ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2007. Т. 38. ВЫП. 5

РОЖДЕНИЕ ТЯЖЕЛЫХ КВАРКОНИЕВ В РЕДЖЕВСКОМ ПРЕДЕЛЕ КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКИ

*Д. В. Васин**, *В. А. Салеев***

Самарский государственный университет, Самара, Россия

*E-mail: vasin@ssu.samara.ru
**E-mail: saleev@ssu.samara.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2007. Т. 38. ВЫП. 5

РОЖДЕНИЕ ТЯЖЕЛЫХ КВАРКОНИЕВ В РЕДЖЕВСКОМ ПРЕДЕЛЕ КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКИ

*Д. В. Васин**, *В. А. Салеев***

Самарский государственный университет, Самара, Россия

В рамках нерелятивистской квантовой хромодинамики в лидирующем порядке по α_s и v рассмотрено адронное рождение тяжелых кваркониев ($c\bar{c}$, $b\bar{b}$) при энергиях коллайдеров тэватрон (I и II этапы работы) и LHC в подходе квазимультиреджевской кинематики. Проведено фитирование p_T-спектров различных S- и P-волновых состояний тяжелых кваркониев при энергиях коллайдера тэватрон (I и II стадии работы). Полученный набор октетных непертурбативных матричных элементов использован для предсказания выхода тяжелых кваркониев при энергиях коллайдера LHC. Полученные в подходе квазимультиреджевской кинематики результаты сравниваются с предсказаниями коллинеарной партонной модели.

We study heavy quarkonium ($c\bar{c}$, $b\bar{b}$) production at the Tevatron (run I and run II) and LHC energies in the framework of nonrelativistic quantum chromodynamics at leading order in the strong-coupling constant α_s and the relative velocity v using the quasimulti-Regge kinematics approach. The fit of the p_T-spectra of different S- and P-wave heavy quarkonium states at the energies of the Tevatron (run I and run II) was performed. The obtained set of the nonperturbative long-distance matrix elements was used for prediction of heavy quarkonium production rates at the energy of LHC collider. The results obtained in the quasimulti-Regge kinematics approach are compared with predictions of the collinear parton model.

PACS: 12.38.-t, 12.40.Nn, 13.85.Ni, 14.40.Gx

ВВЕДЕНИЕ

Процессы рождения тяжелых кваркониев ($c\bar{c}$, $b\bar{b}$) при высоких энергиях в $p\bar{p}$-взаимодействиях на коллайдерах тэватрон [1–4] и LHC представляют значительный интерес для проверки реджевского предела квантовой хромодинамики (КХД), а также для изучения относительной роли пертурбативных и непертурбативных эффектов КХД в процессах адронизации тяжелых кварков.

Хорошо известно, что в процессах рождения тяжелых кваркониев в столкновениях протонов при высоких энергиях доминирующую роль играет

*E-mail: vasin@ssu.samara.ru
**E-mail: saleev@ssu.samara.ru

глюон-глюонное слияние. Взаимодействие в начальном состоянии в случае рассматриваемых процессов описывается в рамках моделей, основанных на теории возмущений КХД. В коллинеарной партонной модели (КПМ) [5] динамика глюонов в начальном состоянии описывается уравнением Докшицера–Грибова–Липатова–Алтарелли–Паризи (ДГЛАП) [6] в предположении, что $S > \mu^2 \gg \Lambda^2_{\rm QCD}$, где $\sqrt{S}$ — полная энергия сталкивающихся протонов, а μ — характерный масштаб жесткого процесса. При этом в уравнении эволюции ДГЛАП в лидирующем логарифмическом приближении (ЛЛП) учтен лишь вклад больших логарифмов типа $\log(\mu/\Lambda_{\rm QCD})$ и используется коллинеарное приближение, при котором начальные глюоны не имеют поперечного импульса относительно оси реакции.

При высоких энергиях, в так называемом реджевском ($S \gg |t| \sim \mu^2$) пределе, начинают доминировать процессы с обменом глюоном в t-канале, поэтому в рамках ЛЛП необходимо учитывать вклады больших логарифмов нового типа $\log(\sqrt{S}/\mu)$, что приводит к неколлинеарной динамике глюонов, которая описывается уравнением эволюции Балицкого–Фадина–Кураева–Липатова (БФКЛ) [7]. При этом необходимо учитывать поперечный импульс и виртуальность взаимодействующих t-канальных глюонов. Учет этих эффектов может быть выполнен в подходе квазимультиреджевской кинематики (КМРК) [8], который основан на эффективной квантово-полевой теории с неабелевым калибровочным взаимодействием [9, 10], являющейся высокоэнергетическим пределом КХД.

В последнее десятилетие для описания процессов распада и рождения тяжелых кваркониев был развит формализм, основанный на нерелятивистской КХД (НРКХД) [11], который позволяет представить сечение рождения кваркония в партонном подпроцессе как сумму членов, в которых факторизуются жесткие амплитуды рождения тяжелых кварков и непертурбативные матричные элементы (НМЭ), описывающие переход системы $(Q\bar{Q})$ в конечный кварконий. НРКХД является пертурбативной теорией с двумя малыми параметрами: α_s — константа сильного взаимодействия на масштабе массы тяжелого кварка и v — относительная скорость тяжелых кварков в кварконии.

Отметим, что рождение кваркониев при энергиях $p\bar{p}$-коллайдера тэватрон изучалось ранее на основе КПМ (см., например, обзоры [12–14]) и в подходе k_T-факторизации [15–17], который концептуально близок к подходу КМРК, но является в большей степени феноменологическим приближением [18]. В частности, в подходе k_T-факторизации имеются принципиальные трудности с расчетами в следующем порядке теории возмущений по α_s [19]. В то же время в подходе КМРК, как показано в работах [8, 20], проблема расчета следующих по α_s поправок к сечению процессов может быть решена.

В настоящей работе в подходе КМРК проведен последовательный анализ процессов адронного рождения тяжелых кваркониев в рамках лидирующего приближения по α_s и v в НРКХД. Полученные результаты сравниваются с предсказаниями КПМ. Учет поправок в следующем по α_s порядке теории возмущений лежит за пределами данной работы и будет проведен в будущем.

1. ФОРМАЛИЗМ НРКХД

На основе НРКХД сечение рождения тяжелого кваркония $\mathcal{H}$ в партон-партонном взаимодействии $\hat{\sigma}(a + b \to \mathcal{H} + X)$ может быть представлено как сумма членов, в которых факторизуются коэффициенты, определяемые физикой жесткого взаимодействия, и НМЭ, описывающие эффекты физики больших расстояний [11]:

$$d\hat{\sigma}(\mathcal{H}) = \sum_n d\hat{\sigma}(Q\bar{Q}[n])\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[n]\rangle. \tag{1}$$

Здесь n обозначает набор цветовых, спиновых и орбитальных квантовых чисел $Q\bar{Q}$-пары, сечение рождения которой равно $\hat{\sigma}(Q\bar{Q}[n])$. Непертурбативный переход $Q\bar{Q}$-пары в конечный кварконий $\mathcal{H}$ описывается НМЭ $\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[n]\rangle$, который может быть рассчитан в рамках непертурбативных методов КХД или извлечен из экспериментальных данных.

Например, в случае рождения S-волнового тяжелого кваркония J/ψ ($\psi(1S)$) волновая функция физического триплетного состояния может быть представлена как суперпозиция фоковских состояний:

$$\begin{aligned}|J/\psi\rangle = \mathcal{O}(v^0)|Q\bar{Q}[^3S_1^{(1)}]\rangle + \mathcal{O}(v^1)|Q\bar{Q}[^3P_J^{(8)}]g\rangle + \\ + \mathcal{O}(v^2)|Q\bar{Q}[^3S_1^{(1,8)}]gg\rangle + \mathcal{O}(v^2)|Q\bar{Q}[^1S_0^{(8)}]g\rangle + \ldots,\end{aligned} \tag{2}$$

где для определения квантовых чисел $Q\bar{Q}$-пары используются обычные спектроскопические обозначения, а верхние индексы $(1, 8)$ в круглых скобках обозначают синглетное или октетное по цвету состояние.

В модели цветовых синглетов (МЦС) [21] в разложении (2) учитывается только первое слагаемое $\sim v^0$. В этом случае НМЭ для S-волновых кварякониев $\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3S_1^{(1)}]\rangle$ напрямую связан с квадратом модуля волновой функции кварякония в нуле $|\Psi(0)|^2$, который может быть рассчитан в рамках потенциальной кварковой модели [22]:

$$\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3S_1^{(1)}]\rangle = 2N_c(2J + 1)|\Psi(0)|^2, \tag{3}$$

где $N_c = 3$ и $J = 1$.

Аналогично для P-волновых кварякониев имеем

$$\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3P_J^{(1)}]\rangle = 2N_c(2J + 1)|\Psi'(0)|^2, \tag{4}$$

где $|\Psi'(0)|^2$ — квадрат модуля производной волновой функции P-волнового кваркония $\mathcal{H}$ в нуле.

В общем случае сечение рождения кваркония $\mathcal{H}$ через образование $Q\bar{Q}$-пары с квантовыми числами $n = {}^{2S+1}L_J^{(1,8)}$ связано с сечением рождения состояния $[n]$ в жестком подпроцессе и НМЭ перехода $\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[{}^{2S+1}L_J^{(1,8)}]\rangle$ следующим образом [11, 23]:

$$\hat{\sigma}(a+b \to Q\bar{Q}[{}^{2S+1}L_J^{(1,8)}] \to \mathcal{H}) = \\ = \hat{\sigma}(a+b \to Q\bar{Q}[{}^{2S+1}L_J^{(1,8)}])\frac{\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[{}^{2S+1}L_J^{(1,8)}]\rangle}{N_{\mathrm{col}}N_{\mathrm{pol}}}. \quad (5)$$

В случае синглетного по цвету состояния $N_{\mathrm{col}} = 2N_c$, а в случае октетного $N_{\mathrm{col}} = N_c^2 - 1$, $N_{\mathrm{pol}} = 2J + 1$.

Амплитуда рождения $Q\bar{Q}$-пары в состоянии $[n] = [{}^{2S+1}L_J^{(1,8)}]$ может быть получена в результате проецирования амплитуды рождения $Q\bar{Q}$-пары с произвольными квантовыми числами.

Проекторы на состояние со значением спина $S = 0$ и $S = 1$, соответственно, имеют следующий вид [24]:

$$\Pi_0 = \frac{1}{\sqrt{8m^3}}\left(\frac{\hat{p}}{2} - \hat{q} - m\right)\gamma_5\left(\frac{\hat{p}}{2} + \hat{q} + m\right), \quad (6)$$

$$\Pi_1^{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{8m^3}}\left(\frac{\hat{p}}{2} - \hat{q} - m\right)\gamma^{\alpha}\left(\frac{\hat{p}}{2} + \hat{q} + m\right), \quad (7)$$

где $\hat{p} = \gamma^{\alpha}p_{\alpha}$, p_{α} — 4-импульс $Q\bar{Q}$-пары; $\hat{q} = \gamma^{\alpha}q_{\alpha}$, q_{α} — 4-импульс относительного движения тяжелых кварков; $m = M/2$ — масса тяжелого кварка; M — масса тяжелого кваркония.

Амплитуды рождения $Q\bar{Q}$-пары в синглетном и октетном по цвету состоянии получаются сверткой исходной амплитуды с проекционными операторами:

$$C_1 = \frac{\delta_{ij}}{\sqrt{N_c}}, \quad (8)$$

$$C_8 = \sqrt{2}T_{ij}^a, \quad (9)$$

где T_{ij}^a — генераторы калибровочной группы $SU(3)$, $a = 1, \ldots, N_c^2 - 1$.

Проецирование на состояние с определенным значением орбитального момента L $Q\bar{Q}$-пары выполняется путем L-кратного дифференцирования амплитуды, спроецированной на требуемое спиновое и цветовое состояние, по 4-импульсу относительного движения кварков, затем q полагается равным нулю. Для интересующих нас случаев с $L = 0$ и $L = 1$ можно записать:

$$\mathcal{A}(a + b \to Q\bar{Q}[^1S_0^{(1,8)}]) = \mathrm{Tr}\left[C_{1,8}\Pi_0\mathcal{A}(a + b \to Q\bar{Q})\right]\Big|_{q=0}, \tag{10}$$

$$\mathcal{A}(a + b \to Q\bar{Q}[^3S_1^{(1,8)}]) = \mathrm{Tr}\left[C_{1,8}\Pi_1^\alpha\mathcal{A}(a + b \to Q\bar{Q})\varepsilon_\alpha(J_z, p)\right]\Big|_{q=0}, \tag{11}$$

$$\mathcal{A}(a + b \to Q\bar{Q}[^3P_J^{(1,8)}]) = \frac{d}{dq_\beta}\mathrm{Tr}\left[C_{1,8}\Pi_1^\alpha\mathcal{A}(a + b \to Q\bar{Q})\varepsilon_{\alpha\beta}^{(J)}(J_z, p)\right]\Big|_{q=0}, \tag{12}$$

$$\mathcal{A}(a + b \to Q\bar{Q}[^1P_1^{(1,8)}]) = \frac{d}{dq_\beta}\mathrm{Tr}\left[C_{1,8}\Pi_0\mathcal{A}(a + b \to Q\bar{Q})\varepsilon_\beta(J_z, p)\right]\Big|_{q=0}, \tag{13}$$

где $\mathcal{A}(a + b \to Q\bar{Q})$ — стандартная КХД-амплитуда рождения $Q\bar{Q}$-пары с «ампутированными» кварковыми линиями спиноров.

Суммирование по поляризациям кваркония в конечном состоянии можно осуществить при помощи вспомогательного тензора

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta}(p) = -g_{\alpha\beta} + \frac{p_\alpha p_\beta}{M^2}. \tag{14}$$

Так, суммирование по поляризациям в случае состояний $[^3S_1^{(1,8)}]$ и $[^1P_1^{(1,8)}]$, описываемых 4-векторами поляризации $\varepsilon_\alpha(J_z, p)$, приводит к следующему выражению:

$$\sum_{J_z}\varepsilon_\alpha(J_z, p)\varepsilon^*_{\alpha'}(J_z, p) = \mathcal{P}_{\alpha\alpha'}(p). \tag{15}$$

В случае $[^3P_J^{(1,8)}]$-состояний, для $J = 0$, 1 и 2, соответствующие тензоры поляризации после суммирования по проекции J_z сворачиваются по правилам:

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^{(0)}(0, p)\varepsilon_{\alpha'\beta'}^{(0)*}(0, p) = \frac{1}{3}\mathcal{P}_{\alpha\beta}(p)\mathcal{P}_{\alpha'\beta'}(p), \tag{16}$$

$$\sum_{J_z}\varepsilon_{\alpha\beta}^{(1)}(J_z, p)\varepsilon_{\alpha'\beta'}^{(1)*}(J_z, p) = \frac{1}{2}\left(\mathcal{P}_{\alpha\alpha'}(p)\mathcal{P}_{\beta\beta'}(p) - \mathcal{P}_{\alpha\beta'}(p)\mathcal{P}_{\alpha'\beta}(p)\right), \tag{17}$$

$$\sum_{J_z}\varepsilon_{\alpha\beta}^{(2)}(J_z, p)\varepsilon_{\alpha'\beta'}^{(2)*}(J_z, p) = \frac{1}{2}\left(\mathcal{P}_{\alpha\alpha'}(p)\mathcal{P}_{\beta\beta'}(p) + \mathcal{P}_{\alpha\beta'}(p)\mathcal{P}_{\alpha'\beta}(p)\right) - \frac{1}{3}\mathcal{P}_{\alpha\beta}(p)\mathcal{P}_{\alpha'\beta'}(p). \tag{18}$$

2. РОЖДЕНИЕ ТЯЖЕЛЫХ КВАРКОНИЕВ В КОЛЛИНЕАРНОЙ ПАРТОННОЙ МОДЕЛИ

В низшем порядке теории возмущений по константе сильного взаимодействия α_s рождение связанного состояния тяжелых кварка и антикварка в слиянии двух глюонов в процессе $g+g\to\mathcal{H}[^1S_0^{(8)},{}^3P_{0,2}^{(1,8)}]$ описывается диаграммами, представленными на рис. 1. Вклад промежуточных состояний

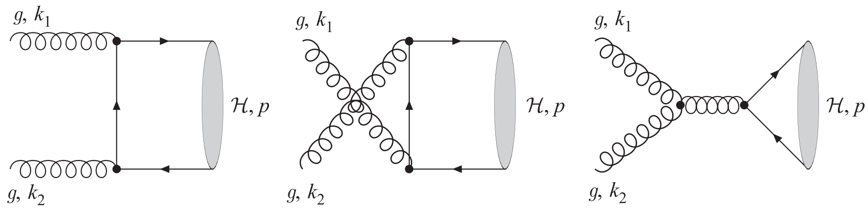

Рис. 1. Диаграммы процесса рождения тяжелого кваркония в глюон-глюонном слиянии

$[n]=[^3S_1^{(1,8)}]$ и $[n]=[^3P_1^{(1,8)}]$ тождественно равен нулю. Усредненные по начальным цветовым состояниям и поляризациям глюонов и просуммированные по конечным поляризациям тяжелых кваркониев, квадраты модулей амплитуд представляются в виде [25]:

$$\overline{|\mathcal{A}(g+g\to\mathcal{H}[^3P_0^{(1)}])|^2}=\frac{8}{3}\pi^2\alpha_s^2\frac{\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3P_0^{(1)}]\rangle}{M^5}M^2, \tag{19}$$

$$\overline{|\mathcal{A}(g+g\to\mathcal{H}[^3P_2^{(1)}])|^2}=\frac{32}{45}\pi^2\alpha_s^2\frac{\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3P_2^{(1)}]\rangle}{M^5}M^2, \tag{20}$$

$$\overline{|\mathcal{A}(g+g\to\mathcal{H}[^1S_0^{(8)}])|^2}=\frac{5}{12}\pi^2\alpha_s^2\frac{\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^1S_0^{(8)}]\rangle}{M^3}M^2, \tag{21}$$

$$\overline{|\mathcal{A}(g+g\to\mathcal{H}[^3P_0^{(8)}])|^2}=5\pi^2\alpha_s^2\frac{\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3P_0^{(8)}]\rangle}{M^5}M^2, \tag{22}$$

$$\overline{|\mathcal{A}(g+g\to\mathcal{H}[^3P_2^{(8)}])|^2}=\frac{4}{3}\pi^2\alpha_s^2\frac{\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3P_2^{(8)}]\rangle}{M^5}M^2. \tag{23}$$

