JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

PHYSICS OF ELEMENTARY PARTICLES AND ATOMIC NUCLEI

PARTICLES & NUCLEI

SCIENTIFIC REVIEW JOURNAL

Founded in December 1970 VOL.32 PART 4 Six issues per year

DUBNA 2001

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА

ЭЧАЯ

НАУЧНЫЙ ОБЗОРНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в декабре 1970 года ТОМ 32 ВЫПУСК 4 Выходит 6 раз в год

ДУБНА 2001

Главный редактор

А.М.БАЛДИН

Редакционная коллегия:

В.Л.АКСЕНОВ (зам. главного редактора), П.Н.БОГОЛЮБОВ, С.К.БРЕШИН, В.В.БУРОВ (зам. главного редактора), В.В.ВОЛКОВ, Ц.Д.ВЫЛОВ, Ю.П.ГАНГРСКИЙ, П.И.ЗАРУБИН, И.С.ЗЛАТЕВ, П.С.ИСАЕВ (ответственный секретарь), В.Г.КАДЫШЕВСКИЙ (зам. главного редактора), К.КАУН, Д.КИШ, Н.Я.КРОО, О.Н.КРОХИН, И.Н.МИХАЙЛОВ, НГУЕН ВАН ХЬЕУ (зам. главного редактора), Ю.Ц.ОГАНЕСЯН, Ю.П.ПОПОВ, А.Н.СИСАКЯН, А.Н.ТАВХЕЛИДЗЕ, А.А.ТЯПКИН, А.И.ХРЫНКЕВИЧ, Ч.К.ШИМАНЕ

Зав. редакцией А.Н.Графова, тел. (09621) 6-26-58; E-mail: pepan@jinr.ru FAX +7(09621)6-73-19

ОИЯИ, «Физика элементарных частиц и атомного ядра», 2001 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА» 2001, ТОМ 32, ВЫП. 4

УДК 539.14

ПРОСТРАНСТВО ФОКА–БАРГМАННА И КЛАССИЧЕСКИЕ ТРАЕКТОРИИ Г.Ф.Филиппов, С.В.Кореннов

Институт теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова, Киев, Украина

K.Kamo

Университет Хоккайдо, Саппоро, Япония

А.М.Сычева

Национальный университет им. Т.Шевченко, Киев, Украина

В последние годы развивается новый подход к теории ядерных реакций, сопровождающихся развалом взаимодействующих подсистем по различным каналам. Этот подход получил название антисимметризованной молекулярной динамики (АМД), а его главная идея состоит в сопоставлении нуклонам волновых пакетов (орбиталей Бринка) и в сведении динамической задачи к таким классическим уравнениям для центров волновых пакетов, которые принимают во внимание эффекты антисимметризации, но не учитывают других квантовых эффектов. В обзоре иллюстрируются основные положения АМД на примере простых ядерных систем, результаты АМД сравниваются с теми, которые дает точное квантово-механическое описание в пространстве Фока–Баргманна, обсуждается область применимости АМД, в том числе и для состояний дискретного спектра, и устанавливается связь классических траекторий АМД и квантовых распределений с представлениями статистической физики. Одновременно предлагается новая интерпретация орбиталей Бринка и построенных на этих орбиталях детерминантов Слейтера как собственных функций оператора координаты, определенного в пространстве Фока–Баргманна.

In recent years, a new approach to the theory of nuclear reactions accompanied by a break-down of the interacting subsystems into various channels has been developed. This approach was named the Antisymmetrized Molecular Dynamics (AMD), and its main idea consists in the description of the nucleons by wave packets in which the antisymmetrization effects (but not other quantum effects) are accounted for. In this review, the basic principles of AMD are illustrated with the examples of simplest nuclear systems, and the results are compared with those provided by an exact quantum-mechanical description in the Fock–Bargmann space. The applicability region of AMD is discussed, in particular, in the cases of systems with discrete spectrum, and a relation between the classical AMD trajectories and the quantum distributions is established. At the same time, a new interpretation of Brink orbitals and Slater determinants built on them as eigenfunctions of the coordinate operator defined in the Fock–Bargmann space is proposed.

1. ВВЕДЕНИЕ

Столкновение тяжелых ионов достаточно высокой энергии сопровождается их развалом и появлением разлетающихся ядерных фрагментов [1]. Процесс этот оказывается существенно неравновесным, и реально в нем участвует большое число нуклонов. Поэтому уже давно была осознана необходимость обращения к представлениям кинетической теории, чтобы найти адекватное объяснение явлений, наблюдаемых при столкновении тяжелых ионов [2]. Однако если в основу стандартного статистического подхода положены законы классической механики, то исходным пунктом кинетической теории ядерных столкновений должны быть уравнения квантовой механики или такой их классический предел, который передает хотя бы наиболее важные квантовые особенности нуклонной динамики. Так, вариант кинетического подхода, учитывающего влияние квантового эффекта антисимметризации на классические траектории нуклонов, был предложен в работах [3,4] и назван антисимметризованной молекулярной динамикой (АМД).

Позже стало ясно [7], что нуклонные траектории, ставшие предметом исследования АМД, представляют собой классический предел волновых функций, определенных в гильбертовском пространстве целых аналитических функций (в пространстве Фока–Баргманна) [8,9]. Замечательное свойство этих функций состоит в том, что их независимыми переменными являются импульсы и координаты нуклонов одновременно, т.е. они заданы в фазовом пространстве. Напомним, что обычно переход от координатного к фазовому пространству осуществляется в результате введения матрицы плотности Вигнера [10], но тогда приходится мириться с тем, что функция Вигнера может быть знакопеременной, а это противоречит ее физическому смыслу. Матрица плотности, построенная на волновых функциях пространства Фока-Баргманна с учетом меры Баргманна, знакоположительна при всех значениях импульсов и координат и, следовательно, лишена недостатка, свойственного функции Вигнера. Поэтому обращение к пространству Фока–Баргманна для установления связи между квантовой и классической статистикой имеет не меньше оснований, чем введение функции Вигнера. Простое решение находит в пространстве Фока-Баргманна и проблема соотношения между классической и квантовой механикой, включая практическую оценку точности результатов классической механики в пограничной области квазиклассики. В связи с этим особое внимание мы уделяем изложению основных положений, касающихся пространства Фока-Баргманна, демонстрируя их на примерах простых точно решаемых задач.

Во втором разделе дано определение пространства Фока–Баргманна и показана связь между волновыми функциями, заданными в координатном или импульсном представлении, и их образом в пространстве Фока–Баргманна. В третьем разделе обсуждаются фазовые траектории тех систем, для которых в предыдущей главе были определены волновые функции. В четвертом разделе рассматривается влияние взаимодействия между фермионами на структуру их волновых функций и фазовых траекторий. Наконец, в пятом разделе выведены уравнения движения с учетом расплывания волновых пакетов, обычно используемых в АМД.

2. ПРОСТРАНСТВО ФОКА-БАРГМАННА

Хотя закономерности, характерные для пространства Фока–Баргманна и определенных в нем волновых функций, не относятся к числу широко известных, некоторые часто используемые в ядерной физике конструкции имеют прямое отношение к этому пространству.

2.1. Орбитали Блоха–Бринка. Среди простых примеров волновых функций, определенных в пространстве Фока–Баргманна, особо следует выделить орбиталь Блоха–Бринка

$$\phi_{\mathbf{r}}(\mathbf{R}) = \pi^{-3/4} \exp\left\{-\frac{\mathbf{r}^2}{2} + \sqrt{2}(\mathbf{R}\mathbf{r}) - \frac{\mathbf{R}^2}{2}\right\},\tag{1}$$

предложенную в работе [11] для анализа кластерной структуры легких ядер. Здесь \mathbf{r} — трехмерный вектор нуклона, а \mathbf{R} — векторный параметр, вводимый для минимизации функционала энергии атомных ядер, когда из орбиталей (1), представляющих собой обобщение *s*-орбитали нуклона в поле гармонического осциллятора, строится пробная функция. В (1) в качестве единиц измерения длины, массы и действия выбрана, соответственно, осцилляторная длина, масса нуклона и постоянная Планка \hbar .

Полагая, что вектор R содержит действительную и мнимую части, запишем его и комплексно-сопряженный ему вектор в виде

$$\mathbf{R} = \frac{\boldsymbol{\xi} + i\boldsymbol{\eta}}{\sqrt{2}}, \quad \mathbf{R}^* = \mathbf{S} = \frac{\boldsymbol{\xi} - i\boldsymbol{\eta}}{\sqrt{2}}, \tag{2}$$

где i — мнимая единица, ξ — радиус-вектор, а η — импульс. Как и в работе Бринка [11], используется обозначение $S \equiv R^*$.

Орбиталь (1) является целой аналитической функцией трех комплексных проекций R_x, R_y, R_z вектора **R**. Поэтому ее можно рассматривать как волновую функцию этих трех переменных в гильбертовском пространстве Фока– Баргманна. Но тогда надо ответить на два вопроса: как она нормирована и не принадлежит ли она к числу собственных функций какого-либо оператора. Вопрос о нормировке решается вычислением несобственного интеграла

$$I(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \int \phi_{\mathbf{r}'}^*(\mathbf{R})\phi_{\mathbf{r}}(\mathbf{R}) \exp\left\{-(\mathbf{RS})\right\} \frac{d\boldsymbol{\xi} d\boldsymbol{\eta}}{(2\pi)^3}$$

по всему фазовому пространству, где

$$\exp\left\{-(\mathbf{RS})\right\}\frac{d\boldsymbol{\xi}d\boldsymbol{\eta}}{(2\pi)^3}$$

является мерой Баргманна [12]. Множитель $(2\pi)^3$ в знаменателе отражает тот факт, что при интегрировании происходит подсчет числа квантовых состояний в фазовом пространстве. Несложно показать, что

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \tag{3}$$

Таким образом, функции $\phi_{\mathbf{r}}(\mathbf{R})$, соответствующие разным значениям вектора **r**, ортогональны, а компоненты вектора **r** являются собственными числами этих функций. Явный вид оператора $\hat{\mathbf{r}}$ следует непосредственно из выражения для орбитали (1):

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{R} + \nabla_{\mathbf{R}}). \tag{4}$$

Конечно, в результате действия оператора $\hat{\mathbf{r}}$ на его собственную функцию $\phi_{\mathbf{r}}(\mathbf{R})$ получим соотношение

$$\hat{\mathbf{r}}\phi_{\mathbf{r}}(\mathbf{R}) = \mathbf{r}\phi_{\mathbf{r}}(\mathbf{R}). \tag{5}$$

Как и должно быть, оператор $\hat{\mathbf{r}}$ имеет только непрерывный спектр, и по этой причине все его собственные векторы нормированы на δ -функцию.

Однако на этом значение орбитали Блоха–Бринка для пространства Фока–Баргманна не исчерпывается. Еще она играет роль ядра интегрального преобразования, осуществляющего перевод произвольной волновой функции $\Psi(\mathbf{r})$ координатного представления в соответствующую волновую функцию $\Phi(\mathbf{R})$ пространства Фока–Баргманна, так что

$$\Phi(\mathbf{R}) = \int \phi_{\mathbf{r}}(\mathbf{R}) \Psi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}.$$
(6)

Во многих случаях вычисление интеграла (6) может быть выполнено аналитически.

2.2. Интеграл перекрытия и матрица плотности. После интегрирования произведения собственных функций

$$\phi^*_{\mathbf{r}}(\mathbf{R})\phi_{\mathbf{r}}(\mathbf{R})$$

по всем возможным их собственным значениям мы приходим к важному выражению

$$I(\mathbf{R}, \mathbf{S}) = \int \phi_{\mathbf{r}}^{*}(\mathbf{R}) \phi_{\mathbf{r}}(\mathbf{R}) d\mathbf{r} = \exp{(\mathbf{R}\mathbf{S})},$$
(7)

которое часто называют интегралом перекрытия и которое одновременно является матрицей плотности в пространстве Фока–Баргманна. Здесь речь идет о матрице плотности чистых состояний, и сейчас мы должны убедиться в том, что выражение (7) удовлетворяет всем известным требованиям, предъявляемым к матрице плотности.

Диагональные элементы стандартной одночастичной матрицы плотности, записанной в координатном представлении (т.е. когда два ее векторных аргумента полагаются одинаковыми), переходят в выражение для вероятности распределения координат [13]. Матрица плотности (7) также дает вероятность распределения, но в фазовом пространстве ($\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}$) и после умножения на меру Баргманна. В итоге распределение вероятности принимает вид

$$\exp\left(\mathbf{RS}\right) \cdot \exp\left\{-(\mathbf{RS})\right\} \frac{d\boldsymbol{\xi} d\boldsymbol{\eta}}{(2\pi)^3} = \frac{d\boldsymbol{\xi} d\boldsymbol{\eta}}{(2\pi)^3},\tag{8}$$

и мы приходим к однородному распределению по импульсам и координатам с постоянной единичной плотностью. Далее, обсуждая волновые функции системы нескольких частиц, мы покажем, как воздействует на это распределение эффект антисимметризации. Представляет интерес и распределение вероятности для состояния (1):

$$\phi_{\mathbf{r}}^{*}(\mathbf{R})\phi_{\mathbf{r}}(\mathbf{R})\exp\{-(\mathbf{RS})\} = \pi^{-3/2}\exp\{-(\mathbf{r}-\boldsymbol{\xi})^{2}\}.$$
(9)

Мы получили плотность распределения, однородного по импульсу и гауссовского по координатам с центром в точке **r**. Когда орбиталь (1) используется в качестве пробной функции вариационного расчета, то $\boldsymbol{\xi}$ становится вариационным параметром, по которому происходит варьирование, выражение (9) рассматривается как плотность распределения по **r**, а вариационный расчет сводится к поиску оптимального положения центра $\boldsymbol{\xi}$ гауссовского распределения.

В классическом пределе, когда $|\mathbf{r}| \gg 1$, т.е. $|\mathbf{r}|$ много больше осцилляторной длины, распределение (9) переходит в $\delta(\mathbf{r} - \boldsymbol{\xi})$, как и должно быть для распределения в состоянии с заданным значением радиуса-вектора.

Соотношение (7) между матрицей плотности и ее разложением по базису ортонормированных состояний демонстрирует известное положение [14] о диагональности матрицы плотности в энергетическом представлении. При этом собственные функции любого гамильтониана, какой бы мы ни взяли, диагональность разложения матрицы плотности по собственным состояниям гамильтониана сохранится.

Так, несложно матрицу плотности разложить по собственным состояниям гамильтониана свободного движения или, что то же самое для обсуждаемого случая, по собственным состояниям оператора импульса

$$\hat{\mathbf{k}} = -\frac{i}{\sqrt{2}}(\mathbf{R} - \nabla_{\mathbf{R}}). \tag{10}$$

Ортонормированные собственные функции последнего, или, иначе, плоские волны, соответствующие импульсу k, имеют следующий вид:

$$\phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{R}) = \pi^{-3/4} \exp\left\{-\frac{\mathbf{k}^2}{2} - i\sqrt{2}(\mathbf{R}\mathbf{k}) + \frac{\mathbf{R}^2}{2}\right\},\tag{11}$$

что легко проверить, обратившись к явному выражению для оператора \mathbf{k} и решив дифференциальное уравнение в частных производных первого порядка. Другой путь получить $\phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{R})$ сводится к вычислению обеспечивающего переход к пространству Фока–Баргманна интеграла (6) с плоской волной

$$\Psi(\mathbf{r}) = (2\pi)^{-3/2} \exp{\{-i(\mathbf{kr})\}},\,$$

определенной в координатном пространстве:

$$\phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{R}) = \int \phi_{\mathbf{r}}(\mathbf{R})(2\pi)^{-3/2} \exp\left\{-i(\mathbf{kr})\right\} d\mathbf{r}.$$
(12)

Разложение интеграла перекрытия по состояниям с определенным значением импульса аналогично разложению (7):

$$\exp\left(\mathbf{RS}\right) = \int \phi_{\mathbf{k}}^{*}(\mathbf{R})\phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{R})d\mathbf{k},$$
(13)

а распределение вероятности для плоской волны (11)

$$\rho_{\mathbf{k}}(\mathbf{R}) = \phi_{\mathbf{k}}^*(\mathbf{R})\phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{R})\exp\left\{-(\mathbf{RS})\right\} = \pi^{-3/2}\exp\left\{-(\mathbf{k}-\boldsymbol{\eta})^2\right\}.$$
 (14)

Снова мы имеем гауссоидальную зависимость, но для импульса при отсутствии зависимости от координаты. В фазовой плоскости функция распределения принимает максимальное значение на прямой $\eta = \mathbf{k}$, т.е. на классической фазовой траектории свободного движения частицы с импульсом \mathbf{k} .

Уместно заметить, что функция Вигнера в том же состоянии свободного движения с импульсом \mathbf{k} и энергией $E = \mathbf{k}^2/2$ имеет вид

$$\rho_w(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) = \delta(\mathbf{k} - \boldsymbol{\eta}). \tag{15}$$

Она, следовательно, соответствует классическому пределу матрицы плотности в пространстве Фока–Баргманна.

Теперь обратимся к примеру гармонического осциллятора, который имеет только дискретный спектр. Чтобы максимально упростить ситуацию, но сохранить главные особенности всех важных выражений, мы ограничимся на первом этапе одномерным случаем. Пусть тогда R и S — скалярные комплексные переменные:

$$R = \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi + i\eta), \quad S = R^* = \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi - i\eta),$$

где ξ — координата, а η — импульс. Общая одномерная матрица плотности $\exp(RS)$, так же, как и трехмерная (7), представима в виде разложения или по состояниям с координатой x, или по состояниям с импульсом k, или

по состояниям одномерного гармонического осциллятора. Именно последнее разложение нас сейчас интересует:

$$\exp\left(RS\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (RS)^n,$$
(16)

отсюда следует выражение для ортонормированных с мерой Баргманна волновых функций $\phi_n(R)$ одномерного гармонического осциллятора:

$$\phi_n(R) = \frac{1}{\sqrt{n!}} R^n, \tag{17}$$

где n — число квантов возбуждения. Что же касается гамильтониана осциллятора $\hat{H}_{\rm osc}$ в пространстве Фока–Баргманна, то

$$\hat{H}_{\rm osc} = R \frac{d}{dR} + \frac{1}{2}.$$
(18)

Следствием (4) является выражение для оператора координаты

$$\hat{x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(R + \frac{d}{dR} \right),\tag{19}$$

а из (10) следует выражение для оператора одномерного импульса

$$\hat{k} = -\frac{i}{\sqrt{2}} \left(R - \frac{d}{dR} \right) \tag{20}$$

и оператора кинетической энергии

$$\hat{T} = \frac{1}{2}\hat{k}^2 = -\frac{1}{4}\left(R - \frac{d}{dR}\right)^2.$$
(21)

Очевидно, что

$$\hat{H}_{\rm osc} = \hat{T} + \frac{1}{2} \ \hat{x}^2.$$

Заметим также, что свойства функций (17) изложены в [7].

Распределение вероятности для гармонического осциллятора с числом квантов *n* имеет вид

$$\rho_n(\xi,\eta) = \phi_n^*(R)\phi_n(R)\exp\left(-RS\right) = \frac{1}{n!}\left(\frac{\xi^2 + \eta^2}{2}\right)^n \exp\left\{-\frac{\xi^2 + \eta^2}{2}\right\}.$$
 (22)

Оно принимает только положительные значения и концентрируется вокруг окружности

$$\frac{\xi^2 + \eta^2}{2} = n,$$
 (23)

которая представляет собой фазовую траекторию классического осциллятора, имеющего энергию *n*. Очевидно, что левая часть равенства (23) является классической функцией Гамильтона одномерного осциллятора.

Рассмотрим детали, касающиеся предельного перехода к большим значениям n. Справедлива следующая асимптотическая при $n \gg 1$ формула

$$\rho_n(\xi,\eta) \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} \exp\left\{-\frac{1}{2n}\left(\frac{\xi^2 + \eta^2}{2} - n\right)^2\right\}.$$
(24)

Мы получили квантовую функцию распределения для одномерного осциллятора при $n \gg 1$. Обратившись к ней, несложно подсчитать среднее значение классической функции Гамильтона и ее дисперсию:

$$\overline{\frac{\xi^2 + \eta^2}{2}} = n, \quad \sqrt{\left(\frac{\xi^2 + \eta^2}{2} - n\right)^2} = \sqrt{n}.$$

Чтобы подчеркнуть проблемы функции Вигнера $\rho_w(\xi, \eta)$, определим ее, следуя обычному алгоритму, для гармонического осциллятора в состоянии с n = 1. Тогда

$$\rho_w(\xi,\eta) = \frac{\xi^2 + \eta^2 - 1}{2} \exp\left\{-\frac{\xi^2 + \eta^2}{2}\right\}.$$
(25)

Последнее распределение имеет отрицательные значения всюду внутри круга $\xi^2 + \eta^2 = 1$, что, безусловно, является его недостатком. При больших значениях $\xi^2 + \eta^2$ оба распределения — $\rho_1(\xi, \eta)$ и $\rho_w(\xi, \eta)$ — оказываются идентичными.

2.3. Трехмерный осциллятор. В случае трехмерного осциллятора разложение (16) несколько усложняется и принимает вид

$$\exp\left(\mathbf{RS}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (\mathbf{RS})^n.$$
 (26)

Опять n — число квантов возбуждения. Однако теперь мы имеем дело с волновыми пакетами $(\mathbf{RS})^n$ базисных состояний, имеющих SU(3)-симметрию (n, 0), и, чтобы полностью определить эти квантовые состояния, введем еще

два квантовых числа: l — орбитальный момент и m — его проекцию на внешнюю ось. Тогда

$$\exp(\mathbf{RS}) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l,m} W_{n,l} \frac{1}{n!} (RS)^n D_{0,m}^l(\Omega) D_{m,0}^l(\Omega^*),$$
(27)

где диагональные элементы матрицы плотности

$$W_{n,l} = \frac{n!(2l+1)}{(n-l)!!(n+l+1)!!}.$$
(28)

Кроме того,

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2 + R_z^2; \quad \mathbf{R} = (R_x, R_y, R_z).$$

Поэтому произведение $R^n D^l_{0,m}(\Omega)$ является однородным гармоническим полиномом степени n.

Конечно, выполняется условие

$$\sum_{l} W_{n,l} = 1.$$

Заметим, что l имеет ту же четность, что и n, и не превосходит n.

В предельном случае, когда $n \gg l \gg 1$,

$$W_{n,l} \sim (2l+1) \exp\left\{-\ln(n+2) + \frac{3}{2} \frac{1}{n+2}\right\} \exp\left\{-\frac{l(l+1)}{2(n+2)}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{2l+1}{2n} \exp\left\{-\frac{l(l+1)}{2n}\right\}.$$
(29)

Мы пришли к матрице плотности для состояний с n квантами и орбитальным моментом l. Она имеет тот же вид, что и распределение Гиббса для ротаторов с моментом инерции, равным n, и $kT = \hbar\omega$, где ω — частота гармонического осциллятора.

2.4. Два трехмерных осциллятора. Два трехмерных осциллятора дают многообразие таких диагональных элементов матрицы плотности, для классификации которых уместно привлекать редукцию прямого произведения двух неприводимых представлений SU(3) снова на SU(3):

$$\exp\left\{(\mathbf{R}_{1}\mathbf{S}_{1})+(\mathbf{R}_{2}\mathbf{S}_{2})\right\} = \sum_{n_{1}=0}^{\infty}\sum_{n_{2}=0}^{\infty} \frac{1}{n_{1}!n_{2}!}(\mathbf{R}_{1}\mathbf{S}_{1})^{n_{1}}(\mathbf{R}_{2}\mathbf{S}_{2})^{n_{2}}.$$
 (30)

Далее, произведение волновых пакетов, имеющих SU(3)-симметрию $(n_1, 0)$ и $(n_2, 0)$, уместно представить в виде суперпозиции нормированных волновых пакетов $F_{(n_1,0)(n_2,0)}^{(n_1+n_2-2\mu,\mu)}$, имеющих симметрию $(n_1 + n_2 - 2\mu, \mu)$:

$$\frac{1}{n_1!n_2!} (\mathbf{R}_1 \mathbf{S}_1)^{n_1} (\mathbf{R}_2 \mathbf{S}_2)^{n_2} = \sum_{\mu} W^{(n_1+n_2-2\mu,\mu)}_{(n_1,0)(n_2,0)} F^{(n_1+n_2-2\mu,\mu)}_{(n_1,0)(n_2,0)},$$
(31)

$$W_{(n_1,0)(n_2,0)}^{(n_1+n_2-2\mu,\mu)} = N(n_1,n_2) \frac{n_1!n_2!(n_1+n_2-2\mu+1)!}{\mu!(n_1-\mu)!(n_2-\mu)!(n_1+n_2-\mu+1)!},$$
 (32)

где $N(n_1n_2)$ определяется из условия нормировки

m

$$\sum_{\mu=0}^{\ln(n_1,n_2)} W_{(n_1,0)(n_2,0)}^{(n_1+n_2-2\mu,\mu)} = 1.$$
(33)

Если $n_1, n_2 \gg \mu \gg 1$, то выражение для диагональных элементов матрицы плотности существенно упрощается:

$$W_{(n_1,0)(n_2,0)}^{(n_1+n_2-2\mu,\mu)} \sim \frac{1}{\mu!} \left(\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}\right)^{\mu} \exp\left(-\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}\right).$$
(34)

Снова, как и в п. 2.3, мы получили обычную для статистической физики форму функции распределения, но теперь уже для состояний с разной SU(3)симметрией. Важно и то, что элементы матрицы плотности равны квадратам коэффициентов Клебша–Гордана группы SU(3), а предельное соотношение (34) дает асимптотику этих коэффициентов.

2.5. Эффект антисимметризации. Оставаясь в рамках наглядных одномерных систем, рассмотрим влияние эффекта антисимметризации на вероятность распределения. Простейший для анализа случай — две тождественные частицы. Привлекая поначалу произведение

$$\phi_{x_1}(R_1)\phi_{x_2}(R_2)$$

двух орбиталей Блоха–Бринка, а потом, выполняя антисимметризацию и отделяя множитель центра масс, получаем следующую орбиталь для исследования движения в системе центра масс:

$$\phi_x^-(R) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\phi_x(R) - \phi_x(-R) \right), \tag{35}$$
$$x = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{2}}, \quad R = \frac{R_1 - R_2}{\sqrt{2}}.$$

Функция (35) является собственным вектором оператора

$$\hat{x}^2 = \frac{1}{2} \left(R + \frac{d}{dR} \right)^2,\tag{36}$$

соответствующим собственному значению x^2 . Распределение вероятности для этой антисимметричной волновой функции пространства Фока–Баргманна имеет вид

$$\phi_x^{-*}(R)\phi_x^{-}(R)\exp\left(-RS\right) = \pi^{-1/2}\left(\cosh\left(2x\xi\right) - \cos\left(2x\eta\right)\right)\exp\left(-x^2 - \xi^2\right).$$
(37)

Аналогичные изменения в результате проведения антисимметризации происходят и с плоской волной:

$$\phi_k^-(R) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\phi_k(R) - \phi_k(-R) \right), \tag{38}$$

и с распределением вероятности, соответствующим свободному движению:

$$\rho_k^-(\xi,\eta) = \phi_k^{-*}(R)\phi_k^-(R)\exp\left(-RS\right) =$$
$$= \pi^{-1/2}\left(\cosh\left(2k\eta\right) - \cos\left(2k\xi\right)\right)\exp\left(-k^2 - \eta^2\right). \tag{39}$$

Только когда $k \gg 1$, последнее распределение переходит в суперпозицию установленного ранее распределения $\rho_k(R)$ и другого аналогичного распределения $\rho_{-k}(R)$. При малых значениях k приходится учитывать слагаемое, которое зависит от импульса η . Поверхности $\rho_k^-(\xi, \eta)$, отвечающие разным значениям k, представлены на рис. 1.

Симметризация волновой функции двух тождественных частиц приводит к следующему выражению для распределения вероятности:

$$\rho_k^+(\xi,\eta) = \pi^{-1/2} \left(\cosh\left(2k\eta\right) + \cos\left(2k\xi\right)\right) \exp\left(-k^2 - \eta^2\right). \tag{40}$$

Соответствующая распределению (40) поверхность изображена на рис. 2.

Таким образом, симметризация (или антисимметризация) существенно влияет на поведение функций распределения в окрестности начала координат при малых значениях энергии $k^2/2$ свободного движения. В частности, если $\eta = 0$, а $|\xi|$ растет, то обе функции, оставаясь положительными, осциллируют вокруг значения $\pi^{-1/2} \exp(-k^2)$ с периодом осцилляций π/k .

Матрица плотности антисимметричных состояний вместе с мерой Баргманна есть результат интегрирования $\rho_k^-(\xi,\eta)$ по k или $\rho_x^-(\xi,\eta)$ по x:

$$\rho^{-}(\xi,\eta) = \int \rho_{x}^{-}(\xi,\eta) dx = \sinh(RS) \exp(-RS) = \frac{1 - \exp(-2RS)}{2}.$$
 (41)



Рис. 1. Распределение вероятности $\rho_k^-(\xi,\eta)$ в представлении Фока–Баргманна для свободного движения двух тождественных частиц с параллельными спинами: *a*) k = 2, *б*) k = 1, *в*) k = 0,2

Рис. 2. Распределение вероятности $\rho_k^+(\xi,\eta)$ в представлении Фока–Баргманна для свободного движения двух тождественных частиц с антипараллельными спинами: *a*) k = 2, *b*) k = 1, *b*) k = 0,2



Рис. 3. Матрица плотности $\rho^-(\xi,\eta)$ антисимметричных состояний вместе с мерой Баргманна

Антисимметризация подавляет значения распределения вероятности плотности в области вокруг начала координат, но по мере удаления от начала координат фазовой плоскости плотность распределения стремится к 1/2 (рис. 3).

Интегрирование $\rho_x^+(\xi,\eta)$ дает матрицу плотности симметричных состояний, умноженную на меру Баргманна:

$$\rho^{+}(\xi,\eta) = \int \rho_{x}^{+}(\xi,\eta) dx = \cosh\left(RS\right) \exp\left(-RS\right) = \frac{1 + \exp\left(-2RS\right)}{2}, \quad (42)$$

которая подчеркивает область малых значений ξ , η , а по мере удаления от начала координат выходит на тот же предел 1/2, что и плотность распределения вероятности для антисимметричных состояний (см. рис. 4).



Рис. 4. Матрица плотности $\rho^+(\xi,\eta)$ симметричных состояний вместе с мерой Баргманна

Распределение вероятности для антисимметричных состояний гармонического осциллятора с числом квантов возбуждения 2n + 1 имеет вид

$$\rho_{2n+1}^{-}(\xi,\eta) = \frac{1}{(2n+1)!} \left(\frac{\xi^2 + \eta^2}{2}\right)^{2n+1} \exp\left\{-\frac{\xi^2 + \eta^2}{2}\right\}.$$
 (43)

Максимальные значения эта функция принимает внутри кругового кольца, которое при больших *n* стягивается в окружность

$$\frac{\xi^2 + \eta^2}{2} = 2n + 1,$$

представляющую собой классическую траекторию при энергии 2n+1.

2.6. Система трех одномерных фермионов. Рассмотрим теперь систему трех одномерных фермионов, спины которых параллельны. Пусть x_1, x_2, x_3 — координаты этих фермионов. Кроме того, положим

$$y_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_1 - x_2), \ y_2 = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(x_3 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right).$$

В системе центра масс вместо независимых переменных R_1, R_2, R_3 пространства Фока–Баргманна введем

$$P = \sqrt{\frac{1}{2}}(R_1 - R_2) = A\cos\gamma = \xi_1 + i\eta_1,$$
(44)

$$Q = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(R_3 - \frac{R_1 + R_2}{2} \right) = A \sin \gamma = \xi_2 + i\eta_2, \tag{45}$$

$$P^* = \sqrt{\frac{1}{2}}(S_1 - S_2), \quad Q^* = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(S_3 - \frac{S_1 + S_2}{2}\right).$$

Тогда интеграл перекрытия двух детерминантов Слейтера

$$\phi_{y_1,y_2}(P,Q)$$
 и $\phi^*_{y_1,y_2}(P,Q),$

построенных на орбиталях Блоха-Бринка в системе центра масс, принимает следующий вид:

$$I(P,Q;P^*,Q^*) = \int dy_1 \int dy_2 \phi^*_{y_1,y_2}(P,Q) \phi_{y_1,y_2}(P,Q) =$$
$$= \frac{1}{6} \left\{ \exp\left\{PP^* + QQ^*\right\} + \exp\left\{\left(-\frac{1}{2}P - \frac{\sqrt{3}}{2}Q\right)P^* + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}P - \frac{1}{2}Q\right)Q^*\right\} + \right\}$$

ΠΡΟСТРАНСТВО ФОКА–БАРГМАННА 775

$$+ \exp\left\{\left(-\frac{1}{2}P + \frac{\sqrt{3}}{2}Q\right)P^{*} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}P - \frac{1}{2}Q\right)Q^{*}\right\} - \exp\left\{-PP^{*} + QQ^{*}\right\} - \exp\left\{\left(\frac{1}{2}P - \frac{\sqrt{3}}{2}Q\right)P^{*} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}P - \frac{1}{2}Q\right)Q^{*}\right\}\right\} - \exp\left\{\left(\frac{1}{2}P + \frac{\sqrt{3}}{2}Q\right)P^{*} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}P - \frac{1}{2}Q\right)Q^{*}\right\}\right\} = 12\sum_{n}\sum_{m=0}^{\left[(n-3)/3\right]}\frac{(AA^{*})^{n}\cos\left(6m+3\right)\gamma\cos\left(6m+3\right)\gamma^{*}}{(n-6m-3)!!(n+6m+3)!!} + 12\sum_{n}\sum_{m=1}^{\left[n/6\right]}\frac{(AA^{*})^{n}\sin\left(6m\gamma\sin\left(6m\gamma\right)^{*}\right)}{(n-6m)!!(n+6m)!!}.$$
(46)

Разложение (46) дает диагональные элементы матрицы плотности в представлении гармонического осциллятора:

$$w_{n,m}'(\xi,\eta_1,\xi_2,\eta_2) = \frac{(AA^*)^n 2\cos(6m+3)\gamma\cos(6m+3)\gamma^*}{(n-6m-3)!!(n+6m+3)!!},$$
(47)

$$w_{n,m}''(\xi,\eta_1,\xi_2,\eta_2) = \frac{(AA^*)^n 2\sin 6m\gamma \sin 6m\gamma^*}{(n-6m)!!(n+6m)!!}.$$
(48)

Число квантов n принимает только нечетное значение, начиная с n = 3, что обусловлено требованиями принципа Паули. По той же причине множители перед γ (γ^*) в аргументе синусов и косинусов кратны трем.

Снова, если $n \gg m \gg 1$, мы имеем простую предельную форму:

$$\int dy_1 \int dy_2 \phi^*_{y_1,y_2}(P,Q) \phi_{y_1,y_2}(P,Q) \sim$$

$$\sim \sum_{n} \sum_{m} \frac{(AA^{*})^{n}}{n!} \frac{2}{n} \exp\left(-\frac{(6m+3)^{2}}{2n}\right) \cos(6m+3)\gamma \cos(6m+3)\gamma^{*} +$$

776 ФИЛИППОВ Г.Ф. И ДР.

$$+\sum_{n}\sum_{m}\frac{(AA^{*})^{n}}{n!}\frac{2}{n}\exp\left(-\frac{(6m)^{2}}{2n}\right)\sin 6m\gamma\sin 6m\gamma^{*},$$
(49)

подобную той, которая ранее была получена для трехмерного осциллятора.

Имея матрицу плотности $w_{n,m}^i(\xi_1,\eta_1;\xi_2,\eta_2)$ системы трех фермионов, несложно найти одночастичную матрицу плотности $w_{n,m}^i(\xi_1,\eta_1)$, определив ее как интеграл

$$w_{n,m}^{i}(\xi_{1},\eta_{1}) = \int w_{n,m}^{i}(\xi_{1},\eta_{1};\xi_{2},\eta_{2}) \exp\left\{-\frac{\xi_{2}^{2}+\eta_{2}^{2}}{2}\right\} \frac{d\xi_{2}d\eta_{2}}{2\pi}.$$
 (50)

2.7. То же, но трехмерный случай. Для трех трехмерных фермионов с одинаково направленными спинами первые два слагаемых в разложении интеграла перекрытия имеют вид

$$I(\mathbf{P}, \mathbf{Q}; \mathbf{P}^{*}, \mathbf{Q}^{*}) = \frac{1}{2} ([\mathbf{P}\mathbf{Q}][\mathbf{P}^{*}\mathbf{Q}^{*}]) + \frac{1}{24} \{(\mathbf{P}\mathbf{P}^{*})^{3} - 3(\mathbf{P}\mathbf{P}^{*})(\mathbf{Q}\mathbf{P}^{*})^{2} - 3(\mathbf{P}\mathbf{P}^{*})(\mathbf{P}\mathbf{Q}^{*})^{2} + 9(\mathbf{P}\mathbf{P}^{*})(\mathbf{Q}\mathbf{Q}^{*})^{2} - 9([\mathbf{P}\mathbf{Q}][(\mathbf{P}^{*}\mathbf{Q}^{*}])(\mathbf{Q}\mathbf{Q}^{*})\} + \dots$$
(51)

Первое слагаемое соответствует интегралу перекрытия SU(3) неприводимых представлений (0,1), а второе слагаемое — интегралу перекрытия SU(3) неприводимых представлений (3,0). Замечательный факт — неприводимое представление (1,1) отсутствует.

Первые члены разложения интеграла перекрытия демонстрируют поведение этого интеграла при малых значениях векторов $\mathbf{P}, \mathbf{Q}; \mathbf{P}^*, \mathbf{Q}^*$. Так, первое слагаемое этого разложения

$$\frac{1}{2}([\mathbf{P}\mathbf{Q}][\mathbf{P}^*\mathbf{Q}^*])$$

является интегралом перекрытия трансляционно-инвариантных волновых функций SU(3)-модели Эллиотта [16] трех фермионов с одинаковым направлением спина, а четвертая степень этого слагаемого дает интеграл перекрытия той же модели для ядра ¹²С. Если же векторы **P** и **Q** коллинеарны и к тому же имеют одинаковую длину, то можно положить **P** = **Q** = **R**. Тогда первое слагаемое разложения (51) исчезает, а второе принимает вид

$$\frac{1}{6}(\mathbf{RR}^*)^3,$$

отвечающий линейной структуре волновой функции. Это слагаемое опять соответствует интегралу перекрытия для случая тех же трех фермионов, но теперь уже оккупирующих состояния

s-, p-, и sd-оболочек. Здесь использовано традиционное обозначение $[n_x, n_y, n_z]$ для одночастичных состояний гармонического осциллятора с числом квантов n_x вдоль оси x, n_y вдоль оси y и n_z вдоль оси z.

3. ФАЗОВЫЕ ТРАЕКТОРИИ

Орбитали (1) открывают путь для построения классических фазовых траекторий волновых пакетов системы *А* фермионов. Чтобы реально вывести соответствующие уравнения классической динамики и найти фазовые траектории, приходится пройти через несколько этапов. Сначала из орбиталей (1) конструируются детерминанты Слейтера и тем самым удовлетворяются требования принципа Паули. Затем эти детерминанты объявляются пробными функциями вариационной задачи, а комплексные векторы

$$\mathbf{R}_i, \ i=1,2,...A$$

выступают в роли вариационных параметров, которые зависят от времени t. Следующий этап — вычисление функции Лагранжа на детерминантах Слейтера. Наконец, обращение к принципу наименьшего действия, заключая процедуру, позволяет найти классические уравнения для

$$\mathbf{R}(t) = \frac{\boldsymbol{\xi}(t) + i\boldsymbol{\eta}(t)}{\sqrt{2}}$$

и, в итоге, траектории в фазовом пространстве.

Каждая траектория системы фермионов находится на гиперповерхности фазового пространства для заданной энергии. Она вполне определяется, если указаны значения всех ее интегралов движения. Квадрат модуля определенной в пространстве Фока–Баргманна волновой функции той же системы, обладающей соответствующими квантовыми числами, вместе с мерой Баргманна дает плотность распределения вероятности в фазовом пространстве. Сопоставляя фазовые траектории и квантовые распределения, можно судить о том, в какой степени и при выполнении каких условий фазовые траектории передают реальную ситуацию.

3.1. Одномерные движения. Особенно просто, обратившись к (1), найти фазовые траектории одномерных движений. Для этого достаточно воспользоваться соотношением

$$\mathcal{H}(\xi,\eta) = E, \quad \frac{\langle \phi_x^*(R) | H | \phi_x(R) \rangle}{\langle \phi_x^*(R) | \phi_x(R) \rangle} = \mathcal{H}(\xi,\eta).$$
(52)

Здесь \hat{H} — квантовый гамильтониан одномерной системы в координатном представлении, а $\mathcal{H}(\xi,\eta)$ — функция Гамильтона, определенная как результат

усреднения гамильтониана на орбиталях Блоха–Бринка. Так, для одномерного свободного движения, гамильтониан которого

$$\hat{H} = -\frac{1}{2}\frac{d^2}{dx^2},$$

функция Гамильтона имеет вид

$$\mathcal{H}(\xi,\eta) = \frac{1}{2}\eta^2 + \frac{1}{4}.$$
(53)

Из (53) следует, что волновой пакет, каковым является орбиталь (1), движется как свободная частица с импульсом η и массой нуклона. Однако поскольку $E = \mathcal{H}(\xi, \eta)$, то полная энергия волнового пакета содержит еще одно слагаемое 1/4, которое появилось потому, что на создание одномерного волнового пакета требуется затратить именно эту энергию. Такой волновой пакет, как и всякий другой, не может существовать долгое время вне потенциального поля и должен расплываться. Пока мы пренебрегаем этим явлением и не включаем в классическое рассмотрение механизм, ответственный за расплывание волнового пакета, минимальная энергия свободного инфинитного движения оказывается равной 1/4. И это замечание остается справедливым даже после включения потенциала притяжения, когда появляется спектр финитных состояний не только с отрицательной, но и с положительной энергией, не превосходящей 1/4. Разумеется, квантовое описание таких проблем не имеет.

Что же касается фазовых траекторий свободного движения (53), то для них зависимость импульса от энергии, т.е.

$$\eta = \sqrt{2E - 1/2},$$

несколько отличается в области малых энергий от той, что для свободных частиц предлагает классическая механика, и от той, которая соответствует линии максимумов функции распределения (14).

Для одномерного осциллятора

$$\hat{H} = -\frac{1}{2}\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}x^2,\tag{54}$$

поэтому

$$\mathcal{H}(\xi,\eta) = \frac{1}{2}(\eta^2 + \xi^2) + \frac{1}{2},\tag{55}$$

и фазовые траектории при энергии Е удовлетворяют соотношению

$$\frac{1}{2}(\eta^2 + \xi^2) + \frac{1}{2} = E.$$
(56)

Как и должно быть, при всех значениях Е движения финитны, а спектр непрерывный, хотя он начинается лишь с E = 1/2, когда фазовая траектория вырождается в точку $\xi = 0, \eta = 0$, соответствующую началу координат. Квантовое распределение вероятности в этом же состоянии (см. (22))

$$\rho_0(\xi,\eta) = \exp\left\{-\frac{\xi^2 + \eta^2}{2}\right\}$$

имеет максимум в начале координат.

3.2. Свободное движение триплетной пары фермионов. Чтобы понять, как влияет антисимметризация на фазовые траектории свободного одномерного движения двух фермионов в триплетном состоянии, построим сначала классическую функцию Гамильтона, определив ее соотношением

$$\mathcal{H}^{-}(\xi,\eta) = \frac{\langle \phi_x^{-*}(R) | \hat{H} | \phi_x^{-}(R) \rangle}{\langle \phi_x^{-*}(R) | \phi_x^{-}(R) \rangle},$$
(57)

где

$$\hat{H} = -\frac{1}{2}\frac{d^2}{dx^2}.$$

Простые вычисления дают следующий результат [7]:

$$\mathcal{H}^{-}(\xi,\eta) = \frac{\eta^2}{2} + \frac{1}{4} + \frac{\xi^2 + \eta^2}{4} \left(\coth \frac{\xi^2 + \eta^2}{2} - 1 \right).$$
(58)

Сумма двух последних слагаемых в правой части (58) изображена на рис. 5. Положив $\mathcal{H}^{-}(\xi,\eta) = E$, получим фазовую траекторию при энергии Е. Заметим, что минимальное значение энергии равно 1/4. Кроме того, так как

$$\operatorname{coth} \frac{\xi^2 + \eta^2}{2} - 1 \ge 0,$$

функция Гамильтона содержит отталкивание. Поэтому, чениях ξ и $\eta = \sqrt{2E - 1/2}$, лельными спинами



пока $1/4 \leqslant E \leqslant 3/4$, Рис. 5. Эффективные потенциальные слагаемые траектория, начавшаяся при два последних слагаемых в функции Гамильтона больших положительных зна- $\mathcal{H}^-(\xi,\eta)$ свободного движения двух частиц с парал-

испытав отражение, не проникает в область отрицательных ξ . Появляется точка поворота, в которой импульс равен нулю, после чего, в результате смены знака импульса, траектория остается в области положительных ξ (см. рис. 6). Если же $E \ge 3/4$, то вместо остановки наблюдается лишь



Рис. 6. Фазовые траектории свободного движения двух частиц с параллельными спинами. Сплошными линиями показаны траектории, соответствующие движению с разными значениями энергии. Штриховыми линиями показаны эквипотенциальные поверхности

замедление движения. Затем траектория уходит в область отрицательных ξ , где она может быть воспроизведена как результат зеркального отражения первой половины траектории относительно оси η .

Отталкивание, которое демонстрируют фазовые траектории частиц триплетной фермионной пары при малых значениях ξ и η , вполне соответствует традиционному представлению о том, что учет принципа Паули запрещает фермионам с параллельными спинами находиться в одной точке и проявляется как сила, препятствующая сближению фермионов.

Полученное нами ранее распределение вероятности (39) для триплетной пары, энергия которой $E = k^2/2$, стягивается к фазовой траектории $\mathcal{H}^-(\xi, \eta) = E$, только если $E \gg 3/4$, когда роль прин-

ципа Паули и влияние антисимметризации уже несущественны. Именно тогда асимптотическим пределом квантового результата становится классический результат. Однако при малых энергиях, когда велики те поправки к уравнениям классической динамики, которые учитывают антисимметризацию, аналогия между квантовым распределением вероятности и фазовыми траекториями не просматривается, и, чтобы эта аналогия появилась, необходима дополнительная коррекция классических уравнений, связанная в первую очередь с расплыванием волнового пакета, движение которого воспроизводят классические уравнения.

3.3. Синглетная пара. В случае синглетной пары свободных фермионов функция Гамильтона имеет вид

$$\mathcal{H}^{+}(\xi,\eta) = \frac{\eta^{2}}{2} + \frac{1}{4} + \frac{\xi^{2} + \eta^{2}}{4} \left(\tanh \frac{\xi^{2} + \eta^{2}}{2} - 1 \right).$$
(59)

Обязанное процедуре симметризации последнее слагаемое в правой части (59), в отличие от соответствующего слагаемого в (58), отвечает притяжению, поскольку теперь

$$\tanh \frac{\xi^2 + \eta^2}{2} - 1 \leqslant 0.$$

Поведение суммы двух последних слагаемых в правой части (59) показано на рис. 7. Минимальное значение эта сумма имеет на окружности с центром в начале координат. Если к этой сумме мы добавим слагаемое $\eta^2/2$, то немедленно получим два минимума функции Гамильтона при

$$\xi = \pm \xi_0, \quad \xi_0 = 1,13, \quad \eta = 0.$$

когда $E_{\rm min} = 0,11$. В каждой из двух точек минимума фазовые траектории вырождаются в точку. Затем, когда энергия оказывается больше минимальной, появляются замкнутые фазовые траектории финитного движения. Инфинитным движение становится, если E > 1/4. Однако явная связь между инфинитными траекториями и квантовым распределением вероятности (40) становится очевидной, только когда $E \gg 1/4$, и влиянием симметризации как на распределение вероятности, так и на инфинитные фазовые траектории можно пренебречь. Что же касается финитных траекторий, то они есть результат приближения, появляющегося при выводе уравнений классической динамики и сводящегося к тому, что волновой пакет свободного движения не расплывается, хотя на самом деле расплывание имеет место и пренебрегать им можно лишь при больших энергиях.



Рис. 7. Эффективные потенциальные слагаемые — два последних слагаемых в функции Гамильтона $\mathcal{H}^+(\xi,\eta)$ свободного движения двух частиц с антипараллельными спинами

4. УЧЕТ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФЕРМИОНОВ

Введем потенциал взаимодействия между фермионами для того, чтобы изучить те вопросы, которые возникают, когда система имеет состояния как непрерывного, так и дискретного спектра. Взаимодействие фермионов мы будем моделировать гауссовским потенциалом притяжения

$$U(x) = -V_0 \exp\{-\alpha x^2\}.$$
 (60)

С этим взаимодействием мы сначала построим спектр состояний, волновые функции которых определены в пространстве Фока–Баргманна, а затем выполним переход к уравнениям классической динамики и определим фазовые траектории.

4.1. Решение квантового волнового уравнения. Для реализации квантового подхода найдем интеграл перекрытия

$$\langle S|U(x)|R\rangle = \int \phi_x(S)U(x)\phi_x(R)dx$$

оператора потенциальной энергии (60) и одномерных орбиталей Блоха-Бринка

$$\phi_x(R) = \pi^{-1/4} \exp\left\{-\frac{x^2}{2} + \sqrt{2}Rx - \frac{R^2}{2}\right\},\tag{61}$$

$$\phi_x(S) = \pi^{-1/4} \exp\left\{-\frac{x^2}{2} + \sqrt{2}Sx - \frac{S^2}{2}\right\}.$$
 (62)

Несложно найти выражение для этого интеграла перекрытия:

$$\langle S|U(x)|R\rangle = -z^{1/2}V_0 \exp\left\{zRS + \frac{z-1}{2}(R^2 + S^2)\right\},$$
 (63)

где $z^{-1} = 1 + \alpha$. Интеграл перекрытия с оператором кинетической энергии мы уже вычисляли:

$$\langle S|\hat{T}|R\rangle = \left(-\frac{1}{4}(R-S)^2 + \frac{1}{4}\right)\exp{(RS)}.$$
 (64)

Интегралы перекрытия (63) и (64) являются матричными элементами соответствующих операторов на орбиталях (61) и (62) Блоха–Бринка. Но эти орбитали представляют собой суперпозицию всех ортонормированных базисных функций одномерного гармонического осциллятора, определенных в обычном координатном пространстве, а коэффициенты этой суперпозиции — базисные функции того же осциллятора, но в пространстве Фока–Баргманна. Так, для (61)

$$\phi_x(R) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} H_n(x) \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\} \frac{1}{\sqrt{n!}} R^n,$$
(65)

где $H_n(x)$ — полиномы Эрмита. Аналогичная суперпозиция имеет место для (62). Интегрируя по x при вычислении интегралов перекрытия, мы нашли линейную комбинацию всех интересующих нас ненулевых матричных элементов. Но теперь из этой линейной комбинации мы должны извлечь каждый из матричных элементов, входящих в ее состав.

Матричный элемент $\langle S|\hat{O}|R\rangle$ любого оператора \hat{O} представим в виде

$$\langle S|\hat{O}|R\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\tilde{n}=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n!}} R^n \langle n|\hat{O}|\tilde{n}\rangle \frac{1}{\sqrt{\tilde{n}!}} S^{\tilde{n}},\tag{66}$$

где, как обычно,

$$= \int_{\infty}^{\infty} dx \, \frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} H_n(x) \exp\left\{-x^2/2\right\} \hat{O} \frac{1}{\sqrt{2^{\tilde{n}} \tilde{n}! \sqrt{\pi}}} H_{\tilde{n}}(x) \exp\left\{-x^2/2\right\},$$

 $\langle n | \hat{O} | \tilde{n} \rangle =$

что и указывает путь к решению проблемы. В самом деле, так как

$$\langle S|\hat{U}(x)|R\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\tilde{n}=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n!}} R^n \langle n|\hat{U}(x)|\tilde{n}\rangle \frac{1}{\sqrt{\tilde{n}!}} S^{\tilde{n}},\tag{67}$$

то парциальные матричные элементы

$$\langle n|\hat{U}(x)|\tilde{n}\rangle = -V_0 \sum_{m=0}^{\min(n,\tilde{n})} \frac{n!\tilde{n}!}{m!(n-m)!!(\tilde{n}-m)!!} z^{m+1/2} (z-1)^{n+\tilde{n}-2m}.$$
 (68)

Из (64) и (66) немедленно следуют три основных хорошо известных выражения для матричных элементов оператора кинетической энергии одномерного осциллятора:

$$\langle n+2|\hat{T}|n\rangle = -\frac{1}{4}\sqrt{(n+1)(n+2)},$$
(69)

$$\langle n-2|\hat{T}|n\rangle = -\frac{1}{4}\sqrt{(n-1)n},\tag{70}$$

$$\langle n|\hat{T}|n\rangle = \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}.\tag{71}$$

Для подсчета всех представленных матричных элементов были использованы матричные элементы на орбиталях Блоха–Бринка и базисные волновые функции, определенные в пространстве Фока–Баргманна. Мы намеренно ограничились простым одномерным случаем, где все вычисления не содержат второстепенных деталей. Однако и в более сложной ситуации представленный алгоритм остается справедливым, если только найдены интегралы перекрытия и построены образы базисных функций в пространстве Фока–Баргманна. Теперь, имея в своем распоряжении матричные элементы гамильтониана, обратимся к системе алгебраических уравнений

$$\sum_{\tilde{n}}^{\infty} (\langle n | \hat{H} | \tilde{n} \rangle - E \delta_{n,\tilde{n}}) C_n = 0, \quad n = 0, 1, 2, ...,$$
(72)

для коэффициентов разложения C_n волновой функции $\Psi(R)$ по базису гармонического осциллятора. Конечно,

$$\Psi(R) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \frac{1}{\sqrt{n!}} R^n.$$
(73)

Те же коэффициенты С_n определяют и разложение

$$\Psi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} H_n(x) \exp\left\{-x^2/2\right\}$$
(74)

той волновой функции в координатном представлении, образом которой является (73).

Решение системы уравнений (72) дает нам дискретный и непрерывный спектр, соответствующий потенциалу U(x). Вопросы, которые обычно возникают при изучении разложения (73), касаются его применимости для состояний непрерывного спектра и связаны с тем, что в координатном представлении одномерные волновые функции непрерывного спектра осциллируют при росте x, а амплитуда осцилляций не убывает. Между тем базисные функции гармонического осциллятора быстро убывают с ростом x, и возникает вопрос о возможности неубывающую осциллирующую функцию разложить в ряд по функциям гармонического осциллятора, точнее, вопрос о сходимости такого ряда.

Обсуждение проблемы начнем с замечания, касающегося разложения (73) — ряда Тейлора целой функции $\Psi(R)$. Из определения целой функции следует, что ее разложение по степеням R сходится всюду в комплексной плоскости R, кроме бесконечно удаленной точки, где эта функция имеет особенность. Общее утверждение о сходимости ряда (73) подтверждает поведение коэффициентов степенного ряда: $|C_n|$ ограничены, а значения множителей $1/\sqrt{n!}$ быстро стремятся к нулю. В круге любого радиуса с центром

в точке R = 0 эта сходимость равномерная. Сходимость перестает быть равномерной вне такого круга.

Анализ реальной ситуации уместно продемонстрировать на простом примере разложения волновой функции свободного движения, когда потенциал U(x) равен нулю. Как и в общем случае, для этого потенциала непрерывный спектр двукратно вырожден, и, чтобы снять вырождение, наряду с энергией E введем в качестве интеграла движения четность. Очевидно, что волновая функция четного состояния

$$\Psi^{+}(R) = \sum_{n=0}^{\infty} C_{n}^{+} \frac{1}{\sqrt{(2n)!}} R^{2n}$$
(75)

содержит базисные состояния только с четными степенями R, а волновая функция нечетного состояния

$$\Psi^{-}(R) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{-} \frac{1}{\sqrt{(2n+1)!}} R^{2n+1}$$
(76)

только нечетные степени.

Значения коэффициентов разложения C_n^+ и C_n^- волновой функции свободного движения непосредственно следуют из выражения

$$\phi_k(R) = \pi^{-1/4} \exp\left\{-\frac{k^2}{2} - i\sqrt{2}Rk + \frac{R^2}{2}\right\},\tag{77}$$

являющегося одномерным аналогом плоской волны (11) с импульсом k. Обратим внимание на то, что (77) является не только важной волновой функцией свободного одномерного движения, но и производящей функцией для полиномов Эрмита $H_n(k)$, а R — генераторный параметр этой функции. Поэтому (см. [19])

$$\phi_k(R) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} H_n(k) \exp\left\{-\frac{k^2}{2}\right\} \frac{1}{\sqrt{n!}} R^n,$$
(78)

$$C_n^+(k) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{2^{2n}(2n)!}\sqrt{\pi}} H_{2n}(k) \exp\left\{-\frac{k^2}{2}\right\},\tag{79}$$

$$C_n^-(k) = \frac{(-1)^n i}{\sqrt{2^{2n+1}(2n+1)!}\sqrt{\pi}} H_{2n+1}(k) \exp\left\{-\frac{k^2}{2}\right\}.$$
 (80)

Отметим целый ряд важных для последующего анализа системы уравнений (72) результатов. Во-первых, как и должно быть, коэффициенты C_n^+ и C_n^-

удовлетворяют системе уравнений (72) при U(x) = 0. Это следствие известных рекуррентных соотношений для полиномов Эрмита [19], к которым тогда сводится система (72). Во-вторых, эти коэффициенты являются собственными функциями гармонического осциллятора, определенными в импульсном представлении. Наконец, асимптотика C_n^+ и C_n^- в пределе $n \gg 1$ [19]:

$$C_n^+(k) \sim (-1)^n \frac{1}{\sqrt{\pi}} n^{-1/4} \cos\left(k\sqrt{4n+1}\right),$$
(81)

$$C_n^-(k) \sim (-1)^n \frac{i}{\sqrt{\pi}} n^{-1/4} \sin\left(k\sqrt{4n+3}\right)$$
 (82)

тождественна асимптотике решений одномерного уравнения Шредингера в координатном представлении для свободного движения с энергией $E = k^2/2$. При этом в качестве модуля координаты выступает значение точки поворота при движении в поле гармонического осциллятора, т.е. $\sqrt{4n+1}$, когда энергия осциллятора равна 2n + 1/2, и $\sqrt{4n+3}$, когда энергия равна 2n + 3/2.

Обратим внимание и на нормировку коэффициентов разложения:

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n^+(k) C_n^+(k') = \delta(E - E').$$
(83)

Аналогичное соотношение справедливо и для коэффициентов нечетных состояний.

Разумеется, учет потенциала U(x) изменяет значение коэффициентов разложения, но остается априорная возможность указать их асимптотику, которая теперь принимает обычный для непрерывного спектра с учетом потенциала вид

$$C_n^+(k) \sim (-1)^n \frac{1}{\sqrt{\pi}} n^{-1/4} \cos\left(k\sqrt{4n+1} + \delta^+(k)\right),$$
 (84)

$$C_n^-(k) \sim (-1)^n \frac{i}{\sqrt{\pi}} n^{-1/4} \sin\left(k\sqrt{4n+3} + \delta^-(k)\right).$$
 (85)

Таким образом, при всех $n \ge n_0$, когда с заданной точностью справедливы асимптотические выражения, все коэффициенты определяются только одной неизвестной величиной — фазовым сдвигом $\delta^+(k)$ ($\delta^-(k)$), который мы должны найти вместе с коэффициентами C_n^+ (C_n^-), имеющими индекс $n < n_0$. В итоге, вместо системы бесконечного числа уравнений мы приходим к системе $n_0 + 1$ уравнений. Выбор значения n_0 зависит от точности, с которой ведутся вычисления.

Все основные положения, сформулированные выше, остаются справедливыми и в трехмерном случае, и при исследовании систем многих частиц, а также многоканальных систем, и тогда, когда учитывается кулоновское взаимодействие. Необходимо лишь установить явный вид асимптотики, содержащей в общем случае элементы *K*-матрицы или *S*-матрицы рассеяния, и записать ее через квантовые числа многомерного гармонического осциллятора (см., например, [20]).

4.2. Обсуждение решений. Пусть притягивающему потенциалу (60) соответствует только одно связанное состояние, энергия которого равна $-\epsilon$, четность положительна, а коэффициенты разложения $\{C_n^{\epsilon}\}$. Что же касается состояний непрерывного спектра, то их мы будем характеризовать импульсом на бесконечности k и четностью. Коэффициенты разложения этих состояний суть $\{C_n^+(k)\}$ (четных и, следовательно, синглетных) и $\{C_n^-(k)\}$ (нечетных, т.е. триплетных).

Энергия и структура волновой функции основного состояния зависят от глубины потенциала V_0 . Если $V_0 \gg 1$, то

$$-\epsilon \sim -V_0 + \sqrt{V_0/2},\tag{86}$$

а волновая функция и в координатном представлении и в фазовом пространстве локализована в окрестности начала координат. Если же V_0 приближается к нулевому значению, то $-\epsilon \rightarrow 0$, а волновая функция, медленно убывающая по мере увеличения расстояния до начала координат, становится существенно делокализованной и простирающейся далеко от начала координат.



Рис. 8. Плотность распределения вероятности $\rho_{\epsilon}(\xi,\eta)$ в фазовом пространстве для движения триплетной пары фермионов с разными значениями энергии. Потенциал взаимодействия $V = -33 e^{-x^2}$. Основное состояние с энергией: *a*) $\epsilon = -0.22$ МэВ, δ) $\epsilon = 4.5$ МэВ, θ) $\epsilon = 41$ МэВ

Плотность распределения вероятности $\rho_{\epsilon}(\xi,\eta)$ в фазовом пространстве (рис. 8) определяется двукратной суммой

$$\rho_{\epsilon}(\xi,\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\tilde{n}=0}^{\infty} C_n^{\epsilon} \frac{1}{\sqrt{(2n)!}} R^{2n} C_{\tilde{n}}^{\epsilon} \frac{1}{\sqrt{(2\tilde{n})!}} S^{2\tilde{n}} \exp\left\{-\frac{\xi^2 + \eta^2}{2}\right\}.$$
 (87)

В отличие от результата классических функций Гамильтона (58) и (59) для фазовых траекторий, инфинитное движение имеет место не при $E \ge 1/4$, а при $E \ge 0$, как тому и следует быть.

4.3. Фазовые траектории для потенциала (60). Если исследуется движение одной частицы в поле потенциала $U(x) = -V_0 \exp\{-\alpha x^2\}$, когда принцип Паули не вносит каких-либо усложнений, к функции Гамильтона свободного движения (53) должно быть добавлено слагаемое

$$\frac{\langle \phi_x^*(R) | U(x) | \phi_x(R) \rangle}{\langle \phi_x^*(R) | \phi_x(R) \rangle} = -z^{1/2} V_0 \exp\left\{\frac{z-1}{2} (R+S)^2\right\}.$$
(88)

В результате

$$\mathcal{H}(\xi,\eta) = \frac{\eta^2}{2} + \frac{1}{4} - z^{1/2} V_0 \exp\left\{-(1-z)\xi^2\right\}.$$
(89)

Опять, как и в случае свободного движения, инфинитные траектории существуют лишь тогда, когда $E \ge 1/4$. Заметим, что гауссовский потенциал и после усреднения на орбиталях Блоха-Бринка остается гауссовским. Однако в силу того, что $1 \ge z \ge 0$, глубина усредненного потенциала оказывается в \sqrt{z} меньше глубины исходного, а радиус — в \sqrt{z} больше. Поэтому даже в пределе больших энергий, когда можно пренебречь слагаемым 1/4 в выражении для функции Гамильтона, рассеяние на новом потенциале должно отличаться от того, что в классическом случае дает потенциал (60). В частности, это касается коэффициентов прохождения и отражения на новом потенциале. Следовательно, проводя расчеты траекторий инфинитных движений в рамках АМД, необходимо вводить какие-либо корректирующие факторы, чтобы иметь адекватные результаты. Фактически коррекция расчетов производится, когда изучается столкновение тяжелых ионов. Как мы теперь понимаем, уточнение используемого нуклон-нуклонного потенциала (обычно одного из потенциалов Волкова [21]) не может дать правильного результата ни при малых энергиях, когда классические траектории даже качественно не воспроизводят поведение квантовой волновой функции, ни при больших, когда происходит искажение потенциала. Вместо такого уточнения в АМД вводится дополнительное двухнуклонное рассеяние [3]. Фактически при этом нуклон-нуклонное рассеяние учитывается два раза — через потенциал Волкова и через дополнительно вводимое сечение рассеяние, значение которого согласовано с экспериментом.

Минимальная энергия финитного движения частицы соответствует значению R = 0. Тогда фазовая траектория вырождается в точку — начало координат фазовой плоскости. В координатном представлении волновая функция АМД сводится к гауссоиде основного состояния гармонического осциллятора

$$\phi_x^*(R=0) = \pi^{-1/4} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\}.$$
 (90)

Это приближение может быть удовлетворительным, если оптимально значение осцилляторного радиуса, а глубина потенциала V_0 достаточно большая. Однако точность приближения понижается по мере уменьшения V_0 .

4.4. О проектировании в рамках АМД. Проектирование на состояние с определенным орбитальным моментом является одной из проблем АМД. В качестве иллюстрации этой проблемы рассмотрим движение трехмерной частицы в поле центрального потенциала

$$U(\mathbf{r}) = -V_0 \exp\{-\alpha r^2\}.$$
(91)

Стандартная функция Гамильтона в фазовом пространстве (\mathbf{r}, \mathbf{p}) тогда имеет вид

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2} + U(\mathbf{r}), \quad \mathbf{p}^2 = p_r^2 + \frac{M^2}{r^2}, \tag{92}$$

где p_r — радиальная проекция импульса, $\mathbf{M} = [\mathbf{rp}]$ — орбитальный момент количества движения. Проектирование сводится к тому, что фиксируется значение \mathbf{M} . Затем определяется точка $r = r_M$, в которой минимальна функция

$$F(r, M^2) = \frac{M^2}{r^2} + U(\mathbf{r}),$$
(93)

и вычисляется минимальная энергия при заданном М:

$$E_0(M^2) = \frac{M^2}{2r_M^2} - V_0 \exp\{-\alpha r_M^2\}.$$
(94)

Еще одна замечательная точка r_{\max} — второй экстремум функции $F(r, M^2)$, где она имеет максимум $F_{\max}(M^2)$ и положительна.

В плоскости (r, p_r) фазовая траектория стягивается в точку при энергии $E_0(M^2)$. Если $F_{\max}(M^2) > E(M^2) > E_0(M^2)$, то фазовые траектории представляют собой замкнутые линии вокруг точки $r = r_M$, $p_r = 0$. Если же $E(M^2) > F_{\max}(M^2)$, то движение становится инфинитным и фазовые траектории уходят на бесконечность.

Функция Гамильтона \mathcal{H} для волнового пакета в поле потенциала (91) лишь обозначениями и некоторыми деталями отличается от (92):

$$\mathcal{H} = \frac{\eta^2}{2} + \frac{3}{4} - z^{3/2} V_0 \exp\left\{-\frac{1-z}{2}\xi^2\right\}, \quad \eta^2 = \eta_\xi^2 + \frac{\mathbf{M}^2}{\xi^2}, \quad \mathbf{M} = [\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\eta}]. \quad (95)$$

Этими деталями являются энергия 3/4, необходимая для создания волнового пакета, фактор $z^{3/2}$ перед экспонентой и замена фактора α на 1-z в показателе экспоненты. В остальном все обстоит так же, как и в предыдущем случае. Минимальную энергию и, следовательно, энергию основного состояния E_0 мы получим, если η_{ξ} и M равны нулю. Тогда минимум соответствует нулевому значению ξ , что дает в итоге

$$E_0 = \frac{3}{4} - z^{3/2} V_0,$$

т.е. вырождающаяся в точку фазовая траектория существует при любом сколь угодно малом положительном V_0 . Между тем из квантовой механики известно, что связанное состояние существует лишь тогда, когда V_0 превышает некоторое критическое значение.

Далее, функция Гамильтона (95) дает непрерывный спектр финитных состояний, и необходимы дополнительные условия, чтобы среди этих состояний выделить те, которые удовлетворяют требованиям квантовой механики. Такими условиями могут быть условия квантования Бора–Зоммерфельда (см. [13]) в рассматриваемом случае или же их обобщение, предложенное в [17].

Кроме того, функция Гамильтона (95) допускает не только целочисленные значения орбитального момента M, но и все остальные. Чтобы обойти эту трудность, следует выполнить проектирование на состояние с определенным орбитальным моментом орбитали Блоха–Бринка. Такую процедуру обычно называют проектированием до варьирования. Проследим за ее реализацией на простом примере состояния с нулевым орбитальным моментом. В этом случае интеграл перекрытия принимает вид

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^{1} \exp\{RSt\} dt = \frac{\sinh RS}{RS}.$$
(96)

Интегрирование выполняется по t — косинусу угла между векторами **R** и **S**. При этом, по существу, мы следуем известному методу проектирования Пайерлса–Йоккоза [18]. Функция Гамильтона \mathcal{H}_0 , построенная после проектирования, имеет вид

$$\mathcal{H}_0 = \frac{\eta^2}{2} + \frac{5}{4} - \frac{\xi^2 + \eta^2}{4} \left(\coth \frac{\xi^2 + \eta^2}{2} - 1 \right) -$$

ΠΡΟСТРАНСТВО ФОКА-БАРГМАННА 791

$$-z^{1/2}V_0 \frac{1 - \exp\left\{-z(\xi^2 + \eta^2)\right\}}{1 - \exp\left\{-(\xi^2 + \eta^2)\right\}} \exp\left(-\frac{1 - z}{2}\xi^2\right),\tag{97}$$

где, как и в одномерном случае,

$$R = \xi + i\eta, \quad S = R^*.$$

Минимизация функции Гамильтона (97) приводит к той же энергии основного состояния, которая была получена ранее. Однако изменение потенциала (91) путем добавления к нему слагаемого

$$V_1 \exp\{-\alpha_1 r^2\},\$$

соответствующего отталкиванию, существенно влияет на результат для энергии основного состояния. Тогда, чтобы определить энергию основного состояния, мы должны найти минимум функции

$$\frac{5}{4} - \frac{\xi^2}{4} \left(\coth \frac{\xi^2}{2} - 1 \right) - z^{1/2} V_0 \frac{1 - \exp\left\{-z\xi^2\right\}}{1 - \exp\left\{-\xi^2\right\}} \exp\left(-\frac{1 - z}{2}\xi^2\right) + z_1^{1/2} V_1 \frac{1 - \exp\left\{-z_1\xi^2\right\}}{1 - \exp\left\{-\xi^2\right\}} \exp\left(-\frac{1 - z_1}{2}\xi^2\right)$$
(98)

на полуоси $0 \leq \xi < \infty$. Если же не проводить предварительного проектирования, то надо минимизировать функцию

$$\frac{3}{4} - z^{3/2} V_0 \exp\{-\frac{1-z}{2}\xi^2\} + z_1^{3/2} V_1 \exp\{-\frac{1-z_1}{2}\xi^2\}.$$
(99)

Конечно, и в том и в другом случае минимум достигается при ненулевых и к тому же различных значениях ξ . Очевидно, что проектирование опускает минимум ниже.

