

ОПИСАНИЕ КОЛЛЕКТИВНОГО ЯДЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ В РАМКАХ КВАНТОВОГО ДИФФУЗИОННОГО ПОДХОДА

Р. А. Кузякин, В. В. Саргсян, Г. Г. Адамян, Н. В. Антоненко*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ	22
КВАНТОВЫЙ ДИФФУЗИОННЫЙ ПОДХОД	27
Линейная связь по импульсу.	37
Линейная связь по координате.	39
ПРОХОЖДЕНИЕ ЧЕРЕЗ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ БАРЬЕР И РАСПАД МЕТАСТАБИЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ	41
Проницаемость потенциального барьера.	41
Тепловой распад метастабильного состояния.	45
Результаты расчетов.	46
КВАНТОВОЕ ДИФФУЗИОННОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ПОДБАРЬЕРНОГО ЗАХВАТА	54
Реакции со сферическими ядрами.	54
Изотопическая зависимость сечения захвата и среднеква- дратичного углового момента.	65
Реакции с деформированными ядрами.	78
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	102
ПРИЛОЖЕНИЕ	104
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	107

*E-mail: kuzyakin@jinr.ru

ОПИСАНИЕ КОЛЛЕКТИВНОГО ЯДЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ В РАМКАХ КВАНТОВОГО ДИФФУЗИОННОГО ПОДХОДА

Р. А. Кузякин, В. В. Саргсян, Г. Г. Адамян, Н. В. Антоненко*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

На основе микроскопического квантового диффузионного подхода разработан метод расчета проникаемости потенциального барьера и квазистационарной скорости теплового распада метастабильного состояния. Метод используется как в случае только линейной связи по импульсу между коллективной и внутренней подсистемами, так и в более общем случае линейной связи по импульсу и координате. Рассматриваемый подход использован для изучения процесса захвата налетающего ядра ядром-мишенью при энергиях бомбардировки около и ниже кулоновского барьера. Получена аналитическая формула для парциальной вероятности захвата, определяющей сечение образования двойной ядерной системы. Рассчитаны полные и парциальные сечения захвата, средние и среднеквадратичные угловые моменты образованной двойной ядерной системы, астрофизические S -факторы, логарифмические производные, а также распределения барьеров для различных реакций. Исследовано влияние входного канала, изотопического состава и статической деформации взаимодействующих ядер и передачи нейтронов между ядрами на сечение захвата. Полученные результаты для реакций со сферическими и деформированными ядрами находятся в хорошем согласии с имеющимися экспериментальными данными.

Within the microscopic quantum diffusion approach, the method to calculate the probability of passing through the parabolic barrier and the quasistationary thermal decay rate from a metastable state is developed. The method is used both in the limit of linear coupling in the momentum between the collective subsystem and environment and in the more general limit of linear coupling in the momentum and the coordinate. In terms of the considered approach, the capture process of the projectile by the target nucleus is studied at bombarding energies near and below the Coulomb barrier. The analytical expression for partial capture probability which defines the formation cross section of a dinuclear system is derived. The total and partial capture cross sections, mean and mean-square angular momenta of the captured systems, astrophysical S -factors, logarithmic derivatives, and barrier distributions are calculated for various reactions. The effects of entrance channel, isotopic composition, and nuclear deformation of interacting nuclei and neutron

*E-mail: kuzyakin@jinr.ru

transfer between them on capture cross section are studied. The calculated results for the reactions with spherical and deformed nuclei are in a good agreement with available experimental data.

PACS: 25.70.Jj; 24.10.-i; 24.60.-k

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время большое количество экспериментальных и теоретических исследований посвящено изучению процессов слияния ядер и захвата налетающего ядра-снаряда ядром-мишенью при околорбарьерных и глубокоподбарьерных энергиях [1–15]. Сечения этих процессов, измеренные вплоть до глубокоподбарьерной области, несут информацию о характере ядро-ядерного взаимодействия на больших расстояниях. Извлекаемые из эксперимента данные представляют интерес и при решении астрофизических проблем, связанных с ядерным синтезом.

В недавних экспериментах [16–20] обнаружено резкое падение значенй сечения слияния σ при энергиях бомбардировки E_{cm} чуть ниже кулоновского барьера. В представлении астрофизического S -фактора [21] $S = E_{\text{cm}}\sigma \exp(2\pi\eta)$, где $\eta(E_{\text{cm}}) = Z_1 Z_2 e^2 \sqrt{\mu}/(2\hbar^2 E_{\text{cm}})$ — параметр Зоммерфельда, быстрый спад значений сечения соответствует максимуму S -фактора. Указание на такой максимум найдено в работах [17–19]. Тем не менее причина его появления до сих пор обсуждается. Логарифмическая производная $L(E_{\text{cm}}) = d(\ln(\sigma E_{\text{cm}}))/dE_{\text{cm}}$ демонстрирует рост при значениях E_{cm} , соответствующих максимуму S -фактора. Отметим, что при подбарьерных энергиях величина сечения слияния в реакциях с тяжелыми ионами сильно зависит от вероятности захвата налетающего ядра ядром-мишенью, т. е. от вероятности прохождения кулоновского барьера.

Эксперименты [22–24] с реакциями ^{16}O , $^{22}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$ показывают уменьшение скорости падения значений сечения захвата при энергиях около 3–4 МэВ ниже кулоновского барьера. Хотя эти результаты должны быть подтверждены в других экспериментах, они тем не менее не могут быть проигнорированы и заслуживают теоретического анализа. В данной работе показано, что такое поведение сечения захвата может быть связано с короткодействующим характером ядерного взаимодействия. С уменьшением энергии бомбардировки внешняя точка поворота r_{ex} оказывается вне области действия ядерного взаимодействия и трения. С другой стороны, если расстояние между центрами сталкивающихся ядер уменьшается до радиуса действия ядерных сил R_{int} , то в дополнение к кулоновским силам начинают действовать ядерные силы. Таким образом, при $R < R_{\text{int}}$ относительное движение сильнее связано с внутренними степенями свободы. В свою очередь,

при $R > R_{\text{int}}$ относительное движение практически не зависит от внутренних степеней свободы. В зависимости от величины r_{ex} , которая может быть больше или меньше, чем радиус взаимодействия R_{int} , влияние связи с другими степенями свободы на прохождение барьера оказывается различным. Можно предположить, что из-за этого изменения режима взаимодействия ядер скорость падения значений сечения захвата замедляется при глубокоподбарьерных энергиях.

Одной из неотъемлемых составляющих подбарьерных процессов является их квантовая природа. Наряду с этим при рассмотрении ядерных реакций важными факторами, влияющими на наблюдаемые, являются статическая деформация ядер и передача нейтронов [6, 25, 26]. Что касается ядерной деформации, то ее влияние на процессы слияния и захвата экспериментально подтверждено и заключается в следующем: если ядро-мишень вытянуто в основном состоянии, то кулоновский барьер на его кончике меньше, чем на его боковой части, что и приводит к результирующему увеличению вероятности слияния или захвата при подбарьерных энергиях по отношению к барьеру для сферических ядер. Роль передачи нейтронов менее ясна. Связь между вероятностью передачи и усилением слияния впервые была отмечена в работе [27]. Влияние процесса передачи нейтронов с положительными значениями Q на слияние (захват) ядер обусловлено тем, что нейтроны не чувствительны к кулоновскому барьеру, и поэтому они могут передаваться на больших расстояниях, до того, как налетающее ядро будет захвачено ядром-мишенью [28]. Следовательно, можно предположить, что сечение слияния в подбарьерной области будет расти [29–31] вследствие нейтронной передачи. Как предполагалось в работе [32], увеличение продуктов слияния может быть связано с передачей пары нейтронов с положительным значением Q . Однако, как недавно показано в [8], канал передачи двух нейтронов с положительным значением Q слабо влияет на сечение слияния (захвата) в реакции $^{60}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$ при подбарьерных энергиях. Таким образом, исходя из существующих данных, нельзя однозначно определить роль канала передачи нейтронов.

До сих пор изучение слияния (захвата) в основном было сфокусировано на измерении и вычислении функции возбуждения, т. е. зависимости сечения слияния (захвата) от энергии сталкивающихся ядер. Сечение слияния (захвата) является интегральной характеристикой распределения парциального сечения слияния (захвата) по угловому моменту. Так как с различными распределениями по угловому моменту можно получить одинаковые сечения слияния (захвата), то распределение по угловому моменту более чувствительно к основным составляющим модели, чем сечение слияния (захвата) [33]. Например, для многих реакций сечения слияния (захвата) описываются хорошо, но средние угловые моменты не воспроизводятся [34]. Поэтому описание экспериментально измеренных распределений парциальных сечений слияния (захвата) по угловому моменту (или их моментов) является хорошей проверкой

моделей слияния (захвата). Следует отметить, что изучение парциальных сечений важно для лучшего понимания процесса выживаемости составного ядра при формировании испарительных остатков, особенно при больших угловых моментах, когда существенная часть энергии возбуждения закачивается во вращение ядра.

Особый интерес для исследования представляют реакции слияния (захвата), приводящие к одному и тому же составному ядру [35–42]. В реакциях такого типа можно изучить влияние входного канала на сечение слияния (захвата) и другие характеристики процесса. Информация такого рода может быть полезна, например, при проверке моделей слияния (захвата) [35, 38], при выяснении роли квазиделения в асимметричных реакциях [39–42].

Развитию формализма для описания статистического и динамического поведения открытых систем посвящено большое количество работ (см. [43–55]). Данный формализм применяется, в частности, для описания коллективного ядерного движения большой амплитуды, а именно реакций захвата, слияния, квазиделения, многонуклонных передач с тяжелыми ионами и деления ядер [56–74]. В частности, интерес к стохастическим методам в ядерной физике чрезвычайно возрос после открытия реакций глубоконеупругих столкновений тяжелых ионов [73, 74] и в связи с увеличением экспериментально полученной информации по делению [75, 76]. В таких процессах наиболее существенными считаются лишь некоторые коллективные (макроскопические) степени свободы, которые выбираются *a priori* для интерпретации экспериментальных данных. Оценкой качества преобразования от исходных нуклонных переменных к коллективным может служить, кроме макроскопической аналогии, слабость связи коллективных степеней свободы с остальными (внутренними) степенями свободы. Лишь при этом условии имеет смысл выделение коллективного движения [77]. Наиболее часто используемыми коллективными координатами при описании деления и ядерных реакций с тяжелыми ионами при низких энергиях около кулоновского барьера (≤ 10 МэВ/нуклон) являются межцентровое расстояние или относительное удлинение системы, параметр шейки, деформация взаимодействующих ядер, массовая и зарядовая асимметрия. Число явно учитываемых коллективных координат можно уменьшить, принимая во внимание экспериментально установленное различие их характерных времен релаксации.

Таким образом, вышеуказанные ядерные процессы описываются с помощью небольшого числа медленных коллективных степеней свободы, которые взаимодействуют с термостатом, образованным всеми остальными быстрыми одночастичными степенями свободы. Тогда динамика коллективных переменных становится похожей на динамику классической броуновской частицы, так как в каждом акте взаимодействия с одночастичной подсистемой энергия коллективной подсистемы изменяется на относительно малую величину. Динамическим уравнением в такой физической модели является стохастическое

уравнение Ланжевена или физически эквивалентное ему диффузионное уравнение Фоккера–Планка для функции распределения коллективных координат и сопряженных им импульсов. Для решения этих уравнений необходимо знание транспортных коэффициентов: потенциальной энергии, массовых параметров, коэффициентов трения и диффузии. При рассмотрении конкретных ядерных процессов стохастические уравнения и транспортные коэффициенты определяются микроскопически или феноменологически.

Для описания процесса слияния (захвата) атомных ядер обычно используются квантово-механические подходы. Простейший из таких подходов рассматривает процесс прохождения кулоновского барьера в одномерном случае (единственной коллективной переменной является относительное расстояние между сталкивающимися ядрами) [25, 78, 79]. Данная модель используется для описания экспериментально измеренных сечений слияния в околобарьерной области и успешно описывает только реакции с легкими ядрами. Для средних и тяжелых систем наблюдается значительное отличие в подбарьерной области. В работе [80] было предложено описывать экспериментально измеренные сечения слияния посредством введения нулевых колебаний поверхностей взаимодействующих ядер. В рамках данной процедуры было получено хорошее описание экспериментальных данных в подбарьерной области, однако при надбарьерных энергиях модель дает превышение экспериментальных сечений слияния (захвата). Метод связанных каналов также используется для описания процессов захвата и слияния [81–83]. В рамках данного метода учитывается связь относительного движения с различными низколежащими коллективными степенями свободы сталкивающихся ядер (например, связь относительного движения с динамическими квадрупольными и октупольными модами налетающего ядра и ядра-мишени). Подход дает в целом удовлетворительное описание сечений захвата и слияния при подбарьерных и надбарьерных энергиях для различных реакций, однако в глубокоподбарьерной области такого согласия нет [16]. Использование неглубокого ядро-ядерного потенциала с отталкивающим кором [84–86] значительно улучшает согласие между теорией и экспериментом. Кроме связи между коллективными возбуждениями оказывается важен и учет диссипации, которая моделируется затуханием в каждом из каналов [87, 88]. При этом сильно растет число свободных параметров модели. Таким образом, для того чтобы прояснить поведение сечений захвата и слияния при подбарьерных энергиях, необходимо дальнейшее развитие теоретических методов.

Хотя стохастический подход, основанный на диффузионном уравнении Фоккера–Планка, успешно применялся для решения многих задач коллективной ядерной динамики [66, 89–94], предпочтение тем не менее отдается использованию уравнений Ланжевена, поскольку точное решение уравнения Фоккера–Планка ограничено малой размерностью фазового пространства [89, 90] и часто требует использования различных приближений: метода

глобального моментного приближения или редуцированного пропагатора [66]. В то же время уравнения Ланжевена могут быть решены численно без привлечения дополнительных упрощений, в том числе и для многомерного случая. В кинетической теории метод Ланжевена значительно упрощает вычисление неравновесных квантовых и тепловых флуктуаций и обеспечивает ясную картину как марковской, так и немарковской динамики процесса [45–52].

Хотя многие свойства деления и ядерных реакций имеют квантовую природу, во многих исследованиях на основе транспортных моделей квантовые статистические эффекты игнорируются и используется классическое описание, в котором коэффициенты трения и диффузии связаны через классическое флуктуационно-диссипативное соотношение. Например, влияние релаксационных эффектов на временную зависимость ширины деления изучено лишь на основе классических уравнений Фоккера–Планка и Ланжевена [66, 67, 72]. Рассмотрение затухания и флуктуаций в коллективной квантовой системе в основном ограничивалось марковским пределом (мгновенная диссипация, гауссовские дельта-коррелированные флуктуации) и пределом слабой связи или высоких температур. Нелокальность диссипации (эффекты памяти) обычно не принималась во внимание при описании реакций с тяжелыми ионами и деления. До недавнего времени считалось, что процесс деления является марковским: время релаксации одночастичной подсистемы заметно меньше характерного времени коллективного движения. В этом случае коллективное движение подвержено броуновскому белому шуму.

Изучение поведения диссипативной квантовой немарковской системы вне предела слабой связи или высоких температур вызвало большой интерес к точно решаемым моделям [52–54, 95–106]. В этих моделях внутренняя подсистема представляется набором гармонических осцилляторов и взаимодействует с коллективной подсистемой гармонического осциллятора через линейную связь по координате. Плотность осцилляторов и константы связи между внутренней и коллективной подсистемами выбираются такими, чтобы уравнения движения для средних принимали классический вид.

Важной составляющей рассматриваемых процессов является проблема преодоления потенциального барьера как при энергиях выше барьера, так и при подбарьерных энергиях. Данная проблема специфична не только для ядерной, но и для атомной физики. Такие явления, как деление возбужденных атомных ядер, диссоциация молекул, с теоретической точки зрения представляют собой распад возбужденной системы, которая, первоначально находясь в квазистационарном (метастабильном) состоянии, преодолевает потенциальный барьер благодаря тепловым флуктуациям. Подбарьерные процессы играют важную роль, например, в таких процессах, как захват налетающего ядра ядром-мишенью, слияние тяжелых ионов и спонтанное деление атомных ядер. Квантовый флуктуационно-диссипативный (диффузионный) подход позволяет правильно описывать такие процессы [53].

Среди квантовых транспортных уравнений можно отметить феноменологические диффузионные уравнения Линдблада [87, 107–109] и Фоккера–Планка [66, 68, 89–94, 110–117]. Используя уравнение Линдблада, в работах [55] был рассмотрен процесс прохождения потенциального барьера в зависимости от коэффициентов диффузии. Результаты показали, что вероятность туннелирования в открытых квантовых системах сильно зависит от величины связи с термостатом. Диссипация иногда способствует туннелированию, но препятствует прохождению при надбарьерных энергиях. С ростом коэффициента диффузии по координате проницаемость барьера увеличивается, а декогерентность состояний уменьшается.

Таким образом, возможны два взаимосвязанных пути дальнейшего развития теоретических исследований коллективного ядерного движения большой амплитуды: разработка новых теоретических моделей и совершенствование существующих моделей, расширение границ их применимости. Даже в рамках классического описания правильный учет особенностей ядерных реакций может существенно улучшить согласие теории с экспериментальными данными.

Основной целью данной работы является представление формализма для теоретического описания коллективного ядерного движения большой амплитуды в рамках квантового флуктуационно-диссипативного (диффузионного) подхода, учитывающего различные квантово-механические, диссипативные и немарковские эффекты, и описание на его основе экспериментальных данных по ядерным реакциям захвата (слияния). Помимо вышперечисленного в рамках данной работы будет исследована роль квантовых и немарковских эффектов при прохождении потенциального барьера (при образовании двойной ядерной системы и при распаде метастабильного состояния). При рассмотрении теплового распада метастабильного состояния будут изучены переход к марковскому пределу и связь с формулами Крамерса для квазистационарной скорости распада.

В рамках квантового диффузионного подхода исследуется влияние асимметрии входного канала, статической деформации взаимодействующих ядер и передачи нейтронов между ядрами как на сечение захвата, так и на распределение углового момента образованной двойной ядерной системы [56, 65, 68, 73, 118, 119], которое также является важной характеристикой процесса захвата и влияет на угловую анизотропию продуктов деления и квазиделения, происходящего после захвата.

