

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДВУХПРОТОННОЙ РАДИОАКТИВНОСТИ

### Статус, предсказания, приложения

*Л. В. Григоренко*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ	1273
ИСТОРИЯ ВОПРОСА И СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ	1279
МЕТОД ГИПЕРСФЕРИЧЕСКИХ ГАРМОНИК	1286
КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВУХПРОТОННОЙ РАДИОАКТИВНОСТИ	1290
Модель с источником.	1291
Приближенные граничные условия.	1292
Корреляции в системе трех тел.	1294
Потенциалы.	1297
Трехчастичная модель « $l^2$ ».	1298
Результаты расчетов.	1300
Чувствительность к компонентам модели.	1301
Чувствительность к спариванию протонов.	1302
Общие свойства корреляций.	1304
Механизмы распада. Связь между структурой и корреляциями.	1307
Корреляции, наблюдаемые в распадах $^{45}\text{Fe}$ и $^{19}\text{Mg}$ .	1311
РАСЧЕТЫ С УПРОЩЕННЫМ ГАМИЛЬТониАНОМ	1314
Точная полуаналитическая модель.	1314
Переход к квазиклассике.	1321
Модель одновременного испускания протонов.	1323
Дипротонная модель.	1325
АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ	1329
Резонансный радиационный захват.	1330
Нерезонансный радиационный захват.	1335
Мягкая дипольная мода и нерезонансный захват.	1337

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 1341

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 1341

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДВУХПРОТОННОЙ РАДИОАКТИВНОСТИ

Статус, предсказания, приложения

*Л. В. Григоренко*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В настоящей работе дается обзор текущего состояния проблемы изучения двухпротонной радиоактивности и родственных процессов (трехтельные распады). Рассматривается трехтельная (кор +  $p + p$ ) теоретическая модель двухпротонной радиоактивности, основанная на методе гиперсферических гармоник (МГГ) и приближенных граничных условиях кулоновской задачи трех тел, специфичных для данного класса процессов. Приводятся предсказания времен жизни и корреляций продуктов для «перспективных» двухпротонных распадчиков. Обсуждаются астрофизические приложения теории двухпротонной радиоактивности.

In this work the current situation with studies of the two-proton radioactivity and related processes (three-body decays) is reviewed. The three-body (core +  $p + p$ ) theoretical model of the two-proton radioactivity is provided. The model is based on the hyperspherical harmonic method and approximate boundary conditions of the three-body Coulomb problem, specific for the considered class of processes. Predictions are given for lifetimes and correlations among the decay products for prospective two-proton emitters. Astrophysical applications of the two-proton radioactivity theory are discussed.

PACS: 21.10.Tg; 21.45.+v; 21.60.Gx; 23.50.+z; 24.30.-v; 25.10.+s; 25.40.Lw;  
25.75.Gz; 26.30.+k

### ВВЕДЕНИЕ

Идея двухпротонной радиоактивности является достаточно старой. Она была предложена Гольданским около 50 лет назад в ставшей классической работе [1]. Однако десятилетия задача пребывала в состоянии стагнации. Ситуация резко изменилась в последние несколько лет. В 2000 г. была разработана первая полноценная квантово-механическая модель двухпротонной радиоактивности, последовательно учитывающая свойства непрерывного спектра кулоновской задачи трех тел [2–10]. Дальнейшее развитие событий показало ее значительную предсказательную силу. В 2002 г. явление двухпротонной радиоактивности было впервые обнаружено экспериментально в ядре  $^{45}\text{Fe}$  [11, 12]. Последние годы оказались переломными в экспериментальном исследовании этого явления. В 2005 г. двухпротонная радиоактивность была обнаружена в  $^{54}\text{Zn}$  [13] и, возможно, в  $^{48}\text{Ni}$  [14]. В 2006 г. исключительно

сильная двухпротонная ветвь наблюдалась в распаде высоковозбужденного  $21^+$ -изомера ядра  $^{94}\text{Ag}$  [15]. В 2007 г. двухпротонная радиоактивность была обнаружена в  $^{19}\text{Mg}$  [16] (это же и первое наблюдение данного изотопа), испускание двух протонов было экспериментально доказано для  $^{45}\text{Fe}$  в работе [17], и, наконец, двухпротонные корреляции в  $^{45}\text{Fe}$  были изучены с неплохой статистикой в работах [18, 19]. В 2008 г. наблюдение двухпротонных корреляций было представлено для  $^{16}\text{Ne}$  и  $^{19}\text{Mg}$  [20]. Такой прогресс стал возможен благодаря интенсивному развитию техники пучков радиоактивных ядер, что является одной из основных тенденций в ядерной физике последнего десятилетия. В экспериментальной области на повестке дня стоит вопрос как расширения поиска (протонная граница стабильности от  $^{19}\text{Mg}$  до  $^{45}\text{Fe}$  и от  $^{54}\text{Zn}$  до  $^{100}\text{Sn}$  пока мало изучена), так и получения более детальной корреляционной информации о  $2p$ -распаде в уже известных случаях (ближайшие кандидаты:  $^{19}\text{Mg}$ ,  $^{48}\text{Ni}$  и  $^{54}\text{Zn}$ ).

С теоретической точки зрения основной проблемой при рассмотрении двухпротонной радиоактивности является кулоновский континуум трех тел. При этом сложность представляют как построение асимптотики (задача, в аналитическом виде не решенная и приводящая к громоздким численным расчетам), так и рассмотрение туннелирования в подбарьерной области вблизи ядра, имеющего весьма сложную динамику. Задача двухпротонной радиоактивности оказывается в этом плане существенно задачей трех тел. Когда мы говорим о важности динамики трех (нескольких) тел в рассматриваемой задаче, это означает, что движение всех (более чем двух) частиц (кластеров) в данной системе оказывается сильно скоррелировано таким образом, что волновые функции (ВФ) или амплитуды процессов не могут быть удовлетворительно описаны произведением двухчастичных членов (или малой суммой таких произведений). Причины перехода к динамике нескольких тел могут быть весьма разнообразны. Простейшим критерием такого перехода могут стать соотношения между энергетическими порогами различных процессов в соседних ядрах.

Вблизи долины стабильности обычной является ситуация, когда трехчастичный порог развала для системы  $A$  находится гораздо выше двухчастичного (рис. 1, *а*). Трехчастичный распад при этом обычно существует как маленькая веточка на фоне *бинарного*. Если двухчастичный порог оказывается выше трехчастичного (промежуточная система  $A - 1$  ядерно-нестабильна), то ожидаемой основной модой распада становится *последовательный распад* через соответствующий промежуточный резонанс (резонансы) (рис. 1, *б*). В этих случаях динамика системы (в том или ином приближении) упрощается до двухчастичной. Энергия  $E_T$  на рис. 1 и далее в этой работе обозначает энергию трехчастичного состояния над трехчастичным порогом развала,  $S_{2p} = -E_T$  — это энергия отделения двух протонов, а  $S_p$  — энергия отделения протона. В случае ядерно-нестабильной подсистемы  $\text{кор} + p$

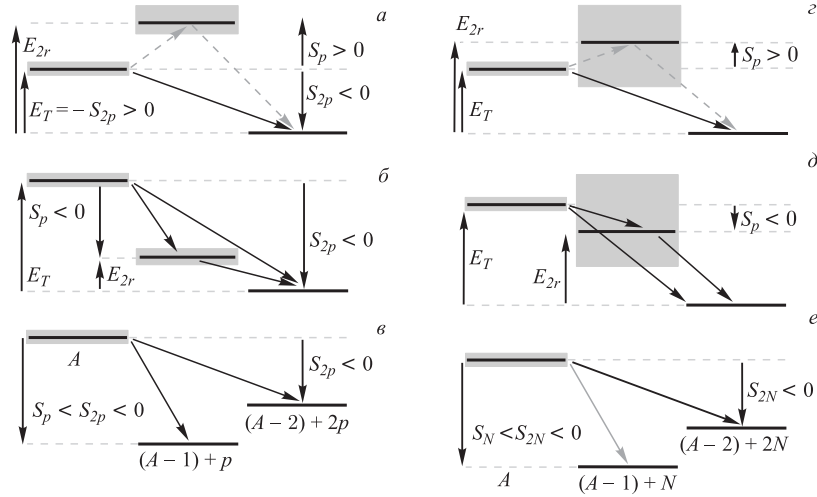


Рис. 1. Энергетические условия для различных мод трехтельного распада (двухпротонной радиоактивности): истинно трехтельный распад (*a*), последовательный распад (*б*), открыт бинарный канал распада (*в*). Менее определенные ситуации: случай *г* относится к истинно трехтельному распаду, но может быть интерпретирован как распад через «крыло» двухчастичного резонанса. Формально, случай *д* является последовательным распадом. Однако, если ширина промежуточного резонанса сравнима с шириной открытого энергетического окна, динамика распада будет истинно трехтельной. Даже в тех случаях, когда бинарный канал распада открыт, он может быть подавлен динамически (*е*)

энергия нижайшего резонансного состояния в этой подсистеме обозначается  $E_{2r} = E_T + S_p$ .

Нетривиальной с этой точки зрения является ситуация, когда резонанс в подсистеме  $A - 1$  находится выше, чем в системе  $A$ , и становится недоступным для последовательного распада (рис. 1, *a*,  $S_{2p} < 0$ ,  $S_p > 0$ ). Распад такой системы получил название *истинно трехчастичного*, или *демократического* (если речь идет об общем случае трехкластерной системы). В этом случае для подсистем нет каких-то сильно выделенных энергий или наборов квантовых чисел (в этом состоит «демократизм» такого распада), и такие свойства системы, как распределения частиц по энергиям и угловые корреляции, определяются совокупностью всех взаимодействий в системе, и никаким из них нельзя пренебречь. Очевидно, что динамика системы в этом случае до динамики двухчастичной системы не факторизуется. Случай, показанный на рис. 1, *a*, обычно связан с энергией спаривания нуклонов и не является экзотическим. Вдоль протонной границы стабильности с  $Z < 40$  известно семь ядер истинно двухпротонных распадчиков и ожидается существование

еще порядка двух десятков изотопов, основные состояния которых удовлетворяют этому условию. Под этот критерий подходит также значительное число распадов возбужденных состояний различных ядер.

В действительности, набор ситуаций, в которых оказывается важна динамика задачи нескольких тел, шире, чем это показано на рис. 1, *a*. Например, случаи распадов, когда резонанс в подсистеме  $A - 1$  находится выше, чем в системе  $A$ , но весьма широк (рис. 1, *z*), часто интерпретируются как распады через «хвост» двухчастичного резонанса, а на самом деле должны рассматриваться как истинно трехчастичные процессы. Возможность, проиллюстрированная на рис. 1, *d*, формально относится к последовательным распадам. В действительности оказывается, что если ширина промежуточного резонанса сравнима с шириной открытого энергетического окна или  $-S_p \lesssim (0,2-0,4)E_T$ , то динамика распада оказывается истинно трехтелной (см. работы [7,9] или в данном обзоре ур-ние (61)). Довольно специфической является ситуация, когда бинарный канал распада открыт, но оказывается подавлен динамически (рис. 1, *e*). Это случай достаточно редкий, но все же экспериментально неоднократно наблюдавшийся.

Реальные примеры систем — двухпротонных распадчиков, экспериментально исследованных достаточно подробно [21–23], приводятся на рис. 2, чтобы проиллюстрировать различные моды распада. В табл. 1 перечислены легкие ядра (или их возбужденные состояния), имеющие доминирующий трехчастичный канал распада. Список перспективных двухпротонных распадчиков с  $20 < A < 72$  приводится в табл. 2. Это изотопы, которые являются двухпротонными распадчиками в соответствии с теоретическими предсказаниями энергий отделения протонов, но экспериментально еще не наблюдались.

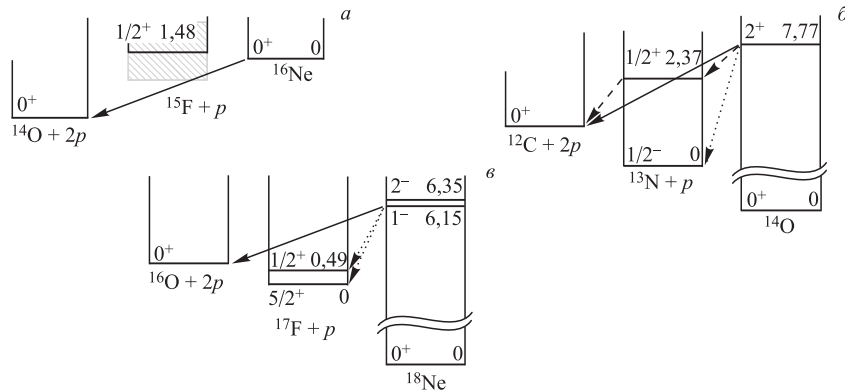


Рис. 2. Схемы реальных двухпротонных распадов, иллюстрирующие истинно трехтелный распад (*a*), последовательный распад (*b*) и одновременное испускание двух протонов (нет промежуточных резонансов), но бинарный ( $^{17}\text{F} + p$ ) канал доминирует (*e*)

Таблица 1. Состояния легких ядер, для которых доминирует трехчастичный канал распада. В колонке 2 указано, какому энергетическому условию из перечисленных на рис. 1 соответствует данный случай.  $E^*$  — энергия возбуждения относительно основного состояния (в случае, если данное состояние — возбужденное),  $E_T$  — энергия относительно трехчастичного порога. Колонки «Эксп.» и «Теор.» содержат ссылки соответственно на экспериментальные и теоретические работы

$\frac{A}{Z}Z$	Случай	$J^\pi$	$E^*$ , кэВ	$E_T$ , кэВ	$\Gamma$ , кэВ	Канал	$J^\pi_{\text{core}}$	Эксп.	Теор.
${}^6_2\text{He}$	$z$	$2^+$	1797(25)	825	113(20)	$\alpha + n + n$	$0^+$	[49]	[83]
${}^6_3\text{Li}$	$d$	$2^+$	5366(15)	1666	540(20)	$\alpha + n + p$	$0^+$		[83]
${}^6_4\text{Be}$	$z$	$0^+$	g. s.	1370(50)	92(6)	$\alpha + p + p$	$0^+$	[45]	[5, 83, 141]
${}^8_2\text{He}$	$d$	$2^+$	2800(400)	660	30(10)	${}^6\text{He} + n + n$	$0^+$	[53]	[5, 107]
${}^8_3\text{Li}$	$e$	$4^+$	6530(20)	2030	35(15)	$\alpha + t + n$	$0^+$	[50]	[84]
${}^8_4\text{Be}$	$e$	$1^+$	9000	4500	700(200)	$\alpha + t + n$	$0^+$	[73, 74]	[5]
${}^9_4\text{Be}$	$b$	$5/2^-$	2429(1)	856	0,77(15)	$\alpha + \alpha + n$		[32, 47]	
${}^9_5\text{B}$	$b$	$5/2^-$	2361(5)	2638	81(5)	$\alpha + \alpha + p$			
${}^{10}_2\text{He}$	$z$	$0^+$	g. s.	1070(70)	300(200)	${}^8\text{He} + n + n$	$0^+$	[56, 57]	[55, 135, 136]
${}^{12}_8\text{O}$	$d$	$0^+$	g. s.	1790(40)	578(205)	${}^{10}\text{C} + p + p$	$0^+$	[21, 59]	[4, 60, 118]
${}^{12}_6\text{C}$	$b$	$1^+$	15110(3)	7836	$*4,4(1) \cdot 10^{-2}$	$\alpha + \alpha + \alpha$		[38, 62, 76]	[122]
${}^{16}_{10}\text{Ne}$	$z$	$0^+$	g. s.	1400(140)	122(37)	${}^{14}\text{O} + p + p$	$0^+$	[20, 21, 61]	[4, 91]
${}^{17}_{10}\text{Ne}$	$a$	$3/2^-$	1288(50)	344	$< 1,3 \cdot 10^{-5}$	${}^{15}\text{O} + p + p$	$1/2^-$	[65, 66]	[2, 6, 9, 137]
${}^{19}_{12}\text{Mg}$	$a$	$1/2^-$	g. s.	750(50)	$1,1^{+1,4}_{-0,25} \cdot 10^{-7}$	${}^{17}\text{Ne} + p + p$	$1/2^-$	[16, 20]	[2, 6, 8]

\* Эта ширина преимущественно электромагнитная. Ядерная ширина равна  $1,8(3) \cdot 10^{-3}$  кэВ.

Таблица 2. Перспективные (экспериментально не наблюдавшиеся) двухпротонные распадчики с  $A < 72$ 

$\frac{A}{Z}$	$J^\pi$	$E_T$ , кэВ	$\frac{A-1}{Z-1}(Z-1)$	$J^\pi$	$S_p$ , кэВ	$\frac{A-2}{Z-2}(Z-2)$	$J^\pi$	$T_{1/2}$ или $\Gamma$	Ссылка
$\frac{30}{18}\text{Ar}$	(0 <sup>+</sup> )	1430	$\frac{29}{17}\text{Cl}$	(3/2 <sup>+</sup> )	350	$\frac{28}{16}\text{S}$	0 <sup>+</sup>	0,7–33 пс	[129]
$\frac{34}{20}\text{Ca}$	(0 <sup>+</sup> )	3105	$\frac{33}{19}\text{K}$		-465	$\frac{32}{18}\text{Ar}$	0 <sup>+</sup>	2–26 эВ	[133]
$\frac{38}{22}\text{Ti}$	(0 <sup>+</sup> )	755	$\frac{37}{21}\text{Sc}$	(7/2 <sup>-</sup> )	900	$\frac{36}{20}\text{Ca}$	0 <sup>+</sup>	0,2–7 мс	[129]
$\frac{41}{24}\text{Cr}$		2190	$\frac{40}{23}\text{V}$		230			0,1–0,003 пс	[133]
$\frac{42}{24}\text{Cr}$	(0 <sup>+</sup> )	960	$\frac{41}{23}\text{V}$	(2 <sup>+</sup> )	1030	$\frac{39}{22}\text{Ti}$	3/2 <sup>+</sup>		[129]
		2432	$\frac{40}{23}\text{V}$	(7/2 <sup>-</sup> )	438	$\frac{40}{22}\text{Ti}$	0 <sup>+</sup>		[130]
		2590			375				[133]
		2249			264				[30]
		498			1216				[30]
		260			1060				[129]
		-960 до 1900							[31]
		452			1282				[130]
		655			1150				[133]
$\frac{58}{32}\text{Ge}$	(0 <sup>+</sup> )	2780	$\frac{57}{31}\text{Ga}$	(1/2 <sup>-</sup> )	-240	$\frac{56}{30}\text{Zn}$	0 <sup>+</sup>	0,1–6,5 нс	[129]
		2636			-296			0,4–26 нс	[132]
		2380			-160			8–400 нс	[134]
$\frac{59}{32}\text{Ge}$	(7/2 <sup>-</sup> )	1100	$\frac{58}{31}\text{Ga}$	(2 <sup>+</sup> )	300	$\frac{57}{30}\text{Zn}$	(7/2 <sup>-</sup> )	> 2500 с	[129]
		1343			58			> 3 с	[132]
		1160			190			> 300 с	[134]
$\frac{62}{34}\text{Se}$	(0 <sup>+</sup> )	2888	$\frac{61}{33}\text{As}$	(3/2 <sup>-</sup> )	-142	$\frac{60}{32}\text{Ge}$	(0 <sup>+</sup> )	0,4–16 нс	[132]
		2760			-100			1,4–55 нс	[134]
$\frac{63}{34}\text{Se}$	(3/2 <sup>-</sup> )	1530	$\frac{62}{33}\text{As}$	(1 <sup>+</sup> )	69	$\frac{61}{32}\text{Ge}$	(3/2 <sup>-</sup> )	0,3–15 с	[132]
		1510			110			0,6–27 с	[134]
$\frac{66}{36}\text{Kr}$	(0 <sup>+</sup> )	2832	$\frac{65}{35}\text{Br}$	(5/2 <sup>-</sup> )	-1	$\frac{64}{34}\text{Se}$	(0 <sup>+</sup> )	6–400 нс	[132]
$\frac{67}{36}\text{Kr}$	(3/2 <sup>-</sup> )	1538	$\frac{66}{35}\text{Br}$	(0 <sup>+</sup> )	155	$\frac{65}{34}\text{Se}$	(3/2 <sup>-</sup> )	> 15 с	[132]
		1760			-50			46 мс — 4 с	[134]
$\frac{71}{38}\text{Sr}$	(5/2 <sup>-</sup> )	2060	$\frac{70}{37}\text{Rb}$	(4 <sup>+</sup> )	-20	$\frac{69}{36}\text{Kr}$	(5/2 <sup>-</sup> )		[134]



Спин-четности для самого ядра, основного состояния в подсистеме кор +  $p$  и кора показаны во второй, пятой и восьмой колонках (предполагаемые квантовые числа  $J^\pi$  показаны в скобках).

Необходимо отметить, что истинно трехчастичные распадчики являются своеобразными аналогами борромиевских систем (то есть трехкластерных систем, у которых ни одна из подсистем не является связанной [24]) за границей ядерной стабильности. Борромиевские системы обычно являются ядрами с двухнуклонным гало. На рис. 1, *a* видно, что, если мы повысим все пороги одновременно, система  $A$  может оказаться связанной, в то время как подсистема  $A - 1$  останется резонансом. Характерный пример здесь — это пара основных состояний ядер  ${}^6\text{He}$ – ${}^6\text{Be}$ : первое из них — «классическое» борромиевское ядро с нейтронным гало, а второе — легчайший двухпротонный распадчик.

В работе используется «естественная» система единиц  $\hbar = c = 1$ .

## 1. ИСТОРИЯ ВОПРОСА И СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

Как упоминалось выше, идея двухпротонной радиоактивности была предложена Гольданским около 50 лет назад [1]. Гольданский отметил основную качественную черту этого явления: систематика ширин двухпротонных распадов сильно отличается от систематики обычных бинарных распадов. В двухпротонном распаде необходимость поделить энергию между двумя частицами приводит к резкому уменьшению ширины. В работе [1] вводится понятие «истинно» двухпротонного распада и используются квазиклассические формулы для оценки двухпротонных ширин. Условие истинно двухпротонного распада состоит в том, что энергия трехчастичного состояния в системе  $A$  над двухпротонным порогом должна быть меньше энергии основного состояния в системе  $A - 1$  на величину его полуширины (таким образом, распад даже через «хвосты» резонанса становится невозможен). В работах [7,9] доказывается, что в действительности может быть использовано и менее жесткое условие. Гольданский заметил, что в случае одновременного испускания двух протонов в  $s$ -волне относительно исходного ядра (имеющих каждый энергию  $E_T/2$ ) проникаемость получается такой же, как если бы испускалась одна частица с зарядом 2 («дипротон») в  $s$ -волне, но с полной энергией распада  $E_T$ . Это наблюдение легло в основу представления о двухпротонном распаде как об испускании дипротона.

Некоторое развитие теория двухпротонной радиоактивности получила в последовавших работах [25–27]. Особо следует отметить работу [26], в которой делается попытка создать более развитую теорию двухпротонной радиоактивности, основанную на аналогии с теорией сверхпроводимости. К сожалению, эта работа не получила дальнейшего развития и оказалась почти

забыта, хотя в ней были получены методически весьма значимые результаты (см. обсуждение в [10]). Обзор результатов до 1972 г. был сделан в книге [28] (более современный обзор ситуации с исследованием протонно-избыточных ядер в целом может быть найден в работе [29]). Кроме того, в книге [28] подробно рассматриваются корреляции, которые могут быть получены в рамках квазиклассической картины распада. С этого времени и до момента написания работ [2,3] новых теоретических результатов в этой области получено не было: необходимый для этого полноценный теоретический анализ задачи трех тел в континууме оказался весьма сложен. Возобладало упрощенное восприятие явления как испускания дипротона (например, [30,31]). По-видимому, одна из причин этого кроется в отсутствии стимула со стороны эксперимента. Ожидавшееся экспериментальное открытие двухпротонной радиоактивности не состоялось ни в 70-х, ни в 80-х, ни в 90-х, что существенно охладило интерес к вопросу.

Несмотря на застой в исследованиях непосредственно двухпротонной радиоактивности, в это время произошло определенное накопление экспериментальных материалов и опыта исследований класса явлений, близкого с точки зрения теории: трехчастичных распадов состояний в легких ядрах и испускания трех (и более) частиц, следующего за  $\beta$ -распадом ( $\beta$ -задержанные частицы) [32–39].

Здесь особо следует отметить цикл работ [40–49], выполненных на циклотроне Курчатовского института в 1984–1993 гг. В первой из них ставилось целью наблюдение дипротона из распада основного состояния ядра  ${}^6\text{Be}$ . Полученная картина не вписывалась в это представление: требовалось приписать дипротону совершенно нереалистические свойства (исключительно низкую энергию относительного движения). Были также сделаны попытки объяснить полученные спектры как результат последовательного распада через «хвост» широкого основного состояния  ${}^5\text{Li}$ . В результате этой деятельности родилась оригинальная концепция «демократического» распада. При таком распаде энергия состояния распределяется достаточно равномерно (т. е. близко к фазовому объему) между подсистемами. Необходимым условием для подобной «демократии» является либо запрет на последовательный или бинарный распады (условие истинной трехчастичности процесса), либо динамическое подавление этих механизмов распада. В этом цикле работ были изучены в основном демократические распады различных возбужденных состояний изобары  $A = 6$ , а также распады состояний  $5/2^-$  в ядрах  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^9\text{B}$  [47] и  $4^+$  с  $E^* = 6,53$  МэВ в  ${}^8\text{Li}$  [50] (см. также табл. 1).

В последующие годы был экспериментально изучен еще ряд состояний — трехчастичных распадчиков:  ${}^8\text{He } 2^+$  [51–54],  ${}^{10}\text{He } 0^+$  [55–58],  ${}^{12}\text{O } 0^+$  [59,60].

Следует отметить, что с методической точки зрения изучение ядер  ${}^{12}\text{O}$  и  ${}^{16}\text{Ne}$  исключительно важно для понимания двухпротонных распадов в целом. Наряду с  ${}^6\text{Be}$  эти ядра являются легчайшими двухпротонными распадчиками

и, в отличие от предполагаемых более тяжелых распадчиков, их сравнительно легко получить (и, соответственно, можно изучить детально). Несмотря на это,  $^{12}\text{O}$  и  $^{16}\text{Ne}$  оказались слабо изучены. Для них известны энергии и ширины основных состояний [21, 59, 61]. Помимо этого, достаточно ограниченная информация о корреляциях в распаде  $^{12}\text{O}$  была получена в работе [59], и лишь совсем недавно появились корреляционные данные о распаде  $^{16}\text{Ne}$ . Существование проблемы с пониманием ширины основного состояния  $^{16}\text{Ne}$  было отмечено еще в работе [62]: существующая величина  $\Gamma = 122$  кэВ слишком велика — достаточно сравнить ее с экспериментальной шириной основного состояния  $^6\text{Be}$ , где энергия распада близка, а кулоновское взаимодействие между кором и валентными протонами в четыре раза слабее (см. табл. 1). В статье [4] эта проблема была распространена на ширину основного состояния  $^{12}\text{O}$ . Здесь делается вывод о необходимости пересмотра экспериментальных ширин основных состояний  $^{12}\text{O}$  и  $^{16}\text{Ne}$ ; на сегодняшний день вопрос остается открытым. В работе [4] было также теоретически предсказано сильное нарушение изобарической симметрии в парах  $^{12}\text{Be}-^{12}\text{O}$  и  $^{16}\text{C}-^{16}\text{Ne}$ . Был идентифицирован механизм, приводящий к нарушению изобарической симметрии и отклонению от систематики кулоновских сдвигов энергии. По аналогии с известным явлением [63, 64] этот эффект получил название трехчастичного механизма томас-эрмановского сдвига. В меньших масштабах он может проявляться и в более тяжелых ядрах (случаи  $^{17}\text{Ne}$  и  $^{19}\text{Mg}$  рассматриваются в работе [6]).

Были сделаны попытки изучения возможного двухпротонного распада первого возбужденного  $3/2^-$ -состояния в  $^{17}\text{Ne}$ , расположенного всего на 344 кэВ выше двухпротонного порога [65, 66]. Это состояние является истинно трехчастичным распадчиком. Интерес к  $^{17}\text{Ne}$  стимулируется еще и тем, что это, пожалуй, единственный реалистический кандидат на обладание двухпротонным гало [67, 68], а свойства его возбужденных состояний важны для астрофизических приложений [69–71]. На сегодняшний день экспериментальное верхнее ограничение на ширину  $3/2^-$ -состояния является весьма мягким [66]. Теоретические результаты, полученные в работах [6] и [72], противоречат друг другу. Дальнейшее изучение этой проблемы, предпринятое в работе [9], показало, что результаты [72] для ширины  $3/2^-$ -состояния, вероятнее всего, неверны.

Как уже упоминалось, весьма любопытной является ситуация, когда бинарный (или последовательный) распад состояния энергетически разрешен, но в действительности оказывается подавлен по сравнению с трехчастичным (рис. 1, *e*). К этому случаю относятся распады состояний  $4^+$   $E^* = 6,53$  МэВ [50] и  $1^+$   $E^* = 9(1)$  МэВ [73, 74] в  $^8\text{Li}$ , состояний  $5/2^-$  в  $^9\text{Be}$  и  $^9\text{B}$  [32, 47], состояния на 8,45 МэВ в  $^{18}\text{Ne}$  [75]. Например, при распаде высоколежащего  $1^+$ -состояния в  $^8\text{Li}$  не наблюдалось нейтронов, соответствующих  $^7\text{Li} + n$ -каналу [73], в то время как был измерен спектр ядер трития из

распада этого состояния по каналу  $\alpha + t + n$  [74]. Аналогично, при распаде  ${}^9\text{Be}$   $5/2^-$  ветвление в канал  ${}^8\text{Be} + n$  составляет всего около 6% [32, 47]. Причины подавления двухчастичных каналов в этих случаях пока мало изучены. Отдельным интересным процессом подобного рода является распад состояния  $1^+ E^* = 15,11$  МэВ в  ${}^{12}\text{C}$  по каналу  $3\alpha$  с весьма характерной картиной корреляций между  $\alpha$ -частицами [38, 62, 76]. Специфический механизм распада этого состояния тесно связан с симметрией кластерной ВФ для трех  $\alpha$ -частиц.

Довольно широкий класс процессов с испусканием нескольких частиц был изучен в экспериментах по  $\beta$ -распаду (электронному захвату). Наблюдались признаки «полного развала» в  $\beta$ -распаде  ${}^{11}\text{Li}$ , при котором заселенные промежуточные состояния  ${}^{11}\text{Be}^*$  распадаются по каналу  $2\alpha + 3n$  [35]. Регистрация в качестве фрагмента ядра  ${}^6\text{He}$  в этом же эксперименте указывает на существование  ${}^6\text{He} + \alpha + n$ -канала. Испускание двух протонов наблюдалось в  $\beta$ -распадах ядер  ${}^{22}\text{Al}$ ,  ${}^{26}\text{P}$ ,  ${}^{27}\text{S}$ ,  ${}^{31}\text{Ar}$  и  ${}^{35}\text{Ca}$  (см. работы [33, 34] и ссылки в них). В этих распадах заселяются, однако, многочисленные промежуточные состояния в дочерних ядрах с различными открытыми бинарными каналами распада. По этой причине механизмы распада нелегко идентифицировать. Весьма характерна картина спектров протонных совпадений, полученная в работе [36] (в ней изучается двухпротонная эмиссия, следующая за  $\beta$ -распадом ядра  ${}^{31}\text{Ar}$ ).