4.5. Влияние принципа Паули на функцию Гамильтона. Приняв во внимание потенциал (60), мы должны будем несколько усложнить функции Гамильтона (58) и (59). Теперь для синглетной пары в функцию Гамильтона необходимо ввести слагаемое:

$$\frac{\langle \phi_x^{+*}(R) | U(x) | \phi_x^{+}(R) \rangle}{\langle \phi_x^{+*}(R) | \phi_x^{+}(R) \rangle} =$$

$$= -z^{1/2} V_0 \left(\exp\left\{ -\frac{1-z}{2} (R+S)^2 \right\} + \exp\left\{ -\frac{1-z}{2} (R-S)^2 \right\} \right) -$$

$$-z^{1/2} V_0 \tanh(RS) \left(\exp\left\{ -\frac{1-z}{2} (R+S)^2 \right\} - \exp\left\{ -\frac{1-z}{2} (R-S)^2 \right\} \right) =$$

792 ФИЛИППОВ Г.Ф. И ДР.

$$= -z^{1/2}V_0 \frac{\exp\left\{-(1-z)\xi^2\right\} + \exp\left\{-\xi^2 - z\eta^2\right\}}{1 + \exp\left\{-\xi^2 - \eta^2\right\}}.$$
(100)

Таким образом, усреднение гауссовского потенциала на симметризованных орбиталях Блоха–Бринка приводит к такому взаимодействию в фазовом пространстве, которое зависит не только от координаты ξ , но и от импульса η . Однако на больших расстояниях между частицами, когда $\xi \gg 1$, это взаимодействие снова становится гауссовским, как в предыдущем примере, когда не было необходимости учитывать принцип Паули.

В итоге функция Гамильтона синглетной пары принимает вид

$$\mathcal{H}^{+}(\xi,\eta) = \frac{\eta^{2}}{2} + \frac{1}{4} + \frac{\xi^{2} + \eta^{2}}{4} \left(\tanh \frac{\xi^{2} + \eta^{2}}{2} - 1 \right) - \frac{z^{1/2} V_{0} \frac{\exp\left\{-(1-z)\xi^{2}\right\} + \exp\left\{-\xi^{2} - z\eta^{2}\right\}}{1 + \exp\left\{-\xi^{2} - \eta^{2}\right\}}.$$
(101)

Аналогичные изменения происходят и с функцией Гамильтона триплетной пары:

$$\mathcal{H}^{-}(\xi,\eta) = \frac{\eta^{2}}{2} + \frac{1}{4} + \frac{\xi^{2} + \eta^{2}}{4} \left(\coth \frac{\xi^{2} + \eta^{2}}{2} - 1 \right) - \frac{z^{1/2}V_{0} \frac{\exp\left\{-(1-z)\xi^{2}\right\} - \exp\left\{-\xi^{2} - z\eta^{2}\right\}}{1 - \exp\left\{-\xi^{2} - \eta^{2}\right\}}.$$
(102)

Мы уже отмечали зависимость результатов АМД от глубины потенциала. На рис. 9 для триплетной пары фермионов представлены волновая функция АМД и точная волновая функция для случая $V_0 = 33,0$, $\alpha = 1$, когда точное значение энергии близко к нулю. Минимальная энергия в приближении АМД тогда положительна и равна 4,58. На том же рисунке приведена и точная волновая функция, соответствующая E = -0,22.

Следует отметить, что обсуждаемые результаты имеют прямое отношение к вариационным вычислениям, выполненным на основе АМД, и подсказывают путь уточнения таких расчетов. Типичным объектом исследования в рамках АМД являются легкие ядра, обладающие α -кластерной структурой. Последняя есть результат сильного взаимодействия нуклонов, входящих в состав каждого α -кластера, и слабого взаимодействия нуклонов, принадлежащих разным кластерам, которое, в свою очередь, является следствием принципа Паули и обменного характера ядерных сил, способствующих насыщению ядерной материи. Можно сослаться и на экспериментальный факт, состоящий в том, что энергия связи легких ядер близка по величине к сумме энергий связи α -кластеров. Поправка к этой сумме невелика и обусловлена существованием слабого взаимодействия между α -кластерами. В приближении АМД достаточно хорошо воспроизводится энергия связи каждого из α -кластеров, но занижается вклад взаимодействия между кластерами в энергию связи.



Рис. 9. Волновая функция основного состояния триплетной пары фермионов, взаимодействующих по закону $V = -33e^{-x^2}$ в координатном представлении (сплошная жирная линия). Пунктирной жирной линией показан полный эффективный потенциал из формулы (102), в котором происходит движение волновых пакетов. Глубина потенциалов уменьшена в 40 раз. Пунктирной линией показана волновая функция, найденная в рамках АМД и отвечающая энергии $E_{gs} = 4,58$ МэВ, сплошной квантово-механическая функция основного состояния, отвечающая точному значению $E_{gs} = -0,22$ МэВ, штрихпунктирной — квантово-механическая функция непрерывного спектра, отвечающая энергии связи АМД

4.6. АМД и метод резонирующих групп. Чтобы пояснить положение, представленное в предыдущем пункте, уместно сопоставить АМД и метод резонирующих групп (МРГ), в основу которого тоже положены орбитали Блоха–Бринка. Пусть, для простоты, мы имеем α -кластерное ядро, состоящее из n кластеров, A = 4n нуклонов. Если волновая функция АМД для такого ядра представляет собой детерминант Слейтера, построенный на A различных орбиталях Бринка, то МРГ имеет дело с таким числом различных орбиталей, которое в четыре раза меньше. Четыре нуклона каждого кластера имеют в случае МРГ одинаковые орбитали. После отделения волновой функции центра масс и соответствующего выбора новых векторных параметров (аналога векторов Якоби) в виде линейной комбинации исходных параметров орбиталей Блоха–Бринка АМД позволяет исследовать как движение нуклонов каждого кластера, так и относительное движение кластеров. При этом вариационные расчеты в рамках АМД с потенциалом Волкова показывают, что
оптимальные для нуклонов каждого кластера значения векторных параметров их орбиталей одинаковы, а векторные параметры относительного расположения кластеров отличны от нуля. Вывод, следующий из этих вычислений, сводится к утверждению о существовании α -кластеризации легких ядер. С другой стороны, они подтверждают адекватность выбора орбиталей МРГ.

Конечно, заключение о кластеризации справедливо лишь в той степени, в какой силы Волкова можно полагать воспроизводящими реальную ситуацию. Известно, что эти силы не удовлетворяют условиям насыщения, и расчеты с ними ядер *sd*-оболочки указывают на отсутствие какой-либо кластеризации, хотя на самом деле у этих ядер ожидается существование кластерных структур.

Профиль нуклон-нуклонной функции АМД практически не зависит от того, идет ли речь о двух нуклонах одного кластера или о нуклонах, принадлежащих разным кластерам. Этот профиль выбирается оптимальным для нуклонов α -кластеров, что немедленно вносит ошибку в расчет энергии взаимодействия кластеров. В рамках МРГ волновые функции относительного движения кластеров определяются путем их оптимизации. Поэтому удается избежать проблемы, характерной для АМД, и существенно уточнить расчеты^{*}.

В работе [15] орбитали МРГ использованы для вывода и последующего анализа классических уравнений движения задачи рассеяния α -частицы на ядре ¹²С, составленном из трех α -кластеров.

Важно отметить, что АМД и МРГ являются обобщением модели оболочек, точнее, модели SU(3) Эллиотта [16]. Последняя соответствует пределу детерминантов Слейтера АМД и МРГ, когда векторные параметры всех орбиталей стремятся к нулю.

5. РАСПЛЫВАНИЕ ВОЛНОВОГО ПАКЕТА

Расплывание волнового пакета — хорошо известное для квантовой механики явление. Однако когда мы переходим к динамическим уравнениям АМД, то этим явлением, решая задачи непрерывного спектра, приходится пренебрегать. Не учитывать расплывание волнового пакета представляется оправданным тогда, когда время взаимодействия сталкивающихся нуклонов много меньше, чем время расплывания их волновых пакетов. Последнее тем больше, чем меньше энергия, затраченная при создании волновых пакетов. Если речь идет об одной частице, то эта энергия равна 3/4. На простом примере одной частицы покажем сначала, как, используя классические предста-

^{*}Мы не обсуждаем здесь новые варианты АМД, существенно изменяющие простую физическую идею метода и представляющие собой гибрид разных подходов [5,6].

вления, описать расплывание волнового пакета и оценить время, необходимое для этого процесса.

5.1. Волновой пакет радиальных колебаний. Введем волновой пакет

$$\phi_r(\varepsilon) = \frac{1}{\pi^{3/4}} \frac{1}{(1-\varepsilon)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} r^2\right\}$$
(103)

для частицы в трехмерном пространстве [22]. Обычно его связывают с модой радиальных колебаний. Ширина пакета зависит от величины генераторного параметра ε . Волновой пакет размывается, если ε приближается к -1.

Интеграл перекрытия

$$\langle \phi_r(\varepsilon) | \phi_r(\varepsilon) \rangle = \frac{1}{(1 - \varepsilon \varepsilon^*)^{3/2}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(n+3/2)}{\Gamma(3/2)\Gamma(n+1)} \varepsilon^n \varepsilon^{*n}$$
(104)

дает нам определенный в комплексной плоскости ε образ

$$\phi_n(\varepsilon) = \sqrt{\frac{\Gamma(n+3/2)}{\Gamma(3/2)\Gamma(n+1)}} \varepsilon^n$$
(105)

базисных функций трехмерного гармонического осциллятора с орбитальным моментом L = 0. В этом можно убедиться, разложив (103) по степеням ε :

$$\phi_r(\varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n(\varepsilon) \sqrt{\frac{\Gamma(n+1)}{2\pi\Gamma(n+3/2)}} L_n^{1/2}(r^2) \exp\{-r^2/2\},$$
 (106)

где $L_n^{1/2}(r^2)$ — полиномы Лагерра.

Функции (105) ортонормированы с мерой

$$(1 - \varepsilon \varepsilon^*)^{-1/2} \frac{d\alpha d\beta}{\pi}, \quad \varepsilon = \alpha + i\beta,$$

в круге единичного радиуса $|\varepsilon| < 1$. В самом деле,

$$\int_{|\varepsilon|<1} \phi_{n'}^*(\varepsilon)\phi_n(\varepsilon)(1-\varepsilon\varepsilon^*)^{-1/2}\frac{d\alpha d\beta}{\pi} = \delta_{n,n'}.$$
(107)

Подобно орбитали (1), волновой пакет (103) является собственной функцией оператора квадрата радиуса

$$\hat{r^2} = -(1-\varepsilon)^2 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} + \frac{3}{2}(1-\varepsilon), \qquad (108)$$

определенного в ε -представлении (в единичном круге комплексной плоскости), т.е.

$$\hat{r}^2 \phi_r(\varepsilon) = r^2 \phi_r(\varepsilon). \tag{109}$$

Далее мы будем рассматривать свободное движение, гамильтониан которого в координатном представлении сводится к выражению

$$\hat{H} = -\frac{1}{2}\Delta_{\mathbf{r}}.$$
(110)

Тот же гамильтониан, но в *є*-представлении, имеет вид

$$\hat{H} = \frac{1}{2}(1+\varepsilon)^2 \frac{\partial}{\partial\varepsilon} + \frac{3}{2}(1+\varepsilon).$$
(111)

Собственные функции последнего, соответствующие энергии $E = k^2/2$:

$$\phi_k(\varepsilon) = \frac{1}{\pi^{3/4}} \frac{1}{(1+\varepsilon)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} k^2\right\}.$$
(112)

Теперь, как и ранее, после введения орбитали Блоха–Бринка, мы оказываемся перед дилеммой: или, записав в є-представлении волновое уравнение, искать точное решение квантовой задачи о радиальном движении частицы, или же, ограничившись рассмотрением эволюции волнового пакета, свести исследование к более простой задаче классической динамики. Разумеется, во втором случае мы будем иметь лишь приближенное описание и вместо квантовой функции распределения в фазовой плоскости построим лишь фазовую траекторию. Далее мы изучим классический вариант подхода.

5.2. Фазовые траектории для радиальной моды. Несложно убедиться в том, что классическая функция Гамильтона для движения без потенциала

$$\mathcal{H} = \frac{\langle \phi_r(\varepsilon) | \hat{H} | \phi_r(\varepsilon) \rangle}{\langle \phi_r(\varepsilon) | \phi_r(\varepsilon) \rangle} = \frac{3}{4} \frac{(1+\varepsilon)(1+\varepsilon^*)}{1-\varepsilon^*\varepsilon}.$$
(113)

Из (113) следует уравнение для фазовой траектории с положительной энергией *E*:

$$\left(\alpha + \frac{1}{1+\chi}\right)^2 + \beta^2 = \left(1 - \frac{1}{1+\chi}\right)^2,\tag{114}$$

где $\chi = 4E/3$. Каждая из таких траекторий представляет собой окружность с центром в точке $-1/(1 + \chi)$ на действительной оси α (см. рис. 10). Радиус окружности равен $1 - 1/(1 + \chi)$.

Все фазовые траектории идут в точку $\alpha = -1$, $\beta = 0$, при приближении к которой ширины волновых пакетов неограниченно возрастают и, в итоге, они полностью расплываются. Как уже отмечалось ранее, на создание волнового пакета Блоха–Бринка необходима энергия E = 3/4. В этом случае $\chi = 1$, радиус окружности фазовой траектории равен 1/2, и она соединяет точку $\varepsilon = 0$ комплексной плоскости с точкой $\alpha = -1$, $\beta = 0$.

Чтобы оценить время, необходимое для полного расплывания волнового пакета, обратимся к уравнениям классической динамики. Последние следуют из принципа наименьшего действия и явного выражения для функции Лагранжа [7]:



Рис. 10. Фазовые траектории для радиальной моды. Пунктирной линией показана траектория для $\chi = 0,5$ (или $k = \sqrt{3/4}$), сплошной — для $\chi = 1$ (или $k = \sqrt{3/2}$), что соответствует орбитали Блоха-Бринка при t = 0, и штриховой — для $\chi = 2$ (или $k = \sqrt{3}$)

$$\mathcal{L} = \frac{\langle \phi_r(\varepsilon) | -i\partial/\partial t | \phi_r(\varepsilon) \rangle - \langle \phi_r(\varepsilon) | H | \phi_r(\varepsilon) \rangle}{\langle \phi_r(\varepsilon) | \phi_r(\varepsilon) \rangle}.$$
(115)

В результате варьирования по ε^* приходим к следующему обыкновенному дифференциальному уравнению первого порядка для ε :

$$-i\dot{\varepsilon} = \frac{1}{2}(1+\varepsilon)^2 \tag{116}$$

или же системе уравнений для α и β :

$$\dot{\alpha} = -(1+\alpha)\beta, \quad \dot{\beta} = \frac{1}{2}\{(1+\alpha)^2 - \beta^2\}.$$
 (117)

Интегрирование уравнения (116) при начальном условии $\varepsilon(0) = 0$ дает следующее решение:

$$\alpha(t) = -\frac{t^2}{4+t^2}, \quad \beta(t) = \frac{2t}{4+t^2}.$$
(118)

Минимальное значение функция $\beta(t)$ имеет при t = 2, когда фазовая траектория завершает первую четверть окружности. Вторая четверть окружности преодолевается лишь в предельный момент времени $t = \infty$.

Подставив (118) в (103) и приняв во внимание нормировочный множитель, получим зависимость от времени плотности вероятности значений r в координатном представлении:

$$\frac{\phi_r(\varepsilon)\phi_r(\varepsilon)}{\langle\phi_r(\varepsilon)|\phi_r(\varepsilon)\rangle} = \frac{1}{\pi^{3/2}} \frac{1}{(1+t^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{r^2}{1+t^2}\right).$$
(119)





Рис. 11. Плотность распределения вероятности W(r,t) в координатном представлении, умноженная на фактор $(1 + t^2)/2$, благодаря чему в каждый момент сохраняется нормировка функции на 1. Сплошной линией показано распределение в начальный момент времени t = 0, пунктирной — в момент t = 1, штриховой — в t = 2

(

Таким образом, изменение во времени ширины покоящегося волнового пакета подчиняется простым закономерностям. Их иллюстрирует формула (119) и рис. 11.

Наконец, чтобы понять соотношение между квантовым результатом в пространстве Фока–Баргманна и результатом классической механики, уместно фазовую траекторию (114) сопоставить с квантовым распределением в фазовой плоскости для состояния $\phi_k(\varepsilon)$ с кинетической энергией $k^2/2$:

$$\phi_k^*(\varepsilon)\phi_k(\varepsilon)(1-\varepsilon\varepsilon^*)^{-1/2} =$$

$$= \pi^{-3/2} \left(\frac{1}{(1+\varepsilon)(1+\varepsilon^*)}\right)^{3/2} \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{1-\varepsilon\varepsilon^*}{(1+\varepsilon)(1+\varepsilon^*)}k^2\right\} (1-\varepsilon\varepsilon^*)^{-1/2}.$$
(120)

На рис. 10 представлены три фазовые траектории при разных значениях энергии, а на рис. 12 три плотности распределения, соответствующие тем же значениям энергии.

5.3. Расплывание волнового пакета Блоха–Бринка. Покажем теперь, как следует уточнить выражение для волнового пакета Блоха–Бринка, чтобы наиболее полным образом учесть его эволюцию, обязанную расплыванию пакета по мере движения в трехмерном пространстве. Пусть

$$\phi_{\mathbf{r}}(\varepsilon, \mathbf{R}) = \frac{1}{\pi^{3/4}} \frac{1}{(1-\varepsilon)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} r^2 + \frac{\sqrt{2}}{1-\varepsilon} (\mathbf{Rr}) - \frac{1}{2} \frac{1-2\varepsilon^* + \varepsilon\varepsilon^*}{1-\varepsilon} \frac{R^2}{1-\varepsilon}\right\}.$$
(121)

Рис. 12. Плотности распределения вероятности $W(\xi, \eta; k^2/2)$ в фазовом пространстве дыхательной моды при разных значениях энергии: *a*) $k = \sqrt{3/4}$, б) $k = \sqrt{3/2}$, *b*) $k = \sqrt{3}$

Интеграл перекрытия (121) с единицей

$$\langle \phi_{\mathbf{r}}(\varepsilon, \mathbf{R}) | \phi_{\mathbf{r}}(\varepsilon, \mathbf{R}) \rangle = \frac{1}{(1 - \varepsilon \varepsilon^*)^{3/2}} \times \\ \times \exp\left\{ \frac{(\mathbf{RS}) + \varepsilon^* R^2 / 2 + \varepsilon S^2 / 2}{1 - \varepsilon \varepsilon^*} \right\}.$$
(122)

Кинетическая энергия волнового пакета теперь имеет вид

$$\frac{\langle \phi_{\mathbf{r}}(\varepsilon, \mathbf{R}) | \hat{T} | \phi_{\mathbf{r}}(\varepsilon, \mathbf{R}) \rangle}{\langle \phi_{\mathbf{r}}(\varepsilon, \mathbf{R}) | \phi_{\mathbf{r}}(\varepsilon, \mathbf{R}) \rangle} = \frac{3}{4} \frac{(1+\varepsilon)(1+\varepsilon^*)}{1-\varepsilon\varepsilon^*} - \frac{1}{1-\varepsilon\varepsilon^*} [(1+\varepsilon^*)\mathbf{R} - (1+\varepsilon)\mathbf{S}]^2$$

$$-\frac{1}{4} \frac{\left[(1+\varepsilon^*)\mathbf{R} - (1+\varepsilon)\mathbf{S}\right]^2}{(1-\varepsilon\varepsilon^*)^2}.$$
 (12)

Наконец, потенциальная энергия

$$\frac{\langle \phi_{\mathbf{r}}(\varepsilon, \mathbf{R}) | -V_{0} \exp\left\{-(z-1)/z \ r^{2}\right\} |\phi_{\mathbf{r}}(\varepsilon, \mathbf{R})\rangle}{\langle \phi_{\mathbf{r}}(\varepsilon, \mathbf{R}) | \phi_{\mathbf{r}}(\varepsilon, \mathbf{R})\rangle} =$$

$$= -z^{3/2} V_{0} \left(\frac{\Delta}{\Delta_{z}}\right)^{3/2} \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{(1-z)}{2} \frac{\Delta}{\Delta_{z}} \left(\frac{(1-\varepsilon^{*})\mathbf{R} + (1-\varepsilon)\mathbf{S}}{1-\varepsilon\varepsilon^{*}}\right)^{2}\right\},$$
(124)

где

$$\Delta = 1 - \varepsilon \varepsilon^*, \ \Delta_z = z(1 - \varepsilon \varepsilon^*) + (1 - z)(1 - \varepsilon)(1 - \varepsilon^*).$$

Представленных выражений достаточно, чтобы на их основе получить уравнения классической динамики для исследования вопроса о влиянии расплывания волнового пакета Блоха–Бринка на его свободное движение и движение в поле потенциала гауссовской формы.



Интегралами свободного движения являются кинетическая энергия (она равна полной энергии *E*)

$$\frac{3}{4} \frac{(1+\varepsilon)(1+\varepsilon^*)}{1-\varepsilon\varepsilon^*} - \frac{1}{4} \frac{[(1+\varepsilon^*)\mathbf{R} - (1+\varepsilon)\mathbf{S}]^2}{(1-\varepsilon\varepsilon^*)^2} = E,$$
(125)

а также импульс

$$-\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{(1+\varepsilon^*)\mathbf{R} - (1+\varepsilon)\mathbf{S}}{1-\varepsilon\varepsilon^*} = \mathbf{P}.$$
 (126)

Из (125) и (126) следует, что

$$\frac{3}{4} \frac{(1+\varepsilon)(1+\varepsilon^*)}{1-\varepsilon\varepsilon^*} = E - \frac{1}{2} \mathbf{P}^2.$$
(127)

Итак, мы пришли к такой формулировке задачи, когда непрерывный спектр начинается при нулевом значении энергии и нет необходимости обращаться к специальным рецептам, чтобы на больших расстояниях подавлять энергию, затраченную на создание волнового пакета. В результате, оставаясь в рамках АМД, но несколько переопределив орбитали Блоха–Бринка путем введения степеней свободы, ответственных за расплывание волновых пакетов, можно рассматривать не только рассеяние, но и резонансные состояния в области относительно малых энергий.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, пытаясь описать столкновение ядер как столкновение составляющих эти ядра нуклонов, и обращаясь при этом к уравнениям классической динамики, мы оказываемся перед целым рядом проблем. Перечислим эти проблемы.

Учет принципа Паули при выводе уравнений динамики несколько изменяет эти уравнения в области малых значений импульсов и координат, где должны быть существенны квантовые поправки. Однако поправок, обусловленных принципом Паули, недостаточно, чтобы фазовые траектории воспроизводили самые важные особенности в поведении волновых функций, когда энергия относительного движения нуклонов мала. В то же время с увеличением энергии классические результаты приближаются к квантовым.

Кинетическая энергия классического движения нуклонов содержит постоянные слагаемые, сумма которых существенно повышает значение пороговой энергии развала ядер по тому или иному каналу, а также энергию порога полного развала атомных ядер. Устранить это нежелательное явление можно путем введения тех дополнительных степеней свободы, которые обеспечивают расплывание нуклонных волновых пакетов. Это расплывание существенно влияет на процесс, пока мала скорость движения волновых пакетов, и они успевают изменить свою ширину за то время, когда происходит ядерная реакция.

Нуклон-нуклонное взаимодействие учитывается в рамках АМД дважды. Во-первых, оно формирует траекторию движения каждого нуклона. Во-вторых, оно ответственно за эффективное сечение нуклон-нуклонного столкновения. Это напоминает ситуацию, возникающую при обращении к уравнению Власова при описании системы частиц, когда наряду с потенциалом среднего поля учитывается еще интеграл столкновений. Но последний тогда должен быть выражен через эффективные сечения рассеяния, обусловленные взаимодействием, дополнительным к тому, которое формирует среднее поле. Конечно, уравнение Власова или уравнение Больцмана справедливы, когда плотность нуклонов невелика. Поэтому их использование при столкновении тяжелых ионов требует аргументации.

Для основных состояний четно-четных ядер волновая функция АМД имеет α -кластерную структуру или же, если число протонов меньше числа нейтронов, часть кластеров представляет собой синглетные пары нейтронов. К этому выводу приводят потенциалы типа потенциала Волкова. Поэтому, чтобы описать столкновения таких ядер, необходимо привлечь эффективные сечения упругого и неупругого столкновений α - и динейтронных кластеров. Если для сечений $\alpha \alpha$ -рассеяния есть экспериментальные данные, то сечения рассеяния синглетных динейтронов должны быть вычислены теоретически. Собственно нуклоны появляются с определенной вероятностью лишь после первого столкновения. Кроме того, неупругие столкновения порождают дейтронные, тритонные и гелионные кластеры. Затем они участвуют в процессе взаимодействия наряду с α -кластерами и динейтронами. В итоге происходит стохастизация и процесс перестает быть детерминированным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Jakobsson B. et al. // Z. Phys. A. 1982. V.307. P.293; Nucl. Phys. A. 1990. V.509. P.195. Gutbrod H. et al. // Phys. Lett. B. 1989. V.216. P.267; Phys. Rev. C. 1990. V.42. P.640. Hagel K. et al. // Phys. Rev. C. 1994. V.50. P.2017.
- Aichelin J., Stöcker H. // Phys. Lett. B. 1986. V.176. P.14. Aichelin J. // Phys. Rep. 1991. V.202. P.235.
- 3. Ono A. et al. // Progr. Theor. Phys. 1992. V.87. P.1185.
- Ono A. et al. // Phys. Rev. Lett. 1992. V.68. P.2898.
 Maruyama T. et al. // Progr. Theor. Phys. 1992. V.87. P.1367.
 Ono A., Horiuchi H., Maruyama T. // Phys. Rev. C. 1993. V.48. P.2946.
 Ono A., Horiuchi H. // Phys. Rev. C. 1995. V.51. P.299.
 Kanada-En'yo Y., Horiuchi H., Ono A. // Phys. Rev. C. 1996. V.52. P.628.

Ono A., Horiuchi H. // Phys. Rev. C. 1996. V.53. P.844. Ono A., Horiuchi H. // Phys. Rev. C. 1996. V.53. P.2958.

- Doté A., Horiuchi H. // Progr. Theor. Phys. 2000. V.103. P.91. Doté A., Horiuchi H. // Progr. Theor. Phys. 2000. V.103. P.261.
- 6. Itagaki N., Aoyama S. // Phys. Rev. C. 2000. V.61. P.024303-1.
- 7. Филиппов Г.Ф. и др. // ЯФ. 1999. Т.62. С.100.
- Fock V.A. // Z. Phys. 1982. V.49. P.339. Bargmann V. // Rev. Mod. Phys. 1962. V.34. P.829.
- 9. Переломов А.М. Обобщенные когерентные состояния и их применения. М.: Наука, 1987.
- 10. Фейнман Р. Статистическая механика. М.: Мир, 1975.
- 11. Brink D.M. // Proc. of Intern. School of Phys. «Enrico Fermi», Course 37, Varenna, Italy. N.Y., 1965.
- 12. Bargmann V. // Comm. Pure Appl. Math. 1961. V.14. P.187.
- 13. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1989.
- 14. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М.: Наука, 1976.
- 15. Caurier E., Grammaticos B., Sami T. // Phys. Lett. B. 1982. V.109. P.150.
- 16. Elliott J.P. // Proc. Roy. Soc. A. 1958. V.245. P.128.
- 17. Gutzwiller M.C. // J. Math. Phys. 1971. V.12. P.343.
- 18. Peierls R.E., Yoccoz J. // Proc. Roy. Soc. A. 1957. V.70. P.3811.
- 19. Бейтман Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1974. Ч.П.
- 20. Filippov G.F. // Riv. Nuovo Cim. 1989. V.9. P.1.
- 21. Volkov A. // Nucl. Phys. 1965. V.75. P.33.
- 22. Филиппов Г.Ф. // ЯФ. 1995. V.58. Р.1963.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА» 2001, ТОМ 32, ВЫП. 4

УДК 539.172.2/3

АЛЬФА-ЧАСТИЧНОЕ ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЕ ЛЕГКИХ ЯДЕР ¹²С И ¹⁶О *В.В.Кириченко*

Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт», Харьков, Украина

Обзор посвящен экспериментам по изучению реакций ${}^{12}C(\gamma, 3\alpha)$ и ${}^{16}O(\gamma, 4\alpha)$, выполненным в ННЦ ХФТИ на пучке линейно поляризованных γ -квантов от линейного ускорителя электронов ЛУЭ-2000 с помощью фотоэмульсий. Основное внимание уделено анализу распределений по относительной энергии пар α -частиц в конечном состоянии реакций, распределений по углу их разлета и распределения по энергии возбуждения промежуточных ядер. Кроме того, анализируются угловые распределения α -частиц и энергетическая зависимость Σ -асимметрии выхода α -частиц в случае двухчастичных каналов реакций.

The review is devoted to experiments on study of ${}^{12}C(\gamma, 3\alpha)$ and ${}^{16}O(\gamma, 4\alpha)$ reactions in NSC KhPTI on linearly polarized γ -quanta from linear accelerator LAE-2000 with the help of photoemulsions. Main attention is paid to the analysis of distributions on relative energy of α -particles pairs in the final states of reactions, distributions on their spread angle, and distributions on excitation energy of intermediate nuclei. Besides, angular distributions of α -particles and energy dependence of Σ -asymmetry of the α -particles yield in the case of two-particle reactions are analyzed.

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение реакций фоторасщепления четно-четных ядер с выходом α -частиц традиционно всегда представляло интерес с точки зрения как проверки α -кластерной структуры ядер, так и исследования квазиальфа-частично-го механизма взаимодействия электромагнитного излучения с ядерным веществом.

В свое время были предприняты попытки интерпретации экспериментальных данных по фоторасщеплению ядер с выходом α -частиц на основе модели составного ядра [1]. Однако при анализе на основе этой модели экспериментальных данных по реакции 40 Ar(γ , α) встретились определенные трудности. Так, не удалось получить согласие между предсказаниями теории и результатами эксперимента по энергетическим спектрам α -частиц ни при каких допустимых значениях температуры ядра [2].

Кроме того, встретились и трудности принципиального характера. В частности, для объяснения формы угловых распределений α -частиц допускалась возможность электрического дипольного поглощения (E1), что, как известно, находится в противоречии с правилами отбора по изотопическому спину [3].

Реакцию (γ, α) на основе α -частичной модели, происходящую в результате механизма прямого взаимодействия, рассмотрели Телегди и Верди [4]. Однако результаты их подхода оказались неудовлетворительными. Расчетное значение энергии, при котором находится максимум сечения реакции, не соответствовало экспериментальным значениям, и значение самого расчетного сечения в максимуме также значительно отличалось от экспериментального. В работах [5,6] уже указывалось на то, что учет парных корреляций в рамках модели оболочек для парных сил, которые являются зарядово-независимыми, приводит к образованию четырехчастичных корреляций с симметрией, аналогичной симметрии α -частичной модели.

Как отмечалось в работах [7,8], в связи с этим представляет интерес рассмотрение прямого механизма реакции (γ , α) на основе оболочечной модели, учитывающей четырехчастичные корреляции. Однако, как показали исследования, такое рассмотрение не привело к удовлетворительному согласию с экспериментальными данными. Оказалось, что для более корректного согласия необходим учет кластерной структуры, который феноменологически сводился к тому, что параметры в осцилляторных функциях, описывающих внутреннее состояние нуклонных ассоциаций и относительное движение центров тяжести этих ассоциаций, должны отличаться друг от друга.

В данных работах приведены результаты расчета зависимости полного сечения реакции ¹²C(γ , 3α) от энергии γ -квантов с учетом перехода промежуточного ядра ⁸Ве на уровень с $J^{\pi} = 0^+$. При этом в энергетической зависимости полного сечения реакции наблюдаются два максимума при энергиях γ -квантов, равных 10 и 18 МэВ соответственно. В случае, когда промежуточное ядро ⁸Ве переходит на уровень с $J^{\pi} = 2^+$, предсказывается появление двух максимумов при энергиях γ -квантов, равных 18 и 30 МэВ, положение которых совпадает с экспериментальными результатами. Учет перехода промежуточного ядра ⁸Ве на уровень с $J^{\pi} = 4^+$ приводит к сдвигу максимума полного сечения реакции до энергии γ -квантов, равной 38–39 МэВ. В работах также отмечается, что если учет кулоновского и ядерного взаимодействий в конечном состоянии реакций не меняет качественной картины энергетической зависимости полного сечения, то в случае угловых распределений α -частиц их учет приводит к существенному изменению.

Несколько позже авторами [9] была разработана расчетная схема реакции 12 C(γ , 3α) в рамках 3α -частичной модели с применением базиса гиперсферичских функций в импульсном представлении. Предложенный метод позволял учитывать взаимодействие между всеми α -частицами как в начальном, так и в конечном состояниях. Было показано, что если предположить 1α -частичный механизм поглощения γ -квантов, то учет взаимодействия в конечном состоянии приводит к существенному уменьшению полного сечения реакции примерно на два порядка. В случае 2α -частичного механизма поглощения это

взаимодействие приводит к качественному изменению энергетической зависимости полного сечения реакции, а именно максимум сечения становится более узким. В целом результаты проведенных исследований привели авторов к заключению, что 3α -частичное фоторасщепление ядра ¹²С происходит в основном через механизм 2α -частичного квадрупольного поглощения вплоть до энергии γ -квантов, равной 25 МэВ.

Впервые реакция фоторасщепления ядра 12 С на три α -частицы была обнаружена при исследовании фотоэмульсий, облученных пучком γ -квантов с энергией 17,6 МэВ [10].

Говард [11] обнаружил и идентифицировал четырехлучевые звезды как события реакции фоторасщепления ядра ¹⁶О на четыре α -частицы в фотоэмульсиях, облученных пучком тормозных γ -квантов от бетатрона с максимальной энергией 70 МэВ.

В работах раннего периода [12–29] в основном проводились исследования функций возбуждения, энергетических зависимостей полных сечений реакций, энергетических спектров α -частиц, угловых распределений α -частиц и распределений по энергии возбуждения промежуточных ядер. Однако в этих работах практически не исследовались распределения по энергии относительного движения пар α -частиц, по углу их разлета, кроме того, эксперименты проводились на пучках тормозных γ -квантов. Необходимо также отметить, что имеющиеся данные часто носят противоречивый характер. Так, в частности, угловые распределения α -частиц, образующихся при фоторасщеплении ядра ¹²С, имеют максимум при углах, близких к 90°, и незначительную изотропную составляющую [18]. В то же время угловое распределение α -частиц для этой реакции, полученное в работах [15,20], уже имеет значительную изотропную составляющую. По данным других авторов угловое распределениях наблюдаются максимумы при углах $\sim 45^{\circ}$ и 135° [26].

Несколько позже этими же авторами было проведено исследование углового распределения α -частиц, образующихся при фоторасщеплении ядра ¹⁶O, с переходом остаточного ядра ¹²C на возбужденные уровни и его последующим распадом на три α -частицы [27]. Угловое распределение α -частиц в этой реакции имело значительную изотропную составляющую и максимум при углах $\sim 120^{\circ}$.

В последнее время широкое применение для исследования механизмов двухчастичных фотоядерных реакций получило использование пучков линейно поляризованных γ -квантов. В связи с тем, что в предыдущих работах имелись указания на двухчастичный характер реакций фоторасщепления ядер ¹²С и ¹⁶О с выходом α -частиц и возможность образования промежуточного ядра ⁸Ве в основном состоянии с $J^{\pi} = 0^+$, которое запрещено в *E*1-приближении, и в возбужденных состояниях с $J^{\pi} = 2^+, 4^+$, представляет интерес проведение измерений энергетической зависимости Σ -асимметрии в случае реализации двухчастичных каналов при α -частичном фоторасщеплении ядер ¹²С и ¹⁶О. Здесь необходимо отметить, что к началу настоящих исследований уже имелись модельно-независимые расчеты величины Σ -асимметрии для случая реакции α -частичного фоторасщепления ядра ¹²С и образования остаточного ядра ⁸Ве в основном состоянии, которые показали, что эта величина строго равна единице [30].

Таким образом, суммируя все сказанное, можно говорить о необходимости постановки комплексного эксперимента по исследованию механизмов следующих реакций α -частичного фоторасщепления легких ядер ¹²С и ¹⁶О:

$$\gamma + {}^{12}\mathrm{C} \to 3\alpha,\tag{1}$$

$$\gamma + {}^{16}\mathrm{O} \to 4\alpha \tag{2}$$

и проведения анализа экспериментальных распределений по всевозможным кинематическим переменным с использованием выводов статистической теории многочастичных ядерных реакций, которая является надежным инструментом для установления механизмов исследуемых реакций и не полностью использовалась в предыдущих работах [31]. Для получения дополнительной информации при постановке данного эксперимента необходимо использовать пучок линейно поляризованных *γ*-квантов.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕТОДИКА

Эксперимент по исследованию реакций (1) и (2) проводился в два этапа. На первом этапе использовались фотоэмульсии типа БЯ-2, облучавшиеся пучком тормозных γ -квантов с максимальной энергией 300 МэВ от ЛУЭ-2000 ННЦ ХФТИ. Для отсечения электродинамического фона, обусловленного низкоэнергетичной компонентой тормозного спектра γ -квантов, использовался ужесточитель LiH толщиной 1,5 рад. длин [32]. После формирования и очищения от заряженной компоненты пучок γ -квантов направлялся на фотоэмульсии, установленные в специальном устройстве под углом 90° к оси пучка.

На втором этапе использовался пучок линейно поляризованных γ -квантов, полученных на ЛУЭ-2000. Пучок электронов с энергией 1500 МэВ проводился через гониометрическую установку, в которой был установлен кристалл кремния толщиной 290 мкм, ориентированный таким образом, чтобы пучок двигался вдоль плоскости (110) под углом 1,5 мрад к кристаллографической оси $\langle 100 \rangle$. После коллимирования и очистки от заряженной компоненты с помощью очищающих магнитов пучок направлялся на фотоэмульсии типа БК-400, установленные в специальном приспособлении под углом 45° к оси пучка.

В процессе проведения эксперимента на пучке линейно поляризованных γ -квантов контролировалась степень поляризации пучка с помощью поляриметра высокого давления и поверхностно-полупроводниковых детекторов по асимметрии выхода протонов в реакции

$$\gamma + d \to p + n. \tag{3}$$

Условия эксперимента и плотность дейтерия в мишени позволяли эффективно измерять асимметрию выхода протонов в интервале энергий γ -квантов от 20 до 40 МэВ.

Предварительный отбор событий реакций (1) и (2) проводился визуально. Для измерений использовались микроскопы типа МБИ-9 и МБИ-3 с оптической системой, имеющей увеличение $10 \times 60 \times 1,5$. Окончательно события исследуемых реакций идентифицировались после измерений координат треков и последующей их обработки. К зачетным событиям реакций относились такие, у которых максимальная величина ошибки в определении продольной и поперечных составляющих суммарного импульса не превышала для реакции (1) 90 МэВ/с и для реакции (2) — 110 МэВ/с [33]. В этом случае возможен вклад от следующих фоновых реакций:

$$\gamma + {}^{12}C \rightarrow {}^{3}He + 2\alpha,$$
 (4)

$$\gamma + {}^{16}\text{O} \to {}^{3}\text{He} + 3\alpha.$$
 (5)

С учетом того факта, что при энергиях γ -квантов, близких к порогу, экспериментальные данные по реакциям многочастичного фоторасщепления не противоречат статистическому механизму взаимодействия, а также того, что в области энергий гигантского дипольного резонанса полное сечение реакций типа (γ, p) примерно в два раза больше полного сечения реакций типа (γ, n) , можно оценить вклад от этих фоновых реакций.

Так, по данным работы [34] интегральное сечение реакции ${}^{12}C(\gamma, pt2\alpha)$, которая является зеркальной по отношению к реакции (4), при энергиях γ -квантов до 40 МэВ, где существенным становится уже механизм квазипрямого взаимодействия с протоном ядра и образованием остаточного ядра 11 В в возбужденном состоянии, составляет ~ 2 МэВ·Мб, в то время как интегральное сечение реакции (1) не превышает 3,8 МэВ·Мб [28].

Кроме этих реакций, фоновыми в данном эксперименте также будут и реакции некогерентного фоторождения π^0 -мезонов на ядре ¹²C. С учетом максимальной величины небаланса продольной и поперечных составляющих полного импульса реакций и формы спектра γ -квантов вклад от них можно ожидать начиная с порогов фоторождения до 150 МэВ. По данным работ [35,36] интегральное сечение процессов некогерентного фоторождения в данной области энергий составляет $\sim 0,5$ МэВ·Мб. Таким образом, можно ожи-

дать, что максимально возможный вклад от перечисленных фоновых реакций с учетом особенностей отбора событий не будет превышать 15 %.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

3.1. Энергетические корреляции и распределения по средней энергии частиц. Одной из наиболее важных характеристик механизмов многочастичных ядерных реакций является распределения по относительной энергии пар частиц в конечном состоянии, так как возможные корреляции в соответствующих распределениях могут быть обусловлены структурой матричного элемента.

Экспериментальные результаты распределений по энергии относительного движения пар α -частиц в конечных состояниях реакций (1) и (2) строились на основании следующего соотношения [37]:

$$t_{ik} = \left[T_i + T_k - \frac{P_i^2 + P_k^2 + 2P_i P_k \cos Y_{ik}}{2(M_i + M_k)}\right] E_0^{-1},\tag{6}$$

где $T_i, T_k, P_i, P_k, M_i, M_k$ — кинетические энергии, импульсы и массы *i*-й и k-й частиц; E_0 — суммарная кинетическая энергия продуктов реакции.

При построении экспериментальные распределения сравнивались с фазовыми зависимостями, которые имеют следующий вид [37]:

$$\frac{dN}{dt_{ik}} = t_{ik}^{1/2} (1 - t_{ik})^{(3n-8)/2},\tag{7}$$

где t_{ik} — энергия относительного движения соответствующей пары α -частиц, n — число частиц в конечном состоянии реакции. Расчетные зависимости нормировались на площадь по экспериментальным распределениям с учетом энергетической зависимости полных сечений реакций. В связи с тем, что в конечном состоянии реакций (1) и (2) образуются тождественные частицы, экспериментальные результаты усредняются по всем возможным комбинациям частиц. На рисунках указаны только статистические погрешности.

В случае реакции (1) соответствующие распределения в различных интервалах энергий γ -квантов показаны на рис. 1. Из рисунка видно, что при энергиях γ -квантов до 25 МэВ форма экспериментальных распределений в пределах погрешностей удовлетворительно согласуется с фазовой зависимостью. С ростом энергии γ -квантов в экспериментальных распределениях начинает формироваться максимум при $t_{ik} = 0,5$ МэВ. Причем положение этого максимума смещается в сторону больших энергий относительного движения с ростом энергии γ -квантов. Одновременно можно отметить образование максимума при небольших энергиях относительного движения.



Рис. 1. Энергетические корреляции в реакции $\gamma^{12}C \rightarrow 3\alpha$. Гистограмма — экспериментальные данные. Сплошная кривая — фазовая зависимость [37]

Для того чтобы избежать систематических погрешностей, связанных с усреднением по количеству комбинаций пар α -частиц, α -частицы были пронумерованы в соответствии с их энергией ($E_1 > E_2 > E_3$). Соответствующие распределения по энергии относительного движения для каждой такой пары α -частиц в случае реакции (1) показаны на рис. 2. Можно отметить, что начиная с энергии γ -квантов, равной 25 МэВ, формирование максимума при больших энергиях относительного движения в предыдущих распределениях обусловлено α -частицами с максимально возможными энергиями. В то же время максимум при небольших энергиях относительного движения, который проявляется при энергиях γ -квантов выше 30 МэВ, обусловлен парами α -частиц с минимально возможными энергиями.

Такое изменение в характере распределений с увеличением энергии γ -квантов может говорить об изменении механизма реакции, а именно о включении механизма прямого взаимодействия с α -частицей ядра 12 С и образовании остаточного ядра 8 Ве в возбужденных состояниях с последующим его распадом на низкоэнергетичные α -частицы.

Независимую информацию можно получить из распределений средней кинетической энергии α -частиц в конечном состоянии реакции в зависимости



Рис. 2. Энергетические корреляции в реакции $\gamma^{12}{\rm C}\to 3\alpha$ для частиц с энергиями $E_1>E_2>E_3$

от полной кинетической энергии (см. рис. 3) [38]. Распределения, так же, как и в предыдущем случае, строились для α -частиц, пронумерованных в зависимости от их энергии. Фазовые кривые рассчитывались на основании следующего отношения [23]:

$$\bar{E} = 0.5E_0(A - M)/A,$$
(8)

где M — масса частицы в конечном состоянии реакции, A — масса ядра мишени. Подобный вид распределения не зависит от характера начального взаимодействия, допускает возможность отсутствия взаимодействия частиц в конечном состоянии реакции и определяется только соответствующим фазовым объемом.

Из рисунка видно, что средняя энергия α -частиц с индексом 1 несколько больше расчетной зависимости, но характер экспериментальной зависимости средней энергии подобен характеру фазовой зависимости, т. е. для наиболее высокоэнергетичной α -частицы наблюдается некоторая пропорциональность полной энергии реакции. Для α -частицы с индексом 2 средняя энергия практически постоянна вплоть до значения полной энергии 14 МэВ, затем ее значение и энергетическая зависимость практически совпадают с расчетной



Рис. 3. Распределения средней энергии α -частиц в реакции $\gamma^{12}C \rightarrow 3\alpha$. Прямая линия — фазовая зависимость [23]

зависимостью. В случае α -частицы с индексом 3 постоянство средней энергии сохраняется до значения полной энергии 20 МэВ. С дальнейшим ростом полной энергии средняя энергия этой частицы также увеличивается, но при этом ее экспериментальные значения лежат заметно ниже расчетных.

Приведенные факты, так же, как и распределения по энергии относительного движения, подтверждают возможность механизма прямого взаимодействия γ -кванта с α -частицей ядра ¹²С и образования остаточного ядра ⁸Ве в возбужденных состояниях.

В случае реакции (2) распределения по энергии относительного движения были получены для двух интервалов энергии γ -квантов [39,41,42]. Соответствующие распределения, усредненные также по количеству комбинаций в конечном состоянии пар α -частиц, показаны на рис. 4. В отличие от аналогичных данных для реакции (1) формирование максимума при больших энергиях относительного движения наблюдается при энергиях γ -квантов, близких к порогу реакции. С ростом энергии γ -квантов происходит увеличение относительного вклада событий реакции (2) при достаточно больших значениях энергии относительного движения. Такая закономерность, повидимому, также обусловлена механизмом прямого взаимодействия γ -кванта с α -частицей ядра ¹⁶О и образованием остаточного ядра ¹²С в возбужденных состояниях.



Рис. 4. Энергетические корреляции в реакции $\gamma^{16}O \rightarrow 4\alpha$. Гистограмма — экспериментальные данные. Сплошная кривая — фазовая зависимость [37]



Рис. 5. Угловые корреляции в реакции $\gamma^{12}C \rightarrow 3\alpha$. Гистограмма — экспериментальные данные. Сплошная кривая — фазовая зависимость [37]

3.2. Распределения по углу разлета. Дополнительную информацию о механизмах исследуемых реакций можно получить из распределений по углу





Рис. 6. Угловые корреляции в реакции $\gamma^{12}{\rm C}\to 3\alpha$ для частиц с энергиями $E_1>E_2>E_3$ в интервале энергий γ -квантов $E_j=7\div 50~{\rm M}$ эВ

разлета пар конечных α -частиц. В случае реакции (1) соответствующие распределения в тех же интервалах энергий γ -квантов, что и распределения по энергии относительного движения, показаны на рис. 5 [38]. Фазовые распределения для этого случая строились на основании следующего соотношения [37]:

$$\frac{dN}{d\cos Y_{ik}} = \frac{a^2}{1 - az^2} \left(\frac{1 + 2az^2}{(a(1 - az^2))^{1/2}} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\left(z\right) \left(\frac{a}{1 - az^2} \right)^{1/2} \right) - 3Z \right),\tag{9}$$

где $Z = \cos Y_{ik}$, Y_{ik} — угол между *i*-й и k-й частицами, M_i , M_k — массы *i*-й и k-й частиц, $a = M_i M_k / (M_i + M_j) (M_k + M_j)$, M_j — суммарная масса остальных частиц.

В целом можно отметить удовлетворительное согласие экспериментальных распределений с расчетными, за исключением событий с небольшим углом разлета между импульсами α -частиц, вклад которых возрастает с увеличением энергии γ -квантов.

Для детализации механизмов реакции аналогичные распределения были построены для α -частиц с различной энергией. Экспериментальные данные показаны на рис. 6. Из рисунка видно, что основной вклад в количество событий с малым углом разлета дают α -частицы с минимально возможными энергиями. Причем с ростом энергии γ -квантов вклад таких событий увеличивается, что, по-видимому, является следствием образования промежуточного ядра ⁸Ве с достаточно большими энергиями возбуждения.

Аналогичный анализ был проведен и для реакции (2), полученные экспериментальные данные показаны на рис. 7 [41,42]. В случае этой реакции



Рис. 7. Угловые корреляции в реакции $\gamma^{16}O \rightarrow 4\alpha$. Гистограмма — экспериментальные данные. Сплошная кривая — фазовая зависимость [37]

также можно отметить увеличение относительного вклада событий с небольшим углом разлета по мере роста энергии γ -квантов, т.е. также возможно образование промежуточного ядра ⁸Ве в возбужденных состояниях.

Таким образом, проведенные исследования распределений по энергии относительного движения пар α -частиц в конечном состоянии реакций (1) и (2), распределений средней энергии α -частиц для реакции (1) и распределений по углу разлета между импульсами α -частиц указывают на возможность образования промежуточных ядер в возбужденных состояниях. В связи с этим представляет интерес проведение исследований распределений по энергии возбуждения возможных промежуточных ядер в обеих реакциях.

3.3. Распределения по энергии возбуждения промежуточных ядер. Для проверки сделанных ранее предположений о возможности образования в реакциях (1) и (2) промежуточных ядер в возбужденных состояниях были построены соответствующие распределения по энергии возбуждения

$$E_x = M_{\rm eff} - M_0, \tag{10}$$

где $M_{\rm eff} = (\sum E_i^2 - \sum P_i^2)^{1/2}$ — эффективная масса промежуточного ядра; E_i и P_i — энергии и импульсы α -частиц; M_0 — масса покоя ядра. Фазовые



Рис. 8. Распределения по энергии возбуждения промежуточного ядра ⁸Ве в реакции $\gamma^{12}C \rightarrow 3\alpha$. Сплошная кривая — фазовая зависимость [31]

распределения, представленные на рисунках сплошными линиями, вычислялись по следующей формуле [31]:

$$\frac{dN}{dE_x} \sim (E_x - E_x^{\min})^{3k/2 - 5/2} (E_x^{\max} - E_x)^{3(n-k)/2 - 1},$$
(11)

где n — число частиц в конечном состоянии реакции, k — число частиц, по которым строились распределения, E_x^{\min} , E_x^{\max} — минимальные и максимальные значения энергии возбуждения, определяемые соответствующими фазовыми объемами. Расчетные распределения, так же, как и в предыдущих случаях, строились с учетом энергетической зависимости полных сечений реакций и нормировались на площадь экспериментальных распределений.

Экспериментальные данные для реакции (1), усредненные по возможным комбинациям пар α -частиц в конечном состоянии, в сравнении с фазовой зависимостью показаны на рис. 8 [38]. Из рисунка видно, что при энергии γ -квантов до 25 МэВ наблюдается удовлетворительное согласие между экспериментальной и расчетной зависимостями. С ростом энергии γ -квантов становится заметной разница между этими зависимостями, которая свидетельствует о возможности образования промежуточного ядра ⁸Ве при разных энергиях возбуждения.

Такие же распределения были построены для α -частиц с минимально возможными энергиями (рис. 9). В этих распределениях наблюдаются статистически достаточно обоснованные максимумы, которые проявлялись и в предыдущем случае, а именно при энергиях возбуждения в районе 3, 11 и 17 МэВ. В настоящее время из других работ известно, что ядро ⁸Ве может находиться в возбужденных состояниях с энергиями 3,04, 11,4, 16,6 и 16,9 МэВ и, соответственно, с полуширинами этих состояний 1500, 3500, 0,5 и 0,4 кэВ. Полные моменты и четности данных состояний составляют $J^{\pi} = 2^+, 4^+$ и 2^+ соответственно [43]. Необходимо отметить, что возможность образования промежуточного ядра ⁸Ве с $J^{\pi} = 4^+$ обсуждалась в [7,8].

Аналогичные данные для реакции (2) показаны на рис. 10, 11 [40,42]. При энергиях γ -квантов до 28 МэВ экспериментальные данные для промежуточных ядер ⁸Ве и ¹²С удовлетворительно описываются фазовой зависимостью. С ростом энергии γ -квантов в экспериментальных распределениях проявляются отчетливые максимумы, которые не находят своего объяснения в предположении механизма статистического распада ядра ¹⁶О. Необходимо отметить, что положение максимума для промежуточного ядра ⁸Ве, обнаруженного в настоящем эксперименте, близко к положению максимума, зарегистрированного в других работах, с энергией возбуждения 3,04 МэВ, полушириной 1,5 МэВ, полным моментом и четностью $J^{\pi} = 2^+$ [43].

В случае промежуточного ядра 12 С для этой реакции положение максимума распределения в районе 14–16 МэВ удовлетворительно согласуется с



Рис. 9. Распределения по энергии возбуждения промежуточного ядра $^8{\rm Be}$ в реакции $\gamma^{12}{\rm C}\to 3\alpha$ для частиц с энергиями $E_1>E_2>E_3$

известными максимумом при энергии возбуждения 15,44 МэВ, полушириной 1,5 МэВ, полным моментом и четностью $J^{\pi} = 2^+$ [43].





Рис. 10. Распределения по энергии возбуждения промежуточного ядра $^8{\rm Be}$ в реакции $\gamma^{16}{\rm O}\to 4\alpha.$ Сплошная кривая — фазовая зависимость [31]



Рис. 11. Распределения по энергии возбуждения промежуточного ядра $^{12}{\rm C}$ в реакции $\gamma^{16}{\rm O} \to 4\alpha.$ Сплошная кривая — фазовая зависимость [31]

Таким образом, можно отметить, что исследуемые реакции (1) и (2) фактически являются двухчастичными, т.е. они протекают по следующим схемам:

$$\gamma + {}^{12}\mathrm{C} \to \alpha + {}^{8}\mathrm{Be}^{*} \to 2\alpha,$$
(12)

$$\gamma + {}^{16}\mathrm{C} \to \alpha + {}^{12}\mathrm{C}^* \to \alpha + {}^{8}\mathrm{Be}^*$$
 (13)
 $\to 2\alpha.$

При энергиях γ -квантов, близких к порогам реакций, экспериментальные результаты не противоречат возможности реализации статистического механизма взаимодействия γ -квантов с ядрами 12 С и 16 О.

В принципе, в случае реакции (2) возможны двухчастичные каналы с образованием ядер ⁸Ве в различных состояниях. Если реализуются эти каналы, то в распределениях по энергии возбуждения промежуточных ядер должна была бы наблюдаться следующая корреляция: при постоянной энергии γ -квантов наблюдатось бы совпадение экспериментальных распределений с фазовыми для промежуточного ядра ¹²С, т.к. форма экспериментальных распределений была бы обусловлена только кинематическим фоном, и одновременно проявлялись бы максимумы в распределениях по энергии возбуждения промежуточного ядра ⁸Ве.

3.4. Угловые распределения α -частиц. На рис. 12 и 13 показаны угловые распределения α -частиц из реакций (1) и (2) в с.ц.и. для различных интервалов энергии γ -квантов. В связи с тем, что в конечном состоянии этих реакций образуются тождественные частицы, при построении угловых распределений они были пронумерованы так же, как и в предыдущих случаях, в порядке убывания их энергии.

Можно отметить, что в случае реакции (1) угловые распределения α -частиц с максимально возможными энергиями обладают существенной изотропной составляющей и небольшим максимумом при углах $\sim 90^{\circ}$, который смещается в сторону передних углов вылета с ростом энергии γ -квантов. Аналогичная ситуация наблюдается и для реакции (2). Угловые распределения α -частиц с минимально возможными энергиями практически изотропны, что может являться следствием распада промежуточных ядер ⁸Ве и ¹²С.

Однако при проведении анализа подобных распределений возникают определенные трудности, связанные с тождественностью частиц в конечном состоянии реакций. Так, при образовании промежуточного ядра ⁸Ве в известных состояниях с энергией возбуждения 3,04 МэВ и $J^{\pi} = 2^+$ или 11,4 МэВ и $J^{\pi} = 4^+$ возможна такая ситуация, когда энергия вылетевшей α -частицы может оказаться меньше или сравнимой с энергиями распадных α -частиц. В случае реакции (2) также может реализоваться подобная ситуация.

Тем не менее интересно провести модельно-независимый мультипольный анализ угловых распределений α -частиц в предположении, что наиболее высокоэнергетичная α -частица появляется вследствие механизма прямого вза-имодействия с α -кластером ядра, поскольку тот же анализ распределений средней кинетической энергии α -частиц в случае реакции (1) показал пре-имущественность такого механизма взаимодействия [38].



Рис. 12. Угловые распределения в реакции $\gamma^{12}C \to 3\alpha$. Сплошная кривая — результаты подгонки с помощью соотношения (14)



Рис. 13. Угловые распределения в реакции $\gamma^{16}O \rightarrow 4\alpha$. Сплошная кривая — результаты подгонки с помощью соотношения (14)

Угловые распределения α -частиц подгонялись по методу наименьших квадратов с помощью выражения

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_{n=0}^{2} C_n \cos^n \theta.$$
(14)

Результаты подгонки показаны на соответствующих рисунках сплошными линиями. На рис. 14 и 15 показана зависимость $C_{n0} = C_n/C_0$ от энергии γ -квантов. В случае реализации канала реакции (1) с образованием остаточного ядра ⁸Ве в основном состоянии с $J^{\pi} = 0^+ C_{n0}$ можно выразить через коэффициенты при полиномах Лежандра с учетом ограничения полным моментом канала J < 2, а также E1-переходами и их интерференцией с E2- и M1-переходами [44]:

$$C_{10} = \frac{10.4 \operatorname{Re}\left(|E_{10}^1| \cdot |E_{20}^2|\right)}{4.5|E_{10}^1|^2 + 3.2|E_{20}^2|^2},\tag{15}$$

$$C_{20} = \frac{-4.5|E_{10}^1|^2}{4.5|E_{10}^1|^2 + 3.2|E_{20}^2|^2}.$$
(16)

Экспериментальные значения C_{10} для высокоэнергетичных α -частиц отрицательны практически во всем интервале энергий γ -квантов, что соответствует соотношению (15), если фазовый множитель интерференции амплитуд E_{10}^1 и E_{20}^2 отрицателен. Учитывая преимущественность электрических дипольных переходов, можно ожидать, что коэффициенты C_{20} должны быть



Рис. 14. Энергетическая зависимость коэффициентов C_{n0} для реакции $\gamma^{12}\mathrm{C} o 3 \alpha$

также отрицательны и близки по абсолютной величине к единице. В эксперименте для реакции (1) коэффициенты C_{20} близки к нулю и при больших энергиях значительно отличаются от единицы. Таким образом, можно утверждать, что в случае реакции (1) ее канал с образованием ⁸Ве значительно подавлен.

Если в реакциях (1) и (2) остаточные ядра ⁸Ве и ¹²С образуются в возбужденных состояниях с полным моментом и четностью $J^{\pi} = 2^+$, то коэффициенты при полиномах Лежандра будут связаны следующими соотношениями:

$$C_{10} = \frac{-7\text{Re}\left(|E_{12}^{1}| \cdot |M_{22}^{1}|\right) + 6,2\text{Re}\left(|E_{12}^{1}| \cdot |E_{22}^{2}|\right) - 7,4\text{Re}\left(|E_{12}^{1}| \cdot |E_{02}^{2}|\right)}{3,1|E_{12}^{1}|^{2} + 2,3|M_{22}^{1}|^{2} + 5,0|E_{02}^{2}|^{2} + 5,4|E_{22}^{2}|^{2}},$$
(17)

$$C_{20} = \frac{-0.5|E_{12}^1|^2 + 2.3|M_{22}^1|^2 - 1.2|E_{22}^2|^2}{3.1|E_{12}^1|^2 + 2.3|M_{22}^1|^2 + 5.0|E_{02}^2|^2 + 5.4|E_{22}^2|^2}.$$
 (18)



Рис. 15. Энергетическая зависимость коэффициентов C_{n0} для реакции $\gamma^{16} O \rightarrow 4 \alpha$

Как уже отмечалось, для реакций (1) и (2) величины C_{10} для высокоэнергетичных α -частиц отрицательны во всем диапазоне энергий γ -квантов. Данный факт может говорить о том, что в случае образования остаточных ядер ⁸Ве и ¹²С в состояниях с полным моментом и четностью $J^{\pi} = 2^+$ существенную роль играют электрический дипольный переход E_{12}^1 , электрический квадрупольный переход E_{02}^2 и магнитный дипольный переход с амплитудой M_{22}^1 . То обстоятельство, что экспериментальное значение C_{20} меняет знак с ростом энергии γ -квантов и становится положительным, говорит о возрастающем вкладе магнитной дипольной амплитуды M_{22}^1 .

Некоторое подобие в энергетической зависимости коэффициентов C_{10} и C_{20} для α -частиц с индексом 2 говорит о возможности спутать распадные α -частицы с вылетевшими α -частицами в результате механизма прямого взаимодействия.

Таким образом, проведенный модельно-независимый мультипольный анализ угловых распределений α -частиц с максимально возможными энергиями показал, что в случае реакции (1) остаточное ядро ⁸Ве формируется в состояниях, отличных от основного, и при этом форма угловых распределений находит свое объяснение при учете электрических дипольных и квадрупольных переходов. С ростом энергии γ -квантов начинают играть заметную роль магнитные дипольные переходы. Похожая ситуация наблюдается и для реакции (2), что может служить указанием на подобие механизмов обеих реакций, проявляющееся во взаимодействии с α -кластерными образованиями ядер ¹²С и ¹⁶О.

3.5. Энергетическая зависимость Σ -асимметрии выхода α -частиц. В случае двухчастичных каналов реакции, вызванных поляризованными γ -квантами, угловые распределения регистрируемых частиц имеют вид [45]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(\theta\right) (1 + P\Sigma(\theta)\cos 2\phi),\tag{19}$$

где P — степень линейной поляризации пучка γ -квантов, $\Sigma(\theta)$ — асимметрия сечения двухчастичной реакции, ϕ — угол между направлением вектора поляризации и плоскостью реакции.

Как уже отмечалось, в процессе проведения эксперимента контролировалась степень линейной поляризации пучка γ -квантов. Экспериментальные значения измеренной степени поляризации в сравнении с расчетной в модели теплового слоя показаны на рис. 16 [46].

В связи с тем, что изучаемая реакция (1) фактически является двухчастичной, были построены соответствующие распределения по углу ϕ , проинтегрированные по углу θ в интервале $75 \div 105^{\circ}$. Эти распределения подгонялись



Рис. 16. Энергетическая зависимость степени поляризации пучка γ -квантов. Сплошная кривая — результаты расчета [46]. Точки — экспериментальные данные Рис. 17. Энергетическая зависимость Σ -асимметрии для реакции $\gamma^{12}C \rightarrow \alpha^{8}Be^{*}$

по методу наименьших квадратов с помощью выражения

$$N = a + b\cos 2\phi. \tag{20}$$

Значения коэффициентов подгонки a и b приведены в таблице. В данном случае отношение коэффициентов b/a характеризует величину $P\Sigma$. Для расчетов энергетической зависимости Σ -асимметрии использовалась теоретическая зависимость степени поляризации, показанная на рис. 16. Результаты расчетов приведены на рис. 17. Как видно из рисунка, во всем диапазоне энергий γ -квантов величина Σ -асимметрии значительно меньше единицы, что говорит об образовании ядра ⁸Ве в возбужденных состояниях. Таким образом, приведенные результаты еще раз говорят о реализации механизма прямого взаимодействия ядра ¹²С с α -кластером.

E_{γ} , МэВ	a	b
$7 \div 25$	$16,8 \div 1,9$	$3,6 \div 2,7$
$25 \div 27$ $27 \div 29$	$40,3 \div 3,7$ $49,3 \div 4,5$	$-7,3 \div 4,3$ $6,4 \div 4,9$
$29 \div 38$	$10,2\div1,5$	$1{,}5\div2{,}3$

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные комплексные экспериментальные исследования различных кинематических распределений в реакциях (1) и (2) показали, что в основном реализуется механизм прямого взаимодействия с α -кластерами четно-четных ядер ¹²С и ¹⁶О. При этом остаточные ядра ⁸Ве и ¹²С образуются в возбужденных состояниях в основном за счет электрических дипольных и квадрупольных переходов. С ростом энергии γ -квантов не исключена возможность магнитных дипольных переходов. Использование линейно поляризованного пучка γ -квантов для измерения энергетической зависимости Σ -асимметрии позволило независимым образом подтвердить факт образования остаточного ядра ⁸Ве в реакции (12) в состоянии, отличном от основного.

Автор признателен профессору Р.А.Эрамжяну, а также выражает благодарность профессору Н.Ф.Шульге за поддержку и плодотворное обсуждение материалов настоящей работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Toms M.E. // U.S. Naval., Res. Lab. Labor. Bibliogr. 1963. V.22. P.73.
- 2. Комар А.П., Бочагов Б.А., Солякин А.Е. // Докл. АН СССР. 1961. Т.141. С.1339.
- 3. Gell-Mann M., Telegdi V.L. // Phys. Rev. 1953. V.91. P.169.
- 4. Telegdi V.L., Verde M. // Helv. Phys. Acta. 1949. V.22. P.380.
- 5. Elliot J.P. // Proc. Intern. Conf. on Nucl. Structure. Kingston, Canada, 1960.
- 6. Flowers B.H., Yujicic M. // Nucl. Phys. 1963. V.49. P.586.
- 7. Джибути Р.И., Мамасахлисов В.И., Мачарадзе Т.С. // Изв. АН СССР. 1965. Т.29. № 7. С.1131.
- 8. Джибути Р.И., Мамасахлисов В.И., Мачарадзе Т.С. // ЯФ. 1965. Т.1. Вып.6. С.976.
- 9. Джибути Р.И., Крупенникова Н.Б., Томчинский В.Ю. // ЯФ. 1978. Т.28. Вып.1(7). С.30.
- 10. Hanni H., Telegdi V.L., Zunti W. // Helv. Phys. Acta. 1948. V.21. P.203.
- 11. Goward F.K., Titteron E.W., Wilkins J.J. // Proc. Phys. Soc. 1949. V.A62. P.460.
- 12. Goward F.K., Telegdi V.L., Wilkins J.J. // Proc. Phys. Soc. 1950. V.A63. P.402.
- 13. Wilkins J.J., Goward F.K. // Proc. Phys. Soc. 1951. V.A64. P.201.
- 14. Goward F.K., Wilkins J.J. // Proc. Phys. Soc. 1952. V.A65. P.671.
- 15. Goward F.K., Wilkins J.J. // Proc. Roy. Soc. 1953. V.A217. No. 1130. P.357.
- 16. Telegdi V.L. // Phys. Rev. 1951. V.84. No. 3. P.600.
- 17. Livesey D.L., Smith G.L. // Proc. Phys. Soc. 1953. V.A66. P.689.
- 18. Millar G.H., Cameron A.G.W. // Can. J. Phys. 1953. V.31. P.723.
- 19. Dawson W.K., Bighoam C.B. // Can. J. Phys. 1953. V.31. P.167.
- 20. Goward F.K., Wilkins J.J. // Proc. Roy.Soc. 1955. V.A228. P.376.
- 21. Dawson W.K., Livesey D.L. // Can. J. Phys. 1956. V.34. P.241.
- 22. Glatti H., Loepfe E., Stoll P. // Helv. Phys. Acta. 1955. V.28. No. 4. P.366.
- 23. Майков В.Н. // ЖЭТФ. 1958. Т.34. № 6. С.1406.
- 24. Roalsvig J.P. // Can. J. Phys. 1965. V.43. No. 2. P.330.
- 25. Greenberg L.H., Roalsvig J.P., Haslam R.N.H. // Can. J. Phys. 1964. V.42. P.731.
- 26. Toms M.E. // Nucl. Phys. 1964. V.50. P.561.
- 27. Toms M.E. // Nucl. Phys. 1964. V.54. P.625.
- 28. Таран Г.Г., Горбунов А.Н. // ЯФ. 1967. Т.6. Вып.6. С.1124.
- 29. Догюст И.В. и др. // Тез. докл. 27-го совещ. по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. М., 1977. С.28.
- 30. Лихачев В.П. и др. Авт. свид. на изобретение. 1988. № 14666709 GO1 T1/32.
- 31. Балдин А.М. и др. Кинематика ядерных реакций. Изд. 2-е. М.: Атомиздат, 1968.
- 32. Лапин Н.И., Пугачев Г.Д. // УФЖ. 1975. Т.20. С.1521.
- 33. Голубев Р.А. и др. Препринт ХФТИ. 1992. 92-36.
- 34. Волощук В.И. и др. // ЯФ. 1989. Т.4. Вып.4. С.916.
- 35. Arends J. et al. // Z. Phys. 1983. V.A311. P.367.

- 36. Mazzuccato E. et al. // Phys. Lett. B. 1987. V.185. P.25.
- 37. Таран Г.Г. // ЯФ. 1968. Т.7. Вып.3. С.478.
- 38. Голубев Р.А., Кириченко В.В., Лапин Н.И. // УФЖ. 1996. Т.41. № 7-8. С.660.
- 39. Кириченко В.В. и др. // ЯФ. 1993. Т.56, № 8. С.16.
- 40. Кириченко В.В. и др. // ЯФ. 1994. Т.57, № 6. С.963.
- 41. Кириченко В.В. и др. // ЯФ. 1995. Т.58, № 1. С.12.
- 42. Golubev R. A., Kirichenko V.V. // Nucl. Phys. A. 1995. V.587. P.241.
- 43. Ajzenberg-Selove F. // Nucl. Phys. A. 1974. V.227. P.1
- 44. Carr R.W., Baglin J.E.E. // Nucl. Data Tables. 1971. V.10. P.731-749.
- 45. Gambe A., Mosoni B., Ricci P. // Phys. Rev. C. 1981. V.23. P.992.
- 46. Мондрус И.Н., Насонов Н.Н. // Поверхность. Физика, химия, механика. 1995. Т.5. С.76–79.

УДК 533.951

ISOTOPE SEPARATION IN PLASMA BY ION-CYCLOTRON RESONANCE METHOD A.E.Dubinov,* I.Yu.Kornilova, V.D.Selemir

Russian Federal Nuclear Centre – All-Russian Research Institute of Experimental Physics, 607190 Sarov, Russia

Contemporary state of investigations on isotope separation in plasma using selective ioncyclotron resonance (ICR) heating is considered. The main attention is paid to necessary conditions of heating selectivity, plasma creation methods in isotope ICR-separation facilities, selection of antenna systems for heating, and principles of more-heated component selection. Experimental results obtained at different isotope mixtures separation are presented.

Рассматривается современное состояние исследований по разделению изотопов в плазме с помощью селективного нагрева в режиме ионно-циклотронного резонанса (ИЦР). Особое внимание уделяется необходимым условиям селективности нагрева, методам создания плазмы в установках ИЦР-разделения изотопов, выбору антенных систем для нагрева и принципам отбора более нагретой компоненты. Приведены экспериментальные результаты, полученные при разделении различных смесей изотопов.

Isotope separation is a large branch of industry. Isotopes have wide application in radiomedicine, agriculture, in atomic power industry and are also used to solve the problems of fundamental physics. The existing industrial isotope separation methods (gas centrifuges, electromagnetic separations, etc.) cannot always suit the requirements of the economy. This is related either with very low efficiency of electromagnetic separation method or with the absence of appropriate volatile matters, necessary for centrifugal separation.

The search for alternative technologies, allowing one to widen the range and assortment of isotope set-ups, being manufactured, and to decrease the power consumption, has led to development of absolutely new isotope selection methods. Among them there are: laser method [1], photochemical method of mercury isotope separation [2], and also plasma separation methods. If the first two methods are studied well enough at present and are aimed at successful application in industrial scale, then plasma methods need further investigation and development. At inevitably relatively high costs of evaporation in plasma facilities, ionization (of the order of 300–3000 eV/atom) of matter and technical difficulties for pri-

^{*}E-mail: dubinov@ntc.vniief.ru

mary effect multiplication, the facility acceptable for scaled production will be considered — the one that has high enough separation factors.

