

КВАРК-АДРОННАЯ ДУАЛЬНОСТЬ В ФИЗИКЕ МЕЗОНОВ И КОНФАЙНМЕНТ КВАРКОВ

В.В.Анисович, А.В.Саранцев

Санкт-Петербургский институт ядерной физики, Гатчина, Россия

Исследуется концепция кварк-адронной дуальности в физике мезонов при низких и промежуточных энергиях. Используя релятивистский пропагатор кварка, учитывающий явления конфайнмента, и включая рассеяние псевдоскалярных и векторных мезонов в динамику взаимодействия, мы вычислили массы и ширины мезонов, являющихся S - и P -волновыми состояниями кварк-антикварковой пары, а также амплитуды мезон-мезонного рассеяния вплоть до энергий $\sqrt{s} = 1,3$ ГэВ. Наше исследование показало, что включение псевдоскалярных и векторных мезонов в динамику взаимодействия приводит к следующим результатам:

- 1) масса конститuentного кварка увеличивается на величину порядка 200 МэВ;
- 2) появляется обусловленный силами конфайнмента барьер, ответственный за образование высоковозбужденных состояний;
- 3) наблюдается подавление инстантон-индуцированных сил, необходимых при построении чисто кварковой модели.

We investigate the concept of quark-hadron duality in the meson physics at low and intermediate energies. Using relativistic propagator for the confined quarks, we calculated masses and widths of the mesons, which are S - and P -wave states of $q\bar{q}$ ($J^P = 0^-, 1^-, 0^+, 1^+, 2^+$), as well as meson-meson scattering amplitudes at energies up to $\sqrt{s} \leq 1.3$ GeV, light mesons (pseudoscalar and vector) included into interaction dynamics. Our investigation proves that the inclusion of light mesons results in:

- 1) the increase of masses of the constituent quarks (the mass shift is about 200 MeV);
- 2) the rise of the confinement force barrier responsible for the formation of the highly excited meson states;
- 3) the suppression of the instanton-induced forces which were needed in the pure quark consideration.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из наиболее важных проблем физики сильных взаимодействий является объяснение конфайнмента цветных объектов: кварков и глюонов [1,2]. С этой проблемой тесно переплетается проблема расчета или объяс-

нения характеристик конститuentного кварка на основе фундаментальных принципов квантовой хромодинамики: эта проблема, всегда привлекавшая внимание физиков, особенно интенсивно начала обсуждаться в последнее время [3—6]. Широко распространена точка зрения, что нарушение киральной симметрии, ответственное за формирование конститuentных кварков, проявляется на расстояниях $r \simeq (0,1-0,2)$ фм. Таким образом, процессы при больших r могут быть описаны в терминах конститuentных кварков и эффективных глюонов, которые существенно отличаются от кварков и глюонов хромодинамики.

Более того, успех кварковой модели при описании легких адронов показал, что на расстояниях менее 1 фм конститuentные кварки могут рассматриваться как обычные частицы, поэтому, работая с ними, можно забыть о конфайнменте. Однако при расчете возбужденных состояний и амплитуд мезонного рассеяния при низких и промежуточных энергиях проблема конфайнмента становится центральной. Моделирование механизма конфайнмента дает возможность прояснить различные аспекты этого явления. В ряде статей, посвященных спектроскопии адронов, конфайнмент моделируется как бесконечная потенциальная стенка (см., например, [7—9]). Качественно правильное описание высоковозбужденных адронных состояний было получено при линейно растущем потенциале $V(r) \sim \alpha r$ (см. дискуссии в [10—13]). Это показывает, что силы конфайнмента не малы на больших расстояниях и что радиус возбужденных адронов увеличивается с ростом их массы. Однако потенциальный подход не описывает другую важную сторону этого явления: кварки могут легко покинуть ловушку конфайнмента, если их энергия достаточно велика для самонейтрализации при помощи создания новой кварк-антикварковой пары.

Явление мягкой нейтрализации кварков было впервые открыто в процессах рождения вторичных частиц во взаимодействиях адронов при высоких энергиях (см. [14] и цитируемую литературу). В области фрагментации образовавшиеся частицы несут импульсы кварков-спектаторов начального адрона, и это явление довольно трудно объяснить, исходя из модели линейно растущего кваркового потенциала или в релятивистском обобщении такой модели.

Ниже мы предлагаем обзор цикла исследований, отдельные результаты которых были опубликованы в статьях [15—17], посвященных построению релятивистской модели конфайнмента на базе переходов $q\bar{q} \rightarrow$ мезоны и $q\bar{q} \rightarrow$ мезоны $\rightarrow q\bar{q}$: именно эти процессы должны формировать эффективную «потенциальную стенку», ответственную за образование высоковозбужденных адронных состояний. Весьма вероятно, что такой механизм может также прояснить явление кварк-адронной дуальности, т.е. возможности описывать процессы как на языке адронов, так и на языке кварков. Хорошо

известным и наиболее простым примером является аннигиляция $e^+e^- \rightarrow$ адроны. Полное сечение $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})$ равно мнимой части кварковой однопетлевой диаграммы, которая имеет только кварк-антикварковую пороговую сингулярность. Но условие унитарности записывается в терминах адронных особенностей, а не кварковых. Это означает, что, используя соответствующий кварковый (или глюонный) пропагатор, можно выразить кварковую особенность через набор адронных особенностей. Эти адронные особенности, как будет видно в дальнейшем, тесно связаны с массой конstituентного кварка, и определение этой связи является одним из центральных пунктов нашего исследования.

Таким образом, построение модели конфайнмента основывается на следующих принципах:

1. Кварковые пропагаторы определены таким образом, что кварки, связанные силами конфайнмента, не проявляются в виде свободных асимптотических состояний.

2. Кварковые диаграммы, служащие для расчета наблюдаемых процессов, имеют правильные аналитические свойства: они соответствуют адронным особенностям рассматриваемого процесса.

Чтобы удовлетворить этим требованиям, удобно использовать спектральное представление кваркового пропагатора, выраженное с помощью интеграла по массе кварка [18] — аналог представления Лемана — Калена. В рамках такого подхода вычисляются массы и ширины связанных состояний $q\bar{q}$: мезонов с $J^P = 0^-, 1^-$ (S -волновых состояний $q\bar{q}$) и мезонов с $J^P = 0^+, 1^+, 2^+$ (P -волновых состояний $q\bar{q}$). Включение процессов $q\bar{q} \rightarrow$ два мезона также позволяет вычислить амплитуды рассеяния псевдоскалярных и векторных мезонов вплоть до энергии $\sqrt{s} \leq 1,3$ ГэВ.

Построенная модель имеет ряд общих черт с подходами, развитыми для описания мезонов при низких и промежуточных энергиях. Одним из примеров может служить гибридная модель [19], где пионы вместе с кварками и глюонами включены в эффективный лагранжиан в качестве голдстоуновских бозонов. Амплитуды мезон-мезонного рассеяния вычислялись в работах [20,21] в рамках нерелятивистской кварковой модели. Возможность введения мезонных степеней свободы для описания высоковозбужденных состояний обсуждалась, например, в [22—26].

Обзор построен следующим образом: в разд.2 обсуждается динамическая кварковая модель без учета конфайнмента, являющаяся отправной точкой нашего исследования. В разд.3 рассматривается механизм конфайнмента, способ учета этого механизма в модели и метод расчета мезонного спектра и амплитуд мезон-мезонного рассеяния. Результаты расчетов, параметры, используемые в модели, и их влияние на результаты вычислений

обсуждаются в разд.4. Краткое заключение дается в разд.5, технические детали представлены в трех приложениях.

2. ДИНАМИЧЕСКАЯ КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ БЕЗ УЧЕТА СИЛ КОНФАЙНМЕНТА

Потенциальные модели, включая их релятивистские обобщения, помогли прояснить многие проблемы мезонной спектроскопии. Поэтому уместно начать обсуждение, используя результаты и язык потенциального подхода.

Стандартная версия потенциальной модели изображена на рис.1. Потенциал, ответственный за образование $q\bar{q}$ -состояний, может быть разделен на две области: 1) область сравнительно малых расстояний (короткодействующие силы), меньше или порядка 0,3—0,5 фм, и 2) область больших расстояний (дальнодействующие силы), порядка или более 1 фм. Короткодействующая часть определяется главным образом эффективным взаимодействием типа глюонного обмена и/или силами, индуцированными инстан-тонами. Дальнодействующую часть обычно параметризуют линейно расту-

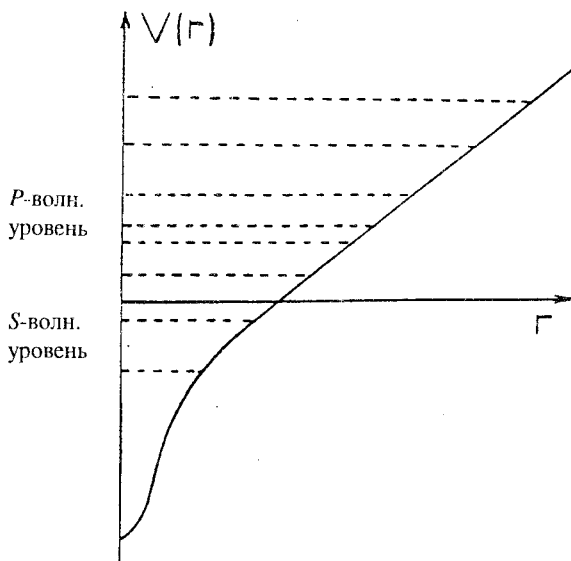
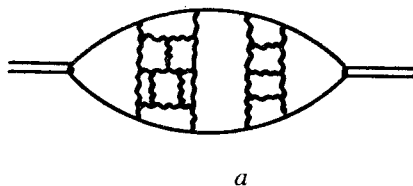


Рис.1. Кварковый потенциал, определяемый короткодействующим взаимодействием и линейно растущим потенциалом конфайнмента

Рис.2. а) Пример планарной диаграммы в вычислении собственно-энергетической части мезона, б) блок взаимодействия глюонов КХД, в) диаграмма обмена эффективной частицей



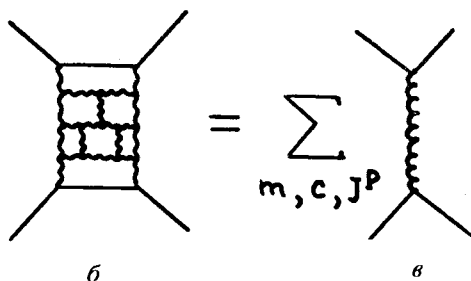
а

щим потенциалом $V(r) \sim \alpha r$, именно эта часть соотносится с силами конфайнмента [27—30].

Короткодействующие потенциальные силы ответственны за образование низколежащих мезонов, которые являются S -волновыми состояниями $q\bar{q}$ с $J^P = 0^-$ и 1^- . Дальнодей-

ствующие силы конфайнмента необходимы для построения высоковозбужденных состояний мезонов с $J^P = 1^+, 2^+$, т.е. P -волновых состояний $q\bar{q}$, а также других мезонных состояний (D -волновых мезонов, радиальных возбуждений и так далее). Особенно загадочными являются 0^+ -состояния, находящиеся непосредственно на границе между двумя областями. Проблема образования этих состояний требует специального рассмотрения.

В работе [15] была построена релятивистская модель qq - и $q\bar{q}$ -взаимодействий при низкой энергии без учета сил конфайнмента, т.е. кварки рассматривались как обычные частицы. Короткодействующая компонента кваркового взаимодействия строилась следующим образом. Рассмотрим собственно-энергетическую диаграмму мезона, обусловленную взаимодействием КХД кварков и глюонов. Согласно правилам $1/N_c$ разложения главный вклад в этот процесс дают планарные диаграммы, типа показанной на рис.2,а, где волнистыми линиями обозначены КХД глюоны. Диаграммы такого типа могут быть разделены на блоки взаимодействия и состояния с распространяющейся $q\bar{q}$ -парой (например, диаграмма рис.2,а содержит два блока взаимодействия и три промежуточных $q\bar{q}$ -состояния). Блок взаимодействия, отдельно показанный на рис.2,б, может быть аппроксимирован суммой диаграмм с обменом мезонами и эффективными цветными частицами (см. рис.2,в). В этом случае амплитуда блока рис.2,б, которую мы обозначим V , равна сумме пропагаторов эффективных частиц с различными массой, цветом, полным моментом и четностью (m, c, J^P) :



$$V = \sum_{m,c,J^P} B_{m,c,J^P}(s) d_{m,c,J^P}(t),$$

где

$$d_{m,c,J^P} \sim (m^2(c, J^P) - t)^{-1}. \quad (1)$$

Амплитуда V является функцией квадрата полной энергии s и квадрата переданного импульса t . Если ограничить рассмотрение взаимодействия кварков низкоэнергетической областью, то фактор $B_{m,c,J^P}(s)$ можно считать слабо зависящим от s и вычисление взаимодействия ограничить вкладом низших по J^P состояний. Расчеты кварковой модели показывают, что наиболее важным является обмен эффективным глюоном, который имеет сравнительно большую массу и квантовые числа КХД глюона. Такое взаимодействие приводит к цветомагнитным силам, качественно правильно расщепляющим $SU(6)$ мультиплет [7,31]. Однако для количественного описания массы пиона и расщепления $\eta - \eta'$ -мезонов необходимо дополнительно ввести белое взаимодействие с квантовыми числами $J^P = 0^-$. Хорошим кандидатом на такое взаимодействие являются силы, индуцированные инстантонами.

Рассмотрим, что означает появление эффективной массы глюона с точки зрения эффективного феноменологического лагранжиана, описывающего мягкие процессы. Такой лагранжиан должен строиться на основе лагранжиана КХД и, следовательно, должен быть перенормируемым, как и лагранжиан исходной теории. Кроме того, эффективный лагранжиан должен обладать глобальной цветовой симметрией. Одним из естественных способов нарушить локальную цветовую симметрию лагранжиана КХД с сохранением глобальной симметрии является спонтанное нарушение, осуществляемое введением трех цветных триплетов хиггсовских полей [32,33]. Такое нарушение приводит к появлению эффективного массивного глюона и десяти скалярных частиц (например, октета цветных и двух белых хиггсовских бозонов). При этом параметры модели могут быть выбраны таким образом, чтобы при массе составного глюона ~ 700 МэВ массы хиггсовских бозонов оказались в районе 1—1,5 ГэВ. Таким образом, в такой модели [32], в дополнение к кварк-антикварковым связанным состояниям, в скалярном секторе появляются два белых хиггсовских бозона в районе 1—1,5 ГэВ, глоболы с массой в районе 1,4—1,9 ГэВ. Отметим, что, несмотря на кажущееся слишком большое число экзотических состояний, такая модель не противоречит сегодняшним экспериментальным данным: число найденных связанных состояний в скалярном секторе (см., например, [33,34] и обзор Particle Data Group [35]) заметно превышает число состояний, предсказываемых $q\bar{q}$ -систематикой.

Для вычисления кварк-антикварковых связанных состояний в работе [15] используется итерационная бутстрапная процедура. В качестве затравочного взаимодействия были введены два типа сил: (i) обмен эффективным глюоном и (ii) инстантон-индуцированное взаимодействие. Оба типа сил параметризованы как четырехточечное взаимодействие:

$$\begin{aligned}
 & g_V^{(qq)} (\bar{q} \lambda \gamma_\mu q)^2 + 2g_V^{(qs)} (\bar{q} \lambda \gamma_\mu I_f q) (\bar{s} \lambda \gamma_\mu s) + g_V^{(ss)} (\bar{s} \lambda \gamma_\mu s)^2 + \\
 & + \frac{1}{2} \tilde{g}_I (\bar{q}(1 + \gamma_5) I_f q)^2 - \frac{1}{2} \tilde{g}_I (\bar{q}(1 + \gamma_5) \tau_f q)^2 - \\
 & - 2\tilde{g}_S (\bar{s}(1 + \gamma_5) q) (\bar{q}(1 + \gamma_5) s) + \tilde{g}_S (\bar{s}(1 + \gamma_5) s) (\bar{q}(1 + \gamma_5) q). \quad (2)
 \end{aligned}$$

Здесь τ — изотопические матрицы Паули, λ — цветовые матрицы, q — изотопический столбец биспиноров нестранных кварков, а s — биспинор странного кварка. Коэффициент g_V характеризует величину сил, обусловленных обменом эффективным глюоном, а коэффициенты \tilde{g}_I и \tilde{g}_S характеризуют инстантонное взаимодействие в нестранном и странном секторах. Использованное затравочное взаимодействие близко по форме к взаимодействию Намбу — Йона-Лазинио [36—38]. Нарушение цветовой $SU(3)$ симметрии параметризовано в виде:

$$\begin{aligned}
 g_V &= \frac{m_q^2}{\pi^2} g_V^{(qq)} = \frac{(m_q + m_s)^2}{4\pi^2} g_V^{(qs)} = \frac{m_s^2}{\pi^2} g_V^{(ss)}, \\
 g_I &= \frac{m_q^2}{\pi^2} \tilde{g}_I, \quad g_S = \frac{m_q m_s}{\pi^2} \tilde{g}_S. \quad (3)
 \end{aligned}$$

Масса нестранных кварка m_q выбрана равной 385 МэВ, а масса странного кварка m_s — 510 МэВ. Чтобы ликвидировать расходимость в однопетлевых кварковых диаграммах, однопетлевой интеграл регуляризован при помощи функции обрезания:

$$F(\Lambda, s, m_1, m_2) = \exp \left[-\Lambda \left(\frac{s}{(m_1 + m_2)^2} - 1 \right) \right]. \quad (4)$$

Здесь Λ — параметр обрезания, s — квадрат полной энергии кварк-антикварковой пары в дисперсионном представлении петлевой диаграммы, а m_1 и m_2 — массы кварка и антикварка. Отметим, что исследование модели показало ее слабую чувствительность к форме параметризации функции обрезания. Например, использование Θ -функции или функции со степенным убыванием по s дает очень близкие результаты.