Однако в таких подпроцессах кварконии рождаются с нулевым поперечным импульсом ($\mathbf{p}_T=\mathbf{0}$). Поэтому в КПМ для описания процессов рождения тяжелых кваркониев с ненулевым поперечным импульсом требуется учет диаграмм следующего порядка по α_s с дополнительным глюоном в конечном состоянии, т. е. подпроцессов

$$g+g\to\mathcal{H}[^3S_1^{(1,8)},{}^1S_0^{(8)},{}^3P_J^{(1,8)}]+g. \tag{24}$$

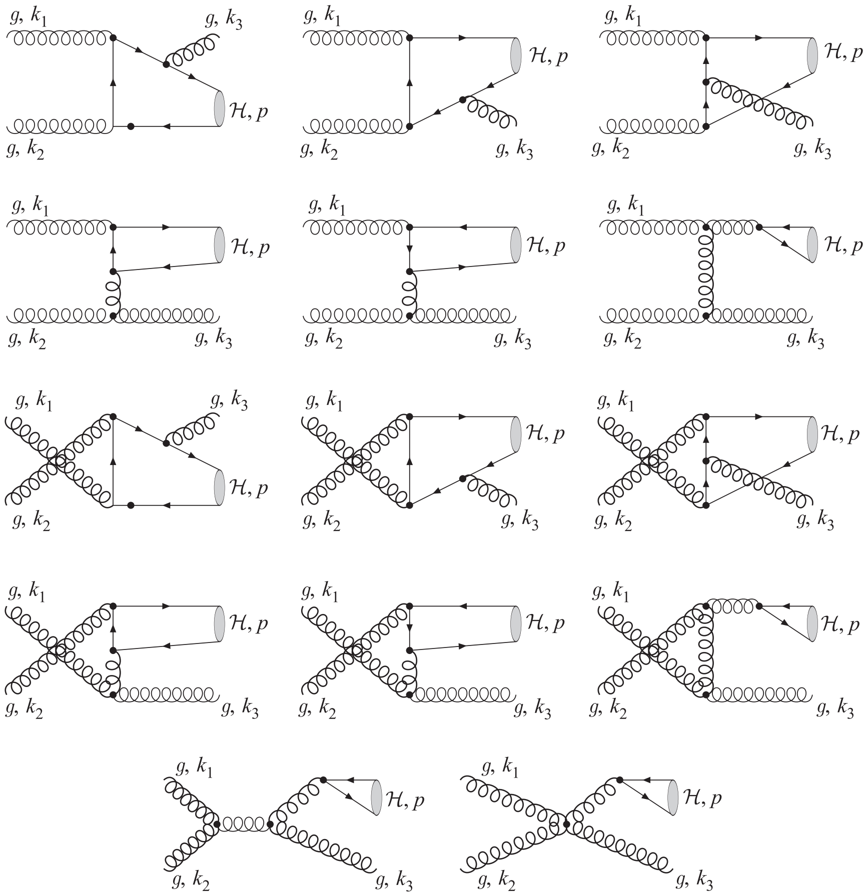

Рис. 2. Диаграммы процесса $g + g \to \mathcal{H} + g$

Расчет квадратов модулей амплитуд для подпроцессов (24) был выполнен в работах [25, 26] с учетом полного набора фейнмановских диаграмм, показанных на рис. 2. Результаты расчетов можно представить в следующем виде:

$$\overline{|\mathcal{A}(g+g\to\mathcal{H}[^3S_1^{(1)}]+g)|^2} = \pi^3\alpha_s^3\frac{320M\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3S_1^{(1)}]\rangle}{81(M^2-\hat{t})^2(M^2-\hat{u})^2(\hat{t}+\hat{u})^2}\times$$
$$\times\,(M^4\hat{t}^2-2M^2\hat{t}^3+\hat{t}^4+M^4\hat{t}\hat{u}-3M^2\hat{t}^2\hat{u}+2\hat{t}^3\hat{u}+M^4\hat{u}^2-$$
$$-\,3M^2\hat{t}\hat{u}^2+3\hat{t}^2\hat{u}^2-2M^2\hat{u}^3+2\hat{t}\hat{u}^3+\hat{u}^4), \quad (25)$$

$$\overline{|\mathcal{A}(g+g\to\mathcal{H}[^3P_0^{(1)}]+g)|^2}=\pi^3\alpha_s^3\frac{128\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3P_0^{(1)}]\rangle}{9M^3\hat{s}(M^2-\hat{t})^4\hat{t}(M^2-\hat{u})^4\hat{u}(\hat{t}+\hat{u})^4}\times$$
$$\times(9M^{20}(\hat{t}+\hat{u})^4+\hat{t}^2\hat{u}^2(\hat{t}+\hat{u})^2(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)^4-6M^{18}(\hat{t}+$$
$$+\hat{u})^3(9\hat{t}^2+14\hat{t}\hat{u}+9\hat{u}^2)-2M^{14}(\hat{t}+\hat{u})^3(135\hat{t}^4+393\hat{t}^3\hat{u}+545\hat{t}^2\hat{u}^2+393\hat{t}\hat{u}^3+$$
$$+135\hat{u}^4)+M^{16}(\hat{t}+\hat{u})^2(153\hat{t}^4+492\hat{t}^3\hat{u}+695\hat{t}^2\hat{u}^2+492\hat{t}\hat{u}^3+153\hat{u}^4)-2M^2\hat{t}\hat{u}(\hat{t}^2+$$
$$+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)^2(3\hat{t}^7+15\hat{t}^6\hat{u}+37\hat{t}^5\hat{u}^2+55\hat{t}^4\hat{u}^3+55\hat{t}^3\hat{u}^4+37\hat{t}^2\hat{u}^5+15\hat{t}\hat{u}^6+$$
$$+3\hat{u}^7)+2M^{12}(162\hat{t}^8+1065\hat{t}^7\hat{u}+3208\hat{t}^6\hat{u}^2+5852\hat{t}^5\hat{u}^3+7096\hat{t}^4\hat{u}^4+5852\hat{t}^3\hat{u}^5+$$
$$+3208\hat{t}^2\hat{u}^6+1065\hat{t}\hat{u}^7+162\hat{u}^8)-2M^{10}(135\hat{t}^9+966\hat{t}^8\hat{u}+3215\hat{t}^7\hat{u}^2+6627\hat{t}^6\hat{u}^3+$$
$$+9351\hat{t}^5\hat{u}^4+9351\hat{t}^4\hat{u}^5+6627\hat{t}^3\hat{u}^6+3215\hat{t}^2\hat{u}^7+966\hat{t}\hat{u}^8+135\hat{u}^9)+M^8(153\hat{t}^{10}+$$
$$+1170\hat{t}^9\hat{u}+4249\hat{t}^8\hat{u}^2+9722\hat{t}^7\hat{u}^3+15548\hat{t}^6\hat{u}^4+18124\hat{t}^5\hat{u}^5+15548\hat{t}^4\hat{u}^6+$$
$$+9722\hat{t}^3\hat{u}^7+4249\hat{t}^2\hat{u}^8+1170\hat{t}\hat{u}^9+153\hat{u}^{10})-2M^6(27\hat{t}^{11}+222\hat{t}^{10}\hat{u}+885\hat{t}^9\hat{u}^2+$$
$$+2237\hat{t}^8\hat{u}^3+4001\hat{t}^7\hat{u}^4+5308\hat{t}^6\hat{u}^5+5308\hat{t}^5\hat{u}^6+4001\hat{t}^4\hat{u}^7+2237\hat{t}^3\hat{u}^8+$$
$$+885\hat{t}^2\hat{u}^9+222\hat{t}\hat{u}^{10}+27\hat{u}^{11})+M^4(9\hat{t}^{12}+90\hat{t}^{11}\hat{u}+416\hat{t}^{10}\hat{u}^2+1190\hat{t}^9\hat{u}^3+$$
$$+2394\hat{t}^8\hat{u}^4+3582\hat{t}^7\hat{u}^5+4090\hat{t}^6\hat{u}^6+3582\hat{t}^5\hat{u}^7+2394\hat{t}^4\hat{u}^8+1190\hat{t}^3\hat{u}^9+$$
$$+416\hat{t}^2\hat{u}^{10}+90\hat{t}\hat{u}^{11}+9\hat{u}^{12})),\quad(26)$$

$$\overline{|\mathcal{A}(g+g\to\mathcal{H}[^3P_1^{(1)}]+g)|^2}=\pi^3\alpha_s^3\frac{128\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3P_1^{(1)}]\rangle}{3M^3(M^2-\hat{t})^4(M^2-\hat{u})^4(\hat{t}+\hat{u})^4}\times$$
$$\times(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2-M^2(\hat{t}+\hat{u}))^2(M^{10}(\hat{t}^2+\hat{u}^2)-2\hat{t}\hat{u}(\hat{t}+\hat{u})(\hat{t}^2+$$
$$+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)^2-2M^8(3\hat{t}^3+2\hat{t}^2\hat{u}+2\hat{t}\hat{u}^2+3\hat{u}^3)+M^6(13\hat{t}^4+20\hat{t}^3\hat{u}+10\hat{t}^2\hat{u}^2+$$
$$+20\hat{t}\hat{u}^3+13\hat{u}^4)-4M^4(3\hat{t}^5+8\hat{t}^4\hat{u}+6\hat{t}^3\hat{u}^2+6\hat{t}^2\hat{u}^3+8\hat{t}\hat{u}^4+3\hat{u}^5)+$$
$$+M^2(4\hat{t}^6+18\hat{t}^5\hat{u}+25\hat{t}^4\hat{u}^2+20\hat{t}^3\hat{u}^3+25\hat{t}^2\hat{u}^4+18\hat{t}\hat{u}^5+4\hat{u}^6)),\quad(27)$$

$$\overline{|\mathcal{A}(g+g\to\mathcal{H}[^3P_2^{(1)}]+g)|^2}=\pi^3\alpha_s^3\frac{128\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3P_2^{(1)}]\rangle}{3M^3\hat{s}(M^2-\hat{t})^4\hat{t}(M^2-\hat{u})^4\hat{u}(\hat{t}+\hat{u})^4}\times$$
$$\times(12M^{20}(\hat{t}+\hat{u})^4+2\hat{t}^2\hat{u}^2(\hat{t}+\hat{u})^2(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)^4-24M^{18}(\hat{t}+$$
$$+\hat{u})^3(3\hat{t}^2+5\hat{t}\hat{u}+3\hat{u}^2)+M^{16}(\hat{t}+\hat{u})^2(204\hat{t}^4+651\hat{t}^3\hat{u}+880\hat{t}^2\hat{u}^2+651\hat{t}\hat{u}^3+$$
$$+204\hat{u}^4)-M^2\hat{t}\hat{u}(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)^2(12\hat{t}^7+60\hat{t}^6\hat{u}+91\hat{t}^5\hat{u}^2+49\hat{t}^4\hat{u}^3+49\hat{t}^3\hat{u}^4+$$
$$+91\hat{t}^2\hat{u}^5+60\hat{t}\hat{u}^6+12\hat{u}^7)-M^{14}(360\hat{t}^7+1995\hat{t}^6\hat{u}+4949\hat{t}^5\hat{u}^2+7428\hat{t}^4\hat{u}^3+$$
$$+7428\hat{t}^3\hat{u}^4+4949\hat{t}^2\hat{u}^5+1995\hat{t}\hat{u}^6+360\hat{u}^7)+M^{12}(432\hat{t}^8+2526\hat{t}^7\hat{u}+6652\hat{t}^6\hat{u}^2+$$
$$+10877\hat{t}^5\hat{u}^3+12640\hat{t}^4\hat{u}^4+10877\hat{t}^3\hat{u}^5+6652\hat{t}^2\hat{u}^6+2526\hat{t}\hat{u}^7+432\hat{u}^8)-$$
$$-M^{10}(360\hat{t}^9+2274\hat{t}^8\hat{u}+6290\hat{t}^7\hat{u}^2+10647\hat{t}^6\hat{u}^3+13185\hat{t}^5\hat{u}^4+13185\hat{t}^4\hat{u}^5+$$

$$+10647\hat{t}^3\hat{u}^6+6290\hat{t}^2\hat{u}^7+2274\hat{t}\hat{u}^8+360\hat{u}^9)+$$
$$+M^8(204\hat{t}^{10}+1455\hat{t}^9\hat{u}+4328\hat{t}^8\hat{u}^2+7504\hat{t}^7\hat{u}^3+$$
$$+9232\hat{t}^6\hat{u}^4+9614\hat{t}^5\hat{u}^5+9232\hat{t}^4\hat{u}^6+7504\hat{t}^3\hat{u}^7+4328\hat{t}^2\hat{u}^8+1455\hat{t}\hat{u}^9+$$
$$+204\hat{u}^{10})-M^6(72\hat{t}^{11}+615\hat{t}^{10}\hat{u}+2085\hat{t}^9\hat{u}^2+3878\hat{t}^8\hat{u}^3+4748\hat{t}^7\hat{u}^4+4678\hat{t}^6\hat{u}^5+$$
$$+4678\hat{t}^5\hat{u}^6+4748\hat{t}^4\hat{u}^7+3878\hat{t}^3\hat{u}^8+2085\hat{t}^2\hat{u}^9+615\hat{t}\hat{u}^{10}+72\hat{u}^{11})+M^4(12\hat{t}^{12}+$$
$$+144\hat{t}^{11}\hat{u}+616\hat{t}^{10}\hat{u}^2+1345\hat{t}^9\hat{u}^3+1824\hat{t}^8\hat{u}^4+1806\hat{t}^7\hat{u}^5+1688\hat{t}^6\hat{u}^6+$$
$$+1806\hat{t}^5\hat{u}^7+1824\hat{t}^4\hat{u}^8+1345\hat{t}^3\hat{u}^9+616\hat{t}^2\hat{u}^{10}+144\hat{t}\hat{u}^{11}+12\hat{u}^{12})), \quad (28)$$

$$\overline{|\mathcal{A}(g+g\to\mathcal{H}[^3S_1^{(8)}]+g)|^2}=$$
$$=\pi^3\alpha_s^3\frac{8\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3S_1^{(8)}]\rangle}{9M^3(M^2-\hat{t})^2(M^2-\hat{u})^2(\hat{t}+\hat{u})^2}(19M^4-$$
$$-27M^2(\hat{t}+\hat{u})+27(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2))(M^4(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)+(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)^2-$$
$$-M^2(2\hat{t}^3+3\hat{t}^2\hat{u}+3\hat{t}\hat{u}^2+2\hat{u}^3)), \quad (29)$$

$$\overline{|\mathcal{A}(g+g\to\mathcal{H}[^1S_0^{(8)}]+g)|^2}=$$
$$=\pi^3\alpha_s^3\frac{20\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^1S_0^{(8)}]\rangle}{M\hat{s}(M^2-\hat{t})^2\hat{t}(M^2-\hat{u})^2\hat{u}(\hat{t}+\hat{u})^2}(M^8-2M^6(\hat{t}+\hat{u})+$$
$$+3M^4(\hat{t}+\hat{u})^2-2M^2(\hat{t}+\hat{u})^3+(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)^2)(M^4(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)+(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)^2-$$
$$-M^2(2\hat{t}^3+3\hat{t}^2\hat{u}+3\hat{t}\hat{u}^2+2\hat{u}^3)), \quad (30)$$

$$\overline{|\mathcal{A}(g+g\to\mathcal{H}[^3P_0^{(8)}]+g)|^2}=$$
$$=\pi^3\alpha_s^3\frac{80\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3P_0^{(8)}]\rangle}{3M^3\hat{s}(M^2-\hat{t})^4\hat{t}(M^2-\hat{u})^4\hat{u}(\hat{t}+\hat{u})^4}(9M^{20}(\hat{t}+\hat{u})^2(\hat{t}^2+$$
$$+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)+\hat{t}^2\hat{u}^2(\hat{t}+\hat{u})^2(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)^4-6M^{18}(\hat{t}+\hat{u})^3(9\hat{t}^2+7\hat{t}\hat{u}+9\hat{u}^2)+$$
$$+M^{16}(153\hat{t}^6+708\hat{t}^5\hat{u}+1468\hat{t}^4\hat{u}^2+1822\hat{t}^3\hat{u}^3+1468\hat{t}^2\hat{u}^4+708\hat{t}\hat{u}^5+153\hat{u}^6)-$$
$$-M^2\hat{t}\hat{u}(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)^2(6\hat{t}^7+30\hat{t}^6\hat{u}+75\hat{t}^5\hat{u}^2+$$
$$+113\hat{t}^4\hat{u}^3+113\hat{t}^3\hat{u}^4+75\hat{t}^2\hat{u}^5+30\hat{t}\hat{u}^6+6\hat{u}^7)-$$
$$M^{14}(270\hat{t}^7+1482\hat{t}^6\hat{u}+3677\hat{t}^5\hat{u}^2+5507\hat{t}^4\hat{u}^3+5507\hat{t}^3\hat{u}^4+$$
$$+3677\hat{t}^2\hat{u}^5+1482\hat{t}\hat{u}^6+270\hat{u}^7)+$$
$$+M^{12}(324\hat{t}^8+2040\hat{t}^7\hat{u}+5865\hat{t}^6\hat{u}^2+10326\hat{t}^5\hat{u}^3+12350\hat{t}^4\hat{u}^4+$$
$$+10326\hat{t}^3\hat{u}^5+5865\hat{t}^2\hat{u}^6+2040\hat{t}\hat{u}^7+324\hat{u}^8)-$$

$$- M^{10}(270\hat{t}^9 + 1887\hat{t}^8\hat{u} + 6128\hat{t}^7\hat{u}^2 + 12375\hat{t}^6\hat{u}^3 + 17252\hat{t}^5\hat{u}^4+$$
$$+ 17252\hat{t}^4\hat{u}^5 + 12375\hat{t}^3\hat{u}^6 + 6128\hat{t}^2\hat{u}^7 + 1887\hat{t}\hat{u}^8 + 270\hat{u}^9)+$$
$$+ M^8(153\hat{t}^{10} + 1155\hat{t}^9\hat{u} + 4166\hat{t}^8\hat{u}^2 + 9470\hat{t}^7\hat{u}^3 + 15071\hat{t}^6\hat{u}^4+$$
$$+ 17534\hat{t}^5\hat{u}^5 + 15071\hat{t}^4\hat{u}^6 + 9470\hat{t}^3\hat{u}^7 + 4166\hat{t}^2\hat{u}^8+$$
$$+1155\hat{t}\hat{u}^9+153\hat{u}^{10})-M^6(54\hat{t}^{11}+441\hat{t}^{10}\hat{u}+1765\hat{t}^9\hat{u}^2+4479\hat{t}^8\hat{u}^3+8030\hat{t}^7\hat{u}^4+$$
$$+10663\hat{t}^6\hat{u}^5+10663\hat{t}^5\hat{u}^6+8030\hat{t}^4\hat{u}^7+4479\hat{t}^3\hat{u}^8+1765\hat{t}^2\hat{u}^9+441\hat{t}\hat{u}^{10}+54\hat{u}^{11})+$$
$$+M^4(9\hat{t}^{12}+90\hat{t}^{11}\hat{u}+418\hat{t}^{10}\hat{u}^2+1205\hat{t}^9\hat{u}^3+2441\hat{t}^8\hat{u}^4+3668\hat{t}^7\hat{u}^5+4194\hat{t}^6\hat{u}^6+$$
$$+ 3668\hat{t}^5\hat{u}^7 + 2441\hat{t}^4\hat{u}^8 + 1205\hat{t}^3\hat{u}^9 + 418\hat{t}^2\hat{u}^{10} + 90\hat{t}\hat{u}^{11} + 9\hat{u}^{12})), \quad (31)$$

