

ЭЛЕКТРОННО-ФОТОННЫЕ ЛИВНИ, СОЗДАВАЕМЫЕ ГАММА-КВАНТАМИ И ЭЛЕКТРОНАМИ В ПЛОТНЫХ АМОРФНЫХ ВЕЩЕСТВАХ

Б.Словинский

Институт физики Варшавского технического университета, Варшава, Польша

Дан обзор результатов экспериментальных исследований электронно-фотонных ливней, вызываемых в тяжелых аморфных веществах гамма-квантами и электронами с энергией от 100 МэВ до 200 ГэВ. Приведены основные сведения об элементарных физических явлениях, составляющих ливень. Рассмотрены кратко итоги каскадной теории и метода Монте-Карло численного моделирования этого процесса. Более подробно описаны исследования, выполненные при помощи ксеноновой пузырьковой камеры ИТЭФ (Москва), в которых были получены оригинальные экспериментальные данные о продольных и поперечных профилях, а также флуктуациях и корреляциях в ливнях, создаваемых в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией 100+3500 МэВ. Приведено феноменологическое скейлинговое описание продольных и поперечных профилей, а также их флуктуаций, полученное на основе анализа экспериментальных данных в виде простых формул, удобных для практического использования.

This article reviews mainly the experimental investigations of electromagnetic showers produced in heavy amorphous media by gamma-quanta and electrons within the energy range from 100 MeV to 200 GeV. The basic information about the leading elementary processes which comprise a shower is given. There are also considered briefly the results of the cascade theory and the simulation of a shower by the Monte Carlo method. The investigations performed using the 180 l Xenon Bubble Chamber of the ITEP (Moscow) are described in more detail in which there has been obtained original experimental data concerning the longitudinal and lateral shower profiles, as well as the fluctuations and correlations in showers created in liquid xenon by gamma quanta within the energy range of 100+3500 MeV. The phenomenological scaling description of longitudinal and transversal shower profiles, as well as their fluctuations obtained as a result of the analysis of experimental data is given in the form of simple formulas convenient for practical application.

1. ВВЕДЕНИЕ

Гамма-квант большой энергии ($E_\gamma \gg 2m_e c^2$, где m_e — масса покоя электрона) конвертирует в электрическом поле ядра атома среды в электрон-позитронную пару. В свою очередь, каждая из частиц этой пары,

испытывая ускорение в кулоновском поле атомных ядер вещества, может испускать жесткие гамма-кванты (далее в тексте также: фотоны), способные создавать электрон-позитронные пары, и так далее. Таким образом, по мере увеличения глубины вещества вдоль направления движения первичного гамма-кванта, происходит размножение частиц: гамма-квантов, электронов и позитронов. Этот процесс, называемый электронно-фотонным ливнем (ЭФЛ)*, развивается до тех пор, пока энергия тормозных гамма-квантов превышает $2m_0c^2$. Потом ливень затухает. ЭФЛ может быть вызван также электроном, позитроном и, со значительно меньшей вероятностью, мюоном и более тяжелыми частицами.

Естественно, процесс образования ЭФЛ не исчерпывается столь простой картиной, которая отражает лишь его основные черты. Существенную роль играют ионизация и возбуждение атомов среды, являющиеся главным тормозящим фактором, а также многократное кулоновское рассеяние ливневых электронов и позитронов и комптоновское рассеяние мягких гамма-квантов, благодаря чему, в основном, ЭФЛ приобретает пространственную структуру. Существуют и другие явления электромагнитной природы, которые к тому же широко используются для детектирования этого явления, в особенности, черенковское излучение, также играющее роль тормозящего фактора.

Качественно новые эффекты появляются в области энергий 100 ГэВ и более, которые оказывают заметное влияние на процесс поглощения ливневых частиц в толще вещества: эффект Чудакова и явление, на которое впервые указали Ландау и Померанчук, а количественно проанализировал на квантово-механическом уровне Мигдал (далее: ЛПМ-эффект). Эти эффекты приводят к дополнительному увеличению преимущественно продольных размеров ливней, вызываемых фотонами (или электронами и позитронами) сверхвысоких энергий и развивающихся в плотных веществах. Кроме того, в области энергий несколько ТэВ сечения слабых и электромагнитных взаимодействий становятся сравнимыми по величине, и, следовательно, состав ЭФЛ пополняется адронами, мюонами и нейтрино, что приводит к увеличению, главным образом, опять-таки продольных размеров ливней. Наконец, когда ливень развивается в монокристалле, а инициирующая его частица (фотон, электрон или позитрон) падает параллельно кристаллической оси, вследствие когерентности процессов тормозного излучения и образования электрон-позитронных пар, потери энергии ливневых частиц мо-

*В литературе можно встретить в качестве синонимов различные названия этого процесса: электромагнитный каскад, каскадный ливень, электронно-фотонный каскад и др.

гут возрасти на порядок величины по сравнению с аморфной средой. В результате этого так называемого радиационного охлаждения продольные размеры ливня становятся намного меньше, по крайней мере, в его начальной части, где сохраняется условие каналирования ливневых частиц в кристалле.

Образование ЭФЛ было впервые обнаружено Б.Росси [1] в 1932 г. Экспериментальная установка состояла из трех счетчиков Гейгера — Мюллера, окруженных и расположенных треугольником таким образом, чтобы они не запускались одновременно одной и той же ионизирующей частицей космического излучения. Тем не менее в течение одного часа было зарегистрировано $(35,5 \pm 1)$ совпадений. Удалив затем верхнюю часть свинцового экрана, Росси отметил уменьшение числа совпадений до $(10,0 \pm 0,5)$ в час. Результаты наблюдений он объяснил образованием космическими лучами вторичных ионизирующих частиц в свинцовом экране (см. также [2, с.372]). Этот опыт инициировал интенсивные исследования, сперва экспериментальные, а потом и теоретические, электронно-фотонных ливней космическими лучами, причем особенно быстрый прогресс в экспериментальных исследованиях был обусловлен применением камер Вильсона со свинцовыми пластинами внутри, помещенных в магнитное поле. Благодаря этому можно было довольно точно определить состав и оценить пространственную структуру ливней. По мнению одного из создателей теории ливней В.Гайтлера ([3, с.434]), ЭФЛ были впервые достоверно обнаружены именно в камере Вильсона [4]. Следующий существенный шаг вперед в этих исследованиях был сделан в то время, когда оказалось возможным получать хорошо коллимированные пучки гамма-квантов.

Первые два подхода к теории электронно-фотонных ливней появились в 1937 г. Это так называемый метод последовательных столкновений [5], который, однако, не получил дальнейшего широкого развития, и аналитический метод, основанный на одномерных уравнениях диффузии [6] в приближении А (т.е. без учета ионизационных потерь ливневых частиц) и в приближении Б (т.е. когда эти потери считались постоянной величиной). Решением этих уравнений, которое первоначально было получено в приближении А [7], являются каскадные функции, т.е. средние числа электронов* и фотонов в определенном интервале энергий и на данной глубине поглотителя, в котором образовался ливень, вызванный либо первичным гамма-квантом, либо электроном. Потом были так-

*Поскольку в большинстве детекторов ливней нет возможности отличать электроны от позитронов, то, как правило, под электронами подразумевают сумму электронов и позитронов.

же получены решения диффузных уравнений в приближении Б. Надо подчеркнуть, что решения уравнений одномерной каскадной теории, в том числе и приближенные, получены при весьма строгих упрощающих ограничениях: полное экранирование, отсутствие кулоновского рассеяния, асимптотические формулы на сечения тормозного излучения и образования электрон-позитронных пар, постоянство ионизационных потерь. Следовательно, они достаточно удовлетворительно описывают распределение ливневых частиц очень больших энергий в легких веществах ($Z \leq 30$) [8—12]. Впоследствии было введено приближение В, в котором учтено отличие сечений радиационного торможения и образования пар от асимптотических [13]. Расширена также применимость приближения А каскадной теории на область сверхвысоких энергий и очень плотных поглотителей путем учета ЛПМ-эффекта [14].

Однако, из-за угловой зависимости процессов тормозного излучения, образования пар и, главным образом, многократного кулоновского рассеяния ливневых электронов, которое особенно сильно проявляется в поглотителях, состоящих из тяжелых элементов, пространственная структура реальных ливней существенно отличается от одномерной. Другими словами, в реальном ливне, развивающемся в достаточно тяжелом веществе, электроны и фотоны перемещаются отнюдь не вдоль направления движения частицы, инициирующей ливень, т.е. вдоль оси ливня, а имеют значительный угловой разброс относительно этого направления. Этот разброс тем больше, чем меньше энергия ливневых частиц и тяжелее атомы среды. Таким образом, поперечное относительно оси ливня размытие ЭФЛ обусловлено, в основном, именно низкоэнергетическими электронами и фотонами, и оно увеличивается с глубиной ее проникновения. Тем не менее это размытие в среднем невелико по отношению к продольным размерам ливня, так как электроны и фотоны низких энергий сильно поглощаются в веществе.

Оценки поперечных размеров ливней в виде среднего квадрата угла отклонения ливневых частиц и среднего квадрата расстояния от оси ливня можно получить и в рамках одномерной каскадной теории, особенно для легких поглотителей [11]. Однако последовательное описание пространственной структуры этого явления возможно лишь в рамках трехмерного подхода к данной задаче. Первые попытки создать такую теорию ливней были предприняты в 1940 г. [15,16] и продолжены в последующих работах [17—19] (см. также обзоры [9,10] и цитируемую там литературу). Их основной целью было описание электромагнитной компоненты широких атмосферных ливней. В случае же тяжелых поглотителей, представляющих особый практический интерес как детектирующая и защитная среда, уравнения диффузии трехмерной каскадной теории,

которые точно учитывают экранирование, а также энергетическую зависимость коэффициента поглощения фотонов и рассеяние ливневых частиц, настолько сложны, что не существует аналитических методов их эффективного решения [10], а для получения численных результатов требуется ЭВМ. Поэтому в последнее время каскадная теория практически успешно применяется лишь при анализе экспериментальных данных, относящихся к широким атмосферным ливням, регистрируемым рентгеноэмульсионными камерами различных конструкций [20], так как в этом случае применимо так называемое осевое приближение. К расчетам же электронно-фотонных ливней, развивающихся в тяжелых поглотителях и вызываемых частицами более низкой энергии (десятки МэВ и выше), был применен метод Монте-Карло численного моделирования этого процесса, свободный от отмеченных выше ограничений.

В первой работе, в которой изучались методом Монте-Карло ливни, образованные в свинце электронами и фотонами с энергией от 20 до 500 МэВ, в качестве генератора численных значений, соответствующих учитываемым явлениям, была применена рулетка, приводимая в движение электрическим мотором [21]. Мотор, в свою очередь, запускался и выключался первоначально оператором вручную, а потом, в усовершенствованном варианте рулетки, выключался счетчиком Гейгера — Мюллера, срабатывающим от космического излучения несколько секунд спустя после включения. Автор этой работы рассчитал каскадные кривые и сравнил их с результатами каскадной теории и экспериментальными данными. В первом случае получилось явное расхождение, показывающее, насколько важно учитывать многократное рассеяние ливневых электронов. Во втором случае отмечено удовлетворительное согласие, указывающее на перспективность примененного метода.

В последующие годы было создано много разнообразных программ численного моделирования электронно-фотонных ливней на ЭВМ. Эти программы с различной степенью точности учитывают элементарные физические процессы, составляющие ЭФЛ, а также свойства и конфигурацию среды, в которой он развивается (например, [22—24]). Среди них особое внимание привлекают программы универсального характера, которые к тому же постоянно совершенствуются с учетом многочисленных предложений и пожеланий пользователей [25—27]. Но так как метод Монте-Карло лишен привычного и подчас полезного свойства наглядности и, вместе с тем, требует много компьютерного времени (обычно это время растет линейно с энергией [28]), возникла потребность в параметризации основных характеристик ливней, рассчитанных этим методом [29,30], а также в разработке новых алгоритмов быстрого моделирования [31—36]. По аналогичным соображениям создаются банки (или

библиотеки) ливней, причем как численно промоделированных, так и измеренных экспериментально (например, [37,38]).

Метод Монте-Карло успешно применяется и в области сверхвысоких энергий (~1000 ТэВ и выше) [35,39,40], благодаря чему оказалось возможным последовательно учесть, в частности, эффект экранирования и ЛПМ-эффект. При этом используется и гибридный подход, или так называемый модифицированный метод Монте-Карло, в котором розыгрыш проводится до тех пор, пока на каждом уровне наблюдения получаются каскадные частицы с такой энергией, средние каскады от которых имеются в заранее накопленном банке данных [40]. Особенно широкое применение численное моделирование ЭФЛ методом Монте-Карло получило при проектировании и оптимизации характеристик различного типа calorimeters (см., например, [36,41—44]), причем в качестве общепринятого мирового стандарта чаще всего применяется программа EGS-4 [26]. Более того, эта программа применяется также для оценки воздействия электромагнитного излучения на материалы [45].

Экспериментальному исследованию электронно-фотонных ливней посвящено довольно много работ. Подавляющее их большинство касается ливней, вызываемых электронами и лишь относительно небольшая часть — ливням, инициируемым фотонами. Есть также работы, в которых ливни были образованы позитронами. Рассматриваемый интервал энергий первичных частиц простирался от 10 МэВ до 200 ГэВ. Ливни изучались при помощи различного рода детекторов: трековых приборов — камер Вильсона [46—48], искровых камер [49—53], фотографических эмульсий [54], пузырьковых камер [55—57], стримерных камер [58], дрейфовых камер (для улучшения пространственного разрешения) [59]; счетчиков — черенковских [60—62], газоразрядных [63] и сцинтилляционных [64,65]; позиционных детекторов — ионизационных камер [66], сцинтилляционных зондов [67], термолюминесцентных дозиметров [68,69], а также многослойных детекторов, состоящих из свинцовых пластин и чувствительных материалов: сцинтилляторов [70—72], дозиметрических стекол [73] и стопок рентгеновской пленки [74]*. Основной целью большинства этих работ было исследование продольного и поперечного развития ливней в тяжелых аморфных веществах в интервале энергий до 10 ГэВ, в частности, профилей энерговыделения, энергетической зависимости положения максимума и числа частиц в максимуме, энергетической зависимости интегрального пробега ливня, а также флуктуаций.

Существенным преимуществом трековых детекторов является возможность восстановления пространственной структуры индивидуальных

*Ссылки на другие работы, касающиеся экспериментального исследования ливней, можно найти в цитируемых здесь публикациях.

событий, хотя, как правило, статистическая точность при этом невысока. С другой стороны, позиционные детекторы могут быть источниками информации только о диссипации энергии в ЭФЛ. Наиболее же простыми считаются эксперименты, в которых используются счетчики. Этот метод обеспечивает также хорошую статистическую точность экспериментальных результатов. Однако в простейшем варианте таким образом можно лишь определить усредненный профиль ЭФЛ [65].

Известные методические достоинства детекторов ливней призваны в оптимальной степени совмещать создаваемые, особенно в последние годы, электромагнитные калориметры различных типов и конструкций [75,76]. С их помощью были измерены продольные и поперечные профили энерговыведения в ЭФЛ, образованных электронами с энергией от нескольких ГэВ до 200 ГэВ [77—88]. В некоторых работах, выполненных с помощью этих установок, обнаружено отклонение продольного профиля ливня от экспоненциального на больших глубинах поглотителя [77,79,81,83]. Радиальные же распределения ЭФЛ чаще всего аппроксимируют суммой двух экспонент, причем одна из них описывает относительно узкую жесткую сердцевину ливня, вторая — его мягкую, размытую компоненту [78,82,84,87,88]. Однако условия, которым должны удовлетворять калориметры, — надежная идентификация частиц, хорошее энергетическое и пространственное разрешение — требуют не только знания продольных и поперечных профилей ливней, но и их флуктуаций, корреляции различных характеристик ЭФЛ, а также флуктуации положения оси ливня, вызванного первичным гамма-квантом. Программа исследований всех этих характеристик электронно-фотонных ливней, образованных гамма-квантами с энергией в интервале 100+3500 МэВ была осуществлена при помощи 180-литровой ксеноновой пузырьковой камеры (КПК) ИТЭФ (Москва) [89]. Ранее ряд экспериментальных работ по методике определения энергии гамма-квантов и изучению отдельных характеристик инициируемых ими ЭФЛ был выполнен при помощи 24-литровой КПК ОИЯИ [90].

КПК предоставляет уникальные возможности детального анализа индивидуальных случаев ЭФЛ, создаваемых гамма-квантами с энергией выше ~10 МэВ. Одним из главных достоинств КПК является небольшое значение радиационной единицы длины $t_0(\text{Xe}) = (4,05 \pm 0,17) \text{ см}$ [91]* и

*Эта величина несколько больше, чем аналогичные оценки, приводимые в литературе для жидкого ксенона (например, [92]), так как в КПК добавляют: 0,5% этилена по весу [90] или 1% пропана и 0,7% этилена по объему [89] для гашения сцинтилляций и получения надежной чувствительности к ионизирующему излучению. В дальнейшем нами принято в качестве радиационной единицы длины в КПК значение 4 см. Определение радиационной единицы длины дано в разд.2.

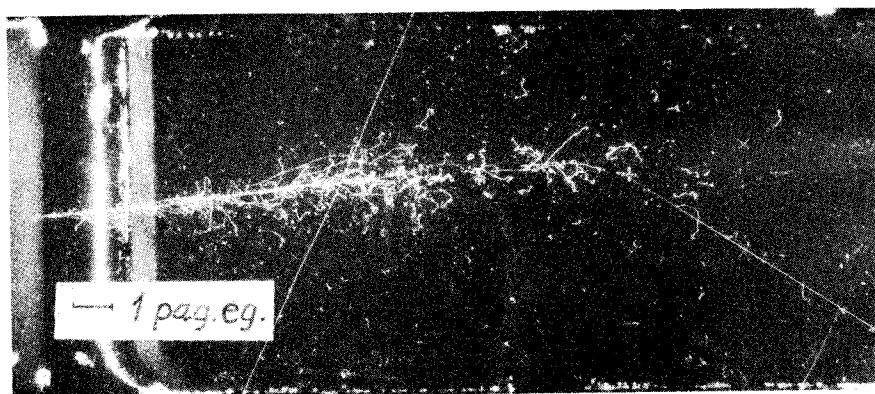


Рис.1. Электронно-фотонный ливень, вызванный гамма-квантом с энергией ~ 3 ГэВ, зарегистрированный в 180-литровой ксеноновой пузырьковой камере ИТЭФ (Москва). Указана радиационная единица длины

достаточно четкое изображение следов электронов с энергией, превышающей 0,5—1,5 МэВ. Кроме того, точно фиксируется точка конверсии первичного гамма-кванта и ось ливня, а длины проекции следов ливневых электронов можно измерить в среднем с относительной погрешностью не более 0,2. На рис.1 в качестве иллюстрации показан типичный случай электронно-фотонного ливня, вызванного гамма-квантом с энергией около 3 ГэВ, зарегистрированного на снимке со 180-литровой КПК ИТЭФ (Москва). Нетрудно также, как правило, отделить посторонний фон, происходящий от других заряженных частиц, и избежать ошибок, связанных с наложением ливней от двух гамма-квантов, возникших, в частности, от распада высокоэнергетического π^0 -мезона. Пример события такого рода представлен на рис.2. Линейные размеры упомянутых камер достаточно велики, что, в дополнение к перечисленным достоинствам, делает их весьма полезными детекторами для исследования ЭФЛ в интервале энергий от нескольких десятков МэВ до нескольких ГэВ. Так, размеры 24-литровой КПК ОИЯИ составляют $11 \times 7 \times 4,5$ рад.ед. [90], размеры 180-литровой КПК ИТЭФ — $25 \times 11 \times 10$ рад. ед. [89].

Результаты исследования ЭФЛ, проводимого с помощью КПК, кроме относительной широты и разнообразия решаемых задач, представляют интерес еще и потому, что по ливневым свойствам к жидкому ксенону близки многие материалы, применяемые в качестве радиаторов черенковских спектрометров. Следует также подчеркнуть, что в последнее время создаются детекторы жесткого электромагнитного излучения, в

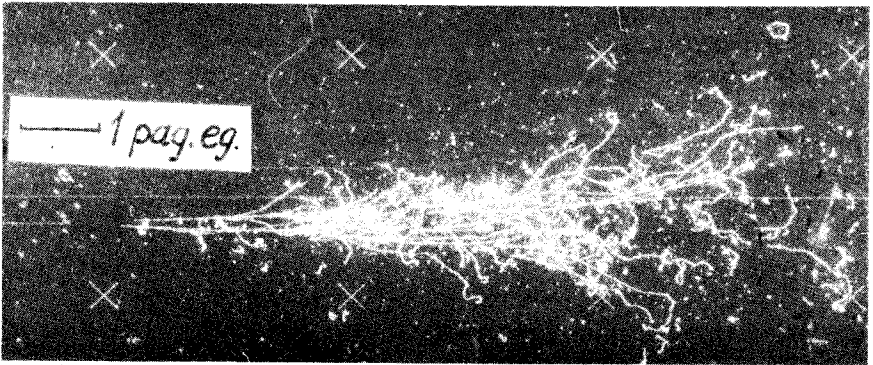


Рис.2. Распад π^0 -мезона с энергией $\sim 3,5$ ГэВ на два гамма-кванта, которые образуют два близколежащих электронно-фотонных ливня. Снимок с 180-л КПК ИТЭФ (Москва)

которых в качестве активного вещества используется жидкий и даже твердый ксенон, например, жидко-ксеноновый калориметр для регистрации ЭФЛ от электронов и фотонов с энергией от 1 до 10 ГэВ [93]. Предложен также ксеноновый детектор, состоящий из большого количества ячеек ($2 \cdot 10^4$), предназначенный для ускорителей со встречными пучками следующих поколений [94]. Как известно, детекторы такого рода должны удовлетворять, кроме отмеченных выше, довольно жестким критериям, прежде всего: однородный акцептанс, линейный отклик в широком динамическом интервале, нечувствительность к радиационным повреждениям при больших и продолжительных нагрузках ($> 10^{33} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$), короткое время срабатывания. Оказывается, что жидкий ксенон по большинству этих требований имеет преимущество перед другими сцинтилляторами (BGO, NaI(Tl), BaF₂, TSM). Он, в частности, практически нечувствителен к радиационному повреждению (его радиационная стойкость более 10^7 рад [94]), нечувствителен к магнитному полю, некритичен к степени чистоты и дает возможность добиться отношения e/h , близкого к единице [95].

Целью настоящего обзора является изложение наиболее важных результатов, относящихся главным образом к экспериментальному исследованию электронно-фотонных ливней, вызываемых в плотных аморфных веществах гамма-квантами и электронами в интервале ускорительных энергий. Основательная и детальная информация на эту тему необходима при решении ряда сложных задач по оценке фона и оптимизации характеристик различного типа уже существующих и проекти-

руемых электромагнитных, а также адронных калориметров, которые, как уже отмечалось, должны удовлетворять весьма жестким требованиям. Во втором разделе описаны основные элементарные физические явления, составляющие ЭФЛ, и приведены определения параметров, характеризующих пространственно-динамическую картину этого процесса. Третий раздел содержит краткий обзор итогов каскадной теории, причем главный упор сделан на те результаты, которые в настоящее время представляют практическое значение. Альтернативный подход к описанию каскадного электромагнитного процесса, основанный на его численном моделировании методом Монте-Карло, вкратце представлен в разд.4. Результаты экспериментальных исследований различных характеристик ливней собраны в разд.5. Там же приведено феноменологическое скейлинговое описание продольных и поперечных профилей ливней и их флуктуаций, полученное на основе анализа экспериментальных результатов в виде простых формул, удобных для практического использования. Такое описание часто дает возможность получить достаточно надежные количественные оценки, не прибегая к громоздким расчетам методом Монте-Карло. В разд.6 подведены итоги данного обзора.

2. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ И ЛИВНЕВЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Процесс образования электронно-фотонного ливня можно представить в виде последовательности более элементарных и независимых актов взаимодействий, которые испытывает каждая из появившихся ливневых частиц. Хотя в действительности это не совсем строгое представление (например, комптоновское рассеяние на электронах атомов среды сопровождается ионизацией и возбуждением этих атомов), однако это полезное упрощение, тем более что таким образом можно добиться достаточно точного описания обсуждаемого явления. Кроме того, при рассмотрении свойств ливней принято пользоваться некоторыми характерными величинами, зависящими только от свойств среды, — радиационной единицей длины*, единицей Мольера и критической энергией. Окажется, что если продольные и поперечные размеры ЭФЛ, а также начальную и вторичные энергии выразить через эти параметры, то зависимость развития ливней от среды в достаточно тяжелых веществах существенно ослабевает.

*В литературе можно встретить в качестве синонимов и другие названия: радиационная длина, радиационная единица, ливневая единица, l -единица, каскадная единица.

В настоящем разделе приведены выражения для вероятностей основных элементарных процессов, составляющих ЭФЛ, и даны определения упомянутых ливневых параметров. Указаны также пределы применимости приводимых формул. Для удобства описание обозначений физических величин сведено в табл. 1.

Таблица 1. Обозначения и их описание

E_γ	— энергия гамма-кванта;
E'_γ	— энергия вторичного гамма-кванта, если первичной частицей является гамма-квант;
m	— масса покоя электрона;
c	— скорость света;
v	— скорость электрона или позитрона; $\beta = v/c$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$;
E	— полная энергия электрона или позитрона в единицах mc^2 ;
p	— импульс электрона в единицах mc ;
E'	— полная энергия вторичного электрона или позитрона (в единицах mc^2), если первичной частицей является электрон или позитрон;
α	— постоянная тонкой структуры;
r_e	— классический радиус электрона;
e	— электрический заряд электрона;
h	— постоянная Планка;
Z	— электрический заряд ядра (в единицах e);
A	— массовое число ядра;
t_0	— радиационная единица длины;
N_0	— число Авогадро;
ρ	— плотность ($г/см^3$);
I	— потенциал ионизации атома;
$n = \rho N_0 Z/A$	— концентрация;
n	— коэффициент преломления.

