

УДК 539.1.07: 621.384.8

МАСС-СЕПАРАТОРЫ. МЕТОДЫ РАСЧЕТА И АНАЛИЗА ИОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В. В. Лукашевич

Петербургский институт ядерной физики РАН, Гатчина, Россия

ВВЕДЕНИЕ	1520
МЕТОДЫ АНАЛИЗА В ОПТИКЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ	1522
СЕКТОРНЫЙ МАСС-СЕПАРАТОР	1528
ПРИЗМЕННЫЙ МАСС-СЕПАРАТОР	1542
ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ МАСС- СЕПАРАТОРОВ	1548
Приложение. МАТРИЦА СИММЕТРИЧНОЙ ИОННО- ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ	1558
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	1560

УДК 539.1.07: 621.384.8

МАСС-СЕПАРАТОРЫ. МЕТОДЫ РАСЧЕТА И АНАЛИЗА ИОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В. В. Лукашевич

Петербургский институт ядерной физики РАН, Гатчина, Россия

На основе матричного формализма описаны масс-сепараторы секторного типа, а также симметричный призмный масс-сепаратор. Получены оптимальные решения с целью достижения максимальной разрешающей способности. Показано, что параметры фокусирующей системы, параметры магнита и фазовая площадь пучка не являются независимыми, а связаны между собой соотношениями, обеспечивающими процедуру оптимизации. Обсуждается возможность создания изобарического масс-сепаратора. Для трансаксиальной линзы представлены выражения для геометрических aberrаций третьего порядка.

Sector mass separators and a symmetric prism mass separator are described on the base of matrix formalism. To reach the maximum of the resolution, optimum decisions were found for sector separators and prism separator. It was shown that parameters of the focusing system, parameters of the magnet and the beam phase square are not independent but are bound by the relations, which give the opportunity to make the procedure of the optimization. The idea of the isobar separator construction is discussed. The new results concerning transaxial lenses have been obtained.

ВВЕДЕНИЕ

Масс-сепараторы являются неотъемлемой частью физических установок, предназначенных для исследований ядер, удаленных от полосы β -стабильности.

Эпоха широкомасштабных экспериментов по изучению удаленных ядер открылась в 1967 г. в CERN, когда начала работать первая ISOL (изотоп-сепаратор в линию)-система [1]. Достаточно быстро эти системы появились во многих ведущих научных центрах мира на пучках ускорителей протонов, пучках ускорителей легких и тяжелых ионов, а также на нейтронных пучках ядерных реакторов.

Развитие ускорительной техники и техники масс-сепарирования дало возможность проведения фронтальных исследований ядерной структуры, ядерных реакций типа реакций зарядового обмена и реакций передачи, реакций скалывания и фрагментации. Изучение сечений образования удаленных ядер и их свойств стимулировало дальнейшее развитие ядерной космофизики, поскольку все эти вопросы тесно связаны с проблемами звездной энергетики, с процессами нуклеосинтеза в звездах и процессами нуклеосинтеза при взрывных катаклизмах во Вселенной (взрывы сверхновых). Эти исследования

важны с точки зрения понимания природы ядерных сил, а также для проверки представлений об устройстве мира, в частности, для проверки пределов применимости стандартной модели, фундаментальной теории, описывающей физические законы и симметрии в природе.

В этом контексте особенно важны исследования ядер вблизи границ ядерной устойчивости. Для традиционных ISOL-систем с пучками и мишенями из стабильного вещества получение быстро распадающихся ядер вблизи линий устойчивости в количествах, необходимых для исследований, становится проблематичным из-за резкого падения сечений образования этих ядер. Достаточно сказать, что линия протонной устойчивости на карте нуклидов с некоторыми неопределенностями известна до $Z = 50$, в то время как линия нейтронной устойчивости определена лишь в области легчайших ядер.

Ситуация резко меняется при использовании бомбардирующих пучков из радиоактивных изотопов. В этом случае выбор различных изотопических соотношений налетающей нестабильной частицы и ядер мишени позволяет продуцировать ядра вблизи границ нуклонной устойчивости в значительных количествах.

Огромная перспектива использования вторичных радиоактивных пучков для проведения физических экспериментов породила небывалую активность в мире по планированию и созданию установок ISOL-типа второго поколения. Новые комплексы, базирующиеся на ускорителях различных типов и ядерных реакторах, проектируются в Европе, Америке, Японии и Китае. Информация об этих комплексах приводится в докладе Комитета по ядерной физике при Департаменте энергии и Национальном научном фонде [2], посвященном планированию ядерно-физических исследований в США. Центральное место в докладе уделено развитию радиоактивных пучков.

В будущих установках энергии радиоактивных пучков перекрывают широкий интервал от энергии кулоновского барьера до энергий порядка 2 ГэВ/нуклон.

Низкоэнергетические пучки, энергии которых сравнимы с энергиями нуклонов в ядрах (энергия Ферми), являются наиболее оптимальными для изучения структуры ядерной материи, высокоэнергетические пучки представляют интерес для ядерных реакций, а пучки с нейтронно-избыточными ядрами открыли бы новые горизонты в физике сверхтяжелых элементов.

Высокоэффективные масс-сепараторы второго поколения должны иметь высокую разрешающую способность, позволяющую ограничить проблемы фона и сделать возможным непосредственные измерения масс ядер вблизи границ нуклонной устойчивости.

В связи с актуальностью планирования и конструирования ISOL-установок нового поколения в данной работе обсуждается круг вопросов, связанных со свойствами, методами расчетов и оптимизацией параметров масс-

сепараторов, а также способы и возможности создания масс-сепараторов с разрешающей способностью, достаточной для разделения изобарных рядов.

В разд. 1 обсуждаются современные методы анализа в оптике заряженных частиц, в разд. 2 — свойства сепараторов на базе секторных магнитов, в разд. 3 рассматриваются особенности сепараторов с магнитными призмами, в разд. 4 — электростатическая оптика.

1. МЕТОДЫ АНАЛИЗА В ОПТИКЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Фундаментальная проблема оптики заряженных частиц заключается в нахождении соотношений между параметрами траектории в плоскости наблюдения после прохождения частицей системы электрических и магнитных полей и начальными параметрами, определяющими траекторию перед входом частицы в область поля. Соотношения между этими начальными и конечными величинами определяют свойства оптической системы и являются необходимыми при ее конструировании.

1.1. Метод траекторий. При известном пространственном распределении электромагнитных полей траектория частицы может быть найдена численным интегрированием уравнений движения, но такой способ ограничивает возможность анализа оптической системы с целью достижения желаемых свойств или с целью ее улучшения.

Общая процедура обычно заключается в поиске выражений для конечных параметров траектории в виде разложения по степеням начальных параметров. Подобное разложение напоминает ряд Тейлора и имеет следующий вид:

$$x_a^f = \sum L_{ab} x_b^i + \sum S_{abc} x_c^i x_b^i + \sum T_{abcd} x_d^i x_c^i x_b^i. \quad (1)$$

Линейный член в (1) определяет приближение параксиальной оптики, т. е. оптики частиц, движущихся с незначительными отклонениями от оптической оси. Члены более высокого порядка интерпретируются как аберрации соответственно второго, третьего и т. д. порядков.

В линейном приближении свойства каждого отдельного ионно-оптического элемента находятся из решений однородных дифференциальных уравнений движения, и эти решения имеют представления в виде матриц L_{ab} , преобразующих начальные параметры траектории в конечные. В силу линейности преобразований матрица системы элементов является произведением матриц составляющих систему элементов. Матричные элементы результирующей матрицы определяют необходимый набор условий для расчета, анализа и последующего проектирования системы.

Если параметры траектории записывать в виде (x, x', y, y') , где штрихи обозначают дифференцирование по z , то матрица L имеет приведенную

форму, а именно

$$L = \begin{pmatrix} L_x & 0 \\ 0 & L_y \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Это равносильно независимости преобразований в плоскостях (x, z) и (y, z) соответственно.

Следующий шаг заключается в анализе аберраций системы с целью поиска средств и возможностей для компенсации наиболее значительных аберраций.

Аберрационные поправки находятся из неоднородных уравнений движения, которые в силу малости членов, содержащих величины второго и более высоких порядков, решаются методами теории возмущений.

Описанная процедура составляет содержание метода, именуемого методом траекторий.

1.2. Симплектические свойства оптических элементов и оптических систем. Свойство симплектичности имеет важное значение в оптике заряженных частиц. Это понятие заимствовано из теории групп и указывает на глубокую связь свойств симметрии в оптике со свойствами симплектической группы.

Симплектическая группа [3] есть совокупность линейных преобразований A , относительно которых инвариантна невырожденная кососимметрическая билинейная форма

$$\{x, y\} = J_{ik}x_iy_k,$$

где $J_{ik} = -J_{ki}$, иначе называемая косым произведением векторов x и y . Инвариантность этого косоого произведения при преобразованиях $x \rightarrow Ax$ и $y \rightarrow Ay$ означает, что $\tilde{A}JA = J$, где \tilde{A} — транспонированная матрица A .

В симплектическом каноническом базисе компоненты любого вектора x состоят из сопряженных пар $x_\alpha, x'_\alpha, \alpha = 1, 2, \dots$

В оптике заряженных частиц канонически сопряженными компонентами являются x, p_x, y, p_y и т.д. При такой записи компонент вектора матрица J имеет вид

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & \\ -1 & 0 & & \\ & & 0 & 1 \\ & & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

а для последовательности x, y, p_x, p_y

$$J = \begin{pmatrix} & & 1 & 0 \\ & & 0 & 1 \\ -1 & 0 & & \\ 0 & -1 & & \end{pmatrix}.$$

Определив симплектическое преобразование, вернемся к обсуждению соотношения (1). Формально это соотношение можно записать как

$$x^f = Mx^i, \quad (3)$$

где M — некоторое в общем случае нелинейное преобразование.

При бесконечно малых изменениях начальных параметров конечные параметры также испытывают малые изменения, и связь между этими малыми величинами описывается матрицей Якоби

$$M_{ab} = \frac{dx_a^f}{dx_b^i}. \quad (4)$$

Как известно, уравнения движения, записанные в форме Гамильтона, допускают широкий класс канонических преобразований. Последние обладают тем замечательным свойством, что сохраняют скобки Пуассона [4]:

$$[x^f, p_x^f] = \frac{dx^f}{dx^i} \frac{dp_x^f}{dp_x^i} - \frac{dx^f}{dp_x^i} \frac{dp_x^f}{dx^i} = 1. \quad (5)$$

Рассматривая производные от x^f как компоненты одного вектора, а производные от p_x^f как компоненты другого вектора, видим, что соотношение (5) имеет симплектическую форму. Если теперь вычислить произведения матриц $(\tilde{M}JM)_{ab}$, где M — матрица Якоби, то можно видеть, что матричные элементы при $a < b$ будут иметь вид (5), т. е. представлять собой скобки Пуассона, а при $a > b$ это будут те же скобки, но со знаком минус. В результате получается следующее равенство:

$$\tilde{M}JM = J. \quad (6)$$

Это равенство называется симплектическим условием [5] и означает, что матрица Якоби представляет собой симплектическое преобразование. По определению, введенному в работе [6], если якобиан преобразования (4) симплектичен, то преобразование M является симплектической картой. Матрица Якоби M зависит от начальных параметров траектории, но в то же время произведение (6) от этих параметров не зависит. Отметим также, что левая часть выражения (6) является нелинейной.

Возвращаясь снова к тейлоровскому разложению (1), можно заключить, что коэффициенты L , S , T и т. д. не являются независимыми, поскольку симплектическое условие накладывает связи таким образом, что некоторые коэффициенты S зависят от некоторых коэффициентов L и S , а часть коэффициентов T может зависеть от предыдущих. Иначе говоря, разложение (1) содержит избыточную информацию. При имеющихся мощных вычислительных средствах эта избыточность не имеет принципиального значения и представляет интерес только с теоретической точки зрения. Действительно, имеются такие формулировки теории, которые лишены указанного недостатка.

Кроме скобок Пуассона, вторым инвариантом в оптике является фазовый объем, т. е. пространство фазовых координат частиц. Сохранение фазового

объема представляет собой содержание теоремы Луивилля и является следствием канонических свойств уравнений движения в форме Гамильтона (или в форме Лагранжа–Эйлера).

В линейном приближении симплектическая карта M и матрица Якоби M совпадают с матрицей L . При этом скобка Пуассона (5) является определителем подматрицы L_x в (2) и такая же скобка для переменных в вертикальной плоскости представляет собой определитель подматрицы L_y . Очевидно, что в этом приближении фазовые объемы сохраняются независимо.

Если траектория частицы описывается не в фазовом, а в реальном пространстве, то, в соответствии с (5), для определителей L_x и L_y имеет место следующее равенство:

$$|L_x| = |L_y| = \sqrt{V^i/V^f},$$

где V^i — потенциал (или кинетическая энергия частицы) точки z^i , а V^f — потенциал точки z^f .

Условие симплектичности позволяет написать еще одно равенство, которое часто используется для определения кардинальных характеристик различных ионно-оптических элементов, а именно главных плоскостей преломления траектории и фокусных расстояний линз. Это равенство для определителей, составленных из параметров двух различных траекторий ξ и β в плоскости (x, z) :

$$\sqrt{V^i} \begin{vmatrix} x_\beta & x_\xi \\ x'_\beta & x'_\xi \end{vmatrix}_i = \sqrt{V^f} \begin{vmatrix} x_\beta & x_\xi \\ x'_\beta & x'_\xi \end{vmatrix}_f, \quad (7)$$

где, как и ранее, значок $i(f)$ указывает, что параметры траектории относятся к координате $z^i(z^f)$. Такое же соотношение имеет место и для параметров траектории в вертикальной плоскости.

