

КХД-АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО ПРОЦЕССАМ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ГЛУБОКОНЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ

А. Н. Сисакян, О. Ю. Шевченко, О. Н. Иванов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

| | |
|---|------|
| ВВЕДЕНИЕ | 1309 |
| ИНКЛЮЗИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ ГЛУБОКОНЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ С ПОЛЯРИЗОВАННЫМИ ПУЧКОМ И МИШЕНЬЮ | 1312 |
| Теоретические основы описания процессов поляризованного инклюзивного глубоконеупругого рассеяния. | 1313 |
| Экспериментальные данные по ГНР. Извлечение моментов структурных функций. | 1331 |
| КХД-анализ инклюзивных структурных функций. | 1337 |
| КХД-анализ последних данных коллаборации COMPASS. | 1342 |
| ПОЛУИНКЛЮЗИВНЫЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫЕ ПРОЦЕССЫ ГЛУБОКОНЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ И СТАНДАРТНЫЕ МЕТОДЫ ИХ КХД-АНАЛИЗА | 1353 |
| Теоретические основы описания процессов полуинклюзивного ГНР. | 1354 |
| Экспериментальные данные коллабораций SMC, HERMES и COMPASS по поляризованному полуинклюзивному ГНР и их анализ в лидирующем порядке КХД. | 1369 |
| Стандартный анализ данных по поляризованному полуинклюзивному ГНР в следующем за лидирующим порядке КХД. | 1382 |
| НОВЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ДАННЫХ ПО ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМУ ПОЛЯРИЗОВАННОМУ ГНР В СЛЕДУЮЩЕМ ЗА ЛИДИРУЮЩИМ ПОРЯДКЕ КХД | 1391 |
| Метод прямого извлечения первых моментов поляризованных кварковых распределений. Асимметрия поляризованного кваркового моря. | 1392 |
| Тестирование метода и оценка возможных неопределенностей. | 1397 |

| | |
|---|------|
| Модификация метода разложения по полиномам Якоби с целью восстановления локальных кварковых распределений из известных (извлеченных) меллиновских моментов. | 1411 |
| ПРИМЕНЕНИЕ НОВОГО МЕТОДА КХД-АНАЛИЗА К ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ ПО ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМУ ПОЛЯРИЗОВАННОМУ ГЛУБОКОНЕУПРУГОМУ РАССЕЯНИЮ | 1422 |
| КХД-анализ моделированных данных по пионным разностным асимметриям как ключевой тест применимости метода. | 1422 |
| КХД-анализ данных HERMES в следующем за лидирующим порядке КХД. | 1430 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 1440 |
| Приложение А | |
| РАСЩЕПЛЯЮЩИЕ ФУНКЦИИ | 1442 |
| Приложение Б | |
| АНОМАЛЬНЫЕ РАЗМЕРНОСТИ | 1445 |
| Приложение В | |
| СВЯЗЬ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПАРТОННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ В РАЗЛИЧНЫХ СХЕМАХ | 1448 |
| Приложение Г | |
| ПОЛУИНКЛЮЗИВНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ВИЛЬСОНА ДЛЯ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ И НЕПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПРОЦЕССОВ | 1451 |
| Приложение Д | |
| ВЫЧИСЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ОШИБОК ДЛЯ РАЗНОСТНЫХ АСИММЕТРИЙ | 1454 |
| Приложение Е | |
| ДВОЙНЫЕ МОМЕНТЫ МЕЛЛИНА ОТ ПОЛУИНКЛЮЗИВНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВИЛЬСОНА | 1458 |
| Приложение Ж | |
| ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТОЖДЕСТВА ДЛЯ УСЕЧЕННЫХ МОМЕНТОВ, ВОССТАНОВЛЕННЫХ ПО ММПА | 1459 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ | 1461 |

КХД-АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО ПРОЦЕССАМ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ГЛУБОКОНЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ

А. Н. Сисакян, О. Ю. Шевченко, О. Н. Иванов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Представлен детальный обзор современного состояния исследований процессов поляризованного глубоконеупругого рассеяния. Особое внимание уделяется методам КХД-анализа экспериментальных данных по таким процессам, а также методам экстраполяции поляризованных структурных функций и поляризованных кварковых распределений в области, недоступной для современных экспериментов. В случае чисто инклюзивных процессов детально представлен КХД-анализ всех мировых данных, включая новейшие данные коллаборации COMPASS. Особое внимание уделено таким важнейшим составляющим спиновой проблемы нуклона, как поляризованная странность и поляризованное глюонное распределение. Детально рассматриваются особенности полуинклюзивных процессов поляризованного глубоконеупругого рассеяния, в частности, обсуждается роль функций фрагментации в анализе полуинклюзивных данных. Подробно рассматриваются методы извлечения функций фрагментации из экспериментальных данных, и представлены соответствующие результаты. Рассматриваются результаты анализа существующих полуинклюзивных поляризованных данных как в лидирующем, так и в следующем за лидирующим порядке КХД. Особое внимание уделяется нестандартным, так называемым разностным асимметриям, позволяющим минимизировать зависимость результатов анализа от функций фрагментации. Дан критический обзор существующих на сегодня методов КХД-анализа полуинклюзивных поляризованных данных. Представлен альтернативный метод КХД-анализа полуинклюзивных данных в следующем за лидирующим порядке КХД. Достоинства метода в практическом применении иллюстрируются на примере анализа данных коллаборации HERMES.

Detailed review of the modern research on polarized DIS processes is presented. Especial attention is paid to the QCD analysis methods of such processes and, also, to the extrapolation methods of the polarized structure functions and PDFs to the regions unaccessible for experiment. In the case of pure inclusive processes, the QCD analysis of all world data is presented including the latest COMPASS data. Especial attention is paid to such important components of the nucleon spin as polarized strangeness and polarized gluon distribution. The peculiarities of semi-inclusive DIS processes are considered and, in particular, the influence of fragmentation functions on the analysis of semi-inclusive data is discussed. The detailed review of the methods of the fragmentation functions extraction from experimental data is presented. The results of LO and NLO analysis of the existing polarized semi-inclusive data are discussed. Especial attention is paid to the nonstandard, so-called difference asymmetries, which allow one to minimize the analysis dependence of fragmentation functions. The critical review is given of the existing methods of polarized semi-inclusive DIS data QCD analysis. The alternative NLO QCD analysis method of semi-inclusive DIS data is presented. Advantages of the method are illustrated by its application to the HERMES data.

PACS: 13.88.+e, 13.60.Hb, 13.85.Ni

ВВЕДЕНИЕ

Процессы глубоконеупругого рассеяния (ГНР) лептонов на нуклонах $l + N \rightarrow l' + X$ сыграли и играют до сих пор ключевую роль в развитии наших представлений о структуре адронов. Так, открытие бьёркеновского скейлинга в 1960-е гг. дало значительный толчок к пониманию того, что элементарные частицы состоят из точечноподобных составляющих, что привело к созданию партонной модели. Далее процессы ГНР сыграли важнейшую роль в установлении соответствия между партонами и кварками и нахождении новых составляющих адронов — глюонов, что в конце концов привело к созданию самосогласованной динамической теории кварков и глюонов — квантовой хромодинамики. Другим важнейшим эффектом, обнаруженным в экспериментах по ГНР, было нарушение скейлинга, т. е. обнаружение слабой зависимости сечений от квадрата переданного импульса Q^2 (асимптотически исчезающей в бьёркеновском пределе $Q^2 \rightarrow \infty$). Возможность как качественного, так и количественного описания этого эффекта явилась триумфом и прямым подтверждением квантовой хромодинамики. Как известно, Q^2 -зависимость является неотъемлемым атрибутом КХД и описывается уравнениями КХД-эволюции.

Помимо обычных (неполяризованных) процессов ГНР важнейшим источником информации о внутренней структуре нуклона являются процессы поляризованного глубоконеупругого рассеяния — процессы с продольно-поляризованным лептонным пучком и продольно- (либо поперечно-) поляризованной нуклонной мишенью. В то время как неполяризованные процессы ГНР поставляют нам информацию о плотностях распределения партонов в нуклоне с долей импульса x от импульса всего нуклона, процессы поляризованного ГНР позволяют изучать внутреннюю спиновую структуру нуклона, т. е. понять, как спин нуклона набирается из спинов составляющих его кварков и глюонов. Долгое время теоретические представления о поляризованной структурной функции $g_1(x)$ основывались на наивной партонной модели. Однако полученные в 1988 г. коллаборацией ЕМС новые данные показали сильное рассогласование с предсказаниями наивной партонной модели, где весь спин протона $1/2$ набирается исключительно из спинов составляющих его кварков. Оказалось, что в то время как наивная партонная модель предсказывала, что вклад кварков в спин протона должен быть $1/2$, в реальности эта величина оказалась очень малой, что в литературе получило название спиновый кризис. В настоящее время существует несколько сценариев разрешения этой проблемы (см., например, обзор [1] и ссылки в нем), однако отдать предпочтение какому-либо из них можно, только найдя все компоненты, составляющие спин протона, проводя для этой цели КХД-анализ всех существующих данных по инклюзивному и полуинклюзивному поляризованному ГНР.

На первом этапе изучения поляризованных процессов ГНР важнейшими задачами стали определение первого момента структурной функции g_1 , а также ее кварковой $\Delta\Sigma$ и глюонной ΔG составляющих.

Анализ данных по *инклюзивному* поляризованному ГНР позволяет нам извлекать такие важные величины, как синглетные и несинглетные комбинации поляризованных партонных распределений. Кроме того, исследование таких процессов дает возможность проверить важнейшие предсказания КХД — правила сумм. В частности, к настоящему времени правило сумм Бьёркена вместе с теоретически вычисленными КХД-поправками к нему (до третьего порядка включительно) блестяще подтвердилось данными коллаборации SMC.

Исследованию процессов инклюзивного ГНР с продольно-поляризованными лептонным пучком и нуклонной мишенью посвящен разд. 1, где проводится КХД-анализ мировых данных по инклюзивным структурным функциям с целью извлечения в следующем за лидирующим порядке синглетных и несинглетных комбинаций поляризованных кварковых распределений. Исследуются два (принципиально различных) сценария для поляризованного глюонного распределения ($\Delta G > 0$ и $\Delta G < 0$). Проводится прямое извлечение аксиального заряда и первого момента поляризованной странности в нуклоне из новейших данных коллаборации COMPASS.

В то же время обычно исследуемые* процессы инклюзивного ГНР с мюонным или электронным (позитронным) пучком не могут помочь нам в решении еще одной важнейшей задачи — извлечении валентных Δq_V и морских $\Delta\bar{q}$ поляризованных кварковых распределений по отдельности. На сегодня основным процессом, который может помочь нам решить эту важнейшую задачу, является процесс полуинклюзивного ГНР (ПГНР) $1 + N \rightarrow l' + h + X$, т. е. процесс ГНР, где помимо рассеянного лептона регистрируется также один из адронов в конечном состоянии. В таких процессах информация об аромате взаимодействующего кварка переносится в регистрируемый адрон, и этот процесс описывается функциями фрагментации (ФФ). В результате выражение для структурной функции содержит разные коэффициенты при $\Delta q = \Delta q_V + \Delta\bar{q}$ и $\Delta\bar{q}$, что и позволяет разделить вклады валентных и морских кварков. Кроме того, ПГНР дает нам дополнительные уравнения (соответствующие асимметриям, построенным для различных мишеней и сортов регистрируемых адронов), позволяющие полностью решить задачу разделения кварковых распределений по ароматам. Отметим также, что извлечение поляризованной странности в нуклоне в случае анализа чисто инклюзивных данных возможно только с применением $SU_f(3)$ правила сумм, которое вы-

*Пока не построена нейтринная фабрика или не создана сверхплотная поляризованная мишень, мы не можем изучать ГНР-процессы с нейтринным пучком, которые позволили бы найти валентные Δq_V и морские $\Delta\bar{q}$ поляризованные кварковые распределения по отдельности.

полняется с плохой точностью. Анализ же полуинклюзивных данных позволяет извлекать Δs напрямую.

К сожалению, несмотря на простоту и удобство в использовании уравнения для полуинклюзивной структурной функции g_1^h в лидирующем порядке, хорошо известно, что при сравнительно небольших значениях Q^2 , достижимых в современных экспериментах по ПГНР, анализ в лидирующем порядке КХД является недостаточным, и необходим учет следующего за лидирующим порядка КХД-разложения. Вместе с тем выражения для полуинклюзивной структурной функции в следующем за лидирующим порядке КХД оказываются существенно сложнее, чем соответствующие выражения в лидирующем порядке. Из-за этого анализ в следующем за лидирующим порядке существенно усложнен, и на первый взгляд не представляется возможным извлекать Δq напрямую. Стандартным методом извлечения поляризованных кварковых распределений в следующем за лидирующим порядке является проведение процедуры фитирования, в котором предполагается определенный функциональный вид для кварковых распределений при каком-либо выбранном фиксированном Q_0^2 . В результате задача сводится к нахождению оптимальных значений неизвестных параметров в функциональных формах. Однако такая процедура подходит только в случае наличия большого количества точек с малыми ошибками (именно такая ситуация имеет место в случае чисто инклюзивного ГНР — см. разд. 2), что позволяет определить явный функциональный вид кварковых распределений (т. е. данные настолько точны и их так много, что в результате анализа можно понять, что одна параметризация лучше параметризации другого функционального вида, т. е. можно подобрать оптимальную функциональную форму параметризации). С другой стороны, в настоящее время качество данных по процессам поляризованного полуинклюзивного ГНР таково, что сильно отличающиеся функционально параметризации могут давать одинаковое качество описания данных (одинаковые значения χ^2/ndf). Поэтому в этом случае было бы крайне желательно избежать процедуры фитирования и попытаться разработать альтернативный метод прямого анализа.

Решению этих актуальных задач посвящены разд. 2–4.

В разд. 2 рассмотрены процессы полуинклюзивного глубоконеупругого рассеяния — процессы, где в дополнение к рассеянному лептону идентифицируется также один из адронов в конечном состоянии, в результате чего появляется возможность разделения валентных и морских кварковых распределений. Дается краткий теоретический обзор результатов по полуинклюзивному ГНР, необходимый для понимания основных результатов этого и последующих разделов. Проводится критический анализ существующих результатов по извлечению поляризованных кварковых распределений из полуинклюзивных данных. Особое внимание уделяется проблемам, характерным для стандартных методов анализа. Показывается, что стандартный метод КХД-анализа

полуинклюзивных данных в следующем за лидирующим порядке КХД в настоящее время плохо пригоден в силу малого количества полуинклюзивных данных, что приводит к большому функциональному произволу при выборе параметризующей функции.

В разд. 3 разрабатывается новый метод анализа полуинклюзивных данных в следующем за лидирующим порядке КХД. Основным достоинством разработанного метода является то, что он позволяет (на первом этапе) извлечь меллиновские моменты поляризованных кварковых распределений в следующем за лидирующим порядке КХД напрямую, непосредственно из измеренных полуинклюзивных асимметрий, без использования большого количества дополнительных предположений, характерных для стандартных методов. Следует подчеркнуть, что уже на этом этапе мы можем напрямую извлечь наиболее важные для понимания спиновой структуры нуклона величины — первые моменты поляризованных кварковых распределений. Напомним, что именно из первых моментов набирается спин нуклона. В свою очередь, локальные поляризованные кварковые распределения извлекаются на втором этапе с помощью извлеченных моментов как уже известных коэффициентов в разработанном авторами модифицированном методе разложения по полиномам Якоби. Это модифицированное разложение является чрезвычайно важным и полезным инструментом, поскольку позволяет использовать не полные (недоступные для измерения) меллиновские моменты, а моменты, усеченные к интервалу по бёркеновской переменной x , реально доступному в эксперименте (именно и только такие моменты могут быть извлечены из экспериментальных данных на первом этапе).

В разд. 4 разработанный метод КХД-анализа применяется к полуинклюзивным пионным данным коллаборации HERMES. Результаты, полученные в лидирующем порядке КХД, согласуются с соответствующими данными коллабораций HERMES и SMC. Результаты в следующем за лидирующим порядке КХД согласуются с известными параметризациями поляризованных кварковых распределений.

1. ИНКЛЮЗИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ ГЛУБОКОНЕУПРУГОГО РАССЕЙНИЯ С ПОЛЯРИЗОВАННЫМИ ПУЧКОМ И МИШЕНЬЮ

В данном разделе рассматриваются инклюзивные процессы глубоконеупругого рассеяния с продольно-поляризованными лептонным пучком и нуклонной мишенью. Дается краткий теоретический обзор результатов по инклюзивному ГНР, необходимый для понимания основных результатов этого раздела. Проводится КХД-анализ мировых данных по инклюзивным структурным функциям с целью извлечения синглетных и несинглетных комбинаций поляризованных кварковых распределений в следующем за лидирующим

порядке. Исследуются два принципиально различных сценария для поляризованного глюонного распределения ($\Delta G > 0$ и $\Delta G < 0$). Проводится прямое извлечение аксиального заряда и первого момента поляризованной странности в нуклоне из новейших данных коллаборации COMPASS.

1.1. Теоретические основы описания процессов поляризованного инклюзивного глубоконеупругого рассеяния. Здесь представлен краткий теоретический обзор основных результатов по поляризованному инклюзивному ГНР — процессов ГНР с продольно-поляризованным лептонным пучком и продольно-поляризованной нуклонной мишенью, где регистрируется только рассеянный лептон. Более детальное изложение можно найти в специализированных обзорах [1, 2].

Процесс инклюзивного ГНР в однофотонном приближении схематически показан на рис. 1.1. Здесь m — масса лептона, $k(k')$ — начальный (конечный) четырехимпульс лептона, $s(s')$ — ковариантный вектор спина лептона, так что $s \cdot k = 0$ ($s' \cdot k' = 0$) и $s \cdot s = -1$ ($s' \cdot s' = -1$). Масса нуклона мишени равна M , его импульс и вектор спина обозначены соответственно как P и S . Кинематические переменные, используемые для описания процессов инклюзивного ГНР, сведены в табл. 1.1 (верхняя часть таблицы).

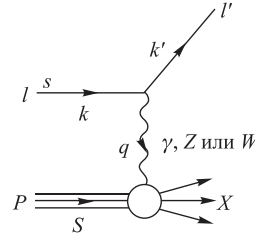


Рис. 1.1. Схематическое изображение инклюзивного процесса ГНР

Таблица 1.1. Кинематические переменные, используемые при описании процессов ГНР. В нижней части таблицы представлены дополнительные переменные, появляющиеся только при описании процессов полуинклюзивного ГНР

| | |
|---|---|
| θ | Угол рассеяния лептона в л. с. |
| $E (E')$ | Энергия налетающего (рассеянного) лептона в л. с. |
| $\nu \equiv \frac{P \cdot q}{M} \stackrel{\text{lab}}{=} E - E'$ | Энергия виртуального фотона |
| $Q^2 \equiv -q^2 \stackrel{\text{lab}}{=} 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$ | Квадрат переданного четырехимпульса |
| $x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} \stackrel{\text{lab}}{=} \frac{Q^2}{2M\nu}$ | Переменная Бьёркена |
| $y \equiv \frac{P \cdot q}{P \cdot k} \stackrel{\text{lab}}{=} \frac{\nu}{E}$ | Относительная энергия виртуального фотона |
| $W^2 = (P + q)^2 = M^2 + 2M\nu - Q^2$ | Квадрат инвариантной массы фотон-нуклонной системы |
| $z = \frac{P \cdot p}{P \cdot q} \stackrel{\text{lab}}{=} \frac{E_h}{\nu}$ | Относительная энергия регистрируемого адрона |
| $x_F = \frac{p_{\text{CM}}^{\parallel}}{ \mathbf{q} } \stackrel{\text{lab}}{\simeq} \frac{2p_{\text{CM}}^{\parallel}}{W}$ | Переменная Фейнмана — относительный продольный импульс регистрируемого адрона |

Сечение процесса инклюзивного ГНР в лабораторной системе отсчета (системе неподвижной нуклонной мишени, где $P = (M, 0)$, $k = (E, \mathbf{k})$, $k' = (E', \mathbf{k}')$) записывается в виде [2]

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{\alpha^2}{2Mq^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}, \quad (1.1)$$

где $q = k - k'$ и α — постоянная тонкой структуры. Лептонный тензор $L_{\mu\nu}$ может быть разбит на симметричную (S) и антисимметричную (A) по индексам μ и ν части:

$$L_{\mu\nu}(k, s; k', s') = L_{\mu\nu}^{(S)}(k; k') + iL_{\mu\nu}^{(A)}(k, s; k') + \\ + L_{\mu\nu}'^{(S)}(k, s; k', s') + iL_{\mu\nu}'^{(A)}(k; k', s'), \quad (1.2)$$

которые легко вычисляются:

$$L_{\mu\nu}^{(S)}(k; k') = k_\mu k'_\nu + k'_\mu k_\nu - g_{\mu\nu}(k \cdot k' - m^2), \\ L_{\mu\nu}^{(A)}(k, s; k') = m \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} s^\alpha (k - k')^\beta, \\ L_{\mu\nu}'^{(S)}(k, s; k', s') = (k \cdot s')(k'_\mu s'_\nu + s'_\mu k'_\nu - g_{\mu\nu} k' \cdot s') - \\ - (k \cdot k' - m^2)(s'_\mu s'_\nu + s'_\mu s'_\nu - g_{\mu\nu} s \cdot s') + \\ + (k' \cdot s)(s'_\mu k'_\nu + k'_\mu s'_\nu) - (s \cdot s')(k'_\mu k'_\nu + k'_\mu k'_\nu), \\ L_{\mu\nu}'^{(A)}(k; k', s') = m \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} s'^\alpha (k - k')^\beta.$$

В отличие от лептонного тензора адронный тензор не может быть вычислен теоретически, так что для его нахождения необходимо измерить структурные функции W_1 , W_2 и G_1 , G_2 , входящие в разложения

$$\frac{1}{2M} W_{\mu\nu}^{(S)}(q; P) = \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) W_1(P \cdot q, q^2) + \\ + \left[\left(P_\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(P_\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\nu \right) \right] \frac{W_2(P \cdot q, q^2)}{M^2}, \quad (1.3)$$

$$\frac{1}{2M} W_{\mu\nu}^{(A)}(q; P, S) = \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} q^\alpha \left\{ MS^\beta G_1(P \cdot q, q^2) + \right. \\ \left. + [(P \cdot q)S^\beta - (S \cdot q)P^\beta] \frac{G_2(P \cdot q, q^2)}{M} \right\} \quad (1.4)$$

для симметричной $W_{\mu\nu}^{(S)}$ и антисимметричной $W_{\mu\nu}^{(A)}$ частей адронного тензора:

$$W_{\mu\nu}(q; P, S) = W_{\mu\nu}^{(S)}(q; P) + i W_{\mu\nu}^{(A)}(q; P, S). \quad (1.5)$$

Входящие в (1.3) усредненные по спину структурные функции W_1 и W_2 могут быть извлечены из выражения для сечения неполяризованного ГНР

$$\frac{d^2\sigma^{\text{unp}}}{d\Omega dE'} = \frac{4\alpha^2 E'^2}{q^4} \left[2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right], \quad (1.6)$$

которое получается из (1.1) суммированием по s' и усреднением по s и S (при этом мы пренебрегаем массой лептона). В уравнении (1.6) θ обозначает угол рассеяния лептона в лабораторной системе отсчета. На практике обычно изучают не W_1 и W_2 , а безразмерные функции F_1 и F_2 :

$$F_1(x, Q^2) = MW_1(P \cdot q, Q^2), \quad (1.7)$$

$$F_2(x, Q^2) = \nu W_2(P \cdot q, Q^2), \quad (1.8)$$

которые при очень больших значениях Q^2 , близких к бёркеновскому пределу

$$-q^2 = Q^2 \rightarrow \infty, \quad \nu = E - E' \rightarrow \infty, \quad (1.9)$$

(почти) не зависят от Q^2 , что получило название скейлинг. Явление скейлинга впервые наблюдалось в экспериментах SLAC в 1969 г.: полученные данные показывали, что структурные функции ведут себя почти как константа при изменении Q^2 . По аналогии со знаменитым экспериментом Резерфорда по исследованию структуры атомного ядра это замечательное явление стало указанием на существование внутри адрона (в данном случае нуклона мишени) точечноподобных конstituентов — партонов, что привело к созданию (наивной) кварк-партонной модели. В свою очередь, обнаруженная слабая зависимость структурных функций от Q^2 получила название нарушение скейлинга и прекрасно описывается КХД-поправками к наивной кварк-партонной модели.

Входящие в (1.4) спин-зависящие структурные функции G_1 и G_2 могут быть извлечены из разности поляризованных сечений с поляризацией нуклона вдоль ($\uparrow\uparrow$) или против ($\uparrow\downarrow$) направления продольно-поляризованного лептонного пучка

$$\frac{d^2\sigma_{\uparrow\uparrow}}{d\Omega dE'} - \frac{d^2\sigma_{\uparrow\downarrow}}{d\Omega dE'} = -\frac{4\alpha^2}{Q^2} \frac{E'}{E} \left[(E + E' \cos \theta)MG_1 - Q^2G_2 \right]. \quad (1.10)$$

Входящие в (1.10) поляризованные сечения $d^2\sigma_{\uparrow\uparrow}$ и $d^2\sigma_{\uparrow\downarrow}$ получаются из (1.1) при соответствующем выборе ориентации вектора спина нуклона S и усреднении по спину лептона s' в конечном состоянии. Как и в неполяризованном случае, вместо G_1 и G_2 удобнее иметь дело с обезразмеренными структур-

ными функциями

$$g_1(x, Q^2) = \frac{(P \cdot q)^2}{\nu} G_1(P \cdot q, Q^2), \quad (1.11)$$

$$g_2(x, Q^2) = \nu(P \cdot q)G_2(P \cdot q, Q^2). \quad (1.12)$$

На практике для извлечения структурных функций и кварковых распределений гораздо удобнее вместо сечений (1.10) использовать относительные величины — измеряемые асимметрии типа

$$A_{\parallel} \equiv \frac{d\sigma_{\uparrow\downarrow} - d\sigma_{\uparrow\uparrow}}{d\sigma_{\uparrow\downarrow} + d\sigma_{\uparrow\uparrow}}, \quad (1.13)$$

которые выражаются через виртуальные асимметрии (асимметрии рассеяния виртуального фотона на поляризованном нуклоне) $A_{1,2}$ как

$$A_{\parallel} = D(A_1 + \eta A_2), \quad (1.14)$$

где [2]

$$A_1 = \frac{M\nu G_1 - Q^2 G_2}{W_1} = \frac{g_1 - (4M^2 x^2 / Q^2) g_2}{F_1} \equiv \frac{g_1 - \gamma^2 g_2}{F_1}, \quad (1.15)$$

$$A_2 = \sqrt{Q^2} \frac{M G_1 + \nu G_2}{W_1} = \frac{2Mx}{\sqrt{Q^2}} \frac{g_1 + g_2}{F_1}, \quad (1.16)$$

$$D = \frac{E - \epsilon E'}{E(1 + \epsilon R)}, \quad \eta = \frac{\epsilon \sqrt{Q^2}}{E - \epsilon E'}, \quad \frac{1}{\epsilon} = 1 + 2 \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2} \right) \text{tg}^2 \frac{\theta}{2}. \quad (1.17)$$

Здесь R представляет собой отношение сечений поперечно- (σ_T) и продольно- (σ_L) поляризованных виртуальных фотонов на нуклоне

$$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T}$$

и связывает неполяризованные структурные функции F_1 и F_2 :

$$R = \frac{F_2}{2xF_1} (1 + \gamma^2) - 1. \quad (1.18)$$

На практике обычно используют параметризацию для R , извлекаемую из экспериментов по неполяризованному ГНР.

Для извлечения структурной функции g_1 , как правило, делается два приближения. Во-первых, кинематический коэффициент η , а также асимметрия

A_2 (которая ограничивается сверху как $|A_2| \leq \sqrt{R}$), входящие в (1.14), малы, так что приближение $\eta A_2 \simeq 0$ выполняется с достаточно высокой точностью. Во-вторых, и коэффициент γ^2 , входящий в (1.15) и (1.18), очень мал: $\gamma^2 \equiv 4M^2 x^2 / Q^2 \ll 1$, так что им также можно пренебречь. Таким образом,

$$A_1 \simeq \frac{g_1}{F_1} \simeq \frac{A_{\parallel}}{D}, \quad F_1 = \frac{F_2}{2x(1+R)}, \quad (1.19)$$

так что измерение асимметрии A_1 дает нам прямой доступ к структурной функции g_1 (см. п. 1.2). Кроме того, асимметрия A_1 обладает еще одним очень важным с практической точки зрения преимуществом — она гораздо слабее зависит от Q^2 , чем сечения (структурные функции).

Важность спин-зависящей структурной функции g_1 для изучения спиновой структуры нуклона можно понять из ее связи с сечениями поглощения виртуального фотона нуклоном:

$$g_1 \sim \sigma_{1/2} - \sigma_{3/2},$$

где $\sigma_{1/2}$ и $\sigma_{3/2}$ — сечения поглощения с проекциями полного углового момента фотон-нуклонной системы вдоль импульса налетающего лептона, равными $1/2$ и $3/2$ соответственно. В соответствии с сохранением углового момента виртуальный фотон со спиральностью $+1$ или -1 может быть поглощен только кварком с проекцией спина соответственно $-1/2$ или $+1/2$ (в предположении, что кварки не имеют углового момента). Следовательно, g_1 содержит информацию об ориентации спинов кварков по отношению к направлению спина нуклона. Как следствие, структурная функция g_1 выражается через поляризованные кварковые плотности Δq :

$$\Delta q(x, Q^2) = q_{\uparrow\uparrow}(x, Q^2) - q_{\uparrow\downarrow}(x, Q^2), \quad (1.20)$$

представляющие собой разность кварковых распределений с параллельной и антипараллельной ориентацией спина кварка по отношению к спину нуклона. Связь структурной функции с кварковыми распределениями особенно наглядна в лидирующем порядке КХД-разложения, где

$$g_{1p}(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_{q=u,d,s} e_q^2 (\Delta q(x, Q^2) + \Delta \bar{q}(x, Q^2)). \quad (1.21)$$

Отметим, что в лидирующем порядке (улучшенная партонная модель) кварковые распределения $q_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}$ все еще сохраняют (унаследованный из наивной партонной модели) вероятностный смысл — плотности вероятности обнаружить в нуклоне кварк q с долей импульса x от всего импульса нуклона при параллельной (антипараллельной) взаимной ориентации спинов кварка

и нуклона. Конечно, такая четкая вероятностная интерпретация, а также простота выражения (1.21) для g_1 в лидирующем порядке КХД-разложения делают весьма привлекательным анализ данных по поляризованному ГНР в лидирующем порядке. Однако многочисленные исследования показали, что при сравнительно небольших Q^2 , достижимых в современных экспериментах по поляризованному ГНР, анализ в лидирующем порядке является недостаточным и необходим учет следующего за лидирующим порядком КХД-разложения.

Важнейшим элементом КХД-анализа процессов поляризованного ГНР является применение уравнений эволюции Докшицера–Грибова–Липатова–Алтарелли–Паризи (ДГЛАП) [3], которые связывают кварковые распределения при различных значениях Q^2 :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \Delta \Sigma(x, t) = & \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} [P_{qq}^S(x/y, \alpha_s(t)) \Delta \Sigma(y, t) + \\ & + 2N_f P_{qg}(x/y, \alpha_s(t)) \Delta g(y, t)], \end{aligned} \quad (1.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \Delta g(x, t) = & \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} [P_{gq}(x/y, \alpha_s(t)) \Delta \Sigma(y, t) + \\ & + P_{gg}(x/y, \alpha_s(t)) \Delta g(y, t)], \end{aligned} \quad (1.23)$$

$$\frac{d}{dt} \Delta q_{NS}(x, t) = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} [P_{qq}^{NS}(x/y, \alpha_s(t)) \Delta q_{NS}(y, t)]. \quad (1.24)$$

Функции расщепления $P_{qq, qg, gq, gg}$ к настоящему времени вычислены как в лидирующем, так и в следующем за лидирующим порядком КХД (см. приложение 4.2). Из структуры этих уравнений мы видим, что в то время как эволюция синглетной комбинации кварковых распределений

$$\Delta \Sigma(x, Q^2) = \sum_{i=1}^{N_f} [\Delta q_i(x, Q^2) + \Delta \bar{q}_i(x, Q^2)] \quad (1.25)$$

происходит совместно с глюонным распределением $\Delta G(x, Q^2)$, эволюция несинглетных комбинаций кварковых распределений

$$\Delta q_{NS}^{\eta=+1}(x, Q^2) = \Delta q - \Delta \bar{q}, \quad (1.26)$$

$$\Delta q_{NS}^{\eta=-1}(x, Q^2) = \Delta q + \Delta \bar{q} - (\Delta q' + \Delta \bar{q}') \quad (1.27)$$

происходит независимо от глюонного распределения.

В то время как уравнения ДГЛАП (1.22)–(1.24) для локальных распределений $\Delta q(x, Q^2)$ могут быть решены только численно, уравнения ДГЛАП

в пространстве меллиновских моментов

$$\Delta_n q(Q^2) = \int_0^1 dx x^{n-1} \Delta q(x, Q^2) \quad (1.28)$$

сводятся к обычным дифференциальным уравнениям первого порядка

$$\frac{d}{dt} \Delta_n q_{\text{NS}}(Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \delta\gamma_{\text{NS}} \Delta_n q_{\text{NS}}(Q^2), \quad (1.29)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Delta_n \Sigma(Q^2) \\ \Delta_n G(Q^2) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \begin{pmatrix} \delta\gamma_{qq}^n & 2N_f \delta\gamma_{qg}^n \\ \delta\gamma_{gq}^n & \delta\gamma_{gg}^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_n \Sigma(Q^2) \\ \Delta_n G(Q^2) \end{pmatrix}, \quad (1.30)$$

которые легко решаются аналитически как в лидирующем, так и в следующем за лидирующим порядках КХД. Так, например, решение уравнения ДГЛАП для несинглетной комбинации в следующем за лидирующим порядке имеет вид [4]

$$\begin{aligned} \Delta_n q_{\text{NS}}^\eta(Q^2) = & \left[1 + \frac{\alpha_s(Q^2) - \alpha_s(Q_0^2)}{4\pi} \left(\frac{\delta\gamma_{\text{NS}}^{(1)n}(\eta)}{2\beta_0} - \frac{\beta_1 \delta\gamma_{qq}^{(0)n}}{2\beta_0^2} \right) \right] \times \\ & \times \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(Q_0^2)} \right)^{\delta\gamma_{qq}^{(0)n}/2\beta_0} \Delta_n q_{\text{NS}}^\eta(Q_0^2). \end{aligned} \quad (1.31)$$

Аномальные размерности $\delta\gamma^n$ в уравнениях (1.29)–(1.31) являются (с точностью до численных коэффициентов [4]) n -ми меллиновскими моментами соответствующих функций расщепления. Мы приводим их в приложении Б. Зная меллиновские моменты $\Delta_n q$, можно восстановить сами локальные распределения $\Delta q(x)$ (см. п. 1.3). Кроме того, можно также решать уравнения ДГЛАП для локальных распределений численно, не переходя в пространство меллиновских моментов — см. п. 1.3.

Правила сумм. Правила сумм являются важнейшим инструментом изучения процессов поляризованного ГНР, так как они дают нам соотношения между измеряемыми первыми моментами структурных функций, а также между первыми моментами поляризованных кварковых распределений. Важно отметить, что правила сумм для первых моментов структурных функций содержат вычисляемые в пертурбативной КХД поправки, и учет этих поправок дает отличное согласие с экспериментальными данными. С другой стороны, правила сумм в терминах первых моментов кварковых распределений имеют один и тот же вид во всех порядках КХД и в этом отношении являются точными. Благодаря этому правила сумм являются ключевыми тестами для значений поляризованных кварковых распределений, извлеченных как из инклюзивных, так и полуинклюзивных процессов.

Правила сумм для несинглетных комбинаций являются прямым следствием $SU_f(2)$ - и $SU_f(3)$ -симметрий. В то время как $SU_f(3)$ -симметрия

(т.е. $m_u \simeq m_d \simeq m_s \simeq 0$) и, как следствие, связанное с ней правило сумм является приближенной (см., например, [5]), симметрия $SU_f(2)$ (т.е. $m_u \simeq m_d \simeq 0$) может рассматриваться как почти точная, так же как и связанное с ней правило сумм — правило сумм Бьёркена. Впервые правило сумм Бьёркена было получено Бьёркеном [6] в пределе бесконечной передачи импульса Q^2 (бьёркеновском пределе), где в силу асимптотической свободы все КХД-поправки (поправки по $\alpha_s(Q^2)$) стремятся к нулю. К настоящему времени КХД-поправки к правилу сумм Бьёркена вычислены вплоть до α_s^3 включительно, так что *правило сумм Бьёркена*, записанное в терминах структурных функций, имеет вид

$$\Gamma_1^p - \Gamma_1^n = \frac{1}{6} \left| \frac{g_A}{g_V} \right| C_1^{\text{NS}}(Q^2), \quad (1.32)$$

$$\left| \frac{g_A}{g_V} \right| = F + D = 1,2670 \pm 0,0035, \quad (1.33)$$

где $\Gamma_1^p(Q^2) \equiv \int_0^1 dx g_1^p(x, Q^2)$ и $\Gamma_1^n(Q^2) \equiv \int_0^1 dx g_1^n(x, Q^2)$ — первые моменты структурных функций протона и нейтрона, а несинглетная коэффициентная функция C_1^{NS} [7] имеет вид

$$C_1^{\text{NS}} = 1 - \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right) - 3,5833 \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right)^2 - 20,2153 \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right)^3 + O(\alpha_s^4). \quad (1.34)$$

На сегодня правило сумм Бьёркена вместе с КХД-поправками к нему (1.34) блестяще подтвердилось данными коллаборации SMC [8].

В то же время, как уже отмечалось, правило сумм Бьёркена, записанное в терминах первых моментов поляризованных кварковых распределений, не содержит в правой части каких-либо КХД-поправок независимо от того, в каком порядке КХД эти моменты извлекаются. Как мы увидим далее, этот замечательный факт можно эффективно использовать при анализе данных. Эквивалент правила сумм Бьёркена, записанный через моменты кварковых распределений, имеет вид

$$a_3 = (\Delta_1 u(Q^2) + \Delta_1 \bar{u}(Q^2)) - (\Delta_1 d(Q^2) + \Delta_1 \bar{d}(Q^2)) = \left| \frac{g_A}{g_V} \right|, \quad (1.35)$$

где $\Delta_1 q$ — первый момент Δq (см. (1.28) при $n = 1$). Мы видим, что Q^2 -зависимые величины образуют неперенормируемую (т.е. Q^2 -независящую) комбинацию, которая остается одной и той же во всех порядках пертурбативной КХД. Неперенормируемость величины a_3 следует из ее определения [1, 9, 10]

$$S_\mu a_3 = \langle PS | A_\mu^3 | PS \rangle \quad (1.36)$$

благодаря сохранению* несинглетного аксиально-векторного тока $A_\mu^3 = \bar{q}\gamma_\mu\gamma_5\lambda_3q$. Этот факт может быть также проверен, если мы вычислим в следующем за лидирующим порядке КХД соответствующие аномальные размерности, которые оказываются равными нулю [6], так что**

$$\frac{da_3}{d\ln(Q^2/\Lambda^2)} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta\gamma_{NS,\eta}^{(n)} \Big|_{n=1, \eta=-1} a_3 = 0.$$

Абсолютно аналогичная ситуация возникает в приближении точной $SU_f(3)$ -симметрии, т. е. в приближении $m_u = m_d = m_s = 0$. В этом случае ток $A_\mu^8 = \sqrt{3}\bar{q}\gamma_\mu\gamma_5\lambda_8q$ также сохраняется, так что величина a_8 , определяемая как

$$S_\mu a_8 = \langle PS | A_\mu^8 | PS \rangle, \quad (1.37)$$

или, в записи через моменты поляризованных распределений, как

$$a_8 = \Delta_1 u(Q^2) + \Delta_1 \bar{u}(Q^2) + \Delta_1 d(Q^2) + \Delta_1 \bar{d}(Q^2) - 2(\Delta_1 s(Q^2) + \Delta_1 \bar{s}(Q^2)), \quad (1.38)$$

не зависит от Q^2 . *Правило сумм для несинглетной комбинации a_8* , так же как и правило сумм для a_3 (см. (1.35))

$$a_3 = F + D \simeq 1,2670 \pm 0,0035, \quad (1.39)$$

может быть связано с константами F и D гамов-теллеровской части бета-распадов октета гиперонов [1]:

$$a_8 = 3F - D \simeq 0,585 \pm 0,025. \quad (1.40)$$

С правилом сумм (1.40) тесно связано *правило сумм Эллиса–Джаффе* [11], которое представляет собой правило сумм для $\Gamma_1^{p(n)}$, полученное (см. (1.25) и (1.38)) в предположении

$$\Delta_1 \Sigma \equiv \int_0^1 dx \Delta \Sigma(x, Q^2) = a_8 + 3(\Delta_1 s + \Delta_1 \bar{s}) \simeq a_8 = 3F - D, \quad (1.41)$$

т. е. в предположении, что поляризованная странность не дает вклада в спин нуклона. В результате первые моменты структурных функций полностью

*Важно отметить, что в то время как первые моменты несинглетных комбинаций a_3 ($SU_f(2)$ -симметрия) и Δq_8 ($SU_f(3)$ -симметрия) *обязаны* сохраняться, т. е. не зависеть от Q^2 (в соответствии с сохранением несинглетных аксиальных токов Кабиббо), синглетный аксиальный заряд $a_0(Q^2)$ зависит от Q^2 из-за аксиальной аномалии.

**Здесь мы используем обозначения из работы [6].

определяются константами бета-распада. Так, в лидирующем порядке имеем (см. (1.39), (1.40) и приведенное ниже уравнение (1.76) при $\alpha_s = 0$)

$$\Gamma_{1,EJ}^p \simeq \frac{1}{2} \left(F - \frac{D}{9} \right), \quad \Gamma_{1,EJ}^n \simeq \frac{1}{9} (3F - 2D),$$

что дает для моментов протонной и нейтронной структурной функций значения [11]

$$\Gamma_{1,EJ}^p \simeq 0,186, \quad \Gamma_{1,EJ}^n \simeq -0,024. \quad (1.42)$$

В оригинальной работе [11] использовались старые значения констант F и D , так что авторы получили

$$\Gamma_{1,EJ}^p \simeq 0,185, \quad (1.43)$$

$$\Gamma_{1,EJ}^n \simeq -0,023. \quad (1.44)$$

Соотношения (1.43), (1.44) и были названы впоследствии правилом сумм Эллиса–Джаффе. Однако экспериментальное значение Γ_1^p , полученное коллаборацией EMC [12], оказалось в сильнейшем рассогласовании с правилом сумм (1.43) (см. п. 1.2). Это показывает (стандартная интерпретация), что либо нельзя пренебрегать вкладом поляризованной странности в спин нуклона, либо при получении (1.43), (1.44) мы неправильно трактуем, что такое поляризованные распределения странных кварков в нуклоне — см. обсуждение формул (1.78), (1.79) ниже.

Отметим, что существует еще одна альтернативная точка зрения на эту проблему [4, 31, 32], и именно на ней основана хорошо известная параметризация GRSV2000 [31] с сильно несимметричным морем легких кварков. В этом подходе правило сумм (1.40), где комбинация a_8 задана соотношением (1.38), считается некорректным. Авторы используют предположение, что данные по бета-распадам гиперонов фиксируют не моменты полных кварковых распределений $\Delta_1 q + \Delta_1 \bar{q}$, а моменты только валентных распределений

$$[\Delta_1 u_V + \Delta_1 d_V](Q_0^2) = 3F - D = 0,585 \pm 0,025 \quad (1.45)$$

при очень малом масштабе $Q_0^2 \simeq 0,3 \text{ ГэВ}^2$. Так как первые моменты валентных распределений, в отличие от первых моментов Δq_3 и Δq_8 , a_3 и a_8 , в следующем за лидирующим порядке КХД эволюционируют при изменении Q^2 (см., например, [1]), правило сумм (1.45) также будет (незначительно) нарушаться при $Q^2 \neq Q_0^2$. В лидирующем же порядке валентные распределения не эволюционируют, так что правило сумм (1.45) в лидирующем порядке верно для любых Q^2 :

$$[\Delta_1 u_V + \Delta_1 d_V](Q^2) \Big|_{\text{LO}} = 3F - D = 0,585 \pm 0,025. \quad (1.46)$$

Помимо использования правила сумм [32] в подходе [4,31,32] также предполагается, что поляризованная странность в нуклоне отсутствует при том же масштабе $Q_0^2 \simeq 0,3 \text{ ГэВ}^2$:

$$\Delta s(x, Q_0^2) = \Delta \bar{s}(x, Q_0^2) = 0. \quad (1.47)$$

Таким образом, пренебрегая малым нарушением соотношений (1.45), (1.47) за счет эволюции, в этом подходе вместо правила сумм (1.41) получаем

$$\begin{aligned} a_8 &\equiv \Delta_1 u + \Delta_1 \bar{u} + \Delta_1 d + \Delta_1 \bar{d} - 2(\Delta_1 s + \Delta_1 \bar{s}) \equiv \\ &\equiv \Delta_1 u_V + \Delta_1 d_V + 2(\Delta_1 \bar{u} + \Delta_1 \bar{d}) - 2(\Delta_1 s + \Delta_1 \bar{s}), \end{aligned} \quad (1.48)$$

$$\simeq 3F - D + 2(\Delta_1 \bar{u} + \Delta_1 \bar{d}). \quad (1.49)$$

При этом величина $\Delta_1 \Sigma \equiv a_0$, непосредственно входящая в выражения для измеряемых в эксперименте Γ_1^p и Γ_1^n (1.76), принимает вид

$$\Delta_1 \Sigma \equiv a_8 + 3(\Delta_1 s + \Delta_1 \bar{s}) \simeq 3F - D + 2(\Delta_1 \bar{u} + \Delta_1 \bar{d}). \quad (1.50)$$

Отсюда видно, что за счет отрицательного компенсирующего вклада легких морских кварков эта величина может быть малой, в полном соответствии с экспериментом. Именно это было использовано в анализе, проведенном в работе [31], где в параметризации с сильно несимметричным морем, несмотря на равенство нулю поляризованной странности, величина $\Delta_1 \Sigma$ получилась равной 0,27 при $Q^2 = 10 \text{ ГэВ}^2$. Однако рассмотренный сценарий находится в сильном противоречии с последними результатами коллаборации COMPASS [87] (см. п. 2.2). Действительно, коллаборация COMPASS получила в лидирующем порядке КХД значение

$$\Gamma_V \Big|_{\text{LO}} \equiv [\Delta_1 u_V + \Delta_1 d_V] \Big|_{\text{LO}} = 0,41 \pm 0,07(\text{стат.}) \pm 0,06(\text{сист.}), \quad (1.51)$$

что противоречит правилу сумм (1.46). Таким образом, возникает важнейший вопрос: какое из правил сумм, (1.40) или (1.45), является корректным, что сводится к вопросу, является ли корректным результат COMPASS (1.51). Таким образом, независимая экспериментальная проверка результата COMPASS (1.51) является важнейшей задачей.

Правила сумм для a_3 и a_8 могут быть эффективно использованы при извлечении поляризованных кварковых распределений. Например, из правила сумм (1.35) можно легко получить важное соотношение, связывающее первые моменты валентных кварковых распределений с разностью моментов морских распределений (см. п. 2.2):

$$\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d} = \frac{1}{2} \left| \frac{g_A}{g_V} \right| - \frac{1}{2} (\Delta_1 u_V - \Delta_1 d_V). \quad (1.52)$$

То есть, если мы можем извлечь валентные распределения (используя полуинклюзивные данные), мы сразу же можем вычислить разность $\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}$. Кроме того, правило сумм в форме (1.35) широко используется при анализе инклюзивных данных как дополнительное уравнение, фиксирующее параметры КХД-фита. Точно так же используется и правило сумм для a_8 в форме (1.38).

Правило сумм (1.40) также дает важнейшее предсказание на знак поляризованной странности Δs . А именно, в работе [14] было показано, что правило сумм для a_8 в комбинации с экспериментальными данными по Γ_{1p} однозначно показывает, что вклад странности в спин нуклона не может быть положительным. Чтобы продемонстрировать это, авторы использовали выражение для Γ_{1p} в лидирующем порядке, переписанное в виде

$$a_8 = \frac{6}{5} \left[6\Gamma_{1p}(Q^2) - \frac{1}{2}a_3 - 2(\Delta s(Q^2) + \Delta \bar{s}(Q^2)) \right], \quad (1.53)$$

куда подставляли два значения Γ_{1p} при разных Q^2 , полученных* коллаборациями E155 [15]:

$$\Gamma_1^p(Q^2 = 5 \text{ ГэВ}^2) = 0,118 \pm 0,004(\text{стат.}) \pm 0,007(\text{сист.}) \quad (1.54)$$

и E143 [16]:

$$\Gamma_1^p(Q^2 = 3 \text{ ГэВ}^2) = 0,133 \pm 0,003(\text{стат.}) \pm 0,009(\text{сист.}). \quad (1.55)$$

Проведенный анализ показывает, что положительная поляризация странности требует или (с применением (1.54)) выполнения неравенства

$$a_8 \leq 0,089 \pm 0,058, \quad (1.56)$$

или (с применением (1.55)) выполнения неравенства

$$a_8 \leq 0,197 \pm 0,068. \quad (1.57)$$

Легко видеть, что эти результаты находятся в сильнейшем рассогласовании с правилом сумм (1.40). Конечно, как уже отмечалось, это правило сумм является приближенным, так как получено в приближении точной $SU_f(3)$ -симметрии. Однако даже если принять во внимание *максимально* возможное

*Такой выбор продиктован различными методами оценки (экстраполяции) вкладов в Γ_1^p от области малых, недостижимых x , применявшимися коллаборациями E155 и E143. Коллаборация E155 использовала результаты глобального КХД-анализа данных и получила отрицательный вклад. Коллаборация E143 предполагала реджевское поведение g_1 в области малых x , что дало положительное значение вклада. Тем не менее результаты на полные моменты Γ_1^p хорошо согласуются друг с другом.

нарушение этой симметрии порядка 20 % [5, 14], то мы получаем вместо (1.40) неравенство

$$0,47 \leq a_8 \leq 0,70, \quad (1.58)$$

с которым результаты (1.56) и (1.57) опять-таки находятся в сильнейшем рассогласовании.

Таким образом, использование правил сумм для a_3 и a_8 приводит к важнейшим предсказаниям для кварковых составляющих спина нуклона. В дальнейшем мы будем широко использовать правила сумм (1.35) и (1.38) для анализа экспериментальных данных.

Аксиальный заряд и глюонная аномалия. В отличие от A_μ^3 и A_μ^8 , синглетный калибровочно-инвариантный аксиальный ток $A_\mu^0 = \sum_q \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q$ из-за глюонной аномалии [1] не сохраняется даже при нулевых массах кварков:

$$\partial^\mu A_\mu^0 = N_f \frac{\alpha_s}{4\pi} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} G_{\alpha\beta}^a G_{\mu\nu}^a, \quad (1.59)$$

так что аксиальный заряд a_0 , определяемый как (ср. с (1.36), (1.37))

$$S_\mu a_0 = \langle PS | A_\mu^0 | PS \rangle, \quad (1.60)$$

зависит от Q^2 . При вычислении матричного элемента $\langle PS | A_\mu^0 | PS \rangle$ принципиальную роль играет выбор схемы перенормировки (факторизации). С одной стороны, в обычно используемой схеме $\overline{\text{MS}}$ величина $a_0(Q^2)$, входящая в левую часть (1.60), совпадает с величиной $\Delta_1 \Sigma \equiv \sum_q (\Delta_1 q + \Delta_1 \bar{q})$:

$$a_0(Q^2) = \Delta_1 \Sigma(Q^2) \Big|_{\overline{\text{MS}}} \equiv \sum_q [\Delta_1 q(Q^2) + \Delta_1 \bar{q}(Q^2)] \Big|_{\overline{\text{MS}}}. \quad (1.61)$$

С другой стороны, существует целый класс схем (см. приложение В), в которых величина $a_0(Q^2)$, входящая в левую часть (1.60), расщепляется на сохраняющийся кварковый

$$\Delta_1 \tilde{\Sigma} \equiv \sum_q (\Delta_1 q + \Delta_1 \bar{q}), \quad \frac{d}{d(\ln Q^2/\Lambda^2)} \Delta_1 \tilde{\Sigma} = 0 \quad (1.62)$$

и Q^2 -зависящий глюонный $N_f \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \Delta_1 G(Q^2)$ вклады, так что (1.60) в этих схемах имеет вид

$$S_\mu \left(\Delta_1 \tilde{\Sigma} - N_f \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta_1 G(Q^2) \right) = \langle PS | A_\mu^0 | PS \rangle, \quad (1.63)$$

и мы приходим к связи

$$a_0(Q^2) = \Delta_1 \Sigma(Q^2) \Big|_{\overline{\text{MS}}} = \Delta \tilde{\Sigma} - 2N_f \Delta \Gamma(Q^2), \quad (1.64)$$

где

$$\Delta \Gamma(Q^2) \equiv \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \Delta_1 G(Q^2). \quad (1.65)$$

При сравнении величин $\Delta_1 \Sigma \equiv \Delta_1 \Sigma \Big|_{\overline{\text{MS}}}$ и $\Delta_1 \tilde{\Sigma}$ важно то, что в то время как синглетная комбинация кварковых распределений $\Delta_1 \Sigma$ соответствует калибровочно-инвариантному, но несохраняющемуся току A_μ^5 (см. (1.59)–(1.61)), величина $\Delta_1 \tilde{\Sigma}$ соответствует сохраняющемуся, но калибровочно-зависимому току

$$\tilde{A}_\mu^5 = A_\mu^5 - N_f \frac{\alpha_s}{2\pi} K_\mu \quad (\partial^\mu \tilde{A}_\mu^5 = 0), \quad (1.66)$$

где калибровочно-неинвариантный (относительно «больших» калибровочных преобразований) ток

$$K_\mu = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} A_\nu^a \left(G_{\rho\sigma}^a - \frac{g_s}{3} f_{abc} A_\rho^b A_\sigma^c \right) \quad (1.67)$$

определяет ΔG как

$$S^\mu \Delta G = -\langle PS | K^\mu | PS \rangle \quad (1.68)$$

и подчиняется уравнению

$$\partial^\mu K_\mu = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} G_{\alpha\beta}^a G_{\mu\nu}^a. \quad (1.69)$$

Действительно, выражая \tilde{A}_μ^5 через A_μ^5 с помощью (1.66) в правой части (1.63) и учитывая (1.68), мы видим, что глюонные вклады в левой и правой частях сокращаются, так что имеем

$$S_\mu \Delta_1 \tilde{\Sigma} = \langle PS | \tilde{A}_\mu^5 | PS \rangle \quad (1.70)$$

вместо (1.60), (1.61).

Заметим, что в то время как аксиальный заряд $a_0(Q^2)$ калибровочно-инвариантен, оба слагаемых в правой части (1.64) калибровочно-зависимы, так как являются матричными элементами (см. (1.68), (1.70)) калибровочно-зависимых операторов \tilde{A}_μ^5 и K_μ соответственно.