$$\overline{|\mathcal{A}(g+g\to\mathcal{H}[^3P_1^{(8)}]+g)|^2} =$$
$$= \pi^3\alpha_s^3\frac{160\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3P_1^{(8)}]\rangle}{3M^3(M^2-\hat{t})^4(M^2-\hat{u})^4(\hat{t}+\hat{u})^4}(M^{14}(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)^2-$$
$$-\hat{t}\hat{u}(\hat{t}+\hat{u})(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)^4-M^{12}(6\hat{t}^5+13\hat{t}^4\hat{u}+18\hat{t}^3\hat{u}^2+18\hat{t}^2\hat{u}^3+13\hat{t}\hat{u}^4+6\hat{u}^5)+$$
$$+M^2(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)^2(2\hat{t}^6+11\hat{t}^5\hat{u}+17\hat{t}^4\hat{u}^2+15\hat{t}^3\hat{u}^3+17\hat{t}^2\hat{u}^4+11\hat{t}\hat{u}^5+2\hat{u}^6)+$$
$$+ M^{10}(16\hat{t}^6 + 41\hat{t}^5\hat{u} + 56\hat{t}^4\hat{u}^2 + 63\hat{t}^3\hat{u}^3 + 56\hat{t}^2\hat{u}^4 + 41\hat{t}\hat{u}^5 + 16\hat{u}^6)-$$
$$-M^8(24\hat{t}^7+77\hat{t}^6\hat{u}+117\hat{t}^5\hat{u}^2+137\hat{t}^4\hat{u}^3+137\hat{t}^3\hat{u}^4+117\hat{t}^2\hat{u}^5+77\hat{t}\hat{u}^6+24\hat{u}^7)+$$
$$+ M^6(21\hat{t}^8 + 86\hat{t}^7\hat{u} + 158\hat{t}^6\hat{u}^2 + 203\hat{t}^5\hat{u}^3 + 219\hat{t}^4\hat{u}^4+$$
$$+ 203\hat{t}^3\hat{u}^5 + 158\hat{t}^2\hat{u}^6 + 86\hat{t}\hat{u}^7 + 21\hat{u}^8)-$$
$$-M^4(10\hat{t}^9+53\hat{t}^8\hat{u}+122\hat{t}^7\hat{u}^2+185\hat{t}^6\hat{u}^3+221\hat{t}^5\hat{u}^4+221\hat{t}^4\hat{u}^5+185\hat{t}^3\hat{u}^6+122\hat{t}^2\hat{u}^7+$$
$$+ 53\hat{t}\hat{u}^8 + 10\hat{u}^9)), \quad (32)$$

$$\overline{|\mathcal{A}(g+g\to\mathcal{H}[^3P_2^{(8)}]+g)|^2} =$$
$$= \pi^3\alpha_s^3\frac{32\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3P_2^{(8)}]\rangle}{3M^3\hat{s}(M^2-\hat{t})^4\hat{t}(M^2-\hat{u})^4\hat{u}(\hat{t}+\hat{u})^4}(6M^{20}(\hat{t}+\hat{u})^2(\hat{t}^2+$$
$$+ \hat{t}\hat{u} + \hat{u}^2) + \hat{t}^2\hat{u}^2(\hat{t}+\hat{u})^2(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)^4-$$
$$- 3M^{18}(12\hat{t}^5 + 47\hat{t}^4\hat{u} + 77\hat{t}^3\hat{u}^2 + 77\hat{t}^2\hat{u}^3 + 47\hat{t}\hat{u}^4+$$
$$+12\hat{u}^5)+M^{16}(102\hat{t}^6+477\hat{t}^5\hat{u}+940\hat{t}^4\hat{u}^2+1129\hat{t}^3\hat{u}^3+940\hat{t}^2\hat{u}^4+477\hat{t}\hat{u}^5+102\hat{u}^6)-$$
$$- M^2\hat{t}\hat{u}(\hat{t}^2+\hat{t}\hat{u}+\hat{u}^2)^2(6\hat{t}^7 + 30\hat{t}^6\hat{u} + 45\hat{t}^5\hat{u}^2+$$
$$+ 23\hat{t}^4\hat{u}^3 + 23\hat{t}^3\hat{u}^4 + 45\hat{t}^2\hat{u}^5 + 30\hat{t}\hat{u}^6 + 6\hat{u}^7)-$$
$$- M^{14}(180\hat{t}^7 + 945\hat{t}^6\hat{u} + 2141\hat{t}^5\hat{u}^2 + 2972\hat{t}^4\hat{u}^3 + 2972\hat{t}^3\hat{u}^4+$$
$$+ 2141\hat{t}^2\hat{u}^5 + 945\hat{t}\hat{u}^6 + 180\hat{u}^7) + M^{12}(216\hat{t}^8 + 1242\hat{t}^7\hat{u}+$$

$$+ 3111\hat{t}^6\hat{u}^2 + 4791\hat{t}^5\hat{u}^3 + 5411\hat{t}^4\hat{u}^4 + 4791\hat{t}^3\hat{u}^5 + 3111\hat{t}^2\hat{u}^6 + \\ + 1242\hat{t}\hat{u}^7 + 216\hat{u}^8) - M^{10}(180\hat{t}^9 + 1143\hat{t}^8\hat{u} + 3110\hat{t}^7\hat{u}^2 + 5115\hat{t}^6\hat{u}^3 + 6188\hat{t}^5\hat{u}^4 + \\ + 6188\hat{t}^4\hat{u}^5 + 5115\hat{t}^3\hat{u}^6 + 3110\hat{t}^2\hat{u}^7 + 1143\hat{t}\hat{u}^8 + 180\hat{u}^9) + M^8(102\hat{t}^{10} + 735\hat{t}^9\hat{u} + \\ + 2198\hat{t}^8\hat{u}^2 + 3812\hat{t}^7\hat{u}^3 + 4706\hat{t}^6\hat{u}^4 + 4919\hat{t}^5\hat{u}^5 + 4706\hat{t}^4\hat{u}^6 + 3812\hat{t}^3\hat{u}^7 + 2198\hat{t}^2\hat{u}^8 + \\ + 735\hat{t}\hat{u}^9 + 102\hat{u}^{10}) - M^6(36\hat{t}^{11} + 309\hat{t}^{10}\hat{u} + 1060\hat{t}^9\hat{u}^2 + 1995\hat{t}^8\hat{u}^3 + 2498\hat{t}^7\hat{u}^4 + \\ + 2536\hat{t}^6\hat{u}^5 + 2536\hat{t}^5\hat{u}^6 + 2498\hat{t}^4\hat{u}^7 + 1995\hat{t}^3\hat{u}^8 + 1060\hat{t}^2\hat{u}^9 + 309\hat{t}\hat{u}^{10} + 36\hat{u}^{11}) + \\ + M^4(6\hat{t}^{12} + 72\hat{t}^{11}\hat{u} + 310\hat{t}^{10}\hat{u}^2 + 680\hat{t}^9\hat{u}^3 + 932\hat{t}^8\hat{u}^4 + 944\hat{t}^7\hat{u}^5 + 897\hat{t}^6\hat{u}^6 + \\ + 944\hat{t}^5\hat{u}^7 + 932\hat{t}^4\hat{u}^8 + 680\hat{t}^3\hat{u}^9 + 310\hat{t}^2\hat{u}^{10} + 72\hat{t}\hat{u}^{11} + 6\hat{u}^{12})), \quad (33)$$

где $\hat{s} = (k_1 + k_2)^2$, $\hat{t} = (k_1 - p)^2$ и $\hat{u} = (k_2 - p)^2$ — стандартные мандельстамовские переменные процесса (24).

Определим кинематические переменные для процесса рождения тяжелого кваркония в $p\bar{p}$-взаимодействиях: $p_\mu = (p_0, \mathbf{p}_T, p_3)$ — 4-импульс кваркония; y_p и η_p — быстрота и псевдобыстрота кваркония:

$$y_p = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{p_0 + p_3}{p_0 - p_3}\right), \quad \eta_p = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{|\mathbf{p}| + p_3}{|\mathbf{p}| - p_3}\right). \quad (34)$$

В КПМ сечение рождения кваркония $\mathcal{H}$ в процессе $p+p \to \mathcal{H}+X$ связано с квадратом модуля амплитуды рождения $\mathcal{H}$ в подпроцессе (24) следующим образом:

$$\sigma(p + p \to \mathcal{H} + X) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^2p_T\ dy_p\ d^2k_{3T}\ dy_{k_3}\ \delta^{(2)}(\mathbf{p}_T + \mathbf{k}_T)\times \\ \times x_1G(x_1, \mu^2)x_2G(x_2, \mu^2)\frac{\overline{|\mathcal{A}(g + g \to \mathcal{H} + g)|^2}}{I}, \quad (35)$$

где $k_i^\mu = x_iP_i^\mu$ — 4-импульс начального i-го глюона; x_i — доля импульса протона, уносимая глюоном; P_i^μ — 4-импульс i-го сталкивающегося протона; E_i — его энергия; $S = 4E_1E_2$; $I = 2x_1x_2S$ — потоковый фактор сталкивающихся глюонов; y_{k_3} — быстрота конечного глюона; $\mu^2 = M_T^2 = M^2 + |\mathbf{p}_T|^2$ — характерный масштаб процесса рождения тяжелого кваркония.

Дважды дифференциальное сечение рождения кваркония записывается в виде

$$\frac{d\sigma(p + p \to \mathcal{H} + X)}{d|\mathbf{p}_T|dy_p} = \\ = \frac{|\mathbf{p}_T|}{8\pi}\int\frac{dx_2}{x_2 - \xi_2}G(x_1, \mu^2)G(x_2, \mu^2)\frac{\overline{|\mathcal{A}(g + g \to \mathcal{H} + g)|^2}}{x_1x_2S^2}, \quad (36)$$

где

$$x_1 = \frac{x_2 \xi_1 S - M^2}{(x_2 - \xi_2) S}, \tag{37}$$

$$\xi_1 = \frac{p_0 + p_3}{2E_1}, \qquad \xi_2 = \frac{p_0 - p_3}{2E_2}. \tag{38}$$

3. ПОДХОД КВАЗИМУЛЬТИРЕДЖЕВСКОЙ КИНЕМАТИКИ

В подходе КМРК рассматриваются доминирующие в реджевском пределе процессы с обменом реджезованным глюоном в t-канале. Для вычисления матричных элементов процессов с участием реджезованного глюона недавно были сформулированы правила Фейнмана [10] для индуцированных и ряда эффективных вершин взаимодействия в эффективной квантово-полевой теории с неабелевым калибровочным взаимодействием [9]. Следуя работе [10], представим подборку основных фейнмановских правил.

Индуцированная вершина перехода реджезованного глюона в глюон $R^{\pm} \to g$ (PR-вершина, рис. 3, a) имеет вид

$$\Gamma^{\pm\nu}_{ab}(q) = i\delta^{ab} q^2 (n^{\pm})^{\nu}, \tag{39}$$

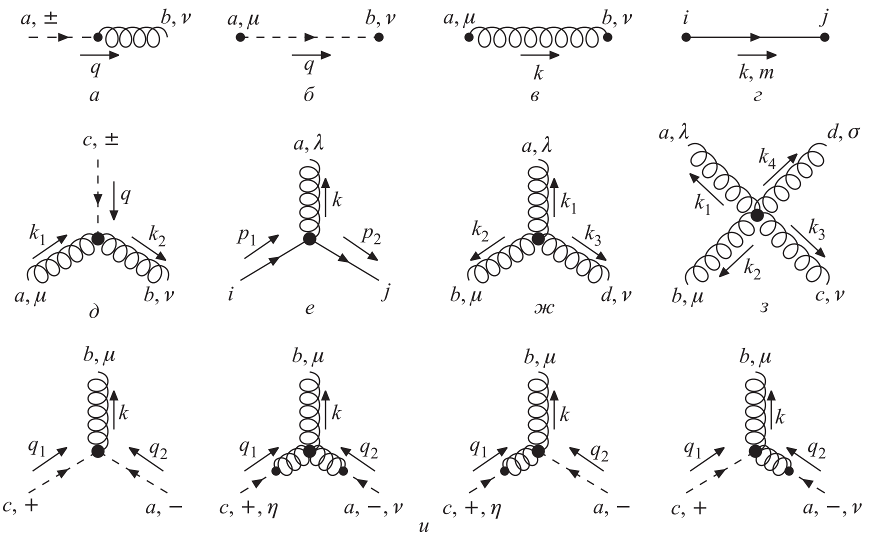

Рис. 3. Правила Фейнмана

где использованы следующие определения для 4-векторов $(n^{\pm})^{\nu}$:

$$(n^{+})^{\nu} = P_1^{\nu}/E_1, \quad (n^{-})^{\nu} = P_2^{\nu}/E_2, \tag{40}$$

$$(n^{+}n^{-}) = 2, \quad (n^{\pm}n^{\pm}) = 0. \tag{41}$$

По определению для любого 4-вектора k^{μ} $k^{\pm} = (kn^{\pm})$. Нетрудно видеть, что 4-импульсы реджезованных глюонов могут быть представлены в виде

$$q_1^{\mu} = q_{1T}^{\mu} + \frac{q_1^{-}}{2}(n^{+})^{\mu}, \quad q_2^{\mu} = q_{2T}^{\mu} + \frac{q_2^{+}}{2}(n^{-})^{\mu}, \quad q_1^{+} = q_2^{-} = 0. \tag{42}$$

Индуцированная вершина взаимодействия реджезованного глюона с двумя янг-миллсовскими глюонами (PPR-вершина, рис. 3, *д*) есть

$$\Gamma_{acb}^{\mu\pm\nu}(k_1, q, k_2) = -g_s f^{abc}\frac{q^2}{k_1^{\pm}}(n^{\pm})^{\mu}(n^{\pm})^{\nu}, \tag{43}$$

где f^{abc} — антисимметричная структурная постоянная калибровочной группы $SU(3)$.

Пропагатор реджезованного глюона (рис. 3, *б*) определяется следующим образом:

$$D_{ab}^{\mu\nu}(q) = -i\delta^{ab}\frac{1}{2q^2}\big[(n^{+})^{\mu}(n^{-})^{\nu} + (n^{+})^{\nu}(n^{-})^{\mu}\big]. \tag{44}$$

Лагранжиан теории [9] помимо индуцированной части, отвечающей за реджезованное глюон-глюонное взаимодействие, также включает в себя стандартную янг-миллсовскую часть, отвечающую за кварк-глюонное и глюон-глюонное взаимодействия. Приведем для полноты изложения стандартные правила Фейнмана для этой части лагранжиана:
глюонный пропагатор (рис. 3, *в*)

$$D_{ab}^{\mu\nu}(k) = -i\delta^{ab}\frac{g^{\mu\nu}}{k^2}, \tag{45}$$

кварковый пропагатор (рис. 3, *г*)

$$D(k, m) = i\frac{\hat{k} + m}{k^2 - m^2}, \tag{46}$$

кварк-глюонная вершина (рис. 3, *е*)

$$V_a^{\mu}(p_1, k, p_2) = ig_s T^a\gamma^{\mu}, \tag{47}$$

3-глюонная вершина (рис. 3, *ж*)

$$V_{abd}^{\lambda\mu\nu}(k_1, k_2, k_3) = \\ = -g_s f^{abd}\big[(k_1 - k_2)^{\nu}g^{\lambda\mu} + (k_2 - k_3)^{\lambda}g^{\mu\nu} + (k_3 - k_1)^{\mu}g^{\nu\lambda}\big], \tag{48}$$

4-глюонная вершина (рис. 3, *з*)

$$V^{\lambda\mu\nu\sigma}_{abcd}(k_1,k_2,k_3,k_4) = \\ = -ig_s^2\big[f^{abe}f^{cde}(g^{\lambda\nu}g^{\mu\sigma} - g^{\lambda\sigma}g^{\mu\nu}) + f^{ace}f^{bde}(g^{\lambda\mu}g^{\nu\sigma} - g^{\lambda\sigma}g^{\mu\nu}) + \\ + f^{ade}f^{cbe}(g^{\lambda\nu}g^{\mu\sigma} - g^{\lambda\mu}g^{\sigma\nu})\big]. \quad (49)$$

Используя правила Фейнмана для индуцированных вершин взаимодействия (39), (43), можно получить эффективные вершины, например, эффективную вершину рождения одиночного глюона двумя реджезованными глюонами $R^+R^- \to g$ (PRR-вершина, рис. 3, *и*) [10]:

$$\Gamma^{+\mu-}_{cba}(q_1,k,q_2) = V^{\eta\nu\mu}_{cab}(-q_1,-q_2,k)(n^+)^\eta(n^-)^\nu + \\ + \Gamma^{\eta-\mu}_{cab}(q_1,q_2,k)(n^+)^\eta + \Gamma^{\nu+\mu}_{acb}(q_2,q_1,k)(n^-)^\nu = \\ = 2g_s f^{cba}\left((n^-)^\mu\left(q_2^+ + \frac{q_2^2}{q_1^-}\right) - (n^+)^\mu\left(q_1^- + \frac{q_1^2}{q_2^+}\right) + (q_1-q_2)^\mu\right), \quad (50)$$

где при выводе учтено, что

$$\Gamma^{\pm\nu}_{ab}(q)D^{\mu\nu}_{bc}(q) = \delta^{ac}(n^\pm)^\mu. \quad (51)$$

Требование калибровочной инвариантности эффективной теории [9] приводит к следующему условию для амплитуд процессов в КМРК:

$$\lim_{|\mathbf{q}_{1T,2T}|\to 0}\overline{|\mathcal{A}(R+R\to\mathcal{H}+X)|^2} = 0. \quad (52)$$

