

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОЦЕССА МНОГОКРАТНОГО
КОМПТОНОВСКОГО РАССЕЙЯНИЯ

А. П. Потылицын^{1,2,*}, *А. М. Кольчужкин*³

¹ Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Томск, Россия

² Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

³ Московский государственный технологический университет «Станкин», Москва

ВВЕДЕНИЕ	1804
ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА ОБРАТНОГО КОМПТОНОВСКОГО РАССЕЙЯНИЯ	1809
МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОКР МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО	1813
РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ	1814
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	1821
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	1822

*E-mail: potylitsyn@tpu.ru

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА МНОГОКРАТНОГО КОМПТОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ

А. П. Потылицын^{1,2,*}, *А. М. Кольчужкин*³

¹ Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Томск, Россия

² Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

³ Московский государственный технологический университет «Станкин», Москва

В настоящее время в ряде лабораторий создаются источники монохроматического рентгеновского и гамма-излучения на основе эффекта обратного комптоновского рассеяния (ОКР) лазерных фотонов на пучке релятивистских электронов. Современные технологии позволяют обеспечить такую концентрацию электронов и фотонов в точке встречи, при которой на каждый первичный электрон будет приходиться несколько испущенных жестких фотонов. В отличие от хорошо известного нелинейного процесса ОКР, в котором начальный электрон «поглощает» несколько лазерных фотонов и испускает один «жесткий», рассматриваемый процесс может быть назван многократным процессом ОКР, характеризуемым средним числом испущенных фотонов. В данной работе проведено моделирование характеристик пучка обратно рассеянных квантов методом Монте-Карло и показано, что даже в случае жесткой коллимации результирующего фотонного пучка монохроматичность излучения может ухудшаться из-за вклада процессов многократного испускания фотонов, которые необходимо учитывать при разработке новых источников излучения на основе ОКР.

A few laboratories are developing monochromatic sources of X-rays and gamma quanta based on Compton backscattering (CBS) process of laser photons by relativistic electrons. The modern technologies can provide such a photon concentration in the interaction point where each electron can emit a few hard photons. In contrast with the well-known nonlinear CBS process where an initial electron «absorbs» a few laser photons and emits one hard photon, the above-mentioned process may be named as multiple CBS process and can be characterized by a mean number of emitted photons. In this paper we developed an approach based on Monte Carlo technique allowing us to simulate spectral distributions of photons emitted into a narrow collimator for linear CBS process and for nonlinear one with taking into account multiplicity of collisions and showed that monochromaticity of radiation is worsening due to multiple CBS process. For design and construction of new CBS sources there should be foreseen such an effect.

PACS: 29.27.Fh; 41.60.-m

*E-mail: potylitsyn@tpu.ru

ВВЕДЕНИЕ

Около полувека назад в работах [1, 2] был предложен метод получения монохроматических пучков гамма-квантов, основанный на процессе обратного комптоновского рассеяния (ОКР) лазерных фотонов на пучке релятивистских электронов. В 1980-х гг. подобные пучки начали широко использоваться в исследованиях фотоядерных реакций. Монохроматические поляризованные пучки γ -квантов с энергией $\geq 10^2$ МэВ были получены методом ОКР на гигаэлектронвольтных электронных пучках накопителей [3–5]. В последние годы прогресс лазерных технологий и ускорительной техники позволил приступить к разработке принципиально новых интенсивных источников монохроматического рентгеновского [6–8] и гамма-излучения [9] при рассеянии лазерных фотонов на электронных пучках линейных ускорителей и рециркуляторов.

Основное преимущество получения рентгеновского и гамма-излучения через механизм ОКР заключается в возможности создания пучка монохроматического излучения с шириной линии менее 1 % при соответствующей угловой коллимации.

Из кинематики линейного процесса ОКР

$$p_0 + k_0 = p_1 + k_1$$

(p_i, k_i — 4-импульсы электрона и фотона; индексы $i = 0, 1$ соответствуют начальному и конечному состояниям) следует, что монохроматичность пучка рассеянных фотонов на уровне $\sim 1\%$ достигается при коллимации рассеянного излучения в интервал углов, значительно меньших γ_0^{-1} (γ_0 — лоренц-фактор начального электрона). При такой коллимации существенно уменьшается интенсивность рентгеновского (гамма) пучка, и, чтобы достичь интенсивности, требуемой для приложений, необходимо либо увеличивать мощность лазерной вспышки и, соответственно, концентрацию фотонов в точке встречи [10, 11], либо использовать электронный пучок рециркулятора [12]. Однако если при прохождении через лазерную вспышку электрон испытывает несколько взаимодействий, теряя энергию в каждом из них, то в заданную угловую апертуру будут испускаться фотоны с более широким спектром энергий, что приведет к уширению спектральной линии и к ухудшению монохроматичности.

Процесс многократного комптоновского рассеяния релятивистского электрона на лазерных фотонах является дискретным и не описывается в рамках классической электродинамики, которая не учитывает квантовые эффекты отдачи. В ряде работ (см., например, [13] и цитированную там литературу) процесс ОКР описывается как классический процесс томсоновского рассеяния, однако область применимости данного подхода необходимо определять для каждого конкретного случая с учетом вклада кратных процессов.

Число испущенных фотонов при столкновении электронных и фотонных пучков (число взаимодействий) определяется интегральной светимостью L и сечением процесса σ :

$$N_{\text{ph}} = L\sigma. \quad (1)$$

Интегральная светимость L характеризует «перекрытие» в пространстве и во времени электронного и лазерного пучков, и, например, для «лобового» столкновения лазерного и электронного пучков, которые распространяются вдоль оси z и описываются гауссовыми распределениями с фиксированными параметрами по всем трем координатам, светимость L вычисляется аналитически [14, 15] и не зависит от длительности сталкивающихся сгустков:

$$L = \frac{(1 + \beta_0) N_e N_L}{2\pi \sqrt{\sigma_{Lx}^2 + \sigma_{ex}^2} \sqrt{\sigma_{Ly}^2 + \sigma_{ey}^2}}, \quad (2)$$

где параметры гауссианов $\sigma_{ex}, \sigma_{ey}, \sigma_{Lx}, \sigma_{Ly}$ описывают поперечные размеры сталкивающихся пучков (индекс L относится к лазерному пучку, индекс e — к электронному). В формуле (2) через $\beta_0 c$ обозначена скорость электронов в сгустке, $N_e(N_L)$ — полное число электронов (фотонов) в сгустке.

В данной статье мы будем рассматривать только «лобовое» (head-on) столкновение электронного и лазерного пучков.

Среднее число фотонов, испускаемых каждым электроном \bar{k} при его прохождении через лазерную вспышку (при условии постоянства сечения σ), определяется из соотношения (1):

$$\bar{k} = \frac{N_{\text{ph}}}{N_e} = \frac{L\sigma}{N_e}. \quad (3)$$

Величина, определяемая формулой (3), в работе [16] называется «коэффициентом конверсии» (conversion coefficient), в работе [13] — «квантовой эффективностью» (quantum efficiency).

С нашей точки зрения, термин «среднее число испущенных квантов» является более точным, поскольку он подчеркивает тот факт, что данный процесс является стохастическим, и электрон может испускать различное число фотонов ($k = 0, 1, 2, \dots$), испытывая последовательно несколько столкновений с лазерными фотонами.

