«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1998, ТОМ 29, ВЫП. 3

УДК УДК 539.12.01

ЭФФЕКТЫ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В НЕЛЕПТОННЫХ РАСПАДАХ K-МЕЗОНОВ

А.А.Пенин, А.А.Пивоваров

Институт ядерных исследований РАН, Москва

¶ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА¶
1998, ТОМ 29, ВЫП. 3

УДК УДК 539.12.01

ЭФФЕКТЫ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В НЕЛЕПТОННЫХ РАСПАДАХ K-МЕЗОНОВ

А.А.Пенин, А.А.Пивоваров

Институт ядерных исследований РАН, Москва

Дан обзор последних результатов анализа нелептонных распадов мезонов в стандартной модели. Основное внимание уделено эффектам сильных взаимодействий на больших расстояниях. Получено согласованное описание правила $\Delta I = 1/2$ и "прямого" нарушения CP-инвариантности в распадах $K \to \pi\pi$.

A review of recent development of the theoretical analysis of nonleptonic K-meson decays within the Standard Model is presented. Attention is focused on large distance effects of strong interactions. A consistent description of the $\Delta I = 1/2$ rule and "direct" CP-violation in $K \to \pi\pi$ decays is obtained.

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время стандартная модель (СМ) электрослабых и сильных взаимодействий, основанная на калибровочной группе $SU_c(3)\times SU_L(2)\times U(1)$ [1–3], дает согласованное описание практически всех имеющихся экспериментальных данных в физике элементарных частиц и, по-видимому, является реальным прототипом для будущих теорий великого объединения. В то же время существуют некоторые явления, попытки объяснить которые в рамках СМ наталкиваются на серьезные трудности. Исследование подобных явлений представляет особый интерес, поскольку может привести либо к открытию новой физики, выходящей за пределы СМ, либо к созданию новых теоретических методов, адекватно описывающих данные явления в СМ. Один из наиболее ярких с этой точки зрения примеров представляет собой система K-мезонов и, в частности, нелептонные распады K-мезонов.

Распады $K \to \pi\pi$ описываются двумя изотопически неприводимыми амплитудами A_0 и A_2, отвечающими переходам с изменением изоспина $\Delta I = 1/2$ и $\Delta I = 3/2$. Амплитуды наблюдаемых распадов выражаются через A_0 и A_2 следующим образом:

$$A(K^0 \to \pi^0\pi^0) = \sqrt{\frac{2}{3}}\mathrm{e}^{\delta_0}A_0 - 2\sqrt{\frac{1}{3}}\mathrm{e}^{\delta_2}A_2\,, \quad (1.1)$$

$$A(K^0 \to \pi^+\pi^-) = \sqrt{\frac{2}{3}}\mathrm{e}^{\delta_0}A_0 + \sqrt{\frac{1}{3}}\mathrm{e}^{\delta_2}A_2\,, \quad (1.2)$$

$$A(K^+ \to \pi^+\pi^0) \quad = \quad \sqrt{\frac{3}{2}}\mathrm{e}^{\delta_2} A_2\,. \tag{1.3}$$

Наличие фазовых множителей e^{δ_I} следует из унитарности матрицы рассеяния. Фазы δ_I описывают взаимодействие π-мезонов в конечном состоянии.

До настоящего времени предметом интенсивных теоретических исследований является известное эмпирическое правило отбора по изотопическому спину “$\Delta I = 1/2$”, согласно которому амплитуда A_0 значительно усилена по сравнению с амплитудой A_2. Проблема “$\Delta I = 1/2$” состоит в следующем. На фундаментальном уровне СМ-распады с изменением странности на единицу ($\Delta S = 1$) обусловлены взаимодействием двух слабых заряженных кварковых токов с калибровочным W-бозоном. При энергиях, характерных для распадов K-мезонов в ведущем (древесном) приближении по сильному взаимодействию, оно сводится к эффективному четырехкварковому взаимодействию, описываемому гамильтонианом [4]:

$$H_{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud}V_{us}^*\ \bar{s}\gamma_\mu(1-\gamma_5)u\bar{u}\gamma_\mu(1-\gamma_5)d + \text{э.с.}\,, \tag{1.4}$$

где G_F — постоянная Ферми и V_{ij} — элементы матрицы смешивания кварковых ароматов Кабиббо — Кобаяши — Маскава (ККМ) [5, 6]. Амплитуды распадов задаются матричными элементами эффективного низкоэнергетического гамильтониана по соответствующим мезонным состояниям:

$$A_I = \langle(\pi\pi)_I|H_{\Delta S=1}|K\rangle\,. \tag{1.5}$$

Если пренебречь сильными взаимодействиями кварковых токов (гипотеза факторизации [7–9]), матричные элементы $\langle(\pi\pi)_I|H_{\Delta S=1}|K\rangle \equiv \langle H_{\Delta S=1}\rangle_I$, соответствующие распадам $K \to \pi\pi$ в состояния с изотопическим спином $I = 0,\ 2$, могут быть вычислены на основании алгебры токов [10] и гипотезы о частичном сохранении аксиального тока (ЧСАТ) [11]. Однако вычисленное таким способом отношение изотопически неприводимых амплитуд A_0/A_2 в двадцать пять раз (!) меньше экспериментально наблюдаемого значения [12]. Возникает вопрос, можно ли на основании квантовой хромодинамики (КХД) получить количественное описание этих распадов и объяснить правило $\Delta I = 1/2$. Впервые эффекты сильных взаимодействий в нелептонных распадах K-мезонов изучались в работах [9, 13], где было обнаружено, что учет жестких глюонов при выводе эффективного низкоэнергетического действия приводит к усилению амплитуды A_0 и подавлению амплитуды A_2. Открытые в дальнейшем в работах [14, 15] так называемые глюонные “пингвины” вызывают дополнительный рост амплитуды A_0. Однако учет влияния сильных взаимодействий только на малых расстояниях в рамках теории возмущений не смог привести теоретические оценки в согласие с экспериментом.

Последовательный ренормгрупповой анализ эффективного низкоэнергетического действия, включающий кварки третьего поколения [16, 17], а также учет большой массы t-кварка [18–20], не привели к значительному изменению теоретических результатов. В последние годы усилия, направленные на решение проблемы $\Delta I = 1/2$, прилагались в двух направлениях. С одной стороны, достигнут прогресс в анализе эффектов малых расстояний за счет вычисления поправок к главному логарифмическому приближению для эффективного низкоэнергетического гамильтониана [21–27]. С другой стороны, разработаны новые методы анализа эффектов больших расстояний, в том числе основанные на киральной эффективной теории [28–30], $1/N_c$-разложении КХД в пределе большого количества цветов $N_c \to \infty$ [31–35], адронных правилах сумм [35–38], а также на решеточных моделях теории поля [39–44]. Несмотря на значительные усилия, окончательное решение проблемы $\Delta I = 1/2$ в настоящее время отсутствует.

Другой фундаментальной теоретической проблемой, связанной с нелептонными распадами K-мезонов, является нарушение CP-инвариантности в этих распадах. Как известно [6], в СМ с тремя поколениями кварков наличие CP-неинвариантной фазы δ в матрице ККМ приводит к нарушению CP-инвариантности в распадах $K_L \to \pi\pi$, где K_L — долгоживущее состояние нейтральных K-мезонов. Различают сверхслабый [45] и "прямой" [46] механизмы этого нарушения.

Из-за наличия CP-неинвариантной части в амплитуде переходов $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ физические состояния долгоживущего K_L- и короткоживущего K_S-мезонов являются суперпозициями CP-четной

$$K_{\text{even}} = \frac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}} \tag{1.6}$$

и CP-нечетной

$$K_{\text{odd}} = \frac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2}} \tag{1.7}$$

комбинаций нейтральных K-мезонов:

$$K_S = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \left(K_{\text{even}} + \varepsilon K_{\text{odd}}\right) , \tag{1.8}$$

$$K_L = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \left(K_{\text{odd}} + \varepsilon K_{\text{even}}\right) . \tag{1.9}$$

Наличие примеси K_{even} в состоянии K_L приводит к возможности распадов $K_L \to \pi\pi$ и известно как сверхслабое нарушение CP-инвариантности [45].

Распады $K_L \to \pi\pi$ могут также идти за счет прямых CP-неинвариантных переходов $K_{\text{odd}} \to \pi\pi$. Вводя параметр прямого нарушения CP-инвариантности [46]:

$$\varepsilon' \equiv \frac{A(K_{\rm odd} \to \pi^+\pi^-)}{A(K_{\rm even} \to \pi^+\pi^-)}\,, \tag{1.10}$$

для полной относительной вероятности распадов $K_L \to \pi\pi$ в линейном приближении по ε и ε' мы имеем

$$\frac{A(K_L \to \pi^+\pi^-)}{A(K_S \to \pi^+\pi^-)} = \varepsilon + \varepsilon', \tag{1.11}$$

$$\frac{A(K_L \to \pi^0\pi^0)}{A(K_S \to \pi^0\pi^0)} = \varepsilon - 2\varepsilon'. \tag{1.12}$$

Сверхслабый механизм нарушения CP-инвариантности достаточно хорошо изучен как на теоретическом, так и на экспериментальном уровне (обзор последних результатов может быть найден в работе [24]). В то же время теоретические оценки параметра ε' на протяжении последних лет значительно менялись. До конца восьмидесятых годов считалось, что значение параметра ε' в основном определяется вкладом глюонного "пингвина" [17,47–50], в то время как так называемые электрослабые "пингвины" играют лишь второстепенную роль. В работе [51], однако, было обнаружено, что при массе t-кварка, большей массы W-бозона, вклад электрослабых "пингвинов" становится достаточно большим. По отношению к вкладу глюонного "пингвина" он имеет противоположный знак и, следовательно, может привести к существенному подавлению величины ε' [19, 20, 52–55]. Недавнее экспериментальное открытие t-кварка [56, 57] и весьма точное измерение его массы $m_t = (176 \pm 8_{(\text{стат.})} \pm 10_{(\text{сист.})})$ ГэВ позволило значительно понизить неопределенность теоретических предсказаний для параметра ε'. Основная неопределенность в оценках в настоящий момент связана с вычислением матричных элементов эффективного низкоэнергетического гамильтониана [27].

Цель данной работы — обзор последних результатов теоретического анализа нелептонных распадов K-мезонов в СМ. Основное внимание в статье уделено анализу эффектов сильных взаимодействий на больших расстояниях.

В разд. 2 рассмотрены возможные обобщения канонического четырехкваркового эффективного $\Delta S = 1$ гамильтониана.

В разд. 3 представлены различные методы вычисления адронных матричных элементов локальных КХД-операторов, образующих эффективный гамильтониан.

В разд. 4 рассмотрен непертурбативный вклад в амплитуды распадов $K \to \pi\pi$ за счет переходов с глюонами в промежуточном состоянии.

В разд. 5 даны новые оценки параметров распадов $K \to \pi\pi$.

В приложении приведены экспериментальные данные [12] и результаты численного анализа [27], которые использовались при исследовании распадов $K \to \pi\pi$.

2. НОВЫЕ СТРУКТУРЫ В ЭФФЕКТИВНОМ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ $\Delta S = 1$ ГАМИЛЬТОНИАНЕ

2.1. Четырехкварковый эффективный $\Delta S = 1$ гамильтониан. Древесный эффективный $\Delta S = 1$ гамильтониан в области асимптотической свободы [58, 59] при энергиях порядка массы W-бозона M_W имеет вид [16]:

$$H_{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* \left((Q_2^u - Q_2^c) + \tau (Q_2^c - Q_2^t) \right) + \text{э.с.}, \tag{2.1}$$

где $Q_2^q = (\bar{s}q)_{V-A} (\bar{q}d)_{V-A}$ и $\tau = -V_{td} V_{ts}^* / V_{ud} V_{us}^*$. Применяя операторное разложение (ОР) [4, 60] к произведению заряженных слабых кварковых токов и используя метод ренормализационной группы [61–63], эффективный гамильтониан можно найти при энергиях, характерных для слабых распадов легких адронов [9, 14–20, 22–26, 51, 64–70]. Учет сильных и электрослабых поправок приводит к появлению новых операторов в эффективном гамильтониане. Четырехкварковый низкоэнергетический эффективный гамильтониан имеет следующий вид: [19]

$$H_{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* \sum_{i=1}^{10} [z_i(\mu) + \tau y_i(\mu)] Q_i + \text{э.с.}, \tag{2.2}$$

где $y_i(\mu)$ и $z_i(\mu)$ — коэффициенты Вильсона, взятые в точке нормировки $\mu < m_c$. В уравнении (2.2) Q_i $(i = 3, ..., 10)$ — полный базис $\Delta S = 1$ локальных четырехкварковых операторов, включающих легкие u-, d- и s-кварки:

$$\begin{aligned}
Q_1 &= (\bar{s}_a u_b)_{\mathrm{V-A}} (\bar{u}_b d_a)_{\mathrm{V-A}} \,, \\
Q_2 &= (\bar{s}u)_{\mathrm{V-A}} (\bar{u}d)_{\mathrm{V-A}} \,, \\
Q_3 &= (\bar{s}d)_{\mathrm{V-A}} \sum_{q=u,\ d,\ s} (\bar{q}q)_{\mathrm{V-A}} \,, \\
Q_4 &= (\bar{s}_a d_b)_{\mathrm{V-A}} \sum_{q=u,\ d,\ s} (\bar{q}_b q_a)_{\mathrm{V-A}} \,, \\
Q_5 &= (\bar{s}d)_{\mathrm{V-A}} \sum_{q=u,\ d,\ s} (\bar{q}q)_{\mathrm{V+A}} \,, \\
Q_6 &= (\bar{s}_a d_b)_{\mathrm{V-A}} \sum_{q=u,\ d,\ s} (\bar{q}_b q_a)_{\mathrm{V+A}} \,, \\
Q_7 &= \frac{3}{2} (\bar{s}d)_{\mathrm{V-A}} \sum_{q=u,\ d,\ s} e_q \, (\bar{q}q)_{\mathrm{V+A}} \,, \\
Q_8 &= \frac{3}{2} (\bar{s}_a d_b)_{\mathrm{V-A}} \sum_{q=u,\ d,\ s} e_q \, (\bar{q}_b q_a)_{\mathrm{V+A}} \,,
\end{aligned} \tag{2.3}$$

$$
\begin{aligned}
Q_9 &= \frac{3}{2}\,(\bar{s}d)_{\mathrm{V-A}} \sum_{q=u,\ d,\ s} e_q\,(\bar{q}q)_{\mathrm{V-A}}\ , \\
Q_{10} &= \frac{3}{2}\,(\bar{s}_a d_b)_{\mathrm{V-A}} \sum_{q=u,\ d,\ s} e_q\,(\bar{q}_b q_a)_{\mathrm{V-A}}\ ,
\end{aligned}
$$

где a, b — индексы группы цветов $SU_c(3)$, e_q — заряды кварков и $(\bar{q}q)_{V\pm A}$ обозначает $\bar{q}\gamma_\mu(1\pm\gamma_5)q$.

Операторы (2.3) не являются независимыми. Между ними существуют линейные связи:

$$
\begin{aligned}
Q_4 &= Q_3 + Q_2 - Q_1\,, \\
Q_9 &= \frac{1}{2}\,(3Q_1 - Q_3)\ , \\
Q_{10} &= Q_2 + \frac{1}{2}\,(Q_1 - Q_3)\ .
\end{aligned}
\tag{2.4}
$$

Оператор Q_2 определяет ведущее приближение по сильному и электрослабому взаимодействию. Оператор Q_1 смешивается с оператором Q_2 за счет обмена виртуальными глюонами между кварковыми линиями [9, 13]. Операторы Q_i $(i = 3, ..., 6)$ (так называемые глюонные "пингвины") возникают в эффективном гамильтониане благодаря аннигиляционным диаграммам с виртуальным глюоном [14, 15]. Операторы Q_i $(i = 7, ..., 10)$ (так называемые электрослабые "пингвины") возникают за счет аналогичных диаграмм с виртуальным фотоном или Z^0-бозоном и сильных поправок к этим диаграммам [51, 67].