1.3. Эйконал. Другим, сильно развитым в настоящее время методом вычислений в оптике заряженных частиц является метод эйконала. Этот метод восходит к временам Ньютона, который показал, что оптические законы в световой оптике могут быть описаны с помощью одной функции, называемой характеристической функцией или эйконалом (эйконал — греч., икона, образ).

В волновой оптике эйконал — это фаза волны, постоянная на волновой поверхности, а уравнения для функции эйконала по форме похожи на уравнения для функции действия в механике [7]. В оптику заряженных частиц метод эйконала был введен в работах [8, 9].

Уравнения эйконала как следствие неоднородности дифференциальных уравнений Гамильтона–Якоби в частных производных могут быть решены приближенно в рамках теории возмущений.

Основная проблема этого метода заключается в том, что сложно найти точную характеристическую функцию системы, если известны характеристические функции отдельных элементов.

1.4. Метод экспоненциальных операторов Ли. Рассмотрим сначала линейное приближение. В этом случае матрицы ионно-оптических элементов представляют собой однопараметрические группы Ли. Так, матрица вращения на плоскости имеет параметр α — угол поворота, матрица свободного промежутка — параметр l — длина промежутка, матрица тонкой линзы — параметр f — фокусное расстояние и т. д. Каждая из этих групп является абелевой (т. е. коммутующей), поскольку при двух последовательных однотипных преобразованиях результат не зависит от последовательности преобразований.

Суть метода экспоненциальных операторов Ли заключается в переходе от матричного формализма к эквивалентному представлению преобразований посредством генераторов группы в дифференциальной форме.

Согласно определению генератор однопараметрической группы R [3] в фазовом пространстве

$$G_R = i \left(\left. \frac{dx^f}{d\vartheta} \right|_{\vartheta=0} \frac{d}{dx_0} + \left. \frac{dp^f}{d\vartheta} \right|_{\vartheta=0} \frac{d}{dp_{0x}} \right),$$

где ϑ — параметр группы, а i — мнимая единица. Тогда оператор $(1 + iG_R\delta\vartheta)$ осуществляет инфинитезимальное, или, иначе говоря, бесконечно малое, преобразование. Параметр ϑ можно представить в виде $\vartheta = \delta\vartheta N$, где $N \rightarrow \infty$, и преобразование группы в операторном виде имеет следующий вид:

$$R = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(1 + iG_R \frac{\vartheta}{N} \right)^N = \exp(iG_R\vartheta).$$

Следующий шаг заключается в замене генератора G_R на скобку Пуассона от некоторой функции g , такой, что $\left. \frac{dg}{dp_{0x}} = -\frac{dx^f}{d\vartheta} \right|_{\vartheta=0}$ и $\left. \frac{dg}{dx_0} = \frac{dp^f}{d\vartheta} \right|_{\vartheta=0}$. Скобка Пуассона от функции g , изображаемая с помощью двоеточия, по определению есть оператор Ли:

$$: g := \frac{dg}{dx} \frac{d}{dp_x} - \frac{dg}{dp_x} \frac{d}{dx},$$

а экспоненциальный оператор Ли — это оператор $\exp(: g :)$, где функция g — однородный полином от начальных фазовых координат. Преобразование, осуществляемое экспоненциальными операторами, имеет диагональный вид:

$$\begin{pmatrix} x^f \\ p_x^f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(: g :) & 0 \\ 0 & \exp(: g :) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ p_{0x} \end{pmatrix}.$$

Соответствие между матрицами преобразования траектории для некоторых ионно-оптических элементов и экспоненциальными операторами Ли представлено в табл. 1.

Таблица 1. Операторы Ли для некоторых ионно-оптических элементов

Ионно-оптический элемент	Матрица	Генератор преобразования	Экспоненциальный оператор Ли
Промежуток	$\begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$p_{0x} \frac{d}{dx_0}$	$\exp\left(-\frac{l}{2} : p_{0x}^2 :\right)$
Тонкая линза	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$	$-x_0 \frac{d}{dp_{0x}}$	$\exp\left(-\frac{f}{2} : x_0^2 :\right)$
Магнит	$\begin{pmatrix} \cos \alpha & r \sin \alpha \\ -\sin \alpha / r & \cos \alpha \end{pmatrix}$	$rp_{0x} \frac{d}{dx_0} - \frac{x_0}{r} \frac{d}{dp_{0x}}$	$\exp\left(-\frac{\alpha}{2r} : \frac{x_0^2}{r} + rp_{0x} \frac{d}{dx_0} :\right)$

В работе [10] сделано обобщение на нелинейный случай и предложена следующая факторизация:

$$x^f = (\exp(:g_2) \exp(:g_3) \exp(:g_4) \dots)x^i. \quad (8)$$

В этом выражении квадратичный полином от начальных координат соответствует линейному приближению, полином третьей степени g_3 описывает квадратичные аберрации и т. д. Алгоритм вычислений заключается в нахождении параметров траектории в линейном приближении и последующей коррекции полученных величин на аберрации второй и далее степеней. В отличие от выражения (1) абберрационные члены при факторизации с использованием алгебры операторов Ли являются независимыми, и, следовательно, вычисления абберрационных поправок становятся более экономичными.

Концептуально метод экспоненциальных операторов Ли заключается в том, что гамильтониан разлагается в ряд Тейлора по начальным параметрам и этот ряд может быть представлен операторами Ли [10]. Линейная часть такого представления гамильтониана описывает параксиальную оптику, рассмотренную выше, а нелинейные члены в гамильтониане имеют факторизации типа (8).

В методе алгебры операторов Ли становится более наглядной симметрия оптической системы, определяемая видом и формой полиномов g и структурой аберраций.

Так же, как и в методе эйконала, возникают осложнения при описании ионно-оптической системы, состоящей из разнотипных элементов. Это известная нетривиальная проблема представления произведения экспоненциальных операторов через экспоненциальный оператор, что связано с некоммутативностью операторов, относящихся к различным ионно-оптическим элементам. Хотя соединение двух экспоненциальных операторов разрешается в

рамках теоремы Бейкера–Кемпбелла–Хаусдорфа, в основном проблема сохраняется. В этом случае остается записывать факторизацию типа (8) последовательно для каждого элемента, что затрудняет анализ системы как целого.

В тех же случаях, когда система строится из однотипных элементов, как, например, в накопительных кольцах, или когда движение частиц циклично, как в ускорителях, метод экспоненциальных операторов Ли нагляден и высокоэффективен.

1.5. Метод дифференциальной алгебры. Метод дифференциальной алгебры предложен в работе [11] для расчета и анализа ионно-оптических систем на основе уравнений движения в гамильтоновой форме. Симплектическая карта (3) в этом методе может быть выражена в различных представлениях. Метод дает возможность определить характеристическую функцию (эйконал) и допускает факторизацию в виде экспоненциальных операторов Ли.

Заканчивая описание методов анализа ионно-оптических систем, отметим, что для каждого метода развиты вычислительные соты для компьютерных расчетов. Укажем некоторые из них. Так, в работе [12] описана программа HAMILTON для решения уравнений движения, включая члены пятого порядка, в электромагнитных полях, имеющих хотя бы одну плоскость симметрии. В программе COSY 5.0 [13], использующей программу HAMILTON, вычисляется симплектическая карта с учетом членов пятого порядка. В программе заложено симплектическое условие для сокращения процедуры вычислений. Подобные компьютерные программы развиты также для методов эйконала, экспоненциальных операторов Ли и метода дифференциальной алгебры.

2. СЕКТОРНЫЙ МАСС-СЕПАРАТОР

Активное развитие ISOL-систем за последние 40 лет привело к созданию в различных научных центрах мира более сотни масс-сепараторов с углами поворота частиц от 45 до 250°. Описание и ссылки на эти сепараторы имеются в обширных изданиях EMIS (электромагнитные изотоп-сепараторы)-конференций и сборниках конференций по ядрам, удаленным от полосы β -стабильности.

Такое многообразие масс-сепараторов с примерно одинаковыми свойствами указывает на отсутствие единой концепции, заключающейся в подходе, оптимизирующем основные параметры установки.

Попытаемся найти такие подходы с целью достижения возможно наилучшего качества масс-сепаратора.

Секторный магнит масс-сепаратора пространственно разделяет траектории частиц с различными массами и фокусирует частицы одной массы на

фокальной плоскости. От того, насколько точно это делается, зависит качество сепаратора. Поэтому рассмотрим свойства секторного магнита.

2.1. Секторный магнит. При рассмотрении движения частицы в электростатических и магнитных полях будем пользоваться нерелятивистским приближением, поскольку кинетическая энергия частиц в масс-сепараторах (и масс-спектрометрах) много меньше энергии покоя.

Уравнения движения в форме Эйлера–Лагранжа, получаемые с нерелятивистской функцией Лагранжа, после исключения переменной «время» становятся уравнениями траекторий, и в случае магнитного поля имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} x'' + \frac{\sqrt{1+x'^2+y'^2}}{\rho} [(1+x'^2)h_y - y'y'h'_y] &= 0, \\ y'' + \frac{\sqrt{1+x'^2+y'^2}}{\rho} (yh_y)' &= 0. \end{aligned} \tag{9}$$

В этих уравнениях ρ — радиус кривизны траектории в области однородного поля H_0 ; $h_y = H_y/H_0$ и $h'_y = H'_y/H_0$. Штрих означает дифференцирование по z . Плоскость xz — горизонтальная, а yz — вертикальная. Граничные условия при решении уравнений движения задаются геометрией магнитного поля $H_y(x, y, z)$.

Уравнения (9) не совсем точны, поскольку в них уже введена замена $H_z = yH'_y$, которая следует из разложения компоненты поля H_z в ряд вблизи средней плоскости:

$$H_z(y, z) = H_z(0, z) + \frac{dH_z}{dy}y + \dots$$

Из-за симметрии поля $H_z(0, z) = 0$, а при отсутствии токов в межполюсном зазоре

$$\text{rot } \mathbf{H} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{dH_z}{dy} = \frac{dH_y}{dz}.$$

В уравнениях (9) порядок малости величин x' и y' существенно различен. Величина $x' \gg y'$, так как $x' = \text{tg } \vartheta$, где ϑ — угол поворота частицы, а $y' = d/(\rho\vartheta)$, где d — зазор между полюсами магнита.

Если пренебречь в уравнениях (9) малыми величинами, то получим параксиальное приближение. Система (9) при этом распадается на два независимых уравнения, первое из которых описывает движение в медианной плоскости, а второе — в вертикальной.

После замены $x' = \frac{dx}{dz} = \text{tg } \vartheta$ в результате получим

$$\sin \vartheta(z) - \sin \vartheta(z_1) = -\frac{1}{\rho} \int_{z_1}^z h_y dz, \tag{10}$$

$$(y' \cos \vartheta)' = -\frac{yh'_y \operatorname{tg} \vartheta}{\rho}. \quad (11)$$

Следующий шаг заключается в предположении, что протяженность краевого поля значительно меньше, чем протяженность области постоянного поля. В этом случае решения уравнений (10), (11) можно представить в матричном виде, связывающем параметры линейных траекторий на входе в магнитное поле с параметрами траекторий частиц, прошедших магнитное поле. Параметры траекторий задаются относительно центральной оптической оси.

Опуская промежуточные результаты, приведем окончательные выражения для матриц преобразования параметров траекторий в горизонтальной и вертикальной плоскостях. В нижеприведенных матрицах введены следующие обозначения: ε_1 — угол входа частицы в секторное поле, ε_2 — угол выхода частицы из поля, Ω — угол сектора полюсов магнита, $\vartheta = \Omega + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ — угол поворота частицы в магнитном поле.

$$M_X = \begin{pmatrix} \frac{\cos(\vartheta - \varepsilon_1)}{\cos \varepsilon_1} & \rho \sin \vartheta & \rho(1 - \cos \vartheta)/\cos \varepsilon_2 \\ -\frac{\sin \Omega}{\rho \cos \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2} & \frac{\cos(\vartheta - \varepsilon_2)}{\cos \varepsilon_2} & \sin \vartheta + \operatorname{tg} \varepsilon_2(1 - \cos \vartheta) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Здесь матричный элемент M_{X13} представляет собой линейную дисперсию по импульсу: $M_{X13} = \frac{dx}{d \ln p}$, а матричный элемент $M_{X23} = \frac{d\vartheta}{d \ln p}$ — угловую дисперсию.

Для вертикального движения дисперсионные свойства не рассматриваются, и в матрице M_Y учитывается только оптическая часть:

$$M_Y = \begin{pmatrix} 1 - \vartheta \operatorname{tg} \varepsilon_1 & \rho \vartheta \\ -\frac{\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_2(1 - \vartheta \operatorname{tg} \varepsilon_1)}{\rho} & 1 - \vartheta \operatorname{tg} \varepsilon_2 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Вектор траектории частицы описывается следующими величинами: $x(y)$ — горизонтальное (вертикальное) отклонение частицы от осевой траектории, $x'(y')$ — горизонтальный (вертикальный) угол, отсчитываемый от осевой траектории и $\Delta m/m$ — относительный разброс масс частиц. Тривиальный вывод матриц (12), (13) представлен в различных публикациях, например в [14].

