

УДК 539.142; 539.144

ТЕСТИРОВАНИЕ ОСНОВНЫХ
ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ
ПЛОТНОСТИ УРОВНЕЙ ЯДЕР

*М. И. Свириг**

Физико-энергетический институт, Обнинск, Россия

ВВЕДЕНИЕ	901
ОСНОВНЫЕ МОДЕЛИ И СИСТЕМАТИКИ ПЛОТНОСТИ УРОВНЕЙ	904
СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ	926
ТРУДНОСТИ ОСМ	970
ЗАТУХАНИЕ $K_{рот}(U, \varepsilon)$ И ЕГО РОЛЬ	974
ОБСУЖДЕНИЕ	986
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	986
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	986

*E-mail: svirin@ippe.obninsk.ru

УДК 539.142; 539.144

ТЕСТИРОВАНИЕ ОСНОВНЫХ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПЛОТНОСТИ УРОВНЕЙ ЯДЕР

*М. И. Свириг**

Физико-энергетический институт, Обнинск, Россия

Дается оценка состояния вопроса о феноменологическом описании плотности уровней ядер на основе проведенного тестирования важнейших моделей — модели ферми-газа и обобщенной сверхтекучей модели, а также их модификаций. В анализе используются экспериментальные данные и результаты расчета различных характеристик, связанных с описанием плотности уровней как функции энергии возбуждения и нуклонного состава ядер.

The state of phenomenological description of the nuclear level densities is evaluated after testing the most important models (the Fermi gas and generalized superfluid ones) and their modifications. The analysis takes into account the experimental data and results of the calculations of various characteristics connected with the level-density description as a function of the excitation energy and nucleon composition of nuclei.

ВВЕДЕНИЕ

Знание плотности уровней $\rho(U, J)$ как функции энергии возбуждения U и углового момента J ядер необходимо для многочисленных приложений статистической теории ядерных реакций, но несмотря на большое значение этой характеристики согласованное описание ее в широкой области ядер до сих пор отсутствует. Такое положение сложилось как вследствие несовершенства теоретических моделей (последовательные теоретические расчеты плотности уровней слишком сложны и громоздки для массового пользователя), так и из-за трудностей получения прямой экспериментальной информации о плотности уровней возбужденных ядер. В области, где пригодно статистическое описание $\rho(U, J)$, эта информация практически исчерпывается данными о наблюдаемой плотности нейтронных резонансов при энергии связи нейтрона $U = B_n$. В результате значительное распространение получили феноменологические модели, систематики, разнообразие которых весьма велико и соответствует широкому спектру потребностей. Тем не менее их классификация не вызывает трудностей: это либо эмпирические систематики, чаще

*E-mail: svirin@ippe.obninsk.ru

всего не представляющие интереса, либо систематики, основанные на теоретических моделях, которых фактически две — модель ферми-газа (МФГ) и обобщенная сверхтекучая модель (ОСМ).

В МФГ, ведущей начало от классической работы Бете [1], возбужденное ядро рассматривается как газ невзаимодействующих фермионов. Это предположение ведет к довольно грубому приближению в описании статистических свойств реальных ядер. Например, чтобы описать с помощью МФГ наблюдаемые четно-нечетные различия $\rho(U, J)$, обусловленные спариванием нуклонов, необходимо введение эмпирических поправок, чуждых самой модели. Эффекты парной корреляции нуклонов, одним из проявлений которых являются четно-нечетные различия ядер, последовательно учитываются сверхтекучей моделью (СМ) ядра [2, 3]. На ее основе получила развитие ОСМ [3, 4], которая, кроме того, включает в себя коллективные и оболочечные эффекты. Кажется бы, нет дилеммы в выборе между указанными моделями.

Тем не менее МФГ благодаря простоте и традициям очень распространена и по масштабам использования не идет в сравнение с ОСМ. Отчасти это оправданно: соотношения двух моделей близки при возбуждениях выше критической энергии фазового перехода из сверхтекучего состояния в нормальное (ферми-газовое), $U > U_c = 6-8$ МэВ. Однако практические и многие научные интересы сосредоточены преимущественно в области низких энергий ($U < U_c$), и это обязывает к ответу на вопросы: какой ценой приходится расплачиваться за упрощения МФГ и что препятствует более широкому внедрению ОСМ?

Здесь предпринято тестирование систематик плотности уровней в рамках указанных моделей, позволяющее не только ответить на поставленные вопросы, но и оценить в целом состояние феноменологического описания плотности уровней. К анализу привлекаются экспериментальные данные о плотности нейтронных резонансов, испарительных спектрах нейтронов, делимости ядер, результаты теоретических расчетов $\rho(U, J)$ и других характеристик ядер.

1. ОСНОВНЫЕ МОДЕЛИ И СИСТЕМАТИКИ ПЛОТНОСТИ УРОВНЕЙ

Основные соотношения. Энергетическая зависимость параметра плотности уровней $\tilde{a}(U)$. И последовательные теоретические модели плотности уровней, и их феноменологические аналоги или систематики нуждаются в знании ряда параметров ядер. Если в первом случае их берут из независимых источников информации, то во втором, по крайней мере, часть параметров находят из наблюдаемой плотности уровней. Систематики обычно подгоняются: под экспериментальные данные о среднем расстоянии между ней-

тронными резонансами, объединяющие обширный круг ядер с $A \cong 25-250$, близких к долине β -стабильности. Описание наблюдаемой плотности уровней хотя бы в одной точке — в данном случае при $U = B_n$ — преимущество, которое дает систематикам право на существование наряду с теоретическим описанием и которое тем весомее, чем больше соответствие между ними.

Важнейшая характеристика в обсуждаемых систематиках — параметр плотности уровней a , которым определяется энтропия ядра $S(U)$, а с ней плотность возбужденных состояний, которую в весьма общем виде можно определить как

$$\omega(E^*) = \frac{\exp S(E^*, I_1, I_2, \dots, I_n)}{\text{Det}^{1/2}}, \quad (1)$$

где $E^*, I_1, I_2, \dots, I_n$ — набор интегралов движения системы; $\text{Det} = (2\pi)^{(n+1)}(|\det|)$ — детерминант, составленный из вторых производных логарифма статистической суммы по термодинамическим переменным, умноженный на фактор $(2\pi)^{n+1}$. В интересующем нас случае три таких интеграла движения: энергия E^* (или энергия возбуждения U) и числа частиц (протонов (Z) и нейтронов (N)). Наибольшее значение в конкретных расчетах имеет плотность уровней внутренних возбуждений с заданным угловым моментом, которая в приближении малых угловых моментов имеет вид

$$\rho_{\text{вн}}(U, J) = \frac{2J+1}{2\sqrt{2\pi}\sigma^3\text{Det}^{1/2}} \exp \left[S(U) - \frac{(J+1/2)^2}{2\sigma_1^2} \right], \quad (2)$$

где σ^3, σ_1^2 — величины, разные для сферических, $\sigma^3 = \sigma_{\parallel}^3, \sigma_1^2 = \sigma_{\parallel}^2$, и деформированных (аксиально- и зеркально-симметричных), $\sigma^3 = \sigma_{\parallel}\sigma_{\perp}^2, \sigma_1^2 = \sigma_{\perp}^2$, ядер. При этом

$$\sigma_{\parallel}^2 = F_{\parallel}t/\hbar^2, \quad (3a)$$

$$\sigma_{\perp}^2 = F_{\perp}t/\hbar^2, \quad (3б)$$

где t — температура ядра; F_i — момент инерции относительно i -й оси ядра. Для деформированных ядер моменты инерции F_{\parallel} относительно оси симметрии и F_{\perp} относительно перпендикулярной оси различны. В этом случае не совпадают и значения σ в предэкспоненте и экспоненциальном факторе в (2) [3, 5, 6].

Сверхтекучая модель ядра отличается от модели невзаимодействующих частиц (ферми-газ) учетом важного при низких энергиях остаточного взаимодействия корреляционного типа. Его характеризуют матричным элементом взаимодействия G . Приведем основные соотношения модели:

$$S = 2 \sum_{p=N, Z} \sum_i [\beta E_{i,p} \bar{n}_{i,p} - \ln(1 - \bar{n}_{i,p})], \quad (4a)$$

$$Z(N) = \sum_i \left[1 - \frac{\varepsilon_{i,p} - \lambda_p}{E_{i,p}} (1 - 2\bar{n}_{i,p}) \right], \quad (4б)$$

$$E^* = \sum_{p=N, Z} \sum_i \varepsilon_{i,p} \left[1 - \frac{\varepsilon_{i,p} - \lambda_p}{E_{i,p}} (1 - 2\bar{n}_{i,p}) \right] - \frac{\Delta_p^2}{G_p}, \quad (4в)$$

$$\frac{2}{G_p} = \sum_i \frac{1 - 2\bar{n}_{i,p}}{E_{i,p}}, \quad (4г)$$

$$E_{i,p} = [(\varepsilon_{i,p} - \lambda_p)^2 + \Delta_p^2]^{1/2}, \quad \bar{n}_{i,p} = [1 + \exp[\beta(E_{i,p} - \lambda_p)]]^{-1}. \quad (4д)$$

В соотношениях (4а)–(4д) $\varepsilon_{i,p}$ — энергия дискретных одночастичных состояний протонной и нейтронной подсистем; λ_p — соответствующие химические потенциалы; Δ_p — корреляционная функция; $\beta = t^{-1}$.

Чтобы упростить довольно громоздкие расчеты для реалистических одночастичных спектров («микроскопический» вариант СМ) было разработано описание на аналитических соотношениях приближения непрерывного спектра [3, 4], приведенных в табл. 1. Здесь E_0 — энергия конденсации; t_c, a_c — значения температуры ядра t и параметра a в критической точке фазового перехода $U = U_c$; Δ_0 — корреляционная функция основного состояния. В сверхтекучей модели входящие в (1)–(3) термодинамические характеристики — энтропия S , температура t , перпендикулярный F_\perp и параллельный F_\parallel моменты инерции ядра, множитель Det — испытывают изменения зависимости от энергии возбуждения в критической точке фазового перехода.

В модели ферми-газа энтропия ядра и связь температуры t с энергией возбуждения U даются уравнениями

$$S = 2[a(U - \delta)]^{1/2}, \quad (5)$$

$$U = at^2 + \delta, \quad (6)$$

где δ — поправка на спаривание.

Реальные ядра имеют неоднородный одночастичный спектр и оболочечную структуру — тесно связанные между собой свойства [8]. Следствием их является энергетическая зависимость параметра плотности уровней $a(U)$, для которой в работах [4, 9] предложено соотношение

$$a(U, Z, A) = \tilde{a}(A) \{1 + \delta W(Z, A)[1 - \exp(-\lambda U')]/U'\}, \quad (7)$$

где $\tilde{a}(A)$ — асимптотический (при больших U), соответствующий модели жидкой капли (МЖК) параметр плотности уровней; $\delta W(Z, A)$ — оболочечная поправка к энергии связи ядер; λ — параметр, определяющий скорость затухания оболочечных эффектов;

Таблица 1. Соотношения сверхтекучей модели ядра [3, 4, 7]

Характеристика	$U \geq U_c$	$U \leq U_c$
Уравнение состояния	$U = at^2 + E_0, E_0 = \frac{3}{2\pi^2} a_c \Delta_0^2$	$\varphi = \text{th} \left(\frac{t_c}{t} \varphi \right), \varphi = \left(1 - \frac{U}{U_c} \right)^{1/2}$
S	$2at = 2[a(U - E_0)]^{1/2}$	$S_c \frac{t_c}{t} (1 - \varphi^2), S_c = 2a_c t_c$
Det	$\frac{144}{\pi} a^3 t^5$	$\text{Det}_c (1 - \varphi^2)(1 + \varphi^2)^3, \text{Det}_c = \frac{144}{\pi} a_c^3 t_c^5$
F_{\parallel}	$\frac{6}{\pi^2} am^2 \hbar^2 \left(1 - \frac{2}{3} \varepsilon \right) = Ca \hbar^2$	$F_{\parallel}^c \frac{t_c}{t} (1 - \varphi^2), F_{\parallel}^c = Ca_c \hbar^2$
F_{\perp}	$\frac{2}{5} \mu_0 r_0^2 A^{5/3} \left(1 + \frac{1}{3} \varepsilon \right)$	$F_{\perp}^0 + (F_{\perp}^c - F_{\perp}^0) \frac{t_c}{t} (1 - \varphi^2), F_{\perp}^0 \approx \frac{F_{\perp}^c}{3}$
<p><i>Примечание.</i> Средняя величина квадрата проекции углового момента одночастичных состояний определялась как $\overline{m^2} = 0,24A^{2/3}$.</p>		

$$U' = \begin{cases} U - \delta & \text{для МФГ,} \\ U - E_0 & \text{для СМ при } U > U_c, \end{cases} \quad (8)$$

U' — эффективная энергия возбуждения, а при $U \leq U_c$ принимается, что $a = a_c = a(U_c)$.

Несколько более сложная и обоснованная, но не приводящая к практическим выгодам параметризация затухания оболочечных эффектов в термодинамических характеристиках ядер рассмотрена в [10].

В общем случае зависимость асимптотического параметра плотности уровней \tilde{a} от массового числа A может быть представлена в виде [11–13]

$$\tilde{a}(A) = \alpha_V A + \alpha_S A^{2/3} B_S + \alpha_K A^{1/3} B_K, \quad (9)$$

где первое слагаемое является объемным членом: $\tilde{a}_V \sim A$; второе — поверхностным: $\tilde{a}_S \sim A^{1/2}$; третье, $\tilde{a}_K \sim A^{1/3}$, связано с кривизной формы ядра; B_S и B_K — площадь поверхности и усредненная по ней кривизна в единицах тех же величин для равновеликой сферы. Для основного состояния капельной модели (сферы) $B_S = B_K = 1$, для седловых точек — это функции параметра x , табулированные в [14]. В [12] отмечалось, что для многих целей можно упростить (9), исключив в нем третий член, но несколько увеличив α_S . Во многих работах широко используется такое «усеченное» представление [4, 15, 16]:

$$\tilde{a}(A) = \alpha_V A + \alpha_S B_S A^{2/3}. \quad (10)$$

В необходимых случаях эффект кривизны можно рассматривать как поправку. Безразмерная функция $B_S(\varepsilon) \approx 1 + \frac{8}{45}\varepsilon^2$ зависит от деформации ядра ε и в области равновесных деформаций $\varepsilon = 0,25-0,3$ близка к единице. Для объемной части (α_V) известна квазиклассическая оценка

$$\alpha_V = (\pi/3)^{4/3} 2\mu_0 r_0^2 / \hbar^2 \approx 0,073 \text{ МэВ}^{-1} \quad (11)$$

(μ_0 — масса нуклона, $r_0 = 1,2$ Фм).

Расчеты α_i проводились разными способами с разными параметрами, в одних определялись только два первых (основных) коэффициента [15, 16], в других — все три [11–13]. Результаты представлены в табл. 2 вместе с оценками \tilde{a}_f/\tilde{a}_n для ядер вблизи долины β -стабильности с $A = 150, 200, 250$.

Существует ряд систематик $\rho(U, J)$, «привязанных» к наблюдаемой плотности нейтронных резонансов (ПНР), но игнорирующих U -зависимость параметра a . Они пригодны лишь в ограниченной окрестности $U \cong B_n$, и мы если и будем их касаться, то вскользь.

Таблица 2. Теоретические оценки коэффициентов $\alpha_V, \alpha_S, \alpha_K$ (МэВ⁻¹), параметров \tilde{a}/A (МэВ⁻¹) и \tilde{a}_f/\tilde{a}_n

α_V	α_S	α_K	$A = 150$		$A = 200$		$A = 250$		Литература
			\tilde{a}/A	\tilde{a}_f/\tilde{a}_n	\tilde{a}/A	\tilde{a}_f/\tilde{a}_n	\tilde{a}/A	\tilde{a}_f/\tilde{a}_n	
0,073	0,095	—	0,091	1,05	0,089	1,04	0,088	1,10	[15]
0,069	0,179	0,164	0,109	1,11	0,105	1,09	0,102	1,02	[11]
0,0685	0,213	0,384	0,122	1,15	0,116	1,13	0,112	1,02	[12]
0,052	0,22	0,67	0,117	1,2	0,109	1,15	0,104	1,03	[13]

Примечание. В [15] расчеты выполнены для различных одночастичных потенциалов, здесь приведены результаты для потенциала Вудса–Саксона. Расчеты [11–13] являются различными квазиклассическими оценками. В усеченном варианте ($\alpha_K = 0$) [12] принимается значение $\alpha_S = 0,274 \text{ МэВ}^{-1}$, ведущее примерно к тем же значениям \tilde{a}/A и \tilde{a}_f/\tilde{a}_n , что и в предпоследней строке таблицы.

Систематики МФГ и ОСМ. Различия МФГ и ОСМ определяются в основном соотношениями для энтропии и уравнениями состояния (см. табл. 1 и (5), (6)). Остановимся подробнее на параметрах соответствующих функционалов, часть которых задается, а часть находится из подгонки под наблюдаемую ПНР. В частности, в обеих моделях оболочечные поправки в (7) рассчитываются согласно [17] с учетом реальной квадрупольной деформации ядер ε , т. е.

$$\delta W(Z, A, \varepsilon) = M_{\text{экср}}(Z, A) - \tilde{M}(Z, A, \varepsilon), \quad (12)$$

где $\tilde{M}(Z, A, \varepsilon)$ — жидкокапельная часть в формуле масс ядер для соответствующего значения ε . Одинаково задаются, также по [17], значения параметра

Δ_0 , определяющего четно-нечетные различия масс ядер, а в МФГ — поправку на спаривание и в ОСМ — корреляционную функцию основного состояния, а именно

$$\Delta_0 = 12/\sqrt{A} \text{ МэВ.} \quad (13)$$

СМ формулируется для четно-четных ядер, а четно-нечетные различия в плотности уровней учитываются сдвигом основного состояния на энергию, кратную величине Δ_0 :

$$\rho_{\text{чч}}(U, J) = \rho_{\text{нч}}(U - \Delta_0, J) = \rho_{\text{нн}}(U - 2\Delta_0, J). \quad (14)$$

Величина корреляционной функции $\Delta(t)$ убывает от Δ_0 при $t = 0$ до нуля при $t = t_c$ (при $t > t_c$ она также равна нулю) и определяет все отличия термодинамических характеристик СМ от МФГ при $t < t_c$. Через Δ_0 выражаются их критические значения, в частности (для четно-четных ядер),

$$t_c = 0,567\Delta_0, \quad U_c^{\text{чч}} = 0,472a_c\Delta_0^2, \quad E_0^{\text{чч}} = 0,152a_c\Delta_0^2. \quad (15)$$

Соотношения (14) равносильны следующим четно-нечетным различиям в U_c и E_0 :

$$U_c = U_c^{\text{чч}} - n\Delta_0, \quad E_0 = E_0^{\text{чч}} - n\Delta_0, \quad (16)$$

где $n = 0, 1, 2$ соответственно для четно-четных, A -нечетных, нечетно-нечетных ядер.

В МФГ исходные соотношения модели $\delta = 0$, включая уравнение состояния (6), связываются, напротив, с нечетно-нечетными ядрами. Поэтому сдвиг энергии выбранного основного состояния и соответственно U' при учете четно-нечетных различий проводится в другую, по сравнению с СМ, сторону, а именно

$$\delta = m\Delta_0 = (2 - n)\Delta_0, \quad (17)$$

где n принимает те же значения, что в (16). Из (16) и (17) следует, что определения δ в двух моделях можно объединить:

$$\delta = \begin{cases} 2\Delta_0 - n\Delta_0 & \text{для МФГ,} \\ E_0^{\text{чч}} - n\Delta_0 & \text{для СМ.} \end{cases} \quad (18)$$

Кроме обсуждаемого варианта МФГ, который будем называть стандартным, часто используется МФГ с так называемым «обратным смещением» энергии, т. е. как в СМ [11, 18].

Последовательного описания плотности уровней с учетом коллективных возбуждений пока нет. Их вклад в ОСМ оценивается в адиабатическом приближении [19], позволяющем представить совокупную плотность уровней разной природы как [3, 4]

$$\begin{aligned} \rho^{\text{ОСМ}}(U, J) &= \rho_{\text{вн}}^{\text{СМ}}(U, J)K_{\text{кол}}(U), \\ K_{\text{кол}}(U) &= K_{\text{рот}}(U)K_{\text{виб}}(U), \end{aligned} \quad (19)$$

где $K_{\text{рот}}$ и $K_{\text{виб}}$ — коэффициенты ротационного и вибрационного увеличения плотности уровней. Как следует из приведенных ниже адиабатических оценок, $K_{\text{рот}}$ сильно зависит от симметрии формы ядра:

$$K_{\text{рот}} = \begin{cases} 1 — \text{ для сферических ядер,} & (20\text{а}) \\ \sigma_{\perp}^2 — \text{ для аксиально- и зеркально-симметричных ядер,} & (20\text{б}) \\ 2\sigma_{\perp}^2 — \text{ для аксиально-симметричных, но} \\ \text{зеркально-асимметричных ядер,} & (20\text{в}) \\ \sqrt{8\pi}\sigma_x\sigma_y\sigma_z — \text{ для ядер, не имеющих симметрии вращения,} & (20\text{г}) \\ \sqrt{\pi/2}\sigma_x\sigma_y\sigma_z — \text{ для ядер, обладающих симметрией} \\ \text{поворота на } 180^\circ \text{ всех осей (} D_2\text{-симметрия),} & (20\text{д}) \end{cases}$$

где в случае аксиально-симметричных ядер $F_x = F_y = F_{\perp}$, $F_z = F_{\parallel}$, откуда следует, что $\sigma_x\sigma_y\sigma_z \cong \sigma_{\perp}^2\sigma_{\parallel}$. Выражения (20а) и (20б) важны для описания плотности уровней ядер с равновесной деформацией [3, 4], (20б)–(20д) — для описания плотности переходных состояний на вершине внутреннего и внешнего горбов барьера деления [20, 21].

Для коэффициента $K_{\text{виб}}$ приведем оценку по МЖК [3]:

$$K_{\text{виб}} = \exp \left[1,694 \left(\frac{\rho_0 A}{\hbar^2 \sigma_0} \right)^{2/3} r_0^2 t^{4/3} \right], \quad (21)$$

где ρ_0 — плотность ядра; σ_0 — коэффициент поверхностного натяжения в МЖК. Для основных состояний актинидов при $U = B_n$ характерны значения $K_{\text{рот}} = 30\text{--}50$, $K_{\text{виб}} = 2\text{--}3$.

При анализе экспериментальных данных ПНР, спектров нейтронов и др. в рамках модели ОСМ J -зависимость плотности уровней удобно представить как

$$\rho(U, J) = (2J + 1) \exp \left[\frac{J(J + 1)}{2\sigma_1^2} \right] \rho(U, 0). \quad (22)$$

Плотность уровней для нулевого углового момента $\rho(U, 0)$, используя соотношения (2), (19), (20а), (20в) и табл. 1, легко получить в виде [7]

$$\rho(U, 0) = \frac{C^{1/2-\nu}}{24\sqrt{2}} \left\{ \frac{a_c}{(a_c t_c)^{\nu+2}} \frac{\exp [2(a_c t_c^2 / U_c)(U/t)]}{(U/U_c)^{\nu} (2 - U/U_c)^{3/2}} \delta_U + \frac{\exp [2\sqrt{a(U - E_0)}]}{a^{\nu/2} (U - E_0)^{\nu/2+1}} (1 - \delta_U) \right\} K_{\text{виб}}(U), \quad \delta_U = \begin{cases} 1 & U < U_c, \\ 1/2 & U = U_c, \\ 0 & U > U_c, \end{cases} \quad (23)$$

где с помощью фактора δ_U объединены соотношения сверхтекучей модели ниже и выше критической точки (при $U = U_c$ слагаемые в фигурных скобках равны).

Показатель степени ν в предэкспоненциальных множителях в (23) равен 1 для деформированных (аксиально- и зеркально-симметричных) и 2 для сферических ядер. Все величины в (23) определяются критическими параметрами a_c , t_c и энергией возбуждения U , причем $2a_c t_c^2 / U_c = 1,358$, а a_c находится из уравнения

$$a_c = \tilde{a} \{1 + (\delta W / a_c t_c^2) [1 - \exp(-\gamma a_c t_c^2)]\}. \quad (24)$$

Напротив, коэффициент C , определенный в табл. 1, от U , a_c и t_c не зависит.

Анализ плотности нейтронных резонансов. Описанный выше вариант феноменологической модели ОСМ $\rho(U, J)$ полностью соответствует работе [4]. Полученные в ней параметры α_V , α_S , λ отвечают компиляции данных ПНР 1970 г. [22]. Здесь будет использоваться заметно отличающаяся от нее позднейшая выборка аналогичных данных из работы [23] (и лишь те из них, которые имеют точность лучше 50%). Одно это обстоятельство может повлиять на исследуемую зависимость $\tilde{a}(A)$, не говоря уже о включении в анализ ядер с $A < 150$ и об изменении характеристик, входящих в описание $\rho(U, J)$.

Применимость предложенной в работе [4] систематики $a(U, Z, A)$, которую обозначим ОСМ¹, была ограничена ядрами с $A > 150$. Будем называть вариант, использующий изложенные выше предположения, наиболее близкие к систематике [4], ОСМ² [24]. Для более надежного определения параметров (10) существенно расширение данной области. В [24] также включили в анализ ядра, магические и околомагические по числу нейтронов $N_0 = 28, 50, 82, 126$, которые удовлетворяют условию $|N - N_0| \leq 1$, а также $Z_0 = 82$, т. е. все изотопы свинца. В области лантанидов и актинидов рассматривались ядра с деформацией $\varepsilon \geq 0,25$ в соответствии с [17]. Согласно (20) в первом случае принималось $K_{\text{рот}} = 1$, во втором $K_{\text{рот}} = \sigma_{\perp}^2$.

Для большинства ядер наблюдаемые резонансы соответствуют нейтронам с нулевым орбитальным угловым моментом, так называемым s -нейтронам. При захвате s -нейтрона возбуждаются состояния с одним спиновым состоянием $J = 1/2$ в случае четно-четных ядер-мишеней и двумя $J = I_0 \pm 1/2$ в других случаях (I_0 — спин ядра-мишени).

Асимптотический параметр плотности уровней определяется из анализа экспериментальных данных о наблюдаемом среднем расстоянии между нейтронными резонансами D_0 , связанном с плотностью уровней составного ядра соотношением

$$D_0^{-1} = \begin{cases} 1/2[\rho(B_n, J = I_0 - 1/2) + \rho(B_n, J = I_0 + 1/2)] & \text{для } I_0 \neq 0, \\ 1/2\rho(B_n, J = 1/2) & \text{для } I_0 = 0, \end{cases} \quad (25)$$

где $\rho(B_n, J)$ определяется (22).

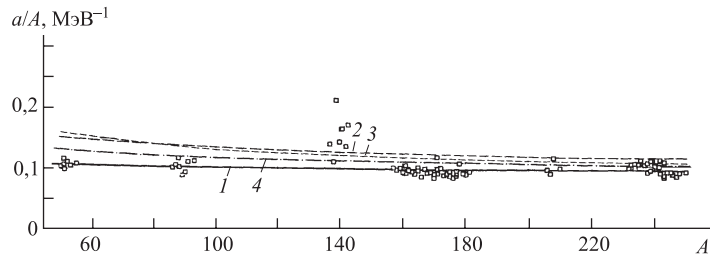


Рис. 1. Зависимость асимптотического параметра плотности уровней \tilde{a}/A от массового числа A . Точками показаны значения, полученные из данных о ПНР [23]. 1 — ОСМ² [24] (табл. 3); 2 — расчет с параметрами из [13]; 3 — [12]; 4 — [11]. Зависимость с параметрами из [15] (табл. 1) в данном масштабе практически совпадает с кривой 1

Значения \tilde{a}/A для указанной выборки ядер приведены на рис. 1. Они близки по величине ($\sim 0,1 \text{ МэВ}^{-1}$) и в целом, если учесть погрешности ПНР, удовлетворительно выстраиваются в слегка возрастающую с уменьшением A зависимость. Исключение составляет окрестность $N_0 = 82$, в которой из этой зависимости выпадает большинство ядер, причем в среднем тем сильнее, чем выше Z , от ^{56}Ba к ^{60}Nd . В обсуждаемой области Z происходит переход от сферических ядер к деформированным.

При восстановлении значений \tilde{a} из ПНР мы не фиксировали λ согласно [4], а искали одновременно с параметрами α_V и α_S . Поиск производился в двух предположениях об A -зависимости параметра λ : $\lambda = \text{const}$ и согласно [10, 25]

$$\lambda = \gamma A^{-1/3}. \quad (26)$$

В табл. 3 представлены результаты и их сравнение с параметрами из систематики для $A > 150$ [4], в которой предполагалась независимость λ от A .

Таблица 3. Результаты анализа ПНР: α_V , α_S , λ , \tilde{a}/A (МэВ^{-1})

Модель	α_V	α_S	λ	\tilde{a}/A ($A = 120$)	Область A для использованных ПНР
МФГ [15]	0,114	0,162	0,054	0,147	$A \geq 25$
ОСМ ¹ [4]	0,068	0,140	0,064	0,096	$150 < A < 190, A > 230,$
	0,073	0,115	0,064	0,096	Окрестность ^{208}Pb
ОСМ ² [24]	0,073	0,128	0,070	0,099	То же + ядра с
	0,071	0,146	$\lambda = \gamma A^{-1/3}$ $\gamma = 0,416$	0,100	$N = N_0 \pm 1, N_0 = 28, 50, 82$

Примечание. Из [4] взяты два варианта: верхние значения — все искомые параметры были свободными, нижние — фиксировались $\lambda = 0,064 \text{ МэВ}^{-1}$ и согласно [15] $\alpha_V = 0,073 \text{ МэВ}^{-1}$ (см. табл. 1).

В этом случае значения α_V и α_S в обоих анализах очень близки, но это не просто повторение результата [4]. Дело в том, что данные о ПНР [22] и [23], использовавшиеся соответственно в [4] и [24], заметно различаются, особенно в области актинидов. Если бы мы повторили анализ только для $A > 150$, то получили $\alpha_S \approx 0$, т.е. $\tilde{a}/A \approx \text{const}$, в чем нетрудно убедиться из рис. 1.

Разница в качестве описания ПНР в двух предположениях о λ -зависимости незначительна. Значения $\lambda = 0,070 \text{ МэВ}^{-1}$ и $\gamma \cong 0,416 \text{ МэВ}^{-1}$ из табл. 3 согласно (26) соответствуют $A \approx 210$, т.е. середине основной массы точек на рис. 1. Кривой 1 на рис. 1 показана зависимость (10) для $\lambda = 0,070 \text{ МэВ}^{-1}$ [24], игнорирующая в (9) последнее слагаемое.

Модификации в описании $\rho(U, J)$ и их следствия. Изучим вопрос о чувствительности параметров (10) к изменению исходных предпосылок ОСМ. С этой целью было модифицировано описание практически всех характеристик ОСМ, в которое авторы работы [24] могли внести уточнения в сравнении с [4]. На рис. 2 приведены величины Δ_0 и $K_{\text{виб}}$, изменения которых оказали наибольшее влияние на искомые параметры.