1. КВАНТОВЫЙ ДИФФУЗИОННЫЙ ПОДХОД

Определим микроскопический гамильтониан H полной системы (внутренняя подсистема плюс коллективная подсистема), из которого будем получать квантовые немарковские стохастические уравнения Ланжевена и за-

висящие от времени транспортные коэффициенты для коллективной подсистемы. Для ядерных систем в работах [53, 98, 99, 120] был построен квантовый гамильтониан, зависящий явно от коллективной координаты q , канонически сопряженного коллективного импульса p и внутренних степеней свободы (q_ν, p_ν) :

$$\begin{aligned} H &= H_c + H_b + H_{cb}, \\ H_c &= \frac{p^2}{2\mu} + U(q), \\ H_b &= \sum_\nu \left(\frac{p_\nu^2}{2m_\nu} + \frac{k_\nu q_\nu^2}{2} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Для простоты обозначения опустим знаки операторов. Здесь H_c , H_b и H_{cb} являются гамильтонианами коллективной подсистемы, зависящими от массового параметра μ и потенциальной энергии $U(q) = U_b - \frac{kq^2}{2}$ (где k — модуль коэффициента жесткости перевернутого осциллятора, $U_b = U(q_b)$ — высота барьера, $q_b = 0$ — положение барьера), внутренней подсистемы и взаимодействия коллективного движения с внутренними возбуждениями соответственно. Внутренняя подсистема (термостат) представляет собой набор гармонических осцилляторов с массовыми параметрами m_ν и коэффициентами жесткости k_ν . Гамильтониан взаимодействия H_{cb} в (1) описывает связь коллективного движения с внутренними возбуждениями и является источником появления диссипативных членов в уравнениях для операторов коллективных переменных. Гамильтониан H_{cb} может реализовывать линейную связь трех видов: по координате, по импульсу и смешанную связь. В данном разделе взаимодействие между коллективной и внутренней подсистемами будем задавать в виде линейной связи по импульсу и координате [98]

$$H_{cb} = q \sum_\nu \alpha_\nu q_\nu + p \sum_\nu g_\nu p_\nu + \frac{1}{2} q^2 \sum_\nu \frac{\alpha_\nu^2}{k_\nu} + \frac{1}{2} p^2 \sum_\nu m_\nu g_\nu^2, \quad (2)$$

где g_ν и α_ν — константы связи. При описании взаимодействия ядер при низких энергиях первый член H_{cb} отвечает за воздействие среднего поля каждого из ядер на одночастичное движение в другом ядре, а второй описывает связь тока внутреннего движения с коллективным током. Дополнительные слагаемые в H_{cb} компенсируют перенормировку массового параметра и коэффициента жесткости, возникающую из-за связи коллективной и внутренней подсистем [53, 99, 120]. Гамильтониан взаимодействия может оказывать сильное влияние на динамику коллективной подсистемы, обеспечивая обмен энергией с термостатом, таким образом, позволяя коллективной подсистеме достигать теплового равновесия с термостатом. Когда мы пренебрегаем влиянием коллективной подсистемы на термостат, диссипативные ядра в уравнениях Ланжевена обращаются в нуль и термостат всегда находится в тепловом

равновесии. Для простоты рассмотрим двухмерное коллективное приведенное фазовое пространство. Таким образом, квадратичный гамильтониан (1) допускает точное решение уравнений движения для коллективной подсистемы. Наша цель — вывести и аналитически решить уравнения Ланжевена для операторов p и q .

Используя гамильтониан (1), получаем систему квантовых интегродифференциальных стохастических уравнений для гейзенберговских операторов q и p

$$\begin{aligned}\dot{q}(t) &= \frac{1}{\mu}p(t) + \int_0^t d\tau K_q(t - \tau)\dot{p}(\tau) + F_q(t), \\ \dot{p}(t) &= kq(t) - \int_0^t d\tau K_p(t - \tau)\dot{q}(\tau) + F_p(t)\end{aligned}\tag{3}$$

с диссипативными ядрами

$$\begin{aligned}K_q(t - \tau) &= \sum_{\nu} m_{\nu}g_{\nu}^2 \cos[\omega_{\nu}(t - \tau)], \\ K_p(t - \tau) &= \sum_{\nu} \frac{\alpha_{\nu}^2}{k_{\nu}} \cos[\omega_{\nu}(t - \tau)]\end{aligned}\tag{4}$$

и операторами случайной силы по координате q и импульсу p

$$\begin{aligned}F_q(t) &= \sum_{\nu} g_{\nu} \left[(p_{\nu}(0) + m_{\nu}g_{\nu}p(0)) \cos(\omega_{\nu}t) - \right. \\ &\quad \left. - \left(m_{\nu}\omega_{\nu}q_{\nu}(0) + \frac{\alpha_{\nu}}{\omega_{\nu}}q(0) \right) \sin(\omega_{\nu}t) \right], \\ F_p(t) &= - \sum_{\nu} \alpha_{\nu} \left[\left(q_{\nu}(0) + \frac{\alpha_{\nu}}{k_{\nu}}q(0) \right) \cos(\omega_{\nu}t) + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{p_{\nu}(0)}{m_{\nu}\omega_{\nu}} + \frac{g_{\nu}}{\omega_{\nu}}p(0) \right) \sin(\omega_{\nu}t) \right].\end{aligned}\tag{5}$$

Здесь $\omega_{\nu} = \sqrt{k_{\nu}/m_{\nu}}$. При получении уравнений (3) мы пренебрегли смешанными по q и p диссипативными ядрами. Система уравнений (3) представляет собой систему обобщенных уравнений Ланжевена. Интегральные члены в уравнении движения означают, что система является немарковской и обладает памятью о движении по траектории, предшествующей моменту времени t .

Для упрощения дальнейших расчетов сумму по осцилляторам ν в формулах заменим интегралом по частоте с плотностью состояний термо-

стата ρ_Ω : $\Sigma_\nu \dots \rightarrow \int_0^\infty d\Omega \rho_\Omega \dots$. Рассмотрим следующие спектральные функции [52, 53, 98]:

$$\begin{aligned} \rho_\Omega m_\Omega g_\Omega^2 &= \frac{2g}{\pi} \frac{\gamma^2}{\Omega^2 + \gamma^2}, \\ \rho_\Omega \frac{\alpha_\Omega^2}{k_\Omega} &= \frac{2\alpha}{\pi} \frac{\gamma^2}{\Omega^2 + \gamma^2}, \end{aligned} \quad (6)$$

где g и α — усредненные константы связи между внутренней и коллективной подсистемами, γ^{-1} характеризует время памяти в диссипативном ядре и $\Gamma = \hbar\gamma$ является шириной возбуждений внутренней подсистемы из-за связи с коллективной подсистемой. Это омические (Ohmic) спектральные функции с функцией обрезания Лоренца–Друде [45, 46, 50]. Время релаксации термостата должно быть много меньше, чем характерное время коллективного движения, т. е. $\gamma \gg \sqrt{k/\mu}$.

Используя (4) и (6), для диссипативных ядер и их изображений Лапласа получаем

$$\begin{aligned} K_q(t - \tau) &= g\gamma \exp(-\gamma|t - \tau|), & K_q(s) &= \frac{g\gamma}{s + \gamma}, \\ K_p(t - \tau) &= \alpha\gamma \exp(-\gamma|t - \tau|), & K_p(s) &= \frac{\alpha\gamma}{s + \gamma}. \end{aligned} \quad (7)$$

При мгновенной диссипации, $\gamma \rightarrow \infty$, из (7) следует

$$\begin{aligned} K_q(t - \tau) &= 2g\delta(t - \tau), \\ K_p(t - \tau) &= 2\alpha\delta(t - \tau). \end{aligned} \quad (8)$$

Этот вид диссипативных ядер часто используется для марковских процессов, но может приводить в некоторых случаях к несохранению соотношения неопределенности [55] в начальный момент времени.

После канонического преобразования координат $p'_\nu = p_\nu + g_\nu m_\nu p$ и $q'_\nu = q_\nu + \frac{\alpha_\nu}{k_\nu} q$ выражения (5) принимают вид

$$\begin{aligned} F_q(t) &= \sum_\nu g_\nu [p'_\nu(0) \cos(\omega_\nu t) - q'_\nu(0) m_\nu \omega_\nu \sin(\omega_\nu t)], \\ F_p(t) &= - \sum_\nu \alpha_\nu \left[q'_\nu(0) \cos(\omega_\nu t) + \frac{p'_\nu(0)}{m_\nu \omega_\nu} \sin(\omega_\nu t) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Заметим, что данное преобразование приводит к новому полному гамильтониану, где отсутствует связь между коллективной и внутренней подсистемами.

Усреднения по внутренним степеням свободы проводим с этим гамильтонианом. Тогда операторы случайной силы F_q и F_p имеют нулевые первые моменты

$$\langle\langle F_q(t) \rangle\rangle = \langle\langle F_p(t) \rangle\rangle = 0 \quad (10)$$

и ненулевые вторые моменты. Символ $\langle\langle \dots \rangle\rangle$ обозначает среднее по переменным термостата. Для расчета корреляционных функций флуктуаций используем следующие соотношения для переменных термостата со статистикой Бозе–Эйнштейна:

$$\begin{aligned} \langle\langle q'_{\nu}(0)q'_{\nu'}(0) \rangle\rangle &= \delta_{\nu,\nu'} \frac{\hbar}{2m_{\nu}\omega_{\nu}} \coth\left(\frac{\hbar\omega_{\nu}}{2T}\right), \\ \langle\langle q'_{\nu}(0)p'_{\nu'}(0) \rangle\rangle &= \delta_{\nu,\nu'} \frac{i\hbar}{2}, \\ \langle\langle p'_{\nu}(0)q'_{\nu'}(0) \rangle\rangle &= -\delta_{\nu,\nu'} \frac{i\hbar}{2}, \\ \langle\langle p'_{\nu}(0)p'_{\nu'}(0) \rangle\rangle &= \delta_{\nu,\nu'} \frac{\hbar m_{\nu}\omega_{\nu}}{2} \coth\left(\frac{\hbar\omega_{\nu}}{2T}\right). \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, гауссовское распределение случайных сил соответствует случаю, когда термостат представляется набором гармонических осцилляторов [45, 46, 50]. В итоге с учетом (6) для операторов случайной силы F_q и F_p имеем

$$\begin{aligned} \langle\langle F_q(t)F_q(t') \rangle\rangle &= \frac{\hbar g\gamma^2}{\pi} \int_0^{\infty} d\Omega \frac{\Omega}{\Omega^2 + \gamma^2} \coth\left(\frac{\hbar\Omega}{2T}\right) \cos[\Omega(t-t')], \\ \langle\langle F_p(t)F_p(t') \rangle\rangle &= \frac{\hbar\alpha\gamma^2}{\pi} \int_0^{\infty} d\Omega \frac{\Omega}{\Omega^2 + \gamma^2} \coth\left(\frac{\hbar\Omega}{2T}\right) \cos[\Omega(t-t')], \\ \langle\langle F_q(t)F_p(t') \rangle\rangle &= \langle\langle F_p(t)F_q(t') \rangle\rangle = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Отметим, что диссипативные ядра и флуктуации случайных сил удовлетворяют квантовым флуктуационно-диссипативным соотношениям [52]. Квантовые флуктуационно-диссипативные соотношения отличаются от классических, поскольку учитывают еще и квантовые флуктуации, и сводятся к ним в пределе большой температуры T (или $\hbar \rightarrow 0$). Классические соотношения содержат лишь температурные флуктуации. Поскольку уравнения движения (3) для коллективных координат и импульсов соответствуют флуктуационно-диссипативным соотношениям, разработанный нами формализм обеспечивает основу для описания квантовых статистических эффектов коллективного движения.

Решение уравнений (3) имеет следующий вид:

$$q(t) = A_t q_0 + B_t p_0 + \int_0^t d\tau [C_\tau F_q(t - \tau) + \tilde{C}_\tau F_p(t - \tau)],$$

$$p(t) = M_t q_0 + N_t p_0 + \int_0^t d\tau [L_\tau F_p(t - \tau) + \tilde{L}_\tau F_q(t - \tau)],$$
(13)

где

$$A_t = \sum_{i=1}^4 \beta_i \left(s_i (s_i + \gamma)^2 + \alpha \gamma \left(\frac{s_i + \gamma}{\mu} + g \gamma s_i \right) \right) e^{s_i t},$$

$$B_t = \frac{1}{\mu} \sum_{i=1}^4 \beta_i (s_i + \gamma)^2 e^{s_i t},$$

$$M_t = k \sum_{i=1}^4 \beta_i (s_i + \gamma)^2 e^{s_i t},$$

$$N_t = \sum_{i=1}^4 \beta_i (s_i (s_i + \gamma)^2 - g \gamma (k (s_i + \gamma) - \alpha \gamma s_i)) e^{s_i t},$$
(14)

$$C_t = \sum_{i=1}^4 C_t^i = L_t = \sum_{i=1}^4 L_t^i = \sum_{i=1}^4 \beta_i s_i (s_i + \gamma)^2 e^{s_i t},$$

$$\tilde{C}_t = \sum_{i=1}^4 \tilde{C}_t^i = \sum_{i=1}^4 \beta_i (s_i + \gamma) \left(\frac{s_i + \gamma}{\mu} + g \gamma s_i \right) e^{s_i t},$$

$$\tilde{L}_t = \sum_{i=1}^4 \tilde{L}_t^i = \sum_{i=1}^4 \beta_i (s_i + \gamma) (k (s_i + \gamma) - \alpha \gamma s_i) e^{s_i t}.$$

Здесь $A_0 = 1$, $B_0 = 0$, $M_0 = 0$, $N_0 = 1$, $C_0 = 0$, $L_0 = 0$, $\tilde{C}_0 = 0$, $\tilde{L}_0 = 0$, $\beta_1 = [(s_1 - s_2)(s_1 - s_3)(s_1 - s_4)]^{-1}$, $\beta_2 = [(s_2 - s_1)(s_2 - s_3)(s_2 - s_4)]^{-1}$, $\beta_3 = [(s_3 - s_1)(s_3 - s_2)(s_3 - s_4)]^{-1}$, $\beta_4 = [(s_4 - s_1)(s_4 - s_2)(s_4 - s_3)]^{-1}$ и s_i ($i = 1, 2, 3, 4$) представляют собой корни $(s_1 > 0 > s_2 > \text{Re}(s_3) \geq \text{Re}(s_4))$ секулярного уравнения

$$s^2 (s + \gamma)^2 - \left(\frac{s + \gamma}{\mu} + g \gamma s \right) (k (s + \gamma) - \alpha \gamma s) = 0. \quad (15)$$

Используя уравнения (13) и (12), получаем следующие выражения для первых моментов $\langle q(t) \rangle$ и $\langle p(t) \rangle$ и дисперсий по координате $\sigma_{qq}(t) = \langle q^2(t) \rangle -$

$\langle q(t) \rangle^2 = \sigma_{q_t q_t} - \langle q(t) \rangle^2$, импульсу $\sigma_{pp}(t) = \langle p^2(t) \rangle - \langle p(t) \rangle^2 = \sigma_{p_t p_t} - \langle p(t) \rangle^2$ и координате-импульсу $\sigma_{pq}(t) = \frac{1}{2} \langle p(t)q(t) + q(t)p(t) \rangle - \langle p(t) \rangle \langle q(t) \rangle = \frac{1}{2} (\sigma_{q_t p_t} + \sigma_{p_t q_t}) - \langle p(t) \rangle \langle q(t) \rangle$:

$$\begin{aligned}
 \langle q(t) \rangle &= A_t q_0 + B_t p_0, \\
 \langle p(t) \rangle &= M_t q_0 + N_t p_0,
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{qq}(t) &= A_t^2 \sigma_{qq}(0) + B_t^2 \sigma_{pp}(0) + 2A_t B_t \sigma_{pq}(0) + J_{q_t q_t}, \\
 \sigma_{pp}(t) &= M_t^2 \sigma_{qq}(0) + N_t^2 \sigma_{pp}(0) + 2M_t N_t \sigma_{pq}(0) + J_{p_t p_t}, \\
 \sigma_{pq}(t) &= A_t M_t \sigma_{qq}(0) + B_t N_t \sigma_{pp}(0) + \\
 &\quad + (A_t N_t + B_t M_t) \sigma_{pq}(0) + \frac{1}{2} (J_{p_t q_t} + J_{q_t p_t}),
 \end{aligned} \tag{17}$$

где

$$\begin{aligned}
 J_{q_t q_t} &= \frac{\hbar \gamma^2}{\pi} \sum_{ij} \int_0^\infty d\Omega \frac{\Omega}{\Omega^2 + \gamma^2} \coth\left(\frac{\hbar \Omega}{2T}\right) \times \\
 &\quad \times [G_{ij}(t) - G_{ij}^c \cos(\Omega t) - G_{ij}^s \sin(\Omega t)], \\
 G_{ij}(t) &= a_{ij} (g(C_t^i C_t^j + C_0^i C_0^j) + \alpha(\tilde{C}_t^i \tilde{C}_t^j + \tilde{C}_0^i \tilde{C}_0^j)), \\
 G_{ij}^c(t) &= a_{ij} (g(C_t^i C_0^j + C_0^i C_t^j) + \alpha(\tilde{C}_t^i \tilde{C}_0^j + \tilde{C}_0^i \tilde{C}_t^j)), \\
 G_{ij}^s(t) &= b_{ij} (g(C_t^i C_0^j - C_0^i C_t^j) + \alpha(\tilde{C}_t^i \tilde{C}_0^j - \tilde{C}_0^i \tilde{C}_t^j)),
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} (J_{p_t q_t} + J_{q_t p_t}) &= \frac{\hbar \gamma^2}{\pi} \sum_{ij} \int_0^\infty d\Omega \frac{\Omega}{\Omega^2 + \gamma^2} \coth\left(\frac{\hbar \Omega}{2T}\right) \times \\
 &\quad \times [P_{ij}(t) - P_{ij}^c \cos(\Omega t) - P_{ij}^s \sin(\Omega t)],
 \end{aligned}$$

$$P_{ij}(t) = a_{ij} (g(C_t^i \tilde{L}_t^j + C_0^i \tilde{L}_0^j) + \alpha(\tilde{C}_t^i L_t^j + \tilde{C}_0^i L_0^j)),$$

$$P_{ij}^c(t) = a_{ij} (g(C_t^i \tilde{L}_0^j + C_0^i \tilde{L}_t^j) + \alpha(\tilde{C}_t^i L_0^j + \tilde{C}_0^i L_t^j)),$$

$$P_{ij}^s(t) = b_{ij} (g(C_t^i \tilde{L}_0^j - C_0^i \tilde{L}_t^j) + \alpha(\tilde{C}_t^i L_0^j - \tilde{C}_0^i L_t^j)).$$

Здесь $q_0 = \langle q(0) \rangle$, $p_0 = \langle p(0) \rangle$ и

$$a_{ij} = \frac{s_i s_j + \Omega^2}{(s_i^2 + \Omega^2)(s_j^2 + \Omega^2)},$$

$$b_{ij} = \frac{(s_j - s_i)\Omega}{(s_i^2 + \Omega^2)(s_j^2 + \Omega^2)}.$$

Выражение для $J_{p_t p_t}$ может быть получено из выражения для $J_{q_t q_t}$ путем следующих перестановок: $C_t^i \rightarrow L_t^i$ и $\tilde{C}_t^i \rightarrow \tilde{L}_t^i$.