Образование электрон-позитронных пар фотонами. Дифференциальное сечение образования электрон-позитронной пары фотоном с энергией E_γ в поле атомного ядра, проинтегрированное по углам, можно представить в следующем виде [11, 96]:

$$\sigma_{ap}(E_\gamma, E)dE = 4\alpha Z^2 r_e^2 \ln(183Z^{-2/3}) (dE/E_\gamma) \psi(E_\gamma, E). \quad (1)$$

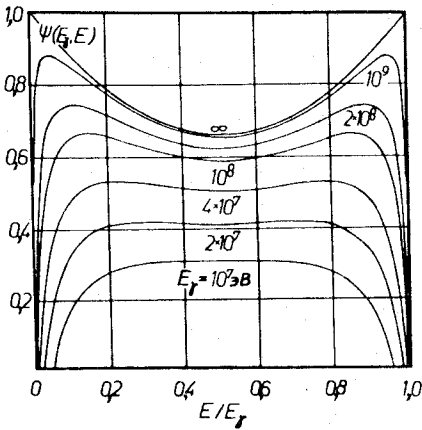


Рис.3. График функции $\psi(E_\gamma, E)$, описывающей зависимость эффективного сечения образования в воздухе электрон-позитронной пары фотоном с энергией E_γ [11]. E — энергия одной из частиц пары

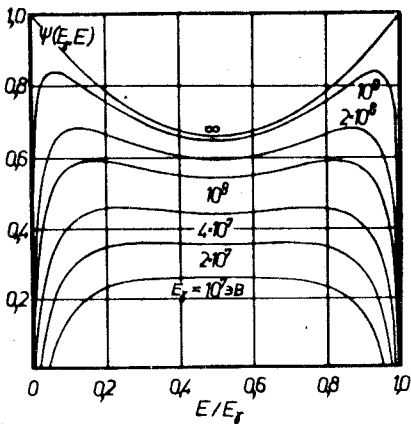


Рис.4. То же, что на рис.3, для свинца [11]

Так как образование пары происходит на некотором расстоянии от атомного ядра, то его электрический заряд экранируют атомные электроны. Влияние этого экранирования определяет параметр

$$\xi \approx (136mc^2/E_\gamma)Z^{-1/3}/u(1-u), \quad (2)$$

который пропорционален отношению эффективного радиуса атома к максимальному значению параметра соударения. Здесь $u = E/E_\gamma$.

Экранирование считается полным, когда $\xi \approx 0$, и отсутствует, если $\xi \gg 1$. Из (2) видно, что ξ уменьшается с ростом E_γ . Следовательно, в области высоких энергий первичные гамма-кванты конвертируют в электрон-позитронные пары при полном экранировании. Информацию об экранировании в рассматриваемом процессе содержит функция $\psi(E_\gamma, E)$.

Ее график для воздуха и свинца при семи значениях энергии E_γ представлен на рис.3 и 4 соответственно. Общепринятая в настоящее время аналитическая аппроксимация этой функции получена в предположении потенциала Томаса — Ферми с точностью 1% Месселом и Кроуфордом [97].

При высоких энергиях электрон-позитронные пары испускаются в очень узком угловом конусе в направлении первичных фотонов. Поэтому обычно принимается, что на-

правления движения пары и родившего ее гамма-кванта совпадают. В качестве критерия применимости такого предположения можно воспользоваться, согласно [97], отношением среднеквадратичного угла вылета пары к углу многократного рассеяния на длине $t \approx 0,7$ рад.ед. В данном

случае это отношение, приблизительно равное $\ln E/30$, должно быть достаточно малой величиной [97].

Суммарное сечение образования электрон-позитронной пары фотоном в поле атомного ядра и атомных электронов имеет вид [9, 11, 98]:

$$\sigma_p(E_\gamma, E) dE = 4\alpha Z(Z + \xi) \ln(183Z^{-1/3}) r_e^2 (dE/E_\gamma) \psi(E_\gamma, E), \quad (3)$$

где

$$\xi = \ln(1440Z^{-2/3}) / \ln(183Z^{-1/3}) \quad (4)$$

и меняется от 1,33 при $Z = 5$ до 1,16 при $Z = 82$ [96].

Поскольку выражение (3) получено в рамках борновского приближения, которое приводит к заниженным значениям σ_p при низких энергиях, то к сечению (3) добавляют полуэмпирическую поправку $A(Z) \ln E_\gamma/E_\gamma$ (для свинца $A(Z) = 0,284$) [97]. В случае же сверхвысоких энергий, когда угол между электроном и позитроном пары очень мал ($\theta_p \approx mc^2/E_\gamma$), передача продольного импульса ядру мала и, согласно соотношению неопределенностей, продольные размеры $r_{||}$ области взаимодействия значительно возрастают. В достаточно плотной среде они могут охватывать много атомов так, что среднеквадратичный угол многократного рассеяния на пути $r_{||}$ может оказаться больше угла θ_p . Тогда, как было показано Ландау и Померанчуком [99] и Мигдалом [100], в аморфной среде происходит уменьшение величины образования пар в сравнении с выражением (3) [97]. Например, в свинце этот эффект становится существенным при $E_\gamma \geq (2 \cdot 10^{12} - 10^{13})$ эВ [9, 101].

Тормозное излучение электрона. Дифференциальное сечение образования фотона электроном в поле ядра и атомных электронов, проинтегрированное по углам, имеет вид [9, 11, 98]:

$$\sigma_b(E, E_\gamma) dE_\gamma = 4\alpha Z(Z + \xi) \ln(183Z^{-1/3}) r_e^2 (dE_\gamma/E_\gamma) \phi(E, E_\gamma). \quad (5)$$

Аналогично случаю образования электрон-позитронной пары функция $\phi(E, E_\gamma)$ учитывает эффект экранирования. В рамках модели атома Томаса — Ферми получена (с точностью $\sim 1\%$) аналитическая аппроксимация этой функции [97]. Роль параметра экранирования играет здесь величина

$$\xi \approx (136mc^2/E) Z^{-1/3} v/(1-v), \quad (6)$$

где $v = E_\gamma/E$. Легко заметить, что при достаточно высоких энергиях электронов их радиационные потери происходят практически в условиях полного экранирования. Графически зависимость функции $\phi(E, E_\gamma)$ от

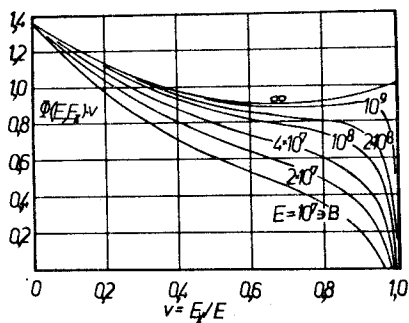


Рис.5. График функции $\phi(E, E_\gamma)$, описывающей зависимость эффективного сечения тормозного излучения с энергией E_γ электроном с энергией E в воздухе [11]

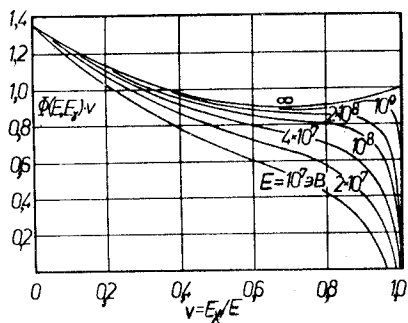


Рис.6. То же, что на рис.5, для свинца [11]

энергии E_γ испускаемых гамма-квантов для нескольких значений энергии E первичных электронов в воздухе и свинце изображена на рис.5 и 6 соответственно. Угловым разбросом вторичных фотонов можно пренебречь, как и ранее, если величина $\ln E/30$ достаточно мала [97].

По соображениям, аналогичным случаю образования электрон-позитронных пар, приведенное выражение для эффективного сечения нуждается в корректировке. Итак, в интервале не очень высоких энергий суммарное сечение тормозного излучения (5) умножают на фактор $1 + 3(\alpha Z)^{1/3}/E$ [97]. При ультрарелятивистских энергиях ($E \geq 10^{12}$ эВ) вследствие ЛПМ-эффекта уменьшается вероятность излучения тормозных фотонов более низких энергий. Так, например, в свинце эффективное сечение образования фотонов с энергией $E_\gamma < 10^{-3}E$ уже при $E = 10^{10}$ эВ меньше, чем ожидаемое без учета этого эффекта. При более высоких значениях энергии электронов верхний предел значений E_γ ,

которым соответствует уменьшение значения сечения, возрастает, и при $E = 10^{13}$ эВ практически достигает максимума, т.е. $E_\gamma \approx E$ [9,10].

Возбуждение и ионизация атомов. Быстрые электроны и позитроны испытывают неупругие столкновения с атомами среды и теряют свою энергию на их возбуждение и ионизацию. Это так называемые ионизационные потери энергии. Выражения для эффективных сечений неупругого рассеяния электронов и позитронов на атомных электронах были впервые получены Меллером [102] и Баба [103] соответственно. Однако, с практической точки зрения, удобно пользоваться макроскопической величиной средних потерь энергии на единицу пройденного частицей пути,

известной как формула Бете — Блоха [104—111]. Для электронов ее можно записать в следующем виде [112]:

$$(-dE/dx)_{\text{ion}} = 2\pi r_e^2 mc^2 \beta^{-2} n [\ln(mc^2 EI^{-2}) + 0,43 + 2 \ln(\beta\gamma) - \beta^2 - \delta]. \quad (7)$$

Здесь I означает средний потенциал ионизации атома, δ — поправка, учитывающая эффект плотности среды. Стернхаймером получена эмпирическая аппроксимация зависимости от Z величины I в интервале $Z \geq 13$, представляющем наибольший практический интерес [113]:

$$I = 9,73Z + 58,8Z^{-0,19} \text{ эВ}. \quad (8)$$

Существуют и другие аппроксимации зависимости от Z среднего (или эффективного) потенциала, например, в рамках модели Томаса — Ферми [114,75]: $I = 16Z^{0,9}$ эВ или просто $I = 12Z$ эВ. Для сложных веществ средний потенциал равен [115]:

$$\ln I = \sum_i g_i \ln I_i,$$

где g_i означает отношение концентрации электронов в атомах i -го сорта к суммарной концентрации электронов данного материала. Вклад поправки δ зависит от энергии частицы и свойств вещества. В табл. 2 приведены результаты расчетов доли, которую эта поправка составляет в сравнении со средними ионизационными потерями энергии электронов в различных материалах. Можно заметить, что с ростом E увеличивается влияние эффекта плотности среды. Это увеличение компенсирует логарифмический рост ионизационных потерь энергии, благодаря чему наблюдается так называемое плато Ферми [116].

Таблица 2. Вклад поправки δ (в %) в средние ионизационные потери электронов с энергией E в различных материалах [115]

E , МэВ	H	O	Ne	A	C	Al	Cu	Pb
1	0	0	0	0	3,53	2,09	3,78	0,85
10	0	0	0	0	14,3	10,4	12,8	7,44
100	3,55	4,23	1,21	2,25	29,2	24,8	25,7	19,7

В действительности более рационально относить уменьшение ионизационных потерь энергии электронов, обусловленное эффектом плотности среды, к суммарным потерям энергии электронов на столкновения, ионизацию и тормозное излучение, которое доминирует при достаточно высоких энергиях электронов ($E \geq 10$ МэВ). Такие оценки даны в табл. 3.

Таблица 3. То же, что в табл.2, относительно суммарных потерь энергии электронов в веществе [115]

E , МэВ	H	O	Ne	A	C	Al	Cu	Pb
1	0	0	0	0	3,5	2,15	3,60	0,7
10	0	0	0	0	13,2	8,84	9,23	3,68
100	2,83	2,01	0,52	0,69	14,1	8,11	4,83	1,75

Для сложных веществ средние ионизационные потери энергии электронов можно записать в виде

$$\left(-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right) = \sum_i n_i \left(-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_i$$

где n_i — концентрация i -го компонента вещества.

Распределение ионизационных потерь энергии быстрых электронов в достаточно толстых слоях вещества асимметрично и характеризуется четко выраженным максимумом, обусловленным большим числом дальних столкновений, которые приводят к возбуждению атомов, и длинным спадом, пропорциональным E^{-2} , вызванным соударениями на близких расстояниях и описывающим энергетическое распределение электронов, выбиваемых из атомов (так называемые δ -электроны). Другими словами, быстрый электрон испытывает в среде большое количество столкновений, в каждом из которых теряет незначительную долю своей энергии, и небольшое число таких столкновений, в которых он передает значительное количество своей энергии, до максимальной включительно. Средние потери энергии $\bar{\Delta} = [x(dE/dx)]$ в слое вещества толщиной x связаны с наиболее вероятными Δ_0 в том же слое следующим образом [117]:

$$(\bar{\Delta} - \Delta_0)\beta^2 / (2\pi r_e^2 m c^2 N_0) = 0,37x(Z/A).$$

Количественное описание флуктуаций ионизационных потерь энергии было впервые получено Ландау [118], а затем и другими авторами [119—123] (см. также [75]).

В тех случаях, когда не требуется большая точность, средние ионизационные потери энергии электронов и позитронов с энергией не менее 1 МэВ можно аппроксимировать формулой [95]:

$$-dE/dx = a - b E^{-c} \text{ [МэВ/см]}, \quad (9)$$

где постоянные a , b и c , зависящие от вещества, приведены в табл.4.

Таблица 4. Значения констант a , b и c в формуле (9) [97]

Вещество	a , МэВ/см	Электроны		Позитроны	
		b	c	b	c
РЬ	11,41	3,25	0,567	2,85	0,528
Al	3,84	0,59	0,768	0,45	0,704
С	11,31	2,32	0,574	1,92	0,516
Вода	2,00	0,29	0,834	0,21	0,764
Эмульсия (Ильфорд G5)	5,07	1,15	0,593	0,98	0,549

Множественное кулоновское рассеяние. Быстрый электрон испытывает в конечном слое вещества множество квазиупругих взаимодействий с атомами, атомными электронами и ядрами, в результате которых его энергия может уменьшиться лишь незначительно, но меняется направление движения частицы. В простейшем случае, когда толщина слоя небольшая и, следовательно, углы θ рассеяния малы, распределение плотности вероятности $P(\theta)$ имеет вид [124]:

$$P(\theta)d\theta = (2/\langle\theta^2\rangle) \exp[-\theta^2/\langle\theta^2\rangle] \theta d\theta, \tag{10}$$

где

$$\langle\theta^2\rangle = Z^2(N_0/A) (4cr_e^2/\alpha^2) \ln(181Z^{-1/3})/(E\beta^2)^2.$$

В общем случае задача многократного кулоновского рассеяния решена Мольбером [125] и другими авторами [126—128, 26]. Численные значения функций, через которые можно выразить распределение по углу рассеяния электронов, прошедших слой вещества определенной толщины, приведены в [97].

Комптоновское рассеяние гамма-квантов. Дифференциальное сечение рассеяния гамма-кванта на свободном электроне (комптоновское рассеяние) описывается формулой Клайна — Нишина [129]:

$$\sigma_c(E_\gamma, E'_\gamma) dE'_\gamma = \pi r_e^2 (mc^2 dE'_\gamma/E_\gamma) [1 + u^2 - 2(1 + k_0)/k_0^2 + (1 + 2k_0)u/k_0^2 + 1/(uk_0^2)]/u. \tag{11}$$

Здесь $u = E'_\gamma/E_\gamma$, $k_0 = E_\gamma/mc^2$ и $1/(1 + 2k_0) < u < 1$. Из закона сохранения энергии и импульса следует, что угол рассеяния гамма-кванта θ_γ и угол вылета электрона отдачи θ_e (относительно направления первичного фотона) определяются формулами

$$\cos \theta_\gamma = 1 - (1/u - 1)/k_0 \text{ и } \cos \theta_e = \sqrt{1 - u} (1 + 1/k_0) / \sqrt{(1 - u) + 2k_0}.$$

Фотоэффект. Фотоэффект состоит в поглощении атомом фотона с последующим испусканием электрона, обладающего энергией этого фотона, уменьшенной на энергию связи электрона в атоме. Взаимодействие происходит с электронами K -оболочки, если фотон имеет достаточно большую энергию, или с электронами более высоких оболочек, если энергия фотона соответственно меньше. Сечение этого процесса, полученное Праттом [130], аппроксимирует формула [97]:

$$\sigma_{\text{ph}}(E_\gamma) = 4\pi r_e^2 m c^2 (\alpha Z)^4 (n/E_\gamma) \varphi(E_\gamma, Z), \quad (12)$$

где зависимость от αZ коэффициентов разложения функции $\varphi(E_\gamma, Z)$ по обратным степеням E_γ сведена в численном виде в [97] (также [117]). Энергия испускаемого электрона равна [97]:

$$E = E_\gamma + [1 - (\alpha Z)^2].$$

Аннигиляция позитрона и электрона. Сечение двухфотонной аннигиляции электрона и позитрона было получено впервые Дираком ([3], с.303):

$$\sigma_a(E) = \pi r_e^2 \frac{1}{E+1} \left[\frac{E^2 + 4E + 1}{E^2 - 1} \ln(E + \sqrt{E^2 - 1}) - (E + 3)/\sqrt{E^2 - 1} \right]. \quad (13)$$

При $E > 2$ (т.е. при энергии позитрона выше ~ 1 МэВ) сечение $\sigma_a(E)$ можно аппроксимировать простой формулой [97]:

$$\sigma_a(E) \approx 1,6\pi r_e^2 n E^{-7/9},$$

откуда ясно видно, что этот процесс существен лишь при очень низкой энергии позитрона. Вероятность однофотонной аннигиляции позитрона на атомном электроном не превышает 5% [97].

Излучение Черенкова. Частица, обладающая электрическим зарядом Ze и движущаяся со скоростью v , превышающей скорость света в данной среде c/n , т.е. $v > c/n$, где n — коэффициент преломления среды, излучает на длине dx пройденного пути энергию dE в виде электромагнитных волн в оптическом интервале частот ν , причем [131]:

$$dE/dx = (2\pi Ze/c)^2 \int_{\beta n(\nu) > 1} [1 - 1/(\beta n)^2] \nu d\nu. \quad (14)$$

Поскольку число испускаемых частицей фотонов пропорционально $d\nu$ или, что то же, $d\lambda/\lambda^2$ (λ — длина волны излучаемого света), то из (14) следует, что в излучении Черенкова преобладает голубой свет. Если пренебречь дисперсией среды, т.е. зависимостью n от λ , то для оптического интервала длин волн $\lambda = 400+700$ нм, получаем из (14)

$$dE/dx = (Z\alpha/e)^2 [(hv_1)^2 - (hv_2)^2] [1 - 1/(\beta n)^2] / 2, \quad (15)$$

откуда следует, что для релятивистского электрона ($\beta \approx 1$) в воде ($n = 1,33$) $dE/dx \approx 400$ эВ/см, или 200 фотонов/см, что составляет $\sim 0,02\%$ суммарных потерь его энергии [132]. Можно также заметить, что в оптической области зависимость излучения Черенкова от энергии электрона в данном веществе определяется фактором $1 - 1/(\beta n)^2$. На рис.7 эта зависимость показана для двух материалов: свинцового стекла SF5 ($n = 1,67$ [29]) и жидкого ксенона ($n = 1,60$ [95]). Из этого рисунка видно, что потери энергии электрона на излучение Черенкова достигают одновременно плато при значении энергии $1-2$ МэВ, которое близко к часто применяемому значению энергии обрезания ливневых электронов как в эксперименте (например, [38]), так и при численном моделировании ливней (например, [29]).

Излучение Черенкова характеризуется выделенной направленностью, которая определяется углом θ относительно скорости $v = \beta c$ движения заряженной частицы так, что $\cos \theta = (c/n)/(\beta c) = 1/(\beta n)$, $\beta > 1/n$. Следовательно, фронт излучаемой частицей волны перемещается, согласно принципу Гюйгенса, со скоростью $c/n < \beta c$ относительно траектории этой частицы. Образно выражаясь, электрическое поле движущейся в данной среде частицы, обладая меньшей, чем сама частица, скоростью распространения, постоянно отрывается от нее до тех пор, пока выполнено условие $\beta > 1/n$ (см. также [133]).

Целесообразно отметить, что Аллисоном, Коббом и Райтом получено единое описание потерь энергии заряженной частицей [123, 134], включающее ионизационные потери энергии, излучение Черенкова и переходное излучение, которое возникает в результате интерференции черенковского излучения на поверхности, разделяющей две разные среды (см. также [75, с.8]).

Эффект Чудакова. Гамма-квант может конвертировать в электрон-позитронную пару таким образом, что в лабораторной системе

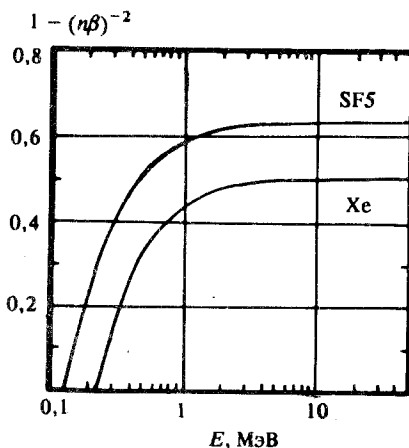


Рис.7. Зависимость от энергии электрона фактора $1 - (n\beta)^{-2}$, определяющего энергетическую зависимость излучения Черенкова в оптической области. Кривые соответствуют двум материалам: жидкому ксенону и свинцовому стеклу SF5

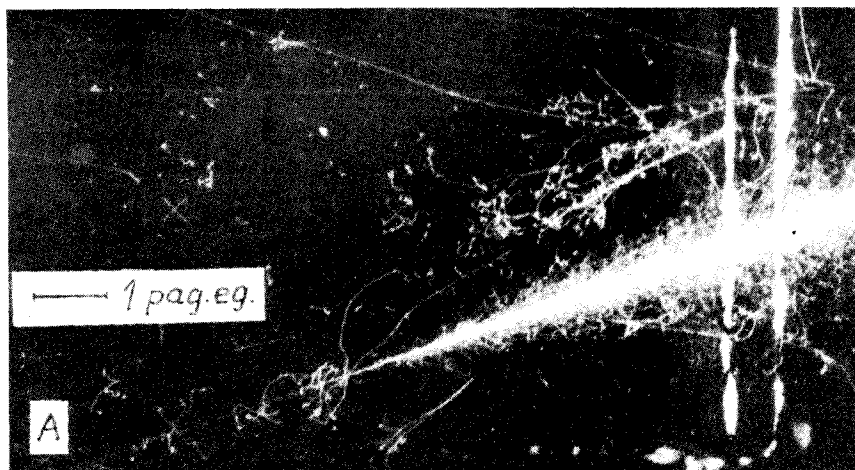


Рис.8. Электронно-фотонный ливень, вызванный гамма-квантом космического излучения и зарегистрированный в 180-л ксенонной пузырьковой камере ИТЭФ (Москва). Точка *A* обозначает место попадания в регистрирующий объем камеры электрон-позитронной пары, в которую конвертировал первичный гамма-квант. Указана радиационная единица длины

отсчета (т.е. относительно вещества) электрон и позитрон уносят практически по половине энергии первичного гамма-кванта. Если эта энергия достаточно большая, то частицы пары движутся столь близко друг к другу, что их электромагнитные поля интерферируют. В результате этого тормозное излучение и ионизационные потери энергии такой пары оказываются меньше, чем в случае двух таких же, но пространственно разделенных частиц, и, следовательно, пробег пары возрастает [135]. Естественно ожидать, что этот эффект скажется, в первую очередь, на начальной стадии образования ливня высокоэнергетическим гамма-квантом. На рис.8 изображен электронно-фотонный ливень, вызванный космическим гамма-квантом с энергией в несколько сот ГэВ, зарегистрированный на снимке 180-литровой КПК ИТЭФ (Москва), причем первичный гамма-квант конвертировал, вероятно, в стенке камеры*. От точки влета электрон-позитронной пары (*A*) до начала интенсивного ливнеобразования наблюдается еле заметный прямолинейный след длиной не менее 3 рад.ед., плотность ионизации которого увеличивается по мере удаления от точки *A*, но значительно меньше, чем у электронов другого ливня, зарегистрированного рядом.

*Другая возможная интерпретация данного события менее вероятна.

В простейшем случае, когда электрон и позитрон пары имеют одинаковую энергию, эффективное уменьшение ионизационных потерь энергии пары в среде можно записать в следующем виде [124]:

$$\Delta = (0,3072/\beta^2) [\beta^2/2 + 3 \ln E - 0,13 - K_0(d/D)],$$

где $D = (4\pi r_e n)^{-1/2}$ — радиус экранирования, d — расстояние между электроном и позитроном, K_0 — модифицированная функция Бесселя второго рода. В частности, отношение потерь энергии пары к сумме потерь энергии электрона и позитрона по отдельности в ядерной эмульсии равно 0,46 на длине пробега 15 мкм и 0,86 — на длине пробега 200 мкм, если энергия пары равна 180 ГэВ [136].

Ливневые параметры. Структура эффективных сечений двух основных процессов, составляющих ЭФЛ, т.е. сечения образования электрон-позитронных пар (3) и сечения тормозного излучения (5), такова, что их можно представить в виде произведения двух сомножителей, один из которых, отнесенный не к одиночному атому, а к их концентрации n , содержит информацию о свойствах вещества, в котором ливень развивается и имеет размерность обратной длины, второй же описывает, в основном, динамику самого процесса. По этой причине оказалось целесообразным ввести понятие радиационной единицы длины t_0 , для которой приведем два, среди довольно многочисленных, определения. Первое имеет общезначимый физический характер [9,10]:

$$1/t_0 = 4n\alpha Z(Z + \xi)r_e^2 \{L_i^{\text{пад}} - f(Z)\} \text{ [см]}. \quad (16)$$

Здесь $L_i^{\text{пад}} = \int_0^{mc^2} |1 - F(q)|^2 dq/q + 1$, $F(q)$ — атомный формфактор. Для

тяжелых элементов на основании модели атома Томаса — Ферми $L_i^{\text{пад}} = \ln(183Z^{-1/3})$, $f(Z)$ — поправка на борновское приближение, $f(Z) \sim Z^2$ [10]. Как и ранее (формулы (4) и (5)), величина ξ учитывает влияние атомных электронов и существенна при малых Z , в то время как для тяжелых элементов значителен вклад от $f(Z)$. Второе выражение для радиационной единицы длины считается общепринятым при практических расчетах в случае однородной среды, состоящей из атомов одного сорта с $Z \geq 5$ ([92,с.51]):

$$1/t_0 = 4\alpha r_e^2 N_0 (Z^2/A) [\ln(184,15Z^{-1/3}) + \ln(1194Z^{-2/3})/Z - 1,202(\alpha Z)^2 + 1,0369(\alpha Z)^4 - 1,008(\alpha Z)^6/(1 + \alpha^2 Z^2)]. \quad (17)$$

Радиационная единица длины, определенная выражением (16), имеет размерность [см], в выражении (17) ее размерность [г/см²]. Пересчет осуществляется путем умножения или деления на плотность вещества ρ [г/см³].

