

ВЛИЯНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕЛЕНИЯ НА ФОРМИРОВАНИЕ ЗАРЯДОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСКОЛКОВ

Г.Д.Адеев

Омский государственный университет, Омск

Рассмотрено формирование зарядового изобарического распределения осколков деления в рамках динамических подходов, основанных на уравнении Фоккера — Планка для функции распределения коллективных переменных и уравнении Шредингера с трением для гармонического осциллятора, коэффициенты которого зависят от времени. Учитываются три коллективные координаты: основная делительная координата — расстояние между центрами масс будущих осколков (или параметр удлинения), параметр шейки и коллективная координата, определяющая заряды будущих осколков. Применение динамической модели формирования зарядового распределения показывает, что статистическое равновесие по зарядовой моде успевает установиться в каждый момент времени почти на всем протяжении спуска с седловой точки к разрыву, за исключением его самой последней стадии, непосредственно предшествующей разрыву шейки. Это объясняет успешную применимость статистической модели для расчетов зарядового распределения осколков деления. Отличие дисперсии зарядового распределения от ее равновесного значения на последней стадии процесса перед разрывом перемычки обуславливается резким ростом инерционного и фрикционного коэффициентов зарядовой моды, который приводит к «замораживанию» дисперсии зарядового распределения. Изученная зависимость дисперсий зарядового распределения осколков от энергии возбуждения свидетельствует о том, что природа флуктуаций зарядовой моды в делении в основном квантовая. Обсуждается возможность оценки величины и механизма ядерной вязкости в делении по наблюдаемому четно-нечетному эффекту в выходах зарядов осколков.

The results of calculations of the charge fission-fragment distribution from excited nuclei are reviewed. The calculations are carried out in the framework of dynamical approaches based on the Fokker — Planck equation for the distribution function of collective variables and the Schrödinger equation for the time-dependent damped oscillator. Three collective coordinates are taken into account: the main fission coordinate — the distance between the centers of mass of nascent fragments (or elongation parameter), the neck parameter and the charge coordinate. Dynamical consideration of the formation of the charge-fission fragment distribution shows that the statistical equilibrium with respect to the charge mode establishes almost in all stages of the descent from the saddle point to scission and the variance of the charge coordinate deviates from instantaneous statistical limit only very near scission. Just before scission point the variance freezes due to sharp increase of the inertia and friction of the charge mode. The possibility of the estimation of magnitude and type of nuclear viscosity in fission via experimental data on odd-even effects in the yields of fragment charges is discussed.

ВВЕДЕНИЕ

Среди нерешенных проблем физики деления центральное место занимают проблема динамики деления и проблема описания формирования экспериментально наблюдаемых распределений осколков. Обе эти проблемы тесно между собой связаны — не зная динамики процесса, трудно надеяться на полное и детальное понимание сложной картины формирования наблюдаемых распределений осколков.

В последнее время были предприняты достаточно обширные экспериментальные исследования массово-энергетических [1—3] и зарядовых [4] распределений осколков делений. Обзор новой информации, которую дали эти исключительно трудоемкие эксперименты, сделан в [5].

Механизм формирования массово-энергетических распределений весьма сложен и определяется характером динамики спуска делящегося ядра с седловой точки к точке разрыва. Обусловленность динамики спуска большим числом различных факторов (рельеф энергетической поверхности, механизм ядерной вязкости коллективного движения, проявляющийся в делении, конфигурация разрывных форм ядра, влияние флуктуаций коллективных переменных и т.д.) приводит к тому, что объяснение формирования массово-энергетических распределений, как это было показано в [6], не может быть достигнуто в рамках традиционно использовавшихся для этого статистической [7,8] и динамической [9,10] моделей деления.

Определенный прогресс в понимании формирования массово-энергетических распределений был достигнут [11, 12] в рамках нового подхода (диффузионной модели) для описания динамики деления, основанного на многомерном уравнении Фоккера — Планка (УФП). Физически эквивалентная формулировка этого подхода для описания динамики деления, называемого диффузионной моделью [11—14], может быть реализована [15, 16] и на основе системы стохастических уравнений Ланжевена, эквивалентной многомерному УФП.

Детальное и систематическое сравнение предсказаний диффузионной модели с экспериментальными данными позволяет получить ценную информацию о динамических и статистических характеристиках делящегося ядра, определяющих, в итоге, характер динамики процесса.

Что касается зарядового распределения осколков деления, то ситуация до недавнего времени представлялась гораздо более простой в сравнении с массово-энергетическими распределениями, и казалось, что зарядовое распределение не представляет большого интереса для понимания динамики процесса.

Обширная экспериментальная информация по изобарическому зарядовому распределению осколков деления (распределение осколков фик-

сированной массы по заряду) кратко может быть суммирована в следующих положениях. Зарядовое распределение осколков имеет вид простой одногорбой кривой, которая с хорошей точностью аппроксимируется гауссианом со средним значением Z_p и дисперсией σ_Z^2 [5,6,17]. Среднее значение — наиболее вероятный заряд осколков — заметно отличается от Z_{UCD} — значения заряда, соответствующего неизменной зарядовой плотности делящегося ядра [5,17]. Значение $\Delta_p = Z_p - Z_{UCD}$ составляет при делении актиноидов от 0,4 до 0,8 [18] для осколка с наиболее вероятной массой, причем для легкого осколка $\Delta_p > 0$. Дисперсии зарядового распределения (измеренные разными методами) находятся в интервале от 0,3 до 0,5 [18,19] и остаются постоянными или слабо зависят от энергии возбуждения [5,6,17] примерно до $E^* = 40+50$ МэВ. Такая слабая зависимость σ_Z^2 от E^* часто рассматривается [20] как указание на квантовый характер флуктуаций коллективной координаты, описывающей перераспределение заряда при делении.

Оценка характерных времен зарядовой моды — периода колебаний и времени релаксации [6,21,22] — и их сравнение с типичными значениями времени спуска ядра с седловой точки к разрыву дают основание полагать, что по отношению к зарядовой моде спуск является квазиравновесным и для описания формирования зарядового распределения применим статистический подход.

Недавно достигнутый прогресс в экспериментальных методиках измерений зарядов осколков привел к новым и довольно неожиданным экспериментальным данным (подробнее см. [5]). Детальное изучение характеристик зарядового распределения осколков и применение динамического подхода для рассмотрения его формирования показало [5,6], что оно, как и другие распределения, может являться ценным источником информации о динамике процесса, в особенности о его последней стадии, непосредственно предшествующей разделению ядра на осколки, и самом разрыве перемычки, соединяющей будущие осколки. Имеется надежда [4,5] на основании экспериментальных данных по выходам зарядов осколков оценить величину вязкости коллективного ядерного движения, приводящего к делению.

Целью настоящего обзора является изложение и анализ основных результатов по изучению формирования зарядового изобарического распределения осколков в рамках динамических подходов, причем основное внимание уделяется влиянию динамических характеристик деления на предсказываемые в расчетах параметры зарядового распределения. В определенном смысле настоящую работу можно рассматривать как продол-

жение обзора [11], в котором рассматривается формирование на основе динамического подхода — диффузионной модели — массового и энергетического распределений осколков деления нагретых ядер. Обсуждение многих динамических аспектов формирования зарядового изобарического распределения осколков деления и продуктов реакций глубокоэластичных столкновений (ГЭС) тяжелых ионов ранее было проведено в [6,23].

В разд.1 описывается модель независимого разделения массы и заряда при делении, которая позволяет рассмотреть разделение заряда между осколками для любых непрерывных форм делящегося ядра при его спуске с седловой точки к разрыву. В модели полагается, что зарядовая плотность различна в будущих осколках, но постоянна внутри каждого из них. Такое распределение зарядовой плотности в делящемся ядре является первым приближением реального распределения, но тем не менее хорошо отражающим последствия поляризации ядерного вещества при делении.

Проведено обоснование предложенной модели путем сравнения ее предсказаний с результатами вариационной задачи о распределении зарядовой плотности в гидродинамической модели и модели малой капли.

Выше уже отмечалось, что из оценок характерных времен зарядовой моды в делении — периода колебаний и времени релаксации — следует, что для расчета зарядового распределения применим статистический подход. В разд.2 излагаются результаты статистических расчетов зарядового распределения, в котором плотность уровней вычислялась в сверхтекучей модели с использованием одночастичных спектров в конечном потенциале типа потенциала Вудса — Саксона.

В разд.3 рассматривается формирование зарядового распределения осколков в диффузионной модели, основанной на многомерном УФП.

В заключении сделаны основные выводы и обсуждены нерешенные проблемы динамических расчетов зарядового распределения осколков деления.

1. МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ НЕЗАВИСИМОГО РАЗДЕЛЕНИЯ МАССЫ И ЗАРЯДА ПРИ ДЕЛЕНИИ

Параметры, описывающие разделение на осколки с различной зарядовой плотностью. Зарядовое распределение осколков получается путем перераспределения зарядовой плотности делящегося ядра в зарядовые плотности образующихся при разделении осколков. Поэтому если формирование зарядового распределения описывается в терминах коллективных переменных, то параметры зарядовой плотности делящегося

ядра должны рассматриваться как соответствующие коллективные координаты в дополнение к другим, характеризующим, например, форму ядра.

Если процесс разделения ядра по отношению к зарядовой моде является квазиравновесным и для описания зарядового распределения применяется статистический подход, то для определения заряда осколков используется [8, 24] критерий минимума потенциальной энергии или другого термодинамического потенциала. Критерий минимума потенциальной энергии требует решения вариационной задачи для распределения зарядовой плотности в рамках какой-либо макроскопической модели. Основываясь на экспериментальных данных о зарядовых распределениях осколков деления [17, 18], по которым поляризуемость ядерного вещества в делении является небольшим, но надежно установленным фактом, в качестве первого, грубого приближения можно полагать, что зарядовая плотность различна в будущих осколках, но постоянна внутри каждого из них:

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_L^p, & r \in v_L, \\ \rho_H^p, & r \in v_H. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь и далее величины с индексами L и H относятся соответственно к легкому и тяжелому осколкам, v_L, v_H — объемы осколков.

Для характеристики отклонения зарядовой плотности осколков от неизменной зарядовой плотности (UCD) исходного ядра могут быть использованы различные параметры [25—28]. В нашей модели [25] в качестве параметра, характеризующего вариацию зарядовой плотности будущих осколков, используется параметр ζ , который может быть введен следующим образом. При неизменном распределении заряда ядра избыток нейтронов над протонами, приходящийся на один нуклон в легком и тяжелом осколках,

$$\delta_L = \frac{N_L - Z_L}{A_L} = \frac{\rho_L^n - \rho_L^p}{\rho_L}, \quad \delta_H = \frac{N_H - Z_H}{A_H} = \frac{\rho_H^n - \rho_H^p}{\rho_H} \quad (2)$$

равен соответствующей величине исходного ядра:

$$\delta = \frac{N - Z}{A} = \frac{\rho_0^n - \rho_0^p}{\rho_0}, \quad (3)$$

где ρ^p, ρ^n и $\rho_0 = \rho_0^n + \rho_0^p$ — протонная, нейтронная и полная плотности в исходном делящемся ядре. Если полагать, что $\delta_L = \delta + \zeta$, то использование соотношений между числами нуклонов осколков и исходного ядра:

$Z_L + Z_H = Z$, $A_L + A_H = A$, при заданном отношении масс осколков $k = A_L/A_H$ приводит к выражению $\delta_H = \delta - k\zeta$.

Зарядовые плотности осколков выражаются через параметр ζ и зарядовую плотность исходного ядра ρ^p соотношениями:

$$\rho_L^p = \rho_0^p \left(1 - \frac{\zeta}{1 - \delta}\right), \quad \rho_H^p = \rho_0^p \left(1 + \frac{k\zeta}{1 - \delta}\right). \quad (4)$$

Полная плотность $\rho_L^n + \rho_L^p = \rho_H^n + \rho_H^p = \rho_0$ постоянна по всему ядру. Параметр ζ при заданном значении параметра массовой асимметрии определяет отношение чисел протонов и нейтронов в легком и тяжелом осколках $k_Z = Z_L/Z_H$ и $k_N = N_L/N_H$, которые при неизменном распределении заряда равны k . При $\zeta \neq 0$ связь между k_Z , k_N и k дается соотношениями

$$k_Z = k \frac{1 - \delta - \zeta}{1 + \delta + k\zeta}, \quad k_N = k \frac{1 + \delta + \zeta}{1 + \delta - k\zeta}. \quad (5)$$

Параметр ζ можно выразить через

$$\Delta = (Z_L - Z_{LUCD}) = -(Z_H - Z_{HUCD}) \quad (6)$$

— отклонение зарядов осколков от зарядов, которые следовало бы ожидать при неизменном распределении заряда (UCD) в делящемся ядре. Величина Δ обычно используется при обсуждении экспериментальных данных о зарядах осколков. Действительно, используя (5) и выражая δ и δ_L через изоспины легкого осколка и исходного ядра, имеем

$$\zeta = \frac{2T_L}{A_L} - \frac{2T}{A} = \frac{2(T_L - T_L^{UCD})}{A_L} = \frac{2\Delta T_L}{A_L}, \quad (7)$$

здесь T_L^{UCD} — изоспин легкого осколка при неизменном распределении заряда. Поскольку изменение изоспинов осколков связано с перераспределением заряда без изменения числа нуклонов, то $\Delta T_L = -\Delta$. Таким образом,

$$\zeta = -\frac{2\Delta}{A_L} = -\frac{2(1+k)\Delta}{kA}. \quad (8)$$

Хотя Δ и ΔT_L являются наглядными параметрами, но они — порядка единицы, поэтому часто удобнее использовать параметр ζ или Δ/A , которые намного меньше единицы.

В работах [26—28] используются параметры массовой и зарядовой асимметрии

$$\eta_A = \frac{A_H - A_L}{A_H + A_L}, \quad \eta_Z = \frac{Z_H - Z_L}{Z_H + Z_L}. \quad (9)$$

Нетрудно получить соотношения, связывающие эти параметры с параметрами k и ζ , введенными выше:

$$\eta_A = \frac{k-1}{k+1}, \quad \eta_Z = \frac{k_Z-1}{k_Z+1} = \frac{(k-1)(1-\delta) - 2k\zeta}{(k+1)(1+\delta)}. \quad (10)$$

Все перечисленные параметры характеризуют лишь отклонение средних протонных (нейтронных) плотностей в осколках от плотностей исходного делящегося ядра. Для описания различного пространственного распределения протонов и нейтронов в осколках, например [29], при обсуждении поляризации заряда осколков, необходимо вводить дополнительные параметры.