Among the known technologies of separation in plasma, the most prospective for the given tasks decision is the isotope separation method based on isotopic selective ion-cyclotron resonance (ICR) heating of plasma. The detailed enough description of development history, of physical basis of the method and of installations for its realization can be found in the report of 1991 [3]. It should be noted that for the time period after the report publication a large amount of new information was stored. Numerous calculation-theoretical works on the given topic were executed. Besides this, new designs are proposed, which, possibly, will allow hundreds of times increase of the ICR-method effectiveness. The present review is aimed at generalization of the new works with short summary of old material.

In 1975, G.A.Askaryan et al. proposed to use ICR for separation in plasma [4]. Probably, the works in the USA, have been executed: in the late 1976, the results of the first successful experiments on ICR-separation of potassium isotopes carried out at the firm TRW were published [5]. In the USA, the further development of the method was directed at uranium isotope separation. However after the ICR-method was not accepted as the current technology of uranium enrichment in 1982 on economic considerations, that was shortly announced in [6], stable isotope separation has become the basic field of application. After the work [5] was published, for seven years no additional scientific information about ICR-method appeared in the press. The new data were obtained only in 1983 after the reports of American scientists at the two conferences [7, 8]. These works witnessed significant progress in ICR-method development for seven years mentioned. Successful experiments on nickel, indium and lead isotope separation were performed.

The following works were carried out in France [9] on calcium isotope separation and in the USSR on lithium isotope separation. At present the experimental material about ICR-method of separation is practically limited by the above-mentioned publications and several reports at the conferences [7,8,12–14].

Analyzing the method development, the surprising thing is that it has been started so late. The necessary data on ICR were obtained already by the early 60's [15]. Development of ion-cyclotron resonance spectroscopy [16] has started at about the same time. It remains to suppose that the reason for the ICR-method development delay was the imagination of plasma as an extremely unstable substance in which it is impossible to observe fine effects. Nowadays, on the basis of the existing experience on isotope separation with the help of ICR, it is possible to state that magnetized and comparatively cold plasma formed as a result of metal vapors ionization is rather stable. Hence, some imaginations of heating and ion movement on the basis of single particle model are close to reality. Resting on the ICR-method of separation groundwork is presented below.
The principal idea of ICR-method is the following. A flux of collision free plasma comes into heating area in which the aimed isotope ions advantageous acceleration is executed on resonance frequency:

$$\omega = \omega_{ci} = \frac{eB}{M_i}.$$

Here ω_{ci} is Larmor frequency of aimed isotope ions in magnetic field B, M_i is the mass of separated isotope ion. As a result the increase of their transverse energy takes place. Accordingly their Larmor radius $r_{\rm L}$ increases. Selective heating of the desired ion fraction takes place. Isotopes, neighbouring to the yielded one, because of small difference $(\Delta\omega)$ of their own frequency and external effect frequency, meet on their way several units of beats. This phenomenon does not allow them to continuously increase their energy, so their maximum energy will not exceed the following fraction of resonance ion maximum energy: $(T/2\tau)^2$, where $T = 2\pi/\Delta\omega$ is a beats period, τ is the time of flight through heating zone. Thus, at the output of heating zone, plasma ions will be divided to cold and more heated. Because of the difference of their Larmor radii only heated ions will be effectively trapped by the selector (the system of plates, parallel to the flux and magnetic field direction).

To provide heat selectivity it is necessary to realize several conditions. It is obvious the requirement of stable magnetic field uniformity in the heating area:

$$\frac{\Delta B}{B} < \frac{\Delta M_i}{M_i}.$$
(1)

Here, $\Delta B/B$ is a relative change of magnetic field in ICR heating area, $\Delta M_i/M_i$ is a relative resolution to the mass (ΔM_i is the difference of selected and neighbouring isotope masses). To select most isotopes, the value $\Delta B/B$ shall be not more than 10^{-2} . For obtaining good resolution of ICR lines and dealing with rare-earth metal isotopes, the much more uniform field ($\Delta B/B \sim 10^{-3}$) is required. The magnetic field value is selected according to the mass of isotopes being separated with the account of heat velocity. Usually its value does not exceed 3 T.

The other condition of heating selectivity is the requirement of smallness of cyclotron absorption line widening due to the heated ions collisions:

$$\frac{\nu_{ii}}{\omega} < \frac{\Delta M_i}{M_i}.$$
(2)

Besides, the connection of ion–ion collisions frequency ν_{ii} with plasma parameters is defined by the following relation: $\nu_{ii} = 5 \cdot 10^{-7} n_i / \Theta_i^{3/2} \sqrt{A}$, where n_i is heated ions density in cm⁻³, Θ_i is their temperature in eV, A is the isotope mass in atomic units. Usually as a result of estimations to formula (2) the obvious requirement is obtained: during the flight through the heating area a particle shall be subjected to no more than one collision.

Definite requirements are imposed on the ion starting temperature Θ_i . It is reasonable to have low Θ_i , that allows one to achieve larger difference of selected isotope energies and other ion components, and, hence, to realize larger values of enrichment. However, a very low initial energy ($\Theta_i < 1 \text{ eV}$) leads to the increase of the Coulomb collisions frequency $\nu_{ii} \sim 1/\Theta_i^{3/2}$ at the initial stage of heating and, accordingly, to the limits imposed to plasma density in the beam. Accounting to the above-mentioned factors, the most optimal initial ion temperature is considered to be $\Theta_i \sim 2 \div 15 \text{ eV}$.

The next heating selectivity condition is determined by the inequality:

$$\frac{\Delta\omega_{\tau}}{\omega} = \frac{\pi V_z}{L\omega} < \frac{\Delta M_i}{M_i}.$$
(3)

Here $\Delta \omega_{\tau}$ is flight-time broadening of cyclotron absorption line, V_z is an average longitudinal ion speed, L is the heating zone length. When realizing this condition, significant difference between the energies of selected isotopes and neighbouring to it is provided at the output of the heating zone.

Nonzero initial plasma temperature means some spread of the ion speeds in plasma. Having the spread of the ion longitudinal speeds ΔV_z , the Doppler effect influences the heating selectivity:

$$\frac{\Delta\omega_{\rm D}}{\omega} = \frac{\kappa\Delta V_z}{\omega} = \frac{2\pi\Delta V_z}{\lambda\omega} < \frac{\Delta M_i}{M_i}.$$
(4)

Here $\Delta \omega_{\rm D}$ is Doppler broadening, κ is the wave number, λ is the cyclotron wavelength in plasma.

For effectiveness of separation process it is important not only realization of inequalities (3) and (4), but definite relation between passflight $\Delta \omega_{\tau}$ and Doppler $\Delta \omega_{\rm D}$ broadenings:

$$\Delta\omega_{\tau} \geqslant \Delta\omega_{\rm D}.\tag{5}$$

At realization of this condition, the major part of ions is involved into acceleration process. As the fraction of heated ions will be deliberately more than one and not all ions will be collected by the selector, it is real to obtain the ratio of the matter application.

At ion speeds spread in the beam $\Delta V_z \approx V_z$, specific for low temperature sources, it comes out from condition (5) that the most optimal for ion cyclotron heating are antennas with wavelength $\lambda \ge L/2$. The obtained as a result of calculations [17] dependences of resonance curve on the wave number $\kappa = 2\pi/\lambda$ and the heating zone length L, confirm the fact of resonance curve broadening at $\lambda \ge L/2$. The application of antennas with smaller wavelengths degrade heating selectivity also because of nonlinear effects manifestation [18]. Calculations accomplished in this work have shown that simultaneous heating of resonance particles takes place only on the length of the order of average axial transition of particles from plasma source during half period. Then, because of movement phases difference, the average energy of particles tends with oscillations to stable value, and the spectrum of energies becomes maximally wide. Nevertheless, at some conditions [19] the selective heating is also possible in case of nonlinear oscillations captured by HF-field of resonance ions.

Two types of waves being able to carry out isotopically ion selective heating are in use at present. The first type is the so-called «ordinary» electromagnetic wave, the electric field vector of which rotates in the same direction as the ions during Larmor rotation. The other type of waves being able to carry out ion selective heating at a frequency close to ion-cyclotron one, are electrostatic ion-cyclotron waves [20] which have $\kappa \parallel \mathbf{E}$. It is possible to excite them only with contact process, e.g., supplying alternate potential to metal filament stretched along magnetic field to plasma column [21]. Contact process of excitation is unsuitable for industrial applications for some reasons which will be noted. Thus, the other method of electrostatic ion-cyclotron waves excitation is used in experiments most frequently, when induced excited electromagnetic waves are transformed into electrostatic ones [22].

On the basis of conditions (1)–(5), plasma parameters (n, Θ_i, V_z) and installation parameters (B, L, λ) are chosen. It is obvious that limitations imposed on



Fig. 1. Block diagram of the plant for ICRmethod isotope separation: 1 — substance feeding system, 2 — vacuum chamber, 3 — plasma source, 4 — plasma source magnetic coil, 5 — the plant magnetic coil, 6 — HF-antenna, 7 — plasma flux, 8 substance samples selector

It is obvious that limitations imposed on n and V_z are the limitations for the installation output $G = \xi c_0 M_i n V_z S$, where ξ is the substance use ratio, c_0 is the initial selected isotope concentration, S is the plasma flux cross section. Based on acceptable values determining the output of installation for isotope separation, the calculated annual isotope production in a large plant is not less than 500 kg.

Let's step to description of the plants with the help of which isotope separation with ICR-method is executed. As has been noted, there exist only three plants for ICR-method isotope separation [5,9,10], which are designed and built by three experimental groups in the USA, France and Russia. The common ele-

ments of these plants are: 1) vacuum chamber; 2) plasma source producing the flux of ionized atoms of the element the isotopes of which are being separated; 3) the uniform magnetic field; 4) HF-antenna with the help of which in the

uniform magnetic field the isotopic selective ion heating is accomplished at the frequencies close to ion-cyclotron ones; 5) collector for extraction of selectively heated isotopic ions out of plasma flux (see Fig. 1).

The ideas of the experiment execution are like each other, however there are some differences between plasma creation processes, ways of selective ion heating, ways of aimed isotope collection, the rest matter collection, etc.

By present, three methods of plasma creation are used in ICR-plants: ionization of evaporated atoms on the hot surface of refractory metal [5], microwave ionization at the frequency of electron cyclotron resonance [9] and also permanent current discharge in the substance isotope vapors [10]. The first process has significant limitations on plasma density. In most plants the density of the created in this way plasma does not exceed 10^{11} cm⁻³. Some doubts in correctness of such a point of view are induced by the work [23] in which uranium plasma with density higher than 10^{12} cm⁻³ was obtained. The authors of this work tended to obtain more dense, 10^{14} cm⁻³, plasma but the information confirming the forecast did not follow. The disadvantage of discharge-gas source is the comparability of plasma column cross section with cathode cross section, while the design of the latter is accounted to the use of cored cathode. Construction of industrial plants of cored cathode of a large diameter (~ 50 cm) seems to be hardly realized. For large separation ICR-plants, atom microwave ionization is considered to be the most prospective out of the mentioned processes of plasma creation.

As for the ways of ion-cyclotron heating, there are two of them by today: inductive and electrostatic. The application of electrostatic process in which potential difference in plasma is created at the expense of contact with faced electrodes, connected to AC source, is commonly supposed to be no prospect. It is firstly connected with the action of electrostatic mechanism of the field formation only at small concentration of resonance particles in binary ion mixture [24] and also with unsuitable coincidence of antenna and selector functions in one design. It can be stated today, that the inductive method, which is realized by superposition of weak alternate field on permanent uniformal magnetic field, is favoured.

The helical antenna proposed by Hipp et al. [25] is considered to be the most suitable for ion-cyclotron heating; such antenna is the wiring producing rotary electrical field with mode m = 1. Helical antenna has a number of advantages in comparison with solenoidal one. At first, it generates practically uniformal electric field in close-to-axis installation zone that provides uniform heating of plasma jet. Secondly, it produces favourable conditions for volume charge compensation with electron currents along magnetic field.

Solenoidal antenna, which is considered to be unpromising, could be effectively used in separation of some isotopes. This is mentioned in the work [26]. Calculations accomplished in the given work have shown that in spite of solenoid antenna field shielding in plasma, the inductive heating, nevertheless, is enough for separation of isotopes with mass number about 150. However the plants with plasma heating of this kind do not provide the effectiveness which is enough for industrial scales. The calculated in [26] annual effectiveness of the plant for gadolinium isotope separation was about 100 kg of ¹⁵⁷Gd isotope. In calculations the following plasma and separation system parameters were used: heating zone length L = 2 m, plasma jet initial temperature $\theta = 10$ eV, radius a = 10 cm, plasma density in the jet $n = 10^{12}$ cm⁻³, external magnetic field value B = 3 T. Solenoidal antenna excites the HF-field with azimuth number m = 0. Current amplitude in antenna turn $I_0 = 60$ A and full number of turns N = 150 were chosen to provide the obtaining of the ion energy necessary for isotope separation W = 200-300 eV. The calculated voltage on the antenna was 70 kV.

In the experiments, the ion heating was tracked with the help of electrostatical analyzers inserted inside of the plasma column. In large separation plants, the analyzers, possibly, will serve for technological control. For plasma diagnostics in the magnetic field two types of analyzers are used. The first type are multigrid analyzers. Their detailed description can be found in [27, 28]. The analysis of this type analyzer operation applicable to the problem of isotopes separation in plasma is accomplished in the recent work [29]. This type of analyzers allows one to measure the following basic parameters of magnified ions in plasma flux: longitudinal axis of ions, cross-sectional energy spectrum of ions, spatial distribution of ion density in the flux, full current of ions. The other type are more simple by their construction analyzers [30] having only the case and collector, without grids. Inserted into plasma across magnetic field they allow one to carry out ion analysis to cross-sectional energies. The given type of analyzer is the prototype of the selector of isotopically selectively heated particles, used in experiments on isotope separation with the ICR-method.



Fig. 2. Elemental cell of product collector: 1 - front screens, 2 - plates for product collection, 3 - plates for atom capture in case of spent material dispersion, 4 - receiver of depleted plasma flux

The product selector is a system of plates (collectors) located parallel to magnetic field and longitudinal flux of plasma, forming the grid and placed at a distance of the order of 1–1.5 Larmor radii of heated ions to each other. As a result the collector effectively captures the heated ions while the major part of cold ions, Larmor radii of which are less than the dis-

tance between the plates, pass through the collector. A part of cold ions moving at a distance less than their Larmor radius are also captured by selector. The ions which don't get to the plates are collected by the receiver of depleted plasma flux located behind the plates. The elemental cell of collector system is shown in Fig. 2.

Collection of enriched with aimed isotope substance is conducted by evaporation of ions collected on the plates. The rate of distribution achieved as a result of the experiment is determined by the following formula:

$$q = \frac{c(1-c_0)}{c_0(1-c)}.$$

Here c and c_0 are concentrations of extracted isotope in the product and in the initial mixture, respectively. The value q, obtained at zero confining potential on the plate, is called «geometrical» separation factor.

In order to reduce the flux of cold ions to aimed isotope collector, it is supposed to supply repulsion potential to the plates. Besides this, in front of the plate face, crossly located screens can be installed which do not let ions with Larmor radius less than the screen's height through. The choice of the screen's height needs optimization, as significant increase of their height allows significant decrease of the limited value of extraction of the isotope being enriched $\gamma_{\text{max}} = (b - 2a)/b$, where a is half height of the screen, b is the distance between collector plates. On the other hand, small screen height, or its absence, leads not only to increase of the cold ions flux to selector, but also to dusting the plates with neutral particles formed during recombination. The following system parameters are also to be optimized: collector plate length z, the distance between them b, the value of positive repulsion potential U_k .

Dependences of the ion flux to collector on concentration of the substance dispersed on the plates at the given parameters were investigated in several works. In [31] a method of calculation of the ion flux to collector system was proposed. It consists in introducing the distribution function of accelerated particles to crossing velocities with the following calculation of fluxes to collector by means of numerical integration along longitudinal (V_z) and cross-sectional (V_{xy}) to magnetic field velocities and also to cross-sectional coordinate of the particle leading centre y_0 . The function of distribution function is equilibrium. The function of distribution to cross-sectional velocities was approximately calculated on the basis of the Boltzmann equation for collision free plasma in supposition that the initial distribution function is equilibrium. The function of distributions were performed applicably to separation of binary mixture of lithium isotopes by single-wave antenna. The obtained dependences of Li flux density, ⁶Li extraction factor and ⁶Li concentrations on parameters of collector system have shown, on the whole, a qualitative coincidence with the investigation results.

In [32] calculations of flux density and concentration of the aimed isotope dispersed on the plate were carried out accountless to the effect of the repulsion potential on the collector. In this work the modified calculation methods were used containing in primary definition of ion effective temperatures with ensuing

calculation of ion fluxes to collector. Unlike to [31], the distribution functions of heated and cold ion to cross-sectional energies were supposed to be Maxwellian with different effective temperatures. The function of distribution to longitudinal velocities was selected the same as in [31], equilibrium, with the absence of particles moving towards ion resource. The full distribution function of particles of any sort at the given suppositions is the following:

$$F = 2n\left(\frac{M_i}{2\pi kT_{xy}}\right)\left(\frac{M_i}{2\pi kT_z}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{M_i}{2k}\left(\frac{V_{xy}^2}{T_{xy}} + \frac{V_z^2}{T_z}\right)\right), \quad V_z > 0.$$

Here T_{xy} and T_z are cross-sectional and longitudinal ion effective temperatures in plasma, k is the Boltzmann constant. For calculation of the ion distribution function applicable to binary isotope mixture ⁶Li-⁷Li, the authors used the results on the obtained calcium isotope mixture [33]. The installation parameters used in calculations were taken from [10]: B = 0.25 T, $E_0 = 54$ V/m, L = 0.8 m, $T_{xy} = 5$ eV, $T_z = 10$ eV.

In the work [34], being the continuation of [32], the effect of positive repulsion potential on the collector has been used during selection of heated ions from plasma flux. Dependences obtained in [32] and [34] reflect the same qualitative ideas that in [31]. In Figs. 3–6 specified dependences are presented, which allow one to make the following basic conclusions.

The simple difference between Larmor radii of resonance and nonresonance ions, connected with difference of ion effective temperatures for real modes of isotopical-selective ICR heating, leads to separative effect during the substance deposition on the collector. However the value of this effect is usually insufficient for practical tasks. The use of the front screens and positive repulsing cold-ions potential on the collector allows one to increase significantly the concentration of the aimed isotope, being dispersed on the plates.

The condition of ion pass-flight through the front screen is the following:

$$a < y_0(1 - \cos \alpha) + \sin \alpha \sqrt{r_{\rm L}^2 - y_0^2} < b - a.$$
 (6)

Here $a = \omega z_1/V_z$ is the angle of the ion turn during the pass-flight from the plane of the screen to the place of collision with the plate, z_1 is longitudinal coordinate of the place of ion collision on the plate surface, ω is the frequency of ion cyclotron rotation, r_L is ion Larmor radius. This condition is realized at large enough Larmor radius $r_L > a/(2 \sin \alpha/2)$ in limited coordinate range of leading centre Δy_0 [32]. Thus even heated enough ions, the leading centre coordinates of which do not satisfy the condition (6), get to the screens with following dissipation or condensation. Hence the reduction of the flux density of the aimed isotope to the plates takes place. Separation system parameters allow one to evaluate the optimal height of the screen at which the ratio between concentration increase effect and density decrease effect is more favourable. In [32], for comparison, the results obtained at a = 0 and a = 3 mm are presented. It is necessary to note that at a = 3 mm the decrease of the flux density is insignificant (~ 1.25 times) in comparison with the concentration increase (~ 1.6 times) (see Fig. 3). In this case the height of the front screen practically coincides with the value of Larmor radius of nonresonance ions (~ 3.6 mm). The further screen height increase leads to equating the effects of concentration increase and flux density decrease, so it is reasonable to use the front screens with the height of the order or less than cold ion Larmor radius.



Fig. 3. Dependences of dimensionless flux density of ion ${}^{6}\text{Li}^{+}(a)$ and isotope ${}^{6}\text{Li}$ concentration (b) on longitudinal collector coordinate for different heights of the front screen: l - a = 0; 2 - a = 1.5 mm; 3 - a = 3.0 mm ($b = \infty$, $U_k = 0$) [32]

Positive repulsing nonresonance ions potential U_k applied to collector plate helps more uniform extraction of resonance component from plasma flux. The ions having significant velocity component normal to collector surface, overcome potential barrier and condense on the plate. Other ions are reflected and get out of the flux. Condensation condition can be written in the form:

$$M_i(V_u^2/2) \geqslant eU_k. \tag{7}$$

Here V_y is the ion velocity in the plane perpendicular to the plate. From condition (7) we obtain the following limitation on the range of leading centres coordinates:

$$-\sqrt{r_{\rm L}^2 - \frac{2eU_k}{M_i\omega}} < y_0 < \sqrt{r_{\rm L}^2 - \frac{2eU_k}{M_i\omega}}.$$
(8)

Thus, part of ions having significant energy but flying up to collector along soft trajectories will get out of condensing flux. This phenomenon again helps the reduction of aimed ion flux density to collector. However, this effect simultaneously significantly increases the concentration level of isotope dispersed to the plates. For example, the presented in [34] results show that at $U_k = 40$ V it is possible to achieved nearly 100% enrichment with isotope ⁶Li (for comparison at $U_k = 0$ ⁶Li concentration value is 20%); ⁶Li⁺ ion flux density to collector decreases only 2.5 times (see Fig. 4). It should be noted that there is no sense using maximum allowable value U_k , as significant part of cold ions with crosssectional energy W_y is already cut off at U_k a little larger than W_y . Further increase of collector potential will help not only cutting off nonresonance ions, but decreasing the aimed isotope ions flux to the plate. So it is undesirable to select the value U_k one–two tens more than the value of cross-sectional cold ion energy.



Fig. 4. Dependences of dimensionless flux density of ion ${}^{6}\text{Li}^{+}(a)$ and isotope ${}^{6}\text{Li}$ concentration (b) on longitudinal collector coordinate for repulsing potentials U_k : a) $I - U_k = 0$; $2 - U_k = 10$ V; $3 - U_k = 20$ V; $4 - U_k = 40$ V; b) $I - U_k = 0$; $2 - U_k = 10$ V; $3 - U_k = 20$ V; $4 - U_k = 30$ V; $5 - U_k = 40$ V [34]

The next collector parameter, affecting the rate of the substance distribution, is the distance between collector plates b. As was noted above, the most optimal value b is in the range $1-1.5r_L \div 1.5 r_L$, where r_L is Larmor radius of heated ions. Notable reduction of the distance b in comparison with r_L leads to changing the sign of mixture enrichment to collector length z. This phenomenon was observed in [32] in case of enrichment with isotope ⁶Li already at b = 7.5 mm while the Larmor distance of ⁶Li ions was equal to 15 mm (see Fig. 5). Significant increase of the distance between the plates (from $2-3 r_L$) was accompanied by significant reduction of the flux density of the extracted isotope at small increase of concentration, which is not reasonable and so is extremely undesirable.



Fig. 5. Dependences of dimensionless flux density of ion ${}^{6}\text{Li}^{+}(a)$ and isotope ${}^{6}\text{Li}$ concentration (b) on longitudinal collector coordinate for different distances between collector plates b: I - b = 30 mm; 2 - b = 15 mm; 3 - b = 7.5 mm [32]. Uniform line (4) is initial ${}^{6}\text{Li}$ concentration ($a = 0, U_k = 0$)

While choosing collector plates length it is necessary to take into account the following facts. The heated ions flying to the beginning of collector plates have different coordinates therefore until the moment of collision with the plate they are to necessarily turn at different angles $\alpha_i = \omega t_i$, where t_i is the ion time-of-flight distance from the screen plane to the place of collision. Maximum angle of turning is defined by the value 2π . Thus, the collector plate length, z, is to be chosen such that during the flight along the plate the ions could have time to make full turn-round along Larmor helix:

$$z = V_z t = 2\pi z = \frac{V_z}{\omega}.$$
(9)

Besides, all resonance ions, the leading centre of which is at a distance $y \leq r_{\rm L}$ from collector, will get to the plate. In case of enrichment with ⁶Li isotope at characteristic longitudinal velocity $V_z \approx 10^4$ m/s, the value of z will be ~ 15 mm. Special attention needs the fact that maximum concentration of the isotope, being enriched by more than 80%, is obtained at once behind the screen and reduces practically to the zero value at the end of collector plate. Therefore to increase average concentration of the isotope, being dispersed, one needs to choose the optimal collector length less than the one calculated by the formula (9). The reduction of collector length shall be performed with the account of dependence of target isotope extraction factor on z (see Fig. 6). It is necessary to take into account that significant reduction of z leads to significant reduction of the matter extraction factor.



Fig. 6. Dependences of ⁶Li flux density (1), ⁶Li extraction factor (3) and ⁶Li concentration (2) on longitudinal collector coordinate z [31]

The above-mentioned analysis of the sampler parameters of the separation system does not leave any doubt that only geometric factor is manifestly insufficient to obtain highly enriched mixture. Therefore, as a rule, in all plants on isotope separation by ICR-method, positive repulsive potential is used applying to collector plates in combination with the front edge screens. However, introduction of the screens and detaining potentials is not the optimal decision to increase isotope separation ratio. Their use though allows one to increase separation ratio several times but simultaneously leads to reduction of operation matter usage factor. Besides, this positive detaining potential can lead to collector plates heating and

to evaporation of the collected isotope. To eliminate the enumerated problems the qualitatively new approach to the given task is needed.



Fig. 7. Block diagram of the principal operation of the plant on ICR-method of isotope separation with the portion of nonuniform magnetic field: L_1 — the length of the nonuniform magnetic field portion, L — heating zone length, I — plasma flux, 2 — the source of electrons, 3 — the flux of selectively heated ions, 4 — target isotope collector, 5 — basic plasma flux, 6 — collector of depleted plasma flux

In [35], it was proposed for the first time the design advance, allowing to increase isotope separation ratio by more than two orders. Technically the given task is realized with the help of the device the principal operation of which is shown in Fig. 7. The difference in the design of the proposed plant is the portion of nonuniform magnetic field placed after the heating zone in which spatial separation of heated plasma ion fraction from the cold one takes place. At this portion the ions displace (drift) in the direction across power lines of the nonuniform magnetic field $V_{dr} = W/eBR$, where W is the energy of perpendicular to magnetic field B ion movement, R is magnetic field power lines

curvature radius. The nonuniform magnetic field parameters are chosen in such a way that the following condition is satisfied:

$$V_{dr}\frac{L_1}{V_z} > d.$$

Here L_1 is the length of the nonuniform magnetic field area, d is plasma flux diameter. While meeting this condition, resonance ions leave the area occupied by plasma, whereas nonresonance displacement ions stay at basic plasma flux (because of their energy small in comparison with the resonance one). Spatial separation of ions of various isotopes allows one to carry out their recombination in far enough and shielded from each other parts of the plant, reducing the possibility of getting one isotope to the collection place instead of the other and by this to essentially increase separation ratio. While creating such a plant, one needs to take into account plasma ions spatial separation, causing the ions ejection to the chamber walls in the crossed electric and magnetic fields. Therefore additionally there should be created a compensating electron flux along magnetic field power lines for positive charge neutralization.

The authors [35] have calculated the minimum length of the nonuniform magnetic field at which isolation of target isotope ions from plasma flux takes place. Its value was ~ 0.35 m at the following parameters: $B \approx 0.25$ T, $R \approx 1$ m, $V_{dr} \approx 0.35 \cdot 10^3$ m/s, d = 0.2 m, $V_z \approx 0.6 \cdot 10^3$ m/s.

Disadvantage of the device proposed in [35] is comlicacy of realization with its help of the repeated separation in one vacuum cycle of plasma flux separated at the first step of separation and also the presence of the long portion of nonuniform magnetic field. Technical decisions of the above-described problems are proposed in [36,37]. Application of circular plasma fluxes [36] allows one to reduce the length of nonuniform magnetic field several times, as for full separation of heated and cold ion fractions in the given case it will be enough to displace them relative to each other not for plasma diameter but for thickness of square equivalent ring. Besides this, the use of circular plasma sources helps to increase ICR-heating effectiveness as in this case depth of high-frequency field penetration into plasma reduces and, thus, more uniform heating of plasma flux is obtained.

The proposal to use configuration of nonuniform magnetic field [37] including even number of toroidal solenoid portions with alternating on the curvature sign (see Fig. 8) gives one the possibility to realize in one vacuum cycle multistage separation at the expense of periodical returning of the plasma flux in its original position. The system of movable collector, placed between portions of toroidal solenoids, allows yielding ions of any of the two plasma sources. Not yielded flux in the next toroidal portion with opposed curvature returns to the original position and can enter similar to the previous stage of mass-separation. The use of multistage process of isotopes separation in plasma realized in one vacuum cycle allows one to increase essentially separation ratio and, thus, to obtain more pure matter. Suppositionally, with the help of the proposed design one can reach the enrichment factor up to 10^4 , which more than 100 times increases the similar value, obtained in experiments [5,9,10].



Fig. 8. Schematic image of the device with portions of nonuniform magnetic field for isotope separation with ICR-method in plasma: 1 - vacuum chamber; 2 - plasma source; 3 - electronic emitters; 4 - plasma flux; 5 - solenoid of nonuniform magnetic field; 6 - electron flux; 7,9 - solenoids of nonuniform magnetic field with different curvature sign; 8 - the matter selectors

One more method of increasing isotope separation ratio with ICRmethod was suggested in [38]. This method is based on spatial separation of mixture components and consists in that the use of traveling waves with cyclotron frequencies leads to ions drift of gap isotope both perpendicular to the direction of these waves propagation and to the lines of external magnetic field. Thus, partial spatial isotope separation takes place. It allows one to decrease the possibility of hitting of one isotope into the place of another, i.e., to increase the separation ratio.

To finish the review of ICRmethod of separation we present briefly the results of experimental work in this field. As was noted, the experiments on separation of kalium, calcium and lithium isotopes, accomplished in the USA, France and USSR before 1990, cover practically the whole experimental material. Their detailed discussion and the schemes of separation plants can be found in the review [3] of 1991.

Any isotope separation method is characterized by the obtained separation ratio q. This value together with energy consumption is the basic criterion for the choice of one or another plant to produce the enriched isotope matter on industrial level. Thus, the results of the experiments on isotope separation by ICR-method shall be considered from the point of view of separation ratio obtained.

In the first experimental work [5] maximum ⁴¹K isotopes separation ratio was found: $q \approx 53$. This more than ten times enrichment of ⁴¹K isotope was obtained by heating the ions on cyclotron frequency ⁴¹K at the value of magnetic field B = 0.4 T. In [10] while separating binary isotopic mixture ⁶Li⁻⁷Li, the enrichment of the mixture with ⁶Li isotope up to 88% was reached at its original concentration of 8%. Such concentration value corresponds to separation ratio q = 84. At this point the frequency of the heating field was $\omega = 640$ kHz, magnetic field value was B = 0.25 T. Nowadays, the record value of separation ratio q = 133 was reached by the French group in experiments [9] on separation in calcium isotopic mixture with natural content of isotopes with mass numbers 40, 42, 43, 44, 46, 48. In the experiment, the following plant parameters and plasma properties were used: $E_0 = 62$ V/m, B = 0.2 T, $\theta \approx 2$ eV, L = 1.7 m, $V_z \approx 10^4$ m/s.

It is easy to notice that in all experiments the isotopes of light chemical elements were separated. It is explained by the fact that at the increase of isotope atomic masses the process of their separation becomes more and more complicated because of the difficulties in obtaining necessary mass resolution. In spite of this problem, successful experiments on selective ICR-heating of the ions of heavier isotopes demonstrate real possibility of application of ICR-method of separation to the isotopes with larger atomic mass. For example, in [5] selective heating of ions of Xe isotopes was carried out, in [7, 8] selective excitation of ions of Ni, In, and Pb isotopes was observed. Apart from experimental works, calculations carried out in [26, 39] demonstrate the possibility of application of ICR-method to separation of heavy isotopes, in particular gadolinium.

The ions of other chemical element isotopes were also subjected to isotopic selective heating, e.g., ions of He isotope in helium-krypton plasma or ions H^+ in hydrogen (H^+, H_2^+) plasma [40, 41]. Well resulting ion-cyclotron resonances for some positive ions of Ne and Ar isotopes and for some separate negative ions of Cl isotopes were observed in [5]. Thus, spectrum of chemical elements, to which ICR-separation method is applicable, is very large. Theoretically this method allows one to separate isotopes of elements with any atomic weight. The only limitation is that the element being separated at room temperature is in solid state and is a conductor. Practical difficulties on separation of heavy chemical elements isotopes related to mass resolution can be solved by the choice of corresponding parameters of the separation system.

As is seen, ICR-method of isotope separation is very attractive because of high separation factors in one separation cycle. However, there are some reasons according to which the method is not yet used on industrial level. Firstly, even at high separation factors the ICR-method does not compensate energy expenses, and, thus, is not profitable. The given problem can possibly be decided by creation of new designs of separation plants proposed in [36, 37] which promise to increase isotope separation ratio more than 100 times at simultaneous energy consumption reduction. The other problem consists in the search for suitable plasma source. Possibly preference is already given to microwave ionization of atoms. In this case one needs much efforts to be applied to develop the source design of large scales with specific parameters, exceeding several times ones obtained in [7].

REFERENCES

- 1. Viazovetsky Yu.V. et al. // ZhTF. 1987. V.57. P.1643 (in Russian).
- 2. Billany S. // Uranium Enrichment (Obogaschenie urana). M.: Energoatomizdat, 1983 (in Russian).
- 3. Muromkin Yu.A. // Itogi nauki i tekhniki. Fizika plazmy. 1991. V.12. P.83 (in Russian).
- 4. Askaryan G.A., Namiot V.A., Rukhadze A.A. // Pis'ma v ZhTF. 1975. V.1. P.820 (in Russian).
- 5. Dawson J.M. et al. // Phys. Rev. Lett. 1976. V.37. P.1547.
- 6. Peterson I. // Science News. 1982. V.121. P.327.
- 7. *Mussetto M. et al. //* Abstr. of IEEE Intern. Conf. on Plasma Science, San Diego, USA, 1983. P.70.
- 8. Mussetto M. // Bull. American Phys. Soc. 1983. V.28. P.1029.
- 9. La Fontaine A.C., Gil C., Louvet P. // Comptes Rendus. 1989. V.308. P.281.
- 10. Karchevsky A.I. et al. // Preprint IAE-5239/7. M., 1990 (in Russian).
- 11. Karchevsky A.I. et al. // Fizika plazmy. 1993. V.19. P.411 (in Russian).
- 12. Louvet P. // Contribution to the Workshop on Separation Phenomena in Liquids and Gases, Darmstadt, 1987.
- 13. Louvet P. // Proc. of the Second Workshop on Separation Phenomena in Liquids and Gases, Versailles, 1989.
- 14. Karchevsky A.I. et al. // Proc. of the XX ICPIG, Pisa, 1991. V.1. P.331.
- 15. Hooke W.M., Rothman M.A. // Nuclear Fusion. 1964. V.4. P.33.
- 16. Leman T., Bersee M. Spectrometry of Ion Cyclotron Resonance (Spektrometria ionnogo tsiklotronnogo rezonansa). M.: Mir, 1980 (in Russian).
- 17. Karchevsky A.I., Potanin E.P. // Fizika plazmy. 1994. V.20. P.520 (in Russian).
- 18. Laz'ko V.S. // Fizika plazmy. 1994. V.20. P.523 (in Russian).
- 19. Panov D.A., Timofeev A.V. // Fizika plazmy. 1995. V.21. P.1092 (in Russian).
- 20. Stix T. // The Theory of Plasma Waves. New York: McGraw-Hill, 1962.
- 21. Schmitt J.P.M. // Phys. Rev. Lett. 1973. V.31. P.982.
- 22. Schmitt J.P.M., Krumm P. // Phys. Rev. Lett. 1973. V.37. P.753.
- 23. Hashmi M., Van Der Houven A.J. // Proc. of the Intern. Conf. on Uranium Isotope Separation, London, 1975.
- 24. Muromkin Yu.A., Pashkovsky V.G. // Fizika plazmy. 1988. V.14. P.737 (in Russian).
- 25. Hipp J.E., Kristiansen M., Hagler M.O. // J. Appl. Phys. 1971. V.42. P.4887.
- 26. Volosov V.I., Kotel'nikov V.A., Kuz'min S.G. // Fizika plazmy. 1998. V.24. P.517 (in Russian).
- 27. Lobikov E.A., Nastyuha A.I. // ZhTF. 1962. V.32. P.1223 (in Russian).
- 28. Dobrohotov E.I., Moskalev I.N. // ZhTF. 1970. V.40. P.1048 (in Russian).
- 29. Volosov V.I., Steshov A.G., Churkin I.N. // PTE. 1998. V.4. P.94 (in Russian).
- 30. Motley R.W., Kawabe T. // Phys. Fluids. 1971. V.14. P.1019.
- 31. Ustinov A.L. // Preprint IAE-5354/6. M., 1991. P.31 (in Russian).
- 32. Karchevsky A.I., Potanin E.P. // Fizika plazmy. 1995. V.21. P.416 (in Russian).
- 33. Potanin E.P. // Fizika plazmy. 1992. V.18. P.928 (in Russian).

- 34. Karchevsky A.I., Potanin E.P. // Fizika plazmy. 1996. V.22. P.1146 (in Russian).
- Belavin M.I., Zvonkov A.V., Timofeev A.V. Patent SSSR No.1742900 // Bulleten izobretenii. 1992. No.23 (in Russian).
- 36. Zhil'tsov V.A. et al. Patent RF No.2089272 // Bulleten izobretenii. 1997. No.25 (in Russian).
- 37. Zhil'tsov V.A. et al. Patent RF No.2069084 // Bulleten izobretenii. 1996. No.36 (in Russian).
- 38. Hatakeyama R., Sato Na., Sato No. // Nucl. Instr. and Meth. B. 1992. V.70. P.21.
- 39. Volosov V.I., Kotel'nicov V.A., Kuz'min S.G. // Preprint IYaF 96-91. Novosibirsk, 1996. P.26 (in Russian).
- 40. Toyoma H. // J. Phys. Soc. Jpn. 1973. V.34. P.527.
- 41. Toyoma H., Vatsuura K. // J. Phys. Soc. Jpn. 1973. V.35. P.277.

УДК 539.27

НЕЙТРОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ВЕЩЕСТВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИМПУЛЬСНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ *В.В.Нит*и

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Представлены методические основы нейтронных исследований магнитных свойств кристаллических веществ с использованием импульсного магнитного поля и проведен анализ возможностей применения в этой области различных нейтронных источников. Сделан обзор основных физических результатов. Основные исследования на импульсных реакторах ОИЯИ (ИБР, ИБР-30, ИБР-2) связаны с кинетикой ориентационных фазовых переходов первого рода, индуцированных в монокристаллах (наблюдение процессов трансформации зародышей новой фазы, обнаружение и изучение динамического гистерезиса), а также с измерением антиферромагнитного упорядочения, индуцированного внешним магнитным полем. На нейтронном источнике в КЕК (Япония), работающем на основе протонного ускорителя, изучались магнитные фазовые переходы, индуцированные полем до 160 кЭ в нескольких магнитоупорядоченных веществах. На TRIGA-реакторе (Вена) в режиме одиночных вспышек мощности выполнен эксперимент по наблюдению спинфлоп-перехода в MnF₂.

Methodical bases for neutron researches of magnetic properties of crystal substances with use of a pulsed magnetic field and analysis of possible application of various neutron sources in this area are submitted. The review of the most interesting physical results is presented. Main investigations on pulsed reactors of JINR (IBR, IBR-30, IBR-2) are researches on kinetics of the first order reorientational phase transitions induced in single crystals (supervision of transformation processes of the new phase domains, observation and study of a dynamic hysteresis), and also measurement of antiferromagnetic ordering induced by an external magnetic field. Magnetic phase transitions, induced by a field up to 160 kOe in several magnetic ordering substances, were studied on the pulsed neutron source used on the basis of proton accelerator in KEK (Japan). Experiment on observation of spin-flop transition in MnF₂ was carried out on TRIGA-reactor in Vienna in a mode of single flashes of power.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НЕЙТРОННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ С ИМПУЛЬСНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Преимущества использования в физике конденсированных сред рассеяния нейтронов в сочетании с магнитным полем связаны, прежде всего, с уникальными возможностями применения дифракции нейтронов для изучения структуры кристаллических веществ. Такие «классические» методы, как измерение намагниченности, магнитострикции, магнитотеплового эффекта, магнитного резонанса, часто не дают полного представления об истинной кристаллической структуре фазовых состояний вещества, а если и позволяют получить исчерпывающую картину, то только после всестороннего исследования с использованием различных взаимно дополняющих методов. И только дифракция нейтронов дает однозначную информацию о структуре, кристаллической и магнитной, различных фазовых состояний и различных компонентов вещества и об ее изменении при действии внешнего поля.

Постоянное магнитное поле широко используется в нейтронных исследованиях на стационарных реакторах. Но величина поля при этом, за очень редким исключением, не превышает 100 кЭ, что обусловлено значительными техническими сложностями, которые возникают при попытке повысить этот порог в нейтронных экспериментах. В свою очередь, довольно распространенным является использование в магнитных измерениях импульсного магнитного поля с амплитудой до нескольких сотен килоэрстед. Однако применение импульсного поля в нейтронных исследованиях связано с необходимостью иметь достаточно высокие мгновенные потоки нейтронов и с созданием импульсных магнитных установок, существенно превышающих по сложности и по мощности аналогичные установки, используемые в магнитных (не нейтронных) измерениях.

В нейтронных исследованиях магнитных свойств конденсированных сред на импульсных источниках с импульсным магнитным полем используется метод времени пролета [1–5]. Определенным образом сориентированный монокристаллический образец помещается в «белый» пучок нейтронов. С помощью детектора, установленного под заданным углом к первичному пучку, получают временной спектр рассеянных нейтронов, состоящий из набора дифракционных пиков (рис. 1, δ). На рис. 1,a показана геометрия измерений с предварительной монохроматизацией нейтронов (обе геометрии использовались в измерениях на импульсном реакторе ИБР-30). Обычно ширина каждого пика составляет 100-300 мкс, в зависимости от длительности вспышки нейтронного источника. Импульс магнитного поля длительностью 0,5-3 мс синхронизируют с дифракционным пиком, чувствительным к полю. В ряде работ, особенно в тех случаях, когда мощность нейтронного источника невелика, используется импульс поля синусоидальной формы с длительностью, существенно превышающей ширину дифракционного пика, максимум которого совпадает во времени с вершиной синусоиды, чтобы можно было пренебречь изменением поля в пределах пика. На рис. 2 показано временное соответствие между получаемым спектром нейтронов и импульсом поля, совмещенным с исследуемым пиком (в действительности, конечно, импульс прикладывается с опережением на время, равное времени пролета нейтронов от образца до детектора). В таких измерениях определяется зависимость площади пика от амплитуды импульса поля. Большая часть токового импульса при этом идет лишь на нагрев магнита, что сильно ограничивает



Рис. 1. Геометрия экспериментов с импульсным полем на ИБР-30: *1* — активная зона реактора, 2 — замедлитель нейтронов, *3* — кристаллический монохроматор, *4* — монокристаллический образец, *5* — импульсный магнит, *6* — детектор нейтронов



Рис. 2. Временное соответствие между спектром рассеянных нейтронов и импульсом магнитного поля в случае измерения зависимости площади дифракционного пика от амплитуды импульсов

возможную частоту импульсов поля, не позволяя приблизиться к частоте вспышек источника нейтронов. Более прогрессивным является метод, в соответствии с которым длительность импульса магнитного поля сравнима по величине с шириной дифракционного отражения (см. рис. 3). В связи с этим остановимся на вопросе о временном и полевом разрешении при работе с импульсным полем [6,7].

При определении зависимости интенсивности от величины поля нет необходимости в существенном увеличении длительности магнитных импульсов. При быстром изменении состояния образца временное разрешение и связанное с ним разрешение по величине поля определяются лишь степенью перемешивания информации при передаче ее нейтронами от образца к регистрирующей системе. Это перемешивание связано, прежде всего, с немонохроматичностью $\Delta \lambda$ нейтронов, которые рассеиваются на образце в каждый момент времени. Нейтроны с различными длинами волн из этого диапазона, Рис. 3. Временное соответствие между дифракционным отражением (224) для Cr_2O_3 и импульсом магнитного поля. Определяются интенсивность и величина поля в каждом временном канале. Ширина временного канала $\tau = 4$ мкс. Длительность магнитного импульса 455 мкс. На вставке показана геометрия измерений; γ — угол между направлением магнитного поля и ромбоэдрической осью в горизонтальной плоскости



воспринявшие информацию о каком-либо моменте переходного процесса, далее «размазывают» ее по времени регистрации за счет различного времени пролета расстояния от образца до детектора. Величина $\Delta\lambda$ определяется коллимацией пучков и мозаичностью монокристалла, а также диапазоном длин волн нейтронов, падающих в каждый момент времени на образец, в случае импульсного характера «белого» первичного пучка. Кроме того, на временном разрешении проявляется неопределенность в пролетном расстоянии между точками рассеяния и регистрации нейтронов детектором. В результате, если L_1 — расстояние между источником нейтронов и образцом, L_2 — среднее расстояние между образцом и детектором, то временное разрешение

$$\Delta t = c\sqrt{(L_2\Delta\lambda)^2 + (\lambda_0\Delta L_2)^2},\tag{1}$$

где

$$\Delta \lambda = \left[\left(\frac{cL_1}{\tau_s} \right)^2 + \left(\frac{\operatorname{tg} \theta_B}{\lambda_0 \Delta \theta_B} \right)^2 \right]^{-0.5}$$

 τ_s — длительность вспышки источника нейтронов (в мкс), λ_0 — средняя длина волны (в Å), $\Delta\theta_B$ — неопределенность в значении угла Брэгга, связанная с мозаичностью кристалла и коллимацией пучков, ΔL_2 — неопределенность в пролетном расстоянии, обусловленная размерами образца и толщиной детектора, c=2,52 мкс·Å⁻¹·см⁻¹. В соответствии с (1) можно достигнуть временного разрешения, равного 2–4 мкс (в зависимости от средней длины волны).

Соответственно для синусоидального импульса с амплитудой H_m и длительностью (по основанию) T_H разрешение по величине поля равно

$$\frac{\Delta H}{H_m} = \frac{\pi}{T_H} \Delta t \left| \cos \pi \frac{t}{T_H} \right|.$$
⁽²⁾

Если длительность импульса поля равна 1-2 мс, можно без особых затруднений иметь полевое разрешение около 1 % (конечно, при условии, что ширина одного канала временного анализатора не превышает величину Δt).

Практически импульс поля и дифракционный пик могут быть близкими по длительности. Интенсивности в каждом канале временной развертки спектра соответствует свое значение магнитного поля. В результате сразу в каждом измерении получается зависимость отражающей способности кристалла от поля, изменяющегося в соответствии с формой магнитного импульса.

Однако очевидно, что уменьшение длительности магнитных импульсов допустимо только в тех случаях, когда определяется магнитная структура стационарных состояний, устанавливающихся с малым временем релаксации. При относительно медленных процессах релаксации необходимо уменьшать скорость изменения поля.

Отметим, что при дифракции рентгеновских лучей, например, с использованием источника синхротронного излучения, отпадают ограничения в разрешении, вызванные немонохроматичностью регистрируемого излучения и конечностью размеров образца и детектора. В этом случае временное разрешение и, соответственно, разрешение по величине приложенного к исследуемому образцу внешнего импульсного воздействия будут определяться только временной дискретностью регистрации излучения, т.е. эффективной шириной временного канала при определении временной зависимости интенсивности рассеянного излучения, и длительностью электронного импульса от каждого кванта излучения. Эти величины могут быть сведены к десятым долям микросекунды.

Первая работа по использованию импульсного поля в дифракционных исследованиях была выполнена в 1968 г. в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ. На импульсном реакторе периодического действия ИБР была создана импульсная магнитная установка ИМУ-1 и при мощности реактора 6 кВт в режиме редких вспышек 0,2 с⁻¹ проведены измерения магнитной структуры гематита ($\alpha - \text{Fe}_2\text{O}_3$) в поле до 120 кЭ [3,8]. Отметим, что максимальное магнитное поле в постоянном режиме, используемое в то время при дифракции нейтронов на стационарных реакторах, не превышало 45 кЭ.

С запуском в ОИЯИ более мощных импульсных реакторов (ИБР-30, ИБР-2) создавались, соответственно, более совершенные нейтронные спектрометры с импульсным магнитным полем (СНИМ-1, СНИМ-2). На спектрометре СНИМ-1 [9], используемом на ИБР-30 (мощность 25 кВт, частота вспышек 3,8-5,2 с⁻¹), в 1974–1978 гг. был выполнен цикл исследований [9–14] по кинетике фазовой перестройки при фазовом переходе первого рода, индуцированном в монокристаллах импульсным полем до 90 кЭ. В этих экспериментах проявились уникальные возможности сочетания импульсного магнитного поля с дифракцией нейтронов в изучении процессов фазовой перестройки,

когда зародыши нового фазового состояния имеют микроскопические размеры порядка 1000 Å.

К 1988 г. был создан спектрометр СНИМ-2 [15–18] для нейтронных исследований на реакторе ИБР-2 (2 МВт, 5 с⁻¹). Использование реактора, мощность которого почти на два порядка больше, чем у ИБР-30, проводка пучка тепловых нейтронов по «изогнутому» зеркальному нейтроноводу, значительно бо́льшая мощность магнитной установки и автоматизация основных функций спектрометра позволили значительно расширить круг физических задач, которые могут решаться на спектрометре. В результате в настоящее время СНИМ-2 пригоден для проведения исследований в следующих областях:

1) магнитная структура фазовых состояний, индуцированных магнитным полем;

2) кинетика магнитных фазовых переходов, индуцированных импульсным полем в монокристаллических образцах;

 динамика магнитной подсистемы фазовых состояний, индуцированных магнитным полем; в данном случае имеется в виду использование неупругого когерентного рассеяния нейтронов;

4) малоугловое критическое магнитное рассеяние нейтронов при фазовых переходах второго рода, индуцированных внешним магнитным полем (рассеяние вблизи дифракционных отражений от монокристаллов).

На СНИМ-2 выполнено несколько экспериментальных исследований с использованием дифракции на монокристаллических образцах. К основным из них можно отнести следующие:

 наблюдение фазовой перестройки, осуществляющейся синхронно по объему монокристалла, при спин-флоп-переходе в коллинеарных антиферромагнетиках [19–21];

 эксперименты по изучению динамического гистерезиса при спин-флоппереходе, индуцированном импульсным полем, а также при фазовом переходе в гематите в поле, перпендикулярном ромбоэдрической оси кристалла [22,23];

3) изучение антиферромагнитного упорядочения, индуцированного внешним магнитным полем в HoFeO₃ [24]: в четырехподрешеточной подсистеме железа индуцируется магнитный порядок с чередованием знаков магнитных компонент, отличающихся от основного антиферромагнитного порядка, свойственного этому соединению без магнитного поля, а в подсистеме гольмия индуцируется антиферромагнитное упорядочение ионов Ho^{+3} , находившихся первоначально в парамагнитном состоянии.

Эффекты по всем трем указанным пунктам, а также результаты по рассеянию нейтронов на зародышах нового фазового состояния исследовались только на спектрометрах СНИМ-1 и СНИМ-2 и не наблюдались какими-либо другими методами.



Рис. 4. Нейтронограмма для отражения (111) монокристалла α – Fe₂O₃, помещенного в «белый» пучок стационарного реактора. Показан импульс магнитного поля. N — номер канала временного анализатора; ширина канала равна 20 мкс

С самого начала, т.е. с создания первого импульсного реактора периодического действия ИБР (в 1960 г.), и до недавнего времени преобладало мнение, что только на таких реакторах и источниках ускорительного типа (spallation sources) возможны и целесообразны дифракционные исследования с применением импульсного магнитного поля с амплитудой свыше 100 кЭ. В действительности временное и, соответственно, полевое разрешение зависят от длительности вспышки нейтронного источника только при очень коротких вспыш-Выражения (1) и (2) справедках. ливы и в случае стационарного реактора ($\tau_s \rightarrow \infty$). Помещая исследуемый монокристалл непосредственно в «белый» пучок реактора и располагая детектор на небольшом расстоянии от образца, можно получить временной

спектр дифракционного отражения с разрешением в несколько микросекунд.

При сопоставлении импульсного источника со стационарным реактором следует, конечно, принимать во внимание реальную мощность этого источника и частоту вспышек мощности. Нужно отметить, что до первых дифракционных измерений с импульсным полем на стационарном реакторе совершенно не очевидной была практическая возможность таких работ. В 1969 г. был выполнен эксперимент [25] с импульсным полем на нейтронном пучке стационарного реактора ВВР-С в Филиале ФХИ им. Л.Я.Карпова (Обнинск). На малогабаритной импульсной магнитной установке ИМУМ, установленной на одном из дифрактометров этого реактора, были проведены измерения с монокристаллом гематита. Азотный криостат с образцом, введенным в импульсный магнит, устанавливался непосредственно в «белый» пучок реактора, и регистрировались нейтроны, рассеянные от плоскости (111) кристалла. Импульсы с детектора поступали в многоканальный временной анализатор, запуск которого синхронизировался с импульсами магнитного поля. Длительность импульса поля синусоидальной формы (по основанию) составляла 2,9 и 1.6 мс. В результате получался временной спектр, в котором на подложке, связанной с некогерентным упругим рассеянием, а также с неупругим рассеянием нейтронов, был значительный по величине пик когерентного рассеяния на плоскости (111), по форме показывающий изменение во времени отражающей способности кристалла, обусловленное действием магнитного поля. Для иллюстрации метода на рис. 4 приведен один из полученных в измерениях временных спектров. Монохроматичность рассеянных нейтронов обеспечивала достаточно хорошую зависимость изменения интенсивности в спектре от изменения состояния образца (в эксперименте временное и, соответственно, полевое разрешения определялись длительностью каждого временного канала анализатора, равной 30 мкс). Следовало бы называть такие измерения «методом времени прилета нейтронов».

Эти измерения показали, в частности, что первые исследования с импульсным полем [4,8], проведенные в 1968 г. на реакторе ИБР, с неменьшим успехом могли быть выполнены тогда и на обычном стационарном ректоре. Использование импульсного поля на стационарном реакторе имеет некоторые преимущества перед импульсными источниками: можно одновременно выполнять измерения дифракционных отражений от нескольких кристаллографических плоскостей, получая, таким образом, трехмерное представление об изменении ориентации магнитных моментов. Метод времени прилета не получил до сих пор практического применения в исследованиях, но, несомненно, является перспективным для исследований с импульсным полем на мощных стационарных реакторах и на импульсных источниках с большой длительностью вспышки мощности.

Наряду с исследованиями на импульсных реакторах ОИЯИ с импульсным полем, не достижимым в стационарном режиме, некоторые из работ послужили началом нового экспериментального направления в применении нейтронного рассеяния для исследования конденсированных сред — изучения кинетики фазовой перестройки при фазовых переходах первого рода в монокристаллах. Применение магнитного поля в виде коротких импульсов, в ряде случаев лучше прямоугольной формы, диктуется при этом самой физической задачей. Во многих случаях нет необходимости иметь для таких задач слишком большое по величине поле и поэтому такие исследования с временным разрешением до нескольких микросекунд могли бы успешно выполняться не только на импульсном нейтронном источнике, но и на стационарных реакторах с умеренной мощностью.

До 1990 г. нейтронные исследования с импульсным магнитным полем в ОИЯИ оставались единственными в мире. С 1991 г. стали появляться публикации [26–30] о дифракционных исследованиях с импульсным магнитным полем на нейтронном источнике, работающем на основе протонного ускорителя в КЕК (Япония). Несмотря на значительно меньший, чем на ИБР-2, импульсный поток тепловых нейтронов (приблизительно на два порядка), за 7–8 лет на дифрактометре MRP были проведены успешные исследования магнитных фазовых переходов в PrCo₂Si₂, CsCuCl₃ и DyAg [31– 39]. При этом использовалось импульсное поле с амплитудой, достигающей 160 кЭ.

854 НИТЦ В.В.

Отметим еще эксперимент с импульсным полем, выполненный на стационарном реакторе типа TRIGA (Вена) в 1995 году [40,41]. В методическом отношении он аналогичен измерениям с гематитом на реакторе BBP-C [25]. Измерения проводились с монокристаллом антиферромагнетика MnF_2 . Только в этом случае использовался реактор не в стационарном режиме, а в режиме одиночных вспышек мощности, до 400 МВт в импульсе при длительности вспышки около 40 мс (в нормальном стационарном режиме реактор имеет 250 кВт), и, кроме того, образец помещался не в «белый» пучок реактора, как в [25], а в монохроматический, после кристаллического монохроматора. Работа с однократными, т.е. с редко повторяющимися импульсами магнитного поля, значительно облегчала решение проблемы охлаждения магнита и образца, позволяя перед самой вспышкой реактора и импульсом поля удалять систему азотного охлаждения импульсного магнита и тем самым освобождать трассу для прохождения нейтронов. Дальнейших дифракционных экспериментов с импульсным полем на TRIGA-реакторе не производилось. Очевидно, это связано с малой интенсивностью нейтронов при работе в монохроматическом первичном пучке и с невозможностью частых повторений режима одиночных вспышек на этом реакторе. Тем не менее подобные измерения с импульсным полем представляются перспективными. Помещение исследуемого образца непосредственно в «белый» пучок нейтронов могло бы привести к повышению интенсивности на один-два порядка. Кроме многочисленных реакторов типа TRIGA, допускающих режим одиночных вспышек мощности, существуют специализированные импульсные реакторы, работающие в однократном режиме и имеющие большой мгновенный поток тепловых нейтронов. К ним относится, например, реактор БИГР [42] с длительностью вспышки 2 мс и пиковым потоком тепловых нейтронов 10^{18} см⁻²·с⁻¹, что более чем на два порядка выше, чем у ИБР-2.

Сравнительные характеристики различных источников нейтронов (возможности дифракционных исследований с импульсным магнитным полем) приведены в табл. 1 [7]. P_1 — это количество нейтронов, падающих на образец за время одного импульса магнитного поля, отнесенное к единичному интервалу по длине волны (при $\lambda_0 = 3$ Å); $\Delta \lambda_m = \lambda_0 \eta/\text{tg }\theta_0$ — диапазон длин волн нейтронов, рассеиваемых на кристалле с мозаичностью $\eta = 1'$, при заданном направлении падения на образец и угле Брэгта $\theta_0 = 45^\circ$. Следовательно, величина $P_1 \Delta \lambda_m$ равна числу нейтронов, рассеянных кристаллом за время одного импульса поля при коэффициенте отражения, равном единице. Этот параметр может служить для сравнения различных источников. Тип замедлителя нейтронов указан в скобках. В тех случаях, когда не указан временной интервал, предполагается, что импульс поля по времени охватывает длительность вспышки источника нейтронов.

В третьей колонке приведены данные для дифракционной установки с импульсным полем, проектируемой на источнике ускорительного типа в

ESS (проект)	$4\cdot 10^{16}$	70	50	10 ⁹	$2, 6 \cdot 10^6$ (H ₂ 3am.)	2 · 10 ³ (H ₂ 3am.)
НFR, Гренобль	$1, 5 \cdot 10^{15}$			10^{9}	3 · 10 ⁶ (за 5 мс)	2, $4 \cdot 10^3$ (3a 5 mc)
БИГР, Арзамас-16	$2,5\cdot 10^{18}$	2000	≅ 1 имп./суг		1, 75 · 10 ⁹ (за 2 мс)	3, 2 · 10 ⁵ (за 2 мс)
NSPM, LANSCE (IIpoekT)	$3 \cdot 10^{14}$	005	20	$1, 47 \cdot 10^7$ (20 K, H ₂ 3am.)	$0, 9 \cdot 10^{5}$ (H ₂ 3am.)	75 (H2 3am.)
СНИМ-2, ИБР-2	$7 \cdot 10^{15}$	300	5	4 · 10 ⁶ (H ₂ O 3am.)	$7, 5 \cong 10^5$ (60 K, CH ₄ 3am.)	650 (60 K, CH ₄ 3am.)
Параметры	Пиковая плотность потока нейтронов, см ⁻² .с ⁻¹	Длительность вспышки $ au_s$, мкс	Частота вспышек, с ⁻¹	Средняя плотность потока тепловых нейтронов на образце, см ⁻² .с ⁻¹	$P_1(3 \mathrm{\AA}), \mathrm{cm}^{-2} \cdot \mathrm{\AA}\cdot\mathrm{nm}$ п. $^{-1}$	$P_1 \Delta \lambda_m (3 \ \mathrm{\AA}), \ \mathrm{cm}^{-2} \cdot \mathrm{MMI.}^{-1}$ $(heta_0 = 45^\circ, \Delta heta_m = 1')$

Таблица 1. Сравнение интенсивностей для нейтронных источников при использовании их с импульсным полем

Лос-Аламосе (США) [43,44]. Главным образом, из-за большей, чем на ИБР-2, частоты вспышек этого источника, параметр $P_1 \Delta \lambda_m$ при $\lambda_0 = 3$ Å на NSPM (так можем условно назвать эту установку) приблизительно в 8 раз меньше, чем на спектрометре СНИМ-2 ИБР-2 (как уже отмечалось, на СНИМ-2 используется «изогнутый» зеркальный нейтроновод, обрезающий спектр нейтронов при $\lambda \cong 0,85$ Å со стороны меньших длин волн).

В трех последних колонках приведены данные, которые не относятся к действующим или проектируемым спектрометрам с импульсным полем, но лишь свидетельствуют о принципиальной возможности проведения таких работ. Для реактора БИГР большая величина параметра $P_1 \Delta \lambda_m$ обусловлена не только большим пиковым потоком нейтронов, но и более эффективным использованием каждого импульса поля за счет большей длительности вспышки мощности ($\tau_s \cong 2000$ мкс). Получение больших импульсов магнитного поля с длительностью меньшей, чем 1 мс, связано с немалыми техническими трудностями. Поэтому на реакторе ИБР-2, длительность вспышки которого составляет около 300 мкс, обычно значительная часть импульса идет лишь на нагрев магнита. Из сопоставления данных следует, что информация, получаемая на СНИМ-2 за тысячу импульсов магнитного поля, при использовании БИГР может быть получена всего за два импульса с такой же амплитудой и длительностью. Конечно, несопоставимы длительности измерений на нейтронных источниках циклического действия и реакторах типа БИГР (частота повторений вспышек на БИГР порядка одной вспышки в сутки). Поэтому на этих реакторах имеет смысл производить физические измерения, прежде всего, в таких полях, для которых магниты из-за ограничений в усталостной прочности могут выдерживать сравнительно небольшое число импульсов. Практически это означает возможность исследований в полях до 500 кЭ и даже больше. Как уже отмечалось, дополнительным преимуществом реакторов, работающих в таком режиме, по сравнению с импульсными циклическими реакторами, источниками на основе ускорителей или стационарными реакторами, является значительное упрощение проблем, связанных с охлаждением магнита и исследуемого образца.

В пятой колонке представлены оценки для наиболее интенсивного стационарного реактора HFR (57 МВт, Гренобль) (в соответствии с условиями на нейтронном пучке H-22 [45]), на котором наилучшим образом достигается максимальная интенсивность пучков тепловых нейтронов. В данном случае величина интенсивности р1 приведена к 5 мс (длительность магнитных импульсов). Так как при такой длительности импульсов частота повторений была бы в десять раз меньше, чем при 0,5 мс на СНИМ-2, это означает, что при $\lambda = 3$ Å условия по интенсивности для работы с импульсным полем на HFR лишь в несколько раз хуже, чем на наиболее мощном в настоящее время импульсном источнике — реакторе ИБР-2. Наконец, в шестой колонке приведены также оценки по интенсивности на одном из проектируемых нейтронных источников на основе ускорителя — «European Spallation Source» (ESS) [46]. В данном случае нейтронный поток указан в случае использование нейтронного зеркального нейтроновода, как на реакторах ИБР-2 и HFR.

Приведенные оценки для различных источников нейтронов следует рассматривать прежде всего как прогнозы пока не реализованных возможностей. Из сказанного выше следует, что реальные физические исследования проводились только на импульсных реакторах ОИЯИ и продолжаются на импульсном источнике на основе протонного ускорителя в КЕК (Япония). Далее будут рассмотрены основные научные результаты этих исследований и несколько подробнее — эксперимент с импульсным полем на венском реакторе [40,41].

2. МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА $\alpha - Fe_2O_3$ И Cr_2O_3 И Φ АЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ, ИНДУЦИРОВАННЫЕ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Значительная часть экспериментальных исследований с импульсным полем на импульсных реакторах была выполнена с гематитом ($\alpha - Fe_2O_3$) и окисью хрома (Cr_2O_3). Поэтому рассмотрим основные свойства этих веществ, связанные с поведением во внешнем магнитном поле. Оба они относятся к ромбоэдрической системе и расположение их атомов обладает симметрией пространственной группы $D_{3d}^6 - R\bar{3}c$. Для гематита температура Нееля $T_N = 950$ K, для $Cr_2O_3 T_N = 210$ K. Каждая ромбоэдрическая ячейка содержит четыре магнитных иона Fe^{+3} или Cr^{+3} , расположенных на оси C_3 (о магнитной структуре этих соединений см. [47–49]). На рис. 5 показано расположение магнитных ионов относительно элементов симметрии и характер чередования знаков моментов. В дальнейшем вместо векторов M_i четырех подрешеток используем векторы ферромагнетизма и антиферромагнетизма:

$$\mathbf{m} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_3 + \mathbf{M}_4)(4M_0)^{-1}, \quad \mathbf{l} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 - \mathbf{M}_3 + \mathbf{M}_4)(4M_0)^{-1},$$
$$\mathbf{n} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_3 - \mathbf{M}_4)(4M_0)^{-1}, \quad \mathbf{p} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 - \mathbf{M}_3 - \mathbf{M}_4)(4M_0)^{-1},$$

где M_0 — намагниченность каждой подрешетки, и прямоугольную систему координат с осью x, направленной по оси C_2 , и осью z, параллельной оси C_3 .

Термодинамический потенциал для гематита, с учетом только тех инвариантов, которые могут понадобиться в дальнейшем рассмотрении, представлен в следующем виде [50]:

$$\Phi = \frac{B}{2}m^2 + \frac{D}{2}(\mathbf{lm})^2 - \frac{a}{2}l_z^2 - \frac{g}{4}l_z^4 + \beta(l_xm_y - l_ym_x) - (\mathbf{mH}) +$$

$$+\frac{d}{2i}\left[(l_x+il_y)^3 - (l_x-il_y)^3\right]l_z.$$
 (3)

После минимизации по т получаем

$$\Phi(\vartheta,\varphi) = -\frac{a}{2}\cos^2\vartheta - \frac{g}{4}\cos^4\vartheta - \frac{H_{\parallel}^2}{2(B+D)} - \frac{\tilde{H}_{\perp}^2}{2B} + d\sin^3\vartheta\cos\vartheta\sin3\phi, \ (4)$$

где ϑ — угол между вектором **l** и осью z, ϕ — угол между проекцией вектора **l** на плоскость (x, y) и осью x; \tilde{H}_{\parallel} — проекция эффективного магнитного поля $\tilde{\mathbf{H}}(\tilde{H}_x = H_x + \beta \sin \vartheta \sin \phi, \tilde{H}_y = H_y - \beta \sin \vartheta \cos \phi, \tilde{H}_z = H_z)$ на ось антиферромагнетизма: $\tilde{H}_{\parallel} = (H_x \cos \phi + H_y \sin \phi) \sin \vartheta + H_z \cos \vartheta;$ $\tilde{H}_{\perp} = \sqrt{\tilde{\mathbf{H}}^2 - \tilde{H}_{\parallel}^2}$ — компонента этого поля, перпендикулярная оси антиферромагнетизма.



Рис. 5. Схема расположения магнитных ионов в элементарной ячейке кристалла с пространственной группой $R\bar{3}c$ и выбор системы координат

В гематите при температуре ниже точки Морина, $T < T_M = 260, 5$ К, ось антиферромагнетизма совпадает с осью C_3 . При этом осуществляется состояние симметрии $(3_z^+ 2_x^+ I^+)$, в котором $l_x = l_y = 0, l_z \neq 0$, $\mathbf{m} = 0$, следовательно, $\mathbf{n} = \mathbf{p} = 0$ [50] (в скобках указываем элементы симметрии: ось третьего порядка, ось второго порядка, центр инверсии и четность относительно этих элементов симметрии (+ или –)). Обозначим это состояние как I₀. Выше T_M вектор I, по крайней мере, с точностью до экспериментальных погрешностей, перпендикулярен оси C_3 . При этом, вообще говоря, возможны два состояния.

1) Вектор I направлен строго по оси второго порядка; этому состоянию соответствуют элементы симметрии $(2_x^-I^+)$, к основной компоненте l_x примешиваются относительно малые и не равные нулю компоненты m_y и m_z . В дальнейшем будем обозначать это состояние II.

 Вектор 1 перпендикулярен одной из трех осей второго порядка, лежащих в базисной плоскости (мы принимаем эту выделенную ось за ось

x); этому состоянию соответствуют элементы симметрии $(2_x^+I^+)$ (состояние III). При этом $l_y \neq 0, l_z \neq 0, m_x \neq 0, m_y = m_z = l_x = 0$, причем компоненты l_z и m_x , обусловленные магнитными взаимодействиями, очень малы по отношению к l_y .

Из анализа фазовой диаграммы [51] следует, что в температурном диапазоне $T_M < T < T_{M1} \cong 370$ К кристалл находится в фазовом состоянии III,

а в диапазоне $T_{M1} < T < T_N$ — в состоянии II. Фазовые переходы в точках T_M и T_{M1} — переходы первого рода.

Так как компоненты векторов (l_y, m_x) и (l_x, m_y) , соответственно, преобразуются по одинаковым представлениям симметрии (см. рис. 5), из наличия одной из компонент пары с необходимостью следует ненулевое значение другой компоненты. Поэтому при $T > T_M$, наряду с компонентой вектора антиферромагнетизма, угол которой с ромбоэдрической осью равен 90° , и близкой по модулю к 1, имеем перпендикулярную к l компоненту m_0 «слабого» ферромагнетизма. Объяснение существования слабого ферромагнетизма в антиферромагнетиках на основании симметрии кристаллов было дано Е.Дзялошинским [50] (более полный анализ слабого ферромагнетизма в кристаллах с различными типами структуры имеется в книге [52]). Относительная величина слабого ферромагнетизма в гематите и, следовательно, неколлинеарность антиферромагнитного упорядочения составляет около 10^{-3} . С другой стороны, действие магнитного поля, перпендикулярного ромбоэдрической оси, в низкотемпературной модификации гематита приводит к индуцированию соответствующих компонент вектора антиферромагнетизма l_{μ} и l_x , т.е. к повороту вектора l к плоскости (111). Математически такая связь между указанными компонентами учитывается введением инвариантного члена $\beta(l_x m_y - l_y m_x)$ в термодинамический потенциал. Впервые характер изменения ориентации вектора антиферромагнетизма в магнитном поле был проанализирован в работе [52].