Для простейшего случая азимутально-симметричных пучков ($\sigma_{Lx}^2 = \sigma_{Ly}^2 = \rho_L^2/2$; $\sigma_{ex}^2 = \sigma_{ey}^2 = \rho_e^2/2$; ρ_L, ρ_e — радиусы лазерного и электронных пучков в точке встречи) при условии $\rho_e^2 \ll \rho_L^2$ из формул (1)–(3) можно получить

$$\bar{k} \approx \frac{2N_L\sigma}{\pi\rho_L^2} = 2n_0\sigma\ell_L, \quad (4)$$

где $\ell_L \sim c\tau_L$ — эффективная длина лазерного сгустка; n_0 — концентрация лазерных фотонов в области взаимодействия. Вообще говоря, концентрация

n_0 является функцией координат и времени, однако для упрощения вычислений в дальнейшем будем полагать

$$n_0 = \frac{A}{\hbar\omega_0} \frac{1}{\pi\rho_L^2\ell_L} = \text{const},$$

где A — энергия вспышки; $\hbar\omega_0$ — энергия лазерного фотона. Выразив концентрацию фотонов через поток лазерной мощности $n_0 = I_0/\hbar\omega_0 \cdot c$ и подставив полученное выражение в (4), получим

$$\bar{k} = 2 \frac{I_0\tau_L\sigma}{\hbar\omega_0}. \quad (5)$$

Как отмечалось выше, формула (5) получена в достаточно грубом приближении, соответствующем столкновению пучков, характерные размеры которых остаются постоянными в пространстве и во времени. В реальных экспериментах поперечные размеры лазерного пучка определяются рэлеевской длиной, а электронного пучка — поперечным эмиттансом и бета-функцией ускорителя. Учет реальных поперечных и продольных характеристик пучков (3D-рассмотрение) был выполнен в работе [13]. Авторы этой работы получили выражения, учитывающие эволюцию поперечных распределений лазерного и электронного пучков по мере их прохождения через область взаимодействия. Оценка величины \bar{k} для реальных сталкивающихся пучков по формулам (16), (17) работы [13] приводит к результату, который, как и ожидалось, существенно меньше оценки (5) (в несколько раз).

Толщину «световой» мишени будем выражать в длинах свободного пробега между столкновениями электрона с фотонами в приближении нулевой энергии электрона (так называемая томсоновская длина)

$$\ell_T = \frac{1}{2n_0\sigma_T}, \quad (6)$$

которая не зависит от энергии электрона, $\sigma_T = (8/3)\pi r_0^2$. Тогда в качестве грубой оценки числа столкновений, справедливой для линейного процесса ОКР при $x_0 \ll 1$, можно использовать формулу

$$\bar{k} \sim k_T = \frac{\ell_L}{\ell_T}.$$

В 2008 г. началась реализация проекта ELI-NP, одной из основных целей которого является создание монохроматического источника гамма-квантов с энергией ≥ 10 МэВ и монохроматичностью лучше 0,2% для исследований по фотоядерной физике. В этом проекте планируется использовать процесс комптоновского рассеяния фотонов петаваттного лазера на пучке электронов с энергией ~ 720 МэВ [17]. По оценкам [18] выход гамма-квантов может достигать величины $N_{\text{ph}} \sim 7 \cdot 10^9$ при рассеянии лазерной вспышки с длительностью $\sim 10^{-11}$ с, энергией $A = 5$ Дж и радиусом фокуса $\rho_L = 10$ мкм

($I_0 \sim 10^{17}$ Вт/см²) на сгустке электронов с зарядом 1 нКл (число электронов в сгустке или заселенность $N_e = 6,25 \cdot 10^9$). Для пучков с указанными характеристиками среднее число испущенных фотонов достигает величины $\bar{k} = 1,12$, тогда как оценка (5) дает $\bar{k} \sim 5,6$. Таким образом, учет 3D-геометрии сталкивающихся пучков может быть включен введением в формулу (5) дополнительного коэффициента $S < 1$ (в частности, в рассматриваемом случае $S = 0,2$).

В статье [19] рассматривается возможность генерации гамма-квантов при рассеянии лазерных фотонов на пучке электронов с энергией 1 ГэВ. Для лазерной вспышки с энергией $A = 4$ Дж, длительностью 25 фс и радиусом фокуса $\rho_L = 4$ мкм авторы оценили выход гамма-квантов $N_{\text{ph}} = 7,3 \cdot 10^9$ для электронного сгустка с зарядом 1 нКл, что соответствует среднему числу испущенных фотонов $\bar{k} = 1,17$.

Сечение линейного процесса ОКР медленно (логарифмически) растет с убыванием энергии электрона, поэтому в тех случаях, когда изменением сечения можно пренебречь (в этом случае процесс ОКР можно описывать в терминах томсоновского рассеяния [13]), вероятность испускания k фотонов ($k = 0, 1, 2, \dots$) описывается распределением Пуассона, единственный параметр которого равен \bar{k} [20, 21]. В этом случае при $\bar{k} = 1$ доля электронов, прошедших через лазерную мишень без столкновений, и вероятность одного столкновения равны 0,368, тогда как доля электронов, испытавших более одного рассеяния, 0,264. Изменение энергии электрона вдоль траектории за счет многократного рассеяния приведет к изменению спектра испущенных квантов.

При увеличении мощности лазерной вспышки процесс ОКР может стать нелинейным, что приведет к появлению в спектре излучения высших гармоник и некоторому уменьшению интенсивности первой гармоники.

Известно, что в нелинейном процессе ОКР

$$p_0 + nk_0 = p_1 + k_1$$

число «поглощенных» фотонов n в каждом акте взаимодействия является случайной величиной со своим законом распределения, который определяется напряженностью поля (параметром нелинейности процесса a_0) и начальной энергией фотона и электрона (кинематикой процесса). Вклад «высших» гармоник ($n \geq 2$) в спектр излучения может приводить к дополнительным максимумам в жесткой части спектра, что ухудшит фоновые условия при работе с монохроматическим пучком.

Параметр a_0 , характеризующий напряженность поля в лазерной вспышке (параметр нелинейности), в настоящей статье определяется следующим образом [26]:

$$a_0^2 = 2 \left(\frac{e}{mc^2} \right)^2 \langle A_\mu A^\mu \rangle,$$

где A_μ — 4-вектор классического электромагнитного поля, описывающего лазерную вспышку, остальные обозначения стандартные. При квантовом рассмотрении этот параметр определяется через концентрацию фотонов n_0 в лазерной вспышке:

$$a_0^2 = 4\alpha\lambda_e^2\lambda_0 n_0 = \frac{2\alpha}{\pi c} \frac{\hbar}{m^2 c^3} I_0 \lambda_0^0. \quad (7)$$

В выражении (7) $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$ — постоянная тонкой структуры; $\lambda_e = \hbar/mc$ — комптоновская длина волны электрона; λ_0 — длина волны фотонов лазерного излучения; I_0 — мощность на единицу площади фокусного пятна.

Для оценки параметра a_0 часто используется «инженерная» формула [26]: $a_0 = 0,85 \cdot 10^{-9} \lambda_0$ [мкм] $\cdot I_0^{1/2}$ [Вт/см²].

Отметим, что в литературе часто используется величина $\xi^2 = a_0^2/2$ (см., например, [25]).

Для линейного процесса ОКР, выразив величину I_0 через параметр a_0 из формулы (7) и подставив полученное выражение в (5), получим

$$\bar{k} = \frac{4}{3} \alpha \pi a_0^2 N_0, \quad (8)$$

где $N_0 = c\tau_L/\lambda_0$ — число периодов в лазерной вспышке. При выводе формулы (8) использовалось классическое томсоновское сечение $\sigma_T = (8/3)\pi r_0^2$, $r_0 = \alpha\lambda_e$.