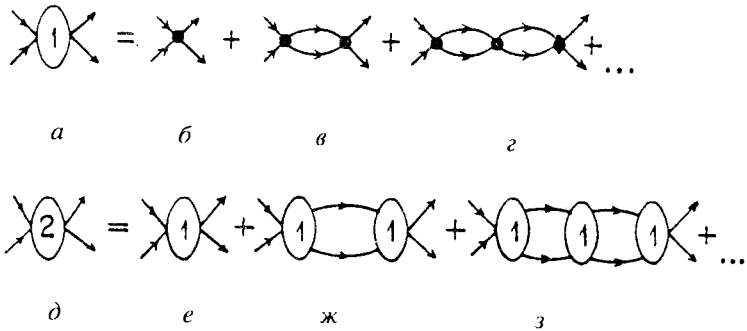


Рис.3. Диаграммы, вычисляемые в итерационной процедуре: *a*) диаграммы первой итерации, равные сумме диаграмм *б*, *в*, *г*. Диаграммы второй итерации, при вычислении которых диаграммы первой итерации используются в качестве «сил» в *s*-, *t*- и *u*-каналах (*е*, *ж*, *з* и так далее)

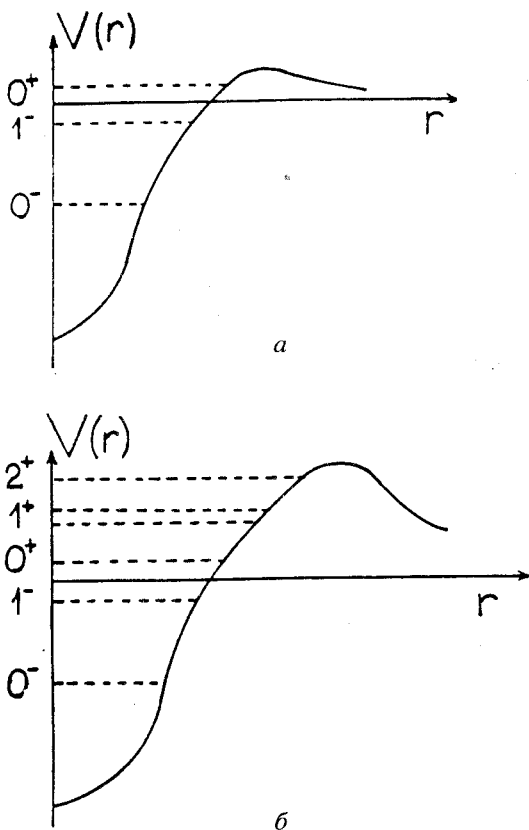
Амплитуда рассеяния, полученная после первой итерации (рис.3,*a*), равна сумме диаграмм, изображенных на рис.3,*б,в,г*, где точечная вершина определяется взаимодействием (2). Четыре параметра модели g_V, g_P, g_S и Λ фиксированы экспериментальными массами π -, K -, η' - и ρ -мезонов. Далее была применена итерационная бутстрапная процедура, что означает, что вычисленные амплитуды использовались как затравочное взаимодействие при следующей итерации (см. рис.3,*е,ж,з*). Параметры взаимодействия перепределялись, чтобы восстановить правильные массы вышеупомянутых мезонов. Такая итерационная процедура сходится довольно быстро: обычно вполне достаточно двух итераций (для проверки сходимости выполнялись пять итераций).

Результаты вычислений представлены в первых столбцах табл.1 и 2: видно, что массы и углы смешивания η -, ω -, K^* - и Φ -мезонов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Это является указанием на то, что при вычислении характеристик низколежащих мезонов можно пренебречь силами конфайнмента. Более того, скалярные мезоны, полученные в модели, имеют массы ~ 1000 МэВ. Это важный результат, ниже мы обсудим его более подробно.

Другой интересный результат касается массы составляющего глюона. В качестве затравочного взаимодействия итерационной процедуры был использован лагранжиан (2), где взаимодействие глюонного типа является точечным, что соответствует бесконечной эффективной массе составляющего глюона. Однако, после выполнения итерационной процедуры, учитывающей переходы $G_{\text{eff}} \rightarrow q\bar{q} \rightarrow G_{\text{eff}}$, получен составляющий глюон с конечной

Рис.4. Потенциал, соответствующий силам, используемым в модели без конфайнмента (а), и потенциал после включения мезонных бокс-диаграмм (б)

массой $M_G \sim 700$ МэВ. Эта величина достаточно жестко связана с массой ρ -мезона, которая использовалась для фиксации параметров. Рассмотрим это явление более подробно, используя язык потенциального взаимодействия (однако нужно иметь в виду, что подобная интерпретация лишь весьма грубо отражает результаты бутстрепного подхода, который является релятивистским методом, учитывающим динамику взаимодействия в кроссинговых каналах). Эффективный потенциал, эквивалентный бутстрепному взаимодействию, показан



схематически на рис.4,а. Этот потенциал соответствует короткодействующей части потенциала на рис.1 (т.е. далекодействующая часть, непосредственно связанная с силами конфайнмента при $r > 1$ фм, отсутствует). Средний радиус потенциала на рис.4 определяется главным образом обратной массой составляющего глюона $\langle r \rangle_{\text{well}} \sim 1/M_G$. С другой стороны, этот же радиус определяется мезонными массами, выбранными для фиксации параметров. Это и приводит к тому, что масса глюона близка к массе ρ -мезона. При такой массе составляющего глюона масса низшего глобола ($J^{PC} = 0^{++}$) должна быть около $2M_G \sim 1400$ МэВ. Это значение очень близко к величине, полученной в рамках механизма квенчинговой аппроксимации [39,40] решеточной КХД, где масса низшего глобола равна $m_{\text{glueball}}(0^{++}) \sim 1550$ МэВ [41].

Отметим, что бутстрапная кварковая модель без учета сил конфайнмента правильно дает другие низкоэнергетические величины, например, массы нуклона и Δ -изобары, пионный и каонный формфакторы [15,42].

Просуммируем основные результаты рассмотренной выше модели.

1. Эта модель весьма хорошо описывает короткодействующую часть взаимодействия, где обмен составляющим глюоном с массой 700 МэВ играет центральную роль. Инстантонные силы малы по сравнению с глюонными, $g_V/g_I \sim 1/4$, но они необходимы для объяснения массы пиона и получения правильного расщепления и угла смешивания η - η' -мезонов.

2. Скалярные мезоны имеют массу ~ 1 ГэВ.

3. ПЕРЕХОД $q + \bar{q} \rightarrow M + M$ КАК ПРОЦЕСС, ОТВЕТСТВЕННЫЙ ЗА МЕХАНИЗМ КОНФАЙНМЕНТА

В предыдущем разделе мы рассмотрели итерационную бутстрапную модель, в рамках которой была исследована короткодействующая компонента сил кваркового взаимодействия. Дальнейшим шагом является построение дальнедействующей компоненты — сил конфайнмента. В потенциальных моделях эта проблема решается с помощью линейно растущего потенциального барьера $V \sim \alpha r$. Этот потенциальный барьер призван обеспечить два главных свойства конфайнмента: образование высоковозбужденных связанных состояний и отсутствие асимптотически свободных кварков. Хотя первое свойство выполняется весьма удовлетворительно (получаемый в потенциальных моделях спектр хорошо согласуется с экспериментальными данными), выполнение второго свойства в этом подходе оставляет много открытых вопросов. В действительности силы конфайнмента не должны работать как абсолютно непроницаемый барьер: большинство возбужденных адронов легко распадаются на мультиадронные состояния; следовательно, рождение дополнительной кварк-антикварковой пары легко обеспечивает цветовую нейтрализацию. На рис.5,а показан пример такого процесса: кварки, составляющие возбужденное $q\bar{q}$ -состояние, разлетаются, рождая новую кварк-антикварковую пару и образуя таким образом два выходящих мезона. Такой переход, который мы будем обозначать $q + \bar{q} \rightarrow MM$, показан отдельно на рис.5,б; он играет главную роль в физике конфайнмента.

Важность процесса, показанного на рис.5,б, была понята довольно давно. Более того, исследование вторичных частиц в области фрагментации при высокоэнергетических столкновениях адронов предоставляет непосредственную информацию о «мягком» рождении новых кварк-антикварковых пар: импульсное распределение спектаторного кварка повторяется с хоро-

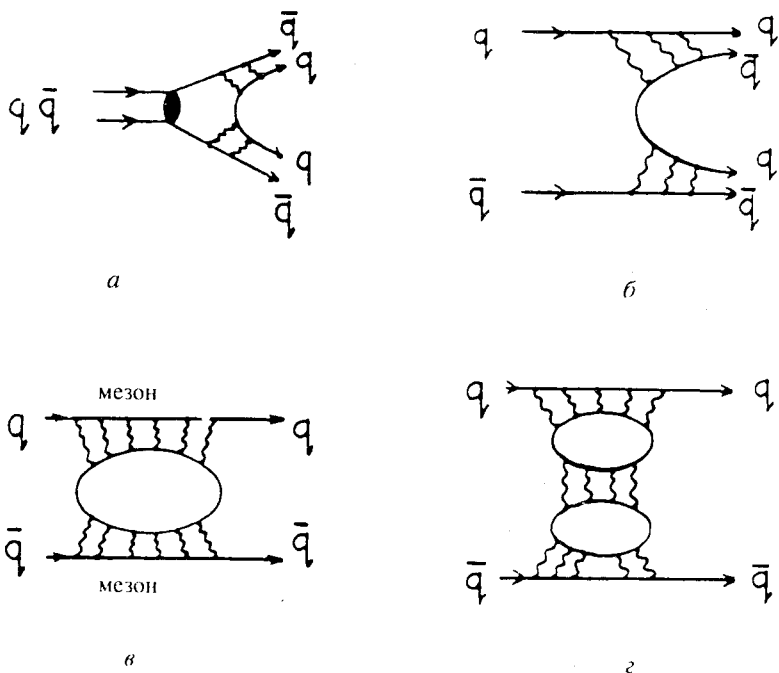


Рис.5. Диаграммы, соответствующие деконфайнменту кварков (а, б); мезонные бокс-диаграммы, ответственные за формирование конфайнментного барьера (в, г)

шей точностью в распределении вторичных частиц (см. [14] и цитируемую там литературу).

Процесс перехода кварк-антикварковой пары в мезоны является главным объектом нашего исследования. Если мы исследуем только кварк-антикварковые переходы, тогда бокс-диаграмма, показанная на рис.5,в и соответствующая произведению двух $(q + \bar{q} \rightarrow M + M)$ -амплитуд, определяет силы конфайнмента при $r \geq 1$ фм. Другими словами, диаграмма рис.5,в должна создавать потенциальный барьер для первых возбужденных состояний типа рис.4,б, если низколежащие мезоны формируют промежуточные состояния в бокс-диаграмме. Можно надеяться, что набор диаграмм, показанных на рис.5,в,г и т.д., способен восстановить весь «барьер», определяющий силы конфайнмента. С другой стороны, все эти диаграммы имеют мнимую часть, обусловленную рождением мезонов и, следовательно, отражают другую сторону конфайнмента: процесс мягкой нейтрализации цвета.

4. КВАРК-АДРОННАЯ ДУАЛЬНОСТЬ

Учет бокс-диаграммы рис.5,в не запрещает кваркам покидать область взаимодействия в виде асимптотически свободных частиц. Следовательно, необходимо сделать следующий шаг: модифицировать кварковый пропагатор.

Модификация кваркового пропагатора, обеспечивающая поведение кварка при $|r| \rightarrow \infty$ как экспоненциально подавленной волны, привлекает внимание с давних пор. Пропагаторы, содержащие только полюса в комплексной плоскости k^2 , могут давать такое подавление, и простейшие диаграммы, например, кварковая однопетлевая диаграмма, не будут содержать никаких кварковых особенностей на первом физическом листе. Однако остается открытым вопрос о существовании кварковых сингулярностей в более сложных кварковых диаграммах. В любом случае такой подход содержит существенный недостаток: здесь никоим образом не учитывается кварк-адронная дуальность. Одним из путей, позволяющим учесть это свойство, является использование представления Лемана — Калена для описания кваркового пропагатора:

$$\mathcal{G}(k) = \int_{\mu^2}^{\infty} dm^2 \rho(m) \frac{1}{m - k}, \quad (5)$$

где $\rho(m)$ — функция распределения массы кварка со свойствами, которые будут обсуждены в дальнейшем. Сразу же оговоримся, что это представление не должно рассматриваться буквально как пропагатор отдельного свободного кварка; оно отражает, главным образом, свойства кварка в кварк-антикварковом взаимодействии.

Хорошо известный процесс $e^+e^- \rightarrow$ адроны дает пример кварк-адронной дуальности, где мнимая часть кварковой однопетлевой диаграммы соответствует сумме мнимых частей адронных диаграмм. Рассмотрим этот процесс более детально. Кварковая однопетлевая диаграмма, описывающая процесс $\gamma^* \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \gamma^*$ (рис.6,а), равна:

$$\Pi_{q\bar{q}}^{v'v} = -N \int_{\mu^2}^{\infty} dm_1^2 \rho(m_1) \int_{\mu^2}^{\infty} dm_2^2 \rho(m_2) \int \frac{d^4k}{i(2\pi)^4} \text{Tr} \left\{ \Gamma_{\nu} \frac{1}{m_1 - \hat{k}_1} \Gamma_{\nu'} \frac{1}{m_2 - \hat{k}_2} \right\}, \quad (6)$$

где ν, ν' — фотонные индексы, а N — число цветов (мы рассматриваем диаграмму при фиксированном цвете кварков). Для мнимой части этой амплитуды получаем следующее выражение:

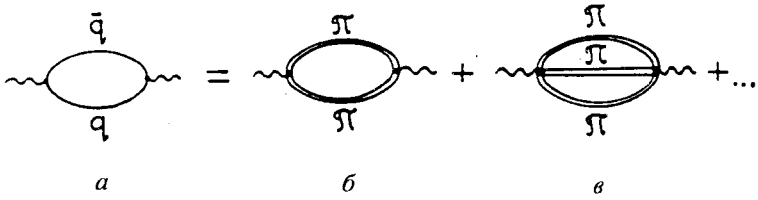


Рис.6. Однопетлевая диаграмма $q\bar{q}$ (а) и соответствующие мезонные диаграммы (б, в)

$$\text{Im } \Pi_{q\bar{q}}^{\text{VV}'}(p) = N \int_{4\mu^2}^{(m_1 + m_2)^2 \leq s} dm_1^2 dm_2^2 \rho(m_1) \rho(m_2) \Phi(s, m_1, m_2) \times \\ \times \int \frac{d\Omega_{\mathbf{k}}}{4\pi} \text{Tr} \{ \Gamma_{\nu} (m_1 + \hat{k}) \Gamma_{\nu'} (m_2 + \hat{k} - \hat{p}) \}, \quad (7)$$

где p — импульс фотона, $s = p^2$ и $\Phi(s, m_1, m_2)$ — двухчастичный фазовый объем:

$$\Phi(s, m_1, m_2) = \frac{1}{16\pi s} \sqrt{[s - (m_1 + m_2)^2] [s - (m_1 - m_2)^2]}. \quad (8)$$

Интегрирование по телесному углу $d\Omega_{\mathbf{k}}$ — это интегрирование по всем направлениям вектора \mathbf{k} при фиксированных значениях четырехвекторов k и $p - k$, а именно: $k^2 = m_1^2$ и $(p - k)^2 = m_2^2$. Интегрирование по массам кварков ограничено условием $2\mu \leq m_1 + m_2 \leq \sqrt{s}$. При $\sqrt{s} \leq 2\mu$ это ведет к равенству

$$\text{Im } \Pi_{q\bar{q}}^{\text{VV}'} = 0. \quad (9)$$

Полное сечение аннигиляции $e^+e^- \rightarrow$ адроны пропорционально мнимой части амплитуды (7):

$$\Pi_{q\bar{q}}^{\text{VV}'}(s) = (-p^2 \delta_{\mu\nu} + p_{\mu} p_{\nu}) \Pi(s), \\ \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны}) \sim \sum_{\text{цвет}} \text{Im } \Pi(s). \quad (10)$$

Наблюдаемыми в эксперименте процессами являются $e^+e^- \rightarrow 2\pi$, $e^+e^- \rightarrow 3\pi$ и т.д. Эти процессы определяются мнимой частью диаграмм, показанных на рис.6,б,в и др. Таким образом, получаем следующее соответствие:

$$\sum_{\text{цвет}} \text{Im} \Pi_{qq}^{\nu\nu'}(s) = \text{Im} \Pi_{2\pi}^{\nu\nu'}(s) + \text{Im} \Pi_{3\pi}^{\nu\nu'}(s) + \dots, \quad (11)$$

где сумма в правой стороне уравнения включает все адронные вклады в собственно-энергетические части. Уравнение (11) является условием дуальности для кварковой однопетлевой диаграммы в пренебрежении глюонной эмиссией. Видно, что в уравнениях (5)—(7) следует положить $\mu = \mu_\pi$, так как первый разрешенный по энергии процесс рождения адронов — это процесс $e^+e^- \rightarrow 2\pi$.

