

ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ
ИОННО-АТОМНЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ,
АКТУАЛЬНЫЕ ДЛЯ УСКОРИТЕЛЬНОЙ
ТЕХНИКИ И АЛЬТЕРНАТИВНОЙ
ЯДЕРНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ

А.К.Каминский

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова,
НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобельцына, Москва

А.А.Васильев

Московский радиотехнический институт РАН

ВВЕДЕНИЕ	490
ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДОВ РАСЧЕТОВ ЭФФЕКТИВНЫХ СЕЧЕНИЙ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕЗАРЯДКИ В ИОННО-АТОМНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ	494
РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНЫХ СЕЧЕНИЙ ИОНИЗАЦИИ В ИОННО-АТОМНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ	499
Расчет угловых распределений ионов после ионизации в ионно-атомных столкновениях	499
Расчеты спектров электронов, выбитых при ионно-атомных столкновениях	506
Эффективные сечения многократной ионизации при ионно-атомных столкновениях	511
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	512
ПРИЛОЖЕНИЕ	514
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	515

ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ ИОННО-АТОМНЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ, АКТУАЛЬНЫЕ ДЛЯ УСКОРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ЯДЕРНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ

А.К.Каминский

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова,
НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобельцына, Москва

А.А.Васильев

Московский радиотехнический институт РАН

Кратко рассмотрены некоторые проблемы ускорительной техники, практического применения пучков протонов и ионов большой интенсивности для фундаментальных и прикладных научных исследований и ядерной энергетики, основанной на использовании пучков ускоренных частиц и подкритических реакторов, для которых необходимы детальные результаты исследований по физике ионно-атомных столкновений. Отмечены основные проблемы построения теоретических методов расчетов дифференциальных и полных эффективных сечений процессов при быстрых ионно-атомных столкновениях, когда обе сталкивающиеся частицы являются многоэлектронными системами. Приведены методы приближенного расчета угловых и энергетических распределений ионов и электронов при ионизации многоэлектронных ионов и атомов с достаточной для практических применений точностью.

Some problems of an accelerator technique and an application of high-intensity proton and ion beams for fundamental and applied scientific research and for nuclear power stations projects using accelerated particle beams and subcritical reactors are outlined. Detailed results of the fast ion-atom collision physics investigations are necessary to resolve these problems. The main problems of developing of the theoretical methods for calculations of the differential and total cross sections of the ion-atom collision processes have been discussed while both collision partners are many-electron systems. The method of approximate calculations of angular and energy distributions of ions and electrons after an ionization of many-electron ions and atoms is described while the accuracy of such calculations is sufficient for practical applications.

1. ВВЕДЕНИЕ

В ведущих ядерных и ускорительных научных центрах мира уже несколько десятилетий проводятся научно-исследовательские и проектные работы по использованию пучков протонов и ионов большой интенсивности для решения фундаментальных и прикладных научно-технических проблем, разрабатываются проекты соответствующих ускорительных комплексов. Ряд таких ускорителей построен и запущен. Первыми ускорителями протонов большой интенсивности были мезонные фабрики [1—4], в которых пучки протонов или отрицательных ионов H^- с интенсивностью порядка 1 мА ускоряются до энергии 600 ÷ 800 МэВ, при этом предусмотрена обдирка ускоренных ионов H^- для накопления и изменения временной структуры пучка.

Сведение к минимуму потерь интенсивности пучка всегда было достаточно серьезной проблемой ускорительной техники, но для ускорителей большой интенсивности эта проблема приобрела несравненно большее значение. В обычных ускорителях со сравнительно небольшой интенсивностью $I \lesssim 1$ мкА потери интенсивности даже в десятки процентов в процессе ускорения и транспортировки пучков требовали, в основном, только увеличения времени проведения эксперимента и экранировки чувствительных к радиации зон. В ускорителях высокой интенсивности при $I > 1$ мА уже много меньшие потери интенсивности несовместимы с жесткими требованиями радиационной безопасности.

Для расчетов динамики пучка, потерь пучка из-за столкновений с атомами остаточного газа требовались надежные величины эффективных сечений ионизации, перезарядки и рассеяния ускоряемых частиц при столкновениях с атомами остаточного газа. Это потребовало проведения детальных исследований процессов взаимодействия ионов пучка с атомами остаточного газа и различных перезарядных мишеней при различных энергиях ускоряемых протонов и ионов, развития достаточно точных приближенных методов расчетов соответствующих эффективных сечений, так как экспериментальные данные и расчеты по таким сечениям при энергиях $E/A \geq 10$ МэВ/нуклон носят лишь фрагментарный характер [5—12]. Улучшение вакуума в трактах ускорения и транспортировки высокоэнергетических пучков ионов сделало менее актуальной проблему точного определения эффективных сечений перезарядки и рассеяния ионов на атомах остаточного газа, так как эти сечения быстро убывают с ростом энергии.

Однако величины эффективных сечений ионизации и захвата электронов при ионно-атомных и электронно-атомных столкновениях по-прежнему важны для разработки современных ионных источников и инжекторов [13—16], а также для расчетов различных схем перезарядки и соответствую-

ющих мишеней. В разрабатываемых и уже созданных плазменных ионных источниках мощный пучок лазерного или СВЧ-излучения эффективно ионизирует атомы практически любых элементов, но весьма сложной является проблема извлечения из плазменного облака ионов большой зарядности с достаточной интенсивностью. Ионы с большим зарядом (большой степенью ионизации) в процессе вывода из плазменного облака захватывают электроны плазмы и эффективно уменьшают свой заряд, при этом теоретическая модель этого процесса пока не создана [16]. Поэтому использование перезарядных мишеней для увеличения заряда ускоряемых ионов остается актуальным при выборе оптимальной схемы ускорителей тяжелых ионов.

Величины эффективных сечений перезарядки отрицательных ионов требуются также при ускорении ионов в широко распространенных ускорителях прямого действия тандемного типа, когда на центральный электрод подается положительное напряжение, а инжектор и устройство вывода пучка находятся при нулевом потенциале. Обдирка отрицательных ионов до состояний с положительным зарядом происходит в перезарядной мишени, находящейся в центре такого ускорителя.

Выбор типа перезарядной мишени и определение ее параметров весьма существенны для конструкции ускорителя. Параметры газовой мишени определяют параметры вакуумной системы ускорителя и стоимость его эксплуатации. Эти соображения актуальны и для ускорителя другого типа, когда в инжекционном комплексе используются несколько перезарядных мишеней для последовательной обдирки ионов после соответствующих секций ускорителя, обеспечивающих дальнейшее ускорение ионов. Для этих целей требуются эффективные сечения перезарядки большого набора ионов в различных мишенях и в широком диапазоне энергий.

Проведение исследований процессов взаимодействия ионов H^- с различными атомами позволило определить необходимый вакуум в камерах проектируемой мезонной фабрики, эффективность и время жизни различных перезарядных мишеней, а также увеличение эмиттанса пучка при многократном пересечении им перезарядной мишени при многооборотной инжекции в накопитель [17—23]. В частности, было показано, что время жизни перезарядной мишени мезонной фабрики определяется накоплением радиационных повреждений в облучаемом участке, а также показана возможность перезарядной электронной диагностики пучков ионов H^- большой интенсивности [21].

В ряде институтов разрабатываются различные проекты применения интенсивных протонных и ионных пучков для инерционного управляемого термоядерного синтеза [24—28], в которых предполагается всестороннее сжатие дейтериевых и тритиевых мишеней под воздействием мощных

ионных импульсов. Создание ускорителей с требующимися для этих целей параметрами является крайне сложной проблемой, для этого требуется проведение значительных предварительных исследовательских работ, в их число входят и проблемы взаимодействия ионов пучка с мишенями. При разработке проектов электронного и лазерного вариантов инерционного УТС также являются существенными близкие по идеологии (но имеющие существенные различия) проблемы взаимодействия интенсивных пучков электронов и γ -квантов с атомами мишеней.

В токамаках пучки ионов применяются для повышения температуры плазмы. В токамаках есть также проблема сведения к минимуму понижения температуры плазмы из-за столкновений электронов с ионами, выбитыми из передней стенки.

Другим важным применением интенсивных пучков протонов и ионов легких атомов была и остается проблема создания нейтронных источников большой интенсивности [29—42] для электроядерного способа наработки и полного использования ядерного топлива, для трансмутации долгоживущих ядерных отходов АЭС и других ядерных реакторов и т.д. В ряде работ [32,34] рассмотрена возможность использования для этих целей ускоренных пучков ионов, при этом выход нейтронов выше на одну ускоренную частицу по сравнению с протонным пучком. Непосредственным развитием таких работ явились разрабатываемые в ряде институтов проекты использования интенсивных потоков нейтронов, полученных при столкновениях интенсивных пучков протонов или ионов с атомами различных мишеней, для создания подкритических ядерных реакторов с подсветкой такими нейтронами.

Использование интенсивных протонных и ионных пучков для создания энергетических ядерных реакторов в подкритическом режиме позволит решить ряд важнейших проблем безопасной работы АЭС. Проработаны некоторые физико-технические проблемы создания АЭС на подкритических реакторах, оценена экономическая конкурентоспособность таких АЭС и АЭС на традиционных реакторах [42—44]. По оценкам ряда авторов для создания АЭС мощностью порядка 1 ГВт на реакторах в подкритическом режиме требуются ускорители с энергией протонов порядка 1 ГэВ и интенсивностью порядка десятков и сотен миллиампер в зависимости от свойств реактора и величины подкритичности. Таким образом, интенсивность ускорителя для управления подкритическим реактором АЭС должна быть примерно на два порядка выше интенсивности существующих мезонных фабрик. Это еще более ужесточает требования к минимизации потерь интенсивности пучка в процессе ускорения и транспортировки.