Формула (8) отличается множителем 2 от стандартного выражения для числа фотонов, испускаемых в ондуляторе длиной $N_0\lambda_u$ (λ_u — период ондулятора). Это объясняется так называемым удвоением частоты колебаний электрона в поле плоской волны («световом ондуляторе») и сводится к замене $\lambda_u \rightarrow 2\lambda_0$, $K \rightarrow a_0$ во всех формулах, описывающих характеристики ондуляторного излучения. Линейный процесс ОКР характеризуется малостью параметра a_0^2 ($a_0^2 \ll 1$), однако при достаточной длительности лазерной вспышки ($N_0 \gg 1$) среднее число испущенных фотонов (8) может превышать единицу. В нелинейном случае сечение процесса будет определяться напряженностью поля (параметром a_0), поэтому простой формулы, аналогичной (8), в этом случае не существует.

В работе [22] описан код, позволяющий учитывать нелинейные эффекты и пространственное распределение электронного сгустка и лазерной вспышки в месте встречи, однако эффекты коллимации не были рассмотрены.

Авторы многочисленных работ анализировали влияние на монохроматичность результирующего пучка гамма-квантов таких экспериментальных характеристик, как размеры и длительность сталкивающихся пучков [13], размеры формирующего коллиматора [23], эмиттанс начального электронного пучка [24], однако эффект многократного рассеяния электронов на лазерных фотонах ранее не рассматривался.

Поэтому детальное исследование влияния многократного рассеяния электронов на основные характеристики фотонного пучка (спектральное и угловое распределения, выход гамма-квантов в заданную апертуру) представляют несомненный интерес. В предлагаемой статье развивается подход, позволяющий учитывать отмеченную выше стохастичность процесса ОКР в линейном и нелинейном режимах.

Изложение ведется следующим образом. В разд. 1 записываются дифференциальные сечения с учетом нелинейных эффектов, позволяющие получить распределения вероятности испустить k фотонов как в линейном, так и в нелинейном режимах. В разд. 2 описывается алгоритм моделирования методом Монте-Карло. Разд. 3 посвящен изучению фотонных спектров для коллимированного излучения в линейном и нелинейном случаях. Обсуждение результатов и выводы приведены в заключении.

1. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА ОБРАТНОГО КОМПТОНОВСКОГО РАССЕЙНИЯ

Сечение ОКР наиболее просто выражается через инвариантные переменные

$$x_0 = \frac{2p_0k_0}{(mc^2)^2} = \frac{2(1 + \beta_0)\gamma_0\hbar\omega_0}{mc^2},$$

$$y = 1 - \frac{p_0k_1}{p_0k_0} \approx \frac{\hbar\omega}{\gamma_0mc^2}.$$

Здесь компоненты начальных 4-импульсов частиц имеют вид

$$k_0 = \left\{ \hbar\omega_0, 0, 0, -\frac{\hbar\omega_0}{c} \right\}, \quad p_0 = \{ \gamma_0mc^2, 0, 0, \gamma_0\beta_0 mc \},$$

а 4-импульс рассеянного фотона обозначен через $k_1 = \{ \hbar\omega, \hbar\omega \sin \theta/c, 0, \hbar\omega \cos \theta/c \}$. В последней формуле через θ обозначается полярный угол вылета рассеянного фотона. Как и во всех процессах излучения релятивистских частиц, характерное значение угла θ определяется обратным лоренц-фактором: $\theta \leq 1/\gamma_0$. Следуя работе [25], запишем сечение нелинейного процесса ОКР с поглощением n фотонов, используя инвариантные переменные:

$$\frac{d\sigma^{(n)}}{dy} = \frac{4\pi r_0^2}{x_0 a_0^2} \left\{ -4J_n^2 + \frac{a_0^2}{2} \left(1 - y + \frac{1}{1-y} \right) (J_{n-1}^2 + J_{n+1}^2 - 2J_n^2) \right\}. \quad (9)$$

В (9) J_m^2 — функция Бесселя порядка $m = n - 1, n, n + 1$ от одного и того же аргумента

$$z_n = \sqrt{2} n a_0 \sqrt{\frac{y}{(1-y)n x_0}} \left[1 - \frac{y}{1-y} \frac{(1 + a_0^2/2)}{n x_0} \right]. \quad (10)$$

Число «поглощенных» фотонов n в квантовой электродинамике может быть сопоставлено с номером гармоники рассеянного излучения в классической.

Интегрируя выражения (9) по переменной y , можно получить парциальные сечения нелинейного процесса ОКР с поглощением n лазерных фотонов:

$$\sigma^{(n)} = \int_0^{y_{\max}^{(n)}} \frac{d\sigma^{(n)}}{dy} dy. \quad (11)$$

Полное сечение рассеяния получается суммированием парциальных сечений (11) по всем возможным числам поглощенных фотонов:

$$\sigma_{\text{nonlin}} = \sigma_{\text{tot}} = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma^{(n)} \approx \sum_{n=1}^{n_{\max}} \sigma^{(n)}. \quad (12)$$

В последнем выражении максимальное число слагаемых n_{\max} будет в дальнейшем выбираться по критерию

$$\frac{\sigma^{(n_{\max})}}{\sigma^{(1)}} < 0,005. \quad (13)$$

По известным полному сечению σ_{tot} (13) и парциальным сечениям $\sigma^{(n)}$ (11) определяются вероятности процесса с поглощением фиксированного числа фотонов n :

$$P_{\text{nonlin}}(n) = \frac{\sigma^{(n)}}{\sigma_{\text{tot}}}. \quad (14)$$

Прямыми расчетами можно показать, что для параметра нелинейности $a_0 = 0,2$ вклад парциальных сечений $\sigma^{(2)} + \sigma^{(3)}$ не превышает 2% от сечения $\sigma^{(1)}$, которое, в свою очередь, отличается от сечения линейного ОКР также не более, чем на 2%. Таким образом, при малых значениях параметра a_0 ($a_0 \leq 0,2$) нелинейными процессами можно пренебрегать.

В работе [27] было показано, что для случая $a_0 \ll 1$ парциальные сечения зависят от параметра a_0 следующим образом:

$$\frac{d\sigma^{(n)}}{dy} \sim (a_0^2)^{n-1}.$$

Подобная зависимость обеспечивает хорошую сходимость суммы (12) для умеренных интенсивностей лазерного импульса ($a_0 \leq 1$). Так, например, для выполнения критерия (13) при $a_0 = 3$ в сумме (12) необходимо учитывать 42 слагаемых (для $x_0 = 0,1$).

Движение электрона в поле сверхсильной волны ($a_0 \gg 1$) аналогично движению электрона в поле вигглера, а излучение описывается известными формулами синхротронного излучения [28].