Как уже отмечалось, правая сторона уравнения (11) содержит только адронные особенности; это отражает тот факт, что наблюдаемыми частицами являются адроны, а не кварки. Таким образом, кварковая однопетлевая диаграмма (левая сторона уравнения (11)) должна содержать те же самые адронные сингулярности. Это означает, что интегрирование по массе кварков не только должно уничтожить кварковые особенности, но также ввести соответствующие адронные особенности. В действительности уравнение (11) может рассматриваться как уравнение, определяющее распределение массы кварка. Оно позволяет реконструировать особенности $\rho(m)$ — например, особенность при $s = 9\mu_\pi^2$ (пороговая сингулярность, отвечающая рождению 3π) соответствует особенности в $\rho(m)$ при $m = 2\mu_\pi$.

Распространение уравнения (6) на область больших энергий приводит к результату пертурбативной КХД. Действительно, при больших виртуальностях можно пренебречь массой кварков в пропагаторе (т.е. заменить $(m - \hat{k}) \rightarrow (-\hat{k})$) и тем самым свести уравнение (6) к нормальному выражению КХД:

$$\Pi_{qq}^{\nu\nu'}(p) = -N \int \frac{d^4k}{i(2\pi)^4} \text{Tr} \left\{ \Gamma_\nu \frac{1}{-k_1} \Gamma_{\nu'} \frac{1}{-k_2} \right\} \quad (12)$$

при выполнении условия нормировки

$$\int_{\mu^2}^{\infty} dm^2 \rho(m) = 1. \quad (13)$$

Таким образом, представление кваркового пропагатора в форме спектрального интеграла (5), впервые предложенное в [18], не нарушает перехода к высокоэнергетическому пределу и одновременно в области мягкой КХД генерирует правильные сингулярности амплитуды рассеяния на действительной оси при $s > 4\mu_\pi^2$, позволяя непосредственно удовлетворить требованию кварк-адронной дуальности. Интегрирование по массам кварков удаляет кварковые особенности в амплитуде рассеяния с первого физического листа и вводит новые особенности, соответствующие реальным адронным

состояниям. Это является ключевым моментом для выполнения пунктов 1 и 2, сформулированных во введении.

Опыт работы с кварковой моделью показал, что функция распределения ρ может быть выбрана не зависящей от типа реакций и сильно локализованной вокруг определенной массы. В рассматриваемой модели была выбрана следующая форма параметризации этой функции:

$$\rho(m) = \frac{C \sqrt{m^2 - \mu^2}}{(m^2 - m_0^2)^2 + \Delta^4}, \quad (14)$$

где μ равна массе пиона для нестранных кварков и массе каона для странных, а C есть нормировочная константа, определяемая уравнением (13). Для узкого распределения $\Delta \ll m_0$ размерная величина m_0 выполняет роль массы конституентного кварка.

5. УРАВНЕНИЕ БЕТЕ — СОЛПИТЕРА ДЛЯ АМПЛИТУДЫ МЕЗОННОГО РАССЕЯНИЯ

Как было обсуждено в предыдущем разделе, взаимодействие конституентных кварков эффективно учитывает вклад всех разрешенных в данном канале адронных состояний. Давайте рассмотрим, что произойдет с $q\bar{q}$ -взаимодействием, если учесть некоторые из этих адронных каналов в явном виде — как дополнительные каналы к $q\bar{q}$. Для расчета мезонного спектра и мезон-мезонных амплитуд рассеяния в этом случае мы будем пользоваться уравнением Бете — Солпитера, графически показанным на рис.7. Здесь и далее мы используем индекс 1 для $q\bar{q}$ -состояния и индекс 2 для двухмезонного состояния. Таким образом, для парциальной амплитуды с квантовыми числами J^P (индекс j) блок A_{11}^j описывает амплитуду перехода $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$, блок A_{12}^j описывает переход $q\bar{q} \rightarrow MM$ и блок A_{22}^j — амплитуду $MM \rightarrow MM$. В качестве затравочного взаимодействия введено непосредственное кварк-антикварковое взаимодействие, характеризуемое функцией N_{11} , и переход $q\bar{q} \rightarrow MM$, характеризуемый функцией N_{12} .

Напомним, что в бутстрапной кварковой модели [15] переход $q\bar{q} \rightarrow MM$ не учитывался и, следовательно, решалось одно уравнение для A_{11}^j , без мезонной петли. Полное кварк-антикварковое взаимодействие должно содержать две части: короткодействие и дальноедействие (силы конфайнмента). В работе [15] была учтена только короткодействующая компонента, и мы надеемся учесть значительную часть дальноедействующей компоненты за счет соответствующих мезонных однопетлевых диаграмм. Для того, чтобы более ясно увидеть вклад мезонных диаграмм в кварк-антикварковое взаимодействие, подставим уравнение для A_{12}^j в урав-

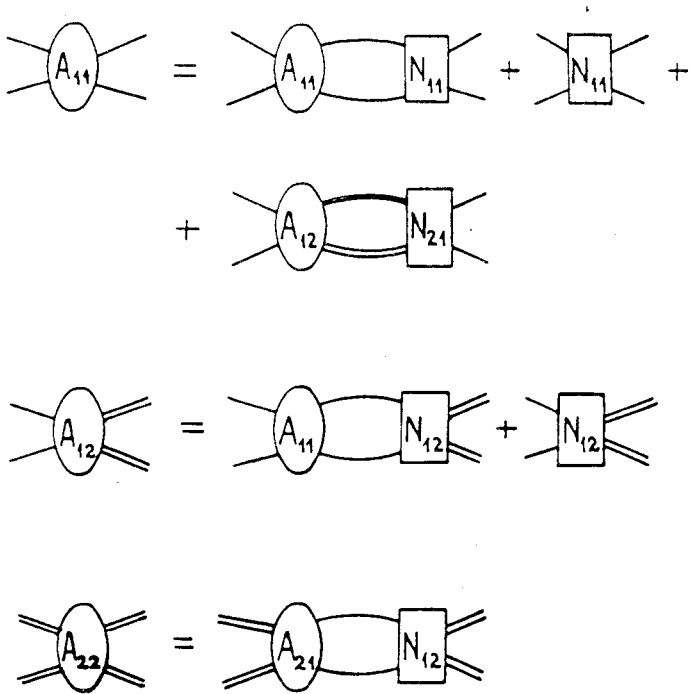


Рис.7. Уравнение Бете — Солпитера в случае связанных кварк-антикваркового и мезонных каналов

нение для блока A_{11}^j . Полученные в результате уравнения для A_{11}^j и A_{22}^j показаны в графической форме на рис.8.

При записи уравнения в такой форме ясно видно, что эффективное взаимодействие $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$ в нашей модели состоит из двух частей: часть, обусловленная непосредственным кварк-антикварковым взаимодействием (рис.8,а), и часть, обусловленная бокс-диаграммой с двумя мезонами в промежуточном состоянии (рис.8,б). Первая часть соответствует короткодействующим силам и выбрана в той же форме, что и в [15]: она параметризуется инстантон-индуцированными силами и обменом эффективным глюоном. Вторая часть моделирует силы конфайнмента, но, конечно, имеет гораздо более сложную структуру, чем линейно растущий потенциальный барьер в нерелятивистском подходе. Взаимодействие, описываемое мезонными бокс-диаграммами, имеет мнимую часть, определяемую переходом в двухмезонное состояние. Отметим, что хотя переход $q\bar{q} \rightarrow M\bar{M}$ может быть параметризован в довольно простой форме, эффективное $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$ -взаимодействие,

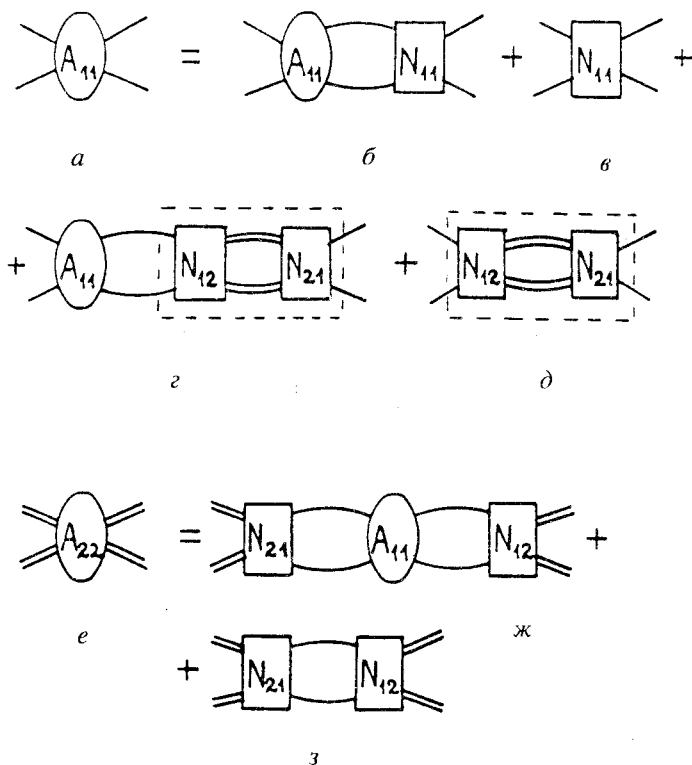


Рис.8. Уравнение Бете — Солпитера с мезонными бокс-диаграммами в качестве эффективного $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$ -взаимодействия

равное сумме бокс-диаграмм с различными мезонами в промежуточном состоянии, имеет весьма сложную структуру.

При учете некоторых мезонных каналов в явном виде видно, что не только параметры кварк-антикваркового взаимодействия должны быть переопределены (по сравнению с [15]), но также и характеристики кваркового пропагатора. Если мы учтем в явной форме каналы рассеяния низших мезонов (например, S -волновые $q\bar{q}$ -состояния 0^- и 1^-), то средняя масса m_0 в функции распределения $\rho(m)$ сдвинется в сторону больших величин, а само распределение станет шире. Это происходит оттого, что при явном учете низших двухмезонных каналов кварк-антикварковый канал связан условием дуальности только с каналами рассеяния более тяжелых мезонов и с мультимезонными каналами рассеяния. С ренормализованным кварковым пропагатором и с учетом двухчастичных каналов рассеяния низших мезонов необ-

ходимо восстановить спектр низших мезонов (условие самосогласованности) и одновременно получить возбужденные мезонные состояния (такие, как P -волновые $q\bar{q}$ -состояния). После этого процедура может быть повторена с учетом в явном виде каналов рассеяния этих P -волновых мезонов и, следовательно, с новым переопределением кваркового пропагатора, для расчета еще более высоких мезонных состояний (например, радиального возбуждения S -волновых мезонов) и так далее. Одной из главных идей создания такой модели и является возможность на основе простого начального взаимодействия, шаг за шагом, учитывая все больше мезонных степеней свободы в явном виде, воспроизвести эффективное взаимодействие конфайнмента.

Структура распада высоковозбужденных мезонов, получаемая на промежуточном шаге нашей модели, на первый взгляд, довольно необычна: с одной стороны, существует переход высоковозбужденного мезона в реальное двухмезонное состояние $M^* \rightarrow MM$, а с другой — амплитуда все еще может содержать «нефизический» переход $M^* \rightarrow q\bar{q}$. Полная распадная ширина такого мезона равна сумме этих ширин. Физическая интерпретация ширины распада на $q\bar{q}$ -состояние состоит в следующем: она отражает распады высоковозбужденного состояния на адронные состояния, не учтенные в явном виде, например, на мультимезонные состояния. Ожидается, что при учете большего числа мезонных состояний в явном виде и, соответственно, при сдвиге эффективной массы кварков парциальная ширина перехода в $q\bar{q}$ -состояние будет уменьшаться до полного исчезновения (и рассматриваемая модель перейдет в мезонную модель типа предложенных в [43,44]).

После этого общего обсуждения обратимся к вычислению конкретных амплитуд. Для этого рассмотрим структуру матричных элементов в уравнении Бете — Солпитера при фиксированных квантовых числах J^P (характеризуемых индексом j). Эта структура может быть записана в следующей форме:

$$\begin{aligned} & (\bar{\Psi}_2 Q_j^B \Psi_1) A_{11}^j (\bar{\Psi}_3 Q_j^B \Psi_4), \\ & (\bar{\Psi}_2 Q_j^B \Psi_1) A_{12}^j (\Phi_3^{A*} O_j^{ABC} \Phi_4^C), \\ & (\Phi_2^{A*} O_j^{ABC} \Phi_1^C) A_{22}^j (\Phi_3^{D*} O_j^{DBE} \Phi_4^E), \end{aligned} \quad (15)$$

где Ψ_i — спиноры фермионов в начальном и конечном состояниях, Φ^A — волновые функции бозонов, а Q_j^B и O_j^{ABC} — фермионные и бозонные парциальные операторы в канале j . Индексы A, B, C, D, E являются мультииндексами, характеризующими как векторную структуру операторов, так и поляризации бозонов.

Операторы Q_j^B и O_j^{ABC} могут быть построены с помощью условия ортогональности для мнимой части однопетлевой диаграммы при энергии выше порога рождения конститuentов:

1) для фермионного (кварк-антикваркового) канала

$$\int \frac{d^4 k}{i(2\pi)^4} \text{Tr} \{ Q_i^C(m_1 + \hat{k}) Q_j^B(m_2 + \hat{k} - \hat{P}) \} \times \\ \times \delta(m_1^2 - k^2) \delta(m_2^2 - (P - k)^2) = \delta_{CB} \delta_{ij} \Phi_j^1(s, m_1, m_2); \quad (16)$$

2) для бозонного канала (два псевдоскалярных мезона, псевдоскалярный и векторный мезоны или два векторных мезона)

$$\int \frac{d^4 k}{i(2\pi)^4} O_j^C O_j^B \delta(\mu_1^2 - k^2) \delta(\mu_2^2 - (P - k)^2) = \delta_{CB} \delta_{ij} \Phi_j^2(s, \mu_1, \mu_2), \quad (17)$$

$$\int \frac{d^4 k}{i(2\pi)^4} O_i^{CA} \left(g_{AD} - \frac{k_A k_D}{\mu_1^2} \right) O_j^{DB} \delta(\mu_1^2 - k^2) \delta(\mu_2^2 - (P - k)^2) = \\ = \delta_{CB} \delta_{ij} \Phi_j^2(s, \mu_1, \mu_2), \quad (18)$$

$$\int \frac{d^4 k}{i(2\pi)^4} O_i^{ACD} \left(g_{DE} - \frac{k_D k_E}{\mu_1^2} \right) O_j^{EBF} \left(g_{FA} - \frac{(P - k)_F (P - k)_A}{\mu_2^2} \right) \times \\ \times \delta(\mu_1^2 - k^2) \delta(\mu_2^2 - (P - k)^2) = \delta_{CB} \delta_{ij} \Phi_j^2(s, \mu_1, \mu_2). \quad (19)$$

Функции Φ_j^1 и Φ_j^2 — это фазовые объемы для двухфермионного и двухбозонного рассеяний в состоянии j , δ_{ij} — символ Кронекера для состояний с различным J^P и g_{ab} — метрический тензор.

Такое определение ортогональности особенно удобно при использовании дисперсионной техники для вычисления диаграмм: в этом случае равенство нулю мнимой части однопетлевой диаграммы перехода между различными состояниями автоматически приводит к равенству нулю и реальной части такого перехода. Список фермионных и бозонных операторов Q_j^C , O_j^{ACB} и выражений для фазовых объемов $\Phi_j^i(s)$ для рассеяний фермионов и псевдоскалярных и векторных бозонов приведен в приложении А.