В КМРК адронное сечение рождения кваркония $\mathcal{H}$ в процессе

$$p+p\to\mathcal{H}+X \quad (53)$$

связано с квадратом модуля амплитуды рождения кваркония $\mathcal{H}$ в подпроцессе с реджезованными глюонами в начальном состоянии

$$R+R\to\mathcal{H}+X \quad (54)$$

в случае процесса $2\to 1$ следующим образом:

$$\sigma(p+p\to\mathcal{H}+X) = \frac{1}{8(2\pi)}\int d^2p_T\, dy_p\, \frac{d^2q_{1T}}{|\mathbf{q}_{1T}|^2}\,\frac{d^2q_{2T}}{|\mathbf{q}_{2T}|^2}\,\delta^{(2)}(\mathbf{p}_T-\mathbf{q}_{1T}-\mathbf{q}_{2T})\times \\ \times\Phi(x_1,|\mathbf{q}_{1T}|^2,\mu^2)\Phi(x_2,|\mathbf{q}_{2T}|^2,\mu^2)\overline{|\mathcal{A}(R+R\to\mathcal{H})|^2}, \quad (55)$$

в случае процесса $2 \to 2$:

$$\sigma(p+p \to \mathcal{H}+X) = \frac{1}{16(2\pi)^4} \int d^2p_T\ dy_p\ d^2k_{3T}\ dy_{k_3}\ \frac{d^2q_{1T}}{|\mathbf{q}_{1T}|^2}\ \frac{d^2q_{2T}}{|\mathbf{q}_{2T}|^2} \times \\ \times \delta^{(2)}(\mathbf{p}_T + \mathbf{k}_T - \mathbf{q}_{1T} - \mathbf{q}_{2T}) \Phi(x_1, |\mathbf{q}_{1T}|^2, \mu^2) \Phi(x_2, |\mathbf{q}_{2T}|^2, \mu^2) \times \\ \times \overline{|\mathcal{A}(R+R \to \mathcal{H}+g)|^2}, \quad (56)$$

в случае процесса $2 \to n$:

$$\sigma(p+p \to \mathcal{H}+X) = \frac{1}{4}\ \frac{1}{2^n(2\pi)^{3n-2}} \int \left(\prod_{j=1}^{n} d^2p_{jT}\ dy_{p_j} \right) \frac{d^2q_{1T}}{|\mathbf{q}_{1T}|^2}\ \frac{d^2q_{2T}}{|\mathbf{q}_{2T}|^2} \times \\ \times \delta^{(2)} \left(\left(\sum_{j=1}^{n} \mathbf{p}_{jT} \right) - \mathbf{q}_{1T} - \mathbf{q}_{2T} \right) \Phi(x_1, |\mathbf{q}_{1T}|^2, \mu^2) \Phi(x_2, |\mathbf{q}_{2T}|^2, \mu^2) \times \\ \times \overline{\left| \mathcal{A} \left(R+R \to \left(\sum_{j=1}^{n} a_j \right) \right) \right|^2}, \quad (57)$$

где a_i обозначает конечную частицу или струю с поперечным 4-импульсом p^{μ}_{iT} и быстротой y_{p_i}, $\Phi(x, |\mathbf{q}_T|^2, \mu^2)$ — неколлинеарная функция распределения глюонов в протоне, $x_1 = \dfrac{q_1^-}{P_1^-}$, $x_2 = \dfrac{q_2^+}{P_2^+}$; быстроту кваркония можно представить в виде $y_p = \dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{p^+}{p^-}\right)$. При этом неколлинеарная функция распределения реджезованных глюонов нормирована на стандартную коллинеарную функцию распределения глюонов в протоне:

$$xG(x, \mu^2) = \int \frac{d^2q_T}{\pi} \Phi(x, |\mathbf{q}_T|^2, \mu^2). \quad (58)$$

Квадраты модулей амплитуд подпроцессов слияния янг-миллсовских и реджезованных глюонов связаны следующим предельным переходом:

$$\overline{|\mathcal{A}(g+g \to \mathcal{H}+X)|^2} = \lim_{|\mathbf{q}_{1T}|, |\mathbf{q}_{2T}| \to 0} \int \frac{d\varphi_1}{2\pi}\ \frac{d\varphi_2}{2\pi}\ \mathcal{N}\ \overline{|\mathcal{A}(R+R \to \mathcal{H}+X)|^2}, \quad (59)$$

где $\varphi_{1,2}$ — угол между $\mathbf{q}_{1T}$ ($\mathbf{q}_{2T}$) и $\mathbf{p}_T$, а $\mathcal{N}$ — нормировочный множитель, обеспечивающий правильный переход к коллинеарному партонному пределу:

$$\mathcal{N} = \frac{(q_1^- q_2^+)^2}{16|\mathbf{q}_{1T}|^2|\mathbf{q}_{2T}|^2}. \quad (60)$$

С учетом (58) и (60) в пределе $\mathbf{q}_{1T} = \mathbf{q}_{2T} = \mathbf{0}$ восстанавливается факторизационная формула коллинеарной партонной модели, т. е. (56) переходит в адронное сечение процесса (35).

В случае процесса $2 \to 1$

$$\cos\varphi = \cos(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{\lambda_q - t_1 - t_2 - M^2}{2\sqrt{t_1 t_2}}, \tag{61}$$

а в случае процесса $2 \to 2$

$$\cos\varphi_1 = \frac{\lambda_1 + t_1 + \hat{t} - M^2}{2\sqrt{t_1(\lambda_p - M^2)}}, \tag{62}$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{\lambda_2 + t_2 + \hat{u} - M^2}{2\sqrt{t_2(\lambda_p - M^2)}}. \tag{63}$$

Здесь были использованы следующие обозначения: $\lambda_q = q_1^- q_2^+$, $\lambda_p = p^- p^+$, $\lambda_1 = q_1^- p^+$, $\lambda_2 = p^- q_2^+$, $t_1 = |\mathbf{q}_{1T}|^2$, $t_2 = |\mathbf{q}_{2T}|^2$.

4. РОЖДЕНИЕ ТЯЖЕЛЫХ КВАРКОНИЕВ ПРИ СЛИЯНИИ РЕДЖЕЗОВАННЫХ ГЛЮОНОВ

Для описания процесса рождения тяжелых кваркониев ($c\bar{c}$, $b\bar{b}$) в процессе слияния реджезованных глюонов (рис. 4) в лидирующем порядке по α_s и v необходимо учесть вклад следующих состояний в соответствующие волновые функции: $[n] = [{}^3S_1^{(1)}, {}^3S_1^{(8)}, {}^1S_0^{(8)}, {}^3P_J^{(8)}]$, если $\mathcal{H} = J/\psi$, ψ', $\Upsilon(1S)$, $\Upsilon(2S)$,

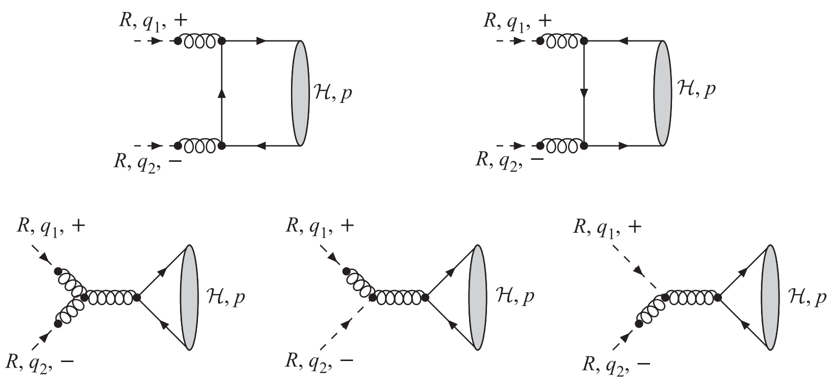

Рис. 4. Диаграммы процесса слияния двух реджезованных глюонов в случае рождения тяжелого кварკония

$\Upsilon(3S)$, или $[n] = [^3P_J^{(1)}, {}^3S_1^{(8)}]$, если $\mathcal{H} = \chi_{cJ}$, $\chi_{bJ}(1P)$, $\chi_{bJ}(2P)$, где $J = 0$, 1 или 2. Другими словами, необходимо учесть вклад следующих партонных подпроцессов:

$$R + R \to \mathcal{H}\left[{}^3P_J^{(1)}, {}^3S_1^{(8)}, {}^1S_0^{(8)}, {}^3P_J^{(8)}\right], \tag{64}$$

$$R + R \to \mathcal{H}\left[{}^3S_1^{(1)}\right] + g. \tag{65}$$

Опуская технические детали вычислений, приведем ответы для квадратов модулей амплитуд рассматриваемых процессов (64):

$$\begin{aligned}
\overline{|\mathcal{A}(R+R\to\mathcal{H}[{}^3P_0^{(1)}])|^2} &= \frac{8}{3}\pi^2\alpha_s^2\frac{\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[{}^3P_0^{(1)}]\rangle}{M^5}F^{[{}^3P_0]}(t_1,t_2,\lambda_q),\\
\overline{|\mathcal{A}(R+R\to\mathcal{H}[{}^3P_1^{(1)}])|^2} &= \frac{16}{3}\pi^2\alpha_s^2\frac{\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[{}^3P_1^{(1)}]\rangle}{M^5}F^{[{}^3P_1]}(t_1,t_2,\lambda_q),\\
\overline{|\mathcal{A}(R+R\to\mathcal{H}[{}^3P_2^{(1)}])|^2} &= \frac{32}{45}\pi^2\alpha_s^2\frac{\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[{}^3P_2^{(1)}]\rangle}{M^5}F^{[{}^3P_2]}(t_1,t_2,\lambda_q),\\
\overline{|\mathcal{A}(R+R\to\mathcal{H}[{}^3S_1^{(8)}])|^2} &= \frac{1}{2}\pi^2\alpha_s^2\frac{\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[{}^3S_1^{(8)}]\rangle}{M^3}F^{[{}^3S_1]}(t_1,t_2,\lambda_q),\\
\overline{|\mathcal{A}(R+R\to\mathcal{H}[{}^1S_0^{(8)}])|^2} &= \frac{5}{12}\pi^2\alpha_s^2\frac{\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[{}^1S_0^{(8)}]\rangle}{M^3}F^{[{}^1S_0]}(t_1,t_2,\lambda_q),\\
\overline{|\mathcal{A}(R+R\to\mathcal{H}[{}^3P_0^{(8)}])|^2} &= 5\pi^2\alpha_s^2\frac{\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[{}^3P_0^{(8)}]\rangle}{M^5}F^{[{}^3P_0]}(t_1,t_2,\lambda_q),\\
\overline{|\mathcal{A}(R+R\to\mathcal{H}[{}^3P_1^{(8)}])|^2} &= 10\pi^2\alpha_s^2\frac{\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[{}^3P_1^{(8)}]\rangle}{M^5}F^{[{}^3P_1]}(t_1,t_2,\lambda_q),\\
\overline{|\mathcal{A}(R+R\to\mathcal{H}[{}^3P_2^{(8)}])|^2} &= \frac{4}{3}\pi^2\alpha_s^2\frac{\langle\mathcal{O}^{\mathcal{H}}[{}^3P_2^{(8)}]\rangle}{M^5}F^{[{}^3P_2]}(t_1,t_2,\lambda_q),
\end{aligned} \tag{66}$$

где

$$\begin{aligned}
F^{[{}^3S_1]}(t_1,t_2,\lambda_q) &= \frac{16t_1t_2\left[(M^2+t_1+t_2)^2-\lambda_qM^2\right]}{\lambda_q(M^2+t_1+t_2)^2},\\
F^{[{}^1S_0]}(t_1,t_2,\lambda_q) &= \frac{8M^2\left[4t_1t_2-(\lambda_q-M^2-t_1-t_2)^2\right]}{(M^2+t_1+t_2)^2},\\
F^{[{}^3P_0]}(t_1,t_2,\lambda_q) &= \\
&= \frac{8}{9}\,\frac{M^2\left[3M^4+4M^2(t_1+t_2)+(t_1-t_2)^2-\lambda_q(3M^2+t_1+t_2)^2\right]^2}{(M^2+t_1+t_2)^4},
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&F^{[^3P_1]}(t_1,t_2,\lambda_q) = \\
&\quad = \frac{8}{9}\,\frac{M^2}{(M^2+t_1+t_2)^4}\Bigl[2\lambda_q\left((t_1+t_2)^2+M^2(t_1^2+t_2^2)\right)- \\
&\quad - \lambda_q^2(t_1+t_2)^2-(t_1-t_2)^2(M^2+t_1+t_2)^2\Bigr],
\end{aligned}
\tag{67}
$$

$$
\begin{aligned}
&F^{[^3P_2]}(t_1,t_2,\lambda_q) = \\
&\quad = \frac{4}{3}\,\frac{M^2}{(M^2+t_1+t_2)^4}\Bigl[M^4(t_1+t_2)^2+\left((t_1-t_2)^2-\lambda_q(t_1+t_2)\right)^2- \\
&\quad - 2M^2\left(\lambda_q(t_1^2+t_2^2-4t_1t_2)-(t_1-t_2)^2(t_1+t_2)\right)\Bigr].
\end{aligned}
$$

Заметим, что формулы (66) и (67) с точностью до общего множителя $\mathcal{N}$ равны полученным нами ранее соответствующим квадратам модуля амплитуд в подходе k_T-факторизации [17] таким образом, что

$$
\overline{|\mathcal{A}_{\mathrm{KT}}(R+R\to\mathcal{H}[n])|^2} = \mathcal{N}\overline{|\mathcal{A}(R+R\to\mathcal{H}[n])|^2}. \tag{68}
$$

В случае рождения кваркония $\mathcal{H}$ через синглетное по цвету состояние $[^3S_1^{(1)}]$ в подпроцессе (65), диаграммы которого приведены на рис. 5, квадрат модуля амплитуды имеет более сложную структуру и достаточно громоздок:

$$
\begin{aligned}
&\overline{|\mathcal{A}(R+R\to\mathcal{H}[^3S_1^{(1)}]+g)|^2} = \\
&= \frac{-1280\alpha_s^3\pi^3}{81M(M^2-\hat t+t_1)^2(M^2+t_2-\hat u)^2(\hat t+t_1+t_2+\hat u)^2}\times \\
&\times\bigl[-3M^8\lambda_p-2M^6\lambda_p^2+6M^6\lambda_p\hat t+4M^4\lambda_p^2\hat t-3M^4\lambda_p\hat t^2- \\
&-2M^2\lambda_p^2\hat t^2-4M^6\lambda_p t_1-3M^6\hat t t_1+4M^4\lambda_p\hat t t_1+2M^4\hat t^2 t_1-M^4\lambda_p t_1^2- \\
&-4M^4\hat t t_1^2+2M^2\lambda_p\hat t t_1^2-\lambda_p\hat t^2 t_1^2-M^2\hat t t_1^3-4M^6\lambda_p t_2+8M^4\lambda_p\hat t t_2- \\
&-4M^2\lambda_p\hat t^2 t_2-3M^6 t_1t_2-2M^4\lambda_p t_1t_2-3M^4\hat t t_1t_2+2M^2\hat t^2 t_1t_2+2\lambda_p\hat t^2 t_1t_2- \\
&-5M^4t_1^2t_2-2M^2\hat t t_1^2t_2-3M^2t_1^3t_2-\hat t t_1^3t_2-t_1^4t_2-M^4\lambda_p t_2^2+2M^2\lambda_p\hat t t_2^2-\lambda_p\hat t^2t_2^2- \\
&-5M^4t_1t_2^2-M^2\hat t t_1t_2^2-4M^2t_1^2t_2^2+2\hat t t_1^2t_2^2+t_1^3t_2^2-3M^2t_1t_2^3-\hat t t_1t_2^3+t_1^2t_2^3-t_1t_2^4- \\
&-\lambda_2^2(2M^6+M^4(-4\hat t+5t_1)+t_1(t_1+t_2)^2+2M^2(\hat t^2-2\hat t t_1+t_1(2t_1+t_2)))+ \\
&+6M^6\lambda_p\hat u+4M^4\lambda_p^2\hat u-3M^6\hat t\hat u-10M^4\lambda_p\hat t\hat u-4M^2\lambda_p^2\hat t\hat u+3M^4\hat t^2\hat u+ \\
&+4M^2\lambda_p\hat t^2\hat u+8M^4\lambda_p t_1\hat u-M^4\hat t t_1\hat u-4M^2\lambda_p\hat t t_1\hat u+2M^2\lambda_p t_1^2\hat u+3M^2\hat t t_1^2\hat u-
\end{aligned}
$$