Необходимо подчеркнуть, что предложенная в [25—28] модель позволяет описывать независимое разделение массы и заряда при делении не только для разделенных осколков, но и для любых непрерывных форм делящегося ядра, непосредственно предшествующих разделению. В связи с этим отметим, что согласно расчетам энергетической поверхности деформации в модели жидкой капли (МЖК) [30] и методом Хартри — Фока [31] разрыв ядра происходит при некоторой критической деформации, при которой ядро имеет непрерывную форму с еще достаточно толстой шейкой. Поэтому наша модель позволяет провести статистические расчеты, более соответствующие реальной ситуации разделения ядра, чем это делалось в более ранних работах. Кроме того, модель для независимого разделения заряда и массы для любых непрерывных форм с наметившейся перемычкой естественно позволяет рассмотреть формирование зарядового распределения осколков в динамических подходах [32], в том числе основанном на УФП. Модель, несмотря на свою простоту, оказалась успешно работающей при описании зарядового и массового распределений в делении [25,33] и продуктов реакций с тяжелыми ионами [27,28].

Потенциальная энергия. Потенциальная энергия как функция параметров формы делящегося ядра (q) и параметра ζ вычисляется методом оболочечной поправки Струтинского [30], согласно которому она складывается из оболочечной поправки, поправки на спаривание и макроскопической энергии, которая при рассмотрении зарядового распределения рассчитывалась в МЖК.

Оболочечные поправки и поправки на спаривание вычислялись согласно методу Струтинского, подробно описанному в [30], на основе од-

ночастичных спектров конечных потенциалов Вудса — Саксона для делящейся системы с неоднородной плотностью. Метод конструирования таких потенциалов описан ниже.

Будем полагать, что зависящая от изменения параметров $\{q\}$ и ζ жидкокапельная энергия деформации складывается из энергии симметрии, кулоновской и, в общем случае, поверхностной энергий. Как обычно, энергия деформации будет отсчитываться от энергии сферического исходного ядра в МЖК.

Сделаем необходимое замечание относительно поверхностной энергии. Энергия симметрии МЖК содержит не только объемный член, но и поверхностный. Оба они зависят от координаты ζ . Параметры этих двух членов тесно связаны между собой, и разделение энергии симметрии на чисто объемный и поверхностный члены довольно неопределенно и затруднительно. Поэтому в дальнейшем полагалось, что поверхностная энергия не зависит от параметра ζ , как, например, в МЖК [34].

Энергия симметрии для произвольной формы ядра может быть вычислена в предположении, что она равномерно распределена по всему ядру и определяется [35] следующим выражением:

$$V_{\text{sym}} = a_{\text{sym}} \int \frac{(\rho_n - \rho_p)^2}{\rho_0} dv, \quad (11)$$

где a_{sym} — коэффициент энергии симметрии. В предположении постоянных протонных и нейтронных плотностей внутри каждого осколка энергия симметрии выражается в виде

$$V_{\text{sym}} = \frac{a_{\text{sym}}}{\rho} \left[(\rho_L^n - \rho_L^p)^2 v_L + (\rho_H^n - \rho_H^p)^2 v_H \right], \quad (12)$$

где v_L и v_H — объемы легкого и тяжелого осколков. Использование параметров δ и ζ в (12) приводит к формуле

$$V_{\text{sym}}(q, \zeta) = a_{\text{sym}} (A\delta^2 + kA\zeta^2). \quad (13)$$

При $\zeta = 0$ энергия симметрии, естественно, не зависит от параметров деформации ядра q .

Вычисление кулоновской энергии для неоднородного распределения заряда представляет значительные трудности, но для случая, когда отдельные части ядра имеют постоянную зарядовую плотность, вычисление сводится к вычислению кулоновской энергии всего ядра и его отдельных частей, соответствующих будущим осколкам с зарядовой плотностью исходного ядра.

Кулоновскую энергию делящегося ядра с постоянной зарядовой плотностью в будущих осколках можно представить как сумму:

$$V_c(q) = V_{cL}(q) + V_{cH}(q) + V_{cLH}(q), \quad (14)$$

где $V_{cL}(q)$ и $V_{cH}(q)$ — собственные кулоновские энергии легкого и тяжелого осколков, а $V_{cLH}(q)$ — энергия их кулоновского взаимодействия. В точно таком же виде можно записать и кулоновскую энергию с постоянной исходной плотностью по всему ядру:

$$V_c^0(q) = V_{cL}^0(q) + V_{cH}^0(q) + V_{cLH}^0(q). \quad (15)$$

Учитывая, что

$$\frac{V_{cH}}{(\rho^p)^2} = \frac{V_{cL}^0}{(\rho^p)^2}, \quad \frac{V_{cH}}{(\rho^p)^2} = \frac{V_{cH}^0}{(\rho^p)^2}, \quad \frac{V_{cLH}}{\rho_L^p \rho_H^p} = \frac{V_{cLH}^0}{(\rho^p)^2} \quad (16)$$

и исключая $V_{cLH}(q)$ из (14) с помощью соотношения, которое следует из (15) и (16)

$$V_{cLH}(q) = \left[V_c^0(q) - V_{cLH}^0(q) \right] \frac{\rho_L^p \rho_H^p}{(\rho^p)^2}, \quad (17)$$

получаем выражение для кулоновской энергии ядра с различной плотностью в каждом выделяющемся осколке через кулоновские энергии частей ядра с исходной зарядовой плотностью:

$$V_c(q) = \left[\frac{(\rho_L^p)^2}{(\rho^p)^2} - \frac{\rho_L^p \rho_H^p}{(\rho^p)^2} \right] V_{cL}^0(q) + \left[\frac{(\rho_H^p)^2}{(\rho^p)^2} - \frac{\rho_L^p \rho_H^p}{(\rho^p)^2} \right] V_{cH}^0(q) + \frac{\rho_L^p \rho_H^p}{(\rho^p)^2} V_c^0(q). \quad (18)$$

Выражая зарядовые плотности через заряды и объемы выделяющихся осколков и используя параметры k , k_Z и ξ , приходим к соотношению для кулоновской энергии, которое непосредственно использовалось в расчетах:

$$\begin{aligned} V_c(q, \xi) = & \left(1 - \frac{\xi}{1-\delta} \right) \left(1 + \frac{k\xi}{1-\delta} \right) E_c^0 B_c + \\ & + \left[\left(1 - \frac{\xi}{1-\delta} \right)^2 - \left(1 - \frac{\xi}{1-\delta} \right) \left(1 + \frac{k\xi}{1-\delta} \right) \right] E_c^0 B_{cL} + \\ & + \left[\left(1 + \frac{k\xi}{1-\delta} \right)^2 - \left(1 - \frac{\xi}{1-\delta} \right) \left(1 + \frac{k\xi}{1-\delta} \right) \right] E_c^0 B_{cH}. \quad (19) \end{aligned}$$

Здесь E_c^0 — кулоновская энергия сферического исходного ядра, а B_c, B_{cL}, B_{cH} — кулоновские энергии всего ядра и будущих осколков с исходной зарядовой плотностью в единицах кулоновской энергии исходного сферического ядра.

Эффективные методы вычисления кулоновских энергий B_c, B_{cL} и B_{cH} подробно описаны в [36,37], сводка формул приведена также в [30]. Кулоновские энергии будущих осколков B_{cL} и B_{cH} можно вычислить также методом слоев, развитым Беринжером [38]. Таким образом, из (13) и (19) следует, что жидкокапельная энергия как функция параметра ζ описывается осцилляторной зависимостью, которая характеризуется коэффициентом жесткости относительно вариаций параметра ζ :

$$C_\zeta = 2a_{\text{sym}} kA + \frac{2E_c^0}{(1-\delta)^2} [(1+k)(B_{cL} + kB_{cH}) - kB_c]. \quad (20)$$

Имея в виду связь между параметрами ζ и Δ , нетрудно записать и выражение для C_Δ — коэффициента жесткости относительно параметра Δ , который можно непосредственно использовать для оценок дисперсии зарядового распределения:

$$C_\Delta = \frac{8(1+k)^3 E_c^0}{k^2(1-\delta)^2 \Delta_0^2} C_\zeta. \quad (21)$$

Оценка $C_\Delta \approx (3,2 \pm 0,3)$ МэВ [4]. Превалирующий вклад в C_ζ (и C_Δ) вносит энергия симметрии. Коэффициенты жесткости C_ζ и C_Δ оказываются не очень чувствительными к геометрической конфигурации разделения. Это оправдывает обычно приводимые оценки жесткости [5,6] для упрощенной конфигурации разделения в виде сферических осколков. Жесткость C_ζ не сильно изменяется и в процессе спуска делящегося ядра с седловой точки к разрыву увеличивается в пределе 20% [32]. Для симметричного ($k=1$) деления $V_{\text{LDM}}(\zeta)$ имеет минимум при $\zeta=0$, при асимметричном ($k \neq 1$) минимум, расположенный при

$$\zeta_{\text{min}} = \frac{E_c^0 [B_c(k-1) + (1+k)(B_{cH} - B_{cL})] / (1-\delta)^2}{2E_c^0 [kB_c - (1+k)(B_{cL} + kB_{cH})] / (1-\delta)^2 + 2a_{\text{sym}} kA}, \quad (22)$$

с ростом асимметрии все больше сдвигается в область отрицательных значений ζ . Используя связь между ζ и Δ , можно определить из (22) наибо-

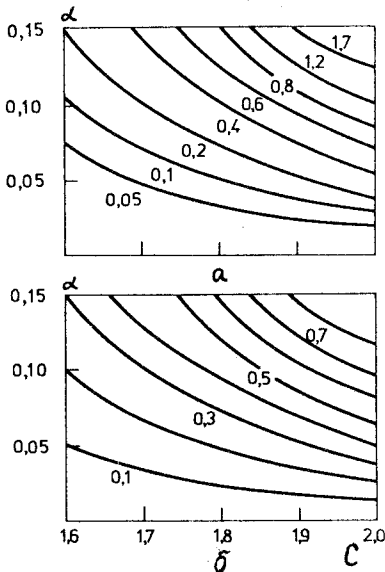


Рис.1. Выигрыш в энергии (в МэВ) за счет минимизации жидкокапельной энергии относительно зарядовой координаты ζ для ядра ^{238}U (а). Значения $\Delta_p = Z_p - Z_{\text{UCD}}$ — отклонения наиболее вероятного заряда осколков от значения заряда, соответствующего неизменной зарядовой плотности (б). В каждой точке плоскости (с, α) значения параметра шейки h соответствуют минимальной жидкокапельной энергии

лее вероятный заряд осколков, на основе критерия минимума потенциальной энергии [24].

На рис.1 представлены типичные результаты расчетов, выполненных в МЖК, которая определяет основные особенности поведения энергии в зависимости от параметра ζ . В качестве параметризации формы делящегося ядра использовалась широко известная параметризация $q \equiv (c, h, \alpha)$ [30]. Здесь c — параметр удлинения, h определяет толщину шейки ядра при его заданном удлинении, а параметр «зеркальной» (массовой) асимметрии α определяет отношение объемов (масс) будущих осколков. На рис.1, а показан выигрыш в энергии деформации $[V_{\text{LDM}}(q, 0) - V_{\text{LDM}}(q, \zeta_{\text{min}})]$ за счет минимизации по параметру ζ , на рис.1, б — количество заряда $\Delta_p = Z_p - Z_{\text{UCD}}$, которое должно быть перенесено из тяжелого осколка в легкий, чтобы капельная энергия была минимальной. Из рисунка видно, что выигрыш в энергии за счет минимизации увеличивается с ростом параметра массовой асимметрии.

Конструирование одночастичных потенциалов для делящегося ядра с неоднородной плотностью представляет значительные трудности и связано с большой неопределенностью. Для двухцентровых потенциалов это делается [26, 28] путем введения различных частот для будущих осколков. Для конечных потенциалов Вудса — Саксона можно использовать другое приближение. Для делящегося ядра с различной протонной и нейтронной плотностью в будущих осколках можно рассматривать протоны и нейтроны в потенциалах, характеризующихся различной величиной асимметричной деформации для протонной и нейтронной систем. В соответствии с этим для заданных значений параметра удлинения c и шейки h потенциал для протонной системы характеризуется параметра-

ми $\{c, h, \alpha_Z\}$, а для нейтронной — $\{c, h, \alpha_N\}$, где α_Z, α_N определяются из уравнений: $k_Z = k_Z(c, h, \alpha_Z)$ и $k_N = k_N(c, h, \alpha_N)$. Именно это приближение использовалось в конкретных расчетах [39], проведенных с конечным потенциалом Вудса — Саксона [30].

Вариационное решение задачи о распределении зарядовой плотности в делящемся ядре. Использование различной зарядовой плотности в осколках, но постоянной внутри каждого из них [25—28], является первым, грубым приближением реальной ситуации, хотя и хорошо отражающим последствия поляризации ядерного вещества при делении. Поэтому необходимо сравнить предсказания предложенной нами модели с результатами модели, отвечающей более реалистическому распределению плотности внутри делящегося ядра.

Расчет физически обоснованного распределения плотности в будущих осколках деления с использованием критерия минимума потенциальной энергии, как уже отмечалось, требует решения вариационной задачи в рамках какой-либо макроскопической модели. Наиболее простое вариационное решение данной задачи получается в гидродинамической модели.

Согласно гидродинамической модели [35] ядро состоит из двух взаимопроникающих жидкостей — протонной и нейтронной и имеет резкие границы. Предполагается также, что суммарная плотность ядра является постоянной во всем объеме. В данной модели потенциальная энергия записывается в виде суммы двух членов: кулоновской энергии V_c и энергии симметрии V_{sym} , благодаря которой возникают силы, препятствующие разделению протонной и нейтронной жидкостей при отклонении плотностей от равновесных значений:

$$V = \frac{1}{2} \int \Phi'_c(r) \rho_p(r) dr + \frac{a_{\text{sym}}}{\rho_0} \int [\rho_p(r) - \rho_n(r)]^2 dr, \quad (23)$$

где $\Phi'_c(r)$ — кулоновский потенциал в энергетических единицах. На плотность накладывается ограничение в виде условия сохранения числа частиц:

$$\int \rho_p(r) dr = Z. \quad (24)$$

Рассмотрим вариационную задачу для функционала V . Для этого требуется решить уравнение Эйлера для функции

$$\tilde{V} = V + \lambda \varphi, \quad (25)$$

где λ — неопределенный множитель Лагранжа, $\varphi = 0$ — уравнение связи, в данном случае это уравнение (24). На основе (23) — (25) получаем систему, состоящую из уравнения Эйлера и уравнения связи:

$$\int \left\{ \Phi'_c(r) + \frac{4a_{\text{sym}}}{\rho_0} [\rho_p(r) - \rho_n(r)] - \lambda \right\} \delta \rho_p(r) dr = 0, \quad (26)$$

$$\int \rho_p(r) dr - Z = 0. \quad (27)$$

Из уравнения (26) найдем

$$\lambda = \Phi'_c(r) + \frac{4a_{\text{sym}}}{\rho_0} [\rho_p(r) - \rho_n(r)]. \quad (28)$$

Находя $\rho_p(r)$ из (28) и подставляя его в (27), получим

$$\lambda = 4a_{\text{sym}} \frac{Z - N}{A} - \bar{\Phi}'_c, \quad (29)$$

где $\bar{\Phi}'_c$ — усредненный по объему ядра кулоновский потенциал. Из выражений (28) и (29) находим распределение зарядовой плотности делящегося ядра

$$\rho_p(r) - \rho_n(r) = \frac{Z - N}{A} \rho_0 - \frac{\rho_0}{4a_{\text{sym}}} [\Phi'_c(r) - \bar{\Phi}'_c]. \quad (30)$$

Учитывая, что $\rho_0 = \rho_p(r) + \rho_n(r)$, имеем

$$\begin{aligned} \rho_p(r) &= \frac{Z}{A} \rho_0 - \frac{\rho_0}{8a_{\text{sym}}} [\Phi'_c(r) - \bar{\Phi}'_c], \\ \rho_n(r) &= \frac{N}{A} \rho_0 - \frac{\rho_0}{8a_{\text{sym}}} [\Phi'_c(r) - \bar{\Phi}'_c]. \end{aligned} \quad (31)$$

С помощью итерационного процесса, используя уравнения (31), можно определить пространственное распределение ядерной плотности внутри ядра.