Анализ состояний симметрии гематита при $T < T_M$ приводит к следующей, более полной схеме фазовых переходов, связанных с изменением симметрии, в поле H_y и H_z [53,54]:

$$(3_{z}^{+}2_{x}^{+}I^{+})\underline{l_{z}} \xrightarrow{H_{y}} (I^{+}) \xrightarrow{\text{Ip}} (I^{+}) \xrightarrow{(I^{+})} (2_{x}^{-}I^{+})\underline{l_{x}}m_{y}m_{z},$$
(5)

$$(3_{z}^{+}2_{x}^{+}I^{+})\underline{l_{z}} \xrightarrow{H_{z}} (3_{z}^{+}I^{+})\underline{l_{z}}m_{z} \xrightarrow{[\mathrm{Ip}]{}} (2_{x}^{-}I^{+})\underline{l_{x}}m_{y}m_{z} \xrightarrow{[\mathrm{Ip}]{}} (3_{z}^{+}2_{x}^{-}I^{+})m_{z}.$$

$$(6)$$

Аналогично для температурной области $T_M < T < T_{M1}$:

$$(2_x^+ I^+) l_y m_x \underline{l_z} \xrightarrow{H_y} (I^+) \longrightarrow (\underline{2_x}^- I^+) l_x m_y m_z, \tag{7}$$

$$(2_x^+ I^+) l_y m_x \underline{l_z} \xrightarrow{H_z} (I^+) \xrightarrow{[\mathbf{p}]} (3_z^+ 2_x^- I^+) m_z.$$

$$(2_x^- I^+) \underline{l_x} m_y m_z [\mathbf{p}] \xrightarrow{\mathbf{p}} (3_z^+ 2_x^- I^+) m_z.$$
(8)

В (5)–(8) указаны не равные нулю компоненты магнитных моментов; в случае (I^+) не равны нулю все компоненты векторов l и m. На втором месте слева после тонких стрелок приведены состояния, реализующиеся уже при сколь угодно малой величине магнитного поля. Подчеркнуты основные компоненты антиферромагнитного упорядочения. Толстыми стрелками обозначены переходы, происходящие при увеличении поля. Там, где это следует из соображений симметрии, указано, что переход является фазовым переходом первого рода.

В поле H_x возможны лишь два состояния симметрии: $(2_x^+I^+)$ и (I^+) . В первом из них вектор **l** — в плоскости yz, а второе состояние — с отклонением **l** от плоскости yz — может реализоваться лишь в случае изменения знака анизотропии в базисной плоскости. Если этого не происходит, в поле H_x нет фазовых переходов, связанных с изменением симметрии. Но фазовый переход $(2_x^+I^+) \Rightarrow (2_x^+I^+)$ первого рода остается возможным. Такой переход, очевидно, имеет место при $T < T_M$ достаточно близко к T_M , когда с ростом магнитного поля угол между осью z и **l** увеличивается, а затем скачком принимает значение, близкое (но не равное) к 90°. В дальнейшем низкополевую модификацию состояния $(2_x^+I^+)$ будем называть III₁, а высокополевую — III₂.

На рис. 6 представлены фазовые диаграммы гематита в полях H_y , H_z и H_x в температурной области $T < T_M$ [51]. В поле H_z осуществляется характерный для одноосных антиферромагнетиков спин-флоп-переход (в некоторых работах он называется фазовым переходом «опрокидывания»). В относительно небольшом магнитном поле, направленном по оси C_3 , анизотропия препятствует отклонению магнитных моментов от направления поля. За исключением температурной области, близкой к T_M , поперечная магнитная восприимчивость χ_{\perp} существенно превышает продольную χ_{\parallel} . Поэтому, когда величина поля превышает критическое значение $H_{zeq} = \sqrt{H_A H_E}$, где H_A — эффективное поле анизотропии, H_E — эффективное поле обменного взаимодействия, энергия ($-HM_{\perp}$) взаимодействия поля с намагниченностью кристалла в состоянии с «опрокинутой» осью антиферромагнетизма становится по абсолютной величине больше, чем энергия анизотропии $H_A M_0$. Происходит фазовый переход.

Следует заметить, что хотя при температуре $T < T_{xcr}$ в поле H_x поворот вектора l к плоскости (111) осуществляется непрерывно, без фазового перехода, различие в поведении структуры в случаях H_x и H_y в известных работах (см., например, [55–58]) не проявлялось из-за недостаточной точности используемых методов. Существование критической точки при $T_{cr} \cong 236, 5$ К, $H_{xcr} \cong 45$ к \Im (и, соответственно, критической линии в двухкомпонентном поле (H_x , H_z)) является пока лишь результатом теоретического анализа [51] фазовой диаграммы на основании известных значений констант взаимодействия.

Фазовая диаграмма Cr_2O_3 значительно проще. В этом случае обменное взаимодействие приводит к упорядочению с вектором антиферромагнетизма n и существование слабого ферромагнетизма не допускается, т.к. магнитная структура нечетна относительно центра инверсии [50,52]. Фазовая диаграмма [59] в поле H_z показана на рис. 7, где представлена температурная зависимость критического поля спин-флоп-перехода. Анализ состояний симметрии приводит к следующей схеме возможных изменений в поле H_x , H_y , H_z кристалла с исходным состоянием $(3_z^+ 2_x^+ I^-)$ (кроме Cr_2O_3 , эта схема применима к Ti_2O_3 и V_2O_3) [53]:

$$(3_{z}^{+}2_{x}^{+}I^{-})\underline{n_{z}} \xrightarrow{H_{x}} (2_{x}^{+})\underline{n_{z}}\underline{n_{y}}p_{x}, \underline{m_{x}}l_{y}l_{z} \xrightarrow{} (2_{x}^{+}I^{+})\underline{m_{x}}l_{y}l_{z}, \qquad (9)$$

$$(3_{z}^{+}2_{x}^{+}I^{-})\underline{n_{z}} \xrightarrow{H_{y}} (\sigma_{x}^{-})\underline{n_{z}}\underline{n_{y}}p_{x}, \underline{m_{y}}l_{x}\underline{m_{z}} \xrightarrow{} (2_{x}^{-}I^{+})\underline{m_{y}}l_{x}\underline{m_{z}},$$
(10)

$$(3_{z}^{+}2_{x}^{+}I^{-})\underline{n_{z}} \xrightarrow{H_{z}} (3_{z}^{+}\sigma_{x}^{-})\underline{n_{z}}\underline{m_{z}} \xrightarrow{\mathrm{Ip}} (2_{x}^{-})\underline{n_{x}}p_{y}p_{z}, \underline{m_{z}}l_{x}\underline{m_{y}} \xrightarrow{\mathrm{Ip}} (2_{z}^{-})\underline{n_{z}}n_{y}p_{x}, \underline{m_{z}}l_{x}\underline{m_{y}} \xrightarrow{\mathrm{Ip}} (11)$$

Индекс σ_x означает плоскость скольжения, перпендикулярную оси x; очевидно, $\sigma_x^- = 2_x^+ I^- = 2_x^- I^+$, $\sigma_x^+ = 2_x^+ I^+ = 2_x^- I^-$, в данном случае имеются в виду последовательности двух операций симметрии. Как видим,



Рис. 6. Фазовые диаграммы гематита в магнитном поле. Линия фазового равновесия в поле H_x , начиная от точки Морина, почти совпадает с кривой для поля H_y и, согласно расчетам [51], оканчивается критической точкой при $T_{xcr} = 236, 5$ K, $H_{xcr} = 45$ кЭ

Рис. 7. Фазовая диаграмма Cr_2O_3 в поле H_z [59]

действие магнитного поля приводит к индуцированию компонентов слабого антиферромагнетизма типа l и p. Более полный анализ схемы изменения магнитной структуры ромбоэдрических кристаллов при действии магнитного поля содержится в работе [54].

3. НЕКОТОРЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ НА ИБР

Первые эксперименты [3,8] с импульсным полем, выполненные на ИБР, состояли в измерении поведения магнитной структуры гематита ниже точки Морина в магнитном поле, перпендикулярном ромбоэдрической оси. К тому времени уже имелись теоретические предсказания о характере изменения маг-



Рис. 8. Типичные нейтронограммы для гематита. Пик (111) связан только с магнитным рассеянием, пик (222) — только с ядерным. Амплитуды импульсов: $H_m = 14$ (1), 49,5 (2), 72 кЭ (3), все три спектра при температуре жидкого азота; H = 0 (4) — при комнатной температуре. Спектр 2 соответствует аномальному пику на рис. 9. Ширина каждого временного канала 32 мкс

Рис. 9. Зависимость площади магнитного отражения (111) гематита от амплитуды импульсов поля, направленного по оси второго порядка. Пик нормирован относительно ядерного отражения (222). Линия *1* — максимально возможная интенсивность была измерена при комнатной температуре; кривая *2* проведена по экспериментальным точкам без учета точек, соответствующих аномальному рассеянию нитной системы в таком поле на основании теории Дзялошинского. Кроме того, были известны измерения намагниченности [60] и магнитострикции [61] в импульсном поле, позволяющие сделать вывод о непрерывном повороте вектора антиферромагнетизма при увеличении поля, перпендикулярного ромбоэдрической оси кристалла. Тем не менее оставалась необходимость провести измерения с импульсным магнитным полем, используя дифракцию тепловых нейтронов, позволяющую проследить непосредственно за изменением ориентации вектора антиферромагнетизма.

Использовался монокристаллический образец гематита в виде шарика диаметром 8 мм. На рис. 8 приведено несколько типичных нейтронограмм, полученных при ширине канала анализатора 32 мкс. Угол рассеяния был равен $2\theta_B = 67^\circ$. Длительность импульса поля (по основанию) в этих измерениях составляла около 3 мс, что позволяло определять полевую зависимость площади пика, пренебрегая изменением поля в пределах дифракционного отражения. Температура образца равнялась 80 К. Соответствующая зависимость площади магнитного пика (111) от амплитуды магнитных импульсов показана на рис. 9. Дифракционный пик (222) — ядерный, не зависящий от внешнего магнитного поля, поэтому производилась нормировка на его площадь. При H = 0 ниже T_M магнитные моменты перпендикулярны плоскости (111), поэтому магнитный вклад от дифракции нейтронов при этом равен нулю. Возрастание интенсивности при увеличении поля свидетельствует о том, что, по крайней мере, при $T \cong 80$ К вектор антиферромагнетизма непрерывно поворачивается к плоскости (111), что является качественным подтверждением как теоретических представлений, так и магнитных измерений [60,61].

Однако наибольший интерес вызвал пик при $H \cong 49,5$ кЭ в зависимости интенсивности от поля, резко выделяющийся на подложке плавного роста интенсивности. Одна из нейтронограмм, соответствующая этому пику, приведена на рис. 8(2). В дальнейшем мы вернемся к его рассмотрению и приведем некоторые соображения о его природе.

4. РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ НА ЗАРОДЫШАХ НОВОЙ ФАЗЫ ПРИ ФАЗОВОМ ПЕРЕХОДЕ ПЕРВОГО РОДА

4.1. Физические основания. Рассмотрим совершенный и достаточно толстый монокристалл, помещенный в нейтронный пучок. Пренебрежем поглощением и некогерентным рассеянием нейтронов. При заданном направлении (ξ,ζ) падающих нейтронов, согласно динамической теории дифракции, если длина волны нейтронов λ (ξ,ζ) соответствует углу Брэгга θ (ξ,ζ), происходит полное отражение нейтронов в угловом диапазоне *s* (измеряемом в плоскости, образованной перпендикуляром к поверхности кристалла и волновым

вектором падающих нейтронов) в окрестности θ (ξ , ζ), где

$$s = \frac{4d^2 \operatorname{tg} \theta(\xi,\varsigma)}{\pi v_c} \left| F_\tau \right|,\tag{12}$$

 F_{τ} — амплитуда рассеяния, отнесенная к одной элементарной ячейке, v_c — объем ячейки, τ — длина вектора обратной решетки для рассматриваемой плоскости). Если кристалл помещен в немонохроматический пучок, то для каждого выбранного направления (ξ , ζ), взятого из полного телесного угла Ω падающих нейтронов, имеет место полное отражение в диапазоне длин волн

$$\Delta \lambda_m = \lambda \operatorname{ctg} \theta(\xi, \varsigma) s. \tag{13}$$

При учете мозаичности η кристалла нужно в (13) вместо *s* использовать величину $\eta_{\text{eff}} = \sqrt{s^2 + \eta^2}$.

Полная интенсивность дифракционного отражения

$$I_M \cong \int_{\Omega} d\xi d\varsigma \int d\lambda i(\lambda, \xi, \varsigma) \lambda(\xi, \varsigma) \operatorname{ctg} \theta(\xi, \varsigma) \eta_{\text{eff}}, \qquad (14)$$

где $i(\lambda, \xi, \varsigma)$ — интенсивность первичного пучка. Так как практически углы ξ и ζ изменяются в небольших пределах, можно заменить λ и θ их средними значениями λ_0 и θ_0 . Тогда

$$I_M \cong I(\lambda_0) S \lambda_0 \operatorname{ctg} \theta_0 \eta_{\text{eff}},\tag{15}$$

где $I(\lambda_0)$ — интенсивность нейтронов, падающих во всем телесном угле Ω , S — площадь сечения кристалла, перпендикулярного первичному пучку.

Если кристалл имеет малую мозаичность, то полное дифракционное рассеяние для нейтронов в диапазоне $\Delta \lambda_m$ осуществляется в тонком поверхностном слое. Для нейтронов при заданном направлении падения и с длинами волн, выходящими за пределы этого диапазона, кристалл остается прозрачным.

Допустим теперь, что в единице объема кристалла содержится N одинаковых по размерам частиц в новой фазе в форме параллелепипедов со сторонами, параллельными векторам a_i элементарной ячейки, с размерами $n_i a_i$ ($i = x, y, z; n = n_x n_y n_z$), отличающихся от матрицы величиной или направлением магнитных моментов. Тогда, по аналогии со случаем ядерного рассеяния (см., например, [62]), дифференциальное сечение магнитного рассеяния на этих частицах имеет вид

$$\frac{d\sigma_p}{d\Omega} \cong NV \prod_{i=x,y,z} \frac{1 - \cos\left(n_i k_i a_i\right)}{1 - \cos\left(k_i a_i\right)} \sum_{\alpha,\beta} (\delta_{\alpha\beta} - e_\alpha e_\beta) \Delta F^\alpha \Delta F^{\beta*}, \qquad (16)$$

где $\Delta F^{\alpha} = (r_0 \gamma) \sum_{\nu=1}^{r} (S^{\alpha}_{\nu p} f_{\nu p} - S^{\alpha}_{\nu 0} f_{\nu 0}) \exp(i \tau_{\rm hkl} \rho_{\nu}), S^{\alpha}_{\nu 0}, S^{\alpha}_{\nu p}$ — компоненты спина иона ν -й элементарной ячейки, соответственно, матричной и новой фазы, $f_{\nu 0}, f_{\nu p}$ — соответствующие магнитные формфакторы, $\mathbf{k} = (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) - \tau_{\rm hkl}, r$ — число магнитных ионов в ячейке, ρ_{ν} — координата иона в ячейке, e_{α}, e_{β} — компоненты единичного вектора рассеяния, $r_0 = 2, 8 \cdot 10^{-13}$ см, $\gamma = -1, 913, V$ — объем кристалла.

На рис. 10 рассеяние на частицах проиллюстрировано в импульсном пространстве. На гранях параллелепипеда выполняется условие $\prod_{i} [1 - \cos(n_i k_i a_i)] [1 - \cos(k_i a_i)]^{-1} = 0$. Все волновые векторы \mathbf{k}_2 , оканчивающиеся внутри параллелепипеда и равные по модулю $|\mathbf{k}_1|$, связаны с упругим рассеянием на частицах. Если зафиксировать направления падения и рассеяния, причем так, что $k_x \neq 0$, а $k_y = k_z = 0$, то диапазон длин волн нейтронов, рассеиваемых на частицах, равен (полагаем, что $\tau_{hkl} = (2\pi/a_x, 0, 0)$):

$$\Delta \lambda_p \cong \frac{2\lambda_0}{n_x}.$$
 (17)

При достаточно малых размерах частиц $\Delta \lambda_p \gg \Delta \lambda_m$, т.е. кристалл становится непрозрачным для значительно большего энергетического диапазона нейтронов, чем в случае совершенного кристалла при отсутствии малых частиц (ко-



Рис. 10. Диаграмма упругого когерентного рассеяния «белого» пучка нейтронов на монокристаллических частицах с размерами $a_i n_i$ (i = x, y, z)

нечно, здесь имеется в виду диапазон для фиксированного направления падения; полный энергетический диапазон с учетом фактического падения нейтронов в телесном угле Ω может оставаться относительно большим и практически неизменным).

Для определенности предположим, что $a_x = a_y = a_z$, $n_x = n_y = n_z$. Приблизительное значение сечения рассеяния на всех зародышах получается умножением сечения при $\mathbf{k} = 0$ на телесный угол зародыша в обратном пространстве, $\frac{\lambda_0^2}{a_x^2 n_x^2}$, и на величину диапазона $\Delta \lambda_p$. В результате интенсивность равна

$$I_p \cong I(\lambda_0) 8nNV \lambda_0 \sin^2 \theta_0 \Delta F_\perp^2, \tag{18}$$

где

$$\Delta F_{\perp}^2 = \left(\Delta F^y\right)^2 + \left(\Delta F^z\right)^2.$$
При достаточно большой толщине кристалла (в направлении первичного пучка) каждый нейтрон с длиной волны в диапазоне $\Delta \lambda_p$ испытывает рассеяние, поэтому максимально возможная (при данном n_x) интенсивность

$$I_{p \max} \cong I(\lambda_0) S \frac{2\lambda_0}{n_x}.$$
(19)

Таким образом, соотношение между максимально возможной (при увеличении толщины) интенсивностью рассеяния на частицах новой фазы и интенсивностью рассеяния на однофазном образце характеризуется величиной

$$P_{\max} \equiv \frac{I_{p \max}}{I_M} = 2 \text{tg } \theta_0 n_x^{-1} \eta_{\text{eff}}^{-1}.$$
 (20)

Величина интенсивности рассеяния (19) соответствует таким размерам частиц в новой фазе, при которых они взаимно экранируются, т.е. достигается насыщение вторичной экстинкции, и при дальнейшем росте размеров частиц интенсивность падает за счет уменьшения диапазона $\Delta \lambda_p$. Для оценки значения n_{xm} , при котором достигается максимум интенсивности при постоянной концентрации числа частиц N, следует приравнять (18) и (19). Получаем

$$n_{xm}^4 \cong \frac{S}{4NV\sin^2\theta_0 \Delta F_\perp^2}.$$
(21)

Приведем несколько примеров. Для простоты считаем, что частицы в новой фазе имеют кубическую форму. На рис. 11 показана зависимость относительной интенсивности $P = I_p/I_M$ и угловой ширины $\gamma_1 = \lambda_0/a_x n_x$ рассеяния на частицах от величины n_x для случая: $N = 4 \cdot 10^{12}$ см⁻³, $\theta_0 = 80^\circ$, $\Delta F_{\perp}^2 = 6 \cdot 10^{-24}$ см². При этом $\eta_{\text{eff}} \cong 4, 5'$, т.е. этот пример соответствует рассеянию кристаллом, имеющим значительную мозаичность.

На рис. 12 показаны теоретические зависимости относительной интенсивности $P(n_x)$ при нескольких значениях N для совершенного кристалла, когда величина η_{eff} близка к ширине столика Дарвина. В этом случае $\theta_0 = 35^\circ$, $\eta_{\text{eff}} \cong 5''$. Если бы в процессе фазовой перестройки, происходящей под действием импульсного поля, число частиц N и скорость роста частиц dn_x/dt оставались неизменными, зависимость P(t) в точности совпадала бы по форме с $P(n_x)$. В случае спонтанного образования зародышей на переднем фронте магнитного импульса увеличивается не только n_x , но и N. В некоторый момент времени достигается максимальная интенсивность $P = P_m$, после чего P уменьшается. Если при этом поле продолжает расти, величина dn_x/dt тоже растет. В результате зависимость P(t) имеет укороченный по сравнению с $P(n_x)$ спад. В случае использования в измерениях импульсного источника нейтронов происходит обрезание зависимости P(t) со стороны малых значений t, связанное с тем, что количество нейтронов, рассеиваемых на образце



Рис. 11. Зависимость относительной интенсивности P и угловой ширины γ_1 рассеяния на частицах от величины n_x для случая: $N = 4 \cdot 10^{12}$ см⁻³, $\theta_0 = 80^{\circ}$, $\eta_{\text{eff}} \cong 4, 5'$, $\Delta F_{\perp}^2 = 6 \cdot 10^{-24}$ см²

Рис. 12. Зависимости $P(n_x)$ при нескольких значениях N (тонкие линии) для случая $\theta_0 = 35^\circ$, $\eta_{\rm eff} \cong 5''$. Толстой линией качественно показан характер зависимости P(t) при учете возрастания концентрации N и увеличения скорости роста частиц dn_x/dt во время фазовой перестройки

одновременно, ограничено величиной $\Delta \lambda_s = \tau_s/cL_1$. Качественно зависимость P(t) показана на рис. 12 более толстой линией.

4.2. Наблюдение дифракции на зародышах новой фазы при индуцированном фазовом переходе в гематите. Рассмотрим некоторые результаты исследования магнитного перехода в монокристалле гематита в импульсном поле [11,12,14], полученные на спектрометре СНИМ-1 [9] (на реакторе ИБР-30).

Как сказано выше, при $T < T_M$ с увеличением магнитного поля, перпендикулярного оси C_3 , вектор 1 непрерывно поворачивается от этой оси к базисной плоскости (111) кристалла, а затем, во всяком случае, если температура не слишком удалена от точки Морина, при определенном значении поля скачком ложится в эту плоскость, оставаясь перпендикулярным магнитному полю. Происходит магнитный фазовый переход первого рода. Процесс фазовой перестройки при таком переходе обычно рассматривается, как рост зародышей новой фазы, которые в результате заполняют основной объем кристалла. Зародыши новой фазы могут заведомо существовать или возникать при росте магнитного поля в матрице низкополевой фазы на таких неоднородностях кристалла, как дислокации, примесные вкрапления, поверхностные слои, границы между кристаллитами. Если количество таких зародышей

868 НИТЦ В.В.

мало и они растут достаточно быстро, процесс фазовой перестройки не приведет к заметному дополнительному рассеянию нейтронов, кроме дифракции на макроскопическом объеме новой фазы. Возможен иной характер рассеяния нейтронов, когда количество малых зародышей велико. Такая ситуация реализуется, если кристалл состоит из множества низкополевых доменов и, следовательно, содержит большое количество междоменных границ, которые могут служить центрами образования зародышей высокополевой фазы (см., например, [63,64]). Кроме того, если поле превышает критическое значение, соответствующее термодинамическому равновесию между двумя фазовыми состояниями, могут возникать в большом количестве зародыши нового состояния в результате флуктуаций энергии. В таких случаях возникнет дополнительное рассеяние нейтронов, связанное с малыми размерами зародышей (доменов) новой фазы. Понятно, что для проявления такого рассеяния следует использовать по возможности наиболее совершенные кристаллы, чтобы механизм фазовой перестройки, связанный с несовершенствами кристаллической структуры, был подавлен и, кроме того, была малой интенсивность основного дифракционного рассеяния, которая определяется величиной мозаичности кристалла, т.е. разбросом по угловой ориентации в пространстве отдельных блоков (кристаллитов) образца.



Рис. 13. Зависимость площади отражения (100) от величины поля при T = 240 К. $H_{xeq} \cong 36$ к \Im — величина поля фазового равновесия при T = 240 К

Целью экспериментов являлось наблюдение дополнительного упругого рассеяния нейтронов, связанного с образованием и ростом множества мелких доменов нового фазового состояния. Монокристалл $\alpha - \text{Fe}_2\text{O}_3$, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда с размерами сторон около 8 мм, ориентировался так, что ось С₂ была параллельной вертикально направленному полю. Вспомогательными измерениями была приблизительно определена эффективная мозаичность кристалла, равная $\eta_{\rm eff} \cong 8''$, что ненамного превышает величину параметра s, определяемого динамической

теорией дифракции. Предварительные измерения с импульсным полем выполнялись с монохроматизацией первичных нейтронов в геометрии, показанной на рис. 1, а. Длительность магнитного импульса (по основанию) в этом случае равна 2000 мкс. Полная ширина дифракционного пика (100) составляла около 300 мкс. Импульсы поля синхронизовались относительно вспышек мощности реактора таким образом, что рассеяние нейтронов на плоскости (100) происходило при максимальном значении поля. На рис. 13 показаны данные, соответствующие полевой зависимости площади пика при T = 240 K. Измерение при 240 К в поле, превышающем 47 кЭ, не производилось. Однако, в соответствии с фазовой диаграммой гематита, такому измерению эквивалентно измерение при $T > T_M$ в поле, достаточном для того, чтобы во всем объеме образца векторы l стали перпендикулярными направлению поля. Поэтому можно провести горизонтальную прямую, близкую по значению интенсивности к точке, полученной при T = 293 K, $H_m = 17,5$ кЭ, чтобы представить, какую интенсивность следовало бы ожидать в области больших полей при учете поворота моментов в макроскопических доменах. На рис. 13 стрелкой при H = 36 кЭ отмечено значение поля H_{xeq} фазового равновесия для T = 240 К при переходе первого рода (это значение взято из фазовой диаграммы (рис. 6)). Как видно, выше H_{xeq} наблюдалось значительное увеличение интенсивности (показано штриховой линией). Возникло предположение, что увеличение интенсивности связано с рассеянием на малых частицах новой фазы.

Дальнейшие измерения выполнялись в геометрии рис. 1,6. Длительность магнитного импульса (по основанию) составляла 1100 мкс. На рис. 14 представлена серия спектров, которые получены при фиксированной амплитуде магнитных импульсов. Исходный спектр отражения (100) низкополевого состояния, полученный при T = 233 K, H = 0, показан на рис. 14,*a* и штриховой линией на спектрах, измеренных с импульсным полем. Спектр, соответствующий полной фазовой перестройке и измеренный при T = 250 K, $H_m = 69$ кЭ, представлен на рис. 14,6 и непрерывной пологой линией на остальных спектрах. Свидетельством полной перестройки в последнем случае послужило практическое совпадение этого спектра с результатом измерения спектра выше T_M , при T = 278 K, $H_m = 69$ кЭ.

Спектр при T = 233 К, H = 0 соответствует практически максимально возможной интенсивности дифракции на однофазном состоянии образца, т.к. угол между первоначальным направлением вектора антиферромагнетизма и плоскостью (100), в которую ложится вектор l при некотором промежуточном значении поля для одного из двух типов антиферрромагнитных доменов, составляет всего около 17° (направления поворота векторов l для доменов со значениями $\cos \vartheta > 0$ и $\cos \vartheta < 0$ противоположны). Поэтому можно было предположить, что узкие пики, изменяющие положение при изменении T, и значительно превышающие по интенсивности основное дифракционное рассеяние, связаны с рассеянием на малых частицах высокополевой фазы. На рисунке эти пики помечены стрелками. Пунктирной линией на рис. $14, \partial$ показана функция временного разрешения при измерении временных спектров. Ширина ее обусловлена, главным образом, величиной «мгновенной» немонохроматичности нейтронов, связанной с угловой расходимостью первичного и вторичного пучков, и, как следствие, с «размытием» информации при про-



Рис. 14. Нейтронограммы отражения (100): *a*) T = 233 K, H = 0; *б*) T = 250 K, H = 69, 7 кЭ, *в*-*e*) получены с импульсами поля с амплитудой $H_m = 69, 7$ кЭ при указанных значениях температуры. N — номер временного канала при ширине каждого канала 16 мкс; *д*) штриховой линией показана функция аппаратурного разрешения

лете нейтронами расстояния от образца до детектора (угловая расходимость первичного и вторичного пучков составляла около 1°, длина волны нейтронов 4,77 Å, расстояние до детектора 250 см (см. (1)).

На рис. 15 показаны зависимости P(t) для отмеченных пиков. Для этого из четырех спектров вычтена подложка, соответствующая высокополевому состоянию (250 К, 69 кЭ), и нормированы разности относительно высоко-

полевой нейтронограммы (т.е. найдены отношения $P = I_p/I_M$). На этом рисунке, с учетом того, что спектры рассеяния расширяются при пролете нейтронами расстояния от образца до детектора, ширина каждого временного канала равна 13,4 мкс, а не 16 мкс, как в измеренных спектрах на рис. 14. Здесь же показан импульс магнитного поля. Звездочками отмечены значения поля H_{xeq} , соответствующие четырем спектрам, исходя из фазовой диаграммы (55, 50, 45,2 и 42 кЭ).

Уменьшение значений H_p , при которых интенсивность в наблюдаемых пиках при возрастании температуры максимальна, находится в качественном соответствии с фазовой диаграммой. Однако полученные спектры не укладываются в схему, связанную с представлением о рассеянии на зародышах высокополевого состояния, образующихся или существующих в матрице низкополевого фазового состояния, а затем возрастающих по объему. Прежде всего, проявляется существенное различие между значением поля H_p , при котором $P = P_m$, и H_{xeq} .

Из спектров рис. $14, \partial$ и 14, e очевидно, что возрастание интенсивности, приводящее к узким пикам, начинается уже после того, как интенсивность уменьшилась почти до значений, соответствующих высокополевому спектру рис. $14, \delta$, т.е. фазовая перестройка в



Рис. 15. Зависимость P(t) для четырех пиков, отмеченных на рис. 14 стрелками, и импульс магнитного поля. Звездочками отмечены значения поля H_{xeq} , соответствующие четырем спектрам

основном завершилась. Своеобразной получилась зависимость P(t), соответствующая измерениям при T = 230 К: затянутый спад интенсивности, а затем снова возрастание. Заметим, что вид этой зависимости, показанный на рис. 15 (кривая e), является результатом более тщательной обработки измеренных спектров, чем это было представлено в статье [14], в которой возрастание интенсивности не было отражено. В связи с такими особенностями результатов более правильной является картина рассеяния нейтронов, связанная с появлением узких пиков, обратная той, которая была представлена первоначально. Мелкие домены, приводящие к дополнительному рассеянию нейтронов, являются не зародышами высокополевого состояния, а остатками от низкополевого фазового состояния. При фазовой перестройке, когда поле превышает значение H_{xeq} , растут высокополевые домены, образовавшиеся, а вернее, существующие в виде зародышей на доменных стенках низкополевой

фазы, уменьшаются в размерах низкополевые домены, они становятся микроскопическими и в какой-то момент их толщина становится оптимальной для максимальной интенсивности рассеяния. Затем их толщина становится слишком малой для того, чтобы давать заметный вклад в интенсивность. Эти микроскопические низкополевые домены не исчезают совсем, а превращаются в междоменные стенки высокополевого состояния III₂, являясь зародышами низкополевого состояния III₁.

Такая картина трансформации доменов в гематите при возрастании поля схематично показана на рис. 16. Рассмотрим кристалл, состоящий из двух типов антиферромагнитных доменов, образовавшихся при охлаждении. На рис. 16, *а* представлена магнитная структура таких доменов при H = 0. Каждая стрелка означает направление векторов антиферромагнетизма элементарной ячейки соответствующего домена. 180-градусные плоские доменные стенки перпендикулярны оси z и ограничены по осям x и y только размерами кристалла. Допустим, что это стенки типа Нееля с магнитными моментами, лежащими в плоскости yz. (О характере доменных стенок в магнитоупорядоченных кристаллах см., например, в [65].) Предположение о таких стенках естественно, когда прилагаемое поле направлено по оси х. Возможны два типа таких стенок (π -солитонов): с вектором l в середине стенки, направленным по оси у (назовем такие стенки положительными), и с противоположным направлением вектора l в центре (отрицательные стенки). При действии магнитного поля $H_x > 0$ термодинамический потенциал (без учета доменных стенок) имеет вид

$$\Phi(\vartheta,\phi) = -\frac{1}{2} \left(a - \frac{\beta^2}{B} \right) \cos^2 \vartheta - \frac{g}{4} \cos^4 \vartheta - \frac{\beta H_x}{B} \sin \vartheta \sin \phi + d \sin^3 \vartheta \cos \vartheta \sin 3\phi$$
(22)

Магнитные моменты в доменах поворачиваются от оси z, при этом $\phi = \frac{\pi}{2}$. Известно [3], что константа d < 0. Следовательно, потенциал доменов D1, у которых $\cos \vartheta > 0$, становится больше, чем у доменов D2 с $\cos \vartheta < 0$. Домены типа D2 растут, сокращая размеры доменов D1. Однополярные доменные стенки и заключенные между ними домены D1 уничтожаются, при этом два домена типа D2 сливаются в один, а разнополярные стенки сближаются и остаются не уничтоженными, заключая между собой остатки доменов D1, как показано на рис. 16,6. В сущности, такой комплекс из двух разнополярных стенок и остатка от домена D1 представляет собой 2π -солитон, или, как принято называть теми, кто занимается математическими свойствами солитонов, 2π -кинк. Таким образом, первоначальное количество доменов сокращается вдвое. Каждый такой 2π -солитон представляет собой пару разнополярных зародышей будущего высокополевого фазового состояния III₂.



Рис. 16. Схематичное представление перестройки магнитной структуры гематита в магнитном поле, перпендикулярном оси C_3 (по оси x)

Когда магнитное поле превышает критическое значение H_{xeq} , эти зародыши растут, становясь разнополярными доменами высокополевого состояния III₂ и сокращая размеры домена D2 низкополевого состояния III₁ (см. рис. 16,e). Если встречаются два однополярных домена состояния III₂, они уничтожают заключенный между ними остаток домена D2, а при встрече разнополярных доменов они оставляют зажатый между ними зародыш низкополевого состояния III₁, как на рис. 16,e. При дальнейшем уменьшении поля до нуля домены состояния III₂ снова уменьшаются, оставляя лишь свои зародыши. Процесс идет в обратном направлении.

Таким образом, фазовая перестройка представляет собой процесс сокращения доменов низкополевого состояния до минимальных размеров, определяемых условиями существования их в виде зародышей между двумя доменами высокополевого состояния. Рассмотрим подробнее временной характер этого процесса. Пусть к моменту времени t_0 , когда поле достигает значения H_{xeq} , толщина каждого домена состояния III₁ равна L_0 . При дальнейшем возрастании поля размер домена уменьшается: $L(t) = L_0 - 2 \int_{t_0}^t v(t) dt$, где скорость движения доменной стенки $v(t) = \frac{\Delta \Phi}{\alpha}$, $\Delta \Phi$ — разность потенциалов двух фазовых состояний, α — параметр затухания при движении стенки; учитывается, что размер домена сокращается с двух сторон. Из (22) следует приближенное выражение для разности потенциалов $\Delta \Phi = \frac{\beta}{B} (H_x(t) - H_{xeq})$. Полагая, что импульс поля имеет синусоидальную форму, $H = H_m \sin \frac{\pi}{T_H} t$, для временной зависимости размера доменов получаем

$$L(t) = L_0 - \frac{2\beta T_H H_m}{\alpha B\pi} \left[\left(\cos \frac{\pi}{T_H} t_0 - \cos \frac{\pi}{T_H} t \right) - \frac{H_{xeq}}{H_m} \frac{\pi}{T_H} (t - t_0) \right].$$
(23)

По мере роста доменов состояния III₂, интенсивность рассеяния на матрице образца уменьшается в соответствии с уменьшением проекции моментов на плоскость (100). В свою очередь, когда величина L(t) становится достаточно малой, начинает расти интенсивность рассеяния на мелких доменах состояния III₁, в соответствии с увеличением диапазона длин волн $\Delta \lambda_p = \frac{2\lambda_0}{n(t)}$. На рис. 17 представлены зависимости $\Delta \lambda_p = 2\lambda_0 d_{(100)}L^{-1}(t)$ при $H_m = 69,7$ кЭ, $H_{xeq} = 50$ кЭ, $T_H = 900$ мкс, d = 4,77 Å, $\beta = 19,7 \cdot 10^3$ Э, $B = 17,14 \cdot 10^6$ Э для двух случаев: $L_0 = 5 \cdot 10^6$ Å, $\alpha = 10^{-6}$ кЭ·мкс/Å и $L_0 = 5 \cdot 10^5$ Å, $\alpha = 10^{-5}$ кЭ·мкс/Å соответственно. Эти зависимости соответствуют пику (d) на рис. 14 и 15. Видно, что через 170–180 мкс после достижения равновесного состояния интенсивность в пике действительно должна резко возрастать. Интенсивность рассеяния на мелких доменах становится максимальной, когда диапазон $\Delta \lambda_p$

 $\Delta\lambda_s = \frac{\tau_s}{cL_1} \cong 0,03$ Å, определяемой длительностью вспышки реактора, т.е. когда $n(t) \cong 300$. Временной диапазон, в котором размеры доменов оптимальны для существенного рассеяния нейтронов, во всяком случае, меньше чем величина 75 мкс, определяемая функцией временного разрешения. При дальнейшем уменьшении величины L уже не хватает нейтронов, которые могли бы рассеиваться на доменах. Поэтому наблюдается резкое уменьшение интенсивности на спаде пиков (*г*), (*в*) и (*d*).

Более сложные процессы проявились в пике (e). Вначале после максимума интенсивность довольно резко падает в соответствии с уменьшением интенсивности нейтронов с длиной волны 4,77 Å. Но следует иметь в виду, что продолжают поступать нейтроны с увеличивающейся длиной волны, которые еще могут удовлетворять условию дифракционного рассеяния на оставшихся доменах низкополевого состояния, имеющих очень малые, по существу, минимальные размеры (около 200 Å). За время от максимума пика (≅ 440 мкс) до того момента, когда снова $H = H_{xeq}$, это увеличение длины волны составляет около 0,06 Å. Поэтому наблюдается затянутый во времени спад. При дальнейшем уменьшении поля $(H < H_{xeq})$ идет обратный процесс движения доменных стенок. Интен-



Рис. 17. Временные зависимости магнитного поля и величины $\Delta \lambda_p$ для рассеяния на мелких доменах фазового состояния III₁: линии *l* соответствуют значениям $L_0 = 5 \cdot 10^6$ Å, $\alpha = 1 \cdot 10^{-6}$ кЭ·мкс/Å, линии $2 - L_0 = 5 \cdot 10^5$ Å, $\alpha = 1 \cdot 10^{-5}$ кЭ·мкс/Å

сивность рассеяния на доменах состояния III_1 уменьшается из-за увеличения их размеров, но потом в определенный момент начинает проявляться рассеяние, на этот раз на доменах высокополевого фазового состояния III_2 , принимающих малые размеры. Поэтому наблюдается новое увеличение интенсивности.

Неполнота экспериментальных результатов не позволяет извлечь из них количественные данные о размерах доменов и о скоростях движения доменных стенок. Тем не менее рассмотренная модель в качественном отношении вполне удовлетворительно описывает эти результаты.

Вернемся теперь к самым первым измерениям с импульсным полем (рис. 9). До недавнего времени «появление» пика при H = 49,5 кЭ не

876 НИТЦ В.В.

имело достаточно удовлетворительного объяснения. Отметим некоторые особенности получения этих результатов. При охлаждении образца ниже точки Морина, когда интенсивность отражения (111) должна быть равной нулю, пик (111) не исчезал полностью, как это обычно происходило в последующих измерениях с другими образцами гематита. Это было отмечено в статье [3] и, несмотря на то, что контрольные измерения показали наличие точки Морина в «нужном» месте, $\cong 260$ K, свидетельствовало о каких-то несовершенствах кристалла. Кроме того, интенсивность в поле с амплитудой около 50 кЭ резко увеличивалась лишь в том случае, если до этого производился нагрев образца до температуры выше T_M , охлаждение без поля, а затем измерение в импульсном поле с амплитудой, не превышающей величины поля, соответствующей аномальному пику. Если после измерения при амплитуде поля свыше 70 кЭ проводилось снова измерение при $H \cong 50$ кЭ, дифракционное отражение было нормальным, т.е. точки ложились на основную плавную кривую. Несколько из полученных таким образом точек нанесено на рисунке в основании пика. Каждая точка с аномально большой интенсивностью в поле около 50 к \mathfrak{B} была получена после нагрева образца выше T_M . Всего было получено пять точек с аномальным рассеянием, каждая из них в отдельной серии измерений. Указанная предыстория образца с охлаждением через точку Морина свидетельствовала о том, что эффект «аномального» рассеяния проявлялся только на многодоменном кристалле.

В статье [66] было показано, что совместное действие магнитного поля и внешнего давления вдоль оси второго порядка (H_x и P_x) может приводить к фазовому переходу первого рода между двумя состояниями, различающимися первоначальными направлениями вектора антиферромагнетизма. Рассмотрим термодинамический потенциал с учетом давления [67]:

$$\Phi(\vartheta,\phi) = -\frac{1}{2} \left(a - \frac{\beta^2}{B} \right) \cos^2 \vartheta - \frac{g}{4} \cos^4 \vartheta - \frac{\beta}{B} H_x \sin \vartheta \sin \phi +$$

 $+ d\sin^3\vartheta\cos\vartheta\sin3\phi + \alpha_P P_x\sin\vartheta\cos\vartheta\sin\phi + \gamma_P P_x\sin^2\vartheta\sin^2\phi.$ (24)

При отсутствии магнитного поля и давления плотности энергии доменов с $\cos \vartheta = 1$ и $\cos \vartheta = -1$ одинаковы. В силу симметрии кристалла действие как магнитного поля, так и давления снимает вырождение с этих двух состояний и приводит к отклонению вектора l от ромбоэдрической оси. При этом если при постоянном давлении $P_x > 0$ увеличивается поле $H_x > 0$, то до некоторого определенного значения поля термодинамические потенциалы, соответствующие доменам типа D1 ($\cos \vartheta > 0$), меньше, чем для доменов D2 ($\cos \vartheta < 0$). При большей величине поля соотношение между энергиями состояний изменяется на обратное. Можно считать, что это соответствует фазовому переходу первого рода. Константы магнитоупругой связи для гематита

известны: $|\alpha_P| = 0,015 \ \Im \cdot \text{см}^2 \cdot \text{кгc}^{-1}, \gamma_P = 0,018 \ \Im \cdot \text{см}^2 \cdot \text{кгc}^{-1}$ [56]. Минимизируя (24) относительно ϑ и ϕ , и учитывая, что $|\beta H_x| \gg B |\alpha_P P_x|$, получаем при $H_x > 0, P_x > 0$ равновесные значения для двух фазовых состояний:

$$\phi_{\rm eq} = \frac{\pi}{2}, \quad \sin \vartheta_{\rm eq} \cong \frac{\beta H_x}{B \left[a - (\beta^2/B) + g + 2\gamma_P P_x \right]}.$$
 (25)

В используемом приближении величина ϑ_{eq} не зависит от типа домена. Приравнивая энергии двух типов доменов при $\cos \vartheta > 0$ и $\cos \vartheta < 0$, получаем соотношение, описывающее линию равенства энергий состояний в координатах (H_x , P_x):

$$H_{x0}^{2} = \frac{\alpha_{P}B^{2} \left[a - \left(\beta^{2}/B\right) + g\right]^{2}}{d\beta^{2}} P_{x0}$$
(26)

(пренебрегаем величиной $2 |\gamma_P P_x|$ в сравнении с константой анизотропии *a*). Очевидно, симметрия кристалла при этом не изменяется, а фазовый переход при сжатии кристалла в магнитном поле возможен только в том случае, если константы α_P и *d* имеют одинаковые знаки. Если d < 0, то при $\alpha_P < 0$, $H_x < H_{x0}$ плотность энергии доменов *D*1 меньше, чем у доменов *D*2, и наоборот, когда $H_x > H_{x0}$.

Если попытаться связать эффект аномального рассеяния нейтронов при $H_{x0} = 49, 5 \cdot 10^3$ Э с междоменным фазовым переходом, то при значениях констант взаимодействия, используемых при расчете [51] фазовой диаграммы гематита для T = 78 К ($B = 17, 14 \cdot 10^6$ Э, $\beta = 19, 7 \cdot 10^3$ Э, a = 205 Э, g = 123, 8 Э, d = 3, 273 Э), получаем значение $P_{x0} = 7$ кгс·см⁻². Давление приблизительно такой величины действительно возникало в эксперименте при охлаждении образца, но оно не контролировалось.

Оставалось не ясным, почему такой междоменный фазовый переход может сопровождаться значительным увеличением интенсивности рассеяния. Действительно, при дифракции от плоскости (111) домены D1 и D2 неразличимы, т.к. магнитные моменты в них имеют практически одинаковые углы с отражающей плоскостью. По аналогии с моделью, объясняющей приведенные выше результаты рассеяния на плоскости (100), рассмотрим механизм рассеяния нейтронов, применимый к случаю дифракции на плоскости (111). Как уже было пояснено выше, при охлаждении кристалла без магнитного поля с равной вероятностью образуются антиферромагнитные домены двух типов, разделенные 180-градусными доменными стенками — π -солитонами. При действии поля H_x общее количество доменов уменьшается в два раза. В результате образуется относительно устойчивая доменная структура, в которой чередуются доменные стенки разной полярности, как показано на рис. 18,*a*. Если при постоянном давлении $H_x < H_{x0}$, то домены D1 растут, а на месте доменов D2 возникают плоские одномерные солитоны, но с иной структурой:



Рис. 18. Схематичное представление перестройки магнитной структуры гематита при междоменном фазовом переходе под действием магнитного поля и давления, направленных по оси второго порядка (перпендикулярно плоскости рисунка)

с общим поворотом магнитных моментов на 360° — 2*π*-солитоны. Схематично такие солитоны показаны в виде отдельных блоков на рис. 18,6. Когда поле превышает значение H_{x0} , каждый такой солитон делится на части: образуется и растет домен D2, от которого разбегаются в противоположные стороны два π -солитона (см. рис. 18, δ), до встречи с аналогичными солитонами, движущимися им навстречу. В результате образуется новая доменная структура: с большими доменами D2, разделенными 2*π*-солитонами (рис. 18,*г*). Таким образом, фазовая перестройка сводится к изменению размеров доменов двух состояний путем движения *π*-солитонов. Однако при учете только конечных стационарных состояний изменение интенсивности связано только с изменением угла между вектором l и плоскостью (111) и не может иметь резкого возрастания при $H = H_0$. Такое возрастание интенсивности можно связать с динамикой изменения размеров доменов при учете особенностей рассеяния нейтронов на монокристаллах. В стационарном состоянии, когда зародыш нового состояния зажат между двумя *π*-солитонами, его толщина определяется энергией неоднородного обменного взаимодействия $\frac{\zeta}{2} \left(\frac{dl}{dz}\right)^2$ и

энергией анизотропии $\frac{1}{2}\left(a-\frac{\beta^2}{B}\right)\cos^2\vartheta$ и составляет около 300Å. Следует принимать во внимание, что эти зародыши имеют приблизительно такие же проекции вектора 1 на плоскость (111), как и для основной фазы, но от-

проекции вектора I на плоскость (111), как и для основной фазы, но отделены от доменов основного состояния π -солитонами. Поэтому их можно рассматривать как независимые рассеиватели, некогерентные по отношению к матрице. Если количество доменов в кристалле велико, то вклад рассеяния на них и на π -солитонах в общую интенсивность может составлять существенную часть. Возможно, с этим связано наличие довольно большой интенсивности отражения (111) при отсутствии магнитного поля (конечно, в этом случае вклад в интенсивность могут давать компоненты вектора I на плоскость (111), имеющиеся только в π -солитонах). В магнитном поле, близком к значению H_{x0} , когда размер L новых доменов (состояния I₁ или I₂, в зависимости от того, меньше или больше поле, чем H_{x0}) увеличивается, интенсивность рассеяния на N таких доменах равна [68]:

$$I_p = I(\lambda) 8d_{(111)}^4 \sin \theta_B N_c^2 N \left| F_{(111)} \right|^2 L \sin^2 \vartheta,$$
 (27)

где $F_{(111)} \cong 10 \cdot 10^{-12}$ см — амплитуда магнитного рассеяния для отражения (111), отнесенная к одной элементарной ячейке, N_c — число элементарных ячеек в единице объема. Диапазон длин волн нейтронов, охватываемых этим рассеянием, $\Delta \lambda_p = \frac{2\lambda_0}{n}$ (n — число элементарных ячеек на длине L), намного больше, чем диапазон $\Delta \lambda_m = \frac{\lambda_0 \eta_{\rm ef}}{\mathrm{tg} \, \theta_B}$ для дифракции на больших

доменах основного состояния. По мере роста домена интенсивность возрастает пропорционально его размеру. Если начальный размер $n_{\min} = 80$ $(nd_{(111)} = 400 \text{ Å})$, спектр рассеиваемых нейтронов «обрезается» величиной $\Delta \lambda_s = \frac{\tau_s}{cL_1} \cong 0,07$ Å (длительность τ_s вспышки тепловых нейтронов на ИБР составляла 150 мкс, расстояние L1 от замедлителя до образца было равным 8,5 м). При увеличении размера до $n = 1000 (nd_{(111)} = 5000 \text{ A})$ интенсивность возрастает более чем в 20 раз по отношению к начальной. При этом по-прежнему диапазон $\Delta \lambda_p = 0,01$ Å существенно превышает величину $\Delta \lambda_m$, которая, если даже эффективная мозаичность кристалла составляет 60", равна 0.002 Å. Допустим, что в кристалле с размерами 10 мм содержится $2 \cdot 10^3$ доменов основного состояния, т.е. возникает столько же маленьких доменов другого состояния. Соответствующие размеры основных доменов (5 · 10⁻⁴ см) сказываются уже на ширине диапазона длин волн для этих доменов, который равен в таком случае $\sim 0,003$ Å. Допуская, что при 50 кЭ на основном объеме кристалла рассеивается только 0,1 часть от максимально возможной для отражения (111), и подставляя в (27) значение $\sin \vartheta \simeq \frac{\beta H}{aB - \beta^2}$, получаем при n = 3000 (при этом $\Delta \lambda_p = 0,01$ Å) увеличение общей интенсивности за счет рассеяния на мелких доменах нового фазового состояния в 15 раз.

Спрашивается, почему дополнительное рассеяние наблюдается именно при амплитуде импульсов 50 кЭ, а не проявляется при больших значениях H_m , когда критическое значение поля пересекается на подъеме и на спаде импульсов? Для ответа на этот вопрос следует принимать во внимание скорость изменения поля. В отличие от ситуации, когда критическое значение достигается на крутом фронте магнитного импульса, если H_{x0} близко по значению к H_m , скорость движения π -солитонов, которая пропорциональна $|H_x - H_{x0}|$, относительно мала, мелкие домены относительно долгое время имеют размеры, оптимальные для рассеяния нейтронов. За это время успевают прилететь нейтроны с длиной волны λ_0 (при заданном направлении падения) в пределах длительности вспышки источника (150 мкс), кроме того, прилетают и рассеиваются нейтроны с другими значениями длины волны под другими углами (например, с бо́льшими длинами волн под бо́льшими углами θ_0), также удовлетворяющие условию дифракции на домене.

Остается вопрос о причинах исчезновения аномального рассеяния после того, как образец находился в поле, значительно превышающем критическое значение. Можно только предположить, что при этом происходит разрушение многодоменной структуры, т.е. зародыши состояния I_1 , зажатые с двух сторон π -солитонами и доменами состояния I_2 , ликвидируются и в результате кристалл становится однодоменным.

К сожалению, измерения гематита в импульсном поле с контролируемым давлением на образец не проводились. Такие исследования не только в обла-

сти отражения (111), но и с другими плоскостями, имеющими угол с осью z, отличающийся от 90°, например (100), для которых амплитуды рассеяния различны для двух типов доменов, могли бы дать не только более полную информацию о кинетике фазовой перестройки, но, возможно, позволили бы выделить часть рассеяния, связанную с π -солитонами и 2π -солитонами.

5. ДИНАМИЧЕСКИЙ ГИСТЕРЕЗИС ПРИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ, ИНДУЦИРОВАННЫХ ИМПУЛЬСНЫМ ПОЛЕМ

В данном разделе представлены результаты измерений в импульсном поле фазового спин-флоп-перехода в монокристаллах $\alpha - \text{Fe}_2\text{O}_3$ и Cr_2O_3 , а также фазового перехода первого рода в $\alpha - \text{Fe}_2\text{O}_3$ ниже точки Морина в магнитном поле, параллельном оси C_2 . Измерения были выполнены на спектрометре СНИМ-2 [13–16]. Использовались монокристаллы: $\alpha - \text{Fe}_2\text{O}_3$ с размерами $5 \times 6 \times 8$ мм, Cr_2O_3 — цилиндр диаметром 3,5 мм и высотой 8 мм.

5.1. Спин-флоп переход [20,21]. В случае $\alpha - Fe_2O_3$ производились измерения влияния магнитного поля на дифракционный пик (333), который



Рис. 19. Нормированные нейтронограммы магнитного отражения (333) для гематита. T = 199 К, ширина канала $\tau = 4$ мкс, длительность магнитного импульса (по основанию) $T_H = 737$ мкс. Значения H_m (в кЭ) соответствуют: $\blacksquare - 59,08$; $\Box - 58,33$; $\star - 57,84$; $\dotplus - 57,46$; $\Leftrightarrow - 57,20$; $\diamondsuit - 56,82$; $\bigtriangleup - 56,56$; $\circ - 56,18$; $\bullet - 55,81$ кЭ

Рис. 20. Зависимости интенсивности от поля, соответствующие нейтронограммам, представленным на рис. 19. Значения H_m (в кЭ) соответствуют: •, • — 56,56; •, \triangle — 56,82; •, \Box — 57,20; ¢, ¢ — 57,84; \star , \Leftrightarrow — 59,08 кЭ





Рис. 21. То же, что на рис.20, но с относительно большими амплитудами импульсов. Здесь же для сравнения приведена одна петля гистерезиса с промежуточным значением амплитуды (при $H_m = 57, 2 \text{ к}\Im - \diamondsuit, \diamondsuit)$. **A**, $\bigtriangleup - 60,33$; **B**, $\Box - 60,33$; **•**, $\circ - 61,34$; **★**, $\precsim - 61,66 \text{ k}\Im$

Рис. 22. Зависимости интенсивности в пике (333) от величины поля, полученные при T = 156 К, $\tau = 8$ мкс. Значения H_m соответствуют: •, • — 64,81 кЭ; •, \triangle — 66,07 кЭ; •, \Box — 68,59 кЭ; *, * — 71,10 кЭ. Для представления о температурной зависимости положения петли гистерезиса приведены также данные, соответствующие температуре T = 157, 5 К, \bigstar , \bigstar — 73,47 кЭ

отсутствует в исходном состоянии образца ниже точки Морина и имеет максимальную интенсивность в спин-флоп-состоянии, когда поле превышает величину H_{zeq} . Ромбоэдрическая ось кристалла [111] была параллельной горизонтально направленному магнитному полю с точностью 0,2°. Угол рассеяния равен 170°.

В измерениях с монокристаллом Cr_2O_3 использовалось отражение (224). Для исключения влияния неоднородности радиальной составляющей поля и, следовательно, для однозначного задания направления поворота вектора антиферромагнетизма n от оси симметрии, кристалл Cr_2O_3 устанавливался с отклонением оси C_3 от оси магнита в горизонтальной плоскости на определенный угол $\gamma > 0$ (как правило, он был не меньше, чем 1°) с точностью 0,25°. Угол рассеяния в этом случае $2\theta_0 = 90^\circ$. Временное соотношение между отражением (224) для Cr_2O_3 и импульсом поля представлено на рис. 3. Там же показана геометрия измерений.

На рис. 19 приведена часть серии нормированных нейтронограмм отражения (333) для гематита. Нормировка в данном случае состояла в делении полученных при различных амплитудах поля спектров на нейтронограмму с импульсом, обеспечивающим полный поворот моментов (с предварительным вычитанием из каждого спектра фоновой подложки). Соответствующие этой серии зависимости интенсивности от поля показаны на рис. 20 и рис. 21. Возрастанию поля соответствуют точки, обозначенные черными значками, а уменьшению поля — светлыми. Кроме того, на рис. 22 представлены зависимости, полученные при T = 156 K, $\tau = 8$ мкс, $T_H = 1000$ мкс.

Ι

На рис. 23 приведена серия из четырех зависимостей отражающей способности $I = (I_H - I_0)/I_0$ от номера канала для Cr_2O_3 . Соответствующие зависимости отражающей способности от величины поля даны на рис. 24, a, 6, e. На рис. $24, z, \partial, e$ показаны аналогичные зависимости от поля, полученные при T = 153 К, $\tau = 8$ мкс и неизменных прочих параметрах измерений.

С целью выяснения влияния на фазовую перестройку более резкого изменения магнитного поля, было выполнено измерение на Cr_2O_3 при $T_H = 455$ мкс, T = 108 К, $\tau = 8$ мкс. Соответствующие зависимости I(H) приведены на рис. 25.

Общей особенностью этих результатов является наличие гистерезиса в зависимости интенсивности от величины магнитного поля. Характер изменения петли гистере-



Рис. 23. Зависимости отражающей способности $I = (I_H - I_0)/I_0$ от номера канала для Cr_2O_3 , полученные при T = 136 К, $\gamma = +1^\circ$, $T_H = 1000$ мкс. Штриховой линией показан характер изменения магнитного поля. Значения H_m соответствуют: $\bigstar - 67,2$; $\bigstar - 68,6$; $\blacksquare - 69,9$; + - 71,0 кЭ

зиса в случае $\alpha - Fe_2O_3$ при увеличении амплитуды импульса проиллюстрирован на рис. 20, из которого следует, что процесс установления равновесного направления для вектора антиферромагнетизма I не успевает за изменением магнитного поля. С увеличением амплитуды импульсов петля гистерезиса расширяется, но затем приобретает предельную ширину и форму. При повышении температуры процесс переориентации с гистерезисом перемещается к меньшим значениям поля, что согласуется с фазовой диаграммой гематита. На рис. 22 показано, как смещается петля гистерезиса при изменении температуры всего на 1,5 К.

По крайней мере для случая спин-флоп-перехода в $\alpha - Fe_2O_3$ наблюдаемый гистерезис имеет динамический характер, т.е. он не проявился бы в



Рис. 24. Зависимости изменения отражающей способности от величины магнитного поля для Cr_2O_3 при $\gamma = +1^\circ$: T = 136 K, (*a*, *b*, *e*), T = 153 K (*e*, *d*, *e*)

поле, которое изменяется очень медленно. При относительно малых значениях H_m , когда поле изменяется вблизи максимума импульса, интенсивность растет, приближаясь к некоторой линии, проходящей около центра предельной петли гистерезиса. Несколько иная ситуация с Cr2O3. Так как в этом случае поле было заведомо направлено под некоторым углом к оси симметрии, основной характер изменения интенсивности определяется процессом своего рода «когерентного» поворота вектора n исходного состояния при изменении поля. Из сопоставления данных, представленных на рис. 25, с результатами измерения интенсивности при $T > T_N = 320$ K следует, что в минимуме магнитная часть рассеяния практически исчезает, т.е. вектор n становится перпендикулярным плоскости (224). Из-за малой величины второй константы осевой анизотропии относительно первой (точное значение второй константы неизвестно) и заведомого отклонения поля от оси симметрии в случае Cr_2O_3 следует говорить не о фазовом переходе, а о непрерывном повороте вектора n. Тем не менее и этот процесс происходит с гистерезисом. Наиболее определенным результатом измерений с Cr2O3 является наличие гистерезиса при $H_m < H_{zeq}$ (см. рис. 24 и 25). Это свидетельствует о существовании механизма, вызывающего запаздывание процесса поворота намагниченностей



Рис. 25. Зависимости отражающей способности Cr_2O_3 от поля при T = 108 K, $\gamma = +1^\circ$, $T_H = 455$ мкс, $H_m = 64, 9$ кЭ (*a*) и 71,4 кЭ (*b*). Стрелками указана последовательность изменения магнитного поля

Tаблица 2. Значения критического поля, соответствующие фазовой диаграмме, и положение центра петли гистерезиса. Относительные значения ширины петли в поле H_z

T, \mathbf{K}	$H_{zeq},$ кЭ	$H_{z \exp}$	$\Delta H_z/H_{z\mathrm{exp}},\%$	H_{xeq} , кЭ	$H_{x \exp}$
156	64,08	64,65	1,7		
157,5	63,86	63,8			
199	55,7	56,57	3,25		
230				-	54,1
240				39,14	41,1

магнитных подрешеток задолго до достижения полем критического значения. Имеющиеся экспериментальные данные не позволяют выделить в гистерезисной картине часть, связанную непосредственно с фазовым переходом, когда $H_m > H_{zeq}$.

В табл. 2 приведены значения магнитного поля, соответствующие в каждом случае центру петли гистерезиса для гематита, в сравнении с величинами критического поля фазового перехода первого рода, которые были получены в расчетах фазовой диаграммы [51]. Следует признать, что для спин-флоп-перехода экспериментальные результаты неплохо согласуются с критическими значениями. В этой же таблице представлены относительные значения ширины петли гистерезиса в поле H_z . Было бы естественно предположить, что наблюдаемая петля гистерезиса непосредственно связана с диапазоном метастабильности для фазовых состояний. Как видно на рис. 21, относительная ширина предельной петли гистерезиса составляет 3,25 % при T = 199 К. Это в три раза меньше теоретического диапазона метастабильности, который при этой температуре ограничивается значениями от 52,5 до 58,9 кЭ [51]. При T = 156 К ширина предельной петли гистерезиса еще меньше — около 1,7 % (см. рис. 22).

Такое резкое расхождение свидетельствует о том, что образец состоит из множества антиферромагнитных доменов, и фазовая перестройка определяется движением доменных стенок. В этом отношении данные эксперимента согласуются с теорией [63] и с результатами исследования рассеяния на зародышах новой фазы (см. разд. 4). Если в исходном состоянии образец состоит из множества антиферромагнитных доменов, разделенных 180-градусными стенками, то в области критического значения поля каждая стенка расщепляется на две 90-градусные стенки, которые при увеличении поля «разбегаются» и становятся, таким образом, стенками между доменами низкополевой и высокополевой фаз. В таком случае «неполные» петли гистерезиса (на рис. 20– 22) соответствуют ситуации, когда 90-градусные стенки за время возрастания поля не успевают пройти весь объем, заполненный первоначально доменами исходного состояния.

Проанализируем подробнее процесс фазовой перестройки в случае спинфлоп-перехода. Если, используя выражение (4) при $H = H_z$, приравнять термодинамические потенциалы двух фазовых состояний (состояние I₀ при $\sin \vartheta = 0$ и III при $\cos \vartheta = 0$), то для разности потенциалов получаем выражение

$$\Delta \Phi \equiv \Phi_1 - \Phi_2 = \frac{H_{zeq}}{B} \left[(H - H_{zeq}) + \frac{(H - H_{zeq})^2}{2H_{zeq}} \right]$$
(28)

(принимаем во внимание, что $D \gg B$). Допустим, что кристалл состоит из одинаковых по размерам (L_0) плоских антиферромагнитных доменов, разделенных 180-градусными стенками. Когда поле превышает значение H_{zeq} , домен состояния III, образовавшийся между 90-градусными стенками, растет со скоростью, определяемой их движением. При возрастании поля размер каждого домена изменяется в соответствии с выражением

$$L_{\parallel}(t) \equiv 2\int_{t_{1}}^{t} v(t)dt = \frac{H_{zeq}}{\alpha B}\int_{t_{1}}^{t} \left[(H(t) - H_{zeq}) + \frac{1}{2H_{zeq}} (H(t) - H_{zeq})^{2} \right] dt,$$
(29)

где $H(t_1) = H_{zeq}$. В определенный момент t_{1m} домены достигают максимального значения L_0 . При уменьшении поля, на спаде магнитного импульса, в момент времени t_2 (при этом также $H(t_2) = H_{zeq}$) начинается обратный

Рис. 26. Расчетная форма петли гистерезиса для спин-флоп-перехода в гематите для синусоидальных импульсов поля (интенсивность рассеяния нейтронов пропорциональна размеру L доменов) при следующих значениях параметров: $H_m = 62$ кЭ, $T_H = 740$ мкс, $H_{zeq} = 55,7$ кЭ, $B = 17, 14 \cdot 10^3$ кЭ, $L_0 = 3 \cdot 10^6$ Å, $\alpha = 0, 5 \cdot 10^{-6}$ кЭ·мкс·Å⁻¹. Пунктирная линия в петле, почти совпадающая с непрерывной линией, соответствует приближенной (линейной) зависимости скорости движения доменных стенок от $(H - H_{zeq})$



процесс — уменьшение доменов:

$$L_{\parallel}(t) = L_0 - \frac{H_{zeq}}{\alpha B} \int_{t_2}^t \left[(H_{zeq} - H(t)) - \frac{1}{2H_{zeq}} (H_{zeq} - H(t))^2 \right] dt, \quad (30)$$

который завершается при $L(t_{2m}) = 0$. При не слишком большой толщине кристалла, когда можно пренебречь вторичной экстинкцией при рассеянии нейтронов, интенсивность пропорциональна величине $L_{\parallel}(t)$. Исходя из временной зависимости магнитного импульса, можно рассчитать форму кривой гистерезиса $I(H_z) \approx L_{\parallel}(H_z)$. На рис. 26 показан пример такой зависимости для синусоидальных импульсов поля $H_z = H_m \sin \frac{\pi t}{T_H}$ при следующих значениях параметров: $H_m = 62$ кЭ, $T_H = 740$ мкс, $H_{zeq} = 55, 7$ кЭ, B = $17, 14 \cdot 10^3$ кЭ, $L_0 = 3 \cdot 10^6$ Å, $\alpha = 0, 5 \cdot 10^{-6}$ кЭ·мкс·Å⁻¹. Мы не задавались целью добиться количественного согласия этой зависимости с экспериментальными данными по «предельной» петле гистерезиса (см. рис. 21), хотя качественное соответствие очевидно. Действительно, импульсы поля в экспериментах [22, 23] имели форму затухающей синусоиды: $H_z = H_m e^{-\delta t} \sin \frac{\pi t}{T_H}$.

Корректная обработка экспериментальных кривых гистерезиса, при условии применимости кинематического приближения при анализе рассеяния нейтронов, позволяет определять произведение ($L_0\alpha$). Восходящая и нисходящая ветви петли начинаются (точки 1 и 3 на рис. 26) при одном и том же значении магнитного поля $H_z = H_{zeq}$.

На рис. 26 пунктиром показан ход кривых $L_{\parallel}(H)$ при учете только линейного члена в зависимости скорости движения стенки от $(H - H_{zeq})$. Как видим, по крайней мере в рассмотренном примере ширина петли гистерезиса практически не изменяется. Используя такое приближение для скорости, получаем выражения для времени прямого и обратного перемагничивания кристалла:

$$(t_{1m} - t_1)^2 \cong (t_{2m} - t_2)^2 \cong \frac{BT_H \alpha L_0}{\pi H_{zeq} \sqrt{H_m^2 - H_{zeq}^2}}.$$
 (31)

Соответствующие координаты точек 3 и 4 на кривой гистерезиса:

$$H_3 \cong H_{zeq} - \sqrt{\frac{\pi B \alpha L_0}{H_{zeq} T_H}} \sqrt{H_m^2 - H_{zeq}^2}, \quad H_4 \cong H_{zeq} + \sqrt{\frac{\pi B \alpha L_0}{H_{zeq} T_H}} \sqrt{H_m^2 - H_{zeq}^2}.$$
(32)

Понятно, почему в эксперименте петля гистерезиса при увеличении амплитуды импульсов, достигнув определенной ширины, затем в пределах точности измерений и в сравнительно малом диапазоне значений амплитуды, в котором производились измерения, перестала уширяться. Далее ширина увеличивается как корень четвертой степени от $(H_m - H_{zeq})$. Заметим, что максимальная скорость (в точке 4) при $\alpha = 0, 5 \cdot 10^{-6}$ кЭ·мкс·Å⁻¹ равна $3, 6 \cdot 10^4$ Å·мкс⁻¹.

5.2. Фазовый переход в гематите в магнитном поле, перпендикулярном ромбоэдрической оси. Измерения с монокристаллом $\alpha - \text{Fe}_2\text{O}_3$ были проведены ниже точки Морина, когда магнитное поле направлено по оси симметрии второго порядка, т.е. по оси x. Как следует из анализа фазовой диаграммы гематита [51], фазовый переход первого рода в этом случае имеет место только достаточно близко к точке Морина. Однако расчеты показывают, что и ниже критической точки ($T_{\rm cr} \cong 236, 5$ K, $H_{xcr} \cong 45$ кЭ) поворот приблизительно от 65° к 90° должен происходить настолько резко, что в таких экпериментах, как, например, измерение намагниченности или дифракция нейтронов, он может восприниматься, как переход первого рода.

В нейтронных экспериментах с импульсным полем использовался тот же образец гематита, с которым проводились измерения спин-флоп перехода. Угол рассеяния в этом случае составлял $2\theta_0 = 90^\circ$. Магнитное поле было вертикальным, направленным перпендикулярно плоскости рассеяния. Длительность импульса поля составляла 1035 мкс. На рис. 27 приведены две нейтронограммы отражения (333) в импульсном поле с амплитудой $H_m = 84,3$ кЭ при температуре T = 230 К. На одной из них импульс поля синхронизирован с дифракционным пиком так, что наблюдается поворот вектора l к базисной плоскости, происходящий при возрастании поля, на переднем фронте импульса, а на второй нейтронограмме — обратный поворот, к ромбоэдрической оси, который происходит на спаде импульса магнитного поля. Зависимость

НЕЙТРОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ 889



Рис. 27. Нейтронограммы отражения (333) для гематита при T = 230 К в поле, параллельном оси симметрии второго порядка. Спектр, обозначенный черными точками, получен при задержке импульсов поля относительно стартовых импульсов реактора, равной 18044 мкс, а второй спектр (светлые кружки) — при задержке 17564 мкс. Ширина канала 4 мкс

Рис. 28. Зависимость нормированной интенсивности отражения (333) от величины магнитного поля при двух значениях температуры. Черными значками показаны значения, полученные при росте магнитного поля, светлыми — при уменьшении поля (стрелки показывают направленность изменения поля)

интенсивности от величины поля, полученная при обработке нейтронограммы рис. 27, показана на рис. 28. В данном случае I — нормированная интенсивность, т.е. спектр, полученный с полем, делился на спектр, который измерялся выше точки Морина, при 270 К, в слабом магнитном поле 10 кЭ. На этом же рисунке представлены результаты, полученные при T = 240 К. Длительность импульса поля составляла в этом случае $T_H = 740$ мкс, при этом сразу измерялась интенсивность на подъеме и на спаде магнитного импульса.

В табл. 2 приведено сравнение полученных положений петли гистерезиса в поле H_x с данными, взятыми из фазовой диаграммы (H_xT). При температуре 230 К не приводится значение H_{xeq} , т.к. эта температура ниже значения, соответствующего критической точке. Не следует придавать большого значения полученному увеличению ширины петли гистерезиса при уменьшении температуры, т.к. при температуре 230 К приходилось делать измерения раздельно, что, возможно, привносило дополнительные погрешности в обработку результатов.

Заметим, что положение критической точки очень чувствительно к значениям параметров анизотропии; она существенно сдвигается при изменении этих параметров в пределах точности их определения. Если же действительно температура 230 К ниже критической точки, то, как и в измерениях спин-флоп-перехода в Cr_2O_3 , в измерениях с гематитом в поле, параллельном оси второго порядка, видим проявление гистерезиса, не связанное непосредственно с движением доменных стенок.

Сделаем некоторые выводы по результатам исследования кинетики фазовых переходов.

1. Дифракционные измерения ориентационных фазовых переходов первого рода, индуцированных импульсным магнитным полем в монокристаллах, подтвердили механизм фазовой перестройки, связанный с изменением размеров доменов за счет движения доменных стенок.

2. В экспериментах 1976–1978 гг. на подложке обычных дифракционных пиков от кристалла зарегистрированы узкие пики, которые по интенсивности почти на порядок могут превышать основное дифракционное рассеяние. Возникновение их обусловлено рассеянием на микроскопических доменах, представляющих собой остатки от первоначального низкополевого фазового состояния. Фазовая перестройка при действии импульсов поля представляет собой рост размеров доменов высокополевого состояния, существующих при отсутствии поля в виде зародышей на доменных стенках, и соответствующее уменьшение размеров доменов низкополевого состояния. Возможность наблюдения этих (низкополевых) доменов связана со спецификой дифракции нейтронов на монокристаллах, в соответствии с которой оптимальными являются размеры около 1000 А. Продолжая сжиматься, эти домены не исчезают, а остаются в виде зародышей будущего низкополевого состояния с размерами 200-300 Å, но становятся уже невидимыми при рассеянии нейтронов из-за своих малых размеров. Время, за которое эти домены уменьшаются до оптимальных размеров, начиная от момента достижения полем значения H_{eq} , составляло 170-180 мкс. При значении H_{eq}, близком к амплитуде магнитных импульсов, удалось зарегистрировать обратный процесс, когда на спаде импульсов высокополевые домены снова уменьшаются и появляется дополнительное рассеяние, связанное уже с микроскопическими доменами высокополевого состояния.