Дифференцируя по времени уравнения (16) и (17), получаем

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\langle q(t) \rangle &= \lambda_q(t)\langle q(t) \rangle + \frac{1}{m(t)}\langle p(t) \rangle, \\ \frac{d}{dt}\langle p(t) \rangle &= -\xi(t)\langle q(t) \rangle - \lambda_p(t)\langle p(t) \rangle\end{aligned}\quad (19)$$

и

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{qq}(t) &= 2\lambda_q(t)\sigma_{qq}(t) + \frac{2}{m(t)}\sigma_{pq}(t) - 2D_{qq}(t), \\ \dot{\sigma}_{pp}(t) &= -2\lambda_p(t)\sigma_{pp}(t) - 2\xi(t)\sigma_{pq}(t) + 2D_{pp}(t), \\ \dot{\sigma}_{pq}(t) &= [\lambda_q(t) - \lambda_p(t)]\sigma_{pq}(t) - \xi(t)\sigma_{qq}(t) + \frac{1}{m(t)}\sigma_{pp}(t) + 2D_{pq}(t).\end{aligned}\quad (20)$$

Эти уравнения содержат коэффициенты трения по координате

$$\lambda_q(t) = \frac{\dot{B}_t M_t - \dot{A}_t N_t}{B_t M_t - A_t N_t}\quad (21)$$

и импульсу

$$\lambda_p(t) = \frac{A_t \dot{N}_t - B_t \dot{M}_t}{B_t M_t - A_t N_t},\quad (22)$$

перенормированную обратную массу

$$\frac{1}{m(t)} = \frac{\dot{A}_t B_t - \dot{B}_t A_t}{B_t M_t - A_t N_t},\quad (23)$$

перенормированный коэффициент жесткости

$$\xi(t) = \frac{\dot{M}_t N_t - \dot{N}_t M_t}{B_t M_t - A_t N_t}\quad (24)$$

и коэффициенты диффузии по координате

$$D_{qq}(t) = \lambda_q(t)J_{q_t q_t} + \frac{1}{2m(t)}(J_{q_t p_t} + J_{p_t q_t}) - \frac{1}{2}\dot{J}_{q_t q_t},\quad (25)$$

импульсу

$$D_{pp}(t) = \lambda_p(t)J_{p_t p_t} + \frac{\xi(t)}{2}(J_{q_t p_t} + J_{p_t q_t}) + \frac{1}{2}\dot{J}_{p_t p_t}\quad (26)$$

и координате-импульсу

$$D_{pq}(t) = \frac{1}{2} \left[\frac{\lambda_p(t) - \lambda_q(t)}{2} (J_{q_t p_t} + J_{p_t q_t}) + \xi(t) J_{q_t q_t} - \frac{J_{p_t p_t}}{m(t)} + \frac{(J_{q_t p_t} + J_{p_t q_t})}{2} \right]. \quad (27)$$

Таким образом, мы получили уравнения на первые и вторые моменты коллективной координаты и импульса с транспортными коэффициентами, зависящими явно от времени. Именно временная зависимость этих коэффициентов является следствием немарковости в системе.

Энергия коллективной подсистемы

$$E(t) = \langle \tilde{H}_c(t) \rangle = \frac{\sigma_{pp}(t) + \langle p(t) \rangle^2}{2m(t)} + \xi(t) \frac{\sigma_{qq}(t) + \langle q(t) \rangle^2}{2}$$

меняется в соответствии с уравнением

$$\dot{E}(t) = - \left[2\lambda_p(t) + \frac{\dot{m}(t)}{m(t)} \right] \frac{\sigma_{pp}(t) + \langle p(t) \rangle^2}{2m(t)} + [2\lambda_q(t)\xi(t) - \dot{\xi}(t)] \frac{\sigma_{qq}(t) + \langle q(t) \rangle^2}{2} + \frac{D_{pp}(t)}{m(t)} - \xi(t) D_{qq}(t). \quad (28)$$

Из этого уравнения видно, что для перевернутого осциллятора, $\xi < 0$, скорость диссипации увеличивается с ростом $\lambda_q(t)$ и $\lambda_p(t)$ и убывает с ростом $D_{pp}(t)$ и $D_{qq}(t)$. На практике часто пользуются только коэффициентом диффузии по импульсу D_{pp} . При этом коэффициенты диффузии D_{qq} и D_{pq} полагаются равными нулю. Как показано в [55, 71, 101–104], туннелирование через потенциальный барьер и распад из метастабильного состояния сильно зависят от транспортных коэффициентов. В случае $D_{qq} \neq 0$ проницаемость барьера становится больше благодаря эффекту когерентности между состояниями.

При $t \rightarrow \infty$ получаем следующие асимптотические значения для $\lambda_q(t)$, $\lambda_p(t)$, $m(t)$ и $\xi(t)$:

$$\lambda_q = \lambda_q(\infty) = \frac{(s_1 + s_2)W + \frac{\gamma\alpha}{\mu}(s_1 + s_2 + 2\gamma) - \gamma g k \left(\frac{\gamma(s_1^2 + s_2^2)}{s_1 s_2} + (s_1 + s_2) \right)}{2W + \gamma \left(2 + \gamma \frac{s_1 + s_2}{s_1 s_2} \right) \left(\frac{\alpha}{\mu} - kg \right)},$$

$$\lambda_p = \lambda_p(\infty) = - \frac{(s_1 + s_2)W + \frac{\gamma\alpha}{\mu} \left(\frac{\gamma(s_1^2 + s_2^2)}{s_1 s_2} + (s_1 + s_2) \right) - \gamma g k (s_1 + s_2 + 2\gamma)}{2W + \gamma \left(2 + \gamma \frac{s_1 + s_2}{s_1 s_2} \right) \left(\frac{\alpha}{\mu} - kg \right)},$$

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m(\infty)} = -\frac{(s_1 - s_2)^2 \left(\frac{(s_1 + \gamma)(s_2 + \gamma)}{\mu s_1 s_2} + g\gamma \right)}{2W + \gamma \left(2 + \gamma \frac{s_1 + s_2}{s_1 s_2} \right) \left(\frac{\alpha}{\mu} - kg \right)},$$

$$\xi = \xi(\infty) = \frac{(s_1 - s_2)^2 \left(\frac{k(s_1 + \gamma)(s_2 + \gamma)}{s_1 s_2} - \alpha\gamma \right)}{2W + \gamma \left(2 + \gamma \frac{s_1 + s_2}{s_1 s_2} \right) \left(\frac{\alpha}{\mu} - kg \right)}, \quad (29)$$

$$W = (s_1 + \gamma)(s_2 + \gamma) \left(1 - \frac{k}{\mu s_1 s_2} \right) + \gamma^2 g\alpha.$$

В марковском пределе ($\gamma \rightarrow \infty$) корни уравнения (15) записываются в виде

$$s_1 = \frac{\left(gk - \frac{\alpha}{\mu} \right) + \sqrt{\left(gk + \frac{\alpha}{\mu} \right)^2 + \frac{4k}{\mu}}}{2(1 + \alpha g)}, \quad (30)$$

$$s_2 = \frac{\left(gk - \frac{\alpha}{\mu} \right) - \sqrt{\left(gk + \frac{\alpha}{\mu} \right)^2 + \frac{4k}{\mu}}}{2(1 + \alpha g)},$$

$$s_3 = -\gamma - \frac{1}{2} \left(gk - \frac{\alpha}{\mu} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(gk - \frac{\alpha}{\mu} \right)^2 - \alpha g \gamma^2}, \quad (31)$$

$$s_4 = -\gamma - \frac{1}{2} \left(gk - \frac{\alpha}{\mu} \right) - \sqrt{\frac{1}{4} \left(gk - \frac{\alpha}{\mu} \right)^2 - \alpha g \gamma^2}.$$

В этом случае транспортные коэффициенты не зависят от времени и принимают следующие значения:

$$m = \mu(1 + \alpha g),$$

$$\lambda_q = gk \frac{4 + \frac{\mu}{k(1 + \alpha g)} \left(gk - \frac{\alpha}{\mu} \right)^2}{4 + \frac{\mu}{k} \left(gk + \frac{\alpha}{\mu} \right)^2},$$

$$\lambda_p = \frac{\alpha}{\mu} \frac{4 + \frac{\mu}{k(1 + \alpha g)} \left(gk - \frac{\alpha}{\mu} \right)^2}{4 + \frac{\mu}{k} \left(gk + \frac{\alpha}{\mu} \right)^2},$$

$$\xi = -\frac{k}{1 + \alpha g}.$$
(32)

1.1. Линейная связь по импульсу. Пусть между коллективной и внутренней подсистемами имеется только линейная связь по импульсу (т.е. $\alpha_\nu = \alpha = 0$). Тогда гамильтониан взаимодействия H_{cb} принимает вид [53, 98, 99, 121–123]

$$H_{cb} = p \sum_{\nu} g_{\nu} p_{\nu} + \frac{1}{2} p^2 \sum_{\nu} m_{\nu} g_{\nu}^2. \quad (33)$$

В этом случае для коэффициентов, определяющих $q(t)$ и $p(t)$ в (13), имеем

$$\begin{aligned} \tilde{C}_t &= L_t = 0, & \tilde{L}_t &= M_t, & C_t &= A_t, \\ A_t &= \sum_{i=1}^3 A_t^i = \sum_{i=1}^3 \beta_i s_i (s_i + \gamma) e^{s_i t}, \\ B_t &= \sum_{i=1}^3 B_t^i = \frac{1}{\mu} \sum_{i=1}^3 \beta_i (s_i + \gamma) e^{s_i t}, \\ M_t &= \sum_{i=1}^3 M_t^i = k \sum_{i=1}^3 \beta_i (s_i + \gamma) e^{s_i t}, \\ N_t &= \sum_{i=1}^3 N_t^i = \sum_{i=1}^3 \beta_i (s_i (s_i + \gamma) - kg\gamma) e^{s_i t}. \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь $A_0 = 1$, $B_0 = 0$, $M_0 = 0$, $N_0 = 1$, $\beta_1 = [(s_1 - s_2)(s_1 - s_3)]^{-1}$, $\beta_2 = [(s_2 - s_1)(s_2 - s_3)]^{-1}$, $\beta_3 = [(s_3 - s_1)(s_3 - s_2)]^{-1}$ и s_i ($i = 1, 2, 3$) представляют собой действительные корни ($s_1 > 0 > s_2 > s_3$) секулярного уравнения

$$(s + \gamma) \left(s^2 - \frac{k}{\mu} \right) - kg\gamma s = 0. \quad (35)$$

При наличии только линейной связи по импульсу для перевернутого осциллятора выражения для транспортных коэффициентов следуют из общих формул (21)–(27):

$$\xi(t) = -k,$$

$$\frac{1}{m(t)} = -\frac{1}{k} \frac{\sum_{i,j=1}^3 \beta_i \beta_j (s_i - s_j)^2 (s_i + \gamma)(s_j + \gamma) e^{(s_i + s_j)t}}{\sum_{i,j=1}^3 \beta_i \beta_j (s_i + \gamma)(s_j + \gamma)(s_i - s_j)^2 e^{(s_i + s_j)t} / (s_i s_j)},$$

$$\lambda_p(t) = 0,$$

$$\lambda_q(t) = \frac{\sum_{i,j=1}^3 \beta_i \beta_j (s_i + \gamma)(s_j + \gamma)(s_i + s_j)(s_i - s_j)^2 e^{(s_i + s_j)t} / (s_i s_j)}{\sum_{i,j=1}^3 \beta_i \beta_j (s_i + \gamma)(s_j + \gamma)(s_i - s_j)^2 e^{(s_i + s_j)t} / (s_i s_j)}, \quad (36)$$

$$\begin{aligned}
D_{pp}(t) &= 0, \\
D_{qq}(t) &= \left(\lambda_q(t) - \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \right) J_{q_t q_t} + \frac{1}{2m(t)k} \frac{d}{dt} J_{p_t p_t}, \\
D_{pq}(t) &= -\frac{1}{2} \left[k J_{q_t q_t} + \frac{1}{m(t)k} \left(k + \frac{m(t)}{2} \left[\lambda_q(t) \frac{d}{dt} - \frac{d^2}{dt^2} \right] \right) J_{p_t p_t} \right],
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
J_{q_t q_t} &= \frac{\hbar g \gamma^2}{\pi} \int_0^t dt' A_{t'} \int_0^t dt'' A_{t''} \int_0^\infty d\Omega \frac{\Omega}{\Omega^2 + \gamma^2} \coth \left(\frac{\hbar \Omega}{2T} \right) \cos [\Omega(t' - t'')], \\
J_{p_t p_t} &= \frac{\hbar g \gamma^2}{\pi} \int_0^t dt' M_{t'} \int_0^t dt'' M_{t''} \int_0^\infty d\Omega \frac{\Omega}{\Omega^2 + \gamma^2} \coth \left(\frac{\hbar \Omega}{2T} \right) \cos [\Omega(t' - t'')], \\
\frac{1}{2} (J_{p_t q_t} + J_{q_t p_t}) &= \frac{\hbar g \gamma^2}{\pi} \int_0^t dt' A_{t'} \int_0^t dt'' M_{t''} \times \\
&\quad \times \int_0^\infty d\Omega \frac{\Omega}{\Omega^2 + \gamma^2} \coth \left(\frac{\hbar \Omega}{2T} \right) \cos [\Omega(t' - t'')].
\end{aligned} \tag{37}$$

В случае данного вида связи уравнения на первые и вторые моменты (19) и (20) упрощаются, так как эти уравнения не содержат коэффициентов трения и диффузии по импульсу ($\lambda_p(t) = D_{pp}(t) = 0$). Таким образом, за появление в стохастических уравнениях коэффициентов трения $\lambda_q(t)$ и диффузии $D_{qq}(t)$, $D_{pq}(t)$ ответственна линейная связь по импульсу p . Перенормировка массового параметра является следствием немарковского характера уравнений движения. При $t \rightarrow \infty$ получаем следующие асимптотические значения для $\lambda_q(t)$ и $m(t)$:

$$\lambda_q = \lambda_q(\infty) = s_1 + s_2, \quad \frac{1}{m} = \frac{1}{m(\infty)} = -\frac{s_1 s_2}{k}. \tag{38}$$

В марковском пределе ($\gamma \rightarrow \infty$) корни уравнения (35) записываются в виде

$$\begin{aligned}
s_1 &= \frac{gk}{2} + \sqrt{\left(\frac{gk}{2} \right)^2 + \frac{k}{\mu}}, \\
s_2 &= \frac{gk}{2} - \sqrt{\left(\frac{gk}{2} \right)^2 + \frac{k}{\mu}}, \\
s_3 &= -\gamma - gk.
\end{aligned} \tag{39}$$

В этом случае транспортные коэффициенты не зависят от времени и принимают следующие значения:

$$m = \mu, \quad \lambda_q = gk. \quad (40)$$

1.2. Линейная связь по координате. Теперь допустим, что между коллективной и внутренней подсистемами имеется только линейная связь по координате (т. е. $g_\nu = g = 0$). Тогда гамильтониан взаимодействия H_{cb} принимает вид [44, 50, 53, 54, 98]

$$H_{cb} = q \sum_{\nu} \alpha_{\nu} q_{\nu} + \frac{1}{2} q^2 \sum_{\nu} \frac{\alpha_{\nu}^2}{k_{\nu}}. \quad (41)$$

В этом случае для коэффициентов, определяющих $q(t)$ и $p(t)$ в (13), имеем

$$\begin{aligned} C_t &= \tilde{L}_t = 0, \quad L_t = N_t, \quad \tilde{C}_t = B_t, \\ A_t &= \sum_{i=1}^3 A_t^i = \sum_{i=1}^3 \beta_i \left[s_i (s_i + \gamma) + \frac{\alpha}{\mu} \gamma \right] e^{s_i t}, \\ B_t &= \sum_{i=1}^3 B_t^i = \frac{1}{\mu} \sum_{i=1}^3 \beta_i (s_i + \gamma) e^{s_i t}, \\ M_t &= \sum_{i=1}^3 M_t^i = k \sum_{i=1}^3 \beta_i (s_i + \gamma) e^{s_i t}, \\ N_t &= \sum_{i=1}^3 N_t^i = \sum_{i=1}^3 \beta_i s_i (s_i + \gamma) e^{s_i t}. \end{aligned} \quad (42)$$

Здесь $A_0 = 1$, $B_0 = 0$, $M_0 = 0$, $N_0 = 1$, $\beta_1 = [(s_1 - s_2)(s_1 - s_3)]^{-1}$, $\beta_2 = [(s_2 - s_1)(s_2 - s_3)]^{-1}$, $\beta_3 = [(s_3 - s_1)(s_3 - s_2)]^{-1}$ и s_i ($i = 1, 2, 3$) представляют собой действительные корни $(s_1 > 0 > s_2 > s_3)$ секулярного уравнения

$$(s + \gamma) \left(s^2 - \frac{k}{\mu} \right) + \frac{\alpha}{\mu} \gamma s = 0. \quad (43)$$

При наличии только линейной связи по координате для перевернутого осциллятора выражения для транспортных коэффициентов следуют из общих формул (21)–(27), и в частности:

$$\begin{aligned} m(t) &= \mu, \\ \lambda_q(t) &= 0, \\ D_{qq}(t) &= 0, \\ D_{pp}(t) &= \lambda_p(t) J_{p_t p_t} + \frac{1}{2} \left(\frac{d}{dt} J_{p_t p_t} + \mu \xi(t) \frac{d}{dt} J_{q_t q_t} \right), \\ D_{pq}(t) &= \frac{1}{2} \left[\xi(t) J_{q_t q_t} - \frac{1}{\mu} J_{p_t p_t} + \frac{\mu}{2} \left(\lambda_p(t) \frac{d}{dt} + \frac{d^2}{dt^2} \right) J_{q_t q_t} \right], \end{aligned} \quad (44)$$

где

$$\begin{aligned}
 J_{q_t q_t} &= \frac{\hbar \alpha \gamma^2}{\pi} \int_0^t dt' B_{t'} \int_0^t dt'' B_{t''} \int_0^\infty d\Omega \frac{\Omega}{\Omega^2 + \gamma^2} \coth\left(\frac{\hbar \Omega}{2T}\right) \cos[\Omega(t' - t'')], \\
 J_{p_t p_t} &= \frac{\hbar \alpha \gamma^2}{\pi} \int_0^t dt' N_{t'} \int_0^t dt'' N_{t''} \int_0^\infty d\Omega \frac{\Omega}{\Omega^2 + \gamma^2} \coth\left(\frac{\hbar \Omega}{2T}\right) \cos[\Omega(t' - t'')], \\
 \frac{1}{2} (J_{p_t q_t} + J_{q_t p_t}) &= \frac{\hbar \alpha \gamma^2}{\pi} \int_0^t dt' B_{t'} \int_0^t dt'' N_{t''} \times \\
 &\quad \times \int_0^\infty d\Omega \frac{\Omega}{\Omega^2 + \gamma^2} \coth\left(\frac{\hbar \Omega}{2T}\right) \cos[\Omega(t' - t'')].
 \end{aligned} \tag{45}$$

В случае данного вида связи уравнения на первые и вторые моменты (19) и (20) упрощаются, так как эти уравнения не содержат коэффициентов трения и диффузии по координате ($\lambda_q(t) = D_{qq}(t) = 0$). Таким образом, за появление в стохастических уравнениях коэффициентов трения $\lambda_p(t)$ и диффузии $D_{pp}(t)$, $D_{pq}(t)$ ответственна линейная связь по координате q . Перенормировка коэффициента жесткости является следствием немарковского характера уравнений движения. При $t \rightarrow \infty$ получаем следующие асимптотические значения для $\lambda_p(t)$ и $\xi(t)$:

$$\begin{aligned}
 \lambda_p &= \lambda_p(\infty) = -(s_1 + s_2), \\
 \xi &= \xi(\infty) = -k \frac{(s_1 + \gamma)(s_2 + \gamma)}{(s_1 + \gamma)(s_2 + \gamma) - \alpha \gamma / \mu}.
 \end{aligned} \tag{46}$$

В марковском пределе ($\gamma \rightarrow \infty$) корни уравнения (43) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 s_1 &= -\frac{\alpha}{2\mu} + \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2\mu}\right)^2 + \frac{k}{\mu}}, \\
 s_2 &= -\frac{\alpha}{2\mu} - \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2\mu}\right)^2 + \frac{k}{\mu}}, \\
 s_3 &= -\gamma + \frac{\alpha}{\mu},
 \end{aligned} \tag{47}$$

а транспортные коэффициенты не зависят от времени и принимают следующие значения:

$$\xi = -k, \quad \lambda_p = \frac{\alpha}{\mu}. \tag{48}$$

2. ПРОХОЖДЕНИЕ ЧЕРЕЗ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ БАРЬЕР И РАСПАД МЕТАСТАБИЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ

2.1. Проницаемость потенциального барьера. Проницаемость потенциального барьера $P(t)$ в коллективной подсистеме с гамильтонианом (1) может быть получена путем интегрирования пропагатора G от начального состояния (q_0, p_0) в момент времени $t = 0$ до конечного состояния (q, p) в момент времени t :

$$P(t) = \int_{-\infty}^{q_{in}} dq \int_{-\infty}^{\infty} dp G(q, p, t | q_0, p_0, 0). \quad (49)$$

Используя (49) и аналитическое выражение для пропагатора потенциала перевернутого осциллятора

$$G = \pi^{-1} |\det \Sigma^{-1}|^{1/2} \exp(-\mathbf{v}^T \Sigma^{-1} \mathbf{v})$$

($\mathbf{v} = (v_q(t), v_p(t))$, $v_q(t) = q - \langle q(t) \rangle$, $v_p(t) = p - \langle p(t) \rangle$, $\Sigma_{ij}(t) = 2\langle v_i(t)v_j(t) \rangle$, $\Sigma_{ij}(t=0) = 0$, $i, j = q, p$) [124], получаем следующее выражение:

$$P(t) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{-q_{in} + \langle q(t) \rangle}{\sqrt{\Sigma_{qq}(t)}} \right], \quad (50)$$

где q_{in} — координата внутренней точки поворота (рис. 1). Таким образом, квантово-механические, диссипативные, а также немарковские эффекты, сопровождающие прохождение через параболический барьер, учитываются через среднее значение координаты $\langle q(t) \rangle$ и удвоенную дисперсию по координате $\Sigma_{qq}(t) = 2\sigma_{qq}(t)$.