На рис. 2 представлены пространственные распределения протонной плотности, рассчитанные для ядра ^{238}U в параметризации $\{c, h, \alpha\}$ [30]. Как видно из рисунка, на определенной стадии процесса деления происходит формирование «будущих» осколков, причем при асимметричном делении формирование тяжелого осколка происходит раньше, чем легкого. Протонная плотность возрастает с увеличением расстояния от центров осколков, причем у края ядра плотность растет быстрее, чем в середине.

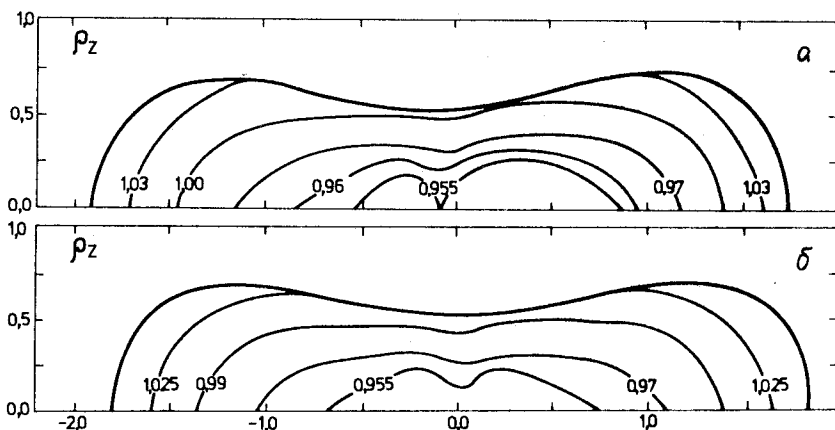


Рис. 2. Пространственное распределение зарядовой плотности в делящемся ядре ^{238}U , представленное в цилиндрических координатах. Цифры на линиях постоянной плотности показывают значение плотности в единицах ρ_0^p . Внешняя кривая соответствует поверхности ядра при соответствующей деформации. В качестве единицы длины использован радиус равновесной сферы R_0 . Значения параметров деформации: а) $c = 1,8$, $\alpha = 0$, $h = 0$; б) $c = 1,8$, $\alpha = 0$, $h = 0,03$. Распределение получено на основе вариационного решения в гидродинамической модели

Своих максимальных значений она достигает на экваториальных концах фигуры. Такое поведение зарядовой плотности обусловлено кулоновским расталкиванием протонов.

Гидродинамическая модель является довольно простой и лишь приближенно отражает реальные свойства ядерного вещества, поэтому вариационная задача о распределении зарядовой плотности решалась в модели малой капли [40, 41], которая является усовершенствованным вариантом капельной модели. Модель малой капли, обобщенная на случай произвольных деформаций [42], дает удобное параметризованное решение вариационной проблемы, моделирующее многие характерные черты поведения реальной ядерной плотности.

В модели малой капли реальное распределение протонной и нейтронной плотностей в ядре делится на две области: внутреннюю с плотностями ρ_p, ρ_n и $\rho = \rho_n + \rho_p$ и поверхностную, где плотность главным образом спадает до нуля. Экстраполирование ρ_p, ρ_n, ρ в поверхностную область определяет эффективные поверхности S_Z, S_N, S с радиусом, соответственно, R_Z, R_N и R таким образом, что все Z протонов, N нейтронов и A нуклонов находятся внутри этих поверхностей. Эти плотности и определенные та-

ким образом поверхности являются степенями свободы модели малой капли. Однако более удобно использовать в качестве степеней свободы модели малой капли вместо плотностей ρ_p и ρ_n связанные с ними малые по абсолютной величине функции:

$$\varepsilon(r) = -\frac{1}{3}(\rho(r) - \rho_0)/\rho_0, \quad (32)$$

характеризующую отклонение ρ во внутренней области от стандартного значения $\rho_0 = (4/3 \pi r_0^3)^{-1}$, и

$$\delta(r) = \frac{\rho_n(r) - \rho_p(r)}{\rho(r)}, \quad (33)$$

характеризующую различие между нейтронной и протонной плотностями во внутренней области. Тогда ρ_p и ρ_n выражаются через ε и δ следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho_p &= \frac{1}{2} \rho_0 (1 - 3\varepsilon) (1 - \delta), \\ \rho_n &= \frac{1}{2} \rho_0 (1 - 3\varepsilon) (1 + \delta). \end{aligned} \quad (34)$$

Далее, оказывается удобным представить функции $\varepsilon(r)$ и $\delta(r)$ как сумму их средних (по объему) значений и отклонений от этих средних:

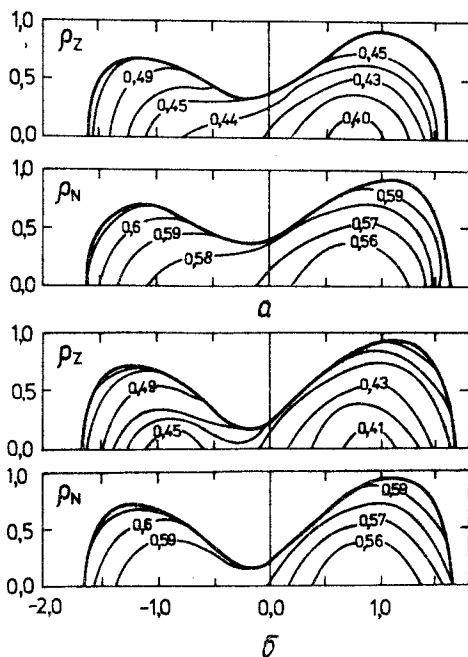
$$\varepsilon(r) = \bar{\varepsilon} + \tilde{\varepsilon}(r), \quad \delta(r) = \bar{\delta} + \tilde{\delta}(r). \quad (35)$$

Для нахождения наиболее вероятного заряда осколков при интегрировании берутся равновесные распределения протонов и нейтронов, которые определяются равновесными значениями параметров $\bar{\varepsilon}$, $\bar{\delta}$, $\bar{\delta}$ и $\bar{\varepsilon}$, получаемых из решения вариационной задачи об энергии ядра в модели малой капли [41—42]. Выражения для $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\delta}$ включают [42] зависимость от энергетических функционалов B_s , B_c и B_v , а $\tilde{\varepsilon}$ и $\tilde{\delta}$ пропорциональны $\tilde{\Phi}(r) = \Phi(r) - \bar{\Phi}$ — отклонению кулоновского потенциала $\Phi(r)$ от его среднего по объему значения $\bar{\Phi}$.

Чрезвычайно важным для решения задачи определения наиболее вероятного заряда осколков является выполнение условий сохранения числа частиц. Условия сохранения числа протонов и нейтронов в модели малой капли с хорошей степенью точности были сформулированы в [43].

Знание распределения зарядовой плотности для произвольных форм делящегося ядра и выполнение условий сохранения позволяют рассчитать распределение заряда между осколками, выбрав при этом способ разбиения делящегося ядра на части, соответствующие выделяющимся осколкам. Проводя затем интегрирование по объемам этих частей, находим заряды и массы легкого и тяжелого осколков.

Рис.3. Пространственные распределения протонной (а) и нейтронной (б) плотностей в делящемся ядре ^{238}U , представленные в цилиндрических координатах. Цифры на линиях постоянной плотности показывают значение плотности в единицах ρ_0 . Внешняя кривая соответствует поверхности ядра при соответствующей деформации. В качестве единицы длины использован радиус равновесной сферы R_0 . Расчет проведен для двух наборов параметров деформации с использованием параметризации Лоуренса [44]: а) $c = 1,9$, $s = 1,0$, $\alpha = 0,2$; б) $c = 1,98$, $s = 1,0$, $\alpha = 0,2$. Распределения получены на основе вариационного решения в модели малой капли



Для оценки дисперсии зарядового распределения в статистической модели необходимо вычислить вторую производную от энергии ядра по вариации зарядовой плотности. Модель малой капли, развитая в [42] для произвольной формы ядра, позволяет это сделать, так как энергия ядра записана для любых, не только равновесных, значений $\bar{\epsilon}$, $\bar{\delta}$, $\tilde{\epsilon}$ и $\tilde{\delta}$. Распределения протонной и нейтронной плотностей в модели малой капли представлены на рис.3, из которого следует, что они похожи на соответствующие распределения гидродинамической модели. Зная распределение зарядовой плотности в делящемся ядре, можно вычислить наиболее вероятный заряд осколков деления или $\Delta_p = Z_p - Z_{\text{UCD}}$. На рис.4 приведены зависимости параметра Δ_p от массы легкого осколка, полученные в модели, предложенной нами, и с помощью решения вариационной задачи в рамках гидродинамической модели и модели малой капли. Ход кривых указывает на хорошее качественное согласие результатов, полученных в трех моделях. Кривая 3 располагается несколько ниже первых двух, но это поведение можно объяснить зависимостью от набора параметров модели. Набор параметров, использованный нами [42], рассматривался как предварительный.

Качественное согласие результатов относительно наиболее вероятного заряда осколков и его зависимости от параметра разделения, полученных в рассматриваемых нами моделях, доказывает обоснованность и воз-

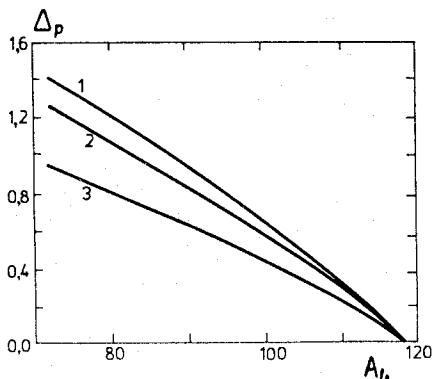


Рис.4. Зависимости Δ_p — отклонения наиболее вероятного заряда осколков от значения заряда, соответствующего неизменной плотности, от массы легкого осколка для ядра ^{238}U , полученные в модели с различной плотностью в осколках (но постоянной внутри каждого из них) — кривая 1; в вариационных расчетах в гидродинамической модели — кривая 2 и в модели малой капли — кривая 3. Кривые рассчитаны при одном и том же параметре удлинения

возможность использования предложенной нами [25,26] модели для расчета зарядовых распределений осколков деления.

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ЗАРЯДОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСКОЛКОВ

Условия применимости статистической модели для описания распределений осколков лучше всего выполняются в отношении зарядового распределения. Оценки [6,21,22] показывают, что колебания зарядовой плотности, приводящие к перераспределению заряда между осколками (дипольные изовекторные колебания), релаксируют очень быстро в сравнении со временем спуска ядра с седловой точки к разрыву. Статистическая модель в оригинальной формулировке Фонга [7], но с использованием плотности возбужденных состояний, рассчитанной на основе схем одночастичных уровней, успешно использовалась для расчета параметров зарядового распределения в работах Игнатьюка [8]. Нами [39] для расчета зарядовых распределений использовался вариант статистической модели, развитый Моретто [45—46]. Его преимущество состоит в том, что этот подход применим при любой произвольной деформации делящегося ядра, а не только в случае хорошо определенной точки разрыва, что является необходимым условием оригинальной статистической модели Фонга. Статистический подход [45—46] позволяет проследить за эволюцией различных распределений продуктов деления на всем участке спуска от седловой точки до точки разрыва. Разработанный Моретто формализм статистических расчетов в зависимости от деформации использовался в [47,48] для описания массовых распределений осколков.

В предположении статистического равновесия между всеми степенями свободы относительная вероятность нахождения системы при деформации (q, ζ) определяется выражением

$$P(q, \zeta, E^*) = FT^2 \rho(E^* - V(q, \zeta)), \quad (36)$$

где $E_T = E^* - V(q, \zeta)$ — локальная энергия возбуждения при коллективных координатах (q, ζ) , T — температура, соответствующая E_T , F — функция, зависящая от инерционных параметров, которые, в свою очередь, зависят от координат. Наиболее сильная зависимость от коллективных координат заключена в плотности возбужденных состояний $\rho(E^* - V(q, \zeta))$, поэтому зависимость FT^2 от координат обычно пренебрегают.

Плотность возбужденных состояний вычислялась в сверхтекучей модели [49,50] на основе того же одночастичного спектра в конечном потенциале Вудса — Саксона, который использовался для расчета оболочечных поправок.

При описании зарядового распределения осколков к коллективным координатам q относятся не только параметры деформации ядра q , но и параметр ζ . Выход осколков с заданными массами и зарядами полагается пропорциональным $P(E^*, q, \zeta)$, то есть

$$Y(Z/A) \sim P(E^*, q, \zeta). \quad (37)$$

Параметры формы $\{q\}$ являются свободными, и расчет производится для целой области $\{q\}$, начиная от седловой точки и кончая районом разрыва.

Для определения наиболее вероятного заряда осколков использовалось условие максимума $P(E^*, q, \zeta)$. При слабой зависимости температуры от параметра ζ оно практически совпадает с соответствующим уравнением статистической модели Фонга [7,8]. При малой энергии возбуждения это условие сводится к минимуму потенциальной энергии, рассчитанной с учетом оболочечных поправок, а при больших возбуждениях, когда исчезают оболочечные эффекты, — к условию минимума энергии в МЖК.

