

ТЕОРИЯ ФЕРМИ-ЖИДКОСТИ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ФРАГМЕНТАЦИИ И ЗАПАЗДЫВАНИЯ

С.Г.Кадменский

Воронежский государственный университет, Воронеж

В обзоре продемонстрирована неприменимость теории ферми-жидкости Ландау — Мигдала для фононных областей спектров возбуждений жидкого ${}^3\text{He}$, электронов в твердых телах и атомных ядрах. Построено правило сумм для одночастичной силовой функции ферми-систем. Сделан вывод о совпадении самосогласованного поля с обобщенным хартри-фоковским потенциалом ферми-систем. Найдена связь самосогласованного потенциала с оболочечным и оптическим потенциалами фермионов. Развита нелинейная схема расчетов статических и динамических характеристик ферми-систем с последовательным учетом эффектов фрагментации и запаздывания. Показана определяющая роль взаимодействия нуклонов с коллективными поверхностными колебаниями для описания статических и динамических характеристик атомных ядер, включая сверхтекучие эффекты. На основе реалистических нуклон-нуклонных сил рассчитаны характеристики действительных частей оптических потенциалов нуклонов. Обобщена схема расчета оптических фолдинг-потенциалов для составных частиц.

Inapplicability of Landau–Migdal Fermi–liquid theory for phonon spectrum regions of excitation of liquid ${}^3\text{He}$, electrons in solid states, and atomic nuclei is demonstrated. Sum rule for one-particle strength-function of Fermi-system is constructed. The conclusion about the coincidence of selfconditional field and generalized Hartree-Fock potential for Fermi-systems is done. The connection between fermion selfconditional, shell-model and optical potentials is found. The nonlinear calculation scheme of static and dynamic characteristics for Fermi-system is developed taking into account consecutively the fragmentation and retardation effects. The important role of nucleon-phonon interactions for description of nucleus qualities is demonstrated, including the superfluidity effects. On the base of realistic nucleon-nucleon forces the qualities of the real part of nucleon optical potential are described. The folding-potential scheme is generalized for the real part of compound particle optical potentials.

ВВЕДЕНИЕ

Теория ферми-жидкости, построенная Ландау [1,2] для непрерывных и однородных и развитая в дальнейшем Мигдалом для конечных ферми-систем [3], претендует на описание свойств таких, казалось бы, совершенно разных систем, как жидкий He, многоэлектронные атомы, твердые тела, атомные ядра и нейтронные звезды, в области достаточно низких энергий возбуждения этих систем (низких температур). Вклад этой теории в понимание физических свойств ферми-систем неоспорим.

Однако к настоящему времени накопилось достаточное количество фактов, свидетельствующих о неприменимости теории ферми-жидкости даже для сравнительно низкоэнергетической части спектра возбуждений ряда ферми-систем.

Основное понятие данной теории — фермионная квазичастица, рассматриваемая как квант элементарного возбуждения ферми-системы [1]. Условие применимости понятия квазичастицы состоит в том, что энергия E_λ квазичастицы с квантовыми числами λ , отсчитанная от химического потенциала системы μ , должна быть гораздо больше ширины Γ_λ затухания квазичастицы: $|E_\lambda - \mu| \gg \Gamma_\lambda$. Для непрерывных ферми-систем в случае нулевой температуры ($T=0$) это затухание целиком связано с возможностью распада квазичастицы на несколько квазичастиц, а при $T \neq 0$ и с вероятностью изменения состояния квазичастицы за счет ее столкновения с другими квазичастицами. В то же время для конечных ферми-систем, спектр возбуждения которых вблизи поверхности Ферми имеет дискретный характер, при энергиях квазичастиц, меньших энергии порога вылета частицы из системы, затухание отсутствует, поскольку не выполняется требуемый для распада квазичастицы на несколько квазичастиц закон сохранения энергии. В этом случае происходит процесс фрагментации квазичастицы, связанный с распределением одноквазичастичного состояния по более сложным состояниям системы, содержащим многоквазичастичные компоненты (3, 5 и т.д.). Тогда величина Γ_λ , которая в бесконечных ферми-системах трактуется как ширина затухания квазичастицы, может рассматриваться как «спредовая» ширина, характеризующая степень разброса одночастичной силы по реальным состояниям конечной ферми-системы.

Соотношение $|E_\lambda - \mu| \gg \Gamma_\lambda$ оказывается справедливым в ряде ферми-жидкостей для низкоэнергетической области спектра возбуждений и, соответственно, низких температур T . Однако ряд объектов выпадает из этого правила, причем ведущая роль в этих отклонениях связана с существованием в ферми-системах коллективных ветвей возбуждения фононного

типа. К таким системам относятся электроны в твердых телах, жидкий ${}^3\text{He}$ и атомные ядра.

При исследовании затухания электронных квазичастиц в металлах, связанного со взаимодействием электронов с колебаниями кристаллической решетки (квант такого колебания называется фононом), было показано [4], что понятие «квазичастица» может быть использовано в областях $|E_\lambda - \mu| \ll \omega_D$; $|E_\lambda - \mu| \gg \omega_D$, где ω_D — дебаевская частота фононов. В области $|E_\lambda - \mu| \approx \omega_D$, когда энергия возбуждения квазичастицы соизмерима с фононными частотами, ширина Γ_λ становится близкой к энергии возбуждения, и понятие о квазичастицах-электронах проводимости теряет смысл.

Подобный случай реализуется и в жидком ${}^3\text{He}$ при $|E_\lambda - \mu| \approx \omega_0$, где ω_0 — характерная частота нуль-звуковых фононов, когда ширина Γ_λ , связанная с распадом квазичастицы на фонон и квазичастицу, становится соизмеримой с $|E_\lambda - \mu|$. Этот факт отражается в поведении удельной теплоемкости $C_V(T)$ жидкого ${}^3\text{He}$, когда при $T > 0,1$ К линейная зависимость, предсказываемая теорией ферми-жидкости [1], меняется на резко нелинейную [5].

Еще более драматическая ситуация наблюдается в атомных ядрах. С точки зрения квантово-полевых методов [2,3] теория ферми-жидкости является справедливой, если в точной одночастичной функции Грина $G_\lambda(\epsilon)$ вблизи поверхности Ферми $\epsilon \approx \mu$ можно выделить полюсный член вида $a_\lambda / \epsilon - E_\lambda$, где величина a_λ , называемая перенормировочной константой, слабо зависит от индекса λ и совпадает с одночастичным спектроскопическим фактором ферми-системы в состоянии с квантовыми числами λ и энергией E_λ . Экспериментальные однонуclidные спектроскопические факторы a_λ для атомных ядер типа «маг + 1 нуклон» имеют значения [6] $a_{\lambda_F} \geq 0,7$ для основных состояний этих ядер $E_{\lambda_F} = \mu$ и уменьшаются на несколько порядков из-за влияния эффектов фрагментации при переходе к возбужденным состояниям с $|E_\lambda - \mu| \approx \mu \ll E_F$. Заметные отличия a_λ от единицы начинаются уже практически с основного состояния ядра, поскольку частоты ω_0 коллективных поверхностных колебаний не намного превышают расстояния между соседними одноквазичастичными уровнями с различными значениями λ .

С серьезными проблемами теория ферми-жидкости сталкивается также и при исследовании состояний непрерывного спектра фермионов, которые играют основную роль при анализе упругого рассеяния, реакций и распадов с участием ферми-частиц для конечных ферми-систем.

Успешные попытки выхода за рамки теории ферми-жидкости делались неоднократно (см., например, обзор [5] по анализу свойств различных непрерывных и конечных ферми-систем, обзор [7] по теории ядерной материи и особенно [8,9] по квазичастично-фононной модели атомного ядра, ориентированной на достаточно высокие энергии возбуждений). Исследование условий, ограничивающих применимость теории ферми-жидкости, и обобщение этой теории в направлении последовательного учета эффектов фрагментации и запаздывания проведены в работах [10—22], основные результаты которых легли в основу настоящего обзора.

1. ФРАГМЕНТАЦИЯ ЧАСТИЦ В «ЗАКРЫТОЙ» ФЕРМИ-СИСТЕМЕ

Для исследования проблемы фрагментации квазичастиц в сильно-взаимодействующих ферми-системах рассмотрим свойства точной одно-частичной фермионной функции Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$, которая удовлетворяет уравнению Дайсона [3]:

$$(\epsilon - T(\mathbf{r})) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon) - \int \Sigma(\mathbf{r}, \mathbf{r}'', \epsilon) G(\mathbf{r}'', \mathbf{r}', \epsilon) d\mathbf{r}'' = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (1)$$

где $\Sigma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$ — массовый оператор, $T(\mathbf{r})$ — оператор кинетической энергии, под \mathbf{r} понимается набор пространственных, спиновых, а также изоспиновых (в случае нуклонов) координат фермиона, а $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ представляет собой δ -функцию по пространственным переменным и символ Кронекера по спиновым (изоспиновым) переменным. Для непрерывных ферми-систем лемановское разложение для $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$ имеет хорошо известный вид [3]:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon) = \sum_p \frac{\langle N_0 | \Psi(\mathbf{r}) | p \rangle \langle p | \Psi^\dagger(\mathbf{r}') | N_0 \rangle}{\epsilon - \epsilon_p + i\delta} + \sum_{p'} \frac{\langle N_0 | \Psi^\dagger(\mathbf{r}') | p' \rangle \langle p' | \Psi(\mathbf{r}) | N_0 \rangle}{\epsilon - \epsilon_{p'} - i\delta}, \quad (2)$$

где $\Psi(\mathbf{r})(\Psi^+(\mathbf{r}))$ — оператор уничтожения (рождения) частицы: $\epsilon_p = E_p - E_{N_0}$; $E_{p'} = E_{N_0} - E_{p'}$, причем E_{N_0} , $|N_0\rangle$ — энергия и волновая функция основного состояния системы N взаимодействующих частиц; E_p , $E_{p'}$ и $|p\rangle$, $|p'\rangle$ — энергии и волновые функции состояний системы с $(N+1)$ и $(N-1)$ частицами соответственно.

В случае, когда ферми-системы конечны, формулу (2) необходимо существенно перестроить в связи с фактом открытости этих систем. Действительно, при энергиях $\epsilon_p \geq 0$, $\epsilon_{p'} \leq \mu$, где μ — химический потенциал системы (для упрощения мы не учитываем изменения химического потенциала μ в зависимости от числа частиц N), открываются каналы вылета фермионов в непрерывный спектр, и поэтому состояния p и p' становятся квазистационарными, а энергии E_p и $E_{p'}$ должны быть заменены, соответственно, на комплексные энергии $\tilde{E}_p = \frac{i\Gamma_p}{2}$; $\tilde{E}_{p'} = \frac{i\Gamma_{p'}}{2}$.

Для упрощения ситуации можно провести исследования в два этапа. Вначале рассмотрим «закрытую» конечную ферми-систему и проведем анализ фрагментации частиц в этой предельной ситуации. Затем «раскроем» ферми-систему и исследуем последствия ее «открытости». Для «закрытия» конечной ферми-системы воспользуемся приемом R -матричной теории [23], который используется для построения полного ортонормированного базиса внутренних многочастичных волновых функций системы. В этом случае на радиальные волновые $\varphi_{\alpha p}(r)$ и $\varphi_{\alpha p'}(r)$, получаемые проектированием функций $|p\rangle$ и $|p'\rangle$ на внутренние функции всех открытых каналов α распада системы, накладывают условие их экстремальности при $r = R_\alpha$, где R_α — радиус сферы Вигнера — Айзенбуда для канала α :

$$\left. \frac{d\varphi_{\alpha p}(r)}{dr} \right|_{r=R_\alpha} = \left. \frac{d\varphi_{\alpha p'}(r)}{dr} \right|_{r=R_\alpha} = 0.$$

При этом состояния $|p\rangle$ и $|p'\rangle$ становятся стационарными, их энергии — действительными, а лемановское разложение в форме (2) оказывается справедливым и для конечных ферми-систем.

Введем теперь функцию распределения вычетов одночастичной функции Грина по энергии $P(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$, совпадающую с точной одночастичной силовой функцией ферми-системы:

$$P(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon) = 1/\pi |\operatorname{Im} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon)| = \sum_p \langle N_0 | \psi(\mathbf{r}) | p \rangle \langle p | \psi^\dagger(\mathbf{r}') | N_0 \rangle \times \\ \times \delta(\varepsilon - \varepsilon_p) + \sum_{p'} \langle N_0 | \psi^\dagger(\mathbf{r}') | p' \rangle \langle p' | \psi(\mathbf{r}) | N_0 \rangle \delta(\varepsilon - \varepsilon_{p'}). \quad (3)$$

Тогда можно определить k — момент распределения $P(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon)$ как

$$J^{(k)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int \varepsilon^k P(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon) d\varepsilon = \sum_p \langle N_0 | \psi(\mathbf{r}) | p \rangle \langle p | \psi^\dagger(\mathbf{r}') | N_0 \rangle \times \\ \times \varepsilon_p^k + \sum_{p'} \langle N_0 | \psi^\dagger(\mathbf{r}') | p' \rangle \langle p' | \psi(\mathbf{r}) | N_0 \rangle \varepsilon_{p'}^k.$$

Используя коммутационные соотношения для операторов рождения и уничтожения ферми-частиц

$$\psi(\mathbf{r}) \psi^\dagger(\mathbf{r}') + \psi^\dagger(\mathbf{r}') \psi(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

и свойства полноты и ортонормированности состояний $|p\rangle$ и $|p'\rangle$, для нулевого момента $J^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ получим

$$J^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (4)$$

Формула (4) представляет хорошо известное правило сумм для вычетов в полюсах одночастичной функции Грина [3].

С помощью метода вариационных производных S -матрицы массовый оператор $\Sigma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon)$ можно представить [11]:

$$\Sigma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon) = \hat{\Sigma}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon). \quad (5)$$

Величина $\Sigma_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ — это незападывающая часть (не зависящая от ε) массового оператора, в системах с мгновенными двухчастичными потенциалами взаимодействия фермионов $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ она определяется «скелетными» графиками первого порядка по $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$:



$$\text{Diagram 1} + \text{Diagram 2}, \quad (6)$$

где жирной линией обозначена точная одночастичная функция Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon)$, а пунктиром — потенциал $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, и совпадает с нелокальным хартри-фоковским потенциалом:

$$\hat{\Sigma}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \varphi(\mathbf{r}) \equiv \int V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \varphi(\mathbf{r}) - \\ - \int V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \varphi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (7)$$

где $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ — одночастичная матрица плотности, а $\rho(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ — плотность фермионов.

«Скелетные» графики массового оператора во втором и более высоких порядках по $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ содержат энергетические знаменатели, зависящие от ε , и поэтому входят в величину $\tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon)$, представляющую собой запаздывающую часть массового оператора $\Sigma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon)$.

Величина $\tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon)$ имеет лемановское разложение [11]:

$$\tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon) = \sum_t \frac{\langle 0 | b(\mathbf{r}) | t \rangle \langle t | b^+(\mathbf{r}') | 0 \rangle}{\varepsilon - \varepsilon_t + i\delta} + \sum_{t'} \frac{\langle 0 | b^+(\mathbf{r}') | t' \rangle \langle t' | b(\mathbf{r}) | 0 \rangle}{\varepsilon - \varepsilon_{t'} - i\delta}, \quad (5')$$

где

$$b(\mathbf{r}) = \frac{\delta S}{\delta \psi^+(\mathbf{r})}; \quad \varepsilon_t = E_t - E_0; \quad \varepsilon_{t'} = E_0 - E_{t'},$$

причем E_0 и $|0\rangle$ — энергия и волновая функция основного состояния системы невзаимодействующих N фермионов: $E_t, E_{t'}$ и $|t\rangle, |t'\rangle$ — энергии и волновые функции систем невзаимодействующих $(N+1)$ и $(N-1)$ фермионов. В суммах по t (t') исключены состояния, содержащие только одну частицу (одну дырку) из-за неприводимости массового оператора.

Подставив лемановское разложение (2) в формулу (1) и устремив ε к ε_p , получим уравнение для амплитуды вычета в полюсе ε_p точной одночастичной функции Грина:

$$(\varepsilon_p - \hat{H}_0(\mathbf{r})) \langle N_0 | \psi(\mathbf{r}) | p \rangle - \int \tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon_p) \langle N_0 | \psi(\mathbf{r}') | p \rangle d\mathbf{r}' = 0, \quad (8)$$

где $\hat{H}_0(\mathbf{r})$ — интегральный оператор, имеющий в символической форме вид $\hat{H}_0 = T + \hat{\Sigma}_0$. При стремлении $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_p$ для амплитуды $\langle N_0 | \psi^+(\mathbf{r}) | p' \rangle$ возникает уравнение, аналогичное (8). Используя уравнение (8), первый момент можно представить:

$$J^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \hat{H}_0(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + \int \tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'', \varepsilon) P(\mathbf{r}'', \mathbf{r}', \varepsilon) d\varepsilon, \quad (9)$$

где второй член в правой части (9) представляет собой средневзвешенное $\tilde{\Sigma}_{cp}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ от запаздывающей части массового оператора $\tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$ по распределению $P(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$.

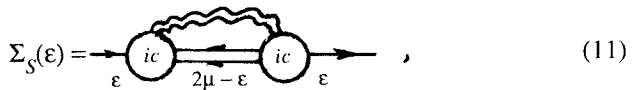
Подставив в (9) лемановское разложение (5'), используя формулу (3) для $P(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$ и перегруппировывая слагаемые в суммах по p, p' и t, t' , получим

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}_{cp}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = & - \sum_t \int \langle 0 | b(\mathbf{r}) | t \rangle \langle t | b^+(\mathbf{r}'') | 0 \rangle G(\mathbf{r}'', \mathbf{r}', \epsilon_t) d\mathbf{r}'' - \\ & - \sum_{t'} \int \langle 0 | b^+(\mathbf{r}'') | t' \rangle \langle t' | b(\mathbf{r}) | 0 \rangle G(\mathbf{r}'', \mathbf{r}', \epsilon_{t'}) d\mathbf{r}'' . \end{aligned}$$

Поскольку, как следует из (1), $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$ обращается в нуль в полюсах массового оператора $\epsilon = \epsilon_t (\epsilon_{t'})$, то $\tilde{\Sigma}_{cp}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 0$. Тогда первый момент распределения $J^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ целиком определяется гамильтонианом, в котором фигурирует незапаздывающий хартри-фоковский потенциал $\hat{\Sigma}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ (7):

$$J^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \hat{H}_0(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') . \tag{10}$$

Соотношения (4) и (10) справедливы для конечных и бесконечных ферми-систем как «нормального», так и сверхтекучего типа. В последнем случае в запаздывающей части массового оператора $\tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$, кроме нормальных членов, появляется полюсный сверхтекучий член $\Sigma_S(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$, определяемый графически [3]:



где $c(\epsilon)$ — корреляционная функция, совпадающая с амплитудой перехода частицы в дырку и куперовскую пару, изображаемую двойной волнистой линией, а символу \rightleftarrows соответствует одночастичная функция Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$, не содержащая графиков типа (11).