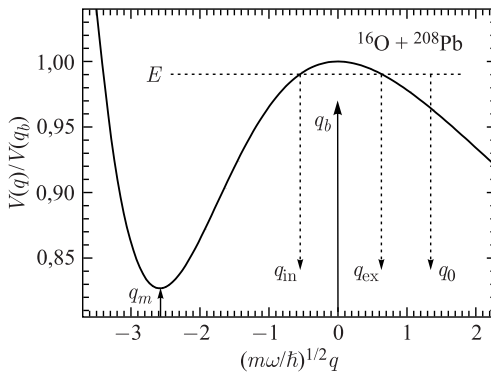


Рис. 1. Ядро-ядерный потенциал взаимодействия V , рассчитанный для реакции $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ при нулевом угловом моменте: q_b и q_m — положения кулоновского барьера и минимума потенциального кармана; q_{ex} и q_{in} — внешняя и внутренняя точки поворота для некоторого значения энергии E ; q_0 — начальное положение системы

2.1.1. *Линейная связь по импульсу.* Используя выражения (50), (16), (17) и (34), (37), получаем следующую формулу для асимптотической проницаемости [121]:

$$P(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{s_1 q_0 + \mu^{-1} p_0}{\gamma s_1 \sqrt{2 \hbar g \pi^{-1} \Psi(\gamma, s_1, T)}} \right], \quad (51)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi(\gamma, s_1, T) &= \int_0^\infty d\Omega \frac{\Omega \coth\left(\frac{\hbar\Omega}{2T}\right)}{(\Omega^2 + \gamma^2)(\Omega^2 + s_1^2)} = \\ &= \frac{1}{\gamma^2 - s_1^2} \left[\psi\left(1 + \frac{\hbar\gamma}{2\pi T}\right) - \psi\left(\frac{\hbar s_1}{2\pi T}\right) - \frac{\pi(\gamma + s_1)T}{\hbar\gamma s_1} \right]. \end{aligned} \quad (52)$$

Здесь $\psi(x)$ — логарифмическая производная гамма-функции (дигамма-функция). Так как $\langle q(t) \rangle \rightarrow \infty$ и $\Sigma_{qq}(t) \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow \infty$, величина $P(\infty)$ не зависит от q_{in} . В пределе низких температур ($T \rightarrow 0$) из формулы (51) получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned} P(\infty) &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\left(\frac{\gamma^2 - s_1^2}{2 \hbar g \pi^{-1}} \right)^{1/2} \frac{s_1 q_0 + \mu^{-1} p_0}{\gamma s_1 [\ln(\gamma/s_1)]^{1/2}} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\left(\frac{\pi k(\gamma - s_1)}{2 \mu \hbar \gamma s_1 (\mu s_1^2 - k)} \right)^{1/2} \frac{\mu s_1 q_0 + p_0}{[\ln(\gamma/s_1)]^{1/2}} \right]. \end{aligned} \quad (53)$$

При $p_0 = 0$ и $q_0 = [2(U_b - E)/k]^{1/2}$ в (53), где E — энергия частицы, имеем

$$\begin{aligned} P(\infty) &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\left(\frac{\pi(\gamma^2 - s_1^2)(U_b - E)}{\hbar g k \gamma^2 \ln(\gamma/s_1)} \right)^{1/2} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\left(\frac{\pi \mu s_1 (\gamma - s_1)(U_b - E)}{\hbar \gamma (\mu s_1^2 - k) \ln(\gamma/s_1)} \right)^{1/2} \right]. \end{aligned} \quad (54)$$

Отметим, что величина g или λ_q частично связана с величиной γ . При $g \rightarrow 0$ величину γ нужно устремлять к бесконечности, чтобы перейти к марковскому пределу. Если в рамках квантового диффузионного подхода не учитывать связь коллективной системы с внутренними степенями свободы при нулевой температуре ($g \rightarrow 0$), то имеем $s_1 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{k\mu^{-1}}$ и $\gamma \rightarrow \infty$ при $2gk \ln(\gamma/\omega_0)/\omega_0 \rightarrow 1$. В этом случае получаем следующее хорошо известное

выражение: $P(\infty) \sim \exp[-2\pi(U_b - E)/(\hbar\omega_0)]$. Таким образом, рассматриваемый подход содержит квантово-механическую проницаемость барьера. При наличии связи с внутренними степенями свободы подбарьерной проницаемости также способствуют квантовые флуктуации.

2.1.2. Линейная связь по координате. В случае связи (41) получаем следующее выражение для асимптотической проницаемости [15]:

$$P(\infty) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{kq_0/s_1 + p_0}{\sqrt{2\hbar\alpha\gamma^2\pi^{-1}\Psi(\gamma, s_1, T)}} \right], \quad (55)$$

где явный вид функции $\Psi(\gamma, s_1, T)$ дан в (52). В пределе $T \rightarrow 0$ выражение (55) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} P(\infty) &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\left(\frac{\gamma^2 - s_1^2}{2\hbar\alpha\pi^{-1}} \right)^{1/2} \frac{kq_0/s_1 + p_0}{\gamma[\ln(\gamma/s_1)]^{1/2}} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\left(\frac{\pi s_1(\gamma - s_1)}{2\hbar\gamma(k - \mu s_1^2)} \right)^{1/2} \frac{kq_0/s_1 + p_0}{[\ln(\gamma/s_1)]^{1/2}} \right]. \end{aligned} \quad (56)$$

Из равенства проницаемостей для случаев линейной связи по координате и по импульсу получаем следующее соотношение между коэффициентами трения по координате λ_q и импульсу λ_p :

$$\frac{\lambda_q}{\lambda_p} \approx \frac{s_1^q}{|s_2^q|} \frac{\gamma - s_1^p \ln(\gamma/s_1^q)}{\gamma - s_1^q \ln(\gamma/s_1^p)}, \quad (57)$$

где s_1^p и $s_{1,2}^q$ — корни уравнений (35) и (43) соответственно. Так как $|s_2^q| > s_1^q$ и $s_1^p > s_1^q$ (см. уравнения (39), (40) и (47), (48)), то $\lambda_q < \lambda_p$. Отметим, что значение отношения λ_q/λ_p зависит от значения величины γ .

2.1.3. Линейная связь по импульсу и координате. В общем случае линейной связи по импульсу и координате (2), используя выражения (50), (16), (17) и (14), (18), получаем следующее выражение для асимптотической проницаемости [120]:

$$\begin{aligned} P(\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \times \\ &\times \left[\frac{[s_1(s_1 + \gamma)^2 + \alpha\gamma((s_1 + \gamma)\mu^{-1} + g\gamma s_1)]q_0 + (s_1 + \gamma)^2\mu^{-1}p_0}{\gamma(s_1 + \gamma)\sqrt{2\hbar\pi^{-1}\{gs_1^2(s_1 + \gamma)^2 + \alpha[(s_1 + \gamma)\mu^{-1} + g\gamma s_1]\}}\Psi(\gamma, s_1, T)} \right], \end{aligned} \quad (58)$$

где $\Psi(\gamma, s_1, T)$ — функция (52). При $\alpha = 0$ [$g = 0$] (58) переходит в (51) [(55)] для асимптотической проницаемости в пределе линейной связи только

по импульсу [координате]. Пользуясь свойствами дигамма-функции $\psi(x)$ в $\Psi(\gamma, s_1, T)$, можно получить асимптотики P в пределах низких и высоких температур. В пределе низких температур (T близко к 0)

$$\Psi(\gamma, s_1, T) = \frac{\ln(\gamma/s_1)}{\gamma^2 - s_1^2} + \frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{\hbar\gamma s_1} \right)^2 T^2 - \frac{2}{15} \left(\frac{\pi}{\hbar\gamma s_1} \right)^4 (\gamma^2 + s_1^2) T^4, \quad (59)$$

а в пределе высоких температур (T велика)

$$\Psi(\gamma, s_1, T) = \frac{\pi}{\hbar\gamma s_1(\gamma + s_1)} T + \frac{\pi\hbar}{12(\gamma + s_1)} T^{-1} - \frac{3\hbar^2}{10\pi^2} T^{-2}. \quad (60)$$

В итоге асимптотическая проникаемость в пределе низких температур имеет следующий вид:

$$P(\infty) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \times \left[\sqrt{\frac{\gamma^2 - s_1^2}{2\hbar\pi^{-1}}} \frac{[s_1(s_1 + \gamma)^2 + \alpha\gamma((s_1 + \gamma)\mu^{-1} + g\gamma s_1)]q_0 + (s_1 + \gamma)^2\mu^{-1}p_0}{\gamma(s_1 + \gamma)\sqrt{\{gs_1^2(s_1 + \gamma)^2 + \alpha[(s_1 + \gamma)\mu^{-1} + g\gamma s_1]\}} \ln(\gamma/s_1)} \right]. \quad (61)$$

Рассмотрим случай, когда $p_0 = 0$ и $q_0 = [2(U_b - E)/k]^{1/2}$. Величины g , α или λ_q , λ_p частично связаны с величиной γ . В пределе $g \rightarrow 0$ и $\alpha \rightarrow 0$ величину γ нужно устремлять к бесконечности. Если $g \rightarrow 0$ и $\alpha \rightarrow 0$, имеем $s_1 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{k\mu^{-1}}$ и $\gamma \rightarrow \infty$ при $2gk \ln(\gamma/\omega_0)/\omega_0 \rightarrow 1$ и $2\alpha\mu^{-1} \ln(\gamma/\omega_0)/\omega_0 \rightarrow 1$. Тогда, как и в случае только линейной связи по импульсу, получаем следующее хорошо известное квантово-механическое выражение: $P(\infty) \sim \exp[-2\pi(U_b - E)/(\hbar\omega_0)]$.

Используя уравнения (50), (16) и (17), можно вывести аналитическую формулу для скорости вероятности прохождения при больших t в случае общей связи:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{a}{\sqrt{\pi}} F(t) e^{-a^2} e^{-s_1 t}, \quad (62)$$

где

$$a = \frac{[s_1(s_1 + \gamma)^2 + \alpha\gamma((s_1 + \gamma)\mu^{-1} + g\gamma s_1)]q_0 + (s_1 + \gamma)^2\mu^{-1}p_0}{\gamma(s_1 + \gamma)\sqrt{2\hbar\pi^{-1}\{gs_1^2(s_1 + \gamma)^2 + \alpha[(s_1 + \gamma)\mu^{-1} + g\gamma s_1]\}} \Psi(\gamma, s_1, T)}, \quad (63)$$

$$F(t) =$$

$$= \sum_i \frac{\int_0^\infty d\Omega f_i(\Omega) [(s_1^2 s_i + 2s_1 \Omega^2 - \Omega^2 s_i) \cos(\Omega t) + (\Omega^2 + 2s_1 s_i - s_1^2) \Omega \sin(\Omega t)]}{\int_0^\infty d\Omega (\Omega^2 + s_1^2) f_1(\Omega)},$$

$$f_i(\Omega) = \left[g s_1 s_i (s_1 + \gamma)(s_i + \gamma) + \alpha \left(\frac{s_1 + \gamma}{\mu} + g \gamma s_1 \right) \left(\frac{s_i + \gamma}{\mu} + g \gamma s_i \right) \right] \times \\ \times \frac{2\Omega \beta_i (s_i + \gamma)}{(\Omega^2 + s_1^2)(\Omega^2 + s_i^2)(\Omega^2 + \gamma^2)} \coth \left(\frac{\hbar \Omega}{2T} \right). \quad (64)$$

2.2. Тепловой распад метастабильного состояния. Проблема проницаемости потенциального барьера тесно связана с задачей о распаде метастабильного состояния. Во многих случаях можно выделить одну-единственную координату, так что процесс распада описывается как движение частицы в одномерном потенциале V по этой координате. В начальный момент времени частица находится в потенциальном кармане, отделенном от соседней низлежащей энергетической области высоким, но конечным потенциальным барьером, как показано на рис. 1. Высота E_b этого барьера обычно удовлетворяет условию $E_b \gg \max(T, \hbar \omega_m)$, где ω_m — частота потенциального кармана. Частица с определенной вероятностью может покинуть карман посредством классических тепловых флуктуаций или квантово-механического туннелирования через барьер. Далее будет рассматриваться только классический случай.

Одной из важнейших характеристик процесса распада является скорость распада R . Зависимость от времени данной величины ведет себя следующим образом: при $t = 0$ ее значение равно нулю, далее с ростом t величина R растет и к некоторому моменту времени достигает квазистационарного значения. Один из способов расчета квазистационарной скорости распада состоит в использовании модифицированной формулы Крамерса [125]:

$$R_K = \frac{s_1 \omega_m}{2\pi \omega} \exp \left(-\frac{E_b}{T_{\text{eff}}} \right), \quad (65)$$

где s_1 — положительный корень секулярного уравнения (15), (35) или (43); ω — частота потенциального барьера. Выражение для эффективной температуры T_{eff} приведено в приложении. Выражение (65) справедливо при условиях $s_1 E_b / \omega > T_{\text{eff}}$ и $T_{\text{eff}} \gg \hbar s_1 / (2\pi)$. Второе условие означает, что тепловой распад доминирует над квантовым туннелированием. В предэкспоненциальном множителе содержатся диссипативные поправки к скорости распада.

В марковском пределе в случае линейной связи по импульсу и координате между коллективной и внутренней подсистемами положительный корень уравнения (15) имеет вид (30) или

$$s_1 = \frac{\lambda_q - \lambda_p}{2} + \sqrt{\omega^2 + \left(\frac{\lambda_q + \lambda_p}{2} \right)^2}, \quad (66)$$

где коэффициенты трения по координате λ_q и импульсу λ_p и $\omega^2 = -\xi/m$ определены в (32). Уравнение (65) с s_1 из (66) при $\lambda_q = 0$ приводится

к известному выражению Крамерса для квазистационарной скорости распада [126]. Если $\lambda_q = \lambda_p = \lambda$ в (66), то

$$s_1 = \sqrt{\omega^2 + \lambda^2}, \quad (67)$$

и в случае $\omega > \lambda$ предэкспоненциальный множитель в (65) слабо зависит от трения.

В случае линейной связи только по импульсу (координате) между коллективной подсистемой и средой для s_1 получаем

$$s_1 = \frac{\lambda_q}{2} + \sqrt{\omega^2 + \left(\frac{\lambda_q}{2}\right)^2} \left(s_1 = -\frac{\lambda_p}{2} + \sqrt{\omega^2 + \left(\frac{\lambda_p}{2}\right)^2} \right), \quad (68)$$

где $\lambda_q = kg$ ($\lambda_p = g_0/\mu$) (см. также (39) и (40) ((47) и (48))). Отсюда видно, что для разных типов связи получаем различные зависимости предэкспоненциального множителя в (65) от коэффициента трения. Величина квазистационарной скорости распада увеличивается (уменьшается) с ростом λ_q (λ_p).

2.3. Результаты расчетов. Для анализа полученных выше результатов будем рассматривать следующие физические ситуации, взятые из теории ядерных реакций при низких энергиях [15]: 1) прохождение кулоновского барьера при столкновении двух ядер и образование двойной ядерной системы; 2) распад двойной ядерной системы на два фрагмента. На рис. 1 показан реалистичный ядро-ядерный потенциал взаимодействия V , рассчитанный для реакции $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ при нулевом угловом моменте. Потенциал V как функция относительного расстояния $q = R - R_b$ (R_b — положение кулоновского барьера высотой V_b) имеет небольшой глубины карман из-за действия сил ядерного притяжения и кулоновского отталкивания. Двойная ядерная система локализована в минимуме этого кармана при $q = q_m \approx R_1 + R_2 - R_b$, где R_1 и R_2 — радиусы ядер. Положению кулоновского барьера на рисунке соответствует $q = q_b = 0$. Глубина потенциального кармана задается выражением $E_b = V(q_b) - V(q_m)$. В наших расчетах ядро-ядерный потенциал взаимодействия V аппроксимируется перевернутым и гармоническим осцилляторами в точках $q = q_b$ и $q = q_m$ соответственно. Основную роль при расчетах проницаемости барьера и скорости распада метастабильного состояния играют значения потенциала V в области $q > q_m$. Отметим, что прохождение кулоновского барьера, локально аппроксимированного параболой, исследовалось ранее в работах [14, 98, 99, 123, 127–129]. Использование данного приближения вполне оправдано для ядерных реакций.

Асимптотическое значение инерционного параметра m принимаем равным приведенной массе для системы $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$, т. е. $m = m_0 A_1 A_2 / (A_1 + A_2)$, где m_0 — масса нуклона; A_1 и A_2 — массовые числа сталкивающихся

ядер. Асимптотическое значение коэффициента жесткости $\xi = -m\omega^2$ выбираем равным величине второй производной от ядро-ядерного потенциала взаимодействия V в точке на кулоновском барьере, при этом $U(q_b) = V(q_b)$. Значения γ , λ_q и λ_p берем близкими к значениям из [15], а именно, используя безразмерное представление, $\gamma/\omega = 3,626$ и $\lambda_q/\omega = \lambda_p/\omega = 0,484$. Для случая общей связи, если γ , m , ξ , λ_q и λ_p известны, то уравнения (15) и (29) определяют систему уравнений для расчета величин s_i , g , α , μ и k . В случае связи по импульсу (координате) задача упрощается, и если известны параметры γ , m (μ), k (ξ) и λ_q (λ_p), то уравнения (35) и (38) ((43) и (46)) определяют систему уравнений для расчета величин s_i , g (α) и μ (k) соответственно.

2.3.1. Проницаемость барьера. Будем считать, что ядро налетает на барьер справа (см. рис. 1). Начальные координату и импульс ядра выбираем следующим образом: $(m\omega/\hbar)^{1/2}q_0 = 1,334$ и $p_0 = -\{2m[E - U(q_0)]\}^{1/2}$ соответственно. Сначала рассматривается линейная связь по импульсу при $T = 0$. Полученные результаты сравниваются со случаем связи по координате. Все величины представлены в безразмерном виде для обобщения результатов на случай произвольной физической системы (например, атомной системы).