Для оценки роли отступлений Δ_0 для конкретных ядер от глобальной зависимости (13) мы обратились к результатам микроскопических расчетов [26], содержащим информацию о корреляционных функциях обеих компонент нуклонного состава ядер — протонной Δ_{0Z} и нейтронной Δ_{0N} . Чтобы

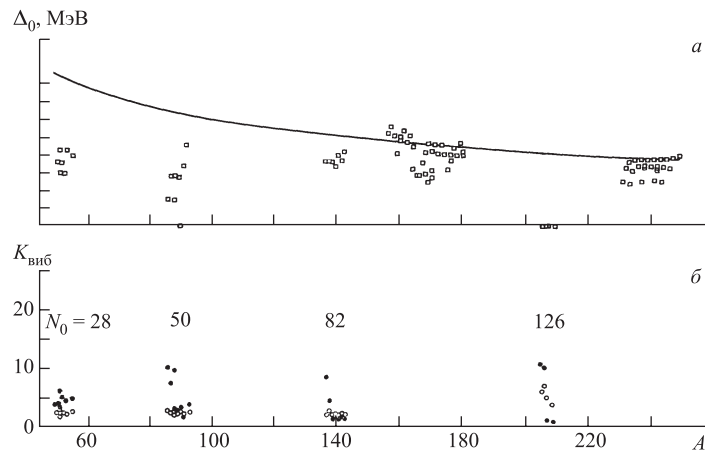


Рис. 2. A -зависимости корреляционной функции основного состояния ядер Δ_0 (а) и вибрационного коэффициента увеличения плотности уровней $K_{\text{виб}}$ (б); а) точками обозначены Δ_0 , вычисленные согласно (27) с использованием результатов [26], кривая — зависимость (13); б) значения $K_{\text{виб}}$ для сферических ядер, рассчитанные по формуле (28) согласно [28] — (●), оценка по МЖК (21) — (○)

использовать их в однокомпонентных расчетах, были получены соответствующие такому приближению эффективные значения

$$\Delta_0 = [\Delta_{0N}^2 + \Delta_{0Z}^2 (Z/N)^{1/3} / (1 + (Z/N)^{1/3})]^{1/2}, \quad (27)$$

приводящие в квазиклассическом приближении к тем же значениям U_c и E_0 , что и в двухкомпонентном случае [27].

Из рис. 2, *a* видно, что для большинства рассматриваемых нами ядер точки, полученные согласно [26] и (27), лежат ниже кривой (13), причем относительная разница между соответствующими значениями Δ_0 в среднем увеличивается с уменьшением A . Этот эффект в сравнении с исходным вариантом приводит к падению α_S в 1,7 раза, но практически не затрагивает α_V и лишь слегка — λ и γ (уменьшает на 10–15 %).

На рис. 2, *b* показана разница коэффициентов $K_{\text{виб}}$ для сферических ядер, рассчитанных согласно адиабатической жидкокапельной оценке (21) и в соответствии с более последовательным описанием [28]. В последнем случае используется достаточно общее термодинамическое соотношение

$$K_{\text{виб}} = \prod_{\nu, i} \left[\frac{1 - \exp(-\omega_{i, \nu}^0/t)}{1 - \exp(-\omega_{i, \nu}/t)} \right]^{2\nu+1}, \quad (28)$$

где $\omega_{i, \nu}$ — энергия i -го вибрационного возбуждения мультипольности ν , в качестве которого рассматриваются нижайшие состояния 2^+ ($\nu = 2$) и 3^- ($\nu = 3$), $\omega_{i, \nu}^0$ — сопряженная энергия квазичастичных возбуждений. Уточнения $K_{\text{виб}}$, как и Δ_0 , уменьшают α_S практически до нуля, но мало влияют на α_V , λ и γ .

Замена оболочечных поправок $\delta W(Z, A)$ [17] на оболочечные поправки капельной модели [29] не привела к заметным изменениям в параметрах ОСМ, включая α_S .

Сравнение с теоретическими оценками отношения \tilde{a}_f/\tilde{a}_n . Одной из наиболее важных характеристик статистического описания процессов деления и эмиссии нейтронов при распаде возбужденных составных ядер является отношение параметров плотности уровней a_f/a_n . В этом отношении числитель характеризует плотность переходных состояний на барьере (в седловой точке), а знаменатель — плотность уровней остаточных ядер после эмиссии нейтрона. На влияние обсуждаемого фактора, увеличивающееся с ростом энергии возбуждения, по-видимому, впервые обратил внимание Пик-Пичак [30].

Анализ многочисленных экспериментальных данных, главным образом вероятности деления ядер, обнаружил следующие свойства обсуждаемого отношения: а) a_f/a_n зависит от энергии возбуждения U и нуклонного состава ядра, причем, как правило, $a_f/a_n > 1$, и является падающей функцией

U [9, 16, 31–34]; б) энергетическая зависимость $a_f(U)/a_n(U)$ определяется вкладом оболочек в энергию деформации для соответствующих состояний ядер [9, 15, 16, 33–35]; в) в ходе перестройки оболочек с увеличением энергии $a_f(U)/a_n(U)$ не падает до единицы, а стремится к асимптотическому пределу \tilde{a}_f/\tilde{a}_n [15, 34, 36]; г) отступления \tilde{a}_f/\tilde{a}_n от единицы невелики, т. е. $0 < \tilde{a}_f/\tilde{a}_n - 1 \ll 1$ [11, 15, 30, 34, 36–38].

Разница \tilde{a}_f и \tilde{a}_n — макроскопический эффект, описанный в рамках капельной модели. Его происхождение теория связывает с влиянием на плотность уровней поверхности и формы ядра [11, 12, 15, 16], которые в делительном и нейтронном каналах сильно различаются. Эффект небольшой, но его роль при описании вероятности деления значительна: изменение \tilde{a}_f/\tilde{a}_n на несколько процентов изменяет отношение средних делительной и нейтронной ширин при энергии несколько десятков МэВ на порядок [30]. Отсюда следуют высокие требования к знанию обсуждаемой характеристики.

Ни теоретические расчеты [11–13, 15, 16], результаты которых имеют разброс $\sim 15\%$, ни анализ экспериментальных данных, результаты которых варьируются примерно в тех же пределах, не удовлетворяют указанным требованиям. Одна из главных трудностей анализа, определяющих такое состояние, — значительный произвол в описании плотности уровней возбужденных ядер, применяемом в работах разных авторов. Указанные недостатки, в свою очередь, неблагоприятно сказываются на других следствиях анализа экспериментов, например, на неопределенности информации о барьерах [36, 37, 39], о вязкости в процессе деления [40] и др.

Анализ данных ПНР в рамках ОСМ [24] не только не обнаруживает статистически значимого эффекта, который можно было бы связать с третьим слагаемым ($\sim A^{1/3}$) в (9), но и свидетельствует о малости отступлений от $\tilde{a} = \text{const} \cdot A$ вообще, включая эффект поверхности (слагаемое $\sim A^{2/3}$). Поэтому из анализа ПНР можно указать лишь пределы разумных значений параметра α_S и соответствующих им отношений \tilde{a}_f/\tilde{a}_n .

Оценку \tilde{a}_f/\tilde{a}_n , отвечающую ОСМ² [24], можно рассматривать как верхнюю, а $\tilde{a}_f/\tilde{a}_n = 1$ ($\alpha_S = \alpha_V = 0$) как нижнюю. На рис. 3, где показаны A -зависимости \tilde{a}_f/\tilde{a}_n , рассчитанные согласно (9) с различными параметрами из табл. 2 и 3, соответствующая область заштрихована. В нее попадает лишь кривая 1 для параметров, полученных с реалистическим потенциалом Вудса–Саксона [15]. Квазиклассические оценки [11–13] (кривые 3–5) не соответствуют описанию ПНР в рамках ОСМ, о чем непосредственно свидетельствует рис. 1.

Замечательной особенностью данных в табл. 2 и 3 является близость всех значений α_V , как теоретических, так и «экспериментальных», исключая, пожалуй, вариант из [13] (табл. 2). Согласие с теоретическими оценками α_V может служить тестом для моделей плотности уровней: ему превосходно удовлетворяет ОСМ в противоположность модели ферми-газа, параметры которой,

также полученные подгонкой под ПНР, даны в первой строке табл. 3.

Относительно параметров γ и λ в (7) и (26) необходимо отметить следующее. Параметризация (7) с постоянным, не зависящим от A значением λ

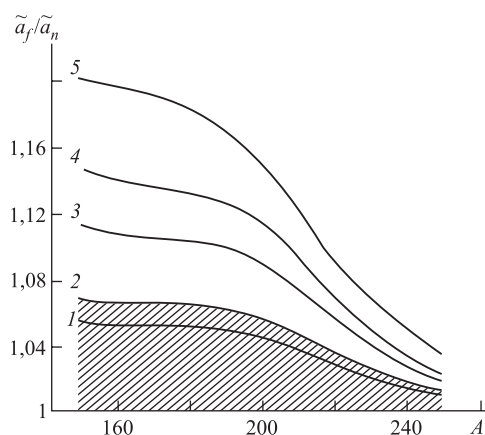


Рис. 3. Зависимость отношения \tilde{a}_f/\tilde{a}_n от массового числа A . Кривая 1 — результаты расчета \tilde{a}_f/\tilde{a}_n с параметрами из [15]; 2 — то же для ОСМ² [24]; 3 — [11]; 4 — [12]; 5 — [13]. Заштрихована область, соответствующая принятым пределам вариации параметра α_S в (10)

[3]). Непосредственным объектом микроскопических расчетов является одночастичный спектр для заданного набора параметров деформации α , зная который, можно найти энергию деформации ядра (по методу оболочечной поправки)

$$V(\alpha) = \tilde{V}(\alpha) + \delta W(\alpha), \quad (29)$$

плотность состояний ядра $\omega(U, \alpha)$ и параметр $\sigma_{||}^2(U, \alpha)$, где $\tilde{V}(\alpha)$ — гладкая жидкокапельная часть $V(\alpha)$, $\delta W(\alpha)$ — оболочечная поправка. В феноменологической модели [4] оболочечные эффекты в $\omega(U, \alpha) \sim \exp[S(U, \alpha)]$ учитываются с помощью простой аппроксимации (7) результатов микроскопических расчетов для зависимости $S(U, \alpha)$ от $\delta W(\alpha)$.

В работе [42], по-видимому, впервые показано, что результаты теоретических расчетов $\rho(U, J)$ для наиболее реалистического потенциала модели оболочек Вудса–Саксона можно согласовать с наблюдаемыми ПНР, лишь учитывая коллективное увеличение плотности уровней. Для сопоставления с систематиками ПНР в [5, 6] также провели аналогичные, но более подробные

была введена в [41] полуэмпирически — на основе анализа результатов микроскопических расчетов энтропии ядер в районе Рb. Позднее в работах [10, 25] было дано более последовательное обоснование (7) и λ согласно (26) — этот результат был получен аналитически с оценкой $\gamma = 0,35-0,4 \text{ МэВ}^{-1}$, практически совпадающей с результатами анализа ПНР.

Сравнение с теоретическими расчетами плотности уровней. Теоретические («микроскопические») расчеты, в которых последовательно рассматривалось влияние оболочечной неоднородности одночастичного спектра на плотность уровней обеих компонент (Z и N), проводились во многих работах (см.

расчеты $\rho(U, J)$ в области $180 < A < 240$, содержащей ядра с наиболее ярко выраженными коллективными свойствам: сферические ядра в окрестности Pb и деформированные слева и справа от нее по A (W–Os и U). Авторы [5, 6] следовали [43, 44] в описании одночастичных спектров и [3] — в описании на их основе энергии деформации и плотности уровней. Результаты расчетов плотности уровней приведены на рис. 4–6.

На рис. 4 представлены значения отношения экспериментальной (найденной из ПНР [23]) плотности уровней к плотности уровней внутренних возбуждений

$$R(B_n) = \rho_{\text{эксп}}(B_n, 0) / \rho_{\text{вн. сф}}(B_n, 0), \quad (30)$$

рассчитанной, как для сферического ядра, по микроскопической модели и согласно систематике ОСМ. Такое представление не использует каких-либо сведений о коллективном увеличении плотности уровней, а напротив, дает информацию о нем, поскольку согласно (17) $R(B_n) \cong K_{\text{кол}}(B_n)$. Например, хорошо видно, что отношение $R(B_n)$ с переходом от сферических ядер к деформированным сильно возрастает — в разумном соответствии с изменением $K_{\text{рот}}$ согласно (20а), (20б), причем при микроскопическом описании сильнее и резче. Но пока не ясно, как включить в рамки (19) коллективные свойства ядер переходной области.

На рис. 5 результаты теоретических расчетов (сплошные кривые) представлены в виде проинтегрированной по J плотности внутренних возбуждений

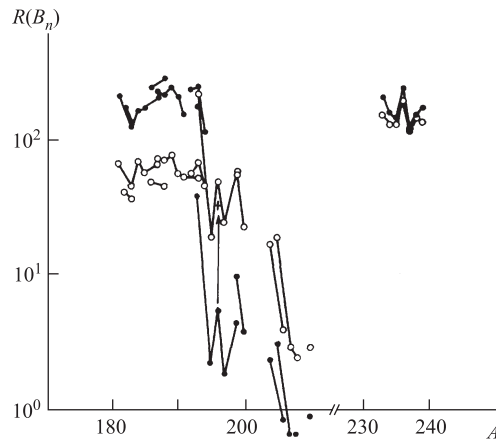


Рис. 4. Отношение экспериментальной [23] и расчетной плотности уровней $R(B_n)$ как функция массового числа ядер A . ● — микроскопический расчет; ○ — расчет по систематике ОСМ [24]

$$\rho_{\text{полн}}(U) = \int_0^{\infty} \rho(U, J) dJ. \quad (31)$$

Они сравниваются с плотностью низколежащих уровней (гистограммы), построенной по спектроскопическим данным [45] — без отбора по спину и четности, и со значением $\rho_{\text{полн}}^{\text{эксп}}(B_n)$, найденным из ПНР [23]. Все величины на рис. 5 получены по формулам табл. 4, как для сферических ядер.

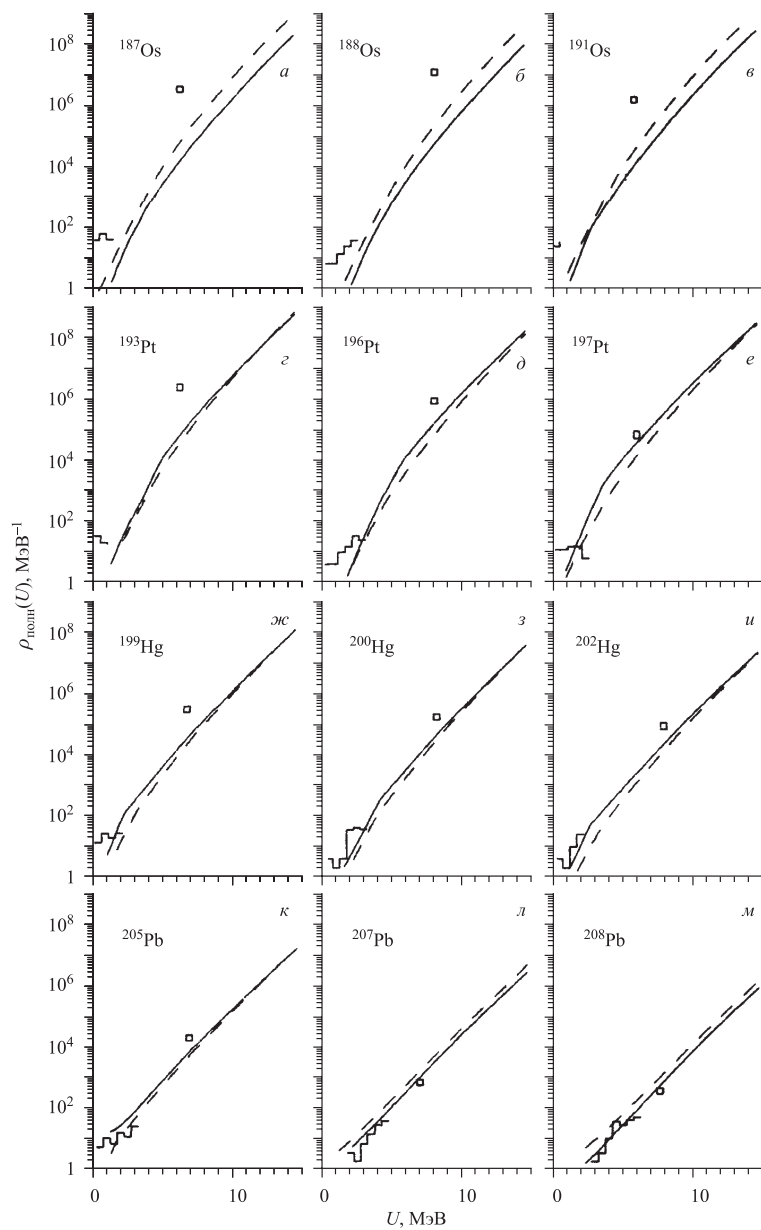


Рис. 5. Полная (проинтегрированная по J) плотность внутренних возбуждений $\rho_{\text{полн}}(U)$ для ядер ^{187}Os – ^{208}Pb : сплошные кривые — теоретический расчет; штриховые — систематика [4]; \square — [23]; гистограммы — [45] (см. текст)

Таблица 4. Величины σ^3 , σ_1^2 , $K_{\text{рот}}$ и $\rho_{\text{полн}}(U)$ для сферических и деформированных ядер

Тип ядер	σ^3	σ_1^2	$K_{\text{рот}}$	$\rho_{\text{полн}}(U)$
Сферические Аксиально- и зеркально-симметричные	σ_{\parallel}^3	σ_{\parallel}^2	1	$2\sigma_{\parallel}^2 \rho(U, 0) = \omega(U) / (\sqrt{2\pi} \sigma_{\parallel})$
деформированные	$\sigma_{\perp}^2 \sigma_{\parallel}$	σ_{\perp}^2	σ_{\perp}^2	$2\sigma_{\perp}^2 \rho(U, 0) = \sigma_{\perp}^2 \omega(U) / (\sqrt{2\pi} \sigma_{\parallel})$

На рис. 6 для характерных ядер каждой группы показаны энергии деформации $V(\varepsilon)$ в районе абсолютного минимума $\varepsilon = \varepsilon_{\text{мин}}$, соответствующего равновесному состоянию. В отличие от ε — параметра конкретной дефор-

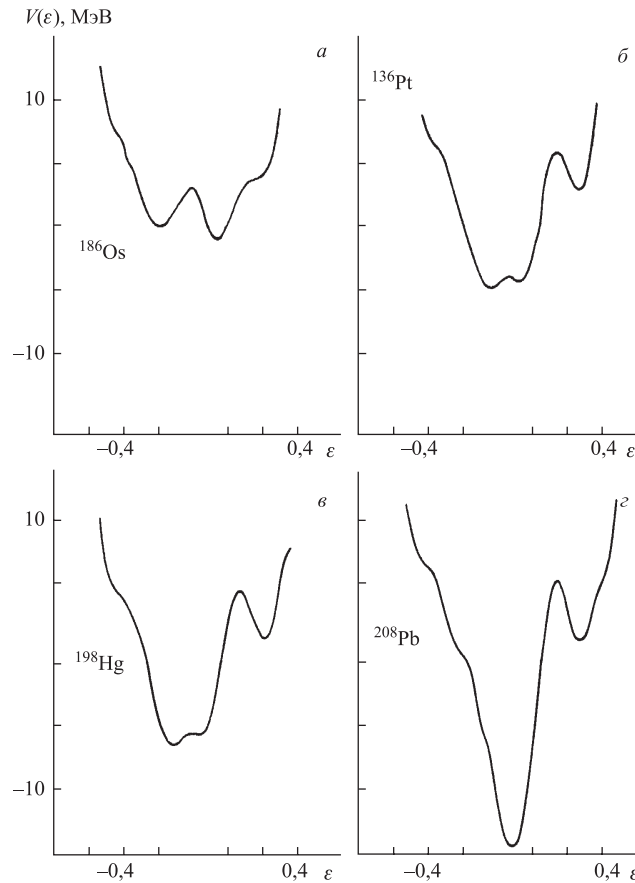


Рис. 6. Энергия деформации $V(\varepsilon)$ выборочных ядер Os–Pb

мации, использовавшаяся в (29) величина α обозначает обобщенную деформацию, связанную с удлинением ядра в процессе деления, например, набор деформаций, включающий ε . Функция $V(\varepsilon)$ осциллирует и имеет не один минимум. В связи с обсуждением $\rho(U, J)$ при $U \leq B_n$ здесь нас будут интересовать нижайшие минимумы (как при $\varepsilon > 0$, так и при $\varepsilon < 0$). Роль более высоко расположенных, так называемых «вторых», минимумов $V(\varepsilon)$ (при $\varepsilon > 0$) обсуждается в [5].

Ядра Рb строго ($\varepsilon_{\min} = 0$) соответствуют принятому выше предположению при вычислении зависимостей $\rho_{\text{полн}}(U)$ (рис. 5). У ядер Hg по мере уменьшения N и увеличения недостатка числа нейтронов $\Delta N = N - N_0$ до замкнутой оболочки $N_0 = 126$ образуется минимум, соответствующий сплюснутой форме с $\varepsilon \cong -0,15$. Видно также, что чем легче изотоп, тем существеннее превышение $\rho_{\text{полн}}^{\text{экс}}(B_n)$ над расчетной кривой. Эта тенденция еще отчетливее в случае изотопов Pt, энергия деформации которых, утрачивая локальный минимум при $\varepsilon \cong 0$, приобретает две устойчивые деформированные формы — сплюснутую с $\varepsilon \cong -0,15$ и вытянутую с $\varepsilon \cong 0,1$. С уменьшением числа нейтронов наиболее низким становится второй минимум, характерный для деформированных ядер Os и более легких, включая обширную группу лантанидов. Образование деформированных состояний сопровождается увеличением разницы между экспериментальными (как при малых U , так и при $U = B_n$) и расчетными величинами $\rho_{\text{полн}}(U)$, что естественно трактовать как рост вклада в наблюдаемую плотность уровней коллективных мод.

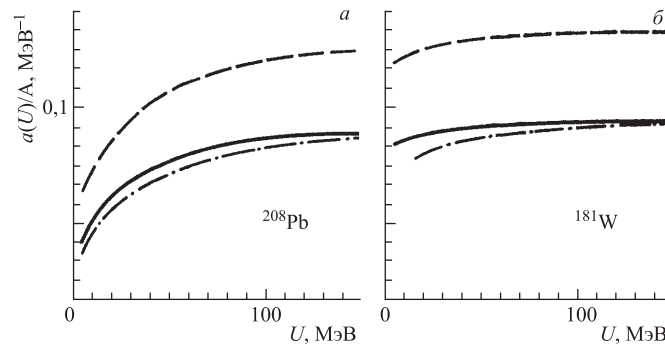


Рис. 7. Зависимости параметра плотности уровней a/A от энергии возбуждения U . Штрихпунктирная кривая — микроскопический расчет; сплошная — систематика ОСМ [24]; штриховая — систематика МФГ [9]

На рис. 7 для нескольких ядер, отличающихся величиной оболочечной поправки $\delta W(Z, A)$, показана энергетическая зависимость $a(U)/A$, полученная из теоретических расчетов $S(U)$ и согласно обеим систематикам при $U > U_c$. Результаты для $a_{\text{теор}}(U)$ и $a_{\text{ОСМ}}(U)$ близки по зависимости от U

и по абсолютной величине. Значения $a_{\text{МФГ}}(U)$ расходятся с ними на 50 % и более, что неприемлемо, если принять во внимание экспоненциальную зависимость (1).

2. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Основная особенность определения плотности уровней состоит в крайней ограниченности прямой экспериментальной информации: при энергии связи нейтрона $U = B_n$ (среднее расстояние между нейтронными резонансами) и вблизи основного состояния (спектроскопические данные о числе низколежащих уровней). Для тестирования систематик $\rho(U, J)$ требуются независимые экспериментальные данные, не связанные с ПНР. Представляют интерес сведения не только о параметре a (или \tilde{a}), но и о самом функционале $\rho(U, J)$, особенно при $U < U_c$, где ожидаются наибольшие различия в МФГ и ОСМ. Поэтому широко используют косвенную информацию, в которой наибольший интерес представляют экспериментальные данные об испарительных спектрах нейтронов, особенно испускаемых в зарядово-обменных реакциях.

В большинстве иных приложений статистической теории ядерных реакций (расчетах средних ширин, сечений и др.) приходится иметь дело не с самой плотностью уровней, а с отношениями зависящих от нее функционалов, относящихся к составному ядру и разным каналам его распада. В таких величинах различие описания $\rho(U, J)$ в разных моделях проявляется менее отчетливо и может быть неоднозначно истолковано, чем и объясняется ненадежность связанной с ними косвенной информации. К числу благоприятных исключений относится обсуждаемый ниже пример из анализа делимости легких ядер-доактинидов.

2.1. Испарительные спектры нейтронов (p, n) -реакций. Анализ в рамках статистической теории энергетического распределения нейтронов $N(E)$, испускаемых возбужденными ядрами, является одним из источников наиболее прямой информации о плотности ядерных уровней. С этой целью широко проводятся экспериментальные исследования таких распределений в реакциях с быстрыми нейтронами и заряженными частицами. Одна из основных трудностей анализа результатов эксперимента состоит в том, что наряду с интересующим нас равновесным механизмом эмиссии нейтронов в наблюдаемый спектр (который зависит как от энергии налетающей частицы, так и от типа реакции) вносят вклад неравновесные процессы. Сравнение спектров нейтронов разных реакций показывает, например, что в зарядово-обменной реакции (p, n) неравновесные процессы проявляются слабее, чем в реакции неупругого рассеяния нейтронов. Более благоприятна в этом смысле реакция (p, n) , протекающая при низких энергиях бомбардирующих протонов. Спектры нейтронов этой реакции на большой совокупности ядер имеют вид,

характерный для статистических процессов. В работах [7, 46, 47] был выполнен анализ испарительных спектров нейтронов из (p, n) -реакций в рамках феноменологического варианта ОСМ. При анализе использовалась экспериментальная информация о спектрах нейтронов из (p, n) -реакций в области энергий протонов $E_p = 6\text{--}10$ МэВ [48–54] и $E_p = 7\text{--}14$ МэВ [55]. Внимание в основном было сосредоточено на ядрах средней атомной массы, где, как отмечалось выше, в систематике ОСМ существует пробел. Систематику $a(U, Z, A)$ пока удалось распространить на ядра с хорошо изученными коллективными свойствами: $A > 150$ [4] и $A = 55\text{--}60$ [56]. В [7, 46, 47] рассмотрен ряд преимуществ ОСМ перед упрощенным ферми-газовым описанием, традиционно используемым в аналогичных задачах. Показано, что анализ нейтронных спектров перспективен для получения экспериментальной информации о корреляционной функции основного состояния Δ_0 и асимптотического параметра плотности уровней \tilde{a} ядер.

Конкретизируя изложенные представления ОСМ, учтем особенности исследуемого объекта — испарительной части спектра нейтронов (p, n) -реакции при энергиях протонов 6–10 МэВ. Для этого диапазона энергий можно использовать приближение малых угловых моментов в описании плотности уровней

$$\rho(U, J) \cong (2J + 1)\rho(U, 0) \quad (32)$$

и соответствующее ему приближение Вайскопфа для энергетического распределения нейтронов [3]

$$N(E) = \text{const } E\sigma_c^*(E, U)\rho(E^* - B_n - E, 0), \quad (33)$$

где $\sigma_c^*(E, U)$ — сечение обратной реакции, которое принимают равным сечению образования составного ядра $\sigma_c(E, 0)$. Последняя величина вычисляется по оптической модели. Энергия возбуждения остаточного ядра U в $\rho(U, 0)$ выражена через энергию возбуждения составного ядра E^* , энергию связи B_n и кинетическую энергию E нейтрона из уравнения баланса

$$U_{\text{max}} = E^* - B_n = E + U = [A/(A + 1)]E_p + Q_{pn}. \quad (34)$$

В (34), кроме того, дана связь максимальной энергии возбуждения остаточного ядра U_{max} (при $E = 0$) с энергией протона и энергией реакции Q_{pn} .

Распределение $N(E) \sim \rho(U, 0)$ определено с точностью до константы. Естественен вопрос: какую информацию можно извлечь из анализа этой относительной характеристики в рамках ОСМ? Исследуем с данной целью энергетическую зависимость $\rho(U, 0)$, которую можно представить соотношением (23). Подчеркнем, что, поскольку оба слагаемых в (23) равны при $U = U_c$ ($\delta_U = 1/2$), скачка в плотности уровней в критической точке нет. Строго говоря, для реальных ядер его нет и у производных $d\rho(U, 0)/dU$, т. е.

понятие фазового перехода является приближенным [3], и речь может идти только о разном поведении $\rho(U, 0)$ выше и ниже критической точки. Именно это свойство и используется в анализе [7, 46, 47].

Увеличение плотности уровней, обусловленное поверхностными колебаниями формы ядра, определяется величиной вибрационной статистической суммы

$$K_{\text{виб}} = \exp(\delta S - \delta U/t). \quad (35)$$

В работах [7, 46] использовались две оценки этой суммы: жидкокапельная (21) и предложенная в работе [57], в которой энтропия δS и энергия δU , связанные с поверхностными колебаниями, имеют вид

$$\begin{aligned} \delta S &= \sum_i [(1 + \bar{n}_i) \ln(1 + \bar{n}_i) - \bar{n}_i \ln \bar{n}_i](2\lambda_i + 1), \\ \delta U &= \sum_i \bar{n}_i \omega_i (2\lambda_i + 1). \end{aligned} \quad (36)$$

В суммах по i учитывается вклад только нижайших вибрационных состояний квадрупольного ($\lambda_1 = 2^+$) и октупольного ($\lambda_2 = 3^-$) типа. Расчеты выполнялись с энергиями ω_i из компиляции [45]. Функция распределения квазичастиц

$$\bar{n}_i = \frac{\exp(-\kappa_i/\omega_i)}{\exp(\omega_i/t) - 1}, \quad \kappa_i = c[\omega_i^2 + (2\pi t)^2], \quad (37)$$

феноменологически учитывает затухание вибрационного движения. Скорость затухания, как и величина $K_{\text{виб}}(t)$, в максимуме определяется выбором константы c в (37).

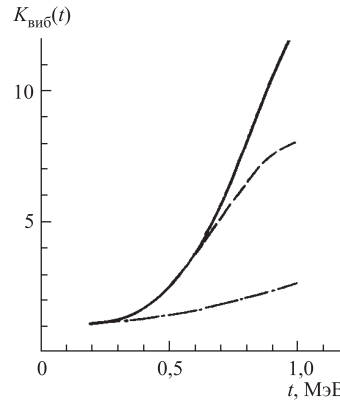


Рис. 8. Зависимость коэффициента вибрационного увеличения плотности уровней $K_{\text{виб}}(t)$ ядра ^{94}Nb от температуры. Штрихпунктирной кривой показан коэффициент $K_{\text{виб}}(t)$, рассчитанный согласно (21), сплошной и штриховой — согласно (35)–(37), соответственно $c = 0,03$ и $0,04 \text{ МэВ}^{-1}$

На рис. 8 показаны температурные зависимости коэффициента $K_{\text{виб}}(t)$ для остаточного ядра ^{94}Nb в реакции (p, n) на ^{94}Zr , рассчитанные согласно

(21) и (35)–(37), в последнем случае — для двух значений константы затухания $c = 0,03$ и $0,04 \text{ МэВ}^{-1}$. Видно, что соотношения (35)–(37) в сравнении с жидкокапельной оценкой (21) приводят к большим значениям и более сильной зависимости $K_{\text{виб}}(t)$, на которые, однако, затухание оказывает слабое влияние в диапазоне $t < 0,8 \text{ МэВ}$.