На рис.5 показана зависимость Δ_p от отношения масс осколков для ^{236}U , ^{240}Pu , ^{252}Cf . Почти прямая линия на этих рисунках получена из условия минимума потенциальной энергии в капельной модели при $c = 1,9$. Значения Δ_p , рассчитанные с учетом оболочечных поправок, поднимаются или опускаются, по сравнению с расчетами в МЖК, в различных районах массовых чисел осколков. На самом деле трудно сказать, какая оболочечная структура вызывает эти изменения относительно полученных значений в МЖК, но не кажется вероятным, что эта оболочечная структура связана с магическими числами уже образовавшихся осколков. Для того чтобы показать зависимость результатов от параметра разделения,

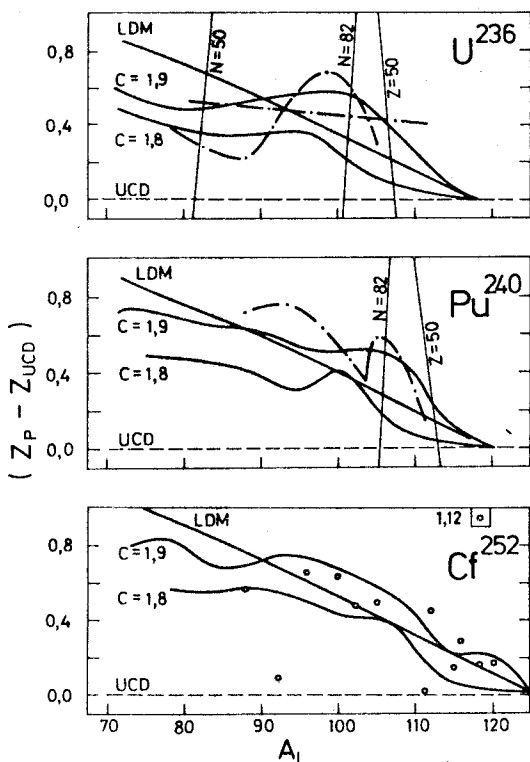


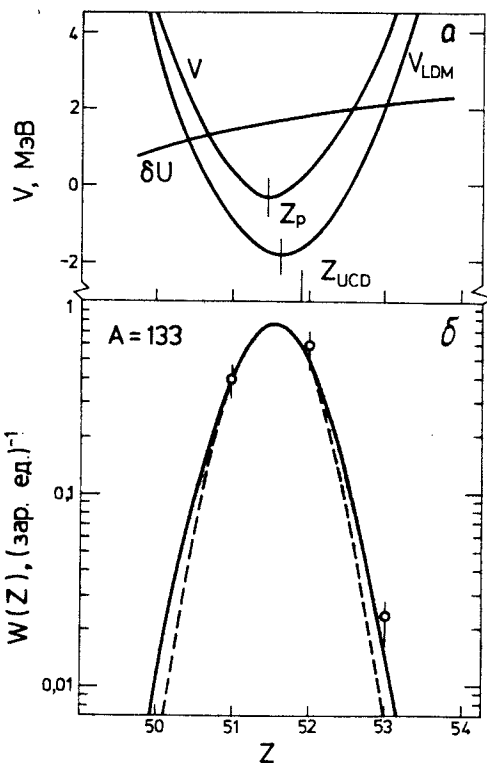
Рис.5. Зависимости $\Delta_p = Z_p - Z_{UCD}$ — отклонения наиболее вероятного заряда осколков от значения заряда, соответствующего неизменной плотности, от массы легкого осколка для ядер ^{236}U , ^{240}Pu , ^{252}Cf . Сплошные кривые — рассчитанные значения Δ_p с учетом оболочечных поправок, на кривых указаны значения параметра удлинения. Почти прямые сплошные линии — значения, рассчитанные в МЖК при значении параметра удлинения $c = 1,9$. Штрихпунктирные кривые — экспериментальные данные из работ [51—53]

теоретическая кривая для $c = 1,8$ также приведена на этом рисунке. Интересно отметить, что при деформации $c = 1,9$, где имеется разумное согласие рассчитанных Δ_p с экспериментальными данными [51—53], энергия кулоновского рас-

талкивания осколков примерно равна средней кинетической энергии осколков. Таким образом, из этих статистических расчетов следует, что наиболее вероятный заряд осколков, являясь чувствительной функцией основной делительной деформации, определяющей расстояние между центрами тяжести будущих осколков, примерно отражает тенденции поведения экспериментальных значений в районе физической точки разрыва.

Вычисленные зарядовые распределения при делении ^{236}U с массой осколков 133/103 при двух энергиях возбуждения (10 и 15 МэВ) показаны на рис.6 вместе с экспериментальными точками [54]. Согласие достаточно хорошее. Кривые зарядовых распределений отражают поведение полной энергии деформации как функции ζ при низких энергиях возбуждения и капельной энергии при $E^* > 30$ МэВ (см. рис.6,а). Как правило, зарядовые распределения имеют форму гауссиана, и вычисленные ширины зарядовых распределений зависят от энергии возбуждения примерно как $E^{*1/4}$ в согласии со статистической теорией (рис.6,б).

Рис.6. Потенциальная энергия (а), рассчитанная в МЖК (нижняя кривая) и с учетом оболочечных поправок, а также оболочечная поправка как функция заряда тяжелого осколка. Зарядовое распределение осколков деления (б) для осколков с отношением масс $A_H/A_L = 133/103$ при делении ядра ^{236}U . Сплошная кривая соответствует энергии возбуждения 15 МэВ, пунктирная — 10 МэВ. Экспериментальные данные взяты из [54]. Значения Z_{UCD} и Z_p указаны вертикальными линиями.



Полученная нами зависимость дисперсии зарядовых распределений от энергии возбуждения согласуется также с результатами [33], где при расчете плотности возбужденных состояний учитывалась зависимость от углового момента.

Но эти результаты находятся в противоречии с экспериментом, где ширины распределений не меняются при увеличении энергии возбуждения до 40 МэВ. Причиной такого противоречия может быть влияние квантовых состояний, связанных с дипольными изовекторными колебаниями, на ширину зарядового распределения, как предполагалось в [20]. Выражение для вероятности деформации, справедливое при всех энергиях возбуждения, для которого (37) является приближением, имеет вид [46]:

$$P(E^*, q, \xi) = \sum_n \rho(E^* - E_n(q)) |\Psi_n(q, \xi)|^2, \quad (38)$$

где $E_n(q)$ — энергия дипольных изовекторных колебаний, а $\Psi_n(\xi)$ — соответствующие им волновые функции.

Применяя для расчета плотности возбужденных состояний модель с постоянной температурой, можно записать

$$P(E^*, q, \zeta) = \sum_n N_n \exp\left(-\frac{E_n}{T}\right) \left| \Psi_n(q\zeta) \right|^2. \quad (39)$$

Для использования (39) в конкретных расчетах необходимо знать решение уравнения Шредингера для ζ -движения, что связано с трудоемкими расчетами. Именно такой подход для расчета зарядового распределения был реализован в [26]. Можно, однако, сделать оценку использования (39) для вычисления относительной вероятности деформации с параметром ζ . Если использовать в качестве волновых функции гармонического осциллятора, то сумма в (39) вычисляется точно и $P(E^*, q, \zeta)$ представляется гауссианом с дисперсией

$$\sigma_\zeta^2 = \frac{\hbar\omega_\zeta}{2C_\zeta} = \text{cth} \frac{\hbar\omega_\zeta}{2T}, \quad (40)$$

которая при $T \gg \hbar\omega_\zeta$ (высокотемпературный предел) равна

$$\sigma_\zeta^2 = \frac{T}{C_\zeta} \quad (40a)$$

и представляет величину статистических флуктуаций, а в обратном пределе $T \ll \hbar\omega_\zeta$ асимптотически стремится к не зависящей от температуры величине:

$$\sigma_\zeta^2 = \frac{\hbar\omega_\zeta}{2C_\zeta} = \frac{\hbar}{2C_\zeta} \left(\frac{C_\zeta}{m_\zeta} \right)^{1/2}, \quad (40b)$$

представляющей собой дисперсию координаты квантового осциллятора в его основном состоянии.

Энергии дипольных изовекторных колебаний, отвечающих разделению заряда при делении, в районе разрыва составляют (см. разд.3) 2,5+30 МэВ, при которых для температур $T \cong 1+1,5$ МэВ, соответствующих энергиям возбуждения делящихся ядер $E^* \cong 40+50$ МэВ, условие низкотемпературного предела не выполнено.

3. ОПИСАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАРЯДОВОГО ИЗОБАРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСКОЛКОВ НА ОСНОВЕ МНОГОМЕРНОГО УФП

В статистических расчетах параметров зарядового распределения использовались различные аппроксимации точки разрыва [7,8,33,39]. Оказалось, что дисперсия зарядового распределения, и особенно наиболее вероятный заряд осколков, существенно зависят от выбора разрывной кон-

фигурации. Однако однозначного критерия ее определения нет (см., например, [11—12]). При любых определениях линии разрыва в пространстве коллективных координат разрывная конфигурация будет зависеть от динамики спуска ядра с седловой точки к разрыву. Поэтому необходимо изучать динамическую эволюцию коллективных координат, определяющих параметры зарядового распределения, даже в предположении статистического равновесия по зарядовой моде. Интересным с методической точки зрения также было бы выяснение вопроса, насколько действительно статистический подход применим для рассмотрения зарядового распределения в делении.

В настоящее время зарядовое распределение продуктов реакций глубокоэластичных столкновений между тяжелыми ионами рассматривается в предположении, что основными механизмами его формирования являются либо стохастический обмен нуклонами между образующимися продуктами реакции [55—56], либо коллективизированное движение нуклонов, проявляющееся через изовекторные колебания нуклонной плотности в двойной ядерной системе.

Рассмотрим эволюцию параметров зарядового распределения осколков в делении в терминах коллективной моды. В качестве параметра этой моды будем использовать параметр Δ , определенный выражением (6) и прямо связанный с зарядом осколков.

Многомерное УФП рассматривалось [32] нами для трехмерного случая: кроме коллективной координаты Δ учитывалась также динамика основной делительной координаты x (параметр удлинения s или расстояние между центрами тяжести осколков ρ) и параметр шейки h [30]. Многомерное УФП, которое является динамическим уравнением нашего подхода, может быть получено из довольно общего подхода (теория линейного отклика [57,58] или теория возмущений [59]) к взаимодействию нескольких выделенных коллективных степеней свободы с одночастичными в предположении, что последние в любой момент времени находятся в состоянии статистического равновесия, образуя термостат с температурой T . При этом исходят [60] из общего квантово-механического уравнения для приведенного оператора плотности и, подвергая это уравнение преобразованию Вигнера, получают в случае гармонического движения уравнение, аналогичное классическому УФП с кинетическими коэффициентами, зависящими от частоты:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{p}{m} \frac{\partial f}{\partial x} + m\omega^2 x \frac{\partial f}{\partial p} + \gamma \frac{\partial}{\partial p} \left[p \frac{f}{m} \right] + \gamma T * \frac{\partial^2 f}{\partial p^2}, \quad (41)$$

где $T^* = \frac{\hbar\omega}{2} \operatorname{cth} \frac{\hbar\omega}{2T}$ — эффективная температура, соответствующая рассматриваемой гармонической моде.

Уравнение (41) учитывает как статистические, так и квантовые флуктуации гармонического движения. Оно записано для одномерного случая. Его обобщение на многомерный случай очевидно (см. краткое изложение общего формализма в [61]).

Потенциальная энергия по зарядовой моде описывается гармоническим осциллятором, жесткость которого зависит как от основной делительной координаты, так и от параметра шейки. Инерционный (m_Δ) и фрикционный (γ_Δ) коэффициенты этой моды также зависят от этих коллективных координат. Фактически достаточно рассмотреть влияние лишь одной из них (удобнее — основной делительной координаты) на эволюцию параметров зарядовой моды, следуя вдоль траектории спуска с седловой точки к разрыву.

Таким образом, мы имеем задачу о динамике флуктуаций гармонического осциллятора, параметры которого изменяются со временем. Динамика флуктуаций такого осциллятора описывается следующей системой для вторых моментов функции распределения $f(\Delta, p_\Delta, t)$, удовлетворяющей УФП (41):

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_\Delta^2}{dt} &= \frac{2\sigma_\Delta p_\Delta}{m_\Delta(t)}, \\ \frac{d\sigma_{\Delta p}^2}{dt} &= -2[C_\Delta(t)\sigma_{\Delta p_\Delta} + \frac{\gamma_\Delta(t)\sigma_{p_\Delta}^2}{m_\Delta(t)} - D_\Delta(t)], \\ \frac{d\sigma_{\Delta p_\Delta}^2}{dt} &= C_\Delta(t)\sigma_\Delta^2 + \frac{\sigma_{p_\Delta}^2}{m_\Delta(t)} - \gamma_\Delta(t)\sigma_{\Delta p_\Delta} / m_\Delta(t). \end{aligned} \quad (42)$$

Зависимость параметров системы (42) C_Δ , γ_Δ и D_Δ от времени определяется зависимостью от времени первых моментов функции распределения $\langle x \rangle$ и $\langle h \rangle$. Коэффициент диффузии в (42) связан фрикционным коэффициентом с соотношением Эйнштейна $D_\Delta = \gamma_\Delta T_\Delta^*$.

Отметим, что система для дисперсий координаты, сопряженного ей импульса, их корреляционного момента, получающаяся [62] при использовании для данной задачи уравнения Шредингера с трением [63], отличается от (42) лишь видом последнего слагаемого в уравнении для $d\sigma_{p_\Delta}^2/dt$.

При решении системы (42) начальное распределение по зарядовой моде предполагалось равновесным в седловой точке:

$$\sigma_{\Delta}^2(0) = \frac{T_{sd}^*}{C_{\Delta sd}}, \quad \sigma_{p_{\Delta}}^2(0) = T_{sd}^* m_{\Delta sd}, \quad \sigma_{\Delta p_{\Delta}}(0) = 0. \quad (43)$$

Решение (42) и системы для первых моментов $\langle x \rangle$ и $\langle h \rangle$ представляет собой решение многомерного УФП методом глобального моментного приближения [64], которое является достаточно хорошим [65] приближением точного решения УФП в случае движения, близкого к гармоническому.

Прежде чем обратиться к обсуждению результатов расчетов дисперсий зарядового изобарического распределения диффузионной модели, остановимся на выборе коэффициентов УФП (41). Определение коэффициентов УФП, соответствующих зарядовой моде в делении, за исключением коэффициента жесткости, является сложной и, по существу, до конца не решенной задачей. Поэтому часто используются [32, 61] оценки коэффициентов УФП, особенно это касается инерционного и фрикционного коэффициентов зарядовой моды.

Потенциальная энергия представлялась в виде

$$V(x, h, \alpha, \Delta) = V(x, h, \alpha, \Delta = 0) + \frac{C_{\Delta}(x, h, \alpha)}{2} (\Delta - \Delta_p(x, h, \alpha))^2, \quad (44)$$

где $V(x, h, \alpha, \Delta = 0)$ вычислялась в какой-либо версии МЖК [34, 66], а C_{Δ} и Δ_p определялись зависимостью потенциальной энергии от Δ . При этом параметры кулоновской энергии и энергии симметрии были равны $a_c = 0,72$ МэВ [67], $a_{sym} = 27,62$ МэВ [66]. Для симметричного деления $\Delta_p(x, h) = 0$.