Уравнения эволюции в синглетном секторе в следующем за лидирующим порядке имеют вид

$$\frac{d}{dt}a_0(Q^2) = \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\right)^2 (-2N_f)a_0(Q^2) \quad (a_0 = \Delta_1\Sigma\Big|_{\overline{\text{MS}}} \equiv \Delta_1\Sigma), \quad (1.71)$$

$$\frac{d}{dt}\Delta\Gamma(Q^2) = \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\right)^2 a_0(Q^2) \quad (1.72)$$

в $\overline{\text{MS}}$ -схеме, в то время как в $\Delta_1\Sigma$ -сохраняющих схемах (см. приложение В) записываются в виде

$$\frac{d}{dt}\Delta_1\tilde{\Sigma}(Q^2) = 0, \quad (1.73)$$

$$\frac{d}{dt}\Delta\Gamma(Q^2) = \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\right)^2 [\Delta_1\tilde{\Sigma}(Q^2) - 2N_f\Delta\Gamma(Q^2)]. \quad (1.74)$$

Структурные функции $g_1^{p,n}$, будучи наблюдаемыми величинами, не зависят от выбора схемы вычитаний. Тогда с учетом связи (1.64) общее выражение для первых моментов $\Gamma_1^{p,n}$ структурных функций

$$\Gamma_1^{p,n}(Q^2) = \left(C_1^{\text{NS}}(Q^2) \left[\pm\frac{1}{12}a_3 + \frac{1}{36}a_8\right] + \frac{1}{9}C_1^{\text{S}}(Q^2)a_0(Q^2)\right) \quad (1.75)$$

в следующем за лидирующим порядке в двух рассматриваемых классах схем имеет вид

$$\begin{aligned} \Gamma_1^{p,n}(Q^2) &= \left(1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi}\right) \left(\pm\frac{1}{12}a_3 + \frac{1}{36}a_8 + \frac{1}{9}\Delta_1\Sigma(Q^2)\right) + \mathcal{O}(\alpha_s^2), \quad (1.76) \\ &= \left(1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi}\right) \left(\pm\frac{1}{12}a_3 + \frac{1}{36}a_8 + \frac{1}{9}\Delta_1\tilde{\Sigma}\right) - \\ &\quad - \frac{1}{9}N_f \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta_1 G(Q^2). \quad (1.77) \end{aligned}$$

В заключение этого пункта отметим, что возникновение новой, сохраняющейся синглетной комбинации $\Delta_1\tilde{\Sigma}$ может существенно продвинуть нас в понимании проблемы так называемого спинового кризиса (см., например, обзоры [1, 2]). Суть этой проблемы в том, что если трактовать Q^2 -зависящую величину $\Delta_1\Sigma$ как кварковый вклад в спин протона, т. е. считать, что именно она входит в правило сумм, определяющее спин протона:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\Delta_1\Sigma + \Delta_1 G + L_g + L_q, \quad (1.78)$$

то этот вклад оказывается удивительно малым и составляет порядка $(1/2)[0,2-0,3]$ (см. п. 1.4), что находится в абсолютном противоречии с моделью конститuentных кварков, предсказывающей, что весь спин нуклона набирается исключительно за счет кваркового вклада. В настоящее время популярна точка зрения [1, 13], что именно сохраняющаяся величина $\Delta_1 \tilde{\Sigma}$, а не Q^2 -зависящая $\Delta_1 \Sigma(Q^2)$ является кварковым вкладом в правило сумм

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Delta_1 \tilde{\Sigma} + \Delta_1 G + L_g + L_q, \quad (1.79)$$

определяющее спин протона. Таким образом, с этой точки зрения малость измеряемой величины $\Delta_1 \Sigma$ не означает, что кварковый вклад в спин нуклона $\Delta_1 \tilde{\Sigma} = \Delta_1 \Sigma + (\alpha_s/2\pi) N_f \Delta_1 G$ (непосредственно входящий в правило сумм, определяющее спин нуклона) также мал — он может быть большим за счет большого положительного значения глюонного вклада $\Delta_1 G$. Кроме того, $\Delta_1 \Sigma$ -сохраняющие схемы дают нам возможность делать приближение нулевой поляризованной странности, избегая при этом некорректных правил сумм типа (1.43), (1.44). Действительно, если считать истинными поляризованными распределениями постоянные величины, составляющие $\Delta_1 \tilde{\Sigma}$, то пренебрежение поляризованной странностью означает* пренебрежение величиной $\Delta_1 \tilde{s} = \Delta_1 s(Q^2) + (\alpha_s/4\pi) \Delta G(Q^2)$, а не $\Delta_1 s(Q^2)$. В этом случае вместо соотношения (1.41) имеем

$$\Delta_1 \tilde{\Sigma} = a_8 + 3(\Delta_1 \tilde{s} + \Delta_1 \bar{\tilde{s}}) \simeq a_8 = 3F - D = 0,585 \pm 0,025, \quad (1.80)$$

в то время как величина $\Delta_1 s(Q^2) + \Delta_1 \bar{s}(Q^2)$ — это не ноль, а $-(\alpha_s/2\pi) \Delta_1 G(Q^2)$. При этом величина $\Delta_1 \Sigma(Q^2) \equiv a_0(Q^2)$, непосредственно входящая в измеряемые моменты структурных функций, принимает вид

$$\Delta_1 \Sigma \simeq 3F - D - 3 \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta_1 G. \quad (1.81)$$

Прямое извлечение $\Delta_1 \Sigma$ в следующем за лидирующим порядке из экспериментальных данных COMPASS [39] (см. п. 1.4) дает значение

$$\Delta_1 \Sigma(3 \text{ ГэВ}^2) = 0,35 \pm 0,03(\text{стат.}) \pm 0,05(\text{сист.}). \quad (1.82)$$

*Напомним (см. приложение В), что при переходе от схемы $\overline{\text{MS}}$ к $\Delta_1 \tilde{\Sigma}$ -сохраняющим схемам несинглетные комбинации Δq_3 и Δq_8 (а значит, и $a_8 \equiv \Delta_1 q_8$), а также ΔG и валентные распределения не меняются, а меняются только морские распределения легких кварков и поляризованная странность. В частности, для первого момента поляризованной странности имеем $\Delta_1 s(Q^2) + \Delta_1 \bar{s}(Q^2) \rightarrow \Delta_1 \tilde{s} + \Delta_1 \bar{\tilde{s}} - (\alpha_s/2\pi) \Delta_1 G(Q^2)$.

Тогда, чтобы получить (1.80), величина $\Delta_1 G$ с учетом (1.81) и значения $\alpha_s(3 \text{ ГэВ}^2)/2\pi \simeq 0,052$ должна принимать значение

$$\Delta_1 G(3 \text{ ГэВ}^2) \simeq 1,5 \pm 0,4. \quad (1.83)$$

Отметим, что значение $\Delta_1 \tilde{\Sigma} \simeq 0,6$, определяемое (1.80), находится практически в таком же соответствии со значением $\Delta_1 \Sigma^{SU(6)} = 1$ в $SU(6)$ -модели конститuentных кварков:

$$\Delta_1 \tilde{\Sigma} \simeq 0,6 \leq \Delta_1 \Sigma^{SU(6)} = 1, \quad (1.84)$$

что и результаты для a_3 и a_8 в несинглетном секторе, где

$$a_3 \simeq 1,26 \leq a_3^{SU(6)} = \frac{5}{3}, \quad a_8 \simeq 0,59 \leq a_8^{SU(6)} = 1 \quad (1.85)$$

(см. обзор [1]). Тем не менее, несмотря на всю привлекательность трактовки правила сумм в форме (1.79), где кварковый вклад $\Delta_1 \tilde{\Sigma}$ может принимать большое значение (1.80), этот сценарий все-таки выглядит несколько экзотически. Действительно, как мы только что видели, для его реализации величина $\Delta_1 G$ должна быть очень большой положительной величиной. В то же время большинство результатов КХД-анализа инклюзивных данных (параметризации — см., например, [31, 103]) показывает, что эта величина значительно меньше единицы.

Проблема экстраполяции. При применении правил сумм следует иметь в виду один очень важный момент: все правила сумм определены для величин (структурных функций, кварковых распределений), проинтегрированных по полному диапазону бёркеновского x : $0 < x < 1$. Таким образом, из-за ограниченности доступного в эксперименте диапазона по x применение и/или проверка правил сумм требует процедуры экстраполяции в недоступные для измерения области. В то же время на сегодня все процедуры такого рода недостаточно обоснованы с теоретической точки зрения и при малой доступной области по x дают значительный вклад в систематические ошибки на извлекаемые моменты.

С проблемой экстраполяции пришлось столкнуться еще в самом начале исследований поляризованного ГНР. Так, например, первые результаты по измерению структурной функции протона, полученные в экспериментах E80 [20] и E130 [21] (SLAC) в узком диапазоне $0,2 < x < 0,65$, после проведения экстраполяции дали для первого момента g_{1p} значение

$$\Gamma_1^p(4 \text{ ГэВ}^2) = 0,17 \pm 0,05, \quad (1.86)$$

которое отлично согласовывалось с (некорректным — см. предыдущий пункт) правилом сумм Эллиса–Джаффе

$$\Gamma_1^{p(n)} \Big|_{\text{EJ}} = 0,185 \pm 0,004(-0,024 \pm 0,004). \quad (1.87)$$

Однако проведенные позднее коллаборацией EMC [12] измерения в более широком диапазоне $0,01 < x < 0,6$ показали, что реальное значение Γ_1^p сильно отличается от предсказания правила сумм Эллиса–Джаффе и, кроме того, что величина $\Delta_1\Sigma$ значительно меньше ожидаемого значения. Именно эта ситуация (названная впоследствии спиновым кризисом) вызвала большой интерес к проблеме спина протона. Приведенный пример, с одной стороны, убедительно показывает, насколько важно максимально расширить доступную в эксперименте область по x , а с другой — что процедура экстраполяции должна проводиться со всеми возможными предосторожностями и с корректной оценкой соответствующих неопределенностей.

Процедуры экстраполяции в области $x \sim 0$ и $x \sim 1$ существенно различаются по уровню сложности/значимости.

Экстраполяция к $x = 1$ не представляет особой сложности, так как кварковые распределения (и, соответственно, структурные функции) сильно спадают при увеличении x . Такое поведение демонстрируют хорошо известные неполяризованные распределения $q(x)$, и такое же поведение должны демонстрировать поляризованные распределения $\Delta q(x)$ в силу «условия положительности» $|\Delta q| \leq q$ (подробнее см. обсуждение (1.125) в п. 1.3). Таким образом, область больших x дает очень малую добавку к полному интегралу и, следовательно, результаты для полных моментов малочувствительны к способу экстраполяции. Обычно (см. следующий пункт) для экстраполяции в область больших x используется следующий подход: данные фитируются какой-либо функцией и затем экстраполируются в область $x \sim 1$. Вклад от области больших x затем вычисляется как интеграл от фитирующей функции в этой области. В частности, такая процедура использовалась коллаборацией HERMES [22]. Более точным способом экстраполяции (который подходит также для экстраполяции в область $x \sim 0$) является использование результатов КХД-фита мировых данных, где параметризующие функции искомым кварковых распределений определяются во всей области $0 < x < 1$. Вклад от области больших x оценивается как интеграл от функции g_1^{fit} , вычисляемой из полученных параметризаций на кварковые распределения. Такой подход применялся коллаборацией SMC [10]. Кроме того, для экстраполяции в область больших x коллаборация SMC применяла процедуру, где асимметрия A_1 во всей неизмеренной области больших x полагается равной асимметрии в последнем бине. При этом ошибка на нее полагалась равной $\pm(1 - A_1)$ [10]. Применение всех перечисленных процедур подтверждает, что результат для полного момента структурной функции g_1 малочувствителен к способу экстраполяции в область больших x .

С другой стороны, ситуация с экстраполяцией в область малых x совершенно другая. Как показывает практика, результаты для полных моментов очень существенно зависят от способа экстраполяции. Это связано с тем, что структурные функции и кварковые распределения сильно растут с уменьше-

нием x , а следовательно, соответствующие добавки в полные интегралы от области малых x не малы.

К сожалению, как уже отмечалось, все существующие к настоящему времени методы экстраполяции в область малых x недостаточно теоретически обоснованы, в то время как единственное строгое ограничение, «условие положительности» $|\Delta q| \leq q$, здесь мало что дает из-за сильного роста верхней границы, $q(x)$, в этой области. Тем не менее для полноты коротко опишем известные на сегодня способы экстраполяции в область малых x .

Модель Редже предсказывает, что при $x \rightarrow 0$ комбинации структурных функций $g_1^p + g_1^n$ и $g_1^p - g_1^n$ ведут себя как $x^{-\alpha}$, где $-0,5 < \alpha < 0$ [23].

Модель с обменом двумя непертурбативными глюонами [24] предсказывает, что синглетная часть g_1 ведет себя как $2 \ln(1/x) - 1$.

Пересуммирование ДГЛАП-поправок дает [25]

$$g_1(x, Q^2) \sim \exp A \sqrt{\ln [\alpha_s(Q_0^2)/\alpha_s(Q^2)] \ln(1/x)} \quad (1.88)$$

как для синглетной, так и несинглетной части g_1 .

Пересуммирование ведущих степеней $\ln(1/x)$ дает [26]

$$g_1^{\text{NS}} \sim x^{-0,4}, \quad g_1^{\text{S}} \sim x^{-3}. \quad (1.89)$$

Таким образом, вклады в структурные функции g_1^p, g_1^n, g_1^d от недоступных для измерения областей в настоящее время являются одним из основных источников неопределенности при вычислении их первых моментов. Далее мы рассмотрим существующие результаты по извлечению структурных функций и процедуры экстраполяции, применявшиеся различными коллаборациями.

1.2. Экспериментальные данные по ГНР. Извлечение моментов структурных функций. Как уже отмечалось, в экспериментах по поляризованному ГНР для извлечения структурной функции g_1 измеряются не сечения, а асимметрия A_1 , после чего структурная функция g_1 восстанавливается по формуле (см. (1.19))

$$g_1 \simeq A_1 F_1 = A_1 \frac{F_2}{2x(1+R)}, \quad (1.90)$$

где для неполяризованной структурной функции F_2 и отношения $R = \sigma_T L / \sigma_T$ используются известные параметризации. Следует также отметить, что формула (см. (1.13) и (1.19))

$$A_1 \simeq \frac{A_{\parallel}}{D} = \frac{1}{D} \frac{d\sigma_{\uparrow\downarrow} - d\sigma_{\uparrow\uparrow}}{d\sigma_{\uparrow\downarrow} + d\sigma_{\uparrow\uparrow}} \quad (1.91)$$

соответствует идеализированному случаю: 100 %-й поляризации пучка, а также 100 %-му содержанию в мишени поляризуемых частиц со 100 %-й же их

поляризацией. В реальности все три характеристики поляризации меньше 100 %, и, чтобы это учесть, дополнительно вводятся три корректирующих фактора: факторы поляризации пучка и мишени P_B и P_T , а также фактор дилуции f . Далее, в реальности экспериментатор строит асимметрию из скоростей счета, которые связаны с сечениями как

$$N_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)} = L_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}\sigma_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}, \quad (1.92)$$

где L — светимость, определяемая как произведение интенсивности пучка на плотность числа нуклонов мишени. Таким образом, скорректированная формула для асимметрии A_1 , непосредственно применяемая для ее построения из экспериментальных данных, имеет вид

$$A_1 \simeq \frac{A_{\parallel}}{D} = \frac{1}{P_B P_T f D} \frac{d\sigma_{\uparrow\downarrow} - d\sigma_{\uparrow\uparrow}}{d\sigma_{\uparrow\downarrow} + d\sigma_{\uparrow\uparrow}} = \frac{1}{P_B P_T f D} \frac{N_{\uparrow\downarrow} L_{\uparrow\uparrow} - N_{\uparrow\uparrow} L_{\uparrow\downarrow}}{N_{\uparrow\uparrow} L_{\uparrow\downarrow} + N_{\uparrow\downarrow} L_{\uparrow\uparrow}}. \quad (1.93)$$

Измерение поляризованных структурных функций на различных мишенях проводилось в научно-исследовательских центрах SLAC (коллаборации E80, E130, E142, E143, E154, E155), CERN (коллаборации EMC, SMC, COMPASS) и DESY (коллаборация HERMES). В настоящее время действующими экспериментами по поляризованному ГНР являются HERMES и COMPASS. Планируется также проведение соответствующего эксперимента E04-113 в Лаборатории Джефферсона.

Исторически первым экспериментом по поляризованному ГНР был E80 [20], где, однако, энергия лептонного пучка была очень мала, 6–13 ГэВ. Было набрано порядка двух миллионов событий и построено несколько точек для асимметрий в узком диапазоне $0,1 < x < 0,5$ при Q^2 порядка 2 ГэВ². Далее, в 1983 г. начался следующий эксперимент по поляризованному ГНР E130 [21]. Энергия лептонного пучка была уже значительно больше — 23 ГэВ, что позволило получить данные в более широком интервале $0,2 < x < 0,65$ при $3,5 < Q^2 < 10$ ГэВ². Анализ объединенных данных E80 и E130 дал большое значение Γ_1^p :

$$\Gamma_1^p(4 \text{ ГэВ}^2) \Big|_{\text{E80+E130}} = 0,17 \pm 0,05, \quad (1.94)$$

которое согласовалось как с (некорректным — см. предыдущий пункт) правилом сумм Эллиса–Джаффе, так и с (наивной) $SU(6)$ статической кварковой моделью. Экстраполяция в малые x проводилась в предположении реджевского асимптотического поведения $A_{1p} \sim x^{1,14}$, а для больших x использовался фит $A_1 = 0,94\sqrt{x}$.

Следующий эксперимент по поляризованному ГНР, EMC [12], получил данные в еще более широкой области $0,01 < x < 0,7$, которые, с одной

стороны, подтверждали данные SLAC в области средних x , а с другой стороны, опровергли результат (1.94), полученный в результате некорректной процедуры экстраполяции в очень широкий неизмеренный диапазон малых x . Полученное значение первого момента структурной функции g_1 оказалось значительно меньше:

$$\Gamma_1^p \Big|_{\text{EMC}} = 0,123 \pm 0,013 \pm 0,019. \quad (1.95)$$

При этом экстраполяция в (гораздо более узкие) недостижимые области $x < 0,01$ и $x > 0,7$ проводилась при помощи фитирования асимметрии функцией $A_{1p} = 1,025x^{0,12}(1 - \exp^{-2,7x})$. Мы приводим рис. 1.2 [12], где представлено значение Γ_{1p} для различных областей интегрирования. Включение в анализ данных EMC данных SLAC дало значение, примерно совпадающее с (1.95):

$$\Gamma_1^p \Big|_{\text{EMC+SLAC}} = 0,126 \pm 0,010 \pm 0,015. \quad (1.96)$$

Значение Γ_1^p (1.95) (и/или (1.96)) находится в сильнейшем расхождении с правилом сумм Эллиса–Джаффе. Кроме того, извлеченное из (1.95), (1.96) значение синглетной комбинации кварковых распределений $\Delta_1\Sigma(Q^2)$ оказалось очень малым: $(1/2)\Delta_1\Sigma \ll (1/2)$, что и получило название спинового кризиса (см. также предыдущий пункт).

Удивительные результаты EMC вызвали интерес к дальнейшим исследованиям в этой области, и следующим экспериментом по поляризованному ГНР явился эксперимент SMC [10]. Его целью было измерить нейтронную структурную функцию, используя измерения протонной g_1^p и дейтронной структурных функций g_1^d , которые связаны как

$$g_1^d(x, Q^2) = \frac{1}{2}[g_1^p(x, Q^2) + g_1^n(x, Q^2)]\left(1 - \frac{3}{2}\omega_D\right), \quad (1.97)$$

где $\omega_D \simeq 0,058$ есть вероятность найти дейтрон в D -состоянии [10].

Измерение структурной функции g_{1n} позволило бы сравнить значение ее первого момента с правилом сумм Эллиса–Джаффе. Первые результаты по g_1^d

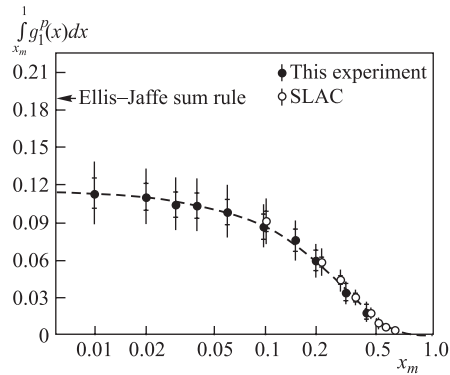


Рис. 1.2. Зависимость интеграла $\int_{x_m}^1 dx g_{1p}$ от x_m — значения x в нижней границе каждого бина. Гладкая кривая получена интегрированием параметризации на A_{1p} . Рисунок из работы [12]

в области $0,006 < x < 0,6$ в комбинации со старыми данными по g_1^p дали гораздо большее значение момента нейтронной структурной функции

$$\Gamma_1^n \Big|_{\text{SMC}} = -0,08 \pm 0,04 \pm 0,04, \quad (1.98)$$

чем ожидаемое из правила сумм Эллиса–Джаффе $\Gamma_1^n = -0,002 \pm 0,005$. В то же время, в противоположность правилу сумм Эллиса–Джаффе, правило сумм Бьёркена было блестяще подтверждено:

$$(\Gamma_1^p - \Gamma_1^n) \Big|_{\text{SMC}} = 0,20 \pm 0,05 \pm 0,04, \quad (\Gamma_1^p - \Gamma_1^n) \Big|_{\text{Bj}} = 0,191 \pm 0,002. \quad (1.99)$$

Более поздние измерения SMC по протонной структурной функции в области $0,003 < x < 0,7$ позволили уточнить значение ее первого момента

$$\Gamma_1^p \Big|_{\text{SMC}} = 0,136 \pm 0,013 \pm 0,011, \quad (1.100)$$

что в комбинации с предыдущими измерениями дало значение

$$\Gamma_1^p \Big|_{\text{SMC+EMC+SLAC}} = 0,141 \pm 0,011, \quad (1.101)$$

которое опять же не согласуется с (некорректным) правилом сумм Эллиса–Джаффе, но зато находится в отличном согласовании с правилом сумм Бьёркена (1.32):

$$(\Gamma_1^p - \Gamma_1^n) \Big|_{\text{SMC+EMC+SLAC}} = 0,183 \pm 0,034, \quad (1.102)$$

$$(\Gamma_1^p - \Gamma_1^n) \Big|_{\text{Bj}} = 0,187 \pm 0,002.$$

Серия экспериментов в SLAC (E142, E143, E154, E155) позволила измерить протонную и дейтронную структурные функции, а также нейтронную структурную функцию (с использованием ^3He -мишени). Прямое измерение нейтронной структурной функции было впервые проведено в эксперименте E142 [27]. Данные были получены в области $0,03 < x < 0,6$, так что после экстраполяции был получен следующий результат для первого момента структурной функции g_{1n} :

$$\Gamma_1^n(Q^2 = 2 \text{ ГэВ}^2) = -0,031 \pm 0,006 \pm 0,009. \quad (1.103)$$

Вклад от области $x > 0,6$ был оценен в предположении $A_{1n} \Big|_{x>0,6} = 0,5 \pm 0,5$, что дало для интеграла по этой области значение

$$\int_{0,6}^1 g_1^n(x) = 0,003 \pm 0,003. \quad (1.104)$$

Вклад от области $x < 0,03$ оценивался в предположении реджевского поведения $g_1(x \rightarrow 0) \sim x^{-\alpha}$ с $\alpha \simeq 0$. Результат оказался очень малым:

$$\int_0^{0,03} g_1^n(x) = -0,0053 \pm 0,0053. \quad (1.105)$$

Результат E142 для Γ_1^n позволил проверить правило сумм Бьёркена со значительно улучшенной точностью. Комбинация этих данных с данными по Γ_1^p , полученными коллаборацией E143 [16] (которая измерила как g_1^p , так и g_1^d), дает

$$\begin{aligned} & \left[\Gamma_1^p \Big|_{\text{E143}} - \Gamma_1^n \Big|_{\text{E142}} \right] (Q^2 = 3 \text{ ГэВ}^2) = \\ & = 0,127 \pm 0,011 + 0,033 \pm 0,011 = 0,160 \pm 0,015, \quad (1.106) \end{aligned}$$

в то время как правило сумм Бьёркена (с учетом поправок вплоть до α_s^4 порядка) дает

$$(\Gamma_1^p - \Gamma_1^n) \Big|_{\text{Bj}} = 0,176 \pm 0,008.$$

Измерения, проведенные в последующих экспериментах E154 [28] и E155 [15] (продолжение экспериментов E142 и E143), существенно уменьшили неопределенности на g_1^p и g_1^n . Например, результат эксперимента E154 по измерению первого момента структурной функции g_1^n

$$\int_{0,014}^{0,7} g_1^n(x) = -0,036 \pm 0,004 \pm 0,005 \quad (1.107)$$

вызвал большой интерес, так как он показывает, что g_1^n имеет сильную x -зависимость в области малых x (см. рис. 1.3), которая нарушает предсказания теории Редже, в рамках которой g_1^n ведет себя как константа в этой области. Сильная x -зависимость подразумевает также, что неизмеренная область малых x может дать значительный вклад в полный интеграл и все оценки этих вкладов должны проводиться очень осторожно.

Точность измерений, достигнутая в эксперименте E155 [15], позволила также исследовать Q^2 -зависимость структурных функций при фиксированном

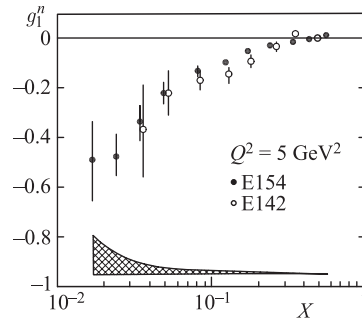


Рис. 1.3. Результаты коллабораций E142 [27] и E154 [28] по измерению нейтронной структурной функции g_1^n

x , что очень полезно для проведения КХД-анализа данных. Полученные результаты

$$\Gamma_1^p(5 \text{ ГэВ}^2) \Big|_{\text{E155}} = 0,118 \pm 0,004 \pm 0,007, \quad (1.108)$$

$$\Gamma_1^n(5 \text{ ГэВ}^2) \Big|_{\text{E155}} = -0,058 \pm 0,005 \pm 0,008 \quad (1.109)$$

отлично согласовывались с правилом сумм Бьёркена:

$$\Gamma_{\text{exp}}^{\text{Bj}}(5 \text{ ГэВ}^2) = 0,176 \pm 0,003 \pm 0,007, \quad (1.110)$$

$$\Gamma_{\text{exp}}^{\text{Bj}}(5 \text{ ГэВ}^2) = 0,182 \pm 0,005.$$

В настоящее время эксперименты по поляризованному ГНР проводятся в DESY (коллорабация HERMES) и CERN (коллорабация COMPASS). Данные HERMES лежат в области $0,021 < x < 0,85$ и $0,8 < Q^2 < 20$. Главным отличием эксперимента HERMES от предыдущих экспериментов является использование внутренней газовой мишени (^3He в качестве нейтронной мишени и водород в качестве протонной мишени), что позволило получить очень высокую степень ее поляризации (до 90%). Нейтронные данные [29] подтвердили результаты коллорабации E142, а протонные данные [30] были улучшены:

$$\int_{0,021}^{0,85} g_1^p(x) \Big|_{\text{HERMES}} (2,5 \text{ ГэВ}^2) = 0,122 \pm 0,003 \pm 0,01. \quad (1.111)$$

К настоящему времени коллорабация COMPASS получила данные по структурной функции на дейтронной мишени, значительно превосходящие

Таблица 1.2. Результаты по первым моментам Γ_1 протонных и нейтронных структурных функций g_1^p и g_1^n

| Эксперимент | $\Gamma_1(Q^2, \text{ГэВ}^2)$ | Год |
|-------------|--|------------|
| EMC, SLAC | $\Gamma_1^p(10,7) = 0,126 \pm 0,010 \pm 0,015$ | 1988, 1989 |
| SMC | $\Gamma_1^p(10) = 0,136 \pm 0,013 \pm 0,011$ | 1994, 1997 |
| E143 | $\Gamma_1^p(3) = 0,127 \pm 0,004 \pm 0,010$ | 1995 |
| SMC | $\Gamma_1^n(10) = -0,063 \pm 0,024 \pm 0,013$ | 1995 |
| SMC | $\Gamma_1^n(5) = -0,08 \pm 0,04 \pm 0,04$ | 1993 |
| SMC | $\Gamma_1^n(5) = -0,048 \pm 0,022$ | 1997 |
| E142 | $\Gamma_1^n(2) = -0,022 \pm 0,007 \pm 0,009$ | 1993 |
| E143 | $\Gamma_1^n(2) = -0,037 \pm 0,008 \pm 0,011$ | 1995 |
| E154 | $\Gamma_1^n(5) = -0,041 \pm 0,004 \pm 0,006$ | 1997 |

по точности, особенно в области малых x , все предыдущие эксперименты. Данные COMPASS показали важную особенность дейтронной структурной функции — она стремится к нулю в области малых x . Более подробно данные COMPASS, а также проведенный КХД-анализ этих данных будут обсуждаться в п. 1.4.

В табл. 1.2 мы приводим результаты измерений первых моментов структурных функций, полученные различными коллаборациями.

1.3. КХД-анализ инклюзивных структурных функций. Как мы увидели из предыдущего пункта, значения среднего Q^2 , достижимые в экспериментах по поляризованному ГНР, сравнительно малы, что делает недостаточным анализ в лидирующем порядке КХД. В то же время теоретические выражения для структурных функций в следующем за лидирующим порядке КХД гораздо сложнее (и намного менее удобны в применении), чем соответствующие выражения в лидирующем порядке (ср. с (1.21)):

$$g_1^N(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 \left\{ \Delta q(x, Q^2) + \Delta \bar{q}(x, Q^2) + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[\Delta C_q \otimes (\Delta q + \Delta \bar{q}) + \frac{1}{N_f} \Delta C_g \otimes \Delta D \right] \right\}, \quad (1.112)$$

где интегральная свертка (конволюция) определяется как

$$(C \otimes q)(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dy}{y} C\left(\frac{x}{y}\right) q(y, Q^2), \quad (1.113)$$

а вильсоновские коэффициенты в схеме $\overline{\text{MS}}$ имеют вид [4]

$$\Delta C_q(x) = C_F \left[(1+x^2) \left(\frac{\ln(1-x)}{1-x} \right)_+ - \frac{3}{2} \frac{1}{(1-x)_+} - \frac{1+x^2}{1-x} \ln x + \right. \\ \left. + 2 + x - \left(\frac{9}{2} + \frac{\pi^2}{3} \right) \delta(1-x) \right], \quad (1.114)$$

$$\Delta C_g(x) = 2T_f \left[(2x-1) \left(\ln \frac{1-x}{x} - 1 \right) + 2(1-x) \right], \quad (1.115)$$

где $C_F = 4/3$, $T_f = N_f/2$ и N_f обозначает число активных ароматов.

Таким образом, теперь уже невозможно извлечь поляризованные кварковые распределения напрямую (как это можно было сделать в лидирующем порядке, непосредственно решая уравнения (1.21) относительно $\Delta q(x)$).

Поэтому при анализе данных в следующем за лидирующим порядке применяется некоторая процедура фитирования, которая часто называется КХД-фитированием или КХД-анализом данных. Точно так же, как в неполяризованном случае (где анализируется измеренная структурная функция F_2), процедура фитирования для анализа g_1 (или асимметрии) состоит из следующих этапов:

1) при определенном значении Q_0^2 кварковые и глюонные распределения $\Delta f(x, Q_0^2)$ ($f = q, g$) параметризуются некоторыми функциональными формами;

2) с помощью уравнений эволюции ДГЛАП эти функциональные формы эволюционируются в точки (x_i, Q_i^2) , где были измерены структурные функции g_1^{exp} (или асимметрии). На этом этапе необходимо выбрать оптимальный численный метод решения уравнений ДГЛАП;

3) проэволюционированные таким образом функциональные формы подставляются в уравнение (1.112) для структурной функции в следующем за лидирующим порядке, и полученная в результате структурная функция, $g_1^{\text{constr}}(x_i, Q_i^2)$, используется для построения функции χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(g_1^{\text{exp}}(x_i, Q_i^2) - g_1^{\text{constr}}(x_i, Q_i^2))^2}{(\delta g_1^{\text{exp}}(x_i, Q_i^2))^2};$$

4) χ^2 минимизируется, откуда находят оптимальные значения параметров функциональных форм $\Delta f(x, Q_0^2)$.

Функциональный вид параметризации $\Delta f(x, Q_0^2)$ обычно выбирается исходя из некоторых теоретических ожиданий. Например, в области малых x предполагается поведение типа реджевского. Наиболее часто применяемая форма параметризации $\Delta f(x, Q_0^2)$ имеет тот же вид, что и в неполяризованном случае:

$$x\Delta f(x) = Nx^\alpha(1-x)^\beta P(x),$$

где множители x^α и $(1-x)^\beta$ соответствуют реджевскому поведению, а $P(x)$ — некоторая гладкая функция. Например, в анализе, проводимом коллаборацией SMC, параметризация выбиралась в виде

$$\Delta f(x, Q_0^2) \sim \eta_f x^{\alpha_f} (1-x)^{\beta_f} (1+a_f x). \quad (1.116)$$

Δf нормирована так, что η_f соответствует первому моменту распределения. В таком виде параметризовались синглетное $\Delta\Sigma$, два несинглетных (Δq_3 и Δq_8) и глюонное ΔG распределения. Другая популярная форма имеет вид

$$\Delta f(x) \sim x^\alpha (1-x)^\beta A_q f(x), \quad (1.117)$$

где $A_q = \Delta_1 f(x)$ и $f(x)$ — соответствующее неполяризованное распределение, которое уже известно. Такой вид параметризации представляется естественным из-за тесной связи между неполяризованными и поляризованными

распределениями (см. (1.20)). Обычно такой выбор применяется для параметризации валентных и морских кварков по отдельности. Например, группа GRSV [31] использовала две модели: модель симметричного кваркового моря

$$\Delta u(x, Q_0^2) = N_u x^{\alpha_u} (1-x)^{\beta_u} u(x, Q_0^2), \quad (1.118)$$

$$\Delta d(x, Q_0^2) = N_d x^{\alpha_d} (1-x)^{\beta_d} d(x, Q_0^2), \quad (1.119)$$

$$\Delta G(x, Q_0^2) = N_G x^{\alpha_G} (1-x)^{\beta_G} G(x, Q_0^2), \quad (1.120)$$

$$\Delta \bar{q}(x, Q_0^2) = N_{\bar{q}} x^{\alpha_{\bar{q}}} (1-x)^{\beta_{\bar{q}}} (\bar{u} + \bar{d})(x, Q_0^2), \quad (1.121)$$

$$\Delta \bar{q} = \Delta \bar{u} = \Delta \bar{d} = \Delta s = \Delta \bar{s} \quad (1.122)$$

и модель несимметричного кваркового моря со специальным предположением о связи морских распределений:

$$\frac{\Delta \bar{d}(x, Q_0^2)}{\Delta \bar{u}(x, Q_0^2)} = \frac{\Delta u(x, Q_0^2)}{\Delta d(x, Q_0^2)}, \quad (1.123)$$

$$\Delta s(x, Q_0^2) = \Delta \bar{s}(x, Q_0^2) = 0. \quad (1.124)$$

Нужно заметить, что из-за того, что в вышеизложенной процедуре фитирования нам приходится искусственно выбирать функциональный вид распределений и затем применять его во всей области по x , значения полученных в результате анализа распределений в различных областях по x сильно скоррелированы. Например, множитель x^α влияет на всю область по x ($0 < x < 1$), а не только на область малых x , как это кажется на первый взгляд.

Важнейшими и широко используемыми теоретическими ограничениями на параметры распределений являются правила сумм для a_3 (1.35) и a_8 (1.40), а также «условие положительности»

$$|\Delta q(x)| \leq q(x), \quad |\Delta G(x)| \leq G(x). \quad (1.125)$$

Это условие немедленно следует из вероятностной интерпретации распределений $q_{\uparrow\uparrow}$ и $q_{\uparrow\downarrow}$, входящих в определение поляризованных (1.20) и неполяризованных $q = q_{\uparrow\uparrow} + q_{\uparrow\downarrow}$ распределений. Необходимо подчеркнуть, что, строго говоря, вероятностная интерпретация партонных распределений, унаследованная от кварк-партонной модели, сохраняет силу только в лидирующем порядке КХД, в то время как в более высоких порядках партонные распределения не несут прямого вероятностного смысла. Тем не менее в работе [33] было показано, что условие (1.125) может быть применено также и в следующем за лидирующим порядке, если в неравенствах (1.125) в качестве $q(x)$ и $G(x)$ использовать их параметризации в лидирующем порядке КХД.

Возвращаясь к уравнениям ДГЛАП, отметим, что в настоящее время существуют две большие группы методов их решения. Первая группа [34] предполагает решение в x -пространстве с использованием метода конечных разностей (в литературе он обычно называется «brute-force» метод, т. е. «метод

грубой силы»). Вторая группа [4] оперирует с точным решением уравнений ДГЛАП в пространстве меллиновских моментов с последующей инверсией моментов в x -пространство.

Суть метода конечных разностей состоит в разделении областей изменения переменных x и $t \equiv \ln Q^2/Q_0^2$ на большое число малых интервалов, так что операции дифференцирования и интегрирования представляются в виде

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x_{m+1}) - f(x_m)}{\Delta x_m}, \quad \int dx f(x) = \sum_{m=1}^{N_x} \Delta x_m f(x_m).$$

В результате уравнения ДГЛАП приводятся к виду (в синглетном секторе аналогично)

$$\Delta q_{\text{NS}}(x_k, t_{j+1}) = \Delta q_{\text{NS}}(x_k, t_j) + \Delta t_j \sum_{m=k}^{N_x} \frac{\Delta x_m}{x_m} P_{\text{NS}}\left(\frac{x_k}{x_m}\right) q_{\text{NS}}(x_m, t_j),$$

т. е. если мы знаем распределения $\Delta q(x_m, t_{j=1})$ в точке $t_{j=1}$, то мы можем вычислить их в точке t_{j+1} . Повторяя процедуру N раз, получаем проэволюционированное в заданную точку t распределение. Очевидно, что число разбиений по x должно быть очень большим (так как нам необходимо как можно точнее вычислить интегралы на каждом шаге по t), тогда как число разбиений по t может быть гораздо меньше, так как структурные функции достаточно слабо зависят от Q^2 . Опыт показал [34], что достаточно взять значения $N_x = 1000$ и $N_t = 50$. Основным преимуществом метода является то, что он не требует знания явного вида параметризации и очень легко может быть воплощен в компьютерную программу. Основным недостатком является большое количество вычислительного времени, необходимого для выполнения каждого шага эволюции.

Основным достоинством использования пространства меллиновских моментов при решении уравнений ДГЛАП является то, что в пространстве моментов они легко решаются аналитически. В пространстве моментов соответствующие выражения для структурных функций в следующем за лидирующим порядке КХД также принимают простой вид (простые произведения вместо конволюций — ср. с (1.112)):

$$\Gamma_1^n(Q^2) = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 \left\{ \Delta_n q(Q^2) + \Delta_n \bar{q}(Q^2) + \right. \\ \left. + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[\Delta_n C_q (\Delta_n q(Q^2) + \Delta_n \bar{q}(Q^2)) + \frac{1}{N_f} \Delta_n C_g \Delta_n G(Q^2) \right] \right\}, \quad (1.126)$$

где

$$\Delta_n C_q = C_F \left[-S_2(n) + (S_1(n))^2 + \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{n(n+1)} \right) S_1(n) + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{n+1} - \frac{9}{2} \right], \quad (1.127)$$

$$\Delta_n C_g = 2T_f \left[-\frac{n-1}{n(n+1)} (S_1(n) + 1) - \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n(n+1)} \right] \quad (1.128)$$

— n -е моменты вильсоновских коэффициентов $\Delta C_{q,g}$ [4].

Чтобы восстановить кварковые плотности и структурные функции из их n -х моментов, необходимо применить ту или иную процедуру инверсии моментов в x -пространство. Исторически первыми методами инверсии были методы разложения функции по ее моментам и ортогональным полиномам (Лагерра, Лежандра, Якоби). Главным преимуществом этих методов является быстрая (не требующая большого вычислительного времени) инверсия моментов. Наиболее успешным оказался метод полиномов Якоби, впервые предложенный Паризи и Сорласом [35] и затем развитый в работах [36, 37]. Разложение в этом случае имеет вид

$$F(x) \simeq x^\beta (1-x)^\alpha \sum_{k=0}^{N_{\max}} \Theta_k^{(\alpha, \beta)}(x) \sum_{j=0}^k c_j^{(k), (\alpha, \beta)} M[j+1]. \quad (1.129)$$

Здесь весовая функция $x^\beta (1-x)^\alpha$ отвечает реджевскому поведению структурных функций и кварковых распределений на границах x -области, $\Theta_k^{(\alpha, \beta)}(x)$ — полиномы Якоби и $M[j]$ — j -й меллиновский момент функции $F(x)$. Опыт показывает [37], что подходящий выбор параметров α и β позволяет восстанавливать исходную функцию с высокой точностью даже при малом (меньше двенадцати) количестве моментов в разложении, тогда как использование других типов полиномов требует большого количества (до тридцати и больше) моментов в разложении и все равно не обеспечивает хорошую точность восстановления в области малых x .

Другим широко используемым методом инверсии является метод обратного преобразования Меллина (см., например, [31]). Мы приводим формулу обратного преобразования Меллина с оптимизированным для вычислений контуром интегрирования (более подробно см. в работе [38])

$$f(x, Q^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dz \operatorname{Im} [\exp^{i\phi} x^{-c-z} \exp^{i\phi} f^{n=c+z} \exp^{i\phi} (Q^2)]. \quad (1.130)$$

Метод обратного преобразования Меллина является очень точным, однако он требует большого количества вычислительного времени, чем метод разложения по ортогональным полиномам.

1.4. КХД-анализ последних данных коллаборации COMPASS. Новейшие данные, полученные коллаборацией COMPASS [39], позволили определить дейтронную структурную функцию со значительно улучшенной точностью, в особенности в области малых x . Результаты по измерению асимметрий A_{1d} представлены на рис. 1.4, где для сравнения приведены также данные SMC, HERMES, E143 и E155. Специальная вставка с увеличенным масштабом (левый верхний угол) показывает, что в области малых x точность измерения в эксперименте COMPASS превышает более чем в два раза единственные существовавшие ранее данные SMC в этой области.

Для построения из асимметрий величины g_{1d} применялась формула (1.90), где для вычисления величин F_{2d} и R были использованы параметризации из работ [8] и [40].

Чтобы извлечь первый момент поляризованной структурной функции Γ_{1d} и, как следствие, извлечь первый момент поляризованной странности Δ_{1s} , а также аксиальный заряд a_0 , необходимо проэволюционировать экспериментальные данные по g_{1d} к единому Q_0^2 и оценить вклады от неизмеренной области по x . Для эволюции данных использовалось предположение (см., например, [8])

$$g_1(x, Q_0^2) = g_1(x, Q^2)2 + [g_1^{\text{fit}}(x, Q_0^2) - g_1^{\text{fit}}(x, Q^2)], \quad (1.131)$$

где g_1^{fit} находится на основе результатов анализа мировых данных. Для Q_0^2 было выбрано значение 3 ГэВ². На первом этапе величина g_1^{fit} вычислялась с

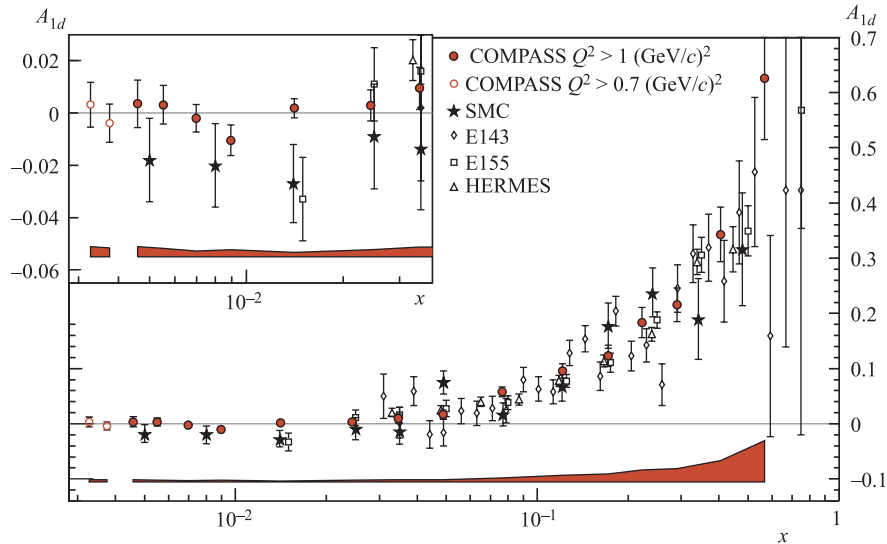


Рис. 1.4. Данные коллаборации COMPASS [39] по инклюзивной асимметрии A_{1d} в сравнении с соответствующими данными коллабораций SMC, HERMES, E143 и E155

использованием трех параметризаций (BB [41], GRSV2000 [31] и LSS05 [42]) на Δg . Так как вычисленные значения для трех параметризаций почти не отличаются друг от друга, они были усреднены. Результаты представлены на рис. 1.5 (незакрашенные квадраты). На этом рисунке, так же как и в работе COMPASS [39], из которой он позаимствован, вместо g_{1d} представлена величина $g_1^N \equiv (g_1^p + g_1^n)/2 = g_1^d/(1 - 1,5\omega_d)$ (см. (1.97)). Однако оказалось (см. рис. 1.5), что усредненная по трем параметризациям кривая плохо описывает новые данные COMPASS в области малых x . Действительно, если старые результаты (без учета данных COMPASS) по анализу g_{1d} давали большие отрицательные значения g_{1d} при $x < 0,025$, то новые данные COMPASS показывают, что g_{1d} стремится к нулю в этой области. Таким образом, все существовавшие до сих пор параметризации плохо подходят для нахождения функции g_{1d}^{fit} , входящей в уравнение (1.131).

В результате вместо использования стандартных параметризаций был заново проведен анализ всех существующих (мировых) инклюзивных данных в следующем за лидирующим порядке КХД [9, 10, 12, 15, 16, 27–30, 44–47] с включением в анализ последних данных коллаборации COMPASS. При проведении анализа параметризовались комбинации кварковых распределе-

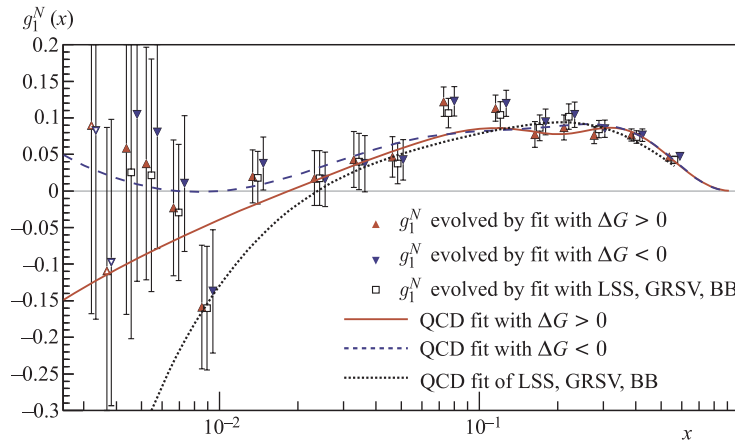


Рис. 1.5. Анализ данных коллаборации COMPASS в следующем за лидирующим порядке КХД. На рисунке, так же как и в оригинальной работе COMPASS [39], из которой он позаимствован, вместо g_{1d} представлена величина $g_1^N \equiv (g_1^p + g_1^n)/2 = g_1^d/(1 - 1,5\omega_d)$. Треугольниками, ориентированными вверх (вниз), обозначены значения g_{1d} , проэволюционированные при помощи фита с $\Delta G > 0$ ($\Delta G < 0$). Квадраты соответствуют эволюционированию g_{1d} при помощи параметризаций GRSV, BB, LSS05. Сплошной, штриховой и точечной линиями обозначены g_{1d} , вычисленные соответственно при помощи фитов с $\Delta G > 0$, $\Delta G < 0$ и при вычислении с использованием параметризаций GRSV, BB, LSS05

ний $\Delta\Sigma$, Δq_3 и Δq_8 , а также глюонное распределение ΔG . Параметризации задавались при $Q_0^2 = 3 \text{ ГэВ}^2$, соответствующем среднему Q^2 по данным COMPASS. Функциональный вид параметризаций был выбран следующим:

$$\Delta F = \eta \frac{x^\alpha (1-x)^\beta (1+\gamma x)}{\int_0^1 x^\alpha (1-x)^\beta (1+\gamma x) dx}. \quad (1.132)$$

Очевидно, что при таком выборе параметризации параметр η совпадает с первым меллиновским моментом параметризуемой функции ΔF . При проведении вычислений параметры η_{q3} и η_{q8} были фиксированы при помощи соответствующих правил сумм: $\eta_{q3} = a_3 = F + D$, $\eta_{q8} = a_8 = 3F - D$. Ненулевой коэффициент γ использовался только для синглетной комбинации. Кроме того, для анализа данных коллаборации E155 на протонной мишени использовался специальный нормировочный параметр, который варьировался в пределах, описанных в работе [15]. Вычисленные значения функции $g_1^{\text{fit}}(x_i, Q_i^2)$ для каждого измерения структурной функции $g_1^{\text{exp}}(x_i, Q_i^2)$ (всего 230 экспериментальных точек, из них 43 соответствуют последним данным коллаборации COMPASS) применялись для построения функции χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N=230} \frac{[g_1^{\text{fit}}(x_i, Q_i^2) - g_1^{\text{exp}}(x_i, Q_i^2)]^2}{[\sigma(g_1^{\text{exp}}(x_i, Q_i^2))]^2}$$

с последующей ее минимизацией. Здесь σ соответствует статистической ошибке. Кроме того, были учтены граничные условия («условия положительности») (1.125) для поляризованных распределений. Такие условия были наложены на Δs (использовалось выражение $2\Delta s = \Delta s + \Delta \bar{s} = 1/3(\Delta\Sigma - \Delta q_8)$) и ΔG . Для вычисления $s(x)$ и $G(x)$ была использована параметризация MRST04 [48]. Как мы увидим далее, наложение граничных условий вызывает небольшую несимметричность параметров полученной параметризации.

Для независимой проверки результатов и для проведения оценки систематической ошибки процедуры фитирования были использованы два различных пакета компьютерных программ, которые эволюционируют кварковые распределения и вычисляют структурные функции двумя различными методами. Первая программа была разработана еще коллаборацией SMC [49]. Для решения уравнений ДГЛАП в ней используется модифицированный метод конечных разностей (см. п. 1.3). К достоинствам этой программы следует отнести высокую скорость решения уравнений ДГЛАП, а также отлаженность ее кода (впервые она появилась в 1996 г. и с тех пор неоднократно проверялась и модифицировалась). Вторая программа является оригинальной и первоначально

Таблица 1.3. Результаты КХД-анализа всех мировых инклюзивных данных, включая последние данные COMPASS. Результаты получены с использованием программы SMC [49] (I) и разработанной программы [39] (II)

| Параметр | $\Delta G > 0$ | | $\Delta G < 0$ | |
|---------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| | I | II | I | II |
| η_Σ | $0,270 \pm 0,014$ | $0,284^{+0,016}_{-0,014}$ | $0,32 \pm 0,009$ | $0,328 \pm 0,009$ |
| α_Σ | $-0,303^{+0,074}_{-0,079}$ | $-0,226^{+0,103}_{-0,101}$ | $1,38^{+0,15}_{-0,14}$ | $1,38^{+1,13}_{-0,12}$ |
| β_Σ | $3,60^{+0,24}_{-0,22}$ | $3,69^{+0,30}_{-0,25}$ | $4,08^{+0,29}_{-0,27}$ | $4,05^{+0,25}_{-0,23}$ |
| γ_Σ | $-16,0^{+1,4}_{-1,6}$ | $-15,8^{+1,7}_{-2,8}$ | — | — |
| η_G | $0,336^{+0,049}_{-0,070}$ | $0,233^{+0,040}_{-0,053}$ | $-0,309^{+0,095}_{-0,144}$ | $-0,192^{+0,064}_{-0,109}$ |
| α_G | $2,91^{+0,40}_{-0,44}$ | $3,11^{+0,42}_{-0,53}$ | $0,390^{+0,65}_{-0,48}$ | $0,23^{+0,63}_{-0,47}$ |
| β_G | 10 (фикс.) | 10 (фикс.) | $13,9^{+7,8}_{-5,4}$ | $13,8^{+8,2}_{-5,6}$ |
| α_{q3} | $-0,226 \pm 0,027$ | $-0,226^{+0,029}_{-0,027}$ | $-0,212 \pm 0,027$ | $-0,209 \pm 0,027$ |
| β_{q3} | $2,43^{+0,11}_{-0,10}$ | $2,38^{+0,11}_{-0,10}$ | $2,44^{+0,11}_{-0,10}$ | $2,40^{+0,11}_{-0,10}$ |
| α_{q8} | $0,35^{+0,18}_{-0,44}$ | $0,45^{+0,13}_{-0,43}$ | $0,43^{+0,15}_{-0,16}$ | $0,383^{+0,080}_{-0,121}$ |
| β_{q8} | $3,36^{+0,60}_{-1,04}$ | $3,50^{+0,46}_{-0,98}$ | $3,54^{+0,55}_{-0,54}$ | $3,39^{+0,33}_{-0,39}$ |
| χ^2/ndf | 233/219 | 232/219 | 247/219 | 247/219 |

была разработана и применялась (оценка коррекций на Q^2 -эволюцию полуинклюзивных асимметрий) для нового метода КХД-анализа полуинклюзивных данных [50] (см. п. 4.2). Данная программа использует аналитическое решение уравнений ДГЛАП в пространстве моментов Меллина с последующим применением обратного преобразования Меллина для инверсии проэволюционированных моментов в x -пространство (см. п. 1.3). К достоинствам этой программы следует отнести высокую точность решения уравнений ДГЛАП, а также возможность проведения совместного анализа инклюзивных и полуинклюзивных данных.

Полученные при помощи двух программ результаты (табл. 1.3) находятся в отличном согласии друг с другом, что подтверждает правильность проведения анализа. Анализ ошибок проводился для каждого из параметров фитирования с использованием алгоритма MINOS из пакета MINUIT [51], что по сути равносильно использованию метода неопределенных множителей Лагранжа. В процессе выполнения анализа данных были исследованы два принципиально различных сценария: $\Delta G > 0$ и $\Delta G < 0$. Очень интересно то, что

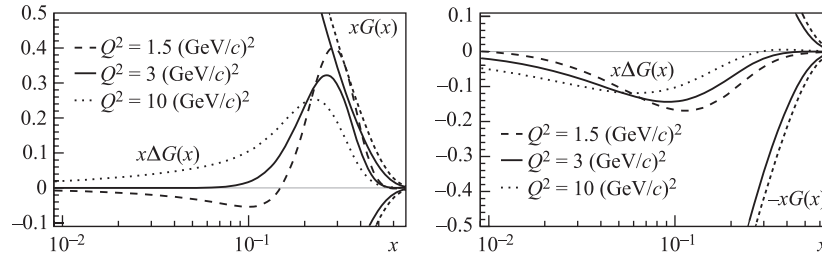


Рис. 1.6. Распределения $\Delta G(x)$, полученные из КХД-анализа данных COMPASS для двух сценариев: $\Delta G > 0$ (слева) и $\Delta G < 0$ (справа)

с учетом последних данных COMPASS впервые появилось указание на возможность реализации сценария с отрицательным* ΔG (который оказывается даже более предпочтительным, чем сценарий $\Delta G > 0$), в то время как во всех предыдущих результатах анализа (известных параметризациях) реализовался сценарий положительного ΔG .

Действительно, во-первых, несмотря на то, что в случае $\Delta G > 0$ значение χ^2/ndf (по всем мировым данным) оказалось немного меньше, сценарий $\Delta G < 0$ гораздо лучше описывает данные COMPASS в области малых x . Во-вторых, в случае $\Delta G > 0$ мы наблюдаем неожиданный и достаточно значительный скачок функции $g_{1d}^{\text{fit}}(Q^2 = 3 \text{ ГэВ}^2)$ при $x \simeq 0,25$. При этом форма распределения ΔG , диктуемая в первую очередь требованием, чтобы (в соответствии с новыми данными COMPASS) g_{1d} не принимала больших отрицательных значений в области малых x , также выглядит чересчур экзотично (рис. 1.6, слева). Мы видим, что, во-первых, при малых x распределение ΔG практически равно нулю, в то время как при больших x поляризованное распределение ΔG очень близко к неполяризованному распределению $G(x)$, что, конечно же, несколько странно (разность распределений G с параллельной и антипараллельной ориентациями спинов глюона и протона практически равна их сумме). В результате практически все распределение ΔG сосредотачивается в узкой области x вокруг максимума $x \simeq \alpha_G/(\alpha_G + \beta_G) \simeq 0,25$.

С другой стороны, в случае $\Delta G < 0$ (рис. 1.6, справа) все эти странности отсутствуют и поведение распределения ΔG становится гораздо более естественным: форма $\Delta G(x)$ становится более гладкой и нет стремления $\Delta G(x)$

*В недавно вышедшей работе [43] исследовалась также возможность реализации сценария со знакопеременным распределением $\Delta G(x)$. Однако, как было показано в этой работе, первый момент $\Delta_1 G$ не меняет знак в зависимости от Q^2 . Т.е. опять-таки можно говорить только о двух сценариях: $\Delta_1 G > 0$ и $\Delta_1 G < 0$.

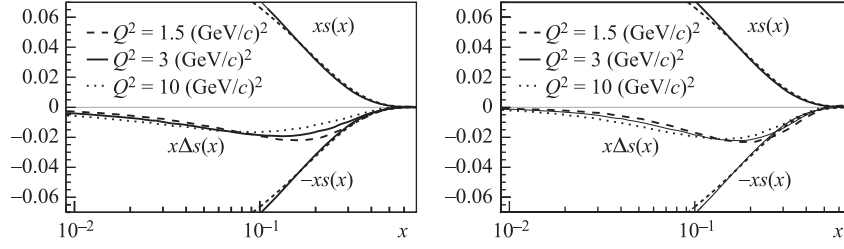


Рис. 1.7. Распределения $\Delta s(x)$, полученные из КХД-анализа данных COMPASS для двух сценариев: $\Delta G > 0$ (слева) и $\Delta G < 0$ (справа)

к $G(x)$ в области больших x . Вследствие этого данные COMPASS при малых x воспроизводятся гораздо лучше и g_{1d}^{fit} не имеет нефизических скачков. В то же время необходимо отметить, что даже с учетом последних данных COMPASS набранная к настоящему времени статистика недостаточна, чтобы с полной уверенностью отдать предпочтение сценарию $\Delta G < 0$. Однако есть основания полагать, что в ближайшее время ситуация прояснится, так как ожидается, что COMPASS наберет большое количество инклюзивных данных на протонной мишени (которая ранее отсутствовала), особенно в области малых x .

Конечно же, основными величинами, представляющими наибольший физический интерес, являются первые моменты, так как именно из них набирается спин нуклона. Полученные абсолютные значения моментов ΔG для обоих сценариев оказались порядка $|\eta_G| \simeq 0,2-0,3$. Что же касается синглетной комбинации кварковых моментов $\Delta_1 \Sigma \equiv a_0$ (аксиального заряда в схеме $\overline{\text{MS}}$), то мы имеем следующие результаты:

$$\Delta_1 \Sigma(Q^2 = 3 \text{ ГэВ}^2) = 0,27 \pm 0,01(\text{стат.}) (\Delta G > 0), \quad (1.133)$$

$$\Delta_1 \Sigma(Q^2 = 3 \text{ ГэВ}^2) = 0,32 \pm 0,01(\text{стат.}) (\Delta G < 0). \quad (1.134)$$

Представляет огромный интерес также возможность извлечения $\Delta s(x)$ при помощи

$$2\Delta s = \Delta s + \Delta \bar{s} = \frac{1}{3}(\Delta \Sigma - \Delta q_8). \quad (1.135)$$

Результаты представлены на рис. 1.7. Мы видим, что величина Δs получается отрицательной и в основном сконцентрирована в области больших x , близко к границе $-s(x)$, заданной условием положительности $|\Delta s| < s$. Заметим, что это условие через связь (1.135) оказывает существенное влияние на определение параметров величины Δq_8 , которые в противном случае были бы плохо определены.

