

МЕТОД ХРОНОЛОГИЧЕСКОГО РАСЦЕПЛЕНИЯ ДИАГРАММ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К ОПИСАНИЮ ГИГАНТСКИХ РЕЗОНАНСОВ В МАГИЧЕСКИХ ЯДРАХ

С.П.Камерджиев, Г.Я.Тертычный

Государственный научный центр РФ «Физико-энергетический институт», Обнинск

В.И.Целяев

Научно-исследовательский институт физики

Санкт-Петербургского государственного университета, Санкт-Петербург

Изложен микроскопический подход к анализу возбужденных состояний магических ядер, основанный на последовательном использовании метода квантовых функций Грина. В применении к теории гигантских мультипольных резонансов в подходе явно учтены три главных механизма формирования резонанса в конечном ядре: распад по частично-дырочным конфигурациям дискретного спектра, частично-дырочным конфигурациям с частицей в континууме и по более сложным конфигурациям типа «частица — дырка \otimes фонон». Обсуждаются результаты численной реализации подхода для описания гигантских резонансов в магических стабильных и нестабильных ядрах.

A microscopic approach based on the consistent Green function formalism has been developed for description of excited states of magic nuclei. For giant multipole resonances, the approach takes explicitly into account three main mechanisms of giant resonance forming: decay into discrete particle-hole configurations, particle-hole configurations with a particle in the continuum and decay into more complex configurations « $1p1h \otimes$ phonon». The results of numerical realization of the approach for description of giant resonances in magic stable and unstable nuclei have been discussed.

1. ВВЕДЕНИЕ

Почти аксиомой в микроскопической теории структуры ядра при низких энергиях возбуждения* стало утверждение о необходимости улучшения приближения случайных фаз (RPA) путем учета конфигураций более сложных, чем частично-дырочные ($1p1h$) конфигурации, учитываемые в RPA. По-видимому, в наибольшей степени это утверждение обосновано тем, что в рамках RPA оказалось невозможным объяснить полные ширины гигантских мультипольных резонансов (ГМР) [1—3]. Хорошо известно, что ширины ГМР имеют три механизма формирования: 1) аналог затухания Ландау, определяемый распределением силы переходов по дискретным RPA-состояниям; 2) распад возбужденного состояния в континуум, в котором главную роль, по-видимому, играет одночастичный континуум (формирует ширину $\Gamma\uparrow$); 3) дополнительная фрагментация резонанса, обусловленная связью RPA-конфигураций с более сложными, прежде всего $2p2h$ -конфигурациями (формирует ширину $\Gamma\downarrow$). Многочисленные оценки эффекта $2p2h$ -конфигураций (см., например, [3]), подтвержденные более точными расчетами, о которых речь пойдет ниже, показали, что этот эффект вносит доминирующий вклад в ширину $\Gamma\downarrow$ для средних и тяжелых ядер.

До недавнего времени развитие микроскопической теории ГМР шло по двум направлениям: «RPA + континуум» и «RPA + $2p2h$ ». Первую проблему в настоящее время можно считать решенной, по крайней мере, для контактного эффективного взаимодействия между нуклонами: применение метода функций Грина (ФГ) позволило точно учесть одночастичный непрерывный спектр путем перехода в уравнениях RPA к координатному представлению [4,5]. Были развиты и другие методы решения этой задачи, допускающие использование нелокальных сил (см., например, [6,7]). Что касается проблемы учета $2p2h$ -конфигураций, то сейчас уже очевидно, что подходы к ее решению значительно более разнообразны, как по используемой технике, так и по физическому содержанию, чем способы учета $1p1h$ -конфигураций.

Открытие новых ГМР в 1971—1972 гг. сильно стимулировало развитие теории, в том числе и подходов, учитывающих сложные конфигурации. Следует отметить, что уже к тому времени наиболее подготовленной для расчетов этого эффекта была квазичастично-фононная модель [8], в которой был предложен и систематически развит метод учета двухфононных конфигураций в средних и тяжелых ядрах. Позднее стали применяться как методы, учитывающие «чистые» $2p2h$ -конфигурации, так и методы, основанные на использовании RPA-коллективизации, как правило, в одном из

* Имеются в виду энергии возбуждения до $30 + 40$ МэВ.

двух $1p1h$ -каналов, т.е. модели учета конфигураций $1p1h \otimes$ фонон. К первым относятся вторичное (second) RPA (SRPA [9]) и расширенное (extended) SRPA (ESRPA [2,10,11]). Ко вторым — методы [12,13], основанные на теории ядерных полей и модели силовой функции Бора — Моттельсона; модели [14—18], развитые в рамках формализма ФГ, и некоторые другие (здесь цитируются лишь основные подходы, которые будут обсуждаться в дальнейшем, подробнее см. [1—3,14,15,17]).

Современные тенденции в экспериментальной физике ГМР продолжают поддерживать интерес к развитию микроскопической теории, в определенном смысле их можно считать вызовом для теории. Речь идет, во-первых, о значительном улучшении экспериментального разрешения до величины $\Delta E \cong 10$ кэВ или меньшей, что уже привело и в еще большей степени приведет в будущем к появлению данных о тонкой структуре ГМР, не говоря об уже полученной информации [19—22]. Во-вторых, большое внимание в настоящее время уделяется изучению нестабильных ядер, которые представляют большой интерес для ядерной физики и астрофизики и производятся на установках с радиоактивными пучками. С точки зрения микроскопической теории ядра первая тенденция означает необходимость одновременного учета, кроме дискретных RPA-конфигураций, континуума и сложных конфигураций, вторая — потребность в теории, параметры которой уже известны, чтобы можно было применять ее к ядрам, не изученным экспериментально. Как оказалось, теорию, удовлетворяющую всем этим требованиям, весьма трудно реализовать численно. Лишь совсем недавно одновременный учет всех трех механизмов затухания ГМР был осуществлен в работах [17,23—27] — разумеется, с использованием весьма различных приближений, методов и для разных магических ядер и резонансов. Наиболее многочисленные расчеты такого рода были выполнены в рамках обсуждаемого в настоящем обзоре подхода, основанного на методе ФГ [17,27—34].

В отношении практических приложений этот подход можно рассматривать как результат дальнейшего развития идей теории конечных ферми-систем (ТКФС, [35]), параметры которой оказались достаточно универсальны для всех ядер, кроме легких. Причем в то время, как сама ТКФС в традиционной трактовке представляет собой RPA, сформулированное в терминах метода ФГ, в данном подходе решается задача явного учета конфигураций более сложных, чем те, которые присутствуют в RPA. Мы будем рассматривать в основном конфигурации $1p1h \otimes$ фонон. Это связано с тем, что задача учета «чистых» $2p2h$ -конфигураций, кроме количественных трудностей, имеет своим недостатком отсутствие реального параметра малости. Более предпочтительным, по крайней мере в настоящее время, является использование таких базисных конфигураций, в которых уже учтена коллективизация по одному или обоим $1p1h$ -каналам, т.е. конфигураций

вида $1p1h \otimes$ фонон или фонон \otimes фонон [8]. В этом случае параметром малости служит обезразмеренный квадрат амплитуды квазичастично-фононного взаимодействия: $g^2 < 1$ [43,14]. Это приводит к значительному упрощению проблемы учета $2p2h$, точнее, $1p1h \otimes$ фонон-конфигураций.

1. Мы получаем общий принцип отбора слагаемых: можно удерживать только слагаемые не выше второго порядка по g (впрочем, это справедливо не для всех величин, входящих в теорию; этот вопрос будет обсуждаться в нашем обзоре).

2. Более того, можно ограничиться лишь учетом $1p1h \otimes$ фонон-конфигураций, содержащих коллективные фононы с максимальной величиной g^2 . Поскольку наиболее важный вклад в области энергии ГМР дают низколежащие фононы, то разумно, следовательно, ограничиться низколежащими коллективными фононами, число которых невелико. Остальные фононы эффективно учитываются через феноменологические параметры задачи.

3. Ограничение малым числом коллективных фононов особенно важно, если используются феноменологические локальные силы с параметрами, подобранными в рамках ТКФС. Эти параметры не должны сильно изменяться при включении дополнительных нелокальных дальнедействующих сил, обязанных учету небольшого числа коллективных фононов в $1p1h \otimes$ фонон-конфигурациях. Поэтому в данном случае можно, по крайней мере в первом приближении, не менять параметры ТКФС. Наши расчеты подтвердили справедливость этого приближения. Кроме того, ограничение малым числом фононов заметно уменьшает численные трудности, что весьма существенно для задач с несепарабельным взаимодействием.

Основанный на этих идеях подход к задаче учета конфигураций $1p1h \otimes$ фонон в рамках метода ФГ был развит в работах [14,16]. Его численная реализация для $M1$ -резонансов в магических ядрах дала вполне разумные результаты. В частности, было показано, что наблюдаемые $M1$ -возбуждения в ^{40}Ca с энергией ~ 10 МэВ и в ^{16}O с энергией ~ 16 МэВ объясняются корреляциями в основном состоянии, обусловленными только $1p1h \otimes$ фонон-конфигурациями (RPA не дает 1^+ -уровней в этой области) [16]. Это был важный результат, который продемонстрировал роль этих эффектов и возможность их последовательного анализа в рамках метода ФГ.

Однако дальнейшее применение подхода [14,16] было затруднено возникающей в нем «проблемой полюсов второго порядка», суть которой будет изложена в разд.4. Эта проблема была впоследствии формально снята в модели [15], но решение уравнений этой модели оказалось трудновыполнимой задачей для реальных ядер.

Настоящий обзор посвящен изложению нового, развитого в рамках формализма ФГ подхода к задаче учета сложных конфигураций, который позволяет строить модели разных классов: учитывающие «чистые» $2p2h$ -конфигурации (типа SRPA) и учитывающие конфигурации $1p1h \otimes$ фонон. Основным элементом подхода, с помощью которого осуществляется переход от общих точных соотношений к конкретной решаемой модели, является метод построения обобщенного частично-дырочного пропагатора [18]. Физический смысл используемых в этом методе приближений тесно связан с интерпретацией входящих в теорию величин в терминах фейнмановских диаграмм [35]. В модели учета конфигураций $1p1h \otimes$ фонон пропагатор [18] содержит более широкий по сравнению с [14,16], но более узкий по сравнению с [15] класс диаграмм. Частичное суммирование диаграммного ряда в пропагаторе [18] позволило решить упомянутую проблему полюсов второго порядка в этом подходе. Первые расчеты, выполненные в его рамках без учета вклада одночастичного континуума [18,36], во многом явились повторением предыдущих расчетов [16], но в отличие от [16] в них было получено единое описание как изовекторной, так и изоскалярной части распределения $M1$ -силы в ^{208}Pb . Результаты применения подхода к описанию других ГМР с учетом континуума в $1p1h$ -конфигурациях [17,27—34] будут рассмотрены в разд.6.

Одним из достоинств метода ФГ является то, что, будучи последовательной теорией многих тел, он содержит много общих и точных соотношений между величинами, входящими в аппарат теории. Наиболее характерные примеры таких соотношений, которые мы использовали, это уравнение Дайсона для одночастичной ФГ и уравнение для функции отклика. Используя физические и математические свойства этих величин и соответствующие физические приближения, главным из которых является явное выделение сложных конфигураций определенного класса, т.е. $1p1h \otimes$ фонон-конфигураций, содержащих коллективные фононы, мы преобразуем соответствующие соотношения в уравнения, доступные анализу и решению на ЭВМ. В таком своего рода дедуктивном подходе большое значение приобретают вопросы правильного выбора исходных приближений и входных параметров задачи. Здесь и оказывается очень полезным контроль посредством модельно-независимых и предельных соотношений теории и наличие параметра малости. По нашему мнению, такого рода подход позволяет достаточно полно понять физику рассматриваемой задачи и учесть на равноправной основе главные составляющие изучаемого явления. Это особенно важно для такой сложной проблемы, какой является задача учета $2p2h$ - или $1p1h \otimes$ фонон-конфигураций в конечном ядре.

Обзор состоит из 7 разделов. В разд.2 излагаются основы метода ФГ в применении к задаче учета сложных конфигураций. В разд.3 рассматрива-

ются технические детали метода построения обобщенного частично-дырочного пропагатора. Раздел 4 посвящен выводу формул, определяющих этот пропагатор в нашем подходе. В разд.5 обсуждаются свойства пропагатора, кратко рассмотрены модели учета «чистых» $2p2h$ -конфигураций и обсуждаются эффекты корреляций в основном состоянии, обусловленных конфигурациями $1p1h \otimes$ фотон. В разд.6 рассмотрен применяемый в дальнейших приложениях способ учета одночастичного континуума в уравнении для изменения матрицы плотности и приведены результаты расчетов, выполненных в рамках нашей модели учета конфигураций $1p1h \otimes$ фотон с использованием эффективных сил Ландау — Мигдала. Приведенные численные результаты обсуждаются довольно кратко и носят иллюстративный характер. В заключении (разд.7) формулируются общие результаты и перечислены возможные пути совершенствования и развития подходов, учитывающих три основных механизма формирования ГМР.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОПИСАНИЯ ВОЗБУЖДЕНИЙ ЯДРА В МЕТОДЕ ФУНКЦИЙ ГРИНА

2.1. Общие соотношения. Решение задачи описания спектра возбуждений четно-четного ядра, в том числе — гигантских резонансов, во многих представляющих интерес случаях может быть сведено к вычислению функции распределения силы переходов в ядре, вызываемых внешним полем V^0 (силовой функции):

$$S(E) = \sum_{n \neq 0} (|\langle n | V^{0+} | 0 \rangle|^2 \delta(E - \omega_n) - |\langle n | V^0 | 0 \rangle|^2 \delta(E + \omega_n)),$$

где $\omega_n = E_n - E_0$, E_n и $|n\rangle$ — точная собственная энергия и точная собственная функция исходного ядерного гамильтониана, которые характеризуют состояние с набором квантовых чисел, обозначенных индексом n ($n = 0$ соответствует основному состоянию). В методе функций Грина силовая функция полностью определяется функцией отклика (ФО) ядра $R(\omega)$, т.к. из спектрального разложения ФО следует, что*

$$S(E) = \frac{1}{\pi} \lim_{\Delta \rightarrow +0} \text{Im} \sum_{1234} V_{21}^{0*} R_{12,34}(E + i\Delta) V_{43}^0. \quad (1)$$

* Определения фурье-образов величин, зависящих от временных разностных переменных, здесь и далее совпадают с обозначениями, использованными в [15]. В цифровые индексы включены квантовые числа, определяющие одночастичные функции некоторого полного базисного набора, который в дальнейшем будет конкретизирован.

Формально ФО есть решение уравнения Бете — Солпитера в частично-дырочном (ph) канале:

$$R_{12,34}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi i} R_{12,34}(\omega, \varepsilon), \tag{2}$$

$$R_{12,34}(\omega, \varepsilon) = -G_{31}(\varepsilon + \omega)G_{24}(\varepsilon) + \sum_{5678} G_{51}(\varepsilon + \omega)G_{26}(\varepsilon) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon'}{2\pi i} U_{56,78}(\omega, \varepsilon, \varepsilon')R_{78,34}(\omega, \varepsilon'), \tag{3}$$

где G — точная одночастичная ФГ, U — неприводимая в ph -канале амплитуда нуклон-нуклонного взаимодействия в ядерной среде. Но фактически (3) является лишь одним из уравнений, входящих в замкнутую систему нелинейных уравнений в функциональных производных, решение которой соответствует точному решению многотельной проблемы и которая определяет как функцию R , так и другие величины теории многих тел [35] (формулировка этой системы с обобщением на включение многонуклонных взаимодействий дана в [37]). В частности, в эту систему уравнений входит соотношение (во временном представлении, $l = \{1, t_1\}$ и т.д.):

$$U(12, 34) = i \frac{\delta \Sigma(3, 4)}{\delta G(1, 2)}, \tag{4}$$

где Σ — одночастичный массовый оператор, связанный с G уравнением Дайсона

$$G_{12}(\varepsilon) = G_{12}^0(\varepsilon) + \sum_{34} G_{13}^0(\varepsilon)\Sigma_{34}(\varepsilon)G_{42}(\varepsilon), \tag{5}$$

в котором $G_{12}^0(\varepsilon) = \left(\left(\varepsilon - \frac{\mathbf{p}^2}{2m} \right)^{-1} \right)_{12}$ — свободная ФГ.

Вышесказанное означает, что уравнение (3) можно рассматривать как определение ФО R только тогда, когда известны величины Σ и U . В действительности в нашем распоряжении имеются лишь модельные аппроксимации этих величин. По-видимому, наиболее простым и ясным алгоритмом построения этих аппроксимаций является алгоритм перестроенной теории возмущений по пустотному межнуклонному взаимодействию w (в конечных формулах оно заменяется на эффективное взаимодействие в среде), который практически сводится к итерационному методу решения системы уравнений в функциональных производных [37]. Перестройка

теории возмущений состоит в том, что вместо свободной ФГ G^0 вводится новая «затрабочная» ФГ \tilde{G} , являющаяся решением уравнения Дайсона

$$\tilde{G}_{12}(\epsilon) = G_{12}^0(\epsilon) + \sum_{34} G_{13}^0(\epsilon) \tilde{\Sigma}_{34} \tilde{G}_{42}(\epsilon) \quad (6)$$

с неопределенным пока массовым оператором $\tilde{\Sigma}$, относительно которого лишь предполагается, что он не зависит от энергетической переменной. После этого уравнение (5) преобразуется к перестроенному уравнению Дайсона

$$G_{12}(\epsilon) = \tilde{G}_{12}(\epsilon) + \sum_{34} \tilde{G}_{13}(\epsilon) \Sigma_{34}^e(\epsilon) G_{42}(\epsilon), \quad (7)$$

в котором массовый оператор Σ^e определяется соотношением

$$\Sigma_{12}^e(\epsilon) = \tilde{\Sigma}_{12} + \Sigma_{12}^e(\epsilon), \quad (8)$$

следующим из условия совпадения решений уравнений (5) и (7). Функция \tilde{G} задает более удобную по сравнению с G^0 «точку», вокруг которой строятся ряды теории возмущений для функции G и других величин*. Выделение опорного слагаемого $\tilde{\Sigma}$ из полного массового оператора Σ влечет за собой выделение аналогичного, не зависящего от энергетических переменных слагаемого \mathcal{U} из амплитуды \mathcal{U} :

$$\mathcal{U}_{12,34}(\omega, \epsilon, \epsilon') = \tilde{\mathcal{U}}_{12,34} + \mathcal{U}_{12,34}^e(\omega, \epsilon, \epsilon'). \quad (9)$$

Это связано с тем, что массовый оператор Σ и амплитуда \mathcal{U} , а следовательно и все их части, должны удовлетворять соотношению (4), а также известным условиям согласования [35]. В частности, ввиду того, что функции Σ^e и \mathcal{U}^e полностью определяют энергетическую зависимость величин Σ и \mathcal{U} (чем и объясняются введенные для них обозначения), должно выполняться динамическое условие согласования [38]:

$$\begin{aligned} \Sigma_{12}^e(\epsilon + \omega) - \Sigma_{12}^e(\epsilon) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\epsilon'}{2\pi i} \sum_{34} \mathcal{U}_{21,43}^e(\omega, \epsilon, \epsilon') \times \\ &\times [G_{34}(\epsilon' + \omega) - G_{34}(\epsilon')], \end{aligned} \quad (10)$$

которое следует из закона сохранения числа частиц. Все условия согласования, как статические [35], так и динамические [38], остаются справедливыми и при включении многочастичных взаимодействий нуклонов [37].

* Перестроенную теорию возмущений можно сформулировать на более строгом языке, но детальное рассмотрение этого вопроса выходит за рамки нашего обзора.