Матрицы (12) и (13) позволяют получить систему уравнений для нахождения параметров секторного магнита масс-сепаратора. После умножения каждой из матриц слева на матрицу свободного промежутка соответственно из равенств $M_{11} = 0$, что эквивалентно фокусировке параллельного пучка в

точку, находятся расстояния до фокальных плоскостей:

$$l_x = \frac{\rho}{\operatorname{tg}(\vartheta - \varepsilon_1) - \operatorname{tg} \varepsilon_2}, \quad l_y = \rho \frac{1 - \vartheta \operatorname{tg} \varepsilon_1}{\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_2 (1 - \vartheta \operatorname{tg} \varepsilon_1)}.$$

При совпадении этих расстояний обеспечивается двойная фокусировка для частиц центральной массы, движущихся вдоль осевой траектории. Второе уравнение, необходимое для вычисления параметров магнита, выводится из условия двойной фокусировки для широкого интервала масс $\pm \Delta m$ относительно центральной массы. Это условие экстремума величины $\Delta = l_x - l_y = \rho F$:

$$\frac{d\Delta}{dm} = \left(F + \rho \frac{dF}{d\varepsilon_2} \frac{d\varepsilon_2}{d\rho} \right) \frac{d\rho}{dm} = \left(F + \frac{dF}{d\varepsilon_2} D_\rho \right) \frac{d\rho}{dm} = 0,$$

где D_ρ — дисперсия по импульсу, поскольку $d\vartheta = d\varepsilon_2$.

Полученная система уравнений

$$\begin{cases} F = 0, \\ \frac{dF}{d\varepsilon_2} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

позволяет рассчитать секторный магнит со стигматической фокусировкой. При таком счете угол ε_1 рассматривается как параметр и вычисляются величины ε_2 и Ω , а следовательно, и угол поворота ϑ .

Численное решение системы

(14) в зависимости от величины ε_1 представлено на рис. 1. Положительные значения величины ε_1 соответствуют вертикальной фокусировке частиц на входной грани магнита, а отрицательные значения — вертикальной дефокусировке. Как видно из рис. 1, входной угол $\varepsilon_1 \approx 26,5^\circ$ является предельным для сепараторов со стигматическим изображением, при котором фокальные плоскости горизонтального и вертикального движений совпадают.

Разность расстояний до фокальных плоскостей в широком интервале масс иллюстрирует рис. 2. Как следует из этого рисунка, при 10% отклонении от центральной массы фокальные плоскости совпадают с хорошей точностью, в данном случае точность порядка 1% от радиуса кривизны. Хотя результат, приведенный на рис. 2, получен в частном случае для магнита

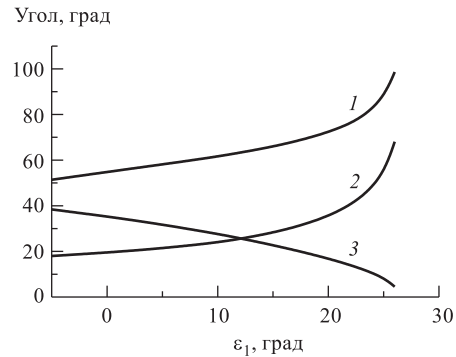


Рис. 1. Зависимости от угла падения ε_1 следующих величин: 1 — ϑ ; 2 — Ω ; 3 — ε_2

с $\varepsilon_1 = 12^\circ$, $\Omega = 25,4^\circ$, подобное поведение характерно для любого решения, т. е. при любом допустимом значении параметра ε_1 .

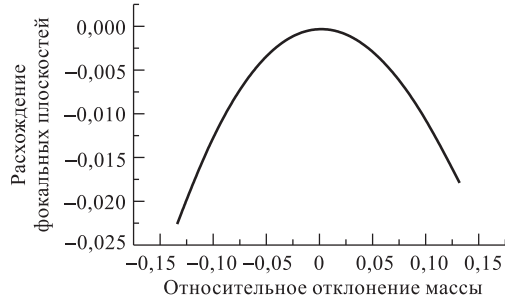


Рис. 2. Разность расстояний до фокальных плоскостей Δ в единицах радиуса кривизны траектории ρ в зависимости от относительного отклонения массы частицы от центральной массы

ЯСНАПП), Швеции, Финляндии и ряде других стран. На установке ISOLDE-111 находится сепаратор с параметрами $\varepsilon_1 = 18,6^\circ$ и $\theta = 70^\circ$ (general purpose separator) [16].

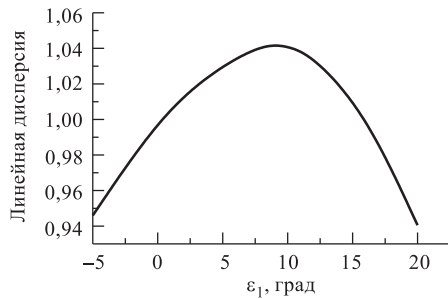


Рис. 3. Линейная дисперсия по массе в фокальной плоскости для сепараторов с различными углами входа ε_1

яние до фокальной плоскости, но быстрее убывает угловая дисперсия (из-за уменьшения θ), так что линейная дисперсия также убывает.

2.2. Оптическая схема масс-сепаратора. Вообще возможны масс-сепараторы с астигматическим изображением, т. е. с не совпадающими в пространстве фокальными плоскостями. Эти случаи не будут обсуждаться. Причина заключается в том, что стигматические пучки (пучки, имеющие горизонтальные и вертикальные кроссоверы в одних и тех же точках пространства) более

Кривые, представленные на рис. 1, описывают все известные сепараторы с двойной фокусировкой в широком интервале масс. Отметим некоторые из них.

Из известных действующих масс-сепараторов наиболее распространен сепаратор с параметрами $\varepsilon_1 = 0$ ($\Omega = 19,5^\circ$, $\theta = 54,7^\circ$). Сепараторы этого типа, изготовленные скандинавской фирмой «Skanditronix» [15], работают во многих странах, например в Швейцарии (ISOLDE), России (ИРИС,

Заканчивая описание секторного магнита, приведем зависимость линейной дисперсии в фокальной плоскости в перпендикулярном пучку направлении. Как видно из рис. 3, дисперсия максимальна для сепаратора с $\varepsilon_1 = 10^\circ$.

При $\varepsilon_1 > 10^\circ$ растет угол поворота частицы, но уменьшается расстояние до фокальной плоскости. Это уменьшение идет быстрее роста угловой дисперсии, и в результате линейная дисперсия уменьшается. При $\varepsilon_1 < 10^\circ$ растет расстояние до фокальной плоскости, но быстрее убывает угловая дисперсия (из-за

привлекательны, поскольку для них проще расчет и конструирование линий трассировок, а также проще диагностика пучков.

Будем исходить из такой оптической схемы сепаратора, при которой начальный кроссовер (источник частиц) переводится в конечный кроссовер, хотя ряд описанных в литературе масс-сепараторов имеет менее строгую симметрию, ограниченную лишь условием существования оптического изображения. Начальный кроссовер формируется либо отверстием ионного источника и вытягивающим электростатическим полем, либо специальной щелью, на которую фокусируется пучок ионного источника. Фазовая диаграмма кроссовера характеризуется тем, что оси диаграммы совпадают с осями фазовых координат. Если это эллипс, то оси фазовых координат совпадают с главными осями эллипса. Если это параллелограммы, которые описывают фазовые диаграммы пучков, формируемых с помощью отверстий, то фазовые оси совпадают с осями параллелограммов. Поэтому очевидно, что преобразование кроссовер–кроссовер должно осуществляться матрицей, оптическая часть которой диагональна. У такой матрицы матричные элементы $M_{12} = 0$ и $M_{21} = 0$. В первом случае это означает, что частицы, вылетающие из точки, собираются в точку. Это условие оптического изображения. Во втором случае наклоны выходных траекторий не зависят от входных координат, т. е. отсутствует фокусировка в результирующей матрице.

Указанные требования достаточны для получения соотношений, позволяющих выполнить согласованные вычисления оптических элементов масс-сепаратора. Кроме того, становится возможной оптимизация наиболее важных его параметров, таких как разрешающая способность и качество. Под параметром качества подразумевается произведение разрешающей способности на фазовый объем пучка, иначе говоря, качество тем выше, чем лучше разрешающая способность и выше светосила сепаратора.

Сделаем указанный анализ, не конкретизируя в деталях электростатическую систему, формирующую пучок на входе магнита. Эту систему будем описывать в общем виде как некоторую эффективную линзу, в переднем фокусе которой находится кроссовер пучка (или источник частиц).

Матрица линзы легко находится из соотношения (7), в котором траектории β и ξ являются кардинальными траекториями, определяющими положение главных плоскостей преломления и величины фокусных расстояний. Стандартный выбор этих траекторий таков: траектория β имеет единичное расстояние от оптической оси и нулевой наклон в пространстве перед линзой, а траектория ξ определяется таким же образом, но в пространстве за линзой. Решая систему уравнений типа (7) для пар (x, x_β) и (x, x_ξ) , где x — произвольная траектория, легко получить матрицу линзы. Линза может быть составной, тогда матрица этой линзы является произведением матриц составляющих ее элементов. Структура матричных элементов при этом не изменя-

ется. Ниже приведен наиболее общий вид такой матрицы:

$$L = \begin{pmatrix} \frac{Z_{f_2}}{f_2} & \frac{f_1 f_2 - Z_{f_1} Z_{f_2}}{f_2} \\ -\frac{1}{f_2} & \frac{Z_{f_1}}{f_2} \end{pmatrix}. \quad (15)$$

В этом выражении $f_1(f_2)$ — входное (выходное) фокусное расстояние, а $Z_{f_1}(Z_{f_2})$ — координата входного (выходного) фокуса. Определитель матрицы (15) равен $f_1/f_2 = \sqrt{\varphi_1/\varphi_2}$, где φ_1 — потенциал пространства источника (потенциал перед линзой), а φ_2 — потенциал координаты Z_{f_2} , или потенциал пространства после линзы. Под потенциалом понимается, как это принято в оптике заряженных частиц, энергия (в электрон-вольтах) частицы. В области 2, примыкающей к магниту, потенциал φ_2 равен ускоряющему. Примем его за единицу.

В наиболее общем виде с учетом перечисленных выше требований матрица сепаратора S является произведением следующих матриц:

$$S = l_m M l_{f_m} L Z_{f_1}.$$

Это произведение читается так: частица, вылетевшая из точки переднего фокуса линзы, проходит последовательно свободный промежуток длиной Z_{f_1} , линзу L , свободный промежуток линза–магнит l_{f_m} , магнит M и свободный промежуток магнит–фокальная плоскость магнита l_m .

Перемножив соответствующие матрицы, получим матрицу сепаратора для движения в средней плоскости

$$S_X = \begin{pmatrix} -\frac{f_{xm}}{f_{x2}} & 0 & \frac{f_{xm} \sin(\Omega + \varepsilon_2) + \sin \varepsilon_1}{2 \cos \varepsilon_1} \\ 0 & -\frac{f_{x1}}{f_{xm}} & \frac{1}{2}(\sin \vartheta) + \operatorname{tg} \varepsilon_2(1 - \cos \vartheta) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (16)$$

с дополнительным условием ($S_{21} = 0$)

$$l_{f_m} = Z_{f_{x2}} + f_{xm} \frac{\cos(\vartheta - \varepsilon_2)}{\cos \varepsilon_2}, \quad (17)$$

что эквивалентно совпадению координат выходного фокуса линзы и входного фокуса магнита. Значок x здесь указывает на горизонтальную плоскость, а величина f_{xm} — фокусное расстояние секторного магнита:

$$f_{xm} = \rho \frac{\cos \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2}{\sin \Omega}. \quad (18)$$

Приведем полную матрицу, описывающую преобразование параметров траектории в вертикальной плоскости. Действуя указанным выше образом, получаем

$$S_Y = \begin{bmatrix} -\frac{f_{ym}}{f_{e2}} & 0 \\ -\frac{Z_{fy2} + Z_{my1} - l_{fm}}{f_{e2}f_{em}} & -\frac{f_{e1}}{f_{ym}} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

где координата входного фокуса магнита

$$Z_{my1} = f_{my}(1 - \vartheta \operatorname{tg} \varepsilon_2). \quad (20)$$

В выражении (19) f_{y1} , f_{y2} — соответствующие фокусные расстояния электростатической системы в вертикальной плоскости, а f_{ym} — фокусное расстояние магнита в этой плоскости:

$$f_{ym} = \frac{\rho}{\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_2(1 - \vartheta \operatorname{tg} \varepsilon_1)}. \quad (21)$$

Равенства (16)–(21) дают полный набор соотношений для самосогласованного расчета масс-сепаратора.

2.3. Разрешающая способность секторного масс-сепаратора. Из матрицы (16) находится следующее выражение для разрешающей способности масс-сепаратора:

$$\tau = \frac{m}{\Delta m} = \frac{\sin(\Omega + \varepsilon_2) + \sin \varepsilon_1}{2 \cos \varepsilon_1} \frac{f_{x2}}{2x_0},$$

где $2x_0$ — полная ширина пучка в точке начального кроссовера (точка источника). Умножая числитель и знаменатель этого выражения на полный угловой размер пучка $2x'_0$ и вводя обозначение для сохраняющейся величины эмиттанса пучка $\zeta = 4x_0x'_0\sqrt{\varphi_1}$, получаем

$$\tau = \frac{\sin(\Omega + \varepsilon_2) + \sin \varepsilon_1}{2 \cos \varepsilon_1} \frac{X}{\zeta}, \quad (22)$$

здесь $X = 2x'_0f_{x1}$ — полная ширина пучка на входе в магнит, а $f_{x2} = f_{x1}/\sqrt{\varphi_1}$, где потенциал φ_1 задан в единицах ускоряющего потенциала.

Поскольку фазовое пространство пучка представляет собой интеграл движения, то из (22) следует принципиальное заключение — разрешающая способность обратно пропорциональна угловому разбросу частиц в магните.