Правило сумм (10) можно получить, используя технику коммутаторов [24]. Для этого, с помощью определения (3'), выражение для первого момента $J^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ представим в виде:

$$J^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle N_0 | [[\psi(\mathbf{r}, \hat{H}]_-, \psi^+(\mathbf{r}')]_+ | N_0 \rangle .$$

Подставляя в это выражение в качестве \hat{H} гамильтониан системы с мгновенным двухчастичным взаимодействием $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ и раскрывая коммутационные (антикоммутационные) скобки, получаем

$$J^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = T(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \int V(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \langle N_0 | \psi^+(\mathbf{r}_1) \psi(\mathbf{r}_1) | N_0 \rangle - \\ - V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \langle N_0 | \psi^+(\mathbf{r}') \psi(\mathbf{r}) | N_0 \rangle.$$

Второй и третий члены в правой части полученного равенства представляют собой потенциалы Хартри и Фока (7) соответственно, так что $J^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ совпадает с правилом сумм (10).

Введем теперь набор собственных функций и собственных значений оператора $\hat{H}_0(\mathbf{r})$:

$$\hat{H}_0(\mathbf{r}) \phi_\lambda(\mathbf{r}) = \epsilon_\lambda \phi_\lambda(\mathbf{r}). \tag{12}$$

Перейдем для функции Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$ и массового оператора $\Sigma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$ в λ -представление. Тогда функция распределения $P(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$ перейдет в

$$P_{\lambda\lambda}(\epsilon) = \sum_p \langle N_0 | a_\lambda | p \rangle \langle p | a_{\lambda'}^+ | N_0 \rangle \delta(\epsilon - \epsilon_p) + \\ + \sum_{p'} \langle N_0 | a_{\lambda'}^+ | p' \rangle \langle p' | a_\lambda | N_0 \rangle \delta(\epsilon - \epsilon_{p'}), \tag{13}$$

где a_λ — оператор уничтожения частицы в состоянии λ . Правила сумм (4) и (10) преобразуются к виду

$$\sum_p \langle N_0 | a_\lambda | p \rangle \langle p | a_{\lambda'}^+ | N_0 \rangle + \sum_{p'} \langle N_0 | a_{\lambda'}^+ | p' \rangle \langle p' | a_\lambda | N_0 \rangle = \delta_{\lambda\lambda'}; \tag{14}$$

$$\sum_p \langle N_0 | a_\lambda | p \rangle \langle p | a_{\lambda'}^+ | N_0 \rangle \epsilon_p + \sum_{p'} \langle N_0 | a_{\lambda'}^+ | p' \rangle \langle p' | a_\lambda | N_0 \rangle \epsilon_{p'} = \epsilon_\lambda \delta_{\lambda\lambda'}. \tag{15}$$

Впервые соотношение (15), физически означающее, что центр масс одночастичной силы $P_{\lambda\lambda}(\epsilon)$ равен хартри-фоковской энергии ϵ_λ , получено в работе [24], где учитывалось лишь мгновенное двухчастичное взаимодействие. В [25] правило сумм (15) обобщено на случай, когда в запаздывающей части

массового оператора появляется виртуальный фотон во втором порядке теории возмущений. В [26] правило сумм получено в квазичастично-фотонной модели [8] с учетом нуклон-фотонного взаимодействия во всех порядках по теории возмущений. При этом амплитуды прямых переходов более сложной природы, чем переходы квазичастицы в квазичастицу + фотон, полагались равными нулю.

Соотношения (14), (15) демонстрируют принципиально различную роль запаздывающей $\hat{\Sigma}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ и запаздывающей $\tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$ частей массового оператора $\Sigma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$. Величина $\hat{\Sigma}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ фактически формирует через гамильтониан $\hat{H}_0(\mathbf{r})$ (12) «квазичастицы» (выделим их кавычками), описываемые набором квантовых чисел λ , нормированными волновыми функциями $\Phi_\lambda(\mathbf{r})$ и энергиями ϵ_λ . Учет величины $\tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$ приводит к фрагментации этих квазичастиц по точным многоквазичастичным состояниям $|p\rangle$ и $|p'\rangle$ ферми-системы с теми же квантовыми числами λ . При этом суммарная вероятность найти «квазичастицу» во всех точных состояниях p и p' равна единице, а энергетический центр масс фрагментации «квазичастицы» λ по точным состояниям системы совпадает с величиной ϵ_λ .

Иное определение квазичастицы используется в теории ферми-жидкости [1—3]. Поскольку энергия квазичастицы E_λ совпадает с точной энергией возбуждения ферми-системы, то среди всех точных состояний $|p\rangle$, $|p'\rangle$ системы $N+1$ ($N-1$) частиц с квантовыми числами λ выделяется нижнее по энергии состояние $|p_0\rangle$ ($|p'_0\rangle$), энергия которого ϵ_{p_0} ($\epsilon_{p'_0}$) принимается равной энергии квазичастицы E_λ . Волновая функция квазичастицы $\Phi_\lambda(\mathbf{r})$ находится тогда из решения уравнения (8) при $\epsilon_p = \epsilon_{p_0} = E_\lambda$:

$$(E_\lambda - \hat{H}_0(\mathbf{r})) \Phi_\lambda(\mathbf{r}) - \int \tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'', E_\lambda) \Phi_\lambda(\mathbf{r}'') d\mathbf{r}'' = 0. \quad (16)$$

Но при этом возникает существенное противоречие. Поскольку вычит $\langle N_0 | a_\lambda |^2 p_0 \rangle$ в полюсе $\epsilon = \epsilon_{p_0}$ точной одночастичной функции Грина $G_{\lambda\lambda}(\epsilon)$, называемый перенормировочной константой a_λ , меньше единицы, то волновая функция $|p_0\rangle$ содержит не только квазичастичное состояние Φ_λ с вероятностью $a_\lambda < 1$, но и примесь других, более сложных многоквазичастичных компонент с вероятностью $(1 - a_\lambda)$. Тогда состояние $|p_0\rangle$ нельзя рассматривать как одноквазичастичное, и, следовательно, энергию это-

го состояния ϵ_{p_0} нельзя считать совпадающей с энергией квазичастицы, поскольку примеси многоквазичастичных компонент должны изменить энергию ϵ_{p_0} по сравнению с энергией чисто одноквазичастичного состояния.

Данное противоречие может быть разрешено только в единственном случае, когда $|1 - a_\lambda| \ll 1$, и состояние $|p_0\rangle$ становится истинно одноквазичастичным. Заметим, что подобный случай анализировался ранее в работе [12].

Для всех реальных ферми-жидкостей, в которых величина a_λ заметно отличается от единицы, естественно отказаться от представления о квазичастицах теории ферми-жидкости [1—3] и вместо них использовать «квазичастицы», определяемые уравнением (12). Тогда незападывающую часть массового оператора $\hat{\Sigma}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, совпадающую с хартри-фоковским потенциалом, следует рассматривать в качестве истинного самосогласованного поля ферми-жидкости. Это накладывает сильные ограничения на выбор параметров реалистических нуклон-нуклонных сил $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. В частности, наборы $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ с жестким отталкивательным кором должны быть отброшены как нефизические, поскольку для подобных $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ не существует процедур устранения расходимости при расчете хартри-фоковского потенциала $\hat{\Sigma}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ в отличие от процедуры Бракнера [7] при расчете точного массового оператора $\Sigma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$ нуклонов.

2. ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ, ЭНЕРГИИ «КВАЗИЧАСТИЦ» И СТАНДАРТНАЯ ОБОЛОЧЕЧНАЯ МОДЕЛЬ ЯДРА

Исследуем более детально свойства уравнения Шредингера (12) и волновых функций «квазичастиц» $\Phi_\lambda(\mathbf{r})$, опираясь на результаты работы [21]. Используя оператор сдвига пространственной координаты фермиона, перейдем для незападывающей части массового оператора $\Sigma_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ в смешанное представление [3] $\Sigma_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}})$, где $\hat{\mathbf{p}}$ — оператор импульса фермиона. Разлагая теперь оператор $\Sigma_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}})$ в ряд по степеням $\hat{\mathbf{p}}$ вплоть до членов второго порядка включительно, получим

$$\Sigma_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}) = \Sigma_0(\mathbf{r}, 0) + \frac{1}{6} p_\alpha \frac{\partial^2 \Sigma_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}})}{\partial \hat{\mathbf{p}}^2} \Bigg|_{\hat{\mathbf{p}}=0} p_\alpha \quad (16')$$

Подставляя разложение (16') в (12), найдем

$$\left(\hat{p}_\alpha \frac{1}{2m^*(\mathbf{r})} \hat{p}_\alpha + \Sigma_0(\mathbf{r}, 0) - \varepsilon_\lambda \right) \varphi_\lambda(\mathbf{r}) = 0, \quad (17)$$

где эффективная масса фермиона определяется формулой

$$\frac{1}{m^*(r)} = \frac{1}{m} + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 \Sigma_0(r, \hat{p})}{\partial \hat{p}^2} \Bigg|_{\hat{p}=0}. \quad (18)$$

Нормированную на единицу квазичастичную функцию $\varphi_\lambda(r)$ будем искать в виде [21]:

$$\varphi_\lambda(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r}) \bar{\varphi}_\lambda(\mathbf{r}), \quad (19)$$

где перенормировочный фактор $f(\mathbf{r})$ найдем из условия исчезновения в уравнении для $\bar{\varphi}_\lambda(\mathbf{r})$ градиентных членов вида $\hat{\mathbf{p}} \cdot \bar{\varphi}_\lambda(\mathbf{r})$:

$$\left(\hat{\mathbf{p}} \frac{1}{2m^*(\mathbf{r})} \right) f(\mathbf{r}) = - \frac{1}{m^*(\mathbf{r})} (\hat{\mathbf{p}} \cdot f(\mathbf{r})). \quad (20)$$

Решение этого уравнения имеет простой вид

$$f(\mathbf{r}) = \left(\frac{m^*(\mathbf{r})}{m} \right)^{1/2}. \quad (21)$$

Тогда для функции $\bar{\varphi}_\lambda(\mathbf{r})$ возникает уравнение Шредингера

$$\left(\frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + V(\mathbf{r}, \varepsilon_\lambda) - \varepsilon_\lambda \right) \bar{\varphi}_\lambda(\mathbf{r}) = 0, \quad (22)$$

где зависящий от энергии потенциал $V(\mathbf{r}, E)$ можно рассматривать как одночастичный самосогласованный потенциал фермионов:

$$V(\mathbf{r}, E) = \frac{m^*(r)}{m} \Sigma_0(\mathbf{r}, 0) + V^{\text{grad}}(\mathbf{r}) + \left(1 - \frac{m^*(r)}{m} \right) E. \quad (23)$$

Градиентный потенциал $V^{\text{grad}}(\mathbf{r})$, обязанный своим появлением наличию в уравнении (17) градиентного члена, имеет вид

$$V^{\text{grad}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2m} \left\{ \frac{(\hat{\mathbf{p}}^2 m^*(\mathbf{r}))}{2m^*(\mathbf{r})} - \frac{3}{4} \frac{(\hat{\mathbf{p}} m^*(\mathbf{r}))^2}{(m^*(\mathbf{r}))^2} \right\}. \quad (24)$$

Заметим, что функция $\phi_\lambda(r)$ имеет нормировку вида

$$\int \phi_\lambda^*(\mathbf{r}) \phi_\lambda(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int \bar{\phi}_\lambda^*(\mathbf{r}) \frac{m^*(\mathbf{r})}{m} \bar{\phi}_\lambda(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \delta_{\lambda\lambda'}. \quad (25)$$

Интересно сопоставить самосогласованный потенциал $V(\mathbf{r}, E)$ (23) с оболочечным, получаемым в теории ферми-жидкости [1—3]. Для этого необходимо исследовать уравнение (16) для функции $\Phi_\lambda(\mathbf{r})$. Переходя для массового оператора $\Sigma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon)$ в смешанное представление $\Sigma(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, \epsilon)$, разлагая его в ряд по степеням $\hat{\mathbf{p}}$ и $(\epsilon - \mu)$ и ограничиваясь членами низшего порядка малости, получим

$$\begin{aligned} \Sigma(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, \epsilon) &= \Sigma(\mathbf{r}, 0, \mu) + \left. \frac{\partial \Sigma(\mathbf{r}, 0, \epsilon)}{\partial \epsilon} \right|_{\epsilon=\mu} (\epsilon - \mu) + \\ &+ \frac{1}{6} \hat{p}_\alpha \left. \frac{\partial^2 \Sigma(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, \mu)}{\partial \hat{\mathbf{p}}^2} \right|_{\hat{\mathbf{p}}=0} \hat{p}_\alpha. \end{aligned} \quad (26)$$

Подставляя (26) в (16), приведем полученное уравнение к эрмитовской форме [28]:

$$\begin{aligned} &\left\{ a^{1/2}(\mathbf{r}) \left[\hat{p}_\alpha \frac{1}{2m^*(\mathbf{r})} \hat{p}_\alpha + \Sigma(\mathbf{r}, 0, \mu) - \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{\partial \Sigma(\mathbf{r}, 0, \epsilon)}{\partial \epsilon} \right|_{\epsilon=\mu} \mu \right] a^{1/2}(\mathbf{r}) - E_\lambda \right\} \Phi_\lambda^{\text{sh}}(\mathbf{r}) = 0, \end{aligned} \quad (27)$$

где $\Phi_\lambda^{\text{sh}}(\mathbf{r}) \equiv [a(\mathbf{r})]^{-1/2} \Phi_\lambda(\mathbf{r})$ — нормированная на единицу оболочечная волновая функция, а перенормировочная константа $a(\mathbf{r})$ имеет вид

$$a(\mathbf{r}) = \left[1 - \left. \frac{\partial \Sigma(\mathbf{r}, 0, \epsilon)}{\partial \epsilon} \right|_{\epsilon=\mu} \right]^{-1}. \quad (28)$$

Теперь оболочечную функцию $\Phi_\lambda^{\text{sh}}(r)$ представим в виде

$$\Phi_\lambda^{\text{sh}}(\mathbf{r}) = \frac{\bar{f}(\mathbf{r})}{[a(\mathbf{r})]^{1/2}} \bar{\Phi}_\lambda^{\text{sh}}(\mathbf{r}), \quad (29)$$

где перенормировочный фактор $f(\mathbf{r})$ задается формулой (21) с заменой эффективной массы $m^*(\mathbf{r})$ на $\bar{m}^*(\mathbf{r})$, которая определяется формулой (18) с заменой $\Sigma_0(r, \hat{p})$ на $\Sigma(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, \mu)$. Тогда функция $\bar{\Phi}_\lambda^{\text{sh}}(\mathbf{r})$ удовлетворяет уравнению Шредингера

$$\left\{ \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + \bar{V}^{\text{sh}}(\mathbf{r}, E_\lambda) - E_\lambda \right\} \bar{\Phi}_\lambda^{\text{sh}}(\mathbf{r}) = 0, \quad (30)$$

где оболочечный потенциал $\bar{V}^{\text{sh}}(\mathbf{r}, E)$ определяется формулой

$$\begin{aligned} \bar{V}^{\text{sh}}(\mathbf{r}, E) = & \frac{\bar{m}^*(\mathbf{r})}{m} \Sigma(\mathbf{r}, 0, \mu) + \bar{V}^{\text{grad}}(\mathbf{r}) + \\ & + \frac{m_0^*(\mathbf{r})}{m} (1 - a(\mathbf{r})) \mu + \left(1 - \frac{m_0^*(\mathbf{r})}{m} \right) E, \end{aligned} \quad (31)$$

причем

$$m_0^*(\mathbf{r}) = \bar{m}^*(\mathbf{r}) \frac{1}{a(\mathbf{r})}, \quad (32)$$

а градиентный потенциал $\bar{V}^{\text{grad}}(\mathbf{r})$ совпадает с потенциалом (24) при замене $m^*(\mathbf{r})$ на $\bar{m}^*(\mathbf{r})$.

В случае атомных ядер было показано [3,5], что величина $m_0^*(\mathbf{r}) \approx m$, то есть $\bar{m}^*(\mathbf{r}) = a(\mathbf{r}) m$. Тогда потенциал $\bar{V}^{\text{sh}}(\mathbf{r}, E)$ становится не зависящим от энергии E и совпадает со стандартным оболочечным потенциалом $V^{\text{sh}}(\mathbf{r})$, широко используемым в расчетах структуры атомных ядер [3]:

$$V^{\text{sh}}(\mathbf{r}) = \frac{\bar{m}^*(\mathbf{r})}{m} \Sigma(\mathbf{r}, 0, \mu) + \bar{V}^{\text{grad}}(\mathbf{r}) + \left(1 - \frac{\bar{m}^*(\mathbf{r})}{m} \right) \mu. \quad (33)$$

При этом функция $\bar{f}(\mathbf{r}) = [a(\mathbf{r})]^{1/2}$, а $\Phi_\lambda^{\text{sh}}(\mathbf{r}) = \bar{\Phi}_\lambda^{\text{sh}}(\mathbf{r})$.

Для сопоставления самосогласованного потенциала $V(\mathbf{r}, E)$ (23) и оболочечного потенциала $V^{\text{sh}}(\mathbf{r})$ (33) учтем факт малости запаздывающей части массового оператора $\tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, \epsilon)$ при $\epsilon = \mu$. В работе [3] при построении дисперсионного соотношения для массового оператора фактически принималось, что $\tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, \mu) = 0$. В бесконечных ферми-системах величина $\tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, \mu)$ отлична от нуля лишь из-за нарушения симметрии между «частичными» и

«дырочными» состояниями, связанного с конечностью импульса Ферми. В случае конечных ферми-систем $\tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, \mu)$ может оказаться отличной от нуля также за счет несимметричного распределения одноквазичастичных энергий для частичных и дырочных состояний.

Тогда, пренебрегая вкладом величины $\tilde{\Sigma}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, \mu)$ в потенциал $V^{\text{sh}}(\mathbf{r})$ (33), получим следующую связь потенциалов $V(\mathbf{r}, E)$ и $V^{\text{sh}}(\mathbf{r})$ (33):

$$V(\mathbf{r}, E) = V^{\text{sh}}(\mathbf{r}) + \left(1 - \frac{m^*(\mathbf{r})}{m} \right) (E - \mu). \quad (34)$$

Если учесть факт объемности распределения величины $m^*(\mathbf{r})$ в конечных ферми-системах и пренебречь недиагональными матричными элементами $(m^*(\mathbf{r}))_{\lambda\lambda'}$, ($\lambda \neq \lambda'$) по функциям $\Phi_{\lambda}^{\text{sh}}(\mathbf{r})$ по сравнению с диагональными $(m^*(\mathbf{r}))_{\lambda\lambda}$, то функции $\phi_{\lambda}(\mathbf{r})$ и $\Phi_{\lambda}^{\text{sh}}(\mathbf{r})$ будут пропорциональны друг другу, а собственные энергии ϵ_{λ} и E_{λ} окажутся связанными простым соотношением:

$$(\epsilon_{\lambda} - \mu) \frac{m_{\lambda\lambda}^*}{m} = E_{\lambda} - \mu. \quad (35)$$

Для оценки матричного элемента $m_{\lambda\lambda}^*$ можно воспользоваться выражением

$$m_{\lambda\lambda}^* = \int \Phi_{\lambda}^{\text{sh}*}(\mathbf{r}) m^*(\mathbf{r}) \Phi_{\lambda}^{\text{sh}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \geq m^*(0).$$

Тогда из уравнения (35) следует, что для состояния λ_F , лежащего на поверхности ферми-системы, когда $E_{\lambda_F} = \mu$, энергии E_{λ_F} и ϵ_{λ_F} совпадают: $E_{\lambda_F} = \epsilon_{\lambda_F} = \mu$. Расстояния же между энергетическими уровнями ϵ_{λ} с различными значениями λ растут в $\approx \frac{m}{m^*(0)}$ раз быстрее, нежели соответствующие расстояния между аналогичными оболочечными уровнями E_{λ} . Как

будет показано ниже, для атомных ядер величина $\frac{m}{m^*(0)} \approx 1,4$, так что

энергии относительно высоколежащих резонансных состояний частичного или дырочного типа в атомных ядрах будут просто катастрофически отличаться от предсказаний оболочечной модели и теории ферми-жидкости.

