«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
2001, ТОМ 32, ВЫП. 7

УДК 539.12.01

ПЕРЕНОРМИРОВКИ В КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ СО СПОНТАННО НАРУШЕННОЙ СУПЕРСИММЕТРИЕЙ

Д. И. Казаков, Л. В. Авдеев, В. Н. Велижанин, И. Н. Кондрашук

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна
Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова

Дан обзор результатов по перенормировкам в калибровочных теориях со спонтанно нарушенной суперсимметрией. Показано, что перенормировки в нарушенных теориях полностью определяются точной теорией и могут быть получены из нее с помощью разложения по грассмановой переменной. Получены новые точные, а также удобные приближенные, аналитические решения уравнений ренормгруппы в ряде моделей: минимальная суперсимметричная стандартная модель, суперсимметричные теории великого объединения, мягко нарушенные конечные теории, $N = 2$ суперсимметричная теория Сайберга–Виттена.

A review of recent results on renormalizations in gauge theories with spontaneously broken supersymmetry is given. It is shown that the renormalizations in a broken theory are completely defined by those in a rigid theory and may be obtained with the help of expansion over the Grassmannian variables. New exact as well as suitable approximate analytic solutions of the renormalization group equations are obtained in some particular models: the Minimal Supersymmetric Standard Model, supersymmetric Grand Unified Theories, softly broken finite theories, and $N = 2$ supersymmetric Seiberg–Witten theory.

1. Суперсимметрия, если она реализована в природе, должна быть нарушенной. Для нарушения суперсимметрии с сохранением всех преимуществ суперсимметричных теорий, таких как сокращение квадратичных расходимостей, теорем о неперенормировке и т. д., используется метод спонтанного нарушения симметрии, аналогичного спонтанному нарушению калибровочной инвариантности. Это достигается за счет ненулевых вакуумных средних вспомогательных полей, так называемых D- или F-компонент соответствующих суперполей. В результате в лагранжиане возникают так называемые мягкие слагаемые, т. е. операторы размерности ≤ 3, которые нарушают суперсимметрию, не затрагивая основных свойств точной теории. Это массы калибрино, суперпартнеров калибровочных полей, массы скварков и слептонов, суперпартнеров кварков и лептонов, а также тройные и билинейные по скалярным полям слагаемые. Так как соответствующие операторы имеют размерность 3 или 2, то они не участвуют в перенормировке безмассовых

параметров и не влияют на уравнения ренормгруппы (РГ). В то же время сами они перенормируются и возникает задача нахождения соответствующих перенормировок и уравнений РГ.

Несколько лет назад было обнаружено, что перенормировки в мягко нарушенной теории не являются независимыми, а полностью определяются точной теорией [1–3]. В дальнейшем был развит эффективный метод их вычисления, основанный на разложении по грассманову параметру в исходной точной теории [4]. Этот метод исходит из того, что мягко нарушенная теория может быть записана как точная, но в некотором внешнем поле, в данном случае суперполе, если использовать суперполевой формализм. Если это поле приобретает ненулевое вакуумное среднее, происходит спонтанное нарушение суперсимметрии. При вычислении эффективного действия ключевым является тот факт, что сингулярная часть зависит только от внешних полей, но не их производных, и поэтому может быть вычислена для постоянного внешнего поля, т. е. в точной теории

$$S_{\text{eff}}^{\text{sing}}(g) \quad \Rightarrow \quad S_{\text{eff}}^{\text{sing}}(\Phi_0, \cancel{D^2}\Phi_0, \cancel{\bar{D}^2}\Phi_0, D^2\cancel{\bar{D}^2}\Phi_0).$$

2. Лагранжиан $N=1$ суперсимметричной калибровочной теории в терминах суперполей имеет вид

$$\mathcal{L} = \int d^2\theta \frac{1}{4g^2} \operatorname{Tr} W^\alpha W_\alpha + \int d^2\theta d^2\bar{\theta}\; \bar{\Phi}^i (e^V)_i^j \Phi_j + \\ + \int d^2\theta \frac{1}{6}\lambda^{ijk}\Phi_i\Phi_j\Phi_k + \int d^2\theta \frac{1}{2} M^{ij}\Phi_i\Phi_j + \text{h.c.} \quad (1)$$

Во внешнем поле константы связи g и λ_{ijk} становятся, соответственно, вещественным и киральным суперполями, зависящими от грассмановых переменных. Еще одним источником мягкого нарушения суперсимметрии является D-член, возникающий при взаимодействии киральных полей с внешним векторным полем V':

$$\bar{\Phi} e^{V'} \Phi \to \bar{\Phi} V_D' \theta^2\bar{\theta}^2 \Phi = \bar{\Phi}\, m^2\theta^2\bar{\theta}^2\Phi.$$

Это приводит к умножению кирального пропагатора на множитель $(1 + m^2\theta^2\bar{\theta}^2)^{-1}$, что эквивалентно модификации юкавских констант связи.