Зависимости коэффициента трения и массового параметра от времени представлены на рис. 2. При $t = 0$ трение равно нулю и в течение короткого промежутка времени $\sim \gamma^{-1}$ достигает асимптотического значения. На рис. 3 представлены рассчитанные зависимости проницаемости параболического барьера от времени $P(t)$ при различных значениях энергии бомбардировки E и γ при $\lambda_q/\omega = 0,484$. Из рисунка видно, что величина $P(t)$ достигает своих асимптотических значений за время порядка $2\omega^{-1}$ ($2\omega^{-1} \gg \gamma^{-1}$) в надбарьерной и околобарьерной областях и за время порядка $4\omega^{-1}$ в подбарьерной области. Отметим, что данное время практически не зависит от параметра γ в отличие от асимптотического значения P , которое умень-

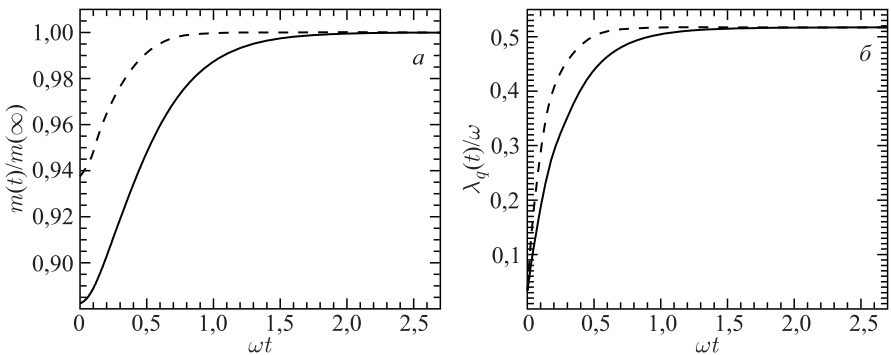


Рис. 2. Рассчитанные зависимости массового параметра (а) и коэффициента трения (б) от времени при $\gamma/\omega = 3,626$ (сплошная кривая) и $\gamma/\omega = 7,252$ (штриховая)

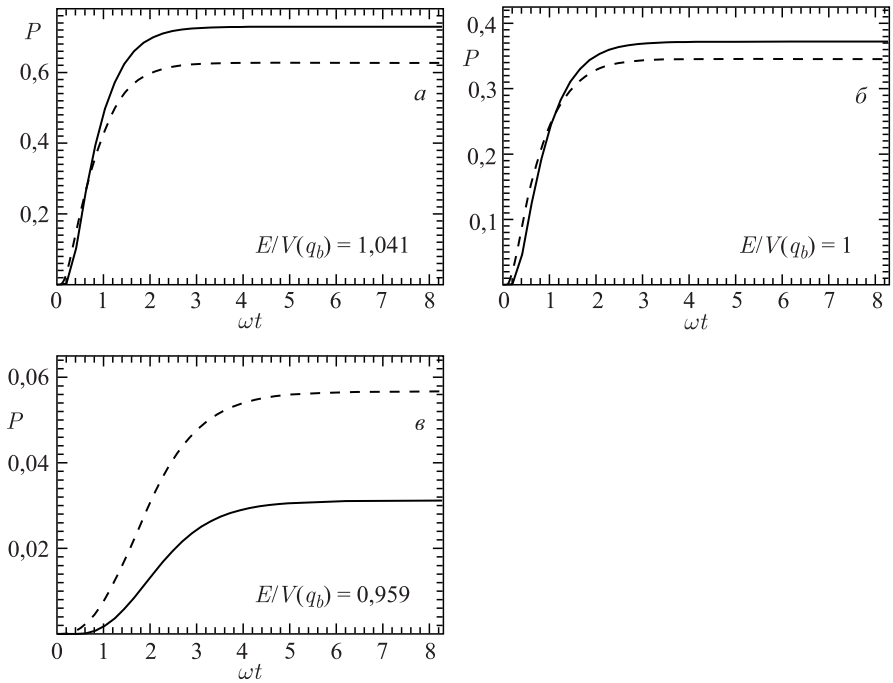


Рис. 3. Рассчитанные зависимости проницаемости параболического барьера от времени при различных значениях энергии бомбардировки E и $\lambda_q/\omega = 0,484$, $\gamma/\omega = 3,626$ (сплошная кривая) и $\gamma/\omega = 7,252$ (штриховая)

шается с ростом γ при надбарьерных и околобарьерных энергиях и увеличивается при подбарьерных энергиях (см. рис. 3 и 4). Зависимость $P(\infty)$ от γ может быть объяснена тем фактом, что с ростом γ уменьшается время релаксации внутренней подсистемы, т.е. внутренняя подсистема быстрее «усваивает» энергию, приходящую из коллективной подсистемы благодаря наличию трения. В надбарьерной и околобарьерной областях, когда коллективная подсистема обладает сравнительно большим запасом кинетической энергии, увеличение γ лишь способствует ее переходу из коллективной подсистемы во внутреннюю, что и уменьшает величину проницаемости $P(\infty)$. В подбарьерной области из-за малости кинетической энергии коллективной подсистемы заметную роль начинает играть процесс обратного перехода энергии из внутренней подсистемы в коллективную (благодаря диффузии), а увеличение γ ускоряет этот процесс, увеличивает флуктуации координаты и, соответственно, способствует росту проницаемости барьера $P(\infty)$.

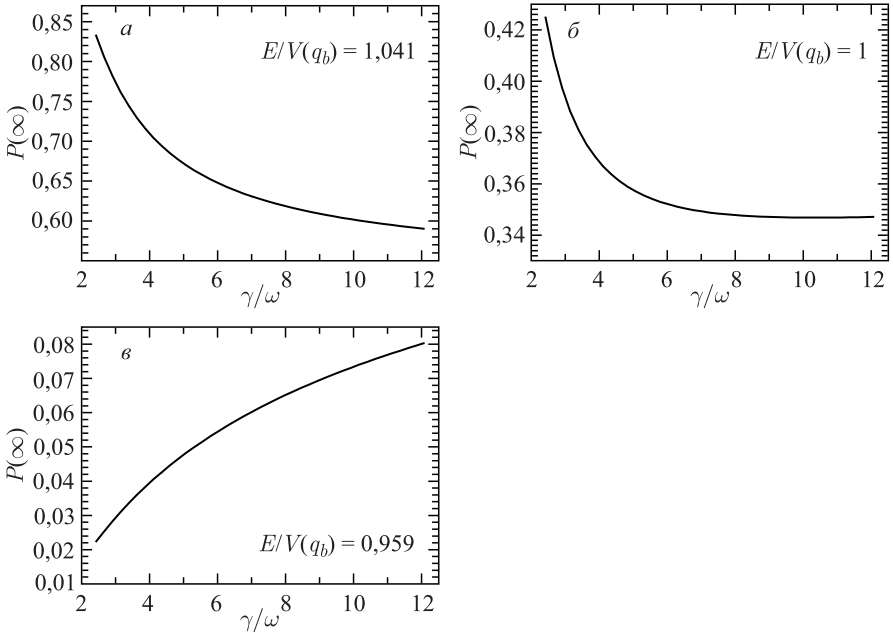


Рис. 4. Рассчитанные зависимости асимптотической проницаемости $P(\infty)$ от γ при различных значениях энергии бомбардировки E и $\lambda_q/\omega = 0,484$

Из рис. 5 видно, что трение играет важную роль в процессе прохождения барьера. При надбарьерных и околобарьерных энергиях асимптотическая проницаемость $P(\infty)$ уменьшается с увеличением коэффициента трения по координате λ_q . Это связано с ростом диссипации кинетической энергии. В подбарьерной области при $\lambda_{q1} < \lambda_{q2}$ имеем $\langle q(t, \lambda_{q1}/\omega) \rangle > \langle q(t, \lambda_{q2}/\omega) \rangle$, поэтому отношение $\langle q(t) \rangle / \sqrt{\Sigma_{qq}(t)}$ становится меньше при большем коэффициенте трения, что приводит к увеличению проницаемости барьера $P(\infty)$. Такой же эффект обнаружен в работах [55] в рамках феноменологической модели. Сходное поведение наблюдается при использовании уравнения (56) в случае другого типа взаимодействия между внутренней и коллективной подсистемами, а именно в случае линейной связи по координате. Соответствующие расчеты также представлены на рис. 5. Аналогичный эффект демонстрируется в работах [53, 98].

На рис. 6 показаны результаты расчетов асимптотической проницаемости $P(\infty)$ как функции E в случаях линейной связи по импульсу (уравнение (53)) и по координате (уравнение (56)) между внутренней и коллективной подсистемами. В обоих случаях начальные условия и параметры коллективной подсистемы выбираются одинаковыми. При $\gamma/\omega = 3,626$, $\gamma/\omega = 7,252$,

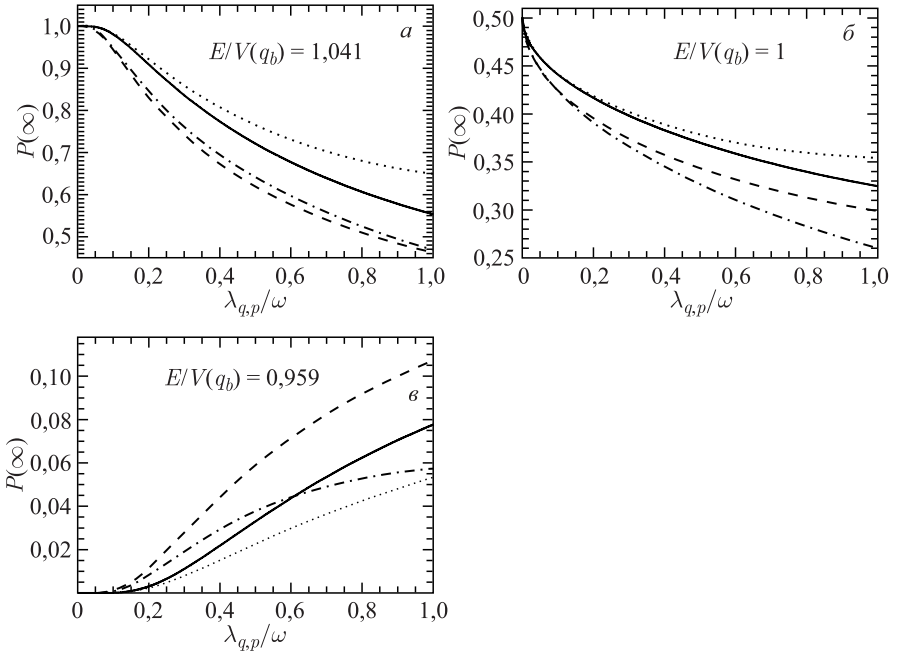


Рис. 5. Рассчитанные зависимости асимптотической проницаемости $P(\infty)$ от λ_q (λ_p) при различных значениях энергии бомбардировки E для случаев линейной связи по импульсу (координате) при $\gamma/\omega = 3,626$ (сплошная (пунктирная) кривая) и $\gamma/\omega = 7,252$ (штриховая (штрихпунктирная))

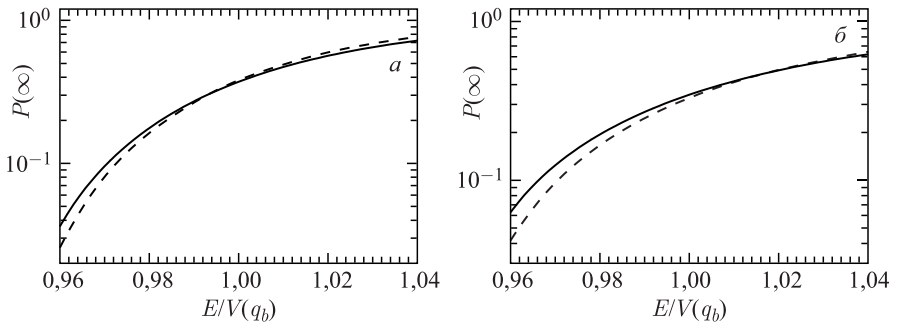


Рис. 6. Рассчитанные зависимости асимптотической проницаемости $P(\infty)$ от E при $\gamma/\omega = 3,626$ (а), $7,252$ (б) и $\lambda_q/\omega = \lambda_p/\omega = 0,484$ в пределе линейной связи по импульсу (сплошная кривая (53)) и координате (штриховая (56)). Для обоих видов связи в расчетах использовались одинаковые значения массовых параметров, коэффициентов жесткости, q_0 и p_0

$\lambda_q/\omega = \lambda_p/\omega = 0,484$ и $E > V(q_b)$ ($E < V(q_b)$) проницаемость в случае линейной связи по координате больше (меньше), чем в случае линейной связи по импульсу. Отметим, что если задать $\lambda_q/\omega = 0,399$ ($\gamma/\omega = 3,626$), то значения асимптотической проницаемости $P(\infty)$ в случае линейной связи по импульсу практически совпадают с этими же значениями в случае линейной связи по координате при $\lambda_p/\omega = 0,484$ ($\gamma/\omega = 3,626$). Такое же отношение λ_q/λ_p получается из уравнения (57).

Рассмотрим общий случай линейной связи по импульсу и координате. В расчетах для асимптотической проницаемости $P(\infty)$ используем формулу (58). На рис. 7 представлена рассчитанная зависимость $P(\infty)$ от температуры T для различных значений энергии бомбардировки E при $\lambda_q/\omega = \lambda_p/\omega = \lambda/\omega = 0,484$, $\lambda_q/\omega = 0$ и $\lambda_p/\omega = 2\lambda/\omega = 0,968$, $\lambda_p/\omega = 0$ и $\lambda_q/\omega = 2\lambda/\omega = 0,968$. При низких температурах зависимость является достаточно крутой, при высоких температурах все кривые достигают общего асимптотического значения, равного $1/2$.

Из рис. 8 видно, что трение играет важную роль в процессе прохождения барьера для всех случаев связи между коллективной и внутренней подсистемами. В случае линейной связи по импульсу и координате ($\lambda_q = \lambda_p = \lambda$) при надбарьерных и околобарьерных энергиях асимптотическая проницаемость $P(\infty)$ уменьшается с увеличением коэффициента трения λ . Для подбарьерных энергий имеем обратную зависимость. В случае линейной связи по импульсу (координате) [$\lambda_p = 0$ и $\lambda_q = 2\lambda$] [$\lambda_q = 0$ и $\lambda_p = 2\lambda$] наблюдается схожее поведение для $P(\infty)$ (см. анализ рис. 5).

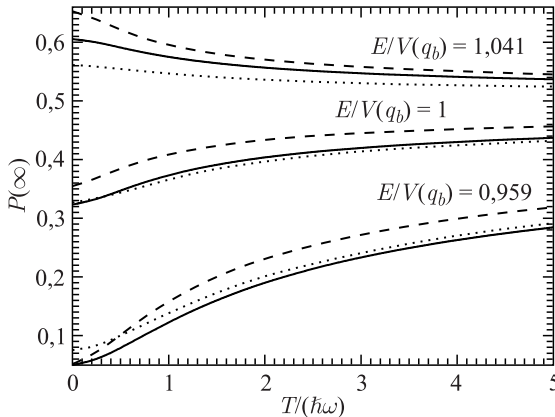


Рис. 7. Рассчитанная зависимость асимптотической проницаемости $P(\infty)$ от температуры T при $\gamma/\omega = 3,626$ и $\lambda_q/\omega = \lambda_p/\omega = \lambda/\omega = 0,484$ (сплошная кривая), $\lambda_q/\omega = 0$ и $\lambda_p/\omega = 2\lambda/\omega = 0,968$ (штриховая), $\lambda_p/\omega = 0$ и $\lambda_q/\omega = 2\lambda/\omega = 0,968$ (пунктирная)

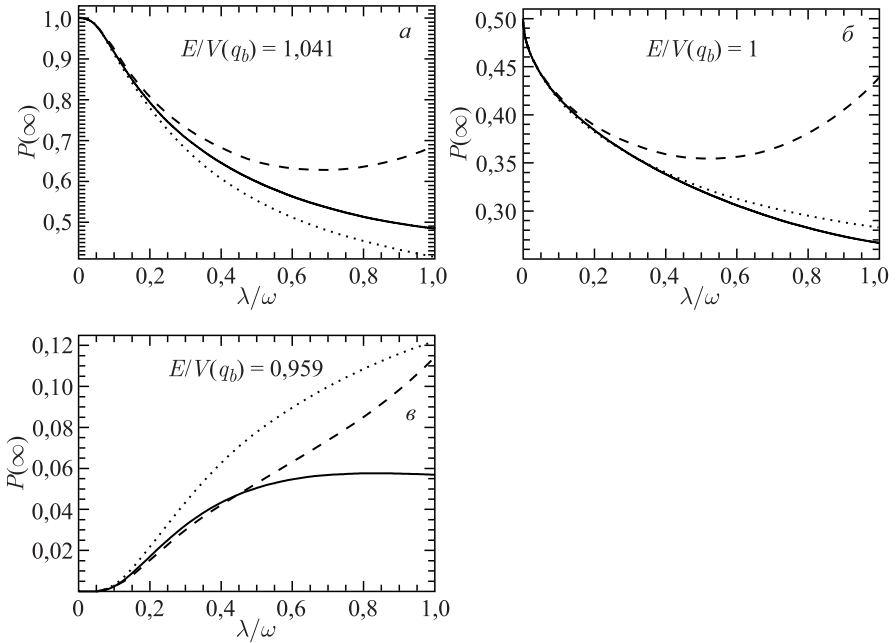


Рис. 8. Рассчитанная зависимость асимптотической проницаемости $P(\infty)$ от λ при различных значениях энергии бомбардировки E , $\gamma/\omega = 3,626$ и $T = 0$ для случаев $\lambda_q = \lambda_p = \lambda$ (сплошная кривая), $\lambda_q = 0$ и $\lambda_p = 2\lambda$ (штриховая), $\lambda_p = 0$ и $\lambda_q = 2\lambda$ (пунктирная)

На рис. 9 представлена рассчитанная зависимость $P(\infty)$ от γ при различных значениях энергии бомбардировки E при $\lambda_q/\omega = \lambda_p/\omega = \lambda/\omega = 0,484$, $\lambda_q/\omega = 0$ и $\lambda_p/\omega = 2\lambda/\omega = 0,968$, $\lambda_p/\omega = 0$ и $\lambda_q/\omega = 2\lambda/\omega = 0,968$. Асимптотическое значение P уменьшается с ростом γ при надбарьерных и околобарьерных энергиях и увеличивается при подбарьерных энергиях (см. рис. 9). Причины такого поведения были описаны при анализе рис. 4, когда рассматривался только случай линейной связи по импульсу между внутренней и коллективной подсистемами.

Из рис. 7–9 можно сделать заключение, что для случая линейной связи по импульсу и координате влияние коэффициента трения по координате (импульсная связь) на проницаемость барьера более существенно, чем влияние коэффициента трения по импульсу (координатная связь).