3. Для объяснения аномального пика в рассеянии нейтронов, проявившегося при поле 49,5 кЭ в экспериментах 1968 г., используется модель междоменного фазового перехода первого рода, происходящего при совместном действии магнитного поля и давления. В этом случае дополнительное рассеяние нейтронов связано с ростом множества доменов нового состояния, существующих в матрице основного состояния в форме зародышей в 2π -солитонах.

4. Дифракционные измерения спин-флоп-перехода в монокристаллах $\alpha - Fe_2O_3$ и Cr_2O_3 , а также фазового перехода первого рода в гематите в магнитном поле, параллельном оси второго порядка, показали наличие гистерезиса в зависимости интенсивности от величины поля.

5. Наблюдаемый гистерезис имеет динамический характер, т.е. он не проявился бы в медленно изменяющемся поле. Гистерезис, связанный с энергией стабилизации положения доменных стенок, в измерениях не проявился.

6. Ширина петли гистерезиса в случае гематита существенно меньше диапазона метастабильности, получаемого из расчетов фазовой диаграммы, что согласуется с механизмом фазовой перестройки, связанным с образованием доменов новой фазы на 180-градусных доменных стенках исходного состояния.

7. При увеличении амплитуды импульсов, т.е. скорости изменения магнитного поля, петля гистерезиса в случае спин-флоп-перехода в гематите принимает предельные форму и ширину, не изменяющиеся при дальнейшем увеличении скорости изменения поля, по крайней мере, в пределах значений амплитуд импульсов, полученных в экспериментах.

 При понижении температуры относительная ширина петли гистерезиса при спин-флоп-переходе уменьшается. Особенно определенно это проявилось в измерениях с α – Fe₂O₃.

9. Проведенный анализ процесса переориентации магнитных моментов при спин-флоп-переходе, связанного с движением доменных стенок, позволил определить свойства основных характеристик петли гистерезиса и качественно описать экспериментальные данные. В соответствии с этим анализом, после достижения амплитудного значения петли гистерезиса — по величине интенсивности нейтронов, дальнейшее значение ширины петли (по полю) должно увеличиваться как корень $\sqrt[4]{(H_m - H_{zeq})}$. Это служит объяснением замедления уширения петли при увеличении амплитуды импульсов, проявившегося в экспериментах.

10. В измерениях с кристаллом Cr_2O_3 проявился гистерезис при амплитуде импульсов поля меньшей, чем критическое значение. Это рассматривается как свидетельство запаздывания процесса обычного поворота намагниченностей подрешеток при изменении поля (ниже точки фазового перехода).

6. АНТИФЕРРОМАГНЕТИЗМ, ИНДУЦИРОВАННЫЙ ВНЕШНИМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ В ОРТОФЕРРИТЕ ГОЛЬМИЯ [24]

Кристаллическая симметрия HoFeO₃ описывается ромбической пространственной группой $D_{2h}^{16} - P_{\rm bnm}$. В каждой ячейке содержится четыре молекулы, расположение ионов Fe³⁺ и Ho³⁺ показано на рис. 29. В силу симметрии кристалла, подобно гематиту, такая структура связана с возможностью неколлинеарного антиферромагнитного упорядочения и слабого ферромагнетизма. В температурном диапазоне $T_{NHo} < T < T_{NFe} = 647$ K, где $T_{NHo} = 4, 5 - 6, 5$ K [69,70] — точка Нееля для ионов Ho³⁺, железные

подрешетки упорядочены антиферромагнитно, а подрешетки гольмия находятся в парамагнитном состоянии. Но под влиянием обменного Ho - Feвзаимодействия ионы Ho^{3+} испытывают слабое упорядочение, характер которого, в свою очередь, определяется конфигурацией упорядочения ионов Fe^{3+} .



Рис. 29. Расположение магнитных ионов в элементарной ячейке. Длинными стрелками при ионах железа показаны первоначальные направления магнитных моментов. Короткие стрелки при ионах Fe^{+3} (•), и Ho^{+3} (•) обозначают магнитные упорядочения, соответственно, типа C_x и c_x , индуцированные магнитным полем

При рассмотрении возможных магнитных структур используем следующие векторы ферро- и антиферромагнетизма: $\mathbf{F} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_3 + \mathbf{M}_4$, $\mathbf{G} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_3 - \mathbf{M}_4$, $\mathbf{C} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 - \mathbf{M}_3 - \mathbf{M}_4$, $\mathbf{A} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 - \mathbf{M}_3 + \mathbf{M}_4$ для ионов \mathbf{Fe}^{3+} и $\mathbf{f} = \mathbf{M}_5 + \mathbf{M}_6 + \mathbf{M}_7 + \mathbf{M}_8$, $\mathbf{g} = \mathbf{M}_5 - \mathbf{M}_6 + \mathbf{M}_7 - \mathbf{M}_8$, $\mathbf{c} = \mathbf{M}_5 + \mathbf{M}_6 - \mathbf{M}_7 - \mathbf{M}_8$, $\mathbf{a} = \mathbf{M}_5 - \mathbf{M}_6 - \mathbf{M}_7 + \mathbf{M}_8$ для ионов \mathbf{Ho}^{3+} (\mathbf{M}_i — намагниченности соответствующих подрешеток).

При условии 63 К $< T < T_{NFe}$ реализуется состояние $\Gamma_4(\underline{G}_x, A_y, F_z, f_z)$ антиферромагнитное упорядочение типа G по оси x для ионов Fe^{3+} с указанными малыми по величине дополнительными компонентами. При действии внешнего магнитного поля, направленного по оси у, в этой температурной области в дополнение к Г₄ индуцируется примесь состояния $\Gamma_3(C_x, F_y, A_z, c_x, f_y)$, т.е. антиферромагнитное упорядочение железа и гольмия типа (С, с) по оси x. Степень этого упорядочения пропорциональна величине поля и определяется для ионов железа, главным образом, антисимметричным обменным Fe-Fe-взаимодействием [71], а для ио-

нов гольмия — антисимметричным и анизотропно-симметричным обменными Но-Fе-взаимодействиями [72]. Таким образом, экспериментальное исследование антиферромагнитного упорядочения, индуцированного полем H_y , позволяет определять константы этих взаимодействий, что имеет существенное значение при изучении редкоземельных ортоферритов.

Однако экспериментальное выделение соответствующих антиферромагнитных составляющих является непростой задачей, т.к. эти взаимодействия на несколько порядков слабее, чем основное обменное взаимодействие, ответственное за упорядочение ионов железа. Этим можно объяснить то, что такие исследования ранее не проводились.

НЕЙТРОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ 893



Рис. 30. Нейтронограммы при $H_m = 77$ кЭ, $\tau = 16$ мкс, T = 79 (1), 86 (2), 94 (3), 103 (4), 113 (5), 123 К (6). Показано положение и форма импульса магнитного поля

Рис. 31. Соотношение между индуцированными дифракционными пиками при $H_m = 87,55$ кЭ и «стандартным» пиком, полученным при T = 26 К (+). T = 123 (*I*), 134 (2), 144 (3), 154 К (4)

Дифракция нейтронов предоставляет в этом отношении уникальные возможности, т.к. индуцированным компонентам антиферромагнетизма (C, c)соответствуют отдельные дифракционные пики, не связанные с ядерным взаимодействием и с другими компонентами намагниченностей подрешеток.

Измерения проводились с монокристаллом HoFeO₃, имеющим размеры $3 \times 6 \times 8$ мм. Использовались дифракционные отражения, чувствительные только к указанным компонентам векторов антиферромагнетизма, которые присутствуют в смеси состояний Γ_4 и Γ_3 : (102) с компонентами C_x , c_x и (201) с компонентами c_x , A_y , A_z . Для получения абсолютных значений индуцированных компонент C_x и c_x учитывалась интенсивность и форма спектра первичного пучка нейтронов.

Компонента $A_y \neq 0$ при H = 0. В линейном по величине поля приближении она не должна изменяться. Компонента A_z индуцируется полем H_y , но с полным основанием ею можно пренебрегать, так как она зависит от величины поля квадратично. Таким образом, измерение двух дифракционных отражений позволяет определять величины индуцированного по оси xантиферромагнетизма раздельно в железной и редкоземельной подсистемах.

На рис. 30 и 31 приведены серии нейтронограмм для отражения (102), полученные при $2\theta_0 = 91, 7^{\circ}$ и указанных значениях температуры. Показан также спектр отражения (102) в низкотемпературном фазовом состоянии, в котором присутствуют достаточно большие по величине компоненты C_u и c_u .





Рис. 32. Зависимость амплитуды рассеяния $F_{(102)}$ от величины магнитного поля. Экспериментальные данные приведены (сверху вниз) при *a*) T = 79, 86, 94, 103, 113, 123 K, $H_m = 77,0$ кЭ; *б*) T = 123, 134, 144, 154 K, $H_m = 87,7$ кЭ



Рис. 33. Нейтронограммы отражения (201), индуцированного магнитным полем при T = 92 K, $H_m = 77,07$ кЭ (\blacksquare), и «стандартного» отражения (201), полученного при низкой температуре: T = 35 K и H = 0 (+). Здесь же показано положение и форма импульса магнитного поля (сплошная линия)

Рис. 34. Зависимости амплитуд рассеяния от величины магнитного поля для индуцированных отражений (102) (T = 94 K) и (201) (T = 92 K). Прямые линии проведены через начало координат, т.к. эти отражения отсутствуют при H = 0

Этот спектр характеризует просто временную зависимость прилета нейтронов с фиксированной длиной волны, которые участвуют в рассеянии, и исполь-

зуется в качестве «стандартного» при нормировке измерений с магнитным полем. Получаемая таким образом отражающая способность кристалла не зависит от фактической величины амплитуды рассеяния в стандартном пике.

Принималось во внимание, что при малых значениях индуцированных компонент выполняется кинематическое приближение, т.е. интенсивность рассеяния пропорциональна квадрату амплитуды рассеяния. В качестве последней используем здесь амплитуду рассеяния, отнесенную к одной паре ионов железа и гольмия и выраженную в единицах спина. Соответственно для двух рассматриваемых плоскостей эти амплитуды могут быть записаны следующим образом:

$$F_{(102)} = f_{\rm Fe(102)} S_{\rm Fe,x} + f_{\rm Ho(102)} \cos\left(2\pi\delta x\right) S_{\rm Ho,x},\tag{33}$$

$$F_{(201)} = f_{\text{Ho}(201)} \sin(4\pi\delta x) S_{\text{Ho},x},$$
(34)

где $f_{\rm Fe}$ и $f_{\rm Ho}$ — магнитные формфакторы для соответствующих отражений, $S_{{\rm Fe},x}$ и $S_{{\rm Ho},x}$ — индуцированные по оси x компоненты эффективных спинов, $\delta x = 0,018$ — смещение иона гольмия от ребра элементарной ячейки по оси x.

Величина интенсивности рассеяния при действии поля

$$I_{H} = \frac{I_{0}}{S_{0}} i(\lambda) \, 8d_{\rm hkl}^{2} \sin^{2}\theta_{0} N^{2} V \, \cos^{2}\eta \cdot 4 \cdot 0,539 \cdot 10^{-12} \left| F_{\rm (hkl)} \right|^{2}, \qquad (35)$$

где I_0 — интенсивность стандартного пика во временном канале, соответствующем величине поля H, S_0 — площадь стандартного пика, $d_{\rm hkl}$ — межплоскостное расстояние, V — объем образца, η — угол между осью x и плоскостью рассеяния. На рис. 32 показаны результаты обработки, в соответствии с (35), спектров, представленных на рис. 30 и 31 для (102). Видно, что на начальных участках амплитуда рассеяния пропорциональна величине поля. При увеличении поля начинает проявляться вторичная экстинкция в рассеянии нейтронов.

Нейтронограмма для (201), полученная при $H_m = 77, 1 \text{ к}\Im$, $\tau = 16 \text{ мкс}$, $T = 92 \text{ K}, 2\theta_0 = 90^\circ$, приведена на рис. 33, вместе с соответствующим стандартным пиком и импульсом магнитного поля.

Амплитуды рассеяния для отражений (102) и (201), полученные при относительно близких значениях температуры (94 и 92, соответственно), представлены на рис. 34.

При обработке экспериментальных данных использованы следующие значения магнитных формфакторов [73,74]: $f_{\text{Fe}(102)} = 0,715$, $f_{\text{Ho}(102)} = 0,866$, $f_{\text{Ho}(201)} = 0,79$. Пренебрегая различием амплитуд рассеяния при T = 92 и 94 K, можно получить при среднем значении T = 93 K антиферромагнитные восприимчивости для ионов железа и гольмия: $S_{\text{Fe},x}/H_y = -2,02 \cdot 10^{-6} \ \Im^{-1}$,

 $S_{\text{Ho},x}/H_y = 5,58 \cdot 10^{-6} \ \Im^{-1}$. Такому соотношению знаков в значениях восприимчивостей соответствует изменение намагниченностей подрешеток, показанное стрелками на рис. 29.



Рис. 35. Температурная зависимость антиферромагнитной восприимчивости ионов $\mathrm{Ho^{+3}}$

Для извлечения из полученных данных антиферромагнитной восприимчивости гольмиевой подсистемы можно пренебречь температурной зависимостью восприимчивости подрешеток железа в рассматриваемом температурном диапазоне. В таком приближении получаем из рис. 32 температурную зависимость антиферромагнитной восприимчивости ионов гольмия, показанную на рис. 35, которая, как видно, хорошо удовлетворяет закону Кюри-Вейсса с положительным значением постоянной $\Theta \cong$ $0,975 \cdot 10^{-3}$ 9,6 K: $\chi_{af} =$ $(T-9,6)^{-}\mu_B/\Im.$

Соответствие полученных результатов закону Кюри–Вейсса является лишь следствием того, что ионы гольмия в HoFeO₃ находятся в парамагнитном со-

стоянии. А положительный знак в зна-

чении Θ получен потому, что, в отличие от обычной магнитной восприимчивости, используемая в данной работе «антиферромагнитная восприимчивость» при асимптотическом продлении в область низких температур должна расходиться именно в собственной точке Нееля редкоземельной подсистемы, соответствующей антиферромагнитному упорядочению типа *c*.

Отметим, что не следует ожидать точного совпадения полученного значения Θ с известными значениями точки Нееля для Ho⁺³ (4,55 K [69], 6,5 K [70]), т.к. эти значения соответствуют низкотемпературной конфигурации $\Gamma_2(\underline{G}_z, C_y, F_x, f_x, c_y)$, в которой взаимодействия, ответственные за антиферромагнитное упорядочение гольмиевой подсистемы, несколько иные, чем в состоянии Γ_4 .

7. ДИФРАКЦИОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ С ИМПУЛЬСНЫМ ПОЛЕМ НА НЕЙТРОННОМ ИСТОЧНИКЕ В КЕК

В исследованиях, выполненных с импульсным полем на ускорительном источнике нейтронов в КЕК (Япония), заведомо было известно, что необходимо поле, превышающее 100 кЭ. В изучении всех трех магнитных соединений: PrCo₂Si₂, CsCuCl₃ и DyAg авторы исходили из заранее известных результатов измерений намагниченности в сильном импульсном магнитном поле. Задача состояла в том, чтобы подтвердить (или опровергнуть) модели фазовых переходов, служащих объяснением результатов этих классических измерений. Были известны по крайней мере приблизительные значения магнитного поля, при которых следовало ожидать проявления характерных для фазовых переходов особенностей в дифракции нейтронов. Это в значительной мере облегчало получение необходимой информации, т.к. отпадала необходимость непрерывного сканирования по величине поля.

В представленных здесь результатах измерений в KENS длительность импульса поля (по основанию) составляла около 1000 мкс, причем авторы вырезали из каждого дифракционного пика только часть, в пределах которой поле изменялось в пределах 10 % от амплитудного значения, и определяли площадь этого участка спектра при различных значениях амплитуды.

7.1. Антиферромагнитное соединение $PrCo_2Si_2$ имеет тетрагональную кристаллическую структуру, точка Нееля $T_N = 30$ К. На рис. 36 показаны направления магнитных моментов ионов празеодима в элементарной ячейке при $T < T_1 = 9$ К без магнитного поля — чередование ферромагнитных слоев, перпендикулярных оси *c* кристалла, с изменением направлений моментов на противоположные в ближайших слоях. Из нейтронно-дифракционных измерений [75,76] известно, что при $T = T_1$ такое строгое чередование направлений моментов нарушается, происходит фазовый переход первого рода



Рис. 36. Направления магнитных моментов и
онов празеодима в элементарной ячейке $\Pr Co_2 Si_2$ пр
и $T < T_1 = 9~{\rm K}$

Рис. 37. Фазовая диаграмма $PrCo_2Si_2$ в магнитном поле, параллельном оси *с*. Кроме экспериментальных точек, лежащих на линиях фазовых переходов и полученных в магнитных измерениях с постоянным полем, показана последовательность точек, в которых была определена магнитная структура в импульсном поле [27]



Рис. 38. Временные нейтронограммы для $PrCo_2Si_2$ в магнитном поле с указанными амплитудами импульсов [27]: *a*) 0; *б*) 50; *b*) 74; *г*) 115; *d*) 140 кЭ

в несоразмерную модулированную антиферромагнитную структуру, при этом волновой вектор модуляции k = 0,926 и параллелен оси c кристалла. При $T_2 = 17$ К происходит второй фазовый переход первого рода с изменением волнового вектора модуляции к значению k = 0,777 в температурном диапазоне $T_2 < T < T_N$.

Из магнитных измерений в импульсном поле следовало [77], что такая же последовательность фазовых переходов осуществляется с увеличением поля, направленного по оси c, при низких температурах. При T = 4, 2 К точкам фазовых переходов соответствуют критические значения $H_{c1} = 12$ кЭ, $H_{c2} = 38$ кЭ, $H_s = 122$ кЭ (H_s — критическое поле перехода в парамагнитное состояние). На рис. 37 показана магнитная фазовая диаграмма этого соединения. При относительно малых значениях поля около точек T_1, T_2, T_s отмечены экспериментальные значения, полученные в магнитных измерениях [78] в постоянном поле. Пунктиром показано предполагаемое положение линий фазовых переходов на остальных частях диаграммы.

В соответствии с таким характером фазовых переходов были проведены дифракционные измерения магнитных сателлитов (1; 0; 0,074) и (1; 0; 0,225) (здесь l = (1 - k)) с использованием импульсного поля [26,27]. На фазовой диаграмме рис. 37 нанесены точки, при которых были выполнены измерения. На рис. 38 показано несколько нейтронограмм, полученных с импульсами поля. Наличие пика (1,0,0,225) начиная от 50 и до 115 кЭ свидетельствует о модулированной структуре с волновым вектором k = 0,775. При $H_m = 140$

и 160 кЭ этот пик исчезает вследствие фазового перехода в парамагнитное состояние.

Основным итогом работы явилось качественное подтверждение фазовой диаграммы $PrCoSi_2$, полученной на основании предшествующих исследований: дифракционных измерений магнитной структуры при изменении температуры (без поля), измерений намагниченности при T = 4, 2 К в сильном импульсном магнитном поле и измерений намагниченности в постоянном поле вблизи температурных точек фазовых переходов.

7.2. Кристалл CsCuCl₃ является гексагональным типа ABX₃, $T_N = 10, 5$ К. В пределах линейных цепочек, направленных по оси c, ионы Cu⁺² связаны ферромагнитным взаимодействием, а взаимодействие между соседними цепочками имеет антиферромагнитный характер. Вследствие этого в плоскости c магнитные моменты образуют треугольную структуру (с углом 120° между тремя соседними магнитными моментами), как схематично показано на рис. 39. Из-за антисимметричного взаимодействия типа Дзялошинско-го-Мориа между спинами, расположенными вдоль оси c, образуется несоразмерная геликоидальная структура с периодом геликоида около 11,8 c_0 , где $c_0 = 5,93$ Å — параметр ячейки по оси c.

При действии магнитного поля, направленного по оси c, естественно, магнитные моменты отклоняются от плоскости c и получается обычная несоразмерная зонтичная структура (см. левую вставку на рис. 40) [79]. Однако в измерениях [80] намагниченности в сильном магнитном поле, параллельном оси c, проявилась особенность — небольшой скачок при $H_c = 125$ кЭ, T = 1, 1 К (рис. 40), свидетельствующий о фазовом переходе.



Рис. 39. Схема магнитной структуры $CsCuCl_3$ без внешнего магнитного поля. Период геликоида по оси c равен 70 Å

Рис. 40. Зависимость намагниченности от величины поля, направленного по оси c, при T = 1, 1 К [77]. Показан характер магнитной структуры: при $H < H_c$ — несоразмерная зонтичная структура, при $H > H_c$ — компланарная структура, модулированная по оси c



Рис. 41. Нейтронограммы дифракционного отражения (1/3, 1/3, 0) в поле H||c при T = 7 К [34], a) H = 85 к \Im и δ) H = 132 к \Im



Рис. 42. Экспериментальные и теоретические (в соответствии с моделью [79] модулированной компланарной структуры) значения интенсивности дифракционных отражений. Черные точки и сплошные линии соответствуют отражению (1/3, 1/3, 0,085), светлые кружки и пунктирные линии — отражению (1/3, 1/3, 0) [36]

Рис. 43. Полевая зависимость волнового вектора модуляции магнитной структуры $CsCuCl_3$ [34,39]. Магнитное поле перпендикулярно оси c кристалла при T = 4, 2 К

Объяснение этой особенности дает теоретическая модель [81], согласно которой при $H = H_c$ происходит фазовый переход к компланарной структуре (см. правую вставку на рис. 40). В этом фазовом состоянии из каждой тройки магнитных моментов два становятся одинаково направленными, а третий имеет отрицательную компоненту по оси c и проекцию на плоскость c, компенсирующую проекции двух других моментов. При этом период модуляции вдоль оси c остается прежним, а размер ячейки в плоскости c утраивается.

В работе [82] было проанализировано поведение магнитной структуры $CsCuCl_3$ в поле, перпендикулярном оси *с*. В соответствии с [82] при увеличении поля период модуляции монотонно увеличивается и при $H \cong 100 \text{ к}$ Э



Рис. 44. Последовательность спиновых структур для ионов диспрозия в DyAg при низких температурах, реализуемая при увеличении магнитного поля. Магнитное поле направлено по оси [001] (на рисунке вертикально)



происходит фазовый переход второго рода в соразмерную структуру, в которой намагниченности трех подрешеток имеют различные направления, но волновой вектор модуляции по оси c кристалла обращается в нуль.

С использованием импульсного поля, параллельного оси c, были выполнены измерения [30,31,34,36] дифракционных пиков (1/3, 1/3, δ) и (1/3, 1/3, 0), где δ — положение магнитного сателлита в соответствии с периодом модуляции магнитной структуры по оси c (при T = 7 K: $\delta = 0,085$, $H_c = 100$ кЭ). В качестве примера на рис. 41 представлены две нейтронограммы, соответствующие зонтичной структуре — ниже H_c , и компланарной при $H > H_c$. Весь набор экспериментальных точек, соответствующих CsCuCl₃, показан на рис. 42. Здесь же линиями показаны зависимости, рассчитанные согласно теоретической модели. Как видно, результаты измерений с полем, параллельным оси c, подтверждают предложенную в [82] модель фазового перехода.

В импульсном поле, перпендикулярном оси c, были выполнены измерения [34,39] положения сателлита (1/3, 1/3, δ) в зависимости от амплитуды импульсов поля. На рис. 43 показана полученная зависимость волнового век-


тора модуляции $\delta(H)$. Период модуляции увеличивается и около 170 кЭ происходит переход к соразмерной магнитной структуре.

ственные несоответствия экспериментальных данных по отношению к теории [82]. Прежде всего, это значение критического поля перехода в соразмерную структуру, которое, по результатам теоретического анализа, должно быть около 100 кЭ. Кроме того, наличие плато в интервале от 100 до 140 кЭ не следует из работы [84], что также может свидетельствовать о более сложном характере изменения магнитной структуры, чем это предсказывалось теорией.

В этом случае проявились суще-

7.3. Кристалл DyAg имеет кубическую структуру типа CsCl, $T_N = 56, 6$ К. При T < 46, 5 К магнитные ионы диспрозия образуют неколлинеарную антиферромагнитную структуру с магнитной ячейкой, удвоенной по каждой оси относительно кристаллической ячейки. При этом магнитные моменты направлены по кристаллографическим осям типа [111], как это показано на рис. 44,а [83,84]. Измерения намагниченности [84] при T = 4, 2 K в магнитном поле, направленном по оси [001], свидетельствовали о двух фазовых переходах: при H_{c1} = 76 к Э
и $H_{c2}=102$ к Э с соответствующими скачками намагниченности 1,9 и 1,2 μ_B . Было предложено несколько моделей [84,85,38] спино-

Рис. 46. Полевые зависимости интегральных интенсивностей дифракционных пиков: *a*) (1/2, 1/2, 0); *б*) (1, 1/2, 1/2); *в*) (3/2, 0, 1/2) [33,35]. Горизонтальными линиями отмечены теоретические значения интенсивности, соответствующие последовательности фазовых состояний, показанной на рис.44

вых структур фазовых состояний, соответствующих этим переходам. Приведем на рис. 44 только одну последовательность состояний [38], которая получила в конце концов подтверждение в нейтронных измерениях с импульсным магнитным полем (на рисунке показан лишь характер чередования направлений магнитных моментов, без учета отклонений от осей типа [111] в магнитном поле). Две другие модели отличаются лишь характером структуры в диапазоне $H_{c1} < H < H_{c2}$.

Для однозначного определения последовательности фазовых состояний потребовалось произвести нейтронные измерения с импульсным полем на трех дифракционных отражениях: (1/2,1/2,0), (1,1/2,1/2) и (3/2,0,1/2). На рис. 45 показано несколько нейтронограмм дифракционного пика (1/2,1/2,0), полученных при T = 4, 2 К.

На рис. 46 отложены интенсивности дифракционных пиков при соответствующих значениях амплитуды импульсов. Здесь же горизонтальными линиями отложены интенсивности, соответствующие схеме структур, показанной на рис. 44. Совпадение экспериментальных данных с этими значениями интенсивности, в пределах точности измерений, послужило для авторов основанием для подтверждения схемы преобразований спиновых структур, показанной на рис. 44.

8. ДИФРАКЦИОННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ С ИМПУЛЬСНЫМ ПОЛЕМ НА TRIGA-PEAKTOPE [41]

Кристалл MnF₂ с тетрагональной структурой является типичным коллинеарным антиферромагнетиком с магнитными моментами, направленными по оси [001]. При низких температурах в магнитном поле, параллельном этой оси, происходит фазовый переход в состояние, в котором моменты становятся приблизительно перпендикулярными оси [001] (спин-флоп-переход). При T = 4, 2 К критическое значение поля для этого перехода $H_{\rm cr} = 92$ кЭ [86].

Магнитное поле в эксперименте на реакторе было направлено вертикально, вдоль оси [001] кристалла. Образец был помещен в монохроматический пучок нейтронов (после кристаллического пирографита-монохроматора). Измерялась интенсивность антиферромагнитного дифракционного пика (100).

Рис. 47. Временная зависимость интенсивности рассеяния в пике (100) на монокристалле MnF_2 , полученная за один импульс магнитного поля на TRIGA-реакторе, работающем в режиме одиночных вспышек мощности [41]. Здесь же показана форма импульса магнитного поля. Исчезновение антиферромагнитного отражения (100) свидетельствует о спин-флоп-переходе. $H_{\rm cr} = 92$ кЭ критическое значение поля такого перехода при T = 4, 2 К, известное из магнитных измерений [86]



Мощность реактора в одиночной вспышке составляла 364 МВт. Длительность импульса магнитного поля составляла 2500 мкс при амплитуде около 230 кЭ. Импульс поля синхронизировался с однократной вспышкой мощности реактора так, чтобы максимум поля приходился на максимальную интенсивность падающих на образец нейтронов.

Полученная в эксперименте временная зависимость интенсивности рассеяния, полученная за один импульс, приведена на рис. 47. Здесь же показана форма импульса магнитного поля. Уменьшение интенсивности до нулевого значения свидетельствует о переходе кристалла в спин-флоп-состояние. При этом анизотропия в плоскости (xy) такова, что ось антиферромагнетизма становится параллельной оси [100], т.е. перпендикулярной вектору рассеяния нейтронов. Ширина провала в спектре служит качественным подтверждением критического значения поля, известного из магнитных измерений.

9. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Из представленного обзора видно, что за тридцать лет, прошедших после первых нейтронных экспериментов с импульсным магнитным полем, набирается не более десяти успешных исследований магнитных свойств кристаллических веществ. Связано это, прежде всего, с тем, что при выполнении таких работ обычно испытывается недостаток импульсного потока нейтронов, а также с необходимостью разработки достаточно сложных импульсных магнитных установок, не имеющих аналогов в практике обычных исследований магнитных свойств вещества. Только с запуском импульсного реактора ИБР-2 и созданием в 1988 г. спектрометра СНИМ-2 не только отпала проблема нехватки нейтронов, но и значительно расширился круг физических задач при проведении нейтронных исследований за счет малоуглового и неупругого когерентного рассеяния на монокристаллах. С созданием мощных импульсных источников нейтронов на основе протонных ускорителей появляются новые возможности дифракционных исследований с импульсным полем. Реализованным примером успешного использования такого источника являются дифракционные работы в КЕК в Японии. Несколько лет назад начата разработка дифрактометра с импульсным магнитным полем для ускорительного источника в LANSCE (Лос-Аламос, США). К сожалению, в настоящее время единственной функционирующей установкой является дифрактометр с импульсным полем в KENS. Несмотря на то, что импульсный поток нейтронов на спектрометре СНИМ-2 более чем на два порядка превышает поток нейтронов в КЕК, а мощность магнитной установки в несколько раз больше, физические измерения на этом спектрометре уже несколько лет не проводятся из-за недостатка финансовых средств.

Выполненные нейтронные исследования с импульсным полем можно было бы разделить на две категории. К первой относятся работы, в которых использовалось поле выше 100 кЭ. Эти исследования послужили подтверждением (или опровержением) результатов, полученных до этого на основании магнитных измерений. Поэтому они являются в некотором смысле вторичными. К таким работам относятся, прежде всего, исследования японской группы, а таКже результат измерений на TRIGA-реакторе. Ко второй категории следует отнести большую часть результатов исследований на реакторах ИБР, ИБР-30 и ИБР-2. Они получены, в основном, с меньшими значениями поля и являются несколько неожиданными по характеру. Динамический гистерезис, обнаруженный при магнитных фазовых переходах первого рода, едва ли мог быть зафиксирован путем обычных магнитных измерений при той точности, с которой они делаются. Регистрация рассеяния на мелких зародышах фазового состояния в магнитоупорядоченных кристаллах при фазовых переходах вообще возможна пока только с помощью нейтронного метола.

Результаты по антиферромагнетизму, индуцированному внешним полем в редкоземельном ортоферрите, вполне могли быть получены и в постоянном магнитном поле (если бы заранее можно было предположить величину эффекта в рассеянии нейтронов). Но зато в этой работе проявились уникальные возможности нейтронной дифракции, позволяющей регистрировать малые значения антиферромагнитной компоненты магнитного упорядочения, которые недоступны для «классических» магнитных методов измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Нити В.В. и др. Сообщение ОИЯИ Р-1440. Дубна, 1963; ФТТ. 1964. Т.6. No.5. C.1370.
- 2. Buras B. et al. III Intern. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, May 1964. Report A/Conf. 28/P/488.
- 3. Левитин Р.З. и др. Сообщение ОИЯИ Р14-4548. Дубна, 1969; ФТТ. 1971. Т.13. С.56.
- 4. Балагуров А.М. // ЭЧАЯ. 1992. Т.23. С.1088.
- 5. Аксенов В.Л., Балагуров А.М. // УФН. 1996. Т.166. Вып.9. С.955.
- 6. Нити В.В. Сообщение ОИЯИ 3-5372. Дубна, 1970.
- Nietz V.V. JINR Commun. E13-96-179. Dubna, 1996; J. of the Moscow Phys. Society. 1999. V.8. No.4. P.351.
- 8. Levitin R.Z. et al. // Solid State Commun. 1969. V.7. P.1665.
- 9. Анцупов П.С. и др. Сообщение ОИЯИ Р13-11559. Дубна, 1978.
- 10. Нити В.В. Сообщение ОИЯИ Р13-10071. Дубна, 1976.
- 11. Нити В.В. и др. Сообщение ОИЯИ РЗ-10072. Дубна, 1976.
- 12. Гебултович Т. и др. Сообщение ОИЯИ Р14-11558. Дубна, 1978.

- 13. Нити В.В., Рэпке Г. // ФТТ. 1981. Т.23. В.1. С.64.
- 14. Гебултович Т. и др. // ФТТ. 1981. Т.23. В.1. С.233.
- 15. Георгиев Д. и др. Сообщение ОИЯИ Р13-89-517. Дубна, 1989.
- 16. Георгиев Д. и др. Сообщение ОИЯИ Р13-89-518. Дубна, 1989.
- 17. Georgiev D. et al. // J. Neutron Research. 1997. V.5. P.109.
- 18. Георгиев Д. и др. Сообщение ОИЯИ Р10-94-434. Дубна, 1994.
- 19. Георгиев Д. и др. Сообщение ОИЯИ Р14-89-578. Дубна, 1989.
- 20. Георгиев Д., Нити В.В., Яковлев А.А. Сообщение ОИЯИ Р14-92-399. Дубна, 1992.
- 21. Георгиев Д. и др. Сообщение ОИЯИ Р14-92-400. Дубна, 1992.
- 22. Георгиев Д., Нити В.В., Сиротин А.П. Сообщение ОИЯИ Р14-92-401. Дубна, 1992.
- Георгиев Д., Нити В.В. Сообщение ОИЯИ Р14-94-429. Дубна, 1994; Georgiev D., Nietz V.V. // J. of Magn. and Magn. Mater. 1996. V.154. No.1. P.119.
- Буйко С.А. Сообщение ОИЯИ Р14-94-431. Дубна, 1994; Buyko S.A. et al. // J. Phys.: Condens. Matter. 1995. V.7. P.8099.
- 25. Низиол С. и др. // ФТТ. 1973. Т.15. В.7. С.2151.
- Motokawa M. et al. Proc. of 11th Meeting of Intern. Collab. on Advanced Neutron Sources, KEK, Tsukuba, Oct. 1990. 1991. V.2. P.979.
- 27. Nojiri H. et al. // J. Phys. Soc. Japan. 1991. V.60. No.7. P.2380.
- 28. Nojiri H. et al.Intern. Conf. on Neutr. Scattering, Oxford, UK, Aug. 1991. S1-A-4.
- 29. Motokawa M., Nojiri N., Endoh Y. // Physica B. 1992. V.177. P.279.
- 30. Motokawa M. et al. Proc. of 12th Meeting of Intern. Collab. on Advanced Neutron Sources, Abingdon, Oxfordshire, UK, May 1993. 1994. V.1. P.I-260.
- Mino M. et al. Proc. of 5th Intern. Conf. on Advanced Nuclear Energy Research, Mito, March.1993, JAERI-M 93-228. 1993. V.2. P.416.
- 32. Motokawa M. et al. // Hyperfine Interactions. 1990. V.65. P.1089.
- 33. Ubukata K. et al. // Physica B. 1994. V.201. P.163.
- 34. Mino M. et al. // Physica B. 1994. V.201. P.213.
- 35. Ubukata K. et al. // Physica B. 1995. V.213-214. P.1022.
- 36. Motokawa M., Arai M. // Physica B. 1995. V.213-214. P.1017 (Invited Talk on ICNS'94).
- 37. Motokawa M. et al. // Physica C. 1995. V.211. P.199.
- 38. Motokawa M. et al. // J. Magn. and Magn. Mater. 1995. V.140. P.1107.
- 39. Nojiri H. et al. // Physica B. 1998. V.241. P.210.
- 40. Grossinger R. et al. // Physica B. Condens. Matter. 1989. V.155. P.392.
- Badurek G. et al. Rep. Workshop on Pulsed Magnetic Field and Pulsed Neutron Sources, Abingdon, Oxfordshire, UK, June 29–30, 1995; Badurek G., Rader S., Grussinger R. // J. Magn. and Magn. Mat. 1995. V.140–144. P.1533.
- 42. Курчатов И.В. и др. // Атомная энергия. 1964. Т.17 (7). С.463.
- 43. LANSCE Activity Reports 1995–1998, Los Alamos, New Mexico, USA, 1999.
- Robinson R.A., Boebinger G.S. LANSCE, Techn.Report, LA-UR-99-0643, 1999, http://libwww.lanl.gov/la-pubs/00326585.pdf.

- 45. Guide to Neutron Research Facilities at the ILL, Grenoble, France, 1994. P.9.
- Lengerer H. Proc. of 12th Meeting of the Intern. Collab. on Advanced Neutron Sources, ICANS-XII, Abingdon, Oxfordshire, UK, May 1993. 1994. V.2 P.P-1.
- 47. Shull C., Strauser W., Wollan E. // Phys. Rev. 1951. V.83. P.333.
- 48. Brockhouse N. // J. Chem. Phys. 1953. v.21. P.961.
- 49. McGuire T., Scott E., Grannis F. // Phys. Rev. 1956. V.102. P.1000.
- 50. Дзялошинский И.Е. // ЖЭТФ. 1957. Т.32. С.1547.
- 51. Нити В.В. Сообщение ОИЯИ Р17-99-14. Dubna, 1999; Nietz V.V. // J. Magn. and Magn. Mater. 2000. V.213. P.389.
- 52. *Туров Е.А.* Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов. М.: Изд-во АН СССР, 1963.
- 53. Humy B.B. // ФТТ. 1974. Т.16. С.213.
- 54. Герасимова И., Нити В.В., Ткаченко Е.А. Сообщение ОИЯИ Б2-4-11659. Дубна, 1978.
- 55. Восканян Р.А., Левитин Р.З., Щуров В.А. // ЖЭТФ. 1967. Т.53. Вып.2(8). С.459.
- 56. Левитин Р.З., Пахомов А.С., Щуров В.А. // ЖЭТФ. 1969. Т.56. С.1242.
- 57. Ожогин В.И., Шапиро В.Г. // ЖЭТФ. 1968. Т.55. Вып.5(11). С.1737.
- 58. Jacobs I.S., Beyerlein R.A. // Intern. J. of Magnetism. 1971. V.1. C.193.
- 59. Foner S. // Phys. Rev. 1963. V.130. P.183.
- 60. Kaczer J. Magnetismus. Leipzig, 1967. P.48.
- 61. Восканян Р.А., Левитин Р.З., Щуров В.А. // ЖЭТФ. 1968. Т.54. С.790.
- 62. Кривоглаз М.А. Теория рассеяния рентгеновских лучей и тепловых нейтронов реальными кристаллами. М.: Наука, 1967.
- 63. Mitsek A.I., Gaidanskii P.F., Pushkar V.N. // phys. stat. sol. (a). 1970. V.38. No.1. P.69.
- Мицек А.И., Пушкарь В.Н. Реальные кристаллы с магнитным порядком. Киев: Наукова думка, 1978.
- 65. Хуберт А.Теория доменных стенок в упорядоченных средах. М.: Мир, 1977.
- 66. Nietz V.V. // Solid State Commun. 1979. V.30. P.71.
- 67. Туров Е.А., Шавров В.Г. // ФТТ. 1965. Т.7. С.217.
- 68. Kim Chil Sung, Nietz V.V. // phys. stat. sol (a). 1985. V.89. P.45.
- 69. Grambow I. et al. // Z. Naturforsch. 1967. V.22a. P.828.
- 70. Mareschal J., Sivardiere J. // J.Phys. 1969. V.30. P.967.
- 71. Gorodetsky G., Treves D. // Phys. Rev. A. 1964. V.135. P.97.
- 72. Yamaguchi T. // J. Phys. Chem. Solids. 1974. V.35. P.479.
- 73. Nathans R., Pickart S.J., Alperin H.A. // Bull. Amer. Soc. 1960. V.5. P.455.
- 74. Bertaut E.F. et al. Proc. of Intern. Conf. Magnetism. Nottingham, 1964. P.275.
- 75. Shigeoka T. et al. // Physica B. 1989. V.156-157. P.741.
- 76. Shigeoka T. et al. // J. Magn. and Magn. Mater. 1987. V.70. P.239.
- 77. Shigeoka T. et al. // J. Phys. Soc. Jap. 1989. V.58. P.394.
- 78. Osada et al. Master Thesis. Tohoku University.

- 79. Adachi K., Achiva N., Mekata M. // J. Phys. Soc. Jap. 1980. V.49. P.545.
- 80. Nojiri H., Tokunaga Y., Motokawa M. // J. Phys. (Paris). 1988. V.49. Suppl.C8. P.1459.
- 81. Shiba H., Nikuni T. Resent Advanced in Magnetism of Transition Metal Compounds / Ed. A.Kotani, N.Suzuki. Singapore: World Scientific, 1993.
- 82. Jacobs A.E., Nikuni T., Shiba H. // J. Phys. Soc. Japan. 1993. V.62. P.4066.
- 83. Kaneko T. et al. // J. Magn. and Magn. Mater. 1987. V.70. P.277.
- 84. Morin P. et al. // J. Magn. and Magn. Mater. 1989. V.81. P.247.
- 85. Kondo O. PhD Thesis. Osaka University. 1993.
- 86. Shapira Y., Foner S. // Phys. Rev. B. 1970. V.1. P.3083.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА» 2001, ТОМ 32, ВЫП. 4

УДК 539.12.01

О ФИЗИЧЕСКОМ СМЫСЛЕ ПЕРЕНОРМИРУЕМОСТИ Б.П.Косяков

Российский федеральный ядерный центр ВНИИЭФ, Саров

Дано физическое истолкование условия перенормируемости. Показано, что перенормируемые квантовые теории поля описывают такие системы, для которых тенденция к коллапсу, связанная с вакуумными флуктуациями взаимодействия, подавляется вакуумными флуктуациями кинетической энергии. Из классификации топологических типов эволюции частиц и анализа задачи о падении на центр получен общий критерий предотвратимости коллапса, согласно которому спектр гамильтониана должен быть ограничен снизу. Голографический принцип используется для объяснения природы аномалий и уточнения связи между перенормируемостью и обратимостью во времени.

A plausible physical interpretation of the renormalizability condition is given. It is shown that renormalizable quantum filed theories describe such systems wherein the tendency to collapse associated with vacuum fluctuations of the interaction is suppressed by vacuum fluctuations of kinetic energy. Relaying on the classification of topological types of the particle evolution and analysis of the problem of the fall to the centre, we obtain a general criterion for the preventability of collapse wich states that the Hamiltonian spectrum must be bounded from below. A holographic principle is used to explain the origin of anomalies and make precise the relation between renormalizability and reversibility in time.

1. ВВЕДЕНИЕ

Волнующим событием в современной истории теоретической физики явилось присуждение Нобелевской премии по физике за 1999 г. Герарду 'т Хоофту и Мартинусу Велтману «... за прояснение квантовой структуры электрослабых взаимодействий в физике элементарных частиц». Специалистам известно, что официальная формулировка Королевской академии наук Швеции подразумевает вполне конкретную заслугу — доказательство перенормируемости модели Янга-Миллса-Хиггса. Что же касается широкой физической аудитории, то для нее значение этого достижения едва ли целиком понятно, поскольку физический смысл перенормируемости до сих пор мало освещался в литературе. Возможно, наступил тот момент, когда уместно обсуждение перенормируемости на уровне, близком к «интуитивному».

Следует четко различать понятия *перенормировки* и *перенормируемости*. Наша цель — подробное обсуждение второго из них. Физический смысл первого достаточно прозрачен; ограничимся по этому поводу лишь следующим кратким замечанием.

О перенормировке массы в системах с бесконечным числом степеней свободы знали давно — еще в XIX веке. Представим себе сферическое тело массой M_0 , которое движется со скоростью **v** в идеальной жидкости. Из гидродинамики известно, что кинетическая энергия системы, состоящей из этого тела и увлекаемой им жидкости, равна $(1/2) M \mathbf{v}^2$, где $M = M_0 + \delta M$, причем δM — присоединенная масса, равная половине массы жидкости, вытесняемой телом, а сила, приложенная к телу, создает ускорение, обратно пропорциональное М. Таким образом, динамические законы в жидкости остаются теми же, что и в вакууме, но масса может измениться весьма значительно. Например, помещая шарик пинг-понга в сосуд с ртутью, мы имеем дело с объектом, в 80 раз более массивным, чем тот, которым привыкли играть в обычных условиях. Если тело нельзя извлечь из жидкости, то его инертные свойства характеризуются перенормированной массой M, а измерение M_0 становится невозможным. Исходя из аналогии между гидродинамической средой и эфиром, Дж.Дж.Томсон ввел понятие электромагнитной массы электрона δm , которую нужно добавить к его механической массе m_0 , чтобы получить наблюдаемую массу т. (О дальнейшем развитии этой идеи в трудах Томсона, Лоренца и Крамерса см. в [1].)

В релятивистской квантовой теории мы встречаемся с процессами рождения и аннигиляции частиц. Они порождают специфическое для квантовой теории поля явление поляризации вакуума, ответственное за перенормировку констант связи. Действительно, попытаемся локализовать электрон в области, имеющей размер меньше половины его комптоновской длины волны. Согласно принципу неопределенности, это приводит к флуктуациям энергии, достаточным для рождения виртуальной пары электрон-позитрон. Чем меньше область локализации, тем сильнее флуктуации энергии, а значит, тем больше пар здесь может родиться и аннигилировать. Электрон притягивает к себе виртуальные позитроны и отталкивает виртуальные электроны, поэтому диполи пространственно разделенных пар экранируют его заряд. Заряд электрона е, измеренный на расстоянии, большем его комптоновской длины волны, перенормирован за счет экранировки по сравнению с «затравочным» зарядом e_0 . Кроме того, масса m электрона, укутанного в «шубу» виртуальных пар, оказывается перенормированной по сравнению с его «затравочной» массой m_0 .

Таким образом, вакуум квантовой теории поля (КТП) играет роль среды, которая перенормирует массы и константы связи. Беда, однако, в том, что для физически интересных лагранжианов такие перенормировки оказываются бесконечными или, выражаясь более технически, вычисление поправок к массам и константам связи по фейнмановским правилам наталкивается на ультрафиолетовые расходимости.

С математической точки зрения наличие этих расходимостей обязано тому факту (впервые указанному Н.Н.Боголюбовым [3]), что произведение

обобщенных функций — плохо определенная операция. Теория перенормировок, позволяющая поглотить ультрафиолетовые расходимости за счет бесконечной перенормировки масс и констант связи, дает однозначный рецепт, чтобы определить произведение пропагаторов в точках совпадения их аргументов. Но такой рецепт применим далеко не всегда. Согласно теории перенормировок, все локальные квантовые теории поля разбиваются на два класса — перенормируемые и неперенормируемые. Возьмем, к примеру, систему, характеризуемую полями со спинами 0 и 1/2. Пусть лагранжиан взаимодействия \mathcal{L}_I представляется в виде полинома по полям, причем моном *n*-й степени содержит произведение b_n скалярных, f_n дираковских полей и k_n производных. Правило перенормируемости по счету степеней, точнее сказать, по индексу

$$\omega_n = b_n + \frac{3}{2}f_n + k_n - 4 \tag{1}$$

гласит: теория суперперенормируема, если $\omega_n < 0$ для всех *n*, перенормируема, если $\omega_n \le 0$, и неперенормируема, если $\omega_n > 0$ хотя бы для одного n^* .

На сегодня процедура перенормировок, которую в математизированных текстах именуют *R*-операцией Боголюбова, развита с должной строгостью и во всех деталях (путь ее разработки и современный статус описаны в [4]). Написаны книги, излагающие эту процедуру обстоятельно и с большим педагогическим тактом, например, [5–8]. Продолжают совершенствоваться ее прикладные аспекты — конкретное вычисление многопетлевых диаграмм в перенормируемых теориях [4, 9]. Углубляется понимание математической природы *R*-операции, которая, как недавно выяснилось, есть частный случай процедуры мультипликативного извлечения конечных величин, основанной на решении проблемы Римана–Гильберта [10].

Что касается понятия перенормируемости, то оно прошло долгий, но пока не завершенный путь развития (запечатленный в ряде прекрасных обзоров, например [11–14, 59], и книг [2, 15]). Отсылая читателя за подробностями и библиографией к этим и цитируемым ниже работам, напомним лишь некоторые факты, прямо относящиеся к нашей теме. Наш краткий экскурс в историю перенормируемости, разумеется, ни в малой степени не претендует на роль экспресс-анализа основных событий в КТП за последние полстолетия, а упоминания отдельных имен или работ не связаны с приоритетным

^{*}Это правило можно сформулировать иначе: теория перенормируема, если полевая размерность лагранжиана взаимодействия \mathcal{L}_I , выраженная через размерность массы μ (ниже всюду, если не оговорено противное, используется система единиц, где $\hbar = c = 1$), равна $\mu^{4+\omega}$ с $\omega \leq 0$, а значит, константы связи либо безразмерны, либо имеют размерность массы в положительных степенях.

предпочтением или оценкой значимости каких-либо достижений. Нам хотелось бы лишь разобраться в мотивировках «старых» и «новых» разработок, так или иначе затрагивающих понятие перенормируемости.

В 1949 г. Ф. Дайсон [16] показал, что для устранения ультрафиолетовых расходимостей в квантовой электродинамике (КЭД) достаточно перенормировать массу и заряд электрона. Он обнаружил также, что поглотить все бесконечности за счет переопределения параметров в лагранжиане удается лишь в особого рода квантово-полевых теориях, которые он назвал перенормируемыми. С тех пор перенормируемость стала критерием отбора теорий. В 70-е гг. этот критерий был несколько уточнен: теорию следует считать непротиворечивой, если она не только перенормируема, но и свободна от аномального нарушения локальных калибровочных симметрий (хотя аномалии глобальных калибровочных симметрий допустимы и даже желательны). Таким образом, к ультрафиолетовым расходимостям перестали относиться однозначно негативно: «На расходимости квантовой теории поля не нужно смотреть как на явный дефект; напротив, они сообщают нам критически важные сведения о физической ситуации, без которых большинство наших теорий были бы физически неприемлемы [...] Нельзя отделаться от впечатления, что природа нарушает симметрии с помощью аномалий, возникающих в локальной квантовой теории поля, благодаря бесконечностям, которые затаились в математическом описании» [17].

Обратим внимание на инструментальный характер критерия. В нем отражена точка зрения на приемлемую КТП как на набор пертурбативных правил, совместимых с перенормировочной процедурой. Неперенормируемая теория считается плохой не потому, что в ее основе лежат какие-то физические «патологии», а просто потому, что мы не знаем, как с ней обращаться. Все превратности судьбы критерия связаны именно с этой его особенностью. На разных этапах различна оценка значения перенормируемости: от решительного неприятия всех локальных теорий, как перенормируемых, так и неперенормируемых, до полной терпимости по отношению к любым теориям, включая неперенормируемые (при этом, однако, крайне редки попытки выяснить, чем перенормируемая теория отличается от неперенормируемой по своей физической сути).

Кризис 50–60-х гг. в КТП разразился в связи с открытием явления «нульзаряда» Л.Д.Ландау и И.Я.Померанчуком [18] и независимо Е.С.Фрадкиным [19]. Как оказалось, поляризация вакуума в КЭД и других моделях столь сильна, что наблюдаемые константы связи подвергаются полной экранировке, независимо от величин затравочных констант связи. Другим неприятным сюрпризом явилось открытие «духового» состояния фотона [20]. Ландау расценил нулификацию заряда как свидетельство логической противоречивости КЭД, а вместе с ней и всей концепции локального взаимодействия [21]. Принцип перенормируемости был надолго погребен под руинами лагранжевского формализма. «Под влиянием Ландау и Померанчука теория поля оказалась под запретом для целого поколения физиков » [13].

В 70-е гг. происходит «калибровочная революция» и наступает «золотой век» перенормируемых теорий. Прорыв был связан с доказательством перенормируемости модели Янга–Миллса–Хигтса [22] и открытием явления асимптотической свободы [23]. Была создана перенормируемая калибровочная $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -теория сильных и электрослабых взаимодействий, которую стали именовать стандартной моделью. Идея о слиянии бегущих констант связи в районе 10^{16} ГэВ инициировала попытки построения теории великого объединения трех фундаментальных взаимодействий в рамках калибровочной теории с простой группой внутренней симметрии, например, SU(5) или O(10). Все эти факты ныне широко известны и отражены в учебниках.

Наличие асимптотической свободы, казалось, реабилитировало четырехмерную (4D) квантовую теорию поля. «В асимптотически свободных теориях можно доверять теории перенормировок ... так как на малых расстояниях режим становится все лучше и лучше» [13]. Ожидалось, что S-матрица свободна от «духа» Ландау, а значит, вся схема непротиворечива. Но, как вскоре стало ясно, «дух» просто перекочевал из ультрафиолетовой области в инфракрасную. Для квантовой хромодинамики это означало всего лишь, что конфайнмент — непертурбативный эффект. Тем не менее с надеждой на то, что асимптотически свободные теории окажутся непротиворечивыми уже в рамках теории возмущений, пришлось расстаться.

Близость энергетического масштаба теории великого объединения $\sim 10^{16}$ ГэВ и массы Планка $M_{\rm Pl} \equiv k^{-1/2} \approx 10^{19}$ ГэВ послужила стимулом к объединению всех фундаментальных сил, включая гравитацию. Однако перенормировочная идеология довольно скоро зашла в тупик из-за неперенормируемости гравитации.

К концу 70-х гг. стремительно развивается супергравитация [24]. Замечательная особенность суперсимметричных теорий Янга-Миллса — сокращение расходимостей в однопетлевом приближении (некоторые теории оказались конечными даже во всех порядках теории возмущений) — приводит к кардинальному изменению взгляда на то, какого ультрафиолетового поведения нужно требовать от непротиворечивой теории поля. Условие перенормируемости заменяют условием конечности [25]. Подчеркнем, что речь идет не об обрезании на планковской длине $l_{\rm P1} \approx 10^{-33}$ см, а о сокращении расходимостей, которое обеспечивается «правильным» набором полей. Большие надежды возлагают на одиннадцатимерную $\mathcal{N} = 1$ -супергравитацию, ибо 11 есть и минимальное число измерений, необходимое, чтобы $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ могла служить калибровочной группой, и максимальное число измерений, совместимое с требованием суперсимметрии для полей со спином $J \leq 2$. Найден динамический механизм компактификации 7 измерений из 11 в духе идеологии Калуцы-Клейна.

И все же проект потерпел неудачу: 4*D*-супергравитация оказалась конечной на массовой оболочке только в двухпетлевом приближении В 11*D*-супергравитации не сокращаются даже однопетлевые расходимости. Кроме того, любая нечетномерная теория не может быть киральной, а технология компактификации Калуцы–Клейна не позволяет вывести из 11*D*-супергравитации киральную 4*D*-теорию, которая описывает наблюдаемый мир с присущей ему асимметрией между правым и левым.

Взор теоретиков переключился на суперструны [26-29]. Квантовая теория струн в общем случае свободна от ультрафиолетовых расходимостей, однако страдает от аномалий. Было найдено 5 суперструн без аномалий: открытая струна с $\mathcal{N} = 1$ -суперсимметрией и калибровочной группой SO(32) струна типа I, две замкнутые струны с $\mathcal{N} = 2$ -суперсимметрией (киральная и некиральная) — струны типа IIA и IIB, и две замкнутые струны с разной конструкцией правого и левого секторов, обладающие калибровочной $E_8 \times E_8$ - и SO(32)-симметрией, — гетеротические струны. Непротиворечивое квантование суперструн возможно лишь в 10 измерениях. Особый интерес вызывала гетеротическая $E_8 \times E_8$ -струна, в связи с надеждой встроить в нее стандартную модель; нужно было лишь компактифицировать пространство-время до 4 измерений и снизить чересчур высокую суперсимметрию. Перспективы решения этих задач открывались в многообразиях Калаби-Яо и орбифолдах. В итоге возникла непротиворечивая теория, которая в пределе низких энергий содержит квазиклассическую супергравитацию и теорию великого объединения с киральными представлениями для кварков и лептонов. Она была названа «теорией всего сущего».

Почему же струны избавлены от ультрафиолетового недуга? Суперсимметричное сокращение расходимостей здесь «почти ни при чем» (конечны и бозонные струны, но в их спектре имеется тахион, удаляемый с помощью суперсимметрии). Конечность теории струн часто связывают с нелокальностью. Струна — протяженный объект, и этим якобы должно обеспечиваться обрезание энергий в районе $M_{\rm Pl}$. Но, как известно, взаимодействие струн устроено локально, например, две открытые струны сливаются в одну, только когда соприкасаются их концы. Между тем обрезание при помощи нелокального формфактора означает размазывание *взаимодействия* по конечной области [30]. Если взаимодействие не размазано, то, как показано в [31], расходимости никуда не исчезают^{*}. Причина хорошего ультрафиолетового поведения струн состоит, по-видимому, в том, что речь идет о локальной конформной КТП на *двумерном* многообразии, которое образует мировой

^{*}К обсуждению этого поучительного результата мы еще вернемся.

лист, заметаемый струной в ходе ее эволюции. В некоторых случаях такая двумерная конформная теория — это фактически все, чем мы располагаем. Например, в гетеротической конструкции X^{μ} является бозонным полем, которое невозможно интерпретировать как координату струны в объемлющем пространстве-времени. О том, что протяженность объекта не гарантирует ультрафиолетового обрезания, можно понять и из сравнения струны с мембраной. Действительно, попытка построения соответствующей локальной КТП на трехмерном мировом объеме мембраны вновь возвращает нас к проблеме ультрафиолетовых расходимостей.

Итак, теория струн свободна от ультрафиолетовых расходимостей. Но на смену им пришли иные концептуальные трудности. Наиболее серьезная из них — проблема единственности. По самому своему замыслу «теория всего сущего» должна быть единственной. Она должна выделяться среди возможных теоретических схем не просто наилучшим отражением феноменологии, но и тем, что лишь она одна лишена математических противоречий. Вместо этого мы имеем 5 непротиворечивых теорий. Компактификация 6 лишних измерений делает ситуацию еще хуже: известно гигантское количество конфигураций Калаби–Яо, которые описывают вакуумные состояния с одинаковой энергией, и не ясно, как сузить круг приемлемых теорий.

Иной путь решения этой проблемы — показать, что все эти теории существуют как проявления одной и той же физики (но в разных контекстах, например, в режимах сильной и слабой связи), т.е. любые две из них связаны преобразованием дуальности [32]. Несколько лет назад стало ясно, что это действительно так: все суперструны и солитоноподобные объекты 11D-супергравитации (браны, черные дыры и т.п.) туго опутаны паутиной дуальностей в единую схему, которая получила название М-теории [33]. (Строгое доказательство дуальностей было бы возможно, если бы мы знали все непертурбативные решения рассматриваемых теорий. К сожалению, найти решения в режиме сильной связи пока не удается, поэтому многие дуальности остаются правдоподобными предположениями.) Одно из свойств М-теории состоит в том, что она описывает 11-мерный мир, причем киральная $E_8 \times E_8$ -струна возникает при компактификации одного измерения на сегменте. Другое свойство — наличие протяженных объектов с разным числом измерений, способных к взаимным превращениям. Пока не ясно, какие степени свободы фундаментальны в М-теории, во всяком случае, это не струны и не браны (подробнее об *М*-теории см. в [34]).

Итак, перед нами открывается возможность построения конечной, свободной от аномалий, единственной теории^{*}, описывающей первоосновы мира.

^{*}Впрочем, не стоит забывать о других подходах, например, петлевой квантовой гравитации [35].

916 КОСЯКОВ Б.П.

Нужна ли нам перенормируемость как фундаментальный принцип? Может, пора с ней проститься? На это имеется, по крайней мере, два возражения. Во-первых, *M*-теория является проектом более грандиозным, чем все предыдущие. Едва ли можно рассчитывать на успех в его решении, если не извлечен урок из неудач дострунных попыток описания систем с бесконечным числом степеней свободы (были ли эти попытки действительно обречены на неудачу?). Во-вторых, как заметил Р. Джэкив [17]: «Хотел бы я знать, где в целиком конечной и нелокальной динамике отыщется тот механизм нарушения симметрии, который нам нужен, чтобы объяснить мир вокруг нас». В самом деле, как можно было бы естественным образом объяснить нарушение симметрий иначе, чем считать их «рубцами» от заживленных ультрафиолетовых «ран»? В проблеме нарушенных симметрий конечность перестает быть благом.

Имеется и более «земная», техническая проблема. Опускаясь из планковских высей в область экспериментально досягаемых энергий, мы не можем воспользоваться конечностью струнной теории для расчета процессов, происходящих с обычными частицами, например с кварками, поскольку не знаем истинного механизма редукции от 10 к 4 измерениям. Для сравнения напомним, что классическая релятивистская механика позволяет рассчитать движение частиц как со скоростями, близкими к скорости света, так и с малыми скоростями, причем иногда (например, при движении в поле плоской электромагнитной волны) такой расчет оказывается даже более простым, чем в ньютоновской механике.

Обратимся к последним страницам истории перенормируемости и попытаемся найти в них ответ на «наивный» вопрос: почему три фундаментальных взаимодействия — сильное, электромагнитное и слабое — перенормируемы? Было бы нелепо думать, будто природа играет с нами в «поддавки», устраивая свои законы так, чтобы мы могли в них разобраться с помощью пертурбативных вычислений.

В 70-е гг. развиваются подходы, ориентированные на нивелировку различий между перенормируемыми и неперенормируемыми теориями. К. Вильсон возрождает интерес к ренормализационной группе как средству, позволяющему анализировать ситуацию в КТП вне рамок теории возмущений (об истории и современном состоянии ренормгрупповых исследований см., например, [36]). По аналогии с критической точкой в фазовом переходе второго рода, где флуктуации всех масштабов оказываются сравнимыми, можно определить понятие ультрафиолетовой фиксированной точки, приближаясь к которой квантованные поля становятся асимптотически конформно-инвариантными (подробнее об этом см. в [37]). Это понятие служит отправным пунктом в программе «асимптотической безопасности» С. Вайнберга, согласно которой параметры связи достигают фиксированной точки, когда энергетический масштаб их нормировки стремится к бесконечности [38]. Для гауссовских фиксированных точек асимптотическая безопасность эквивалентна перенормируемости в обычном смысле (причем заведомо отсутствует проблема «нульзаряда»), в общем же случае она призвана обобщить условие перенормируемости. К сожалению, доказать наличие или отсутствие фиксированных точек для 4D-калибровочных теорий так и не удалось.

К середине 70-х гг. в конструктивной квантовой теории поля происходит ряд открытий, проливающих свет на структуру неперенормируемых теорий и условия, при которых такие теории обретают математический смысл. В частности, найдено, что некоторые непертурбативные решения таких теорий могут характеризоваться конечным числом произвольных параметров, в отличие от ситуации в теории возмущений (достижениям в этой области посвящен обзор [39]). Идея ослабить требование перенормируемости, расширяя класс физически непротиворечивых теорий, сегодня утратила свою остроту, тем не менее она не предана полному забвению [40].

Другая линия развития ренормгрупповых идей привела к доказательству теоремы об отделении, согласно которой в перенормируемой теории с полем, имеющим массу М много бо́льше масс других полей, можно найти такое перенормировочное предписание, что в картине низкоэнергетических явлений тяжелые поля отделяются и дают о себе знать лишь в виде поправок к лагранжиану, подавленных степенями E/M, где E — характерная в данной области энергия (подробнее см. в гл. 8 книги [8]). Важное следствие теоремы состоит в том, что низкоэнергетическая физика описывается эффективной теорией, содержащей только те частицы, которые действительно важны в рассматриваемом диапазоне энергий. Масса М играет, таким образом, роль ультрафиолетового обрезания в эффективной теории; если $E \to M$, то эффективная теория перестает быть применимой и должна быть заменена на новую эффективную теорию с бо́льшим обрезанием. При $E \ll M$ тяжелые частицы могут проявить себя лишь через процессы (например, слабые распады), которые запрещены симметриями (например, сохранением четности) в отсутствие тяжелых частиц (например, W-бозонов), осуществляющих взаимодействия с нарушенной симметрией. Эти малые эффекты соответствуют неперенормируемым членам лагранжиана, поскольку они умножаются на обратные степени M, а значит, имеют операторную размерность положительной степени массы. «Таким образом, при обычных энергиях мы можем наблюдать лишь те взаимодействия, которые перенормируемы в обычном смысле, плюс любые неперенормируемые взаимодействия, производящие эффекты, хотя и тонкие, но в чем-то столь экзотичные, что их нельзя не заметить» [41]. Например, неперенормируемое четырехфермионное взаимодействие $(G/\sqrt{2}) J \cdot J$ подавлено при $E \ll M_W$ малостью фермиевской константы G (пропорциональной M_W^{-2}) и все же наблюдаемо, благодаря киральности слабых процессов.

Чем же объясняется перенормируемость стандартной модели в контексте эффективных теорий? Ответ довольно очевиден: стандартная модель есть эф-

фективная низкоэнергетическая теория, которая выводится из теории более высокого уровня, например теории великого объединения, если проинтегрировать в континуальном интеграле все тяжелые поля, например X-бозоны. А так как подразумевается мир, доступный наблюдению, то лагранжиан не должен быть подавлен степенями $1/M_X$, откуда по размерным соображениям следует его перенормируемость.

Если следовать этой логике, то лагранжиан гравитации (эффективной теории, выводимой из теории суперструн в пределе низких энергий) должен быть подавлен степенями $1/M_{\rm Pl} = \sqrt{k}$, ибо гравитация неперенормируема. Но, как известно, это не так: гильбертовский лагранжиан $\sqrt{-gR}/16\pi k$ не поделен, а умножен на $M_{\rm Pl}^2$. Хотя гравитация возникает как низкоэнергетический предел теории струн, в отличие от остальных трех взаимодействий, речь не идет об эффективной теории.

Итак, в рамках идеологии эффективных теорий мы находим лишь часть (не очень убедительного) ответа на поставленный выше вопрос. Кроме того, так и осталась неведомой *динамическая* причина, в силу которой неперенормируемые взаимодействия отвергаются или хотя бы подавляются малыми коэффициентами. Непонятно даже, в каком смысле перенормируемость является антиподом неперенормируемости.

Ниже мы обсудим именно эти стороны проблемы перенормируемости. Внимание будет сосредоточено на квантовой физике малых по макроскопическим меркам расстояний, но значительно больших планковской длины $l_{\rm Pl}$. Предполагается, что гравитация как квантовое явление в этой области не играет особой роли, а ее эффекты сводятся к чисто классическому искривлению пространства-времени. В разд. 4 мы выясним, что условие перенормируемости эквивалентно условию предотвратимости коллапса. К этому выводу мы будем двигаться шаг за шагом. В разд. 2 речь пойдет о топологических типах эволюции классических точечных частиц, что позволяет взглянуть на коллапс с топологической точки зрения. (Часто считают, что классическая теория вообще не имеет отношения к вопросу о перенормируемости, ибо в ней отсутствуют процессы рождения и аннигиляции частиц, а значит, константы связи не подлежат перенормировке. Сложилось убеждение, что классическая собственная энергия δm расходится иначе, чем квантовая собственная энергия Σ . Это, казалось бы, исключает всякую связь между ультрафиолетовыми недугами в классической и квантовой теориях. Однако при всем различии болезней критерий жизнеспособности обеих теорий одинаков — предотвратимость коллапса. Более того, в разд. 6 будет показано, что степени расходимостей соответствующих величин в дуальных классической и квантовой картинах на самом деле совпадают. Таким образом, анализ ультрафиолетовых свойств классической картины дает многое для понимания того, что происходит в менее наглядной квантовой картине.) Простейшая разновидность коллапса — падение частицы на центр, обсуждаемая в разд. 3, позволяет сформулировать критерий предотвратимости коллапса в общем виде: коллапс предотвращается, если спектр гамильтониана ограничен снизу. В разд. 5 речь пойдет о сходстве и различии понятий перенормируемости, кинетического преобладания и предотвратимости коллапса. В разд. 6 мы используем голографический принцип для объяснения природы аномалий и уточнения связи между перенормируемостью и обратимостью во времени. В разд. 7 будут подведены итоги всего обсуждения.

2. ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ТИПЫ ЭВОЛЮЦИИ

Имеются две точки зрения на то, какой объект классической теории поля следует считать фундаментальным. Согласно одной из них, поля фундаментальны, а частицы возникают как локальные возбуждения полей. Другая исходит из фундаментальности частиц, полям же отводится роль кодированных правил поведения частиц. В классической электродинамике обе точки зрения эквивалентны (см. [42]). Квантование приводит к объединению взглядов, поскольку мы имеем дело с синтезированным объектом — квантовым полем.

Наше обсуждение удобно начать в рамках классической теории, обращаясь к понятиям интуитивно ясным и одновременно очень глубоким — понятиям топологии. Примем точку зрения, исходящую из фундаментальности частиц, и рассмотрим картину их эволюции. Единственным топологическим путеводителем в такой картине является критерий *компактности*. Он делит движения на финитные и инфинитные, иначе говоря, все системы подразделяются на связанные и несвязанные. Таким образом, распады и рекомбинации являются топологически значимыми событиями, а упругие рассеяния таковыми не являются.

На рис. 1 схематически изображены элементарные топологические типы эволюции. Для простоты показаны мировые линии только двух частиц, хотя подразумевается система с любым числом частиц. История несвязанной системы, совершающей инфинитное движение, представлена диаграммой 1.

Историю стабильной связанной системы символизирует диаграмма 2; ее движение происходит в компактной области пространства. При некоторых



Рис. 1. Элементарные топологические типы эволюции

видах взаимодействия связанные системы существуют в течение полубесконечного периода, но все же распадаются в некоторый момент, как показано на диаграмме 3. Здесь мы наблюдаем топологическую смену режима движения — от финитного к инфинитному. Мыслима и противоположная история, показанная на диаграмме 4, а именно: в определенный момент образуется связанная система, с которой в дальнейшем ничего не происходит. Здесь режимы сменяются в обратном порядке — от инфинитного к финитному. Наконец, можно представить себе образование связанной системы, которая распадается через конечный промежуток времени. Ситуация изображена на диаграмме 5. Здесь мы имеем дело с двойным топологическим изменением от некомпактного к компактному и наоборот^{*}. Совокупность вариантов *1–5* почти исчерпывает все возможные топологические типы эволюции. Из них строятся почти любые классические картины.

В качестве примера вообразим мир, где все частицы находятся в составе кластеров, которые никогда не распадаются на отдельные частицы, но могут обмениваться своими составными частями при столкновениях. Именно такова ситуация в холодном субъядерном мире, где кварки не существуют в изолированном виде, а заключены внутри адронов. Как известно, бо́льшая часть адронной феноменологии описывается планарными диаграммами [43]. На этих диаграммах валентные кварки сохраняют свою индивидуальность в течение всего периода пребывания в адроне. Подобное сохранение индивидуальности характерно для классических частиц. Поэтому адронная фаза хорошо описывается квазиклассически. Планарные диаграммы в основном составлены из диаграмм 1-5. В дополнение требуется лишь диаграмма типа «чайки», в которой две полубесконечные времениподобные мировые линии выходят из одной точки или заканчиваются в ней. Такая диаграмма символизирует рождение или аннигиляцию кварк-антикварковой пары. В классической теории такая конфигурация мировых линий запрещена из-за неприменимости к ней принципа наименьшего действия. Рождение и аннигиляция валентных кварков внутри адронов действительно подавлены в силу правила Окубо-Цвейга-Иидзуки (см., например, [44]), но небольшая доля таких процессов все же допустима в адронных столкновениях.

Из вариантов 1-5 можно выделить подварианты, которые соответствуют особым состояниям, когда область финитного движения сжимается до точки (напомним, что множество, состоящее из единственной точки, является компактным). Эти особые варианты изображаются диаграммами, подобными диаграммам 1-5 с заменой двух вертикальных линий на одну (рис. 2), и нумеруются цифрами со шляпками.