Для вещества, состоящего из нескольких элементов в виде смеси, имеем

$$1/t_0 \approx \sum_i \omega_i/t_0^{(i)}, \quad (18)$$

где ω_i — доля (по массе) i -го элемента с рад.ед. $t_0^{(i)}$. В случае химического соединения величина t_0 на несколько процентов меньше, чем это получается из (15) ([92, с.51]).

Пользуясь понятием радиационной единицы длины, можно выразить средние потери энергии электрона на тормозное излучение в веществе следующим образом:

$$dE/dx = -E/t_0, \quad (19)$$

откуда получаем, что среднее значение энергии электрона, прошедшего в веществе путь x , равно

$$E = E_0 \exp(-x/t_0), \quad (19')$$

где E_0 — начальная энергия электрона. Путь x можно выразить в рад.ед., т.е. $t = x/t_0$. Тогда $E = E_0 \exp(-t)$.

Второй важной ливневой характеристикой, как было отмечено во введении, является критическая энергия ϵ_c . Она определяется из условия равенства потерь энергии на тормозное излучение и на ионизацию ([75]):

$$\frac{(-dE/dx)_b}{(-dE/dx)_{\text{ион}}} \approx \frac{Z\epsilon_c}{580} = 1, \quad (20)$$

откуда $\epsilon_c \approx 580 \text{ МэВ}/Z$.

Критическую энергию определяют также как энергию, теряемую электроном на ионизацию на протяжении одной рад.ед. (см., например, [9]). Тогда вместо (19) можно написать

$$dE/dt = -(E + \epsilon_c). \quad (21)$$

Наконец, единица Мольера определяется равенством ([75, с.152]):

$$R_M = 21 [\text{МэВ}] \cdot t_0/\epsilon_c, \quad (22)$$

или для $13 \leq Z \leq 92$ с погрешностью не более 10% [137]:

$$R_M \approx 7A/Z. \quad (22')$$

В табл.5 приведены численные значения радиационной единицы длины и критической энергии для нескольких наиболее часто применяемых веществ.

Таблица 5. Численные значения радиационной единицы длины t_0 и критической энергии ϵ_c для некоторых веществ;
 Z — (среднеквадратичное) атомное число, ρ — плотность

Вещество	Z	ρ , г/см ³	t_0 , см	ϵ_c , МэВ
Воздух	7,31	0,0012	30400	76
Вода	4,69	1,00	35,7	62
Углерод	6	2,25	18,9	64
Алюминий	13	2,70	8,86	34
Ядерная эмульсия (Ilford G5)	21	3,83	2,88	14
Железо	26	7,86	1,74	18
Медь	29	8,94	1,42	16
Аргон (жидкий)	18	1,39	14,3	41,1*
Криптон (жидкий)	36	2,45	4,76	21,3*
Ксенон (жидкий)	54	3,06	2,77	14,2*
BGO ($\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$)	16,38	7,13	1,12	10,7
NaI	32	3,67	2,59	12,4
Свинец	82	11,35	0,513	6,4

*Вычислено по данным [95] и формуле (22).

Кроме того, для жидкого ксенона с примесями, наполняющего КПК (см. введение): $\rho = 2,18$ г/см³, $t_0 = (4,05 \pm 0,17)$ см [91] и $\epsilon_c = 11$ МэВ [138]. Значения t_0 и ϵ_c для многих сложных веществ вычислены в [139].

Сравнение сечений. Соотношение между сечениями основных процессов, составляющих электронно-фотонный ливень, во многом определяет его пространственную структуру. На рис.9 показана зависимость от энергии гамма-квантов E_γ полных сечений на 1 рад.ед. в свинце: комптоновского рассеяния (σ_c), образования электрон-позитронных пар (σ_p) по отдельности и их суммы ($\sigma_c + \sigma_p$). Можно заметить, что сумма сечений имеет минимум в интервале небольших значений энергии E_γ ($E_\gamma \cong 4$ МэВ в свинце) и, следовательно, фотоны из этого интервала энергий будут обладать наибольшей проникающей способностью в данном веществе. Таким образом, можно ожидать, что продольный профиль ливня на боль-

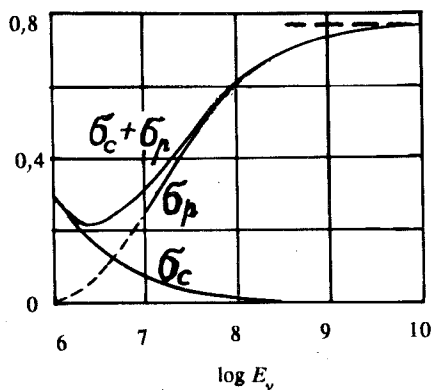


Рис.9. Полные сечения на радиационную единицу длины в свинце для комptonовского рассеяния (σ_c) фотонов с энергией E_γ и образования ими электрон-позитронной пары (σ_p) [11]. Показана также зависимость от E_γ суммы этих сечений. Штриховой линией указано асимптотическое значение σ_p (E_γ в эВ)

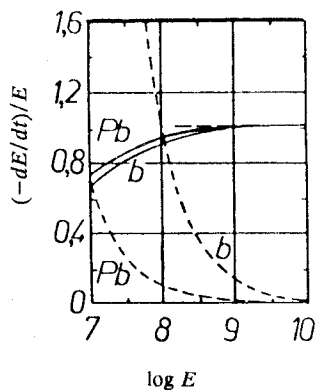


Рис.10. Средние относительные потери энергии электронов на ионизацию (пунктирные кривые) и тормозное излучение (сплошные кривые) в воздухе (b) и свинце (Pb) [11]. Штриховой линией указано асимптотическое значение радиационных потерь энергии. Энергия E в эВ

ших глубинах вещества будет определяться, в основном, законом поглощения именно этих фотонов, т.е. будет иметь вид $\sim \exp[-(\sigma_c + \sigma_p)_{\min} t]$, что и было установлено в ряде работ (например, [97]). Здесь t выражено в рад.ед.

Средние относительные потери энергии электронов на ионизацию и тормозное излучение в воздухе и свинце представлены на рис.10. Там же штриховой линией указано асимптотическое значение радиационных потерь энергии, которое в свинце достигается при $E \approx 1$ ГэВ. Некоторое превышение этого значения над единицей обусловлено тем, что при больших энергиях, т.е. в условиях полного экранирования, средние ионизационные потери энергии на тормозное излучение равны [9]: $(-1/E)(dE/dt) = 1 + b$, где $b = 1/(18 \ln(183Z^{-1/3}))$. Для воздуха $b = 0,012$, для свинца $b = 0,015$.

3. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ КАСКАДНОЙ ТЕОРИИ

До сих пор опубликован ряд исчерпывающих работ обзорного характера, в которых, как правило, весьма подробно изложены основы анали-

тического подхода к каскадной теории [2,8—12]. Кроме того, как уже отмечалось во введении, практическая применимость такого подхода ограничивается областью очень больших энергий частиц, инициирующих ливни в достаточно легких веществах ($Z \leq 20-30$). Тем не менее некоторые результаты, касающиеся отдельных характеристик ливней, получаемые аналитическими методами, оказались пригодными также в случае умеренно высоких энергий и более тяжелых веществ. Это относится, главным образом, к интегральным характеристикам ЭФЛ, таким как энергетическая зависимость суммарной длины следов ливневых электронов, а также величины и положения максимума ливня и его центра тяжести. В этом разделе мы вкратце обсудим, в основном, именно эти результаты.

Уравнения и их решения. Одномерные уравнения диффузии ливневых электронов и фотонов, учитывающие ионизационные потери энергии, т.е. в приближении Б, записываются следующим образом [11]:

$$\begin{aligned}
 \partial n_e(E_0, E, t) / \partial t = & 2 \int_E^{\infty} n_\gamma(E_0, E', t) \Sigma_p(E', E) dE' + \\
 & + \int_E^{\infty} n_e(E_0, E', t) \Sigma_b(E', E' - E) dE' - \int_0^E n_e(E_0, E_0, E', t) \Sigma_b(E, E') dE' + \\
 & + \varepsilon \partial n_e(E_0, E, t) / \partial E; \quad (23)
 \end{aligned}$$

$$\partial n_\gamma(E_0, E, t) / \partial t = \int_E^{\infty} n_e(E_0, E', t) \Sigma_b(E', E) dE' - \int_0^E n_\gamma(E_0, E', t) \Sigma_p(E, E') dE'.$$

В этих уравнениях величины Σ_p и Σ_b — дифференциальные сечения образования электрон-позитронной пары (3) и тормозного излучения (5) соответственно, но отнесенные к радиационной единице длины вещества, в котором ливень развивается; $n_e(E_0, E, t)$ и $n_\gamma(E_0, E, t)$ — средние числа электронов (n_e) и фотонов (n_γ) с энергией в интервале $(E, E + dE)$ на глубине t (рад.ед.) вдоль оси развития ливня, вызванного частицей с энергией E_0 ; ε — средние ионизационные потери энергии ливневых электронов на 1 рад.ед. (т.е. критическая энергия). Если ливень вызван гамма-квантом, то $n_\gamma(E_0, E, 0) = \delta(E - E_0)$ и $n_e(E_0, E, 0) = 0$, если же первичной частицей является электрон, то $n_\gamma(E_0, E, 0) = 0$ и $n_e(E_0, E, 0) = \delta(E - E_0)$.

В действительности, практический интерес представляют средние числа частиц данного сорта с энергией выше некоторого значения E_c (энергия обрезания или пороговая энергия). Это так называемые каскад-

ные функции или каскадные кривые. В частности, для электронов, которые регистрируются большинством детекторов, имеем

$$N_e(E_0, E_c, t) = \int_{E_c}^{E_0} n_e(E_0, E, t) dE. \quad (24)$$

Одним из наиболее распространенных и эффективных методов решения уравнений (23) является метод моментов [2, 10]. Суть его состоит в том, что из этих уравнений находят не сами функции распределения ливневых частиц, а решают более простую задачу — определяют их моменты по глубине t . Затем, зная все моменты, можно, в принципе, найти и сами исходные функции. При этом нулевой момент или так называемый «равновесный» спектр (электронов или фотонов) играет основную роль, так как, исходя из рекуррентных формул, можно вычислить последовательно все остальные моменты функции распределения частиц.

Каскадные функции ливней, образованных гамма-квантами в легких веществах, принято аппроксимировать полиномом Лагерра $L_n^1(x)$ с разными весовыми функциями, например, $\gamma t \exp(-\gamma t)$. Тогда [10]:

$$N_e(E_0, E_c, t) = \gamma t \exp(-\gamma t) \sum_{n=0}^k A_n L_n^1(\gamma t), \quad (25)$$

где A_n — коэффициенты разложения, γ — параметр, который принимается равным коэффициенту поглощения фотонов небольших энергий, обладающих наибольшей проникающей способностью (см., например, рис.9). В случае первичных электронов в качестве аппроксимирующей функции можно взять сумму полиномов Лагерра [10]:

$$N_e(E_0, 0, t) = \left[\sum_{n=0}^k A_n L_n^0(\gamma t) + CL_{k+1}^0(\gamma t) \right] \exp(-\gamma t), \quad (26)$$

где дополнительный член $CL_{k+1}^0(\gamma t)$ обеспечивает выполнение условия $N_e(E_0, 0, 0) = 0$, γ — как в (25). Для построения каскадных функций ливней, инициируемых гамма-квантами в тяжелых веществах, применяют весовую функцию вида [10]:

$$\omega(t) = \gamma^{i+1} t^i \exp(-\gamma t) / \Gamma(i+1), \quad (27)$$

где Γ — гамма-функция, i — параметр, γ — как в (25). Если ливень вызван электроном, то [10]:

$$\omega(t) = \gamma^{i+1} (a + t^i) \exp(-\gamma t) / [\Gamma(i+1) + \alpha \gamma^i]. \quad (28)$$

Параметры i и a определяются из условия равенства первых моментов искомой функции распределения частиц и функции $\omega(t)$ и граничного условия $N_e(E_0, 0, 0) = 1$.

Метод моментов позволяет получить каскадные функции и энергетические распределения на глубинах $t \geq 1$ рад.ед., по крайней мере в легких веществах, с точностью $\sim 10\%$. Ряды (25) и (26) сходятся достаточно быстро, если удачно подобрана весовая функция. Оказалось, в частности, что среднее распределение энерговыделения вдоль оси ливня, или, что то же, продольный профиль ливней, вызываемых гамма-квантами с энергией выше ~ 500 МэВ в жидком ксеноне и электронами в области энергии несколько ГэВ, создающих ливни в плотных поглотителях, удовлетворительно параметризует функция (27).

Моменты каскадной функции. Самостоятельный практический интерес представляют первые моменты каскадной функции и их зависимость от энергии частицы, инициирующей ливень, и свойств среды, в которой ливень развивается. Итак, из каскадной теории в приближении Б получаем, что нулевой интегральный момент, или, другими словами, среднее значение полного пробега $\bar{R} = \bar{R}(E_0, E_c)$ ливневых электронов с энергией выше E_c , можно записать в следующем виде ([2, с.326]):

$$\bar{R} = E_0 [\exp(x)/\epsilon_c] [\epsilon_1(x) - \epsilon_1(x_0) \cdot x/x_0], \quad (29)$$

где $\epsilon_1(x) = \int_1^{\infty} \exp(-sx) dx/s^2$, $x = q E_c/\epsilon_c$, $x_0 = q E_0/\epsilon_c$, $1/q = 0,437$. В частности, если $E_c = 0$, то из (29) получаем

$$\bar{R} = E_0/\epsilon_c. \quad (30)$$

Соотношение пробег-энергия для ливневых электронов имеет большое практическое значение при определении энергии гамма-квантов, регистрируемых в трековых детекторах с тяжелым веществом в качестве активной среды, в особенности в КПК, а также, в силу независимости излучения Черенкова от энергии E электронов с $E \geq 1$ МэВ (см. рис.7), в черенковских калориметрах полного поглощения. Линейную зависимость между пробегом и энергией электронов в ливнях, образованных гамма-квантами в жидком ксеноне, впервые установил З.Стругальский [140,141] в качестве метода измерения энергии E_γ гамма-квантов в КПК. Последующие работы привели к окончательному выражению для E_γ через средний суммарный пробег \bar{R} ливневых электронов

$$E_\gamma = \alpha \bar{R}, \quad (31)$$

справедливому в интервале $E_\gamma = 20 + 3500$ МэВ. Здесь $\alpha = (0,59 \pm \pm 0,02)$ МэВ/мм [142,143], энергия обрезания электронов $E_c = = 0,5 - 1,5$ МэВ. Этот результат был затем подтвержден экспериментально [144] и расчетным путем по методу Монте-Карло [145]. Линейная зависимость между интегральным пробегом ливня и энергией первичных электронов в интервале 150+550 МэВ получена также для свинца [65] при энергии обрезания $E_c = 5$ МэВ.

Первый интегральный момент каскадной функции, или, другими словами, центр тяжести ливня (либо, еще по другому, средняя глубина — или длина — развития ливня) \bar{t} , вместе с нулевым и вторым моментом, являющимся продольной шириной ливня, дают возможность оценить величину максимума каскадной функции или, что то же, число ливневых электронов в максимуме, если дополнительно предположить, что вблизи максимума каскадная функция описывается распределением Гаусса. В приближении Б для ливней, вызываемых первичными электронами с энергией E_0 , имеем ([2, с.338]):

$$M_e^{\max}(E_0, 0, t_{\max}) \approx 0,31(E_0/\epsilon)/(\epsilon \sqrt{\ln(E_0/\epsilon) - 0,1}). \quad (32)$$

Так как определение положения максимума ливня в эксперименте не является, как правило, сложной задачей, особенно при более высоких энергиях E_0 , когда флуктуации этого положения относительно невелики, то по результатам измерения N_e^{\max} можно оценить энергию E_0 . Кроме того, толщина вещества, на которой находится максимум, значительно меньше толщины, необходимой для полного поглощения энергии ливня, а ширина максимума относительно небольшая (~ 1 рад.ед. при энергии первичного гамма-кванта ~ 9 ГэВ [146]). Исходя из соображений такого рода, А.Тяпкин предложил метод измерения энергии гамма-квантов и электронов с энергией выше 5 ГэВ и оценил, что энергетическое разрешение при этом составляет $\sim 10\%$ [147]. Следует также отметить, что этот метод дает возможность одновременно оценить энергию нескольких гамма-квантов или электронов, испускаемых в пределах узкого телесного угла, так как нет необходимости в отдельных детекторах с большими поперечными размерами, как в случае метода полного поглощения [147]. На целесообразность использования зависимости между N_e^{\max} и E_γ для определения энергии гамма-квантов в жидком ксеноне указывалось также в работе [141], где было отмечено, что точность такого метода составляет 30 и 15% при энергиях 1 и 5 ГэВ соответственно.

Зависимость между N_e^{\max} и энергией гамма-квантов, инициирующих ливни, была определена экспериментально для жидкого ксенона в интервале $E_\gamma = 1600+3400$ МэВ [148]:

$$N_e^{\max} = (4,0 \pm 0,7) + (2,9 \pm 0,3) E_\gamma.$$

Здесь E_γ — в ГэВ, энергия обрезания ливневых электронов $E_c = (3,5 \pm 1,2)$ МэВ. Энергетическое разрешение составляет $\sim 20\%$ и практически постоянно во всем интервале энергий E_γ . Для ливней, вызываемых в свинце электронами с энергией $E = 2+15$ ГэВ, была получена следующая аппроксимация [72]:

$$N_e^{\max} = 10,71 E^{0,935},$$

энергия обрезания ливневых электронов $E_c = 7,4$ МэВ.

Зависимость центра тяжести \bar{i} распределения ливневых электронов от энергии E_0 частицы, образующей ливень, можно записать следующим образом, в приближении Б, для первичных электронов [2,11]:

$$\bar{i}(E_0, 0) = 1,01 \ln(E_0/\epsilon) + 0,4, \quad (33)$$

и для первичных фотонов [11]:

$$\bar{i}(E_\gamma, 0) = 1,01 \ln(E_\gamma/\epsilon) + 1,2. \quad (34)$$

Экспериментально измеренная зависимость \bar{i} от E_γ для жидкого ксенона в интервале $E_\gamma = 100+3500$ МэВ имеет вид [149]:

$$\bar{i}(E_\gamma) = a_t + b_t \ln E_\gamma, \quad (35)$$

где $a_t = -4,84 \pm 0,09$ рад.ед., $b_t = 1,32 \pm 0,03$, $E_c = 0,5+1,5$ МэВ. Оказывается, что продольное распределение ионизационных потерь энергии в ливне, выраженное в единицах $\bar{i}(E_\gamma, E_c)$, практически не зависит от E_γ в интервале $E_\gamma \approx 500+3500$ МэВ. Исключение составляет лишь небольшой отрезок $x = \bar{i}/\bar{i}(E_\gamma) \leq 0,15$ в начале ливня, где существенна зависимость многократного кулоновского рассеяния от энергии электронов и позитронов, возникших в результате конверсии первичных гамма-квантов.

Линейная зависимость между $\bar{i}(E_\gamma)$ и $\ln E_\gamma$ следует также из результатов численного моделирования ЭФЛ методом Монте-Карло для свинца

Таблица 6. Характеристики ливней в приближении Б ([2, с.308]):
 $x = E/\epsilon$, R и t в рад.ед., $E_c = 0$

Величина	Первичный фотон	Первичный электрон
Суммарный пробег ливневых электронов, R	x	x
Средняя глубина ливня, \bar{t}	$1,01 \ln x + 1,2$	$1,01 \ln x + 0,4$
Положение максимума ливня, t_{\max}	$1,01(\ln x - 0,5)$	$1,01(\ln x - 1)$
Величина максимума ливня, N_e^{\max}	$0,31x/\sqrt{\ln x - 0,18}$	$0,31x/\sqrt{\ln x - 0,37}$

цового стекла SF5 в интервале энергий $E_\gamma = 100+5000$ МэВ [29]. Измерения, выполненные с помощью Si/W сандвич-калориметра, показывают, что она имеет место и для ливней, вызываемых электронами с энергией $E = 4+49$ ГэВ [81]:

$$\bar{t}(E) = (8,4 \pm 0,5) + (0,45 \pm 0,17) \ln E,$$

E — в МэВ, \bar{t} — в рад.ед.

Максимум каскадной функции в приближении Б для ливней, создаваемых гамма-квантами, равен ([2, с.308]):

$$t_{\max}(E_\gamma, 0) = 1,01 [\ln(E_\gamma/\epsilon) - 0,5], \quad (36)$$

и лишь незначительно отличается от аналогичной величины, полученной методом Монте-Карло для интервала $E_\gamma = 100+5000$ МэВ и $E_c = 0,5$ МэВ в свинцовом стекле [29]:

$$t_{\max}(E_\gamma, 0,5) = 1,16 [\ln(E_\gamma/\epsilon) - 0,62].$$

Экспериментально определенная для вольфрама зависимость t_{\max} от энергии E первичных электронов в интервале 4+49 ГэВ имеет вид [81]:

$$t_{\max}(E) = (3,97 \pm 0,24) + (1,02 \pm 0,11) \ln E,$$

Аналогичная аппроксимирующая функция была получена для ливней, вызываемых электронами с энергией от 2 до 15 ГэВ в свинце [72]:

$$t_{\max}(E) = 3,9 + \ln E,$$

$E_c = 7,4$ МэВ. Для удобства, в табл.6 сведены обсуждаемые характеристики ливней в приближении Б.

Флуктуации. Важной и сложной проблемой, имеющей непосредственное практическое значение при исследовании и детектировании ЭФЛ, являются флуктуации доли энергии, поглощенной в достаточно толстом слое вещества. В.Учайкиным и А.Лагуткиным выведены уравнения для функции распределения поглощенной энергии, а также для первого и второго моментов этого распределения, и установлены асимптотические соотношения между относительными флуктуациями поглощенной энергии $\delta Q_{e,\gamma}$ и флуктуациями числа частиц $\delta N_{e,\gamma}$ в приближении Б каскадной теории [150]:

$$\delta Q_{e,\gamma} = (\epsilon / |\lambda_1(s)|) (\bar{N}_{e,\gamma} / \bar{Q}_{e,\gamma}).$$

Здесь $\lambda_1(s)$ — параметр, определяющий вид каскадной функции на разных глубинах развития ливня ([11, с.275]), $\bar{N}_{e,\gamma}$ — среднее значение числа ливневых электронов в данном слое вещества, $\bar{Q}_{e,\gamma}$ — среднее значение поглощенной в этом слое энергии. Индексы e и γ относят данные величины к ливням, вызванным либо электронами, либо фотонами;

$$\delta Q_{e,\gamma} = \sqrt{Q_{e,\gamma}^2 - \bar{Q}_{e,\gamma}^2} / \bar{Q}_{e,\gamma}, \quad \delta N_{e,\gamma} = \sqrt{N_{e,\gamma}^2 - \bar{N}_{e,\gamma}^2} / \bar{N}_{e,\gamma}.$$

Вопрос о флуктуациях, т.е. распределении вероятности $W(N_e)$ числа N_e ливневых электронов не нашел удовлетворительного решения в рамках каскадной теории. Если бы ливневые электроны были генетически независимы, то $W(N_e)$ было бы распределением Пуассона с единственным параметром, а именно средним значением $N_e(E_0, E_c, t)$, определяемым уравнениями (24) и (23). Однако такое предположение приблизительно допустимо лишь в районе максимума ливня (например, [56]). Оказывается, что удовлетворительным приближением $W(N_e)$ по всей глубине ливня, начиная с $t = 1$ рад.ед., можно считать распределение Полиа. Такой вывод следует из сравнения результатов численного моделирования ЭФЛ, и, соответственно, возникающих при этом флуктуаций, с этим распределением. Моделирование выполнено для свинцового стекла в интервале энергий первичных фотонов $E_\gamma = 100+5000$ МэВ [29]. Наконец, отметим, что к изучению флуктуаций в электронно-фотонных ливнях высоких энергий привлекается также метод случайных моментов [151].

4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ФОТОННЫХ ЛИВНЕЙ

Наиболее многосторонним подходом к описанию электронно-фотонных ливней является в настоящее время численное моделирование этого процесса методом Монте-Карло. Такой подход позволяет учесть все многообразие и специфику физических явлений, составляющих ЭФЛ, а также внешние условия (например, магнитное поле), пространственную структуру (как правило, сложную) и свойства среды (чаще всего неоднородной), в которой ливень развивается. Подход, основанный на моделировании ЭФЛ методом Монте-Карло (МК), в сущности, свободен от каких-либо принципиальных ограничений. Он дает возможность получить конкретный результат в численном виде, поэтому часто применяется в таких практически важных задачах, как определение эффективности регистрации, пространственного разрешения, а также изучение разнообразных фоновых эффектов, имеющих место как в уже существующих, так и ожидаемых в проектируемых электромагнитных калориметрах. Кроме того, метод МК успешно используется при расчете защиты от излучения и оценке радиационных и термических эффектов, вызываемых жестким электромагнитным излучением в различных материалах. Вместе с тем при помощи метода МК можно изучать различные характеристики ЭФЛ и их зависимость от энергии первичных частиц. С этой целью проводят, по существу, численный эксперимент, т.е., пользуясь существующими программами на ЭВМ (например, EGS [26] или GEANT [27]), генерируют некоторое оптимальное количество случаев ливней (обычно от нескольких сот до нескольких тысяч [29,30]), вызываемых в конкретном веществе частицами определенного сорта с энергией в данном интервале значений. Затем получают распределения, представляющие интерес (в первую очередь, это продольные и поперечные профили), и параметризуют их функциями, подбираемыми из общезначимых соображений. Такой подход применяется также и при экспериментальном исследовании ЭФЛ, где он получил название феноменологического моделирования [152].

Основы метода. Численное моделирование ЭФЛ в принципе не отличается от аналогичных задач, в которых используется метод Монте-Карло, или, что то же, метод статистических испытаний (например, [153]). Главным является составление достаточно адекватной вероятностной модели рассматриваемого явления, включающей элементарные взаимодействия и транспорт излучения (т.е. движение частиц), а также организацию счета и накопления информации.

В процессе моделирования прослеживается судьба каждой ливневой частицы, пока она находится внутри заданного объема вещества и ее

энергия превышает некоторое фиксированное значение — энергию обреза. Счет проводят таким образом, что в соответствующем массиве памяти ЭВМ, на самом верш, хранятся данные, относящиеся к частице с наименьшей энергией, и в первую очередь прослеживается судьба именно этой частицы. Если в результате взаимодействия возникают новые частицы, то их помещают в массив памяти на уровни, определенные энергиями этих частиц. При этом размер массива сохраняется в пределах $\log_2(E_0/E_c)$, где E_0 — энергия первичной частицы, вызвавшей ливень. Счет прекращается, когда из массива памяти извлечены все ливневые частицы. Накопление требуемой информации идет по ходу счета.