Основной научно-технической проблемой для осуществления проектов таких АЭС является создание экономичных высокопоточных и надежных ускорителей протонов и ионов. Разработка научно-технических основ создания ускорителей с энергией около 1 ГэВ и током в десятки и сотни

миллиампер является сложной проблемой. С учетом эффективности вывода столь интенсивных ускоренных пучков предпочтение оказывается проектам линейных ускорителей с теплыми или сверхпроводящими структурами [45,46], хотя ряд авторов рассматривает и возможность применения кольцевых ускорителей или ускорителей, объединяющих свойства линейных и кольцевых [44,47—49]. При создании проектов таких ускорителей необходимо решать ряд проблем, связанных со взаимодействием ускоряемых ионов с остаточным газом, стенками ускорителя и различными мишенями.

Наряду с детальной проработкой уже устоявшихся схем ускорителей целесообразно продолжать исследование новых методов ускорения, способных, в перспективе, обеспечить существенно более высокий темп ускорения. Перспективными являются исследования взаимодействия сверхмощного лазерного излучения и интенсивного электронного пучка в связи с работами по новым ускорительным системам. Так, в одном из возможных направлений используются колебания, возникающие в плазме под воздействием лазерного излучения одного или двух близких по частоте лазеров или мощного электронного пучка. Разработка новых схем сверхмощных лазеров с мощностью в десятки тераватт инициировала работы по второму поколению плазменных ускорителей [50]. Для разработки и создания таких ускорителей требуются исследования распространения лазерного излучения и электронного пучка в плазме.

Для разработки технических проектов указанных выше реакторов необходимо проведение теоретических и экспериментальных исследований соотношения различных механизмов взаимодействия протонного или ионного пучков с материалами активной зоны, величины эффективных сечений ядерных реакций и потерь энергии на ионизацию и возбуждение атомов различных мишеней, угловые, энергетические и зарядовые распределения всех частиц после столкновений. Такие данные требуются не только для выбора энергии и интенсивности пучка ускорителя, но и для определения оптимальной конструкции мишени с учетом допустимых тепловых напряжений и т.д.

Надежные расчеты потерь энергии в ионно-атомных столкновениях требуются для большого количества научно-прикладных задач. В настоящее время имеются корректные приближенные методы расчетов потерь энергии в элементарных столкновениях простейших ионов (водорода, гелия) в разреженных газовых мишенях из легких атомов. Такие данные требуются для различных ионов в газовых мишенях различной плотности, в твердотельных и монокристаллических мишенях различной толщины с учетом эффекта плотности. В плотных средах возбужденные в предыдущем столкновении ионы не успевают выветиться к следующему столкновению, характеристики таких столкновений существенно различаются.

Ионы со слабой связью электронов (например, ионы H^- или другие отрицательные ионы) имеют размеры, сравнимые с межатомными рассто-

яниями в плотных мишенях или даже превосходящие их. Механизм процесса ионизации слабосвязанных внешних электронов металлических мишеней при взаимодействии с налетающими ионами также существенно отличается от ионизации сильносвязанных атомных электронов.

Потери энергии каналированных в монокристаллах ионов являются качественно отличными от потерь в аморфных средах. В этом случае могут оказаться полезными исследования зависимости вероятностей процессов от прицельного параметра столкновения [51,52].

Знание потерь энергии ионов в различных мишенях необходимо, в частности, для исследования радиационных повреждений и механизмов разрушения облучаемых мишеней, оценок времени жизни таких мишеней, для разработок ряда новых промышленных технологий [53]. Пучки протонов и ионов небольшой интенсивности уже длительное время используются в медицине при лечении злокачественных опухолей и для наработки ядерных изотопов [54-57].

По перечисленным выше проблемам физики ионно-атомных столкновений в литературе имеются лишь отрывочные экспериментальные данные, для развития надежных теоретических методов необходимо проведение систематических исследований.

При энергии ионов $E/A > 10$ МэВ/нуклон бóльший интерес для практических приложений в ускорительной технике представляют детальные исследования процессов ионизации, эффективные сечения захвата электронов при таких энергиях существенны лишь при решении проблем ионных источников.

Для исследования структуры и состава материалов используется метод обратного рассеяния, исследования угловых, энергетических и зарядовых распределений ионов после рассеяния в различных аморфных и монокристаллических мишенях на большие углы [58—59].

Ниже изложены методы расчетов эффективных сечений ионизации в ионно-атомных столкновениях, угловых и энергетических распределений ионов и электронов после таких столкновений, проведено сравнение с экспериментальными данными. Результаты исследований по другим упомянутым выше проблемам и смежным вопросам будут опубликованы в следующей работе.

2. ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДОВ РАСЧЕТОВ ЭФФЕКТИВНЫХ СЕЧЕНИЙ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕЗАРЯДКИ В ИОННО-АТОМНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ

Выше уже отмечалось, что для решения ряда прикладных задач необходимы значения полных и дифференциальных эффективных сечений ионизации и захвата электронов при столкновениях ионов с энергией E ,

зарядом ядра z_A , зарядом иона i_A (в широком диапазоне значений) с атомами различных мишеней. В литературе имеются лишь отрывочные экспериментальные данные по таким сечениям. Единой теории столкновений во всем диапазоне параметров не существует, ее создание наталкивается на трудности принципиального характера и на значительные вычислительные сложности.

В книге [60] приведено изложение математического аппарата основных методов теории атомных столкновений и описание используемых приближений. Однако эта книга является крайне громоздкой, она перегружена математическим формализмом. Для практических применений необходим анализ новых экспериментальных данных и разработка методов расчетов для оговоренных в начале статьи целей. Необходимость такого анализа обусловлена и тем, что абсолютное большинство исследований по физике ионно-атомных столкновений выполнено при существенно более низких энергиях, в области максимальных значений эффективных сечений исследуемых процессов, т.е. при скоростях налетающих частиц, близких к скоростям атомных электронов (для налетающих ионов это область энергий порядка 10 кэВ/нуклон). Это объясняется как доступностью соответствующих ускорителей, так и максимальной информативностью таких сечений при малых энергиях о механизмах процессов, применимости различных приближений для описания волновых функций многоэлектронных систем или, в более широком смысле, для построения теоретических приближений для решения задачи многих тел с далекодействующими потенциалами в квантовой механике.

При малых (по сравнению со скоростями атомных электронов) скоростях ионов основным теоретическим методом исследования является метод квазимолекул [61], но его изложение выходит за пределы настоящей работы. Отметим лишь корректность этого метода, электронные переходы описываются в нем по законам квантовой механики, для этого требуются достаточно трудоемкие вычисления.

Физика быстрых ионно-атомных столкновений обладает своими особенностями, позволяющими существенно продвинуться в разработке приближенных методов расчетов эффективных сечений ионизации и других процессов.

Отметим некоторые характерные свойства быстрых ионно-атомных столкновений при высоких и средних энергиях, существенные для выбора теоретических приближений, определяемые законами сохранения энергии и импульса и чисто кулоновским взаимодействием всех участвующих в столкновении частиц (атомных ядер и всех электронов налетающего иона и атома мишени).

Как правило, при процессах, связанных с перестройкой электронных оболочек, потерей или захватом электронов, быстрый налетающий ион теряет лишь незначительную часть своей энергии E и импульса \mathbf{p} ($\Delta E \ll E$ и $\Delta \mathbf{p} \ll \mathbf{p}$). Передаваемая энергия ΔE обычно сравнима по порядку величины с потенциалом ионизации соответствующей оболочки атома или иона, это составляет величины порядка десятков или сотен электронвольт для внешних оболочек, маловероятны большие потери ΔE , а также большие величины $\Delta \mathbf{p}$. Следовательно, при таких столкновениях ионы рассеиваются на малые углы $\theta \approx \Delta p / p$. Большие углы рассеяния θ соответствуют процессам, связанным с перестройкой внутренних оболочек тяжелых атомов. Отклонение ионов на значительные углы происходит лишь при рассеянии на ядрах мишени при столкновениях с малыми прицельными параметрами.

В то же время из-за медленного убывания кулоновского потенциала с расстоянием имеется заметная вероятность изменения состояний нескольких электронов в одном столкновении.

Даже при далеких столкновениях, когда изменяется состояние только одного слабосвязанного электрона, этот переход осуществляется в результате взаимодействия всех кулоновских центров, обоих ядер и всех электронов. Это значит, что расчет эффективных сечений ионно-атомных процессов всегда требует решения проблемы многих тел в квантовой механике. В настоящее время создание приближенных методов решения таких задач возможно лишь с использованием специальных моделей и приближений, пригодных лишь для ограниченной области параметров (энергии, заряда, степени ионизации и т.д.), при этом весьма сложно дать оценки точности расчетов. Развитые в ядерной физике для короткодействующих сил приближенные методы неприменимы для расчетов эффективных сечений процессов при ионно-атомных столкновениях из-за медленного убывания кулоновского потенциала.

Важной особенностью эффективных сечений ионно-атомных столкновений является наличие значительной энергетической области, где зависимость сечений от энергии может быть описана асимптотическими формулами. При скоростях ионов v , превышающих орбитальную скорость выбиваемого электрона, эффективные сечения ионизации асимптотически приближаются к зависимости v^{-2} , зависимость сечений захвата электронов от энергии является значительно более сильной.

Спиновые функции и тождественность электронов учитываются при корректном учете свойств симметрии функций начального и конечного состояний ионов и атомов, поляризационные эффекты несущественны в рамках рассматриваемых задач, а ядерные силы не участвуют во взаимодействии на расстояниях порядка $10^{-8} \div 10^{-7}$ см, дающих основной вклад в сечения.

С учетом указанных выше особенностей быстрых ионно-атомных столкновений физически корректные методы расчетов эффективных сечений ионизации основаны на использовании различных вариантов теории возмущений. Для решения рассматриваемого здесь класса задач проблемы многих частиц, обладающих спином и связанных медленно убывающим взаимодействием, необходимо ввести ряд приближений, основанных на физическом понимании задачи.