^{*}Диаграмма 5 переходит в диаграмму 1, если время жизни системы стремится к нулю.

Особый вариант $\hat{4}$ может быть (а может и не быть) истолкован как коллапс. Если это так, то особые варианты радикально отличаются от обычных. Действительно, если допустимо образование связанной системы (вариант 4), то с учетом обратимости картины во времени можно сделать заключение и о возможности распада такой системы (варианты 3 и 5). С другой стороны, как будет показано в следующем разделе, разновидность коллапса, именуемая паде-



Рис. 2. Особые варианты эволюции

нием на центр, оказывается неизбежной, если потенциал притяжения более сингулярен, чем центробежный член. В этом случае частицы сливаются в одну, оставаясь в слитом состоянии навсегда. Таким образом, само наличие варианта $\hat{4}$ делает невозможным обратный к нему вариант $\hat{3}$ (чисто топологически эти варианты отличаются числом «втекающих» и «вытекающих» из вершины линий), а также варианты $\hat{1}$ и $\hat{5}$. Это означает топологическое нарушение обратимости во времени. Картину можно квалифицировать как $\hat{1}$ -, $\hat{3}$ - и $\hat{5}$ -ущербную.

Если же потенциал притяжения менее сингулярен, чем центробежный член, то падение на центр предотвращается и вариант $\hat{4}$ исчезает. Вместе с ним исчезают варианты $\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{3}$ и $\hat{5}$, ибо теперь исключена предпосылка для появления агрегата слившихся частиц. Мы приходим к обедненной картине, в которой отсутствуют все особые варианты $\hat{1}-\hat{5}$, но зато восстанавливается обратимость во времени. Мы увидим далее, что деление квантовых теорий поля на перенормируемые и неперенормируемые вытекает из критерия подавляемости коллапса, иначе говоря, физическая непротиворечивость перенормируемой теории обеспечивается за счет обеднения топологической картины, из которой исключены все особые варианты эволюции.

Приведенная здесь классификация топологических типов эволюции может быть однозначно выражена на спектральном языке^{*}. Действительно, варианты 1 и 2 отвечают, соответственно, непрерывной и дискретной частям энергетического спектра. Вариант 3 подразумевает превращение дискретного спектра состояний $|in\rangle$ в непрерывный спектр $|out\rangle$, а вариант 4 символизирует противоположное превращение. Вариант 5 ассоциируется с резонансной линией. Он переходит в вариант 1 при стремлении к нулю времени жизни связанного состояния, что соответствует такому уширению линии, при котором она перестает восприниматься как линия дискретного спектра.

^{*}Заметим, что этот язык достаточно гибок, чтобы при желании вообще избавиться от упоминания о частицах, которые играли центральную роль в начале нашего обсуждения.

Менее тривиальная иллюстрация этого соответствия состоит в том, что упомянутое выше описание адронного мира планарными диаграммами, повидимому, можно однозначно выразить [45] в терминах спектров, изображаемых графиком зависимости квадрата массы m^2 от спина J в виде прямых траекторий Редже с постоянным наклоном, при этом адроны, принадлежащие любой траектории, отделены интервалами $\Delta J = 2$. Никакого убедительного объяснения, почему картина эволюции частиц, изображаемая планарными диаграммами, соответствует эквидистантному спектру Редже, до сих пор, увы, не предложено.

Особые варианты соответствуют непрерывному спектру со щелью между вакуумным и одночастичным уровнями энергии, причем для агрегата слившихся частиц эта щель больше, чем та, что была до слияния. Если вариант $\hat{4}$ интерпретируется как коллапс, то картина, из которой исключены все варианты $\hat{1}-\hat{5}$, соответствует ограниченному снизу спектру энергии, а $\hat{1}$ -, $\hat{3}$ - и $\hat{5}$ -ущербная картина характерна для систем, у которых спектр не ограничен снизу.

3. ПАДЕНИЕ НА ЦЕНТР

В качестве прелюдии к обсуждению коллапса в системах с бесконечным числом степеней свободы напомним некоторые аспекты релятивистской кеплеровской задачи. Эта двухчастичная задача, сводимая к задаче о движении одной частицы в поле потенциала U(r), характеризуется гамильтонианом (см., например, [46], § 39):

$$H = \sqrt{m^2 + \frac{p_{\phi}^2}{r^2} + p_r^2} + U(r), \qquad (2)$$

где p_{ϕ} и p_r — импульсы, канонически сопряженные полярным координатам ϕ и r. Отметим, что p_{ϕ} является сохраняющейся величиной — орбитальным моментом J. «Выключив» радиальную динамику, т.е. положив $p_r = 0$ в (2), получаем эффективный потенциал $\mathcal{U}(r)$, с помощью которого удобно анализировать поведение частицы в окрестности начала координат:

$$\mathcal{U}(r) = \sqrt{m^2 + \frac{J^2}{r^2}} + U(r).$$
 (3)

Имеются три варианта. Во-первых, потенциал притяжения U(r) более сингулярен в начале координат, чем центробежный член J/r. Эффективный потенциал $\mathcal{U}(r)$ имеет вид, показанный на рис. 3,*a*. Частица, в принципе, может находиться на круговой орбите с радиусом, соответствующим локальному

О ФИЗИЧЕСКОМ СМЫСЛЕ ПЕРЕНОРМИРУЕМОСТИ 923



Рис. 3. Эффективный потенциал и спектр

максимуму U_0 потенциала U(r). Но это движение неустойчиво и падение на центр весьма вероятно. Если же $E > U_0$, то падение на центр неизбежно.

Во-вторых, потенциал U(r) менее сингулярен, чем J/r. В частности, для $U(r) = -\alpha/r$ это означает, что $\alpha < J$. Вид U(r) показан на рис. 3,6. Частица совершает устойчивое финитное движение. Падение на центр невозможно, за исключением случая J = 0, который соответствует лобовым столкновениям. Но если частицы находятся не на прямой линии, а на пространственной арене большей размерности, то такие столкновения имеют нулевую меру вероятности.

В-третьих, сингулярности U(r) и J/r одинаковы, т.е. $U(r) = -\alpha/r$, $\alpha = J$. График U(r) изображен на рис. 3,*в*. Частица движется по устойчивой орбите, которая проходит через центр, однако это не останавливает движения.

Квантово-механический анализ [47] в основном подтверждает эти выводы. Из решений релятивистских волновых уравнений для частиц со спинами 0 и 1/2 следует, что в случае достаточно сингулярных потенциалов U(r)связанные состояния образуют дискретный спектр^{*}, простирающийся от минус бесконечности до нуля, причем в E = m наблюдается точка сгущения (рис. 3,*a*). Система стремится перейти во все более выгодные состояния, которым соответствуют все более низкие уровни энергии. При этом дисперсия волновой функции стремится к нулю, по мере того как $E_n \to -\infty$. Процесс напоминает падение на центр в его традиционном понимании.

Если потенциал U(r) менее сингулярен, чем квантово-механический центробежный член, то ситуация обычная. Спектр ограничен снизу (рис. 3,6).

^{*}Примечательно, что в задаче о падении на центр не возникает непрерывного спектра, который свидетельствовал бы о том, что агрегат слившихся частиц является свободным объектом, не имеющим внутренней структуры. В квантовой механике объекты не сохраняют своей индивидуальности, поэтому возможна суперпозиция состояний двух раздельных частиц и агрегата слившихся частиц; фундаментальным понятием здесь является не сам объект, а его степени свободы, в частности, спектр энергии, а также окружающая обстановка, характеризуемая, например, потенциалом U(r).

Единственная отличительная особенность квантово-механической ситуации состоит в том, что существует стабильное основное состояние с J = 0. Это, однако, не влечет за собой падения на центр, ибо волновая функция ведет себя гладко в окрестности начала координат — притяжение уравновешено нулевыми колебаниями.

Если сингулярности U(r) и центробежного члена одинаковы, то описание с помощью одночастичных волновых уравнений становится слишком грубым. На малых расстояниях вступают в действие процессы рождения и аннигиляции частиц, и теперь следует привлечь методы квантовой теории поля. Если константа связи α стремится к своему критическому значению α_c , то может возникнуть чрезвычайно нетривиальная картина, которая и по сей день продолжает завораживать внимание теоретиков (см., например, работу [48] и содержащиеся в ней ссылки).

Что касается качественных выводов из представленного здесь анализа, то они вполне надежны для формулировки простого критерия, отделяющего системы, в которых падение на центр подавлено, от тех, в которых оно неизбежно. Критерий гласит: падение на центр предотвратимо тогда и только тогда, когда спектр гамильтониана ограничен снизу.

4. ПОДАВЛЯЕМОСТЬ КОЛЛАПСА

Применительно к системам с бесконечным числом степеней свободы критерий должен быть обобщен следующим образом: *тенденция к коллапсу подавляется, если спектр гамильтониана ограничен снизу*. Действительно, отрицательный член в гамильтониане ассоциируется с потенциалом притяжения, а силы притяжения приводят к коллапсу, если спектр простирается до минус бесконечности.

Однако у большинства изучаемых полевых моделей мы не в состоянии заранее предвидеть спектр. Нелинейность динамики может привести к перестройкам вакуума, поэтому наивное представление о спектре, подсказанное формальной структурой гамильтониана, оказывается далеким от истинного.

Поэтому мы вынуждены изменить постановку вопроса. Мы можем уверенно работать с квадратичным по полям гамильтонианом. В физически интересных случаях он имеет спектр, ограниченный снизу. Разбивая гамильтониан изучаемой модели $H = \int \mathcal{H}(x) dx$ на две части: $H = H_0 + H_I$, где H_0 содержит члены не выше квадратичных по полям, а H_I — все остальные, можно истолковать H_0 как гамильтониан, управляющий поведением свободных полей, а H_I как величину, ответственную за взаимодействие. Далее, мы знаем, что вакуум и одночастичное состояние свободного поля стабильны, т.е. вакуумные флуктуации энергии не нарушают структуры спектра. Если потребовать, чтобы среднеквадратичные вакуумные флуктуации H_I не пре-

вышали среднеквадратичные вакуумные флуктуации H_0 , то спектр, очевидно, останется ограниченным снизу. Это означает, что у систем, для которых

$$\Delta H_0 > \Delta H_I,\tag{4}$$

тенденция к коллапсу подавлена.

Аналогия с кеплеровской задачей довольно очевидна: причина предотвращения падения на центр состоит в том, что проявления кинетической энергии (центробежный член или нулевые колебания) преобладают над силами притяжения.

Убедимся теперь, что (4) эквивалентно условию перенормируемости по счету степеней. Поскольку полевые операторы в H предполагаются нормально упорядоченными, вакуумные средние $\langle 0|H_0|0\rangle$ и $\langle 0|H_I|0\rangle$ исчезают, и (4) принимает вид

$$\langle 0| H_0^2 |0\rangle > \langle 0| H_I^2 |0\rangle.$$
⁽⁵⁾

(Отметим, что это неравенство может рассматриваться как необходимое условие для пертурбативных вычислений: чтобы члены ряда теории возмущений убывали от порядка к порядку, «невозмущенный» гамильтониан H_0 должен в каком-то смысле превышать «возмущение» H_I .)

В обеих частях неравенства (5) стоят интегралы, которые в общем случае математически бессмысленны из-за ультрафиолетовых расходимостей. Чтобы исправить положение, введем ультрафиолетовую регуляризацию, раздвигая аргументы сомножителей. Кроме того, ввиду положительной определенности подынтегральных выражений, мы можем сравнивать не результаты интегрирования, а степени сингулярности матричных элементов $\langle 0| \mathcal{H}_0(x) \mathcal{H}_0(y) | 0 \rangle$ и $\langle 0| \mathcal{H}_I(x) \mathcal{H}_I(y) | 0 \rangle$ при $x^{\mu} \to y^{\mu}$.

Расходимости, возникающие в этом пределе, свидетельствуют о сингулярном поведении квантов полей на световом конусе. Но это не совсем то, что нас интересует. В проблеме коллапса важны малые евклидовы, а не псевдоевклидовы интервалы. Ультрафиолетовые расходимости были бы связанными с малыми евклидовыми расстояниями, если бы x^0 было заменено на ix^0 . Для обоснования такой замены используется аналитическое продолжение $x^0 \rightarrow ix^0$, которое осуществимо, если матричные элементы регуляризованы так, что поворот временной оси (поворот Вика) не задевает особых точек. Известно, что это так, если регуляризация не только раздвигает аргументы, но и хронологически упорядочивает сомножители.

Однако хронологическое упорядочение не является однозначной операцией. Существуют два определения T-произведения — дайсоновское и виковское. Если выбрать виковское T_w -произведение (которое более удобно, ибо перестановочно с операцией дифференцирования), то гамильтониан следует заменить на лагранжиан [5,49]. Теперь вместо (5) получаем

$$\langle 0 | T_w \{ \mathcal{L}_0(x) \, \mathcal{L}_0(y) \} | 0 \rangle > \langle 0 | T_w \{ \mathcal{L}_I(x) \, \mathcal{L}_I(y) \} | 0 \rangle, \tag{6}$$

где \mathcal{L}_0 и \mathcal{L}_I — плотности лагранжиана, связанные, соответственно, с \mathcal{H}_0 и \mathcal{H}_I . Поскольку мы рассматриваем ситуацию, когда флуктуации свободных полей доминируют над флуктуациями взаимодействия, можно считать, что \mathcal{L}_0 и \mathcal{L}_I зависят от свободных полей, т.е. можно использовать картину взаимодействия.

Пусть система находится в плоском D-мерном пространстве-времени и характеризуется совокупностью N вещественнозначных полей, обозначаемых общим символом $\chi_j(x)$, j = 1, ..., N. (Мы пока опускаем тонкости, присущие системам со связями [50]. В окончательном результате они дают о себе знать лишь косвенно — через наличие или отсутствие калибровочной инвариантности.) Положим

$$\mathcal{L}_0 = \sum_{j=1}^N : \chi_j(x) \operatorname{L}_j(\partial) \chi_j(x):, \tag{7}$$

где $L_j(\partial)$ — дифференциальный оператор первого порядка для фермионов и второго — для бозонов, а символом :: обозначено нормальное произведение. Рассмотрим простейший нетривиальный лагранжиан взаимодействия в виде монома *n*-й степени

$$\mathcal{L}_{I} = g : \prod_{i=1}^{n} P^{k_{i}}(\partial) \chi_{i}(x):, \qquad (8)$$

где $P^{k_i}(\partial)$ — дифференциальный оператор k_i -го порядка.

Подстановка (7) и (8) в (6) приводит к выражениям, построенным из фейнмановских пропагаторов $\Delta_{Fj}(x)$, аналитически продолженных в евклидово пространство D измерений. Пропагатор $\Delta_{Fj}(x)$ удовлетворяет уравнению

$$\mathcal{L}_j(\partial)\,\Delta_{Fj}(x) = -\delta^D(x),$$

и может быть представлен в виде

$$\Delta_{F_i}(x) = Q^{r_j}(\partial) \,\Delta_F(x).$$

Здесь $Q^{r_j}(\partial)$ — дифференциальный оператор r_j -го порядка, характерный для поля данного спина, $\Delta_F(x)$ — ядро оператора $(\Delta + m_j^2)^{-1}$, а Δ обозначает D-мерный лапласиан. Нас интересует область малых расстояний $x^2 = \epsilon^2$, где $\Delta_F(x)$ ведет себя как x^{2-D} , поэтому

$$\Delta_{Fj}(x) \sim Q^{r_j}(\partial) x^{2-D} = O(\epsilon^{2-D-r_j}).$$

Для оценки формальной величины $\delta^D(0)$ в интеграле Фурье

$$\delta^D(x) = \frac{1}{(2\pi)^D} \int e^{ikx} d^D k$$

введем ультрафиолетовое обрезание $\Lambda \sim 1/\epsilon,$ тогда

$$\delta^D(0) = O(\epsilon^{-D}).$$

C учетом этих оценок в пределе $(x-y)^2 = \epsilon^2 \rightarrow 0$ получаем

$$\langle 0|T_w\{\mathcal{L}_0(x)\mathcal{L}_0(y)\}|0\rangle = \sum_{j=1}^N [\mathcal{L}_j(\partial)\Delta_{Fj}(x-y)]^2 = O(\epsilon^{-2D}), \qquad (9)$$

$$\langle 0|T_w\{\mathcal{L}_I(x)\mathcal{L}_I(y)\}|0\rangle = g^2 \prod_{i=1}^n P^{k_i}(\partial_x) P^{k_i}(\partial_y) \Delta_{Fi}(x-y) = O\left(\prod_{i=1}^n \epsilon^{2-D-r_i-2k_i}\right).$$
(10)

Сравнивая степени ϵ в (9) и (10), находим, что неравенство (6) выполняется, если

$$\Omega_n = D + \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{1}{2}D - \frac{1}{2}r_i - k_i\right) \ge 0.$$
(11)

Очевидно, неравенство (11) есть не что иное, как условие перенормируемости по счету степеней. Например, при D = 4, учитывая, что для скалярных полей $r_i = 0$, а для дираковских полей $r_i = 1$, имеем $\Omega_n = -\omega_n$, где ω_n определен согласно (1). Заметим также, что пропагатор массивных векторных полей $(\eta_{\mu\nu} - \partial_{\mu}\partial_{\nu}/m^2) \Delta_F$ ведет себя на малых расстояниях как x^{-D} , в отличие от пропагатора безмассового калибровочного поля $(\eta_{\mu\nu} - \partial_{\mu}\partial_{\nu}/\partial^2) \Delta_F$, который ведет себя как x^{2-D} , откуда следует, что критерий подавляемости коллапса (11) реагирует на наличие или отсутствие калибровочной инвариантности через указание величины r_i для векторных полей.

Когда в (11) стоит знак равенства, константа связи g оказывается безразмерной. При этом условие (6) выполняется, если g достаточно мало по абсолютной величине.

Представленный здесь анализ следует считать лишь наводящим соображением о предотвратимости коллапса. В основе более строгого рассмотрения могли бы лежать, например, свойства точных решений уравнения Бете– Солпитера, описывающего квантово-полевые связанные состояния. К сожалению, однако, попытки продвинуться в этом направлении (см., например, [51]) нельзя признать сколько-нибудь успешными из-за отсутствия адекватных математических средств для решения этой чрезвычайно трудной задачи.

5. ПОДОПЛЕКА ПЕРЕНОРМИРУЕМОСТИ

Согласно Дайсону, теория перенормируема, если все расходимости поглощаются за счет переопределения параметров лагранжиана. Для выполнения этого условия нужно, чтобы вакуумные флуктуации кинетической энергии превышали вакуумные флуктуации взаимодействия. Поэтому перенормируемость можно заменить на эквивалентное, но физически более прозрачное условие *кинетического преобладания**.

Существует убеждение (см., например, [53]), что в перенормируемой теории физика на больших расстояниях нечувствительна к влиянию малых расстояний, причем это влияние может быть эффективно учтено конечным числом параметров, тогда как в неперенормируемой теории оно учитывается с помощью бесконечного числа параметров. Наш анализ подтверждает эту точку зрения. Действительно, вернемся к кеплеровской задаче. В ситуации, когда падение на центр подавлено (рис. 3, δ), в окрестности начала координат эффективный потенциал $\mathcal{U}(r)$ асимптотически приближается к J/r. Это означает, что зондирование малых расстояний контролируется единственным параметром J. Напротив, в ситуации, когда падение на центр неизбежно (рис. 3,a), $\mathcal{U}(r)$ стремится к U(r) при $r \to 0$, т.е. зондирование малых расстояний равносильно определению бесконечного числа коэффициентов ряда Лорана, представляющих функцию U(r).

Таким образом, перенормируемость гарантирует *самодостаточность законов, управляющих крупномасштабными явлениями*. Правда, отсюда вовсе не следует, что все происходящее в диапазоне малых длин волн тривиально или, по крайней мере, допускает унификацию с длинноволновой картиной. В результате подавления коллапса низкоэнергетическая область, которую мы исследуем, оказывается, по существу, изолированной от области высоких энергий.

Вспомним, однако, что истинное условие предотвратимости коллапса состоит не в кинетическом преобладании, а в ограниченности спектра гамильтониана снизу. Чем чревата замена одного условия другим?

Кинетическое преобладание *необходимо* для предотвращения коллапса^{**}, но *не достаточно*. В самом деле, юкавский член $\mathcal{L}_I = ig\bar{\psi}\gamma_5\psi\phi$, взятый сам по себе, при D = 4 дает пример неперенормируемого лагранжиана, несмотря на то, что условие (11) соблюдено. Перенормируемости невозможно достичь, пока не добавлен член скалярного самодействия $\mathcal{L}_I = -\lambda\phi^4$. Другой извест-

^{*}В несколько упрощенном и неявном виде это условие было впервые предложено Д.И.Блохинцевым [52].

^{**}Любопытно, что в проблеме гравитационной сингулярности роль энергодоминантности прямо противоположна: нарушение энергодоминантности предотвращает образование сингулярности [54].

ный пример — калибровочная теория типа Янга-Миллса-Хигтса, которая в общем случае неперенормируема из-за наличия аксиальной аномалии. Аномалия влечет за собой нарушение калибровочной инвариантности, без которой поля Янга-Миллса имеют плохое ультрафиолетовое поведение, характерное для массивных векторных полей. Эти примеры говорят о наличии систем, для которых не все ультрафиолетовые расходимости поглощаются параметрами лагранжиана, а значит, коллапс не подавлен, хотя условие (4) выполнено.

Рассуждая наивно, можно усомниться даже в *необходимости* требования кинетического преобладания. Действительно, если к \mathcal{H}_0 добавить «возмущение» типа скалярного самодействия $\mathcal{H}_I = \lambda \phi^{2n}$ с $\lambda > 0$, которое, на первый взгляд, кажется положительно определенным, то спектр должен остаться ограниченным снизу при произвольном n > 1. Но здесь упущено из виду, что перенормированная константа связи λ может кардинально измениться, благодаря поляризации вакуума, в частности, поменять знак по сравнению с голой константой связи. Столь сильной поляризации вакуума нет в двумерных суперперенормируемых теориях [55], поэтому при D = 2 число n может быть любым. Что же касается случая D = 4, то здесь ограничение $n \leq 2$, налагаемое условием (11), остается существенным. Другое сомнение может возникнуть в связи с так называемой теоремой эквивалентности, согласно которой две квантовые теории поля, связанные нелинейным преобразованием поля

$$\chi = \Phi + \Phi^2 F(\Phi), \tag{12}$$

имеют одну и ту же S-матрицу. Это значит, что коллапс подавлен не только для полиномиальных лагранжианов, удовлетворяющих критерию (11), но и для любых, получаемых из них путем нелинейных преобразований (12). Однако, используя технику нильпотентных операторов, применяемую в калибровочных теориях, можно показать [56], что весь эффект, вызываемый в лагранжиане \mathcal{L} нелинейной частью преобразования (12), подобен члену, который «фиксирует калибровку». Таким образом, условие (4) действительно необходимо для подавляемости коллапса.

С другой стороны, скалярное самодействие ϕ^3 , казалось бы, доставляет контрпример четырехмерной перенормируемой теории с гамильтонианом, не ограниченным снизу. Это впечатление обманчиво. Действительно, член ϕ^3 стремится к $-\infty$ при $\phi \to -\infty$, превышая рост члена $(m^2/2) \phi^2$, содержащегося в кинетической энергии члена. При этом, однако, упускается из виду, что ведущим членом в кинетической энергии является не $(m^2/2) \phi^2$, а $(1/2) (\partial \phi)^2$, сингулярность которого $O(\epsilon^{-4})$ сравнима с сингулярностью ϕ^4 и заведомо превосходит сингулярность $O(\epsilon^{-3})$ члена ϕ^3 .

Критерий кинетического преобладания относится к системам, предрасположенным к коллапсу. О таком предрасположении предупреждают ультра-

930 КОСЯКОВ Б.П.

фиолетовые расходимости. В одних системах тенденция к коллапсу подавляется, а в других беспрепятственно осуществляется. Мы можем судить о том, какой из этих вариантов свойствен данной системе не только по аналитическим, но и по топологическим особенностям ее поведения. Топологическую картину, в которой происходит падение на центр, мы квалифицировали как 1-, 3- и 5-ущербную. Это наблюдение в обычной локальной КТП легко распространяется на случай более общих теорий (таких, например, как М-теория) следующим образом. Пусть на классическом уровне возможны превращения пространственно протяженных объектов в объекты меньшей размерности, например, сжатие струны в точку, свертывание мембраны в струну, сплющивание солитона в плоскую волну и т.п. Такие превращения аналогичны особому варианту эволюции $\hat{4}$, в котором две частицы исходно интерпретируются как концы сжимающейся струны. Если эти превращения обратимы, то в картине присутствуют все особые варианты эволюции, в противном случае картина ущербна: само наличие в ней некоторого особого варианта эволюции несовместимо с наличием «противоположного» варианта. Эту ущербность картины мы принимаем за топологическое определение осуществимости коллапса. С физической точки зрения ущербность картины равносильна нарушению обратимости во времени. На языке квантовой механики топологическая ущербность означает, что гильбертовские пространства состояний $H_{\rm in}$ и H_{out} различны, т.е. унитарность нарушается. Как известно [57], скалярная теория с лагранжианом взаимодействия ϕ^4 при D > 4 тривиальна. Это служит намеком на то, что неперенормируемая теория может быть унитарной лишь в том случае, если коллапс относится к «доисторическим» временам, а равенство $H_{\rm in} = H_{\rm out}$ обеспечивается для той части системы, которая остается после коллапса и уже не испытывает взаимодействия.

Подавляемость коллапса есть средство восстановления обратимости. Однако за это приходится платить обеднением топологической картины, из которой исчезают все особые варианты эволюции. Не имеем ли мы дело со столь сильнодействующим средством, что множество перенормируемых теорий с нетривиальной *S*-матрицей оказывается пустым? Примеры нетривиальных суперперенормируемых теорий, удовлетворяющих всем аксиомам Вайтмана, были найдены [55] для D = 2 и D = 3, но не исключено, например, что скалярное самодействие ϕ^4 (важная составляющая стандартной модели) при D = 4 дает единичную *S*-матрицу. Отсюда возникает вопрос: не является ли тривиализация топологической картины свойством, внутренне присущим любой перенормируемой теории?

6. ГОЛОГРАФИЧЕСКИЙ ПРИНЦИП И АНОМАЛИИ

Читатель, вероятно, успел обратить внимание на то, что в нашем обсуждении постоянно возникает понятие *размерности* пространства-времени *D*. Например, D входит в критерий предотвратимости коллапса (11). Значения D = 2 и D = 3 появлялись в связи с упоминанием удивительных миров, где поляризация вакуума слаба, а теории суперперенормируемы. Само определение коллапса, предложенное в предыдущем разделе, основано на превращении протяженных объектов в объекты меньшей размерности. (Отметим также, что в суперсимметричных теориях, где расходимости сокращаются частично или полностью, ультрафиолетовое благополучие достигается за счет эффективного понижения размерности. Действительно, как показали Г.Паризи и Н.Сурла [58], суперсимметричные теории на градуированном многообразии с обычными координатами x_1, \ldots, x_D и грассмановскими координатами θ и $\bar{\theta}$ эквивалентны несуперсимметричным теориям на многообразии с координатами x_1, \ldots, x_{D-2} , другими словами, для явной реализации суперсимметрия — это лифт, переносящий в нижние этажи размерности.)

Другим важным для нашей темы понятием является понятие *обратимости*. До сих пор эти понятия не были связанными. Мы могли бы значительно продвинуться в понимании предмета, если бы в нашем распоряжении было средство, позволяющее связать физические картины при различных *D*. Такое средство действительно имеется — это так называемый голографический принцип. Он позволяет взглянуть на необратимость как на аномалию, нарушающую дуализм *квантового* и *классического* описаний в мирах сопредельной размерности.

Согласно голографическому принципу, провозглашенному в пионерских работах 'т Хоофта [59] и Саскинда [60], вся информация о степенях свободы внутри объема может быть спроецирована на поверхность (называемую также экраном), которая ограничивает этот объем. Из-за отсутствия общепринятой формулировки мы будем пользоваться рабочими версиями этого принципа, обсуждаемыми в текущей литературе. Их суть состоит в том, что классическая теория, описывающая явления с учетом гравитации внутри объема, может быть выражена в виде квантовой теории, которая рассматривает те же явления без гравитации на границе объема. В таком виде голографический принцип подтвержден Малдаценой [61], который обнаружил соответствие между квазиклассической супергравитацией в антидеситтеровском пространстве и квантовой конформной теорие Янга–Миллса на границе пространства.

Есть основания думать, что голографический принцип остается в силе и при выключении гравитации. Тогда его можно просто реализовать при помощи замечательного дуализма де Альфаро, Фубини и Фурлана (АФФ) [62], которые показали, что производящий функционал для функций Грина евклидовой квантовой теории поля в D измерениях совпадает с гиббсовским средним классической статистической механики в пространстве-времени D + 1 измерений. Другими словами, имеется соответствие (АФФ-дуализм) между классической картиной в пространстве-времени \mathcal{M}_{D+1} и квантовой карти-

ной в D-мерном сечении \mathcal{M}_{D+1} в любой фиксированный момент времени. Такие сечения играют роль D-мерных экранов, несущих голограммы того, что происходит в толще \mathcal{M}_{D+1} .

Напомним идею де Альфаро, Фубини и Фурлана о возможности превращения D-мерной квантовой картины в D + 1-мерную классическую на примере системы, описываемой скалярным полем $\phi(x)$. Пусть система помещена в D-мерном евклидовом пространстве-времени и характеризуется лагранжианом \mathcal{L} . Введем фиктивное время t. Поле становится функцией евклидовых координат x_1, \ldots, x_D и фиктивного времени $t, \phi = \phi(x, t)$. Если $(1/2)(\partial \phi/\partial t)^2$ истолковать как кинетический член, а \mathcal{L} как член потенциальной энергии, то возникает новый лагранжиан $\tilde{\mathcal{L}} = (1/2)(\partial \phi/\partial t)^2 - \mathcal{L}$, порождающий эволюцию в фиктивном времени t. Ему соответствует гамильтониан $\tilde{\mathcal{H}} = (1/2)\pi^2 + \mathcal{L}$, где $\pi = \partial \tilde{\mathcal{L}}/\partial \dot{\phi} = \partial \phi/\partial t$ обозначает сопряженный импульс, для которого постулируется классическая скобка Пуассона $\{\phi(x,t), \pi(y,t)\} = \delta^D(x-y)$. Теперь легко увидеть, что гиббсовское среднее по ансамблю с температурой $kT = \hbar$

$$\mathcal{Z}[J] = \int \mathcal{D}\pi \mathcal{D}\phi \, \exp\left(-\frac{1}{kT} \int d^D x \, (\tilde{\mathcal{H}} + J\phi)\right) \tag{13}$$

превращается в производящий функционал для квантовых функций Грина

$$Z[J] = \int \mathcal{D}\phi \, \exp\left(-\frac{1}{\hbar} \int d^D x \left(\mathcal{L} + J\phi\right)\right) \tag{14}$$

после взятия гауссовского интеграла по π . Заметим, что голографическое отображение картины в толще \mathcal{M}_{D+1} на экраны, т.е. сечения \mathcal{M}_{D+1} в произвольные моменты времени, обеспечивается теоремой Лиувилля. Действительно, хотя $\phi(x,t)$ и $\pi(x,t)$ эволюционируют во времени t, элемент фазового объема $\mathcal{D}\pi\mathcal{D}\phi$, а вместе с ним и \mathcal{Z} не зависят от t. (О других, например калибровочных, системах см. в [62].)

Таким образом, бессмысленно спрашивать: каков данный мир — классический или квантовый? Он и классический, и квантовый, но эти два лика относятся к пространствам сопредельной размерности^{*}. Чтобы охарактеризовать мир, следует просто указать значение D. Например, приписывая электромагнитному миру значение D = 4, мы имеем в виду, что он описывается

^{*}Интересно сравнить этот вывод с позицией 'т Хоофта, сформулированной недавно [63] в связи с голографическим принципом: «В нашей теории квантовые состояния не являются первичными степенями свободы. Первичными степенями свободы являются детерминистические состояния».

либо четырехмерной квантовой электродинамикой, либо пятимерной классической электродинамикой.

На процедуру квантования можно смотреть как на смещение места действия в другой мир: вместо исходной классической системы в D измерениях возникает новая классическая система в D+1 измерениях. Как известно, симметрии действия иногда бывают чувствительны к размерности пространствавремени; некоторые из них могут реализоваться лишь при выделенном значении D^* , другие только при четных D = 2n. С другой стороны, если задана квантованная D^* -мерная теория, то мы фактически имеем дело с голографическим образом классической D^*+1 -мерной теории, где эта симметрия явно отсутствует. В этом причина порчи симметрии от квантования, известной под названием «квантовая аномалия». Такая порча связана с тем, что у двух сравниваемых классических описаний различаются размерности.

В общем случае АФФ-дуализм не означает, что D + 1-мерная классическая теория эквивалентна ее D-мерному квантовому партнеру. Во-первых, равенство $\mathcal{Z} = Z$, строго говоря, не имеет смысла из-за ультрафиолетовых расходимостей. Ввиду различия классических и квантовых расходимостей, перенормированные выражения для \mathcal{Z} и Z могут быть не равными. Отсюда следует невозможность получить коэффициенты квантовых аномалий прямым сравнением классических действий в сопредельных размерностях. Мы увидим, что этим же объясняется аномалия обратимости, связанная с нарушением инвариантности классической теории относительно обращения времени $t \rightarrow -t$, но при соблюдении этой симметрии в квантовой теории.

Во-вторых, если бы голографическое отображение классической картины на квантовую было взаимно однозначным, то это означало бы, что образ содержит нарушение классического детерминизма (который выражается в единственности решения задачи Коши для классических уравнений динамики), связанное с потерей части информации об эволюции классической системы^{*}.

Ниже мы кратко обсудим все эти вопросы.

6.1. Конформная аномалия. АФФ-дуализм помогает понять природу аномалий, ибо мы можем теперь не выходить за пределы классического описания. Рассмотрим, например, конформную аномалию в теории Янга–Миллса. Конформные инфинитезимальные преобразования метрики

$$g_{\mu\nu} \to e^{2\varepsilon} g_{\mu\nu}$$
 (15)

^{*}Именно проблема потери информации побудила 'т Хоофта усомниться в фундаментальности квантового описания и предположить [63]: «Поскольку на локальном уровне информация в этих (классических) состояниях не сохраняется, состояния комбинируются в классы эквивалентности. По построению информация, с помощью которой различаются разные классы эквивалентности, абсолютно сохраняется. Квантовые состояния являются классами эквивалентности».

порождают соответствующий нетеровский ток — тензор энергии-импульса

$$\Theta^{\mu\nu} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta}{\delta g_{\mu\nu}} \sqrt{-g} \mathcal{L}, \qquad (16)$$

причем теория конформно-инвариантна, если $\delta S = 2\varepsilon g_{\mu\nu}\Theta^{\mu\nu} = 0$, т.е.

$$\Theta^{\mu}_{\ \mu} = 0. \tag{17}$$

С помощью (16) находим, что в D+1-мерной теории Янга–Миллса с лагранжианом

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4\Omega_{D-1}\alpha} \operatorname{tr} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta}$$

 $\Theta^{\mu\nu}$ записывается в виде

$$\Theta^{\mu\nu} = \frac{1}{\Omega_{D-1}\alpha} \operatorname{tr} \left(F^{\mu\alpha} F_{\alpha}^{\ \nu} + \frac{1}{4} \eta^{\mu\nu} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \right).$$
(18)

Здесь Ω_{D-1} есть площадь D-1-мерной сферы единичного радиуса. Из (18) видно, что условие (17) выполняется лишь при D+1=4. Уравнения Янга-Миллса инвариантны относительно преобразований (15) только в четырехмерном пространстве-времени. Это согласуется с масштабной инвариантностью теории, воплощенной в том факте, что при D+1=4 константа связи α безразмерна.

С учетом голографического принципа квантование 4*D*-классической теории Янга–Миллса приводит к 5*D*-классической теории Янга–Миллса, в которой конформная инвариантность отсутствует, $\Theta^{\mu}_{\ \mu} \neq 0$. Так возникает конформная аномалия.

Технически конформная инвариантность квантовой теории поля нарушается от введения масштаба масс μ в точке нормировки заряда. Это явление носит название размерной трансмутации [64]. В 3*D*-квантовой теории Янга–Миллса размерная трансмутация отсутствует, чем обеспечивается конформная инвариантность дуальной 4*D*-классической теории. Почему это происходит? Ниже мы увидим, что в 3*D*-квантовой теории поляризация вакуума слабая, здесь не требуется бесконечной перенормировки α , и необходимость введения нормировочного параметра μ отпадает.

Что касается 4D-квантовой теории, то здесь эффекты поляризации вакуума существенны, поэтому α превращается в «бегущую» константу связи $\alpha(q^2/\mu^2)$, зависящую от квадрата переданного импульса q^2 . След тензора энергии-импульса

$$\Theta^{\mu}_{\ \mu} = \frac{2g^{\mu\nu}}{\alpha^2} \frac{\partial\alpha}{\partial g^{\mu\nu}} \frac{1}{16\pi} \operatorname{tr} F^2 = \frac{1}{8\pi} \frac{\beta(\alpha)}{\alpha^2} \operatorname{tr} F^2$$
(19)

выражается через функцию Гелл-Манна–Лоу $\beta \equiv \partial \alpha / \partial \log q^2$. Здесь коэффициент при tr F^2 зависит от q^2 , в отличие от коэффициента в наивном выражении

$$\Theta^{\mu}_{\ \mu} = \frac{1}{8\pi^2\alpha} \operatorname{tr} F^2, \tag{20}$$

которое следует из классического 5*D*-янг-миллсовского действия. Таким образом, голографический принцип качественно объясняет зависимость $\Theta^{\mu}_{\ \mu} \propto {\rm tr} \, F^2$, однако точный коэффициент выражения (19) не воспроизводится.

6.2. Необратимость. Нарушение АФФ-эквивалентности после бесконечной перенормировки может также трактоваться как разновидность аномалии. В качестве примера рассмотрим нарушение обратимости в классической картине, которое, однако, не сопровождается нарушением обратимости в дуальной квантовой картине. Конкретно обратимся к *D*-мерной квантовой скалярной электродинамике, характеризуемой лагранжианом

$$\mathcal{L} = (\partial^{\mu} + ig_0 A^{\mu})\phi (\partial_{\mu} - ig_0 A_{\mu})\bar{\phi} - m_0^2 \phi \,\bar{\phi} - \frac{\lambda_0}{4} (\phi \,\bar{\phi})^2 - \frac{1}{4\Omega_{D-2}} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}.$$
(21)

В дуальном D + 1-мерном классическом мире скалярное поле ϕ может рассматриваться как лагранжевская координата непрерывной заряженной среды, которая эволюционирует во времени $t = x_{D+1}$. Однако такая модель неудобна для анализа ультрафиолетовых свойств, и мы обсудим ее дискретный аналог — систему с очень большим числом (строго говоря, ∞^D) точечных заряженных частиц. Предположим, что действие для классической частицы, взаимодействующей с электромагнитным полем, записывается обычным образом:

$$S = -\int d\tau \,(m_0 \sqrt{v \cdot v} + g \, v \cdot A),\tag{22}$$

где $v^{\mu} \equiv \dot{z}^{\mu} \equiv dz^{\mu}/d\tau$ есть D + 1-скорость частицы, а τ — собственное время.

Свойства дуальных АФФ-пар, соответствующих нескольким значениям D, суммированы в табл. 1. С увеличением D степень расходимостей растет, поэтому дуализм должен портиться все сильнее, вплоть до его полного разрушения при $D \ge 4$. Прокомментируем сначала строку «Ультрафиолетовое поведение», где речь идет о зависимости физических величин от импульса ультрафиолетового обрезания Λ . Среди D + 1-мерных классических величин от Λ может зависеть только вектор энергии-импульса электромагнитного

Размерность пространства-времени в квантовой картине							
D = 1		D = 2		D = 3		D = 4	
Дуальные АФФ-пары							
$1D_{\mathrm{quant}} - 2D_{\mathrm{class}}$		$2D_{\text{quant}} - 3D_{\text{class}}$		$3D_{\text{quant}} - 4D_{\text{class}}$		$4D_{\text{quant}} - 5D_{\text{class}}$	
Ультрафиолетовое поведение							
Λ^0	Λ^0	$\log \Lambda$	$\log \Lambda$	Λ	Λ	Λ^2 , log Λ	Λ^2 , log Λ
Перенормируемость							
Теория конечна	Теория конечна	Супер- перенорм.	Пере- нормир.	Супер- перенорм.	Пере- нормир.	Пере- нормир.	Непере- нормир.
Обратимость картины во времени							
Соблюд.	Соблюд.	Соблюд.	Соблюд.	Соблюд.	Слабо наруш.	Соблюд.	Тополог. наруш.

Таблица 1. Дуальности в скалярной электродинамике

поля*, порождаемого точечной частицей,

$$P_{\mu} = \int d\sigma^{\nu} \Theta_{\mu\nu}, \qquad (23)$$

где интегрирование ведется по D-мерной пространственноподобной гиперповерхности. В статическом случае, когда электромагнитное поле можно охарактеризовать потенциалом φ , удовлетворяющим уравнению Пуассона

$$\Delta \varphi(\mathbf{x}) = -\Omega_{D-1} \,\rho(\mathbf{x}),\tag{24}$$

где

$$\rho(\mathbf{x}) = g \,\delta^D(\mathbf{x}),\tag{25}$$

имеем

$$\varphi(\mathbf{x}) = g \begin{cases} |\mathbf{x}|^{2-D}, & D \neq 2, \\ \log |\mathbf{x}|, & D = 2. \end{cases}$$
(26)

Из (25) и (26) с учетом выражения для собственной энергии в статическом случае

$$\delta m = \frac{1}{2} \int d^D \mathbf{x} \,\rho(\mathbf{x}) \,\varphi(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \,g^2 \varphi(0) \tag{27}$$

получаются главные зависимости от Л, указанные в табл. 1.

^{*}Момент импульса имеет аналогичное ультрафиолетовое поведение.

При малом отклонении от статичности выражение (23) можно записать в виде

$$P_{\mu} = c_1 v_{\mu} + c_2 \dot{v}_{\mu} + c_3 \ddot{v}_{\mu} + \dots , \qquad (28)$$

где величины v_{μ} , \dot{v}_{μ} и т.п. относятся к точечному источнику поля в данный момент. Очевидно, что $c_1 = \delta m$. Из соображений размерности находим также, что $c_i/c_{i+1} \sim \Lambda$.

Начнем с $5D_{class}$. Поскольку интегрирование в (23) ведется по четырехмерной гиперповерхности, отличными от нуля оказываются только четные степени Λ :

$$c_1 \sim \Lambda^2, \quad c_2 = 0, \quad c_3 \sim \log \Lambda.$$
 (29)

Квадратичная расходимость поглощается перенормировкой массы, но для поглощения логарифмической расходимости в действии (22) нет подходящих параметров, поэтому теория оказывается *неперенормируемой*. Перенормируемость удается восстановить, если к действию (22) добавить член с высшими производными [65]:

$$-\kappa_0 \int d\tau \, \frac{1}{\sqrt{v \cdot v}} \left(\frac{d}{d\tau} \frac{v^{\mu}}{\sqrt{v \cdot v}} \right)^2. \tag{30}$$

0

Что касается *D*-мерных квантовых величин, то к обсуждаемому предмету имеют отношение поляризационный оператор $\Pi_{\mu\nu}$, собственная энергия Σ и самодействие Υ , однопетлевые диаграммы которых изображены на рис. 4.



Рис. 4. Однопетлевые диаграммы скалярной КЭД

(Рассеяние света на свете, имеющее более мягкое ультрафиолетовое поведение, здесь не существенно.) При использовании калибровочно-инвариантной регуляризации $\Pi_{\mu\nu}$ представляется в виде $\Pi_{\mu\nu}(q) = (q^2 \eta_{\mu\nu} - q_{\mu}q_{\nu}) \Pi(q^2)$. Следуя элементарным правилам диаграммной техники, находим

$$\Sigma \sim \int \frac{d^D k}{k^2}, \qquad \Pi \sim \int \frac{d^D k}{(k^2)^2}, \qquad \Upsilon \sim \int \frac{d^D k}{(k^2)^2},$$
откуда

$$\Sigma \sim \begin{cases} \Lambda^{D-2}, \quad D \neq 2, \\ \log \Lambda, \quad D = 2, \end{cases} \quad \Pi \sim \begin{cases} \Lambda^{D-4}, \quad D \neq 4, \\ \log \Lambda, \quad D = 4, \end{cases} \quad \Upsilon \sim \begin{cases} \Lambda^{D-4}, \quad D \neq 4, \\ \log \Lambda, \quad D = 4. \end{cases}$$
(31)

Сравнение (26)–(27) и (29) с (31) показывает, что в $5D_{class}$ -теории расходимости такие же, как и в $4D_{quant}$ -теории. Тем не менее, последняя *перенормируема* [66], поскольку все примитивно расходящиеся диаграммы соответствуют величинам П, Σ и Υ , которые перенормируют g_0 , m_0 и λ_0 в лагранжиане (21).

Так как в $4D_{\text{quant}}$ -теории структура голого лагранжиана \mathcal{L} и контрчленов одна и та же, а \mathcal{L} инвариантен относительно обращения времени $t \to -t$, то перенормированная квантовая динамика обратима. Между тем дуальная $5D_{\text{class}}$ -теория необратима из-за неподавленной тенденции к коллапсу (если только действие не модифицировано *ad hoc* добавлением члена с высшими производными). Действительно, в кеплеровской задаче неизбежно падение на центр, так как потенциальная энергия $U(r) = -g^2/r^2$ более сингулярна, чем центробежный член J/r. Падение на центр есть необратимое явление, причем необратимость имеет явно топологический характер: само наличие топологического варианта эволюции $\hat{4}$ исключает возможность обратного ему варианта $\hat{3}$. Разрушение АФФ-дуализма $4D_{\text{quant}} - 5D_{\text{class}}$ связано с тем, что в классическом мире частицы не рождаются и не аннигилируют, поэтому здесь невозможна поляризация вакуума, ответственная за перенормировку констант связи.

Перейдем к случаю D = 3. Теперь П и Υ конечны, поэтому константы связи не подвергаются перенормировке. Расходимости Σ и δm поглощаются перенормировкой массы. В лагранжиане достаточно параметров для устранения всех расходимостей и, на первый взгляд, АФФ-эквивалентность соблюдена. Но это не так. Перенормировка массы оставляет *конечный след*, который более глубок в классической картине, чем в квантовой. Перенормированная квантовая динамика обратима во времени. Напротив, в перенормированной классической динамике обратимость нарушена. Действительно, коэффициенты c_i в (28) даются соотношениями [67]:

$$c_1 \sim \Lambda, \quad c_2 = -\frac{2}{3}g^2, \quad c_3 \sim \Lambda^{-1},$$

откуда получается выражение для 4-импульса «одетой» частицы

$$p_{\mu} = m v_{\mu} - \frac{2}{3} g^2 \dot{v}_{\mu} \tag{32}$$

(т — перенормированная масса) и уравнение движения «одетой» частицы

$$m \dot{v}^{\mu} - \frac{2}{3} g^2 \left(\ddot{v}^{\mu} + \dot{v}^2 v^{\mu} \right) = f^{\mu}.$$
(33)

Это уравнение Лоренца–Дирака, которое, очевидно, неинвариантно относительно преобразования $\tau \rightarrow -\tau$. Эта необратимость связана с диссипацией энергии при излучении электромагнитных волн заряженной частицей.

Было затрачено много усилий, чтобы вывести уравнение Лоренца–Дирака из некоторого лагранжиана, но попытки не увенчались успехом. Вероятно, гиббсовское среднее \mathcal{Z} (в конструкции которого используется гамильтониан, что, в свою очередь, подразумевает наличие соответствующего лагранжиана), вообще не имеет отношения к перенормированной классической динамике, а диссипативный и необратимый характер классической эволюции в четырехмерном мире тщетно объяснять эргодической гипотезой — он следует из особенностей самодействия в классической электродинамике.

Итак, особенность $4D_{\rm class}$ -теории состоит в том, что перенормировка избавляет ее от симметрии относительно обращения времени, которая противоречит данным макроскопического опыта. Важно, что избыточная симметрия не была нарушена за счет неинвариантных членов лагранжиана, ибо их наличие сказалось бы на инвариантности квантовой теории. Слабое нарушение АФФ-дуализма $3D_{\rm quant} - 4D_{\rm class}$ адекватно физической реальности. Его можно сравнить по значению с киральной аномалией, позволяющей преодолеть запрет на распад $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, обусловленный избыточной симметрией стандартной модели.

В случае D = 2 ультрафиолетовая ситуация качественно такая же, как в случае D = 3: расходимости Σ и δm поглощаются перенормировкой массы. Однако перенормированная $3D_{\text{class}}$ -динамика обратима во времени. Действительно, $c_1 \sim \log \Lambda$, поэтому $c_2 \sim \Lambda^{-1}$. Это означает, что перенормировка массы не оставляет конечного следа в 3-импульсе «одетой» частицы и ее поведением управляет недиссипативный второй закон Ньютона. Таким образом, перенормировка не нарушает АФФ-дуализма $2D_{\text{quant}} - 3D_{\text{class}}$.

В случае D = 1 ультрафиолетовых расходимостей нет вообще, в связи с чем АФФ-эквивалентность не нарушается. Этот случай стоит обсудить чуть более подробно.

6.3. Индетерминизм в классическом мире. Ультрафиолетовые расходимости — не единственная причина, почему АФФ-дуализм не является точной эквивалентностью. Другая причина состоит в том, что классическое описание лишено квантовой когерентности, иначе говоря, классический детерминизм невозможно согласовать с принципом суперпозиции квантовых амплитуд. Понятие статистической вероятности вводится в классическую статистическую механику искусственно, оно выражает меру незнания деталей детерминированной картины эволюции, тогда как амплитуда вероятности является существенным элементом квантовой теории. При отображении классического описания на квантовое происходит потеря информации, механизм которой не понятен. Мы наметим здесь возможный путь решения этой проблемы в случае D = 1, а именно покажем, что в двумерном классическом мире поведение частиц может быть недетерминированным.

Запишем динамические уравнения обсуждаемой 2D_{class}-теории:

$$\partial_{\lambda} F^{\lambda\mu}(x) = 2e \sum_{a=1}^{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_a \, v_a^{\mu}(\tau_a) \, \delta^{(2)}\Big(x - z(\tau_a)\Big),\tag{34}$$

$$m_a \dot{v}_a^{\mu} = e_a v_{\nu}^a F^{\mu\nu}(z_a). \tag{35}$$

Они точно интегрируемы. Из вида решений следуют два поразительных свойства $2D_{class}$ -мира. Во-первых, в этом мире нет излучения электромагнитных волн, а значит, нет диссипации энергии [65]. Все движения частиц обратимы. Во-вторых, несколько частиц могут слиться в единый агрегат, а затем, по прошествии некоторого времени, агрегат самопроизвольно расщепится на исходные объекты.

Для простоты ограничимся случаем двух частиц с одинаковыми массами *m* и зарядами *e* (обозначим $e^2/m = a$) и будем вести рассмотрение в системе центра масс. Пусть частицы движутся навстречу друг другу, причем полная энергия такова, что в момент встречи скорости частиц в точности обращаются в нуль. Тогда существует точное решение уравнений (34) и (35), описывающее мировые линии $z_1^{\mu}(\tau)$ и $z_2^{\mu}(\tau)$, которые сливаются в момент τ^* и разъединяются в момент $\tau^{**} = \tau^* + T$:

$$z_{1}^{\mu}(\tau) = \begin{cases} a^{-1}\{\operatorname{sh} a(\tau - \tau^{*}), 1 - \operatorname{ch} a(\tau - \tau^{*})\}, & \tau < \tau^{*}, \\ \{\tau - \tau^{*}, 0\}, & \tau^{*} \leq \tau < \tau^{**}, \\ a^{-1}\{aT + \operatorname{sh} a(\tau - \tau^{**}), \operatorname{ch} a(\tau - \tau^{**}) - 1\}, & \tau \geq \tau^{**}, \end{cases}$$
(36)

$$z_{2}^{\mu}(\tau) = \begin{cases} a^{-1}\{\operatorname{sh} a(\tau - \tau^{*}), \operatorname{ch} a(\tau - \tau^{*}) - 1\}, & \tau < \tau^{*}, \\ z_{1}^{\mu}(\tau), & \tau^{*} \leq \tau < \tau^{**}, \\ a^{-1}\{aT + \operatorname{sh} a(\tau - \tau^{**}), 1 - \operatorname{ch} a(\tau - \tau^{**})\}, & \tau \geq \tau^{**} \end{cases}$$
(37)

и запаздывающее поле $F^{\mu\nu}$, выражающееся через $z_1^{\mu}(\tau)$ и $z_2^{\mu}(\tau)$ в виде

$$F^{\mu\nu}(x) = e \sum_{a=1}^{2} \frac{1}{\rho_a} \left(R^{\mu}_a v^{\nu}_a - R^{\nu}_a v^{\mu}_a \right).$$
(38)

Здесь $R_a^{\mu} \equiv x^{\mu} - z_{a \operatorname{ret}}^{\mu}$ есть изотропный вектор, проведенный из точки испускания $z_{a \operatorname{ret}}^{\mu}$ на *a*-й мировой линии в точку наблюдения x^{μ} , а $\rho_a \equiv R_a \cdot v_a$ инвариантное расстояние между x^{μ} и $z_{a \operatorname{ret}}^{\mu}$.

Параметры τ^* и τ^{**} произвольны. Если τ^* и τ^{**} отличны друг от друга и конечны, то кривые (36) и (37) соответствуют образованию агрегата с конечным временем жизни (вариант $\hat{5}$). При $\tau^{**} \to \infty$ они описывают образование стабильного, никогда не распадающегося агрегата (вариант $\hat{4}$). Агрегат, образованный в бесконечно далеком прошлом и распадающийся в конечный момент времени (вариант $\hat{3}$), получается при $\tau^* \to -\infty$. Если $\tau^* \to -\infty$ и $\tau^{**} \to \infty$, то кривые вырождаются в единую прямую, которая соответствует абсолютно стабильному агрегату (вариант $\hat{2}$). При $\tau^* = \tau^{**}$ они описывают агрегат, существующий лишь одно мгновение (вариант $\hat{1}$). Таким образом, решение уравнений (34) и (35) при указанных данных Коши не единственно. Мы имеем целый континуум решений, ибо период пребывания в слитом состоянии T может выражаться любым неотрицательным числом. Распад может произойти совершенно случайно в любой момент. Заметим, однако, что варианты эволюции с такими данными Коши образуют множество меры нуль.

Итак, D + 1-мерная классическая картина может быть эквивалентна *D*-мерной квантовой картине тогда и только тогда, когда D = 1. Действительно, 1D_{quant}-теория свободна от ультрафиолетовых расходимостей. Именно в двумерном классическом мире нет излучения, поэтому здесь отсутствует проблема диссипации энергии и нет аномалии обратимости. Только в этом мире запаздывающее электромагнитное поле (38) не обращается в бесконечность на мировых линиях источников, и особый вариант $\hat{4}$ не означает падения на центр. Лишь этому миру присущи особые варианты эволюции, обеспечивающие игру случая уже на классическом уровне (в более высоких размерностях особые варианты эволюции либо образуют топологически ущербную картину, либо вообще исчезают). Так как фазовый объем таких вариантов равен нулю, то они не сказываются на выполнении теоремы Лиувилля, а значит, переменная t выпадает из $1D_{quant}$ -описания, в котором остается лишь зависимость от переменной ix_0 , играющей роль «евклидова» времени. Если учесть, что кластеры классических заряженных частиц в $2D_{\text{class}}$ -мире имитируют одномерные объекты, то становится ясно, что поведение классических струн оказывается закодированным в поведении квантовых точечных частиц.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы попытались развить идею о том, что перенормируемость с физической точки зрения равнозначна кинетическому преобладанию. Последнее необходимо, чтобы подавить тенденцию к коллапсу. В чем опасность коллапса? Картина, в которой возможен коллапс, необратима во времени, причем необратимость имеет топологический характер — картина топологически ущербна; в переводе на язык квантовой механики пространства асимптотических состояний $H_{\rm in}$ и $H_{\rm out}$ оказываются разными, и унитарность (по крайней мере, в рамках теории возмущений) нарушается.

Мы обсудили качественные особенности коллапса и возможность его предотвращения на примере падения частицы на центр. Для предотвращения падения на центр необходимо и достаточно, чтобы спектр гамильтониана был ограничен снизу.

Любопытно, что гамильтониан в суперсимметричной теории формально всегда положителен, поскольку энергия нижнего уровня равна нулю. Суперсимметричная система заведомо избавлена от коллапса, если ее основное состояние *стабильно*. С другой стороны, суперсимметрия позволяет сократить расходимости и даже иногда делает теорию конечной. Можно попытаться связать эти факты, предположив, что суперсимметрия переносит место действия в мир меньшей размерности, где тенденция к коллапсу ослабляется или совсем исчезает. Это предположение косвенно подтверждают так называемые теоремы о неперенормируемости в суперсимметричных теориях. Действительно, обращение в нуль квантовых поправок к константам связи означает квазиклассичность картины (слабость эффектов поляризации вакуума), что возможно лишь при достаточно низкой размерности.

Замена условия перенормируемости условием подавляемости коллапса шаг оправданный с познавательной точки зрения. Он, вероятно, приблизит нас к разгадке того удивительного факта, что три фундаментальных взаимодействия оказались перенормируемыми, а одно — неперенормируемым.

Однако какая практическая польза от этой замены? Интуитивное понимание полевой динамики позволяет избежать многих заблуждений, не прибегая к сложным вычислениям. Например, сложилось стойкое убеждение, будто собственная энергия δm в классической электродинамике расходится сильнее, чем собственная энергия Σ в КЭД. Оно основано на том, что в случае D = 4 расходимость δm линейная, а расходимость Σ логарифмическая. Это дало основание для спекуляций, исходящих из того, что квантование улучшает ультрафиолетовое поведение теории. Но это убеждение ошибочно. Вопервых, свойства бесспиновой частицы в классической теории нужно сравнивать со свойствами скалярного (а не спинорного) поля в квантовой теории, при этом расходимость Σ оказывается квадратичной, откуда очевидно, что квантование только ухудшает ультрафиолетовую ситуацию. Во-вторых, D + 1-мерная классическая теория поля голографически связана с D-мерной квантовой теорией поля и, как следует из п. 6.2, в таких дуально связанных теориях величины δm и Σ расходятся одинаково.

Долгое время полагали, что, вводя дискретную решетку вместо континуального пространства-времени, мы автоматически избавляемся от ультрафиолетовых расходимостей. В 1988 г. эта иллюзия была развеяна следующим контрпримером [31]. Пусть в \mathcal{L}_0 производные скалярного и дираковского полей заменены на конечные разности, а \mathcal{L}_I задан в виде $\mathcal{L}_I = -\lambda \phi^3 + i g \bar{\psi} \psi \phi$, где аргументы всех полей совпадают. Однопетлевые диаграммы такой решеточной модели оказываются расходящимися, а сама модель — неперенормируемой!

Но стоит вспомнить принцип кинетического преобладания, как этот вывод не покажется столь сенсационным. Действительно, теория на решетке есть частный случай теорий с нелокальными формфакторами. Задав конечные разности $\chi(x + l \hat{n}) - \chi(x)$, мы размазываем свободный лагранжиан \mathcal{L}_0 нелокальными операторами вида $\exp(l \hat{n} \cdot \partial) - 1$, причем размазывание происходит в конечной области размером l. Величина $O(\epsilon^{-2D})$ в выражении (9) заменяется на $O(l^{-2D})$. А так как поля в \mathcal{L}_I локализованы в одних и тех же точках, то сингулярность выражения (10) остается неизменной. Другими словами, мы имеем дело с такой моделью, в которой сингулярности в кинетических членах размазаны, а в членах взаимодействия оставлены неизменными. Условие подавляемости коллапса (6) оказалось нарушенным — коллапс неминуем.

Мы выяснили, что фундаментальное отличие перенормируемых теорий от неперенормируемых состоит в том, что они соответствуют совершенно разным топологическим картинам эволюции. Неперенормируемость выражается в том, что наличие некоторого особого варианта эволюции исключает возможность существования обратного к нему варианта. Перенормируемая теория свободна от такой асимметрии. В ней обратимость восстанавливается за счет обеднения топологической картины, из которой исчезают все особые варианты эволюции. Остается, однако, открытым вопрос: не ведет ли это обеднение к тому, что все четырехмерные перенормируемые теории (в некотором «точном» непертурбативном смысле) тривиальны?

Вопросы, затронутые в этой статье или близко связанные с ними, в разное время обсуждались со многими людьми. Особенно полезными были давние беседы с Я.Б.Зельдовичем, А.Ю.Морозовым и сравнительно недавние с Р.Хаагом, Д.В.Ширковым и Г.В.Ефимовым. Всем им я глубоко признателен. Настоящая работа выполнена при частичной поддержке Международного научно-технического центра в рамках проекта 840.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Dresden M. Renormalization in Historical Perspective The First Stage // Renormalization: From Lorentz to Landau (and beyond). Berlin: Springer, 1993. P.29–55.
- Renormalization: From Lorentz to Landau (and beyond) / Ed. by L.M.Brown. Berlin: Springer, 1993.

- Боголюбов Н.Н. Уравнения в вариациях квантовой теории поля // ДАН. 1952. Т. LXXXII, C. 217–220. English translation in: In the Intermissions.... / Ed. by Yu.A.Trutnev. Singapore: World Scientific, 1998. P. 71–75.
- Завьялов О.И. R-операция Боголюбова и теорема Боголюбова–Парасюка. // УМН. 1994. Т.49. Вып.5(299). С.61-70.
- 5. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1976. Гл.5.
- Завьялов О.И. Перенормированные диаграммы Фейнмана. М.: Наука, 1979. Перевод: Zavialov O.I. Renormalized Quantum Field Theory. Dordrecht: Kluwer, 1989.
- *Itzykson C., Zuber J.-B.* Quantum Field Theory. New York: McGraw-Hill, 1980. Chap. 8. Перевод: Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. Квантовая теория поля. М.: Мир, 1984. Гл. 8.
- 8. Collins J.C. Renormalization. Cambridge: Cambridge U. P., 1984. Перевод: Коллинз Дж. Перенормировка. М.: Мир, 1988.
- Ткачев Ф. В. Новые методы исследования радиационных поправок. Теория асимптотической операции // ЭЧАЯ. 1994. Т.25. С.649–695.
- Connes A., Kreimer D. Renormalization in Quantum Field Theory and the Riemann–Hilbert Problem. // J. High Energy. 1999. V.9. P.24–31; hep-th/9909126, 9912092.
- Weinberg S. Conceptual Foundations of the Unified Theory of Weak and Electromagnetic Interactions // Rev. Mod. Phys. 1980. V.52. P.515–524. Перевод: УФН. 1980. Т.132. Вып. 2. C.201–217.
- 't Hooft G. When was Asymptotic Freedom Discovered? or The Rehabilitation of Quantum Field Theory // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 1999. V.74. P.413–425; hep-th/9808154.
- Gross D.J. Twenty Five Years of Asymptotic Freedom // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 1999. V.74. P.426–446; hep-th/9809060.
- Gell-Mann M. From Renormalizability to Calculability? Shelter Island II / Ed. by R. Jackiw et al. Cambridge, 1985. Перевод: УФН. 1987. Т.151. Вып.4. С.683–698.
- 15. Schweber S.S. QED and the Men Who Made It. Princeton, 1994.
- 16. Dyson F.J. The S Matrix in Quantum Electrodynamics // Phys. Rev. 1949. V.75. P.1736–1755.
- 17. Jackiw R. The Unreasonable Effectiveness of Quantum Field Theory. hep-th/9602122.
- Ландау Л., Померанчук И. О точечном взаимодействии в квантовой электродинамике // ДАН. 1955. Т.102. С.489–492.
- Фрадкин Е.С. К вопросу об асимптотике функций Грина в теории мезонов со слабой псевдоскалярной связью // ЖЭТФ. 1955. Т.29. Вып.39. С.377–379.
- 20. Landau L.D., Abrikosov A.A., Khalatnikov I.M. On the Quantum Theory of Fields // Nuovo Cimento Suppl. 1955. V.3. P.80–104.
- Landau L.D. Fundamental Problems // Theoretical Physics in the Twentieth Century. Pauli Memorial Volume. New York, 1960. P.245–249. Перевод: Теоретическая физика 20 века. М., 1962. C.285–289.
- 't Hooft G. Renormalization of Massless Yang–Mills Fields // Nucl. Phys. 1971. V.B33. P.173– 199; Renormalizable Lagrangians for Massive Yang–Mills Fields // *ibid*. 1971. V.B35. P.167–188; 't Hooft G., Veltman M. Renormalization and Regularization of Gauge Fields // *ibid*. 1972. V.B44. P.189–213.
- Gross D.J., Wilczek F. Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories // Phys. Rev. Lett. 1973. V.30. P.1343–1346; *Politzer H.D.* Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? // *ibid.* 1973. V.30. P.1346–1349.

- 24. van Nieuwenhuizen P. Supergravity // Phys. Rep. 1981. V.68. P.189-398.
- Duff M. Ultraviolet Divergences in Extended Supergravity // Supergravity'81 / Ed. by S.Ferrara and J.G.Taylor. Cambridge: Cambridge U.P., 1984. Перевод: Введение в супергравитацию. М.: Мир, 1985.
- Green M.B., Schwarz J.H., Witten E. Superstring Theory. Cambridge: Cambridge U.P., 1987. Vol. 1,2. Перевод: Грин М., Шварц Дж., Виттен Э. Теория суперструн. М.: Мир, 1990. Т. 1,2.
- 27. Kaku M. Introduction to Superstrings. Berlin: Springer, 1988. Перевод: Каку M. Введение в теорию суперструн. М.: Мир, 1999.
- 28. Kiritsis E. Introduction to Superstring Theory. Leuven: Leuven U. P., 1998; hep-th/9709062.
- 29. Polchinski J. String Theory. Cambridge: Cambridge U. P., 1999. Vol. 1,2.
- 30. Ефимов Г. В. Нелокальные взаимодействия квантованных полей. М.: Наука, 1977.
- Trivedi A.K. Evidence of Ultraviolet Divergence on the Lattice // Phys. Rev. Lett. 1988. V.61. P.907–910.
- 32. Polchinski J. String Duality // Rev. Mod. Phys. 1996. V.68. P.1245-1258. hep-th/9607050.
- Witten E. String Theory Dynamics in Various Dimensions // Nucl. Phys. 1995. V.B 443. P.85; hep-th/9503124.
- 34. Duff M.J. A Layman's Guide to M-Theory. hep-th/9805177.
- 35. Rovelli C. Loop Quantum Gravity. gr-qc/9710008.
- Shirkov D.V. Historical Remarks on the Renormalization Group // Renormalization: From Lorentz to Landau (and beyond) / Ed. by L.M.Brown. Berlin: Springer, 1993. P.167–186; Ширков Д.В. Ренормгруппа Боголюбова // УМН. 1994. Т.49. Вып. 5(299). P.147–164.
- Wilson K.G. Problems in Physics with Many Scales of Length // Sci. Amer. 1979. V.241. P.158– 179.
- Weinberg S. Ultraviolet Divergences in Quantum Theories of Gravitation // General Relativity: An Einstein Centenary Survey / Ed. by S.W.Hawking, W.Israel. Cambridge: Cambridge U.P. 1979. P.790–831. Перевод: Общая теория относительности. М.: Мир, 1983. C.405–455.
- Wightman A.S. Some Lessons of Renormalization Theory // The Lesson of Quantum Theory / Ed. by J. de Boer, E. Dal, D. Ulfbeck. Amsterdam: Elsevier, 1986. P.201–225.
- Gomis J., Weinberg S. Are Nonrenormalizable Gauge Theories Renormalizable? // Nucl. Phys. 1996. V.B 469. P.473–487.
- 41. Weinberg S. Effective Gauge Theories. // Phys. Lett. B. 1980. V.91. P.51-55.
- Feynman R.P. The Development of the Space-Time View of Quantum Mechanics. Nobel Lecture // Phys. Today. 1966. V.19. P.31–40. Перевод: Характер физических законов. М.: Мир, 1968. C.193–231.
- 43. Witten E. Baryons in the 1/N Expansion // Nucl. Phys. 1979. V.B 160. P.57-115.
- Ogawa S., Sawada S., Nakagawa M. Constituent Models of Elementary Particles. Tokyo, 1980. Chap. 4. (In Japanese). Перевод: Составные модели элементарных частиц. М.: Мир, 1983. § 4.5.
- Ne'eman Y., Šijački Dj. Hadrons in an SL(4, R) Classification // Phys. Rev. D. 1988. V.37. P.3267–3283.
- 46. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1967.
- 47. Case K.M. Singular Potentials // Phys. Rev. 1950. V.80. P.797-806.

- Dagotto E., Kocić A., Kogut J.B. Collapse of the Wave Function, Anomalous Dimensions and Continuum Limits in Model Scalar Field Theories // Phys. Lett. 1990. V.B 237. P. 268–273.
- Павлов В.П., Тавлуев Г.А. Гамильтониан взаимодействия в квантовой теории поля // ТМФ. 1971. Т.9. С.80–87.
- 50. Гитман Д.М., Тютин И.В. Каноническое квантование полей со связями. М.: Наука, 1986.
- 51. Halpern M.B. Nonrenormalizable Field Theories // Ann. Phys. (NY). 1966. V.39. P.351-375.
- 52. Блохинцев Д.И. Существенно-нелинейные поля и поляризация вакуума // ТМФ. 1974. Т.21. С.155–159.
- 53. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Квантовые поля. М.: Наука, 1976. § 33.
- 54. Зельдович Я.Б. Теория вакуума, быть может, решает загадку космологии // УФН. 1981. Т.133. Вып.3. С.479–504.
- 55. Glimm J., Jaffe A. Quantum Physics: A Functional Integral Point of View. Heidelberg: Springer, 1981. Перевод: Глимм Дж., Джаффе А. Математические методы квантовой физики. Подход с использованием функционального интеграла. М.: Мир, 1984.
- Blasi A. et al. Renormalizability of Nonrenormalizable Field Theories. // Phys. Rev. D. 1999. V.59. P.121701(1–3).
- 57. Aizenman M. Proof of the Triviality of φ_d^4 Field Theory and Some Mean-Field Features of Ising Models for d > 4 // Phys. Rev. Lett. 1981. V.47. P.1–4.
- Parisi G., Sourlas N. Random Magnetic Fields, Supersymmetry, and Negative Dimensions. // Phys. Rev. Lett. 1979. V.43. P.744–745.
- 't Hooft G. Dimensional Reduction in Quantum Gravity // Salamfestschrift / Ed. by A.Ali, J.Ellis, S.Randjbar-Daemi. Singapore: World Scientific, 1993. P.284–296. gr-qc/9310006.
- 60. Susskind L. The World as a Hologram // J. Math. Phys. 1995. V.36. P.6377-6396. hep-th/9409089.
- Maldacena J. The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity // Adv. Theor. Phys. 1998. V.2. P.231–252. hep-th/9711200.
- de Alfaro V., Fubini S., Furlan G. Gibbs Average in the Functional Formulation of Quantum Field Theory // Phys. Lett. 1981. V.105B. P.462–466.
- 't Hooft G. Quantum Gravity as a Dissipative Deterministic System // Class. Quant. Grav. 1999. V.16. P.3263–3279. gr-qc/9903084.
- Coleman S., Weinberg E. Radiative Corrections as the Origin of Symmetry Breaking // Phys. Rev. D. 1973. V. 7. P.1888–1910.
- Косяков Б.П. Точные решения в классической электродинамике и теории Янга–Миллса– Вонга в пространстве-времени четного числа измерений // ТМФ. 1999. Т.119. С.119–135.
- Salam A. Renormalized S-Matrix for Scalar Electrodynamics // Phys. Rev. 1952. V.86. P.731– 744.
- Teitelboim C. Splitting of Maxwell Tensor: Radiation Reaction without Advanced Fields // Phys. Rev. D. 1970. V.1. P.1572–1582.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА» 2001, ТОМ 32, ВЫП. 4

УДК 539.1.074.4

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ, ЛЕЖАЩЕГО В ОСНОВЕ ЭФФЕКТА ВАВИЛОВА-ЧЕРЕНКОВА

А.А.Тяпкин

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обсуждается проблема установления микроскопической природы индуцированного когерентного излучения атомов среды, возникающего под действием проходящей заряженной частицы. Это когерентное излучение в оптически прозрачной среде становится наблюдаемым при условии, когда фазовая скорость его распространения оказывается меньше скорости движения заряженной частицы. Оно приводит к хорошо известному макроскопическому процессу возникновения направленного излучения Вавилова–Черенкова. Излагается история выяснения физической природы этого первичного излучения атомов, лежащего в основе эффекта Вавилова–Черенкова.