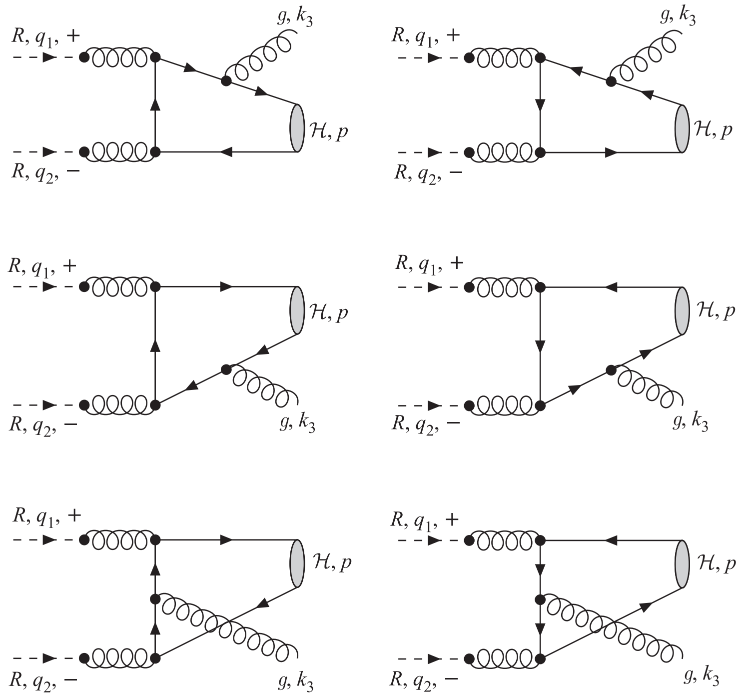

Рис. 5. Диаграммы процесса $R + R \to \mathcal{H} + g$

$$
\begin{gathered}
-2\lambda_p \hat{t} t_1^2 \hat{u} + \hat{t}^2 t_1^2 \hat{u} + \hat{t} t_1^3 \hat{u} - 3M^6 t_2 \hat{u} + 4M^4 \lambda_p t_2 \hat{u} - M^4 \hat{t} t_2 \hat{u} - 4M^2 \lambda_p \hat{t} t_2 \hat{u} + \\
+4M^2 \hat{t}^2 t_2 \hat{u} - 3M^4 t_1 t_2 \hat{u} + 2M^2 \hat{t} t_1 t_2 \hat{u} + 4\lambda_p \hat{t} t_1 t_2 \hat{u} - 2\hat{t}^2 t_1 t_2 \hat{u} - M^2 t_1^2 t_2 \hat{u} - \hat{t} t_1^2 t_2 \hat{u} - \\
- t_1^3 t_2 \hat{u} - 4M^4 t_2^2 \hat{u} + 2M^2 \lambda_p t_2^2 \hat{u} + 3M^2 \hat{t} t_2^2 \hat{u} - 2\lambda_p \hat{t} t_2^2 \hat{u} + \hat{t}^2 t_2^2 \hat{u} - 2M^2 t_1 t_2^2 \hat{u} - \\
- \hat{t} t_1 t_2^2 \hat{u} + 2t_1^2 t_2^2 \hat{u} - M^2 t_2^3 \hat{u} + \hat{t} t_2^3 \hat{u} - t_1 t_2^3 \hat{u} - 3M^4 \lambda_p \hat{u}^2 - 2M^2 \lambda_p^2 \hat{u}^2 + 3M^4 \hat{t} \hat{u}^2 + \\
+4M^2 \lambda_p \hat{t} \hat{u}^2 - 2M^2 \hat{t}^2 \hat{u}^2 - 4M^2 \lambda_p t_1 \hat{u}^2 + 4M^2 \hat{t} t_1 \hat{u}^2 - \lambda_p t_1^2 \hat{u}^2 + \hat{t} t_1^2 \hat{u}^2 + 2M^4 t_2 \hat{u}^2 + \\
+ 2M^2 t_1 t_2 \hat{u}^2 + 2\lambda_p t_1 t_2 \hat{u}^2 - 2\hat{t} t_1 t_2 \hat{u}^2 - \lambda_p t_2^2 \hat{u}^2 + \hat{t} t_2^2 \hat{u}^2 + (\lambda_q^2 M^2 (M^2 + t_1 + \\
+ t_2)^2 + \lambda_q \lambda_1 (M^2 + t_1 + t_2)(M^4 - M^2 (t_1 - 2t_2 + \hat{u}) + (t_1 + t_2)(t_2 + \hat{u})) - \lambda_1^2 (2M^6 + \\
+ t_2 (t_1 + t_2)^2 + M^4 (5t_2 - 4\hat{u}) + 2M^2 (t_1 t_2 + 2t_2^2 - 2t_2 \hat{u} + \hat{u}^2))) + \lambda_2 (3M^8 + \\
+ M^6 (4\lambda_p - 6\hat{t} + 7t_1 + 4t_2 - 3\hat{u}) + M^4 (3\hat{t}^2 + 5t_1^2 + 8t_1 t_2 + t_2^2 - 7t_1 \hat{u} - \\
- 4\lambda_p (2\hat{t} - t_1 + \hat{u}) + \hat{t}(-5t_1 - 8t_2 + 7\hat{u})) + M^2 (t_1^3 + 6t_1^2 t_2 + t_1 t_2^2 + 4\hat{t}^2 (t_2 - \hat{u}) - \\
- 5t_1^2 \hat{u} + 2t_1 t_2 \hat{u} - t_2^2 \hat{u} + 4\lambda_p (\hat{t} - t_1)(\hat{t} + \hat{u}) + 2\hat{t}(t_1^2 - 2t_1 t_2 - t_2^2 + 4t_1 \hat{u})) + \\
+ (t_1 - t_2)(\hat{t}^2 (t_1 - t_2) + t_1 (t_1 (2t_2 - \hat{u}) + t_2 (2t_2 + \hat{u})) + \hat{t}(t_1^2 - t_2 \hat{u} + t_1 (3t_2 + \hat{u})))) +
\end{gathered}
$$

$$+(\lambda_q\lambda_2(M^2+t_1+t_2)(M^4-M^2(\hat{t}-2t_1+t_2)+(\hat{t}+t_1)(t_1+t_2))+$$
$$+\lambda_q(-3M^8+M^6(-5\lambda_p+3\hat{t}-7t_1-7t_2+3\hat{u})+(t_1+t_2)^2(-(\lambda_p(\hat{t}+\hat{u}))+$$
$$+(\hat{t}+t_1)(t_2+\hat{u}))+M^4(-5t_1^2-11t_1t_2-5t_2^2+\hat{t}(4t_1+7t_2-\hat{u})+7t_1\hat{u}+4t_2\hat{u}+$$
$$+\lambda_p(5\hat{t}-4t_1-4t_2+5\hat{u}))+M^2(\lambda_p(t_1^2+4\hat{t}t_2-2t_1t_2+t_2^2-4\hat{t}\hat{u}+4t_1\hat{u})+$$
$$+(t_1+t_2)(-t_1^2-2t_1t_2-t_2^2+\hat{t}(t_1+5t_2)+5t_1\hat{u}+t_2\hat{u})))+\lambda_1(3M^8+M^6(4\lambda_p-$$
$$-3\hat{t}+4t_1+7t_2-6\hat{u})+M^4(t_1^2-7\hat{t}t_2+5t_2^2+8t_1(t_2-\hat{u})+7\hat{t}\hat{u}-5t_2\hat{u}+3\hat{u}^2-$$
$$-4\lambda_p(\hat{t}-t_2+2\hat{u}))-(t_1-t_2)(2t_1^2t_2+\hat{t}(t_1-t_2)(t_2-\hat{u})+t_2\hat{u}(t_2+\hat{u})+t_1(2t_2^2+$$
$$+3t_2\hat{u}-\hat{u}^2))+M^2(t_2^3+t_1^2(t_2-2\hat{u})-4\lambda_pt_2\hat{u}+2t_2^2\hat{u}+4\lambda_p\hat{u}^2-\hat{t}(t_1^2-2t_1t_2+$$
$$+5t_2^2+4\lambda_p(t_2-\hat{u})-8t_2\hat{u}+4\hat{u}^2)+t_1(6t_2^2-4t_2\hat{u}+4\hat{u}^2))))\big], \quad (69)$$

где $\hat{s}=(k_1+k_2)^2$, $\hat{t}=(k_1-p)^2$ и $\hat{u}=(k_2-p)^2$, как обычно, стандартные мандельстамовские переменные подпроцесса (65).

Соответствующий (69) результат в коллинеарной партонной модели для подпроцесса (24) может быть получен в результате предельного перехода (59); он совпадает с формулой (25).

Учитывая кинематику подпроцесса $2\to 1$ (64) и определение (55), дифференциальное сечение адронного рождения кваркония $\mathcal{H}$ можно записать в виде

$$\frac{d\sigma(p+p\to\mathcal{H}+X)}{d|\mathbf{p}_T|dy_p}=\frac{|\mathbf{p}_T|}{8}\int\frac{d^2q_{1T}}{|\mathbf{q}_{1T}|^2}\int\frac{d^2q_{2T}}{|\mathbf{q}_{2T}|^2}\Phi(\xi_1,|\mathbf{q}_{1T}|^2,\mu^2)\times$$
$$\times\,\delta^{(2)}(\mathbf{q}_{1T}+\mathbf{q}_{1T}-\mathbf{p}_T)\Phi(\xi_2,|\mathbf{q}_{2T}|^2,\mu^2)\overline{|\mathcal{A}(R+R\to\mathcal{H})|^2}. \quad (70)$$

В случае подпроцесса $2\to 2$ (65) дифференциальное сечение записывается несколько иначе:

$$\frac{d\sigma(p+p\to\mathcal{H}+X)}{d|\mathbf{p}_T|dy_p}=\frac{|\mathbf{p}_T|}{128\pi^3}\int\frac{d^2q_{1T}}{|\mathbf{q}_{1T}|^2}\int\frac{d^2q_{2T}}{|\mathbf{q}_{2T}|^2}\int\frac{dx_2}{x_2-\xi_2}\times$$
$$\times\,\Phi(x_1,|\mathbf{q}_{1T}|^2,\mu^2)\Phi(x_2,|\mathbf{q}_{2T}|^2,\mu^2)\overline{|\mathcal{A}(R+R\to\mathcal{H}+g)|^2}, \quad (71)$$

где

$$x_1=\frac{1}{(x_2-\xi_2)S}\Big((\mathbf{q}_{1T}+\mathbf{q}_{2T}-\mathbf{p}_T)^2-M^2-|\mathbf{p}_T|^2+x_2\xi_1S\Big), \quad (72)$$

а ξ_1 и ξ_2 можно представить в виде $\xi_1=\dfrac{p^+}{P_1^-}$, $\xi_2=\dfrac{p^-}{P_2^+}$.

5. РОЖДЕНИЕ ТЯЖЕЛЫХ КВАРКОНИЕВ НА КОЛЛАЙДЕРЕ ТЭВАТРОН

Экспериментальные данные для p_T-спектров чармониев (здесь и далее $p_T = |\mathbf{p}_T|$, $y = y_p$ и $\eta = \eta_p$), полученные коллаборацией CDF (I этап работы) [1] ($\sqrt{S} = 1{,}8$ ТэВ, $5 < p_T < 20$ ГэВ, $|\eta| < 0{,}6$), включают в себя спектры J/ψ-мезонов от распадов B-мезонов, от распадов χ_{cJ}-мезонов, ψ'-мезонов, а также p_T-спектры прямых (direct) J/ψ-мезонов. Данные CDF (II этап работы) при энергии $\sqrt{S} = 1{,}96$ ТэВ [2] ($|y| < 0{,}6$) представлены в более широкой области поперечных импульсов J/ψ-мезонов: $0 < p_T < 20$ ГэВ. Однако при энергии $\sqrt{S} = 1{,}96$ ТэВ в настоящее время выделены только два вклада в спектр J/ψ-мезонов: от распадов B-мезонов и суммарный (prompt) вклад от прямых J/ψ-мезонов, J/ψ от распадов χ_{cJ} и ψ'. Коллаборацией CDF опубликованы данные по p_T-спектрам S-волновых боттомониев $\Upsilon(1S)$, $\Upsilon(2S)$, $\Upsilon(3S)$ при $\sqrt{S} = 1{,}8$ ТэВ [3] ($|y| < 0{,}4$) и по p_T-спектрам $\Upsilon(1S)$-мезонов в различных интервалах по быстроте при $\sqrt{S} = 1{,}96$ ТэВ [4] ($|y| < 1{,}8$). При этом, если не учитывать гипотетический вклад от распадов $\chi_{bJ}(3P)$-состояний, $\Upsilon(3S)$ рождаются только напрямую, а спектры $\Upsilon(2S)$ и $\Upsilon(1S)$ включают в себя прямой вклад и вклад от распадов более высоко лежащих S- и P-волновых состояний боттомония, включая каскадные переходы, например: $\Upsilon(3S) \to \chi_{b1}(2P) \to \Upsilon(1S)$.

В результате фитирования полного набора данных по p_T-спектрам J/ψ- и Υ-мезонов мы определили значения октетных НМЭ $\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^{2S+1}L_J^{(8)}] \rangle$ для трех неколлинеарных функций распределения глюонов в протоне: JB [27], JS [28] и KMR [29]. Синглетные по цвету НМЭ не фитируются, так как могут быть извлечены из измеренных ширин распадов $\psi(nS) \to l^+l^-$, $\Upsilon(nS) \to e^+e^-$ и $\chi_{c2} \to \gamma\gamma$ [30, 31], а если это невозможно из-за отсутствия экспериментальных данных по ширинам распадов, то используются значения, полученные теоретически на основе потенциальной кварковой модели [22].

В табл. 1 представлены результаты проведенного нами фитирования НМЭ для чармониев в КПМ при использовании коллинеарной функции распределения GRV LO [36] и в КМРК при использовании неинтегрированных функций распределения глюонов в протоне: JB [27], JS [28] и KMR [29]. Данные коллаборации CDF по прямому рождению J/ψ-мезонов для I [1] и II [2] этапов работы тэватрона были исключены из процедуры фитирования для функции распределения JB, так как учет этих данных приводит к значениям $\chi^2/\mathrm{d.o.f.} > 20$.

На рис. 6 показан p_T-спектр рождения прямых (direct) J/ψ-мезонов при $\sqrt{S} = 1{,}8$ ТэВ и $|\eta| < 0{,}6$. Кривая *1* — вклад синглетного по цвету НМЭ $\langle \mathcal{O}^{J/\psi}[^3S_1^{(1)}] \rangle$, *2* — суммарный вклад октетных НМЭ $\langle \mathcal{O}^{J/\psi}[^3S_1^{(8)}] \rangle$, $\langle \mathcal{O}^{J/\psi}[^1S_0^{(8)}] \rangle$ и $\langle \mathcal{O}^{J/\psi}[^3P_J^{(8)}] \rangle$, *3* — сумма вкладов *1* и *2*. *B* означает от-

Таблица 1. **Непертурбативные матричные элементы для $\psi(nS)$- и $\chi_{cJ}(1P)$-мезонов, полученные при фитировании в рамках КПМ с применением функции распределения глюонов в протоне GRV LO [36] и в подходе КМРК при использовании неинтегрированных функций распределения глюонов в протоне: JB [27], JS [28] и KMR [29]**

НМЭ	Фит GRV LO	Фит JB	Фит JS	Фит KMR
$\frac{\langle \mathcal{O}^{J/\psi}[^3S_1^{(1)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	$1{,}3\pm0{,}1$	$1{,}3\pm0{,}1$	$1{,}3\pm0{,}1$	$1{,}3\pm0{,}1$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{J/\psi}[^3S_1^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	$(7{,}6\pm0{,}3)\cdot10^{-3}$	$(1{,}5\pm0{,}1)\cdot10^{-3}$	$(6{,}1\pm0{,}2)\cdot10^{-3}$	$(2{,}7\pm0{,}1)\cdot10^{-3}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{J/\psi}[^1S_0^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	—	$(6{,}6\pm2{,}3)\cdot10^{-3}$	$(9{,}0\pm0{,}6)\cdot10^{-3}$	$(1{,}4\pm0{,}1)\cdot10^{-2}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{J/\psi}[^3P_0^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^5}$	—	$(0{,}0\pm7{,}0)\cdot10^{-4}$	$(0{,}0\pm6{,}6)\cdot10^{-5}$	$(0{,}0\pm3{,}5)\cdot10^{-5}$
$\frac{M_{3,4}^{J/\psi}}{\text{ГэВ}^3}$	$(5{,}3\pm0{,}3)\cdot10^{-2}$	$(6{,}6\pm5{,}4)\cdot10^{-3}$	$(9{,}0\pm0{,}7)\cdot10^{-3}$	$(1{,}4\pm0{,}1)\cdot10^{-2}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\psi'}[^3S_1^{(1)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	$(6{,}5\pm0{,}6)\cdot10^{-1}$	$(6{,}5\pm0{,}6)\cdot10^{-1}$	$(6{,}5\pm0{,}6)\cdot10^{-1}$	$(6{,}5\pm0{,}6)\cdot10^{-1}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\psi'}[^3S_1^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	$(2{,}6\pm0{,}2)\cdot10^{-3}$	$(3{,}0\pm0{,}5)\cdot10^{-4}$	$(1{,}5\pm0{,}2)\cdot10^{-3}$	$(8{,}3\pm0{,}9)\cdot10^{-4}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\psi'}[^1S_0^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	—	$(0{,}0\pm3{,}5)\cdot10^{-4}$	$(0{,}0\pm3{,}9)\cdot10^{-4}$	$(0{,}0\pm5{,}8)\cdot10^{-4}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\psi'}[^3P_0^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^5}$	—	$(0{,}0\pm1{,}0)\cdot10^{-4}$	$(0{,}0\pm7{,}1)\cdot10^{-5}$	$(0{,}0\pm5{,}3)\cdot10^{-5}$
$\frac{M_{3,5}^{\psi'}}{\text{ГэВ}^3}$	$(4{,}1\pm4{,}4)\cdot10^{-3}$	$(0{,}0\pm4{,}9)\cdot10^{-4}$	$(0{,}0\pm4{,}9)\cdot10^{-5}$	$(0{,}0\pm6{,}5)\cdot10^{-4}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\chi_{c0}}[^3P_0^{(1)}]\rangle}{\text{ГэВ}^5}$	$(8{,}9\pm1{,}3)\cdot10^{-2}$	$(8{,}9\pm1{,}3)\cdot10^{-2}$	$(8{,}9\pm1{,}3)\cdot10^{-2}$	$(8{,}9\pm1{,}3)\cdot10^{-2}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\chi_{c0}}[^3S_1^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	$(6{,}8\pm1{,}3)\cdot10^{-4}$	$(0{,}0\pm4{,}0)\cdot10^{-6}$	$(2{,}2\pm0{,}9)\cdot10^{-4}$	$(4{,}7\pm4{,}7)\cdot10^{-5}$
$\frac{\chi^2}{\text{d.o.f.}}$	1,7	2,2	4,1	3,0

носительную ширину лептонного распада J/ψ-мезонов. На рис. 6, *а* показаны теоретические расчеты в рамках КПМ с применением параметризации GRV LO [36] коллинеарной функции распределения глюонов в протоне. Теоретические результаты, полученные в КМРК с использованием неинтегрированных глюонных распределений, показаны на следующих рисунках: JB [27] — рис. 6, *б*, JS [28] — рис. 6, *в* и KMR [29] — рис. 6, *г*. На рис. 6 видно, что при больших p_T, $p_T > 10$ ГэВ, основной вклад в прямое (direct) рождение J/ψ-мезонов дает октетное состояние $\langle \mathcal{O}^{J/\psi}[^3S_1^{(8)}]\rangle$, так же

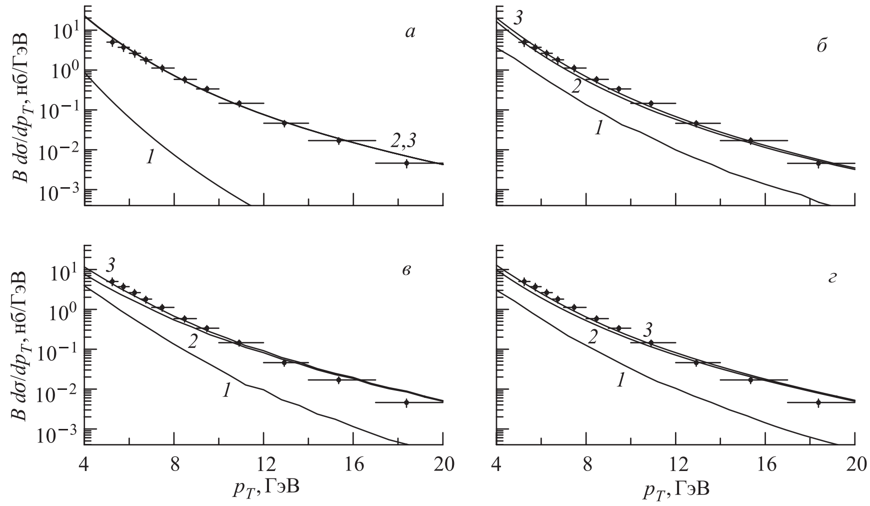

Рис. 6. Спектр рождения прямых (direct) J/ψ-мезонов по поперечному импульсу (p_T) при $\sqrt{S} = 1{,}8$ ТэВ и $|\eta| < 0{,}6$ на коллайдере тэватрон [1]: *а*) расчеты в КПМ с использованием функции распределения глюонов в протоне GRV LO [36]; *б*) расчеты в КМРК с применением неинтегрированной функции распределения глюонов в протоне JB [27]; *в*) то же с применением JS [28]; *г*) то же при использовании KMR [29]. Кривая *1* — вклад синглетного механизма рождения; *2* — вклад октетного механизма; *3* — сумма вкладов *1* и *2*. B — относительная вероятность распада $J/\psi \to \mu^+\mu^-$

как и в КПМ. Причем среднее по различным неинтегрированным функциям распределения значение октетного НМЭ $\langle \mathcal{O}^{J/\psi}[^3S_1^{(8)}]\rangle$ очень близко к величине, полученной ранее в КПМ. В то же время вклад синглетного НМЭ $\langle \mathcal{O}^{J/\psi}[^3S_1^{(1)}]\rangle$ в подходе КМРК существенно выше, чем в КПМ, особенно в области малых p_T.