Система ион плюс атом описывается волновой функцией Ψ , являющейся решением уравнения Шредингера

$$-ih \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H\Psi. \quad (2.1)$$

В теории возмущений гамильтониан H разделяется на две части:

$$H = H_0 + U, \quad (2.2)$$

при этом H_0 описывает свободные ион и атом (их движение и структуру), а оператор взаимодействия

$$U = \frac{z_A z_B e^2}{|\mathbf{R}|} - \sum_{j=1}^{z_B} \frac{N_A e^2}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}_j|} - \sum_{l=1}^{N_A} \frac{z_B e^2}{|\mathbf{R} + \mathbf{r}_l|} + \sum_{j=1}^{z_B} \sum_{l=1}^{N_A} \frac{e^2}{|\mathbf{R} + \mathbf{r}_l - \mathbf{r}_j|} \quad (2.3)$$

описывает взаимодействие двух ядер и всех электронов с «чужим» ядром. Здесь и далее \mathbf{r}_j и \mathbf{r}_l — радиусы-векторы электронов атома мишени и иона (относительно своих ядер) соответственно, \mathbf{R} — радиус-вектор расстояния между ядрами, $N_A = z_A - i_A$ — число электронов иона.

Главная сложность задачи состоит в отсутствии точного решения уравнения

$$H_0 \Psi = E\Psi \quad (2.4)$$

и в принципиальных трудностях получения его приближенных решений. Точное решение уравнения Шредингера для волновых функций Ψ_A и Ψ_B свободных ионов и атомов существует лишь для атома водорода и водородоподобных ионов, для атомов и ионов с числом электронов $N > 1$ существуют лишь приближенные волновые функции Ψ_A и Ψ_B , построенные на различных базисах, в том числе с десятками и сотнями базисных функций. Необходимость в столь сложных функциях возникает при детальном учете электронных корреляций, смешивании конфигураций для расчетов тонких эффектов при электронных переходах (ширин тонких оптических линий, структуры мезоатомов и т.д.). Естественно, что такие расчеты являются весьма трудоемкими.

Для рассматриваемых целей важны начальное и конечное состояния налетающего иона, по состояниям электронов атома мишени можно провести суммирование. В общем случае эффективное сечение неупругого рассеяния налетающего иона выражается формулой общей теории неупругого рассеяния [62]:

$$d\sigma = \frac{M_i M_f p_f}{(2\pi\hbar^2)^2 p_i} |\langle \Phi_f | T | \Phi_i \rangle|^2 d\Omega. \quad (2.5)$$

Здесь M_i и M_f — массы рассеиваемого в телесный угол $d\Omega$ иона до и после столкновения соответственно, \mathbf{p}_i и \mathbf{p}_f — его импульсы, Φ_i и Φ_f — волновые функции начального и конечного состояний системы. При расчетах эффективных сечений ионизации вместо $d\Omega$ в (2.5) необходимо подставить интервал $d\Omega d\mathcal{E} d\omega$, так как в конечном состоянии вместе с рассеянным в телесный угол $d\Omega$ ионом выбивается в телесный угол $d\omega$ электрон с энергией \mathcal{E} .

Выражение (2.5) является точным, основная информация о процессе содержится в матричных элементах T -матрицы, именно при их расчетах делаются приближения, упомянутые выше (имеются структурные формулы разложения T -матрицы в ряд, но вопрос о сходимости ряда остается открытым). При этом для системы ион плюс атом даже построение начальной Φ_i и конечной Φ_f волновых функций возможно лишь в приближении с ограниченной точностью.

Все промежуточные расчеты удобнее проводить в системе центра масс, полагая $M_i = M_f$, пренебрегая массой электрона m по сравнению с массами иона и атома.

Основным рабочим приближением при расчетах сечений ионизации при быстрых ионно-атомных столкновениях является плосковолновое борновское приближение (PWBA), в котором волновые функции Ψ_i и Ψ_f начального и конечного состояний системы имеют вид

$$\Psi_i = \Psi_{Ai} \Psi_{Bi} \exp(i\mathbf{p}_i \mathbf{R} / \hbar), \quad \Psi_f = \Psi_{Af} \Psi_{Bf} \exp(i\mathbf{p}_f \mathbf{R} / \hbar), \quad (2.6)$$

где Ψ_A и Ψ_B — волновые функции свободных состояний иона и атома соответственно.

Для практических расчетов эффективных сечений ионизации в быстрых ионно-атомных столкновениях желательно построить такие функции Ψ_A и Ψ_B , которые позволят получить приближенные значения сечений ионизации при сравнительно небольшой трудоемкости расчетов и с достаточной для практических применений точностью (естественно, что такие функции неприменимы для расчетов тонких эффектов, упомянутых выше).

Для этого являются оптимальными функции Ψ_A и Ψ_B в виде линейных комбинаций [63]:

$$\Psi_A(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{N_A}) = \sum_t \alpha_t \prod_{j=1}^{N_A} \Psi_j(z_j, \mathbf{r}_j) \chi_j(m_{sj}) \quad (2.7)$$

одноэлектронных кулоновских волновых функций

$$\Psi_j(z_j^*, \mathbf{r}_j) = R_{nl}(z_j^*, r_j) Y_{lm}(\theta_j, \varphi_j) \quad (2.8)$$

и спиновых функций $\chi_j(m_{sj})$.

Коэффициенты α_t выбираются такими, чтобы Ψ_A и Ψ_B соответствовали квантовым числам основного состояния иона и атома: полному моменту J , орбитальному моменту L и спину S , при этом обеспечиваются необходимые свойства симметрии и соблюдение принципа Паули [64]. Величины коэффициентов α_t состоят из комбинаций соответствующих коэффициентов векторного сложения моментов, мы не приводим их здесь для краткости.

Функции (2.8) взаимно ортогональны за счет ортогональности сферических функций $Y_{lm}(\theta_j, \varphi_j)$. Исключение составляют ns -состояния, для которых необходима дополнительная ортогонализация. В то же время радиальные функции $R_{nl}(z_{nl}^*, r)$ для различных оболочек не являются ортогональными, так как они отличаются значениями эффективных зарядов z_{nl}^* .

Отметим, что в этом приближении оператор (2.3) является одночастичным по отношению к электронам ионизируемого иона A , поэтому в первом порядке приближения возможно изменение состояния (в том числе и вырывание в непрерывный спектр) только одного электрона. Эффективное сечение многократной ионизации в этом приближении равно нулю, оно в этом приближении может быть описано лишь более громоздкими формулами более высоких порядков.

3. РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНЫХ СЕЧЕНИЙ ИОНИЗАЦИИ В ИОННО-АТОМНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ

3.1. Расчет угловых распределений ионов после ионизации в ионно-атомных столкновениях. Дифференциальное по углу рассеяния θ налетающего иона A эффективное сечение $d\sigma_A/d\Omega$ ионизации при столкновении с атомом B (т.е. после выбивания из иона A электрона из начального состояния $|nlm\rangle |1/2m_s\rangle$ в непрерывный спектр) в описанном выше приближении имеет вид [63]:

$$\frac{d\sigma_A}{d\Omega} = \frac{d\sigma_A^{el}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_A^{in}}{d\Omega}, \quad (3.1)$$

$$\frac{d\sigma_A^{el}}{d\Omega} = \frac{4a_0^2 z_B^2 M^2}{z_A^*{}^4 m^2} \int \left[1 - \frac{N_B}{z_B} F_B(q) \right]^2 \frac{v' \eta_{nlm}(q, k) dk}{v q^4}, \quad (3.2)$$

$$\frac{d\sigma_A^{in}}{d\Omega} = \frac{4a_0^2 N_B M^2}{z_A^*{}^4 m^2} \int S_B(q) \frac{v' \eta_{nlm}(q, k) dk}{v q^4}. \quad (3.3)$$

Суммирование выражений (3.1)—(3.3) по начальным состояниям выбиваемых из иона N_A электронов дает угловое распределение ионов A после ионизации (потери любого из N_A электронов иона A), а интегрирование этой суммы по импульсу k и углу Ω дает полное сечение σ ионизации иона при столкновении с атомом B . Здесь и далее использованы обозначения: $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$, M — приведенная масса сталкивающегося иона A и атома B , v и v' — их относительные скорости до и после столкновения, q — изменение импульса налетающего иона, k — импульс электрона в системе координат, связанной с ионом A , $\eta_{nlm}(q, k)$ — проинтегрированный по углу χ вылета выбитого электрона квадрат модуля матричного элемента $\mathcal{E}_{nlm}(q, \mathbf{k})$ перехода электрона из состояния $|nlm\rangle$ в непрерывный спектр, m — масса электрона, $a_0 = 5,29 \cdot 10^{-9}$ см — боровский радиус, z_A^* — эффективный заряд ионизуемой оболочки иона A , величины q и k даны в единицах $z_A^* h a_0^{-1}$.

Связь угла рассеяния θ с величинами q и k определяется законами сохранения, подробнее об этом будет сказано ниже.

Формфакторы $F_B(q)$ и $S_B(q)$ определяются [65] только электронной структурой атома (или иона) B , описываемой его начальной функцией $\Psi_{Bi}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{N_B})$:

$$F_B(q) = N_B^{-1} \sum_{j=1}^{N_B} \int |\Psi_B|^2 \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}_j/h) d\mathbf{r}, \quad (3.4)$$

$$S_B(q) = N_B^{-1} \left[\sum_{i \neq s}^{N_B} \int |\Psi_B|^2 \exp(i\mathbf{q}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_s)/h) d\mathbf{r} - |N_B F_B(q)|^2 \right]. \quad (3.5)$$

Интегрирование в (3.4), (3.5) ведется по всем радиусам-векторам \mathbf{r}_j всех N_B электронов атома B .

