

КИРАЛЬНАЯ ДИНАМИКА КАОННЫХ РАСПАДОВ И ПРОБЛЕМА CP -НАРУШЕНИЯ

А.А.Бельков, А.В.Ланёв

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Г.Бом, А.Шаале

Институт физики высоких энергий, ДЭЗИ-Цойтен, Германия

Обсуждаются экспериментальные данные по нелептонным ($K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 3\pi$) и радиационным ($K \rightarrow 2\pi\gamma$, $K \rightarrow \pi e^+e^-$) распадам и их описание в рамках нелинейных киральных мезонных лагранжианов, основанных на бозонизации сильных, слабых и слабоэлектромагнитных эффективных четырехкварковых взаимодействий. Рассмотрена роль различных поправок при описании каонных распадов: эффективные лагранжианы с высшими производными, $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -смешивание, перерассеяние мезонов, вклады электромагнитных пингвиновых операторов. Детально исследованы модельные неопределенности в предсказаниях CP -нарушения в этих процессах, возникающие из мезонных матричных элементов слабых четырехкварковых операторов. Исследованы зависимости наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения от массы t -кварка.

We discuss the experimental data on the nonleptonic ($K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 3\pi$) and radiative ($K \rightarrow 2\pi\gamma$, $K \rightarrow \pi e^+e^-$) decays and their description within nonlinear chiral meson lagrangians based on bosonization of strong, weak and weak-electromagnetic effective four-quark interactions. The role of various corrections under description of kaon decays has been discussed: effective lagrangians with higher derivative terms, $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -mixing, meson rescattering, contributions of electromagnetic penguin operators. We investigate in details the model ambiguities in the predictions of CP violation in these decays arising from the meson matrix elements of weak four-quark operators. The dependence of observable effects of direct CP violation on t -quark mass has been studied.

ВВЕДЕНИЕ

Нарушение CP -симметрии, обнаруженное первоначально в распадах долгоживущих нейтральных каонов на два пиона [1], остается одним из наиболее загадочных явлений в физике элементарных частиц. До сих пор было возможно свести все проявления CP -нарушения к малому эффекту,

возникающему только в $(K^0 - \overline{K^0})$ -смешивании*, — асимметрии по отношению к обращению времени $K^0 \rightarrow \overline{K^0} \neq \overline{K^0} \rightarrow K^0$, что эквивалентно CP -нарушению в силу CPT -теоремы. Это приводит к тому, что коротко- и долгоживущие K^0 -мезоны, являющиеся собственными массовыми состояниями, становятся смесью собственных состояний CP -оператора $K_1^0 (CP = +1)$ и $K_2^0 (CP = -1)$. Это смешивание описывается параметром ε :

$$K_S^0 \approx K_1^0 + \varepsilon K_2^0, \quad K_L^0 \approx K_2^0 + \varepsilon K_1^0,$$

хорошо измеренным в эксперименте (с ошибками около нескольких процентов) [2]:

$$\varepsilon = 2,27 \cdot 10^{-3} \cdot e^{i 43,7^\circ}.$$

С феноменологической точки зрения возможны два механизма нарушения CP -инвариантности. Один из них — специальное суперслабое взаимодействие Вольфенштейна [3], приводящее в первом порядке к процессам с $|\Delta S| = 2$, — наблюдался бы только в массовом смешивании нейтральных каонов**. Другой механизм, соответствующий стандартной модели с тремя поколениями кварков, должен приводить не только к $(K^0 - \overline{K^0})$ -смешиванию во втором порядке электрослабой теории (диаграмма «ящичного» типа), но и к принципиальной возможности процессов с $|\Delta S| = 1$, нарушающих CP -инвариантность в первом порядке, — «прямое» CP -нарушение. Последнее должно проявляться в «прямых» переходах $K_2^0 \rightarrow 2\pi$ и асимметриях вероятностей некоторых каналов распадов частиц и античастиц.

Прямое CP -нарушение определяется «слабыми» фазами соответствующих амплитуд и характеризуется феноменологическим параметром ε' . В стандартной шестикварковой модели прямое CP -нарушение обусловлено появлением комплексной фазы $\exp(i\delta)$ в матрице смешивания Кобаяши — Маскавы, причем основной вклад в этот эффект дают диаграммы пингвинового типа для переходов с $|\Delta S| = 1$ в первом порядке электрослабой теории.

*Само по себе смешивание не является проявлением CP -нарушения, а только следствием несохранения странности в слабых взаимодействиях.

**Аналогичные эффекты в системе нейтральных B -мезонов широко обсуждаются в связи с новыми экспериментальными проектами. Ожидается, что первые экспериментальные результаты в этой области будут получены еще до конца нашего столетия.

Несмотря на значительные усилия, потраченные в последние годы экспериментаторами на поиск прямого CP -нарушения в распадах нейтральных каонов, результаты измерения отношения ϵ'/ϵ по-прежнему остаются весьма неудовлетворительными. Хотя существующие данные двух экспериментов по распадам $K_L^0 \rightarrow 2\pi$

$$\operatorname{Re} \frac{\epsilon'}{\epsilon} = \begin{cases} (2,3 \pm 0,7) \cdot 10^{-3} & \text{NA31 CERN[4],} \\ (0,6 \pm 0,7) \cdot 10^{-3} & \text{E731 FNAL[5],} \end{cases}$$

статистически не противоречат друг другу, а среднее значение совместимо с нулевым эффектом, результаты каждого эксперимента в отдельности приводят к противоположным выводам о существовании CP -нарушения. Эксперимент NA31 указывает на существование ненулевого эффекта на уровне трех стандартных отклонений, в то время как в данных E731 нет значимого эффекта.

При существующих неопределенностях в данных по $|\epsilon'/\epsilon|$ из распадов нейтральных каонов особенно актуальным становится поиск альтернативных источников информации о прямом CP -нарушении. Так, в распадах заряженных каонов возможно только прямое CP -нарушение, которое должно проявляться в зарядовых асимметриях вероятностей и дифференциальных распределений для K^\pm -мезонов. Для теоретического изучения распадов каонов необходимо уметь вычислять мезонные матричные элементы слабых кварковых операторов, описывающих переходы с $|\Delta S| = 1, 2$. Главная трудность, возникающая при проведении таких расчетов, заключается в том, что область характерных для каонной физики энергий ($E < 1$ ГэВ) отвечает непertурбативному режиму КХД. Среди различных непertурбативных подходов к описанию низкоэнергетических процессов можно выделить три основные группы:

- эффективные киральные лагранжианы и $1/N_c$ -разложение,
- КХД на решетках,
- КХД-правила сумм.

Здесь мы рассмотрим результаты, полученные для распадов каонов с помощью эффективных киральных лагранжианов. Отметим, что впервые эффективные киральные лагранжианы были введены на основе динамического учета теоретико-групповых свойств сильных и слабых взаимодействий [6]. Позже они были выведены более фундаментальными методами из бозонизации кварков в низкоэнергетическом пределе КХД с помощью подхода функциональных интегралов, в котором мезоны рассматриваются как связанные состояния кварка и антикварка.

Недавние теоретические оценки [7,8] в рамках киральной теории с учетом p^4 -поправок предсказывают возможность значительного усиления (до

уровня 10^{-3}) зарядовой асимметрии наклона далитц-плота для распадов $K^\pm \rightarrow 3\pi$ по сравнению со старыми оценками в приближении мягких пионов [9]. Регистрация такого эффекта явилась бы проверкой не только фундаментальных представлений о механизме прямого CP -нарушения, но и современных киральных лагранжианов, основанных на динамике кварков. С этой точки зрения наряду с нелептонными распадами, большой интерес представляют также радиационные распады каонов $K \rightarrow \pi\gamma^*$ и $K \rightarrow 2\pi\gamma$.

Структура эффективного лагранжиана слабых нелептонных распадов с изменением странности $|\Delta S|=1$ была установлена на кварковом уровне в КХД [10,11] при учете глюонных поправок в кварковых диаграммах, описываемых стандартным нелептонным лагранжианом. Последовательное применение теории возмущений в главном логарифмическом приближении КХД и уравнений ренормгрупп приводит к эффективному взаимодействию

$$\mathcal{L}_W^{|\Delta S|=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i c_i(\tilde{\mu}) \mathcal{O}_i,$$

где четырехкварковые операторы \mathcal{O}_i выражаются через различные комбинации произведений левых или правых кварковых токов. Явная зависимость вильсоновских коэффициентов c_i от точки нормировки $\tilde{\mu}$ обусловлена необходимостью выделения пертурбативной области, отвечающей обмену жесткими глюонами (взаимодействие на малых расстояниях), в то время как физические амплитуды, вообще говоря, не должны зависеть от $\tilde{\mu}$.

При описании нелептонных распадов каонов особый интерес представляют диаграммы так называемого пингвинового типа. Их учет важен не только в связи со старой проблемой усиления переходов с $|\Delta I|=1/2$, но прежде всего для описания прямого нарушения CP -симметрии, так как в соответствии с современными представлениями основной вклад в этот эффект дают мнимые части вильсоновских коэффициентов пингвиновых операторов $\text{Im } c_{5,8}$, обусловленные комплексной фазой в матрице смешивания шестикварковой модели Kobayashi — Maskawa.

При оценке наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения в нелептонных распадах каонов существуют два источника теоретических неопределенностей: вильсоновские коэффициенты и матричные элементы четырехкварковых операторов для мезонных переходов. Неопределенности, возникающие при вычислении вильсоновских коэффициентов в главном логарифмическом и в следующих за лидирующими логарифмами приближениях (зависимость от точки нормировки и масс тяжелых кварков), детально исследованы в работах [12,13]. При этом такие вопросы, как зависимость предсказаний от выбора схемы перенормировок, не поддаются теоретическому анализу. Мезонные матричные элементы четырехкварковых операторов

ров определяются эффектами больших расстояний, и их вычисление (бозонизация слабых взаимодействий) выходит за рамки пертурбативной КХД.

Несмотря на то, что программа бозонизации КХД была выдвинута на рассмотрение более 20 лет назад, ее реализация в строгом математическом смысле до сих пор остается вне наших настоящих возможностей. Тем не менее в этой области достигнут значительный прогресс в рамках эффективных биллокальных подходов, основанных на применении методов функционального интегрирования к приближенным формам КХД (см. работы [14—24] и ссылки в них). В локальном пределе эти подходы приводят к модели Намбу — Иона-Лазинио (НИЛ) [25], бозонизация которой позволяет получить из кваркового детерминанта реалистические эффективные киральные мезонные лагранжианы [26—37], включающие члены с высшими производными и аномалии Весса — Зумино. Модель НИЛ включает в себя не только все необходимые ароматические симметрии, определяющие динамику кварков в низкоэнергетической КХД, но также обеспечивает простую схему спонтанного нарушения киральной симметрии массовыми кварковыми членами. В этой схеме токовые кварки переходят в составляющие кварки благодаря возникновению ненулевого кваркового конденсата. При этом легкие составные псевдоскалярные бозоны Намбу — Голдстоуна возникают вместе с более тяжелыми динамическими векторными и аксиально-векторными мезонами.

Методы функционального интегрирования можно применить также и для бозонизации эффективного четырехкваркового нелептонного слабого и электромагнитно-слабого взаимодействия с изменением странности $|\Delta S| = 1$. Для этого используется производящий функционал для функций Грина кварковых токов, введенный в работах [38,39]. Используя этот подход, можно получить соответствия между функциональными усреднениями кварковых и мезонных токов

$$\langle J_\mu^i \rangle_q = \langle J_\mu^i \rangle_{\text{mes}},$$

и между соответствующими произведениями токов

$$\langle J_\mu^i J^{j\mu} \rangle_q = \langle J_\mu^i J^{j\mu} - \frac{a_{ij}}{N_c} J_\mu^{Fi} J^{Fj\mu} \rangle_{\text{mes}},$$

где член $J_\mu^{Fi} J^{Fj\mu}$ описывает фирц-преобразованные вклады в эффективный киральный лагранжиан слабых нелептонных взаимодействий (см. [40]). В древесном приближении последнее соотношение воспроизводит результаты метода вакуумного насыщения, используемого при вычислении мезонных матричных элементов с помощью прокладывания кварковых токов в слабых четырехкварковых ток \times ток-операторах адронными и вакуумными состояниями.

Следует отметить, что процедура получения эффективных мезонных лагранжианов из кваркового детерминанта модели НИЛ соответствует адронизации кварков в $1/N_c$ -разложении. Адронизация эффективного кваркового лагранжиана слабых взаимодействий $\mathcal{L}_W^{|\Delta S|=1}$ проводится также в этом приближении. В этом случае ренормированными являются не только мезонные токи в операторах $\mathcal{O}_i^{(\text{mes})}$, но и коэффициенты c'_i при них. Действительно, все зависимости от аномальных размерностей в непингвиновых диаграммах исчезают при $N_c \rightarrow \infty$ (отношение $\gamma/b \rightarrow 0$ в этом пределе), а вклады пингвиновых диаграмм сами являются величинами порядка $1/N_c$. Поэтому коэффициенты c'_i можно рассматривать в качестве феноменологических параметров, извлекаемых из эксперимента. Они отличаются от вильсоновских коэффициентов $c_i(\bar{\mu})$ на некоторые поправки $O(1/N_c, \bar{\mu})$, не поддающиеся точному теоретическому учету.

Бозонизация слабых четырехкварковых операторов позволяет не только воспроизвести в древесном приближении результаты обычного метода факторизации с помощью вакуумного насыщения, но также вычислить унитарные поправки, отвечающие перерасеянию мезонов. Для этого используется стандартная киральная теория возмущений с мезонными петлями [41,42], а также суперпропагаторная (СП) регуляризация в прескрипции [43]. Все функции Грина и амплитуды рассеяния скалярных частиц в неперенормируемых теориях с существенно нелинейными лагранжианами выражаются во втором порядке теории возмущений через двухточечную функцию Грина, отвечающую бесконечной сумме двухвершинных мезонных петель по всем промежуточным состояниям. Используя интегральное представление Зоммерфельда — Ватсона, в СП-подходе удастся построить фурье-образ двухточечной функции Грина, свободный от УФ-расходимостей, и регуляризовать однопетлевые диаграммы без введения дополнительных параметров УФ-обрезания. Такой подход отличается от идеологии, развитой в работах [44,45], где вклады мезонных петель трактуются как часть $1/N_c$ -поправок, восстанавливающих ренорминвариантность физических амплитуд:

$$T_{K \rightarrow 2\pi} = \sum_i c_i(\bar{\mu}) \langle \pi\pi | \mathcal{O}_i(M) | K \rangle.$$

Зависимость от M в матричных элементах возникает от логарифмических обрезаний в однопетлевых фейнмановских интегралах.

Конечно, наш подход не позволяет в принципе получить абсолютные оценки параметров прямого CP -нарушения, вычисляемых на основе вильсоновского разложения в пертурбативной КХД (например, отношение $|\epsilon'/\epsilon|$).

Тем не менее с его помощью можно установить феноменологическую связь между параметрами наблюдаемых эффектов CP -нарушения в различных процессах и детально исследовать модельные неопределенности, возникающие из мезонных матричных элементов слабых четырехкварковых операторов. В частности, в данной работе мы рассматриваем зарядовые асимметрии в распадах K^\pm -мезонов и даем оценки их величин относительно отношения $|\epsilon'/\epsilon|$, измеряемого в распадах нейтральных каонов на два пиона.

Настоящий обзор состоит из трех основных разделов. В первом разделе конспективно изложен формализм функционального интегрирования, применяемый при бозонизации сильных и слабых кварковых взаимодействий. Основными результатами метода функционального интегрирования являются эффективные лагранжианы и токи на мезонном уровне. Читатель, интересующийся в основном феноменологическими следствиями киральной динамики, может опустить этот раздел, не вникая в детали используемого математического аппарата. Второй раздел посвящен нелептонным распадам $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$. Подробно рассмотрена феноменология и экспериментальный статус этих процессов, а также прямое CP -нарушение в них. В последнем разделе обсуждается киральная динамика и CP -нарушение в радиационных распадах каонов $K \rightarrow \pi \gamma^* \rightarrow \pi e^+ e^-$ и $K \rightarrow 2\pi \gamma$. В заключении намечены перспективы дальнейшего теоретического и экспериментального исследования нелептонных и радиационных распадов каонов с точки зрения поиска прямого CP -нарушения и проверки киральной динамики.

1. БОЗОНИЗАЦИЯ СИЛЬНЫХ И СЛАБЫХ ЛАГРАНЖИАНОВ

1.1. Бозонизация модели Намбу — Иона-Лазинио. В основе обсуждаемого подхода лежит эффективный четырехкварковый лагранжиан сильных взаимодействий расширенной модели НИЛ, инвариантной относительно глобальной цветовой симметрии $SU(N_c)$ и $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ -симметрии ароматов [25]:

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = \bar{q}(i \hat{\partial} - m_0)q + \mathcal{L}_{\text{int}}, \quad (1.1)$$

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = 2G_1 \left[\left(\bar{q} \frac{\lambda^a}{2} q \right)^2 + \left(\bar{q} i \gamma_5 \frac{\lambda^a}{2} q \right)^2 \right] - 2G_2 \left[\left(\bar{q} \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} q \right)^2 + \left(\bar{q} \gamma_5 \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} q \right)^2 \right], \quad (1.2)$$

где G_1 и G_2 — феноменологические константы связи; $m_0 = \text{diag}(m_u^0, m_d^0, m_s^0)$ — массовая матрица токовых кварков, нарушающая явным образом киральную и диагональную $U(3)$ -симметрию ароматов; λ^a — генераторы $U(n)$ -группы ароматов, нормированные соотношениями

$$\text{tr } \lambda^a \lambda^b = 2\delta^{ab}, \quad a, b = 0, \dots, n^2 - 1; \quad \lambda_0 = \sqrt{2/n} \times 1.$$

Используя стандартный подход к бозонизации кварковых взаимодействий, основанный на технике функционального интегрирования, можно получить из лагранжиана модели НИЛ (1.1) эффективное мезонное действие. Прежде всего, введем обычным образом [14,15,23] коллективные мезонные поля, соответствующие скалярным (S), псевдоскалярным (P), векторным (V) и аксиально-векторным (A) мезонам, ассоциированным с кварковыми билинейными комбинациями:

$$S^a = -4G_1 \bar{q} \frac{\lambda^a}{2} q, \quad P^a = -4G_1 \bar{q} i \gamma^5 \frac{\lambda^a}{2} q,$$

$$V_\mu^a = i 4G_2 \bar{q} \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} q, \quad A_\mu^a = i 4G_2 \bar{q} \gamma_\mu \gamma^5 \frac{\lambda^a}{2} q.$$

После подстановки этих выражений в (1.1) лагранжиан модели НИЛ можно переписать в эквивалентном виде:

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = -\frac{1}{4G_1} \text{tr} (\Phi^\dagger \Phi) - \frac{1}{4G_2} \text{tr} (V_\mu^2 + A_\mu^2) + \bar{q} i \hat{\mathbf{D}} q, \quad (1.3)$$

где след (tr) берется по индексам ароматов, а $\hat{\mathbf{D}}$ — дираковский оператор в присутствии коллективных мезонных полей:

$$i \hat{\mathbf{D}} = i(\hat{\partial} + \hat{V} + \hat{A} \gamma^5) - P_R (\Phi + m_0) - P_L (\Phi^\dagger + m_0) =$$

$$= [i(\hat{\partial} + \hat{A}^R) - (\Phi + m_0)] P_R + [i(\hat{\partial} + \hat{A}^L) - (\Phi^\dagger + m_0)] P_L. \quad (1.4)$$

Здесь $\Phi = S + iP$, $\hat{V} = V_\mu \gamma^\mu$, $\hat{A} = A_\mu \gamma^\mu$; $P_{R/L} = \frac{1}{2} (1 \pm \gamma_5)$ — киральные правые/левые проекторные операторы; $\hat{A}^{R/L} = \hat{V} \pm \hat{A}$ — правые/левые комбинации полей, и

$$S = S^a \frac{\lambda^a}{2}, \quad P = P^a \frac{\lambda^a}{2}, \quad V_\mu = -i V_\mu^a \frac{\lambda^a}{2}, \quad A_\mu = -i A_\mu^a \frac{\lambda^a}{2}.$$

Поскольку лагранжиан (1.3) билинеен по кварковым полям, то в соответствующем ему производящем функционале можно проинтегрировать по кваркам, после чего он примет вид (кварковые источники опускаются):

$$Z = \int \mathcal{D}\Phi \mathcal{D}\Phi^\dagger \mathcal{D}V \mathcal{D}A \exp[i S(\Phi, \Phi^\dagger, V, A)], \quad (1.5)$$

где

$$S(\Phi, \Phi^\dagger, V, A) = \int d^4x \left[-\frac{1}{4G_1} \text{tr} (\Phi^\dagger \Phi) - \frac{1}{4G_2} \text{tr} (V_\mu^2 + A_\mu^2) \right] - i \text{Tr}' [\log (i \hat{\mathbf{D}})] \quad (1.6)$$

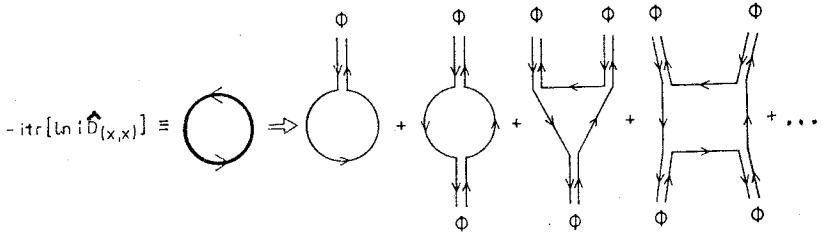


Рис.1. Графическое представление разложения кваркового детерминанта по кварковым полям

— эффективное действие для скалярных, псевдоскалярных, векторных и аксиально-векторных мезонов. Первый член в выражении (1.6), квадратичный по мезонным полям, возникает в результате линеаризации четырехкваркового взаимодействия; второй член есть кварковый детерминант, описывающий взаимодействие мезонов.

Кварковый детерминант можно вычислить либо с помощью разложения по кварковым петлям с внешними коллективными мезонными полями [26—28] (см. рис.1), либо методом коэффициентов ядра теплопроводности с регуляризацией «собственного времени» [46,47]. Заметим, что модуль кваркового детерминанта дает вклад в неаномальную часть эффективного лагранжиана, в то время как его комплексная фаза определяет аномальное эффективное действие Весса — Зумино [48], связанное с киральными аномалиями.

Модуль кваркового детерминанта в регуляризации «собственного времени» определяется в виде интеграла

$$\log |\det i \hat{\mathbf{D}}| = -\frac{1}{2} \text{Tr}' \log (\hat{\mathbf{D}}^\dagger \hat{\mathbf{D}}) = -\frac{1}{2} \int_{1/\Lambda^2}^{\infty} d\tau \frac{1}{\tau} \text{Tr}' \exp(-\hat{\mathbf{D}}^\dagger \hat{\mathbf{D}} \tau), \quad (1.7)$$

где Λ — внутренний параметр регуляризации, и след Tr' берется по пространству-времени, цвету, аромату и дираковским индексам:

$$\text{Tr}' = \int d^4x \text{Tr}, \quad \text{Tr} = \text{tr}_\gamma \cdot \text{tr}_C \cdot \text{tr}.$$

Разлагая «ядро теплопроводности» $\langle x | \exp(-\hat{\mathbf{D}}^\dagger \hat{\mathbf{D}} \tau) | y \rangle$ около его непертурбативной части

$$\langle x | \exp(-(\square + \mu^2) \tau) | y \rangle = \frac{1}{(4\pi \tau)^2} e^{-\mu^2 \tau + (x-y)^2/(4\tau)}$$

по степеням «собственного времени» τ с коэффициентами разложения Сили — Де Витта $h_k(x, y)$, получим:

$$\langle x | \exp(-\hat{\mathbf{D}}^\dagger \hat{\mathbf{D}} \tau) | y \rangle = \frac{1}{(4\pi \tau)^2} e^{-\mu^2 \tau + (x-y)^2 / (4\tau)} \sum_k h_k(x, y) \tau^k.$$

В этих выражениях в явном виде выделен новый массовый масштаб μ , который, как будет показано ниже, возникает за счет ненулевого значения вакуумного ожидания скалярного поля S и соответствует усредненному по ароматам значению массы составляющего кварка. После интегрирования по τ в (1.7) получим

$$\log |\det i \hat{\mathbf{D}}| = -\frac{1}{2} \frac{\mu^4}{(4\pi)^2} \sum_k \frac{\Gamma(k-2, \mu^2/\Lambda^2)}{\mu^{2k}} \text{Tr } h_k, \quad (1.8)$$

где $\Gamma(n, x) = \int_x^\infty dt e^{-t} t^{n-t}$ — неполная гамма-функция. В отличие от стандартной регуляризации обрезанием, используемой в теории элементарных частиц, шкала обрезания рассматривается здесь как физический параметр, характеризующий радиус $\bar{q}q$ -сил и границу области спонтанного нарушения киральной симметрии.

Процедура получения коэффициентов Сили — Де Витта с помощью «уравнений теплопроводности» представляет собой рекурсивный процесс, который можно алгоритмизировать для систем аналитических вычислений на ЭВМ. В работе [47] были вычислены впервые коэффициенты h_k до порядка $k=6$. Здесь мы ограничимся только членами в выражениях для h_1, \dots, h_6 , дающими вклад в импульсное разложение кваркового детерминанта, включая p^6 -порядок (члены, дающие $O(p^8)$ -вклады, опущены):

$$h_0 = 1,$$

$$h_1 = -a,$$

$$\text{Tr } h_2 = \text{Tr} \left\{ \frac{1}{12} (\Gamma_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2} a^2 \right\},$$

$$\begin{aligned} \text{Tr } h_3 = & -\frac{1}{12} \text{Tr} \left\{ 2a^3 - S_\mu S^\mu + a(\Gamma_{\mu\nu})^2 - \frac{2}{45} (\Gamma_{\alpha\beta\gamma})^2 - \frac{1}{9} (\Gamma_{\alpha\beta}^\alpha)^2 - \right. \\ & \left. - \frac{2}{45} \Gamma_{\mu\nu} \Gamma^{\nu\alpha} \Gamma_\alpha^\mu \right\}, \end{aligned}$$

$$\text{Tr } h_4 = \text{Tr} \left\{ \frac{1}{24} a^4 + \frac{1}{12} (a^2 S_\mu^\mu + a S_\mu S^\mu) + \frac{1}{720} (7(S_\mu^\mu)^2 - (S_{\mu\nu})^2) + \right.$$

$$+ \frac{1}{30} a^2 (\Gamma_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{120} (a \Gamma_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{144} a [\Gamma_{\mu\nu}^\mu, S^\nu] +$$

$$+ \frac{1}{40} a \left(\Gamma_{\mu\nu} S^{\mu\nu} + \frac{11}{9} S_{\mu\nu} \Gamma^{\mu\nu} \right) \left. \vphantom{\frac{1}{30}} \right\}.$$

$$\text{Tr } h_5^{\min} = -\text{Tr} \left\{ \frac{1}{120} a^2 (a^3 - 3S_\mu S^\mu) - \frac{1}{60} (aS_\mu)^2 \right\},$$

$$\text{Tr } h_6^{\min} = \frac{1}{720} \text{Tr } a^6.$$

Здесь

$$\Gamma_{\mu\nu} = [d_\mu, d_\nu], \quad \Gamma_{\lambda\mu\nu} = [d_\lambda, \Gamma_{\mu\nu}], \quad S_\mu = [d_\mu, a], \quad S_{\mu\nu} = [d_\mu, S_\nu]$$

— коммутаторы операторов d_μ и a , определенных соотношениями

$$d_\mu = \partial_\mu + \Gamma_\mu, \quad \Gamma_\mu = V_\mu + A_\mu \gamma^5, \quad a(x) = i \hat{\nabla} H + H^\dagger H + \frac{1}{4} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \Gamma_{\mu\nu} - \mu^2.$$

Использованы следующие обозначения:

$$H = P_R(\Phi + m_0) + P_L(\Phi^\dagger + m_0) = S + m_0 + i \gamma_5 P,$$

$$\Gamma_{\mu\nu} = [d_\mu, d_\nu] = \partial_\mu \Gamma_\nu - \partial_\nu \Gamma_\mu + [\Gamma_\mu, \Gamma_\nu] = F_{\mu\nu}^V + \gamma^5 F_{\mu\nu}^A,$$

где

$$F_{\mu\nu}^V = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu + [V_\mu, V_\nu] + [A_\mu, A_\nu],$$

$$F_{\mu\nu}^A = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [V_\mu, A_\nu] + [A_\mu, V_\nu]$$

— тензоры напряженности поля и

$$\nabla_\mu H = \partial_\mu H + [V_\mu, H] - \gamma^5 \{A_\mu, H\}$$

— ковариантные производные. Для получения компактных выражений для $\text{Tr } h_i$ использовались тождества Якоби для коммутаторов и циклические перестановки некоммутирующих операторов под знаком Tr .

1.2. Нелинейные эффективные мезонные лагранжианы. Нелинейной параметризации киральной симметрии отвечает следующее представление поля Φ :

$$\Phi = \Omega \Sigma \Omega. \tag{1.9}$$

Матрица скалярных полей $\Sigma(x)$ относится к диагональной группе ароматов, в то время как матрица $\Omega(x)$ представляет псевдоскалярные степени

свободы φ , остающиеся в пространстве $U(n)_L \times U(n)_R / U_V(n)$. Унитарную матрицу $\Omega(x)$ можно параметризовать в виде

$$\Omega(x) = \exp\left(\frac{i}{\sqrt{2}F_0} \varphi(x)\right), \quad \varphi(x) = \varphi^a(x) \frac{\lambda^a}{2},$$

где F_0 — затравочное значение константы распада $\pi \rightarrow \mu\nu$. При киральных поворотах

$$q \rightarrow \tilde{q} = (P_L \xi_L + P_R \xi_R) q$$

поля Φ и $A_\mu^{R/L}$ преобразуются следующим образом:

$$\Phi \rightarrow \tilde{\Phi} = \xi_L \Phi \xi_R^\dagger$$

и

$$A_\mu^R \rightarrow \tilde{A}_\mu^R = \xi_R (\partial_\mu + A_\mu^R) \xi_R^\dagger, \quad A_\mu^L \rightarrow \tilde{A}_\mu^L = \xi_L (\partial_\mu + A_\mu^L) \xi_L^\dagger.$$

Интеграл (1.5), зависящий теперь от $\Omega(x)$ и $\Sigma(x)$, можно переписать в виде

$$Z = \int \mathcal{D}\mu(\Omega, \Sigma) \mathcal{D}V \mathcal{D}A \exp\left\{i \int d^4x \left[-\frac{1}{4G_1} \text{tr} \Sigma^2 - \frac{1}{4G_2} \text{tr} (V_\mu^2 + A_\mu^2) \right]\right\} \times \\ \times \det(i \hat{\mathbf{D}}(\Omega, \Sigma, V, A)),$$

где $\mathcal{D}\mu(\Omega, \Sigma)$ — интегральная мера для преобразованных полей (1.9).

В простейшем случае, когда $\Omega = 1$ и $A_\mu^{R/L} = 0$, уравнение среднего поля для Σ -поля сводится к уравнению Швингера — Дайсона вида

$$\Sigma_0 = i 2G_1 N_c \text{tr}_\gamma \frac{1}{i \hat{\mathbf{D}}^{\Omega=1}}. \quad (1.10)$$

В приближении исчезающих масс токовых кварков это уравнение всегда имеет тривиальное решение $\Sigma_0 = 0$, отвечающее кирально-симметричной фазе. Однако при значении G_1 , превышающем некоторую критическую величину, решение $\Sigma_0 = 0$ становится нестабильным и возникает новый вакуум с ненулевым Σ_0 , который соответствует фазе спонтанного нарушения киральной симметрии (фаза Намбу — Голдстоуна).

Предполагая

$$\Sigma_0 = \text{diag}(\sigma_1^0, \sigma_2^0, \dots, \sigma_n^0),$$

получим из (1.10) «уравнение щели»

$$\sigma_i^0 = -i \frac{8G_1 N_c}{(2\pi)^4} \int^\Lambda d^4k \frac{\sigma_i^0 + m_i^0}{k^2 - (\sigma_i^0 + m_i^0)^2} \equiv -2G_1 \langle \bar{q}_i q_i \rangle, \quad (1.11)$$

где $\langle \bar{q}q \rangle$ — кварковый конденсат и Λ — тот же параметр обрезания, что и в формуле (1.7). Используя (1.11) и предполагая приближенную ароматическую симметрию кваркового конденсата, получим

$$\sigma_i^0 = -2G_1 \langle \bar{q}_i q_i \rangle \equiv \mu.$$

Такой выбор фиксирует нашу массовую шкалу μ . В дальнейшем мы всюду будем пренебрегать квантовыми флуктуациями скалярного поля Σ вокруг его вакуумного ожидания μ (т.е. полагать $\Sigma \sim \Sigma_0 \sim \mu \times 1$, где μ — значение массы составляющего кварка, усредненное по аромату).