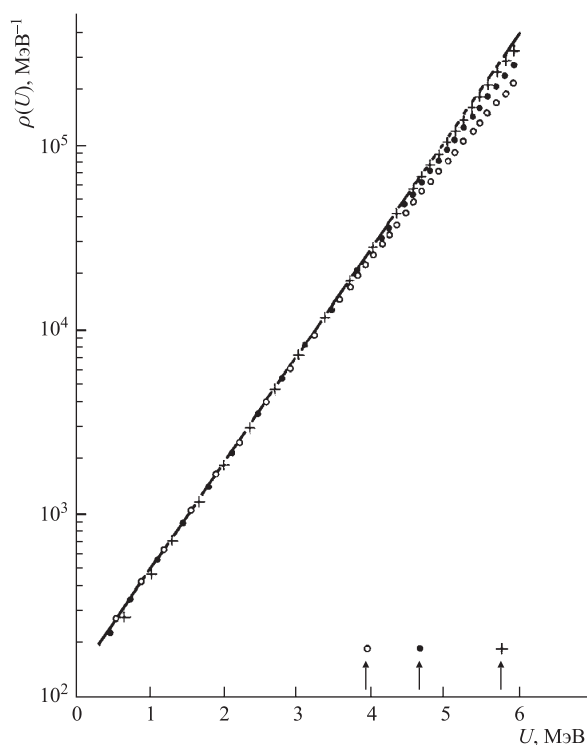


Рис. 9. Энергетическая зависимость плотности уровней в ОСМ $\rho(U)$ для нечетно-нечетного ядра ($A = 94$). Расчет проведен с $\Delta_0 = 12,5/\sqrt{A} \text{ МэВ}$ для трех значений \tilde{a}/A . Точки \circ , \bullet , $+$ соответствуют выбору параметров $\tilde{a}/A = 0,09, 0,1$ и $0,115 \text{ МэВ}^{-1}$. Кривая — экстраполяция линейного участка $\ln \rho(U)$. Стрелки — положения U_c для каждого из значений \tilde{a}/A

Из (15) следует, что t_c полностью определяется Δ_0 , а a_c — с точностью до оболочечных эффектов — асимптотическим параметром \tilde{a} (при $\delta W = 0$ $a_c = \tilde{a}$). Значит, именно эти две величины (Δ_0 и \tilde{a}) удобно использовать в качестве свободных параметров при описании экспериментальных спектров нейтронов.

Исследуем чувствительность $\rho(U, 0)$ к этим параметрам.

Вариации параметров Δ_0 и \tilde{a} , каждая из которых изменяет критическую

энергию U_c , обнаружили следующие особенности энергетической зависимости плотности уровней.

1. При $U < U_c$ $\ln \rho(U, 0)$ практически линейно изменяется с U , при этом тангенс угла наклона, в значительной мере определяемый величиной Δ_0 , очень слабо зависит от \tilde{a} .

2. Чувствительность $\rho(U, 0)$ к \tilde{a} возрастает с увеличением U главным образом в ферми-газовой области $U > U_c$.

Указанные свойства хорошо видны на рис. 9, где приведены результаты расчета $\rho(U, 0)$ для $\Delta_0 = 12,5 A^{-1/2}$ МэВ и трех значений $\tilde{a}/A = 0,09; 0,10; 0,115$ МэВ⁻¹ ($A = 94$), которые были нормированы так, чтобы различия между ними при $U < \min U_c$ были наименьшими. Переход при $U = U_c$ от примерно линейной энергетической зависимости $\ln \rho(U, 0)$ к параболической (ферми-газовой) легко проследить на рис. 9 по кривизне расчетных кривых и из сравнения их с экстраполяцией линейного участка, показанной линией. Отметим, что эта особенность поведения $\rho(U, 0)$ в основном определяется свойствами плотности внутренних возбуждений, а влияние энергетической зависимости $K_{\text{внб}}(U)$ несколько изменяет наклон $d \ln \rho(U, 0)/U$. Данные на рис. 9 соответствуют описанию $K_{\text{внб}}$ согласно (35)–(37).

Анализ спектров нейтронов. Установленные выше свойства энергетической зависимости плотности уровней в ОСМ приводят к следствиям, важным для анализа $N(E)$.

1. Высокоэнергетическая часть испарительного спектра $E > U_{\text{max}} - U_c$, если $U_{\text{max}} > U_c$, и весь спектр, если $U_{\text{max}} < U_c$, определяются в основном величиной Δ_0 и не дают информации о параметре плотности уровней.

2. Для получения информации о параметре \tilde{a} необходимо, во-первых, выполнение неравенства $U_{\text{max}} > U_c$ и, во-вторых, чтобы ферми-газовый участок $E < U_{\text{max}} - U_c = [A/(A + 1)]E_p + Q_{pn} - U_c$ в экспериментальном спектре имел достаточную протяженность.

Из значений энергии реакций Q_{pn} в табл. 5, оценок $U_c = 4,7$ МэВ (⁹⁴Nb), 5,3 МэВ (¹⁸¹W) для $\tilde{a} = 0,1 A$ МэВ⁻¹, $\Delta_0 = 12,5 A^{-1/2}$ МэВ и минимальной в анализе энергии нейтронов $E \approx 1,3$ МэВ можно заключить, что спектры $N(E)$ при $E_p < 9$ МэВ не удовлетворяет условию 2. При более высоких E_p (9 МэВ для ⁹⁴Zr, 9 и 10 МэВ для ¹⁸¹Ta) экспериментальные распределения $N(E)$ необходимо исследовать на вклад реакции $(p, 2n)$ в мягкой области энергий нейтронов и неравновесного механизма — в жесткой. В самом неблагоприятном случае (¹⁸¹Ta, $E_p = 10$ МэВ, $Q_{pn} = -7,61$ МэВ) расчет спектров первого и второго нейтронов методом, использованным в работе [58], показывает, что примесь реакции $(p, 2n)$ в области энергии $E \geq 1,3$ МэВ несущественна.

Вклад неравновесного механизма можно оценить из самих спектров $N(E)$ и независимо — по форме угловых распределений нейтронов. Форма угловых распределений нейтронов, симметричная относительно угла 90° во всем

исследованном диапазоне $E_p = 6-9$ МэВ для ^{94}Zr и $E_p = 6-8$ МэВ для ^{181}Ta , свидетельствует, что в этих случаях доминирует равновесный механизм реакции (p, n) . При больших E_p для ^{181}Ta в наиболее жесткой части спектров проявляется асимметрия в угловых распределениях, что указывает на присутствие неравновесного механизма реакции наряду с равновесным.

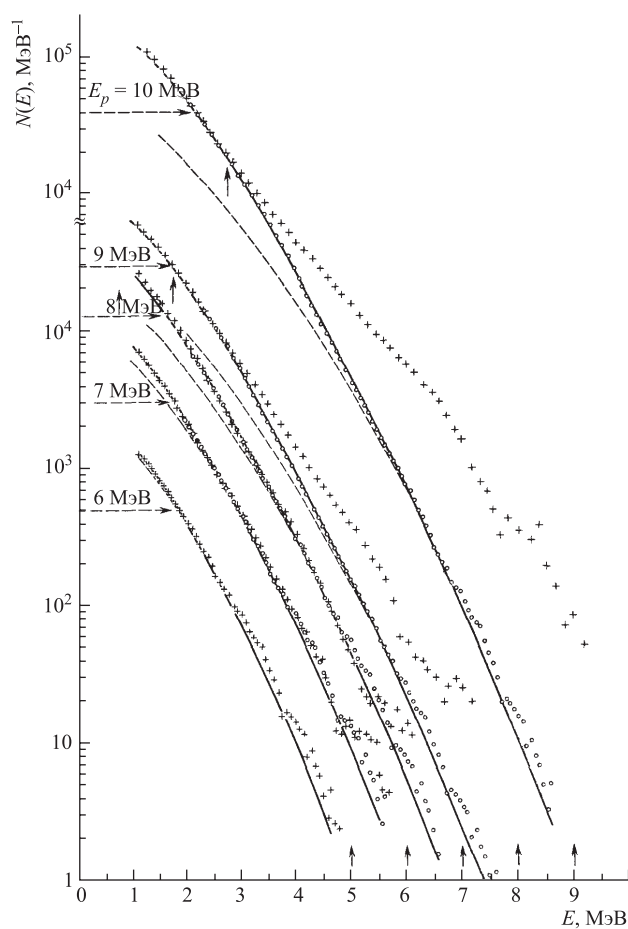


Рис. 10. Спектры нейтронов $N(E, E_p)$ реакции $^{181}\text{Ta}(p, n)^{181}\text{W}$: + — результаты непосредственных измерений спектров нейтронов [48]; \circ — испарительная компонента спектров $\tilde{N}(E, E_p)$. Сплошная кривая — результаты расчета с плотностью уровней ОСМ; штриховая — описание в рамках модели ферми-газа [48]. Стрелки на шкале энергии показывают положения $E_{\max} = [A/(A+1)]E_p + Q_{pn}$, на спектрах — точки фазового перехода $E_{\max} - U_c$

Для этих двух механизмов характерна также значительная разница в форме энергетических распределений испускаемых нейтронов. Поэтому вклад неравновесного механизма непосредственно в спектр $N(E, E_p)$ при достаточно больших E_p легко обнаружить, сравнивая его с равновесной компонентой, которую можно рассчитать или восстановить из экспериментальных спектров $N(E, E'_p)$ при более низких $E'_p < E_p$. Наиболее интересен такой анализ для реакции $^{181}\text{Ta}(p, n)^{181}\text{W}$, в которой более широк изученный диапазон E_p , и в нем, как следует из угловых распределений нейтронов, происходит переход от чисто испарительных спектров к спектрам с заметным вкладом неравновесной компоненты.

На рис. 10 представлены результаты непосредственных измерений спектров нейтронов $N(E, E_p)$ в реакции $^{181}\text{Ta}(p, n)^{181}\text{W}$ [48] и испарительные спектры $\tilde{N}(E, E_p)$, восстановленные из экспериментальных данных при более низких энергиях протонов с помощью соотношений (33) и (34): для $E_p = 7$ МэВ используется спектр $N(E, E'_p)$ при $E'_p = 6$ МэВ, для $E_p = 8$ МэВ — полный испарительный спектр, построенный при $E'_p = 7$ МэВ, и т. д. Подобная процедура получения испарительной компоненты спектра нейтронов использовалась в [59]. Из сравнения спектров $N(E, E_p)$ и $\tilde{N}(E, E_p)$ можно сделать заключение, хорошо согласующееся с тем, что следует из формы угловых распределений нейтронов: при $E_p \leq 8$ МэВ реализуется практически испарительный механизм реакции, а при больших E_p становится существенным возрастающий с энергией падающих и испускаемых частиц вклад неравновесных процессов. Все пять испарительных спектров на рис. 10 получают удовлетворительное описание в рамках ОСМ с едиными наборами параметров Δ_0 и \tilde{a} из табл. 5, которые отличаются предположениями о коэффициенте вибрационного увеличения плотности уровней $K_{\text{виб}}$.

Кривые на рис. 10 соответствуют соотношениям (35)–(37). Подгонка результатов расчета под экспериментальные данные производится с помощью стандартной поисковой процедуры минимизации квадратичной суммы χ^2 .

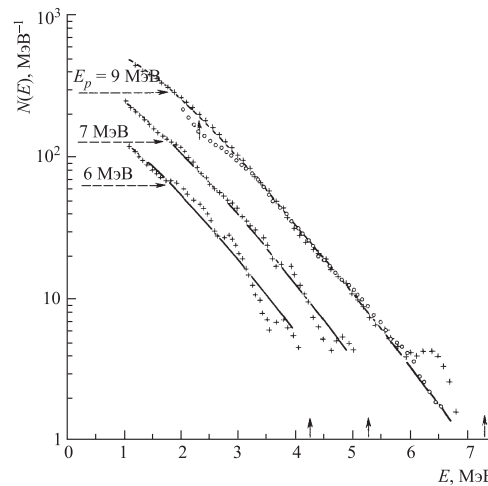


Рис. 11. Спектры нейтронов $N(E, E_p)$ реакции $^{94}\text{Zr}(p, n)^{94}\text{Nb}$. Обозначения те же, что на рис. 10. Испарительная компонента $\tilde{N}(E, E_p)$ (\circ) при $E_p = 9$ МэВ получена из $N(E, E'_p)$ при $E'_p = 8$ МэВ

На рис. 11 приведены спектры нейтронов для реакции $^{94}\text{Zr}(p, n)^{94}\text{Nb}$ [49]. Как и в предыдущем случае, результаты анализа спектров находятся в согласии со следствиями, вытекающими из симметрии угловых распределений нейтронов. Они состоят в том, что все спектры на рис. 11 удовлетворительно описываются в рамках испарительной модели, свидетельствуя о преобладании равновесного механизма эмиссии нейтронов в интервале $E_p = 6-9$ МэВ.

Результаты анализа спектров нейтронов наряду с необходимыми характеристиками реакций представлены в табл. 5. Определение искомым параметров (остальные достаточно хорошо известны) позволяет рассчитать с помощью

Таблица 5. Энергии реакций и параметры остаточных ядер

Реакция		Q_{pn} , МэВ [60]	δW , МэВ [29]	Δ_0 , МэВ	$\Delta_0\sqrt{A}$, МэВ	\bar{a} , МэВ ⁻¹	\bar{a}/A , МэВ ⁻¹	U_c , МэВ
$^{57}\text{Fe}(p, n)^{57}\text{Co}$	$K_{\text{виб}}(21)$	-1,62	-2,32	1,73	13,1	6,55	0,115	6,44
	$K_{\text{виб}}(35)-(37)$			1,81	13,7	6,04	0,106	6,41
$^{94}\text{Zr}(p, n)^{94}\text{Nb}$	$K_{\text{виб}}(21)$	-1,68	-0,79	1,21	11,7	11,2	0,119	4,97
	$K_{\text{виб}}(35)-(37)$			1,31	12,7	9,40	0,100	4,70
$^{107}\text{Ag}(p, n)^{107}\text{Cd}$	$K_{\text{виб}}(21)$	-2,2	-0,42	1,03	10,6	14,0	0,131	5,78
	$K_{\text{виб}}(35)-(37)$			1,11	11,5	12,0	0,112	5,74
$^{109}\text{Ag}(p, n)^{109}\text{Cd}$	$K_{\text{виб}}(21)$	-0,96	+0,25	1,07	11,2	15,4	0,141	7,42
	$K_{\text{виб}}(35)-(37)$			1,14	11,9	13,1	0,120	7,01
$^{115}\text{In}(p, n)^{115}\text{Sn}$	$K_{\text{виб}}(21)$	-0,30	-0,60	0,96	10,3	14,4	0,125	5,13
	$K_{\text{виб}}(35)-(37)$			0,97	10,4	13,3	0,116	4,76
$^{116}\text{Sn}(p, n)^{116}\text{Sb}$	$K_{\text{виб}}(21)$	-5,28	+0,25	0,79	8,5	18,2	0,157	3,87
	$K_{\text{виб}}(35)-(37)$			0,79	8,5	17,4	0,150	3,62
$^{117}\text{Sn}(p, n)^{117}\text{Sb}$	$K_{\text{виб}}(21)$	-2,43	+0,29	0,82	8,9	17,9	0,153	4,99
	$K_{\text{виб}}(35)-(37)$			0,82	8,9	17,0	0,145	4,70
$^{118}\text{Sn}(p, n)^{118}\text{Sb}$	$K_{\text{виб}}(21)$	-4,48	+0,52	0,73	7,9	18,0	0,153	3,20
	$K_{\text{виб}}(35)-(37)$			0,74	8,0	17,1	0,145	3,05
$^{119}\text{Sn}(p, n)^{119}\text{Sb}$	$K_{\text{виб}}(21)$	-1,36	+0,16	0,60	6,6	18,9	0,159	2,72
	$K_{\text{виб}}(35)-(37)$			0,71	7,8	17,0	0,143	3,45
$^{122}\text{Sn}(p, n)^{122}\text{Sb}$	$K_{\text{виб}}(21)$	-2,39	-0,34	0,80	8,8	16,1	0,132	3,17
	$K_{\text{виб}}(35)-(37)$			0,81	8,9	15,0	0,123	2,91
$^{181}\text{Ta}(p, n)^{181}\text{W}$	$K_{\text{виб}}(21)$	-0,97	-2,87	0,97	13,0	20,8	0,115	6,81
	$K_{\text{виб}}(35)-(37)$			1,00	13,5	18,1	0,100	6,26

*Оболочечная поправка дана с учетом деформации ^{181}W , остальные ядра принимаются сферическими.

соотношения (23) плотность уровней и тем самым абсолютизировать экспериментальную зависимость $\rho_{\text{эксп}}(U)$, как показано на рис. 12. Оболочечные поправки δW брались из капельковой модели [29].

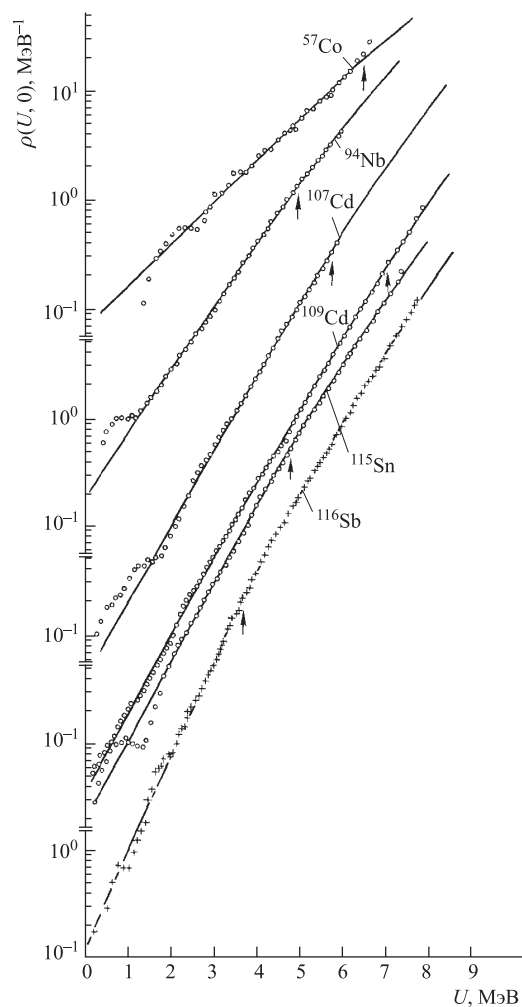


Рис. 12а. Энергетическая зависимость абсолютной плотности уровней $\rho(U, 0)$ для ядер ^{57}Co – ^{116}Sb . Значки \circ и $+$ — экспериментальная плотность уровней $\rho(U)$, восстановленная по результатам работ [48–54] и [55] соответственно. Сплошные кривые — результат расчета $\rho(U, 0)$ согласно (23) с $K_{\text{внб}}$ (35)–(37) и параметрами Δ_0 и \tilde{a} из табл. 5, полученными из анализа экспериментальных спектров нейтронов. Стрелки — положение точки фазового перехода $U_c = 0,472a_c\Delta_0^2 - n\Delta_0$ из сверхтекучего состояния в нормальное (ферми-газовое)

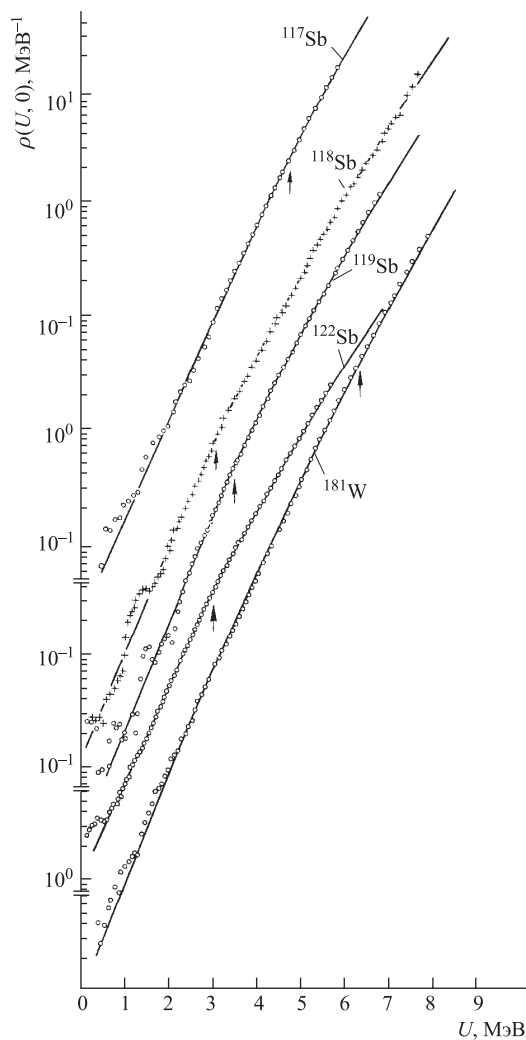


Рис. 12б. Энергетическая зависимость абсолютной плотности уровней $\rho(U, 0)$ для ядер ^{117}Sb – ^{181}W . Обозначения те же, что и для рис. 12а

В табл. 6 данные о наблюдаемом среднем расстоянии между нейтронными резонансами $D_0^{\text{набл}}$ [23] сравниваются с результатами расчета $D_0^{(p,n)}$ согласно (25) в рамках ОСМ с параметрами Δ_0 и \tilde{a} , полученными из анализа спектров нейтронов (p, n)-реакций (табл. 5). Согласие этих величин, имея в виду разброс значений $D_0^{\text{набл}}$, следует признать удовлетворительным. Подчеркнем, что сравнение $D_0^{(p,n)}$ и $D_0^{\text{набл}}$ является критическим испытанием модели, по-

скольку оценка Δ_0 и \tilde{a} при прочих заданных параметрах полностью определяет абсолютную величину $\rho(U, 0)$.

Таблица 6. Данные по нейтронным резонансам и результаты расчета по формуле (25) с параметрами из табл. 5

Ядро	E_n , МэВ	I_0^π	$D_0^{\text{набл}}$, эВ	$D_0^{\text{расч}}$, эВ	
				$K_{\text{выб}}$ (35)–(37)	$K_{\text{выб}}$ (21)
^{94}Nb	7,229	9/2 ⁺	90 ± 20	75	162
^{107}Cd	7,927	0 ⁺	135 ± 35	108	283
^{109}Cd	7,360	0 ⁺	120 ± 20	177	394
^{115}Sn	7,546	0 ⁺	320 ± 90	345	330
^{122}Sb	6,806	5/2 ⁺	18 ± 2	15,4	14,3
^{181}W	6,686	0 ⁺	23 ± 7	11,7–12,7*	9,0

*Значение $D_0^{\text{расч}}$ получено с коэффициентом затухания $c = 0,045 \text{ МэВ}^{-1}$, все остальные — с $c = 0,02 \text{ МэВ}^{-1}$.

Сравнение с плотностью низколежащих уровней. Кроме резонансной точки $\rho(B_n, J)$ к анализу энергетической зависимости плотности уровней часто привлекают экспериментальную информацию о низколежащих уровнях [45]. На рис. 13 их число без отбора по спине и четности, представленное в виде гистограммы $\Delta N/\Delta U$, сравнивается с кривыми полной плотности уровней, рассчитанной согласно (31) и табл. 4. Значения $\rho(U, 0)$ взяты из [46] (рис. 12, табл. 5).

Согласие эксперимента и расчета на рис. 13 следует признать удовлетворительным, если иметь в виду неточности гистограммы из-за пропуска уровней при $\Delta N/\Delta U > 20 \text{ МэВ}^{-1}$ и неадекватность простого статистического описания плотности уровней при $U \sim 2\Delta_0$ [3].

Сравнение с МФГ. На рис. 10 штриховыми кривыми показано описание спектров нейтронов реакции $^{181}\text{Ta}(p, n)^{181}\text{W}$, полученное в [48] с помощью модели ферми-газа с обратным смещением [18]. В [48], как и в анализе [7, 46], результаты расчета подгонялись под наблюдаемые спектры $N(E, E_p)$ с помощью двух свободных параметров, но для ограниченного интервала энергий возбуждения остаточного ядра $U = 2\text{--}4 \text{ МэВ}$. Этими параметрами служили параметр a , не зависящий от U , и δ — сдвиг энергии, феноменологически учитывающий четно-нечетные различия ядер.

Из сравнения кривых на рис. 10 видно, что ферми-газовое описание при увеличении U (уменьшении E) расходится с экспериментом тем сильнее, чем выше энергия протонов, т. е. чем дальше по энергии возбуждения U мы уходим от участка, на котором была сделана привязка к экспериментальным спектрам. Большая кривизна $\rho(U, 0)$, чем в ОСМ и эксперименте,

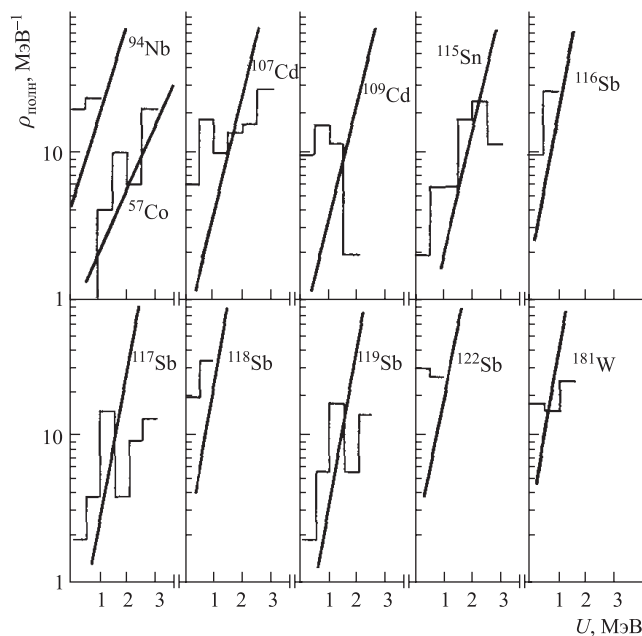


Рис. 13. Энергетическая зависимость полной плотности уровней $\rho_{\text{полн}}(U)$. Гистограмма — наблюдаемая плотность уровней $\Delta N/\Delta U$ ($\Delta U = 0,5$ МэВ) [45]. Линия — результат расчета $\rho_{\text{полн}}(U)$ в рамках ОСМ согласно (31) и табл. 4, Δ_0 и \bar{a} из табл. 5 для $K_{\text{виб}}$ (35)–(37)

согласующихся между собой, — характерная черта ферми-газового описания. Однако тестировать применимость последнего по этому признаку в общем случае непросто. Например, различие в описаниях спектров нейтронов реакции $^{94}\text{Zr}(p, n)^{94}\text{Nb}$ на рис. 11 и в [49] в рамках модели ферми-газа менее существенно, чем в предыдущем случае. Вероятно, это объясняется разными масштабами изменения спектров $N(E, E_p)$ на рис. 10 и 11, которые в рамках ОСМ определяются разницей значений Δ_0 (табл. 5).

Отметим еще одно важное свойство, различающее ОСМ и модель ферми-газа. При описании нейтронных спектров с помощью модели ферми-газа, как показано в [48], удается определить только зависимость, связывающую искомые параметры a и δ , и, чтобы определить оба параметра, приходится привлекать дополнительную информацию. В ОСМ, как было продемонстрировано выше, такой трудности нет. В ней анализ спектров в области $U < U_c$ позволяет определить корреляционную функцию, а с расширением диапазона энергий — и параметр плотности уровней. Это преимущество ОСМ наряду с отмеченными выше вполне окупает несколько бóльшие технические трудности, возникающие при описании экспериментальных данных.

Итог краткого сравнительного анализа моделей, используемых при описании испарительных спектров нейтронов, можно сформулировать следующим образом. С точки зрения адекватности описания и извлекаемых при анализе параметров выбор в пользу ОСМ представляется очевидным, поскольку параметры a и δ в модели ферми-газа с обратным смещением и T в модели постоянной температуры (см. ниже) физического смысла не имеют. Если же речь идет об использовании упрощенных моделей как средства для параметризации при описании и систематизации данных, то вопрос не может быть решен столь же однозначно. Однако он весьма важен для различных практических приложений и заслуживает специального исследования с привлечением более широкого экспериментального материала.

Значимость разницы в описаниях $\rho(U, 0)$ в рамках ОСМ и МФГ демонстрирует пример на рис. 14. На нем представлены экспериментальные данные и подогнанное под них описание по ОСМ (кривая 1, $\tilde{a}/A = 0,1 \text{ МэВ}^{-1}$,

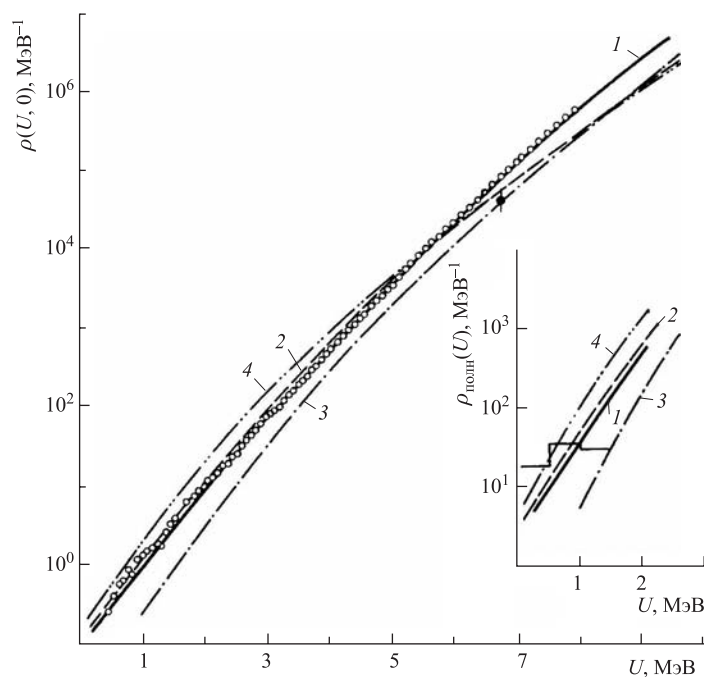


Рис. 14. Энергетическая зависимость плотности уровней $\rho(U, 0)$ для ядра ^{181}W . ● — $\rho_{\text{экс}}(B_n, 0)$ [23], ○ и кривая 1 — [46]; 2 — систематика ОСМ [4]; 3 — систематика МФГ [9]; 4 — систематика МФГ с обратным смещением [18]. На вставке обозначения кривых те же, что в основной части, гистограмма — плотность низколежащих уровней [45]

$\Delta_0/\sqrt{A} = 13,5$ МэВ из табл. 5) для ядра ^{181}W , полученные из анализа спектров нейтронов реакции $^{181}\text{Ta}(p, n)\text{W}^{181}$. Другими кривыми показаны зависимости $\rho(U, 0)$, рассчитанные по разным систематикам: ОСМ [4], МФГ [9] и МФГ с обратным смещением [18]. Параметры в [18] подбираются так, чтобы обеспечивалось наилучшее описание наблюдаемой плотности уровней на концах интервала $U = 0 - B_n$, т. е. $\Delta N/\Delta U$ и $\rho(B_n, 0)$. Естественно, что все они при $U = B_n$ проходят достаточно близко одна к другой и к точке, соответствующей ПНР, но, отступая от нее, заметно расходятся. На вставке демонстрируется гистограмма $\Delta N/\Delta U$ полной плотности низколежащих уровней (31).

Кривые стандартной МФГ плохо согласуются с наблюдаемой зависимостью. Кривые МФГ с обратным смещением гораздо ближе к экспериментальным точкам, но имеют характерную выпуклость, которую $\rho(U, 0)$ не подтверждает. Лучше других с экспериментом согласуется кривая ОСМ, уступая, конечно, в качестве описания кривой I с индивидуальными параметрами \tilde{a} и Δ_0 . Кривые I и 2 несколько отличаются не только значениями параметров \tilde{a} и Δ_0 , но и описанием $K_{\text{внб}}$. Видно, что при переходе через $U = U_c \cong 6$ МэВ ОСМ как бы «выпрямляет» ферми-газовую зависимость $\ln \rho(U, 0)$. Данная особенность наблюдаемой энергетической зависимости плотности уровней, описанием которой ОСМ обязана прежде всего корректному учету парных корреляций нуклонов, невоспроизводима в рамках МФГ ни в какой из ее модификаций.

Указанный принципиальный недостаток МФГ в прошлом пытались устранить путем создания гибридной модели [61], в которой низкоэнергетический участок описывался по модели с постоянной температурой:

$$\rho(U, 0) \sim \exp[(U - \delta)/T], \quad (38)$$

которой на рис. 14 соответствует линейная зависимость. Поэтому (38), как и обратное смещение U' в МФГ, можно рассматривать как эмпирически установленные удачные приемы, получающие обоснование в физически более последовательной модели ОСМ.