Сумма синусов в числителе выражения (22) — это левая часть уравнения (10), имеющая смысл нормированного на импульс частицы потока магнитной индукции, приходящейся на единицу ширины полюса. При умножении этого выражения на ширину пучка это приводит к нормированному на импульс

потоку индукции по всей площади пучка. Выражение для τ можно, как это иногда делается [14], представить через величину площади пучка в магните S :

$$\tau = \frac{S}{2\rho\zeta}.$$

Как видно из выражения (22), разрешающая способность в линейном приближении увеличивается пропорционально росту ширины пучка и не зависит от величины радиуса кривизны траектории. Иначе говоря, размер магнита при заданной жесткости определяется шириной его полюсных наконечников.

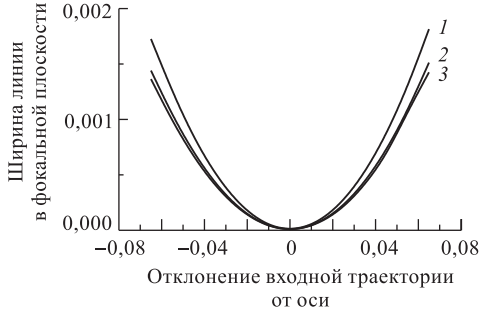


Рис. 4. Отклонение траектории от оси в фокальной плоскости сепаратора в единицах радиуса кривизны ρ . Тип сепаратора классифицирован по углу падения ε_1 : кривые 1–3 представлены для сепараторов с $\varepsilon_1 = 25, 20$ и 12° соответственно

В линейном приближении параллельный пучок, падающий на произвольную линзу (в том числе и на секторный магнит), фокусируется в точку. В реальности это не так. Из-за аберраций размер сфокусированного пятна зависит от ширины падающего пучка. Приведем результаты численного решения уравнения (10) в приближении резкой границы магнитного поля. В качестве примера на рис. 4 приведены результаты расчета для ряда сепараторов. Кривые на этом рисунке

демонстрируют эффект квадратичного уширения массовой линии в зависимости от ширины пучка на входе магнита. Незначительное отличие представленных кривых от парабол объясняется тем фактом, что входные траектории, лежащие во внешней области магнита по отношению к осевой траектории, пересекают центральную траекторию перед фокальной плоскостью и в точке фокальной плоскости являются расходящимися. Для входных траекторий, проходящих по внутренней области магнита, в фокальной плоскости ситуация обратная. В точке фокальной плоскости эти траектории являются сходящимися относительно осевой траектории. Такое поведение приводит, кроме квадратичного, к небольшому кубическому уширению массовой линии в зависимости от ширины входного пучка. В результате кривые на рис. 4 описываются следующей зависимостью:

$$\delta x = a \left(\frac{X}{2 \cos \varepsilon_1} \right)^2 - b \left(\frac{X}{2 \cos \varepsilon_1} \right)^3,$$

здесь $X / \cos \varepsilon_1$ — ширина пучка вдоль передней грани магнита.

Коэффициенты квадратичной и кубической aberrаций положения изображены для некоторых сепараторов на рис. 5.

Для пучков с постоянным эмиттансом в зависимости от ширины пучка на входе в магнит разрешающая способность сначала увеличивается, достигает максимального значения, а затем уменьшается из-за роста квадратичного уширения массовой линии.

Определяя разрешающую способность по-прежнему как отношение линейной дисперсии к ширине массовой линии с учетом квадратичных aberrаций, вместо (22) получаем следующее выражение:

$$\tau = \frac{\sin(\Omega + \varepsilon_2) + \sin \varepsilon_1}{2\zeta \cos \varepsilon_1} \frac{X}{1 + aX^3 / (4\zeta f_{xm} \cos^2 \varepsilon_1)}. \quad (23)$$

Положив первую производную от (23) по X равной нулю, вычислим значение X , при котором разрешающая способность максимальна. Экстремум имеет место при

$$X = \sqrt[3]{\frac{2f_{xm}\zeta \cos^2 \varepsilon_1}{a}} = \cos \varepsilon_1 \sqrt[3]{\frac{2\rho\zeta \cos \varepsilon_2}{a \sin \Omega}}. \quad (24)$$

Это соотношение связывает параметры пучка и фокусирующей системы со свойствами секторного магнита. Максимальная разрешающая способность становится равной

$$\tau_{\text{опт}} = \frac{\sin(\Omega + \varepsilon_2) + \sin \varepsilon_1}{3} \sqrt[3]{\frac{2\rho \cos \varepsilon_2}{\zeta^2 a \sin \Omega}}. \quad (25)$$

Соотношение (25) можно выразить через площадь пучка в магните, определяемую оптимальной шириной пучка на входе в магнит. Тогда, умножая числитель и знаменатель в формуле (25) на величину $\rho X / \cos \varepsilon_1$, получаем эквивалентное выражение:

$$\tau = \frac{S_{\text{опт}}}{3\rho\zeta}.$$

На рис. 6 представлены результаты расчета разрешающей способности в единицах $\sqrt[3]{\rho/\zeta^2}$ для различных сепараторов, оптимизированных по ширине входного пучка. Здесь также для сравнения изображена зависимость разрешающей способности в единицах X/ζ без учета квадратичного по ширине пучка уширения массовой линии.

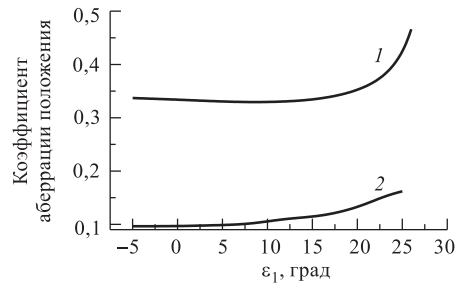


Рис. 5. Коэффициенты квадратичной (1) и кубической aberrаций (2) для различных сепараторов

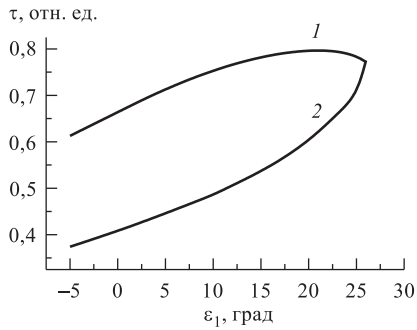


Рис. 6. Разрешающая способность сепараторов, классифицированных по углу входа ε_1 : 1 — $\tau_{\text{опт}} \sqrt[3]{\zeta^2/\rho}$; 2 — $\tau(\zeta/X)$

Из полученных результатов можно сделать некоторые выводы.

1. Как видно из рис. 6, кривая зависимости $\tau_{\text{опт}} = \tau_{\text{опт}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2(\varepsilon_1), \Omega(\varepsilon_1))$ имеет максимум. Следовательно, равенство $\frac{\partial \tau_{\text{опт}}}{d\varepsilon_1} = 0$ совместно с условиями (14) замыкает систему уравнений для вычисления угловых параметров ε_1 , ε_2 и Ω секторного магнита и тем самым определяет его единственным образом.

2. В соответствии с рис. 6 оптимальным магнитом масс-сепаратора является магнит с углом входа пучка $\varepsilon_1 = 20^\circ$.

3. Разрешающая способность слабо (как корень кубический) зависит от радиуса кривизны траектории, что указывает на отсутствие необходимости стремиться к построению больших магнитов.

4. Фокусирующая электростатическая система рассчитывается таким образом, чтобы сформировать пучок с оптимальной шириной в соответствии с выражением (24).

При увеличении входной ширины пучка до оптимального значения пропорционально уменьшаются углы наклона траекторий и, следовательно, абберации, связанные с этими углами. Далее, если горизонтальное расширение пучка сопровождается уменьшением его вертикального размера, то сокращается вклад аббераций, зависящих от параметров движения в вертикальной плоскости.

2.4. Однородность магнитного поля в магнитах масс-сепараторов. Прежде чем обсудить проблему аббераций, заметим, что разрешающая способность масс-сепараторов непосредственно зависит также от степени однородности магнитного поля. Большинство действующих сепараторов имеют магниты с неоднородностью поля порядка $\delta H/H \cong 10^{-3}$, что, естественно, не предполагает реализацию высокой разрешающей способности. Так, например, неоднородность поля магнита сепаратора общего назначения в установке ISOLDE-3 составляет величину $5 \cdot 10^{-4}$, а разрешающая способность равна 2400 с пучком, эмиттанс которого равен $2 \text{ см} \cdot \text{мрад}$. Примерно до такого же уровня разрешающая способность ограничивается влиянием аббераций второго порядка. Вклад аббераций третьего порядка в соответствии с результатами, приведенными выше, гораздо меньше.

Достижение высокооднородного поля в электромагнитах представляет собой непростую задачу, поскольку свойства магнита в сильной степени зависят от ферромагнитных свойств материалов и конструкции магнита и даже вы-

сокоточная сборка и юстировка полюсов, сделанных из электротехнической стали с низким содержанием углерода, не гарантирует высокую однородность поля. Причина заключается во влиянии токов Фуко при достижении нужного значения магнитной индукции. Обычно общая тенденция сводится к тому, что при увеличении тока в электрообмотках из-за конечности полюсных наконечников токи Фуко ослабляют поле в центре магнита и в карте поля соответствующей центральной области полюсов наблюдается провал. При уменьшении тока в обмотках наблюдается обратная картина, провал начинает заполняться и может превратиться в выпуклость на карте поля.

Поскольку обсуждаемый вопрос представляет интерес при конструировании высококачественных масс-сепараторов, опишем опыт ПИЯФ [20] в достижении однородности магнитного поля на уровне $3 \cdot 10^{-6}$ для стандартного модернизированного магнита СП-57.

Полюсная сборка этого магнита была сделана из железа «армко» с содержанием углерода менее чем 0,008 %. Магнит имеет следующие параметры: радиус кривизны траектории 70 см, угол поворота 103° , ширина магнитного канала 50 см и межполюсный зазор 10 см. После установки и юстировки полюсных наконечников однородность поля составляла величину порядка 10^{-4} , которая улучшалась итерационной процедурой шиммирования. Эта процедура заключалась в том, что в соответствии с измеренной картой поля подвижный автоматизированный и откалиброванный распылитель, управляемый компьютером, наносил на шимм клеевую взвесь мелкодисперсного хлорного железа. Изготовленные таким образом два шимма крепились к полюсным наконечникам, и измерялась новая карта поля. Затем процедура повторялась. Указанная выше высокая однородность поля была достигнута через пять итерационных процедур.

Для выбранной величины напряженности магнитного поля при шиммировании достигнутая степень однородности сохранялась для заданного алгоритма включения магнита. К сожалению, при отклонении значения магнитной индукции на величину более 1 кГс однородность поля начинала ухудшаться, и для нового значения поля необходимо изготавливать другие шиммирующие пластины.

Результаты полученного опыта указывают, что однородность магнитного поля в магнитах масс-сепараторов может быть доведена до высокого уровня.

2.5. Аберрации и корректоры аберраций. Вычисления ионных траекторий проводилось многими авторами. Движение частиц в секторных магнитных и электрических полях во втором порядке рассматривалось в работах [21–24]. Учет краевого поля проведен в [25], а аберрации краевого поля рассмотрены во втором и третьем порядке в работах [26] и [27–32] соответственно. Общие вопросы аберраций секторных магнитов проанализированы в книге [14] и там же представлены симплектические карты второго и третьего порядка с учетом связей, налагаемых симплектическим условием.

Хотя некоторые программы вычисления траекторий заряженных частиц в электромагнитных полях, такие как, например, HAMILTON [12] и COSY-5 [13] включают в себя пятый порядок, с практической точки зрения важно знание абберационных вкладов второго и третьего порядка с целью использования различных средств для их коррекции.

Как следует из рис. 4, масштаб квадратичного абберационного искажения угла наклона $\delta x'$ траектории частицы составляет величину 10^{-3} , что много меньше угла поворота частицы в магните. В соответствии с этим электромагнитные поля в корректорах не велики.

Если коррекция аббераций осуществляется магнитным полем, то соотношение (10) в этом случае приобретает вид

$$\delta x' = \sqrt{\frac{e}{2Vmc^2}} \int_0^l H_y dz,$$

где V — потенциал, до которого частица ускорена.

Согласно этому выражению реализация корректора возможна двумя способами. Первый способ заключается в том, что при постоянной длине корректора l магнитное поле представлено в виде разложения по степеням координаты x . В этом случае корректором является магнитный мультипольный элемент, устанавливаемый вне магнита, либо плоские катушки на полюсах магнита [19], создающие дополнительные к основному полю мультипольные добавки. Линейные члены в таких разложениях соответствуют квадрупольным компонентам магнитного поля, которые в небольших пределах изменяют фокусировку секторного поля, смещая фокальную плоскость в направлении z . Квадратичные члены ответственны за секступольные компоненты поля, которые обеспечивают коррекцию квадратичных аббераций, а последующие члены представляют собой мультипольные компоненты более высокого порядка для коррекции соответствующих аббераций.

Действие электростатических мультипольных элементов аналогично действию магнитных мультиполей, и в силу того, что электростатические мультипольные элементы проще изготовить, последние более распространены.

При втором способе основное поле остается тем же, но модифицируется длина l таким образом, что появляется степенная зависимость от координаты x . Это достигается приданием торцам полюсных наконечников специальной нелинейной формы для искривления границ поля.

Описанные выше способы исправления абберационных искажений не позволяют полностью избавиться от абберационных вкладов. При регулировке, например, оптической силы гексаполя для компенсации апертурной абберации, пропорциональной квадрату отклонения частицы от оптической оси, изменяются обычно в сторону увеличения и другие квадратичные абберации.

Аберрации более высоких порядков при этом изменяются незначительно. При использовании корректоров, имеющих плоскость симметрии, подобно упомянутым плоским катушкам, сохраняются аберрационные вклады, зависящие от вертикальных параметров траектории частицы.