Эффективные мезонные лагранжианы в терминах коллективных полей можно получить из кваркового детерминанта после вычисления следа по дираковским матрицам в $\text{Tr } h_i(x)$. «Расходящаяся» часть эффективного мезонного лагранжиана определяется коэффициентами h_0 , h_1 и h_2 разложения (1.8):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{div}} = & \frac{N_c}{16\pi^2} \text{tr} \left\{ \Gamma \left(0, \frac{\mu^2}{\Lambda^2} \right) \left[D^\mu (\Phi + m_0) \bar{D}_\mu (\Phi + \mu_0)^\dagger - \mathcal{M}^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{6} \left((F_{\mu\nu}^L)^2 + (F_{\mu\nu}^R)^2 \right) \right] + 2 \left[\Lambda^2 e^{-\mu^2/\Lambda^2} - \mu^2 \Gamma \left(0, \frac{\mu^2}{\Lambda^2} \right) \right] \mathcal{M} \right\}, \quad (1.12) \end{aligned}$$

где $\mathcal{M} = (\Phi + m_0)(\Phi + m_0)^\dagger - \mu^2$, $F_{\mu\nu}^{RL} = F_{\mu\nu}^V \pm F_{\mu\nu}^A$. Ковариантные производные D_μ и \bar{D}_μ определены следующим образом:

$$D_\mu * = \partial_\mu * + (A_\mu^L * - * A_\mu^R), \quad \bar{D}_\mu * = \partial_\mu * + (A_\mu^R * - * A_\mu^L).$$

Полагая $\Sigma \approx \mu$ и поэтому $\Phi = \mu \Omega^2 \equiv \mu U$, можно представить p^2 -часть мезонного лагранжиана (1.12) в виде

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{(2)} = -\frac{F_0^2}{4} \text{tr} (L_\mu L^\mu) + \frac{F_0^2}{4} \text{tr} (MU^\dagger + UM^\dagger), \quad (1.13)$$

где $L_\mu = D_\mu U U^\dagger$. Затравочная константа F_0 и мезонная массовая матрица $M = \text{diag} (\chi_u^2, \chi_d^2, \dots, \chi_n^2)$ заданы соотношениями $F_0^2 = y N_c \mu^2 / (4\pi^2)$ и $\chi_i^2 = m_0^i \mu (G_1 F_0^2) = -2m_0^i \langle \bar{q}q \rangle F_0^{-2}$, где $y = \Gamma(0, \mu^2/\Lambda^2)$. Параметры χ_i^2 , m_i^0 и

μ можно зафиксировать по спектрам псевдоскалярных и векторных мезонов. Мы будем использовать значения $\mu = 380$ МэВ и соотношение $m_s^0 = \hat{m}_0 \chi_s^2 / m_\pi^2$, где $\hat{m}_0 \equiv (m_u^0 + m_d^0) / 2 \approx 5$ МэВ, а также $\chi_u^2 = 0,0114$ ГэВ², $\chi_d^2 = 0,025$ ГэВ² и $\chi_s^2 = 0,47$ ГэВ².

Эффективный лагранжиан в p^4 -порядке кирального разложения возникает из логарифмически расходящейся части кваркового детерминанта и из коэффициентов h_3 и h_4 , дающих вклад в конечную часть. После тождественных преобразований ковариантных производных соответствующую конечную часть эффективного лагранжиана можно представить в виде

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{fin}}^{(4)} = & \frac{N_c}{32\pi^2\mu^4} \text{tr} \left\{ \frac{1}{3} [\mu^2 D^2(\Phi + m_0) \bar{D}^2(\Phi + m_0)^\dagger - \right. \\
 & - (D^\mu(\Phi + m_0) \bar{D}_\mu(\Phi + m_0)^\dagger)^2] + \\
 & + \frac{1}{6} (D_\mu(\Phi + m_0) \bar{D}_\nu(\Phi + m_0)^\dagger)^2 + \\
 & - \mu^2 [\mathcal{M} D_\mu(\Phi + m_0) \bar{D}^\mu(\Phi + m_0)^\dagger + \bar{\mathcal{M}} \bar{D}_\mu(\Phi + m_0)^\dagger D_\mu(\Phi + m_0)] + \\
 & + \frac{2}{3} \mu^2 [D^\mu(\Phi + m_0) \bar{D}^\nu(\Phi + m_0)^\dagger F_{\mu\nu}^L + \\
 & \quad + \bar{D}^\mu(\Phi + m_0)^\dagger D^\nu(\Phi + m_0) F_{\mu\nu}^R] + \\
 & \left. + \frac{1}{3} \mu^2 F_{\mu\nu}^R(\Phi + m_0)^\dagger F^{L\mu\nu}(\Phi + m_0) - \frac{1}{6} \mu^4 [(F_{\mu\nu}^L)^2 + (F_{\mu\nu}^R)^2] \right\}, \quad (1.14)
 \end{aligned}$$

где $\bar{\mathcal{M}} = (\Phi + m_0)^\dagger (\Phi + m_0) - \mu^2$. Мы используем здесь приближение $\Gamma(k, \mu^2/\Lambda^2) \approx \Gamma(k)$, которое хорошо выполняется при $k \geq 1$ и $\mu^2/\Lambda^2 \ll 1$.

Общая структура эффективного мезонного p^4 -лагранжиана соответствующая минимальному числу линейно независимых членов, была введена Гассером и Леутвилером в работах [42]:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{eff}}^{(4)} = & \left(L_1 - \frac{1}{2} L_2 \right) (\text{tr} L_\mu L^\mu)^2 + L_2 \text{tr} \left(\frac{1}{2} [L_\mu, L_\nu]^2 + 3(L_\mu L^\mu)^2 \right) + \\
 & + L_3 \text{tr} ((L_\mu L^\mu)^2) + L_4 \text{tr} (D_\mu U \bar{D}^\mu U^\dagger) \text{tr} (MU^\dagger + UM^\dagger) + \\
 & + L_5 \text{tr} D_\mu U \bar{D}^\mu U^\dagger (MU^\dagger + UM^\dagger) + L_6 (\text{tr} (MU^\dagger + UM^\dagger))^2 + \\
 & + L_7 (\text{tr} (MU^\dagger - UM^\dagger))^2 + L_8 \text{tr} ((M^\dagger U)^2 + (MU^\dagger)^2) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + L_9 \operatorname{tr} (F_{\mu\nu}^L D^\mu U \bar{D}^\nu U^\dagger + F_{\mu\nu}^R \bar{D}^\mu U^\dagger D^\nu U) - L_{10} \operatorname{tr} (U^\dagger F_{\mu\nu}^L U F_{\mu\nu}^R) - \\
& - H_1 \operatorname{tr} ((F_{\mu\nu}^L)^2 + (F_{\mu\nu}^R)^2) + H_2 \operatorname{tr} M M^\dagger.
\end{aligned} \tag{1.15}$$

Здесь L_i ($i = 1, \dots, 10$) и $H_{1,2}$ — структурные константы. С помощью уравнений движений, возникающих в p^2 -порядке из расходящейся части эффективного действия, p^4 -члены приводятся к виду (1.15) со структурными константами L_i и H_i , фиксированными следующим образом:

$$\begin{aligned}
L_1 - \frac{1}{2} L_2 = L_4 = L_6 = 0, \\
L_2 = \frac{N_c}{16\pi^2} \frac{1}{12}, \quad L_3 = -\frac{N_c}{16\pi^2} \frac{1}{6}, \quad L_5 = \frac{N_c}{16\pi^2} x(y-1), \\
L_7 = -\frac{N_c}{16\pi^2} \frac{1}{6} \left(xy - \frac{1}{12} \right), \quad L_8 = \frac{N_c}{16\pi^2} \left[\left(\frac{1}{2} x - x^2 \right) y - \frac{1}{24} \right], \\
L_9 = \frac{N_c}{16\pi^2} \frac{1}{3}, \quad L_{10} = -\frac{N_c}{16\pi^2} \frac{1}{6}, \\
H_1 = -\frac{N_c}{16\pi^2} \frac{1}{6} \left(y - \frac{1}{2} \right), \quad H_2 = -\frac{N_c}{16\pi^2} \left[(x + 2x^2) y - \frac{1}{12} \right],
\end{aligned}$$

где $x = -\mu F_0^2 / (2 \langle \bar{q}q \rangle)$ и $y = 4\pi^2 F_0^2 / (N_c \mu^2)$.

Экспериментальный статус бозонизованного p^4 -лагранжиана уже обсуждался нами в работах [32,49] на основе анализа данных по d -волновым длинам $\pi\pi$ -рассеяния и параметров распадов $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$. Феноменологический анализ p^4 -поправок к широкому кругу низкоэнергетических мезонных процессов, был также проведен в работах [42]. В недавней работе [50] из бозонизации модели НИЛ нами был получен нелинейный лагранжиан в p^6 -порядке кирального разложения, общая структура которого с учетом уравнений движений и тождественных преобразований ковариантных производных приведена в [51].

1.3. Бозонизация токов и слабых нелептонных взаимодействий. Рассмотрим полный эффективный лагранжиан сильных и слабых взаимодействий, который можно представить на кварковом уровне в следующем общем виде:

$$\mathcal{L}_{\text{tot}} = \mathcal{L}_{\text{NJL}} + \mathcal{L}_{\text{W}}^{nl} = \bar{q}(i\hat{d} - m_0)q +$$

$$+ \sum_a \tilde{G}_a (\bar{q} K_a q) (\bar{q} K_a q) + \tilde{G}_F \sum_{ij} C_{ij} (\bar{q} O_j q) (\bar{q} O_j q). \quad (1.16)$$

Здесь первое суммирование выполняется по произведениям билинейных по кварковым полям операторов, диагональных по $\{K_a; a=1, \dots, 4\} = \left\{ \frac{1}{2} \lambda_r, i \gamma^5 \frac{1}{2} \lambda_r, \gamma^\mu \frac{1}{2} \lambda_r, \gamma^\mu \gamma^5 \frac{1}{2} \lambda_r \right\}$, и соответствует лагранжиану модели НИЛ (1.2) (причем $\tilde{G}_1 = \tilde{G}_2 = 2G_1$ и $\tilde{G}_3 = \tilde{G}_4 = -2G_2$). Вторая сумма в (1.16) отвечает эффективному лагранжиану слабого нелептонного взаимодействия с изменением странности $|\Delta S| = 1$, который был получен на кварковом уровне в работах [10, 11, 52] при учете поправок от жестких глюонов к нелептонному лагранжиану модели Вайнберга — Глэшоу — Салама. Эта сумма не диагональна по операторам $\{O_i; i=1, \dots, 4\} = \{P_L \gamma_\mu C_1^F, P_R \gamma_\mu C_2^F, P_L C_3^F, P_R C_4^F\}$, где C_i^F соответствует ароматическим матрицам; $\tilde{G}_F = \sqrt{2} G_F \sin \theta_C \cos \theta_C$; $G_F \approx 1,166 \cdot 10^{-5}$ ГэВ⁻² — константа Ферми слабого взаимодействия. Слабая часть полного эффективного действия рассматривается как возмущение, при этом мы ограничимся первым порядком разложения по \tilde{G}_F .

Конкретная структура эффективного слабого нелептонного лагранжиана с изменением странности $|\Delta S| = 1$ определяется выражением

$$\mathcal{L}_W^{nl} = \tilde{G}_F \sum_{i=1}^8 c_i O_i, \quad (1.17)$$

где c_i — вильсоновские коэффициенты, а O_i — четырехкварковые операторы, состоящие из произведений левых или правых токов:

$$O_1 = \bar{u}_L \gamma_\mu u_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L - \bar{d}_L \gamma_\mu u_L \bar{u}_L \gamma^\mu s_L,$$

$$O_2 = \bar{u}_L \gamma_\mu u_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L + \bar{d}_L \gamma_\mu u_L \bar{u}_L \gamma^\mu s_L + 2 \bar{d}_L \gamma_\mu d_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L + 2 \bar{s}_L \gamma_\mu s_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L,$$

$$O_3 = \bar{u}_L \gamma_\mu u_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L + \bar{d}_L \gamma_\mu u_L \bar{u}_L \gamma^\mu s_L + 2 \bar{d}_L \gamma_\mu d_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L - 3 \bar{s}_L \gamma_\mu s_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L,$$

$$O_4 = \bar{u}_L \gamma_\mu u_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L + \bar{d}_L \gamma_\mu u_L \bar{u}_L \gamma^\mu s_L - \bar{d}_L \gamma_\mu d_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L,$$

$$O_5 = \bar{d}_L \gamma_\mu \lambda_c^a s_L \left(\sum_{q=u,d,s} \bar{q}_R \gamma^\mu \lambda_c^a q_R \right),$$

$$O_6 = \bar{d}_L \gamma_\mu s_L \left(\sum_{q=u,d,s} \bar{q}_R \gamma^\mu q_R \right),$$

$$\mathcal{O}_7 = \bar{d}_L \gamma_\mu s_L \left(\sum_{q=u,d,s} \bar{q}_R \gamma^\mu Q q_R \right),$$

$$\mathcal{O}_8 = \bar{d}_L \gamma_\mu \lambda_c^a s_L \left(\sum_{q=u,d,s} \bar{q}_R \gamma^\mu \lambda_c^a Q q_R \right)$$

и $q_{R/L} = P_{R/L} q$. Операторы $\mathcal{O}_{5,6}$, содержащие правые кварковые токи, порождаются так называемыми глюонными пингвиновыми диаграммами [10,11] (см. рис.2,а). Электромагнитные пингвиновые диаграммы [52] (рис.2,б) дают дополнительные операторы $\mathcal{O}_{7,8}$.

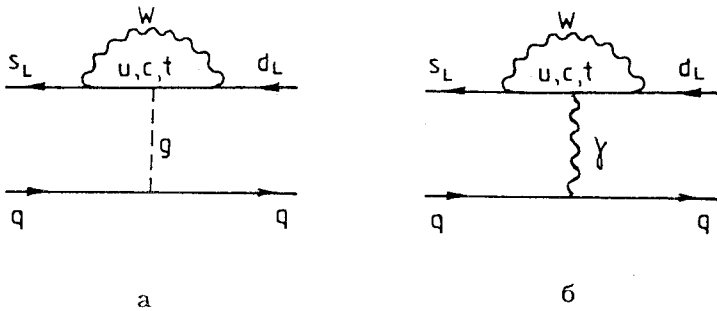


Рис.2. Глюонные (а) и электромагнитные (б) диаграммы пингвинового типа

Для бозонизации слабых взаимодействий удобно ввести производящий функционал $Z_q[\eta, \rho]$ для функций Грина кварковых токов

$$Z_q[\eta, \rho] = \mathcal{N}^{-1} \int \mathcal{D}q \mathcal{D}\bar{q} \exp \left\{ i \int d^4x \left(\mathcal{L}_{\text{NJL}} + \sum_i \eta_i (\bar{q} O_i q) + \bar{q} \rho_i \gamma_5 q \right) \right\}, \quad (1.18)$$

где η_i — внешние источники, связанные с кварковыми токами $j_i = \bar{q} O_i q$.

Для вычисления матричных элементов токов с псевдоскалярными мезонами необходимо ввести также дополнительные источники $\rho = \sum_k \rho_k \frac{\lambda_k}{2}$,

связанные с псевдоскалярными билинейными комбинациями кварковых полей (матричные элементы с векторными или аксиально-векторными мезонами могут рассматриваться аналогично). После перехода к коллективным полям в производящем функционале (1.18) получаем

$$Z_{\text{eff}}[\eta, \rho] = (\mathcal{N}')^{-1} \int \mathcal{D}\Phi \det(i \tilde{\mathbf{D}}) \exp \left[i \int d^4x \sum_a \frac{d_a}{2\tilde{G}_a} \text{tr}(\Phi_a + \rho \delta_{a2})^2 \right] \equiv \\ \equiv (\mathcal{N}')^{-1} \int \mathcal{D}\Phi e^{i \int d^4x [\mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi, \eta_i) + \Delta(\rho, \Phi)]},$$

где

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi, \eta_i) = \sum_a \frac{d_a}{2\tilde{G}_a} \text{tr} \Phi_a^2 - i \text{Tr}' \ln (i \tilde{\mathbf{D}})_{(x,x)}, \\ \Delta(\rho, \Phi) = \frac{d_2}{2\tilde{G}_2} (2\text{tr} \rho \Phi_2 + \text{tr} \rho^2) \quad (1.19)$$

и $i \tilde{\mathbf{D}} = i \hat{\partial} - m_0 + \Phi_a \tilde{K}_a + \eta_i O_i$. Здесь были использованы обозначения $\Phi \equiv \{\Phi_a\} = \{S, P, V, A\}$, $\hat{\mathbf{D}} \equiv \mathcal{D}S \cdot \mathcal{D}P \cdot \mathcal{D}V \cdot \mathcal{D}A$ и $d_a = \{-1$ при $a = 1, 2$; $+1$ при $a = 3, 4\}$, $\tilde{K}_a = \{-1, -i\gamma^5, i\gamma^\mu, i\gamma^\mu\gamma^5\}$. В уравнении (1.19) связь источника ρ с полями псевдоскалярных мезонов $\Phi_2 \equiv P$ осуществлялась посредством замены переменных $\Phi_2 - \rho = \Phi'$ с использованием $\mathcal{D}\Phi_2 \equiv \mathcal{D}\Phi'$ (далее штрих будет опускаться). Таким образом, для получения неаномальной части токов нужно рассмотреть $\text{ldet } i \tilde{\mathbf{D}}|$.

Очевидно, что производящий функционал токов определяется формулой типа (1.7), где теперь $i \hat{\mathbf{D}}$ нужно заменить выражением

$$i \tilde{\mathbf{D}} = i \hat{\mathbf{D}} + \eta_i O_i = i(\hat{\partial} + \tilde{V} + \tilde{A} \gamma_5) - (P_R(\tilde{\Phi} + m_0) + P_L(\tilde{\Phi}^\dagger + m_0)). \quad (1.20)$$

Здесь были использованы обозначения

$$\eta_i O_i = P_L \eta_{L\mu} \gamma^\mu + P_R \eta_{R\mu} \gamma^\mu + P_L \eta_L + P_R \eta_R,$$

где $\eta_{L,R\mu} = \eta_{1,2\mu} C_{1,2}^F$, $\eta_{L,R} = \eta_{3,4} C_{3,4}^F$; $\tilde{\Phi} = \tilde{S} + i\tilde{P}$, а $\tilde{V}_\mu = V_\mu - i(\eta_{R\mu} + \eta_{L\mu})$, $\tilde{A}_\mu = A_\mu - i(\eta_{R\mu} - \eta_{L\mu})$, $\tilde{S} = S - (\eta_R + \eta_L)$, $\tilde{P} = P - i(\eta_R - \eta_L)$ являются сокращенными формальными обозначениями. Уравнения (1.20), (1.21) показывают, что для вычисления $\text{det}(i \tilde{\mathbf{D}})$ достаточно заменить коллективные поля S, P, V и A в формулах для коэффициентов Сили — Де Витта h_k на формальные выражения $\tilde{S}, \tilde{P}, \tilde{V}, \tilde{A}$.

Основная идея бозонизации слабых (или, аналогично, электромагнитно-слабых) кварковых токов $j_i = \bar{q} O_i q$ заключается в том, что функциональное усреднение кваркового тока

$$\begin{aligned} \langle j_i(q) \rangle_q &= \frac{\int \mathcal{D}q \mathcal{D}\bar{q} (\bar{q} O_i q) \exp \left[i \int d^4x (\mathcal{L}_{\text{NJL}}(q) + \bar{q} \rho_i \gamma_5 q) \right]}{\int \mathcal{D}q \mathcal{D}\bar{q} \exp \left[i \int d^4x (\mathcal{L}_{\text{NJL}}(q) + \bar{q} \rho_i \gamma_5 q) \right]} \equiv \\ &\equiv Z_q[0, \rho]^{-1} \frac{\delta}{i\delta \eta_i} Z_q[\eta, \rho]_{\eta=0} \end{aligned} \quad (1.21)$$

должно переходить после бозонизации в функциональное усреднение мезонного тока $J_i(\Phi)$:

$$\begin{aligned} \langle J_i(\Phi) \rangle_{\text{mes}} &= \frac{\int \mathcal{D}\Phi J_i(\Phi) \exp \left[i \int d^4x (\mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi) + \Delta(\rho, \Phi)) \right]}{\int \mathcal{D}\Phi \exp \left[i \int d^4x (\mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi) + \Delta(\rho, \Phi)) \right]} \equiv \\ &\equiv Z_{\text{eff}}[0, \rho]^{-1} \frac{\delta}{i\delta \eta_i} Z_{\text{eff}}[\eta, \rho]_{\eta=0}, \end{aligned} \quad (1.22)$$

где $\mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi) \equiv \mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi, \eta_i)|_{\eta_i=0}$. Поскольку эффективный лагранжиан $\mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi, \eta_i)$ в (1.19) можно разложить как

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi, \eta_i) = \mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi) - i \eta_i(x) \text{Tr} O_i S_{\Phi}(x, x) + O(\eta^2), \quad (1.23)$$

где $S_{\Phi}(x, y) = (i\hat{D})_{(x,y)}^{-1} = (i\hat{d} - m_0 + \Phi_a \tilde{K}_a)^{-1}$ — пропагатор движущихся в мезонных полях кварков, то, учитывая (1.19), (1.22) и (1.23), получаем

$$\langle J_i(\Phi) \rangle_{\text{mes}} = -i \langle \text{Tr} O_i S_{\Phi}(x, x) \rangle_{\text{mes}}. \quad (1.24)$$

Бозонизованные слабые токи J_i можно представить графически в виде разложения по кварковым петлям аналогично разложению для $\det(i\hat{D})$, показанному на рис.1. Полный пропагатор кварков $S_{\Phi}(x, x)$ во внешних полях представляется здесь, как обычно, в виде разложения по коллективным полям Φ , как это показано на рис.3. Отличие состоит только в том, что одно из коллективных мезонных полей заменяется внешним источником η_i в соответствии с переопределениями (1.21) (см. диаграммы рис.4).

Электромагнитные взаимодействия включаются в процедуру бозонизации с помощью замены

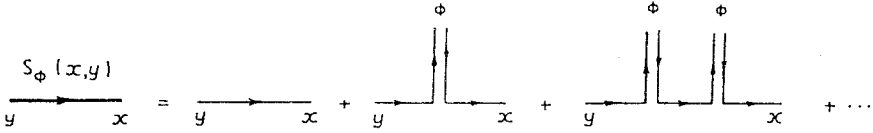
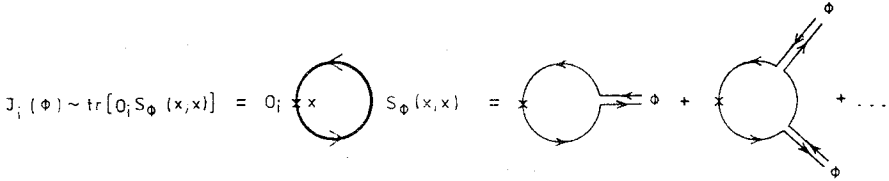


Рис.3. Разложение полного кваркового пропагатора во внешних полях


 Рис.4. Графическое представление разложения мезонного тока $J_i(\Phi)$ по кварковым петлям

$$i \tilde{\mathbf{D}} \rightarrow i \hat{\mathbf{D}}_Q \equiv i(\tilde{\mathbf{D}} + ieQ\mathcal{A}),$$

где \mathcal{A}_μ — электромагнитное поле, а Q — матрица электрических зарядов кварков.

Бозонизованный эффективный лагранжиан слабых нелептонных взаимодействий можно вычислить, используя очевидные соотношения [38,39]:

$$\lim_{y \rightarrow x} \langle j_i(x) j_j(y) \rangle_q = \lim_{y \rightarrow x} Z_{\text{eff}}[0, \rho]^{-1} \frac{\delta}{i \delta \eta_i(x)} \frac{\delta}{i \delta \eta_j(y)} Z_{\text{eff}}[\eta, \rho]_{\eta=0}. \quad (1.25)$$

Для вычисления этого выражения используем соотношение (1.19):

$$\frac{\delta}{i \delta \eta_j(y)} e^{i \int d^4x \mathcal{L}_{\text{eff}}} = \frac{1}{i} \text{Tr} O_j (i \tilde{\mathbf{D}}_{(y,y)}^{-1}) e^{i \int d^4x \mathcal{L}_{\text{eff}}}. \quad (1.26)$$

Кроме того,

$$\begin{aligned} & \frac{\delta}{i \delta \eta_i(x)} \left[\frac{\delta}{i \delta \eta_j(y)} e^{i \int d^4x \mathcal{L}_{\text{eff}}} \right] = \\ & = \left[\frac{1}{i} \text{Tr} O_i (i \tilde{\mathbf{D}}_{(x,x)}^{-1}) \right] \left[\frac{1}{i} \text{Tr} O_j (i \tilde{\mathbf{D}}_{(y,y)}^{-1}) \right] e^{i \int d^4x \mathcal{L}_{\text{eff}}} + \end{aligned}$$

$$+ \left[\frac{1}{i^2} \frac{\delta}{\delta \eta_i(x)} \text{Tr} O_j (i \tilde{\mathbf{D}}_{(y,y)}^{-1}) \right] e^{i \int d^4x \mathcal{L}_{\text{eff}}}. \quad (1.27)$$

Далее,

$$\frac{1}{i^2} \frac{\delta}{\delta \eta_i(x)} \text{Tr} O_j (i \tilde{\mathbf{D}}_{(y,y)}^{-1}) = - \frac{1}{i^2} \text{Tr} \left[O_j (i \tilde{\mathbf{D}}_{(y,x)}^{-1}) O_i (i \tilde{\mathbf{D}}_{(x,y)}^{-1}) \right].$$

Используя $(i \tilde{\mathbf{D}})^{-1}|_{\eta=0} = S_{\Phi}$ и (1.26)—(1.28), получим искомый результат:

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow x} \langle j_i(x) j_j(y) \rangle_q &= \langle \text{Tr} \left(\frac{1}{i} O_i S_{\Phi}(x,x) \right) \text{Tr} \left(\frac{1}{i} O_j S_{\Phi}(x,x) \right) - \\ &- \text{Tr} \left(\frac{1}{i} O_i S_{\Phi}(x,x) \frac{1}{i} O_j S_{\Phi}(x,x) \right) \rangle_{\text{mes}}. \end{aligned}$$

Первый член последнего выражения изображен графически на диаграмме рис.5,а. Он соответствует факторизованному вкладу в бозонизованный слабый нелептонный лагранжиан типа ток \times ток с токами $J_i(\Phi) = \text{Tr} \left(\frac{1}{i} O_i S_{\Phi}(x,x) \right)$ (ср. (1.24)). Дираковские и ароматические квантовые числа токов, включенных в это взаимодействие, определяются структурой матриц O_i и O_j . Второй член (ср. рис.5,б) можно переписать, используя преобразования Фирца для дираковских, ароматических и цветных матриц, также в виде факторизованного взаимодействия типа ток \times ток (рис.5,в):

$$\text{Tr} (O_i S_{\Phi}(x,x) O_j S_{\Phi}(x,x)) \xrightarrow{\text{Fierz}} \frac{a_{ij}}{N_c} \text{Tr} (O'_i S_{\Phi}(x,x)) \text{Tr} (O'_j S_{\Phi}(x,x)),$$

где O'_i и O'_j — ароматические и дираковские матрицы после преобразования Фирца, а a_{ij} — численные константы. Этот результат можно сформулировать в виде бозонизационной прескрипции

$$\langle j_i(x) j_j(x) \rangle_q = \langle J_i(\Phi(x)) J_j(\Phi(x)) - \frac{a_{ij}}{N_c} J_i^F(\Phi(x)) J_j^F(\Phi(x)) \rangle_{\text{mes}}. \quad (1.28)$$

Необходимо отметить, что, при отсутствии внешних источников ρ средние в смысле функциональных интегралов (1.22), (1.28), описывающие вакуум-вакуумные переходы токов или произведений токов, возникающих в $\mathcal{L}_W(\Delta S = 1)$, равны нулю. Это следует из сохранения вакуумом соответствующих квантовых чисел. Фактически в конкретных физических прило-

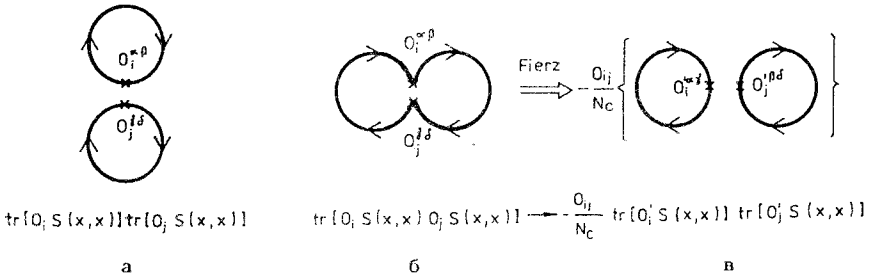


Рис.5. Графическое представление членов, дающих вклад в бозонизованное нелептонное взаимодействие ток \times ток (1.28)

жениях нам потребуются не вакуум-вакуумные матричные элементы токов, а матричные элементы для переходов между мезонными состояниями. Их можно получить из средних (1.24), (1.28), выполняя для каждого появляющегося в начальном или конечном состояниях псевдоскалярного мезона соответствующее функциональное дифференцирование по источнику ρ с использованием стандартной процедуры ампутаций. Тот же результат можно воспроизвести на более удобном операторном языке с помощью простой замены $J_i(\Phi)J_j(\Phi) \rightarrow :J_i(\hat{\Phi})J_j(\hat{\Phi}):$, где $\hat{\Phi}$ — соответствующий оператор поля. В этом случае матричные элементы вычисляются с помощью обычных правил Фейнмана.

Полученные таким образом из (1.28) матричные элементы воспроизводят в древесном приближении известный метод факторизации матричных элементов четырехкварковых операторов (приближение вакуумного насыщения). Возьмем, например, оператор типа ток \times ток с $(V-A)$ -токами j_μ^{ab} и j_μ^{cd} , введя обозначения $j_\mu^{ab} = \bar{q}_a \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_b$ и $\{O_i\}_{lm} \equiv \{O_\mu^{ab}\}_{lm}$, где $\{O_\mu^{ab}\}_{lm} = \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \delta_{al} \delta_{bm}$. Адронный матричный элемент оператора типа ток \times ток выражается через факторизованные матричные элементы синглетных по цвету токов следующим образом:

$$\langle B|j_\mu^{ab} j_\mu^{cd}|A \rangle = \langle B|j_\mu^{ab}|0 \rangle \langle 0|j_\mu^{cd}|A \rangle + \frac{1}{N_c} \langle B|j_\mu^{ad}|0 \rangle \langle 0|j_\mu^{cb}|A \rangle. \quad (1.29)$$

Чтобы получить выражение (1.29), были использованы преобразования Фирца

$$[\bar{q}_a^i \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_b^j][\bar{q}_c^j \gamma^\mu (1 - \gamma_5) q_d^i] = [\bar{q}_a^i \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_d^j][\bar{q}_c^j \gamma^\mu (1 - \gamma_5) q_b^i],$$

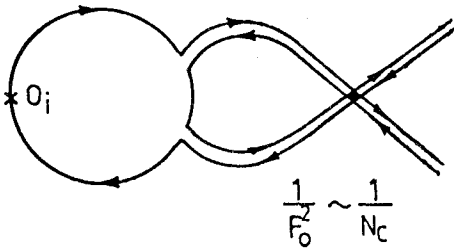


Рис.6. Петлевой вклад (взаимодействие в конечном состоянии) в мезонный ток в $(1/F_0^2)$ -порядке

где $i, j = 1, \dots, N_c$ — цветовые индексы.