2.2. Модельные приближения для массового оператора Σ и амплитуды \mathcal{U} . Перейдем к определению величин $\tilde{\Sigma}$ и $\tilde{\mathcal{U}}$. Из предыдущих рассуждений следует, что формально на них не накладывается никаких существенных ограничений, кроме статического условия согласования между ними. Но с микроскопической точки зрения удобно, например, взять в качестве $\tilde{\Sigma}$ приближение Хартри — Фока для массового оператора Σ , а $\tilde{\mathcal{U}}$ определить, согласно (4), соотношением $\tilde{\mathcal{U}} = i\delta\tilde{\Sigma}/\delta\tilde{G}$ (при включении многонуклонных взаимодействий у определенной таким образом амплитуды $\tilde{\mathcal{U}}$ появляется функциональная зависимость от плотности). Такой выбор удобен тем, что в этом случае вклады первого порядка по взаимодействию в функции Σ^e и \mathcal{U}^e отсутствуют, и, следовательно, в первом порядке теории возмущений получаем $\Sigma = \tilde{\Sigma}$ и $\mathcal{U} = \tilde{\mathcal{U}}$. Определение массового оператора $\tilde{\Sigma}$, например, в приближении Хартри — Фока, по существу, эквивалентно выбору базисных функций конфигурационного пространства, т.к. в рассматриваемом формализме это пространство образуется состояниями, характеризруемыми элементами базиса $\{\tilde{\phi}_1, \tilde{\epsilon}_1\}$, диагонализующего ФГ \tilde{G} :

$$\tilde{G}_{12}(\epsilon) = \delta_{12}\tilde{G}_1(\epsilon), \quad \tilde{G}_1(\epsilon) = \frac{1}{\epsilon - \tilde{\epsilon}_1 + i\sigma_1\delta}, \quad \delta \rightarrow +0. \quad (11)$$

Здесь мы ввели индекс σ_1 , равный +1 для частиц и -1 для дырок и связанный с числом заполнения уровня формулой $\sigma_1 = 1 - 2n_1$.

Вернемся к уравнению (3), являющемуся исходным пунктом нашего подхода. Из формул (2), (3), (5) следует, что приближение $\Sigma = \tilde{\Sigma}$, $\mathcal{U} = \tilde{\mathcal{U}}$ соответствует приближению случайных фаз (RPA) для ФО $R(\omega)$. А так как в рамках RPA полностью определяется только $1p1h$ -часть ФО (сложные конфигурации учитываются лишь в пределах RPA-корреляций в основном состоянии), то интересующая нас задача учета более сложных ($2p2h$) конфигураций требует выбора аппроксимаций функций Σ^e и \mathcal{U}^e и метода решения уравнения (3) с величинами Σ и \mathcal{U} , заданными формулами (8) и (9). Другими словами, именно величины Σ^e и \mathcal{U}^e ответственны за связь $1p1h$ -конфигураций с более сложными.

Следуя алгоритму перестроенной теории возмущений, получаем, что вклад второго порядка по межнуклонному взаимодействию w в функции Σ^e и \mathcal{U}^e определяется выражениями (во втором порядке мы ограничиваемся двухчастичным взаимодействием с антисимметризованной амплитудой $w_{12,34} = w_{12,34}^{(2)}$ — в соответствии с обозначениями [37,39]):

$$\Sigma_{12}^e(\epsilon) = \frac{1}{2} \sum_{345} \delta_{\sigma_3, -\sigma_4} \delta_{\sigma_5, -\sigma_4} \frac{w_{14,35} w_{35,24}}{\epsilon + \tilde{\epsilon}_4 - \tilde{\epsilon}_3 - \tilde{\epsilon}_5 + i\sigma_3\delta}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
 U_{12,34}^e(\omega, \varepsilon, \varepsilon') = & \sum_{56} \sigma_6 \delta_{\sigma_5, -\sigma_6} \frac{w_{53,16} w_{26,54}}{\varepsilon - \varepsilon' - \tilde{\varepsilon}_5 + \tilde{\varepsilon}_6 + i\sigma_5 \delta} + \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{56} \sigma_5 \delta_{\sigma_5 \sigma_6} \frac{w_{23,56} w_{56,14}}{\omega + \varepsilon + \varepsilon' - \tilde{\varepsilon}_5 - \tilde{\varepsilon}_6 + i\sigma_5 \delta}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Эти формулы, как и все последующие, записаны в базисе $\{\tilde{\phi}_1, \tilde{\varepsilon}_1\}$.

В дальнейшем будет показано, что при наложении некоторых дополнительных модельных ограничений подстановка выражений (12) и (13) в формулы (8) и (9) и далее — с учетом (7) — в уравнение (3) приводит к вторичному приближению случайных фаз (SRPA) для $R(\omega)$ и некоторым его обобщениям [2] (точнее, речь идет о «некоррелированной» версии этой модели, которая, как правило, и используется в расчетах). В рамках SRPA учитываются так называемые «чистые» $2p2h$ -конфигурации, хотя и далеко не в полной мере. Основными преимуществами этой модели являются последовательная «микроскопическая» логика ее построения и корректный учет эффектов второго порядка по взаимодействию.

Но, с другой стороны, для ядра ограничение этими эффектами не имеет серьезных теоретических обоснований, так как ряды теории возмущений по межнуклонному взаимодействию w можно рассматривать в лучшем случае как асимптотические. С этой точки зрения представляется более правильным оперировать не отдельными членами ряда теории возмущений, а такими их частичными суммами, содержащими бесконечное число слагаемых, которые были бы доступны для реального расчета и одновременно включали бы в себя главные (по величине вклада) последовательности членов исходного ряда.

К сожалению, отсутствует простой алгоритм, подобный алгоритму теории возмущений, который позволял бы решить задачу определения полного набора всех таких частичных сумм и их корректного использования в качестве основных элементов теории. Однако положение существенно упрощается, если в строящейся таким образом модели появляется параметр малости. В частности, в интересующем нас случае магических ядер параметр малости можно выделить, если в качестве частичной суммы членов ряда теории возмущений взять решение уравнения (3) для Φ_0 в RPA. Это означает введение в задачу фононов, энергии которых ω_m совпадают с полюсами рассчитанной в RPA $\Phi_0 R(\omega)$, а амплитуды квазичастично-фононного взаимодействия g_{12}^m определяются вычетами $R(\omega)$ в точках этих полюсов [15]. Именно амплитуда g и является малым параметром в магических ядрах [43]. Точнее, следует говорить о безразмерной величине $\bar{g} = \langle j || g || j' \rangle / (\omega_m \sqrt{2j+1})$, где j — угловой момент квазичастицы, с которой взаимодействует фонон. В дальнейшем под малостью амплитуды подразумевается именно малость \bar{g} .

Мы не будем здесь обсуждать основания и способы введения в модель фононного базиса [40,41], а также особенности формулировки этого подхо-

да в методе ФГ [38,15,14]. Приведем окончательные выражения для функций Σ^e и \mathcal{U}^e в простейшем, т.е. g^2 -приближении:

$$\Sigma_{12}^e(\varepsilon) = \sum_{3, m} \frac{g_{13}^{m(\sigma_3)^*} g_{23}^{m(\sigma_3)}}{\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_3 - \sigma_3(\omega_m - i\delta)}, \quad (14)$$

$$\mathcal{U}_{12,34}^e(\omega, \varepsilon, \varepsilon') = \sum_{\sigma, m} \frac{\sigma g_{31}^{m(\sigma)^*} g_{42}^{m(\sigma)}}{\varepsilon - \varepsilon' + \sigma(\omega_m - i\delta)}, \quad (15)$$

где

$$g_{12}^{m(\sigma)} = \delta_{\sigma,+1} g_{12}^m + \delta_{\sigma,-1} g_{21}^{m*}. \quad (16)$$

Функции Σ^e и \mathcal{U}^e , определенные формулами (14) и (15), а также формулами (12) и (13), удовлетворяют тождеству:

$$\begin{aligned} \Sigma_{12}^e(\varepsilon + \omega) - \Sigma_{12}^e(\varepsilon) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon'}{2\pi i} \sum_{34} \mathcal{U}_{21,43}^e(\omega, \varepsilon, \varepsilon') \times \\ &\times [\tilde{G}_{34}(\varepsilon' + \omega) - \tilde{G}_{34}(\varepsilon')], \end{aligned} \quad (17)$$

получаемому из динамического условия согласования (10) путем замены в его правой части ФГ G на \tilde{G} . Тождество (17) играет важную роль в дальнейших модельных построениях.

Как уже отмечалось, подстановка формул (14), (15) или (12), (13) в выражения (8) и (9) и далее — в уравнения (7) и (3) приводит к выходу за рамки RPA для ФО $R(\omega)$. Конкретнее, речь идет о двух вариантах учета вклада $2p2h$ -конфигураций в эту величину. Разумеется, такой подход ограничен пределами используемых нами приближений для величин Σ^e и \mathcal{U}^e . Но можно надеяться, что в магических ядрах, для которых амплитуда g является малым параметром, g^2 -приближение (14), (15) является достаточно хорошим. Оно означает замену «чистых» $2p2h$ -конфигураций на конфигурации $1p1h \otimes$ фонон, которые связаны между собой тем, что сам фонон является коррелированной суперпозицией $1p1h$ -конфигураций. В дальнейшем анализе мы будем ориентироваться именно на это приближение, хотя большинство формул остаются справедливыми для широкого класса функций Σ^e и \mathcal{U}^e , если нет специальных оговорок. Кроме того, мы не будем далее предполагать, что массовый оператор Σ связан с амплитудой \mathcal{U} какими-либо условиями согласования, т.к. эти условия, хотя и диктуются требованиями последовательной микроскопической теории, но их известные формы неадекватны задаче учета сложных конфигураций и к тому же несут существенны для методической части дальнейшего изложения. Выбор Σ (в простейшем случае $\tilde{\Sigma}$ соответствует феноменологическому

потенциалу среднего поля) и других величин будет конкретизирован при рассмотрении приложений нашего подхода.

2.3. Перенормировка уравнений для Φ . После того как сделан выбор аппроксимаций функций Σ^e и \mathcal{U}^e , встает задача определения Φ $R(\omega)$ согласно формуле (2) и уравнению (3) с величинами G и \mathcal{U} , определенными уравнением (7) и выражением (9). Детальному анализу одного из методов решения этой задачи и посвящена основная часть нашего обзора. Принципиальная трудность решения уравнения (3) для функции $R(\omega, \epsilon)$ состоит в том, что оно является интегральным по энергетической переменной ϵ , причем как ядро этого уравнения, так и его решение представляют собой сингулярные функции от ϵ . В этом случае целесообразно ввести новую неизвестную функцию $R^e(\omega, \epsilon)$, являющуюся решением аналогичного (3) интегрального уравнения, которое мы запишем в символических обозначениях:

$$R^e = -GG + GGU^e R^e. \quad (18)$$

Определенная таким образом функция $R^e(\omega, \epsilon)$ позволяет, с учетом (9), переписать уравнение (3) для $R(\omega, \epsilon)$ в виде

$$R = R^e - R^e \tilde{\mathcal{U}} R. \quad (19)$$

Причина перехода к этому уравнению заключается в том, что, поскольку амплитуда $\tilde{\mathcal{U}}$ по определению не зависит от энергетических переменных, к уравнению (19) применима известная процедура перенормировки [35], точнее, ее адаптированный к уравнению данного типа вариант [15]. Результатом этой процедуры является замена Φ $R(\omega)$ на перенормированную Φ $\tilde{R}(\omega)$, связанную с исходной функцией соотношением

$$R_{12,34}(\omega) = \sum_{5678} (\tilde{e}_q^+)_{12,56} \tilde{R}_{56,78}(\omega) (\tilde{e}_q^-)_{78,34} + \sum_{56} B_{12,56} (\tilde{e}_q^-)_{56,34} \quad (20)$$

и являющуюся решением уравнения

$$\tilde{R}_{12,34}(\omega) = A_{12,34}(\omega) - \sum_{5678} A_{12,56}(\omega) \tilde{\mathcal{F}}_{56,78} \tilde{R}_{78,34}(\omega). \quad (21)$$

В этих формулах оператор эффективного заряда \tilde{e}_q , амплитуда эффективного ph -взаимодействия $\tilde{\mathcal{F}}$, обобщенный ph -пропагатор $A(\omega)$ и вспомогательная величина B определяются соотношениями:

$$A_{12,34}(\omega) + B_{12,34} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\epsilon}{2\pi i} R_{12,34}^e(\omega, \epsilon), \quad (22)$$

$$\tilde{\mathcal{F}}_{12,34} = \sum_{56} (\tilde{e}_q)_{12,56} \tilde{U}_{56,34}, \quad (23)$$

$$(\tilde{e}_q)_{12,34} = \delta_{13} \delta_{24} - \sum_{56} \tilde{\mathcal{F}}_{12,56} B_{56,34} = (\tilde{e}_q^+)_{34,12}^*. \quad (24)$$

Подчеркнем, что задаваемое формулами (20)—(24) преобразование $R \rightarrow \tilde{R}$ формально является точным. Дополнительная гипотеза состоит в том, что величина B в левой части равенства (22) не зависит от энергетической переменной ω . Очевидно, что если B не зависит от переменной ω , то тем же свойством обладают величины \tilde{e}_q и $\tilde{\mathcal{F}}^*$. Кроме того, предполагается, что величина B относительно мала, так что оператор \tilde{e}_q близок к единичному.

Смысл вспомогательной величины B определяется равенством (22): в нее включены все те вклады частичных сумм членов ряда перестроенной теории возмущений, которые входят в интеграл от функции $R^e(\omega, \epsilon)$ в правой части (22), но не учтены в обобщенном ph -пропагаторе $A(\omega)$. Сам этот пропагатор пока нами не определяется строго, но очевидно, что он должен быть построен таким образом, чтобы гипотеза об относительной малости величины B и ее независимости от переменной ω была оправданна. Другими словами, функция $A(\omega)$ должна достаточно хорошо аппроксимировать интеграл в правой части равенства (22). Что касается величин \tilde{e}_q и $\tilde{\mathcal{F}}$, то в рассмотренных далее конкретных приложениях этого подхода они параметризуются так же, как в ТКФС [35].

В силу независимости величины B от энергетической переменной из формул (20) и (1) следует: $S(E) = \lim_{\Delta \rightarrow +0} S(E, \Delta)$, где

$$S(E, \Delta) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \sum_{1234} (\tilde{e}_q V^0)_{21}^* \tilde{R}_{12,34}(E + i\Delta) (\tilde{e}_q V^0)_{43}, \quad (25)$$

$$(\tilde{e}_q V^0)_{12} = \sum_{34} (\tilde{e}_q)_{21,43} V_{34}^0, \quad (26)$$

т.е. силовая функция полностью определяется перенормированной ФО $\tilde{R}(\omega)$.

В результате проведенных преобразований трудность решения интегрального по энергетической переменной уравнения перенесена с уравнения (3) для функции $R(\omega, \epsilon)$ на уравнение (18) для функции $R^e(\omega, \epsilon)$, которая

* Знак \sim в обозначениях этих величин введен для того, чтобы отличить их от определенных в ТКФС аналогичных величин e и \mathcal{F} .

согласно (22) определяет, с точностью до B , обобщенный ph -пропагатор $A(\omega)$ и далее — через уравнение (21) — перенормированную ФО $\tilde{R}(\omega)$. Но в отличие от первоначальной ситуации задача упрощается тем, что теперь можно отказаться от точного решения уравнения (18) и попытаться заменить его приближенным уравнением для функции $A(\omega)$, которое уже являлось бы алгебраическим по энергетической переменной. Расхождение с точным решением компенсируется вспомогательной величиной B , т.е. в итоге — теми параметрами, которые определяют эффективные величины \tilde{e}_q и \tilde{F} .

3. ПРИНЦИП ХРОНОЛОГИЧЕСКОГО РАСЦЕПЛЕНИЯ ДИАГРАММ

В этом разделе мы рассмотрим используемый нами метод построения обобщенного ph -пропагатора $A(\omega)$ в одном важном техническом аспекте. Строгая формулировка и физическое обоснование метода будут обсуждаться в следующем разделе. Так как многие из дальнейших формул будут записаны во временном (t) представлении, условимся для краткости обозначать, как это сделано в формуле (4), большими цифрами совокупность одночастичных квантовых чисел и временной переменной: $l = \{1, t_1\}$ и т.д. В частности, определенная формулами (11) ФГ \tilde{G} имеет в этом представлении вид

$$\tilde{G}(1, 2) = -i\sigma_1 \delta_{12} \theta(\sigma_1 t_{12}) e^{-i\tilde{\epsilon}_1 t_{12}}, \quad (27)$$

где $t_{12} = t_1 - t_2$, θ — функция Хевисайда (ступенчатая функция) [42].

Рассмотрим в t -представлении интегральный оператор, матричные элементы которого в базисе $\{\tilde{\Phi}_1, \tilde{\epsilon}_1\}$ определены формулой

$$\tilde{D}(12, 34) = \delta_{\sigma_1, -\sigma_2} \theta(\sigma_1 t_{41}) \theta(\sigma_1 t_{32}) \tilde{G}(3, 1) \tilde{G}(2, 4). \quad (28)$$

Умножая правую часть (28) на сумму $\theta(\sigma_1 t_{12}) + \theta(\sigma_1 t_{21}) \equiv 1$ и используя формулу (27), получим

$$\begin{aligned} \tilde{D}(12, 34) = & \delta_{\sigma_1, -\sigma_2} \delta_{13} \delta_{24} e^{-i(\tilde{\epsilon}_1 t_{31} + \tilde{\epsilon}_2 t_{24})} \times \\ & \times [\theta(\sigma_1 t_{12}) \theta(\sigma_1 t_{41}) \theta(\sigma_1 t_{31}) + \theta(\sigma_1 t_{21}) \theta(\sigma_1 t_{32}) \theta(\sigma_1 t_{42})]. \end{aligned} \quad (29)$$

При выводе этого равенства использовалось легко проверяемое тождество ($\sigma = \pm 1$):

$$\theta(\sigma t_{13}) \theta(\sigma t_{12}) \theta(\sigma t_{23}) = \theta(\sigma t_{12}) \theta(\sigma t_{23}). \quad (30)$$

Введем в соответствии с обозначениями [15] временные разностные переменные:

$$\tilde{D}(12, 34) \equiv \tilde{D}_{12,34}(\tau_1, \tau_2, \tau_3), \quad \tau_1 = t_{31}, \quad \tau_2 = t_{21}, \quad \tau_3 = t_{34}$$

и перейдем к энергетическому представлению

$$\tilde{D}_{12,34}(\omega, \varepsilon, \varepsilon') = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 e^{i(\omega\tau_1 + \varepsilon\tau_2 + \varepsilon'\tau_3)} \tilde{D}_{12,34}(\tau_1, \tau_2, \tau_3). \quad (31)$$

Подставляя в (31) выражение (29) и используя известную формулу

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i\omega\tau} \theta(\sigma\tau) = \frac{i\sigma}{\omega + i\sigma\delta}, \quad \sigma = \pm 1, \quad \delta \rightarrow +0, \quad (32)$$

находим

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{12,34}(\omega, \varepsilon, \varepsilon') &= \delta_{\sigma_1, -\sigma_2} \delta_{13} \delta_{24} \frac{i\sigma_1}{(\varepsilon' + \omega - \tilde{\varepsilon}_1 + i\sigma_1\delta)(\varepsilon' - \tilde{\varepsilon}_2 + i\sigma_2\delta)} \times \\ &\times \left(\frac{1}{\varepsilon + \omega - \tilde{\varepsilon}_1 + i\sigma_1\delta} - \frac{1}{\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_2 + i\sigma_2\delta} \right). \end{aligned}$$

Отсюда с учетом определений (11) получаем окончательный результат:

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{12,34}(\omega, \varepsilon, \varepsilon') &= -i\delta_{\sigma_1, -\sigma_2} \delta_{13} \delta_{24} \sigma_1 (\omega - \tilde{\varepsilon}_{12} + i\sigma_1\delta) \times \\ &\times \tilde{G}_1(\varepsilon + \omega) \tilde{G}_2(\varepsilon) \tilde{G}_3(\varepsilon') \tilde{G}_4(\varepsilon'). \end{aligned} \quad (33)$$

Как видно из этого выражения, зависимость функции $\tilde{D}(\omega, \varepsilon, \varepsilon')$ от переменных ε и ε' имеет сепарабельный характер. Это свойство является ключевым для дальнейших модельных преобразований. Отметим, что им не обладает простое произведение двух ФГ $\tilde{R}^0(12, 34) = -\tilde{G}(3, 1)\tilde{G}(2, 4)$, для которого имеем в энергетическом представлении:

$$\tilde{R}_{12,34}^0(\omega, \varepsilon, \varepsilon') = -\delta_{13} \delta_{24} 2\pi\delta(\varepsilon - \varepsilon') \tilde{G}_1(\varepsilon + \omega) \tilde{G}_2(\varepsilon).$$

Чтобы пояснить эффект указанной сепарабелизации, рассмотрим некоторую функцию $F(12,34)$, которая в t -представлении определяется следующей сверткой:

$$F(12,34) = \frac{1}{i} \sum_{5678}^t V^L(12, 56) \tilde{D}(56, 78) V^R(78, 34), \quad (34)$$

где V^L и V^R — различные функции, зависимость которых от временных аргументов сводится к зависимости от трех разностных временных переменных:

$$V^L(12, 34) = V^L_{12,34}(t_{31}, t_{21}, t_{34}),$$

$$V^R(12, 34) = V^R_{12,34}(t_{31}, t_{21}, t_{34});$$

$\sum_{12\dots}^t$ означает суммирование по одночастичным индексам базисных волновых функций $\tilde{\Phi}_1$ и интегрирование по временным переменным:

$$\sum_{12\dots}^t \equiv \sum_{12\dots} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 dt_2 \dots$$

Переходя в (34) к энергетическому представлению, определяемому аналогично формуле (31), получим

$$F_{12,34}(\omega, \varepsilon, \varepsilon') = \frac{1}{i} \sum_{5678} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon_1 d\varepsilon_2}{(2\pi)^2} V^L_{12,56}(\omega, \varepsilon, \varepsilon_1) \tilde{D}_{56,78}(\omega, \varepsilon_1, \varepsilon_2) V^R_{78,34}(\omega, \varepsilon_2, \varepsilon'). \quad (35)$$

Подставляя сюда выражение (33), видим, что благодаря сепарабелизации энергетической зависимости $\tilde{D}(\omega, \varepsilon_1, \varepsilon_2)$, интегрирования по переменным ε_1 и ε_2 в (35) расцепляются. С чисто технической точки зрения это свойство возникло вследствие наличия дополнительного (по сравнению с величиной \tilde{R}^0) множителя, состоящего из двух Θ -функций, в правой части равенства (28), выражающего функцию \tilde{D} в t -представлении. Замена \tilde{R}^0 на $-\tilde{D}$ в формулах, определяющих обобщенный ph -пропагатор, является главным элементом (принципом) метода его построения в нашем подходе. Физический смысл этого принципа проявляется в интерпретации величин, входящих в формулы типа (34) и (35), в терминах фейнмановских диаграмм. Такая трактовка эффекта его применения и дает название как самому принципу, так и всему нашему подходу, который мы будем называть методом хронологического расщепления диаграмм (МХРД).