Для вычисления однопетлевых диаграмм удобно использовать технику дисперсионного интегрирования. Эта техника релятивистски-инвариантна и относительно проста в случае вычисления амплитуд, имеющих несколько каналов рассеяния, что весьма важно для данной модели. Дисперсионная техника интегрирования по массе составной частицы развита в [45,46], где

она применена к описанию двухнуклонной системы и показала свою способность адекватного описания как амплитуд рассеяния, так и свойств связанного состояния. Эта техника естественна для учета каналов мезонного рассеяния, однако возникает вопрос о возможности использования этой техники для кварков и глюонов: эти частицы никогда не проявляют себя как свободные асимптотические состояния. Отметим прежде всего, что такая проблема существует не только при использовании дисперсионной техники, но и в любом релятивистском подходе к взаимодействию цветных объектов, например, при использовании фейнмановских диаграмм или переменных светового конуса (подробное сравнение этих трех подходов может быть найдено в [47]). Общая проблема, которая возникает вне зависимости от того, какая техника используется, может быть сформулирована на языке сингулярностей амплитуд: в амплитуде наблюдаемых процессов на первом физическом листе должны присутствовать только адронные особенности. Использование спектрального представления по массе кварков решает эту проблему: на первом этапе можно рассматривать кварки как реальные частицы и, следовательно, использовать любую технику для вычисления кварковых диаграмм, а затем, выполнив интегрирование по массам кварков, удалить кварковые особенности с первого листа, вводя вместо них соответствующие адронные особенности.

Таким образом, для расчета спектра мезонов и мезон-мезонных амплитуд рассеяния использовалась следующая схема.

1. На первом этапе кварки рассматриваются как асимптотически свободные частицы, но с различными массами в начальном, конечном и промежуточном состояниях. Для решения уравнения Бете — Солпитера используется техника дисперсионного интегрирования. Переход от уравнения Бете — Солпитера, написанного на языке фейнмановских диаграмм, к уравнению, записанному на языке дисперсионного интегрирования, приведен в [47]. В дисперсионном подходе как ядро взаимодействия N_{ik}^j (содержащее только левые сингулярности парциальной амплитуды), так и сама парциальная амплитуда A_{ik}^j (где $i, k = 1, 2, j = J^P$) зависят от двух параметров: квадратов полной энергии двух частиц в начальном и конечном состояниях, которые мы будем обозначать, соответственно, s и s' . Выражение для уравнения Бете — Солпитера, записанное в рамках дисперсионной техники, имеет вид

$$A_{11}^j(s, s_1) = \int \frac{ds'}{\pi} A_{11}^j(s, s') \frac{\Phi_j^1(s', m_1, m_2) N_{11}^j(s', s_1)}{s' - s} + \\ + \int \frac{ds'}{\pi} A_{12}^j(s, s') \frac{\Phi_j^2(s', \mu_1, \mu_2) N_{21}^j(s', s_1)}{s' - s} + N_{11}^j(s, s_1),$$

$$\begin{aligned}
 A_{12}^j(s, s_1) &= \int \frac{ds'}{\pi} A_{11}^j(s, s') \frac{\Phi_j^1(s', m_1, m_2) N_{12}^j(s', s_1)}{s' - s} + N_{12}^j(s, s_1), \\
 A_{22}^j(s, s_1) &= \int \frac{ds'}{\pi} A_{12}^j(s, s') \frac{\Phi_j^1(s', m_1, m_2) N_{21}^j(s', s_1)}{s' - s}. \quad (20)
 \end{aligned}$$

Это уравнение удобно решать в предположении факторизации ядер $N_{ik}(s, s')$ в виде суммы произведений вершин G_{ik}^m , содержащих, подобно ядру, только левые особенности парциальной амплитуды рассеяния (для упрощения выражений опустим в уравнениях (21)—(23) индекс, характеризующий J^P):

$$N_{ik}(s, s') = \sum_m G_{ik}^m(s) G_{ki}^m(s'). \quad (21)$$

В этом случае уравнение Бете — Солпитера может быть переписано в виде

$$\begin{aligned}
 A_{ik}(s, s') &= \sum_{mp} G_{ip}^m(s) a_{ipk}^m(s'), \\
 a_{ipk}^m &= \sum_{nl} a_{ilp}^n B_{lpk}^{nm} + G_{ik}^m \delta_{ip}, \quad (22)
 \end{aligned}$$

где a_{ipk}^m — блок взаимодействий, характеризующий переход из состояния i в состояние с правой вершиной G_{pk}^m в последней однопетлевой диаграмме. Однопетлевая функция:

$$\begin{aligned}
 B_{lpk}^{nm}(s, m_1, m_2) &= \int_{(m_1 + m_2)^2}^{\infty} \frac{ds'}{\pi} G_{lp}^n(s', m_1, m_2) \frac{\Phi_p(s', m_1, m_2)}{s' - s'} \times \\
 &\times G_{pk}^m(s', m_1, m_2). \quad (23)
 \end{aligned}$$

Подчеркнем, что функция B_{ijk}^{nm} , характеризующая однопетлевые кварк-антикварковые диаграммы, зависит от бегущих масс кварка и антикварка. Уравнение (22) легко переписывается в матричной форме и решается в явном виде.

2. В качестве следующего шага мы заменяем кварковые сингулярности на первом физическом листе на адронные сингулярности, выполняя в каждой кварк-антикварковой петле интегрирование по распределениям массы кварка и антикварка:

$$B(s) = \int_{\mu^2}^{\infty} dm_1^2 \rho(m_1) \int_{\mu^2}^{\infty} dm_2^2 \rho(m_2) B(s, m_1, m_2) \Theta(m_1 + m_2 - M_{\text{thr}}). \quad (24)$$

Здесь Θ -функция представляет собой обрезание, которое должно быть выполнено в случае, когда масса кварков меньше порога первого разрешенного по энергии адронного канала с массой M_{thr} . Если все низшие двухмезонные состояния учтены при расчете в явном виде, то M_{thr} выбирается равной порогу низшего трехмезонного состояния, разрешенного в данной парциальной амплитуде. Например, при расчете амплитуды с квантовыми числами $J^{PC} = 1^{--}$ мнимая часть кварк-антикварковой однопетлевой диаграммы должна начинаться с трехпионного порога для изоспина 0 и с порога $\pi\eta$ для изоспина 1.

Рассмотрим структуру ядер $N_{ik}(s, s')$, которые используются для вычисления амплитуд в нашей модели. Начальное кварк-антикварковое взаимодействие выбрано в форме эффективного лагранжиана (2), (3), используемого для расчета мезонного [15] и барионного [16] спектров в рамках бутстрапной модели. Ядро парциальной амплитуды (рис.8,в) может быть вычислено с помощью проектирования этого взаимодействия в s -канал. После этого полученное выражение необходимо разложить на сумму произведений вершинных функций $G(s)$, содержащих только левые особенности (такое разложение проведено в приложении Б). Для ликвидации расходимости в кварк-антикварковой диаграмме интеграл (23) регуляризуется введением функции обрезания в форме (4).

Вершина виртуального перехода S -волновых мезонов в кварк-антикварковую пару выбрана в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \left(\bar{q} \frac{\tau}{2} [\gamma_5 \pi g_\pi + \gamma_\mu \rho_\mu g_\rho] q \right) + \left(\bar{q} \frac{I}{2} [\gamma_5 (\eta g_\eta \cos \alpha + \eta' g_{\eta'} \sin \alpha) + \gamma_\mu \omega_\mu g_\omega] q \right) + \\ & + (\bar{s} [\gamma_5 (-\eta g_\eta \sin \alpha + \eta' g_{\eta'} \cos \alpha + \gamma_\mu \Phi_\mu g_\Phi) s] + \\ & + (\bar{q}_i [\gamma_5 K_i g_K + \gamma_\mu K_{i\mu}^* g_{K^*}] s) + (\bar{s} [\gamma_5 \bar{K}_i g_K + \gamma_\mu \bar{K}_{i\mu}^* g_{K^*}] g_i), \end{aligned} \quad (25)$$

где α — угол смешивания псевдоскалярных мезонов, тогда как векторные мезоны ω и Φ взяты как чистые состояния нестранных и странных кварков. Для простоты выбираются $SU(3)$ симметричные коэффициенты:

$$\begin{aligned} g_\pi &= g_K = g_\eta = g_{\eta'} \equiv g_1, \\ g_\rho &= g_\omega = g_\Phi = g_{K^*} \equiv g_2. \end{aligned} \quad (26)$$

Переход кварк-антикварковой пары в два мезона описывается диаграммой, показанной на рис.9. Амплитуда такой диаграммы равна

$$A = (\bar{\Psi}_2 Q^C \mathcal{G}(k) Q^B \Psi_1) \Phi_3^{*B} \Phi_4^C F_1(k^2) F_2(k^2), \quad (27)$$

где k — импульс обменного кварка, $\mathcal{G}(k)$ — его пропагатор, а $F_i(k^2)$ — формфакторы мезонов.

Операторы Q^C и Q^B описывают переход мезон $\rightarrow q\bar{q}$ и определяются уравнением (25).

Пропагатор обменного кварка может довольно сильно отличаться от пропагатора конституентного кварка. В рассматриваемом подходе мы не пытались решить вопрос о конкретной форме этого

пропагатора, так же как и определить вид формфакторов F_i , а параметризовали в простейшей форме парциального взаимодействия (результат проекции взаимодействия (27) в различные парциальные волны) и определяли параметры, исходя из наилучшего описания экспериментальных данных. Полное взаимодействие (27) может быть записано как сумма парциальных взаимодействий в следующем виде:

$$A = \sum (\bar{\Psi}_2 Q_j^C \Psi_1) (\Phi_3^* O_j^C \Phi_4) N_{12}^j(s) = \sum (\bar{\Psi}_2 Q_j^C \Psi_1) (\Phi_3^* O_j^C \Phi_4) f_i(s) \beta_f. \quad (28)$$

Здесь функции $f_j(s)$ определяют парциальные взаимодействия, а коэффициенты β_f являются изотопическими коэффициентами проекции диаграммы рис.9 в различные кварк-антикварковые и мезон-мезонные изотопические каналы. Список этих коэффициентов дан в приложении В. Функции f_j имеют только левые сингулярности полной амплитуды (включающей перерасcеяния частиц), и мы параметризовали эти функции в виде произведения двух вершинных функций, также имеющих только левые сингулярности:

$$f_j(s) = 4\pi^2 C_j G_{q\bar{q}}(s) G_{\mu\mu}(s), \quad (29)$$

где C_j — параметры, зависящие от квантовых чисел J^P . Функции $G(s)$ были выбраны в форме, обеспечивающей сходимость мезонных однопетлевых диаграмм:

$$G_{q\bar{q}} = \lambda_q \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)^2 - s_q}{s - s_q}},$$

$$G_{\mu\mu} = \sqrt{\frac{(\mu_1 + \mu_2)^2 - s'_q}{s - s'_q}} \left(1 + \frac{s - (\mu_1 + \mu_2)^2}{s} \alpha \right), \quad (30)$$

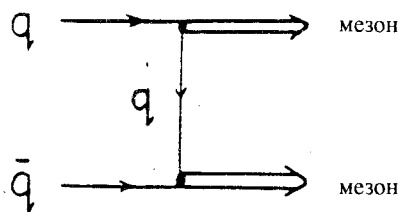


Рис.9. Диаграмма, описывающая переход $q\bar{q} \rightarrow MM$

где

$$s_q = (m_1 + m_2)^2 - a_q,$$

$$s'_q = (\mu_1 + \mu_2)^2 - a_q. \quad (31)$$

Коэффициент λ_q служит для того, чтобы отличить процесс обмена нестранным кварком от процесса обмена странным. Этот коэффициент равен единице при обмене нестранным кварком ($\lambda_u = \lambda_d = 1$), а в случае обмена странным кварком используется как фитирующий параметр. Подобным же образом коэффициент a_q выбран равным 1 ГэВ^2 для обмена нестранным кварком и равным $a_s = a_q m_s^2 / m_q^2$ для обмена странным. Параметр α выбран одинаковым для всех каналов.

6. ПАРАМЕТРЫ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Обсудим результаты расчета спектра мезонов, полученные с помощью модели, представленной в разд.5, где в дополнение к кварк-антикварковому каналу учтены в явном виде каналы рассеяния псевдоскалярных и векторных мезонов (S -волновые состояния кварк-антикварковой пары). При этом мы сдвинули в область больших значений среднюю массу кварков: в функции распределения $\rho(m)$ величина m_0 выбрана равной 625 МэВ для нестранного кварка и 800 МэВ — для странного. Результаты расчета спектра S - и P -волновых $q\bar{q}$ связанных состояний для различных ширин функции распределения масс приведены в табл.1—5. Значения параметров, используемых при этих вычислениях, даны в табл.6.

Данные о мезонных амплитудах рассеяния представлены в терминах фазовых сдвигов и неупругостей в мезонных каналах. В случае наличия трех каналов рассеяния S -матрица может быть записана в следующем виде:

$$S = \begin{pmatrix} \eta_{11} e^{2i\varphi_{11}} & \eta_{12} e^{2i\varphi_{12}} & \eta_{13} e^{2i\varphi_{13}} \\ \eta_{21} e^{2i\varphi_{21}} & \eta_{22} e^{2i\varphi_{22}} & \eta_{23} e^{2i\varphi_{23}} \\ \eta_{31} e^{2i\varphi_{31}} & \eta_{32} e^{2i\varphi_{32}} & \eta_{33} e^{2i\varphi_{33}} \end{pmatrix}. \quad (32)$$

Используя условие унитарности $SS^\dagger = 1$, легко показать, что только шесть элементов S -матрицы являются независимыми. В качестве этих независимых элементов удобно выбрать три фазовых сдвига в диагональных переходах φ_{ii} и три неупругости η_{ii} . В случае двухканального взаимодействия

имеется только три независимых переменных: два фазовых сдвига Φ_{11} , Φ_{22} и параметр неупругости $\eta = \eta_{11} = \eta_{22}$.

Параметры неупругости и фазовые сдвиги для рассеяния псевдоскалярных и векторных мезонов в состояниях $J^{PC} = 1^{-}, 0^{++}, 1^{+-}, 2^{++}$, вплоть до энергии $\sqrt{s} = 1,250$ ГэВ, приведены на рис.10—20.

Обсудим параметры рассматриваемой модели. Для описания спектра низколежащих мезонов ($J^P = 0^-, 1^-$) используются пять параметров: константа связи при обмене эффективным глюоном g_V , константы связи инстантонного взаимодействия в нестранном канале g_I и в странном канале g_S , параметр обрезания Λ и константа связи для $q\bar{q} \rightarrow MM$ перехода, выбранная одинаковой как для $J^P = 0^-$, так и для 1^- -каналов: $C(0^-) = C(1^-)$. Эти параметры находятся из фита масс π^- , K^- , η' , ρ -мезонов и ширины ρ -мезона.

Для описания мезон-мезонного рассеяния в канале $J^{PC} = 0^{++}$ используются еще три параметра: константа связи $C(0^{++})$ для перехода кварк-антикварковой пары в мезоны и параметры двухмезонной вершинной функции (30) α и λ_s . Отметим, что два последних параметра являются общими для всех каналов рассеяния $J^{PC} = 0^{++}, 1^{+-}, 1^{++}, 2^{++}$. Параметр α наиболее важен для описания фазового сдвига в S -волне рассеяния пионов при низкой энергии. Если положить этот параметр равным нулю, то можно восстановить спектр мезонов без ощутимых изменений, но в S -волне пион-пионного рассеяния появится пик вблизи двухпионного порога. В других каналах такого практически не произойдет, так как там мезон-мезонная амплитуда находится либо в P -, либо в D -волне и, следовательно, подавлена у порога, либо константа связи $q\bar{q} \rightarrow MM$ недостаточно сильна, чтобы вызвать такой эффект. Параметр α не может быть выбран большим, так как в этом случае он начинает влиять на область энергий 1 ГэВ, существенно нарушая спектр 0^+ -мезонов. Отметим, что усиление пион-пионной S -волны при малых энергиях является также следствием выбора очень простой параметризации $q\bar{q} \rightarrow MM$ перехода.