Цветовой множитель $1/N_c$ в (1.28) возникает после фирцевского преобразования из проекции получающегося оператора типа ток \times ток на внешние синглетные по цвету мезонные состояния. В обычном $1/N_c$ -разложении приближение вакуумного насыщения включает только факторизуемую часть следующих по порядку членов, что не вполне самосогласованно. Указанная несамосогласованность устраняется, если учесть также другие $1/N_c$ -поправки, возникающие из мезонных петель. Например, петлевая поправка, необходимая для включения в первый член выражения (1.29) взаимодействий в конечном состоянии, имеет порядок $O(1/F_\pi^2) = O(1/N_c)$ (см. рис.6). Очевидно, что функциональное усреднение в (1.28) автоматически включает такие петлевые поправки.

Токи $J_i(\Phi) = -i \text{Tr}(O_i S_\Phi(x, x))$ вычисляются из кваркового детерминанта с использованием соотношений (1.22). Бозонизационную прескрипцию для слабого нелептонного лагранжиана (1.17) можно тогда сформулировать как замену

$$\mathcal{L}_W^{nl} = \tilde{G}_F \sum_{ij} C_{ij} (\bar{q} O_i q)(\bar{q} O_j q) \rightarrow \mathcal{L}_{\text{eff}}^{nl}$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{nl} = & \tilde{G}_F \left\{ (-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) \left[(J_{L\mu}^1 - iJ_{L\mu}^2)(J_{L\mu}^4 + iJ_{L\mu}^5) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \left(J_{L\mu}^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} J_{L\mu}^8 \right) (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7) \right] + \right. \\ & \left. + (\xi_1 + 5\xi_2) \sqrt{\frac{2}{3}} J_{L\mu}^0 (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7) + \frac{10}{\sqrt{3}} \xi_3 J_{L\mu}^8 (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7) + \right. \\ & \left. + \xi_4 \left[(J_{L\mu}^1 - iJ_{L\mu}^2)(J_{L\mu}^4 + iJ_{L\mu}^5) + 2J_{L\mu}^3 (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7) \right] - \right. \\ & \left. - 4\xi_5 \left[(J_R^1 - iJ_R^2)(J_L^4 + iJ_L^5) - \left(J_R^3 - \frac{1}{\sqrt{3}} J_R^8 - \sqrt{\frac{2}{3}} J_R^0 \right) (J_L^6 + iJ_L^7) - \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\sqrt{\frac{2}{3}} (J_R^6 - iJ_R^7)(\sqrt{2} J_L^8 - J_L^0) \Big] + \\
 & + \xi_6 \sqrt{\frac{3}{2}} (J_{L\mu}^4 + iJ_{L\mu}^5) J_{R\mu}^0 + 6\xi_7 (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7) (J_{R\mu}^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} J_{R\mu}^8) - \\
 & - 16\xi_8 \left[(J_R^1 - iJ_R^2) (J_L^4 + iJ_L^5) + \frac{1}{2} \left(J_R^3 - \frac{1}{\sqrt{3}} J_R^8 - \sqrt{\frac{2}{3}} J_R^0 \right) (J_L^6 + iJ_L^7) + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{\sqrt{6}} (J_R^6 + iJ_R^7) (\sqrt{2} J_L^8 - J_L^0) \right] \Big\} + \text{h.c.} \quad (1.30)
 \end{aligned}$$

Здесь $J_{L,R\mu}^i$ и $J_{L,R}^i$ — бозонизационные ($V \mp A$) и ($S \mp P$)-мезонные токи, соответствующие кварковым токам $\bar{q} \frac{1}{2} P_{L,R} \gamma_\mu \lambda^i q$ и $\bar{q} \frac{1}{2} P_{L,R} \lambda^i q$. Введены также удобные обозначения:

$$\begin{aligned}
 \xi_1 &= c_1 \left(1 - \frac{1}{N_c} \right), \quad \xi_{2,3,4} = c_{2,3,4} \left(1 + \frac{1}{N_c} \right), \\
 \xi_{5,8} &= c_{5,8} + \frac{1}{2N_c} c_{6,7}, \quad \xi_{6,7} = c_{6,7} - \frac{2}{N_c} c_{5,8}. \quad (1.31)
 \end{aligned}$$

Таким образом, в рамках функциональных методов обоснована эвристическая прескрипция бозонизации слабых токов и нелептонных взаимодействий, использованная нами в ранних работах [53,54].

Мезонные токи, соответствующие эффективным лагранжианам (1.12), (1.14), а также включающие дополнительные $O(p^6)$ -вклады из коэффициентов $h_{3,4}$ (см. [38,55]), имеют в псевдоскалярном секторе следующий вид:

$$J_{L\mu}^{a(\text{div})} = i \frac{F_0^2}{8} \text{tr} (\lambda^a \partial_\mu U \tilde{U}^\dagger) + \text{h.c.}, \quad (1.32)$$

$$J_L^{a(\text{div})} = i \frac{F_0^2}{4} \mu R \text{tr} (\lambda^a U^\dagger) + \frac{F_0^2}{8\mu} \text{tr} [\lambda^a (\partial^2 U^\dagger + 2U^\dagger \mathcal{M})], \quad (1.33)$$

$$\begin{aligned}
 J_{L\mu}^{a(\text{fin})} &= \frac{iN_c}{64\pi^2} \text{tr} \left\{ \lambda^a \left[\frac{1}{3} \partial_\nu U \partial_\mu U^\dagger \partial^\nu U \tilde{U}^\dagger - (\mathcal{M} \partial_\mu U + \partial_\mu U \bar{\mathcal{M}}) U^\dagger + \right. \right. \\
 & + \frac{1}{6\mu^2} ((\mathcal{M} \partial_\mu \partial^2 U + \partial_\mu \partial^2 U \bar{\mathcal{M}} + \partial_\nu \mathcal{M} \partial_\mu \partial^\nu U + \partial_\mu \partial^\nu U \partial_\nu \bar{\mathcal{M}} + \\
 & \left. \left. + \partial^2 \mathcal{M} \partial_\mu U + \partial_\mu U \partial^2 \bar{\mathcal{M}} U^\dagger + \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$+ (\mathcal{M}\partial^\nu U + \partial^\nu U\bar{\mathcal{M}})\partial_\mu\partial_\nu U^\dagger + \partial_\nu U\partial^\nu U^\dagger\partial_\mu\mathcal{M}) \Big] + \text{h.c.}, \quad (1.34)$$

$$\begin{aligned} J_L^{a(\text{fin})} = & -\frac{N_c}{192\pi^2\mu} \text{tr} \left\{ \lambda^a \left[-\partial_\mu(\partial_\nu U^\dagger\partial^\mu U\partial^\nu U^\dagger) + U^\dagger\partial^2\mathcal{M} + \partial^2\bar{\mathcal{M}}U^\dagger - \right. \right. \\ & -3(\mu^2(U^\dagger\partial_\mu U\partial^\mu U^\dagger + \partial_\mu U^\dagger\partial^\mu U U^\dagger) - \partial^2 U^\dagger\mathcal{M} - \bar{\mathcal{M}}\partial^2 U^\dagger - \\ & -\partial_\mu U^\dagger\partial^\mu\mathcal{M} - \partial_\mu U^\dagger\bar{\mathcal{M}}\partial^\mu U) + \frac{1}{2}U^\dagger(2\{\mathcal{M}, \partial_\mu U\partial^\mu U^\dagger\} + \\ & + 2\partial_\mu U\mathcal{M}\partial^\mu U^\dagger + \partial_\mu\partial_\nu U\partial^\mu\partial^\nu U^\dagger + \partial^\mu U\partial^2\partial_\mu U^\dagger + \partial^2\partial_\mu U\partial^\mu U^\dagger) + \\ & + \frac{1}{2}(2\{\partial_\mu U^\dagger\partial^\mu U, \bar{\mathcal{M}}\} + 2\partial_\mu U^\dagger\bar{\mathcal{M}}\partial^\mu U + \partial^\mu\partial^\nu U^\dagger\partial_\mu\partial_\nu U + \\ & \left. \left. + \partial^2\partial_\mu U^\dagger\partial_\mu U + \partial^\mu U^\dagger\partial^2\partial_\mu U)U^\dagger \right] \right\}, \quad (1.35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{L\mu}^{a(\text{fin}, \gamma)} = & -\frac{eN_c}{64\pi^2} \text{tr} \left\{ \lambda^a \left[Z_9 \frac{2}{3} \mathcal{F}_{\mu\nu}\tilde{U}[Q, \partial^\nu U^\dagger] + \right. \right. \\ & + \frac{1}{3}\partial_\nu \left(\mathcal{F}_{\mu\nu} \left(\frac{1}{\mu^2} Q\mathcal{M} - Z_{10}\tilde{U}Q\tilde{U}^\dagger \right) \right) - \\ & - \frac{1}{6\mu^2} \left(U(\mathcal{F}_{\mu\nu}[Q, \partial^\nu\partial^2 U^\dagger] + \partial_\alpha\mathcal{F}_{\mu\nu}[Q, \partial^\alpha\partial^\nu U^\dagger] + \partial^2\mathcal{F}_{\mu\nu}[Q, \partial^\nu U^\dagger]) + \right. \\ & + 2\partial_\alpha\mathcal{F}_{\mu\nu}(\partial^\alpha U[Q, \partial^\nu U^\dagger] + Q\partial^\alpha U\partial^\nu U^\dagger) - \\ & - 2\partial^\alpha\mathcal{F}_{\alpha\nu}(\partial_\mu U[Q, \partial^\nu U^\dagger] + Q\partial_\mu U\partial^\nu U^\dagger) + \\ & + \partial_\mu\mathcal{F}_{\nu\alpha}\partial^\alpha U[Q, \partial^\nu U^\dagger] - \mathcal{F}_{\nu\alpha}(\partial_\mu\partial^\alpha U[Q, \partial^\nu U^\dagger] + 2Q\partial_\mu\partial^\alpha U\partial^\nu U^\dagger) + \\ & + \frac{1}{12}\mathcal{F}_{\mu\nu}(5\partial^\nu\partial_\alpha U\partial^\alpha U^\dagger Q + 12\partial^\nu\partial_\alpha UQ\partial^\alpha U^\dagger - 41\partial^\alpha U\partial^\nu\partial_\alpha U^\dagger Q) - \\ & - \frac{1}{12}\partial^\nu\mathcal{F}_{\mu\nu}(19\partial_\alpha U\partial^\alpha U^\dagger Q + 5\partial_\alpha UQ\partial^\alpha U^\dagger) - \\ & - 2\mathcal{F}_{\mu\nu}U(\partial^\nu U^\dagger\{\bar{\mathcal{M}}, Q\} - \{\mathcal{M}, Q\}\partial^\nu U^\dagger + \mathcal{M}\partial^\nu U^\dagger Q - Q\partial^\nu U^\dagger\bar{\mathcal{M}}) + \\ & \left. \left. + \frac{1}{6}\partial^\alpha\mathcal{F}_{\alpha\nu}U[Q, \partial_\mu\partial^\nu U^\dagger] - 2\mathcal{F}_{\mu\nu}(Q\partial^\nu U\partial^2 U^\dagger - (Q\partial^2 U)\partial^\nu U^\dagger) \right] \right\} + \text{h.c.} \quad (1.36) \end{aligned}$$

$$J_L^{a(\text{fin}, \gamma)} = \frac{ieN_c}{64\pi^2\mu} \text{tr} \left\{ \lambda^a \left[Z_9 \frac{2}{3} \partial^\mu(\mathcal{F}_{\mu\nu}[Q, \partial^\nu U^\dagger]) + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{6\mu^2} \left(\partial^\mu \left(2\mathcal{F}_{\mu\nu} (\{Q, \bar{\mathcal{M}}\} \partial^\nu U^\dagger - \partial^\nu U^\dagger \{Q, \bar{\mathcal{M}}\} + \right. \right. \\
 & + Q \partial^\nu U^\dagger \mathcal{M} - \bar{\mathcal{M}} \partial^\nu U^\dagger Q) + \partial^2 \mathcal{F}_{\mu\nu} [Q, \partial^\nu U^\dagger] + \\
 & + \frac{7}{6} \partial^\alpha \mathcal{F}_{\alpha\nu} [Q, \partial_\mu \partial^\nu U^\dagger] \left. \right) + \\
 & + \frac{1}{6} \partial^\mu \mathcal{F}_{\mu\nu} (U^\dagger [Q, \partial^\nu \mathcal{M}] + [Q, \partial^\nu \bar{\mathcal{M}}] U^\dagger) + \\
 & + \frac{1}{3} \mathcal{F}_{\mu\nu} (U^\dagger (\{Q, \partial^\mu U^\dagger \partial^\nu U\} - \partial^\mu U^\dagger Q \partial^\nu U) + \\
 & + (\{Q, \partial^\mu U \partial^\nu U^\dagger\} - \partial^\mu U Q \partial^\nu U^\dagger) U^\dagger) \left. \right\}. \quad (1.37)
 \end{aligned}$$

Здесь $\bar{U} = U + m_0 \Lambda_\mu$, и выписаны только члены, имеющие непосредственное отношение к описанию распадов каонов, обсуждаемых в данной работе. Кроме того, мы ввели факторы $Z_{9,10}$, для того чтобы в явном виде различать вклады от p^4 -членов со структурными константами $L_{9,10}$. Эти факторы определены таким образом, что

$$Z_9 = Z_{10} = \frac{48\pi^2}{N_c} L_9 = -\frac{96\pi^2}{N_c} L_{10} = 1,$$

если $L_{9,10}$ имеют стандартные значения $L_9 = -2L_{10} = N_c/(48\pi^2)$, полученные для (1.15) из вычислений кваркового детерминанта.

Мезонные токи $J_{L\mu}^{a(\text{fin}, \gamma)}$ и $J_L^{a(\text{fin}, \gamma)}$, содержащие тензор напряженности электромагнитного поля $\mathcal{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathcal{A}_\nu - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu$, описывают электромагнитно-слабые переходы с излучением «структурных» фотонов. Эти токи возникают из так называемой «неминимальной» части кваркового детерминанта, исчезающей при нулевых векторных и аксиально-векторных коллективных полях. Этот неминимальный лагранжиан содержит как p^4 -, так и p^6 -члены, которые играют особенно важную роль при описании радиационных распадов каонов, обсуждаемых в данной работе. Излучение обычных тормозных фотонов можно включить в рассмотрение, используя стандартную замену $\partial_\mu * \rightarrow \partial_\mu * + ie \mathcal{A}_\mu [Q, *]$. Величины вкладов глюонного и электромагнитного пингвиновых операторов определяются параметром

$$R = \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{\mu F_0^2}.$$

Учитывая дополнительно гольдбергер-треймановские вклады в константы распадов $K, \pi \rightarrow \mu\nu$, возникающие из-за расщепления масс токовых кварков,

$$F_{K,\pi} = F_0 \left[1 + \frac{\bar{m}_u^0 + \bar{m}_{d,s}^0}{2} \left(1 - \frac{2\mu F_0^2}{\langle \bar{q}q \rangle} \right) \right], \quad \bar{m}_i^0 = \frac{m_i^0}{\mu},$$

получаем $F_0 = 89,8$ МэВ.

Аналогично, применив процедуру бозонизации [38] к аномальной части эффективного мезонного лагранжиана [48], связанной с фазой кваркового детерминанта, получим электромагнитно-слабый ток Весса — Зумино в виде

$$\begin{aligned} J_{L\alpha}^{(WZ,\gamma)a} = & \frac{iN_c}{48\pi^2} \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \text{tr} \{ \lambda^a [e\mathcal{A}^\beta ((UQU^\dagger L^\mu + L^\mu Q)L^\nu + \\ & + UR^\mu R^\nu QU^\dagger - \{Q, \partial^\mu L^\nu\} - \partial^\mu(UQU^\dagger L^\nu)) + \\ & + e\partial^\nu \mathcal{A}^\beta (2\{Q, L^\mu\} + UR^\mu QU^\dagger + UQU^\dagger L^\mu)] \}, \end{aligned} \quad (1.38)$$

где $L_\mu = \partial_\mu U U^\dagger$ и $R_\mu = U^\dagger \partial_\mu U$.

2. НЕЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ КАОНОВ

2.1. Феноменология и экспериментальный статус распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$. Амплитуды распадов $K \rightarrow 2\pi$ удобно параметризовать с помощью изотопических соотношений в виде

$$\begin{aligned} T_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0} &= \frac{\sqrt{3}}{2} A_2, \\ T_{K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-} &= \sqrt{\frac{2}{3}} A_0 + \frac{1}{\sqrt{3}} A_2, \quad T_{K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0} = \sqrt{\frac{2}{3}} A_0 - \frac{2}{\sqrt{3}} A_2. \end{aligned}$$

Комбинаторные факторы $(n!)^{-1/2}$ для тождественных пионов в конечных состояниях распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ мы будем включать в фазовый объем. Изотопические амплитуды $A_{2,0}$ описывают переходы с изменением изоспина $|\Delta I| = 1/2, 3/2$ в состояния с изоспинами $I = 0, 2$:

$$A_2 = a_2 e^{i\delta_2}, \quad A_0 = a_0 e^{i\delta_0},$$

где $\delta_{2,0}$ — соответствующие фазы s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния.

Экспериментальный анализ [56] показывает, что переходы с $|\Delta I| = 1/2$ сильно доминируют над переходами с $|\Delta I| = 3/2$ (правило $|\Delta I| = 1/2$):

$$\omega \equiv \text{Re } a_2 / \text{Re } a_0 \approx 1/22.$$

CP -нарушение приводит к небольшой дополнительной «слабой» фазе между a_0 и a_2 . Разность «сильных» фаз $\Delta = (\delta_0 - \delta_2)$, извлеченная из вероятностей распадов $K \rightarrow 2\pi$ с учетом радиационных поправок, $\Delta = (48 \pm 4)^\circ$ [57] удовлетворительно согласуется с величиной $\Delta(m_{\pi\pi} = m_K) = (43 \pm 8)^\circ$ из фазового анализа реакций $\pi N \rightarrow \pi N$ [58] с учетом уравнений Роя. В то же время в работе [59] без учета радиационных поправок из распадов $K \rightarrow 2\pi$ была получена существенно большая величина $\Delta = (56,5 \pm 3,0)^\circ$.

В отличие от распадов $K \rightarrow 2\pi$, где все определенные выше величины являются постоянными и не зависят от кинематических переменных, амплитуды распадов $K \rightarrow 3\pi$ зависят от двух инвариантных далитцевских переменных

$$X = \frac{s_2 - s_1}{m_{\pi^+}^2}, \quad Y = \frac{s_3 - s_0}{m_{\pi^+}^2},$$

где

$$s_i = (p_K - p_i)^2 \quad (i = 1, 2, 3), \quad s_0 = \frac{1}{3}(s_1 + s_2 + s_3) = \frac{m_K^2}{3} + m_{\pi^+}^2;$$

p_K, p_i — 4-импульсы каона и i -го пиона ($i = 3$ соответствует «дополнительному» π -мезону). Благодаря малому энерговыделению в распадах $K \rightarrow 3\pi$, их амплитуды можно разложить в окрестности центра далитц-плота по трем линейно зависимым переменным $r_i = s_i - s_0$. Рассмотрим следующие зарядовые каналы переходов $K \rightarrow \pi_1 \pi_2 \pi_3$:

$$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-: \quad A^+ = \sum A_{IJ}^+(r_1, r_2, r_3),$$

$$K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^+: \quad A^{+'} = \sum A_{IJ}^{+'}(r_1, r_2, r_3),$$

$$K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0: \quad A^0 = \sum A_{IJ}^0(r_1, r_2, r_3),$$

$$K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0: \quad A^{0'} = \sum A_{IJ}^{0'}(r_1, r_2, r_3).$$

Каждая амплитуда A представляет собой сумму изотопических вкладов, характеризуемых двумя квантовыми числами: I — изоспин конечного состояния, дающего вклад в данный канал, и J — удвоенное изменение

изоспина ΔI . Во втором порядке разложения амплитуды по r_i возможны состояния с $I = 1$, либо $I = 2$ при изменениях изоспина $\Delta I = 1/2, 3/2$. Состояние $(3\pi)_{I=0}$ является полностью антисимметричным и, следовательно, описывается полностью антисимметричной собственной функцией импульса. Это означает, что соответствующий формфактор $f \sim (r_1 - r_2)(r_1 - r_3)(r_2 - r_3)$ может давать вклад только в третьем порядке разложения амплитуды по r_i и им можно пренебречь. Конечное состояние с $I = 2$ полностью отсутствует в распаде K_L^0 , если строго выполняется CP -инвариантность ($CP = (-1)^I$ для S -состояния в 3π -системе).

В силу теоремы Вигнера — Эккерта существуют только три независимых формфактора f_{11}, f_{13}, f_{23} . Дополнительные ограничения на амплитуды возникают из их разложения до второго порядка по τ_i включительно при классификации состояний относительно симметрий по переменным r_1, r_2, r_3 . Введем симметризованные по перестановкам двух переменных r_i формфакторы $f^{(1)}(r_1, r_2, r_3) = \frac{1}{2} [f(r_1, r_2, r_3) + f(r_1, r_3, r_2)]$ и т.д. Тогда разложение до второго порядка по $r_{1,2,3}$ можно переписать в следующем виде:

$$f^{(i)}(r_1, r_2, r_3) \approx a + br_i + c(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) + d(2r_i^2 - r_j^2 - r_k^2),$$

где i, j, k — циклические индексы (другие линейные и квадратичные члены могут быть включены с помощью переопределения параметров разложения b, c, d , так как $r_1 + r_2 + r_3 = 0$). Сконструировав из трехпионных состояний ($I_i = 1$) соответствующим образом симметризованные конечные состояния с $I = 1, 2$ (см. более детальное описание этой процедуры в работе [60]), получим

$$A_{1J}^+ = f_{1J}^{(1)} + f_{1J}^{(2)},$$

$$A_{1J}^0 = g_{1J}^{(3)},$$

$$A_{1J}^{+'} = f_{1J}^{(3)},$$

$$A_{1J}^{0'} = g_{1J}^{(1)} + g_{1J}^{(2)} + g_{1J}^{(3)} \quad (J = 1, 3),$$

$$A_{23}^+ = A_{23}^{+'} = 2f_{23}^{(3)} - f_{23}^{(1)} - f_{23}^{(2)},$$

где

$$-g_{1J} = \sqrt{2} \frac{\left(\frac{J}{2}, +\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \mid 1, 0\right)}{\left(\frac{J}{2}, +\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \mid 1, +1\right)} f_{1,J} = \begin{Bmatrix} +1 \\ -2 \end{Bmatrix} f_{1J}$$

для $J = 1, 3$ (фактор $\sqrt{2}$ возникает из определения $\sqrt{2} K_L^0 \approx (1 - CP)K^0$).

Разлагая $f_{IJ}^{(i)}$ описанным выше образом и используя соотношения

$$r_3 \equiv Y, \quad r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 \equiv Y^2 + X^2/3, \quad 2r_3^2 - r_1^2 - r_2^2 \equiv Y^2 - X^2/3,$$

можно переписать амплитуды четырех зарядовых каналов распадов $K \rightarrow 3\pi$ в виде разложения по далитцевским переменным X и Y :

$$A = \sum [\mathcal{A}_{IJ} + \mathcal{B}_{IJ}Y + C_{IJ}(Y^2 + X^2/3) + \mathcal{D}_{IJ}(Y^2 - X^2/3)]. \quad (2.1)$$

Изотопические соотношения для коэффициентов разложения (2.1) представлены в виде табл.1, где для компактности обозначений использованы незначительные переопределения: $\sum \mathcal{A}_{IJ} \equiv \mathcal{A}$ и т.д. Относительный знак (-) между амплитудами распадов K^0 - и K^+ -мезонов выбран в соответствии с [56]. На этом этапе мы не будем различать зарядово-сопряженные каналы распадов K^\pm -мезонов и будем использовать для них усредненные экспериментальные данные.

Сильные взаимодействия, связанные с перерасеяниями мезонов в конечном и начальном состояниях, приводят к тому, что формфакторы f_{IJ} становятся комплексными функциями от r_i . Поэтому мы должны также рассматривать относительные фазы между различными коэффициентами разложения (2.1). Обычно коэффициент \mathcal{A}_{11} выбирают действительным и положительным. Используя обычное определение параметров наклонов g, h, k далитц-плота распада $K \rightarrow 3\pi$, экспериментально измеряемых в каждом зарядовом канале, $|A|^2 \sim 1 + gY + hY^2 + kX^2$, получим соотношения

$$g = 2 \frac{\text{Re}(\mathcal{A}\mathcal{B}^*)}{|\mathcal{A}|^2}, \quad h = \frac{|\mathcal{B}|^2 + 2\text{Re}[\mathcal{A}(\mathcal{C}^* + \mathcal{D}^*)]}{|\mathcal{A}|^2}, \quad k = \frac{2}{3} \frac{\text{Re}[\mathcal{A}(\mathcal{C}^* - \mathcal{D}^*)]}{|\mathcal{A}|^2}.$$

Из-за малости фазового объема в распадах $K \rightarrow 3\pi$ сильные фазы постоянных членов \mathcal{A} разложения (2.1) в изотопических амплитудах должны быть малы. Тогда реальные части коэффициентов \mathcal{B} (если полагать \mathcal{A} чисто реальными величинами) определяются хорошо измеренными линейными параметрами наклона g . Однако, как это видно из изотопических соотношений, представленных в табл.1, только из параметров наклона g невоз-

Таблица 1. Изотопические амплитуды распадов $K \rightarrow 3\pi$

Канал	++-	00+	+ - 0	000
\mathcal{A}	$2(\mathcal{A}_{11} + \mathcal{A}_{13})$	$\mathcal{A}_{11} + \mathcal{A}_{13}$	$-(\mathcal{A}_{11} - 2\mathcal{A}_{13})$	$-3(\mathcal{A}_{11} - 2\mathcal{A}_{13})$
\mathcal{B}	$-(\mathcal{B}_{11} + \mathcal{B}_{13}) + \mathcal{B}_{23}$	$\mathcal{B}_{11} + \mathcal{B}_{13} + \mathcal{B}_{23}$	$-(\mathcal{B}_{11} - 2\mathcal{B}_{13})$	0
\mathcal{C}	$2(\mathcal{C}_{11} + \mathcal{C}_{13})$	$\mathcal{C}_{11} + \mathcal{C}_{13}$	$-(\mathcal{C}_{11} - 2\mathcal{C}_{13})$	$-3(\mathcal{C}_{11} - 2\mathcal{C}_{13})$
\mathcal{D}	$-(\mathcal{D}_{11} + \mathcal{D}_{13}) + \mathcal{D}_{23}$	$\mathcal{D}_{11} + \mathcal{D}_{13} + \mathcal{D}_{23}$	$-(\mathcal{D}_{11} - 2\mathcal{D}_{13})$	0

можно получить информацию о степени совместимости экспериментальных данных (мы имеем три измеренных параметра g для трех комплексных амплитуд \mathcal{B}_{IJ}). Чтобы получить информацию о фазах изотопических амплитуд \mathcal{B}_{IJ} необходимо также учесть в анализе данных квадратичные параметры наклонов h, k . Точность определения последних неудовлетворительна как по чисто экспериментальным (статистика), так и теоретическим (радиационные поправки) причинам.

Если мы определим «сильную» фазу β следующим образом:

$$\mathcal{B} = |\mathcal{B}| e^{i\beta},$$

то для каждого зарядового канала получим соотношения вида

$$R(\beta) \equiv h + 3k - \frac{g^2}{4 \cos^2 \beta} = 4 \frac{\operatorname{Re}(\mathcal{A}\mathcal{C}^*)}{|\mathcal{A}|^2}. \quad (2.2)$$

Из представленных в табл.1 соотношений для изотопических компонент $\mathcal{A}_{IJ}, \mathcal{C}_{IJ}$ амплитуд \mathcal{A}, \mathcal{C} ясно, что независимо от каких-либо предположений об их фазах левая часть соотношения (2.2) должна быть одна и та же для обоих каналов распадов как заряженных, так и нейтральных каонов. В соответствии с правилом $\Delta I = 1/2$ величины R должны также приблизительно совпадать для всех каналов, если $|C_{13}| \ll |C_{11}|$. В табл.2 приведены экспериментальные значения параметров наклонов g, h, k и величины R , вычисленные с помощью формулы (2.2) в предположении, что $\beta = 0$. В этой таблице в каждом отдельном канале отобраны данные наиболее значимых экспериментов, а не усредненные данные из [2]. Это сделано специально как из-за несамосогласованности некоторых экспериментальных данных (см. для сравнения [56] и [2]), так и для того, чтобы в последующем иметь возможность сравнить наши оценки кулоновских поправок с оценками,

Таблица 2. Экспериментальные данные по параметрам наклонов распадов $K \rightarrow 3\pi$ (a — с учетом, b — без учета кулоновских поправок)

Канал	$\pi^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{\mp}$		$\pi^0\pi^0\pi^+$	$\pi^+\pi^-\pi^0$	$\pi^0\pi^0\pi^0$
	[61], a	[61], b	[121]	[63]	[64]
g	$-0,2173 \pm 0,0026$	$-0,1866 \pm 0,0025$	$0,575 \pm 0,022$	$0,677 \pm 0,010$	0
h	$0,0156 \pm 0,0062$	$0,0125 \pm 0,0062$	$0,021 \pm 0,023$	$0,079 \pm 0,007$	$-0,0033 \pm 0,0013$
k	$-0,0079 \pm 0,0019$	$0,0029 \pm 0,0021$	$0,011 \pm 0,007$	$0,0097 \pm 0,0018$	$h/3$
$R(\beta=0)$	$-0,0199 \pm 0,0084$	$0,0013 \pm 0,0088$	$-0,029 \pm 0,032$	$-0,0065 \pm 0,0095$	$-0,0066 \pm 0,0026$

приведенными в оригинальной работе [61]*. В любом случае усредненные данные [2] не расходятся значительно с данными, использованными в табл.2.

В то время как величины R для двух экспериментов по K_L^0 -распадам находятся в прекрасном согласии, ситуация для распадов заряженных каонов представляется менее ясной из-за существенно меньшей статистики в канале $\pi^0\pi^0\pi^+$. Если предположить, что $|C_{13}| \ll |C_{11}|$, и зафиксировать значение R из данных по каналу $\pi^0\pi^0\pi^0$ [64], где нет никаких радиационных поправок, то мы получим линейные соотношения между параметрами наклонов h и k для всех остальных каналов. Эти линейные соотношения показаны на рис.7 в виде соответствующих прямых линий. Измеренные точки (h, k) могут лежать выше прямой линии, если $\beta \neq 0$. Область значений (h, k) ниже прямой линии является нефизической. Совместимость данных по каналам $\pi^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{\mp}$ и $\pi^0\pi^0\pi^0$ довольно плохая, и чтобы согласовать их, мы должны предположить либо статистические флуктуации больше двух стандартных отклонений, либо отношение $|C_{13}|/|C_{11}| = 0,3 \pm 0,1$. Из сравнения рис.7,а и 7,б, показывающих результаты обработки одного и того же эксперимента с учетом и без учета кулоновских поправок, видно, что результаты для канала $\pi^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{\mp}$ очень чувствительны к этим поправкам. Более того,

*Следует отметить существенное различие, по крайней мере в параметрах k , между данными [61] ($k = -0,0205 \pm 0,0039$) и более позднего эксперимента [65] ($k = -0,0075 \pm 0,0019$) по распаду $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$. В то время как в эксперименте [65] измерялся импульс только нечетного пиона в конечном состоянии, в работе [61] определялись импульсы всех частиц. В обоих случаях учитывались кулоновские поправки. Однако в работе [65] не приводятся данные без кулоновских поправок, поэтому в табл.2 использованы только результаты [61].