Приведем примеры использования корректоров аберраций в действующих установках. Масс-сепаратор общего назначения в CERN [16] имеет разрешающую способность $\tau = M/\Delta M = 2400$ при эмиттансе пучка $\xi_x = 2$ см · мрад. Входные и выходные грани полюсных наконечников этого сепаратора представляют собой дуги окружности радиусом 2,4 м. Двухступенчатый сепаратор высокого разрешения там же имеет магнит с радиусом кривизны полюсных наконечников 4,1 м и дополнительный корректор в виде электростатического 32-поля. Без этого корректора разрешающая способность равна 7000, а при включенном корректоре — 10600.

Канадский сепаратор в Чок-Ривере снабжен плоскими полюсными катушками, создающими квадрупольную и секступольную компоненты поля [17]. Этот сепаратор имеет разрешающую способность 2500, если диаметр отверстия источника равен 1 мм и $\tau = 8000$ при уменьшении диаметра источника до 0,22 мм.

Многоступенчатый масс-сепаратор в Катании (Италия) имеет магниты с искривленными торцами, а также корректоры в виде двух электростатических мультиполей и плоских дополнительных катушек на двух магнитах второй ступени [18]. Ускоряющий потенциал второй ступени сепаратора может быть равным 350 кВ. Авторы этой работы указывают, что при таком ускорении ионов разрешающая способность сепаратора может достигать значения $\tau = 20000$.

Из рассмотренных примеров видно, что использование антиабберационных корректоров улучшает разрешающую способность по крайней мере вдвое. Но, с другой стороны, можно заметить, что улучшение такого уровня кардинально ситуацию не меняет.

Кроме указанных корректоров аберраций, возможно использование электростатических корректоров, устроенных по типу нелинейных линз. Такие корректоры можно было бы определить как функциональные. Пример подобного устройства для исправления апертурной квадратичной аберрации представлен на рис. 7. Это две пары электродов, из которых первый имеет потенциал V_1 , а второй — потенциал V_2 . Криволинейный зазор между электродами выполнен в соответствии с функциональной зависимостью $z = ax^3$.

Используя уравнение Лапласа и симметрию данной конфигурации электродов, распределение потенциала в виде разложения вблизи оптической оси можно представить в следующем виде:

$$\varphi(x, y, z) = V(z) - \frac{y^2}{2}V''(z) - ax^3V'(z) + axy^2V'(z) + \frac{y^4}{4!}V^{(4)}(z) + \dots$$

В этом выражении $V(z)$ — распределение потенциала вдоль оптической оси, а штрихи означают дифференцирование по z .

Отсюда непосредственно следует, что электрическое поле в направлении x квадратично по переменным x и y . Если электрическое поле ускоряет частицу, то при соответствующем выборе константы a и потенциалов на электродах можно достичь значительной или даже полной компенсации

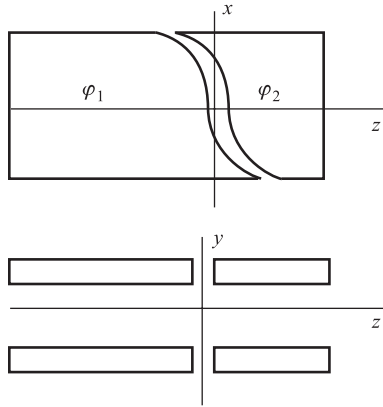


Рис. 7. Корректор aberrаций: φ_1 , φ_2 — потенциалы на электродах; средняя линия зазора между электродами имеет зависимость $x = -z^3$

апертурной квадратичной aberrации. Действительно, такая конфигурация поля создает незначительные изменения в углах наклона траекторий таким образом, что эти изменения имеют знак, противоположный знаку aberrационных вкладов секторного магнита. Заметим, что такой корректор будет компенсировать и квадратичную aberrацию, связанную с вертикальным движением частицы в магните, потому что aberrационный доворот при наклонном движении частицы в корректоре также противоположен по направлению подобному довороту в магните.

Для компенсации aberrаций третьего порядка зазор между электродами корректора выполняется в соответствии с зависимостью $z = bx^4$.

3. ПРИЗМЕННЫЙ МАСС-СЕПАРАТОР

Традиционно используемая электростатическая оптика в секторных сепараторах в основном строится на базе аксиальных и квадрупольных линз, имеющих осевую симметрию, в то время как дипольные магниты с однородным магнитным полем имеют другой тип симметрии. Это системы с плоскостью симметрии (по магнитному полю плоскость антисимметрии), что наиболее соответствует пропусканию пучков, по форме напоминающих широкую ленту. При формировании таких пучков с помощью осесимметричных линз последние должны иметь большую апертуру и соответствующие градиенты полей. Например, в сепараторе с разрешающей способностью порядка 10^5 разброс углов траекторий в магните не должен превышать величину $\delta x' = 10^{-5}$. Отсюда при ширине источника $\delta x = 0,1$ мм фокусное расстояние линзы $f = \delta x / \delta x' = 10$ м, что приводит к апертуре более чем 20 см для типичных углов наклона траектории источника, равных 10^{-2} рад.

Это обстоятельство, наряду с наличием значительных aberrаций, затрудняет реализацию сепаратора секторного типа, способного производить разделение изобарных ядер.

Масс-сепараторы на базе секторных магнитов обеспечивают развертку массового спектра в значительном интервале (10–20 %) относительно центральной массы. Но практический опыт работы сепараторов в физических экспериментах, проводимых в различных научных центрах, показал, что это свойство секторных магнитов реально не используется, так как обычно проводится один эксперимент, ориентированный на конкретный ионный пучок определенного изотопа, т. е. для экспериментов вполне пригоден сепаратор, создающий развертку спектра в узком массовом интервале.

В этой связи рассмотрим свойства призмного масс-сепаратора. Несмотря на ряд положительных свойств, сепараторы такого типа, как представляется, обойдены вниманием в практике мирового приборостроения.

В призмных установках функции диспергирования по массе и фокусировки пучка разделены и исполняются различными устройствами. Магнит с параллельными боковыми гранями (магнитная призма) разделяет частицы по массе, а фокусировка пучка осуществляется электростатическими системами.

В симметричном варианте такого сепаратора (или масс-спектрометра) на краях магнитной призмы установлены телескопические электростатические призмы, позволяющие ахроматизировать отклоняющую систему и, что не менее важно, практически полностью скомпенсировать ее aberrации [33, 34]. Такая возможность обусловлена подобием типа движения в электростатической и магнитной телескопических призмах. В горизонтальной плоскости каждая из призм осуществляет поворот пучка, а в вертикальной плоскости параллельный пучок перефокусируется как в одной, так и в другой призмах.

Второе полезное свойство, которым обладает подобная система, заключается в том, что при преломлении пучка в электростатической призме ширина пучка в горизонтальной плоскости увеличивается в несколько раз, что позволяет в это же количество раз сократить фокусное расстояние. И если фокусировка пучка организована по принципу «дефокусировка–фокусировка», то система может быть сделана достаточно компактной.

Рассмотрим свойства симметричной призмной отклоняющей системы и свойства малоaberrационных трансаксиальных линз, составляющих основу призмного масс-сепаратора.

3.1. Матрицы преобразования. На рис. 8 схематично изображена половина симметричной отклоняющей системы. Ось симметрии проходит через середину магнитной призмы.

Поля в такой отклоняющей системе являются двумерными, т. е. не зависят от координаты, направленной вдоль граней соответствующих призм. Движение частиц в средней плоскости каждой из призм свободно от aberrаций. Для электростатической призмы это является результатом сохранения поперечной

направлению поля компоненты импульса. В случае же магнитной призмы изменение компоненты импульса постоянно в направлении грани призмы при прохождении частицей области магнитного поля. Это изменение равно магнитному потоку, приходящемуся на единицу длины боковой грани магнита, который постоянен для магнитной призмы.

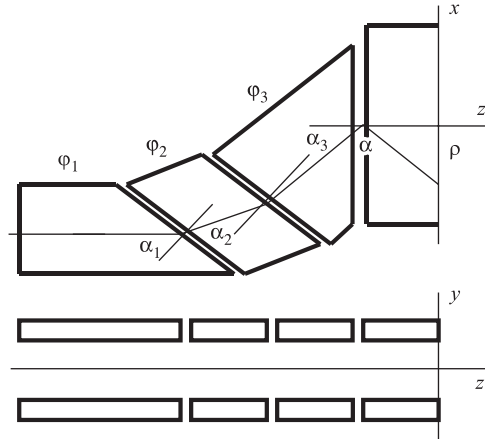


Рис. 8. Половина симметричной отклоняющей системы; $\varphi_1 - \varphi_3$ — ионно-оптические потенциалы на электродах электростатической призмы

Наличие симметрии в расположении ионно-оптических элементов позволяет выразить матрицу масс-сепаратора через матричные элементы, описывающие преобразование траектории в первой половине системы.

Матрица первой половины масс-сепаратора для каждой из плоскостей является результатом следующего произведения:

$$M = ml_{Pm}Pl_{LP}LZ_{F1}, \quad (26)$$

где Z_{F1} — расстояние между линзой и ее передней фокальной плоскостью, с которой совмещается положение источника частиц; L — матрица линзы; l_{LP} — расстояние линза–призма; P — матрица призмы; l_{Pm} — промежуток призма–магнит и m — матрица половины магнитной призмы.

Матрица преобразования, осуществляемого электростатической призмой, приведена при обсуждении электростатических элементов, а матрицы половины магнита даны в приложении.

В раскрытом виде произведение (26) в горизонтальной плоскости для вектора траектории $x, x', \Delta V/V, \Delta m/m$ представлено ниже. В этом выражении используемые обозначения имеют следующий смысл: $F_{x1}(F_{x2})$ — входное (выходное) фокусное расстояние линзы; α_1, α_3 — углы падения и преломления в электростатической призме соответственно; α — угол падения на

магнитную призму; ρ — радиус кривизны траектории в магните.

$$M_x = \begin{pmatrix} \frac{\cos \alpha_3 (Z_{Fx2} - d_x)}{F_{x2} \cos \alpha_1 \cos \alpha} & \frac{F_{x1} \cos \alpha_3}{\cos \alpha_1 \cos \alpha} & M_{13} & \rho \sin^2 \frac{\alpha}{2} \\ -\frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha}{F_{x1} \cos \alpha_3} & 0 & \frac{1}{2} \left[\operatorname{tg} \alpha \left(1 - \frac{V_3}{V_1} \right) + \operatorname{tg} \alpha \right] & \frac{1}{2} \sin \alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (27)$$

В соответствии со свойствами симметричных систем, описанными в приложении, масс-сепаратор ахроматичен, если матричный элемент $M_{23} = 0$. Это имеет место при выполнении следующего равенства:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_3 (V_3/V_1 - 1). \quad (28)$$

Полная симметрия пучка достигается в случае, если на оси симметрии располагается промежуточный кроссовер пучка. При этом матрица преобразования диагональна (или косодиагональна), поэтому из (27) следует, что $Z_{Fx2} = d_x$, где величина d_x , которую можно характеризовать как эффективную длину половины отклоняющей системы, равна

$$d_x = l_{LP} + h_{P1} + \frac{\operatorname{tg} \alpha_3 \cos \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_1 \cos \alpha_3} (h_{P2} + l_{Pm} + \rho \sin \alpha \cos \alpha).$$

В этом выражении h_{P1} и h_{P2} — расстояния до эффективной плоскости преломления электростатической призмы.

При изменении энергии частицы ее траектория на выходе отклоняющей системы смещается параллельно оптической оси, но полный угол поворота остается неизменным [37].

Согласно выражению (П10) (см. приложение) матрица преобразования масс-сепаратора в горизонтальной плоскости приобретает вид

$$S_x = RM^{-1}RM = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & \frac{\cos \alpha_3}{\cos \alpha_1} F_{x1} \operatorname{tg} \alpha \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (29)$$

Перемножив матрицы ионно-оптических элементов в вертикальной плоскости в соответствии с последовательностью (26), для оптической части ма-

трицы первой половины сепаратора получим

$$M_y = \begin{pmatrix} -\frac{\rho\alpha}{F_{y2}} \frac{f_1^p}{F_2^p} & 0 \\ \frac{F_1^p (Z_{Fy2} - d_y)}{f_2^p F_{y2} \rho\alpha} & -\frac{F_{y1}}{\rho\alpha} \frac{F_1^p}{f_2^p} \end{pmatrix}, \quad (30)$$

где F_{y1} (F_{y2}) — входное (выходное) фокусное расстояние линзы; Z_{Fy2} — координата выходного фокуса линзы, значок p указывает на электростатическую призму, f обозначает фокусное расстояние первого по ходу пучка преломляющего поля электростатической призмы, а F^p — фокусное расстояние второго поля призмы. Величина d_y в (30), имеющая смысл эффективной длины половины отклоняющей системы в вертикальной плоскости, определяется следующим образом:

$$d_y = l_{LP} - Z_{f1}^p + \frac{f_1^p}{F_1^p} \frac{f_2^p}{F_2^p} (l_{Pm} - Z_{F2}^p - \rho\alpha). \quad (31)$$

Полная симметризация пучка, т. е. совмещение кроссовера с осью симметрии, достигается при выполнении равенства

$$Z_{Fy2} = d_y. \quad (32)$$

Матрица половины масс-сепаратора в вертикальной плоскости (30) при этом становится диагональной. Матрица всего сепаратора в соответствии с соотношением (П13) не содержит угловых дисперсионных членов по энергии и массе, а оптическая часть этой матрицы совпадает с единичной матрицей.

Таким образом, представленные соотношения (27)–(32) содержат все необходимые условия для самосогласованного расчета симметричного призмного масс-сепаратора.