4. ЧАСТИЧНО-ДЫРОЧНЫЙ ПРОПАГАТОР В МХРД

Для дальнейшего анализа нам потребуется различать частичные (p) и дырочные (h) индексы матричных элементов интегральных операторов типа $F_{12,34}$ (в терминах одночастичных индексов базиса $\{\tilde{\Phi}_1, \tilde{\Xi}_1\}$, для которого введенный ранее индекс $\sigma_p = +1$ для частиц, $\sigma_h = -1$ для дырок). Будем называть пару одночастичных индексов $\{1, 2\}$ парой *разнородных* индексов, если она является ph - или hp -парой (т.е. $1 = p, 2 = h$, или $1 = h, 2 = p$). В том случае, если пара $\{1, 2\}$ является pp' - или hh' -парой, будем называть ее парой *однородных* индексов. Полагая по определению $\sigma_{12} = \sigma_1\sigma_2$, видим, что для пары разнородных индексов $\{1, 2\}$ всегда $\sigma_{12} = -1$, а для пары однородных индексов всегда $\sigma_{12} = +1$.

Пользуясь этой терминологией, разделим матричные элементы $F_{12,34}$ на три класса: 1) обе пары индексов $\{1, 2\}$ и $\{3, 4\}$ разнородные; 2) обе пары $\{1, 2\}$ и $\{3, 4\}$ однородные; 3) одна из пар $\{1, 2\}$ и $\{3, 4\}$ является разнородной, а другая — однородной. В первом случае матричный элемент $F_{12,34}$ будем называть *разнородной* компонентой величины F , во втором — *однородной*, а в третьем — *смешанной*.

Эти определения можно формализовать следующим образом. Пусть величина F задана своими матричными элементами $F_{12,34}$. Введем четыре величины $F^{(- -)}, F^{(- +)}, F^{(+ -)}$ и $F^{(++)}$, полагая для них

$$F_{12,34}^{(\sigma, \sigma')} = \delta_{\sigma, \sigma_{12}} \delta_{\sigma', \sigma_{34}} F_{12,34}, \quad (36)$$

где $\sigma = \pm 1, \sigma' = \pm 1, \sigma_{12} = \sigma_1\sigma_2, \sigma_{34} = \sigma_3\sigma_4$. Очевидно, что $F^{(- -)}$ имеет только разнородные компоненты, $F^{(++)}$ — только однородные, а $F^{(- +)}$ и $F^{(+ -)}$ — только смешанные. Кроме того, из (36) следует

$$F_{12,34} = F_{12,34}^{(- -)} + F_{12,34}^{(- +)} + F_{12,34}^{(+ -)} + F_{12,34}^{(++)}. \quad (37)$$

Введем еще специальный единый термин для однородных и смешанных компонент, называя их *присоединенными* компонентами. Смысл этого термина ясен из разложения (37): однородные и смешанные компоненты присоединяются к разнородным компонентам $F^{(- -)}$, образуя в совокупности исходную величину F . В данной классификации разнородные компоненты оказываются выделенными, это связано с тем, что в RPA, которое является простейшим приближением для объекта нашей модели —

функции отклика $R_{12,34}$, эта величина имеет только разнородные компоненты.

4.1. Основное условие для пропагатора МХРД. Перейдем к решению центральной задачи рассматриваемого здесь подхода: формулировке МХРД как метода построения обобщенного ph -пропагатора $A(\omega)$. Этот метод, основанный на принципе хронологического расщепления диаграмм, был предложен в [18] и реализован в модели учета конфигураций $1ph \otimes$ фотон [17,18,27—34,36]. Здесь мы сформулируем его в более общем, по сравнению с [18], виде, который позволяет строить пропагатор $A(\omega)$ в расширенном классе моделей, определяемых конкретным выбором массового оператора Σ^e и амплитуды взаимодействия \mathcal{U}^e .

Начнем с того, что преобразуем уравнение (18) для функции R^e , которая должна определять, согласно соотношению (22), искомым пропагатор $A(\omega)$. Подействовав на обе части (18) оператором $(G^{-1}\tilde{G})(\tilde{G}G^{-1})$ и пользуясь далее уравнением (7), получим в t -представлении:

$$R^e(12,34) = \tilde{R}^0(12,34) + i \sum_{5678}^t \tilde{R}^0(12,56)W^e(56,78)R^e(78,34), \quad (38)$$

где

$$\tilde{R}^0(12,34) = -\tilde{G}(3,1)\tilde{G}(2,4), \quad (39)$$

$$W^e(12,34) = W^e(12,34) - i\Sigma^e(3,1)\Sigma^e(2,4), \quad (40)$$

$$W^e(12,34) = \mathcal{U}^e(12,34) + i\Sigma^e(3,1)\tilde{G}^{-1}(2,4) + i\tilde{G}^{-1}(3,1)\Sigma^e(2,4). \quad (41)$$

Слагаемое $-i\Sigma^e\Sigma^e$ в правой части (40), возникшее в результате формальных тождественных преобразований, играет роль компенсирующего члена, который устраняет многократный учет диаграмм с собственно-энергетическими вставками в диаграммном разложении R^e .

Чтобы сформулировать основное условие, которое мы накладываем на функцию $A(\omega)$, введем вспомогательный параметр α , произведя в выражениях (40) и (41) замены:

$$\Sigma^e \rightarrow \alpha\Sigma^e, \quad \mathcal{U}^e \rightarrow \alpha\mathcal{U}^e. \quad (42)$$

Эти замены приводят к появлению зависимости величины R^e от α , для которой получаем следующее разложение в энергетическом представлении:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi i} R_{12,34}^e(\omega, \varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} R_{12,34}^{e[n]}(\omega) \alpha^n. \quad (43)$$

Коэффициенты этого разложения $R^{e[n]}$ легко находятся путем решения уравнения (38) итерационным методом. Поскольку мы предполагаем, что искомый пропагатор $A(\omega)$, как и функция R^e , должен однозначно определяться величинами Σ^e и \mathcal{U}^e , для него имеет место разложение, аналогичное (43):

$$A_{12,34}(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{12,34}^{[n]}(\omega) \alpha^n. \quad (44)$$

Наше условие состоит в совпадении первых двух коэффициентов разложений (43) и (44):

$$A_{12,34}^{[0]}(\omega) = R_{12,34}^{e[0]}(\omega), \quad A_{12,34}^{[1]}(\omega) = R_{12,34}^{e[1]}(\omega). \quad (45)$$

Это условие является особенно естественным в модели учета конфигураций $1p1h \otimes$ фонон, в которой функции Σ^e и $\mathcal{U}^e \sim g^2$ (формулы (14), (15)), и поэтому $R^{e[n]}$ и $A^{[n]} \sim g^{2n}$, т.е. значения остальных ($n \geq 2$) коэффициентов разложений (43) и (44) должны быть малы. Возникает вопрос, нельзя ли в этом случае ограничиться коэффициентами $A^{[0]}$ и $A^{[1]}$, взяв в качестве искомого пропагатора величину (здесь и далее в конечных формулах полагаем $\alpha = 1$):

$$A_{12,34}^{(1)}(\omega) = A_{12,34}^{[0]}(\omega) + A_{12,34}^{[1]}(\omega).$$

На рис.1 приведены фейнмановские диаграммы, соответствующие функции $A_{12,34}^{(1)}(\omega)$. К сожалению, это простое решение задачи, которое представляет собой пропагатор модели [14], приводит к следующей проблеме: разнородные компоненты величин $A_{12,34}^{[1]}(\omega)$ и $A_{12,34}^{(1)}(\omega)$ содержат полюсы второго порядка по переменной ω в точках простых полюсов функции $A_{12,34}^{[0]}(\omega)$. Суть проблемы состоит в том, что полюсы второго порядка не имеют того физического смысла, которым обладают простые полюсы точной функции отклика, и который, в частности, выражается соотношением (1). В результате это может приводить к искажению зависимости силовой функции от энергии в окрестности указанных полюсов.

Выход из этого затруднения состоит в приближенном учете суммы остальных членов разложения (43). Достигаемое при этом устранение полюсов второго порядка по ω проиллюстрируем простым примером точного

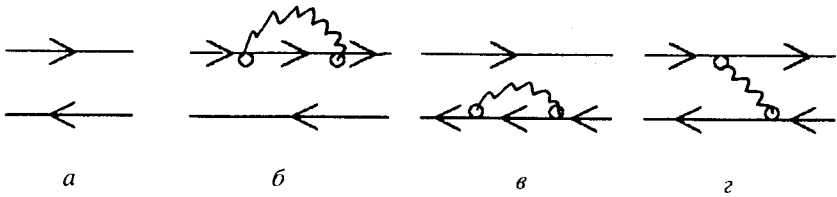


Рис.1. Диаграммы, соответствующие функции $A^{(1)}(\omega)$, в модели учета конфигураций $1p1h \otimes$ фонон. Волнистая линия и кружок обозначают фононную ФГ и амплитуду g , тонкие линии — ФГ \tilde{G} . Диаграмма a соответствует функции $A^{(0)}(\omega)$, диаграммы b, v, z — функции $A^{(1)}(\omega)$

суммирования бесконечного ряда членов геометрической прогрессии:

$f(\omega) = a(\omega) \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha a(\omega))^n$, где a — полюсная функция от ω : $a(\omega) = c / (\omega - \omega_0)$. Данная сумма имеет простой полюс по ω , сдвинутый относительно полюса функции $a(\omega)$ на величину $c\alpha$: $f(\omega) = c / (\omega - \omega_0 - c\alpha)$. С другой стороны, ограничиваясь двумя первыми слагаемыми этой суммы, получаем функцию

$$f^{(1)}(\omega) = \frac{c}{\omega - \omega_0} + \frac{c^2 \alpha}{(\omega - \omega_0)^2},$$

которая содержит полюс второго порядка в точке полюса функции $a(\omega)$ и в этом смысле аналогична функции $A^{(1)}(\omega)$.

4.2. Формулировка метода. МХРД как метод приближенного суммирования ряда (43) в кратком изложении состоит в следующем. Представим решение уравнения (38), используя символические обозначения, в виде

$$R^e = \tilde{R}^0 + i\tilde{R}^0 \Gamma^e \tilde{R}^0, \tag{46}$$

где амплитуда Γ^e есть решение уравнения

$$\Gamma^e = \mathcal{W}^e + i\mathcal{W}^e \tilde{R}^0 \Gamma^e. \tag{47}$$

Введем новую амплитуду $\tilde{\Gamma}^e$, определяемую уравнением

$$\tilde{\Gamma}^e = \tilde{W}^e + i\tilde{W}^e(-\tilde{D})\tilde{\Gamma}^e, \quad (48)$$

которое получается из (47) путем замен

$$\tilde{R}^0 \rightarrow -\tilde{D}, \quad W^e \rightarrow \tilde{W}^e. \quad (49)$$

Здесь функция \tilde{D} определена формулой (28), а амплитуда \tilde{W}^e — формулой

$$\tilde{W}^e(12, 34) = W^e(12, 34) + W^{\text{comp}}(12, 34), \quad (50)$$

отличающейся от (40) заменой $-i\Sigma^e\Sigma^e$ на W^{comp} . Амплитуда W^{comp} в (50) играет ту же компенсирующую роль, что и слагаемое $-i\Sigma^e\Sigma^e$ в (40), и будет определена в дальнейшем. Заменяем теперь в выражении (46) амплитуду Γ^e на $\tilde{\Gamma}^e$:

$$\tilde{R}^e = \tilde{R}^0 + i\tilde{R}^0\tilde{\Gamma}^e\tilde{R}^0. \quad (51)$$

Полученная функция после перехода к энергетическому представлению и определяет искомый пропагатор:

$$A_{12,34}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi i} \tilde{R}_{12,34}^e(\omega, \varepsilon). \quad (52)$$

Проанализируем правомерность этих модельных преобразований. Учитывая то, что при замене (42) амплитуда $W^{\text{comp}} \sim \alpha^2$ (см. далее ф-лу (54)), нетрудно проверить, что построенный таким образом пропагатор $A(\omega)$ удовлетворяет основному условию (45). Кроме того, представляя решение интегрального уравнения (48) в виде ряда Неймана

$$\tilde{\Gamma}^e = \tilde{W}^e \sum_{n=0}^{\infty} (-i\tilde{D}\tilde{W}^e)^n$$

и производя затем замены (42), видим, что функция \tilde{R}^e , а следовательно, и пропагатор A содержат некоторую бесконечную сумму членов высших порядков по вспомогательному параметру α . Дополнительное условие, выполнение которого требует проверки, состоит в том, чтобы этой сумме соответствовал ряд фейнмановских диаграмм, все члены которого образуют подмножество множества членов диаграммного ряда, соответствующего исходной величине R^e . Это требование является физическим условием, т.к. каждая фейнмановская диаграмма описывает определенный физический процесс, хотя и не обязательно наблюдаемый. Оно означает, что мы

не должны включать в \tilde{R}^e те процессы, которые не содержатся в R^e , а рассматриваемые процессы должны учитываться не более одного раза.

В этом смысле замена \tilde{R}^0 на $-\tilde{D}$ оправдана тем, что, согласно формулам (28) и (39), величина $-\tilde{D}$ имеет только разнородные компоненты и отличается от $\tilde{R}^{0(-)}$ лишь дополнительным множителем, состоящим из θ -функций, которые являются проекционными операторами в пространстве временных переменных, т.е. диаграммы, соответствующие различным комбинациям аргументов функции $-\tilde{D}(12,34)$, принадлежат множеству диаграмм, соответствующих функции $\tilde{R}^0(12,34)$. Однако с физической точки зрения не менее важно то, что замена \tilde{R}^0 на $-\tilde{D}$ устраняет из диаграммного разложения величины R^e слагаемые, соответствующие процессам возбуждения конфигураций более сложных, чем $2p2h^*$, оставляя при этом основную часть вкладов $2p2h$ -конфигураций. В модели учета конфигураций $1p1h \otimes$ фонон к устранимым диаграммам относятся такие, в которых в t -представлении возможен временной разрез, пересекающий две или более фононные линии. На рис.2,а,б,в в качестве примера приведены три диаграммы этого типа четвертого порядка по g , а на рис.2,г,д,е — три графически подобные им диаграммы, которые остаются в диаграммном разложении \tilde{R}^e . Сумме вкладов более высокого порядка по амплитуде g , которая содержится в функции \tilde{R}^e (т.е. вкладов $\sim g^{2n}$, $n \geq 3$), соответствует сумма цепочек диаграмм, подобных изображенным на рис.2,г,д,е. Исключение же вкладов диаграмм, изображенных на рис.2,а,б,в, происходит именно благодаря θ -функциям, входящим в определение величины \tilde{D} , что и придает формальному преобразованию (49) физический смысл принципа отбора диаграмм.

Необходимо отметить, что утверждение об исключении в МХРД всех вкладов конфигураций более сложных, чем $2p2h$, и учете всех $2p2h$ -вкладов не является строгим даже в гипотетическом случае точного определения величин Σ^e и \mathcal{U}^e . В рамках приближений (12), (13) или (14), (15) для Σ^e и \mathcal{U}^e это утверждение полностью справедливо лишь при отказе от учета эффектов корреляций в основном состоянии, роль которых будет обсуждаться подробнее в дальнейшем. Этим эффектам соответствуют так называемые

* Мы используем иногда для простоты термин $2p2h$ -конфигурации, имея в виду как «чистые» $2p2h$, так и конфигурации $1p1h \otimes$ фонон, поскольку фонон в RPA есть суперпозиция $1p1h$ -конфигураций.

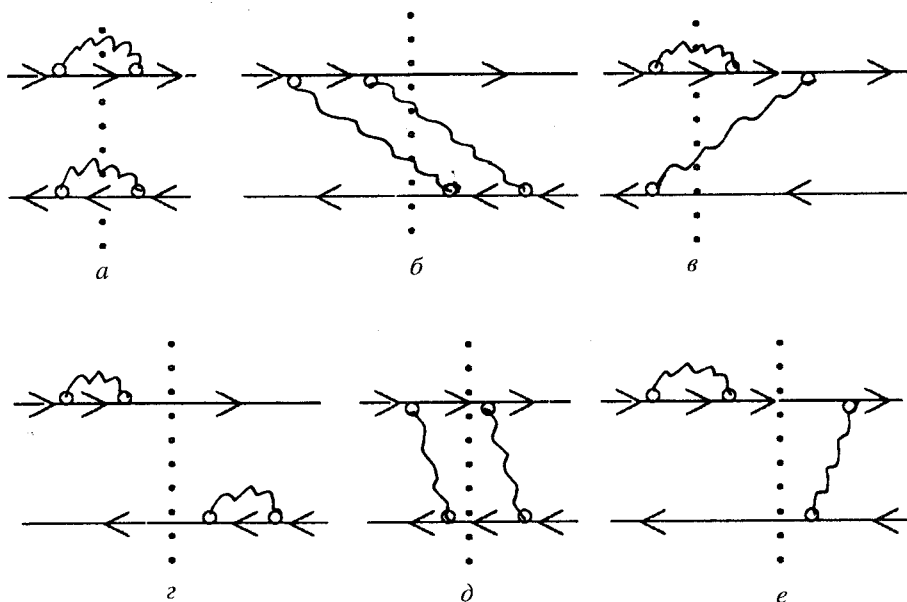


Рис.2. Типичные диаграммы четвертого порядка по амплитуде квазичастично-фононного взаимодействия g , входящие в диаграммное разложение функции R^e , и в t -представлении. Обозначения те же, что и на рис.1, однако здесь направление стрелок у фермионных линий фиксирует частичную (\rightarrow) или дырочную (\leftarrow) ФГ G . Точечная линия означает временной разрез в фиксированный момент t . В МХРД явно учитываются лишь диаграммы $г, д, е$

идущие назад диаграммы, и именно их учет в МХРД приводит, с одной стороны, к выходу за рамки $2p2h$ -приближения (на рис.3 приведены некоторые диаграммы этого типа с собственно-энергетическими вставками), а с другой — к тому, что не все связанные с ними $2p2h$ -вклады (порядка g^4 и выше) оказываются учтенными. Однако уже в силу того, что g является малым параметром, эти неучтенные вклады невелики.