Для многих атомов и ряда ионов в литературе имеются таблицы [66—69], в которых приведены формфакторы $F_B(q)$ и $S_B(q)$, вычисленные с различными волновыми функциями. Однако для использования более удобны аналитические выражения для $F_B(q)$ и $S_B(q)$, для атомов с $z_B \leq 7$ и ионов

с $N_B \leq 7$ такие аналитические выражения приведены и обсуждены в [59]. Вычисленные с использованием волновых функций (2.7), (2.8) выражения для $F_B(q)$ и $S_B(q)$, для атомов с $z_B \leq 10$ и ионов с $N_B \leq 10$ имеют вид [70]:

$$F(q) = N^{-1}[N_{1s}L(1s, 1s) + N_{2s}L(2s, 2s) + N_{2p_0}L(2p_0, 2p_0) + N_{2p_1}L(2p_1, 2p_1)], \quad (3.6)$$

$$S(q) = N^{-1}[N - a_1L^2(1s, 1s) - a_2L^2(2s, 2s) - a_3L^2(1s, 2s) - a_4L^2(2p_0, 2p_0) - a_5L^2(2p_1, 2p_1) - a_6L^2(1s, 2p_0) - a_7L^2(2s, 2p_0) - a_8L(2p_0, 2p_0)L(2p_1, 2p_1)]. \quad (3.7)$$

Величины одночастичных матричных элементов

$$L(nlm, n'l'm') = \int \Psi_{nlm}^*(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}/\hbar} \Psi_{n'l'm'}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3.8)$$

приведены в [70] и ниже в приложении.

Коэффициенты N_{1s} и N_{2s} являются числами электронов в $1s$ - и $2s$ -оболочках рассматриваемых ионов или атомов соответственно. Коэффициенты N_{2p_0} и N_{2p_1} равны:

$$N_{2p_0} = (N - 4)/3, \quad N_{2p_1} = 2(N - 4)/3. \quad (3.9)$$

При получении величин (3.9) учтено, что матричные элементы (8) с $m = +1$ и $m = -1$ равны, запрещены лишь переходы с различными значениями m .

Значения коэффициентов a_i в (3.7) для различных ионов приведены в таблице, при этом пустые клетки в таблице означают нулевые значения соответствующих коэффициентов.

Таблица. Значения коэффициентов a_i в формуле (3.7) для неупругого формфактора $S(q)$ для иона или атома с $N \leq 10$

N	Терм	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
1	$^2S_{1/2}$	1							
2	1S_0	2							
3	$^2S_{1/2}$	2	1	2					
4	1S_0	2	2	4					
5	$^2P_{1/2}$	2	2	4	1/9	4/9	2/3	2/3	4/9
6	3P_0	2	2	4	4/9	10/9	4/3	4/3	4/9
7	$^4S_{3/2}$	2	2	4	1	2	2	2	
8	3P_2	2	2	4	10/9	22/9	8/3	8/3	4/9
9	$^3P_{3/2}$	2	2	4	13/9	28/9	10/3	10/3	4/9
10	1S_0	2	2	4	2	4	4	4	

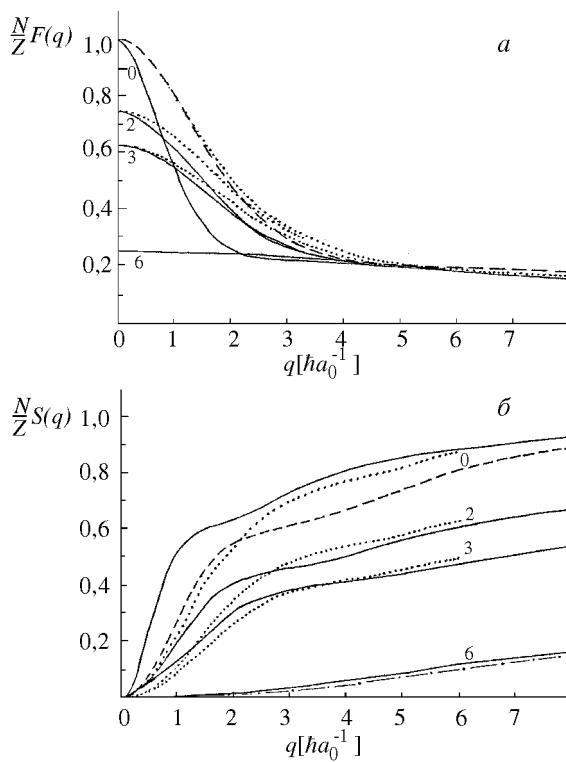


Рис.1. Величины $NZ^{-1}F(q)$ (а) и $NZ^{-1}S(q)$ (б) для атома кислорода и его ионов. Сплошные кривые соответствуют расчетам с z_{nl}^* из энергий связи подболочек [72,73], пунктир — расчет для атома кислорода с вариационными z_{nl}^* [71]. Точечные кривые — данные [69], штрихпунктир — данные из [71а]. Заряды ионов указаны около кривых

На рис. 1 приведены формфакторы $F_B(q)$ и $S_B(q)$ атома кислорода O и ионов O^{+2} , O^{+3} , O^{+6} , вычисленные в различных приближениях. Табулированные в [69] формфакторы для легких атомов лучше согласуются с вычисленными по аналитическим выражениям из [70] с вариационными значениями z_{nl}^* из [71], чем с полученными из энергии связи [72,73].

При анализе влияния упругого формфактора $F_B(q)$ на сечения удобно вместо $F_B(q)$ рассматривать входящую в (3.2) величину

$$U_i(q) = \left[1 - \left(N_i / z_i \right) F_i(q) \right]^2. \quad (3.10)$$

Отметим некоторые характерные свойства $U_i(q)$ и $S_i(q)$ для атомов и ионов.

Для любых ионизирующих атомов или ионов $U_i(q) \rightarrow 1$ при больших q , что объясняется малой экранировкой ионизирующего ядра его электронами при больших углах рассеяния.

При далеких столкновениях с малыми q экранировка ядра B зависит от степени ионизации $(z_B - N_B)$. При атомно-атомных столкновениях экранировка ядер при малых q является полной и при $q \rightarrow 0$ выполняется приближение $U_i(q) \approx \alpha q^4$. Если ионизирующим ионом является ион с зарядом $(z_i - N_i)$, то при малых q величина $U_i(q)$ стремится не к нулю, как для атома, а к величине $(z_i - N_i)^2 / z_i^2$, следовательно, при далеких столкновениях $d\sigma/d\Omega$ соответствует ионизации ядром с зарядом $(z_i - N_i)$.

На кривых $U_i(q)$ и $S_i(q)$ проявляется оболочечная структура ионизирующего атома или иона, это приводит к характерным перегибам при средних значениях q . Величины $S_i(q)$ более чувствительны к выбору волновых функций, чем $U_i(q)$ и $F_i(q)$.

Из определения передачи импульса q следует соотношение

$$q^2 = \frac{a_0^2 M^2}{z_i^2 h^2} (v^2 + v'^2 - 2vv' \cos \theta). \quad (3.11)$$

Величина v' определяется законом сохранения энергии

$$v^2 - v'^2 = 2\Delta E M^{-1}. \quad (3.12)$$

Изменение энергии ΔE при столкновении принимается равным выражению

$$\Delta E = I_A + k^2 z_A^2 h^2 / 2ma_0^2 \quad (3.13)$$

при расчетах квазиупругой части сечения (3.2) и равным

$$\Delta E = I_A + \bar{I}_B + k^2 z_A^2 h^2 / 2ma_0^2 \quad (3.14)$$

для квазиупругой части (3.3). Здесь через I_A обозначена энергия связи вырываемого из иона A электрона, через \bar{I}_B обозначена средняя энергия возбуждения атома B .

В отличие от энергии связи I_A и I_B электрона в ионе и атоме соответственно, величина \bar{I}_B не является строго определенной. Вычисленные по приведенным выше формулам величины $d\sigma/d\mathcal{E}d\Omega$ и полные сечения σ ионизации слабо зависят от выбора \bar{I}_B , при расчетах могут быть использованы средние ионизационные потенциалы из [74]. В то же время при расчете электронных спектров $d\sigma^2/d\mathcal{E}d\omega$, рассматриваемых ниже, использование правила сумм [65] дает удовлетворительное совпадение с расчетами с непосредственным суммированием по состояниям ионизирующего атома при выборе величины \bar{I}_B в виде выражения [75]:

$$\bar{I}_B = I_B + k^2 z_A^2 \hbar^2 / 2ma_0^2. \quad (3.15)$$

Формулы (3.11)—(3.15) приведены в нерелятивистском приближении, в [22] даны формулы для дифференциальных сечений ионизации в умеренно релятивистской области энергии сталкивающихся ионов при $E/A \leq 1$ ГэВ/нуклон.

Аналитические выражения для величин $\eta_{nlm}(q, k)$ для K -, L - и M -электронов приведены в [76-78]. Эти величины полностью определяют эффективное сечение ионизации заряженной частицей (при этом $F_B(q) = S_B(q) = 0$), они связаны выражением

$$\frac{dF(q, \Delta F)}{d(\Delta E)} = \frac{\Delta E}{I_0} (qa_0)^{-2} \eta_{nlm}(q, k) \quad (3.16)$$

с так называемой плотностью обобщенных сил осциллятора $\frac{dF(q, \Delta F)}{d(\Delta E)}$, достаточно подробно исследованной теоретически и экспериментально [79] для вырывания K -электрона. Плотность обобщенных сил осциллятора обычно изображается в виде поверхности Бете $F(x, y)$ в трехмерном пространстве (по оси x отложены величины $\Delta E/I_0$, по оси y — величины $\ln [(qa_0)^2]$).

Отметим здесь лишь две качественные особенности поверхности Бете, подробно описанные в [79].

Поверхность имеет ярко выраженный максимум при малых x и y и быстро убывает с ростом x и y . Этот максимум соответствует рассеянию на малые углы θ и может быть экспериментально исследован по фотоионизации. Форма теоретически вычисленного максимума зависит от точности используемых волновых функций начального и конечного состояний выбиваемого электрона.

Второй особенностью поверхности Бете является наличие хребта при не слишком малых k (при $(qa_0)^2 = \Delta E/I_0$). Это соответствует близким столкновениям ионизирующей частицы с выбиваемым электроном, называемым бинарными столкновениями. Точность их описания сравнительно слабо зависит от используемых волновых функций.