Как показали последние исследования [33,34,44], амплитуда пион-пионного рассеяния в S -канале вблизи K -мезонного порога имеет двойную полюсную структуру: сравнительно узкий полюс, называемый f_0 -резонансом с массой $M = 975$ и шириной 70—100 МэВ, и широкий резонанс с массой около 1 ГэВ. В нашей модели мы не получили узкий полюс, но получили широкий, с массой $M = 900 - i320$ МэВ. Этот полюс напоминает старый ϵ (или σ)-резонанс, играющий важную роль в нуклон-нуклонных взаимодействиях. Тот факт, что узкий f_0 -резонанс не появился в нашей модели как

Таблица 1. Массы и парциальные ширины $J^{PC} = 0^{-+}$ и $J^{PC} = 1^{-}$ мезонов
(все величины приведены в МэВ)

Вычисляемая величина	$m_q = 390$ $\Delta = 0$	$m_q = 625$ $\Delta = 0$	$m_q = 625$ $\Delta = 100$	$m_q = 625$ $\Delta = 200$	Эксперимент
$m(\pi)$	140	140	140	140	140
$m(K)$	495	495	495	495	495
$m(\eta)$	550	562	564	565	548
Θ_p , град	- 18	- 10	- 10	- 10	- 10 \div - 20
$m(\eta')$	960	960	960	960	958
$m(\rho)$	770	775	775	775	768
$\Gamma_{\pi\pi}$	—	150	150	150	149 \pm 3
$m(K^*)$	890	886	885	885	892
$\Gamma_{K\pi}$	—	48	48	50	50 \pm 1
$m(\omega)$	765	767	766	766	782
$\Gamma_{3\pi}$	—	—	—	—	8
$m(\Phi)$	1025	1044	1046	1048	1020
Γ_{kk}	—	4	4	5	4,5

Таблица 2. Массы и парциальные ширины $J^{PC} = 0^{++}$ мезонов.
Масса резонанса определена как положение максимума в квадрате
амплитуды рассеяния (все величины приведены в МэВ)

Вычисляемая величина	$m_q = 390$ $\Delta = 0$	$m_q = 625$ $\Delta = 0$	$m_q = 625$ $\Delta = 100$	$m_q = 625$ $\Delta = 200$	Эксперимент
$m(f_0)$	780	875	877	875	880 \pm 20
$m(a_0)$	950	998	998	998	985
Γ_{tot}	—	84	76	70	57 \pm 11
$\Gamma_{K\bar{K}}$	—	72%	75%	73%	набл.
$\Gamma_{\pi\eta}$	—	28%	25%	27%	набл.
$m(K_0)$	1080	1250	1242	1236	1430 \pm 6
Γ_{tot}	—	300	316	320	287 \pm 23
$\Gamma_{K\pi}$	—	88%	84%	87%	93%

Вычисляемая величина	$m_q = 390$ $\Delta = 0$	$m_q = 625$ $\Delta = 0$	$m_q = 625$ $\Delta = 100$	$m_q = 625$ $\Delta = 200$	Эксперимент
$\Gamma_{K\eta}$	—	12%	16%	13%	—
$m(f_0)$	1200	1715	1718	1720	1710 ± 5
Γ_{tot}	—	144	190	230	150 ± 15
$\Gamma_{q\bar{q}}$	—	18%	18%	17%	—
$\Gamma_{s\bar{s}}$	—	48%	48%	50%	—
Γ_{KK}	—	22%	21%	21%	набл.
$\Gamma_{\pi\pi}$	—	8%	7%	7%	—
$\Gamma_{\eta\eta}$	—	4%	6%	7%	—

Таблица 3. Массы и парциальные ширины $J^{PC} = 1^{+-}$ мезонов. Определение масс резонансов аналогично данному в табл.2 (все величины приведены в МэВ)

Вычисляемая величина	$m_q = 390$ $\Delta = 0$	$m_q = 625$ $\Delta = 0$	$m_q = 625$ $\Delta = 100$	$m_q = 625$ $\Delta = 200$	Эксперимент
$m(h_1)$	—	1190	1190	1188	1170 ± 20
Γ_{tot}	—	102	146	192	360 ± 40
$\Gamma_{\rho\pi}$	—	100%	100%	100%	набл.
$m(b_1)$	—	1240	1245	1242	1233 ± 10
Γ_{tot}	—	30	44	98	150 ± 10
$\Gamma_{\omega\pi}$	—	100%	100%	100%	домин.
$m(K_1)$	—	1245	1235	1190	1270 ± 10
Γ_{tot}	—	86	100	90	90 ± 20
$\Gamma_{K^*\pi}$	—	95%	100%	100%	20%
$\Gamma_{K\rho}$	—	5%	—	—	40%
$\Gamma_{K_0^*\pi}$	—	—	—	—	30%
$m(h_1)$	—	1610	1610	1608	—
Γ_{tot}	—	130	160	190	—
$\Gamma_{q\bar{q}}$	—	23%	23%	23%	—
$\Gamma_{s\bar{s}}$	—	14%	13%	12%	—
$\Gamma_{K^*\pi}$	—	35%	36%	37%	—
$\Gamma_{\rho\pi}$	—	14%	14%	14%	—
$\Gamma_{\Phi\eta}$	—	14%	14%	14%	—

**Таблица 4. Массы и парциальные ширины $J^{PC} = 1^{++}$ мезонов.
 Определение масс резонансов аналогично данному в табл.2
 (все величины приведены в МэВ)**

Вычисляемая величина	$m_q = 390$ $\Delta = 0$	$m_q = 625$ $\Delta = 0$	$m_q = 625$ $\Delta = 100$	$m_q = 625$ $\Delta = 200$	Эксперимент
$m(f_1)$	—	1283	1286	1287	1282 ± 5
Γ_{tot}	—	38	46	70	24 ± 3
$\Gamma_{q\bar{q}}$	—	100%	100%	100%	—
$m(a_1)$	—	1286	1274	1270	1260 ± 30
Γ_{tot}	—	50	84	120	$350 \div 500$
$\Gamma_{\rho\pi}$	—	62%	60%	71%	домин.
$\Gamma_{q\bar{q}}$	—	38%	40%	29%	—
$m(K_1)$	—	1350	1310	1260	1400 ± 10
Γ_{tot}	—	128	100	92	175 ± 20
$\Gamma_{K^*\pi}$	—	57%	85%	95%	94%
$\Gamma_{K\rho}$	—	33%	10%	5%	3%
$\Gamma_{K\omega}$	—	10%	5%	—	1%

**Таблица 5. Массы и парциальные ширины $J^{PC} = 2^{++}$ мезонов.
 Определение масс резонансов аналогично данному в табл.2
 (все величины приведены в МэВ)**

Вычисляемая величина	$m_q = 390$ $\Delta = 0$	$m_q = 625$ $\Delta = 0$	$m_q = 625$ $\Delta = 100$	$m_q = 625$ $\Delta = 200$	Эксперимент
$m(f_2)$	—	1260	1263	1260	1275 ± 5
Γ_{tot}	—	180	194	216	185 ± 20
$\Gamma_{\pi\pi}$	—	80%	71%	65%	85%
$\Gamma_{K\bar{K}}$	—	15%	14%	10%	5%
$\Gamma_{q\bar{q}}$	—	5%	17%	25%	10%
$m(a_2)$	—	1280	1282	1281	1318 ± 1
Γ_{tot}	—	44	44	42	110 ± 5
$\Gamma_{K\bar{K}}$	—	29%	21%	15%	6%
$\Gamma_{\pi\eta}$	—	11%	7%	5%	14%

Вычисляемая величина	$m_q = 390$ $\Delta = 0$	$m_q = 625$ $\Delta = 0$	$m_q = 625$ $\Delta = 100$	$m_q = 625$ $\Delta = 200$	Эксперимент
$\Gamma_{\rho\pi}$	—	3%	2%	2%	70%
$\Gamma_{q\bar{q}}$	—	57%	70%	78%	10%
$m(K_2)$	—	1440	1445	1450	1425 ± 1
Γ_{tot}	—	60	60	96	98 ± 3
$\Gamma_{K\pi}$	—	64%	56%	44%	50%
$\Gamma_{K\eta}$	—	5%	5%	4%	—
$\Gamma_{K^*\pi}$	—	2%	2%	2%	25%
$\Gamma_{q\bar{s}}$	—	29%	37%	50%	25%

Таблица 6. Параметры модели.

Массы кварков и ширины распределения массы кварков приведены в МэВ

Вычисляемая величина	$m_q = 625$ $m_s = 800$ $\Delta = 0$	$m_q = 625$ $m_s = 800$ $\Delta = 100$	$m_q = 625$ $m_s = 800$ $\Delta = 200$
	g_V	13,108	13,244
g_I	- 2,3110	- 2,3054	- 2,4574
g_S	- 1,2360	- 1,2430	- 1,2760
Λ	4,6821	4,6768	4,6846
$C(0^-) = C(1^-)$	7,85	7,98	8,38
$C(0^+)$	14,34	14,46	15,01
$C(1^+)$	29,89	31,41	36,03
$C(1^{++})$	25,58	28,37	32,54
$C_S(2^+)$	25,20	44,33	64,44
$C_D(2^+)$	55,44	48,76	38,66
α	0,75	0,75	0,75
λ_s	1,3	1,3	1,3
g_1/g_2	2	2	2

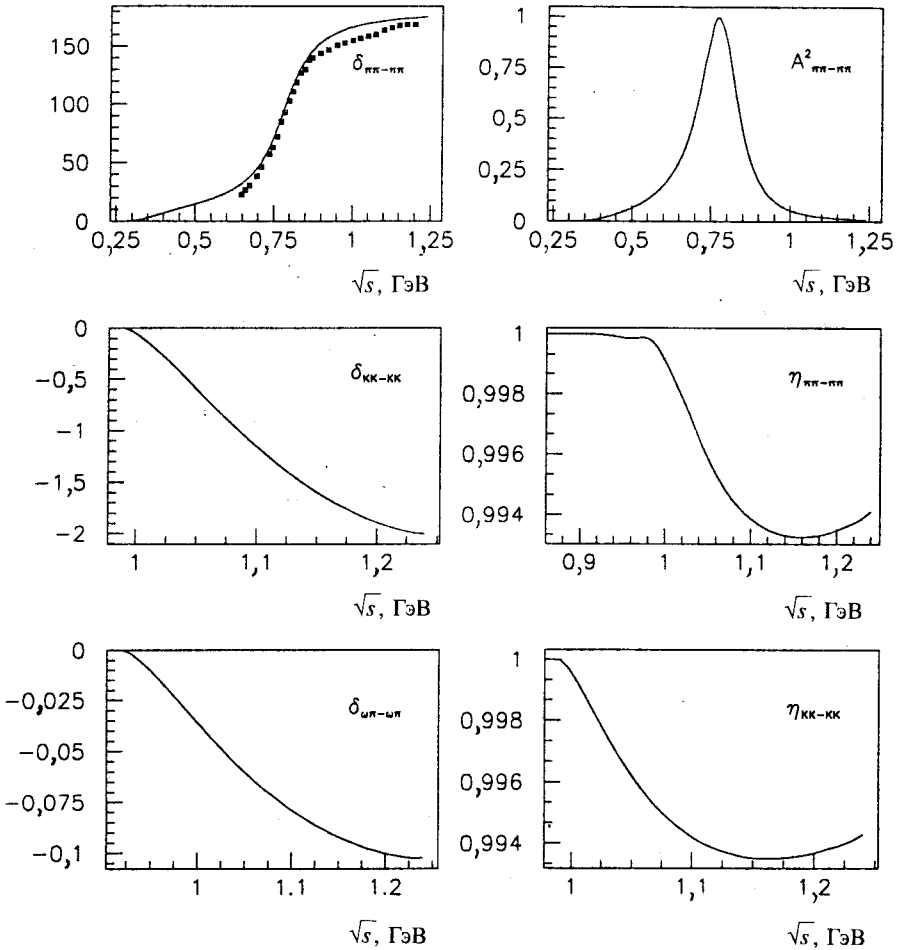


Рис.10. Квадрат амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния, фазовые сдвиги и неупругости в канале $G^{PC} = 1^{+1-}$. Экспериментальные данные по фазовому сдвигу $\pi\pi$ взяты из [49]

$q\bar{q}$ -состояние, оставляет возможность объяснить этот резонанс как некоторое экзотическое состояние (см., например, дискуссию в [33] и ссылки, данные там). Наши результаты в скалярном и изовекторном секторах согласуются довольно хорошо с параметризацией Флатте a_0 -резонанса [48]. Хотя детерминант амплитуды $\pi\eta$ -рассеяния становится чисто мнимым при $M_{\pi\eta} = 1,020$ ГэВ, квадрат амплитуды имеет максимум на $K\bar{K}$ -пороге, и при

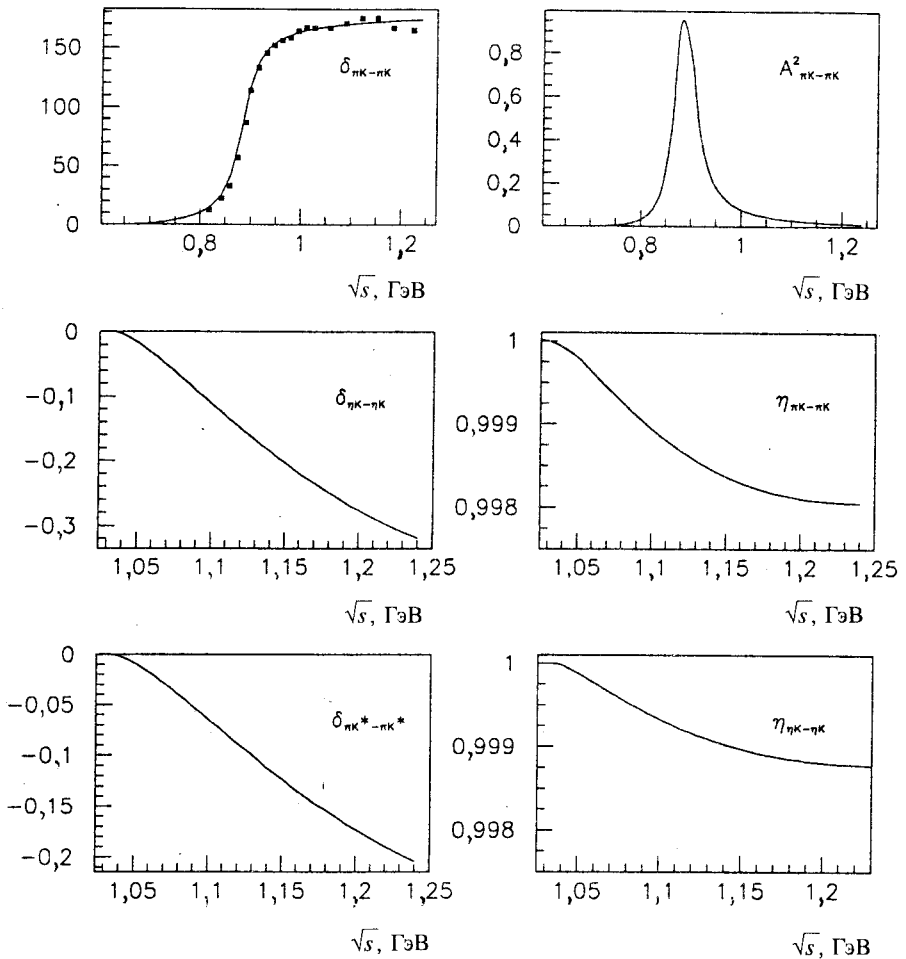


Рис.11. Квадрат амплитуды πK -рассеяния, фазовые сдвиги и неупругости в канале $J^P = 1/2^-$. Экспериментальные данные по фазовому сдвигу πK взяты из [50,51]

фитировании этой амплитуды брейт-вигнеровским полюсом полученные масса и ширина очень близки к приведенным в Particle Data Group [35].

В каналах $J^{PC} = 1^{+-}$ и $J^{PC} = 1^{++}$ вводятся два новых параметра: константы связи $C(1^{++})$ и $C(1^{+-})$ перехода $q\bar{q} \rightarrow M\bar{M}$. В странном секторе эти каналы смешиваются и характеристики K_1 -мезонов вычисляются с учетом этого смешивания.

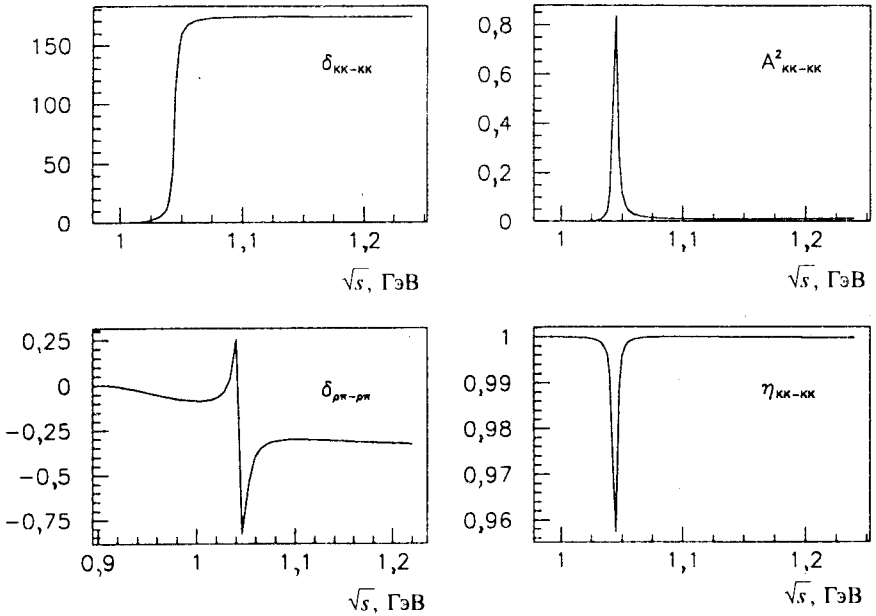


Рис.12. Квадрат амплитуды $K\bar{K}$ -рассеяния, фазовые сдвиги и неупругости в канале $J^{PC} = 0^{-1^{-}}$

В канале $J^{PC} = 2^{++}$ также вводятся два дополнительных параметра: константы связи $\bar{q}q$ с мезонами в S -волне, $C_S(2^{++})$, и с мезонами в D -волне, $C_D(2^{++})$. Второй параметр фиксирован так, чтобы дать правильную ширину $f_2(1^G J^{PC} = 0^+ 2^{++})$ -мезона, а первый подбирался, исходя из наилучшего описания мезонного спектра в этом канале. Отметим, что модель не описала резонанс с массой $M = 1525$ МэВ в изоскалярном канале, который обычно считается связанным состоянием странных кварков. По-видимому, этот мезон образуется в результате сильного смешивания всех каналов и, следовательно, должен появиться на следующем шаге модели при учете каналов с рассеянием P -волновых мезонов.