В поле циркулярно-поляризованной волны траектория электрона будет спиральной. В системе, где в среднем электрон покоится (R -система), орбита будет круговой, по ней электрон вращается со скоростью

$$\beta_R = \frac{v_R}{c} = \frac{a_0}{\sqrt{2}\sqrt{1+a_0^2/2}}$$

и испускает фотоны синхротронного излучения, число которых за оборот дается формулой [29]

$$n_{\text{ph}} = \frac{5}{\sqrt{3}}\pi\alpha\gamma_R = \frac{5}{\sqrt{3}}\frac{\pi\alpha}{\sqrt{1-\beta_R^2}} = \frac{5}{\sqrt{3}}\pi\alpha\sqrt{1+\frac{a_0^2}{2}} \approx \frac{5}{\sqrt{6}}\pi\alpha a_0.$$

Число фотонов является инвариантной величиной, поэтому остается тем же самым в лабораторной системе. Зная число оборотов электрона (число периодов волны N_0), можно получить среднее число испущенных фотонов, сравнив которое с формулой (8), можно получить оценку сечения нелинейного ОКР для $a_0 \gg 1$:

$$\sigma \simeq \frac{15}{4\sqrt{6}} \frac{\sigma_T}{a_0}.$$

Полученная оценка согласуется с результатом расчета по формуле (12) для $a_0 = 3$ с точностью около 10%. По мере увеличения параметра a_0 (например, при $a_0 > 5$) формула (12) не обеспечивает хорошей сходимости ряда. Для столь сильных полей используемый в статье подход, основанный на теории возмущений [25], уже не работает и необходимо использовать другие приближения.

Для простоты начнем рассмотрение с линейного случая ОКР ($a_0 \rightarrow 0$), для которого дифференциальное и полное сечения записываются в виде

$$\frac{d\sigma}{dy} = \frac{2\pi r_0^2}{x_0} \left[\frac{1}{1-y} + 1-y - \frac{4y}{x_0(1-y)} \left(1 - \frac{y}{x_0(1-y)} \right) \right], \quad (15)$$

$$\sigma = \frac{2\pi r_0^2}{x_0} \left[\left(1 - \frac{4}{x_0} - \frac{8}{x_0^2} \right) \ln(1+x_0) + \frac{8}{x_0} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2(1+x_0)^2} \right]. \quad (16)$$

В предельном случае, когда $x_0 \rightarrow 0$, полное сечение совпадает с томсоновским сечением $\sigma_T = (8/3)\pi r_0^2$.

Для нелинейного процесса n -го порядка спектральная переменная $y^{(n)}$ в формулах (4), (5) будет зависеть от параметра a_0 :

$$y^{(n)} = \frac{nx_0}{1+nx_0+\gamma_0^2\theta^2+a_0^2/2}, \quad (17)$$

и, следовательно, пределы изменения этой переменной будут определяться неравенствами

$$0 \leq y \leq y_{\text{max}}^{(n)} = \frac{nx_0}{1+nx_0+a_0^2/2}. \quad (18)$$

Для линейного процесса ОКР ($a_0 \rightarrow 0$) коллимация излучения в конус θ_c приводит к «обрезанию» мягкой части спектра, а монохроматичность «оставшейся» части можно оценить следующим образом:

$$\frac{\Delta \hbar \omega}{\hbar \omega} = \frac{\Delta y}{y} \approx \frac{\gamma_0^2 \theta_c^2}{1 + x_0 + \gamma_0^2 \theta_c^2}. \quad (19)$$

В нелинейном процессе ОКР зависимость сечений $d\sigma^{(n)}/d\Omega$ от угла вылета фотона имеет сложный характер (рис. 1).

Как следует из рисунка, максимум в сечении излучения для $n = 1$ (как и в случае линейного процесса ОКР) соответствует нулевому углу вылета рассеянного фотона. Однако максимумы в угловых распределениях высших гармоник соответствуют углам порядка γ_0^{-1} . Ясно, что при жесткой коллима-

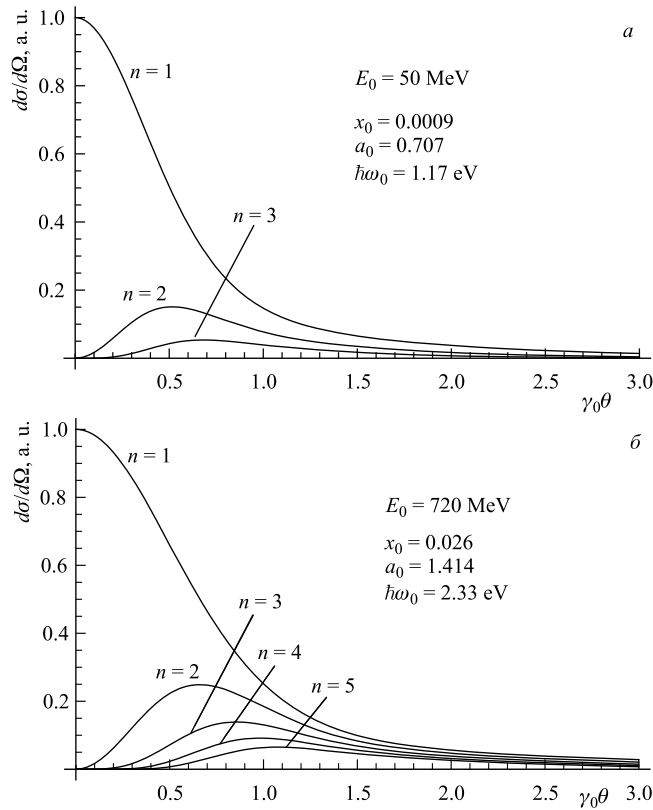


Рис. 1. Угловое распределение рассеянных фотонов для различных значений числа «поглощенных» фотонов n : а) излучение рентгеновских фотонов; б) излучение γ -квантов

ции излучения ($\theta_c \leq \gamma_0^{-1}$) вклад высших гармоник в результирующий спектр будет подавлен.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОКР МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

При лобовом столкновении ультррелятивистских электронов с лазерными фотонами углы рассеяния электронов лежат в интервале $\sim x_0/\gamma_0$, т. е. практически во всех представляющих интерес случаях соответствуют углам в десятки микрорadian (и меньше). Поэтому при моделировании будет использоваться приближение «прямо-вперед», которое успешно применяется в задачах о прохождении тяжелых ионов через вещество.

Прохождение электронов через «световую мишень» представляет собой стохастический процесс, где количество столкновений на пути ℓ_L и потери энергии в каждом из них являются случайными. Кинетические уравнения для вероятности того, что электрон испытает k столкновений, и для плотности вероятности, которая описывает спектр электронов, прошедших через мишень, получены в [20]. Там же приведены приближенные решения уравнений для среднего числа столкновений и для моментов энергетического распределения. Точное решение задачи о прохождении электронов через лазерную вспышку можно получить методом Монте-Карло, который заключается в последовательном моделировании случайной длины пробега между столкновениями типа взаимодействия (в случае учета нелинейных эффектов) и случайной потери энергии в столкновении. В работе [30] показано, что полученные в статье [20] приближенные формулы для среднего числа столкновений и первых двух моментов энергетического распределения электронов хорошо согласуются с результатами статистического моделирования.

В данной работе метод Монте-Карло используется для анализа энергетических спектров испущенных квантов.

При решении линейной задачи ОКР моделирование случайной траектории электрона, проходящего через лазерную вспышку, состоит из следующих этапов.

- Вычисление полного сечения взаимодействия σ (формула (16)) при текущем значении энергии электрона.

- *Моделирование длины пробега.* Длина пробега электрона между столкновениями имеет экспоненциальное распределение, и вычисление случайной длины пробега производится по формуле $\ell_k = -\frac{1}{\sum(\gamma_0, \hbar\omega_0)} \ln \eta$, где η — случайное число, равномерно распределенное в интервале (0, 1), $\sum(\gamma_0, \hbar\omega_0) = 2n_0\sigma$ — полное макроскопическое сечение процесса.

- *Моделирование начального энергетического разброса* электронного пучка (в предположении гауссовского распределения с параметром $\sigma_E = 0,2\%$) проводилось стандартными методами.