2.3.2. *Скорость распада метастабильного состояния.* Рассмотрим тепловой распад двойной ядерной системы (локализованной в потенциальном кармане) на два ядра через кулоновский барьер. Для моделирования распада метастабильного состояния используем ядро-ядерный потенциал взаимодей-

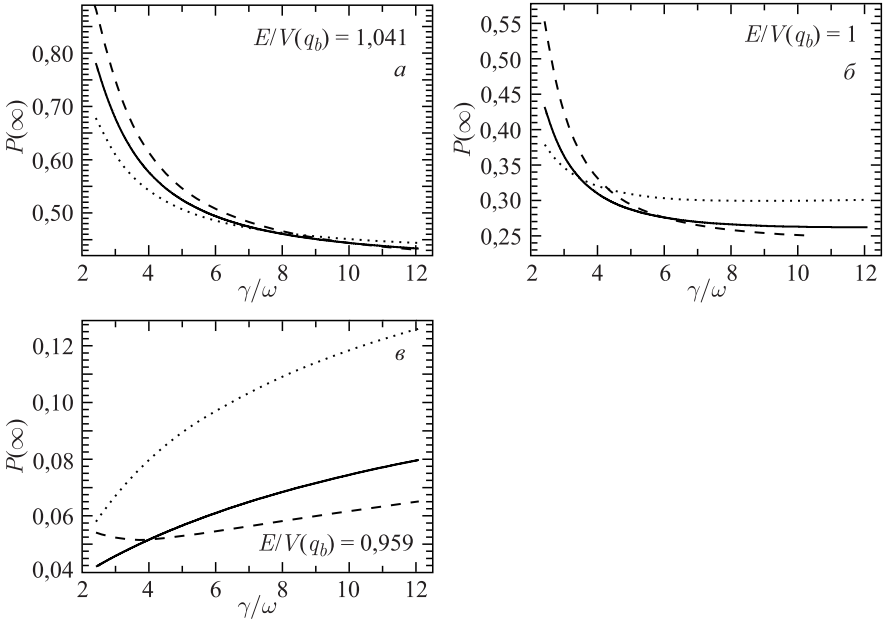


Рис. 9. Рассчитанная зависимость асимптотической проницаемости $P(\infty)$ от γ при различных значениях энергии бомбардировки E , $T = 0$ и $\lambda_q/\omega = \lambda_p/\omega = \lambda/\omega = 0,484$ (сплошная кривая), $\lambda_q/\omega = 0$ и $\lambda_p/\omega = 2\lambda/\omega = 0,968$ (штриховая), $\lambda_p/\omega = 0$ и $\lambda_q/\omega = 2\lambda/\omega = 0,968$ (пунктирная)

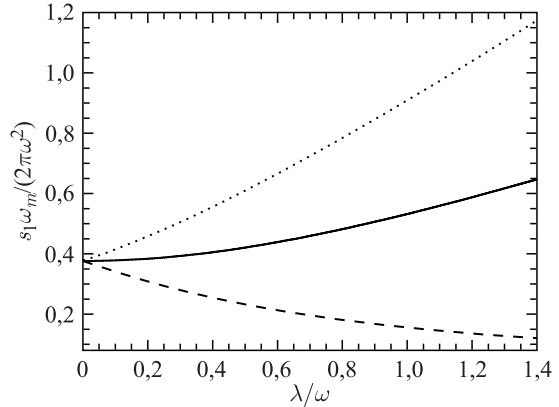


Рис. 10. Рассчитанная зависимость предэкспоненциального множителя в (65) от λ для случаев $\lambda_q = \lambda_p = \lambda$ (сплошная кривая), $\lambda_q = 0$ и $\lambda_p = 2\lambda$ (штриховая), $\lambda_p = 0$ и $\lambda_q = 2\lambda$ (пунктирная)

ствия для системы $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ (см. рис. 1). Имеем следующее отношение частот потенциального кармана и барьера: $\omega_m/\omega = 2,365$. На рис. 10 представлены результаты расчетов предэкспоненциального множителя в формуле (65) в зависимости от λ для случаев линейной связи по импульсу и координате

($\lambda_q = \lambda_p = \lambda$), только по импульсу ($\lambda_p = 0$ и $\lambda_q = 2\lambda$) и только по координате ($\lambda_q = 0$ и $\lambda_p = 2\lambda$). Расчеты показали, что предэкспоненциальный множитель не зависит от γ , так что результаты соответствуют как марковскому, так и немарковскому пределам. Из рисунка видно, что для $\lambda_q = \lambda_p = \lambda$ при $\lambda/\omega < 0,5$ предэкспоненциальный множитель и, соответственно, квазистационарная скорость распада в действительности имеют слабую зависимость от трения. Для случая линейной связи по импульсу с увеличением трения квазистационарная скорость распада неограниченно растет, а для линейной связи по координате — убывает до нуля. Аналогичное поведение было обнаружено в рамках немарковского микроскопического [122] и марковского феноменологического [55] подходов.

3. КВАНТОВОЕ ДИФFUЗИОННОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ПОДБАРЬЕРНОГО ЗАХВАТА

3.1. Реакции со сферическими ядрами. Для описания процесса захвата используется рассмотренный ранее квантовый диффузионный подход, учитывающий флуктуационные и диссипативные эффекты, наличие которых эффективно обеспечивает связь каналов. Он хорошо зарекомендован для описания процесса захвата при энергиях бомбардировки около кулоновского барьера [130]. В рамках диффузионного подхода, как уже отмечалось, система подразделяется на коллективную подсистему, поведением которой мы интересуемся, и внутреннюю подсистему, находящуюся в непосредственном контакте с коллективной подсистемой и влияющую на ее динамику. Столкновение ядер описывается посредством следующих коллективных переменных: относительного расстояния R между центрами сталкивающихся ядер и сопряженного ему импульса P . Связь с другими степенями свободы учитывается посредством трения и диффузии. Чтобы исключить из рассмотрения эффекты, связанные со статической деформацией и ориентацией взаимодействующих ядер, вначале рассмотрим только реакции со сферическими ядрами [131]: ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{36}\text{S}$, ${}^{48}\text{Ca}$ и ${}^{50}\text{Ti} + {}^{208}\text{Pb}$, ${}^{209}\text{Bi}$ и ${}^{22}\text{Ne} + {}^{208}\text{Pb}$.

3.1.1. Ядро-ядерный потенциал взаимодействия. Ядро-ядерный потенциал взаимодействия является важной составляющей рассматриваемой модели. Потенциал записывается в виде

$$V(R, J) = V_N(R) + V_C(R) + V_{\text{rot}}(R, J), \quad (69)$$

где V_N , V_C и V_{rot} — ядерный, кулоновский и центробежный потенциалы соответственно. Система двух взаимодействующих ядер характеризуется зарядовым Z_1 (Z_2) и нейтронным N_1 (N_2) числами налетающего ядра (ядра-мишени). Ядра предполагаются сферическими, и ядро-ядерный потенциал зависит от расстояния между центрами масс взаимодействующих ядер R и угло-

вого момента J . Для ядерной части ядро-ядерного потенциала взаимодействия мы используем формализм двойной свертки [132]

$$V_N(R) = \int \rho_1(\mathbf{r}_1) \rho_2(\mathbf{R} - \mathbf{r}_2) F_{nn}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad (70)$$

где

$$F_{nn}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = C_0 \left[F_{\text{in}} \frac{\rho_0(\mathbf{r}_1)}{\rho_{00}} + F_{\text{ex}} \left(1 - \frac{\rho_0(\mathbf{r}_1)}{\rho_{00}} \right) \right] \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$$

— зависящее от суммарной плотности $\rho_0(\mathbf{r}) = \rho_1(\mathbf{r}) + \rho_2(\mathbf{R} - \mathbf{r})$ эффективное нуклон-нуклонное взаимодействие Мигдала [133], $\rho_1(\mathbf{r}_1)$ и $\rho_2(\mathbf{r}_2)$ — нуклонные плотности налетающего ядра и ядра-мишени,

$$F'_{\text{in,ex}} = f_{\text{in,ex}} + f'_{\text{in,ex}} \frac{(N_1 - Z_1)(N_2 - Z_2)}{(N_1 + Z_1)(N_2 + Z_2)}.$$

Расчеты произведены со следующими значениями параметров нуклон-нуклонной силы: $C_0 = 300 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^3$, $f_{\text{in}} = 0,09$, $f_{\text{ex}} = -2,59$, $f'_{\text{in}} = 0,42$, $f'_{\text{ex}} = 0,54$ и $\rho_{00} = 0,17 \text{ фм}^{-3}$ [133]. Для вычисления кулоновского и центробежного потенциалов использованы следующие формулы:

$$V_C(R) = e^2 \int \frac{\rho_1^z(\mathbf{r}_1) \rho_2^z(\mathbf{R} - \mathbf{r}_2)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \quad (71)$$

и

$$V_{\text{rot}}(R, J) = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2\tilde{\mu}R^2} \quad (72)$$

соответственно. Здесь ρ_1^z и ρ_2^z — зарядовые плотности ядер и $\tilde{\mu} = m_0 A_1 A_2 / (A_1 + A_2)$ — приведенная масса (m_0 — масса нуклона, $A_1 = Z_1 + N_1$ и $A_2 = Z_2 + N_2$ — массовые числа ядер). Нуклонные плотности ядер снаряда и мишени задаются в виде параметризации Вудса–Саксона, при этом параметр ядерного радиуса $r_0 = 1,02 \text{ фм}$ для ${}^4\text{He}$ и $r_0 = 1,15 \text{ фм}$ для остальных ядер, а параметр диффузности $a = 0,48 \text{ фм}$ для ${}^4\text{He}$, $a = 0,53 \text{ фм}$ для ${}^{16}\text{O}$ и $a = 0,55 \text{ фм}$ для остальных ядер. Вследствие использования эффективных нуклон-нуклонных сил ядро-ядерный потенциал взаимодействия V имеет сравнительно неглубокий карман и отталкивающий кор (рис. 11). С ростом центробежной составляющей потенциала глубина кармана становится меньше, тогда как положение минимума кармана становится ближе к кулоновскому барьеру ($R = R_b$). При значениях углового момента $J > 90$ карман исчезает, и налетающее ядро не захватывается ядром-мишенью. В работах [84–86] показано, что подобный потенциал существенно отличается от традиционного потенциала типа Вудса–Саксона, часто используемого в методе связанных каналов.

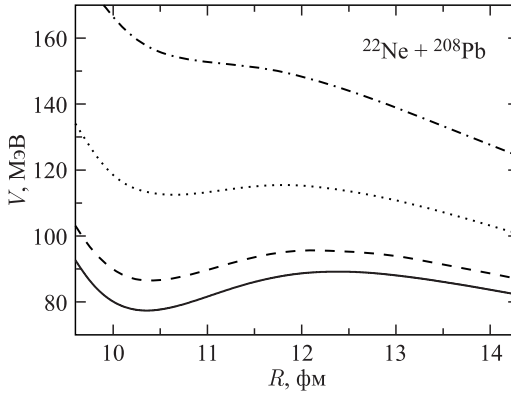


Рис. 11. Ядро-ядерный потенциал взаимодействия для реакции $^{22}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$, рассчитанный при $J = 0$ (сплошная кривая), 30 (штриховая), 60 (пунктирная) и 90 (штрихпунктирная)

3.1.2. Сечение захвата. Полное сечение захвата (сечение образования двойной ядерной системы) представляет собой сумму парциальных сечений захвата $\sigma_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}, J)$ и определяется формулой

$$\sigma_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}) = \sum_J \sigma_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}, J) = \frac{\pi \hbar^2}{2\tilde{\mu}E_{\text{cm}}} \sum_J (2J+1) P_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}, J), \quad (73)$$

где суммирование осуществляется по всем возможным значениям углового момента J при заданном значении энергии бомбардировки E_{cm} в системе центра масс. Парциальная вероятность захвата $P_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}, J)$ представляет собой вероятность прохождения потенциального барьера (т. е. проницаемость барьера) при заданных значениях J и E_{cm} .

Для расчета P_{cap} в рамках квантового диффузионного подхода будем использовать формулу (53), полученную в пределе низких температур ($T \rightarrow 0$), применимую в случае подбарьерного захвата. Таким образом,

$$P_{\text{cap}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\left(\frac{\gamma^2 - s_1^2}{2g\hbar\pi^{-1}} \right)^{1/2} \frac{s_1 R_0 + \mu^{-1} P_0}{\gamma s_1 [\ln(\gamma/s_1)]^{1/2}} \right]. \quad (74)$$

Данное выражение получено для перевернутого осциллятора, аппроксимирующего ядро-ядерный потенциал взаимодействия V по переменной R . Частота $\omega = \omega(J)$ этого осциллятора определяется из условия равенства классических действий для осцилляторного и исходного потенциальных барьеров одинаковой высоты при заданном J и, таким образом, зависит от E_{cm} .

Влияние силы ядерного взаимодействия начинает заметно проявляться при $R_{\text{int}} = R_b + 1,1$ фм [15], когда значение нуклонной плотности в области

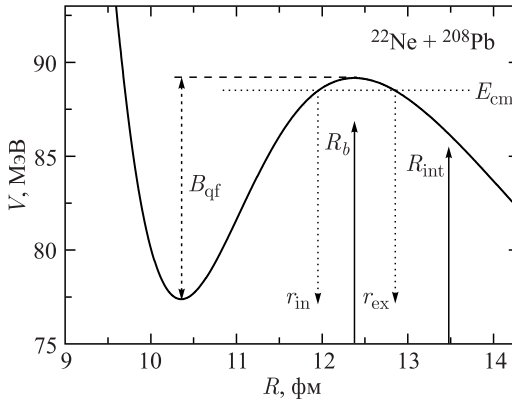


Рис. 12. Ядро-ядерный потенциал взаимодействия, рассчитанный при $J = 0$ (сплошная кривая) для реакции $^{22}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$: R_b и R_{int} — положение кулоновского барьера и радиус действия ядерных сил; r_{ex} и r_{in} — внешняя и внутренняя точки поворота для $E_{\text{cm}} = 88$ МэВ; B_{qf} — глубина потенциального кармана

между сталкивающимися ядрами достигает приблизительно 10 % от значения плотности насыщения. На рис. 12 показан радиус действия ядерных сил R_{int} , а также внешняя и внутренняя точки поворота для реакции $^{22}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$. Если величина r_{ex} , соответствующая внешней точке поворота, больше, чем радиус взаимодействия R_{int} , то в уравнении (74) полагаем, что $R_0 = r_{\text{ex}}$ и $P_0 = 0$. В этом случае трение практически не влияет на прохождение через потенциальный барьер. Если $r_{\text{ex}} < R_{\text{int}}$, то полагаем $R_0 = R_{\text{int}}$, а P_0 определяется из значения кинетической энергии в точке $R = R_0$. В этом случае трение препятствует классическому движению в область с меньшими значениями R . Таким образом, как и в [15], мы выделяем два режима взаимодействия сталкивающихся ядер, различающихся действием ядерных сил и, соответственно, ядерного трения. Величины R_0 и P_0 зависят от E_{cm} и J .

Кроме параметров, относящихся к ядро-ядерному потенциалу взаимодействия, для расчета вероятности захвата необходимо задать еще три параметра, а именно m , γ и λ_R (переобозначили λ_q). Асимптотическое значение инерционного параметра m принимаем равным приведенной массе для соответствующей реакции, т. е. $m = \tilde{\mu}$. Значение параметра γ взято из работ [15], а именно $\hbar\gamma = 15$ МэВ. Наиболее реалистичные коэффициенты трения в диапазоне $\hbar\lambda_R \approx 1-2$ МэВ извлечены из экспериментальных данных реакций слияния, квазиделения и глубоконеупругих передач [65, 130]. Аналогичные коэффициенты трения получены в рамках приближения среднего поля [134]. В расчетах для асимптотического значения коэффициента трения мы используем $\hbar\lambda_R = 1,54$ МэВ. В рассматриваемом случае линейной связи

по импульсу, если известны параметры γ , m , $k = m\omega^2$ и λ_R , то (35) и (38) определяют систему уравнений для расчета величин s_i , g и μ . Все результаты получены с одними и теми же значениями параметров γ и λ_R .

3.1.3. *Обсуждение результатов.* На рис. 13–18 представлены результаты расчетов сечения захвата для реакций ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{22}\text{Ne}$, ${}^{36}\text{S}$, ${}^{48}\text{Ca}$ и ${}^{50}\text{Ti} + {}^{208}\text{Pb}$. Как видно, они находятся в хорошем согласии с имеющимися экспериментальными данными [16, 20, 22–24, 135–142]. При энергиях чуть ниже кулоновского барьера наблюдается резкое падение значений сечения захвата. Когда значение E_{cm} становится примерно на 0,5–5,0 МэВ ниже кулоновского барьера, происходит изменение режима взаимодействия из-за того, что внешняя точка поворота сталкивающихся ядер находится вне области действия ядерного взаимодействия и, соответственно, ядерного трения. Как результат, при меньших значениях E_{cm} сечение убывает с меньшей скоростью. При боль-

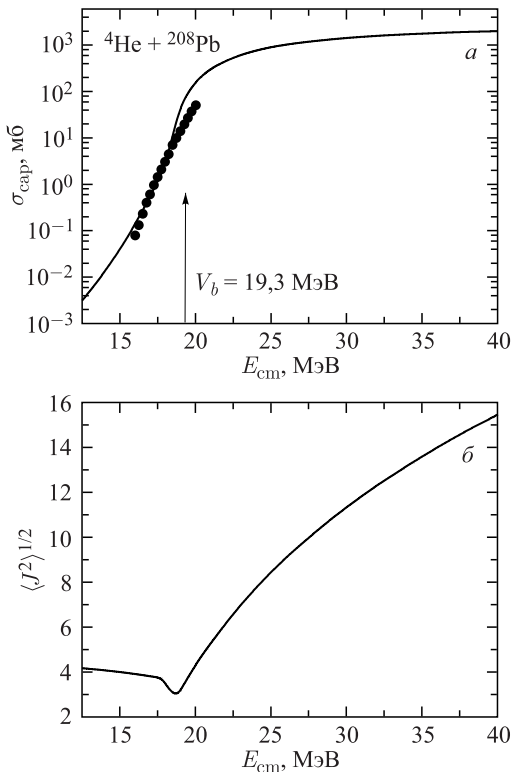


Рис. 13. Рассчитанные зависимости (сплошная кривая) сечения захвата (а) и среднеквадратичного углового момента системы (б) от E_{cm} для реакции ${}^4\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$ в сравнении с экспериментальными данными [135] (●). Стрелкой обозначена высота кулоновского барьера V_b

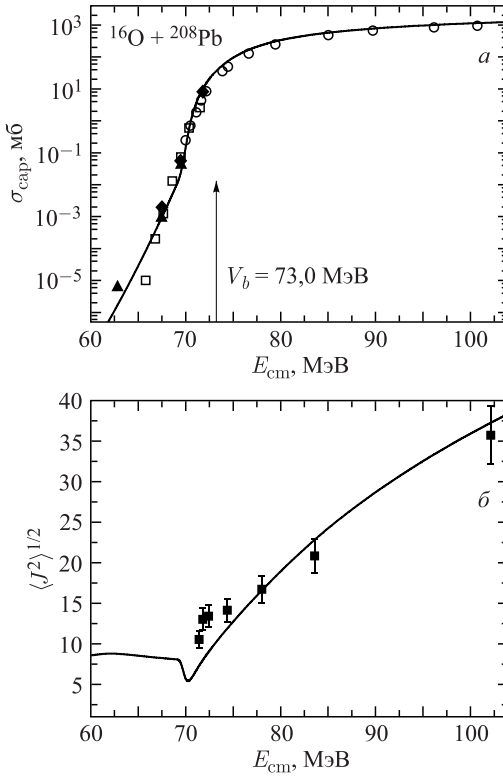


Рис. 14. То же, что и на рис. 13, но для реакции $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$. Экспериментальные данные взяты из [16] (\square), [20] (\circ), [22] (\blacklozenge) и [23] (\blacktriangle), экспериментальные значения $\langle J^2 \rangle^{1/2}$ (\blacksquare) — из [34]

ших значениях R_{int} изменение скорости падения происходит при меньших значениях E_{cm} . Однако можно показать, что чувствительность расчетов к разумному изменению R_{int} достаточно слабая. Поэтому в экспериментальных данных должен наблюдаться эффект изменения скорости падения подбарьерного сечения захвата, если предполагать, что трение начинает действовать только тогда, когда сталкивающиеся ядра практически достигают кулоновского барьера. Отметим, что при глубокоподбарьерных энергиях экспериментальные данные все еще имеют большую неопределенность, для того чтобы сделать заключение о существовании данного эффекта. Наиболее четко этот эффект должен проявиться при столкновении сферических ядер, так как столкновение деформированных ядер происходит при различных взаимных ориентациях, определяющих значение R_{int} .