Кроме вышеперечисленных параметров, используемых в модели, вводятся два других параметра, общих для всех каналов: средняя масса нестранного кварка m_q и отношение констант связи для перехода псевдоскалярных и векторных мезонов в кварк-антикварковую пару: g_1/g_2 (см. уравнение (26)).

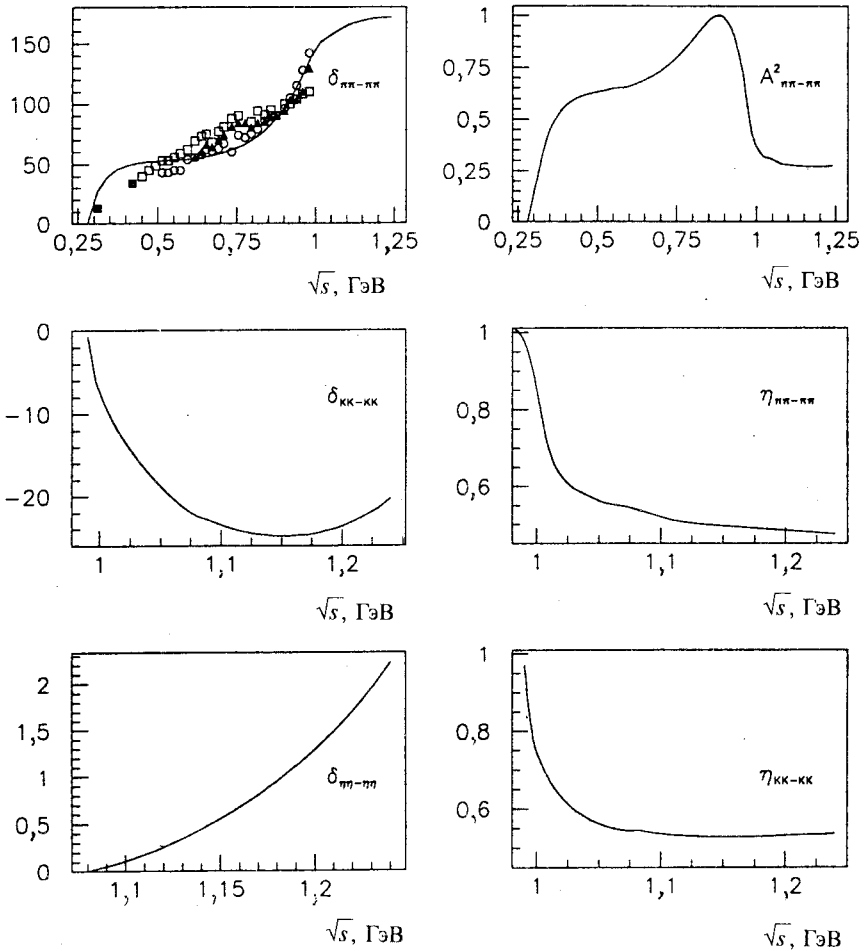


Рис.13. Квадрат амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния, фазовые сдвиги и неупругости в канале $J^G J^PC = 0^+ 0^{++}$. Экспериментальные данные по фазовому сдвигу $\pi\pi$ взяты из [49,52,53]

Спектр $J^P = 0^-, 1^-, 0^+$ мезонов практически не зависит от массы нестранный кварка при изменении этой массы в пределах $500 \div 800$ МэВ. Выбранная нами масса нестранный кварка 625 МэВ дает наилучшее описание мезонного спектра в $J^PC = 1^{++}, 2^{+-}, 2^{++}$ каналах.

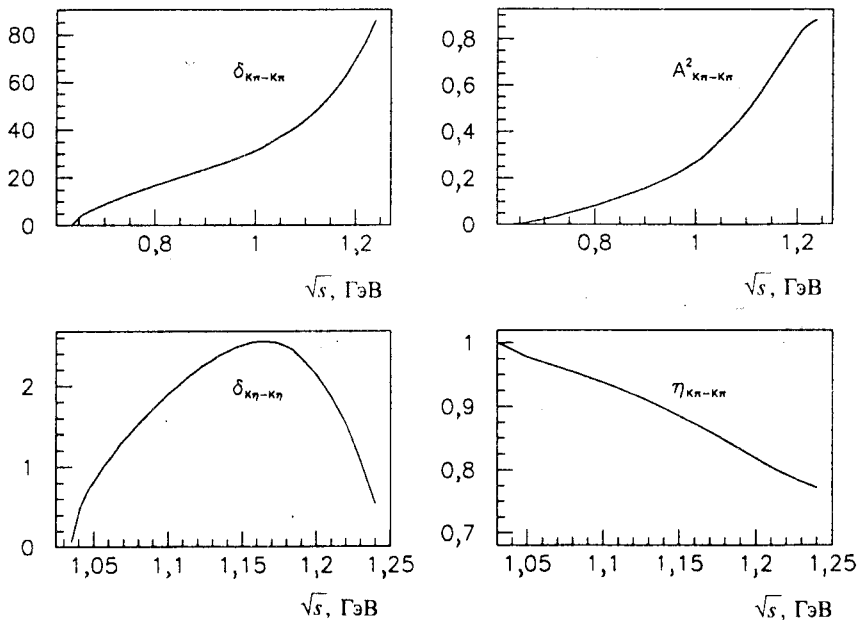


Рис.14. Квадрат амплитуды πK -рассеяния, фазовые сдвиги и неупругости в канале $I J^P = 1/2 0^+$

Масса странного кварка была сдвинута с сохранением отношения масс странного и нестранного кварков, полученного в работе [15]:

$$\frac{m_q}{m_s} = \frac{m_q^{\text{old}}}{m_s^{\text{old}}}, \quad (33)$$

где $m_q^{\text{old}} = 390$ МэВ и $m_s^{\text{old}} = 500$ МэВ.

Параметр g_1/g_2 довольно сильно коррелирует с параметром λ_s и используется для получения разумного расщепления ω - и Φ -мезонов.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Низкоэнергетические мягкие процессы успешно описываются в КХД мотивированной кварковой моделью. Хотя базовая теория КХД не дает возможности непосредственно вычислить большинство характеристик кварковой модели, тем не менее успех этой модели в описании физических про-

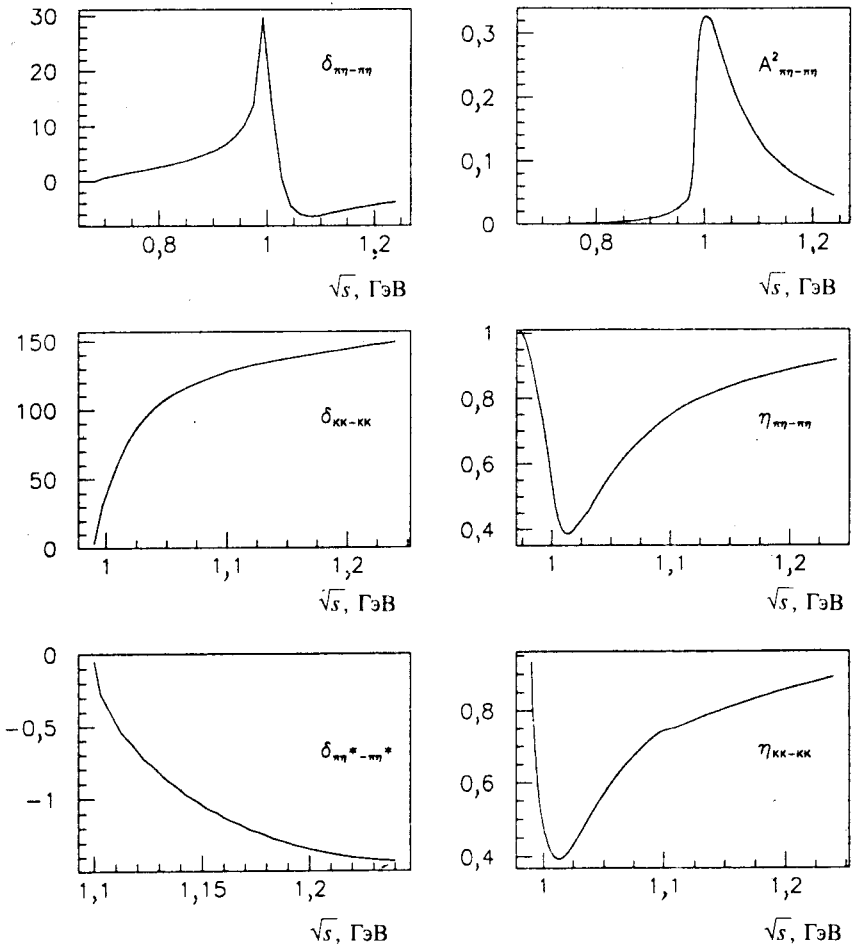


Рис.15. Квадрат амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния, фазовые сдвиги и неупругости в канале $J^{G}P^C = 1^{-}0^{+}$

цессов указывает на то, что основные черты физики на расстояниях около 0,3—1,0 фм учитываются правильно.

Одной из целей построения модели было исследование возможности включения в рассмотрение сил конфайнмента, индуцируемых за счет переходов $q\bar{q} \rightarrow$ мезон + мезон. Для этого мы стартовали с бутстрапной модели, где в рамках чисто кваркового описания был получен спектр низколежащих мезонов и где включение соответствующих адронных степеней свободы мо-

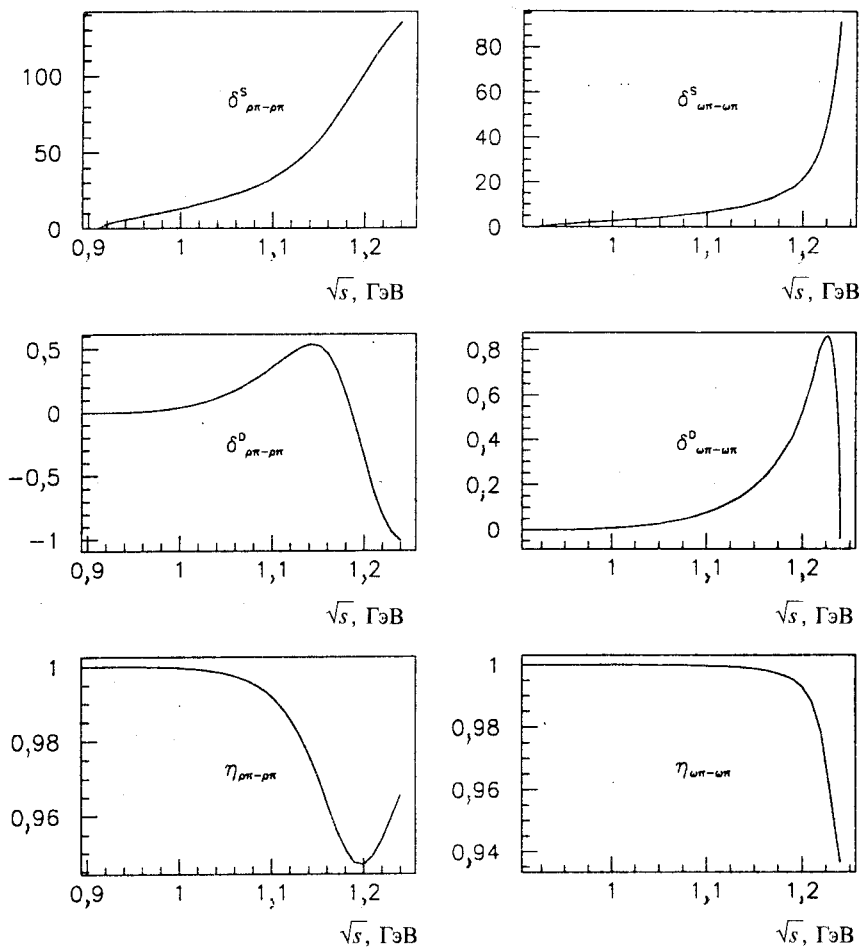


Рис.16. S - и D -волновые фазовые сдвиги и параметры смешивания в канале $J^G J^P C = 0^- 1^{+-}$ ($\rho\pi$ -рассеяние) и в канале $J^G J^P C = 1^+ 1^{+-}$ ($\omega\pi$ -рассеяние)

жет быть сделано довольно просто. На первом этапе — этапе бутстрепных вычислений — составляющий кварк имел массу 350—400 МэВ (масса странного кварка выше на 150—200 МэВ), а взаимодействие обусловлено обменом эффективным глюоном и инстантон-индуцированными силами. Такая модель хорошо описывает спектр $J^P = 0^-, 1^-$ мезонов и дает качественно правильное описание спектра $J^P = 0^+$ мезонов.

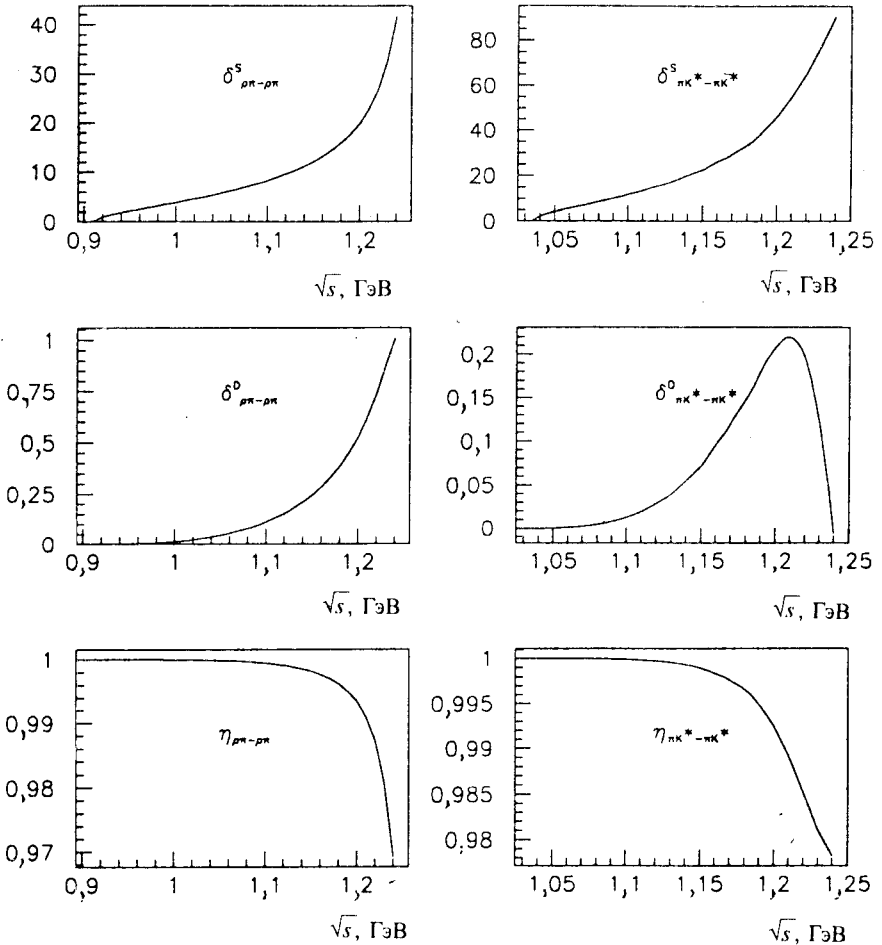


Рис.17. S- и D-волновые фазовые сдвиги и параметры смешивания в канале $I G J^{PC} = 1^- 1^{++}$ ($\rho\pi$ -рассеяние) и в канале $I J^P = 1/2 1^+$ ($\pi\pi^*$ -рассеяние)