Испускание двух протонов из возбужденного состояния ядра  ${}^{14}\text{O}$ , индуцированное резонансной реакцией ( ${}^{13}\text{N} + p$ ), изучалось в работе [22] (см. также рис. 2). В этой работе была получена очень четкая картина последовательного распада. Весьма похожей является идея недавнего эксперимента [23], где для заселения состояний в  ${}^{18}\text{Ne}$  использовалась реакция  ${}^{17}\text{F} + p$  в обратной кинематике. Противоречивые аспекты анализа и интерпретации данных в этой работе отдельно обсуждаются в статье [77].

Как уже отмечалось, изучение двухпротонной радиоактивности резко активизировалось в последние годы, и полученные результаты вывели эту область исследований на качественно новый уровень.

В 2002 г. явление двухпротонной радиоактивности было впервые обнаружено экспериментально в ядре  ${}^{45}\text{Fe}$ , причем в «напряженной спортивной борьбе» (т. е. практически одновременно) между группами из GSI (Германия) [11] (руководитель М. Пфютцнер) и GANIL (Франция) [12] (руководитель Б. Бланк). В 2005 г. двухпротонная радиоактивность была открыта группой Бланка в GANIL в ядре  ${}^{54}\text{Zn}$  [13] и, возможно, в  ${}^{48}\text{Ni}$  [14]. Во всех этих работах измерялось полное энергосодержание в распадах ядер, имплантированных в твердотельные детекторы. Двухпротонная мода детектировалась, таким образом, косвенно, с привлечением спекулятивных аргументов о возможных модах распада. «Возможно» в случае  ${}^{48}\text{Ni}$  означает, что было зарегистрировано только одно событие с «правильной» энергией. Далее, «польская»

(М. Пфютцнер) и «французская» (Б. Бланк) группы сконцентрировались на прямом доказательстве двухпротонного характера распада и корреляционных измерениях для  $^{45}\text{Fe}$ . Для этого специально были разработаны времяпроекционные камеры, и опять первые результаты измерений были опубликованы с разрывом всего в несколько недель. Испускание двух протонов было экспериментально доказано для распада  $^{45}\text{Fe}$  в работе [17] (GANIL) с весьма низкой статистикой. Оригинальная «польская» разработка (времяпроекционная камера с оптическим конвертором [78], Варшавский университет) в эксперименте, проведенном на базе MSU (Мичиган, США), дала результаты исключительной красоты и наглядности. Фактически, это устройство дает «фотографии» распада (треки в газе) в режиме реального времени, а полная кинематика в большинстве случаев может быть восстановлена по временной проекции энерговыделения. Полученные в работе [18] импульсные распределения (статистика около 100 событий) оказались в хорошем согласии с теоретическими предсказаниями [8, 9].

В 2006 г. неожиданный результат был получен в GSI группой, которая может быть охарактеризована как «русско-немецкая» (один из руководителей — И. Муха). Исключительно сильная ( $\sim 0,5\%$ ) двухпротонная ветвь наблюдалась в распаде высоковозбужденного  $21^+$ -изомера ядра  $^{94}\text{Ag}$  [15]. Объяснить такую интенсивную ветвь распада и необычную корреляционную картину удалось, только сделав экзотическое предположение о крайне сильной деформации (гипердеформации) материнского ядра.

Изотоп  $^{19}\text{Mg}$  является системой, для которой перспективность изучения двухпротонного распада обсуждалась с самых ранних работ по этой теме [27]. Возможности экспериментального изучения этого ядра были достаточно подробно рассмотрены с теоретической точки зрения [6, 79]. Длительное время, однако, удавалось получить только ограничения на время жизни [80, 81]. В 2007 г., одновременно с результатами групп М. Пфютцнера и Б. Бланка, начали публиковаться результаты эксперимента по  $^{19}\text{Mg}$  в GSI, основанного на времяпролетном методе — оригинальном подходе к изучению распадов (И. Муха, К. Зюмерер [16]). В этом методе микростриповые детекторы используются для прецизионного трекинга продуктов распада, происходящего в релятивистском пучке вторичных ядер. Это позволяет восстановить распределение вершин распада по траектории и, таким образом, определить время жизни. Технология подобного трекинга ранее использовалась только в физике элементарных частиц. В приложении к ядерной физике она позволяет определять времена жизни в диапазоне от единиц пикосекунд до десятков наносекунд (длина траектории должна быть макроскопической) — диапазоне, ранее не доступном для экспериментального изучения. В этом эксперименте изотоп  $^{19}\text{Mg}$  был впервые идентифицирован по продуктам своего (двухпротонного) распада. Двухпротонные корреляции, наблюдаемые в распадах  $^{16}\text{Ne}$  и  $^{19}\text{Mg}$ , были представлены в работе [20].

Ближайшая перспектива экспериментальных исследований в этой области — это, с одной стороны, расширение поиска двухпротонных распадчиков (протонная граница стабильности от  $^{19}\text{Mg}$  до  $^{45}\text{Fe}$  и от  $^{54}\text{Zn}$  до  $^{100}\text{Sn}$  пока мало изучена; ближайшие кандидаты:  $^{30}\text{Ar}$ ,  $^{34}\text{Ca}$  [7]), а с другой — получение более детальной корреляционной информации о  $2p$ -распаде в уже известных случаях (ближайшие кандидаты:  $^{19}\text{Mg}$ ,  $^{48}\text{Ni}$  и  $^{54}\text{Zn}$ ).

Примерно в то же время, когда была высказана идея двухпротонной радиоактивности, в работе [82] было предложено использовать метод гиперсферических гармоник для анализа многочастичных распадов и реакций с несколькими частицами в конечном состоянии. Первый известный нам случай практического использования такого подхода — это работа [83], где анализировались спектры демократических трехчастичных распадов состояний изобары  $A = 6$ . Оказалось, что демократические спектры очень легко (достаточно 2–3 членов) описываются разложением по нижайшим гипергармоникам, что указывает на «физичность» такого подхода. Анализ подобного типа, естественно, страдает от различных неоднозначностей (этот вопрос детально обсуждается в работе [83]), но, в любом случае, очень удобен как метод компактного представления сложной экспериментальной информации. Позднее этот метод использовался в целом ряде работ, где анализировались экспериментальные данные по распадам состояний в  $^6\text{Be}$  [45,48,49],  $^9\text{Be}$  [47],  $^{12}\text{C}$  [62],  $^8\text{Li}$  [84],  $^5\text{H}$  [85–90].

Следует отметить, что в работах [89,90] были, вслед за работой [91], развиты и применены методы анализа распадов выстроенных трехчастичных систем со спином. При этом была продемонстрирована перспективность данного типа измерений как мощного спектроскопического «инструмента». Вклад основного состояния  $1/2^+$  в  $^5\text{H}$  (находящийся на уровне процентов) был надежно отделен в работе [90] от мощного «фона», создаваемого дублетом возбужденных  $d$ -волновых состояний  $3/2^+ - 5/2^+$ . Это было сделано с использованием именно корреляционной информации, связанной с выстроенностью.

С начала 70-х гг. метод гиперсферических гармоник активно применяется для изучения малонуклонных и кластерных систем в работах теоргруппы ИОЯФ КИАЭ (а в последние полтора десятилетия — в работах международных коллабораций, с активным участием ее членов). Особо следует отметить первые расчеты ядер с  $A = 3$  [92] и  $A = 4$  [93–95] с реалистическими потенциалами, пионерские расчеты  $^3\text{H} + n$  [96] и  $^4\text{He} + n$  [97] рассеяния, фоторасщепления трития и  $^3\text{He}$  [98]. Позднее был развит оригинальный метод изучения полной электромагнитной функции отклика для систем из нескольких нуклонов ( $A = 3, 4$ ) — метод интегрального преобразования с лоренцевым ядром [99,100]. В трехкластерной модели были изучены изобара  $A = 6$  [101,102] и ядро  $^{11}\text{Li}$  [103] (см. также обзоры [24,104]). В этих работах получила теоретическое обоснование концепция ядерного двух-

нейтронного гало, ставшая ныне исключительно популярной [105]. В предшествующих работах рассмотрение этого явления было скорее феноменологическим (например, [106]). Возможность существования двухпротонного гало была высказана в работе [67]; дальнейшее развитие эта идея получила в работах [6, 68]. Метод учета бинарных корреляций в рамках метода гипергармоник был разработан в [107, 108]. Он был применен к ядрам  ${}^8\text{Li}$  и  ${}^8\text{B}$ , рассмотренным в рамках  $\alpha + t + n$ -модели, в том числе и с целью определения астрофизических характеристик. Усилия по улучшению трехчастичных методов, в плане улучшения сходимости и учета принципа Паули между кором и валентными нуклонами, были предприняты в работе [109]. Значительное внимание было уделено модам возбуждения двухнейтронного гало [110, 111], реакциям с трехчастичными системами [112–114] и, соответственно, свойствам непрерывного спектра таких систем [115]. Методы расчета трехчастичных систем с учетом ротационных и вибрационных возбуждений кора были развиты в работе [116] для изучения ядра  ${}^{12}\text{Be}$ . Представляемый в этом обзоре теоретический подход к явлению двухпротонной радиоактивности (трехчастичных распадов) [2–10] в значительной степени опирается на опыт исследований этой научной школы.

С возобновлением экспериментов, посвященных исследованию двухпротонной радиоактивности, активизировались и теоретики. Был опубликован ряд работ, в которых в той или иной степени затрагивается тема двухпротонного (трехчастичного) распада [30, 31, 60, 72, 117–127]. Однако ни в одной из этих работ не рассматривается в явном виде асимптотика кулоновской задачи трех тел, а значит, не могут быть получены импульсные распределения продуктов распада. Приведенные работы обычно, явно или неявно, используют варианты или модификации стандартных квазиклассических моделей последовательного или дипротонного распада, предполагающие факторизацию амплитуды распада (в одной из якобиевских систем координат) и обладающие поэтому ограниченными предсказательными возможностями.

Методическая задача о пригодности различных приближений при рассмотрении двухпротонной радиоактивности решалась в работах [9, 10]. С этой целью в работе [9] была построена точная (полуаналитическая) модель процесса для различных возможных упрощенных трехтелных гамильтонианов. Квазиклассическое приближение для полученных моделей исследовалось в работе [10] (в частности, здесь была получена для двухпротонной ширины формула, аналогичная полученной в работе [26]). Следует отметить два важных вывода этих работ. (i) До сих пор двухпротонные распады часто обсуждаются в терминах квазиклассической «дипротонной» модели (см., например, [119, 121, 124]). В работах [9, 10] было показано, что в случае корректной формулировки дипротонной модели предэкспоненциальный коэффициент при переходе к квазиклассической формуле для ширины не может быть оценен в простых приближениях. Корректно сформулированная дипротон-

ная модель дает очень малые значения для ширины. Разумные значения для ширины (см. [119, 121, 124]) получаются только вследствие того, что общепринято использование некорректного (т. е. несовместимого с методом получения модели) набора параметров модели. (ii) Другая популярная модель («одновременное испускание протонов») предполагает как бы последовательный распад через «хвосты» вышележащих состояний (см. [118–120, 123]). В работе [10] было показано, что в упомянутых статьях использован неправильный предэкспоненциальный коэффициент (ошибка — фактор 4), а правильная формула была получена в работе [26].

Отчасти родственным представленному в этом обзоре подходу к трехчастичным распадам является метод, развиваемый в работах [72, 117, 122, 125]. Здесь рассматривается квазиклассическое туннелирование через трехчастичный адиабатический барьер. Возможности этого метода пока неясны, так как результаты расчетов ширин распадов [117, 122] вполне разумны, а результаты расчетов [72, 125], скорее всего, ошибочны (см. дискуссию в работе [9]).

Весьма перспективным является изучение двухпротонной радиоактивности в континуумной модели оболочек [126, 127]. Однако на настоящий момент вычисления в данной модели были проделаны с  $\delta$ -функциональным притягивающим  $N$ - $N$ -взаимодействием. Такое взаимодействие в задаче трех тел в принципе должно приводить к коллапсу («томасовскому коллапсу»). Этой трудности в работах [126, 127] удается избежать посредством использования дипротонной факторизации амплитуды распада, что затрудняет понимание полученных результатов.

Важным компонентом изучения двухпротонных распадов являются предсказания масс (и, соответственно, энергий отделения протонов) для ядер вблизи границы ядерной стабильности. Первые попытки подобных систематических исследований были предприняты уже в работах [1, 25]. Предсказания, сделанные в рамках современных микроскопических методов или систематических моделей, могут быть найдены в работах [30, 31, 128–134, 135, 136, 137]. Так как существует очень резкая зависимость времени жизни двухпротонных распадчиков от энергии отделения протонов, то точность этих предсказаний на сегодня является основным фактором, ограничивающим точность предсказаний времен жизни двухпротонных распадчиков. Эта зависимость иллюстрируется в табл. 2, где собрана информация о перспективных двухпротонных распадчиках.

## 2. МЕТОД ГИПЕРСФЕРИЧЕСКИХ ГАРМОНИК

Для решения задачи трех тел мы используем метод гиперсферических гармоник (МГГ). В этом разделе кратко вводятся обозначения и очерчиваются основные идеи метода. Дальнейшие детали могут быть найдены в монографии [138], обзоре [24] и работах [3, 8, 102].



Решение  $\Psi_3^{JM}$  уравнения Шредингера (УШ) для трех тел

$$(\hat{H} - E_T)\Psi_3^{JM} = (\hat{T} + \hat{V}_{12}(\mathbf{R}_{12}) + \hat{V}_{23}(\mathbf{R}_{23}) + \hat{V}_{31}(\mathbf{R}_{31}) - E_T)\Psi_3^{JM} = 0 \quad (1)$$

ищется в виде разложения по гиперсферическим гармоникам (ГГ)

$$\Psi_3^{JM} = \rho^{-5/2} \sum_{K\gamma} \chi_{K\gamma}(\varkappa\rho) \mathcal{J}_{K\gamma}^{JM}(\Omega_\rho). \quad (2)$$

Здесь  $\mathcal{J}_{K\gamma}(\Omega_\rho)$  — набор ортонормированных базисных функций, полный на гиперсфере  $\Omega_\rho = \{\theta_\rho, \Omega_X, \Omega_Y\}$  определенного гиперрадиуса  $\rho$ .  $K$  — это квантовое число обобщенного углового момента (гипермомент), а «мультииндекс»  $\gamma$  обозначает набор квантовых чисел орбитальных моментов и спинов подсистем,

$$\gamma = \{L, l_x, l_y, S, S_x\}.$$

$L$  — это полный угловой момент системы;  $l_x$  и  $l_y$  — угловые моменты, связанные с якобиевскими координатами  $X$  и  $Y$ ;  $S$  — полный спин системы, а  $S_x$  — спин подсистемы « $X$ ». Базисные функции МГГ в схеме  $ls$ -связи имеют явный вид:

$$\mathcal{J}_{K\gamma}^{JM}(\Omega_\rho) = \psi_K^{l_x l_y}(\theta_\rho) [[Y_{l_x}(\Omega_x) \otimes Y_{l_y}(\Omega_y)]_L \otimes X_{SS_x}]_{JM}, \quad (3)$$

$$\mathcal{I}_{KLl_x l_y}^{LM_L}(\Omega_\rho) = \psi_K^{l_x l_y}(\theta_\rho) [Y_{l_x}(\Omega_x) \otimes Y_{l_y}(\Omega_y)]_{LM_L}, \quad (4)$$

$$X_{SS_x M_s} = [[\chi_{S_1} \otimes \chi_{S_2}]_{S_x} \otimes \chi_{S_3}]_{S M_s}. \quad (5)$$

$X_{SS_x}$  — полная спиновая функция; в зависимости от ситуации могут требоваться как ГГ с определенным полным угловым моментом  $\mathcal{J}_{K\gamma}^{JM}$ , так и ГГ с определенным полным орбитальным моментом  $\mathcal{I}_{KLl_x l_y}^{LM_L}$ . Условие нормировки для ГГ имеет вид

$$\int d\Omega_\rho \mathcal{J}_{K'\gamma'}^{J'M'\dagger}(\Omega_\rho) \mathcal{J}_{K\gamma}^{JM}(\Omega_\rho) = \delta_{J'M', JM} \delta_{K'\gamma', K\gamma}, \quad (6)$$

$$d\Omega_\rho = d\Omega_x d\Omega_y \sin^2(\theta_\rho) \cos^2(\theta_\rho) d\theta_\rho. \quad (7)$$

Гиперугловые собственные функции  $\psi_K^{l_x l_y}$  выражаются через полиномы Якоби  $P_n^{\alpha, \beta}$ ; они являются ортогональными по квантовому числу  $K$ :

$$\psi_K^{l_x l_y}(\theta) = N_K^{l_x l_y} (\sin \theta)^{l_x} (\cos \theta)^{l_y} P_{(K-l_x-l_y)/2}^{l_x+1/2, l_y+1/2}(\cos 2\theta), \quad (8)$$

$$\int_0^{\pi/2} d\theta \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) \psi_{K'}^{l_x l_y}(\theta) \psi_K^{l_x l_y}(\theta) = \delta_{K, K'}. \quad (9)$$

Видно, что величина  $K$  в разложении (2) ограничена снизу как  $K_{\min} = l_x(\min) + l_y(\min)$  минимально возможными значениями  $l_x$  и  $l_y$ . Сверху разложение обрезается при  $K = K_{\max}$  в соответствии с вычислительными возможностями.

Трансляционно-инвариантные наборы якобиевских векторов (нормализованные  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  и «физические»  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Y}$ ) определены как (рис. 3):

$$\mathbf{x} = \sqrt{A_x} \mathbf{X} = \sqrt{A_x} (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2), \quad A_x = \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}, \quad (10)$$

$$\mathbf{y} = \sqrt{A_y} \mathbf{Y} = \sqrt{A_y} \left( \frac{A_1 \mathbf{R}_1 + A_2 \mathbf{R}_2}{A_1 + A_2} - \mathbf{R}_3 \right), \quad A_y = \frac{(A_1 + A_2) A_3}{A_1 + A_2 + A_3}, \quad (11)$$

где  $A_i$  и  $\mathbf{R}_i$  — массовое число и радиус-вектор  $i$ -й частицы. Альтернативные наборы якобиевских векторов получаются циклической перестановкой индексов (1, 2, 3). Для случая двух одинаковых частиц только две якобиевские системы физически различимы. По геометрическому рисунку они получили название « $T$ »- и « $Y$ »-систем. Конвенция о нумерации частиц такова: в якобиевской « $T$ »-системе частица 3 — это кор; в якобиевской « $Y$ »-системе кор — либо частица 1, либо частица 2.

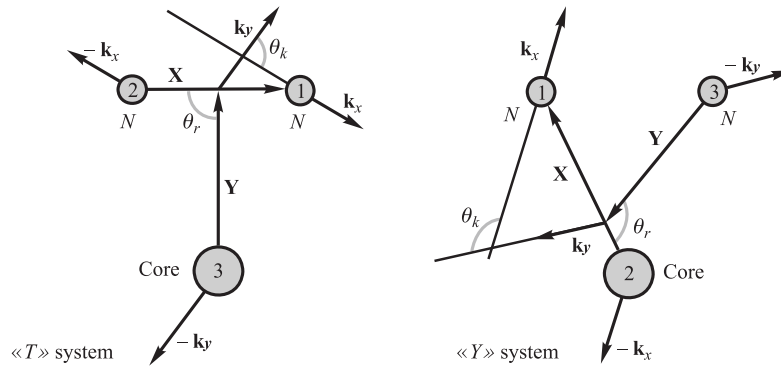


Рис. 3. Векторы Якоби для трех частиц в координатном и импульсном представлениях. Рисунок схематичен: в общем случае плоскости, определяемые векторами  $\{\mathbf{X}, \mathbf{Y}\}$  и  $\{\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y\}$ , не совпадают

Гиперрадиус  $\rho$  — коллективная ротационно- и перестановочно-инвариантная переменная — и гиперугол  $\theta_\rho$  в координатном представлении определены как

$$\rho^2 = (x^2 + y^2) = \frac{1}{A_1 + A_2 + A_3} \sum_{i>j} A_i A_j (\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)^2, \quad \theta_\rho = \arctg [x/y]. \quad (12)$$

Якобиевские векторы в импульсном пространстве, сопряженные векторам  $\mathbf{X}$  и  $\mathbf{Y}$ , задаются таким образом:

$$\mathbf{k}_x = \frac{A_2 \mathbf{k}_1 - A_1 \mathbf{k}_2}{A_1 + A_2}, \quad \mathbf{k}_y = \frac{A_3(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) - (A_1 + A_2)\mathbf{k}_3}{A_1 + A_2 + A_3}, \quad (13)$$

что  $\mathbf{k}_x$  — импульс частицы 1 в с.ц.м. частиц 1 и 2, а  $\mathbf{k}_y$  — импульс ц.м. частиц 1 и 2 в с.ц.м. всей системы (частицы 1, 2 и 3). Аналогом гиперрадиуса в импульсном пространстве является гиперимпульс  $\varkappa$ , элементарно связанный с энергией, а гиперугол в импульсном представлении  $\theta_\varkappa$  отвечает за распределение энергии по подсистемам:

$$E_T = \frac{\varkappa^2}{2M} = E_x + E_y = \frac{k_x^2}{2MA_x} + \frac{k_y^2}{2MA_y}, \quad \theta_\varkappa = \arctg \left[ \sqrt{E_x/E_y} \right]. \quad (14)$$

При фиксированной полной энергии распределения, рассчитанные в определенной якобиевской системе, задают энергетический спектр относительного движения частиц 1 и 2 и, соответственно, одночастичный спектр частицы 3.

На гиперсферическом базисе вариационная процедура сводит УШ к набору связанных линейных дифференциальных уравнений с эффективными потенциалами  $V_{K\gamma, K'\gamma'}(\rho)$ :

$$\left[ \frac{d^2}{d\rho^2} - \frac{\mathcal{L}(\mathcal{L} + 1)}{\rho^2} + 2M\{E_T - V_{K\gamma, K\gamma}\} \right] \chi_{K\gamma} = \sum_{K'\gamma' \neq K\gamma} 2MV_{K\gamma, K'\gamma'} \chi_{K'\gamma'}, \quad (15)$$

$$V_{K\gamma, K'\gamma'}(\rho) = \int d\Omega_\rho \mathcal{J}_{K\gamma}^\dagger(\Omega_\rho) \left[ \sum_{i>j} \hat{V}_{ij}(\mathbf{R}_{ij}) \right] \mathcal{J}_{K'\gamma'}(\Omega_\rho). \quad (16)$$

$M$  — это «масштабирующая» масса (в нашем случае — усредненная масса нуклона), а «эффективный угловой момент» равен  $\mathcal{L} = K + 3/2$ . Легко видеть, что регулярное и нерегулярное в нуле решения ур-ния (15) имеют асимптотики

$$\chi_{K\gamma}^{(R)}(\rho) \sim \rho^{K+5/2}, \quad \chi_{K\gamma}^{(I)}(\rho) \sim \rho^{-(K+3/2)}. \quad (17)$$

В случае системы только с короткодействующими (скажем, экспоненциально спадающими с радиусом) ядерными потенциалами  $V_{ij}$  эффективные ГГ-потенциалы ведут себя на больших расстояниях степенным образом:

$$V_{K\gamma, K'\gamma'}(\rho \rightarrow \infty) \sim \rho^{-N_{\text{eff}}}, \quad N_{\text{eff}} \geq 3, \quad (18)$$

причем случай  $N_{\text{eff}} > 3$  реализуется обычно для недиагональных потенциалов. Эффективные ПГ-потенциалы, связанные с дальнедействующим кулоновским взаимодействием, дают дальнедействие и в пространстве гиперрадиуса:

$$V_{K\gamma, K'\gamma'}^{\text{Coul}}(\rho) = \frac{\varkappa \eta_{K\gamma, K'\gamma'}}{M\rho}. \quad (19)$$

Это равенство верно для точечного кулоновского взаимодействия. Для взаимодействия, связанного с распределенным зарядом, поведение  $1/\rho$  стабилизируется на расстояниях достаточно больших по сравнению с ядерными.

В трехчастичных системах без кулоновского взаимодействия потенциалы (18) достаточно быстро спадают с гиперрадиусом (хотя и не так быстро, как в двухчастичном случае). В этом случае ур-ние (15) для непрерывного спектра имеет в асимптотической области решениями функции Бесселя–Риккати полуцелого индекса  $\mathcal{L} = K + 3/2$

$$\begin{aligned} \chi_{K\gamma}^{(R)}(\rho) &= \mathcal{F}_{\mathcal{L}}(\varkappa\rho) = \sqrt{\frac{\pi\varkappa\rho}{2}} J_{K+2}(\varkappa\rho), \\ \chi_{K\gamma}^{(I)}(\rho) &= \mathcal{G}_{\mathcal{L}}(x) = \sqrt{\frac{\pi\varkappa\rho}{2}} Y_{K+2}(\varkappa\rho), \end{aligned} \quad (20)$$

или их соответствующие линейные комбинации

$$\begin{aligned} \chi_{K\gamma}^{(\pm)}(\rho) &= \mathcal{H}_{\mathcal{L}}^{(\pm)}(\varkappa\rho) = \mathcal{G}_{\mathcal{L}}(\varkappa\rho) \pm i\mathcal{F}_{\mathcal{L}}(\varkappa\rho), \\ \mathcal{H}_{\mathcal{L}}^{(\pm)}(\varkappa\rho \rightarrow \infty) &\sim \exp[\pm i\varkappa\rho], \end{aligned} \quad (21)$$

с расходящейся и сходящейся асимптотиками.

### 3. КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВУХПРОТОННОЙ РАДИОАКТИВНОСТИ

Обычный метод определения ширин резонансов — это построение сечения рассеяния как функции от энергии. Такой метод заведомо непрактичен в случае узких резонансов. Для определения ширин долгоживущих состояний был разработан интегральный метод [139], основанный на свойствах  $S$ -матрицы вблизи полюса. Похожие подходы встречались в литературе и ранее (например, [140]). Этот метод использовался в работе [141] для оценки ширин трехчастичных резонансов под названием «обобщенного фешбаховского метода». Авторы работы [141] используют этот метод без особого обсуждения, хотя обобщение на трехчастичный случай не совсем тривиально и требует отдельного рассмотрения. Мы нашли, что в случае двухпротонной

радиоактивности метод интегральных формул приводит к ряду практических проблем (см. [3]). Для построения модели двухпротонной радиоактивности используется формально-эквивалентный метод, в котором эти проблемы легко обходятся. К интегральному формализму мы вернемся в разд. 4, где идеи, близкие по духу к [139, 140], используются для построения «точной» (полуаналитической) модели двухпротонной радиоактивности с упрощенным гамильтонианом.

**3.1. Модель с источником.** Рассмотрим зависящую от времени трехчастичную волновую функцию (ВФ)  $\Psi_3^{(+)}(\rho, \Omega_\rho, t)$  с расходящейся асимптотикой. Для узких резонансов такая функция параметризуется в конечной области как

$$\Psi_3^{(+)}(\rho, \Omega_\rho, t) = e^{-\frac{\Gamma}{2}t - iEt} \Psi_3^{(+)}(\rho, \Omega_\rho) \quad (22)$$

с очень хорошей точностью. Не зависящая от времени часть этой ВФ должна удовлетворять следующему УШ:

$$\left( \hat{H} - E + i\frac{\Gamma}{2} \right) \Psi_3^{(+)}(\rho, \Omega_\rho) = 0. \quad (23)$$

В рамках МГГ решение этого уравнения имеет вид

$$\Psi_3^{JM(+)} = \rho^{-5/2} \sum_{K\gamma} \chi_{K\gamma}^{(+)}(\varkappa\rho) \mathcal{J}_{K\gamma}^{JM}(\Omega_\rho). \quad (24)$$

Граничные условия справа задаются для гиперсферических компонент шивкой с функциями  $\tilde{\chi}_{K\gamma, K'\gamma'}^{(+)}(\rho)$  при  $\rho = \rho_{\max}$ . Функции  $\tilde{\chi}_{K\gamma, K'\gamma'}^{(+)}$  для различных приближенных граничных условий даются уравнениями (30), (31) и (32).

Уравнение (23) можно решать приближенно, используя интуитивную идею: для узкого состояния ВФ должна быть квазистационарной, т. е. весьма близкой к некоей стационарной ВФ  $\Psi_{\text{box}}$ . Эта ВФ ищется в «коробке» с разумными (скажем, нулевыми) граничными условиями справа:

$$(\hat{H} - E_T)\Psi_{\text{box}}(\rho, \Omega_\rho) = 0, \quad \Psi_{\text{box}}(\rho, \Omega_\rho)|_{\rho=\rho_{\text{box}}} = 0; \quad (25)$$

Величина  $\rho_{\text{box}}$  определяется возможностью нахождения «хорошего» (внутрибарьерного) решения в уравнении (25), что ограничивает величины  $\rho_{\text{box}}$  типичными подбарьерными значениями. При слишком больших  $\rho_{\text{box}}$  могут появиться нефизические внебарьерные решения. Уравнение (25) определяет «коробочную» ВФ и действительную часть энергии  $E_T$ . ВФ  $\Psi_{\text{box}}$  можно далее использовать в качестве источника для ВФ с расходящейся асимптотикой:

$$(\hat{H} - E_T)\Psi_3^{(+)}(\rho, \Omega_\rho) = -i(\Gamma/2)\Psi_{\text{box}}(\rho, \Omega_\rho). \quad (26)$$

Уравнение (26) сначала решается с произвольной величиной  $\Gamma/2$ , а для нахождения  $\Gamma$  используется естественное «физическое» определение:

$$\begin{aligned}\Gamma &= \frac{j}{N} = \frac{\sum j_i}{N} = \sum \Gamma_i, \\ j &= \frac{1}{M} \operatorname{Im} \int d\Omega_\rho \Psi_3^{(+)\dagger} \rho^{5/2} \frac{d}{d\rho} \rho^{5/2} \Psi_3^{(+)} \Big|_{\rho=\rho_{\max}} = \\ &= \frac{1}{M} \operatorname{Im} \sum_{K\gamma} \chi_{K\gamma}^{(+)\dagger}(\varkappa\rho) \frac{d}{d\rho} \chi_{K\gamma}^{(+)}(\varkappa\rho) \Big|_{\rho=\rho_{\max}} = \sum j_i, \\ N &= \int d\Omega_\rho \int_0^{\rho_{\text{int}}} d\rho \rho^5 \left| \Psi_3^{(+)} \right|^2 = \int_0^{\rho_{\text{int}}} d\rho \sum_{K\gamma} \left| \chi_{K\gamma}^{(+)}(\varkappa\rho) \right|^2 = \sum N_i. \quad (27)\end{aligned}$$

Эта формула может быть точно получена при  $\rho_{\text{int}} = \rho_{\max}$  с применением теоремы Грина к уравнению Шредингера. Формула имеет простой физический смысл: для системы, подчиняющейся экспоненциальному закону распада, ширина — это отношение потока  $j$  через гиперсферу большого радиуса к числу  $N$  частиц в ней. Для узких состояний нет необходимости держать  $\rho_{\text{int}} = \rho_{\max}$  в формуле (27), так как ВФ почти исчезает достаточно далеко под барьером.