Таблица 1.4. Вклады в интеграл $\Gamma_1^N(Q^2=3(\text{ГэВ}/c)^2) \equiv \Gamma_{1d}/(1-1,5\omega_d)$ от различных областей по x , рассчитанные при помощи различных параметризаций

| Область по x | Параметризация | | | |
|----------------|----------------|----------|----------------|----------------|
| | ВВ [41] | LSS [42] | $\Delta G > 0$ | $\Delta G < 0$ |
| [0,004; 0,7] | 0,0455 | 0,0469 | 0,0479 | 0,0508 |
| [0,7; 1] | 0,0014 | 0,0008 | 0,0011 | 0,0010 |
| [0; 0,004] | -0,0040 | -0,0029 | -0,0009 | 0,0004 |
| [0; 1] | 0,0430 | 0,0448 | 0,0481 | 0,0522 |

Проведя анализ мировых данных с включением новых данных COMPASS, мы теперь можем перейти к вычислению момента Γ_{1d} . Для вычисления интеграла в измеренной области проводилось эволюционирование $g_{1d}^{\text{exp}}(x_i, Q_i^2)$ к единому Q_0^2 по формуле (1.131). Для этого использовались результаты для двух сценариев ΔG , после чего коррекция усреднялась. Оценки от вкладов неизмеренной области по x проводились при помощи интегрирования параметризаций с последующим усреднением. Результаты вычисления вкладов от разных областей по x при помощи различных параметризаций приведены в табл. 1.4.

В результате было получено следующее значение полного момента структурной функции Γ_{1d} :

$$\Gamma_{1d}(3 \text{ ГэВ}^2) = 0,0457 \pm 0,00274(\text{стат.}) \pm 0,0027(\text{эвол.}) \pm 0,0046(\text{сист.}). \quad (1.136)$$

Систематическая ошибка эволюции оценивалась как разница в результатах фитирования, полученных в двух используемых программах. Как видно, эта ошибка значительно меньше систематической ошибки измерений, связанной в основном с ошибками определения поляризации пучка, мишени и фактора дилуции. Сравнение полученных результатов с результатами коллаборации SMC [8], где кинематика (в частности, доступный интервал по x) практически не отличается от кинематики COMPASS, показывает, что точность измерений COMPASS значительно превышает точность данных SMC. Важно также подчеркнуть, что проведенный КХД-анализ обладает тремя большими преимуществами по сравнению с соответствующим анализом SMC: во-первых, исследованы два принципиально различных сценария для ΔG ; во-вторых, возросла точность решения уравнения эволюции; в-третьих, две независимые программы, используемые в анализе, дают гораздо лучшее согласование результатов между собой, чем результаты двух программ, применяемых в КХД-анализе коллаборацией SMC (ошибка для эволюции в семь раз меньше).

Чрезвычайно важным новым результатом коллаборации COMPASS является наблюдение стремления к нулю структурной функции g_{1d} в области малых x (доступной для измерения). Такое поведение g_{1d} в настоящее время активно обсуждается, поскольку соответствует ряду теоретических предсказаний. Здесь уместно еще раз подчеркнуть достоинство (предпочтительность) сценария $\Delta G < 0$. Именно этот сценарий гораздо лучше описывает последние данные COMPASS в области малых x : в отличие от сценария $\Delta G > 0$ в случае $\Delta G < 0$ функция g_{1d}^{fit} близка к нулю в области малых x (см. рис. 1.5).

Полученное значение (1.136) момента структурной функции Γ_{1d} позволяет также извлечь такие важнейшие величины, как аксиальный заряд a_0 и первый момент поляризованной странности $\Delta_1 s$ напрямую, без использования процедуры фитирования. Уместно еще раз напомнить (см. также п. 1.1), что именно эти величины (вместе с ΔG) являются ключевыми в разрешении проблемы спинового кризиса. Здесь важно то, что существует такой класс схем вычитаний (см. п. 1.1), где в отличие от обычной $\overline{\text{MS}}$ -схемы аксиальный заряд $\Delta_1 \tilde{\Sigma}$ сохраняется, т. е. не зависит от Q^2 . По современным представлениям именно эта сохраняющаяся величина входит в правило сумм (1.79), определяющее спин нуклона. Однако мы не можем извлечь $\Delta_1 \tilde{\Sigma}$ напрямую, так как именно (и только) в схеме $\overline{\text{MS}}$ выражение для первого момента структурной функции не содержит ΔG . Поэтому мы извлекаем из данных $\Delta_1 \Sigma(Q^2) \equiv a_0(Q^2)$, в то время как величины $\Delta_1 \tilde{\Sigma}$ и $a_0(Q^2)$ связаны уравнением (1.64). Прямое извлечение $a_0(Q^2)$ из данных COMPASS в следующем за лидирующим порядке КХД с помощью формул (1.76) дает значение

$$a_0(3 \text{ ГэВ}^2) = 0,35 \pm 0,03(\text{стат.}) \pm 0,05(\text{сист.}). \quad (1.137)$$

Оно отлично совпадает с усредненным результатом глобального анализа (1.133), (1.134) (также полученным в схеме $\overline{\text{MS}}$ в следующем за лидирующим порядке):

$$\eta_{\Sigma}(3 \text{ ГэВ}^2) = 0,30 \pm 0,01(\text{стат.}) \pm 0,02(\text{эвол.}),$$

что подтверждает корректность проведенного анализа.

К настоящему времени величина C_1^S (см. уравнения (1.75)) вычислена вплоть до второго порядка КХД-разложения включительно [52] (C_1^{NS} известна вплоть до третьего порядка включительно — см. (1.34)):

$$C_1^S = 1 - \frac{\alpha_s}{\pi} - 1,096 \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2. \quad (1.138)$$

Это дает нам возможность извлечь аксиальный заряд $\Delta_1 \Sigma \equiv a_0$:

$$a_0(3 \text{ ГэВ}^2) = 0,37 \pm 0,031(\text{стат.}) \pm 0,060(\text{сист.}) \quad (1.139)$$

и первый момент поляризованной странности

$$(\Delta_1 s + \Delta_1 \bar{s})(3 \text{ ГэВ}^2) = \frac{1}{3}(a_0 - a_8) = -0,072 \pm 0,013(\text{стат.}) \pm 0,022(\text{сист.}) \quad (1.140)$$

во втором порядке КХД-разложения.

Наряду с $\Delta_1 \tilde{\Sigma}$ большой интерес вызывает еще одна сохраняющаяся величина:

$$\hat{a}_0 = \exp \left(- \int^{a_s(Q^2)} da'_s \frac{\gamma^s(a'_s)}{\beta(a'_s)} \right) a_0(Q^2).$$

Действительно, общее решение уравнения эволюции

$$\frac{da_0}{dt} = \gamma(\alpha_s) a_0 = \left(\gamma_2 \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right)^2 + \gamma_3 \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right)^3 + \dots \right) a_0 \quad \left(t \equiv \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} \right), \quad (1.141)$$

$$\gamma_2 = -8N_f, \quad \gamma_3 = \frac{4}{3}N_f \left(\frac{4}{3}N_f - 118 \right) \quad (1.142)$$

имеет вид

$$a_0(t) = a_0(t_0) \exp \left\{ \int_{\alpha_s(t_0)/4\pi}^{\alpha_s(t)/4\pi} dx \frac{\gamma(x)}{\beta(x)} \right\}, \quad (1.143)$$

$$\equiv a_0(t_0) \exp \left\{ - \int_{\alpha_s(t_0)/4\pi}^{\alpha_s(t)/4\pi} dx \frac{\sum_{k=2}^{\infty} \gamma_k x^k}{\sum_{k=2}^{\infty} \beta_{k-2} x^k} \right\}, \quad (1.144)$$

где

$$\beta \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right) \equiv \frac{d}{dt} \frac{\alpha_s}{4\pi} = - \sum_{k=2}^{\infty} \beta_{k-2} \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right)^k, \quad (1.145)$$

$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}N_f, \quad \beta_1 = 102 - \frac{38}{3}N_f, \quad \beta_2 = \frac{2857}{2} - \frac{5033}{18}N_f + \frac{325}{54}N_f^2.$$

Таким образом,

$$a_0(t) \exp \left\{ - \int^{\alpha_s(t)/4\pi} dx \frac{\gamma(x)}{\beta(x)} \right\} = a_0(t_0) \exp \left\{ - \int^{\alpha_s(t_0)/4\pi} dx \frac{\gamma(x)}{\beta(x)} \right\}, \quad (1.146)$$

так что величина \hat{a}_0 , определяемая как

$$\hat{a}_0 \equiv a_0(t) \exp \left\{ - \int^{\alpha_s(t)/4\pi} dx \frac{\gamma(x)}{\beta(x)} \right\} \equiv a_0(t) \exp \{F[\alpha_s/4\pi]\}, \quad (1.147)$$

не зависит от $t \equiv \log Q^2/\Lambda^2$.

Вычисляя величину F , входящую в (1.147), легко получить в следующем за лидирующим порядке

$$F[\alpha_s(t)/4\pi] \Big|_{\text{NLO}} = \frac{\gamma_2}{\beta_0} \frac{\alpha_s(t)}{4\pi}, \quad \frac{d\hat{a}_0|_{\text{NLO}}}{dt} = \mathcal{O}(\alpha_s^3), \quad (1.148)$$

а в следующем за ним порядке

$$F[\alpha_s(t)/4\pi] \Big|_{\text{NNLO}} = \frac{\gamma_3}{\beta_1} \frac{\alpha_s(t)}{4\pi} + \frac{1}{\beta_1^2} (\beta_1 \gamma_2 - \beta_0 \gamma_3) \ln \left(1 + \frac{\beta_1}{\beta_0} \frac{\alpha_s(t)}{4\pi} \right), \quad (1.149)$$

$$\frac{d\hat{a}_0|_{\text{NNLO}}}{dt} = \mathcal{O}(\alpha_s^4).$$

Легко видеть, что величина \hat{a}_0 , определенная в (1.147), является синглетным аксиальным зарядом $a_0(Q^2)$ в пределе $Q^2 \rightarrow \infty$:

$$\hat{a}_0 = \lim_{Q^2 \rightarrow \infty} a_0(Q^2). \quad (1.150)$$

Действительно, (1.146) выполняется при любом начальном масштабе $t_0 \equiv \ln Q_0^2/\Lambda^2$. Выбирая $Q_0^2 \rightarrow \infty$ в правой части (1.146), имеем:

$$a_0(\infty) = a_0(t) \exp \left\{ - \int^{\alpha_s(t)/4\pi} dx \frac{\gamma(x)}{\beta(x)} \right\}, \quad (1.151)$$

и, таким образом, $a_0(\infty)$ совпадает с \hat{a}_0 .

Приближенные значения \hat{a}_0 задаются уравнением

$$\hat{a}_0 = a_0(\infty) \simeq a_0(Q^2) \exp \{F|_{\text{NNLO}}\} + \mathcal{O}(\alpha_s^3) \simeq a_0(Q^2) \exp \{F|_{\text{NLO}}\} + \mathcal{O}(\alpha_s^2), \quad (1.152)$$

где $F|_{\text{NLO}}$ и $F|_{\text{NNLO}}$ определяются соответственно уравнениями (1.148) и (1.149).

Подставляя в (1.64) разложение

$$\Delta\Gamma = \Delta\Gamma^{(0)} + \frac{\alpha_s}{4\pi} \Delta\Gamma^{(1)} + \dots, \quad (1.153)$$

где $\Delta\Gamma$ определяется (1.65), и переходя к пределу $Q^2 \rightarrow \infty$, получаем связь между $\Delta_1\tilde{\Sigma}$ и \hat{a}_0 :

$$\Delta_1\tilde{\Sigma} = \hat{a}_0 + 2N_f\Delta\Gamma^{(0)}. \quad (1.154)$$

Таким образом, константы $\Delta_1\tilde{\Sigma}$ и \hat{a}_0 отличаются только глюонным вкладом, выживающим в пределе $Q^2 \rightarrow \infty$ (в этом пределе Δ_1G ведет себя как $1/\alpha_s$).

Теперь мы можем переписать выражения (1.76) для $\Gamma_1^{p,n}$ в терминах \hat{a}_0 . Для этого подставляем (см. (1.147), (1.148))

$$a_0(Q^2) = \hat{a}_0 \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} \frac{2N_f}{\beta_0} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right) \quad (1.155)$$

в первую строку (1.76) и в итоге получаем выражение для моментов структурных функций протона и нейтрона в следующем за лидирующим порядке КХД:

$$\begin{aligned} \Gamma_1^{p,n}(Q^2) = & \left(1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right) \left(\pm \frac{1}{12}a_3 + \frac{1}{36}a_8 \right) + \\ & + \frac{1}{9}\hat{a}_0 \left[1 - \frac{\alpha_s}{\pi} \left(1 - \frac{2N_f}{\beta_0} \right) \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2). \end{aligned} \quad (1.156)$$

Для $N_f = 3$ коэффициент $\beta_0 = 9$, так что (1.156) переписывается в виде

$$\begin{aligned} \Gamma_1^{p,n}(Q^2) = & \left(1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right) \left(\pm \frac{1}{12}a_3 + \frac{1}{36}a_8 \right) + \\ & + \frac{1}{9}\hat{a}_0 \left[1 - 0,33333 \frac{\alpha_s}{\pi} \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2). \end{aligned} \quad (1.157)$$

К настоящему времени коэффициент при \hat{a}_0 в выражении для момента структурной функции удалось вычислить [53] в третьем порядке КХД-разложения:

$$\begin{aligned} \Gamma_1^{p,n}(Q^2) = & \left(1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} - 3,5833 \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right)^2 - 20,2153 \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right)^3 \right) \times \\ & \times \left(\pm \frac{1}{12}a_3 + \frac{1}{36}a_8 \right) + \\ & + \frac{1}{9}\hat{a}_0 \left[1 - 0,33333 \frac{\alpha_s}{\pi} - 0,54959 \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 - 4,44725 \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^3 \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^4). \end{aligned} \quad (1.158)$$

Этот замечательный результат позволяет извлечь величину \hat{a}_0 из данных по Γ_{1d} с более высокой точностью, чем сам аксиальный заряд $a_0(Q^2)$, который в настоящее время возможно извлечь только во втором порядке

(см. (1.138)). Таким образом, величина \hat{a}_0 на сегодня является наиболее точно извлекаемым синглетным объектом из данных по инклюзивному ГНР. Соответствующий анализ последних данных COMPASS дает

$$\hat{a}_0 = 0,33 \pm 0,03(\text{стат.}) \pm 0,05(\text{сист.}). \quad (1.159)$$

Используя полученное значение \hat{a}_0 и правило сумм для a_8 (1.38), также можно получить первый момент поляризованной странности в пределе $Q^2 \rightarrow \infty$:

$$(\Delta_1 s + \Delta_1 \bar{s})_{Q^2 \rightarrow \infty} = \frac{1}{3}(\hat{a}_0 - a_8) = -0,08 \pm 0,01(\text{стат.}) \pm 0,02(\text{сист.}). \quad (1.160)$$

Этот результат является наиболее точным к настоящему времени, поскольку здесь использованы наиболее точные последние данные COMPASS, а извлечение проводилось в максимально доступном на сегодня третьем порядке КХД-разложения.

Таким образом, новейшие данные коллаборации COMPASS оказали существенное влияние на результаты анализа мировых данных. Так, например, очень интересным является указание на возможность сценария, в котором $\Delta G < 0$, что не встречалось ранее ни в одном анализе мировых инклюзивных данных. Реализация такого сценария стала возможной из-за очень точного определения коллаборацией COMPASS структурной функции в области малых $x < 0,01$ (которая до этого была исследована только коллаборацией SMC), которое показало, что структурная функция в этой области лежит близко к нулю. Кроме того, большим успехом стало существенное увеличение точности вычислений в КХД-анализе данных и, как следствие, значительное уменьшение связанной с ней систематической ошибки для величины Γ_{1d} . Проведенный анализ позволил также с высокой точностью определить синглетный вклад в спин протона. В будущем ожидается, что коллаборация COMPASS проведет набор данных на протонной мишени, что позволит значительно уточнить данные по g_{1p} в области малых x и, как следствие, более точно провести проверку правила сумм Бёркена, а также более точно извлечь величины a_0 и Δs .

2. ПОЛУИНКЛЮЗИВНЫЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫЕ ПРОЦЕССЫ ГЛУБОКОНЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ И СТАНДАРТНЫЕ МЕТОДЫ ИХ КХД-АНАЛИЗА

Как уже отмечалось, процессы поляризованного ГНР позволяют решать одну из главных составляющих спиновой проблемы нуклона: находить вклады в спин нуклона от поляризованных кварковых и глюонных плотностей (см. правило сумм (1.79)). В то же время важнейшей задачей является определение валентных Δq_V и морских $\Delta \bar{q}$ поляризованных кварковых распределений

по отдельности, а также определение поляризованной странности в нуклоне. Обычно исследуемые процессы инклюзивного ГНР с мюонным или электронным (позитронным) пучком не могут помочь нам в решении этой задачи, так как сечения (структурные функции) этих процессов содержат только суммы $\Delta q + \Delta \bar{q}$ ($\Delta q = \Delta q_V + \Delta \bar{q}$). Кроме того, анализ чисто инклюзивных данных не позволяет извлекать поляризованную странность в нуклоне напрямую, без (выполняющегося с плохой точностью) $SU_f(3)$ правила сумм (1.40) — см. п. 1.1. В случае неполяризованных процессов ГНР такая задача решалась с использованием нейтринного пучка вместо мюонного. В силу того, что в этом случае происходит обмен W^\pm - или Z^0 -бозонами (т. е. мы имеем существенно отличающиеся структуры лептонного тензора), обеспечиваются дополнительные уравнения, содержащие вместо комбинаций $q + \bar{q}$ комбинации $q - \bar{q}$, что позволило полностью разделить валентные и морские распределения. Кроме того, комбинация неполяризованных нейтринных инклюзивных данных с обычными электронными и мюонными неполяризованными инклюзивными данными позволяла находить неполяризованную странность в нуклоне. Однако постановка нейтринных экспериментов в поляризованном случае требует создания специальной нейтринной фабрики или же сверхплотной поляризованной мишени, что в настоящее время не представляется возможным.

Таким образом, на сегодня основным процессом, который может помочь нам решить важнейшую задачу разделения валентных и морских поляризованных распределений, является процесс полуинклюзивного ГНР (ПГНР) $\vec{l} + \vec{N} \rightarrow l' + h + X$, т. е. процесс ГНР, где помимо рассеянного лептона регистрируется один из адронов в конечном состоянии. В таких процессах информация об аромате взаимодействующего кварка переносится в регистрируемый адрон, и этот процесс описывается функциями фрагментации $D_q^h(z)$, имеющими смысл вероятности кварку аромата q фрагментировать в адрон h с данным значением $z = E_h/E_\gamma$ (лаб. сист.).

Функции фрагментации (ФФ) интенсивно изучались в процессах e^+e^- -аннигиляции в адроны. Замечательное свойство функций фрагментации — их универсальность — позволяет нам использовать одни и те же ФФ как в процессах электрон-позитронной аннигиляции, так и в процессах ПГНР.

2.1. Теоретические основы описания процессов полуинклюзивного ГНР. Как уже отмечалось, в ПГНР-процессах в дополнение к рассеянному лептону регистрируется также адрон h в конечном состоянии (см. рис. 2.1), т. е. схема процесса выглядит как

$$l + N \rightarrow l' + h + X,$$

где X — нерегистрируемый остаток.

Так как мы регистрируем дополнительную частицу, для ее описания используется дополнительная кинематическая переменная (см. также табл. 1.1):

$$z_h = \frac{Pp_h}{Pq} = \frac{E_h}{E_\gamma} (\text{лаб. сист.}), \quad (2.1)$$

называемая также адронной переменной.

Таким образом, обычное инклюзивное сечение ГНР процесса модифицируется к виду

$$\frac{d^3\sigma_{N\uparrow\downarrow}^h}{dxdydz} - \frac{d^3\sigma_{N\uparrow\uparrow}^h}{dxdydz} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^2} (2-y) g_{1N}^h(x, z, Q^2), \quad (2.2)$$

$$\frac{d^3\sigma_N^h}{dxdydz} = \frac{2\pi\alpha^2}{Q^2} \frac{1 + (1-y)^2}{y} 2F_{1N}^h(x, z, Q^2), \quad (2.3)$$

где полуинклюзивная поляризованная структурная функция в лидирующем порядке имеет вид

$$g_{1N}^h(x, Q^2, z_h) = \frac{1}{2} \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 \Delta q_f(x, q^2) D_f^h(z, Q^2). \quad (2.4)$$

Как видно (ср. с (1.21)), в этом выражении появились новые объекты — функции фрагментации D_f^h партона сорта f в адрон сорта h . За счет того, что коэффициенты (ФФ) при $\Delta q = \Delta q_V + \Delta \bar{q}$ и $\Delta \bar{q}$ разные, ПГНР, в отличие от чисто инклюзивного ГНР, позволяет разделить валентные $\Delta q_V = \Delta q - \Delta \bar{q}$ и морские $\Delta \bar{q}$ поляризованные кварковые распределения. В лидирующем порядке КХД это обычно делается решением системы линейных уравнений, в которые входят измеренные ПГНР-асимметрии различного типа и на различных мишенях. Обычно изучаемые полуинклюзивные асимметрии записываются в виде (ср. с (1.93))

$$A_n^h(x, Q^2; z_h) = \frac{1}{P_B P_T f} \frac{\sigma_{\uparrow\downarrow}^h - \sigma_{\uparrow\uparrow}^h}{\sigma_{\uparrow\downarrow}^h + \sigma_{\uparrow\uparrow}^h} = \frac{1}{P_B P_T f} \frac{n_{\uparrow\downarrow}^h - n_{\uparrow\uparrow}^h}{n_{\uparrow\downarrow}^h + n_{\uparrow\uparrow}^h} = \frac{1}{P_B P_T f D} \frac{g_{1N}^h}{F_{1N}^h}, \quad (2.5)$$

где $n_{\uparrow\downarrow(\uparrow\uparrow)}^h = dN_{\uparrow\downarrow(\uparrow\uparrow)}^h/dz$ — проинтегрированная по времени скорость счета, т. е. $n_{\uparrow\downarrow(\uparrow\uparrow)}^h dz$ представляет собой число адронов, зарегистрированных при данном x с долей импульса z_h и с соответствующей взаимной (параллельной или антипараллельной) поляризацией лептонного пучка и нуклонной мишени; P_B и P_T — соответственно поляризации пучка и мишени; f — показатель

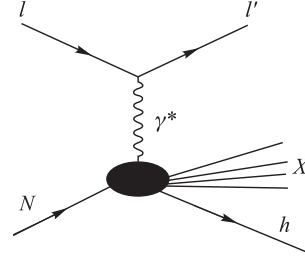


Рис. 2.1. Схематическое изображение полуинклюзивного процесса ГНР

диллюции; D — фактор деполяризации. Например, коллаборация HERMES получила данные по инклюзивным и полуинклюзивным асимметриям [22, 54] $A_{p,d}, A_{p,d}^{\pm}, A_d^{K^{\pm}}$, которые в принципе позволяют решить систему уравнений по отношению к $\Delta u, \Delta \bar{u}, \Delta d, \Delta \bar{d}, \Delta s = \Delta \bar{s}$, так как они входят в структурные функции $g_{1N}, g_{1N}^{\pm}, g_{1N}^{K^{\pm}}$ с различными коэффициентами. Например,

$$18g_{1p}^{\pi^+} = 4\Delta u D_u^{\pi^+} + \Delta d D_d^{\pi^+} + 4\Delta \bar{u} D_{\bar{u}}^{\pi^+} + \Delta \bar{d} D_{\bar{d}}^{\pi^+} + \Delta s D_s^{\pi^+} + \Delta \bar{s} D_{\bar{s}}^{\pi^+}, \quad (2.6)$$

$$18g_{1p}^{K^+} = 4\Delta u D_u^{K^+} + \Delta d D_d^{K^+} + 4\Delta \bar{u} D_{\bar{u}}^{K^+} + \Delta \bar{d} D_{\bar{d}}^{K^+} + \Delta s D_s^{K^+} + \Delta \bar{s} D_{\bar{s}}^{K^+}. \quad (2.7)$$

Таким образом, чтобы извлечь поляризованные кварковые распределения из полуинклюзивных асимметрий типа (2.5), необходимо знать не только (достаточно хорошо известные) неполяризованные кварковые распределения, но и функции фрагментации. Особенности извлечения функций фрагментации будут обсуждаться далее. Здесь мы лишь отметим, что в то время как пионные ФФ достаточно хорошо известны, ФФ типа $D_q^{K^{\pm}}$ и D_g^h известны к настоящему времени плохо. Вот почему крайне желательно избегать их применения, где только это возможно. Более подробно этот вопрос будет обсуждаться в п. 3.1.

К сожалению, несмотря на простоту и удобство использования выражений (2.4) для g_1^h в лидирующем порядке, хорошо известно, что при сравнительно небольших Q^2 , достижимых в современных экспериментах по ГНР, необходимо проводить анализ в следующем за лидирующим порядке КХД. В то же время выражения для полуинклюзивной структурной функции в следующем за лидирующим порядке

$$2g_{1p}^h = \sum_{q,\bar{q}} e_q^2 \Delta q \left[1 \otimes \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta C_{qq} \otimes \right] D_q^h + \left(\sum_{q,\bar{q}} e_q^2 \Delta q \right) \otimes \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta C_{gq} \otimes D_g^h + \\ + \Delta g \otimes \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta C_{qg} \otimes \left(\sum_{q,\bar{q}} e_q^2 D_q^h \right), \quad (2.8)$$

где $\Delta C_{qq,qq,gg}$ — коэффициенты Вильсона для поляризованных полуинклюзивных процессов (см. приложение Г), из-за наличия двойных сверток

$$[\Delta q \otimes \Delta C \otimes D](x, z) \equiv \iint_{\mathcal{D}} \frac{dx'}{x'} \frac{dz'}{z'} \Delta q \left(\frac{x}{x'} \right) \Delta C(x', z') D \left(\frac{z}{z'} \right) \quad (2.9)$$

выглядят существенно сложнее, чем соответствующие выражения (2.4) в лидирующем порядке.

Необходимо отметить, что использование стандартной адронной переменной $z_h = E_h/E_\gamma$ (лаб. сист.) приводит к сингулярности в выражениях для

структурных функций и асимметрий в пределе $z_h \rightarrow 0$. Чтобы избежать этой проблемы, была введена новая адронная переменная [55]

$$z = \frac{E_h}{E_N(1-x)} \quad (\text{с. ц. м. нуклона } N \text{ и виртуального фотона}). \quad (2.10)$$

Новая адронная переменная используется также при описании процессов фрагментации в области фрагментации мишени. Для этого вводятся [56] новые (в принципе измеримые) величины, так называемые фрагментационно-структурные* функции (ФСФ), которые определяются как

$$\sigma_{\text{targ}}(z, Q) = \int_0^{1-z} \frac{dx}{x} M_{N,h}(z, x, Q) \sigma_{\text{hard}}(x, Q). \quad (2.11)$$

В таком формализме полная фрагментация мишени в адроны описывается в терминах одной функции $M_{N,h}$ без разделения нуклона мишени N на активный партон и пассивные партон-спектаторы. Однако, хотя включение в анализ ФСФ очень важно, к сожалению, качество существующих на сегодня полуинклюзивных данных не позволяет их извлечь. Кроме того, при использовании переменной z (2.10) область интегрирования \mathcal{D} в двойной конволюции (2.9) имеет очень сложную форму:

$$\frac{x}{x + (1-x)z} \leq x' \leq 1, \quad z \leq z' \leq 1,$$

если $x + (1-x)z \geq 1$, а также

$$x \leq x' \leq x/(x + (1-x)z), \quad x(1-x')/(x'(1-x)) \leq z' \leq 1, \quad (2.12)$$

если $x + (1-x)z \leq 1$. Поэтому обычная практика заключается в уходе от области фрагментации мишени путем введения кинематического ката $Z < z_h \leq 1$. Такой подход применялся коллаборациями SMC [10] и HERMES [22, 54], где использовалось значение $Z = 0,2$. Введение такого ката позволяет использовать стандартную адронную переменную z_h (2.1), и область интегрирования \mathcal{D} в (2.9) принимает замечательно простой вид:

$$x < x' < 1, \quad Z < z' < 1, \quad (2.13)$$

т. е. вклады x и z факторизуются. Последнее обстоятельство очень важно для нас, и мы будем существенно его использовать при построении нового метода КХД-анализа в следующем за лидирующим порядке (см. п. 3.1).

* Авторы пионерской работы [56] по ФСФ ввели для них определение «fracture functions», что происходит от сокращения термина «fragmentation-structure functions».

Извлечение функций фрагментации из экспериментальных данных. Как мы видели (см. (2.4), (2.5)), для извлечения поляризованных кварковых распределений из данных по ПГНР нам необходимо знание функций фрагментации. В рамках этого пункта мы рассмотрим извлечение функций фрагментации как из процессов e^+e^- -аннигиляции, так и из процессов неполяризованного ПГНР.

В настоящее время считается, что ФФ не зависят от поляризации фрагментирующих партонов. Вот почему для их извлечения можно использовать, например, процессы неполяризованного ПГНР. Более того, считается (и пока нет экспериментальных указаний на обратное), что ФФ обладают замечательным свойством процессонезависимости (process independence), что дает нам возможность извлекать их, например, из процессов e^+e^- -аннигиляции в адроны и использовать затем в процессах ПГНР.

Процессы инклюзивного одночастичного рождения адронов в электрон-позитронной аннигиляции

$$e^+e^- \rightarrow \gamma(Z^0) \rightarrow h + X, \quad (2.14)$$

где h либо адрон определенного сорта (π , K , p), либо (в случае невозможности идентифицировать сорт адрона) адрон с определенным зарядом (h^+ или h^-), были исследованы в широком диапазоне энергий во многих экспериментах на e^+e^- -коллайдерах. Такие процессы имеют большое преимущество при изучении процессов адронизации, а именно «чистое» начальное состояние, где мы имеем дело с лептонами, позволяющее проводить пертурбативные вычисления. Функции фрагментации в процессах e^+e^- -аннигиляции являются аналогом неполяризованных партонных распределений в процессах ГНР. Оба этих объекта вводятся для того, чтобы хотя бы феноменологически решить проблему нашего незнания КХД связанных состояний. Как и партонные распределения, ФФ $D_q^h(z_h)$ имеют вероятностный смысл только в наивной партонной модели и в лидирующем порядке КХД-разложения. Остановимся на этом более подробно. Предполагается [57], что адронизация происходит на одном родительском кварке аромата q , который, двигаясь прочь от других кварков с большим импульсом P_q , фрагментирует в каскад адронов, причем все они имеют очень малые поперечные к P_q компоненты импульса. Тогда величина $D_q^h(z_h)dz_h$ определяет число адронов типа h с долей импульса z_h от импульса родительского кварка P_q (т.е. с продольной компонентой импульса, равной $z_h P_q$) [57]. Отсюда немедленно следует чрезвычайно важное нормировочное условие

$$\sum_h \int_0^1 [dz_h D_q^h(z_h)] [z_h P_q] = P_q,$$

или

$$\sum_h \int_0^1 dz_h z_h D_q^h(z_h) = 1. \quad (2.15)$$

Переменная z_h имеет одинаковый (вышеописанный) смысл во всех глубоко-неупругих процессах, но разные инвариантные формы записи через кинематические переменные различных процессов. Например, в процессах ПГНР переменная z_h определяется выражением (2.1), в то время как в процессах e^+e^- -аннигиляции (часто обозначается x или x_E [58])

$$z_h = \frac{2p_h \cdot q}{Q^2} \quad (Q^2 = q^2), \quad (2.16)$$

где q — четырехимпульс виртуального гамма-кванта (или Z_0 -бозона). Другое важнейшее нормировочное условие немедленно следует из вероятностной интерпретации ФФ:

$$\sum_q \int_{z_{\min}}^1 dz_h [D_q^h + D_{\bar{q}}^h] dz_h = n_h, \quad (2.17)$$

где $z_{\min} = 2m_h/Q$ соответствует пороговой энергии рождения адрона с массой m_h , а n_h — средняя множественность адронов вида h . Оба условия (2.15) и (2.17) имеют силу как в процессах e^+e^- -аннигиляции, так и в процессах полунклюзивного ГНР. Они могут (и должны) быть использованы при оценке достоверности построенных параметризаций для ФФ. Здесь уместно еще раз подчеркнуть, что оба условия (2.15) и (2.17) строго выполняются только на уровне кварк-партонной модели и лидирующего порядка КХД (улучшенная кварк-партонная модель). Однако, даже работая в следующем за лидирующим порядке КХД, следует помнить, что отклонения от условий (2.15) и (2.17) должны быть незначительными.

Процессы e^+e^- -аннигиляции (2.14) на сегодня являются основным источником данных по функциям фрагментации. Сечение этого процесса в лидирующем порядке имеет следующий простой вид:

$$\frac{d\sigma^h(e^+e^- \rightarrow hX)}{dz_h} = \sum_q \sigma(e^+e^- \rightarrow \bar{q}q) [D_q^h(z_h, Q^2) + D_{\bar{q}}^h(z_h, Q^2)]. \quad (2.18)$$

В следующем за лидирующим порядке выражения для сечения (2.18) выглядят существенно сложнее из-за интегральных сверток (конволюций) вместо простых алгебраических произведений (см. детальное обсуждение в обзоре [58]). Из структуры выражения (2.18) видно, что напрямую из процессов e^+e^- -аннигиляции можно извлекать не отдельные функции фрагментации кварка в адрон D_q^h , а только сумму функций фрагментации для кварка

и антикварка $D_q^h + D_{\bar{q}}^h$. В то же время в эксперименте измеряются сечения e^+e^- -аннигиляции не в один адрон $d\sigma^h$, а в адрон-антиадронную пару $d\sigma^{h+\bar{h}}$. Однако в силу симметрии зарядового сопряжения (C -симметрии) $d\sigma^h = d\sigma^{\bar{h}}$, так что $d\sigma^{h+\bar{h}} = 2d\sigma^h = 2d\sigma^{\bar{h}}$. Кроме того, C -симметрия связывает функции фрагментации как $D_{\bar{q}}^h \stackrel{C}{=} D_q^h$, вследствие чего (2.18) переписывается в виде

$$d\sigma^{h+\bar{h}} = 2d\sigma^h = 2 \sum_q \sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})(D_q^h + D_{\bar{q}}^h) = 2 \sum_q \sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})(D_q^{h+\bar{h}}), \quad (2.19)$$

где использовано стандартное обозначение

$$D_q^{h+\bar{h}} \equiv D_q^h + D_{\bar{q}}^h \stackrel{C}{=} D_q^h + D_{\bar{q}}^h. \quad (2.20)$$

Кроме зарядовой симметрии, для уменьшения количества неизвестных функций фрагментации используют также $SU_f(2)$ - и $SU_f(3)$ -симметрии, которые дают следующие соотношения:

$$D_u^{\pi^+\pi^-} \stackrel{SU_f(2)}{=} D_d^{\pi^+\pi^-}, \quad D_s^{K^+K^-} \stackrel{SU_f(3)}{=} D_u^{K^+K^-}.$$

Однако, так как масса s -кварка значительно больше массы u - и d -кварков, $SU_f(3)$ -симметрия и соответствующая ей связь функций фрагментации выполняются с плохой точностью, и в последних результатах по извлечению ФФ ее не используют. Ниже мы подробнее остановимся на этом.

Схема извлечения ФФ из данных по e^+e^- -аннигиляции совершенно аналогична описанной в п. 1.3 схеме извлечения поляризованных кварковых распределений из данных по ГНР. А именно, на первом шаге функции фрагментации параметризуются при выбранном начальном значении Q_0^2 , которое варьируется в зависимости от особенностей анализа. Обычно функциональный вид функций фрагментации выбирается в виде

$$D_f^h(z, Q_0^2) = N z^\alpha (1-z)^\beta. \quad (2.21)$$

Использование некоторых физических предположений о функциях фрагментации (см. ниже) позволяет сократить количество неизвестных параметров. Затем функция χ^2 (индекс i нумерует измеренные точки)

$$\chi^2 = \sum_i \left(\frac{\sigma_{\text{exp}}(z_i, Q_i^2) - \sigma_{\text{th}}(z_i, Q_i^2)}{\delta(\sigma_{\text{exp}})} \right)^2 \quad (2.22)$$

минимизируется с целью нахождения оптимальных значений параметров N , α и β . Опять-таки используется стандартный пакет программ MINUIT [51].

Как и в случае анализа чисто инклюзивных ГНР-процессов, на каждом шаге минимизации χ^2 (процедура минимизации итерационная) необходимо

эволюционировать $\Phi\Phi$ от начального значения Q_0^2 к значению Q_i^2 , при котором было произведено измерение. При этом техника вычислений несколько отличается от соответствующей техники, применяемой к ГНР-процессам, что вызвано необходимостью учета фрагментации тяжелых кварков c и b из-за гораздо более высоких энергий сталкивающихся частиц. Суть модификации состоит в том, что функции фрагментации для тяжелых кварковых ароматов «включаются» выше порогов по Q^2 [59, 60]

$$Q^2 \geq 4m_c^2, \quad Q^2 \geq 4m_b^2, \quad (2.23)$$

где $m_{c,b}$ — массы c - и b -кварков соответственно. При этом, как только выполняется первое из неравенств (2.23), в систему эволюционных уравнений для $\Phi\Phi$ добавляется D_c^h , а как только выполняется второе из неравенств, добавляется еще и D_b^h . Такой подход подразумевает [61], что все зарегистрированные адроны получились в результате только сильных взаимодействий. Однако, как известно, в наборе детектированных π - и K -мезонов всегда имеется (незначительная) примесь мезонов, образовавшихся от слабых распадов, в основном тяжелых D - и B -мезонов. Таким образом, строго говоря, применение при анализе только эволюционных уравнений КХД является не совсем корректным. Однако практика показывает, что поправками на слабые распады можно пренебречь [60, 61].

Помимо упомянутой выше проблемы нахождения функций фрагментации кварка и антикварка по отдельности существует также проблема разделения кварковых ароматов, т. е. нахождения функций фрагментации u -, d -, s -, а также c - и b -кварков по отдельности. К сожалению, на сегодня обе эти проблемы не могут быть решены без введения некоторых дополнительных модельных предположений. Например, для выделения вкладов от тяжелых b - и c -кварков используется техника так называемых меток времени жизни (lifetime tag) [62], которая с применением некоторых модельных предположений (в частности, существенно используется струнная модель фрагментации) позволяет определить, что данный набор адронов получился от b -кварка, c -кварка или же от одного из (без идентификации, от какого именно) легких кварков u, d, s . Такие наборы данных называются обогащенными (b, c enriched samples). К сожалению, эта техника не позволяет разделить легкие ароматы u, d, s . Существует несколько методов решения этой задачи. Например, коллаборация OPAL [63], используя специальные предположения, извлекала из данных не сечения (суммы по всем кварковым ароматам), а так называемые меченые вероятности (tagging probabilities)

$$\eta_q^h(z_h^0) = \int_{z_h^0}^1 dz_h \frac{d\sigma_q^h(z_h)/dz_h}{\sigma_q} \quad (2.24)$$

для каждого кваркового аромата по отдельности. Очевидно (см. (2.18), (2.19)), что в лидирующем порядке КХД эта величина просто пропорциональна интегралу от суммы функций фрагментации $D_q^{h+\bar{h}}(z_h)$ данного кваркового аромата q , т. е. по сути дела коллаборации OPAL удалось извлечь в лидирующем порядке проинтегрированные ФФ для каждого кваркового аромата по отдельности. Однако в следующем за лидирующим порядке такой простой связи между ФФ и η_q^h нет. Тем не менее, используя извлеченные коллаборацией OPAL величины η_q^h , группе АКК [64] удалось извлечь в следующем за лидирующим порядке функции фрагментации u -, d - и s -кварков по отдельности.

Как уже отмечалось, на практике в применении к анализу данных по ПГНР разделения ФФ по ароматам недостаточно, необходимо знать также вклады кварка и антикварка в сумму (2.20) по отдельности. Эта задача решалась в работах [60], а также (см. п. 2.3) в [65–67]. Решение задачи нахождения ФФ для каждого кварка (антикварка) по отдельности существенно облегчает использование различных симметрий, таких как C -, $SU_f(2)$ - и $SU_f(3)$ -симметрии. Так, учитывая кварковый состав π^+ ($u\bar{d}$) и π^- ($\bar{u}d$) и используя C - и $SU_f(2)$ -симметрии, легко находим следующие соотношения для пионных ФФ:

$$D_1 = D_u^{\pi^+} \stackrel{SU(2)}{=} D_d^{\pi^-} \stackrel{C}{=} D_d^{\pi^+} \stackrel{SU(2)}{=} D_u^{\pi^-}, \quad (2.25)$$

$$D_2 = D_{\bar{u}}^{\pi^+} \stackrel{SU(2)}{=} D_{\bar{d}}^{\pi^-} \stackrel{C}{=} D_d^{\pi^+} \stackrel{SU(2)}{=} D_u^{\pi^-}. \quad (2.26)$$

Очевидно, что процесс фрагментации кварков (антикварков) в адроны, которые сами содержат эти кварки (антикварки) в валентном состоянии, доминирует над процессами фрагментации кварков (антикварков) в адроны, где этих кварков (антикварков) в валентном состоянии нет. Поэтому D_1 строго больше D_2 , и в литературе ФФ D_1 называются лидирующими (favored), а ФФ D_2 подавленными (unfavored). Относительно связи между лидирующими и подавленными ФФ в литературе существует некоторое (незначительное) несоответствие. В пионерской работе Фейнмана–Филда, где была предложена первая модель фрагментации [57], эта связь выглядит следующим образом:

$$\frac{D_2(z_h)}{D_1(z_h)} = \frac{1 - z_h}{1 + z_h}. \quad (2.27)$$

Это соотношение активно используется в работах [66, 67] (см. обсуждение ниже). Важно отметить, что все существующие на сегодня экспериментальные данные подтверждают это соотношение в широком диапазоне по z_h . Так, например, в эксперименте по полуинклюзивному ГНР EMC [68] было показано, что соотношение (2.27) выполняется с хорошей точностью в интервале $0,1 < z_h < 0,8$. Данные, полученные коллаборацией HERMES [69], также подтверждают это соотношение, что иллюстрируется рис. 2.2. С другой

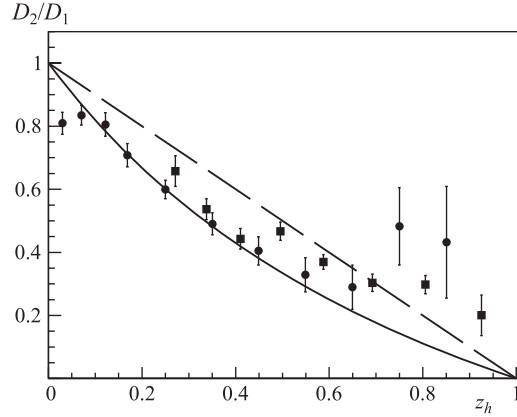


Рис. 2.2. Отношения подавленной и лидирующей пионных функций фрагментации, полученные коллаборациями EMC (кружки) [68] и HERMES (квадраты) в сравнении с (2.27) (сплошная линия) и (2.28) (штриховая)

стороны, в работе [60] используется связь

$$D_2(z_h)/D_1(z_h) \simeq 1 - z_h. \quad (2.28)$$

Это соотношение в пределах ошибок также согласуется с данными EMC и HERMES (см. рис. 2.2), т. е. при существующем качестве данных соотношения (2.27) и (2.28) примерно равнозначны.

Пион содержит странные кварки и антикварки только в морском состоянии, поэтому логично предположить, что

$$D_3 = D_s^{\pi^+} = D_s^{\pi^-} = D_{\bar{s}}^{\pi^+} = D_{\bar{s}}^{\pi^-}. \quad (2.29)$$

Что касается каонных функций фрагментации, то здесь, учитывая кварковый состав каонов ($K^+ \sim \bar{s}u$, $K^- \sim s\bar{u}$), представляется уместным применить $SU_f(3)$ -симметрию, что вместе с применением симметрии зарядового сопряжения дает

$$D_4 = D_u^{K^+} \stackrel{SU(3)}{=} D_s^{K^-} \stackrel{C}{=} D_{\bar{s}}^{K^+} \stackrel{SU(3)}{=} D_{\bar{u}}^{K^-}, \quad (2.30)$$

$$D_5 = D_{\bar{u}}^{K^+} \stackrel{SU(3)}{=} D_{\bar{s}}^{K^-} \stackrel{C}{=} D_s^{K^+} \stackrel{SU(3)}{=} D_u^{K^-}. \quad (2.31)$$

Каон содержит d -кварки и антикварки только в морском состоянии, поэтому предполагается, что

$$D_6 = D_d^{K^+} = D_d^{K^-} = D_{\bar{d}}^{K^+} = D_{\bar{d}}^{K^-}. \quad (2.32)$$

Набор ФФ (2.30)–(2.32) часто используется при анализе полуинклюзивного ГНР, в частности, в работах [66, 67]. Следует, однако, подчеркнуть, что к соотношениям (2.30), (2.31) нужно относиться осторожно, так как в отличие от практически точной $SU_f(2)$ -симметрии (массы u - и d -кварков примерно равны) $SU_f(3)$ -симметрия сильно нарушена (в реальности масса s -кварка примерно в двадцать раз больше массы u -кварка). Возникает эффект так называемого подавления странности, предсказанный еще в 1977 г. Филдом и Фейнманом [57]. Суть его состоит в том, что из-за того, что масса $s\bar{s}$ -пары гораздо больше массы $u\bar{u}$ -пары (т.е. и энергия рождения $u\bar{u}$ -пары меньше), переход $\bar{s} \rightarrow K^+$ ($s \rightarrow K^-$) более вероятен, чем $u \rightarrow K^+$ ($\bar{u} \rightarrow K^-$). Вследствие этого вместо соответствующих равенств мы имеем строгие неравенства: $D_{\bar{s}}^{K^+} > D_u^{K^+}$ и $D_s^{K^-} > D_{\bar{u}}^{K^-}$. Таким образом, вместо одной заданной (2.30) лидирующей ФФ D_4 представляется более корректным ввести две лидирующие функции фрагментации D_4 и \tilde{D}_4 ($D_4 > \tilde{D}_4$) на s - и u -кварках по отдельности:

$$D_4 = D_s^{K^-} \stackrel{C}{=} D_{\bar{s}}^{K^+}, \quad (2.33)$$

$$\tilde{D}_4 = D_u^{K^+} \stackrel{C}{=} D_{\bar{u}}^{K^-}. \quad (2.34)$$

Именно так поступает автор работы [60]. Кроме того, в работе [60] делается предположение, что уравнение (2.31) остается в силе. В этой же работе делается также предположение, что подавленные функции фрагментации D_5 и D_6 равны: $D_5 = D_6$. Аналогичное предположение о равенстве подавленных ФФ делается и в пионном секторе: $D_2 = D_3$. Таким образом, система связей на пионные и каонные функции фрагментации в работе [60] имеет вид

$$D_1 = D_u^{\pi^+} = D_d^{\pi^-} = D_{\bar{d}}^{\pi^+} = D_{\bar{u}}^{\pi^-}, \quad (2.35)$$

$$D_2 = D_{\bar{u}}^{\pi^+} = D_{\bar{d}}^{\pi^-} = D_d^{\pi^+} = D_u^{\pi^-} = D_s^{\pi^+} = D_{\bar{s}}^{\pi^-} = D_s^{\pi^-} = D_{\bar{s}}^{\pi^+} = D_{\bar{s}}^{\pi^-}, \quad (2.36)$$

$$D_4 = D_s^{K^-} = D_{\bar{s}}^{K^+}, \quad (2.37)$$

$$\tilde{D}_4 = D_u^{K^+} = D_{\bar{u}}^{K^-}, \quad (2.38)$$

$$D_5 = D_d^{K^+} = D_{\bar{d}}^{K^-} = D_{\bar{u}}^{K^+} = D_{\bar{s}}^{K^-} = D_s^{K^+} = D_u^{K^-}. \quad (2.39)$$

С использованием системы связей (2.35)–(2.39), соотношения (2.28), а также его аналога для каонов

$$D_u^{K^+}(z_h)/D_{\bar{s}}^{K^+}(z_h) = 1 - z_h \quad (2.40)$$

в работе [60] ФФ были параметризованы в виде:

$$D_{u,\bar{d}}^{\pi^+}(z, \mu_0^2) = N_u^{\pi^+} z^{\alpha_u^{\pi^+}} (1 - z)^{\beta_u^{\pi^+}},$$

$$D_{\bar{s},\bar{s}}^{\pi^+}(z, \mu_0^2) = N_u^{\pi^+} z^{\alpha_u^{\pi^+}} (1 - z)^{\beta_u^{\pi^+} + 1},$$

$$\begin{aligned}
 D_g^{\pi^+}(z, \mu_0^2) &= N_g^{\pi^+} z^{\alpha_g^{\pi^+}} (1-z)^{\beta_g^{\pi^+}}, \\
 D_{\bar{s}}^{K^+}(z, \mu_0^2) &= N_{\bar{s}}^{K^+} z^{\alpha_{\bar{s}}^{K^+}} (1-z)^{\beta_{\bar{s}}^{K^+}}, \\
 D_u^{K^+}(z, \mu_0^2) &= N_{\bar{s}}^{K^+} z^{\alpha_{\bar{s}}^{K^+}} (1-z)^{\beta_{\bar{s}}^{K^+}+1}, \\
 D_{d,\bar{d}}^{K^+}(z, \mu_0^2) &= N_{\bar{s}}^{K^+} z^{\alpha_{\bar{s}}^{K^+}} (1-z)^{\beta_{\bar{s}}^{K^+}+2}, \\
 D_g^{K^+}(z, \mu_0^2) &= N_g^{K^+} z^{\alpha_g^{K^+}} (1-z)^{\beta_g^{K^+}}.
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

Как уже отмечалось, несомненное достоинство параметризаций (2.41) в том, что учтен эффект подавления странности для лидирующей функции фрагментации в каонном секторе. Однако в последнее время выясняется, что предположения, сделанные в работе [60], о равенстве подавленных функций фрагментации как в пионном, так и в каонном секторе, не оправданы в случае анализа данных полуинклюзивного ГНР — см. п. 2.3. Дело в том, что энергия пучка в таких экспериментах гораздо меньше, чем в экспериментах по e^+e^- -аннигиляции, что вынуждает нас учитывать массовые эффекты.

Свободные от этих предположений параметризации были получены в работе [64]. Однако в ней были определены суммы $\Phi\Phi$ $D_q^{h+\bar{h}}$ (см. (2.20)). Чтобы получить из них $\Phi\Phi$ для кварка и антикварка по отдельности, можно поступить аналогично тому, как это было сделано в работе [66] в отношении параметризации ККР [59] для $D_q^{h+\bar{h}}$. А именно, в работе [66] было применено предположение (2.27) для пионных $\Phi\Phi$ и аналогичное предположению (2.27)

$$D_5/D_4 = (1 - z_h)/(1 + z_h) \tag{2.42}$$

для каонных $\Phi\Phi$. При этом авторы работы [66] так же, как и авторы [59], работают в приближении точной $SU_f(3)$ -симметрии, т.е. пользуются системой связей (2.25), (2.26), (2.29)–(2.32). В результате авторы [66] приходят к следующей системе, связывающей D_q^h и $D_q^{\bar{h}}$ с их суммой (2.20) как

$$\begin{aligned}
 D_1 &= \frac{1}{2}(1 + z_h)D_u^{\pi^+\pi^-}, \\
 D_2 &= \frac{1}{2}(1 - z_h)D_u^{\pi^+\pi^-}, \\
 D_3 &= \frac{1}{2}D_s^{\pi^+\pi^-}
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

для пионных $\Phi\Phi$ и

$$\begin{aligned}
 D_4 &= \frac{1}{2}(1 + z_h)D_u^{K^+K^-}, \\
 D_5 &= \frac{1}{2}(1 - z_h)D_u^{K^+K^-}, \\
 D_6 &= \frac{1}{2}D_d^{K^+K^-}
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

Таблица 2.1. Параметризации на функции фрагментации в легкие адроны

| Параметризация | Предположения | Параметризуемые комбинации ФФ | Источники данных |
|------------------------|---|--|-----------------------------|
| ВКК [70] (1995) | $D_u^\pi = D_{\bar{u}}^\pi = D_d^\pi = D_{\bar{d}}^\pi$ $D_c^\pi = D_{\bar{c}}^\pi = D_b^\pi = D_{\bar{b}}^\pi$ $D_u^K = D_{\bar{u}}^K = D_s^K = D_{\bar{s}}^K$ $D_d^K = D_c^K = D_{\bar{c}}^K = D_b^K = D_{\bar{b}}^K$ $\alpha_V = \alpha_S = 1, \alpha_g = 0$ | $D_{V=\text{valence}}^{(\pi^+ + \pi^-)/2}$ $D_{S=\text{sea}}$ | [71] |
| ВКК [61] (1995) | $D_d^{\pi^+ + \pi^-} = D_u^{\pi^+ + \pi^-}$, $D_s^{K^+ + K^-} = D_u^{K^+ + K^-}$ $D_s^{\pi^+ + \pi^-}$ | $D_u^{\pi^+ + \pi^-}$, $D_d^{K^+ + K^-}$, $D_s^{K^+ + K^-}$ | [62, 63, 71–77] |
| ККР [59] (2000) | $D_d^{\pi^+ + \pi^-} = D_u^{\pi^+ + \pi^-}$, $D_s^{K^+ + K^-} = D_u^{K^+ + K^-}$ | $D_u^{\pi^+ + \pi^-}, D_s^{\pi^+ + \pi^-}$, $D_d^{K^+ + K^-}$, $D_s^{K^+ + K^-}$ | [62, 63, 71–73, 75, 77, 78] |
| BFGW [79] (2001) | $\alpha_u = \alpha_{d+s}$ | $D_u^{h^+ + h^-}, D_{d+s}^{h^+ + h^-}$ | [62, 63, 74–78, 80] |
| АКК [64] (2005) | | $D_{u,d,s}^{\pi^+ + \pi^-}$ $D_{u,d,s}^{K^+ + K^-}$ | [62, 63, 71, 77, 80, 81] |
| S. Kretzer [60] (2001) | $D_q^{h^+, h^-} = D_{\bar{q}}^{h^+, h^-}$ $D_d^{\pi^+} = D_{s,\bar{s}}^{\pi^+} < D_u^{\pi^+} = D_{\bar{d}}^{\pi^+}$ $D_{\bar{u}}^{K^+} = D_{d,\bar{d}}^{K^+} < D_u^{K^+} < D_s^{K^+}$ | $D_{u,d,s}^{\pi^+, \pi^-}$ $D_{u,d,s}^{K^+, K^-}$ $D_{u,d,s}^{h^+, h^-}$ | [62, 63, 71, 77, 78] |

для каонных ФФ. Как уже отмечалось, приближение точной $SU_f(3)$ -симметрии в принципе может привести к искажению результатов анализа полуинклюзивного ГНР. Поэтому для более корректного получения функций фрагментации, применяя к параметризации АКК [64] связь (2.27), следует отказаться от соотношений (2.30), (2.31). Как и раньше, вводятся две лидирующие ФФ, заданные соотношениями (2.33), (2.34), и, кроме того, две подавленные каонные ФФ D_5 и \tilde{D}_5 :

$$D_5 = D_{\bar{s}}^{K^-} \stackrel{C}{=} D_s^{K^+}, \quad (2.45)$$

$$\tilde{D}_5 = D_{\bar{u}}^{K^+} \stackrel{C}{=} D_u^{K^-}. \quad (2.46)$$

В результате система связей на $\Phi\Phi$ выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}
 D_1 &= \frac{1}{2}(1+z_h)D_u^{\pi^+\pi^-}, \\
 D_2 &= \frac{1}{2}(1-z_h)D_u^{\pi^+\pi^-}, \\
 D_3 &= \frac{1}{2}D_s^{\pi^+\pi^-}, \\
 D_4 &= \frac{1}{2}(1+z_h)D_s^{K^+K^-}, \\
 \tilde{D}_4 &= \frac{1}{2}(1+z_h)D_u^{K^+K^-}, \\
 D_5 &= \frac{1}{2}(1-z_h)D_s^{K^+K^-}, \\
 \tilde{D}_5 &= \frac{1}{2}(1-z_h)D_u^{K^+K^-}, \\
 D_6 &= \frac{1}{2}D_d^{K^+K^-}.
 \end{aligned}$$

На сегодня представляется, что такая система связей является наиболее обоснованной.