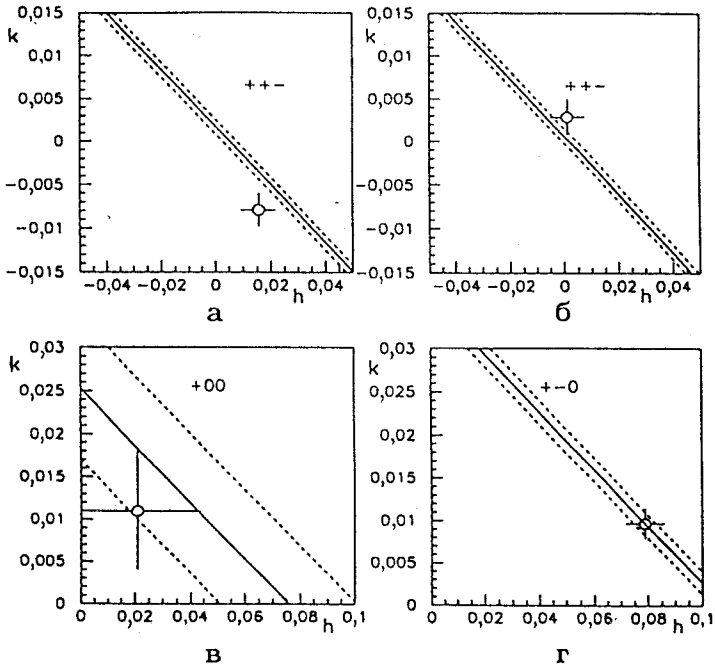


Рис.7. Плоты для квадратичных параметров наклонов k и h из табл.2. Прямые линии соответствуют линейным соотношениям (2.2) для различных каналов распадов $K \rightarrow 3\pi$ с учетом отклонений в пределах двух стандартных ошибок: а) канал $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ с учетом кулоновских поправок (2.3); б) без учета радиационных поправок; в) канал $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0$, радиационные поправки не учтены; г) канал $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$, радиационные поправки учтены (см. [63])

точка (h, k) , полученная с учетом кулоновских поправок, оказывается в нефизической области — ниже прямой линии, соответствующей линейной зависимости между параметрами наклона.

Стандартные кулоновские поправочные факторы вычисляются по формуле [66]:

$$\prod_{i < j} \eta_{ij} / (\exp(\eta_{ij}) - 1), \quad \eta_{ij} = 2\pi \alpha e_i e_j / |v_i - v_j|, \quad (2.3)$$

где e_i и $v_i = |p_i|/\epsilon_i$ — заряд и скорость i -го пиона. Несмотря на то, что формула (2.3) широко используется при обработке экспериментов, ее

справедливость во всей кинематической области вызывает серьезные сомнения. Вообще говоря, любые оценки радиационных поправок к адронным процессам сильно модельно-зависимы, особенно если речь идет о структурных эффектах [67]. Тем не менее уже в модели с простейшим локальным слабым взаимодействием

$$\mathcal{L}_W = c_W K \pi_1 \pi_2 \pi_3 \tag{2.4}$$

можно оценить лидирующие вклады в радиационные поправки, возникающие из диаграмм однофотонного обмена и излучения тормозных мягких фотонов для точечных мезонов. Такие вычисления в первом порядке по α были сделаны в работах [57,68]. На рис.8 показаны поправочные радиационные факторы для всех зарядовых каналов в зависимости от далитцевских переменных X, Y , вычисленные при обрезании по энергии мягких тормозных фотонов $\Delta\epsilon = 10$ МэВ. Радиационные поправки максимальны для распада $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ (для этого канала на рис.8,а также показаны результаты вычислений при $\Delta\epsilon = 50$ МэВ, а на рис.8,б для сравнения — стандартные кулоновские факторы (2.3)). Для других каналов поправки оказываются менее важными и зависящими только от Y . Для распада $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0$ кулоновский фактор (2.3) равен единице, так как в этом случае в конечном состоянии присутствует только одна заряженная частица.

Для канала $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ расхождение величины R со значением, измеренным в распаде $K_L^0 \rightarrow 3\pi^0$ (см. табл.2), исчезает, если вместо кулоновского фактора (2.3) для учета радиационных поправок используются модельные оценки работ [57,68] (ср. рис.7,а и рис.9). В этом случае

$$R_{\text{rad. corr}}^{\pm+-}(\beta = 0) = -0,0078 \pm 0,0089,$$

что указывает на то, что квадратичный коэффициент C разложения амплитуды (2.1) может быть малым по абсолютной величине и того же порядка по величине, что и в распадах K_L^0 -мезонов. Соответствующие поправки для канала $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0$ намного меньше, чем погрешности величин, приведенных в табл.2.

Воспользуемся соотношением

$$R(\beta) = R(0) - \frac{g^2}{4} \text{tg}^2 \beta,$$

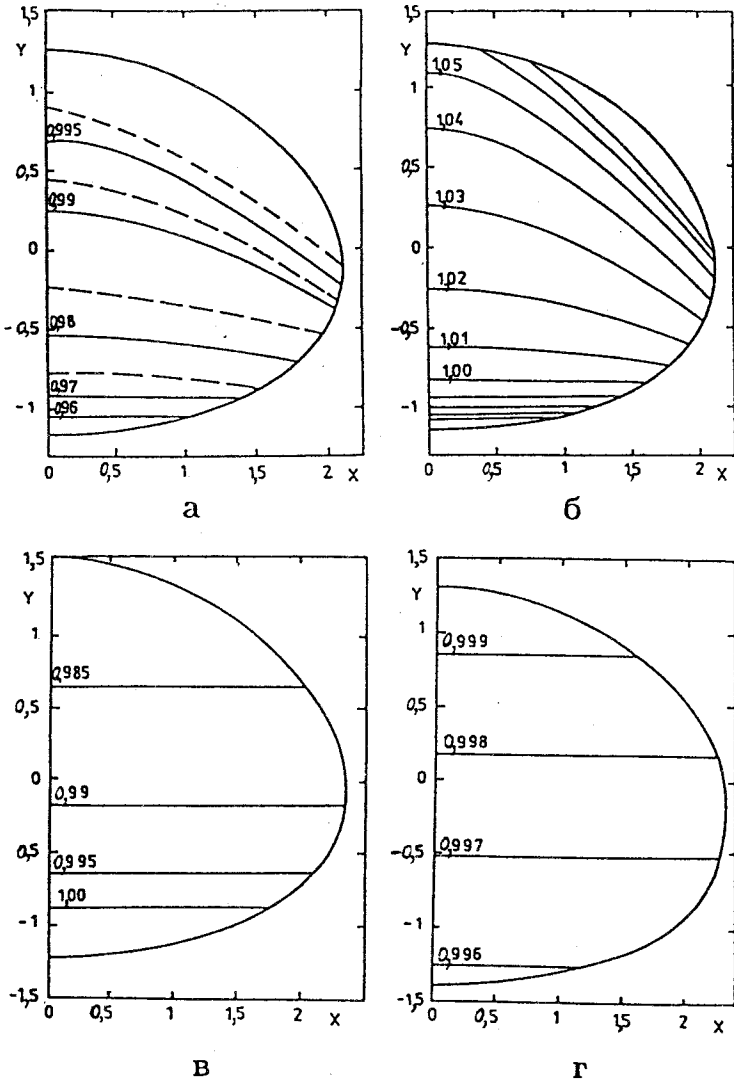


Рис.8. Плоты радиационных поправочных факторов в зависимости от X, Y: а) радиационные поправки для $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$, $\Delta\epsilon = 10$ МэВ, 50 МэВ (штриховая линия); б) кулоновские поправки для $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$; в) радиационные поправки для $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$; г) радиационные поправки для $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0$

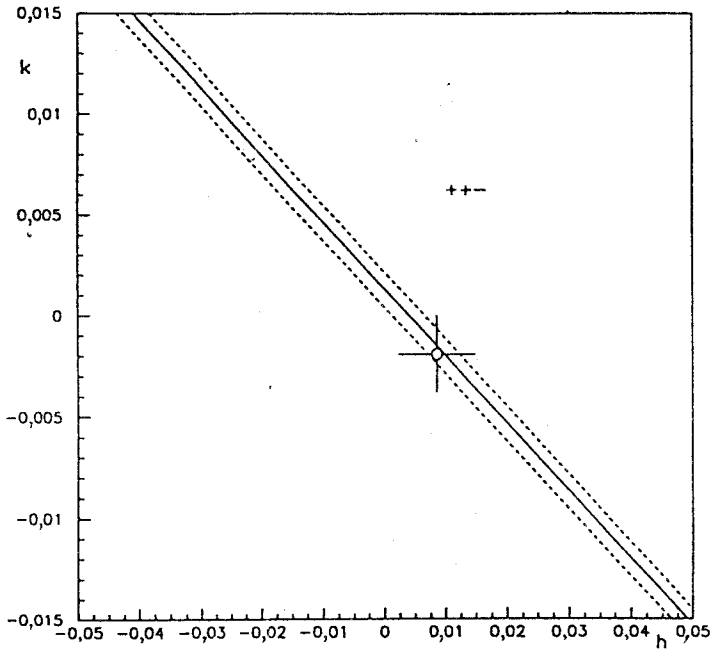


Рис.9. Плот, аналогичный рис.7, для канала $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ с учетом радиационных поправок в соответствии с работами [57,68]

чтобы извлечь некоторую первоначальную информацию о возможных значениях фаз β . Для канала $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ можно отождествить $R^{+-0}(\beta)$ с R^{000} . Тогда из данных табл.2 получим*

$$\text{tg}^2 \beta = 0,0 \pm 0,086,$$

т.е. $\beta^{+-0} \leq 16^\circ$. Для распадов заряженных каонов $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$, предполагая $|C_{13}| \ll |C_{11}|$ и сравнивая R^{000} также с $R_{\text{rad. corr}}^{\pm+-}$, можно получить аналогичным образом ограничение $\beta^{\pm+-} \leq 43^\circ$.

Несмотря на сравнимые ошибки величин R для обоих случаев, ограничение на $\beta^{\pm+-}$ оказывается слабее, чем на β^{+-0} . Это связано с различием линейных параметров наклонов g . В связи с этим, а также благодаря су-

*В работе [63] радиационные поправки учтены.

щественно меньшему влиянию радиационных поправок, канал $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0$ ($g \approx 0,6$) заслуживает особого внимания экспериментаторов. Увеличение экспериментальной статистики для этого канала на один порядок (до уровня $\sim 5 \cdot 10^5$ событий) позволило бы определить фазу β с ошибкой $\leq 15^\circ$, аналогично распадам K_L^0 -мезонов.

Очевидно, что более точные данные по параметрам наклона распадов $K \rightarrow 3\pi$ позволили бы существенно ограничить модельные неопределенности, возникающие в подходе эффективных киральных лагранжианов при учете эффектов, возникающих в высших порядках (p^4 -поправки, петлевые диаграммы перерасеяния мезонов, пингвиновые вклады). В связи с этим особый интерес представляют также радиационные распады каонов, экспериментальное и теоретическое изучение которых будет продолжаться и в будущем.

2.2. Распады $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ в киральной теории. Вклады отдельных четырехкварковых операторов \mathcal{O}_i в изотопические амплитуды $A_I^{(i)}$, $\mathcal{A}_{IJ}^{(i)}$ и $\mathcal{B}_{IJ}^{(i)}$ удобно определить с помощью соотношений

$$\begin{aligned} A_2 &= -i \sum_{i=1}^8 \xi_i \frac{\sqrt{3}}{2} \tilde{G} F_0(m_K^2 - m_\pi^2) A_2^{(i)}, \\ A_0 &= -i \sum_{i=1}^8 \xi_i \sqrt{\frac{3}{8}} \tilde{G} F_0(m_K^2 - m_\pi^2) A_0^{(i)}, \\ \mathcal{A}_{IJ} &= - \sum_{i=1}^8 \xi_i \left(\tilde{G} \frac{m_K^2 - m_\pi^2}{12} \right) \mathcal{A}_{IJ}^{(i)}, \\ \mathcal{B}_{IJ} &= - \sum_{i=1}^8 \xi_i \left(\tilde{G} \frac{m_\pi^2}{4} \right) \mathcal{B}_{IJ}^{(i)}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Непингвиновые операторы $\mathcal{O}_{1,2,3}$ описывают переходы с $|\Delta I| = 1/2$, а \mathcal{O}_4 — с $|\Delta I| = 3/2$. Глюонные пингвиновые операторы $\mathcal{O}_{5,6}$ описывают переходы с $|\Delta I| = 1/2$, в то время как электромагнитные пингвиновые операторы $\mathcal{O}_{7,8}$ дают вклады в переходы как с $|\Delta I| = 1/2$, так и с $|\Delta I| = 3/2$.

Перед тем как приступить к обсуждению результатов вычислений амплитуд нелептонных K -распадов с помощью бозонизованных эффективных лагранжианов, необходимо сделать несколько педагогических замечаний по поводу матричных мезонных элементов глюонного пингвинового оператора:

$$\mathcal{O}_5 = \bar{d}_L \gamma_\mu \lambda_c^a s_L \left(\sum_{q=u,d,s} \bar{q}_R \gamma^\mu \lambda_c^a q_R \right) \xrightarrow{\text{Fierz}} -4 \sum_q \bar{d}_L q_R \cdot \bar{q}_R s_L.$$

Мы можем получить все мезонные матричные элементы для скалярной комбинации кварковых полей $\bar{q}_L q'_R$ (кварковые плотности), используя, например, модифицированную версию лагранжиана КХД, в которой кварки связаны с внешними $U(3)_L \times U(3)_R$ калибровочными полями, а массовый кварковый член заменен с помощью подстановки

$$\sum_q m_q^0 \bar{q} q \rightarrow \sum_{q,q'} \kappa_{qq'}(x) \bar{q}_L q'_R + \text{h.c.}$$

Здесь $\kappa(x)$ — произвольная, зависящая от пространственно-временной координаты (3×3) -матрица внешних полей (детальное обсуждение см. в [69]). В таком подходе масса кварка m_q^0 заменяется на скалярный источник $\kappa_{qq'}(x)$ для кварковой плотности. Мезонный матричный элемент оператора \mathcal{O}_5 можно получить с помощью замены кварковой плотности $J_L^{(q)} = \bar{q}_L q'_R$ на мезонный скалярный ток $J_L^{(m)} = \frac{1}{4} \langle \bar{q} q \rangle U_{q'q}^\dagger$, который возникает из членов сильного мезонного лагранжиана, нарушающих киральную симметрию. Тогда, если ограничиваться только массовым p^2 -членом в (1.13), получим

$$\langle \mathcal{O}_5 \rangle_{\text{mes}} = -\frac{1}{4} \langle \bar{q} q \rangle^2 \sum_q U_{sq} U_{qd}^\dagger = 0,$$

так как $UU^\dagger = 1$, и поэтому $(UU^\dagger)_{sd} = 0$. Таким образом, при наивной трактовке пингвиновых операторов на языке киральных лагранжианов в p^2 -порядке возникает проблема: на кварковом уровне в простом приближении вакуумного насыщения мезонный матричный элемент оператора \mathcal{O}_5 равен нулю и никаких пингвиновых вкладов нет вообще. В то же время мезонные матричные элементы непингвиновых операторов $\mathcal{O}_{1,2,3,4}$, определяемые произведениями $(V-A)$ -токов, отличны от нуля уже в p^2 -порядке.

Чтобы решить эту проблему, в [69] к киральному лагранжиану добавлен член $\sim \text{tr}(m_0 D^2 U)$, нарушающий киральную симметрию в p^4 -порядке. Этот член приводит к ненулевым матричным элементам пингвинового оператора \mathcal{O}_5 благодаря появлению дополнительного вклада в скалярную плотность

$\sim \text{tr}(\partial^2 U)$. Этот дополнительный вклад автоматически возникает при бозонизации кварковых токов [38] из кинетического члена расходящейся части эффективного лагранжиана (1.12) при замене $(\Phi + m_0)^\dagger \rightarrow \rightarrow [(\Phi + m_0)^\dagger - 2\eta_L(x)]$, где η_L — внешний источник, связанный с соответствующим скалярным кварковым током. Обсуждаемые члены эффективного лагранжиана и скалярного тока содержат дополнительно к двум ковариантным производным также матрицу m_0 , и, с точки зрения общепринятых правил подсчета степеней разложения в киральной теории возмущений, их вклады соответствуют поправкам p^4 -порядка. Член $\sim \text{tr}(\partial^2 U)$ в бозонизованной скалярной плотности был использован в работах [70,71] и в наших вычислениях нелептонных K -распадов.

Используя только токи $J_{L\mu}^{a(\text{div})}$ (1.32), $J_L^{a(\text{div})}$ (1.33) и p^2 -часть сильного лагранжиана \mathcal{L}_{div} (1.12), можно воспроизвести в борновском приближении соотношения между изотопическими амплитудами распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$, соответствующие так называемому пределу мягких пионов:

$$\mathcal{A}_{11}^{(i)} = \mathcal{B}_{11}^{(i)} = A_0^{(i)}, \quad \mathcal{A}_{13}^{(i)} = A_2^{(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, 6), \quad (2.6)$$

где для ненулевых амплитуд имеем

$$A_0^{(1)} = -A_0^{(2,3)} = -1 = -A_2^{(4)}, \quad A_0^{(5)} = 4R. \quad (2.7)$$

Кроме того,

$$\mathcal{A}_{11}^{(7)} = -\frac{1}{5} \mathcal{B}_{11}^{(7)} = A_0^{(7)} = -A_2^{(7)} = 2;$$

$$\mathcal{A}_{11}^{(8)} = -4A_0^{(8)} = 3\mathcal{A}_{13}^{(8)} = -32R(2\mu^2 R - m_K^2 - m_\pi^2)/(m_K^2 - m_\pi^2),$$

$$A_2^{(8)} = 8R(\mu^2 R - m_\pi^2)/(m_K^2 - m_\pi^2),$$

$$\mathcal{B}_{13}^{(4)} = -\frac{1}{4}(5m_K^2 - 14m_\pi^2)/(m_K^2 - m_\pi^2),$$

$$\mathcal{B}_{13}^{(7)} = -\frac{1}{2}(7m_K^2 + 2m_\pi^2)/(m_K^2 - m_\pi^2),$$

$$\mathcal{B}_{13}^{(8)} = -2R(9\mu^2 R - 8m_K^2 - m_\pi^2)/(m_K^2 - m_\pi^2);$$

$$\mathcal{B}_{23}^{(4)} = \frac{9}{4}(3m_K^2 - 2m_\pi^2)/(m_K^2 - m_\pi^2),$$

$$\mathcal{B}_{23}^{(7)} = \frac{9}{2}(m_K^2 - 2m_\pi^2)(m_K^2 - m_\pi^2),$$

$$\mathcal{B}_{13}^{(8)} = -18R(\mu^2 R - m_\pi^2)(m_K^2 - m_\pi^2).$$

Все остальные изотопические амплитуды, включая амплитуды C_{IJ} и \mathcal{D}_{IJ} , в этом приближении равны нулю.

Учет p^4 -членов кирального лагранжиана $\mathcal{L}_{\text{fin}}^{(4)}$ (1.14) и их вкладов в токи $J_{L\mu}^{a(\text{fin})}$ (1.34) и $J_L^{a(\text{fin})}$ (1.35) модифицирует мягкопионные соотношения между изотопическими амплитудами распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$. Эта модификация уже обсуждалась в работах [7]. В частности, дополнительные вклады в $\mathcal{A}_{11}^{(i)}$ и $\mathcal{B}_{11}^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3, 5$), обусловленные так называемыми скирмовским и нескирмовским структурными членами в сильном p^4 -лагранжиане и соответствующих $(V - A)$ - и $(S - P)$ -токах*, имеют вид

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{A}_{11}^{(1)} = -\Delta \mathcal{A}_{11}^{(2,3)} &= -\frac{m_K^2 - 3m_\pi^2}{12F_0^2\pi^2}, & \Delta \mathcal{A}_{11}^{(5)} &= -4R \frac{m_K^2 - 3m_\pi^2}{12F_0^2\pi^2}; \\ \Delta \mathcal{B}_{11}^{(1)} = -\Delta \mathcal{B}_{11}^{(2,3)} &= \frac{m_K^2 + 3m_\pi^2}{12F_0^2\pi^2}, & \Delta \mathcal{B}_{11}^{(5)} &= 4R \frac{m_K^2 + 3m_\pi^2}{12F_0^2\pi^2}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Из (2.6) и (2.7) легко заметить, что вклады лагранжиана \mathcal{L}_{div} и токов $J_{L\mu}^{a(\text{div})}$, $J_L^{a(\text{div})}$ в амплитуды переходов с $|\Delta I| = 1/2$ пропорциональны $(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + 4R\xi_5)$. В то же время вклад, связанный с поправками (2.8), пропорционален $(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 - 4R\xi_5)$. Поэтому при учете $O(p^4)$ -поправок параметр ξ_5 нельзя поглотить простым переопределением ξ_i . Это позволяет разделить пингвиновые и непингвиновые вклады при совместном анализе распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ [7]. В табл.3 показаны модификации изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ при последовательном учете p^4 -взаимодействий, нарушения изотопической симметрии (диаграммы с (π^0, η, η') -смешиванием), а также перераспределения мезонов (диаграммы с

*В представлении эффективного p^4 -лагранжиана в форме Гассера — Леувилера эти члены связаны со структурными константами L_2 и L_3 , причем они не дают вклада в распады $K \rightarrow 2\pi$.

Таблица 3. Изотопические амплитуды распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ при последовательном включении различных поправок

а) Предел мягких пионов (p^2 -лагранжиан)

	\mathcal{O}_1	\mathcal{O}_2	\mathcal{O}_3	\mathcal{O}_4	\mathcal{O}_5	\mathcal{O}_6	$\alpha\mathcal{O}_7$	$\alpha\mathcal{O}_8$
$\text{Re}A_0$	-1,000	1,000	1,000	0,000	-20,614	0,000	0,015	2,336
$\text{Re}\mathcal{A}_{11}$	-1,000	1,000	1,000	0,000	-20,614	0,000	0,015	-9,343
$\text{Re}\mathcal{B}_{11}$	-1,000	1,000	1,000	0,000	-20,614	0,000	-0,073	-0,903
$\text{Re}A_2$	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	-0,015	1,017
$\text{Re}\mathcal{A}_{13}$	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	-0,015	-4,471
$\text{Re}\mathcal{B}_{13}$	0,000	0,000	0,000	-1,068	0,000	0,000	-0,028	-2,891
$\text{Re}\mathcal{B}_{23}$	0,000	0,000	0,000	6,932	0,000	0,000	0,030	-2,289

$$\text{Im}F_1 = 1,17 \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|, \text{Im}F_2 = -3,91 \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|, \text{Re}F_1 = 115,7, \text{Re}F_2 = 40,2$$

б) Дополнительное включение вкладов p^4 -лагранжиана

	\mathcal{O}_1	\mathcal{O}_2	\mathcal{O}_3	\mathcal{O}_4	\mathcal{O}_5	\mathcal{O}_6	$\alpha\mathcal{O}_7$	$\alpha\mathcal{O}_8$
$\text{Re}A_0$	-1,000	1,000	1,000	0,000	-22,613	0,000	0,015	2,382
$\text{Re}\mathcal{A}_{11}$	-1,198	1,198	1,198	0,000	-19,339	0,000	0,017	-6,558
$\text{Re}\mathcal{B}_{11}$	-0,687	0,687	0,687	0,000	-29,309	0,000	-0,078	-1,070
$\text{Re}A_2$	0,000	0,000	0,000	1,008	0,000	0,000	-0,015	1,026
$\text{Re}\mathcal{A}_{13}$	0,000	0,000	0,000	1,198	0,000	0,000	-0,017	-3,418
$\text{Re}\mathcal{B}_{13}$	0,000	0,000	0,000	-1,001	0,000	0,000	-0,029	-3,397
$\text{Re}\mathcal{B}_{23}$	0,000	0,000	0,000	7,312	0,000	0,000	0,025	-2,648

$$\text{Im}F_1 = 9,54 \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|, \text{Im}F_2 = -3,87 \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|, \text{Re}F_1 = 121,9, \text{Re}F_2 = 47,1$$

в) Дополнительное включение (π^0 , η , η')-смешивания

	\mathcal{O}_1	\mathcal{O}_2	\mathcal{O}_3	\mathcal{O}_4	\mathcal{O}_5	\mathcal{O}_6	$\alpha\mathcal{O}_7$	$\alpha\mathcal{O}_8$
$\text{Re}A_0$	-1,005	0,987	0,969	-0,010	-22,335	0,004	0,015	2,421
$\text{Re}\mathcal{A}_{11}$	-1,248	1,082	0,798	0,100	-18,721	0,041	0,018	-6,505
$\text{Re}\mathcal{B}_{11}$	-0,745	0,637	0,381	0,023	-29,442	0,027	-0,076	-1,016

ReA_2	-0,004	0,021	0,040	1,018	-0,278	-0,004	-0,015	0,988
ReA_{13}	0,050	0,115	0,400	1,278	-0,617	-0,041	-0,020	-3,285
ReB_{13}	0,058	0,098	0,406	-0,980	-0,443	-0,039	-0,031	-3,399
ReB_{23}	0,001	0,048	0,099	7,356	-0,575	-0,012	0,024	-2,596

$$ImF_1 = 9,94 \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|, ImF_2 = -3,61 \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|, ReF_1 = 124,4, ReF_2 = 49,1$$

э) Дополнительное включение перерасеяния мезонов

	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5	O_6	αO_7	αO_8
ReA_0	-1,271	1,254	1,063	-0,010	-28,086	0,004	0,039	4,311
ReA_{11}	-1,362	1,471	0,871	0,100	-15,867	-0,062	-0,012	-6,365
ReB_{11}	-0,992	0,510	0,652	0,023	-40,974	0,121	-0,031	-5,962
ReA_2	-0,004	0,021	0,040	0,857	-0,278	-0,004	-0,013	0,568
ReA_{13}	0,073	0,230	0,400	2,174	-0,617	-0,041	-0,049	-4,438
ReB_{13}	0,058	0,098	0,406	-1,611	-0,443	-0,039	-0,029	-4,353
ReB_{23}	0,001	0,048	0,099	4,579	-0,575	-0,012	0,003	-1,148

$$ImF_1 = 16,5 \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|, ImF_2 = -1,68 \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|, ReF_1 = 176,3, ReF_2 = 32,4$$

	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5	O_6	αO_7	αO_8
ImA_0	-0,543	0,543	0,543	0,000	-10,991	0,000	0,007	1,170
ImA_{11}	-0,140	0,140	0,140	0,000	-2,412	0,000	0,002	-1,066
ImB_{11}	-0,818	0,818	0,818	0,000	-16,070	0,000	0,006	-5,207
ImA_2	0,000	0,000	0,000	-0,157	0,000	0,000	0,002	-0,161
ImA_{13}	0,000	0,000	0,000	0,141	0,000	0,000	-0,002	-0,551
ImB_{13}	0,000	0,000	0,000	0,640	0,000	0,000	-0,011	-2,828
ImB_{23}	0,000	0,000	0,000	-0,482	0,000	0,000	-0,002	0,176

$$\delta_0 = 22,5^\circ, \delta_{11} = 6,5^\circ, \delta'_{11} = 30,9^\circ, \delta_2 = -8,9^\circ, \delta_{13} = 5,7^\circ, \delta'_{13} = -15,9^\circ, \delta'_{23} = -5,8^\circ$$

д) Амплитуды нелептонных K -распадов, включающие $O(p^6)$ -вклады

	\mathcal{O}_1	\mathcal{O}_2	\mathcal{O}_3	\mathcal{O}_4	\mathcal{O}_5	\mathcal{O}_6	$\alpha\mathcal{O}_7$	$\alpha\mathcal{O}_8$
$\text{Re}A_0$	-1,264	1,264	1,291	-0,010	-27,723	0,004	0,041	4,115
$\text{Re}\mathcal{A}_{11}$	-1,273	1,129	1,187	0,080	-17,469	0,075	-0,009	-8,084
$\text{Re}\mathcal{B}_{11}$	-0,441	0,293	0,565	0,051	-48,383	0,037	0,003	-8,091
$\text{Re}A_2$	-0,004	0,021	0,039	0,862	-0,270	-0,004	-0,013	0,591
$\text{Re}\mathcal{A}_{13}$	0,056	0,109	0,467	1,798	-1,219	-0,081	-0,041	-5,592
$\text{Re}\mathcal{B}_{13}$	0,069	0,123	0,506	-0,710	-0,516	-0,048	-0,038	-4,967
$\text{Im}\mathcal{B}_{23}$	-0,019	0,063	0,134	1,625	-0,674	-0,011	-0,007	-0,515

$$\text{Im}F_1 = 22,18 \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|, \text{Im}F_2 = -0,62 \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|, \text{Re}F_1 = 146,5, \text{Re}F_2 = 14,1$$

	\mathcal{O}_1	\mathcal{O}_2	\mathcal{O}_3	\mathcal{O}_4	\mathcal{O}_5	\mathcal{O}_6	$\alpha\mathcal{O}_7$	$\alpha\mathcal{O}_8$
$\text{Im}A_0$	-0,871	0,871	0,871	0,000	-17,482	0,000	0,029	-3,352
$\text{Im}\mathcal{A}_{11}$	-0,087	0,087	0,087	0,000	-4,287	0,000	0,003	-1,167
$\text{Im}\mathcal{B}_{11}$	-1,104	1,104	1,104	0,000	-48,447	0,000	0,009	-7,063
$\text{Im}A_2$	0,000	0,000	0,000	-0,115	0,000	0,000	0,002	-0,068
$\text{Im}\mathcal{A}_{13}$	0,000	0,000	0,000	0,184	0,000	0,000	-0,003	-0,593
$\text{Im}\mathcal{B}_{13}$	0,000	0,000	0,000	0,956	0,000	0,000	-0,017	-3,444
$\text{Im}\mathcal{B}_{23}$	0,000	0,000	0,000	-0,509	0,000	0,000	-0,005	0,272

$$\delta_0 = 34,6^\circ, \delta_{11} = 6,6^\circ, \delta'_{11} = 54,2^\circ, \delta_2 = -7,6^\circ, \delta_{13} = 7,2^\circ, \delta'_{13} = -33,1^\circ, \delta'_{23} = -17,4^\circ$$

мезонными петлями)*. В следующем разделе будет показано, что различие в поведении пингвиновых и непингвиновых вкладов, возникающее при учете различных поправок высшего порядка к p^2 -амплитудам, может приводить к значительному усилению наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения в распадах $K^\pm \rightarrow 3\pi$.

* Для распадов $K \rightarrow 3\pi$ приведены только амплитуды \mathcal{A}_{ij} и \mathcal{B}_{ij} , которые в дальнейшем потребуются нам при обсуждении прямого CP -нарушения.

Унитарные поправки, связанные с перерасеянием мезонов, соответствуют диаграммам с мезонными петлями. В своих расчетах мы ограничились пока однопетлевым приближением киральной теории поля, причем для регуляризации ультрафиолетовых расходимостей были использованы результаты суперпропагаторной (СП) регуляризации, предложенной впервые в [43] и далее развитой в [72]. Возникающую при этом неоднозначность можно параметризовать через единственную неопределенную константу, фиксируемую с помощью дополнительных требований (например, принципа минимальных сингулярностей).

СП-регуляризация приводит к эффективной замене расходящихся частей однопетлевых фейнмановских интегралов конечными величинами, определяемыми структурой разложения нелинейного лагранжиана по степеням мезонных полей. Можно показать, что в низшем порядке разложения по $1/F_0$ мезонный суперпропагатор в прескрипции работы [43] формально совпадает с соответствующим однопетлевым интегралом, вычисленным в размерной регуляризации, если зафиксировать шкалу $\bar{\mu}$ на характерном масштабе киральной теории, $\bar{\mu} = 4\pi F_0$, и заменить УФ-расходимости на конечные величины с помощью подстановки

$$\begin{aligned} (C - 1/\epsilon) \rightarrow C_{SP} &= 2C + 1 + \frac{1}{2} \left[\frac{d}{dz} (\log \Gamma^{-2}(2z + 2)) \right]_{z=0} = \\ &= -1 + 4C \approx 1,309, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где $C = 0,577$ — константа Эйлера и $\epsilon = (4 - D)/2$.

Следует также отметить, что поскольку в сильных и слабых лагранжианах всюду предполагается нормальное упорядочение мезонных операторов, то, в отличие от работ [45] и [71], никаких диаграмм с мезонными петлями тадпольного типа в нашем подходе не возникает. Роль тадполей в описании нелептонных распадов каонов была рассмотрена в работе [73], где было показано, что тадпольные вклады являются нефизическими и могут быть устранены с помощью соответствующих поворотов матриц мезонных полей U .