Наряду с парциальными ширинами  $\Gamma_i$  и парциальными внутренними нормами  $N_i$  бывает удобно характеризовать ВФ  $\Psi_3^{(+)}$  весами конфигураций с различными угловыми моментами  $l_1, l_2$  в подсистемах:

$$W(l_1, l_2) = \int_0^{\rho_{\text{int}}} d\rho \rho^5 \int d\Omega_\rho \Psi_3^{(+)\dagger}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \hat{P}_{l_x=l_1} \hat{P}_{l_y=l_2} \Psi_3^{(+)}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}). \quad (28)$$

$\hat{P}_i$  — это проекторы на состояния с определенными угловыми моментами, связанными с якобиевскими векторами  $\mathbf{X}$  и  $\mathbf{Y}$ . Рассчитанные в якобиевской « $Y$ »-системе для ядер с достаточно тяжелым кором, эти величины хорошо отвечают вероятностям заселений соответствующих конфигураций модели оболочек, так как якобиевские векторы  $\mathbf{X}$  и  $\mathbf{Y}$  (в « $Y$ »-системе) близки к одночастичным оболочечным координатам, отсчитанным от абстрактного центра. Под «конфигурациями модели оболочек» здесь следует понимать двухнуклонные спектроскопические факторы.

**3.2. Приближенные граничные условия.** Задача двухпротонной радиоактивности является сравнительно простым подмножеством кулоновской задачи трех тел. В ядерной кулоновской задаче трех тел нет дальнедействующих притягивающих взаимодействий и, соответственно, проблемы бесконечного

числа бинарных асимптотик. Более того, бинарные асимптотики в задаче истинно двухпротонного распада отсутствуют вообще. Это означает, что мы ограничиваемся рассмотрением асимптотики, в которой все три межкластерных расстояния стремятся к бесконечности. Такая асимптотика (иногда называемая асимптотикой Редмонда–Меркурьева) известна аналитически (см., например, [142, 143]), но сложна для практической реализации. Мы рассматриваем ряд приближенных асимптотик и находим границы их практической применимости.

Техническую сторону проблемы кулоновской задачи трех тел легко понять, анализируя структуру уравнений (15). С потенциалами (19) эта система асимптотически не расцепляется. Аналитических выражений для такой «зацепленной» асимптотики в непрерывном спектре не существует, и встает задача поиска разумных приближений. Мы ищем решение (24) в виде

$$\chi_{K\gamma}^{(+)}(\varkappa\rho) = \chi_{K\gamma}^{(\text{sp})}(\varkappa\rho) + \sum_{K'\gamma'} C_{K'\gamma'} \chi_{K\gamma, K'\gamma'}^{(\text{gen})}(\varkappa\rho), \quad (29)$$

где  $\chi_{K\gamma}^{(\text{sp})}$  — произвольное частное решение неоднородного уравнения (23), а  $\chi_{K\gamma, K'\gamma'}^{(\text{gen})}$  — матрица всех линейно независимых решений (общее решение) однородного уравнения, соответствующего (23). Коэффициенты  $C_{K'\gamma'}$  определяются из условий шивки с матрицей «расходящихся» граничных условий  $\tilde{\chi}_{K\gamma, K'\gamma'}^{(+)}(\varkappa\rho)$  при  $\rho = \rho_{\text{max}}$ .

*А. Плоская волна.* Все кулоновские потенциалы зануляются на некоем большом радиусе  $\rho_{\text{max}}$ , и матрица граничных условий выражается через функции Бесселя–Риккати (20)

$$\eta_{K\gamma, K'\gamma'} = 0, \quad \tilde{\chi}_{K\gamma, K'\gamma'}^{(+)}(\varkappa\rho) = \delta_{K'\gamma', K\gamma} \mathcal{H}_{\mathcal{L}}^{(+)}(\varkappa\rho). \quad (30)$$

*В. Диагональные кулоновские потенциалы.* Недиагональные кулоновские потенциалы обрезаются на некоем большом радиусе  $\rho_{\text{max}}$ . Матрица граничных условий диагональна и содержит кулоновские функции  $F$  и  $G$  полуцелого индекса с зоммерфельдовским параметром (19), отвечающим «эффективному заряду» в каждом отдельном гиперсферическом канале  $K\gamma$ :

$$\eta_{K\gamma} = \delta_{K'\gamma', K\gamma} \eta_{K'\gamma', K\gamma}, \quad (31)$$

$$\tilde{\chi}_{K\gamma, K'\gamma'}^{(+)}(\varkappa\rho) = \delta_{K'\gamma', K\gamma} [G_{\mathcal{L}}(\eta_{K\gamma}, \varkappa\rho) + iF_{\mathcal{L}}(\eta_{K\gamma}, \varkappa\rho)].$$

*С. Диагонализированные кулоновские потенциалы.* Матрица кулоновских потенциалов для конечного гиперсферического базиса  $K_{\text{max}}$  может быть диагонализирована для фиксированного гиперрадиуса  $\rho_{\text{max}}$ . Т.е. находится ортогональная матрица  $A_{K\gamma, K'\gamma'}$ , такая, что  $\hat{\lambda}$  — диагональная:

$$\hat{\eta}\hat{A} = \hat{A}\hat{\lambda}, \quad \lambda_{K'\gamma', K\gamma} = \delta_{K'\gamma', K\gamma} \eta_{K\gamma}.$$

Тогда для диагонализированного представления мы знаем, как построить ВФ только с расходящейся асимптотикой. Это будут кулоновские функции с зоммерфельдовскими параметрами

$$\eta_{K\gamma} = \sum_{K'\gamma', K''\gamma''} A_{K\gamma, K'\gamma'}^T \eta_{K'\gamma', K''\gamma''} A_{K''\gamma'', K\gamma},$$

а функции  $\tilde{\chi}^{(+)}$  получаются после возвращения из диагонализированного представления

$$\tilde{\chi}_{K\gamma, K'\gamma'}^{(+)} = A_{K\gamma, K'\gamma'} [G_{\mathcal{L}_0}(\eta_{K\gamma}, \varkappa\rho) + iF_{\mathcal{L}_0}(\eta_{K\gamma}, \varkappa\rho)]. \quad (32)$$

Процедура диагонализации устраняет недиагональные потенциалы, ведущие себя как  $\rho^{-1}$ . Однако после нее центробежные потенциалы более не диагональны, и у нас появляется связь между каналами, ведущая себя как  $\rho^{-2}$ . В граничные же условия закладывается наличие диагональных центробежных барьеров с произвольно выбранным эффективным угловым моментом  $\mathcal{L}_0$ . Для получения хорошего результата от такой процедуры величина  $\rho_{\max}$  должна быть достаточной, чтобы типичная величина центробежных членов стала мала по сравнению с кулоновскими.

Результаты расчетов ширин  $\Gamma$  в зависимости от радиуса сшивки  $\rho_{\max}$  для ядра  $^{48}\text{Ni}$ , полученные с разными приближенными граничными условиями, показаны на рис. 4, а–в. В целом они находятся в согласии друг с другом. Однако видно, что все приближения начинают работать хорошо только после того, как диапазон динамического расчета становится весьма велик (для условий расчета, приведенного на рис. 4, это не менее 150 фм). В этом случае даже грубое плосковолновое приближение (рис. 4, а) имеет всего 25% нестабильности. Нестабильность же расчетов с диагонализированными кулоновскими граничными условиями (рис. 4, в) много меньше (почти на два порядка) и имеет чисто численный характер (независимая оценка показывает, что численная погрешность в этом случае должна быть порядка 0,5%). Мы выбрали индекс  $\mathcal{L}_0$  в (31) одинаковым для всех каналов. Как можно видеть из рис. 4, в, выбор этот не принципиален: малые величины  $K_0 = 0-4$  для  $\mathcal{L}_0 = K_0 + 3/2$  дают стабильные и близкие результаты в широком диапазоне параметров сшивки  $\rho_{\max}$ .

Также хотелось бы продемонстрировать чувствительность расчетов к «размеру коробки»  $\rho_{\text{box}}$ . Рис. 4, г показывает, что стабильные результаты получаются начиная от  $\rho_{\text{box}} > 12-15$  фм (т.е. нормального ядерного размера). Для граничных условий, задаваемых уравнениями (30), (31), с выбором этого параметра связана значительная неопределенность, в то время как для диагонализированных граничных условий подпункта С результаты расчетов по (32) очень стабильны (точность порядка 1%).



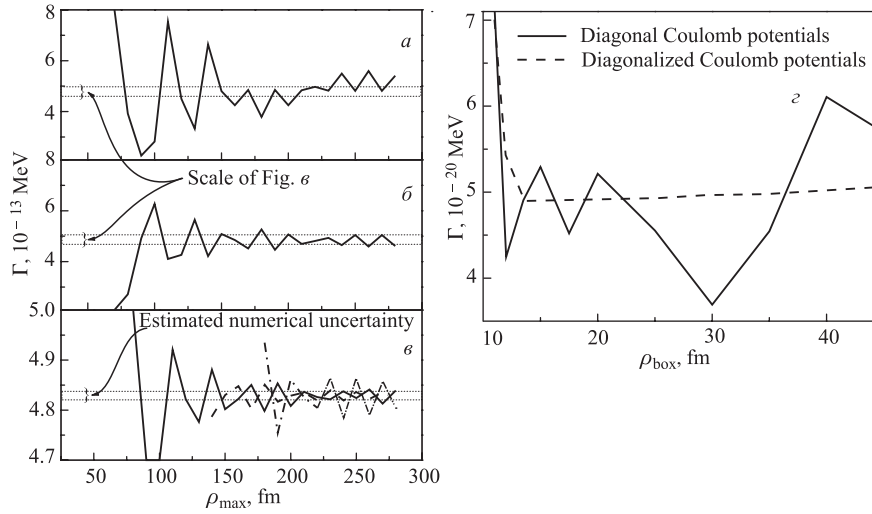


Рис. 4. *a–в*) Ширина как функция радиуса шивки  $\rho_{\max}$  в случае  $^{48}\text{Ni}$  при  $E = 2,09$  МэВ, рассчитанного в модели с источником. Рис. *a, б* и *в* отвечают граничным условиям А, В и С соответственно. Сплошная, штриховая и штрихпунктирная линии на рис. *в* отвечают расчетам с  $K_0 = 0, 2$  и  $4$ . *г*) Случай  $^{48}\text{Ni}$  при  $E = 1,39$  МэВ. Ширина как функция радиуса «коробки»  $\rho_{\text{box}}$  для различных граничных условий при  $\rho_{\max} = 200$  фм. Сплошная линия отвечает (31), а штриховая — (32)

**3.3. Корреляции в системе трех тел.** Распад трехчастичного состояния полностью описывается девятью параметрами — компонентами трех векторов, если не учитывать спиновые степени свободы. Три из них описывают движение центра масс. Три параметра (скажем, углы Эйлера) описывают ориентацию плоскости распада. Эта информация бессодержательна в случае неполяризованного начального состояния (сюда по определению относятся распады состояний с  $J = 0, 1/2$ ).

Для узких состояний энергию распада  $E_T$  можно считать фиксированной. Поэтому полная информация о «внутренних» (т. е. связанных только со свойствами данного состояния, а не, скажем, с механизмом реакции) импульсных корреляциях дается всего двумя параметрами. Особенно удобно в качестве этих параметров выбрать распределение энергии между подсистемами  $\varepsilon$  и косинус  $c_k$  угла  $\theta_k$  между якобиевскими импульсами  $\mathbf{k}_x$  и  $\mathbf{k}_y$  (см. рис. 3 и уравнения (13)):

$$\varepsilon = \frac{E_x}{E_T} = \sin^2(\theta_x); \quad c_k = \cos(\theta_k) = \frac{(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y)}{k_x k_y}. \quad (33)$$

В якобиевской « $T$ »-системе параметр  $\varepsilon$  описывает распределение энергии между протонами; в якобиевской « $Y$ »-системе — между кором и протоном.

Корреляции в случае распада выстроенных трехчастичных систем гораздо сложнее. Они зависят от пяти кинематических параметров и должны описываться в формализме матрицы плотности [90]. Особую важность рассмотрение таких корреляций приобретает при изучении распадов широких состояний [90, 91, 144]. Здесь мы ограничимся рассмотрением только внутренних корреляций.

В результате решения УШ с источником (26) мы получаем трехчастичную ВФ с определенным  $J^\pi$  и с расходящейся асимптотикой (24). Радиальные компоненты этой ВФ на больших  $\rho$  могут быть представлены как

$$\chi_{K\gamma}^{(+)}(\varkappa\rho) \sim A_{KLL_xl_y}^{JSS_x}(\varkappa) \tilde{\mathcal{H}}_{K\gamma}^{(+)}(\varkappa\rho), \quad (34)$$

где функции  $\tilde{\mathcal{H}}_{K\gamma}^{(+)}$  — в общем случае некие комбинации кулоновских функций с расходящейся асимптотикой  $G + iF$  (см. п. 3.2, (30)–(32)). Ранее для вычисления ширин нам была существенна только их нормированность на скорость расходящегося потока. Для расчетов распределений важно точное асимптотическое поведение, которое может быть весьма сложным. Поток частиц через гиперсферу большого радиуса  $\rho = \rho_{\max}$  будет

$$\frac{dj(\rho_{\max}, \Omega_\rho)}{d\Omega_\rho} = \frac{1}{M} \operatorname{Im} \left[ \Psi_3^{(+)\dagger} \rho^{5/2} \frac{d}{d\rho} \rho^{5/2} \Psi_3^{(+)} \Big|_{\rho=\rho_{\max}} \right], \quad (35)$$

Если для достаточно большого  $\rho$  коэффициенты  $A_{Ll_xl_y}^{KSS_x}$  перестают зависеть от  $\rho$ , то координатное распределение становится тождественным импульсному и мы можем записать

$$\frac{j(\rho_{\max}, \Omega_\rho)}{d\Omega_\rho} \rightarrow \frac{dj(\Omega_\varkappa)}{d\Omega_\varkappa}, \quad (36)$$

так как с этого момента система расширяется как целое, а относительные расстояния между частицами остаются неизменными. Это позволяет определить импульсные распределения через асимптотические амплитуды  $A_{KLL_xl_y}^{JSS_x}$ :

$$\begin{aligned} \frac{d^2j}{d\varepsilon dc_k} &= \sqrt{\frac{2E_T}{M}} \sqrt{\varepsilon(1-\varepsilon)} \sum_{LSS_x} \sum_{KK'} \sum_{l_xl_y} \left( A_{K'L'l'_y}^{JSS_x}(E_T) \right)^* A_{KLL_xl_y}^{JSS_x}(E_T) \times \\ &\times \psi_{K'}^{l'_xl'_y}(\theta_\varkappa) \psi_K^{l_xl_y}(\theta_\varkappa) \frac{\hat{l}_y \hat{l}_y}{2L+1} \sum_m C_{l'_x m l'_y 0}^{Lm} C_{l_x m l_y 0}^{Lm} N_{l'_x}^m P_{l'_x}^m(c_k) N_{l_x}^m P_{l_x}^m(c_k), \quad (37) \end{aligned}$$

где  $N_{l_x}^m P_{l_x}^m(c_k)$  — полиномы Лежандра, нормированные на единицу.

Вопрос о точности приближения уравнений (35) и (36) детально рассматривается в работах [8, 9]. Здесь же ограничимся следующим замечанием.

Тот факт, что гиперрадиус велик, сам по себе не гарантирует, что велики все расстояния между частицами (а следовательно, достигнута и асимптотическая область). На гиперсфере есть области, где частицы близки друг к другу, даже когда гиперрадиус стремится к бесконечности. Успешность метода гипергармоник в приложении к задаче «истинно» двухпротонного распада определяется тем, что при таком процессе частицы быстро покидают области, где они находятся близко друг к другу, после выхода из-под барьера. Это происходит вследствие сильного кулоновского отталкивания и отсутствия долгоживущих (доступных для распада) состояний в подсистемах. При этом формируются специфические корреляции, которые и будут рассмотрены в пп. 3.9 и 3.10. Таким образом, большие величины  $\rho$  для истинно двухпротонного распада оказываются непосредственно связанными с большими межкластерными состояниями.

**3.4. Потенциалы.** В качестве кулоновского взаимодействия обычно используется потенциал заряженной сферы радиусом  $r_{\text{sph}}$ :

$$V_{\text{Coul}}(r) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 \alpha}{r} & \text{для } r > r_{\text{sph}}, \\ \frac{Z_1 Z_2 \alpha}{2r_{\text{sph}}} \left( 3 - \frac{r^2}{r_{\text{sph}}^2} \right) & \text{для } r \leq r_{\text{sph}}, \end{cases} \quad (38)$$

где  $\alpha$  — это постоянная тонкой структуры. В случае необходимости этот потенциал может уточняться, если задано распределение заряда  $\rho(r)$ :

$$V_{\text{Coul}}(r) = Z_1 Z_2 \alpha \int_r^\infty \mathcal{F} dx = Z_1 Z_2 \alpha \int_r^\infty \frac{dx}{x^2} \int_0^x \rho(t) dt. \quad (39)$$

Используемые ядерные взаимодействия зависят от квантовых чисел компонент ВФ, в том числе явно от орбитального момента  $l$ . В подсистеме кор- $p$  обычно используются потенциалы с формфакторами Вудса–Саксона (ВС). Техника трехчастичных расчетов, использованная нами в модели, не допускает наличия в подсистемах «запрещенных» состояний. Поэтому для (частично) заполненных оболочек используются отталкивающие потенциалы, или дополнительные отталкивающие формфакторы для центрального члена  $V_c^l$ , дающие близкую картину рассеяния, но исключаяющие связанные состояния:

$$V(r) = \sum_i \frac{V_c^l + (\mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2) V_{ss}^l}{1 + \exp[(r - r_{0(i)}^l)/a_{(i)}]} - (\mathbf{I} \cdot \mathbf{s}) \frac{2,0153 V_{ls}^l}{ar} \frac{\exp[(r - r_0^l)/a]}{(1 + \exp[(r - r_0^l)/a])^2}. \quad (40)$$

Нуклон-нуклонный потенциал используется либо простейший гауссов, действующий только в  $s$ -волне (например, [145]) и воспроизводящий низкоэнергетическое триплетное  $N$ - $N$ -рассеяние:

$$V(r) = -31 \exp[-(r/1,8)^2] \delta_{l0}, \quad (41)$$

либо квазиреалистический потенциал GPT [146], включающий  $ls$  и тензорные силы (а также некоторые другие члены), расщепление по четности и изоспину. Этот потенциал удовлетворительно описывает большинство аспектов низкоэнергетического нуклон-нуклонного рассеяния.

Точное воспроизведение положений известных состояний, а также возможность вариации положений неизвестных очень важны при расчете ширин. Комбинация трех парных взаимодействий не обязательно обеспечивает правильную энергию связи: и сами парные взаимодействия могут быть малоизвестны, и эффекты взаимодействия многих тел могут быть велики (особенно, когда мы обращаемся к сравнительно тяжелым системам с  $A = 20-70$ ). Кроме того, такие комбинации не обеспечивают гибкости для варьирования энергии связи. Нужная степень контроля обеспечивается введением «центрального» короткодействующего трехчастичного потенциала, зависящего только от гиперрадиуса (т. е. он работает, только когда все три межкластерных расстояния достаточно малы):

$$V_3(\rho) = V_3^0 \left( 1 + \exp \left[ \frac{\rho - \rho_0}{a_\rho} \right] \right)^{-1}. \quad (42)$$

Вариант этого потенциала, который также качественно учитывает эффекты обрезания базиса, должен иметь поведение  $\sim \rho^{-3}$  на больших  $\rho$ :

$$V_3(\rho) = V_3^0 \left( 1 + \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^3 \right)^{-1}. \quad (43)$$

Разумным является выбор параметра  $\rho_0$  порядка 3–5 фм. Потенциалы такого вида практически не влияют на внутреннюю структуру ядра и, таким образом, позволяют изучать состояния с «заданной» структурой при разных энергиях.

**3.5. Трехчастичная модель « $l^2$ ».** Применение трехчастичной модели для случаев легких ядер, рассмотренных в предыдущем разделе, достаточно хорошо мотивировано. Это определяется как достаточной «жесткостью» кора, так и заметной разницей в характерных геометрических размерах для ВФ валентных нуклонов и нуклонов кора. Понятно, что в случае тяжелых  $2p$ -распадчиков ( $A = 20-70$ ) эти аргументы не работают. Вылетающие протоны внутри ядра находятся обычно в частично заполненных ( $s$ - $d$  или  $p$ - $f$ ) оболочках, и нет никаких оснований ожидать малости соответствующих

многочастичных эффектов. Таким образом, в случае тяжелых  $2p$ -распадчиков применение трехтельной модели не может претендовать на «полную микроскопичность», но может быть понято вполне в духе идеологии R-матричного подхода к двухчастичным процессам. В этой идеологии процесс прохождения барьера (проницаемость) отделяется от структуры ядра (спектроскопические факторы). Подход, в определенной степени удовлетворяющий этим условиям, формулируется в этом разделе (см. также работы [3, 7, 8]) с необходимыми для случая трехтельного распада оговорками.

В теоретическом изучении экспериментально не наблюдавшихся двухпротонных распадчиков важен систематический аспект. Это позволяет, получив экспериментальное подтверждение результатов в одном случае, рассчитывать на успешность предсказаний и в других случаях. Систематическую модель распадов для малоизученных случаев мы строим следующим образом.

(i) Между кором и протоном действует кулоновский потенциал одномерно заряженной сферы (38). Радиус сферы выражается через приближенный зарядовый радиус кора и экспериментальный зарядовый радиус протона:

$$r_{\text{sph}} = \left[ \frac{5}{3} (1,2 A_c^{1/3})^2 + 0,8^2 \right]^{1/2} \text{ фм}, \quad (44)$$

где  $A_c$  — это массовое число кора.

(ii) Ядерный потенциал в подсистеме  $p$ - $p$  берется в гауссовом виде, отличным от нуля только в  $s$ -волне (41). Использование простого потенциала технически упрощает расчеты; с другой стороны, он воспроизводит низкоэнергетическое триплетное  $N$ - $N$ -рассеяние и, соответственно, должен удовлетворительно описывать спаривание протонов под кулоновским барьером, что, собственно, и важно в расчетах двухпротонных распадов (см. п. 3.8).

(iii) Ядерный потенциал в подсистеме кор- $p$  берется в  $l$ -зависимом вудсаксоновском виде (40). Радиус потенциала при этом определяется из систематики

$$r_0 = 1,2 (A_c + 1)^{1/3} \text{ фм}, \quad (45)$$

а диффузность  $a = 0,65$  фм часто используется в легких ядрах. Потенциал делается отличным от нуля в одной избранной парциальной волне. Такой выбор определяет доминирование в структуре полученной трехчастичной системы одной парциальной волны ( $s^2$ ,  $p^2$  и т. д. — отсюда происходит и название модели). Если нужно исследовать случай смеси конфигураций, то используется потенциал с двумя ненулевыми компонентами, относительное варьирование которых обеспечивает нужный уровень  $s/d$ - или  $p/f$ -смешивания. Таким образом, появляется возможность определить границы влияния структуры ядра на ширину. Величина ненулевой центральной компоненты потенциала  $V_c^l$  выбирается так, чтобы резонанс — основное состояние в подсистеме кор- $p$  — оказалось на выбранном месте (скажем, предсказанном в одной из

систематик масс ядер [129, 130, 133]; см. также табл. 2). Чувствительность к этому параметру детально изучается в работах [6, 9]. До тех пор пока не нарушается условие «истинно двухпротонного распада», эта чувствительность имеет степенную зависимость от энергии  $S_p$ , слабую по сравнению с чувствительностью к энергии двухпротонного отделения  $E_T$ . Спин-орбитальная часть потенциала  $V_{ls}^l$  также берется отличной от нуля в одной избранной парциальной волне. При этом используются какие-нибудь типичные величины (скажем, полученные из систематики протонного рассеяния на ядрах при средних энергиях [147]) или для упрощения расчетов можно  $ls$ -взаимодействие опустить.

(iv) Наконец, положение трехчастичного состояния (которое при выборе потенциалов в виде (i)–(iii) может оказаться достаточно произвольным) контролируется трехчастичным «центральной» короткодействующим потенциалом (42), зависящим только от гиперрадиуса. Потенциал такого вида важен, только когда оба протона находятся внутри кора, и не очень сильно влияет на ширину. Кроме того, он практически не влияет на внутреннюю структуру, что позволяет изучать зависимость ширины от энергии распада при «фиксированной» структуре.

Модель, сформулированную таким образом, легко применять к малоизученным системам, так как она не требует большого количества параметров, а соответственно, и детальной информации о подсистемах. Модель не обладает предсказательной силой относительно ядерной структуры, но имеет достаточно свободы для ее имитации и изучения динамических эффектов, с этим связанных (см. п. 3.10). Как уже говорилось, такой подход напоминает идеологию R-матричной модели в приложении к обычным бинарным распадам: мы по отдельности рассчитываем вклад разных  $l^2$ -конфигураций в распад. Однако даже в упрощенной  $l^2$ -формулировке квантово-механический подход к задаче двухпротонного распада определяет весьма сложную динамику, выходящую далеко за рамки квазиклассических приближений. Ожидается, что  $l^2$ -модель, дополненная расчетами структуры, выполненными в адекватной микроскопической модели (скажем, модели оболочек), должна быть неплохим приближением к реальной ситуации, что прекрасно подтверждается последними экспериментальными данными по двухпротонному распаду  $^{45}\text{Fe}$ .

**3.6. Результаты расчетов.** В рамках описанной выше модели и некоторых ее модификаций были изучены трехтельные распады ряда кулоновских систем:  $^6\text{Be}$  [2, 5],  $^8\text{Li}$  [5],  $^9\text{Be}$  [5],  $^{12}\text{O}$  [4],  $^{16}\text{Ne}$  [4, 20],  $^{17}\text{Ne}$  [5, 6, 9, 10, 68],  $^{19}\text{Mg}$  [2, 6, 8, 16, 20],  $^{30}\text{Ar}$  [6],  $^{34}\text{Ca}$  [6],  $^{45}\text{Fe}$  [7–11, 18, 19],  $^{48}\text{Ni}$  [2, 3],  $^{54}\text{Zn}$  [8],  $^{58}\text{Ge}$  [8],  $^{62}\text{Se}$  [8],  $^{66}\text{Kr}$  [8],  $^{94}\text{Ag}$  [15]. Расчеты во многих случаях ( $^{19}\text{Mg}$ ,  $^{30}\text{Ar}$ ,  $^{34}\text{Ca}$ ,  $^{45}\text{Fe}$ ,  $^{48}\text{Ni}$ ,  $^{54}\text{Zn}$ ,  $^{58}\text{Ge}$ ,  $^{62}\text{Se}$ ,  $^{66}\text{Kr}$ ) были сделаны в форме предсказаний, опирающихся на весьма ограниченные исходные данные. Несмотря на это, в нескольких случаях, в последние годы детально исследованных экспериментально, наши предсказания подтвердились с неожиданно высокой степе-

нюю точности. Особенно следует отметить случаи  $^{45}\text{Fe}$  [11, 18],  $^{54}\text{Zn}$  [13, 14],  $^{48}\text{Ni}$  [14],  $^{19}\text{Mg}$  [16, 20].

Далее мы рассмотрим некоторые качественные аспекты динамики, важные для понимания явлений двухпротонной радиоактивности и трехтелных распадов кулоновских систем. В качестве иллюстрации используются обычно ядра  $^{19}\text{Mg}$  и  $^{45}\text{Fe}$ , для которых, с одной стороны, есть экспериментальные данные, а с другой — подробные теоретические предсказания.

**3.7. Чувствительность к компонентам модели.** Результаты расчетов для  $^{45}\text{Fe}$  приводятся на рис. 5. Основным фактором, ограничивающим точность предсказаний в рамках представленной модели, на сегодняшний день является неопределенность теоретически полученных (или, возможно, экспериментально не очень хорошо определенных) энергий отделения протонов. Вариация энергии распада на уровне 100 кэВ приводит к изменению времени жизни на 1–2 порядка. Поэтому теоретические предсказания времен жизни разумно давать в виде зависимостей от энергии распада. Далее по важности идет неопределенность структуры. Для  $^{45}\text{Fe}$  это — в основном, зависимость ширины от величины  $p/f$ -отношения. Далее мы увидим, что это отношение сильно влияет на корреляции продуктов распада (см. рис. 8). Для тяжелых двухпротонных распадчиков и то и другое находится за рамками нашей модели и должно быть получено «со стороны».

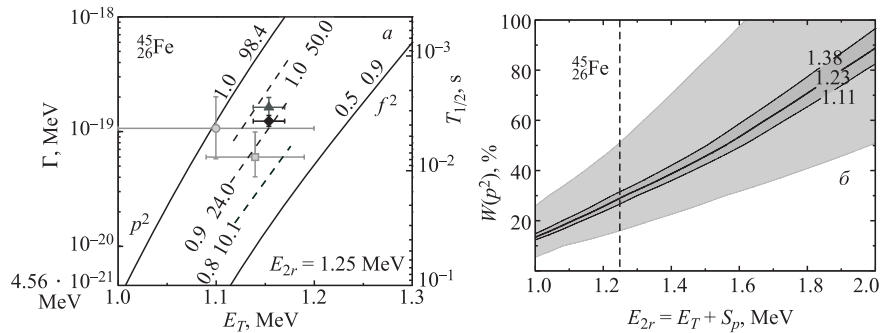


Рис. 5. а) Зависимости времени жизни  $^{45}\text{Fe}$  от энергии  $2p$ -распада и структуры при фиксированной энергии однопротонного отделения. Сплошные кривые соответствуют расчетам, где доминирует  $p^2$  или  $f^2$ . Штриховые кривые соответствуют случаям  $p/f$ -смешивания или доминирования. Численные метки на кривых — это веса  $s^2$ - и  $p^2$ -конфигураций в процентах; вес  $d^2$  обычно очень мал в этих расчетах, так что остаток — это вес  $f^2$ -компоненты. Экспериментальные данные описаны в тексте. б) Информация о структуре, получаемая из данных [18] (ромб на рис. а) в зависимости от энергии однопротонного отделения

Прогресс точности экспериментальных данных по  $^{45}\text{Fe}$  можно проследить по рис. 5, а: [11] ( $E_T = 1100(100)$  кэВ,  $T_{1/2} = 3,2_{-1,0}^{+2,6}$  мс, кружок),

[12] ( $E_T = 1140(50)$  кэВ,  $T_{1/2} = 5,7_{-1,4}^{+2,7}$  мс, квадрат), [14] ( $E_T = 1154(16)$  кэВ,  $T_{1/2} = 2,8_{-0,5}^{+0,9}$  мс, треугольник), [18] ( $T_{1/2} = 3,7_{-0,4}^{+0,4}$  мс, ромб). Видно, что на настоящий момент экспериментальные данные достаточно плотно «зажимают» возможный диапазон для структуры  $^{45}\text{Fe}$ . Однако следует иметь в виду, что приведенные на рис. 5 предсказания основаны на еще одной величине, которая не известна экспериментально. Это положение основного состояния  $^{44}\text{Mn}$  (первого резонанса в подсистеме кор +  $p$ )  $E_{2r}$ . В расчетах мы использовали величину  $E_{2r} = 1,25$  МэВ («среднюю» по предсказаниям [30] и [129]). В работе [10] (см. также п. 4.2) было показано, что чувствительность к этой величине может быть аппроксимирована как

$$\Gamma \sim (E_T/2 - E_{2r})^{-2}, \quad (46)$$

т. е. является достаточно сильной. Возможность извлечения информации о структуре  $^{45}\text{Fe}$  с учетом этой неопределенности иллюстрируется на рис. 5, б. Темная серая полоса показывает допустимый диапазон  $W(p^2)$  исходя из величины ошибки времени жизни [18]. Наиболее ожидаемая (т. е. взятая при  $E_{2r} = 1,25$  МэВ) величина здесь  $W(p^2) \approx 25\text{--}30\%$ . Светло-серая полоса показывает допустимые  $W(p^2)$ , основанные на величине ошибки энергии отделения (общей для [14] и [18]). Тогда наиболее ожидаемая величина варьируется как  $W(p^2) \approx 15\text{--}50\%$ .