Что касается глюонных функций фрагментации, то с ними возникают те же проблемы, что и для обычных глюонных распределений: очень малое количество прямых измерений, в данном случае опирающихся в основном на 3-струйные события [60], и слабая зависимость сечений (2.18) от них. Таким образом, глюонная функция фрагментации извлекается в основном именно за счет нарушения скейлинга, т. е. связи функций фрагментации при различных масштабах Q^2 . Чтобы решить данную проблему, опять же применяются различные предположения. Например, в работе [60] налагалось ограничение на вторые моменты

$$\begin{aligned}
 D_g^{\pi^+}(n=2, \mu_0^2) &= \frac{1}{2} \left[D_s^{\pi^+}(n=2, \mu_0^2) + D_u^{\pi^+}(n=2, \mu_0^2) \right], \\
 D_g^{K^+}(n=2, \mu_0^2) &= \frac{1}{2} \left[D_d^{K^+}(n=2, \mu_0^2) + D_u^{K^+}(n=2, \mu_0^2) \right].
 \end{aligned}$$

Кроме процессов e^+e^- -аннигиляции в адроны, источником информации о функциях фрагментации являются, естественно, сами процессы (неполяризованного) полуинклюзивного ГНР. Обычно для извлечения функций фрагментации строятся отношения сечений

$$\frac{1}{N} \frac{dN^h(z)}{dz} = \frac{\sigma^h(z)}{\sigma_{\text{tot}}} = \frac{\int dx \sum_f e_f^2 q_f(x) D_f^h(z)}{\sum_f e_f^2 q_f(x)}. \quad (2.47)$$

Такие измерения были проведены коллаборациями EMC [82] и HERMES [69]. Особенностью является то, что делается биннинг только по z_h , в то время как по x биннинга не делается и берется его среднее значение в каждом бине по z_h , что вынуждает проводить специальную процедуру коррекции. Кроме того, в таких процессах невозможно извлечь отдельно функции фрагментации $D_s^{\pi^\pm}$, $D_d^{K^\pm}$, что вынуждает делать дополнительные предположения. Однако сравнительно недавно появилась методика [83], позволяющая извлекать функции фрагментации $D_s^{\pi^+}$ без предположения $D_s^{\pi^+} = D_d^{\pi^+}$. В этом подходе при помощи зарядовой и $SU_f(2)$ -симметрии функции фрагментации, как обычно, сводятся к трем:

$$D_1 = R_{\bar{u}}^{\pi^-} = D_{\bar{d}}^{\pi^-} = D_{\bar{d}}^{\pi^+} = D_u^{\pi^+}, \quad (2.48)$$

$$D_2 = D_{\bar{d}}^{\pi^-} = D_u^{\pi^-} = D_{\bar{u}}^{\pi^+} = D_d^{\pi^+}, \quad (2.49)$$

$$D_3 = D_s^{\pi^-} = D_s^{\pi^-} = D_s^{\pi^+} = D_s^{\pi^+}. \quad (2.50)$$

При наличии полуинклюзивных данных, например, на протонной мишени

$$R_p^{\pi^\pm}(x, z, Q^2) \equiv \frac{\sigma_p^{\pi^\pm}}{\sigma_p^{\text{DIS}}}, \quad (2.51)$$

$$R_p^{\pi^+} = \frac{1}{\tilde{\sigma}_p^{\text{DIS}}} \left\{ \frac{4}{9} (u D_u^{\pi^+} + \bar{u} D_{\bar{u}}^{\pi^+}) + \frac{1}{9} (d D_d^{\pi^+} + \bar{d} D_{\bar{d}}^{\pi^+} + s D_s^{\pi^+} + \bar{s} D_{\bar{s}}^{\pi^+}) \right\}, \quad (2.52)$$

$$= \frac{1}{9\tilde{\sigma}_p^{\text{DIS}}} \left\{ (4u + \bar{d}) D_u^{\pi^+} + (4\bar{u} + d) D_{\bar{d}}^{\pi^+} + (s + \bar{s}) D_s^{\pi^+} \right\}, \quad (2.53)$$

$$R_p^{\pi^-} = \frac{1}{9\tilde{\sigma}_p^{\text{DIS}}} \left\{ (4\bar{u} + d) D_u^{\pi^+} + (4u + \bar{d}) D_{\bar{d}}^{\pi^+} + (s + \bar{s}) D_s^{\pi^+} \right\} \quad (2.54)$$

легко получить следующее соотношение для разности $\Phi\Phi$:

$$D_u^{\pi^+} - D_{\bar{d}}^{\pi^+} = \frac{9 (R_p^{\pi^+} - R_p^{\pi^-}) \tilde{\sigma}_p^{\text{DIS}}}{4u_V - d_V}. \quad (2.55)$$

Таким образом, для извлечения $D_s^{\pi^\pm}$ нам нужно дополнительное соотношение. Авторы обратили внимание, что при анализе данных по e^+e^- -аннигиляции через Z^0 -бозон, где в выражения для сечений

$$\sigma^{\pi^+\pi^-} \sim \sum_{q=u,d,s} \left(D_q^{\pi^+\pi^-} + D_{\bar{q}}^{\pi^+\pi^-} \right) \hat{e}_q^2(s) \quad (2.56)$$

входят не заряды кварков e_q^2 , как в случае аннигиляции через фотон, а коэффициенты электрослабого взаимодействия $\hat{e}_q^2(s)$ [60], можно извлекать из

данных полную синглетную комбинацию

$$D_{\Sigma}^{\pi^+} \equiv \left(D_u^{\pi^+} + D_{\bar{u}}^{\pi^+} + D_d^{\pi^+} + D_{\bar{d}}^{\pi^+} + D_s^{\pi^+} + D_{\bar{s}}^{\pi^+} \right), \quad (2.57)$$

$$= 2 \left(D_u^{\pi^+} + D_d^{\pi^+} + D_s^{\pi^+} \right), \quad (2.58)$$

так как при специальных значениях $\sqrt{s_1} = 78,4$ ГэВ или $\sqrt{s_2} = 113,1$ ГэВ все \hat{e}_q^2 равны друг другу:

$$\hat{e}_u^2(s_1[s_2]) = \hat{e}_d^2(s_1[s_2]) = \hat{e}_s^2(s_1[s_2]). \quad (2.59)$$

Таким образом, появляется дополнительное уравнение, позволяющее извлечь $D_s^{\pi^\pm}$. Однако, так как при анализе полуинклюзивных данных величину $D_{\Sigma}^{\pi^+}$ требуется получить при небольшом значении Q^2 , то необходимо решить эволюционное уравнение ДГЛАП, связывающее $D_{\Sigma}^{\pi^+}$ с глюонной функцией фрагментации $D_g^{\pi^\pm}$. Из-за того, что величина $D_g^{\pi^\pm}$ плохо определена, решение соответствующего уравнения ДГЛАП дает неопределенность порядка 20% на $D_{\Sigma}^{\pi^+}$, которая затем пропагируется на значение $D_s^{\pi^\pm}$. Это, в свою очередь, значительно увеличивает (теоретическую) неопределенность анализа данных по поляризованному полуинклюзивному ГНР (см. [83]). Кроме того, недостатком этого метода является невозможность его применения в следующем за лидирующим порядке КХД.

Что касается извлечения ФФ из полуинклюзивных данных в следующем за лидирующим порядке КХД, то такой анализ в настоящее время невозможен в силу небольшого количества этих данных. Так что с точки зрения извлечения функций фрагментации процессы ПГНР могут служить скорее для проверок процессонезависимости ФФ и других тестов.

2.2. Экспериментальные данные коллабораций SMC, HERMES и COMPASS по поляризованному полуинклюзивному ГНР и их анализ в лидирующем порядке КХД. В настоящее время данные по поляризованным полуинклюзивным ГНР-процессам представлены только двумя* коллаборациями: SMC (CERN) [9, 10] и HERMES (DESY) [22, 54, 84]. Ожидается большое число новых данных в действующем эксперименте COMPASS (CERN) и в планируемом в Лаборатории Джефферсона эксперименте E04-113 (Semi-SANE).

Первые данные по полуинклюзивным асимметриям были получены коллаборацией SMC [9]. Экспериментальная установка не позволяла определять

*Исторически первые экспериментальные результаты по полуинклюзивным асимметриям $A_{1p}^{h^+, h^-}$ были представлены коллаборацией EMC, однако их точность очень мала, вследствие чего они не используются для глобального анализа мировых данных.

сорт адрона, поэтому строились зарядовые асимметрии на протонной и дейтронной мишенях (ср. с (2.5))

$$A_{p,d}^{+(-)}(x, Q^2) = \frac{1}{P_B P_T f D} \frac{\sum_{h=\pi, K, p} [N_{\uparrow\downarrow}^{h^+(h^-)} - N_{\uparrow\uparrow}^{h^+(h^-)}]}{\sum_{h=\pi, K, p} [N_{\uparrow\downarrow}^{h^+(h^-)} + N_{\uparrow\uparrow}^{h^+(h^-)}]}, \quad (2.60)$$

где $N^{h^+(h^-)}$ — проинтегрированные по всей области $0,2 < z_h < 1$ (см. п. 2.1) скорости счета адронов типа h (π^+ , K^+ , p или π^- , K^- , \bar{p}):

$$N^{h^+(h^-)}(x, Q^2) = \sum_{\pi, K, p} \int_{0,2}^1 dz_h n^{h^+(h^-)}(x, Q^2). \quad (2.61)$$

Анализ проводился в лидирующем порядке КХД, где асимметрии (2.60) имеют вид

$$A_p^{+(-)} = \frac{\sum_{q,h} \Delta q(x, Q^2) D_q^h(Q^2)}{\sum_{q,h} q(x, Q^2) D_q^h(Q^2)}. \quad (2.62)$$

Асимметрия (2.62) также проинтегрирована по z_h , т.е. $D_q^h(Q^2) = \int_{0,2}^1 dz_h D_q^h(z_h, Q^2)$. Кроме того, под $D_q^h(Q^2)$ нужно понимать сумму пионных, каонных и протонных функций фрагментации. Для извлечения поляризованных кварковых распределений из асимметрий (2.62) были использованы результаты коллаборации EMC [85] относительно пионных, каонных и протонных функций фрагментации, полученные также в лидирующем порядке КХД с использованием как зарядовой, так и $SU_f(2)$ - и $SU_f(3)$ -симметрий (см. п. 2.1). Инклюзивные асимметрии, измеренные SMC, не включались в анализ. Использовалось также предположение симметричного кваркового моря

$$\Delta \bar{q}(x) = \Delta \bar{u}(x) = \Delta \bar{d}(x). \quad (2.63)$$

Следует отметить, что в настоящее время это предположение подвергается сильной критике, так как есть теоретические указания на то, что поляризованное море должно быть несимметричным. Результаты анализа данных SMC представлены в табл. 2.2. Для восстановления первых моментов $\Delta_1 q$ из полученных поляризованных распределений $\Delta q(x)$ была проведена следующая процедура экстраполяции в недостижимые области по бьёркеновскому x . Во-первых, для экстраполяции валентных распределений использовалось предположение

$$\Delta q_V / q_V \Big|_{x < 0,003} = \left\langle \Delta q_V / q_V \Big|_{0,003 < x < 0,007} \right\rangle. \quad (2.64)$$

Таблица 2.2. Результаты коллаборации SMC [9] относительно первых моментов поляризованных кварковых распределений в различных областях x

| x | $\Delta_1 u_V$ | $\Delta_1 d_V$ | $\Delta_1 \bar{q}$ |
|-----------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 0–0,003 | $0,11 \pm 0,1$ | $-0,06 \pm 0,06$ | $0,00 \pm 0,02$ |
| 0,003–0,2 | | | $-0,02 \pm 0,09 \pm 0,02$ |
| 0,003–0,7 | $0,90 \pm 0,19 \pm 0,09$ | $-0,50 \pm 0,22 \pm 0,09$ | 0,0 (фикс.) |
| 0–1 | $1,01 \pm 0,19 \pm 0,14$ | $-0,57 \pm 0,22 \pm 0,11$ | $-0,02 \pm 0,09 \pm 0,03$ |

Морские же распределения фитировались константой и затем экстраполировались в неизмеренную область. В рамках предположения (2.63) такая простая процедура экстраполяции представляется вполне допустимой, так как в пределах значительных статистических ошибок морское распределение $\Delta \bar{q}(x)$, полученное SMC, действительно ведет себя как константа (см. рис. 2 из работы [9]). Кроме того, такая экстраполяция дает хорошее согласование с правилом сумм Бьёркена. Действительно, подставляя величины $\Delta_1 q$ из табл. 2.2 в выражение (1.35), получаем

$$a_3|_{\text{SMC}} = 1,58 \pm 0,39 \pm 0,20, \quad (2.65)$$

что в пределах ошибок хорошо согласуется с известным значением $|g_A/g_V| = 1,2670$.

В следующей работе [10] результаты [9] были существенно улучшены благодаря новым полукклюзивным данным, а также включению в систему уравнений для Δq измеренных SMC инклюзивных асимметрий. Как видно из табл. 2.3, это привело к почти двукратному уменьшению ошибок на валентные распределения. Однако из табл. 2.3 также видно, что попытка извлечения валентных и морских распределений без использования предположения (2.63) по-прежнему приводит к слишком большим ошибкам. Следует отметить, что результаты SMC [10] для двух типов предположений хорошо согласуются в пределах ошибок с правилом сумм Бьёркена, записанным в виде (1.52)

$$[\Delta_1 u_V - \Delta_1 d_V] \Big|_{\Delta \bar{u} = \Delta \bar{d}} = 1,30 \pm 0,17 \pm 0,12 \simeq 1,2670 \pm 0,0035, \quad (2.66)$$

$$[\Delta_1 u_V - \Delta_1 d_V] \Big|_{\Delta \bar{u} \neq \Delta \bar{d}} = 1,26 \pm 0,32 \pm 0,26 \simeq (1,2670 - 0,02) \pm 0,15 \pm 0,12. \quad (2.67)$$

Такое согласие подтверждает корректность экстраполяционной процедуры, которая по сравнению с [9] проводилась более сложным и надежным способом. А именно, вместо предположения (2.64) вклады от неизмеренной области

Таблица 2.3. Результаты коллаборации SMC [10] относительно первых моментов поляризованных валентных и морских распределений

| | | | | |
|--|--------------------|------------------|---------------------------|---------------------------|
| $\Delta\bar{u}(x) = \Delta\bar{d}(x)$ | x | 0–0,003 | 0,003–0,7 | 0–1 |
| | $\Delta_1 u_V$ | $0,04 \pm 0,04$ | $0,73 \pm 0,10 \pm 0,07$ | $0,77 \pm 0,10 \pm 0,08$ |
| | $\Delta_1 d_V$ | $-0,05 \pm 0,05$ | $-0,47 \pm 0,14 \pm 0,08$ | $-0,52 \pm 0,14 \pm 0,09$ |
| | x | 0–0,003 | 0,003–0,3 | 0–1 |
| | $\Delta_1 \bar{q}$ | $0 \pm 0,02$ | $0,01 \pm 0,04 \pm 0,03$ | $0,01 \pm 0,04 \pm 0,03$ |
| $\Delta\bar{u}(x) \neq \Delta\bar{d}(x)$ | x | 0–0,003 | 0,003–0,7 | 0–1 |
| | $\Delta_1 u_V$ | $0,04 \pm 0,04$ | $0,72 \pm 0,11 \pm 0,06$ | $0,76 \pm 0,11 \pm 0,07$ |
| | $\Delta_1 d_V$ | $-0,05 \pm 0,05$ | $-0,45 \pm 0,30 \pm 0,25$ | $-0,50 \pm 0,30 \pm 0,25$ |
| | x | 0–0,003 | 0,003–0,3 | 0–1 |
| | $\Delta\bar{u}$ | $0,00 \pm 0,02$ | $0,01 \pm 0,05 \pm 0,01$ | $0,01 \pm 0,05 \pm 0,02$ |
| | $\Delta\bar{d}$ | $0,00 \pm 0,02$ | $0,01 \pm 0,14 \pm 0,12$ | $0,01 \pm 0,14 \pm 0,12$ |

оценивались с использованием результатов анализа инклюзивных данных, а также при помощи фитирования данных в измеренной области с последующей экстраполяцией в неизмеренную область. В последнем случае использовались две различные фитирующие функции. Вклады в полный момент от недоступной области по бёркеновскому x вычислялись как среднее значение четырех полученных оценок, а их ошибка — как среднее отклонение от усредненного по всем четырем оценкам значения.

Огромный интерес представляет изучение коллаборацией SMC так называемых разностных асимметрий [9] (эти асимметрии будут детально изучаться в п. 3.1), где, как и для асимметрий (2.60), определяется только знак заряда адрона:

$$A_N^{+-}(x, Q^2) = \frac{1}{P_B P_T f D} \frac{\sum_{h=\pi, K, p} [(N_{\uparrow\downarrow}^{h+} - N_{\uparrow\downarrow}^{h-}) - (N_{\uparrow\uparrow}^{h+} - N_{\uparrow\uparrow}^{h-})]}{\sum_{h=\pi, K, p} [(N_{\uparrow\downarrow}^{h+} - N_{\uparrow\downarrow}^{h-}) + (N_{\uparrow\uparrow}^{h+} - N_{\uparrow\uparrow}^{h-})]}, \quad (2.68)$$

где N^{h+} и N^{h-} — скорости счета адронов типа h . Выражения для этих асимметрий в лидирующем порядке имеют вид

$$A_p^{+-} = \frac{4\Delta u_V - \eta\Delta d_V}{4u_V - \eta d_V}, \quad A_d^{+-} = \frac{\Delta u_V + \Delta d_V}{u_V + d_V}, \quad (2.69)$$

где параметр η определяется как

$$\eta = \int_{0,2}^1 dz (D_{\text{fav}}^\pi - D_{\text{unfav}}^\pi) / (D_{\text{fav}}^\pi - D_{\text{unfav}}^\pi + D_{\text{fav}}^K - D_{\text{unfav}}^K),$$

и его величина в работе [9] была оценена как $\eta \simeq 0,5$. Такая система уравнений дает отличную альтернативу прямого извлечения валентных распределений без каких-либо предположений о структуре легкого кваркового моря. Однако статистические ошибки для таких асимметрий больше, чем статистические ошибки для обычных асимметрий, в результате чего авторы как главный результат работы расценивали табл. 2.2 и не представили численных значений моментов распределений, полученных из разностных асимметрий. В то же время локальные по x распределения были представлены графически (см. рис. 4 в работе [9]) в сравнении с результатом анализа обычных асимметрий $A_{p,d}^{+,-}$, проведенным без предположения $\Delta\bar{u} = \Delta\bar{d}$ (что, естественно, дает гораздо большую неопределенность для результатов извлечения валентных распределений). Мы приводим эти результаты на рис. 2.3. Из рис. 2.3 можно видеть, что результаты двух различных анализов хорошо согласуются друг с другом в пределах ошибок. Однако видно также, что ошибки для распределений очень значительны и для получения валентных распределений из разностных асимметрий необходим гораздо больший набор статистики.

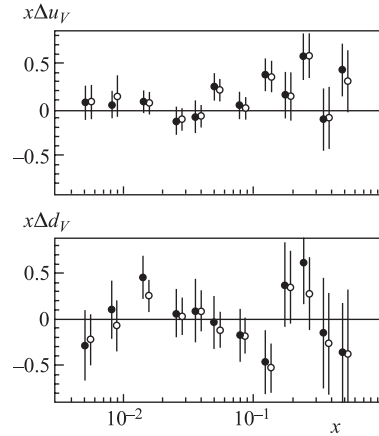


Рис. 2.3. Результаты коллаборации SMC [9] по извлечению поляризованных валентных распределений из разностных (светлые кружки) и обычных асимметрий (темные кружки) в предположении $\Delta\bar{u} \neq \Delta\bar{d}$

В настоящее время набор данных по поляризованному полуинклюзивному ГНР проводится коллаборацией COMPASS [86]. Коллаборация уже опубликовала первые результаты по разностной асимметрии на дейтронной мишени [87].

Как и в работе SMC [9], в работе [87] была построена дейтронная разностная асимметрия A_d^{+-} (см. уравнение (2.68)) без определения сорта адрона. Как видно из уравнений (2.69), дейтронная разностная асимметрия имеет значительное преимущество по сравнению с соответствующей протонной асимметрией A_p^{+-} , так как ее выражение в лидирующем порядке КХД не содержит каких бы то ни было функций фрагментации. В отличие от A_d^{+-} , асимметрия A_p^{+-} содержит плохо изученные каонные функции фрагментации, даже если пренебречь малым протонным/антипротонным вкладом в сумму по адронам. Это преимущество дейтронной разностной асимметрии позволило коллаборации COMPASS впервые извлечь величину $\Delta_1 u_V + \Delta_1 d_V$

$$[\Delta_1 u_V + \Delta_1 d_V]_{\text{COMPASS}} = 0,41 \pm 0,07 \pm 0,05 \quad (2.70)$$

в лидирующем порядке КХД напрямую, без использования плохо изученных функций фрагментации и без использования плохо обоснованных предположений о структуре поляризованного кваркового моря. Этот результат отличается высокой точностью, превосходящая точность аналогичных результатов коллабораций SMC и HERMES (см. табл. 2 в работе [87]), которые, кроме того, были получены из обычных асимметрий с использованием целого ряда предположений. Чрезвычайно важным также является проведенный COMPASS анализ вклада легких морских кварков $\Delta_1\bar{u} + \Delta_1\bar{d}$ в спин нуклона. Для этой цели использовался результат (2.70) совместно с полученными ранее значениями инклюзивной структурной функции дейтрона g_{1d} [39] и правилом сумм (1.40), так что

$$\Delta_1\bar{u} + \Delta_1\bar{d} = 3\Gamma_{1d}[1 + \omega_d] - \frac{1}{2}[\Delta_1u_V + \Delta_1d_V] + \frac{1}{12}[3F - D]. \quad (2.71)$$

Удивительно, что полученное в результате анализа в лидирующем порядке КХД значение $\Delta_1\bar{u} + \Delta_1\bar{d}$ оказалось равным нулю в пределах ошибок:

$$[\Delta_1\bar{u} + \Delta_1\bar{d}]_{\text{COMPASS}} = 0,0 \pm 0,04 \pm 0,03. \quad (2.72)$$

Таким образом, можно сделать вывод, что либо поляризация легких морских кварков отсутствует, $\Delta_1\bar{u} = \Delta_1\bar{d} = 0$, либо величины $\Delta_1\bar{u}$ и $\Delta_1\bar{d}$ должны иметь противоположные знаки. Последнее согласуется со многими теоретическими моделями. Этот результат (в случае подтверждения новыми данными) может пролить абсолютно новый свет на наше понимание спиновой структуры нуклона.

В то же время необходимо сделать некоторые предостережения. Во-первых, при извлечении таких малых величин, как $\Delta_1\bar{u} + \Delta_1\bar{d}$ или поляризованная странность в нуклоне Δ_1s , нужно относиться с особой осторожностью к результатам, полученным в лидирующем порядке, так как полученные значения этих величин оказываются сравнимыми с поправками к ним в следующем за лидирующим порядке КХД. В свою очередь, выражение для разностной асимметрии A_d^{+-} в следующем за лидирующим порядке КХД теряет свое главное преимущество — независимость от плохо изученных функций фрагментации. Кроме того, разделить Δ_1u_V и Δ_1d_V , а следовательно, с помощью правила сумм (1.52) найти разность $\Delta_1\bar{u} - \Delta_1\bar{d}$ возможно только с подключением данных на протонной мишени. Однако, как уже отмечалось, A_p^{+-} содержит плохо известные функции фрагментации даже в лидирующем порядке КХД. Таким образом, очень важным становится построение разностных асимметрий $A_{p(d)}^{h-\bar{h}}$ с определением типа адрона h . Действительно, эти асимметрии свободны от всех вышеперечисленных недостатков. Они будут детально изучаться в п. 3.1. Отметим, что в настоящее время асимметрии $A_{p(d)}^{h-\bar{h}}$ строятся для обоих типов мишеней как коллаборацией HERMES, так

и коллаборацией COMPASS. Возможность построения асимметрий с идентификацией адронов, как обычных, так и разностных, дает применение черенковских детекторов RICH, позволяющих в итоге разделять частицы по массе.

В первой работе [22] коллаборация HERMES представила данные только по асимметриям $A_{p,^3\text{He}}^{+,-}$ (см. уравнение (2.68)), т.е. без определения типа адрона. В следующих работах [54, 84] были получены совершенно новые, недоступные ранее данные по пионным и каонным полуинклюзивным асимметриям с достаточно малыми ошибками, что позволило впервые разделить вклады валентных и морских кварков. Однако метод анализа данных, используемый коллаборацией HERMES, до сих пор вызывает споры среди теоретиков. Остановимся на нем подробнее.

Коллаборация HERMES использует так называемый метод пьюрити (от англ. purity — чистота, безукоризненность) [88]. По сути это метод анализа полуинклюзивных асимметрий в лидирующем порядке КХД. Теоретическое выражение для асимметрии в лидирующем порядке КХД

$$A_1^h(x, Q^2) = \frac{\sum_f e_f^2 \Delta q_f(x, Q^2) \int_{0,2}^1 dz D_f^h(z, Q^2)}{\sum_f e_f^2 q_f(x, Q^2) \int_{0,2}^1 dz D_f^h(z, Q^2)}$$

переписывается в виде

$$A_1^h(x, Q^2) = \sum_f \frac{\Delta q_f}{q_f} P_f^h, \quad (2.73)$$

где величина $P_f^h(x, Q^2)$, определенная как

$$P_f^h(x, Q^2) \equiv \frac{e_f^2 q_f(x, Q^2) \int_{0,2}^1 dz D_f^h(z, Q^2)}{\sum_f e_f^2 q_f(x, Q^2) \int_{0,2}^1 dz D_f^h(z, Q^2)}, \quad (2.74)$$

и получила название пьюрити. Легко видеть, что определение (2.74) легко переписать в виде

$$P_f^h(x) = \frac{N_f^h(x)}{\sum_{f'} N_{f'}^h(x)}, \quad (2.75)$$

где в отличие от интегральных скоростей счета N^h , определенных в уравнении (2.61) (см. также (2.5)), величины $N_f^h(x)$ представляют собой полное

число адронов типа h , образовавшихся от кварка/антикварка одного определенного аромата f . Можно, конечно, для вычисления пьюрити пользоваться определением в форме (2.74), подставляя туда найденные из эксперимента значения функций фрагментации, но тогда пьюрити оказываются ничем не лучше функций фрагментации, т. е. все сводится к тождественной переписке асимметрий в лидирующем порядке. Если же пользоваться определением в форме (2.75), то возникает проблема, как найти величины N_f^h . Действительно, в эксперименте мы не можем определить, какой из кварков породил данный адрон. Соответственно, величины N_f^h не могут быть найдены непосредственно из эксперимента, и для их получения приходится применять различные модели.

Коллаборация HERMES вычисляла пьюрити, используя генератор LEPTO [89], в котором (точнее, в коде расчета фрагментации кварков JETSET) содержатся две модели фрагментации: модель Лунда и модель независимой фрагментации. Первоначально пьюрити строились с использованием определения в форме (2.74). При этом функции фрагментации извлекались [90] из моделированных при помощи генератора данных с использованием вероятностного смысла $\Phi\Phi$, т. е.

$$\int_{0,2}^1 dz_h D_q^h(z_h) = \frac{N_q^h}{N_q} \Big|_{z_h > 0,2},$$

где N_q^h — количество адронов типа h , образовавшихся от кварка/антикварка аромата q , а N_q — количество событий, при которых рассеяние лептона происходило именно на кварке/антикварке аромата q . Конечно же, такой способ построения $\Phi\Phi$ является искусственным и гораздо более корректным является построение $\Phi\Phi$ непосредственно из экспериментальных данных (например, из данных по e^+e^- -аннигиляции — см. п. 2.1). Однако при этом метод пьюрити ничем не отличается от стандартной процедуры анализа в лидирующем порядке. Позднее [54] HERMES отказался от этой процедуры построения пьюрити и начал строить пьюрити, используя их определение в форме (2.75). Основным недостатком этой процедуры является то, что она неявным образом (при нахождении величин N_f^h) использует модельные предположения, заложенные в генератор LEPTO/JETSET. Конечно же, это гораздо менее корректно, чем использовать при анализе $\Phi\Phi$, извлеченные непосредственно из экспериментальных данных. При этом возникает еще одна проблема. Даже если предположить, что модель Лунда или модель независимой фрагментации дают нам полное и правильное описание сложного процесса фрагментации кварка в адрон, мы столкнемся с проблемой области применимости. Как известно, модель Лунда содержит в себе набор внутренних параметров, подбор значений которых позволяет с хорошей точностью воспроизвести измере-

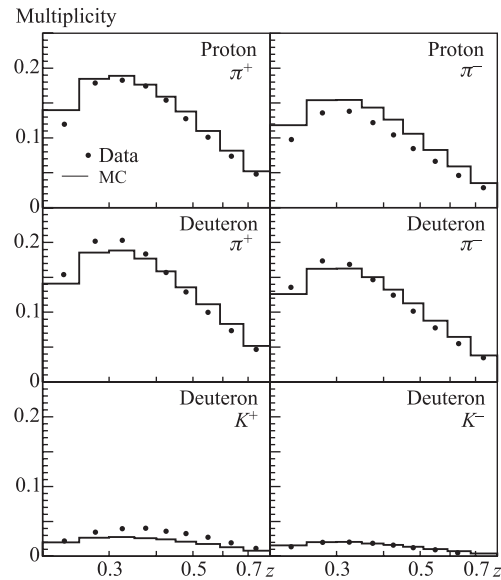


Рис. 2.4. Сравнение множественностей адронов, экспериментально измеренных коллаборацией HERMES, со значениями, полученными с применением генератора LEPTO. Рисунок из работы [54]

мые в эксперименте величины. Так, например, генератор JETSET (входящий в LEPTO) широко используется при анализе процессов e^+e^- -аннигиляции, где при соответствующей настройке параметров показывает отличное совпадение с измеряемыми величинами. Однако среднее значение Q^2 , достижимое в таких экспериментах, на порядки превышает соответствующее значение, достижимое в эксперименте HERMES (где $\langle Q^2 \rangle = 2,5 \text{ ГэВ}^2$). Попытки HERMES настроить генератор LEPTO/JETSET так, чтобы он воспроизводил измеренные в этом эксперименте множественности адронов, не дали удовлетворительных результатов. Это можно легко видеть на рис. 2.4, где различие Монте-Карло данных и экспериментальных данных достигает 15%, что дает огромные систематические ошибки и, как следствие, сильно влияет на извлекаемые кварковые распределения. Последнее было продемонстрировано в работе [83]. Еще одним недостатком этого метода является то, что, строго говоря, мы имеем типичное «превышение точности». Действительно, с одной стороны, уравнение (2.73) записано в лидирующем порядке КХД-разложения, с другой стороны, для нахождения пьюрити, входящих в (2.73), неявным образом используются непертурбативные модели, заложенные в генератор. Таким образом, налицо смешение разных уровней точности при анализе.

Следует также подчеркнуть, что метод пьюрити принципиально не может быть обобщен на следующий за лидирующим порядком КХД-разложения. Действительно, в следующем за лидирующим порядке из-за специфики определения пьюрити (2.74) асимметрию невозможно выразить в виде конволютивного произведения искомым Δq , функций фрагментации и вильсоновских коэффициентов (как это делается в обычном анализе — см. уравнения (2.5) и (2.8)). В то же время при таких малых средних значениях Q^2 , достижимых в HERMES, анализ в лидирующем порядке КХД представляется недостаточным и анализ в следующем за лидирующим порядке становится настоятельно необходимым. В связи с этим еще раз подчеркнем, что при извлечении таких малых величин, как морские и странные поляризованные распределения, нельзя пренебрегать следующими за лидирующими поправками по $\alpha_s(Q^2)$, которые при малых значениях Q^2 становятся сравнимы с самими этими величинами.

Недостаточность лидирующего порядка при анализе данных HERMES (так же, как и некорректность проведенной HERMES упрощенной процедуры экстраполяции) была продемонстрирована в работе [91]. В ней было проведено исследование по согласованию правила сумм Бьёркена с экспериментальными результатами SMC [10] и HERMES [22]. Как уже отмечалось выше, результаты SMC находятся в отличном согласии с правилом сумм Бьёркена. Это, с одной стороны, подтверждает корректность применения лидирующего порядка при сравнительно больших значениях $\langle Q^2 \rangle = 10 \text{ ГэВ}^2$, достижимых в SMC, а с другой стороны, подтверждает корректность* проведенных экстраполяционных процедур. В случае же анализа данных HERMES ситуация оказывается совершенно иной.

В работе [91] рассматривалось правило сумм Бьёркена (1.35), записанное в терминах первых моментов. Используя результаты HERMES из табл. 2.4, получаем $a_3(2,5 \text{ ГэВ}^2) = 0,82 \pm 0,06 \pm 0,06$, в то время как истинное значение правой части $|g_A/g_V| = 1,2670$. Таким образом, результаты HERMES [22] для первых моментов поляризованных кварковых распределений не удовлетворяют правилу сумм Бьёркена. Чтобы исправить ситуацию, вместо правила сумм Бьёркена (1.35), где в правой части нет зависимости от Q^2 , коллаборация HERMES использовала соотношение (уравнение (13) из работы [22])

$$a_3 = \int_0^1 \Delta q^{\text{NS}} dx = \left| \frac{g_A}{g_V} \right| C_{\text{QCD}}, \quad (2.76)$$

*Это неудивительно, так как в отличие от HERMES SMC удалось получить данные в очень широкой области $0,003 < x < 0,7$. В результате вклады от недоступных областей по x малы, и, в принципе, выбор той или иной процедуры экстраполяции не может сильно исказить (в отличие от HERMES) результат для полных моментов поляризованных кварковых распределений.

Таблица 2.4. Результаты коллаборации HERMES [22] по извлечению первых моментов поляризованных кварковых распределений в лидирующем порядке КХД с использованием метода пьюрити

| Величина | $0,023 < x < 0,6$ | $0 < x < 0,023$ | $0 < x < 1$ |
|-----------------------------------|---------------------------|-----------------|---------------------------|
| $\Delta'_1 u + \Delta'_1 \bar{u}$ | $0,51 \pm 0,02 \pm 0,03$ | 0,04 | $0,57 \pm 0,02 \pm 0,03$ |
| $\Delta'_1 d + \Delta'_1 \bar{d}$ | $-0,22 \pm 0,06 \pm 0,05$ | -0,03 | $-0,25 \pm 0,06 \pm 0,05$ |
| $\Delta'_1 s + \Delta'_1 \bar{s}$ | $-0,01 \pm 0,03 \pm 0,04$ | 0,00 | $-0,01 \pm 0,03 \pm 0,04$ |
| $\Delta'_1 \bar{u}$ | $-0,01 \pm 0,02 \pm 0,03$ | 0,00 | $-0,01 \pm 0,02 \pm 0,03$ |
| $\Delta'_1 \bar{d}$ | $-0,02 \pm 0,03 \pm 0,04$ | 0,00 | $-0,02 \pm 0,03 \pm 0,04$ |
| $\Delta'_1 q_3$ | $0,74 \pm 0,07 \pm 0,06$ | 0,07 | $0,84 \pm 0,07 \pm 0,06$ |
| $\Delta'_1 q_8$ | $0,32 \pm 0,09 \pm 0,10$ | 0,01 | $0,32 \pm 0,09 \pm 0,10$ |
| $\Delta'_1 u_V$ | $0,52 \pm 0,05 \pm 0,08$ | 0,03 | $0,57 \pm 0,05 \pm 0,08$ |
| $\Delta'_1 d_V$ | $-0,19 \pm 0,11 \pm 0,13$ | -0,03 | $-0,22 \pm 0,11 \pm 0,13$ |

где

$$\Delta_{qNS}(x, Q^2) \equiv \Delta u(x, Q^2) + \Delta \bar{u}(x, Q^2) - ((\Delta d(x, Q^2) + \Delta \bar{d}(x, Q^2))),$$

и $C_{QCD} \equiv C_1^{NS}(Q^2)$ — несинглетная коэффициентная функция (1.34), которое в принципе неверно*. Легко видеть, что соотношение (2.76), применяемое HERMES, отличается от истинного правила сумм (1.35) наличием Q^2 -зависимого коэффициента C_1^{NS} в правой части, который в работе [22] использовался в четвертом порядке. В то же время, как подробно обсуждалось в п. 1.1, правило сумм Бёркена, записанное в терминах первых моментов поляризованных кварковых распределений, не содержит в правой части каких-либо КХД-поправок независимо от того, в каком порядке КХД эти моменты извлекаются. Очень поучительным является то, как можно получить такое некорректное «правило сумм». С одной стороны, HERMES проводил анализ в лидирующем порядке КХД, где моменты инклюзивных структурных функций выражаются через моменты кварковых распределений как

$$\Gamma_1^p(2,5 \text{ ГэВ}^2) = \frac{1}{2} \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \Delta_1 q(2,5 \text{ ГэВ}^2), \quad \Gamma_1^n = \Gamma_1^p|_{u \leftrightarrow d}.$$

С другой стороны, точное выражение для физической (измеримой) величины $\Gamma_1^p - \Gamma_1^n$ имеет вид

$$\Gamma_1^p - \Gamma_1^n = \left| \frac{g_A}{g_V} \right| C_1^{NS}(Q^2), \quad (2.77)$$

*Заметим, что результат HERMES по a_3 отличается почти на два стандартных отклонения даже от неправильно использованной константы $|g_A/g_V| C_1^{NS}(2,5 \text{ ГэВ}^2) = 1,01 \pm 0,05$.

где в правой части действительно содержится величина C_1^{NS} , значение которой при таких малых Q^2 существенно отличается от единицы (значение C_1^{NS} в лидирующем порядке). Таким образом, налицо типичное «превышение точности». Уместно показать явным образом сокращение поправок по $\alpha_s(Q^2)$ в правиле сумм Бьёркена (1.35), записанном в терминах первых моментов. Для этого запишем выражение для структурной функции в следующем за лидирующим порядке КХД:

$$g_1^p(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \left(\Delta q + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} [\Delta C_q \otimes \Delta q + \Delta C_g \otimes \Delta g] \right) (x, Q^2),$$

вычислим его первый меллиновский момент ($M^1(\Delta C_q) = -2$, $M^1(\Delta C_g) = 0$):

$$M^1[g_1^p] \equiv \Gamma_1^p = \frac{1}{2} \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \left(1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right) \Delta_1 q, \quad \Gamma_1^n = \Gamma_1^p|_{u \leftrightarrow d}, \quad (2.78)$$

и приравняем разность $\Gamma_1^p - \Gamma_1^n$ в виде (2.78) правой части выражения (2.77). Так как C_1^{NS} в следующем за лидирующим порядке КХД равен $1 - (\alpha_s/\pi)$, коэффициент $(1 - (\alpha_s(Q^2)/\pi))$ сокращается в обеих частях уравнения, и мы получаем уравнение (1.35) без какой бы то ни было Q^2 -зависимости в правой части.

Можно выделить несколько основных причин, по которым результаты HERMES не согласуются с правилом сумм Бьёркена. Во-первых, применение лидирующего порядка КХД при анализе данных с таким малым средним квадратом переданного импульса, как у HERMES (2,5 ГэВ²), недопустимо (см. обсуждение выше). Во-вторых, проведенная HERMES экстраполяционная процедура не подходит для такой широкой ($0 < x < 0,023$ и $0,6 < x < 1$) неизмеренной области. В работе [22] использовался простой фит данных с функциональной формой, соответствующей реджевскому поведению $\Delta q(x) \sim x^{-\alpha}$, который затем экстраполировался в неизмеренную область. В результате оценки на вклады в неизмеренной области $[0, 0,23]$ (см. табл. 2.4) были равными или даже меньшими, чем соответствующие оценки для гораздо меньшей области $[0, 0,003]$, проведенные коллаборацией SMC [10] (см. табл. 2.3). В последней работе [54] коллаборация HERMES отказалась от такой экстраполяционной процедуры, представив только результаты для моментов в измеренной области.

В работе [54] коллаборация HERMES представила результаты анализа новых данных по пионным $A_{p,d}^{\pi^\pm}$ - и (впервые) по каонным $A_d^{K^\pm}$ -асимметриям. Такой набор данных позволил HERMES обойтись без дополнительных предположений относительно морских распределений при извлечении Δq . Результаты для первых моментов из работы [54] представлены в табл. 2.5. Как уже отмечалось, в работе [54] экстраполяция не проводилась, и данные представлены только в доступной для измерения области $0,023 < x < 0,6$.

Таблица 2.5. Результаты коллаборации HERMES [54] для первых усеченных моментов, вычисленных в области $0,023 < x < 0,6$

| | | | |
|---------------------|------------------------------|---|------------------------------|
| $\Delta'_1 u$ | $0,601 \pm 0,039 \pm 0,049$ | $\Delta'_1 u + \Delta'_1 \bar{u}$ | $0,599 \pm 0,022 \pm 0,065$ |
| $\Delta'_1 \bar{u}$ | $-0,002 \pm 0,036 \pm 0,023$ | $\Delta'_1 d + \Delta'_1 \bar{d}$ | $-0,280 \pm 0,026 \pm 0,057$ |
| $\Delta'_1 d$ | $-0,226 \pm 0,039 \pm 0,050$ | $\Delta'_1 u_V$ | $0,603 \pm 0,071 \pm 0,040$ |
| $\Delta'_1 \bar{d}$ | $-0,054 \pm 0,033 \pm 0,011$ | $\Delta'_1 d_V$ | $-0,172 \pm 0,068 \pm 0,045$ |
| $\Delta'_1 s$ | $0,028 \pm 0,033 \pm 0,009$ | $\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}$ | $0,048 \pm 0,057 \pm 0,028$ |
| $\Delta'_1 \Sigma$ | $0,347 \pm 0,024 \pm 0,066$ | | |
| $\Delta'_1 q_3$ | $0,880 \pm 0,045 \pm 0,107$ | | |
| $\Delta'_1 q_8$ | $0,262 \pm 0,078 \pm 0,045$ | | |

Очень интересной является попытка извлечения поляризованной странности в нуклоне, предпринятая в работе [54]. Это, по сути, первый анализ, в котором $\Delta s(x)$ извлекается с использованием полуинклюзивных данных, без использования правила сумм (1.40). Однако, как и в случае поляризованных распределений легких кварков, HERMES не стал проводить (очень опасную и ненадежную в этом случае) процедуру экстраполяции и представил не полные моменты $\Delta_1 s$, а усеченные к доступному интервалу по бёркеновскому x моменты $\Delta'_1 s$. Если обратиться к табл. 2.5, мы видим, что значение $\Delta'_1 s$ хотя и равно нулю в пределах ошибок, тем не менее не указывает на возможность сценария $\Delta'_1 s < 0$ в измеренной области. Такое поведение иллюстрируется также локальным распределением Δs , приведенным на рис. 2.5.

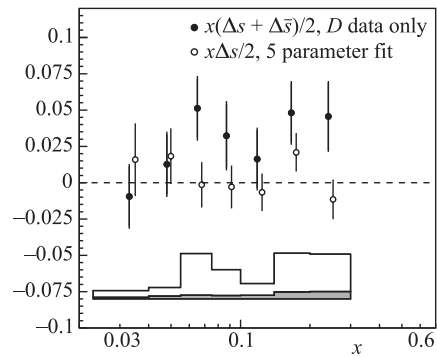


Рис. 2.5. Результаты коллаборации HERMES [54] для Δs , полученные методом пьюрити (светлые кружки) из полного набора асимметрий, в сравнении с анализом только суммарных асимметрий

Чтобы проверить это, в работе [54] был проведен альтернативный анализ данных по суммарным каонным асимметриям $A_d^{K^+ + K^-}$ в лидирующем порядке КХД. При этом авторы [54] вместо метода пьюрити использовали стандартный метод анализа в лидирующем порядке КХД. Для анализа применялись функции фрагментации [59] с дополнительным фактором подавления странности, оцененным в пределах $0,15 < \lambda_s < 0,3$. В результате величина $\Delta'_1 s$ опять-таки получилась положительной и даже в несколько раз больше

соответствующего значения, полученного методом пьюрити:

$$\begin{aligned}\Delta'_1 s|_{\text{purity}} &= 0,028 \pm 0,033 \pm 0,009, \\ \Delta'_1 s|_{\text{sum asym}} &= 0,129 \pm 0,042 \pm 0,129.\end{aligned}$$

На рис.2.5 также иллюстрируется поведение локальных распределений $\Delta s(x)$, дающих положительный интеграл $\Delta'_1 s$ по доступной HERMES области. В то же время ранее в п. 1.1 обсуждались результаты работы [14], где было показано, что сценарий $\Delta_1 s > 0$ не может реализоваться ни при каких условиях. Однако ограничение

$$\Delta_1 s < 0 \quad (2.79)$$

действует только для полных моментов, интегралов по всему интервалу $0 < x < 1$. Таким образом, применительно к результатам HERMES ограничение (2.79) диктует определенное поведение $\Delta s(x)$ в области малых x . А именно, чтобы скомпенсировать положительный вклад $\Delta'_1 s$ в полный момент, величина $\Delta s(x)$ должна принимать отрицательные значения в области $x < 0,02$. Таким образом, требуется корректный реанализ данных HERMES в следующем за лидирующим порядке КХД. Кроме того, чтобы окончательно восстановить полный момент $\Delta_1 s$, крайне желательно расширить доступный в эксперименте диапазон по бёркеновскому x . Для этой цели необходимо привлечь в анализ данные COMPASS, так как возможность набора данных при очень малых x как раз и есть главное преимущество этого эксперимента.

В любом случае результаты HERMES как по распределениям поляризованных легких кварков, так и по поляризованной странности в нуклоне получены в лидирующем порядке КХД, что, как мы увидели, приводит к серьезным проблемам при малом Q^2 , характерном в HERMES. Поэтому, хотя анализ в следующем за лидирующим порядке КХД важен для всех современных экспериментов, в частности, для COMPASS, он становится особенно необходим в случае HERMES, так как здесь достижимые значения Q^2 чрезвычайно малы. В п.2.3 мы рассмотрим применяемые в настоящее время методы КХД-анализа полуинклюзивных данных в следующем за лидирующим порядке КХД.

2.3. Стандартный анализ данных по поляризованному полуинклюзивному ГНР в следующем за лидирующим порядке КХД. Стандартный КХД-анализ полуинклюзивных данных по сути аналогичен анализу инклюзивных данных и данных по e^+e^- -аннигиляции в адроны. А именно, выбирается параметризация поляризованных кварковых распределений при каком-либо начальном значении Q^2 , затем вычисляются теоретические значения для асимметрий для каждого экспериментально измеренного значения $A_N^h(x_i, Q_i^2)$. Да-

лее с помощью этих значений строится функция

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(A_N^h(x_i, Q_i^2)|_{\text{exp}} - A_N^h(x_i, Q_i^2)|_{\text{th}})^2}{\delta(A_N^h(x_i, Q_i^2)|_{\text{exp}})^2}, \quad (2.80)$$

которая минимизируется при помощи стандартной программы MINUIT. Однако в таком анализе существуют некоторые специфические особенности, связанные с наличием в сечениях и асимметриях дополнительных непертурбативных объектов — функций фрагментации. Остановимся на этом подробнее.

Как обычно, при вычислении каждого значения $A_N^h(x_i, Q_i^2)$ необходимо решать систему уравнений ДГЛАП для эволюционирования заданной параметризации от Q_0^2 до каждого из значений Q_i^2 . Такая система может решаться любым из описанных в п. 1.3 способов. Самым распространенным в настоящее время является метод обратного преобразования Меллина, сочетающий простоту решения уравнений ДГЛАП в пространстве моментов и высокую точность восстановления структурных функций по моментам. Однако если в случае инклюзивного анализа выражение для меллиновских моментов структурных функций g_{1N} содержит только одинарные свертки типа $C_q \otimes \Delta q$, то в полуинклюзивном анализе мы имеем дело с выражениями типа $\Delta q \otimes C_{qq} \otimes D_q^h$, сведение моментов которых к x -пространству является нетривиальной задачей. Простое и удобное решение было найдено только недавно в работе [92], где в случае полуинклюзивного анализа предлагается сначала вычислить двойной момент от двойных сверток типа

$$\int_0^1 dx x^n \int_0^1 dz z^m \Delta q(x') \otimes C_{qq}(x', z') \otimes D(z') = \Delta^n q C_{qq}^{n,m} D^n, \quad (2.81)$$

где введено обозначение для двойного момента вильсоновского коэффициента

$$C^{n,m} = \int_0^1 dx' x'^n \int_0^1 dz' z'^m C(x', z'). \quad (2.82)$$

Вычисление меллиновских моментов $\Delta^n q(Q^2)$ и $D^n(Q^2)$ при любом значении Q^2 легко проводится с использованием аналитического решения уравнения ДГЛАП. Зная их значения, структурную функцию при произвольных x и z можно вычислить двойным обратным преобразованием Меллина каждого из произведений типа $\Delta^n q C_{qq}^{n,m} D^n$ по формуле

$$\Delta q \otimes C_{qq} \otimes D = -\frac{1}{2\pi^2} \text{Re} \left[\int_0^\infty du_n \int_0^\infty du_m e^{2i\alpha} \Delta^n q C_{qq}^{n,m} D^n \right], \quad (2.83)$$

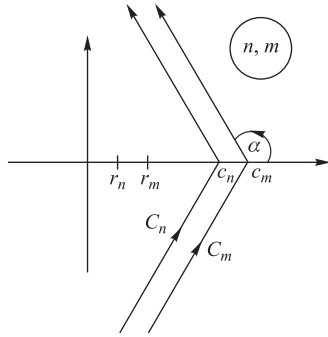


Рис. 2.6. Выбор контура интегрирования для обратного преобразования Меллина

где проведена параметризация контуров интегрирования

$$n = c_n + u_n e^{\pm i\alpha}, \quad (2.84)$$

$$m = c_m + u_m e^{\pm i\alpha}, \quad (2.85)$$

проиллюстрированная также на рис. 2.6. Такая процедура представляется достаточно простой и легко реализуемой на практике. Однако вычисления с применением процедуры в таком виде занимают очень много времени. В работе [92] была предложена оптимизация этой процедуры, основанная на том, что на практике полуинклюзивные данные собираются во всем интервале $z_h > 0,2$, т.е. в теоретические выражения для асимметрий входят про-

интегрированные по z_h двойные свертки вида

$$\int_{0,2}^1 dz_h \Delta q \otimes C_{qq} \otimes D_q^h = \int_x^1 dx' \int_{0,2}^1 dz_h \int_{z_h}^1 dz' \Delta q(x') \Delta C_{qq}(x', z') D_q^h(z'). \quad (2.86)$$

В работе [92] было предложено вычислять величины

$$\tilde{C}_j^m \equiv \int_{z_{\min}}^1 dz \int_{C_m} dm z^{-m} \Delta C_{ij}^{mm} D_i^m \quad (2.87)$$

для каждой экспериментальной точки $A(x_i, Q_i^2)$ еще перед началом итерационной процедуры минимизации χ^2 и использовать их затем при минимизации как уже известные значения. Это существенно упрощает* анализ и делает его очень похожим на анализ чисто инклюзивных процессов ГНР. В работе [92] подчеркивается, что такая оптимизация позволяет приблизительно на два порядка увеличить скорость вычисления полуинклюзивных сечений.

Стандартный анализ полуинклюзивных поляризованных данных представлен в основном работами группы Florian, Navarro, Samprayo, Sassot [65–67]. В первой работе [65] исследовались как инклюзивные, так и полуинклюзивные асимметрии. Однако полуинклюзивные асимметрии были представлены только зарядовыми асимметриями $A_{p,d}^{+,-}$ без определения сорта адрона (2.60),

*Заметим, однако, что для практической реализации в программном коде необходимо факторизовать n - и m -зависимости величин $C_{n,m}$.

которые были измерены коллаборациями HERMES и SMC (см. выше). Наличие на тот момент в литературе данных только по зарядовым асимметриям вынудило авторов решать основную задачу полуинклюзивного анализа — разделения вкладов морских и валентных кварков с использованием ряда плохо обоснованных предположений. В частности, использовалось сильно критикуемое в настоящее время предположение симметричности поляризованного моря легких кварков

$$\Delta\bar{q}(x, Q_0^2) = \Delta\bar{u}(x, Q_0^2) = \Delta\bar{d}(x, Q_0^2) = N_{\bar{q}}x^{\alpha_{\bar{q}}}(1-x)^{\beta_{\bar{q}}}. \quad (2.88)$$

Предположение для поляризованной странности

$$\Delta s(x, Q_0^2) = N_{\bar{s}}\Delta\bar{q}(x, Q_0^2) \quad (2.89)$$

тоже представляется плохо обоснованным.

Валентные распределения параметризовались в виде

$$x\Delta q_V(x, Q_0^2) = N_{q_V}x^{\alpha_q}(1-x)^{\beta_q}(1+\gamma_q x), \quad (2.90)$$

где параметры α_q и γ_q свободные, а параметр β_q фиксируется с использованием условия $\Delta q(x) < q(x)$.

Параметризация ΔG имеет такой же вид, что и $\Delta\bar{q}$. Значение Q_0^2 , при котором параметризуются все распределения (стартовая точка эволюции), было выбрано равным 0,5 ГэВ². Отмечается, что в отличие от поляризованных кварковых распределений поляризованное глюонное распределение ΔG существенно зависит от Q_0^2 , что объясняется отсутствием прямых измерений этой величины. Применение предположения (2.88) позволило использовать правила сумм (1.35) и (1.40) для фиксации параметров N_{q_V}

$$N_{u_V} - N_{d_V} = F + D, \quad N_{u_V} + N_{d_V} = 3F - D. \quad (2.91)$$

При этом в правила сумм (1.35) и (1.40) были введены специальные параметры ϵ_{Bj} и $\epsilon_{SU_f(3)}$, отвечающие соответственно за нарушение $SU_f(2)$ и $SU_f(3)$:

$$\Delta_1 u_V - \Delta_1 d_V = (F + D)(1 + \epsilon_{Bj}), \quad (2.92)$$

$$\Delta_1 u_V + \Delta_1 d_V + 4(\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 s) = (3F - D)(1 + \epsilon_{SU_f(3)}). \quad (2.93)$$

Однако в то время как на параметр ϵ_{Bj} не накладывались ограничения по области вариации (так как он очень хорошо определяется данными), параметр $\epsilon_{SU_f(3)}$ мог изменяться в пределах $[-0,1, 0,1]$ как компромисс между теоретическими ожиданиями и ограничениями, накладываемыми данными. Так, например, если область изменения $\epsilon_{SU_f(3)}$ не ограничивалась, его значение менялось от -5 до -40% , что указывает на то, что данная величина плохо определяется данными.

Таблица 2.6. Результаты КХД-анализа инклюзивных и полунклюзивных мировых данных из работы [65]

| Параметр | NLO (\overline{MS}) | | | LO | | |
|--------------------|-------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | Set 1 | Set 2 | Set 3 | Set 1 | Set 2 | Set 3 |
| χ_T^2 | 153,95 | 152,69 | 152,87 | 158,77 | 157,64 | 159,92 |
| χ_I^2 | 101,90 | 100,47 | 100,84 | 107,56 | 106,37 | 108,73 |
| χ_{SI}^2 | 44,62 | 45,64 | 45,24 | 44,70 | 44,56 | 44,13 |
| ϵ_{Bj} | -0,019 | -0,021 | -0,023 | -0,037 | -0,045 | -0,035 |
| $\epsilon_{SU(3)}$ | -0,10 | -0,10 | -0,10 | -0,10 | -0,10 | -0,098 |
| α_u | 0,896 | 0,888 | 0,895 | 0,762 | 0,787 | 0,75 |
| γ_u | 6,68 | 6,92 | 6,73 | 7,71 | 7,04 | 8,17 |
| α_d | 0,69 | 0,71 | 0,688 | 0,61 | 0,62 | 0,56 |
| γ_d | 11,18 | 11,53 | 12,22 | 6,24 | 7,67 | 9,73 |
| $N_{\bar{q}}$ | -0,054 | -0,051 | -0,045 | -0,053 | -0,049 | -0,043 |
| $\alpha_{\bar{q}}$ | 0,70 | 0,70 | 0,70 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| N_g | 0,80 | 0,40 | 0,10 | 0,85 | 0,48 | 0,10 |
| α_g | 1,08 | 2,80 | 2,00 | 1,41 | 2,29 | 2,00 |
| β_g | 6,00 | 9,10 | 6,00 | 10,59 | 13,52 | 12,71 |

Отдельное замечание следует сделать по включению параметризаций на функции фрагментации в построение теоретических значений асимметрий. Так как в наличии имелись только экспериментальные данные по асимметриям типа $A_{1N}^{+,-}$, авторами было сделано предположение, что основной вклад в общий набор адронов h^+ (h^-) вносят только пионы π^+ (π^-) и каоны K^+ (K^-). Такое приближение вполне оправдано, так как вклад протонов/антипротонов пренебрежимо мал. Кроме того, были использованы зарядовая, $SU_f(2)$ - и $SU_f(3)$ -симметрии, а также соотношение Фейнмана–Филда (2.27). В результате полная система ФФ имела вид (2.43), (2.44) (см. обсуждение в п. 2.1).

Для введенных параметров нарушения правил сумм авторы получили, что, во-первых, $\epsilon_{Bj} < \epsilon_{SU_f(3)}$ (симметрия $SU_f(2)$ точнее, чем $SU_f(3)$), а во-вторых, результаты по $\epsilon_{SU_f(3)}$ плохо определяются данными (симметрия $SU_f(3)$ выполняется с плохой точностью). Это неудивительно, так как симметрия $SU_f(2)$ гораздо более точная, чем $SU_f(3)$. В то же время представляется некорректным, с одной стороны, использовать предположение точных симметрий $SU_f(2)$ и $SU_f(3)$ для функций фрагментации, а с другой стороны,

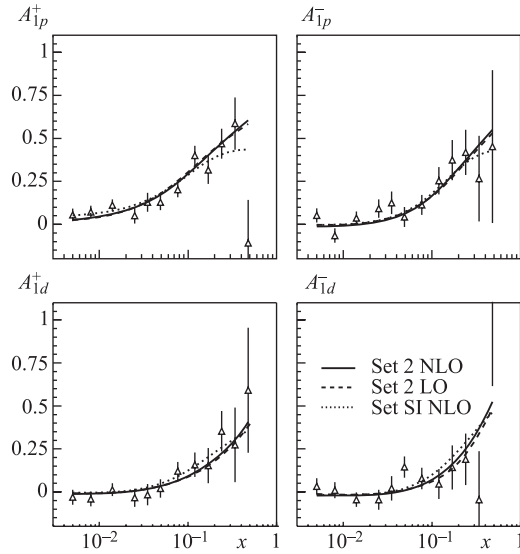


Рис. 2.7. Рисунок из работы [65]. Пунктирной линией показан результат анализа только полуинклюзивных данных

нарушать эти же симметрии при построении полуинклюзивных асимметрий, вводя дополнительные свободные параметры.