Характеристики ливневых частиц (энергии, углы эмиссии, пробеги) разыгрываются согласно соответствующим эффективным сечениям (см. разд. 2), представленным в виде распределений вероятностей, с использованием генератора случайных (точнее, квазислучайных) чисел. Итак, случайную величину x из распределения с плотностью вероятности $f(x)$ можно получить, решив уравнение

$$r = \int_0^{x(r)} f(t) dt \quad (37)$$

относительно $x(r)$, где r — случайное число из выборки, равномерно распределенной в интервале $0+1$ [154,155]. В частности, если требуется определить длину свободного пробега частицы до следующего акта взаимодействия, то

$$f(x) = \exp(-x/\lambda)/\lambda, \quad (38)$$

и, согласно (37), $x = -\lambda \ln r$. Здесь λ — среднее значение длины пробега этой частицы: $\lambda = 1/n\sigma_t$, n — концентрация атомов среды, σ_t — полное сечение взаимодействия с атомом (молекулой) среды. В общем случае

$\lambda = \lambda(x)$, и, пользуясь понятием накопленной вероятности $F(x) = \int_0^x f(t) dt$,

можно написать выражение для вероятности того, что частица провзаимодействует на отрезке пути от x_0 до x :

$$F(x) = 1 - \exp[-\bar{n}(x)],$$

где $\bar{n}(x) = \int_{x_0}^x dt/\lambda(t)$ означает число средних пробегов, проходимых час-

тицей на этом отрезке. Однако для большинства функций, представляющих интерес с точки зрения моделирования ЭФЛ, решение уравнения (37) затруднительно, и общепринятым стал алгоритм, являющийся обоб-

щением метода отбраковки [156] (см. также [26,97]). Суть его состоит в следующем. Если функцию $f(x)$ можно представить в виде

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i(x) g_i(x), \quad (39)$$

где $\alpha_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, n$; $0 \leq g_i(x) \leq 1$, $f_i(x) \geq 0$ для всех x из области определения $f_i(x)$ и $\int f_i(x) dx = 1$ по этой области, то случайную переменную x можно определить согласно следующей процедуре.

1. Выбрать из равномерного распределения число i ($1 \leq i \leq n$) с вероятностью, пропорциональной α_i .

2. Выбрать переменную x из распределения $f_i(x)$ (например, пользуясь соотношением (37)).

3. Вычислить $g_i(x)$ и разыграть случайную величину x' из равномерного распределения в интервале от 0 до 1. Если $g_i(x) > x'$, то случайная величина x принимается. В противном случае всю процедуру повторить сначала.

Вероятность удачного выбора равна $1 / \sum_{i=1}^n \alpha_i$, а среднее число попыток составляет $\sum_{i=1}^n \alpha_i$.

В качестве примера приведем нормальное распределение $f(x) = \sqrt{2/\pi} \exp(-x^2/2)$, $x \geq 0$. Тогда разложение (39) принимает вид [97]: 1) при $0 \leq x < 1$: $\alpha_1 = \sqrt{2/\pi}$, $f_1(x) = 1$, $g_1(x) = \exp(-x^2/2)$; 2) при $x \geq 1$: $\alpha_2 = 1/\sqrt{2/\pi}$, $f_2(x) = 2 \exp[-2(x-1)]$, $g_2(x) = \exp[-(x-2)^2/2]$. Среднее число попыток равно $\alpha_1 + \alpha_2 \cong 1,2$.

Хотя, как уже отмечалось, существуют в настоящее время универсальные и общепризнанные программы моделирования ЭФЛ, иногда могут возникнуть задачи, в которых целесообразно или даже необходимо получить некоторую информацию, в частности, методического характера, и для этой цели практически единственным является метод МК [157,158].

Основные результаты. Среди многочисленных результатов, полученных методом МК, целесообразно особо выделить параметризацию продольного и поперечного профилей, а также изучение флуктуаций в ЭФЛ, вызванных гамма-квантами с энергией от 100 МэВ до 10 ГэВ в свинцовом стекле [29,30]. Эти результаты имеют более общее значение и дают возможность прогнозировать развитие ливней в плотной однород-

ной среде, представляющей практический интерес, и производить оценки ряда важных величин методического характера, не прибегая к сложным вычислениям. Вместе с тем они часто используются для сравнения с соответствующими экспериментальными данными.

Промоделировав в общей сложности 8550 ливней, инициированных гамма-квантами с энергией E_γ в интервале 100+5000 МэВ в свинцовом стекле (1 рад.ед. = 2,36 см), Э.Лонго и И.Сестили [29] описали распределение среднего числа $N_e(E_\gamma, E_c, t)$ ливневых электронов с энергией выше $E_c = 1$ МэВ (полная энергия) функцией, аналогичной весовой функции (27):

$$N_e(E_\gamma, E_c, t) = At^\alpha \exp(-bt). \tag{40}$$

Моделирование выполнено до глубины развития ливней 15 рад.ед. Значения параметров A , α и b , а также числа N промоделированных ливней при данной энергии E_γ , помещены в табл.7. Там же приведены значения центра тяжести \bar{t} , вычисленные по данным работы [29], и положения t_{\max} максимума ливня.

Таблица 7. Значения параметров A , α и b в формуле (40)

E_γ , МэВ	N	A	α	b	\bar{t}	t_{\max}
100	1500	4,54	1,00	0,515	3,88	1,94
300	1500	7,18	1,45	0,493	4,97	2,94
500	1900	8,24	1,65	0,476	5,57	3,47
700	1300	8,32	1,84	0,470	6,04	3,91
1000	1700	8,58	2,03	0,468	6,47	4,34
5000	650	10,88	2,74	0,454	8,24	6,04

Длины \bar{t} , t_{\max} , $1/b$ выражены в рад.ед. Данные работы [29].

Каскадную функцию (40) можно связать со средней суммарной длиной пробега $\bar{T}_i(E_\gamma)$ ливневых электронов, наблюдаемую в слое вещества толщиной Δt ($\Delta t = 0,5$ рад.ед.) на глубине $t = (i - 1)\Delta t$ ($i = 1, 2, \dots, 50$) [29]:

$$\bar{T}_i(E_\gamma) = \int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t} N_e(E_\gamma, E_c, t) dt. \tag{41}$$

Следует отметить, что аналогичное моделирование [30], выполненное по программе GEANT 3.11 [27] для идентичных условий (то же свинцовое стекло SF5, та же глубина развития и энергия обрезания), приводит к заметно отличающимся результатам для α и $1/b$ (на 10—15%) при тех же значениях E_γ , в то время как энергетическая зависимость нормировочного коэффициента A совсем другая. Тем не менее это практически не сказывается на положении максимума t_{\max} и значении центра тяжести \bar{t} в рассматриваемом интервале энергий E_γ ; разница не превышает 2—4%, но систематически увеличивается с ростом E_γ .

Радиальное распределение энерговыделения, просуммированное по глубине ливня, аппроксимировалось удовлетворительно функцией [30]:

$$f_r(r) = C \exp(-r/\mu), \quad (42)$$

где r — расстояние от оси ливня, μ — параметр (так называемая длина затухания). Моделирование производилось для 6 значений энергии гамма-квантов: 200(12500), 500(5000), 1000(2500), 2000(1250), 5000(500), 10000(150) МэВ, в скобках указаны числа промоделированных событий. Зависимость параметра μ от глубины t развития ливня аппроксимирована функцией [30]:

$$\mu(t) = B \exp(t/t_s)^{1/2}, \quad (43)$$

причем $t_s = 0,16 [\log E_\gamma - 1]$, где $B = 0,039$, E_γ [МэВ].

Таким образом, трехмерное распределение длин пробега (или энерговыделения) в ливнях, создаваемых гамма-квантами с энергией $E_\gamma = 200+10000$ МэВ в свинцовом стекле, может быть выражено, согласно [30], следующей формулой:

$$F(r, t) = t^\alpha \exp(-bt) \cdot g(t, r), \quad (44)$$

где нормированное на единицу радиальное распределение

$$g(t, r) = \exp[-r/\mu(t)]/\mu(t).$$

Промоделированы также продольные флуктуации длин пробегов электронов в ливнях, создаваемых гамма-квантами с энергией $E_\gamma = 100+5000$ МэВ в свинцовом стекле [29]. В табл.8 приведены для шести значений энергии E_γ средние длины пробегов электронов в свинцовом стекле толщиной 5, 10 и 15 рад.ед. и соответствующие им среднеквадратичные отклонения.

Таблица 8. Средние длины пробега \bar{R} ливневых электронов в свинцовом стекле толщиной $L = 5, 10$ и 15 рад.ед. и соответствующие им среднеквадратичные отклонения ΔR [29]

E_γ , МэВ	$L = 5$		$L = 10$		$L = 15$	
	\bar{R} , см	ΔR , см	\bar{R} , см	ΔR , см	\bar{R} , см	ΔR , см
100	12,7	4,6	16,7	1,8	17,3	0,8
300	31,3	12,2	48,1	6,4	51,9	2,0
500	45,2	20,0	78,3	10,6	86,1	3,6
700	56,1	26,6	106,6	15,8	120,0	5,2
1000	71,8	35,3	147,3	23,9	168,9	8,4
5000	210,0	127,0	647,0	152,0	843,0	75,0

Из этих данных видно, в частности, что вследствие значительных продольных флуктуаций измерение энергии гамма-квантов в черенковском счетчике недостаточной толщины влечет за собой не только большие статистические, но и систематические погрешности. Напомним также (см. разд.3), что числа $n = N_e(E_\gamma, E_c, t)$ ливневых электронов на глубине t (при $t \geq 1$ рад.ед.) в удовлетворительной степени подчиняются распределению Пуассона [29]:

$$P_i(n) = [\lambda_i / (1 + b_i \lambda_i)]^n \{1 [1 + b_i] \dots [1 + (n - 1)b_i] / n!\} P_i(0), \quad (45)$$

где $P_i(0) = (1 + b_i \lambda_i)^{-1/b_i}$. Моделирование выполнено с шагом по глубине $\Delta t = 1$ рад.ед. для свинцового стекла с бесконечными поперечными размерами для девяти значений t ($i = 1, 2, \dots, 9$). Учтено при этом экспоненциальное распределение длин конверсии первичного гамма-кванта, инициирующего ливень. Значения E_γ , для которых производилось моделирование, даны в табл.7. Числа λ_i и b_i считались свободными параметрами распределений и вычислялись по критерию χ^2 из сравнения промоделированных методом МК распределений n с функцией (45). Они связаны следующим образом со средним значением \bar{n}_i числа частиц на глубине $t = i$ рад.ед. и его дисперсией σ_i^2 :

$$\lambda_i = \bar{n}_i, \quad \sigma_i^2 = \bar{n}_i (1 + b_i \bar{n}_i).$$

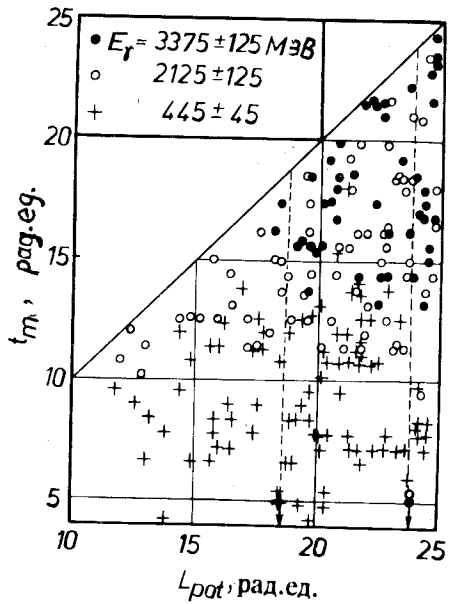
5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИВНЕЙ

Предметом исследования большинства экспериментальных работ, посвященных электронно-фотонным ливням, было развитие этого процесса вдоль направления движения частицы, инициирующей ливень. Измерялись средние продольные профили ЭФЛ преимущественно в виде распределения числа ливневых электронов (например, [51,56,57,65,71,85,159—161]), длин пробегов [152,158,162—165], энерговыделения путем регистрации: светового эффекта (люминесценции [69,73], черенковского излучения [60—62]) и ионизационных потерь энергии [74,79,83]. Экспериментальные работы по поперечному развитию ЭФЛ стали появляться лишь относительно недавно и связаны, главным образом, с решением методических вопросов, относящихся к оптимизации, калибровке и сооружению электромагнитных калориметров различных типов [59,69,82—84,86—88], хотя первые исследования на эту тему опубликованы значительно раньше [159,160,73,152,165,166]. Немногочисленные работы, в которых изучались экспериментально более тонкие, но очень важные свойства ливней, а именно флуктуации [56,57,149,152,159—161,165,167—170] и корреляции различных характеристик ЭФЛ [149,169,171]. Практически все работы по этой последней проблематике выполнены на ксеноновых пузырьковых камерах.

В настоящей главе приведены основные, кроме упомянутых уже (разд.3), результаты экспериментальных исследований ливней, вызываемых в тяжелых аморфных веществах гамма-квантами и электронами с энергией от 100 МэВ до 200 ГэВ. Поскольку, как уже отмечалось, существенный вклад в эти исследования был внесен благодаря использованию ксеноновых пузырьковых камер (в особенности 180-литровой КПК ИТЭФ) и результаты этих исследований будут обсуждаться ниже, сначала вкратце остановимся на важнейших методических вопросах, связанных с изучением ЭФЛ с помощью КПК.

Исследование ливней с помощью КПК. Энергия гамма-квантов, вызывающих ливни в КПК, определяется по формуле (31) [141]. Во время просмотра снимков с КПК отбирались случаи ЭФЛ, удовлетворяющие следующим критериям: 1) ось ливня лежит в плоскости снимка, 2) на данном снимке нет никаких фоновых следов, которые затрудняли бы анализ зарегистрированного события. Среднее увеличение снимка составляет 0,94 (здесь и далее имеются в виду работы [38,149,158,162,166—173]). В отобранных случаях ЭФЛ в плоскости снимка измерялись курвиметром суммарная длина пробега R , потенциальная длина L_{pot} развития ливня, т.е. расстояние от точки конверсии первичного гамма-кванта до точки пересечения со стенкой камеры, вдоль оси ливня, и максимальная длина

Рис.11. Диаграмма рассеяния ливней, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ ; L_{pot} — потенциальная длина развития, t_m — максимальная длина развития. Стрелками указаны значения минимальных L_{pot} при данном E_γ (по критериям выбора) [38]



t_m развития ливня, отсчитываемая от его начала (т.е. точки конверсии первичного гамма-кванта) до конца последнего наблюдаемого следа ливневого электрона, вдоль оси ЭФЛ. Затем строились распределения t_m от L_{pot} для интервалов энергии E_γ , на которые были разделены отобранные при просмотре ливни.

Пример такой диаграммы рассеяния для трех энергетических интервалов приведен на рис.11. К дальнейшему анализу принимались лишь те события, потенциальные длины развития которых не меньше значения $L_{min}(E_\gamma)$, равного максимальному t_m в данном интервале энергии E_γ . (На рис.11 эти значения указаны стрелками для соответствующих интервалов E_γ .) Это третий критерий отбора. Такая процедура имеет своей целью уменьшить эффект обрезания ливней, регистрируемых детектором ограниченной толщины, а также устранить возможность преимущественного выбора ливней с меньшими значениями t_m (т.е. аппаратное «уко-рачивание» ливней). Для каждого ливня, удовлетворяющего перечисленным трем критериям отбора, проводились измерения (в плоскости снимка) суммарных пробегов ливневых электронов $\Delta\Sigma r(t, p | E_\gamma) / \Delta t \Delta p$, наблюдаемых в прямоугольных клетках раstra с шагом $\Delta t = 0,6$ рад.ед. вдоль оси ливня и $\Delta p = 0,3$ рад.ед. в перпендикулярном к ней направлении. Минимальная длина следа равна ~ 2 мм, что соответствует энергии электрона $\sim 0,5$ МэВ [115]. Рис.12 иллюстрирует типичный пример изображения ливня в плоскости снимка и сетку раstra, по которой измерялись суммарные пробеги $\Delta\Sigma r(t, p | E_\gamma) / \Delta t \Delta p$. Начало раstra ($t = p = 0$) совпадает с точкой конверсии первичного гамма-кванта, ось t

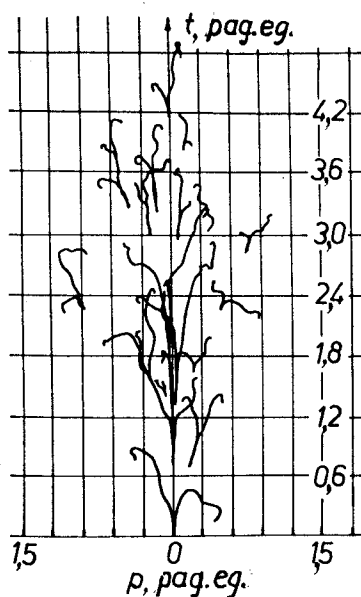


Рис.12. Схематическое изображение ливня, зарегистрированного на снимке с КПК, и сетка растра, по которой измерялись суммарные пробеги ливневых электронов [38]

направлена вдоль оси ливня. Средняя точность измерения суммарных пробегов составляет 0,2. Подробный анализ соответствующих методических вопросов дан в [174].

Чтобы выяснить вопрос о том, насколько величина $\Delta\Sigma r(t, p | E_\gamma) / \Delta t \Delta p$ отражает ионизационные потери энергии ливневых электронов $\Delta\Sigma E(t, p | E_\gamma) / \Delta t \Delta p$, было проведено численное моделирование методом Монте-Карло отношения

$$\eta(t, p | E_\gamma) = \Delta\Sigma E(t, p | E_\gamma) / \Delta\Sigma r(t, p | E_\gamma) \quad (46)$$

для ливней, вызванных гамма-квантами с энергией $E_\gamma = 100+3000$ МэВ в жидком ксеноне [157]. Рассматривались две упрощенные вероятные модели ЭФЛ, причем в обоих случаях учитывались четыре основных элементарных процесса: образование электрон-позитронных пар, тормозное излучение, ионизационные потери и многократное кулоновское рассеяние. Разница между моделями состояла в том, что в них по-разному разыгрывалось тормозное излучение, в результате чего одна из моделей (модель 2) приводит к более жесткому и вместе с тем более реалистическому, чем модель 1, спектру ливневых фотонов и электронов*. В качестве энергии обрезания E_c фотонов принимались два значения: 2 и 10 МэВ, для электронов — $E_c = (0,9 + x)$ МэВ, где x — случайная величина из равномерного распределения в интервале 0+1. Такой вид E_c в большей степени отражает условия измерения. Числа N_γ промоделированных со-

*В случае упрощенной схемы моделирования целесообразно рассмотреть разные варианты модели, чтобы иметь возможность оценить, в какой степени конечный результат может зависеть от принятых предположений.

бытий подбирались таким образом, чтобы относительная ошибка $\delta\eta/\eta$ величины (46) не превышала 3%, по крайней мере в половине клеток $\Delta t \Delta p$ раstra (см. рис.12). Некоторые результаты моделирования приведены на рисунках 13—17 и в табл.9.

Таблица 9. Значения величины $\bar{\eta}(E_\gamma)$, определенной формулами (50) и (46), вычисленные по двум моделям ливней, образованных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ .

Энергия обрезания ливневых электронов $E_c = 2$ МэВ, $\bar{\eta}(E_\gamma)$ дано в МэВ/рад.ед. N_γ — числа промоделированных случаев ЭФЛ. $\delta\bar{\eta}(E_\gamma) \approx 0,1$ [157]

N_γ , МэВ	100	200	500	1000	2000	3000	все
Модель 1	12,5 640	12,9 420	13,2 200	13,2 100	13,2 55	13,4 20	13,1 1435
Модель 2	13,6 448	13,6 294	13,6 140	13,6 70	13,4 40	13,6 21	13,5 1013

Итак, на рис.13 показано распределение величины

$$\alpha(t) = \sum_p \eta(t, p | E_\gamma) \tag{47}$$

по длине t развития ливней, вызванных гамма-квантами с энергией 100, 200, 500 и 1000 МэВ. Там же указаны значения энергии обрезания фотонов (модель 1). Аналогичные распределения, но для величины $\eta(t, p | E_\gamma)$, просуммированной по p лишь в полосе шириной Δp , прилегающей к оси ливня, т.е.

$$\alpha_p(t) = \sum_{p \in \Delta p} \eta(t, p | E_\gamma), \tag{48}$$

представлены на рис.14 ($\Delta p = 0,125$ рад.ед.) и рис.15 ($\Delta p = 0,375$ рад.ед.). Зависимость величины

$$\alpha_t(p) = \sum_{t \in \Delta t} \eta(t, p | E_\gamma) \tag{49}$$

от расстояния p от оси ливня в слоях жидкого ксенона толщиной $\Delta t = 0,5$ рад.ед. при нескольких значениях t и тех же значениях E_γ показана на рис.16. Аналогичная зависимость приведена на рис.17, но для $E_\gamma = 2000$ и 3000 МэВ, причем здесь сопоставлены результаты обеих мо-

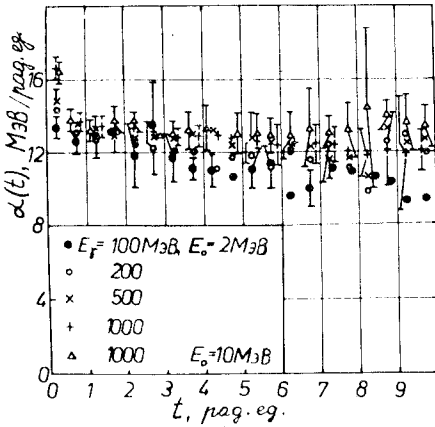


Рис.13. Распределение величины $\alpha_p(t)$, определенной формулой (47), по длине t развития ливней, вызванных гамма-квантами с энергией E_γ в жидком ксеноне. E_0 — энергия обрезания фотонов, принятая при моделировании [157]

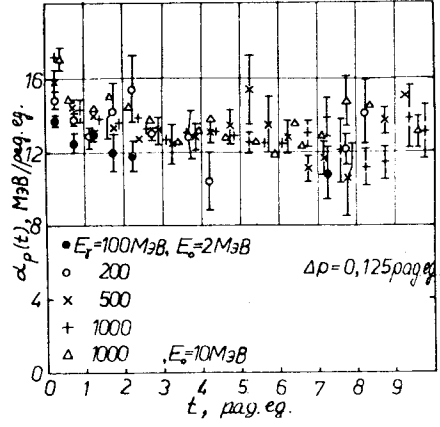


Рис.14. То же, что на рис.13, для $\alpha_p(t)$, определенной формулой (48); $\Delta\rho = 0,125$ рад.ед. [157]

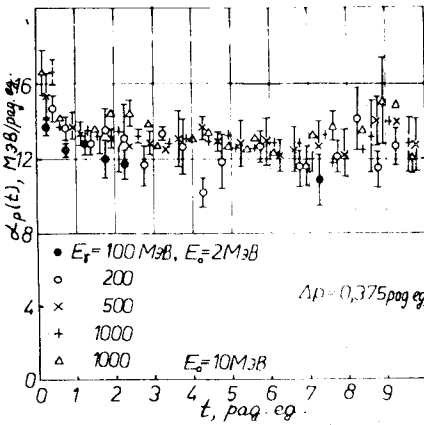


Рис.15. То же, что на рис.13, для $\alpha_p(t)$, определенной формулой (48); $\Delta\rho = 0,375$ рад.ед. [157]

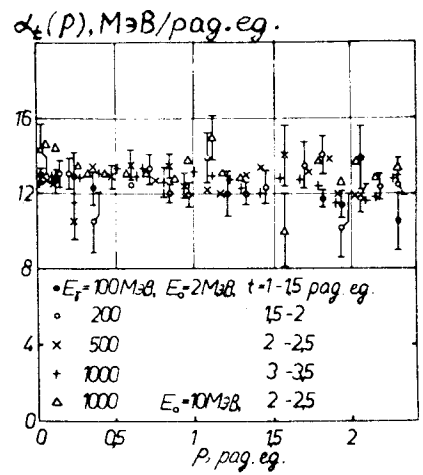


Рис.16. Зависимость $\alpha_p(t)$, определенной формулой (49), от расстояния ρ от оси ливней, образованных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ . E_0 — энергия обрезания ливневых фотонов, принятая при моделировании. Указаны интервалы значений глубины t , к которым относятся соответствующие распределения [157]

делей. В табл.9 помещены значения коэффициента $\eta(t, p | E_\gamma)$, усредненного по всей плоскости (t, p) , т.е.

$$\bar{\eta}(E_\gamma) = \sum_{t,p} \eta(t, p | E_\gamma), \quad (50)$$

и вычисленного по двум рассматриваемым моделям ЭФЛ. Там же даны числа N_γ разыгранных случаев ЭФЛ.

Основные выводы, следующие из полученных результатов моделирования $\eta(t, p | E_\gamma)$, таковы [157].

1. Проекция суммарного пробега ливневых электронов $\Delta\Sigma r(t, p | E_\gamma) / \Delta t \Delta p$ на плоскость

(t, p) , в которой лежит ось ливня (см. рис.12), с точностью до нескольких процентов прямо пропорциональна ионизационным потерям энергии ливневых электронов, по крайней мере в центральной области ливня, содержащей, в среднем, не менее 90% его полной энергии.

2. Некоторое превышение $\eta(t, p | E_\gamma)$ над средним значением наблюдается лишь вблизи точки конверсии первичного гамма-кванта, т.е. при $t \leq 1$ рад.ед. и $p \leq 0,1$ рад.ед. (см., например, рис.11 и 15), и обусловлено тем, что в этой части ливня ионизационные потери энергии электронов с $E \approx E_\gamma/2$ максимальны, а длина проекции их следов в среднем минимальна.

3. Величина $\eta(t, p | E_\gamma)$ уменьшается, согласно модели 1, с ростом t в пределах $\sim 10\%$ вне упомянутой центральной области ливня. Однако, по модели 2, этот спад заметно меньше. Кроме того, не наблюдается уменьшения $\eta(t, p | E_\gamma)$ с ростом p на достаточно значительных расстояниях от оси ливня.

4. Численные значения $\bar{\eta}(E_\gamma)$, усредненной по всей плоскости наблюдения (t, p) , удовлетворительно согласуются с аналогичными результатами, полученными при моделировании ливней методом МК для свинцового стекла [29].