В то же время в случае пренебрежения недиагональными матричными элементами $m_{\lambda\lambda}^*$, нормированная на единицу оболочечная волновая функция $\Phi_{\lambda}^{\text{sh}}(\mathbf{r})$ и функция $\bar{\Phi}_{\lambda}(\mathbf{r})$ пропорциональны друг другу, так что нормированная на единицу функция $\varphi_{\lambda}(\mathbf{r})$ (19) определяется как

$$\varphi_{\lambda}(\mathbf{r}) = \frac{m_{\lambda\lambda}^*(\mathbf{r})}{m_{\lambda\lambda}^*} \Phi_{\lambda}^{\text{sh}}(\mathbf{r}),$$

и заметно превышает по модулю функцию $\Phi_{\lambda}^{\text{sh}}(\mathbf{r})$ в поверхностной области ядра. Это может привести к заметной перенормировке матричных элементов операторов поверхностных физических величин на базе функций $\varphi_{\lambda}(\mathbf{r})$, по сравнению с аналогичными матричными элементами, построенными на базе стандартных оболочечных функций $\Phi_{\lambda}^{\text{sh}}(\mathbf{r})$.

3. ВЫСШИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ МОМЕНТЫ ОДНОЧАСТИЧНОЙ СИЛОВОЙ ФУНКЦИИ

Используя уравнение (8), момент распределения $P_{\lambda\lambda}(\varepsilon)$ (13) k -го порядка можно представить как [14]:

$$J_{\lambda\lambda'}^{(k)} = \sum_{n=0}^k \varepsilon_{\lambda}^{k-n} C_k^n \int \tilde{\Sigma}_{\lambda\lambda'}(\varepsilon) \dots \tilde{\Sigma}_{\lambda_{n-1}\lambda_n}(\varepsilon) P_{\lambda_n\lambda'}(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (36)$$

где C_k^n — биномиальный коэффициент ($C_k^0 = 1$).

Из формулы (36) следует рекуррентное соотношение:

$$J_{\lambda\lambda'}^{(k)} = \varepsilon_{\lambda} J_{\lambda\lambda'}^{(k-1)} + \int \tilde{\Sigma}_{\lambda\lambda_1}(\varepsilon) P_{\lambda_1\lambda'}(\varepsilon) \varepsilon^{k-1} d\varepsilon.$$

Подставляя в эту формулу лемановское разложение (5') для запаздывающей части массового оператора и представляя ε^{k-1} в виде бинома $[(\varepsilon - \varepsilon_t) + \varepsilon_t]^{k-1}$, можно получить рекуррентную формулу:

$$J_{\lambda\lambda'}^{(k)} = \varepsilon_{\lambda} J_{\lambda\lambda'}^{(k-1)} + \sum_{n=0}^{k-2} \left\{ \sum_t \langle 0 | b_{\lambda} | t \rangle \langle t | b_{\lambda_1}^+ | 0 \rangle \varepsilon_t^n + \right.$$

$$+ \sum_{t'} \langle 0 | b_{\lambda_1}^+ | t' \rangle \langle t' | b_{\lambda} | 0 \rangle \varepsilon_{t'}^n \left. \vphantom{\sum_{t'}} \right\} J_{\lambda_1 \lambda}^{(k-2-n)}. \quad (36')$$

Тогда второй момент станет равным

$$J_{\lambda\lambda'}^{(2)} = \varepsilon_{\lambda}^2 \delta_{\lambda\lambda'} + \sum_t \langle 0 | b_{\lambda} | t \rangle \langle t | b_{\lambda'}^+ | 0 \rangle + \sum_{t'} \langle 0 | b_{\lambda'}^+ | t' \rangle \langle t' | b_{\lambda} | 0 \rangle. \quad (36'')$$

Формула (36'') является обобщением аналогичной формулы, полученной в [28] при использовании вместо оператора b_{λ} некоторого эффективного потенциала. Заметим, что сходимость сумм по t (t') в (36'') определяется сходимостью матричных элементов $\langle 0 | b_{\lambda} | t \rangle$ ($\langle 0 | b_{\lambda'}^+ | t' \rangle$) на интервале $|\varepsilon_t - \varepsilon_{\lambda}| \leq E_F$ для короткодействующих ядерных сил [29]. Поэтому второй момент распределения $P_{\lambda\lambda'}(\varepsilon)$ (13) в этом случае определяется состояниями t (t') на большом интервале энергий, существенно превышающем характерную ширину распределения $P_{\lambda\lambda'}(\varepsilon)$ [28].

4. ТЕОРИЯ ФЕРМИ-ЖИДКОСТИ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ФРАГМЕНТАЦИИ И ЗАПАЗДЫВАНИЯ

Возникает вопрос, каким образом можно развить теорию ферми-жидкости [1—3] в направлении ухода от основного допущения этой теории о малости энергий возбуждения ферми-системы.

Подобная задача обобщения теории ферми-жидкости с учетом фрагментации и запаздывания была решена в работе [14]. Рассмотрим основные положения нового подхода. Во-первых, вместо оболочечного базиса функций $\Phi_{\lambda}^{\text{sh}}(\mathbf{r})$ используется базис функций $\varphi_{\lambda}(\mathbf{r})$. Во-вторых, для нахождения функции Грина $G_{\lambda\lambda'}(\varepsilon)$ используется уравнение Дайсона (1), представляемое в символической форме:

$$G = G_0 + G_0 \tilde{\Sigma} G, \quad (37)$$

где $G_{\lambda\lambda'}^0(\varepsilon) = G_{\lambda}^0(\varepsilon) \delta_{\lambda\lambda'}$ — одночастичная функция Грина, соответствующая уравнению Шредингера (12). В-третьих, запаздывающая часть массового оператора $\tilde{\Sigma}_{\lambda\lambda'}(\varepsilon)$ выражается через конкретный «скелетный» график, определяемый свойствами исследуемой ферми-системы. Выбор этого графика представляет собой одну из центральных проблем нового подхода.

В работе [15] оператор $\tilde{\Sigma}_{\lambda\lambda}(\epsilon)$ для магических ядер выбирался в форме, учитывающей переходы типа квазичастица \rightarrow квазичастица + фонов, соответствующий «скелетному» графику вида

$$\tilde{\Sigma}(\epsilon) = \text{---} \rightarrow \text{---} \text{---} \text{---} \rightarrow \text{---}$$

которому соответствует формула

$$\tilde{\Sigma} = gGDg, \quad (38)$$

где фононная функция Грина $D_\alpha(\omega)$ (волнистая линия на графике) для фононов с квантовыми числами α определяется как:

$$D_\alpha(\omega) = \frac{2\omega_\alpha}{\omega^2 - \omega_\alpha^2 + i\delta}. \quad (39)$$

Фононная вершинная часть $g_{\lambda\lambda}^\alpha$ определяется графиком

$$g_{\lambda\lambda}^\alpha = \text{---} \rightarrow \text{---} \text{---} \text{---} \rightarrow \text{---}$$

которому соответствует уравнение

$$g = UGGg, \quad (40)$$

где U — четырехполюсник, неприводимый по каналу частица-дырка, определяемый из условия самосогласования [30].

Система уравнений (37)—(40) заметно отличается от аналогичной системы линеаризованных уравнений, используемой в теории конечных ферми-систем [3] и получаемой из системы (37)—(40) заменой точной функции Грина в уравнениях (38), (40) на ее полюсную часть. В то же время полученная система уравнений близка по структуре к аналогичной системе уравнений квазичастично-фононной модели [8], отличаясь от них лишь уравнением (40), для которого в [8] используется приближение случайных фаз (RPA), и точные функции Грина $G_{\lambda\lambda}(\epsilon)$ заменяются на невозмущенные функции $G_{\lambda\lambda}^0(\epsilon)$.

Сильная нелинейность системы уравнений (37)—(40) отражает физическую нелинейность, присущую одночастичному движению во всех реальных многочастичных ферми-системах. Среди решений этой системы могут, в принципе, оказаться и нетривиальные решения, соответствующие слабо изученным сильно нелинейным процессам, например, решения солитонного типа. Хотелось бы обратить внимание физиков и математиков на необходимость изучения возможности реализации подобных процессов.

Для решения системы уравнений (37)—(40) необходимо использовать для функции Грина $G_{\lambda\lambda'}(\epsilon)$ лемановское разложение (2), в котором учитываются все полюса, а не только один полюс, выделяемый в теории ферми-жидкости [2,3]. Для нахождения энергий и вычетов в полюсах точной функции Грина в работе [15] была предложена быстро сходящаяся итерационная схема решения исследуемой системы уравнений, которая состоит в следующем.

В качестве нулевого приближения в правых частях (38), (40) используется функция Грина $G_{\lambda\lambda'}^0(\epsilon)$ и находится запаздывающая часть массового оператора $\tilde{\Sigma}_{\lambda\lambda'}(\epsilon)$. Эта величина подставляется в уравнение Дайсона (37), и находится функция Грина $G_{\lambda\lambda'}(\epsilon)$. Полученная функция Грина подставляется в уравнения (38), (40) и снова находится оператор $\tilde{\Sigma}_{\lambda\lambda'}$. Затем эта процедура повторяется вновь и вновь.

Для ускорения сходимости и сокращения расчетного времени в данной итерационной схеме использовались два приближения. Во-первых, при каждой итерации отбрасывались все слабые полюсы одночастичной функции Грина $G_{\lambda\lambda'}(\epsilon)$ и фононной функции Грина $D_{\alpha}(\omega)$, дающие малые вклады в правило сумм для вычетов одночастичной функции Грина (14) и в значение квадрата модуля параметра динамической деформации ядра β_{α}^2 . Во-вторых, все полюсы одночастичной и фононной функций Грина, лежащие внутри малого энергетического интервала Δ , заменялись одним полюсом со средней энергией и суммарным вычетом.

Изложенный выше формализм был использован для расчета одночастичных спектроскопических характеристик ядер типа « маг ± 1 нуклон » — ^{209}Pb , ^{207}Pb , ^{207}Tl , ^{209}Bi и фононного спектра дважды магического ядра ^{208}Pb . Полный одночастичный базис λ включал все уровни ϵ_{λ} вплоть до энергии возбуждения, равной 25 МэВ. При этом для состояний $\phi_{\Delta}(\mathbf{r})$, соответствующих непрерывному спектру, использовались волновые функции гармонического осциллятора, параметры которого подбирались из условия описания положения одночастичных резонансных состояний. Как показали расчеты, дальнейшее расширение базиса состояний λ не приводит к изменению рассчитываемых характеристик. В расчетную схему включались фононы с мультипольностью $2 \leq L \leq 8$. Быстрая сходимость итерационной процедуры подтверждается тем фактом, что в конкретных расчетах оказалось достаточно использовать всего лишь три итерации.

Таблица. Однонуклонные спектроскопические факторы S_λ
низколежащих состояний ядер типа МАГ±1 нуклон в районе ^{208}Pb

Состояние		$3p_{1/2}$	$2f_{5/2}$	$3p_{3/2}$	$3i_{13/2}$	$2f_{7/2}$	$1h_{9/2}$	
Энергия, МэВ		0,0	0,57	0,89	1,63	2,34	3,41	
^{207}Pb , теория	А	0,83	0,82	0,80	0,79	0,70	0,76	
	Б	0,84	0,83	0,81	0,78	0,61	0,63	
	В	0,76	0,74	0,70	0,67	0,47	0,43	
^{207}Pb , эксперимент	[31]	—	(0,97)	—	(0,68)	(0,84)	(0,47)	
	[32]	—	0,97	—	0,71	0,89	0,65	
Состояние		$2g_{9/2}$	$1i_{11/2}$	$1j_{15/2}$	$3d_{5/2}$	$4s_{1/2}$	$2g_{7/2}$	$3d_{3/2}$
Энергия, МэВ		0,0	0,80	1,42	1,58	2,03	2,51	2,56
^{209}Pb , теория	А	0,80	0,86	0,70	0,83	0,90	0,76	0,79
	Б	0,80	0,86	0,54	0,80	0,88	0,67	0,71
	В	0,70	0,77	0,46	0,70	0,83	0,54	0,61
^{209}Pb , эксперимент	[33]	0,76	0,86	0,49	0,84	0,79	0,86	0,79
	[34]	0,66	0,75	0,71	0,62	0,70	0,81	0,88
Состояние		$3s_{1/2}$	$2d_{3/2}$	$1h_{11/2}$	$2d_{5/2}$	$1g_{7/2}$		
Энергия, МэВ		0,0	0,35	1,34	1,67	3,48		
^{207}Tl , теория	А	0,92	0,90	0,84	0,80	0,76		
	Б	0,92	0,91	0,84	0,80	0,61		
	В	0,86	0,84	0,74	0,69	0,47		
^{207}Tl , эксперимент	[35]	—	—	(0,74)	(0,65)	(0,41)		
Состояние		$1h_{9/2}$	$2f_{7/2}$	$1i_{13/2}$	$2f_{5/2}$	$3p_{3/2}$	$3p_{1/2}$	
Энергия, МэВ		0,0	0,68	1,26	2,42	2,87	3,30	
^{209}Bi , теория	А	0,90	0,89	0,83	0,81	0,87	0,81	
	Б	0,90	0,87	0,76	0,70	0,80	0,59	
	В	0,82	0,79	0,67	0,58	0,71	0,51	
^{209}Bi , эксперимент	[36]	0,80	0,86	0,90	0,81	0,44	0,30	
	[37]	0,54—1,00	0,65—1,12	0,52—0,94	0,66—1,14	0,58—1,03	0,49—0,90	

Примечание. А — расчет в первой итерации, Б — расчет с RPA-фононами, В — расчет с учетом фрагментации фононов. В скобках даны значения S_λ^{exp} , перенормированные на постоянный коэффициент.

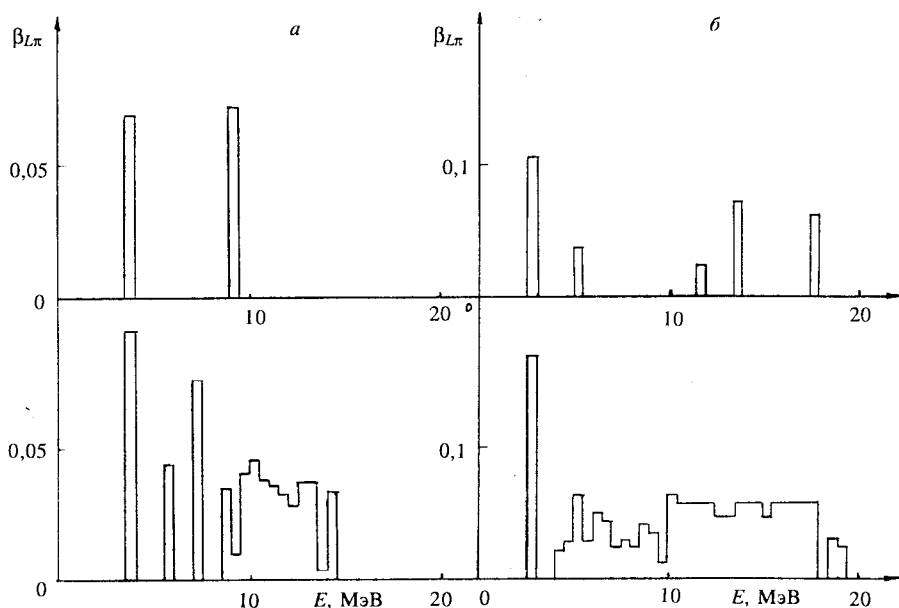


Рис. 1. Параметры динамической деформации β_L для фононов с $L^\pi = 2^+$ (а) и $L^\pi = 3^-$ (б) для ядра ^{208}Pb . Верхняя часть рисунков а и б соответствует расчетам фононов в RPA-приближении, нижняя — расчетам с учетом фрагментации фононов

Из таблицы, где представлены экспериментальные и теоретические значения однонуклонных спектроскопических факторов S_λ для низколежащих состояний ядер типа «маг ± 1 нуклон» в окрестности ^{208}Pb , видно, что значения S_λ^{exp} , совпадающие с перенормировочной константой теории ферми-жидкости [3] a_λ (28), меняются в области энергий возбуждения до 3,5 МэВ от 0,97 до 0,3, что свидетельствует, как отмечалось выше, о неприменимости теории ферми-жидкости для атомных ядер даже вблизи поверхности Ферми. В свою очередь, теоретические значения спектроскопических факторов $S_\lambda^{\text{th}} = \frac{a_{\lambda p_0}}{2j+1}$, где $a_{\lambda p_0}$ — вычет в ближайшем к поверхности Ферми полюсе точной одночастичной функции Грина при данном значении квантовых чисел nlj , уменьшаются при переходе от первой итерации к третьей с использованием RPA-фононов, построенных на основе приближения случайных фаз. Учет фрагментации фононов приводит к дальнейшему умень-

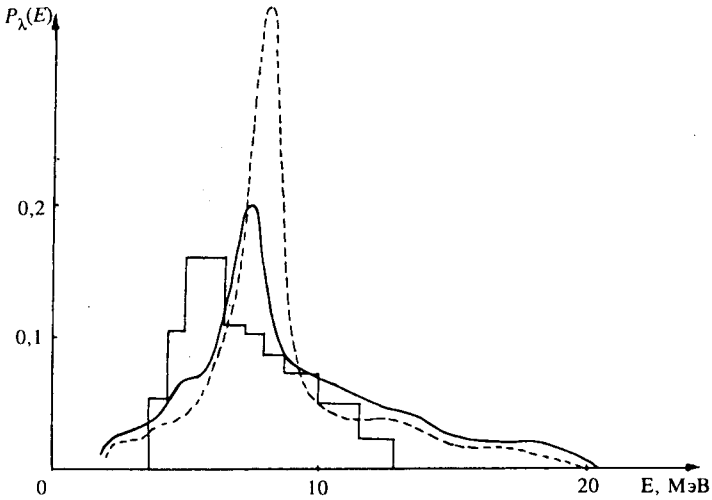


Рис.2. Одночастичная силовая функция состояния $1i_{11/2}$ в ^{209}Bi . Гистограмма — экспериментальные данные [36], штриховая кривая — расчеты с RPA-фононами, сплошная кривая — расчеты с учетом фрагментации и фононов

шению значений S_{λ}^{th} . Несмотря на определенный разброс экспериментальных величин S_{λ}^{exp} , из таблицы видно, что уменьшение однонуклонных спектроскопических факторов с ростом энергии возбуждения достаточно хорошо воспроизводится в расчетах, учитывающих фрагментацию фононов.

Для иллюстрации характера фрагментации фононов в ядре ^{208}Pb на рис.1 представлены параметры динамической деформации $\beta_{L\pi}$, рассчитанные для фононов с $L^{\pi} = 2^{+}$ и $L^{\pi} = 3^{-}$ в зависимости от их частоты $\omega_{\alpha} = E$ в рамках RPA и с учетом их фрагментации [15]. Очевидно, что учет фрагментации фононов существенно изменяет их энергетический спектр.

Для иллюстрации результатов расчетов одночастичных силовых функций $P_{\lambda\lambda}(E)$ для одночастичных резонансных состояний, проведенных в работе [15], на рис.2 представлена гистограмма распределения $P_{\lambda\lambda}(E)$ для состояния $1i_{11/2}$ в ^{209}Bi . Показано, что учет фрагментации фононов существенно меняет распределение $P_{\lambda\lambda}(E)$ и приближает его к экспериментальному.