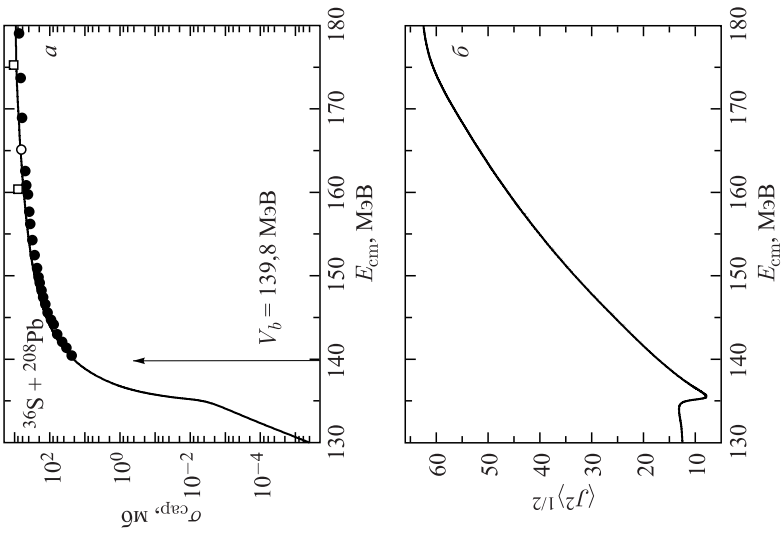


Рис. 15. То же, что и на рис. 13, но для реакции $^{22}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$. Экспериментальные данные взяты из [24] (●, ■)

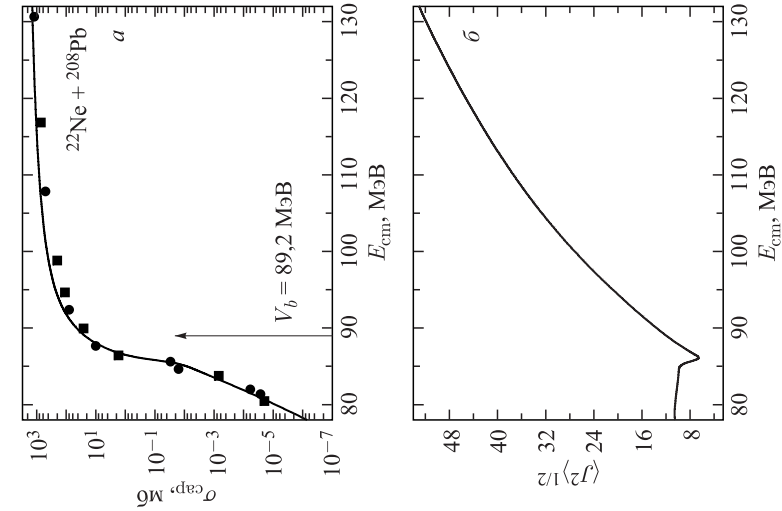


Рис. 16. То же, что и на рис. 13, но для реакции $^{36}\text{S} + ^{208}\text{Pb}$. Экспериментальные данные взяты из [136] (●) и [137] (□ и ○)

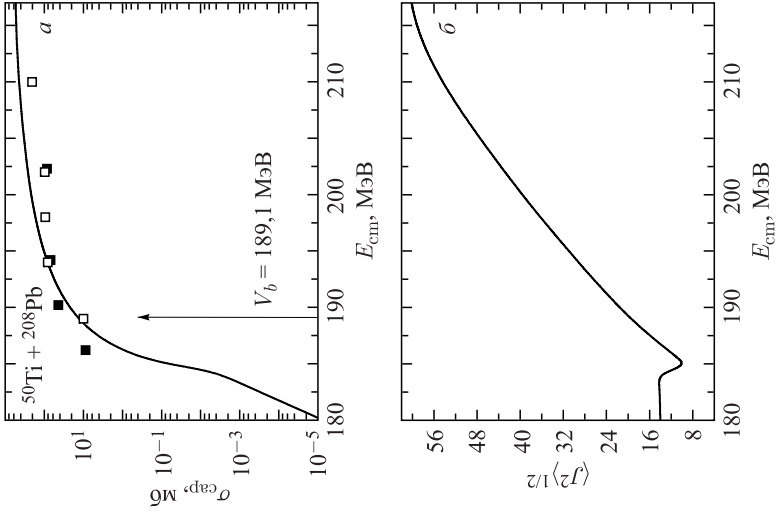


Рис. 17. То же, что и на рис. 13, но для реакции $^{48}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$. Экспериментальные данные взяты из [138] (●), [139] (■) и [140] (○)

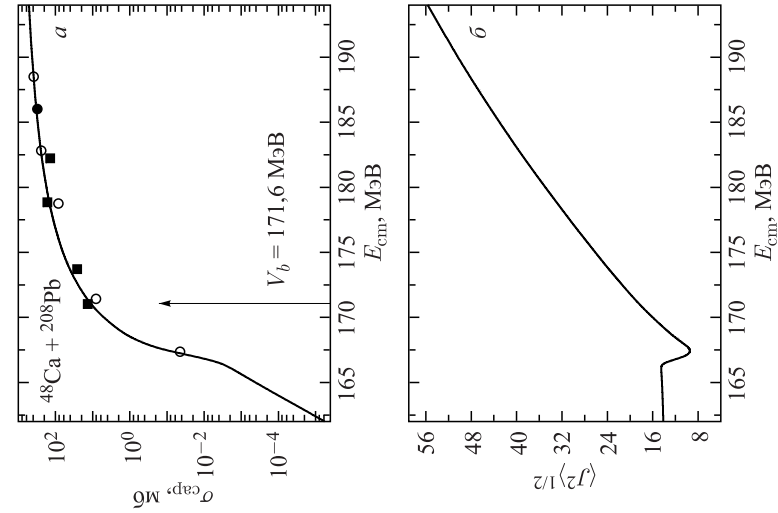


Рис. 18. То же, что и на рис. 13, но для реакции $^{50}\text{Ti} + ^{208}\text{Pb}$. Экспериментальные данные взяты из [141] (■) и [142] (□)

На рис. 19–23 представлены расчеты сечений захвата для реакций ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{36}\text{S}$, ${}^{48}\text{Ca}$ и ${}^{50}\text{Ti} + {}^{209}\text{Bi}$. Во всех расчетах наблюдаются схожие тенденции.

Рассчитанные среднеквадратичные угловые моменты

$$\langle J^2 \rangle = \sum_J J(J+1) \sigma_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}, J) / \sigma_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}) \quad (75)$$

для различных систем после процесса захвата также представлены на рис. 13–23. При энергии примерно на 0,5–4,5 МэВ ниже кулоновского барьера $\langle J^2 \rangle$ имеет минимум. Слева от минимума зависимость $\langle J^2 \rangle$ от E_{cm} достаточно слабая. Аналогичная слабая зависимость была обнаружена в работе [143] при глубокоподбарьерных энергиях. Отметим, что такое поведение $\langle J^2 \rangle$, связанное с изменением режима взаимодействия между сталкивающимися ядрами, будет влиять на угловую анизотропию продуктов деления или квазиделения, происходящего после захвата.

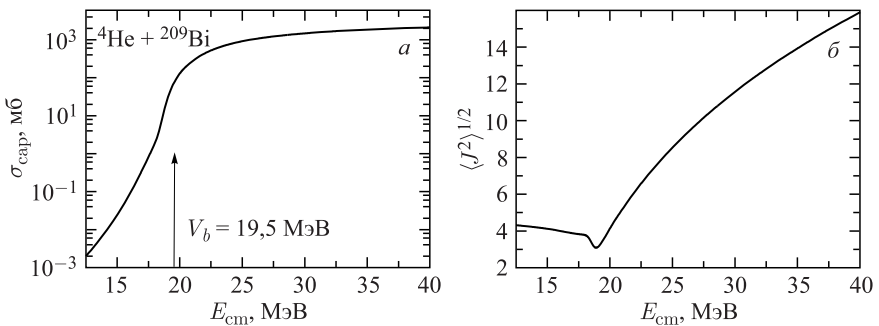


Рис. 19. Зависимости рассчитанных (сплошная кривая) сечения захвата (а) и среднеквадратичного углового момента системы (б) от E_{cm} для реакции ${}^4\text{He} + {}^{209}\text{Bi}$

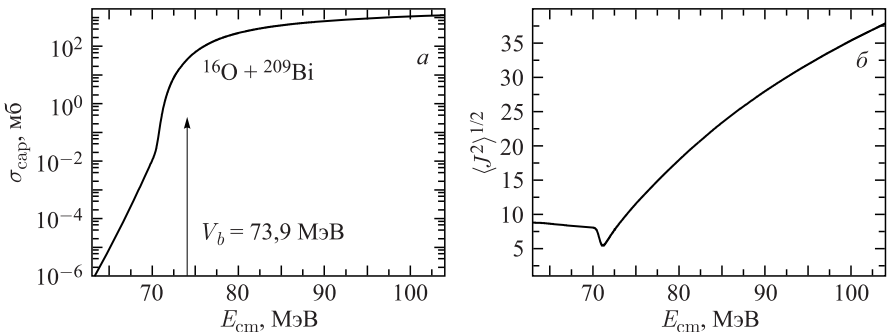


Рис. 20. То же, что и на рис. 19, но для реакции ${}^{16}\text{O} + {}^{209}\text{Bi}$

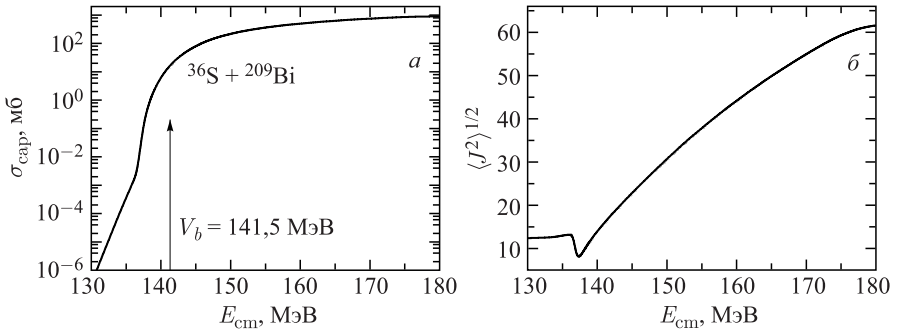


Рис. 21. То же, что и на рис. 19, но для реакции $^{36}\text{S} + ^{209}\text{Bi}$

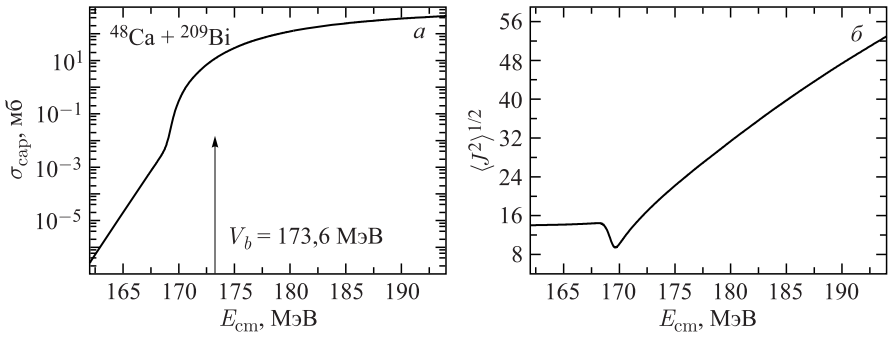


Рис. 22. То же, что и на рис. 19, но для реакции $^{48}\text{Ca} + ^{209}\text{Bi}$

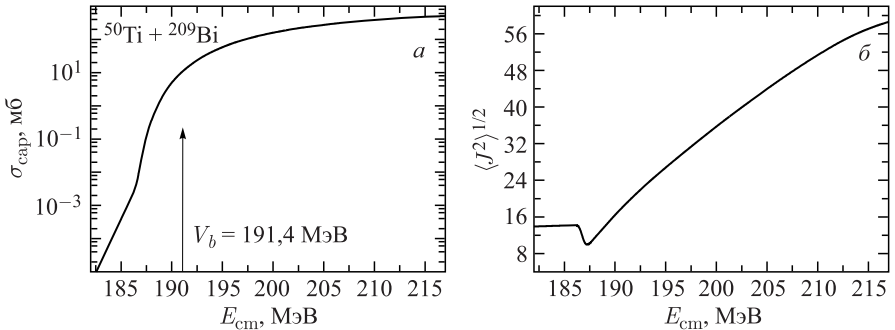


Рис. 23. То же, что и на рис. 19, но для реакции $^{50}\text{Ti} + ^{209}\text{Bi}$

На рис. 24 показаны функции $L(E_{\text{cm}})$ и $S(E_{\text{cm}})$ для реакции $^{22}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$. Логарифмическая производная демонстрирует быстрый рост при энергиях ниже кулоновского барьера, переходящий в максимум. S -фактор, в свою очередь, сначала выходит на максимум, соответствующий области резкого падения значений сечения захвата, затем из-за смены режима взаимодействия проходит через минимум и продолжает увеличиваться. Аналогичное поведение было получено в работах [144] при извлечении S -фактора из экспериментальных данных. Следует отметить, что максимум L -функции соответствует минимуму S -фактора.

На рис. 25 представлены рассчитанные парциальные сечения захвата $\sigma_{\text{свп}}(E_{\text{cm}}, J)$ при различных значениях энергии бомбардировки. Из рисунка видно, при каких угловых моментах происходит смена режима взаимодей-

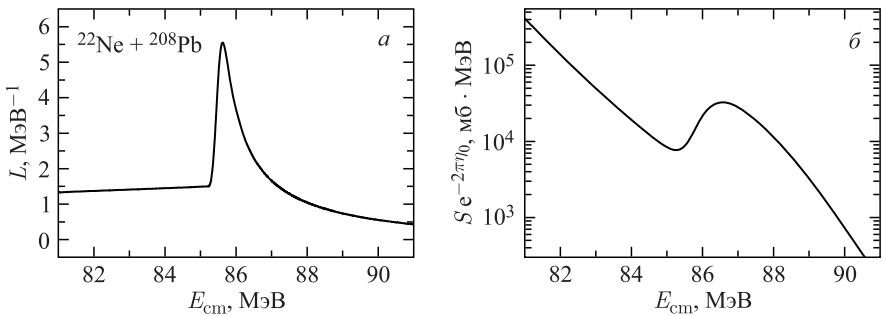


Рис. 24. Рассчитанные логарифмическая производная (а) и астрофизический S -фактор (б) с $\eta_0 = \eta(E_{\text{cm}} = V_b)$ для реакции $^{22}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$

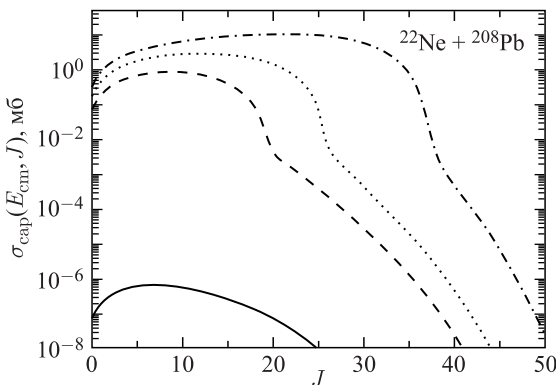


Рис. 25. Зависимость рассчитанных парциальных сечений захвата $\sigma_{\text{свп}}(E_{\text{cm}}, J)$ от J для реакции $^{22}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$ при $E_{\text{cm}} = 80$ МэВ (сплошная кривая), 88 МэВ (штриховая), 90 МэВ (пунктирная), 95 МэВ (штрихпунктирная)

ствия для каждого из значений $E_{\text{см}}$. При энергиях около и выше кулоновского барьера основной вклад в полное сечение дает диссипативный режим. При глубокоподбарьерных энергиях, наоборот, имеет место только бездиссипативный режим.

3.2. Изотопическая зависимость сечения захвата и среднеквадратичного углового момента. Рассмотрим изотопическую зависимость сечения захвата и среднеквадратичного углового момента в реакциях ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{36}\text{S}$, ${}^{48}\text{Ca} + {}^{196,200,204,208}\text{Pb}$ с помощью квантового диффузионного подхода. Данная зависимость обусловлена следующими причинами. Во-первых, от числа нейтронов зависит деформация сталкивающихся ядер. Во-вторых, изотопические эффекты связаны с передачей нейтронов, если значение реакции Q способствует этому. Наконец, нуклонные распределения в ядрах, будучи функциями массовых чисел, влияют на ядро-ядерный потенциал взаимодействия. Здесь же рассматриваются реакции со сферическими изотопами свинца, в которых каналы передачи нейтронов пренебрежимо малы из-за отрицательных значений Q . Таким образом, ядро-ядерный потенциал взаимодействия, зависящий от изотопического состава сталкивающихся ядер, остается важнейшей составляющей нашего подхода [145].

Для рассматриваемых реакций ядро-ядерный потенциал взаимодействия берем в виде (69). Что касается нуклонных плотностей изотопов свинца, то сначала ищутся самосогласованные распределения в рамках метода функционала плотности энергии [146] с функционалом DF3-а [147]. Функционал DF3-а отличается от исходного функционала DF3 (см. работу [146]) только спин-орбитальным и тензорным компонентами. С его помощью успешно описываются свойства основных состояний ядер от области кальция до трансурановых элементов. В частности, при использовании данного функционала с рекордной точностью 0,01–0,02 фм воспроизводятся зарядовые радиусы ядер [148]. Затем варьированием параметров r_0 и a полученные распределения плотностей аппроксимируются функциями Ферми. Оказалось, что обычно используемое значение $r_0 = 1,15$ фм справедливо и в этом случае. Для параметров диффузности четырех четных изотопов свинца ${}^{196}\text{Pb}$, ${}^{200}\text{Pb}$, ${}^{204}\text{Pb}$ и ${}^{208}\text{Pb}$ было получено $a = 0,520, 0,526, 0,535$ и $0,550$ фм соответственно. Качество аппроксимации демонстрируется на рис. 26. Отметим, что основной вклад в интеграл (70) дают «хвосты» распределений плотности. Поэтому различие между самосогласованными распределениями и функциями Ферми, наблюдаемое в центральной области, не влияет на результаты. Значения параметров диффузности a для всех изотопов свинца представлены на рис. 27. Из рисунка видно, что зависимость $a(A)$ существенно нелинейна и характеризуется резким спадом при уменьшении A от 208 до 194 и плавным спуском при изменении значения A от 194 до 180.