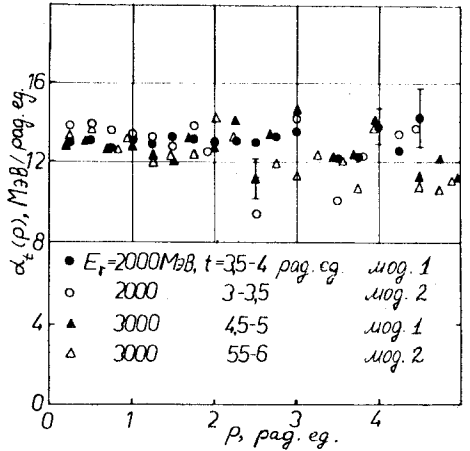


Рис.17. То же, что на рис.16, для других значений E_γ . Результаты получены по двум моделям [157]

Детальный анализ величины $\eta(t, p | E_\gamma)$ проведен в [175]. В работах [38, 149, 158, 162, 166—173] принято, что $\eta(t, p | E_\gamma)$ является постоянной величиной. Отметим еще, что точность определения энергии гамма-квантов E_γ в КПК составляет $\Delta E_\gamma / E_\gamma \leq 0,1$, если создаваемые ими ливни полностью развиваются внутри регистрирующего объема камеры [142]. Основные сведения об экспериментальном материале, использованном в обсуждаемых далее работах [149, 168—173], приведены в табл. 10. Этот материал получен в результате просмотра 220 тыс. снимков с 180-литровой КПК ИТЭФ (Москва), облученной в пучке π^- -мезонов с импульсом 3,5 ГэВ/с.

Продольное развитие ливней. Типичный пример продольного распределения энерговыведения в ливнях, вызванных в свинце, меди и алюминии электронами с энергией 6 ГэВ, приведен на рис.18 [73]. Там же показаны соответствующие результаты моделирования методом Монте-Карло. Этот пример стал в последнее время классическим и цитируется в монографиях по физике высоких энергий и детекторам частиц [75, 117, 132]. На рис.19 представлены аналогичные распреде-

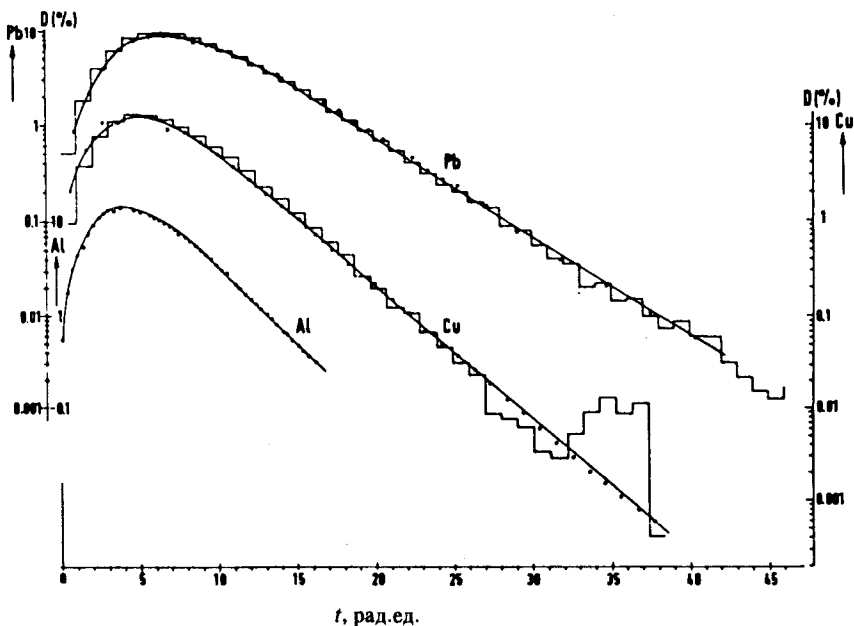


Рис.18. Продольное распределение дозы D (в %) в ливнях, вызванных электронами с энергией 6 ГэВ в свинце, меди и алюминии [73]. Гистограммы — результат моделирования методом Монте-Карло

Таблица 10. Основные сведения об экспериментальном материале, использованном в работах [149,168—173]:

E_γ — энергия гамма-кванта, образующего ливень;

ΔE_γ — ширина интервала, \bar{E}_γ — средняя энергия ливней

в данном интервале, N_γ — число отобранных

при просмотре ливней, удовлетворяющих первым двум критериям;

L_{\min} — минимальная потенциальная длина развития

по третьему критерию, N_γ^* — число ливней,

удовлетворяющих всем трем критериям [149]

$E_\gamma \pm \Delta E_\gamma$, МэВ	\bar{E}_γ , МэВ	N_γ	L_{\min} , рад.ед.	N_γ^*
3375±125	3489±35	46	24,0	15
3125±125	3139±18	42	24,0	12
2875±125	2850±17	41	24,0	11
2625±125	2599±25	53	22,6	12
2375±125	2373±16	60	22,6	20
2125±125	2117±15	63	21,3	35
1875±125	1864±12	80	20,5	33
1625±125	1615±9	108	20,0	66
1375±125	1363±10	129	20,0	58
1125±125	1116±8	158	20,0	80
875±125	871±8	204	20,0	86
680±70	677±5	138	20,0	60
555±55	555±4	108	20,0	58
455±45	459±3	103	18,6	59
375±35	380±3	65	17,3	61
310±30	309±2	58	16,0	53
255±25	252±2	55	14,9	55
210±20	208±2	49	14,8	47
175±15	177±2	29	12,6	29
145±15	145±2	24	12,6	24
120±10	123±2	21	11,6	20
100±10	100±1	23	11,0	14

По всем энергиям

1657

908

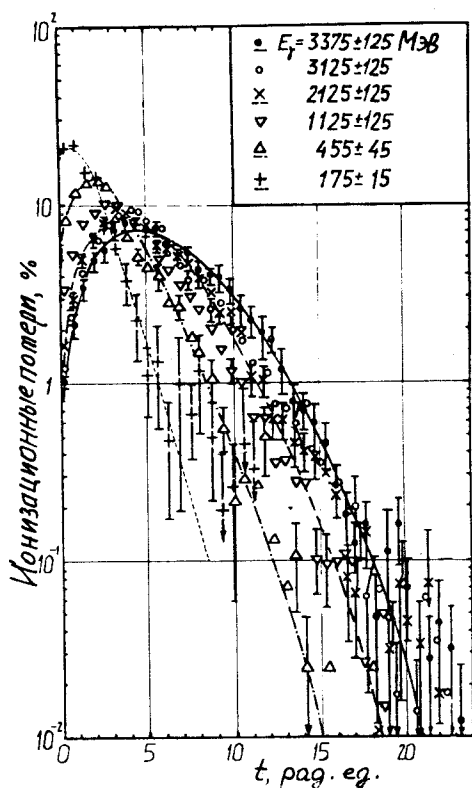


Рис.19. Продольное распределение средних ионизационных потерь энергии в ливнях, вызванных гамма-квантами с энергией E_γ в жидком ксеноне [172]. Кривыми обозначены соответствующие аппроксимирующие функции в виде распределения Вейбула

ления, полученные для гамма-квантов с энергией $E_\gamma = (175 \pm 15), (455 \pm 45), (1125 \pm 125), (2115 \pm 125), (3125 \pm 125)$ и (3375 ± 125) МэВ, инициирующих ливни в жидком ксеноне [172]. Экспериментальные данные описываются удовлетворительно распределением Вейбула, по крайней мере, до глубины t развития ливней, на которой энерговыделение на одной радиационной единице длины падает до $\sim 0,1\%$. Распределение Вейбула было впервые применено В.Барыловым, В.Демидовым и др. для восстановления пол-

ной энергии ливня в условиях ограниченной толщины слоя активного вещества — жидкого ксенона в КПК [176]. Те же распределения, но относительно величины $x = t/\bar{l}(E_\gamma)$, изображены на рис.20. Здесь $\bar{l}(E_\gamma)$ — средняя длина развития ливня, энергетическая зависимость которой показана на рис.21 и аппроксимирована формулой (35). Можно заметить, что при $E_\gamma \geq 500$ МэВ и $x \geq 0,15$ приведенные распределения не различаются между собой в пределах экспериментальных ошибок. В [149] этот вывод сделан на основании анализа продольных распределений ливней из всех 22 изученных энергетических интервалов E_γ , шесть из которых приведены на рис.20. Таким образом, есть основание просуммировать эти распределения по энергии E_γ в указанном интервале, т.е. от 500 до 3500 МэВ. В данном случае такое суммирование означает лишь усред-

Рис.20. То же, что на рис.19, относительно безразмерной длины развития $t/\bar{t}(E_\gamma)$, где $\bar{t}(E_\gamma)$ — средняя длина развития ливня с энергией E_γ [149]

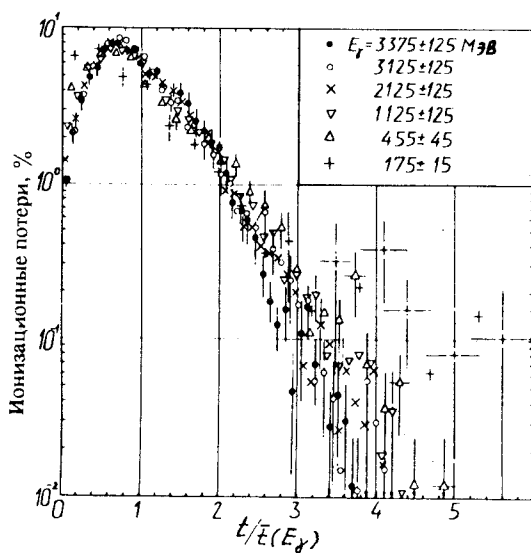
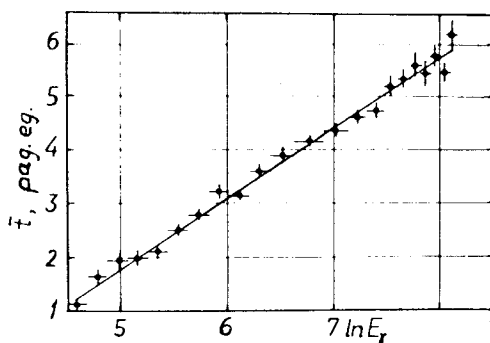


Рис.21. Зависимость средней длины развития ливня, образованного в жидком ксеноне, от энергии первичного гамма-кванта E_γ . Прямой линией обозначена аппроксимирующая функция (35) (E_γ в МэВ)



нение по флуктуациям. Результат показан на рис.22. Там же изображена функция

$$F_1(x) = a_1 x^{a_2} \exp(-a_3 x), \quad (51)$$

описывающая экспериментальные данные. Параметры a_i ($i = 1, 2, 3$), подобранные при фитировании, равны: $a_1 = 83,1 \pm 3,4$, $a_2 = 1,65 \pm 0,03$ и $a_3 = 2,62 \pm 0,03$, $\chi^2/35 = 35,8$ при $x \geq 0,15$ [149]. При малых значениях длины развития ($x \leq 0,15$) можно заметить систематическое уменьшение

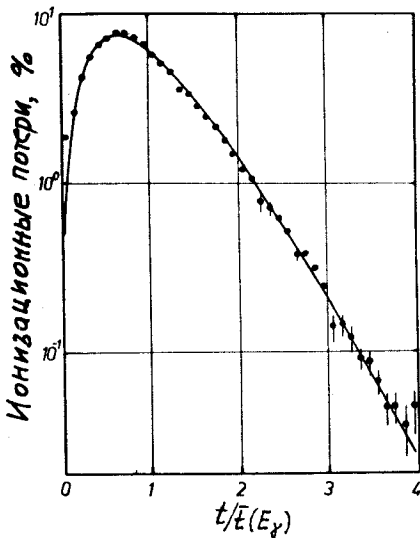


Рис.22. Усредненное по энергии первичного гамма-кванта E_γ продольное распределение ионизационных потерь энергии в ливнях, вызванных гамма-квантами в жидком ксеноне; $\bar{t}(E_\gamma)$ — средняя длина развития ливня. Усреднение произведено по интервалу $E_\gamma = 500+3500$ МэВ [149]

ионизационных потерь энергии (рис.20), обусловленное зависимостью многократного кулоновского рассеяния от энергии электронов, возникших в самом начале ливня. Отметим, что этот эффект будет наблюдаться лишь тогда, когда четко фиксирована точка конверсии гамма-кванта, вызывающего ливень.

Функция $F_1(x)$ нормирована на единицу. Следует подчеркнуть, что ее вид тот же, что у весовой функции (27) и распределения (40), аппроксимирующего результаты моделирования ливней методом МК. Но здесь она выражена через безразмерную длину $x = t/\bar{t}(E_\gamma)$ развития ливней. Отсюда можно заключить, что средняя длина развития ливней $\bar{t}(E_\gamma)$ является удачным масштабным параметром, снимающим энергетическую зависимость средних продольных профилей энерговыделения в ливнях (см., например, рис.19). Естественно, она содержит также информацию о свойствах вещества, в котором ливень развивается (для аморфных и однородных веществ), и об энергии обрезания ливневых частиц. Информация об условиях наблюдения ливня (число ливневых электронов, длина пробегов, световой либо сцинтилляционный эффект) заключена, в основном, в нормировочном коэффициенте a_1 (51).

С практической точки зрения особый интерес представляет интегральный профиль энерговыделения в ливне. Соответствующие распределения для ливней, вызванных гамма-квантами в жидком ксеноне, приведены на рис.23 (значения энергии E_γ те же, что на рис.19 и 20). Сплошной кривой изображена функция (51), представленная в виде распределения

накопленной вероятности $\int_0^x F_1(x')dx'$. Можно заметить, что, например, в

Рис.23. То же, что на рис.19, в виде интегральных распределений и в зависимости от отношения $t/\bar{t}(E_\gamma)$ [149]. Сплошной кривой изображена функция накопленной вероятности, полученная из формулы (51)

веществе толщиной $\sim 2\bar{t}(E_\gamma)$ поглощается более 90% полной энергии ливня.

Экспериментальные данные, касающиеся ливней, вызванных моноэнергетическими гамма-квантами, очень редки и получены, в основном, с помощью КПК. Но характеристики ЭФЛ изучались также на пучке тормозных фотонов, энергетический спектр которых заключался в интервале от 100 до 2500 МэВ, т.е. до энергии пучка излучающих электронов [61]. На рис.24 показано распределение поглощенной в сцинтилляторе энергии ливней, вызванных такими фотонами в свинце, в зависимости от толщины слоя свинца, установленного впереди сцинтиллятора. Экспериментальные данные сравниваются с результатами расчетов, выполненных методом МК по программе EGS-4 [26], где принято, что энергия обрезания равна 0,1 МэВ для фотонов и 1 МэВ для электронов. Авторы делают вывод, что имеется согласие в пределах 16%, за исключением двух первых точек при толщине свинца 1 и 2 мм [61].

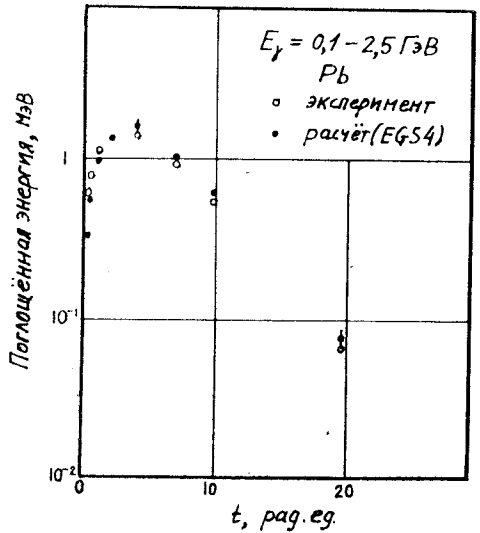
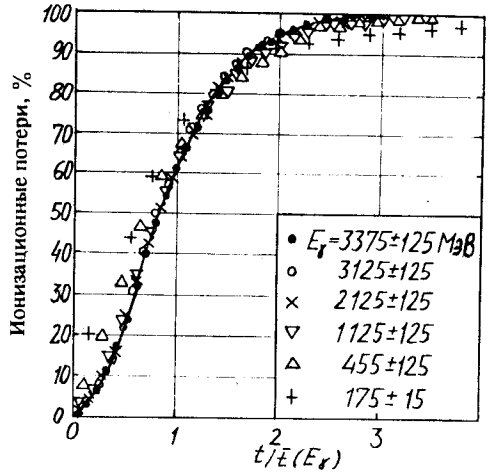


Рис.24. Продольное распределение поглощенной энергии ливней, вызванных тормозными фотонами с энергией от 100 МэВ до 2,5 ГэВ в свинце [61]. Экспериментальные данные сравниваются с результатами моделирования ЭФЛ методом Монте-Карло по программе EGS-4

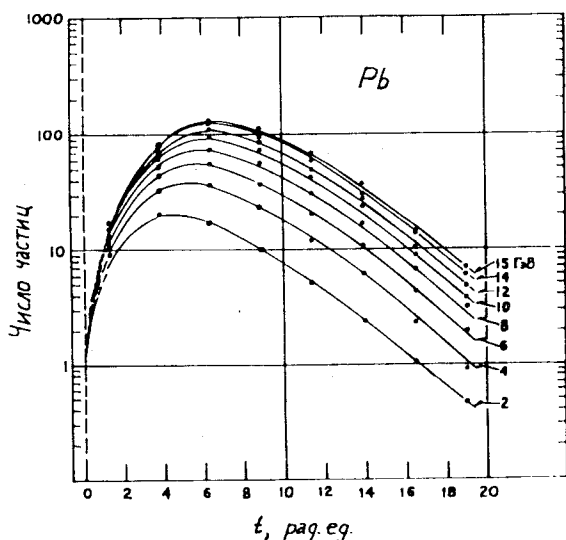


Рис. 25. Продольные профили ливней, вызванных в свинце электронами с энергией 2+15 ГэВ (значения указаны на рисунке) [72]. Сплошными линиями обозначена аппроксимирующая функция

Продольный профиль ливней изучался на пучках электронов до энергии 200 ГэВ [86]. Одни из первых экспериментальных данных, кроме упомянутых ранее [73], относились к интервалу энергии $E = 2+15$ ГэВ первичных электронов,

образующих ливни в свинце [72]. Эти данные приведены на рис. 25 вместе с аппроксимирующими кривыми, полученными авторами [72]. Пороговая энергия ливневых электронов составляет 7,4 МэВ. Из рисунка видно, что, как и в случае других экспериментальных данных, касающихся продольного развития ЭФЛ, за максимумом ливня его средний профиль довольно быстро достигает асимптотического режима зависимости от длины развития l , т.е. экспоненциального уменьшения с увеличением l (см. также рис. 18—20). Тем не менее при исследовании продольного развития ливней, вызванных электронами с энергией от 4 до 49 ГэВ в Si/W-сэндвич-калориметре, была отмечена более сложная зависимость профиля ЭФЛ от l в асимптотической области [81, 83]. Соответствующие данные изображены на рис. 26. Там же указаны аппроксимирующие кривые, которые, по мнению авторов [81], лучше, чем формула (40) описывают экспериментальные результаты. Эти кривые изображают двухкомпонентное распределение [81]:

$$E = E_0(t/2)^a \exp(-bt) + E_1(t/2)^c \exp[-m(t - x_1) - y_1], \quad (51')$$

где E , E_0 , E_1 — в МэВ; c , m , x_1 и y_1 — безразмерные константы, подбираемые при фитировании, причем

$$a = (3,2 \pm 0,5) + (0,3 \pm 0,2) \ln E,$$

$$b = (0,75 \pm 0,10) + (-0,05 \pm 0,04) \ln E,$$

$$c = (0,26 \pm 0,10) \ln E,$$

$$m = (0,04 \pm 0,02) \ln E,$$

$$x_1 = (-6,8 \pm 3,5) + (55,9 \pm 20,3) \ln E,$$

$$y_1 = 2,5 \pm 0,4,$$

$$E_0 = (2,2 \pm 1,2) + (1,5 \pm 0,6) \ln E \text{ [МэВ]}$$

и $\chi^2/49 = 48$. Интересно подчеркнуть, что аналогичный двухкомпонентный вид профиля энергосделения отмечен у адронных ливней, вызываемых пионами с энергией 10 и 30 ГэВ [178, 179]. Однако некоторые из последних измерений продольных профилей ливней, создаваемых электронами с энергией 25, 50, 100 и 200 ГэВ в высокосегментированном электромагнитном калориметре [86], вероятнее всего, не подтверждают модели двухкомпонентной структуры (51'). Результаты измерений приведены на рис.27.

Поперечное развитие ливней.

В качестве характеристик поперечного развития ливней принято пользоваться радиальным (т.е. в направлении, перпендикулярном оси ливня) распределением энергосделения, наблюдаемым на данной длине (глубине), отсчитываемой от его начала вдоль оси ливня, либо просуммированном по всей глубине развития ливня. Экспериментальные данные, касающиеся поперечных профилей ливней, аппроксимируют чаще всего двухкомпонентной функцией [59, 73, 78, 82, 83, 88]:

$$F_1(r, t) = c_1 \exp[-r/\lambda_1(t)] + c_2 \exp[-r/\lambda_2(t)], \quad (52)$$

хотя некоторые авторы предпочитают обычное экспоненциальное распределение [80]. Здесь константы c_1 и c_2 , а также зависимость от t параметров наклона $\lambda_1(t)$ и $\lambda_2(t)$, определяют по результатам измерений.

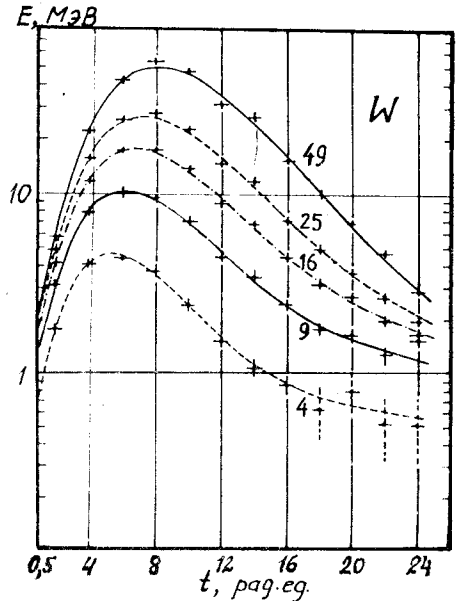


Рис.26. Продольное развитие ливней, вызванных электронами с энергией 4, 9, 16, 25 и 49 ГэВ в Si/W-сэндвич-калориметре [81,82]. Линиями указаны аппроксимирующие кривые (52)

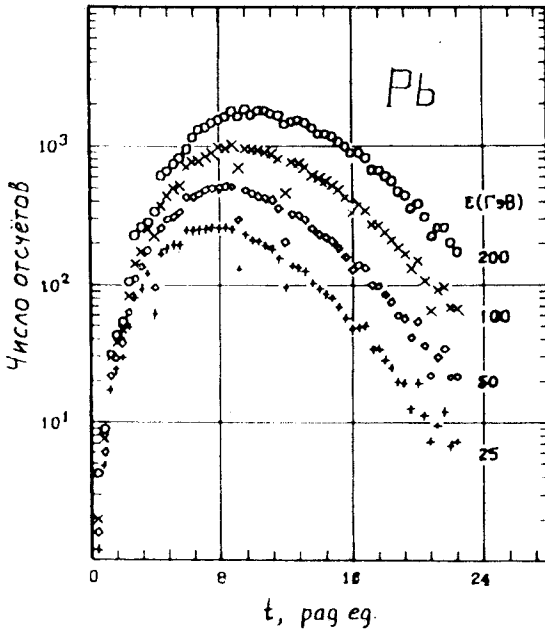


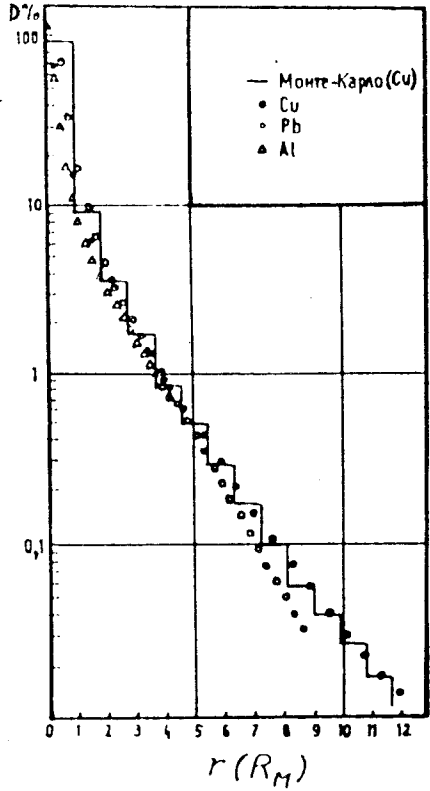
Рис.27. Продольные профили ливней, вызванных электронами с энергией 25, 50, 100 и 200 ГэВ в свинце [86]

Физическая интерпретация модели (52) такова, что в поперечном направлении в ливне можно выделить две области: центральную, характеризующуюся относительно небольшим угловым размытием жесткой компоненты ливневых частиц, обусловленным, главным образом, незначительной угловой зависимостью процессов тормозного излучения и образования электрон-позитронных пар

(эту область описывает первый член формулы (52)), и периферическую, содержащую, в основном, частицы низких энергий, подверженные сильному многократному кулоновскому рассеянию (ее, соответственно, отражает второй член формулы (52)). Наглядной иллюстрацией такой интерпретации могут служить фотографии ливней, зарегистрированных в КПК (рис.1, 2 и 8). Видно также, что $\lambda_1(t)$ и $\lambda_2(t)$ должны расти с глубиной развития t .

Результаты дозиметрических измерений поперечных распределений ливней, вызванных электронами с энергией 6 ГэВ в меди, свинце и алюминии, приведены на рис.28. Эти распределения просуммированы по всей глубине развития. Экспериментальные данные сравниваются с результатами расчета по модели Монте-Карло. Авторы измерили также соответствующие распределения при некоторых значениях глубины t в алюминии и свинце. Для свинца они воспроизведены на рис.29. Видно, что, по крайней мере на относительно небольшой глубине ($t = 5$ рад.ед.), можно обнаружить двухкомпонентную структуру ливней и что по мере увеличения глубины развития ливень становится все более однородным в этом отношении. Изменение режима поперечного развития ливней можно заметить весьма отчетливо по данным работы [78], в которой измерена просуммированная по глубине радиальная зависимость энергосведе-

Рис.28. Поперечное распределение энерговыделения в ливнях, вызванных электронами с энергией 6 ГэВ в меди, свинце и алюминии [73]. Гистограммой изображены результаты расчетов по методу Монте-Карло. Распределения просуммированы по всей глубине развития ливней. r — расстояние от оси ливня, выраженное в единицах Мольера (22)



Доза, произв. ед.