Сравнение с систематикой параметров Δ_0 и \tilde{a} . На рис. 15 значения $\Delta_0\sqrt{A}$ и \tilde{a}/A из табл. 5 сравниваются с показанными штрихпунктирными кривыми зависимостями этих параметров в [4]:

$$\Delta_0\sqrt{A} = 12 \text{ МэВ} \text{ и } \tilde{a}/A = \alpha_V + \alpha_S A^{-1/3} \text{ МэВ}^{-1}. \quad (39)$$

Напомним, что в [4] при описании в рамках ОСМ плотности нейтронных резонансов соотношение для корреляционной функции Δ_0 взято из систематики четно-нечетных различий масс ядер [62], а параметры α_V , α_S в соотношении для \tilde{a}/A найдены с $A > 150$ с сильно выраженными коллективными свойствами (см. табл. 4).

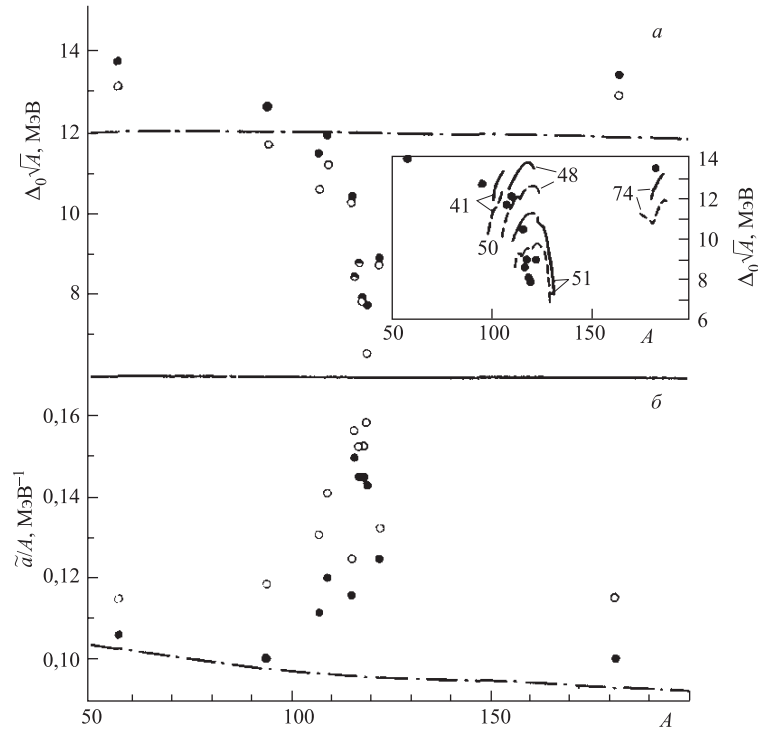


Рис. 15. Корреляционная функция основного состояния Δ_0 (а) и асимптотическое значение параметра плотности уровней ядер \tilde{a} (б), представленные в виде величин $\Delta_0 \sqrt{A}$ и \tilde{a}/A . Точки — результаты анализа испарительных спектров нейтронов (p, n)-реакции в рамках ОСМ с жидкокапельной оценкой $K_{\text{внб}}$ (21) (○) и $K_{\text{внб}}$ (35)–(37) (●). Штрихпунктирные кривые — поведение искомых параметров Δ_0 и \tilde{a} ($\alpha = 0,073$, $\beta = 0,115$ MeV⁻¹) согласно систематике [4]. На вставке: сплошные (четное число нейтронов), штриховые (нечетное) кривые — результаты вычислений Δ_0 по формуле (27) с Δ_{0Z} и Δ_{0N} из [26]; цифры обозначают заряды исследуемых ядер

Рис. 15 свидетельствует об отступлениях результатов работы [46, 47] от систематики (39), особенно они значительны на участке $A \approx 110-125$, где полученные значения $\Delta_0 \sqrt{A}$ отклоняются от штрихпунктирной кривой в сторону меньших значений, \tilde{a}/A — от соответствующей кривой в сторону больших. Оба фактора действуют в одном направлении — увеличивают плотность уровней. Это означает, что систематика [4], если ее проэкстраполировать в область $A < 150$, приведет к сильно заниженным (не менее чем на порядок) величинам $\rho(U, J)$ на «аномальном» участке A . Остановимся кратко на каждом из параметров ОСМ. Провал в зависимости Δ_0 на рис. 15 легко объяснить, по крайней мере качественно, влиянием оболочечной структуры

ядер. Это наглядно демонстрируют кривые на вставке к рис. 15, которыми для фиксированных Z показаны результаты вычислений параметра $\Delta_0\sqrt{A}$ по формуле (27).

Она устанавливает связь между параметрами Δ_{0N} и Δ_{0Z} для нейтронной и протонной компонент реального ядра [26] и их эффективной величиной Δ_0 , при однокомпонентном описании дающей в квазиклассическом приближении то же значение критической энергии, энергии конденсации и др. [27, 63]. Экспериментальные точки для ядер от Nb ($Z = 41$) до Sb ($Z = 51$) согласуются с расчетом и передают тенденцию, которая вытекает из расчетных кривых и отражает влияние на величину Δ_0 магического числа $Z = 50$ ($\Delta_{0Z} = 0$). Напомним в этой связи, что штрихпунктирной кривой на рис. 15, *a* соответствует глобальное описание $\Delta_0\sqrt{A}$ МэВ для очень широкой совокупности ядер [62], не претендующее ни на какие детали и структуру, которые для индивидуальных ядер и целых их групп могут иметь большое значение.

Анализ нейтронных спектров как источник экспериментальной информации о параметре Δ_0 и его роль в описании плотности уровней. Анализ испарительных спектров нейтронов позволяет восстановить относительный ход плотности уровней. Как показано в [7, 46], в рамках феноменологического описания ОСМ можно определить два важнейших параметра Δ_0 и \tilde{a} , благодаря чему достигается абсолютная нормировка функций $\rho(U, J)$. Иначе говоря, в [7, 46] разработан комбинированный «экспериментально-теоретический» метод определения абсолютной плотности уровней в достаточно широком диапазоне энергий $U \leq 10$ МэВ, в котором параметры Δ_0 и \tilde{a} находятся экспериментально, а остальные задаются теоретической моделью.

В отличие от нейтронных спектров из экспериментальных данных $\rho(B_n, J)$, используя ту же модель, можно найти только один из параметров, что сильно ограничивает информативность такого анализа. Обычно в нем определяют параметр a (или \tilde{a}) при тех или иных предположениях о параметре Δ_0 . О большом значении последних (что часто остается «в тени» и не подчеркивается) свидетельствует рис. 16. На нем в зависимости от числа нейтронов N приведены значения \tilde{a}/A для изотопов ^{48}Cd , ^{50}Sn , ^{51}Sb , найденные из $D_0^{\text{набл}}$ [23] в двух предположениях о параметре Δ_0 — для $\Delta_0 = 12/\sqrt{A}$ МэВ и в соответствии с [26] и формулой (27), а также из спектров нейтронов. Из сравнения результатов двух вариантов расчета на рис. 16, *a* и *b* следует, что при переходе к «реалистическим» величинам Δ_0 зависимость $\tilde{a}(N)$ значительно изменяется: уменьшаются четно-нечетные вариации, «салятся» абсолютные значения для Sn и Sb, чем достигается сближение с результатами анализа нейтронных спектров.

Неопределенность анализа практически не устраняется и с привлечением спектроскопической информации о низколежащих уровнях, и это демонстрирует рис. 17. В его основной части показаны кривые $\rho(U, 0)$, а на вставке

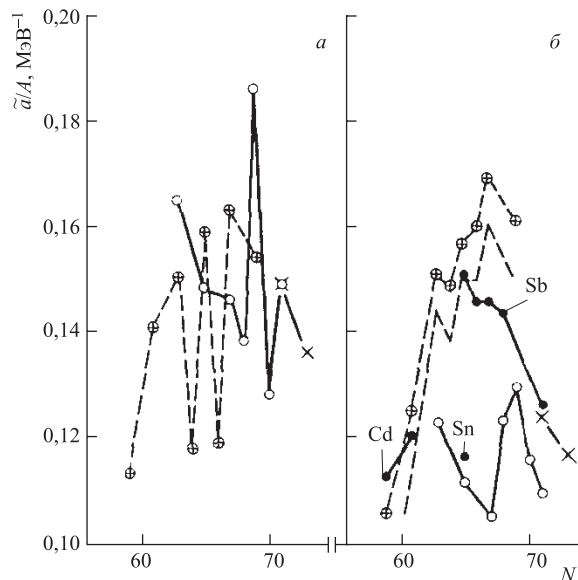


Рис. 16. Параметр \tilde{a}/A для цепочек изотопов в районе $Z = 50$ как функция числа нейтронов N . Значения для ядер ^{48}Cd , ^{50}Sn , ^{51}Sb получены из данных о $D_0^{\text{набл}}$ [23] согласно (22)–(25) с $K_{\text{выб}}$ (35)–(37) в двух предположениях о величине Δ_0 : а) $\Delta_0 = 12/\sqrt{A}$ МэВ; б) согласно (27) и [26], ● — результаты анализа спектров (p, n) -реакций (табл. 5); штриховая кривая — расчет для Cd при $c = 0$

$\rho_{\text{полн}}(U)$, которые рассчитаны для ядра ^{115}Sn в двух рассматривавшихся выше предположениях так, чтобы воспроизводилась величина $\rho(B_n, 0)$, соответствующая наблюдаемой плотности нейтронных резонансов. Кривые требуют значений \tilde{a} , которые отличаются более чем на 30%, и заметно расходятся при $U < B_n$, но при $U < 2,5$ МэВ, где имеются данные о $\rho_{\text{полн}}(U)$, сближаются настолько, что трудно заключить, какая из кривых лучше «сопрягается» с гистограммой. Трудность заключена в слабой изученности поведения плотности уровней при малых $U \sim 2\Delta_0$, где теоретически ожидаются нерегулярности, связанные с дискретностью числа возбужденных квазичастиц [3, 64]. При нынешнем состоянии этого вопроса анализ низкоэнергетических данных может преследовать в основном иллюстрационные цели, как в [46] или в [3, 56].

Анализ испарительных спектров нейтронов избавлен от обсуждаемой трудности, поскольку имеет дело с обширной совокупностью точек в достаточно протяженной области U , что позволяет определить оба параметра — Δ_0 и \tilde{a} . Соответствующая их значениям в табл. 5 кривая также показана на рис. 17. Речь идет, конечно, не о противопоставлении различных источников информации о плотности уровней, а о согласованном их анализе, а также

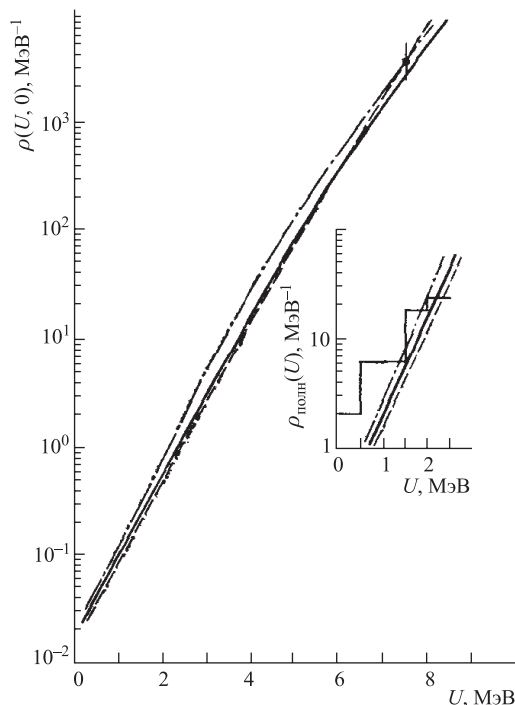


Рис. 17. Энергетическая зависимость плотности уровней $\rho(U, 0)$, на вставке $\rho_{\text{полн}}(U)$ для ядра ^{115}Sn . Экспериментальные значения: \bullet — $\rho(B_n, 0)$ согласно данным о $D_0^{\text{набл}}$ [23]; гистограмма — то же, что на рис. 13. Расчетные кривые со следующими параметрами: сплошная — из табл. 5, штриховая — $\Delta_0 = 12/\sqrt{A}$ МэВ, $\tilde{a} = 0,148A$ МэВ $^{-1}$; штрихпунктирная — Δ_0 согласно (27) и [26], $\tilde{a} = 0,11A$ МэВ $^{-1}$; \tilde{a} в двух последних случаях получено из описания $\rho(B_n, 0)$, везде $K_{\text{выб}}$ соответствует (35)–(37)

значении и дальнейшем накоплении экспериментальных данных о нейтронных спектрах. Особенно интересна область A и Z , в которой обнаружена аномалия параметра \tilde{a} .

Об интерпретации аномалии $\tilde{a}(A)$. Асимптотический параметр \tilde{a} по смыслу его систематики, т.е. соотношения (39), должен быть плавно зависящей от A характеристикой, соответствующей состоянию сильно нагретых ядер, которая описывается в рамках бесструктурной капельной модели. Поэтому и микроскопические расчеты для различных одночастичных потенциалов модели оболочек при больших U дают $a \rightarrow \tilde{a} = \alpha A$ [3], где $\alpha = \text{const}$. Из результатов микроскопических расчетов плотности уровней для потенциала модели оболочек получаем следующие значения констант: $\alpha_{\text{Н}} = 0,105$ МэВ $^{-1}$ (схема уровней Нильсона), $\alpha_{\text{ВС}} = 0,090$ МэВ $^{-1}$ (схема

уровней Вудса–Саксона). Так что возникновение максимума \tilde{a}/A на рис. 15 необходимо расценивать как аномалию и указание либо на методическую ошибку, либо на существование каких-то факторов, не учтенных в использованном описании плотности уровней.

Обсуждаемый эффект едва ли является следствием недостатков измерений в [49–55] и обработки спектров нейтронов в настоящей работе, поскольку их результаты (см. табл. 6) находятся в удовлетворительном согласии с независимым источником экспериментальной информации — наблюдаемой плотностью нейтронных резонансов. Далее, анализ совокупности данных о $\rho(B_n, J)$ для гораздо большего числа ядер обнаружил аналогичные с показанными на рис. 15 эффекты (некоторые демонстрируются на рис. 16), и отступления от $\tilde{a} = \text{const } A$ явились главной причиной для наложения ограничений на область применимости $A > 150$ систематики ОСМ [4].

Таким образом, можно заключить, что причина трудности понимания полученного результата кроется в неполноте описания $\rho(U, J)$. Речь идет не только об использованном в [46] феноменологическом варианте ОСМ, а о теоретическом описании в целом, поскольку эта трудность не была преодолена и в других, более последовательных подходах к расчету [42, 65, 66].

Необходимо отметить, что аномалия $\tilde{a}(A)$ не может быть «списана» на идеализацию в рамках сверхтекучей модели фазового перехода в возбужденных ядрах. Отличия ядер от сверхпроводников в этом смысле подробно обсуждаются в [3]. Они сводятся к тому, что при $U \geq U_c$ в ядрах $\Delta(U)$ не обращается строго в нуль, как в сверхтекучей модели, а составляет небольшую величину 0,1 МэВ, которая оказывает незначительное влияние на точность описания при $U > U_c$. Нестрогость понятия «фазовый переход» в ядрах практически не затрагивает точности определения интересующих параметров. Как уже отмечалось, существенна только разница в поведении плотности уровней и корректность его описания при $U < U_c$ и $U > U_c$, а не в самой критической точке и ее ближайшей окрестности. Различия в ходе экспериментальных зависимостей $\ln \rho(U, 0)$ выше и ниже критической точки — параболической при $U > U_c$ и примерно линейной при $U < U_c$ — вполне отчетливо видны на рис. 12.

Наиболее интересная возможность для интерпретации обсуждаемой аномалии рассматривалась в работе [67], где было установлено, что в ядре ^{116}Sn с увеличением энергии возбуждения происходит переход от сферической формы к деформированной. По-видимому, он происходит вследствие ослабления по мере приближения U к U_c эффектов спаривания, стабилизирующих сферическую форму (см. также [68, 69]). Сравнение результатов расчета с экспериментом в [67] проводится только с плотностью нейтронных резонансов $\rho(B_n, J)$, т. е. в одной точке. Согласие достигается с помощью умножения рассчитываемой в [67] плотности внутренних возбуждений на коэффициент ротационного увеличения $K_{\text{рот}} = \sigma_{\perp}^2$. В [46] также убедились, что данные о

$\rho(B_n, J)$ на рис. 16 можно согласовать со значением $\tilde{a} \cong 0,1A \text{ МэВ}^{-1}$, т. е. систематикой [4], принимая значения $K_{\text{рот}}(U)$ такими же, как для деформированных ядер.

Следует отметить, что на возможность существования «деформированного» возбужденного состояния в сферических ядрах обращал внимание еще Струтинский [70]. Им же были указаны ситуации, благоприятные для проявления таких эффектов: ядра, нуклонный состав которых обеспечивает наличие двух минимумов потенциальной энергии деформации — при квадрупольной деформации $\varepsilon = 0$ и $\varepsilon \neq 0$. В частности, в исследовавшейся нами области ядер как раз и реализуется специфическая двойная магичность: протонная компонента близка к заполненной сферической оболочке $Z = 50$, а нейтронная — к деформированной $N \cong 66$ [70, 71]. Максимум \tilde{a} на рис. 15 и 16 для изотопов ${}_{48}\text{Cd}$, ${}_{50}\text{Sn}$, ${}_{51}\text{Sb}$ соответствует $N = 65-69$.

Обсуждаемый эффект для околوماгических ядер больше, чем непосредственно для «мага» (рис. 16), что естественно ожидать, если связывать рост \tilde{a} с включением $K_{\text{рот}}$ для неучитываемых данным анализом в [46] возбужденных деформированных состояний. Эту разницу невозможно устранить выбором константы c в описании $K_{\text{виб}}$, поскольку в случае Sn изменения c не оказывают заметного влияния на результаты анализа, а в случае Cd \tilde{a}/A при используемом в [46] значении $c = 0,02 \text{ МэВ}^{-1}$ близко к своему нижнему пределу ($c = 0$, затухание отсутствует), показанному на рис. 16, б штриховой кривой. Влияние параметра c на величину $K_{\text{виб}}$ в значительной мере определяется положением вибрационного уровня 2^+ . У Sn он лежит заметно выше ($\cong 1,2 \text{ МэВ}$), чем у Cd ($\cong 0,6 \text{ МэВ}$).

Разумеется, чтобы утвердиться в данной интерпретации, недостаточно таких оценок, как в [67], особенно при наличии экспериментальной зависимости $\rho(U, 0)$. С этой целью потребуется другой анализ ее, в котором придется отказаться от предположения об определенной, не зависящей от U деформации возбужденного ядра. Наоборот, при его распаде необходимо учесть вклад всех состояний с непрерывно меняющейся деформацией [72, 73], который будет изменяться с ростом U . При этом вследствие $K_{\text{рот}} = F_{\perp} t / \hbar^2$ будет подчеркиваться вклад более деформированных состояний, что приведет к более крутому росту «эффективной» плотности уровней в сравнении не только со сферическими ядрами, но и с фиксированной начальной деформацией и, как показывают оценки, к уменьшению \tilde{a} . Очевидно, что в этой ситуации не последняя роль будет принадлежать оболочечной структуре энергии деформации ядра.

2.2. Спектры нейтронов спонтанного деления ${}^{252}\text{Cf}$ и плотность ядерных уровней. В связи с поиском источников дефицитной информации о плотности возбужденных уровней ядер довольно часто обращаются к спектрам нейтронов, испущенных при делении осколками [74–78]. Здесь, как и при изучении многих других характеристик процесса деления, вне конкурен-

ции спонтанное деление ^{252}Cf . У спектров мгновенных нейтронов деления (МНД) имеется ряд важных преимуществ, которые в значительной мере избавляют от отмеченных выше трудностей и недостатков, присущих спектрам вторичных частиц в ядерных реакциях.

1. Доступность для анализа обширной экспериментальной информации, полученной в одном опыте для широкого набора массовых чисел A ($90 \leq A \leq 160$) и энергий возбуждения U ($0 \leq U \leq 40$ МэВ).

2. Значительное преобладание испарительного механизма эмиссии нейтронов устраняет неопределенности в анализе спектров МНД, связанные с необходимостью учета вклада неравновесных процессов.

3. Уникальность получаемой информации, так как нуклонный состав первичных осколков деления заметно смещен в нейтроноизбыточную область от долины β -стабильности. Отметим также, что интерес к анализу спектров МНД возрос после того, как окрепло мнение о малости вклада при спонтанном делении так называемых разделительных нейтронов, испускание которых связано с поздними стадиями эволюции делящегося ядра [79].

Цель работы [80], использующей последние и наиболее информативные данные о спектрах нейтронов из отдельных осколков спонтанного деления ^{252}Cf [77], состояла в испытании и тестировании феноменологического описания плотности уровней в рамках ОСМ. Эта задача, если не считать очень приближенную оценку коллективных и оболочечных эффектов в [76], поставлена в [80] впервые. В работах [75–78, 81] использовались более грубые модели плотности уровней и множественности испускания нейтронов.

Испарительные спектры нейтронов. Пусть энергия возбуждения E^* ядра A достаточна для испускания одного нейтрона, а эмиссия заряженных частиц подавлена кулоновским барьером, тогда в приближении малых угловых моментов модели испарения Вайскопфа [3] спектр нейтронов описывается соотношением

$$\Phi_1(E, E^*, \tilde{a}) = \frac{g_n k_n^2(E) \sigma_{cn}(E, U_1) \rho_n(U_1, \tilde{a}) dE}{\sum_{x=\gamma, n} \int_0^{E_{\text{макс}}^x} g_x k_x^2(E) \sigma_{cx}(E, U_1) \rho_x(U_1, \tilde{a}) dE}. \quad (40)$$

Здесь

$$g_x k_x^2(E) = \begin{cases} (2s_n + 1)(2m_n E)/\hbar^2 & \text{для нейтронов,} \\ 2(E/\hbar c)^2 & \text{для } \gamma\text{-квантов,} \end{cases}$$

где s_n, m_n — соответственно спин и масса нейтрона; E — энергия вылетающего нейтрона или γ -кванта; $\rho_x(U_1, \tilde{a})$ — плотность уровней остаточного

ядра, образовавшегося после эмиссии нейтрона (ядро $A - 1$) или γ -кванта (ядро A'), и

$$E_x^{\text{макс}} = \begin{cases} E^* - B_1 & \text{для нейтронов,} \\ E^* & \text{для } \gamma\text{-квантов.} \end{cases}$$

Энергия возбуждения E^* исходного ядра A и энергия U_1 остаточного ядра $A - 1$ связаны уравнением баланса $E^* = U_1 + E + B_1$ с энергией связи B_1 и кинетической энергией нейтрона E . Уравнение баланса для γ -квантов представляется в виде $E^* = U_1 + E$. Сечение обратной реакции $\sigma_{cx}(E, U_1)$ принимают равным сечению образования составного ядра $\sigma_{cx}(E, 0)$, которое для нейтронов рассчитывают по оптической модели. Для оценки $\sigma_{cx}(E, 0)$ в [80] использовались соотношения работы [82]. Сечение фотопоглощения вычислялось по модели гигантского дипольного резонанса [83], согласно которой

$$\sigma_{cx}(E, 0) = \frac{0,013A}{\Gamma_R} \frac{E^2 \Gamma_R^2}{(E^2 - E_R^2)^2 + E^2 \Gamma_R^2} \quad (6) \quad (41)$$

с параметрами гигантского резонанса $\Gamma_R = 5$ МэВ, $E_R = 80/A^{1/3}$ МэВ. В действительности конкуренция γ -квантов в интересующей нас области энергий вылетающих нейтронов $E = 0,12-12,0$ МэВ мала ($\Gamma_n \gg \Gamma_\gamma$) и ее в принципе можно не учитывать; γ -кванты испускаются преимущественно после окончания эмиссии нейтронов.

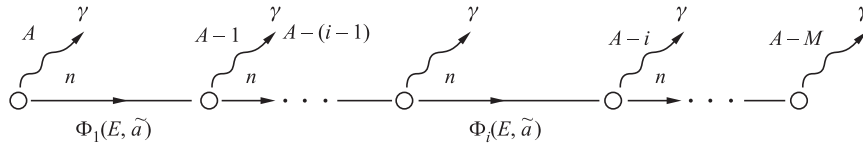


Рис. 18. Эмиссионная цепочка из M нейтронов

Если энергия возбуждения остаточного ядра достаточна для испускания следующего нейтрона, то соотношение (40) справедливо только для описания спектра первых нейтронов. Исходное возбужденное ядро A будет последовательно испускать тем большее число нейтронов $i = 1, 2, \dots, M$, чем выше его энергия возбуждения (как показано на рис. 18).

Для спектра i -х нейтронов $\Phi_i(E, \tilde{a})$ можно записать рекуррентное выражение

$$\Phi_i(E, \tilde{a}) dE = \left[\int_{E+B_1}^{U_{i-1}^{\text{макс}}} f_{i-1}(U_{i-1}) \Phi_1(E, U_{i-1} \tilde{a}) dU_{i-1} \right] dE. \quad (42)$$

Здесь $f_{i-1}(U_{i-1})$ — распределение энергии возбуждения для ядер $A - (i - 1)$, $U_{i-1} = U_i + E + B_i$, где B_i — энергия связи нейтрона в ядре $A - (i - 1)$, $U_i =$

$A - i$ — энергия возбуждения остаточного ядра $A - i$, $U_{i-1}^{\text{макс}} = E^* - \sum_{k=1}^{i-1} B_k$.
 Распределение $f_1(U_1)$ для ядер $A - 1$, учитывая, что $E = E^* - B_1 - U_1$, можно получить из соотношения (40):

$$\Phi_1(E, \tilde{a}) = \Phi_1(E^* - U_1 - B_1, \tilde{a}) = f_1(U_1),$$

а $f_i(U_i)$ для $i \geq 2$ следует из (42).

Полный спектр нейтронов для эмиссионной цепочки с максимальным энергетически возможным числом нейтронов M находится как сумма

$$N_M(E, \tilde{a})dE = \sum_{i=1}^M \Phi_i(E, \tilde{a})dE, \tag{43}$$

где распределения $\Phi_i(E, \tilde{a})$ определяются для $i = 1$ согласно (40), для $i \geq 2$ — согласно (42). Параметр \tilde{a} в (43) относится к остаточному ядру $A - 1$, образовавшемуся после излучения первого нейтрона, а для остальных ядер $A - i$ ($i \geq 2$) параметры $\tilde{a}(A - i)$ определялись как

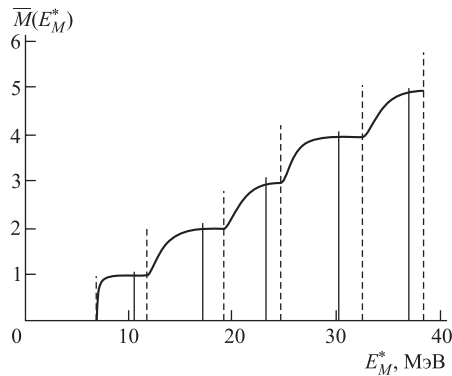
$$\tilde{a}(A - i) = \frac{A - i}{A - 1} \tilde{a}(A - 1).$$

Интеграл по спектру (43) дает среднюю нейтронную множественность

$$\bar{M}(E_M^*) = \int_0^{E_M^*} N_M(E, \tilde{a})dE \tag{44}$$

как функцию энергии возбуждения E_M^* , при которой реализуется эмиссионная цепочка из M нейтронов. Зависимость $\bar{M}(E_M^*)$ на рис. 19, рассчитанная

Рис. 19. Множественность нейтронов $\bar{M}(E_M^*)$ как функция энергии возбуждения E_M^* ядра с $A = 118$. Штриховыми вертикальными линиями показаны энергетические пороги $E_{\text{th}}^*(M)$ образования эмиссионных цепочек с максимальным числом нейтронов M от 1 до 6, а сплошными вертикальными линиями — средние энергии возбуждения $\langle E_M^* \rangle$ для эмиссии M нейтронов от 1 до 5 в порядке возрастания E_M^*



согласно (44) для ядра с массовым числом $A = 118$, представляет собой ступенчатую функцию со сглаженными краями ступенек.

Выбор $A = 118$ на рис. 19 сделан в интересах дальнейшего анализа. Именно у осколков спонтанного деления ^{252}Cf с таким массовым числом, в дальнейшем обозначенным A_k , высокий выход МНД, в связи с чем результаты расчетов для $A_k = 118$ широко использовались в данном анализе в качестве примеров. Значение $\bar{M}(E_M^*)$ изменяется от $M - 1$ до M при изменении

E_M^* от порога $E_{\text{th}}(M) = \sum_{i=1}^M B_i$ эмиссионной цепочки из M нейтронов до

следующего порога $E_{\text{th}}(M + 1) = \sum_{i=1}^{M+1} B_i$ эмиссионной цепочки из $M + 1$

нейтронов. На рис. 19 пороги показаны штриховыми линиями.

Экспериментальные спектры мгновенных нейтронов деления и соотношения для их анализа. Экспериментальная информация о спектрах МНД в с. п. м. для каждой отдельной массы A_k осколков спонтанного деления ^{252}Cf [77] в окончательном виде представлена матрицей чисел нейтронов $S(E_i, \text{TKE}_j, A_k)$, где $E_i = 0,25(i - 0,5)$ МэВ, $\text{TKE}_j = 2,1286(j - 0,5 + 49)$, $i, j = 1-64$, заключенных в интервалах кинетической энергии нейтронов от $E_i - \Delta E/2$ до $E_i + \Delta E/2$ ($\Delta E = 0,25$ МэВ) и полной кинетической энергии осколков от $\text{TKE}_j - \Delta \text{TKE}/2$ до $\text{TKE}_j + \Delta \text{TKE}/2$ ($\Delta \text{TKE} = 2,1286$ МэВ). Спектр МНД для разных диапазонов от TKE_m до TKE_n определяется суммой

$$N_{mn}(E_i, A_k) = \frac{1}{\Delta E} \sum_{j=m}^n S(E_i, \text{TKE}_j, A_k). \quad (45)$$

Экспериментальный выход нейтронов (представлен в качестве примера на рис. 20, а)

$$Y(\text{TKE}_j, A_k) = \sum_{i=1}^{64} S(E_i, \text{TKE}_j, A_k) \quad (46)$$

как функцию TKE_j для массы $A_k = 118$ можно описать гауссовским распределением, что вполне приемлемо для целей данного анализа (в действительности выход есть линейная комбинация гауссианов согласно зарядовому расщеплению данной массы A_k). Средняя множественность нейтронов деления $\bar{\nu}_i = \bar{\nu}(\text{TKE}_j, A_k)$ (рис. 20, в) в пределах экспериментальных погрешностей приближенно описывается линейной зависимостью. Распределение выхода нейтронов $Y(\bar{\nu}_j, A_k)$ в зависимости от средней нейтронной множественности $\bar{\nu}_j$, полученное заменой переменной TKE_j в (46) на экспериментальное значение $\bar{\nu}_j$ в соответствии с зависимостью на рис. 20, в, а также аппроксимация выхода функцией Гаусса $G(\bar{\nu}, \langle \bar{\nu} \rangle)$ показаны на рис. 20, б для $A_k = 118$.