4.3. Компенсация многократного учета диаграмм. Рассмотрим теперь вопрос об определении амплитуды W^{comp} в выражении (50). Как уже отмечалось, ее роль состоит в устранении (компенсации) многократного учета диаграмм с собственно-энергетическими вставками. В МХРД эта проблема возникает только для коэффициентов разложения (44) $A^{[n]}(\omega)$ с $n \geq 2$ и лишь при учете корреляций в основном состоянии, т.е. при учете идущих назад диаграмм, типа изображенных на рис.3 (такие диаграммы, в которых есть хотя бы одна Z-образная фермионная линия, будем для краткости на-

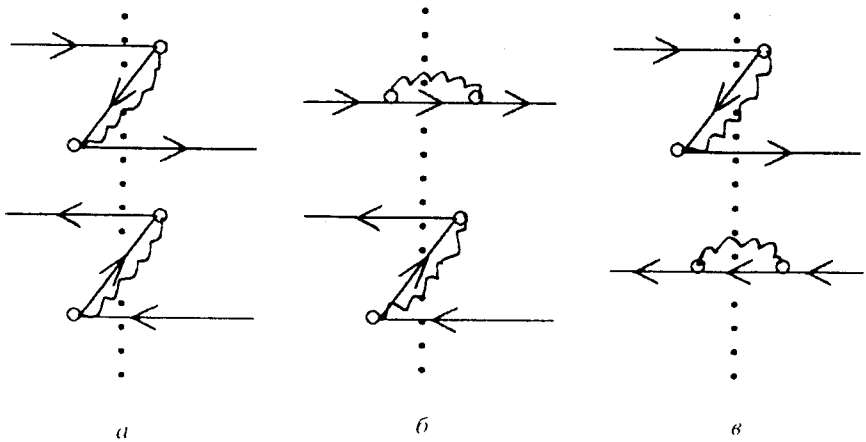


Рис.3. Диаграммы порядка g^4 с собственно-энергетическими вставками в t -представлении, учитываемые в МХРД и обусловленные эффектами корреляций в основном состоянии. Обозначения те же, что и на рис.2

зывать Z-образными; но они представляют собой лишь один из видов идущих назад диаграмм). При отсутствии Z-образных диаграмм многократный учет снимается θ -функциями, входящими в определение величины \tilde{D} , и поэтому в этом случае $W^{\text{comp}} \equiv 0$. Отсюда следует, что и в общем случае эта амплитуда должна отличаться от величины $-i\Sigma^e \Sigma^e$, которую она заменяет в МХРД. В этом методе W^{comp} определяется из условия компенсации двойного учета собственно-энергетических вкладов в коэффициенте $A^{[2]}(\omega)$ разложения (44). Если положить $W^{\text{comp}} \equiv 0$, то согласно формулам (41), (48), (50)—(52) двойной учет возникает здесь только в той части амплитуды $\tilde{\Gamma}^e$, которая состоит из суммы двух слагаемых, получаемых после первой интеграции уравнения (48). Обозначая эту часть через $\tilde{\Gamma}^{e(dc)}$, имеем в t -представлении:

$$\tilde{\Gamma}^{e(dc)} = i(i\Sigma^e \tilde{G}^{-1})(-\tilde{D})(i\tilde{G}^{-1}\Sigma^e) + i(\tilde{G}^{-1}\Sigma^e)(-\tilde{D})(i\Sigma^e \tilde{G}^{-1}).$$

В подробной записи это выражение приводится к виду

$$\tilde{\Gamma}^{e(dc)}(12, 34) = i \sum_{1'2'3'4'} \sum_{5'6'7'8'} \delta_{\sigma_{1'}, -\sigma_2} \delta_{\sigma_{3'}, -\sigma_4} \delta_{\sigma_{1'}, -\sigma_{4'}} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \tilde{G}^{-1}(1', 1)\tilde{G}(5', 1')\tilde{G}^{-1}(2, 2')\tilde{G}(2', 6')\Sigma^e(7', 5')\Sigma^e(6', 8') \times \\ & \times \tilde{G}(3', 7')\tilde{G}^{-1}(3, 3')\tilde{G}(8', 4')\tilde{G}^{-1}(4', 4) \times \\ & \times [\theta(\sigma_1, t_{4'1'}) \theta(\sigma_1, t_{5'8'}) + \theta(\sigma_1, t_{3'2'}) \theta(\sigma_1, t_{6'7'})]. \end{aligned}$$

Рассматривая θ -функции в этой формуле как проекционные операторы, действующие в 8-мерном линейном пространстве, координатами в котором служат переменные t_1, t_2, \dots, t_8 , находим, что дважды учитывается только та область этого пространства, на которую проектирует оператор

$$\Theta(1'2', 3'4') = \theta(\sigma_1, t_{4'1'}) \theta(\sigma_1, t_{5'8'}) \theta(\sigma_1, t_{3'2'}) \theta(\sigma_1, t_{6'7'}), \quad (53)$$

являющийся произведением всех проекционных операторов, заключенных в квадратные скобки. Отсюда получаем, что согласно формулам (48) и (50) устранить этот двойной учет в функции $A^{[2]}(\omega)$ можно с помощью амплитуды:

$$\begin{aligned} W^{\text{comp}}(12, 34) &= -i\delta_{\sigma_1, -\sigma_2} \delta_{\sigma_3, -\sigma_4} \delta_{\sigma_1, \sigma_3} \times \\ & \times \sum_{1'2'3'4'}^t \sum_{5'6'7'8'}^t \tilde{G}^{-1}(1', 1)\tilde{G}(5', 1')\tilde{G}^{-1}(2, 2')\tilde{G}(2', 6')\Sigma^e(7', 5')\Sigma^e(6', 8') \times \\ & \times \tilde{G}(3', 7')\tilde{G}^{-1}(3, 3')\tilde{G}(8', 4')\tilde{G}^{-1}(4', 4)\Theta(1'2', 3'4'). \end{aligned} \quad (54)$$

Это выражение и было использовано в [18] в качестве определения W^{comp} . Заметим, что если определить Z -образную часть массового оператора Σ^e в t -представлении формулой

$$\Sigma^{e(Z)}(1, 2) = \delta_{\sigma_1, \sigma_2} \theta(\sigma_1, t_{21})\Sigma^e(1, 2), \quad (55)$$

то из (54), (30) и очевидного тождества $\theta(\tau)\theta(-\tau) \equiv 0$ следует, что $W^{\text{comp}} \equiv 0$, если ни один из массовых операторов Σ^e , входящих в (54), не содержит Z -образных частей. Так как именно операторы $\Sigma^{e(Z)}$ порождают Z -образные фермионные линии, то это свойство полученного выражения для W^{comp} является обоснованием утверждения об отсутствии многократного учета диаграмм в МХРД при исключении Z -образных диаграмм и $W^{\text{comp}} \equiv 0$.

4.4. Пропагатор МХРД в энергетическом представлении. Формулы (28), (39), (41), (48), (50)—(54) полностью определяют обобщенный ph -пропагатор $A(\omega)$ в МХРД. Но так как все они, кроме формулы (52), записаны в

t -представлении, требуется еще осуществить переход к энергетическому представлению. После ряда преобразований, которые мы здесь для краткости изложения не приводим, получаем окончательный результат:

$$A_{12,34}(\omega) = \sum_{5678} [\delta_{15}\delta_{26} + Q_{12,56}^{(+)}(\omega)] A_{56,78}^{(-)}(\omega) [\delta_{73}\delta_{84} + Q_{78,34}^{(-)}(\omega)] + P_{12,34}^{(+)}(\omega), \quad (56)$$

где

$$Q_{12,34}^{(+)}(\omega) = -\delta_{\sigma_1, \sigma_2} \delta_{\sigma_3, -\sigma_4} A_{12,34}^{[1]}(\omega) \sigma_3 (\omega - \tilde{\epsilon}_{34}), \quad (57)$$

$$Q_{12,34}^{(-)}(\omega) = -\delta_{\sigma_1, -\sigma_2} \delta_{\sigma_3, \sigma_4} \sigma_1 (\omega - \tilde{\epsilon}_{12}) A_{12,34}^{[1]}(\omega), \quad (58)$$

$$P_{12,34}^{(+)}(\omega) = \delta_{\sigma_1, \sigma_2} \delta_{\sigma_3, \sigma_4} A_{12,34}^{[1]}(\omega), \quad (59)$$

$$A_{12,34}^{[1]}(\omega) = -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\epsilon d\epsilon'}{(2\pi i)^2} \tilde{G}_1(\epsilon + \omega) \tilde{G}_2(\epsilon) \mathcal{U}_{12,34}^e(\omega, \epsilon, \epsilon') \tilde{G}_3(\epsilon' + \omega) \tilde{G}_4(\epsilon') - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\epsilon}{2\pi i} [\delta_{31} \tilde{G}_1(\epsilon + \omega) \tilde{G}_2(\epsilon) \Sigma_{24}^e(\epsilon) \tilde{G}_4(\epsilon) + \delta_{24} \tilde{G}_3(\epsilon + \omega) \Sigma_{31}^e(\epsilon + \omega) \tilde{G}_1(\epsilon + \omega) \tilde{G}_2(\epsilon)], \quad (60)$$

$\tilde{\epsilon}_{12} = \tilde{\epsilon}_1 - \tilde{\epsilon}_2$, а ФГ $\tilde{G}_1(\epsilon)$ определена формулой (11). Единственное уравнение, которое требуется решить для нахождения пропагатора $A(\omega)$, это уравнение для его разнородных компонент:

$$A_{12,34}^{(-)}(\omega) = \tilde{A}_{12,34}(\omega) - \sum_{5678} \tilde{A}_{12,56}(\omega) \Phi_{56,78}(\omega) A_{78,34}^{(-)}(\omega), \quad (61)$$

в котором

$$\tilde{A}_{12,34}(\omega) = -\delta_{13} \delta_{24} \sigma_1 \delta_{\sigma_1, -\sigma_2} / (\omega - \tilde{\epsilon}_{12}), \quad (62)$$

$$\Phi_{12,34}(\omega) = \tilde{\Phi}_{12,34}(\omega) + \Phi_{12,34}^{\text{comp}}(\omega), \quad (63)$$

$$\tilde{\Phi}_{12,34}(\omega) = -\delta_{\sigma_1, -\sigma_2} \delta_{\sigma_3, -\sigma_4} \sigma_1 (\omega - \tilde{\epsilon}_{12}) A_{12,34}^{[1]}(\omega) \sigma_3 (\omega - \tilde{\epsilon}_{34}). \quad (64)$$

Входящая в эти формулы функция $A^{[1]}(\omega)$ является, в соответствии с ее обозначением, коэффициентом разложения (44). Кроме того, функция $\tilde{A}(\omega)$ в уравнении (61) совпадает с коэффициентом $A^{[0]}(\omega)$ этого разложения и поэтому является ph -пропагатором в RPA, получаемым из (44) при $\alpha = 0$.

4.5. Выражение для Φ^{comp} . Амплитуда $\Phi^{\text{comp}}(\omega)$ в (63) ответственна за компенсацию многократного учета диаграмм с собственно-энергетическими вставками и однозначно определяется выражением для W^{comp} . Однако непосредственное использование формулы (54) для W^{comp} приводит к появлению в $\Phi^{\text{comp}}(\omega)$ ложных полюсов, т.е. таких, которые отсутствуют в функции $R^{e[2]}(\omega)$ и которые можно назвать $4p4h$ -полюсами (формула (24) из [18], в которой использовалась модель учета конфигураций $1p1h \otimes$ фонон и обозначено $\Phi^{(2)} \equiv \tilde{\Phi}$, $\Phi^{(4)} \equiv \Phi^{\text{comp}}$). Возникновение этих полюсов связано с тем, что в случае, когда один из массовых операторов в определенной выше амплитуде $\tilde{\Gamma}^{e(dc)}$ не содержит Z -образных частей, а другой $\Sigma^e = \Sigma^{e(Z)}$ (как, например, в диаграммах, изображенных на рис.3,б,в), роль двойного учета не более существенна, чем роль других вообще не учитываемых в МХРД эффектов второго порядка по вспомогательному параметру α в разложении (43). Принимая во внимание, что в модели учета конфигураций $1p1h \otimes$ фонон вклады всех этих эффектов имеют порядок малости g^4 , представляется допустимым просто пожертвовать компенсацией двойного учета в указанном случае, устранив тем самым полюсную часть $\Phi^{\text{comp}}(\omega)$.

В качестве дополнительного аргумента отметим, что согласно формулам (21), (56), (61)—(63) полюсная часть $\Phi^{\text{comp}}(\omega)$ (в отличие от неполюсных частей этой функции) не вносит вклада в первые два члена разложения ФО $\tilde{R}(\omega)$ по степеням $1/\omega$, и поэтому ее устранение в любом случае не влияет на значения связанных с этим разложением (см. [11]) моментов силовой функции m_0 и m_1 в МХРД. Это приближение означает компенсацию двойного учета вкладов только от таких диаграмм, соответствующих коэффициенту $A^{[2]}(\omega)$ разложения (44), в которых обе фермионные линии являются Z -образными (рис.3,а). Формально оно сводится к замене обоих массовых операторов Σ^e в выражении (54) на их Z -образные части $\Sigma^{e(Z)}$, определенные формулой (55). В результате получаем после перехода к энергетическому представлению следующее выражение для компенсирующей амплитуды:

$$\Phi_{12,34}^{\text{comp}}(\omega) = \sigma_1 \delta_{\sigma_1, -\sigma_2} \delta_{\sigma_3, -\sigma_4} \delta_{\sigma_1, \sigma_3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\epsilon d\epsilon'}{(2\pi i)^2} \xi_{12,34}(\omega, \epsilon, \epsilon') \Sigma_{31}^e(\epsilon) \Sigma_{24}^e(\epsilon'), \quad (65)$$

где

$$\begin{aligned} \xi_{12,34}(\omega, \varepsilon, \varepsilon') = & \frac{1}{(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_1 + i\sigma_1\delta)(\varepsilon' - \tilde{\varepsilon}_2 - i\sigma_1\delta)(\varepsilon' - \tilde{\varepsilon}_4 - i\sigma_1\delta)} - \\ & - \frac{1}{(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_1 + i\sigma_1\delta)(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_3 + i\sigma_1\delta)(\varepsilon' - \tilde{\varepsilon}_2 - i\sigma_1\delta)} + \\ & + \frac{\omega - \tilde{\varepsilon}_{12} + i\sigma_1\delta}{(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_1 + i\sigma_1\delta)(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_3 + i\sigma_1\delta)(\varepsilon' - \tilde{\varepsilon}_2 - i\sigma_1\delta)(\varepsilon' - \tilde{\varepsilon}_4 - i\sigma_1\delta)}. \end{aligned} \quad (66)$$

Формулы (56)—(66), однозначно определяющие пропагатор $A(\omega)$ при известных функциях $\Sigma^e(\varepsilon)$ и $\mathcal{U}^e(\omega, \varepsilon, \varepsilon')$, не содержат интегральных по энергетическим переменным уравнений. Эта важная с практической точки зрения их особенность обусловлена обсуждавшимся в предыдущей главе сепарабельным характером зависимости функции $D(\omega, \varepsilon, \varepsilon')$ от переменных ε и ε' , приводящим к расщеплению интегрирований по этим переменным в уравнении (48) после перехода к энергетическому представлению (формулы (33)—(35)).

5. СВОЙСТВА ПРОПАГАТОРА МХРД В РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЯХ

Из уравнения (21) для функции отклика и формулы (25) для силовой функции следует, что в нашем подходе наиболее существенные различия между моделями описания ядерной структуры сводятся к различиям в выборе конкретного приближения для обобщенного ph -пропагатора $A(\omega)$, т.к. именно он определяет все виды учитываемых в модели динамических эффектов. Мы рассмотрим два типа моделей, которые получаются при подстановке в общие формулы МХРД конкретных выражений для массового оператора Σ^e и амплитуды \mathcal{U}^e .

Подстановка выражений (14) и (15) для этих величин в формулы (60) и (65) приводит к модели учета конфигураций $1p1h \otimes$ фонон в рамках МХРД. Конечные формулы для пропагатора $A(\omega)$ в этой модели приведены в [18] (с двумя отличиями от использованных здесь обозначений: $\Phi^{(2)} \equiv \tilde{\Phi}$, $\Phi^{(4)} \equiv \Phi^{\text{comp}}$). Отметим лишь, что выражение для амплитуды $\Phi^{\text{comp}}(\omega)$, получаемое из формул (14), (65) и (66), отличается от формулы (24) работы [18] для $\Phi^{(4)}(\omega)$ отсутствием полюсных членов. Но, как уже говорилось, это различие между $\Phi^{(4)}$ и Φ^{comp} слабо влияет на результаты расчетов в данной модели в силу малости величины g^2 .

Рассмотрим основные особенности пропагатора МХРД на примере модели [18].

5.1. Закон сохранения числа частиц. Если массовый оператор Σ^e и амплитуда \mathcal{U}^e связаны тождеством (17) (которое выполняется в модели [18]), то из формулы (60) следует

$$\sum_1 A_{11,34}^{[1]}(\omega) \equiv 0 \equiv \sum_3 A_{12,33}^{[1]}(\omega). \quad (67)$$

Этот результат проще всего получить в представлении волновых функций базисного набора $\{\tilde{\Phi}_1, \tilde{\epsilon}_1\}$, в котором, согласно определениям (11), имеет место равенство

$$\tilde{G}_1(\epsilon + \omega) \tilde{G}_1(\epsilon) = \frac{1}{\omega} [\tilde{G}_1(\epsilon) - \tilde{G}_1(\epsilon + \omega)]. \quad (68)$$

В этом случае тождества (67) доказываются с помощью нескольких простых преобразований с использованием формул (60), (17), (11) и (68). А т.к. разнородные компоненты пропагатора $A_{12,34}^{(-)}$ по определению не имеют диагональных матричных элементов, как по индексам 1, 2, так и по индексам 3, 4, то из формул (56)—(59) и (67) получаем

$$\sum_1 A_{11,34}(\omega) \equiv 0 \equiv \sum_3 A_{12,33}(\omega). \quad (69)$$

Далее, из уравнения (21) следует, что при выполнении (69) аналогичные тождества справедливы для перенормированной ФО $\tilde{R}(\omega)$. Если, кроме того, выполняется условие

$$\sum_3 (\tilde{e}_q)_{12,33} = c \delta_{12}$$

(c — константа), которому должна удовлетворять параметризация оператора эффективного заряда, то из соотношения (20) и спектрального разложения ФО $R(\omega)$ [15] получаем, что в МХРД выполняются равенства

$$\sum_1 \langle n | a_1^+ a_1 | 0 \rangle = 0, \quad n \neq 0.$$

При точном решении задачи они являются простым следствием условия ортогональности собственных функций основного и возбужденного состояний и закона сохранения числа частиц. В МХРД, как и во многих других моделях, справедливость этих основополагающих условий и законов заранее не очевидна, и в данном случае главную роль в их обеспечении играет динамическое условие согласования (17). Это означает, что диаграммы, содержащие собственно-энергетические вставки (Σ^e) и фононные линии в «поперечном» ph -канале (\mathcal{U}^e), принадлежат к классу диаграмм, связанных

законом сохранения числа частиц [44]. Обусловленная этим необходимостью одновременного включения указанных типов диаграмм в модели учета конфигураций $1p1h \otimes$ фонон обсуждалась в [14,16,46].

Другой важной особенностью ph -пропагатора МХРД является то, что, кроме разнородных компонент $A^{(-)}$, он содержит также и присоединенные: смешанные $A^{(-+)}$, $A^{(+-)}$ и однородные $A^{(++)}$ компоненты. Решение уравнения (21) для \tilde{R} с таким пропагатором также содержит присоединенные компоненты, а следовательно, в соответствии со спектральным разложением ФО, возникают ненулевые однородные компоненты переходных плотностей $\rho_{pp'}^{no}$ и $\rho_{hh'}^{no}$, где $\rho_{12}^{no} = \langle n | a_1^+ a_2 | 0 \rangle$ (в RPA, как известно, отличны от нуля только компоненты ρ_{ph}^{no} и ρ_{hp}^{no}). Появление присоединенных компонент ph -пропагатора и ненулевых матричных элементов $\rho_{pp'}^{no}$ и $\rho_{hh'}^{no}$ в МХРД связано с учетом корреляций в основном состоянии (GSC — ground state correlations) вне рамок RPA, которые обсуждаются в п.5.4. В дальнейшем, чтобы отличить GSC этого типа от тех GSC, которые учитываются в RPA, будем использовать сокращения: GSC1 для GSC в RPA и GSC2 для GSC вне рамок RPA.

Отметим, что добавление присоединенных компонент к ph -пропагатору при учете GSC2 требует определенной аккуратности при построении модели, так как именно в этом случае становится актуальным вопрос о выполнимости соотношений (69), связанных с законом сохранения числа частиц (в моделях, в которых отличны от нуля только разнородные компоненты $A^{(-)}$, например в RPA и SRPA, эти соотношения выполняются автоматически).