Видно, что в пределах, допускаемых неопределенностью имеющихся экспериментальных данных, трехчастичные расчеты пока совместимы с вариацией структуры  $^{45}\text{Fe}$  в достаточно широком диапазоне. Однако понятно, что с ростом точности экспериментальных данных точность извлекаемой информации станет достаточной, чтобы делать обоснованные утверждения о структуре двухпротонных распадчиков по данным из распадов. Вопрос этот получает дальнейшее развитие в п. 3.11.

**3.8. Чувствительность к спариванию протонов.** Качественные рассуждения о важности спаривания между протонами для туннелирования часто возникают при обсуждении двухпротонных распадов и являются обоснованием дипротонной модели этого процесса (см. п. 4.4). В трехчастичной модели эта сторона вопроса может быть рассмотрена количественно, так как мы можем просто сравнить результаты, полученные в полном расчете и в расчете с выключенным  $p$ - $p$ -взаимодействием.

Результаты расчетов для выбранных случаев структуры  $^{45}\text{Fe}$  (доминирует  $p^2$ ) и  $^{48}\text{Ni}$  (доминирует  $f^2$ ) приводятся в табл. 3. Наиболее чувствителен к спариванию оказывается распад конфигураций с большими  $l$ . Так, в случае чистой  $f^2$ -структуры ядра ширина увеличивается за счет спаривания более чем на три порядка величины. В случае структуры  $p^2$  вклад получается гораздо скромнее, но и в этом случае он превышает порядок величины.



Таблица 3. Ширины  $^{45}\text{Fe}$  и  $^{48}\text{Ni}$  (в МэВ) в полном расчете и в случае с выключенным спариванием между протонами

Расчет	$^{45}\text{Fe}$ , $W(p^2) = 98\%$ , $E_T = 1,154$ МэВ	$^{48}\text{Ni}$ , $W(f^2) = 96\%$ , $E_T = 1,12$
Полный	$6,2 \cdot 10^{-19}$	$1,7 \cdot 10^{-22}$
Нет $p$ - $p$	$2,6 \cdot 10^{-20}$	$6,3 \cdot 10^{-26}$

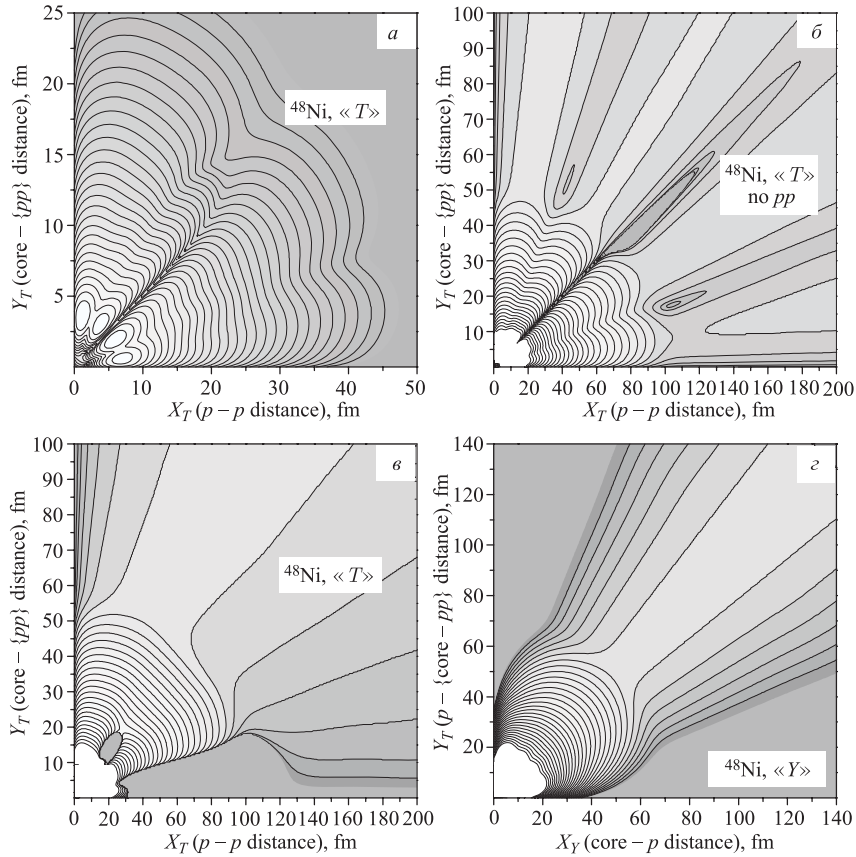


Рис. 6. Плотность ВФ  $|\Psi_3^{(+)}|^2$  (а) и плотность тока ( $\theta$ ) при  $E_T = 1,12$  МэВ в якобиевской «Т»-системе. Рис. б показывает то же, что и рис. в, но при отсутствии спаривания. Рис. г показывает то же, что и б, в, но в «Y»-системе. Шкала: три для рис. а и два для рис. б–г контура на порядок величины. Темные области на рис. б, г при малых величинах  $\rho$  отвечают обратному (отрицательному) потоку, не отображаемому на логарифмическом графике. Индексы «Т» и «Y» при якобиевских переменных  $X$  и  $Y$  указывают на якобиевскую систему, в которой они построены

Механизм влияния спаривания на ширину становится более понятным из рис. 6. В случае доминирования  $f^2$ -компоненты плотность ВФ имеет характерную корреляционную картину с четырьмя пиками во внутренней области (рис. 6, *a*). Под барьером эта картина размывается: до момента выхода из-под барьера частицы «предпочитают» находиться в «дипротонной» области (малые  $X_T$ ), что также хорошо видно на графике для плотности потока частиц (рис. 6, *e*). Если отключить спаривание между протонами, то сложного перераспределения плотностей и потоков частиц под барьером и по выходе из-под него не происходит. При этом сохраняется пространственная корреляция с четырьмя пиками, которая была во внутренней области (рис. 6, *b*). Это означает, что частицы туннелируют в тех же состояниях орбитального углового момента  $l = 3$ , в которых они находились внутри ядра. Нужно отметить, что корреляции в « $Y$ »-системе, показанные на рис. 6, *z*, малочувствительны к спариванию.

**3.9. Общие свойства корреляций.** Полные «внутренние» импульсные распределения при двухпротонном распаде для двух выбранных случаев структуры ядер  $^{19}\text{Mg}$  и  $^{45}\text{Fe}$  показаны на рис. 7. Следующие общие свойства корреляций могут быть проиллюстрированы на этих примерах.

(i) В якобиевской « $T$ »-системе частицы выталкиваются из кинематических областей  $\{\cos(\theta_k) = \pm 1, E_x/E_T \sim 0,5\}$ . Эти области соответствуют ситуации, когда кор и один из протонов вылетают с близкими векторами скорости (и, соответственно, долго находятся в области сильного кулоновского взаимодействия). Естественно, что этот эффект гораздо сильнее выражен в  $^{45}\text{Fe}$ , где кулоновское взаимодействие гораздо сильнее.

(ii) В якобиевской « $T$ »-системе частицы предпочитают  $T$ -образную конфигурацию (где  $\cos(\theta_k) \sim 0$ ). Такая конфигурация является устойчивой в обычном классическом расчете разлета трех заряженных частиц, и это проявляется и в квантово-механическом расчете: она склонна раздуться в целом, без изменения относительных расстояний между частицами (в гиперсферических координатах это отвечает движению системы исключительно вдоль оси  $\rho$ ).

(iii) В правой части рис. 7 показаны потенциальные кулоновские поверхности для фиксированного (большого) гиперрадиуса (в « $T$ »-системе). Видно, что соответствующие импульсные распределения частиц трогательно хорошо повторяют профиль потенциальной ямки, в пределах которой они разлетаются.

(iv) В якобиевской « $Y$ »-системе те же физические аспекты, что и обсуждаемые в пунктах (i) и (ii), проявляются как концентрация частиц при  $E_x/E_T \sim 0,5$ . Распределения, спроецированные на ось  $\varepsilon = E_x/E_T$ , имеют узкий, почти симметричный пик (рис. 8). Чем тяжелее система, тем уже эти распределения. Ширина их, впрочем, не меняется монотонно с зарядом, так как она еще зависит от энергии отделения двух протонов  $E_T$ . Для показан-

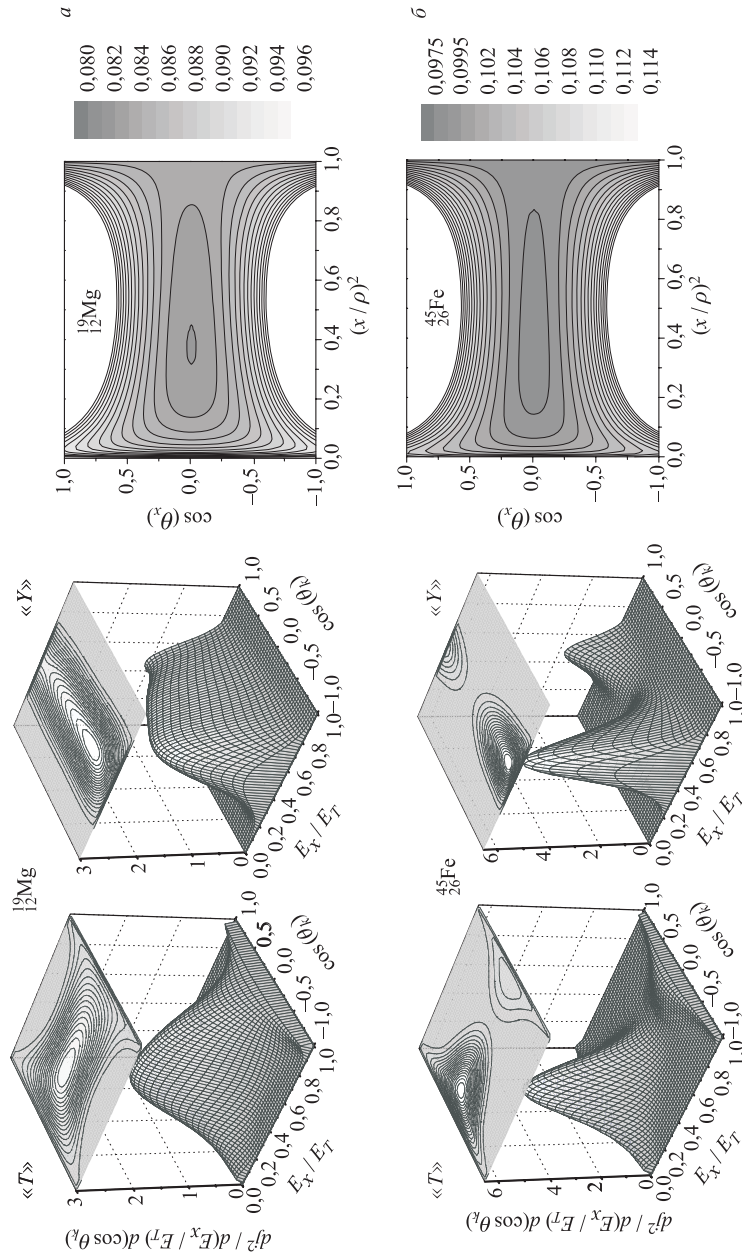


Рис. 7. Корреляции при распаде  $^{19}\text{Mg}$  (а) и  $^{45}\text{Fe}$  (б) в «Т»- и «У»-якобиевских системах. а) Случай сильного  $s/d$ -смешивания ( $\sim 60\%$   $s$ -волны,  $E_T = 580$  кэВ). б) Случай доминирования  $f$ -волны ( $\sim 75\%$   $f$ -волны,  $E_T = 1154$  кэВ). Справа показаны кулоновские потенциальные поверхности для  $^{19}\text{Mg}$  и  $^{45}\text{Fe}$  при больших значениях  $\rho$  (1000 и 500 фм) в якобиевской «Т»-системе. Контуры даны с шагом 1 кэВ

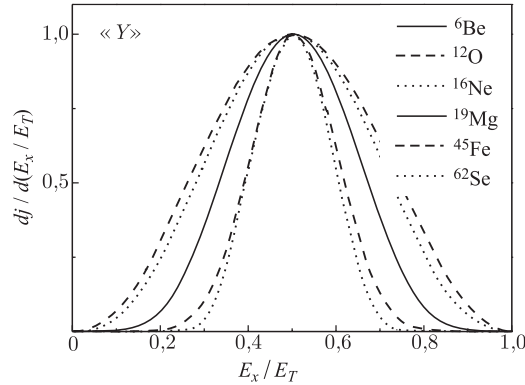


Рис. 8. Энергетические распределения между кором и одним из протонов («Y»-якобиевская система). Энергии отделения двух протонов  $E_T$  составляют 1,37, 1,79, 1,4, 0,8, 1,15, 2,8 МэВ соответственно для  ${}^6\text{Be}$ ,  ${}^{12}\text{O}$ ,  ${}^{16}\text{Ne}$ ,  ${}^{19}\text{Mg}$ ,  ${}^{45}\text{Fe}$  и  ${}^{62}\text{Se}$ . В распределении для  ${}^6\text{Be}$  заметна небольшая асимметрия, которая связана с малой массой кора

ных распределений  $E_T$  варьируется от 0,7 МэВ в  ${}^{19}\text{Mg}$  до 2,8 МэВ в  ${}^{62}\text{Se}$ . Качественно поведение этих распределений находится в согласии с общим предсказанием Гольданского [1], что в случае истинно двухпротонной радиоактивности протоны должны иметь близкие энергии.

(v) Существует значительная качественная разница между корреляциями в распадах ядер  $s$ - $d$ - и  $p$ - $f$ -оболочек. Распределения по  $p$ - $p$ -энергии, рассчитанные для разных  $s$ - $d$ -ядер, выглядят сходно даже при разных величинах  $s$ / $d$ -смешивания (рис. 9, а). Эти же распределения для  $p$ - $f$ -ядер сильно зависят от отношения  $p$ / $f$  (рис. 9, б).

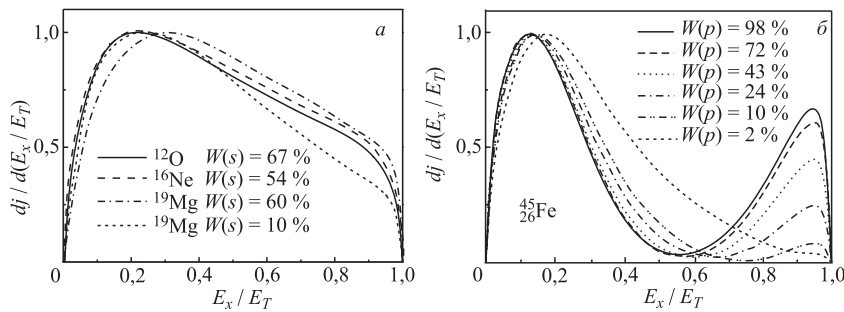


Рис. 9. Энергетические распределения между протонами (якобиевская «T»-система): а) для разных ядер  $s$ - $d$ -оболочки; б) рассчитанные в разных предположениях о структуре  ${}^{45}\text{Fe}$ .  $W(p^2)$  — вес конфигурации  $p^2$  во внутриядерной области

(vi) Определенные проявления кулоновского отталкивания в подсистеме  $p$ - $p$  могут быть найдены на рис. 9 и 10. В энергетических распределениях между протонами они скорее качественные, чем количественные (здесь трудно заметить отклонение от поведения типа фазового объема  $\sim \sqrt{E}$ ), вследствие малости кулоновского взаимодействия по сравнению с подсистемой кор- $p$  (где оно сильнее в 10–30 раз). Однако в угловом распределении (рис. 10) это взаимодействие проступает очень явно: вероятность резко падает при  $\cos(\theta_k) \rightarrow -1$  (в « $Y$ »-системе). Такой угол соответствует вылету протонов строго в одном направлении. При условии близости их энергий это должно означать малость расстояния между протонами и, соответственно, подавление распределения в данной кинематической области.

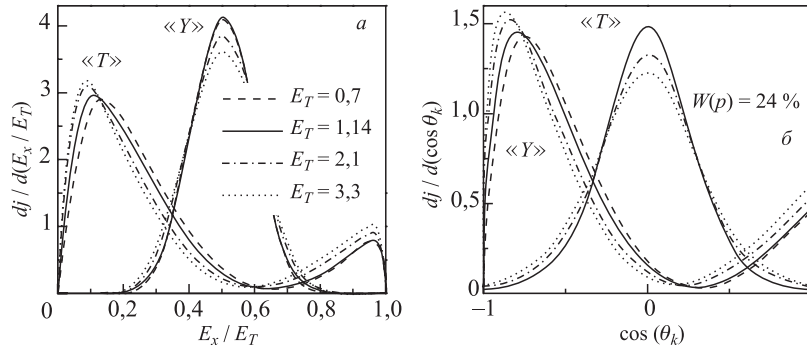


Рис. 10. Энергетические и угловые распределения для  $^{45}\text{Fe}$  в зависимости от энергии распада  $E_T$ . « $T$ » и « $Y$ » около пучков кривых показывают, в какой якобиевской системе произведен расчет

(vii) Зависимость теоретически рассчитанной корреляционной картины от энергии распада  $E_T$  довольно слаба. На рис. 10 она проиллюстрирована на примере ядра  $^{45}\text{Fe}$  для энергий от 0,7 до 3,3 МэВ (при этом ширина изменяется от  $10^{-28}$  до  $10^{-8}$  МэВ). С ростом энергии распада (и, соответственно, с уменьшением кулоновского барьера) энергетическое распределение в подсистеме кор- $p$  становится шире. Ширина распределения по  $\cos(\theta_k)$  в « $T$ »-системе также растет. «Дипротонный» пик ( $\varepsilon \ll 1$ ) в « $T$ »-системе смещается к более низким значениям  $\varepsilon$ . Однако при этом реальная энергия  $p$ - $p$ -пика все-таки растет: она составляет порядка 90 кэВ для  $E_T = 0,7$  МэВ и около 300 кэВ для  $E_T = 3,3$  МэВ.

### 3.10. Механизмы распада. Связь между структурой и корреляциями.

Как было показано в п. 3.8, двухпротонный распад очень чувствителен к взаимодействию между протонами. Спаривание, с одной стороны, сильно увеличивает ширину, а с другой — «замывает» корреляции между протонами, присутствующие во внутриядерной области. В этом пункте мы качественно

обсудим механизмы распада, а также постараемся установить, какая информация о структуре ядра сохраняется при двухпротонном распаде.

Расчеты показывают, что значительная качественная разница существует между корреляциями при распаде  $^{19}\text{Mg}$  и  $^{45}\text{Fe}$  в распределениях по  $\varepsilon$  в « $T$ »-системе (см. рис. 7 и 9). Распределения по  $\varepsilon$  стабильны в ядрах  $s$ - $d$ -оболочки ( $^{12}\text{O}$  и  $^{16}\text{Ne}$  рассчитаны в работе [4], а  $^{19}\text{Mg}$  в [6]) по отношению к вариации уровня  $s/d$ -смешивания. Даже при очень сильном изменении  $s/d$ -смешивания количественное отличие  $p$ - $p$ -спектров невелико (рис. 9, а).

Подобной стабильности не наблюдается в ядрах  $p$ - $f$ -оболочки. Изменение  $p$ - $p$ -спектра при изменении  $p/f$ -отношения в  $^{45}\text{Fe}$  показано на рис. 9, б. В случае доминирования конфигурации  $f^2$  распределение имеет один, довольно широкий пик при низкой  $p$ - $p$ -энергии («дипротонный» пик, очевидно, связанный с взаимодействием в конечном состоянии в подсистеме  $p$ - $p$ ). Это говорит о том, что в подбарьерной области протоны сначала переходят из  $f^2$ - в  $s^2$ -конфигурацию и только после этого туннелируют. Именно по этой причине они «забывают» о сложных корреляциях, типичных для  $f^2$ -компоненты ВФ (рис. 11, а). В случае значительного  $p/f$ -смешивания динамика распада резко изменяется. Протоны туннелируют непосредственно из  $p^2$ -конфигурации при небольшом вкладе  $s^2$ , что проявляется в двугорбой форме спектра. Похожий двугорбый спектр уже наблюдался экспериментально в  $2p$ -распаде основного состояния  $p$ -волнового ядра  $^6\text{Be}$  [45]; он качественно воспроизводится в трехчастичных расчетах [5]. Из рис. 9 видно, как энергетическое распределение изменяется с увеличением веса  $p^2$ -конфигурации в структуре  $^{45}\text{Fe}$ , а из рис. 5 — как эти изменения коррелируют с изменением времени жизни.

Нужно отметить, что энергетическое распределение в « $Y$ »-системе (см. рис. 8) совершенно нечувствительно к тому, каково энергетическое распределение в « $T$ »-системе.

Качественные соображения о механизмах распада количественно проиллюстрированы в табл. 4. Она показывает, какие гипергармоники (ГГ) дают максимальный вклад в структуру (внутренняя область), а какие — в распад (асимптотическая область) в различных расчетах  $^{19}\text{Mg}$  и  $^{45}\text{Fe}$ . Для достаточно тяжелых систем оболочечные конфигурации  $s^2$ ,  $p^2$ ,  $d^2$  и  $f^2$  хорошо соответствуют гипергармоникам с квантовыми числами  $\{LS_x l_x l_y\} = \{0000\}$  и  $K$ , равным 0, 2, 4 и 6 соответственно. Только в случае доминирования  $s^2$ -конфигурации вклады одной компоненты доминируют как во внутренней области, так и на асимптотике и близки. В общем случае происходит значительное перераспределение интенсивности между компонентами.

Важность «дипротонного» механизма распада проявляется в большом вкладе ГГ с  $K = 0$  в ширину распада. Для  $^{19}\text{Mg}$  (представитель  $s$ - $d$ -оболочки) доминирование  $K = 0$  в распаде не зависит от структуры. Для  $^{45}\text{Fe}$  (представитель  $p$ - $f$ -ядер) эта компонента доминирует в ширине только в предельном случае почти чистой  $f^2$  во внутренней области.

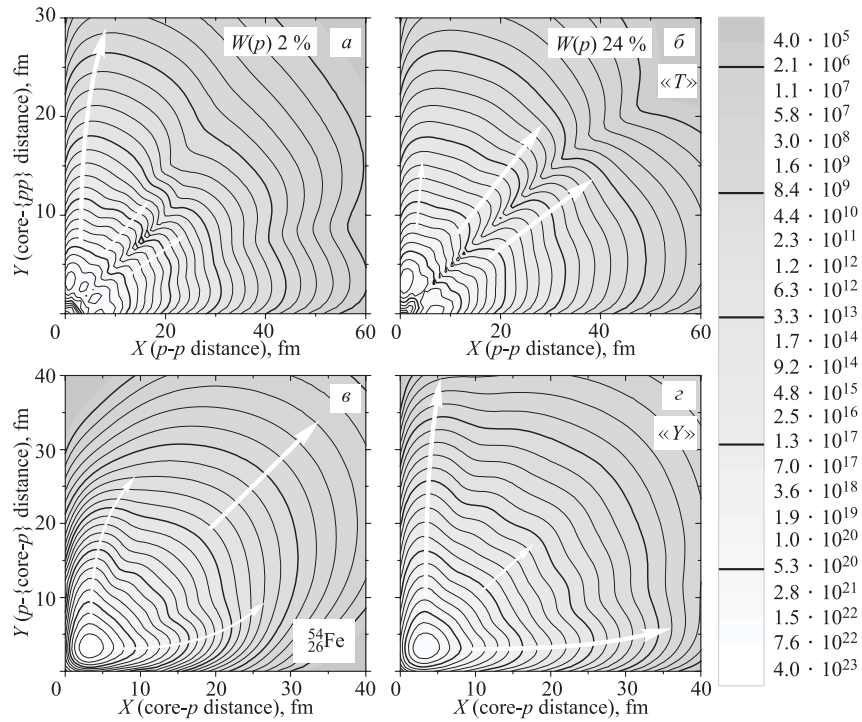


Рис. 11. Плотность ВФ  $|\Psi_3^{(+)}(X, Y)|^2$  в подбарьерной области иллюстрирует разные механизмы распада для двух случаев структуры ядра  $^{45}\text{Fe}$ . Показанные ВФ нормированы для интегрирования по  $dX dY$ . Рис. *a, в* соответствуют случаю  $W(p^2) = 2\%$ ; рис. *б, г* —  $W(p^2) = 24\%$ . Рис. *a, б* показывают плотность в «*T*», а рис. *в, г* — в якобиевской «*Y*»-системе. Широкие и тонкие стрелки показывают основные и несомненные траектории распада. «Дипротонный» механизм доминирует на рис. *a* и *в*, а «последовательный» на рис. *б* и *г*

Определенные указания на механизмы распада могут быть получены из распределений плотности ВФ в подбарьерной области. На рис. 11 показаны два случая структуры  $^{45}\text{Fe}$ :  $W(p^2) = 2\%$  (доминирование *f*-волны) и  $W(p^2) = 24\%$  (значительное *p/f*-смешивание). В первом случае в «*T*»-системе наблюдается высокий «хребет» при малых *X* (рис. 11, *a*). Это соответствует малым расстояниям между протонами, и, соответственно, сильному «дипротонному» механизму распада. Во втором случае (рис. 11, *б*) этот «хребет» едва заметен. Однако здесь мы видим два симметричных хребта при малых *X* и малых *Y* в «*Y*»-системе (рис. 11, *г*), которые говорят о важности кор-*p*-корреляции. Это что-то вроде «последовательного» механизма распада за тем исключением, что реальное заселение резонансов в подсистеме кор-*p*

Таблица 4. Вклад различных гиперсферических компонент во внутреннюю структуру (внутренние нормировки  $N_i$ , см. (27)) и в распад (величины  $\Gamma_i$ ) для различных случаев ядерной структуры. Приводятся только компоненты, дающие значительный вклад.  $N_i$  получено интегрированием до  $\rho_{\text{int}} = 18$  фм. Внутренние нормировки и относительные парциальные ширины  $\Gamma_i/\Gamma$  даны в процентах. Рассматриваются случаи  $^{19}\text{Mg}$  ( $\sim 60\%$  s-волны) и  $\sim 10\%$  s-волны и  $\sim 10\%$  s-волны),  $^{45}\text{Fe}$  ( $\sim 2$ ,  $\sim 24$  и  $\sim 98\%$  p-волны). Доминирующие компоненты выделены шрифтом. Полный спин  $S$  равен 1/2 для всех компонент ВФ  $^{19}\text{Mg}$  и 3/2 для ВФ  $^{45}\text{Fe}$

$i$	$^{19}\text{Mg}, W(s^2) = 10\%$			$^{19}\text{Mg}, W(s^2) = 60\%$			$^{45}\text{Fe}, W(p^2) = 2\%$			$^{45}\text{Fe}, W(p^2) = 24\%$			$^{45}\text{Fe}, W(p^2) = 98\%$		
	$K$	$L$	$S_x$	$l_x$	$l_y$	$N_i$	$\Gamma_i/\Gamma$	$N_i$	$\Gamma_i/\Gamma$	$N_i$	$\Gamma_i/\Gamma$	$N_i$	$\Gamma_i/\Gamma$	$N_i$	$\Gamma_i/\Gamma$
1	0	0	0	0	0	6,9	<b>66,0</b>	<b>56,8</b>	<b>67,3</b>	0,45	<b>47,9</b>	0,79	11,1	0,9	2,5
2	2	0	0	0	0	4,2	3,1	3,7	0,4	0,77	12,4	23,3	<b>46,7</b>	<b>96,3</b>	<b>62,9</b>
3	2	1	1	1	1	$5 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-3}$	0,1	0,5	15,9	3,1
4	4	0	0	0	0	<b>80,1</b>	1,1	37,9	1,1	0,63	2,7	0,9	1,4	0,4	1,0
5	4	0	0	2	2	5,8	25,9	0,3	27,4	$2 \cdot 10^{-5}$	25,5	$5 \cdot 10^{-4}$	8,1	$4 \cdot 10^{-3}$	1,8
6	6	0	0	0	0	0,1	0,3	0,1	0,3	<b>73,4</b>	0,9	<b>58,7</b>	1,6	0,3	1,8
7	6	0	0	2	2	$4 \cdot 10^{-2}$	0,4	$4 \cdot 10^{-2}$	0,4	15,9	4,8	11,5	18,5	0,45	21,2
8	8	0	0	2	2	0,7	0,5	0,5	0,5	$1 \cdot 10^{-3}$	1,2	$1 \cdot 10^{-3}$	0,8	$5 \cdot 10^{-4}$	0,2
9	8	0	0	4	4	0,3	2,6	$8 \cdot 10^{-3}$	2,8	$3 \cdot 10^{-3}$	3,4	$2 \cdot 10^{-3}$	2,7	$7 \cdot 10^{-5}$	0,3
10	10	0	0	4	4	$2 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	0,3	0,5	0,2	3,6	$9 \cdot 10^{-3}$	2,2



энергетически невозможно, и они доступны лишь как виртуальные возбуждения. В первом случае «последовательные» хребты тоже заметны (хотя и малы, рис. 11, *б*), но с увеличением расстояний они быстро исчезают и не дают заметного вклада в ширину.

Таким образом, рис. 11 является иллюстрацией того, как соревнование между различными видами динамики приводит к переходу от одного механизма распада к другому.

**3.11. Корреляции, наблюдаемые в распадах  $^{45}\text{Fe}$  и  $^{19}\text{Mg}$ .** До недавнего времени вышеизложенные соображения оставались чисто умозрительными утверждениями. Сейчас ситуация изменилась.

Специально для изучения радиоактивных распадов была создана время-проекционная камера с оптическим конвертором [78]. Это устройство в чем-то возвращает нас ко временам камеры Вильсона (конечно, на совсем другом техническом уровне). Мы получаем «фотографии» распада (треки в газе), а полная кинематика в большинстве случаев может быть восстановлена по временной проекции энерговыделения: экзотические распады можно наблюдать, таким образом, в реальном времени практически на экране телевизора (рис. 12). В работах [18, 19] были впервые получены импульсные распределения для двухпротонного радиоактивного распада  $^{45}\text{Fe}$  и, также впервые, наблюдался  $\beta$ -задержанный трехпротонный распад. Полученное для  $2p$ -распадов импульсное распределение имеет характерную форму (рис. 13), находящуюся в хорошем согласии с теоретическими предсказаниями [8, 9] для веса  $p$ -волновой компоненты в  $^{45}\text{Fe}$   $W(p^2) \approx 30\%$  (сравните также с рис. 7). Возвращаясь к рис. 5, мы видим, что в рамках нашей модели *одно-временно* и *ширина*, и *корреляционная картина* указывают на одну и ту же структуру  $^{45}\text{Fe}$ .