3.2. Разрешающая способность призмного масс-сепаратора. Разрешающая способность такого сепаратора, определяемая дисперсионным членом в матрице (29), может быть представлена в виде

$$\tau = \frac{\cos \alpha_3}{\cos \alpha_1} \operatorname{tg} \alpha \frac{F_{x1}}{x_0} = \sin \alpha \frac{X}{\zeta_x} = \frac{\sin \alpha}{\delta x'}. \quad (33)$$

Из этого выражения, подобного соотношению (22), следует, что для достижения малой величины углового разброса пучка $\delta x'$ при постоянной его фазовой площади ζ_x ширина пучка в центре магнита X должна быть большой.

В отличие от масс-сепараторов секторного типа в данном случае пучок, сформированный фокусирующей линзой, увеличивается по ширине за счет преломления в электростатической и магнитной призмах.

Поскольку призмная отклоняющая система малоабберационна, то разрешающая способность масс-сепаратора ограничивается только хроматическими и геометрическими aberrациями фокусирующих линз. Ранее отмечалось, что применение трансаксиальных линз для формирования пучка позволяет существенно увеличить разрешающую способность призмного масс-сепаратора, по сравнению с сепараторами секторного типа, в которых формирование пучка осуществляется с помощью осесимметричных линз. Это имеет место потому, что минимальный порядок геометрических aberrаций в трансаксиальных линзах равен трем, и эти aberrации обратно пропорциональны кубу радиуса кривизны электростатического поля в горизонтальной плоскости. Этот радиус может превышать на порядок радиус апертуры в традиционно применяемых осесимметричных линзах, кубические aberrации которых обратно пропорциональны кубу радиуса апертуры. Поэтому aberrации трансаксиальных линз могут быть значительно меньше соответствующих aberrаций в осесимметричных линзах.

С другой стороны, трансаксиальные линзы предоставляют большую свободу при проектировании фокусирующей системы с заданными свойствами. В горизонтальной плоскости такие линзы могут быть дефокусирующими или фокусирующими в зависимости от знака кривизны электростатического поля и иметь заданную оптическую силу, определяемую напряженностью поля и геометрическим (конструктивно заданным) радиусом зазора между электродами. Оптическая сила в вертикальной плоскости трансаксиальных линз незначительно отличается от оптической силы цилиндрических линз.

Главный вклад в ограничение разрешающей способности призмного масс-сепаратора вносит апертурная геометрическая aberrация третьего порядка.

Если переписать равенство (33) с учетом этой aberrации и выполнить процедуру оптимизации, подобную описанной ранее оптимизации секторного масс-сепаратора, то можно показать, что оптимальная ширина пучка в трансаксиальной линзе должна удовлетворять следующему соотношению:

$$X = \sqrt[3]{4x_0/a}, \tag{34}$$

где x_0 — ширина источника в горизонтальной плоскости; a — коэффициент апертурной aberrации трансаксиальной линзы.

Разрешающая способность призмного масс-сепаратора, оптимизированного в соответствии с соотношением (34), становится равной

$$\tau = \frac{4 \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha_3}{3\zeta_x \cos \alpha_1} \sqrt[3]{\frac{x_0}{2a}}.$$

Оптические силы в горизонтальной и вертикальной плоскостях трансаксиальной линзы существенно различны, и для образования анаморфота,

т. е. линзы, у которой координаты входных фокусов в обеих плоскостях совпадают, требуется использовать несколько трансаксиальных полей. В работе [36] показано, что анаморфот имеет место в случае, если линза включает в себя три электростатических поля, в каждом из которых энергия частицы не превышает значения, определяемого величиной ускоряющего потенциала.

В такой линзе первые два полевых промежутка являются дефокусирующими, а третий — фокусирующим. Подобная оптическая схема составной трансаксиальной линзы делает ее компактной, но имеющей большое фокусное расстояние в горизонтальной плоскости и сильную фокусировку, обеспечивающую промежуточный кроссовер, в вертикальной плоскости.

Составная трансаксиальная линза может быть дополнена нелинейными элементами для компенсации aberrаций третьего и более высокого порядков.

В корректоре третьего порядка зазор между электродами описывается степенной зависимостью типа $z = cx^4$, а конструкция подобна приведенной на рис. 7. Кроме корректоров геометрических aberrаций возможно использование юстировочных корректоров, компенсирующих влияние неточности установки электродов линзы. Подобные корректоры конструктивно хорошо совмещаются с основными фокусирующими элементами составной трансаксиальной линзы.

Таким образом, становится очевидным, что перечисленные возможности создают условия для создания высококачественных фокусирующих линз, которые в сочетании с малоабберационной отклоняющей системой позволяют реализовать высокую разрешающую способность симметричного призмного масс-сепаратора.

В таком сепараторе источник ионов представляет собой узкую в горизонтальной и расширенную в вертикальной плоскости щель, из которой ионы, проходя первую половину сепаратора, трансформируются в широкий ленточного типа пучок с кроссовером в центре магнита. В вертикальной плоскости, кроме кроссовера, находящегося на оси симметрии в центре магнита, имеются промежуточные кроссоверы в линзе и электростатической призме.

Расчеты призмного масс-спектрометра, выполненные в [37], показывают, что для характерных фазовых площадей пучков в ISOL-системах разрешающая способность может достигать величин порядка 10^5 . Для массы, например, $A = 100$ ширина массовой линии при этом составляет величину 1 мэВ. Такая разрешающая способность достаточна для изобарного разделения продуктов ядерных реакций и непосредственного измерения их масс.

4. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ МАСС-СЕПАРАТОРОВ

Электростатическими элементами, применяемыми в масс-сепараторах (и масс-спектрометрах), являются линзы, призмы и поворотные конденсаторы.

Квадрупольные линзы, впервые упомянутые в [38] и примененные для фокусировки пучков в [39, 40], получили самое широкое распространение как в ускорительной технике, так и в технике масс-сепарирования частиц. Их свойства хорошо изучены и описаны в ряде монографий [14, 41–43], содержащих обширные ссылки на имеющиеся работы.

Аксиально-симметричные линзы также хорошо изучены, и их свойства описаны в большом количестве работ. Функция распределения потенциала в линзах находится из решения уравнения Лапласа в цилиндрических координатах с граничными условиями, определяемыми геометрией электродов. Известны как численные, итерационные способы решения [46, 47], так и аналитические [48, 49]. Ссылки на другие работы можно найти в книгах [44–45].

В масс-сепараторах, действующих в различных научных центрах, пучок формируется с помощью аксиальных линз или с помощью аксиальных линз в сочетании с квадрупольными линзами. Такой способ формирования пучка не представляется рациональным, поскольку в первом случае невозможно реализовать условие оптимизации (24), согласно которому пучок должен быть типа широкой ленты, а во втором случае квадрупольные линзы, растягивающие пучок в горизонтальной плоскости и сужающие его в вертикальной плоскости, должны иметь большие апертуры и соответствующие возбуждения.

Более естественно использовать для целей формирования пучка трансаксиальные линзы, позволяющие расширять пучок на стадии ускорения частиц. Сочетание таких линз с электростатическими призмами позволяет, с одной стороны, создать пучок с необходимыми размерами, а с другой — ахроматизировать систему.

По указанным причинам при рассмотрении аксиально-симметричных и квадрупольных линз ограничимся приведенными ссылками, а основное внимание уделим описанию трансаксиальных линз и электростатических призм как элементов сепаратора с высокой разрешающей способностью.

4.1. Трансаксиальная линза. Трансаксиальная линза, изображенная на рис. 9, состоит из двух пар электродов, находящихся под потенциалами φ_1 и φ_2 соответственно.

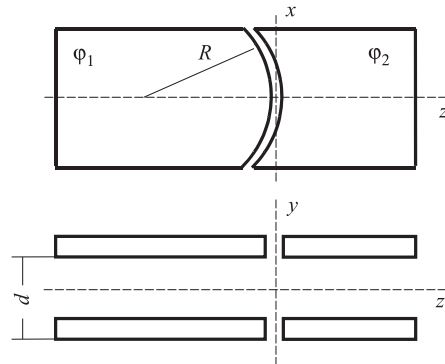


Рис. 9. Трансаксиальная линза. Вид в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно

Распределение потенциала. Функция распределения потенциала в средней плоскости линзы [50] вдоль оптической оси имеет вид

$$V(z) = (\varphi_1 - \varphi_2)R \int_0^{\infty} \frac{J_1(\lambda R)J_0(\lambda z)}{\operatorname{ch}(\lambda/2)} d\lambda + \varphi_2, \quad (35)$$

где J_0 и J_1 — функции Бесселя.

Здесь и далее принято, что начало координат совмещено с центром кривизны щели между электродами, величина этой щели крайне мала и все линейные величины выражены в единицах вертикального зазора между электродами.

Интеграл в выражении (35) можно вычислить [51] и найти альтернативные представления для распределения потенциала в трансаксиальной линзе через модифицированные функции Бесселя I_0 , I_1 и Ганкеля K_0 , K_1 . Вывод, представленный в [51], можно существенно упростить и получить те же результаты, если воспользоваться табличными интегралами. Для этого представим функцию $1/\operatorname{ch}(\lambda/2)$ в виде суммы простейших дробей:

$$\frac{1}{\operatorname{ch}(\lambda/2)} = 4 \sum_0^{\infty} (-)^n \frac{c_n}{c_n^2 + \lambda^2} = 4 \sum_0^{\infty} (-)^n \frac{1}{c_n} \left(1 - \frac{\lambda^2}{c_n^2 + \lambda^2} \right), \quad (36)$$

где $c_n = \pi(2n + 1)$.

Подставляя центральную часть соотношения (36) в выражение (35) и используя табличный интеграл, определяемый формулой (6.577) в [50], получаем решение для $z \geq R$. Если же в (35) подставить правую часть (36), то задача сводится к двум табличным интегралам ((6.512) и (6.577) в справочнике [52]), приводящим к решению для $z \leq R$.

В результате распределение потенциала приобретает следующий вид:

$$V(z) = (\varphi_1 - \varphi_2)4R \sum_{i=0}^{\infty} (-)^i I_1((2i+1)\pi R) K_0((2i+1)\pi z) + \varphi_2, \quad z \geq R,$$

$$V(z) = (\varphi_1 - \varphi_2) \left[1 - 4R \sum_{i=0}^{\infty} (-)^i I_0((2i+1)\pi z) K_1((2i+1)\pi R) \right] + \varphi_2, \quad z \leq R.$$

Представление распределения потенциала вдоль оптической оси через сумму произведений модифицированных функций Бесселя и Ганкеля обладает тем достоинством, что благодаря их гладкому поведению (типа экспоненциального) ряды быстро сходятся и вычисления упрощаются.

Оптические свойства. Оптические характеристики трансаксиальной линзы определяются из решений дифференциальных уравнений движения в

горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно:

$$x'' + \frac{V'}{2V} \left(x' - \frac{x}{z} \right) = 0, \quad (37)$$

$$y'' + \frac{y'V'}{2V} + \frac{y}{2V} \left(V'' + \frac{V'}{z} \right) = 0. \quad (38)$$

Дифференциальное уравнение (37) содержит только первую производную от потенциала, не меняющую знака в радиальном поле, поэтому на частицу действует сила либо в направлении к оси, либо в противоположном направлении. По этой причине в горизонтальной плоскости имеется одна эффективная плоскость преломления, определяемая эффективным радиусом:

$$R_{\text{eff}}^{-1} = \frac{\sqrt{\varphi_1 \varphi_2}}{2(\sqrt{\varphi_1} - \sqrt{\varphi_2})} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{V'}{zV^{3/2}} dz.$$

Свойства решения уравнения (37) таковы, что имеют место следующие равенства:

$$\frac{f_{x1}}{f_{x2}} = \sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2}}, \quad f_{x1} - f_{x2} = R_{\text{eff}}, \quad Z_{f_{x1}} - R = f_{x2}, \quad Z_{f_{x2}} + R = f_{x1},$$

$$f_{xi} = \frac{R_{\text{eff}} \sqrt{\varphi_i}}{\sqrt{\varphi_1} - \sqrt{\varphi_2}}, \quad \text{где } i = 1, 2.$$

Фокусирующая или дефокусирующая способность трансаксиальной линзы в горизонтальной плоскости определяется знаком кривизны щели между электродами и направлением электрического поля.

В вертикальной плоскости оптические свойства трансаксиальной линзы подобны оптическим свойствам цилиндрической линзы за исключением того, что в слабых полях и при малых радиусах кривизны зазора между электродами в небольших интервалах отношения потенциалов линза может быть дефокусирующей. Это является следствием влияния радиального градиента электрического поля на характер вертикального движения частицы.

В пределе $R \rightarrow \infty$ уравнения (37), (38) переходят в уравнения движения частицы в цилиндрической линзе, а распределения потенциала — в соответствующее распределение в цилиндрической линзе.

Геометрические аберрации. Ранее отмечалось, что разрешающая способность призмного масс-сепаратора в основном ограничивается аберрациями фокусирующих линз. Поэтому учет и минимизация аберрационных вкладов необходимы при расчете и конструировании качественных сепараторов.

Аберрационные вклады дефокусирующего и фокусирующего трансаксиальных полей имеют противоположные знаки, что приводит к частичной минимизации этих вкладов в линзах, построенных по принципу «дефокусировка–фокусировка». Оставшиеся аберрационные вклады могут быть скомпенсированы с помощью корректоров.