5.2. Полюсная структура пропагатора МХРД. Проанализируем полюсную структуру функции $A(\omega)$. Прежде всего рассмотрим вопрос о полюсах второго порядка, в решении которого и состоит основная техническая задача МХРД. То, что $A(\omega)$ не содержит полюсов второго порядка в точках $\omega = \pm (\tilde{\epsilon}_p - \tilde{\epsilon}_h)$, являющихся простыми полюсами функции $A^{[0]}(\omega) \equiv \tilde{A}(\omega)$, почти очевидно. Более того, из уравнения (61) следует, что функция $A^{(-)}$, а следовательно и $A(\omega)$, регулярна в этих точках, если при этих значениях ω обратима матрица $\tilde{A}^{-1}(\omega) + \Phi(\omega)$ (условие, которое может нарушаться лишь по случайным причинам).

Сложнее ответить на вопрос о поведении разнородных компонент $A^{(-)}$, а также смешанных

$$A^{(-+)}(\omega) = A^{(-)}(\omega)Q^{(-+)}(\omega), \quad A^{(+-)}(\omega) = Q^{(+-)}(\omega)A^{(-)}(\omega)$$

и однородных

$$A^{(++)}(\omega) = Q^{(+-)}(\omega)A^{(-)}(\omega)Q^{(-+)}(\omega) + P^{(++)}(\omega) \quad (70)$$

компонент пропагатора в точках полюсов функций $\tilde{\Phi}(\omega)$, $Q^{(-+)}(\omega)$, $Q^{(+-)}(\omega)$ и $P^{(++)}(\omega)$, совпадающих, как это следует из формул (57)—(59), (64), с полюсами функции $A^{[1]}(\omega)$. Формула (70) может даже вызвать подозрения, что, устраняя в обобщенном ph -пропагаторе $A(\omega)$ полюсы второго порядка в точках полюсов функции $A^{[0]}(\omega)$, МХРД приводит к возникновению в $A(\omega)$ других полюсов второго порядка, совпадающих уже с полюсами функции $A^{[1]}(\omega)$. В модели учета конфигураций $1p1h \otimes$ фонов полюсы, о которых идет речь, расположены в точках $\omega = \Omega = \pm(\tilde{\epsilon}_p - \tilde{\epsilon}_h + \omega_m)$, где ω_m — энергия фонона. Чтобы сформулировать утверждение, касающееся этих полюсов, рассмотрим разложение функции $A^{[1]}(\omega)$ в окрестности такого полюса:

$$A_{12,34}^{[1]}(\omega) = \frac{a_{12,34}^{[1]\Omega}}{\omega - \Omega} + A_{12,34}^{[1]\Omega}(\omega),$$

где функция $A_{12,34}^{[1]\Omega}(\omega)$ регулярна в точке $\omega = \Omega$. Предположим, что при построении пропагатора $A(\omega)$ по формулам (56)—(66) одночастичный базис $\{\tilde{\Phi}_1, \tilde{\epsilon}_1\}$ ограничивается, как это и делается в конкретных приложениях метода, конечным числом состояний дискретного спектра. Однако размер этого базиса будем считать произвольным, что позволит непосредственно распространить дальнейшие выводы на случай бесконечномерного базиса, в том числе и содержащего одночастичный континуум. Введя мультииндексы $i = \{1, 2\}$, $j = \{3, 4\}$, получаем, что в ограниченном базисе вычеты функции $A_{12,34}^{[1]}(\omega)$ в точке полюса $\omega = \Omega$ образуют матрицу $(a_{ij}^{[1]\Omega})$ некоторого конечного ранга. Обозначим через $(a_{ij}^{[1]\Omega(-)})$ блок этой матрицы вычетов, состоящий из разнородных компонент величины $a_{12,34}^{[1]\Omega}$ а через N_{Ω}^- — число ненулевых строк (или столбцов) матрицы $(a_{ij}^{[1]\Omega(-)})$.

Утверждение, позволяющее определить характер поведения пропагатора МХРД $A(\omega)$ в точке $\omega = \Omega$, являющейся полюсом хотя бы одной из функций $\tilde{\Phi}(\omega)$, $Q^{(-+)}(\omega)$, $Q^{(+-)}(\omega)$, $P^{(++)}(\omega)$, состоит в следующем:

1) при выполнении некоторых достаточно общих условий разнородные $A^{(-)}(\omega)$ и смешанные $A^{(+-)}(\omega)$, $A^{(++)}(\omega)$ компоненты пропагатора МХРД

регулярны в точке $\omega = \Omega$, а для его однородных компонент $A^{(++)}(\omega)$ точка $\omega = \Omega$ является либо простым полюсом, либо устранимой особой точкой;

2) кроме того, если выполнено условие

$$\text{rang}(a_{ij}^{[1]\Omega}) \leq N_{\Omega}^{-}, \quad (71)$$

то функции $A_{12,34}^{(++)}(\omega)$ регулярны в точке $\omega = \Omega$.

Строгое доказательство этого утверждения с точной формулировкой упомянутых в нем общих условий (связанных с обратимостью определенных специальным образом матриц) не приводится здесь ввиду того, что его полное изложение занимает много места и представляет собой чисто математическую задачу. Отметим, что в конкретных приложениях МХРД выполнение общих условий сформулированного утверждения, по-видимому, может нарушаться лишь по случайным причинам. Иначе обстоит дело с условием (71), т.к. входящие в него величины существенным образом зависят от характеристик полюса в точке $\omega = \Omega$ и размерности одночастичного базиса $\{\phi_1, \tilde{\epsilon}_1\}$. В частности, оно всегда нарушается, если пропагатор вообще не имеет ненулевых разнородных компонент, и, следовательно, $N_{\Omega}^{-} = 0$.

В этом случае $A(\omega) = A^{(++)}(\omega) = P^{(++)}(\omega)$. Такая ситуация может, например, возникнуть в расчетах с сильно ограниченным базисом, если в нем по правилам отбора отсутствуют ph -переходы.

Выясним, в каких случаях условие (71) будет выполняться. Если ядро обладает сферической симметрией, то можно показать, что в модели [18] для ранга матрицы вычетов функции $A^{[1]}(\omega)$ в точке ее полюса $\omega = \Omega = \pm (\tilde{\epsilon}_p - \tilde{\epsilon}_h + \omega_m)$ имеет место неравенство

$$\text{rang}(a_{ij}^{[1]\Omega}) \leq \Lambda_{\Omega}, \quad (72)$$

где величина Λ_{Ω} равна числу целых значений величины l , удовлетворяющих двум условиям:

$$|j_p - j_h| \leq l \leq j_p + j_h, \quad |J - L_m| \leq l \leq J + L_m.$$

Здесь j_p и j_h — угловые моменты одночастичных состояний с энергиями $\tilde{\epsilon}_p$ и $\tilde{\epsilon}_h$, L_m — угловой момент фонона с энергией ω_m , J — угловой момент изучаемых возбуждений (т.е. внешнего поля V^0 в формуле (1)). Таким образом, в данной модели величина $\text{rang}(a_{ij}^{[1]\Omega})$, которую можно назвать

кратностью вырождения полюса, ограничена сверху числом Λ_{Ω} , определяемым только характеристиками полюса в точке $\omega = \Omega$ и моментом J и не зависящим от размера одночастичного базиса $\{\tilde{\phi}_1, \tilde{\epsilon}_1\}$ (разумеется, если состояния с энергиями $\tilde{\epsilon}_p$ и $\tilde{\epsilon}_h$ входят в этот базис). С другой стороны, число N_{Ω}^- в неравенстве (71) возрастает при увеличении размера одночастичного базиса, причем для любого полюса функции $A^{[1]}(\omega)$ в некоторой точке $\omega = \Omega$ найдется такой базис $\{\tilde{\phi}_1, \tilde{\epsilon}_1\}$, для которого (и для любого другого базиса, содержащего этот базис в качестве подмножества) $N_{\Omega}^- \geq \Lambda_{\Omega}$. В силу (72) получаем, что условие (71) в этом случае выполняется, и, следовательно, все компоненты пропагатора $A(\omega)$ регулярны в точке $\omega = \Omega$.

Сказанное означает, что при решении задачи построения ph -пропагатора МХРД в полном одночастичном базисе все его компоненты регулярны в особых точках функции $A^{[1]}(\omega)$. При этом всякая особая точка присоединенных компонент $A(\omega)$ одновременно является особой точкой разнородной компоненты этой величины $A^{(-)}(\omega)$. Другими словами, при использовании полного одночастичного базиса $\{\tilde{\phi}_1, \tilde{\epsilon}_1\}$ все полюсы пропагатора $A(\omega)$ совпадают с полюсами его разнородной компоненты $A^{(-)}(\omega)$. Обоснование этого утверждения и является причиной столь подробного рассмотрения вопроса о полюсах функции $A(\omega)$, т.к. оно, как будет видно в дальнейшем, тесно связано с проблемой учета GSC2.

Анализ полюсов самой функции $A^{(-)}(\omega)$ является другой самостоятельной задачей, которую мы не будем здесь рассматривать. Ограничимся лишь замечанием, что все ее полюсы смещены относительно полюсов функций $\tilde{A}(\omega)$ и $\Phi(\omega)$, входящих в уравнение (61). Более того, число полюсов $A^{(-)}(\omega)$ может превышать общее число полюсов функций $\tilde{A}(\omega)$ и $\Phi(\omega)$ благодаря расщеплению полюсов $\Phi(\omega)$ при полном или частичном снятии их вырождения в решении уравнения (61). Эти эффекты смещения и расщепления полюсов имеют порядок малости g^2 .

Отметим еще роль слагаемого $Q^{(+)}(\omega)A^{(-)}(\omega)Q^{(-)}(\omega)$ в правой части формулы (70) для однородной компоненты ph -пропагатора МХРД. Хотя формально в модели учета конфигураций $1p1h \otimes$ фонон это слагаемое имеет порядок малости g^4 , но именно оно при выполнении соответствующих условий обеспечивает устранение тех особых точек компоненты $A^{(+)}(\omega)$, которые совпадают с полюсами функции $P^{(+)}(\omega) = A^{[1]}(+)(\omega)$ (полюс функции $A^{(+)}(\omega)$ в точке $\omega = \Omega$ устраняется, когда вычеты обоих

слагаемых в правой части равенства (70) становятся равными по величине и противоположными по знаку). И именно это слагаемое содержит те полюсы $A^{(++)}(\omega)$, которые совпадают с полюсами разнородной компоненты $A^{(-)}(\omega)$. Тот факт, что благодаря его учету пропагатор $A(\omega)$ при строгом решении задачи его построения не имеет «лишних» полюсов, служит косвенным подтверждением правильности модельных приближений МХРД.

5.3. Модели учета «чистых» $2p2h$ -конфигураций. Обратимся теперь к рассмотрению моделей типа SRPA, которые получаются при подстановке выражений (12) и (13) для величин Σ^e и \mathcal{U}^e в формулы (60) и (65). Так как при построении моделей этого типа обычно используется другой математический аппарат, то для сопоставления результатов нашего подхода с известными формулами [2] требуются некоторые дополнительные преобразования. Схема SRPA с некоррелированными $2p2h$ -состояниями эквивалентна учету только разнородных компонент обобщенного ph -пропагатора МХРД $A^{(-)}$. Причем и из этих оставшихся компонент исключаются вклады эффектов GSC2. Формально это означает, что в уравнении (61) для $A^{(-)}$ амплитуда $\Phi = \tilde{\Phi}$, а в выражениях (64) и (60), определяющих $\tilde{\Phi}$, из массовых операторов Σ^e (формула (12)) исключаются Z -образные части (55) и учитываются только такие матричные элементы амплитуды \mathcal{U}^e (формула (13)), которые имеют вид $\mathcal{U}_{ph,p'h'}^e$, $\mathcal{U}_{hp,h'p'}^e$. Кроме того, амплитуда эффективного ph -взаимодействия в уравнении (21) для ФО полагается равной той же самой амплитуде двухчастичного взаимодействия, которая входит в формулы (12) и (13): $\tilde{\mathcal{F}}_{12,34} = w_{23,14}$, а массовый оператор $\tilde{\Sigma}$ определяется в приближении Хартри — Фока.

Как видно, в этой модели вообще не учитываются эффекты GSC2. Если же после подстановки выражений (12) и (13) в формулы (60) и (65) не делать никаких дополнительных преобразований, сохраняя все компоненты обобщенного ph -пропагатора МХРД, то мы получим модель, которую следует сопоставлять с расширенным вторичным приближением случайных фаз (ESRPA, [2]). Из логики построения получаемой таким образом модели следует, что в ней эффекты GSC2 учитываются полностью в членах второго порядка по амплитуде взаимодействия w и частично в членах высших порядков по этой амплитуде (в нулевом и первом порядках по w вклад GSC2 в ФО отсутствует). Однако детальное сравнение этой модели с ESRPA не является простой задачей, и мы не будем на нем останавливаться. Что касается общетеоретического обоснования моделей этого класса, которое в нашем подходе сводится к обоснованию приближений (12) и (13) для величин Σ^e и \mathcal{U}^e , то этот вопрос кратко обсуждался в разд.2.

Подчеркнем, что все рассмотренные здесь свойства обобщенного ph -пропагатора МХРД, в том числе и закон сохранения числа частиц, остаются справедливыми и для получаемой в нашем подходе модели типа ESRPA. Единственное формальное отличие состоит в том, что в данном случае полюсы функций $\tilde{F}(\omega)$, $Q^{(-+)}(\omega)$, $Q^{(+-)}(\omega)$ и $P^{(++)}(\omega)$, о которых шла речь в предыдущем анализе, будут расположены в точках $\omega = \Omega = \pm (\tilde{\epsilon}_p - \tilde{\epsilon}_h + \tilde{\epsilon}_{p'} - \tilde{\epsilon}_{h'})$.

5.4. Эффекты корреляций в основном состоянии и их связь с полюсной структурой пропагатора МХРД. Мы рассмотрим здесь только те эффекты корреляций в основном состоянии, вклады от которых отсутствуют в обычном RPA, т.е. эффекты GSC2. В последние годы интерес к изучению влияния этих эффектов на ядерные свойства привел к появлению работ, в которых роль их вклада анализировалась в расчетах спектров конкретных ядер [10,16,31—33,45]. Было показано, что эффекты GSC2 играют важную, иногда решающую роль при теоретическом описании экспериментальных данных (см. также разд.6).

Имеется принципиальное отличие эффектов корреляций в основном состоянии в RPA от их эффектов в моделях учета сложных ($2p2h$) конфигураций. Как известно, учет GSC в RPA, в котором и состоит отличие этого приближения от приближения Тамма — Данкова (TDA), не приводит к появлению новых по сравнению с TDA состояний, а лишь сдвигает энергии TDA-уровней и перераспределяет их интенсивности. В терминологии формализма ФГ это означает равенство числа полюсов ФО $\tilde{R}(\omega)$ в области $\text{Re } \omega > 0$ в TDA и в RPA.

В нашем подходе эффекты GSC2 можно разделить на два типа: регулярные и сингулярные. Под регулярными эффектами будем подразумевать такие, учет которых не меняет числа полюсов обобщенного ph -пропагатора $A(\omega)$, а влияет только на их положение и величину вычетов. В модели [18] процессам, обусловленным этими эффектами, соответствуют Z-образные диаграммы с собственно-энергетическими вставками (рис.4,а), диаграммы с фононной линией в «поперечном» ph -канале, подобные изображенным на рис.4,б, и некоторые другие «идушие назад диаграммы» с собственно-энергетическими вставками (рис.4,в,г). На рис.4 изображены лишь типичные хронологически-упорядоченные диаграммы второго порядка по амплитуде квазичастично-фононного взаимодействия. Диаграммы а и б на рис.4 соответствуют вкладам в величину $A^{(-)}$, диаграмма в — вкладам в $A^{(-+)}$, диаграмма г — вкладам в $A^{(+-)}$.

Следует отметить, что те эффекты GSC2, которые учитываются в модели [45], по нашей классификации можно отнести к регулярным эффектам, хотя в этой модели, учитывающей также парные корреляции нуклонов, их было бы точнее назвать регулярными эффектами GSC вне рамок QRPA.

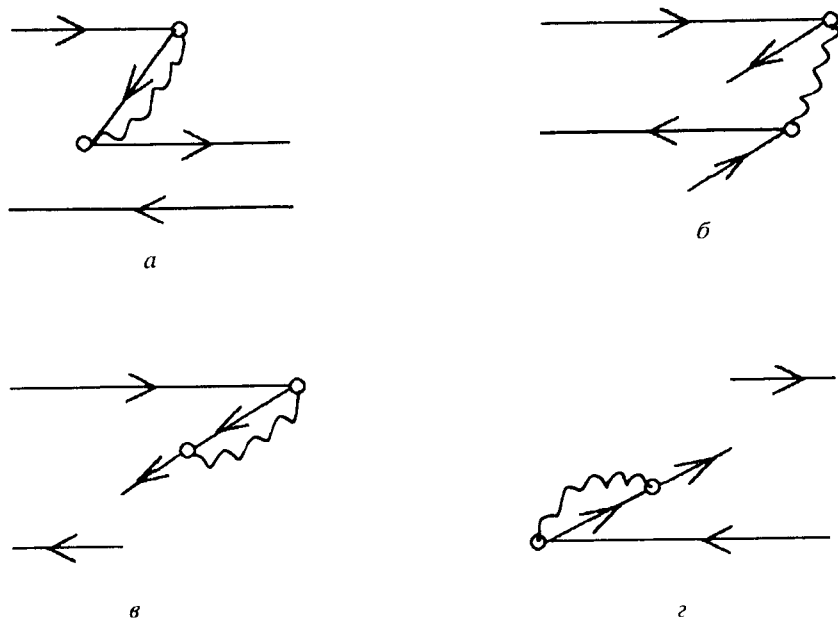


Рис.4. Типичные диаграммы порядка g^2 , обусловленные регулярными эффектами корреляций в основном состоянии. Обозначения те же, что и на рис.2

Сингулярными эффектами GSC2 будем называть такие эффекты, учет которых может приводить к возникновению новых (дополнительных) полюсов у функции $A(\omega)$. Типичные диаграммы порядка g^2 , обусловленные этими эффектами, изображены на рис.5. Здесь диаграмма *a* соответствует вкладам в величину $A^{(-+)}$, диаграмма *б* — вкладам в $A^{(+-)}$, диаграммы *в* и *г* — вкладам в $A^{(++)}$. Все эти диаграммы, как и диаграммы на рис.4, относятся к классу «идуших назад диаграмм», причем изображенные на рис.5,*a,в* содержат собственно-энергетические вставки, а на рис.5,*б,г* — фоновые линии в «поперечном» ph -канале.

Использованное в этих определениях понятие новых полюсов пропагатора $A(\omega)$ требует уточнения. Здесь под новыми полюсами функции $A(\omega)$ мы подразумеваем такие, которые отсутствуют в RPA-пропагаторе $\tilde{A}(\omega)$ (62) и не могут быть получены из полюсов этой функции никаким непрерывным преобразованием (например, путем смещения полюсов $\tilde{A}(\omega)$ при возрастании g^2 от нуля до некоторой конечной величины). Именно эти новые полюсы, которые мы условно назовем новыми полюсами первого типа, служат критерием нашего деления эффектов GSC2 на регулярные и сингуляр-

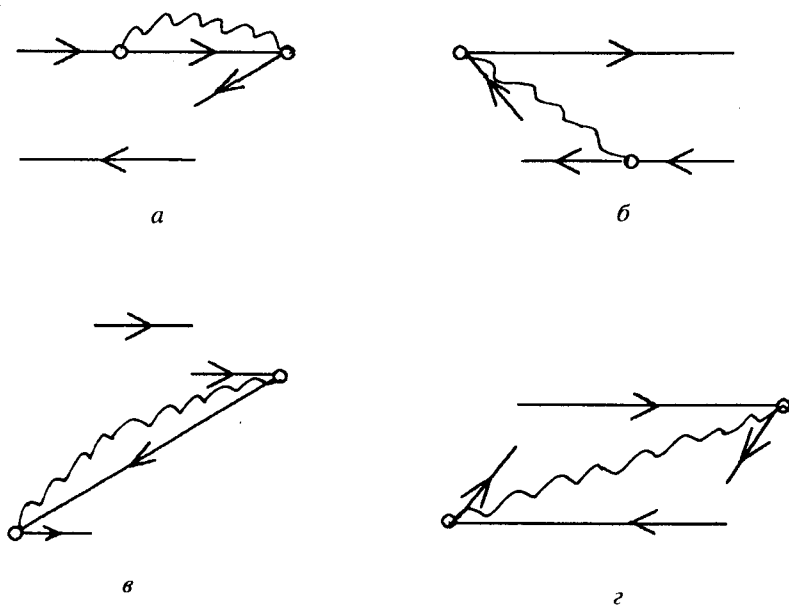


Рис.5. Типичные диаграммы порядка g^2 , обусловленные сингулярными эффектами корреляций в основном состоянии. Обозначения те же, что и на рис.2

ные. Отметим, что сингулярные эффекты GSC2 вносят вклад только в присоединенные компоненты пропагатора МХРД, а сами эти компоненты существуют исключительно благодаря GSC2.