В нашем подходе коэффициенты c_i (соответственно ξ_i) рассматриваются как феноменологические параметры, фиксируемые из анализа экспериментальных данных по распадам $K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 3\pi$. Чтобы разделить вклады, соответствующие доминирующей комбинации коэффициентов $(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3)$ и коэффициентам ξ_4, ξ_5 , мы использовали экспериментальные данные по параметрам распадов, приведенных в табл.4: парциальные

Таблица 4. Экспериментальные и теоретические значения параметров распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$

Параметр	Эксперимент [2]	Теория
B_{+0}	$0,2117 \pm 0,0015$	0,2125
B_{+-}	$0,6861 \pm 0,0024$	0,6965
B_{00}	$0,3139 \pm 0,0024$	0,3130
B_{++}	$0,0559 \pm 0,0005$	0,0553
g_{++}	$-0,2162 \pm 0,0031$	-0,2144
h_{++}	$0,011 \pm 0,005$	0,016
B_{00+}	$0,0173 \pm 0,0004$	0,0176
g_{00+}	$0,594 \pm 0,019$	0,552
h_{00+}	$0,035 \pm 0,015$	0,014
B_{+-0}	$0,1238 \pm 0,0021$	0,1182
g_{+-0}	$0,670 \pm 0,014$	0,648
h_{+-0}	$0,079 \pm 0,007$	0,151

ширины B_i и параметры наклонов g_i , h_i . В результате такого анализа были получены следующие значения параметров:

$$(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) = 6,96 \pm 0,48,$$

$$\xi_4 = 0,516 \pm 0,025, \quad \xi_5 = -0,183 \pm 0,022. \quad (2.10)$$

Приведенные здесь ошибки масштабированы в соответствии со стандартной процедурой [2]. Параметр ξ_4 практически полностью определяется шириной распада $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$. Значения B_i , g_i и h_i , соответствующие полученным значениям вильсоновских коэффициентов, также представлены в табл.4. Если рассматривать C_{SP} как свободный параметр, то в этом случае при фитировании экспериментальных данных получается значение $C_{SP} = 1,36 \pm 0,54$, которое находится в хорошем согласии с (2.9).

При интерпретации результатов (2.10) нужно подчеркнуть, что необходимо отличать вильсоновские коэффициенты $c_i(\tilde{\mu})$, вычисленные в главном логарифмическом приближении КХД и явно зависящие от точки нормировки $\tilde{\mu}$, от физических коэффициентов (2.10). Как уже отмечалось во введении, на низкоэнергетической шкале $\tilde{\mu} = 4\pi F_0 \approx 1$ ГэВ вильсоновские коэффициенты $c_i(\tilde{\mu})$ получают поправки $O(1/N_c, \tilde{\mu})$, которые обусловлены эффектами больших расстояний на кварк-глюонном уровне и не поддаются точному теоретическому учету. Сравнение коэффициентов (2.10) с коэффициентами, вычисленными в главном логарифмическом приближении, могло бы дать некоторое представление о величине поправок $O(1/N_c, \tilde{\mu})$, однако детальное обсуждение этого вопроса выходит за рамки настоящей работы.

Как видно из табл.3, учет перерасеяния мезонов приводит к дополнительному увеличению амплитуды A_0 и подавлению A_2 примерно в полтора раза. Аналогичный эффект наблюдался в работах [45], где использовался другой подход к самосогласованному описанию эффектов больших и малых расстояний, основанный на $1/N_c$ -разложении. Влияние $\pi\pi$ -взаимодействий в конечном состоянии качественно можно понять, рассматривая соответствующий однопетлевой вклад как унитарную поправку к борновскому приближению. Фазы $\pi\pi$ -взаимодействий с $I = 0, 2$ имеют различные знаки ($\delta_0 > 0, \delta_2 < 0$), а полученные из однопетлевых диаграмм мнимые части амплитуд A_0 и A_2 имеют тот же знак, что и соответствующие фазы полной амплитуды. Следовательно, петлевые вклады в вещественную часть амплитуд A_0 и A_2 при получении их методом дисперсионных соотношений по соответствующим мнимым частям будут также иметь разные знаки. Это приводит к увеличению A_0 и подавлению A_2 .

Проведенный анализ демонстрирует значимый вклад правых адронных токов, генерируемых глюонными пингвиновыми диаграммами (коэффициент ξ_5), в переходы с $|\Delta I| = 1/2$. Однако этот вклад не превышает 40% от абсолютного значения амплитуды A_0 . Таким образом, глюонные пингвиновые диаграммы не доминируют, как это предполагалось ранее, в переходах с $|\Delta I| = 1/2$. Наши феноменологические оценки подтверждают результаты анализа правила $|\Delta I| = 1/2$, который был проведен [45,70,74] в рамках подхода, основанного на нелинейных киральных лагранжианах и вильсоновских коэффициентах, вычисленных в главном логарифмическом приближении КХД. Этот анализ показал, что в широком интервале изменений точки перенормировки $\tilde{\mu}$ вклад пингвиновых операторов в распады $K \rightarrow 2\pi$ оказывается существенно меньше непингвинового вклада (см. также

[13], где вильсоновские коэффициенты вычислены с учетом высших поправок к лидирующим логарифмам).

При учете диаграмм с мезонными петлями амплитуды распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ приобретают мнимые части, приводящие к появлению фаз взаимодействий в конечных состояниях. Получающиеся при этом амплитуды не являются в строгом смысле унитарными, а переход к унитарности (дополнительная унитаризация) означал бы выход за рамки p^4 -приближения. Тем не менее такую унитаризацию можно провести с помощью включения p^4 -взаимодействий в сильные вершины однопетлевых диаграмм и использования унитарных разложений для фаз [77,78]. В случае распада $K \rightarrow 2\pi$ последнее означает, что мнимую часть дополнительно унитаризованной амплитуды можно представить в виде

$$\text{Im } T_{K \rightarrow 2\pi}^{(p^6)} \approx \text{Im } T_{K \rightarrow 2\pi}^{(p^4)} \frac{T_{K \rightarrow 2\pi}^{(p^2)} + \text{Re } T_{K \rightarrow 2\pi}^{(p^4)}}{T_{K \rightarrow 2\pi}^{(p^2)}}.$$

где $T_{K \rightarrow 2\pi}^{(p^2)}$ есть амплитуда в пределе мягких пионов, не содержащая мнимой части, а $T_{K \rightarrow 2\pi}^{(p^4)}$ включает в себя как борновские, так и однопетлевые p^4 -вклады.

Аналогичная ситуация с описанием фаз возникает и при вычислении амплитуд процесса $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$. В этом случае количественного описания фаз также удастся добиться только после дополнительной унитаризации изотопических амплитуд $\pi\pi$ -рассеяния A_I , которые можно представить в виде суммы p^2 - и p^4 -вкладов [32]:

$$A_I(\pi\pi \rightarrow \pi\pi) = \frac{\pi}{2} \alpha_0 A_I^{(p^2)} + \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 A_I^{(p^4)}, \quad (2.11)$$

где борновская амплитуда $A_I^{(p^2)}$ не содержит мнимой части, а $A_I^{(p^4)}$ включает в себя как борновские, так и однопетлевые вклады, причем абсорбционная часть этой амплитуды связана с $A_I^{(p^2)}$ соотношением

$$\text{Im } A_I^{(p^4)} = \frac{\pi}{2} \left(A_I^{(p^2)} \right)^2 \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{s} \right)^{1/2}.$$

Амплитуды рассеяния (2.11) унитарны только с точностью до порядка α_0 , где $\alpha_0 = 1/3 (m_\pi/(2\pi F_0))^2 \approx 0,019$. После дополнительной унитаризации фазы рассеяния могут быть вычислены с использованием соотношения

$$\text{ctg}(\delta_I) = i + \sqrt{s/(s - 4m_\pi^2)} A_I^{-1},$$

где $s = m_\pi^2$. Разлагая по α_0 , мы получаем унитарную аппроксимацию для фаз

$$\text{ctg}(\delta_I) = \frac{A_I^{(p^2)} - \alpha_0 A_I^{(p^4)}}{\frac{\pi}{2} \alpha_0 \sqrt{1 - 4m_\pi^2/s} (A_I^{(p^2)})^2},$$

что соответствует унитаризации фаз в работах [77,78]. Дополнительная унитаризация позволяет описать s - и p -волновые фазы $\pi\pi$ -рассеяния в области эффективных масс дипиона $2m_\pi < m_{\pi\pi} < m_K$, причем фазы и разности фаз в процессах $K \rightarrow 2\pi$ и $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ согласуются между собой в пределах точности киральной теории (10 + 15%).

В табл.3,2 при учете перерассеяния мезонов мы ограничились p^4 -порядком амплитуд распадов, что является общепринятым [76,75]. В лекциях [75] отмечено, что результаты работы [76] подтверждают наши более ранние вычисления амплитуд $K \rightarrow 2\pi$ [53] в p^4 -порядке. В этом случае для фаз $\pi\pi$ -рассеяния в конечном состоянии и их разности получим значения $\delta_0 = 22,5^\circ$, $\delta_2 = -8,9^\circ$ и $\Delta = 31,4^\circ$. После дополнительной унитаризации получим $\delta_0 = 34,6^\circ$, $\delta_2 = -7,6^\circ$ и $\Delta = 42,2^\circ$ (см. табл.3,2).

Аналогичным образом можно провести также дополнительную унитаризацию изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 3\pi$. В табл.3,2,2 также приведены оценки для фаз δ'_{IJ} , δ''_{IJ} , которые определены следующим образом:

$$\mathcal{A}_{IJ} = a_{IJ} e^{i\delta_{IJ}}, \quad \mathcal{B}_{IJ} = b_{IJ} e^{i\delta'_{IJ}}.$$

Фазы δ'_{IJ} оказываются особенно чувствительными к дополнительной унитаризации и другим поправкам, выходящим за рамки p^4 -порядка разложения киральных амплитуд.

2.3. Прямое CP-нарушение в распадах $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$. Для обсуждения прямого CP-нарушения в распадах $K^\pm \rightarrow 3\pi$ удобно ввести для 3π -системы фазы сильных взаимодействий α_1 , β_1 и β_2 , соответствующие

изоспиновым конечным состояниям $I = 1_s$ (симметризованным), $I = 1_m$ (со смешанной симметрией) и $I = 2$ [56]:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{11} + \mathcal{A}_{13} &= (a_{11} + a_{13}) e^{i\alpha_1}, \\ \mathcal{B}_{11} + \mathcal{B}_{13} &= (b_{11} + b_{13}) e^{i\beta_1}, \quad \mathcal{B}_{23} = b_{23} e^{i\beta_2}. \end{aligned}$$

Мы будем использовать это представление амплитуд только для того, чтобы выделить в явном виде соотношения между основными вкладками в наблюдаемые эффекты CP -нарушения в распадах $K^\pm \rightarrow 3\pi$. В самом общем случае гамильтониан сильного взаимодействия не обязательно диагонален относительно изотопических состояний с $I = 1_s$ и $I = 1_m$, а при нарушении изотопической симметрии смешиваются даже состояния с $I = 1$ и $I = 2$. Это приводит к необходимости введения гораздо большего количества фаз. Точные оценки CP -асимметрий в распадах $K^\pm \rightarrow 3\pi$ можно получить, используя комплексные значения амплитуд \mathcal{A}_{IJ} и \mathcal{B}_{IJ} непосредственно, без введения в явном виде фаз $\alpha_1, \beta_{1,2}$.

Параметр ϵ' прямого CP -нарушения в распадах $K \rightarrow 2\pi$ и зарядовую асимметрию параметров наклонов $\Delta g (K^\pm \rightarrow 3\pi)$ можно выразить через изотопические амплитуды распадов с помощью формул

$$\epsilon' = -\frac{\omega}{\sqrt{2}} \frac{\text{Im } a_0}{\text{Re } a_0} \left(1 - \frac{1}{\omega} \frac{\text{Im } a_2}{\text{Im } a_0} \right) \exp [i(\pi/2 + \delta_2 - \delta_0)], \quad (2.12)$$

$$\Delta g \left(K^\pm \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \pi^\pm \pi^\pm \pi^\mp \\ \pi^0 \pi^0 \pi^\pm \end{array} \right\} \right) =$$

$$= \frac{\text{Im } F_1 \sin(\alpha_1 - \beta_1) \mp \text{Im } F_2 \sin(\alpha_1 - \beta_2)}{\text{Re } F_1 \cos(\alpha_1 - \beta_1) \mp \text{Re } F_2 \cos(\alpha_1 - \beta_2)}, \quad (2.13)$$

где $F_1 = (a_{11}^* + a_{13}^*) (b_{11} + b_{13})$, $F_2 = (a_{11}^* + a_{13}^*) b_{23}^*$.

Рассмотрим сначала только вклады операторов $\mathcal{O}_1, \dots, \mathcal{O}_6$, пренебрегая, в качестве первого приближения, электромагнитными пингвиновыми опера-

*При вычислении зарядовых асимметрий следует помнить, что зарядовое сопряжение инвертирует «слабые» фазы параметров ξ_i , но не затрагивает «сильные» фазы амплитуд $A_i^{(i)}$, $\mathcal{A}_{IJ}^{(i)}$, $\mathcal{B}_{IJ}^{(i)}$.

торами $\mathcal{O}_{7,8}$. Члены в числителе правой части формулы (2.13) удобно представить в более наглядной форме:

$$\text{Im } F_1 = \Delta^{(1/2, 1/2)} + \Delta^{(1/2, 3/2)},$$

$$\begin{aligned} \Delta^{(1/2, 1/2)} &= \text{Re } a_{11} \text{Im } b_{11} - \text{Im } a_{11} \text{Re } b_{11} = \\ &= \text{Im } \xi_5 [\text{Re } \mathcal{B}_{11}^{(5)} (\xi_{123} \text{Re } \mathcal{A}_{11}^{(1)} + \xi_5 \text{Re } \mathcal{A}_{11}^{(5)}) - \\ &\quad - \text{Re } \mathcal{A}_{11}^{(5)} (\xi_{123} \text{Re } \mathcal{B}_{11}^{(1)} + \xi_5 \text{Re } \mathcal{B}_{11}^{(5)})], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta^{(1/2, 3/2)} &= \text{Re } a_{13} \text{Im } b_{11} - \text{Im } a_{11} \text{Re } b_{13} = \\ &= \xi_4 \text{Im } \xi_5 (\text{Re } \mathcal{A}_{13}^{(4)} \text{Re } \mathcal{B}_{11}^{(5)} - \text{Re } \mathcal{A}_{11}^{(5)} \text{Re } \mathcal{B}_{13}^{(4)}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Im } F_2 &= -\text{Im } a_{11} \text{Re } b_{23} \equiv \Delta^{(1/2, 3/2)} = \\ &= \xi_4 \text{Im } \xi_5 \text{Re } \mathcal{A}_{11}^{(5)} \text{Re } \mathcal{B}_{23}^{(4)}, \end{aligned} \tag{2.14}$$

где $\Delta^{(1/2, 1/2)}$ — вклад интерференции изотопических амплитуд a_{11} и b_{11} (обе амплитуды относятся к переходам с $|\Delta I| = 1/2$), а вклады $\Delta^{(1/2, 3/2)}$ и $\Delta^{(1/2, 3/2)}$ возникают из интерференций амплитуд a_{IJ} и b_{IJ} с $|\Delta I| = 1/2$ и $3/2$. При выводе соотношений (2.14) предполагалось, что прямое CP -нарушение полностью обусловлено мнимыми частями изотопических амплитуд с $|\Delta I| = 1/2$, возникающими из мнимой части вильсоновского коэффициента c_5 глюонного пингвинового оператора \mathcal{O}_5 . Кроме того, были использованы соотношения $\mathcal{A}_{11}^{(1)} = \mathcal{B}_{11}^{(1)} = -\mathcal{A}_{11}^{(2,3)} = -\mathcal{B}_{11}^{(2,3)}$, которые выполняются всегда, если нет нарушения изотопической симметрии. В этом случае вклады непингвиновых операторов в переходы с $|\Delta I| = 1/2$ можно объединить в один член, пропорциональный комбинации вильсоновских коэффициентов $\xi_{123} = (-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3)$. Вклад оператора \mathcal{O}_6 мал, и поэтому мы будем им пренебрегать. Из соотношений (2.6) и (2.7) очевидно, что в пределе мягких пионов $\Delta^{(1/2, 1/2)} = 0$, и ненулевые вклады в зарядовую

асимметрию $\Delta g (K^\pm \rightarrow 3\pi)$ в этом случае могут давать только интерференции амплитуд с $|\Delta I| = 1/2$ и $3/2$.

Как уже отмечалось в предыдущем разделе, p^4 -взаимодействия, (π^0, η, η') -смешивание и перерассеяние мезонов модифицируют изотопические амплитуды распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$, что, в свою очередь, может приводить к качественно новым вкладам в наблюдаемые параметры CP -нарушения. Так, вклады диаграмм с (π^0, η, η') -смешиванием пропорциональны малой величине расщепления масс d - и u -кварков (нарушение изотопической симметрии), и ими можно пренебречь при оценке параметров распадов, определяемых абсолютными значениями амплитуд (вероятности слабых переходов, параметры наклонов).

В то же время поправки от (π^0, η, η') -смешивания в параметры прямого CP -нарушения в распадах $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ могут достигать 30% за счет того, что в результате нарушения изотопической симметрии вклад пингвинового оператора \mathcal{O}_5 в амплитуды $a_2, a_{13}, a_{23}, b_{13}$ и b_{23} (переходы с $|\Delta I| = 3/2$) становится ненулевым (ср. табл.3, a, b и 3, θ), и появляются новые ненулевые вклады от «слабых» фаз этих амплитуд в ϵ' и зарядовые асимметрии распадов $K^\pm \rightarrow 3\pi$. Важность корректного учета унитарных поправок от диаграмм с мезонными петлями определяется тем обстоятельством, что при теоретических оценках эффектов прямого CP -нарушения необходимо также знать разности «сильных» фаз амплитуд, возникающих при перерассеянии мезонов (см. (2.12) и (2.13)).

Как показывает теоретический анализ вильсоновских коэффициентов c_i в главном логарифмическом приближении КХД, основной вклад в прямое CP -нарушение возникает из диаграмм пингвинового типа (рис.2). Если мы по-прежнему пренебрегаем вкладами электромагнитных пингвиновых операторов, мнимую часть коэффициента c_5 , полностью определяющую прямое CP -нарушение в этом случае, можно зафиксировать с помощью соотношений (2.12) и (2.10) в виде

$$\text{Im } c_5^{\text{exp}} = 0,053^{+0,015}_{-0,011} |\epsilon'/\epsilon|.$$

Такая фиксация мнимой части коэффициента c_5 позволяет связать величины зарядовых асимметрий параметров наклона в распадах $K^\pm \rightarrow 3\pi$ с отношением $|\epsilon'/\epsilon|$:

$$\begin{aligned} |\Delta g (K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^\pm \pi^\mp)| &= 0,23 \pm 0,09 |\epsilon'/\epsilon|, \\ |\Delta g (K^\pm \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^\pm)| &= 0,19 \pm 0,09 |\epsilon'/\epsilon|. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Для полноты мы должны учесть в вычислениях также дополнительные эффекты, возникающие из учета электромагнитных пингвиновых операторов (см. ниже).

Для сравнения наших результатов с оценками [79] необходимо привести последние к форме, аналогичной (2.15): $\Delta g(K^\pm \rightarrow 3\pi) = 0,03 |e'/e|^*$. Таким образом, полученные нами оценки (2.15) оказываются на один порядок выше, чем в работе [79]. Усиление зарядовой асимметрии параметра наклона $\Delta g(K^\pm \rightarrow 3\pi)$ на один порядок, по сравнению с оценками, полученными в p^2 -пределе мягких пионов [9] или в близком к нему приближении [79], вызвано дополнительным вкладом интерференции $\Delta^{(1/2, 1/2)}$, который становится ненулевым и доминирующим вследствие различий в поведении пингвиновых и непингвиновых вкладов в изотопические амплитуды $\mathcal{A}_{11}^{(i)}$ и $\mathcal{B}_{11}^{(i)}$ при учете $O(p^4)$ -поправок. Роль вкладов p^4 -лагранжиана в усилении наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения за счет интерференции различных амплитуд переходов с $|\Delta I| = 1/2$ можно продемонстрировать с помощью упрощенных оценок, учитывая только p^4 -поправки, возникающие из скирмовской и нескирмовской частей эффективного лагранжиана (1.15) и соответствующих токов. В этом случае получим

$$a_{11} = \xi_{123} \left(1 + \frac{m_K^2 - 3m_\pi^2}{12F_0^2 \pi^2} \right) + \xi_5 4R \left(1 - \frac{m_K^2 - 3m_\pi^2}{12F_0^2 \pi^2} \right),$$

$$b_{11} = \xi_{123} \left(1 - \frac{m_K^2 + 3m_\pi^2}{12F_0^2 \pi^2} \right) + \xi_5 4R \left(1 + \frac{m_K^2 + 3m_\pi^2}{12F_0^2 \pi^2} \right).$$

Отсюда становится очевидным, что в p^2 -пределе мягких пионов, когда исчезают p^4 -вклады, пропорциональные $1/(12F_0^2 \pi^2)$, вклад интерференции амплитуд переходов с $|\Delta I| = 1/2$ равен нулю. При учете p^4 -поправок получим

*Очень малое численное значение $\Delta g(K^\pm \rightarrow 3\pi)$, приведенное в [79], частично связано с тем, что для отношения $|e'/e|$ использована малая величина, полученная из вычислений вильсоновских коэффициентов в главном логарифмическом приближении. Эта величина оказывается на один порядок меньше, чем экспериментальное значение, измеренное в эксперименте NA31 (CERN) [4].

$$\Delta^{(1/2, 1/2)} = \text{Im } \xi_5 \text{ Re } \xi_{123} 4R \frac{m_K^2}{3F_0^2 \pi^2} \approx 149,1 \cdot \text{Im } c_5 \approx 7,9 \text{ e}'/\text{e}$$

в хорошем согласии с табл.3,б*.

Различия в поведении пингвиновых и непингвиновых вкладов возникают не только при учете $O(p^4)$ -лагранжианов и генерируемых ими токов, но и при включении (π^0, η, η') -смешивания и перераспределения мезонов (см. табл.3). В конечном итоге вклад интерференции $\Delta^{(1/2, 1/2)}$ увеличивает значение $\text{Im } F_1$ на фактор 19 (см. табл.3,д) по сравнению с пределом мягких пионов (см. табл.3,а). С другой стороны, однопетлевые поправки от перераспределения мезонов значительно уменьшают $\text{Im } F_2$ из-за подавления \mathcal{B}_{23} . В результате обоих эффектов числитель формулы (2.13) увеличивается намного больше, чем ее знаменатель (см. значения $\text{Re } F_{1,2}$ в табл.3).

С помощью табл.3 можно проследить механизм дополнительного усиления зарядовых CP -асимметрий $\Delta g (K^\pm \rightarrow 3\pi)$ в результате влияния членов эффективных лагранжианов с высшими производными, перераспределения мезонов и (π^0, η, η') -смешивания. При анализе наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения в нелептонных распадах каонов необходимы детальные вычисления с включением всех перечисленных поправок (в [79] поправки от p^4 -лагранжианов были учтены не полностью, а однопетлевые поправки к реальным частям изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 3\pi$ в [79—81] не вычислялись вообще).

Следует подчеркнуть, что обсуждаемые здесь поправки к мягкопионным амплитудам распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ существенно модифицируют также известное соотношение Ли — Вольфенштейна [82], которое устанавливает связь между параметрами прямого CP -нарушения в распадах $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ и $K_L^0 \rightarrow 2\pi$:

$$\epsilon'_{+-0} = -2\epsilon'.$$

*Описание распада $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$ является наиболее впечатляющим примером того, насколько важным может стать учет поправок с высшими производными (см. [32,49]). В p^2 -порядке амплитуды распадов $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$ отличаются от нуля только благодаря вкладу нарушения киральной симметрии. Соответствующая полная ширина распадов, $\Gamma_{\eta' \rightarrow \eta 2\pi}^{(soft-\pi\pi)} = 4$ кэВ, оказывается намного меньше, чем экспериментальное значение $\Gamma_{\eta' \rightarrow \eta 2\pi}^{(exp)} = (189 \pm 32)$ кэВ. Однако p^4 -поправки сильно увеличивают полную ширину до величины $\Gamma_{\eta' \rightarrow \eta 2\pi}^{(p^4)} = 220$ кэВ, которая хорошо согласуется с экспериментом.

Как уже обсуждалось в [83,84,54], p^4 -вклады, (π^0, η, η') -смешивание и однопетлевые поправки могут усилить эффекты прямого CP -нарушения в распаде $K^0 (\bar{K}^0) \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ по сравнению с распадами $K^0 \rightarrow 2\pi$, и величина отношения $|\epsilon'_{+-0} / \epsilon'|$ может оказаться значительно больше, чем предсказывается соотношением Ли — Вольфенштейна, которое соответствует в киральной теории пределу мягких пионов. В нашем подходе [54] мы получили оценку $|\epsilon'_{+-0}| \approx 6,8 |\epsilon'|$. В этом случае, как и в случае заряженных каонов, наиболее важную роль играет возникающее на уровне $O(p^4)$ -поправок различие в поведении мезонных матричных элементов пингвиновых и непингвиновых операторов. Таким образом, при оценке наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения необходимо явно разделять в каждом порядке пингвиновые и непингвиновые вклады.

В недавней работе [85] в рамках линейной σ -модели была предпринята попытка включить в рассмотрение p^4 -поправки, возникающие за счет диаграмм с промежуточными скалярными резонансами. Детальный анализ результатов такого подхода проведен нами в работе [8]. Для дальнейшего обсуждения и сравнения с предсказаниями нелинейной σ -модели удобно представить результаты различных вычислений изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 3\pi$ в численной форме в виде табл.5. Соответствующие изотопические амплитуды в пределе мягких пионов и результаты последующего включения p^4 -поправок, порождаемых в линейной σ -модели обменами скалярных резонансов, приведены в табл.5,б. Для того чтобы представить в численном виде вклады пингвинового оператора \mathcal{O}_5 , мы использовали тот факт, что параметр $\beta = 2m_\pi^4 / [(m_u + m_d)^2 (m_\sigma^2 - m_\pi^2)] = 8,15$, введенный в работе [85], в наших обозначениях можно положить равным параметру $-R \approx 5,6$.*

Величины $\Delta^{(1/2, 1/2)}$, $\Delta^{(1/2, 3/2)}$ и $\Delta^{(1/2, 3/2)}$, соответствующие выражениям для амплитуд, взятых из работы [85], можно оценить после замены $\xi_i \rightarrow c_i$ в определениях (2.14). Используя феноменологические соотношения для вильсоновских коэффициентов [85]

$$\begin{aligned} (c_1 - c_2 - c_3 - c_4) &= -3,2, \quad c_4 = 0,328, \\ (c_1 - c_2 - c_3 + 4\beta c_5) &= -10,13, \end{aligned} \tag{2.16}$$

*Численное (относительное) различие между R и β исчезает, если для оценки β (соответственно R) используются значения $(m_u^0 + m_d^0)/2 = 6$ МэВ (соответственно 5 МэВ).

Таблица 5. Сравнение изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 3\pi$ в подходах нелинейных и линейных киральных лагранжианов (борновское приближение)

а) Нелинейные киральные лагранжианы

	Предел мягких пионов			Включение p^4 -поправок		
	\mathcal{O}_1	\mathcal{O}_4	\mathcal{O}_5	\mathcal{O}_1	\mathcal{O}_4	\mathcal{O}_5
Re \mathcal{A}_{11}	- 1,00		- 22,42	- 1,22		- 19,22
Re \mathcal{B}_{11}	- 1,00		- 22,42	- 0,70		- 30,45
Re \mathcal{A}_{13}		1,00			1,22	
Re \mathcal{B}_{13}		- 1,07			- 0,91	
Re \mathcal{B}_{23}		6,93			7,39	
$\Delta^{(1/2, 1/2)}$		0			165,4 Im c_5	
$\Delta^{(1/2, 3/2)}$		22,5 Im c_5			26,4 Im c_5	
$\Delta^{(1/2, 3/2)}$		74,9 Im c_5			73,2 Im c_5	

б) Линейная σ -модель [85]

	Предел мягких пионов			Включение p^4 -поправок		
	\mathcal{O}_1	\mathcal{O}_4	\mathcal{O}_5	\mathcal{O}_1	\mathcal{O}_4	\mathcal{O}_5
Re \mathcal{A}_{11}	- 1,00		- 22,42	- 1,80		- 19,28
Re \mathcal{B}_{11}	- 1,00		- 22,42	- 1,63		- 26,19
Re \mathcal{A}_{13}		1,00			1,80	
Re \mathcal{B}_{13}		- 1,25			- 1,78	
Re \mathcal{B}_{23}		6,75			6,22	
$\Delta^{(1/2, 1/2)}$		0			45,6 Im c_5	
$\Delta^{(1/2, 3/2)}$		15,2 Im c_5			26,7 Im c_5	
$\Delta^{(1/2, 3/2)}$		49,6 Im c_5			39,3 Im c_5	

можно зафиксировать параметры $(c_1 - c_2 - c_3)$, c_4 и $4\beta c_5$ и получить для $\Delta^{(1/2, 1/2)}$, $\Delta^{(1/2, 3/2)}$ и $\Delta^{(1/2, 3/2)}$ значения, которые также приведены в табл.5,а.

Сравнение результатов, приведенных в табл.5,а и 5,б, показывает, что поправки, обусловленные соответствующими p^4 -членами нелинейного эффективного лагранжиана и генерируемыми ими токами, как количественно, так и качественно отличаются от p^4 -поправок, возникающих в линейной σ -модели из обменов скалярными резонансами. В подходе нелинейных эффективных лагранжианов p^4 -поправки увеличивают амплитуды $\mathcal{A}_{11}^{(1)}$, $\mathcal{A}_{13}^{(4)}$, $\mathcal{B}_{11}^{(5)}$, $\mathcal{B}_{23}^{(4)}$ и в то же время уменьшают абсолютные значения амплитуд $\mathcal{A}_{11}^{(5)}$, $\mathcal{B}_{11}^{(1)}$, $\mathcal{B}_{13}^{(4)}$. С другой стороны, обмены скалярными резонансами увеличивают абсолютные значения амплитуд $\mathcal{A}_{11}^{(1)}$, $\mathcal{A}_{13}^{(4)}$, $\mathcal{B}_{11}^{(1,5)}$, $\mathcal{B}_{13}^{(4)}$ и уменьшают абсолютные значения амплитуд $\mathcal{A}_{11}^{(5)}$, $\mathcal{B}_{23}^{(4)}$. Кроме того, интерференции $\Delta^{(1/2, 1/2)}$ и $\Delta^{(1/2, 3/2)}$, соответствующие учету обменов скалярными резонансами, оказываются, соответственно, на факторы 4 и 2 меньше, чем в подходе нелинейных эффективных лагранжианов. Следовательно, в модели [85] подавлен не только обсуждаемый эффект усиления прямого CP -нарушения за счет $\Delta^{(1/2, 1/2)}$, но и вклад интерференции $\Delta^{(1/2, 3/2)}$, не исчезающий в пределе мягких пионов, также подавлен на фактор 2.

Относительные вклады пингвиновых и непингвиновых операторов в линейной σ -модели [85] определяются отношением $4\beta c_5 / (c_1 - c_2 - c_3) = 2,54$, при котором почти 80% от наблюдаемых величин амплитуд переходов с $|\Delta I| = 1/2$ в нелептонных K -распадах приходится на вклад пингвинового оператора \mathcal{O}_5 . С другой стороны, при значениях параметров ξ_i (2.10), зафиксированных нами из совместного анализа экспериментальных данных по распадам $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$, мы получим отношение $4R\xi_5 / \xi_{123} = 0,58$, что соответствует относительному вкладу пингвинового оператора в переходы с $|\Delta I| = 1/2$, не превышающему 40%. Как уже отмечалось в предыдущем разделе, этот результат согласуется с анализом правила $|\Delta I| = 1/2$, проведенным в работах [70,74], где на основе вычислений вильсоновских коэффициентов также было показано, что пингвиновые вклады не доминируют в переходах с $|\Delta I| = 1/2$. Если для оценки интерференции $\Delta^{(1/2, 1/2)}$ в линейной σ -модели с учетом обменов скалярными резонансами использовать параметры ξ_i (2.10) вместо c_i (2.16), то в этом случае с теми же амплиту-

дами получим $\Delta^{(1/2, 1/2)} = 108,5 \text{ Im } c_5$. Это означает, что интерференция $\Delta^{(1/2, 1/2)}$ очень чувствительна не только к разнице в динамическом поведении пингвиновых и непингвиновых вкладов, возникающей на уровне $O(p^4)$ -поправок, но и к соотношению между ними в переходах с $|\Delta l| = 1/2$. В случае, когда в этих переходах сильно доминируют вклады пингвиновых операторов, интерференция $\Delta^{(1/2, 1/2)}$ оказывается сильно подавленной.