Полный эффективный $\Delta S = 1$ гамильтониан, однако, включает в себя также операторные структуры, отличные от (2.3). Возникает вопрос — насколько хорошо четырехкварковый эффективный гамильтониан описывает нелептонные распады K-мезонов. В следующих параграфах мы рассмотрим наиболее важные обобщения четырехкваркового эффективного гамильтониана и оценим вклады соответствующих (нечетырехкварковых) операторов в амплитуды распадов K-мезонов.

2.2. Кварк-глюонный оператор в эффективном $\Delta S = 1$ гамильтониане при $m_t > M_W$. При эволюции эффективного гамильтониана от энергий порядка M_W до некоторой шкалы $\mu < M_W$ в стандартном подходе делаются следующие упрощения:

i) все кварки с массами $m_q < \mu$ считаются безмассовыми,

ii) массы тяжелых $(m_q > \mu,\ q \neq t)$ кварков считаются пренебрежимо малыми по сравнению с M_W, то есть коэффициенты Вильсона как функции отношения $x_q = m_q^2/M_W^2$ берутся в точке $x_q = 0$.

Последнее приближение не работает в случае t-кварка, поскольку $m_t \sim M_W$, и зависимость коэффициентов Вильсона от массы t-кварка необходимо учитывать точно. Последовательный ренормгрупповой анализ эффективного гамильтониана с учетом большой массы t-кварка был проведен в работах [18–20]. В этих работах, однако, не был рассмотрен вклад в эффективный гамильтониан кварк-глюонного оператора $m_s Q^{(5)} = m_s \bar{s}_R g_s G_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} d_L$. Здесь $q_{L(R)}$ обозначает левый (правый) кварк, $G_{\mu\nu} \equiv G^a_{\mu\nu} t^a$ — тензор напряженности глюонного поля, t^a — генератор группы цветов $SU_c(3)$ и $\sigma_{\mu\nu} = i[\gamma_\mu, \gamma_\nu]/2$. Если бы массы всех кварков были много меньше массы W-бозона, то в главном логарифмическом приближении вклад кварк-глюонного оператора отсутствовал бы [14,16] из-за сокращения ГИМ [71], что на протяжении долгого времени было причиной пренебрежения этим оператором. Анализ второго порядка теории возмущений по α_s в предположении $m_t \ll M_W$ также обнаружил сильное подавление коэффициента Вильсона этого оператора [14, 21].

Рассмотрим вклад кварк-глюонного оператора в случае $m_t > M_W$ [72, 73]. Интересующий нас вклад генерируется аннигиляционными диаграммами с внешней глюонной линией и t-, c- и u-кварками в петле. Соответствующее аналитическое выражение есть

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V^*_{us} \left((E_u - E_c) + \tau (E_c - E_t) \right) , \tag{2.5}$$

$$E_q = 4 \int \bar{s}_L \gamma_\mu \hat{S}(p + l,\ m_q) \hat{A} \hat{S}(p + l + k,\ m_q) \gamma_\nu d_L D_{\mu\nu}(p) \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} , \tag{2.6}$$

где $\hat{S}(p,\ m_q) = S^\mu(p,\ m_q)\gamma_\mu$ — пропагатор q-кварка, $D_{\mu\nu}(p)$ — пропагатор W-бозона и $\hat{A} \equiv A^a_\mu \gamma_\mu t^a$ — внешнее глюонное поле.

Выделив калибровочно-инвариантную структуру, положив внешние импульсы k и l равными нулю и удерживая величины первого порядка по m_s, получаем дополнительный вклад в эффективный гамильтониан (при $\mu \sim M_W$):

$$\Delta H_{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V^*_{us} \tau C^{(5)}(M_W) m_s Q^{(5)}(M_W) + \text{э.с.} , \tag{2.7}$$

$$\begin{gathered} C^{(5)}(M_W) = \frac{1}{16\pi^2} \left(F(0) - F(x_t) \right) , \\ F(x_q) = -\frac{1}{3} \frac{1}{(x_q - 1)^4} \left(\frac{5}{2} {x_q}^4 - 7 {x_q}^3 + \frac{39}{2} {x_q}^2 - 19 x_q + 4 - 9 {x_q}^2 \ln x_q \right) , \\ F(0) = -\frac{4}{3} . \end{gathered} \tag{2.8}$$

Величины x_c и x_u в уравнении (2.7) считаются равными нулю. Вклады петель с c- и u-кварками сокращают друг друга, поэтому вклад оператора пропорционален τ. Таким образом, оператор $m_s Q^{(5)}$ играет роль при анализе мнимой части эффективного гамильтониана, где смешивание с t-кварком имеет решающее значение. Для того чтобы найти этот вклад на шкале $\mu \sim 1$ ГэВ, воспользуемся методом ренормализационной группы. В главном логарифмическом приближении оператор $m_s Q^{(5)}$ не смешивается с четырехкварковыми операторами и перенормируется мультипликативно [74].

Ренормгрупповое уравнение для коэффициента Вильсона имеет простой вид:

$$\left(\mu \frac{d}{d\mu} + \frac{\alpha_s}{4\pi}\gamma^{(5)}\right) C(\mu) = 0\,, \tag{2.9}$$

где $\gamma^{(5)} = -28/3$ — аномальная размерность оператора $m_s Q^{(5)}$ [74]. Решая уравнение (2.9), получаем

$$C(\mu) = \eta(\mu) C(M_W)\,. \tag{2.10}$$

Ренормгрупповой фактор $\eta(\mu)$ имеет вид

$$\eta(\mu) = \left(\frac{\alpha_s(m_b)}{\alpha_s(M_W)}\right)^{\gamma^{(5)}/2\beta_5} \left(\frac{\alpha_s(m_c)}{\alpha_s(m_b)}\right)^{\gamma^{(5)}/2\beta_4} \left(\frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(m_c)}\right)^{\gamma^{(5)}/2\beta_3}\,, \tag{2.11}$$

где $\beta_{n_f} = 11 - \frac{2}{3}n_f$ — однопетлевая β-функция для n_f кварковых ароматов. В результате вместо уравнения (2.7) при $\mu \sim 1$ ГэВ получаем

$$\Delta H_{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^{*} \tau C^{(5)}(\mu) m_s Q^{(5)}(\mu) + \text{э.с.} \tag{2.12}$$

Численное значение коэффициента $C^{(5)}$ оказывается малым по сравнению с коэффициентами Вильсона четырехкварковых операторов, поскольку $F(x)$ слабо меняется при изменении аргумента от нуля до единицы, и $\eta(\mu) < 1$ при $\mu < M_W$. Так, в точке $\Lambda_{\overline{MS}} = 0,3$ ГэВ, $\mu = 1$ ГэВ, $m_t = 176$ ГэВ мы имеем $C^{(5)} = -0,001$, в то время как соответствующий коэффициент Вильсона, например, оператора Q_6, имеет значение $y_6 = -0,102$ [19]. Однако в работе [75] были вычислены поправки к результату (2.12) за счет смешивания оператора $m_s Q^{(5)}$ с четырехкварковыми операторами во втором порядке теории возмущений и было обнаружено, что благодаря этому смешиванию коэффициент Вильсона оператора $m_s Q^{(5)}$ значительно усиливается. В указанной точке нормировки с учетом смешивания в работе [75] было получено значение $C^{(5)} = -0,004$, что сравнимо со значениями коэффициентов Вильсона четырехкварковых операторов.

2.3. Операторы размерности восемь в эффективном $\Delta S = 1$ гамильтониане. При выводе четырехкваркового эффективного гамильтониана в ОР учитываются операторы ведущей размерности, в то время как члены вида

$Q^{(6+d)}/m_q^d$, где $Q^{(6+d)}$ — операторы размерности $(6+d)$ и m_q — масса тяжелого кварка, отбрасываются. Это приближение хорошо работает в случае t- и b-кварков, поскольку адронный матричный элемент оператора $Q^{(6+d)}$ имеет порядок $\langle Q^{(6+d)}\rangle_I \sim \langle Q^{(6)}\rangle_I \times (1$ ГэВ$)^d$ (1 ГэВ есть характерная шкала масс в секторе легких кварков), и эффективный параметр разложения оказывается порядка $(1\ )/m_q$. Однако c-кварк не является достаточно тяжелым по сравнению с характерной шкалой масс в секторе легких кварков. Из-за этого поправки по обратной массе c-кварка могут быть существенны и требуют детального анализа [76].

До отщепления c-кварка древесный низкоэнергетический $\Delta S = 1$ гамильтониан имеет вид

$$H_{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* (Q_2^u - (1-\tau) Q_2^c) + \text{э.с.} \tag{2.13}$$

Применяя ОР и ограничиваясь ведущими членами по α_s и $1/m_c$, мы получаем эффективный гамильтониан вида

$$H_{\Delta S=1} = H^{(6)} + H^{(8)} . \tag{2.14}$$

Первое слагаемое в уравнении (2.14) соответствует ведущим вкладам по обратной массе c-кварка и совпадает с правой частью уравнения (2.2). Второе слагаемое в уравнении (2.14) представляет собой ведущие поправки по $1/m_c$. Для вычисления слагаемого $H^{(8)}$ удобно использовать метод фонового поля. Интересующий нас вклад генерируется аннигиляционной диаграммой с c-кварком в петле. Соответствующее аналитическое выражение есть

$$4\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* (1-\tau) \int \bar{s}_L \gamma_\mu \hat{S}_A(q, m_c) \gamma_\mu d_L \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} , \tag{2.15}$$

где $\hat{S}_A(q, m_c) = (\hat{q} + \hat{P} - m_c)^{-1}$ — пропагатор c-кварка во внешнем поле, P_μ — оператор импульса в присутствии внешнего глюонного поля A_μ, $P_\mu = i\partial_\mu + A_\mu$, $A_\mu \equiv A_\mu^a t^a$. Разложим нелокальный оператор $\hat{S}_A(q, m_c)$ в ряд из локальных операторов

$$\hat{S}_A(q, m_c) = \frac{1}{\hat{q} - m_c} - \frac{1}{\hat{q} - m_c} \hat{P} \frac{1}{\hat{q} - m_c} + \ldots \tag{2.16}$$

После интегрирования по виртуальному импульсу ряд (2.16) превращается в разложение по обратной массе c-кварка. Ведущие поправки определяются членом, который содержит пятую степень оператора P_μ:

$$\frac{1}{m_c^2} \bar{s}_L P_{\mu_1} P_{\mu_2} P_{\mu_3} P_{\mu_4} P_{\mu_5} \Gamma^{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_4 \mu_5} d_L , \tag{2.17}$$

где величина $\Gamma^{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4\mu_5}$ построена из произведений матриц Дирака и метрического тензора. Коммутационные соотношения $[P_\mu, P_\nu] = iG_{\mu\nu}$ и уравнения движения

$$\begin{aligned} &\bar{s}\hat{P} = m_s\bar{s}\,, \qquad \hat{P}d = 0, \\ &[P_\mu, G_{\mu\nu}] = -iJ_\nu\,, \\ &J_\mu \equiv g_s^2 \sum_{q=u,d,s} (\bar{q}\gamma_\mu t^a q)t^a \end{aligned} \tag{2.18}$$

позволяют переписать выражение (2.17) в терминах $G_{\mu\nu}$ и J_μ. В результате мы получаем следующее представление для поправок порядка $1/m_c^2$:

$$H^{(8)} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud}V_{us}^*(1-\tau)\frac{\alpha_s}{4\pi}\frac{1}{m_c^2}\left(\sum_{i=1}^{7} C_i^{(8)}Q_i^{(8)} + \sum_{i=1}^{4} C_i^{(7)} m_s Q_i^{(7)}\right) + \text{э.с.}\,, \tag{2.19}$$

где базис $Q_i^{(8)}$ $(i = 1, ..., 7)$, $m_s Q_i^{(7)}$ $(i = 1, ..., 4)$ локальных $\Delta S = 1$ операторов размерности восемь выбран следующим образом:

$$\begin{aligned} Q_1^{(8)} &= \bar{s}_L(\hat{D}G_{\mu\alpha}G_{\nu\mu}\sigma_{\alpha\nu} + G_{\nu\mu}\sigma_{\alpha\nu}\hat{D}G_{\mu\alpha})d_L\,, \\ Q_2^{(8)} &= ig_s\bar{s}_L(J_\mu\gamma_\alpha G_{\alpha\mu} - \gamma_\alpha G_{\alpha\mu}J_\mu)d_L\,, \\ Q_3^{(8)} &= \bar{s}_L(P_\alpha G_{\mu\alpha}\gamma_\nu G_{\nu\mu} + \gamma_\nu G_{\nu\mu}G_{\mu\alpha}P_\alpha)d_L\,, \\ Q_4^{(8)} &= g_s\bar{s}_L(G_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu}\hat{J} + \hat{J}G_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu})d_L\,, \\ Q_5^{(8)} &= i\bar{s}_L(G_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu}\gamma_\alpha G_{\alpha\beta}P_\beta - P_\beta\gamma_\alpha G_{\alpha\beta}G_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu})d_L\,, \\ Q_6^{(8)} &= \bar{s}_L(D^2\hat{J})d_L\,, \\ Q_7^{(8)} &= i\bar{s}_L(\hat{D}G_{\nu\mu}G_{\nu\mu} - G_{\nu\mu}\hat{D}G_{\nu\mu})d_L\,, \end{aligned} \tag{2.20}$$

$$\begin{aligned} Q_1^{(7)} &= \bar{s}_R(G_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu}G_{\alpha\beta}\sigma_{\alpha\beta})d_L\,, \\ Q_2^{(7)} &= \bar{s}_R(G_{\mu\nu}G_{\nu\mu})d_L\,, \\ Q_3^{(7)} &= i\bar{s}_R(G_{\nu\alpha}G_{\alpha\mu}\sigma_{\nu\mu})d_L\,, \\ Q_4^{(7)} &= \bar{s}_R(J_\mu P_\mu + P_\mu J_\mu)d_L\,. \end{aligned} \tag{2.21}$$

Коэффициенты C_i^j в ведущем порядке по α_s конечны и имеют следующие значения:

$$
\begin{array}{lllllllll}
C_1^{(8)} & = & \frac{8}{15}\,, & C_2^{(8)} & = & -\frac{16}{15}\,, & C_3^{(8)} & = & -\frac{4}{5}\,, \\
C_4^{(8)} & = & \frac{2}{15}\,, & C_5^{(8)} & = & 0\,, & C_6^{(8)} & = & -\frac{8}{15}\,, \\
C_7^{(8)} & = & -\frac{2}{15}\,, & C_1^{(7)} & = & -\frac{2}{5}\,, & C_2^{(7)} & = & -\frac{2}{5}\,, \\
C_3^{(7)} & = & \frac{6}{5}\,, & C_4^{(7)} & = & 0\,. & & &
\end{array}
\tag{2.22}
$$

Эти значения соответствуют точке нормировки $\mu = m_c$. При $m_c > \mu \sim 1$ ГэВ коэффициенты Вильсона операторов размерности восемь могут быть получены методом ренормализационной группы. Численно, однако, относительный сдвиг коэффициентов Вильсона при таком изменении точки нормировки, очевидно, будет мал (порядка $\frac{\alpha_s(\mu)}{\pi}\ln(\frac{\mu}{m_c})$).

2.4. Новые вклады в амплитуды распадов $K \to \pi\pi$. Формулы (2.12), (2.19) и (2.2) представляют собой замкнутое выражение для эффективного $\Delta S = 1$ гамильтониана в главном логарифмическом приближении с точностью до членов первого порядка по $1/m_c^2$ и m_s при учете большой массы t-кварка.