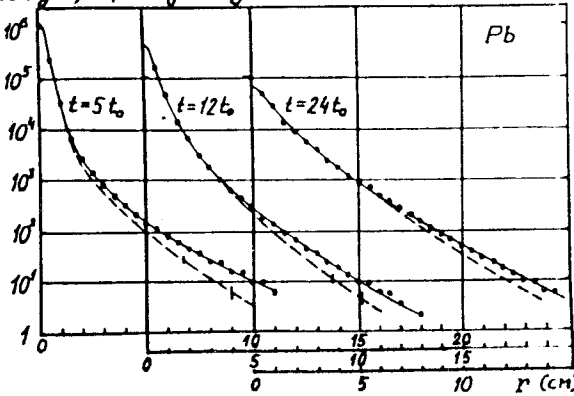


Рис.29. Поперечные профили дозы энерговыделения в ливнях, создаваемых электронами с энергией 6 ГэВ при трех указанных значениях глубины t развития ливней в свинце ($t_0 = 1$ рад.ед.) [73]. r — расстояние от оси ливня. Штриховые линии — расчет по методу Монте-Карло

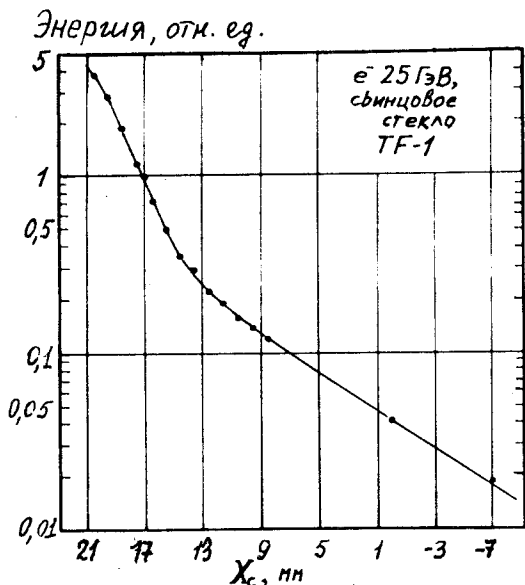


Рис.30. Радиальное распределение выделившейся энергии в ливнях, вызванных электронами с энергией 25 ГэВ в свинцовом стекле [78]. Кривой изображена параметризация (52) с $\lambda_1 = 4,5$ мм, $\lambda_2 = 12$ мм и $c_1/c_2 = 0,14$

ления в ливнях, образованных в свинцовом стекле электронами с энергией 25 ГэВ. Экспериментальные данные (рис.30) авторы описали функцией (52), причем $c_1/c_2 = 0,14$, $\lambda_1 = 4,5$ мм, $\lambda_2 = 12$ мм [78]. Аналогичные результаты были получены при калибровке передней части

электромагнитного спектрометра детектора ДЕЛФИ на пучке электронов с энергией 20 ГэВ [82]. Они показаны на рис.31 вместе с параметризующей функцией (52), где $c_1/c_2 = 11,9 \pm 0,5$, $\lambda_1 = (3,4 \pm 0,1)$ мм, $\lambda_2 = (9,3 \pm 0,3)$ мм, при $\chi^2 = 2,6$. Поперечные профили ливней, вызванных электронами с энергией 150 ГэВ, были также измерены калориметром с тонко-дискретной структурой свинец — сцинтилляционное волокно (рис.32) [87]. И здесь просматривается двухкомпонентная структура вида (52), хотя авторы не параметризовали свои данные. Приведем еще результаты измерения поперечного распределения заряда на разных глубинах ливней, вызванных электронами с энергией 3 ГэВ в свинцовом стекле (рис.33) [59]. Как и ранее (рис.29), можно заметить, что с увеличением глубины развития ливня его поперечный профиль все точнее можно описать экспоненциальной функцией.

Двухкомпонентная параметризация поперечного профиля ливней, создаваемых электронами с энергией 2, 4 и 6 ГэВ в вольфраме и уране, обсуждалась в [84], где экспериментальные результаты были описаны функцией

$$F(r) = [\exp(-\sqrt{r/\lambda_1}) + c_{12} (\exp(-r/\lambda_2))] / (Nr), \quad (53)$$

Рис.31. То же, что на рис.30, но для электронов с энергией 20 ГэВ [82]. Значения параметров: $\lambda_1 = (3,4 \pm 0,1)$ мм, $\lambda_2 = (9,3 \pm 0,3)$ мм, $c_1/c_2 = 11,9 \pm 0,5$

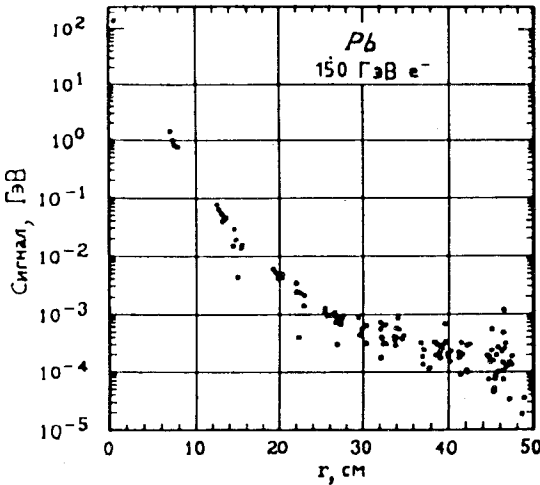
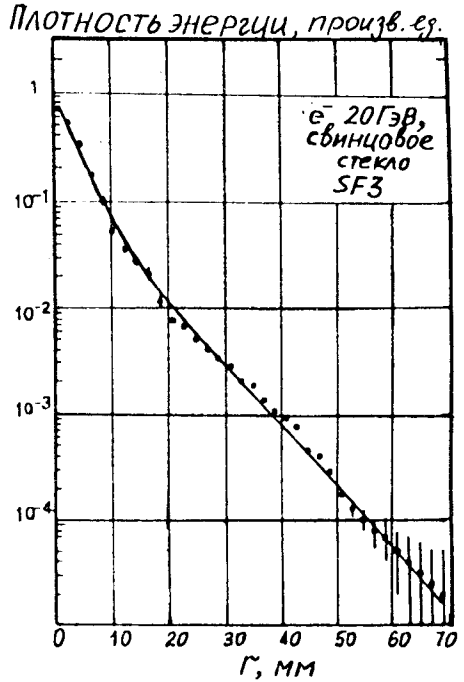


Рис.32. Поперечные профили ливней, вызванных электронами с энергией 150 ГэВ в калориметре типа «спагетти» [87]

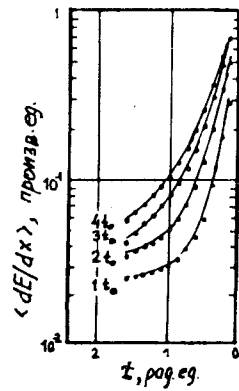


Рис.33. Радиальное распределение среднего заряда в ливнях, образованных электронами с энергией 3 ГэВ в свинцовом стекле при указанных значениях глубины развития ($t_0 = 1$ рад.ед.) [59]

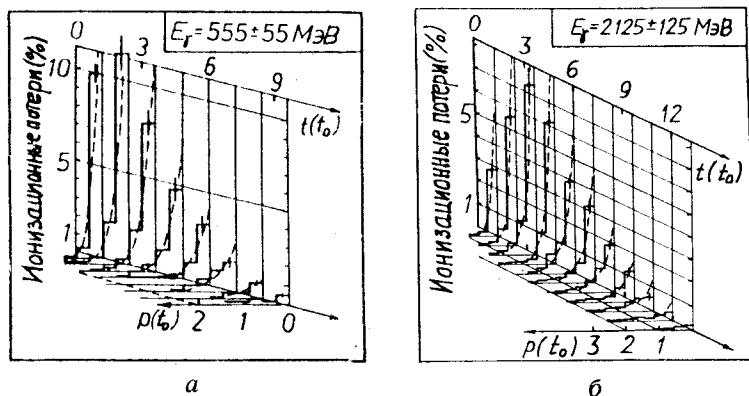


Рис. 34. Двумерное распределение ионизационных потерь в ливнях, создаваемых в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией: а) $E_\gamma = (555 \pm 55)$ МэВ; б) $E_\gamma = (2125 \pm 125)$ МэВ [149]; t — длина развития, p — расстояние от оси ливня в плоскости фотографирования ($t_0 = 1$ рад.ед.). Штриховыми линиями изображены аппроксимирующие кривые (54)

где N , c_{12} , λ_1 и λ_2 — параметры, определяемые аналогично формуле (52) по экспериментальным данным. Сделан вывод о том, что параметр затухания λ_2 почти не зависит ни от глубины t , ни от энергии первичных электронов E , в то время как λ_1 пропорционален t и $E^{-1/2}$ и один и тот же для обоих поглотителей [84]. Любопытно также отметить, что двухкомпонентная структура наблюдается и у поперечных профилей адронных ливней, образованных пионами и протонами с импульсом 1,56; 2,46; 5,65 и 6,80 ГэВ/с в сегментированном (свинец — сцинтиллятор) калориметре [180]. Экспериментальные данные удовлетворительно описываются функцией вида (52) для первичных пионов и протонов с импульсом, по крайней мере, начиная с 2,46 ГэВ/с и выше.

Подробное экспериментальное исследование поперечной структуры ливней, инициированных гамма-квантами с энергией от 100 до 3500 МэВ в жидком ксеноне, выполнено с помощью КПК [38, 149, 172, 173]. Метод исследования и общая характеристика полученного экспериментального материала описаны выше. Здесь приведем основные результаты.

На рис.34, а и б изображены в качестве примера двумерные — т.е. в плоскости оси ливня (t, p) — распределения ионизационных потерь энергии ливневых электронов в ЭФЛ, созданных гамма-квантами с энергией $E_\gamma = (555 \pm 55)$ и (2125 ± 125) МэВ (см. рис.12). Штриховыми линиями нанесены аппроксимирующие кривые

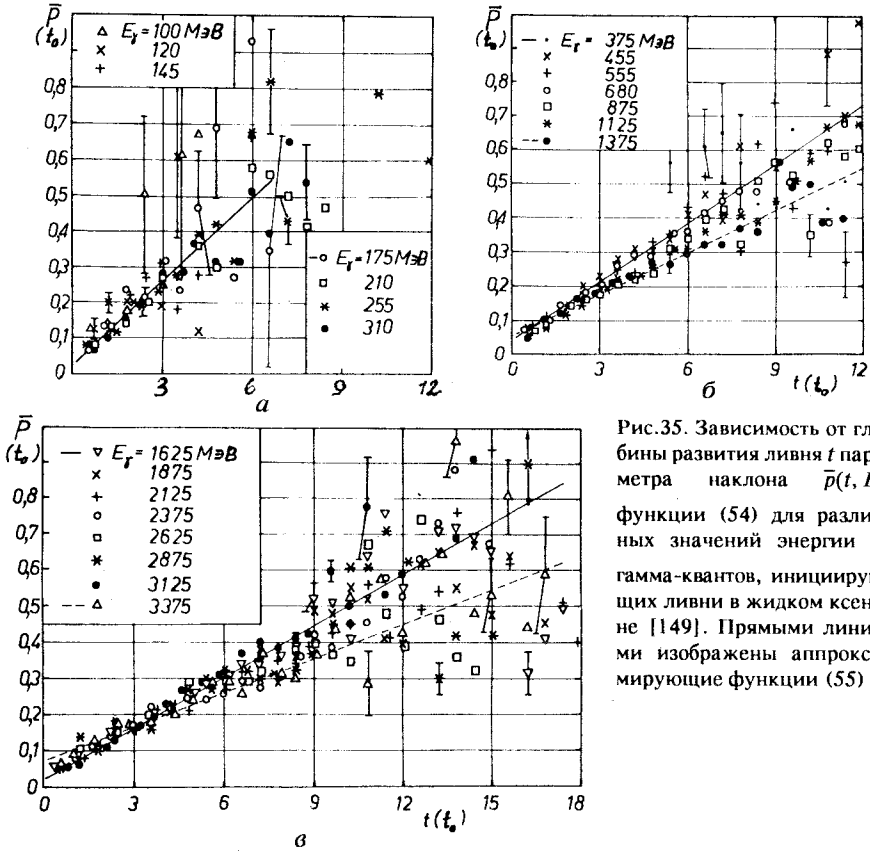


Рис.35. Зависимость от глубины развития ливня t параметра наклона $\bar{p}(t, E_\gamma)$ функции (54) для различных значений энергии E_γ гамма-квантов, инициирующих ливни в жидком ксеноне [149]. Прямыми линиями изображены аппроксимирующие функции (55)

$$f(p|t, E_\gamma) = \exp [-p / \bar{p}(t, E_\gamma)] / \bar{p}(t, E_\gamma), \tag{54}$$

где $\bar{p}(t, E_\gamma)$ — параметр наклона, зависящий от глубины развития ливней и энергии E_γ . Это единственный параметр, подбираемый при фитировании экспериментальных данных. Зависимость от t этого параметра для всех 22 изученных интервалов энергии E_γ воспроизведена на рис.35. Она аппроксимирована линейной функцией [173]:

$$\bar{p}(t, E_\gamma) = \alpha + \beta(E_\gamma) t, \tag{55}$$

которая также изображена на этих рисунках. Здесь коэффициент $\alpha = (0,042 \pm 0,015)$ рад.ед. и не зависит от E_γ в пределах ошибок. Энерге-

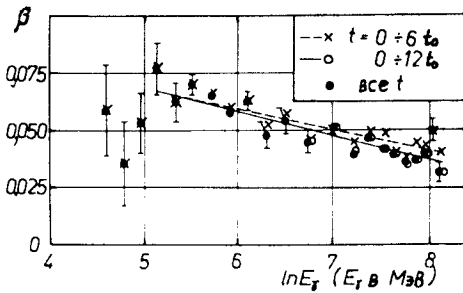


Рис.36. Энергетическая зависимость коэффициента β в формуле (55) [173]. Сплошной и штриховой линиями изображены аппроксимирующая функция (56) для двух указанных интервалов t соответственно ($t_0 = 1$ рад.ед.)

тическая зависимость коэффициента $\beta(E_\gamma)$ показана на рис.36 и параметризована функцией [173]

$$\beta(E_\gamma) = a + b \ln E_\gamma \quad (56)$$

в интервале $E_\gamma \gtrsim 175$ МэВ. Значения констант помещены в табл. 11 для разных интервалов t (β — безразмерная величина, E_γ — в МэВ).

Таблица 11. Значения параметров a и b формулы (56) для разных интервалов глубины t при $E_\gamma \gtrsim 175$ МэВ [173]

t , рад.ед.	$a \cdot 10^3$	$-b \cdot 10^4$
0—6	67 ± 4	53 ± 5
0—12	72 ± 3	62 ± 4
По всем t	75 ± 3	66 ± 4

Просуммированные по глубине развития поперечные профили ливней, создаваемых в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ в семи интервалах значений от 100 до 3500 МэВ, приведены на рис.37. Эти профили измерены в плоскости снимка (она же плоскость оси ливня). Энергетическая зависимость средних ширин $\bar{p}_0(E_\gamma)$ профилей, относящихся ко всем 22 рассмотренным интервалам значений E_γ , показана на рис.38. Там же изображена параметризация этой зависимости функцией [172]

$$\bar{p}_0(E_\gamma) = a_p + b_p \ln E_\gamma, \quad (57)$$

где E_γ — в МэВ, $a_p = (0,21 \pm 0,03)$ рад.ед., $b_p = 0,085 \pm 0,005$.

Если нормировать ширину p на величину средней ширины $\bar{p}_0(E_\gamma)$, аналогично случаю продольного развития ливней (рис.20), то оказывает-

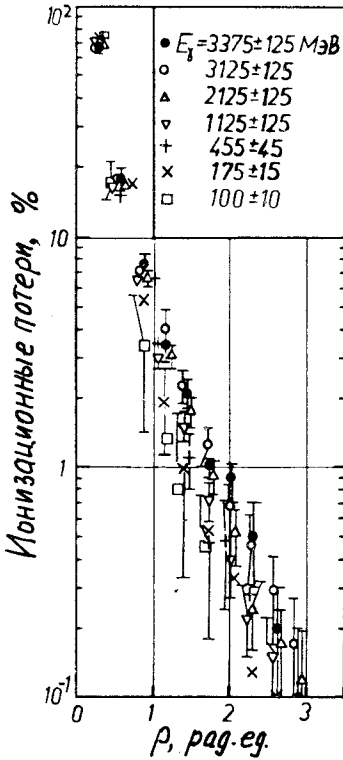
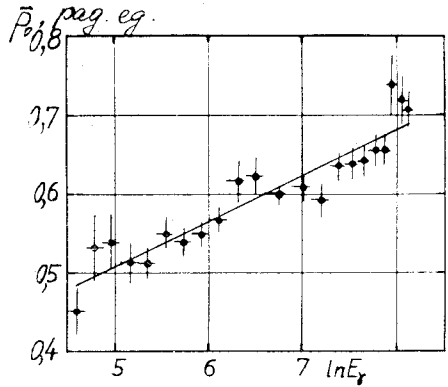


Рис.37. Поперечные профили ливней, создаваемых в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ . Профили, измеренные в плоскости снимка, просуммированы по глубине развития ливня [172]

Рис.38. Средние ширины ливней, вызванных гамма-квантами с энергией E_γ в жидком ксеноне. Измерения выполнены в плоскости снимка. Сплошной линией изображена аппроксимирующая функция (57) [E_γ в МэВ]



ся, что средние профили ливней, определенные в плоскости оси ливня, перестают зависеть от энергии E_γ первичных гамма-квантов при $E_\gamma \gtrsim 500$ МэВ (рис.39). Следовательно, можно сделать аналогичный, как ранее, вывод, что средняя ширина $\bar{p}_0(E_\gamma)$ является удачным масштабным параметром, унифицирующим просуммированные по глубине продольные профили ливней в плоскости оси ливня, в указанном интервале значений E_γ .

Пользуясь соотношением, учитывающим условия фотографирования ливней в КПК и осевую симметрию ливней (в среднем), можно восстановить радиальную плотность ионизационных потерь $F_r(r|t, E_\gamma)$ [152]:

$$f(p|t, E_\gamma) = 2 \int_p^\infty F_r(r|t, E_\gamma) dr / \sqrt{1 - (p/r)^2}, \quad (58)$$

где r — расстояние от оси ливня. Решение этого интегрального уравнения имеет вид [152]:

$$F_r(r|t, E_\gamma) = [1/(\pi r^2)] \int_0^r \frac{d}{dp} [pf(p|t, E_\gamma)] dp / \sqrt{1 - (r/p)^2}. \quad (59)$$

Окончательное выражение для функции радиального профиля ливней получим, подставив (54) в (59). Введем при этом следующие обозначения: $s = r/p$, $x = r/\bar{p}(t, E_\gamma)$ и

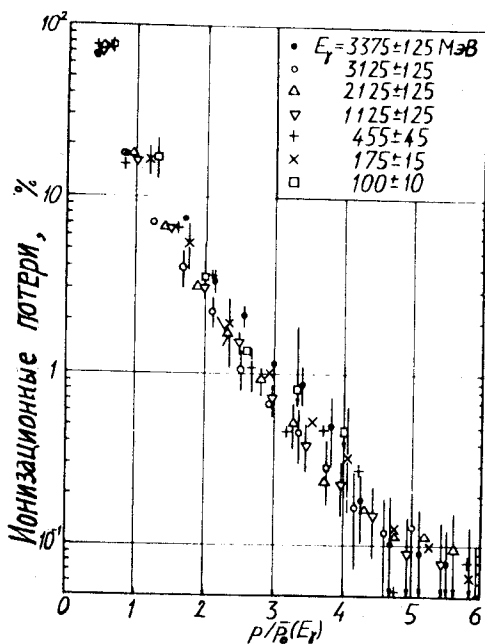
$$F(x) = \pi \bar{p}^2(t, E_\gamma) F_r(r|t, E_\gamma). \quad (60)$$

Тогда [181]

$$F(x) = \int_0^1 (1/s - 1/x) / [s^2 \sqrt{1 - s^2}] \exp(-x/s) ds. \quad (61)$$

Функция $F(x)$ зависит только от безразмерного радиуса x . Итак, средний радиальный профиль ионизационных потерь энергии в ливнях, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией $E_\gamma = 500+3500$ МэВ, можно выразить через универсальную функцию $F(x)$ и среднюю ширину $\bar{p}(t, E_\gamma)$ ливня на глубине t :

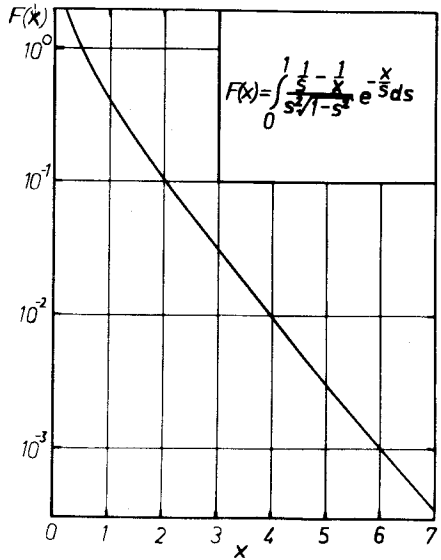
$$F_r(r|t, E_\gamma) = [\pi \bar{p}^2(t, E_\gamma)]^{-1} F(x). \quad (62)$$



Показано, что при больших x ($x \geq 2$) $F(x) \sim \exp(-x)$ [181], в полном согласии с другими экспериментальными данными. Графическое изображение функции $F(x)$ показано на рис.40. Видно, что при небольших x , т.е. когда $r \leq \bar{p}$ и, следовательно, функция $F(x)$ описывает радиальное распределение вблизи оси ливня, ее зависимость от x более сильная. Если же при этом $\bar{p} \leq 1$ рад.ед., то имеем дело с упоминаемой ранее центральной областью ливня. Нетрудно также заметить, что в

Рис.39. То же, что на рис.37, в зависимости от безразмерного отношения $p/\bar{p}_0(E_\gamma)$ [172].

Рис.40. Универсальная функция радиального профиля ливней: $x = r / \bar{\rho}(t, E_\gamma)$, где $\bar{\rho}(t, E_\gamma)$ — средняя ширина ливня, вызванного гамма-квантом с энергией E_γ , t — глубина ливня, r — расстояние от оси ливня



начале ливня ($\bar{\rho} < 1$ рад.ед.) доминирующей является, в среднем, центральная область и по мере увеличения глубины развития происходит плавный переход к режиму более сильного поперечного рассеяния электронов более низких энергий, характерному для периферической области. Эта картина полностью соответствует имеющимся экспериментальным данным, но, в отличие от модели двухкомпонентной структуры поперечных профилей, здесь нет нужды постулировать два механизма рассеяния ливневых частиц.

Флуктуации. Поскольку основной практический интерес в настоящее время представляют флуктуации энерговыделения в ливнях, мы не будем касаться упомянутых ранее экспериментальных работ, в которых изучались флуктуации числа частиц в ливнях, тем более что эти две характеристики ливней связаны между собой [29,57].

Продольные флуктуации. Естественно представить продольные флуктуации ионизационных потерь энергии ливневых электронов в виде среднеквадратичного отклонения $\sigma_A^{(t)}$ от средней доли A этих потерь ($0 \leq A \leq 1$). Рассмотрим зависимость $\sigma_A^{(t)}$ от A , где безразмерная переменная A — накопленная вероятность среднего продольного энерговыделения в ливне, зависящая от глубины t (51):

$$A(x) = \int_0^x F_1(x') dx', \tag{63}$$

где $x = t / \bar{t}(E_\gamma)$. Такая характеристика продольных флуктуаций в ливнях была впервые введена в [56]. На рис.41 показана зависимость $\sigma_A^{(t)}$ от A для ливней, вызываемых в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ от 100 до 3500 МэВ [172]. Установлено, что при $E_\gamma \geq 500$ МэВ эта

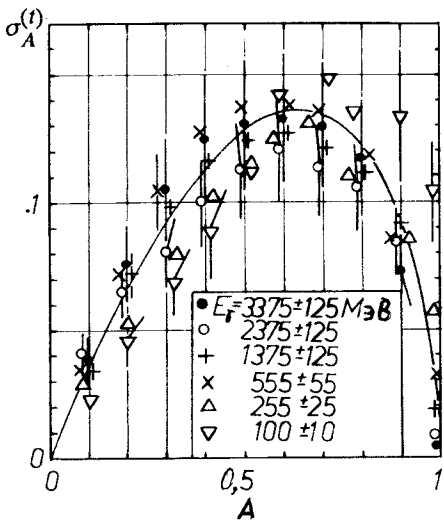


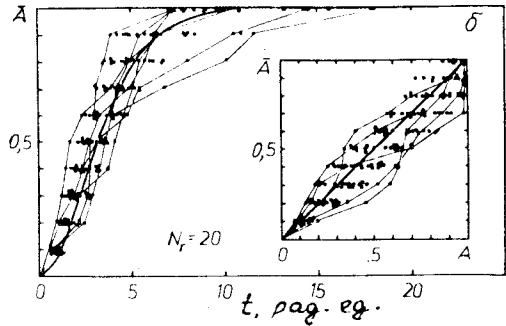
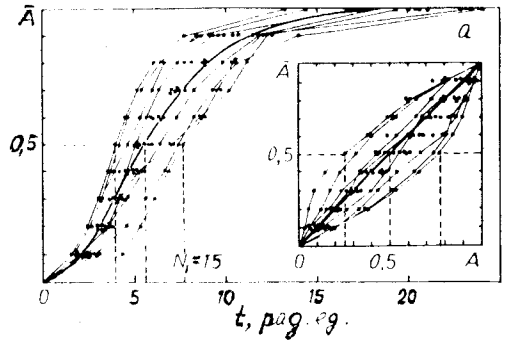
Рис.41. Зависимость от A среднеквадратичного отклонения σ_A от среднего значения доли A ионизационных потерь энергии, выделяемых вдоль оси ливня. E_γ — энергия гамма-кванта, вызывающего ливень в жидком ксеноне [172]. Сплошной линией изображена аппроксимирующая функция (64)

зависимость практически не меняется с энергией E_γ и ее можно аппроксимировать функцией [173]

$$\sigma_A^{(t)} = A \{ [\alpha_t^2 + \beta_t (\gamma_t - A)]^{1/2} - \alpha_t \}, \quad (64)$$

где $\alpha_t = (38 \pm 1)10^{-3}$, $\beta_t = (166 \pm 5)10^{-3}$, $\gamma_t = 1,01 \pm 0,01$. На рис.41 эта функция изображена сплошной кривой. Из (64) нетрудно получить зависимость $\sigma_A^{(t)}$ от глубины развития. Для этого надо перейти к переменной t , решив относительно x уравнение (63). Однако представление продольных флуктуаций в виде зависимости $\sigma_A^{(t)}$ от A также имеет практическую ценность. Так, например, можно заметить (рис.41), что в толщине вещества, в котором в среднем выделяется половина энергии ливня (т.е. $A = 0,5$), среднеквадратичный разброс доли этого энерговыделения составляет $\sigma_A^{(t)} = 0,16$, т.е. фактическое энерговыделение будет флуктуировать приблизительно от 0,34 до 0,66 полной энергии ливня. Наглядное представление о флуктуациях продольного развития ливней дают рис.42, а и б, на которых показаны, в качестве иллюстрации, распределения по глубине t ионизационных потерь энергии в ливнях, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией $E_\gamma = (3375 \pm 125) \text{ МэВ}$ (рис.42,а) и $E_\gamma = (555 \pm 55) \text{ МэВ}$ (рис.42,б). Эти распределения представлены в виде накопленной вероятности отдельно для каждого индивидуального случая ливня из выборки численностью $N_\gamma = 15$ и $N_\gamma = 20$ соответственно. Экспериментальные точки, относящиеся к не-

Рис.42. Распределение доли \bar{A} ионизационных потерь энергии в ливнях, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией а) $E_\gamma = (3375 \pm 125)$ МэВ; б) $E_\gamma = (555 \pm 55)$ МэВ (пояснения в тексте) [169]



скольким случаям, соединены прямолинейными отрезками для каждого ливня по отдельности. Сплошной линией изображена функция (63). Видно, что, например, толщина вещества t , в которой поглощается в среднем $\bar{A} = 0,5$ полной энергии ливня, вызванного гамма-квантом с энергией $E_\gamma = (3375 \pm 125)$ МэВ, флуктуирует на выборке численно-

стью $N_\gamma = 15$ в пределах от ~ 4 до $\sim 7,7$ рад.ед. при среднем значении $t(\bar{A} = 0,5) \cong 5,5$ рад.ед. (на рис.42,а отмечено штриховой линией). На внутренних вставках этих рисунков те же случаи ливней представлены в виде разброса доли A энерговыделения вокруг среднего значения \bar{A} этой доли, определенного на данной выборке. Так, например, в толще жидкого ксенона, в которой поглощается в среднем доля $\bar{A} = 0,5$ полной энергии ливня, вызванного гамма-квантом с энергией $E_\gamma = (3375 \pm 125)$ МэВ, доля A меняется на выборке $N_\gamma = 15$ случаев от 0,25 до $\sim 0,77$ (на рис.42,а вставка, штриховые линии).

