«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
2001, ТОМ 32, ВЫП. 7

УДК 539.12.01

НЕЛОКАЛЬНАЯ СТРУКТУРА ВАКУУМА КХД В ИНСТАНТОННОЙ МОДЕЛИ

А. Е. Дорохов, С. В. Михайлов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна
Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова

Предложен новый калибровочно-инвариантный подход к анализу нелокальных свойств кварков и глюонов в вакууме КХД, основанный на модели вакуума как жидкости инстантонов. Найдено новое топологически нетривиальное решение уравнений Янга–Миллса в физическом вакууме КХД, который представляется как длинноволновое фоновое поле. Это решение есть модифицированный инстантон с экспоненциально убывающей на больших расстояниях асимптотикой. Модифицированный инстантон стабилен, если взаимодействие с фоновым полем слабое и на систему наложены дополнительные условия (связи). Даны оценки виртуальностей кварков и глюонов в вакууме КХД. Показано, что инстантонная модель удовлетворительно объясняет нелокальную структуру вакуума КХД. В эффективной модели инстантонного вакуума вычислен двухточечный вакуумный коррелятор напряженности глюонного поля.

New gauge invariant approach to analyze nonlocal properties of quarks and gluons in the physical QCD vacuum is suggested. It is based on the instanton liquid model. The topologically nontrivial solution of the classical Yang–Mills equations in the physical QCD vacuum is found. This solution, called constrained instanton, decays exponentially at large distances. It is stable only if the interaction of the instanton with the background vacuum field is small and additional constraints are introduced. The estimates of the averaged virtualities of quarks and gluons in the QCD vacuum are given. It is shown that the instanton model is satisfactory in description of the nonlocal structure of the QCD vacuum. The two-point vacuum correlator of gluon field strengths is calculated in the framework of the effective instanton vacuum model.

Непертурбативный вакуум КХД насыщен интенсивными длинноволновыми флуктуациями глюонного и кваркового полей. Параметры порядка этого сложного состояния характеризуются вакуумными матричными элементами (конденсатами) различных синглетных комбинаций, составленных из полей кварков и глюонов: $\langle : \bar{q}q : \rangle$, $\langle : F^a_{\mu\nu} F^a_{\mu\nu} : \rangle$, $\left\langle : \bar{q} \left(\sigma_{\mu\nu} F^a_{\mu\nu} \frac{\lambda^a}{2} \right) q : \right\rangle$ и т. д. Ненулевой конденсат кварков $\langle : \bar{q}q : \rangle$ отвечает за спонтанное нарушение киральной симметрии, его величина была оценена много лет назад из алгебры токов. Ненулевой глюонный конденсат $\langle : F^a_{\mu\nu} F^a_{\mu\nu} : \rangle$ через конформную аномалию задает масштаб адронных масс. Величины глюонного конденсата и некоторых других конденсатов наинизшей размерности были определены феноменологически из анализа различных наблюдаемых адронов методом правил сумм (ПС) КХД.

Нелокальные вакуумные конденсаты (или корреляторы) [1] характеризуют распределение кварков и глюонов в непертурбативном вакууме. Физически это означает, что в вакууме кварки и глюоны имеют ненулевой среднеквадратичный импульс (виртуальность). Рассмотрим коррелятор напряженности глюонного поля

$$D^{\mu\nu,\rho\sigma}(x-y) \equiv \Big\langle :\mathrm{Tr}\, F^{\mu\nu}(x)\hat{E}(x,y)F^{\rho\sigma}(y)\hat{E}(y,x): \Big\rangle, \tag{1}$$

который может быть записан в форме, согласованной с требованиями калибровочной и лоренц-симметрии:

$$D^{\mu\nu,\rho\sigma}(x) \equiv \frac{1}{24}\langle : F^2 :\rangle \Big\{ (\delta_{\mu\rho}\delta_{\nu\sigma} - \delta_{\mu\sigma}\delta_{\nu\rho})[D(x^2) + D_1(x^2)] + \\ + (x_\mu x_\rho \delta_{\nu\sigma} - x_\mu x_\sigma \delta_{\nu\rho} + x_\nu x_\sigma \delta_{\mu\rho} - x_\nu x_\rho \delta_{\mu\sigma}) \frac{\partial D_1(x^2)}{\partial x^2} \Big\}, \tag{2}$$

где упорядоченный по контуру фазовый фактор (интегрирование выполняется вдоль *прямой* линии) $\hat{E}(x,y) = P\exp\left(i\int_x^y A_\mu(z)dz^\mu\right)$ гарантирует калибровочную инвариантность и $A_\mu(z) = A^a_\mu(z)\dfrac{\lambda^a}{2}$, $F_{\mu\nu}(x) = F^a_{\mu\nu}(x)\dfrac{\lambda^a}{2}$, $F^a_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu A^a_\nu(x) - \partial_\nu A^a_\mu(x) + f^{abc}A^b_\mu(x)A^c_\nu(x)$.