Изовекторные колебания зарядовой плотности в делящемся ядре и инерционный коэффициент зарядовой моды. Инерционный коэффициент зарядовой моды определялся нами [32] по рассчитанным значениям частот дипольных изовекторных колебаний и коэффициентов жесткости зарядовой моды C_{Δ} . Подробное изучение изовекторных колебаний плотности в делящемся ядре и их роли в формировании зарядового распределения до последнего времени не проводилось. Как единственное исключение, отметим работу [68], в которой изовекторные колебания рассматривались для ограниченного класса форм делящегося ядра. В работе [69] мы провели систематическое изучение изовекторных колебаний плотности в рамках гидродинамической модели [35] для форм делящегося ядра, характерных при его спуске с седловой точки к точке разрыва. Частоты изо-

векторных колебаний рассчитывались в гидродинамическом приближении, в котором отклонения протонной и нейтронной плотностей от их равновесных значений ρ_0^p и ρ_0^n описывались локальной флуктуацией $g(r, t)$ следующим образом:

$$\rho_p(r, t) = \rho_0^p [1 + g(r, t)], \quad \rho_n(r, t) = \rho_0^n (1 - \frac{Z}{N} g(r, t)). \quad (45)$$

Флуктуация $g(r, t)$ удовлетворяет волновому уравнению [35] с фазовой скоростью $u = 8a_{sym} ZN / (m^* A)$, где m^* — эффективная масса нуклона и a_{sym} — коэффициент энергии симметрии в формуле Вайцзеккера. При гармонических колебаниях плотности $g(r, t) = g(r) \exp(-i\omega t)$ находим, что $g(r)$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$\Delta g(r) + k^2 g(r) = 0 \quad (46)$$

с однородным граничным условием на поверхности ядра:

$$(\mathbf{n} \nabla g)_s = 0, \quad (47)$$

где \mathbf{n} — вектор нормали к поверхности ядра. Волновое число k связано с коэффициентом энергии симметрии следующим образом:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{u^2} = \omega^2 \left(\frac{m^* A}{8a_{sym} ZN} \right)^2. \quad (48)$$

В расчетах m^* принималось равным 0,7 массы нуклона [35].

Собственные частоты изовекторных колебаний ω_l определяются граничными условиями (47). В конкретных расчетах мы представляли решение в виде разложения по сферическим гармоникам с последующим обрыванием ряда (см. подробнее в [68]).

Результаты расчетов энергий изовекторных колебаний различной мультипольности, различные гармоникам с последующим обрыванием ряда (см. подробнее в [68]). Результаты расчетов энергий изовекторных колебаний различной мультипольности,

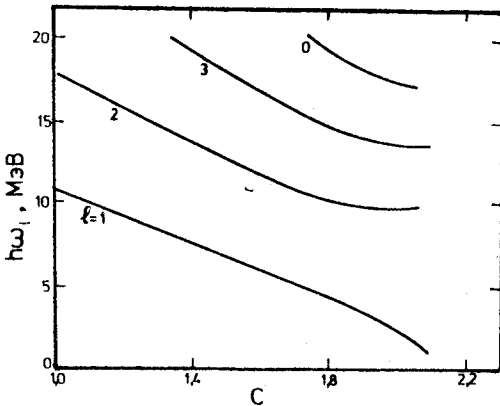
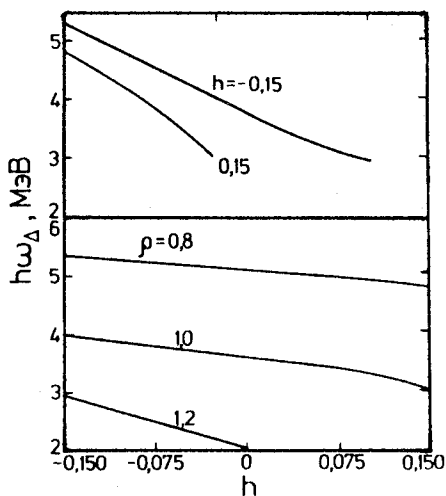


Рис.7. Энергия изовекторных колебаний как функция параметра удлинения ϵ для ядра ^{236}U . Значение параметра шейки равно нулю. Значение l при кривых указывает мультипольность данной моды колебаний

Рис.8. Зависимость энергий дипольных изовекторных колебаний от ρ и h при $\alpha = 0,0$ для ядра ^{236}U



происходящих вдоль оси симметрии делящейся системы, показаны на рис.7, на котором приведены лишь значения для изовекторных колебаний, соответствующих большим делительным деформациям, характерным для интервала от седловой точки до точки разрыва. Для актиноидных ядер отметим, что для сферических конфигураций ($\rho = 0,375$) рассчитанные энергии изовекторных колебаний соответ-

ствуют энергии гигантского дипольного резонанса в гидродинамической модели $\omega_1 = uk_1 = 2,08u/R_0$, что приводит к $\hbar\omega_1 \approx 80A^{-1/3}$ МэВ [35,70].

Можно считать, что в формировании зарядового распределения основную роль играют дипольные изовекторные колебания вдоль оси симметрии делящегося ядра, так как именно они приводят к наиболее эффективному перераспределению заряда между осколками и наиболее легко могут возбуждаться при разделении ядра. Нижайшая по энергии мода соответствует дипольным изовекторным колебаниям, и в дальнейшем будем использовать обозначение $\omega_1 = \omega_{\Delta}$. На рис.8 в увеличенном масштабе показана зависимость энергии дипольных изовекторных колебаний от параметров деформации. Из расчетов следует, что частота дипольных изовекторных колебаний падает с уменьшением радиуса шейки, которое может происходить за счет увеличения ρ или h . Слабая при малых ρ зависимость ω_{Δ} от h усиливается с ростом ρ . При очень малом радиусе шейки энергия дипольных колебаний стремится к нулю, что соответствует быстрому росту инерционного параметра, соответствующего обмену зарядом между будущими осколками. Отметим, что в районе разрыва ($\rho = 1,16+1,24$) энергии дипольных колебаний оказываются порядка 2-3 МэВ, что значительно меньше оценки $\hbar\omega_1 = 80/(A_L^{1/3} + A_H^{1/3})$ МэВ, которая для симметричного деления с ^{236}U приводит к $\hbar\omega_1 \approx 8$ МэВ, и

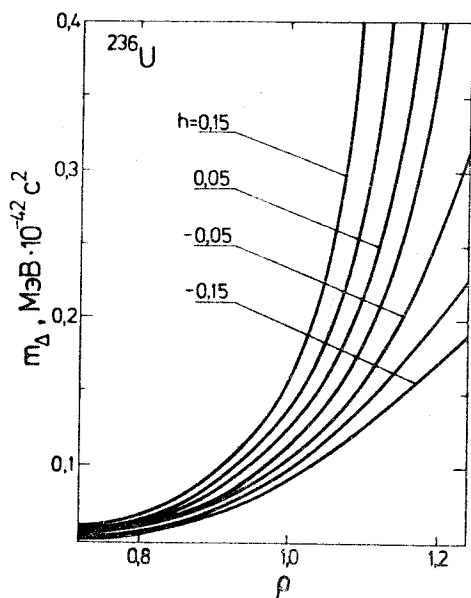


Рис.9. Зависимость инерционного коэффициента зарядовой моды от основной делительной координаты ρ . Указаны значения параметра шейки h , при которых они рассчитаны

также гораздо меньше значений $\hbar\omega_1$, которые следуют из условия постоянства дисперсий σ_Z^2 в интервале энергий возбуждения $E^* = 20+50$ МэВ.

Инерционный параметр зарядовой моды m_Δ находился по формуле

$$m_\Delta = \frac{C_\Delta(\rho, h)}{\omega_1^2(\rho, h)},$$

где жесткость зарядовой моды C_Δ связана с C_ξ соотношением $C_\Delta = C_\xi(\partial\xi/\partial\Delta)^2$. Зависимость m_Δ от ρ и h показана на рис.9. Из рисунка видно, что основной характерной чертой изменения m_Δ является резкое увеличение этого параметра при приближении к точке разрыва, т.е. при увеличении ρ или h . Заметно также, что m_Δ сильно зависит от геометрии делящейся системы, особенно от величины радиуса шейки. Это согласуется с полученными ранее оценками [62,71].

В [71] для потока невязкой жидкости, протекающей через круговое отверстие радиуса r_n , соединяющее два сферических касающихся осколка, для инерционного коэффициента зарядовой моды было получено выражение

$$m_\Delta = \frac{2\pi}{3} r_0^3 m \frac{A^2}{NZ} \frac{1}{r_n}, \quad (49)$$

где r_0 — параметр ядерного радиуса, m — масса нуклона, а A, Z, N — массовое число и числа протонов и нейтронов делящегося ядра. При выводе (49) совершенно игнорировалось, что шейка, соединяющая будущие осколки, имеет определенную длину l .

В [62] для потока вязкой жидкости через цилиндрическую шейку с радиусом r_n и длиной l было показано, что инерционный коэффициент зарядовой моды определяется в этом случае как

$$m_{\Delta} = \frac{4}{3\pi} \frac{m^* A^2}{\rho_0 N Z} \frac{l + 2r_n}{r_n^2}. \quad (50)$$

Здесь $\rho_0 = 0,145 \text{ фм}^{-3}$ — стандартная ядерная плотность, m^* — эффективная масса нуклона.

Использование этого результата [72] для оценки дисперсии зарядового распределения в статистическом пределе (выражение (406)) приводит к согласию с экспериментальными значениями дисперсии зарядового распределения при $r_n \approx 2,4 \text{ фм}$, которое близко к величине радиуса шейки, получаемой из статических расчетов [30, 73].

Фрикционный коэффициент зарядовой моды. К настоящему времени нет хорошо разработанного подхода для описания диссипации дипольных изовекторных колебаний в делящихся ядрах. Поэтому часто [32, 61, 74] γ_{Δ} предполагался варьируемым параметром, не зависящим от координат, что, конечно, является грубым приближением. Однако для оценки фрикционного параметра можно воспользоваться экспериментальными данными по ширинам гигантских дипольных резонансов, а зависимость диссипации от геометрии делящегося ядра описывать простыми гидродинамическими моделями. В [62] для оценки диссипации изовекторных колебаний используется модель стационарного течения вязкой жидкости по цилиндрической трубе [75], которая для рассматриваемой задачи играет роль перемычки, соединяющей будущие осколки.

Кинетическая энергия жидкости в цилиндрической трубе радиусом r_n и длиной l равна

$$E_{\text{kin}} = \frac{\pi \rho (\Delta p)^2 r_n^6}{96 \nu_0 l}, \quad (51)$$

где Δp — перепад давления на концах трубы.

Диссипированная жидкостью энергия в таком цилиндре в единицу времени определяется как

$$\dot{E}_{\text{kin}} = - \frac{\pi (\Delta p)^2 r_n^4}{8 \nu_0 l}. \quad (52)$$

Следовательно, приведенный коэффициент трения зарядовой моды

$$\beta_{\Delta} = \frac{\gamma_{\Delta}}{m_{\Delta}} = - \frac{\dot{E}_{\text{kin}}}{2E_{\text{kin}}} = \frac{\sigma \nu_0}{\rho_0 r_n^2} \equiv \frac{\sigma \nu}{r_n^2}, \quad (53)$$

где ν_0 и ν — коэффициенты динамической и кинематической вязкости. Для хорошего описания ширин гигантских дипольных резонансов величина $\nu = 0,135 \cdot 10^{-21}$ фм²с⁻¹ [76].

Так же, как и для m_{Δ} , характерной чертой изменения β_{Δ} является быстрый рост с приближением к точке разрыва из-за пропорциональности r_n^{-2} . Поэтому фрикционный параметр $\gamma_{\Delta} = \beta_{\Delta} m_{\Delta}$ будет возрастать при спуске с седловой точки к разрыву еще быстрее. Это обстоятельство необходимо помнить при анализе результатов расчетов [32,61,74], где γ_{Δ} принималось варьируемым параметром, не зависящим от координат.

Дисперсии зарядового распределения. Дисперсия зарядового распределения σ_Z^2 в хорошем приближении [32,77,78] равна дисперсии параметра зарядовой моды, зафиксированной в момент разрыва:

$$\sigma_Z^2 \approx \sigma_{\Delta}^2(t_{sc}). \quad (54)$$

Точка и время разрыва t_{sc} определялись по пересечению траектории спуска делящегося ядра с линией разрыва [11], которая находилась из критерия равенства сил кулоновского отталкивания будущих осколков и ядерного притяжения между ними [11].

При анализе результатов расчетов дисперсий зарядового распределения полезно иметь в виду три предельных случая решения УФП.

а) При достаточно большом трении по делительной координате при $t \gg \beta_{\Delta}^{-1}$, ω_{Δ}^{-1} успевает установиться статистическое равновесие (мгновенный статистический предел) по зарядовой моде. В этом случае

$$\sigma_{\Delta_{sc}}^2 = \frac{T_{\Delta}^*(t)}{C_{\Delta}(t)}, \quad (55)$$

где $T_{\Delta}^*(t)$ — эффективная температура зарядовой моды.

б) При достаточно большом трении по зарядовой моде происходит замораживание («замораживание») тех значений зарядовой моды, которые имела система, переходя в этот режим.

в) Исчезающе малое трение по всем степеням свободы соответствует так называемому динамическому пределу [32,77]. Выражение для $\sigma_{\Delta}^2(t)$ в

Рис.10. Зависимость дисперсии зарядового распределения от фрикционного коэффициента по зарядовой степени свободы. Штрихпунктир соответствует статистическому пределу, пунктир — динамическому пределу, точки — пределу замороженных начальных условий. Расчет проведен для ядра ^{236}U

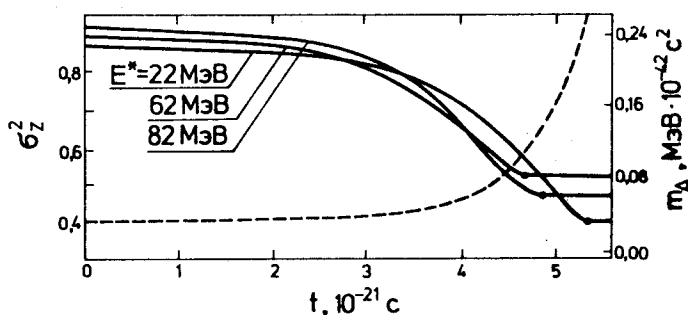
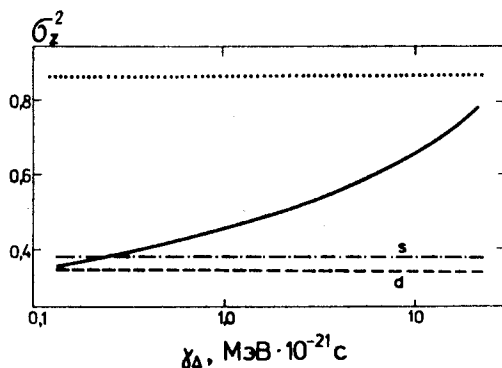


Рис.11. Зависимость дисперсии зарядовой координаты (сплошные линии) и инерционного коэффициента зарядовой моды (штриховая) от времени при спуске с седловой точки к разрыву. Расчет проведен для ядра ^{236}U

этом пределе в случае адиабатического изменения параметров зарядовой моды имеет вид [32]:

$$\sigma_{\Delta}^2(t) = \sigma_{\Delta}^2(0) [m_{\Delta}(0)C_{\Delta}(0)/m_{\Delta}(t)C_{\Delta}(t)]^{1/2}. \quad (56)$$

Максимальное значение периода колебаний зарядовой моды составляет $(1 - 1,5) \cdot 10^{-21}$ с, а время спуска — более $5 \cdot 10^{-21}$ с, следовательно, адиабатическое приближение для зарядовой моды справедливо.