5. СВЕРХТЕКУЧИЕ И ПАРНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В АТОМНЫХ ЯДРАХ И НУКЛОН-ФОНОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Явление сверхтекучести атомных ядер, хорошо обоснованное теоретически [38,39,3] и подтвержденное экспериментально [28], во многом аналогично явлению сверхпроводимости металлов [40]. В обоих случаях в ферми-системе появляются куперовские пары тождественных фермионов и возникает щель в энергетическом спектре одноквазичастичных возбуждений системы. В случае сверхпроводников эффективное взаимодействие между электронами, образующими куперовскую пару, почти полностью определяется взаимодействием электронов с фононными возбуждениями кристаллической решетки [40]. В то же время природа сил, приводящая к образованию куперовских пар в ядрах, долгое время оставалась загадочной. В цикле работ [41—43,13] было проведено детальное исследование данной проблемы и получено очень любопытное ее решение.

Сам факт существования сверхтекучих и парных корреляций в атомных ядрах означает, что эффективное взаимодействие $v(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ между тождественными нуклонами в синглетном состоянии в ядре имеет притягивающий характер. В то же время аналогичный потенциал взаимодействия $v_{in}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ в ядерной материи нормальной плотности ρ_0 имеет значения, близкие к нулю [7], что приводит к отсутствию сверхтекучести у ядерной материи. Можно ожидать, что потенциал $v(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ близок к потенциалу $v_{in}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ во внутренней области всех достаточно тяжелых ядер, где плотность нуклонов $\rho(r)$ совпадает с плотностью ядерной материи ρ_0 . Поэтому спаривание в атомных ядрах целиком связано с их конечностью. Можно указать на два возможных источника появления эффективного притяжения для потенциала $v(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$. Взаимодействие пары нуклонов, находящихся во внешней области ядра, где плотность нуклонов мала и применимо «газовое» приближение, с хорошей степенью точности определяется притягивающим пустотным потенциалом $v_{ex}^0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$. Поскольку переход от значений потенциала $v = v_{ex}$ во внешней области к значениям $v = v_{in}$ в центре ядра происходит непрерывно, можно ввести интерполяционный потенциал $v^0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ вида [3]:

$$v^0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \{v_{in} y^n(\mathbf{R}) + v_{ex}(1 - y^n(\mathbf{R}))\} f(r), \quad (41)$$

где

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2; \quad \mathbf{R} = \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}; \quad y(\mathbf{R}) = \frac{\rho(\mathbf{R})}{\rho_0}, \quad (42)$$

а n — параметр, принимаемый равным 1 или $2/3$. При этом предполагается, что радиальный формфактор потенциала $f(r)$ из-за короткодействия ядерных сил слабо перенормируется при переходе из внешней во внутреннюю область ядра. Расчеты эффектов спаривания в ядрах «маг ± 2 нуклона», где энергетическая щель в спектре одночастичных возбуждений равна нулю, то есть имеется спаривание двух нуклонов, но отсутствует сверхтекучесть, были проведены в работе [44] на основе формулы (41) при выборе формфактора $f(r)$ в виде δ -функции. Оказалось, что для получения экспериментальных значений энергий спаривания в указанных ядрах при $v_{ex} = v_{ex}^0$, величина v_{in} должна иметь отталкивательный характер и значения $v_{in} \leq \frac{1}{6} |v_{ex}^0|$, что разумно согласуется с условием малости величины v_{in} ($v_{in} \approx 0$) в ядерной материи. К сожалению, использование потенциалов δ -образной формы приводит к необходимости искусственным путем обрезать уравнения для амплитуды куперовской пары в импульсном пространстве из-за существования эффекта логарифмической расходимости при высоких импульсах. Поэтому в работе [41] от потенциалов нулевого радиуса сделан переход к эквивалентным с точки зрения задачи рассеяния, но более физическим и автоматически исключающим появление логарифмической расходимости потенциалам конечного радиуса ($r_0 = 1,2$ фм). Из-за существенного уменьшения абсолютных значений парных матричных элементов в этом случае для описания экспериментальных энергий спаривания при $v_{ex} = v_{ex}^0$ потребовалось сильное притяжение внутри ядра $v_{in} \approx v_{ex}^0$ [41]. Если же, основываясь на требовании отсутствия спаривания в ядерной материи ($v_{in} \approx 0$) рассчитать необходимое значение v_{ex} , то оно окажется существенно большим, нежели значение v_{ex}^0 : $v_{ex} \approx 3v_{ex}^0$ [42]. Этот результат противоречит полученному выше условию: $v_{in} \approx 0$, $v_{ex} \approx v_{ex}^0$. Это означает, что по каким-то причинам для объяснения экспериментальных значений энергий спаривания эффективное взаимодействие $V(r_1, r_2)$ должно иметь дополнительный источник притяжения по сравнению с потенциалом $V^0(r_1, r_2)$ (41) с $v_{in} = 0$ и $v_{ex} = v_{ex}^0$. Представляется разумным предположить, что таким источником является взаимодействие двух нуклонов с помощью обмена фононами — квантами коллективных поверхностных колебаний конечных ядер. Данная идея была реализована в работах [43,13] для ядер типа «маг ± 2 », «маг ± 3 нуклона» и для сферических сверхтекучих ядер. При

этом необходимо было решить проблему учета запаздывания для амплитуды образования куперовской пары. Заметим, что подобная задача была решена ранее для сверхпроводников методом компенсации опасных диаграмм лишь во втором порядке теории возмущений по запаздывающему электрон-фононному взаимодействию.

6. ОДНОЧАСТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ ГРИНА В СВЕРХТЕКУЧЕЙ ФЕРМИ-СИСТЕМЕ

Проведем дальнейшее рассмотрение на примере конечных ферми-систем, используя методы работы [13]. Представим уравнение Дайсона (1) для одночастичной функции Грина в графической форме с учетом сверхтекучего члена $\Sigma_3(\epsilon)$ (11) в массовом операторе:

$$\text{thick arrow} = \text{thin arrow} + \text{thin arrow} \circ \tilde{\Sigma} + \text{thin arrow} \circ \text{ic loop} \quad (43)$$

Если учесть, что мультииндекс λ в сферических системах имеет вид $\lambda = nlm$, то из-за сохранения полного момента j , его проекции m и четности недиагональные элементы ($\lambda \neq \lambda'$) функции Грина $G_{\lambda\lambda'}(\epsilon)$, запаздывающей части массового оператора $\tilde{\Sigma}_{\lambda\lambda'}(\epsilon)$ и корреляционной функции $C_{\lambda\lambda'}(\epsilon)$ связаны с изменением главного квантового числа n на $\pm 2, \pm 4$ и т.д. Влияние подобных членов оказывается малым (см., например, [42,44,14]). Поэтому в уравнении (43) можно оставить только диагональные члены и представить его в следующей аналитической форме [13]:

$$G_{\lambda}(\epsilon) = G_{\lambda}^0(\epsilon) + G_{\lambda}^0(\epsilon) \tilde{\Sigma}_{\lambda}(\epsilon) G_{\lambda}(\epsilon) - G_{\lambda}^0(\epsilon) C_{\lambda}(\epsilon) \times \bar{G}_{\lambda}(2\mu - \epsilon) C_{\lambda}(\epsilon) G_{\lambda}(\epsilon). \quad (44)$$

В свою очередь, корреляционная функция $C_{\lambda}(\epsilon)$ удовлетворяет уравнению [3]:

$$\text{C circle} = \text{V box with C circles} \quad (45)$$

где V — неприводимый по каналу частица-частица четырехполюсник, играющий роль эффективного потенциала взаимодействия двух нуклонов в задаче об их спаривании. Поскольку четырехполюсник V симметризован, то правая и левая части уравнения (45) инвариантны к перестановке местами переменных ϵ и $(2\mu - \epsilon)$. Тогда вместо функции $C_{\lambda}(\epsilon)$ введем чет-

ную по переменной $\varepsilon' = \varepsilon - \mu$ функцию $\tilde{C}_\lambda(\varepsilon')$. Запаздывающую часть массового оператора $\tilde{\Sigma}_\lambda(\varepsilon)$ представим в виде

$$\tilde{\Sigma}_\lambda(\varepsilon) = {}_1\tilde{\Sigma}_\lambda(\varepsilon') + {}_2\tilde{\Sigma}_\lambda(\varepsilon'),$$

где ${}_1\tilde{\Sigma}_\lambda(\varepsilon')$ — четная, а ${}_2\tilde{\Sigma}_\lambda(\varepsilon')$ — нечетная функция переменной ε' . Тогда для уравнения (44) получим

$$G_\lambda(\varepsilon) = \frac{[\varepsilon' - {}_2\tilde{\Sigma}_\lambda(\varepsilon')] + [(\varepsilon_\lambda - \mu) + {}_1\tilde{\Sigma}_\lambda(\varepsilon')]}{\Omega_\lambda(\varepsilon)}, \quad (46)$$

где

$$\Omega_\lambda(\varepsilon') \equiv \varepsilon'^2 \left[1 - \frac{{}_2\tilde{\Sigma}_\lambda(\varepsilon')}{\varepsilon'} \right]^2 - [\varepsilon_\lambda - \mu - {}_1\tilde{\Sigma}_\lambda(\varepsilon')]^2 - [\tilde{C}_\lambda(\varepsilon')]^2. \quad (47)$$

Поскольку функция $\Omega_\lambda(\varepsilon')$ четна по переменной ε' , то каждому полюсу $\mu + E_{\lambda\eta}$ функции Грина $G_\lambda(\varepsilon)$ соответствует полюс $\mu - E_{\lambda\eta}$; величина $E_{\lambda\eta}$ положительна и определяется соотношением

$$E_{\lambda\eta} = [(\varepsilon_{\lambda\eta} - \mu)^2 + \Delta_{\lambda\eta}^2]^{1/2}, \quad (48)$$

где

$$\varepsilon_{\lambda\eta} = [\varepsilon_\lambda - \mu + {}_1\tilde{\Sigma}_\lambda(E_{\lambda\eta})] / 1 + q_{\lambda\eta}; \quad (49)$$

$$\Delta_{\lambda\eta} = \tilde{C}_\lambda(E_{\lambda\eta}) / 1 + q_{\lambda\eta}; \quad (50)$$

$$q_{\lambda\eta} = -{}_2\tilde{\Sigma}_\lambda(E_{\lambda\eta}) / E_{\lambda\eta}. \quad (51)$$

Используя (46), построим лемановское разложение типа (2) для $G_\lambda(\varepsilon)$:

$$G_\lambda(\varepsilon) = \sum_{\eta} \left[\frac{a_{\lambda\eta} u_{\lambda\eta}^2}{\varepsilon - \mu - E_{\lambda\eta} + i\delta} + \frac{a_{\lambda\eta} v_{\lambda\eta}^2}{\varepsilon - \mu + E_{\lambda\eta} - i\delta} \right], \quad (52)$$

где

$$a_{\lambda\eta} u_{\lambda\eta}^2 = \frac{(1 + q_{\lambda\eta})[E_{\lambda\eta} + \varepsilon_{\lambda\eta} - \mu]}{\dot{\Omega}_\lambda(E_{\lambda\eta})}, \quad (53)$$

$$a_{\lambda\eta} v_{\lambda\eta}^2 = \frac{(1 + q_{\lambda\eta})[E_{\lambda\eta} - \varepsilon_{\lambda\eta} + \mu]}{\dot{\Omega}_\lambda(E_{\lambda\eta})}, \quad (53')$$

причем точкой обозначена производная по ε' , а коэффициенты $u_{\lambda\eta}$ и $v_{\lambda\eta}$ определены так, что $U_{\lambda\eta}^2 + V_{\lambda\eta}^2 = 1$. Складывая и умножая (53) и (53'), найдем

$$a_{\lambda\eta} = \frac{2E_{\lambda\eta}(1 + q_{\lambda\eta})}{\dot{\Omega}_\lambda(E_{\lambda\eta})}, \quad (54)$$

$$u_{\lambda\eta}^2 = 1/2 \left[1 + \frac{\varepsilon_{\lambda\eta} - \mu}{E_{\lambda\eta}} \right], \quad v_{\lambda\eta}^2 = 1/2 \left[1 - \frac{\varepsilon_{\lambda\eta} - \mu}{E_{\lambda\eta}} \right]. \quad (55)$$

При выключении сверхтекучих корреляций, когда $\tilde{C}_\lambda = 0$, имеем $\mu \rightarrow \mu^0$, $\varepsilon_{\lambda\eta} \rightarrow \varepsilon_{\lambda\eta}^0$, коэффициенты $u_{\lambda\eta}$ и $v_{\lambda\eta}$ принимают «нормальные» значения $u_{\lambda\eta}^0 = 0$ и $v_{\lambda\eta}^0 = 1$ для $\varepsilon_{\lambda\eta}^0 \leq \mu^0$ и $u_{\lambda\eta}^0 = 1$ и $v_{\lambda\eta}^0 = 0$ для $\varepsilon_{\lambda\eta}^0 > \mu^0$, а константа $a_{\lambda\eta}$ переходит в вычет $a_{\lambda\eta}^0$ для одночастичной «нормальной» функции Грина $G_\lambda^n(\varepsilon)$. Заметим, что формула (48) для $E_{\lambda\eta}$ и формулы (53) для коэффициентов $u_{\lambda\eta}^2$ и $v_{\lambda\eta}^2$, найденные для полюсов одночастичной функции Грина произвольной сложности [13], совпадают с традиционными выражениями для E_λ и u_λ^2 , v_λ^2 [3], полученными при учете в функции Грина только одноквазичастичных полюсов. Сопоставляя лемановское разложение (52) с общим видом этого разложения (2), получим, что

$$a_{\lambda\eta} u_{\lambda\eta}^2 = |\langle N_0 | a_\lambda | p \rangle|^2, \quad E_p - E_{N_0} = E_{\lambda\eta} + \mu,$$

$$a_{\lambda\eta} v_{\lambda\eta}^2 = |\langle N_0 | a_\lambda^+ | p' \rangle|^2, \quad E_{N_0} - E_{p'} = \mu - E_{\lambda\eta}.$$

Складывая $a_{\lambda\eta} v_{\lambda\eta}^2$ и $a_{\lambda\eta} u_{\lambda\eta}^2$ и суммируя по индексам p, p' , получим правило сумм:

$$\sum_{\eta} a_{\lambda\eta} = 1,$$

совпадающее с полученным выше правилом сумм [14].

7. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ФРАГМЕНТАЦИИ И ЗАПАЗДЫВАНИЯ

Уравнение (45) для корреляционной функции $C_{\lambda}(\epsilon)$ представим в аналитической форме:

$$C_{\lambda}(\epsilon) = \int \frac{d\epsilon_1}{2\pi i} V_{\lambda\lambda, \lambda_1\lambda_1}(\epsilon - \epsilon_1) \bar{G}_{\lambda_1}(2\mu - \epsilon_1) \bar{G}_{\lambda_1}(\epsilon_1) C_{\lambda_1}(\epsilon_1). \quad (56)$$

Неприводимый по каналу частица-частица четырехполюсник V описывается выражением вида [3]:

$$V = W + U(GG)_{\text{чд}} \Gamma,$$

где W — четырехполюсник, неприводимый одновременно по каналам частица-частица и частица-дырка, U — четырехполюсник, неприводимый по каналу частица-дырка и введенный ранее в уравнении (40), $(GG)_{\text{чд}}$ — произведение двух одночастичных функций Грина в канале частица-дырка. Амплитуда рассеяния Γ двух частиц в среде, в свою очередь, удовлетворяет уравнению

$$\Gamma = U + U(GG)_{\text{чд}} \Gamma.$$

Решение этого уравнения можно представить в виде [3]:

$$\Gamma = \Gamma' + \tilde{\Gamma},$$

где явным образом выделена полюсная часть $\tilde{\Gamma}$ полной амплитуды Γ , зависящая от переданной в канале частица-частица энергии $\omega = \epsilon - \epsilon_1$. Эту часть Γ можно представить [3]:

$$\tilde{\Gamma} = \sum_{\alpha} \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \rightarrow \text{---} \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \end{array} \text{---} \text{---} \quad (57)$$

где g_{α} — амплитуда рождения фонана, удовлетворяющая уравнению (40), а волнистая линия соответствует фононной функции Грина $D_{\alpha}(\omega)$ (39).

Как отмечено в работе [30], в атомных ядрах существует ветвь коллективных возбуждений, связанная с изоскалярными, не зависящими от спина сильно коллективизированными фононами ($\alpha = \alpha_0$), которые соответствуют поверхностным колебаниям ядра и имеют природу, аналогичную классическим колебаниям капиллярного типа. Для указанных фононов поверхностная компонента их волновой функции значительно превосходит объемную, связанную с возбуждениями нуль-звукового характера.

Обмен подобными сильно коллективизированными поверхностными фононами может привести к появлению заметного притяжения в канале частица-частица [43]. Поэтому явным образом выделим в $\tilde{\Gamma}$ члены с $\alpha = \alpha_0$, соответствующие этим фононам, а остальную часть амплитуды $\tilde{\Gamma}$, связанную с большим числом нуль-звуковых фононов и в силу этого имеющую более слабую ω -зависимость, учтем наряду с неполюсными членами Γ' . Тогда четырехполюсник V представим

$$V = V_0 + \sum_{\alpha_0} g_{\alpha_0} D_{\alpha_0}(\omega) g_{\alpha_0},$$

где

$$V_0 = W + \Gamma' - U - \sum_{\alpha \neq \alpha_0} g_{\alpha} D_{\alpha}(\omega) g_{\alpha},$$

причем величина V_0 соответствует эффективному незапаздывающему взаимодействию в канале частица-частица и может быть представлена в виде (41) [3]. Уравнение (56) переписется в виде [13]:

$$C_{\lambda}(\epsilon) = \int \frac{d\epsilon_1}{2\pi i} \bar{G}_{\lambda_1}(2\mu - \epsilon_1) G_{\lambda_1}(\epsilon_1) C_{\lambda_1}(\epsilon_1) \left[V_{0\lambda\lambda, \lambda_1\lambda_1} + \sum_{\alpha_0} g_{\alpha_0, \lambda\lambda_1}^2 D_{\alpha_0}(\epsilon - \epsilon_1) \right]. \quad (58)$$

Квадратичная зависимость $D_{\alpha}(\epsilon - \epsilon_1)$ от $(\epsilon - \epsilon_1)$ в уравнении (58) позволяет построить лемановское разложение для корреляционной функции $\tilde{C}_{\lambda}(\epsilon')$ [43]:

$$\tilde{C}_{\lambda}(\epsilon') = \tilde{C}_{\lambda}^0 + \sum_r \frac{\tilde{C}_{\lambda r}}{\epsilon'^2 - \epsilon_{\lambda}^2(r) + i\delta}. \quad (59)$$

Подставляя (59) в (58) и используя лемановское разложение (49) для $G_{\lambda_1}(\epsilon_1)$ и аналогичное представление при $\tilde{C}_{\lambda} = 0$ для $\bar{G}_{\lambda_1}(2\mu - \epsilon_1)$, можно по-

лучить [43] систему связанных нелинейных уравнений для коэффициентов \tilde{C}_λ^0 и $\tilde{C}_{\lambda r}$ и энергий $\varepsilon_\lambda(r)$. Эту систему можно решить итерационным методом, когда нулевая итерация соответствует использованию для $\tilde{C}_\lambda(\varepsilon')$ только однородного члена, а первая итерация получается при использовании в правой части уравнения (58) этого однородного члена и так далее.