Для оценки новых вкладов в амплитуды распадов нам необходимо получить оценки матричных элементов $\langle Q_i^j\rangle_0$ операторов $Q_i^{(8)}$, $m_sQ_i^{(7)}$ и $m_sQ^{(5)}$ (очевидно, $\langle Q_i^j\rangle_2 = 0$).

Для начала рассмотрим операторы $m_sQ_i^{(7)}$ и $m_sQ^{(5)}$. Эти операторы содержат явно массу s-кварка и, следовательно, в ведущем порядке кирального разложения соответствуют "головастикам"(tadpoles) в киральном электрослабом лагранжиане. Более подробно "головастики" будут рассмотрены в следующем разделе. Здесь мы отметим, что подобные структуры не приводят к наблюдаемым эффектам в ведущем порядке кирального разложения (в первом порядке по m_s) в распадах K-мезонов. В то же время их вклады в амплитуды распадов странных гиперонов оказываются не подавленными [77].

Таким образом, при оценке амплитуд распадов K-мезонов проблема свелась к вычислению матричных элементов операторов $Q_i^{(8)}$. Ограничим нашу задачу оценкой ведущих $1/m_c$ поправок по порядку величины. Для этого используем простую модель:

i) Рассмотрим только те операторы, которые имеют ненулевые матричные элементы в рамках гипотезы факторизации.

ii) Выберем операторы, которые имеют структуру $(V-A)\times(V+A)$ и могут быть записаны как

$$
(\bar{s}_L G_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu} q_R)(\bar{q}_R d_L) \quad \text{или} \quad (\bar{s}_L q_R)(\bar{q}_R G_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu} d_L)\,. \tag{2.23}
$$

Этот шаг кажется оправданным, поскольку в случае операторов размерности шесть матричные элементы операторов подобной структуры значительно усилены по сравнению с матричными элементами $(V-A)\times(V-A)$ операторов [14].

iii) Последнее упрощение состоит в замене

$$\bar{\psi} g_s G_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu}\psi \to m_0^2\bar{\psi}\psi\,, \tag{2.24}$$

где величина m_0 определена следующим образом [78, 79]:

$$\langle\bar{\psi} g_s G_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu}\psi\rangle = m_0^2\langle\bar{\psi}\psi\rangle\,,$$
$$m_0^2(1\ \text{ГэВ}) = 0,8\pm 0,2\ \text{ГэВ}^2\,. \tag{2.25}$$

Эта замена справедлива для оператора $\bar{\psi} g_s G_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu}\psi$ размерности пять. Мы полагаем, что она оправданна и в случае операторов размерности восемь, по крайней мере, для оценок по порядку величины.

Все указанные предположения становятся точными в пределе большого числа цветов $N_c\to\infty$.

В рамках описанной модели единственным оператором размерности восемь, дающим вклад в амплитуду A_0, является оператор $Q_4^{(8)}$. Соответствующий матричный элемент может быть выражен через матричный элемент оператора Q_6 (2.3):

$$\langle Q_4^{(8)}\rangle_0 = \frac{m_0^2}{4}\langle Q_6\rangle_0\,. \tag{2.26}$$

Таким образом, учет поправок порядка $1/m_c^2$ свелся к эффективному сдвигу коэффициентов Вильсона оператора Q_6 в гамильтониане (2.2):

$$z_6\to\left(z_6+\frac{\alpha_s}{4\pi}\frac{m_0^2}{4m_c^2}C_4^{(8)}\right),\qquad y_6\to\left(y_6-\frac{\alpha_s}{4\pi}\frac{m_0^2}{4m_c^2}C_4^{(8)}\right). \tag{2.27}$$

Используя численные значения $z_6=-0,013$, $y_6=-0,102$ в точке $\Lambda_{\overline{MS}} = 0,3$ ГэВ, $\mu=1$ ГэВ, $m_t=176$ ГэВ [19], мы находим относительные поправки к коэффициентам Вильсона

$$z_6\to z_6(1-0,1),\qquad y_6\to y_6(1+0,01). \tag{2.28}$$

Наибольшие поправки возникают в действительной части амплитуды A_0. Параметрически их относительная величина оказывается порядка $m_0^2/m_c^2\sim 0,5$. Однако из-за малости численного коэффициента поправки порядка $1/m_c^2$ составляют приблизительно 10% от ведущих вкладов. Следует отметить, что этот результат получен с помощью наивной факторизации адронных матричных элементов операторов размерности восемь. Реальный масштаб этих вкладов может быть найден при более надежной оценке матричных элементов, например, в решеточных моделях. Однако ясно, что поправки за счет операторов высших размерностей вряд ли могут существенно изменить значения амплитуд распадов K-мезонов, вычисленных при помощи четырехкваркового эффективного гамильтониана (2.2). Таким образом, решение проблем теоретического анализа нелептонных распадов K-мезонов в СМ связано, по-видимому, с более аккуратной оценкой адронных матричных элементов четырехкварковых операторов.

3. АДРОННЫЕ МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

3.1. Методы вычисления адронных матричных элементов. Одной из основных проблем анализа нелептонных распадов K-мезонов является оценка адронных матричных элементов четырехкварковых операторов (2.3), образующих эффективный $\Delta S = 1$ гамильтониан (2.2). Значения матричных элементов определяются динамикой сильных взаимодействий на больших расстояниях, и их вычисление требует применения непертурбативных методов. Из имеющихся подходов следует отметить следующие.

1. *Вычисления на решетках* [40–44] являются, по-видимому, единственным методом вычисления матричных элементов, целиком основанным на первых принципах. Однако в настоящее время точность и надежность решеточных методов недостаточна для того, чтобы их результаты могли быть использованы в анализе распадов $K \to \pi\pi$. Кроме того, следует отметить такие недостатки метода, как отсутствие явного аналитического решения и трудности определения киральных фермионов на решетке.

2. *Факторизация матричных элементов* [7–9]. Как уже было отмечено, наивная факторизация приводит к катастрофическому расхождению теоретических результатов и данных эксперимента. Кроме того, в рамках процедуры факторизации возникают трудности с согласованием схем вычисления коэффициентов Вильсона и матричных элементов четырехкварковых операторов. В самом деле, амплитуды распадов не должны зависеть от точки нормировки. Следовательно, зависимость коэффициентов Вильсона от μ должна компенсироваться аналогичной зависимостью матричных элементов. В то же время факторизованные матричные элементы, например, оператора Q_2, ренорм-инвариантны (вследствие ренорминвариантности $(V - A)$-токов).

3. *Эффективные модели.* Различные эффективные приближения (дикварки [81], подобные модели Намбу — Иона-Лазинио [38, 82–84] и т.д.), приводят к улучшению теоретических оценок амплитуд распадов. Связь этих моделей с КХД, однако, не вполне ясна.

4. *Киральная эффективная теория* [28, 29] в настоящее время является наиболее мощным средством исследования взаимодействия псевдоскалярных мезонов при низких энергиях.

Ниже мы рассмотрим принципы построения эффективного кирального действия.

3.2. Киральная эффективная теория. Форма кирального лагранжиана определяется [85–91]:

i) трансформационными свойствами относительно киральной группы $SU_L(3) \times SU_R(3)$,

ii) отождествлением псевдоскалярных мезонов с голдстоуновскими бозонами, соответствующими спонтанному нарушению симметрии $SU_L(3) \times SU_R(3)$ до $SU_V(3)$.

Физическим полем кирального лагранжиана является октет псевдоскалярных мезонов

$$\phi = \begin{pmatrix} \pi^0/\sqrt{2} + \eta/\sqrt{6} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\pi^0/\sqrt{2} + \eta/\sqrt{6} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -2\eta/\sqrt{6} \end{pmatrix}, \tag{3.1}$$

который содержится в унитарной матрице

$$U = \exp\left(i\frac{2\phi}{f_\pi}\right). \tag{3.2}$$

Матрица U преобразуется относительно киральной группы следующим образом:

$$U \to V_R U V_L^\dagger\,, \tag{3.3}$$

где V_L (V_R) — элемент группы $SU_L(3)$ $(SU_R(3))$.

Поле U взаимодействует с векторным v_μ, аксиальным a_μ, скалярным s и псевдоскалярным p источниками. Поле $\chi = s + ip$ относительно киральной группы преобразуется аналогично полю U, в то время как поля $r_\mu = a_\mu + v_\mu$ и $l_\mu = a_\mu - v_\mu$ преобразуются неоднородно:

$$\begin{aligned} r_\mu &\to V_R r_\mu V_R^\dagger + iV_R \partial_\mu V_R^\dagger\,, \\ l_\mu &\to V_L l_\mu V_L^\dagger + iV_L \partial_\mu V_L^\dagger\,. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Явное нарушение киральной симметрии кварковыми массами может быть получено путем фиксирования ненулевого значения поля χ. Удобно переопределить это поле:

$$\chi \to \chi = \frac{2m_{\pi^\pm}}{m_d + m_u}(s + ip)\,. \tag{3.5}$$

Тогда при $p = 0$ и

$$s = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & m_s \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

матрица χ является матрицей масс псевдоскалярных мезонов.

Эффективный киральный лагранжиан с заданными трансформационными свойствами строится из объектов, линейно преобразующихся относительно группы $SU_L(3) \times SU_R(3)$, а именно:

i) левых и правых токов

$$\begin{aligned} R_\mu &= iU\nabla_\mu U^\dagger \,, \\ L_\mu &= iU^\dagger \nabla_\mu U \,, \end{aligned} \tag{3.7}$$

где ∇_μ — ковариантная производная $\nabla_\mu U = \partial_\mu U - ir_\mu + iUl_\mu$,

ii) тензора напряженности полей l_μ и r_μ,

iii) скалярных плотностей $\chi^\dagger U$, $U\chi^\dagger$, $U^\dagger\chi$ и $\chi U^\dagger$ в виде ряда по ∇_μ, l_μ, r_μ, χ и $\chi^\dagger$ (разложение по p^2). Реальным параметром кирального разложения является безразмерная величина p^2/Λ_χ^2 [89, 90], где p^2 — импульс псевдоскалярного мезона или внешнего поля и

$$\Lambda_\chi^2 = 8\pi^2 f_\pi^2 \sim 1\ \text{ГэВ}^2\,. \tag{3.8}$$

Коэффициенты ряда не фиксируются симметриями лагранжиана, а определяются динамикой сильных взаимодействий. В общем виде связь между лагранжианом СМ и эффективным киральным лагранжианом можно записать, используя представление континуального интеграла для производящего функционала функций Грина:

$$\begin{aligned} Z(v_\mu, a_\mu, s, p) &= \int DA_\mu D\bar\psi D\psi \, \exp\left(i\int L^{\text{КХД}}(v_\mu, a_\mu, s, p)dx\right) = \\ &= \int DU \, \exp\left(i\int L^\chi(v_\mu, a_\mu, s, p)dx\right), \end{aligned} \tag{3.9}$$

где $L^{\text{КХД}}$ — лагранжиан (эффективный) СМ, содержащий кварковые и глюонные степени свободы, и L^χ — соответствующий киральный лагранжиан. В принципе уравнение (3.9) полностью определяет киральный лагранжиан.

Древесный киральный лагранжиан не удовлетворяет условию унитарности. Восстановление унитарности требует учета петлевых вкладов. Хотя киральный лагранжиан не является перенормируемым, необходимые для перенормировки контрчлены могут быть полностью определены в любом конечном порядке кирального разложения.

После того как киральный лагранжиан определен, амплитуды процессов вычисляются стандартными методами теории поля.

Приведем явные выражения для сильного и электрослабого кирального лагранжиана в ведущем порядке кирального разложения. Киральный лагранжиан сильного взаимодействия псевдоскалярных мезонов имеет вид [91]:

$$L^{\chi}_{\text{сил}} = \frac{f_\pi^2}{8}\left(\mathrm{tr}_{fl}\left(\nabla_\mu U^\dagger \nabla^\mu U\right) + \mathrm{tr}_{fl}\left(U^\dagger \chi + \chi^\dagger U\right)\right) + O(p^4)\,. \tag{3.10}$$

Во втором порядке кирального разложения киральный лагранжиан сильного взаимодействия состоит из слагаемого Весса–Зумино, которое описывает киральную аномалию [88], и кирально-инвариантного слагаемого, которое параметризуется двенадцатью независимыми константами. Численные значения этих констант могут быть определены из экспериментальных данных [91].

Трансформационные свойства кирального лагранжиана, описывающего $\Delta S = 1$ взаимодействие псевдоскалярных мезонов, определяются эффективным гамильтонианом (2.2). Он представляет собой сумму $(8_L \times 1_R)+$ $+(27_L \times 1_R)$ неприводимых представлений киральной группы [28]:

$$L^{\chi}_{\Delta \mathrm{S}=1} = L^{8}_{\Delta \mathrm{S}=1} + L^{27}_{\Delta \mathrm{S}=1}\,, \tag{3.11}$$

где

$$L^{8}_{\Delta \mathrm{S}=1} = c_8 f_\pi^2 \left(\nabla_\mu U^\dagger \nabla^\mu U\right)_{23} + c_8' f_\pi^2 \left(U^\dagger \chi + \chi^\dagger U\right)_{23} + \text{э.с.} + O(p^4)\,, \tag{3.12}$$

$$L^{27}_{\Delta \mathrm{S}=1} = c_{27} f_\pi^2 \left(\frac{2}{3}\left(U^\dagger \nabla_\mu U\right)_{21}\left(U^\dagger \nabla^\mu U\right)_{13} + \left(U^\dagger \nabla_\mu U\right)_{23}\left(U^\dagger \nabla^\mu U\right)_{11}\right) + \\ + \text{э.с.} + O(p^4)\,, \tag{3.13}$$

и c_f — некоторые числа. Структура полного электрослабого кирального лагранжиана, который описывает как нелептонные, так и радиационные распады K-мезонов, в порядке $O(p^4)$ значительно более сложна и включает 78 независимых параметров [29]. Имеющиеся экспериментальные данные недостаточны для определения этих параметров.

Рассмотрим второе слагаемое в октетной части электрослабого кирального лагранжиана (3.12), которое включает матрицу χ ($\chi^\dagger$). Это слагаемое содержит первую степень поля ϕ и относится к так называемым "головастикам". "Головастики" уже упоминались нами в разд. 2 при оценке матричных элементов операторов $m_s Q^{(5)}$ и $m_s Q_i^{(7)}$. Эти операторы содержат явно кварковую массу и, следовательно, в ведущем порядке кирального разложения соответствуют "головастикам" в киральном лагранжиане.

Известно, что вклады "головастиков" являются следствием использования неправильного вакуумного состояния. Действительно, наличие в лагранжиане линейных по полю членов говорит о том, что условие

$$\frac{\delta}{\delta \phi} S_\chi|_{\phi=\phi_0} = 0\,, \tag{3.14}$$

где S_χ — киральное действие, определяет вакуум $\phi_0 \neq 0$. Однако из-за спонтанного нарушения симметрии вакуум является вырожденным. Различные вакуумы связаны между собой преобразованиями группы $SU_A(3)$. Наблюдаемые амплитуды не зависят от конкретного выбора одного из эквивалентных вакуумов. Поэтому, если возможно переопределить поля $\phi \to \phi'$ с помощью $SU_A(3)$-преобразования таким образом, что $\phi'_0 = 0$, то "головастики" не приводят к наблюдаемым эффектам. В порядке $O(p^2)$ кирального разложения явное выражение для $SU_A(3)$-преобразования, которое определяет правильный вакуум при учете "головастика" в электрослабом лагранжиане, было найдено в работе [92]. С помощью этого преобразования "головастик" поглощается массовым членом кирального лагранжиана сильного взаимодействия (3.10). Таким образом, линейный по полю U $(U^\dagger)$ член в уравнении (3.12) не дает вклад в амплитуды распадов $K \to \pi\pi$ в порядке $O(p^2)$. В работе [93] было предложено другое доказательство этого факта. Авторы [93] показали, что в первом порядке по p^2 и G_F "головастик" является полной дивергенцией и, следовательно, не дает вклад в амплитуды распадов на массовой оболочке (в отсутствие внешнего поля).