Результаты расчетов [69] с варьируемым γ_{Δ} приведены на рис.10 и 11. Как общий результат, отметим, что для широкого интервала значений фрикционного параметра $(0,1+0,75) \cdot 10^{-21}$ МэВ·с статистическое равновесие в отношении обмена зарядом между осколками успевает установиться в любой момент времени спуска с седловой точки. Значения γ_{Δ}

из этого интервала близки к оценкам, полученным для фрикционного параметра зарядовой моды в работе [62]. При аномально больших значениях γ_{Δ} — порядка $(5+10) \cdot 10^{-21}$ МэВ·с — статистическое равновесие не успевает установиться, и система «помнит» начальные условия. Дисперсия σ_Z^2 стремится при этом к своему пределу замороженных начальных условий. При $\gamma_{\Delta} \leq 0,12 \cdot 10^{-21}$ МэВ·с σ_Z^2 стремится к динамическому пределу.

На рис.11 показана зависимость дисперсии от времени. Поведение дисперсии во время спуска обусловлено, в основном, ростом инерционного параметра m_{Δ} , который сильно зависит от геометрии делящейся системы, особенно от параметра шейки [62,70,71]. Жесткость относительно зарядовой степени свободы влияет на эволюцию дисперсии незначительно, так как она остается почти постоянной, увеличиваясь при спуске с седла до разрыва не более чем на 20%.

На рис.12 представлена временная эволюция дисперсии зарядовой координаты для ядра ^{236}U , рассчитанная в диффузионной модели (с параметром γ_{Δ} , не зависящим от координат и определяемым по формуле (53)). При расчетах с использованием γ_{Δ} , зависящим от координат, наблюдается «замораживание» дисперсий зарядовой моды, обусловленное резким ростом γ_{Δ} при приближении к разрыву. В районе точки разрыва дисперсия зарядового распределения, рассчитанная в диффузионной модели, близка к своему статистическому значению (кривая 1 и штрихпунктирная на рис.12). На рисунке показаны значения $\sigma_{\Delta d}^2$, рассчитанные по приближенной формуле (56), и точный динамический предел. Видно, что значения $\sigma_{\Delta d}^2$ в обоих случаях получаются практически одинаковыми. Это говорит о том, что адиабатическое приближение для Δ -осциллятора выполняется с высокой точностью.

Таким образом, анализ динамической эволюции дисперсий зарядового распределения показывает, что при разумных значениях фрикционного параметра величина σ_Z^2 близка к своему статистическому пределу. С другой стороны, статистический предел σ_Z^2 определяется геометрией ядра в момент разрыва. Поэтому зарядовое распределение исключительно информативно относительно разрывной конфигурации, которая, в свою очередь, определяется динамикой спуска. Таким образом, статистически уравновешенное зарядовое распределение, казалось, может нести однозначную информацию о конфигурации делящегося ядра в момент разрыва.

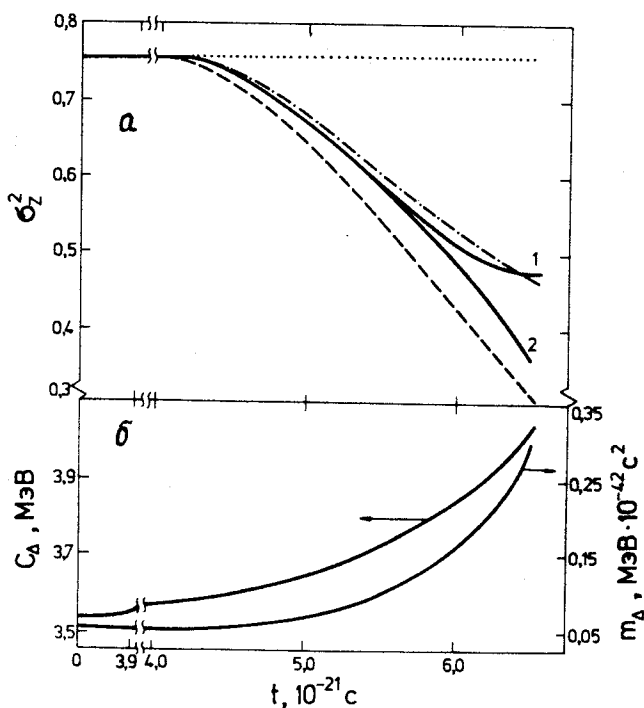


Рис.12. Зависимость дисперсии зарядовой координаты от времени (а) при спуске с седловой точки к разрыву для ядра ^{236}U . Сплошные кривые рассчитаны в рамках диффузионной модели: кривая 1 соответствует фрикционному коэффициенту, зависящему от координат (формула (53)), кривая 2 — значению $\gamma_{\Delta} = 2\pi R_0^3 \cdot 10^{-25} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$. Штрихпунктирная линия соответствует статистическому пределу, штриховая — динамическому пределу, точечная — пределу замороженных начальных условий. Временная зависимость коэффициента жесткости и инерционного коэффициента зарядовой моды (б)

Хорошо известно [6,11,12,79], что различные механизмы ядерной вязкости, используемые в динамических расчетах, приводят к существенно различным траекториям спуска делящегося ядра с седловой точки к разрыву и, как следствие, к различным формам разрывных конфигураций.

Двухтельный механизм ядерной вязкости [79], препятствуя развитию деформаций высокой мультипольности, приводит к вытянутым разрывным конфигурациям. При переходе от легких делящихся ядер к более

тяжелым вытянутость разрывных конфигураций заметно увеличивается [11,79]. Напротив, однопольный механизм вязкости [80,81] и его модификации [82,83], подавляя развитие деформаций низкой мультипольности, приводит к компактным разрывным конфигурациям, которые для всех делящихся ядер от Pt до Fm практически остаются одними и теми же, как это следовало из статических расчетов в МЖК [30].

Рассчитанные в диффузионной модели характеристики массово-энергетических распределений σ_M^2 и σ_E^2 оказались [11,12,16] не критичными по отношению к использованному в расчетах механизму вязкости. Поэтому выяснение механизма ядерной вязкости в делении остается в настоящее время одним из главных вопросов как экспериментальных, так и теоретических исследований этого уникального ядерного процесса (многочисленные ссылки можно найти в [84]).

Существующее различие в формах разрывных конфигураций могло бы привести к различным значениям дисперсий зарядового распределения и их зависимости от параметра делимости. Расчеты показывают [85], что это заключение не является оправданным. В случае однопольного механизма, при котором форма разрывных конфигураций почти одинакова для всех делящихся ядер, σ_Z^2 с ростом A обнаруживает слабую зависимость типа $A^{2/3}$, отражающую зависимость энергии изовекторных дипольных колебаний и жесткости ядра по отношению к этим колебаниям от A . Для двухпольного механизма, хотя форма разрывных конфигураций существенно меняется с ростом A , она меняется таким образом, что происходящие при этом увеличение ρ_{sc} и уменьшение h_{sc} , компенсируя свое влияние на величину $\hbar\omega_\Delta$, оставляют ее почти неизменной (см. рис.9). Следовательно, и в случае двухпольного механизма величина дисперсий и зависимость σ_Z^2 от A почти такие же, как в случае однопольного механизма вязкости (см. табл.1).

Двухпольный и однопольный механизмы вязкости приводят не только к различным траекториям спуска и формам разрывных конфигураций, но также к различной скорости спуска, которая может отличаться более чем на порядок [11,83]. Поэтому можно было надеяться, что происходящее на самой стадии спуска «замораживание» зарядовой моды из-за резкого возрастания инерционного и фрикционного коэффициентов, позволит дискриминировать реализующийся в делении механизм вязкости.

Этот вопрос исследовался в [86] на основе уравнения Шредингера с трением для гармонического осциллятора, параметры которого зависят от времени. Проведенные расчеты показали, что оценки в предположении статистического равновесия этой моды (выражение (40б)) находятся

Таблица 1. Параметры, характеризующие динамику спуска (значения коллективных координат при разрыве (ρ_{sc}, h_{sc}) , и значения дисперсий зарядового (σ_z^2) распределения при двухтельном (вверху для каждого ядра) и «поверхностном» однотельном механизмах вязкости

Ядро	ρ_{sd}	h_{sd}	ρ_{sc}	h_{sc}	σ_z^2 (зар.ед.) ²
²¹⁶ Rn	0,810	-0,041	1,316	-0,513	0,44
			1,217	-0,083	0,42
²³⁰ Th	0,720	-0,027	1,335	-0,175	0,47
			1,220	-0,086	0,44
²⁴⁰ Pu	0,642	-0,016	1,380	-0,205	0,49
			1,222	-0,090	0,45
²⁴⁷ Cm	0,613	-0,013	1,400	-0,217	0,49
			1,226	-0,091	0,45
²⁵² Cf	0,583	-0,011	1,415	-0,229	0,49
			1,231	-0,093	0,46
²⁵⁸ Fm	0,558	-0,010	1,439	-0,233	0,50
			1,234	-0,094	0,47

в хорошем согласии с результатами динамического рассмотрения. Из результатов [86] следовало также, что неадиабатичность зарядовой моды и замораживание ее дисперсии происходят очень поздно, незадолго $((1-2) \cdot 10^{-22}$ с) до разрыва перемычки, соединяющей образующиеся осколки. Это обстоятельство (очень позднее «замораживание» зарядовой моды) не позволяет сделать выбор между двумя принципиально различными механизмами вязкости, которые могут реализоваться в делении.

В [87] изучалась динамика флуктуаций зарядовой моды на самой последней стадии процесса — при разрыве шейки на основе уравнения Шредингера для осциллятора с зависящим от времени инерционным коэффициентом.

Зависимость σ_z^2 от скорости разрыва перемычки, которую можно характеризовать величиной изменения радиуса шейки r_n , показана на рис.13. Из рисунка видно, что при изменении радиуса шейки, равном $(1-2)$ фм/с, рассчитанные значения σ_z^2 согласуются с экспериментальными данными. Значительно более медленный и более быстрый разрывы приводят к данным, заметно отличающимся от экспериментальных.

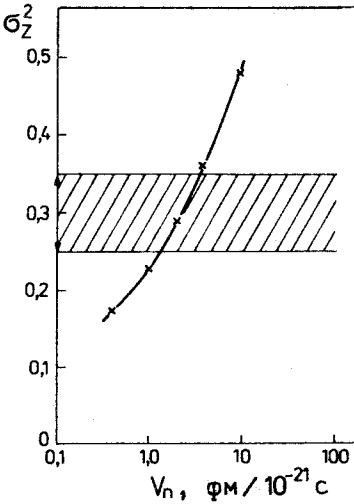


Рис. 13. Зависимость дисперсии зарядового изобарического распределения осколков от скорости разрыва шейки. Заштрихованная область соответствует экспериментальным значениям с учетом погрешностей (рисунок взят из [87])

На рис. 14 показана зависимость дисперсии зарядового распределения от энергии возбуждения, рассчитанная на основе УФП [32]. При значениях частот дипольных изовекторных колебаний, характерных для района разрыва и равных 2,5+3,0 МэВ, зависимость дисперсий от энергии возбуждения наблюдается во всем рассмотренном интервале 20+70 МэВ. Однако отметим, что она за-

метно усиливается при $E^* > 40$ МэВ ($(\partial\sigma_Z^2/\partial E^2) > 0$), а не ослабляется ($(\partial\sigma_Z^2/\partial E^2) < 0$), если $\sigma_Z^2 \sim \sqrt{E^*}$, как это имело бы место в случае доминирующей роли тепловых флуктуаций. Такая энергетическая зависимость σ_Z^2 свидетельствует о том, что природа флуктуаций заряда в делении в основном квантовая.

Времена релаксации зарядовой моды. Характерные времена в делении давно [1,6,21] используются для оценки роли «памяти» делящейся системы по соответствующей моде о своей предыстории при спуске с седловой точки к разрыву. В [21] в качестве характерных времен использовались периоды колебаний системы по масс-асимметричной и зарядовой модам, для которых брались значения $(1+3) \cdot 10^{-21}$ и 10^{-22} с соответственно. Сопоставляя эти оценки со временем спуска ядра с седловой точки к разрыву, авторы [21] пришли к выводу о неприменимости статистической модели [7,8] для изучения массового распределения осколков, но применимости ее в случае зарядового распределения.

В качестве характерного времени для системы с диссипацией более естественно использовать время релаксации. Оценим время релаксации зарядовой моды в рамках диффузионной модели [22]. Систему (42) можно свести к двум уравнениям

$$\ddot{\sigma}_\Delta + \tilde{\beta}\dot{\sigma}_\Delta + \omega_\Delta^2 \sigma_\Delta = U/m^2 \sigma_\Delta^3, \quad (57)$$

$$\dot{U} = -2\beta\dot{U} + 2D\dot{\sigma}_\Delta^2, \quad (58)$$

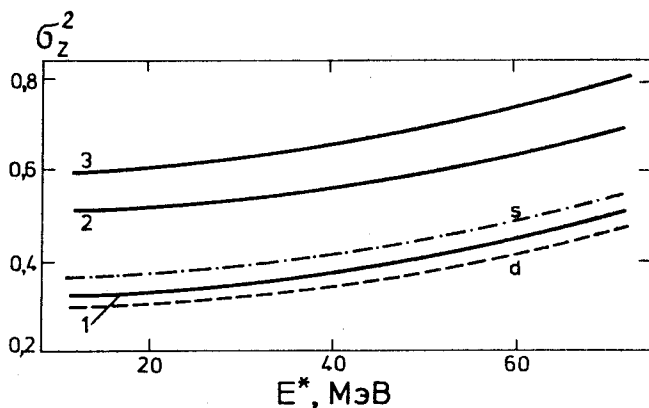


Рис.14. Зависимость дисперсий зарядового распределения от энергии возбуждения. Кривые 1, 2, 3 соответствуют различным значениям фрикционного коэффициента зарядовой моды: $0,1 \cdot 10^{-21}$, $5 \cdot 10^{-21}$, $10 \cdot 10^{-21}$ МэВ·с; штрихпунктирная кривая — статистический предел, штриховая — динамический предел

где $U = \sigma_{\Delta}^2 \sigma_{p_{\Delta}}^2 - \sigma_{\Delta p_{\Delta}}^2$, а $\beta_{\Delta} = \gamma_{\Delta} / m_{\Delta}$, $\tilde{\beta} = \beta_{\Delta} + \dot{m}_{\Delta} / m_{\Delta}$ — коэффициент затухания и обобщенный коэффициент затухания зарядовой моды соответственно.