Система нелинейных алгебраических уравнений (38), (40), (49)—(51), (54), (59) вместе с условием сохранения числа частиц N [3]:

$$N = \sum_\lambda \left| \frac{d\varepsilon}{2\pi i} G_\lambda(\varepsilon) e^{-i\varepsilon\tau} \right|_{\tau \rightarrow 0^-} = \sum_{\lambda\eta} a_{\lambda\eta} v_{\lambda\eta}^2 \quad (60)$$

образуют замкнутую систему уравнений для описания одночастичного и коллективного спектров сверхтекучего атомного ядра с учетом запаздывающего нуклон-фононного взаимодействия и фрагментации квазичастиц. При этом источниками фрагментации являются, с одной стороны, запаздывающая часть массового оператора $\tilde{\Sigma}(\varepsilon)$, с другой — наличие запаздывания у части корреляционной функции $\tilde{C}_\lambda(\varepsilon')$, связанной с запаздывающим нуклон-фононным взаимодействием. Полученная система уравнений может быть преобразована для описания эффектов спаривания двух нуклонов в ядрах типа « $\text{mag} \pm 2$ », « $\text{mag} \pm 3$ » нуклона, в которых энергетическая щель равна нулю и отсутствует явление сверхтекучести. Для этого во всех уравнениях необходимо вместо одночастичной сверхтекучей функции Грина $G_\lambda(\varepsilon)$ (44) использовать аналогичную «нормальную» функцию Грина $G_\lambda^n(\varepsilon)$, когда корреляционная функция $C_\lambda(\varepsilon) = 0$. В то же время амплитуду перехода $\bar{C}_\lambda(\varepsilon)$ двух нуклонов в состояние куперовской пары в указанных несверхтекучих ядрах определим уравнением типа (58) [3]:

$$\begin{aligned} \bar{C}_\lambda(\varepsilon) = \int \frac{d\varepsilon_1}{2\pi i} G_{\lambda_1}^n(2\mu - \varepsilon_1) G_{\lambda_1}^n(\varepsilon_1) \bar{C}_{\lambda_1}(\varepsilon_1) \left[V_{0\lambda\lambda, \lambda_1\lambda_1} + \right. \\ \left. + \sum_{\alpha_0} g_{\alpha_0\lambda\lambda_1}^2 D_{\alpha_0}(\varepsilon - \varepsilon_1) \right], \quad (61) \end{aligned}$$

где черта над всеми функциями означает использование при их построении одночастичных функций Грина $G_\lambda^n(\varepsilon)$ вместо функций $G_\lambda(\varepsilon)$. Уравнение (61) является уравнением на собственное значение для энергии 2μ -куперовской пары.

8. НУКЛОН-ФОНОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И ПАРНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В АТОМНЫХ ЯДРАХ

Для качественной оценки роли нуклон-фононного взаимодействия для спаривания нуклонов в атомных ядрах системы уравнений, полученные выше, были решены при использовании первой итерации. В этом случае во всех уравнениях (38), (40), (49)—(51), (54), (59), (61) полностью исключались эффекты фрагментации, то есть полагали $a_{\lambda\eta} = 1$, $q_{\lambda\eta} = 0$, $\Delta_{\lambda\eta} = \Delta_\lambda$, $\varepsilon_{\lambda\eta} = \varepsilon_\lambda$. Уравнения (58) и (61) решались при использовании первой итерации и приводились к виду [13,43]:

$$\Delta_\lambda = - \sum_{\lambda_1} \frac{\Delta_{\lambda_1}}{2E_{\lambda_1}} \left\{ V_{0\lambda\lambda_1} + \sum_{\alpha_0} g_{\alpha_0, \lambda\lambda_1}^2 D_{\alpha_0, \lambda\lambda_1} \right\}, \quad (62)$$

$$2(\mu - \varepsilon_\lambda) \chi_\lambda = (1 - 2n_\lambda^0) \sum_{\lambda_1} \chi_{\lambda_1} \left\{ V_{0\lambda\lambda_1} + \sum_{\alpha_0} g_{\alpha_0, \lambda\lambda_1}^2 \bar{D}_{\alpha_0, \lambda\lambda_1} \right\}, \quad (63)$$

где $\Delta_\lambda \equiv \bar{C}_\lambda(E_\lambda)$ — энергетическая щель для сверхтекучего атомного ядра; χ_λ — волновая функция куперовской пары нуклонов в несверхтекучем ядре в λ -представлении, $n_\lambda^0 = (v_\lambda^0)^2$.

В формулах (62), (63) фононная функция Грина $D_{\alpha_0}(\omega)$ (39), входящая в (58), преобразуется в функции $D_{\alpha_0, \lambda\lambda_1}$ и $\bar{D}_{\alpha_0, \lambda\lambda_1}$, причем

$$D_{\alpha_0, \lambda\lambda_1} = \frac{E_{\lambda_1} + \omega_{\alpha_0}}{E_\lambda^2 - (E_{\lambda_1} + \omega_{\alpha_0})^2},$$

а \bar{D} отличается от D заменой E_λ на $|\varepsilon_\lambda - \mu|$.

Уравнения (62), (63) решались при использовании для $V_0(r_1, r_2)$ интерполяционной формулы (41) с $v_{in} = 0$ и $v_{ex} = v_{ex}^0 = -950 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^{-1}$ [3] и с формфактором в юкавской форме:

$$f(r) = (4\pi r r_0)^{-1} \exp(-r/r_0),$$

где $r_0 = 1,2 \text{ фм}$.

Для сверхтекучих сферических ядер ^{108}Cd , ^{110}Cd , ^{124}Tl , ^{126}Tl в качестве фононов в уравнении (62) использовались низколежащие 2^+ -, 4^+ -фононы и 2^+ -фонон гигантского квадрупольного резонанса. В [13] было показано, что основной вклад в нуклон-фононное взаимодействие дает низколежащий сильно коллективизированный 2^+ -фонон. Рассчитанные величины Δ_λ использовались для получения парных энергий указанных выше ядер. Результаты расчетов позволили сделать вывод о том, что включение нуклон-фононных взаимодействий позволяет количественно описать экспериментальные парные энергии без введения дополнительных свободных параметров.

Для сферических несверхтекучих ядер типа «маг ± 2 », «маг ± 3 » нуклона, лежащих в окрестности дважды-магического ядра ^{208}Pb , уравнение (63) решалось [43] при учете всех сильно коллективизированных изоскалярных фононов с $L = 0$, $2 \leq L \leq 16$, включая фононы гигантских резонансов. Лишь столь большой фононный базис позволил удовлетворительно описать парные энергии для всех исследованных ядер без введения дополнительных свободных параметров.

Таким образом, только учет нуклон-фононного взаимодействия при решении задачи спаривания нуклонов в ядрах позволил правильно передать структуру эффективного взаимодействия нуклонов в канале частица-частица. Тем самым продолжена аналогия между явлениями сверхпроводимости металлов и куперовским спариванием нуклонов в атомных ядрах, в которых определяющую роль играет взаимодействие фермионов с фононами.

9. ОДНОЧАСТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ ГРИНА И УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ФЕРМИОНОВ

Рассмотрим теперь задачу упругого рассеяния фермиона на конечной ферми-системе, содержащей N частиц и находящейся в основном состоянии. Матричный элемент S -матрицы $S_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}$, описывающий упругое рассеяние, можно представить в виде [10]:

$$S_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} = \lim_{t \rightarrow \infty, t' \rightarrow -\infty} \langle N_0 | a_{\mathbf{p}}(t) S a_{\mathbf{p}'}^\dagger(t') | N_0 \rangle e^{-iE_{\mathbf{p}'} t' / \hbar} e^{iE_{\mathbf{p}} t / \hbar}, \quad (64)$$

где $a_{\mathbf{p}}(t)$ — оператор уничтожения фермиона с импульсом \mathbf{p} в представлении взаимодействия, $E_{\mathbf{p}} = \frac{p^2}{2m}$. Тогда, используя выражение для одночастичной функции Грина в представлении взаимодействия [45]:

$$G_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}(t-t') = -i \langle N_0 | S^+ T \{ a_{\mathbf{p}'}(t) a_{\mathbf{p}}^+(t') S \} | N_0 \rangle,$$

получим с точностью до постоянного фазового множителя $e^{i\beta}$:

$$S_{\mathbf{p}'\mathbf{p}} = \lim_{t \rightarrow \infty, t' \rightarrow -\infty} i G_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}(t-t') e^{-iE_{\mathbf{p}'}t/\hbar} e^{iE_{\mathbf{p}}t'/\hbar}. \quad (65)$$

Используем уравнение Дайсона [45] для функции Грина в следующей форме:

$$G_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}(t-t') = G_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}^0(t-t') + \sum_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} G_{\mathbf{p}'\mathbf{p}_1}^0(t-t') \Omega_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}(t_1-t_2) \times \\ \times G_{\mathbf{p}_2\mathbf{p}}^0(t_2-t') dt_1 dt_2, \quad (66)$$

где $\Omega_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}(t_1-t_2)$ — приводимый собственно-энергетический оператор.

Свободная функция Грина $G_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}^0(t-t')$ для $t > t'$ имеет вид

$$G_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}^0(t-t') = -i \delta_{\mathbf{p}'\mathbf{p}} e^{iE_{\mathbf{p}}(t-t')/\hbar}. \quad (67)$$

Подставляя (66) и (67) в (65), получим

$$S_{\mathbf{p}'\mathbf{p}} = \delta_{\mathbf{p}'\mathbf{p}} - 2\pi i \Omega_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}(E_{\mathbf{p}}) \delta(E_{\mathbf{p}} - E_{\mathbf{p}'}), \quad (68)$$

где $\Omega_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}(\epsilon)$ — приводимый собственно-энергетический оператор в ϵ -представлении. Сравнивая формулу (68) с выражением S -матрицы через T -матрицу в теории Липпмана — Швингера [46], получим, что матричный элемент T -матрицы для упругого рассеяния $T_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}$ совпадает с приводимым собственно-энергетическим оператором в ϵ -представлении при $\epsilon = E_{\mathbf{p}}$:

$$T_{\mathbf{p}'\mathbf{p}} = \Omega_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}(E_{\mathbf{p}}). \quad (69)$$

Выражая приводимый собственно-энергетический оператор $\Omega_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}(\epsilon)$ через массовый оператор $\Sigma_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}(\epsilon)$, введенный выше (1), и используя уравнение Липпмана — Швингера [46], связывающее T -матрицу с потенциалом \hat{V}

взаимодействия фермиона с конечной ферми-системой, получим выражение для потенциала \hat{V} в координатном представлении через нелокальный и запаздывающий массовый оператор:

$$\hat{V} = \Sigma(r, r', E_p). \quad (70)$$

Поскольку полюсы одночастичной функции Грина $G_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\epsilon)$ в комплексной плоскости ϵ в точности совпадают с полюсами приводимого собственно-энергетического оператора $\Omega_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\epsilon)$, то из уравнения (68) следует, что полюсы матричного элемента S -матрицы для упругого рассеяния $S_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\epsilon)$ совпадают с полюсами одночастичной функции Грина $G_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\epsilon)$.

Для перехода к оптической модели [47,48] необходимо усреднить матричный элемент S -матрицы $S_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\epsilon)$ для упругого рассеяния по определенному энергетическому интервалу Δ , содержащему достаточно много полюсов матричного элемента $S_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\epsilon)$ и, следовательно, функции Грина $G_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\epsilon)$, но достаточно малому по сравнению с энергией возбуждения системы, содержащей $(N + 1)$ фермионов:

$$\bar{S}_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\epsilon) = \int \gamma_{\Delta}(\epsilon - \epsilon') S_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\epsilon') d\epsilon',$$

где функция усреднения $\gamma_{\Delta}(x)$ — четная относительно x , максимальна при $x = 0$, нормирована на единицу и достаточно быстро спадает вне интервала усреднения Δ . В дальнейшем мы будем использовать функцию $\gamma_{\Delta}(x)$ в брейт-вигнеровской форме [54]:

$$\gamma_{\Delta}^{BW}(x) = \frac{\Delta}{2\pi} [x^2 + \Delta^2/4]^{-1}, \quad (71)$$

которая удовлетворяет всем перечисленным свойствам и имеет очень удобные для расчетов аналитические свойства в комплексной плоскости x [28]. Тогда оптический потенциал \hat{V}^{opt} , описывающий упругое рассеяние фермионов в оптической модели, выражается через усредненный по энергии массовый оператор, который при использовании формул (5), (5') может быть представлен как

$$\hat{V}^{\text{opt}} = \bar{\Sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', E_p) = \Sigma_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \text{Re } \bar{\Sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', E_p) + i \text{Im } \bar{\Sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', E_p), \quad (72)$$

где

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \bar{\bar{\Sigma}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon) = & \sum_i \frac{\langle 0 | b(\mathbf{r}) | i \rangle \langle i | b^+(\mathbf{r}') | 0 \rangle (\varepsilon - \varepsilon_i)}{(\varepsilon - \varepsilon_i)^2 + \Delta^2/4} + \\ & + \sum_{i'} \frac{\langle 0 | b^+(\mathbf{r}') | i' \rangle \langle i' | b(\mathbf{r}) | 0 \rangle (\varepsilon - \varepsilon_{i'})}{(\varepsilon - \varepsilon_{i'})^2 + \Delta^2/4}; \end{aligned} \quad (73)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \bar{\bar{\Sigma}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon) = & \frac{\Delta}{2} \left\{ \sum_i \frac{\langle 0 | b(\mathbf{r}) | i \rangle \langle i | b^+(\mathbf{r}') | 0 \rangle}{(\varepsilon - \varepsilon_i)^2 + \Delta^2/4} + \right. \\ & \left. + \sum_{i'} \frac{\langle 0 | b^+(\mathbf{r}') | i' \rangle \langle i' | b(\mathbf{r}) | 0 \rangle}{(\varepsilon - \varepsilon_{i'})^2 + \Delta^2/4} \right\}. \end{aligned} \quad (74)$$

Для анализа свойств оптического потенциала (72) полезно проанализировать свойства усредненной фермионной силовой функции.

10. УСРЕДНЕННАЯ ОДНОЧАСТИЧНАЯ СИЛОВАЯ ФУНКЦИЯ ДЛЯ «ЗАКРЫТОЙ» ФЕРМИ-СИСТЕМЫ

Если энергия возбуждения квазичастицы $|\varepsilon_\lambda - \mu|$ достаточно велика, то в одночастичную силовую функцию $P_{\lambda\lambda'}(\varepsilon)$ (13) основной вклад вносят высоковозбужденные состояния ферми-системы p и p' , имеющие достаточно высокую плотность. Тогда можно ввести усредненную одночастичную силовую функцию $\bar{P}_{\lambda\lambda'}(\varepsilon)$ с использованием функции усреднения $\gamma_\Delta(x)$. Из-за случайности фаз произведений амплитуд $\langle N_0 | a_\lambda | p \rangle \langle p | a_{\lambda'}^+ | N_0 \rangle$ усредненная силовая функция $\bar{P}_{\lambda\lambda'}(\varepsilon) = 0$ при $\lambda \neq \lambda'$. Поэтому рассмотрим диагональную функцию $\bar{P}_\lambda(\varepsilon) = P_{\lambda\lambda}(\varepsilon)$. Энергетический момент k -го порядка $\bar{J}_\lambda^{(k)}$ для функции $\bar{P}_\lambda(\varepsilon)$ определяется формулой (3') с заменой $P(r, r', \varepsilon)$ на $\bar{P}_\lambda(\varepsilon)$. Чтобы все моменты $\bar{J}_\lambda^{(k)}$ были конечными, необходимо, чтобы функция усреднения $\gamma_\Delta(x)$ спадала при больших x быстрее, чем $|x|^{-k-1}$ (например,

функция $\gamma_{\Delta}(x)$ может быть задана прямоугольником, гауссианом и т.д.). В то же время из-за четности и нормированности функции $\gamma_{\Delta}(x)$ равенства

$$\bar{J}_{\lambda\lambda'}^0 = J_{\lambda\lambda'}^0 = \delta_{\lambda\lambda'}, \quad (75)$$

$$\bar{J}_{\lambda\lambda'}^{(1)} = J_{\lambda\lambda'}^{(1)} = \delta_{\lambda\lambda'} \varepsilon_{\lambda} \quad (76)$$

выполняются и при выборе $\gamma_{\Delta}(x)$ в брейт-вигнеровской форме (71), для которой все высшие моменты, начиная со второго, расходятся. Рассмотрим усредненную по брейт-вигнеровскому распределению (71) силовую функцию $\bar{P}_{\lambda}(\varepsilon)$. Представим эту функцию в виде интеграла в комплексной плоскости ε' :

$$\bar{P}_{\lambda}(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi^2 i} \oint_C \frac{\Delta}{(\varepsilon - \varepsilon')^2 + \Delta^2/4} G_{\lambda\lambda}(\varepsilon') d\varepsilon', \quad (77)$$

где замкнутый контур C вплотную охватывает с двух сторон действительную ось ε' [28]. Подставляя в (77) выражение $G_{\lambda\lambda}(\varepsilon)$ через массовый оператор $\Sigma_{\lambda\lambda}(\varepsilon)$, получаемое из уравнения (1), пренебрегая величинами $\bar{\Sigma}_{\lambda\lambda}(\varepsilon)$ для $\lambda \neq \lambda'$ из-за случайности знаков амплитуд $\langle 0 | b_{\lambda} | t \rangle \langle t | b_{\lambda}^+ | 0 \rangle$ и используя технику работы [54], получим

$$\bar{P}_{\lambda}(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \frac{2\text{Im} \bar{\Sigma}_{\lambda\lambda}(\varepsilon) + \Delta}{[\varepsilon - \varepsilon_{\lambda} - \text{Re} \bar{\Sigma}_{\lambda\lambda}(\varepsilon)]^2 + [\text{Im} \bar{\Sigma}_{\lambda\lambda}(\varepsilon)]^2}, \quad (78)$$

где $\text{Re} \bar{\Sigma}_{\lambda\lambda}$ и $\text{Im} \bar{\Sigma}_{\lambda\lambda}$ определяются формулами (73), (74).

При анализе свойств распределения (78) необходимо учесть, что оно в силу (75) нормировано на единицу, и в силу (76) его первый момент равен ε_{λ} . Эти условия накладывают существенные ограничения на свойства

$\text{Re} \bar{\Sigma}_{\lambda\lambda}(\varepsilon)$ и $\text{Im} \bar{\Sigma}_{\lambda\lambda}(\varepsilon)$. Можно строго показать, что если для $\text{Re} \bar{\Sigma}_{\lambda\lambda}(\varepsilon)$ и

$\text{Im} \bar{\Sigma}_{\lambda\lambda}(\varepsilon)$ использовать разложения в ряд Тейлора по степеням $(\varepsilon - \mu)$, кото-

рые широко применяются при исследовании $\text{Re } \bar{\Sigma}$ и $\text{Im } \bar{\Sigma}$ в теории ферми-жидкости [2,3], то теоремы (75) и (76) выполняются в единственном случае:

$$\text{Re } \bar{\Sigma}_{\lambda\lambda}(\epsilon) = 0; \quad \text{Im } \bar{\Sigma}_{\lambda\lambda}(\epsilon) = \frac{\Gamma_\lambda}{2}, \quad (79)$$

где Γ_λ — эффективная ширина распределения (78), не зависящая от энергии ϵ и совпадающая со «спредовой» шириной или шириной фрагментации квазичастицы λ в «закрытой» конечной ферми-системе. Тогда распределение (78) при условии $\Gamma_\lambda \gg \Delta$ принимает стандартную брейт-вигнеровскую форму:

$$\bar{P}_\lambda(\epsilon) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_\lambda}{(\epsilon - \epsilon_\lambda)^2 + \Gamma_\lambda^2/4}. \quad (80)$$

Заметим, что формула (80) для одночастичной усредненной силовой функции была получена ранее в работе [28] на основе более упрощенной схемы. К этому же результату можно прийти и иным путем, близким по существу к способу, широко используемому в R -матричной теории ядерных реакций и теории нейтронных силовых функций [23,28]. При достаточно высоких энергиях ϵ_t в формулах (73), (74) можно заменить суммирование по t на интегрирование по $d\epsilon_t$, если ввести энергетическую плотность $\rho(\epsilon_t)$ состояний t и использовать матричный элемент

$|\langle 0 | b_\lambda | t \rangle|^2$, усредненный по интервалу Δ' , содержащему достаточно много уровней и в то же время достаточно малому по сравнению с интервалом Δ ($\Delta' \ll \Delta$).