Приведенные рассуждения, однако, относятся только к псевдоскалярным мезонам, которые являются голдстоуновскими бозонами. В случае распадов, например, странных гиперонов дополнительное киральное подавление операторов, содержащих явно массу кварка, отсутствует [77].

Проблема описания взаимодействия псевдоскалярных мезонов в рамках киральной эффективной теории свелась, таким образом, к определению параметров эффективного кирального действия на основании КХД. Для этой цели используются различные подходы.

i) В работах [33,34] электрослабый киральный лагранжиан исследовался с помощью $1/N_c$-разложения. Авторами [33,34] были получены согласованные оценки матричных элементов четырехкварковых операторов, и, таким образом, значительно уменьшено расхождение теоретических оценок амплитуд распадов и экспериментальных данных. Вопрос о надежности результатов $1/N_c$-разложения, тем не менее, остается открытым. Кроме того, в рамках этого метода не удалось до конца решить проблему согласования схем вычисления коэффициентов Вильсона и матричных элементов операторов.

ii) В работах [35–38] была сделана попытка вычислить параметры электрослабого кирального лагранжиана, используя правила сумм для двухточечной функции Грина $\langle 0|TQ_i(x)Q_j(y)|0\rangle$. Однако из-за больших адронных и КХД-поправок и нестабильности правил сумм в рамках этого метода оказалось невозможным связать адронное и КХД-представления функции Грина и получить определенные предсказания для параметров кирального лагранжиана и матричных элементов операторов Q_i.

iii) В работе [30] была сделана попытка оценить параметры электрослабого кирального лагранжиана, насыщая их вкладами низколежащих резонансов. Этот метод является феноменологическим и не имеет прямой связи с КХД, поскольку константы взаимодействия псевдоскалярных мезонов с низколежащими резонансами определяются из эксперимента. С другой стороны, таким образом можно получить важную информацию о структуре неведущих порядков электрослабого кирального лагранжиана. Подобный анализ кажется вполне обоснованным, поскольку известно, что параметры сильного кирального лагранжиана существенным образом определяются вкладами низколежащих резонансов [94, 95]. Однако недостаточные экспериментальные данные и сложная структура электрослабого кирального лагранжиана препятствуют полному проведению этой программы.

iv) В работах [96, 97] для определения параметров электрослабого кирального лагранжиана был предложен метод, основанный на исследовании трехточечной функции Грина методом КХД-правил сумм. Рассмотрим его более подробно.

3.3. Правила сумм для трехточечной функции Грина. В СМ эффективный низкоэнергетический $\Delta S = 1$ гамильтониан задан выражением (2.2). Эффективный киральный $\Delta S = 1$ лагранжиан имеет вид (3.11). Наша задача — связать эти два представления согласно уравнению (3.9) и выразить параметры кирального лагранжиана через параметры КХД.

Практически задача сводится к построению кирального представления четырехкварковых операторов (2.3). Удобно перейти к базису изотопически неприводимых операторов Q_i^f, принадлежащих представлению $(f_L \times 1_R)$ $(f = 8,\ 27)$ киральной группы, который связан с базисом (2.3) линейным преобразованием. Явный вид этого базиса нам не понадобится. Представим операторы Q_i^f в виде ряда по p^2:

$$Q_i^8 = (Q_i^8)_\chi \equiv g_8^i f_\pi^4 \left(\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U\right)_{23} + {g'_8}^i f_\pi^4 \left(U^\dagger \chi + \chi^\dagger U\right)_{23} + O(p^4)\,, \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} Q_i^{27} = (Q_i^{27})_\chi \equiv g_{27}^i f_\pi^4 \Bigg(\frac{2}{3}\left(U^\dagger \partial_\mu U\right)_{21} \left(U^\dagger \partial^\mu U\right)_{13} + \\ + \left(U^\dagger \partial_\mu U\right)_{23} \left(U^\dagger \partial^\mu U\right)_{11}\Bigg) + O(p^4)\,. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Коэффициенты g_f^i рядов (3.15), (3.16) определяются условием

$$\langle Q_i^8 \rangle_I = \langle (Q_i^8)_\chi \rangle_I\,, \quad (3.17)$$

$$\langle Q_i^{27} \rangle_I = \langle (Q_i^{27})_\chi \rangle_I\,. \quad (3.18)$$

Определив эти коэффициенты для всех операторов Q_i^f, мы полностью определим параметры c_f кирального лагранжиана в порядке $O(p^2)$.

Получить полную информацию о параметрах g_f^i мы можем, вычислив матричные элементы операторов Q_i^8 между одномезонными состояниями.

В самом деле, матричные элементы между состояниями, например, K^+- и π^+-мезонов

$$\langle\pi^+(p_1)|Q_i^8|K^+(p_2)\rangle = -4f_\pi^2(g_8^i(p_1p_2) + {g'_8}^i m_K^2)\,, \tag{3.19}$$

$$\langle\pi^+(p_1)|Q_i^{27}|K^+(p_2)\rangle = \frac{8}{3}g_{27}^i f_\pi^2(p_1p_2) \tag{3.20}$$

однозначно определяют величины g_f^i. Вклады, пропорциональные g_8^i и ${g'_8}^i$, в уравнении (3.19) могут быть легко разделены благодаря различной зависимости от импульсов мезонов.

Таким образом, задача вычисления произвольных матричных элементов операторов Q_i^f в ведущем порядке кирального разложения свелась к вычислению матричных элементов между одномезонными состояниями. Для этой цели мы предлагаем исследовать методом КХД-правил сумм трехточечную функцию Грина [98, 99] вида

$$G^i(p,q) = i^2\int\langle 0|Tj_\pi(x)Q_i^f(0)j_K(y)|0\rangle \mathrm{e}^{ip_2x-ip_1y}dxdy =$$

$$= i^2\int\langle 0|Tj_\pi(x)Q_i^f(y)j_K(0)|0\rangle \mathrm{e}^{i(p-\frac{q}{2})x-iqy}dxdy\,, \tag{3.21}$$

где $p_1 = p+q/2$, $p_2 = p-q/2$ и j_K (j_π) — некоторый интерполирующий ток для поля K-мезона (π-мезона).

Используя дисперсионные соотношения, мы находим низкоэнергетическое представление функции Грина (3.21):

$$G^i(p,q) = \frac{\langle j_\pi|\pi(p_2)\rangle\langle\pi(p_2)|Q_i^f|K(p_1)\rangle\langle K(p_1)|j_K\rangle}{p_2^2(p_1^2-m_K^2)} +$$

$$+\frac{R_L}{p_2^2} + \frac{R_R}{p_1^2-m_K^2} + \ldots, \tag{3.22}$$

где многоточие обозначает вклады, в которых K-мезонный и π-мезонный полюсы отсутствуют. Подставляя киральное представление (3.15), (3.16) в уравнение (3.22) и вычисляя явно матричный элемент $\langle\pi(p_2)|Q_i^f|K(p_1)\rangle$, мы получаем низкоэнергетическое представление (3.22) как функцию параметров g_f^i. Таким образом, в порядке $O(p^2)$ резонансная часть функции Грина (3.21) для оператора Q_i^f параметризуется одной константой при $f = 27$ и двумя константами при $f = 8$.

Для того чтобы извлечь из уравнения (3.22) информацию об этих параметрах, необходимо отделить резонансный вклад от смешанных вкладов. Это возможно, поскольку в отличие от остальных вкладов резонанс приводит к полюсу второго порядка в дисперсионном соотношении. В уравнении (3.22) этого можно достичь, накладывая кинематическое условие $(pq) = m_K^2/2$. Полагая $(pq) = m_K^2/2$ и умножая (3.22) на $(p^2 + q^2/4 - m_K^2/2)$, мы получаем

$$\frac{\langle j_\pi|\pi(p_2)\rangle\langle\pi(p_2)|Q_i^f|K(p_1)\rangle\langle K(p_1)|j_K\rangle}{(p^2 + \frac{q^2}{4} - \frac{m_K^2}{2})} + R_L + R_R + \ldots\,, \tag{3.23}$$

где резонансный вклад явно выделен как полюс первого порядка. Выражение (3.23) далее может быть обработано стандартными методами правил сумм. Возможность разделения резонансных и нерезонансных вкладов является существенным преимуществом нашего метода по сравнению с методом [35–38], в котором для определения параметров электрослабого кирального лагранжиана используются правила сумм для двухточечной функции Грина $\langle 0|TQ_i(x)Q_j(y)|0\rangle$. В случае двухточечной функции Грина интересующие нас матричные элементы по состояниям псевдоскалярных мезонов дают вклад в континуум спектральной плотности, и выделить его на фоне вкладов других состояний сложно. В результате вклады высших состояний приходится учитывать явно, что значительно снижает надежность получаемых оценок.

Вычислим функцию Грина (3.21) в КХД. При большом евклидовом импульсе $p^2 \to -\infty$ и $q \sim 0$ функция Грина (3.21) имеет асимптотическое разложение вида [100, 101]:

$$G^i(p,q) = \sum_n K_n(p,q)\langle 0|O_n|0\rangle + \sum_n C_n(p_2)B_n(q)\,, \tag{3.24}$$

где коэффициенты $C_n(p_2)$ определяются ОР двухточечной функции Грина:

$$i\int Tj_\pi(x)j_K(0)\mathrm{e}^{ip_2x}dx = \sum_n C_n(p_2)O'_n\,, \tag{3.25}$$

и

$$B_n(q) = i\int\langle 0|TO'_n(0)Q_i^f(y)|0\rangle\mathrm{e}^{-iqy}dy \tag{3.26}$$

есть вакуумные ожидания билокальных операторов. В уравнениях (3.24), (3.25) O_n и O'_n — локальные КХД-операторы с соответствующими квантовыми числами.

К достоинствам предлагаемого метода следует отнести возможность гибкого выбора интерполирующих токов. Интерполирующие токи для анализа каждого оператора выбираются таким образом, чтобы свести к минимуму влияние плохо контролируемых вкладов билокальных операторов, “прямых” инстантонов [102, 103] и т.д., а также сделать вычисления технически более простыми.

Разложение (3.24) хорошо определено и может быть построено таким образом, что коэффициентные функции $K_n(p,q)$ являются аналитическими функциями импульса q при $q \sim 0$. Поэтому мы можем положить $q^2 = 0$ и работать в ведущем порядке разложения по степеням q^2 с однопараметрическим асимптотическим разложением по $1/p^2$. В то же время скалярное произведение (pq) остается фиксированным условием $(pq) = m_K^2/2$.

Мы получили представления функции Грина (3.21) при малых (3.22) и больших (3.24) импульсах. Параметры g_f^i могут быть определены как функции параметров КХД, если связать эти представления с помощью борелевских правил сумм [99]:

$$\int_0^\infty \rho_i^{\text{адр}}(s) \exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) ds = \int_0^\infty \rho_i^{\text{КХД}}(s) \exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) ds \tag{3.27}$$

или правил сумм при конечной энергии (ПСКЭ) [98, 104–106]

$$\int_0^{s_0} s^k \rho_i^{\text{адр}}(s) ds = \int_0^{s_0} s^k \rho_i^{\text{КХД}}(s) ds\,, \quad k = 1,\ 2,\ \ldots\,, \tag{3.28}$$

где $\rho_i^{\text{адр}}(s)$ и $\rho_i^{\text{КХД}}(s)$ — соответственно адронное и КХД-представления спектральной плотности функции (3.21), $s = p^2$, M — переменная Бореля и s_0 — интервал дуальности. Если операторное разложение (3.24) сходится и не содержит больших вкладов плохо контролируемых экспоненциальных членов, правила сумм позволяют с хорошей точностью определить параметры кирального представления (3.15), (3.16).

Продемонстрируем действие описанного выше метода на примере вычисления матричного элемента глюонного "пингвина" [97].

3.4. Матричный элемент глюонного "пингвина". Глюонный "пингвин" — оператор Q_6 — представляет большой интерес, поскольку:

i) несет изотопический спин $I = 1/2$ и, по-видимому, играет важную роль для решения проблемы $\Delta I = 1/2$ [14],

ii) дает доминирующий вклад в мнимую часть амплитуд распадов и, следовательно, определяет значение параметра ε' прямого нарушения CP-инвариантности [47],

iii) существуют значительные расхождения в имеющихся теоретических оценках матричного элемента этого оператора [14, 15, 33–35, 38, 41, 53, 107].

Трудности при вычислении матричного элемента оператора Q_6 связаны с тем, что наивная оценка "факторизация + ЧСАТ" приводит к нулевому значению этого матричного элемента. Для того чтобы получить первое не-исчезающее приближение, необходимо учитывать поправки к соотношениям ЧСАТ. Отсутствие надежного начального приближения приводит к сильной зависимости результата от используемой модели.

Параметризуем матричный элемент оператора Q_6 следующим способом:

$$\langle Q_6 \rangle_0 = -\sqrt{\frac{3}{2}} f_K m_K^2 B_6^{(1/2)}\,, \tag{3.29}$$

где множитель $f_K m_K^2$ фиксирует характерную шкалу масс, множитель $-\sqrt{\frac{3}{2}}$ введен для удобства и $B_6^{(1/2)}$ — безразмерный параметр, который необходимо вычислить.

Оператор Q_6 принадлежит $(8_L \times 1_R)$ неприводимому представлению киральной группы. В порядке $O(p^2)$ его киральное представление параметризуется двумя константами $g \equiv g_8^6$ и $g' \equiv {g'_8}^6$ (3.15):

$$(Q_6)_\chi = g f_\pi^4 \left(\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U\right)_{23} + g' f_\pi^4 \left(U^\dagger \chi + \chi^\dagger U\right)_{23} + O(p^4) \tag{3.30}$$

(для простоты обозначений мы опускаем индексы $i = 6$ и $f = 8$).

Параметр $B_6^{(1/2)}$ связан с параметром g соотношением

$$B_6^{(1/2)} = 4\frac{f_\pi}{f_K} g\,. \tag{3.31}$$

Слагаемое, параметризуемое константой g' (“головастик”), не дает вклада в амплитуды распадов.

Для того чтобы определить параметры g и g', рассмотрим функцию Грина

$$G_\mu(p,q) = (p+q)_\mu G(p,q) = i^2 \int \langle 0|T j_\mu^5(x) Q_6(0) j^5(y)|0\rangle e^{ip_2 x - ip_1 y} dx dy =$$

$$= i^2 \int \langle 0|T j_\mu^5(x) Q_6(y) j^5(0)|0\rangle e^{i(p-\frac{q}{2})x - iqy} dx dy\,. \tag{3.32}$$

Интерполирующие токи

$$j_\mu^5 = \bar{d}\gamma_\mu\gamma_5 u\,, \qquad j^5 = \bar{u}\gamma_5 s \tag{3.33}$$

имеют проекции на мезонные состояния

$$\langle 0|j_\mu^5|\pi^+(p_2)\rangle = i f_\pi p_{2\mu}\,, \qquad \langle K^+(p_1)|j^5|0\rangle = -i\frac{f_K m_K^2}{m_s}\,. \tag{3.34}$$

Причины такого несимметричного выбора токов станут ясны из дальнейшего анализа.

Используя уравнения (3.30), (3.34), получаем резонансную часть адронного представления функции Грина (3.32):

$$G(p,q) = -4\frac{f_\pi^3 f_K m_K^2}{m_s}\left(\frac{g(p_1 p_2) + g' m_K^2}{p_2^2(p_1^2 - m_K^2)}\right) =$$

$$= -4\frac{f_\pi^3 f_K m_K^2}{m_s}\left(\frac{g(pq) + g' m_K^2}{(p^2 - \frac{m_K^2}{2})^2}\right) + O(q^2)\,, \tag{3.35}$$

где мы использовали равенство $(p_1 p_2) = (pq) - q^2/2$, справедливое при $(pq) = m_K^2/2$ и $p^2 = m_K^2/2$.