The presented review is dedicated to the discussion of the problem on defining the microscopic nature of induced coherent radiation of the medium atoms which appears under the passing charged particle. This coherent radiation in optically transparent medium becomes observable under the condition when the phase velocity of its spreading turns out to be less than the velocity of the charged particle movement. It leads to a well-known macroscopic process when the directed Vavilov–Cherenkov radiation occurs. The history of clarifying the physical origin of this primary atomic radiation lying in the basis of the Vavilov–Cherenkov effect is discussed.

введение

С самого начала открытия П.А.Черенковым в 1934 г. необычного, едва заметного сине-фиолетового свечения в жидких средах, вызванного гаммалучами от препарата радия, была установлена кратковременность его возникновения, имевшая прямое отношение к свойствам первичного излучения. По предложению С.И.Вавилова в жидкий радиатор добавлялись различные гасители люминесценции. Из-за отсутствия эффекта тушения наблюдаемого излучения был сделан вывод, что длительность этого свечения не превышает десяти пикосекунд, и, следовательно, обнаруженное излучение имеет иную физическую природу [1, 2]. С.И.Вавилов высказал мнение, что это слабое свечение жидкости вызвано комптоновскими электронами, образованными γ -лучами. Он также подчеркнул универсальность обнаруженного явления, заключающегося в равенстве интенсивности свечения для различных по химическому составу веществ. Следовательно, и лежащее в основе первичное

948 ТЯПКИН А.А.

излучение должно иметь универсальную природу. Наиболее вероятной причиной γ -свечения Вавилов считал излучение при торможении комптоновских электронов. «Электроны, освободившиеся внутри плотной жидкости, писал он, — могут заметно тормозиться уже на ничтожных расстояниях, что должно сопровождаться излучением непрерывного спектра» [2, с.458]. Правда, теория не подтверждала существования подобного излучения в области частот видимого света, непосредственно испускаемого комптоновскими электронами. Однако и в следующем своем выступлении в Академии наук в 1935 г. Вавилов продолжал настаивать на тормозном механизме обнаруженного свечения. На самом деле, более оправданным было бы предположение, что фотоны видимого спектра испускаются вторичными электронами, возникшими от ионизации атомов среды первичными комптоновскими электронами. Тормозясь в среде, такие электроны ионизации могли бы часть своей энергии выделять в виде света. Но такое более естественное предположение вообще не обсуждалось.

Доклад С.И.Вавилова в Академии наук, стенограмма которого была опубликована в журнале [3], интересен еще и тем, что в нем упоминалось о французском ученом Малле, который в 1926–1929 гг. наблюдал подобное же свечение в прозрачных жидкостях. «Малле, — отметил в своем докладе Вавилов, — располагал очень сильным препаратом радия и очень светосильным спектрографом, позволившим ему сделать спектральные снимки. В результате опытов Малле оказалось, что спектр свечения простирается далеко в ультрафиолетовую область. Во всяком случае для воды Малле проследил его по крайней мере до 2500 Å» [3, с.131]. К этому следует добавить, что Малле в указанные выше годы опубликовал три работы [4] и что при измерении спектра им был установлен рост интенсивности с увеличением частоты свечения. Заметим, что эта важнейшая характеристика обнаруженного свечения имеет прямое отношение к обсуждаемому здесь первичному* микромеханизму свечения жидкостей под действием гамма-лучей. Этот вывод не был, однако, сделан ни в первые годы исследования, ни в последующие годы, когда считалось, что обнаруженное свечение получило исчерпывающее теоретическое объяснение. И установление этого обстоятельства послужило одной из причин написания данного обзора. Пока же лишь отметим, что наш вывод об отношении спектра свечения непосредственно к самому первичному механизму излучения имеет вполне очевидное экспериментальное обоснование в его независимости ни от величины скорости движения первичной частицы, ни от вещества прозрачных сред, в которых возникает это свечение.

^{*}Мы называем это излучение лишь условно первичным, учитывая его отношение к образующемуся из него черенковскому излучению. По отношению же к первичной частице это излучение имеет, конечно, вторичную природу.

Вавилов считал, что эти наблюдения французского ученого существенно дополняют обсуждаемое в его докладе свечение, обнаруженное Черенковым, которое вызвано гамма-лучами и не поддается тушению. В связи с этим утверждением отметим, что Малле действительно на пять лет раньше получил более точные сведения о свечении прозрачных жидкостей под действием гамма-лучей. Но рядом с ним не было такого специалиста по тушению люминесцентного излучения, как С.И.Вавилов^{*}, который посоветовал бы ему квалифицированно провести решающий эксперимент по гашению люминесценции и тем самым доказать необычность природы изучаемого явления. Хотя Малле и высказывал предположение о загадочной природе обнаруженного им свечения, он все же не имел экспериментального доказательства для отклонения люминесцентной природы наблюдаемого излучения. А ведь во Франции издавна были специалисты по люминесцентному излучению^{**}.

^{*}С.И.Вавилов был тогда крупнейшим специалистом в мире по данному важнейшему разделу кинетики люминесценции — теории диффузного тушения люминесценции растворов. В 1929 г. им была создана теория этого явления, позволившая правильно определять величину длительности возбужденного состояния молекул. За более подробными сведениями об этой деятельности Вавилова рекомендую обратиться к статье Свешникова [5], опубликованной в честь семидесятилетия со дня рождения С.И.Вавилова и в память десятилетия со дня его кончины. Участие С.И.Вавилова в экспериментальном обосновании нового излучения было определяющим. Поэтому предложение И.М. Франка называть открытое излучение «эффектом Вавилова– Черенкова» вполне оправданно. К сожалению, это предложение было сделано только в 1956 г., когда в научной литературе западных стран уже утвердилось название «излучение Черенкова» или «черенковское излучение».

^{**}Хорошо известно, что в середине XIX века Александр Беккерель выполнил широкий цикл исследований по фосфоресценции, а созданная им в Париже специальная лаборатория на кафедре физики при Музее естественной истории известна была своей богатой коллекцией различных люминофоров. Именно в этой лаборатории его сын Анри Беккерель в 1896 г. занялся проверкой гипотезы А.Пуанкаре о возможном испускании люминофорами только что открытых В.Рентгеном проникающих лучей. Это исследование привело, как известно, к неожиданному, выдающемуся открытию радиоактивности. И вот в 30-е годы двадцатого столетия исследования, связанные с люминесценцией, снова привели к неожиданному открытию совершенно загадочного явления. С.И.Вавилов поручил своему аспиранту П.А.Черенкову исследовать свечение люминофоров при облучении гамма-лучами радия, чтобы затем сравнить его с известным свечением того же люминофора при воздействии на него ультрафиолетового света. Аспирант же начал порученное исследование, естественно, с того, что перед растворением люминесцирующей соли для проверки чистоты самого растворителя облучил его гамма-лучами и после продолжительного и тщательного наблюдения обнаружил очень слабое синее свечение самого растворителя. Конечно, вначале его приняли за свилетельство загрязнения растворителя какой-то неизвестной слаболюминесцирующей солью. Однако сомнения в этом объяснении появились, когда такое же слабое синее свечение было обнаружено и во всех других жидкостях, а было испытано 15 различных растворителей. Почти во всех жидкостях наблюдалась примерно одинаковая интенсивность загадочного излучения и лишь в серной кислоте и в четыреххлористом углероде его интенсивность возрастала в два раза. Вот после этого С.И. Вавиловым и был предложен решающий эксперимент с сильными гасителями люминесценции, позволивший окончательно доказать, что обнаруженное свечение имеет совершенно новую физическую приролу, которую предстоядо еще установить на основе дальнейших экспериментальных и теоретических исследований.

950 ТЯПКИН А.А.

О дальнейших исследованиях обнаруженного свечения Черенков сообщил в 1936 г. [6]. Ампула с жидкостью помещалась в магнитное поле напряженностью 9,5 кГс, а измерения яркости свечения производились при трех положениях источника гамма-лучей. Наблюдалось изменение яркости свечения в четыре раза, что позволило сделать вывод о том, что направление излучения в основном совпадает с направлением вылета комптоновских электронов. Автор заключает свое исследование следующим утверждением: «Все вышеизложенные факты позволяют с несомненностью заключить, что в основе механизма γ -излучения лежит электромагнитное торможение электронов, движущихся в жидкости» [6, с.416]. Но, несмотря на ошибочность заключительного вывода, сами установленные факты о направленности свечения, безусловно, сыграли важную роль в установлении основного свойства обнаруженного свечения.

В следующем 1937 г. появилась работа И.Е.Тамма и И.М.Франка [7], в которой использовались результаты дополнительных исследований П.А.Черенкова и давалось объяснение эффекта Вавилова-Черенкова. Авторы прежде всего отметили, что гипотеза о тормозном излучении комптоновских электронов не может быть принята, поскольку в видимой области спектра она дает на четыре порядка меньше наблюдаемой интенсивности света. Затем авторы сформулировали следующее основное положение своего объяснения, выделив в нем курсивом главную часть: «Это явление может быть, однако, объяснено как качественно, так и количественно, если принять во внимание, что электрон, движущийся в среде, излучает свет даже при равномерном движении, если только его скорость превышает скорость света в этой cpede» [7, с.107]. В этом первом теоретическом исследовании нового физического явления были также четко установлены и другие общие особенности излучения, такие как его строгая направленность и определенный порог возникновения. И, надо сказать, выявлению этих важных общих особенностей процесса содействовала, в первую очередь, идеализация проведенного авторами рассмотрения. Так, авторы рассмотрели процесс излучения при постоянной скорости движения первичного электрона в бесконечной однородной оптической среде. Именно это нереальное допущение позволило авторам наиболее просто и убедительно продемонстрировать, что для рассматриваемого излучения в среде вовсе не требуется ускорения первичной заряженной частицы.

Усвоив этот необычный факт, находившийся (для случая движения в среде) лишь в кажущемся противоречии с ранее установленными законами, можно было затем учесть и реальные условия движения в тормозящей среде. Это приведет к постепенному уменьшению интенсивности излучения, а также к постепенному уменьшению угла излучения, а затем к более резкому изменению и самого направления излучения из-за возрастания рассеяния первичной частицы, и, наконец, само свечение должно совсем прекратиться, когда энер-

гия первичного электрона станет ниже порога излучения. Такие отклонения от идеальной картины процесса особенно резко проявляются как раз для свечения, возбуждаемого комптоновскими электронами. И из этого единственного примера, которым располагали тогда ученые, пришлось исходить им в своем построении идеальной теоретической картины совершенно нового физического явления. Такая идеализация оправданна, поскольку она обнажает истинные глубокие аспекты нового явления. Ее не следует путать с упрощениями, которые уводят от проникновения в суть явления. И такой пример уклонения от более глубокого понимания сути явления мы находим в той же статье [7].

Стремясь скорейшим путем получить объяснение макроскопической картины явления, Тамм и Франк сознательно уклонились от выяснения микроскопического механизма первичного излучения, лежащего в основе эффекта Вавилова–Черенкова. Судя по воспоминаниям И.М.Франка [8, 30], именно от него в бо́льшей степени исходила инициатива не углубляться в микроскопическую картину явления. И действительно, взятый авторами курс на построение теории лишь макроскопической стороны явления позволил им миновать трудности выявления микроскопического обоснования для первичного излучения, лежащего в самой основе черенковского излучения. Такой путь вполне оправдан для построения первого теоретического описания этого нового явления. Создателям макроскопической теории удалось успешно объяснить все известные тогда экспериментальные факты о загадочном свечении жидкостей под действием гамма-лучей и предсказать новый эффект — излучение света под строго определенным углом к направлению движения первичного электрона, возбуждающего это свечение.

Но, к сожалению, эти успехи первого теоретического описания черенковского излучения и в последующих теоретических исследованиях способствовали уклонению от выяснения причин возникновения первичного излучения. Так, например, в 1939 г. И.Е.Тамм опубликовал новое теоретическое исследование [9], в котором им был создан важный формализм для описания черенковского излучения, вызванного релятивистской частицей на отрезке конечной длины. По интересующему нас вопросу в конце введения Тамм сделал следующее важнейшее утверждение: «С точки зрения микроскопической теории рассматриваемое излучение не испускается непосредственно электроном, а имеет своей причиной когерентные колебания молекул среды, возбуждаемых электроном. Мы, однако, не входим здесь в микроскопическое рассмотрение проблемы» [10, с.79]. Казалось бы, после такого конкретного и глубоко содержательного указания шефа сотрудникам теоретического отдела ФИАН следовало бы непосредственно заняться выяснением механизма возбуждения колебаний в молекуле или хотя бы усвоить категорическое утверждение шефа, что «рассматриваемое излучение не испускается непосредственно электроном». Но никто из последователей Тамма даже не обратил внимания на столь важное указание, зато они приняли к безусловному исполнению в своих исследованиях его, кстати, не совсем верное высказывание: «...не входим здесь в микроскопическое рассмотрение проблемы».

На самом же деле уже в первой их статье приводится утверждение о том, что поле движущегося в среде электрона «можно рассматривать как результат суперпозиции волн запаздывающего потенциала, непрерывно излучаемых электроном и распространяющихся со скоростью $c/n \gg [7, c.68]$. Мы процитировали эту фразу, поскольку она содержит единственное в данной статье утверждение, явно относящееся к интересующему нас первичному излучению. История возникновения такого подхода явно связана с работой Вильямса (1935 г.). Как вспоминает сам И.М.Франк в своей книге [8, с.29], его внимание на статью Вильямса обратил Д.В.Скобельцын. В этой статье обосновывался метод, который позднее стали называть методом псевдофотонов. Этот метод состоял в разложении поля движущейся в среде частицы в непрерывный спектр частот, и затем учитывалось взаимодействие каждой составляющей поля с атомами среды, колебания в которых и становились, фактически, источником расходящихся волн. «Следуя Вильямсу, — пишет И.М.Франк, для этого требовалось найти малое взаимодействие поля частицы с атомами и ядрами, расположенными вдоль ее пути, колебания которых и являются источниками волн» [8, с.29]. По поводу же попыток поиска «механизма такой трансформации поля частицы в расходящиеся волны» Франк далее почти правильно замечает: «Говоря современным языком, это была попытка построить микроскопическую теорию эффекта Вавилова-Черенкова, в чем не было надобности» [8, с.30].

Мы, естественно, не согласны лишь с последними словами автора — «в чем не было надобности». Действительно, формальный учет такой трансформации поля движущейся в среде частицы в расходящиеся волны — есть необходимый начальный этап на пути к построению микроскопической теории этого эффекта, в котором лишь постулируется факт испускания атомами расходящихся волн. Теория же микропроцесса должна учесть взаимодействие волны с электронами атома и получить спектральное распределение генерируемых волн, которое, как уже выше было особо отмечено, не зависит ни от скорости частицы, ни от вещества радиатора. И это придает фундаментальное значение как экспериментальному исследованию, так и теоретическому обоснованию спектра излучения, открытого Вавиловым и Черенковым.

Однако вопреки утверждению авторов [7] о том, что они в этой работе сознательно уклонились от выяснения микромеханизма, лежащего в основе черенковского излучения, они на самом деле в той же работе использовали правильный спектр излучения при вычислении полной энергии излучения. Следовательно, Тамм и Франк использовали в своих расчетах величины, непосредственно связанные с микромеханизмом явления, не отдавая себе в этом отчета. Выяснение этого недоразумения и послужило основным поводом для

написания данного обзора. Соответственно, мы далее будем разъяснять только эту скрытую связь с микромеханизмом явления, оставляя в стороне уже отмеченные здесь важные достижения в установлении макроскопических свойств черенковского излучения. Другим мотивом написания обзора стало краткое освещение результатов исследований новых свойств черенковского излучения, проведенных на уникальном пучке релятивистских ионов свинца в ЦЕРН.

1. МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ПРИРОДА ИЗМЕНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛЬНЫХ СРЕД

Для непроводящей среды векторы электрического **D** и магнитного **B** полей целесообразно выразить с помощью следующих «аддитивных соотношений»:

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P},$$
$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}$$

где **Р** — электрическая, а **М** — магнитная поляризация.

Как отмечают в своей книге [11] М.Борн и Э.Вольф, электрическая поляризация и магнитная поляризация (намагничивание) «... имеют фундаментальное значение в теории атомного строения вещества... В этой теории вещество рассматривается как совокупность взаимодействующих частиц (атомов и молекул), находящихся в вакууме. Такие частицы образуют поле, которое испытывает большие локальные колебания внутри вещества. Это внутреннее поле видоизменяется любым полем, которое прикладывается извне, и свойства вещества находятся путем усреднения по полному полю внутри него... В этом приближении для достаточно слабых полей мы можем предположить, что **P** и **M** пропорциональны, соответственно, **E** и **H**, т. е. **P** = η **E**, **M** = χ **H**. Множитель η называется диэлектрической восприимчивостью, а χ — магнитной восприимчивостью, ...диэлектрическая проницаемость ε и магнитная проницаемость μ связаны с диэлектрической и магнитной восприимчивостями соотношениями $\varepsilon = 1 + 4\pi\eta$, $\mu = 1 + 4\pi\chi$Простейшее предположение, служащее первым шагом учета атомной структуры вещества, заключается в рассмотрении вещества как совокупности определенных физических объектов — молекул, которые могут поляризоваться и, следовательно, приобретать под действием внешнего поля электрический и магнитный моменты» [11, c.110, 111].

Далее авторы вводят эффективное поле \mathbf{E}' , \mathbf{H}' , действующее на молекулу и отличающееся от наблюдаемого поля \mathbf{E} , \mathbf{H} , которое получается в результате усреднения по области, содержащей большое число молекул. Для электрических полей авторы получают соотношение $\mathbf{E}' = \mathbf{E} + 4\pi/3 \, \mathbf{P}$. Аналогичное

соотношение должно быть и для магнитных полей $\mathbf{H}' = \mathbf{H} + 4\pi/3\mathbf{M}$. Для каждой молекулы возникает электрический дипольный момент \mathbf{p} под действием эффективного поля: $\mathbf{p} = \alpha \mathbf{E}'$. Здесь α — средняя поляризуемость молекул, которая имеет размерность объема. И если N — число молекул в единице объема, то полный электрический момент единицы объема будет равен $\mathbf{P} = N\mathbf{p} = N\alpha\mathbf{E}'$.

Затем авторы приводят выражения, связывающие диэлектрическую восприимчивость η и диэлектрическую проницаемость ε со средней поляризуемостью α . Далее, используя соотношение Максвелла $\varepsilon = n^2$, получают формулу Лорентца–Лоренца, выражающую среднюю поляризуемость через квадрат показателя преломления среды. Для газа эта формула имеет простой вид: $4\pi N\alpha \cong n^2 - 1$. Отмечается, что последняя величина изменяется почти пропорционально плотности газа [11, с.115].

Отдельный параграф авторы книги посвятили описанию поля линейного диполя. Такой диполь характеризуется электрической поляризацией $\mathbf{p}(\mathbf{r},t) = p(t)\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{n}$, где \mathbf{n} — единичный вектор, задающий направление колебаний электрона атома данного диполя, а \mathbf{r}_0 — координата расположения диполя. Поле диполя рассматривается в волновой зоне, когда можно ограничиться рассмотрением величин первого порядка относительно 1/R, где R расстояние от точки \mathbf{r} до точки \mathbf{r}_0 , а функция p(t) является периодической с угловой частотой ω . Для этого случая авторы получают поле излучения и энергию излучения в единицу времени на данной частоте [11, c.107–110].

Таким образом, проведенное авторами рассмотрение наглядно показывает прямую связь величин, относящихся к макроскопическим уравнениям электромагнитного поля в материальной среде, с аналогичными величинами для микроскопической электродинамики в вакууме. Такие величины, как векторы электрической **D** и магнитной **B** индукции, а также показатель преломления оптической среды n оказались зависимыми от электрической и магнитной поляризации отдельных атомов и молекул через векторную сумму этих микроскопических величин. Мы покажем далее, что, не отдавая себе в этом отчета, создатели первого теоретического объяснения открытого Черенковым излучения, используя суммарную поляризацию, получили и такую основную характеристику скрытого микропроцесса, как спектральное распределение этого излучения.

Рассмотренный авторами книги [11] случай поляризации атомов под действием электромагнитного поля волны полезен для решения интересующей нас задачи о возникновении излучения света, испускаемого атомами среды под действием электрического поля проходящей заряженной частицы. Ясно, что это воздействие будет отличаться малым временным интервалом, но микроскопическая природа возникновения этого света должна быть основана по-прежнему на электрической поляризации атомов и молекул. Действительно, если диполь, поляризованный электромагнитной волной, излучает свет, то и диполи, создаваемые заряженной частицей в момент ее прохождения, могут быть источниками когерентных излучений, которые при определенных условиях будут объединяться в направленное черенковское излучение. Для этого макроскопического явления характерен определенный порог излучения, начиная с которого выполняются условия наблюдения этого излучения. Однако к самому первичному излучению, появляющемуся в результате поляризации атомов среды под действием электрического поля пролетающей заряженной частицы, эти условия порога излучения не относятся. Поэтому требование порога для первичного излучения, лежащего в основе черенковского излучения, является грубейшей ошибкой*. Следует также обратить внимание на то, что вектор поляризации среды, являющийся векторной суммой поляризации отдельных атомов, используется как для микроскопического обоснования оптических свойств среды, что показано в приведенном отрывке из книги [11], так и в случае получения первичного излучения диполей, возникающих в результате того же процесса поляризации атомов среды. Далее мы проанализируем конкретные работы, в которых недооценка этой двойственной роли использования вектора поляризации приводила к определенному недопониманию полученных теоретических результатов.

2. О НЕЯВНОМ УЧЕТЕ ПЕРВИЧНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ПОЛЯРИЗАЦИИ АТОМОВ СРЕДЫ В ПЕРВОЙ ТЕОРИИ ЧЕРЕНКОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Работа [7], в которой Таммом и Франком впервые было дано теоретическое объяснение обнаруженного Черенковым излучения, фактически начиналась с использования известного динамического соотношения «...между поляризацией **P** и электрической силой **E**» [10, с.69], которое затем после применения фурье-преобразования было заменено соотношением $4\pi \mathbf{P}_{\omega} = (n^2 - 1)\mathbf{E}_{\omega}$ для частоты ω . Этому уравнению в статье был присвоен номер (3), а интегральным преобразованиям Фурье соответствовал номер (2). Далее соотношения (2) и (3), как отмечали авторы, были использованы ими для получения уравнений Максвелла для величин, относящихся к заданной частоте ω .

После ряда сложных преобразований авторы свели задачу об излучении первичного электрона в среде к отысканию цилиндрической функции, удовлетворяющей уравнению Бесселя всюду, кроме полюса $\rho = 0$. Решение, удовлетворяющее этому условию, в случае малых скоростей первичной частицы было найдено в виде функции Ханкеля первого рода. Воспользовавшись асимптотическим выражением этой функции, авторы показали, что

^{*}Это утверждение численно доказывается в работах [25-27].

в этом случае «...мы имеем экспоненциальное затухание поля с расстоянием» [10, с.71]. Однако для большой скорости первичного электрона и для частот, удовлетворяющих условию $\beta n(\omega) > 1$, авторы получили незатухающую цилиндрическую волну, уходящую в направлении θ , для которого $\cos \theta = 1/\beta n(\omega)$. После этого авторы приводят интегральные выражения для ненулевых компонент поля излучения H_{φ} , E_{ρ} и E_z , полученные из ранее найденных уравнений Максвелла для частотных компонент поля с учетом уравнения связи с поляризацией. Подынтегральные выражения для компонент электрического поля E содержат произведение $\omega d\omega$, характеризующее спектральное распределение первичного излучения, лежащего в основе эффекта Вавилова–Черенкова. Поэтому неудивительно, что Тамм и Франк далее, используя эти компоненты электрического поля для вычисления энергии излучения ту же величину произведения $\omega d\omega$, которая совершенно не зависит от величин используемых макроскопических параметров.

В 1939 г. в своей следующей работе [10, с.75], посвященной проблеме черенковского излучения, Тамм в § 2 воспроизводит основное содержание совместной с Франком статьи [7], внося в ее текст некоторые незначительные исправления. А в следующем параграфе, как пишет Тамм, им дается «...более строгое доказательство основной формулы, определяющей интенсивность и спектральное распределение излучения» [10, с.79]. Однако уже в преобразованиях Фурье вместо интеграла для вектора поляризации **P** в статье Тамма приведен интеграл Фурье для вектора индукции **D**. Затем приводятся уравнения Максвелла для компонент полей H_{ω} , E_{ω} , потенциалов φ_{ω} , A_{ω} и величин ρ_{ω} , j_{ω} , но, в отличие от прежней статьи 1937 г., уже не отмечается, что для получения этих уравнений было использовано соотношение для компонент вектора поляризации. Этот раздел статьи Тамма заканчивается получением ненулевых компонент поля излучения H_{φ} , E_{ρ} и E_z , из которых только последняя в подынтегральном выражении сохранила важное для нашего анализа произведение $\omega d\omega$.

При вычислении энергии, излученной электроном на единичном пути, Франк и Тамм в работе [7] использовали асимптотическое выражение функции Ханкеля для больших значений аргумента. Теперь же в § 3 своей новой статьи [10, с.83] Тамм предпочел дать другое доказательство этой важнейшей формулы их теории. Он рассмотрел радиальную компоненту вектора Пойнтинга $S_{\rho} = /4\pi E_z H_{\varphi}$. В это выражение вместе с компонентой поля E_z вошло и произведение $\omega d\omega$. Все это и обеспечило получение прежней формулы для потерь энергии на излучение на единицу пути dW/dl, в подынтегральное выражение которого вошло произведение $\omega d\omega$, не зависящее ни от каких макроскопических параметров рассматриваемой среды. Уже это обстоятельство давало полное основание усомниться в том, что проведенное рассмотрение целиком относится к установлению макроскопической картины возникновения черенковского излучения. Но авторы не сделали подобного вывода. Конечно, важнее было получить более полное теоретическое описание явления, включающее и спектральное распределение черенковского излучения, хотя для этого и пришлось нарушить взятый курс лишь на макроскопическое исследование.

Уже в первой работе, посвященной объяснению черенковского излучения, Франк и Тамм главной формулой своего исследования считали полученное интегральное выражение для энергии, излученной движущимся «электроном через поверхность цилиндра длины l (с осью, совпадающей с линией движения электрона)» [10, с.72]. В сборнике статей [12] Франк приводит снимок, указывая, что на нем он воспроизводит «фотокопию одной из страничек записей Тамма, содержащую окончательную формулу» (с.254). Так что нельзя считать, что авторы получили эту важную формулу, не придав ей должного значения. Скорее всего здесь все же было недоразумение, связанное с уверенностью, что они не ставили перед собой задачу отхода от рассмотрения макроскопической картины этого явления. Утверждению же этого недоразумения в большой степени способствовало отмеченное уже нами в конце предыдущего раздела обстоятельство, что вектор поляризации атомов среды имеет два совершенно различных аспекта применения: для обоснования макроскопических свойств оптических сред и для получения первичного излучения диполей, возникающих в процессе поляризации атомов среды. Это излучение диполей и составляет микроскопическую основу для возникновения макроскопического явления — излучения Вавилова-Черенкова.

Основная формула Тамма–Франка подробно обсуждается в томе 1 известной монографии В.П.Зрелова [13, с.90]*. Там даны различные формы представления этой формулы и, в частности, особо подчеркнуто, что основная часть энергии этого излучения сосредоточена в ультрафиолетовой области излучения**. Но и в этом подробном исследовании не было обращено внимание на то, что в формуле Тамма–Франка растущая с частотой интенсивность излучения возникла от неявного учета дипольного возбуждения атомов оптической среды полем проходящей заряженной частицы. И вообще, Зрелов в

^{*}Монография В.П.Зрелова сыграла значительную роль в развитии и распространении методики детектирования релятивистских частиц, основанной на регистрации черенковского излучения. В первой части монографии обстоятельно изложена теория излучения Вавилова–Черенкова и дано описание разнообразных свойств этого излучения.

^{**}Действительно, позже, в 1977 (T.Upsilantis) и в 1978 гг. (G.Charpak, F.Sauli) были сделаны предложения регистрировать ультрафиолетовые кванты черенковского излучения от отдельных релятивистских частиц и по нескольким зарегистрированным координатам кольца черенковского излучения получать ценную информацию о скорости каждой частицы. Ныне эта методика, получившая название RICH-детекторов (Ring Imaging Cherenkov), составляет важнейшую часть существующих и проектируемых детекторов для регистрации многочастичных событий на современных ускорителях.

своей монографии воздержался от каких-либо высказываний по поводу первичного излучения, лежащего в основе эффекта Вавилова–Черенкова.

Между тем предположение о том, что постулированное в теории Тамма и Франка первичное излучение атомов среды в момент прохождения заряженной частицы может иметь именно поляризационную природу, было бы самым естественным выводом, особенно после разъяснений в 1940 г. Ферми: «Следует указать, что, как вытекает из приведенных формул, черенковское излучение не представляет энергетические потери, которые надо добавлять к потерям, вычисленным по теории Бора, а образует часть потерь в теории Бора» [14, с.30]. Теория Бора [15], как известно, учитывала энергетические потери на ионизацию, на возбуждение и на поляризацию атомов. И только часть энергии, идущей на поляризацию, при выполнении условия $\beta n > 1$ реализуется в черенковском излучении. Работа же Ферми [14] специально была посвящена учету уменьшения ионизационных потерь, обусловленного экранирующим действием поляризации атомов среды.

Мы заканчиваем настоящий раздел разбором еще одной совместной статьи Тамма и Франка, опубликованной в 1944 г. в «Трудах ФИАН» [16]. В этой статье авторы, фактически неявно, вернулись к реализации подхода Вильямса [17], основанного на методе псевдофотонов. Мы уже упоминали об этом методе в конце введения в связи с обсуждением одной фразы из работы [7]. Работа [16] интересна еще и тем, что в ней появилась реакция авторов на работу Ферми [14], в которой, благодаря учету поляризации атомов среды полем проходящей заряженной частицы при скорости, превышающей c/n, автоматически появилось излучение Черенкова.

В обсуждаемой работе [16] авторы вводят непрерывную совокупность неподвижных гармонических осцилляторов, расположенных вдоль траектории первичного электрона. Эти осцилляторы должны дать поле излучения такое же, как поле движущегося в среде быстрого электрона. «Для этого, — утверждают авторы, — достаточно лишь приписать осцилляторам, находящимся на любом отрезке от z до z + dz, электрический момент $p = e/\pi\omega \sin \omega(t - z/v)dz$, ориентированный по направлению движения электрона. Но авторы считали этот ряд излучающих осцилляторов не сущностью самой микроприроды возникновения первичного излучения, лежащего в основе излучения. Так что в этой работе (1944 г.) авторы максимально приблизились к установлению микроскопического механизма возникновения первичного излучения Вавилова–Черенкова, но так и не сделали естественного вывода о микроприроде этого излучения.

3. ОБ ИСТОРИИ ВЫЯСНЕНИЯ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ПРИРОДЫ ЧЕРЕНКОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАПАДНЫМИ УЧЕНЫМИ

Среди западных физиков первым стал обсуждать непосредственно микромеханизм черенковского излучения О.Бор в работе [18], опубликованной на русском языке в качестве приложении к книге Н.Бора [18, а]. О.Бор начал свою статью с упоминания работы Сванна, в которой была высказана мысль об экранизирующем действии поляризации атомов среды, создаваемой полем проходящей заряженной частицы, и отметил, что Ферми в 1940 г. детально исследовал эту идею и пришел к выводу, что «это явление может иметь большое значение для очень быстрых частиц» [18, а, с.105]. Далее О.Бор отмечает свое намерение «исследовать связь между атомами вещества с микроскопической точки зрения» и обещает, что «такой подход позволит получить простые обобщения формул Ферми» (с.106). В конце той же страницы автор по поводу черенковского излучения пишет: «С микроскопической точки зрения явление состоит в том, что часть энергии, передаваемой частицей атомным электронам, затем излучается в виде когерентных электромагнитных волн». Намеченное в этой работе не было выполнено полностью, но вопрос о микроскопической природе черенковского излучения на основе поляризации атомов среды получил последующее развитие в целом ряде работ западных ученых.

Действительно, ведь полученные Ферми формулы привели автора к выводу, что при v > c/n в них дополнительно появляется часть, соответствующая излучению, обнаруженному ранее Черенковым. Далее автор отмечает, что «теория такого излучения была развита Таммом и Франком; они пользовались методами, близкими к использованным нами, и получили близкие результаты» [14, с.30]. Но, несмотря на близость использованных теоретических методов и соответствие конечных результатов, работа Ферми, на самом деле, приоткрыла первичную природу черенковского излучения. И уяснению этого обстоятельства мы обязаны анализу, проведенному в работе О.Бора [18]. В последующих теоретических работах, развивающих микромеханизм черенковского излучения, авторы непосредственно исходили из первичного излучения, испускаемого атомными электронами в момент поляризации их под действием поля движущейся в среде заряженной частицы. Так, теоретик из университета Сиднея Тидман краткое сообщение о своей работе начинает с эффекта поляризации, рассчитанного впервые Ферми, и полученного им излучения, идентичного излучению Черенкова [19]. В его подробной статье [20] имеется ссылка и на обсуждаемую статью О.Бора. Его идея состоит в том, что в момент поляризации атома среды возникает первичное излучение, которое затем, в силу его когерентности, складывается в макроскопически наблюдаемое явление, если только оно излучается под углом, косинус которого равен c/vn. Это излучение и было открыто в 1934 г. Черенковым.

960 ТЯПКИН А.А.

Тидман вовсе не был первым, кто воспринял эту идею об излучении, возникающем при поляризации атомов среды. Целый ряд ученых откликнулись на идею О.Бора в самом начале 50-х годов. Приведу в качестве примера несколько статей того времени. Так, более ранними были, например, статьи Хьюбрехтса и Шёнберга [21] и Нимтана [22], в которых ссылки на работу О.Бора 1948 г. указывают, что ими использована его расшифровка работы Ферми о поляризации атомов среды. Работа Тидмана «Квантовая теория коэффициента преломления, черенковского излучения и энергетических потерь быстрой заряженной частицы» отличалась фундаментальностью поставленного вопроса. Подлинную квантовую теорию черенковского излучения можно было построить только на основе установления конкретного микромеханизма этого излучения. Построение же квантовой теории такого процесса до выяснения излучающего элемента было явно необоснованным. Такую вольность позволил себе Гинзбург, выдвинувший в 1940 г. первую квантовую теорию черенковского излучения [23]. В своей работе он пренебрег указанием Тамма о том, что черенковское «излучение не испускается непосредственно электроном, а имеет своей причиной когерентные колебания молекул среды, возбуждаемые электроном» [10, с.79], он просто принял, что черенковский фотон излучается непосредственно первичным электроном, и получил, естественно, заведомо ложные квантовые поправки, на несуразность которых до сих пор никто не обратил внимание. Самое удивительное, что и Тамм в своих последующих работах продолжал ссылаться на эту статью [23], не заметив, что она была построена в полном противоречии с его справедливым утверждением о вторичной природе возникновения фотонов черенковского излучения. Любопытно в связи с этим рассмотреть приведенное в книге Зрелова сопоставление формул по квантовой теории черенковского излучения, полученных в работах Гинзбурга и Тидмана. В своей книге автор последовательно изложил квантовую теорию излучения Черенкова, развитую Тидманом, но в конце отметил расхождение с ранее созданной формулой Гинзбурга и в связи с этим вынес следующую ошибочную резолюцию: «В.Л.Гинзбург точно учел закон сохранения энергии... Добавочные члены порядка $h\nu/mc$ в формуле даже для электронов пренебрежимо малы» [13, т.1, с.32]. Таким образом, у Зрелова получилось, что формула Гинзбурга, конечно, более точная, поскольку им учтен закон сохранения энергии, но расхождения с формулой Тидмана ничтожны. На самом же деле все это расхождение обусловлено произвольным допущением, что черенковский фотон испущен непосредственно первичной частицей, а не возбужденным атомом среды в результате его поляризации в момент прохождения первичной частицы.

Микроструктура первичного излучения была правильно отражена в первой же монографии по черенковскому излучению, вышедшей в 1958 г. [28]. Ее автор, известный специалист по применению черенковского излучения Джелли, наглядно пояснил появление индуцированного излучения в момент прохождения заряженной релятивистской частицы из-за поляризации атомов среды. Он показал также, что спектр возникающего первичного излучения $\omega d\omega$ совершенно не зависит от расстояния атома среды от трека заряженной частицы. От этого расстояния, надо полагать, сильно зависит лишь интенсивность поляризационного излучения. Получив спектр излучения, автор отметил его согласие со спектральным распределением, найденным Франком и Таммом в работе 1937 года. Таким образом, среди западных ученых широко утвердилось мнение, что в основе черенковского излучения лежит микроскопический процесс испускания когерентного света, сопровождающий явление поляризации атомов среды электрическим полем проходящей частицы. Интересна реакция на это мнение советских специалистов по черенковскому излучению. В журнале «Успехи физических наук» была опубликована рецензия на книгу Джелли перед ее переводом на русский язык. Она была написана известным специалистом по теории черенковского излучения Болотовским и экспериментатором, будущим переводчиком этой книги Лейкиным. Авторы этой рецензии высказались явно неодобрительно по поводу попытки Джелли «привести также микрокартину явления» [24, с.694].

В заключение считаю необходимым отметить еще одну важную сторону созданной Тидманом квантовой теории черенковского излучения. В его основной работе [20] отдельный раздел был посвящен последовательному применению квантовой механики, согласно которой, если имеется определенный механизм излучения отдельных фотонов, то с вероятностью 1/137 должно происходить и одновременное излучение двух фотонов. Квантовая теория Тидмана подробно излагалась в книге Зрелова [13, т.1, с.28–32]. В этой книге приведена и формула Тидмана для двухфотонного излучения. Еще раньше, в 1968 г., двухфотонное излучение рассматривалось Франком [29]. Проблема двухфотонного излучения обсуждалась Франком и в его последней монографии [8, с.99]. Но во всех этих работах рассматривалась вероятность излучения пар фотонов без учета возможности их наблюдения. А ведь в общем случае эти пары фотонов столь же ненаблюдаемы, как и одиночные фотоны, которые мы условно назвали первичными по отношению к таким же фотонам, но вошедшим в макроскопический процесс образования черенковского излучения. Так, отмечая как недоразумение тот факт, что во всех предшествующих рассмотрениях двухфотонное излучение проводилось без учета наблюдения таких пар, мы подчеркиваем, что с несомненностью следует рассматривать только такие пары фотонов, в которых один из фотонов оказался излученным под углом, строго отвечающим образованию черенковского излучения. Тогда и второй фотон окажется наблюдаемым как сопровождающий макроскопически организованный процесс образования черенковского излучения. Следует отметить, что при этом первый фотон, обеспечивший принадлежность данной пары фотонов к регистрируемому макроскопическому процессу, сам может и не дойти до регистратора из-за поглощения в газе радиатора или в стекле оптической системы.

В исследованиях черенковского излучения, проведенных на уникальном пучке релятивистских ионов свинца ускорителя SPS (CERN) при атмосферном давлении воздуха в газовом черенковском счетчике, была получена фотография, на которой видно узкое кольцо яркого черенковского света, расположенное в середине более широкого и менее интенсивного светового кольца с четко обозначенными краями. Вполне возможно, что это широкое кольцо образовалось за счет регистрации второго фотона при излучении пар фотонов. Суммарная интенсивность света в этом широком кольце, конечно, весьма значительна, но следует учитывать, что квадрат заряда для свинца в 6724 раза превышает квадрат величины заряда протона. Этот фактор значительно компенсирует второй порядок процесса в квантовой электродинамике. К сожалению, по этим исследованиям черенковского излучения на уникальном пучке релятивистских ионов свинца пока опубликованы лишь два кратких сообщения о получении экспериментальных указаний на возможное существование весьма экзотических явлений [30,31].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Черенков П.А. // Доклады АН СССР. 1934. Т.2. С.451.
- 2. Вавилов С.И. // Доклады АН СССР. 1934. Т.11. С.457.
- 3. Вавилов С.И. // Фронт науки и техники. 1935. Т.З. С.130.
- 4. Malle L. // Compt. Rent. 1926. V.183. P.274; 1928. V.187. P.222; 1929. V.188. P.445.
- 5. Свешников Б.Я. // УФН. 1961. Т.75. Вып.2. С.287-294.
- 6. Черенков П.А. // Доклады АН СССР. 1936. Т.3 (12). С.413-416.
- 7. Тамм И.Е., Франк И.М. // Доклады АН СССР. 1937. Т.14. С.107.
- 8. Франк И.М. Излучение Вавилова-Черенкова. М.: Наука, 1988.
- 9. Татт І.Е. // J. Phys. USSR. 1939. V.1. P.439; на русском яз. см. [10, с.72].
- 10. Тамм И.Е. // Собрание научных трудов. М.: Наука, 1975. Т.1.
- 11. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970; на англ. яз. Born M., Wolf E. Principles of Optics. Oxford: Pergamon Press, 1964.
- 12. Воспоминания о И.Е.Тамме / Под ред. Е.Л.Фейнберга М.: Наука, 1981.
- Зрелов В.П. Излучение Вавилова–Черенкова и его применение в физике высоких энергий. М.: Атомиздат, 1968. Т.1–2; на англ. яз. Zrelov V.P. Cherenkov Radiation in High-Energy Physics. Part 1–2. Jerusalem: Isr. Progr. f. Scien. Translation, 1970.
- Ферми Э. Научные труды. М.: Наука, 1972. Т.2. Ст.85. С.22; на англ. яз. Fermi E. // Phys. Rev. 1940. V.140, N.57. P.485.
- 15. Bohr N. // Phil. Mag., 1913. V.25. P.10; 1915. V.30. P.581.
- 16. Тамм И.Е., Франк И.М. // Труды ФИАН СССР. 1944. Т.2. Вып.4. С.63; см. также [10, с.113].

- 17. Williams E. // Det Kgl. Danske Vid. Selskab. Mat.-fys. Medd. Kobenhavn. 1935. 13. N.4.
- Bohr A. Atomic Interaction in Penetration Phenomena // Det Kgl. Danske Vid. Selskab. Mat.-fys. Medd. Kobenhavn. 1948. 24. N.19; a) Бор О. Приложение к книге: Бор Н. Прохождение атомных частиц через вещество. М.: Иностр. лит-ра, 1950.
- 19. Tidman D.A. // Nuovo Cim. 1956. V.3. N.2. P.503.
- 20. Tidman D.A. // Nucl. Phys. 1956/57. V.2. P.289; 1957. V.4. P.257.
- 21. Huybrechts M., Schönberg M. // Nuovo Cim. 1952. V.9. No.9. P.764.
- 22. Neamtan S.M. // Phys. Rev. 1953. V.92. P.1362.
- 23. Гинзбург В.Л. // ЖЭТФ. 1940. Т.10. С.589.
- 24. Болотовский Б.М. Лейкин Е.М. // УФН. 1959. Т.69. С.693.
- 25. Afanasiev G.N., Kartavenko V.G., Magar E.N. // Physica B. 1999. V.269. P.95.
- 26. Afanasiev G.N., Eliseev S.M., Stepanovsky Yu.P. // Physica Scripta. 1999. V.60. P.535.
- 27. Афанасьев Г.Н., Картавенко В.Г. // Изв. РАН. Сер. физ. 1999. Т.63. С.5.
- 28. Jelley J.V. Cerenkov Radiation. London: Pergamon Press, 1958; пер. на рус. яз. Джелли Дж. Черенковское излучение. М.: Иностр. лит-ра, 1960.
- 29. Франк И.М. // ЯФ. 1968. Т.7. С.1100.
- 30. Тяпкин А.А. Препринт ОИЯИ Д1-99-292. Дубна, 1999.
- 31. Vodopianov A.S., Zrelov V.P., Tyapkin A.A. // Particles and Nuclei, Letters. 2000. No.2[99]. P.35.

УДК 539.17

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ В НЕТРАДИЦИОННЫХ ПОСТАНОВКАХ *М.Н.Попушой, И.В.Поплавский*

Одесская государственная академия строительства и архитектуры, Одесса, Украина

В обзоре последовательно изложен алгебраический метод решения обратной задачи в нетрадиционных постановках, в рамках которого затем исследованы некоторые проблемы квантовой теории рассеяния заряженных частиц.

The algebraic method of the scattering inverse problem solution under untraditional statements is proposed consistently in this review, in the framework of which some quantum theory of scattering charged particles problems were researched afterwards.

введение

Решение обратной задачи квантовой теории рассеяния заключается в восстановлении потенциала взаимодействия по экспериментальным данным, включающим в различных вариантах фазовые сдвиги, *S*-матрицу, энергии и нормировочные константы связанных состояний, амплитуду рассеяния. Обратные задачи изучаются уже на протяжении более семидесяти лет, в течение которых опубликовано очень большое количество работ. При этом наиболее важные и фундаментальные результаты по обратным задачам в основном изложены в монографиях [1–10].

До последнего времени были известны две традиционные постановки, в соответствии с которыми обратная задача имеет решение, если известны сдвиги фаз: 1) для одного значения углового момента при всех значениях энергии, энергии связанных состояний и нормировочные константы; 2) для всех значений угловых моментов при одной фиксированной энергии, то есть известна амплитуда рассеяния.

При решении обратной задачи для различных типов уравнений, как правило, используют модификации или аналоги методов Гельфанда–Левитана или Марченко. При этом сложилась такая ситуация, что техника метода Крейна не нашла достаточного применения в исследованиях по обратным задачам для более сложных типов уравнений. Все эти методы являются интегральными в том смысле, что ключевым в них является использование интегральных уравнений типа Гельфанда–Левитана, Марченко или Крейна. Однако существует также другой (алгебраический) подход к решению обратной задачи, в котором не использованы указанные выше интегральные уравнения. К этому подходу приводит задание функции Йоста или матрицы рассеяния в виде рациональной функции параметров уравнения Шредингера (УШ). Впервые алгебраический метод решения обратной задачи при фиксированном орбитальном моменте был установлен Тейсом в 1956 г. [11]. Затем в работе [12] этим же методом была решена обратная задача при фиксированном значении энергии. Заметим, что алгебраический метод решения обратной задачи оказался гораздо менее известным, чем упомянутые выше интегральные методы, а также метод Ньютона–Сабатье [2, 6]. Поэтому данный обзор восполняет образовавшийся пробел в информации о результатах, полученных по обратной задаче квантовой теории рассеяния в этом направлении.

В последние годы были продолжены интенсивные исследования по обратным задачам в различных направлениях. Если ранее основные результаты были получены для одномерных и одноканальных задач, то для последних лет характерен переход к изучению более сложных систем — многоканальных, многомерных, многочастичных и с нелокальным взаимодействием [9].

Как отмечено выше, в традиционных подходах потенциал восстанавливают по экспериментальным данным при фиксированных значениях либо энергии, либо орбитального момента. В [13] рассмотрен более общий подход к решению обратной задачи, когда энергия и квадрат орбитального момента в исходных данных рассеяния связаны линейной зависимостью.

В традиционных постановках обратной задачи предполагается, что значение кулоновской константы связи фиксировано, то есть речь идет о восстановлении потенциала взаимодействия между двумя фиксированными частицами х и у. Однако, если отказаться от этого предположения и считать значения кулоновской константы связи переменными, то можно сформулировать обратную задачу квантовой теории рассеяния в новой (нетрадиционной) постановке, суть которой заключается в определении потенциала взаимодействия по фазовым сдвигам, взятым при фиксированных значениях энергии (импульса) и орбитального момента, но при различных значениях кулоновской константы связи. В этом случае один и тот же потенциал должен описывать взаимодействие уже между двумя группами заряженных частиц X и Y, имеющих примерно одинаковую приведенную массу. В соответствии с принципом изотопической инвариантности ядерных сил такие группы частиц X и У представляют собой изобарические мультиплеты (или ядра-изобары) [14]. Таким образом, в предложенном здесь новом (нетрадиционном) подходе к обратной задаче в принципе можно по экспериментальным данным восстановить потенциал взаимодействия между двумя изобарическими мультиплетами (или между заряженным кластером и изобарическим мультиплетом). Для решения обратной задачи в такой нетрадиционной постановке необходимы результаты фазового анализа, учитывающего кулоновское или зарядовое расщепление фазовых сдвигов. Примеры такого рода фазового анализа для pN-взаимодействия в состоянии 1S_0 и для $\pi^{\pm}p$ -взаимодействия в состояниях S_{31} , P_{33} приведены в [15, 16].

Цель данного обзора заключается в изложении алгебраического метода решения обратной задачи в нетрадиционных постановках и в использовании его для исследования некоторых проблем квантовой теории рассеяния заряженных частиц.

В разд. 1 рассмотрена обратная задача теории рассеяния заряженных частиц в комплексной плоскости кулоновской константы связи. В разд. 2 установлена процедура восстановления потенциала взаимодействия для случая, когда в исходных данных рассеяния энергия, квадрат орбитального момента и кулоновская константа связи линейно зависимы. Здесь же изучено влияние знака потенциала на расположение полюсов матрицы рассеяния и поведение фазовых сдвигов. В разд. 3 исследована связь между однопараметрическими задачами потенциального рассеяния заряженных частиц.

1. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ КУЛОНОВСКОЙ КОНСТАНТЫ СВЯЗИ

В основу работы положено парциальное УШ

$$y_{k,l}''(r) + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{a}{r} - V(r)\right] y_{k,l}(r) = 0,$$
(1)

где $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ — импульс, l — орбитальный момент, $a = \frac{2mzZe^2}{\hbar^2}$ — кулоновская константа связи, m — приведенная масса системы, E — энергия, z и Z — заряды взаимодействующих частиц, $U(r) = \frac{\hbar^2}{2m}V(r)$ — короткодействующий потенциал (например, эффективный потенциал ядерного взаимодействия), удовлетворяющий условию

$$\int_{0}^{\infty} r|V(r)| \exp\left(\alpha r\right) dr < \infty, \ \alpha > 0.$$
(2)

Физическим значениям (ФЗ) кулоновской константы связи a_{ϕ} соответствуют целые значения z и Z.

В [14] исследованы аналитические свойства S-матрицы в области комплексных значений кулоновской константы связи. В частности, там установлено, что при условии (2) матрица рассеяния для $\Phi 3 l$ мероморфна в прямом произведении а-плоскости и полосы $|\text{Im } k| < \alpha/2$ (исключая существенно особую точку при k=0) с разрезом вдоль мнимой оси k от $k=-i\alpha/2$ до $k = i\alpha/2.$

Полюсы S-матрицы в комплексной плоскости кулоновской константы связи допускают физическую интерпретацию. При изменении вещественных значений Е полюс в а-плоскости описывает траекторию, которая ведет себя следующим образом. Для притягивающего в целом потенциала полюс, лежащий при E < 0 на вещественной положительной *a*-полуоси, с увеличением E движется вправо, образуя связанные состояния с орбитальным моментом lв системе X + Y при каждом прохождении через ФЗ кулоновской константы связи. Если E > 0, то полюс оставляет вещественную *a*-ось и переходит в первый квадрант а-плоскости. Полюс, вещественная часть которого равна ФЗ a_{ϕ} , а величина мнимой части мала, соответствует резонансу с орбитальным моментом l члена системы X + Y с кулоновской константой связи a_{ϕ} .

В данном разделе рассмотрен алгебраический вариант построения потенциала взаимодействия заряженных частиц в нетрадиционной постановке обратной задачи — по известным при фиксированных $\Phi 3$ энергии E, приведенной массы m и орбитального момента l фазовым сдвигом $\delta_{k,l}(a)$ для различных ФЗ кулоновской константы связи а. В соответствии с указанным ранее в этом случае можно определить потенциал взаимодействия между двумя изобарическими мультиплетами или потенциал взаимодействия между заряженным кластером и изобарическим мультиплетом.

1.1. Случай регулярного и одного из йостовских решений свободного УШ, выбранных в качестве базисных для модельного потенциала. Предположим, что матрицу рассеяния можно представить в виде

~ ()

$$S_{k,l}(a) = S_{k,l}^{0}(a) \exp [2i\delta_{k,l}(a)],$$

$$\exp [2i\delta_{k,l}(a)] = R_{k,l}(a)/R_{-k,l}(a),$$
(3)

$$R_{k,l}(a) = \prod_{1}^{n} [a - \alpha_{\mu}(k,l)] / \prod_{1}^{n} [a - \beta_{\nu}(k,l)],$$

где $S_{k,l}^0(a)$ — матрица рассеяния, соответствующая центробежному и кулоновскому потенциалам; $\delta_{k,l}(a)$ — фазовый сдвиг, обусловленный действием потенциала V(r); $\alpha_{\mu}(k,l)$ и $\beta_{\nu}(k,l)$ — комплексные постоянные (различные для всех μ, ν), расположение которых на комплексной *a*-плоскости зависит от налагаемых на V(r) ограничений [14].

Далее приведен вывод формул для потенциала и решения УШ (1), соответствующих матрице рассеяния, заданной соотношениями (3) [17]. Пусть $\varphi_{k,l}(a,r)$ и $f_{\pm k,l}(a,r)$ — регулярное и йостовские решения уравнения (1) с V = 0, удовлетворяющие граничным условиям

$$\lim_{r \to 0} \varphi_{k,l}(a,r) r^{-l-1} = 1,$$
(4)

$$\lim_{r \to \infty} f_{\pm k,l}(a,r) \exp\left[\pm i\left(kr - \frac{a}{2k}\ln 2kr\right)\right] = 1.$$
 (5)

Используя обозначение $[\varphi\left(r\right);\,f\left(r\right)]=\varphi\left(r\right)f'\left(r\right)-\varphi'\left(r\right)f\left(r\right),$ введем функции Йоста

$$f_{\pm k,l}(a) = [f_{\pm k,l}(a,r); \varphi_{k,l}(a,r)].$$

Если учесть, что $\left[f_{k,l}(a,r);f_{-k,l}(a,r)\right]=2ik,$ то нетрудно установить соотношение

$$\varphi_{k,l}(a,r) = \frac{1}{2ik} \left[f_{k,l}(a) f_{-k,l}(a,r) - f_{-k,l}(a) f_{k,l}(a,r) \right].$$
(6)

Регулярное решение (6) имеет при $r \to \infty$ асимптотику

$$\varphi_{k,l}(a,r) \approx \exp\left[i\eta_{k,l}(a)\right] \frac{f_{-k,l}(a)}{k} \sin\left[kr - \frac{a}{2k}\ln 2kr + \eta_{k,l}(a)\right],$$

где

$$S_{k,l}^{0}(a) \equiv \exp \left[2i\eta_{k,l}(a)\right] = \frac{f_{k,l}(a)}{f_{-k,l}(a)}$$

есть матрица рассеяния для центробежного и кулоновского потенциалов. Введем обозначения

$$\begin{aligned} \varphi_{a} &= \varphi_{k,l}(a,r), & \beta_{\nu} &= \beta_{\nu}(k,l), & \varphi_{\nu} &= \varphi_{k,l}\beta_{\nu},r), \\ f_{a} &= f_{-k,l}(a,r), & \alpha_{\mu} &= \alpha_{\mu}(k,l), & f_{\mu} &= f_{-k,l}(\alpha_{\mu},r), \end{aligned}$$
(7)

$$x_{\nu a} = \frac{[\varphi_{\nu}; f_a]}{\beta_{\nu} - a}, \quad x_{\nu \mu} = \frac{[\varphi_{\nu}; f_{\mu}]}{\beta_{\nu} - \alpha_{\mu}}.$$
(8)

На основании (8) и соотношения

$$\varphi_{\nu}f_{a}''-\varphi_{\nu}''f_{a}=\frac{a-\beta_{\nu}}{r}\varphi_{\nu}f_{a},$$

вытекающего из (1) с V = 0, получим

$$x'_{\nu a} = -\frac{\varphi_{\nu} f_a}{r}.$$
(9)

Покажем, что матрицу рассеяния (3) можно получить, если в (1) выбрать в качестве потенциала функцию

$$V(r) = -\left[\frac{2}{r}\left(K_{\nu}\varphi_{\nu}\right)' - \frac{K_{\nu}\varphi_{\nu}}{r^{2}}\right],\tag{10}$$

где K_{ν} должны удовлетворять системе уравнений

$$K_{\nu}x_{\nu\mu} = -f_{\mu} \tag{11}$$

(по дважды повторяющимся индексам ν, μ выполняется суммирование).

Докажем, что выражение

$$y_a = f_a + K_\nu x_{\nu a} \tag{12}$$

является решением уравнения (1). Для этого подставим (12) в (1). С учетом того, что f_a является решением УШ (1) с V = 0, найдем

$$\left\{K_{\nu}'' + \left[k^2 - \frac{l\left(l+1\right)}{r^2} - \frac{a}{r} - V\left(r\right)\right]K_{\nu}\right\}x_{\nu a} = V\left(r\right)f_a - 2K_{\nu}'x_{\nu a}' - K_{\nu}x_{\nu a}''.$$
(13)

Выражение (13) в соответствии с (8) и (9) можно представить в виде

$$c_{\nu}x_{\nu a} = \left[V\left(r\right) + \frac{2}{r}\left(K_{\nu}\varphi_{\nu}\right)' - \frac{K_{\nu}\varphi_{\nu}}{r^{2}}\right]f_{a},\tag{14}$$

где

$$c_{\nu} = K_{\nu}'' + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{\beta_{\nu}}{r} - V(r)\right] K_{\nu}.$$

Если в уравнении (1) выбрать в качестве потенциала функцию (10), то правая часть равенства (14) обратится в нуль, то есть

$$c_{\nu}x_{\nu a} = 0, \tag{15}$$

где

$$c_{\nu} = K_{\nu}'' + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{\beta_{\nu}}{r} + \frac{2(K_{\nu}\varphi_{\nu})'}{r} - \frac{K_{\nu}\varphi_{\nu}}{r^2}\right]K_{\nu}.$$

При $a = \alpha_{\mu}$, согласно (11) и (12), $y_{\mu} = 0$. В этом случае полученная в (15) система однородных уравнений $c_{\nu}x_{\nu\mu} = 0$ относительно c_{ν} содержит только тривиальное решение $c_{\nu} = 0$, поскольку $|x_{\nu\mu}| \neq 0$, если $\alpha_{\mu}, \beta_{\nu}$ различные. Следовательно, K_{ν} — решение уравнения (1), поэтому y_a — также решение этого уравнения.

Чтобы построить решения Йоста УШ (1) с потенциалом (10), исследуем асимптотику решения (12) при $r \to \infty$. Для этого найдем K_{ν} из (11):

$$K_{\nu} = -\frac{f_{\mu}\tilde{x}_{\nu\mu}}{|x_{\nu\mu}|},\tag{16}$$

где $\tilde{x}_{\nu\mu}$ — алгебраическое дополнение $x_{\nu\mu}$. После подстановки (16) в (12) получим

$$y_a = \frac{f_a}{|x_{\nu\mu}|} \left| x_{\nu\mu} - \frac{f_{\mu}x_{\nu a}}{f_a} \right|.$$

Рассмотрим элемент

$$x_{\nu\mu} - \frac{f_{\mu}x_{\nu a}}{f_{a}} = x_{\nu\mu} \left\{ 1 - \frac{f_{\mu}[\varphi_{\nu}; f_{a}](\beta_{\nu} - \alpha_{\mu})}{f_{a}[\varphi_{\nu}; f_{\mu}](\beta_{\nu} - a)} \right\}.$$

Используя циклическую перестановку

$$f_{\mu}\left[\varphi_{\nu};f_{a}\right]+\varphi_{\nu}\left[f_{a};f_{\mu}\right]+f_{a}\left[f_{\mu};\varphi_{\nu}\right]=0,$$

получим

$$\frac{f_{\mu}[\varphi_{\nu}; f_{a}]}{f_{a}[\varphi_{\nu}; f_{\mu}]} = 1 - \frac{\varphi_{\nu}[f_{a}; f_{\mu}]}{f_{a}[\varphi_{\nu}; f_{\mu}]} = 1 - \frac{[\ln(f_{\mu}/f_{a})]'}{[\ln(f_{\mu}/\varphi_{\nu})]'}.$$

На основании (5) и (6)

$$\lim_{r \to \infty} \left(\ln \frac{f_{\mu}}{f_a} \right)' = 0, \quad \lim_{r \to \infty} \left(\ln \frac{f_{\mu}}{\varphi_{\nu}} \right)' \neq 0.$$

Поэтому

$$\lim_{r \to \infty} \frac{f_{\mu}[\varphi_{\nu}; f_{a}]}{f_{a}[\varphi_{\nu}; f_{\mu}]} = 1.$$

Тогда

$$\lim_{r \to \infty} \left(x_{\nu\mu} - \frac{f_{\mu} x_{\nu a}}{f_a} \right) = \frac{a - \alpha_{\mu}}{a - \beta_{\nu}} \lim_{r \to \infty} x_{\nu\mu},$$
$$\lim_{r \to \infty} y_a = \frac{\prod_{r \to \infty}^n (a - \alpha_{\mu})}{\prod_{r \to \infty}^n (a - \beta_{\nu})} \lim_{r \to \infty} f_a,$$

а функция

$$F_a = y_a \frac{\prod\limits_{1}^{n} (a - \beta_{\nu})}{\prod\limits_{1}^{n} (a - \alpha_{\mu})}$$

является таким решением уравнения (1), которое имеет при $r \to \infty$ асимптотику (5), то есть F_a — решение Йоста. Согласно (3) и (7) F_a можно представить в виде

$$F_{-k,l}(a,r) = \frac{y_{-k,l}(a,r)}{R_{k,l}(a)}.$$
(17)

Покажем, что решение Φ_a уравнения (1), построенное по аналогии с (6) в виде

$$\Phi_{a} = \frac{1}{2ik} \left[f_{k,l}\left(a\right) y_{-k,l}\left(a,r\right) - f_{-k,l}\left(a\right) y_{k,l}\left(a,r\right) \right],\tag{18}$$

является регулярным решением. Для этого определим асимптотику (18) при $r \to 0$. В результате подстановки (12) в (18) найдем

$$\Phi_a = \varphi_a + K_{\nu} B_{\nu a} = \frac{\varphi_a}{|x_{\nu \mu}|} \left| x_{\nu \mu} - \frac{f_{\mu} B_{\nu a}}{\varphi_a} \right|,$$

где

$$B_{\nu a} = \frac{[\varphi_{\nu};\varphi_a]}{\beta_{\nu} - a}.$$

Рассмотрим элемент

$$x_{\nu\mu} - \frac{f_{\mu}B_{\nu a}}{\varphi_a} = x_{\nu\mu} \left\{ 1 - \frac{f_{\mu}[\varphi_{\nu}; \varphi_a](\beta_{\nu} - \alpha_{\mu})}{\varphi_a[\varphi_{\nu}; f_{\mu}](\beta_{\nu} - a)} \right\}.$$

На основании (4) выражение

$$\frac{f_{\mu}[\varphi_{\nu}; \varphi_{a}]}{\varphi_{a}[\varphi_{\nu}; f_{\mu}]} = \frac{\left[\ln\left(\varphi_{a}/\varphi_{\nu}\right)\right]'}{\left[\ln\left(f_{\mu}/\varphi_{\nu}\right)\right]'} \to 0$$

при $r \to 0$, если $f_{-k,l}(\alpha_{\mu}) \neq 0$. Для отталкивающего кулоновского потенциала связанные состояния отсутствуют, поэтому $f_{-k,l}(\alpha_{\mu}) \neq 0$. Следовательно,

$$\lim_{r \to 0} \left(x_{\nu\mu} - \frac{f_{\mu}B_{\nu a}}{\varphi_a} \right) = \lim_{r \to 0} x_{\nu\mu}, \quad \lim_{r \to 0} \Phi_a = \lim_{r \to 0} \varphi_a,$$

то есть Φ_a — регулярное решение УШ (1).

После подстановки (17) в (18) с последующим устремлением $r \to \infty$ получим

$$\Phi_{k,l}(a,r) \approx \exp\left\{i[\eta_{k,l}(a) + \delta_{k,l}(a)]\right\} \frac{f_{-k,l}(a)R_{-k,l}(a)}{k} \times \\ \times \sin\left[kr - \frac{a}{2k}\ln 2kr + \eta_{k,l}(a) + \delta_{k,l}(a)\right],$$

где

$$\frac{f_{k,l}(a) R_{k,l}(a)}{f_{-k,l}(a) R_{-k,l}(a)} = S_{k,l}^{0}(a) \exp \left[2i\delta_{k,l}(a)\right]$$

есть матрица рассеяния (3). В соответствии с (9), (10) и (16) потенциал

$$V(r) = -\left[\frac{2}{r}\left(-\frac{f_{\mu}\tilde{x}_{\nu\mu}\varphi_{\nu}}{|x_{\nu\mu}|}\right)' - \frac{f_{\mu}\tilde{x}_{\nu\mu}\varphi_{\nu}}{r^{2}|x_{\nu\mu}|}\right] = -\left[\frac{2}{r}\left(\frac{rx'_{\nu\mu}\tilde{x}_{\nu\mu}}{|x_{\nu\mu}|}\right)' - \frac{x'_{\nu\mu}\tilde{x}_{\nu\mu}}{r|x_{\nu\mu}|}\right] = -\left[\frac{2}{r}\left(\frac{|x_{\nu\mu}|'}{|x_{\nu\mu}|}\right)' - \frac{|x_{\nu\mu}|'}{r|x_{\nu\mu}|}\right] = -\frac{2}{\sqrt{r}}\frac{d}{dr}\left(\sqrt{r}\frac{d}{dr}\ln|x_{\nu\mu}|\right).$$
 (19)

Если потенциал V(r) веществен при r > 0, то из (1) и (5) следуют условия сопряжения $f_{-k,l}(a) = f_{k,l}^*(a^*)$, $R_{-k,l}(a) = R_{k,l}^*(a^*)$, а также условие унитарности S-матрицы $S_{k,l}^{-1}(a) = S_{k,l}^*(a^*)$.

Итак, выше установлена следующая процедура решения обратной задачи. Если матрица рассеяния на основе экспериментальных данных допускает представление в виде выражений (3), то соответствующие ей решение и потенциал УШ (1) можно вычислить по формулам (12) и (19).

1.2. Случай йостовских решений свободного УШ, выбранных в качестве базисных для модельного потенциала. Другой алгебраический вариант построения взаимодействия по фазовым сдвигам при различных ФЗ кулоновской константы связи рассмотрен в [18], где в качестве свободных решений УШ, с помощью которых восстанавливается V(r), выбраны йостовские решения $f_{\pm k,l}(a, r)$. В этом случае потенциал строится не по функции $R_{k,l}(a)$, а непосредственно по матрице рассеяния $S_{k,l}(a)$. Приведем полученные в [18] результаты в готовом виде.

Пусть матрица рассеяния представима в виде

$$S_{k,l}(a) = S_{k,l}^{0}(a) \left\{ \frac{\prod_{l=1}^{n} [a - \alpha_{\mu}(k, l)]}{\prod_{l=1}^{n} [a - \beta_{\nu}(k, l)]} \right\}^{2},$$

где α_{μ} и β_{ν} — нули и полюсы *S*-матрицы, расположение которых зависит от налагаемых на потенциал условий. Тогда потенциал УШ (1) равен

$$V(r) = -\frac{2}{\sqrt{r}} \frac{d}{dr} \left(\sqrt{r} \frac{d}{dr} \ln |y_{\nu\mu}(r)| \right),$$

где $|y_{\nu\mu}(r)|$ — определитель с элементами

$$y_{\nu\mu}(r) = \frac{[f_{k,l}(\beta_{\nu}, r); \ f_{-k,l}(\alpha_{\mu}, r)]}{\beta_{\nu} - \alpha_{\mu}}$$

Как отмечено в [9], решение обратной задачи с помощью точно решаемых моделей баргмановского типа оправданно, как правило, лишь при использовании приближений высокого порядка (большого числа полюсов матрицы рассеяния). Для решения обратной задачи в нетрадиционной постановке необходим фазовый анализ, учитывающий зарядовое расщепление фазовых сдвигов. К сожалению, фазовый анализ обычно проводят без учета кулоновского расщепления фазовых сдвигов и, следовательно, в настоящее время возможности конкретных численных расчетов с помощью предложенного метода весьма ограниченны. Экспериментальные данные по фазовому анализу позволяют восстанавливать потенциал только в однополюсном приближении. Такого рода расчеты были сделаны в [19] по восстановлению квазипотенциала $\pi^{\pm}p$ -взаимодействия в состоянии S_{31} при энергиях 263,7 и 310 МэВ в л.с. интегральным методом Гельфанда-Левитана и в [20] по определению pN-потенциала в состоянии ${}^{1}S_{0}$ при фиксированных значениях энергии от 10 до 100 МэВ в с.ц.м. с помощью алгебраического метода. Так как исходные данные расчетов неполны, то полученные в работах [19, 20] результаты можно рассматривать только как иллюстрацию применения методов решения обратной задачи в нетрадиционной постановке.

2. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА С ЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ ЭНЕРГИИ, КВАДРАТА ОРБИТАЛЬНОГО МОМЕНТА И КУЛОНОВСКОЙ КОНСТАНТЫ СВЯЗИ В ИСХОДНЫХ ДАННЫХ РАССЕЯНИЯ

До последнего времени обратная задача квантовой теории рассеяния была рассмотрена в частных постановках, когда потенциал восстанавливается по спектральным характеристикам: 1) при l = const и a = const, 2) при E = const и a = const, 3) при E = const и l = const. Во всех случаях частной постановки обратной задачи восстанавливаемый потенциал оказывается зависящим от ФЗ фиксированных параметров. Эта зависимость естественна, поскольку в качестве промежуточного источника информации при решении обратной задачи служат полюсы *S*-матрицы в комплексной плоскости переменного параметра, траектории которых являются функциями ФЗ остальных спектральных параметров. Как отмечено в [6], условия совместимости, которые следует наложить на различные данные рассеяния, чтобы получить один и тот же потенциал, оказываются неизвестными в рамках частных постановок обратной задачи.

Впервые вариант обратной задачи, в котором энергия и квадрат орбитального момента в исходных данных линейно зависимы, был предложен для классической [21] и квазиклассической [22] теории рассеяния. Затем в [13] были получены обобщенные интегральные уравнения Гельфанда–Левитана для квантовой обратной задачи при AE + Bl(l+1) = const и a = 0. В этом
случае удается построить E- и l-независимые потенциалы, которые, однако, зависят от физических значений кулоновской константы связи рассматриваемой системы.

Существенную роль в математическом аппарате обратной задачи играют преобразования Дарбу–Крама–Крейна [9], позволяющие непосредственно преобразовать известное решение УШ с модельным потенциалом так, чтобы получить решения, соответствующие другим потенциалам. Эти преобразования не зависят от существования уравнений Гельфанда–Левитана или Марченко. Поэтому они используются как вспомогательное средство при доказательствах в теории обратной задачи. Вариант преобразований Дарбу–Крама– Крейна, когда УШ содержит суперпозицию центробежно-кулоновского и ядерного потенциалов, рассмотрен в [23].