Характерные особенности угловых распределений $d\sigma/d\Omega$ ионов после ионизации при ионно-атомных столкновениях видны из приведенных на рис.2 из [63] результатов расчета величин $d\sigma/d\Omega$ для атомов водорода и протонов с энергией $E = 2$ МэВ после столкновений с атомами углерода и водорода. Для сравнения приведены сечения $d\sigma_y/d\Omega$ упругого рассеяния атомов водорода и протонов на ионах и атомах углерода и сечение

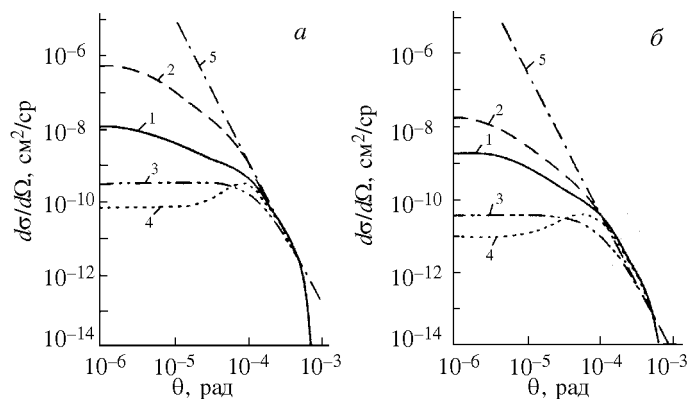


Рис.2. Угловые распределения $d\sigma_A/d\Omega$ атомов водорода и протонов с энергией $E = 2$ МэВ после столкновений с атомами мишени: углерода (а) и водорода (б). Кривые 1,2 — $d\sigma_A/d\Omega$ для ионизации атома водорода при столкновении с атомом и ядром мишени соответственно, кривые 3 — $d\sigma_{Ry}/d\Omega$, 4 — $d\sigma_M/d\Omega$, 5 — $d\sigma_R/d\Omega$

$d\sigma_M/d\Omega$ рассеяния на модельном потенциале. При этом сечение $d\sigma_y/d\Omega$ описывает упругое рассеяние налетающего атома, по конечным состояниям рассеивающего атома проведено суммирование, следовательно,

$$\frac{d\sigma_y}{d\Omega} = \frac{d\sigma_R}{d\Omega} \left[U_A(q)U_B(q) + \left(\frac{q}{q'} \right)^4 U_A(q)(N_B z_B^{-1})S_B(q') \right]. \quad (3.17)$$

Здесь $d\sigma_R/d\Omega$ — резерфордское сечение рассеяния ядра A на ядре B , величины $U_A(q)$ и $U_B(q)$ определены формулой (3.10) для налетающего иона или атома A и ионизирующего атома (или иона) B , q и q' определены формулами (3.11)—(3.15) при $I_A = 0$ и $k = 0$.

Для эффективных сечений $d\sigma/d\Omega$ ионизации можно выделить три характерные области [63] углов θ . При малых углах θ сечение ионизации $d\sigma/d\Omega$ превышает сечение $d\sigma_y/d\Omega$ упругого рассеяния иона A на атоме B , и оно тем больше, чем больше степень ионизации мишени.

При $\theta > \theta_1$, где $\theta_1 = mv_0 z^*(Mv)^{-1}$, величины $d\sigma/d\Omega$ близки к резерфордскому. Начиная с некоторого значения θ_2 , вычисленные $d\sigma/d\Omega$ сильнее

убывают с ростом θ , чем резерфордовские $d\sigma_R/d\Omega$, но при больших углах изложенный выше метод становится неприменимым, так как при таких близких столкновениях нельзя описывать относительное движение ядер A и B плоскими волнами в (2.6). Существуют методы учета этого эффекта (искажения плоских волн или отклонения траектории налетающего иона от прямолинейной в терминах классического описания), однако для рассматриваемого здесь класса задач этот эффект не является существенным, так как при столь больших углах рассеяния сечение ионизации на много порядков меньше значений сечений при малых углах θ .

Сравнение сечений ионизации атомов водорода с энергией 2 МэВ на атомах водорода и углерода [63] с аналогичными расчетами [80] при $E = 300$ кэВ показывает, что величина интервала $\theta_1 < \theta < \theta_2$ растет с увеличением скорости столкновения.

При $v \leq z_{nl}^* v_0$ угол θ_2 стремится к θ_1 , и резерфордовский участок в сечении отсутствует. При больших скоростях столкновения $v > z_{nl}^* v_0$ угловые распределения упругорассеянных ионов заметно шире распределений сечений для ионизации внешней оболочки.

Интегрирование выражений (3.1)—(3.3) по углу Ω и суммирование их по оболочкам $|nlm\rangle$ дает полное сечение σ в ионно-атомных столкновениях. Удовлетворительное согласие вычисленных в первом борновском приближении сечений для столкновений протонов и атомных ядер с атомами мишени с экспериментальными данными при энергиях $E/A > 1$ МэВ/нуклон было известно ранее [79] и послужило дополнительным стимулом для развития изложенной выше схемы расчета дифференциальных сечений ионизации при быстрых ионно-атомных столкновениях.

3.2. Расчеты спектров электронов, выбитых при ионно-атомных столкновениях. Изложенное выше приближение было использовано в ряде работ, цитированных в [63], для расчетов дважды дифференциальных по энергии \mathcal{E} и углу вылета $d\omega = \sin\chi d\chi d\varphi$ электрона при ионно-атомных столкновениях.

Отметим, что при расчетах величин $d^2\sigma/d\mathcal{E} d\omega$, $d\sigma/d\mathcal{E}$, $d\sigma/d\omega$ и при ионно-атомных столкновениях необходимо учитывать неразличимость электронов, выбитых из двух атомов или ионов A и B , обладающих собственными электронами. В общем случае тождественность электронов значительно усложняет расчет электронных спектров.

Однако при быстрых ионно-атомных столкновениях удастся построить приближенную модель для расчетов электронных спектров на основе имеющейся информации по структуре дважды дифференциальных сечений ионизации атомов заряженными частицами (электронами, протонами, атомными

ядрами). Выше уже отмечалось, что структура $d^2\sigma/d\mathcal{E}d\omega$ при ионизации атомов быстрыми заряженными частицами определяется, в основном, структурой величины квадрата модуля матричного элемента $\mathcal{E}_{nlm}(q, \mathbf{k})$ или плотности обобщенных сил осциллятора (3.16). Эта структура характеризуется наличием ярко выраженного максимума при $\mathcal{E} \rightarrow 0$ и менее интенсивного хребта при скоростях выбитых электронов v_e , близких к значениям $v_e = 2v \cos \chi$, где v — скорость ионизирующей частицы.

При этом атом мишени обычно покоится, и система координат, связанная с ядром ионизируемого атома, совпадает с лабораторной системой, т.е. $\mathcal{E} = \mathcal{E}_L$. В ионно-атомных столкновениях последнее замечание справедливо для электронов, выбитых из атома мишени, а выбитые из налетающего иона электроны обладают значительной переносной скоростью. Поэтому значительная часть электронов, выбитых из атома мишени, существенно отличается по скорости в лабораторной системе от электронов, выбитых из налетающего иона. Более детальный анализ такого разделения электронов по скоростям будет проведен ниже при рассмотрении конкретных результатов.

Такое разделение электронов по скоростям позволило предложить следующую модель расчетов электронных спектров при быстрых ионно-атомных столкновениях [22,81,82,63].

Дважды дифференциальное сечение ионизации атома мишени B налетающим ионом A вычисляется по формулам:

$$\frac{d^2\sigma_B}{d\mathcal{E}d\omega} = \frac{d^2\sigma_B^{el}}{d\mathcal{E}d\omega} + \frac{d^2\sigma_B^{in}}{d\mathcal{E}d\omega}, \quad (3.18)$$

$$\frac{d^2\sigma_B^{el}}{d\mathcal{E}d\omega} = \frac{2a_0^2 z_A^2 v_0^2}{I_0 z_B^* v^2} \int_{q_{\min}}^{q_{\max}} \left[1 - \frac{N_A}{z_A} F_A(q) \right]^2 kq^{-3} dq \int_0^{2\pi} \mathcal{E}_{nlm}^2(q, \mathbf{k}) d\varphi, \quad (3.19)$$

$$\frac{d^2\sigma_B^{in}}{d\mathcal{E}d\omega} = \frac{2a_0^2 N_A v_0^2}{I_0 z_B^* v^2} \int_{q_{\min}}^{q_{\max}} S_A(q) kq^{-3} dq \int_0^{2\pi} \mathcal{E}_{nlm}^2(q, \mathbf{k}) d\varphi. \quad (3.20)$$

Здесь $I_0 = 13,6$ эВ, $v_0 = 2,19 \cdot 10^8$ см/с, через φ обозначен азимутальный угол рассеяния налетающего иона относительно плоскости $(\mathbf{k}\mathbf{v})$.

Существенным отличием формул (3.18)—(3.20) от формул (3.1)—(3.3) является то, что в (3.2) и (3.3) могут быть использованы проинтегрированные по углам вылета электрона выражения $\eta_{nlm}(q, k)$, в формулах (3.19) и (3.20) необходимо использовать не проинтегрированные по углам вылета

электрона матричные элементы $\mathcal{E}_{nlm}(q, \mathbf{k})$. В формулах (3.19), (3.20) действительны соотношения (3.11)—(3.13), только выражение (3.13) для ΔE заменяется выражением (3.14), как отмечено выше.