В (2) $\langle : F^2 :\rangle = \langle : F^a_{\mu\nu}(0)F^a_{\mu\nu}(0) :\rangle$ — глюонный конденсат, а $D(x^2)$ и $D_1(x^2)$ — инвариантные функции, которые характеризуют нелокальные свойства конденсата в различных направлениях. Нормировка формфакторов в нуле, $D(0) = \kappa$, $D_1(0) = 1-\kappa$, существенно зависит от рассматриваемой динамики. Так, для самодуальных полей имеем $\kappa = 1$, в то время как в абелевой модели без монополей выполнено $\kappa = 0$. Отметим также, что стандартные вакуумные средние типа $\langle : \bar{q}q :\rangle$, $\langle : \bar{q}D^2 q :\rangle$, $\langle : g^2F^2 :\rangle$, ... возникают как коэффициенты разложения корреляторов кварков $M(x) = \Big\langle : \bar{q}(0)\hat{E}(0,x)q(x) : \Big\rangle$ и глюонов $D^{\mu\nu,\rho\sigma}(x)$ в ряд Тейлора по переменной $x^2/4$.

В [2] было показано, что инстантонная модель вакуума КХД приводит к способу построения нелокальных конденсатов. В эффективном одноинстантонном приближении были получены выражения для конденсатов глюонов $D_I^{\mu\nu,\rho\sigma}(x)$ и кварков $M_I(x)$, а также найдены их средние виртуальности λ_q^2, λ_g^2. Поведение корреляционных функций демонстрирует, что в одноинстантонном приближении модель нелокальных конденсатов хорошо воспроизводит поведение корреляторов кварков и глюонов на *малых расстояниях*. Действительно, средние виртуальности кварков и глюонов определяются как первые производные корреляторов $M_I(x^2)$, $D_I(x)$ в нуле:

$$\lambda_q^2 \equiv -\frac{8}{M_I(0)}\frac{dM_I(x^2)}{dx^2}\Big|_{x=0} = 2\frac{1}{\rho_c^2}\,, \quad \lambda_g^2 \equiv -8\frac{dD_I(x^2)}{dx^2}\Big|_{x=0} = \frac{24}{5}\frac{1}{\rho_c^2} \tag{3}$$

и связаны с вакуумными ожиданиями, которые параметризуют ПС КХД:

$$\lambda_q^2 \equiv \frac{\langle : \bar{q} D^2 q : \rangle}{\langle : \bar{q} q : \rangle}, \quad \lambda_g^2 \equiv \frac{\left\langle : F_{\mu\nu}^a \tilde{D}^2 F_{\mu\nu}^a : \right\rangle}{\langle : F^2 : \rangle} = 2\frac{\langle : fF^3 : \rangle}{\langle : F^2 : \rangle} - 2\frac{\langle : g^4 J^2 : \rangle}{\langle : F^2 : \rangle}, \quad (4)$$

где $\langle : fF^3 : \rangle = \langle : f^{abc} F_{\mu\nu}^a F_{\nu\rho}^b F_{\rho\mu}^c : \rangle$, $J^2 = J_\mu^a J_\mu^a$ и $J_\mu^a = \bar{q}(x) \frac{\lambda^a}{2} \gamma_\mu q(x)$. Значение $\lambda_q^2 \approx 0{,}5$ ГэВ^2, оцененное в ПС КХД, воспроизводится при $\rho_c \approx 2$ ГэВ$^{-1}$. Это число близко к оценке, полученной из феноменологии вакуума КХД в модели инстантонной жидкости. Тем не менее одноинстантонное приближение перестает работать в области больших расстояний.

В качестве решения возникшей проблемы в [3] было предложено рассмотреть инстантонное поле $A_\mu^{CI}(x)$ в физическом вакуумном поле $b_\mu(x)$, которое интерполирует длинноволновые вакуумные флуктуации. Было показано, что инстантон, взаимодействующий со слабым внешним полем, имеет экспоненциально спадающую асимптотику. Такое решение называется модифицированным инстантоном (МИ). Длинноволновое вакуумное поле $b_\mu(x)$ задается корреляционной функцией $\widetilde{B}(x^2)$, определяемой ее интенсивностью $\langle F_b^2 \rangle_b$ и корреляционной длиной R. В такой системе, усреднив эффективное действие, рассмотренное в [3], по случайным ориентациям внешнего поля в пространстве цветов по отношению к фиксированной ориентации инстантона, мы получили уравнение движения

$$D_\mu^{ab} \left[A^{CI} \right] F_{\mu\nu}^{CI,b}(x) - \frac{N_c \langle F_b^2 \rangle_b}{24(N_c^2 - 1)} x^2 \Phi\left(x^2\right) A_\mu^{CI,a}(x) + \text{constraint term} = 0, \quad (5)$$