- *Моделирование потери энергии при столкновении.* Случайное значение величины y из распределения (15) моделируется методом Неймана [31]. Потеря энергии (энергия рассеянного кванта) находится по формуле $\hbar\omega = y\gamma mc^2$. Эта энергия вычитается из энергии электрона на предыдущем шаге, и тем самым учитывается ее изменение вдоль траектории.

- *Вычисление направления движения кванта.* Полярный угол вылета кванта находится по энергии кванта с помощью формулы (17) для $n = 1$, $a_0 = 0$.

- Моделирование прекращается после вылета электрона из мишени.

При решении задачи ОКР с учетом нелинейных взаимодействий моделирование случайной траектории электрона, проходящего через лазерную вспышку, состоит из следующих этапов.

- Численное интегрирование дифференциальных сечений (7) и составление таблиц полных сечений (12) и вероятностей $P_{\text{nonlin}}(n)$ столкновений с поглощением фиксированного числа фотонов (14).

- *Моделирование длины пробега.* Длина пробега электрона между столкновениями имеет экспоненциальное распределение, и вычисление случайной длины пробега производится по формуле $\ell_k = -\frac{1}{\sum(\gamma_0, \hbar\omega_0)} \ln \eta$, где η — случайное число, равномерно распределенное в интервале (0, 1).

- *Моделирование числа поглощенных фотонов.* Случайное число поглощенных фотонов n находится в соответствии с вероятностями (14).

- *Моделирование потери энергии при столкновении.* Случайное значение величины $y^{(n)}$ из распределения (7) при определенном выше значении n находится методом Неймана. Потеря энергии (энергия рассеянного кванта) находится по формуле $\hbar\omega^{(n)} = y^{(n)}\gamma mc^2$. Эта энергия вычитается из энергии электрона на предыдущем шаге, и тем самым учитывается ее изменение вдоль траектории.

- *Вычисление направления движения кванта.* Полярный угол вылета кванта находится с помощью формулы (17).

- Моделирование прекращается после вылета электрона из мишени.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В работе [32] авторы для увеличения интенсивности пучка фотонов ОКР предложили пропускать электронный пучок с энергией $E_0 = 5,8$ ГэВ последовательно через 10 областей взаимодействия с лазерными пучками. Характеристики лазерной вспышки ($\hbar\omega_0 = 0,117$ эВ, $A = 0,25$ Дж, размер фокусного пятна ~ 20 мкм) соответствовали параметру нелинейности $a_0 = 0,485$.

Как следует из результатов моделирования, проведенного авторами указанной статьи, среднее число испущенных фотонов электроном после прохождения всех областей взаимодействия достигает величины $\bar{k} = 16,6$ (полное

число испущенных фотонов $N_{\text{ph}} = 8,3 \cdot 10^{11}$ для начальной заселенности электронного густка $N_e = 5 \cdot 10^{10}$).

На рис. 2 приведены результаты моделирования фотонного спектра по нашей модели для указанных параметров. Несмотря на то, что в нашем расчете используется достаточное грубое приближение (не учитываются поперечный и продольный профили лазерного пучка), форма полученного спектра удовлетворительно согласуется с результатами, полученными в цитируемой статье.

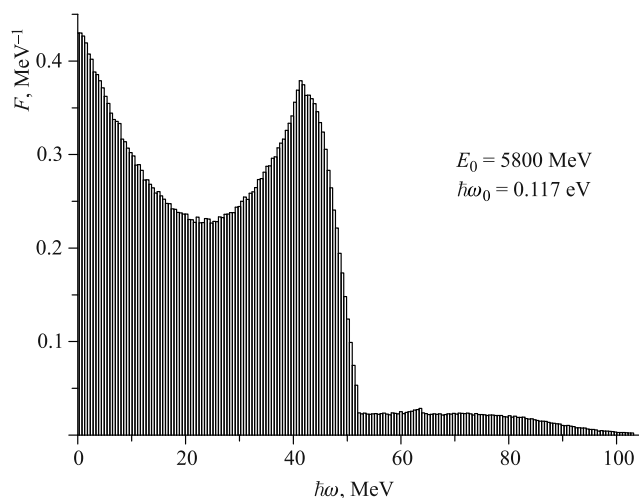


Рис. 2. Спектр излучения в полный конус при нелинейном комптоновском рассеянии для $a_0 = 0,485$ и $\bar{k} = 16,6$

Следует отметить увеличение вклада высших гармоник в результирующий спектр в нашем моделировании. Как следует из гистограммы, приведенной на рис. 2, вклад второй и третьей гармоник в общий выход составляет 5,5 %, тогда как аналогичный результат из работы [32] (см. рис. 13) — около 1,5 %. Возможно, это объясняется тем, что в нашей модели концентрация фотонов в лазерном импульсе остается постоянной вдоль траектории любого электрона.

На рис. 3 показаны спектральные распределения рассеянных фотонов (в полный конус) для различных энергий электронов ($E_0 = 50, 720, 2500$ МэВ) и энергии лазерных фотонов $\hbar\omega_0 = 1,17$ эВ в мишени, где среднее число испущенных фотонов $\bar{k} = 1$.

Сплошная кривая на этих рисунках показывает спектр рассеянных фотонов после первого столкновения электрона в лазерной вспышке, который описывается формулой (12). Площадь под гистограммой равна среднему числу испущенных фотонов \bar{k} , а часть гистограммы выше сплошной кривой соответствует излучению фотонов при кратных столкновениях ($k > 1$). Из сравнения

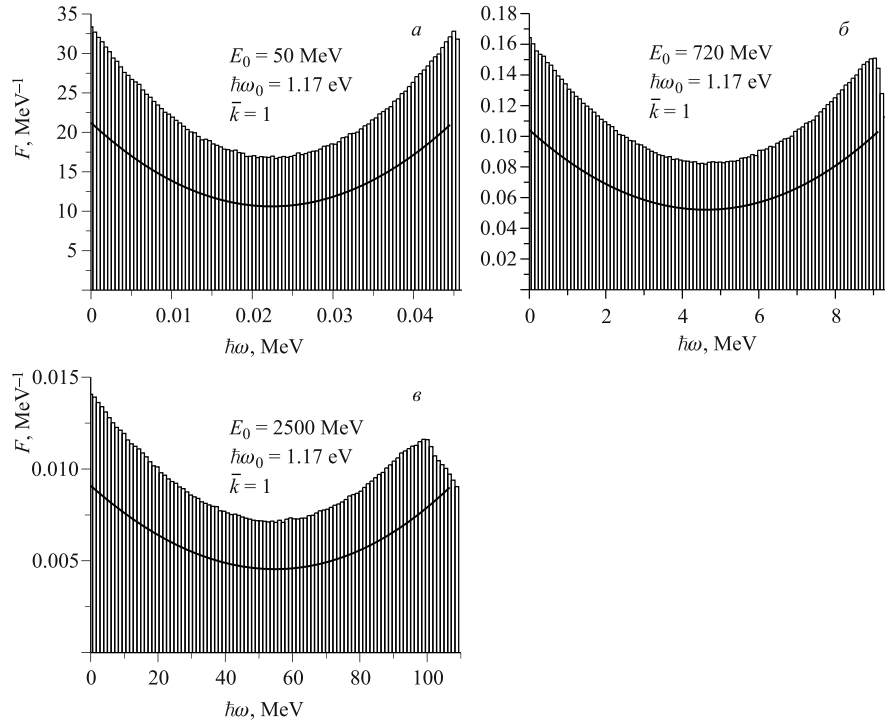


Рис. 3. Спектральные распределения рассеянных фотонов для энергий электронов $E_0 = 50 \text{ МэВ}$ (а), 720 МэВ (б), 2500 МэВ (в) при энергии лазерных фотонов $\hbar\omega_0 = 1,17 \text{ эВ}$ и $\bar{k} = 1$

полученных гистограмм видно, что при увеличении энергии электронов происходит заметное искажение фотонного спектра по сравнению с традиционно используемым распределением (15).