С другой стороны, КХД дает для функции $G(p,q)$ следующее асимптотическое разложение:

$$G(p,q) = -\frac{3}{\pi^2}\frac{(pq)}{p^2}\ln\left(\frac{-p^2}{\mu^2}\right)\langle\bar{\psi}\psi\rangle + \frac{3}{4\pi^2}\gamma\ln\left(\frac{-p^2}{\mu^2}\right)\langle\bar{\psi}\psi\rangle + \\ + O(p^{-6}) + O(q^2) + (\text{билокальные вклады})\,, \tag{3.36}$$

где $\langle\bar{u}u\rangle = \langle\bar{d}d\rangle \equiv \langle\bar{\psi}\psi\rangle$, $\gamma = \langle\bar{s}s\rangle/\langle\bar{\psi}\psi\rangle - 1 \neq 0$. Поскольку нас интересует первый порядок кирального разложения, при выводе уравнения (3.36) в ОР мы ограничились величинами первого порядка по m_s, $(pq) = m_K^2/2$ и $\gamma = O(m_s)$. В соответствии с киральной структурой оператора Q_6 все члены нулевого порядка по m_s в уравнении (3.36) сократили друг друга. Независимость от импульса q слагаемого, пропорционального величине γ в уравнении (3.36), говорит о том, что это слагаемое определяет вклад "головастика" в представление (3.30).

Рассмотрим билокальную часть ОР. Разложение (3.25) имеет вид

$$\sum_n C_n(p_2) O_n = p_{2\mu}\left(\frac{\bar{d}s}{p_2^2} + O(p_2^{-6})\right)\,. \tag{3.37}$$

Покажем, что билокальные операторы не дают вклад в резонансную часть спектральной плотности до порядка $O(p^{-6})$. В самом деле, при выделении резонансного вклада мы умножаем функцию $G_\mu(p,q)$ на $p_2^2 = (p^2 + q^2/4 - m_K^2/2)$. Но после умножения на p_2^2 первый член разложения (3.37) становится аналитичным по p^2 при $p^2 = 0$ и не дает вклад в спектральную плотность. Это является следствием несимметричной формы функции Грина (3.32). Как уже было отмечено, киральная симметрия требует сокращения членов нулевого порядка по m_s в разложении (3.36). Если бы в уравнении (3.32) мы взяли два аксиальных или два псевдоскалярных тока, это сокращение имело бы место только при учете билокальных вкладов, что привело бы к сильной зависимости результата от значений вакуумных ожиданий билокальных операторов. Это явление нежелательно, поскольку в настоящее время численная оценка билокальных вкладов связана со значительными ошибками. Выбор несимметричной формы функции Грина позволяет избежать указанных трудностей. Более того, при таком выборе в разложении (3.36) отсутствуют четырехкварковые операторы, и не возникают погрешности, связанные с факторизацией при оценке вакуумных ожиданий этих операторов.

Найдем спектральную плотность функции

$$G(p) = \left(p^2 - \frac{m_K^2}{2}\right) G(p,q)\,\Big|_{q^2=0,\ (pq)=\frac{m_K^2}{2}}\,. \tag{3.38}$$

Из уравнения (3.35) получаем адронное представление спектральной плотности

$$\rho^{\text{адр}}(s) = 2\frac{f_\pi^3 f_K m_K^2}{m_s}\left(g + 2g'\right)\delta\left(s - m_K^2\right) + \ldots \tag{3.39}$$

Уравнение (3.36) дает КХД-представление спектральной плотности

$$\rho^{\text{КХД}}(s) = \frac{3}{4\pi^2}\langle\bar\psi\psi\rangle\left(2m_K^2 + s\gamma\right)\theta(s) + \ldots \tag{3.40}$$

Применяя ПСКЭ (3.28) при $k = 0$ к выражениям (3.39), (3.40), для параметров g и g' мы получаем

$$g = -\frac{3}{4\pi^2}\frac{m_s\langle\bar\psi\psi\rangle s_0}{f_K f_\pi^3 m_K^2}\,, \qquad g' = -\frac{3}{32\pi^2}\frac{m_s\langle\bar\psi\psi\rangle s_0^2}{f_K f_\pi^3 m_K^4}\gamma\,. \tag{3.41}$$

Используя соотношения ЧСАТ $2m_s\langle\bar\psi\psi\rangle = -f_K^2 m_K^2$, перепишем уравнения (3.41) в виде

$$g = \frac{3}{8\pi^2}\frac{f_K}{f_\pi}\frac{s_0}{f_\pi^2}\,, \qquad g' = \frac{3}{64\pi^2}\frac{f_K}{f_\pi}\frac{s_0^2}{f_\pi^2 m_K^2}\gamma\,. \tag{3.42}$$

Для интервала дуальности s_0 мы используем значение интервала дуальности π-мезона $s_0^\pi = 0,8$ ГэВ^2 [105]. Поясним наш выбор. Значение s_0^π фитирует ПСКЭ двухточечной функции Грина

$$G_\mu^\pi(p_2) = i\int\langle 0|T j_\mu^5(x)\,\bar u_R d_L(0)|0\rangle \mathrm{e}^{ip_2x}dx\,, \tag{3.43}$$

которая получается при факторизации трехточечной функции Грина (3.32). При таком выборе интервала дуальности мы эффективно учитываем все факторизуемые вклады высших порядков ОР (в данном случае они имеют порядок $O(p^{-6})$ и выше) в соответствующую часть факторизованной функции Грина (3.32) [80]. Если пренебречь разностью масс легких кварков и рассмотреть $SU_V(3)$ симметричный предел $m_s = m_u = m_d$, то значение s_0^π фитирует также ПСКЭ второй двухточечной функции Грина

$$G^K(p_1) = i\int\langle 0|T\bar s_L u_R(0)\,j^5(y)|0\rangle \mathrm{e}^{-ip_1y}dy\,, \tag{3.44}$$

которая получается при факторизации функции (3.32). С другой стороны, ПСКЭ для функции Грина (3.44) с учетом большой массы s-кварка фитируется значением $s_0^K = 1,2$ ГэВ^2 интервала дуальности K-мезона [105]. Поскольку нашей задачей является выделение ведущих членов кирального разложения, следует использовать значение интервала дуальности в киральном пределе, то есть интервал дуальности π-мезона, а содержащие массу s-кварка факторизуемые члены разложения (3.36), которые определяются разложением функции (3.44) и являются причиной неравенства $s_0^K \neq s_0^\pi$, учитывать явно.

Точное значение интервала дуальности может быть определено из ПСКЭ (3.28) для $k > 0$ при учете степенных поправок в разложении (3.36). Однако ведущие степенные поправки порядка $O(p^{-4})$ отсутствуют и, следовательно, полученное таким образом значение слабо отличается от s_0^π.

Окончательно для параметра $B_6^{(1/2)}$ в точке нормировки $\mu^2 = s_0^\pi$ из уравнений (3.31), (3.42) получаем

$$B_6^{(1/2)}(s_0^\pi) = \frac{3}{2\pi^2}\frac{s_0^\pi}{f_\pi^2} = 7\,. \tag{3.45}$$

Учитывая мультипликативную перенормировку, которая в основном определяет ренормализационные свойства оператора Q_6, в произвольной точке нормировки $\mu < m_c$ получаем

$$B_6^{(1/2)}(\mu^2) = B_6^{(1/2)}(s_0^\pi)\left(\frac{\alpha_s(s_0^\pi)}{\alpha_s(\mu^2)}\right)^{-\gamma_6/2\beta_3}, \tag{3.46}$$

где $\gamma_6 = -14$ — аномальная размерность оператора Q_6 [14]. Ренормгрупповой фактор $\left(\frac{\alpha_s(s_0^\pi)}{\alpha_s(\mu^2)}\right)^{-\gamma_6/2\beta_3}$ значительно сглаживает зависимость результата от выбора интервала дуальности s_0. В самом деле, если в уравнение (3.45) мы подставим значение s_0^K интервала дуальности K-мезона [105], значение параметра $B_6^{(1/2)}(1\ \text{ГэВ})$ увеличится только на $\sim 25\%$ (при $\Lambda_{\overline{MS}} = 0,3$ ГэВ).

Определим погрешности полученного результата. Для оператора Q_6 мы используем киральное представление (3.30), в котором пренебрегаем членами порядка $O(p^4)$. Относительная величина погрешности, связанной с отбрасыванием членов высоких порядков кирального разложения, строго говоря, не известна. Однако существуют как экспериментальные, так и теоретические основания считать, что она определяется отношением [89, 90]:

$$\frac{m_K^2}{\Lambda_\chi^2} \sim 0,25\,, \tag{3.47}$$

то есть составляет $\sim 25\%$ от ведущих вкладов.

КХД-представление спектральной плотности включает неопределенности, связанные с непертурбативными вкладами высших членов ОР и пертурбативными поправками к коэффициентным функциям ведущих операторов. Ведущие степенные поправки в разложении (3.36) сократились, и непертурбативные поправки, включая билокальные вклады, имеют порядок $O(p^{-6})$. Следовательно, они не могут привести к значительному изменению нашего результата. Коэффициент Вильсона оператора Q_6 имеет порядок $O(\alpha_s)$, поэтому поправки α_s к матричному элементу оператора Q_6 соответствуют поправкам порядка $O(\alpha_s^2)$ к амплитудам распадов. Корректный учет этих вкладов требует согласованного вычисления всего эффективного гамильтониана в порядке $O(\alpha_s^2)$.

Таким образом, для матричного элемента оператора Q_6 мы получаем

$$\langle Q_6(1\ \text{ГэВ})\rangle_0 = -(0,31 \pm 0,08)\ \text{ГэВ}^3\,, \tag{3.48}$$

или в терминах параметра $B_6^{(1/2)}$:

$$B_6^{(1/2)}(1\ \text{ГэВ}) = 7,4 \pm 1,9\,, \tag{3.49}$$

где указанные погрешности оценивают вклады высших порядков кирального разложения. Проведенный анализ показывает, что остальные погрешности относительно малы. Поскольку применяемый метод основан на фундаментальных свойствах сильных взаимодействий — дуальности и киральной симметрии, и не используются необоснованные модели или приближения, результат (3.49), по-видимому, достаточно надежен.

4. ПЕРЕХОДЫ $K \to \pi\pi$ С ГЛЮОНАМИ В ПРОМЕЖУТОЧНОМ СОСТОЯНИИ

4.1. Локальный вклад в амплитуду распада. В предыдущем разделе был представлен регулярный метод вычисления поправок к результату факторизации для адронных матричных элементов. Данный метод удобен для вычисления параметров кирального лагранжиана в порядке $O(p^2)$. При анализе следующего порядка кирального разложения возникают некоторые трудности.

i) Из-за сложной структуры электрослабого кирального лагранжиана в порядке $O(p^4)$ возникает проблема разделения вкладов при определении различных параметров.

ii) Приходится иметь дело с более высокими порядками ОР, что делает вычисления технически сложными, а результаты менее надежными.

Существует, однако, возможность получить информацию о некоторой части нарушающих факторизацию вкладов порядка $O(p^4)$ в адронные матричные элементы другим способом [96, 108]. Рассмотрим процесс, при котором пара легких кварков из четырехкваркового оператора аннигилирует в облако мягких глюонов, причем пара пионов в конечном состоянии формируется из глюонного облака. Другими словами, рассмотрим переходы $K \to \pi\pi$ с глюонами в промежуточном состоянии. Поскольку глюоны несут нулевой изотопический спин, эти переходы дают вклад только в амплитуду A_0 и могут быть важны для решения проблемы $\Delta I = 1/2$.

Наибольший интерес представляет собой ведущий оператор Q_2, для которого коэффициент Вильсона имеет порядок $O(1)$. Перед тем, как перейти к анализу непертурбативных вкладов в матричный элемент оператора Q_2, полезно рассмотреть аннигиляцию пары кварков c-$\bar{c}$ из оператора Q_2^c в древесном эффективном гамильтониане (2.13). В ведущем порядке разложения аннигиляционной диаграммы по степеням обратной массы c-кварка вклад в эффективный гамильтониан дают локальные операторы размерности восемь (2.20). Эти операторы содержат как кварковые, так и глюонные поля и, следовательно, могут описывать взаимодействие мезонных и глюонных степеней свободы. Ограничим анализ скалярной бесцветной конфигурацией глюонного поля $G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}$. Операторы $Q_3^{(8)}$, $m_sQ_1^{(7)}$ и $m_sQ_2^{(7)}$ из базиса (2.20) включают в себя эту конфигурацию. Пренебрегая остальными операторами и выделяя явно структуру $G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}$, перепишем добавку (2.19) к эффективному гамильтониану в виде

$$H^G_{\Delta S=1} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}}V_{ud}V^*_{us}(1-\tau)\left(\frac{1}{120}\frac{1}{m_c^2}m_s\bar{s}_Rd_L\frac{\alpha_s}{\pi}G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}\right) + \text{э.с.} \qquad (4.1)$$

Для того чтобы определить вклад (4.1) в амплитуды распадов, построим киральное представление КХД- оператора

$$m_s\bar{s}_Rd_L\frac{\alpha_s}{\pi}G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}\,. \qquad (4.2)$$

Оператор (4.2) содержит явно массу s-кварка и принадлежит $(8_L\times 1_R)$ неприводимому представлению киральной группы. Следовательно, его киральное представление имеет вид

$$(m_s\bar{s}_Rd_L\frac{\alpha_s}{\pi}G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu})_\chi = Af_\pi^6(U^\dagger\chi)_{23} + Bf_\pi^4(U^\dagger\chi)_{23}\mathrm{tr}_{fl}(\partial_\mu U^\dagger\partial^\mu U)+$$

$$+(\text{другие } O(p^4) \text{ члены}) + O(p^6)\,, \qquad (4.3)$$

где A и B — безразмерные параметры. Второй член в представлении (4.3) отделен от других членов порядка $O(p^4)$ по причине, которая станет ясна из дальнейшего анализа. Слагаемое порядка $O(p^2)$ в уравнении (4.3) представляет собой "головастик" и может быть отброшено. Таким образом, вклад оператора (4.2) в физические амплитуды задается членами порядка $O(p^4)$. Простейший способ определить эти члены состоит в том, чтобы факторизовать оператор (4.2) и рассмотреть его как произведение невзаимодействующих $(S-P)$ кваркового тока и скалярного бесцветного глюонного оператора. Далее кварковый ток заменяется на киральный оператор в соответствии с гипотезой ЧСАТ и алгеброй токов:

$$m_s\bar{s}_Rd_L \to -\frac{f_\pi^2}{8}(U^\dagger\chi)_{23}\,. \qquad (4.4)$$

С другой стороны, существует низкоэнергетическая теорема, основанная на общих свойствах тензора энергии импульса, которая определяет киральное представление глюонного оператора [109, 110]:

$$(\frac{\alpha_s}{\pi}G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu})_\chi = -\frac{2}{\beta_3}f_\pi^2 \mathrm{tr}_{fl}(\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U) + O(p^4)\,, \qquad \beta_3 = 9\,. \tag{4.5}$$

Уравнения (4.4), (4.5) позволяют определить константу B:

$$B = \frac{1}{4\beta_3}\,, \tag{4.6}$$

которая, в нашей модели, параметризует ведущий член кирального разложения оператора (4.2). В результате мы получили вклад в киральный лагранжиан

$$L^G_{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}V_{ud}V^*_{us}(1-\tau)\left(\frac{1}{480\beta_3}\frac{f_\pi^4}{m_c^2}(U^\dagger\chi)_{23}\mathrm{tr}_{fl}(\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U)\right) + \text{э.с.}\,, \tag{4.7}$$

который определяет поправку к амплитуде A_0:

$$\Delta A_0 = \frac{G_F}{\sqrt{2}}V_{ud}V^*_{us}(1-\tau)\frac{1}{30\beta_3}\frac{m_K^2}{m_c^2}f_K m_K^2\,. \tag{4.8}$$

Рассмотренное приближение соответствует простейшей физической картине распада $K \to \pi\pi$, в которой K-мезон аннигилируется псевдоскалярным кварковым током и пара π-мезонов рождается глюонным оператором. Другими словами, киральный лагранжиан (4.7) описывает канал распада с глюонами в промежуточном состоянии. Численно относительная поправка к амплитуде A_0 оказывается порядка $\frac{1}{30\beta_3}\frac{m_K^2}{m_c^2} \sim 10^{-3}$.