Таким образом, оцененный в рамках линейной σ -модели [85] интерференционный вклад $\Delta^{(1/2, 1/2)}$, который главным образом и отвечает за усиление зарядовой асимметрии, уже в борновском приближении оказывается почти на фактор 4 меньше нашей оценки в подходе нелинейных эффективных лагранжианов. Причины этого расхождения были рассмотрены выше. Вклады перерассеяния мезонов в реальные части изотопических амплитуд (см. табл.4,д) должны давать дополнительное усиление $\Delta^{(1/2, 1/2)}$ почти на фактор 3, однако в [85] вычислялись только абсорбционные части мезонных петель. В результате полученное нами значение зарядовой асимметрии Δg в распадах $K^\pm \rightarrow 3\pi$ должно быть по крайней мере в 12 раз больше, чем оценки [85], причем указанное расхождение связано как с тем, что в последней работе в σ -модели получают совершенно другие p^4 -поправки, так и с тем, что в нашем подходе петлевые поправки включены наиболее полным образом.

Прежде всего следует отметить, что, как это было показано в [42], простая линейная σ -модель обеспечивает правильную киральную структуру эффективного лагранжиана в низшем порядке, но в следующих высших порядках кирального разложения она приводит к неправильной феноменологии при любых значениях массы скалярного резонанса (см. также замечания по этому поводу в работе [86] и лекциях [75,87]). Кроме того, p^4 -поправки, возникающие из обменов скалярными резонансами в линейной σ -модели, не эквивалентны p^4 -поправкам, связанным с L_i -членами нелинейного лагранжиана (1.15) и порождаемыми ими токами. В работах [88,89] было показано, что структурные константы L_i эффективного кирального p^4 -лагранжиана в основном насыщаются обменами векторными резонансами из вершин p^2 -порядка. Наиболее исчерпывающий анализ этого вопроса проведен в [88], где были рассмотрены все возможные в низшем порядке кирального разложения линейные связи псевдоскалярных мезонов и резонансов. В частности, вклад обменов векторными резонансами полностью доминирует в структурных константах $L_{2,3}$, причем скалярные резонансы дают вклад только в L_3 , и он не превышает 20%. Получение эффективных p^4 -взаимо-

действий скирмовского типа с помощью интегрирования по векторным и аксиально-векторным резонансам также рассмотрено в работах [90]. Резонансные вклады в псевдоскалярный слабый лагранжиан и модификация его структуры после интегрирования по обменам тяжелыми мезонами (редукция) рассматривались в работе [92]. К выводу о доминировании вкладов векторных и аксиально-векторных резонансов в структурных константах эффективного нелинейного p^4 -лагранжиана и токов приводят также результаты нашей работы [93] по редукции тяжелых мезонов при бозонизации модели НИЛ.

Мы оставляем в стороне детальное обсуждение разностей «сильных» фаз изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 3\pi$. Вопрос о фазах амплитуд, вычисляемых в линейной σ -модели, рассмотрен подробно в работе [94], где было показано, что наивный учет ширины распада в пропагаторах скалярных мезонов не является адекватным приближением для физических амплитуд. В нашем случае фазы извлекаются из прямых вычислений однопетлевых диаграмм с использованием СП-регуляризации. Для распадов $K \rightarrow 2\pi$ наши вычисления амплитуд в p^4 -порядке согласуются с результатами работы [76], в которой для регуляризации УФ-расходимостей использован обычный метод введения эффективного лагранжиана контрчленов. Следует отметить, что в этой работе из однопетлевых расчетов также были получены значительные по величине мнимые части амплитуд β (см. табл.2 в [76]), но результирующие фазы были затем искусственно подавлены соответствующим выбором контрчленов. Однако, как отмечают сами авторы, такая процедура создает некоторые дополнительные трудности при фитировании экспериментальных данных. Конечно, было бы полезно зафиксировать разности «сильных» фаз изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 3\pi$ непосредственно из экспериментальных данных, но это до сих пор не удалось ни нам, ни другим авторам.

В заключение рассмотрим эффект от электрослабых пингвиновых операторов $\mathcal{O}_{7,8}$ при оценке зарядовой асимметрии $\Delta g (K^\pm \rightarrow 3\pi)$. Вкладами оператора \mathcal{O}_7 можно пренебречь по сравнению с доминирующими вкладами оператора \mathcal{O}_8 (см. табл.3). Более того, вычисления вильсоновских коэффициентов $c_{5,8}$ в главном логарифмическом приближении КХД [12,71] показывают, что $\text{Re } c_8 \ll \text{Re } c_5$, и поэтому вкладами электрослабых пингвиновых операторов в абсолютные значения амплитуд нелептонных K -распадов также можно пренебречь. Наиболее важный эффект от электрослабого пингвинового оператора \mathcal{O}_8 проявляется в обсуждаемых нами параметрах прямого CP -нарушения. Так как, с одной стороны, $\text{Im } c_8$ сильно зависит от

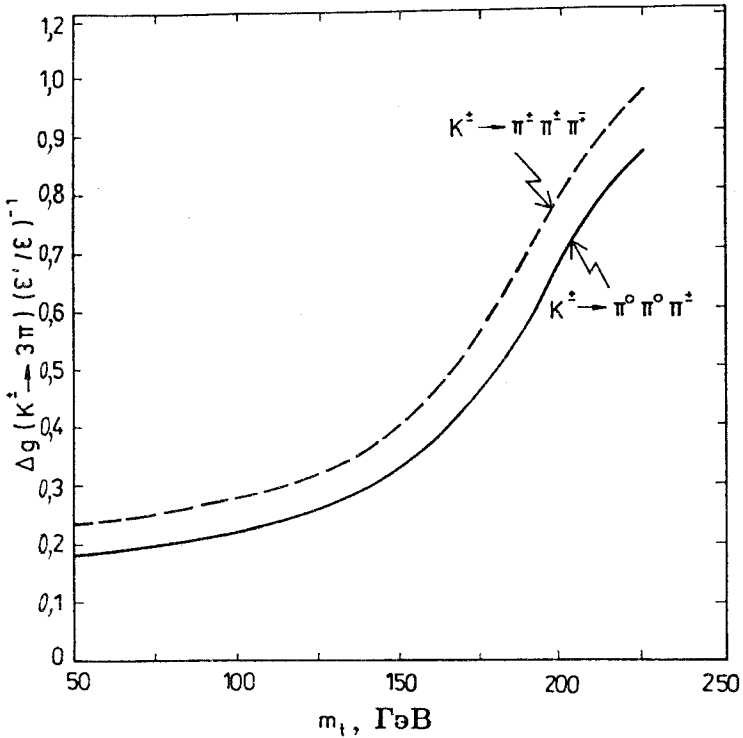


Рис.10. Зависимость CP -асимметрий параметров наклона Δg от массы t -кварка

массы t -кварка при $m_t \geq 100$ ГэВ, а с другой стороны, $\text{Im } c_5$ слабо зависит от m_t , то вклад в прямое CP -нарушение электрослабых пингвиновых операторов становится особенно важным для больших m_t . Используя вычисленную в работах [12,71] зависимость отношения $\eta(m_t) = \text{Im } c_8 / \text{Im } c_5$ от m_t , мы можем повторить уже описанную процедуру вычислений. В результате получим феноменологическую связь между $\Delta g(K^\pm \rightarrow 3\pi)$ и ϵ' , показанную на рис.10, который демонстрирует, что учет электрослабого пингвинового оператора \mathcal{O}_8 не только не подавляет эффекты прямого CP -нарушения в распадах $K \rightarrow 3\pi$, но может приводить к дополнительному усилению их по сравнению с тем, что наблюдается в распадах $K \rightarrow 2\pi$. В настоящее время эксперименты по поиску t -кварка, как и косвенные оценки на основе результатов LEP, позволяют сделать заключение, что его масса лежит в

области больших значений. Первые экспериментальные указания на существование t -кварка получены в [95] ($m_t = (174 \pm 10_{-12}^{+13})$ ГэВ). Поскольку все предсказания для наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения в нелептонных распадах каонов начинают сильно зависеть от массы t -кварка уже при $m_t \geq 100$ ГэВ, то это обстоятельство делает экспериментальное исследование распадов $K \rightarrow 3\pi$ при высокой статистике еще более интересным.

3. РАДИАЦИОННЫЕ РАСПАДЫ КАОНОВ

3.1. Формфакторы полуплептонных и радиационных полуплептонных распадов. Несмотря на большое количество теоретических работ, посвященных распадам $K \rightarrow \pi\gamma^* \rightarrow \pi e^+e^-$ и $K \rightarrow \pi\pi\gamma$ (см. [96—111] и ссылки на них), феноменологическая трактовка этих процессов до сих пор остается неоднозначной. Это касается не только оценок эффектов CP -нарушения в них, но также и возможности самосогласованного описания нелептонных и связанных с ними радиационных распадов. Здесь мы рассмотрим результаты работы [55], где был впервые проведен такой самосогласованный анализ нелептонных и радиационных K -распадов.

Радиационные распады $K \rightarrow \pi\gamma^* \rightarrow \pi e^+e^-$ и $K \rightarrow \pi\pi\gamma$ описываются тем же эффективным слабым лагранжианом (1.30), что и нелептонные распады каонов, только с тем различием, что в него, наряду с токами (1.32)—(1.35), входят также токи (1.36)—(1.38) с испусканием структурных фотонов. В частности, токи (1.32), (1.34) и (1.38) описывают распады $K, \pi \rightarrow \pi l\nu$. Адронная часть соответствующего матричного элемента обычно параметризуется в форме

$$T_\mu(K, \pi \rightarrow \pi l\nu) = f_+(t)(k+p)_\mu + f_-(t)(k-p)_\mu,$$

где k и p — 4-импульсы распадающегося и конечного мезонов. Формфакторы f_\pm зависят от инвариантной переменной $t = (k-p)^2$, и их можно записать, включая члены до первого порядка по m_q^0 , в виде [55]:

$$f_+(\pi^+ \rightarrow \pi^0) = \sqrt{2} (1 - \bar{m}_u^0 - \bar{m}_d^0) \left[1 + \frac{\bar{m}_u^0 + \bar{m}_d^0}{2} - \frac{N_c \mu^2}{4\pi^2 F_0^2} (\bar{m}_u^0 + \bar{m}_d^0) \left(1 + \frac{k^2 + p^2}{8\mu^2} \right) + \frac{3N_c}{16\pi^2 F_0^2} (\bar{m}_u^0 + \bar{m}_d^0) t \right],$$

$$f_-(\pi^+ \rightarrow \pi^0) = -\sqrt{2} \frac{N_c}{48\pi^2 F_0^2} (1 - \bar{m}_u^0 - \bar{m}_d^0) (\bar{m}_u^0 + \bar{m}_d^0) (k^2 - p^2);$$

$$\begin{aligned}
f_+^{(K^0 \rightarrow \pi^+)} &= \left(1 - \frac{\bar{m}_u^0 + 2\bar{m}_d^0 + \bar{m}_s^0}{2} \right) \left\{ 1 + \frac{\bar{m}_u^0 + 2\bar{m}_d^0 + \bar{m}_s^0}{4} - \frac{N_c \mu^2}{4\pi^2 F_0^2} \times \right. \\
&\quad \times \left[2\bar{m}_d^0 + \frac{1}{48\mu^2} (k^2 (11\bar{m}_s^0 - 3\bar{m}_u^0 + 4\bar{m}_d^0) - p^2 (\bar{m}_s^0 - 9\bar{m}_u^0 - 4\bar{m}_d^0)) \right] + \\
&\quad \left. + \frac{N_c}{16\pi^2 F_0^2} (3\bar{m}_s^0 + \bar{m}_u^0) t \right\}, \\
f_-^{(K^0 \rightarrow \pi^+)} &= \left(1 - \frac{\bar{m}_u^0 + 2\bar{m}_d^0 + \bar{m}_s^0}{2} \right) \left\{ \frac{\bar{m}_s^0 - \bar{m}_u^0}{4} - \frac{N_c \mu^2}{4\pi^2 F_0^2} \times \right. \\
&\quad \times \left[\bar{m}_s^0 - \bar{m}_u^0 + \frac{1}{48\mu^2} (k^2 (12\bar{m}_d^0 - \bar{m}_d^0 - 3\bar{m}_s^0) + p^2 (\bar{m}_s^0 - 12\bar{m}_d^0 + 3\bar{m}_u^0)) \right] + \\
&\quad \left. + \frac{3N_c}{16\pi^2 F_0^2} \bar{m}_u^0 t \right\}; \\
f_+^{(K^\pm \rightarrow \pi^0)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\bar{m}_d^0 + 2\bar{m}_u^0 + \bar{m}_s^0}{2} \right) \left\{ 1 + \frac{\bar{m}_s^0 + 7\bar{m}_u^0}{8} - \right. \\
&\quad - \frac{N_c \mu^2}{4\pi^2 F_0^2} \left[2\bar{m}_u^0 + \frac{1}{48\mu^2} (3k^2 (3\bar{m}_u^0 + \bar{m}_s^0) + p^2 (13\bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0)) \right] + \\
&\quad \left. + \frac{N_c}{16\pi^2 F_0^2} (3\bar{m}_s^0 + \bar{m}_u^0) t \right\}, \\
f_-^{(K^\pm \rightarrow \pi^0)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\bar{m}_d^0 + 2\bar{m}_u^0 + \bar{m}_s^0}{2} \right) \left\{ \frac{\bar{m}_s^0 - \bar{m}_u^0}{8} - \right. \\
&\quad - \frac{N_c \mu^2}{4\pi^2 F_0^2} \left[\bar{m}_s^0 - \bar{m}_u^0 + \frac{1}{48\mu^2} (k^2 (3\bar{m}_u^0 + 5\bar{m}_s^0) + p^2 (\bar{m}_s^0 - 9\bar{m}_u^0)) \right] + \\
&\quad \left. + \frac{3N_c}{16\pi^2 F_0^2} \bar{m}_u^0 t \right\}. \tag{3.1}
\end{aligned}$$

Для стандартной параметризации формфакторов K_{13}^\pm -распадов

$$f_{\pm}(t) = f_{\pm}(0) \left(1 + \lambda_{\pm} \frac{t}{m_{\pi}^2} \right),$$

$$f_0(t) \equiv f_+(t) + \frac{t}{m_K^2 - m_{\pi}^2} f_-(t) = f_0(0) \left(1 + \lambda_0 \frac{t}{m_{\pi}^2} \right)$$

получим

$$\begin{aligned} \sqrt{2} f_+^{(K^{\pm})}(0) &= 1,086, & \lambda_+^{(K^{\pm})} &= 0,0305, \\ \sqrt{2} f_-^{(K^{\pm})}(0) &= -0,371, & \lambda_-^{(K^{\pm})} &= -0,0038, \\ \xi = f_-^{(K^{\pm})}(0)/f_+^{(K^{\pm})}(0) &= -0,34, & \lambda_0^{(K^{\pm})} &= 0,0027, \end{aligned}$$

что хорошо согласуется с экспериментом [2]:

$$\xi^{\text{exp}} = -0,35 \pm 0,15, \quad \lambda_+^{\text{exp}} = 0,028 \pm 0,004, \quad \lambda_0^{\text{exp}} = 0,004 \pm 0,007.$$

Электромагнитно-слабые токи (1.36) и (1.38) описывают векторные и аксиально-векторные формфакторы полуплептонных радиационных распадов $K, \pi \rightarrow l\nu\gamma$ и $K, \pi \rightarrow \pi l\nu\gamma$. Формфакторы распадов $K, \pi \rightarrow l\nu\gamma$ определяются следующей параметризацией амплитуд:

$$T_{\mu}(K, \pi \rightarrow l\nu\gamma) = \sqrt{2}e [F_V \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k^{\nu} q^{\alpha} \varepsilon^{\beta} + iF_A (\varepsilon_{\mu}(kq) - q_{\mu}(k\varepsilon))],$$

где k есть 4-импульс распадающегося мезона, а q и ε — 4-импульс и 4-вектор поляризации фотона. Формфакторы $F_{V,A}$ можно записать, включая члены первого порядка по m_q^0 , в виде

$$F_V^{(K,\pi)} = \frac{1}{8\pi^2 F_0},$$

$$F_A^{(K,\pi)} = \frac{1}{4\pi^2 F_0} \left[Z_9(1 - \bar{m}_u - \bar{m}_{s,d}) - \frac{1}{2} Z_{10} \left(1 - \frac{2\bar{m}_u + \bar{m}_{s,d}}{3} \right) \right]. \quad (3.2)$$

Теоретическое значение отношения $\gamma \equiv F_A/F_V = 1$, возникающее из (3.2) в кирально-симметричном пределе ($m_0 = 0$), противоречит экспериментальным результатам:

$$\gamma = \begin{cases} 0,25 \pm 0,12 & [113], \\ 0,41 \pm 0,23 & [114]. \end{cases}$$

Очевидно, что m_0 -поправки слишком малы, чтобы улучшить описание эксперимента.

Указанное противоречие между теорией и экспериментом можно устранить, если учесть π_{A_1} -смешивание, возникающее из ковариантных производных в кинетическом члене эффективного лагранжиана (1.13). Роль π_{A_1} -смешивания уже обсуждалась в линейной реализации киральной симметрии в работе [29]. Эти результаты можно также легко воспроизвести и в нелинейной параметризации. Действительно, переопределение полей и константы распада

$$\Phi \rightarrow Z_{\pi_{A_1}}^{-1} \tilde{\Phi}, \quad F_0 \rightarrow Z_{\pi_{A_1}}^{-1} \tilde{F}_0, \quad V_\mu \rightarrow \frac{g_V^0}{\sqrt{1+\tilde{\gamma}}} \tilde{V}_\mu,$$

$$A_\mu \rightarrow \frac{g_V^0}{\sqrt{1-\tilde{\gamma}}} \tilde{A}_\mu + \frac{i}{\sqrt{2} \tilde{F}_0} (1 - Z_{\pi_{A_1}}^2) \partial_\mu \tilde{\Phi},$$

требуемые для устранения π_{A_1} -смешивания, приводят в чисто псевдоскалярном секторе к замене прежних ковариантных производных:

$$D_\mu U \rightarrow \partial_\mu U - \frac{i}{\sqrt{2} \tilde{F}_0} (1 - Z_{\pi_{A_1}}^2) \{\partial_\mu \tilde{\Phi}, U\},$$

$$\bar{D}_\mu U^\dagger \rightarrow \partial_\mu U^\dagger + \frac{i}{\sqrt{2} \tilde{F}_0} (1 - Z_{\pi_{A_1}}^2) \{\partial_\mu \tilde{\Phi}, U^\dagger\}. \quad (3.3)$$

Здесь m_V^0 и g_V^0 — затравочные масса и константа связи векторного калибровочного поля; фактор $Z_{\pi_{A_1}}$ определен соотношениями

$$Z_{\pi_{A_1}}^2 \equiv 1 - \left(\frac{g_V^0 \tilde{F}_0}{m_V^0} \right)^2 = \frac{m_\rho^2}{m_{A_1}^2} \frac{1+\tilde{\gamma}}{1-\tilde{\gamma}},$$

а $\tilde{\gamma} = Z_{10} \frac{N_c (g_V^0)^2}{48\pi^2}$ — дополнительный фактор, возникающий из L_{10} -члена эффективного p^4 -лагранжиана (1.15). При специально выбранном значении фактора $Z_{\pi_{A_1}}^2 = 1/2$ получим КСФР-соотношение $m_\rho^2 = 2g_{\rho\pi\pi}^2 \tilde{F}_0^2$, где $m_\rho = m_V^0 / \sqrt{1+\tilde{\gamma}}$ и $g_{\rho\pi\pi} = g_V^0 / \sqrt{1+\tilde{\gamma}}$.

Переопределения типа (3.3) приводят к появлению общего фактора $Z_{\pi A_1}^2$ в выражении для формфактора F_A , и отношение $\gamma = Z_{\pi A_1}^2$ приходит в согласие с экспериментальными данными по распаду $\pi \rightarrow e\nu\gamma$ при $Z_{\pi A_1}^2 = 1/2$. Вообще говоря, замена (3.3) нарушает нелинейные трансформационные свойства ковариантных производных для матриц псевдоскалярных мезонов U , так что ее можно рассматривать только как некоторую формальную процедуру, используемую для упрощения вычислений мезонных амплитуд с учетом промежуточных вершин с πA_1 -смешиванием. Бозонизованные нелинейные лагранжианы сильных и слабых взаимодействий, полученные в работе [93] из кваркового детерминанта после редукции векторных и аксиально-векторных степеней свободы, автоматически включают в себя обсуждаемое здесь влияние πA_1 -смешивания и приводят к тем же результатам, что и переопределения ковариантных производных (3.3). При этом также устраняется кажущееся противоречие при описании отношения γ и поляризуемости заряженного пиона, возникающее при использовании членов эффективного p^4 -лагранжиана (1.15) со структурными константами $L_{9,10}$ (см. детальное обсуждение этого вопроса в [93]).

В качестве еще одного примера применения электромагнитно-слабых токов (1.36) можно рассмотреть распады $K, \pi \rightarrow \pi l \nu$, амплитуды которых параметризуются в виде

$$\begin{aligned}
 T^\mu(K, \pi \rightarrow \pi l \nu) = & \sqrt{2} e [i \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_\nu (h_A k_\alpha q_\beta + h'_A p_\alpha q_\beta) + \\
 & + h_V (\epsilon_\mu(kq) - q_\mu(k\epsilon)) + ((p\epsilon)(kq) - (k\epsilon)(pq)) (h'_V p_\mu + h''_V k_\mu + h'''_V q_\mu)],
 \end{aligned}$$

где p есть 4-импульс π^0 -мезона в конечном состоянии. Соответствующие формфакторы можно записать в том же приближении как [55]:

$$\begin{aligned}
 h_A(\pi^+) &= h'_A(\pi^+) = \frac{1}{8\pi^2 F_0^2}, \\
 h_V(\pi^+) &= \frac{1}{8\pi^2 F_0^2} \left\{ Z_9 \left(1 - \frac{5\bar{m}_u^0 + 4\bar{m}_d^0}{3} \right) + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{24\mu^2} [10(k^2 + 2p^2) - 23(kp) - 6(kp) + 12(pq)] \right\}, \\
 h'_V(\pi^+) &= -2h''_V(\pi^+) = -\frac{1}{16\pi^2 F_0^2 \mu^2}, \quad h'''_V(\pi^+) = 0; \\
 h_A(K^+) &= -\frac{1}{3} h'_A(K^+) = \frac{1}{16\pi^2 F_0^2},
 \end{aligned}$$

$$h_V^{(K^+)} = \frac{1}{16\pi^2 F_0^2} \left\{ Z_9 \left(1 - \frac{13\bar{m}_u^0 + 8\bar{m}_s^0}{6} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{24\mu^2} [10(k^2 + 2p^2) - 23(kp) - \right. \\ \left. - 3(2 - \bar{m}_u^0 + \bar{m}_s^0)(kq) + (28 - 3(\bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0))(pq)] \right\},$$

$$h_V^{\prime(K^+)} = -\frac{7}{2} h_V^{\prime\prime(K^+)} = -\frac{7}{192\pi^2 F_0^2 \mu^2},$$

$$h_V^{\prime\prime\prime(K^+)} = -\frac{1}{192\pi^2 F_0^2 \mu^2} \left(1 - \frac{3}{2} (\bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0) \right);$$

$$h_A^{(K^0)} = -h_A^{\prime(K^0)} = -\frac{1}{8\sqrt{2}\pi^2 F_0^2},$$

$$h_V^{(K^0)} = \frac{1}{8\sqrt{2}\pi^2 F_0^2} \left\{ Z_9 \left(1 - \frac{5\bar{m}_u^0 + 3\bar{m}_d^0 + \bar{m}_s^0}{3} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{24\mu^2} [16m_K^2 + 14m_\pi^2 - (2 + 3(\bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0))(pq) - \right. \\ \left. - 6(1 - \bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0)(kp) + 3(\bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0)(kq)] \right\},$$

$$h_V^{\prime(K^0)} = -\frac{4}{5} h_V^{\prime\prime(K^0)} = -\frac{1}{24\sqrt{2}\pi^2 F_0^2 \mu^2},$$

$$h_V^{\prime\prime\prime(K^0)} = \frac{5}{96\sqrt{2}\pi^2 F_0^2 \mu^2} \left(1 + \frac{3}{10} (\bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0) \right).$$

Поскольку экспериментальных данных по формфакторам распадов $K, \pi \rightarrow \pi l \nu$ до сих пор нет, вопрос о проверке тонкой структуры киральных лагранжианов в этих процессах остается открытым.

3.2. Распады $K \rightarrow \pi e^+ e^-$. Доминирующий вклад в распад $K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-$ дает диаграмма однофотонного обмена рис. 11,а. Этот распад может также идти за счет диаграммы рис. 11,б с двумя промежуточными фотонами, однако ее вклад подавлен как минимум на фактор $\alpha = 1/137$ по сравнению с однофотонным обменом. В распаде $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ двухфотонный механизм может конкурировать с однофотонным обменом, так как последний становится запрещенным в случае точной CP -симметрии, и переходы

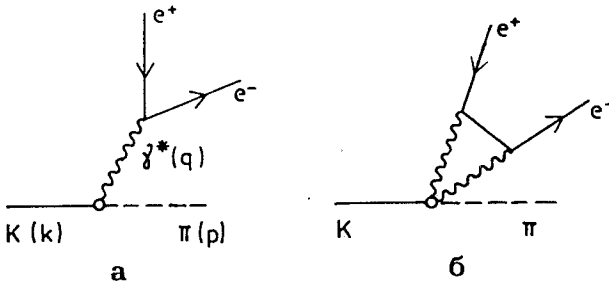


Рис.11. Диаграммы, описывающие вклады однофотонного обмена (а) и двухфотонного промежуточного состояния (б) в распады $K \rightarrow \pi e^+ e^-$

$K_L^0 \rightarrow \pi^0 \gamma^*$ могут возникать только вследствие CP -нарушения. Так как K_L^0 содержит в основном CP -нечетное состояние K_2^0 с малой примесью CP -четного состояния K_1^0 , то возможны два типа CP -нарушающих вкладов в однофотонный обмен:

1. Распад CP -четного состояния $K_1^0 \rightarrow \pi^0 \gamma^* \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ — «непрямое» CP -нарушение, связанное с $(K^0 - \bar{K}^0)$ -смешиванием в массовой матрице нейтральных каонов.
2. Распад CP -нечетного состояния K_2^0 — «прямое» CP -нарушение, связанное с CP -фазой в матрице Кобаяши — Маскавы.

В случае переходов $K_L^0 \rightarrow \pi^0 \gamma^*$ амплитуда прямого CP -нарушения может оказаться сравнимой с амплитудой непрямого CP -нарушения, в отличие от распадов $K^0 \rightarrow 2\pi$, в которых прямое CP -нарушение составляет лишь величину порядка 10^{-3} от непрямого CP -нарушения. Таким образом, особый интерес к механизму однофотонного обмена в распаде $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ [96—101] вызван возможностью получения новой экспериментальной информации о CP -нарушении в этом процессе. Основным условием для этого является требование, чтобы вклад CP -нарушающего однофотонного обмена в амплитуду этого распада превышал вклад от CP -разрешенного промежуточного состояния с двумя фотонами.

Амплитуду распада $K(k) \rightarrow \pi(p) e^+(p_+) e^-(p_-)$ удобно параметризовать в виде

$$T_{K \rightarrow \pi e^+ e^-} = e^2 \tilde{G} f_K(q^2) [q^2(p+k)_\mu - (q(p+k)) q_\mu] \frac{1}{q^2} \bar{u}(p_-) \gamma_\mu v(p_+),$$

где $q = k - p = p_+ + p_-$ есть 4-импульс виртуального фотона; $f_K(q^2)$ — безразмерный формфактор перехода $K(k) \rightarrow \pi(p) \gamma^*(q)$:

$$T_{K \rightarrow \pi \gamma^*} = e \varepsilon_\mu \tilde{G} f_K [q^2(p+k)_\mu - (q(p+k)) q_\mu],$$

а ε_μ — 4-вектор поляризации фотона. Ширина распада $K \rightarrow \pi e^+ e^-$ связана с формфактором $f_{K \rightarrow \pi \gamma^*}$ соотношением

$$\Gamma(K \rightarrow \pi e^+ e^-) = e^4 \tilde{G}^2 \frac{m_K}{12\pi^3} \int_{m_\pi}^{(m_K^2 + m_\pi^2)/(2m_K)} dE_\pi (E_\pi^2 - m_\pi^2)^{3/2} |f_K|^2,$$

где $E_\pi = (m_K^2 + m_\pi^2 - q^2)/(2m_K)$ — кинетическая энергия пиона в системе покоя каона (массами электрона и позитрона мы пренебрегаем).

Очевидно, что на уровне древесных диаграмм тормозные фотоны не дают вклада в переход $K^0 \rightarrow \pi^0 \gamma^*$. В случае перехода $K^+ \rightarrow \pi^+ \gamma^*$ сокращение древесных диаграмм с тормозными фотонами вытекает из общих свойств калибровочной инвариантности и киральной симметрии. Ненулевые вклады в переходы $K \rightarrow \pi \gamma^*$ от тормозных фотонов возникают, начиная только с однопетлевого уровня [97]. Для упрощения вычислений мезонных петель в работе [55] мы применили метод, использованный в [97], где рассматривались только петлевые диаграммы, приводящие к членам, пропорциональным $q^2(p+k)_\mu$. Калибровочная инвариантность амплитуды перехода $K \rightarrow \pi \gamma^*$ восстанавливалась затем с помощью вычитания из амплитуды каждой однопетлевой диаграммы ее значения при $q^2 = 0$. Для фиксации УФ-расходимостей использовался СП-метод.

Следует особо отметить, что диаграммы, возникающие как на древесном, так и на однопетлевом уровне, тесно связаны с электромагнитными формфакторами π - и K -мезонов, которые играют главную роль в описании переходов $K \rightarrow \pi \gamma^*$. Квадрат электромагнитного радиуса заряженного мезона определяется как коэффициент q^2 -разложения электромагнитного формфактора $f_M^{\text{em}}(q^2)$, $M = \pi, K$:

$$\langle M(p_2) | V_\mu^{\text{em}} | M(p_1) \rangle = f_M^{\text{em}}(q^2) (p_1 - p_2)_\mu,$$

$$f_M^{\text{em}}(q^2) = 1 + \frac{1}{6} \langle r_{\text{em}}^2 \rangle_M q^2 + \dots$$

Для нейтрального мезона аналогичное разложение электромагнитного формфактора начинается сразу же с q^2 -члена.