Вычисленная дисперсия числа столкновений для случая, соответствующего максимальному искажению спектра ($E_0 = 2500 \text{ МэВ}$, см. рис. 3, в), в пределах погрешности моделирования равна среднему значению числа столкновений \bar{k} , поэтому распределение по числу столкновений совпадает с пуассоновским для рассматриваемого случая (тем более для энергий электронов $E_0 \ll 1 \text{ ГэВ}$).

Как известно, фотоны с энергией вблизи максимальной энергии спектра излучаются в конус $\theta \ll 1/\gamma_0$, поэтому следует ожидать, что эффекты кратности излучения, искажающие спектр, соответствующий однократному рассеянию, будут влиять и на спектр коллимированного излучения при $\theta_c \ll 1/\gamma_0$. Как следует из рис. 3, спектр коллимированного излучения будет «обогащать-

ся» низкоэнергетическими квантами, причем этот эффект будет проявляться тем сильнее, чем выше энергия начального электронного пучка.

На рис. 4, *а* показаны результаты моделирования спектров коллимированного излучения для линейного процесса ОКР. Моделирование проводилось для начальной энергии электронов $E_0 = 720$ МэВ с энергетическим разбросом $\sigma_E = 0,2\%$ для энергии лазерных фотонов $2,33$ эВ, угла коллимации $\theta_c = 0,1$ мрад и среднего числа испущенных фотонов $\bar{k} = 1,1$. На рис. 4, *б* приведены результаты для более тонкой мишени, где $\bar{k} = 0,05$.

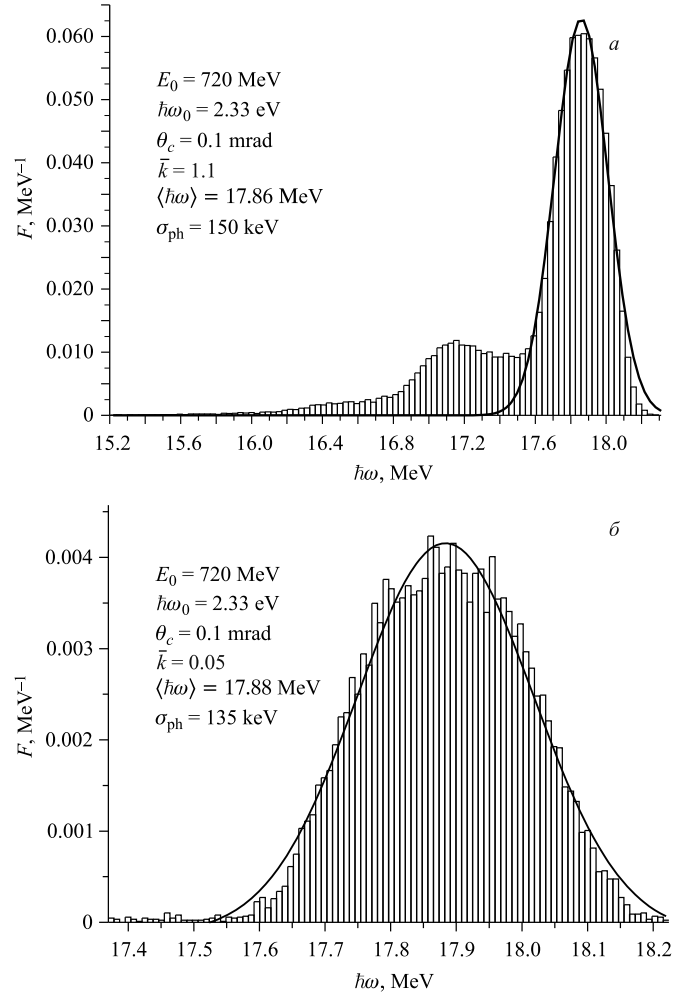


Рис. 4. Спектр рассеянных фотонов для линейного процесса ОКР при жесткой коллимации ($\gamma_0\theta_c = 0,14$): *а*) для случая $\bar{k} = 1,1$; *б*) для случая $\bar{k} = 0,05$

Из рисунка следует, что для лазерной мишени, в которой электрон в среднем излучает около 1 фотона, вклад кратных столкновений приводит к появлению «мягких» фотонов вне основной спектральной линии. При аппроксимации формы линии гауссианом «мягкая» часть спектра излучения, которая осталась вне спектральной линии, составляет около 23 % от полной интенсивности. Коллимация $\theta_c = 0,1$ соответствует полной ширине спектральной линии $\text{FWHM} = 2,36\sigma_{\text{ph}} = 0,32$ МэВ, т. е. монохроматичность основной линии составляет около 1,8 %, тогда как центр тяжести спектра «мягких» фотонов соответствует энергии 17,1 МэВ, т. е. смещен относительно положения основной линии примерно на $5\sigma_{\text{ph}}$ (см. рис. 4, а).

При уменьшении толщины световой мишени примерно в 20 раз вклад кратных процессов исчезает, а спектральная линия хорошо аппроксимируется гауссианом практически с теми же параметрами (см. рис. 4, б).

Таким образом, увеличение интенсивности коллимированного пучка гамма-квантов, связанное с увеличением «толщины» лазерной мишени, с неизбежностью ведет к появлению фотонов с энергиями, лежащими вне спектральной линии.

Нелинейный процесс ОКР иллюстрируется рис. 5, а, где показан спектр излучения при $a_0 = 1$ (остальные параметры те же, что и ранее). В этом случае вероятность процесса с «поглощением» одного фотона равна 64 %, двух — 21 %, трех — 8 %. Вклад в сечение процессов с $n > 3$ составляет около 7 %. На рисунке приведены спектральные линии для $n = 1$ и $n = 2$. Для толщины лазерной мишени $\ell_L = 0,5\ell_T$ моделирование дает среднее число столкновений (полное число фотонов в спектре) $\bar{k} = 0,436$, тогда как число фотонов в первом пике коллимированного спектра (в расчете на начальный электрон) составляет величину $k_1 = 0,012$, а во втором пике $k_2 = 0,0001$.

Для сравнения на рис. 5, б приведены результаты моделирования для тех же параметров при увеличении угла коллимации в два раза ($\theta_c = 0,0002$). При неизменном среднем числе столкновений интенсивность в первом пике увеличилась примерно в два раза: $k_1 = 0,0227$, тогда как интенсивность второго пика возросла в 14 раз: $k_2 = 0,0014$. Последнее соотношение объясняется тем фактом, что угловое распределение высших гармоник имеет максимум для углов, сравнимых с γ^{-1} (см. рис. 1).

Процесс ОКР используется для генерации монохроматических рентгеновских пучков при использовании сравнительно компактных электронных ускорителей с энергией $E_0 \sim 50$ МэВ [7, 10, 23]. Так, например, в работе [13] рассматривался процесс ОКР для следующих параметров: энергия электронов 50 МэВ; радиус электронного пучка 10 мкм; энергия лазерной вспышки 1 Дж; длина волны 1 мкм; радиус фокуса 20 мкм.