Мезонные степени свободы включены в модель с помощью амплитуд переходов $q + \bar{q} \rightarrow q + \bar{q}q + \bar{q} \rightarrow M + M$, которые тесно связаны с механизмом конфайнмента: выходящие кварки рождают кварк-антикварковые пары, переходящие в мезоны. На данном, втором этапе в расчеты включены только каналы рассеяния низколежащих мезонов, то есть состояний, полученных в рамках бутстрапной процедуры. Переходы $q\bar{q} \rightarrow M + M \rightarrow q\bar{q}$ приводят к эффективному $\bar{q}q$ -взаимодействию, которое играет роль кон-

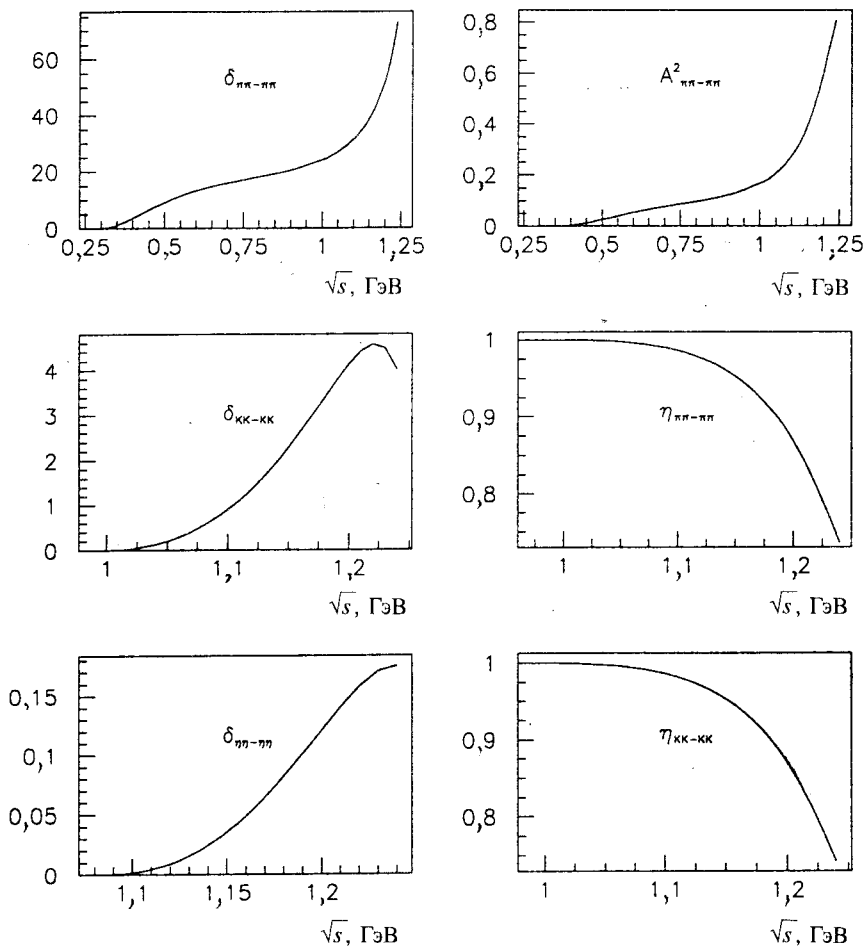


Рис.18. Квадрат амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния, фазовые сдвиги и неупругости в канале $I^G J^PC = 0^+ 2^+ +$

файнментного барьера, ответственного за силы в области 1 фм, и, следовательно, за формирование мезонных состояний с массой более 1 ГэВ.

В рамках предложенной модели с учетом переходов $q + \bar{q} \rightarrow M + M$ получены следующие результаты.

1. Вычислены массы и ширины 0^- - и 1^- -мезонов, которые находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

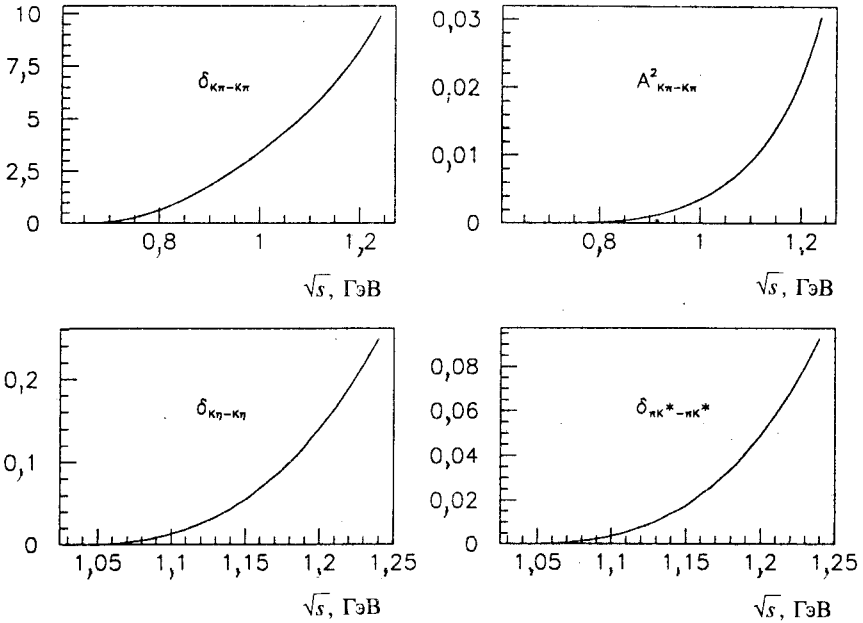


Рис.19. Квадрат амплитуды πK -рассеяния, фазовые сдвиги и неупругости в канале $J^P = 1/2 2^+$

2. Вычислены спектроскопические характеристики высоковозбужденных мезонов с массами 1,0—1,5 ГэВ (P -волновых $q\bar{q}$ -состояний): они находятся в качественном согласии с экспериментальными данными.

3. Получены амплитуды мезон-мезонного рассеяния, которые также удовлетворительно согласуются с экспериментом.

Включение в модель в явном виде мезонных степеней свободы приводит к следующим изменениям кварковой динамики.

1. Существенная часть расщепления и смешивания низколежащих мезонных состояний определяется $\bar{q}q \rightarrow MM$ взаимодействием. Соответственно ослабляется вклад инстантон-индуцированных сил.

2. Масса кварков увеличивается на ~ 200 МэВ как для нестранных, так и для странных кварков.

Фактически это прямо указывает на механизм кварк-адронной дуальности: кварковые характеристики тесно связаны с определенным набором адронных состояний. Если низколежащие мезоны учтены в модели в явном виде и, следовательно, исключены из этого набора, то для кварков уста-

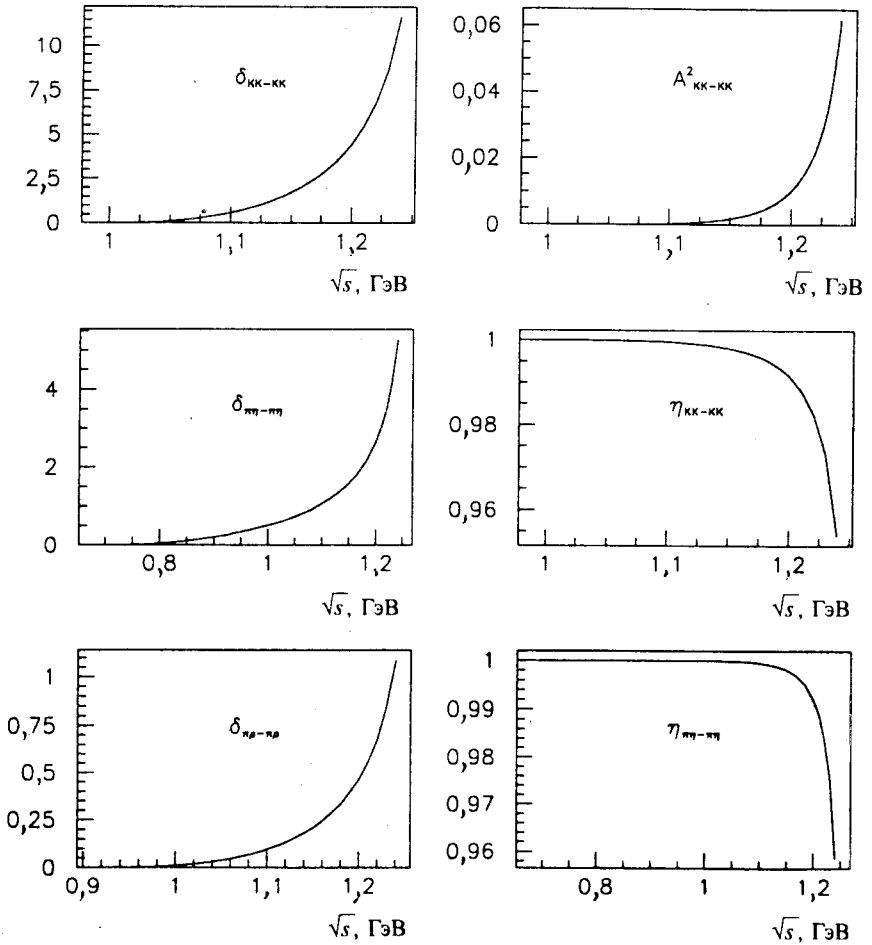


Рис.20. Квадрат амплитуды KK -рассеяния, фазовые сдвиги и неупругости в канале $J^G J^{PC} = 1^- 2^{++}$

навливается новая, более высокая шкала энергий-масс, что приводит к эффективно более высокой массе нового «конституентного кварка».

Авторы признательны В.Н.Грибову, Б.К.Мечу, Х.Р.Петри и другим теоретикам Института ядерной физики Боннского университета за многочисленные плодотворные обсуждения.

8. ПРИЛОЖЕНИЕ А

Рассмотрим структуру операторов парциальных волн в рассеянии двух частиц. Эти операторы могут быть построены с помощью условия ортогональности, приведенного в уравнении (16). Другим условием, используемым при построении операторов, является условие совпадения в системе центра инерции этих операторов с обычными нерелятивистскими операторами. Исходя из этого, получаем следующий спектр операторов для S - и P -волновых состояний двух фермионов:

$$\begin{aligned}
 i\gamma_5 & \text{ для } {}^1S_0 \quad J^{PC} = 0^{-+} \\
 i\Gamma_\mu & \text{ для } {}^3S_1 \quad J^{PC} = 1^{--} \\
 1 & \text{ для } {}^1P_0 \quad J^{PC} = 0^{++} \\
 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{s}} \gamma_5 k_\mu^\perp & \text{ для } {}^1P_1 \quad J^{PC} = 1^{+-} \\
 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2s}} \epsilon_{\mu ijk} k_i^\perp P_j \gamma_k & \text{ для } {}^3P_1 \quad J^{PC} = 1^{++} \\
 \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{s}} \Gamma_i k_j^\perp O_{\mu\nu}^{ij} & \text{ для } {}^3P_2 \quad J^{PC} = 2^{++}
 \end{aligned} \tag{34}$$

где

$$\begin{aligned}
 k_\mu^\perp &= \frac{1}{2} \left[(p_1 - p_2)_\mu - \frac{m_1^2 - m_2^2}{P^2} P_\mu \right], \\
 \gamma_\mu^\perp &= \gamma_\mu - \frac{P_\mu \hat{P}}{P^2}, \\
 \Gamma_\mu &= \gamma_\mu^\perp - \frac{2k_\mu^\perp}{m_1 + m_2 + \sqrt{P^2}}, \\
 g_{\mu\nu}^\perp &= g_{\mu\nu} - \frac{P_\mu P_\nu}{P^2}, \\
 O_{ij}^{\mu\nu} &= \frac{1}{2} \left(g_{\mu i}^\perp g_{\nu j}^\perp + g_{\mu j}^\perp g_{\nu i}^\perp - \frac{2}{3} g_{\mu\nu}^\perp g_{ij}^\perp \right).
 \end{aligned} \tag{35}$$

Оператор δ_{BC} , введенный в уравнении (16), является проекционным оператором и равен единице для состояний с полным моментом $J=0$ и

$g_{\mu\nu}^{\perp}$ для состояний с $J = 1$. Парциальные операторы нормированы на функции фазового объема $\Phi(k)$, равные

$$\Phi(s) = 2(s - (m_1 - m_2)^2) \Phi_S(s) \text{ для } J^P = 0^-, 1^-$$

$$\Phi(s) = 2(s - (m_1 + m_2)^2) \Phi_S(s) \text{ для } J^P = 0^+ \quad (36)$$

$$\Phi(s) = 2(s - (m_1 - m_2)^2) \frac{k^2}{s} \Phi_S(s) \text{ для } J^P = 1^+, 2^+,$$

где

$$\Phi_S(s) = \frac{|\mathbf{k}|}{8\pi\sqrt{s}},$$

$$k^2 = -k^{\perp 2} = \frac{(s - (m_1 + m_2)^2)(s - (m_1 - m_2)^2)}{4s} \quad (37)$$

Операторы парциальных волн при рассеянии двух бозонов должны удовлетворять условию ортогональности, приведенному в (17)—(19). Это приводит к следующему спектру операторов рассеяния двух псевдоскалярных (или скалярных) бозонов:

$$1 \text{ для } {}^1S_0 \quad J^{PC} = 0^+$$

$$\frac{i}{\sqrt{s}} k_{\mu}^{\perp} \text{ для } {}^1P_1 \quad J^{PC} = 1^- \quad (38)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}s} K_{\mu\nu} \text{ для } {}^1D_2 \quad J^{PC} = 2^+,$$

где

$$K_{\mu\nu} = k_{\mu}^{\perp} k_{\nu}^{\perp} - \frac{1}{3} g_{\mu\nu}^{\perp} k^{\perp 2}, \quad (39)$$

а вектор k_{μ}^{\perp} и оператор $g_{\mu\nu}^{\perp}$ определены так же, как и в случае рассеяния фермионов.

Для построения спектра операторов рассеяния векторного и псевдоскалярного бозонов введем следующие операторы:

$$\Gamma_{\alpha\beta}^1 = g_{\alpha\beta}^{\perp} - \frac{k_{\alpha}^{\perp} k_{\beta}^{\perp}}{k^{\perp 2}} \frac{(\sqrt{s} - M)(\sqrt{s} - \delta)}{s + M\delta},$$

$$\tilde{k}_{1\alpha}^{\perp} = k_{\beta}^{\perp} \Gamma_{\alpha\beta}^1, \quad (40)$$

где

$$M = \mu_1 + \mu_2, \quad \delta = \mu_1 - \mu_2. \quad (41)$$

В системе центра инерции составной системы оператор $\Gamma_{\alpha\beta}^1$ переводит релятивистский четырехмерный вектор поляризации бозона в нерелятивистский трехмерный вектор. С помощью этих операторов спектр парциальных операторов рассеяния векторного и псевдоскалярного бозонов записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
 & \Gamma_{\mu\alpha}^1 \text{ для } {}^3S_1 \quad J^P = 1^+ \\
 & \frac{i}{\sqrt{s}} \tilde{k}_{1\alpha}^\perp \text{ для } {}^3P_0 \quad J^P = 0^- \\
 & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2s}} \varepsilon_{\mu\alpha ij} k_i^\perp P_j \text{ для } {}^3P_1 \quad J^P = 1^- \\
 & i \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{s}} \left[\Gamma_{\mu\alpha}^1 k_\nu^\perp P_j + \Gamma_{\nu\alpha}^2 k_\mu^\perp P_j - \frac{2}{3} g_{\mu\nu}^\perp k_{1\alpha} \right] \text{ для } {}^3P_2 \quad J^P = 2^- \\
 & \frac{3}{\sqrt{2s}} \left[\tilde{k}_{1\alpha}^\perp k_\mu^\perp - \frac{1}{3} k^{\perp 2} \Gamma_{\mu\alpha}^1 \right] \text{ для } {}^3D_1 \quad J^P = 1^+ \\
 & i \frac{\sqrt{5}}{2s\sqrt{s}} (k_\mu^\perp \varepsilon_{\nu\alpha ij} k_i^\perp P_j + k_\nu^\perp \varepsilon_{\mu\alpha ij} k_i^\perp P_j) \text{ для } {}^3D_2 \quad J^P = 2^+,
 \end{aligned} \tag{42}$$