Представляет интерес вопрос о виде функции распределения A и t при заданных значениях \bar{A} и энергии гамма-квантов E_γ , создающих ливни. Этот вопрос в определенной степени можно решить графически, даже для выборки небольшой численности, пользуясь вероятностной бумагой (см., например, [155, с.91]). На рис.43,а и б приведены два примера распределения доли A для ливней от первичных гамма-квантов с энергией $E_\gamma = (3375 \pm 125)$ и (3125 ± 125) МэВ соответственно. Упорядоченные выборки событий при данных значениях $\bar{A} = 0,1; 0,2; \dots, 0,9$ нанесены на

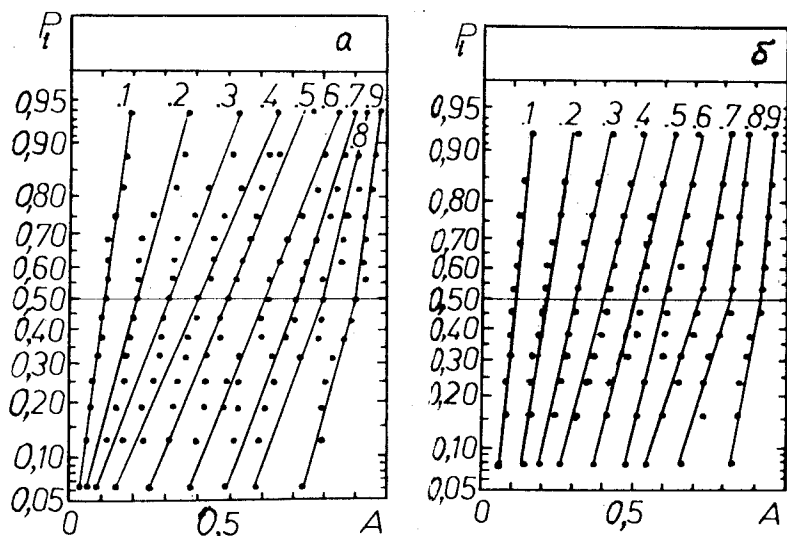


Рис. 43. Распределение ливней, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией а) $E_\gamma = (3375 \pm 125)$ МэВ, б) $E_\gamma = (3125 \pm 125)$ МэВ на вероятностной бумаге для нормального распределения P_i доли A полного энерговыделения ливня. В верхней части рисунка указаны средние значения $\bar{A} = 0,1; 0,2, \dots, 0,9$, к которым относятся эти распределения [169]

вероятностную бумагу для нормального распределения. Линейный характер размещения точек на этом графике свидетельствует о том, что выборка распределена приблизительно по нормальному закону, хотя при $\bar{A} \geq 0,7$ распределения, как и следовало ожидать, становятся несимметричными (т.к. $A \leq 1$) с точками излома при $P_i = 0,5$. Аналогичные распределения тех же событий, но относительно глубины t развития ливней, дают основание судить, что глубина t , на которой выделяется доля $A = 0,1; 0,2; \dots, 0,9$ полной энергии ливня, также распределена приблизительно по нормальному закону. Соответствующие данные приведены на рис. 44, а и б [169].

Поперечные флуктуации. Флуктуации поперечного развития ливней изучены в значительно меньшей степени, чем продольные. Вместе с тем именно они определяют, в частности, пространственное разрешение гамма-квантов, регистрируемых в годоскопических гамма-спектрометрах (см., например, [182]) и устанавливают естественный предел для поперечной сегментации электромагнитных калориметров. Здесь мы приве-

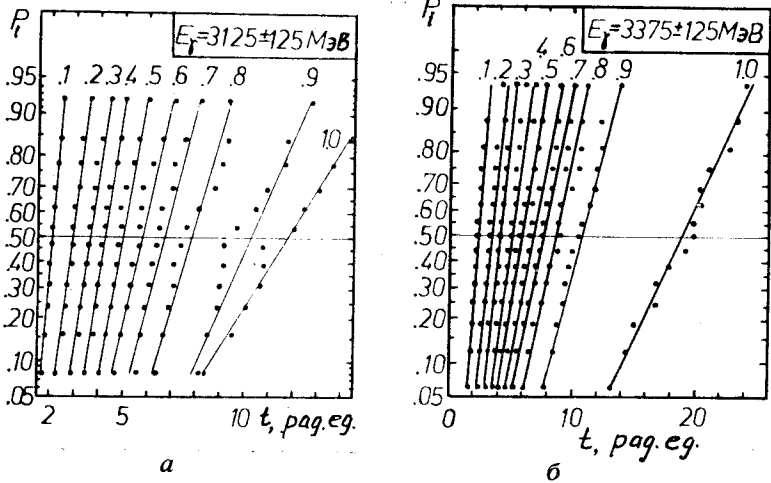


Рис.44. То же, что на рис.43, относительно глубины t развития ливней для а) $E_\gamma = (3375 \pm 125)$ МэВ и б) $E_\gamma = (3125 \pm 125)$ МэВ

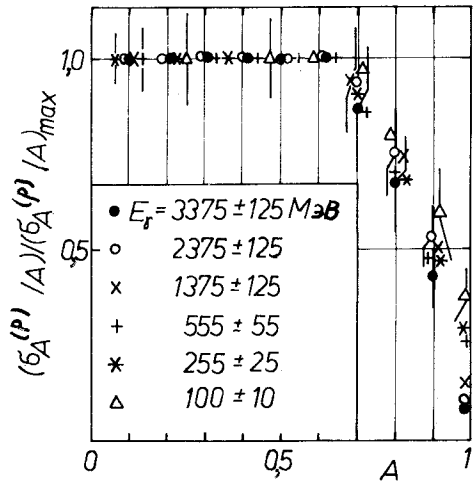


Рис.45. То же, что на рис.41, для коэффициента вариации доли поперечного энерговыделения в ливнях. $(\sigma_A^{(p)} / A)_{\max}$ — максимальное значение этой вариации [172]

дем результаты исследования поперечных флуктуаций ионизационных потерь энергии в ливнях, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией $E_\gamma = 100+3500$ МэВ [168], а также флуктуации доли энерговыделения относительно геометрической оси ливня [170].

На рис.45 показано распределение коэффициента вариации $\sigma_A^{(p)} / A$ доли A энерговыделения в поперечном направлении ливня в зависимости от A при разных значениях энергии E_γ гамма-квантов, вызывающих ливни в жидком ксеноне. Доля A измерялась в плоскости оси ливня и про-

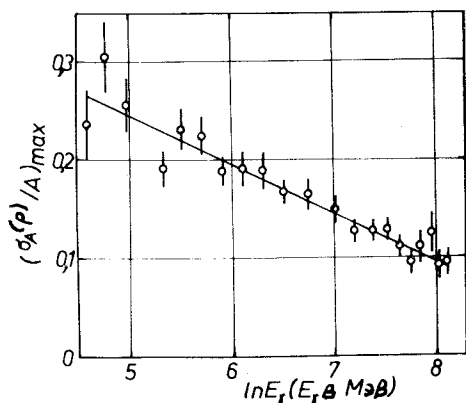


Рис.46. Энергетическая зависимость максимального значения коэффициента вариации $(\sigma_A^{(p)}/A)_{\max}$ поперечного энерговыделения в ливнях, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ [172]

суммирована по его глубине. Коэффициент $\sigma_A^{(p)}/A$ нормирован на величину своего максимального значения, $(\sigma_A^{(p)}/A)_{\max}$, энергетическая зависимость которого приведена на рис.46 и аппроксимирована функцией [172]:

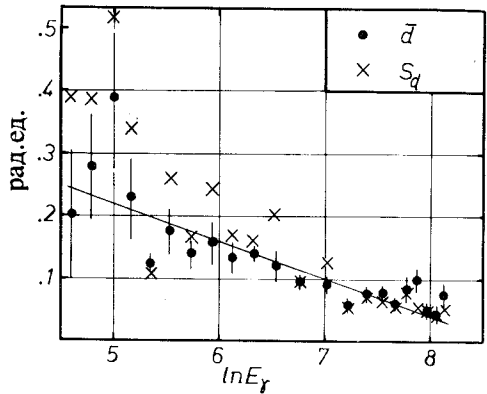
$$(\sigma_A^{(p)}/A)_{\max} = \alpha_p - \beta_p \ln E_\gamma, \quad (65)$$

где $\alpha_p = 0,48 \pm 0,2$, $\beta_p = (48 \pm 3) 10^{-3}$. Следует отметить, что, хотя приведенные данные относятся к плоскости оси ливня, по мере удаления от этой оси они все точнее отражают радиальные флуктуации ионизационных потерь энергии ливневых электронов. Информацию об этих флуктуациях можно получить, как и ранее, переходя в A -зависимости относительной вариации (рис.45) от переменной A к относительному расстоянию $p/\bar{p}(E_\gamma)$, воспользовавшись графической зависимостью между этими величинами (рис.39).

При детектировании гамма-квантов высоких энергий направление оси создаваемых ими ливней восстанавливают по измеренным импульсам от ячеек-счетчиков поперечно-сегментированного годоскопа (см., например, [78]). Предполагается при этом, что ось ливня, определенная по выделившейся в нем энергии (энергетическая ось ливня) совпадает с его геометрической осью, т.е. линией, проведенной через точки возникновения и конверсии гамма-кванта, создавшего ливень. В работе [170], выполненной при помощи КПК, изучались флуктуации энергетической оси ливня относительно его геометрической оси в интервале энергий E_γ первичных гамма-квантов, инициирующих ливни в жидком ксеноне, от 100 до 3500 МэВ.

На рис.47 приведена зависимость от E_γ среднего расстояния \bar{d} между осью ливня и его энергетической осью, проведенной в плоскости снимка (в которой лежит также ось ливня) и разделяющей ливень на две равные части (энергетическая ось ливня считается параллельной его оси). Там

Рис.47. Среднее расстояние \bar{d} между осью ливня и его энергетической осью. S_d — соответствующее среднеквадратичное отклонение. Ливни вызваны гамма-квантами с энергией от 100 до 3500 МэВ в жидком ксеноне [170]. Сплошной линией представлена аппроксимирующая функция (66) (E_γ в МэВ)



же нанесены значения соответствующих среднеквадратичных отклонений S_d . Экспериментальные данные аппроксимированы функцией [170]:

$$\bar{d} = (0,52 \pm 0,03) - (59 \pm 4) 10^{-3} \ln E_\gamma, \quad (66)$$

также показанной на этом рисунке. Здесь \bar{d} — в рад.ед., E_γ — в МэВ. Как и следовало ожидать, \bar{d} и S_d уменьшаются с энергией E_γ и при $E_\gamma \geq 3$ ГэВ составляют $\sim 0,05$ рад.ед.

Практический интерес, особенно в случае сегментирования для трехмерного восстановления ливней [183], представляет информация о том, до какой глубины t_s , отсчитываемой от начала ливня вдоль его оси, энергетическая ось совпадает с осью ливня. Распределение средней глубины симметрии, t_s , т.е. среднего значения t_s , приведено на рис.48 вместе с соответствующей аппроксимирующей функцией [170]:

$$\bar{t}_s = - (2,9 \pm 0,4) + (0,87 \pm 0,07) \ln E_\gamma, \quad (67)$$

где \bar{t}_s — в рад.ед., E_γ — в МэВ. На этом же рисунке нанесены значения среднеквадратичного отклонения S_{t_s} глубины симметрии t_s . Сделан вывод о том, что нет заметных корреляций между расстоянием d и глубиной t_s (коэффициент корреляции для этих величин не превышает 0,5). Следует также отметить, что среднее расстояние между энергетической и геометрической осями ливня (в пространстве) приблизительно равно $\sqrt{2} \bar{d}$.

Флуктуации геометрической формы ливней. Можно считать, что коэффициенты вариации средней длины S_l / \bar{l} и средней ширины S_p / \bar{p}

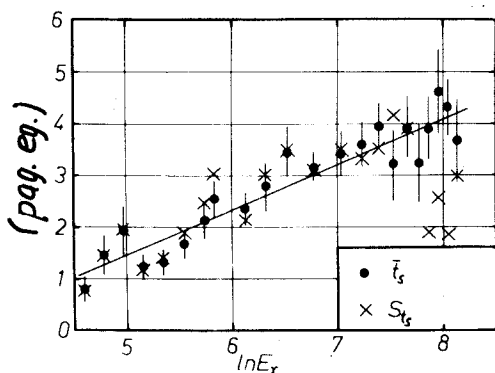


Рис.48. Среднее значение максимальной глубины \bar{t}_s ливня, до которой энергетическая ось ливня совпадает с его геометрической осью. Сплошной линией изображена аппроксимирующая функция (67). S_{t_s} — среднее квадратичное отклонение t_s от среднего значения [170] (E_γ в МэВ)

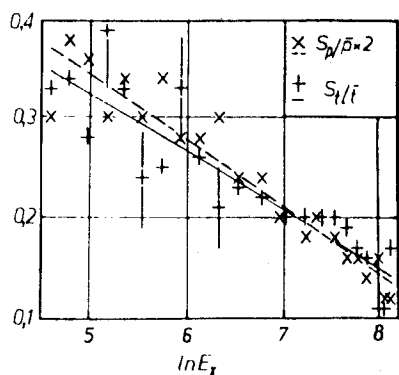


Рис.49. Зависимость коэффициентов вариации продольного S_l/\bar{t} и поперечного S_p/\bar{p} развития ливней от энергии E_γ создающих их гамма-квантов в жидком ксеноне. Линиями нанесены соответствующие аппроксимирующие функции (68) и (69) [149] (E_γ в МэВ)

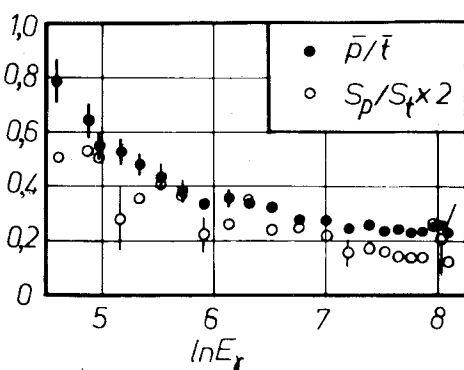


Рис.50. Отношение среднее квадратичного рассеяния поперечных S_p и продольных S_l размеров ливней, создаваемых в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ [167]. \bar{p}/\bar{t} — отношение средних значений поперечных (\bar{p}) и продольных (\bar{t}) длин развития ливней (E_γ в МэВ)

развития ливня характеризуют степень размытия объема вещества, внутри которого ливень развивается. На рис.49 приведена зависимость этих коэффициентов вариации от энергии E_γ гамма-квантов, вызывающих ливни в жидком ксеноне [168]. Линиями нанесены соответствующие аппроксимирующие функции:

$$S_l/\bar{t} = 0,61 - 5,77 \cdot 10^{-2} \ln E_\gamma, \quad (68)$$

$$S_p/\bar{p} = 3,38 - 3,33 \cdot 10^{-2} \ln E_\gamma. \quad (69)$$

Интересно также сравнить степень диффузности поперечных и продольных границ ливня. Такое сравнение в виде энергетической зависимости отношения среднеквадратичных отклонений S_p/S_t представлено на рис.50. Там же изображена энергетическая зависимость отношения \bar{p}/\bar{l} средних поперечных и продольных размеров ливней. Из этих рисунков видно, что относительные флуктуации поперечных размеров ливней приблизительно в два раза меньше, чем продольные (т.е. $S_p/\bar{p} = (S_t/\bar{l})/2$, рис.49) в изученном интервале значений энергии E первичных фотонов, и уменьшаются с ростом E_γ . Такую же тенденцию проявляет и отношение величины диффузности поперечных и продольных границ ливня (рис.50). Образно говоря, с ростом энергии гамма-квантов границы создаваемых ими ливней становятся все более четкими, причем боковые очертания ливней значительно резче, чем продольные. Сами же ливни становятся все более вытянутыми вперед (например, при $E_\gamma \cong 150$ МэВ отношение \bar{p}/\bar{l} средних поперечных размеров ливней к продольным составляет $\sim 0,6$, в то время как при $E_\gamma \cong 3000$ МэВ оно уже равно $\sim 0,2$).

Корреляции. Эта важная тема стала предметом экспериментального исследования лишь относительно недавно. Изучались два вопроса, представляющие практический интерес, причем экспериментальный материал был получен на КПК. Итак, в [171] проведено исследование корреляций (в плоскости оси ливня) между длиной l и шириной p развития ливней, вызываемых в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией $E_\gamma = 100+3500$ МэВ. Рассматривались корреляции между l и p при условии, что зарегистрирована ровно доля $A = 0,9; 0,8; 0,7$ и $0,6$ полной энергии ливня. Соответствующие экспериментальные данные приведены на рис.51 для восьми указанных значений энергии E_γ . Точка (l, p) на кривой при данной энергии E_γ означает, что в среднем доля A (указанная на рисунке) этой энергии выделяется в объеме жидкого ксенона толщиной l и шириной $2p$. Другими словами, значения l и p при данной энергии E_γ и фиксированном A скоррелированы в среднем, что видно на обсуждаемых рисунках. Однако вследствие продольных и поперечных флуктуаций каждая такая зависимость имеет статистический характер и на самом деле представляет собой диаграмму распределения точек (l, p) , рассеянных вблизи усредненной зависимости, изображенной в виде кривой. Пример полученных в [171] диаграмм распределения точек (l, p) представлен на рис.52 для двух значений $E_\gamma = (3375 \pm 125)$ и (375 ± 35) МэВ и двух значений $A = 0,9$ и $0,7$. Там же указаны числа N_γ случаев в каждой выборке.

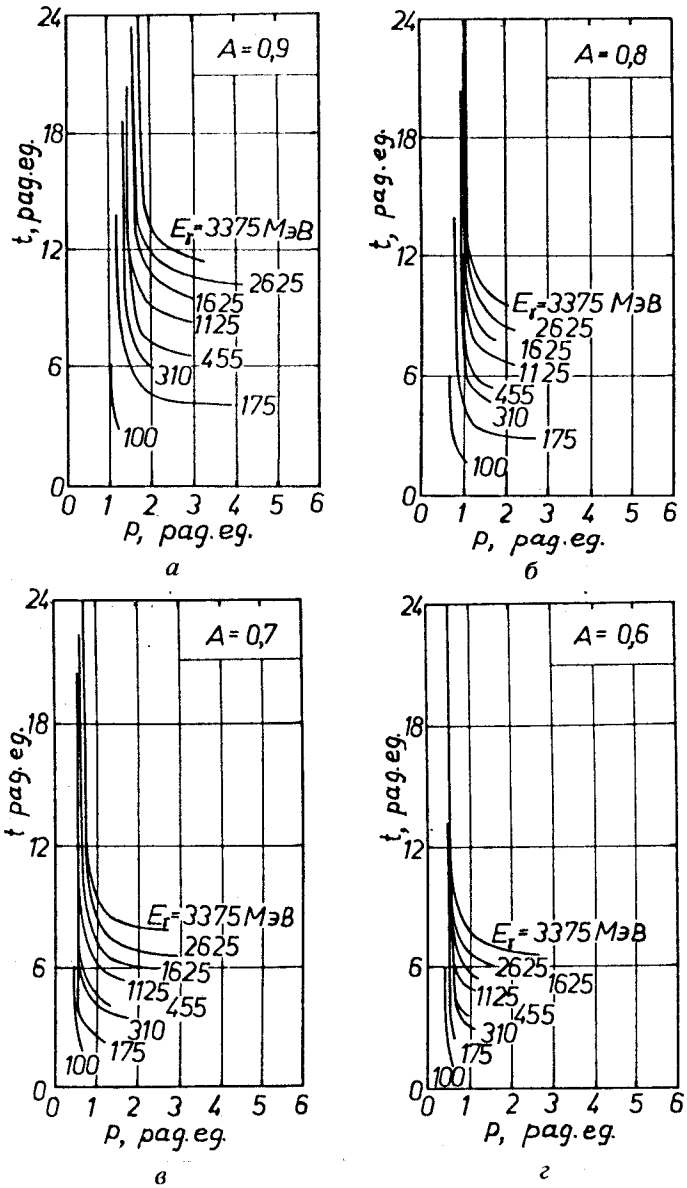


Рис.51. Усредненные корреляционные кривые в плоскости оси ливня: внутри объема жидкого ксенона толщиной t и шириной $2r$ выделяется в среднем доля $A = 0,9$ (а), $0,8$ (б), $0,7$ (в), $0,6$ (г) полной энергии ливней, создаваемых гамма-квантами с энергией E_γ [171]

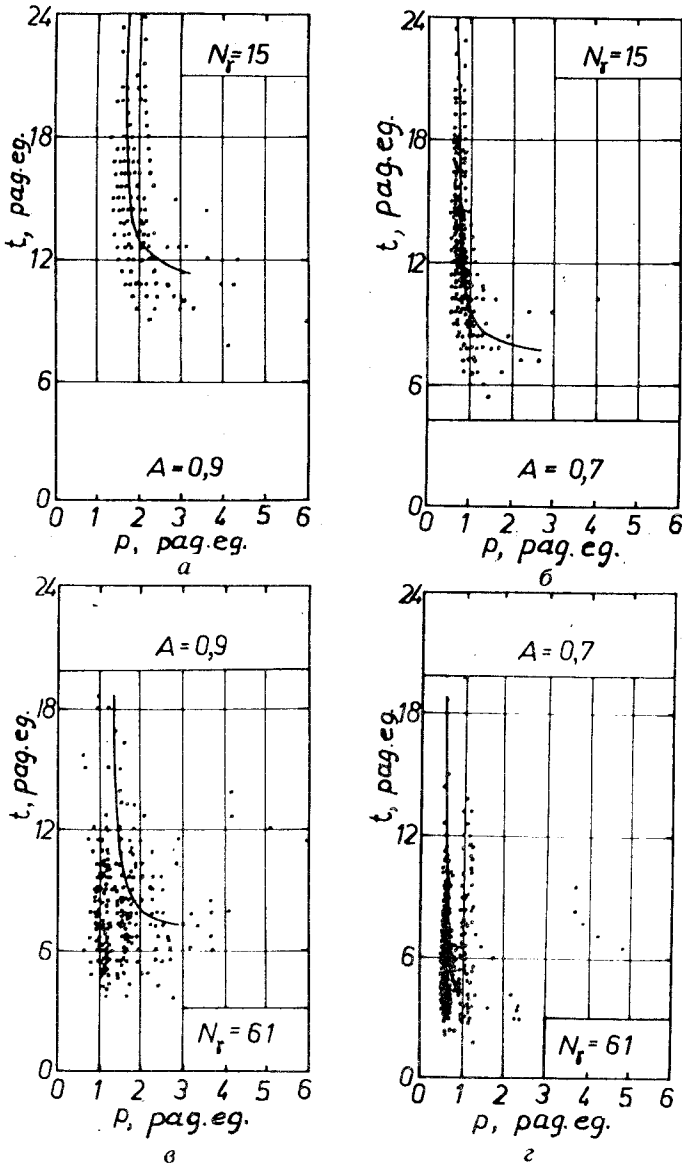


Рис.52. Диаграмма распределения ливней, образованных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией $E_\gamma = (3375 \pm 125)$ МэВ — (а) и (б), и $E_\gamma = (375 \pm 35)$ МэВ — (в) и (г); t и p — толщина и ширина слоя жидкого ксенона, внутри которого выделяется доля полной энергии ливня $A = 0,9$ и $A = 0,7$ (указано на рисунках). N_f — численность выборки проанализированных случаев ливней. Кривая изображает результат усреднения. Данные работы [171]

Из приведенных данных следует, в частности, что из-за значительных флуктуаций пространственных размеров ливней недостаточно измерять энергию, выделившуюся внутри объема толщиной t и шириной 2ρ , чтобы сколько-нибудь судить об энергии первичного гамма-кванта, если неизвестна пространственная структура этого энерговыделения.