Результаты совместного анализа инклюзивных и полуинклюзивных данных из работы [65] приведены в табл. 2.6, а также на рис. 2.7. Из таблицы видно, что результаты согласуются с результатами других групп, использующих только инклюзивные данные.

Авторы провели также анализ только полуинклюзивных данных, в котором из-за их малого количества использовались результаты табл. 2.6 по глюонным и морским распределениям. Результаты приведены в табл. 2.7 и на рис. 2.8.

Из табл. 2.7 и рис. 2.8 видно, что в то время как Δu_V хорошо совпадает с результатами совместного анализа инклюзивных и полуинклюзивных данных, Δd_V не согласуется с ними. В работе [65] был проведен специальный тест на согласование результатов анализа чисто инклюзивных данных и совместного набора инклюзивных и полуинклюзивных данных. Для этого параметризация из табл. 2.7 использовалась для вычисления χ^2 по полному набору инклюзивных и полуинклюзивных данных. Полученное значение χ^2 оказалось гораздо больше, чем соответствующий результат из табл. 2.6. Это объясняется тем, что в полуинклюзивном анализе присутствовали в основном данные, полученные на дейтронной мишени, так что величина Δd_V оказывается плохо

Таблица 2.7. Результаты КХД-анализа только полуинклюзивных данных из работы [65]

| Параметр | NLO (\overline{MS}) | LO |
|--------------------|-------------------------|--------|
| χ_{SI}^2 | 40,25 | 39,45 |
| ϵ_{Bj} | -0,129 | -0,131 |
| $\epsilon_{SU(3)}$ | 0,088 | 0,076 |
| α_u | 0,386 | 0,376 |
| γ_u | 31,69 | 22,81 |
| α_d | 0,638 | 0,565 |
| γ_d | -1,075 | -3,363 |
| $\delta u'_V$ | 0,86 | 0,86 |
| $\delta d'_V$ | -0,23 | -0,23 |

определенной. Однако ошибки для полуинклюзивных данных настолько велики, что результаты с включением полуинклюзивных данных и без можно назвать хорошо согласующимися.

Мы не будем останавливаться на результатах анализа следующей работы [66], так как она аналогична [65], за исключением добавления новых экспериментальных данных HERMES для зарядовой асимметрии на ^3He -мишени. Поэтому сразу перейдем к последним результатам анализа полного набора всех существующих инклюзивных и полуинклюзивных данных [67]. Метод анализа в данной работе полностью аналогичен анализу, проведенному в предыдущих работах [65, 66], за исключением метода оценки ошибок (метод неопределенных множителей Лагранжа). Принципиальное отличие от работ [65, 66] в том, что в анализ впервые были включены полуинклюзивные асимметрии с определением сорта адрона: асимметрии $A_p^{\pi^\pm}$, $A_d^{K^\pm}$, измеренные коллаборацией HERMES [54]. Использование таких асимметрий позволило отказаться от предположения симметричности кваркового моря $\Delta\bar{u} = \Delta\bar{d} = N_s\Delta\bar{s}$. Другим важным отличием анализа от предыдущих явилось использование двух типов параметризаций на функции фрагментации [60] и [59] (с предположениями, аналогичными предположениям в работе [65]). Полный набор асимметрий, используемых в анализе, представлен в табл. 2.8.

Функциональный вид параметризаций кварковых распределений был полностью аналогичен используемым ранее. Результаты для моментов представлены в табл. 2.9.

Из табл. 2.9 видно, что применение различных параметризаций на функции фрагментации почти не влияет на качество фита, а также на величины $\Delta_1 u + \Delta_1 \bar{u}$, $\Delta_1 d + \Delta_1 \bar{d}$ и $\Delta_1 s = \Delta_1 \bar{s}$, определяемые в основном из инклюзив-

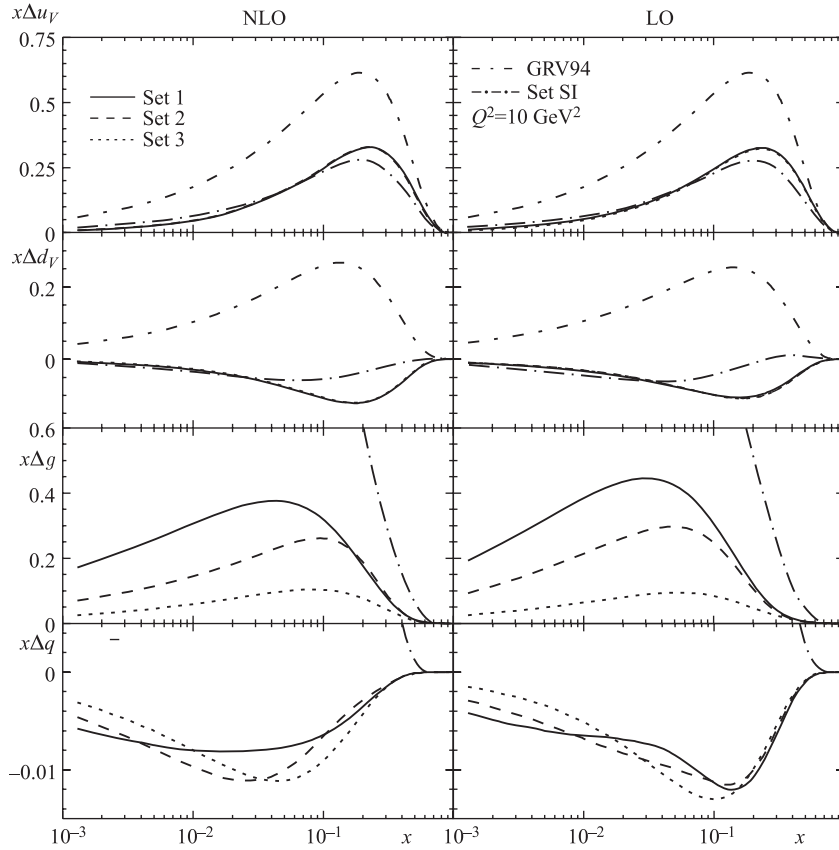


Рис. 2.8. Поляризованные распределения при $Q^2 = 10 \text{ ГэВ}^2$, полученные из анализа полуинклюзивных данных [65]

ных данных. В то же время видно почти 100%-е различие в значениях $\Delta_1 \bar{u}$ и $\Delta_1 \bar{d}$, которые как раз определяются *только* полуинклюзивными данными. Кроме того, различные параметризации функций фрагментации приводят к различным сценариям легкого кваркового моря: $0 > \Delta \bar{u} \simeq \Delta \bar{d} < 0$ для [60] и $\Delta \bar{d} < 0 \neq \Delta \bar{u} > 0$ для [59]. Это определенно указывает на то, что функции фрагментации в настоящее время плохо изучены. Этот дополнительный, до сих пор не учитываемый при анализе источник неопределенности оказывает существенное влияние на результаты, особенно для таких малых величин, как морские поляризованные кварковые распределения (вплоть до принципиально разных сценариев поляризованного моря). В связи с этим особенно

Таблица 2.8. Данные, используемые в процедуре КХД-анализа в работе [67]

| Коллаборация | Мишень | Асимметрия | Кол-во точек |
|--------------|------------------------|--|--------------|
| EMC | Протон | A_1 | 10 |
| SMC | Протон, дейтрон | A_1 | 12, 12 |
| E-143 | Протон, дейтрон | A_1 | 82, 82 |
| E-155 | Протон, дейтрон | A_1 | 24, 24 |
| HERMES | Протон, дейтрон, гелий | A_1 | 9, 9, 9 |
| E-142 | Гелий | A_1 | 8 |
| E-154 | Гелий | A_1 | 17 |
| Hall A | Гелий | A_1 | 3 |
| COMPASS | Дейтрон | A_1 | 12 |
| SMC | Протон, дейтрон | $A_1^{h^+}, A_1^{h^-}$ | 24, 24 |
| HERMES | Протон, дейтрон, гелий | $A_1^{h^+}, A_1^{h^-}, A_1^{\pi^+}, A_1^{\pi^-}, A_1^{K^+}, A_1^{K^-}$ | 36, 63, 18 |
| Всего | | | 478 |

Таблица 2.9. Результаты по χ^2 и значениям первых моментов из работы [67] при $Q^2 = 10 \text{ ГэВ}^2$

| ФФ | χ^2 | χ_{DIS}^2 | χ_{SIDIS}^2 | $\Delta_1 u_V$ | $\Delta_1 d_V$ | $\Delta_1 \bar{u}$ | $\Delta_1 \bar{d}$ | $\Delta_1 \bar{s}$ | $\Delta_1 g$ | $\Delta_1 \Sigma$ |
|-----|----------|-----------------------|-------------------------|----------------|----------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------|-------------------|
| NLO | | | | | | | | | | |
| KRE | 430,91 | 206,01 | 224,90 | 0,936 | -0,344 | -0,0487 | -0,0545 | -0,0508 | 0,680 | 0,284 |
| KKP | 436,17 | 205,66 | 230,51 | 0,700 | -0,255 | 0,0866 | -0,107 | -0,0454 | 0,574 | 0,311 |
| LO | | | | | | | | | | |
| KRE | 457,54 | 213,48 | 244,06 | 0,697 | -0,248 | -0,0136 | -0,0432 | -0,0415 | 0,121 | 0,252 |
| KKP | 448,71 | 219,72 | 228,99 | 0,555 | -0,188 | 0,0497 | -0,0608 | -0,0365 | 0,187 | 0,271 |

важной становится возможность обойтись без функций фрагментации при анализе полуинклюзивных данных. Такую возможность предоставляют нам разностные асимметрии, что уже обсуждалось в предыдущем пункте и будет в деталях обсуждаться в следующем разделе.

Хотя авторы [67] не приводят ошибок для моментов кварковых распределений, в работе был проведен анализ ошибок для локальных распределений по методу неопределенных множителей Лагранжа. Результаты, представленные на рис. 2.9, показывают, что ошибки для морских поляризованных кварковых распределений настолько большие, что величины $\Delta \bar{u}$ и $\Delta \bar{d}$ по сути равны нулю в пределах ошибок. Таким образом, анализ, представленный в работе [67], показал, что применение стандартного метода КХД-анализа для

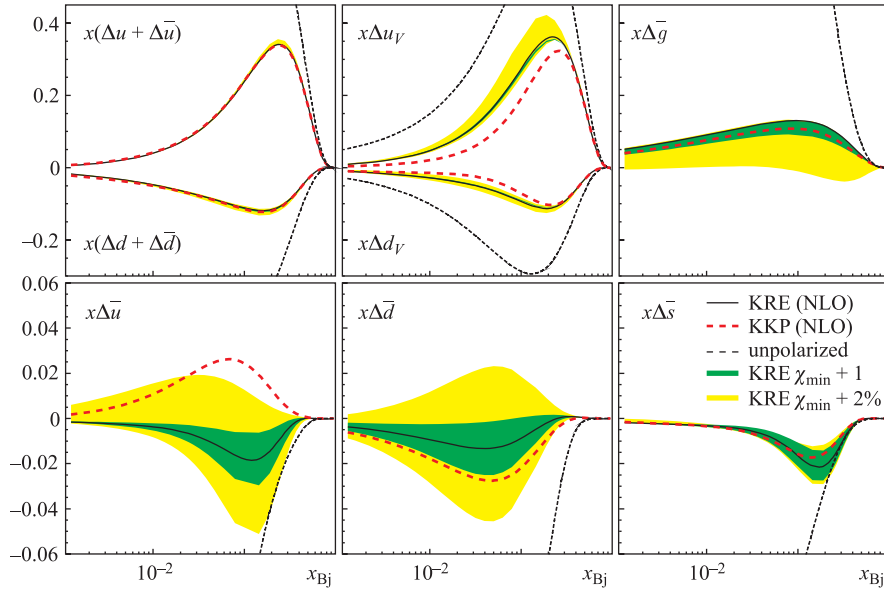


Рис. 2.9. Поляризованные распределения при $Q^2 = 10 \text{ ГэВ}^2$ из работы [67], а также их неопределенности, соответствующие $\Delta\chi^2 = 1$ и $\Delta\chi^2 = 2\%$

полуинклюзивных данных в настоящее время не позволяет найти морские поляризованные распределения. Это объясняется как малым количеством полуинклюзивных данных и их большими статистическими ошибками, так и большим количеством параметров, определяющих параметризацию кварковых распределений. Таким образом, становится ясно, что необходим новый метод анализа полуинклюзивных данных в следующем за лидирующим порядке КХД, который был бы избавлен от проблем стандартного анализа — зависимости результатов от функционального вида параметризации и большого количества подгоняемых параметров. Такой метод будет рассмотрен в следующем разделе.

3. НОВЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ДАННЫХ ПО ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМУ ПОЛЯРИЗОВАННОМУ ГНР В СЛЕДУЮЩЕМ ЗА ЛИДИРУЮЩИМ ПОРЯДКЕ КХД

Как уже обсуждалось, задача разделения морских и валентных вкладов до сих пор не имела удовлетворительного решения. Это объясняется как экспериментальными (недостаточное количество данных), так и теоретическими

(недостатки стандартных методов анализа) проблемами. Так, стандартным способом анализа полуинклюзивных асимметрий в следующем за лидирующим порядке КХД является проведение процедуры фитирования, когда предполагается определенный функциональный вид для кварковых распределений при каком-либо выбранном значении Q_0^2 . В результате задача сводится к нахождению большого числа неизвестных параметров в функциональных формах. Как уже отмечалось, такая процедура пригодна только при наличии большого количества экспериментальных точек с малыми ошибками. Именно такая ситуация имеет место в случае чисто инклюзивного ГНР (см. разд. 2), где данные настолько точны и их так много, что в результате анализа можно понять, что одна параметризация лучше параметризации другого функционального вида. Другими словами, в этом случае можно найти оптимальную функциональную форму параметризации. Однако в настоящее время количество и точность данных для процессов полуинклюзивного ГНР таково, что даже сильно отличающиеся параметризации могут давать одинаковое качество описания данных (одинаковые значения χ^2/ndf). Поэтому в этом случае было бы крайне желательно избежать процедуры фитирования и попытаться разработать альтернативный метод прямого анализа.

В серии проведенных исследований [50,93,94] был разработан новый метод анализа процессов поляризованного полуинклюзивного ГНР в следующем за лидирующим порядке КХД. Основным достоинством разработанного метода является то, что он позволяет (на первом этапе) извлечь меллиновские моменты поляризованных кварковых распределений в следующем за лидирующим порядке КХД напрямую [93], непосредственно из измеренных полуинклюзивных асимметрий, без использования большого количества дополнительных предположений, характерных для стандартных методов. Локальные же поляризованные кварковые распределения извлекаются на втором этапе с помощью извлеченных моментов как уже известных коэффициентов в предложенном [94] модифицированном методе разложения по полиномам Якоби. В свою очередь, это модифицированное разложение является очень полезным инструментом, поскольку позволяет использовать не полные (недоступные для измерения) меллиновские моменты, а моменты, усеченные к интервалу по Бёркеновской переменной x , реально доступному в эксперименте (именно и только такие моменты могут быть извлечены из экспериментальных данных на первом этапе).

3.1. Метод прямого извлечения первых моментов поляризованных кварковых распределений. Асимметрия поляризованного кваркового моря. Первоначально, в работе [93], был разработан метод прямого извлечения меллиновских моментов произвольного порядка из полуинклюзивных асимметрий. Данный метод основан на применении свойства моментов Меллина

$M^n(f) \equiv \int_0^1 dx x^{n-1} f(x)$ расщеплять конволюцию (см. уравнение (2.8)) в простое произведение соответствующих меллиновских моментов:

$$M^n[A \otimes B] \equiv \int_0^1 dx x^{n-1} \int_x^1 \frac{dy}{y} A\left(\frac{x}{y}\right) B(y) = M^n(A)M^n(B). \quad (3.1)$$

В результате сложные интегродифференциальные уравнения* (типа (2.5), (2.8)) для неизвестных величин $\Delta q(x)$ превращаются в простые алгебраические уравнения для меллиновских моментов $\Delta_n q \equiv \int_0^1 dx x^{n-1} \Delta q(x)$. Эта

процедура является абсолютно общей и подходит для любых типов измеряемых асимметрий, однако здесь мы будем рассматривать только разностные асимметрии. Дело в том, что при анализе было бы крайне желательно избежать где только это возможно использования функций фрагментации, которые до сих пор еще очень плохо изучены (в первую очередь это касается функций фрагментации $D_q^{K^\pm}$, $D_q^{p,\bar{p}}$ и D_g^h). Такую возможность предоставляют нам разностные асимметрии. Они были впервые предложены в работе [95] и затем изучались в работах [10, 87, 93, 94, 96, 97]. Мы уже сталкивались с разностными асимметриями в п. 2.2. Однако там обсуждались только зарядовые асимметрии, т. е. асимметрии без определения сорта адрона в конечном состоянии (см. уравнения (2.68), (2.69)). В то же время возможность идентификации адрона крайне важна, так как позволяет избежать при анализе разностных асимметрий использования плохо изученных функций фрагментации не только для дейтронной, но и для протонной мишени. Причем это преимущество остается в силе не только в лидирующем, но и в следующем за лидирующим порядке КХД-разложения.

Разностные асимметрии с идентификацией сорта адрона $h(\bar{h})$ определяются как

$$A_N^{h-\bar{h}}(x, Q^2; z) = \frac{1}{P_B P_T f D} \frac{(n_{\uparrow\downarrow}^h - n_{\uparrow\downarrow}^{\bar{h}}) - (n_{\uparrow\uparrow}^h - n_{\uparrow\uparrow}^{\bar{h}})}{(n_{\uparrow\downarrow}^h - n_{\uparrow\downarrow}^{\bar{h}}) + (n_{\uparrow\uparrow}^h - n_{\uparrow\uparrow}^{\bar{h}})}, \quad (3.2)$$

где величины $n_{\uparrow\downarrow(\uparrow\uparrow)}^h$, P_B , P_T , f и D определены в уравнении (2.5). В лидирующем порядке КХД выражения для разностной асимметрии на различных

*В эти уравнения измеряемые асимметрии $A_{p,d}^h$, вильсоновские коэффициенты, функции фрагментации и неполяризованные кварковые распределения входят как уже известные величины.

мишенях и для различных типов адронов имеют вид

$$\begin{aligned} A_p^{\pi^+-\pi^-} &= \frac{4\Delta u_V - \Delta d_V}{4u_V - d_V}; & A_d^{\pi^+-\pi^-} &= \frac{\Delta u_V + \Delta d_V}{u_V + d_V}; \\ A_n^{\pi^+-\pi^-} &= \frac{4\Delta d_V - \Delta u_V}{4d_V - u_V}; & A_p^{K^+-K^-} &= \frac{\Delta u_V}{u_V}; & A_d^{K^+-K^-} &= A_d^{\pi^+-\pi^-}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

откуда ясно видно основное достоинство этих асимметрий — полное отсутствие функций фрагментации в лидирующем порядке.

Выражение для разностной асимметрии через полуинклюзивные структурные функции имеет вид

$$A_N^{h-\bar{h}}(x, Q^2; z) = \frac{g_1^{N/h} - g_1^{N/\bar{h}}}{\tilde{F}_1^{N/h} - \tilde{F}_1^{N/\bar{h}}} \quad (N = p, n, d), \quad (3.4)$$

где полуинклюзивная структурная функция $g_1^{N/h}$ определяется уравнением (2.8), а выражение для $F_1^{N/h}$ аналогично (2.8) с заменой $\Delta q \rightarrow q$, $\Delta C_{\dots} \rightarrow C_{\dots}$. Вильсоновские коэффициенты $\Delta C_{qq(qg,gg)}$ и $\tilde{C}_{qq(qg,gg)} \equiv C_{qq(qg,gg)}^1 + 2(1-y)/(1+(1-y)^2)C_{qq(qg,gg)}^L$ вычислены в работе [98] и в компактном виде представлены в работе [99, Appendix C]. Для удобства они также приведены здесь в приложении Г.

Далее мы будем исследовать только пионные разностные асимметрии и не будем рассматривать каонные, так как уравнения для $A_{p,d}^{\pi^+-\pi^-}$ и $A_{p,d}^{K^+-K^-}$ несут одну и ту же информацию, но статистика для пионных данных примерно в пять раз превышает статистику для каонных данных.

В работе [97] была рассмотрена система уравнений для разностных асимметрий в следующем за лидирующим порядке КХД:

$$\begin{aligned} A_p^{\pi^+-\pi^-}(x, Q^2; z) &= \frac{(4\Delta u_V - \Delta d_V)[1 + \otimes \alpha_s / (2\pi) \Delta C_{qq} \otimes] (D_1 - D_2)}{(4u_V - d_V)[1 + \otimes \alpha_s / (2\pi) C_{qq} \otimes] (D_1 - D_2)}, \\ A_n^{\pi^+-\pi^-}(x, Q^2; z) &= A_p^{\pi^+-\pi^-}(x, Q^2; z)|_{u_V \leftrightarrow d_V}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где адронная кинематическая переменная z определяется соотношением (2.10) (ср. с определением (2.1) стандартной адронной переменной z_h). Система (3.5) получается подстановкой (2.8) в определение (3.4) с использованием соотношений для функций фрагментации (2.25), (2.26), (2.29), полученных с учетом $SU_f(2)$ -симметрии и симметрии зарядового сопряжения. Из (3.5) видно, что даже в следующем за лидирующим порядке КХД в асимметриях $A_{p(n)}^{\pi^+-\pi^-}$ сокращаются вклады, содержащие плохо известные функции фрагментации $D_g^{\pi^\pm}$ и $D_s^{\pi^\pm}$, так что асимметрии содержат только разность $D_1 - D_2$ хорошо изученных пионных функций фрагментации (см. п. 2.1).

Однако даже с учетом такого замечательного сокращения плохо изученных ФФ систему (3.5) чрезвычайно трудно применять для реального анализа экспериментальных данных. Во-первых, эта система чрезвычайно сложных интегродифференциальных уравнений не может быть решена напрямую (без процедуры фитирования) относительно локальных распределений $\Delta u_V(x)$, $\Delta d_V(x)$. Во-вторых, в данную систему входят асимметрии, зависящие от z_h , которые на сегодня могут быть измерены лишь с очень низкой точностью. В настоящее время все полуинклюзивные поляризованные данные представлены в интегральном виде, т.е. они собираются во всем диапазоне $z_h > z_0$, где z_0 , как правило, выбирается равным 0,2 для отсека области фрагментации остатка мишени (см. разд. 2). В-третьих, из-за использования* нестандартной адронной кинематической переменной (2.10) область интегрирования \mathcal{D} имеет чрезвычайно сложный вид (2.12), где переменные z и x уже не являются независимыми. Из-за этого даже использование замечательного свойства моментов Меллина (3.1) расщеплять конволюцию не может помочь нам решить систему (3.5). Как уже отмечалось, все эти проблемы можно обойти, если использовать стандартную адронную переменную z_h с введением ката по $z_h > 0,2$ и интегрированием асимметрий по всей области $0,2 < z_h < 1$. Соответствующая проинтегрированная асимметрия имеет вид

$$A_N^{h-\bar{h}}(x, Q^2) \Big|_Z = \frac{1}{P_B P_T f D} \frac{(N_{\uparrow\downarrow}^h - N_{\uparrow\downarrow}^{\bar{h}}) - (N_{\uparrow\uparrow}^h - N_{\uparrow\uparrow}^{\bar{h}})}{(N_{\uparrow\downarrow}^h - N_{\uparrow\downarrow}^{\bar{h}}) + (N_{\uparrow\uparrow}^h - N_{\uparrow\uparrow}^{\bar{h}})} \Big|_Z = \quad (3.6)$$

$$= \frac{\int_Z^1 dz_h (g_1^{N/h} - g_1^{N/\bar{h}})}{\int_Z^1 dz_h (\tilde{F}_1^{N/h} - \tilde{F}_1^{N/\bar{h}})} \quad (N = p, n, d), \quad (3.7)$$

где величины $N_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}^{h(\bar{h})}$ определены уравнением (2.61). Как мы увидим ниже (см. п. 3.2), нейтронная мишень абсолютно не подходит для построения разностных асимметрий, так как для нее $N^{\pi^+} \simeq N^{\pi^-}$, что приводит к огромным статистическим ошибкам. Поэтому далее мы будем рассматривать систему двух разностных асимметрий на протонной и дейтронной мишенях. Соответственно, теоретическое выражение для таких асимметрий в следующем за

*Напомним, что эта переменная вводится вместо стандартной для учета эффекта фрагментации остатка мишени и для исключения проблемы сингулярности полуинклюзивного сечения при $z_h=0$.

лидирующим порядке КХД записывается в виде

$$A_p^{\pi^+ - \pi^-}(x, Q^2) \Big|_Z = \frac{(4\Delta u_V - \Delta d_V) \int_Z^1 dz_h \left[1 + \otimes \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta C_{qq} \otimes \right] (D_1 - D_2)}{(4u_V - d_V) \int_Z^1 dz_h \left[1 + \otimes \frac{\alpha_s}{2\pi} \tilde{C}_{qq} \otimes \right] (D_1 - D_2)}, \quad (3.8)$$

$$A_d^{\pi^+ - \pi^-}(x, Q^2) \Big|_Z = \frac{(\Delta u_V + \Delta d_V) \int_Z^1 dz_h \left[1 + \otimes \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta C_{qq} \otimes \right] (D_1 - D_2)}{(u_V + d_V) \int_Z^1 dz_h \left[1 + \otimes \frac{\alpha_s}{2\pi} \tilde{C}_{qq} \otimes \right] (D_1 - D_2)}, \quad (3.9)$$

где область интегрирования в конволюции теперь имеет простой вид (2.13), так что

$$[\Delta q \otimes \Delta C \otimes D](x, z_h) = \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{z_h}^1 \frac{dz'}{z'} \Delta q\left(\frac{x}{x'}\right) \Delta C(x', z') D\left(\frac{z_h}{z'}\right). \quad (3.10)$$

Очевидно, что теперь уже можно использовать свойство моментов Меллина (3.1). В результате легко получить [93] систему простых алгебраических уравнений для моментов n -го порядка $\Delta_n u_V$ и $\Delta_n d_V$ (см. (1.28)) поляризованных валентных распределений Δu_V и Δd_V :

$$(4\Delta_n u_V - \Delta_n d_V)(L_{(n)1} - L_{(n)2}) = \mathcal{A}_p^{\text{exp}(n)}, \quad (3.11)$$

$$(\Delta_n u_V + \Delta_n d_V)(L_{(n)1} - L_{(n)2}) = \mathcal{A}_d^{\text{exp}(n)}, \quad (3.12)$$

которая мгновенно решается:

$$\Delta_n u_V = \frac{1}{5} \frac{\mathcal{A}_p^{(n)} + \mathcal{A}_d^{(n)}}{L_{(n)1} - L_{(n)2}}; \quad \Delta_n d_V = \frac{1}{5} \frac{4\mathcal{A}_d^{(n)} - \mathcal{A}_p^{(n)}}{L_{(n)1} - L_{(n)2}}. \quad (3.13)$$

Величины $\mathcal{A}_{p,d}^{(n)}$, определенные как

$$\mathcal{A}_p^{(n)} \equiv \int_0^1 dx x^{n-1} A_p^{\pi^+ - \pi^-} \Big|_Z (4u_V - d_V) \int_Z^1 dz_h \left[1 + \otimes \frac{\alpha_s}{2\pi} C_{qq} \otimes \right] (D_1 - D_2), \quad (3.14)$$

$$\mathcal{A}_d^{(n)} \equiv \int_0^1 dx x^{n-1} A_d^{\pi^+ - \pi^-} \Big|_Z (u_V + d_V) \int_Z^1 dz_h \left[1 + \otimes \frac{\alpha_s}{2\pi} C_{qq} \otimes \right] (D_1 - D_2), \quad (3.15)$$

содержат только измеряемые в эксперименте и уже известные величины. Это измеряемые разностные асимметрии $A_{p,d}^{\pi^+-\pi^-}$, вычисленные вильсоновские коэффициенты C_{qq} (см. приложение Г), а также известные неполяризованные кварковые распределения и известные пионные функции фрагментации. В свою очередь, коэффициенты $L_{(n)1}$, $L_{(n)2}$ определяются как

$$\begin{aligned} L_{(n)1} &\equiv L_{(n)u}^{\pi^+} = L_{(n)\bar{u}}^{\pi^-} = L_{(n)\bar{d}}^{\pi^+} = L_{(n)d}^{\pi^-}, \\ L_{(n)2} &\equiv L_{(n)d}^{\pi^+} = L_{(n)\bar{d}}^{\pi^-} = L_{(n)u}^{\pi^-} = L_{(n)\bar{u}}^{\pi^+}, \\ L_{(n)q}^h &\equiv \int_Z^1 dz_h \left[D_q^h(z_h) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_{z_h}^1 \frac{dz'}{z'} \Delta_n C_{qq}(z') D_q^h\left(\frac{z_h}{z'}\right) \right], \end{aligned} \quad (3.16)$$

где

$$\Delta_n C_{qq}(z) \equiv \int_0^1 dx x^{n-1} \Delta C_{qq}(x, z)$$

— это n -й момент поляризованного вильсоновского коэффициента $\Delta C_{qq}(x, z)$ (см. приложение Г).

Следует подчеркнуть, что уже на этом этапе мы можем напрямую извлечь наиболее важные для понимания спиновой структуры нуклона величины — первые моменты ($n = 1$ в (3.13)) поляризованных кварковых распределений. Напомним, что именно эти величины составляют спин нуклона. В частности, система (3.13) дает нам доступ к первым моментам поляризованных валентных распределений $\Delta_1 u_V$ и $\Delta_1 d_V$. Чрезвычайно важные сами по себе, эти величины позволяют решить также принципиальную проблему симметрии поляризованного кваркового моря, т. е. ответить на вопрос, равна асимметрия поляризованного кваркового моря $\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}$ нулю или нет. Для этой цели достаточно воспользоваться [93] соответствующей формой правила сумм Бьёркена (1.52), которая позволяет выразить асимметрию поляризованного кваркового моря $\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}$ через разность первых моментов валентных распределений. В следующем пункте мы проведем тестирование метода и исследуем возможность измерения асимметрии поляризованного кваркового моря в условиях экспериментов HERMES и COMPASS.

3.2. Тестирование метода и оценка возможных неопределенностей. Для проверки предложенного метода извлечения меллиновских моментов поляризованных кварковых распределений в следующем за лидирующим порядке КХД в работе [93] были проведены специальные тесты. Для этого строились разностные асимметрии из полуинклюзивных пионных данных, моделированных при помощи Монте-Карло генератора PEPSI [100]. Проведение КХД-анализа таких моделированных данных дает уникальную возможность

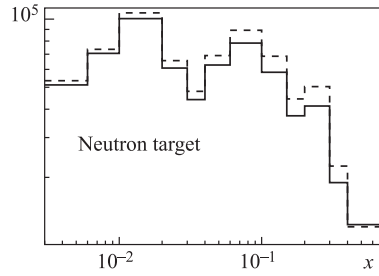


Рис. 3.1. Значения N^{π^+} и N^{π^-} , полученные при моделировании с использованием генератора PEPSI для нейтронной мишени. Пунктирная и сплошная линии соответствуют π^+ и π^-

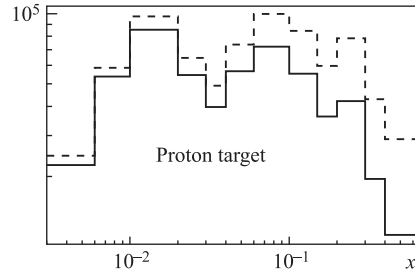


Рис. 3.2. То же, что на рис. 3.1, для протонной мишени

проверки метода, так как результаты анализа должны (в идеале точно) воспроизвести изначально заложенную в генератор параметризацию для Δq .

Прежде всего рассмотрим важный вопрос, касающийся статистических ошибок для разностных асимметрий. Дело в том, что статистические ошибки для разностных асимметрий ведут себя совершенно иначе, чем ошибки для обычных полуинклюзивных асимметрий (см. приложение Д). Действительно, приближенная формула для статистической ошибки разностной асимметрии (Д.16) имеет вид

$$\delta(A_{p(n,d)}^{\pi^+-\pi^-}) \sim \frac{\sqrt{N^{\pi^+} + N^{\pi^-}}}{N^{\pi^+} - N^{\pi^-}},$$

где $N^{\pi^+} \equiv N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}$ и $N^{\pi^-} \equiv N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}$. То есть, в противоположность обычным асимметриям, выражение для ошибки относительно разностных асимметрий содержит в знаменателе разность скоростей счета π^+ и π^- , что может, в принципе, приводить к большим статистическим ошибкам для этих асимметрий. Чтобы прояснить этот вопрос, было проведено соответствующее моделирование. Распределения выхода π^+ - и π^- -пионов на трех разных мишенях, а также их отношения приведены на рис. 3.1–3.4. Отметим, что полученные распределения отлично согласуются с экспериментальными результатами коллаборации EMC [82] (см. п. 4.3 и рис. 10 в работе [82]). Такое согласие объясняется тем, что используемый для моделирования генератор поляризованных событий PEPSI [100] основан на генераторе LEPTO, который, в свою очередь, при соответствующей настройке отлично описывает (см. п. 2.2) полуинклюзивные данные.

В то время как для нейтронной мишени (рис. 3.1) отношение N^{π^+} и N^{π^-} близко к единице почти во всей области по x , для протонной мишени

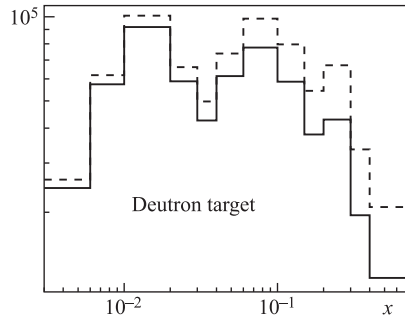


Рис. 3.3. Значения N^{π^+} и N^{π^-} , полученные при моделировании с использованием генератора PEPSI для дейтронной мишени. Пунктирная и сплошная линии соответствуют π^+ и π^-

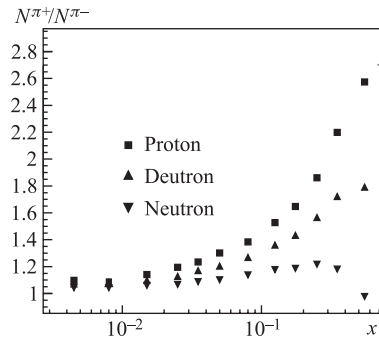


Рис. 3.4. Отношение $N^{\pi^+} \equiv N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}$ к $N^{\pi^-} \equiv N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}$, полученное с применением генератора событий PEPSI для трех различных мишеней

(рис. 3.2) мы видим, что количество положительных пионов существенно превышает количество отрицательных почти во всем диапазоне по бьёркеновскому x . В области же $x \sim 0$ такое отношение приближается к единице из-за доминирования морских кварков [82]. Однако для вычисления ошибки значение имеет только разность N^{π^+} и N^{π^-} . Для протонной мишени эта разность не является малой величиной даже в области $x \sim 0$, так как статистика, достижимая в современных экспериментах, достаточно высока. Так, при статистике $3 \cdot 10^6$ событий* в первом бине $0,003 < x < 0,006$ имеем: $N^{\pi^+}/N^{\pi^-} = 1,085$ и $N^{\pi^+} - N^{\pi^-} = 2985$. Для дейтронной мишени (рис. 3.3) ситуация хотя и не так ярко выражена, тем не менее мы наблюдаем значительное доминирование положительных пионов, что также позволяет получить удовлетворительные ошибки для асимметрий. Отношения и разности количества пионов для бина $0,003 < x < 0,006$ составляют $N^{\pi^+}/N^{\pi^-} = 1,053$ и $N^{\pi^+} - N^{\pi^-} = 2020$.

Таким образом, мы увидели, что в отличие от нейтронной мишени для протонной и дейтронной мишеней разности скоростей счета $N^{\pi^+} \equiv N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}$ и $N^{\pi^-} \equiv N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}$ не являются малыми величинами. Как следствие, даже при статистике HERMES (ожидаемая статистика на COMPASS гораздо выше) ошибки для разностных асимметрий вполне приемлемы и позволяют с достаточной точностью извлекать валентные распределения. Чтобы показать

*Именно такое количество событий было набрано HERMES, и оно абсолютно реально для COMPASS, где светимость гораздо выше.

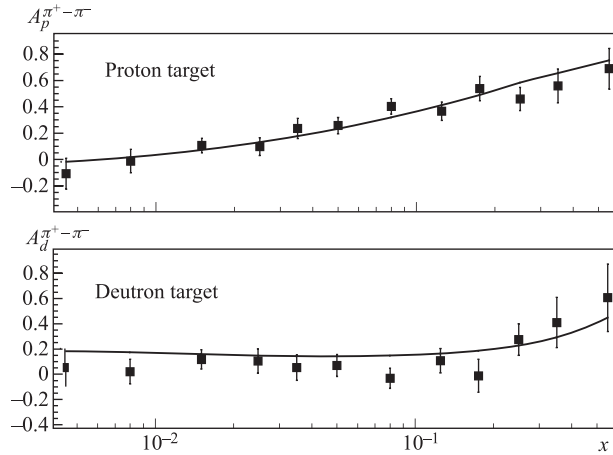


Рис. 3.5. Пионная разностная асимметрия, вычисленная из параметризации в лидирующем порядке КХД (сплошная линия) и построенная из моделированных на генераторе PEPSI данных (квадраты) для протонной и дейтронной мишеней

это, было проведено [93] соответствующее моделирование. Для простоты и наглядности валентные распределения извлекались из моделированных данных в лидирующем порядке* КХД. Была выбрана параметризация GRSV2000 (*несимметричное море*) [31]. Было сгенерировано 750 000 событий для каждой из двух мишеней и для каждой из двух взаимных поляризаций пучка и мишени (т.е. полное количество событий составляет $3 \cdot 10^6$). Энергия пучка $E_\mu = 160$ ГэВ и все кинематические каты соответствовали кинематике COMPASS. Асимметрии и ошибки вычислялись по формулам (Д.1) и (Д.7) соответственно. Результаты представлены на рис. 3.5. Для сравнения на рис. 3.5 представлены также теоретические результаты для асимметрий, которые получаются подстановкой используемой параметризации в (3.3). Из рис. 3.5 видно**, что построенные асимметрии действительно измеримы при такой реалистичной статистике. В свою очередь, из рис. 3.6 видно, что восстановленные (с использованием (3.3)) в лидирующем порядке валентные распределения также измеримы и в пределах ошибок совпадают с заложенной в генератор параметризацией.

*Соответственно, при генерации событий также использовался лидирующий порядок.

**Из рис. 3.5 видно также, что построенные асимметрии в пределах ошибок совпадают с соответствующими теоретическими значениями. Это показывает, что генератор PEPSI работает достаточно хорошо, т.е. хорошо воспроизводит заложенные в него параметризации для Δq .

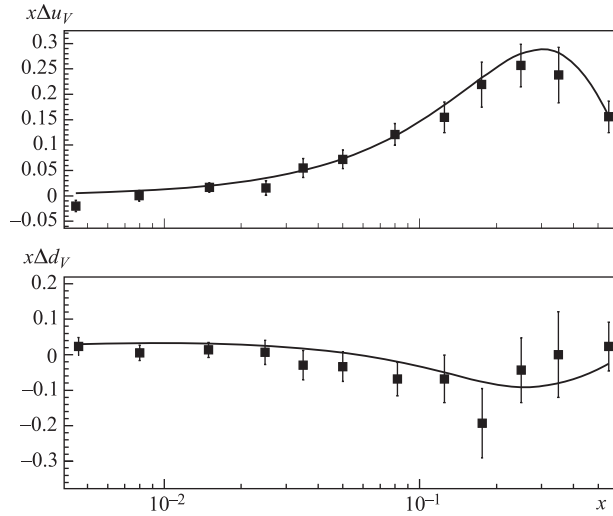


Рис. 3.6. Поляризованные валентные распределения, восстановленные в лидирующем порядке КХД (квадраты) в сравнении с заложенной в генератор параметризацией (сплошная линия)

Таким образом, мы показали, что разностные асимметрии, так же как и извлекаемые из них валентные распределения, измеримы при реалистичной статистике, достижимой в современных экспериментах по полуинклюзивному ГНР. Следующий шаг — показать, что предложенный метод анализа в следующем за лидирующим порядке КХД может быть успешно применен к изучаемым здесь разностным асимметриям. Для этой цели в работе [93] были исследованы два принципиально различных сценария поляризации легкого кваркового моря. Соответственно, при моделировании в генератор закладывались две принципиально различные параметризации, соответствующие сильно несимметричному и полностью симметричному поляризованному морю легких кварков. Первая параметризация — GRSV2000 (*несимметричное море*) [31] использует предположение $\Delta\bar{d}/d = \Delta\bar{u}/u$, что в силу $u \neq d$ означает, что $\Delta\bar{u} \neq \Delta\bar{d}$. Вторая параметризация — GRSV2000 (*симметричное море*) [31] помимо условия симметричности легкого кваркового моря $\Delta\bar{u} = \Delta\bar{d}$ включает также поляризованную странность в условие симметрии: $\Delta\bar{u} = \Delta\bar{d} = \Delta\bar{s} = \Delta s$.

Сценарий с несимметричным морем. Протестируем сначала применимость предложенного метода анализа в следующем за лидирующим порядке в случае сильно нарушенного поляризованного кваркового моря. Условия моделирования приведены в табл. 3.1 и соответствуют кинематическим условиям

Таблица 3.1. Условия проведения моделирования. А и Б соответствуют кинематическим условиям HERMES и SMC (COMPASS)

| | E_{lepton} , ГэВ | x | x_F | z_h | W^2 , ГэВ ² | Статистика |
|---|---------------------------|-------------------|-------------|-----------------|--------------------------|----------------|
| А | 27,5 | $0,023 < x < 0,6$ | $x_F > 0,1$ | $z_h > Z = 0,2$ | $W^2 > 10$ | $3 \cdot 10^6$ |
| Б | 160 | $0,003 < x < 0,7$ | $x_F > 0,1$ | $z_h > Z = 0,2$ | $W^2 > 10$ | $3 \cdot 10^6$ |

экспериментов HERMES (кинематика А) и COMPASS (кинематика Б). Биннинг по x для каждой из двух кинематик в точности соответствует биннингу, применяемому в этих экспериментах. Статистика составляет $3 \cdot 10^6$ инклюзивных событий для двух типов поляризации и двух (протонной и дейтронной) мишеней, что с учетом всех катов для 27-ГэВ пучка соответствует

$$N_{\text{tot}}^{\pi^+} |_{\text{proton}} = 551\,281, \quad N_{\text{tot}}^{\pi^-} |_{\text{proton}} = 358\,654;$$

$$N_{\text{tot}}^{\pi^+} |_{\text{deuteron}} = 526\,747, \quad N_{\text{tot}}^{\pi^-} |_{\text{deuteron}} = 383\,826$$

и для 160-ГэВ пучка соответствует

$$N_{\text{tot}}^{\pi^+} |_{\text{proton}} = 582\,913, \quad N_{\text{tot}}^{\pi^-} |_{\text{proton}} = 420\,709;$$

$$N_{\text{tot}}^{\pi^+} |_{\text{deuteron}} = 559\,494, \quad N_{\text{tot}}^{\pi^-} |_{\text{deuteron}} = 447\,599.$$

Эти значения $N_{\text{tot}}^{\pi^\pm}$ приблизительно совпадают с соответствующими значениями этих величин, полученными коллаборацией HERMES. Например, на дейтронной мишени коллаборация HERMES получила $N_{\text{tot}}^{\pi^+} = 493\,492$, $N_{\text{tot}}^{\pi^-} = 402\,479$ (табл. 5.4 в [101]). Количество же полуинклюзивных событий, ожидаемых на COMPASS, гораздо больше.

Хотя предложенный метод анализа позволяет извлекать из данных меллиновские моменты произвольного порядка, в работе [93] рассматривались только первые, наиболее важные для понимания спиновой структуры нуклона моменты. Напомним, что именно первые моменты входят в правило сумм (1.79), определяющее спин нуклона. Кроме того, знание первых моментов поляризованных валентных распределений легко позволяет нам вычислить асимметрию поляризованного моря легких кварков по формуле (1.52), что дает возможность ответить на интригующий и до сих пор не решенный вопрос, симметрично поляризованное кварковое море или нет.

Для извлечения первых моментов $\Delta_1 u_V$, $\Delta_1 d_V$ и $\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}$ по формулам (3.13) разностные асимметрии и их статистические ошибки строились по формулам (Д.1) и (Д.7) из приложения Д, после чего из них вычислялись величины $\mathcal{A}_{p(d)}^{\text{exp}}$. Здесь необходимо отметить, что в реальности асимметрии могут быть измерены только в ограниченной по x области $a < x < b$, что

приводит к замене точных уравнений (3.13) на приближенные, в которые входят уже не полные, а усеченные моменты

$$\Delta'_n q \equiv M'[n] \equiv \int_a^b dx x^{n-1} \Delta q(x). \quad (3.17)$$

Интегральная формула (3.14) при этом заменяется на сумму

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_p^{\text{exp}} = \sum_{i=1}^{N_{\text{bins}}} \Delta x_i A_p^{\pi^+ - \pi^-}(x_i) \Big|_Z (4u_V - d_V)(x_i) \times \\ \times \int_Z^1 dz_h \left[1 + \otimes \frac{\alpha_s}{2\pi} \tilde{C}_{qq} \otimes \right] (D_1 - D_2), \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_d^{\text{exp}} = \sum_{i=1}^{N_{\text{bins}}} \Delta x_i A_d^{\pi^+ - \pi^-}(x_i) \Big|_Z (u_V + d_V)(x_i) \times \\ \times \int_Z^1 dz_h \left[1 + \otimes \frac{\alpha_s}{2\pi} \tilde{C}_{qq} \otimes \right] (D_1 - D_2), \end{aligned} \quad (3.19)$$

где Δx_i обозначает ширину i -го бина. Такая модификация обусловлена тем, что в условиях эксперимента асимметрия измеряется в ограниченной области $a < x < b$, где задается конечным набором точек с определенным биннингом. Нужно отметить, что при вычислении $\mathcal{A}_{p,d}$ важным моментом является корректное обращение с сингулярностями подынтегральных выражений вблизи единицы (так называемое А-предписание). Этот вопрос в деталях обсуждается в приложении Г. Вычисление коэффициентов $L_{1,2}$ не представляет особой сложности и может быть проведено любым численным методом интегрирования (например, методом Гаусса). Для вычисления $\mathcal{A}_{p,d}$ и $L_{1,2}$ были использованы параметризации функций фрагментации из работы [60] и параметризации неполяризованных кварковых распределений из работы [102].

Отметим, что в реальных условиях мы не можем извлечь асимметрию поляризованного моря $[\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}]$, непосредственно воспользовавшись формулой (1.52), так как в нее входят недостижимые в эксперименте полные моменты $\Delta_1 u_V$ и $\Delta_1 d_V$. Однако, имея в своем распоряжении только усеченные моменты $\Delta'_1 u_V$ и $\Delta'_1 d_V$, можно извлечь величину $[\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}]_{\text{BSR}}$

$$[\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}]_{\text{BSR}} \equiv \frac{1}{2} \left| \frac{g_A}{g_V} \right| - \frac{1}{2} (\Delta'_1 u_V - \Delta'_1 d_V), \quad (3.20)$$

Таблица 3.2. Извлечение усеченных моментов поляризованных валентных распределений из моделированных данных (GRSV2000, несимметричное море) в следующем за лидирующим порядке КХД. А и Б соответствуют кинематическим условиям HERMES и COMPASS (см. табл. 3.1)

| Кинематика | $Q^2_{\text{mean}}, \text{ГэВ}^2$ | $\Delta'_1 u_V$ | $\Delta'_1 d_V$ | $[\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}]_{\text{BSR}}$ |
|------------|-----------------------------------|-------------------|--------------------|--|
| А | 2,4 | $0,585 \pm 0,017$ | $-0,147 \pm 0,037$ | $0,268 \pm 0,020$ |
| Б | 7,0 | $0,602 \pm 0,032$ | $-0,110 \pm 0,080$ | $0,278 \pm 0,040$ |

которая в силу (1.52) становится равной полной асимметрии $\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}$, если в правую часть (3.20) добавить* член $-\frac{1}{2} \int_0^a dx (\Delta u_V - \Delta d_V)$:

$$\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d} = [\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}]_{\text{BSR}} - \frac{1}{2} \int_0^a dx (\Delta u_V - \Delta d_V). \quad (3.21)$$

В свою очередь, неизмеримая добавка $-\frac{1}{2} \int_0^a dx (\Delta u_V - \Delta d_V)$ может быть оценена при помощи какой-либо процедуры экстраполяции. Далее мы увидим, что применение формулы (3.20) дает хорошее приближение к величине $\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}$.

Результаты извлечения $\Delta'_1 u_V$, $\Delta'_1 d_V$ и $[\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}]_{\text{BSR}}$ в следующем за лидирующим порядке из моделированных асимметрий при помощи предложенного метода представлены в табл. 3.2. Чтобы убедиться, что метод работает корректно, также были вычислены [93] соответствующие величины прямым интегрированием заложенной параметризации по полной $0 < x < 1$ и экспериментально доступным HERMES $0,023 < x < 0,6$ и COMPASS $0,003 < x < 0,7$ областям x . Результаты представлены в табл. 3.3.

Как уже отмечалось, анализ моделированных данных дает нам уникальную возможность сравнить полученные результаты с их истинными, уже известными значениями. В нашем случае это интеграл по всей области от раз-

*Вкладами от неизмеренной области $b < x < 1$ в величины $\Delta_1 q_V$ при значениях $b = 0,6$ (HERMES) и $b = 0,7$ (COMPASS) можно пренебречь, так как даже их максимальные значения, определяемые неполяризованными распределениями, очень малы — см., например, [10, 22].

Таблица 3.3. Усеченные моменты, вычисленные интегрированием параметризации GRSV2000 (несимметричное море) по различным областям x . Результаты в пятой колонке получены прямым интегрированием параметризации для морских распределений. Результаты в шестой колонке получены с применением параметризации для валентных распределений и правила сумм Бьёркена

| x | $Q^2, \text{ГэВ}^2$ | $\Delta'_1 u_V$ | $\Delta'_1 d_V$ | $\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}$ | $[\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}]_{\text{BSR}}$ |
|---------------------|---------------------|-----------------|-----------------|---|--|
| $0,0001 < x < 0,99$ | 2,4 | 0,605 | -0,031 | 0,310 | 0,315 |
| $0,023 < x < 0,6$ | 2,4 | 0,569 | -0,114 | 0,170 | 0,292 |
| $0,0001 < x < 0,99$ | 7,0 | 0,604 | -0,032 | 0,309 | 0,315 |
| $0,003 < x < 0,7$ | 7,0 | 0,598 | -0,065 | 0,262 | 0,302 |

ности параметризаций для $\Delta \bar{u}$ и $\Delta \bar{d}$

$$[\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}]_{\text{exact}} \simeq [\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}]_{25} = \int_{0,0001}^{0,99} dx [\Delta \bar{u} - \Delta \bar{d}]_{\text{parametr}} = 0,310, \quad (3.22)$$

где символ $[\dots]_{nm}$ обозначает n -ю строку и m -й столбец табл. 3.3. В то же время, если напрямую вычислить интеграл от разности $\Delta \bar{u}$ и $\Delta \bar{d}$ в области по x , доступной HERMES, полученное значение оказывается вдвое меньше, чем (3.22):

$$[\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}]_{35} = \int_{0,023}^{0,6} dx [\Delta \bar{u} - \Delta \bar{d}]_{\text{parametr}} = 0,170. \quad (3.23)$$

Это является прямым доказательством того, что интервал по x , доступный HERMES, слишком узок для извлечения асимметрии поляризованного моря $\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}$.

Однако этой проблемы возможно избежать даже для узкого диапазона HERMES, если применить правило сумм Бьёркена для извлечения $\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}$. Если мы вычислим из параметризации моменты валентных распределений в области HERMES $0,023 < x < 0,6$ и подставим их в правило сумм Бьёркена, то получим

$$[\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}]_{36}^{\text{BSR}} = 0,292, \quad (3.24)$$

что, в отличие от (3.23), находится в отличном согласии с точным результатом (3.22). Это объясняется тем, что морские распределения сильно доминируют над валентными в области малых x (см., например, [82]). Таким образом, проведенное упражнение показывает, что по крайней мере для сценария с несимметричным морем применение уравнения (1.52) может дать

приемлемый результат для величины $[\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}]_{\text{BSR}}$ даже в узком диапазоне HERMES. То есть на практике надо сначала извлечь усеченные моменты валентных распределений, а затем уже извлечь величину $[\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}]_{\text{BSR}}$ при помощи уравнения (3.20).

Если мы теперь сравним элементы 5,5 и 5,6 (здесь первая цифра означает строку, а вторая — столбец таблицы) из табл. 3.3, соответствующие кинематике COMPASS, с точным ответом, элементом 4,5, мы увидим, что хотя большая доступная COMPASS область $0,003 < x < 0,7$ уже позволяет извлечь значение $\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}$, близкое к полному интегралу, тем не менее использование правила сумм Бьёркена еще более (и довольно значительно) улучшает ситуацию.

Что же касается применимости самого метода извлечения поляризованных кварковых распределений, то из сравнения результатов для извлеченных и точных значений моментов валентных распределений из табл. 3.2 и 3.3 видно, что метод отлично работает и позволяет восстанавливать как усеченные моменты валентных распределений, так и, соответственно, разность $[\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}]_{\text{BSR}}$. Таким образом, продемонстрировав применимость метода и его составной части — правила сумм Бьёркена в форме (1.52) для сценария с сильно нарушенной симметрией поляризованного кваркового моря, мы переходим к противоположному сценарию абсолютно симметричного поляризованного кваркового моря.

Сценарий симметричного кваркового моря. В последней работе COMPASS [87] (см. п. 2.2) впервые было получено серьезное указание на то, что поляризованное море легких кварков сильно несимметрично. Тем не менее этот вопрос требует дальнейших дополнительных исследований. Поэтому для полноты картины необходимо исследовать также альтернативную возможность — сценарий симметричного поляризованного кваркового моря. Такой сценарий до сих пор широко применялся при анализе инклюзивных поляризованных данных. На рис. 3.7 представлены валентные распределения для различных параметризаций с симметричным морем [103]. Из рис. 3.7 видно, что все кривые для параметризаций [103] лежат очень близко друг к другу и показывают практически идентичное поведение. Поэтому для анализа в этом случае достаточно выбрать какую-то одну параметризацию из этого семейства. Для самосогласованности опять-таки была выбрана параметризация GRSV2000 [31], но уже с симметричным сценарием. Результаты анализа моделированных асимметрий в следующем за лидирующим порядке представлены в табл. 3.4 и 3.5.

Из табл. 3.4 и 3.5 видно, что для обеих кинематик HERMES (А) и COMPASS (Б) результаты извлечения первых моментов поляризованных валентных распределений находятся в отличном согласии с заложенной параметризацией. Этот факт еще раз подтверждает правильность предложенного метода анализа данных в следующем за лидирующим порядке КХД — метод

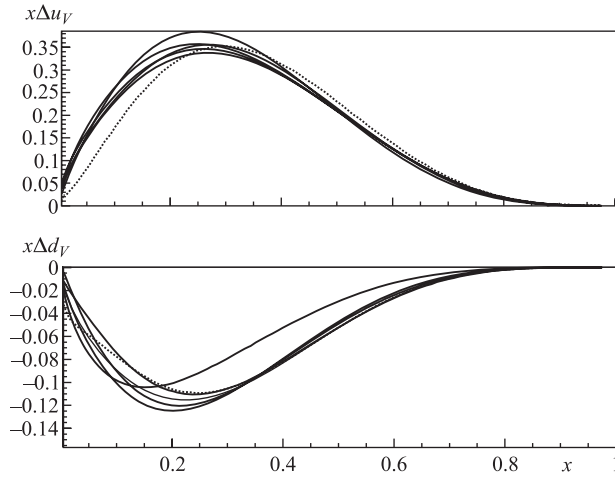


Рис. 3.7. Поляризованные валентные распределения из разных параметризаций. Сплошные линии соответствуют параметризациям с симметричным морем [31, 103], пунктирная линия соответствует параметризации FS2000 [104] со слабо несимметричным морем

Таблица 3.4. Результаты извлечения моментов $\Delta'_1 u_V$, $\Delta'_1 d_V$ и $[\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}]_{\text{BSR}}$ в следующем за лидирующим порядке КХД из моделированных данных

| Кинематика | $Q^2_{\text{mean}}, \text{ГэВ}^2$ | $\Delta'_1 u_V$ | $\Delta'_1 d_V$ | $\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}$ |
|------------|-----------------------------------|-------------------|--------------------|---|
| А | 2,4 | $0,736 \pm 0,017$ | $-0,310 \pm 0,037$ | $0,111 \pm 0,020$ |
| Б | 7,0 | $0,842 \pm 0,032$ | $-0,300 \pm 0,069$ | $0,063 \pm 0,038$ |

Таблица 3.5. Усеченные моменты, вычисленные из параметризации GRSV2000 (симметричное море). Результаты в последней колонке получены с помощью результатов для моментов валентных распределений и применения правила сумм Бьёркена

| x | $Q^2, \text{ГэВ}^2$ | $\Delta'_1 u_V$ | $\Delta'_1 d_V$ | $[\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}]_{\text{BSR}}$ |
|---------------------|---------------------|-----------------|-----------------|--|
| $0,023 < x < 0,6$ | 2,4 | 0,749 | -0,276 | 0,121 |
| $0,003 < x < 0,7$ | 7,0 | 0,866 | -0,320 | 0,041 |
| $0,0001 < x < 0,99$ | 2,4 | 0,916 | -0,339 | 0,006 |
| $0,0001 < x < 0,99$ | 7,0 | 0,914 | -0,339 | 0,007 |

позволяет с высокой точностью восстанавливать первые моменты кварковых распределений в измеренной области по x .