где α — индекс поляризации векторного мезона. Для построения спектра операторов рассеяния двух векторных бозонов введем оператор $\Gamma_{\alpha\beta}^2$, являющийся аналогом оператора $\Gamma_{\alpha\beta}^1$, но действующий на вторую частицу:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{\alpha\beta}^2 &= g_{\alpha\beta}^\perp - \frac{k_\alpha^\perp k_\beta^\perp (\sqrt{s} - M)(\sqrt{s} + \delta)}{k^{\perp 2} (s - M\delta)}, \\
 \tilde{k}_{2\alpha}^\perp &= k_\beta^\perp \Gamma_{\alpha\beta}^2,
 \end{aligned} \tag{43}$$

$$\Gamma_{\alpha\beta}^0 = \Gamma_{\alpha\nu}^1 \Gamma_{\nu\beta}^2. \tag{44}$$

Операторы состояний системы двух векторных частиц выражаются через введенные выше операторы следующим образом:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\sqrt{3}} \Gamma_{\alpha\beta}^0 \text{ для } {}^1S_0 \quad J^P = 0^+ \\
 & \frac{i}{\sqrt{2s}} \varepsilon_{\mu\alpha'\beta'j} \Gamma_{\alpha'\alpha}^1 \Gamma_{\beta'\beta}^2 P_j \text{ для } {}^3S_1 \quad J^P = 1^+ \\
 & \frac{1}{2} \left[\Gamma_{\mu\alpha}^1 \Gamma_{\nu\beta}^2 + \Gamma_{\nu\alpha}^1 \Gamma_{\mu\beta}^2 - \frac{2}{3} g_{\mu\nu}^\perp \Gamma_{\alpha\beta}^0 \right] \text{ для } {}^5S_2 \quad J^P = 2^+
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{i}{\sqrt{3}s} k_{\mu}^{\perp} \Gamma_{\alpha\beta}^0 \text{ для } {}^1P_1 \quad J^P = 1^- \\
& \frac{1}{\sqrt{2}s} \varepsilon_{\alpha\beta ij} k_i^{\perp} P_j \text{ для } {}^3P_0 \quad J^P = 0^- \\
& \frac{i}{2\sqrt{s}} [\Gamma_{\mu\alpha}^1 \tilde{k}_{2\beta} - \Gamma_{\mu\beta}^2 \tilde{k}_{1\alpha}] \text{ для } {}^3P_1 \quad J^P = 1^- \\
& \frac{\sqrt{3}}{4s} \left[k_{\mu}^{\perp} \varepsilon_{\nu\alpha\beta j} + k_{\nu}^{\perp} \varepsilon_{\mu\alpha\beta j} - \frac{2}{3} g_{\mu\nu}^{\perp} \varepsilon_{i\alpha\beta j} k_i \right] P_j \Gamma_{\alpha'\alpha}^1 \Gamma_{\beta'\beta}^2 \text{ для } {}^3P_2 \quad J^P = 2^- \\
& \frac{\sqrt{3}i}{\sqrt{20}s} \left[\Gamma_{\mu\alpha}^1 \tilde{k}_{2\beta} + \Gamma_{\mu\beta}^2 \tilde{k}_{1\alpha} - \frac{2}{3} k_{\mu}^{\perp} \Gamma_{\alpha\beta}^0 \right] \text{ для } {}^5P_1 \quad J^P = 1^- \\
& \frac{1}{4s} [\Gamma_{\mu\alpha}^1 \varepsilon_{\nu i\beta j} k_i^{\perp} P_j + \Gamma_{\mu\beta}^2 \varepsilon_{\nu i\alpha j} k_i^{\perp} P_j + (\mu \rightarrow \nu)] \text{ для } {}^5P_2 \quad J^P = 2^- \\
& \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}s} \Gamma_{\alpha\beta}^0 \left(k_{\mu}^{\perp} k_{\nu}^{\perp} - \frac{k^{\perp 2}}{3} g_{\mu\nu}^{\perp} \right) \text{ для } {}^1D_2 \quad J^P = 2^+ \\
& \frac{3i}{2s\sqrt{2}s} \left[k_{\mu}^{\perp} \varepsilon_{i\alpha\beta j} k_i^{\perp} P_j - \frac{k^{\perp 2}}{3} \varepsilon_{\mu\alpha\beta j} P_j \Gamma_{\alpha'\alpha}^1 \Gamma_{\beta'\beta}^2 \right] \text{ для } {}^3D_1 \quad J^P = 1^+ \\
& \frac{\sqrt{5}}{2s\sqrt{6}} [k_{\nu}^{\perp} (\Gamma_{\mu\alpha}^1 \tilde{k}_{2\beta} - \Gamma_{\mu\beta}^2 \tilde{k}_{1\alpha}) + (\mu \rightarrow \nu)] \text{ для } {}^3D_2 \quad J^P = 2^+ \\
& \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}s} \left[\tilde{k}_{1\alpha} \tilde{k}_{2\beta} - \frac{k^{\perp 2}}{3} \Gamma_{\alpha\beta}^0 \right] \text{ для } {}^5D_0 \quad J^P = 0^+ \\
& \frac{\sqrt{3}i}{2s\sqrt{2}s} [\tilde{k}_{1\alpha} \varepsilon_{\mu i\beta j} k_i^{\perp} P_j + \tilde{k}_{2\beta} \varepsilon_{\mu i\alpha j} k_i^{\perp} P_j] \text{ для } {}^5D_1 \quad J^P = 1^+.
\end{aligned} \tag{45}$$

Все приведенные выше операторы рассеяния бозонов нормированы таким образом, чтобы после суммирования по различным спиновым состояниям дать следующие фазовые объемы:

$$\begin{aligned}
\Phi(s) &= 1 \text{ для } S\text{-волнового состояния,} \\
\Phi(s) &= (s - M^2)(s - \delta^2)/4s^2 \text{ для } P\text{-волнового состояния,} \\
\Phi(s) &= (s - M^2)^2(s - \delta^2)^2/16s^4 \text{ для } D\text{-волнового состояния.}
\end{aligned} \tag{46}$$

9. ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Приведем метод расчета парциальных вершинных функций для взаимодействия, определяемого лагранжианом (2). Этот лагранжиан определяет

как s -, так и t -канальные взаимодействия $q\bar{q}$ -пары. Для вычисления N -функции необходимо разложить t -канальное взаимодействие по s -канальным парциальным амплитудам. Эта процедура, являясь, по сути, трансформацией Фирца, может быть выполнена как вычисление произведения скачков амплитуды в двухпетлевой диаграмме, показанной на рис.21. Так как операторы парциальных состояний Q_j^B , введенные с помощью условия ортогональности (15)–(18), образуют полный набор, они автоматически выделяют требуемое s -волновое взаимодействие из t -канального взаимодействия. В результате мы получаем s -канальную вершинную функцию, умноженную на функции двухчастичных фазовых объемов $\Phi_j(s)$.

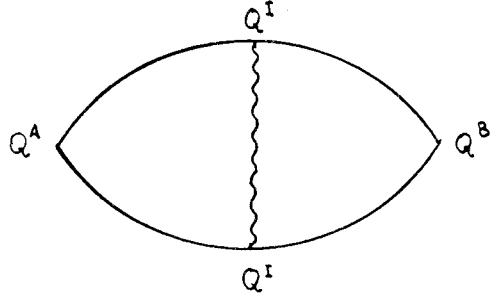


Рис.21. Двухпетлевая диаграмма для вычисления проекции t -канального взаимодействия, определяемого оператором Q_j , на s -канальную парциальную волну, определяемую оператором Q_j^B

Блок взаимодействия N_s^{ic} , где индекс i относится к изоспину, c — к цвету, а s — к спиновым переменным, подчиняется преобразованию Фирца:

$$N_s^{ic} (s\text{-канал}) = U^{ij} V^{cp} \hat{P}_{st} N_t^{jp} (t\text{-канал}), \quad (47)$$

где

$$V = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad U = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (48)$$

а оператор \hat{P} является оператором преобразования спиновых переменных. Матричные элементы этого преобразования вычисляются следующим образом. Пусть t -канальное взаимодействие определяется с помощью операторов $Q^I(t) \otimes Q^I(t)$, где подразумевается суммирование по индексу I ; t показывает, что эти операторы действуют в t -канале, и в отличие от (15) опущен для простоты индекс, характеризующий полный момент. Проекция таких операторов на s -канальные операторы $Q^{C(s)} \otimes Q^{C(s)}$ равна (см. рис.21):

$$\begin{aligned} & P(Q^{C(s)} \otimes Q^{C(s)} \leftarrow Q^I(t) \otimes Q^I(t)) = \\ & \frac{\langle \text{Tr} [Q^B(m_1 + \hat{k}_1) Q_I(m_1 + \hat{k}_1) Q^A(m_2 - \hat{k}_2) Q_I(m_2 - \hat{k}_2)] \rangle}{\langle \text{Tr} [Q^B(m_1 + \hat{k}_1) Q^C(m_2 - \hat{k}_2)] \text{Tr} [Q^C(m_1 + \hat{k}_1) Q^A(m_2 - \hat{k}_2)] \rangle}, \quad (49) \end{aligned}$$

где $\langle \dots \rangle$ означает интегрирование по угловым переменным двухпетлевой диаграммы рис.21. Напомним, что при вычислении произведения скачков амплитуды необходимо держать частицы 1, 2 и 1', 2' на массовой поверхности. Для рассматриваемых в нашем случае векторного взаимодействия $\gamma_\mu \otimes \gamma_\mu$ и инстантонного взаимодействия $(1 + \gamma_5) \otimes (1 + \gamma_5)$ разложение на s -канальные парциальные волны дает следующий результат:

для $J^P = 0^-$

$$P(i\gamma_5 \otimes i\gamma_5 \leftarrow \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu) = -1 + (m_1 + m_2)^2 / (2s),$$

$$P(i\gamma_5 \otimes i\gamma_5 \leftarrow (1 + \gamma_5) \otimes (1 + \gamma_5)) = 1/2,$$

для $J^P = 0^+$

$$P(1 \otimes 1 \leftarrow \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu) = -1 + (m_1 - m_2)^2 / (2s),$$

$$P(1 \otimes 1 \leftarrow (1 + \gamma_5) \otimes (1 + \gamma_5)) = -1/2,$$

для $J^P = 1^-$

$$P(i\Gamma_\mu \otimes i\Gamma_\mu \leftarrow \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu) = -1/2 - (s - (m_1 + m_2)^2) / (6s) + \\ + (\sqrt{s} - m_1 - m_2)^2 / (9s),$$

$$P(i\Gamma_\mu \otimes i\Gamma_\mu \leftarrow (1 + \gamma_5) \otimes (1 + \gamma_5)) = - (s - (m_1 + m_2)^2) / (12s). \quad (50)$$

10. ПРИЛОЖЕНИЕ В

Приведем изотопические коэффициенты $\beta(j_1, j_2, J | i_1, i_2, I)$ для перехода $q\bar{q} \rightarrow MM$, где индексы j_1, j_2, J относятся соответственно к изоспину кварка, антикварка и изоспину $q\bar{q}$ -составной системы, а индексы i_1, i_2, I описывают изоспины мезонов и их составной системы.

$$\beta\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1 | 1, 1, 1\right) = -1 \quad \beta\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1 | 1, 0, 1\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\beta\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1 | \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right) = 1 \quad \beta\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0 | 1, 1, 0\right) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\beta\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0 | 0, 0, 0\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \beta\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0 | \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right) = 1$$

$$\beta\left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2} | 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \quad \beta\left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2} | \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right) = 1$$

$$\beta \left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2} \mid 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \beta \left(0, 0, 0 \mid \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0 \right) = \sqrt{2}$$

$$\beta(0, 0, 0 \mid 0, 0, 0) = 1. \quad (51)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Häbel U., Könning R., Reusch H.-G. et al. — Z. Phys., 1990, vol.A336, p.423; ibid, 1990, vol.A336, p.435.
2. Gribov V.N. — Preprint LU TP-91-7, 1991.
3. Weindberg S. — Phys. Rev. Lett., 1990, vol.65, p.1181.
4. Jaffe R.L. — Phys. Lett., 1990, vol.B245, p.221.
5. Ellis J., Frishman Y., Karliner M. — Phys. Lett., 1991, vol.B272, p.333.
6. Fritsch H. — Preprint CERN-TH. 7079/93, 1993.
7. Isgur N., Karl G. — Phys. Rev., 1978, vol.D18, p.4187; ibid. 1979, vol.D19, p.2653; ibid, 1979, vol.D20, p.1191.
8. Startor R., Stancu Fl. — Phys. Rev., 1985, vol.D31, p.128.
9. Capstick S., Isgur N. — Phys. Rev., 1986, vol.D34, p.2809.
10. Adler S.L., Piran T. — Rev. Mod. Phys., 1984, vol.56, p.1.
11. Baker M., Ball J.S., Zachariasen F. — Phys. Rev., 1985, vol.D31, p.2575; 1986, vol.D34, p.3894.
12. Creutz M. — Quarks, Gluons and Lattices. Cambridge U.P., Cambridge, 1983.
13. Rebbi C. — Lattice Gauge Theories and Monte Carlo Simulations. World Scientific, Singapore, 1983.
14. Anisovich V.V., Kobrinsky M.N., Nyiri Y., Shabelski Yu.M. — Quark Model and High Energy Collisions. World Scientific, Singapore, 1985.
15. Anisovich V.V., Gerasyuta S.M., Sarantsev A.V. — Int. Jour. of Modern Phys., 1991, vol.A6, p.625.
16. Герасюта С.М., Саранцев А.В. — ЯФ, 1990, т.52, в.5, с.1483.
17. Anisovich V.V., Metsch B.Ch., Petry H.R., Sarantsev A.V. — To be published in «Z. Phys. A».
18. Анисович В.В. — ЯФ, 1980, т.31, с.859.
19. Monohar A., Georgi H. — Nucl. Phys. 1984, vol.B234, p.189.
20. Weinstein J., Isgur N. — Phys. Rev., 1983, vol.D27, p.588; ibid. 1990, vol.D41, p.2236.
21. Barnes T., Swanson E.S. — Phys. Rev., 1992, vol.D46, p.131.
22. Герасимов С.В. — ЯФ, 1979, т.29, с.513; ЯФ, 1980, т.32, с.304.
23. Morgan D. — Nucl. Phys., 1992, vol.A543, p.632.
24. Morgan D., Pennington M.R. — Phys. Rev., 1993, vol.D48, c.1185.
25. Törnqvist N. — Phys. Rev. Lett., 1991, vol.67, p.556.
26. Dooley K., Swanson E.S., Barnes T. — Phys. Lett., 1992, vol.B275, p.478.
27. Hershbach H. — Phys. Rev., 1993, vol.D47, p.3027.
28. Bürger W., Faber M., Markum H., Müller M. — Phys. Rev., 1993, vol.D47, p.3034.
29. Kahana D.E., Maung K.M., Norbury J.W. — Phys. Rev., 1993, vol.D48, p.3408.
30. Semey C., Ceuleneer R. — Phys. Rev., 1993, vol.D48, p.4361.

31. De Rujula A., Georgy H., Glashow S.L. — Phys. Rev., 1975, vol.D12, p.147.
32. Ma E. — Phys. Rev., 1978, vol.D17, p.623.
33. Anisovich V.V. et al. — Phys. Lett., 1994, vol.B323, p.233.
34. Anisovich V.V., Bugg D.V., Sarantsev A.V., Zou B.S. — Phys. Rev., 1994, vol.D50, p.1972.
35. Particle Data Group. — Phys. Rev., 1994, vol.D50.
36. Nambu Y., Yona-Lasinio G. — Phys. Rev., 1961, vol.122, p.345; 1961, vol.124, p.246.
37. Bernard V., Meissner U. — Phys. Lett., 1991, vol.B266, p.403.
38. Волков М.К. — ЭЧАЯ, 1986, т.17, с.433.
39. Mackenzie P. — Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.), 1993, vol.30, p.35.
40. Sharpe S. — Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.), 1993, vol.30, p.213.
41. Davies C. (UKQCD Collaboration). — UKQCD Review, Paper presented at the Int. Conf. on Nuclear and Particle Physics, 1993, ed.I.J.D.MacGregor and A.T.Doyle, Inst. of Phys. Publishing, Bristol and Philadelphia.
42. Герасюга С.М., Куперин Ю.А., Саранцев А.В., Ярьевский Е.А. — ЯФ, 1991, т.53, с.1397.
43. Roos M., Törnqvist N. — Z. Physik C, 1980, vol.5, p.205.
44. Törnqvist N. — Nucl. Phys., 1982, vol.203, p.268.
45. Anisovich V.V., Kobrinsky M.N., Melikhov D.I., Sarantsev A.V. — Nucl. Phys., 1992, vol.A544, p.747.
46. Anisovich V.V., Bugg D.V., Sarantsev A.V. — Nucl. Phys., 1992, vol.A501.
47. Anisovich V.V., Melikhov D.I., Metsch B.Ch., Petry H.R. — Nucl. Phys., 1993, vol.A563, p.549.
48. Flatté S.M. — Phys. Lett., 1976, vol.B63, p.224.
49. Hyams B. et al. — Nucl. Phys., 1973, vol.B64, p.134.
50. Aston D. et al. — Nucl. Phys., 1988, vol.B296, p.493.
51. Estabrooks P. et al. — Nucl. Phys., 1978, vol.B133, p.491.
52. Froggat C.D., Petersen J.L. — Nucl. Phys., 1977, vol.B129, p.89.
53. Protopopescu S.D. et al. — Phys. Rev., 1973, vol.D7, p.1280.