Аналогичную процедуру можно проделать и с суммой по состояниям t' , тогда формулы (73), (74) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \text{Re } \bar{\Sigma}_{\lambda\lambda}(\epsilon) = & \int_{\mu}^{\infty} \frac{d\epsilon_t \rho(\epsilon_t) |\langle 0 | b_\lambda | t \rangle|^2 (\epsilon - \epsilon_t)}{(\epsilon - \epsilon_t)^2 + \Delta^2/4} + \\ & + \int_{-\infty}^{\mu} d\epsilon_{t'} \rho(\epsilon_{t'}) \frac{|\langle 0 | b_\lambda^+ | t' \rangle|^2 (\epsilon - \epsilon_{t'})}{(\epsilon - \epsilon_{t'})^2 + \Delta^2/4}; \end{aligned} \quad (81)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \bar{\bar{\Sigma}}_{\lambda\lambda}(\epsilon) = & \frac{\Delta}{2} \int_{\mu}^{\infty} d\epsilon_t \rho(\epsilon_t) \frac{|\langle 0 | b_{\lambda} | t \rangle|^2}{(\epsilon - \epsilon_t)^2 + \Delta^2/4} + \\ & + \frac{\Delta}{2} \int_{-\infty}^{\mu} d\epsilon_{t'} \rho(\epsilon_{t'}) \frac{|\langle 0 | b_{\lambda}^+ | t' \rangle|^2}{(\epsilon - \epsilon_{t'})^2 + \Delta^2/4}. \end{aligned} \quad (82)$$

Представим теперь произведение $|\langle 0 | b_{\lambda} | t \rangle|^2 \cdot \rho(\epsilon_t)$ в виде ряда Тейлора по степеням $(\epsilon_t - \mu)^n$, где $n \geq 0$. Тогда первый интеграл в формуле (81) разойдется для всех членов этого ряда с $n > 0$. В этом случае распределение (78) для всех конечных ϵ обратится в нуль, что не может соответствовать реальной физической ситуации. Это означает, что в разложении $|\langle 0 | b_{\lambda} | t \rangle|^2 \cdot \rho(\epsilon_t)$ по $(\epsilon - \mu)^n$ отличен от нуля только член с $n = 0$ и справедливы формулы

$$\operatorname{Re} \bar{\bar{\Sigma}}_{\lambda\lambda}(\epsilon) = 0, \quad \operatorname{Im} \bar{\bar{\Sigma}}_{\lambda\lambda}(\epsilon) = \pi \left[\rho(\epsilon_t) \overline{|\langle 0 | b_{\lambda} | t \rangle|^2} \right]_0 = \frac{\Gamma_{\lambda}}{2}, \quad (83)$$

ведущие снова к распределению (80). Физически результат (83) означает, что величина $\rho(\epsilon_t) \overline{|\langle 0 | b_{\lambda} | t \rangle|^2}$ не зависит от энергий ϵ_t , то есть усредненная величина квадрата матричного элемента $\overline{|\langle 0 | b_{\lambda} | t \rangle|^2}$ пропорциональна $\rho(\epsilon_t)^{-1} = D(\epsilon_t)$, где $D(\epsilon_t)$ — среднее расстояние между уровнями t . Последнее утверждение весьма естественно в рамках метода случайных матриц Вигнера [48,49], широко используемого для анализа структуры высоковозбужденных состояний атомных ядер [28,50—52].

Выйти за рамки распределения (80) при выполнении условий (75), (76) можно, если для усредненной запаздывающей части массового оператора

$\bar{\bar{\Sigma}}_{\lambda}(\epsilon)$ использовать разложение в форме ряда Лорана. Продемонстрируем это в простейшем случае. Выделим среди состояний t в формулах (73), (74) одно состояние t_0 , наиболее сильно связанное с состоянием λ , а остальные состояния учтем, используя формулу (83). Тогда распределение $\bar{P}_{\lambda}(\epsilon)$ можно представить в виде

$$\bar{P}_\lambda(\varepsilon) = \frac{1}{\pi} \left| \operatorname{Im} \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_\lambda - \tilde{\Sigma}_\lambda(\varepsilon)} \right|^2, \quad (84)$$

где

$$\tilde{\Sigma}_\lambda(\varepsilon) = -\frac{i\Gamma_\lambda}{2} + \frac{|\langle 0 | b_\lambda | t_0 \rangle|^2}{\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_{t_0}}. \quad (85)$$

Принципиальным моментом является введение в знаменатель второго члена формулы (85) комплексной энергии $\tilde{\varepsilon}_{t_0} = \varepsilon_{t_0} - i\Gamma_{t_0}/2$, где величина Γ_{t_0} является шириной фрагментации выделенного состояния t_0 . Для того чтобы распределение (84) удовлетворяло условиям (75), (76), величина Γ_{t_0} должна быть равна Γ_λ . Тогда формулу (84) можно представить в виде

$$\bar{P}_\lambda(\varepsilon) = \frac{\Gamma_\lambda}{2\pi} \left\{ \frac{a_1}{(\varepsilon - \varepsilon_1)^2 + \Gamma_\lambda^2/4} + \frac{a_2}{(\varepsilon - \varepsilon_2)^2 + \Gamma_\lambda^2/4} \right\}, \quad (86)$$

где

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_\lambda + \varepsilon_{t_0}}{2} \pm \left[\frac{(\varepsilon_\lambda - \varepsilon_{t_0})^2}{4} + \langle 0 | b_\lambda | t_0 \rangle^2 \right]^{1/2}, \quad (87)$$

причем $a_1 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{t_0}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}$, $a_2 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_{t_0}}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}$.

Легко увидеть, что распределение (86) удовлетворяет условиям (75), (76). Физически ясно, что фигурирующее в формуле (86) состояние t_0 является частным случаем «входных» состояний [28], учитываемых, например, при включении связи канала упругого рассеяния нуклона с неупругими каналами, связанными с возбуждением низколежащих коллективных состояний ядра.

Заметим, что включение «входного» состояния t_0 , не меняя величину Γ_λ , приводит к уширению (84) по сравнению с распределением (80). Формулу (86) можно обобщить и на случай учета большего числа «входных» состояний t_0 .

В дальнейшем при анализе свойств стандартной оптической модели для фермионов мы ограничимся рассмотрением случая без учета «входных» состояний, поскольку их влияние описывается в рамках приближения связанных каналов [28].

11. ОПТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ФЕРМИОНОВ И УСРЕДНЕННАЯ ЗАПАЗДЫВАЮЩАЯ ЧАСТЬ МАССОВОГО ОПЕРАТОРА ДЛЯ КОНЕЧНОЙ «ОТКРЫТОЙ» ФЕРМИ-СИСТЕМЫ

Возникает вопрос, как изменится величина $\bar{\bar{\Sigma}}_{\lambda}(\epsilon)$ при переходе к «открытой» ферми-системе? Ответить на него можно, используя методы R -матричной теории и оболочечно-модельного подхода к описанию резонансных ядерных реакций [52]. Для энергий $\epsilon > 0$, при которых открыт канал вылета фермиона в непрерывный спектр, необходимо сшить внутренние волновые функции $|p\rangle$ и $|p'\rangle$ конечной ферми-системы с внешними волновыми функциями, определяемыми в области $r > R_{\alpha}$ для всех открытых каналов α . Такая сшивка приводит к появлению конечных ширин Γ_p , $\Gamma_{p'}$ у состояний $|p\rangle$ и $|p'\rangle$ и сдвигу реальных частей ϵ_p и $\epsilon_{p'}$ их энергий. Тогда

усредненная запаздывающая часть массового оператора $\bar{\bar{\Sigma}}(r, r', \epsilon)$ может быть представлена в виде

$$\bar{\bar{\Sigma}}(r, r', \epsilon) = \bar{\bar{\Sigma}}_f(r, r') + \Delta\bar{\bar{\Sigma}}(r, r', \epsilon). \quad (88)$$

Величина $\bar{\bar{\Sigma}}_f(r, r')$ является фрагментационной частью $\bar{\bar{\Sigma}}(r, r', \epsilon)$, не зависящей от энергии и удовлетворяющей соотношению (79). Для энергий

$\epsilon_{\lambda} > 0$ ширина $\Gamma_{\lambda} = 2\text{Im}\bar{\bar{\Sigma}}_f$ определяет вероятность перехода в единицу времени из одночастичного фермионного резонансного состояния ϵ_{λ} в многоквaziчастичные состояния $|p\rangle$ и $|p'\rangle$, играющие роль точных ко-паунд-состояний системы. Другими словами, величина $\text{Im}\bar{\bar{\Sigma}}_f(r, r')$ определяет компоненту мнимой части оптического потенциала фермиона \hat{V}^{opt} (72), ответственную за все процессы (упругие и неупругие), которые про-

текают через стадию образования компаунд-ядра. Величина $\overline{\overline{\Delta\Sigma}}(r, r', \epsilon)$ определяет добавку к запаздывающей части массового оператора, обусловленную неупругими, многоступенчатыми прямыми и предравновесными процессами, не связанными с образованием составного ядра. Мнимая часть этой величины отлична от нуля только при энергиях фермиона

$\epsilon \geq 0$. Для нахождения величины $\overline{\overline{\Delta\Sigma}}$ можно воспользоваться дисперсионным соотношением для усредненной запаздывающей части массового оператора, следующего из представления (5') и свойств операции усреднения:

$$\operatorname{Re} \overline{\overline{\Sigma}}(r, r', \epsilon) = \frac{1}{\pi} P \int_{\mu}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} \overline{\overline{\Sigma}}(r, r', \epsilon')}{\epsilon' - \epsilon} d\epsilon' - \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\mu} \frac{\operatorname{Im} \overline{\overline{\Sigma}}(r, r', \epsilon')}{\epsilon' - \epsilon} d\epsilon'. \quad (89)$$

Соотношение (89) для $\overline{\overline{\Delta\Sigma}}(r, r', \epsilon)$ можно преобразовать, переходя к разностной форме, если учесть, что $\operatorname{Im} \overline{\overline{\Delta\Sigma}}(\epsilon) = 0$ для $\epsilon \leq 0$:

$$\operatorname{Re} \left\{ \overline{\overline{\Delta\Sigma}}(r, r', \epsilon) - \overline{\overline{\Delta\Sigma}}(r, r', 0) \right\} = \frac{\epsilon}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{Im} \overline{\overline{\Delta\Sigma}}(r, r', \epsilon')}{\epsilon'(\epsilon' - \epsilon)} d\epsilon'. \quad (90)$$

Заметим, что подобное соотношение для действительной и мнимой частей оптического потенциала нуклона использовалось для восстановления действительной части оптического потенциала нуклона в работе [53]. Переходя в смешанное представление, формулу (72) для оптического потенциала нуклона можно представить как

$$\hat{V}^{\text{opt}} = \operatorname{Re} \overline{\overline{\Sigma}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, E) + i \operatorname{Im} \overline{\overline{\Sigma}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, E), \quad (91)$$

где

$$\operatorname{Re} \overline{\overline{\Sigma}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, E) = \Sigma_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}) + \operatorname{Re} \overline{\overline{\Delta\Sigma}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, E), \quad (92)$$

$$\operatorname{Im} \overline{\overline{\Sigma}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, E) = \operatorname{Im} \overline{\overline{\Sigma}}_f(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}) + \operatorname{Im} \overline{\overline{\Delta\Sigma}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, E). \quad (93)$$

Теперь, разлагая все операторы в (91) в ряд по степеням оператора импульса нуклона $\hat{\mathbf{p}}$ вплоть до членов второго порядка включительно, для

оптической волновой функции фермиона $\psi^{\text{opt}}(\mathbf{r})$ получим уравнение Шредингера:

$$\left\{ \hat{\mathbf{p}} \frac{1}{2\bar{m}^*(\mathbf{r})} \hat{\mathbf{p}} + \text{Re } \bar{\Sigma}(\mathbf{r}, 0, E) + i \text{Im } \bar{\Sigma}(\mathbf{r}, 0, E) - E \right\} \psi^{\text{opt}}(\mathbf{r}) = 0, \quad (94)$$

где $\bar{m}^*(\mathbf{r})$ — комплексная эффективная масса нуклона:

$$\frac{1}{\bar{m}^*(\mathbf{r})} = \frac{1}{m} + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 \text{Re } \bar{\Sigma}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, E)}{\partial \hat{\mathbf{p}}^2} \Big|_{\hat{\mathbf{p}}=0} + \frac{i}{3} \frac{\partial^2 \text{Im } \bar{\Sigma}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, E)}{\partial \hat{\mathbf{p}}^2} \Big|_{\hat{\mathbf{p}}=0}. \quad (95)$$

Представим функцию $\psi^{\text{opt}}(\mathbf{r})$ в виде

$$\psi^{\text{opt}}(\mathbf{r}) = \tilde{f}(\mathbf{r}) \bar{\psi}^{\text{opt}}(\mathbf{r}) \quad (96)$$

и выберем фактор $\tilde{f}(\mathbf{r})$ из условия исчезновения в уравнении для $\bar{\psi}^{\text{opt}}(\mathbf{r})$ градиентных членов $\hat{\mathbf{p}} \bar{\psi}^{\text{opt}}(\mathbf{r})$:

$$\tilde{f}(\mathbf{r}) = \left(\frac{\bar{m}^*(\mathbf{r})}{m} \right)^{1/2}. \quad (97)$$

Тогда уравнение для функции $\bar{\psi}^{\text{opt}}(\mathbf{r})$ (94) преобразуется к виду

$$\left\{ \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2\bar{m}^*(\mathbf{r})} + \bar{\Sigma}(\mathbf{r}, 0, E) + \tilde{V}^{\text{grad}}(\mathbf{r}) - E \right\} \bar{\psi}^{\text{opt}}(\mathbf{r}) = 0 \quad (98)$$

или

$$\left\{ \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + V^{\text{opt}}(\mathbf{r}, E) - E \right\} \bar{\psi}^{\text{opt}}(\mathbf{r}) = 0, \quad (99)$$

где $V^{\text{opt}}(\mathbf{r}, E)$ — зависящий от энергии комплексный оптический потенциал:

$$V^{\text{opt}}(\mathbf{r}, E) = \frac{\bar{m}^*(\mathbf{r})}{m} \text{Re } \bar{\Sigma}(\mathbf{r}, 0, E) + V^{\text{grad}}(\mathbf{r}) + i \frac{\bar{m}^*(\mathbf{r})}{m} \text{Im } \bar{\Sigma}(\mathbf{r}, 0, E) + \left(1 - \frac{\bar{m}^*(\mathbf{r})}{m} \right) E. \quad (100)$$

Если представить комплексную эффективную массу $\bar{m}^*(r)$ как

$$\bar{m}^*(r) = \tilde{m}^*(r) + im_1(r) \quad (101)$$

и провести разложение $(\bar{m}^*(r))^{-1}$ в ряд по m_1 вплоть до членов первого порядка включительно, то из уравнения (95) получим

$$\frac{1}{\bar{m}^*(r)} = \frac{1}{m} + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 \operatorname{Re} \bar{\Sigma}(r, \hat{\mathbf{p}}, E)}{\partial \hat{\mathbf{p}}^2} \Big|_{\hat{\mathbf{p}}=0}; \quad (102)$$

$$m_1(r) = -\frac{1}{3} (\tilde{m}^*(r))^2 \frac{\partial^2 \operatorname{Im} \bar{\Sigma}(r, \hat{\mathbf{p}}, E)}{\partial \hat{\mathbf{p}}^2} \Big|_{\hat{\mathbf{p}}=0}. \quad (103)$$

Разлагая все величины, зависящие от $\bar{m}^*(r)$ в ряд по степеням $m_1(r)$ и оставляя только члены первого порядка малости, для оптического потенциала $V^{\text{opt}}(r, E)$ (100) найдем

$$\operatorname{Re} V^{\text{opt}}(r, E) = \tilde{V}(r, E), \quad (104)$$

где $\tilde{V}(r, E)$ — потенциал, отличающийся от самосогласованного потенциала $V(r, E)$ (23) заменой $\Sigma_0(r, \hat{\mathbf{p}})$ на $\operatorname{Re} \bar{\Sigma}(r, \hat{\mathbf{p}}, E)$;

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} V^{\text{opt}}(r, E) &= \frac{m_1(r)}{m} \operatorname{Re} \bar{\Sigma}(r, 0, E) + \\ &+ \frac{\tilde{m}^*(r)}{m} \operatorname{Im} \bar{\Sigma}(r, 0, E) + V_1^{\text{grad}}(r) - \frac{m_1(r)}{m} E, \end{aligned} \quad (105)$$

где мнимая часть градиентного потенциала определяется как

$$\begin{aligned} V_1^{\text{grad}}(r) &= \frac{1}{2m} \left\{ \frac{(\hat{\mathbf{p}}^2 m_1(r))}{2\tilde{m}^*(r)} - \frac{3}{2} \frac{(\hat{\mathbf{p}} m_1(r) \hat{\mathbf{p}} \tilde{m}^*(r))}{(\tilde{m}^*(r))^2} - \right. \\ &\left. - \frac{(\hat{\mathbf{p}}^2 \tilde{m}^*(r))}{2(\tilde{m}^*(r))^2} m_1(r) + \frac{3}{2} \frac{(\hat{\mathbf{p}} \tilde{m}^*(r))^2}{(\tilde{m}^*(r))^2} m_1(r) \right\}. \end{aligned} \quad (106)$$

Формулы (104), (105) отличаются от формул для введенного ранее потенциала $V(\mathbf{r}, E)$ (23) заменой $m^*(\mathbf{r})$ на $\bar{m}^*(\mathbf{r})$ и появлением членов, связанных с $\bar{\Delta}\bar{\Sigma}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}, E)$.

Можно доказать важную теорему о фазовой эквивалентности уравнений Шредингера (94) и (99) [54]. Рассмотрим матричный элемент T -матрицы T_{ba} для перехода из асимптотического состояния Φ_a в асимптотическое состояние Φ_b . В случае упругого рассеяния состояния Φ_a и Φ_b представляют собой плоские волны с начальным и конечным импульсами \mathbf{p}_a и \mathbf{p}_b [46]:

$$T_{ba} = \langle \Phi_b | T | \Phi_a \rangle = \langle \Phi_a | V | \psi_a \rangle,$$

где волновая функция ψ_a совпадает с функцией ψ^{opt} (94), а потенциал V имеет вид

$$V = \hat{\mathbf{p}} \frac{1}{2\bar{m}^*(\mathbf{r})} \hat{\mathbf{p}} + \bar{\Sigma}(\mathbf{r}, 0, E) - \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m}.$$

Можно строго показать, используя преобразование (96), что

$$T_{ba} = \langle \Phi_b | V^{\text{opt}}(r, E) | \bar{\psi}_a \rangle,$$

где $V^{\text{opt}}(r, E)$ — оптический потенциал (100), а $\bar{\psi}_a$ удовлетворяет уравнению Шредингера (99). Это означает, что оптический потенциал (100) правильно описывает сечения и фазы рассеяния фермиона на конечной ферми-системе.

12. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ТЕОРЕТИЧЕСКИМИ И ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИМИ ОПТИЧЕСКИМИ ПОТЕНЦИАЛАМИ НУКЛОНОВ

Параметры феноменологических оптических потенциалов нуклонов обладают свойствами дискретной и непрерывной неоднозначности. Однако если воспользоваться теоремой Левинсона [55], согласно которой фаза рассеяния при нулевой энергии определяется числом связанных состояний для рассеивающего потенциала, можно найти глобальный набор параметров оптического потенциала, достаточно хорошо описывающий полные сечения образования составного ядра и дифференциальные сечения прямой части упругого рассеяния нуклонов в широком диапазоне ядер-мишеней и энергий налетающих нуклонов. При этом, естественно, подобный оптический

потенциал не в состоянии описать нерегулярности в сечениях, обусловленные сильной связью с «входными» состояниями, которые рассчитываются методом связанных каналов.

Рассмотрим теперь один из глобальных наборов параметров феноменологического оптического потенциала нуклона $V_{ph}^{opt}(r, E)$, представленный в работе [54] для сферических ядер-мишеней:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} V_{ph}^{opt}(r, E) = & \left[(V_0(\tau_z) + \beta E) \left(1 + \exp \frac{r - r_0 A^{1/3}}{a} \right)^{-1} \right] + \\ & + V_{ls}(\tau_z) r_{ls}^2 \frac{1}{2} \frac{d}{dr} \left[\left(1 + \exp \frac{r - r_{ls} A^{1/3}}{a_{ls}} \right)^{-1} \right] (\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}), \end{aligned} \quad (107)$$

где $\tau_z = +1(-1)$ для нейтрона (протона), $V_0(\tau_z) = \left(-51 + 33 \frac{N-Z}{A} \tau_z \right)$ МэВ;
 $V_{ls}(\tau_z) = \left(22 - 14 \frac{N-Z}{A} \tau_z \right)$ МэВ; $r_0 = 1,25$ фм; $a_0 = 0,65$ фм; $r_{ls} = 1,1$ фм;
 $a_{ls} = 0,7$ фм; $\beta = 0,3$;

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} V_{ph}^{opt}(r, E) = & W_v(\tau_z, E) \left(1 + \exp \frac{r - r_W A^{1/3}}{a_W} \right)^{-1} - \\ & - 4a_W W_s(\tau_z, E) \frac{d}{dr} \left[\left(1 + \exp \frac{r - r_W A^{1/3}}{a_W} \right)^{-1} \right], \end{aligned} \quad (108)$$

где $r_W = 1,25$ фм; $a_W = 0,7$ фм, а соотношение параметров глубин потенциалов объемного W_v и поверхностного W_s поглощения сложным образом меняется в зависимости от энергии и характеристик A, Z ядра-мишени. При низких энергиях превалирует поверхностное поглощение. С ростом энергии увеличивается роль объемного поглощения, которое, по-видимому, является определяющим при высоких энергиях ($E > 100$ МэВ). Если для всех энергий использовать варианты чисто объемного ($W_s = 0$) или чисто поверхностного ($W_v = 0$) поглощения, то можно получить следующие зависимости глубин от энергии:

$$W_v(E) = -(2 + 0,06E) \text{ МэВ}; \quad W_s(E) = -(2,5 + 0,3E) \text{ МэВ}. \quad (109)$$

Анализируя свойства феноменологических оптических потенциалов нуклонов, можно сделать ряд важных заключений. Во-первых, из сопоставления формул (104) и (107) следуют оценки действительной части эффективной массы нуклона в центре ядра $\tilde{m}^*(0) = 0,7m$, глубины действительного потенциала $\text{Re } \bar{\Sigma}(r, 0, E)$ при $E=0$ в центре ядра: $\text{Re } \bar{\Sigma}(0, 0, 0) = -70$ МэВ. Во-вторых, из формулы (109) при $E=0$ виден масштаб фрагментационного члена мнимой части оптического потенциала нуклона $W_f = W(E=0) \approx -2,2$ МэВ, откуда следует оценка для ширины фрагментации $\Gamma_\lambda \approx 4,5$ МэВ. Данное значение Γ_λ оказывается заметно меньше величины $100/A^{1/3}$, определяющей энергетическое расстояние между соседними одноквантовыми уровнями в ядре с квантовыми числами λ . Это означает физически «умеренный» характер поглощения нуклонов в ядре, что приводит к появлению «гигантских» резонансов в силовой функции медленных нейтронов [54]. Теперь можно оценить значение мнимой части эффективной массы нуклона $m_1(r)$ (103). Если для объемного варианта поглощения принять, что радиус нелокальности потенциала $\text{Im } \bar{\Sigma}(r, \hat{p}, E)$ близок к радиусу нелокальности потенциала $\Sigma_0(r, \hat{p})$, то для $m_1(r)$ в центре ядра возникает оценка $m_1(0) \approx -0,01m$. Тогда можно ожидать, что в мнимой части оптического потенциала нуклона $\text{Im } V^{\text{opt}}(r, E)$ появится добавка, связанная с первым членом формулы (105), порядка 0,7 МэВ в центре ядра, а также зависящая от энергии малая добавка, связанная с последним членом формулы (105), вида 0,01E. Заметим, что знак последней добавки является противоположным знаку зависящей от энергии части феноменологического потенциала $\text{Im } V_{ph}^{\text{opt}}$ (109).

В случае поверхностного варианта поглощения, связанного с определяющим влиянием поверхностных коллективных колебаний ядра-мишени, радиус нелокальности потенциала $\text{Im } \bar{\Sigma}(r, \hat{p}, E)$ близок к радиусу ядра, так что оценка $m_1(r)$ в поверхностной области должна быть увеличена примерно на порядок по сравнению с объемной, т.е. $m_1(0) \approx m_1(r)$. Тогда первый член в формуле (105) в поверхностной области может принять большое значение $\approx 3,5$ МэВ, соизмеримое по модулю со значением $\text{Im } V_{ph}^{\text{opt}}$ (109). В то же время последний член формулы (105) приводит к зависящей от энергии добавке к мнимой части оптического потенциала, которая в поверхностной области принимает значение $+0,1E$ и отличается знаком от $\text{Im } V_{ph}^{\text{opt}}$ (109). Из проведенных оценок следует, что феноменологическая энергетическая

зависимость мнимой части оптического потенциала нуклона $\text{Im } V_{ph}^{\text{opt}}$ (109) в основном определяется энергетически зависящим членом в запаздывающей части массового оператора $\bar{\Delta}\bar{\Sigma}$, целиком связанным с неупругими прямыми и предравновесными процессами.

В цикле работ [16—21] были детально исследованы свойства действительной части оптического потенциала нуклонов для ядерной материи и конечных ядер в хартри-фоковском приближении, когда не учитывалась добавка $\bar{\Delta}\bar{\Sigma}$, связанная с неупругими процессами. Расчеты, в которых использовались 14 наиболее часто используемых наборов феноменологических пустотных нуклон-нуклонных потенциалов $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, позволили для нескольких наборов успешно описать основные свойства $\text{Re } V_{ph}^{\text{opt}}$. Единственная проблема возникла с описанием изоспиновой зависимости $\text{Re } V_{ph}^{\text{opt}}$, которая в расчетах оказалась более слабой по сравнению с феноменологической.

Представляется полезным продолжить расчеты оптических потенциалов, и в особенности их мнимых частей, на основе обобщенной теории ферми-жидкости с учетом нуклон-нуклонных взаимодействий в схеме работ [14,15]. Подобные расчеты в состоянии описать поверхностные и объемные компоненты поглощения для фрагментационной части оптического потенциала. В то же время необходимо оценить роль члена запаздывающей части массового оператора $\bar{\Delta}\bar{\Sigma}$, связанного с неупругими процессами, используя в первую очередь дисперсионные соотношения (89), (90).

13. ОПТИЧЕСКИЕ ПОТЕНЦИАЛЫ СОСТАВНЫХ ЧАСТИЦ

Поскольку основной вклад в действительную часть оптического потенциала нуклона дает хартри-фоковский член, естественно построить действительные части оптических потенциалов составных частиц в том же приближении [22].

Исследуем взаимодействие составной частицы x с массой A_x и ядра f с массой A_f . Введем координаты центра тяжести \mathbf{R}_0 всей системы, центра

тяжести \mathbf{R}_f ядра f , центра тяжести \mathbf{R}_x частицы и относительную координату \mathbf{R} :

$$\mathbf{R}_0 = \frac{A_x \mathbf{R}_x + A_f \mathbf{R}_f}{A_x + A_f}; \quad \mathbf{R}_f = \frac{\sum_{i=1}^{A_f} \mathbf{r}_i}{A_f}; \quad \mathbf{R}_x = \frac{\sum_{k=1}^{A_x} \mathbf{r}_k}{A_x}; \quad \mathbf{r} = \mathbf{R}_x - \mathbf{R}_f. \quad (110)$$

Координата нуклона i включает в себя радиус-вектор \mathbf{r}_i и мультииндекс $\alpha_i = s_i \tau_i$, где s_i , τ_i — проекции спина и изоспина нуклона на ось z . Для ядра f и частицы x введем координаты Якоби ξ_l ($1 \leq l \leq A_f - 1$); ξ_m ($1 \leq m \leq A_x - 1$) на основе формул

$$\xi_l = \sum_{i=1}^{A_f} b_{li} \mathbf{r}_i = \sum_{i=1}^{A_f} b_{li} \mathbf{y}_i; \quad (111)$$

$$\xi_m = \sum_{k=1}^{A_x} b_{mk} \mathbf{r}_k = \sum_{k=1}^{A_x} b_{mk} \mathbf{y}_k, \quad (111')$$

где

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{r}_i - \mathbf{R}_f; \quad \mathbf{y}_k = \mathbf{r}_k - \mathbf{R}_x; \quad \sum_i b_{li} = 0; \quad \sum_k b_{mk} = 0. \quad (112)$$

Для удобства выберем стандартную схему определения коэффициентов b_{li} (b_{mk}):

$$\xi_1 = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2; \quad \xi_2 = \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2} - \mathbf{r}_3; \dots; \quad \xi_{A_f-1} = \frac{\sum_{i=1}^{A_f-1} \mathbf{r}_i}{A_f-1} - \mathbf{r}_{A_f}, \quad (113)$$

когда якобиан замены при переходе от переменных \mathbf{r}_i к переменным $\mathbf{R}_f \xi_l$ ($1 \leq l \leq A_f - 1$) равен единице, а коэффициент $b_{l, A_f} = -\delta_{l, A_f - 1}$. Обратная замена переменных:

$$\mathbf{y}_i = \sum_{l=1}^{A_f-1} a_{il} \xi_l; \quad \sum_{i=1}^{A_f} a_{il} = 0; \quad a_{A_f, l} = -\frac{A_f-1}{A_f} \delta_{l, A_f-1}. \quad (114)$$

Тогда получим соотношения

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{R}_0 + \frac{A_f}{A_f + A_x} \mathbf{R} + \sum_{m=1}^{A_x-1} a_{km} \xi_m; \quad \mathbf{r}_i = \mathbf{R}_0 - \frac{A_x}{A_f + A_x} \mathbf{R} + \sum_{l=1}^{A_f-1} a_{il} \xi_l. \quad (115)$$

Рассмотрим уравнение Шредингера для оптической волновой функции Ψ_{xf} , описывающей упругое рассеяние частицы x на ядре f :

$$\left\{ \sum_{i=1}^{A_f} \frac{\hat{\mathbf{p}}_i^2}{2m} + \sum_{k=1}^{A_x} \frac{\hat{\mathbf{p}}_k^2}{2m} + \sum_{i < j=1}^{A_f} V_{ij} + \sum_{k < s=1}^{A_x} V_{ks} + \sum_{i=k}^{A_f} \sum_{k=1}^{A_x} V_{ik} - E_0 \right\} \Psi_{xf}(\mathbf{R}_0, \mathbf{R}, \xi_l, \xi_m) = 0. \quad (116)$$

Это уравнение представим в виде

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{(A_x + A_f)} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{R}_0^2} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{A_x + A_f}{A_x A_f} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{R}^2} - \frac{\hbar^2}{2m} \sum_{i=1}^{A_f} \left(\sum_{l=1}^{A_f-1} b_{il} \frac{\partial}{\partial \xi_l} \right)^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \sum_{k=1}^{A_x} \left(\sum_{m=1}^{A_x-1} b_{km} \frac{\partial}{\partial \xi_m} \right)^2 + \sum_{i < j=1}^{A_f} V_{ij} + \sum_{k < s=1}^{A_x} V_{ks} + \sum_{i=1}^{A_f} \sum_{k=1}^{A_x} V_{ik} - E_0 \right\} \Psi_{xf}(\mathbf{R}_0, \mathbf{R}, \xi_l, \xi_m) = 0. \quad (117)$$

В формулах (116), (117) для удобства опущены спиновые и изоспиновые индексы нуклонов. Волновую функцию системы будем искать в виде

$$\Psi_{xf} = e^{i\mathbf{p}_0 \mathbf{R}_0 / \hbar} \hat{A} \{ \chi_f(\xi_1, \dots, \xi_{A_f-1}) \chi_x(\xi_1, \dots, \xi_{A_x-1}) \Psi_{xf}^{\text{opt}}(\mathbf{R}) \}, \quad (118)$$

где \hat{A} — оператор антисимметризации:

$$\hat{A} = \left[\frac{(A_f + A_x)!}{A_f! A_x!} \right]^{-1/2} \sum_P (-1)^P P, \quad (119)$$

причем сумма по P включает только перестановки между нуклонами k частицы x и нуклонами i ядра f . Внутренние волновые функции ядра f и частицы являются полностью антисимметризованными и удовлетворяют уравнению Шредингера

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{i=1}^{A_f} \left(\sum_{l=1}^{A_f-1} b_{il} \frac{\partial}{\partial \xi_l} \right)^2 + \sum_{i < j=1}^{A_f} V_{ij} - \varepsilon_f \right\} \chi_f = 0. \quad (120)$$

Умножим уравнение (117) слева на функцию $\chi_f^* \cdot \chi_x^*$ и проинтегрируем по полному набору внутренних координат системы. Для членов гамильтониана (117) вида V_{ik} учтем в сумме по P (119) тождественную перестановку P_0 и перестановку P_{ik} i -го и k -го нуклонов, а для всех остальных членов (117) ограничимся только перестановкой P_0 , что соответствует учету обменных эффектов только для взаимодействующих нуклонов. Представим оператор перестановки P_{ik} в виде произведения операторов перестановок координат и квантовых чисел α нуклонов:

$$P_{ik} = P_{ik}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k) P(\alpha_i, \alpha_k). \quad (121)$$

В свою очередь, оператор перестановки координат нуклонов представим через оператор сдвига координат нуклонов

$$P_{ik}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k) = \exp \left\{ (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k) \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_k} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_i} \right) \right\}, \quad (122)$$

который можно выразить как

$$P_{ik}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k) = \exp \left\{ (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i) \left(\frac{A_x + A_f}{A_x A_f} \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} + \sum_{m=1}^{A_x-1} b_{km} \frac{\partial}{\partial \xi_m} - \sum_{l=1}^{A_f-1} b_{il} \frac{\partial}{\partial \xi_l} \right) \right\}. \quad (123)$$

Тогда уравнение (117) приведем к виду

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{A_x + A_f}{A_x A_f} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{R}^2} + \hat{V}_{xf}(\mathbf{R}) - E \right\} \Psi_{xf}^{\text{opt}}(\mathbf{R}) = 0, \quad (124)$$

где $E = \left(E_0 - \frac{p_0^2}{2m(A_x + A_f)} - \varepsilon_f - \varepsilon_x \right)$ — энергия относительного движения частицы и ядра f . В случае частицы x , имеющей равные числа протонов и нейтронов $N_x = Z_x = \frac{A_x}{2}$, потенциал \hat{V}_{xf} представляется в виде

$$\begin{aligned} \hat{V}_{xf}(\mathbf{R}) = & \int V^H(r) \rho_f(\mathbf{R} + \mathbf{y}_x - \mathbf{r}) \rho_x(\mathbf{y}_x) d\mathbf{r} d\mathbf{y}_x - \\ & - \int V^F(r) \rho_f\left(\mathbf{R} + \mathbf{y}_x - \mathbf{r}, \mathbf{R} + \mathbf{y}_x - \frac{\mathbf{r}}{A_f}\right) \rho_x\left(\mathbf{y}_x, \mathbf{y}_x - \frac{A_x - 1}{A_x} \mathbf{r}\right) \times \\ & \times \exp\left\{-\left(\frac{A_x + A_f}{A_x A_f}\right) \mathbf{r} \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}}\right\} d\mathbf{r} d\mathbf{y}_x, \end{aligned} \quad (125)$$

где потенциалы $V^H(r)$ и $V^F(r)$ выражаются через комбинации различных компонент пустотных нуклон-нуклонных потенциалов и определены в работе [16]. В формуле (125) введена одночастичная матрица плотности $\rho_{f\alpha}(\mathbf{y}, \mathbf{y}')$ ядра f (частицы x):

$$\begin{aligned} \rho_{f\alpha}(\mathbf{y}, \mathbf{y}') = & \sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_{A_f-1}} \int \chi_f^* \left(\xi_1, \dots, \xi_{A_f-2}, -\frac{A_f}{A_f-1} \mathbf{y}; \alpha_1, \dots, \alpha_{A_f-1}, \alpha \right) \times \\ & \times \chi_f \left(\xi_1, \dots, \xi_{A_f-2}, -\frac{A_f}{A_f-1} \mathbf{y}'; \alpha_1, \dots, \alpha_{A_f-1}, \alpha \right) \left(\frac{A_f}{A_f-1} \right)^3 \prod_{l=1}^{A_f-2} d\xi_l, \end{aligned} \quad (126)$$

которая переходит в одночастичную плотность $\rho_{f\alpha}(\mathbf{y})$ ядра f (частицы x) в диагональном случае $\rho_{f\alpha}(\mathbf{y}) = \rho_{f\alpha}(\mathbf{y}, \mathbf{y})$.