Мы нашли, что в подходе КМРК, в отличие от КПМ, НМЭ $\langle \mathcal{O}^{\psi'}[^3P_0^{(8)}]\rangle$ и $\langle \mathcal{O}^{\psi'}[^1S_0^{(8)}]\rangle$ имеют значения, близкие к нулю, независимо от выбора неинтегрированной функции распределения глюонов. В случае рождения J/ψ-мезонов в распадах ψ'-мезонов (рис. 7) это означает, что каналы рождения только через промежуточные $^3S_1^{(1)}$- и $^3S_1^{(8)}$-состояния удовлетворительно описывают экспериментальные данные. Вклад синглетного механизма рождения в КМРК на порядок выше, чем в КПМ, но все еще недостаточен для описания экспериментальных данных.

Фитирование данных для J/ψ-мезонов, рожденных в радиационных распадах χ_{cJ}-мезонов, наиболее простое, так как имеется лишь один свободный параметр $\langle \mathcal{O}^{\chi_{c0}}[^3S_1^{(8)}]\rangle$. Мы подтверждаем вывод работы [15], что в подходе,

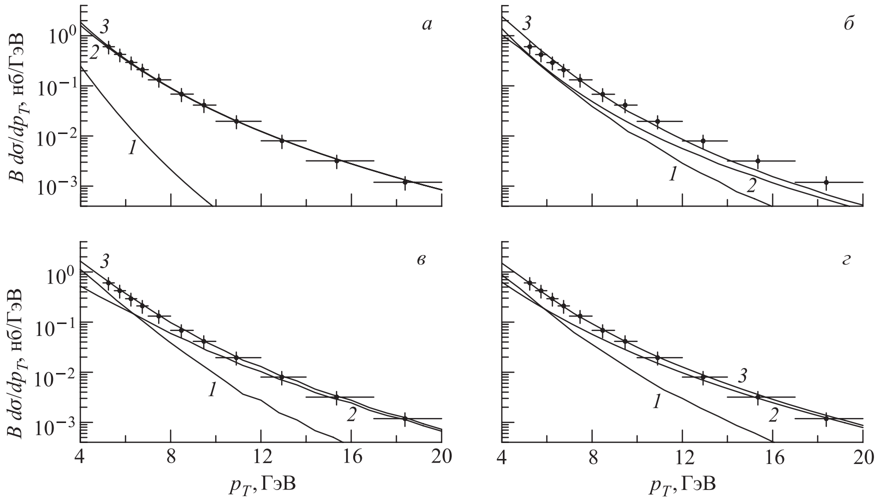

Рис. 7. Спектр рождения J/ψ-мезонов, полученных в результате распадов ψ'-мезонов по поперечному импульсу (p_T) при $\sqrt{S} = 1{,}8$ ТэВ и $|\eta| < 0{,}6$ на коллайдере тэватрон [1]. Обозначения, как на рис. 6

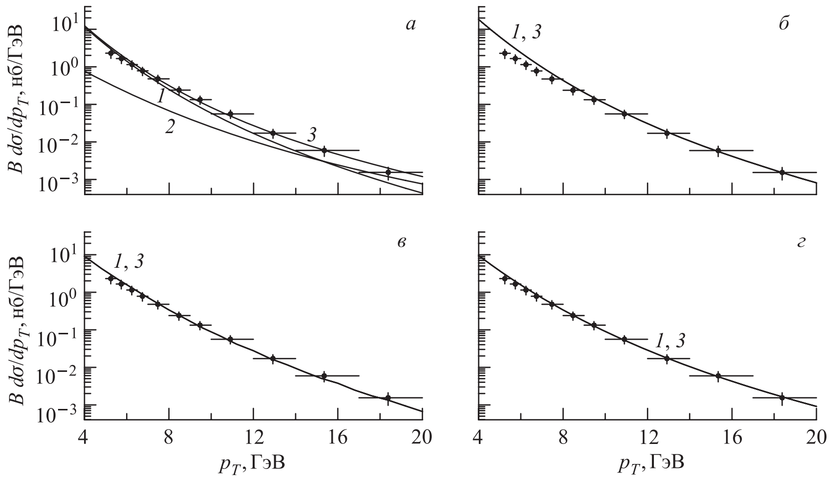

Рис. 8. Спектр рождения J/ψ-мезонов, полученных в результате распадов χ_{cJ}-мезонов по поперечному импульсу (p_T) при $\sqrt{S} = 1{,}8$ ТэВ и $|\eta| < 0{,}6$ на коллайдере тэватрон [1]. Обозначения, как на рис. 6

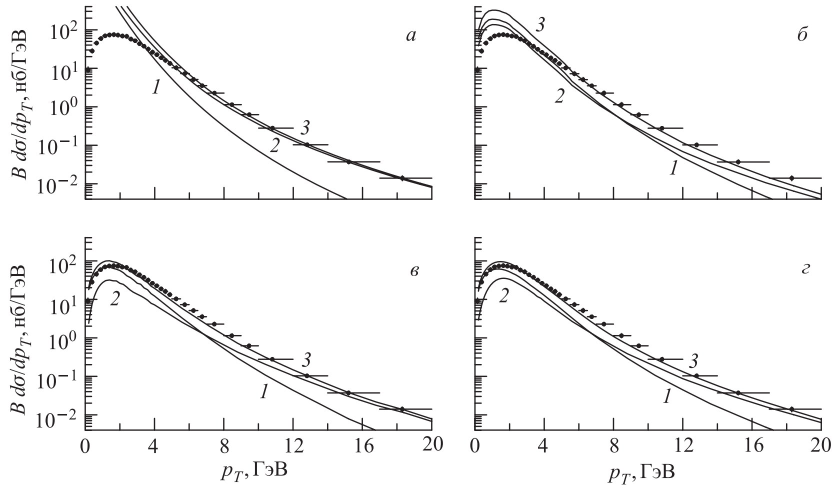

Рис. 9. Суммарный (prompt) спектр рождения J/ψ-мезонов по поперечному импульсу (p_T) при $\sqrt{S} = 1{,}96$ ТэВ и $|y| < 0{,}6$ на коллайдере тэватрон [2]. Обозначения, как на рис. 6

учитывающем БФКЛ-динамику начальных глюонов, спектры P-волновых чармониев могут быть описаны только в рамках синглетного механизма рождения, что демонстрирует рис. 8, на котором показан p_T-спектр рождения J/ψ-мезонов от распадов χ_{cJ}. Наилучший фит получается, когда значение октетного НМЭ $\langle\mathcal{O}^{\chi_{c0}}[{}^3S_1^{(8)}]\rangle$ полагается равным нулю. В случае функции распределения JB [27] при фитировании возникают нефизические отрицательные значения $\langle\mathcal{O}^{\chi_{c0}}[{}^3S_1^{(8)}]\rangle$, так как вклад синглетного НМЭ превышает экспериментальные данные при $p_T < 8$ ГэВ. Это приводит к большим значениям функции χ^2, указывающим на невозможность достоверного описания данных с неколлинеарным распределением JB [27].

На рис. 9 представлен суммарный (prompt) p_T-спектр J/ψ-мезонов при $\sqrt{S} = 1{,}96$ ТэВ. Мы видим, что в области малых p_T, $p_T < 5$ ГэВ, преобладает вклад синглетного механизма рождения, в основном от распадов χ_{cJ}-мезонов, а в области $p_T > 5$ ГэВ преобладает вклад прямого (direct) механизма рождения, обусловленного вкладом октетных НМЭ. Вклад от распадов ψ'-мезонов не превышает нескольких процентов при всех значениях p_T. На рис. 9 видно хорошее согласие между теоретическими предсказаниями и экспериментальными данными [2] в случае неколлинеарных функций распределения глюонов в протоне JS [28] и KMR [29]. В случае функции распределения JB [27] имеется существенное превышение в области $p_T < 5$ ГэВ, которое невозможно исключить выбором октетных НМЭ. Причина расхождения — в быстром росте функции распределения $\Phi(x, |\mathbf{q}_T|^2, \mu^2)$ при $|\mathbf{q}_T| \to \mathbf{0}$ для JB [27]. В отличие от функции распределения JB [27] функции распределения JS [28] и KMR [29] предсказывают меньшие значения $\Phi(x, |\mathbf{q}_T|^2, \mu^2)$, слабо зависящие от $|\mathbf{q}_T|$ в этой области. Другим принципиальным положительным отличием подхода КМРК от КПМ является описание экспериментальных спектров чармониев в области $p_T < 6$ ГэВ, что также демонстрирует рис. 9.

Анализ октетных НМЭ для J/ψ-, ψ'- и χ_{cJ}-мезонов, полученных фитированием в подходе КМРК, показывает, что переход из промежуточного октетного состояния в конечное синглетное удовлетворяет приближенным правилам: $\triangle L \simeq 0$ и $\triangle S \simeq 0$, т. е. является дважды хромоэлектрическим и сохраняет спин и угловой момент связанного состояния тяжелых кварков. Следует также отметить, что ранее в КПМ фитирование данных CDF [1] осуществлялось при $p_T > 5$ ГэВ, где вклады НМЭ $\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^1S_0^{(8)}]\rangle$ и $\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3P_0^{(8)}]\rangle$ для $\mathcal{H} = J/\psi$, ψ' невозможно было разделить, и результатом фита являлось получение их комбинации:

$$M_r^{\mathcal{H}} = \langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^1S_0^{(8)}]\rangle + \frac{r}{m_c^2}\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3P_0^{(8)}]\rangle. \tag{73}$$

В нашей работе фитирование экспериментальных данных в подходе КМРК осуществляется для всех p_T. Принимая во внимание, что зависимость от p_T вкладов НМЭ $\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^1S_0^{(8)}]\rangle$ и $\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3P_0^{(8)}]\rangle$ при $p_T < 5$ ГэВ различна [17, 32], мы смогли их разделить, что показано в табл. 1.

Как хорошо известно, сечение рождения боттомониев, измеренное на коллайдере тэватрон при больших p_T, примерно на порядок величины больше, чем предсказание, полученное в модели цветовых синглетов в КПМ [14]. Учет октетного механизма рождения боттомониев в рамках КПМ позволяет улучшить согласие расчетов с экспериментом в области $p_T \gtrsim 10$ ГэВ, но не позволяет описать данные при всех значениях p_T. С другой стороны, форму p_T-спектров боттомониев можно описать в модели испарения цвета [33] при учете эффектов, связанных с испусканием мягких глюонов в области $p_T < M$. Однако общая нормировка сечений рождения боттомониев не может быть предсказана в этом подходе [33, 34].

Результаты фитирования октетных НМЭ для боттомониев представлены в табл. 2 [35]. Фитирование проводилось на основе КПМ при использовании параметризации GRV LO [36] коллинеарной функции распределения глюонов и на основе КМРК с применением неинтегрированных функций распределения глюонов в протоне: JB [27], JS [28] и KMR [29]. На рис. 10–12 показаны рассчитанные нами p_T-спектры $\Upsilon(1S)$-, $\Upsilon(2S)$- и $\Upsilon(3S)$-мезонов, соответственно, при $\sqrt{S} = 1{,}8$ ТэВ. Обозначения кривых такие же, как на рис. 6. Показано, что в случае рождения $\Upsilon(3S)$-мезонов вклад октетного механизма

Таблица 2. **Непертурбативные матричные элементы для $\Upsilon(nS)$- и $\chi_{bJ}(nP)$-мезонов, полученные при фитировании в рамках КПМ с применением функции распределения глюонов в протоне GRV LO [36] и в подходе КМРК при использовании неинтегрированных функций распределения глюонов в протоне: JB [27], JS [28] и KMR [29]**

НМЭ	Фит GRV LO	Фит JB	Фит JS	Фит KMR
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(1S)}[^3S_1^{(1)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	$10{,}9\pm1{,}6$	$10{,}9\pm1{,}6$	$10{,}9\pm1{,}6$	$10{,}9\pm1{,}6$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(1S)}[^3S_1^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	$(4{,}0\pm1{,}7)\cdot10^{-2}$	$(5{,}3\pm0{,}5)\cdot10^{-3}$	$(0{,}0\pm1{,}8)\cdot10^{-4}$	$(0{,}0\pm3{,}1)\cdot10^{-3}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(1S)}[^1S_0^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	—	$(0{,}0\pm4{,}7)\cdot10^{-4}$	$(0{,}0\pm5{,}2)\cdot10^{-5}$	$(0{,}0\pm4{,}3)\cdot10^{-3}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(1S)}[^3P_0^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^5}$	—	$(0{,}0\pm1{,}3)\cdot10^{-3}$	$(0{,}0\pm1{,}6)\cdot10^{-4}$	$(9{,}5\pm2{,}0)\cdot10^{-2}$
$\frac{M_5^{\Upsilon(1S)}}{\text{ГэВ}^3}$	$(1{,}4\pm9{,}2)\cdot10^{-2}$	$(0{,}0\pm7{,}6)\cdot10^{-4}$	$(0{,}0\pm8{,}7)\cdot10^{-5}$	$(2{,}1\pm0{,}9)\cdot10^{-2}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\chi_{b0}(1P)}[^3P_0^{(1)}]\rangle}{\text{ГэВ}^5}$	$2{,}4\pm0{,}4$	$2{,}4\pm0{,}4$	$2{,}4\pm0{,}4$	$2{,}4\pm0{,}4$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\chi_{b0}(1P)}[^3S_1^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	$(0{,}0\pm7{,}8)\cdot10^{-3}$	$(0{,}0\pm2{,}1)\cdot10^{-3}$	$(0{,}0\pm8{,}4)\cdot10^{-5}$	$(0{,}0\pm1{,}4)\cdot10^{-3}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(2S)}[^3S_1^{(1)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	$4{,}5\pm0{,}7$	$4{,}5\pm0{,}7$	$4{,}5\pm0{,}7$	$4{,}5\pm0{,}7$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(2S)}[^3S_1^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	$(0{,}0\pm2{,}5)\cdot10^{-2}$	$(0{,}0\pm5{,}9)\cdot10^{-3}$	$(0{,}0\pm4{,}1)\cdot10^{-4}$	$(3{,}3\pm0{,}8)\cdot10^{-2}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(2S)}[^1S_0^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	—	$(0{,}0\pm9{,}2)\cdot10^{-4}$	$(0{,}0\pm8{,}3)\cdot10^{-5}$	$(0{,}0\pm3{,}7)\cdot10^{-3}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(2S)}[^3P_0^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^5}$	—	$(0{,}0\pm2{,}6)\cdot10^{-3}$	$(0{,}0\pm2{,}8)\cdot10^{-4}$	$(0{,}0\pm1{,}6)\cdot10^{-2}$
$\frac{M_5^{\Upsilon(2S)}}{\text{ГэВ}^3}$	$(0{,}0\pm6{,}6)\cdot10^{-2}$	$(0{,}0\pm1{,}5)\cdot10^{-3}$	$(0{,}0\pm1{,}4)\cdot10^{-4}$	$(0{,}0\pm7{,}2)\cdot10^{-3}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\chi_{b0}(2P)}[^3P_0^{(1)}]\rangle}{\text{ГэВ}^5}$	$2{,}6\pm0{,}5$	$2{,}6\pm0{,}5$	$2{,}6\pm0{,}5$	$2{,}6\pm0{,}5$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\chi_{b0}(2P)}[^3S_1^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	$(7{,}7\pm1{,}7)\cdot10^{-2}$	$(1{,}1\pm0{,}4)\cdot10^{-2}$	$(0{,}0\pm2{,}8)\cdot10^{-4}$	$(0{,}0\pm5{,}7)\cdot10^{-3}$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(3S)}[^3S_1^{(1)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	$4{,}3\pm0{,}9$	$4{,}3\pm0{,}9$	$4{,}3\pm0{,}9$	$4{,}3\pm0{,}9$
$\frac{\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(3S)}[^3S_1^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	$(3{,}9\pm1{,}4)\cdot10^{-2}$	$(1{,}4\pm0{,}3)\cdot10^{-2}$	$(5{,}9\pm4{,}2)\cdot10^{-3}$	$(1{,}1\pm0{,}4)\cdot10^{-2}$

Продолжение табл. 2

НМЭ	Фит GRV LO	Фит JB	Фит JS	Фит KMR
$\dfrac{\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(3S)}[{}^1S_0^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^3}$	—	$(0{,}0\pm2{,}6)\cdot10^{-3}$	$(0{,}0\pm8{,}1)\cdot10^{-4}$	$(0{,}0\pm2{,}7)\cdot10^{-3}$
$\dfrac{\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(3S)}[{}^3P_0^{(8)}]\rangle}{\text{ГэВ}^5}$	—	$(2{,}4\pm0{,}8)\cdot10^{-2}$	$(3{,}4\pm4{,}2)\cdot10^{-3}$	$(5{,}2\pm1{,}1)\cdot10^{-2}$
$\dfrac{M_5^{\Upsilon(3S)}}{\text{ГэВ}^3}$	$(7{,}7\pm7{,}4)\cdot10^{-2}$	$(5{,}2\pm4{,}4)\cdot10^{-3}$	$(7{,}4\pm10{,}2)\cdot10^{-4}$	$(1{,}1\pm0{,}5)\cdot10^{-2}$
$\dfrac{\langle \mathcal{O}^{\chi_{b0}(3P)}[{}^3P_0^{(1)}]\rangle}{\text{ГэВ}^5}$	$2{,}7\pm0{,}7$	$2{,}7\pm0{,}7$	$2{,}7\pm0{,}7$	$2{,}7\pm0{,}7$
$\dfrac{\chi^2}{\text{d.o.f.}}$	0,5	2,9	27	0,5