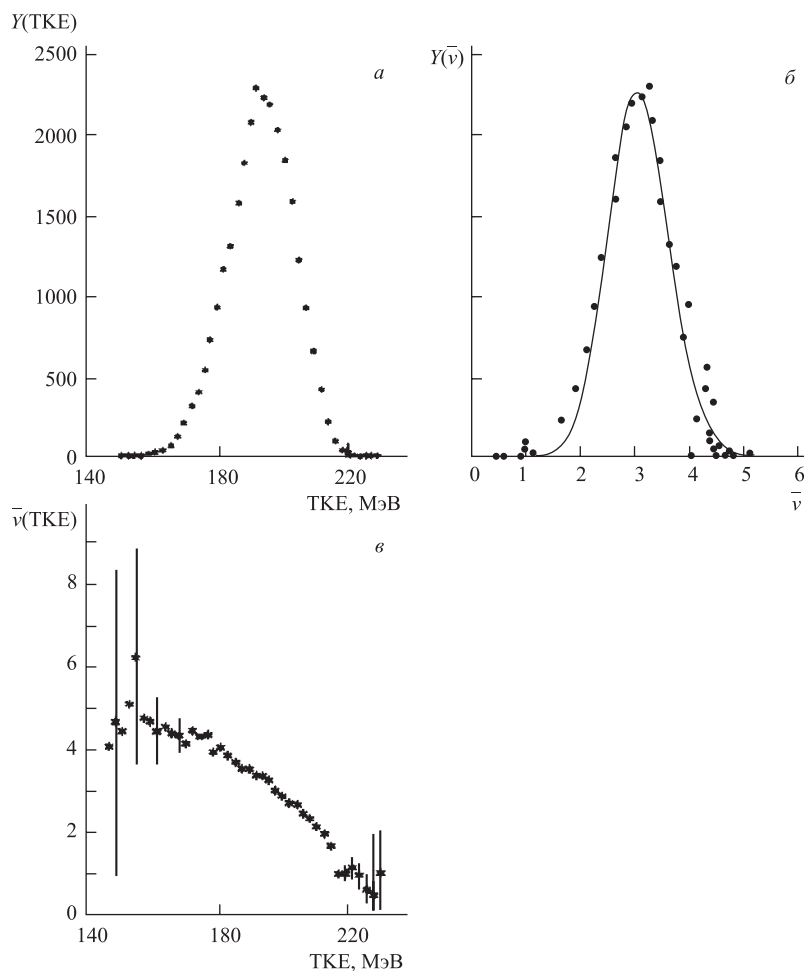


Рис. 20. Экспериментальные распределения нейтронов из осколков $A_k = 118$: а) выход МНД $Y(TKE)$ как функция полной кинетической энергии ТКЕ; б) выход МНД $Y(\bar{\nu})$ как функция множественности нейтронов $\bar{\nu}$ и его аппроксимация гауссианом $G(\bar{\nu}, \langle \bar{\nu} \rangle)$ (сплошная кривая); в) средняя множественность МНД $\bar{\nu}(TKE)$ в зависимости от ТКЕ

Спектру МНД со средней нейтронной множественностью $\bar{\nu}$ из осколков массы A_k , измеренному для значения ТКЕ, соответствует величина полной энергии возбуждения двух дополнительных осколков $E_{tot}^* = E^*(A_k) + E^*(A - A_k)$. Про энергию возбуждения $E^*(A_k)$ осколка A_k , знание которой требуется для теоретического описания спектра МНД, можно лишь сказать, что она изменяется в интервале $0 \leq E^*(A_k) \leq E_{tot}^*$ и на ее наиболее вероятное

значение указывает величина $\bar{\nu}(\text{TKE})$. Экспериментальная зависимость средней нейтронной множественности $\bar{\nu}(\text{TKE}_j)$ от полной кинетической энергии TKE_j , представленная на рис. 20, *в* для массы $A_k = 118$, показывает, что распределение энергии возбуждения для этих осколков дает возможность образовывать эмиссионные цепочки с максимальным числом нейтронов от $M = 1$ до $M \sim 5$, формирующие распределение $\bar{\nu}(\text{TKE}_j)$. Для каждого значения TKE_j можно указать две наиболее вероятные цепочки, дающие основной вклад в $\bar{\nu}(\text{TKE}_j)$. Например, для $\text{TKE}_j = 201,1$ МэВ цепочки с $M_1 = 2$ и $M_2 = 3$ дают преобладающий вклад в $\bar{\nu}_j = 2,71$, если предположить, что распределение энергии возбуждения для данного значения TKE_j имеет вид гауссиана. Реально наблюдаемая зависимость $\bar{\nu}(\text{TKE}, A_k)$ и распределение $\bar{M}(E_M^*, A_k)$ (рис. 19) связаны соотношением

$$\bar{\nu}(\text{TKE}, A_k) = \int_0^{E_{\text{tot}}^*} \bar{M}(E_M^*, A_k) \omega(E_M^*, \text{TKE}, A_k) dE_M^*, \quad (47)$$

где $\omega(E_M^*, \text{TKE}, A_k)$ — распределение энергии возбуждения E_M^* осколков с массовым числом A_k для данного значения TKE . Оно сглаживает ступенчатую зависимость на рис. 19 при переходе от \bar{M} к $\bar{\nu}$ (рис. 20, *в*). Отсутствие прямой информации о функции распределения ω в (47) вынуждает проводить статистический анализ спектров МНД по исследованию плотности уровней для средних величин энергий возбуждения.

В пределах каждой ступеньки (от $E_{\text{th}}^*(M)$ до $E_{\text{th}}^*(M+1)$) зависимости средней множественности нейтронов M от энергии возбуждения осколка E_M^* определим среднюю энергию возбуждения

$$\langle E_M^* \rangle = \sum_{i=1}^M \bar{B}_i + \frac{\bar{B}_{M+1}}{2} + \bar{E}, \quad (48)$$

где \bar{B}_i — энергии связи нейтронов, усредненные по распределению заряда осколков с заданной массой A_k [84]; \bar{E} — средняя кинетическая энергия нейтрона, испущенного из осколка; $\bar{E}_\gamma = \bar{B}_{M+1}/2$ — средняя энергия, уносимая γ -квантами из осколка. Величины средней множественности нейтронов M для средних значений энергий возбуждения $\langle E_M^* \rangle$, показанные на рис. 19 сплошными вертикальными линиями, с достаточной точностью можно принять равными соответствующим целым числам M .

Среднее число $\langle \bar{\nu} \rangle_{M M+1}$ по интервалу множественности нейтронов от $\bar{\nu}_1 = M$ до $\bar{\nu}_2 = M+1$ (рис. 20, *б*) можно записать в виде

$$\langle \bar{\nu} \rangle_{M M+1} = \int_M^{M+1} G(\bar{\nu}, \langle \bar{\nu} \rangle) \bar{\nu} d\bar{\nu} \Big/ \int_M^{M+1} G(\bar{\nu}, \langle \bar{\nu} \rangle) d\bar{\nu}. \quad (49)$$

Очевидно, что основной вклад в интервал средней нейтронной множественности $\bar{\nu}$ от M до $M + 1$ дают спектры нейтронов $N_M(E, \tilde{a})$ и $N_{M+1}(E, \tilde{a})$ с $\bar{M}(\langle E_M^* \rangle) \cong M$ и $\bar{M}(\langle E_{M+1}^* \rangle) \cong M + 1$. Тогда среднее число нейтронной множественности $\langle \bar{\nu} \rangle_{M M+1}$ можно представить комбинацией целых чисел M и $M + 1$:

$$\langle \bar{\nu} \rangle_{M M+1} = M p_M(M, M + 1) + (M + 1) p_{M+1}(M, M + 1), \quad (50a)$$

$$p_M(M, M + 1) + p_{M+1}(M, M + 1) = 1. \quad (50б)$$

Из соотношений (49) и (50a), (50б) определяются парциальные вклады $p_M(M, M+1)$ и $p_{M+1}(M, M+1)$ спектров нейтронов $N_M(E, \tilde{a})$ и $N_{M+1}(E, \tilde{a})$ эмиссионных цепочек с максимальным числом нейтронов M и $M+1$. Спектр МНД и выход нейтронов, соответствующие интервалу $\bar{\nu}$ от M до $M + 1$, записываются как

$$N_{M M+1}(E, \tilde{a}) = C_{M M+1} [p_M(M, M + 1) N_M(E, \tilde{a}) + p_{M+1}(M, M + 1) N_{M+1}(E, \tilde{a})], \quad (51a)$$

$$Y_{M M+1} = \int N_{M M+1}(E, \tilde{a}) dE = C_{M M+1} \langle \bar{\nu} \rangle_{M M+1}, \quad (51б)$$

где $C_{M M+1}$ — число возбужденных ядер-осколков A_k , ответственных за спектр нейтронов в интервале $\bar{\nu}$ от M до $M + 1$. Соотношения, аналогичные (50a), (51a), (51б), но только для полного спектра МНД из всех осколков массы A_k , имеют вид

$$\langle \bar{\nu} \rangle = \sum_M M \tilde{P}_M, \quad (52a)$$

$$N_{\text{tot}}(E, \tilde{a}) = C \sum_M \tilde{P}_M N_M(E, \tilde{a}), \quad (52б)$$

$$Y = C \langle \bar{\nu} \rangle = \int N_{\text{tot}}(E, \tilde{a}) dE, \quad (52в)$$

где $\langle \bar{\nu} \rangle$ — средняя нейтронная множественность из осколков с массовым числом A_k (средняя множественность по всему распределению $G(\bar{\nu}, \langle \bar{\nu} \rangle)$); C — полное число ядер-осколков с массовым числом A_k ; \tilde{P}_M — парциальный вклад спектра нейтронов $N_M(E, \tilde{a})$ эмиссионной цепочки с максимальным числом нейтронов M в полный спектр. Запишем очевидное равенство

$$\frac{Y}{\langle \bar{\nu} \rangle} \sum_M M \tilde{P}_M = \sum_M \frac{Y_{M M+1}}{\langle \bar{\nu} \rangle_{M M+1}} [M p_M(M, M + 1) + (M + 1) p_{M+1}(M, M + 1)]. \quad (53)$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых значениях M , получаем выражение для определения парциальных вкладов \tilde{P}_M :

$$\tilde{P}_M = \frac{\langle \bar{\nu} \rangle}{Y} \left[\frac{Y_{M-1 M}}{\langle \bar{\nu} \rangle_{M-1 M}} p_M(M - 1, M) + \frac{Y_{M M+1}}{\langle \bar{\nu} \rangle_{M M+1}} p_M(M, M + 1) \right]. \quad (54)$$

Значения $\langle \bar{\nu} \rangle$, Y , $\langle \bar{\nu} \rangle_{M M+1}$, $Y_{M M+1}$ полностью определяются распределением выхода нейтронов $Y(\bar{\nu}_j, A_k)$ в зависимости от величины средней множественности $\bar{\nu}_j$ (см. рис. 20, б). Соотношениям (51а) и (52б) соответствуют экспериментальные спектры МНД $N_{M M+1}^{\text{exp}}(E_i, A_k)$ (45) и $N_{\text{tot}}^{\text{exp}}(E_i, A_k) = \sum_M N_{M M+1}^{\text{exp}}(E_i, A_k)$. При подгонке выражений (51а) и (52б) к экспериментальным спектрам МНД $N_{M M+1}^{\text{exp}}(E_i, A_k)$ и $N_{\text{tot}}^{\text{exp}}(E_i, A_k)$ с помощью поисковой процедуры минимизации квадратичной суммы χ^2 определялись асимптотические значения параметра плотности уровней \tilde{a} и соответствующие коэффициенты $C_{M M+1}$ и C .

Результаты анализа. Примеры описания экспериментальных спектров МНД $N_{23}^{\text{exp}}(E_i, 118)$, $N_{34}^{\text{exp}}(E_i, 118)$ с помощью соотношения (51а) и полного спектра МНД $N_{\text{tot}}^{\text{exp}}(E_i, 118)$ выражением (52б) приведены для массового числа 118 на рис. 21. Наилучшее описание спектров достигается при $\tilde{a}_{23} = 9,8 \text{ МэВ}^{-1}$, $\tilde{a}_{34} = 10,5 \text{ МэВ}^{-1}$, $\tilde{a}_{\text{tot}} = 10,0 \text{ МэВ}^{-1}$ соответственно для N_{23}^{exp} , N_{34}^{exp} и $N_{\text{tot}}^{\text{exp}}$. Приведенные величины получены в предположении, что ядро $A_k = 118$ является деформированным (обоснование см. ниже на рис. 22, а, б). Значения группируются в пределах 4%-го отклонения от среднего значения $\langle \tilde{a} \rangle = 10,1 \text{ МэВ}^{-1}$. На рис. 21 также показаны вклады спектров эмиссионных цепочек с максимальным числом нейтронов M : $\tilde{N}_2 = C_{23} p_2(2, 3) N_2(E, \tilde{a}_{23})$ и $\tilde{N}_3 = C_{23} p_3(2, 3) N_3(E, \tilde{a}_{23})$ — первый и второй члены в (51а) для спектра $N_{23}(E, \tilde{a}_{23})$, соответствующего интервалу $\bar{\nu}$ от 2 до 3; $\tilde{N}_3 = C_{34} p_3(3, 4) N_3(E, \tilde{a}_{34})$ и $\tilde{N}_4 = C_{34} p_3(3, 4) N_4(E, \tilde{a}_{34})$ — первый и второй члены в (51а) для спектра $N_{34}(E, \tilde{a}_{34})$, соответствующего интервалу $\bar{\nu}$ от 3 до 4; $\tilde{N}_M = C \tilde{P}_M N_M(E, \tilde{a}_{\text{tot}})$ ($M = 2-5$) — вклады спектров в полный спектр $N_{\text{tot}}(E, \tilde{a}_{\text{tot}})$, соответствующий интервалу $\bar{\nu}$ от 2 до 5 (см. (52б)). Основной вклад в $N_{\text{tot}}(E, \tilde{a}_{\text{tot}})$ дают \tilde{N}_3 - и \tilde{N}_4 -спектры (рис. 21, в). Вклад спектра эмиссионной цепочки из одного нейтрона \tilde{N}_1 , который меньше вклада спектра \tilde{N}_5 , не учитывался. Экспериментальные спектры N_{12}^{exp} и N_{45}^{exp} не анализировались из-за малой статистики счета, что соответствует крыльям распределения множественности на рис. 20, б. На рис. 21, г отдельно показан спектр \tilde{N}_5 эмиссионной цепочки с максимальным числом нейтронов $M = 5$ и его составляющие компоненты: от спектра первого нейтрона Φ_1 до спектра пятого нейтрона Φ_5 (см. (43)).

Определение асимптотического параметра плотности уровней \tilde{a} . Подгонка соотношений (51а), (52б) к экспериментальным спектрам МНД осуществлялась в двух предположениях:

- 1) все осколки считались деформированными, $\nu = 1$ в (23) для $\rho(U, 0)$,
- 2) все осколки считались сферическими, $\nu = 2$ в (23) для $\rho(U, 0)$.

Оболочечная поправка $\delta W(Z, A)$, необходимая для определения энергетической зависимости $a(U)$ (7), вычислялась для соответствующих осколков

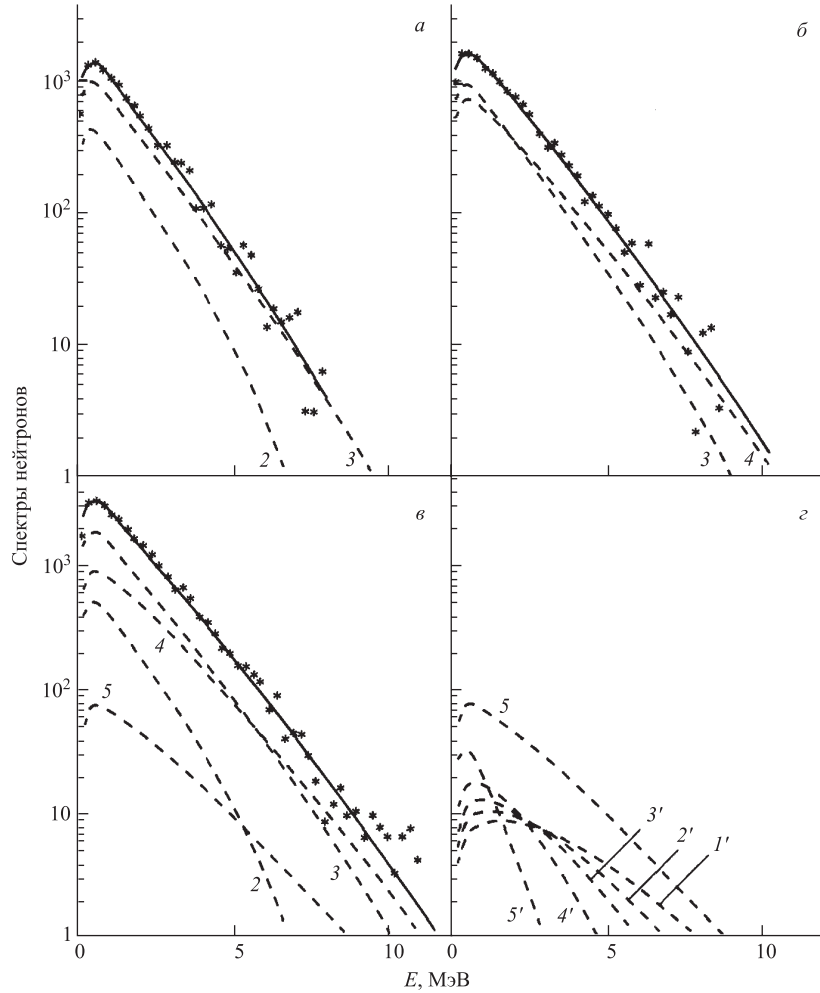


Рис. 21. Спектры МНД из осколков $A_k = 118$: а) спектр МНД $N_{23}^{\text{exp}}(E_i, 118)$ (*), соответствующий интервалу $\bar{\nu}$ от 2 до 3: сплошная кривая — результат описания экспериментальных данных (51а), штриховые кривые 2 и 3 — вклады спектров \tilde{N}_2 и \tilde{N}_3 эмиссионных цепочек с максимальным числом нейтронов 2 и 3; б) то же, что и на рис. а, но для интервала $\bar{\nu}$ от 3 до 4; в) полный спектр МНД $N_{\text{tot}}^{\text{exp}}(E_i, 118)$ (*): сплошная кривая — результат описания экспериментальных данных (52б), штриховые кривые 2–5 — соответственно вклады спектров $\tilde{N}_2, \tilde{N}_3, \tilde{N}_4$ и \tilde{N}_5 эмиссионных цепочек с максимальным числом нейтронов от 2 до 5; г) спектр \tilde{N}_5 тот же, что и на рис. в (штриховая кривая 5), штриховые кривые 1'–5' — компоненты спектра \tilde{N}_5 от спектра первого нейтрона $\tilde{\Phi}_1(E)$ до пятого $\tilde{\Phi}_5(E)$ (см. (43))

спонтанного деления ^{252}Cf согласно [17]. Поведение δW в зависимости от массового числа осколков показано на рис. 22, в. Полученные значения $\tilde{a}_{\text{мнд}}$

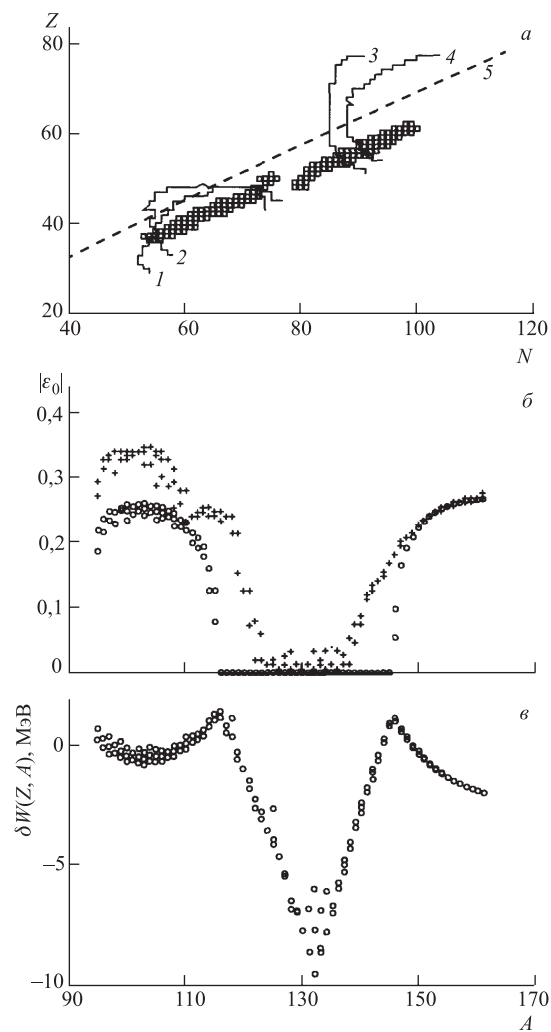


Рис. 22. а) Карта равновесной деформации $|\varepsilon_0| = f(N, Z)$ согласно [86]; область между кривыми 1 и 2; 3 и 4 соответствует деформациям $0,1 \leq |\varepsilon_0| \leq 0,2$, области внутри кривых 2 и 4 соответствуют деформациям $|\varepsilon_0| > 0,2$; \square — область осколков спонтанного деления ^{252}Cf ; 5 — линия β -стабильности; б) равновесная деформация $|\varepsilon_0| = f(A)$ как функция массового числа осколков A , \circ — [17]; $+$ — [86]; в) оболочечная поправка согласно [17]. Несколько точек для фиксированного значения A соответствуют разным значениям Z

из анализа спектров МНД для $\nu = 1$ и $\nu = 2$ в (23) в зависимости от A вместе с зависимостью (10) при $\alpha_S = 0$, т. е.

$$\tilde{a} = \alpha_V A, \tag{55}$$

для трех теоретических оценок $\alpha_V = \alpha_{\text{квазикл}} = 0,073 \text{ МэВ}^{-1}$, $\alpha_{\text{ВС}} = 0,090 \text{ МэВ}^{-1}$ и $\alpha_{\text{Н}} = 0,105 \text{ МэВ}^{-1}$ представлены на рис. 23, а. Основная масса экспериментальных точек располагается в пределах теоретических оценок. На вопрос, какие ядра следует отнести к деформированным, а какие к сферическим в исследуемой нами области значений A , можно ответить на основании результатов расчетов [17, 85, 86] равновесной деформации ядер ϵ_0 ,

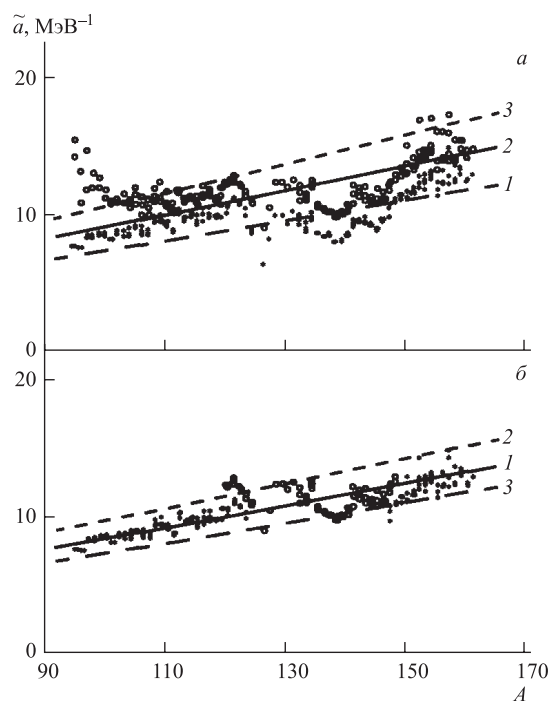


Рис. 23. Асимптотический параметр плотности уровней $\tilde{a}(A)$. а) Значения $\tilde{a}_{\text{МНД}}$, полученные из спектров МНД. \circ — при анализе спектров МНД все осколки считались сферическими; $*$ — деформированными; 1 — $\tilde{a} = 0,073 A$; 2 — $\tilde{a} = 0,090 A$; 3 — $\tilde{a} = 0,105 A$. б) Зависимость параметра $\tilde{a}_{\text{МНД}}(A)$, реконструированная из рис. 23, а согласно классификации ядер-осколков по деформациям основного состояния (см. рис. 22, а, б): 1 — результат подгонки (10) ($\alpha_V = 0,073 \text{ МэВ}^{-1}$, $\alpha_S = 0,050 \text{ МэВ}^{-1}$) к экспериментальным точкам ($*$, \circ); 2 — систематика [4] ($\alpha_V = 0,073 \text{ МэВ}^{-1}$, $\alpha_S = 0,115 \text{ МэВ}^{-1}$); 3 — квазиклассическая оценка (11) ($\alpha_V = 0,073 \text{ МэВ}^{-1}$, $\alpha_S = 0$)

представленной на рис. 22, а, б. На рис. 22, а дана карта равновесной деформации ядер-осколков $|\varepsilon_0| = f(N, Z)$ согласно результатам [85, 86]. На этом рисунке также показаны область, соответствующая ядрам-осколкам для спонтанного деления ^{252}Cf , и линия β -стабильности $N - Z = 0,4A^2/(A + 200)$. На рис. 22, б показана деформация $|\varepsilon_0| = f(A)$ для тех же ядер-осколков. Изучая рис. 22, а, б, можно выделить три характерные области ядер: две области $95 \leq A \leq 120$ и $A \geq 140$, где ядра деформированные, и область в окрестности дважды магического ядра с $Z = 50$, $N = 82$, где ядра сферические. Феноменологическая модель [17] и более последовательный микроскопический-макроскопический метод Струтинского [8], применяемый в [85, 86], дают несколько отличающиеся зависимости $|\varepsilon_0(A)|$, по-разному очерчивающие указанные области: с резкими границами (см. [17]) и более размытыми (см. [85, 86]). В принципиальном аспекте (относительно существования трех характерных областей ядер-осколков) оба предсказания одинаковы. Экспериментально наблюдаемые ротационные полосы для масс осколков спонтанного деления ^{248}Cm в окрестности ядра с массовым числом 100 [87] дают наиболее прямое подтверждение теоретических предсказаний [17, 85, 86] о деформированности нейтроноизбыточных ядер в этой области масс. Принимая во внимание результаты расчетов [17, 85, 86] равновесной деформации $|\varepsilon_0(A)|$ на рис. 22, а, б и учитывая размытость границ при переходе от сферических ядер к деформированным, представим зависимость $\tilde{a}_{\text{МНД}}(A)$, как показано на рис. 23, б, в виде трех «отрезков» зависимости $\tilde{a}(A)$, взятых из рис. 23, а, соответственно рассмотренной классификации ядер по деформации основных состояний. Такое представление имеет определенный недостаток, связанный с дискретностью адиабатического описания $K_{\text{рот}}(U)$ согласно (20а), (20б). От него, в принципе, можно избавиться, если учесть зависящее от деформации затухание ротационной моды (см., например, [88]).

A-зависимость асимптотического параметра плотности уровней \tilde{a} . Описание по методу наименьших квадратов полученных согласно (55) и показанных на рис. 23, б значений $\tilde{a}(A)$ приводит к значению $\tilde{a}_{\text{МНД}}^{\text{ОСМ}} = 0,082 \text{ МэВ}^{-1}$, которое хорошо согласуется с двумя другими независимыми определениями этой величины. Первая, приведенная выше, следует из систематики плотности нейтронных резонансов $\tilde{a}_{\text{ПНР}}^{\text{ОСМ}} = 0,093 \text{ МэВ}^{-1}$ [4], вторая была получена из анализа энергетической зависимости вероятности деления сферических ядер (ДСЯ) в районе Pb (см. ниже), который дал среднее значение $\alpha_{\text{ДСЯ}}^{\text{ОСМ}} = 0,086 \text{ МэВ}^{-1}$ [89]. Все три экспериментальных значения $\alpha_i^{\text{ОСМ}}$ близки к теоретическому значению $\alpha_{\text{ВС}} = 0,090 \text{ МэВ}^{-1}$ для реалистического потенциала Вудса–Саксона.

Выше рассматривалась простейшая параметризация (55) для A -зависимости асимптотического параметра плотности уровней \tilde{a} . Учет конечных размеров ядра приводит к более сложной зависимости (см. [12]), в которой обычно

удерживаются объемный ($\sim A$) и поверхностный ($\sim A^{2/3}$) члены (10). Из анализа тех же экспериментальных данных, например плотности нейтронных резонансов или спектров МНД, трудно надежно определить оба параметра α_V и α_S . В сравнении с определением параметра α в (55) эта задача намного сложнее, так как различие в A -зависимости слагаемых (10) невелико ($\sim A^{1/3}$). Для этого потребовались бы экспериментальные данные в широкой области A и с высокой точностью. Даже данные о ПНР не вполне удовлетворяют этим требованиям [24]. Чтобы уменьшить неопределенность анализа в (10), фиксировалась величина $\alpha_V = \alpha_{\text{квазикл}} = 0,073 \text{ МэВ}^{-1}$, что привело в систематике [4] к значению $\alpha_S = 0,115 \text{ МэВ}^{-1}$ (кривая 2 на рис. 23, б), близкому к теоретической оценке $\alpha_S = 0,095 \text{ МэВ}^{-1}$ [15]. Однако это соответствие, как показано в [24], едва ли обеспечено реальной точностью анализа. Поэтому полученное в работе [80] значение $\alpha_S = 0,050 \text{ МэВ}^{-1}$ при $\alpha_V = 0,073 \text{ МэВ}^{-1}$ (сплошная линия на рис. 23, б) следует рассматривать не как расхождение с [4], а, скорее, как свидетельство трудностей исследования зависимости (10).

Таким образом, экспериментальная зависимость параметра $\tilde{a}_{\text{МНД}}(A)$ находится в разумном соответствии с результатами теоретических расчетов равновесной деформации ε_0 , которые показывают, что существуют две области деформированных ядер и между ними — область сферических ядер для исследуемых массовых чисел осколков деления.

Три независимых источника информации об \tilde{a} -парамetre: значение $\tilde{a}_{\text{МНД}}(A)$ — из анализа спектров МНД в рамках ОСМ, значение $\tilde{a}_{\text{ПНР}}(A)$, полученное из подгонки соотношений ОСМ для плотности уровней к экспериментальным данным плотности нейтронных резонансов, и значение $\tilde{a}_{\text{ДСЯ}}(A)$ — из анализа энергетической зависимости вероятности деления сферических ядер в районе Рb — согласуются с теоретическими оценками величины параметра \tilde{a} . Это согласие показывает, что все основные представления о структуре возбужденных состояний ядер достаточно полно отражены в феноменологическом варианте ОСМ плотности ядерных уровней.

Для дальнейшего развития систематики ОСМ несомненную ценность представляло бы включение в анализ затухания ротационных мод и расширение экспериментальной информации о спектрах МНД в сторону меньших значений A от $A \sim 95$ и в сторону больших значений A от $A \sim 160$. В области легких ядер-осколков перспективны измерения на тепловых нейтронах, например, для ядра-мишени ^{235}U .

2.3. Об одной возможности определения асимптотического параметра плотности уровней. В работе [89] обращается внимание на то, что при определенных условиях описание вероятности деления обладает достаточно высокой чувствительностью к параметру \tilde{a} , и эта возможность используется для его «экспериментальной» оценки. На рис. 24 продемонстрировано влияние основных параметров $\alpha = \tilde{a}/A$ и $\delta = \Delta_0 \sqrt{A}$ на плотность уровней $\rho(U, 0)$ для гипотетического деформированного четно-четного ядра с $A = 200$,

$\delta W = 0$ и параллельным моментом инерции, равным половине сферического. На рис. 24, *a* показана энергетическая зависимость плотности уровней $\rho(U, 0)$, на рис. 24, *б* — ее чувствительности к изменению указанных параметров, представленные в виде производных $\xi_\rho^\alpha = \partial \ln \rho / \partial \alpha$ и $\xi_\rho^\delta = \partial \ln \rho / \partial \delta$. Из рис. 24 следует, что эффект, связанный с существованием фазового перехода и незаметный непосредственно в плотности уровней, отчетливо проявляется в чувствительностях ξ_ρ^α и ξ_ρ^δ . Первая — положительна и монотонно увеличивается с энергией возбуждения, вторая — отрицательна (на рис. 24 дан $|\xi_\rho^\delta|$) и имеет максимум при $U \cong U_c$. Отметим, что в критической точке чувствительность ξ_ρ^α испытывает скачок, в результате чего $\xi_\rho^\alpha(U < U_c) < \xi_\rho^\alpha(U > U_c)$, причем неравенство быстро усиливается при увеличении $|U - U_c|$, что отмечалось также в [7].