Матричный элемент $\mathcal{E}_{nlm}(q, \mathbf{k})$, вычисленный по кулоновским волновым функциям, зависит от переменных q , k и угла γ между векторами \mathbf{q} и \mathbf{k} , определенного соотношением

$$\cos \gamma = \cos \theta_q \cos \chi + \sin \theta_q \sin \chi \cos \varphi, \quad (3.21)$$

здесь θ_q — угол между векторами \mathbf{v} и \mathbf{q} , а

$$\cos \theta_q = \frac{z_B^* v_0 \left[M \Delta E (I_0 z_B^*)^{-1} + q^2 m \right]}{2mvq}. \quad (3.22)$$

Затем по приведенной выше процедуре вычисляется дважды дифференциальное сечение $d^2\sigma_A/d\mathcal{E}d\omega$ в системе координат, связанной с налетающим ионом A . Для этого в формулах (3.19), (3.20) только меняются местами индексы A и B и при расчетах подставляются соответствующие константы, формфакторы и матричные элементы, и полученное значение $d^2\sigma_A/d\mathcal{E}d\omega$ в движущейся системе координат преобразуется по формуле [83]:

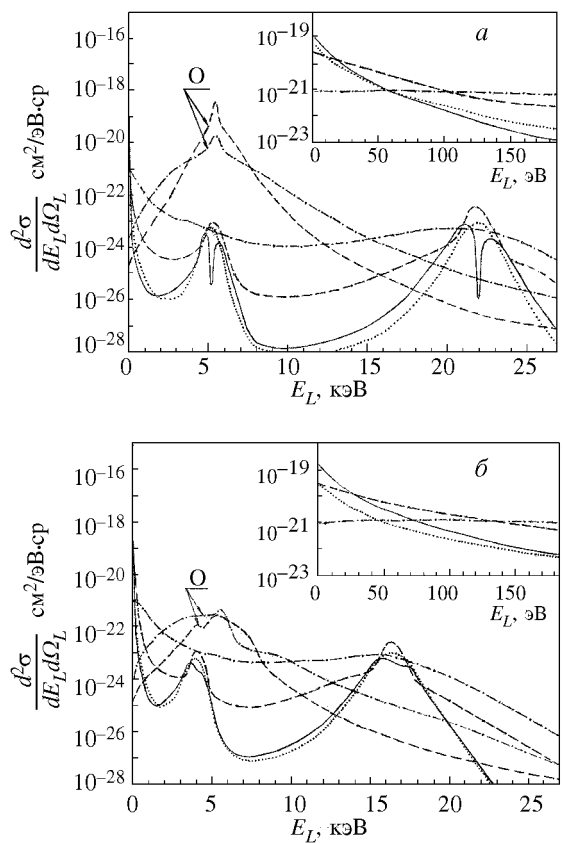
$$\frac{d^2\sigma_A}{d\mathcal{E}_L d\omega_L} = \frac{v_L}{v_e} \frac{d^2\sigma_A}{d\mathcal{E} d\omega}. \quad (3.23)$$

Если выражения (3.19) и (3.20) указывают на заметное разделение электронов из A и B по энергиям \mathcal{E}_L , то можно принять суммарный электронный спектр равным

$$\frac{d^2\sigma}{d\mathcal{E}_L d\omega_L} = \frac{d^2\sigma_A}{d\mathcal{E}_L d\omega_L} + \frac{d^2\sigma_B}{d\mathcal{E}_L d\omega_L}. \quad (3.24)$$

По изложенному выше методу были вычислены величины $d^2\sigma/d\mathcal{E}d\omega$ для столкновений ряда легких атомов и ионов при различных энергиях [22,63,75,80-82], исследована зависимость сечений от начального состояния $|nlm\rangle$ вырываемого электрона от энергии и структуры ионизирующего иона, а также применимость правила сумм. Сравнение вычисленных в [81] величин $d^2\sigma/d\mathcal{E}d\omega$ для ионизации атомов азота протонами с энергией $E = 1,7$ МэВ с экспериментальными данными из [84] показало применимость изложенного выше приближения для количественного описания дважды дифференциальных сечений ионизации атомов заряженными частицами даже при столь небольших энергиях. Применимость предположения о

Рис.3. Зависимости сечений $\frac{d^2\sigma_A}{d\mathcal{E}_L d\omega_L}$ и $\frac{d^2\sigma_B}{d\mathcal{E}_L d\omega_L}$ от энергии при столкновении иона O^{+4} с энергией $E/M = 10$ МэВ/нуклон с атомом углерода мишени. Угол вылета электрона равен 1° (а) и 30° (б). Сплошные кривые соответствуют сечению $\frac{d^2\sigma_B}{d\mathcal{E}_L d\omega_L}$ вырывания электрона из начального состояния $2p_0$ атома углерода, точечная — из состояния $2p_1$, пунктирная — из $2s$, штрихпунктирная — из $1s$ соответственно. Буквой *O* обозначены соответствующие кривые для сечений $\frac{d^2\sigma_A}{d\mathcal{E}_L d\omega_L}$ для выбивания электрона из иона O^{+4} .



суммировании электронных спектров из налетающего иона *A* и атома *B* мишени по формулам (3.22), (3.23) продемонстрирована совпадением (с точностью до множителя 2) вычисленных [22] и измеренных в [85] величин $d^2\sigma/d\mathcal{E}_L d\omega_L$ в широком диапазоне энергий \mathcal{E}_L и углов χ_L .

Отметим общие характерные черты спектров электронов, выбитых в быстрых ионно-атомных столкновениях, показанные на рис.3 из [86] величинами $d^2\sigma/d\mathcal{E}_L d\omega_L$ для столкновения иона O^{+4} с $E/A = 10$ МэВ/нуклон с атомом углерода.

Во всех ионно-атомных столкновениях в электронных спектрах имеются узкие максимумы при малых энергиях $\mathcal{E}_L \rightarrow 0$ выбитых электронов. Эти максимумы формируются из электронов, выбитых из атомов неподвижной мишени при далеких столкновениях с малой передачей энергии. Аналогичные максимумы наблюдаются при ионизации атомов атомными ядрами.

Распределение электронов в этих максимумах по углам χ_L вылета электронов является практически изотропным, а величина максимума растет с ростом заряда иона ($z_A - N_A$).

Второй характерной особенностью электронных спектров является наличие второго ярко выраженного максимума при скорости v_L выбитых электронов, равной скорости v налетающего иона. Этот максимум формируется из электронов, выбитых из налетающего иона, и характеризуется выраженной анизотропией, число электронов быстро убывает с ростом угла χ_L . Аналогичный максимум отсутствует в спектрах электронов, выбитых при ионизации атомов ядрами.

Резкое различие характера этих двух максимумов позволяет полностью разделить электроны, выбитые из различных партнеров столкновения, и свидетельствует о хорошей точности выражения (3.24) для таких электронов. Отметим также, что разделение этих двух максимумов становится более глубоким с ростом скорости v налетающего иона.

Следующей характерной особенностью электронных спектров является наличие двух характерных хребтов. Первый расположен при $v_L = 2v \cos \chi_L$ и соответствует электронам, выбитым из внешних оболочек атома мишени за счет их близких (бинарных) столкновений с ядром налетающего иона. Второй хребет расположен при $v_L = v \cos \chi_L$ и формируется электронами, выбитыми из внешних оболочек атома мишени при близких столкновениях с электронами налетающего иона.

С ростом энергии E налетающего иона провалы между различными максимумами увеличиваются, улучшается разделение перечисленных выше групп электронов. С ростом энергии связи удаленного электрона (при переходе к внутренним оболочкам) это разделение ухудшается, структура спектров становится менее выраженной. При вырывании электронов из состояния $|210\rangle$ (или $2p_0$) на бинарных максимумах (хребтах) при $v_L = 2v \cos \chi_L$ имеются характерные провалы (inverted peaks), объясняемые отрицательной четностью состояния. Глубина этих провалов уменьшается с ростом угла χ_L . Из сказанного выше следует, что лишь при $v_L \approx v$ и $\chi_L \rightarrow 0$ электроны из бинарного максимума при $v_L = v \cos \chi_L$ из атома B мишени попадают в ту же область \mathcal{E}_L и χ_L , что и электроны, выбитые из налетающего иона A . Но это лишь крайне малая часть электронов, выбитых из атома B , поэтому для абсолютного большинства электронов выполняется условие применимости формулы (3.23).

Успешные исследования дифференциальных сечений ионизации стимулировали начало работ по исследованию [87-89] трижды дифференциальных эффективных сечений $d^3\sigma/d\mathcal{E}d\omega d\Omega$.

3.3. Эффективные сечения многократной ионизации при ионно-атомных столкновениях. Систематические исследования процессов многократной ионизации в одном столкновении только начинаются [90-98]. Изложенный выше метод расчета сечений однократной ионизации неприменим непосредственно для расчетов сечений многократной ионизации, так как оператор взаимодействия (2.3) является одночастичным по отношению к выбиваемому электрону. А использование второго борновского приближения сталкивается с очень сложными вычислительными проблемами. Поэтому предложены две схемы полуколичественного расчета сечений двукратной ионизации в одном столкновении.

Первая схема состоит в преобразовании [51] формул (3.2), (3.3) для дифференциального сечения $d\sigma/d\omega$ однократной ионизации в квазиклассическую вероятность $W(x)$ ионизации в зависимости от прицельного параметра x , после чего вероятность двукратной ионизации $W(x)$ приравняется произведению:

$$W^{(2)}(x) = W_1(x)W_2(x). \quad (3.25)$$

Эффективное сечение двукратной ионизации σ_2 вычисляется в этом приближении путем интегрирования (3.25) по x :

$$\sigma_2 = 2\pi \int W^{(2)}(x)xdx \quad (3.26)$$

и суммирования по наборам пар электронов. Проведенное в [90] сравнение вычисленных по этому методу сечений σ_2 для двукратной ионизации атомов гелия протонами показало качественное согласие с экспериментальными данными из [95] при энергии протонов $E \geq 10$ кэВ. Отметим, что и расчеты, и экспериментальные данные указывают на более быстрое убывание σ_2 с ростом энергии E ионизирующей частицы, чем характерная для σ однократной ионизации пропорциональность E^{-1} .

Вторая схема расчета сечений двукратной ионизации предполагает вырывание в непрерывный спектр электрона из внутренней оболочки (при сохранившихся во внешних оболочках электронах) с последующей передачей энергии возбуждения одному из электронов (или даже двум) из внешних оболочек, что приводит к вырыванию внешнего электрона в непрерывный спектр. При таком механизме двукратной ионизации вероятность процесса равна вероятности однократной ионизации внутренней оболочки атома, умноженной на вероятность именно такого перехода из образовавшегося возбужденного состояния с последующим вылетом второго электрона. Для такого механизма зависимость сечения σ_2 от энергии E ионизирующей частицы будет более медленной, близкой к E^{-1} . Очевидно также, что максимум сечения σ_2 при таком процессе будет сдвинут в сторону больших

энергий E , что характерно для вырывания электронов из глубоких внутренних оболочек с большой энергией связи.