Ограничиваясь рассмотрением только пионных петель и используя СП-регуляризацию [115, 41], получим

$$\begin{aligned} \langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{\pi^+}^{(I)} &\approx \langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^+}^{(I)} \approx - \langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^0}^{(I)} \approx \\ &\approx - \frac{1}{(4\pi F_0)^2} \left[3C + \ln \left(\frac{m_\pi}{2\pi F_0} \right)^2 - 1 \right] = 0,063 \text{ фм}^2. \end{aligned}$$

Так как главный вклад в эту величину возникает из логарифмического члена, вкладом каонных петель, содержащих малый логарифм $\ln(m_K / (2\pi F_0))^2$, можно пренебречь. На борновском уровне соответствующие вклады в электромагнитные радиусы π - и K -мезонов возникают из неминимальной $O(p^4)$ -части эффективного лагранжиана (1.14):

$$\langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{\pi^+}^{(B)} = \frac{N_c}{4\pi^2 F_0^2} Z_9 (1 - \bar{m}_u^0 - \bar{m}_d^0) \left(1 - \frac{2\bar{m}_u^0 + \bar{m}_d^0}{3} \right) = 0,352 \text{ фм}^2,$$

$$\langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^+}^{(B)} = \frac{N_c}{4\pi^2 F_0^2} Z_9 (1 - \bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0) \left(1 - \frac{2\bar{m}_u^0 + \bar{m}_s^0}{3} \right) = 0,218 \text{ фм}^2,$$

$$\langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^0}^{(B)} = - \frac{N_c}{12\pi^2 F_0^2} Z_9 (1 - \bar{m}_d^0 - \bar{m}_s^0) (\bar{m}_s^0 - \bar{m}_d^0) = -0,025 \text{ фм}^2.$$

Полные значения квадратов электромагнитных радиусов, отвечающие сумме борновских и однопетлевых вкладов,

$$\langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{\pi^+} = 0,415 \text{ фм}^2, \quad \langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^+} = 0,281 \text{ фм}^2, \quad \langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^0} = -0,088 \text{ фм}^2$$

находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными

$$\langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{\pi^+}^{(\text{exp})} = (0,439 \pm 0,030) \text{ фм}^2 \quad [116],$$

$$\langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^+}^{(\text{exp})} = (0,28 \pm 0,05) \text{ фм}^2 \quad [116],$$

$$\langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^0}^{(\text{exp})} = (-0,054 \pm 0,026) \text{ фм}^2 \quad [117].$$

Однопетлевые вклады в амплитуды переходов $K \rightarrow \pi\gamma^*$ определяются выражениями

$$f_{K^+}^{(I)} = - [(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) + \xi_4 + 4(\xi_5 + 4\xi_8) R] (\mathcal{F}_K + \mathcal{F}_\pi),$$

$$f_{K^0}^{(I)} = \frac{1}{m_K^2 - m_\pi^2} \frac{1}{\sqrt{2}} \{ [(2(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) - \xi_4 + 6\xi_7 + 8(\xi_5 + \xi_8) R) m_K^2 -$$

$$- 2((-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) + 6\xi_7 - 2\xi_4 + 4(\xi_5 + 2\xi_8) R) m_\pi^2 -$$

$$- 24\mu^2 \xi_8 R^2] \mathcal{F}_K - [3(\xi_4 - 2\xi_7 + 8\xi_8 R) m_\pi^2 - 24\mu^2 \xi_8 R^2] \mathcal{F}_\pi \},$$

где

$$\mathcal{F}_{K, \pi} = \frac{1}{192\pi^2} \left\{ -\frac{1}{2} \left(C_{SP} + \ln \frac{m_{K, \pi}^2}{16\pi^2 F_0^2} - 1 \right) + \frac{5}{6} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{4m_{K, \pi}^2}{q^2} - 1 \right) J \left(\frac{4m_{K, \pi}^2}{-q^2} \right) - \frac{4m_{K, \pi}^2}{q^2} \right\},$$

и

$$J(\zeta) = \begin{cases} \frac{y}{2} \ln \left(\frac{y+1}{y-1} \right), & \zeta < 0, \quad y = \sqrt{1-\zeta}; \\ \frac{y}{2} \left[-i\pi + \ln \left(\frac{y+1}{y-1} \right) \right], & 0 < \zeta < 1; \\ \bar{y} \operatorname{arctg} \bar{y}^{-1}, & \zeta > 1, \quad \bar{y} = \sqrt{\zeta-1}. \end{cases}$$

В отличие от тормозного излучения, структурные фотоны вносят ненулевой вклад уже в древесном приближении [55]:

$$f_{K^+}^{(B)} = \frac{1}{32\pi^2} \left\{ (-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4) \left\{ Z_9 \left(1 - \frac{\bar{m}_s^0}{3} \right) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + (2 + \bar{m}_s^0) \frac{5q^2 + 7(m_K^2 + m_\pi^2)}{48\mu^2} - \frac{\bar{m}_s^0}{2(m_K^2 - m_\pi^2)} \right\} \times \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left[Z_9 \left(m_K^2 + \frac{5}{3} m_\pi^2 \right) - \frac{(m_K^2 + 6\mu^2)(m_K^2 + m_\pi^2)}{8\pi^2 F_0^2} \right] \Bigg\} - \\
 & - 4(\xi_5 + 4\xi_8) \left\{ -R \left[1 + \frac{3\mu^2 \bar{m}_s^0}{8\pi^2 F_0^2} \right] \frac{5q^2}{48\mu^2} - \frac{3(m_K^2 + m_\pi^2) + 2\bar{m}_s^0 m_\pi^2}{6\mu^2} + \right. \\
 & + \frac{\bar{m}_s^0 m_\pi^2}{m_K^2 - m_\pi^2} \left[\frac{4}{3} \left(R - \frac{m_\pi^2}{4\mu^2} \right) + \frac{m_\pi^2}{64\pi^2 F_0^2} \left(\frac{m_K^2 + m_\pi^2}{\mu^2} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + 12 \frac{m_K^4 + m_\pi^4 - m_K^2 m_\pi^2}{m_\pi^4} \right) \right] \Bigg\} - \\
 & - 4\xi_5 \left\{ \frac{10}{3} R \left[Z_9 \left(1 + \frac{49}{80} \bar{m}_s^0 \right) - \frac{9}{40} \left(1 - \frac{7}{6} \bar{m}_s^0 \right) \right] \frac{\mu^2}{\pi^2 F_0^2} - \right. \\
 & - \frac{7}{160} \left[1 + \frac{6\mu^2}{7\pi^2 F_0^2} \right] \frac{m_K^2 + m_\pi^2}{\mu^2} \Bigg] - \frac{\bar{m}_s^0}{384\pi^2 F_0^2 (m_K^2 - m_\pi^2)} R [80m_K^2 m_\pi^2 + \\
 & + 43m_\pi^4 - 11m_K^4 + 48\mu^2 (3m_K^2 + 11m_\pi^2)] \Bigg\} - \\
 & - 16\xi_8 \left\{ \frac{4}{3} R \left[Z_9 \left(1 - \frac{1}{64} \bar{m}_s^0 \right) + \frac{9}{32} \left(1 + \frac{\bar{m}_s^0}{3} \right) \right] \frac{\mu^2}{\pi^2 F_0^2} - \right. \\
 & - \frac{7}{64} \left[1 - \frac{3\mu^2}{7\pi^2 F_0^2} \right] \frac{m_K^2 + m_\pi^2}{\mu^2} \Bigg] - \\
 & - \frac{\bar{m}_s^0}{m_K^2 - m_\pi^2} \left[2R^2 \mu^2 \left(1 - \frac{3}{32} \frac{m_\pi^2 + 6\mu^2}{\pi^2 F_0^2} \right) - \right. \\
 & \left. - \frac{1}{384\pi^2 F_0^2} R (35m_K^4 - 32m_K^2 m_\pi^2 - 19m_\pi^4 + 24\mu^2 (3m_K^2 - 7m_\pi^2)) \right] \Bigg\} , \\
 f_{K^0}^{(B)} = & \frac{1}{96\sqrt{2}\pi^2} \left\{ (-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 - 2\xi_4 + 6\xi_7) Z_9 \bar{m}_s^0 \frac{m_K^2}{m_K^2 - m_\pi^2} + \right.
 \end{aligned}$$

$$+ 4 (\xi_5 - 2\xi_8) \left[R Z_9 \left[\left(1 + \frac{3}{2} \frac{\bar{m}_s^0}{m_s^0} \right) + \frac{3\mu^2 \bar{m}_s^0}{8\pi^2 F_0^2} + \frac{\bar{m}_s^0 m_\pi^2}{m_K^2 - m_\pi^2} \left(1 - \frac{2m_\pi^4 - m_K^4 + 12\mu^2 m_\pi^2}{16\pi^2 F_0^2 m_\pi^2} \right) \right] - \frac{\bar{m}_s^0 m_K^2 m_\pi^2}{4\mu^2 (m_K^2 - m_\pi^2)} \right] \Bigg\}.$$

Для простоты мы включили только доминирующие m_s^0 -вклады в первом порядке по m_q^0 . При вычислении $f_F^{(B)}$ мы также учли πA_1 -смешивание в Z_9 -членах с помощью фактора $Z_{\pi A_1}^2 = 1/2$. Вклад $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -смешивания в переход $K^0 \rightarrow \pi^0 \gamma^*$ мал, и им можно пренебречь.

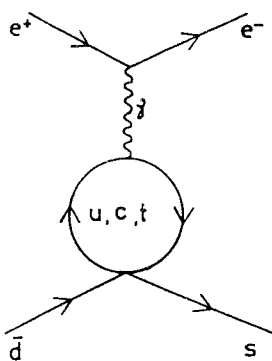
Новые вклады в распады $K \rightarrow \pi e^+ e^-$ возникают из электромагнитных пингвиновых диаграмм рис.12, которые генерируют два дополнительных кварк-лептонных оператора [118,96,99]:

$$\mathcal{O}'_7 = \frac{e^2}{4\pi} \bar{d}_L \gamma_\mu s_L \bar{l} \gamma^\mu l, \quad \mathcal{O}'_8 = \frac{e^2}{4\pi} \bar{d}_L \gamma_\mu s_L \bar{l} \gamma^\mu \gamma_5 l.$$

Операторы $\mathcal{O}'_{7,8}$ дают вклады в амплитуды переходов $K \rightarrow \pi e^+ e^-$ на уровне древесных мезонных диаграмм:

$$T_{K \rightarrow \pi e^+ e^-} = \frac{e^2}{8\pi} \tilde{G} [c'_7 f_+^{(K \rightarrow \pi)}(q^2) (k+p)_\mu \bar{u}(p_-) \gamma^\mu v(p_+) + c'_8 f_-^{(K \rightarrow \pi)}(q^2) (k-p)_\mu \bar{u}(p_-) \gamma^\mu \gamma_5 v(p_+)],$$

где $c'_{7,8}$ — вильсоновские коэффициенты, отвечающие операторам $\mathcal{O}'_{7,8}$, а формфакторы $f_\pm^{(K \rightarrow \pi)}$ определены как



$$f_\pm^{(K^+ \rightarrow \pi^+)} = f_\pm^{(K^0 \rightarrow \pi^+)} (m_u \leftrightarrow m_d),$$

$$f_\pm^{(K^0 \rightarrow \pi^0)} = -f_\pm^{(K^+ \rightarrow \pi^0)} (m_u \leftrightarrow m_d)$$

(см. выражения (3.1)).

Рис.12. Электромагнитные пингвиновые диаграммы, генерирующие дополнительные кварк-лептонные операторы $\mathcal{O}'_{7,8}$

Как показывает анализ вильсоновских коэффициентов в главном логарифмическом приближении КХД, основной вклад в абсолютные значения амплитуд распадов $K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-$ и $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ дают непингвиновые операторы \mathcal{O}_i ($i = 1, \dots, 4$), отвечающие доминирующим комбинациям $(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3)$ и ξ_4 соответственно, и глюонный пингвиновый оператор \mathcal{O}_5 — соответственно ξ_5 . Вклады пингвиновых операторов $\mathcal{O}_{6,7,8}$ малы ($\text{Re } c_{6,7,8} \ll \text{Re } c_5$), и ими можно пренебречь. Вклады электромагнитных кварк-лептонных пингвиновых операторов $\mathcal{O}'_{7,8}$ в абсолютные значения амплитуд распадов оказываются также малыми. Соответствующие мезонные матричные элементы не усилены по сравнению с непингвиновыми четырехкварковыми операторами, как это было в случае глюонных пингвиновых операторов \mathcal{O}_5 , динамическое усиление которых происходило за счет входящих в них правых кварковых токов.

Для оценки вероятностей распадов $K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-$, $K_S^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ и непрямого CP -нарушающего распада $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ мы можем использовать значения параметров (2.10), зафиксированные из совместного анализа данных по распадам $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$. Теоретические парциальные вероятности распадов $K \rightarrow \pi e^+ e^-$, соответствующие центральным значениям параметров (2.10), имеют следующие значения:

$$B(K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-) = 2,4 \cdot 10^{-7}, \quad B(K_S^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-) = 1,4 \cdot 10^{-9},$$

$$B(K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)_{\text{indir}} = 4,1 \cdot 10^{-12}.$$

Теоретическое значение $B(K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-)$ хорошо согласуется с экспериментом:

$$B(K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-) = \begin{cases} (2,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-7} & [119], \\ (2,75 \pm 0,23 \pm 0,13) \cdot 10^{-7} & [120]. \end{cases}$$

Верхняя экспериментальная граница для распада $K_S^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ [112]:

$$B(K_S^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-) < 1,1 \cdot 10^{-5}.$$

Относительные вклады древесных и однопетлевых диаграмм в формфакторы $f_{K \rightarrow \pi \gamma^*}$ показаны в табл.6.

Таблица 6. Борновские и однопетлевые вклады
в амплитуды переходов $K \rightarrow \pi\gamma^*$

$K^+ \rightarrow \pi^+\gamma^*$				
E_π , МэВ	f (Born)	$\text{Re } f$ (loop)	$\text{Im } f$ (loop)	f (tot)
141	0,0276	- 0,0129	- 0,0021	0,0149
166	0,0264	- 0,0126	- 0,0009	0,0138
192	0,0251	- 0,0114	0	0,0137
217	0,0239	- 0,0105	0	0,0133
242	0,0226	- 0,0100	0	0,0127
265	0,0215	- 0,0096	0	0,0119

$K^0 \rightarrow \pi^0\gamma^*$				
E_π , МэВ	f (Born)	$\text{Re } f$ (loop)	$\text{Im } f$ (loop)	f (tot)
136	0,00637	0,00141	0,000021	0,00778
163	0,00637	0,00137	0,000012	0,00775
189	0,00637	0,00133	0,000001	0,00771
216	0,00637	0,00130	0	0,00767
242	0,00637	0,00126	0	0,00764
266	0,00637	0,00122	0	0,00757

Наш способ фиксации УФ-расходимостей при вычислениях мезонных петель отличается от подхода работы [97], в которой были получены две оценки для вклада непрямого CP -нарушения в распад $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$:

$$B(K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)_{\text{indir}} = \begin{cases} 1,5 \cdot 10^{-12}, \\ 1,5 \cdot 10^{-11}. \end{cases}$$

Эти две различающиеся на порядок величины соответствуют двум возможным значениям шкалы перенормировки w_s , которая возникает в качестве свободного параметра процедуры регуляризации, основанной на использовании контрчленов четвертого порядка. Два значения шкалы w_s были получены из экспериментальной вероятности распада $K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-$ как решения некоторого квадратичного уравнения. В таком подходе также

Таблица 7. Вклады операторов $\mathcal{O}_{5,8}$ и \mathcal{O}'_7 в относительные вероятности прямых CP -нарушенных переходов $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$

m_t , ГэВ	$B_{\mathcal{O}_{5,8}}^{\text{dir}} \text{le}'/\text{el}^{-2}$	$B_{\mathcal{O}'_7}^{\text{dir}} \text{le}'/\text{el}^{-2}$	$B_{\text{tot}}^{\text{dir}} \text{le}'/\text{el}^{-2}$
50	$3,22 \cdot 10^{-8}$	$4,70 \cdot 10^{-7}$	$2,57 \cdot 10^{-7}$
75	$9,72 \cdot 10^{-8}$	$1,24 \cdot 10^{-6}$	$6,47 \cdot 10^{-7}$
100	$2,73 \cdot 10^{-7}$	$2,36 \cdot 10^{-6}$	$1,05 \cdot 10^{-6}$
125	$7,39 \cdot 10^{-7}$	$3,93 \cdot 10^{-6}$	$1,38 \cdot 10^{-6}$
150	$1,89 \cdot 10^{-6}$	$6,19 \cdot 10^{-6}$	$1,57 \cdot 10^{-6}$
175	$4,59 \cdot 10^{-6}$	$9,50 \cdot 10^{-6}$	$1,60 \cdot 10^{-6}$
200	$1,09 \cdot 10^{-5}$	$1,49 \cdot 10^{-5}$	$1,64 \cdot 10^{-6}$

предполагалось, что основной вклад в переходы $K^+ \rightarrow \pi^+ \gamma^*$ и $K^0 \rightarrow \pi^0 \gamma^*$ дают мезонные петли.

Парциальную вероятность прямого CP -нарушающего перехода $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$, обусловленного глюонным пингвиновым оператором \mathcal{O}_5 , можно оценить, используя феноменологическое значение мнимой части вильсоновского коэффициента c_5 , фиксируемое из анализа данных по распадам $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$. При этом получим

$$B(K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)_{\mathcal{O}_5}^{\text{dir}} = 3,2 \cdot 10^{-8} \text{le}'/\text{el}^2.$$

Используя ту же зависимость отношения $\eta_8(m_t) = \text{Im } c_8 / \text{Im } c_5$ от m_t , что и в конце предыдущей главы при обсуждении m_t -зависимости зарядовых асимметрий, мы получим аналогичную зависимость и для вклада пингвинового оператора $\mathcal{O}_{5,8}$ в $B(K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)_{\mathcal{O}_{5,8}}^{\text{dir}}$, которая представлена в табл. 7. В случае электромагнитных кварк-лептонных пингвиновых операторов вкладом \mathcal{O}'_8 можно пренебречь по сравнению с доминирующим вкладом оператора \mathcal{O}'_7 . Аналогичным образом, используя вычисленную в работе [99] зависимость отношения $\eta'_7(m_t) = \text{Im } c'_7 / \text{Im } c_5$ от m_t , мы можем оценить вклады операторов \mathcal{O}'_7 в парциальную вероятность прямого CP -нарушающего перехода $B(K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)_{\mathcal{O}'_7}^{\text{dir}}$, а также полный эффект

$B(K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)_{\text{tot}}^{\text{dir}}$. Результаты этих оценок тоже приведены в табл.7. Из проведенных расчетов, таким образом, следует, что CP -нарушающий механизм однофотонного обмена в распаде $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ представляется вполне доступным для экспериментального изучения, причем вклад прямого CP -нарушения может конкурировать с непрямым CP -нарушающим вкладом при $m_t \geq 100$ ГэВ.

3.3. Распады $K \rightarrow \pi\pi\gamma$. Амплитуды распадов $K(k) \rightarrow \pi_1(p_1) \pi_2(p_2) \gamma(q)$ содержат вклады двух видов:

$$T_{K \rightarrow \pi\pi\gamma} = T^{\text{IB}} + T^{\text{DE}},$$

где T^{IB} — амплитуда тормозного (inner bremsstrahlung — IB) излучения, а T^{DE} описывает излучение структурных фотонов (direct emission — DE). В силу калибровочной инвариантности электромагнитных взаимодействий амплитуды тормозного излучения связаны с амплитудами распадов $K \rightarrow 2\pi$ соотношениями:

$$T_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \gamma}^{\text{IB}} = -e \epsilon_\mu T_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0} \left(\frac{p_{1\mu}}{qp_1} - \frac{k_\mu}{qk} \right),$$

$$T_{K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma}^{\text{IB}} = -e \epsilon_\mu T_{K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-} \left(\frac{p_{1\mu}}{qp_1} - \frac{p_{2\mu}}{qp_2} \right), \quad (3.4)$$

где ϵ — поляризация фотона. Мультипольное разложение амплитуды структурного излучения приводит в низшем порядке к p -волновым $\pi\pi$ -состояниям, и соответствующие DE-амплитуды можно представить в виде суммы магнитного ($M1$) и электрического ($E1$) дипольных переходов:

$$T^{\text{DE}} = ie \epsilon_\mu [h_{M1} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_\nu p_{1\alpha} q_\beta + ih_{E1} ((qk) p_{1\mu} - (pq_1) k_\mu)] \exp(i\delta_1).$$

Здесь δ_1 — фаза p -волнового $\pi\pi$ -рассеяния, а h_{M1} и h_{E1} есть формфакторы соответствующих дипольных переходов. Их свойства относительно преобразований зарядового сопряжения описываются соотношениями

$$h_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \gamma}^{M1} = -h_{K^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \gamma}^{M1}, \quad h_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \gamma}^{E1} = h_{K^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \gamma}^{E1};$$

$$h_{K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma}^{M1} = h_{K^0 \rightarrow \pi^- \pi^+ \gamma}^{M1}, \quad h_{K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma}^{E1} = -h_{K^0 \rightarrow \pi^- \pi^+ \gamma}^{E1}. \quad (3.5)$$

Прямое CP -нарушение приводит к появлению малых «слабых» фаз у амплитуд $A_{2,0}$ и формфакторов h_{M1} , h_{E1} .

В случае распада $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$ тормозные вклады подавлены правилом $|\Delta L| = 1/2$, так как распад $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ является чистым переходом с $|\Delta L| = 3/2$. В то же время в ДЕ-амплитуду дают вклады переходы как с $|\Delta L| = 3/2$, так и с $|\Delta L| = 1/2$. В распаде $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ тормозные вклады подавлены, так как переходы $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ могут возникать только за счет CP -нарушения, в то время как распад $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ идет в основном за счет тормозных переходов. Подавление ИВ-амплитуд в распадах $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$, $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ позволяет выделять в этих процессах ДЕ-вклады из анализа экспериментальных данных. Изучение структурного излучения в распадах $K \rightarrow \pi\pi\gamma$ может дать дополнительную информацию, важную не только для более глубокой проверки киральных моделей, но и для понимания механизмов CP -нарушения (см., например, работы [103—110] и ссылки в них).

В борновском приближении киральной теории структурные $E1$ -переходы в распадах $K \rightarrow \pi\pi\gamma$ возникают из контактной диаграммы, отвечающей слабому взаимодействию (1.30) с токами (1.32)—(1.37). В контактную диаграмму для структурного $M1$ -перехода дает вклад вес-зуминовский ток (1.38). Вершины ($\Phi^3\gamma$) в полюсных диаграммах описываются частью аномального взаимодействия Весса—Зумино

$$\mathcal{L}^{\text{WZ, em}} = -\frac{eN_c}{48\pi^2} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \mathcal{A}_\mu \text{tr} [Q (L^\nu L^\alpha L^\beta + R^\nu R^\alpha R^\beta)].$$

Магнитные и электрические дипольные формфакторы для различных каналов распадов $K \rightarrow \pi\pi\gamma$ имеют вид [55]:

$$\begin{aligned} h_{K^+}^{M1} = & \frac{\tilde{G}}{32\pi^2 F_0} \left\{ 6 (\xi_1 - \xi_2 - \xi_3) \left[1 + \frac{1}{24\pi^2 F_0^2} (3m_K^2 + m_\pi^2 - \right. \right. \\ & \left. \left. - 2(p_1 p_2 + 2p_1 q + p_2 q)) \right] - \right. \\ & \left. - 8\xi_4 \left[1 - \frac{1}{32\pi^2 F_0^2} (m_K^2 - 5m_\pi^2 - 2(3p_1 p_2 + 2p_1 q - p_2 q)) \right] + \right. \\ & \left. + 2(2\xi_1 + 10\xi_2 + \xi_3 - 3\xi_6 - 12\xi_7) \left(1 + \frac{m_K^2 - m_\pi^2 - 2(p_1(p_2 + q))}{8\pi^2 F_0^2} \right) \right\} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - 4(\xi_5 + 4\xi_8) \left(4R - \frac{m_K^2 + m_\pi^2}{\mu^2} \right) - 2(\xi_5 - 2\xi_8) \frac{3\bar{m}_s^0 \mu^2}{\pi^2 F_0^2} R \left. \right\}, \\
h_{K^+}^{E1} = & \frac{\tilde{G}}{96\pi^2 F_0} \left\{ 9(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4) \left[Z_9 - \frac{4}{3} \left(1 + \frac{2}{3} \bar{m}_s^0 \right) Z_{10} \right] - \right. \\
& - (-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + 13\xi_4 - 24\xi_7) Z_9 \bar{m}_s^0 + \\
& \left. + 24\xi_5 Z_9 R \left(1 + \frac{3}{4} \bar{m}_s^0 \right) - 24\xi_8 Z_9 R \bar{m}_s^0 \right\}; \\
h_{K^0}^{M1} = & \frac{\tilde{G}}{16\sqrt{2}\pi^2 F_0} \left\{ (-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) \left[(7 + 4\bar{m}_s^0) - \frac{m_K^2 (2 + \bar{m}_s^0)}{m_K^2 - m_\pi^2} + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{4\pi^2 F_0^2} (m_K^2 - 5m_\pi^2 + 8(3p_1 p_2 + p_2 q)) \right] - \right. \\
& - \xi_4 \left[(7 + \bar{m}_s^0) - \frac{2m_K^2 (2 + \bar{m}_s^0)}{m_K^2 - m_\pi^2} - \right. \\
& \left. - \frac{1}{2\pi^2 F_0^2} (m_K^2 + 7m_\pi^2 - 4(3p_1 p_2 + p_2 q)) \right] - \\
& - \frac{1}{3} (2\xi_1 + 10\xi_2 + \xi_3 + 3\xi_6) (2 + \bar{m}_s^0) - \\
& - 6\xi_7 \left[\frac{4}{3} (5 + \bar{m}_s^0) + \frac{m_K^2 (2 + \bar{m}_s^0)}{m_K^2 - m_\pi^2} + \frac{m_\pi^2 + p_1 p_2}{\pi^2 F_0^2} \right] - \\
& - 2(\xi_5 - 2\xi_8) \frac{\mu^2}{m_K^2 - m_\pi^2} \left[R^2 \bar{m}_s^0 + 4R \frac{m_K^2}{\mu^2} \left(1 + \frac{3\bar{m}_s^0 \mu^2}{8\pi^2 F_0^2} \right) - \frac{m_K^4}{\mu^4} \right] + \\
& + \frac{4}{\sqrt{3} F_0^2} \left[\frac{(\cos \varphi - \sqrt{2} \sin \varphi) (T^8 \cos \varphi - T^0 \sin \varphi)}{m_\eta^2 - m_K^2} + \right. \\
& \left. + \frac{(\sin \varphi + \sqrt{2} \cos \varphi) (T^8 \sin \varphi + T^0 \cos \varphi)}{m_{\eta'}^2 - m_K^2} \right] \left. \right\},
\end{aligned}$$

$$h_{K^0}^{E1} = \frac{\tilde{G}}{48\sqrt{2}\pi^2 F_0} \left\{ 9 (\xi_1 - \xi_2 - \xi_3 - \xi_4) \left[\left(1 - \frac{\bar{m}_s^0}{9} \right) Z_9 - \frac{4}{3} Z_{10} \right] + \right. \\ \left. + 4 (\xi_1 - \xi_2 - \xi_3 + 2\xi_4 + 6\xi_7) \bar{m}_s^0 Z_{10} - 24 (\xi_5 + \xi_8 \bar{m}_s^0) Z_9 R \right\}.$$

При вычислении электрических дипольных формфакторов было учтено также πA_1 -смешивание. Здесь мы опять ограничились доминирующими m_s^0 -вкладами в первом порядке по m_q^0 . Угол (η, η') -смешивания $\varphi = -19^\circ$ определен следующим образом:

$$\eta_8 = \eta \cos \varphi + \eta' \sin \varphi, \quad \eta_0 = -\eta \sin \varphi + \eta' \cos \varphi,$$

а $T^{8,0}$ — амплитуды переходов $K^0 \rightarrow \eta^{8,0}$ на массовой поверхности каонов:

$$T^8 = \frac{\tilde{G} F_0^2 m_K^2}{12\sqrt{3}} \left\{ (\xi_1 - \xi_2 - (1 - 10/\sqrt{3}) \xi_3 - 6\xi_7) (6 + 7\bar{m}_s^0) - \right. \\ \left. - 2(2\xi_1 - 15\xi_2 - 3\xi_6) \bar{m}_s^0 + 6(\xi_8 - 2\xi_5) \times \right. \\ \left. \times \left[6R^2 \bar{m}_s^0 \frac{\mu^2}{m_K^2} - R \left(8 + 15 \frac{\bar{m}_s^0 \mu^2}{\pi^2 F_0^2} \right) + \frac{2m_K^2}{\mu^2} \right] \right\},$$

$$T^0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\tilde{G} F_0^2 m_K^2}{6} \left\{ -(\xi_1 - \xi_2 - (1 - 10/\sqrt{3}) \xi_3 - 6\xi_7) \bar{m}_s^0 + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} (2\xi_1 - 15\xi_2 - 3\xi_6) (6 + 5\bar{m}_s^0) + \right. \\ \left. + 6(\xi_8 - 2\xi_5) \left[4R \left(1 + \frac{3\bar{m}_s^0 \mu^2}{4\pi^2 F_0^2} \right) - \frac{m_K^2}{\mu^2} \right] \right\}.$$

Поскольку доминирующие УФ-части мезонных петель для распадов $K \rightarrow 2\pi\mu$ дают вклад только в тормозные IV-амплитуды (см., например, соответствующее замечание в работе [103]), остающиеся вклады конечных частей однопетлевых диаграмм для распада $K \rightarrow 2\pi\mu$ оказываются малыми, и ими в структурных переходах можно пренебречь.

Если в эксперименте производится усреднение по обоим поляризациям фотонов, то в этом случае квадрат матричного элемента распада $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \gamma$ можно записать в виде суммы

$$\left| T_{K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \gamma} \right|^2 = W_{IB} + W_{M1} + W_{E1} + W_{\text{int}}, \quad (3.6)$$

где

$$W_{IB} = 3\pi\alpha |A_2|^2 \frac{m_\pi^2 (qk)^2 + m_K^2 (qp_1)^2 - (p_1 k) (qp_1) (qk)}{(qp_1)^2 (qk)^2}$$

— чисто тормозной вклад;

$$\begin{aligned} W_{M1} &= 4\pi\alpha |h_{M1}|^2 [2 (qp_1) (qp_2) (p_1 p_2) - m_\pi^2 ((qp_1)^2 + (qp_2)^2)], \\ W_{E1} &= \pi\alpha |h_{E1}|^2 [(q(p_1 - p_2))^2 (p_1 + p_2)^2 + (q(p_1 + p_2))^2 (p_1 - p_2)^2] \end{aligned} \quad (3.7)$$

— вклады магнитного и электрического дипольных переходов соответственно;

$$W_{\text{int}} = 2\sqrt{3}\pi\alpha \tilde{R} [\text{Re} (A_2 h_{E1}^*) \cos (\delta_1 - \delta_2) \pm \text{Im} (A_2 h_{E1}^*) \sin (\delta_1 - \delta_2)],$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{R} &= (q (p_1 - p_2)) \left[\frac{m_K^2 - (qk)}{qk} - \frac{m_\pi^2 + (p_1 p_2)}{qp_1} \right] - \\ &- (q (p_1 + p_2)) \left[\frac{q (p_1 - p_2)}{qk} - \frac{m_\pi^2 - (p_1 p_2)}{qp_1} \right] \end{aligned}$$

— интерференция тормозной и электрической дипольной амплитуд (так как поляризация фотона не измеряется, то магнитный дипольный переход ни с чем не интерферирует).

Благодаря свойствам зарядового сопряжения (3.5) $E1$ -переходы дают вклад только в распад CP -четного состояния $K_1^0 \rightarrow 2\pi\gamma$, в то время как $M1$ -переходы дают вклад в распад CP -нечетного состояния $K_2^0 \rightarrow 2\pi\gamma$. Таким образом,

$$T_{K_L^0 \rightarrow 2\pi\gamma} = T_{M1} + \epsilon T_{E1}, \quad T_{K_S^0 \rightarrow 2\pi\gamma} = T_{E1} + \epsilon T_{M1}.$$

Квадраты матричных элементов распадов $K_{S,L}^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ можно представить в виде, аналогичном (3.6), причем W_{M1} и W_{E1} будут определяться

теми же выражениями, что и (3.7) после замены h_{M1}, h_{E1} на $h_{S,L}^{M1}, h_{S,L}^{E1}$ соответственно, а

$$W_{K_S^0}^{IB} = 4\pi\alpha \left| T(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) \right|^2 \frac{m_\pi^2 ((qp_1)^2 + (qp_2)^2) - 2(p_1p_2)(qp_1)(qp_2)}{(qp_1)^2 (qp_2)^2};$$

$$W_{K_S^0}^{int} = 4\pi\alpha \tilde{R}' \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{Re}(A_0^* h_{K_S^0}^{E1}) \cos(\delta_1 - \delta_0) + \frac{1}{\sqrt{6}} \operatorname{Re}(A_2^* h_{K_S^0}^{E1}) \cos(\delta_1 - \delta_2) \right],$$

где

$$\tilde{R}' = (q(p_1 - p_2))(m_\pi^2 + (p_1p_2)) \left(\frac{1}{qp_2} - \frac{1}{qp_1} \right) -$$

$$- (q(p_1 + p_2))(m_\pi^2 - (p_1p_2)) \left(\frac{1}{qp_2} + \frac{1}{qp_1} \right).$$

При этом

$$W_{K_L^0}^{IB} = \varepsilon^2 W_{K_S^0}^{IB}, \quad W_{K_L^0}^{int} = \varepsilon^2 W_{K_S^0}^{int}.$$

Результаты теоретических оценок различных вкладов в парциальные вероятности каналов распада $K \rightarrow \pi\pi\gamma$ при значениях параметров ξ_i (2.10) представлены в табл. 8. При интегрировании по фазовым объемам были учтены все обрезания, используемые в соответствующих экспериментах. Теоретические значения из табл. 8 хорошо согласуются с экспериментальными данными табл. 9. При оценке интерференционных вкладов с хорошей точностью можно использовать приближения $(\delta_1 - \delta_2) \approx 10^\circ$ и $(\delta_1 - \delta_0) \approx -\delta_0$. На рис. 13 показаны дифференциальные распределения по энергии γ -кванта в центре масс E_γ для распадов $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$ и $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$.