Авторы работы получили оценку «квантовой эффективности» (или среднего числа рассеянных фотонов) $\bar{k} = 0,256$. При увеличении энергии вспышки до 8 Дж среднее число фотонов будет заметно превышать единицу ($\bar{k} \sim 2$).

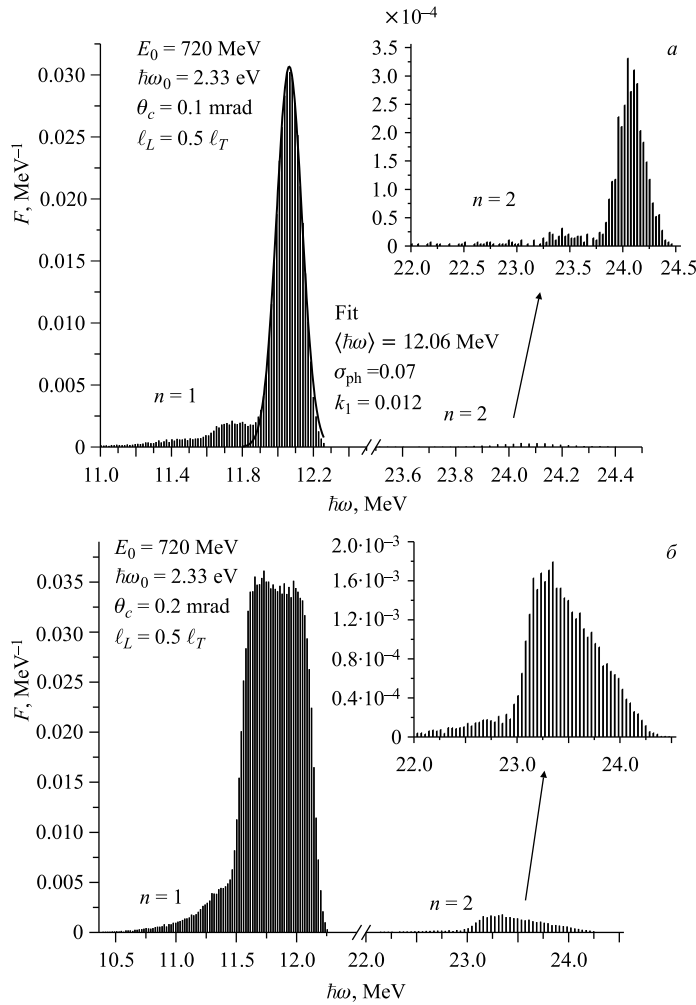


Рис. 5. Спектр рассеянных фотонов для нелинейного процесса ОКР при $a_0 = 1$ (показаны вклады только двух первых пиков). Коллимация $\gamma_0\theta_c = 0,14$ (а); коллимация $\gamma_0\theta_c = 0,28$ (б)

Влияние эффекта кратности на форму коллимированного спектра в этом случае иллюстрируется рис. 6.

На рис. 6, а приведен спектр рассеянного излучения для следующих параметров: $E_0 \sim 50$ МэВ, $\hbar\omega_0 = 1,17$ эВ ($x_0 = 0,0009$), $\theta_c = 0,001$ рад $\approx 0,1 \gamma^{-1}$, $\ell_L = 2\ell_T$ (линейный режим). Как следует из рисунка, спектральная линия хо-

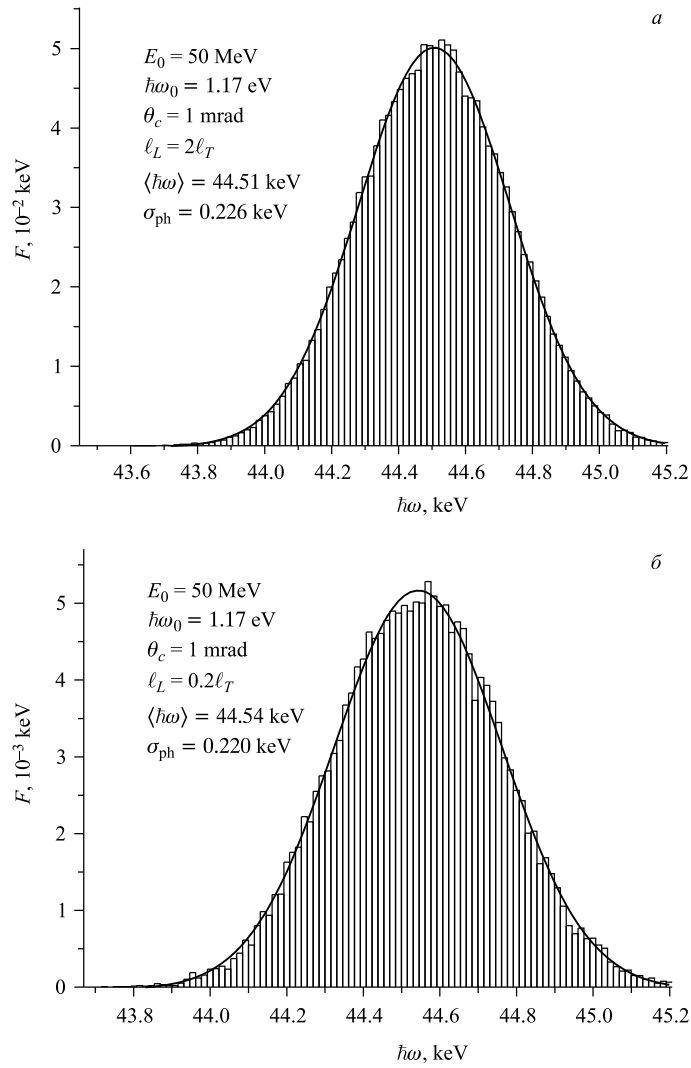


Рис. 6. Спектр рассеянных фотонов для линейного процесса ОКР и кинематики, соответствующей излучению рентгеновских фотонов для $\ell_L \sim 2\ell_T$ (а) и $\ell_L \sim 0,2\ell_T$ (б)

рошо аппроксимируется гауссианом, причем полная ширина на полувысоте равна $\text{FWHM} = 0,53 \text{ кэВ}$, а монохроматичность $\text{FWHM} \langle \hbar\omega \rangle \approx 1,2\%$. Полученное значение хорошо согласуется с оценкой, полученной из соотношения (16). С уменьшением толщины лазерной мишени в 10 раз (см. рис. 6, б)

положение максимума и ширина спектральной линии не изменились, что свидетельствует о том, что при условии $x_0 \ll 1$ (томсоновское рассеяние) вкладом кратных процессов можно пренебречь.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Амбициозную цель — создать источник γ -излучения с энергией выше 10 МэВ и монохроматичностью $\sim 0,1\%$ — предполагается реализовать в проекте ELI-NP [17]. Легко оценить, что для коллимации $\theta_c \sim 0,03\gamma^{-1}$, которая приводит к ширине линии $\sim 0,1\%$, только 0,15% полного числа фотонов спектра линейного ОКР попадают в коллиматор. Ясно, что для достижения разумной интенсивности коллимированного пучка с необходимостью надо повышать полное число фотонов в спектре (число столкновений начального электрона с лазерными фотонами). В этом случае, как показано в данной статье, наряду с другими факторами, ведущими к ухудшению монохроматичности результирующего пучка, необходимо учитывать эффекты многократного рассеяния электронов.

Однако при создании источников рентгеновского излучения, где лазерные фотоны рассеиваются на электронах с энергией менее 100 МэВ, указанным квантовым эффектом можно пренебречь, а расчет характеристик результирующего пучка можно проводить на основе классической электродинамики.