необходим для описания экспериментальных данных в подходе КМРК. Однако уже для $\Upsilon(2S)$-, а особенно для $\Upsilon(1S)$-мезонов, вклад синглетного механизма является доминирующим. Сравнивая значения НМЭ для чармониев и боттомониев, мы видим, что вклад октетного механизма рождения для боттомониев подавлен относительно вклада для чармониев. Последнее согласуется

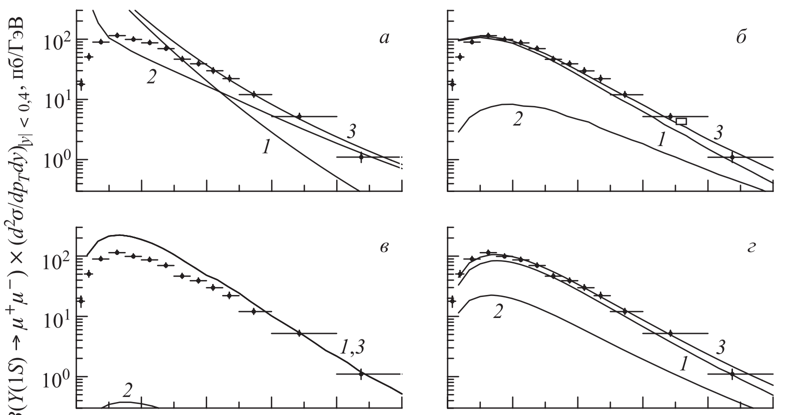

Рис. 10. Дважды дифференциальный спектр рождения $\Upsilon(1S)$-мезонов по поперечному импульсу (p_T) и усредненный по быстроте ($|y| < 0{,}4$) при $\sqrt{S} = 1{,}8$ ТэВ на коллайдере тэватрон [3]. $B(\Upsilon(1S) \to \mu^+\mu^-)$ — относительная вероятность распада $\Upsilon(1S) \to \mu^+\mu^-$. Обозначения, как на рис. 6

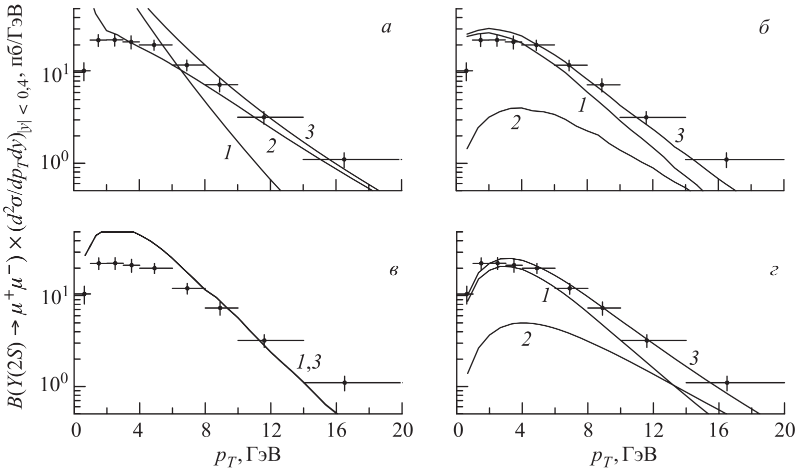

Рис. 11. Дважды дифференциальный спектр рождения $\Upsilon(2S)$-мезонов по поперечному импульсу (p_T) и усредненный по быстроте ($|y| < 0{,}4$) при $\sqrt{S} = 1{,}8$ ТэВ на коллайдере тэватрон [3]. $B(\Upsilon(2S) \to \mu^+\mu^-)$ — относительная вероятность распада $\Upsilon(2S) \to \mu^+\mu^-$. Обозначения, как на рис. 6

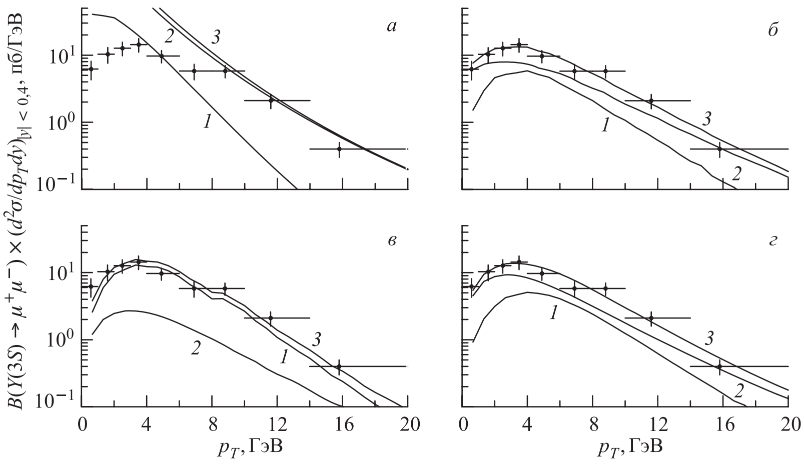

Рис. 12. Дважды дифференциальный спектр рождения $\Upsilon(3S)$-мезонов по поперечному импульсу (p_T) и усредненный по быстроте ($|y| < 0{,}4$) при $\sqrt{S} = 1{,}8$ ТэВ на коллайдере тэватрон [3]. $B(\Upsilon(3S) \to \mu^+\mu^-)$ — относительная вероятность распада $\Upsilon(3S) \to \mu^+\mu^-$. Обозначения, как на рис. 6

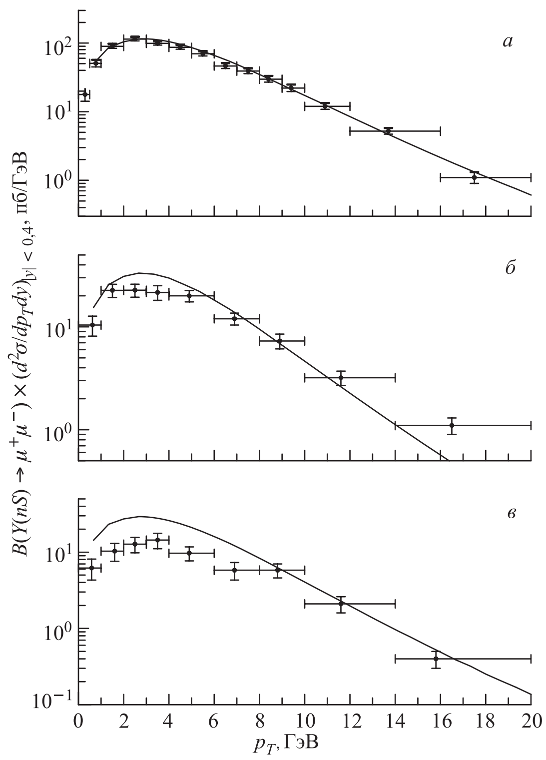

Рис. 13. Дважды дифференциальный спектр рождения $\Upsilon(nS)$-мезонов по поперечному импульсу (p_T) и усредненный по быстроте ($|y| < 0{,}4$) при $\sqrt{S} = 1{,}8$ ТэВ на коллайдере тэватрон [3]: *а*) расчеты в КМРК при использовании неинтегрированной функции распределения глюонов в протоне KMR [29] и при учете вклада от распадов $\chi_{bJ}(3P)$ при суммарном рождении $\Upsilon(1S)$; *б*) то же для $\Upsilon(2S)$; *в*) то же для $\Upsilon(3S)$. $B(\Upsilon(nS) \to \mu^+\mu^-)$ — относительная вероятность распада $\Upsilon(nS) \to \mu^+\mu^-$

с ожидаемым в НРКХД поведением октетных НМЭ в зависимости от относительной скорости тяжелых кварков в кварконии: $v^2 \simeq 0{,}1$ для боттомониев и $v^2 \simeq 0{,}3$ для чармониев. Напротив, в КПМ вклад октетного механизма рождения является основным для всех $\Upsilon(nS)$-мезонов. Как и для чармониев, в КПМ, в принципе, невозможно описать p_T-спектры боттомониев в области малых поперечных импульсов в лидирующем порядке по α_s и разделить вклады НМЭ $\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^1S_0^{(8)}] \rangle$ и $\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[^3P_0^{(8)}] \rangle$.

Необходимо заметить, что мы не учитывали гипотетический вклад в спектры $\Upsilon(nS)$-мезонов от распадов $\chi_{bJ}(3P)$-мезонов, которые еще не обнару-

Таблица 3. **Вероятности переходов между различными состояниями боттомония с учетом всех возможных каскадных процессов**

Начальное состояние	Конечное состояние								
	$\Upsilon(3S)$	$\chi_{b2}(2P)$	$\chi_{b1}(2P)$	$\chi_{b0}(2P)$	$\Upsilon(2S)$	$\chi_{b2}(1P)$	$\chi_{b1}(1P)$	$\chi_{b0}(1P)$	$\Upsilon(1S)$
$\Upsilon(3S)$	1	0,114	0,113	0,054	0,106	0,007208	0,00742	0,004028	0,102171
$\chi_{b2}(2P)$	—	1	—	—	0,162	0,011016	0,01134	0,006156	0,129565
$\chi_{b1}(2P)$	—	—	1	—	0,21	0,01428	0,0147	0,00798	0,160917
$\chi_{b0}(2P)$	—	—	—	1	0,046	0,003128	0,00322	0,001748	0,0167195
$\Upsilon(2S)$	—	—	—	—	1	0,068	0,07	0,038	0,319771
$\chi_{b2}(1P)$	—	—	—	—	—	1	—	—	0,22
$\chi_{b1}(1P)$	—	—	—	—	—	—	1	—	0,35
$\chi_{b0}(1P)$	—	—	—	—	—	—	—	1	0,06
$\Upsilon(1S)$	—	—	—	—	—	—	—	—	1

жены и парциальные ширины распада которых неизвестны. Однако синглетный НМЭ $\langle \mathcal{O}^{\chi_{b0}(3P)}[^3P_0^{(1)}]\rangle$ может быть рассчитан в потенциальной кварковой модели: $\langle \mathcal{O}^{\chi_{b0}(3P)}[^3P_0^{(1)}]\rangle = 2{,}7$ ГэВ^5 [22, 31], а парциальные ширины распада $\chi_{bJ}(3P)$ в $\Upsilon(1S)$-, $\Upsilon(2S)$- и $\Upsilon(3S)$-мезоны можно получить экстраполяцией аналогичных ширин для $\chi_{bJ}(1P)$- и $\chi_{bJ}(2P)$-мезонов, а именно: принимая, что они равны 12, 9 и 7 % для распадов в $\Upsilon(3S)$-, $\Upsilon(2S)$- и $\Upsilon(1S)$-мезоны соответственно. Фит данных с учетом вклада от распадов $\chi_{bJ}(3P)$-мезонов показывает, что в этом случае вклад октетного механизма в рождение боттомониев является пренебрежимо малым. В качестве иллюстрации этого на рис. 13 показаны p_T-спектры $\Upsilon(nS)$-мезонов при использовании неинтегрированной функции распределения KMR [29] и с учетом лишь синглетного механизма рождения [21].

Полученный в результате фитирования данных с функцией распределения JS [28] набор октетных НМЭ не позволяет с удовлетворительной достоверностью ($\chi^2/\text{d.o.f.} = 27$) описать данные по спектрам боттомониев, хотя спектры чармониев описывались только немного хуже, чем спектры для функции распределения KMR [29]. Для функции распределения JB [27] ситуация обратная: в отличие от p_T-спектров чармониев спектры боттомониев описывались удовлетворительно ($\chi^2/\text{d.o.f.} = 2{,}9$). Функция распределения KMR [29] позволяет одинаково хорошо описать спектры как чармониев ($\chi^2/\text{d.o.f.} = 3{,}0$), так и боттомониев ($\chi^2/\text{d.o.f.} = 0{,}5$).

При расчетах использовались следующие значения парциальных ширин распадов [37]: $B(\Upsilon(3S) \to \mu^+ + \mu^-) = 0{,}0181$, $B(\Upsilon(2S) \to \mu^+ + \mu^-) = 0{,}0131$, $B(\Upsilon(1S) \to \mu^+ + \mu^-) = 0{,}0248$, $B(J/\psi \to \mu^+ + \mu^-) = 6{,}01 \cdot 10^{-2}$, $B(\psi' \to J/\psi + X) = 0{,}576$, $B(\chi_{c0} \to J/\psi + \gamma) = 0{,}012$, $B(\chi_{c1} \to J/\psi + \gamma) = 0{,}318$ и $B(\chi_{c2} \to J/\psi + \gamma) = 0{,}203$. Массы составляющих кварков

$m_c = 1{,}55$ ГэВ и $m_b = 4{,}77$ ГэВ. Инклюзивные вероятности переходов между различными состояниями боттомония с учетом всех возможных каскадов представлены в табл. 3.

6. РОЖДЕНИЕ ТЯЖЕЛЫХ КВАРКОНИЕВ НА КОЛЛАЙДЕРЕ LHC

Сравнение значений октетных НМЭ, полученных в КПМ и в подходе KMPK фитированием экспериментальных данных для p_T-спектров чармониев и боттомониев, показывает их существенную зависимость от выбора подхода. Дополнительным тестом в этом случае может быть сравнение предсказаний, полученных в обсуждаемых подходах, на p_T-спектры чармониев и боттомониев в других процессах, например, в γp- или ep-взаимодействиях на коллайдере HERA или в адронных взаимодействиях при других энер-

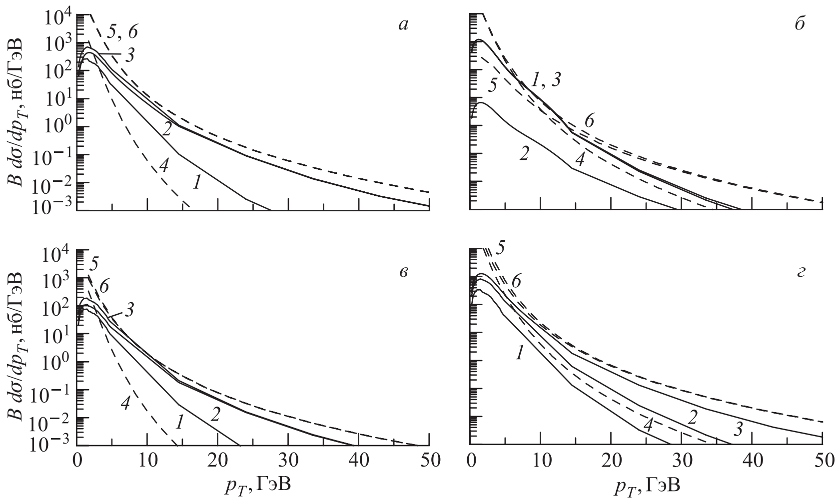

Рис. 14. Спектр рождения J/ψ-мезонов по поперечному импульсу (p_T) при $\sqrt{S} =$ 14 ТэВ и $|y| < 2{,}5$ на коллайдере LHC: *а*) прямые (direct) J/ψ-мезоны; *б*) J/ψ-мезоны от распадов χ_{cJ}; *в*) J/ψ-мезоны от распадов ψ'; *г*) суммарный вклад (prompt) в рождение J/ψ-мезонов. Кривая *1* — вклад синглетного механизма рождения в подходе KMPK при использовании неколлинеарной функции распределения глюонов в протоне KMR [29]; *2* — вклад октетного механизма; *3* — сумма вкладов *1* и *2*. Кривая *4* — вклад синглетного механизма рождения в рамках КПМ с применением функции распределения глюонов в протоне GRV LO [36]; *5* — вклад октетного механизма; *6* — сумма вкладов *4* и *5*. B — относительная вероятность распада $J/\psi \to \mu^+\mu^-$

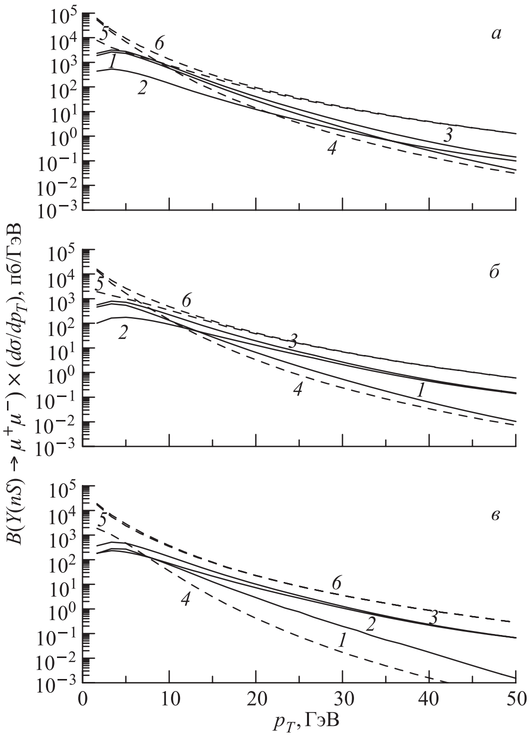

Рис. 15. Спектр рождения $\Upsilon(nS)$-мезонов по поперечному импульсу (p_T) при $\sqrt{S} =$ 14 ТэВ и $|y| < 2{,}5$ на коллайдере LHC: *а*) $\Upsilon(1S)$; *б*) $\Upsilon(2S)$; *в*) $\Upsilon(3S)$. Обозначения, как на рис. 14. $B(\Upsilon(nS) \to \mu^+\mu^-)$ — относительная вероятность распада $\Upsilon(nS) \to \mu^+\mu^-$

гиях. Проверка полученных в подходе КМРК октетных НМЭ при рождении чармониев на коллайдере HERA [38], а также в $\gamma\gamma$-взаимодействиях на коллайдере LEP2 [39] была проведена в нашей работе [17]. В данном пункте мы рассматриваем предсказания, полученные в подходе КМРК и КПМ для выхода чармониев и боттомониев на коллайдере LHC при энергии $\sqrt{S} = 14$ ТэВ.