С другой стороны, как уже отмечалось, при восстановлении асимметрии $\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}$ нельзя просто приравнять величины $\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}$ и $\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}$.

Необходимо провести оценку вкладов $-\frac{1}{2} \int_0^a dx (\Delta u_V - \Delta d_V)$, особенно в

случае HERMES, где доступная область по x очень узка. Действительно, из табл. 3.4 видно, что в рассматриваемом случае симметричного моря извлеченные значения $\Delta'_1 \bar{u} - \Delta'_1 \bar{d}$ для кинематики COMPASS очень близки к точному ответу, нулю, в то время как в случае HERMES результаты сильно отличаются от нуля. Таким образом, мы увидели, что в отличие от сценария несимметричного моря результаты в случае реализации сценария симметричного моря очень чувствительны к ширине доступной области по x . Поэтому, пока возможность реализации такого сценария окончательно не исключена, нужно с особой осторожностью относиться к оценке вкладов от недоступной области малых x .

Неопределенности, связанные с недоступной областью малых x . Как уже упоминалось ранее (см. п. 1.1), оценка вкладов от недостижимых областей по x является давней и до сих пор до конца не решенной проблемой. Обычно для оценки этих вкладов проводятся различные процедуры фитирования данных с последующей экстраполяцией полученной параметризации для Δq в недоступные области x (см. пп. 1.1, 1.4 и 2.2). Все существующие на сегодня параметризации для Δq получены именно таким способом. Конечно же, до тех пор, пока мы не имеем удовлетворительной теории для оценки поведения Δq при малых x , степень доверия к такого рода оценкам будет только расти по мере накопления прецизионных экспериментальных данных в области малых x . Тем не менее современные параметризации по построению удовлетворяют правилам сумм (1.35) и (1.40), а кроме того, достаточно хорошо описывают экспериментальные данные по полным моментам Γ_1^p и Γ_1^n поляризованных структурных функций [105]. Таким образом, представляется, что полученные к настоящему времени современные параметризации уже могут претендовать на более или менее корректное описание по крайней мере полных интегралов по x (первых моментов) поляризованных структурных функций и кварковых распределений. Вот почему в работе [93]

величина $\int_0^{x_{\min}} dx (\Delta u_V - \Delta d_V)$ оценивалась с использованием максимально

доступного числа современных параметризаций, полученных в следующем за лидирующим порядке КХД. Результаты оценок представлены в табл. 3.6, где использовались параметризации [31, 103, 104].

Таблица 3.6. Оценка вкладов от области малых x в величину $(1/2) (\Delta_{1u_V} - \Delta_{1d_V})$ при помощи различных параметризаций в следующем за лидирующим порядке КХД

| Параметризация | $\int_0^{x_{\min}} dx (\Delta_{u_V} - \Delta_{d_V})/2$ | |
|-------------------------|--|--|
| | $x_{\min} = 0,023,$ $Q^2 = 2,4 \text{ ГэВ}^2$ | $x_{\min} = 0,003,$ $Q^2 = 7,0 \text{ ГэВ}^2$ |
| GRSV2000 (несимм. море) | -0,035 | -0,016 |
| GRSV2000 (симм. море) | 0,110 | 0,033 |
| FS2000 (i+) | 0,104 | 0,036 |
| FS2000 (i-) | 0,080 | 0,031 |
| LSS2001 | 0,098 | 0,032 |
| AAC2000 | 0,116 | 0,046 |
| AAC2003 | 0,127 | 0,055 |

Из табл. 3.6 можно заключить, что для HERMES верхняя оценка на $\int_0^{x_{\min}} dx (\Delta_{u_V} - \Delta_{d_V})$ довольно значительна:

$$\frac{1}{2} \int_0^{0,023} dx |(\Delta_{u_V} - \Delta_{d_V})| \lesssim 0,13, \quad (3.25)$$

в то время как для COMPASS она в два раза меньше:

$$\frac{1}{2} \int_0^{0,003} dx |(\Delta_{u_V} - \Delta_{d_V})| \lesssim 0,06. \quad (3.26)$$

Мы приводим только абсолютные значения оценок, так как неизвестно, какой из сценариев кваркового моря (симметричный или нет) реализуется в природе. Так, из табл. 3.6 мы видим, что для параметризации GRSV2000 (*несимметричное море*) вклад малых x отрицателен, в то время как все параметризации с симметричным сценарием, наоборот, дают положительные вклады. Конечно, ограничения (3.25) и (3.26) довольно-таки сильные. Они были сознательно завышены использованием максимальных значений из табл. 3.6, чтобы повысить степень их достоверности. Вместо этого можно было, например, провести усреднение по вкладам, как это было сделано в работе коллаборации

SMC [10]. Отметим, что верхняя граница (3.26) находится в согласии с соответствующей оценкой, полученной коллаборацией SMC [10], в то время как результат (3.25) в 4 раза превышает оценку, проведенную коллаборацией HERMES [22], которая, как было отмечено ранее (см. п. 2.2), чрезвычайно занижена и приводит к некорректным результатам для полных моментов.

В работе [93] было предложено считать равными величины $\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}$ и $[\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}]_{\text{BSR}}$, а ограничения (3.25) и (3.26) на величину $\frac{1}{2} \int_0^a dx |(\Delta_{uV} - \Delta_{dV})|$, входящую в формулу (3.21), включить в систематическую ошибку:

$$\delta_{\text{low } x} \Big|_{\text{HERMES}} = \pm 0,13, \quad (3.27)$$

$$\delta_{\text{low } x} \Big|_{\text{COMPASS}} = \pm 0,06. \quad (3.28)$$

Конечно, оценки (3.27) и (3.28) нельзя считать слишком строгими. Их следует рассматривать как попытку грубо, но со всеми возможными предосторожностями оценить, возможно ли в условиях HERMES или COMPASS ответить на вопрос — симметрично кварковое море или нет.

Из табл. 3.2–3.5 видно, что даже с сильно завышенной неопределенностью (3.28) эксперимент COMPASS сможет измерить асимметрию поляризованного моря, даже если эта величина окажется малой, порядка 0,1. В то же время можно заключить, что если не удастся понизить* неопределенность (3.27), то коллаборация HERMES сможет увидеть в пределах ошибок асимметрию поляризованного моря, только если ее величина будет достаточно большой: порядка 0,3 или даже выше. Таким образом, только результаты COMPASS смогут дать нам уникальную возможность ответить наконец на вопрос, симметрично поляризованное легкое кварковое море или нет. Так, разностные асимметрии без определения типа адрона, полученные COMPASS [87] (см. п. 2.2), уже позволили получить первое важнейшее указание на полную асимметричность** ($\Delta_1 \bar{u} \simeq -\Delta_1 \bar{d}$) поляризованного моря легких кварков. В любом случае при извлечении таких малых величин, как

*Конечно же, этого можно добиться, только подключив в анализ новые данные других экспериментов (например, COMPASS), полученные в области малых x , недостижимой для HERMES.

**В работе COMPASS [87] представлены сильные аргументы, что $\Delta_1 \bar{u} + \Delta_1 \bar{d} \simeq 0$. Очевидно, что это может быть интерпретировано либо как полная асимметричность поляризованного кваркового моря $\Delta_1 \bar{u} \simeq -\Delta_1 \bar{d}$, либо как практически полное отсутствие поляризации моря: $\Delta_1 \bar{u} \simeq \Delta_1 \bar{d} \simeq 0$. Ответ на вопрос, какой из сценариев реализуется в природе, можно дать, только разделив u - и d -ароматы морских кварков. Для этого, помимо уже проделанного [87] анализа полуинклюзивных данных на дейтронной мишени, необходим анализ ожидаемых данных COMPASS на протонной мишени.

$\Delta_1 \bar{u} - \Delta_1 \bar{d}$, необходимо проведение совместного анализа данных HERMES и COMPASS.

Таким образом, в этом пункте мы протестировали разработанный метод извлечения моментов поляризованных кварковых распределений в следующем за лидирующим порядке КХД. Для этой цели был проведен анализ моделированных данных в двух принципиально различных сценариях симметрии поляризованного моря легких кварков. Проведенный анализ показал, что метод удовлетворяет основному требованию: с высокой точностью восстанавливает моменты кварковых распределений в доступной для измерения области по x . С другой стороны, анализ показал, что важный вопрос, симметрично поляризованное море легких кварков или нет, определенно может быть разрешен коллаборацией COMPASS. В случае же HERMES такой вопрос может быть решен только при условии сильной несимметричности поляризованного моря.

3.3. Модификация метода разложения по полиномам Якоби с целью восстановления локальных кварковых распределений из известных (извлеченных) меллиновских моментов. В п. 3.2 было показано, что разработанный в работе [93] метод анализа полунклюзивных данных в следующем за лидирующим порядке КХД позволяет корректно извлекать усеченные моменты поляризованных кварковых распределений. При проведении тестирования метода мы рассматривали извлечение только первых моментов. Хотя первые моменты являются наиболее важными с точки зрения понимания спиновой структуры нуклона, высшие меллиновские моменты также очень важны, а именно, они необходимы для восстановления локальных по x поляризованных кварковых распределений.

В настоящее время известно несколько методов, позволяющих восстановить локальные величины (структурные функции, кварковые распределения) по конечному* числу их меллиновских моментов. Все они используют разложение функции по ее меллиновским моментам и ортогональным полиномам (полиномам Лагерра, Лежандра, Якоби и т. д.). Опыт анализа инклюзивных данных показывает (см. п. 1.3), что наиболее точное восстановление во всей области по бьёркеновскому x дает применение полиномов Якоби, впервые предложенное в работе [35] и развитое затем в работах [36, 37, 106]. Так, в работе [37] было показано, что для восстановления несинглетной части структурной функции достаточно от 4 до 8 моментов, а для восстановления синглетной части — 12 моментов. Применение других полиномов дает приемлемую точность восстановления только при использовании гораздо большего числа моментов (от 20 и выше).

*Отметим, что метод обратного преобразования Меллина требует знания аналитической зависимости моментов от их порядка n , т. е. не позволяет восстановить локальную функцию по конечному числу ее известных меллиновских моментов.

Разложение функции по методу полиномов Якоби (МПЯ) представляет собой двойной ряд по полиномам Якоби и меллиновским моментам функции:

$$F(x) = \omega^{(\alpha, \beta)} \sum_{k=0}^{\infty} \Theta_k^{(\alpha, \beta)}(x) \sum_{j=0}^k c_{kj}^{(\alpha, \beta)} M(j+1), \quad (3.29)$$

где

$$M[j] = \int_0^1 dx x^{j-1} F(x) \quad (3.30)$$

есть меллиновский момент j -го порядка от функции $F(x)$, $\Theta_n^{(\alpha, \beta)}(x)$ — полиномы Якоби, удовлетворяющие условию ортогональности

$$\int_0^1 dx \omega^{(\alpha, \beta)}(x) \Theta_n^{(\alpha, \beta)}(x) \Theta_m^{(\alpha, \beta)}(x) = \delta_{nm}, \quad (3.31)$$

с весом $\omega^{(\alpha, \beta)}(x) = x^\beta(1-x)^\alpha$. Более детальное рассмотрение полиномов Якоби

$$\Theta_k^{(\alpha, \beta)}(x) = \sum_{j=0}^k c_{kj}^{(\alpha, \beta)} x^j \quad (3.32)$$

и МПЯ проведено в работах [35, 36]. При применении метода на практике ряд (3.29) обрывается и в разложении оставляется конечное число членов N_{\max} :

$$F(x) \simeq F_{N_{\max}}(x) = x^\beta(1-x)^\alpha \sum_{k=0}^{N_{\max}} \Theta_k^{(\alpha, \beta)}(x) \sum_{j=0}^k c_j^{(k), (\alpha, \beta)} M[j+1]. \quad (3.33)$$

Очевидно, что при $N_{\max} \rightarrow \infty$ разложение (3.33) переходит в (3.29). Однако большое преимущество МПЯ в том, что при должным образом подобранных параметрах α и β даже небольшое количество моментов (от 4 до 12) уже дает хорошую точность восстановления [37]. Однако, как мы видим из формулы (3.33), в стандартное разложение МПЯ входят полные меллиновские моменты (3.30), в то время как непосредственно из данных можно извлечь лишь моменты, усеченные к доступному в эксперименте интервалу по бёркеновской переменной x .

Первым шагом в работе [94] было исследование применимости стандартного МПЯ в условиях существенно ограниченных областей по x , достижимых

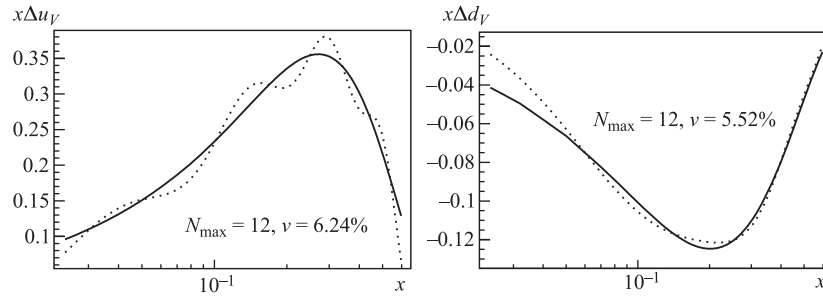


Рис. 3.8. Восстановление $\Delta u_V(x)$ ($\alpha_{\text{opt}} = 8,18922$, $\beta_{\text{opt}} = -0,99$) (слева) и $\Delta d_V(x)$ ($\alpha_{\text{opt}} = -0,99$, $\beta_{\text{opt}} = -0,387196$) (справа) по МПЯ. Сплошная линия соответствует заложенной параметризации, пунктирная — восстановлению по МПЯ

в современных экспериментах по полуинклюзивному ГНР. Для этой цели был проведен простой тест (численный эксперимент) с целью определить, корректно ли заменять полные моменты (3.30) в разложении (3.33) на усеченные моменты. Восстанавливалась известная параметризация для валентных распределений $\Delta u_V(x)$ и $\Delta d_V(x)$ в области $0,023 < x < 0,6$, соответствующей области, достижимой* в эксперименте HERMES. Для тестов была использована параметризация GRSV2000 (*симметричное море*) при $Q^2 = 2,5 \text{ ГэВ}^2$. Непосредственно из параметризации были вычислены 12 первых моментов для $\Delta u_V(x)$ и $\Delta d_V(x)$ и подставлены в разложение (3.33) с $N_{\text{max}} = 12$. После этого был проведен поиск оптимальных значений параметров α и β из требования минимального отличия восстановленной по (3.33) кривой от кривой, напрямую построенной из параметризации. Поиск оптимальных значений параметров $\alpha_{\text{opt}}, \beta_{\text{opt}}$ проводился при помощи пакета MINUIT [51]. Результаты вычислений представлены на рис. 3.8.

Из рисунка видно, что даже при большом числе моментов $N_{\text{max}} = 12$ в разложении (3.33) восстановленная и истинная кривые очень сильно отличаются друг от друга. Таким образом, можно заключить, что использование в разложении (3.33) усеченных меллиновских моментов является очень грубым приближением, не дающим точного воспроизведения функции.

Чтобы избежать этой проблемы, в работе [94] была предложена модификация разложения (3.33), позволяющая использовать не полные (недоступные

*Такой выбор области интегрирования был сделан не случайно, так как это наиболее узкий интервал из всех современных экспериментов по полуинклюзивному ГНР. Например, в экспериментах SMC и COMPASS этот интервал составляет $0,003 < x < 0,7$, что гораздо ближе к полному интервалу. Однако в любом случае необходимо избежать дополнительных систематических ошибок, связанных с ограниченностью измеряемой области.

для измерения) моменты, а моменты, усеченные к достижимому в эксперименте интервалу по бёркеновской переменной x . Главная идея модифицированного метода разложения по полиномам Якоби (ММПЯ) [50, 94] заключается в переразложении функции $F(x)$ по ее усеченным моментам $M'_{[ab]}[j]$

$$M'[j] \equiv M'_{[a,b]}[j] \equiv \int_a^b dx x^{j-1} F(x) \quad (3.34)$$

с применением масштабного преобразования $x \rightarrow a + (b - a)x$, которое сжимает полную область ортогональности полиномов Якоби $\Theta_n^{(\alpha, \beta)} [0, 1]$ к достижимой области $[a, b]$. Для этого было предложено использовать анзац [94]

$$F(x) = \left(\frac{x - a}{b - a} \right)^\beta \left(1 - \frac{x - a}{b - a} \right)^\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{f}_n \Theta_n^{(\alpha, \beta)} \left(\frac{x - a}{b - a} \right), \quad (3.35)$$

в который входят уже усеченные моменты (3.34). Для нахождения коэффициентов \tilde{f}_n обе части (3.35) умножаются на $\Theta_k^{(\alpha, \beta)}((x - a)/(b - a))$, затем (3.35) интегрируется по x в интервале $[a, b]$, так что при помощи замены $t = (x - a)/(b - a)$ имеем

$$\begin{aligned} \int_a^b dx F(x) \Theta_k^{(\alpha, \beta)} \left(\frac{x - a}{b - a} \right) &= \\ &= (b - a) \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{f}_n \int_0^1 dt t^\beta (1 - t)^\alpha \Theta_n^{(\alpha, \beta)}(t) \Theta_k^{(\alpha, \beta)}(t). \end{aligned} \quad (3.36)$$

Применяя теперь условие ортогональности (3.31), получаем

$$\tilde{f}_n = (b - a)^{-1} \int_a^b dx F(x) \Theta_n^{(\alpha, \beta)} \left(\frac{x - a}{b - a} \right). \quad (3.37)$$

Подставляя теперь (3.37) в (3.35) и применяя разложение полиномов Якоби (3.32), имеем

$$\begin{aligned} F(x) &= \left(\frac{x - a}{b - a} \right)^\beta \left(1 - \frac{x - a}{b - a} \right)^\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n^{(\alpha, \beta)} \left(\frac{x - a}{b - a} \right) \times \\ &\times \sum_{k=0}^n c_{nk}^{(\alpha, \beta)} \frac{1}{(b - a)^{k+1}} \sum_{l=0}^k \frac{k!}{l!(k - l)!} M'_{[a,b]}[l + 1] (-a)^{k-l}, \end{aligned} \quad (3.38)$$

где усеченные моменты $M'_{[a,b]}[j]$ определены формулой (3.34). Обрывая в (3.38) бесконечный ряд по n , т.е. оставляя в сумме по n только конечное число N_{\max} членов, окончательно получаем приближенное разложение вида

$$F(x) \simeq F_{N_{\max}}(x) = \left(\frac{x-a}{b-a}\right)^\beta \left(1 - \frac{x-a}{b-a}\right)^\alpha \sum_{n=0}^{N_{\max}} \Theta_n^{(\alpha,\beta)} \left(\frac{x-a}{b-a}\right) \times \\ \times \sum_{k=0}^n c_{nk}^{(\alpha,\beta)} \frac{1}{(b-a)^{k+1}} \sum_{l=0}^k \frac{k!}{l!(k-l)!} M'[l+1](-a)^{k-l}, \quad (3.39)$$

куда в отличие от (3.33) входят не полные (3.30), а усеченные моменты (3.34).

Здесь необходимо сделать очень важное замечание. Дело в том, что анзац (3.35) (так же как и само разложение (3.39)), корректно определен внутри всей области (a, b) за исключением малых окрестностей граничных точек (точно такая же ситуация сохраняется и в случае обычного МПЯ (3.33), применяемого в области $(0, 1)$). Таким образом, отклонения восстановленной по ММПЯ функции от истинных ее значений в окрестности граничных точек неизбежны. К счастью, все численные примеры (см. ниже) показывают, что восстановленная по ММПЯ функция отлично совпадает с ее истинными значениями практически во всей рассматриваемой области по x , в то время как граничные искажения легко идентифицируются и контролируются, так как они очень резкие и возникают только в очень узких окрестностях граничных точек (рис. 3.9, 3.10). Таким образом, для восстановления кривой в окрестности граничных точек необходимо сначала отбросить граничные искажения, а потом просто проэкстраполировать оставшуюся кривую к границам рассматриваемой области.

Для тестирования модифицированного метода разложения по полиномам Якоби (3.39) в работе [94] был повторен простой тест с восстановлением по ММПЯ известной параметризации GRSV2000 (*симметричное море*) для $\Delta u_V(x)$ и $\Delta d_V(x)$. Для контроля точности восстановления был введен параметр

$$\nu = \frac{\int_a^b dx |F_{\text{reconstr}}(x) - F_{\text{ref}}(x)|}{\int_a^b dx |F_{\text{ref}}|} \cdot 100 \%, \quad (3.40)$$

где $F_{\text{ref}}(x)$ соответствует заложенной параметризации и $F_{\text{reconstr}}(x) \equiv \equiv F_{N_{\max}}(x)$ в (3.39).

Для начала было проведено восстановление по ММПЯ с $N_{\max} = 12$, как в предыдущем случае. Результаты для $\Delta u_V(x)$ и $\Delta d_V(x)$ представлены на

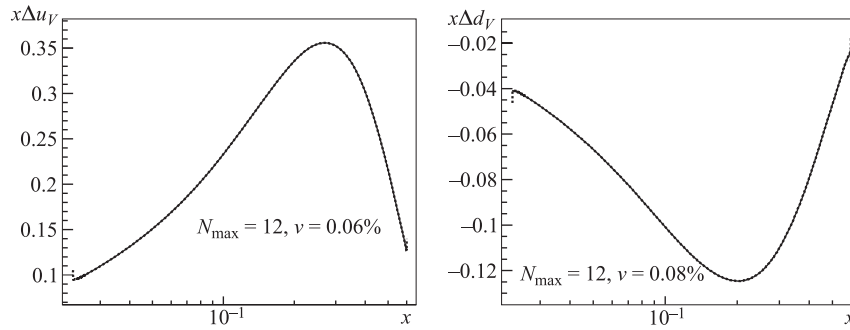


Рис. 3.9. Восстановление $\Delta u_V(x)$ ($\alpha_{\text{opt}} = -0,827885$, $\beta_{\text{opt}} = -0,011505$) (слева) и $\Delta d_V(x)$ ($\alpha_{\text{opt}} = -0,989752$, $\beta_{\text{opt}} = -0,012393$) (справа) по ММПЯ. Сплошная линия соответствует заложенной параметризации, пунктирная — восстановлению по ММПЯ

рис. 3.9. Из сравнения рис. 3.9 и 3.8 видно, что ММПЯ в отличие от обычного МПЯ обеспечивает отличное согласие между восстановленной кривой и кривой, построенной из параметризации.

Затем этот тест был повторен уже для очень малого (минимально допустимого) числа моментов $N_{\text{max}} = 4$. Этот случай исключительно важен на практике, так как при извлечении моментов из данных по полуинклюзивным асимметриям относительная ошибка $|\delta(M'[j])/M'[j]|$ для извлеченного момента $M'[j]$ растет с номером момента j и, кроме того, моменты высших порядков становятся чувствительными к замене интеграла на сумму по бинам (см. следующий пункт). Результаты восстановления $\Delta u_V(x)$ и $\Delta d_V(x)$ по ММПЯ в сравнении с МПЯ представлены на рис. 3.10.

Как видно из рис. 3.10, в случае $N_{\text{max}} = 4$ разница в точности восстановления становится особенно впечатляющей. В то время как МПЯ дает полное рассогласование восстановленной и истинной (соответствующей заложенной в разложении параметризацией) кривых, ММПЯ дает хорошее их согласие. Таким образом, можно сделать вывод, что для восстановления локальных распределений в ограниченной области по бёркеновскому x необходимо при- менять вместо стандартного МПЯ его модифицированную версию, ММПЯ.

Для практических применений ММПЯ необходимо рассмотреть также важный вопрос, связанный с поиском области оптимальных значений параметров α, β весовой функции $\omega^{(\alpha, \beta)}$, входящей в разложение (3.39). До сих пор мы находили их из требования минимального отличия восстановленной кривой от истинной кривой (заданной известной параметризацией). Конечно же, в реальности у нас нет истинной (заранее заданной) кривой, которую можно было бы использовать для оптимизации. Что мы имеем в своем рас-

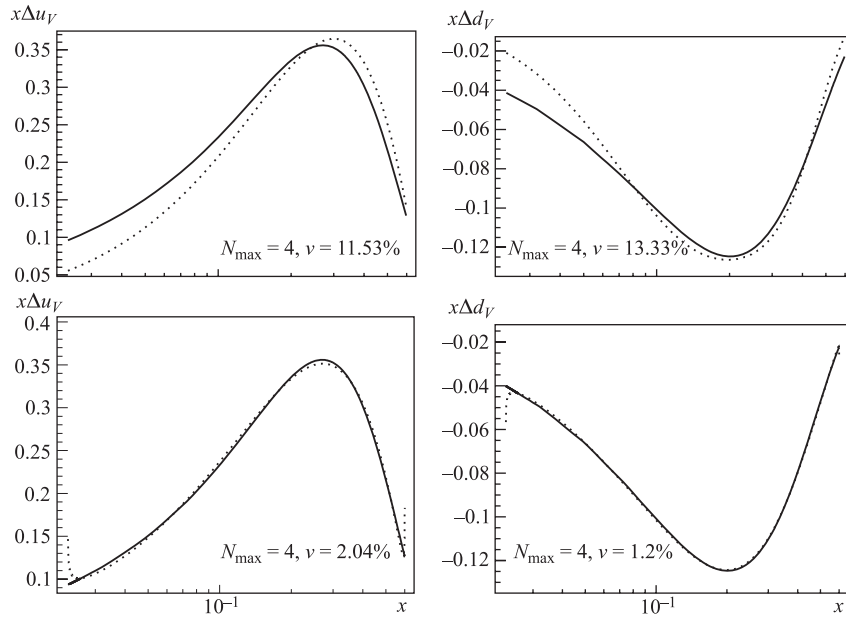


Рис. 3.10. Восстановление $\Delta u_V(x)$ ($\alpha_{\text{opt}} = -0,99$, $\beta_{\text{opt}} = 0,054010$) и $\Delta d_V(x)$ ($\alpha_{\text{opt}} = 0,174096$, $\beta_{\text{opt}} = 0,162567$) по МПЯ (вверху) и $\Delta u_V(x)$ ($\alpha_{\text{opt}} = -0,0025869$, $\beta_{\text{opt}} = -0,071591$), $\Delta d_V(x)$ ($\alpha_{\text{opt}} = 0,110331$, $\beta_{\text{opt}} = -0,049255$) по ММПЯ (внизу). Сплошная линия соответствует заложенной параметризации, пунктирная — восстановлению по МПЯ (вверху) и ММПЯ (внизу)

порядки, так это несколько первых усеченных меллиновских моментов, извлеченных из экспериментальных данных на первом этапе (см. п. 3.2). На первый взгляд кажется естественным найти оптимальные значения α и β , минимизируя разность моментов, заложенных в разложение (3.39), и моментов от восстановленной по разложению (3.39) функции. Однако легко показать (см. приложение Ж), что такая разность равна нулю:

$$M'_{[a,b]}[n] \Big|_{\text{reconstr}} \equiv M'_{[a,b]}[n] \Big|_{\text{input}}, \quad n \leq N_{\text{max}}, \quad (3.41)$$

т. е. все восстановленные моменты с $n \leq N_{\text{max}}$ тождественно равны соответствующим моментам, заложенным в разложение, для любых значений α и β . Однако для «дважды усеченных» моментов, т. е. моментов, вычисленных

в области, меньшей $a < x < b$,

$$M''[n] \equiv M''_{[a+a', b-b']}[n] \equiv \int_{a+a'}^{b-b'} dx x^{n-1} F(x) \quad (a < a + a' < b - b' < b) \quad (3.42)$$

такое тождество, очевидно, не выполняется, и мы можем использовать их для критерия оптимизации:

$$\sum_{j=0}^{N_{\max}} \left| M''_{(\text{reconstr})}[j] - M''_{(\text{ref})}[j] \right| = \min. \quad (3.43)$$

Такие «дважды усеченные» моменты должны извлекаться из измеренных асимметрий по такой же процедуре, что и обычные усеченные моменты (см. п. 3.2). Для нахождения «дважды усеченных» моментов мы будем исключать либо первый, либо последний бин из суммы (3.18) (см. следующий пункт).

Для проверки критерия (3.43) был проведен простой численный тест: с использованием двух принципиально различных параметризаций GRSV2000 [31] с симметричным и (сильно) несимметричным сценарием поляризованного кваркового моря были вычислены четыре усеченных момента и четыре «дважды усеченных» момента ((3.34) и (3.42)). Затем значения вычисленных моментов подставлялись в критерий (3.43). Поиск оптимальных параметров α и β осуществлялся пакетом MINUIT [51]. Результаты представлены на рис. 3.11. Как видно, критерий (3.43) отлично работает для обеих параметризаций GRSV2000 — как с симметричным, так и с несимметричным сценарием поляризованного кваркового моря.

Таким образом, мы показали, что в отличие от стандартного МПЯ модифицированное разложение ММПЯ отлично работает для восстановления функций в доступной области по x и при этом можно использовать лишь минимальное число моментов, извлеченных из данных. Это исключительно важно на практике, так как при извлечении моментов из данных относительная ошибка для извлеченного момента растёт с номером момента.

Экстраполяция при помощи модифицированного метода полиномов Якоби. До сих пор мы восстанавливали локальные распределения по их усеченным моментам в измеренной области по x . Однако, как известно (см. пп. 1.1, 2.2), проблема экстраполяции в неизмеренные области является давней и до сих пор не решенной. В связи с этим интересно рассмотреть возможность применения ММПЯ к проблеме экстраполяции.

В работе [94] было показано, что очень высокая чувствительность разложения (3.39) к искажению моментов может быть использована в процедуре экстраполяции распределений. В подходе, примененном в этой работе, процедура экстраполяции заключается в решении специальной вариационной

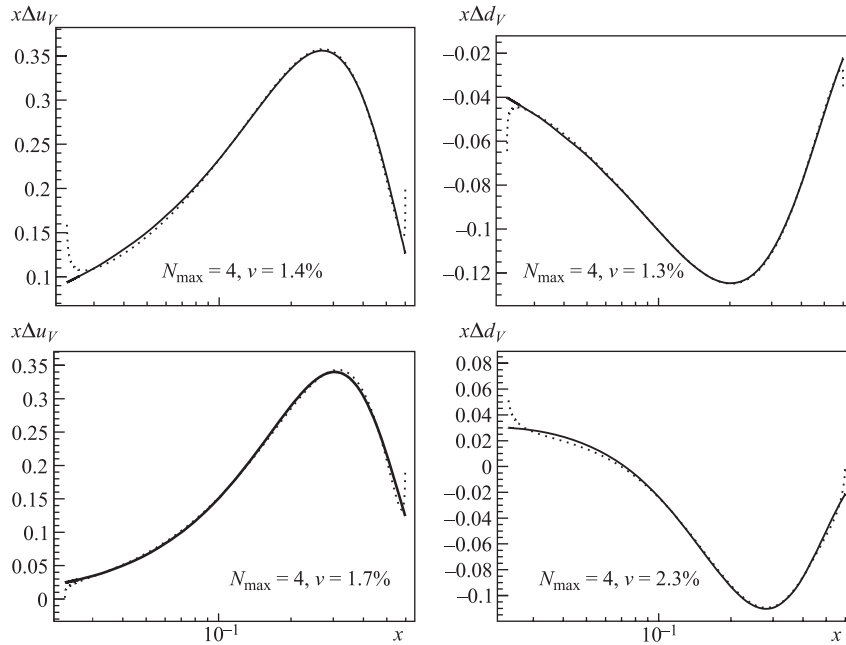


Рис. 3.11. Восстановление Δu_V (слева) и Δd_V (справа) по ММПЯ и критерию (3.43) из параметризации GRSV2000 с симметричным (вверху) и несимметричным (внизу) сценариями поляризованного моря легких кварков. Сплошная линия соответствует заложенной параметризации, пунктирная — восстановлению по ММПЯ

задачи. А именно решается вариационная задача, в которой в разложение ММПЯ (3.39), определенное для интервала $[a_{\min}, b_{\max}]$ ($a_{\min} < a, b < b_{\max}$), вместо истинных моментов $M'_{[a_{\min}, b_{\max}]}[j]$ (которые считаются неизвестными) подставляются величины $M'_{[a, b]}[j] + \epsilon_j$, где ϵ_j ($j = 1, \dots, 4$) — свободные вариационные параметры, которые по сути являются интегралами от искомого распределения в неизмеренной области. Далее, из требования минимального отличия восстановленной по этому разложению кривой от кривой, восстановленной по ММПЯ в доступной области $[a, b]$, находятся сами параметры ϵ_j . В идеальном случае параметры ϵ_j должны воспроизводить неизвестные вклады в области экстраполяции.

Чтобы проверить это, был проведен простой численный тест с параметризацией GRSV2000 для двух сценариев (симметричного и несимметричного) при $Q^2 = 2,5 \text{ ГэВ}^2$. Для этого сначала была восстановлена параметризация для $\Delta u_V, \Delta d_V$ в области HERMES $[0, 23, 0, 6]$ по ММПЯ, а затем проведена экстраполяция по предложенной процедуре во всю область $[a_{\min}, b_{\max}] =$

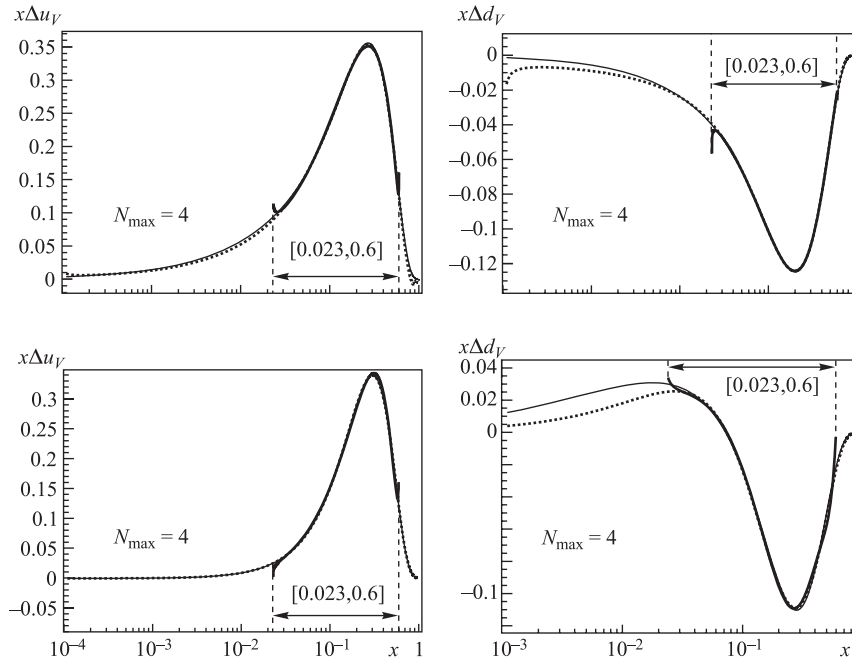


Рис. 3.12. Экстраполяция распределений Δu_V (слева) и Δd_V (справа) в область $[a_{\min} = 10^{-4}, b_{\max} = 1]$ для параметризации GRSV2000 с симметричным (вверху) и несимметричным (внизу) сценариями поляризованного кваркового моря. Пунктирная линия соответствует экстраполяции в область $[a_{\max} = 10^{-4}, b_{\max} = 1]$ из требования минимального отличия от кривой, восстановленной по ММПЯ в области $[0,023, 0,6]$ (жирная сплошная линия) с применением критерия (3.43)

$[10^{-4}, 1]$, в которой задана эта параметризация. Результаты проведения вариационной (экстраполяционной) процедуры приведены на рис. 3.12 и в табл. 3.7.

Сравнивая восстановленную и истинную кривые для Δu_V , можно видеть, что они находятся в хорошем согласии. Восстановленные первые четыре момента также отлично совпадают с истинными (полученными прямым интегрированием заложенной параметризации) моментами. В случае Δd_V качество восстановления для симметричного сценария также очень хорошее и немного хуже для сильно несимметричного сценария. Тем не менее восстановленные первые моменты (наиболее важные для понимания спиновой структуры нуклона) находятся в отличном согласии с истинными моментами как в случае Δu_V , так и в случае Δd_V .

Таблица 3.7. Результаты процедуры экстраполяции в область $[a_{\min} = 10^{-4}, b_{\max} = 1]$ для параметризации GRSV2000 со сценариями симметричного и несимметричного моря

| n | $\Delta u_V(x)$ | | | $\Delta d_V(x)$ | | |
|---------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|
| | $M'_{[0,0.23,0,6]}{}^{\text{input}}$ | $M'_{[10^{-4},1]}{}^{\text{output}}$ | $M'_{[10^{-4},1]}{}^{\text{ref}}$ | $M'_{[0,0.23,0,6]}{}^{\text{input}}$ | $M'_{[10^{-4},1]}{}^{\text{output}}$ | $M'_{[10^{-4},1]}{}^{\text{ref}}$ |
| <i>GRSV2000 (симметричное море)</i> | | | | | | |
| 1 | 0,749 | 0,904 | 0,917 | -0,275 | -0,362 | -0,340 |
| 2 | 0,153 | 0,164 | 0,167 | -0,049 | -0,051 | -0,051 |
| 3 | 0,047 | 0,053 | 0,055 | -0,013 | -0,014 | -0,014 |
| 4 | 0,017 | 0,021 | 0,023 | -0,004 | -0,005 | -0,005 |
| <i>GRSV2000 (несимметричное море)</i> | | | | | | |
| 1 | 0,570 | 0,609 | 0,605 | -0,114 | -0,074 | -0,029 |
| 2 | 0,137 | 0,150 | 0,149 | -0,036 | -0,038 | -0,037 |
| 3 | 0,044 | 0,052 | 0,052 | -0,012 | -0,013 | -0,013 |
| 4 | 0,017 | 0,023 | 0,022 | -0,004 | -0,006 | -0,005 |

Проведенные тесты показывают, что предложенная вариационная (экстраполяционная) процедура может стать надежной процедурой экстраполяции.

Таким образом, мы показали, что разработанная модификация метода полиномов Якоби позволяет восстанавливать с высокой точностью кварковые распределения в ограниченной области по бёркеновской переменной x на основе только нескольких первых меллиновских моментов, усеченных к этой области. Даже минимальное количество моментов $N_{\max} = 4$ дает возможность достичь высокой точности восстановления. Была разработана специальная, основанная на применении ММПЯ процедура, позволяющая проводить экстраполяцию кварковых распределений в недоступные области по x .

Объединение метода извлечения моментов поляризованных кварковых распределений [93] и модифицированного метода полиномов Якоби [94] дают нам уникальную возможность восстанавливать в следующем за лидирующим порядке КХД как моменты, так и локальные кварковые распределения в ограниченной, доступной в эксперименте области по x без использования большого количества предположений и параметров, характерных для стандартных подходов. В следующем разделе новый метод КХД-анализа будет применяться как к анализу моделированных данных, так и к анализу реальных данных коллаборации HERMES.

4. ПРИМЕНЕНИЕ НОВОГО МЕТОДА КХД-АНАЛИЗА К ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ ПО ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМУ ПОЛЯРИЗОВАННОМУ ГЛУБОКОНЕУПРУГОМУ РАССЕЯНИЮ

4.1. КХД-анализ моделированных данных по пионным разностным асимметриям как ключевой тест применимости метода. Здесь мы протестируем предложенный метод анализа полуинклюзивных данных в следующем за лидирующим порядке КХД. Будут протестированы обе составляющие метода — как прямое извлечение из экспериментальных данных усеченных моментов поляризованных распределений (первый этап), так и последующее восстановление самих локальных распределений с помощью ММПЯ (второй этап). Тестирование будет проводиться так же, как и в п. 3.1, путем проведения моделирования с использованием генератора поляризованных событий PEPSI [100] с последующим анализом построенных из моделированных данных полуинклюзивных асимметрий. Как уже отмечалось, такой порядок действий служит отличным тестом достоверности метода, поскольку дает уникальную возможность сравнить результаты анализа с заведомо известным ответом (параметризацией, заложенной в генератор). Также для практического применения чрезвычайно важно то, что моделирование позволяет оценить статистику, кинематику и требования к экспериментальной установке, необходимые для измерения на фоне ошибок интересующих нас величин (в этом пункте — поляризованных валентных распределений).

Для начала мы более подробно остановимся на извлечении усеченных меллиновских моментов произвольного, n -го порядка в условиях, максимально приближенных к реальным, т. е. когда построенная из моделированных данных асимметрия представляется конечным набором точек (одна точка для каждого бина по x) со статистическими ошибками, соответствующих выбранной реалистической статистике. При этом кинематические условия моделирования в точности соответствуют реальным экспериментам (COMPASS, HERMES).

Разработанный в п. 3.1 метод [93] позволяет извлекать n -е моменты (3.17), усеченные к доступному для измерения интервалу a, b по бьёркеновской переменной x . При этом формула (3.13) заменяется на приближенную, куда вместо интегралов (3.14), (3.15) входят суммы по бинам (3.18), (3.19). Приближения (3.14), (3.15) к интегральным формулам (3.18), (3.19) основаны на предположении, что все подынтегральные величины ведут себя как константы* внутри каждого бина. Это есть не что иное, как метод средней точки. В ре-

*Т. е. вместо асимметрии в формулу для $\mathcal{A}_{p,d}$ подставляется ее извлеченное из эксперимента значение, которое получено при среднем $\langle x_i \rangle$ значении x в этом бине. При этом остальные подынтегральные величины вычисляются также с аргументом $\langle x_i \rangle$.

альности (HERMES, COMPASS) мы имеем сравнительно малое число бинов большой ширины, так что метод средней точки дает плохую точность. Особенно это сказывается на высших ($n > 2$) меллиновских моментах, которые необходимы для восстановления локальных распределений по ММПЯ. Для решения этой проблемы в работе [50] был применен другой, более точный метод интегрирования. Дело в том, что реальные условия эксперимента вынуждают нас рассматривать как константу в пределах бина только измеряемую величину (асимметрию), т. е.

$$A_p^{\pi^+ - \pi^-}(x) \Big|_Z = \sum_{i=1}^{N_{\text{bins}}} A_p^{\pi^+ - \pi^-}(\langle x_i \rangle) \Big|_Z \theta(x - x_{i-1}) \theta(x_i - x), \quad (4.1)$$

где $A_p^{\pi^+ - \pi^-}(\langle x_i \rangle) \Big|_Z$ — среднее значение асимметрии в i -м бине, $x_0 = a$, $x_{N_{\text{bins}}} = b$ и $\theta(x)$ — обычная ступенчатая функция. В то же время нет никакой нужды полагать остальные подынтегральные величины (вильсоновские коэффициенты и неполяризованные распределения) в (3.18), (3.19) константами в каждом бине, так как они входят в подынтегральные выражения как уже известные величины. Таким образом, подставляя (4.1) в (3.14), (3.15), получаем более точные приближения для $\mathcal{A}_{p(d)}^{(n)}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_p^{(n)} = \sum_{i=1}^{N_{\text{bins}}} A_p^{\pi^+ - \pi^-}(\langle x_i \rangle) \Big|_Z \int_{x_{i-1}}^{x_i} dx x^{n-1} (4u_V - d_V)(x) \times \\ \times \int_Z^1 dz_h [1 + \otimes \frac{\alpha_s}{2\pi} C_{qq} \otimes] (D_1 - D_2), \quad (4.2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_d^{(n)} = \sum_{i=1}^{N_{\text{bins}}} A_d^{\pi^+ - \pi^-}(\langle x_i \rangle) \Big|_Z \int_{x_{i-1}}^{x_i} dx x^{n-1} (u_V + d_V)(x) \times \\ \times \int_Z^1 dz_h [1 + \otimes \frac{\alpha_s}{2\pi} C_{qq} \otimes] (D_1 - D_2). \quad (4.3) \end{aligned}$$

Такой метод интегрирования экспериментально измеряемых величин применяется достаточно широко. Так, например, коллаборация HERMES [22, 54] вычисляла моменты кварковых распределений $\Delta'_n q$ из извлеченных из эксперимента («измеренных») величин $(\Delta q/q)(x_i)$ при помощи выражения

$$\Delta'_n q = \int_{0,023}^{0,6} dx \sum_{i=1}^{N_{\text{bins}}} \left[\frac{\Delta q}{q}(\langle x_i \rangle) \theta(x - x_{i-1}) \theta(x_i - x) \right] x^{n-1} q(x), \quad (4.4)$$

где в квадратных скобках стоит аналог выражений (4.2) и (4.3).

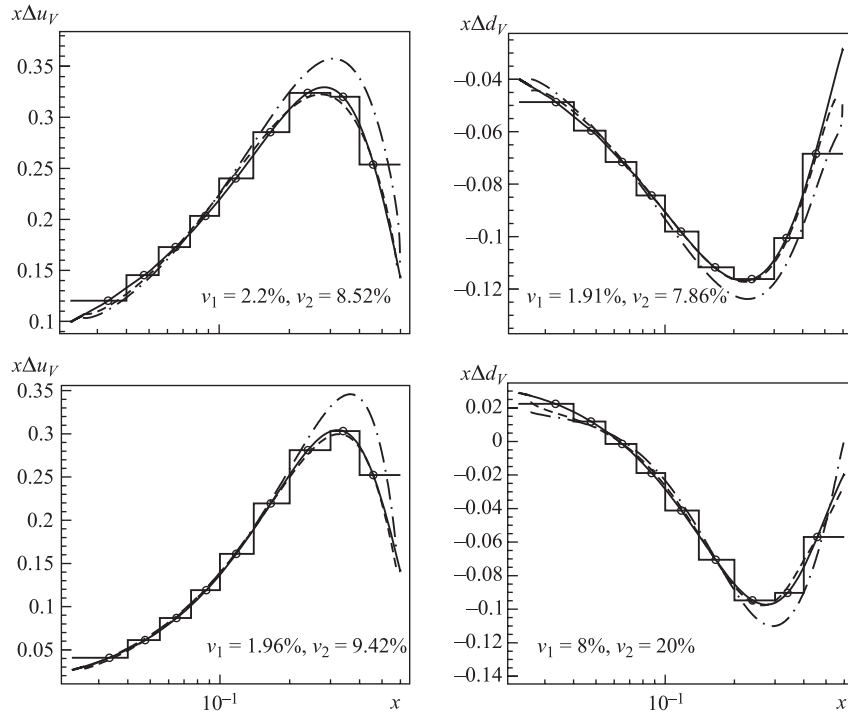


Рис. 4.1. Идеализированный численный тест приближений (3.18), (3.19) и (4.2), (4.3). Разностные асимметрии вычислены по формуле (3.3) из используемой параметризации GRSV2000 [31]. Сплошная линия соответствует используемой параметризации. Кружки соответствуют значению параметризации в середине каждого бина. Ломаная линия демонстрирует вычисление интеграла по методу средней точки (см. (3.18), (3.19)). Штрихпунктирная линия соответствует применению ММПЯ и формул (3.18), (3.19) для вычисления моментов. Пунктирная линия получена при помощи ММПЯ и улучшенного приближения (4.2), (4.3) для вычисления моментов. Показатели качества восстановления ν_1 и ν_2 вычисляются по формуле (3.43) и соответствуют пунктирной и штрихпунктирной кривым

Чтобы сравнить два приближения, заданных соответственно формулами (3.18), (3.19) и (4.2), (4.3), был проведен абсолютно идеализированный тест в лидирующем порядке КХД, где в каждом бине (биннинг соответствует эксперименту HERMES) разностные асимметрии вычислялись напрямую из параметризации (GRSV2000 [31]) по формулам (3.3). Для простоты при проведении теста $\langle x_i \rangle$ вычислялось как $\langle x_i \rangle = (x_i - x_{i-1})/2$ ($i = 1, \dots, 9$; $x_0 = 0,023$, $x_9 = 0,6$, как у HERMES), так что восстановленные

Таблица 4.1. Условия проведения моделирования

| | |
|-----------------------------------|-------------------|
| $E_{\text{lept}}, \text{ГэВ}$ | 27,5 |
| x | $0,023 < x < 0,6$ |
| x_F | $> 0,1$ |
| z_h | $> Z = 0,2$ |
| $W^2, \text{ГэВ}^2$ | > 10 |
| $Q^2, \text{ГэВ}^2$ | > 1 |
| $Q_{\text{mean}}^2, \text{ГэВ}^2$ | 2,4 |
| Статистика | $3 \cdot 10^6$ |

при помощи (3.3) значения валентных распределений $\Delta u_V(\langle x_i \rangle)$ и $\Delta d_V(\langle x_i \rangle)$ в точности совпадают со значением используемой параметризации в точках $\langle x_i \rangle$ — см. рис. 4.1.

Далее были вычислены моменты валентных распределений при помощи усеченной к лидирующему порядку системы уравнений (3.13) и двух процедур интегрирования, заданных уравнениями (3.18) и (4.2), а затем применен ММПЯ для восстановления локальных валентных распределений (для оптимизации параметров α, β использовалось требование совпадения в точках $\langle x_i \rangle$ восстановленной кривой с параметризацией). Результаты представлены на рис. 4.1. Из рис. 4.1 мы видим, что приближение (4.2), (4.3) дает гораздо более высокую точность восстановления по сравнению с (3.18), (3.19). Таким образом, следуя результатам теста, в дальнейшем для всех вычислений мы будем применять именно процедуру интегрирования, заданную формулами (4.2), (4.3).

Перед тем, как проанализировать реальные данные HERMES, в работе [50] был выполнен анализ моделированных полуинклюзивных данных сначала в лидирующем, а затем в следующем за лидирующим порядке КХД. Для этой цели опять-таки был использован генератор PEPSI [100]. Условия моделирования в точности соответствовали кинематике HERMES и приведены в табл. 4.1. Выбранная статистика реалистична (см. п. 3.1) и соответствует полному количеству инклюзивных событий $3 \cdot 10^6$ для обеих мишеней и для двух случаев взаимной поляризации пучка и мишени ($0,75 \cdot 10^6$ событий для каждой опции). Пионные разностные асимметрии строились по формуле (Д.1) с вычислением их статистических ошибок по формуле (Д.7).

Сначала был проведен анализ моделированных данных в лидирующем порядке КХД, что крайне важно для тестирования предложенного метода. Действительно, только в лидирующем порядке мы имеем возможность извлечь Δu_V и Δd_V напрямую, с использованием формул (3.3). Разумеется, резуль-

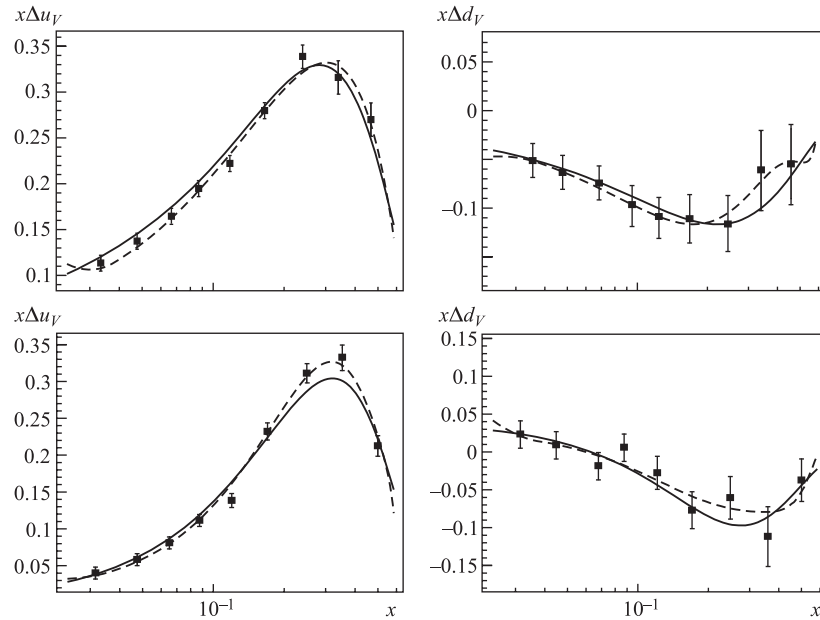


Рис. 4.2. Результаты восстановления валентных распределений в лидирующем порядке КХД из моделированных разностных асимметрий для параметризации GRSV2000 с симметричным (вверху) и несимметричным (внизу) сценариями. Сплошная линия соответствует параметризации, штриховая — восстановлению по ММПЯ. Точки с ошибками соответствуют прямому извлечению распределений по формуле (3.3)

таты для Δu_V и Δd_V , восстановленные по ММПЯ, должны совпадать с соответствующими результатами, извлеченными напрямую. Это является критическим тестом корректности разработанного метода. Моменты, извлеченные в лидирующем порядке, представлены в табл. 4.2. Результаты восстановления локальных распределений обоими способами представлены на рис. 4.2. Из рис. 4.2 видно, что восстановленные напрямую (по формулам (3.3)) и по ММПЯ распределения Δu_V и Δd_V находятся в отличном согласии как друг с другом, так и с заложенной параметризацией*.

Прежде чем переходить к анализу данных в следующем за лидирующим порядке КХД, необходимо прояснить важный момент, касающийся критерия оптимизации (3.43), который мы используем для нахождения оптимальных

*Небольшие расхождения с заложенной параметризацией связаны только с особенностью работы генератора PEPSI. Здесь важно то, что восстановленные обоими способами значения Δu_V и Δd_V , немного отличаясь от параметризации, отлично совпадают друг с другом.

Таблица 4.2. Результаты извлечения усеченных моментов валентных распределений в лидирующем порядке КХД из моделированных данных (I) в сравнении со значениями моментов, вычисленными непосредственно из параметризации (II)

| n | $\Delta'_n u_V$ | | $\Delta'_n d_V$ | |
|--------------------------------|---------------------|--------|----------------------|---------|
| | I | II | I | II |
| GRSV2000 (симметричное море) | | | | |
| 1 | $0,7042 \pm 0,0124$ | 0,7176 | $-0,2568 \pm 0,0271$ | -0,2618 |
| 2 | $0,1489 \pm 0,0037$ | 0,1477 | $-0,0439 \pm 0,0079$ | -0,0482 |
| 3 | $0,0467 \pm 0,0016$ | 0,0457 | $-0,0118 \pm 0,0033$ | -0,0135 |
| 4 | $0,0179 \pm 0,0007$ | 0,0173 | $-0,0041 \pm 0,0015$ | -0,0048 |
| GRSV2000 (несимметричное море) | | | | |
| 1 | $0,5346 \pm 0,0123$ | 0,5255 | $-0,0952 \pm 0,0274$ | -0,1103 |
| 2 | $0,1318 \pm 0,0036$ | 0,1282 | $-0,0297 \pm 0,0081$ | -0,0331 |
| 3 | $0,0434 \pm 0,0015$ | 0,0425 | $-0,0098 \pm 0,0034$ | -0,0107 |
| 4 | $0,0167 \pm 0,0007$ | 0,0166 | $-0,0037 \pm 0,0015$ | -0,0039 |

значений α_{opt} и β_{opt} (см. п. 3.3). Далее по всему тексту при использовании критерия (3.43) мы будем использовать два дважды усеченных момента для каждого значения j ($j = 1, \dots, 4$) в сумме (3.43). Эти моменты соответствуют двум областям интегрирования, покрывающим соответственно бины с первого по седьмой и с третьего по девятый. Такой выбор, с одной стороны, диктуется необходимостью включить в критерий дважды усеченные моменты с как можно более широкой областью интегрирования, а с другой стороны, эти дважды усеченные моменты должны значительно отличаться от моментов, непосредственно входящих в разложение ММПЯ (3.38).

Теперь мы можем перейти к анализу моделированных данных в следующем за лидирующим порядке КХД. Для моделирования опять используются две различные параметризации GRSV2000 (*симметричное море*) и GRSV2000 (*несимметричное море*). Условия моделирования представлены в табл. 4.1. Сначала из моделированных данных были извлечены четыре первых момента с использованием уравнений (3.13)–(3.17) и (4.2), (4.3). Результаты представлены в табл. 4.3. С помощью этих моментов и ММПЯ были восстановлены в следующем за лидирующим порядке КХД валентные распределения $\Delta u_V(x)$ и $\Delta d_V(x)$. Полученные результаты в сравнении с заложенной параметризацией представлены на рис. 4.3. Сравнивая результаты восстановления на рис. 4.3 и 4.2, можно видеть, что качество восстановления в следующем за лидирующим порядке КХД получается не хуже, чем в лидирующем порядке КХД.