В [169] изучались корреляции в продольном распределении ионизационных потерь энергии индивидуальных ливней, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией $E_\gamma = 100+3500$ МэВ. Вспомним, что на диаграмме (\bar{A}, t) (рис.42, а и б) наиболее удаленные от сплошной кривой точки соединены прямолинейными отрезками таким образом, что каждая ломаная линия представляет отдельный случай ливня, или, другими словами, реализацию случайной функции накопленной вероятности продольных ионизационных потерь энергии (далее случайная функция). Можно заметить, что с ростом энергии E_γ случайные функции ливней становятся, в среднем, более гладкими. Это наводит на мысль, что по наблюдаемому виду распределения энергии, выделившейся в ливне до некоторой глубины его развития, можно судить о том, сколько энергии выделится на больших глубинах и, следовательно, о полной энергии ливня. Другими словами, насколько скоррелированы между собой отдельные участки случайной функции ливней по ходу их развития. Чтобы получить количественную оценку этих корреляций воспользуемся стандартным определением коэффициента корреляции

$$r_{ij} = \text{cov}(X_i, X_j) / [\sigma(X_i) \sigma(X_j)], \quad (70)$$

где $X_i = \Delta\bar{A}/\Delta t_i$ — наклон случайной функции на глубине t_i жидкого ксенона, до которой поглощается в среднем доля $i/10$ полной энергии ливня ($i = 2, 3, \dots, 10$), а толщина слоя $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ подбирается таким образом, чтобы в нем поглощалась в среднем доля $\Delta\bar{A} = 0,1$ этой энергии ($j > i$). Численные значения коэффициента r_{ij} для двух — среди шести проанализированных в работе [169] — значений энергии $E_\gamma = (3375 \pm 125)$ и (555 ± 55) МэВ приведены в табл. 12 и 13.

Хотя небольшая статистика проанализированных событий не позволяет сделать окончательные выводы, все же можно заметить, что в интервале энергий гамма-квантов $E_\gamma = 100+3375$ МэВ, инициирующих ливни в жидком ксеноне, наблюдается лишь короткодействующие корреляции продольного энерговыделения в районе максимума ливней (т.е. при $i = 4-7$) [169].

Таблица 12. Значения коэффициента корреляции r_{ij} ,
определенного формулой (70). $E_\gamma = (3375 \pm 125)$ МэВ

i	j	3	4	5	6	7	8	9	10
2		0,52	0,64	0,48	0,42	0,07	0,38	0,02	0,19
3			0,79	0,49	0,42	0,18	0,26	0,41	0,48
4				0,76	0,62	0,33	0,25	0,34	0,27
5					0,90	0,43	0,02	0,13	0,11
6						0,45	0,77	0,26	0,08
7							0,24	0,24	0,22
8								0,14	0,48
9									0,14

Таблица 13. То же, что в табл.12, для $E_\gamma = (555 \pm 55)$ МэВ

i	j	3	4	5	6	7	8	9	10
2		0,64	0,13	0,08	0,14	0,11	0,10	0,08	0,04
3			0,70	0,26	0,04	0,02	0,08	0,11	0,05
4				0,68	0,20	0,15	0,08	0,01	0,03
5					0,55	0,30	0,23	0,06	0,02
6						0,68	0,44	0,14	0,14
7							0,68	0,25	0,22
8								0,33	0,01
9									0,03

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В последние годы достигнут значительный прогресс в изучении основных характеристик электронно-фотонных ливней, вызываемых в тяжелых аморфных веществах гамма-квантами и электронами в интервале ускорительных энергий. Все многообразие имеющихся экспериментальных данных можно, в принципе, описать в рамках моделирования ливней методом Монте-Карло, причем соответствующие программы на ЭВМ постоянно совершенствуются путем более точного учета элементар-

ных физических процессов и, что исключительно важно, применения различных алгоритмов все более быстрого моделирования.

Результаты измерений продольного профиля ливней можно представить в виде универсального распределения, по крайней мере при достаточно больших энергиях гамма-квантов (и электронов), инициирующих ливни (≥ 500 МэВ), если в качестве масштабного параметра длины взять среднюю длину развития ливней. Универсальную каскадную кривую можно также построить, применив в качестве такого параметра положение максимума ливня или его медиану (см., например, [117]). Такое представление усредненного по флуктуациям продольного развития ливней справедливо, по-видимому, до энергий в несколько ТэВ, так как при более высоких энергиях эффективные сечения электромагнитных и слабых взаимодействий становятся соизмеримыми и, следовательно, ливень обогащается адронами и нейтрино. Это, в свою очередь, приводит к значительному увеличению продольных размеров ливней. Образно выражаясь, ливень начинает растягиваться, сперва в начале своего развития и, по мере роста энергии, постепенно по всей занимаемой им глубине. Кроме того, при энергии $\sim 10^{13}$ эВ и выше все более ощутимым становится ЛПМ-эффект, который также вызывает постепенное растягивание продольных размеров, но только электромагнитной компоненты ливня. Однако отклонение от «стандартного» вида (51) ливней, вызываемых гамма-квантами, начинается уже при энергии ~ 100 ГэВ из-за эффекта Чудакова. Это отклонение все же нетрудно учесть, сдвинув соответственную точку начала ливня вдоль его оси до места, в котором взаимное экранирование электрона и позитрона пары несущественно. Такая процедура практически не повлияет на энергетический баланс ливня. Увеличит лишь продольные флуктуации, эквивалентные флуктуациям длины конверсии первичного гамма-кванта. Следует также отметить, что существенного сжатия продольных размеров электромагнитной компоненты ливня можно достигнуть, воспользовавшись эффектом когерентного взаимодействия фотонов и электронов, попадающих в монокристалл под достаточно малыми углами к одной из его кристаллических осей. Но при этом, из-за одновременного каналирования адронов, длина их свободного пробега значительно возрастает. Таким образом, монокристалл действует как сепаратор электромагнитной и адронной части ливня, образованного частицей достаточно большой энергии.

Другой важной характеристикой ливней, о которой получена достаточно разнообразная экспериментальная информация, являются их поперечные профили. Как было показано автором, и в этом случае возможно универсальное описание радиального распределения ионизационных потерь энергии, причем масштабным параметром, как и ранее,

является средняя ширина ливня. В универсальном виде можно также представить продольные и поперечные флуктуации в ливнях.

Наконец, отметим, что очень мало изучены корреляции между различными характеристиками электронно-фотонных ливней. С экспериментальной точки зрения это весьма сложная методическая задача. Но соответствующие результаты окажутся необходимыми при исследовании процессов множественного образования частиц при высоких и сверхвысоких энергиях, которое будет проводиться на ускорителях следующих поколений при помощи тонкоsegmentированных электромагнитных калориметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rossi B. — *Phys.Zs.*, 1932, vol.33, p.304.
2. Росси Б. — Частицы больших энергий. Пер. с англ. М.: ГИТТЛ, 1955.
3. Гайтлер В. — Квантовая теория излучения. Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1956.
4. Blackett P.M.S., Occhialini G.P.S. — *Proc.Roy.Soc.*, 1933, vol.A139, p.600; Blackett P.M.S., Occhialini G.P.S., Chadwick J. — *Proc.Roy.Soc.*, 1934, vol.144, p.235.
5. Bhabha H.J., Heitler W. — *Proc.Roy.Soc.Lond. (A)*, 1937, vol.159, p.432.
6. Carlson J.F., Oppenheimer J.R. — *Phys.Rev.*, 1937, vol.51, p.220.
7. Landau L., Rumer G. — *Proc.Roy.Soc.Lond.*, 1938, vol.166, p.213.
8. Беленький С.З. — Лавинные процессы в космических лучах. М.: ОГИЗ, 1948.
9. Nichimura J. — *Handbuch der Physik*, 1967, vol.XLVI/2, p.1. Berlin, Springer-Verlag.
10. Иваненко И.П. — Электромагнитные каскадные процессы. М.: Изд-во МГУ, 1972.
11. Rossi B., Greisen K. — *Rev.Mod.Phys.*, 1941, vol.13, p.240.
12. Рамакришнан А. — Элементарные частицы и космические лучи. Пер. с англ. М.: Мир, 1965.
13. Иваненко И.П., Максименко В.М., Сизов В.В. — ФИАН СССР, Препринт 296, М., 1986.
14. Zachary A.L. — *Phys.Rev.D*, 1988, vol.37, No.1, p.112.
15. Euler H., Wergeland H. — *Astrophys.Norv.*, 1940, vol.3, p.163.
16. Moliere G. — In: W.Heisenberg. *Kosmische Strahlung*. Berlin-Göttingen-Heidelberg. Springer, 1953.
17. Roberg J., Nordheim W. — *Phys.Rev.*, 1949, vol.75, p.444.
18. Eyges L., Fernbach S. — *Phys.Rev.*, 1951, vol.82, p.23.
19. Green H.S., Messel H. — *Phys.Rev.*, 1952, vol.88, p.331.
20. Иваненко И.П., Роганова Т.М. — Каскадные ливни, вызываемые частицами сверхвысоких энергий. М.: Наука, 1983.
21. Wilson R.R. — *Phys.Rev.*, 1952, vol.86, p.261.
22. Борковский М.Я. — Препринт ЛИЯФ 462, 1979.
23. Штерн Б.Е. — Препринт ИЯИ, П-0081, М., 1978.
24. Stanev T., Vankov Ch. — *Bulgar.J.Phys.*, 1978, vol.5, p.433.
25. Амагуни И.А. — ELSS1. Универсальная программа моделирования электромагнитных ливней высоких энергий методом Монте-Карло. Ереван, ЕФИ-760/75/-84, 1984.
26. Nelson W.R., Hirayama H., Rogers W.O. — SLAC-Report-265, 1985.
27. Brun R. et al. — GEANT User's Guide, CERN DD/EE/84-1, 1986.
28. Nelson W.R., Namito Y. — SLAC PUB5193, 1990.

29. Longo E., Sestili J. — Nucl.Instr.Meth., 1875, vol.128, p.283.
30. De Angelis A. — Nucl.Instr.Meth.A., 1988, vol.271, p.455.
31. Gringhammer G., Rudowicz M., Peters S. — Nucl.Instr.Meth.A, 1990, vol.290, p.469.
32. Linn S.L. — Nucl.Instr.Meth.A, 1990, vol.288, p.598.
33. Linn S.L., Wang E.M. — FSU-SCRI-89C-88, 1989.
34. Fujimaki N., Misaki A. — ICR-Report-165-88-14, 1988.
35. Okamoto M., Shibata T. — Nucl.Instr.Meth.A, 1987, vol.257, p.155.
36. Del Peso J., Ros E. — Nucl.Instr.Meth.A, 1991, vol.306, p.485.
37. Садовский С.А. — Препринт ИФВЭ 85-34. Серпухов, 1985.
38. Stowiński B. — JINR Communication, E1-89-658, Dubna, 1989.
39. Misaki A. — ICR-Report-183-88-29, 1988.
40. Иваненко И.П., Кириллов А.А., Лютов Ю.Г. — Препринт ФИАН №165, М., 1986; Препринт ФИАН №166, М., 1986.
41. Job P.K., Sterzenbach G., Filges D. — Nucl.Instr.Meth.A, 1988, vol.271, No.3, p.442.
42. Takahashi N. — Nucl.Instr.Meth.A, 1988, vol.270, No.2, p.347.
43. Acosta D., Buontempo S., Caloba L. et al. — Nucl.Instr.Meth.A, 1992, vol.316, p.184.
44. Anghinolfi M., Castoldi M., Corvisiero P. — Nucl.Instr.Meth.A, 1992, vol.317, p.531.
45. Takhar P.S. — Nuovo Cim., 1985, vol.89A, No.1, p.76.
46. Займидорога О.А., Прокошкин Ю.Д., Цупко-Ситников В.М. — ЖЭТФ, 1966, т.51, с.749; ЖЭТФ, 1967, т.52, с.79.
47. Beclin E., Earl J. — Phys.Rev., 1964, vol.136, p.B237.
48. Thom H. — Phys.Rev., 1964, vol.436, p.B447.
49. Гапотченко А.Н., Говорков Б.Б., Денисов С.П. и др. — ПТЭ, 1966, №5, с.60.
50. Зайцев А.М., Радкевич И.А., Томащук Ю.Ф. — ПТЭ, 1969, №4, с.852.
51. Sober D.I., Haddock R.P., Nefkens B.M.K., Schrock B.L. — Nucl.Instr.Meth., 1973, vol.109, p.29.
52. Cronin J.W., Engels E., Pyka M. et al. — Rev.Sci.Instr., 1962, vol.33, p.946.
53. Kajikawa R. — J.Phys.Soc.Japan, 1963, vol.18, p.1365.
54. Murata Y. — J.Phys.Soc.Japan, 1965, vol.20, p.209.
55. Lengler H., Tejessy W., Deutschman M. — Z.Physik, 1963, vol.175, p.283; Nuovo Cim., 1963, vol.28, p.1501.
56. Словинский Б., Стругальский З., Яновская Б. — ЯФ, 1969, т.9, с.120.
57. Словинский Б., Стругальский З., Хуберт В. — ЯФ, 1972, т.16, с.734.
58. Drickey D.J., Kilner J.R., Venaksas D. — Phys.Rev., 1968, vol.171, p.310.
59. Bitsadze G.S., Budagov Yu.A., Glagolev V.V. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1968, vol.A251, p.61.
60. Hensch C.A., Prescott C.Y. — Phys.Rev., 1964, vol.135, p.B772.
61. Hirajama H., Ban S., Miura S. — KEK Preprint 86-97, 1987.
62. Bitsadze G.S., Maniev V.M., Minashvili I.A. et al. — JINR Preprint E1-86-87, Dubna, 1986.
63. Прокошкин Ю.Д., Тянь Сяо-вей — ЖЭТФ, 1959, т.36, с.10.
64. Займидорога О.А., Прокошкин Ю.Д., Кутын В. и др. — ЖЭТФ, 1968, т.55, с.2180.
65. Белоусов А.С., Малиновский Е.И., Русаков С.В. и др. — ЯФ, 1973, т.17, с.1028.
66. Blocker W., Kenney R., Panofsky W. — Phys.Rev., 1950, vol.79, p.419.
67. Gramel C. — Phys.Rev., 1967, vol.161, p.310.
68. Nelson W., Jenkins T., McCall R. et al. — Phys.Rev., 1966, vol.149, p.201.
69. Takahashi N. — Nucl.Instr.Meth., 1988, vol.A270, p.347.
70. Beuermann K.-P., Wibberenz G. — Z.Physik, 1967, vol.206, p.247.
71. Jakeways R., Calder J.R. — Nucl.Instr.Meth., 1970, vol.84, p.79.
72. Muller D. — Phys.Rev., 1972, vol.D5, N.11, p.2677.
73. Bathow G., Freytag E., Kobberling M. et al. — Nucl.Phys., 1970, vol.B20, p.592.

74. Yuda T. — Nucl.Instr.Meth., 1969, vol.73, p.301.
75. Kleinknecht K. — Detectors for Particle Radiation. Cambridge Univers. Press, Cambridge, London, New York, New Rochelle, Melbourne, Sydney, 1986.
76. Рабин Н.В. — ПТЭ, 1992, №1, с.12.
77. Barbiellini G., Cecchet G., Hemery J.Y. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1985, vol.A236, p.316.
78. Akopdjanov G.A., Inyakin A.V., Kachanov V.A. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1977, vol.140, p.441.
79. Barbiellini G., Cecchet G., Hemery J.Y. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1985, vol.A240, p.289.
80. Rameika R., Cox B., Jenkins M. et al. — IEEE Trans.on Nucl.Sci., 1984, NS-31, No.1, p.60.
81. Barbiellini G., Cecchet G., Hemery J.Y. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1985, vol.A235, p.55.
82. Bianchi F., Castelli E., Checchia P. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1989, vol.A279, p.473.
83. Lemeilleur F., Lamarche F., Leroy C. et al. — CERN-EP/89-27, 1989.
84. Ferri G., Groppi F., Lemeilleur F. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1988, vol.A273, p.123.
85. Hughes E. — SLAC-PUB 5404, Stanford, 1990.
86. Badgett W., Ball R., Cha Y. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1991, vol.A307, p.231.
87. Acosta D., Buontempo S., Caloba L. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1991, vol.A308, p.481.
88. Acosta D., Buontempo S., Caloba L. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1992, vol.A316, p.184.
89. Кузнецов Е.В., Розанов А.Н., Бардюков Ю.В. и др. — ПТЭ, 1970, №2, с.56.
90. Kanarek T., Maltsev E.I., Nagy T. et al. — Intern.Conf.on High En.Accelerat. and Instr., CERN, Geneve, 1958, p.508.
91. Ничипорук Б., Словинский Б., Стругальский З. — Препринт ОИЯИ Р-2808, Дубна, 1966.
92. Particle Data Group: Review of Particle Properties. — Rev.Mod.Phys., 1984, vol.56, 2, part II, p.S53.
93. Varanov A., Baskakov V., Bondarenko G. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1990, vol.A294, p.439.
94. Chen M., Dionisi C., Galaktionov Yu. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1988, vol.A267, p.43.
95. Braem A., Gonidec A., Schinzel D. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1992, vol.A320, p.228.
96. Азиезер А.И., Берестецкий В.Ю. — Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981.
97. Messel H., Crawford D.F. — Electron-Photon Shower Distribution Function. Oxford. Pergamon Press, 1970.
98. Wheeler J.A., Lamb W.A. — Phys.Rev., 1939, vol.55, p.858.
99. Ландау Л., Померанчук И. — Докл. АН СССР, 1953, т.92, с.735.
100. Migdal A.B. — Phys.Rev., 1956, vol.103, p.1811.
101. Kanichi E., Adachi A., Takahashi N., Misaki A. — J.Phys.G: Nucl.Part.Phys., 1991, vol.17, N.5, p.719.
102. Moller C. — Ann.Physik, 1932, vol.14, p.531.
103. Bhabha H.J. — Proc.Roy.Soc./London/, 1936, vol.A154, p.195.
104. Bethe H.A. — Ann.Physik, 1930, vol.5, p.325.
105. Bethe H.A. — Z.fur Physik, 1932, vol.76, p.293.
106. Bloch F. — Z.fur Physik, 1933, vol.81, p.363.
107. Sternheimer R.M. — Phys.Rev., 1952, vol.88, p.851.
108. Rohrlich F., Carlson B.C. — Phys.Rev., 1954, vol.93, p.38.
109. Armstrong T.W., Alsmiller R.G., Jr. — Nucl.Instr.Meth., 1970, vol.82, p.289.
110. Ritson D.M. — Proc. of Summer Institute on Particle Physics, 1981, SLAC Report, No.239.
111. ICRU Report 37, «Stopping Powers for Electrons and Positrons», Intern. Commission on Radiation Units and Measurements, Washington, D.C., 1984.
112. Хаякава С. — Физика космических лучей. Ч.1. Ядерно-физический аспект. Пер. с англ. М.: Мир, 1973.
113. Sternheimer R.M. — Phys.Rev., 1966, vol.145, p.247.
114. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Квантовая механика. Физматгиз, М.: 1963.

115. Pages L., Bertel E., Joffre H., Sklavenitis L. — Report CEA-R-3942, Saclay, 1970.
116. Fermi E. — Phys.Rev., 1940, vol.57, p.475.
117. Калиновский А.Н., Мохов Н.В., Никитин Ю.П. — Прохождение частиц высоких энергий через вещество. М.: Энергоатомиздат. 1985.
118. Ландау Л.Д. — Собрание трудов, т.1. М.: Наука, 1969.
119. Sternheimer R.M. — Phys.Rev., 1952, vol.88, p.851.
120. Blunck O., Leisegang S. — Z.Physik, 1950, vol.128, p.500.
121. Вавилов П.В. — ЖЭТФ, 1957, т.32, с.920.
122. Ермилова В.К., Чечин В.А. — Препринт ФИАН, №10, 1976.
123. Allison W.W.M., Cobb J.H. — Ann.Rev.Nucl.Sci., 1980, vol.30, p.253.
124. O'Brien K. — In: Computer Techniques in Radiation Transport and Dosimetry. Edited by Nelson W.R. and Jenkins M., Ettore Majorana Intern. Science Series. Ser. Editor Zichichi A. Physical Sciences. Plenum Press. N.Y. and London, 1978, p.141—171.
125. Moliere G. — Z.Naturforsch 3a, 1948, p.78.
126. Bethe H.A. — Phys.Rev., 1953, vol.89, p.1256.
127. Cooper L.N., Rainwater J. — Phys.Rev., 1955, vol.97, p.492.
128. Scott W.T. — Rev.Mod.Phys., 1963, vol.35, p.231.
129. Klein O., Nichina Y. — Z.Physik, 1929, vol.25, p.853.
130. Pratt R.H. — Phys.Rev., 1961, vol.10, p.1717.
131. Джелли Дж. — Черенковское излучение и его применения. М.: 1960.
132. Perkins D.H. — Introduction to High Energy Physics. Addison-Wesley Pub. Comp., Inc. 1982.
133. Roy R.R., Reed R.D. — Interactions of Photons and Leptons with Matter. Academic Press, N.Y. and London, 1968.
134. Allison W.W.M., Wright P.R.S. — Preprint OUNP 35/83, Univ. Oxford, 1983.
135. Чудаков А.Е. — Изв. АН СССР, 1955, т.19, с.650.
136. Yekutieli G. — Nuovo Cim., 1957, vol.5, p.1381.
137. Amaldi U. — Physica Scripta, 1981, vol.23, p.409.
138. Довженко О.И., Поманский А.А. — ЖЭТФ, 1963, т.45, с.268.
139. Адамчевский И., Козловский К., Пиатковская Я. и др. — Сообщение ОИЯИ 13-6676, Дубна, 1972.
140. Strugalski Z. — JINR Report, No.796, Dubna, 1961.
141. Коновалова Л.П., Охрименко Л.С., Стругальский З. — ПТЭ, 1961, 6, с.26.
142. Czyżewski O., Danysz J., Strugalski Z. — Acta Phys.Pol., 1963, vol.24, No.4/10/, p.509.
143. Ивановская И.А., Канарек Т., Охрименко Л.С. и др. — ПТЭ, 1968, №2, с.39.
144. Бармин В.В., Барылов В.Г., Голубчиков В.М. и др. — Препринт ИТЭФ, 938, М., 1972.
145. Борковский М.Я., Круглов С.П. — Препринт ЛИЯФ №184, Л., 1975.
146. Ничипорук Б., Стругальский З. — ЖЭТФ, 1963, т.2, с.13.
147. Tuarkin A.A. — Nucl.Instr.Meth., 1970, vol.85, p.277.
148. Словинский Б., Среднява Б., Стругальский З. — Препринт ОИЯИ P1-9198, Дубна, 1975.
149. Słowiński B. — JINR Communication E1-91-230, Dubna, 1991.
150. Учайкин В.В., Лагуткин А.А. — Изв. АН СССР, сер.физ., 1975, т.39, №6, с.1255.
151. Ветошкин В.В., Учайкин В.В. — Препринт ИФВЭ 87-12, Алма-Ата, 1987.
152. Словинский Б. — В кн: Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 30 сент.— 2 окт. 1980г; ОИЯИ Д10,11-81-622, Дубна, 1981, с.178.
153. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. — Статистическое моделирование. М.: Наука, 1982.
154. Ермаков С.М. — Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М.: Наука, 1971.
155. Худсон Д. — Статистика для физиков; М.: Мир. 1967.

156. Butler J.W. — (1956) Symposium on Monte-Carlo Methods. John Wiley, New York; Symposium on Monte-Carlo Methods, (Ed. H.A.Meyer), Wiley and Sons, New York, 1966.
157. Словинский Б., Чижевска Д. — Препринт ОИЯИ, P13-88-239, Дубна, 1988.
158. Словинский Б., Чижевска Д., Енджеец Г., Висьневски Р. — Препринт ОИЯИ P1-86-809, Дубна, 1986.
159. Огрзевальский З., Стругальский З. — Препринт ОИЯИ P1-4077, Дубна, 1968.
160. Огрзевальский З., Стругальский З. — Препринт ОИЯИ P1-4562, Дубна, 1969.
161. Gładki A., Jabłoński Z. — *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Łódzkiego, ser.II, No.12, 1977, p.99.*
162. Słowiński B. — JINR Communication E1-89-676, Dubna, 1989.
163. Охрименко Л.С., Словинский Б., Стругальский З. и др. — Препринт ОИЯИ P1-11980, Дубна, 1978.
164. Охрименко Л.С., Словинский Б., Стругальский З. — ЯФ, 1975, т.22, вып.1, с.110.
165. Словинский Б., Чай В. — Препринт ОИЯИ P1-80-341, Дубна, 1980; Изв. АН СССР, сер. физ., 1981, т.45, №7, с.1230.
166. Словинский Б., Чижевска Д., Енджеец Г., Висьневски Р. — Препринт ОИЯИ P1-86-810, Дубна, 1986.
167. Словинский Б., Чижевска Д., Енджеец Г., Висьневски Р. — Препринт ОИЯИ P1-86-811, Дубна, 1986.
168. Słowiński B. — JINR Communication E1-90-274, Dubna, 1990.
169. Słowiński B. — JINR Rapid Communications, 1991, No.3[49]-91, p.5.
170. Słowiński B. — JINR Rapid Communications, 1992, No.1[52]-92, p.17.
171. Słowiński B. — JINR Communication E1-90-273, Dubna, 1990.
172. Słowiński B. — JINR Communication E1-90-277, Dubna, 1990.
173. Słowiński B. — JINR Communication E1-89-789, Dubna, 1989.
174. Czaj W. — Rozprawa doktorska. Politechnika Warszawska. Warszawa, 1981.
175. Czyżewska D. — Rozprawa doktorska. Politechnika Warszawska. Warszawa, 1988.
176. Барылов В.Г., Демидов В.С., Никитенко А.Н. и др. — Препринт ИТЭФ-181, Москва, 1984.
177. Fabjan C.W., Wigmans R. — Rep.Progr. in Phys., 1989, vol.52, N.12, p.1519.
178. Sessoms A.I., Goodman M.S., Holcomb L., et al. — Nucl.Instr.Meth., 1979, vol.161, p.371.
179. Gabriel T.A., Bishop B.L., Goodman M.S. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1982, vol.195, p.461.
180. Fox D., Simon-Gillo J., Rawool-Sullivan M.W. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1992, vol.A317, p.474.
181. Słowiński B., Rogulski J. — JINR Rapid Communications, 1992, No.4[55]-92, p.19.
182. Бинон Ф., Буянов В.М., Гуанэр М. и др. — Препринт ИФВЭ 85-62, Серпухов, 1985.
183. DELPHI. Technical Proposal. DELPHI 83-66/1. CERN/LEPC/83-3. 1983.