Таким образом, мягкое нарушение суперсимметрии достигается добавлением к (1) следующих слагаемых:

$$-\mathcal{L}_{\text{soft-breaking}} = \\ = \left[\frac{M}{2}\lambda\lambda + \frac{1}{6}A^{ijk}\phi_i\phi_j\phi_k + \frac{1}{2}B^{ij}\phi_i\phi_j + \text{h.c.}\right] + (m^2)_j^i \phi_i^* \phi^j, \quad (2)$$

где λ — калибрино, а ϕ_i — скалярные компоненты киральных суперполей (скварки и слептоны), и мягко нарушенная теория оказывается эквивалентной точной теории с модифицированными зарядами [3–5]:

$$\tilde{g}^2 = g^2(1 + M\eta + \bar{M}\bar{\eta} + (M\bar{M} + \Sigma_g)\eta\bar{\eta}), \quad \eta = \theta^2, \quad \bar{\eta} = \bar{\theta}^2, \tag{3}$$

$$\tilde{\lambda}^{ijk} = \lambda^{ijk} - A^{ijk}\eta + \frac{1}{2}(\lambda^{njk}(m^2)^i_n + \lambda^{ink}(m^2)^j_n + \lambda^{ijn}(m^2)^k_n)\eta\bar{\eta}, \tag{4}$$

$$\tilde{\bar{\lambda}}_{ijk} = \bar{\lambda}_{ijk} - \bar{A}_{ijk}\bar{\eta} + \frac{1}{2}(\bar{\lambda}_{njk}(m^2)^n_i + \bar{\lambda}_{ink}(m^2)^n_j + \bar{\lambda}_{ijn}(m^2)^n_k)\eta\bar{\eta}. \tag{5}$$

Эти модификации параметров справедливы не только в классическом лагранжиане, но и в квантовом*. Как было показано в [3], справедливо следующее утверждение.

Если точная теория (1) *перенормируется с помощью констант перенормировки Z_i, определенных в некоторой безмассовой минимальной схеме, то мягко нарушенная теория перенормируется путем введения суперполей $\tilde{Z}_i$, которые связаны с исходными константами Z_i заменой аргументов:*

$$\tilde{Z}_i(g^2, \lambda, \bar{\lambda}) = Z_i(\tilde{g}^2, \tilde{\lambda}, \tilde{\bar{\lambda}}). \tag{6}$$

Указанная процедура подстановки модифицированных зарядов работает на всех стадиях. Ее можно производить на уровне констант перенормировки, РГ-уравнений точной теории, решений этих уравнений, приближенных решений, фиксированных точек, условий конечности теории, даже в непертурбативных решениях. Разлагая по грассмановой переменной, мы получаем соответствующие выражения в мягко нарушенной теории. Таким образом были получены новые решения РГ-уравнений для мягких параметров, исходя из решений в точной теории исследованы фиксированные точки, изучена зависимость от начальных условий, получены условия, обеспечивающие конечность нарушенной теории, и т. д. Ниже мы представим ряд примеров.

3. Важное и весьма эффективное применение данного метода было реализовано для получения результатов в одной из самых популярных моделей теории фундаментальных взаимодействий — в минимальном суперсимметричном расширении стандартной модели. Спектр масс частиц в этой теории обычно определяется заданием начальных значений масс и констант связи на шкале великого объединения и последующей их эволюцией до низких энергий с использованием РГ-уравнений и их решений. В сценарии с малым $\operatorname{tg}\beta$ (отношение вакуумных средних двух хиггсовских дублетов) система уравнений существенно упрощается и их можно решить явно. Однако в случае большого тангенса необходимо решать всю систему уравнений целиком, и даже только

*Мы предполагаем наличие некоторой суперсимметрично-инвариантной регуляризации.

для одних калибровочных и юкавских констант связи найти эти решения удалось лишь недавно. Использование грассманова разложения позволило, зная эти решения, впервые получить аналитические выражения для решений РГ-уравнений для мягких параметров и исследовать фиксированные точки этих решений и зависимость от изменения начальных условий [6]. Были получены также удобные приближенные решения РГ-уравнений и исследованы фиксированные точки этих приближенных решений [7].

Для конечных теорий, т.е. теорий, состав полей которых подобран таким образом, чтобы сократить все ультрафиолетовые расходимости в низших петлях, грассманово разложение позволяет получить связи между мягкими параметрами, аналогичные связям для констант точной теории, необходимые для устранения расходимостей, появляющихся в высших петлях [4, 8].

Применяя грассманово разложение к решению Сайберга–Виттена для $N = 2$ суперсимметричной калибровочной теории, учитывающему как пертурбативные, так и непертурбативные эффекты, можно получить аналогичные точные аналитические решения для параметров, мягко нарушающих $N = 2$ и $N = 1$ суперсимметрию [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yamada Y.* // Phys. Rev. D. 1994. V. 50. P. 3537.
2. *Jack I., Jones D. R. T.* // Phys. Lett. B. 1997. V. 415. P. 383.
3. *Avdeev L. A., Kazakov D. I., Kondrashuk I. N.* // Nucl. Phys. B. 1998. V. 510. P. 289.
4. *Kazakov D. I.* // Phys. Lett. B. 1999. V. 448. P. 201.
5. *Kazakov D. I., Velizhanin V. N.* // Phys. Lett. B. 2000. V. 485. P. 393.
6. *Kazakov D. I., Moultaka G.* // Nucl. Phys. B. 2000. V. 577. P. 121.
7. *Codoban S., Kazakov D. I.* // Eur. Phys. J. C. 2000. V. 13. P. 671.
8. *Kazakov D. I.* // Phys. Lett. B. 1998. V. 421. P. 211.