Из приведенного выше анализа сечений однократной ионизации следует, что роль второго механизма будет уменьшаться с ростом степени ионизации $(z - N)$ ионизируемой частицы. С физической точки зрения оба процесса возможны. Детальное их исследование и экспериментальная проверка еще не проведены.

При ускорении и транспортировке пучков в ионных ускорителях сечения кратной ионизации не играют существенной роли, так как при энергиях $E/A > 10$ МэВ/нуклон сечения кратной ионизации значительно меньше сечений однократной ионизации ($\sigma_2 \ll \sigma$).

4.ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В разд. 1 показана необходимость проведения детальных исследований по физике ионно-атомных столкновений для получения зарядовых, угловых и энергетических распределений всех частиц, потерь энергии ионов в зависимости от угла рассеяния в различных мишенях и т.д., для различных сталкивающихся ионов и атомов в широком диапазоне энергий. Экспериментальные данные по этим величинам либо отсутствуют, либо имеются лишь для отдельных сталкивающихся пар в крайне узком диапазоне энергий, а развитие теоретических приближенных методов расчетов связано с принципиальными трудностями, указанными в разд. 2.

В обзоре изложен метод расчета дифференциальных эффективных сечений ионизации в быстрых ионно-атомных столкновениях, основанный на первом борновском приближении, правиле сумм и реалистическом выборе волновых функций (2.7), (2.8) ионов и атомов. Плодотворным оказалось предположение о разделении по энергии электронов, выбитых из различных сталкивающихся частиц [22,81,82,63], позволившее существенно упростить учет тождественности электронов. В разд. 3 приведена замкнутая система формул и продемонстрированы полученные по ним результаты.

Сделаем несколько замечаний о точности изложенного выше метода.

Выше уже отмечалась трудность получения строгой количественной оценки точности расчетов для всей области параметров, исходя из общих критериев теории возмущений. Поэтому важным критерием оценки точности расчетов в различных областях изменения параметров является сравнение с доступными экспериментальными данными. При этом такое сравнение особенно информативно для дифференциальных сечений, когда сравниваются результаты для значительного семейства кривых вместо одной точки для полного сечения. Приведенное в разд. 3 сравнение теоретических расчетов дважды дифференциальных сечений с экспериментальными данными продемонстрировало, что изложенный выше метод расчета позволяет

получить согласие расчетов с экспериментальными данными с точностью порядка десятков процентов в широкой области энергий выбитых электронов даже при весьма умеренных скоростях налетающего иона. Такое согласие наблюдается сразу за максимумом полного сечения, что оказалось приятной неожиданностью для теоретиков.

При этом автоматически учитывается влияние электронов ионизирующего иона на сечение вырывания электрона из ионизируемого атома (или иона). Это влияние достаточно широко обсуждается в литературе [99], при качественном анализе результатов используется название эффекта экранировки для обозначения уменьшения сечения ионизации ионом по сравнению с сечением ионизации ядром, эффект ионизации атома мишени электронами ионизирующего иона получил название антиэкранировки (screening and antiscreening effects). Однако корректный количественный учет этих эффектов выполнен лишь в рамках изложенного выше метода.

Аналитические выражения для формфакторов $F(q)$ и $S(q)$ приведены для ионов и атомов с числом электронов $N \leq 10$, однако использование волновых функций (2.4), (2.5) позволяет получить такие выражения и для больших величин N .

Выражения для матричных элементов ионизации различных оболочек с водородоподобными волновыми функциями приведены в [61], они являются весьма громоздкими.

Использование первого борновского приближения не вносит заметных неточностей в эффективные сечения при больших энергиях налетающих ионов. Учет искажения плоских волн (или искривления траекторий налетающего иона вблизи атома мишени) не вносит заметного вклада в сечения, как это происходит при столкновениях налетающих электронов с атомами, из-за большой массы и большого запаса энергии иона. В изложенном выше методе не учитывается взаимодействие выбитого электрона с ионизирующим ионом в конечном состоянии. Известны методы учета этого эффекта в виде поправок к борновскому приближению, однако его роль существенна при сравнительно малых энергиях $E \leq 1$ МэВ/нуклон.

Точность расчета определяется, в основном, использованием кулоновских волновых функций (2.4), (2.5) и правила сумм (3.1)—(3.3) и (3.18)—(3.20). Кулоновские волновые функции (2.4), (2.5) дали возможность получить аналитические выражения для матричных элементов ионизации и формфакторов. При использовании других волновых функций эти расчеты необходимо проводить заново. Исследование правила сумм на простейшей системе — ионизации атома водорода при столкновении с атомом водорода — показало, что модификация правила сумм приводит к существенным различиям в значениях полного сечения ионизации лишь при энергиях $E \leq 200$ кэВ/нуклон.

В заключение авторы выражают благодарность А.М.Балдину и Е.Д.Донцу за полезные замечания при обсуждении работы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Величины матричных элементов $L(nlm, n'l'm')$:

$$L(1s, 1s) = \frac{1}{(1 + \alpha_1^2)^2}, \quad \alpha_1 = \frac{qz^*}{2z_{1s}}, \quad (\text{П1})$$

$$L(2s, 2s) = \frac{1 - 3\alpha_2^2 + 2\alpha_2^4}{(1 + \alpha_2^2)^4}, \quad \alpha_2 = \frac{qz^*}{z_{2s}}, \quad (\text{П2})$$

$$L(2p_0, 2p_0) = \frac{1 - 5\alpha_3^2}{(1 + \alpha_3^2)^4}, \quad \alpha_3 = \frac{qz^*}{z_{2p}} \quad (\text{П3})$$

$$L(2p_1, 2p_1) = \frac{1}{(1 + \alpha_3^2)^3},$$

$$L(1s, 2s) = \frac{c}{\sqrt{1 - c^2}} \left[\frac{1 + \alpha_4^2(z_{1s} + z_{2s})(z_{1s} - z_{2s})^{-1}}{(1 + \alpha_4^2)^3} - \frac{1}{(1 + \alpha_1^2)^2} \right], \quad (\text{П4})$$

$$C = \frac{\sqrt{8z_{1s}^3 z_{2s}^3} (z_{1s} - z_{2s})}{(z_{1s} + \frac{1}{2} z_{2s})^4}, \quad \alpha_4 = \frac{qz^*}{(z_{1s} + \frac{1}{2} z_{2s})}, \quad (\text{П5})$$

$$L(1s, 2p_0) = \frac{\sqrt{2^5 z_{1s}^3 z_{2p}^5} \alpha_5}{(z_{1s} + \frac{1}{2} z_{2p})^4 (1 + \alpha_5^2)^3}, \quad \alpha_5 = \frac{qz^*}{(z_{1s} + \frac{1}{2} z_{2p})},$$

$$L(2s, 2p_0) = \frac{2^5 \alpha_6 \sqrt{z_{2s}^3 z_{2p}^5} [2z_{2s}(\alpha_6^2 - 2) + z_{2p}(1 + \alpha_6^2)]}{(z_{2s} + z_{2p})^5 (1 + \alpha_6^2)^4}, \quad (\text{П6})$$

$$\alpha_6 = \frac{2qz^*}{(z_{2s} + z_{2p})}. \quad (\text{П7})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Андреев В.Г. и др.** — В сб.: Труды X Международной конференции по ускорителям заряженных частиц, Протвино, 1977. т.1, с.273.
2. **Васильев А.А.** — В сб.: Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1979, т. 1, с.37.
3. **Васильев А.А., Каминский А.К.** — Физика электронных и атомных столкновений. Лекции IV Всесоюзной школы по физике электронных и атомных столкновений. Изд. Московского университета, 1978, с.246.
4. **Catalogue of High Energy Accelerator XIV International Conference on High Energy Accelerators.** Tsukuba, Japan, 1989
5. **Hardt T.L., Watson R.L.** — Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1976, v.17, p.107.
6. **Dehmel R.C., Chau H.K., Fleischmann H.H.** — Atomic Data, 1973, v.5, p.231.
7. **Betz H.D.** — Rev. Mod. Phys., 1972, v.44, p.465.
8. **Rutledge C.H., Watson R.L.** — Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1976, v.12, p.195.
9. **Каминский А.К., Мещеров Р.А., Николаев В.С.** — В сб.: Труды Радиотехнического института АН СССР, 1973, № 16, с.330.
10. **Васильев А.А., Дмитриев И.С. Каминский А.К., Николаев В.С.** — В сб.: Труды Радиотехнического института АН СССР, 1975, № 22, с.200.
11. **DuBois R.D., Toburen L.H., Middendorf M.E., Jagutzki O.** — Phys. Rev. A, 1994, v.49, p.350.
12. **Shevelko V.P.** — In: AIP Conf. Proc., 1993, v.295, p.558.
13. **Балдин А.М.** — ЭЧАЯ, 1977, т.8, с.429.
14. **Донец Е.Д.** — В сб.: Труды V Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1977, т. 1, с.346.
15. **Antaya T.A., Gamino S.** — In: Strong Microwaves in Plasma. Proc. Intern. Workshop, Nizhny Nov. 1994, p.399.
16. **Sortais P.** — In: Strong Microwaves in Plasma. Proc. Intern. Workshop, Nizhny Nov. 1994, p.312.
17. **Каминский А.К., Мещеров Р.А., Попова М.И.** — В сб.: Труды Радиотехнического института АН СССР, 1975, № 22, с.215.
18. **Каминский А.К., Мещеров Р.А., Николаев В.С., Попова М.И.** — В сб.: Труды Радиотехнического института АН СССР, 1973, № 16, с.318.
19. **Васильев А.А., Каминский А.К., Мещеров Р.А. и др.** — В сб.: Труды IV Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. М., 1975, т. 1, с.262.
20. **Булгаков Ю.В., Каминский А.К., Ловцов С.В., Мещеров Р.А.** — В сб.: Труды Радиотехнического института АН СССР, 1977, № 30, с.61.
21. **Kaminsky A.K., Meshcherov R.A., Popova M.I.** — Nucl. Instrum. Method., 1976, v.137, p.183.
22. **Kaminsky A.K., Meshcherov R.A., Popova M.I.** — Nucl. Instrum. Method., 1981, v.180, p.231.
23. **Каминский А.К., Попова М.И.** — В сб.: Труды VIII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1983, т.1, с.348.
24. **Martin R.L., Arnold R.** — Nucl. Instrum. Method., 1978, v.155, p.337.