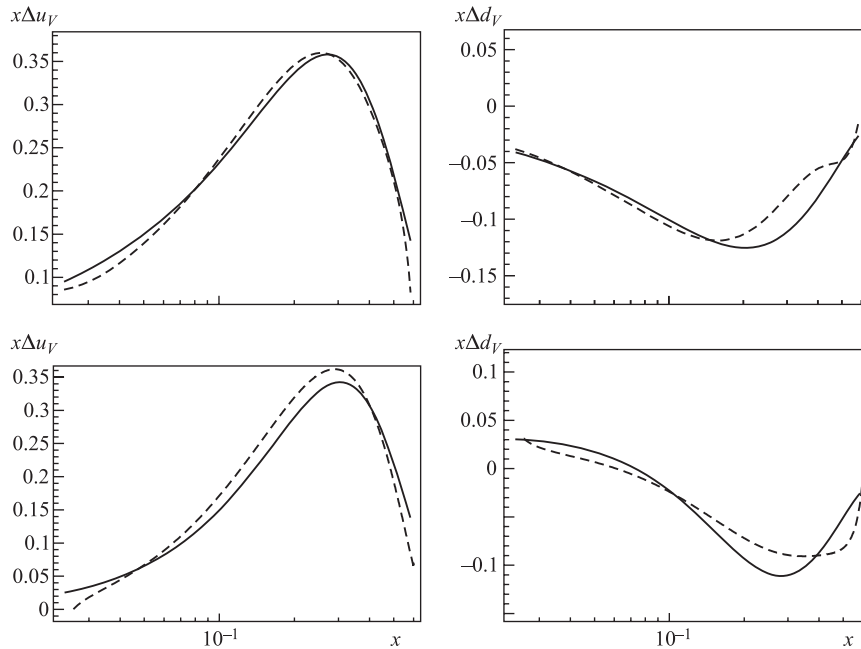


Рис. 4.3. Анализ разностных асимметрий, построенных из моделированных данных в следующем за лидирующим порядке КХД для параметризации GRSV2000 с симметричным (вверху) и несимметричным (внизу) сценариями. Сплошная линия соответствует параметризации, штриховая — восстановлению по ММПЯ.

Здесь нужно более подробно остановиться на особенностях применения критерия оптимизации (3.43) в случае анализа в следующем за лидирующим порядке КХД. Важнейшим моментом для поиска оптимальных значений α и β является правильный выбор их стартовых значений для процедуры минимизации (т. е. значений, с которых алгоритм MIGRAD, входящий в пакет MINUIT [51], начинает поиск оптимальных значений α и β). Опыт показывает, что, если эти стартовые значения далеки от истинных (которые в случае моделирования нам заведомо известны), алгоритм минимизации может «свалиться» в неправильный локальный минимум, что приводит к далеким от истинных значениям α_{opt} и β_{opt} . Однако, к счастью, при анализе в лидирующем порядке мы всегда можем сравнить восстановленные по ММПЯ кривые со значениями, извлеченными напрямую из (3.3), и, таким образом, найти оптимальные значения α_{opt} и β_{opt} . Очевидно, что найденные в лидирующем порядке α_{opt} и β_{opt} можно без опаски использовать как стартовые при проведении анализа в следующем за лидирующим порядке КХД. Применение

Таблица 4.3. Результаты извлечения усеченных моментов валентных распределений в следующем за лидирующим порядке КХД из моделированных данных (I) в сравнении со значениями, вычисленными непосредственно из параметризации (II)

| n | $\Delta'_n u_V$ | | $\Delta'_n d_V$ | |
|--------------------------------|---------------------|--------|----------------------|---------|
| | I | II | I | II |
| GRSV2000 (симметричное море) | | | | |
| 1 | $0,7369 \pm 0,0133$ | 0,7507 | $-0,2577 \pm 0,0293$ | -0,2760 |
| 2 | $0,1507 \pm 0,0039$ | 0,1545 | $-0,0423 \pm 0,0085$ | -0,0490 |
| 3 | $0,0449 \pm 0,0016$ | 0,0471 | $-0,0109 \pm 0,0033$ | -0,0133 |
| 4 | $0,0163 \pm 0,0007$ | 0,0176 | $-0,0037 \pm 0,0015$ | -0,0045 |
| GRSV2000 (несимметричное море) | | | | |
| 1 | $0,5860 \pm 0,0134$ | 0,5701 | $-0,1045 \pm 0,0300$ | -0,1137 |
| 2 | $0,1392 \pm 0,0039$ | 0,1381 | $-0,0314 \pm 0,0088$ | -0,0367 |
| 3 | $0,0433 \pm 0,0015$ | 0,0448 | $-0,0101 \pm 0,0034$ | -0,0121 |
| 4 | $0,0159 \pm 0,0007$ | 0,0172 | $-0,0037 \pm 0,0016$ | -0,0045 |

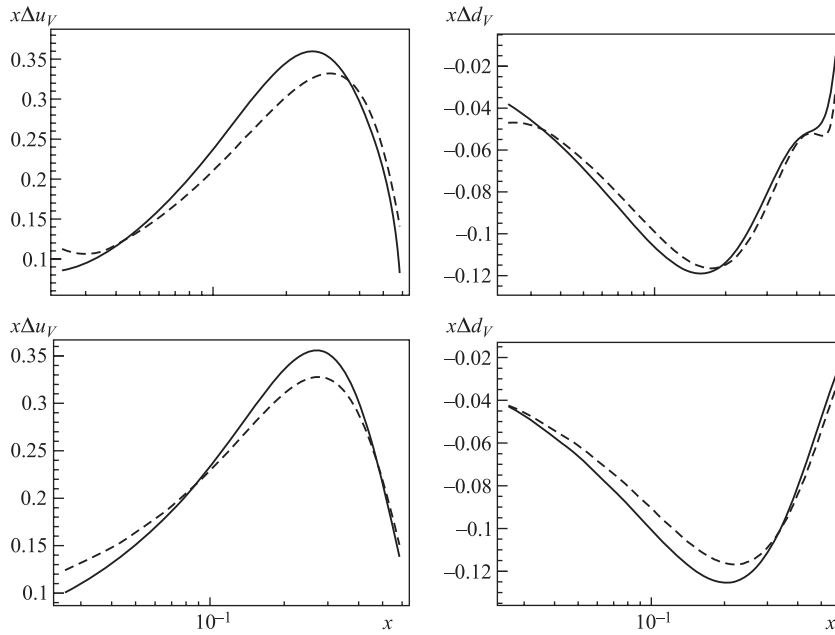


Рис. 4.4. Результаты анализа моделированных разностных асимметрий (вверху) в лидирующем (штриховая линия) и следующем за лидирующим порядке КХД (сплошная линия) в сравнении с заложенной параметризацией GRSV2000, симметричный сценарий (внизу)

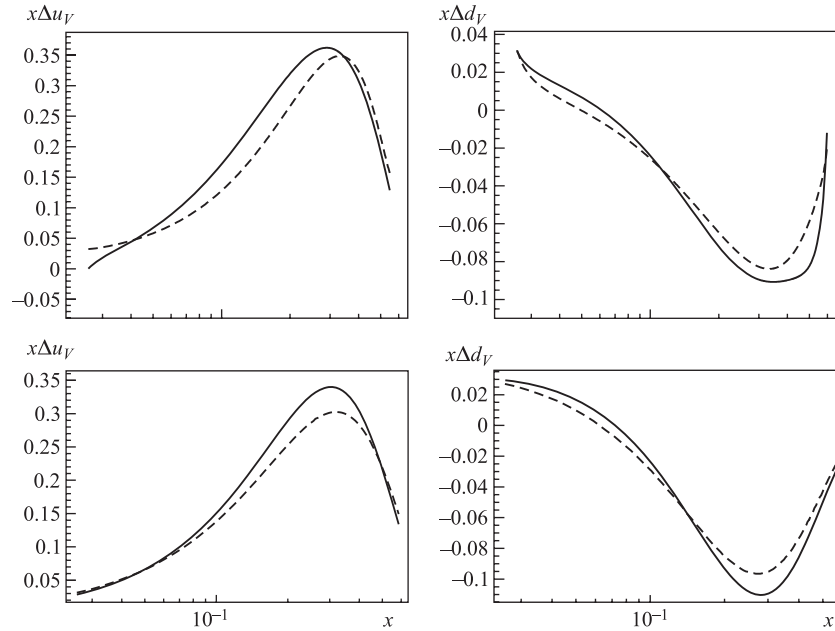


Рис. 4.5. Результаты анализа моделированных разностных асимметрий (вверху) в лидирующем (штриховая линия) и следующем за лидирующим порядке КХД (сплошная линия) в сравнении с заложенной параметризацией GRSV2000, симметричный сценарий (внизу)

такой процедуры дает отличные результаты. Действительно, если обратиться к рис. 4.4 и 4.5, можно видеть, что взаимное поведение кривых, восстановленных в лидирующем и следующем за лидирующим порядках, находится в отличном согласии со взаимным поведением соответствующих «истинных» кривых (заложенных в моделирование параметризаций).

Подводя итог, мы можем сказать, что все вышеприведенные тесты подтверждают, что предложенный метод определенно может быть успешно использован для извлечения поляризованных кварковых распределений в следующем за лидирующим порядке КХД.

4.2. КХД-анализ данных HERMES в следующем за лидирующим порядке КХД. Построение пионных разностных асимметрий из полуинклюзивных данных коллаборации HERMES. После успешного тестирования предложенного метода анализа полуинклюзивных данных метод был применен [50] к полуинклюзивным данным коллаборации HERMES. Конечно же, первое применение метода к экспериментальным данным — это одновременно и его тестирование в условиях реального эксперимента. При этом крайне жела-

тельно избавиться от несвойственных самому методу посторонних источников неопределенностей. Прежде всего это плохо известные функции фрагментации, входящие в обычные полуинклюзивные асимметрии — см. (2.5), (2.4) (в особенности это касается ФФ $D_q^{K^\pm}$ и D_g^h). Как уже упоминалось ранее, с этой точки зрения исключительно привлекательными объектами оказываются разностные асимметрии (см. пп. 2.2, 3.1). Особенно же привлекательными являются пионные разностные асимметрии (см. (3.6)–(3.9)), которые свободны от функций фрагментации в лидирующем порядке и слабо зависят от хорошо известной разности пионных ФФ в следующем за лидирующим порядке КХД. Вот почему в работе [50] рассматривались именно пионные разностные асимметрии.

Следует отметить, что до сих пор нет* опубликованных данных по разностным пионным асимметриям. Чтобы обойти эту проблему, в работе [50] была предложена косвенная процедура построения разностных асимметрий из обычных пионных асимметрий (ср. с (2.5))

$$A_{p(d)}^{\pi^\pm} \Big|_Z = \frac{1}{P_B P_T f D} \frac{N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^\pm} L_{\uparrow\uparrow} - N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^\pm} L_{\uparrow\downarrow}}{N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^\pm} L_{\uparrow\uparrow} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^\pm} L_{\uparrow\downarrow}},$$

данные на которые опубликованы коллаборацией HERMES [54]. А именно, пионная разностная асимметрия

$$A_{p(d)}^{\pi^+ - \pi^-} = \frac{1}{P_B P_T f D} \left[\frac{(N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} - N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-}) L_{\uparrow\uparrow} - (N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+} - N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}) L_{\uparrow\downarrow}}{(N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} - N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-}) L_{\uparrow\uparrow} + (N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+} - N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}) L_{\uparrow\downarrow}} \right]$$

(см. приложение Д) была представлена в виде (i — номер бина по x)

$$A^{\pi^+ - \pi^-}(x_i) = \frac{R_i^{+/-}}{R_i^{+/-} - 1} A^{\pi^+}(x_i) - \frac{1}{R_i^{+/-} - 1} A^{\pi^-}(x_i), \quad (4.5)$$

где величины $R_i^{+/-}$ определяются как

$$R_i^{+/-} \equiv \frac{N_{i\uparrow\downarrow}^{\pi^+} L_{\uparrow\uparrow} + N_{i\uparrow\uparrow}^{\pi^+} L_{\uparrow\downarrow}}{N_{i\uparrow\downarrow}^{\pi^-} L_{\uparrow\uparrow} + N_{i\uparrow\uparrow}^{\pi^-} L_{\uparrow\downarrow}}.$$

Легко видеть, что отношение $R_i^{+/-}$ можно переписать в виде

$$R_i^{+/-} = \frac{\sigma_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+}(x_i) + \sigma_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}(x_i)}{\sigma_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-}(x_i) + \sigma_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}(x_i)} = \frac{\sigma_{\text{unpol}}^{\pi^+}(x_i)}{\sigma_{\text{unpol}}^{\pi^-}(x_i)} = \frac{N_i^{\pi^+}}{N_i^{\pi^-}}, \quad (4.6)$$

*В настоящее время такая работа активно проводится в коллаборациях HERMES и COMPASS.

Таблица 4.4. Результаты вычисления $R_i^{+/-}$, полученные из моделированных при помощи генератора событий LEPTO данных и соотношения (4.6)

| i | Протонная мишень | Дейтронная мишень |
|-----|------------------|-------------------|
| 1 | 1,220 | 1,150 |
| 2 | 1,270 | 1,201 |
| 3 | 1,346 | 1,229 |
| 4 | 1,436 | 1,274 |
| 5 | 1,494 | 1,315 |
| 6 | 1,569 | 1,350 |
| 7 | 1,629 | 1,407 |
| 8 | 1,669 | 1,444 |
| 9 | 1,803 | 1,556 |

т. е. оно может быть легко извлечено из неполяризованных полуинклюзивных (пионных) данных. Эта величина является хорошо определенным и извлекаемым с высокой точностью объектом. Более того, опыт показывает, что эту величину можно с высокой степенью надежности извлечь из моделированных при помощи генератора неполяризованных событий данных, не используя при этом реальных данных HERMES и COMPASS. Результаты для извлеченной этим способом величины $R_i^{+/-}$ практически совпадают с результатами, полученными из реальных данных. Таким образом, в работе [50] величины $R_i^{+/-}$ вычислялись с помощью результатов моделирования на генераторе** неполяризованных событий LEPTO [89]. Вычисления показали, что относительные величины $R_i^{+/-}$ очень устойчивы, т. е. чрезвычайно слабо зависят от статистики. Так, например, если изменять $N_{\text{tot}}^{\pi^+}|_{\text{LEPTO}}$ от 10^5 до 10^6 , величина $R_i^{+/-}$ меняется в пределах 1–3 % в зависимости от бина. Тем не менее для большей точности при проведении моделирования было использовано условие

$$N_{\text{tot}}^{\pi^\pm}|_{\text{LEPTO}} \simeq N_{\text{tot}}^{\pi^\pm}|_{\text{HERMES}}, \quad N_{\text{tot}}^{\pi^\pm} \equiv \sum_i N_i^{\pi^\pm}, \quad (4.7)$$

чтобы добиться совпадения со статистикой, полученной коллаборацией HERMES [54] ($N_{\text{tot}}^{\pi^+} = 117,000$, $N_{\text{tot}}^{\pi^-} = 82,000$ для протонной и $N_{\text{tot}}^{\pi^+} =$

**Как уже упоминалось, генератор LEPTO при соответствующих настройках хорошо воспроизводит особенности процесса фрагментации (такие как множественности адронов, распределения адронов по x , z_h и т. п.). В данном случае использовались настройки, применявшиеся коллаборацией HERMES [54].

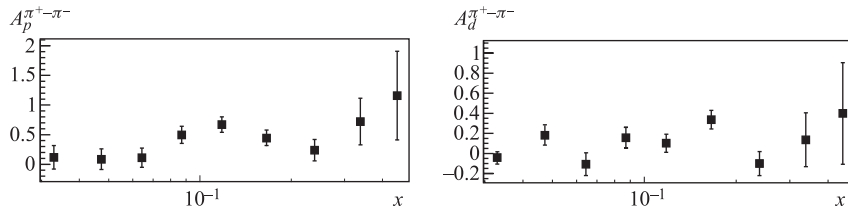


Рис. 4.6. Пионные разностные асимметрии, построенные по формуле (4.5) из обычных (опубликованных HERMES) пионных асимметрий

491,000, $N_{\text{tot}}^{\pi^-} = 385,000$ для дейтронной мишеней). Результаты вычисления величин $R_i^{+/-}$ представлены в табл. 4.4. Еще раз подчеркнем, что прямая проверка подтверждает, что результаты табл. 4.4 практически совпадают с соответствующими результатами, полученными из реальных данных коллаборации HERMES.

Далее, с помощью уравнения (4.5), результатов из табл. 4.4 и результатов HERMES [54] по пионным асимметриям $A_{p,d}^{\pi^\pm}$ (табл. XII и XIII в работе [54]) были построены разностные асимметрии $A_{p,d}^{\pi^+-\pi^-}$. Результаты представлены на рис. 4.6.

Чтобы проверить правильность процедуры (4.5) построения разностных асимметрий, в первую очередь в работе [50] из них были восстановлены локальные кварковые распределения в лидирующем порядке. Дело в том, что, во-первых, распределения Δu_V и Δd_V можно извлечь напрямую с помощью формул (3.3), а во-вторых, полученные результаты можно сравнить с соответствующими опубликованными результатами HERMES [54], полученными в лидирующем порядке из обычных полуинклюзивных асимметрий. Результаты такого сравнения представлены на рис. 4.7. Из этого рисунка видно, что полученные результаты для Δu_V , Δd_V отлично согласуются с результатами HERMES, что подтверждает корректность процедуры (4.5).

В качестве дополнительной проверки корректности применения (4.5) в работе [50] сравнивались также два первых усеченных момента $\Delta' u_V$ и $\Delta' d_V$, извлеченных в лидирующем порядке из разностных асимметрий, построенных по (4.5), с соответствующими результатами SMC и HERMES (табл. XI в работе [54]). Результаты представлены в табл. 4.5, из которой видно, что результаты находятся в отличном согласии друг с другом. Таким образом, мы еще раз подтвердили корректность использования формулы (4.5) для построения разностных асимметрий.

Следует также подчеркнуть, что описанные здесь результаты [50] по распределениям Δu_V и Δd_V и их моментам, полученным из разностных асимметрий, представляют самостоятельную ценность и в своем роде уникальны даже несмотря на то, что они получены в лидирующем порядке. Действительно,

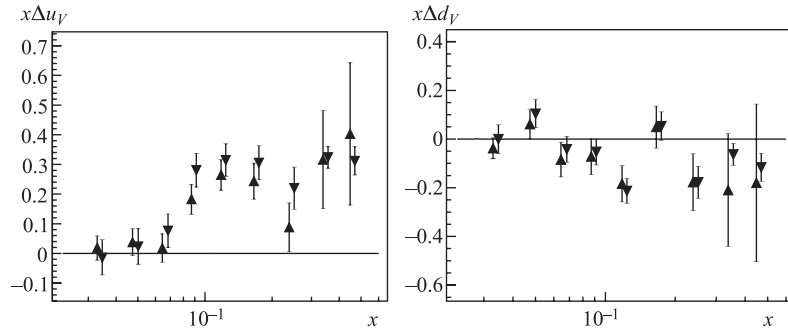


Рис. 4.7. Поляризованные валентные распределения, извлеченные в лидирующем порядке КХД из разностных асимметрий, построенных по формуле (4.5), (\blacktriangle) в сравнении с результатами HERMES (\blacktriangledown). Результаты HERMES сдвинуты вправо для лучшей видимости

Таблица 4.5. Результаты извлечения усеченных моментов поляризованных валентных распределений в лидирующем порядке КХД из разностных асимметрий, построенных по формуле (4.5). Для сравнения приведены соответствующие результаты коллабораций SMC и HERMES [54]

| Результаты | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\Delta'_n u_V$ | | | | |
| Разностная асимметрия | $0,510 \pm 0,110$ | $0,134 \pm 0,043$ | $0,048 \pm 0,020$ | $0,020 \pm 0,010$ |
| HERMES | $0,603 \pm 0,071$ | $0,144 \pm 0,014$ | -/- | -/- |
| SMC | $0,614 \pm 0,082$ | $0,152 \pm 0,016$ | -/- | -/- |
| $\Delta'_n d_V$ | | | | |
| Разностная асимметрия | $-0,280 \pm 0,146$ | $-0,074 \pm 0,058$ | $-0,026 \pm 0,026$ | $-0,011 \pm 0,013$ |
| HERMES | $-0,172 \pm 0,068$ | $-0,047 \pm 0,012$ | -/- | -/- |
| SMC | $-0,334 \pm 0,112$ | $-0,056 \pm 0,026$ | -/- | -/- |

как уже отмечалось, в отличие от разностных асимметрий без определения сорта адрона, которые уже анализировались в работах SMC и COMPASS (см. п. 3.3), только разностные асимметрии с определением сорта адрона (в данном случае пионные) абсолютно свободны от ФФ в лидирующем порядке. Именно эти асимметрии были впервые проанализированы в работе [50].

Восстановление валентных распределений в следующем за лидирующим порядке КХД. Для анализа данных HERMES в следующем за лидирующим порядке КХД были проделаны [50] все этапы анализа по новому методу моде-

Таблица 4.6. Результаты извлечения усеченных моментов поляризованных валентных распределений в следующем за лидирующим порядке КХД из разностных асимметрий, построенных по формуле (4.5)

| Величина | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\Delta'_n u_V$ | $0,555 \pm 0,126$ | $0,134 \pm 0,047$ | $0,047 \pm 0,020$ | $0,019 \pm 0,10$ |
| $\Delta'_n d_V$ | $-0,302 \pm 0,173$ | $-0,076 \pm 0,064$ | $-0,025 \pm 0,027$ | $-0,010 \pm 0,012$ |

лированных асимметрий, изучавшихся в п. 4.1. При этом использовались пионные разностные асимметрии, построенные в предыдущем пункте из данных по обычным асимметриям, опубликованных коллаборацией HERMES [54].

Сначала (первый этап метода) были извлечены в следующем за лидирующим порядке первые четыре усеченных момента в области $0,023 < x < 0,6$. Результаты представлены в табл. 4.6. Полученные результаты являются уникальными и чрезвычайно важными, особенно это касается первых моментов $\Delta_1 u_V$ и $\Delta_1 d_V$, так как именно они определяют спин протона. Действительно, во-первых, использование разработанного метода позволяет провести прямое (без какой бы то ни было процедуры фитирования) извлечение валентных распределений в следующем за лидирующим порядке. Как уже упоминалось (см. п. 2.3), при современном качестве полуинклюзивных данных применение стандартных процедур фитирования неоправданно. Во-вторых (см. п. 3.1), использование пионных разностных асимметрий позволяет обойтись без плохо известных функций фрагментации (каонных, глюонных и т.п.) — в следующем за лидирующим порядке КХД пионная разностная асимметрия слабо зависит только от хорошо известной разности лидирующей и подавленной пионных функций фрагментации.

Как и ранее, перед тем как перейти к восстановлению по ММПЯ локальных валентных распределений в следующем за лидирующим порядке КХД (второй этап метода), был проведен поиск оптимальных значений весовой функции ММПЯ α_{opt} и β_{opt} в лидирующем порядке КХД. При этом в разложение ММПЯ (3.39) подставлялись значения моментов из табл. 4.5. Далее α_{opt} и β_{opt} находились с помощью критерия (3.43). Результаты представлены на рис. 4.8 (ср. с рис. 4.7). Из рис. 4.8 видно, что восстановленная по ММПЯ кривая находится в отличном согласии как с опубликованными результатами HERMES, так и с результатами прямого извлечения валентных распределений из разностных асимметрий по формулам (3.3). Таким образом, мы убедились, что применение критерия (3.43) оказалось успешным при нахождении α_{opt} и β_{opt} в лидирующем порядке, и, следовательно, эти найденные значения можно использовать как стартовые для поиска α_{opt} и β_{opt} в следующем за лидирующим порядке. Результаты восстановления $\Delta u_V(x)$ и $\Delta d_V(x)$ в следующем за лидирующим порядке представлены на рис. 4.9, где для сравнения приведены

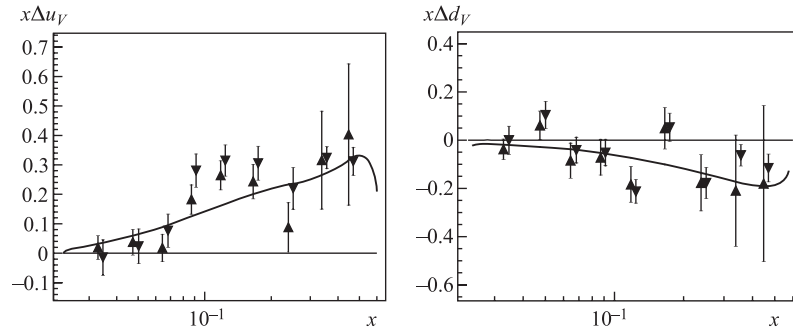


Рис. 4.8. Валентные распределения, извлеченные в лидирующем порядке КХД различными методами. Сплошная линия соответствует восстановлению по предложенному методу в лидирующем порядке КХД из построенных разностных асимметрий; \blacktriangle — прямое (с использованием уравнения (3.3)) извлечение из построенных разностных асимметрий; \blacktriangledown — результаты HERMES, полученные методом пьюрити из обычных инклюзивных и полуинклюзивных асимметрий

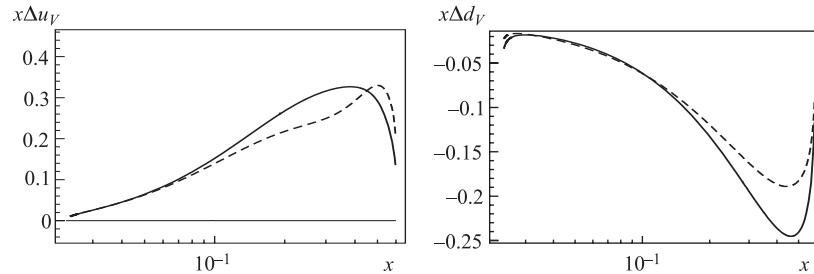


Рис. 4.9. Результаты восстановления валентных распределений в лидирующем (штриховая линия) и следующем за лидирующим (сплошная линия) порядках КХД из разностных асимметрий, построенных из данных HERMES с использованием уравнения (4.5)

также соответствующие результаты в лидирующем порядке. Можно видеть, что взаимное поведение кривых, полученных в лидирующем и следующем за лидирующим порядке, находится в отличном согласии с соответствующим поведением, предсказываемым современными параметризациями (см., например, [31, 103]).

Поправки на Q^2 -зависимость асимметрий. До сих пор при применении метода [50] использовалось приближение

$$A(x_i, Q_i^2) \simeq A(x_i, Q_{\text{mean}}^2),$$

широко используемое (см., например, [10, 54]) для анализа инклюзивных и полуинклюзивных асимметрий. Это приближение находится в хорошем со-

Таблица 4.7. Усеченные моменты $\Delta'_n u_V$, извлеченные в следующем за лидирующим порядке КХД из разностных асимметрий, скорректированных на Q^2 -эволюцию, а также абсолютные и относительные отклонения их значений от нескорректированных моментов. Для оценки коррекций использовались параметризации [31] (I для несимметричного моря и II для симметричного моря), [65] (III для сценария $ii+$ и IV для сценария $ii-$), а также [103] (V–VII в порядке цитирования)

| n | I | II | III | IV | V | VI | VII |
|---|---------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\Delta'_n u_V _{\text{corr}}$ | | | | | | | |
| 1 | 0,5495 | 0,5464 | 0,5555 | 0,5551 | 0,5473 | 0,5588 | 0,5457 |
| 2 | 0,1364 | 0,1367 | 0,1378 | 0,1377 | 0,1368 | 0,1387 | 0,1363 |
| 3 | 0,0459 | 0,0460 | 0,0463 | 0,0463 | 0,0460 | 0,0467 | 0,0459 |
| 4 | 0,0182 | 0,0182 | 0,0183 | 0,0183 | 0,0182 | 0,0185 | 0,0182 |
| Средний $\Delta'_n u_V _{\text{corr}}$ | | | | | | | |
| 1 | $0,5437 \pm 0,1266$ | | | | | | |
| 2 | $0,1348 \pm 0,0475$ | | | | | | |
| 3 | $0,0453 \pm 0,0199$ | | | | | | |
| 4 | $0,0179 \pm 0,0089$ | | | | | | |
| $\delta(\Delta'_n u_V)$ | | | | | | | |
| 1 | -0,0054 | -0,0085 | 0,0006 | 0,0002 | -0,0077 | 0,0039 | -0,0092 |
| 2 | -0,0034 | -0,0031 | -0,0019 | -0,0021 | -0,0030 | -0,0010 | -0,0035 |
| 3 | -0,0013 | -0,0012 | -0,0009 | -0,0009 | -0,0012 | -0,0005 | -0,0013 |
| 4 | -0,0005 | -0,0005 | -0,0004 | -0,0004 | -0,0005 | -0,0002 | -0,0006 |
| $\delta(\Delta'_n u_V)/\Delta'_n u_V, \%$ | | | | | | | |
| 1 | -0,97 | -1,53 | 0,11 | 0,04 | -1,38 | 0,71 | -1,65 |
| 2 | -2,42 | -2,21 | -1,37 | -1,47 | -2,12 | -0,73 | -2,47 |
| 3 | -2,67 | -2,54 | -1,86 | -1,95 | -2,56 | -1,14 | -2,84 |
| 4 | -2,62 | -2,62 | -2,08 | -2,14 | -2,72 | -1,28 | -2,94 |
| Средний $\delta(\Delta'_n u_V)$ | | | | | | | |
| 1 | -0,0037 | | | | | | |
| 2 | -0,0026 | | | | | | |
| 3 | -0,0011 | | | | | | |
| 4 | -0,0004 | | | | | | |

гласии даже с данными COMPASS (см. рис. 5 в работе [39]) и особенно хорошо работает в случае кинематики HERMES, где «плечо» эволюции по Q^2 мало ($1 \lesssim Q^2 \lesssim 10 \text{ ГэВ}^2$; $Q^2_{\text{mean}} = 2,5 \text{ ГэВ}^2$ — см. табл. XII и XIII в

Таблица 4.8. Усеченные моменты $\Delta'_n d_V$, извлеченные в следующем за лидирующим порядке КХД из разностных асимметрий, скорректированных на Q^2 -эволюцию, а также абсолютные и относительные отклонения их значений от нескорректированных моментов. Для оценки коррекций использовались параметризации [31] (I для несимметричного моря и II для симметричного моря), [65] (III для сценария $ii+$ и IV для сценария $ii-$), а также [103] (V–VII в порядке цитирования)

| n | I | II | III | IV | V | VI | VII |
|---|----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\Delta'_n d_V _{\text{corr}}$ | | | | | | | |
| 1 | -0,3130 | -0,3091 | -0,3197 | -0,3251 | -0,3062 | -0,3096 | -0,3064 |
| 2 | -0,0778 | -0,0779 | -0,0811 | -0,0822 | -0,0771 | -0,0780 | -0,0774 |
| 3 | -0,0256 | -0,0256 | -0,0267 | -0,0269 | -0,0254 | -0,0256 | -0,0255 |
| 4 | -0,0096 | -0,0098 | -0,0102 | -0,0102 | -0,0097 | -0,0097 | -0,0097 |
| Средний $\Delta'_n d_V _{\text{corr}}$ | | | | | | | |
| 1 | $-0,3127 \pm 0,1731$ | | | | | | |
| 2 | $-0,0788 \pm 0,0643$ | | | | | | |
| 3 | $-0,0259 \pm 0,0269$ | | | | | | |
| 4 | $-0,0099 \pm 0,0119$ | | | | | | |
| $\delta(\Delta'_n d_V)$ | | | | | | | |
| 1 | -0,0114 | -0,0075 | -0,0181 | -0,0235 | -0,0046 | -0,0080 | -0,0048 |
| 2 | -0,0015 | -0,0017 | -0,0048 | -0,0059 | -0,0008 | -0,0018 | -0,0012 |
| 3 | -0,0003 | -0,0004 | -0,0014 | -0,0017 | -0,0001 | -0,0003 | -0,0002 |
| 4 | -0,0001 | -0,0001 | -0,0005 | -0,0006 | -0,0000 | -0,0000 | -0,0000 |
| $\delta(\Delta'_n d_V)/\Delta'_n d_V, \%$ | | | | | | | |
| 1 | 3,77 | 2,48 | 5,99 | 7,78 | 1,53 | 2,65 | 1,58 |
| 2 | 1,97 | 2,20 | 6,33 | 7,72 | 1,10 | 2,33 | 1,53 |
| 3 | 1,31 | 1,47 | 5,71 | 6,74 | 0,52 | 1,35 | 0,95 |
| 4 | 0,83 | 0,83 | 5,07 | 5,89 | 0,10 | 0,52 | 0,52 |
| Средний $\delta(\Delta'_n d_V)$ | | | | | | | |
| 1 | $-0,0111$ | | | | | | |
| 2 | $-0,0025$ | | | | | | |
| 3 | $-0,0007$ | | | | | | |
| 4 | $-0,0002$ | | | | | | |

работе [54]) по сравнению с кинематикой SMC и COMPASS. Тем не менее даже для кинематики HERMES полезно провести учет поправок, связанных со слабой Q^2 -зависимостью асимметрий. Для этого в работе [50]

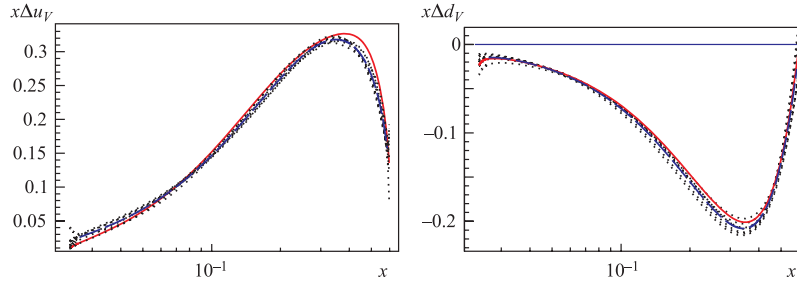


Рис. 4.10. Восстановление валентных распределений в следующем за лидирующим порядке КХД с учетом коррекции на Q^2 -эволюцию для асимметрий. Пунктирные линии соответствуют восстановлению из моментов, скорректированных на Q^2 -эволюцию с использованием различных параметризаций. Штриховая линия соответствует кривой, усредненной по коррекциям, сплошная — кривой, восстановленной без коррекций

сначала оценивались сдвиги в значениях всех четырех извлеченных в следующем за лидирующим порядке моментов, вызванных соответствующими сдвигами

$$\delta_i A_{p,d}^{\pi^+ - \pi^-} = A_{p,d}^{\pi^+ - \pi^-}(x_i, Q_{\text{mean}}^2) - A_{p,d}^{\pi^+ - \pi^-}(x_i, Q_i^2) \quad (4.8)$$

в разностных асимметриях. Для оценки величин $\delta_i A_{p,d}^{\pi^+ - \pi^-}$ был выбран наиболее простой способ — использование максимального набора современных параметризаций в следующем за лидирующим порядке, доступных в литературе. А именно, правая часть уравнения (4.8) аппроксимировалась соответствующими разностями «теоретических» асимметрий, полученных подстановкой различных параметризаций в уравнения (3.8), (3.9). Отметим, что такая процедура эволюционирования асимметрий широко применялась, например, коллаборациями SMC и COMPASS при вычислении моментов структурных функций $\Gamma_{1p(d)}$ (см. работы [8, 39], а также п. 1.4).

После добавления вычисленных таким способом поправок $\delta_i A_{p,d}^{\pi^+ - \pi^-}$ к построенным из данных HERMES асимметриям $A_{p,d}^{\pi^+ - \pi^-}(x_i, Q_i^2)$ была проведена оценка проэволюционированной от Q_i^2 до Q_{mean}^2 асимметрии $A_{p,d}^{\pi^+ - \pi^-}(x_i, Q_{\text{mean}}^2)|_{\text{evol}}$. Далее с помощью этой асимметрии была повторена процедура извлечения моментов и получены скорректированные моменты $\Delta'_n q_V|_{\text{corr}}$. Затем полученные скорректированные на эволюцию моменты $\Delta'_n q_V|_{\text{corr}}$ сравнивались с нескорректированными моментами $\Delta'_n q_V$, полученными в предыдущем пункте, и вычислялись соответствующие разности $\delta(\Delta'_n q_V) = \Delta'_n q_V|_{\text{corr}} - \Delta'_n q_V$. Результаты представлены в табл. 4.7 и 4.8, где приведены также относительные величины $\delta(\Delta'_n q_V)/\Delta'_n q_V$.

Очень важно, что при вычислении поправок на эволюцию использовался набор существенно различающихся между собой* параметризаций. Тем не менее, как видно из табл. 4.7 и 4.8, независимо от выбора параметризации поправки на моменты оказываются очень малыми. Таким образом, эти малые сдвиги $\delta(\Delta'_n q_V)|_{\text{average}}$ (см. табл. 4.7 и 4.8) можно просто включить в систематическую ошибку.

После вычисления моментов, скорректированных на Q^2 -эволюцию, из них строились локальные распределения при помощи ММПЯ. Результаты представлены на рис. 4.10, где можно видеть, что, хотя распределения построены из моментов, скорректированных при помощи различных параметризаций, все кривые находятся очень близко друг к другу. Усредненная по коррекциям кривая (штриховая линия) также практически не отличается от кривой, построенной из нескорректированных моментов (сплошная линия).

Таким образом, проведенный анализ демонстрирует, что результаты как для моментов, так и для локальных распределений очень слабо чувствительны к поправкам на разностные асимметрии за счет Q^2 -эволюции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение обсудим проблемы и перспективы дальнейшего изучения спиновой структуры нуклона.

Хотя процессы поляризованного инклюзивного ГНР позволили получить значимые результаты по спиновой структуре нуклона, в нашем понимании этой проблемы до сих пор остается много «белых пятен». Так, задача разделения кварковых вкладов в спин нуклона по ароматам и, в частности, нахождение вклада поляризованной странности в случае чисто инклюзивного ГНР решается только для первых моментов и с привлечением неточного $SU_f(3)$ -правила сумм, а также различных предположений относительно морских распределений. Задача же разделения вкладов валентных и морских распределений не может быть решена в принципе в рамках анализа процессов чисто инклюзивного ГНР с мюонными или электронными пучками, доступными на сегодня. Именно поэтому в настоящее время огромный интерес вызывают процессы полуинклюзивного поляризованного ГНР, позволяющие определять распределения всех кварковых ароматов без использования правил сумм, а также разделять валентные и морские поляризованные распределения. В то же время анализ полуинклюзивных данных на практике оказывается существенно сложнее, чем анализ инклюзивных данных. Во-первых, требуется

*Они различаются сценариями поляризованного кваркового моря (симметричный и несимметричный сценарии), а также функциональными формами, выбранными для процедуры фитирования.

знание функций фрагментации, которые в настоящее время еще плохо изучены. В связи с этим огромную роль играет измерение пионных разностных полуинклюзивных асимметрий, подробно рассмотренных в настоящей работе. Их главными преимуществами по сравнению с обычными полуинклюзивными асимметриями являются полное отсутствие функций фрагментации в лидирующем порядке КХД и слабая зависимость от хорошо известной разности пионных функций фрагментации в следующем за лидирующим порядке КХД. Во-вторых, теоретические выражения для сечений и асимметрий гораздо сложнее, чем в инклюзивном случае. Основной же проблемой анализа процессов поляризованного полуинклюзивного ГНР на сегодня является малое количество точек для измеренных асимметрий, а также низкая точность этих измерений. В этой ситуации стандартный метод КХД-анализа, основанный на фитировании данных, малопригоден. Поэтому особенную значимость приобретает разработка новых методов КХД-анализа полуинклюзивных данных. Такого рода альтернативный метод КХД-анализа представлен в настоящей работе.

До сих пор данные по наиболее важным полуинклюзивным асимметриям с определением типа адрона (пионные, каонные) представила только одна коллаборация, HERMES, и только в очень узкой области по бьёркеновскому x . В связи с этим большие надежды возлагаются на коллаборацию COMPASS. До недавнего времени эта коллаборация использовала только дейтронную мишень. Однако недавно она начала набор полуинклюзивных данных на протонной мишени. Построение коллаборацией разностных асимметрий для обеих, протонной и дейтронной, мишеней позволит найти поляризованные валентные распределения u - и d -кварков в широком диапазоне по бьёркеновскому x без использования плохо известных функций фрагментации и плохо обоснованных предположений относительно поляризованных морских распределений. Кроме того, ожидается, что большое количество каонных данных позволит наконец-то найти поляризованную странность в нуклоне с высокой точностью.

Прямой доступ к поляризованным морским распределениям без использования каких бы то ни было функций фрагментации могут дать нам также процессы Дрелла–Яна с продольной поляризацией обоих сталкивающихся протонов (дейтронов). Такого рода эксперименты в настоящее время планируются на ускорительных комплексах RHIC (BNL), J-PARC (Япония), NICA (ОИЯИ) и U-70 (ИФВЭ).

Что касается поляризованных глюонных распределений, то до настоящего времени они извлекались только из процессов поляризованного ГНР с использованием зависимости асимметрий от квадрата переданного импульса и уравнений эволюции для глюонного и кварковых поляризованных распределений. Этот метод извлечения ΔG подробно рассмотрен в настоящей работе. Однако как инклюзивные, так и полуинклюзивные асимметрии зависят от Q^2

очень слабо, из-за чего такой метод определения величины ΔG оставляет огромный произвол в ее значении. Более того, как мы видели, даже знак поляризованного глюонного распределения не фиксируется в таком подходе. Поэтому огромное значение приобретают альтернативные методы извлечения ΔG . Один из таких методов основан на анализе процессов рождения π^0 с большим поперечным импульсом в протонных столкновениях. Такие процессы в настоящее время изучаются на RHIC (BNL). Другой альтернативный метод определения ΔG основан на анализе процессов полунклюзивного ГНР с рождением очарованных мезонов. Такие процессы в настоящее время изучаются коллаборацией COMPASS.

Таким образом, можно надеяться, что давняя загадка спиновой структуры нуклона наконец-то будет окончательно решена в ближайшем будущем, если все вышеперечисленные программы исследований будут успешно выполнены.

Благодарности. Авторы выражают благодарность Р. Виндмёлдерсу, А. Ефремову, А. Корзенеу, В. Кривохижину, А. Маджора, А. Нагайцеву, И. Савину, А. Сидорову, О. Теряеву за плодотворные дискуссии. Работа О. Шевченко и О. Иванова была поддержана грантом РФФИ 07-02-01046 (а).

Приложение А РАСЩЕПЛЯЮЩИЕ ФУНКЦИИ

В лидирующем порядке КХД расщепляющие функции имеют вид (см., например, [113])

$$\begin{aligned}
 \Delta P_{\text{NS}}^{(0)}(x) &= C_F \left[\frac{2}{(1-x)_+} - 1 - x + \frac{3}{2} \delta(1-x) \right], \\
 \Delta P_{q_i^+ q_j^+}^{(0)}(x) &= \delta_{ij} \Delta P_{\text{NS}}^{(0)}(x), \\
 \Delta P_{q_i^+ g}^{(0)}(x) &= 2 T_R (2x - 1), \\
 \Delta P_{g q_i^+}^{(0)}(x) &= C_F (2 - x), \\
 \Delta P_{gg}^{(0)}(x) &= 2 C_G \left[\frac{1}{(1-x)_+} - 2x + 1 \right] + \frac{\beta_0}{2} \delta(1-x).
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Легко видеть, что расщепляющие функции сингулярны при $x = 1$. Правила обхода этих сингулярностей при интегрировании заданы с помощью так называемого «+ предписания» (см., например, [111]):

$$\int_0^1 d\xi \frac{f(\xi)}{(1-\xi)_+} \equiv \int_0^1 d\xi \frac{f(\xi) - f(1)}{1-\xi}. \tag{A.2}$$

Константы β_0 , β_1 , C_G , C_F и T_R имеют вид

$$\beta_0 = \frac{11}{3}C_G - \frac{4}{3}T_R N_f, \quad \beta_1 = \frac{34}{3}C_G^2 - \frac{10}{3}C_G N_f - 2C_F N_f, \quad (\text{A.3})$$

$$C_G = N_c, \quad C_F = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c}, \quad T_R = \frac{1}{2}, \quad (\text{A.4})$$

где $N_c = 3$ — число цветов и N_f — число активных ароматов.

В следующем за лидирующим порядке КХД расщепляющие функции в синглетном случае имеют вид [107]

$$\begin{aligned} \Delta P_{q_i^+ q_j^+}^{(1)}(x) &= \delta_{ij} \Delta P_{q^+, \text{NS}}^{(1)} + 2C_F T_R F_{qq}, \\ \Delta P_{q_i^+ g}^{(1)}(x) &= C_F T_R F_{qg}^1(x) + C_G T_R F_{qg}^2(x), \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} \Delta P_{gq_i^+}^{(1)}(x) &= C_F T_R N_f F_{gq}^1(x) + C_F^2 F_{gq}^2(x) + C_F C_G F_{gq}^3(x), \\ \Delta P_{gg}^{(1)}(x) &= -C_G T_R N_f F_{gg}^1(x) - C_F T_R N_f F_{gg}^2(x) + C_G^2 F_{gg}^3(x). \end{aligned}$$

Несинглетные расщепляющие функции $\Delta P_{q^\pm, \text{NS}}^{(1)}$ заданы

$$\Delta P_{q^\pm, \text{NS}}^{(1)} = P_{q^\mp, \text{NS}}^{(1)}, \quad (\text{A.6})$$

где $P_{q^\mp, \text{NS}}^{(1)}$ — неполяризованные расщепляющие функции (см., например, [34]). Знак «+» соответствует эволюции несинглетных комбинаций типа $\Delta q + \Delta \bar{q} - (\Delta q' + \Delta \bar{q}')$. Это, например, выражения для $\Delta q_3 \equiv \Delta u + \Delta \bar{u} -$

$(\Delta d + \Delta \bar{d})$ ($a_3 \equiv \int_0^1 dx \Delta q_3 = F + D$ — см. п. 1.1) и $\Delta q_8 \equiv \Delta u + \Delta \bar{u} +$

$\Delta d + \Delta \bar{d} - 2(\Delta s + \Delta \bar{s})$ ($a_8 \equiv \int_0^1 dx \Delta q_8 = 3F - D$ — см. п. 1.1). Знак «-»

соответствует эволюции несинглетных комбинаций $\sum_i c_i (\Delta q_i - \Delta \bar{q}_i)$.

Функция $\Delta P_{q^\pm, \text{NS}}^{(1)}$ имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta P_{q^\pm, \text{NS}}^{(1)}(x) &= C_F^2 \left\{ P_F(x) \mp P_A(x) + \delta(1-x) \left[\frac{3}{8} - \frac{1}{2}\pi^2 + \zeta(3) - 8\tilde{S}(\infty) \right] \right\} + \\ &+ \frac{1}{2} C_F C_A \left\{ P_G(x) \pm P_A(x) + \delta(1-x) \left[\frac{17}{12} + \frac{11}{9}\pi^2 - \zeta(3) + 8\tilde{S}(\infty) \right] \right\} + \\ &+ C_F T_R N_f \left\{ P_{N_f}(x) - \delta(1-x) \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{9}\pi^2 \right) \right\}, \quad (\text{A.7}) \end{aligned}$$

где [98]

$$\begin{aligned}
 P_F(x) &= -2\frac{1+x^2}{1-x}\ln x \ln(1-x) - \left(\frac{3}{1-x} + 2x\right)\ln x - \\
 &\quad - \frac{1}{2}(1+x)\ln^2 x - 5(1-x), \\
 P_G(x) &= \frac{1+x^2}{(1-x)_+} \left[\ln^2 x + \frac{11}{3}\ln x + \frac{67}{9} - \frac{1}{3}\pi^2 \right] + \\
 &\quad + 2(1+x)\ln x + \frac{40}{3}(1-x), \quad (\text{A.8}) \\
 P_{N_F}(x) &= \frac{2}{3} \left[\frac{1+x^2}{(1-x)_+} \left(-\ln x - \frac{5}{3} \right) - 2(1-x) \right], \\
 P_A(x) &= 2\frac{1+x^2}{1+x} \int_{x/(1+x)}^{1/(1+x)} \frac{dz}{z} \ln \frac{1-z}{z} + 2(1+x)\ln x + 4(1-x).
 \end{aligned}$$

Функции F_{qq} , F_{qg} , F_{gq} и F_{gg} определяются как

$$F_{qq}(x) = (1-x) - (1-3x)\ln x - (1+x)\ln^2 x, \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned}
 F_{gg}^1(x) &= -22 + 27x - 9\ln x + 8(1-x)\ln(1-x) + \\
 &\quad + \delta p_{qq}(x) \left[2\ln^2(1-x) - 4\ln(1-x)\ln x + \ln^2 x - \frac{2}{3}\pi^2 \right], \quad (\text{A.10})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{gg}^2(x) &= 2(12-11x) - 8(1-x)\ln(1-x) + 2(1+8x)\ln x - \\
 &\quad - 2 \left[\ln^2(1-x) - \frac{\pi^2}{6} \right] \delta p_{qq}(x) - [2S_2(x) - 3\ln^2 x] \delta p_{qq}(-x),
 \end{aligned}$$

$$F_{gq}^1(x) = -\frac{4}{9}(x+4) - \frac{4}{3}\delta p_{gq}(x)\ln(1-x),$$

$$\begin{aligned}
 F_{gq}^2(x) &= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(4-x)\ln x - \delta p_{gq}(-x)\ln(1-x) + \\
 &\quad + \left[-4 - \ln^2(1-x) + \frac{1}{2}\ln^2 x \right] \delta p_{gq}(x), \quad (\text{A.11})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{gq}^3(x) &= (4-13x)\ln x + \frac{1}{3}(10+x)\ln(1-x) + \frac{1}{9}(41+35x) + \\
 &\quad + \frac{1}{2}[-2S_2(x) + 3\ln^2 x] \delta p_{gq}(-x) + \\
 &\quad + \left[\ln^2(1-x) - 2\ln(1-x)\ln x - \frac{\pi^2}{6} \right] \delta p_{gq}(x),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{gg}^1(x) &= 4(1-x) + \frac{4}{3}(1+x) \ln x + \frac{20}{9} \delta p_{gg}(x) + \frac{4}{3} \delta(1-x), \\
 F_{gg}^2(x) &= 10(1-x) + 2(5-x) \ln x + 2(1+x) \ln^2 x + \delta(1-x), \\
 F_{gg}^3(x) &= \frac{1}{3}(29 - 67x) \ln x - \frac{19}{2}(1-x) + 4(1+x) \ln^2 x - 2S_2(x) \delta p_{gg}(-x) + \\
 &+ \left[\frac{67}{9} - 4 \ln(1-x) \ln x + \ln^2 x - \frac{\pi^2}{3} \right] \delta p_{gg}(x) + \left[3\zeta(3) + \frac{8}{3} \right] \delta(1-x),
 \end{aligned} \tag{A.12}$$

где

$$\begin{aligned}
 \delta p_{qg}(x) &\equiv 2x - 1, \\
 \delta p_{gq}(x) &\equiv 2 - x, \\
 \delta p_{gg}(x) &\equiv \frac{1}{(1-x)_+} - 2x + 1.
 \end{aligned} \tag{A.13}$$

Функция ζ определяется как $\zeta(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^k}$, $\zeta(3) = 1,2020569 \dots$. Функция S_2 выражается через функцию Спенса $S(x)$

$$\begin{aligned}
 S_2(x) &= \int_{x/(1+x)}^{1/(1+x)} \frac{dz}{z} \ln \frac{1-z}{z} = \\
 &= S\left(\frac{x}{1+x}\right) - S\left(\frac{1}{1+x}\right) - \frac{1}{2} \left[\ln^2 \frac{1}{1+x} - \ln^2 \frac{x}{1+x} \right],
 \end{aligned} \tag{A.14}$$

где

$$S(x) = \int_x^1 dz \frac{\ln z}{1-z}. \tag{A.15}$$

Приложение Б АНОМАЛЬНЫЕ РАЗМЕРНОСТИ

Аномальные размерности определяют эволюцию n -х меллиновских моментов поляризованных кварковых распределений (см. уравнения (1.29)–(1.31)). Они (с точностью до численных коэффициентов [4]) являются n -ми меллиновскими моментами соответствующих функций расщепления, представленных в приложении А. Спин-зависимые аномальные размерности в лидирующем порядке КХД были впервые вычислены в работах [108, 109] и

имеют вид

$$\begin{aligned}\delta\gamma_{qq}^{(0)n} &= 4C_F \left[2S_1(n) - \frac{1}{n(n+1)} - \frac{3}{2} \right], \\ \delta\gamma_{gq}^{(0)n} &= -8T_f \frac{n-1}{n(n+1)}, \quad \delta\gamma_{gq}^{(0)n} = -4C_F \frac{n+2}{n(n+1)}, \\ \delta\gamma_{gg}^{(0)n} &= 4C_A \left[2S_1(n) - \frac{4}{n(n+1)} - \frac{11}{6} \right] + \frac{8}{3}T_f,\end{aligned}\quad (\text{Б.1})$$

где $C_F = 4/3$, $C_A = 3$ и $T_f = f/2$, f — число активных ароматов. В лидирующем порядке имеется связь $\delta\gamma_{\text{NS}}^{(0)n} = \delta\gamma_{qq}^{(0)n} = \gamma_{qq}^{(0)n}$.

Спин-зависимые аномальные размерности в схеме $\overline{\text{MS}}$ в следующем за лидирующим порядке КХД $\delta\gamma_{\text{NS}}^{(1)n}(\eta)$ равны соответствующим величинам в неполяризованном случае, $\delta\gamma_{\text{NS}}^{(1)n}(\eta) = \gamma_{\text{NS}}^{(1)n}(\eta)$, где неполяризованные аномальные размерности $\gamma_{\text{NS}}^{(1)n}(\eta = \pm 1)$ вычислены в работе [109] (см. соотношение (B.18) в этой работе).

Аномальная размерность $\delta\gamma_{\text{NS}}^{(1)n}(\eta = +1)$ входит в эволюционные уравнения для несинглетных комбинаций типа $\sum_i c_i(\Delta_n q - \Delta_n \bar{q})$, а $\delta\gamma_{\text{NS}}^{(1)n}(\eta = -1)$ в уравнения для несинглетных комбинаций типа $\Delta_n u + \Delta_n \bar{u} - (\Delta_n d + \Delta_n \bar{d})$ (n -й момент от Δ_{q3}) и $\Delta_n u + \Delta_n \bar{u} + \Delta_n d + \Delta_n \bar{d} - 2(\Delta_n s + \Delta_n \bar{s})$ (n -й момент от Δ_{q8}). Спин-зависимые синглетные аномальные размерности, входящие в уравнения (1.29), (1.30), в следующем за лидирующим порядке КХД $\delta\gamma_{ij}^{(1)n}$ в схеме $\overline{\text{MS}}$ имеют вид [110]:

$$\delta\gamma_{qq}^{(1)n} = \gamma_{\text{NS}}^{(1)n}(\eta = -1) + \delta\gamma_{\text{PS},qq}^{(1)n}, \quad (\text{Б.2})$$

где

$$\begin{aligned}\gamma_{\text{NS}}^{(1)n} &= C_F^2 \left[16S_1(n) \frac{(2n+1)}{n^2(n+1)^2} + \right. \\ &\quad \left. + 16 \left(2S_1(n) - \frac{1}{n(n+1)} \right) (S_2(n) - S_2'(n)) + \right. \\ &\quad \left. + 24S_2(n) + 64\tilde{S}(n) - 8S_3'(n) - 3 - 8 \frac{3n^3 + n^2 - 1}{n^3(n+1)^3} - 16\eta \frac{2n^2 + 2n + 1}{n^2(n+1)^3} \right] + \\ &\quad + C_A C_F \left[\frac{536}{9} S_1(n) - 8 \left(2S_1(n) - \frac{1}{n(n+1)} \right) (2S_2(n) - S_2'(n)) - \right.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{88}{3}S_2(n) - 32\tilde{S}(n) + 4S_3'(n) - \\
 & -\frac{17}{3} - \frac{4(151n^3 + 236n^3 + 88n^2 + 3n + 18)}{n^3(n+1)^3} + \frac{8\eta(2n^2 + 2n + 1)}{n^3(n+1)^3} + \\
 & + C_F T_R \left[\frac{-160}{9}S_1(n) + \frac{32}{3}S_2(n) + \frac{4}{3} + \frac{16(11n^2 + 5n - 3)}{9n^2(n+1)^2} \right] \quad (\text{Б.3})
 \end{aligned}$$

и

$$\delta\gamma_{\text{PS},qq}^{(1)n} = 16C_F T_f \frac{n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 5n + 2}{n^3(n+1)^3}, \quad (\text{Б.4})$$

$$\begin{aligned}
 \delta\gamma_{qq}^{(1)n} = & 8C_F T_f \left[2\frac{n-1}{n(n+1)}(S_2(n) - S_1^2(n)) + 4\frac{n-1}{n^2(n+1)}S_1(n) - \right. \\
 & \left. - \frac{5n^5 + 5n^4 - 10n^3 - n^2 + 3n - 2}{n^3(n+1)^3} \right] + \\
 & + 16C_A T_f \left[\frac{n-1}{n(n+1)} \left(-S_2(n) + S_2' \left(\frac{n}{2} \right) + S_1^2(n) \right) - \frac{4}{n(n+1)^2}S_1(n) - \right. \\
 & \left. - \frac{n^5 + n^4 - 4n^3 + 3n^2 - 7n - 2}{n^3(n+1)^3} \right], \quad (\text{Б.5})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta\gamma_{gq}^{(1)n} = & 32C_F T_f \left[-\frac{n+2}{3n(n+1)}S_1(n) + \frac{5n^2 + 12n + 4}{9n(n+1)^2} \right] + \\
 & + 4C_F^2 \left[2\frac{n+2}{n(n+1)}(S_2(n) + S_1^2(n)) - 2\frac{3n^2 + 7n + 2}{n(n+1)^2}S_1(n) + \right. \\
 & \left. + \frac{9n^5 + 30n^4 + 24n^3 - 7n^2 - 16n - 4}{n^3(n+1)^3} \right] + \\
 & + 8C_A C_F \left[\frac{n+2}{n(n+1)} \left(-S_2(n) + S_2' \left(\frac{n}{2} \right) - S_1^2(n) \right) + \frac{11n^2 + 22n + 12}{3n^2(n+1)}S_1(n) - \right. \\
 & \left. - \frac{76n^5 + 271n^4 + 254n^3 + 41n^2 + 72n + 36}{9n^3(n+1)^3} \right], \quad (\text{Б.6})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta\gamma_{gg}^{(1)n} = & 8C_F T_f \frac{n^6 + 3n^5 + 5n^4 + n^3 - 8n^2 + 2n + 4}{n^3(n+1)^3} + \\
 & + 32C_A T_f \left[-\frac{5}{9}S_1(n) + \frac{3n^4 + 6n^3 + 16n^2 + 13n - 3}{9n^2(n+1)^2} \right] + \\
 & + 4C_A^2 \left[-S_3' \left(\frac{n}{2} \right) - 4S_1(n)S_2' \left(\frac{n}{2} \right) + 8\tilde{S}(n) + \frac{8}{n(n+1)}S_2' \left(\frac{n}{2} \right) + \right.
 \end{aligned}$$

$$+2 \frac{67n^4 + 134n^3 + 67n^2 + 144n + 72}{9n^2(n+1)^2} S_1(n) - \left. - \frac{48n^6 + 144n^5 + 469n^4 + 698n^3 + 7n^2 + 258n + 144}{9n^3(n+1)^3} \right], \quad (\text{Б.7})$$

где

$$\begin{aligned} S_k(n) &\equiv \sum_{j=1}^n \frac{1}{j^k}, \\ S'_k\left(\frac{n}{2}\right) &\equiv 2^{k-1} \sum_{j=1}^n \frac{1+(-)^j}{j^k}, \\ &= \frac{1}{2}(1+\eta)S_k\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{1}{2}(1-\eta)S_k\left(\frac{n-1}{2}\right), \quad (\text{Б.8}) \\ \tilde{S}(n) &\equiv \sum_{j=1}^n \frac{(-)^j}{j^2} S_1(j), \\ &= -\frac{5}{8}\zeta(3) + \eta \left[\frac{S_1(n)}{n^2} + \frac{\zeta(2)}{2} G(n) + \int_0^1 dx x^{n-1} \frac{\text{Li}_2(x)}{1+x} \right] \end{aligned}$$

с $G(n) \equiv \psi\left(\frac{n+1}{2}\right) - \psi\left(\frac{n}{2}\right)$; $\eta \equiv (-)^n \rightarrow \pm 1$ для $\delta\gamma_{\text{NS}}^{(1)n}$ ($\eta = \pm 1$) и $\eta \rightarrow -1$ для синглетных аномальных размерностей.