4.2. Нарушающий факторизацию нелокальный вклад в матричный элемент оператора Q_2. Выше был рассмотрен случай, когда глюоны, из которых формируется пара π-мезонов, образуются в результате аннигиляции пары кварков c-$\bar{c}$ из оператора Q_2^c. Благодаря относительно большой массе c-кварка, взаимодействие, отвечающее за переходы $K \to G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}$, может быть описано локальным гамильтонианом (4.1). Аннигиляция пары кварков u-$\bar{u}$ из оператора Q_2 из-за малой массы u-кварка не может быть представлена локальной вершиной. Для того, чтобы определить вклад переходов $K \to \pi\pi$ с простейшей конфигурацией глюонного поля $G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}$ в промежуточном состоянии в матричный элемент оператора Q_2, требуется непертурбативный метод. Мы воспользуемся общим методом, описанным в разд. 3, то есть используем киральную эффективную теорию и КХД-правила сумм.

Задача состоит в построении части кирального представления оператора Q_2, которая определяется переходами $K \to G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu} \to \pi\pi$. На основании результатов предыдущего пункта эта часть кирального представления может быть записана в виде

$$(Q_2)^G_\chi = g^G f_\pi^2 (U^\dagger \chi)_{23} \mathrm{tr}_{fl}(\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U)\,, \tag{4.9}$$

где g^G — безразмерный параметр. В самом деле, полное киральное представление оператора Q_2 в порядке $O(p^4)$ содержит единственный член вида (4.9), который дает вклад в амплитуды распадов $K \to \pi\pi$ и включает в себя конфигурацию $\mathrm{tr}_{fl}(\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U)$, как этого требует уравнение (4.5) [29]. Для определения параметра g^G используем правила сумм для подходящей функции Грина. Технически более удобно работать с двухточечной функцией Грина. Естественным выбором является функция Грина вида

$$G(p) = \int \langle 0|T \frac{\alpha_s}{\pi} G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu}(x) Q_2(0)|K^0(q)\rangle \mathrm{e}^{ipx} dx|_{q=0}\,, \tag{4.10}$$

где в качестве интерполирующего оператора для π-мезонов используется оператор $G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}$. Насыщая функцию Грина (4.10) состояниями $\pi^+\pi^-$ и $\pi^0\pi^0$ (низшими состояниями с подходящими квантовыми числами), используя полное киральное представление оператора Q_2 и низкоэнергетическую теорему (4.5), при малом импульсе $p \sim 0$ получаем адронное представление для этой функции

$$G(p) = -g^G \frac{32}{\pi^2 \beta_3} \frac{m_K^2}{f_\pi} p^4 \ln\left(\frac{-p^2}{\mu^2}\right) + O(p^6) \tag{4.11}$$

и для спектральной плотности этой функции

$$\rho^{\text{адр}}(s) = g^G \frac{32}{\pi^2 \beta_3} \frac{m_K^2}{f_\pi} s^2\, \theta(s)\,. \tag{4.12}$$

Благодаря специальному выбору функции Грина, члены порядка $O(p^2)$ не дают вклад в уравнение (4.11). Таким образом, мы можем исследовать вклад порядка $O(p^4)$, параметризуемый константой g^G, непосредственно, а не как поправку к некоторому ведущему результату. Это делает результаты гораздо более надежными. Следует сделать замечание относительно кирального предела для K-мезона в уравнении (4.10). Представление (4.9) фиксирует правильный порядок амплитуды рассматриваемого процесса, причем слагаемое $(Q_2)^G_\chi$ не зависит (явно) от импульса K-мезона. Сохранение в уравнении (4.10) ненулевого импульса K-мезона приведет к сдвигу амплитуды на величину порядка $O(p^6)$, что находится за пределами точности нашего метода. Поэтому мы можем положить $q = 0$ и работать с функцией одного аргумента p.

При большом евклидовом импульсе $p^2 \to -\infty$ операторное разложение для функции Грина (4.10) имеет вид

$$G(p) = i\frac{1}{2\pi^2} \ln\left(\frac{-p^2}{\mu^2}\right) \frac{\alpha_s}{\pi} \langle 0|m_s \bar{s}_R g_s G^a_{\mu\nu} t^a \sigma_{\mu\nu} d_L|K^0(q)\rangle|_{q=0} +$$

$$+O(\alpha_s^2 p^2) + O(p^{-2})\,. \tag{4.13}$$

Множитель m_s в уравнении (4.13) обеспечивает правильное поведение функции Грина в киральном пределе. Редуцируя K-мезон, преобразуем уравнение (4.13) к следующему виду:

$$G(p) = -\frac{1}{4\pi^2}\ln\left(\frac{-p^2}{\mu^2}\right)\frac{\alpha_s}{\pi} f_K m_K^2 m_0^2\,. \tag{4.14}$$

Соответствующая спектральная плотность имеет вид

$$\rho^{\text{КХД}}(s) = \frac{1}{4\pi^2}\frac{\alpha_s}{\pi} f_K m_K^2 m_0^2\,\theta(s)\,. \tag{4.15}$$

Для того чтобы определить значение g^G, используем уравнения (4.12), (4.15) и стандартную процедуру ПСКЭ. Результат имеет вид

$$g^G = \frac{3\beta_3}{128}\frac{f_K}{f_\pi}\frac{f_\pi^2 m_0^2}{s_0^2}\frac{\alpha_s(s_0)}{\pi}\,. \tag{4.16}$$

Остается вопрос о выборе значения интервала дуальности s_0. Покажем, что результат (4.16) является самосогласованным в достаточно узком интервале значений s_0. В самом деле, для того чтобы подавить вклады высших состояний, например, вклад скалярного мезона $\sigma(0,9\ \text{ГэВ})$ в адронное представление (4.11), мы должны положить $s_0 < (0,9\ \text{ГэВ})^2$. Кроме того, выражение (4.11) получено нами в ведущем порядке разложения по p^2 и оправдано до тех пор, пока отношение s_0/Λ_χ^2 остается малым. С другой стороны, на шкале $\mu < 0,8$ ГэВ пертурбативные α_s-поправки к эффективному гамильтониану становятся плохо контролируемыми [25], что ограничивает возможное значение интервала дуальности снизу $s_0 > (0,8\ \text{ГэВ})^2$. Таким образом, наиболее обоснованным кажется выбор $s_0 \sim (0,8\ \text{ГэВ})^2$.

Попробуем оценить погрешность полученного результата. Рассмотрим поправки к КХД-представлению функции Грина (4.10). Пертурбативные поправки к ОР (единичный оператор в разложении (4.13)) подавлены петлевым фактором $\alpha_s/4\pi \sim 10^{-3}$. Непертурбативные поправки за счет операторов высших размерностей, по-видимому, более важны. Ведущие степенные поправки в ОР (4.13) определяются операторами размерности восемь. Для численной оценки степенных поправок необходимо оценить матричные элементы этих операторов между вакуумом и состоянием K-мезона. Если для вычисления матричных элементов использовать простую факторизацию, то относительная величина степенных поправок оказывается порядка 10%.

Характерная величина погрешности, связанной с отбрасыванием высших членов кирального разложения, имеет порядок $\sim 25\%$. Однако в адронном представлении (4.11) мы не можем выделить интересующий нас вклад как резонанс, в отличие от адронного представления (3.35) функции Грина (3.32).

Это значительно снижает надежность получаемого результата. В самом деле, при интегрировании спектральной плотности (3.39) из-за наличия δ-функции матричный элемент оператора Q_6 берется в точке $p^2 = m_K^2/2$, где киральное разложение хорошо сходится. В то же время при интегрировании спектральной плотности (4.12) по интервалу дуальности нам приходится затягивать киральную теорию возмущений в область $p^2 \sim s_0$. Таким образом, относительный вклад следующих членов кирального разложения в интеграл от спектральной плотности имеет порядок $3s_0/4\Lambda_\chi \sim 0,5$ (фактор $3/4$ дает интегрирование различных степеней s). Уменьшая величину s_0, можно сделать киральные поправки менее значительными. При этом, однако, ухудшается сходимость ОР (4.13). Подобная проблема возникает при вычислении параметров электрослабого кирального лагранжиана методом правил сумм для двухточечной функции Грина $\langle 0|TQ_i(x)Q_j(y)|0\rangle$ [35–38]. Авторы [35–38], однако, упускают из вида эту проблему, хотя она может являться причиной значительных ошибок в теоретических оценках. Мы ограничиваемся грубой оценкой величины нового вклада. Более точное определение этой величины является хорошей задачей для вычисления на решетках.

Используя уравнения (4.9), (4.16), получаем дополнительный вклад в матричный элемент оператора Q_2:

$$\Delta\langle Q_2(s_0)\rangle_0 = \frac{3\beta_3}{8}\frac{m_0^2 m_K^2}{s_0^2}\frac{\alpha_s(s_0)}{\pi} \sim 0,018 \text{ ГэВ}^3\,. \tag{4.17}$$

Параметризуем матричный элемент оператора Q_2 аналогично параметризации (3.29) матричного элемента оператора Q_6:

$$\langle Q_2\rangle_0 = \frac{5}{9}\sqrt{\frac{3}{2}} f_K m_K^2 B_2^{(1/2)}\,. \tag{4.18}$$

Нормировка параметра $B_2^{(1/2)}$ выбрана таким образом, что при факторизации мы имеем $B_2^{(1/2)} = 1$. В терминах параметра $B_2^{(1/2)}$ результат (4.17) принимает вид

$$\Delta B_2^{(1/2)}(1 \text{ ГэВ}) \sim 0,67\,. \tag{4.19}$$

Уравнения (4.17), (4.19) определяют вклад переходов $K \to \pi\pi$ с простейшей конфигурацией глюонного поля $G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}$ в промежуточном состоянии в матричный элемент оператора Q_2. В отношении данного вклада необходимо сделать следующие замечания:

i) Вклад имеет порядок $O(p^4)$. Несмотря на это, численно он оказывается сравнимым с результатом наивной факторизации для всего матричного элемента. Этот факт говорит о значительном нарушении факторизации в порядке $O(p^4)$ кирального разложения и необходимости дальнейшего исследования $\Delta S = 1$ кирального лагранжиана в порядке $O(p^4)$.

ii) Вклад не учитывается в ведущем порядке $1/N_c$-разложения.

iii) Вклад не учитывается при факторизации матричного элемента, а также в любом подходе, где кварковые токи заменяются их мезонными реализациями независимо, например, в рамках метода [34].

iv) Глюоны в промежуточном состоянии не образуют связанное состояние. Поэтому вклад в амплитуду не подавлен обратной массой одного из скалярных резонансов.

v) В отличие от аннигиляции пары кварков c-$\bar{c}$ в операторе Q_2^c в данном случае вклад в амплитуду определяет смешанная кварк-глюонная компонента волновой функции K-мезона.

vi) В принципе более сложные конфигурации глюонного поля, например

$$f^{abc} G^a_{\mu\nu} G^b_{\nu\lambda} G^c_{\lambda\mu} \,, \tag{4.20}$$

где f^{abc} — структурная константа группы $SU_c(3)$, могут играть роль промежуточного состояния. Однако низкоэнергетическая теорема (4.5) говорит о том, что матричный элемент таких операторов между вакуумом и состоянием $\pi\pi$ имеет порядок $O(p^4)$. Действительно, теорема (4.5) устанавливает эквивалентность представлений следа тензора энергии-импульса через КХД и мезонные степени свободы. В киральном пределе, в порядке $O(p^2)$ существует единственный кирально-симметричный лоренц-инвариантный мезонный оператор (4.5). Он пропорционален следу тензора энергии-импульса. С другой стороны, известно, что поправки к конформной аномалии отсутствуют и операторы вида (4.20) не дают вклад в след тензора энергии-импульса. Поэтому киральное представление оператора (4.20) начинается с членов порядка $O(p^4)$. Следовательно, вклад переходов $K \to \pi\pi$ с подобными конфигурациями глюонного поля в промежуточном состоянии имеет, по крайней мере, порядок $O(p^6)$.

5. ФЕНОМЕНОЛОГИЯ РАСПАДОВ $K \to \pi\pi$

5.1. Адронные матричные элементы. Для того чтобы получить амплитуды распадов, необходимо знать матричные элементы четырехкварковых операторов (2.3). С учетом линейной зависимости операторов (2.4) мы можем записать матричные элементы операторов в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\langle Q_1 \rangle_0 &= -\frac{1}{9}\sqrt{\frac{3}{2}} f_K m_K^2 B_1^{(1/2)}(\mu) \,, \\
\langle Q_2 \rangle_0 &= \frac{5}{9}\sqrt{\frac{3}{2}} f_K m_K^2 B_2^{(1/2)}(\mu) \,,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle Q_3\rangle_0 &= \frac{1}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}f_K m_K^2 B_3^{(1/2)}(\mu)\,,\\
\langle Q_4\rangle_0 &= \langle Q_3\rangle_0+\langle Q_2\rangle_0-\langle Q_1\rangle_0\,,\\
\langle Q_5\rangle_0 &= \frac{1}{3}\langle Q_6\rangle_0 B_5^{(1/2)}(\mu)\,,\\
\langle Q_6\rangle_0 &= -\sqrt{\frac{3}{2}}f_K m_K^2\, B_6^{(1/2)}(\mu)\,,\\
\langle Q_7\rangle_0 &= -\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}\left(\frac{m_K^2}{m_s^2(\mu)}\right)f_K m_K^2 B_7^{(1/2)}(\mu)\,,\\
\langle Q_8\rangle_0 &= -2\sqrt{\frac{3}{2}}\left(\frac{m_K^2}{m_s^2(\mu)}\right)f_K m_K^2 B_8^{(1/2)}(\mu)\,,\\
\langle Q_9\rangle_0 &= \frac{3}{2}\langle Q_1\rangle_0-\frac{1}{2}\langle Q_3\rangle_0\,,\\
\langle Q_{10}\rangle_0 &= \langle Q_2\rangle_0+\frac{1}{2}\langle Q_1\rangle_0-\frac{1}{2}\langle Q_3\rangle_0\,,\\
\langle Q_1\rangle_2 &= \langle Q_2\rangle_2=\frac{4}{3\sqrt{3}}f_K m_K^2 B_1^{(3/2)}(\mu)\,,\\
\langle Q_i\rangle_2 &= 0\,,\qquad i=3,\ldots,6\,,\\
\langle Q_7\rangle_2 &= -\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{m_K^2}{m_s^2(\mu)}\right)B_7^{(3/2)}(\mu)\,,\\
\langle Q_8\rangle_2 &= -\sqrt{3}\left(\frac{m_K^2}{m_s^2(\mu)}\right)B_8^{(3/2)}(\mu)\,,\\
\langle Q_9\rangle_2 &= \langle Q_{10}\rangle_2=\frac{3}{2}\langle Q_1\rangle_2\,.
\end{aligned}\tag{5.1}$$

Безразмерные параметры B_j^i $(j\neq 6)$ нормированы таким образом, что, используя процедуру факторизации, мы получаем $B_j^i=1$ (как было отмечено в разд. 3, факторизация не дает однозначной оценки для матричного элемента оператора Q_6).