Аберрации трансаксиальных линз рассматривались в ряде работ [53–56], в которых использован стандартный подход, заключающийся в вычислении аберрационного искажения изображения объекта. Для сложных линз развитый метод пригоден только для центрированных трансаксиальных систем, когда зазоры между электродами в многоэлектродной линзе имеют общий центр кривизны. Поэтому используем более общий подход, естественный с точки зрения матричного формализма [51] и позволяющий выразить аберрационные матричные элементы через ионно-оптические параметры простых линз. В сложной линзе это позволяет учесть аберрационное искажение параксиальной траектории для каждого трансаксиального поля.

С учетом членов третьего порядка малости уравнение (37) становится неоднородным, и функция возмущения имеет вид

$$F = \left(\frac{x}{z} - x' \right) \left[\frac{1}{4} \left(\frac{V'}{zV} \right)' x^2 + \frac{1}{2} \frac{V'}{V} x'^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{V_2}{V} \right)' y^2 + \frac{1}{2} \frac{V'}{V} y'^2 \right], \quad (39)$$

где $V_2 = V'' + V/z$.

Схема вычислений аберраций для каждого слагаемого функции возмущения такова. Произвольная траектория с заданными начальными условиями X, x'_0, Y_0, y'_0 в начале координат, т. е. в центре кривизны электростатического поля, выражается в виде суперпозиции стандартных траекторий, определяющих оптические параметры линзы. Первая такая траектория β имеет единичное отклонение от оси в свободном от поля пространстве перед линзой, а вторая траектория ξ имеет такое же поведение в пространстве за линзой. Параксиальные решения для определенной таким образом произвольной траектории подставляются в функцию возмущения (39), и с помощью метода вариации произвольных постоянных находится решение неоднородного уравнения.

Далее, пренебрежем различием между геометрическим и эффективным радиусами линзы, которое при $R > 10d$ меньше 2%. Тогда аберрационное смещение траектории и изменение ее наклона выражаются следующим образом:

$$\delta x = RI_1 - I_2, \quad \delta x' = I_1 + I_2/f_{x2},$$

$$\text{где } I_1 = \int F x_\beta \sqrt{V/\varphi_1} dx, \quad I_2 = \int F z \sqrt{V/\varphi_1} dz.$$

Результаты вычислений аберрационных матричных элементов для каждого слагаемого функции возмущения представлены в табл. 2.

Таблица 2. Кубические aberrации трансаксальной линзы для траектории частицы, определенной в начале координат

	$\delta x'$	δx
X_0^3	$\frac{\varphi_1^{3/2}}{4}a - \frac{1}{3f_{x2}^3}$	$\frac{R\varphi_1^{3/2}}{4}a + \frac{\sqrt{\varphi_1/\varphi_2} + 2}{6f_{x2}^2}$
$X_0^2x'_0$	$1/f_{x2}^2$	$-1/f_{x2}$
$X_0x_0'^2$	$-1/(2f_{x2})$	$-R/(2f_{x2})$
$X_0Y_0^2$	$\frac{1}{2}\left(A - \frac{1}{f_{x2}f_{y2}}\right)$	$\frac{1}{2}\left(RA + \frac{1}{f_{y2}^2}\right)$
$X_0Y_0y'_0$	$Z_{fy1}A + f_{y1}B - \frac{Z_{fy1}}{f_{x2}f_{y2}^2}$	$R(Z_{fy1}A + f_{y1}B) + \frac{1}{f_{y2}^2}$
$X_0y_0'^2$	$Z_{fy1}^2A/2 + f_{y1}Z_{fy1}B + f_{y1}^2C/2 + \frac{1}{2f_{x2}}\left[1 - \left(\frac{Z_{fy1}}{f_{y2}}\right)^2\right]$	$R(Z_{fy1}^2A/2 + f_{y1}B + f_{y1}^2C/2) - \frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{Z_{fy1}}{f_{y2}}\right)^2\right]$

При матричных вычислениях табл. 2 следует переопределить таким образом, чтобы начальные условия были заданы на линзе. Для этого вместо X_0 и Y_0 подставляются соответствующие величины $X_0 = x_0 - Rx'_0$, $Y_0 = y_0 - Ry'_0$, где маленькими символами обозначены параметры траектории в центре линзы как результат линейного продолжения входной траектории. Тогда, сгруппировав подобные члены, будем иметь окончательный результат, который в силу громоздкости выражений здесь не приводится.

В табл. 2 через a , A , B и C обозначены следующие интегралы:

$$a = \int \frac{V'}{(z + R)^3 V^{5/2}} dz,$$

$$A = \int \frac{x_\beta}{z + R} \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{V_2}{V}\right)' y_\beta^2 + \frac{V'}{V} y_\beta'^2 \right] dz,$$

$$B = \int \frac{x_\beta}{z + R} \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{V_2}{V}\right)' y_\beta y_\xi + \frac{V'}{V} y_\beta' y_\xi' \right] dz,$$

$$C = \int \frac{x_\beta}{z + R} \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{V_2}{V}\right)' y_\xi^2 + \frac{V'}{V} y_\xi'^2 \right] dz.$$

При записи этих интегралов, чтобы явно выделить радиус кривизны R , сделан переход в систему координат, начало которой совмещено с зазором между электродами.

Таблица 3. Угловые кубические aberrации трансаксиальной линзы

№		$\delta x'$
1	x_0^3	$-\frac{1}{2R^3} \left(\sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2}} - 1 \right) \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2} - \sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2} + 1} \right)$
2	$x_0^2 x'_0$	$\frac{1}{2R^2} \left(\sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2}} - 1 \right) \left(3 \frac{\varphi_1}{\varphi_2} - \sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2} + 1} \right)$
3	$x_0 x_0'^2$	$-\frac{1}{2R} \left(\sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2}} - 1 \right) \left(3 \frac{\varphi_1}{\varphi_2} - \sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2}} \right)$
4	x'^3	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2}} \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2} - 1 \right)$
5	$x_0 y_0^2$	$-\frac{1}{2R f_{y2}^2} \sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2}}$
6	$x_0 y_0 y'_0$	$\frac{Z_{fy1}}{R f_{y2}^2} \sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2}}$
7	$x_0 y_0'^2$	$\frac{1}{2R} \sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2}} \left[1 - \left(\frac{Z_{fy1}}{f_{y2}} \right)^2 \right]$
8	$x'_0 y_0^2$	$\frac{1}{f_{y2}^2} \sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2}}$
9	$x'_0 y_0 y'_0$	$-\frac{Z_{fy1}}{f_{y2}^2} \sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2}}$
10	$x'_0 y_0'^2$	$-\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2}} \left[1 - \left(\frac{Z_{fy1}}{f_{y2}} \right)^2 \right]$

В случае больших радиусов кривизны, значительно превышающих область протяженности электрического поля, указанные интегралы можно вычислить приближенно, ограничившись первым членом разложения подынтегральных выражений в ряд по степеням z/R и полагая, что в области поля величина x_β мало отличается от единицы. Точность такого приближения не высока, порядка 10–15 %, но в результате получаются простые выражения, позволяющие судить о масштабе aberrационных искажений траектории частицы. Прделав такие вычисления и переопределив табл. 2 указанным выше образом, представим выражения для угловых кубических aberrаций (табл. 3).

Как это следует из выражений в строках 1–4, абберационные вклады для движения частицы в средней плоскости линзы являются знакопеременными, причем знак плюс или минус зависит от знака кривизны электрического поля и от соотношения потенциалов на электродах линзы.

Апертурные абберации (строки 1 и 5 в табл. 3) являются максимальными по сравнению с остальными и в высококачественной линзе должны быть скорректированы с помощью соответствующих корректоров. Минимальные вклады в искажение параксиальной траектории вносят абберации, выражения для которых даны в строках 7 и 10 табл. 3.

4.2. Электростатическая призма. Преломление светового луча возникает на границе раздела двух сред с различными показателями преломления. В оптике заряженных частиц аналогом такой призмы является граница раздела потенциалов φ_1 и φ_2 , приложенных к двум парам электродов, изображенных на рис. 10.

В соответствии с [57] опишем матрицы преобразования траектории, осуществляемого полем электростатической призмы.

Горизонтальная плоскость. В этой плоскости пучок частиц движется под углом α_1 к направлению поля и выходит из поля под углом α_2 . Уравнение движения выводится из условия сохранения поперечной электрическому полю компоненты импульса частицы. В системе координат, в которой ось z направлена вдоль поля, а ось x — вдоль зазора между электродами, это уравнение имеет вид

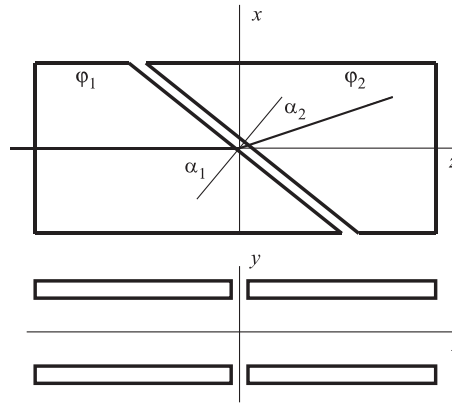


Рис. 10. Электростатическая призма

$$x' = \left[\frac{(\varphi_1 + \varepsilon) \sin^2(\alpha_1 + x'_1)}{\varphi(z) + \varepsilon - (\varphi_1 + \varepsilon) \sin^2(\alpha_1 + x'_1)} \right]^{1/2}, \quad (40)$$

где $\varphi(z)$ — распределение потенциала в средней плоскости; ε — разброс энергий частицы.

Распределение потенциала в средней плоскости определяется следующим выражением [50]:

$$\varphi(z) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\pi} \operatorname{arctgsh}(\pi z).$$

Разложив (40) в ряд по степеням малых величин x'_0 и ε и ограничившись

линейными членами, получим

$$x' = \left(\frac{V_1}{V}\right)^{1/2} \operatorname{tg} \alpha_1 + x'_1 \left[\left(\frac{V_1}{V}\right)^{1/2} + \operatorname{tg}^2 \alpha_1 \left(\frac{V_1}{V}\right)^{3/2} \right] + \frac{\varepsilon}{2\varphi_2} \operatorname{tg} \alpha_1 \left[\left(\frac{V_1}{V}\right)^{1/2} - \left(\frac{V_1}{V}\right)^{3/2} \right]. \quad (41)$$

В этом равенстве $V = \varphi(z) - \varphi_1 \sin^2 \alpha_1$ — эффективный потенциал, который для свободных от поля областей равен $V_i(z_i) = \varphi_i \cos^2 \alpha_i$ ($i = 1, 2$).

Примем в (41) $V = V_2$ и перейдем в систему координат, связанную с пучком. Для этого в области потенциала φ_1 повернем систему координат на угол $-\alpha_1$, а в области потенциала φ_2 — на угол $-\alpha_2$. В результате такого преобразования будем иметь

$$x' = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1/2} x'_1 + \frac{\varepsilon}{2\varphi_1} \operatorname{tg} \alpha_2 \left(1 - \frac{\varphi_1}{\varphi_2}\right). \quad (42)$$

Полученное равенство содержит два матричных элемента: коэффициент углового увеличения $k_{\text{угл}} = (V_1/V_2)^{1/2} = \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{tg} \alpha_2$ и угловую дисперсию по энергии

$$D_\varphi = (1/2) \operatorname{tg} \alpha_1 (1 - \varphi_1/\varphi_2).$$

Для получения остальных матричных элементов проинтегрируем (41) от точки z_1 до точки z_2 , находящейся в свободных от поля областях. Вычислим интегралы по частям и перейдем в новую систему координат, выполнив преобразование: $z \rightarrow z - h$, $x \rightarrow x + h \operatorname{tg} \alpha_1$, которое совмещает начало координат с положением эффективной плоскости преломления h . Величина h определяется следующим выражением:

$$h = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{V_1 V_2}}{\sqrt{V_2} - \sqrt{V_1}} \int_{z_0}^{z_1} \frac{z V' dz}{V^{3/2}}.$$

Затем, используя матрицу вращения, совершим повороты системы координат на углы $-\alpha_1$ и $-\alpha_2$ соответственно для областей с потенциалами φ_1 и φ_2 .

Объединив полученное решение с (42) и опустив свободные промежутки z_1 и z_2 , получим матрицу преобразования для электростатической призмы:

$$P_x = \begin{pmatrix} 1 & \pm \frac{h}{\cos \alpha_2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} & A & B \\ 0 & \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} & D_\varphi \\ 0 & 0 & \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \mp \frac{h}{\cos \alpha_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (43)$$

где $A = h \frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin \alpha_1} + H \cos \alpha_2 \operatorname{tg}^2 \alpha_1$, $B = h \frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}{\cos \alpha_1} - \frac{H}{2} \cos \alpha_2 \operatorname{tg} \alpha_1$ и $H = \frac{3}{2} V_2^{3/2} \int \frac{z V'}{V^{5/2}} dz$. Третий столбец здесь описывает дисперсионные свойства призмы в зависимости от энергии частицы. Выбор знаков перед величиной h в (43) зависит от соотношения потенциалов φ_1 и φ_2 . Поскольку эффективная плоскость преломления всегда смещена в область меньшего потенциала, то при $\varphi_1 < \varphi_2$ имеют место верхние знаки, т. е. в этом случае свободный промежуток перед призмой укорачивается на величину $h/\cos \alpha_1$, а свободный промежуток после призмы увеличивается на величину $h/\cos \alpha_2$. Если потенциал первого электрода призмы больше потенциала второго электрода, то в (43) следует брать нижние знаки.