Детали вычисления функций $\tilde{S}_k(n)$, $S_{k,l}(n)$ и $\tilde{S}_{k,l}(n)$ представлены в работе [110].

Приложение В СВЯЗЬ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПАРТОННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ В РАЗЛИЧНЫХ СХЕМАХ

Широкий класс схем, сохраняющих $\Delta_1\Sigma$ ($\Delta_1\Sigma(Q^2) = \text{const}$), можно характеризовать единым численным параметром a (см. работу [17] и ссылки в ней), и мы будем называть эти схемы a -схемами. При этом связь между поляризованными кварковыми распределениями $\Delta q(x, Q^2) + \Delta \bar{q}(x, Q^2)$, заданными в схеме $\overline{\text{MS}}$ и в a -схемах, выглядит следующим образом:

$$[\Delta q + \Delta \bar{q}]^{(a)} = [\Delta q + \Delta \bar{q}]_{\overline{\text{MS}}} + \frac{\alpha_s}{2\pi} Z^{(a)} \otimes \Delta G \quad (q = u, d, s), \quad (\text{В.1})$$

где функция $Z^{(a)}(x)$ имеет вид

$$Z^{(a)}(x) = [(2x-1)(a-1) + 2(1-x)], \quad (\text{В.2})$$

и конволюция \otimes определена формулой (1.113). При этом важно то, что глюонные $\Delta G(x, Q^2)$ и валентные $\Delta q_V(x, Q^2)$ распределения при переходе от схемы $\overline{\text{MS}}$ к a -схемам не преобразуются:

$$\Delta G^{(a)} = \Delta G \Big|_{\overline{\text{MS}}}, \quad (\text{B.3})$$

$$\Delta q_V^{(a)} = \Delta q_V \Big|_{\overline{\text{MS}}}. \quad (\text{B.4})$$

Наиболее известными из a -схем являются так называемые AB - [18] и JET - [19] схемы*. Им соответствует выбор $a = 2$ и $a = 1$ в (B.2).

Из закона преобразования (B.1) мгновенно следует, что синглетные комбинации $\Delta q_3 = \Delta u + \Delta \bar{u} - (\Delta d + \Delta \bar{d})$ ($a_3 \equiv \int_0^1 dx \Delta q_3 = F + D$ — см. (1.35))

и $\Delta q_8 \equiv \Delta u + \Delta \bar{u} + \Delta d + \Delta \bar{d} - 2(\Delta s + \Delta \bar{s})$ ($a_8 \equiv \int_0^1 dx \Delta q_8 = 3F - D$ — см. (1.38)) не преобразуются:

$$\Delta q_3^{(a)} = \Delta q_3 \Big|_{\overline{\text{MS}}}, \quad (\text{B.5})$$

$$\Delta q_8^{(a)} = \Delta q_8 \Big|_{\overline{\text{MS}}}, \quad (\text{B.6})$$

в то время как синглетная комбинация $\Delta \Sigma = \Delta u + \Delta d + \Delta \bar{u} + \Delta \bar{d} + \Delta s + \Delta \bar{s}$ ($a_0 \equiv \Delta_1 \Sigma = \int_0^1 dx \Delta \Sigma$ — см. (1.61)) преобразуется как

$$\Delta \Sigma^{(a)} = \Delta \Sigma \Big|_{\overline{\text{MS}}} + \frac{\alpha_s}{2\pi} N_f Z^{(a)} \Delta G. \quad (\text{B.7})$$

Из (B.1) и (B.4) легко также получить закон преобразования для морских распределений $\Delta \bar{q} = \Delta q - \Delta q_V$:

$$\Delta \bar{q}^{(a)} = \Delta \bar{q} \Big|_{\overline{\text{MS}}} + \frac{\alpha_s}{4\pi} Z^{(a)} \otimes \Delta G. \quad (\text{B.8})$$

Основным свойством функции $Z^{(a)}(x)$, заданной (B.2), является то, что ее первый момент равен единице:

$$\int_0^1 dx Z^{(a)}(x) = 1. \quad (\text{B.9})$$

*JET-схема в литературе также часто называется кирально-инвариантной (chirally invariant) схемой и обозначается CI.

Отсюда немедленно следует, что на уровне первых моментов все a -схемы одинаковы и связаны со схемой $\overline{\text{MS}}$ следующим образом:

$$[\Delta_1 q + \Delta_1 \bar{q}]^{(a)} = [\Delta_1 q + \Delta_1 \bar{q}](Q^2)_{\overline{\text{MS}}} + \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta_1 G(Q^2) \quad (q = u, d, s), \quad (\text{B.10})$$

$$\Delta_1 \bar{q}^{(a)} = \Delta_1 \bar{q}(Q^2)_{\overline{\text{MS}}} + \frac{\alpha_s}{4\pi} \Delta_1 G(Q^2), \quad (\text{B.11})$$

$$\Delta_1 q_V^{(a)} = \Delta_1 q_V(Q^2)_{\overline{\text{MS}}}, \quad (\text{B.12})$$

$$\Delta_1 G^{(a)}(Q^2) = \Delta_1 G(Q^2)_{\overline{\text{MS}}}. \quad (\text{B.13})$$

Таким образом, во всех a -схемах первый момент $\Delta_1 \Sigma^{(a)}$ синглетной комбинации $\Delta \Sigma$ не зависит от Q^2 и связан с первым моментом $\Delta_1 G$ поляризованного глюонного распределения ΔG как (см. (1.64), (1.65))

$$\Delta_1 \Sigma^{(a)} = \Delta_1 \tilde{\Sigma} = \Delta_1 \Sigma(Q^2)_{\overline{\text{MS}}} + N_f \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta G(Q^2). \quad (\text{B.14})$$

Заметим, что класс схем, сохраняющих $\Delta_1 \Sigma$, не ограничивается только a -схемами (B.1), (B.2). Такого рода схемы в деталях рассматриваются в обзоре [1]. Например, в так называемой офф-шелл (off-shell, OS) схеме n -е моменты функции $Z(x)$, входящей в правило преобразования к схеме $\overline{\text{MS}}$

$$[\Delta q + \Delta \bar{q}]_{\text{OS}} = [\Delta q + \Delta \bar{q}]_{\overline{\text{MS}}} + \frac{\alpha_s}{2\pi} Z(x) \otimes \Delta G \quad (q = u, d, s), \quad (\text{B.15})$$

имеют вид

$$\int_0^1 dx x^{n-1} Z \Big|_{\text{OS}} = -\frac{n-1}{n(n+1)} S_1(n) + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} - \frac{4}{(n+1)^2}, \quad (\text{B.16})$$

в то время как в a -схемах имеют вид

$$\int_0^1 dx x^{n-1} Z^{(a)} = \frac{3-n+a(n-1)}{n(n+1)}. \quad (\text{B.17})$$

Вильсоновские коэффициенты и аномальные размерности в $\Delta_1 \Sigma$ -сохраняющих схемах можно найти в работах [1, 17–19].

Приложение Г
ПОЛУИНКЛЮЗИВНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ВИЛЬСОНА
ДЛЯ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ И НЕПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПРОЦЕССОВ

Здесь мы приводим вильсоновские коэффициенты в следующем за лидирующим порядке КХД в схеме \overline{MS} (см. работу [99] и ссылки в ней).

Коэффициенты для процесса неполяризованного полуинклюзивного ГНР $lN \rightarrow l'HX$ имеют вид:

$$\begin{aligned}
 C_{qq} = C_F & \left[-8\delta(1-x)\delta(1-z) + \right. \\
 & + \delta(1-x) \left[\tilde{P}_{qq}(z) \ln \frac{Q^2}{M_F^2} + L_1(z) + L_2(z) + (1-z) \right] + \\
 & + \delta(1-z) \left[\tilde{P}_{qq}(x) \ln \frac{Q^2}{M^2} + L_1(x) - L_2(x) + (1-x) \right] + \\
 & \left. + 2 \frac{1}{(1-x)_+} \frac{1}{(1-z)_+} - \frac{1+z}{(1-x)_+} - \frac{1+x}{(1-z)_+} + 2(1+xz) \right], \quad (\text{Г.1})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{gq} = C_F & \left[\tilde{P}_{gq}(z) \left(\delta(1-x) \ln \left(\frac{Q^2}{M_F^2} z(1-z) \right) + \frac{1}{(1-x)_+} \right) + \right. \\
 & \left. + z\delta(1-x) + 2(1+x-xz) - \frac{1+x}{z} \right], \quad (\text{Г.2})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{qg} = \frac{1}{2} & \left[\delta(1-z) \left[\tilde{P}_{qg}(x) \ln \left(\frac{Q^2}{M^2} \frac{1-x}{x} \right) + 2x(1-x) \right] + \right. \\
 & \left. + \tilde{P}_{qg}(x) \left\{ \frac{1}{(1-z)_+} + \frac{1}{z} - 2 \right\} \right], \quad (\text{Г.3})
 \end{aligned}$$

$$C_{qq}^L = 4C_F xz, \quad (\text{Г.4})$$

$$C_{gq}^L = 4C_F x(1-z), \quad (\text{Г.5})$$

$$C_{qg}^L = 4x(1-x). \quad (\text{Г.6})$$

Коэффициенты для процесса полуинклюзивного ГНР, где продольно поляризован лептон в начальном состоянии и детектируемый адрон в конечном

состоянии $\vec{l}\vec{N} \rightarrow l'\vec{H}X$, имеют вид

$$\Delta C_{qq}^{\vec{l},\vec{H}} = \Delta C_{qq} + 2C_F(1-z)\delta(1-x) \quad (\text{Г.7})$$

$$\Delta C_{gq}^{\vec{l},\vec{H}} = C_F \left\{ \Delta \tilde{P}_{gq}(z) \left[\delta(1-x) \ln \left(\frac{Q^2}{M_F^2} z(1-z) \right) + \frac{1}{(1-x)_+} \right] - \right. \\ \left. - 2(1-z)\delta(1-x) - 2(1+x-z) + \frac{1+x}{z} \right\}, \quad (\text{Г.8})$$

$$\Delta C_{qg}^{\vec{l},\vec{H}} = C_{qg} - \tilde{P}_{qg}(x) \frac{1-z}{z}. \quad (\text{Г.9})$$

Коэффициенты для процесса полуинклюзивного ГНР, где продольно поляризован нуклон в начальном состоянии и детектируемый адрон в конечном состоянии $l\vec{N} \rightarrow l'\vec{H}X$, имеют вид

$$\Delta C_{qq}^{\vec{N},\vec{H}} = C_{qq} + 2C_F(1-z)\delta(1-x), \quad (\text{Г.10})$$

$$\Delta C_{gq}^{\vec{N},\vec{H}} = \Delta C_{gq}^{\vec{l},\vec{H}} - 2C_F z(1-x), \quad (\text{Г.11})$$

$$\Delta C_{qg}^{\vec{N},\vec{H}} = \Delta C_{qg} - \Delta \tilde{P}_{qg}(x) \frac{1-z}{z}, \quad (\text{Г.12})$$

$$\Delta C_{qq}^{L,\vec{N},\vec{H}} = C_{qq}^L, \quad (\text{Г.13})$$

$$\Delta C_{gq}^{L,\vec{N},\vec{H}} = -4C_F x(1-z), \quad (\text{Г.14})$$

$$\Delta C_{qg}^{L,\vec{N},\vec{H}} = 0. \quad (\text{Г.15})$$

Коэффициенты для процесса полуинклюзивного ГНР, где продольно поляризован как лептон, так и нуклон в начальном состоянии $\vec{l}\vec{N} \rightarrow l'HX$, имеют вид

$$\Delta C_{qq} = C_{qq} - 2C_F(1-x)(1-z), \quad (\text{Г.16})$$

$$\Delta C_{gq} = C_{gq} - 2C_F z(1-x), \quad (\text{Г.17})$$

$$\Delta C_{qg} = \frac{1}{2} \left(\delta(1-z) \left[\Delta \tilde{P}_{qg}(x) \ln \left(\frac{Q^2}{M^2} \frac{1-x}{x} \right) + 2(1-x) \right] + \right. \\ \left. + \Delta \tilde{P}_{qg}(x) \left[\frac{1}{(1-z)_+} + \frac{1}{z} - 2 \right] \right). \quad (\text{Г.18})$$

Для удобства использованы следующие компактные обозначения

$$\begin{aligned}
 \tilde{P}_{qq}(\xi) &= \frac{1 + \xi^2}{(1 - \xi)_+} + \frac{3}{2}\delta(1 - \xi), \\
 \tilde{P}_{gq}(\xi) &= \frac{1 + (1 - \xi)^2}{\xi}, & \Delta\tilde{P}_{gq}(\xi) &= \frac{1 - (1 - \xi)^2}{\xi} = 2 - \xi, \\
 \tilde{P}_{qg}(\xi) &= \xi^2 + (1 - \xi)^2, & \Delta\tilde{P}_{qg}(\xi) &= \xi^2 - (1 - \xi)^2 = 2\xi - 1, \\
 L_1(\xi) &= (1 + \xi^2) \left(\frac{\ln(1 - \xi)}{1 - \xi} \right)_+, & L_2(\xi) &= \frac{1 + \xi^2}{1 - \xi} \ln \xi.
 \end{aligned} \tag{Г.19}$$

Во всех практических вычислениях обычно используется $M = M_F = Q$.

«+»- и A-предписания обхода полюса при $x = 1$. Легко видеть, что вильсоновские коэффициенты сингулярны при $x = 1$ и $z = 1$. Правила обхода этих сингулярностей в (Г.1)–(Г.19) при интегрировании заданы с помощью так называемого «+»-предписания [111]:

$$\int_0^1 d\xi \frac{f(\xi)}{(1 - \xi)_+} \equiv \int_0^1 d\xi \frac{f(\xi) - f(1)}{1 - \xi}. \tag{Г.20}$$

Однако с учетом того, что на практике (см. п. 3.1) мы имеем дело с интегралами в пределах $[A, 1]$, а не $[0, 1]$, то вместо (Г.20) следует применять так называемое A-предписание

$$\frac{1}{(1 - \xi)_A} = \frac{1}{(1 - \xi)_+} - \ln(1 - A)\delta(1 - \xi), \tag{Г.21}$$

$$\left(\frac{\ln(1 - \xi)}{1 - \xi} \right)_A = \left(\frac{\ln(1 - \xi)}{1 - \xi} \right)_+ - \frac{1}{2} \ln^2(1 - A)\delta(1 - \xi), \tag{Г.22}$$

где обозначение $(\dots)_A$ при интегрировании раскрывается как

$$\int_A^1 d\xi \frac{f(\xi)}{(1 - \xi)_A} \equiv \int_A^1 d\xi \frac{f(\xi) - f(1)}{1 - \xi}, \tag{Г.23}$$

$$\int_A^1 d\xi f(\xi) \left(\frac{\ln(1 - \xi)}{1 - \xi} \right)_A \equiv \int_A^1 d\xi [f(\xi) - f(1)] \left(\frac{\ln(1 - \xi)}{1 - \xi} \right). \tag{Г.24}$$

Связь предписаний (Г.21) легко получить из определений (Г.20), (Г.23):

$$\begin{aligned} \int_A^1 d\xi \frac{f(\xi)}{(1-\xi)_A} &\stackrel{(\text{Г.23})}{=} \int_0^1 d\xi \frac{f(\xi) - f(1)}{1-\xi} - \int_0^A d\xi \frac{f(\xi) - f(1)}{1-\xi} = \\ &= \left[\int_0^1 d\xi \frac{f(\xi) - f(1)}{1-\xi} - \int_0^A d\xi \frac{f(\xi)}{1-\xi} \right] + f(1) \int_0^A d\xi \frac{1}{1-\xi} \stackrel{(\text{Г.20})}{=} \\ &\stackrel{(\text{Г.20})}{=} \int_A^1 d\xi \frac{f(\xi)}{(1-\xi)_+} - f(1) \ln |1-A|. \quad (\text{Г.25}) \end{aligned}$$

Связь предписаний (Г.22) получается абсолютно аналогично.

Для удобства мы приводим выражение для меллиновского момента произвольного порядка n , $\Delta_n C_{qq}(z) = \int_0^1 dx x^{n-1} \Delta C_{qq}(x, z)$, вильсоновского коэффициента ΔC_{qq} :

$$\begin{aligned} \Delta_n C_{qq} = C_F \left[\delta(1-z) \left\{ -8 + \frac{3}{2} \ln \frac{Q^2}{M_F^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \ln \frac{Q^2}{M^2} \left(\frac{3}{2} - 2\Gamma - \frac{1}{n} - \frac{1}{1+n} - 2\Psi(n) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{6} \left[6\Gamma^2 + 3 \left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{(1+n)^2} \right) + 6\Gamma \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{1+n} \right) + \pi^2 + 12\Gamma\Psi(n) + 3\Psi^2(n) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + 3\Psi^2(n+2) - 6 \frac{d\Psi(n)}{dn} \right] + \zeta(2, n) + \zeta(2, 2+n) + \frac{1}{n+n^2} \right\} - \frac{2}{(1-z)_+} (\Gamma + \Psi(n)) + \right. \\ \left. + (1+z)(\Gamma + \Psi(n)) - \frac{1}{(1-z)_+} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{1+n} \right) + 2 \left(\frac{1}{n} + \frac{z}{1+n} \right) + \right. \\ \left. \left. + \tilde{P}_{qq}(z) \ln \frac{Q^2}{M_F^2} + L_1(z) + L_2(z) - (1-z) \frac{2}{n(n+1)} \right]. \quad (\text{Г.26}) \end{aligned}$$

Приложение Д ВЫЧИСЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ОШИБОК ДЛЯ РАЗНОСТНЫХ АСИММЕТРИЙ

При вычислении асимметрий (3.6), а также их статистических ошибок нужно помнить, что, в отличие от экспериментов SMC и COMPASS, в условиях HERMES величины $N_{\uparrow\uparrow(1)}^{\pi^+(\pi^-)}$, входящие в (3.6), не являются скоростями

счета, а представляют собой скорости счета*, умноженные на соответствующие светимости [22]. Таким образом, в общем случае вместо (3.6) имеем уравнение**

$$A_{p(n,d)}^{\pi^+ - \pi^-} = \frac{1}{D} \left[\frac{(N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} - N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-})L_{\uparrow\uparrow} - (N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+} - N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-})L_{\uparrow\downarrow}}{(N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} - N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-})L_{\uparrow\uparrow} + (N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+} - N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-})L_{\uparrow\downarrow}} \right], \quad (\text{Д.1})$$

где светимости $L_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}$ определяются как

$$L_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)} = (n\Phi)_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}. \quad (\text{Д.2})$$

Здесь n — плотность нуклонов в мишени, а Φ — плотность потока частиц пучка. Так как при проведении моделирования мы не учитываем особенности работы экспериментальных установок, то мы полагаем акцептанс a равным единице, так что

$$N_{\uparrow\downarrow(\uparrow\uparrow)} = (n\Phi)_{\uparrow\downarrow(\uparrow\uparrow)} a \sigma_{\uparrow\downarrow(\uparrow\uparrow)} \rightarrow (n\Phi)_{\uparrow\downarrow(\uparrow\uparrow)} \sigma_{\uparrow\downarrow(\uparrow\uparrow)}. \quad (\text{Д.3})$$

Таким образом, в условиях анализа данных, полученных на генераторе событий, (Д.2) принимает вид

$$L_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)} = N_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)} / (\sigma_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}), \quad (\text{Д.4})$$

где $N_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}$ — количество инклюзивных событий и $\sigma_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}$ — инклюзивное сечение, которое автоматически вычисляется генератором событий PEPSI [100].

Выбирая в качестве переменных в (Д.1) набор $N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+}, N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-}, N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}, N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}$ и используя общую формулу (см., например, [112]) для вычисления ошибок функции F многих переменных x_1, x_2, \dots

$$\begin{aligned} \delta^2(F(x_1, x_2, \dots)) &= \left(\frac{\partial F}{\partial x_1} \right)^2 \delta^2(x_1) + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2} \right)^2 \delta^2(x_2) + \\ &+ 2 \left(\frac{\partial F}{\partial x_1} \right) \left(\frac{\partial F}{\partial x_2} \right) \text{cov}(x_1, x_2) + \dots, \quad (\text{Д.5}) \end{aligned}$$

получаем

$$\begin{aligned} \delta^2(A_{p(n,d)}^{\pi^+ - \pi^-}) &= \\ &= \frac{1}{D^2 Y^4} \left\{ (Y - X)^2 L_{\uparrow\uparrow}^2 [\delta^2(N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+}) + \delta^2(N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-}) - 2 \text{cov}(N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+}, N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-})] + \right. \\ &\quad \left. + (Y + X)^2 L_{\uparrow\downarrow}^2 [(\delta^2 N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}) + \delta^2(N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-})] - 2 \text{cov}(N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}, N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}) \right\}, \quad (\text{Д.6}) \end{aligned}$$

где X и Y — числитель и знаменатель в квадратных скобках в (Д.1).

*Сокращение светимостей возможно только при специальной конструкции мишени, такой как в экспериментах SMC и COMPASS [10, 86].

**Для простоты мы положили здесь $P_B = P_T = f = 1$.

Если распределения $N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+}, N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-}, N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}, N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}$ пуассоновы (низкие множественности n^+, n^- — см. [112]), $\delta(N_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}^{\pi^+(\pi^-)}) = \sqrt{N_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}^{\pi^+(\pi^-)}}$, то мы можем пренебречь в (Д.6) ковариациями $\text{cov}(N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}, N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-})$ и $\text{cov}(N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+}, N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-})$, в результате чего получаем

$$\begin{aligned} \delta^2(A_{p(n,d)}^{\pi^+-\pi^-}) &= \\ &= \frac{4L_{\uparrow\uparrow}^2 L_{\uparrow\downarrow}^2 (N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+} - N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-})^2 [N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} + N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-}] + (N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} - N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-})^2 [N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}]}{D^2 [(N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} L_{\uparrow\uparrow} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+} L_{\uparrow\downarrow}) - (N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-} L_{\uparrow\uparrow} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-} L_{\uparrow\downarrow})]^4}. \end{aligned} \quad (\text{Д.7})$$

Абсолютно аналогично получаем ошибку для обычной асимметрии:

$$\delta^2(A_{p(n,d)}^{\pi^+}) = \frac{1}{D^2} \frac{4L_{\uparrow\downarrow}^2 L_{\uparrow\uparrow}^2 (N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}) N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}}{(N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} L_{\uparrow\uparrow} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+} L_{\uparrow\downarrow})^4}. \quad (\text{Д.8})$$

Именно такое выражение использовалось коллаборацией HERMES [101] для вычисления статистических ошибок для обычных асимметрий.

В случае эксперимента COMPASS $L_{\uparrow\uparrow} = L_{\uparrow\downarrow}$, так что (Д.7) сводится к

$$\begin{aligned} \delta^2(A_{p(n,d)}^{\pi^+-\pi^-}) &= \\ &= \frac{4}{D^2} \frac{(N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+} - N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-})^2 [N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} + N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-}] + (N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} - N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-})^2 [N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}]}{[(N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}) - (N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-})]^4}. \end{aligned} \quad (\text{Д.9})$$

Теперь выберем в качестве переменных набор $X_1 = N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} - N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-}$, $X_2 = N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+} - N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}$. В этом случае уравнение для асимметрии (Д.1) принимает вид

$$A_{p(n,d)}^{\pi^+-\pi^-} = \frac{1}{D} \frac{X_1 L_{\uparrow\uparrow} - X_2 L_{\uparrow\downarrow}}{X_1 L_{\uparrow\uparrow} + X_2 L_{\uparrow\downarrow}}. \quad (\text{Д.10})$$

Тогда выражение (Д.5) дает

$$\delta^2(A_{p(n,d)}^{\pi^+-\pi^-}) = \frac{4L_{\uparrow\uparrow}^2 L_{\uparrow\downarrow}^2}{D^2} \frac{X_2^2 \delta^2(X_1) + X_1^2 \delta^2(X_2)}{(X_1 L_{\uparrow\uparrow} + X_2 L_{\uparrow\downarrow})^4}, \quad (\text{Д.11})$$

где

$$\delta^2(X_1) = \delta^2(N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+}) + \delta^2(N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-}) - 2 \text{cov}(N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+}, N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-}), \quad (\text{Д.12})$$

$$\delta^2(X_2) = \delta^2(N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}) + \delta^2(N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}) - 2 \text{cov}(N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}, N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}). \quad (\text{Д.13})$$

Предполагая опять, что величины $N_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}^{\pi^+(\pi^-)}$ распределены по Пуассону, т. е. $\delta(N_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}^{\pi^+(\pi^-)}) = \sqrt{N_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}^{\pi^+(\pi^-)}}$, пренебрегаем в (Д.12), (Д.13) ковариациями $\text{cov}(N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}, N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-})$ и $\text{cov}(N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+}, N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-})$. В результате уравнение (Д.11) точно совпадает с (Д.7).

Применим теперь дополнительное приближение (см. [112, с. 7])

$$X_1 \simeq X_2 \simeq \tilde{Y}/2, \quad (\text{Д.14})$$

где величина \tilde{Y} определена как $\tilde{Y} \equiv (N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}) - (N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}) \equiv N^{\pi^+} - N^{\pi^-}$. Тогда уравнение (Д.11) принимает вид

$$\begin{aligned} \delta^2(A_{p(n,d)}^{\pi^+-\pi^-}) &= \frac{1}{D^2} \frac{16L_{\uparrow\downarrow}^2 L_{\uparrow\uparrow}^2}{\tilde{Y}^2 (L_{\uparrow\downarrow} + L_{\uparrow\uparrow})^4} \delta^2(\tilde{Y}) \equiv \\ &\equiv \frac{16L_{\uparrow\downarrow}^2 L_{\uparrow\uparrow}^2}{D^2 (L_{\uparrow\downarrow} + L_{\uparrow\uparrow})^4} \frac{1}{(N^{\pi^+} - N^{\pi^-})^2} \delta^2(N^{\pi^+} - N^{\pi^-}) = \\ &= \frac{N^{\pi^+} + N^{\pi^-}}{(N^{\pi^+} - N^{\pi^-})^2} \frac{16L_{\uparrow\downarrow}^2 L_{\uparrow\uparrow}^2}{D^2 (L_{\uparrow\downarrow} + L_{\uparrow\uparrow})^4}. \end{aligned} \quad (\text{Д.15})$$

В случае $L_{\uparrow\downarrow} = L_{\uparrow\uparrow}$ (SMC, COMPASS) имеем

$$\delta^2(A_{p(n,d)}^{\pi^+-\pi^-}) = \frac{1}{D^2} \frac{N^{\pi^+} + N^{\pi^-}}{(N^{\pi^+} - N^{\pi^-})^2}. \quad (\text{Д.16})$$

Выражение (Д.16) может быть получено также выбором другого набора переменных в (Д.1): $\Delta N^{\pi^+} = N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} - N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}$, $\Delta N^{\pi^-} = N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-} - N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}$, $N^{\pi^+} = N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}$, $N^{\pi^-} = N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}$, так что при $L_{\uparrow\downarrow} = L_{\uparrow\uparrow}$ (SMC, COMPASS) формула (Д.1) для асимметрии принимает вид

$$A_{p(n,d)}^{\pi^+-\pi^-} = \frac{1}{D} \frac{\Delta N^{\pi^+} - \Delta N^{\pi^-}}{N^{\pi^+} - N^{\pi^-}} \equiv \frac{1}{D} \frac{\tilde{X}}{\tilde{Y}}. \quad (\text{Д.17})$$

Тогда соответствующая статистическая ошибка равна

$$\delta^2(A_{p(n,d)}^{\pi^+-\pi^-}) = \frac{1}{D^2 \tilde{Y}^2} \left\{ \delta^2(\Delta N^{\pi^+}) + \delta^2(\Delta N^{\pi^-}) + \frac{\tilde{X}^2}{\tilde{Y}^2} (\delta^2(N^{\pi^+}) + \delta^2(N^{\pi^-})) \right\}, \quad (\text{Д.18})$$

$$\simeq \frac{1}{D^2 \tilde{Y}^2} \left(1 + \frac{\tilde{X}^2}{\tilde{Y}^2} \right) (N^{\pi^+} + N^{\pi^-}), \quad (\text{Д.19})$$

где опять предполагается, что распределения $N_{\uparrow\uparrow(\downarrow\downarrow)}^{\pi^+(\pi^-)}$ пуассоновы, так что $\delta(\Delta N^{\pi^+}) = \delta(N^{\pi^+}) = \sqrt{N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^+} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^+}}$, $\delta(\Delta N^{\pi^-}) = \delta(N^{\pi^-}) = \sqrt{N_{\uparrow\downarrow}^{\pi^-} + N_{\uparrow\uparrow}^{\pi^-}}$, и, кроме того, можно пренебречь ковариациями $\text{cov}(\Delta N^{\pi^+}, N^{\pi^-})$ и $\text{cov}(\Delta N^{\pi^-}, N^{\pi^+})$. Используя (Д.14), получаем

$$\left| \frac{\tilde{X}}{\tilde{Y}} \right| = \left| \frac{X_1 - X_2}{X_1 + X_2} \right| \ll 1, \quad (\text{Д.20})$$

так что можно пренебречь членом $(\tilde{X}/\tilde{Y})^2$ в (Д.19). В результате опять получаем приближенную формулу (Д.16) для вычисления статистических ошибок для разностных асимметрий.

Приложение Е ДВОЙНЫЕ МОМЕНТЫ МЕЛЛИНА ОТ ПОЛУИНКЛЮЗИВНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВИЛЬСОНА

Здесь мы приводим двойные моменты Меллина от полуинклюзивных коэффициентов Вильсона (см. [92]):

$$\begin{aligned} \Delta C_{qq}^{(1),nm} \left(\frac{\mu_F}{Q}, \frac{\mu'_F}{Q} \right) = & \\ = C_F \left[-8 - \frac{1}{m^2} + \frac{2}{(m+1)^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{(1+m+n)^2 - 1}{m(m+1)n(n+1)} + 3S_2(m) - \right. & \\ - S_2(n) + [S_1(m) + S_1(n)] \left\{ S_1(m) + S_1(n) - \frac{1}{m(m+1)} - \frac{1}{n(n+1)} \right\} + & \\ + \left[\frac{2}{n(n+1)} + 3 - 4S_1(n) \right] \ln \left(\frac{Q}{\mu_F} \right) + & \\ \left. + \left[\frac{2}{m(m+1)} + 3 - 4S_1(m) \right] \ln \left(\frac{Q}{\mu'_F} \right) \right], & \quad (\text{Е.1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta C_{gq}^{(1),nm} \left(\frac{\mu_F}{Q}, \frac{\mu'_F}{Q} \right) = & \\ = C_F \left[\frac{2 - 2m - 9m^2 + m^3 - m^4 + m^5}{m^2(m-1)^2(m+1)^2} + \frac{2m}{n(m+1)(m-1)} - \right. & \\ - \frac{2 - m + m^2}{m(m+1)(m-1)(n+1)} - \frac{2 + m + m^2}{m(m+1)(m-1)} [S_1(m) + S_1(n)] - & \\ \left. - \frac{2}{(m+1)n(n+1)} + 2 \frac{2 + m + m^2}{m(m+1)(m-1)} \ln \left(\frac{Q}{\mu'_F} \right) \right], & \quad (\text{Е.2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta C_{qq}^{(1),nm} \left(\frac{\mu_F}{Q}, \frac{\mu'_F}{Q} \right) &= \\ &= T_R \frac{n-1}{n(n+1)} \left[\frac{1}{m-1} - \frac{1}{m} + \frac{1}{n} - S_1(m) - S_1(n) + 2 \ln \left(\frac{Q}{\mu_F} \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

где $C_F = 4/3$, $T_R = 1/2$, и

$$S_i(n) \equiv \sum_{j=1}^n \frac{1}{j^i}. \quad (\text{E.4})$$

$$C_{1,qq}^{(1),nm} \left(\frac{\mu_F}{Q}, \frac{\mu'_F}{Q} \right) = \Delta C_{qq}^{(1),nm} \left(\frac{\mu_F}{Q}, \frac{\mu'_F}{Q} \right) + C_F \frac{2}{m(m+1)n(n+1)}, \quad (\text{E.5})$$

$$C_{1,gq}^{(1),nm} \left(\frac{\mu_F}{Q}, \frac{\mu'_F}{Q} \right) = \Delta C_{gq}^{(1),nm} \left(\frac{\mu_F}{Q}, \frac{\mu'_F}{Q} \right) + C_F \frac{2}{(m+1)n(n+1)}, \quad (\text{E.6})$$

$$\begin{aligned} C_{1,gg}^{(1),nm} \left(\frac{\mu_F}{Q}, \frac{\mu'_F}{Q} \right) &= T_R \left[\frac{2+n+n^2}{n(n+1)(n+2)} \left(\frac{1}{m-1} - \frac{1}{m} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - S_1(m) - S_1(n) + 2 \ln \left(\frac{Q}{\mu_F} \right) \right) + \frac{1}{n^2} \right], \end{aligned} \quad (\text{E.7})$$

и

$$C_{L,qq}^{(1),nm} = C_F \frac{4}{(m+1)(n+1)}, \quad (\text{E.8})$$

$$C_{L,gq}^{(1),nm} = C_F \frac{4}{m(m+1)(n+1)}, \quad (\text{E.9})$$

$$C_{L,gg}^{(1),nm} = T_R \frac{8}{(n+1)(n+2)}. \quad (\text{E.10})$$

Приложение Ж ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТОЖДЕСТВА (3.41) ДЛЯ УСЕЧЕННЫХ МОМЕНТОВ, ВОССТАНОВЛЕННЫХ ПО ММПЯ

Докажем свойство усеченных моментов (3.41): для каждого $n \leq N_{\max}$

$$M'_{[a,b]}[n+1] \Big|_{\text{reconstr}} = M'_{[a,b]}[n+1] \Big|_{\text{input}}, \quad (\text{Ж.1})$$

где

$$M'_{[a,b]}[n] \Big|_{\text{input}} = \int_a^b dx x^{n-1} F(x), \quad M'_{[a,b]}[n] \Big|_{\text{reconstr}} = \int_a^b dx x^{n-1} F_{N_{\max}}(x), \quad (\text{Ж.2})$$

$F(x)$ — произвольная функция, заданная в интервале $a < x < b$, $F_{N_{\max}}(x)$ — функция, восстановленная по ММПЯ (3.39), $N_{\max} + 1$ — номер наивысшего момента в разложении (3.39).

Для доказательства нам потребуется обратное к (3.32) разложение

$$x^n = \sum_{k=0}^n d_{nk}^{(\alpha, \beta)} \Theta_k^{(\alpha, \beta)}(x), \quad (\text{Ж.3})$$

где коэффициенты $d_{nk}^{(\alpha, \beta)}$ имеют свойство

$$\sum_{k=j}^n d_{nk}^{(\alpha, \beta)} c_{kj}^{(\alpha, \beta)} = \delta_{nj}. \quad (\text{Ж.4})$$

Интегрируя (3.39) по x в области $[a, b]$ с весом $((x-a)/(b-a))^n$

$$\begin{aligned} \int_a^b dx \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^n F_{N_{\max}}(x) &= \\ &= \int_a^b dx \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^n \left\{ \omega^{(\alpha, \beta)} \left(\frac{x-a}{b-a} \right) \sum_{m=0}^{N_{\max}} \Theta_m^{(\alpha, \beta)} \left(\frac{x-a}{b-a} \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times (b-a)^{-1} \sum_{j=0}^m c_{mj}^{(\alpha, \beta)} \int_a^b dz F(z) \left(\frac{z-a}{b-a} \right)^j \right\} \quad (\text{Ж.5}) \end{aligned}$$

и применяя разложение (Ж.3) вместе с условием ортогональности (3.31), получаем

$$\begin{aligned} \int_a^b dx \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^n F_{N_{\max}}(x) &= \\ &= \sum_{m=0}^{N_{\max}} \sum_{k=0}^n \delta_{km} \left[d_{nk}^{(\alpha, \beta)} \sum_{j=0}^m c_{mj}^{(\alpha, \beta)} \int_a^b dx F(x) \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^j \right]. \quad (\text{Ж.6}) \end{aligned}$$

Очевидно, что при $n \leq N_{\max}$ символ Кронекера δ_{km} сводит сумму $\sum_{m=0}^{N_{\max}}$ к

сумме $\sum_{m=0}^n$. Далее, суммируя по m с δ_{km} , используя тождество

$$\sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^k f_{jk} \equiv \sum_{j=0}^n \sum_{k=j}^n f_{jk} \quad (\text{Ж.7})$$

и применяя (Ж.4), получаем

$$\int_a^b dx \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^n F_{N_{\max}}(x) = \int_a^b dx \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^n F(x), \quad n \leq N_{\max} \quad (\text{Ж.8})$$

Полагая $n = 0$ в (Ж.8), имеем

$$M'_{[a,b]}[1] \Big|_{\text{reconstr}} \equiv \int_a^b dx F_{N_{\max}}(x) = \int_a^b dx F(x) \equiv M'_{[a,b]}[1] \Big|_{\text{input}}. \quad (\text{Ж.9})$$

Полагая теперь $n = 1$ в (Ж.8) и используя (Ж.9), получаем

$$M'_{[a,b]}[2] \Big|_{\text{reconstr}} = M'_{[a,b]}[2] \Big|_{\text{input}}. \quad (\text{Ж.10})$$

Повторяя эту операцию для всех $n \leq N_{\max}$, получаем исходное равенство (Ж.1).

Здесь необходимо сделать очень важное замечание. Как и доказательство самого разложения (3.39), доказательство соотношения (Ж.1), приведенное в этом приложении, носит несколько формальный характер из-за уже упоминавшейся проблемы граничных искажений (см. п. 3.3, доказательство разложения (3.39)). Все полученные с помощью ММПЯ соотношения становятся точными только в случае устранения граничных искажений и проведения процедуры экстраполяции восстановленной функции к границам интервала. К счастью, практика показывает, что области граничных искажений настолько малы, что все результаты численного вычисления интегралов от восстановленной функции по области $[a, b]$ практически нечувствительны к способу экстраполяции. Таким образом, все соотношения, связанные с применением ММПЯ, полученные как в основном тексте, так и в этом приложении, выполняются с очень высокой численной точностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lampe B., Reya E.* // Phys. Rep. 2000. V. 332. P. 1.
2. *Anselmino M., Efremov A., Leader E.* // Phys. Rep. 1995. V. 261. P. 1.
3. *Gribov V.N., Lipatov L.N.* // Sov. J. Nucl. Phys. 1972. V. 15. P. 438, 675;
Altarelli G., Parisi G. // Nucl. Phys. B. 1977. V. 126. P. 298;
Dokshitzer Yu.L. // Sov. Phys. JETP. 1977. V. 46. P. 641.
4. *Gluck M. et al.* // Phys. Rev. D. 1996. V. 53. P. 4775.

5. *Ratcliffe P. G.* // *Phys. Lett. B.* 1996. V. 365. P. 383.
6. *Bjorken J. D.* // *Phys. Rev.* 1969. V. 179. P. 1547.
7. *Kodaira J. et al.* // *Phys. Rev. D.* 1979. V. 20. P. 627; *Nucl. Phys. B.* 1979. V. 159. P. 99;
Kodaira J. // *Nucl. Phys. B.* 1980. V. 165. P. 129;
Larin S. A., Tkachev F. V., Vermaseren J. A. M. // *Phys. Rev. Lett.* 1991. V. 66. P. 862;
Larin S. A., Vermaseren J. A. M. // *Phys. Lett. B.* 1991. V. 259. P. 345;
Kataev A. L., Starshenko V. // *Mod. Phys. Lett. A.* 1995. V. 10. P. 235; CERN/TH 94-7198; hep-ph/9405294.
8. *Adeva B. et al. (SMC Collab.)* // *Phys. Rev. D.* 1998. V. 58. P. 112002.
9. *Adeva B. et al. (SMC Collab.)* // *Phys. Lett. B.* 1996. V. 369. P. 93.
10. *Adeva B. et al. (SMC Collab.)* // *Phys. Lett. B.* 1998. V. 420. P. 180.
11. *Ellis J., Jaffe R. L.* // *Phys. Rev. D.* 1974. V. 9. P. 1444; V. 10. P. 1669.
12. *Ashman J. et al. (EMC Collab.)* // *Phys. Lett. B.* 1988. V. 206. P. 364.
13. *Altarelli G.* // *Proc. of the 27th Intern. E. Majorana Summer School of Subnucl. Phys. on «The Challenging Questions», Erice, 1989. Plenum Press, 1990. P. 33; Proc. of the HERA-Workshop, Hamburg, 1991. V. I. P. 379;*
Altarelli G., Lampe B. // *Z. Phys. C.* 1990. V. 47. P. 315.
14. *Leader E., Stamenov D.* // *Phys. Rev. D.* 2003. V. 67. P. 037503; hep-ph/0211083.
15. *Anthony P. L. et al. (E155 Collab.)* // *Phys. Lett. B.* 200. V. 493. P. 19.
16. *Abe K. et al. (E143 Collab.)* // *Phys. Rev. Lett.* 1995. V. 74. P. 346; V. 75. P. 25;
Phys. Lett. B. 1995. V. 364. P. 61; *Phys. Rev. Lett.* 1996. V. 76. P. 587; 1997. V. 78. P. 815.
17. *Leader E., Sidorov A. V., Stamenov D. B.* // *Phys. Lett. B.* 1998. V. 445. P. 232.
18. *Ball R. D., Forte S., Ridolfi G.* // *Phys. Lett. B.* 1996. V. 378. P. 255.
19. *Carlitz R. D., Collins J. C., Mueller A. H.* // *Phys. Lett. B.* 1998. V. 214. P. 229;
Efremov A. V., Teryaev O. V. // *Proc. of III Intern. Workshop SPIN89. P. 77;*
Cheng Hai-Yang // *Intern. J. Mod. Phys. A.* 1996. V. 11. P. 5109;
Muller D., Teryaev O. V. // *Phys. Rev. D.* 1997. V. 56. P. 2607;
Cheng Hai-Yang // *Phys. Lett. B.* 1998. V. 427. P. 371.
20. *Alguard M. J. et al. (SLAC–Yale Collab., E80)* // *Phys. Rev. Lett.* 1976. V. 37. P. 1261;
Baum G. et al. (SLAC–Yale Collab.) // *Phys. Rev. Lett.* 1980. V. 45. P. 2000.
21. *Baum G. et al. (SLAC–Yale Collab., E130)* // *Phys. Rev. Lett.* 1983. V. 51. P. 1135.
22. *Ackerstaff K. et al. (HERMES Collab.)*. hep-ex/9906035.
23. *Heinman R. L.* // *Nucl. Phys. B.* 1973. V. 64. P. 429;
Ellis J., Karliner M. // *Phys. Lett. B.* 1988. V. 213. P. 73.
24. *Bass S. D., Landshoff P. V.* // *Phys. Lett. B.* 1994. V. 336. P. 537.
25. *Ahmed M. A., Ross G. G.* // *Phys. Lett. B.* 1975. V. 56. P. 385.

26. Bartels J., Ermolaev B. I., Ryskin M. G. // *Z. Phys. C*. 1996. V. 70. P. 627.
27. Anthony P. L. et al. (E142 Collab.) // *Phys. Rev. D*. 1996. V. 54. P. 6620.
28. Abe K. et al. (E154 Collab.) // *Phys. Rev. Lett.* 1997. V. 79. P. 26; *Phys. Lett. B*. 1997. V. 404. P. 377; V. 405. P. 180.
29. Ackerstaff K. et al. (HERMES Collab.) // *Phys. Lett. B*. 1997. V. 404. P. 383.
30. Airapetian A. et al. (HERMES Collab.) // *Phys. Lett. B*. 1998. V. 442. P. 484.
31. Gluck M. et al. // *Phys. Rev. D*. 2001. V. 63. P. 094005.
32. Lipkin H. J. // *Phys. Lett. B*. 1991. V. 256. P. 284; V. 337. P. 157;
Lichtenstadt J., Lipkin H. J. // *Phys. Lett. B*. 1995. V. 353. P. 119.
33. Altarelli G., Forte S., Ridolfi G. // *Nucl. Phys. B*. 1998. V. 534. P. 277;
Forte S., Mangano L., Ridolfi G. // *Nucl. Phys. B*. 2001. V. 602. P. 585.
34. Miyama M., Kumano S. // *Comp. Phys. Commun.* 1996. V. 94. P. 185.
35. Parisi G., Sourlas N. // *Nucl. Phys. B*. 1979. V. 151. P. 421.
36. Barker I. S., Langensiepen C. S., Shaw G. // *Nucl. Phys. B*. 1981. V. 186. P. 61;
CERN-TH-2988.
37. Krivokhizhin V. G. et al. // *Z. Phys. C*. 1987. V. 36. P. 51; JINR, E2-86-564. Dubna, 1986.
38. Vogt A. hep-ph/04082244.
39. Alexakhin V. Yu. et al. (COMPASS Collab.) // *Phys. Lett. B*. 2007. V. 647. P. 8;
hep-ex/0609038.
40. Abe K. et al. (E143 Collab.) // *Phys. Lett. B*. 1999. V. 452. P. 94.
41. Blumlein J., Botter H. // *Nucl. Phys. B*. 2002. V. 636. P. 225.
42. Leader E., Sidorov A. V., Stamenov D. B. // *Phys. Rev. D*. 2006. V. 73. P. 034023.
43. Leader E., Sidorov A. V., Stamenov D. B. // *Phys. Rev. D*. 2007. V. 75. P. 074027.
44. Ashman J. et al. (EM Collab.) // *Nucl. Phys. B*. 1989. V. 328. P. 1.
45. Adams D. L. et al. (E581/704 Collab.) // *Phys. Lett. B*. 1991. V. 261. P. 197.
46. Adams D. et al. (SM Collab.) // *Phys. Lett. B*. 1995. V. 357. P. 248.
47. Adeva B. et al. (SM Collab.) // *Phys. Lett. B*. 1993. V. 302. P. 533.
48. Martin A. D. et al. // *Phys. Lett. B*. 2004. V. 604. P. 61.
49. Fasching D. PhD Thesis. Northwestern Univ., 1996; hep-ph/9610261.
50. Sissakian A., Shevchenko O., Ivanov O. // *Phys. Rev. D*. 2006. V. 73. P. 096026.
51. James F., Roos M. // *Comp. Phys. Commun.* 1975. V. 10. P. 343.
52. Larin S. A. // *Phys. Lett. B*. 1994. V. 334. P. 192
53. Larin S. A. // *Phys. Lett. B*. 1993. V. 303. P. 113;
Kataev A. L. // *Phys. Rev. D*. 1994. V. 50. P. R5469;
Larin S. A., van Ritbergen T., Vermaseren J. A. M. // *Phys. Lett. B*. 1997. V. 404.
P. 153.

54. Airapetian A. et al. (HERMES Collab.). hep-ex/0407032.
55. Graudenz D. // Nucl. Phys. B. 1994. V. 432. P. 351.
56. Trentadue L., Veneziano G. // Phys. Lett. B. 1994. V. 323. P. 201.
57. Field R. D., Feynman R. P. // Nucl. Phys. B. 1978. V. 136. P. 1.
58. Nason P., Webber B. R. // Nucl. Phys. B. 1994. V. 421. P. 473; Erratum // Nucl. Phys. B. 1996. V. 480. P. 755.
59. Kniehl B. A., Kramer G., Potter B. // Nucl. Phys. B. 2000. V. 582. P. 514.
60. Kretzer S. // Phys. Rev. D. 2000. V. 62. P. 054001.
61. Binnewies J., Kniehl B., Kramer G. // Phys. Rev. D. 1995. V. 52. P. 4947.
62. Buskulic D. et al. (ALEPH Collab.) // Phys. Lett. B. 1995. V. 357. P. 487; V. 364. P. 247;
Padilla Aranda C. P. PhD Thesis. Univ. Autònoma de Barcelona, 1995.
63. Akers R. et al. (OPAL Collab.) // Z. Phys. C. 1995. V. 67. P. 27.
Ackerstaff K. et al. (OPAL Collab.) // Z. Phys. C. 1997. V. 75. P. 193.
64. Albino S., Kniehl B. A., Kramer G. // Nucl. Phys. B. 2005. V. 725. P. 181.
65. De Florian D., Sampayo O. A., Sassot R. // Phys. Rev. D. 1998. V. 57. P. 5803.
66. De Florian D., Sassot R. hep-ph/0007068.
67. De Florian D., Navarro G. A., Sassot R. hep-ph/0504155.
68. Arneodo M. et al. (EMC Collab.) // Nucl. Phys. B. 1989. V. 321. P. 541;
Aubert J. J. et al. // Phys. Lett. B. 1985. V. 160. P. 417.
69. Airapetian A. et al. (HERMES Collab.) // Eur. Phys. J. C. 2001. V. 21. P. 599;
см. также Geiger P. Measurement of Fragmentation Functions at HERMES. PhD Thesis. Heidelberg Univ., 1998 (доступен с сайта коллаборации HERMES).
70. Binnewies J., Kniehl B., Kramer G. // Z. Phys. C. 1995. V. 65. P. 471.
71. Aihara H. et al. (TP Collab.) // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. P. 1263;
Lu Xing-Qi. PhD Thesis. John Hopkins Univ., 1986.
72. Brandelik R. et al. (DASP Collab.) // Nucl. Phys. B. 1979. V. 148. P. 189.
73. Albrecht H. et al. (ARGUS Collab.) // Z. Phys. C. 1989. V. 44. P. 2.
74. Peterson A. et al. (MARK II Collab.) // Phys. Rev. D. 1988. V. 37. P. 1.
75. Braunschweig W. et al. (TASSO Collab.) // Z. Phys. C. 1989. V. 42. P. 189.
76. Li Y. K. et al. (AMY Collab.) // Phys. Rev. D. 1990. V. 41. P. 2675;
Kumita T. et al. (AMY Collab.) // Phys. Rev. D. 1990. V. 42. P. 1339.
77. Abreu P. et al. (DELPHI Collab.) // Eur. Phys. J. C. 1998. V. 5. P. 585.
78. Abe K. et al. (SLD Collab.) // Phys. Rev. D. 1997. V. 56. P. 5310.
79. Bourhis L. et al. // Eur. Phys. J. C. 2001. V. 19. P. 89.
80. Bocquet G. et al. (UAI Collab.) // Phys. Lett. B. 1996. V. 366. P. 441.

81. Adler S. S. *et al.* (PHENIX Collab.) // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. P. 241803.
82. Ashman J. *et al.* (EMC Collab.) // Z. Phys. C. 1991. V. 52. P. 36.
83. Kretzer S., Leader E., Christova E. // Eur. Phys. J. C. 2001. V. 22. P. 269.
84. Airapetian A. *et al.* (HERMES Collab.). hep-ex/0307064.
85. Arneodo M. *et al.* (EMC Collab.) // Nucl. Phys. B. 1989. V. 321. P. 541.
86. Baum G. *et al.* (COMPASS Collab.). COMPASS: A Proposal for a Common Muon and Proton Apparatus for Structure and Spectroscopy. CERN-SPSLC-96-14. 1996.
87. Alexeev M. *et al.* (COMPASS Collab.) // Phys. Lett. B. 2008. V. 660. P. 458; arXiv:0707.4977.
88. Niczyporuk J. M., Bruins E. E. W. // Phys. Rev. D. 1998. V. 58. P. 091501.
89. Ingelman G., Edin A., Rathsmann J. // Comp. Phys. Commun. 1997. V. 101. P. 108.
90. Simani M. C. Flavour Decomposition of the Nucleon Spin at HERMES. PhD Thesis. Vrije Univ. Amsterdam, 2002.
91. Sissakian A. N., Shevchenko O. Yu., Ivanov O. N. // Phys. Rev. D. 2003. V. 68. P. 031502.
92. Stratmann M., Vogelsang W. // Phys. Rev. D. 2001. V. 64. P. 114007.
93. Sissakian A. N., Shevchenko O. Yu., Ivanov O. N. // Phys. Rev. D. 2004. V. 70. P. 074032.
94. Сисакян А. Н., Шевченко О. Ю., Иванов О. Н. // Письма в ЖЭТФ. 2005. Т. 82. С. 57.
95. Frankfurt L. *et al.* // Phys. Lett. B. 1989. V. 230. P. 141.
96. de Florian D. *et al.* // Phys. Lett. B. 1996. V. 389. P. 358.
97. Christova E., Leader E. // Nucl. Phys. B. 2001. V. 607. P. 369.
98. Furmanski W., Petronzio R. // Z. Phys. C. 1982. V. 11. P. 293;
Curci G., Furmanski W., Petronzio R. // Nucl. Phys. B. 1980. V. 175. P. 27.
99. de Florian D., Stratmann M., Vogelsang W. // Phys. Rev. D. 1998. V. 57. P. 5811.
100. Mankiewicz L., Schafer A., Veltri M. // Comp. Phys. Commun. 1992. V. 71. P. 305.
101. Simani M. C. Flavour Decomposition of the Nucleon Spin at HERMES. PhD Thesis. Vrije Univ. Amsterdam, 2000.
102. Gluck M., Reya E., Vogt A. // Eur. Phys. J. C. 1998. V. 5. P. 461.
103. Leader E., Sidorov A., Stamenov D. // Eur. Phys. J. C. 2002. V. 23. P. 479 (LSS2001);
Goto Y. *et al.* (Asymmetry Analysis Collab.) // Phys. Rev. D. 2002. V. 62. P. 034017 (AAC2000);
Hirai M. *et al.* (Asymmetry Analysis Collab.) // Phys. Rev. D. 2004. V. 69. P. 054021 (AAC2003).
104. de Florian D., Sassot R. // Phys. Rev. D. 2002. V. 62. P. 094025.
105. Leader E., Sidorov A., Stamenov D. // Phys. Rev. D. 1998. V. 58. P. 114028.

106. *Leader E., Sidorov A. V., Stamenov D. B.* // Intern. J. Mod. Phys. A. 1998. V. 13. P. 5573.
107. *Mertig R., van Neerven W. L.* // Z. Phys. C. 1996. V. 70. P. 637;
Vogelsang W. // Phys. Rev. D. 1996. V. 54. P. 2023.
108. *Altarelli G., Parisi G.* // Nucl. Phys. B. 1977. V. 126. P. 298.
109. *Floratos E. G., Kounnas C., Lacaze R.* // Nucl. Phys. B. 1981. V. 192. P. 417.
110. *Mertig R., van Neerven W. L.* Univ. Leiden INLO-PUB-6/95 and NIKHEF-H/95-031;
Vogelsang W. RAL-TR-95-071.
111. *Ellis R. K. et al.* // Nucl. Phys. B. 1980. V. 173. P. 397.
112. *Le Goff J. M., Pretz J.* COMPASS note 2004-4. Доступна с сайта коллаборации COMPASS <http://wwwcompass.cern.ch>, прямая ссылка <http://wwwcompass.cern.ch/compass/notes/2004-4/2004-4.ps>
113. *Hirai M., Kumano S., Miyama M.* // Comp. Phys. Commun. 1998. V. 108. P. 38.