В работе [97] при помощи правил сумм для трехточечной функции Грина и киральной эффективной теории был вычислен адронный матричный элемент оператора Q_6 (см. разд. 3). В настоящее время анализ остальных операторов в рамках этого метода отсутствует. Из других имеющихся методов вычисления матричных элементов наиболее самосогласованным выглядит метод, основанный на $1/N_c$-разложении [34]. В терминах параметров B_j^i для матричных элементов операторов (2.3) в работах [19,34] были получены следующие результаты:

$$\begin{array}{lllllllll} B_1^{1/2} & = & 3,92\,, & B_2^{1/2} & = & 1,66\,, & B_3^{1/2} & = & 0,42\,, \\ B_3^{1/2} & = & 0,75\,, & B_5^{1/2} & = & 1,00\,, & B_6^{1/2} & = & 4,49\,, \\ B_7^{1/2} & = & 1,09\,, & B_8^{1/2} & = & 1,00\,, & B_1^{3/2} & = & 0,75\,, \\ B_7^{3/2} & = & 0,61\,, & B_8^{3/2} & = & 0,79\,. & & & \end{array} \tag{5.2}$$

Как было отмечено, в рамках $1/N_c$-разложения не решена проблема согласования схемы вычисления (точки нормировки) коэффициентов Вильсона и матричных элементов операторов. В частности, значения (5.2) соответствуют точке нормировки порядка $\mu \sim m_K$, причем при больших энергиях метод неприменим из-за неконтролируемых поправок киральной теории возмущений. В то же время ренормгрупповой анализ коэффициентов Вильсона на энергиях, меньших 0,8 ГэВ, неприменим из-за неконтролируемых поправок α_s [25]. Согласованное вычисление коэффициентов Вильсона и матричных элементов операторов, вероятно, может быть проведено в рамках метода [97]. На данный момент кажется наиболее последовательным использовать для феноменологического анализа распадов $K \to \pi\pi$ результат (3.45) разд. 3 для матричного элемента оператора Q_6 и результаты $1/N_c$-разложения (5.2) для матричных элементов остальных операторов, причем значения всех коэффициентов Вильсона брать в точке нормировки $\mu \sim 0,8$ ГэВ. Кроме того, необходимо учесть вклад в матричный элемент оператора Q_2 за счет переходов $K \to \pi\pi$ с глюонами в промежуточном состоянии, который был вычислен в разд. 4. Как было отмечено, этот вклад не учитывается в рамках метода [34]. Следовательно, параметр $B_2^{1/2}$ для матричного элемента оператора Q_2 может быть представлен как сумма

$$B_2^{1/2} = \left(B_2^{1/2}\right)_{1/N_c} + \Delta B_2^{1/2} = 2,3\,, \tag{5.3}$$

где $\Delta B_2^{1/2}$ дается выражением (4.19) и $\left(B_2^{1/2}\right)_{1/N_c}$ — результат $1/N_c$-разложения (5.2).

5.2. Правило $\Delta I = 1/2$. Удобно ввести следующую параметризацию амплитуд распадов:

$$\mathrm{Re}\;A_0 = \frac{5}{9}\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{G_F}{\sqrt{2}}V_{ud}V_{us}^* f_K m_K^2 g_0, \tag{5.4}$$

$$\mathrm{Re}\;A_2 = \frac{4\sqrt{2}}{9}\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{G_F}{\sqrt{2}}V_{ud}V_{us}^* f_K m_K^2 g_2. \tag{5.5}$$

Безразмерные параметры g_0 и g_2 нормированы таким образом, что, пренебрегая сильными поправками к эффективному гамильтониану (полагая $z_i = 0$ при $i \neq 2$ и $z_2 = 1$) и используя процедуру факторизации (полагая $B_2^{1/2} = 1$), получаем

$$g_0 = g_2 = 1\,. \tag{5.6}$$

Экспериментальные значения амплитуд соответствуют следующим значениям этих параметров [12]:

$$g_0^{\text{экс}} = 6,87\,, \qquad g_2^{\text{экс}} = 0,276\,. \tag{5.7}$$

Последние из имеющихся теоретических оценок амплитуд распадов $K \to \pi\pi$ были даны в работе [25]. Авторы [25] учитывали поправки первого порядка к главному логарифмическому приближению для коэффициентов Вильсона (табл. 1) и использовали результаты $1/N_c$-разложения (5.2) для адронных матричных элементов. Для параметров g_0 и g_2 ими были получены значения

$$g_0 = 4,0\,, \qquad g_2 = 0,23\,, \tag{5.8}$$

при $\Lambda_{\overline{MS}} = 0,3$ ГэВ, $\mu = 0,8$ ГэВ. Точка нормировки выбрана таким образом, что относительная величина поправок к главному логарифмическому приближению для амплитуд распадов не превосходит 20%, так что мы не выходим за границы применимости теории возмущений. Как мы видим, оценка амплитуды A_2 в пределах 15% погрешности совпадает с данными эксперимента, в то время как оценка амплитуды A_0 приблизительно на 40% меньше экспериментального значения.

Для новой оценки амплитуды A_0 подставим в выражение (1.5) значение параметра $B_6^{1/2}$ из уравнений (3.45), (3.46) и значение параметра $B_2^{1/2}$ из уравнения (5.3). В результате получим

$$g_0 = 6,1\,. \tag{5.9}$$

Причем приблизительно по 20% от теоретического значения амплитуды A_0 составляют вклады оператора Q_6 и $\Delta\langle Q_2\rangle_0$. Таким образом, новая теоретическая оценка амплитуды A_0 также находится в пределах 15% погрешности от экспериментального значения. Как известно, такая точность характерна для полуфеноменологических методов анализа сильных взаимодействий. С другой стороны, для отношения амплитуд мы получаем

$$\frac{A_0}{A_2} \sim 23\,, \tag{5.10}$$

что прекрасно согласуется с экспериментом:

$$\left(\frac{A_0}{A_2}\right)^{\text{экс}} = 22,2\,. \tag{5.11}$$

Следует отметить, что этот результат получен благодаря более аккуратному учету непертурбативных вкладов, а не за счет традиционного затягивания формул теории возмущений в область больших расстояний. Дальнейшее повышение точности описания нелептонных распадов K-мезонов требует качественного скачка в оценках адронных матричных элементов.

5.3. Параметр ε'/ε. Параметр ε' (1.10) может быть выражен через изотопически-неприводимые амплитуды и фазы распадов:

$$\varepsilon' = -\frac{\omega}{\sqrt{2}}\,\xi\,(1-\Omega)\,\mathrm{e}^{\imath\phi}\,, \tag{5.12}$$

где

$$\xi = \frac{\mathrm{Im}\ A_0}{\mathrm{Re}\ A_0}\,, \qquad \omega = \frac{\mathrm{Re}\ A_2}{\mathrm{Re}\ A_0}\,, \qquad \Omega = \frac{1}{\omega}\,\frac{\mathrm{Im}\ A_2}{\mathrm{Im}\ A_0}\,, \tag{5.13}$$

и $\phi = \pi/2 + \delta_2 - \delta_0 \approx \pi/4$. Принято работать с величиной ε'/ε, которая характеризует относительное отклонение от сверхслабого механизма нарушения CP-инвариантности. Мы рассматриваем модель, в которой единственной причиной нарушения CP-инвариантности является наличие CP-неинвариантной фазы δ в матрице ККМ. Из уравнений (1.5), (5.12), (5.13) получаем

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \mathrm{Im}\ (V_{ts}^* V_{td})\left(r\sum y_i\langle Q_i\rangle_0\left(1-\Omega_{\eta+\eta'}\right) + \frac{r}{\omega}\sum y_i\langle Q_i\rangle_2\right)\,, \tag{5.14}$$

где

$$r \;=\; \frac{G_F\,\omega}{2\,|\varepsilon|\ \mathrm{Re}\ A_0} \;=\; 350\ \text{ГэВ}^{-3}\,. \tag{5.15}$$

Поскольку $\arg\,(\varepsilon) \approx \pi/4$, фаза отношения ε'/ε близка к нулю. Параметр $\Omega_{\eta+\eta'}$ описывает $\pi-\eta-\eta'$-смешивание из-за нарушения изотопической симметрии за счет ненулевой разности масс u- и d-кварков

$$\Omega_{\eta+\eta'} \;=\; \frac{1}{\omega}\,\frac{(\mathrm{Im}\ A_2)_{I.B.}}{\mathrm{Im}\ A_0}\,. \tag{5.16}$$

Вычисление этого параметра в киральной теории возмущений [111] и в рамках $1/N_c$-разложения [112] приводит к результату

$$\Omega_{\eta+\eta'} \;=\; 0,25\,\pm\,0,05\,. \tag{5.17}$$

В первое слагаемое в правой части уравнения (5.14) доминирующий вклад дают операторы Q_4 и Q_6, во второе слагаемое — операторы Q_8, Q_9 и Q_{10}. Оказывается, что вклады различных операторов сокращают друг друга. В результате относительная точность теоретических предсказаний снижается, и ответ сильно зависит от способа оценки адронных матричных элементов.

Частично эту проблему удалось решить в работе [27], где при вычислении параметра ε'/ε использовалась точка нормировки $\mu = m_c$. Дело в том, что при $\mu = m_c$ в действительную часть амплитуд распадов определяющий вклад дают операторы Q_1 и Q_2. Действительно, в этой точке вклад КХД-“пингвинов” отсутствует из-за сокращения ГИМ. С другой стороны, вклады операторов, содержащих c-кварк в этой точке, подавлены множителем $\alpha_s/4\pi$, происходящим из петли, которая описывает переходы пары c-$\bar{c}$ в легкие кварки. Таким образом, оказывается возможным извлечь значения матричных элементов $\langle Q_{1,2}(m_c)\rangle_{0,2}$ из экспериментальных данных по CP-разрешенным распадам $K \to \pi\pi$:

$$\begin{aligned} B_1^{1/2} &= 16 \pm 3\,, \\ B_2^{1/2} &= 4,4 \pm 0,8\,, \\ B_1^{3/2} &= 0,35\,. \end{aligned} \tag{5.18}$$

Используя соотношения между операторами, удается получить также оценки матричных элементов операторов $Q_i(m_c)$ $(i = 4,\ 9,\ 10)$. Вклады остальных операторов, за исключением операторов Q_6 и Q_8, слабо влияют на конечный результат. Таким образом, точность теоретических оценок параметра ε'/ε в основном определяется точностью вычисления матричных элементов $\langle Q_6\rangle_0$ и $\langle Q_8\rangle_2$.

Различные методы вычисления, включая решетки и $1/N_c$-разложение, дают значения матричного элемента оператора Q_8, близкие к результату факторизации [19, 53–55, 107]:

$$B_8^{3/2} = 1 \pm 0,2. \tag{5.19}$$

Согласованность оценок является следствием особой структуры электрослабых “пингвинов”, благодаря которой матричные элементы этих операторов не исчезают в киральном пределе в отличие от операторов Q_i $(i = 1, \ldots, 6)$ [113, 114].

Оценка матричного элемента оператора Q_6, как уже отмечалось, оказывается более неопределенной, что до настоящего времени являлось основным препятствием для определения величины ε'/ε [27]. Результат (3.45) для матричного элемента оператора Q_6 позволяет значительно снизить неопределенность теоретически предсказываемого значения.

Для новой оценки параметра ε'/ε подставим в выражение (5.14) значение параметра $B_6^{1/2}$ из уравнений (3.45), (3.46), значение параметра $B_8^{3/2}$ из уравнения (5.19) и “экспериментальные” значения (5.18). Для определения матричных элементов операторов $Q_i(m_c)$ $(i = 4, 9, 10)$ мы используем соотношения между операторами (2.4), для прочих матричных элементов — результаты $1/N_c$-разложения (5.2). Поскольку в точке $\mu = m_c$ неведущие α_s-поправки несущественны, мы используем коэффициенты Вильсона в главном логарифмическом приближении (табл. 2). В результате для параметра ε'/ε получаем

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \begin{cases} (6,8 \pm 2,5_{(\text{ККМ})} \pm 1,7_{(Q_6)} \pm 1,4_{(m_t)} \pm 1,1_{(Q_8)}) \cdot 10^{-4}, & 0 < \delta < \frac{\pi}{2}\,, \\ (4,6 \pm 2,2_{(\text{ККМ})} \pm 1,2_{(Q_6)} \pm 1,1_{(m_t)} \pm 1,0_{(Q_8)}) \cdot 10^{-4}, & \frac{\pi}{2} < \delta < \pi\,. \end{cases} \tag{5.20}$$

Два интервала в уравнении (5.20) соответствуют двум возможным значениям фазы δ матрицы ККМ, следующим из экспериментальных данных по сверхслабому нарушению CP-инвариантности [115]. Указанные погрешности отражают, соответственно, неопределенности в значениях элементов матрицы ККМ, матричного элемента оператора Q_6, массы t-кварка и матричного элемента оператора Q_8, в то время как погрешности, связанные с неопределенностью матричных элементов операторов Q_i $(i \neq 6,\ 8)$, предполагаются менее значительными.

Наш результат согласуется с данными экспериментов на установке E731 [116]:

$$\mathrm{Re}\,\left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right) = (7,4 \pm 6,0) \cdot 10^{-4} \tag{5.21}$$

и несколько меньше значения, полученного на установке NA31 [117]:

$$\mathrm{Re}\,\left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right) = (23 \pm 7) \cdot 10^{-4}\,. \tag{5.22}$$

Как и в случае CP-разрешенных распадов, мы обнаруживаем согласие между экспериментом и предсказаниями СМ, хотя существует некоторое расхождение между нашими оценками и результатами, полученными на установке NA31. Какие-либо выводы о значении этого расхождения можно будет сделать после того, как будет повышена точность экспериментального измерения параметра ε'/ε и определено значение фазы δ матрицы ККМ.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В обзоре рассмотрены последние результаты анализа нелептонных распадов K-мезонов в СМ. Обсуждаются операторные поправки к каноническому четырехкварковому эффективному $\Delta S = 1$ гамильтониану. Даны оценки вкладов новых операторных структур, входящих в полный эффективный гамильтониан, в амплитуды распадов $K \to \pi\pi$. Представлен регулярный метод вычисления адронных матричных элементов локальных КХД-операторов, образующих эффективный $\Delta S = 1$ гамильтониан, вне рамок гипотезы факторизации. Рассмотрен непертурбативный вклад в амплитуды распадов $K \to \pi\pi$ за счет переходов с глюонами в промежуточном состоянии. Получены новые оценки для значений CP-инвариантных и CP-неинвариантных амплитуд распадов $K \to \pi\pi$, и показано, что при имеющемся уровне точности теоретического анализа предсказания СМ для параметров нелептонных распадов K-мезонов как для CP-инвариантных, так и для CP-неинвариантных амплитуд находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

Авторы благодарны В.А.Матвееву, В.А.Рубакову и А.Н.Тавхелидзе за постоянное внимание, поддержку и полезные обсуждения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант N 97-02-17065) и Международного научного фонда (грант N 6NJ000). А.А.Пенин благодарит за финансовую поддержку Международный центр фундаментальной физики в Москве и Королевскую шведскую академию наук.