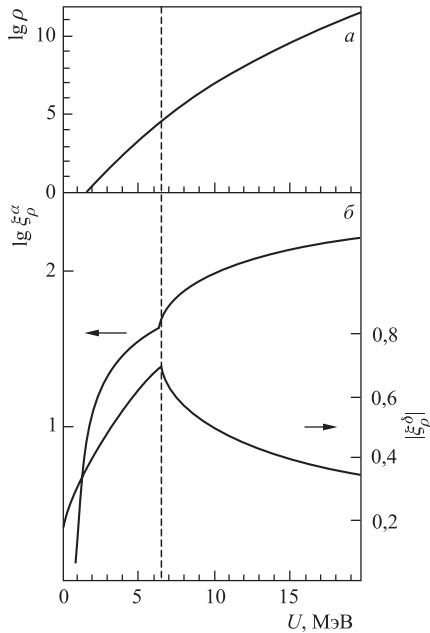


Рис. 24. Энергетические зависимости *a*) плотности уровней $\rho(U, 0)$ (МэВ⁻¹) и *б*) ее логарифмических производных по параметрам $\alpha = a/A$ (МэВ⁻¹) и $\delta = \Delta_0 \sqrt{A}$ (МэВ) — чувствительностей $\xi_\rho^\alpha(U)$ (МэВ) и $\xi_\rho^\delta(U)$ (МэВ⁻¹) (см. текст). Штриховая линия соответствует критической энергии фазового перехода U_c . Здесь и на рис. 25 стрелки указывают оси для считывания значений с кривых

Знание характеристик ξ_ρ^i ($i = \alpha$ и δ) важно для оценки чувствительности наблюдаемых сечений деления $\sigma_f(E^*)$ к рассматриваемым параметрам. С этой целью исследуется более удобная, чем $\sigma_f(E^*)$, безразмерная величина — делимость ядра

$$P_f(E^*) = \frac{\sigma_f(E^*)}{\sigma_c(E^*)} = \left\langle \frac{\Gamma_f^J(E^*)}{\Gamma_t^J(E^*)} \right\rangle \cong [1 + \Gamma_n^0(E^*)/\Gamma_f^0(E^*)]^{-1}, \quad (56)$$

где E^* и $\sigma_c(E^*)$ — соответственно энергия возбуждения и сечение образования составного ядра; $\Gamma_f^J(E^*)$ и $\Gamma_t^J(E^*)$ — средние делительная и полная ширины его распада, угловые скобки обозначают усреднение по J . В приближенной части соотношения (56) пренебрегли всеми ширинами, кроме

делительной и нейтронной (т.е. $\Gamma_t^J \approx \Gamma_f^J + \Gamma_n^J$), а также зависимостью их отношения от углового момента, что равносильно предположению $J = 0$ (подробнее см. в [90, 91]). В этом случае отношение средних нейтронной и делительной ширин, полностью определяющее $P_f(E^*)$, можно представить таким образом:

$$\begin{aligned} \gamma(E^*) &= \frac{\Gamma_n^0(E^*)}{\Gamma_f^0(E^*)} = \frac{2A^{2/3}}{\kappa} \frac{\int_0^{E^* - B_n} (E^* - B_n - U)\rho_n(U, 0)dU}{\int_0^{E^* - E_f} T_f(U)\rho_f(U, 0)dU} \cong \\ &\cong \frac{2A^{2/3}\bar{E}}{\kappa} \frac{\rho_n(E^* - B_n, 0)}{\rho_f(E^* - E_f, 0)} \infty \frac{K_{\text{рот},n}(E^* - B_n)\rho_{\text{вн}}(E^* - B_n, 0)}{K_{\text{рот},f}(E^* - E_f)\rho_{\text{вн}}(E^* - E_f, 0)}, \quad (57) \end{aligned}$$

где $\rho_f(U, 0)$ и $\rho_n(U, 0)$ — соответственно плотности уровней делящегося ядра в переходном состоянии (седловой точке) и остаточного ядра после эмиссии нейтрона с энергией $E = E^* - B_n - U$; E_f и $T_f(U)$ — высота и проницаемость барьера деления, $\kappa = \hbar^2/2\mu_0 r_0^2$, а в приближенном равенстве отношения интегралов $\int_0^{U_i^{\text{max}}} \rho(U)dU$ от экспоненциально возрастающих с U подынтегральных функций заменено отношением их значений для верхних пределов $\rho_i(U_i^{\text{max}}, 0)$.

При анализе конкретных экспериментальных данных $\sigma_f(E^*)$ или $P_f(E^*)$ обычно интересуются чувствительностью к разнице или отношению параметров \tilde{a}_f и \tilde{a}_n , Δ_0^f и Δ_0^n и других в предположении, что о $\rho_n(U, J)$ все известно (см. например, [90–93]).

Вопрос, на который хотели получить ответ в [89], ранее не исследовался: какова чувствительность отношения γ к абсолютным величинам \tilde{a} и Δ_0 , т.е. при условии $\tilde{a}_f/\tilde{a}_n = \Delta_0^f/\Delta_0^n = 1$. Ради удобства предположим, что $\rho_f(U, 0) = \rho_n(U, 0) = \rho(U, 0)$, и проведем расчет $\gamma(E^*)$, $\partial \ln \gamma / \partial \alpha$ и $\partial \ln \gamma / \partial \delta$ для рассматривавшегося выше гипотетического ядра. В дальнейшем рассматривается интервал $\Delta E^* = E^* - E_f \sim U_c \cong 6$ МэВ, соответствующий в тяжелых ядрах области первого плато $P_f(E^*)$. Поэтому зафиксируем энергию возбуждения над порогом деления на середине этого интервала, т.е. примем $\Delta E^* = 3$ МэВ. Тогда в соответствии со сделанными предположениями получим

$$\begin{aligned} \xi_\gamma^\alpha &= \frac{\partial \ln \gamma(E^*)}{\partial \alpha} = \xi_\rho^\alpha(\Delta E^* + E_f - B_n) - \xi_\rho^\alpha(\Delta E^*), \\ \xi_\gamma^\delta &= \frac{\partial \ln \gamma(E^*)}{\partial \delta} = \xi_\rho^\delta(\Delta E^* + E_f - B_n) - \xi_\rho^\delta(\Delta E^*). \end{aligned} \quad (58)$$

Результаты оценки $\xi_\gamma^i(E^*)$ ($i = \alpha$ или δ) в соответствии с (58) представлены на рис. 25 в зависимости от разности $E_f - B_n$. Отметим, что в левой части нижней кривой $\xi_\gamma^\delta(E^*) < 0$. Из приведенных на рис. 25 кривых следует, что описание $\gamma(E^*)$ (а тем более $P_f(E^*)$, поскольку $\xi_\rho^i = -(1 - P_f)\xi_\gamma^i$ для трансактинидных ядер ($E_f \cong B_n$, $P_f \leq 1$)), практически нечувствительно к абсолютным величинам \tilde{a} и Δ_0^1 . Чувствительность ξ_γ^α быстро растет с увеличением $E_f - B_n$, т. е. с уменьшением Z делящегося ядра (при этом $P_f \rightarrow \gamma^{-1}$, $|\xi_\rho^i| \rightarrow |\xi_\gamma^i|$). Отсюда можно заключить, что доактинидные ядра являются наиболее подходящими для оценки параметра \tilde{a} , но, подчеркиваем еще раз, не для оценки отношения или разницы параметров в делительном и нейтронном каналах.

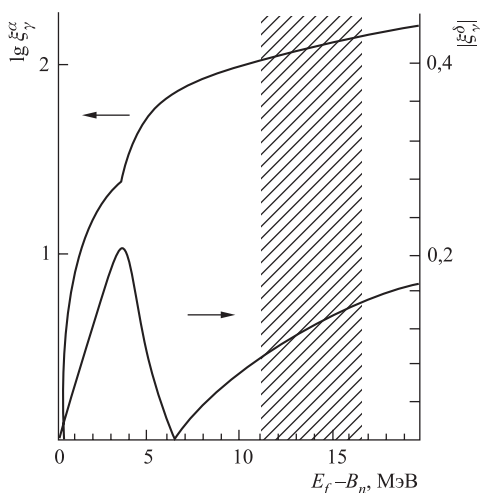


Рис. 25. Чувствительности ξ_γ^α (МэВ) и ξ_γ^δ (МэВ $^{-1}$) отношения $\gamma = \Gamma_n/\Gamma_f$ средних нейтронной и делительной ширин к изменению параметров α и δ как функции разности порогов деления и эмиссии нейтрона $E_f - B_n$. Заштрихована область исследуемых ядер (см. текст)

Анализ делимости ядер в районе свинца. Наиболее удобны для такого анализа ядра в районе свинца — от ^{201}Tl до ^{213}At (соответствующий им интервал $E_f - B_n$ на рис. 25 заштрихован), для которых измерения сечений деления выполнены до порога деления [36]. Это позволяет в сравнении с более легкими ядрами значительно надежнее зафиксировать в анализе величину E_f , наиболее сильно влияющую на описание делимости и его параметры. Последнее обстоятельство при анализе конкретных ядер очень существенно, так как параметры E_f и \tilde{a} сильно коррелированы, и тем больше, чем менее протяжен и более далек от порога исследуемый участок энергий возбуждения [31, 32, 36, 94]. Далее, ядра в районе Pb в равновесном состоянии сферические, для которых $K_{\text{рот}}^n = 1$, что избавляет анализ от неопределенности, возникающей в общем случае при описании энергетической зависимости этого коэффициента. Так, в случае деформированных ядер в силу большой разницы $E_f - B_n \cong 15$ МэВ возник бы вопрос о применимости адиабатического

приближения $K_{\text{рот}}^n = \sigma_{\perp n}^2$ для нейтронного канала, который не получил пока удовлетворительного решения [36, 95]. По той же причине ограничивается в работе [89] область рассматриваемых энергий возбуждения по делительному каналу $E^* - E_f \leq 10$ МэВ. Анализ делимости указанных ядер в реакциях с заряженными частицами в рамках ОСМ был выполнен в [36, 90, 91]. Он показал, что с параметрами $\alpha_{\text{ОСМ}} = 0,093 \text{ МэВ}^{-1}$, $\delta_n = 12 \text{ МэВ}$, $\delta_f = 14 \text{ МэВ}$ может быть получено удовлетворительное глобальное описание $P_f(E^*, Z, A)$ в широкой области ядер и энергий возбуждения. В работе [89] на ограниченном, но самом благоприятном экспериментальном материале применили математически более строгую процедуру его обработки и реализовали ее так, чтобы извлекалась информация о наиболее интересных параметрах и можно было бы оценить влияние на них других параметров и упрощающих предпосылок. При описании $P_f(E^*)$ использованы соотношения предыдущих работ [36, 90, 91], а подгонку соответствующего функционала под экспериментальные данные и поиск параметров производили с помощью программы FUMILI [96].

Выбор остановился на трех свободных параметрах: \tilde{a}_n , E_f и Δ_0^f . В основной части расчетов для всей совокупности ядер, результаты которых приводятся в табл. 7, применялись следующие предположения о прочих параметрах описания $P_f(E^*)$: $\tilde{a}_f/\tilde{a}_n = 1,03$ [36], Δ_0^n вычислялось согласно (27) и значениям Δ_{0Z} и Δ_{0N} [26], для $K_{\text{виб}}(U)$ использовалась жидкокапельная оценка (21), для δW_n брались значения из [17], $\delta W_f = 0$, параметр кривизны барьера $\hbar\omega$, определяющий $T_f(U)$ в (57), принимался равным 1 МэВ.

Для сравнения укажем, что в прежнем анализе [36, 90, 91] принимали $\Delta_0^n = 12A^{-1/2} \text{ МэВ}$ и $K_{\text{виб}} = 1$, остальные предположения были те же. Для отдельных ядер изменяли исходные предпосылки, и результаты таких вариаций приведены в табл. 8 в виде относительного отклонения параметров от своих значений из табл. 7. Статистические погрешности параметров в

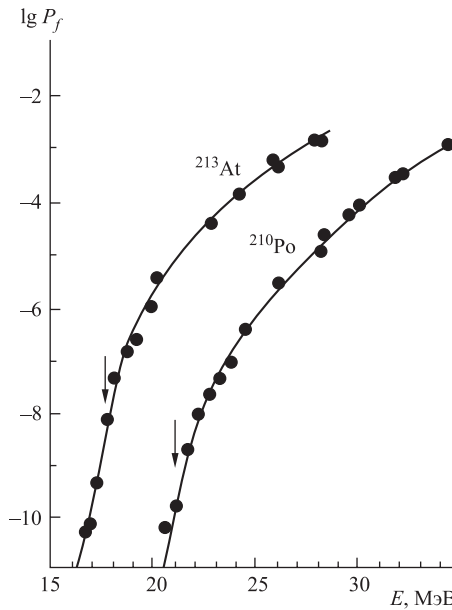


Рис. 26. Примеры описания делимости ядер. Стрелки указывают положения порогов деления E_f

FUMPLI намного меньше их разброса от ядра к ядру в табл. 7 и вариаций в табл. 8, поэтому они не приводятся. На рис. 26 приведены примеры описания экспериментальных данных.

Таблица 7. Параметры описания делимости ядер

Делящееся ядро	α , МэВ ⁻¹	δ_f , МэВ	E_f , МэВ	
			[89]	[36]
²¹³ At	0,078	13,9	17,8	17,3
²¹² Po	0,077	17,6	19,3	19,6
²¹⁰ Po	0,083	15,6	21,1	21,2
²⁰⁸ Po	0,077	14,9	20,7	19,9
²⁰⁹ Bi	0,093	14,3	23,8	24,3
²⁰⁷ Bi	0,105	13,3	22,1	22,8
²⁰¹ Tl	0,087	13,9	23,2	23,1

Таблица 8. Влияние исходных предположений на параметры ядер

Делящееся ядро	Предположение	Относительные изменения, %		
		α	δ_f	E_f
²¹⁰ Po	А. Исключение из анализа околопорогового участка шириной $\sim 2\Delta_0^f$	29	-11	1
²⁰⁷ Bi		-14	-10	2
²⁰¹ Tl		-11	11	2
²¹⁰ Po	Б. $K_{\text{кол}} = 1$	11	-2	0
²¹⁰ Po	В. $\Delta_0^n = 12A^{-1/2}$ МэВ	6	0	0
²¹⁰ Po	Г. $\delta W_f = 0,5$ МэВ	-1	2	0

Примечание. Ноль означает, что эффект < 0,5 %.

Из результатов анализа, представленных в табл. 7 и 8, можно заключить следующее.

1. Среднее для совокупности значение $\alpha = (0,086 \pm 0,009)$ МэВ⁻¹ в пределах средних отклонений согласуется со значением $\alpha_{\text{ОСМ}} = 0,093$ МэВ⁻¹ [4], полученным из плотности нейтронных резонансов, и с асимптотическим значением $\tilde{a} = 0,090 A$ МэВ⁻¹ для модели Вудса–Саксона [3].

2. Аналогичная средняя величина $\delta_f = (14,8 \pm 1,0)$ МэВ согласуется с предположением [90, 91] $\Delta_0^f = 14 A^{-1/2}$ МэВ, основанным на результатах анализа экспериментальных данных угловой анизотропии деления [31, 32, 97].

3. Разность значений E_f в двух последних столбцах табл. 7 составляет в среднем $\cong 0,4$ МэВ ($\cong 2\%$), что соответствует оценке погрешности определения E_f [36].

4. Разброс и погрешности параметров, как следует из предположения А табл. 8, по-видимому, обусловлены в основном значительными погрешностями измерения сечений деления $\leq 10^{-32}$ см² и неточностями статистического описания $P_f(E^*)$ вблизи порога деления.

5. Вариации других величин (Б–Г) достаточно слабо сказываются на искомым параметрах (тем самым и на результатах [36, 90, 91]). Особо отметим, что изменение δ_n вдвое (так различаются (13) и (27)) практически не меняет δ_f . Для сравнения укажем, что в случае тяжелых ядер извлекается фактически отношение δ_f/δ_n или разность $\delta_f - \delta_n$ [92, 93].

Согласие среднего значения параметр α с его значением в систематике $\alpha_{\text{ОСМ}}(B_n)$ можно рассматривать как количественный тест для заключения о применимости феноменологического описания $\alpha_{\text{ОСМ}}(U)$ достаточно далеко за пределами $U \cong B_n$, по крайней мере, до $U \leq 25$ МэВ, где, кстати, ξ_ρ^α существенно выше. Близость значений δ_f , полученных из анализа как интегральных, так и дифференциальных сечений деления, свидетельствует о хорошо согласованном описании эффектов парной корреляции нуклонов в плотности уровней и моментах инерции переходных состояний ядер.

Из-за низких чувствительностей ξ_γ^i и ξ_ρ^i при $E_f \cong B_n$ экспериментальные данные делимости тяжелых (трансактинидных) ядер непригодны для оценки абсолютного значения асимптотического параметра плотности уровней. Однако это обстоятельство служит и благоприятным фактором, «защищающим» описание практически важных характеристик таких ядер от его неопределенности.

3. ТРУДНОСТИ ОСМ

Использование ОСМ требует знания коллективных свойств ядер, на основе которого должны быть сделаны предположения о $K_{\text{кол}}$ в (19). Обычно при этом основываются на спектроскопической информации о низколежащих уровнях ядер. Именно так и была определена область ядер — наилучших объектов ОСМ¹ в [4] (см. табл. 3). В ней более чем где-либо справедливы предположения об адиабатическом приближении при вычислении $K_{\text{кол}} = K_{\text{рот}} K_{\text{виб}}$. Однако как быть в остальных, менее очевидных случаях, составляющих более половины ядер вблизи долины стабильности?

Ситуацию демонстрирует рис. 27. На нем показано отношение энергий нижайших возбужденных состояний E_{J^π} четно-четных ядер с $J^\pi = 4^+$ и 2^+ . Для уровней вращательной природы должно быть $E_{4^+}/E_{2^+} = 10/3 = 3,33$, вытекающее из $E_{J^\pi} = \hbar^2 J(J+1)/2F_\perp$, что хорошо выполняется для деформированных ядер («ротаторов»). Вне соответствующих им участков А это отношение меньше ($E_{4^+}/E_{2^+} \cong 2$), что считается характерным для сферических ядер («вibrаторов»).

В работе [24] была предпринята попытка распространить систематику ОСМ на ядра с $A < 150$, считая их сферическими в соответствии с указанным выше признаком. Однако удовлетворительное описание ПНР в этой области ядер удалось получить только для тех из них, которые близки к магическим прежде всего по числу нейтронов N . В [24] ими и характерными ядрами в области $A > 150$ авторы и ограничились при определении параметров, приведенных в табл. 3 (вариант ОСМ²). На рис. 27, б приведены все значения \tilde{a}/A , найденные из ПНР: и те (темные точки), что использовались в [24] при подгонке плавной зависимости (10), показанной кривой, и те (светлые точки), что существенно отклоняются от нее. На рис. 27, б показано, при каком коллективном увеличении плотности уровней будет удовлетворено описание $\tilde{a}(A)$ согласно (10) при всех A . Эти значения $K_{\text{кол}}^{\text{экср}}(B_n)$, вычисленные согласно (30) ($K_{\text{кол}}^{\text{экср}}(B_n)$ и $R(B_n)$ на рис. 4 с точностью до различий вариантов ОСМ¹ и ОСМ² одни и те же величины), показаны на рис. 27, в точками, кривые на нем описывают зависимости $K_{\text{кол}}(B_n)$ от A (с точностью до четно-нечетных вариаций B_n в двух предположениях о $K_{\text{рот}}$ согласно (20а), (20б) и $K_{\text{виб}} = K_{\text{виб}}^{\text{МЖК}}$ согласно (21). Из рис. 27, в видно следующее:

1) значения $K_{\text{кол}}^{\text{экср}}(B_n)$ близки к кривой $K_{\text{кол}} = K_{\text{виб}}^{\text{МЖК}} \sigma_{\perp}^2$ для лантанидов и актинидов и к кривой $K_{\text{виб}} = K_{\text{виб}}^{\text{МЖК}}$ вблизи магических ядер с $N_0 = 28, 50, 82, 126$;

2) в большей части области $A \leq 150$ значения $K_{\text{кол}}^{\text{экср}}$ значительно выше, чем должно быть для сферических ядер, причем для $A = 70-80$ и $100-115$ $K_{\text{кол}}^{\text{экср}} = K_{\text{виб}}^{\text{МЖК}} \sigma_{\perp}^2$, как в случае деформированных, а в промежутках, включая интервал $190 \leq A \leq 205$, $K_{\text{виб}}^{\text{МЖК}} \leq K_{\text{кол}}^{\text{экср}} \leq K_{\text{виб}}^{\text{МЖК}} \sigma_{\perp}^2$.

На рис. 28 по результатам расчета [85, 86] воспроизведена карта равновесных деформаций ядер $|\varepsilon_0| = f(Z, N)$ в широкой окрестности линии β -стабильности $N - Z = 0,4A^2/(A + 200)$, показанной кривой, вблизи которой концентрируются ядра с известными ПНР. С помощью рис. 28 становятся качественно понятными многие особенности характеристик плотности уровней ядер, A -зависимости которых показаны на рис. 27. Прежде всего отметим отчетливо проявляющееся на рис. 28 принципиальное для классификации коллективных свойств ядер различие областей слева и справа от $A \cong 150$. Для тяжелых ядер линия β -стабильности проходит примерно посередине больших «холмов» деформированных ядер с $A \cong 150-190$ и $230-270$, разделенных широкой «долиной» сферических в окрестности дважды магического ^{208}Pb — это область с ярко выраженными коллективными свойствами $\rho(U, J)$, в основном, следующими соотношениям (19)–(21). При $A \geq 150$, за исключением не рассматриваемых нами самых легких ядер с $A < 40$, холмы значительных деформаций находятся в стороне от линии β -стабильности. Она тем не менее проходит по их склонам на двух участках ($A \cong 70-85$ и $100-130$), которым соответствуют на рис. 27 области аномально высоких \tilde{a}/A , или, что точнее, $K_{\text{кол}}^{\text{экср}}(B_n)$. Естественно предположить, что в этих случаях благодаря дефор-

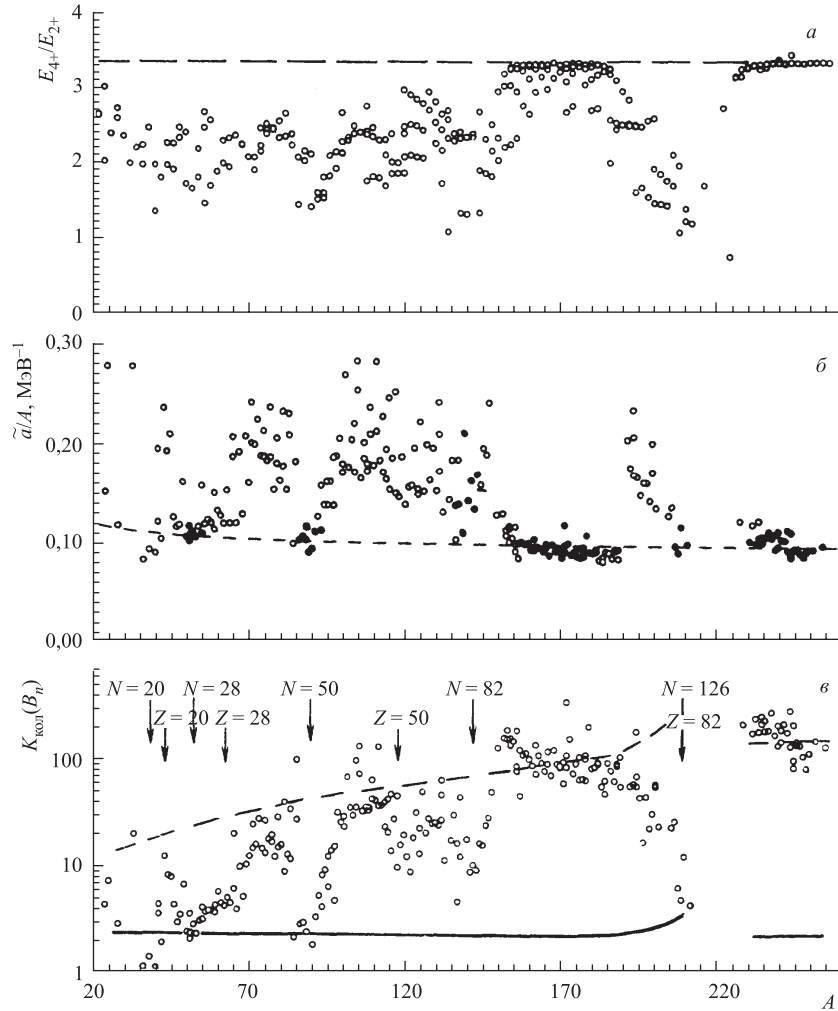


Рис. 27. Зависимости от массового числа A : а) отношение энергии нижайших уровней E_{J^π} чётно-чётных ядер с $J^\pi = 4^+$ и 2^+ ; б) параметр \tilde{a}/A , восстановленный из ПНР в рамках ОСМ² [24]; ● — ядра, рассматривавшиеся при подгонке плавной зависимости (10), которая показана штриховой кривой; ○ — прочие ядра; в) коэффициент коллективного увеличения $K_{\text{кол}}(B_n)$; ● — значения, при которых достигается описание ПНР согласно (10) [24]; сплошная кривая — $K_{\text{кол}} = K_{\text{виб}}^{\text{МЖК}}$; штриховая — $K_{\text{кол}} = K_{\text{виб}}^{\text{МЖК}} \sigma_{\perp}^2$. Стрелками обозначены магические ядра, лежащие на линии β -стабильности

мации ядер не только вибрационные, но и ротационные моды дают вклад в $\rho(U, J)$, но разделить их в соответствии с (19), по-видимому, нельзя.

Рис. 28 проливает свет и на то, какие ядра следует относить к «чисто» сферическим. Это долины вблизи магических чисел, показанных на рис. 28 штриховыми линиями. Из всех магических чисел N_0 самая узкая долина — в направлении линии β -стабильности при $N_0 = 82$, чему и соответствует то, что в поведении $K_{\text{кол}}^{\text{экс}}(B_n)$ эта сферическая оболочка проявляется наименее отчетливо. Еще уже долины («каньоны») вдоль магических чисел Z_0 , поэтому они вообще не проявляются в A -зависимостях $K_{\text{кол}}^{\text{экс}}(B_n)$ на рис. 27.

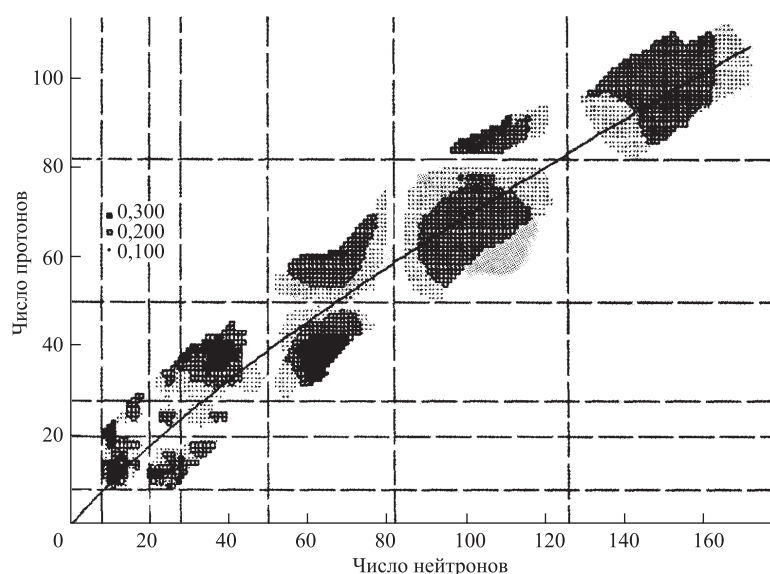


Рис. 28. Карта равновесных деформаций $|\varepsilon_0| = f(Z, N)$. Сплошная кривая — линии β -стабильности; штриховые — магические числа нуклонов

На рис. 29 представлены рассчитанные согласно [44] потенциальные энергии $V(\varepsilon)$ в окрестности равновесных деформаций ε_0 для ряда характерных ядер: на рис. 29, б для «хороших» сферических ядер с $\varepsilon_0 = 0$ и $K_{\text{кол}}^{\text{экс}} \cong K_{\text{виб}}^{\text{МЖК}}$ и на рис. 29, а — для «плохих» с $\varepsilon_0 = 0$ и $K_{\text{кол}}^{\text{экс}} \gg K_{\text{виб}}^{\text{МЖК}}$. О плотности уровней последних ядер не «в точке» ($U = B_n$), а в достаточно широкой области энергий $U \leq B_n$ свидетельствует пример $\rho_{\text{экс}}(U, 0)$ для ^{109}Cd на рис. 30. Более широко сравнение ПНР и нейтронных спектров в области $A \leq 120$ [46, 47] и в переходной области ядер от сферических к деформированным в районе ^{208}Pb [5] обсуждалось выше.

Экспериментальные данные на рис. 30 для ядра ^{109}Cd , относящегося к одному из максимумов $K_{\text{кол}}(B_n)$ на рис. 27, *в*, восстановлены из нейтронных спектров реакции $^{109}\text{Ag}(p, n)^{109}\text{Cd}$ [46]. Сплошной кривой на рисунке показано описание по ОСМ с индивидуальными параметрами $\Delta_0\sqrt{A} = 11,9$ МэВ и $\tilde{a}/A = 0,12$ МэВ $^{-1}$ (сплошная и штриховая кривые несколько отличаются не только значениями параметров \tilde{a} и Δ_0 , но и описанием $K_{\text{виб}}(U)$). Если Δ_0 в этом случае совпадает с (13), то \tilde{a} на 20 % выше, чем в систематике ОСМ. Поэтому штриховые кривые, соответствующие варианту ОСМ 1 и $K_{\text{рот}} = 1$, проходят ниже экспериментальных точек, причем расхождение между ними нарастает с U . Рассматривая ядро ^{109}Cd в соответствии с рис. 29 как деформированное, это расхождение в значительной степени можно устранить, как показано штрихпунктирными кривыми, рассчитанными с теми же параметрами, но для $K_{\text{рот}} = \sigma_{\perp}^2$.