В обычных двухчастичных распадах спектроскопическая информация извлекается следующим образом: измеренная ширина сравнивается с теорети-

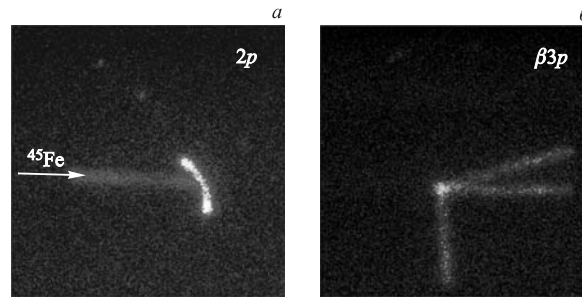


Рис. 12. Фотографии распадов  $^{45}\text{Fe}$  в газе, выполненные в оптической времяпроекционной камере. *а*) Двухпротонный распад [18]; *б*)  $\beta$ -задержанный трехпротонный распад [19]

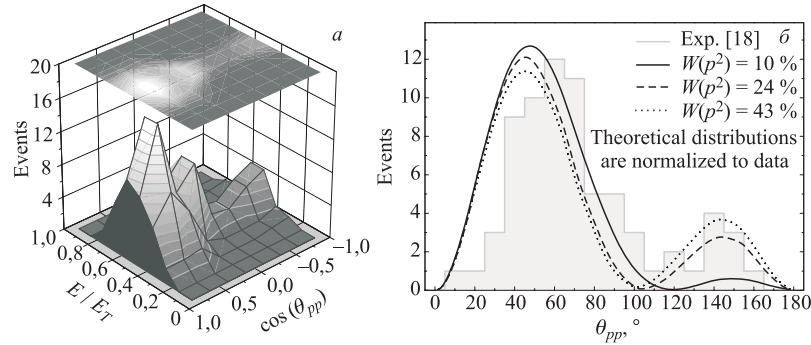


Рис. 13. *a*) Экспериментальное импульсное распределение [18] для  $2p$ -распада  $^{45}\text{Fe}$  на плоскости  $\{\varepsilon, \cos(\theta_{pp})\}$ . *б*) То же распределение, спроецированное на угловую ось, сравнивается с предсказаниями, основанными на разных предположениях о структуре  $^{45}\text{Fe}$

ческим одночастичным (кластерным) пределом (вигнеровский предел). Их отношение и является спектроскопическим фактором. В случае двухпротонного распада мы видим, что благодаря наличию корреляционной информации спектроскопические свойства могут извлекаться из времени жизни и из импульсных распределений *независимо*. Важность корреляций как источника возможной дополнительной информации о структуре распадчика не раз спекулятивно обсуждалась в прошлом. Теперь этот вид информации, качественно отделяющий трехчастичные распады от двухчастичных, становится практически доступен.

Другой системой, где теперь известны как ширина, так и корреляционная картина, является  $^{19}\text{Mg}$ . Нетрадиционный подход к изучению радиоактивных распадов с испусканием заряженных частиц был предложен и развит в работах [6, 79]. Практически он был реализован в недавнем эксперименте в GSI [16, 20]. Идея так называемого времяпролетного метода представлена на рис. 14. В этом методе микростриповые детекторы используются для прецизионного трекинга продуктов распада. Это позволяет восстановить распределение вершин распада по траектории (оно должно быть экспоненциальным) и, таким образом, определить время жизни. Такой метод работает, если время жизни достаточно велико, чтобы длина траектории была макроскопической. Это означает времена жизни в диапазоне от единиц пикосекунд до десятков наносекунд. Такой диапазон ранее был малодоступен для эффективного экспериментального изучения.

В эксперименте [16] изотоп  $^{19}\text{Mg}$  впервые идентифицирован по продуктам своего (двухпротонного) распада. Было измерено рекордно короткое время жизни —  $4,0(15)$  пс (более короткие времена жизни в принципе изме-

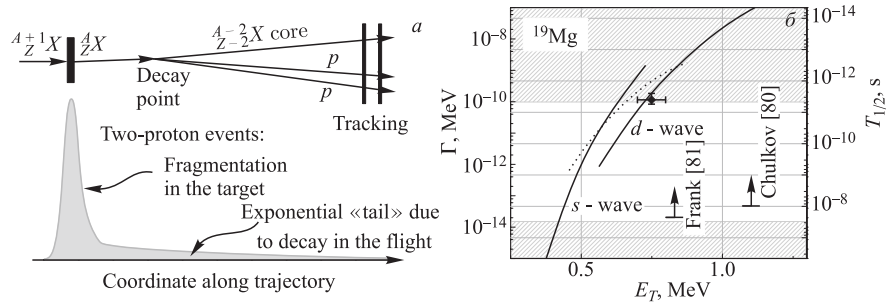


Рис. 14. а) Схематическая иллюстрация времяпролетного метода изучения радиоактивных распадов [79] в приложении к двухпротонным процессам. б) Предсказания времен жизни  ${}^{19}\text{Mg}$ . Сплошные кривые дают граничные случаи зависимости ширины от энергии для доминирования  $s^2$ - или  $d^2$ -конфигурации. Точками показаны возможные ширины для случая  $s/d$ -смешивания при наложении условия, связанного с кулоновским сдвигом относительно  ${}^{19}\text{N}$ . Приводятся экспериментальная величина ширины из работы [16] и пределы на ширину, полученные ранее в [80, 81]. Штрихованные области ограничивают диапазон времен жизни, доступный для изучения времяпролетным методом

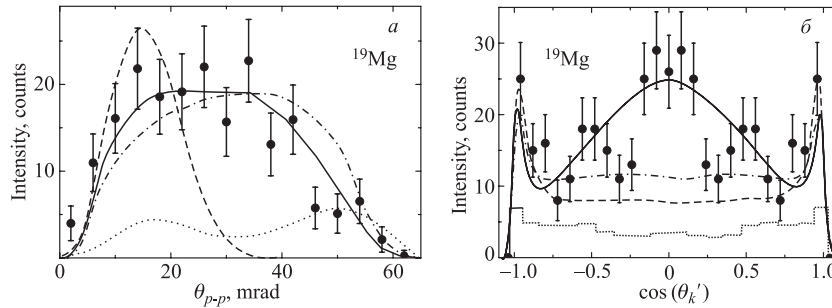


Рис. 15. Экспериментальные импульсные распределения для  $2p$ -распада  ${}^{19}\text{Mg}$ , спроецированные на плоскость трековых детекторов [20]. Сплошная кривая показывает результаты расчетов по методу Монте-Карло, основанному на трехчастичной модели, штриховая и штрихпунктирная — на дипротонной (см. (76)) и на фазовом объеме. а) Распределение по углу между протонами; б) распределение по углу между якобиевскими импульсами в « $T$ »-системе

ряются, но только методом теней, имеющим узкий диапазон применимости). По конусу разлета частиц с хорошей точностью найдено  $E_T = 0,75(5)$  МэВ. Двухпротонные корреляции, наблюдаемые в распадах  ${}^{16}\text{Ne}$  и  ${}^{19}\text{Mg}$ , были представлены в работе [20] (рис. 15). К сожалению, используя этот метод, можно получить только импульсные распределения, спроецированные

на плоскость. Несмотря на это, удается установить, что корреляции хорошо объясняются в рамках нашей трехчастичной модели и не описываются простыми моделями (дипротон и фазовый объем).

#### 4. РАСЧЕТЫ С УПРОЩЕННЫМ ГАМИЛЬТониАНОМ

Исторически теоретическое осмысление двухпротонной радиоактивности началось с квазиклассических оценок («одновременная» и «двухпротонная» модели). Однако с формулировкой этих моделей связан ряд неточностей, ошибок или ошибочных интерпретаций. Поэтому мы обращаемся к тематике упрощенных подходов к  $2p$ -распадам только теперь, когда рассматриваем точную полуаналитическую модель. Она позволяет провести прецизионную проверку результатов МГГ, а также получить математически строгое обоснование для квазиклассических моделей и лучше понять их особенности и область применимости.

**4.1. Точная полуаналитическая модель.** В этом пункте мы получим интегральную формулу для трехчастичной ширины, основанную на приближенном гамильтониане, имеющем точную функцию Грина (ФГ). Мы стартуем с УШ в континууме, имеющего решение  $\Psi^{(+)}$  с расходящейся асимптотикой при комплексной полюсной энергии  $\tilde{E}_T = E_T + i\Gamma/2$ :

$$(H - \tilde{E}_T)\Psi^{(+)} = (T + V - \tilde{E}_T)\Psi^{(+)} = 0. \quad (47)$$

Это уравнение можно переписать идентично, используя *вспомогательный* гамильтониан  $\bar{H} = T + \bar{V}$

$$\begin{aligned} (H + \bar{V} - V - \tilde{E}_T)\Psi^{(+)} &= (\bar{V} - V)\Psi^{(+)}, \\ (\bar{H} - E_T)\Psi^{(+)} &= (\bar{V} - V + i\Gamma/2)\Psi^{(+)}. \end{aligned} \quad (48)$$

Таким образом, мы можем использовать ФГ  $\bar{G}_{E_T}^{(+)}$  вспомогательного гамильтониана  $\bar{H}$  с действительной энергией, чтобы «регенерировать» полюсную ВФ с расходящейся асимптотикой

$$\bar{\Psi}^{(+)} = \bar{G}_{E_T}^{(+)} (\bar{V} - V + i\Gamma/2) \Psi^{(+)}. \quad (49)$$

Сейчас в (49) имеется строгое тождество  $\bar{\Psi}^{(+)} \equiv \Psi^{(+)}$ . Однако становится понятно, что в случае  $E_T \ll \Gamma$  в правой части уравнения (49) можно использовать не «честную» ВФ  $\bar{\Psi}^{(+)}$ , а любую ВФ с приблизительно правильной асимптотикой при условии, что во внутренней области (там, где  $\bar{V} - V \neq 0$ ) она должна быть близка к  $\bar{\Psi}^{(+)}$ . Если мы в качестве «исходной» ВФ  $\bar{\Psi}^{(+)}$  будем брать функцию МГГ (полученную на ограниченном базисе), тогда в результате процедуры (49) будет получаться «исправленная» ВФ  $\bar{\Psi}^{(+)}$ , не имеющая неточностей, связанных с конечностью базиса. Проблема, естественно,

состоит в том, что точная ФГ  $\bar{G}_{E_T}^{(+)}$  для кулоновской задачи трех тел неизвестна (иначе не было бы повода писать этот обзор). Но есть достаточно «физические» приближения для гамильтониана, в которых точная ФГ может быть построена и представленная программа проверки решения МГТ реализована. Делается два типа приближений.

1. *Факторизованное кулоновское взаимодействие.* Кулоновское взаимодействие между тремя частицами имеет вид

$$V^{\text{Coul}} = \frac{Z_1 Z_2 \alpha}{X} + \frac{Z_1 Z_3 \alpha}{\left| \mathbf{Y} + \frac{A_2 \mathbf{X}}{A_1 + A_2} \right|} + \frac{Z_2 Z_3 \alpha}{\left| \mathbf{Y} - \frac{A_1 \mathbf{X}}{A_1 + A_2} \right|}. \quad (50)$$

В соответствии с соглашением рис. 3 в якобиевской « $T$ »-системе частица-кор имеет номер 3, а в « $Y$ »-системе — номер 2. Мы предполагаем, что потенциал (50) может быть аппроксимирован кулоновскими членами, зависящими только от якобиевских векторов  $X$  и  $Y$ :

$$V_x^{\text{Coul}}(X) = Z_x \alpha / X, \quad V_y^{\text{Coul}}(Y) = Z_y \alpha / Y,$$

Эффективные заряды  $Z_x$  и  $Z_y$  можно ввести двумя способами.

1. Можно просто пренебречь одним из кулоновских взаимодействий. Обычно пренебрегают взаимодействием между протонами, малыми по сравнению с кор- $p$ -взаимодействием.

$$Z_x = Z_1 Z_{\text{core}}, \quad Z_y = Z_2 Z_{\text{core}}. \quad (51)$$

При этом предполагается якобиевская « $Y$ »-система и очевидна явная симметрия при рассмотрении  $X$ - и  $Y$ -координат (которые оказываются близки к одночастичным координатам модели оболочек). Далее это приближение упоминается как « $p$ - $p$  Coulomb».

2. Можно рассмотреть частицы, связанные  $X$ -координатой, как одну эффективную частицу. В этом случае кулоновское взаимодействие в  $p$ - $p$ -канале эффективно учитывается модификацией заряда  $Z_y$ :

$$Z_x = Z_1 Z_{\text{core}}, \quad Z_y = Z_2 (Z_{\text{core}} + Z_1). \quad (52)$$

Далее это приближение упоминается как «effective  $p$ - $p$  Coulomb».

## II. Отбрасывание части ядерных взаимодействий.

1. Рассматривается система только с одним сильным взаимодействием

$$H = T + V_3(\rho) + V_x^{\text{Coul}}(X) + V_x^{\text{nuc}}(X) + V_y^{\text{Coul}}(Y), \quad (53)$$

$$\Delta V(X, Y) = V_y^{\text{nuc}}(Y) - V_3(\rho).$$

Это методически удобное приближение, позволяющее изолировать зависимость от выбранной степени свободы и сконцентрироваться на ее изучении. Потенциал  $V_y^{\text{nuc}}(Y)$  во вспомогательном гамильтониане (55) в этой модели «нефизический», и его вариация в широком диапазоне не влияет на ширину [10]. Модель далее упоминается как «одно взаимодействие в конечном состоянии» (OFSI).

2. Можно рассмотреть два взаимодействия в конечном состоянии (TFSI). Простую форму ФГ при этом можно получить только в « $Y$ »-системе в приближении бесконечно тяжелого кора ( $X$ - и  $Y$ -координаты тогда совпадают с одночастичными кор- $\rho$ -координатами). В этой модели и  $V_x^{\text{nuc}}(X)$ - и  $V_y^{\text{nuc}}(Y)$ -взаимодействия рассматриваются как «физические», т. е. оба присутствуют во вспомогательном гамильтониане. Поэтому только трехчастичный потенциал «выживает» при вычитании  $\bar{V} - V$ :

$$H = T + V_3(\rho) + V_x^{\text{Coul}}(X) + V_x^{\text{nuc}}(X) + V_y^{\text{Coul}}(Y) + V_y^{\text{nuc}}(Y), \quad (54)$$

$$\Delta V(X, Y) = -V_3(\rho).$$

Трехчастичный потенциал здесь берется в вудс-саксоновской форме (42) с  $\rho_0 = 1,45 A_{\text{core}}^{1/3}$  фм и очень маленькой диффузностью, скажем  $a_\rho = 0,4$  фм. Выбор малой диффузности связан с тем, что, с одной стороны, задача этого потенциала — держать трехчастичную энергию  $E_T$  заданной, в то время как энергии в подсистеме (подсистемах) варьируются. С другой стороны, он не должен заметно менять свойства кулоновских барьеров за пределами типичных ядерных расстояний.

Таким образом, для гамильтонианов (53) или (54) у нас появляется возможность выбрать вспомогательный гамильтониан в такой форме, что взаимодействия по переменным  $X$  и  $Y$  независимы:

$$\bar{H} = T + V_x^{\text{Coul}}(X) + V_x^{\text{nuc}}(X) + V_y^{\text{Coul}}(Y) + V_y^{\text{nuc}}(Y). \quad (55)$$

В этой модели кулоновские потенциалы определяют свойства туннелирования, ядерные потенциалы  $V_x^{\text{nuc}}(X)$  (и  $V_y^{\text{nuc}}(Y)$ , если используется) определяют положения резонансов в подсистемах  $X$  (и  $Y$ ), трехчастичный потенциал  $V_3(\rho)$  определяет энергию трехчастичного состояния. «Исходная» ВФ рассчитывается в МГГ для (47), см. п. 3.1. После этого «исправленная» ВФ находится с применением трехчастичной ФГ, которая для гамильтониана (55) записывается в факторизованном виде

$$G_{E_T}^{(+)}(\mathbf{X}\mathbf{Y}, \mathbf{X}'\mathbf{Y}') = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} dE_x G_{E_x}^{(+)}(\mathbf{X}, \mathbf{X}') G_{E_y}^{(+)}(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}'),$$

(связь угловых моментов здесь для простоты записи опущена). Двухчастичные ФГ определены стандартным образом:

$$\begin{aligned} \bar{G}_{k^2/(2m)}^{(+)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \\ = \frac{2M}{krr'} \sum_l \left\{ \begin{array}{l} \varphi_l(kr) h_l^{(+)}(kr'), \quad r \leq r' \\ h_l^{(+)}(kr) \varphi_l(kr'), \quad r > r' \end{array} \right\} \sum_m Y_{lm}(\hat{r}) Y_{lm}^*(\hat{r}'). \end{aligned} \quad (56)$$

Двухчастичные радиальные ВФ  $h_l^{(+)}$  и  $\varphi_l$  с асимптотиками

$$\begin{aligned} \varphi_l &\sim e^{i\delta_l} [G_l(\eta, kr) \sin(\delta_l) + F_l(\eta, kr) \cos(\delta_l)], \\ h_l^{(+)} &\sim G_l(\eta, kr) + i F_l(\eta, kr) \end{aligned}$$

определяются гамильтонианами подсистем

$$\begin{cases} \bar{H}_x - E_x = T_x + V_x^{\text{Coul}}(X) + V_x^{\text{nuc}}(X) - E_x, \\ \bar{H}_y - E_y = T_y + V_y^{\text{Coul}}(Y) + V_y^{\text{nuc}}(Y) - E_y. \end{cases}$$

«Исправленная» ВФ  $\bar{\Psi}^{(+)}$  находится как

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}^{(+)}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \frac{1}{2\pi i} \int d\mathbf{X}' d\mathbf{Y}' \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dE_x G_{E_x}^{(+)}(\mathbf{X}, \mathbf{X}') G_{E_y}^{(+)}(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}') \Delta V(X', Y') \Psi^{(+)}(\mathbf{X}'\mathbf{Y}'). \end{aligned}$$

Далее «исходное» решение  $\Psi^{(+)}$  уравнения (47) используется переписанным в координатах  $X$  и  $Y$ :

$$\Psi_{JM}^{(+)}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \frac{\varphi_{Ll_x l_y S}(X, Y)}{XY} [[l_y \otimes l_x]_L \otimes S]_{JM}. \quad (57)$$

Асимптотическая форма «исправленной» ВФ  $\bar{\Psi}_{JM}^{(+)}$  имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_{JM}^{(+)}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \frac{1}{2\pi i} \frac{E_T}{XY} \int_0^1 d\varepsilon \frac{4}{v_x(\varepsilon)v_y(\varepsilon)} A(\varepsilon) e^{ik_x(\varepsilon)X + ik_y(\varepsilon)Y} [[l_y \otimes l_x]_L \otimes S]_{JM}, \\ E_x = \varepsilon E_T, \quad E_y = (1 - \varepsilon) E_T, \quad v_i(\varepsilon) = \sqrt{2E_i/M_i}, \quad (58) \\ A(\varepsilon) = \int_0^{\infty} dX' \int_0^{\infty} dY' \varphi_{l_x}(k_x(\varepsilon)X') \varphi_{l_y}(k_y(\varepsilon)Y') \Delta V(X', Y') \varphi_{Ll_x l_y S}(X', Y'). \end{aligned}$$

«Исправленный» расходящийся поток  $j_c$  может быть определен на сфере большого радиуса для любой якобиевской переменной. Так, для переменной  $X$  мы имеем (результат все равно получается симметричным относительно подсистем)

$$j_c(E_T) = \text{Im} \left[ X^2 \int d\Omega_x \int d\mathbf{Y} \left( \bar{\Psi}^{(+)*} \frac{\nabla_X \bar{\Psi}^{(+)}}{M_x} \right) \right] \Big|_{X \rightarrow \infty} = \\ = \frac{8}{\pi} E_T \int_0^1 d\varepsilon \frac{|A(\varepsilon)|^2}{v_x(\varepsilon)v_y(\varepsilon)}. \quad (59)$$

Величины ширин, полученные в уравнениях (27) и (59), должны совпадать:

$$\Gamma = \frac{j}{N} \equiv \Gamma_c = \frac{j_c}{N}. \quad (60)$$

В этом состоит идея калибровочной процедуры для ВФ МГГ в данной модели: мы работаем с упрощенным гамильтонианом, но имеем возможность точной проверки качества ВФ МГГ. Кроме того, модель с упрощенным гамильтонианом сама по себе может быть удовлетворительным приближением для расчета трехчастичных ширин, а то, что эта модель полуаналитическая, делает возможным надежный качественный анализ.

Возможности модели с упрощенным гамильтонианом иллюстрируются на рис. 16–18 [9]. Картина сходимости трехчастичной ширины, рассчитанной в МГГ, к точной показана на рис. 16. Фешбаховская редукция здесь — это метод построения эффективных потенциалов, приближенно учитывающий влияние каналов с большими квантовыми числами, недоступными для прямого расчета (в применении к МГГ см. [9, 136]). Важной проблемой является поведение в переходной от двухчастичного к трехчастичному механизму распада области. Поведение ширины в упомянутых областях имеет качественно разные зависимости от энергии. Поскольку ВФ МГГ не содержит в явном виде бинарных асимптотик, то полученные в ней ширины перестают сходиться к точным, по мере того как двухчастичный резонанс вдвигается в «окно» трехчастичного распада. Упрощенная модель позволяет контролировать точность полной модели при приближении динамики к переходной.

Можно также контролировать сходимость импульсных распределений. Рис. 17 показывает, что распределения, полученные в МГГ, весьма близки к точным. Причины отклонений распределений МГГ от точных проанализированы в [8], и методы улучшения этих распределений понятны. Однако на сегодняшнем уровне экспериментальной точности эти отклонения пока не важны.

В упрощенной модели, в отличие от ВФ МГГ, бинарные асимптотики присутствуют в явном виде. Это делает возможным адекватный анализ динамики распада в переходной от двухчастичного к трехчастичному меха-



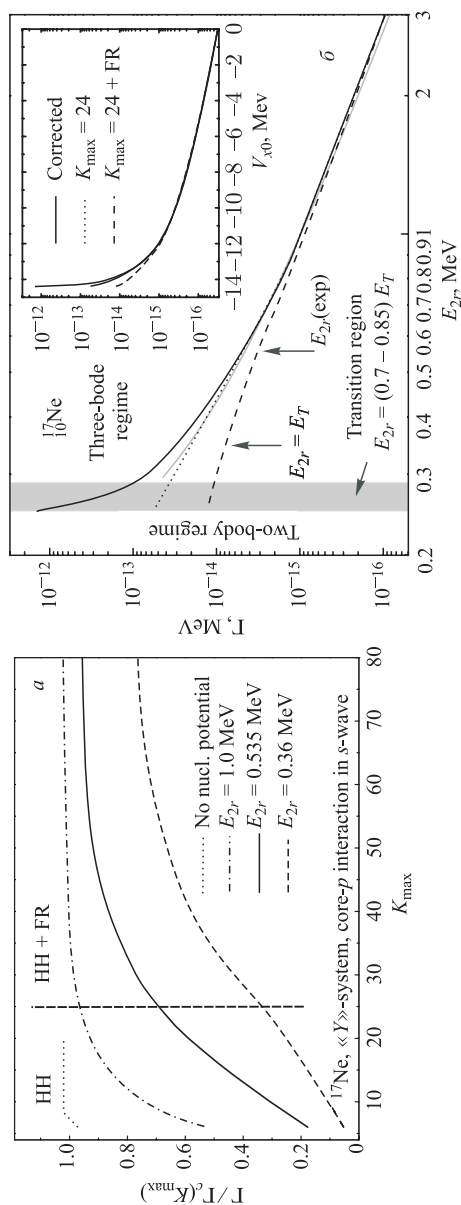


Рис. 16.  $^{17}\text{Ne}$ , состояние  $3/2^-$  с  $E_T = 0,344$  МэВ, OFSI [9]. а) Сходимость отношения ширины, рассчитанной в МГГ, к точной («исправленной» ширине) для разных положений резонансов в подсистеме. До  $K_{\max} = 24$  прямой расчет, после — фешбаховская редукция. б) Ширина как функция положения двухчастичного резонанса  $E_{2p}$ . Штриховая, пунктирная и сплошная кривые соответствуют расчету с  $K_{\max} = 24$ , расчету с  $K_{\max} = 24$  плюс фешбаховская редукция с  $K_{\max} = 100$  и «исправленной» ширине. Врезка показывает ту же зависимость от глубины  $V_{x0}$  потенциала в  $X$ -подсистеме. Серая область соответствует переходному режиму от двухчастичной к трехчастичной динамике распада. Серая кривая показывает аналитическую зависимость (67)

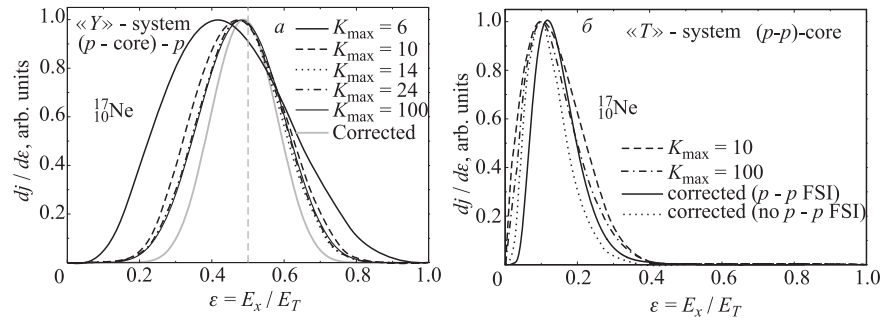


Рис. 17. Сравнение энергетических распределений, полученных в МГТ, с точными.  $^{17}\text{Ne}$ , состояние  $3/2^-$  с  $E_T = 0,344$  МэВ, OFSI [9]: а) в якобиевской «Y»-системе (одновременная модель); б) в якобиевской «T»-системе (дипротонная модель)

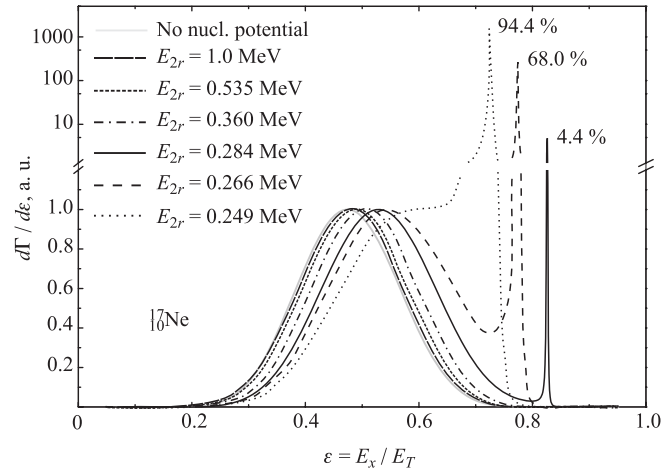


Рис. 18. Формирование бинарной моды распада по мере того как двухчастичный резонанс  $E_{2r}$  входит в «окно» трехчастичного распада  $E_T$ .  $^{17}\text{Ne}$ , состояние  $3/2^-$  с  $E_T = 0,344$  МэВ, OFSI [9]. Энергетическое распределение в якобиевской «Y»-системе для различных  $E_{2r}$ . Распределения нормализованы на интенсивность трехчастичной компоненты. Проценты дают относительные интенсивности двухчастичных компонент. Нужно обратить внимание на разрыв вертикальной оси (изменение шкалы)

низму распада области. На рис. 18 видно, как формируется бинарная мода распада по мере того как двухчастичный резонанс  $E_{2r}$  входит в «окно» трехчастичного распада. Из подобных расчетов можно установить, что переход этот происходит при

$$E_{2r} \sim (0,7-0,8)E_T, \quad (61)$$

т.е. когда формально уже давно может идти распад через промежуточный резонанс.

Еще одним неожиданным и важным результатом, полученным в этой модели, стала относительная малость (порядка  $10^{-2}$ ) ширин, рассчитываемых в «дипротонной» моде упрощенной модели (OFSI расчеты в « $T$ »-системе). Так как «дипротонный распад» долгое время являлся (а для многих и до сих пор является) синонимом двухпротонного распада, а дипротонная модель обычно давала верхние границы оценок ширин, то это приводит к полному переосмыслению качественных представлений о  $2p$ -распадах. К этому вопросу мы вернемся в п. 4.4.

**4.2. Переход к квазиклассике.** Интегральная формула для ширин трехчастичных распадов (59) и (60) позволяет легко перейти к квазиклассическим выражениям. Если ширина резонанса  $\Gamma_a$  во вспомогательном гамильтониане достаточно мала, то вблизи резонансной энергии «вспомогательного» резонанса  $E_a$  мы с высокой степенью надежности можем записать для функций, входящих в (56),

$$\varphi_l(kr) = \sqrt{\frac{\pi v}{2}} \frac{\sqrt{D_l \Gamma_a(E)/2\pi}}{E_a - E - i\Gamma_a(E)/2} \hat{\psi}_l(k_a, r), \quad (62)$$

где функция  $\hat{\psi}_l(k_a, r)$  — квазистационарная (т.е. удовлетворяющая резонансному граничному условию и нормированная на единицу во внутренней области):

$$\hat{\psi}_l(k_a, r > R) \propto G_l(k_a r), \quad \int_0^R dr \left| \hat{\psi}_l(k_a, r) \right|^2 = 1.$$

Коэффициент  $D_l$  нормирует брейт-вигнеровский профиль на единицу в интересующем нас энергетическом диапазоне; коэффициент этот близок к единице:

$$D_l \int_0^{E_a + \Delta E} dE \frac{\Gamma_a(E)/2\pi}{(E - E_a)^2 + \Gamma_a(E)^2/4} = 1,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dE \frac{\Gamma_a(E_a)/2\pi}{(E - E_a)^2 + \Gamma_a^2(E_a)/4} = 1.$$

В случае наличия узких резонансов в подсистемах и  $X$  (при энергии  $E_{xa}$ ), и  $Y$  (при энергии  $E_{ya}$ ) подстановка (62) может быть сделана в уравнении (58) и для  $\varphi_{lx}$ , и для  $\varphi_{ly}$ . Это приближение будет физическим только для TFSI в « $Y$ »-системе, что соответствует одновременной модели для испускания

протонов. Тогда из (59) и (60) трехчастичная ширина получается в виде

$$\Gamma(E_T) = \frac{E_T \langle V_3 \rangle^2}{2\pi} \times \int_0^1 d\varepsilon \frac{D_x \Gamma_{xa}(E_x)}{(E_x - E_{xa})^2 + \Gamma_{xa}(E_x)^2/4} \frac{D_y \Gamma_{ya}(E_y)}{(E_y - E_{ya})^2 + \Gamma_{ya}(E_y)^2/4}, \quad (63)$$

$$\langle V_3 \rangle = \int_0^\infty dX dY \hat{\varphi}_{l_x}^*(k_{xa}, X) \hat{\varphi}_{l_y}^*(k_{ya}, Y) V_3(\rho) \tilde{\varphi}_{Ll_x l_y S}(k_T, X, Y),$$

$$E_a = E_{xa} + E_{ya}, \quad k_{ia} = \sqrt{2M_i E_{ia}}.$$

Можно показать [10], что

$$\langle V_3 \rangle^2 = (E_T - E_{xa} - E_{ya})^2 D_3, \quad (64)$$

где безразмерный коэффициент  $D_3$  достаточно близок к единице ( $D_3 \sim 1-1,5$ ). Используя энергетическую зависимость ширины из  $R$ -матричной теории и обозначения

$$\Gamma_i(E_i) = 2\gamma_i^2 P_{l_i}(E_i, r_{chi}, Z_i) = \frac{\theta_i^2}{M_i r_{chi}^2} P_{l_i}(E_i, r_{chi}, Z_i),$$

$$\mathcal{P}_{l_x l_y}(\varepsilon, E) = P_{l_x}(\varepsilon E, r_{chx}, Z_x) P_{l_y}((1-\varepsilon)E, r_{chy}, Z_y),$$

$$\Delta_{l_i}(\varepsilon, E, E_{ia}) = \left[ \left(1 - \frac{\varepsilon E}{E_{ia}}\right)^2 + \frac{\Gamma_{ia}(\varepsilon E)^2}{4E_{ia}^2} \right]^{-1},$$

уравнение (63) перепишем в безразмерном виде:

$$\Gamma(E_T) = \frac{2D_x D_y D_3 \gamma_x^2 \gamma_y^2}{\pi} \frac{E_T (E_T - E_{xa} - E_{ya})^2}{E_{xa}^2 E_{ya}^2} \int_0^1 d\varepsilon \mathcal{P}_{l_x l_y}(\varepsilon, E_T) \times \Delta_{l_x}(\varepsilon, E_T, E_{xa}) \Delta_{l_y}(1-\varepsilon, E_T, E_{ya}). \quad (65)$$

Выражение для ширины здесь явно факторизовано на «предэкспоненту» (с размерностью энергии) и безразмерную «экспоненциальную» часть

$$\int_0^1 d\varepsilon \mathcal{P}_{l_x l_y} \Delta_{l_x} \Delta_{l_y} \sim \exp \left[ -\sqrt{\frac{M}{E_T}} 2Z_{\text{core}} C \right],$$

где коэффициент  $C$  — порядка единицы. В табл. 5 иллюстрируется поведение ширины при вариации «нефизических» аспектов модели. Это эффективные заряды в подсистемах ((51) или (52)) и радиусы каналов при фиксированных наблюдаемых свойствах подсистем  $X$  и  $Y$ . Видно, что квазиклассические оценки не могут заменить квантово-механические расчеты в МГТ, если речь идет о точностях лучших, чем фактор 5 (тут надо учесть еще наличие коэффициентов  $D_x$ ,  $D_y$  и  $D_z$ , близких к единице, но, вообще говоря, в квазиклассике не фиксируемых).