определяющее деформацию инстантона под воздействием слабого внешнего вакуумного поля. В уравнение (5) добавлено дополнительное условие, которое предотвращает инстантон от схлопывания. В уравнении (5)

$$\Phi\left(x^2\right) = 4 \int_0^1 d\alpha \int_0^1 d\beta \alpha \beta \widetilde{B}\left[(\alpha - \beta)^2 x^2 \right], \qquad \Phi(0) = 1, \quad (6)$$

и N_c — число цветов. Из уравнения найдем асимптотики модифицированного инстантонного решения, которые не зависят от дополнительного условия:

$$A_{\mu,\mathrm{asympt}}^{CI,a}(x) = \overline{\eta}_{\nu\mu}^a \frac{2x_\nu}{x^2} a_{4/3} (\rho \eta_g)^2 K_{4/3} \left[\frac{2}{3} (\eta_g |x|)^{3/2} \right], \quad (7)$$

где $a_{4/3} = \dfrac{2}{\Gamma(1/3)\, 3^{1/3}}$ — нормировочный коэффициент; $K_{4/3}(z)$ — функция Макдональда и $\Gamma(z)$ — гамма-функция. Модифицированное решение экспоненциально падает на больших расстояниях $\sim \exp\left[-\frac{2}{3} (\eta_g |x|)^{3/2} \right]$ в отличие от степенного поведения инстантона. Важно отметить, что вид асимптотики не зависит от модели для фонового поля, а параметр

$$\eta_g \sim \left(\frac{N_c}{9\left(N_c^2-1\right)} R \left\langle F_b^2 \right\rangle_b\right)^{1/3}$$

лишь слабо зависит от модели. В предположении, что фоновое поле слабое, профильная функция МИ оказывается близкой к профильной функции инстантона на расстояниях меньших, чем ρ_c, и спадает экспоненциально на расстояниях больших, чем η_g^{-1}. Зная независимые от дополнительного условия куски МИ, можно построить полное решение в форме анзаца

$$A_\mu^{CI,a}(x) = \overline{\eta}_{\nu\mu}^a \frac{x_\nu}{x^2} \varphi_g\left(x^2\right), \qquad \varphi_g\left(x^2\right) = \frac{\overline{\rho}^2\left(x^2\right)}{x^2 + \overline{\rho}^2\left(x^2\right)}, \tag{8}$$

где использованы обозначения

$$\overline{\rho}^2\left(x^2\right) = a_{4/3} \eta_g^2 x^2 K_{4/3}\left[\frac{2}{3}(\eta_g x)^{3/2}\right], \qquad \overline{\rho}^2(0) = \rho^2.$$

Усредняя по ориентациям МИ в пространстве цветов, найдем инвариантные функции коррелятора глюонных напряженностей $D\left(x^2\right)$ и $D_1\left(x^2\right)$. Удобно определить следующие комбинации:

$$\begin{aligned} A\left(x^2\right) &= \delta_{\mu\rho}\delta_{\nu\sigma} \frac{D^{\mu\nu,\rho\sigma}(x)}{\left\langle 0 \left| F_{\mu\nu}^2 \right| 0 \right\rangle^{CI}} = D\left(x^2\right) + D_1\left(x^2\right) + \frac{1}{2} x^2 \frac{\partial D_1\left(x^2\right)}{\partial x^2}, \\ B\left(x^2\right) &= 4 \frac{x_\mu x_\rho}{x^2} \delta_{\nu\sigma} \frac{D^{\mu\nu,\rho\sigma}(x)}{\left\langle 0 \left| F_{\mu\nu}^2 \right| 0 \right\rangle^{CI}} = D\left(x^2\right) + D_1\left(x^2\right) + x^2 \frac{\partial D_1\left(x^2\right)}{\partial x^2}. \end{aligned} \tag{9}$$

Функции $D\left(x^2\right)$ удовлетворяют граничным условиям в нуле: $D(0)+D_1(0) = 1$ и на бесконечности: $D(\infty) = D_1(\infty) = 0$. Окончательная форма комбинаций A и B приведена в работе [3].

Таким образом, модель вакуума КХД, построенная в терминах модифицированного инстантонного решения, удовлетворительно описывает поведение непертурбативной части глюонного коррелятора как на малых, так и на больших расстояниях. Нелокальные характеристики вакуума КХД имеют универсальный характер и играют принципиальную роль при построении реалистических моделей адронов [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mikhailov S. V., Radyushkin A. V.* // JETP Lett. 1986. V. 43. P. 712; Sov. J. Nucl. Phys. 1989. V. 49. P. 494; Phys. Rev. D. 1992. V. 45. P. 1754.

2. *Dorokhov A. E., Esaibegyan S. V., Mikhailov S. V.* // Phys. Rev. D. 1997. V. 56. P. 4062.

3. *Dorokhov A. E., Esaibegyan S. V., Mikhailov S. V.* // Eur. J. Phys. C. 2000. V. 13. P. 331; hep-ph/9903450.

4. *Dorokhov A. E., Tomio L.* // Phys. Rev. D. 2000. V. 62. P. 014016.