Используя этот результат, авторы не хотят сказать, что так просто, сохраняя (19), (20), можно преодолеть обсуждавшиеся трудности ОСМ. Их анализ в работе [88] преследовал более скромную цель — обратить внимание на два момента: во-первых, на недостаточность информации о спектре нижайших уровней в качестве критерия при классификации коллективных свойств ядер в возбужденном состоянии и, во-вторых, на корреляцию «аномалий»

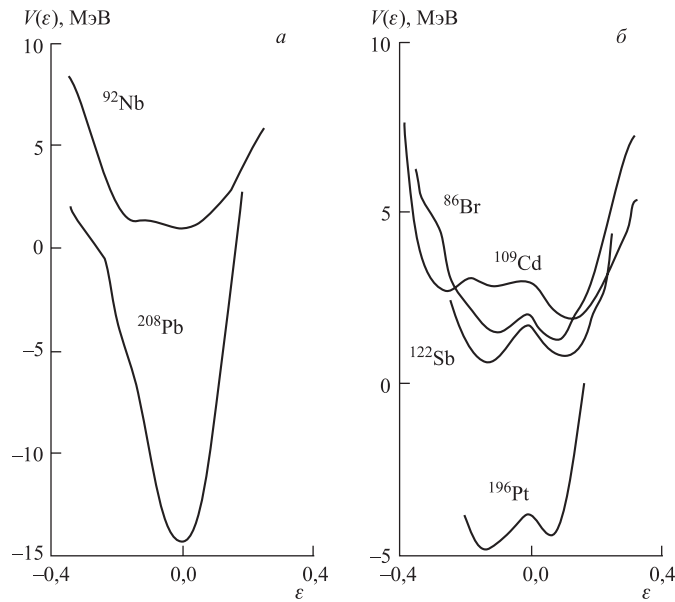


Рис. 29. Потенциальные энергии деформации $V(\varepsilon)$ характерных ядер в окрестности равновесных деформаций $\varepsilon = \varepsilon_0$

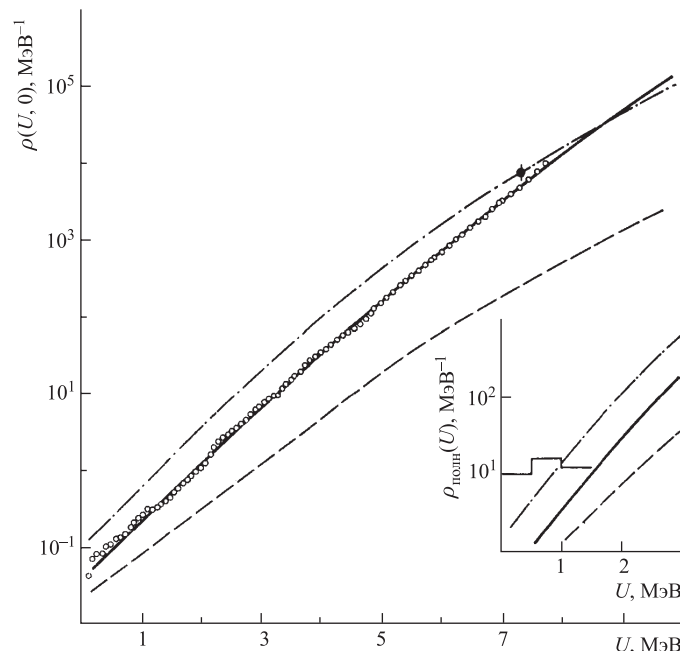


Рис. 30. Энергетическая зависимость плотности уровней $\rho(U, 0)$ для ядра ^{109}Cd : ● — $\rho_{\text{экс}}(B_n, 0)$ [23]; ○ и сплошная кривая — из [46]; штриховая — расчет по ОСМ [4] для $K_{\text{рот}} = 1$; штрихпунктирная — то же для $K_{\text{рот}} = \sigma_{\perp}^2$. На вставке обозначения кривых те же, что в основной части; гистограмма — плотность низколежащих уровней [45]

плотности уровней в ОСМ с деформациями основных состояний ядер и вытекающую отсюда роль ротационных мод при возбуждении ядер с $A < 150$, которая недооценивалась в предшествовавших работах.

4. ЗАТУХАНИЕ $K_{\text{рот}}(U, \varepsilon)$ И ЕГО РОЛЬ

В [90, 91] было установлено, что совокупность данных о $P_f(E^*)$ для сферических и деформированных ядер хорошо описывается на околопороговом участке протяженностью $E^* - E_f < 15$ МэВ, а при более высоких энергиях обнаруживает нарастающие с $E^* - E_f$ отступления, разные по величине и знаку для двух классов ядер. В случае деления сферических ядер $K_{\text{рот},n} = 1$, поэтому исходя из (57) предполагалось, что отклонения $P_f^{\text{расч}}(E^*) > P_f^{\text{экс}}(E^*)$ связаны с отступлениями $K_{\text{рот},f}$ от адиабатической оценки (20а), (20б). Это привело к эмпирическому определению функции

затухания вклада ротационных мод с энергией $q(U)$ согласно

$$K_{\text{рот}} = (\sigma_{\perp}^2 - 1)q(U) + 1, \quad (59)$$

где $q(U)$ обладает свойствами: $q(U) \rightarrow 1$ ($K_{\text{рот}} \rightarrow \sigma_{\perp}^2$) при малых U и $q(U) \rightarrow 0$ при больших U ($K_{\text{рот}} \rightarrow 1$). Соотношение (59) было распространено без каких-либо изменений на нейтронный канал деформированных ядер. Хотя с помощью (59) в [36, 90, 91] удалось получить удовлетворительное описание $P_f(E^*)$ для широкого круга ядер от ^{170}Yb до ^{216}Rn , отождествление функций затухания для делительного и нейтронного каналов противоречит работам [19, 95], теоретически обосновывающим сильную зависимость затухания $K_{\text{рот}}$ от деформации ядра.

Соотношение (20а), (20б) рассматривает лишь крайние случаи, и при его применении необходимо знать, какие ядра им удовлетворяют. Традиционная классификация ядер вблизи долины стабильности по виду спектров низколежащих уровней предполагает: $A < 190$ — деформированные, $A > 190$ ($Z < 85$) — сферические. Анализ ПНР в [4] и $P_f(E^*)$ в [90, 91] привел к заключению, что условию $K_{\text{рот}} = 1$ отвечают ядра только в ближайшей окрестности ^{208}Pb . Поэтому в [36] к сферическим были отнесены ядра $^{201}\text{Tl} - ^{213}\text{At}$, а ядра между Re и Tl — к промежуточному случаю, который объединил около трети данных о делимости доактининов. Для них в [36] проводились две обработки данных — как для сферических и как для деформированных, а разница параметров включалась в их погрешность. Вопрос, к какому варианту (20а), (20б) ближе свойства возбужденных ядер переходной области, остался открытым.

Адиабатическая оценка $K_{\text{рот}} = \sigma_{\perp}^2$ для деформированных ядер в (20б) справедлива, когда можно допустить независимость одночастичных мод движения и вращения ядра как целого. В [19] дана оценка температуры

$$\theta_0 = \hbar\omega_0\varepsilon \cong 41A^{-1/3}\varepsilon, \quad (60)$$

при которой данное предположение утрачивает смысл (ε , как и ранее, квадратичная деформация; $\omega_0 \cong 41A^{-1/3}\hbar^{-1}$; c^{-1} — средняя частота анизотропного осцилляторного потенциала). Результаты расчетов плотности уровней ядер с различной симметрией в [95] подтвердили качественное предсказание [19], показав, в частности, что эффект затухания, приводящий по мере нагревания аксиально-симметричного ядра к уменьшению $K_{\text{рот}}$ в сравнении с $K_{\text{рот}} = \sigma_{\perp}^2$, можно приближенно описать, основываясь на (60).

По аналогии с (59) представим интересующую зависимость как

$$K_{\text{рот}}(U, \varepsilon) = (\sigma_{\perp}^2 - 1)q(\chi) + 1, \quad (61)$$

где χ — безразмерная переменная:

$$\chi = \theta/\theta_0 \cong 0,025A^{1/3}t/\varepsilon. \quad (62)$$

Предложен ряд модификаций аналитического описания $q(\chi)$ [24, 73, 95], выбор в [88] остановили на одном из простейших:

$$q(\chi) = \exp(-\gamma\chi^2) \quad (63)$$

при $\gamma = 1$, совпадающем с $q(\chi)$ [73].

Соотношение (61) пригодно и для сферических ядер: при $\varepsilon \rightarrow 0$ $K_{\text{рот}}(U, \varepsilon) \rightarrow 1$. Это обстоятельство наводит на мысль, а нельзя ли с его

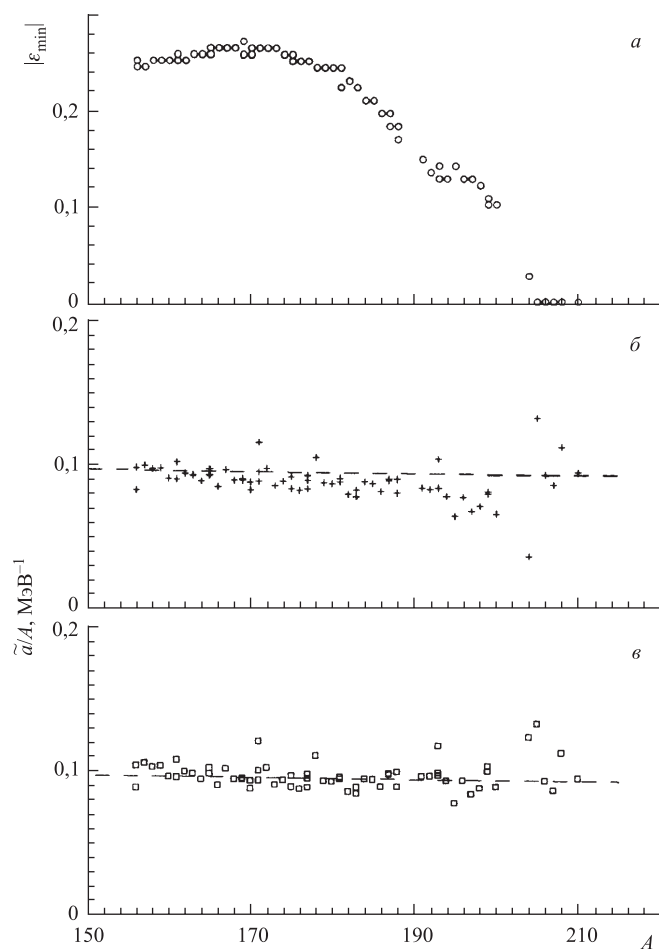


Рис. 31. Характеристики ядер с $A = 150 \div 200$: а) модуль деформации основного состояния $|\varepsilon_{\text{min}}|$; б) параметр \tilde{a} систематики с $K_{\text{рот}}(U)$ согласно (20а), (20б); в) параметр \tilde{a} для $K_{\text{рот}}(U, \varepsilon)$ согласно (61)–(63); $\square, +$ — значения $\tilde{a}_{\text{эсп}}$; штриховые кривые — $\tilde{a}_{\text{сист}}$ (см. текст)

помощью улучшить систематику ОСМ, которая укрепляется корреляцией, демонстрируемой на рис. 31. На рис. 31, б показано, как систематика ОСМ² [24], где зависимость \tilde{a}/A (штриховая линия) приведена в табл. 3, описывает значения \tilde{a} , непосредственно следующие из ПНР в рассматриваемой области ядер. На рис. 31, а приведены значения модуля равновесной деформации $|\varepsilon_{\min}|$ для тех же ядер [85, 86], из сравнения которых с поведением $\tilde{a}(A)$ можно заключить, что характер отступлений $\tilde{a}_{\text{эксп}}$ от $\tilde{a}_{\text{сист}}$ качественно соответствует зависимости $K_{\text{рот}}(B_n, \varepsilon)$ согласно (61)–(63). Замена (20б) на (61)–(63) в систематике со свободным параметром γ и без отбора ядер в области $A > 150$ улучшает описание ПНР [22, 23], показанное на рис. 27, в. Подгонка дала значение $\gamma = 1,37$, которое и будет использоваться в дальнейшем.

На рис. 32 продемонстрировано влияние коллективных эффектов на плотность уровней и, в частности, затухание $K_{\text{рот}}(U, \varepsilon)$, в самом «деликатном» случае — для ядра ¹⁹⁶Pt, принадлежащего к переходной области, которое по традиционной классификации было бы отнесено к сферическим, а согласно

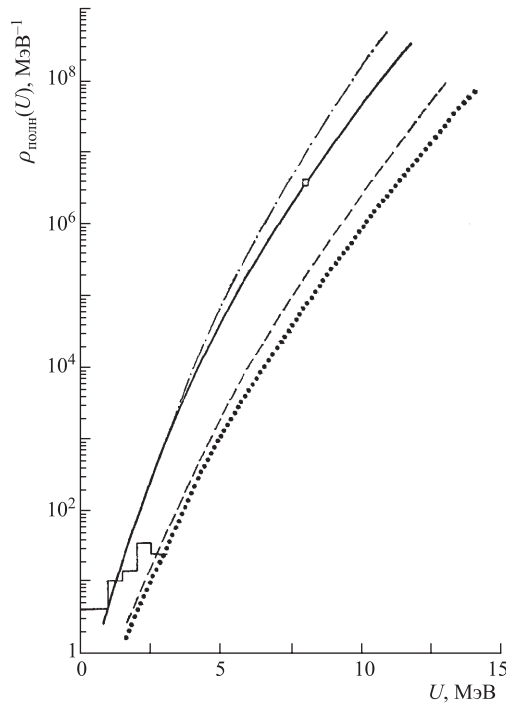


Рис. 32. Полная плотность уровней $\rho_{\text{полн}}(U)$ для ядра ¹⁹⁶Pt и ее описание согласно [4]: точечная кривая — внутренние возбуждения ($K_{\text{кол}} = 1$); штриховая — включен $K_{\text{виб}}$; штрихпунктирная — включен $K_{\text{рот}}$ (дополнительно); сплошная — учтено затухание $K_{\text{рот}}$ согласно (61)–(63). Остальные обозначения, как на рис. 5

рис. 6, 29 и 31 может рассматриваться как слабodeформированное, подчиняющееся (61)–(63). Видно, что учет деформации приводит к радикальному улучшению описания экспериментальных данных, по-видимому, недостижимому без учета ротационных мод, поскольку при малых энергиях $K_{\text{виб}} \cong 1$ (см. также [6]).

Учет неадиабатичности $K_{\text{рот}}(U, \varepsilon)$ сказывается тем сильнее, чем выше U , и находится в сильной зависимости от деформации ядра. При анализе делимости актинидных ядер этот эффект в нейтронном канале будет значителен (существенно больше, чем при $U \leq B_n$ на рис. 32) и в то же время в делительном канале пренебрежимо мал из-за очень большой деформации в седловой точке. Данное следствие противоположно предположению прежнего анализа [36, 90, 91] об одинаковой энергетической зависимости $K_{\text{рот}, f}(U)$ и $K_{\text{рот}, n}(U)$ и поэтому принципиально для описания делимости $P_f(E^*)$ в обсуждаемой области ядер.

Экспериментальная проверка представлений о $K_{\text{рот}, f}(U)$. Отказ от затухания $K_{\text{рот}, f}(U)$ означает пересмотр результатов анализа [36, 90, 91]. Прежде чем пойти на такой шаг, было желательно получить в пользу него дополнительные аргументы, в особенности если бы это была информация, непосредственно не связанная с анализом делимости ядер. Таковую возможность, как будет показано, предоставляют экспериментальные данные о массовых распределениях осколков деления тех же доактинидов. Она обусловлена еще одним благоприятным свойством ядер легче Pb, которое заключается в том, что у таких ядер практически исчезает стадия спуска с вершины барьера к точке разрыва, и благодаря этому распределение масс-асимметричных деформаций, сформировавшееся в седловой точке, не успевает измениться при дальнейшей эволюции делящегося ядра. Это позволяет к описанию массовых распределений осколков $Y(M, E^*)$ применить метод переходного состояния.

Общий подход к описанию вероятности деления в случае нескольких коллективных степеней свободы изложен в [98]. Для рассматриваемой задачи существенны две коллективные переменные: α — как и ранее, деформация, связанная с делительной степенью свободы, и η — масс-асимметричная деформация, которая определяется, как в [99, 100]:

$$\eta = 2 \frac{v_{\text{п}} - v_{\text{л}}}{v_{\text{п}} + v_{\text{л}}} = 2 \left(\frac{2M}{A} - 1 \right), \quad (64)$$

где $v_{\text{л}} \propto M$ и $v_{\text{п}} = A - M$ — объемы левой и правой частей делящегося ядра, пропорциональные массам будущих осколков. Профиль поверхности потенциальной энергии деформации $V(\alpha, \eta)$ в седловой точке ($\alpha = \alpha_{\text{сп}}$, $\eta = 0$) в направлении η , опуская $\alpha_{\text{сп}}$, можно описать согласно (29) соотношением

$$V(\eta) = \tilde{V}(0) + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial \eta^2} \right|_{\eta=0} \eta^2 + \delta W(\eta), \quad (65)$$

которое для высоты барьера при фиксированной деформации $\eta(M)$, используя (64), можно переписать в виде

$$E_f(M) = \tilde{E}_f(A/2) + \frac{\xi}{2}(M - A/2)^2 + \delta W_f(M), \quad (66)$$

где $\tilde{E}_f(A/2) = E_f$ соответствует безусловному экстремуму $V(\alpha_{sp}, 0)$, а $E_f(M)$ — условным экстремумам, для которых $\eta \neq 0$, $M \neq A/2$; ξ и $\partial^2 V / \partial \eta^2$ — жидкокапельные жесткости ядра по отношению к масс-асимметричным деформациям, связанные между собой:

$$\xi = \frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial M^2} \Big|_{M=A/2} = \frac{16}{A^2} \frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial \eta^2} \Big|_{\eta=0}. \quad (67)$$

Введем пропорциональную выходу осколков величину

$$n_f(E^*, M) = A(E^*) \int_0^{E^* - E_f(M)} \rho_f(U) dU, \quad (68)$$

где $A(E^*)$ определяется нормировкой на полное число делительных каналов

$$N_f(E^*) = [2\pi\rho_c(E^*)] \Gamma_f(E^*) = \int_0^{E^* - E_f} \rho_f(U) dU = \sum_{M=0}^A n_f(E^*, M). \quad (69)$$

Здесь под каналами $N_f(E^*)$ понимаются доступные для процесса деления переходные состояния ядра в седловой точке, а под $N_n(E^*)$ — доступные для эмиссии нейтронов конечные состояния остаточного ядра (в отличие от каналов — способов распада составного ядра).

В случае $\rho(U) \propto \exp(U/\theta)$ и $\delta W_f(M) \ll E_f(M)$ легко получить соотношение для $A(E^*)$:

$$A(E^*) = \left\{ \int dM \exp \left[-\frac{(M - A/2)^2}{2\sigma_M^2} \right] \right\}^{-1} = (2\pi\sigma_M^2)^{-1/2}, \quad (70)$$

где $\sigma_M^2 = \theta/\xi$ — дисперсия массового распределения

$$Y(M, E^*) = (2\pi\sigma_M^2)^{-1/2} \exp \left[-\frac{(M - A/2)^2}{2\sigma_M^2} \right]. \quad (71)$$

С помощью гауссовского распределения (71) хорошо описываются данные о $Y(M, E^*)$ при достаточных $\theta \geq 1,5$ МэВ. Здесь и далее речь идет о температуре ядра в переходном состоянии, индекс делительного канала опускается.

Отступления от (71) в тех же предположениях об оболочках при меньших θ в более реалистических моделях плотности уровней обсуждаются в [101, 102].

Из (68) видно, что массовое распределение осколков

$$Y(M, E^*) \propto \int_0^{E^* - E_f(M)} \rho_f(U) dU \cong \theta \rho_f[E^* - E_f(M)] \quad (72)$$

несет прямую экспериментальную информацию о плотности переходных состояний $\rho_f(U)$, более прямую, нежели делимость ядер, которая, кроме того, зависит от $\rho_n(U)$ и числа нейтронных каналов $N_n(E^*) = [2\pi\rho_c(E^*)]\Gamma_n(E^*)$. При анализе экспериментальных данных об $Y(M, E^*)$ необходимо принимать во внимание, что с вкладом оболочечных эффектов изменяются не только энергия возбуждения $U_M = E^* - E_f(M)$, но и сам функционал $\rho_f(U_M)$. Поэтому задача сильно упростилась бы, если бы можно было выделить достаточно широкую область M , в которой вклад $\delta W_f(M)$ в $E_f(M)$ был незначителен. Этим свойством обладают и ядра легче Pb, испытывающие только симметричное деление.

Как показали расчеты $V(\alpha, \eta)$ [44, 103, 104] и экспериментальные исследования массовых распределений, симметричная долина деления в основном соответствует жидкокапельному описанию с небольшими отступлениями на самом дне. Они, правда, приводят к значительным эффектам в распределении $Y(M, E^*)$, экспоненциально зависящем от $\delta W_f(M)$, а именно [101, 103]

$$Y(M, E^*) \propto \exp \left[-\frac{(M - A/2)^2}{2\sigma_M^2} - \frac{\delta W_f(M)}{\theta} \exp(-\lambda U_M) \right], \quad (73)$$

но только в окрестности $|M - A/2| < 13$ а.е.м. В ней $\delta W_f(M)$ быстро убывает как

$$\delta W(M) = \delta W(A/2) \exp[-c(M - A/2)^2], \quad (74)$$

$c \cong 0,015$ (а.е.м.)⁻². Высокая чувствительность $Y(M, E^*)$ к оболочечным поправкам, особенно при $\lambda U_M < 1$, позволяет уверенно игнорировать их вклад в $E_f(M)$ за пределами указанной окрестности $M = A/2$.

При выборе объекта анализа в [88] остановились на распределениях $Y(M, E^*)$ для деления ядра ²⁰¹Tl, возбуждаемого в реакции ¹⁹⁷Au(α, f), наиболее подробно изученной из тех, что отвечают требованиям задачи. Тем не менее пришлось дополнить имеющиеся данные новыми, более точными, и с этой целью проводились измерения, аналогичные [101, 102, 104].

На рис. 33, б в зависимости от

$$U_M = E^* - \tilde{E}_f(M) = E^* - \tilde{E}_f(A/2) - \frac{\xi}{2}(M - A/2)^2 \quad (75)$$

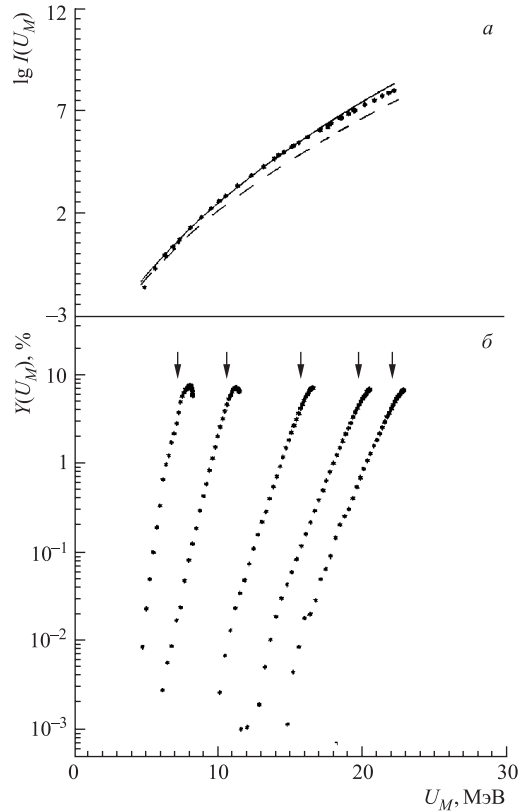


Рис. 33. Массовые распределения осколков $Y(U_M)$ для деления ядра ^{197}Au α -частицами с энергией 32,6; 35,9; 41,1; 45,1 и 47,5 МэВ (б) и восстановленная по ним энергетическая зависимость числа делительных каналов $I(U_M)$ (а), точки про- режены. Расчетные кривые: сплошная — $K_{\text{рот}, f} = \sigma_{\perp f}^2$; штриховая — с затуханием $K_{\text{рот}, f}$ (59) и $q(U)$ из [36] (см. текст)

представлены экспериментальные данные $Y(M, E^*)$, нормированные усло-
 вием $\sum_{M=0}^A Y(M, E^*) = 200\%$. Стрелками показаны значения $U_M(M_0 - A/2 =$
 13 а. е. м.), ниже которых при фиксированной энергии E^* вкладом оболочек в
 U_M , как того требует (75), можно пренебречь. Отступления при $U_M > U_{M_0}$
 тем больше, чем ниже E^* . Как показал анализ [102, 103, 105], их вели-
 чина соответствует $\delta W_f(A/2) = 1,0$ МэВ. Там же даны использованные
 в [88] значения $E_f(A/2) = 22,1$ МэВ и $\xi = 0,108$ МэВ/(а. е. м.)², полу-
 ченные из анализа $P_f(E^*)$ [36] и $\sigma_M^2(E^*)$ [103, 104]. Каждую из экспери-

ментальных зависимостей выхода $Y(M, E^*)$ можно рассматривать согласно (72) как участки единой зависимости $I(U_M) = \int_0^{U_M} \rho_f(U) dU$ от U_M , которая построена на рис. 33, а на данных $Y[U_M(E_1^*)]$ для нижней энергии $E_1^* = 30,5$ МэВ с помощью нормировки к ней данных $Y[U_M(E_2^*)]$ на перекрывающемся интервале U_M для следующей $E_2^* = 33,7$ МэВ и т. д. — последовательно для всех энергий E_i^* . Способ построения $I(U_M)$ подобен приему, используемому при восстановлении энергетической зависимости плотности уровней по испарительным спектрам нейтронов (n, n') , (p, n) и других аналогичных реакций [46, 106]. Ход $I(U_M)$ соответствует $\delta W_f = 0$, и в этом предположении получена сплошная кривая ОСМ с $\tilde{a} = 0,093A$ МэВ $^{-1}$ и $\Delta_0^f = 14/A^{1/2}$ МэВ [36, 89–91, 107], нормированная к экспериментальным значениям на участке $U_M < 15$ МэВ. Штриховая кривая получена умножением на (59) с $q(U)$ из [36]. Проводился также свободный поиск параметров $c = \tilde{a}/A$ и $p = \Delta_0 A^{1/2}$, обеспечивающих наилучшее описание экспериментальной зависимости $I(U_M)$.

Он дал значения $c = 0,09$ МэВ $^{-1}$ и $p = 14,1$ МэВ, согласующиеся как с систематикой ПНР [4] (для \tilde{a}), так и с анализом околопороговой делимости [36, 89–91] и угловой анизотропии деления [107].

Итак, из рис. 33 мы можем заключить: а) восстановленная из $Y(M, E^*)$ энергетическая зависимость числа делительных каналов хорошо согласуется с описанием в рамках ОСМ; б) полученное описание не нуждается в учете ни затухания $K_{\text{рот}, f}(U)$, ни заметных различий параметров \tilde{a}_f и \tilde{a}_n , к которым прибегали в [36]. Эти следствия важны и как экспериментальная проверка модели используемой в дальнейшем плотности уровней, и как ориентир при выборе ее параметров.

О вкладе ротационных мод в плотность уровней ядер с $A \leq 150$. В работе [88] соотношение (61) было применено к описанию $K_{\text{рот}}^{\text{экс}}(B_n)$ в переходной области $A \cong 190–205$ между «хорошими» сферическими и деформированными ядрами. Была замечена корреляция A -зависимостей двух величин: $K_{\text{рот}}^{\text{экс}}(B_n)$ и $|\varepsilon^{\text{экс}}|$ из работ [85, 86], где табулированы деформации для основных состояний ядер, основанные на результатах расчета их потенциальной энергии деформации по методу оболочечной поправки. Обе характеристики возрастают с уменьшением A в этой области ядер в соответствии с зависимостью $K_{\text{рот}}(\varepsilon)$, вытекающей из (60) и (61). С помощью (61) удалось описать $K_{\text{рот}}(U, \varepsilon)$, а следовательно, и ПНР для $A > 150$ при $\gamma = 1,37$ [88] (в [73] принимается $\gamma = 1$). Естествен вопрос: можно ли распространить (61) на ядра в «аномальной» области $A < 150$?

В работе [108] с помощью соотношений (60) и (61) была сделана оценка значений $|\varepsilon^{\text{экс}}|$, которые потребовались бы для получения наблюдаемых ПНР

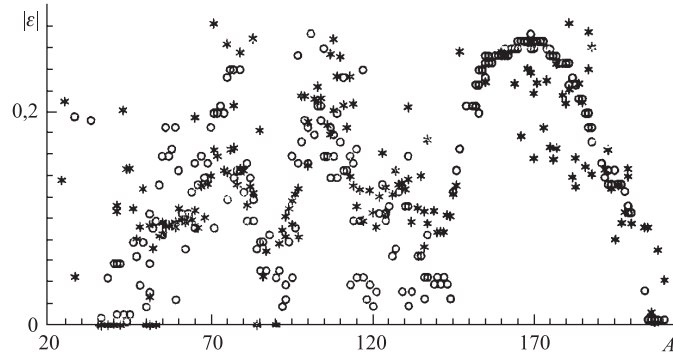


Рис. 34. Равновесные деформации ядер $|\varepsilon|$: * — $|\varepsilon^{\text{эксп}}|$, извлеченные из значений $K_{\text{кол}}^{\text{эксп}}(B_n)$, при которых воспроизводятся ПНР согласно (60) и (61); ○ — значения $|\varepsilon^{\text{теор}}|$ для ядер с известными ПНР, рассчитанные и табулированные в [85, 86]

[23] и соответственно $K_{\text{рот}}^{\text{эксп}}(B_n)$ на рис. 27 — при описании других сомножителей в (19), как в систематике ОСМ [4]. Эти значения для того же $\gamma = 1,37$ показаны на рис. 34. Очевидно, что к такому анализу можно привлечь только те точки $K_{\text{рот}}^{\text{эксп}}(B_n)$, которые не выходят за пределы, очерчиваемые на рис. 27 штриховой кривой. На рис. 34 представлены также теоретические значения $|\varepsilon^{\text{теор}}|$ из [85, 86]. Между $|\varepsilon^{\text{теор}}|$ и $|\varepsilon^{\text{эксп}}|$ как функциями A имеется отчетливая корреляция и, более того, почти во всей области неплохое количественное соответствие. Этот результат, как надеются авторы [108], означает, что найдена та основа (учет неадиабатичности $K_{\text{рот}}(U, \varepsilon)$), с помощью которой можно будет преодолеть ограниченность традиционной классификации коллективных свойств ядер в области $A < 150$ и включить ротационные моды в коллективное описание плотности уровней.

«Аномальная» область $A < 150$ в иных подходах. Авторы [57] предприняли попытку объяснить обсуждаемую аномалию плотности уровней отличием коэффициента $K_{\text{виб}}(U)$ от жидкокапельной оценки (21), продолжая считать, что все ядра в области $A < 150$ сферические ($K_{\text{рот}} = 1$). Чтобы снизить \tilde{a}/A до уровня $0,1 \text{ МэВ}^{-1}$ и получить нужную экстраполяцию $\rho_{\text{полн}}(U)$ при малых U , в [57] пришлось сделать два спорных шага: сильно завязать коэффициент вибрационного увеличения плотности уровней $K_{\text{виб}}(B_n)$ (он рассчитывался согласно соотношениям (35)–(37), где константа c была параметризована как $2c = 0,0075A^{1/3} \text{ МэВ}^{-1}$) и ввести дополнительно к (14) и (18) сдвиг энергии основного состояния, зависящий от четности числа нуклонов. Впрочем, и это не устранило структуру A -зависимости \tilde{a}/A , показанную на рис. 27, б и несовместимую со смыслом этого жидкокапельного параметра, а лишь изменило ее масштаб (см. рис. 2 в [57]). Значения $K_{\text{виб}}(B_n)$,

вычисленные по формулам (35)–(37) в большей части «аномальной» области $A < 150$, как следует из рис. 35, сравниваются с $K_{\text{кол}}^{\text{эксп}}(B_n)$.