Рассмотрим важный с практической точки зрения вопрос: могут ли при учете сингулярных эффектов GSC2 появляться такие новые полюсы функции $A(\omega)$, которых нет не только у RPA-пропагатора $\tilde{A}(\omega)$, но и у пропагатора МХРД, из которого исключены все вклады эффектов GSC2. Так как при исключении эффектов GSC2 остаются только разнородные компоненты обобщенного ph -пропагатора, то речь здесь идет о полюсах функции $A^{(-)}(\omega)$. Из анализа предыдущего раздела следует, что появление новых полюсов указанного (второго) типа фактически возможно лишь при нарушении условия (71) (что может иметь место лишь при использовании ограниченного базиса $\{\tilde{\Phi}_1, \tilde{\epsilon}_1\}$) и только у однородной компоненты $A^{(++)}(\omega)$, т.к. смешанные компоненты пропагатора $A^{(-+)}(\omega)$ и $A^{(+-)}(\omega)$ могут иметь полюсы только в тех точках, в которых они есть у функции $A^{(--)}(\omega)$ (как уже говорилось ранее, полюсы $A^{(-)}(\omega)$ смещены относитель-

но «голых» полюсов функций $\tilde{A}(\omega)$ и $\Phi(\omega)$, входящих в $A^{(-)}(\omega)$, и их число может превышать число этих «голых» полюсов). А поскольку в конкретных приложениях МХРД при вычислении присоединенных компонент $A(\omega)$ используется ограниченный базис, учет сингулярных эффектов GSC2 может в некоторых случаях обогащать полюсную структуру обобщенного ph -пропагатора, а следовательно, и ФО $\tilde{R}(\omega)$, и приводить к изменению спектра возбуждений ядра по сравнению с МХРД с исключенными эффектами GSC2. Поэтому при построении пропагатора МХРД необходим анализ влияния размера одночастичного базиса.

Еще одна особенность сингулярных эффектов GSC2 состоит в том, что их учет приводит к появлению ненулевых матричных элементов переходных плотностей $\rho_{pp'}^{no}$ и $\rho_{hh'}^{no}$. С физической точки зрения обусловленные этим типом GSC2 диаграммы (рис.5) описывают процессы возникновения из вакуума, которым является основное состояние рассматриваемого четно-четного ядра, и (или) аннигиляции сразу двух ph -пар, т.е. $2p2h$ -конфигурации. Действие внешнего поля V^0 приводит в этом случае к разрешенному правилами отбора переходу входящей в $2p2h$ -конфигурацию частицы из одного состояния в другое (pp' -переход) или входящей в эту конфигурацию дырки в другое дырочное же состояние (hh' -переход). Формально это и означает возникновение в спектральном разложении ФО, кроме обычных (ρ_{ph}^{no} , ρ_{hp}^{no}) компонент переходных плотностей, также и компонент $\rho_{pp'}^{no}$, $\rho_{hh'}^{no}$. Учет этих эффектов приводит, в частности, к изменению правил сумм для моментов силовой функции. Для случая «чистых» $2p2h$ -конфигураций, т.е. в рамках ESRPA, этот вопрос обсуждался в работах [2,11]. Наши результаты, полученные в рамках модели учета $1p1h \otimes$ фонон-конфигураций, показали важность количественного учета сингулярных эффектов GSC2 (см. разд.6).

Уже из этого краткого обсуждения эффектов GSC2 следует, что их проявление значительно сложнее и разнообразнее по сравнению с GSC1. Поэтому данный вопрос требует дальнейшего изучения.

6. АНАЛИЗ ГМР В РАМКАХ МХРД С УЧЕТОМ ОДНОЧАСТИЧНОГО КОНТИНУУМА

6.1. Учет одночастичного континуума в координатном представлении.

В расчетах силовых функций ГМР целесообразно перейти от уравнения Бете — Солпитера (21) для перенормированной функции отклика \tilde{R} к уравнению для изменения матрицы плотности

$$\delta\rho_{12}(\omega) = - \sum_{34} \tilde{R}_{12,34}(\omega) (\tilde{e}_q V^0)_{43}$$

В координатном представлении уравнение для этой величины имеет вид (спин-изоспиновые переменные здесь и далее для простоты опущены):

$$\begin{aligned} \delta\rho(\mathbf{r}; \omega) = & - \int d\mathbf{r}_1 A(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; \omega) \tilde{e}_q V^0(\mathbf{r}_1) - \\ & - \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 A(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; \omega) \tilde{\mathcal{F}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \delta\rho(\mathbf{r}_2; \omega). \end{aligned} \quad (73)$$

При этом силовая функция (25) связана с $\delta\rho$ соотношением

$$S(E, \Delta) = - \frac{1}{\pi} \text{Im} \int d\mathbf{r} (\tilde{e}_q V^0(\mathbf{r}))^* \delta\rho(\mathbf{r}; E + i\Delta). \quad (74)$$

Использование координатного представления позволяет применить при построении пропагатора эффективный метод вычисления одночастичной ФГ $\tilde{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; \omega)$ с точным учетом одночастичного континуума [4,5]. Тем самым в рассчитанную по формулам (73) и (74) силовую функцию «автоматически» включаются эффекты, связанные с распадом резонансов в континуум (ширина $\Gamma\uparrow$), т.е. с вылетом нуклонов из ядра.

Последовательное использование этой техники, первоначально развитой в рамках RPA, в задаче с дополнительным учетом $1p1h \otimes$ фонон-конфигураций связано с большими вычислительными трудностями построения обобщенного пропагатора* A . Поэтому на данном этапе исследований мы точно учли континуум только в $1p1h$ -части пропагатора, используя идею метода комбинированного $(\mathbf{r}, \tilde{\lambda})$ -представления, развитого в рамках подхода «ТКФС + континуум» для ядер со спариванием [47]. В этом приближении полный пропагатор представляется в виде

$$\begin{aligned} A(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; \omega) = & \tilde{A}^{\text{cont}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; \omega) + \\ & + \sum_{12\ 34} (A_{12,34}(\omega) - \tilde{A}_{12,34}(\omega)) \tilde{\Phi}_1^*(\mathbf{r}) \tilde{\Phi}_2(\mathbf{r}) \tilde{\Phi}_3(\mathbf{r}_1) \tilde{\Phi}_4^*(\mathbf{r}_1). \end{aligned} \quad (75)$$

Здесь \tilde{A}^{cont} — $1p1h$ -пропагатор (62), в котором одночастичный континуум учитывается точно [4,5]. Суммирование выполняется по всем одночастичным дискретным и квазидискретным состояниям, включенным в ограниченный набор $\{\tilde{\Phi}_1, \tilde{\epsilon}_1\}$. Задача построения этого базисного набора

* См., например, общие формулы для $A(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; \omega)$ в g^2 -приближении, полученные в работе [46].

рассматривается ниже. Вычитание $\tilde{A}_{12,34}$ исключает двойной учет дискретной $1p1h$ -части пропагатора, входящей как в \tilde{A}^{cont} , так и в $A_{12,34}$.

6.2. Построение базиса $\{\tilde{\Phi}_1, \tilde{\epsilon}_1\}$. В уравнении Дайсона для одночастичной функции Грина (5) полный массовый оператор Σ включает в себя все возможные эффекты связи одночастичных и многочастичных степеней свободы ядра, приводящие к наблюдаемым характеристикам «одночастичного» движения в нечетных ядрах (энергии, спектроскопические факторы и т.д.). Если исходить из условия наилучшего воспроизведения этих характеристик в подходе, не учитывающем сложные конфигурации, то при построении феноменологического базиса $\{\tilde{\Phi}_1, \tilde{\epsilon}_1\}$ оператор Σ заменяется на его квазичастичную часть Σ_q [35], и далее найденный из решения уравнения (5) с $\Sigma = \Sigma_q$ базис используется в $1p1h$ -расчетах для четно-четных ядер. В МХРД явно выделен вклад квазичастично-фононного взаимодействия, поэтому в этом случае, если не ввести соответствующие поправки («очистить» базис), использование феноменологического базиса может приводить к двойному учету указанных эффектов.

Базис $\{\tilde{\Phi}_1, \tilde{\epsilon}_1\}$, включающий эти поправки, строится в нашей модели, исходя из условия совпадения «доминантных» полюсов решения уравнения (7) (т.е. полюсов ФГ G с максимальными значениями вычетов) с экспериментальными одночастичными энергиями ϵ_1^{exp} . В расчетах используется базис, включающий в себя две оболочки ниже и две оболочки выше энергии Ферми. В диагональном приближении для Σ_{12}^e вышеуказанное условие приводит к следующей системе нелинейных уравнений:

$$\tilde{\epsilon}_1 = \epsilon_1^{\text{exp}} - \sum_{3, m} \frac{|g_{13}^{m(\sigma_3)}|^2}{\epsilon_1^{\text{exp}} - \tilde{\epsilon}_3 - \sigma_3 \omega_m}. \quad (76)$$

Эта система, дополненная уравнением (6) для ФГ \tilde{G} , решается методом итераций, причем массовый оператор $\tilde{\Sigma}$ в (6) аппроксимируется потенциалом Вудса — Саксона. Поскольку g^2 является малым параметром, при решении этой задачи оказывается возможным ограничиться первым приближением итерационной процедуры. В этом приближении матричные элементы $g_{13}^{m(\sigma_3)}$ в (76) рассчитываются с волновыми функциями феноменологического базиса, получаемого из решения уравнения Шредингера с потенциалом Вудса — Саксона, параметризованным эмпирическим набором констант. При этом энергии $\tilde{\epsilon}_1$ находятся непо-

средственно из решения системы (76), параметры глубины потенциала* \tilde{U} , аппроксимирующего массовый оператор $\tilde{\Sigma}$, подбираются из условия совпадения полюсов решения уравнения (6) (т.е. $\Phi \Gamma \tilde{G}$) с найденными значениями $\tilde{\epsilon}_1$. Наконец, волновые функции $\tilde{\Phi}_1$ определяются из решения уравнения Шредингера с потенциалом \tilde{U} .

6.3. Дополнительные детали расчетов. В наших расчетах учитывалось ограниченное число низколежащих наиболее коллективных фононов нормальной четности: 2^+ , 3^- , 4^+ , 6^+ . Их параметры — энергии ω_L и вероятности переходов $B(EL)$ для всех рассмотренных ядер приведены в [29—31].

Во всех расчетах использовалось эффективное $\rho\hbar$ -взаимодействие Ландау — Мигдала [35]:

$$\mathcal{F}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = C_0 [f(r) + f'(r)\tau_1\tau_2 + (g + g'\tau_1\tau_2)\sigma_1\sigma_2]\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (77)$$

с параметрами f и f' , зависящими от плотности: $f = f_{\text{ex}} + (f_{\text{in}} - f_{\text{ex}})\rho(r)/\rho(0)$, и аналогично для f' . За исключением параметра f_{ex} , практически во всех расчетах использовался один и тот же набор параметров, найденных из самосогласованных ТКФС-расчетов [49,50]:

$$f_{\text{in}} = -0,002, \quad f'_{\text{ex}} = 2,30, \quad f'_{\text{in}} = 0,76$$

$$g = -0,05, \quad g' = 0,96, \quad C_0 = 300 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^3. \quad (78)$$

Расчеты $M1$ -резонанса в стабильных и нестабильных магических ядрах проводились с параметрами $g = -0,05$ и $g' = 0,86$, для которых было получено хорошее согласие рассчитанных и экспериментальных значений энергий резонанса в ядре ^{48}Ca . Для того чтобы исключить изоскалярное «духовое» $E1$ -состояние в расчетах изовекторного $E1$ -резонанса, использовался параметр $f_{\text{ex}} = -3,74$. В расчетах изоскалярного $E0$ -резонанса [32] параметр $f_{\text{ex}} = -3,00$ выбирался по экспериментальному положению резонанса в ядре ^{208}Pb . Для согласования теоретических и экспериментальных значений энергий низколежащих изоскалярных фононов f_{ex} выбирался из интервала $f_{\text{ex}} = -3,50 \div -5,00$.

* Отдельно для каждой парциальной l, j -компоненты; остальные параметры потенциала полагались равными эмпирическим значениям [48].

В качестве интерполяционной функции $\rho(r)$ в (77) был выбран форм-фактор Вудса — Саксона:

$$\rho(r) = \frac{P_0}{1 + \exp((r - R)/a)},$$

$$R = 1,24A^{1/3}, \quad a = 0,63. \quad (79)$$

Исключение составляют наши последние расчеты изоскалярных $E0$ - и $E2$ -резонансов в ядрах ^{40}Ca [33] и ^{56}Ni , в которых в качестве $\rho(r)$ использовалась рассчитанная плотность в основном состоянии ядра:

$$\rho(r) = \sum_{\tilde{\epsilon}_i \leq \epsilon_F} \frac{(2j_i + 1)\tilde{\phi}_i^2(r)}{4\pi}. \quad (80)$$

Это привнесло некоторый элемент согласованности в наши несамосогласованные расчеты с независимым выбором параметров среднего поля и эффективного ph -взаимодействия.

Следует отметить, что явный учет в МХРД квазичастично-фононных корреляций приводит к перенормировке эффективного взаимодействия $\tilde{\mathcal{F}}$ и эффективных зарядов \tilde{e}_q (см. формулы (22)—(24)), отличающихся от \mathcal{F} и e_q , используемых в ТКФС. Однако с учетом того, что в расчетах использовалось сравнительно небольшое число фононов (не более десяти), отличие $\tilde{\mathcal{F}}$ и \tilde{e}_q от \mathcal{F} и e_q не должно быть существенным. В связи с этим и чтобы не вводить дополнительные параметры, учитывающие эти отличия, во всех RPA- и МХРД-расчетах использовалось одно и то же взаимодействие $\tilde{\mathcal{F}} = \mathcal{F}$ и эффективные заряды $\tilde{e}_q = e_q$.

Для имитации экспериментального энергетического разрешения и одновременно для феноменологического учета эффектов, не рассматриваемых в МХРД явно (дальнейшая фрагментация ГМР, обусловленная более сложными, чем $2p2h$ -конфигурациями, и распад сложных конфигураций в континуум, приводящий к дополнительной ширине $\Gamma\uparrow$), в расчетах силовых функций использовался параметр сглаживания $\Delta = \Gamma/2$ (Γ — ширина брейт-вигнеровского распределения для выделенного пика силовой функции) из интервала $\Delta = 100 \div 500$ кэВ. При изучении тонкой структуры резонансов, например, для изоскалярного $E2$ -резонанса в ядре ^{208}Pb [31], в расчетах использовался параметр $\Delta = 20$ кэВ.

6.4. Результаты расчетов. Главной задачей настоящей работы мы считаем изложение принципиальных основ МХРД как нового подхода для изучения структуры магических ядер с последовательным учетом квазичастично-фононных корреляций в основном и возбужденных состояниях и с дополнительным учетом одночастичного континуума. В связи с

этим приведенные ниже результаты расчетов и их обсуждение для изоскалярных и изовекторных EL - и $M1$ -резонансов в стабильных $^{40,48}\text{Ca}$, ^{208}Pb и нестабильных ^{56}Ni , ^{100}Sn магических ядрах являются неполными. Более полное их изложение дано в оригинальных работах [17,27—34].

Встречающиеся на рисунках обозначения $2p2h(gs+)$ и $2p2h(gs-)$ относятся к МХРД-расчетам, выполненным с учетом и без учета, соответственно, GSC2 (т.е., $1p1h \otimes$ фонон-корреляций в основном состоянии). Неучет GSC2 по определению означает равенство нулю функций $Q^{(+-)}$, $Q^{(-+)}$ и $P^{(++)}$ в полном пропагаторе $A(\omega)$ (56). При учете же GSC2 базис выбирался всегда таким, что случай $A(\omega) = A^{(++)}(\omega) = P^{(++)}(\omega)$ практически никогда не осуществлялся. Представленные на рис.6,7 результаты МХРД-расчетов были получены с учетом этих корреляций. Для того чтобы продемонстрировать влияние одночастичного континуума на форму кривой сечения фотопоглощения и на интегральные характеристики $E1$ -резонанса, на этих рисунках и в табл.1 приведены также результаты МХРД-расчетов без учета континуума (обозначение «cont-»). Для $E1$ -резонанса в ядре ^{56}Ni и для всех остальных EL - и $M1$ -резонансов показаны только результаты расчетов с учетом континуума («cont+»).

Изовекторные $E1$ - и $E2$ -резонансы в ядрах $^{40,48}\text{Ca}$, ^{208}Pb , ^{56}Ni . Сечения дипольного и квадрупольного фотопоглощения были рассчитаны с использованием известного соотношения

$$\sigma_{EL}(E, \Delta) = \frac{8\pi^3(L+1)e^2}{L[(2L+1)!]^2} \left(\frac{E}{\hbar c} \right)^{2L-1} S_{EL}(E, \Delta). \quad (81)$$

На рис.6—8 и в табл.1,2 приведены результаты этих расчетов [17,29,31]. При получении интегральных характеристик резонансов мы воспользовались обычной при обработке эксперимента процедурой аппроксимации резонансных кривых функцией Лоренца

$$\sigma^L(E) = \sigma_{\max} \frac{E^2 \Gamma^2}{(E^2 - \bar{E}^2)^2 + E^2 \Gamma^2}.$$

Параметры этой функции — средняя энергия \bar{E} , сечение $\sigma_{\max} = \sigma^L(\bar{E})$ и ширина резонанса Γ — находились из условия совпадения трех энергетических моментов $k=0, -1$ и -2 для точной и аппроксимирующей резонансных кривых. Эти моменты рассчитывались по формуле

$$\sigma_k = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} E^k \sigma(E) dE.$$

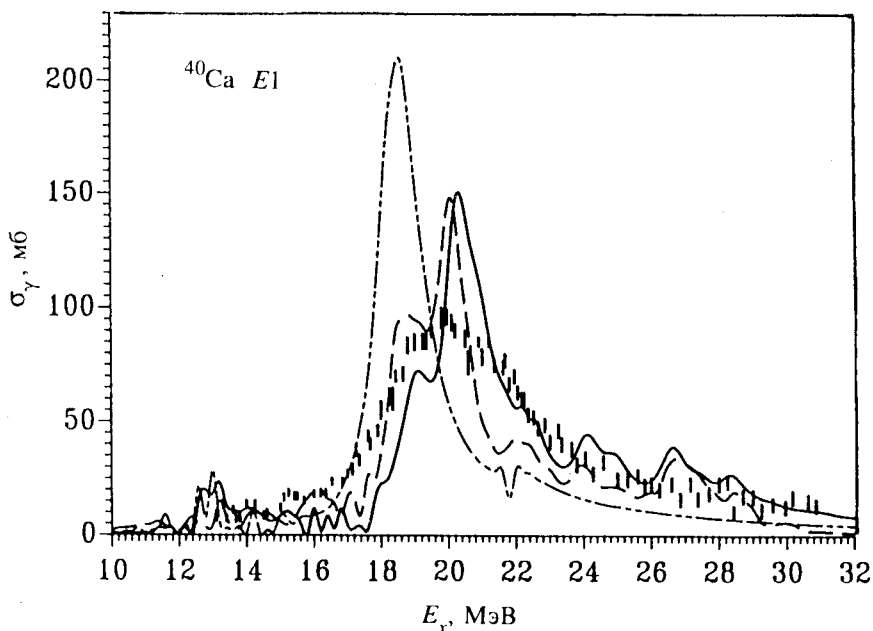


Рис.6. Сечение $E1$ -фотопоглощения для ядра ^{40}Ca . Штрихпунктирная кривая — расчет в рамках RPA с континуумом. Штриховая и сплошная кривые — расчет в MXPД без учета и с учетом континуума соответственно (GSC2-корреляции учтены). Экспериментальные данные взяты из работы [51]

Энергетические интервалы $\Delta E = (E_{\min} - E_{\max})$ приведены в табл.1,2, где также даны интегральные сечения фотопоглощения σ_0 и моменты σ_{-1} (для $E1$ -резонанса). Для $E1$ -резонанса σ_0 сравниваются с «классическим» дипольным правилом сумм Томаса — Райхе — Куна

$$\sigma_0^{cl} = \int_0^{\infty} \sigma_{E1}(E) dE = 60 \frac{NZ}{A} (\text{мб} \cdot \text{МэВ}). \quad (82)$$

Сравнение расчета с экспериментом и анализ наших результатов позволили сделать следующие выводы для $E1$ -резонансов:

— RPA-расчеты с учетом континуума плохо согласуются с экспериментом для всех рассмотренных ядер. Исключение составляют только результаты для центра резонанса \bar{E} в ядре ^{40}Ca и моментов σ_{-1} в ядрах $^{40,48}\text{Ca}$.