Если в исходной системе (42) пренебречь диффузией и трением, то уравнение (57) совпадает с уравнением для σ , полученным ранее в [86], где исследовалась динамика формирования зарядового распределения в глубоконеупругих столкновениях тяжелых ионов и в делении. При этом $\tilde{\beta} = \dot{m}/m$ и зависимость инерционного параметра от времени приводит к появлению как бы «трения» в системе. При быстром изменении m система «запоминает» значение дисперсии σ_y^2 , даже если трение по этой координате полностью отсутствует. В случае отсутствия трения $U = U_0 = \hbar^2/4$ [86].

Приближенное решение уравнения (57) имеет вид

$$\sigma_{\Delta} = \sigma_{\Delta_0}^2 \exp(-2t/\tau_{\Delta}) + \sigma_{\Delta st}^2 [1 - \exp(2t/\tau_{\Delta})] \quad (59)$$

и очень похоже на обычный закон переходного процесса, который использован для анализа экспериментального материала по массовым распределениям продуктов квазиделения в реакциях с тяжелыми ионами [88,89]:

$$\langle \Delta A \rangle = \langle \Delta A \rangle_0 \exp(-t/\tau_\Delta) + \langle \Delta A \rangle_{st} [1 - \exp(-t/\tau_\Delta)], \quad (60)$$

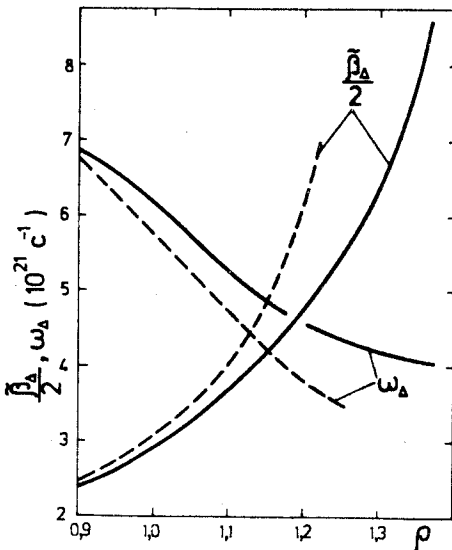
с той лишь разницей, что $\sigma_{\Delta 0}$, $\sigma_{\Delta st}$ и τ_Δ являются функциями времени.

Осциллятор, уравнением движения которого является (57), находится в режиме затухающих колебаний, если $\omega_\Delta > \tilde{\beta}_\Delta/2$, и в режиме аperiodического затухания, если $\omega_\Delta < \tilde{\beta}_\Delta/2$. В случае затухающих колебаний решение (59) есть результат усреднения по периоду. Вид решения (59) следует из вида уравнения (57): левая часть (57) — уравнение затухающих колебаний, решению которого соответствует первое слагаемое в (59), неоднородность (правая часть (57)) генерирует второе слагаемое в (59). Параметр τ_Δ в (59) определяется по формулам:

$$\tau_\Delta = \begin{cases} 2\tilde{\beta}_\Delta^{-1}, & \omega_\Delta > \tilde{\beta}_\Delta/2 \\ [\tilde{\beta}_\Delta/2 - (\tilde{\beta}_\Delta^2/4 - \omega_\Delta^2)^{1/2}]^{-1}, & \omega_\Delta < \tilde{\beta}_\Delta/2. \end{cases} \quad (61)$$

Из выражения (60) для $\langle \Delta \rangle$, очевидно, следует, что τ_Δ имеет смысл времени релаксации среднего значения коллективной координаты (именно этот параметр используется и обсуждается всюду далее), а дисперсия данной координаты релаксирует вдвое быстрее.

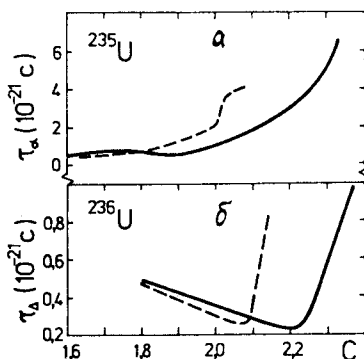
Результаты расчета времени релаксации зарядовой моды приведены на рис. 15 и 16 для обоих механизмов вязкости. На протяжении почти всего спуска $\tau_\Delta \approx (0,40,3) \cdot 10^{-21}$ с и лишь незадолго перед разрывом, когда Δ -осциллятор переходит в режим аperiodического затухания ($\tilde{\beta}_\Delta/2 > \omega_\Delta$),



τ_Δ резко возрастает, достигая значения $(0,81,0) \cdot 10^{-21}$ с. Сравнение рассчитанных τ_α и τ_Δ , приведенное на рис. 16, показывает, что зарядовая мода является действительно значительно более быстрой, чем масс-асимметрич-

Рис. 15. Зависимость частоты ω_Δ и приведенного коэффициента трения (53) зарядовой моды от основной делительной координаты ρ при спуске с седловой точки к разрыву для ядра ^{236}U . Сплошные кривые — результаты расчета в двухтельном механизме вязкости, штриховые — в «поверхностном» однотельном

Рис.16. Зависимость времени релаксации зарядовой моды τ_{Δ} (б) от параметра удлинения при спуске с седловой точки к разрыву для ядра ^{236}U . Сплошная кривая — расчет проведен в двухтелном механизме вязкости, штриховая — в «поверхностном» однотельном. Для сравнения (а) приведены соответствующие времена релаксации масс-асимметричной моды для ядра ^{235}U



ная. Значения времени релаксации и периода колебаний $2\pi/\omega_{\Delta}$ (рис.15) подтверждают, что на протяжении всего спуска для зарядового распределения применим статистический подход, и лишь незадолго перед самым разрывом происходит запоминание («замораживание») тех условий, в которых находилась делящаяся система перед переходом в этот режим.

Четно-нечетные эффекты в выходах зарядов осколков. В последние годы [4,5,90,91] было обращено внимание на то, что наблюдаемая тонкая структура зарядовых распределений или, более конкретно, анализ величины четно-нечетного эффекта в выходах осколков деления четно-четных составных ядер с привлечением модельных представлений [92—93] позволяет оценить величину диссипировавшей энергии E_{dis} при спуске делящегося ядра с седловой точки к разрыву и способствовать, таким образом, выяснению механизма ядерной вязкости в делении. Основная идея такого подхода [4,5,90] заключается в том, что диссипативные силы приводят к внутренним возбуждениям, которые проявляются в разрыве нуклонных пар. Число разорванных пар служит мерой диссипировавшей энергии, с одной стороны, и определяет величину наблюдаемых четно-нечетных эффектов — с другой.

Было обнаружено [94—97], что диссипировавшая энергия E_{dis} плавно увеличивается с ростом параметра Z^2/A при делении нейтронами всех изученных актиноидов от тория до калифорния, изменяясь в пределах от 3 до 11 МэВ. Такая тенденция зависимости E_{dis} подобна зависимости перепада энергии деформации между седловой точкой и точкой разрыва для этих ядер от этого же параметра вычисленной энергии при изучении динамики спуска [11,12,98]. Отношение диссипировавшей энергии (при спуске с седловой точки к разрыву E_{dis}) к перепаду ΔV остается практически постоянным и равным 0,3—0,5 для всего диапазона изученных ядер. Неопределенность этой оценки для отношения $E_{\text{dis}}/\Delta V$ может быть до-

Таблица 2. Параметры, характеризующие динамику спуска (значения коллективных координат в седловой точке (ρ_{sd}, h_{sd}) и точке разрыва (ρ_{sc}, h_{sc}) и перепад энергии деформации ΔV между седловой точкой и точкой разрыва), при использовании в качестве макроскопической МЖК [99] (вверху для каждого ядра), МЖК с $\Gamma = -0,1$ [34] (внизу для каждого ядра) и модели малой капли [41]. Расчеты проведены с использованием «поверхностного» однотельного механизма вязкости (первая строка для каждого ядра) и двухтельного с $V_0 = 1,5 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$

Ядро	ρ_{sd}	h_{sd}	ρ_{sc}	h_{sc}	ΔV , МэВ
^{211}Po	0,877	-0,053	1,212	-0,082	3,1
	0,877	-0,053	1,279	-0,135	4,1
	0,884	-0,062	1,290	-0,142	2,8
	0,977	-0,088	1,281	-0,133	0,2
^{223}Ra	0,762	-0,033	1,212	-0,085	7,0
	0,762	-0,033	1,319	-0,163	8,8
	0,729	-0,033	1,336	-0,176	7,8
	0,772	-0,036	1,327	-0,169	3,6
^{230}Th	0,720	-0,027	1,220	-0,086	9,7
	0,720	-0,027	1,335	-0,175	11,6
	0,674	-0,024	1,361	-0,194	11,3
	0,731	-0,029	1,343	-0,181	6,4
^{240}Pu	0,642	-0,016	1,222	-0,089	15,6
	0,642	-0,016	1,380	-0,205	19,6
	0,597	-0,014	1,414	-0,227	19,7
	0,633	-0,014	1,398	-0,217	12,8
^{252}Cf	0,583	-0,011	1,233	-0,093	23,0
	0,583	-0,011	1,415	-0,229	28,3
	0,535	-0,010	1,464	-0,259	29,8
	0,575	-0,009	1,440	-0,244	20,4
^{258}Fm	0,558	-0,009	1,234	-0,010	29,2
	0,558	-0,009	1,439	-0,234	33,5
	0,508	-0,010	1,485	-0,273	35,4
	0,549	-0,008	1,464	-0,257	24,8

вольно большой, так как нельзя исключить возможность двукратного завышения E_{dis} . Примерно такая же неопределенность присуща и перепаду ΔV . Неопределенность в оценке ΔV обусловлена двумя причинами: определением точки разрыва [11,12], а также существующей большой неоднозначностью в выборе коэффициента энергии кривизны при делении. В «канонизированном» наборе параметров МЖК [66,99] и модели малой капли [41,42] $a_{\text{curv}} = 0$, в других подходах [73,100,101], а также в МЖК [34] с $\Gamma = -0,1$ значение a_{curv} примерно соответствует 10 МэВ. Учет такого вклада энергии кривизны в энергию деформации приводит, в первую очередь, к значительно более пологому ландшафту энергетической поверхности между седловой точкой и точкой разрыва и, соответственно, к меньшему значению ΔV (табл.2).

Несмотря на неопределенность абсолютного значения $E_{\text{dis}}/\Delta V$, постоянство этого отношения для всех изученных ядер кажется хорошо установленным [90]. Отсюда можно сделать вывод, что 30—50% доступной при спуске для диссипации энергии ΔV в зависимости от используемой в динамических расчетах макроскопической модели (см. табл.2) переходит во внутреннее возбуждение. Это свидетельствует, в свою очередь, о том, что при спуске диссипативные силы оказываются сравнительно небольшими и соответствуют скорее двухтельному механизму ядерной вязкости [79], чем однотельному [80—83]*.

Таким образом, экспериментальные данные по четно-нечетному эффекту в выходах зарядов осколков в совокупности с динамическим анализом формирования распределений осколков деления могут являться таким же уникальным источником информации о вязкости ядерного вещества в делении, как и данные по массово-энергетическим распределениям [1,5,11,12]. Детальное описание анализа четно-нечетных эффектов в выходах зарядов осколков изложено в [90,91].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В обзоре рассмотрено влияние динамических характеристик деления на формирование зарядового изобарического распределения осколков деления в предположении, что основным механизмом формирования явля-

*Предположение, что диссипация коллективного движения при спуске с седловой точки к разрыву ответственна за разрыв нуклонных пар и, следовательно, величину четно-нечетного эффекта, не является в настоящий момент единственным. В [102] подробно обсуждается и аргументируется гипотеза о том, что большая часть квазичастичных возбуждений происходит из-за быстрого разрыва шейки [103].

ется коллективизированное движение нуклонов, проявляющееся через дипольные изовекторные колебания. Роль других изовекторных мод не рассматривается, хотя их вклад в дисперсию зарядового распределения может быть весьма существенным, если иметь в виду результаты, полученные для реакций ГНС тяжелых ионов [104,105].

Отметим также, что для анализа распределений продуктов реакций ГНС тяжелых ионов с успехом используется [55,56,106] альтернативный механизм формирования распределений продуктов этих реакций через стохастический обмен нуклонами между образующимися ядрами-продуктами. Роль неколлективных возбуждений и их вклад в релаксацию нейтроноизбыточной степени свободы в реакциях ГНС тяжелых ионов изучались в [105,107].

При формировании изобарического распределения осколков деления и уравнивании нейтроноизбыточной степени свободы в делении оба механизма, коллективный и неколлективный, по-видимому, имеют место. К сожалению, на сегодняшний день нет ни одной оценки роли неколлективного механизма в уравнивании нейтроноизбыточной степени свободы при делении. Разработка этих вопросов в теории деления значительно отстает от понимания аналогичных подходов для реакций ГНС тяжелых ионов.

Динамический подход к формированию зарядового распределения показывает, что статистическое равновесие по зарядовой моде успевает установиться в каждый момент времени почти на всем протяжении спуска с седловой точки к разрыву, за исключением его самой последней стадии, непосредственно предшествующей разрыву шейки. Это объясняет успешную применимость статистической модели для расчетов зарядового распределения осколков деления. Отличие дисперсии зарядового распределения от ее равновесного значения на последней стадии процесса перед разрывом перемычки обусловлено неадиабатичностью процесса на этой стадии по отношению к зарядовой моде из-за резкого роста инерционного и фрикционного коэффициентов зарядовой моды, который и приводит к замораживанию дисперсии зарядового распределения. Поэтому особо отметим, что проблема надежного определения инерционного и фрикционного коэффициентов зарядовой моды, определяющих особенности динамического формирования зарядового распределения и, в конечном счете, значения его наблюдаемых параметров, является сегодня, по существу, нерешенной задачей.