Вертикальная плоскость. Параксиальное уравнение траектории в этой плоскости для эффективного потенциала имеет такой же вид, как уравнение траектории для обычного потенциала в цилиндрической линзе [50]:

$$y'' + y' \frac{V'}{2V} + y \frac{V''}{2V} = 0. \quad (44)$$

Из-за кривизны силовых линий сила, действующая на частицу в вертикальном направлении, при прохождении середины поля меняет знак на противоположный. Поэтому преломляющее действие поля в вертикальной плоскости характеризуется двумя эффективными плоскостями преломления h_1 и h_2 , от которых отсчитываются фокусные расстояния f_1 и f_2 соответственно. Указанные величины находятся при численном интегрировании уравнения (44) в нормальной системе координат, в которой ось z направлена вдоль направления электрического поля. Матрица преобразования P_{ny} в этой системе координат имеет стандартный вид линзы (15), где $f_1/f_2 = \sqrt{V_1/V_2}$, а условие симплектичности, записанное для двух траекторий y_1 и y_2 , содержит эффективный потенциал V : $\sqrt{V}(y_1 y_2' - y_2 y_1') = \text{const}$.

При матричном описании траекторий используется текущая система координат, в которой ось z направлена по оптической оси. Поэтому для нахождения матрицы преобразования призмы в вертикальной плоскости следует решения уравнения (44) выразить в текущей системе координат.

При переходе к системе координат, связанной с пучком, ось которого наклонена на угол α относительно направления поля, нормальная система координат поворачивается на угол $-\alpha$ вокруг оси y . Параметры траектории при этом преобразуются очевидным образом:

$$\begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_n \\ y_n' \end{pmatrix},$$

где значок n указывает на нормальную систему координат. Обозначим матрицу этого преобразования через (α) , тогда легко показать, что матрица

преобразования призмы в вертикальной плоскости

$$P_y = (\alpha_2)P_{ny}(\alpha_1)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{Z_{f2}}{f_2} & \frac{1}{\cos \alpha_1} \left(f_1 - \frac{Z_{f1}Z_{f2}}{f_2} \right) \\ -\frac{\cos \alpha_2}{f_2} & \frac{Z_{f1} \cos \alpha_2}{f_2 \cos \alpha_1} \end{pmatrix}.$$

Матрица преобразования трехэлектродной призмы, включающей в себя два преломляющих поля, будет описывать телескопическое движение частицы в вертикальной плоскости, если длина среднего электрода равна сумме координат выходного фокуса первой линзы и входного фокуса второй линзы.

Приложение

МАТРИЦА СИММЕТРИЧНОЙ ИОННО-ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Матрица симметричной ионно-оптической системы S является произведением матриц левой M и правой M_r половин: $S = M_r M$. Наличие симметрии в расположении элементов дает возможность выразить матрицу M_r через матричные элементы матрицы M , позволяя тем самым упростить анализ оптических свойств системы. Для этого воспользуемся методом, подобным методу, примененному в [35] для анализа магнитных систем.

Для произвольного симметричного набора ионно-оптических элементов рассмотрим траекторию, которая начинается в точке z_1 и заканчивается в симметричной точке z_2 . Тогда вектор x , описывающий траекторию, преобразуется следующим образом:

$$Sx_1 = x_2. \quad (\text{П1})$$

Совершим над системой такое преобразование R , которое переставляет местами начало и конец системы, сохраняя ее неизменной. Очевидно, что векторы x_1 и x_2 также испытывают преобразования:

$$x_2' = Rx_2, \quad x_1' = Rx_1. \quad (\text{П2})$$

Вектор x_2' теперь относится к началу траектории, а вектор x_1' к ее концу, и связь между этими векторами определяется матрицей S :

$$Sx_2' = x_1', \quad \text{или} \quad SRx_2 = Rx_1, \quad \text{или} \quad SRSx_1 = Rx_1. \quad (\text{П3})$$

Отсюда следует матричное равенство

$$SRS = R, \quad (\text{П4})$$

которое при известной матрице S позволяет определить тип симметрии, т. е. найти матрицу R . Очевидны ее следующие свойства: $RR = I$ или $R = R^{-1}$, поскольку второе преобразование возвращает систему в исходное положение.

Выразим теперь матрицу правой половины системы через матрицу M . Матрица M , действуя на вектор x_1 , переводит его в вектор x_0 на оси симметрии:

$$Mx_1 = x_0.$$

Перепишем заново равенства (П3), тогда имеем

$$Sx_{2'} = M_r M x_{2'} = M_r x_{0'} = M_r R x_0 = M_r R M x_1. \quad (\text{П5})$$

Левые части равенств (П3) и (П5) совпадают, следовательно, совпадают и правые части. Отсюда следует равенство $M_r R M = R$, разрешая которое относительно матрицы M_r , получаем искомое соотношение

$$M_r = R M^{-1} R, \quad (\text{П6})$$

позволяющее записать матрицу системы через матричные элементы ее левой половины:

$$S = R M^{-1} R M. \quad (\text{П7})$$

Воспользуемся полученными соотношениями в приложении к симметричному призмному сепаратору (или спектрометру). Матрица симметричной магнитной призмы находится из (12) при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \alpha$, $\vartheta = 2\alpha$ и $\Omega = 0$:

$$m_x = \begin{pmatrix} 1 & \rho \sin 2\alpha & \rho \sin^2 \alpha & \rho \sin^2 \alpha \\ 0 & 1 & \operatorname{tg} \alpha & \operatorname{tg} \alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{П8})$$

Соотношение (П8) дает вид этой матрицы для преобразования вектора траектории с компонентами x , x' , $\Delta V/V$, $\Delta m/m$, где последние две компоненты представляют собой относительный разброс энергии и массы соответственно.

Из равенств (П4), (П6) и (П8) следует, что

$$R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{П9})$$

а матрица левой половины симметричной магнитной призмы имеет вид

$$m_x(1/2) = \begin{pmatrix} 1/\cos \alpha & \rho \sin \alpha & \rho \sin^2 (\alpha/2) & \rho \sin^2 (\alpha/2) \\ 0 & \cos \alpha & (\sin \alpha)/2 & (\sin \alpha)/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Проделив подобные вычисления в вертикальной плоскости для оптических частей матриц R_y и $m_y(1/2)$, получим

$$R_y = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad m_y(1/2) = \begin{pmatrix} 0 & \alpha\rho \\ -1/\alpha\rho & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{П10})$$

Тогда матрица системы в горизонтальной плоскости в соответствии с (П7) и (П9)

$$S_x = \begin{pmatrix} M_{11}M_{22} + M_{12}M_{21} & 2M_{12}M_{22} & 2M_{12}M_{23} & 2M_{12}M_{24} \\ 2M_{11}M_{21} & M_{11}M_{22} + M_{12}M_{21} & 2M_{11}M_{23} & 2M_{11}M_{24} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{П11})$$

Отсюда непосредственно следует, что симметричная ионно-оптическая система ахроматична, если матричный элемент $M_{23} = 0$.

Матрица системы с симметрией типа (П10) представлена ниже. Система ахроматична, если матричный элемент $M_{13} = 0$.

$$S_y = \begin{pmatrix} M_{11}M_{22} + M_{12}M_{21} & 2M_{12}M_{22} & 2M_{13}M_{22} & 2M_{14}M_{22} \\ 2M_{11}M_{21} & M_{11}M_{22} + M_{12}M_{21} & 2M_{13}M_{21} & 2M_{24}M_{21} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{П12})$$

Система не имеет линейных дисперсий по энергии и массе, если матричный элемент $M_{22} = 0$. Оптика системы в вертикальной плоскости может быть организована другим образом, так что матричный элемент $M_{21} = 0$. В этом случае оптическая система свободна от угловых дисперсий по энергии и массе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Andersson G., Hedin B., Rudstam G.* // Nucl. Instr. Meth. 1964. V. 28. P. 245.
2. Scientific Opportunities with an Advanced ISOL Facility.
http://www.phy.anl.gov/div/W_PaperF.pgf
3. *Хаммермеш М.* Теория групп и ее применение к физическим исследованиям. М.: Мир, 1966.
4. *Ландау Л. Д., Лившиц Е. М.* Механика. М.: Наука, 1965.
5. *Goldstein H.* Classical Mechanics. Massachusetts: Addison-Wesley, Reading, 1980.
6. *Dragt A. D.* // Nucl. Instr. Meth. A. 1987. V. 258. P. 339.
7. *Ландау Л. Д., Лившиц Е. М.* Теория поля. М.: Наука, 1988.
8. *Glasser W.* // Z. Phys. 1933. V. 80. P. 451.
9. *Sturrock P. A.* // Proc. Roy. Soc. A. 1952. V. 210. P. 269.

10. *Dragt A. J., Finn J. M.* // J. Math. Phys. 1976. V. 17. P. 2215.
11. *Berz M.* // Nucl. Instr. Meth. A. 1990. V. 298. P. 426.
12. *Berz M., Wollnik H.* // Nucl. Phys. Meth. A. 1987. V. 258. P. 364.
13. *Berz M., Hoffman H. C., Wollnik H.* // Nucl. Instr. Meth. A. 1987. V. 258. P. 402.
14. *Вольник Г.* Оптика заряженных частиц. СПб.: Энергоатомиздат, 1992.
15. *Rudstam G.* // Nucl. Instr. Meth. 1976. V. 139. P. 239.
16. *Kugler E. et al. (ISOLDE Collab.)* // Nucl. Instr. Meth. B. 1992. V. 70. P. 41.
17. *Schmeing H. et al.* // Nucl. Instr. Meth. 1981. V. 186. P. 47.
18. *Ciavola G. et al.* // Nucl. Instr. Meth. B. 1997. V. 126. P. 17.
19. *Complan J., Meunier G.* // Nucl. Instr. Meth. 1981. V. 186. P. 445.
20. *Волков Ю. М., Мороз Ф. В.* Частное сообщение. СПб.: ПИЯФ РАН.
21. *Hinterberg H., König L. A.* // Z. Naturf. 1957. V. 12a. P. 140.
22. *Ewald H., Liebl H.* // Ibid. P. 28.
23. *Tasman H. A., Boerboom A. J.* // Z. Naturf. 1959. V. 14a. P. 121.
24. *Wollnik H.* // Nucl. Instr. Meth. 1965. V. 34. P. 213.
25. *Enge H.* // Rev. Scie. Instr. 1964. V. 35. P. 278.
26. *Wollnik H., Ewald H.* // Nucl. Instr. Meth. 1965. V. 36. P. 93.
27. *Matsuda H., Wollnik H.* // Nucl. Instr. Meth. 1970. V. 77. P. 40.
28. *Matsuda H.* // Nucl. Instr. Meth. 1971. V. 91. P. 637.
29. *Matsuda H., Wollnik H.* // Nucl. Instr. Meth. 1972. V. 103. P. 117.
30. *Ludvig R.* // Z. Naturf. 1967. V. 22a. P. 553.
31. *Matsuo T., Matsuda H.* // Intern. J. Mass Spectrom. Ion Phys. 1971. V. 6. P. 361.
32. *Matsuo T., Matsuda H., Wollnik H.* // Nucl. Instr. Meth. 1972. V. 103. P. 515.
33. *Кельман В. М., Назаренко Л. М., Якушев Е. М.* // ЖТФ. 1972. Т. 42, вып. 5. С. 963.
34. *Кельман В. М., Якушев Е. М.* // ЖТФ. 1967. Т. 37. С. 2121.
35. *Herrera J. C., Bliamptis E. E.* // Rev. Scien. Instr. 1966. V. 37. P. 183.
36. *Лукашевич В. В.* Препринт ЛИЯФ АН СССР № 989. Л., 1984.
37. *Лукашевич В. В.* Светосильный масс-спектрометр высокого разрешения. Отчет ЛИЯФ АН СССР. Л., 1986.
38. *Melkrich A.* Sitzungsber. Oster. Akad. Wiss. Wien. 1947. V. 155. P. 393.
39. *Courant E. D., Livingston M. S., Snyder H. S.* // Phys. Rev. 1952. V. 88. P. 1190.
40. *Blewett J. P.* // Ibid. P. 1197.
41. *Страшкевич А. М.* Электронная оптика электростатических систем. М.; Л.: Энергия, 1966.
42. *Явор С. Я.* Фокусировка заряженных частиц квадрупольными линзами. М.: Атомиздат, 1968.
43. *Баранова Л. А., Явор С. Я.* Электростатические электронные линзы. М.: Наука, 1986.
44. *Глазер В.* Основы электронной оптики. М.: ГИТТЛ, 1957.
45. *Силадьи М.* Электронная и ионная оптика. М.: Мир, 1990.

46. *Read F. H., Adams A., Soto-Montiel J. R.* // J. of Phys. E. 1971. V. 4. P. 625;
Adams A., Read F. H. // J. of Phys. E. 1972. V. 5. P. 156.
47. *Grivet P.* Electron optics. London: Pergamon, 1965.
48. *Harting E., Read E. H.* Electrostatic Lenses. Amsterdam, 1976. P. 322.
49. *Cook R. D., Heddle D. W. O.* // J. Phys. E. 1976. V. 9. P. 279.
50. *Кельман В. М. и др.* Электронно-оптические элементы призмных спектрометров заряженных частиц. Алма-Ата: Наука, 1979.
51. *Лукашевич В. В., Патрушев С. Н.* Препринт ПИЯФ РАН № 1845. СПб., 1992.
52. *Градиштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.
53. *Карецкая С. П., Кельман В. М., Якушев Е. М.* // ЖТФ. 1971. Т. 41. С. 325.
54. *Карецкая С. П., Кельман В. М., Якушев Е. М.* // Там же. С. 548.
55. *Карецкая С. П., Кельман В. М., Якушев Е. М.* // ЖТФ. 1970. Т. 40. С. 2563.
56. *Гликман Л. Г. и др.* // ЖТФ. 1971. Т. 41. С. 330.
57. *Лукашевич В. В.* Препринт ЛИЯФ АН СССР № 919. Л., 1984.