— Включение в расчет сложных $1p1h \otimes$ фонон-конфигураций и одночастичного континуума значительно улучшает описание профиля резонанса и всех наблюдаемых интегральных характеристик резонанса.

— Как видно из табл.1, учет GSC2 довольно слабо изменяет интегральное сечение $E1$ -фотопоглощения в ядре ^{56}Ni , но приводит к заметному отличию \bar{E} , Γ , σ_{\max} и σ_{-1} по сравнению с расчетом, где эти корреляции не учитываются. Это же должно иметь место и для других рассмотренных ядер.

— Как и следовало ожидать, влияние одночастичного континуума на форму резонанса и его интегральные характеристики является наиболее существенным для легких ядер, в особенности для ядра ^{48}Ca . Однако и для ядра ^{208}Pb этот эффект не является малым. Учет континуума приводит к увеличению на 8% ширины резонанса Γ и интегрального сечения фотопоглощения σ_0 , приближая их к экспериментальным значениям.

— Наиболее важным результатом является удовлетворительное описание полных ширин резонанса Γ . МХРД-расчеты недооценивают Γ только на 14%, 11,7% и 4,4% для ядер $^{40,48}\text{Ca}$ и ^{208}Pb соответственно.

— Предсказанные для радиоактивного ядра ^{56}Ni интегральные характеристики $E1$ -резонанса, включая среднюю энергию \bar{E} , в целом удовлетворяют известным систематикам этих параметров для стабильных ядер [54].

Как видно из табл.2, результаты RPA- и МХРД-расчетов для изовекторного $E2$ -резонанса в ядрах ^{40}Ca и ^{208}Pb оказываются довольно близкими и достаточно хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными. В особенности это касается полной ширины резонанса и сечения в максимуме σ_0 для ядра ^{208}Pb . Если, однако, ориентироваться на экспериментальные данные для ядра ^{208}Pb из работы [56], полученные с использованием техники сильно поляризованных меченых фотонов и, вероятно, являющиеся наиболее точными по сравнению с другими экспериментальными данными, приведенными в табл.2, то наши расчеты на 2 МэВ переоценивают среднюю энергию резонанса. Отметим, что для согласования этой энергии с экспериментом требуется лишь небольшое, примерно на 7% по сравнению с (78), уменьшение изовекторной f' -амплитуды эффективного ph -взаимодействия.

Изоскалярные $E2$ - и $E0$ -резонансы в ядрах ^{40}Ca , ^{56}Ni и ^{208}Pb . Исследование свойств изоскалярных $E0$ -резонансов имеет особый интерес, так как оно позволяет получить информацию относительно модулей сжатия конечных ядер и ядерной материи, знание которых важно как для физики тяжелых ионов, так и для астрофизики [59].

Экспериментальная информация об этом резонансе часто является весьма фрагментарной и неопределенной, в особенности для ядер с атомными

Таблица 1. Интегральные характеристики изовекторного $E1$ -резонанса. В МХРД-расчетах для $^{40,48}\text{Ca}$ и ^{208}Pb GSC2-корреляции учтены. Все расчеты для ^{56}Ni выполнены с учетом континуума. \bar{E} , ΔE и Γ даны в МэВ, σ_{max} и σ_{-1} — в мб, σ_0 и σ_0^{cl} — в мб·МэВ

	σ_{max}	\bar{E} , МэВ	Γ	σ_0 , мб·МэВ	σ_{-1} , мб
^{40}Ca , $\sigma_0^{cl} = 600$, $\Delta E = (10 - 32)$					
RPA(cont+)	210,0	19,3	1,9	586,3	30,26
МХРД(cont-)	114,0	20,5	3,7	589,7	28,83
МХРД(cont+)	111,0	21,2	4,3	651,8	30,89
Эксперимент [51]	95,0	20,0	5,0	637,7	31,82
^{48}Ca , $\sigma_0^{cl} = 700$, $\Delta E = (10 - 32)$					
RPA(cont+)	150,0	16,0	3,3	652,5	42,66
МХРД(cont-)	118,7	19,0	4,5	696,9	38,34
МХРД(cont+)	101,3	19,6	6,3	756,5	41,60
Эксперимент [52]	102,7	19,6	7,1	836,6	43,37
^{208}Pb , $\sigma_0^{cl} = 2980$, $\Delta E = (6 - 20)$					
RPA(cont+)	945,0	12,2	2,0	2709,0	222,60
МХРД(cont-)	657,0	13,0	3,6	3110,0	243,70
МХРД(cont+)	680,0	13,8	3,9	3367,0	251,50
Эксперимент [53]	640,0	13,42	4,05	3306,8	253,77
^{56}Ni , $\sigma_0^{cl} = 840$, $\Delta E = (5 - 30)$					
RPA	211,0	18,5	3,1	873,4	44,83
МХРД	170,0	18,7	4,0	908,2	46,12
МХРД(GSC2)	140,0	18,2	4,9	916,0	47,80

массами $A < 100$ [59]. Только для некоторых из них установлены отдельные $E0$ -структуры, характеризующиеся относительно большими суммарными значениями процента исчерпывания энергетически взвешенного правила сумм (EWSR). В результате из анализа этих данных практически невозможно установить значения модулей сжатия, поскольку они непосредственно определяются через среднюю энергию резонанса. Одной из основных причин указанной неопределенности экспериментальных данных являются известные трудности мультипольной декомпозиции различных участков

Таблица 2. Интегральные характеристики изовекторного E2-резонанса. В МХРД-расчетах GSC2-корреляции не учитывались. \bar{E} , ΔE и Γ даны в МэВ, σ_{\max} и σ_{-1} — в мб, σ_0 и σ_0^{cl} — в мб·МэВ

	^{40}Ca , $\Delta E = (10 - 50)$			^{208}Pb , $\Delta E = (17,5 - 35)$			
	\bar{E}	Γ	σ_0	σ_{\max}	\bar{E}	Γ	σ_0
RPA(cont+)	32,8	8,5	37,7	31,6	21,9	4,5	183,0
МХРД(cont+)	31,8	7,0	32,0	28,1	22,4	5,5	192,1
Эксперимент	32,5±1,5 (а)			31,0	20,2±0,5	5,5±0,5	203,0
					22,6±0,4	6,0±2,0	(б)
					23,5±1,5	(в)	
					(г)		

Экспериментальные данные взяты из работ: (а) — [55], (б) — [56], (в) — [57], (г) — [58].

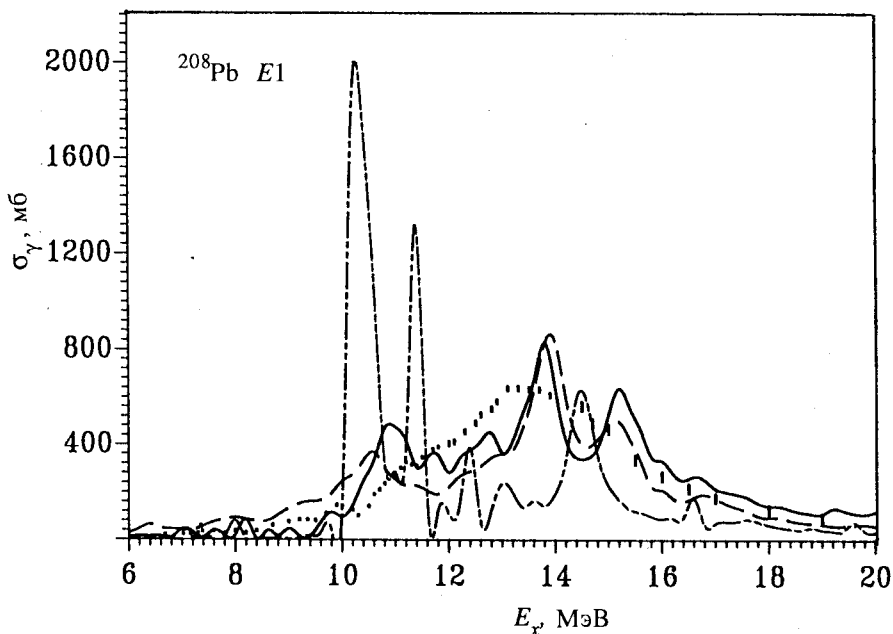


Рис.7. То же, что на рис.6, но для ^{208}Pb . Экспериментальные данные взяты из работы [53]

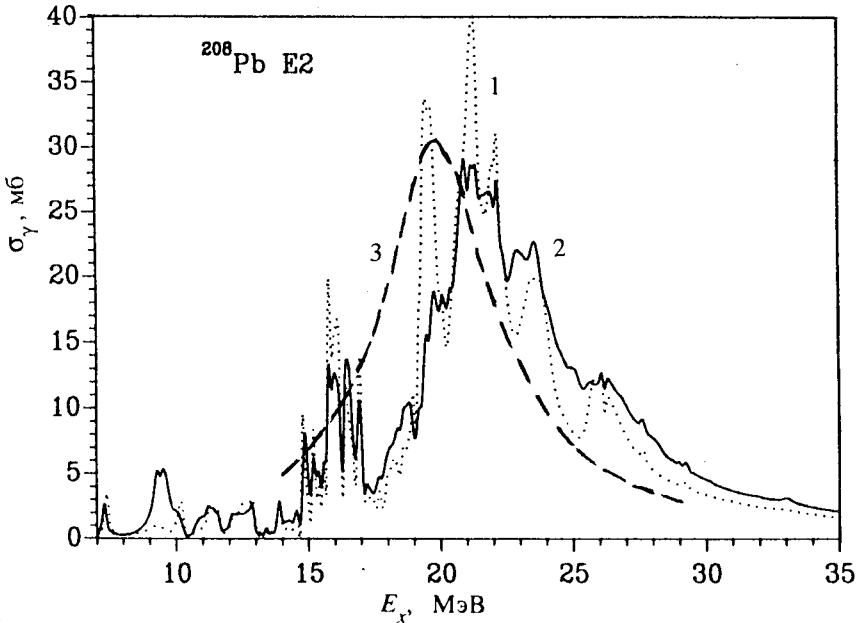


Рис.8. Сечение $E2$ -фотопоглощения для ядра ^{208}Pb , рассчитанное в RPA (кривая 1) и МХРД с учетом континуума (кривая 2) (GSC2-корреляции не учитывались). Экспериментальные данные (кривая 3) взяты из работы [56]

экспериментальных спектров. Как правило, при этом используются одни и те же феноменологические коллективные формфакторы [59,60], не учитывающие их возможные специфические особенности, отвечающие отдельным фрагментам ГМР. В связи с этим особое значение приобретает последовательно микроскопический анализ экспериментальных данных в рамках подходов, которые учитывают эту специфику.

Выполненные нами расчеты $E0$ -резонанса для ядер ^{40}Ca , ^{56}Ni и ^{208}Pb [31,32] выявили главную и общую для этих ядер особенность — сильное влияние GSC2 на фрагментацию $E0$ -резонанса, что приводит, в частности, к появлению низкоэнергетических ($E < 10$ МэВ) структур. Наиболее сильный эффект был получен для ядра ^{40}Ca . Имеющиеся экспериментальные данные для ядер ^{40}Ca и ^{208}Pb [61,62] подтверждают наличие большого числа низколежащих $E0$ -состояний, но не указывают их интенсивности. Рассчитанные для ядра ^{208}Pb значения ширины резонанса $\Gamma = 2,3$ МэВ и $56,4\%$ EWSR($E0$) в области энергий $E = 11,6 \div 16,4$ МэВ достаточно хорошо согласуются с экспериментом: $\Gamma = (2,4 \pm 0,3)$ МэВ и $(47 \pm 19)\%$ EWSR($E0$) [63,64].

В работе [33] были продолжены исследования влияния GSC2 на свойства $E2$ - и $E0$ -резонансов в ядре ^{40}Ca . Необходимость совместного рассмотрения этих резонансов связана с тем, что в этой работе были проанализированы результаты e, e' -эксперимента [65], в котором вклады $E2$ - и $E0$ -мультиполей в наблюдаемые сечения принципиально не делимы. Для сравнения с экспериментом суммарная $E2 + E0$ силовая функция была рассчитана по формуле

$$\frac{dB(E2 + E0)}{dE} = \frac{dB(E2)}{dE} + \frac{25}{16\pi} \frac{dB(E0)}{dE}. \quad (83)$$

Основные результаты расчетов представлены на рис.9—11 и в табл.3, где приведены также прогнозируемые результаты для ядра ^{56}Ni . Данные в таблице проценты исчерпывания электромагнитного EWSR на различных энергетических интервалах рассчитаны с использованием формул [60]:

$$EWSR_{EM}(E0) = \frac{2\hbar^2}{m_p} Z \langle r^2 \rangle_p, \quad EWSR_{EM}(E2) = \frac{50\hbar^2}{8\pi m_p} Z \langle r^2 \rangle_p.$$

Из анализа представленных результатов можно сделать следующие выводы:

— RPA-расчеты $E2$ - и $E0$ -резонансов не позволяют описать наблюдаемую в эксперименте сильную фрагментацию суммарной силы $E2 + E0$ -возбуждений в области энергий $E = 10 + 20,5$ МэВ. МХРД-расчеты без учета GSC2 улучшают согласие с экспериментом, однако только учет этих корреляций позволяет хорошо описать как энергии основных фрагментов силовой функции — 12, 14 и 17 МэВ, так и соответствующие им абсолютные значения силы переходов. Полученная в расчетах величина исчерпывания $EWSR_{EM}(E2 + E0) = 8436 e^2 \cdot \text{фм}^4 \cdot \text{МэВ}$ для этого интервала (23% этой величины обязано вкладу $E0$ -резонанса) хорошо согласуется с экспериментальным значением $(7899 \pm 1580) e^2 \cdot \text{фм}^4 \cdot \text{МэВ}$.

— Полное исчерпывание $E2$ и $E0$ EWSR достигается только на большом энергетическом интервале $E = 5 + 45$ МэВ, в этом случае GSC2 приводит к увеличению EWSR в среднем на 5% по сравнению с RPA- и МХРД-расчетами, в которых эти корреляции не учитываются. Однако в экспериментально исследованном интервале исчерпывание EWSR составляет только 23% и 40% для $E0$ - и $E2$ -резонансов соответственно. Таким образом, основная сила резонансов сосредоточена в области энергий $E > 20,5$ МэВ. Следует учесть, что приведенные в табл.3 результаты относятся к полной электромагнитной силе резонансов. Для их изоскалярных составляющих исчерпывание IS-EWSR_{EM} иное — 50% и 60%. С использованием формулы, подобной (83), рассчитанное суммарное значение IS-EWSR_{EM}(E2 + E0) = 85%}

хорошо согласуется с экспериментом [65], в котором получено $(80 \pm 16)\%$. Отметим также, что рассчитанное значение $IS-EWSR_{EM}(E0) = 23\%$ в интервале $E = 10,5 + 15,7$ МэВ очень хорошо соответствует величине $(23 \pm 5)\%$, установленной из анализа (α, α') -эксперимента [63].

— Влияние GSC2 на фрагментацию резонансов в ядре ^{56}Ni хотя и имеет свои специфические черты, однако является столь же сильным, что и для ядра ^{40}Ca .

M1-резонанс в ядрах ^{208}Pb , ^{56}Ni и ^{100}Sn . Для рассмотренных ядер в нейтронной и протонной подсистемах имеется по паре спин-орбитальных партнеров, образующих $1p1h$ -базис для формирования в RPA изоскалярной (IS) и изовекторной (IV) частей $M1$ -резонанса, которые разделены по

Таблица 3. Истощение $EWSR_{EM}$ (в % от $EWSR_{EM}$ величин в $e^2 \cdot \text{фм}^4 \cdot \text{МэВ}$) из RPA- и МХРД-расчетов с учетом континуума

$^{40}\text{Ca}, E0, EWSR_{EM} = 16500$				
$E_{\min} - E_{\max}, \text{МэВ}$	10–16	10–20,5	5–30	5–45
RPA	34,1	49,1	66,6	100,9
МХРД	14,3	29,0	55,3	101,6
МХРД(GSC2)	12,0	22,6	52,5	106,2
$^{40}\text{Ca}, E2, EWSR_{EM} = 16412$				
RPA	4,5	45,5	72,0	101,0
МХРД	13,6	43,3	71,0	100,9
МХРД(GSC2)	17,2	40,1	64,6	105,8
$^{56}\text{Ni}, E0, EWSR_{EM} = 31682$				
RPA	4,2	33,2	54,2	101,1
МХРД	4,3	28,3	52,0	101,4
МХРД(GSC2)	7,0	30,4	58,8	106,2
$^{56}\text{Ni}, E2, EWSR_{EM} = 31514$				
RPA	14,2	33,7	70,4	99,5
МХРД	12,5	28,8	63,5	100,2
МХРД(GSC2)	12,0	29,5	62,0	104,6

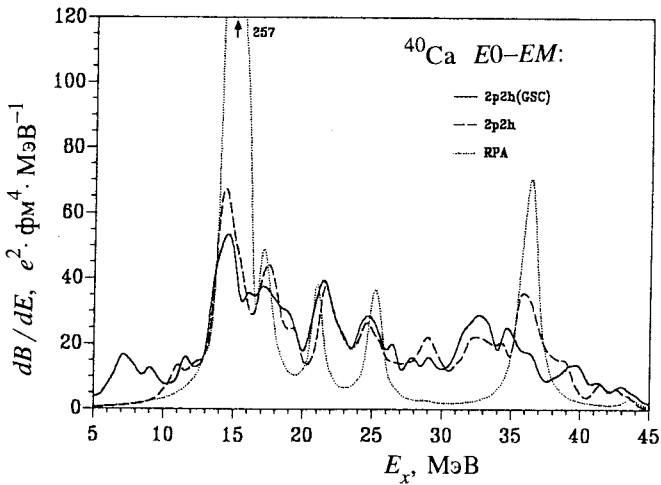


Рис.9. Силовая функция E0-возбуждений для рассеяния электронов на ^{40}Ca . Точечная кривая — расчет в рамках RPA. Штриховая и сплошная кривые — МХРД-расчет без учета и с учетом GSC2-корреляций соответственно. Во всех расчетах континуум учитывался

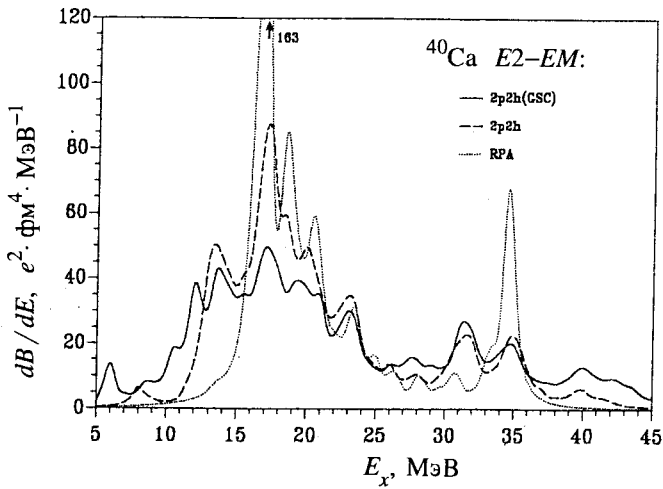


Рис.10. То же, что на рис.9, но для E0-возбуждений в ядре ^{40}Ca

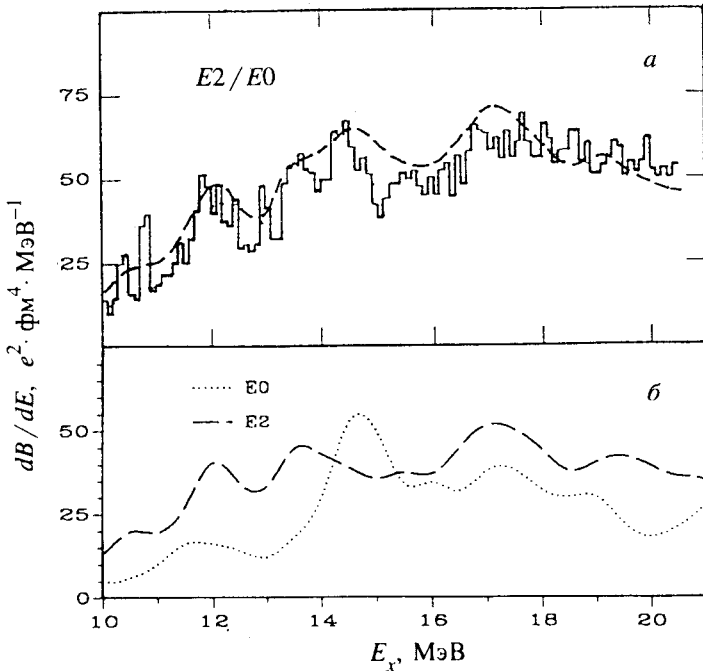


Рис.11. а) Суммарная ($E2 + E0$) силовая функция для рассеяния электронов на ядре ^{40}Ca , рассчитанная в МХРД с учетом континуума и GSC2-корреляций (штриховая кривая); гистограмма — экспериментальные данные из работы [65]. Теоретическая кривая получена с использованием соотношения (80). б) Теоретические $E2$ (штриховая кривая) и $E0$ (точечная кривая) составляющие полной силовой функции, представленной на рис.11,а

энергии на 2—3 МэВ (см. рис.12—14). Средние энергии этих резонансов, приведенные в табл.4, рассчитывались по формуле

$$\bar{E} = \frac{\sum_i E_i B_i(M1)}{\sum_i B_i(M1)} \quad (84)$$

В свою очередь, суммарные вероятности переходов для IS и IV M1-резонансов находились интегрированием силовых функций для соответствующих энергетических интервалов. В расчете использовалась известная из ТКФС [35] параметризация локального магнитного заряда.