В рамках использованной в работе модели показано, что дисперсия зарядового распределения обусловлена в основном квантовыми дипольными изовекторными колебаниями. Энергии этих колебаний в делящемся ядре для разрывных конфигураций оказываются равными 2,5—3,0 МэВ, что значительно меньше значений, которые можно

ожидать из условия постоянства дисперсий зарядового распределения вплоть до 40 МэВ. Энергетическая зависимость дисперсий довольно слабая и она заметно усиливается при $E^* > 40$ МэВ, а не ослабляется, как это имело бы место в случае статистических флуктуаций. Такая энергетическая зависимость дисперсий зарядового распределения свидетельствует о том, что природа флуктуаций заряда в делении в основном квантовая.

Автор благодарен А.В.Игнатьюку за многочисленные стимулирующие обсуждения и постоянный интерес к работе, а также О.И.Сердюк, Т.Дессингу и Л.А.Марченко за сотрудничество.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иткис М.Г., Околович В.Н., Русанов А.Я., Смиринкин Г.Н. — ЭЧАЯ, 1988, т.19, с.702.
2. Иткис М.Г., Лукьянов С.М., Околович В.Н. и др. — ЯФ, 1990, т.52, с.23.
3. Лукьянов С.М., Пенионжкевич Ю.Э., Саламатин В.С. и др. — Международная школа-семинар по физике тяжелых ионов. ОИЯИ, Д7-90-142, Дубна, 1990, с.225.
4. Gonnepwein F. — Physics and Chemistry of Fission. ZFK-732, Dresden, 1991, p.12.
5. Gonnepwein F. — Nuclear Fission Process. CRC Press Boca Raton, USA. /Ed. C.Wagemans. 1991, p.288.
6. Oganessian Yu.Ts., Lazarev Yu.A. — Treatise on Heavy Ion Science/Ed. D.A.Bromley. N.Y.: Plenum Press. 1985, vol.4, p.1.
7. Fong P. — Statistical Theory of Nuclear Fission. N.Y.: Gordon and Breach, 1969.
8. Игнатьюк А.В. — ЯФ, 1969, т.9, с.357; Игнатьюк А.В., Крайнов В.П. — Статистическое описание выходов осколков деления (Актуальные вопросы физики деления, 9-я школа МИФИ). М.: МИФИ, 1983, с.3.
9. Nix J.R., Swiatecki W.J. — Nucl. Phys., 1965, vol.71, p.1; Nix J.R. — Nucl. Phys., 1969, vol.A130, p.241.
10. Hasse R.W. — Nucl. Phys., 1969, vol.A128, p.609; Phys. Rev., 1971, vol.C4, p.572.
11. Адеев Г.Д., Гончар И.И., Пашкевич В.В. и др. — ЭЧАЯ, 1988, т.19, с.1229.
12. Adeev G.D., Pashkevich V.V. — Nucl. Phys., 1989, vol.A502, p.405c.
13. Kramers H.A. — Physica, 1940, vol.7, p.284.
14. Grange P., Li Jun-Qing, Weidenmuller H.A. — Phys. Rev., 1983, vol.C27, p.2063; Weidenmuller H.A., Zhang Jing-Shang — Phys. Rev., 1984, vol.C29, p.879.
15. Abe Y., Gregoire G., Delagrange H. — J. Phys. Colloq. (Fr.), 1986, vol.47, p.329; Frobrich P., Xu S.Y. — Nucl. Phys., 1988, vol.A477, p.143.
16. Wada T., Carjan N., Abe Y. — Nucl. Phys., 1992, vol.A538, p.283c.; Tillack G.R. — Phys. Lett., 1992, vol.B278, p.403; Косенко Г.И., Гончар И.И., Писчасов Н.И., Сердюк О.И. — ЯФ, 1992 т.55, вып.4, с.920.
17. Хайд Э., Перлман И., Сиборг Г. — Ядерные свойства тяжелых элементов. Вып.5. Деление ядер. М.: Атомиздат, 1969; Vandebosh R., Huizenga J.R. — Nuclear Fission. N.Y.-L.: Academic Press, 1973.
18. Hofman D.C., Hofman M.H. — Ann. Rev. Nucl., Science, 1974, vol.24, p.151.
19. Clerc H.-G., Lang W., Wohlfarth H. et al. — Physics and Chemistry of Fission, 1979, IAEA Vienna, 1980, vol.11, p.65.
20. Hill D.L., Wheeler J.A. — Phys. Rev., 1953, vol.89, p.1102.
21. Карамян С.А., Оганесян Ю.Ц., Пенионжкевич Ю.Э., Пустыльник Б.И. — ЯФ, 1969, т.9, с.715.

22. Адеев Г.Д., Гончар И.И., Пашкевич В.В., Сердюк О.И. — ЯФ, 1989, т.50, с.1242.
23. Freiesleben H., Kratz J.V. — Phys. Rep., 1984, vol.106, p.1.
24. Present R.D. — Phys. Rev., 1947, vol.72, p.7.
25. Адеев Г.Д., Филпенко Л.А., Черданцев П.А. — ЯФ, 1976, т.23, с.30.
26. Gupta R.K., Scheid W., Greiner W. — Phys. Rev. Lett., 1975, vol.35, p.353.
27. Гупта Р.К. — ЭЧАЯ, 1977, т.8, с.717.
28. Greiner W., Ivascu M., Poenaru D., Sandulescu A. — Treatise on Heavy Ion Science/Ed. D.A.Bromley. N.Y.: Plenum Press, 1989, vol.8, p.641.
29. Mustafa M.G., Schmitt H.W., Mosel U. — Nucl. Phys., 1971, vol.A178, p.5.
30. Brack M., Damgaard J., Jensen A.S. et al. — Rev. Mod. Phys., 1972, vol.44, p.320.
Струтинский В.М., Пашкевич В.В., Брак М. и др. — Препринт КИЯИ-73-1.Я, Киев, 1973.
31. Berger J.F., Girod M., Gogny J. — J. Phys. Lett. (Paris), 1981, vol.42, p.L509.
32. Адеев Г.Д., Гончар И.И., Марченко Л.А. — ЯФ, 1985, т.42, с.42.
33. Волков Н.Г., Емельянов В.М., Крайнов В.П. — ЯФ, 1979, т.29, с.1171.
34. Струтинский В.М. — ЖЭТФ, 1963, т.45, с.1891; ЯФ, 1965, т.1, с.821.
35. Айзенберг И., Грайнер В. — Модели ядер. Коллективные и одночастичные явления. М.: Атомиздат, 1975.
36. Strutinsky V.M., Layshchenko N.Ya., Popov N.A. — Nucl. Phys., 1963, vol.46, p.639.
37. Davies K.T.R., Sierk A.J. — J. Comp. Phys., 1975, vol.18, p.311.
38. Beringer R.R. — Phys. Rev., 1963, vol.C131, p.1402.
39. Adeeв G.D., Dossing T. — Phys. Lett., 1977, vol.66B, p.11.
40. Myers W.D., Swiatecki W.J. — Ann. Phys., 1969, vol.55, p.395.
41. Myers W.D. — Droplet Model Atomic Nuclei, N.Y.: IFI/Plenum, 1977.
42. Myers W.D., Swiatecki W.J. — Ann. Phys., 1974, vol.84, p.186.
43. Adeeв G.D., Philipenko L.A. — Phys. Lett., 1977, vol.72B, p.30.
44. Albrecht K. — Nucl. Phys., 1973, vol.A207, p.225.
45. Moretto L.G. — Nucl. Phys., 1972, vol.A180, p.337.
46. Moretto L.G. — Nucl. Phys., 1972, vol.A182, p.641.
47. Jensen A.S., Damgaard J. — Nucl. Phys., 1973, vol.A210, p.282.
48. Jensen A.S., Dossing T. — Physics and Chemistry of Fission IAEA, Vienna, vol.1, p.409.
49. Игнатюк А.В., Шубин Ю.Н. — ЯФ, 1968, т.8, с.1135.
50. Dossing T., Jensen A.A. — Nucl. Phys., 1974, vol.A222, p.493.
51. Wahl A.C., Ferguson R.L., Nethaway D.R. et al. — Phys. Rev., 1962, vol.126, p.1112.
52. Reisdorf W., Unik J.P., Griffin H.C. et al. — Nucl. Phys., 1971, vol.A177, p.337.
53. Qaim S.M., Denchlag H.O. — J. Inorg. and Nucl. Chem., 1972, vol.32, p.1767.
54. Strom P.O., Grecndale A.E., Deluechi D.E. et al. — Phys. Rev., 1966, vol.144, p.983.
55. Schröder W.U., Huizenga J.R. — Treatise on Heavy Ion Science, N.Y.: Plenum Press, 1985, vol.2, p.113.
56. Randrup J. — Nucl. Phys., 1978, vol.A307, p.319.
57. Hofmann H., Siemens P.J. — Nucl. Phys., 1977, vol.A275, p.464.
58. Hofmann H., Jensen A.S. — Nucl. Phys., 1984, vol.A428, p.1c.
59. Hasse R. — Nucl. Phys., 1979, vol. A318, p.480.
60. Hofmann H., Gregoire C., Lucas R., Ngo C. — Z. Phys., 1979, vol.A293, p.229.
61. Pomorski K. — Int. School-Seminar on Heavy Ion Phys. JINR, D7-83-644, Dubna, 1983, p.441.
62. Hernandez E.S., Myers W.D., Randrup J., Remaud B., — Nucl. Phys., 1981, vol.A361, p.483.
63. Kan K.K., Griffin J.J. — Phys. Lett., 1974, vol.503, p.241.
64. Brosa U., Cassing W. — Z. Phys., 1982, vol.A307, p.167.
65. Ngo C., Hofmann H. — Z. Phys., 1977, vol.A282, p.83.
66. Myers W.D., Swiatecki W.J. — Nucl. Phys., 1966, vol.81, p.1.

67. Pauli H.C. — Phys. Reports, 1973, vol.7, p.35.
68. Updegraff W.E., Onley D.S. — Nucl. Phys., 1971, vol.A161, p.191.
69. Адеев Г.Д., Гончар И.И., Марченко Л.А. — В сб.: Материалы 6-й Всесоюзной конференции по нейтронной физике. М.: ЦНИИАтоминформ, 1984, ч.1, с.392.
70. Бор О., Мотгельсон Б. — Структура атомного ядра. М.: Мир, 1977, т.2.
71. Brosa U., Krappe H.J. — Z. Phys., 1978, vol.A287, p.65; Brosa U., Gross D.H.E. — Z. Phys., 1980, vol.A294, p.217.
72. Asghar M. — Z. Phys., 1980, vol.A296, p.79.
73. Asghar M., Hasse R.W. — J. de Phys., 1984, vol.C6, p.455.
74. Martschev E., Pomorski K. — Acta Phys. Pol., 1982, vol.B13, p.747.
75. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
76. Hasse R.W., Nerud P. — J. Phys. G: Nucl. Phys., 1976, vol.2, p.L101.
77. Adee G.D., Gonchar I.I. — Z. Phys., 1985, vol.A320, p.451.
78. Адеев Г.Д., Гончар И.И., Марченко Л.А. — Материалы 6-й Всесоюзной конференции по нейтронной физике. М.: ЦНИИАтоминформ, 1984, ч.2, с.14.
79. Davies K.T.R., Sierk A.J., Nix J.R. — Phys. Rev., 1976, vol.C13, p.2385.
80. Blocki J., Boneh Y., Nix J.R. et al. — Ann. Phys., 1978, vol.113, p.330.
81. Randrup J., Swiatecki W.J. — Ann. Phys., 1980, vol.125, p.193.
82. Nix J.R., Sierk A.J. — Preprint LA-UR-86-698, Los Alamos, 1986.
83. Nix J.R., Sierk A.J. — Preprint LA-UR-87-133, Los Alamos, 1986; Nix J.R., Sierk A.J. — Int. School-Seminar on Heavy Ion, JINR D7-87-68, Dubna, 1986, p.453.
84. Ньютон Дж.О. — ЭЧАЯ, 1990, т.21, с.821.
85. Адеев Г.Д., Пашкевич В.В., Сердюк О.И. — Краткие сообщения ОИЯИ, 1987, 4 [24], с.51.
86. Myers W.D., Mantzouranis G., Randrup J. — Phys. Lett., 1981, vol.98B, p.1.
87. Nifenecker H. — J. Phys. Lett., 1980, vol.41, p.L47.
88. Shen W.Q., Albinsky J., Bock R. et al. — Europhys. Lett., 1989, vol.1, p.113;
89. Shen W.Q., Albinsky J., Gobbi A. et al. — Phys. Rev., 1987, vol.C36, p.115.
90. Генненвайн Ф. — ВАНТ, сер.: Ядерные константы, М.: ЦНИИАтоминформ, 1988, вып.1, с.14.
91. Гундорин Н.А., Дука-Зойоми А., Климан Я. и др. — Сообщения ОИЯИ, P15-88-386, Дубна, 1988.
92. Mantzouranis G., Nix J.R. — Phys. Rev., 1982, vol.C25, p.918.
93. Nifenecker H., Mariolopoulos G., Bocquet J.P. et al. — Z. Phys., 1982, vol.A308, p.39.
94. Schmitt C., Guessous A., Bocquet J. et al. — Nucl. Phys., 1987, vol.A430, p.21.
95. Gleer H.-G., Lang W., Mutterer M. et al. — Nucl. Phys., 1986, vol.A452, p.277.
96. Djebara M., Asghar M., Bocquet J.P. et al. — Nucl. Phys., 1984, vol.A425, p.120.
97. Wahl A.C. — At. Data and Nucl. Data Tables, 1988, vol.39, p.1.
98. Адеев Г.Д., Пашкевич В.В., Писчасов Н.И., Сердюк О.И. — ВАНТ, сер.: Ядерные константы, М.: ЦНИИАтоминформ, 1988, вып.1, с.49.
99. Myers W.D., Swiatecki W.J. — Ark. Fys., 1967, vol.36, p.343.
100. Treiner J., Hasse R.W., Schuck P. — J. Phys. Letters (Paris), 1983, vol.44, p.2733.
101. Brack M., Guet C., Hakansson H.B. — Phys. Reports, 1985, vol.123, p.275.
102. Asghar M., Boucheneb N., Djebara M. et al. — Din.Aspects of Nucl.Fis., JINR E7-92-95, Dubna, 1992, p.215.
103. Fuller A.R.W. — Phys. Rev., 1962, vol.126, p.684.
104. Moretto L.G., Albiston C.R., Mantzouranis G. — Phys. Rev. Lett., 1980, vol.44, p.924.
105. Исаев П.Н. — ЯФ, 1982, т.35, с.1417; Препринт ИЯФ, 81—13, Новосибирск, 1981.
106. Schröder W.U., Huizenga J.K., Randrup J. — Phys. Lett., 1981, vol.98B, p.355.
107. Samaddar S.K., Sobel M.I. — Phys. Lett., 1979, vol.1382, p.191.