В недавней работе [33] предлагается концепция γ - γ -коллайдера для детального исследования характеристик хиггсовского бозона, в которой рассматривается столкновение гамма-пучков, полученных в результате ОКР лазерных фотонов с $\hbar\omega_0 = 3,53$ эВ на электронах с энергией $E_0 = 80$ ГэВ ($x_0 = 4,3$). Авторы проекта предлагают достичь интенсивности пучков γ -квантов, сравнимой с интенсивностью начальных электронных пучков ($\bar{k} = 1,2$; см. табл. 1 и 2 в [33]). В этом случае для расчета реальной светимости γ - γ -пучков необходимо корректно учитывать эффект кратного испускания γ -квантов начальным электроном, вклад которого в искажение γ - e -спектра повышается с ростом энергии электронов. В статье [34] качественно рассматривался эффект излучения начальным электроном двух фотонов и его влияние на светимость $L_{\gamma\gamma}$ γ - γ -коллайдера. Однако для корректных расчетов светимости $L_{\gamma\gamma}$ необходимо рассматривать процесс ОКР как стохастический и моделировать этот процесс с детальным учетом вероятностных законов.

Авторы признательны Л. В. Пузыревич, Д. А. Веригину и А. В. Богданову за помощь в подготовке рукописи.

Работа выполнена в рамках проекта № 0.339.2012 Госзадания «Наука».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Milburn R. H.* Electron Scattering by an Intense Polarized Photon Field // *Phys. Rev. Lett.* 1963. V. 10. P. 75.
2. *Arutyunian F. R., Tumanian V. A.* The Compton Effect on Relativistic Electrons and the Possibility of Obtaining High Energy Beams // *Phys. Lett.* 1963. V. 4. P. 176.
3. *Federici I. et al.* Backward Compton Scattering of Laser Light against High-Energy Electrons: The LADON Photon Beam at Frascati // *Nuovo Cim. B.* 1980. V. 59, Iss. 2. P. 247.
4. *Казиков А. А. и др.* Деление ядер ^{238}U и ^{237}Np γ -квантами промежуточных энергий // *Письма в ЖЭТФ.* 1984. Т. 40. С. 445.
5. *Недорезов В. Г.* // *ЭЧАЯ.* 2012. Т. 43. С. 637.
6. *Albert F. et al.* Characterization and Applications of a Tunable, Laser-Based, MeV-Class Compton-Scattering γ -Ray Source // *Phys. Rev. ST-AB.* 2010. V. 13. P. 070704.
7. *Laundy D. et al.* Results from the Daresbury Compton Backscattering X-Ray Source // *Nucl. Instr. Meth. A.* 2012. V. 689. P. 108.
8. *Bacci A. et al.* Status of Thomson Source at Sparc/Plasmonx // *Nucl. Instr. Meth. A.* 2009. V. 608. P. 90.
9. *Weller H. R. et al.* Research Opportunities at the Upgraded HI γ S Facility // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2009. V. 62. P. 257.
10. *Chauchat A. S. et al.* Instrumentation Developments for Production and Characterisation of Inverse Compton Scattering X-Rays and First Results with a 17 MeV Electron Beam // *Nucl. Instr. Meth. A.* 2010. V. 622. P. 129.
11. High Power Laser Energy Research Facility. www.hiper-laser.org.
12. *Bilderback D. H. et al.* // *New J. Phys.* 2010. V. 12. P. 035011.
13. *Hartemann F. W. et al.* High-Energy Scaling of Compton Scattering Light Sources // *Phys. Rev. ST-AB.* 2005. V. 8. P. 100702.
14. *Yang J. et al.* Evaluation of Femtosecond X-Rays Produced by Thomson Scattering under Linear and Nonlinear Interactions between a Low-Emittance Electron Beam and an Intense Polarized Laser Light // *Nucl. Instr. Meth. A.* 1999. V. 428. P. 556.
15. *Bulyak E., Skomorokhov V.* Parameters of Compton X-Ray Beams: Total Yield and Pulse Duration // *Phys. Rev. ST-AB.* 2005. V. 8. P. 030703.
16. *Telnov V.* Principles of Photon Colliders // *Nucl. Instr. Meth. A.* 1995. V. 355. P. 3.
17. The Extreme Light Infrastructure European Project. www.extreme-light-infrastructure.eu.
18. *Luca Serafini.* INFN Proposal for ELI-NP Compton Gamma-Ray Source. www.eli-np.ro/2011-18-19aug/gamma-beam-meeting-august-presentation.php.
19. *Debus A. D. et al.* Linear and Non-Linear Thomson-Scattering X-Ray Sources Driven by Conventionally and Laser Plasma Accelerated Electrons // *Proc. of SPIE.* 2009. V. 7359. P. 735908-1.

20. *Kolchuzhkin A. et al.* Stochastics of Multiple Electron–Photon Head-on Collisions // Nucl. Instr. Meth. B. 2003. V. 201. P. 307.
21. *Potylitsyn A., Kolchuzhkin A.* Comment on Quantum Effects in Spontaneous Emission by a Relativistic, Undulating Electron // Eur. Phys. J. 2012. V. 100. P. 24006.
22. *Yokoya K.* CAIN 2.23. <http://www-acc-theory.kek.jp/numbers/cain/default.html>.
23. *Sun C., Wu Y.K.* Theoretical and Simulation Studies of Characteristics of a Compton Light Source // Phys. Rev. ST-AB. 2011. V. 14. P. 044701.
24. *Brown W.J., Hartemann F.V.* Experimental Characterization of an Ultrafast Thomson Scattering X-Ray Source with Three-Dimensional Time and Frequency-Domain Analysis // Phys. Rev. ST-AB. 2004. V. 7. P. 060703.
25. *Ivanov D. Yu., Kotkin G.L., Serbo V.G.* Complete Description of Polarization Effects in Emission of a Photon by an Electron in the Field of a Strong Laser Wave // Eur. Phys. J. C. 2004. V. 36. P. 127.
26. *Sarachik E.S., Schappert G.T.* Classical Theory of the Scattering of Intense Laser Radiation by Free Electrons // Phys. Rev. D. 1970. V. 1. P. 2738.
27. *Никишов А.И., Румус В.И.* Квантовые процессы в поле плоской электромагнитной волны и в постоянном поле // ЖЭТФ. 1964. Т. 46. С. 776.
28. *Esarey E., Ride S.K., Sprangle P.* Nonlinear Thomson Scattering of Intense Laser Pulses from Beams and Plasmas // Phys. Rev. E. 1993. V. 48. P. 3003.
29. *Jackson J.D.* Classical Electrodynamics: N. Y.: Wiley, 1998.
30. *Potylitsyn A., Kol'chuzhkin A.* Characteristics of Final Particles in Multiple Compton Backscattering Process // Nucl. Instr. Meth. B. 2013. V. 309. P. 15.
31. *Фано У., Спенсер Л., Бергер М.* Перенос гамма-излучения. М.: Госатомиздат, 1963.
32. *Omori T. et al.* Design of a Polarized Positron Source for Linear Colliders // Nucl. Instr. Meth. A. 2003. V. 500. P. 232.
33. *Bogacz S.A. et al.* SAPHIRE: A Small Gamma–Gamma Higgs Factory. arXiv: 1208.2827.
34. *Ginzburg I.E., Kotkin G.L.* Effective Photon Spectra for the Photon Colliders // Eur. Phys. J. C. 2000. V. 13. P. 295.