Таблица 4. Интегральные характеристики M1-резонанса из RPA- и МХРД-расчетов с учетом континуума. В расчетах для ядра ^{100}Sn GSC2 не учитывались

	\bar{E}_{IS} , МэВ	$B(M1)-IS, \mu_0^2$	\bar{E}_{IV} , МэВ	$B(M1)-IV, \mu_0^2$	$\sum B(M1), \mu_0^2$
^{208}Pb (5-15,5) ^{a)}					
RPA	5,63	0,49	7,97	18,16	19,96
МХРД	5,72	0,84	7,66	11,87	19,09
МХРД(GSC2)	5,72	0,84	7,74	11,57	22,60
Эксперимент [66]	5,85 6,24	1,9 ^{+0,7} _{-0,4}	7,30	15,60 (6,7-8,4) ^{b)}	
^{56}Ni (5,5-15)					
RPA	6,56	0,31	10,12	11,31	11,43
МХРД	6,70	0,24	9,93	4,80	10,62
МХРД(GSC2)	6,70	0,24	10,02	5,50	11,68
^{100}Sn (6,0-13)					
RPA	6,80	1,50	10,15	14,10	15,60
МХРД ^{c)}	6,50 6,78	0,30 1,40	9,77 10,50	6,60 3,20	15,80

a) $E_{\min} + E_{\max}$ — интервал, для которого рассчитывалась суммарная вероятность переходов $B(M1)$.

b) Экспериментальный интервал энергий, соответствующий $\sum B(M1)_{\text{ex}}$.

c) Две строки МХРД-расчета относятся к фрагментам резонансов (см. текст).

Из представленных на рис.12—14 и в табл.4 результатов можно сделать следующие выводы:

— RPA и МХРД-расчеты достаточно хорошо согласуются между собой в описании средних энергий резонансов \bar{E}_{IS} и \bar{E}_{IV} и полных вероятностей $\sum B(M1)$. Однако включение в расчет сложных $1p1h \otimes$ фонон-конфигураций приводит к существенному по сравнению с RPA подавлению силы IV M1-резонанса и отщеплению большей доли $\sum B(M1)$ в область энергий $E > \bar{E}_{IV}$. Учет GSC2-корреляций сказывается в дополнительном перераспределении полной вероятности M1-переходов.

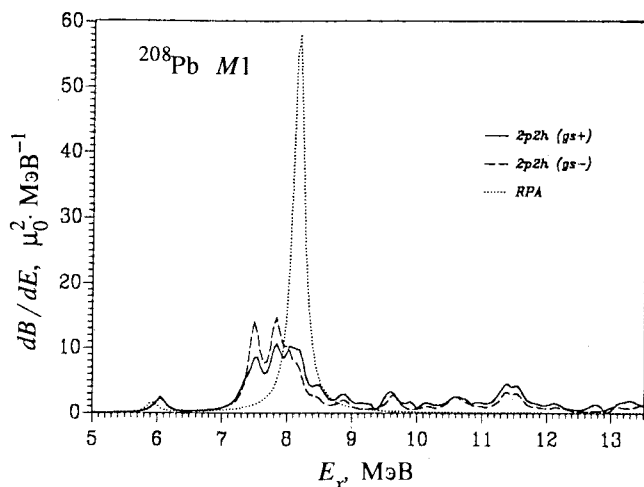


Рис. 12. Силовая функция $M1$ -возбуждений в ядре ^{208}Pb . Расчет в рамках RPA — точечная кривая, МХРД — результаты без учета (штриховая кривая) и с учетом (сплошная кривая) GSC2-корреляций. Во всех расчетах континуум учитывался

— Полученная в МХРД-расчетах полная ширина IV $M1$ -резонанса в ядре ^{208}Pb ($\Gamma = 1$ МэВ) согласуется с экспериментом, однако вероятность $B(M1)$ IV = $11,57 \mu_0^2$ на 25% меньше экспериментального значения. С другой стороны, средняя энергия резонанса оказалась на 400 кэВ выше по сравнению с экспериментом. Вероятно, использование в расчетах эффективного взаимодействия с учетом π -мезонного обмена [35] приведет к лучшему описанию экспериментальных данных. Большой интерес представляют экспериментальные исследования $M1$ -возбуждений в области энергий $E > 8,4$ МэВ, где, согласно расчетам, сосредоточено 45% $\sum B(M1)$.

— Как видно из рис.12—14, наибольший эффект фрагментации IV $M1$ -резонанса, связанный с включением в расчет сложных конфигураций, получен для ядер ^{208}Pb и ^{100}Sn . Так же, как и в ядре ^{48}Ca [30], в ядре ^{56}Ni этот резонанс практически не фрагментирован. В нейтронно-дефицитном ядре ^{100}Sn из-за специфических особенностей одночастичного протонного спектра (энергия связи $B_p = 2,9$ МэВ) сильно расщеплены как изовекторная, так и изоскалярная компоненты резонанса.

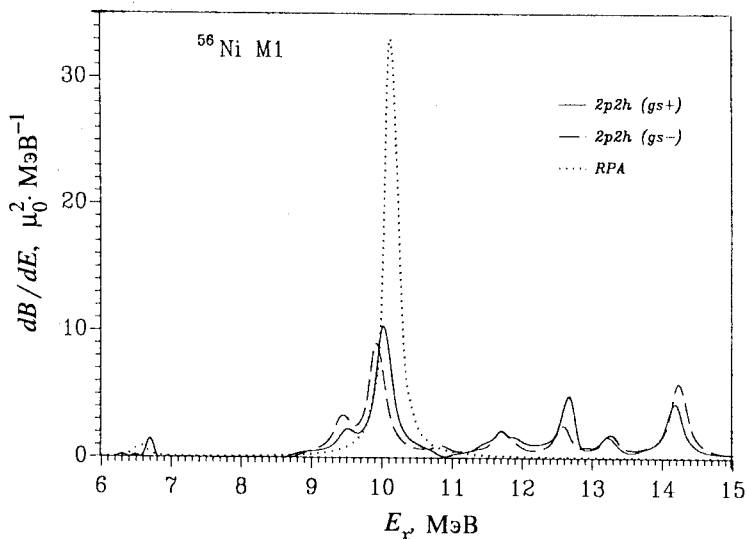


Рис.13. То же, что и на рис.12, но для ядра ^{56}Ni

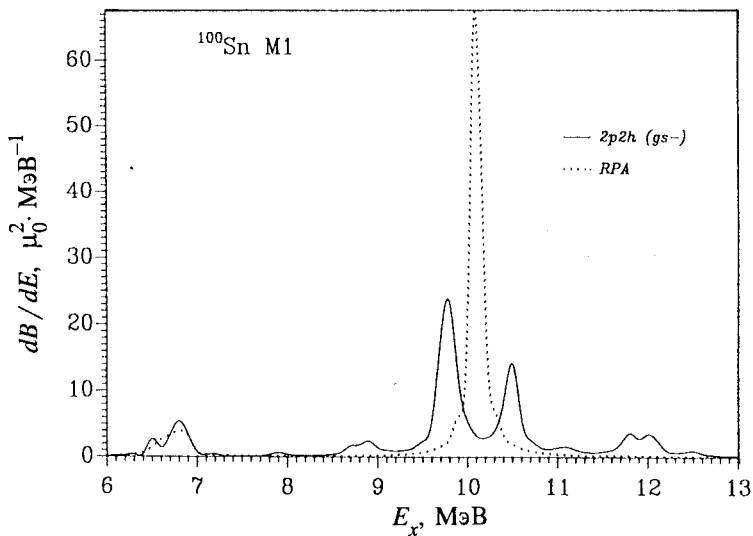


Рис. 14. То же, что и на рис.12, но для ядра ^{100}Sn . МХРД-расчеты выполнены без учета GSC2-корреляций

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В обзоре изложен микроскопический подход к анализу возбужденных состояний магических ядер до энергии возбуждения $30 + 40$ МэВ, применимый прежде всего для расчетов гигантских резонансов. По сравнению с RPA, в развитом подходе дополнительно учтены: 1) одночастичный непрерывный спектр, 2) конфигурации типа $1p1h \otimes$ фонон, 3) корреляции в основном состоянии, обусловленные этими конфигурациями. Теория численно реализована для ГМР в стабильных и нестабильных дважды магических ядрах с использованием несепарабельного взаимодействия Ландау — Мигдала.

Во всех расчетах было получено разумное согласие с экспериментальными данными для интегральных характеристик ГМР, в том числе для полных шириин резонансов. Достаточно хорошо объясняется тонкая структура изоскалярного $E2$ -резонанса в ^{208}Pb [31] и гросс-структура $E2$ - и $E0$ -резонансов, наблюдаемая в реакциях на ядре ^{40}Ca при энергиях возбуждения $10 + 20$ МэВ [33]. В большинстве случаев учет сложных конфигураций существенно изменяет результаты по сравнению с RPA, как правило, в сторону улучшения согласия с экспериментом. Последнее справедливо и для вклада континуума.

Развитый подход достаточно последовательно учитывает корреляции в основном состоянии, обусловленные $1p1h \otimes$ фонон-конфигурациями. Показано, что эти корреляции необходимо учитывать для объяснения эксперимента, иногда они играют определяющую роль в объяснении наблюдаемого эффекта.

Эти успехи применения подхода, в котором учитываются все три известных механизма формирования ГМР, позволяют надеяться, что подходы подобного рода могут претендовать также на объяснение низколежащих резонансноподобных структур в сечениях (ранее это обсуждалось в рамках квазичастично-фононной модели [20]), многочисленных результатов экспериментов на совпадение и, возможно, тонкой структуры ГМР. Эти вопросы в настоящее время, по-видимому, являются наиболее актуальными в физике ГМР для холодных ядер. К сожалению, развитие теории здесь заметно отстает от современного эксперимента. Естественными направлениями улучшения и развития рассмотренного здесь подхода являются следующие:

1. Более тщательный анализ эффектов, которые имитируются параметром усреднения, поскольку практически оказывается, что МХРД, как и большинство других вариантов микроскопического подхода, объясняет полную наблюдаемую ширину резонанса только при использовании этого параметра.

2. Учет согласования между потенциалом среднего поля и эффективным частично-дырочным взаимодействием. В настоящее время не существует последовательных согласованных подходов с учетом сложных конфигураций. Известные методы согласования в действительности обеспечивают его лишь в пределах RPA.

3. Обобщение нашего подхода на немагические ядра.

4. Более подробное изучение эффектов корреляций в основном состоянии, обусловленных сложными конфигурациями.

Авторы благодарны Е.В.Литвиновой за большую помощь в подготовке рукописи.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-02-17250).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Speth J. (ed.) — Electric and Magnetic Giant Resonances in Nuclei. Singapore: World Scientific, 1991.
2. Drożdż S., Nishizaki S., Speth J., Wambach J. — Phys. Rep., 1990, v.197, p.1.
3. Камерджиев С.П. — Электромагнитные взаимодействия ядер при низких и средних энергиях. Труды 4-го семинара. М.: Наука, 1979, с.93.
4. Саперштейн Э.Е., Фаянс С.А., Ходель В.А. — Препринт ИАЭ-2580, 1976.
5. Shlomo S., Bertsch G. — Nucl. Phys., 1975, v.A243, p.507.
6. Buballa M., Gattone A., De Haro R. et al. — Nucl. Phys., 1990, v.A517, p.61.
7. Nguyen Van Giai, Bortignon P.F., Bracco A., Broglia R.A. — Phys. Lett., 1989, v.233, p.1;
- Nguyen Van Giai, Stoyanov Ch. — Phys. Lett., 1990, v.B252, p.9.
8. Соловьев В.Г. — Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971.
9. Sawicki J. — Phys. Rev., 1962, v.126, p.2231.
10. Takayanagi K., Shimizu K., Arima A. — Nucl. Phys., 1988, v.A477, p.205; 1988, v.A481, p.313.
11. Adachi S., Lipparini E. — Nucl. Phys., 1988, v.A489, p.445.
12. Bertsch G.F., Bortignon P.F., Broglia R.A., Dasso C.H. — Phys. Lett., 1979, v.B80, p.161.
13. Bortignon P.F., Broglia R.A. — Nucl. Phys., 1981, vol.A371, p.405.
14. Камерджиев С.П. — Письма в ЖЭТФ, 1979, т.30, с.532; ЯФ, 1983, т.38, с.316.
15. Камерджиев С.П., Целяев В.И. — ЯФ, 1986, т.44, с.336.
16. Камерджиев С.П., Tkachev V.N. — Z. Phys., 1989, v.A334, p.19.
17. Kamerdzhiiev S., Speth J., Tertychny G., Tselyaev V. — Nucl. Phys., 1993, v.A555, p.90.
18. Целяев В.И. — ЯФ, 1989, т.50, с.1252.
19. Egramzhyan R.A., Ishkhanov B.S., Kapitonov I.M., Neudachin V.G. — Phys. Rep., 1986, v.136, p.229.
20. Беляев С.Н., Васильев О.В., Воронов В.В. и др. — ЯФ, 1992, т.55, с.289; ЭЧАЯ, 1992, т.23, с.1537.
21. Долбилкин Б. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1991, т.55, с.967.
22. Hofstee M.A., van der Werf S.Y. et al. — Nucl. Phys., 1995, v.A588, p.729.
23. Adachi S., Yoshida S. — Nucl. Phys., 1987, v.A462, p.61.
24. Migli E., Drożdż S., Speth J., Wambach J. — Z. Phys., 1991, v.A340, p.111.
25. Colo G., Bortignon P.F., Nguyen Van Giai et al. — Phys. Lett., 1992, v.B276, p.279.
26. Colo G., Nguyen Van Giai, Bortignon P.F. et al. — Phys. Rev., 1994, v.C50, p.1496.
27. Камерджиев С.П., Тертычный Г.Я. — Письма в ЖЭТФ, 1991, т.53, с.393.
28. Kamerdzhiiev S., Tertychny G., Unkelbach W. — Phys. Lett., 1992, v.B287, p.293.
29. Kamerdzhiiev S., Speth J., Tertychny G. — Variations on Nuclear Themes. Eds. C.M.Class and L.Cohen. World Scientific, 1994, p.103.
30. Kamerdzhiiev S., Speth J., Tertychny G., Wambach J. — Z. Phys., 1993, v.A346, p.253.

31. **Kamerdzhiiev S., Tertychny G., Speth J.** — Nucl. Phys., 1994, v.A569, p.313c.
32. **Kamerdzhiiev S., Speth J., Tertychny G., Wambach J.** — Nucl. Phys., 1994, v.A577, p.641.
33. **Kamerdzhiiev S., Speth J., Tertychny G.** — Phys. Rev. Lett., 1995, v.74, p.3943.
34. **Kamerdzhiiev S., Speth J.** — Nucl. Phys., 1996, v.A599, p.373c.
35. **Мигдал А.Б.** — Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М.: Наука, 1983.
36. **Камерджиев С.П., Целяев В.И.** — Изв. АН СССР, сер. физ., 1991, т.55, с.49.
37. **Целяев В.И.** — Изв. АН, сер. физ., 1993, т.57, №10, с.34.
38. **Ethofer S.** — Z. Phys., 1969, v.225, p.353.
39. **Speth J., Werner E., Wild W.** — Phys. Rep., 1977, v.33, p.127.
40. **Bortignon P.F., Broglia R.A., Bes D.R., Liotta R.** — Phys. Rep., 1977, v.30, p.305.
41. **Соловьев В.Г.** — Теория атомного ядра: квазичастицы и фононы. М.: Энергоатомиздат, 1989.
42. **Владимиров В.С.** — Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981.
43. **Бор О., Мотгельсон Б.** — Структура атомного ядра. М.: Мир, 1977, т.2.
44. **Paar V.** — Phys. Lett., 1976, v.B60, p.232.
45. **Karadjov D., Voronov V.V., Catara F.** — Phys. Lett., 1993, v.B306, p.197.
46. **Камерджиев С.П., Ткачев В.Н.** — ЯФ, 1986, т.43, с.1426.
47. **Платонов А.П., Саперштейн Э.Е.** — ЯФ, 1987, т.46, с.437.
48. **Чепурнов В.А.** — ЯФ, 1967, т.6, с.955.
49. **Смирнов А.В., Толоконников С.В., Фаязов Р.Ф., Фаянс С.А.** — Препринт ИАЭ-4281/2, 1986; ЯФ, 1988, т.48, с.1661.
50. **Борзов И.Н., Толоконников С.В., Фаянс С.А.** — ЯФ, 1984, т.40, с.1151.
51. **Ahrens J., Borchert H., Czock K.H. et al.** — Nucl. Phys., 1975, v.A251, с.479.
52. **O'Keefe G.J., Thompson M.N., Assafiri Y.I. et al.** — Nucl. Phys., 1987, v.A469, p.239.
53. **Veyssiere A., Beil H., Bergere R. et al.** — Nucl. Phys., 1970, v.A159, p.561.
54. **Berman B.L., Fultz S.C.** — Rev. Mod. Phys., 1975, v.47, p.713.
55. **Bergqvist I., Zorro R., Hakansson A. et al.** — Nucl. Phys., 1984, v.A419, p.509.
56. **Dale D.S., Laszewski R.M., Alarcon R.** — Phys. Rev. Lett., 1992, v.68, p.3507.
57. **Bertrand F.E., Beene J.R.** — Proc. 1989 Intern. Nuclear Physics Conf. Ed. M.S.Hussein. Singapore: World Scientific, 1990, v.2, p.397.
58. **Murakami T., Halpern I., Storm D.W. et al.** — Phys. Rev., 1987, C.35, p.479.
59. **Van der Woude A.** — In: [1], p.99.
60. **Satchler G.R.** — Direct Nuclear Reactions. Oxford: Clarendon Press, 1983.
61. **Endt P.M.** — Nucl. Phys., 1990, v.A521, p.624.
62. **Martin M.J.** — Nucl. Data Sheets, 1986, v.47, p.797.
63. **Brandenburg S., Borghols W.T.A., Drentje A.G. et al.** — Nucl. Phys., 1987, v.A466, p.29.
64. **Yamagata T., Kishimoto S., Yuasa K. et al.** — Nucl. Phys., 1982, v.A381, p.277.
65. **Diesener H., Helm U., Herbert G. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1994, v.72, p.1994; **von Neumann-Cosel P.** — In: Proc. of the IV Intern. Conf. on Selected Topics in Nuclear Structure. Dubna, 1994.
66. **Laszewski R.M., Alarcon R., Dale D.S., Hoblit S.D.** — Phys. Rev. Lett., 1988, v.61, p.1710.