На рис. 14 и 15 показаны p_T-спектры чармониев и боттомониев, проинтегрированные по быстроте в интервале $|y| < 2{,}5$. Штриховые кривые — расчеты на основе КПМ, сплошные — расчеты в подходе КМРК. Принимая во внимание, что предсказания КПМ не претендуют на описание экспериментальных данных при малых p_T в принципе, сравним относительный

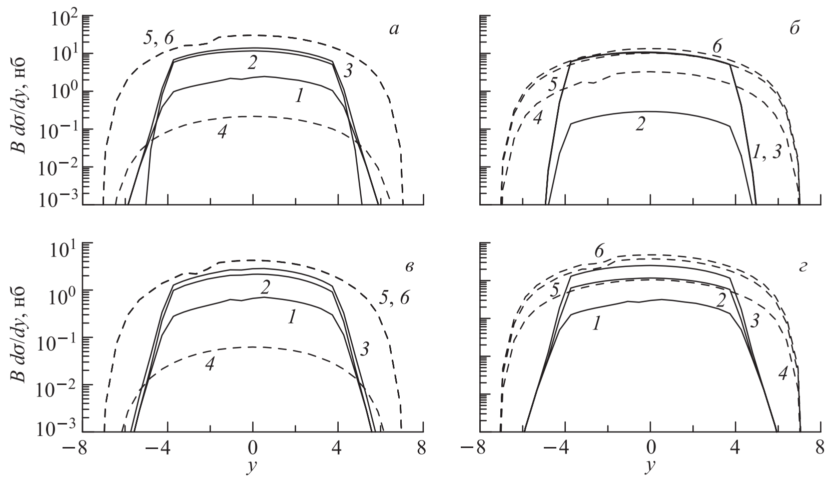

Рис. 16. Спектр рождения J/ψ-мезонов по быстроте (y) при $\sqrt{S} = 14$ ТэВ и $7 < p_T < 100$ ГэВ на коллайдере LHC. Обозначения, как на рис. 14

выход тяжелых кваркониев, предсказываемый в обсуждаемых здесь подходах, в области $p_T > 10$ ГэВ. Ситуация примерно одинаковая для спектров всех частиц. КПМ предсказывает несколько большее значение сечений рождения (фактор ~ 2 для чармониев и фактор ~ 4 для боттомониев), чем подход КМРК. Для чармониев суммарные спектры (кривые *3* и *6*), полученные в КПМ и КМРК, пересекаются при $p_T \simeq 10$ ГэВ. Кривые, полученные в КПМ для боттомониев, лежат выше предсказаний КМРК при всех p_T.

На рис. 16 и 17 показаны y-спектры чармониев и боттомониев на коллайдере LHC после интегрирования по поперечному импульсу в интервале $7 < p_T < 100$ ГэВ. Мы видим, что распределения чармониев и боттомониев по быстроте y, полученные на основе КПМ, немного шире, чем рассчитанные в подходе КМРК. На краю центрального плато по быстроте спектры, полученные в подходе КМРК, спадают гораздо круче, чем спектры, полученные в КПМ. Наблюдаемые эффекты связаны, в первую очередь, с тем, что в подходе КМРК доминирует вклад подпроцессов $2 \to 1$, а в КПМ вклад дают только процессы $2 \to 2$. Рождение дополнительной жесткой струи в партонном подпроцессе приводит к уширению спектров кваркония по быстроте в КПМ по сравнению с подходом КМРК, в котором подпроцесс $2 \to 2$ через синглетное промежуточное состояние не является основным.

В заключение отметим, что полученные нами результаты для спектров чармониев и боттомониев в КПМ удовлетворительно согласуются с оценками,

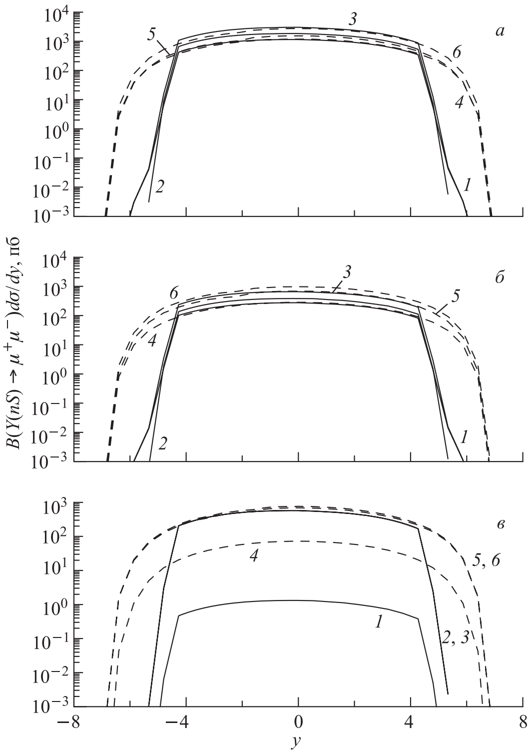

Рис. 17. Спектр рождения $\Upsilon(nS)$-мезонов по быстроте (y) при $\sqrt{S} = 14$ ТэВ и $7 < p_T < 100$ ГэВ. Обозначения, как на рис. 14

полученными ранее в аналогичном подходе в работе [40], и с предсказаниями в рамках фрагментационного приближения [41], а также с предсказаниями монте-карловского моделирования в программе PYTHIA [42].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнение предсказаний подхода КМРК и КПМ показывает, что, в отличие от коллинеарного приближения, в подходе КМРК спектры тяжелых кваркониев могут быть описаны при любых значениях p_T, включая область $p_T < M$. Значения октетных НМЭ, полученных при фитировании экспериментальных данных коллаборации CDF в КМРК, значительно меньше, чем аналогичные значения, полученные в КПМ; также меняется и относительный вес различных НМЭ. В подходе КМРК, в отличие от КПМ, p_T-спектры P-волновых чармониев, а также спектры $\Upsilon(nS)$-мезонов при учете вклада от распадов $\chi_{bJ}(3P)$ могут быть описаны в рамках синглетного механизма рождения.

Анализ октетных НМЭ НРКХД для рассмотренных неколлинеарных функций распределения глюонов в протоне показывает, что, во-первых, функция распределения KMR [29] позволяет непротиворечиво фитировать p_T-спектры чармониев и боттомониев ($\chi^2/\text{d.o.f.} = 3{,}0$ и $0{,}5$); во-вторых, непертурбативные переходы из промежуточного октетного состояния в конечное синглетное приближенно удовлетворяют следующему условию: $\triangle L \simeq 0$ и $\triangle S \simeq 0$, т. е. являются дважды хромоэлектрическими и сохраняют спин и орбитальный момент тяжелых кварков, как это и предсказывается принципами спиновой симметрии процессов с участием тяжелых кварков; в-третьих, относительный вклад октетных НМЭ в случае рождения боттомониев существенно меньше, чем в случае рождения чармониев, что также согласуется с предсказанием НРКХД.

Авторы благодарны Б. Книлю, Л. Липатову, Э. Кураеву, О. Теряеву, М. Рыскину и А. Леонидову за интерес к работе и полезные дискуссии. Д. В. благодарит Международный центр теоретической физики в Москве и фонд «Династия» за поддержку.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Abe F. et al.* (*CDF*). J/ψ and $\psi(2S)$ Production in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. P. 572–577;
   Abe F. et al. (*CDF*). Production of J/ψ Mesons from χ_c Meson Decays in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV // Ibid. P. 578–583;
   Affolder T. et al. (*CDF*). Measurement of J/ψ and $\psi(2S)$ Polarization in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85. P. 2886–2891.
2. *Acosta D. et al.* (*CDF*). Measurement of J/ψ Meson and b-Hadron Production Cross Section in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1960$ GeV // Phys. Rev. D. 2005. V. 71. P. 032001-1–032001-26.
3. *Abe F. et al.* (*CDF*). Υ Production in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. P. 4358–4363;
   Acosta D. et al. (*CDF*). Υ Production and Polarization in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88. P. 161802-1–161802-6.
4. *Abazov V. M. et al.* (*CDF*). Measurement of Inclusive Differential Cross Section for $\Upsilon(1S)$ Production in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1960$ GeV // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 94. P. 232001-1–232001-7.
5. *Sterman G. et al.* Handbook of Perturbative QCD: Version 1.0 // Rev. Mod. Phys. 1995. V. 67. P. 157–248.
6. *Gribov V. N., Lipatov L. N.* Deep Inelastic ep Scattering in Perturbation Theory // Sov. J. Nucl. Phys. 1972. V. 15. P. 438–450 (ЯФ. 1972. Т. 15. С. 781–807);

Dokshitzer Yu. A. Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and e^+e^- Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics // Sov. Phys. JETP. 1977. V. 46. P. 641–653 (ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 1216–1240);
Altarelli G., Parisi G. Asymptotic Freedom in Parton Language // Nucl. Phys. B. 1977. V. 126. P. 298–318.

7. *Kuraev E. A., Lipatov L. N., Fadin V. S.* Multi-Reggeon Processes in the Yang–Mills Theory // Sov. Phys. JETP. 1976. V. 44. P. 443–450 (ЖЭТФ. 1976. Т. 71. С. 840–856);
Balitskii Y. I., Lipatov L. N. The Pomeranchuk Singularity in Quantum Chromodynamics // Sov. J. Nucl. Phys. 1978. V. 28. P. 822–829 (ЯФ. 1978. Т. 28, № 12. С. 1597–1611).
8. *Fadin V. S., Lipatov L. N.* Next-to-Leading Corrections to the BFKL Equation from the Gluon and Quark Production // Nucl. Phys. B. 1996. V. 477. P. 767–808.
9. *Lipatov L. N.* Gauge Invariant Effective Action for High-Energy Processes in QCD // Nucl. Phys. B. 1995. V. 452. P. 369–400.
10. *Antonov E. N. et al.* Feynman Rules for Effective Regge Action // Nucl. Phys. B. 2005. V. 721. P. 111–135.
11. *Bodwin G. T., Braaten E., Lepage G. P.* Rigorous QCD Analysis of Inclusive Annihilation and Production of Heavy Quarkonium // Phys. Rev. D. 1995. V. 51. P. 1125–1171;
Erratum // Phys. Rev. D. 1997. V. 55. P. 5853.
12. *Krämer M.* Quarkonium Production at High-Energy Colliders // Prog. Part. Nucl. Phys. 2001. V. 47. P. 141–201.
13. *Braaten E., Fleming S., Yuan T. C.* Production of Heavy Quarkonium in High-Energy Colliders // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 1998. V. 46. P. 197–235.
14. *Brambilla N. et al.* Heavy Quarkonium Physics. CERN-2005-005. CERN, 2005. 521 p.
15. *Hagler P. et al.* Heavy Quark Production as Sensitive Test for an Improved Description of High-Energy Hadron Collisions // Phys. Rev. D. 2000. V. 62. P. 071502-1–071502-4;
Yuan F., Chao K.-T. Color Singlet Direct J/ψ and ψ' Production at Tevatron in the k_T-Factorization Approach // Phys. Rev. D. 2001. V. 63. P. 034006-1–034006-4;
Yuan F., Chao K.-T. Polarizations of J/ψ and ψ' in Hadroproduction at Tevatron in the k_T-Factorization Approach // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. P. 022002-1–022002-4;
Hagler P. et al. Towards a Solution of the Charmonium Production Controversy: k_T-Factorization Versus Color Octet Mechanism // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. P. 1446–1449;
Baranov S. P. Highlights from the k_T-Factorization Approach on the Quarkonium Production Puzzles // Phys. Rev. D. 2002. V. 66. P. 114003-1–114003-11;
Салеев В. А., Васин Д. В. Адронное рождение прямых J/ψ- и ψ'-мезонов в процессах фрагментации глюонов и c-кварков при высоких энергиях // ЯФ. 2005. Т. 68, № 1. С. 95–105 (Phys. At. Nucl. 2005. V. 68, No 1. P. 94–103).
16. *Saleev V. A., Vasin D. V.* Direct J/ψ and ψ' Hadroproduction via Fragmentation in the Collinear Parton Model and k_T-Factorization Approach // Phys. Rev. D. 2003. V. 68. P. 114013-1–114013-6.
17. *Kniehl B. A., Saleev V. A., Vasin D. V.* Charmonium Production at High Energy in the k_T-Factorization Approach // Phys. Rev. D. 2006. V. 73. P. 074022-1–074022-18.
18. *Gribov L. V., Levin E. M., Ryskin M. G.* Semihard Processes in QCD // Phys. Rep. 1983. V. 100. P. 1–150;
Collins J. C., Ellis R. K. Heavy Quark Production in Very High-Energy Hadron Collisions // Nucl. Phys. B. 1991. V. 360. P. 3–30;
Catani S., Ciafoloni M., Hautmann F. High-Energy Factorization and Small x Heavy Flavor Production // Nucl. Phys. B. 1991. V. 366. P. 135–188.

19. *Jeppe R. et al.* Small x Phenomenology: Summary and Status // Eur. Phys. J. C. 2004. V. 35. P. 67–98.

20. *Fadin V. S., Kotsky M. I., Lipatov L. N.* One-Loop Correction to the BFKL Kernel from Two Gluon Production // Phys. Lett. B. 1997. V. 415. P. 97–103;
Leonidov A., Ostrovsky D. Minijet Transverse-Energy Production in the Next-to-Leading Order in Hadron and Nuclear Collisions // Eur. Phys. J. C. 1999. V. 11. P. 495–499;
Ostrovsky D. NLO Correction to One Particle Inclusive Production at High-Energies // Phys. Rev. D. 2000. V. 62. P. 054028-1–054028-10;
Fadin V. S., Kozlov M. G., Reznichenko A. V. Radiative Corrections to QCD Amplitudes in Quasimulti-Regge Kinematics // Phys. At. Nucl. 2004. V. 67. P. 359–375 (ЯФ. 2004. Т. 67. С. 377–393).

21. *Berger E. L., Jones D.* Inelastic Photoproduction of J/ψ and Υ by Gluons // Phys. Rev. D. 1981. V. 23. P. 1521–1530;
Baier R., Rückl R. Hadronic Production of J/ψ and Υ: Transverse Momentum Distributions // Phys. Lett. B. 1981. V. 102. P. 364–370;
Картвелишвили В. Г., Лиходед А. К., Слабоспитский С. Р. Рождение D- и ψ-мезонов в адронных взаимодействиях // ЯФ. 1978. Т. 28. С. 1315–1322 (Sov. J. Nucl. Phys. 1978. V. 28. P. 678).

22. *Eichten E. J., Quigg C.* Quarkonium Wave Function at the Origin // Phys. Rev. D. 1995. V. 52. P. 1726–1728;
Lucha W., Schoberl F. F., Gromes D. Bound States of Quarks // Phys. Rep. 1991. V. 200. P. 127–240.

23. *Maltoni F., Mangano M. L., Petrelli A.* Quarkonium Photoproduction at Next-to-Leading Order // Nucl. Phys. B. 1998. V. 519. P. 361–393.

24. *Kühn J. H., Kaplan J., Safiani E. G. O.* Electromagnetic Annihilation of e^+e^- into Quarkonium States with Even Charge Conjugation // Nucl. Phys. B. 1979. V. 157. P. 125–144;
Guberina B. et al. Rare Decays of the Z^0 // Nucl. Phys. B. 1980. V. 174. P. 317–334.

25. *Cho P. L., Leibovich A. K.* Color Octet Quarkonia Production // Phys. Rev. D. 1996. V. 53. P. 150–162;
Cho P. L., Leibovich A. K. Color Octet Quarkonia Production. 2 // Ibid. P. 6203–6217.

26. *Gastmans R., Troost W., Wu T. T.* Cross Sections for Gluon + Gluon $\to$ Heavy Quarkonium + Gluon // Phys. Lett. B. 1987. V. 184. P. 257–260.

27. *Blumlein J.* On the k_T-Dependent Gluon Density of the Proton. DESY-95-121. DESY, 1995. 3 p.

28. *Jung H., Salam G.* Hadronic Final State Predictions from CCFM: the Hadron Level Monte Carlo Generator CASCADE // Eur. Phys. J. C. 2001. V. 19. P. 351–360.

29. *Kimber M. A., Martin A. D., Ryskin M. G.* Unintegrated Parton Distributions // Phys. Rev. D. 2001. V. 63. P. 114027-1–114027-10.

30. *Braaten E., Kniehl B. A., Lee J.* Polarization of Prompt J/ψ at the Tevatron // Phys. Rev. D. 2000. V. 62. P. 094005-1–094005-4.

31. *Braaten E., Fleming S., Leibovich A. K.* Nonrelativistic QCD Analysis of Bottomonium Production at the Fermilab Tevatron // Phys. Rev. D. 2001. V. 63. P. 094006-1–094006-12.

32. *Салеев В. А., Васин Д. В.* Адронное рождение тяжелых кварკониев в подходе квазимульти-реджевской кинематики // Вест. СамГУ. 2005. Т. 40, № 6. С. 126–145.

33. *Amundson J. F. et al.* Quantitative Tests of Color Evaporation: Charmonium Production // Phys. Lett. B. 1997. V. 390. P. 323–328.

34. *Berger E. L., Qiu J., Wang Y.* Transverse Momentum Distribution of Upsilon Production in Hadronic Collisions // Phys. Rev. D. 2005. V. 71. P. 034007-1–034007-11;
Berger E. L., Qiu J., Wang Y. Upsilon Transverse Momentum at Hadron Colliders // Intern. J. Mod. Phys. A. 2005. V. 20. P. 3753–3755.

35. *Kniehl B. A., Saleev V. A., Vasin D. V.* Bottomonium Production in the Regge Limit of QCD // Phys. Rev. D. 2006. V. 74. P. 014024-1–014024-9.

36. *Gluck M., Reya E., Vogt A.* Dynamical Parton Distributions of the Proton and Small x Physics // Z. Phys. C. 1995. Bd. 67. S. 433–448.

37. *Eidelman S. et al.* (*PDG*). Review of Particle Physics. Particle Data Group // Phys. Lett. B. 2004. V. 592. P. 1–1109.

38. *Chekanov S. et al.* (*ZEUS*). Measurements of Inelastic J/ψ and ψ' Photoproduction at HERA // Eur. Phys. J. C. 2003. V. 27. P. 173–188;
Adloff C. et al. ($H1$). Inelastic Leptoproduction of J/ψ Mesons at HERA // Eur. Phys. J. C. 2002. V. 25. P. 41–53.

39. *Abdallah J. et al.* (*DELPHI*). Study of Inclusive J/ψ Production in Two Photon Collisions at LEP-2 with the DELPHI Detector // Phys. Lett. B. 2003. V. 565. P. 76–86.

40. *Vogt R.* Open and Hidden Charm Production at RHIC and LHC // J. Phys. G. 2005. V. 31. P. S773–S780.

41. *Sridhar K.* Charmonium Production at the LHC // Mod. Phys. Lett. A. 1996. V. 11. P. 1555–1562.

42. *Sanchis-Lozano M. A.* Charmonium Production at the Tevatron, HERA and LHC // Nucl. Phys. Proc. Suppl. B. 1999. V. 75. P. 191–194;
Domenech J. L., Sanchis-Lozano M. A. Bottomonium Production at the Tevatron and LHC // Phys. Lett. B. 2000. V. 476. P. 65–72.