Обобщенный вариант обратной задачи имеет тесную связь с суперсимметричной квантовой механикой, которая выражается в схожести формул, связывающих между собой соответствующие гамильтонианы и волновые функции [24, 25]. При этом в подходе суперсимметричной квантовой механики возможно установление группы преобразований суперпотенциала, при которых гамильтонианы с преобразованным и исходным (модельным) потенциалами связаны друг с другом при помощи преобразования Дарбу–Крама– Крейна.

В данном разделе изложен обобщенный алгебраический метод обратной задачи теории потенциального рассеяния заряженных частиц для случая, когда в УШ энергия, квадрат орбитального момента и кулоновская константа связи, при которых известны исходные данные рассеяния, линейно зависимы. В результате получены формулы для восстановления k-, l- и a-независимого потенциала как по функции Йоста, так и непосредственно по матрице рассеяния. В качестве примера использования результатов обобщенного варианта обратной задачи рассмотрены также вопросы о связи знаков центрального потенциала и обусловленной его действием фазы рассеяния по переменным k, l и a. Изложенные здесь результаты приведены в работах [26–29].

2.1. Случай регулярного и одного из йостовских решений свободного УШ, выбранных в качестве базисных для модельного потенциала. Рассмотрим УШ (1), где $l = \lambda - 1/2$. Здесь и далее вместо $\varphi_{k,l}(a, r)$, $f_{\pm k,l}(a, r)$, $f_{\pm k,l}(a)$, $\delta_{k,l}(a)$, $S_{k,l}(a)$ использованы следующие обозначения: $\varphi(\lambda, k, a, r)$, $f(\lambda, \pm k, a, r)$, $f(\lambda, \pm k, a)$, $\delta(\lambda, k, a)$, $S(\lambda, k, a)$. В дальнейшем также считаем, что параметры УШ принимают физические значения, то есть $\lambda = 1/2$, 3/2, ...; $0 \le k < \infty$ и $a = \frac{2mzZe^2}{\hbar^2}$, z, Z = 0, 1, ... Пусть квантовому состоянию системы соответствует в линейном векторном пространстве $L(\lambda^2, k^2, a)$ некоторая точка $M(\lambda^2, k^2, a)$, координаты которой характеризуют ФЗ параметров системы. Тогда изменение состояния системы связано с «движением» точки M в пространстве L. Ограничимся рассмотрением простейшего

«движения» — прямолинейного. В этом случае координаты точки M связаны линейной зависимостью:

$$\frac{\lambda^2 - \lambda_0^2}{-A} = \frac{k^2 - k_0^2}{B} = \frac{a - a_0}{-C} = t,$$
(20)

где -A, B, -C — проекции направляющего вектора прямой, t — параметр «движения». Координаты точки $M_0(\lambda_0^2, k_0^2, a_0)$ характеризуют ФЗ параметров исходного состояния системы (t = 0).

Воспользуемся принципом суперпозиции при рассмотрении «движения» точки $M(\lambda^2, k^2, a)$ вдоль прямой (20), в соответствии с которым результирующее «перемещение» этой точки представляет собой сумму «перемещений» ее вдоль направлений, параллельных координатным осям. В этом случае точка M является точкой пересечения прямых:

$$\begin{cases} \lambda^{2} = \lambda_{0}^{2} - At, \\ k^{2} = k_{0}^{2} \quad (B = 0), \\ a = a_{0} \quad (C = 0), \end{cases} \qquad \begin{cases} k^{2} = k_{0}^{2} + Bt, \\ \lambda^{2} = \lambda_{0}^{2} \quad (A = 0), \\ a = a_{0} \quad (C = 0), \end{cases} \qquad \begin{cases} a = a_{0} - Ct, \\ \lambda^{2} = \lambda_{0}^{2} \quad (A = 0), \\ k^{2} = k_{0}^{2} \quad (B = 0), \end{cases} \end{cases}$$

$$(21)$$

данные рассеяния вдоль которых соответствуют обратным задачам по переменным λ, k и a. Таким образом, координаты точки M характеризуют состояние системы, одинаковое для указанных частных постановок обратной задачи при $t \neq 0$.

Введем стандартным образом матрицу рассеяния

$$S(\lambda, k, a) = \exp\left\{2i[\eta(\lambda, k, a) + \delta(\lambda, k, a)]\right\},$$

$$\eta(\lambda, k, a) = \frac{1}{2i} \ln \frac{f(\lambda, k, a)}{f(\lambda, -k, a)}, \quad \delta(\lambda, k, a) = \frac{1}{2i} \ln \frac{R(\lambda, k, a)}{R(\lambda, -k, a)},$$
(22)

где $\eta(\lambda, k, a)$ — фаза рассеяния для центробежного и кулоновского потенциалов; $\delta(\lambda, k, a)$ — добавочный фазовый сдвиг, обусловленный действием потенциала V(r); $f(\lambda, \pm k, a)$ — функции Йоста свободного УШ (1); $R(\lambda, \pm k, a)$ — «ядерные» функции Йоста.

Известно, что полюс S-матрицы в комплексной плоскости параметра УШ соответствует резонансу системы, если его мнимая часть мала, а вещественная часть равна ФЗ этого параметра. При исследовании аналитических свойств матрицы рассеяния по комплексным переменным λ и k установлено, в частности, что полюсу S-матрицы на комплексной λ -плоскости при физическом k > 0 (a = 0) можно сопоставить полюс на комплексной k-плоскости при ФЗ λ [4]. Аналогично в [14] показано, что полюсу S-матрицы на комплексной a-плоскости при ФЗ k и λ можно сопоставить

полюс на комплексной k-плоскости при ФЗ a и λ . Поэтому в общем случае матрицы рассеяния $S(\lambda, k, a)$ получаем, что полюсу S-матрицы на комплексной плоскости какого-либо параметра при физических значениях остальных двух параметров можно сопоставить полюс на комплексной плоскости любого другого параметра при ФЗ оставшихся параметров. Таким образом, если $\lambda_{\nu}(k, a)$ ($\nu = 1, 2, ..., n$) — «ядерные» полюсы S-матрицы на комплексной λ -плоскости при физических значениях k и a, то им можно сопоставить по-люсы $k_{\nu}(\lambda, a)$ на комплексной k-плоскости при ФЗ λ и a, а тем — полюсы $a_{\nu}(\lambda, k)$ на a-плоскости при ФЗ λ и k. Следовательно, комплексные постоянные $\lambda_{\nu}(k, a)$, $k_{\nu}(\lambda, a)$ и $a_{\nu}(\lambda, k)$ соответствуют одним и тем же состояниям системы и определяют одни и те же полюсы S-матрицы на комплексных λ -, k- и a-плоскостях.

Ниже показано, как на основе исходных данных рассеяния при линейной взаимозависимости между λ^2, k^2 и *а* можно восстановить потенциал V(r) по известным значениям полюсов $\lambda_{\nu}(k, a), k_{\nu}(\lambda, a), a_{\nu}(\lambda, k)$ и нулей $\lambda_{\mu}(k, a), k_{\mu}(\lambda, a), a_{\mu}(\lambda, k), \mu = n+1, n+2, ..., 2n$, «ядерной» функции Йоста $R(\lambda, k, a)$. С помощью обозначений

$$\varphi(r) = \varphi(\lambda, k, a, r), \lambda_{\nu} = \lambda_{\nu}(k, a), k_{\nu} = k_{\nu}(\lambda, a), a_{\nu} = a_{\nu}(\lambda, k),
\varphi_{\nu}(r) = \varphi(\lambda_{\nu}, k_{\nu}, a_{\nu}, r),
f(r) = f(\lambda, -k, a, r), \lambda_{\mu} = \lambda_{\mu}(k, a), k_{\mu} = k_{\mu}(\lambda, a), a_{\mu} = a_{\mu}(\lambda, k),
f_{\mu}(r) = f(\lambda_{\mu}, -k_{\mu}, a_{\mu}, r)$$
(23)

введем следующие функции:

$$X_{\nu}(r) = \frac{[\varphi_{\nu}(r); f(r)]}{t_{\nu}}; \quad X_{\nu\mu}(r) = \frac{[\varphi_{\nu}(r); f_{\mu}(r)]}{t_{\nu\mu}},$$
(24)

где в соответствии с (20)

$$t_{\nu} = \frac{\lambda^2 - \lambda_{\nu}^2}{-A} = \frac{k^2 - k_{\nu}^2}{B} = \frac{a - a_{\nu}}{-C},$$

$$t_{\nu\mu} = \frac{\lambda_{\mu}^2 - \lambda_{\nu}^2}{-A} = \frac{k_{\mu}^2 - k_{\nu}^2}{B} = \frac{a_{\mu} - a_{\nu}}{-C},$$
 (25)

то есть полюсы «ядерной» S-матрицы суть координаты точек на прямой в L-пространстве.

На основании (23)-(25) и соотношений

$$\varphi_{\nu}(r)f''(r) - f(r)\,\varphi_{\nu}''(r) = \left(k_{\nu}^2 - k^2 - \frac{\lambda_{\nu}^2 - \lambda^2}{r^2} - \frac{a_{\nu} - a}{r}\right)\varphi_{\nu}(r)f(r)\,,$$

следующих из (1) при V(r) = 0, получим

$$\frac{dX_{\nu}(r)}{dr} = -h(r)\varphi_{\nu}(r)f(r), \quad h(r) = (A/r^2) + B + (C/r).$$
(26)

Найдем потенциал V(r), при котором решение y(r)УШ (1) можно представить в виде

$$y(r) = f(r) + \sum_{\nu} K_{\nu}(r) X_{\nu}(r), \qquad (27)$$

где $K_{\nu}(r)$ — некоторые, пока неизвестные функции. Для этого подставим (27) в (1). Если учесть, что f(r) — решение уравнения (1) при V(r) = 0, то на основании (24)–(26) получаем

$$\sum_{\nu} C_{\nu}(r) X_{\nu}(r) = \left[V(r) + 2\sqrt{h(r)} \frac{d}{dr} \left(\sqrt{h(r)} \sum_{\nu} K_{\nu}(r) \varphi_{\nu}(r) \right) f(r) \right],$$
(28)

где

$$C_{\nu}(r) = \left(\frac{d^2}{dr^2} + k_{\nu}^2 - \frac{\lambda_{\nu}^2 - 1/4}{r^2} - \frac{a_{\nu}}{r} - V(r)\right) K_{\nu}(r).$$
(29)

Правая часть равенства (28) обращается в нуль, если в УШ (1) выбрать потенциал V(r) в виде

$$V(r) = -2\sqrt{h(r)}\frac{d}{dr}\left(\sqrt{h(r)}\sum_{\nu}K_{\nu}(r)\varphi_{\nu}(r)\right).$$
(30)

Функции $K_{\nu}(r)$ могут быть определены из того, что при $k = k_{\mu}$, $\lambda = \lambda_{\mu}$ и $a = a_{\mu}$ решение (27) обращается в нуль, то есть $y_{\mu}(r) = 0$. Тогда $K_{\nu}(r)$ — решение системы уравнений

$$\sum_{\nu} K_{\nu}(r) X_{\nu\mu}(r) = -f_{\mu}(r).$$
(31)

Действительно, полученная в этом случае из левой части равенства (28) система однородных уравнений

$$\sum_{\nu} X_{\nu\mu}(r) C_{\nu}(r) = 0$$

относительно $C_{\nu}(r)$ имеет только тривиальное решение $C_{\nu}(r) = 0$, так как $|X_{\nu\mu}(r)| \neq 0$, если «ядерная» функция Йоста $R(\lambda, k, a)$ не содержит кратных нулей и полюсов. Поэтому, согласно (29), $K_{\nu}(r)$ — решение уравнения (1) с потенциалом (30). Следовательно, y(r) — также решение этого уравнения с указанным потенциалом. Если из (31) найти $K_{\nu}(r)$ и подставить в (30), то на основании (26) потенциал

$$V(r) = -2\sqrt{h(r)}\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{\sqrt{h(r)}}\frac{d}{dr}\ln|X_{\nu\mu}(r)|\right).$$
(32)

Чтобы построить решение Йоста УШ (1) с потенциалом (32), найдем асимптотику решения (27) при $r \to \infty$. Для этого представим (27) с помощью (31) в виде

$$y(r) = \frac{f(r)}{|X_{\nu\mu}(r)|} \left| X_{\nu\mu}(r) - \frac{f_{\mu}(r)X_{\nu}(r)}{f(r)} \right|.$$
(33)

На основании (21) и (25) из элементов $t_{\nu\mu}^{-1}$ можно составить диагональную блочную матрицу

$$T^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \frac{-A}{\lambda_{\mu}^{2} - \lambda_{\nu}^{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{B}{k_{\mu}^{2} - k_{\nu}^{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-C}{a_{\mu} - a_{\nu}} \end{bmatrix}$$

(34)

Выражение (34) отражает то обстоятельство, что полюсы «ядерной» S-матрицы на комплексных λ -, k- и a-плоскостях характеризуют состояния системы, одинаковые для частных постановок обратной задачи при $t_{\nu\mu} \neq 0$. Тогда в соответствии с (24) и (34) $X_{\nu\mu}(r)$ — элемент блочной матрицы X(r), равной прямой сумме

$$X(r) = \frac{1}{3} \left(X\left(k, a, r\right) \oplus X\left(\lambda, a, r\right) \oplus X\left(\lambda, k, r\right) \right)$$

квадратных подматриц, идущих вдоль ее диагонали и составленных из элементов

$$X_{\nu\mu}(k,a,r) = \frac{A\left[\varphi\left(\lambda_{\nu},k,a,r\right);f\left(\lambda_{\mu},-k,a,r\right)\right]}{\lambda_{\nu}^{2}-\lambda_{\mu}^{2}},$$

$$X_{\nu\mu}(\lambda,a,r) = \frac{B\left[\varphi\left(\lambda,k_{\nu},a,r\right);f\left(\lambda,-k_{\mu},a,r\right)\right]}{k_{\mu}^{2}-k_{\nu}^{2}},$$

$$X_{\nu\mu}(\lambda,k,r) = \frac{C\left[\varphi\left(\lambda,k,a_{\nu},r\right);f\left(\lambda,-k,a_{\mu},r\right)\right]}{a_{\nu}-a_{\mu}}.$$
(35)

Следовательно,

$$|X_{\nu\mu}(r)| = (1/3)^{3n} |X_{\nu\mu}(k, a, r)| |X_{\nu\mu}(\lambda, a, r)| |X_{\nu\mu}(\lambda, k, r)|.$$
(36)

Аналогично

$$\left| X_{\nu\mu}(r) - \frac{f_{\mu}(r) X_{\nu}(r)}{f(r)} \right| = (1/3)^{3n} \times \\ \times \left| X_{\nu\mu}(k, a, r) - \frac{Af(\lambda_{\mu}, -k, a, r) \left[\varphi(\lambda_{\nu}, k, a, r); f(r)\right]}{f(r) (\lambda_{\nu}^{2} - \lambda^{2})} \right| \times \\ \times \left| X_{\nu\mu}(\lambda, a, r) - \frac{Bf(\lambda, -k_{\mu}, a, r) \left[\varphi(\lambda, k_{\nu}, a, r); f(r)\right]}{f(r) (k^{2} - k_{\nu}^{2})} \right| \times \\ \times \left| X_{\nu\mu}(\lambda, k, r) - \frac{Cf(\lambda, -k, a_{\mu}, r) \left[\varphi(\lambda, k, a_{\nu}, r); f(r)\right]}{f(r) (a_{\nu} - a)} \right|.$$

$$(37)$$

Если учесть соотношение (6), то на основании (35)–(37) и граничных условий (5) выражение (33) примет вид

$$y(r) = R_{k,a}(\lambda) R_{k,a}(-\lambda) R_{\lambda,a}(k) R_{\lambda,k}(a) \lim_{r \to \infty} f(r),$$

$$R_{k,a}(\lambda) = \frac{\prod_{\mu} [\lambda - \lambda_{\mu}(k, a)]}{\prod_{\nu} [\lambda - \lambda_{\nu}(k, a)]},$$

$$R_{\lambda,a}(k) = \frac{\prod_{\mu} [k - k_{\mu}(\lambda, a)]}{\prod_{\nu} [k - k_{\nu}(\lambda, a)]},$$

$$R_{\lambda,k}(a) = \frac{\prod_{\mu} [a - a_{\mu}(\lambda, k)]}{\prod_{\nu} [a - a_{\nu}(\lambda, k)]}.$$
(38)

Тогда функция

 $\lim_{r\to\infty}$

$$F(r) = \frac{y(r)}{R_{k,a}(\lambda) R_{k,a}(-\lambda) R_{\lambda,a}(k) R_{\lambda,k}(a)}$$
(39)

является решением уравнения (1), которое имеет при $r \to \infty$ асимптотику (5). Таким образом, в соответствии с (23), (28) и (39) функции

$$F(\lambda, \mp k, a, r) = \frac{y(\lambda, \mp k, a, r)}{R_{\pm k, a}(\lambda) R_{\pm k, a}(-\lambda) R_{\lambda, a}(\pm k) R_{\lambda, \pm k}(a)}$$
(40)

представляют собой решения Йоста УШ (1) с потенциалом (32).

Построим решение $\tilde{\Phi}(r)$ уравнения (1) по аналогии с (6) в виде

$$\tilde{\Phi}(r) = \frac{1}{2ik} \left[f\left(\lambda, k, a\right) y\left(\lambda, -k, a, r\right) - f\left(\lambda, -k, a\right) y\left(\lambda, k, a, r\right) \right]$$
(41)

и определим асимптотику при $r \to 0$. Для этого подставим (27) в (41). С учетом (24), (31) и (6) получим

$$\tilde{\Phi}(r) = \frac{\varphi(r)}{|X_{\nu\mu}(r)|} \left| X_{\nu\mu}(r) - \frac{f_{\mu}(r) b_{\nu}(r)}{\varphi(r)} \right|, \quad b_{\nu}(r) = \frac{[\varphi_{\nu}(r); \varphi(r)]}{t_{\nu}}.$$
 (42)

Если учесть, что

$$\lim_{r \to 0} f(\lambda, -k, a, r) \cdot r^{\lambda - 1/2} = \frac{f(\lambda, -k, a)}{2\lambda},$$

то на основании (36), (42) и граничного условия (4) найдем

$$\lim_{r \to 0} \tilde{\Phi}(r) = R_{k,a} \left(-\lambda\right) \lim_{r \to 0} \varphi(r),\tag{43}$$

где $R_{k,a}(-\lambda)$ определено выражением (38) для $R_{k,a}(\lambda)$ при $\lambda \to -\lambda$. В соответствии с (43) и обозначениями (23) функция

$$\Phi(\lambda, k, a, r) = \frac{\Phi(\lambda, k, a, r)}{R_{k,a}(-\lambda)}$$
(44)

является регулярным решением УШ (1) с потенциалом (32).

Подставим (40) и (44) в (41). Тогда, согласно (5), при $r \to \infty$ получим

$$\Phi(\lambda, k, a, r) \approx \exp\left\{i\left[\eta\left(\lambda, k, a\right) + \delta\left(\lambda, k, a\right)\right]\right\} \frac{f(\lambda, -k, a) R(\lambda, -k, a)}{k} \times \sin\left[kr - \frac{a}{2k} \ln 2kr + \eta\left(\lambda, k, a\right) + \delta\left(\lambda, k, a\right)\right];$$
(45)

где

$$\frac{f(\lambda, k, a) R(\lambda, k, a)}{f(\lambda, -k, a) R(\lambda, -k, a)} = \exp \left\{ 2i \left[\eta \left(\lambda, k, a \right) + \delta \left(\lambda, k, a \right) \right] \right\}$$

есть матрица рассеяния (22), а «ядерная» функция Йоста

$$R(\lambda, k, a) = R_{k,a}(\lambda) R_{\lambda,a}(k) R_{\lambda,k}(a)$$
(46)

на основании (38) является рациональной функцией параметров λ , k и a.

В зависимости от ориентации направляющего вектора прямой (20) возможны частные случаи задания исходных данных рассеяния при фиксированных значениях одного либо двух спектральных параметров. Если данные рассеяния заданы вдоль прямых (21), то формулы (32), (45) и (46) переходят в соответствующие формулы для потенциала и функции Йоста обратной задачи по переменным k [11], λ [12] и a [17]. Вариант обратной задачи для случая C = 0 ($Ak^2 + B\lambda^2 = \text{const}$, a = const) при a = 0 с помощью метода Гельфанда–Левитана решен в работе [13].

2.2. Случай йостовских решений свободного УШ, выбранных в качестве базисных для модельного потенциала. Другой эквивалентный обобщенный алгебраический вариант восстановления потенциала баргмановского класса по фазовым сдвигам при различных значениях параметров λ , k и a, удовлетворяющих уравнению (20), предложен в работе [27]. В этом варианте в качестве свободных решений УШ, с помощью которых построен потенциал взаимодействия, использованы йостовские решения $f(\lambda, \pm k, a, r)$. В этом случае потенциал строится непосредственно по матрице рассеяния. Полученные в [27] результаты заключаются в следующем.

Пусть матрица рассеяния представима в виде

$$S(\lambda, k, a) = S^{0}(\lambda, k, a) \exp \left[2i\delta(\lambda, k, a)\right],$$

где

$$\delta\left(\lambda,k,a\right) = -i \ln \left\{ \left[\frac{\prod_{\mu} \left(\lambda^2 - \lambda_{\mu}^2\right)}{\prod_{\nu} \left(\lambda^2 - \lambda_{\nu}^2\right)} \right]^{1/2} \frac{\prod_{\mu} \left(k - k_{\mu}\right)}{\prod_{\nu} \left(k - k_{\nu}\right)} \frac{\prod_{\mu} \left(a - a_{\mu}\right)}{\prod_{\nu} \left(a - a_{\nu}\right)} \right\}$$
(47)

есть добавочный фазовый сдвиг, обусловленный действием потенциала V(r); λ_{ν} , k_{ν} , a_{ν} ($\nu = 1, 2, ..., n$), а также λ_{μ} , k_{μ} , a_{μ} ($\mu = n + 1, n + 2, ..., 2n$) — комплексные постоянные, расположение которых на λ -, k-, a-плоскостях зависит от налагаемых на потенциал V(r) ограничений.

Тогда искомый потенциал можно вычислить по формуле

$$V(r) = -2\sqrt{h(r)}\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{\sqrt{h(r)}}\frac{d}{dr}\ln|Y_{\nu\mu}(r)|\right),\tag{48}$$

где определитель $|Y_{\nu\mu}|$ равен

$$|Y_{\nu\mu}(r)| = (1/3)^{3n} |Y_{\nu\mu}(k, a, r)| |Y_{\nu\mu}(\lambda, a, r)| |Y_{\nu\mu}(\lambda, a, r)|,$$

$$Y_{\nu\mu}(k, a, r) = \frac{A [f(\lambda_{\nu}, k, a, r); f(\lambda_{\mu}, -k, a, r)]}{\lambda_{\nu}^{2} - \lambda_{\mu}^{2}},$$

$$Y_{\nu\mu}(\lambda, a, r) = \frac{B [f(\lambda, k_{\nu}, a, r); f(\lambda, -k_{\mu}, a, r)]}{k_{\mu}^{2} - k_{\nu}^{2}},$$

$$Y_{\nu\mu}(\lambda, k, r) = \frac{C [f(\lambda, k, a_{\nu}, r); f(\lambda, -k, a_{\mu}, r)]}{a_{\nu} - a_{\mu}};$$
(49)

функция h(r) определена соотношением (26); А, В, С — параметры уравнения прямой (20).

Резюмируя изложенное, можно сделать следующий вывод: если фаза рассеяния $\delta(\lambda, k, a)$, обусловленная действием потенциала V(r) УШ (1), представлена рациональной функцией (47), нули и полюсы которой расположены на прямой (20), то с помощью (48) можно построить λ -, k- и a-независимый потенциал V(r). Функции $Y_{\nu\mu}(r)$ могут быть определены по йостовским решениям $f(\lambda, \pm k, a, r) = W_{\pm \frac{ia}{2k}, \lambda}(\pm 2ikr)$, где $W_{\pm \frac{ia}{2k}, \lambda}$ — функции Уиттекера, являющиеся решениями уравнения (1) при V(r) = 0.

2.3. Влияние знака потенциала на расположение полюсов *S*-матрицы и поведение фазы рассеяния. Установим связь между знаками потенциала V(r) и фазы рассеяния $\delta(\lambda, k, a)$ на основе частных случаев обобщенного варианта обратной задачи [27–29]. Ранее было показано, что в зависимости от ориентации направляющего вектора прямой (20) в пространстве $L(\lambda^2, k^2, a)$ среди прочих возможны следующие частные случаи задания исходных данных рассеяния: 1) $A \neq 0$, B = C = 0; 2) $B \neq 0$, A = C = 0; 3) $C \neq 0$, A = B = 0. Далее рассмотрены вопросы о связи знаков потенциала и фаз рассеяния $\delta_{k,a}(\lambda)$, $\delta_{\lambda,a}(k)$ и $\delta_{\lambda,k}(a)$, обусловленных его действием для случаев 1–3.

1) Для вещественного потенциала из (47) следует, что «ядерная» матрица рассеяния, удовлетворяющая условию унитарности, имеет вид

$$\exp\left[2i\delta_{k,a}\left(\lambda\right)\right] = \prod_{\nu} \frac{\lambda^2 - \lambda_{\nu}^{*2}}{\lambda^2 - \lambda_{\nu}^2}.$$
(50)

Для выяснения характера влияния положения полюсов $\lambda_{\nu} = \operatorname{Re} \lambda_{\nu} + i \operatorname{Im} \lambda_{\nu}$ *S*-матрицы (50) на поведение $\delta_{k,a}(\lambda)$ найдем фазу и ее производную по λ :

$$\delta_{k,a}(\lambda) = \sum_{\nu} \operatorname{arctg} \frac{2\operatorname{Re} \lambda_{\nu} \operatorname{Im} \lambda_{\nu}}{\lambda^{2} - \operatorname{Re}^{2} \lambda_{\nu} + \operatorname{Im}^{2} \lambda_{\nu}},$$

$$\frac{d\delta_{k,a}(\lambda)}{d\lambda} = -4\lambda \sum_{\nu} \frac{\operatorname{Re} \lambda_{\nu} \operatorname{Im} \lambda_{\nu}}{(\lambda^{2} - \operatorname{Re}^{2} \lambda_{\nu} + \operatorname{Im}^{2} \lambda_{\nu})^{2} + (2\operatorname{Re} \lambda_{\nu} \operatorname{Im} \lambda_{\nu})^{2}}.$$
(51)

Видно, что $\delta_{k,a}(\lambda)$ монотонно убывает с ростом λ , если $\operatorname{Re} \lambda_{\nu} \operatorname{Im} \lambda_{\nu} > 0$ для всех ν . Поскольку $\operatorname{Re} \lambda_{\nu} > 0$ (для резонансных полюсов $\operatorname{Re} \lambda_{\nu}$ близки к $\Phi 3$ λ), то монотонно убывающей фазе $\delta_{k,a}(\lambda)$ соответствуют полюсы «ядерной» *S*-матрицы (50), расположенные в верхней λ -полуплоскости.

На основании (48)-(50)

$$V(r) = \sum_{\nu} V_{\nu}(r), \quad V_{\nu}(r) = -\frac{2}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} \ln Y_{\nu\nu^*}(k, a, r) \right).$$
(52)

Функции $Y_{\nu\nu^*}(k, a, r)$ удовлетворяют, согласно (5), условиям

$$\lim_{r \to \infty} Y_{\nu\nu^*} \left(k, a, r \right) = \frac{kA}{2 \operatorname{Re} \lambda_{\nu} \operatorname{Im} \lambda_{\nu}}.$$
(53)

Аналогично в соответствии с (5) и (26) найдем

$$\lim_{r \to \infty} r^2 \frac{dY_{\nu\nu^*}(k, a, r)}{dr} = -A.$$
 (54)

Тогда из (52)-(54) следует

$$\lim_{r \to \infty} V(r)r^3 = -\frac{4}{k} \sum_{\nu} \operatorname{Re} \lambda_{\nu} \operatorname{Im} \lambda_{\nu}.$$
(55)

Выражение (55) указывает на то, что притягивающему при больших r потенциалу соответствуют полюсы S-матрицы, расположенные в верхней λ -полуплоскости, которые, согласно (51), способствуют возрастанию фазы $\delta_{k,a}(\lambda)$ при $\lambda \to 1/2(l \to 0)$. При этом формулы (51) и (52) позволяют производить оценку парциального вклада полюсов S-матрицы в поведение $\delta_{k,a}(\lambda)$ и V(r).

2) Установим связь знаков потенциала V(r) и фазы $\delta_{\lambda,a}(k)$. В этом случае для вещественного потенциала матрица рассеяния, удовлетворяющая условию унитарности, имеет вид [30]:

$$\exp\left[2i\delta_{\lambda,a}\left(k\right)\right] = \prod_{\nu} \frac{\left(k - k_{\nu}^{*}\right)\left(k + k_{\nu}\right)}{\left(k - k_{\nu}\right)\left(k + k_{\nu}^{*}\right)}.$$
(56)

Поэтому

$$\delta_{\lambda,a}(k) = \sum_{\nu} \operatorname{arctg} \frac{2k \operatorname{Im} k_{\nu}}{k^2 - |k_{\nu}|^2},$$

$$\frac{d\delta_{\lambda,a}(k)}{dk} = -2 \sum_{\nu} \frac{\left(k^2 - |k_{\nu}|^2\right) \operatorname{Im} k_{\nu}}{\left(k^2 - |k_{\nu}|^2\right)^2 + \left(2k \operatorname{Im} k_{\nu}\right)^2}.$$
(57)

В соответствии с (49) и (56) потенциал (48) равен

$$V(r) = \sum_{\nu} V_{\nu}(r), \quad V_{\nu}(r) = -2\frac{d^2}{dr^2} \ln Y_{\nu\nu^*}(\lambda, a, r).$$
 (58)

Функции $Y_{\nu\nu^*}(\lambda, a, r)$, согласно (5) и (49), удовлетворяют условиям

$$\lim_{r \to \infty} Y_{\nu\nu^*} (\lambda, a, r) \exp\left[-2(\operatorname{Im} k_{\nu})r - \frac{a}{|k_{\nu}|^2} \left(\operatorname{Im} k_{\nu} \cdot \ln 2|k_{\nu}|r + \operatorname{Re} k_{\nu} \cdot \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} k_{\nu}}{\operatorname{Re} k_{\nu}}\right)\right] = -\frac{B}{2\operatorname{Im} k_{\nu}}.$$
(59)

Тогда из (58) и (59) следует

$$\lim_{r \to \infty} V(r)r^2 = 2a \sum_{\nu} \frac{\mathrm{Im} \, k_{\nu}}{\left| k_{\nu} \right|^2}.$$
 (60)

Видно, что притягивающему при больших значениях r потенциалу V(r) соответствуют расположенные в нижней части k-полуплоскости полюсы S-матрицы, которые описывают на основе (57) убывание фазы $\delta_{\lambda,a}(k)$ при $k \to 0$. Следовательно, знаки $\delta_{\lambda,a}(k) (k \to 0)$ и $V(r) (r \to \infty)$ противоположны. Противоположность знаков фазы и потенциала при a = 0 была отмечена еще в [31]. Таким образом, наличие отталкивающего кулоновского потенциала не влияет на связь знаков $\delta_{\lambda,a}(k)$ и V(r) в случае, когда потенциал V(r) оказывает слабое действие на рассеиваемую волну. Соотношения (57) и (58) позволяют также оценить парциальный вклад полюсов S-матрицы в поведение $\delta_{\lambda,a}(k)$ и V(r).

3) Установим теперь связь между знаками вещественного потенциала V(r) и фазы $\delta_{\lambda,k}(a)$. В этом случае на основании (47)

$$\delta_{\lambda,k}(a) = -i \ln \prod_{\nu} \frac{a - a_{\nu}}{a - a_{\nu}}.$$

Тогда

$$\delta_{\lambda,k}(a) = 2 \sum_{\nu} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} a_{\nu}}{a - \operatorname{Re} a_{\nu}},$$

$$\frac{d\delta_{\lambda,k}(a)}{da} = -2 \sum_{\nu} \frac{\operatorname{Im} a_{\nu}}{(a - \operatorname{Re} a_{\nu})^{2} + \operatorname{Im}^{2} a_{\nu}}.$$
(61)

Из (48), (49) и (56) следует

$$V(r) = \sum_{\nu} V_{\nu}(r), V_{\nu}(r) = -\frac{2}{\sqrt{r}} \frac{d}{dr} \left(\sqrt{r} \frac{d}{dr} \ln Y_{\nu\nu^*}(\lambda, k, r) \right).$$
(62)

Функции $Y_{\nu\nu^*}(\lambda, k, r)$, согласно (5) и (49), удовлетворяют условиям

$$\lim_{r \to \infty} Y_{\nu\nu^*}(\lambda, k, r) \exp\left(\frac{\operatorname{Im} a_{\nu}}{k} \ln 2kr\right) = \frac{kC}{\operatorname{Im} a_{\nu}}.$$
 (63)

Поэтому, в соответствии с (62) и (63),

$$\lim_{r \to \infty} V(r)r^2 = -\frac{\sum_{\nu} \operatorname{Im} a_{\nu}}{k}.$$
(64)

Полученное выражение указывает на то, что притягивающему при больших значениях r потенциалу соответствуют полюсы S-матрицы, расположенные в верхней a-полуплоскости, которые на основании (61) описывают возрастание фазы при $a \to 0$. При этом формулы (61) и (62) позволяют оценить парциальный вклад полюсов S-матрицы в поведение $\delta_{\lambda,k}(a)$ и V(r).

Итак, на основании полученных результатов можно сделать следующие выводы. Во-первых, знак потенциала при $r \to \infty$ (когда V(r) оказывает слабое действие на рассеиваемую частицу) совпадает со знаками $\frac{d\delta_{k,a}(\lambda)}{d\lambda}$, $\frac{d\delta_{\lambda,k}(a)}{da}$ и противоположен знаку $\frac{d\delta_{\lambda,a}(k)}{dk}$. Во-вторых, если *S*-матрица содержит резонансный полюс на комплексной плоскости переменного параметра (вещественная часть полюса близка к резонансному физическому значению параметра, а его мнимая часть мала), то последний оказывает существенное влияние на поведение фазы рассеяния и потенциала. Действительно, в случае резонансного полюса при $\nu = r$ из (51), (57) и (61) следует

$$\frac{d\delta_{k,a}(\lambda)}{d\lambda}\bigg|_{\lambda\approx\operatorname{Re}\lambda_{r}}\approx-\frac{1}{\operatorname{Im}\lambda_{r}},\quad\operatorname{Im}\lambda_{r}\geq0,$$
$$\frac{d\delta_{\lambda,a}(k)}{dk}\bigg|_{k\approx\operatorname{Re}k_{r}}\approx-\frac{1}{\operatorname{Im}k_{r}},\quad\operatorname{Im}k_{r}\leq0,$$
$$\frac{d\delta_{\lambda,k}(a)}{da}\bigg|_{a\approx\operatorname{Re}a_{r}}\approx-\frac{2}{\operatorname{Im}a_{r}},\quad\operatorname{Im}a_{r}\geq0,$$

то есть полюс обусловливает более резкое изменение фазы вблизи резонансного физического значения переменного параметра. Формулы (55), (60) и (64) указывают на то, что резонансный полюс приводит также к более быстрому «затуханию» потенциала V(r) при $r \to \infty$.

Изложенные выводы находят свое подтверждение в расчетах, проведенных на конкретных ядерных моделях при решении обратной задачи в комплексных λ -, k- и a-плоскостях [32–35]. Таким образом, по поведению известных из фазового анализа «ядерных» фазовых сдвигов при малых значениях переменного спектрального параметра λ , k или a можно, не решая непосредственно однопараметрическую обратную задачу, сделать определенные выводы о знаке потенциала V(r) и характере его убывания при больших значениях r.

3. СВЯЗЬ МЕЖДУ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИМИ ЗАДАЧАМИ ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

В случае взаимодействия незаряженных частиц связь между задачей при k = const и задачей при $\lambda = 1/2$ (s-рассеяние) рассмотрена в [4] с целью исследования аналитических свойств матрицы рассеяния в комплексной λ -плоскости. В дальнейшем под однопараметрической обратной задачей квантовой теории рассеяния будем понимать задачу, в которой исходные данные рассеяния определены для всех физических значений одного из спектральных параметров УШ при фиксированных значениях остальных параметров. Как отмечено ранее, полюсу S-матрицы на комплексной плоскости какого-либо параметра (λ , k или a) при физических значениях остальных двух параметров можно сопоставить полюс на комплексной плоскости любого другого параметра при физических значениях оставшихся параметров. Следовательно, квантовое состояние системы (например, резонанс) оказывается инвариантным по отношению к способу его описания с помощью полюса S-матрицы на комплексной λ -, k- или a-плоскости. Поэтому в результате преобразования спектральных параметров, аргумента и граничных условий решений УШ можно установить связь между однопараметрическими задачами теории потенциального рассеяния заряженных частиц.

В данном разделе ставится цель найти с помощью преобразований аналогии между однопараметрическими задачами, которая может быть использована, например, при установлении аналитических свойств *S*-матрицы по любому спектральному параметру λ , k или a при известных ее свойствах для одного из этих параметров, а также при решении однопараметрической обратной задачи рассеяния. Изложенные в этом разделе результаты опубликованы в работах [36–38].

Обозначим в УШ аргумент по переменным k, λ и a, соответственно, через x, r и ρ . Тогда однопараметрическое УШ можно представить в виде

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{\lambda^2 - 1/4}{x^2} - \frac{a}{x} - V_{\lambda,a}(x)\right) y(\lambda, k, a, x) = -k^2 y(\lambda, k, a, x), \quad (65)$$

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{a}{r} - V_{k,a}(r)\right) u(\lambda, k, a, r) = \frac{\lambda^2 - 1/4}{r^2} u(\lambda, k, a, r),$$
(66)

$$\left(\frac{d^2}{d\rho^2} + k^2 - \frac{\lambda^2 - 1/4}{\rho^2} - V_{k,\lambda}(\rho)\right)\psi(\lambda,k,a,\rho) = \frac{a}{\rho}\psi(\lambda,k,a,\rho), \quad (67)$$

где функци
и $y\left(\lambda,k,a,x\right),\;u\left(\lambda,k,a,r\right)$ и $\psi\left(\lambda,k,a,\rho\right)$ удовлетворяют граничным условиям

$$\lim_{z \to 0} \varphi(\lambda, k, a, z) z^{-\lambda - 1/z} = 1 \quad (\varphi = y, u, \psi \quad \text{or} \quad z = x, r, \rho).$$
(68)

Нижние индексы потенциала V(z), удовлетворяющего условию

$$\int_{0}^{\infty} z |V(z)| \, \exp{(\alpha z)} dz < \infty, \quad \alpha > 0,$$

указывают на его зависимость от физических значений фиксированных параметров.

3.1. Связь между задачами для переменных k и λ . Найдем связь между уравнениями (65) и (66). Для этого произведем в (66) замену переменных

$$r = \exp x, \ u(\lambda, k, a, r) = \exp(x/2)U(\lambda, k, a, x).$$
(69)

На основании (66), (68) и (69) получим

$$\left\{\frac{d^2}{dx^2} + \exp\left(2x\right)[k^2 - a\,\exp\left(-x\right) - V_{k,a}(\exp\,x)]\right\}U(\lambda, k, a, x) =$$
$$= \lambda^2 U(\lambda, k, a, x), \quad \lim_{x \to -\infty} U(\lambda, k, a, x)\,\exp\left(-\lambda x\right) = 1. \tag{70}$$

Если в уравнении (70) положить k = 0 и осуществить замену переменного спектрального параметра λ^2 на $-k^2$, то (70) станет аналогом уравнения (65) для случая *s*-рассеяния ($\lambda = 1/2$). Следовательно, задача при k = 0 и a = const аналогична задаче при $\lambda = 1/2$ и a = const с переменной $i\lambda$ вместо k и аргументом $\ln r$. Соответственно граничное условие (68) при $r \to 0$ переходит в граничное условие (70) при $x \to -\infty$. Указанная аналогия задач для переменных k и λ при a = 0 рассмотрена в [4, 6].

Связь между однопараметрическими уравнениями (65) и (66) можно установить также с помощью метода обратной задачи. Для этого воспользуемся, например, обобщенным алгебраическим вариантом обратной задачи с линейной взаимозависимостью спектральных параметров k^2 , λ^2 и *а* в исходных данных рассеяния [26]. На основании (32) и (35) соответствующие потенциалы для уравнений (65)–(67) имеют вид

$$V_{\lambda,a}\left(x\right) = -2\frac{d^2}{dx^2} \ln \left|X_{\nu\mu}\left(\lambda, a, x\right)\right|,\tag{71}$$

$$V_{k,a}(r) = -\frac{2}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d}{dr}\ln|X_{\nu\mu}(k,a,r)|\right),\tag{72}$$

988 ПОПУШОЙ М.Н., ПОПЛАВСКИЙ И.В.

$$V_{k,\lambda}\left(\rho\right) = -\frac{2}{\sqrt{\rho}}\frac{d}{d\rho}\left(\sqrt{\rho}\frac{d}{d\rho}\ln\left|X_{\nu\mu}\left(\lambda,k,\rho\right)\right|\right),\tag{73}$$

где функции $X_{\nu\mu}(\lambda, a, x), X_{\nu\mu}(k, a, r)$ и $X_{\nu\mu}(\lambda, k, \rho)$ выражаются через свободные регулярное и йостовское решения уравнений (65)–(67).

Если в (72) произвести замены аргумента $r = \exp x$ и спектрального параметра k на $i\lambda$, то получим

$$\exp(2x) V_{i\lambda,a}(\exp x) = -2\frac{d^2}{dx^2} \ln |X_{\nu\mu}(i\lambda, a, \exp x)|.$$
(74)

Видно, что потенциал (74) аналогичен потенциалу (71). Это естественно, так как потенциал (74) соответствует решению обратной задачи для уравнения (70), аналогичного уравнению (65) для случая $\lambda = 1/2$. Таким образом, обратная задача в комплексной *k*-плоскости для случая *s*-рассеяния заряженных частиц аналогична обратной задаче в комплексной λ -плоскости с аргументом $\exp x$ и переменной $-k^2$.

Если в (65) осуществить преобразование

$$x = \ln r, \quad y(1/2, k, a, x) = \exp\left(-\ln r/2\right)Y(1/2, k, a, r)$$
(75)

и замену параметра k^2 на $-\lambda^2$, то получим уравнение

$$\left\{\frac{d^2}{dr^2} - \frac{1}{r^2} \left[\frac{a}{\ln r} + V_a(\ln r)\right]\right\} Y(1/2, i\lambda, a, r) = \frac{\lambda^2 - 1/4}{r^2} Y(1/2, i\lambda, a, r)$$

с граничным условием

$$\lim_{r \to 1} Y(1/2, i\lambda, a, r)(\ln r)^{-1} \exp(-\ln r/2) = 1,$$

которое аналогично уравнению (66) при k = 0. Эта аналогия обусловлена тем, что преобразование (75) является обратным по отношению к преобразованию (69).

3.2. Связь между задачами для переменных k и a. Установим связь между уравнениями (65) и (67). Для этого произведем в (67) замену переменных:

$$\rho = x^2, \quad \psi(\lambda, k, a, \rho) = \sqrt{x} \Psi(\lambda, k, a, x).$$
(76)

Согласно (67), (68) и (76) найдем

$$\left\{\frac{d^2}{dx^2} + 4x^2 \left[k^2 - \frac{\lambda^2 - 1/4}{x^4} - V_{k,\lambda}(x^2)\right]\right\} \Psi(\lambda, k, a, x) = 4a\Psi(\lambda, k, a, x),$$
$$\lim_{x \to 0} \Psi(\lambda, k, a, x)x^{-2(\lambda + 1/4)} = 1.$$
(77)

Если в (77) положить k = 0 и заменить параметр a на $-k^2/4$, то уравнение (77) будет аналогично уравнению (65) для случая рассеяния незаряженных частиц (a = 0). Следовательно, задача при $\lambda = \text{const}$ и a = 0 аналогична задаче при k = 0 и $\lambda = \text{const}$ с переменной $-k^2/4$ вместо a и аргументом x^2 вместо ρ . При этом граничное условие (68) при $\rho \to 0$ переходит в граничное условие (77) при $x \to 0$.

Связь между уравнениями (65) и (67) можно установить также на основе метода обратной задачи. Действительно, если в (73) осуществить замену (76) для аргумента ρ , а также замену спектрального параметра k на $2i\sqrt{a}$, то получим

$$4x^2 V_{2i\sqrt{a},\lambda}\left(x^2\right) = -2\frac{d^2}{dx^2} \ln\left|X_{\nu\mu}\left(\lambda, 2i\sqrt{a}, x^2\right)\right|.$$
(78)

Видно, что потенциал (78), являющийся решением обратной задачи для уравнения (77), аналогичен потенциалу (71). Таким образом, обратная задача в комплексной k-плоскости для случая рассеяния парциальной волны без учета кулоновского поля (a = 0) аналогична обратной задаче в комплексной a-плоскости с аргументом x^2 и переменной $-k^2$.

Если в уравнении (65) осуществить замену переменных

$$x = \pm \sqrt{\rho}, \quad y(\lambda, k, 0, x) = \rho^{-1/4} Y(\lambda, k, 0, \rho)$$
(79)

и параметра k^2 на -4a, то получим уравнение

$$\left\{\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{1}{4\rho} \left[\frac{1-\lambda^2}{\rho} - V_{\lambda}\left(\pm\sqrt{\rho}\right)\right]\right\} Y\left(\lambda, 2i\sqrt{a}, 0, \rho\right) = \frac{a}{\rho}Y\left(\lambda, 2i\sqrt{a}, 0, \rho\right)$$

с граничным условием

$$\lim_{\rho \to 0} Y\left(\lambda, 2i\sqrt{a}, 0, \rho\right) \rho^{-(\lambda+1)/2} = 1,$$

которое аналогично уравнению (67) при k = 0. Такая аналогия связана с тем, что преобразование (79) является обратным по отношению к преобразованию (76).

3.3. Связь между задачами для переменных λ и *а.* Установим связь между уравнениями (66) и (67). Для этого произведем в (66) замену переменных

$$r = \exp\left(\sqrt{-\rho}\right), \quad u(\lambda, k, a, r) = \rho^{-1/4} \exp\left(\sqrt{\rho}/2\right) U(\lambda, k, a, \rho).$$
(80)

На основании (66), (68) и (80) найдем

$$\begin{cases} \frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{3}{16\rho^2} + \frac{\exp\left(-2\sqrt{\rho}\right)}{4\rho} \left[k^2 - a\,\exp\left(\sqrt{\rho}\right) - V_{k,a}(\exp\left(-\sqrt{\rho}\right))\right] \end{cases} U(\lambda, k, a, \rho) = \frac{\lambda^2}{4\rho} U(\lambda, k, a, \rho), \tag{81}$$
$$\lim_{\rho \to \infty} U(\lambda, k, a, \rho) \rho^{1/4} \exp\left(\lambda\sqrt{\rho}\right) = 1.$$

Если в уравнении (81) положить a = 0 и осуществить замену переменного параметра λ^2 на 4a, то (81) станет аналогичным уравнению (67) для случая *s*-рассеяния. Следовательно, задача при k = const и $\lambda = 1/2$ аналогична задаче при k = const и a = 0 с переменной 4a вместо λ^2 и аргументом $\exp(-\sqrt{\rho})$ вместо r. При этом граничное условие (68) при $r \to 0$ переходит в граничное условие (81) при $\rho \to \infty$.

Преобразование уравнения (67) с помощью формул

$$\rho = \ln^2 r, \quad \psi(1/2, k, a, \rho) = \sqrt{\ln r} \exp\left(-\ln r/2\right) \Psi(1/2, k, a, r) \tag{82}$$

(обратное преобразованию (80)) с последующей заменой параметра a на $\lambda^2/4$ приводит к уравнению

$$\left\{\frac{d^2}{dr^2} + \frac{4\ln^2 r}{r^2} \left[k^2 - \frac{3}{16\ln^4 r} - V_k(\ln^2 r)\right]\right\} \times \\ \times \Psi(1/2, k, \lambda^2/4, r) = \frac{\lambda^2 - 1/4}{r^2} \Psi(1/2, k, \lambda^2/4, r),$$
$$\lim_{r \to 1} \Psi(1/2, k, \lambda^2/4)(\ln r)^{-3/2} \exp\left(-\ln r/2\right) = 1,$$

аналогичному уравнению (66) при a = 0.

С помощью преобразования (80) и замены переменного параметра λ^2 на 4a потенциал (72) можно представить в виде

$$\frac{\exp\left(-2\sqrt{\rho}\right)}{4\rho}V_{k,\lambda^{2}/4}(\exp\left(-\sqrt{\rho}\right)) = \\ = -\frac{2}{\sqrt{\rho}}\frac{d}{d\rho}\left(\sqrt{\rho}\frac{d}{d\rho}\ln\left|X_{\nu\mu}(k,\lambda^{2}/4,\exp\left(-\sqrt{\rho}\right))\right|\right).$$
(83)

Выражение (83) для потенциала, являющегося решением уравнения (81), аналогично выражению (73) для потенциала, являющегося решением уравнения (67) для случая *s*-рассеяния ($\lambda = 1/2$).



Рис. 1. Прямые (*a*) и обратные (*б*) преобразования, устанавливающие связь между однопараметрическими задачами

На рисунке представлена схема прямых (*a*) и обратных (δ) преобразований однопараметрических задач. В вершинах отмечены переменные спектральные параметры и аргументы УШ (65)–(67). Стрелки указывают направление преобразований спектральных параметров и соответствующих решений при переходе от одной задачи к другой. Отметим, что значение параметра λ , k или a, в сторону которого осуществляется преобразование однопараметрического УШ, не обязательно следует полагать равным нулю (см. рисунок), если под потенциалом преобразованного УШ понимать соответствующий потенциал плюс слагаемое, содержащее данный спектральный параметр.

Найденная связь между однопараметрическими задачами может быть использована: а) при установлении аналитических свойств матрицы рассеяния по любому спектральному параметру λ , k или a, если известны ее свойства для одного из этих параметров; б) при решении однопараметрической обратной задачи. В такой задаче при отсутствии состояний описываемой квантовой системы источником информации служит определяемый с помощью фазового анализа «ядерный» фазовый сдвиг при различных значениях переменного параметра. Пусть, например, известны фазы $\delta_{\lambda,k}(a_j)$ рассеяния заряженной частицы на изобарическом мультиплете. В этом случае приведенная масса системы примерно постоянна, потенциал $V_{\lambda,k}(\rho)$ уравнения (67) в соответствии с принципом изотопической инвариантности ядерных сил одинаков. Если решить такую обратную задачу, то путем преобразований параметра a, аргумента ρ и соответствующих решений (76) и (82) можно установить потенциал и данные рассеяния (фазовые сдвиги) для остальных двух способов реализации квантовых состояний системы с тем же значением приведенной массы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В традиционных постановках обратной задачи квантовой теории рассеяния обычно по экспериментальным данным при фиксированных физических значениях орбитального момента или энергии восстанавливают потенциал взаимодействия между двумя фиксированными нейтральными или заряженными частицами. В обзоре сформулированы нетрадиционные постановки обратной задачи, в результате решения которых получен потенциал взаимодействия между заряженной частицей и группой заряженных частиц или между двумя группами заряженных частиц с примерно одинаковой приведенной массой. Именно в этом заключается новизна представленных в работе результатов. Как показано выше, обратные задачи в нетрадиционных постановках имеют ясный физический смысл. В этом случае речь идет о построении потенциала взаимодействия между реальными физическими объектами: между заряженным кластером и изобарическим мультиплетом или между двумя изобарическими мультиплетами. Поэтому сделанные в работе выводы значительно расширяют совокупность объектов, потенциал взаимодействия между которыми может быть определен методом обратной задачи.

В обзоре реализована оригинальная идея обобщенного подхода к решению обратной задачи с линейной взаимозависимостью переменных параметров УШ в исходных данных рассеяния. На основе выражений для матрицы рассеяния и восстановленного потенциала исследовано влияние знака потенциала на расположение полюсов *S*-матрицы в комплексной плоскости переменного параметра и поведение фазы рассеяния, а также установлена связь между однопараметрическими прямыми и обратными задачами. Все это приводит к выводу о том, что полученные здесь результаты представляют собой существенный вклад в развитие квантовой теории рассеяния заряженных частиц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Агранович З.С., Марченко В.А.* Обратная задача теории рассеяния. Харьков: Изд-во ХГУ, 1960.
- 2. Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц. М.: Мир, 1969.
- 3. *Марченко В.А.* Спектральная теория операторов Штурма–Лиувилля. Киев: Наукова думка, 1972.
- 4. Ситенко А.Г. Теория рассеяния. Киев: Вища школа, 1975.
- 5. Марченко В.А. Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения. Киев: Наукова думка, 1977.
- 6. Шадан К., Сабатье П. Обратные задачи в квантовой теории рассеяния. М.: Мир, 1980.
- 7. Ментковский Ю.Л. Частица в ядерно-кулоновском поле. М.: Энергоатомиздат, 1982.
- 8. Левитан Б.М. Обратные задачи Штурма-Лиувилля. М.: Наука, 1984.
- 9. Захарьев Б.Н., Сузько А.А. Потенциалы и квантовое рассеяние. М.: Энергоатомиздат, 1985.
- 10. Захарьев Б.Н. Уроки квантовой интуиции. Дубна: ОИЯИ, 1996.
- 11. Theis R.V. // Z. für Naturforch. 1956. Bd. 11. № 11. S. 889.
- 12. Маляров В.В., Поплавский И.В., Попушой М.Н. // ЖЭТФ. 1975. Т. 68. Вып. 2. С. 432.
- 13. Захарьев Б.Н., Рудяк Б.В. Препринт ОИЯИ Р4-84-759. Дубна, 1984.
- 14. Поплавский И.В. // ЭЧАЯ. 1996. Т. 27. Вып. 4. С. 1099.
- 15. Carter J.R. et al. // Nucl. Phys. B. 1973. V. 58. No. 2. P. 378.
- 16. MacGregor M.H. et al. // Phys. Rev. 1969. V. 182. No.5. P. 1714.
- 17. Попушой М.Н. // Укр. физ. журн. 1984. Т. 29. № 1. С. 24.
- 18. Попушой М.Н. // ТМФ. 1985. Т. 63. № 3. С. 340.
- 19. Поплавский И.В., Шиян А.А. // ЯФ. 1986. Т. 44. Вып.4. С. 952.
- 20. Попушой М.Н. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1991. Т. 55. № 1. С. 109.
- 21. Богданов И.В., Демков Ю.Н. // ЖЭТФ. 1982. Т. 82. Вып. 6. С. 1798.
- 22. Абрамов Д.И. // ТМФ. 1984. Т. 58. № 2. С. 244.
- 23. Поплавский И.В. // ТМФ. 1986. Т. 69. № 3. С. 475.
- 24. Березовой В.П., Пашнев А.И. // ТМФ. 1987. Т. 70. № 1. С. 146.
- 25. Березовой В.П., Пашнев А.И. // ТМФ. 1988. Т. 74. № 3. С. 392.
- 26. Попушой М.Н. // ТМФ. 1986. Т. 69. № 3. С. 466.
- 27. Попушой М.Н. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1988. Т. 52. № 1. С. 150.
- 28. Попушой М.Н. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1988. Т. 52. № 1. С. 157.
- 29. Попушой М.Н. // Укр. физ. журн. 1988. Т. 33. № 9. С. 1304.
- 30. Маляров В.В., Попушой М.Н. // ЯФ. 1973. Т. 18. Вып. 5. С. 1140.
- 31. Маляров В.В. Основы теории атомного ядра. М.: Наука, 1967.
- 32. Маляров В.В., Поплавский И.В., Попушой М.Н. // ЯФ. 1975. Т. 21. Вып. 5. С. 987.
- 33. Маляров В.В., Поплавский И.В., Попушой М.Н. // ЯФ. 1977. Т. 25. Вып. 1. С.72.
- 34. Lipperhaide R., Fiedelday H. // Z. für Phys. A. 1978. V. 287. No. 1. P. 4.
- 35. Lipperhaide R., Fiedelday H. // Z. für Phys. A. 1981. V. 301. No. 1. P. 8.
- 36. Попушой М.Н. // Изв. вузов. Физика. 1989. Т. 32. № 10. С. 5.
- 37. Попушой М.Н. // Укр. физ. журн. 1989. Т. 34. № 6. С. 823.
- 38. Попушой М.Н. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1989. Т. 53. № 5. С. 976.

РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ, ПОМЕЩЕННЫХ В ВЫПУСКЕ

УДК 539.14

Пространство Фока–Баргманна и классические траектории. Филиппов Г.Ф., Кореннов С.В., Като К., Сычева А.М. Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2001. Т. 32, вып. 4. С. 761.

В последние годы развивается новый подход к теории ядерных реакций, сопровождающихся развалом взаимодействующих подсистем по различным каналам. Этот подход получил название антисимметризованной молекулярной динамики (АМД), а его главная идея состоит в сопоставлении нуклонам волновых пакетов (орбиталей Бринка) и в сведе́нии динамической задачи к таким классическим уравнениям для центров волновых пакетов, которые принимают во внимание эффекты антисимметризации, но не учитывают других квантовых эффектов. В обзоре иллюстрируются основные положения АМД на примере простых ядерных систем, результаты АМД сравниваются с теми, которые дает точное квантово-механическое описание в пространстве Фока–Баргманна, обсуждается область применимости АМД, в том числе и для состояний дискретного спектра, и устанавливается связь классических траекторий АМД и квантовых распределений с представлениями статистической физики. Одновременно предлагается новая интерпретация орбиталей Бринка и построенных на этих орбиталях детерминантов Слейтера как собственных функций оператора координаты, определенного в пространстве Фока–Баргманна.

Ил. 12. Библиогр.: 22.

УДК 539.172.2/.3

Альфа-частичное фоторасщепление легких ядер ¹²С и ¹⁶О. *Кириченко В.В.* Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2001. Т. 32, вып. 4. С. 803.

Обзор посвящен экспериментам по изучению реакций ¹²С(γ ,3 α) и ¹⁶О (γ ,4 α), выполненным в ННЦ ХФТИ на пучке линейно-поляризованных γ -квантов от линейного ускорителя электронов ЛУЭ-2000 с помощью фотоэмульсий. Основное внимание уделено анализу распределений по относительной энергии пар α -частиц в конечном состоянии реакций, распределений по углу их разлета и распределений по энергии возбуждения промежуточных ядер. Кроме того, анализируются угловые распределения α -частиц и энергетическая зависимость Σ -асимметрии выхода α -частиц в случае двухчастичных каналов реакций.

Табл. 1. Ил. 17. Библиогр.: 46.

УДК 533.951

Разделение изотопов в плазме методом ионно-циклотронного резонанса. Дубинов А.Е., Корнилова И.Ю., Селемир В.Д. Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2001. Т. 32, вып. 4. С. 828.

Рассматривается современное состояние исследований по разделению изотопов в плазме с помощью селективного нагрева в режиме ионно-циклотронного резонанса (ИЦР). Особое внимание уделяется необходимым условиям селективности нагрева, методам создания плазмы в установках ИЦР-разделения изотопов, выбору антенных систем для нагрева и принципам отбора более нагретой компоненты. Приведены экспериментальные результаты, полученные при разделении различных смесей изотопов.

Ил. 8. Библиогр.: 41.

УДК 539.27

Нейтронные исследования магнитных свойств кристаллических веществ с использованием импульсного магнитного поля. *Нити В.В.* Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2001. Т. 32, вып. 4. С. 846.

Представлены методические основы нейтронных исследований магнитных свойств кристаллических веществ с использованием импульсного магнитного поля и проведен анализ возможностей применения в этой области различных нейтронных источников. Основные исследования на импульсных реакторах ОИЯИ (ИБР, ИБР-30, ИБР-2) связаны с кинетикой ориентационных фазовых переходов первого рода, индуцированных в монокристаллах (наблюдение процессов трансформации зародышей новой фазы, обнаружение и изучение динамического гистерезиса), а также с измерением антиферромагнитного упорядочения, индуцированного внешним магнитным полем. На нейтронном источнике в КЕК (Япония), работающем на основе протонного ускорителя, изучались магнитные фазовые переходы, индуцированные полем до 160 кЭ в нескольких магнитоупорядоченных веществах. На реакторе TRIGA (Beна) в режиме одиночных вспышек мощности выполнен эксперимент по наблюдению спин-флоп-перехода в MnF₂.

Табл. 2. Ил. 47. Библиогр.: 86.

УДК 539.12.01

О физическом смысле перенормируемости. *Косяков Б.П.* Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2001. Т. 32, вып. 4. С. 909.

Дано физическое истолкование условия перенормируемости. Показано, что перенормируемые квантовые теории поля описывают такие системы, для которых тенденция к коллапсу, связанная с вакуумными флуктуациями взаимодействия, подавляется вакуумными флуктуациями кинетической энергии. Из классификации топологических типов эволюции частиц и анализа задачи о падении на центр получен общий критерий предотвратимости коллапса, согласно которому гамильтониан должен быть ограничен снизу. Голографический принцип используется для объяснения природы аномалий и уточнения связи между перенормируемостью и обратимостью во времени.

Табл. 1. Ил. 4. Библиогр.: 67.

УДК 539.1.074.4

Микроскопическая природа излучения, лежащего в основе эффекта Вавилова–Черенкова. *Тяпкин А.А.* Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2001. Т. 32, вып. 4. С. 947.

Обсуждается проблема установления микроскопической природы индуцированного когерентного излучения атомов среды, возникающего под действием проходящей заряженной частицы. Это когерентное излучение в оптически прозрачной среде становится наблюдаемым при условии, когда фазовая скорость его распространения оказывается меньше скорости движения заряженной частицы. Оно приводит к хорошо известному макроскопическому процессу возникновения направленного излучения Вавилова–Черенкова. Излагается история выяснения физической природы этого излучения атомов, лежащего в основе эффекта Вавилова–Черенкова.

Библиогр.: 31.

УДК 539.17

Алгебраический метод решения обратной задачи рассеяния в нетрадиционных постановках. Попушой М.Н., Поплавский И.В. Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2001. Т. 32, вып. 4. С. 964.

Последовательно изложен алгебраический метод решения обратной задачи в нетрадиционных постановках, в рамках которого исследованы некоторые проблемы квантовой теории рассеяния заряженных частиц.

Ил. 1. Библиогр.: 38.

СОДЕРЖАНИЕ

Филиппов Г.Ф., Кореннов С.В., Като К., Сычева А.М. Пространство Фока–Баргманна и классические траектории
Кириченко В.В. Альфа-частичное фоторасщепление легких ядер ¹² С и ¹⁶ О
Дубинов А.Е., Корнилова И.Ю., Селемир В.Д. Разделение изотопов в плазме методом ионно-циклотронного резонанса
Нитц В.В. Нейтронные исследования магнитных свойств кристаллических веществ с использованием импульсного магнитного поля
Косяков Б.П. О физическом смысле перенормируемости
<i>Тяпкин А.А.</i> Микроскопическая природа излучения, лежащего в основе эффекта Вавилова–Черенкова947
Попушой М.Н., Поплавский И.В. Алгебраический метод решения обратной задачи рассеяния в нетрадиционных постановках964

CONTENTS

Filippov G.F., Korennov S.V., Kato K., Sytcheva A.M. Fock–Bargmann Space and Classical Trajectories
<i>Kirichenko V.V.</i> Alpha-Particle Photodisintegration of Light Nuclei ¹² C and ¹⁶ O803
Dubinov A.E., Kornilova I.Yu., Selemir V.D. Isotope Separation in Plasma by Ion-Cyclotron Resonance Method828

Nietz V.V.
Neutron Investigations of Magnetic Properties
of Crystal Substances with Use of a Pulsed Magnetic Field
Kosyakov B.P.
On the Physical Sense of Renormalizability
Tyapkin A.A.
Microscopic Nature of Some Radiation
in the Basis of Vavilov–Cherenkov Effect
Popushoy M.N., Poplavsky I.V.
The Algebraic Method of the Scattering Inverse Problem Solution
under Untraditional Statements

Редакторы **Е.К.Аксенова, Э.В.Ивашкевич** Корректор **Т.Е.Попеко**

Сдано в набор 27.02.2001. Подписано в печать 13.05.2001. Формат 60 90/16 Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Усл. печ. л. 13,5. Уч.-изд. л. 18,45 Тираж 400. Заказ 52706. Цена 15 р.

141980 Дубна Московской области ОИЯИ, Издательский отдел; e-mail: publish@pds.jinr.dubna.su

ISSN 0367—2026. Физика элементарных частиц и атомного ядра 2001. Том 32. Вып.4. 757—1000.

УДК 539.14

ПРОСТРАНСТВО ФОКА–БАРГМАННА И КЛАССИЧЕСКИЕ ТРАЕКТОРИИ Г.Ф.Филиппов, С.В.Кореннов

Институт теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова, Киев, Украина

K.Kamo

Университет Хоккайдо, Саппоро, Япония

А.М.Сычева

Национальный университет им. Т.Шевченко, Киев, Украина

ВВЕДЕНИЕ	761
ПРОСТРАНСТВО ФОКА–БАРГМАННА	763
Орбитали Блоха–Бринка	763
Интеграл перекрытия и матрица плотности	764
Трехмерный осциллятор	768
Два трехмерных осциллятора	769
Эффект антисимметризации	770
Система трех одномерных фермионов	774
То же, но трехмерный случай	776
ФАЗОВЫЕ ТРАЕКТОРИИ	777
Одномерные движения	777
Свободное движение триплетной пары фермионов	779
Синглетная пара	780
УЧЕТ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФЕРМИОНОВ	782
Решение квантового волнового уравнения	782
Обсуждение решений	787
Фазовые траектории для потенциала (60)	788
О проектировании в рамках АМД	789
Влияние принципа Паули на функцию Гамильтона	791
АМД и метод резонирующих групп	793
РАСПЛЫВАНИЕ ВОЛНОВОГО ПАКЕТА	794
Волновой пакет радиальных колебаний	795

Фазовые траектории для радиальной моды	796
Расплывание волнового пакета Блоха–Бринка	798
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	800
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	801

УДК 539.172.2/3

АЛЬФА-ЧАСТИЧНОЕ ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЕ ЛЕГКИХ ЯДЕР $^{12}\mathrm{C}$ И $^{16}\mathrm{O}$

В.В.Кириченко

Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт», Харьков, Украина

ВВЕДЕНИЕ	803
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕТОДИКА	806
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ Энергетические корреляции и распределения по средней	808
энергии частиц	808
Распределения по углу разлета Распределения по энергии возбуждения промежуточных	812
ядер	815
Угловые распределения $lpha$ -частиц Энергетическая зависимость Σ -асимметрии выхода $lpha$ -	819
частиц	824
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	825
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	826

УДК 533.951

ISOTOPE SEPARATION IN PLASMA BY ION-CYCLOTRON RESONANCE METHOD A.E.Dubinov,* I.Yu.Kornilova, V.D.Selemir

Russian Federal Nuclear Centre – All-Russian Research Institute of Experimental Physics, 607190 Sarov, Russia

REFERENCES

844

^{*}E-mail: dubinov@ntc.vniief.ru

УДК 539.27

НЕЙТРОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ВЕЩЕСТВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИМПУЛЬСНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ *В.В.Нит*и

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НЕЙТРОННЫХ ИССЛЕДОВА- НИЙ С ИМПУЛЬСНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ	846
МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА $lpha-{ m Fe_2O_3}$ И ${ m Cr_2O_3}$ И ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ, ИНДУЦИРОВАННЫЕ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ	857
НЕКОТОРЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ НА ИБР	867
РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ НА ЗАРОДЫШАХ НОВОЙ ФАЗЫ ПРИ ФАЗОВОМ ПЕРЕХОДЕ ПЕРВОГО РОДА	869
Физические основания. Наблюдение дифракции на зародышах новой фазы при	869
индуцированном фазовом переходе в гематите.	873
ДИНАМИЧЕСКИИ ГИСТЕРЕЗИС ПРИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХО- ДАХ, ИНДУЦИРОВАННЫХ ИМПУЛЬСНЫМ ПОЛЕМ	886
Спин-флоп переход [20,21]. Фазорый переход в сематите в маснитном поле, перпен-	887
дикулярном ромбоздрической оси.	894
АНТИФЕРРОМАГНЕТИЗМ, ИНДУЦИРОВАННЫЙ ВНЕШ- НИМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ В ОРТОФЕРРИТЕ ГОЛЬМИЯ	
[24]	897
ДИФРАКЦИОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ С ИМПУЛЬСНЫМ ПОЛЕМ НА НЕЙТРОННОМ ИСТОЧНИКЕ В КЕК	902
Антиферромагнитное соединение PrCo ₂ Si ₂	903
Кристалл CsCuCl ₃	904
Кристалл DyAg	907
ДИФРАКЦИОННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ С ИМПУЛЬСНЫМ ПО-	
ЛЕМ НА TRIGA-PEAKTOPE [41]	908

2 НИТЦ В.В.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ	909
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	910

УДК 539.12.01

О ФИЗИЧЕСКОМ СМЫСЛЕ ПЕРЕНОРМИРУЕМОСТИ

Б.П.Косяков

Российский федеральный ядерный центр ВНИИЭФ, Саров

ВВЕДЕНИЕ	909
ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ТИПЫ ЭВОЛЮЦИИ	919
ПАДЕНИЕ НА ЦЕНТР	922
ПОДАВЛЯЕМОСТЬ КОЛЛАПСА	924
ПОДОПЛЕКА ПЕРЕНОРМИРУЕМОСТИ	928
ГОЛОГРАФИЧЕСКИЙ ПРИНЦИП И АНОМАЛИИ	930
Конформная аномалия Необратимость Индетерминизм в классическом мире	933 935 939
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	941
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	943

УДК 539.1.074.4

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ, ЛЕЖАЩЕГО В ОСНОВЕ ЭФФЕКТА ВАВИЛОВА-ЧЕРЕНКОВА

А.А.Тяпкин

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ	947
МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ПРИРОДА ИЗМЕНЕНИЯ ЭЛЕКТРО- МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛЬНЫХ СРЕД	953
О НЕЯВНОМ УЧЕТЕ ПЕРВИЧНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ПОЛЯ- РИЗАЦИИ АТОМОВ СРЕДЫ В ПЕРВОЙ ТЕОРИИ ЧЕРЕН- КОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ	955
ОБ ИСТОРИИ ВЫЯСНЕНИЯ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ПРИ- РОДЫ ЧЕРЕНКОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАПАДНЫМИ УЧЕ-	
НЫМИ	959
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	962

УДК 539.17

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ В НЕТРАДИЦИОННЫХ ПОСТАНОВКАХ *М.Н.Попушой, И.В.Поплавский*

Одесская государственная академия строительства и архитектуры, Одесса, Украина

ВВЕДЕНИЕ	964
ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ КУЛОНОВСКОЙ	
КОНСТАНТЫ СВЯЗИ	966
Случай регулярного и одного из йостовских решений сво-	
бодного УШ, выбранных в качестве базисных для модель-	
ного потенциала	967
Случаи иостовских решении свободного уш, выбранных	070
в качестве базисных для модельного потенциала	972
ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА С ЛИНЕИНОИ ЗАВИСИМОСТЬЮ	
ЭНЕРГИИ, КВАДРАТА ОРБИТАЛЬНОГО МОМЕНТА И КУ-	
ЛОНОВСКОИ КОНСТАНТЫ СВЯЗИ В ИСХОДНЫХ ДАННЫХ	
РАССЕЯНИЯ	973
Случаи регулярного и одного из иостовских решении сво-	
оодного уш, выоранных в качестве оазисных для модель-	074
ного потенциала Случай йостовских решений свободного УШ, выбранных	974
в качестве базисных для модельного потенциала Влияние знака потенциала на расположение полюсов S-	981
матрицы и поведение фазы рассеяния	982
СВЯЗЬ МЕЖДУ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИМИ ЗАДАЧАМИ	
ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ	
ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ	986
Связь между задачами для переменных k и λ	987
Связь между задачами для переменных k и a	988
Связь между задачами для переменных λ и a	989
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	992
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	993