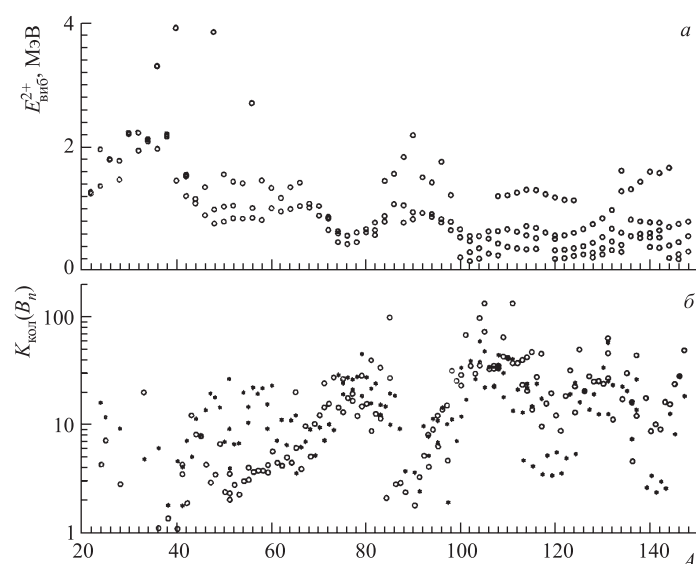


Рис. 35. а) Энергии нижайших уровней $E_{\text{виб}}^{2+}$ [45]; б) сравнение $K_{\text{виб}}(B_n)$ (*), вычисленных согласно (35)–(37), с $K_{\text{кол}}^{\text{эксп}}(B_n)$ (○)

Над этими данными для тех же ядер представлена информация об энергии уровня 2^+ , который дает основной вклад в суммы (36). Соответствие между зависимостями $K_{\text{виб}}(B_n)$ и $K_{\text{кол}}^{\text{эксп}}(B_n)$ от A на рис. 35 имеет место не только в среднем, но и во многих деталях, связанных со структурой, как мы знаем, оболочечного происхождения (рис. 27 и 34) — с провалами при магических числах нейтронов и протонов. Обсуждаемое свойство определяется в основном специфической зависимостью энергии нижайшего вибрационного уровня $\hbar\omega_{2^+} = E_{\text{виб}}^{2+}$ от нуклонного состава ядер [45, 109].

Итак, из сопоставления рис. 34 и 35 видно, что наблюдаемую зависимость ПНР от нуклонного состава ядер можно воспроизвести в рамках ОСМ в обоих предположениях о $K_{\text{кол}}$, альтернативных с точки зрения классификации коллективных свойств ядер. В обоих случаях нами использовано одно и то же описание $\rho_{\text{вн}}(U, J)$, отвечающее параметрам систематики ОСМ [4]. Констатируя этот факт, не следует, однако, закрывать глаза на то, ценой чего в работе [57] удается реализовать условие $K_{\text{кол}} = K_{\text{виб}}$: во-первых, в результате сильного завышения значений $K_{\text{виб}}(B_n)$ в сравнении с другими расчетами [65, 66] в табл. 9 (см. также [6]) и, во-вторых, введением искусственного

сдвига основного состояния ядер при вычислении U . Акцентировать на этом внимание важно, так как при нынешнем состоянии экспериментальной информации о $\rho(U, J)$ едва ли можно рассчитывать, что, основываясь на ней, легко удастся сделать выбор между рассмотренными возможностями описания $K_{\text{кол}}$. И это далеко не единственный пример таких «патовых» ситуаций при тестировании различных феноменологических моделей плотности уровней [6].

Таблица 9. Коэффициенты вибрационного увеличения плотности уровней

Составное ядро	$K_{\text{виб}}$			
	[61]	[4]	[57]	[66]
$^{57}_{26}\text{Fe}$	14,7	2,30	19,45	5,83
$^{58}_{26}\text{Fe}$	6,00	2,35	21,85	5,72
$^{97}_{42}\text{Mo}$	1,74	2,00	10,16	—
$^{96}_{42}\text{Mo}$	3,10	2,23	14,41	4,30
$^{123}_{52}\text{Te}$	1,84	2,04	19,03	—
$^{124}_{52}\text{Te}$	1,54	2,35	24,21	2,31
$^{199}_{80}\text{Hg}$	1,60	2,97	62,30	1,44
$^{200}_{80}\text{Hg}$	1,85	3,31	75,47	1,54

По-видимому, коллективное усиление плотности уровней возбужденных ядер между замкнутыми оболочками $Z_0 = 28$ и 50 , $N_0 = 28, 50, 82$, особенно посередине между ними, при $70 \leq A \leq 85$ и $100 \leq A \leq 130$, не исчерпывается вкладом вибрационных мод.

Замечательно, например, что простая систематика плотности уровней [41], основанная на модели ферми-газа и на учете энергетической зависимости параметра $a(U, Z, A)$ согласно (7), никаких трудностей с описанием ПНР не испытывает. Подчеркнем, что коллективные эффекты ею вовсе не учитываются. Объяснение этого курьеза видится в том, что структурные (оболочечные) зависимости обоих сомножителей в (19) от нуклонного состава и энергии возбуждения близки. В модели ферми-газа подгонкой свободных параметров одного из них, $\rho_{\text{вн}}(U, J)$ ($K_{\text{кол}} = 1$), добиваются описания ПНР без каких-либо ограничений по A , но ценой отмеченного выше значительного расхождения экспериментальных и теоретических значений параметров $a(B_n)$. В ОСМ такого расхождения нет, но пока нет, к сожалению, и адекватного описания $K_{\text{кол}}$ в широкой области ядер. Разумеется, это не ставит под сомнение преимущество ОСМ перед моделью ферми-газа, аргументируемое теоретическими соображениями и экспериментальными фактами [3, 6, 46, 88].

5. ОБСУЖДЕНИЕ

В заключительном разделе хотелось бы обсудить вопрос, касающийся возражений против возможности, которая отстаивается в работе [108]. Признав согласие между экспериментальными и теоретическими значениями $|\varepsilon|$ на рис. 34, тем не менее можно возразить: какое это имеет отношение к действительности, если для тех ядер ($A < 150$), к которым применяется соотношение (61), ротационные уровни не наблюдаются?

Энергия первого возбужденного ротационного уровня четно-четного ядра со спином и четностью $J = 2^+$ составляет

$$E_{\text{рот}}^{2^+} = 3\hbar^2/F_{\perp}. \quad (76)$$

Для установления зависимости $E_{\text{рот}}^{2^+}$ от параметров ядра воспользуемся соотношениями [110]

$$F_{\perp}/F_{\perp}^{\text{тв}} \cong 1,34\varepsilon, \quad (77)$$

$$F_{\perp}^{\text{тв}} \cong \frac{2}{5}\mu r_0^2 A^{5/3}(1 + 0,33\varepsilon), \quad (78)$$

первое из которых выражает эмпирическую зависимость отношения перпендикулярного момента инерции холодного ядра F_{\perp} к своему твердотельному значению $F_{\perp}^{\text{тв}}$, основанную на экспериментальной информации из [110]. С помощью зависимости (77) приблизительно описаны экспериментальные данные в работе [110] для ядер, являющихся хорошими ротаторами с $E^{4^+}/E^{2^+} \cong 10/3$. Падение $F_{\perp}/F_{\perp}^{\text{тв}}$ с уменьшением деформации в интересующей области $\varepsilon \leq 0,2$, вероятно, еще круче, чем в (77). Из (76)–(78) легко получить

$$E_{\text{рот}}^{2^+} \cong \frac{65}{\varepsilon(1 + 0,33\varepsilon)(A/100)^{5/3}} \text{кэВ}. \quad (79)$$

Из рис. 35, *a* видно, что между замкнутыми N - и Z -оболочками (в окрестности $A \propto 80, \propto 110, \propto 130$) $E_{\text{виб}}^{2^+}$ составляет 0,3–0,6 МэВ. Из (79) для $A = 100$ и $\varepsilon = 0,1–0,2$ (рис. 34) получаем ту же самую оценку $E_{\text{рот}}^{2^+} \cong 300–600$ кэВ, верхнюю, если учесть вышеприведенное замечание относительно соотношения (77). Это совпадение означает, что для ядер с $A < 150$ моды вращения и колебаний нельзя разделить так, как у лантанидов или актинидов, где они отличаются на порядок ($E_{\text{рот}}^{2^+} \ll E_{\text{виб}}^{2^+}$). По этой же причине едва ли имеет смысл постановка вопроса о конкретной («чистой») природе нижайших уровней 2^+ на аномальных участках области $A < 150$. О том же свидетельствует и критерий E^{4^+}/E^{2^+} на рис. 27: он принимает в тех же интервалах A значения $1 < E^{4^+}/E^{2^+} < 10/3$ — промежуточные по отношению к «хорошим» сферическим (околомагическим) и деформированным ядрам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко результаты тестирования основных систематик плотности уровней можно сформулировать следующим образом.

1. МФГ дает слишком грубое описание при низких энергиях возбуждения ($U < U_c$), и в этих случаях от ее использования желательно воздерживаться. Показано, например, что описание испарительной компоненты спектров нейтронов в рамках ОСМ является более полным и адекватным, чем в модели ферми-газа, широко использовавшейся в прошлом при анализе нейтронных спектров. Хотя соотношения ОСМ более сложные, число параметров, подлежащих определению при анализе экспериментальных данных, остается таким же, как при ферми-газовом описании. Удовлетворительное описание равновесных спектров в широком диапазоне энергий падающих и вылетающих нейтронов, возможность оценки важных физических параметров ОСМ, реалистичность самой модели говорят за ее широкое применение при анализе экспериментальных данных.

2. Стандартный вариант систематики МФГ противоречит теоретическим расчетам и экспериментальной информации об асимптотическом параметре $\tilde{a}(A)$. Так, использование модели ферми-газа с параметром a , зависящим от U согласно (7), при подгонке под экспериментальные данные $\rho(B_n, J)$ приводит к значению $\alpha_{ф.г} = 0,154 \text{ МэВ}^{-1}$ [41], которое значительно превышает теоретические результаты $\alpha_H = 0,105 \text{ МэВ}^{-1}$ для схемы Нильссона, $\alpha_{ВС} = 0,090 \text{ МэВ}^{-1}$ для схемы Вудса–Саксона.

3. В ОСМ оба недостатка МФГ устраняются. Три независимых источника информации об \tilde{a} -параметре: значение $\alpha_{МНД}(A) = 0,082 \text{ МэВ}^{-1}$ — из анализа спектров МНД в рамках ОСМ, значение $\alpha_{ПНР}(A) = 0,093 \text{ МэВ}^{-1}$, полученное из подгонки соотношений ОСМ для плотности уровней к экспериментальным данным для плотности нейтронных резонансов, и значение $\alpha_{ДСЯ}(A) = 0,086 \text{ МэВ}^{-1}$ — из анализа энергетической зависимости вероятности деления сферических ядер в районе Рb — согласуются с теоретическими оценками величины параметра $\alpha = \tilde{a}/A$. Это согласие показывает, что все основные представления о структуре возбужденных состояний ядер достаточно полно отражены в феноменологическом варианте ОСМ плотности ядерных уровней.

4. Основная слабость ОСМ — ограниченность представлений о коллективном увеличении плотности уровней. Анализ экспериментальных данных плотности уровней в работе [108], выполненный с учетом развитого в [88] феноменологического описания затухания $K_{\text{рот}}(U, \varepsilon)$, продемонстрировал возможность устранения трудности ОСМ в области $A < 150$ наряду с недостатками дискретного адиабатического описания вклада ротационных мод в плотность уровней. Замена соотношения (20а), (20б) на (61) — это тот конкретный шаг, с помощью которого преодолевается данная трудность,

в конечном счете, связанная с традиционной классификацией коллективных свойств ядер. Наконец, и это надо подчеркнуть, обсуждаемая классификация отвечает холодным состояниям ядер, и нельзя априори требовать, чтобы она оставалась адекватной при значительных возбуждениях.

5. Наиболее благоприятными для описания являются ядра с $A \leq 60$, $A \cong 90$, $A \geq 150$ (исключая переходные области от сферических ядер в окрестности ^{208}Pb к деформированным) — хорошие объекты ОСМ, соответствующие (19), (20).

6. Для развития систематики ОСМ, а именно снятия в ней ограничений по A , представляется перспективным учет обсуждавшейся в работах [6, 108] корреляции $K_{\text{кол}}^{\text{экср}}$ и деформации основных состояний ядер, которую можно трактовать как увеличение вклада ротационных мод в наблюдаемую плотность уровней между магическими числами нуклонов, прежде всего $N_0 = 28, 50, 82, 126$. Все это, однако, не означает, что уже имеется готовый инструмент для построения систематики ОСМ без ограничений по нуклонному составу ядер. Принципиальная трудность, препятствующая завершению этой работы, — это неясность вопроса о применимости соотношения (19), утверждающего разделяемость ротационных и вибрационных мод. Данный тезис нуждается в тщательной проверке, даже если под сомножителями (19) понимать эффективные величины. Для этого потребуется расширение экспериментальной информации, уточнение $\delta W(A, Z, \varepsilon)$, пересмотр $K_{\text{виб}}(U)$ и др.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бете Г. Физика ядра. М.: Гостехтеориздат, 1948. 382 с.
2. Bardeen J., Cooper L. N., Schrieffer J. R. Theory of superconductivity // Phys. Rev. 1957. V. 108. P. 1175–1204.
3. Игнатюк А. В. Статистические свойства возбужденных ядер. М.: Энергоатомиздат, 1983. 176 с.
4. Игнатюк А. В., Истеков К. К., Смиренкин Г. Н. Роль коллективных эффектов при систематике плотности уровней // ЯФ. 1979. Т. 29. С. 875–883.
5. Распоchin Е. М. и др. Статистическое описание эмиссии нейтронов и деления при низких возбуждениях и угловых моментах // Тр. Междунар. конф. «Деление ядер — 50 лет», Ленинград, 16–20 окт. 1989 г. СПб, 1992. Т. 1. С. 393–400.
6. Распоchin Е. М., Свиpин М. И., Смиренкин Г. Н. Тестировка основных феноменологических моделей плотности уровней ядер // ЯФ. 1990. Т. 52. С. 1258–1272.
7. Свиpин М. И., Смиренкин Г. Н. Анализ испарительных спектров нейтронов в обобщенной сверхтекучей модели ядра // ЯФ. 1988. Т. 47. С. 84–94.
8. Strutinsky V. M. Shell effects in nuclear masses and deformation energies // Nucl. Phys. 1967. V. 95. P. 420–442; «Shells» in deformed nuclei // Nucl. Phys. 1968. V. 122. P. 1–33.

9. *Игнатюк А. В., Смиренкин Г. Н., Тишин А. С.* Структура одночастичного спектра и энергетическая зависимость Γ_f/Γ_n // ЯФ. 1972. Т. 15. С. 1124–1131.
10. *Kataria S. K., Ramamurthy V. S., Kapoor S. S.* Semiempirical nuclear level density formula with shell effects // Phys. Rev. C. 1978. V. 18. P. 549–563.
11. *Reisdorf W.* Analysis of fissionability data at high excitation energies // Z. Phys. A. 1981. Bd. 300. S. 227–238.
12. *Töke J., Swiatecki W. J.* Surface-layer corrections to the level density formula for a diffuse Fermi gas // Nucl. Phys. A. 1981. V. 372. P. 141–150.
13. *Treiner J.* Semiclassical approach to nuclear level densities // IAEA Advisory Group Meeting on Basic and Applied Problems of Nuclear Level Densities, Upton, 1983. Rep. BNL-NCS-51694. P. 383–391.
14. *Myers W. D., Swiatecki W. J.* Droplet model // Ann. Phys. 1974. V. 84. P. 186–210.
15. *Игнатюк А. В. и др.* Деление доактинидных ядер. Функции возбуждения реакции (α, f) // ЯФ. 1975. Т. 21. С. 1185–1205.
16. *Bishop C. J. et al.* The energy dependence of the fissionability of neptunium isotopes and the level density of highly deformed nuclei // Nucl. Phys. A. 1972. V. 198. P. 161–187.
17. *Myers W. D., Swiatecki W. J.* Nuclear masses and deformations // Ark. Fysik. 1967. V. 36. P. 598–684.
18. *Dilg W. et al.* Level density parameters for the back-shifted Fermi gas model in the mass range $40 < A < 250$ // Nucl. Phys. A. 1973. V. 217. P. 269–298.
19. *Bjornholm S., Bohr A., Mottelson B. R.* Role of symmetry of the nuclear shape in rotational contribution to nuclear level densities // Phys. Chem. Fission: Proc. Symp., Rochester, 1973. Vienna, 1974. V. 1. P. 367–374.
20. *Britt H. C.* Experimental survey of the potential energy surfaces associated with fission // Phys. Chem. Fission: Proc. Symp., 1979. Vienna, 1980. V. 1. P. 3–29.
21. *Gavron A. et al.* Γ_n/Γ_f for actinide nuclei using $(^3\text{He}, df)$ and $(^3\text{He}, tf)$ reactions // Phys. Rev. C. 1976. V. 13. P. 2374–2384.
22. *Baba H.* A shell-model nuclear level density // Nucl. Phys. A. 1970. V. 159. P. 625–641.
23. *Беланова Т. С. и др.* Радиационный захват нейтронов: Справ. М.: Энергоатомиздат, 1986. 248 с.
24. *Расстончин Е. М. и др.* Влияние поверхности ядра на плотность уровней и вероятность деления // ЯФ. 1989. Т. 49. С. 24–32.
25. *Schmidt K.-H. et al.* Influence of shell structure and pairing correlations on the nuclear state density // Z. Phys. A. 1982. Bd. 308. S. 215–225.
26. *Вдовин А. И., Комов А. Л., Малов Л. А.* Исследование парных корреляций сверхпроводящего типа в ядрах с $A > 100$ с использованием потенциала Вудса–Саксона. Препринт ОИЯИ Р4-5126. Дубна, 1970.
27. *Гринь Ю. Т., Струтинский В. М.* Плотность уровней и термодинамические функции атомного ядра с учетом эффектов парной корреляции // ЯФ. 1965. Т. 1. С. 420–425.

28. Блохин А. И., Игнатюк А. В., Шубин Ю. Н. Вибрационное увеличение плотности уровней ядер области железа // ЯФ. 1988. Т. 48. С. 371–377.
29. Myers W. D. Droplet Model of Atomic Nuclei. N. Y.: IFI/Plenum, 1977.
30. Пик-Пичак Г. А. Физика деления атомных ядер. М., 1962. С. 166–174.
31. Куватов К. Г. и др. Угловая анизотропия и сечение деления ядер в области $Z = 73–83$ α -частицами с энергией 38 МэВ // ЯФ. 1971. Т. 14. С. 79–87.
32. Иткис М. Г. и др. Деление ^{210}Po в реакции $^{206}\text{Pb}(\alpha, f)$ // ЯФ. 1972. Т. 16. С. 258–270.
33. Vandebosch R., Mosel U. Single-particle effects on fission probabilities for the lighter elements // Phys. Rev. Lett. 1972. V. 28. P. 1726–1729.
34. Moretto L. G. et al. Influence of shells and pairing on the fission probabilities of nuclei below radium // Phys. Lett. B. 1972. V. 38. P. 471–474.
35. Vandebosch R., Huizenga J. R. Nuclear Fission. N. Y.; London: Acad. Press, 1973.
36. Игнатюк А. В. и др. Исследования делимости доактинидных ядер заряженными частицами // ЭЧАЯ. 1985. Т. 16. С. 709–772.
37. Ильинов А. С., Черепанов Е. А., Чигринов С. Е. Вероятность деления ядер частицами средней энергии // ЯФ. 1980. Т. 32. С. 322–334.
38. Vigdor S. E. et al. Decay of hot, high-spin nuclei produced in ^6Li -induced fusion reactions // Phys. Rev. C. 1982. V. 26. P. 1035–1067.
39. Кудяев Г. А. и др. Делимость ядер и затухание вклада ротационных мод в плотность уровней // ЯФ. 1988. Т. 47. С. 1540–1547.
40. Остапенко Ю. Б., Расстончин Е. М., Смиренин Г. Н. Вероятность вынужденного деления ядер в диффузионной модели. Препринт ФЭИ-1848. Обнинск, 1987. 12 с.
41. Игнатюк А. В., Смиренин Г. Н., Тишин А. С. Феноменологическое описание энергетической зависимости параметра плотности уровней // ЯФ. 1975. Т. 21. С. 485–490.
42. Dossing T., Jensen A. S. Nuclear level densities with collective rotations included // Nucl. Phys. 1974. V. 222. P. 493–511.
43. Пашкевич В. В. Препринт ОИЯИ Р-4383. Дубна, 1969.
44. Pashkevich V. V. On the asymmetric deformation of fissioning nuclei // Nucl. Phys. A. 1971. V. 169. P. 275–293.
45. Lederer C. M., Shirley V. S. Tables of Isotopes. N. Y.: J. Wiley and Sons, Inc., 1978.
46. Свириин М. И., Смиренин Г. Н. Исследование плотности уровней ядер в районе $Z = 50$ // ЯФ. 1988. Т. 48. С. 682–693.
47. Svirin M. I., Smirenkin G. H. Nuclear level density at $A = 110–125$ // Proc. of Intern. Conf. in Nuclear Data for Science and Technology. Mito JAERI, 1988. P. 763–766.
48. Прохьев В. Г. и др. Определение абсолютной плотности уровней ядер из анализа спектров (p, n) -реакции // ЯФ. 1979. Т. 30. С. 604–609.

49. Ловчикова Г. Н. и др. Исследование механизма реакций $^{94}\text{Zr}(p, n)^{94}\text{Nb}$, $^{119}\text{Sn}(p, n)^{119}\text{Sb}$, $^{122}\text{Sn}(p, n)^{122}\text{Sb}$ в области энергий протонов 6–9 МэВ // ЯФ. 1980. Т. 31. С. 3–12.
50. Котельникова Г. В. и др. Механизм реакции $^{181}\text{Ta}(p, n)^{181}\text{W}$ при энергии протонов ниже 10 МэВ // ЯФ. 1980. Т. 31. С. 1127–1132.
51. Котельникова Г. В. и др. Нейтронные спектры из реакции $^{57}\text{Fe}(p, n)^{57}\text{Co}$. Препринт ФЭИ-1121. Обнинск, 1980. 19 с.
52. Труфанов А. М., Ловчикова Г. Н., Сальников О. А. Исследования реакций (p, n) на изотопах олова // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1984. Т. 48. С. 1982–1985.
53. Ловчикова Г. Н. и др. Особенности нейтронных спектров ^{115}Sn // ЯФ. 1978. Т. 28. С. 1144–1147.
54. Ловчикова Г. Н. и др. Исследования реакции (p, n) на изотопах серебра. Препринт ФЭИ-999. Обнинск, 1980. 30 с.
55. Wood R. M., Borchers R. R., Barschall H. H. Neutrons from protons on isotopes of TIN // Nucl. Phys. 1965. V. 71. P. 529–545.
56. Блохин А. И. и др. Анализ функций возбуждения пороговых реакций в обобщенной сверхтекучей модели // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1985. Т. 49. С. 962–971.
57. Gradzevich O. T. и др. Consistent systematics of level density for medium and heavy nuclei // Proc. of the Intern. Conf. on Nuclear Data for Science and Technology. Mito JAERI, 1988. P. 767–770.
58. Свириш М. И., Прохоров С. С. Спектры нейтронов из реакций (p, n) на ядрах ^{56}Fe , ^{181}Ta , ^{197}Au при энергии протонов 22,4 МэВ // ВАНТ. Сер. «Ядерные константы». 1982. Вып. 4. С. 53–58.
59. Ловчикова Г. Н. и др. Механизм неупругого рассеяния быстрых нейтронов на Мо // ЯФ. 1983. Т. 37. С. 533–541.
60. Кравиц В. А. Массы атомов и энергии связи ядер. М.: Атомиздат, 1974. 344 с.
61. Gilbert A., Cameron A. G. W. A composite nuclear-level density formula with shell corrections // Can. J. Phys. 1965. V. 43. С. 1446–1496.
62. Бор О., Моттelson Б. Структура атомного ядра. М.: Мир, 1971. Т. 1. 456 с.
63. Игнатюк А. В., Соколов Ю. В., Шубин Ю. Н. Плотность уровней легких четно-четных ядер в широком интервале энергий возбуждения // ЯФ. 1973. Т. 18. С. 989–998.
64. Игнатюк А. В., Соколов Ю. В. Распределение возбужденных квазичастиц и средние статистические характеристики ядер // ЯФ. 1974. Т. 19. С. 1229–1238.
65. Вдовин А. И. и др. Полумикроскопическое описание плотности состояний сложных ядер // ЭЧАЯ. 1976. Т. 7. С. 952–988.
66. Блохин А. И., Соколов Ю. В. Коэффициенты вибрационного увеличения плотности уровней околomagических ядер // ЯФ. 1981. Т. 34. С. 33–44.
67. Smith B. C., Choudhury F. N., Das Gupta S. Nuclear level density with schematic forces // Phys. Rev. C. 1978. V. 17. P. 318–325.

68. Goodman A. L. Temperature-induced deformation in ^{144}Sm // Phys. Rev. C. 1986. V. 33. P. 2212–2214.
69. Goodman A. L. Finite-temperature Hartree–Fock–Bogoliubov calculations in rare earth nuclei // Ibid. V. 34. P. 1942–1949.
70. Струтинский В. М. Препринт ИАЭ-1108. М., 1966;
Strutinsky V. M. «Shells» in deformed nuclei // Nucl. Phys. A. 1968. V. 122. P. 1–33.
71. Wilkins B. D., Steinberg E. P., Chasman R. R. Scission-point model of nuclear fission based on deformed-shell effects // Phys. Rev. C. 1976. V. 14. P. 1832–1863.
72. Vigdor S. E., Karwowski H. J. Influence of deformed-nucleus level densities on statistical model calculations for high-spin fission // Phys. Rev. C. 1982. V. 26. P. 1068–1088.
73. Schmidt K.-H., Keller J. G., Vermeulen D. Temperature-induced deformation — A possible mechanism for washing out spherical shell effects in the nuclear level density // Z. Phys. A. 1984. Bd. 315. S. 159–162.
74. Bowman H. R. et al. Velocity and angular distributions of prompt neutrons from spontaneous fission of ^{252}Cf // Phys. Rev. 1962. V. 126. P. 2120–2136.
75. Lang D. W. Statistical model study of prompt neutrons from spontaneous fission of ^{252}Cf // Nucl. Phys. 1964. V. 53. P. 113–127.
76. Серегина Е. А., Дьяченко П. П., Серегин А. А. Спектры нейтронов спонтанного деления ^{252}Cf в с. ц. м. // ЯФ. 1986. Т. 43. С. 1092–1100.
77. Budtz-Jorgensen C., Knitter H.-H. // Simultaneous investigation of fission fragments and neutrons in $^{252}\text{Cf}(\text{SF})$ // Nucl. Phys. A. 1988. V. 490. P. 307–328.
78. Samant M. S. et al. Determination of nuclear level densities of neutron rich fragment nuclei from measurement of prompt neutron emission spectra // Proc. IAEA Consultants Meeting. IAEA. INDC(NDS)-251. Vienna, 1991. P. 81–93.
79. Budtz-Jorgensen C., Knitter H.-H. // Proc. of the Intern. Conf. on Nuclear Data for Basic and Applied Science, Santa Fe, USA, 1985; Radial Eff. 1986. V. 93. P. 5.
80. Свиринов М. И., Смиренин Г. Н., Хамби Ф.-Ю. Спектры нейтронов деления и плотность ядерных уровней (тестирование обобщенной сверхтекучей модели) // ЯФ. 1996. Т. 59. С. 965–975.
81. Зоммер В. П., Савельев А. Е., Жихарева С. В. Мгновенное нейтронное и γ -излучение деления и параметры плотности уровней ядер осколков спонтанного деления ^{252}Cf // АЭ. 1967. Т. 23. С. 327–333.
82. Murthy K. H. N., Gupta S. K., Chatterjee A. // Z. Phys. A. 1982. Bd. 305. S. 73.
83. Axel P. Electric dipole ground-state transition width strength function and 7-MeV photon interactions // Phys. Rev. 1962. V. 126. P. 671–683.
84. Hamsch F.-J., Knitter H.-H., Budtz-Jorgensen C. New results and interpretations of cold fission data from ^{252}Cf // Proc. of IAEA Consultants Meeting. IAEA. INDC(NDS)-251. Vienna, 1991. P. 233–240.
85. Möller P., Nix J. R. Nuclear mass formula with a Yukawa-plus-exponential macroscopic model and a Folded–Yukawa single-particle potential // Nucl. Phys. A. 1981. V. 361. P. 117–146.

86. Möller P., Nix J.R. // At. Data Nucl. Data Tables. 1981. V. 26. P. 165.
87. Hotchkis M.A.C. et al. Rotational bands in the mass 100 region // Nucl. Phys. A. 1991. V. 530. P. 111–134.
88. Расстончин Е. М. и др. Статистические и динамические аспекты описания делимости доактинидных ядер // ЯФ. 1991. Т. 53. С. 1200–1224.
89. Кудяев Г. А. и др. Об одной возможности определения асимптотического параметра плотности уровней // ЯФ. 1988. Т. 47. С. 341–347.
90. Игнатюк А. В., Истеков К. К., Смиренкин Г. Н. Коллективные эффекты в плотности уровней и вероятность деления ядер // ЯФ. 1979. Т. 30. С. 1205–1218.
91. Игнатюк А. В. и др. Плотность уровней и вероятность деления сферических и деформированных ядер // Phys. Chem. Fission. Vienna, 1980. V. 1. P. 421–444.
92. Игнатюк А. В. и др. Анализ сечений деления изотопов U и Pu нейтронами в области первого плато // ЯФ. 1985. Т. 42. С. 569.
93. Кудяев Г. А., Остапенко Ю. Б., Смиренкин Г. Н. Пороги и седловые формы при симметричном и асимметричном делении в районе Ra // ЯФ. 1987. Т. 45. С. 1534–1546.
94. Burnett D.S. et al. Fission barrier of Thallium-201 // Phys. Rev. 1964. V. 134. P. B952–B963.
95. Hansen G., Jensen A.S. Energy dependence of the rotational enhancement factor in the level density // Nucl. Phys. A. 1983. V. 406. P. 236–256.
96. Соколов В. Н., Силин И. Н. Препринт ОИЯИ Д-810. Дубна, 1961.
97. Игнатюк А. В. и др. Деление доактинидных ядер. Угловая анизотропия реакции (α, f) // ЯФ. 1977. Т. 25. С. 25–35.
98. Moretto L.G. Fission probabilities in lighter nuclei // Proc. Symp. «Phys. and Chem. Fission», Rochester, 1973. Vienna, 1974. V. 1. P. 329.
99. Струтинский В. М. Устойчивость равновесных состояний ядра в капельной модели // ЖЭТФ. 1963. Т. 45. С. 1900–1907.
100. Грузинцев Е. Н. и др. Свойства симметричного деления ядер W–Bi ионами ^3He // ЯФ. 1984. Т. 39. С. 1336–1348.
101. Иткис М. Г. и др. О формировании массовых распределений осколков деления ядер легче тория // ЯФ. 1986. Т. 43. С. 1125–1136.
102. Грузинцев Е. Н. и др. Деление ядер ртути в реакциях с протонами, ионами ^3He и α -частицами // ЯФ. 1987. Т. 45. С. 1547–1555.
103. Иткис М. Г. и др. Симметричное и асимметричное деление ядер легче тория // ЭЧАЯ. 1988. Т. 19. С. 701–784.
104. Иткис М. Г. и др. Низкоэнергетическое деление ядер золота протонами и α -частицами // ЯФ. 1988. Т. 47. С. 7–15.
105. Krappe H.J., Nix J.R., Sierk A.J. Unified nuclear potential for heavy-ion-elastic scattering, fusion, fission and ground state masses and deformations // Phys. Rev. C. 1979. V. 20. P. 992–1013.

106. *Tsukada K. et al.* Energy dependence of the nuclear level density below the neutron binding energy // *Nucl. Phys.* 1966. V. 78. P. 369–384.
107. *Игнатюк А. В., Истеков К. К., Смиренкин Г. Н.* Анализ угловой анизотропии низкоэнергетического деления доактинидных ядер // *ЯФ.* 1982. Т. 36. С. 54–62.
108. *Распопчин Е. М., Свирин М. И., Смиренкин Г. Н.* О вкладе ротационных мод в плотность уровней ядер $A \leq 150$ // *ЯФ.* 1992. Т. 55. С. 310–317.
109. *Бор О., Моттelson Б.* Структура атомного ядра. М.: Мир, 1977. Т. 2. 664 с.
110. *Alder K. et al.* Study of nuclear structure by electromagnetic excitation with accelerated ions // *Rev. Mod. Phys.* 1956. V. 28. P. 432–542; Деформация атомных ядер. М.: Иностран. лит., 1958. 382 с.