Простой аналитический результат может быть получен, если пренебречь в (63) медленной вариацией знаменателей резонансных профилей и взять их при наиболее вероятной энергии распада  $E_x = E_y = E_T/2$ :

$$\Gamma_m(E_T) = \frac{2D_x D_y D_z \gamma_x^2 \gamma_y^2}{\pi} \frac{E_T (E_T - E_{xa} - E_{ya})^2}{(E_T/2 - E_{xa})^2 (E_T/2 - E_{ya})^2} \times \int_0^1 d\varepsilon \mathcal{P}_{l_x l_y}(\varepsilon, E_T). \quad (66)$$

Из табл. 5 можно видеть, что это очень хорошее приближение для (65). Для случая двухпротонных распадов основных состояний  $E_{xa} = E_{ya} = E_{2r}$ . Поэтому чувствительность ширины к энергии  $E_{2r}$  первого резонансного состояния в кор- $p$ -подсистеме может быть аппроксимирована как

$$\Gamma \sim (E_T/2 - E_{2r})^{-2}. \quad (67)$$

Такая же зависимость получается и в случае  $E_T/2 \ll E_{xa} \ll E_{ya}$  (пример следования зависимости (67) для такого случая можно найти на рис. 16).

**4.3. Модель одновременного испускания протонов.** Посмотрим, какие квазиклассические выражения использовались для оценок одновременных двухпротонных распадов. В пионерской работе Гольданского [1] дифференциальная вероятность двухпротонного распада оценивалась как

$$w(E_T, \varepsilon) \sim \exp \left[ -\frac{2\pi Z_{\text{core}} \sqrt{M}}{\sqrt{E_T}} \left( \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} + \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon}} \right) \right]. \quad (68)$$

Выражение, почти идентичное (63), было получено уже в работе [26]. По какой-то причине этот результат не привлек особого внимания и не получил дальнейшего развития.

В наших работах [3, 4, 6–8] ширина для одновременных двухпротонных распадов оценивалась как

$$\Gamma_s(E_T) = \frac{6E_T^{1/2}}{\pi(r_{\text{ch}x} r_{\text{ch}y})^{3/2} (M_y M_x)^{3/4}} \int_0^1 d\varepsilon \mathcal{P}_{l_x l_y}(\varepsilon, E_T). \quad (69)$$

Таблица 5. Чувствительность ширины к эффективным зарядам в подсистемах и к радиусам каналов при фиксированных физических свойствах подсистем  $X$  и  $Y$ . Приведены величины  $\Gamma_s$  (69),  $\Gamma_b$  (70),  $\Gamma_m$  (66),  $\Gamma$  (65) с  $D_3 = 1$ . Они даны в единицах  $10^{-14}$  МэВ для  $^{17}\text{Ne}$  и  $10^{-19}$  МэВ для  $^{45}\text{Fe}$ . Энергии распада  $E_T$  равны 0,344 МэВ для  $^{17}\text{Ne}$  и 1,154 МэВ для  $^{45}\text{Fe}$

	Coulomb	$l_x$	$\theta_x^2$	$r_{ch,x}$ , фм	$\Gamma_{x\alpha}$ , кэВ	$l_y$	$\theta_y^2$	$r_{ch,y}$ , фм	$\Gamma_{y\alpha}$ , кэВ	$\Gamma_s$	$\Gamma_b$	$\Gamma_m$	$\Gamma$
$^{17}\text{Ne}$	No $p$ - $p$	0	0,986	3,53*	17,9	2	1,85	3,53*	3,5	2,63	1,75	3,70	3,72
	No $p$ - $p$	0	0,667	5,06**	17,9	2	1,145	4,04**	3,5	9,44	2,04	4,33	4,35
	Eff.	0	0,667	5,06**	17,9	2	1,145	4,12	2,2	1,86	0,385	0,845	0,844
	Eff.	0	0,667	5,06**	17,9	2	0,162	7,0***	2,2	2,27	0,510	1,12	1,10
	Eff.	0	0,363	8,0***	17,9	2	1,145	4,12	2,2	5,84	0,522	1,15	1,13
	Eff.	0	0,363	8,0***	17,9	2	0,162	7,0***	2,2	71,2	0,691	1,52	1,50
$^{45}\text{Fe}$	No $p$ - $p$	1	1,07	4,72**	0,257	1	1,07	4,72**	0,257	10,5	3,24	12,7	12,9
	No $p$ - $p$	1	0,888	4,94*	0,257	1	0,888	4,94*	0,257	16,6	3,36	13,1	13,3
	Eff.	1	1,07	4,72**	0,257	1	1,03	4,76	0,15	3,94	1,14	4,54	4,62
	Eff.	1	0,888	4,94*	0,257	1	0,85	4,98*	0,15	6,24	1,18	4,70	4,78
	Eff.	1	0,143	7,5***	0,257	1	0,128	7,56	0,15	667	2,02	8,02	8,16

\*Этот радиус из систематики  $r_{ch} = 1,4(A_{core} + 1)^{1/3}$ .

\*\*Этот радиус классической внутренней точки поворота из потенциала, использованного в [9].

\*\*\*Этот радиус, где ядерный потенциал, использованный в [9], становится пренебрежимо малым.

«Предэкспонента» была оценена из следующих соображений. Для двухчастичного распада без барьеров (нет кулоновского взаимодействия и  $l = 0$ ):

$$\Gamma = 2\gamma^2 P_l(k, r_{\text{ch}}, Z) = 2 \frac{\theta^2(kr_{\text{ch}})}{2Mr_{\text{ch}}^2} \stackrel{\theta^2 \rightarrow 2}{=} \frac{2v}{r_{\text{ch}}} = \frac{1}{\tau(r_{\text{ch}}/2)}.$$

Ширина в этом случае — это просто обратное время пролета для дистанции  $r_{\text{ch}}/2$  (обозначенное как  $\tau(r_{\text{ch}}/2)$ ). Делая аналогичный расчет для трехчастичного случая, мы находим

$$\Gamma_s(E_{3r}) = \frac{3E_{3r}^{1/2}}{2(r_{\text{ch}x}r_{\text{ch}y})^{1/2}(M_y M_x)^{1/4}} \approx \frac{3}{\sqrt{8}} \frac{v}{r_{\text{ch}}} \approx \frac{1}{\tau(r_{\text{ch}})}.$$

Такая нормировка предэкспоненты выглядит достаточно тривиально, однако результаты оценок, собранные в табл. 5, показывают, что (69) имеет хорошее согласие с (65), когда радиусы каналов выбираются разумно (а именно, вблизи радиуса классической остановки для барьера).

В экспериментальных работах [59,60], посвященных  $^{12}\text{O}$ , использовалось квазиклассическое выражение для двухпротонной ширины

$$\Gamma_b(E_T) = \frac{2D_x}{\pi} \frac{\gamma_x^2 \gamma_y^2 E_T}{E_{xa}^2} \int_0^1 d\varepsilon \mathcal{P}_{l_x l_y}(\varepsilon, E_T) \Delta_{l_x}(\varepsilon, E_T, E_{xa}) \quad (70)$$

(здесь оно приводится в наших обозначениях). Оно было представлено без вывода (т.е. написано только по соображениям правдоподобия) и анализа сделанных приближений. Далее, в несколько модифицированном виде, (70) использовалось в серии работ [118–120, 123, 124, 134]. Легко заметить, что эта формула явно несимметрична и может быть получена из (65) как предел  $E_{ya} \rightarrow \infty$ . Такой переход не является корректным для случая двухпротонных распадов основных состояний, где, по определению,  $E_{xa} = E_{ya} = E_{2r}$ ; разница этих предположений составит фактор 4. В табл. 5 можно увидеть, что в конкретных случаях оценок величина  $\Gamma$ , задаваемая (65), и «специальный случай»  $\Gamma_b$  из (70) отличаются почти ровно в четыре раза для распада основного состояния  $^{45}\text{Fe}$ . Однако и для «несимметричного» распада  $^{17}\text{Ne}$   $3/2^-$  (идушего через  $s$ - $d$ -волны в  $^{16}\text{F}$ ) разница составляет более чем фактор 2.

**4.4. Дипротонная модель.** В оригинальной работе Гольданского [1] дипротонная модель вводится исходя из упрощенных технических соображений. Вследствие узости распределения по параметру  $\varepsilon$  в (68) выражение для ширины, следующее из (68), может быть аппроксимировано как

$$\Gamma(E_T) \propto P_l^2(E_T/2, r_{\text{ch}}, Z_{\text{core}}). \quad (71)$$

В случае  $l = 0$  это выражение может быть с хорошей точностью заменено на

$$P_{l=0}^2(E_T/2, r_{\text{ch}}, Z_{\text{core}}) \approx P_{l=0}(E_T, r_{\text{ch}}, 2Z_{\text{core}}), \quad (72)$$

что соответствует испусканию в  $s$ -волне частицы с зарядом 2 и нулевой внутренней энергией, т.е. «дипротона». Формула для  $R$ -матричной оценки ширины такого процесса будет

$$\Gamma_{dp}(E_T) = 2S_{dp} \frac{1}{2Mr_{\text{ch}}^2} P_{l=0}(E_T, r_{\text{ch}}, 2Z_{\text{core}}). \quad (73)$$

Радиус канала  $r_{\text{ch}}$  обычно определяется с использованием рецепта (например, [119])

$$r_{\text{ch}} = r_0(A_c^{1/3} + 2^{1/3}), \quad r_0 = 1,45 \text{ фм}. \quad (74)$$

Пределы применимости дипротонной модели обсуждались в ранних работах [1, 27]. Нужно заметить, что сначала сам Гольданский относился весьма осторожно к дипротонной интерпретации двухпротонной радиоактивности. Впоследствии весьма прозрачная по физике дипротонная идея вытеснила другие соображения и стала восприниматься без критики [28, 30, 31].

При этом зачастую отсутствует понимание внутренней противоречивости дипротонной модели. Энергия относительного движения двух протонов в этой модели равна нулю, что, в соответствии с принципом Паули, должно означать *бесконечную* радиальную протяженность ВФ по относительному движению этих частиц. В *то же время* рассматривается туннелирование *точечного* дипротона с поверхности ядра. Как результат, радиус канала в этой модели не имеет точного физического смысла, а выражение (74) является только разумным рецептом, а никак не отражением реальной геометрии задачи.

Очевидный путь преодоления проблемы дипротонной модели, связанной с принципом Паули, состоит в том, чтобы отвести некоторую энергию  $E_0$  на внутреннее движение дипротона и вычесть ее из полной энергии распада:

$$\Gamma_{2p}(E_T) = 2S_{dp} \frac{1}{2M^2 r_{\text{ch}}^2} P_{l=0}(E_T - E_0, r_{\text{ch}}, 2Z_{\text{core}}). \quad (75)$$

Проблема здесь состоит в том, что величина  $E_0$  плохо определена. Разумно взять ее как энергию пика в сечении рассеяния протонов  $E_0 = 0,55 \text{ МэВ}$ , но это приводит к серьезной недооценке ширины. Обобщенная версия этой формулы, учитывающая кулоновское отталкивание между протонами,

$$\begin{aligned} \Gamma_{2p}(E_T) = 2S_{dp} \frac{1}{2M^2 r_{\text{ch}}^2} \times \\ \times \int_0^1 d\varepsilon P_{l=0}(\varepsilon E_T, r_{\text{ch}}(pp), 1) P_{l=0}((1 - \varepsilon)E_T, r_{\text{ch}}, 2Z_{\text{core}}), \quad (76) \end{aligned}$$



в дифференциальной форме используется также для оценок импульсных распределений (см., например, [28, 79] и рис. 15). В работе [119] был предложен даже более продвинутый вариант, где выражение (75) сворачивается с «плотностью дипротонных состояний»  $\rho(E)$  (записанной «мигдал-уатсоновским» способом через протон-протонные фазовые сдвиги):

$$\Gamma_{2p}(E_T) = 2_{dp} \frac{1}{2M^2 r_{ch}^2} \int_0^1 d\varepsilon \rho(\varepsilon E_T) P_{l=0}((1-\varepsilon)E_T, r_{ch}, 2Z_{core}). \quad (77)$$

В этих подходах ширины также обычно недооцениваются (см., например, работы [12, 119, 120]).

С практической же точки зрения понятно, что при некоторой энергии  $E_0$  дипротонная кривая (75) более или менее перекрещивается с трехчастичной (хотя энергетические зависимости и не будут совершенно одинаковы). Сравнение с трехчастичными расчетами, в которых предполагается доминирование  $s^2$ -компоненты (такие расчеты должны быть качественно сравнимы с дипротонной моделью), показывает, что «нужное»  $E_0$  меняется в пределах от  $(0,25-0,35)E_T$  для  $^{19}\text{Mg}$  до  $(0,15-0,2)E_T$  для  $^{45}\text{Fe}$ . Таким образом,  $E_0$ , которое воспроизводит трехчастичные результаты, зависит от энергии, заряда и радиуса канала. Таким образом, хотя «улучшенные» дипротонные модели и оказываются правдоподобнее, реальной предсказательной силой они не обладают: физика процесса не сводится к прохождению некоего статичного набора «дипротонных состояний» через барьер. Это хорошо иллюстрируется в пп. 3.8 и 3.10. Или, в терминах (77), «плотность дипротонных состояний» является сложной функцией не только энергии, но и других переменных.

Окончательно отвергает дипротонную модель анализ, проведенный в работах [9, 10]. Прежде всего, модель с упрощенным гамильтонианом дает возможность математически строго сформулировать приближение, соответствующее дипротонной модели. Это приближение OFSI в « $T$ »-системе. Из п. 4.2 становится понятно, что выражение типа (73) или (77) для дипротонной модели получить тем же способом нельзя — в этой модели только в  $p$ - $p$ -подсистеме взаимодействие резонансное (и только в  $X$ -подсистеме возможна подстановка (62)). Непосредственный анализ (58) показывает, что простых аналитических выражений для ширины не получается: в случае дипротона интеграл (58) сложным образом и *сильно* зависит от деталей структуры распадающегося состояния. Для правильного расчета предэкспоненты нужно прямое вычисление по (59). Численный же анализ приводит к неожиданным результатам: ширина, получаемая в дипротонной моде модели с упрощенным гамильтонианом, очень мала.

Причина этого иллюстрируется на рис. 19. Здесь мы определяем эффективный эквивалентный радиус канала  $r_{ch}(dp)$  для дипротонной модели,

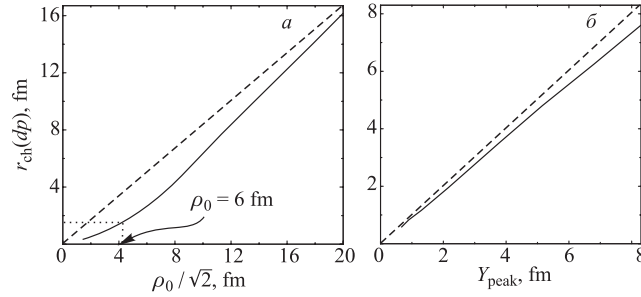


Рис. 19. Сравнение расчета OFSI (сплошные кривые) для  $^{45}\text{Fe}$  в « $T$ »-системе с дипротонной моделью (75). а) Эффективный эквивалентный радиус канала  $r_{ch}(dp)$  для испускания «дипротона» как функция  $\rho_0$  — радиуса трехчастичного потенциала в (42). Величина  $\rho_0/\sqrt{2}$  должна быть сравнима с типичными ядерными размерами. б) То же, как функция  $Y_{\text{peak}}$  — пика в плотности ВФ  $\Psi^{(+)}$  по  $Y$ -координате. Штриховые линии даны только для демонстрации линейности

который дает ту же ширину, что и (59) и (60):

$$r_{ch}(dp) : \Gamma_{dp} = 2 \frac{1}{2M^2 r_{ch}^2(dp)} P_{l=0}(E_T - E_0, r_{ch}(dp), 2Z_{\text{core}}) \equiv \Gamma_c(\rho_0). \quad (78)$$

Ширина в модели с упрощенным гамильтонианом рассматривается в зависимости от параметра трехчастичного потенциала  $\rho_0$  (см. (42)), определяющего «размер» трехчастичной системы. Расчеты сделаны для  $^{45}\text{Fe}$  с экспериментальной энергией  $E_T = 1,154$  МэВ. Энергия относительного движения  $^{43}\text{Cr-pp}$  взята  $E_0 = 0,95E_T$ . Для  $\rho_0$ , дающего реалистические размеры системы ( $\rho_0 \sim 6$  фм для  $^{45}\text{Fe}$ ), эквивалентный радиус канала для дипротонной модели должен быть очень мал ( $\sim 1,5$  фм). Происходит это, по-видимому, оттого, что «дипротон» слишком велик, чтобы быть испущенным с ядерной поверхности столь малого радиуса  $\rho_0$ . Обратите внимание на нелинейность зависимости  $r_{ch}(dp)$ - $\rho_0$  для малых  $\rho_0$ . Линейная область достигается при  $\rho_0 \sim 15$ – $20$  фм. Только при таких нереалистически больших  $\rho_0$  (т. е. тогда, когда «ядро» становится сравнимо с «размером» дипротона) процесс этого распада можно рассматривать как испускание дипротона с поверхности ядра. Интересно отметить, что в области нелинейности на рис. 19, а имеется почти точная линейная зависимость между  $Y_{\text{peak}}$  (это  $Y$ -координата максимума ВФ во внутренней области) и радиусом канала для испускания дипротона (рис. 19, б). Этот факт следует понимать так, что испускание дипротона происходит не с ядерной поверхности (как это предполагается при использовании систематик радиусов канала (74)), а из внутренней области, где ВФ максимальна.

### 5. АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Изучение двухпротонной радиоактивности — это, безусловно, интересная академическая задача. Но, возможно, она имеет и прикладное значение для ядерной астрофизики. Здесь речь идет о процессах двухпротонного радиационного захвата (к этому же классу относятся реакции синтеза с участием двух  $\alpha$ -частиц). Очевидно, что такие процессы могут играть роль только при исключительно высоких плотностях и температурах. Пример такого астрофизического окружения — это источники  $\gamma$ -всплесков, связываемые со взрывным горением аккреционного водорода на поверхности нейтронных звезд.

Трехчастичный радиационный захват является весьма маловероятным процессом. Однако его важность резко возрастает, если последовательность обычных двухчастичных радиационных захватов через основное состояние промежуточной системы становится невозможной, а именно, если ядерно-стабильных состояний промежуточная система не имеет. Такая ситуация нередка вдоль границы стабильности; фрагмент карты изотопов в окрестностях  $^{17}\text{Ne}$ , иллюстрирующий эту ситуацию, показан на рис. 20. В этом случае трехчастичный радиационный захват может идти *последовательно* через промежуточные резонансы или *прямо* из трехчастичного континуума (рис. 21). Прямой трехчастичный захват является обратным процессом для «истинно» трехчастичных распадов.

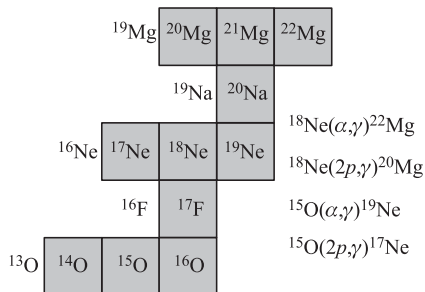


Рис. 20. Граница ядерной стабильности вблизи точек ожидания  $^{15}\text{O}$  и  $^{18}\text{Ne}$ . Ускоренный выход из точек ожидания возможен посредством  $\alpha$ -захвата или посредством экзотического  $2p$ -процесса

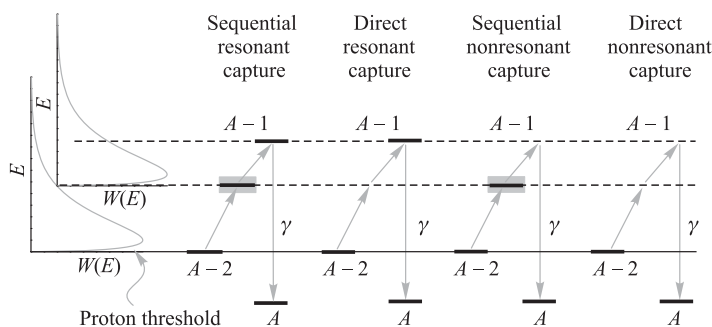


Рис. 21. Механизмы трехчастичного радиационного захвата в астрофизических процессах. Энергетическое распределение индивидуальных протонов описывается бoльцмановским распределением, проиллюстрированным в левой части рисунка

Возможность выхода из «точек ожидания» (waiting points)  $rp$ -процесса при взрывном горении водорода посредством двухпротонного радиационного захвата рассматривается в работе [69]. Реакции  $^{15}\text{O}(2p,\gamma)^{17}\text{Ne}$ ,  $^{18}\text{Ne}(2p,\gamma)^{20}\text{Mg}$  и  $^{38}\text{Ca}(2p,\gamma)^{40}\text{Ti}$  могут быть более эффективным способом сжигания  $^{15}\text{O}$ ,  $^{18}\text{Ne}$  и  $^{38}\text{Ca}$ , чем ожидание  $\beta^+$ -распада (времена жизни этих ядер достаточно велики: 122, 1,67 и 0,44 с) или  $\alpha$ -захвата (концентрации  $\alpha$ -частиц могут быть невелики). Трехчастичная реакция  $^4\text{He}(n\alpha,\gamma)^9\text{Be}$  оказалась важной для нуклеосинтеза при взрывах сверхновых [148, 149]. Эта реакция, а также «классическая»  $3\alpha$ -реакция  $^4\text{He}(2\alpha,\gamma)^{12}\text{C}$  неоднократно рассматривались в последние годы [150–155].

В современной литературе существует не вполне правильное понимание роли прямого трехчастичного радиационного захвата. В большинстве случаев это не приводит к проблемам, но существуют ситуации, когда различие в результатах может принять качественный характер. Правильные выражения для резонансного трехчастичного захвата были получены достаточно давно (например, см. [156]), но, похоже, что они не всегда правильно интерпретируются. Возможная причина состоит в следующем. В работах [69, 152, 154, 155, 157] астрофизические интенсивности, описывающие также нерезонансный трехчастичный захват, были получены в квазиклассическом последовательном формализме. Описывающие более широкий диапазон процессов, они, кажется, стали восприниматься как полученные в более общих посылах (см., например, [157]), что, конечно, неверно в отношении результатов [156], основанных только на термодинамическом равновесии и детальном балансе.

**5.1. Резонансный радиационный захват.** Концентрация  $Y_{A+2}$  ядер с массовым числом  $A + 2$  для последовательного двухпротонного захвата на ядре с массовым числом  $A$  определяется через интенсивность трехчастичной реакции как (см. [156]):

$$\dot{Y}_{A+2} = \frac{1}{2} N_A^2 \rho^2 \langle \sigma_{pp,\gamma v} \rangle Y_p^2 Y_A, \quad (79)$$

где  $\rho$  — это плотность ( $\text{г/см}^3$ ), а  $N_A = 1/AMU = 6,02252 \cdot 10^{-23} \text{ г}^{-1}$  — число Авогадро. Интенсивность двухпротонного захвата для последовательно идущего процесса (например, [69])

$$\langle \sigma_{pp,\gamma v} \rangle = 2 \sum_i \frac{\langle \sigma_{p,pv} \rangle_i}{\Gamma_{p,i}} \langle \sigma_{p,\gamma v} \rangle_i. \quad (80)$$

Это выражение квазиклассическое; оно получается из уравнения химического баланса для промежуточного резонанса  $i$ :

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{A+1}^{(i)} &= N_A \rho \langle \sigma_{p,pv} \rangle_i Y_p Y_A - \Gamma_{p,i} Y_{A+1}^{(i)}, \\ \dot{Y}_{A+2} &= \sum_i N_A \rho \langle \sigma_{p,\gamma v} \rangle_i Y_p Y_{A+1}^{(i)} \end{aligned} \quad (81)$$

и предположения о термодинамическом равновесии для промежуточного резонанса  $\dot{Y}_{A+1}^{(i)} = 0$ .

Используя выражение для больцмановского распределения (нормированное для интегрирования по  $d^3k_{12}$ ,  $k_{12} = \sqrt{2m_{12}E_{12}}$  — относительный импульс частиц 1 и 2)

$$w(k_{12}) = (2\pi m_{12}kT)^{-3/2} \exp\left[-\frac{E_{12}}{kT}\right]$$

и обычное выражение для сечения резонансных реакций

$$\sigma(E) = \frac{\pi}{k_{12}^2} \frac{\Gamma_\alpha \Gamma_\beta}{(E - E_R)^2 + \Gamma^2/4} \frac{2J_{2R} + 1}{(2J_1 + 1)(2J_2 + 1)} \quad (82)$$

( $\alpha$  — входной канал,  $\beta$  — выходной, а  $J_1$ ,  $J_2$  и  $J_{2R}$  — спины входящих частиц и спин резонанса), легко найти выражение для интенсивности последовательного двухпротонного захвата через узкие промежуточные состояния:

$$\langle \sigma_{pp,\gamma v} \rangle = \left( \frac{A_1 + A_2 + A_3}{A_1 A_2 A_3} \right)^{3/2} \frac{2J_F + 1}{2(2J_I + 1)} \left( \frac{2\pi}{mkT} \right)^3 \times \\ \times \exp\left[-\frac{E_{3R}}{kT}\right] \sum_i \frac{\Gamma_\gamma \Gamma'_{p,i}}{\Gamma_{3R}}. \quad (83)$$

Здесь  $J_F$  — это полный спин исходного трехчастичного резонанса  $E_{3R}$  в системе кор + 2 $p$ ;  $J_I$  — это полный спин кора, а  $\Gamma'_{p,i}$  — это частичная ширина для распада состояния  $E_{3R}$  в бинарный канал (кор +  $p$ ) $_i$  +  $p$  (подсистема кор +  $p$  находится в резонансном состоянии номер  $i$ ).

В (83) бросается в глаза то, что интенсивность захвата была получена в предположении об узости промежуточных состояний, но сами свойства этих состояний не входят в это уравнение (входит только сумма ширин для распада резонанса  $E_{3R}$  во все промежуточные состояния). Эта ситуация легко приводит к абсурду, так как предельным случаем широкого резонанса является нерезонансный континуум. Если для состояния  $E_{3R}$  появляется возможность распада помимо заселения промежуточных состояний, то  $\Gamma_{3R} > \sum_i \Gamma'_{p,i}$  и интенсивность захвата убывает. Возможной составляющей для ширин трехчастичных состояний, помимо ширин *последовательных* распадов, является ширина *прямого* распада в трехчастичный континуум. В тех ситуациях, когда прямой трехчастичный захват — единственная возможность заселения резонанса  $E_{3R}$  (см. рис. 21), уравнение (83) дает для интенсивности захвата ноль, что, безусловно, неверно.

Корректный учет прямого канала двухпротонного распада был осуществлен в работе [68] на основе формализма  $S$ -матрицы для рассеяния  $3 \rightarrow 3$ .