7. ПРИЛОЖЕНИЕ

Массы кварков:

$$\begin{array}{lcl lcl}
m_b & \sim & 4,8 \text{ ГэВ} & m_t & = & (176 \pm 15) \text{ ГэВ} \\
m_s \text{ (1ГэВ)} & = & (199 \pm 33) \text{ МэВ} & m_c & = & (1,35 \pm 0,05) \text{ МэВ} \\
m_d \text{ (1 ГэВ)} & = & (9,9 \pm 1,1) \text{ МэВ} & m_u \text{ (1ГэВ)} & = & (5,6 \pm 1,1) \text{ МэВ}.
\end{array}$$

Массы и константы распадов псевдоскалярных мезонов:

$$\begin{array}{lcl lcl}
m_K & = & 498 \text{ МэВ} & f_K & = & 161 \text{ МэВ} \\
m_\pi & = & 135 \text{ МэВ} & f_\pi & = & 132 \text{ МэВ}.
\end{array}$$

Параметры электрослабых и сильных взаимодействий:

$$\begin{array}{lcl lcl}
\Lambda_{\overline{MS}} & = & (300 \pm 100) \text{ МэВ} & G_F & = & 1,166 \cdot 10^{-5} \text{ГэВ}^{-2} \\
\alpha & = & 1/128 & M_W & = & 80,0 \text{ ГэВ}.
\end{array}$$

Элементы матрицы ККМ:

$$\begin{array}{lcl lcl}
|V_{us}| & = & 0,221 & |V_{ud}| & = & 0,9753 \\
|V_{cb}| & = & 0,043 \pm 0,004 & |V_{ub}/V_{cb}| & = & 0,10 \pm 0,03 \\
\text{Im } (V_{ts}^* V_{td}) & = & (1,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-4} & \text{при} & & 0 < \delta < \frac{\pi}{2} \\
\text{Im } (V_{ts}^* V_{td}) & = & (1,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-4} & \text{при} & & \frac{\pi}{2} < \delta < \pi.
\end{array}$$

$K \to \pi\pi$ распады и $K^0 - \bar{K}^0$ смешивание:

$$\begin{array}{lcl lcl}
\text{Re } A_0 & = & 3,33 \cdot 10^{-7} \text{ ГэВ} & \text{Re } A_2 & = & 1,50 \cdot 10^{-8} \text{ ГэВ} \\
\omega & = & 1/22,2 & \Omega_{\eta\eta'} & = & 0,25 \\
\varepsilon & = & (2,258 \pm 0,018) \cdot 10^{-3} & \Delta M_K & = & 3,5 \cdot 10^{-15} \text{ ГэВ}.
\end{array}$$

Численные значения коэффициентов Вильсона [27]:

Таблица 1. Коэффициенты Вильсона z_i $(i = 1,\ 2,\ 6)$ при $\mu = 0,8$ ГэВ в главном логарифмическом приближении (l.o.) и с учетом поправок первого порядка (n.l.), $z_i \sim 10^{-5}$ при $i > 6$

	$\Lambda_{\overline{MS}}$, МэВ	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6
l.o.	200	-0,668	1,369	0,007	-0,017	0,005	-0,019
n.l	200	-0,812	1,479	0,021	-0,047	0,012	-0,053
l.o.	300	-0,839	1,494	0,010	-0,025	0,008	-0,028
n.l	300	-1,197	1,778	0,040	-0,081	0,018	-0,098
l.o.	400	-1,045	1,654	0,015	-0,035	0,011	-0,042
n.l	400	-1,964	2,428	0,093	-0,159	0,026	-0,216

Таблица 2. Коэффициенты Вильсона y_i $(i = 4,\ 6,\ 7)$ при $\mu = m_c$, $m_t = 176$ ГэВ в главном логарифмическом приближении, $y_i = 0$ при $i = 1,\ 2$

$\Lambda_{\overline{MS}}$, МэВ	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7/α	y_8/α	$(y_9 + y_{10})/\alpha$
200	0,024	-0,047	0,013	-0,068	-0,029	0,084	-0,929
300	0,029	-0,055	0,014	-0,085	-0,037	0,107	-0,886
400	0,035	-0,063	0,015	-0,102	-0,044	0,133	-0,846

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Glashow S.L.** — Nucl.Phys., 1961, v.22, p.579.
2. **Weinberg S.** — Phys.Rev.Lett., 1967, v.19, p.1264.
3. **Salam A.** — In: Elementary Particle Theory, ed. N.Svartholm, Stockholm, Almqvist and Wiksel, 1968.
4. **Wilson K.J.** — Phys.Rev., 1969, v.179, p.1499.
5. **Cabibbo N.** — Phys.Rev.Lett., 1963, v.10, p.531.
6. **Kobayashi M., Maskawa C.** — Prog.Theor.Phys., 1973, v.49, p.652.
7. **Schwinger J.** — Phys.Rev.Lett., 1964, v.12, p.630.
8. **Feynman R.P.** — In: Symmetries in Elementary Particle Physics, ed. A.Zichichi, Acad.Press, New York and London 1964.
9. **Gaillard M.K., Lee B.W.** — Phys.Rev., 1974, v.D10, p.897.
10. **Adler S.L., Dashen R.F.** — Current Algebra and Applications to Particle Physics, Benjamin, New York, 1968.

11. **Gell-Mann M., Levy M.** — Nuovo Cim., 1960, v.A16, p.705.
12. **Particle Data Group** — Phys.Rev., 1992, v.D45.
13. **Altarelli G., Maiani L.** — Phys.Lett., 1974, v.52B, p.351.
14. **Вайнштейн А.И., Захаров В.И., Шифман М.А.** — ЖЭТФ, 1977, т. 45, с.670.
15. **Vainshtein A.I., Zakharov V.I., Shifman M.A.** — Nucl.Phys., 1977, v.B120, p.316.
16. **Gilman F.J., Wise M.B.** — Phys.Rev., 1979, v.D20, p.2392.
17. **Guberina B., Peccei R.D.** — Nucl.Phys., 1980, v.B163, p.289.
18. **Paschos E.A.,Shnaider T., Wu Y.L.** — Nucl.Phys., 1980, v.B332, p.285.
19. **Buchalla G., Buras A.J., Harlander M.K.** — Nucl.Phys., 1990, v.B337, p.313l.
20. **Paschos E.A., Wu Y.L.** — Mod.Phys.Lett., 1991, v.A6, p.93.
21. **Hill C., Ross G.** — Nucl.Phys., 1980, v.B171, p.141.
22. **Altarelli G., Curci G., Martinelli G., Petrarca S.** — Nucl.Phys., 1981, v.B187, p.461.
23. **Tracas N., Vlachos N.** — Phys.Lett., 1982, v.115B, p.419.
24. **Buras A.J., Weisz P.H.** — Nucl.Phys., 1990, v.B333, p.66.
25. **Buras A.J., Jamin M., Lautenbacher M.E.** — Nucl.Phys., 1992, v.B370, p.69.
26. **Buras A.J., Jamin M., Lautenbacher M.E., Weisz P.H.** — Nucl.Phys., 1992, v.B375, p.501.
27. **Buras A.J., Jamin M., Lautenbacher M.E.** — Nucl.Phys., 1993, v.B408, p.209.
28. **Cronin J.A.** — Phys.Rev., 1967, v.161, p.1483.
29. **Kambor J., Missimer J., Wyler D.** — Nucl.Phys., 1990, v.B346, p.17.
30. **Ecker G., Kambor J., Wyler D.** — Nucl.Phys., 1993, v.B394, p.101.
31. **'t Hooft G.** — Nucl.Phys., 1974, v.B72, p.461.
32. **Witten E.** — Nucl.Phys., 1979, v.B160, p.57.
33. **Bardeen W.A., Buras A.J., Gérard J.M.** — Phys.Lett., 1986, v.180B, p.133.
34. **Bardeen W.A., Buras A.J., Gérard J.M.** — Phys.Lett., 1987, v.192B, p.138.
35. **Pich A., de Rafael E.** — Nucl.Phys., 1991, v.B358, p.311.
36. **Guberina B., Pich A., de Rafael E.** — Phys.Lett., 1985, v.163B, p.198.
37. **Pich A., Guberina B., de Rafael E.** — Nucl.Phys., 1986, v.B277, p.197.
38. **Pich A., de Rafael E.** — Phys.Lett., 1987, v.189B, p.369.
39. **Wilson K.J.** — Phys.Rev., 1974, v.D10, p.2445.
40. **Martinelli G.** — Phys.Lett., 1984, v.141B, p.395.
41. **Sharpe S., Patel A., Gupta R. et al.** — Nucl.Phys., 1987, v.B286, p.253.
42. **Maiani L., Martinelli G., Rossi G., Testa M.** — Nucl.Phys., 1987, v.B289, p.505.
43. **Gavela M.B., Maiani L., Martinelli G. et al.** — Nucl.Phys., 1988, v.B306, p.677.
44. **Nucl.Phys.,** 1994, v.B34 (Proc. Suppl.).
45. **Wolfenstein L.** — Phys.Rev.Lett., 1964, v.13, p.562.
46. **Wu T.T., Yang C.N.** — Phys.Rev.Lett., 1964, v.13, p.380.
47. **Gilman F.J., Wise M.B.** — Phys.Lett., 1979, v.83B, p.83.
48. **Gilman F.J., Hagelin J.S.** — Phys.Lett., 1983, v.126B, p.111.

49. **Buras A.J., Gérard J.-M.** — Phys.Lett., 1988, v.203B, p.272.
50. **Paschos E.A., Turke U.** — Phys.Rep., 1989, v.178, p.145.
51. **Flynn J.M., Randall L.** — Phys.Lett., 1989, v.224B, p.221; Erratum — Phys.Lett., 1990, v.235B, p.412.
52. **Lusignoly M., Maiani L., Martinelli G., Reina L.** — Nucl.Phys., 1992, v.B369, p.139.
53. **Frohlich J., Heinrich J., Paschos E.A., Schwarz J.-M.** — University of Dortmund Preprint DO-TH 02/91, 1991.
54. **Heinrich J., Paschos E.A., Schwarz J.-M., Wu Y.L.** — Phys.Lett., 1992, v.279B, p.140.
55. **Ciuchini M., Franco E., Martinelli G., Reina L.** — Phys.Lett., 1993, v.301B, p.263.
56. **Abe F. et al. (CDF)** — Phys.Rev.Lett., 1995, v.74, p.2626.
57. **Abachi S. et al. (D0)** — Phys.Rev.Lett., 1995, v.74, p.2632.
58. **Gross D.J., Wilczek F.** — Phys.Rev.Lett., 1973, v.30, p.1343.
59. **Politzer H.D.** — Phys.Rev.Lett., 1973, v.30, p.1346.
60. **Zimmermann W.** — Lectures on Elementary Particles and Quantum Field Theory, Brandeis Summer Inst., v.1, MIT Press, 1970.
61. **Stueckelberg E.G.G., Peterman A.** — Helv.Phis.Acta, 1953, v.26, p.499.
62. **Gell-Mann M., Low F.E.** — Phys.Rev., 1954, v.95, p.1300.
63. **Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.** — Введение в теорию квантованных полей, М.:, Наука, 1984.
64. **Witten E.** — Nucl.Phys.,1977, v.B122, p.109.
65. **Wise M.B., Witten E.** — Phys.Rev., 1979, v.D20, p.1216.
66. **Miller R.D.C., McKellar B.H.J.** — Phys.Rep., 1984, v.106, p.170.
67. **Bijnens J., Wise M.B.** — Phys.Lett., 1984, v.137B, p.245.
68. **Sharpe S.R.** — Phys.Lett., 1987, v.194B, p.551.
69. **Бут О.** — ЯФ, 1988, т.47, с.1073.
70. **Lusignoli M.** — Nucl.Phys., 1989, v.B325, p.33.
71. **Glashow S.L., Iliopoulos J., Maiani L.** — Phys.Rev., 1970, v.D2, p.1285.
72. **Пенин А.А., Пивоваров А.А.** — Письма в ЖЭТФ, 1991, т.54, с.121.
73. **Penin A.A., Pivovarov A.A.** — Nuovo Cim., 1993, v.A106, p.19.
74. **Морозов А.Ю.** — ЯФ, 1984, т.40, с.788.
75. **Bertolini S., Fabbrichesi M., Gabrielli E.** — Phys.Lett., 1994, v.327B, p.136.
76. **Penin A.A., Pivovarov A.A.** — Phys.Rev., 1994, v.D49, p.256.
77. **Deshpande N.G., He X.-G., Pakvasa S.** — Phys.Lett., 1994, v.326B, p.307.
78. **Беляев В.М., Иоффе Б.Л.** — ЖЭТФ, 1982, т.83, с.876.
79. **Овчинников А.А., Пивоваров А.А.** — ЯФ, 1988, т.48, с.1135.
80. **Chetyrkin K.G., Kataev A.L., Krasulin A.B., Pivovarov A.A.** — Phys.Lett., 1986, v.174B, p.174.
81. **Neubert M., Stech B.** — Phys.Lett., 1989, v.231B, p.477.
82. **Bel'kov A.A., Ebert D., Pervushin V.N.** — Phys.Lett., 1987, v.193B, p. 314.

83. **Волков М.К.** — ЭЧАЯ, 1993, т.24, с. 35.
84. **Bijnens J.** — NORDITA Preprint 95/10 N/P, 1995.
85. **Weinberg S.** — Phys.Rev., 1968, v.166, p.1568.
86. **Coleman S., Wess J., Zumino B.** — Phys.Rev., 1969, v.177, p.2239.
87. **Callan C.G., Coleman S., Wess J., Zumino B.** — Phys.Rev., 1969, v.177, p.2247.
88. **Wess J., Zumino B.** — Phys.Lett., 1971, v.37B, p.95.
89. **Manohar A., Georgi H.** — Nucl.Phys., 1984, v.B234, p.189.
90. **Donoghue J.F., Golowich E., Holstein B.R.** — Phys.Rev., 1984, v.D30, p.587.
91. **Gasser J., Leutwyler H.** — Nucl.Phys., 1985, v.B250, p.465.
92. **Crewther R.J.** — Nucl.Phys., 1986, v.B264, p.277.
93. **Bernard C., Draper T., Soni A. et al.** — Phys.Rev., 1985, v.D32, p.2343.
94. **Ecker G., Gasser J., Pich A., de Rafael E.** — Nucl.Phys., 1989, v.B321, p.311.
95. **Donoghue J.F., Ramirez C., Valencia G.** — Phys.Rev., 1989, v.D39, p.1947.
96. **Penin A.A., Pivovarov A.A.** — Int.J.Mod.Phys., 1995, v.A10, p.4065.
97. **Penin A.A., Pivovarov A.A.** — Phys.Rev., 1993, v.D48, p.4168.
98. **Logunov A.A., Soloviev L.D., Tavkhelidze A.N.** — Phys.Lett., 1967, v.24B, p.181.
99. **Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I.** — Nucl.Phys., 1979, v.B147, p.385.
100. **Balitsky I.I., Yung A.V.** — Phys.Lett., 1983, v.129B, p.388.
101. **Chetyrkin K.G., Gorishny S.G., Krasulin A.B. et al.** — INR Preprint P-0337, 1984.
102. **Novikov V.A., Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I.** — Nucl.Phys., 1981, v.B191, p.301.
103. **Shuryak E.** — Rev.Mod.Phys., 1993, v.65, p.1.
104. **Chetyrkin K.G., Krasnikov N.V., Tavkhelidze A.N.** — Phys.Lett., 1978, v.76B, p.83.
105. **Krasnikov N.V., Pivovarov A.A.** — Phys.Lett., 1982, v.112B, p.397.
106. **Krasnikov N.V., Pivovarov A.A., Tavkhelidze A.N.** — Z.Phys., 1983, v.C19, p.301.
107. **Wu Y.L.** — Int.J.Mod.Phys., 1992, v.A4, p.2863.
108. **Penin A.A., Pivovarov A.A.** — Nuovo Cim., 1994, v.A107, p.1211.
109. **Voloshin M., Zakharov V.** — Phys.Rev.Lett., 1980, v.45, p.688.
110. **Novikov V., Shifman M.** — Z.Phys., 1981, v.C8, p.43.
111. **Donoghue J.F., Golowich E., Holstein B.R., Trampetic J.** — Phys.Lett., 1986, v.179B, p.361.
112. **Buras A.J., Gérard J.-M.** — Phys.Lett., 1987, v.192B, p.156.
113. **Donoghue J.F.** — Phys.Rev., 1984, v.D30, p.1499.
114. **Gavela M., Le Yaouanc A., Oliver L. et al.** — Phys.Lett., 1984, v.148B, p.225.
115. **Buras A.J., Slominski W., Steger H.** — Nucl.Phys., 1984, v.B238, p.529.
116. **Gibbons L.K. et al. (EFI)** — Phys.Rev.Lett., 1993, v.70, p.1203.
117. **Barr G. et al. (NA31)** — Phys.Lett., 1993, v.317B, p.233.