Заметим, что потенциал (125) симметричен относительно ядра f и частицы x и переходит в нуклон-ядерный потенциал $V_{0f}(\mathbf{R})$ при $A_x = 1$, $\rho_x(\mathbf{y}_x) = \delta(\mathbf{y}_x)$:

$$\begin{aligned} \hat{V}_{0f}(\mathbf{R}) = & \int V^H(r) \rho_f(\mathbf{R} - \mathbf{r}) d\mathbf{r} - \int V^F(r) \rho_f(\mathbf{R} - \mathbf{r}, \mathbf{r} - \mathbf{r}/A_f) \times \\ & \times \exp\left\{-\frac{(A_f + 1)}{A_f} \mathbf{r} \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}}\right\} d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (127)$$

Для сферических ядер f и частиц x разложим $\exp \{ \dots \}$ в формулах (125), (127) в ряд по степеням $\frac{\partial}{\partial \mathbf{R}}$, ограничиваясь членами второго порядка включительно. Тогда потенциалы (125), (127) можно представить в эрмитовской форме [22]:

$$\hat{V}_{xf}(\mathbf{R}) = V_{xf}^0(R) + \frac{d}{dR_\alpha} \tilde{V}_{xf}(\mathbf{R}) \frac{d}{dR_\alpha}; \quad (128)$$

$$\hat{V}_{0f}(\mathbf{R}) = V_{0f}^0(\mathbf{R}) + \frac{d}{dR_\alpha} \tilde{V}_{0f}(\mathbf{R}) \frac{d}{dR_\alpha}, \quad (128')$$

где

$$V_{xf}^0(\mathbf{R}) = \int V^H(r) \rho_f(\mathbf{R} + \mathbf{y}_x - \mathbf{r}) \rho_x(\mathbf{y}_x) d\mathbf{r} d\mathbf{y}_x - \int V^F(r) \rho_f(\mathbf{R} + \mathbf{y}_x - \mathbf{r}, \mathbf{R} + \mathbf{y}_x - \mathbf{r}/A_f) \rho_x \left(\mathbf{y}_x, \mathbf{y}_x - \frac{A_x - 1}{A_x} \mathbf{r} \right) d\mathbf{r} d\mathbf{y}_x; \quad (129)$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{xf}(\mathbf{R}) = & - \frac{(A_x + A_f)^2}{A_x A_f} \frac{1}{6} \int V^F(r) r^2 \rho_f(\mathbf{R} + \mathbf{y}_x - \mathbf{r}, \mathbf{R} + \mathbf{y}_x - \mathbf{r}/A_f) \times \\ & \times \rho_x \left(\mathbf{y}_x, \mathbf{y}_x - \frac{A_x - 1}{A_x} \mathbf{r} \right) d\mathbf{y}_x d\mathbf{r}; \end{aligned} \quad (129')$$

$$V_{0f}^0(\mathbf{R}) = \int V^H(r) \rho_f(\mathbf{R} - \mathbf{r}) d\mathbf{r} - \int V^F(r) \rho_f(\mathbf{R} - \mathbf{r}, \mathbf{R} - \mathbf{r}/A_f) d\mathbf{r}; \quad (130)$$

$$\tilde{V}_{0f}(\mathbf{R}) = - \left(\frac{A_f + 1}{A_f} \right)^2 \frac{1}{6} \int V^F(r) r^2 \rho_f(\mathbf{R} - \mathbf{r}, \mathbf{R} - \mathbf{r}/A_f) d\mathbf{r}. \quad (130')$$

Разлагая матрицу плотности частицы x в ряд по степеням r вплоть до членов второго порядка включительно

$$\begin{aligned} \rho_x \left(\mathbf{y}_x, \mathbf{y}_x - \frac{A_x - 1}{A_x} \mathbf{r} \right) = & \rho_x(\mathbf{y}_x) - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_x(\mathbf{y}_x)}{\partial y_{x\alpha}} r_\alpha + \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \rho_x(\mathbf{y}_x, \mathbf{y}'_x)}{\partial y'_{x\alpha} \partial y'_{x\beta}} r_\alpha r_\beta \left(\frac{A_x - 1}{A_x} \right)^2, \end{aligned} \quad (131)$$

подставляя это разложение в формулы (129), (130) и ограничиваясь членами второго порядка малости по r , получим

$$\begin{aligned}
 V_{xf}^0(R) = & \int V^H(r) \rho_f(\mathbf{R} + \mathbf{y}_x - \mathbf{r}) \rho_x(\mathbf{y}_x) dr d\mathbf{y}_x - \\
 & - \int V^F(r) \rho_f(\mathbf{R} + \mathbf{y}_x - \mathbf{r}, \mathbf{R} + \mathbf{y}_x - \mathbf{r}/A_f) \rho_x(\mathbf{y}_x) dr d\mathbf{y}_x - \frac{1}{6} \left(\frac{A_x - 1}{A_x} \right)^2 \times \\
 & \times \int V^F(r) r^2 \rho_f(\mathbf{R} + \mathbf{y}_x - \mathbf{r}, \mathbf{R} + \mathbf{y}_x - \mathbf{r}/A_f) \frac{\partial^2 \rho_x(\mathbf{y}_x, \mathbf{y}'_x)}{\partial \mathbf{y}'_x{}^2} \Big|_{\mathbf{y}'_x = \mathbf{y}_x} dr d\mathbf{y}_x; \quad (132)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{V}_{xf}(\mathbf{R}) = & - \frac{1}{6} \left(\frac{A_x + A_f}{A_x A_f} \right)^2 \int V^F(r) r^2 \rho_f(\mathbf{R} + \mathbf{y}_x - \mathbf{r}, \mathbf{R} + \mathbf{y}_x - \mathbf{r}/A_f) \times \\
 & \times \rho_x(\mathbf{y}_x) d\mathbf{y}_x dr. \quad (133)
 \end{aligned}$$

Если учесть, что эффективная масса нуклона $m_{0f}^*(\mathbf{R})$ связана с потенциалом \tilde{V}_{0f} соотношением

$$\frac{1}{m_{0f}^*(\mathbf{R})} = \frac{1}{m_{0f}} + \frac{2\tilde{V}_{0f}(\mathbf{R})}{\hbar^2}, \quad (134)$$

где $m_{0f} = \frac{A_f}{A_f + 1} m$, то формулы (132), (133) можно представить в виде

$$\begin{aligned}
 V_{xf}^0(R) = & \int V_{0f}^0(\mathbf{R} + \mathbf{y}_x) \rho_x(\mathbf{y}_x) d\mathbf{y}_x + \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{A_x - 1}{A_x} \right)^2 \left(\frac{A_f}{A_f - 1} \right)^2 \times \\
 & \times \int \left(\frac{1}{m_{0f}^*(\mathbf{R} + \mathbf{y}_x)} - \frac{1}{m_{0f}} \right) \frac{\partial^2 \rho_x(\mathbf{y}_x, \mathbf{y}'_x)}{\partial \mathbf{y}'_x{}^2} \Big|_{\mathbf{y}'_x = \mathbf{y}_x} d\mathbf{y}_x; \quad (135)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{V}_{xf}(R) = & \frac{(A_x + A_f)^2}{(A_f + 1)^2 A_x^2} \int \tilde{V}_{0f}(\mathbf{R} + \mathbf{y}_x) \rho_x(\mathbf{y}_x) d\mathbf{y}_x = \\
 = & \frac{(A_x + A_f)^2 \hbar^2}{2A_x^2 (A_f + 1)^2} \int \left(\frac{1}{m_{0f}^*(\mathbf{R} + \mathbf{y}_x)} - \frac{1}{m_{0f}} \right) \rho_x(\mathbf{y}_x) d\mathbf{y}_x. \quad (136)
 \end{aligned}$$

Подставляя потенциал (128) с учетом (135), (136) в уравнение Шредингера (124) и используя технику, развитую выше при анализе оптического потенциала нуклона, получим

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_{xf}} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{R}^2} + V_{xf}^{\text{opt}}(\mathbf{R}, E) - E \right\} \Psi_{xf}^{\text{opt}}(\mathbf{R}) = 0, \quad (137)$$

где

$$\text{Re } V_{xf}^{\text{opt}}(\mathbf{R}, E) = \frac{m_{xf}^*(\mathbf{R})}{m_{xf}} V_{xf}^0(\mathbf{R}) + V_{xf}^{\text{grad}}(\mathbf{R}) + \left(1 - \frac{m_{xf}^*(\mathbf{R})}{m_{xf}} \right) E; \quad (138)$$

$$\frac{1}{m_{xf}^*(\mathbf{R})} = \frac{1}{m_{xf}} + \frac{2\tilde{V}_{xf}(\mathbf{R})}{\hbar^2}, \quad (139)$$

а градиентный потенциал $V_{xf}^{\text{grad}}(\mathbf{R})$ определяется формулой с заменой $m^*(r)$ на $m_{xf}^*(R)$ и m на $m_{xf} = \frac{A_x A_f}{A_x + A_f} m$. Формулу (139) при использовании (136) можно представить в виде

$$\frac{1}{m_{xf}^*(R)} = \frac{1}{m_{xf}} + \frac{(A_x + A_f)^2}{A_x^2 (A_f + 1)^2} \int \left[\frac{1}{m_{of}^*(\mathbf{R} + \mathbf{y}_x)} - \frac{1}{m_{of}} \right] \rho_x(\mathbf{y}_x) d\mathbf{y}_x. \quad (140)$$

Иследуем подробнее свойства полученной действительной части оптического потенциала составной частицы (138). Сравним ее с аналогичным потенциалом, полученным при использовании фолдинг-процедуры с однократной сверткой [56]:

$$\text{Re } V_{xf}^{\text{opt}}(\mathbf{R}) = \int \text{Re } V_{of}^{\text{opt}}(\mathbf{R} + \mathbf{y}_x) \rho_x(\mathbf{y}_x) d\mathbf{y}_x, \quad (141)$$

где $\text{Re } V_{of}^{\text{opt}}$ — действительная часть нуклонного оптического потенциала.

Рассмотрим случай, когда частица x гораздо меньше ядра f ($A_x \ll A_f$).

Тогда в центре ядра эффективная масса составной частицы $m_{xf}^*(0)$ в A_x раз больше эффективной массы нуклона $m^*(0)$. Тогда фолдинг-потенциал (141) в центре ядра совпадает с первым членом формулы (138) при подстановке в

него первого члена формулы (135) и имеет значение $\approx 51A_x$ МэВ. В то же время эффективная масса составной частицы $m_{xf}^*(\mathbf{R})$ (140) плавно переходит к пустотному значению m_{xf} при увеличении R , но при этом имеет заметно большую диффузность в поверхностной области ядра. Градиентный член $V_{xf}^{\text{grad}}(\mathbf{R})$ для частицы x имеет поверхностный характер и качественно близок к аналогичному градиентному члену для нуклонного потенциала. Однако, поскольку глубина оптического потенциала составной частицы будет в A_x раз больше глубины нуклонного потенциала, роль градиентного члена для составной частицы в A_x раз слабее, нежели для нуклона. Энергетическая зависимость для действительной части оптического потенциала составной частицы в центре ядра близка к энергетической зависимости для оптического потенциала нуклона, поскольку $\frac{m_{xf}^*(0)}{m_{xf}} = \frac{m_{0f}^*(0)}{m_{0f}} \approx 0,7$. Но при этом из-за увеличения глубины потенциала частицы x в A_x раз по сравнению с потенциалом нуклона роль энергетического члена в формуле (138) при той же энергии будет в A_x раз слабее, нежели его роль в случае нуклона.

Наконец, рассмотрим свойства части оптического потенциала составной частицы, определяемой вторым членом формулы (135). Этот член физически соответствует изменению внутренней кинетической энергии E_x^{kin} составной частицы из-за перенормировки массы нуклонов частицы x в ядре f . В центре ядра этот член, подставленный в формулу (138), дает добавку в глубину оптического потенциала составной частицы, равную $0,28E_x^{\text{kin}}$, если оценить кинетическую энергию достаточно тяжелой частицы x ($A_x \gg 1$) как $22A_x$ МэВ, то добавка в глубину потенциала $\text{Re } V_{xf}^{\text{opt}}$ (138), определяемая перенормировкой кинетической энергии, окажется равной $6A_x$ МэВ. Тогда $\text{Re } V_{xf}^{\text{opt}}(0, 0)$ в центре ядра будет иметь глубину $-45A_x$ МэВ и заметно большую диффузность в поверхностной области ядра, нежели нуклонный оптический потенциал.

Что же касается мнимой части оптического потенциала составной частицы, то, помимо фрагментационного члена и членов, связанных с теми неупругими каналами, которые не меняют структуру составной частицы, заметную роль будут играть и неупругие каналы, связанные с возбуждением и развалом составной частицы. Поэтому глубина мнимой части оптического потенциала составной частицы будет более чем в A_x раз больше аналогичной глубины для оптического потенциала нуклона. Это, как правило,

приводит к ситуации типа «черного» ядра при рассеянии практически для всех составных частиц.

Отметим также, что хартри-фоковское приближение для упругого рассеяния составной частицы на ядре f в общем случае позволяет восстановить действительную часть оптического потенциала $V_{xf}^{\text{opt}}(\mathbf{R}, E)$ в области таких достаточно больших значений R , где частица и ядро еще слабо перекрываются, так что можно пренебречь не учитываемыми эффектами антисимметризации, поляризуемости частицы x и ядра f , а также перенормировкой взаимодействия между нуклонами из-за влияния остальных нуклонов стелквивающихся частиц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко сформулируем основные результаты работы.

1. Показано, что самосогласованный одночастичный потенциал ферми-системы совпадает с хартри-фоковским потенциалом, близок к действительной части оптического потенциала и существенно отличается от широко используемого оболочечного потенциала фермиона.

2. Продемонстрирована принципиальная роль фермион-фононных взаимодействий в механизме фрагментации квазичастиц в ферми-системах. Особую роль эти взаимодействия играют в атомных ядрах, где они заметно определяют структуру запаздывающих (нормальной и сверхтекучей) частей массового оператора. Заметим, что тем самым подтверждена идеологическая правильность квазичастично-фононной модели ядра, построенной в цикле работ [8,9].

3. Развита нелинейная схема расчета статических и динамических характеристик ферми-систем при произвольных энергиях возбуждения, хорошо зарекомендовавшая себя при анализе свойств атомных ядер.

4. Проведен последовательный анализ структуры оптических потенциалов нуклонов и составных частиц.

Представляет интерес использование развитых методов как для исследования таких непрерывных ферми-жидкостей, как ${}^3\text{He}$ и электроны в твердых телах, так и в направлении обобщения и качественного улучшения результатов теории конечных ферми-систем в применении к многоэлектронным атомам и атомным ядрам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д. — ЖЭТФ, 1956, т.30, с.1058.
2. Ландау Л.Д. — ЖЭТФ, 1957, т.32, с.59.

3. Мигдал А.Б. — Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М.: Наука, 1983.
4. Мигдал А.Б. — ЖЭТФ, 1958, т.34, с.1438.
5. Mahaux C. et al. — Phys. Rep., 1985, v.120, No.1—4, p.3.
6. Gales S., Stoyanov Ch., Vdovin A.I. — Phys. Rep., 1988, v.3, p.126.
7. Бете Г. — Теория ядерной материи. М.: Мир, 1974.
8. Соловьев В.Г. — ЭЧАЯ, 1978, т.9, с.810.
9. Малов Л.А., Соловьев В.Г. — ЭЧАЯ, 1980, т.11, с.301.
10. Кадменский С.Г. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1962, т.26, с.1194.
11. Кадменский С.Г., Рапопорт Л.П. — Изв. вузов. Физика. 1963, №5, с.43.
12. Кадменский С.Г. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1965, т.29, с.331.
13. Кадменский С.Г., Лукьянович П.Л. — ЯФ, 1989, т.49, с.384.
14. Кадменский С.Г., Лукьянович П.Л. — ЯФ, 1989, т.49, с.1285.
15. Кадменский С.Г., Лукьянович П.Л. — ЯФ, 1990, т.51, с.650.
16. Кадменский С.Г., Лукьянович П.Л., Любошиц В.В. — ЯФ, 1993, т.56, с.86.
17. Кадменский С.Г., Любошиц В.В., Шайкина А.А. — Изв. РАН, яд. физ., 1994, т.58, с.15.
18. Кадменский С.Г., Любошиц В.В., Шайкина А.А. — ЯФ, 1995, т.58, с.982.
19. Кадменский С.Г., Любошиц В.В., Шайкина А.А. — ЯФ, 1995, т.58, с.1222.
20. Кадменский С.Г., Любошиц В.В., Шайкина А.А. — ЯФ, 1995, т.58, с.1606.
21. Кадменский С.Г., Любошиц В.В. — ЯФ, 1996, т.59, с.239.
22. Kadenskii S.G. — Math. LENO XV Nucl. Div. Conf. S.-Pt., 1995, p.46.
23. Лейн А., Томас Р. — Теория ядерных реакций при низких энергиях. М.: Изд. иностр. лит., 1960.
24. Baranger M. — Nucl. Phys., 1970, v.A149, p.225.
25. Bes D. et al. — Nucl. Phys., 1977, v.A293, p.350.
26. Кузьмин В.А. — ТМФ, 1987, т.70, с.315.
27. Perey F.G. — Direct Interactions and Nuclear Reaction Mechanisms. N.Y.: Gordon and Breach, 1963, p.125.
28. Khodel V.A., Saperstein E.E., Zverev M.V. — Nucl. Phys., 1987, v.A465, p.397.
29. Кадменский С.Г. и др. — ЯФ, 1978, т.27, с.906.
30. Саперштейн Э.Е., Фаянс С.Л., Ходель В.А. — ЭЧАЯ, 1978, т.9, с.221.
31. Gullot J. et al. — Grenoble preprint, 79.03.
32. Van der Wiele A.C. et al. — Nucl. Phys., 1978, v.A297, p.61.
33. Igo G.I. et al. — Phys. Rev., 1969, v.177, p.1381.
34. Jeans A.F. et al. — Nucl. Phys., 1969, v.A128, p.229.
35. Langevin-Joliot H. — Orsay preprint, 1988, No.91, p.4006.
36. Gales S. et al. — Phys. Rev., 1985, v.C31, p.94.
37. Martin M.I. — Nucl. Data Sheets, 1977, v.B22, p.545.
38. Соловьев В.Г. — Влияние парных корреляций сверхпроводящего типа на свойства атомных ядер. М.: Госкомиздат, 1963.
39. Соловьев В.Г. — Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971.

40. Боголюбов Н.Н. и др. — Новый метод в теории сверхпроводимости. М.: Наука, 1958.
41. Кадменский С.Г. и др. — ЯФ, 1976, т.24, с.400.
42. Кадменский С.Г. и др. — ЯФ, 1978, т.27, с.906.
43. Кадменский С.Г. и др. — ЯФ, 1987, т.45, с.942.
44. Зверев М.В., Саперштейн Э.Е. — ЯФ, 1985, т.42, с.1082.
45. Абрикосов А.А., Горьков А.Н., Дзялошинский И.Е. — Методы квантовой теории поля в статистической физике. М.: Физматгиз, 1962.
46. Schwinger I., Lippmann P.A. — Phys. Rev., 1950, v.79, p.469.
47. Feshbach H., Porter C.E., Weisskopf V.F. — Phys. Rev., 1953, v.90, p.166: v.96, p.448.
48. Ходгсон П.Б. — Оптическая модель упругого рассеяния. М.: Атомиздат, 1966.
49. Wigner E.P. — Ann. Math., 1958, v.67, p.325.
50. Кадменский С.Г., Маркушев В.Г., Фурман В.И. — ЯФ, 1980, т.31, с.382.
51. Кадменский С.Г. и др. — Сильные и слабые утверждения в ядерной спектроскопии и теории ядра. Л.: Наука, 1981, с.101.
52. Mahaux C., Weidenmuller H.A. — Shell-Model Approach to Nuclear Reactions. Amsterdam, North Holland, 1969.
53. Satchler G.R. — Nucl. Phys., 1987, v.A472, p.591.
54. Bohr A., Mottelson B. — Nuclear Structure. N.Y.: W.Benjamin, 1969.
55. Levinson N. — Dan. Vid. Selsk. Mat. Fys. Medd., 1949, v.25, No.9.
56. Кадменский С.Г. и др. — ЯФ, 1969, т.10, с.730.