Плоская волна трех частиц со спином разлагается по ГГ (3) и (4) следующим образом:

$$\begin{aligned} \Psi_3^{pw} = & \exp [i\mathbf{k}_1\mathbf{r}_1 + i\mathbf{k}_2\mathbf{r}_2 + i\mathbf{k}_3\mathbf{r}_3] \chi_{S_1M_1} \chi_{S_2M_2} \chi_{S_3M_3} = \exp [i\mathbf{k}_{\text{cm}}\mathbf{R}_{\text{cm}}] \times \\ & \times \frac{(2\pi)^3}{(\varkappa\rho)^2} \sum_{JM} \sum_{KLl_xl_ySS_x} i^K J_{K+2}(\varkappa\rho) \mathcal{J}_{KLl_xl_ySS_x}^{JM}(\Omega_\rho) \times \\ & \times \sum_{M_L} \mathcal{I}_{KLl_xl_y}^{LM_L*}(\Omega_\varkappa) g_{MM_LM_1M_2M_3}^{JLSS_x}. \end{aligned} \quad (84)$$

Переменные  $\mathbf{k}_{\text{cm}}$  и  $\mathbf{R}_{\text{cm}}$  описывают движение центра масс. Зависимость от магнитных квантовых чисел имеет вид

$$g_{MM_LM_1M_2M_3}^{JLSS_x} = \sum_{M_S M_x} C_{LM_L S M_S}^{JM} C_{S_x M_x S_3 M_3}^{S M_S} C_{S_1 M_1 S_2 M_2}^{S_x M_x}.$$

Асимптотическая форма трехчастичной ВФ может быть представлена как

$$\begin{aligned} \Psi_3(\rho \rightarrow \infty) = & \Psi_3^{pw} + \frac{\exp [i\varkappa\rho]}{\rho^{-5/2}} f_{M_1M_2M_3}(\Omega_\rho, \Omega_\varkappa), \\ f_{M_1M_2M_3}(\Omega_\rho, \Omega_\varkappa) = & \\ = & \sum_{JM} \sum_{LSS_x} \sum_{M_L M_S} C_{LM_L S M_S}^{JM} f_{MM_LM_1M_2M_3}^{JLSS_x}(\Omega_\rho, \Omega_\varkappa) X_{SS_x M_S}. \end{aligned} \quad (85)$$

Таким образом, амплитуда рассеяния  $3 \rightarrow 3$  может быть записана в виде

$$\begin{aligned} f_{MM_LM_1M_2M_3}^{JLSS_x}(\Omega_\rho, \Omega_\varkappa) = & \exp \left[ -\frac{i\pi}{4} \right] \left( \frac{2\pi}{\varkappa} \right)^{5/2} \times \\ \times & \sum_{Kl_xl_y, K'\gamma'} (\delta_{K\gamma}^{K'\gamma'} - S_{K\gamma}^{K'\gamma'}) \mathcal{I}_{KLl_xl_y}^{LM_L}(\Omega_\rho) \sum_{M'_L} \mathcal{I}_{K'l'_xl'_y}^{L'M'_L*}(\Omega_\varkappa) g_{MM'_LM_1M_2M_3}^{JL'S'_x}. \end{aligned} \quad (86)$$

В этих уравнениях углы  $\Omega_\varkappa$  указывают направления на гиперсфере, откуда частицы приходят (они соответствуют направлениям импульсов в плоской волне (84)). Углы  $\Omega_\rho$  в асимптотическом выражении (85) определяют направления на частицы и, соответственно, импульсные распределения после столкновения. Сечение рассеяния  $3 \rightarrow 3$  имеет вид

$$\frac{d\sigma(\Omega_\varkappa)}{d\Omega_\rho} = \sum_{SS_x M_S} \left| \sum_{LM_L} C_{LM_L S M_S}^{JM} f_{MM_LM_1M_2M_3}^{JLSS_x}(\Omega_\rho, \Omega_\varkappa) \right|^2,$$

и после интегрирования по  $\Omega_\rho$  (т. е. по выходящим переменным), суммирования по конечному  $M$  и усреднения по входящим  $M_i$  получаем

$$\begin{aligned} \sigma(\Omega_\varkappa) &= \left(\frac{2\pi}{\varkappa}\right)^5 \frac{2J+1}{(2S_1+1)(2S_2+1)(2S_3+1)} \times \\ &\times \sum_{K\gamma, K'\gamma'} \delta_S^{S'} \delta_{S_x}^{S'_x} \delta_L^{L'} \frac{1}{2L+1} \sum_{M_L} \mathcal{I}_{K^L l_x l_y}^{LM_L}(\Omega_\varkappa) \mathcal{I}_{K'^L l'_x l'_y}^{L'M_L^*}(\Omega_\varkappa) \times \\ &\times \sum_{K''\gamma''} (\delta_{K''\gamma''}^{K\gamma} - S_{K''\gamma''}^{K\gamma})^\dagger (\delta_{K''\gamma''}^{K'\gamma'} - S_{K''\gamma''}^{K'\gamma'}). \quad (87) \end{aligned}$$

Концентрация  $Y_{A+2}$  для прямого двухпротонного захвата на ядре с массовым числом  $A$  записывается так же, как в (79):

$$\dot{Y}_{A+2} = \left(\frac{1}{2}\right) N_A^2 \rho^2 \langle \sigma_{2p,\gamma} v \rangle Y_p^2 Y_A. \quad (88)$$

С использованием бoльцмановского распределения для трех частиц, нормированного на интегрирование по  $\prod_{i=1,3} d^3 k_i$  при переходе к гиперсферическим переменным

$$\begin{aligned} w(k_1 k_2 k_3) &= \frac{\exp[-(E_1 + E_2 + E_3)/kT]}{(2\pi mkT)^{9/2} (A_1 A_2 A_3)^{3/2}}, \\ d^3 k_1 d^3 k_2 d^3 k_3 &\rightarrow \left(\frac{A_1 A_2 A_3}{A_1 + A_2 + A_3}\right)^{3/2} d^3 k_{\text{cm}} d\Omega_\varkappa \varkappa^5 d\varkappa, \end{aligned}$$

интенсивность двухпротонного захвата находится как

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{2p,2p} v \rangle' &= 2 \int \frac{\varkappa}{m} \sigma(\Omega_\varkappa) w(k_1 k_2 k_3) d^3 k_1 d^3 k_2 d^3 k_3 = \\ &= \frac{2J+1}{(2S_1+1)(2S_2+1)(2S_3+1)} \frac{(2\pi)^6}{\pi(2\pi mkT)^3} \int \exp\left[-\frac{\varkappa^2}{2mkT}\right] \frac{\varkappa}{m} \times \\ &\times \sum_{K\gamma, K'\gamma'} (\delta_{K\gamma}^{K'\gamma'} - S_{K\gamma}^{K'\gamma'})^\dagger (\delta_{K\gamma}^{K'\gamma'} - S_{K\gamma}^{K'\gamma'}) d\varkappa. \quad (89) \end{aligned}$$

Апостроф при  $\langle \sigma_{2p,2p} v \rangle'$  напоминает, что эта величина посчитана в гиперсферическом пространстве. Переходя от масштабированной плотности, определенной в гиперсферическом пространстве  $\rho_{\text{scaled}}$ , к нормальной плотности  $\rho$ , используемой в (88), а также заменяя неупругую часть сечения на ее резонансную

нанное приближение [158, 159],

$$\rho_{\text{scaled}}^2 = \rho^2 \left( \frac{A_1 + A_2 + A_3}{A_1 A_2 A_3} \right)^{3/2}, \quad (90)$$

$$\sum_{K\gamma, K'\gamma'} (\delta_{K\gamma}^{K'\gamma'} - S_{K\gamma}^{K'\gamma'})^\dagger (\delta_{K\gamma}^{K'\gamma} - S_{K\gamma}^{K'\gamma'}) \rightarrow \frac{\Gamma_{2p}\Gamma_\gamma}{(E_T - E_{3R})^2 + \Gamma_{3R}^2/4},$$

интенсивность прямого двухпротонного захвата окончательно получим как

$$\langle \sigma_{2p,\gamma} v \rangle = \left( \frac{A_1 + A_2 + A_3}{A_1 A_2 A_3} \right)^{3/2} \frac{2J_F + 1}{2(2J_I + 1)} \left( \frac{2\pi}{mkT} \right)^3 \times$$

$$\times \exp \left[ -\frac{E_{3R}}{kT} \right] \frac{\Gamma_{2p}\Gamma_\gamma}{\Gamma_{3R}}. \quad (91)$$

Уравнение (91) такое же по форме, как (83), за исключением зависимости от истинно двухпротонной ширины  $\Gamma_{2p}$  вместо ширин  $\Gamma'_{p,i}$  распадов в резонансные состояния подсистем. Понятно, что уравнения (83) и (91) дополняют друг друга в полной интенсивности захвата:

$$\langle \sigma_{2p,\gamma} v \rangle + \langle \sigma_{pp,\gamma} v \rangle = \left( \frac{A_1 + A_2 + A_3}{A_1 A_2 A_3} \right)^{3/2} \frac{2J_F + 1}{2(2J_I + 1)} \left( \frac{2\pi}{mkT} \right)^3 \times$$

$$\times \exp \left[ -\frac{E_{3R}}{kT} \right] \frac{\Gamma_{2p} + \sum_i \Gamma'_{p,i}}{\Gamma_{3R}} \Gamma_\gamma. \quad (92)$$

Здесь стоит отметить следующие моменты:

(i) Прямой захват (в отличие от последовательного) возможен всегда. Другое дело, что при наличии возможности последовательного захвата он играет обычно незначительную роль. Его важность может проявиться в тех ситуациях, когда последовательный захват энергетически невозможен (нет промежуточных состояний). Ранее в литературе в этих ситуациях брался просто ноль.

(ii) Результат, полученный в (92), в некотором роде тривиален. Тот факт, что полная интенсивность захвата должна зависеть от полной ширины *во все двухпротонные каналы*, является прямым следствием термодинамического равновесия и детального равновесия — факт, известный достаточно давно (см. (20) в работе [156]). Этот факт, впрочем, не помогает практическому определению двухпротонных ширин.

(iii) Для астрофизических приложений нас интересует  $2p$ -захват в возбужденные состояния, которые впоследствии «разряжаются»  $\gamma$ -квантом. Измерение  $2p$ -ширин таких состояний в большинстве случаев нереально (так как доминирующей ветвью распада будет  $\gamma$ ). Это означает, что предсказания



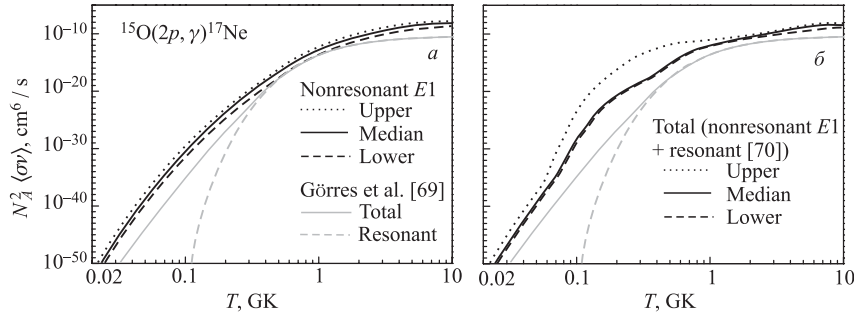


Рис. 22. Астрофизическая интенсивность  $^{15}\text{O}(2p, \gamma)^{17}\text{Ne}$  реакции как функция температуры. Пунктирная, сплошная и штриховая кривые соответствуют верхнему пределу, ожидаемому значению и нижнему пределу для интенсивности с учетом различных неопределенностей нерезонансного  $E1$  и резонансного вкладов. *а*) Нерезонансный  $E1$  для различных структур основного состояния  $^{17}\text{Ne}$ . Веса  $[s^2]$  конфигурации  $W(s^2)$  равны 73, 48 и 5%. *б*) Полная интенсивность (нерезонансный  $E1$  плюс резонансный вклады). Неопределенности резонансного вклада объяснены в [70]. Серые сплошная и штриховая кривые показывают полную интенсивность и резонансный вклад из работы [69]

двухпротонной теории будут здесь единственной информацией. Это предъявляет повышенные требования к надежности получаемых нами результатов.

Результат добавления состояний двухпротонных распадчиков в расчеты астрофизических интенсивностей трехчастичной реакции можно видеть на рис. 22, *б* на примере реакции  $^{15}\text{O}(2p, \gamma)^{17}\text{Ne}$ . В этой системе в работе [69] оказался неучтенным вклад первого возбужденного состояния  $3/2^-$  ( $E_T = 0,344$  МэВ) в  $^{17}\text{Ne}$ . В определенном диапазоне температур «поправка», связанная с учетом двухпротонного распада этого состояния (а оно является истинным двухпротонным распадчиком), составляет 4–9 порядков величины. Возможную значимость таких «поправок» для астрофизических процессов мы обсудим в следующем пункте.

**5.2. Нерезонансный радиационный захват.** Нерезонансная часть радиационного захвата обычно рассматривалась квазиклассически, с опорой на (80). Явный вид интенсивности нерезонансного радиационного захвата (см., например, [154])

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{pp, \gamma} v \rangle = & \left( \frac{\sum A_i}{A_1 A_2 A_3} \right)^{3/2} \frac{2J_F + 1}{2(2J_I + 1)} \left( \frac{2\pi}{mkT} \right)^3 \int dE_T \exp \left[ -\frac{E_T}{kT} \right] \Gamma_\gamma(E_T) \times \\ & \times \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{E_T}{(E_T - E_{3R})^2 + \Gamma_{3R}^2/4} \int_0^1 d\varepsilon \frac{\Gamma_x(E_x) \Gamma_y(E_y)}{(E_x - E_{xa})^2 + \Gamma_{xa}(E_x)^2/4}, \quad (93) \end{aligned}$$

получается, если не проводить интегрирование по энергиям при переходе от (80) к (83). Для достаточно узких состояний  $E_{3R}$  это выражение приобретает вид

$$\langle \sigma_{pp,\gamma} v \rangle = \left( \frac{\sum A_i}{A_1 A_2 A_3} \right)^{3/2} \frac{2J_F + 1}{2(2J_I + 1)} \left( \frac{2\pi}{mkT} \right)^3 \exp \left[ -\frac{E_{3R}}{kT} \right] \frac{\Gamma_\gamma(E_T)}{\Gamma_{3r}} \times \\ \times \frac{E_{3R}}{2\pi} \int_0^1 d\varepsilon \frac{\Gamma_x(E_x) \Gamma_y(E_y)}{(E_x - E_{xa})^2 + \Gamma_{xa}(E_x)^2/4}. \quad (94)$$

Легко понять, что если соотносить (92) и (94), одна из величин  $\Gamma_{2p}$  или  $\Gamma_{p,i}$  в (92) как функция от энергии  $E_T$  может быть идентифицирована следующим образом:

$$\Gamma = \frac{E_T}{2\pi} \int_0^1 d\varepsilon \frac{\Gamma_x(E_x) \Gamma_y(E_y)}{(E_x - E_{xa})^2 + \Gamma_{xa}(E_x)^2/4}, \\ E_x = \varepsilon E_T, \quad E_y = (1 - \varepsilon) E_T. \quad (95)$$

Однако ранее, в (63) и (64), было получено выражение для трехчастичной ширины с упрощенным гамильтонианом в квазиклассическом приближении

$$\Gamma = \frac{E_T \langle V_3 \rangle^2}{2\pi} \int_0^1 d\varepsilon \frac{D_x \Gamma_{xa}(E_x)}{(E_x - E_{xa})^2 + \Gamma_{xa}(E_x)^2/4} \frac{D_y \Gamma_{ya}(E_y)}{(E_y - E_{ya})^2 + \Gamma_{ya}(E_y)^2/4}, \\ \langle V_3 \rangle^2 = (E_T - E_{xa} - E_{ya})^2 D_3. \quad (96)$$

Здесь безразмерные коэффициенты  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $D_3$  достаточно близки к единице. Это выражение явно отличается от (95). Разница между ними — это разница между полностью классическим подходом к двухпротонному захвату, представленным уравнениями химического равновесия (80), (81), и квазиклассическим приближением (62)–(65) для упрощенной квантово-механической задачи из п. 4.1.

Уравнение (95) переходит в (96) при выполнении следующих условий:

$$D_x \rightarrow 1, \quad D_y \rightarrow 1, \quad D_3 \rightarrow 1, \quad E_{ya} \rightarrow \infty. \quad (97)$$

Первые три условия, что величины  $D_i$  близки к единице, выполняются в пределах фактора 2. Четвертое условие для данной конкретной системы может быть нефизичным. Легко определить, что в случае

$$E_{xa} \equiv E_{ya},$$

ур-ние (96) дает ширину в четыре раза большую, чем (95). Это означает, что для реалистической ситуации

$$E_{xa} < E_{ya} < \infty$$

поправка должна составить от 1 до 4.

Таким образом, мы обнаруживаем, что существующее стандартное выражение для интенсивности трехчастичного радиационного захвата должно быть существенно поправлено даже в рамках квазиклассического приближения. Мы вправе ожидать, что использование последовательных квантовомеханических методов для вычисления ширин может приводить к дальнейшему заметному улучшению получаемых результатов.

**5.3. Мягкая дипольная мода и нерезонансный захват.** Относительно нерезонансного радиационного захвата (точнее того, как он стандартно вычислялся), кроме проблемы, указанной в предыдущем пункте, имеются следующие важные замечания.

1. В уравнении (93) предполагается захват в «хвосты» резонансов. Т.е. где-то выше по энергии должны быть эти самые резонансные состояния.

2. Для двухчастичных захватов основной нерезонансный процесс — это обычно  $E1$ -захват (речь не идет о таких специфических реакциях, как  $\alpha(d, \gamma)^6\text{Li}$ ,  $^4\text{He}(2\alpha, \gamma)^{12}\text{C}$ ,  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ , где дипольные переходы подавлены). Для трехчастичных захватов вклад  $E1$ , рассчитанный через «хвосты»  $1^-$ -резонансов (мы условно предполагаем, что  $\gamma$ -распад идет на состояние  $0^+$ ), оказывается весьма мал.

3. Это связано с тем, что низколежащие состояния обычно имеют очень малые  $E1$ -интенсивности ( $B_{E1} \sim 10^{-2} - 10^{-4} e^2 \cdot \text{фм}^2$ ).  $E1$ -сила концентрируется обычно выше 10-МэВ возбуждения в области гигантского дипольного резонанса.

В работе [71] нами был указан (в ряде случаев) гораздо более сильный источник низколежащей  $E1$ -интенсивности для ядер вблизи границы стабильности — мягкая дипольная мода (МДМ).

Существование так называемой мягкой моды гигантского дипольного резонанса было предложено в работе [160] на основе гипотезы о нейтронном гало. Эта мода связана с малой энергией отделения нейтронов гало, что делает возможными для них низкоэнергетические осцилляции относительно кора и создает низколежащие дипольные возбуждения. В предположении  $^9\text{Li} + ^2n$ -структуры  $^{11}\text{Li}$  были предсказаны аномально большие сечения электромагнитной диссоциации последнего на тяжелой мишени [106, 161]. Эти предсказания позже подтвердились экспериментально [162–164]. Дальнейшие эксперименты с  $^{11}\text{Li}$  и другими «классическими» гало-ядрами  $^6\text{He}$  [165] и  $^{11}\text{Be}$  [166] показали, что наблюдаемая  $E1$ -интенсивность находится в хорошем согласии с кластерным энергетически не взвешенным (NEW) правилом

сумм (см., например, [167]). На сегодняшний день мягкая дипольная мода обнаружена в более тяжелых нейтронно-избыточных ядрах (в изотопах кислорода [168] и олова [169]), что указывает на распространенность данного явления. Теоретически МДМ в нейтронно-избыточных ядрах достаточно хорошо изучена в рамках кластерных моделей легких ядер (например, [110, 170]) и на среднеполевых подходах (например, [171, 172]) для более тяжелых систем. В протонно-избыточных ядрах это явление менее изучено. Недавно появились предсказания МДМ в ряде систем на границе протонной стабильности от  $^{32}\text{Ar}$  до  $^{48}\text{Ni}$  [173, 174], выполненные в релятивистской среднеполевой модели.

Результаты расчетов силовой функции  $E1$  для электромагнитной диссоциации, выполненные нами для  $^{17}\text{Ne}$  в трехчастичной модели [71], показаны на рис. 23. Силовая функция имеет мощный пик при  $E_T \sim 4$  МэВ. Сплошная кривая соответствует предсказанной структуре основного состояния  $^{17}\text{Ne}$ , но даже сильные (искусственные) вариации структуры не меняют ситуацию принципиально. В области пика локализовано не менее 50% NEW кластерного правила сумм — очевидное проявление мягкой дипольной моды.

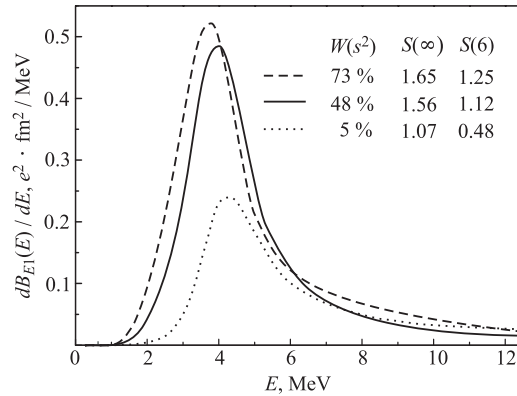


Рис. 23. Силовая функция  $E1$  рассчитана для  $^{17}\text{Ne}$  в трехчастичной модели. Структура основного состояния  $^{17}\text{Ne}$  характеризуется весом ( $s^2$ ) компоненты ВФ (см. [68]). Величина  $S(E_0)$  задает NEW правило сумм для  $E < E_0$  (в единицах  $e^2 \cdot \text{фм}^2$ )

Нерезонансный вклад  $E1$  и вклад в астрофизическую интенсивность при температуре  $T$  задаются выражением

$$\langle \sigma_{2p,\gamma\nu} \rangle = \left( \frac{\sum A_i}{A_1 A_2 A_3} \right)^{3/2} \left( \frac{2\pi}{mkT} \right)^3 \frac{2J_F + 1}{2(2J_I + 1)} \times \\ \times \int dE \frac{16\pi}{9} e^2 E_\gamma^3 \frac{dB_{E1}(E)}{dE} \exp \left[ -\frac{E}{kT} \right]. \quad (98)$$

Влияние низкоэнергетической части  $E1$ -силы на интенсивность астрофизического захвата для  $^{15}\text{O}(2p,\gamma)^{17}\text{Ne}$ -реакции велико (см. рис. 22). Достаточно удивительным является тот факт, что только вклад нерезонансной  $E1$  перекрывает полный результат, полученный в [69] во всем диапазоне температур. Причем разница между новой и старой полными интенсивностями может достигать шести порядков величины. Как мы уже видели, в диапазоне температур  $0,06-0,07 < T < 0,9-1,1$  ГК эта разница дополнительно усиливается вкладом  $3/2^-$ , который не рассматривался в [69]. За счет чего интенсивность нерезонансного  $E1$ -захвата оказалась настолько больше ожидавшейся ранее? При рассмотрении МДМ заметная часть возможной  $E1$ -интенсивности (а именно, значительная часть NEW правила сумм —  $B_{E1} \sim 1 e^2 \cdot \text{фм}^2$  для  $^{17}\text{Ne}$ ) оказывается локализована вблизи  $2p$ -порога. Поскольку это «мода», а не резонанс, то для существования этого явления не требуется наличия низколежащих состояний с квантовыми числами  $E1$ -перехода и большим  $B_{E1}$ . Требуются только слабосвязанность основного состояния конечной системы и значительный геометрический размер ВФ валентных нуклонов. Эти условия вполне реализуемы вблизи границы стабильности (это особенно верно в случае  $^{17}\text{Ne}$ , связанного всего на 0,9 МэВ и являющегося кандидатом на обладание протонным гало [6, 67, 68]).

При горении водорода в новых звездах и при рентгеновских вспышках  $^{15}\text{O}$  производится в горячем цикле CNO. Температуры в новых могут достигать  $T \sim 4 \cdot 10^4$  К, что недостаточно, чтобы связать цикл CNO с дальнейшими циклами горения. При рентгеновских вспышках температуры могут превышать  $10^9$  К. Основная реакция, выводящая из цикла CNO, — это  $^{15}\text{O}(\alpha, \gamma)^{19}\text{Ne}$ . В работе [69] оценивалось, может ли двухпротонный захват на  $^{15}\text{O}$  быть альтернативой. Эффект влияния пересмотренной интенсивности  $^{15}\text{O}(2p,\gamma)^{17}\text{Ne}$ -реакции на сетевые расчеты взрывного горения водорода можно оценить, сравнивая его с влиянием интенсивности  $^{15}\text{O}(\alpha,\gamma)^{19}\text{Ne}$ -реакции при характерных условиях. Производство  $^{17}\text{Ne}$  и  $^{19}\text{Ne}$  задается уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{Y}_{^{17}\text{Ne}} &= \frac{1}{2} N_A^2 \langle \sigma_{2p,\gamma} v \rangle Y_p^2 Y_{^{15}\text{O}} \rho^2, \\ \dot{Y}_{^{19}\text{Ne}} &= N_A \langle \sigma_{\alpha,\gamma} v \rangle Y_\alpha Y_{^{15}\text{O}} \rho,\end{aligned}$$

где  $\rho$  обозначает материальную плотность. Интенсивность  $^{15}\text{O}(\alpha,\gamma)^{19}\text{Ne}$  можно найти в работе [175], предполагая, что плазма состоит из двух основных компонент: альфа-частиц с концентрацией  $Y_\alpha$  (массовая концентрация  $X_\alpha = A_\alpha Y_\alpha = 4Y_\alpha$ ) и протонов с концентрацией  $Y_p = X_p = 1 - X_\alpha$ . На рис. 24 показаны уровни плотности на плоскости  $\{T-X_\alpha\}$ , при которой производство  $^{17}\text{Ne}$  посредством  $2p$ -захвата и производство  $^{19}\text{Ne}$   $\alpha$ -захватом сравниваются:

$$\rho = \frac{N_A \langle \sigma_{\alpha,\gamma} v \rangle}{2N_A^2 \langle \sigma_{2p,\gamma} v \rangle} \frac{X_\alpha}{(1 - X_\alpha)^2}.$$

Если использовать  $2p$ -интенсивность захвата на  $^{15}\text{O}$  из работы [69], то это происходит при плотностях  $10^{10}$  г/см<sup>3</sup>, что гораздо больше плотностей, достигаемых в новых и при рентгеновских всплесках. Т. е., по оценкам [69],  $2p$ -захват не может конкурировать с  $\alpha$ -захватом на  $^{15}\text{O}$ . В случае пересмотренной интенсивности (рис. 24, *а, б*) ситуация становится неопределенной: при реалистических плотностях ( $\rho \sim 10^6$  г/см<sup>3</sup>), температурах ( $T \sim 0,1-1$  ГК) и концентрациях  $\alpha$ -частиц ( $X_\alpha \sim 0,2-0,3$ ) вклады процессов  $^{15}\text{O}(2p,\gamma)^{17}\text{Ne}$  и  $^{15}\text{O}(\alpha,\gamma)^{19}\text{Ne}$  становятся сравнимыми. В этом случае многое начинает зависеть от точности наших знаний о двухпротонных процессах в  $^{17}\text{Ne}$ : разница между рис. 24, *а* и 24, *б* — это в значительной мере разница между теоретически предсказанной  $2p$ -шириной  $3/2^-$ -состояния в  $^{17}\text{Ne}$  и существующим экспериментальным верхним пределом на ее величину.

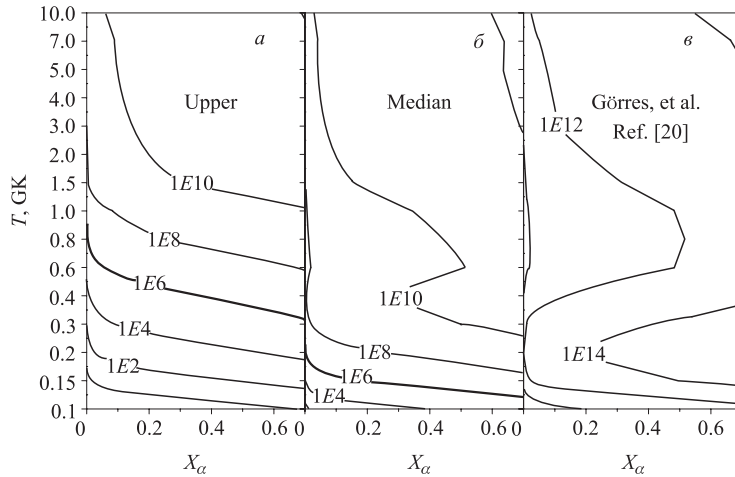


Рис. 24. Плотности (в г/см<sup>3</sup>), при которых интенсивность образования  $^{17}\text{Ne}$  посредством  $2p$ -захвата на  $^{15}\text{O}$  сравнивается с интенсивностью образования  $^{19}\text{Ne}$  посредством  $\alpha$ -захвата, как функции температуры и массовой концентрации  $\alpha$ -частиц  $X_\alpha = 4Y_\alpha$ . Рис. *а* и *б* получены для верхнего и ожидаемого значений интенсивностей реакции  $^{15}\text{O}(2p,\gamma)^{17}\text{Ne}$  (см. рис. 22). *в*) Получено для интенсивности  $2p$ -захвата из [69]

Как мы видим на примере  $2p$ -захвата на  $^{15}\text{O}$ , учет этого экзотического явления вполне может привести к пересмотру характера протекания важных астрофизических процессов. При этом требуется надежное знание характеристик двухпротонных процессов как резонансных, так и нерезонансных в непрерывном спектре.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследования двухпротонной радиоактивности и родственных процессов еще далеки от полной ясности по многим вопросам. Однако работы последних лет перевели проблему двухпротонной радиоактивности из разряда научного «долгостроя» в динамично развивающуюся область исследований. Это относится как к экспериментальной стороне проблемы, так и к теоретической. Уже сейчас виден потенциал использования двухпротонных распадов как спектроскопического «инструмента». Извлечение спектроскопической информации из двухпротонных (трехчастичных) корреляций может оказаться более прозрачным с теоретической точки зрения, чем, скажем, из ядерных реакций. Под вопросом еще остается возможная важность двухпротонных процессов в различном астрофизическом окружении. Подводя итог этому обзору, можно заключить, что в рассмотренной области исследований следует реально рассчитывать как на быстрый прогресс, так и на неожиданные находки.

Автор не может не принести благодарности проф. М. В. Жукову, являющемуся соавтором большинства из представленных здесь работ, и проф. Г. М. Тер-Акопяну, который предложил написать этот обзор и всячески этому способствовал. Б. В. Данилин, Р. Джонсон, К. Ланганке, Ю. Л. Парфенова, Н. К. Тимофеюк, И. Томсон и Н. Б. Шульгина как соавторы ряда представленных работ безусловно причастны к созданию этого обзора, даже если не работали над ним непосредственно. Автор признателен М. С. Головкову, И. Г. Мухе, М. Пфюцнеру, Х. Симону и К. Зюммереру за их путеводную роль в мир экспериментальной физики, в противном случае оставшийся бы для автора совершенно чуждым.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Goldansky V. I.* On Neutron Deficient Isotopes of Light Nuclei and the Phenomenon of Proton and Two-Proton Radioactivity // *Nucl. Phys.* 1960. V. 19. P. 482–495.
2. *Grigorenko L. V. et al.* Theory of Two-Proton Radioactivity with Application to  $^{19}\text{Mg}$  and  $^{48}\text{Ni}$  // *Phys. Rev. Lett.* 2000. V. 85. P. 22–25.
3. *Grigorenko L. V. et al.* Two-Proton Radioactivity and Three-Body Decay: I. General Problems and Theoretical Approach // *Phys. Rev. C.* 2001. V. 64. P. 054002.
4. *Grigorenko L. V. et al.* Two-Proton Widths of  $^{12}\text{O}$ ,  $^{16}\text{Ne}$  and Three-Body Mechanism of Thomas–Ehrman Shift // *Phys. Rev. Lett.* 2002. V. 88. P. 042502.
5. *Grigorenko L. V. et al.* Three-Body Decays of Light Nuclei:  $^6\text{Be}$ ,  $^8\text{Li}$ ,  $^9\text{Be}$ ,  $^{12}\text{O}$ ,  $^{16}\text{Ne}$ , and  $^{17}\text{Ne}$  // *Eur. Phys. J. A.* 2002. V. 15. P. 125–129.
6. *Grigorenko L. V., Mukha I. G., Zhukov M. V.* Prospective Candidates for the Two-Proton Decay Studies: I. Structure and Coulomb Energies of  $^{17}\text{Ne}$  and  $^{19}\text{Mg}$  // *Nucl. Phys. A.* 2003. V. 713. P. 372–389.

7. *Grigorenko L. V., Mukha I. G., Zhukov M. V.* Prospective Candidates for the Two-Proton Decay Studies: II. Exploratory Studies of  $^{30}\text{Ar}$ ,  $^{34}\text{Ca}$ , and  $^{45}\text{Fe}$  // *Nucl. Phys. A.* 2003. V. 714. P. 425–440.
8. *Grigorenko L. V., Zhukov M. V.* Two-Proton Radioactivity and Three-Body Decay: II. Exploratory Studies of Lifetimes and Correlations // *Phys. Rev. C.* 2003. V. 68. P. 054005.
9. *Grigorenko L. V., Zhukov M. V.* Two-Proton Radioactivity and Three-Body Decay: III. Integral Formulas for Decay Widths in a Simplified Semianalytical Approach // *Phys. Rev. C.* 2007. V. 76. P. 014008.
10. *Grigorenko L. V., Zhukov M. V.* Two-Proton Radioactivity and Three-Body Decay: IV. Connection to Quasiclassical Formulation // *Ibid.* P. 014009.
11. *Pfützner M. et al.* First Evidence for the Two-Proton Decay of  $^{45}\text{Fe}$  // *Eur. Phys. J. A.* 2002. V. 14. P. 279.
12. *Giovinazzo J. et al.* Two-Proton Radioactivity of  $^{45}\text{Fe}$  // *Phys. Rev. Lett.* 2002. V. 89. P. 102501.
13. *Blank B. et al.* First Observation of  $^{54}\text{Zn}$  and Its Decay by Two-Proton Emission // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 94. P. 232501.
14. *Dossat C. et al.* Two-Proton Radioactivity Studies with  $^{45}\text{Fe}$  and  $^{48}\text{Ni}$  // *Phys. Rev. C.* 2005. V. 72. P. 054315.
15. *Mukha I. et al.* Proton–Proton Correlations Observed in Two-Proton Radioactivity of  $^{94}\text{Ag}$  // *Nature.* 2006. V. 439. P. 298.
16. *Mukha I. et al.* Observation of Two-Proton Radioactivity of  $^{19}\text{Mg}$  by Tracking the Decay Products // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 99. P. 182501.
17. *Giovinazzo J. et al.* First Direct Observation of Two Protons in the Decay of  $^{45}\text{Fe}$  with a Time-Projection Chamber // *Ibid.* P. 102501.
18. *Miernik K. et al.* Two-Proton Correlations in the Decay of  $^{45}\text{Fe}$  // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 99. P. 192501.
19. *Miernik K. et al.* First Observation of Beta-Delayed Three-Proton Emission in  $^{45}\text{Fe}$  // *Phys. Rev. C.* 2007. V. 76. P. 041304(R).
20. *Mukha I. et al.* Proton–Proton Correlations Observed in Two-Proton Decays of  $^{19}\text{Mg}$  and  $^{16}\text{Ne}$  // *Phys. Rev. C.* 2008. V. 77. P. 061303(R).
21. *KeKelis G. J. et al.* Masses of the Unbound Nuclei  $^{16}\text{Ne}$ ,  $^{15}\text{F}$ , and  $^{12}\text{O}$  // *Phys. Rev. C.* 1978. V. 17. P. 1929.
22. *Bain C. R. et al.* Two Proton Emission Induced via a Resonance Reaction // *Phys. Lett. B.* 1996. V. 373. P. 35.
23. *Gómez del Campo J. et al.* Decay of a Resonance in  $^{18}\text{Ne}$  by the Simultaneous Emission of Two-Protons // *Phys. Rev. Lett.* 2001. V. 86. P. 43.
24. *Zhukov M. V. et al.* Bound State Properties of Borromean Halo Nuclei:  $^6\text{He}$  and  $^{11}\text{Li}$  // *Phys. Rep.* 1993. V. 231. P. 151.