Интересно отметить, что в свое время распады $K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$ рассматривались в качестве наиболее перспективного источника экспериментальной информации о прямом CP -нарушении в распадах заряженных каонов. Так, в работах [128] были предсказаны большие зарядовые асимметрии для ширин и дифференциальных распределений распадов $K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$. Эти зарядовые асимметрии могут возникать только за счет интерференции тормозного и $E1$ -переходов. Однако в эксперименте до сих пор не обнаружены ни CP -асимметрии, ни интерференционные вклады [121—123]. Экспериментальную ситуацию легко понять, исходя из результатов для распада $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$, представленных в табл. 8. Действительно, в DE -амплитуде доминирует $M1$ -переход, возникающий из диаграмм с аномальными вершинами, а $E1$ -вклад в вероятность распада подавлен почти на три порядка по

Таблица 8. Теоретические вероятности распадов $K \rightarrow \pi\pi\gamma$

Распады	B (IB)	B (E1)	B (M1)	B (int)	B (IB + DE)
$K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$	$2,47 \cdot 10^{-4}$	$8,74 \cdot 10^{-8}$	$1,71 \cdot 10^{-5}$	$5,17 \cdot 10^{-6}$	$2,70 \cdot 10^{-4}$
$K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$	$1,64 \cdot 10^{-3}$	$4,88 \cdot 10^{-10}$	$2,90 \cdot 10^{-13}$	$-3,32 \cdot 10^{-6}$	$1,64 \cdot 10^{-3}$
$K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$	$1,27 \cdot 10^{-5}$	$1,54 \cdot 10^{-12}$	$3,37 \cdot 10^{-5}$	$-1,23 \cdot 10^{-8}$	$4,64 \cdot 10^{-5}$

Таблица 9. Экспериментальные вероятности распадов $K \rightarrow \pi\pi\gamma$

Распады	Эксперимент	B (IB + DE)	B (DE)
$K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$	Бологов (1987) [121]	$(2,71 \pm 0,45) \cdot 10^{-4}$	$(2,05 \pm 0,46_{-0,23}^{+0,39}) \cdot 10^{-5}$
	Smith (1976) [122]	$(2,87 \pm 0,32) \cdot 10^{-4}$	$(2,3 \pm 3,2) \cdot 10^{-5}$
	Abrams (1972) [123]	$(2,71 \pm 0,19) \cdot 10^{-4}$	$(1,56 \pm 0,35 \pm 0,5) \cdot 10^{-5}$
$K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$	Taureg (1976) [124]	$(1,84 \pm 0,10) \cdot 10^{-3}$	$< 0,11 \cdot 10^{-3}$
	Burgun (1973) [125]	$(1,9 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}$	$< 0,57 \cdot 10^{-3}$
	Ramberg (1992) [127]	$(1,76 \pm 0,06) \cdot 10^{-3}$	
$K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$	Caroll (1980) [126]	$(4,41 \pm 0,32) \cdot 10^{-5}$	$(2,89 \pm 0,28) \cdot 10^{-5}$
	Ramberg (1992) [127]	$(4,66 \pm 0,15) \cdot 10^{-5}$	$(3,19 \pm 0,16) \cdot 10^{-5}$

сравнению с $M1$ -вкладом. Именно по этой причине интерференция между $E1$ - и IB -амплитудами оказывается сильно подавленной, вследствие чего CP -асимметрия не может наблюдаться в эксперименте. Зарядовую асимметрию парциальной вероятности распада $K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$, связанной с мнимой частью вильсоновского коэффициента c_5 , можно представить в виде

$$|\Delta B(K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma)| = 1,52 \cdot 10^{-3} |\epsilon'/\epsilon|.$$

Зависимости зарядовых асимметрий парциальной вероятности и дифференциального распределения по E_γ от массы t -кварка показаны на рис.14. Следует особо подчеркнуть, что величина $E1$ -перехода в распаде $K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$ определяется разностью двух близких по величине членов,

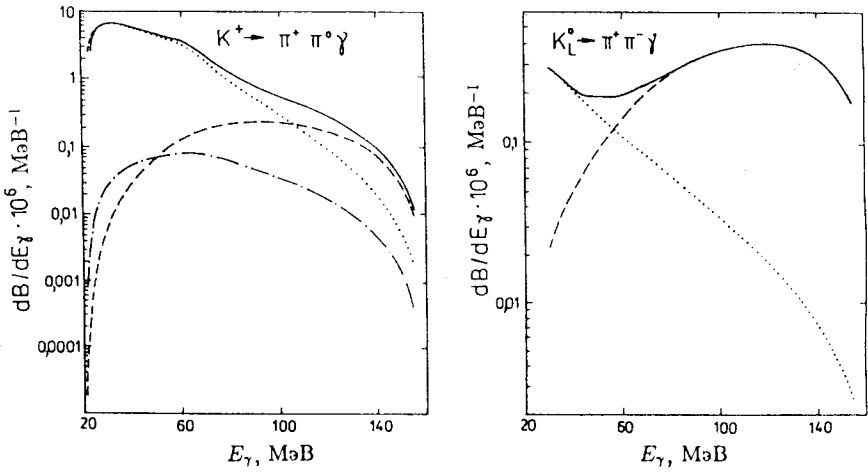


Рис.13. Распределения по энергии γ -кванта в системе центра масс для распадов $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$ и $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$. Штриховые линии — структурные $M1$ -вклады; пунктирные — тормозные вклады; штрихпунктирная линия — интерференция тормозной и структурной $E1$ -амплитуд. Сплошные линии соответствуют суммам всех вкладов

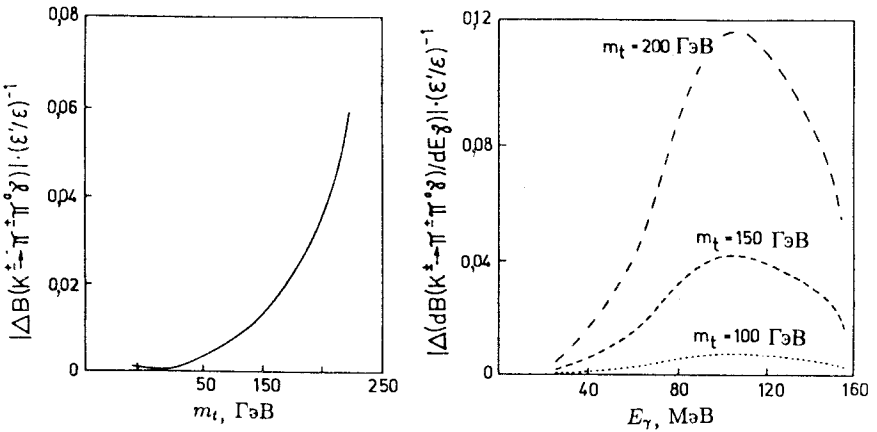


Рис.14. Зависимости от массы t -кварка для асимметрий парциальной вероятности и спектра по энергии γ -кванта в системе центра инерции распадов $K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$

поэтому оценки для B (int), так же, как и для зарядовых асимметрий, очень чувствительны к соотношению между пингвиновыми и непингвиновыми вкладами и другими специфическими особенностями используемых моделей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем обзоре представлены теоретические результаты для ряда величин, измеряемых в экспериментах по распадам каонов. Возрождение интереса к изучению этих процессов связано с поиском прямого CP -нарушения, что является одной из главных задач современной физики элементарных частиц. Новые каонные эксперименты с высокой статистикой, как уже завершённые, так и планируемые в CERN, DAΦNE и FERMILAB, а также в ИФВЭ (Протвино), позволяют ожидать значительного прогресса не только в изучении CP -нарушения, но и в проверке теоретических моделей для описания этой области физики элементарных частиц, до сих пор лежащей вне сферы применимости КХД, по крайней мере, в смысле строго дедуктивного подхода.

Рассмотренный в обзоре метод бозонизации позволяет проследить связь динамических свойств киральных мезонных лагранжианов с симметриями эффективных сильных и слабых кварковых взаимодействий и воспроизвести их общую структуру на мезонном уровне. Как уже отмечалось во введении, принципиальными отличиями нашего подхода являются фиксация вильсоновских коэффициентов непосредственно из экспериментальных данных и использование СП-регуляризации при вычислении мезонных матричных элементов бозонизованных четырехкварковых операторов в однопетлевом приближении киральной теории возмущений. В целом же этот подход не противоречит общепринятой идеологии. Выше мы провели детальное обсуждение его экспериментального статуса.

В результате в нашем подходе удастся самосогласованно описать данные по широкому кругу мезонных процессов с одним и тем же набором феноменологически фиксируемых параметров: F_0 , m_q^0 , μ , $(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3)$, ξ_4 и ξ_5 . Используя также отношение $|\epsilon'/\epsilon|$ как входной параметр, мы получили предсказания для зарядовой CP -асимметрии параметра наклона Δg ($K^\pm \rightarrow 3\pi$), прямых и непрямых CP -нарушающих вкладов в распад $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$, а также для зарядовых асимметрий в распадах $K^\pm \rightarrow 2\pi$. Исследованы зависимости наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения от массы t -кварка.

При этом надо иметь в виду, что эти предсказания не являются модельно-независимыми. Это обусловлено тем, что несмотря на большое коли-

чество теоретических работ, посвященных нелептонным и радиационным распадам каонов, феноменологическая трактовка этих процессов до сих пор остается неоднозначной. В рамках p^4 -приближения киральной теории не удается добиться одновременного описания нелептонных и связанных с ними радиационных распадов каонов, используя только некоторый неполный минимальный набор констант связей, вовлеченных в эти распады (некоторые общие аспекты такого подхода и возникающие при этом трудности обсуждаются, например, в [107] и других цитируемых в настоящем обзоре работах). Главной причиной этого является то, что в то время, как реальные части амплитуд $K \rightarrow 2\pi$ и линейных по Y коэффициентов разложений амплитуд $K \rightarrow 3\pi$ появляются уже в p^2 -порядке киральной теории возмущений, фазы и квадратичные параметры наклонов, как и сами амплитуды излучения структурных фотонов в радиационных распадах каонов, возникают только начиная с p^4 -уровня. Поэтому фазы, параметры наклонов нелептонных распадов и различные характеристики структурного излучения фотонов в радиационных распадах каонов оказываются чувствительными к различным поправкам: члены эффективных лагранжианов с высшими производными, $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -смешивание, перерассеяние мезонов, вклады электромагнитных пингвиновых операторов. Более того, для количественного описания нелептонных и радиационных распадов каонов необходим даже выход за рамки p^4 -приближения. Это относится и к оценкам наблюдаемых эффектов CP -нарушения в этих процессах. Следует также подчеркнуть, что из-за различия в поведении пингвиновых и непингвиновых вкладов в амплитуды каонных распадов, возникающего на $O(p^4)$ -уровне, их разделение в явном виде оказывается очень важным как для самосогласованного описания нелептонных и радиационных распадов каонов, так и для оценок эффектов CP -нарушения.

Таким образом, для более надежной оценки наблюдаемых эффектов CP -нарушения необходимы дополнительные исследования тонкой структуры эффективных киральных лагранжианов и их детальная феноменологическая проверка. Полученные недавно эффективные мезонные лагранжианы [50,51] позволяют провести наиболее полный анализ амплитуд широкого круга процессов в p^6 -порядке кирального разложения. Амплитуды p^6 -порядка определяют такие эффекты, как, например, электромагнитный радиус нейтрального каона, поляризуемости π^0 - и K^0 -мезонов, расщепление электрических и магнитных поляризуемостей заряженных мезонов, распад $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma\gamma$. Учет p^6 -поправок должен привести также к существенному улучшению описания квадратичных параметров наклонов распадов $K \rightarrow 3\pi$, сильных фаз изотопических амплитуд нелептонных K -распадов и формфак-

торов радиационных распадов каонов. В частности, можно ожидать, что именно учет p^6 -вкладов позволит, наконец, описать в подходе нелинейных лагранжианов экспериментальные данные по распаду $K_L^0 \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$, специальное рассмотрение которого выходит за рамки настоящего обзора (см. обсуждение этой проблемы в работах [129—132] и ссылки в них). В свою очередь, более точные измерения перечисленных выше величин позволят существенно уменьшить остающиеся теоретические неопределенности как в описании каонных распадов, так и в предсказаниях эффектов CP -нарушения. Детальный анализ амплитуд мезонных процессов в p^6 -порядке киральной теории будет проведен нами в специальных исследованиях, планируемых на ближайшее время.

Авторы благодарят А.Бураса, М.К.Волкова, Ю.Гассера, С.П.Денисова, М.Л.Некрасова, Ю.Ф.Пирогова, В.Е.Рочева и Г.Эккера за ценные обсуждения на разных этапах подготовки этой работы. Один из авторов (А.А.Бельков) благодарит DESY-IfH (Цойтен) за прекрасные рабочие условия, предоставленные ему для завершения этой работы. Эти исследования получили также финансовую поддержку со стороны Российского фонда фундаментальных исследований (проект №94-02-03973).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Christenson J.H., Cronin J.W., Fitch V.L., Turlay R. — Phys.Rev.Lett., 1964, vol.13, p.138.
2. Particle Data Group — Phys.Lett., 1990, vol.B239, p.1.
3. Wolfenstein L. — Phys.Rev.Lett., 1964, vol.13, p.562.
4. NA31 Collab. — Presented by G.Barr, in: Proc. Joint Intern. Lepton-Photon Symp. and Europhys. Conf. on High Energy Physics (Geneva, 1991), eds. S.Hegarty, K.Potter, E.Quercigh. Geneva, 1992, p.179.
5. Gibbons L.K., Barker A.O., Briere R.A. et al. — Phys.Rev.Lett., 1993, vol.70, p.1203.
6. Weinberg S. — Phys.Rev.Lett., 1967, vol.18, p.188; Phys.Rev., 1968, vol.166, p.1568; Coleman S., Wess J., Zumino B. — Phys.Rev., 1969, vol.177, p.2239; Gasiorowicz S., Geffen D.A. — Rev.Mod.Phys., 1969, vol.41, p.531.
7. Bel'kov A.A., Bohm G., Ebert D., Lanyov A.V. — Phys.Lett., 1989, vol.232B, p.118; Bel'kov A.A., Bohm G., Ebert D. et al. — Int.J.Mod.Phys., 1992, vol.7A, p.4757; Phys.Lett., 1993, vol.300B, p.283.
8. Bel'kov A.A., Bohm G., Lanyov A.V., Schaale A. — Preprint TRIUMF TRI-PP-93-78, Vancouver, 1993.
9. Avilez C. — Phys.Rev., 1981, vol.23D, p.1124; Grinstein B., Rey S.J., Wise M.B. — Phys.Rev., 1986, vol.33D, p.1495.
10. Вайнштейн А.И., Захаров В.И., Шифман М.А. — ЖЭТФ, 1977, т.72, с.1275; Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. — Nucl.Phys., 1977, vol.120B, p.316.

11. Gilman F.J., Wise M.B. — Phys.Rev., 1979, vol.20D, p.2392.
12. Buchalla G., Buras A.J., Harlander M.K. — Nucl.Phys., 1990, vol.337B, p.313.
13. Buras A.J., Jamin M., Lautenbacher M.E. — Nucl.Phys., 1993, vol.408B, p.209.
14. Kleinert H. — Phys.Lett., 1976, vol.62B, p.77; in: Understanding the Fundamental Constituents of Matter, ed. A.Zichichi (Plenum Publ. Corp., New York, 1978).
15. Первушин В.Н., Эберт Д. — ТМФ, 1978, т.36, с.313; Первушин В.Н., Райнхардт Х., Эберт Д. — ЭЧАЯ, 1979, т.10, с.1114.
16. Дьяконов Д.И., Эйдеес М.И. — Письма в ЖЭТФ, 1983, т.38, с.358; Dyakonov D., Petrov V. — Nucl.Phys., 1984, vol.245B, p.259; Nucl.Phys., 1986, vol.272B, p.457.
17. Карчев Н.И., Славнов А.А. — ТМФ, 1985, т.65, с.192.
18. Andrianov A., Novozhilov Yu. — Phys.Lett., 1985, vol.153B, p.422; Андрианов А.А., Новожилов Ю.В. — ТМФ, 1986, т.69, с.78.
19. Некрасов М.Л., Рочев В.Е. — ТМФ, 1988, т.74, с.171.
20. Balog J. — Phys.Lett., 1984, vol.149B, p.197.
21. Simic P. — Phys.Rev., 1986, vol.34D, p.1903.
22. McKay D., Munczek H. — Phys.Rev., 1988, vol.32D, p.266; McKay D., Munczek H., Young B. — Phys.Rev., 1988, vol.37D, p.195.
23. Cahill R.T., Praszifka J., Roberts C.D. — Phys.Rev., 1987, vol.36D, p.209; Ann.Phys., 1988, vol.188, p.20.
24. Ball R. — In: Proc. of the Workshop on Skyrmions and Anomalies, Mogilany, Poland, 1987.
25. Nambu Y., Jona-Lasinio G. — Phys.Rev., 1961, vol.122, p.345; vol.124, p.246.
26. Kikkawa K. — Progr. Theor.Phys., 1976, vol.56, p.947.
27. Eguchi T. — Phys.Rev., 1976, vol.14D, p.2755.
28. Волков М.К., Эберт Д. — ЯФ, 1982, т.36, с.1265; Volkov M.K., Ebert D. — Z.Phys., 1983, vol.16C, p.205; Volkov M.K. — Ann.Phys., 1984, vol.157, p.282.
29. Волков М.К. — ЭЧАЯ, 1986, т.17, с.433; 1993, т.24, с.81.
30. Dhar A., Wadia S.R. — Phys.Rev.Lett., 1984, vol.52, p.959.
31. Ebert D., Reinhardt H. — Nucl.Phys., 1986, vol.271B, p.188.
32. Бельков А.А., Первушин В.Н., Эберт Д. — ЭЧАЯ, 1991, т.22, с.5.
33. Weise W. — Preprint SNUTP-93-13, 1993.
34. Meissner U.-G., Bernard V. — Comments Nucl. Part. Phys., 1989, vol.19, p.67.
35. Klevansky S.P. — Rev.Mod.Phys., 1992, vol.64, p.649.
36. Андрианов А.А., Андрианов В.А. — ТМФ, 1992, т.93, с.67.
37. Bijnens J., Bruno C., de Rafael E. — Nucl.Phys., 1993, vol.390B, p.501.
38. Bel'kov A.A., Ebert D., Lanyov A.V. — In: Standard Model and Beyond: From LEP to UNK and LHC. Proc. of First Int. Triangle Workshop, Dubna, October 1990, p.148 (World Scientific Publ., Singapore, 1991); Ebert D., Bel'kov A.A., Lanyov A.V., Schaale A. — Int. J. Mod. Phys., 1993, vol.8A, p.1313.
39. Pich A., de Rafael E. — Nucl.Phys., 1991, vol.358B, p.311.
40. Окунь Л.Б. — Лептоны и кварки. М.: Наука, 1990.
41. Волков М.К., Первушин В.Н. — Существенно нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика мезонов. М.: Атомиздат, 1978.
42. Gasser J., Leutwyler H. — Ann.Phys., 1984, vol.158, p.142; Nucl.Phys., 1985, vol.250B, p.465.

43. Волков М.К. — ЯФ, 1967, т.6, с.1100; 1968, т.7, с.445; Volkov M.K. — Ann.Phys., 1968, vol.49, p.202; Fortschr.Phys., 1974, vol.28, p.499.
44. Buras A.J., Gerard J.-M. — Nucl.Phys., 1986, vol.264B, p.371.
45. Gerard J.-M. — Preprint MPI-PAE/PTH 2/89, 1989; Bardeen W.A., Buras A.J., Gerard J.-M. — Phys.Lett., 1987, vol.192B, p.138.
46. Schwinger J. — Phys.Rev., 1951, vol.82, p.664; DeWitt B. — Dynamical Theory of Groups and Fields (Gordon and Breach, New York, 1965); Ball R.D. — Phys.Rep., 1989, vol.182, p.1; van de Ven A.E.M. — Nucl.Phys., 1985, vol.250B, p.593.
47. Bel'kov A.A., Ebert D., Lanyov A.V., Schaale A. — Int. J. Mod. Phys., 1993, vol.4C, p.775.
48. Wess J., Zumino B. — Phys.Lett., 1971, vol.37B, p.95; Witten E. — Nucl.Phys., 1983, vol.223B, p.422; Petersen J.L. — Acta Phys.Pol., 1985, vol.16B, p.271.
49. Бельков А.А., Ланев А.В. — ЯФ, 1987, т.45, с.496; 1988, т.47, с.516; Bel'kov A.A., Ebert D., Pervushin V.N. — Phys.Lett., 1987, vol.193B, p.315; Бельков А.А., Ланев А.В., Эберг Д. — ЯФ, 1989, т.50, с.1093.
50. Bel'kov A.A., Lanyov A.V., Schaale A., Scherer S. — Preprint TRIUMF TRI-PP-94-69, Vancouver, 1994; JINR, E2-94-368, Dubna, 1994.
51. Fearing H.W., Scherer S. — Preprint TRIUMF TRI-PP-94-68, Vancouver, 1994.
52. Bijnens J., Wise M.B. — Phys.Lett., 1984, vol.137B, p.245.
53. Bel'kov A.A., Bohm G., Ebert D., Lanyov A.V. — Phys.Lett., 1989, vol.220B, p.459.
54. Bel'kov A.A., Ebert D., Lanyov A.V. — Nucl.Phys., 1991, vol.359B, p.322.
55. Bel'kov A.A., Lanyov A.V., Schaale A. — Preprint DESY 93-060, Zeuthen, 1993.
56. Devlin T.J., Dickey J.O. — Rev.Mod.Phys., 1979, vol.51, p.237.
57. Бельков А.А., Костюхин В.В. — ЯФ, 1989, т.49, с.521.
58. Бельков А.А. и др. — Пион-пионное взаимодействие. М.: Энергоатомиздат, 1985.
59. Kamal A.N. — J.Phys.G, 1986, vol.12, p.L43.
60. Zemach C. — Phys.Rev., 1964, vol.133, p.1201.
61. Ford W.T., Pirona P.A., Rammel R.S. et al. — Phys.Lett., 1972, vol.38B, p.335.
62. Болотов В.Н. и др. — ЯФ, 1986, т.44, с.117.
63. Messner R. et al. — Phys.Rev.Lett., 1974, vol.33, p.1458.
64. Somalvar S.V., Barker A., Briere R.A. et al. — Phys.Rev.Lett., 1992, vol.68, p.2580.
65. Devaux B., Bloch P., Diamant-Berger A.M. et al. — Nucl.Phys., 1977, vol.126B, p.11.
66. Schiff L.I. — Quantum Mechanics. McGraw-Hill Book Co., New York, 1955, p.116.
67. Abbud F., Lee B.W., Yang C.N. — Phys.Rev.Lett., 1967, vol.18, p.980; Belavin A.A., Narodetsky I.M. — Phys.Lett., 1968, vol.26B, p.668.
68. Bel'kov A.A., Bohm G., Matthäi F. et al. — Int.Report DESY—Zeuthen 93-05, 1993.
69. Chivikula R.S., Flynn J.M., Georgi H. — Phys.Lett., 1986, vol.171B, p.453.
70. Bardeen W.A., Buras A.J., Gerard J.-M. — Phys.Lett., 1986, vol.180B, p.133; Nucl.Phys., 1987, vol.293B, p.787.
71. Paschos E.A., Wu Y.L. — Mod.Phys.Lett., 1991, vol.2A, p.93; Heinrich J., Paschos E.A., Schwarz J.M., Wu Y.L. — Phys.Lett., 1992, vol.279B, p.140.
72. Арбузов Б.А., Атакишиев Н.М., Филиппов А.Т. — ЯФ, 1968, т.8, с.385; Salam A., Strathdee J. — Phys.Rev., 1971, vol.1D, p.3296; Lehman H.,

- Pohlmeier K.** — *Comm.Math.Phys.*, 1971, vol.20, p.101. **Atakishiev N.M., Filippov A.T.** — *Comm.Math.Phys.*, 1971, vol.24, p.74.
73. **Bernard C. et al.** — *Phys.Rev.*, 1985, vol.32D, p.2343; **Guberina B.** — *Nucl.Phys.B, Proc.Suppl.*, 1989, vol.7A, p.213; **Leurer M.** — *Phys.Lett.*, 1988, vol.201B, p.128.
74. **Buras A.J.** — Preprint MPI-PAE/PTh 68/88, 1988; **Buras A.J.** — Preprint MPI-PAE/PTh 88/92 TUM-T31-33/92 (Proc. of the Workshop: QCD — 20 Years Later, June 1992, Aachen, eds. P.M.Zerwas and H.A.Kastrup, World Scientific Publ. Co., Singapore).
75. **Ecker G.** — Preprint CERN-TH.6660/92 UWThPh-1992-44, 1992.
76. **Kambor J., Missimer J., Wyler D.** — *Phys.Lett.*, 1991, vol.261B, p.496.
77. **Gasser J., Meissner U.-G.** — *Phys.Lett.*, 1991, vol.258B, p.219.
78. **Truong T.N.** — Preprint CPTH-A08-09-91, 1991; *Nucl.Phys.*, (Proc. Suppl.), 1991, vol.24A, p.93; *Phys.Rev.Lett.*, 1991, vol.67, p.2260.
79. **Cheng H.-Y.** — *Phys.Rev.*, 1991, vol.44D, p.919.
80. **D'Ambrosio G., Isidori G., Paver N.** *Phys.Lett.*, 1991, vol.273B, p.497; **Isidori G., Maiani L., Pugliese A.** — *Nucl.Phys.*, 1992, vol.381B, p.522.
81. **Shabalin E.** — Preprint ITEP 6-92, Moscow, 1992.
82. **Li L.F., Wolfenstein L.** — *Phys.Rev.*, 1980, vol.21D, p.178.
83. **Donoghue J.F., Holstein B.R., Valencia G.** — *Phys.Rev.*, 1987, vol.36D, p.798.
84. **Fajfer S., Gerard J.-M.** — *Z.Phys.*, 1989, vol.42C, p.425.
85. **Shabalin E.P.** — *Nucl.Phys.*, 1993, vol.409B, p.87.
86. **Meissner U.-G.** — *Comments Nucl.Part.Phys.*, 1991, vol.20, p.119.
87. **Pich A.** — Preprint CERN-TH.6978/93, 1993.
88. **Ecker G., Gasser J., Pich A., de Rafael E.** — *Nucl.Phys.*, 1989, vol.321B, p.311; **Ecker G., Gasser J., Leutwyler H. et al.** — *Phys.Lett.*, 1989, vol.223B, p.425.
89. **Donoghue J.F., Ramirez C., Valencia G.** — *Phys.Rev.*, 1989, vol.39D, p.1947.
90. **Igarashi V., Johmura M., Kobayashi A. et al.** — *Nucl.Phys.*, 1985, vol.259B, p.721.
91. **Bando M., Kugo T., Yamawaki K.** — *Phys.Rep.*, 1988, vol.164, p.217.
92. **Ecker G., Pich A., de Rafael E.** — *Phys.Lett.*, 1990, vol.237B, p.481; **Ecker G., Kambor J., Wyler D.** — *Nucl.Phys.*, 1993, vol.394B, p.101.
93. **Bel'kov A.A., Lanyov A.V., Schaale A.** — Preprint TRIUMF TRI-PP-93-74, Vancouver, 1993.
94. **Ачасов Н.Н., Шестаков Г.Н.** — *ЯФ*, 1993, т.56, вып.9, с.206.
95. **Abe F., Albrow M.G., Amendolia S.R. et al.** — *Phys.Rev.Lett.*, 1994, vol.73, p.225.
96. **Donoghue J.F., Holstein B.R., Valencia G.** — *Phys.Rev.*, 1987, vol.35D, p.2769.
97. **Ecker G., Pich A., de Rafael E.** — *Nucl.Phys.*, 1987, vol.291B, p.692; 1988, vol.303B, p.665.
98. **Sehgal L.M.** — *Phys.Rev.*, 1988, vol.38D, p.808.
99. **Flynn J.M., Randall L.** — *Nucl.Phys.*, 1989, vol.326B, p.31.
100. **Dib C.O., Dunietz I., Gilman F.** — *Phys.Lett.*, 1989, vol.218B, p.487.
101. **Bruno C., Prades J.** — *Z.Phys.*, 1993, vol.57C, p.585.
102. **Buras A.J., Lautenbacher M.E., Misiak M., Münz M.** — Preprint MPI-Ph/94-11, TUM-T31-60/94.

103. Бельков А.А., Калиновский Ю.Л., Первушин В.Н., Сариков Н.А. — ЯФ, 1986, т.44, с.690.
104. McGuigan M., Sanda A.I. — Phys.Rev., 1987, vol.36D, p.1413.
105. Lin Y.C.R., Valencia G. — Phys.Rev., 1988, vol.37D, p.143.
106. Fajfer S. — Z.Phys., 1989, vol.45C, p.293.
107. Cheng H.-Y. — Phys. Rev., 1990, vol. 42D, p.72. Preprint ITP-SB-93-32 IP-ASTP-20-93; Preprint ITP-SB-93-36 IP-ASTP-22-93.
108. Ko P., Truong T.N. — Phys.Rev., 1991, vol.1.43D, p.R4.
109. Ecker G., Neufeld H., Pich A. — Phys.Lett., 1992, vol.278B, p.337; Nucl.Phys., 1994, vol.413B, p.321; Bijnens J., Ecker G., Pich A. — Phys.Lett., 1992, vol.286B, p.341.
110. Picciotto C. — Phys.Rev., 1992, vol.45D, p.1569.
111. Donoghue J.F., Gabbiani F. — Preprint UMHEP-410, Amherst, 1994.
112. Barr G.D., Buchholtz P., Coward D. et al. — Phys.Lett., 1993, vol.309B, p.381.
113. Piilonen L.E., Bolton R.D., Cooper M.D. et al. — Phys.Rev.Lett., 1986, vol.57, p.1402.
114. Bolotov V.N., Gninenko S.N., Djilkibaev R.M. et al. — Phys.Lett., 1990, vol.243B, p.308.
115. Volkov M.K., Pervushin V.N. — Phys.Lett., 1975, vol.58B, p.177.
116. Dally E.B., Hauptman J.M., Kubic J. et al. — Phys.Rev.Lett., 1980, vol.45, p.232; 1982, vol.48, p.375.
117. Molzon W.R., Hoffnagle J., Roerhrig J. et al. — Phys.Rev.Lett., 1978, vol.41, p.1213.
118. Gilman F.J., Wise M.B. — Phys.Rev., 1992, vol.21D, p.3150.
119. Bloch P., Brehin S., Bunce G. et al. — Phys.Lett., 1975, vol.56B, p.201.
120. Alliegro C., Campagnari C., Chaloupka V. et al. — Phys.Rev.Lett., 1992, vol.68, p.278.
121. Болотов В.Н., Гниненко С.Н., Джилкибаев Р.М. и др. — ЯФ, 1987, т.45, с.1652.
122. Smith K.M., Booth P.S.L., Renschall H.R. et al. — Nucl.Phys., 1976, vol.109B, p.173.
123. Abrams R.J., Carroll A.S., Kycia T.F. et al. — Phys.Rev.Lett., 1972, vol.29, p.1118.
124. Taureg H., Zech G., Dydak F. et al. — Phys.Lett., 1976, vol.65B, p.92.
125. Burgun G., Bertranet P., Lesquoy E. et al. — Phys.Lett., 1973, vol.46B, p.481.
126. Carroll A.S., Chiang I.-H., Kycia T.F. et al. — Phys.Rev.Lett., 1980, vol.44, p.529.
127. Ramberg E.J., Bock G.J., Coleman R. et al. — Phys.Rev.Lett., 1993, vol.70, p.2525.
128. Burshay S. — Phys.Rev.Lett., 1967, vol.18, p.515; Costa G., Kabir P.K. — Phys.Rev.Lett., 1967, vol.18, p.429; Christ N. — Phys.Rev., 1967, vol.159, p.1292.
129. Cohen A.C., Ecker G., Pich A. — Phys.Lett., 1993, vol.304B, p.347.
130. Heiliger P., Sehgal L.M. — Phys.Rev., 1993, vol.47D, p.4920.
131. Kambor J., Holstein B. — Phys.Rev., 1994, vol.29D, p.2346.
132. Fajfer S. — Preprint IJS-TP-16-94 TUM-T31-63-94, 1994.