25. **Martin R.L., Arnold R., Burke R., Watson J.** — В сб.: Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1981, т.2, с.362.
26. **Humphries S., Jr.** — Nucl. Fusion, J. Plasma Phys. and Thermonuclear Fusion, 1980, v.20, p.1549.
27. **Yonas G.** — Fusion Power with Particle Beams. Sci. American, 1978, v.239, No. 5, p.40. Пер.: Дж. Ионас, УФН, 1981, т.133, с.159.
28. **Rubbia C.** — Il Nuovo Cimento, 1993, v.106A, No. 11, p.1429.
29. **Васильков В.Г., Гольданский В.И., Желепов В.П., Дмитриевский В.П.** — Атомная энергия, 1970, т.29, вып.3, с.151.
30. **Васильев А.А. Васильков Р.Г., Иоффе Б.Л. и др.** — В сб.: Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1979, т.1, с.236.
31. **Proc.** Advanced Nuclear Energy Research, Evolution by Accelerators. Mito, Ibaraki, Japan. January, 1990.
32. **Барашенков В.С., Левчук Л.Г., Мусульманбеков Ж.Ж. и др.** — Атомная энергия, 1986, т.61, вып.1.
33. **Благоволит П.П., Дубинский В.Д., Казарицкий В.Д. и др.** — Атомная энергия, 1988, т.66, вып.5.
34. **Толстов Л.Д.** — Препринт ОИЯИ 18-89-778, Дубна, 1989.
35. **Толстов Л.Д.** — Препринт ОИЯИ 18-92-303, Дубна, 1992.
36. **Tolstov K.D.** — JINR Rapid Communications, Dubna, 1993, v.5 [62], p.5.
37. **Workshop** on Nuclear Transmission of Long-Lived Nuclear Power Radiowastes. Obninsk, Russia 1991.
38. **Van Tuyle G.** — Project PHONIX-Proposed of Long Lived Radioactive Wastes to Produe Electric Power. BNL, 1992.
39. **Carminati F., Gel's C., Klapisch R. et al.** — CERN/AT/93-47/(ET), 1993.
40. **Rubbia C. et al.** — AIP Conf. Proc. 346, Int. Conf. Proc. on Accelerator Driven Transmutation Technologies and Applications, Las Vegas, 1994.
41. **Atomic Energy** Industry Radioactive Wastes Handling Problem. МРТИ АН СССР, ISB No. 5-201-09424, Moscow, 1991.
42. **Адо Ю.М., Крючков В.П., Лебедев В.Н.** — Атомная энергия, 1994, т.77, вып.4 с.300.
43. **Fernandez R., Mandrillon P., Rubbia C., Rubbia J.A.** — CERN/LCH/96-01 (EET).
44. **Дмитриевский В.П.** — ЭЧАЯ, 1997, т.28, вып.3, с.815.
45. **Chuvilo I.V.** — Status of Electronuclear Facilities Development in ITER, AOTT-94, Las Vegas, NV, 1994, p.248.
46. **Batskikh G.I. et al** — The New Concepts in Designing the CW Ion Current Linac, IPAC-95, Dallas, 1995.
47. **Fietier N., Mandrillon P.** — CERN/AT/95-03 (ET) (Revised).
48. **Шелаев И.А.** — Краткие сообщения ОИЯИ, 5(62)-93, Дубна, 1993.
49. **Trinks U.** — In: Proc. of the 14th Cyclotron Conf., Cape Town, 1995.
50. **Esaray E., Sprangle Ph., Krall J., Ting A.** — Overview of Plasma-Based Accelerator Concepts, IEEE Transactions on Plasma Science, April 1996, v.24, No. 2.
51. **Каминский А.К.** — Физика электронных и атомных столкновений. Лекции IV Всесоюзной школы по физике электронных и атомных столкновений, Изд. Моск. унив., 1978, с.171.

52. **Kabachnik N.M.** — Nucl. Instrum. and Methods in Physics Research, 1996, v.B 115, p.298.
53. **Флеров Г.Н.** — В сб.: Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1981, т.2 с.203
54. **Рудерман А. И.** — В сб.: Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1981, т.2 с.215.
55. **Гольдин Л.Л., Чувило И.В., Рудерман И.А.** — В сб.: Труды IV Совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач, Дубна, октябрь 1978, с.329.
56. **Чувило И.В.** — В сб.: Труды V Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Москва, 1977, т.2 с.139.
57. **Дмитриев С.Н., Зайцева Н.Г.** — ЭЧАЯ, 1996, т. 27, вып.4, с.997.
58. **Chu W.K., Mayer J., Nicolet M.-A.** — Backscattering Spectrometry. Academic Press, New York, 1978.
59. **Feldman L.C., Mayer J.W., Picraux S.T.** — Materials Analysis by Ion Channeling. Academic Press, New York, 1982.
60. **Bransden B.H.** — Atomic Collision Theory, 1970, New-York, Benjamin.
61. **Meyerhof W.E., Taulbjerg K.** — Ann. Rev. Nucl. Sci., 1977, v.2, p.279.
62. **Давыдов А.С.** — Квантовая механика, 1963, М.: ГИФМЛ, с.478.
63. **Каминский А.К., Попова М.И.** — ЖТФ, 1986, т.56, вып.7, с.1287.
64. **Edmonds A.R.** — Angular Momentum in Quantum Mechanics, Princeton University Press, Princeton, 1957, p.57.
65. **Levy H.** — Phys.Rev., 1869, v.185, p.7.
66. **Kim Y.K., Inokuti M.** — Phys. Rev., 1968, v.165, p.39.
67. **Cromer D.T.** — J. Chem. Phys., 1969, v.50, p.4857.
68. **Naon M., Carnille M., Kim Y.K.** — J. Phys. B., 1975, v.8, p.684.
69. **Intern. Tables for X-Ray Crystallography.** Kynoch Press Birmingham, England, 1968, No. 3.
70. **Каминский А.К.** — Краткие сообщения ОИЯИ № 1(81)-97, Дубна, 1997, с.65.
71. **Omidvar K., Kyle H.L., Sullivan E.C.** — Phys. Rev. A, 1972, v.5, p.1174.
а) **Bartel L.S., Javin R.M.** — J. Chem. Phys., 1965, v.43, p.865.
72. **Carlson T.A., Nestor C.W., Wasserman N. et.al.** — Atomic Data, 1970, v.2, p.63.
73. **Sevier K.D.** — Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1979, v.24, p.323.
74. **Ahlen S.P.** — Rev. Mod. Phys. 1980, v.52, p.121.
75. **Day M.H.J.** — J. Phys. B., 1981, v.14, p.231.56.
76. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** — Квантовая механика, М.: ГИФМЛ, 1963, с.666.
77. **Choi B.H., Merzbacher E., Khandelwal G.S.** — Atomic Data, 1973, v.5, p.291.
78. **Choi B.H.** — Phys. Rev. A, 1973, v.7, p.2056.
79. **Inokuti M.** — Rev. Mod. Phys., 1978, v.50, p.23.
80. **Kaminsky A.K., Popova M.I.** — Abstracts of Contributed Papers of XIV ICPEAC, Palo Alto, 1985, p.504.
81. **Kaminsky A.K., Myakishev N.G., Popova M.I.** — J. Phys. B., 1980, v.13, p.1161.
82. **Kaminsky A.K., Popova M.I.** — J. Phys. B., 1982, v.15, p.403.
83. **F.Drepper, J.S.Briggs.** — J. Phys. B., 1982, v.9, p.2063.
84. **Toburen L.H.** — Phys. Rev. A, 1971, v.3, p.216.
85. **Wilson W.E., Toburen L.H.** — Phys. Rev. A, 1973, v.7, p.1535.

86. Каминский А.К. — Краткие сообщения ОИЯИ, Дубна, 1997, No. 4 (84)-97, с.21.
87. Bransden B.H., Smith J.J., Winters K.H. — J.Phys. B., 1978, v.11, No. 17, p.3095.
88. Biswas R., Sinha C. — J. Phys. B., 1995, v.28, p.1311.
89. Biswas R., Sinha C. — Phys.Rev. A, 1995, v.51, p.3766.
90. Kaminsky A.K. Popova M.I. — J. Phys. B., 1976, v.9, p.L177.
91. Olson R.E., Wang J., Ullrich J. — AIP Conf.Proc., AIP Press, New York, 1993, v.295, p.520.
92. Fisher Y., Ralchenko Yu., Goldrich A. et al. — J. Phys. B., 1995, v.28, p.3227.
93. McGuire J.H., Berrach N., Samson J.A.R. et al. — J. Phys. B., 1995, v.28, p.913.
94. Presnyakov L.P., Tawara H., Tolstikhina I.Yu. et al. — J. Phys. B., 1995, v.28, p.785.
95. Соловьев Е.С., Ильин Р.Н., Опарин В.А. и др. — ЖЭТФ, 1962, т.42, с.559.
96. Wexler S. — J. Chem. Phys., 1965, v.41, p.1714.
97. Афросимов В.В., Мамаев Ю.А., Панов М.Н. и др. — ЖЭТФ, 1969, т.39, с.159.
98. Puckett L.J., Martin D.W. — J. Chem. Phys. A., 1970, v.1, p.1432.
99. Montenegro E.C., Meyerhof W.E. — Phys. Rev. A., 1991, v.43, No. 5, p.2289.