25. *Goldansky V. I.* Two-Proton Radioactivity // Nucl. Phys. 1961. V. 27. P. 648.
26. *Galitsky V. M., Cheltsov V. F.* Two-Proton Radioactivity Theory // Nucl. Phys. 1964. V. 56. P. 86–96.
27. *Jänecke J.* The Emission of Protons from Light Neutron-Deficient Nuclei // Nucl. Phys. 1965. V. 61. P. 326.
28. *Baz' A. I. et al.* Light and Intermediate Nuclei near the Border of Nuclear Stability. M.: Nauka, 1972 (in Russian).
29. *Woods P. J., Davids C. N.* Nuclei beyond the Proton Drip-Line // Ann. Rev. Nucl. and Part. Sci. 1997. V. 47. P. 541.
30. *Brown B. A.* Diproton Decay of Nuclei on the Proton Drip Line // Phys. Rev. C. 1991. V. 43. P. R1513; Erratum // Ibid. V. 44. P. 924(E).
31. *Nazarewicz W. et al.* Structure of Proton Drip-Line Nuclei around Doubly Magic  $^{48}\text{Ni}$  // Phys. Rev. C. 1996. V. 53. P. 740.
32. *Nyman G. et al.* The Beta Decay of  $^9\text{Li}$  to Levels in  $^9\text{Be}$ : A New Look // Nucl. Phys. A. 1990. V. 510. P. 189.
33. *Detraz C.* The Branching Ratio of  $\beta$ -Delayed Two-Proton Emission // Z. Phys. A. 1991. V. 340. P. 227.
34. *Moltz D. M. et al.* Beta-Delayed Two-Proton Decay of  $^{39}\text{Ti}$  // Z. Phys. A. 1992. V. 342. P. 273.
35. *Borge M. J. G. et al.* Probing the  $^{11}\text{Li}$  Halo Structure through  $\beta$ -Decay into the  $^{11}\text{Be}^*$  (18 MeV) State // Nucl. Phys. A. 1997. V. 613. P. 199.
36. *Fynbo H. O. U. et al.* The  $\beta$  2p Decay Mechanism of  $^{31}\text{Ar}$  // Nucl. Phys. A. 2000. V. 667. P. 38.
37. *Fynbo H. O. U. et al.* Correlated Emission of Three Alpha-Particles in the Beta-Decay of  $^{12}\text{N}$  // Eur. Phys. J. A. 2002. V. 15. P. 135.
38. *Fynbo H. O. U. et al.* Clarification of the Three-Body Decay of  $^{12}\text{C}$  (12.71 MeV) // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. P. 082502.
39. *Prezado Y. et al.* Large Asymmetry in the Strongest Beta-Transition for  $A = 9$  // Phys. Lett. B. 2003. V. 576. P. 55.
40. *Bochkarev O. V. et al.* Two-Proton Decay of  $^6\text{Be}$  // Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 1984. V. 40. P. 204; JETP. Lett. (USSR). 1984. V. 40. P. 969.
41. *Bochkarev O. V. et al.* «Dineutron» Emission from an Excited State of the  $^6\text{He}$  Nucleus // Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 1985. V. 42. P. 303; JETP. Lett. (USSR). 1985. V. 42. P. 374.
42. *Bochkarev O. V. et al.*  $^2\text{He}$  Emission from an Excited State of  $^6\text{Be}$  // Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 1985. V. 42. P. 305; JETP. Lett. (USSR). 1985. V. 42. P. 377.
43. *Bochkarev O. V. et al.* Three-Body Decay of the  $2^+$  State of Nuclei  $^6\text{He}$ ,  $^6\text{Li}$ , and  $^6\text{Be}$  // Yad. Fiz. 1987. V. 46. P. 12.

44. *Bochkarev O. V. et al.* Exotic Decay Modes of  ${}^6\text{Be}$  in a Kinematically Complete Experiment // *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 1988. V. 48. P. 124; *JETP Lett. (USSR)*. 1988. V. 48. P. 133.
45. *Bochkarev O. V. et al.* Democratic Decay of  ${}^6\text{Be}$  States // *Nucl. Phys. A.* 1989. V. 505. P. 215.
46. *Bochkarev O. V. et al.* Proton and Alpha-Particle Spectra from  ${}^6\text{Be}$  Three-Particle Decay // *Yad. Fiz.* 1989. V. 49. P. 1521; *Sov. J. Nucl. Phys.* 1989. V. 49. P. 941.
47. *Bochkarev O. V. et al.* Three-Body Decay of the  $(5/2)^-$  State of the  ${}^9\text{Be}$  and  ${}^9\text{B}$  Isotopic Doublet // *Yad. Fiz.* 1990. V. 52. P. 1525; *Sov. J. Nucl. Phys.* 1990. V. 52. P. 964.
48. *Bochkarev O. V. et al.* Experimental Study of Three-Particle Decays of  ${}^6\text{Be}(0^+)$  and  ${}^6\text{Be}(*) (2^+)$  // *Yad. Fiz.* 1992. V. 55. P. 1729; *Sov. J. Nucl. Phys.* 1992. V. 55. P. 955.
49. *Bochkarev O. V. et al.* Spectrum of Neutrons from the Three-Particle Decay of  ${}^6\text{He}(2^+)$  and Its Structure // *Yad. Fiz.* 1994. V. 57. P. 5; *Sov. J. Nucl. Phys.* 1994. V. 57. P. 1281.
50. *Mukha I. G. et al.* Three-Body Democratic Decay of  ${}^8\text{Li } 4^+$  State. Unpublished.
51. *Korshennikov A. A. et al.* Experimental Study of  ${}^8\text{He} + p$  Elastic and Inelastic Scattering // *Phys. Lett. B.* 1993. V. 316. P. 38.
52. *Bohlen H. G. et al.* // *Proc. of LEND'95.* World Sci., 1995. P. 53.
53. *Markenroth K. et al.*  ${}^8\text{He}-{}^6\text{He}$ : A Comparative Study of Nuclear Fragmentation Reactions // *Nucl. Phys. A.* 2001. V. 679. P. 462.
54. *Meister M. et al.*  ${}^8\text{He}-{}^6\text{He}$ : A Comparative Study of Electromagnetic Fragmentation Reactions // *Nucl. Phys. A.* 2002. V. 700. P. 3.
55. *Korshennikov A. A., Danilin B. V., Zhukov M. V.* Possible Existence of  ${}^{10}\text{He}$  as Narrow Three-Body Resonance // *Nucl. Phys. A.* 1993. V. 559. P. 208.
56. *Korshennikov A. A. et al.* Observation of  ${}^{10}\text{He}$  // *Phys. Lett. B.* 1994. V. 326. P. 31.
57. *Ostrowski A. N. et al.* Spectroscopy of  ${}^{10}\text{He}$  // *Ibid.* V. 338. P. 13–19.
58. *Bohlen H. G. et al.* Spectroscopy of Exotic Nuclei with Multi-Nucleon Transfer Reactions // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 1999. V. 42. P. 17.
59. *Kryger R. A. et al.* Two Proton Emission from the Ground State of  ${}^{12}\text{O}$  // *Phys. Rev. Lett.* 1995. V. 74. P. 860.
60. *Azhari A., Kryger R. A., Thoennessen M.* Decay of the  ${}^{12}\text{O}$  Ground State // *Phys. Rev. C.* 1998. V. 58. P. 2568.
61. *Woodward C. J., Tribble R. E., Tanner D. M.* Mass of  ${}^{16}\text{Ne}$  // *Phys. Rev. C.* 1983. V. 27. P. 27.
62. *Korshennikov A. A.* Analysis of the Properties of Three-Particle Decays of Nuclei with  $A = 12$  and  $16$  in the K-Harmonics Method // *Yad. Fiz.* 1990. V. 52. P. 1304; *Sov. J. Nucl. Phys.* 1990. V. 52. P. 827.
63. *Thomas R. G.* An Analysis of the Energy Levels of the Mirror Nuclei,  $\text{C}^{13}$  and  $\text{N}^{13}$  // *Phys. Rev.* 1951. V. 81. P. 148.

64. *Ehrman J. B.* On the Displacement of Corresponding Energy Levels of  $C^{13}$  and  $N^{13}$  // *Phys. Rev.* 1951. V. 81. P. 412.
65. *Chromik M. J. et al.* Excitation and Decay of the First Excited State of  $^{17}\text{Ne}$  // *Phys. Rev. C.* 1997. V. 55. P. 1676.
66. *Chromik M. J. et al.* Two-Proton Spectroscopy of Low-Lying States in  $^{17}\text{Ne}$  // *Phys. Rev. C.* 2002. V. 66. P. 024313.
67. *Zhukov M. V., Thompson I. J.* Existence of Proton Halos near the Drip Line // *Phys. Rev. C.* 1995. V. 52. P. 3505.
68. *Grigorenko L. V., Parfenova Yu. L., Zhukov M. V.* Possibility to Study a Two-Proton Halo in  $^{17}\text{Ne}$  // *Phys. Rev. C.* 2005. V. 71. P. 051604(R).
69. *Görres J., Wiescher M., Thielemann F.-K.* Bridging the Waiting Points: The Role of Two-Proton Capture Reactions in the  $rp$ -Process // *Phys. Rev. C.* 1995. V. 51. P. 392–400.
70. *Grigorenko L. V., Zhukov M. V.* Three-Body Resonant Radiative Capture Reactions in Astrophysics // *Phys. Rev. C.* 2005. V. 72. P. 015803.
71. *Grigorenko L. V. et al.* Soft Dipole Mode in  $^{17}\text{Ne}$  and the Astrophysical  $2p$  Capture on  $^{15}\text{O}$  // *Phys. Lett. B.* 2006. V. 641. P. 254–259.
72. *Garrido E., Fedorov D. V., Jensen A. S.* Three-Body Structure of the Low-Lying  $^{17}\text{Ne}$ -States // *Nucl. Phys. A.* 2004. V. 733. P. 85.
73. *Björnstad G. M. J. et al.* The Decay of  $^8\text{He}$  // *Nucl. Phys. A.* 1981. V. 366. P. 461.
74. *Borge G. M. J. et al.* Study of Charged Particles Emitted in the Beta-Decay of  $^{6,8}\text{He}$  // *Nucl. Phys. A.* 1993. V. 560. P. 664.
75. *Changbo Fu et al.* Single and Double Proton Emissions from the  $^{14}\text{O} + ^4\text{He}$  Interaction // *Phys. Rev. C.* 2007. V. 76. P. 021603(R).
76. *Balamuth D. P., Zurmühle R. W., Tabor S. L.* Isospin-Forbidden Alpha Decay of the 15.11-MeV State in  $^{12}\text{C}$  // *Phys. Rev. C.* 1974. V. 10. P. 975.
77. *Grigorenko L. V. et al.* Two-Proton Events in the  $^{17}\text{F}(p,2p)^{16}\text{O}$  Reaction // *Phys. Rev. C.* 2002. V. 65. P. 044612.
78. *Miernik K. et al.* Optical Time Projection Chamber for Imaging Nuclear Decays // *Nucl. Instr. Meth. A.* 2007. V. 581. P. 194–197.
79. *Mukha I., Schrieder G.* Two-Proton Radioactivity as a Genuine Three-Body Decay: The  $^{19}\text{Mg}$  Probe // *Nucl. Phys. A.* 2001. V. 690. P. 280c.
80. *Chulkov L.*  $T_{1/2}(^{19}\text{Mg}) < 10$  ns. Private Communication. 2000.
81. *Frank N. et al.* Half-Life Limit of  $^{19}\text{Mg}$  // *Phys. Rev. C.* 2003. V. 68. P. 054309.
82. *Delves L. M.* Tertiary and General-Order Collisions (II) // *Nucl. Phys.* 1960. V. 20. P. 275.
83. *Danilin B. V. et al.* Three-Particle Decays of Nuclei  $^6\text{Be}$  and  $^6\text{He}$  and Energy Spectra of Alpha Particles and Nucleons // *Yad. Fiz.* 1987. V. 46. P. 427; *Sov. J. Nucl. Phys.* 1987. V. 46. P. 225.

84. *Grigorenko L. V., Shul'gina N. B., Zhukov M. V.* Theoretical Studies of  $^8\text{He}$   $\beta$ -Decay // Nucl. Phys. A. 1996. V. 607. P. 277; Erratum // Nucl. Phys. A. 1997. V. 614. P. 567.
85. *Meister M. et al.* Searching for the  $^5\text{H}$  Resonance in the  $t + n + n$  System // Nucl. Phys. A. 2003. V. 723. P. 13.
86. *Meister M. et al.* The  $t + n + n$  System and  $^5\text{H}$  // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. P. 162504.
87. *Golovkov M. et al.* Evidences for Resonance States in  $^5\text{H}$  // Phys. Lett. B. 2003. V. 566. P. 70.
88. *Grigorenko L. V.* Experimental Puzzle of  $^5\text{H}$  // Eur. Phys. J. A. 2004. V. 20. P. 419.
89. *Golovkov M. S. et al.* Observation of Excited States in  $^5\text{H}$  // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. P. 262501.
90. *Golovkov M. S. et al.* Correlation Studies of the  $^5\text{H}$  Spectrum // Phys. Rev. C. 2005. V. 72. P. 064612.
91. *Korshennikov A. A.* // Book of Abstr. of the 41st Conf. on Nuclear Spectroscopy and Structure of Atomic Nuclei, Minsk, April 16–19, 1991. L., 1991. P. 385.
92. *Demin V. F., Efros V. D.* Solution of the Nuclear Three-Body Problem with Relativistic Potentials // Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 1972. V. 16. P. 504; JETP Lett. (USSR). 1972. V. 16. P. 360.
93. *Demin V. F., Pokrovsky Y. E., Efros V. D.* Bound-State Properties of Three and Four Nucleons with Realistic Forces // Phys. Lett. B. 1973. V. 44. P. 227.
94. *Fomin B. A., Efros V. D.* Four-Nucleon Bound State with Realistic  $NN$  Interactions // Yad. Fiz. 1980. V. 31. P. 1441; Sov. J. Nucl. Phys. 1980. V. 31. P. 748.
95. *Fomin B. A., Efros V. D.* Local Realistic  $NN$  Interactions in the Four-Nucleon Problem // Phys. Lett. B. 1981. V. 98. P. 389.
96. *Permyakov V. P. et al.* System of Four Nucleons, Neutron Scattering by Tritium // Yad. Fiz. 1971. V. 14. P. 567; Sov. J. Nucl. Phys. 1972. V. 14. P. 317.
97. *Efros V. D., Zhukov M. V.* Elastic  $n$ - $^4\text{He}$  Scattering as Five Body Problem // Phys. Lett. B. 1971. V. 37. P. 18.
98. *Vostrikov A. N., Zhukov M. V.* Method of Hyperspherical Functions in Problems with Continuous Spectrum. Three-Particle Photodisintegration of  $^3\text{H}$  and  $^3\text{He}$  // Yad. Fiz. 1977. V. 26. P. 716; Sov. J. Nucl. Phys. 1977. V. 26. P. 377.
99. *Efros V. D., Leidemann W., Orlandini G.* Response Functions from Integral Transforms with a Lorentz Kernel // Phys. Lett. B. 1994. V. 338. P. 130.
100. *Efros V. D., Leidemann W., Orlandini G.* Accurate Four-Body Response Function with Full Final State Interaction: Application to Electron Scattering off  $^4\text{He}$  // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 432.
101. *Danilin B. V. et al.* Calculation of  $0^+ T = 1$  States of  $^6\text{He}$ ,  $^6\text{Li}$ , and  $^6\text{Be}$  in Three-Particle  $\alpha + 2N$  Model with Local Potentials // Yad. Fiz. 1989. V. 49. P. 351.
102. *Danilin B. V. et al.* Dynamical Multicluster Model for Electroweak and Charge-Exchange Reactions // Phys. Rev. C. 1991. V. 43. P. 2835.

103. *Zhukov M. V. et al.*  ${}^9\text{Li}$  and Neutron Momentum Distributions in  ${}^{11}\text{Li}$  in a Simplified Three-Body Model // *Phys. Rev. C.* 1991. V. 44. P. R12.
104. *Bang J. M. et al.* Few-Body Aspects of Borromean Halo Nuclei // *Phys. Rep.* 1996. V. 264. P. 27.
105. *Jensen A. S., Zhukov M. V.* Few-Body Effects in Nuclear Halos // *Nucl. Phys. A.* 2001. V. 693. P. 411.
106. *Hansen P. J., Jonson B.* The Neutron Halo of Extremely Neutron-Rich Nuclei // *Europhys. Lett.* 1987. V. 4. P. 409.
107. *Grigorenko L. V. et al.* The Structure of  ${}^8\text{Li}$  and  ${}^8\text{B}$  Nuclei in an Extended Three-Body Model and Astrophysical  $S_{17}$  Factor // *Phys. Rev. C.* 1998. V. 57. P. R2099–R2103.
108. *Grigorenko L. V. et al.* An Extended Three-Cluster Model with Two-Cluster Long-Range Correlations: Application to the  ${}^8\text{Li}$ ,  ${}^8\text{B}$  Nuclei // *Phys. Rev. C.* 1999. V. 60. P. 044312.
109. *Thompson I. J. et al.* Pauli Blocking in Three-Body Models of Halo Nuclei // *Phys. Rev. C.* 2000. V. 61. P. 024318.
110. *Danilin B. V. et al.* Three-Body Continuum Structure and Response Functions of Halo Nuclei (I):  ${}^6\text{He}$  // *Nucl. Phys. A.* 1998. V. 632. P. 383.
111. *Ershov S. N. et al.* New Insight into Halo Fragmentation // *Phys. Rev. Lett.* 1999. V. 82. P. 908.
112. *Smedberg M. H. et al.* New Results on the Halo Structure of  ${}^8\text{B}$  // *Phys. Lett. B.* 1999. V. 452. P. 1.
113. *Ershov S. N., Danilin B. V., Vaagen J. S.* Inelastic Excitations and Momentum Distributions in Kinematically Complete Breakup Reactions of Two-Neutron Halo Nuclei // *Phys. Rev. C.* 2001. V. 64. P. 064609.
114. *Parfenova Y. L., Zhukov M. V.*  ${}^8\text{B}$  Breakup on  ${}^{12}\text{C}$  at Intermediate Energies and the Three-Body Structure of  ${}^8\text{B}$  // *Phys. Rev. C.* 2002. V. 66. P. 064607.
115. *Danilin B. V. et al.* Three-Body Continuum Spatial Correlations in Borromean Halo Nuclei // *Phys. Rev. C.* 2004. V. 69. P. 024609.
116. *Nunes F. M. et al.* Core Excitation in Three-Body Systems: Application to  ${}^{12}\text{Be}$  // *Nucl. Phys. A.* 1996. V. 609. P. 43.
117. *Fedorov D. V., Jensen A. S.* The Three-Body Continuum Coulomb Problem and the  $3\alpha$  Structure of  ${}^{12}\text{C}$  // *Phys. Lett. B.* 1996. V. 389. P. 631–636.
118. *Barker F. C.* Width of the  ${}^{12}\text{O}$  Ground State // *Phys. Rev. C.* 1999. V. 59. P. 535–538.
119. *Barker F. C.*  ${}^{12}\text{O}$  Ground-State Decay by  ${}^2\text{He}$  Emission // *Phys. Rev. C.* 2001. V. 63. P. 047303.
120. *Barker F. C.*  ${}^6\text{Be}$  and  ${}^8\text{C}$  Level Widths // *Phys. Rev. C.* 2002. V. 66. P. 047603; Erratum // *Phys. Rev. C.* 2003. V. 67. P. 049902.
121. *Brown B. A., Barker F. C., Millener D. J.* Di-Proton Decay of the 6.15 MeV  $1^-$  State in  ${}^{18}\text{Ne}$  // *Phys. Rev. C.* 2002. V. 65. P. 051309(R).

122. Fedorov D. V., Jensen A. S., Fynbo H. O. U. The Widths of the Alpha Decaying States of  $^{12}\text{C}$  within the Three-Cluster Model // Nucl. Phys. A. 2003. V. 718. P. 685c–687c.
123. Barker F. C. *R*-Matrix Formulas for Three-Body Decay Widths // Phys. Rev. C. 2003. V. 68. P. 054602.
124. Brown B. A., Barker F. C. Di-Proton Decay of  $^{45}\text{Fe}$  // Ibid. V. 67. P. 041304(R).
125. Garrido E., Fedorov D. V., Jensen A. S. Three-Body Thomas–Ehrman Shifts of Analog States of  $^{17}\text{Ne}$  and  $^{17}\text{N}$  // Phys. Rev. C. 2004. V. 69. P. 024002.
126. Rotureau J., Okolowicz J., Ploszajczak M. Microscopic Theory of the Two-Proton Radioactivity // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. P. 042503.
127. Rotureau J., Okolowicz J., Ploszajczak M. Theory of the Two-Proton Radioactivity in the Continuum Shell Model // Nucl. Phys. A. 2006. V. 767. P. 13–57.
128. Audi G., Wapstra A. H. The 1993 Atomic Mass Evaluation: II. Nuclear-Reaction and Separation Energies // Nucl. Phys. A. 1993. V. 565. P. 66–157.
129. Audi G., Wapstra A. H. The 1995 Update to the Atomic Mass Evaluation // Nucl. Phys. A. 1995. V. 595. P. 409–480.
130. Ormand W. E. Properties of Proton Drip-Line Nuclei at the *sd*-*fp*-Shell Interface // Phys. Rev. C. 1996. V. 53. P. 214–221.
131. Cole B. J. Stability of Proton-Rich Nuclei in the Upper *sd* Shell and Lower *pf* Shell // Ibid. V. 54. P. 1240–1248.
132. Ormand W. E. Mapping the Proton Drip Line up to  $A = 70$  // Phys. Rev. C. 1997. V. 55. P. 2407–2417.
133. Cole B. J. Systematics of Proton and Diproton Separation Energies for Light Nuclei // Ibid. V. 56. P. 1866–1871.
134. Brown B. A. *et al.* Proton Drip-Line Calculations and the *rp* Process // Phys. Rev. C. 2002. V. 65. P. 045802.
135. Aoyama S. Theoretical Prediction for the Ground State of  $^{10}\text{He}$  with the Method of Analytic Continuation in the Coupling Constant // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. P. 052501.
136. Grigorenko L. V., Zhukov M. V. Problems with Interpretation of  $^{10}\text{He}$  Ground State // Phys. Rev. C. 2008. V. 77. P. 034611.
137. Fortune H. T., Sherr R. Structure of  $^{17}\text{Ne}$  Ground State // Phys. Lett. B. 2001. V. 503. P. 70.
138. Dzibuti R. I., Krupennikova N. B. Hyperspherical Function Method in the Few-Body Quantum Mechanics. Tbilisi: Mecniereba, 1984.
139. Kadenskii S. G., Kalechits V. E. Alpha Decay and Nuclear Interactions // Yad. Fiz. 1970. V. 12. P. 70; Sov. J. Nucl. Phys. 1971. V. 12. P. 37.
140. Harada K., Rauscher E. A. Unified Theory of Alpha Decay // Phys. Rev. 1968. V. 169. P. 818–824.

141. Danilin B. V., Zhukov M. V. Resonance  $3 \rightarrow 3$  Scattering and Structure of the Excited States of  $A = 6$  Nuclei // *Yad. Fiz.* 1993. V. 56. P. 67–76; *Phys. At. Nucl.* 1993. V. 56. P. 460–469.
142. Brauner M., Briggs J. S., Clar H. Triply-Differential Cross Sections for Ionisation of Hydrogen Atoms by Electrons and Positrons // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 1989. V. 22. P. 2265.
143. Alt E. O., Mukhamedzhanov A. M. Asymptotic Solution of the Schrödinger Equation for Three Charged Particles // *Phys. Rev. A.* 1993. V. 47. P. 2004.
144. Aleksandrov D. V. et al. Halo Excitations in Fragmentation of  ${}^6\text{He}$  at 240 MeV/u on Carbon and Lead Targets // *Nucl. Phys. A.* 2000. V. 669. P. 51.
145. Brown G. E., Jackson A. D. *The Nucleon–Nucleon Interaction.* Amsterdam; Oxford: North Holland Publ. Comp., 1976.
146. Gogny D., Pires P., de Tourreil R. A Smooth Realistic Local Nucleon–Nucleon Force Suitable for Nuclear Hartree–Fock Calculations // *Phys. Lett. B.* 1970. V. 32. P. 591.
147. Becchetti F. D., Greenlees G. W. Nucleon–Nucleus Optical-Model Parameters,  $A > 40$ ,  $E < 50$  MeV // *Phys. Rev.* 1969. V. 182. P. 1190.
148. Woosley S. E. et al. The  $r$ -Process and Neutrino-Heated Supernova Ejecta // *Astrophys. J.* 1994. V. 433. P. 229.
149. Takahashi K., Witt J., Janka H. T. Nucleosynthesis in Neutrino-Driven Winds from Protoneutron Stars: II. The  $r$ -Process // *Astron. Astrophys.* 1994. V. 286. P. 857.
150. Fowler W. A., Caughlan G. R., Zimmerman B. A. Thermonuclear Reaction Rates. II // *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* 1975. V. 13. P. 69.
151. Caughlan G. R., Fowler W. A. Thermonuclear Reaction Rates. V // *At. Data Nucl. Data Tables.* 1988. V. 40. P. 283.
152. Görres J. et al. Two-Neutron Capture Reactions in Supernovae Neutrino Bubbles // *Phys. Rev. C.* 1995. V. 52. P. 2231.
153. Efros V. D. et al. Low-Energy Photodisintegration of  ${}^9\text{Be}$  and  $\alpha + \alpha + n \leftrightarrow {}^9\text{Be} + \gamma$  Reactions at Astrophysical Conditions // *Eur. Phys. J. A.* 1998. V. 1. P. 447.
154. Angulo C. et al. A Compilation of the Charged-Particle Induced Thermonuclear Reaction Rates // *Nucl. Phys. A.* 1999. V. 656. P. 3.
155. Buchmann L. et al.  $\beta$ -Delayed Particle Decay of  ${}^9\text{C}$  and the  $A = 9$ ,  $T = 1/2$  Nuclear System: R-Matrix Fits, the  $A = 9$  Nuclear System, and the Stellar Reaction Rate of  ${}^4\text{He}(\alpha n, \gamma){}^9\text{Be}$  // *Phys. Rev. C.* 2001. V. 63. P. 034303.
156. Fowler W. A., Caughlan G. R., Zimmerman B. A. Thermonuclear Reaction Rates // *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* 1967. V. 5. P. 525–570.
157. Nomoto K., Thielemann F., Miyaji S. The Tripple Alpha Reaction at Low Temperatures in Accreting White Dwarfs and Neutron Stars // *Astron. Astrophys.* 1985. V. 149. P. 239–245.
158. Baz' A. I., Merkuriev S. P. Kinematic Properties of Three-Particle Reactions // *Teor. Mat. Fiz.* 1977. V. 31. P. 48–61; *Theor. Math. Phys. (USSR).* 1977. V. 31. P. 309–318.

159. *Merkuriev S. P., Faddeev L. D.* Quantum Scattering Theory for Few Particle Systems. M.: Science, Main Editorial Office for Phys. and Math. Lit., 1985 (in Russian).
160. *Ikeda K.* INS Report JHP-7. 1988 (in Japanese).
161. *Bertulani C., Baur G.* Coincidence Cross Sections for the Dissociation of Light Ions in High-Energy Collisions // Nucl. Phys. A. 1988. V. 480. P. 615.
162. *Kobayashi T. et al.* Electromagnetic Dissociation and Soft Giant Dipole Resonance of the Neutron-Dripline Nucleus  $^{11}\text{Li}$  // Phys. Lett. B. 1989. V. 232. P. 51–55.
163. *Anne R. et al.* Observation of Forward Neutrons from the Break-Up of the  $^{11}\text{Li}$  Neutron Halo // Phys. Lett. B. 1990. V. 250. P. 19.
164. *Blank B. et al.* Reaction Cross Section Measurements of the Neutron-Rich Isotopes  $^{8,9,11}\text{Li}$  at 80 MeV/nucleon // Z. Phys. A. 1991. V. 340. P. 41.
165. *Aumann T. et al.* Continuum Excitations in  $^6\text{He}$  // Phys. Rev. C. 1999. V. 59. P. 1252.
166. *Palit R. et al.* Exclusive Measurement of Breakup Reactions with the One-Neutron Halo Nucleus  $^{11}\text{Be}$  // Phys. Rev. C. 2003. V. 68. P. 034318.
167. *Alhassid Y., Gai M., Bertsch G.F.* Radiative Width of Molecular-Cluster States // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49. P. 1482.
168. *Leistenschneider A. et al.* Photoneutron Cross Sections for Unstable Neutron-Rich Oxygen Isotopes // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. P. 5442.
169. *Adrich P. et al.* Evidence for Pygmy and Giant Dipole Resonances in  $^{130}\text{Sn}$  and  $^{132}\text{Sn}$  // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. P. 132501.
170. *Chulkov L. et al.* Three-Body Correlations in Electromagnetic Dissociation of Borromean Nuclei: The  $^6\text{He}$  Case // Nucl. Phys. A. 2005. V. 759. P. 23.
171. *Sarchi D., Bortignon P.F., Colo G.* Dipole States in Stable and Unstable Nuclei // Phys. Lett. B. 2004. V. 601. P. 27.
172. *Tsoneva N., Lenske H., Stoyanov Ch.* Probing the Nuclear Neutron Skin by Low-Energy Dipole Modes // Ibid. V. 586. P. 213.
173. *Paar N., Vretenar D., Ring P.* Proton Electric Pygmy Dipole Resonance // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 94. P. 182501.
174. *Paar N. et al.* Low-Energy Dipole Excitations Towards the Proton Drip-Line: Doubly Magic  $^{48}\text{Ni}$  // Phys. Lett. B. 2005. V. 624. P. 195.
175. *Langanke K. et al.* A New Estimate of the  $\text{Ne}^{19}(p, \gamma)\text{Na}^{20}$  and  $\text{O}^{15}(\alpha, \gamma)\text{Ne}^{19}$  Reaction Rates at Stellar Energies // Astrophys. J. 1986. V. 301. P. 629.