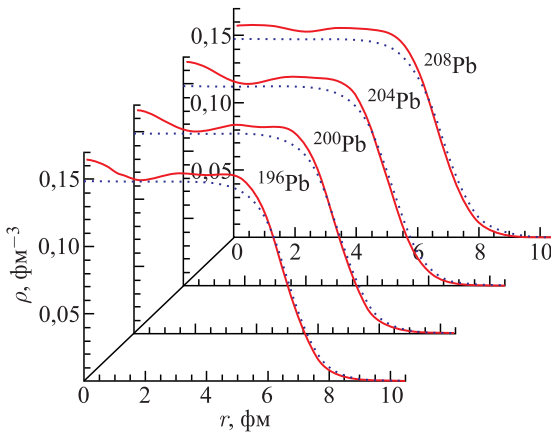


Рис. 26. Сравнение самосогласованных распределений плотности (сплошная кривая) с функциями Ферми (пунктирная) для четырех изотопов Pb

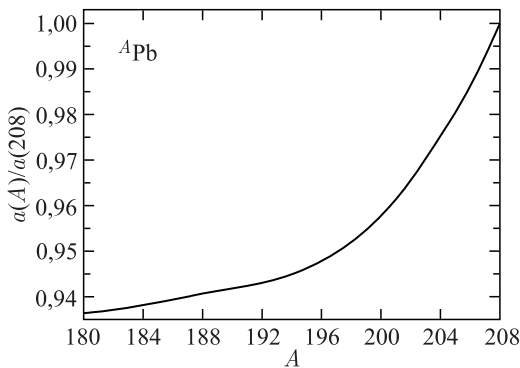


Рис. 27. Зависимость параметра диффузности a от массового числа A для четно-четных изотопов Pb

3.2.1. Изотопическая зависимость ядро-ядерного потенциала взаимодействия. На рис. 28 и 29 представлены результаты расчетов ядро-ядерного потенциала для реакций ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{36}\text{S}$, ${}^{48}\text{Ca} + {}^{196,200,204,208}\text{Pb}$ при нулевом угловом моменте. С уменьшением числа нейтронов в Pb высота кулоновского барьера растет (рис. 30). Например, V_b меняется от 171,5 МэВ (19,30 МэВ) до 175 МэВ (19,75 МэВ) для системы ${}^{48}\text{Ca} + {}^A\text{Pb}$ (${}^4\text{He} + {}^A\text{Pb}$) при уменьшении A от 208 до 196. Таким образом, чем больше асимметрия реакции, тем меньше изменение ядро-ядерного потенциала при изменении нейтронного числа.

При уменьшении массового числа изотопов Pb глубина потенциального кармана B_{qf} становится меньше, как и расстояние между положениями мини-

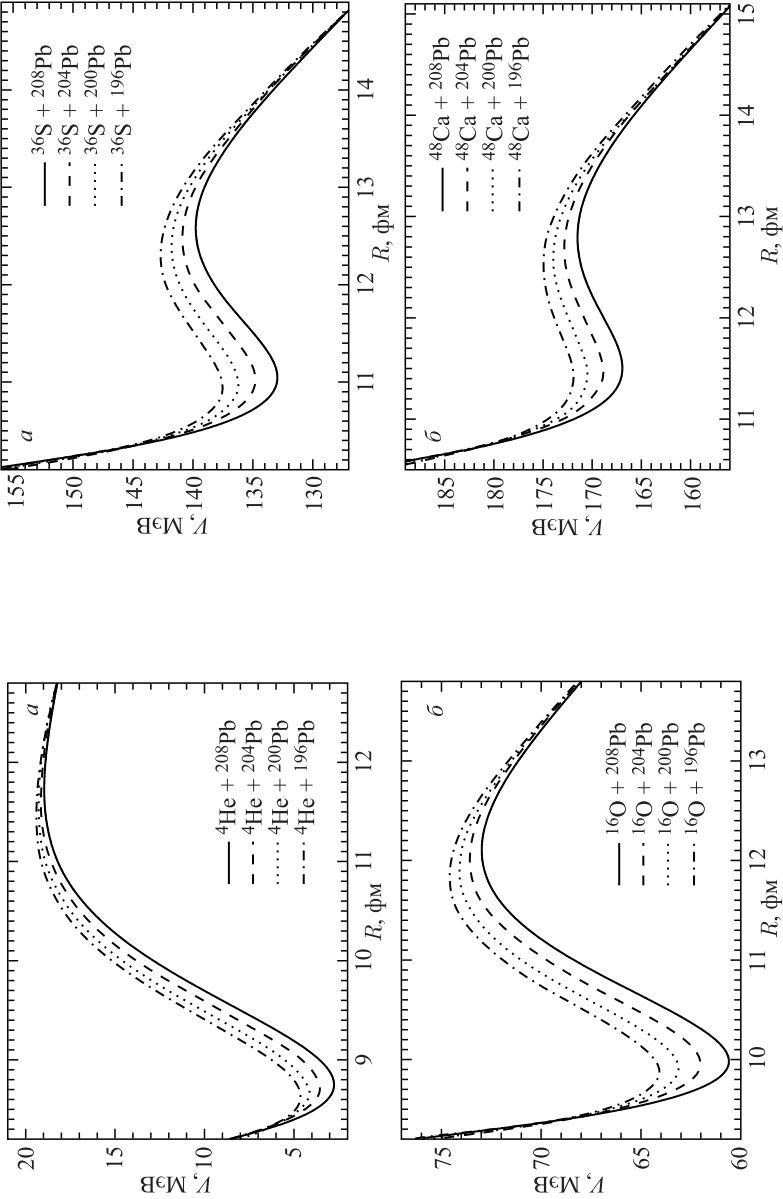


Рис. 28. Ядро-ядерный потенциал взаимодействия, рассчитанный для реакций $^4\text{He} + ^{196,200,204,208}\text{Pb}$ (a) и $^{16}\text{O} + ^{196,200,204,208}\text{Pb}$ (б) при нулевом угловом моменте

Рис. 29. Ядро-ядерный потенциал взаимодействия, рассчитанный для реакций $^{36}\text{S} + ^{196,200,204,208}\text{Pb}$ (a) и $^{48}\text{Ca} + ^{196,200,204,208}\text{Pb}$ (б) при нулевом угловом моменте

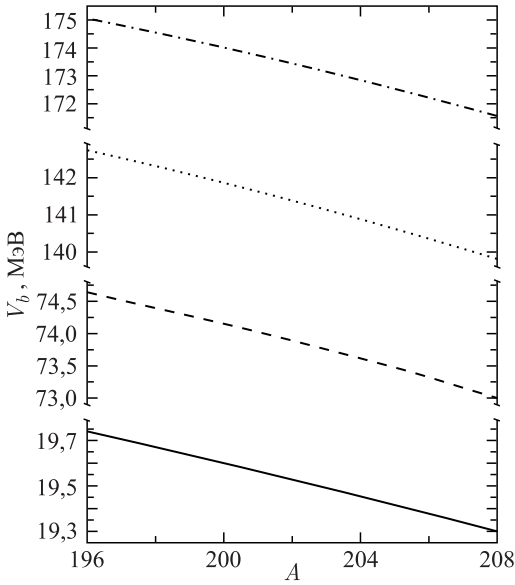


Рис. 30. Высота кулоновского барьера V_b , рассчитанная для реакций ${}^4\text{He} + {}^A\text{Pb}$ (сплошная кривая), ${}^{16}\text{O} + {}^A\text{Pb}$ (штриховая), ${}^{36}\text{S} + {}^A\text{Pb}$ (пунктирная) и ${}^{48}\text{Ca} + {}^A\text{Pb}$ (штрихпунктирная) при нулевом угловом моменте

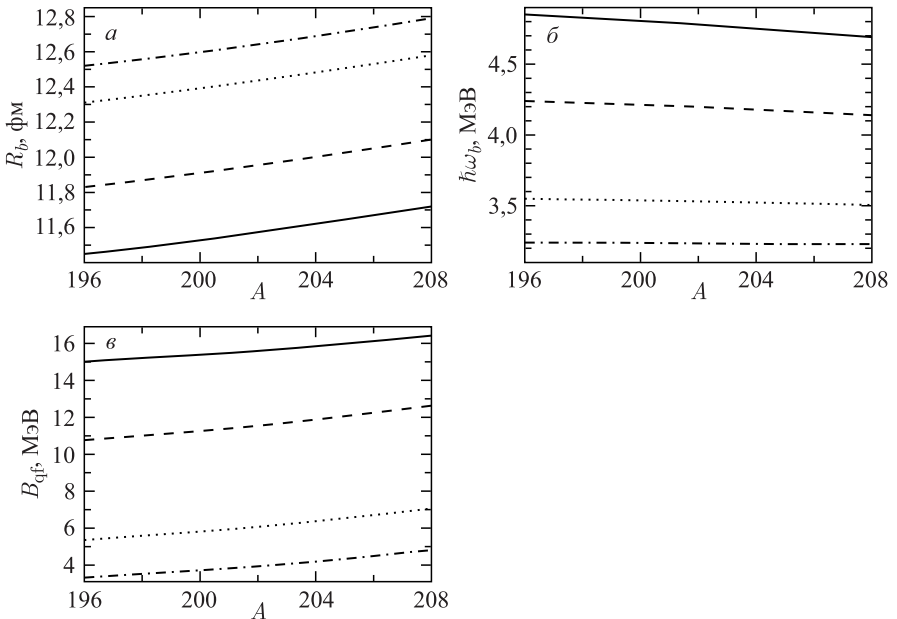


Рис. 31. Значения R_b (а), ω_b (б) и B_{qf} (в), рассчитанные для реакций ${}^4\text{He} + {}^A\text{Pb}$ (сплошная кривая), ${}^{16}\text{O} + {}^A\text{Pb}$ (штриховая), ${}^{36}\text{S} + {}^A\text{Pb}$ (пунктирная) и ${}^{48}\text{Ca} + {}^A\text{Pb}$ (штрихпунктирная) при нулевом угловом моменте

мука кармана и кулоновского барьера при $R = R_b \approx R_1 + R_2 + 2$ фм, где $R_i = 1,15A_i^{1/3}$ ($i = 1, 2$) — радиусы сталкивающихся ядер (рис. 31). Например, $B_{\text{qf}} = 3,2$ МэВ (15 МэВ) и 4,8 МэВ (16,4 МэВ) для реакций $^{48}\text{Ca} + ^{196}\text{Pb}$ ($^4\text{He} + ^{196}\text{Pb}$) и $^{48}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$ ($^4\text{He} + ^{208}\text{Pb}$) соответственно. Из рис. 31 видно, что значение $\omega_b = (|\partial^2 V / \partial R^2|_{R=R_b} / \tilde{\mu})^{1/2}$ практически не чувствительно к нейтронному числу двойной ядерной системы.

С ростом центробежной составляющей потенциала глубина кармана становится меньше, тогда как положение минимума кармана становится ближе к кулоновскому барьеру при $R = R_b$. При некотором критическом значении углового момента потенциальный карман исчезает и сечение захвата стремится к нулю.

3.2.2. *Изотопические зависимости сечения захвата и среднеквадратичного углового момента.* На рис. 32–35 представлены результаты расчетов сечений захвата для реакций ^4He , ^{16}O , ^{36}S , $^{48}\text{Ca} + ^{196,200,204,208}\text{Pb}$. Как видно,

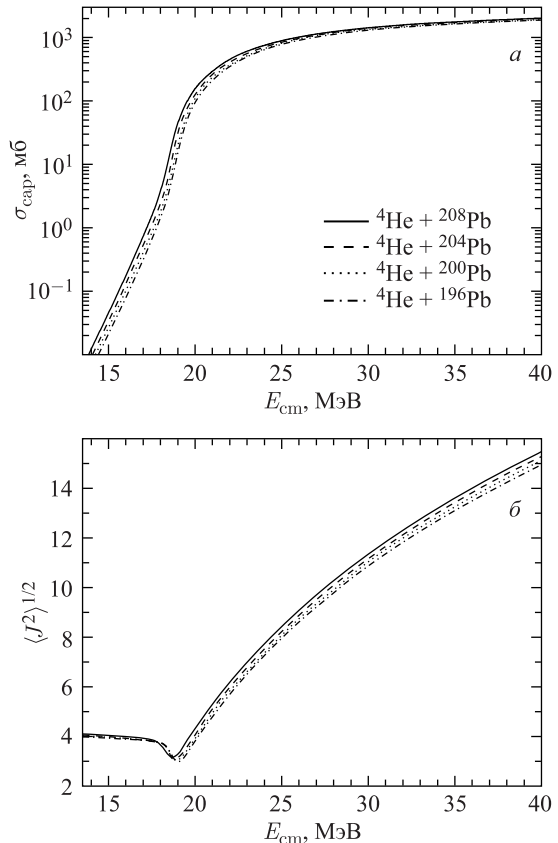


Рис. 32. Зависимости рассчитанных сечений захвата (а) и среднеквадратичных угловых моментов указанных систем после захвата (б) от E_{cm} для реакций $^4\text{He} + ^{196,200,204,208}\text{Pb}$. Высота кулоновского барьера — 19,7, 19,6, 19,5 и 19,3 МэВ соответственно

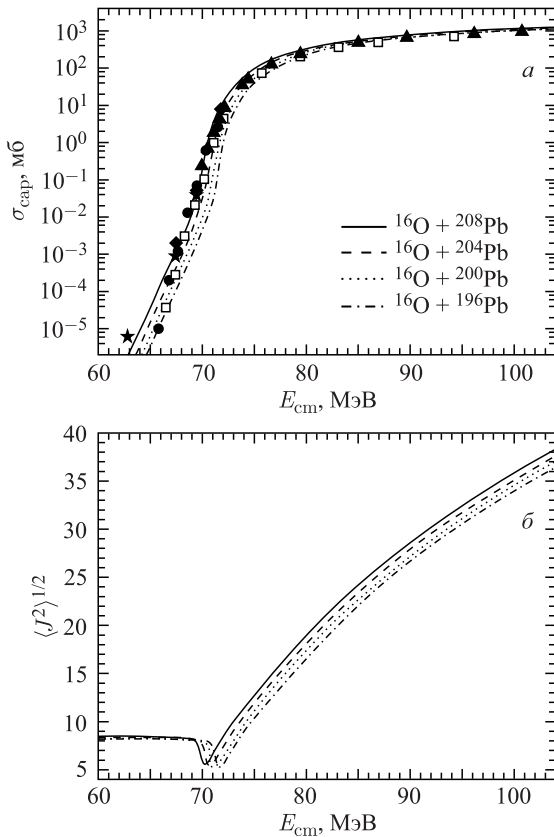


Рис. 33. То же, что и на рис. 32, но для реакций $^{16}\text{O} + ^{196,200,204,208}\text{Pb}$. Экспериментальные данные для реакции $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ взяты из [16] (●), [20] (▲), [22] (◆) и [23] (★), для реакции $^{16}\text{O} + ^{204}\text{Pb}$ — из [16]. Высота кулоновского барьера — 74,6, 74,2, 73,6 и 73,0 МэВ соответственно

они находятся в хорошем согласии с имеющимися экспериментальными данными [16, 20, 22, 23] (см. также рис. 13, 14, 16, 17). Уменьшение массового числа ядер Pb приводит к снижению сечения захвата при фиксированном значении E_{cm} для всех типов реакций. Значит, чем меньше диффузность изотопов Pb, тем больше высота кулоновского барьера и, соответственно, меньше сечение захвата при определенном значении E_{cm} . Таким образом, увеличение числа нейтронов в Pb способствует процессу захвата. На рис. 33 представлены экспериментальные данные для реакций $^{16}\text{O} + ^{204,208}\text{Pb}$. Они имеют схожий характер с рассчитанными данными (сплошная и штриховая кривые). Изотопическая зависимость достаточно слабая, так как ядро-ядерный потенциал

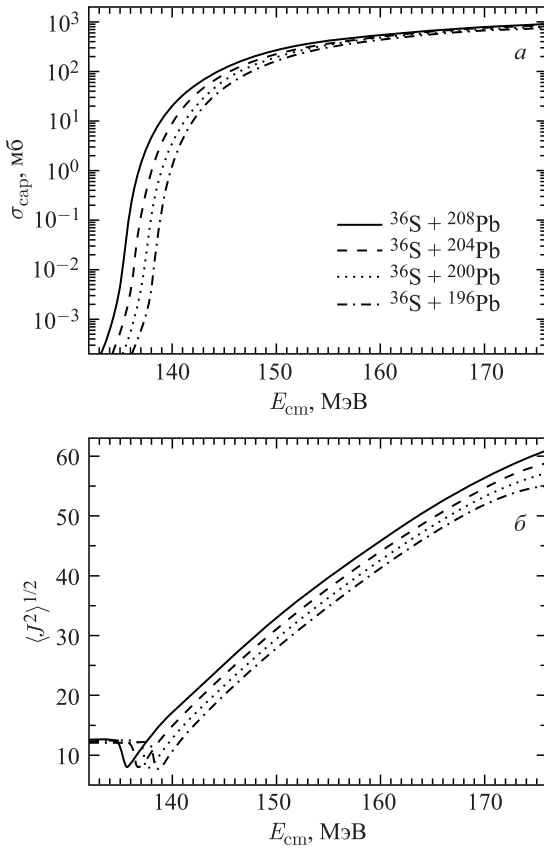


Рис. 34. То же, что и на рис. 32, но для реакций $^{36}\text{S} + ^{196,200,204,208}\text{Pb}$. Высота кулоновского барьера — 142,7, 141,9, 140,9 и 139,8 МэВ соответственно

взаимодействия слабо зависит от массового числа мишени в сильно асимметричных реакциях. В реакциях с ^{36}S и ^{48}Ca изотопическая зависимость более сильная, чем в реакциях с ^4He и ^{16}O .

На рис. 32–35 наблюдается резкий спад значений сечения чуть ниже кулоновского барьера. Когда значение $E_{\text{см}}$ становится примерно на 0,5–5,0 МэВ ниже кулоновского барьера, как уже отмечалось, происходит изменение режима взаимодействия и сечение убывает с меньшей скоростью. Эффект не чувствителен к изменению массового числа Pb.

Расчитанные среднеквадратичные угловые моменты систем после процесса захвата также представлены на рис. 32–35. Как и ожидалось, при увеличении A повышается среднеквадратичный угловой момент системы. При

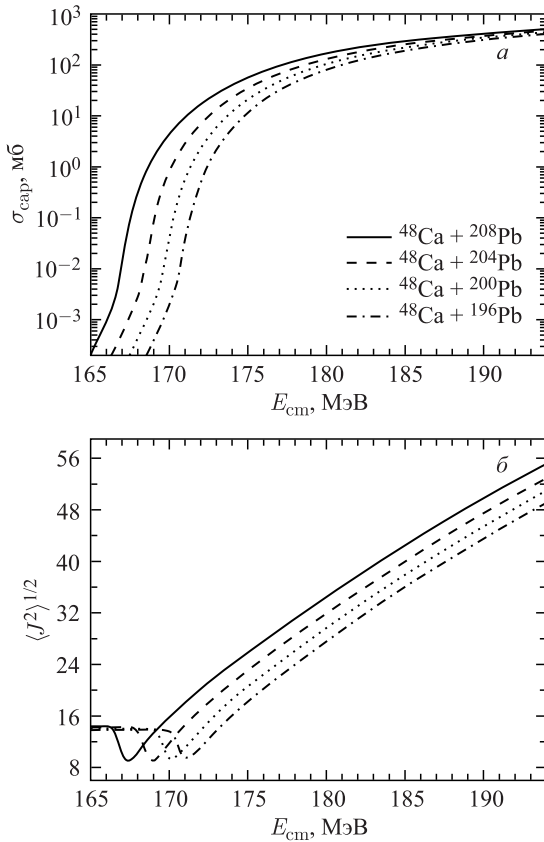


Рис. 35. То же, что и на рис.32, но для реакций $^{48}\text{Ca} + ^{196,200,204,208}\text{Pb}$. Высота кулоновского барьера — 175,1, 174,0, 172,9 и 171,6 МэВ соответственно

энергии примерно на 0,5–4,5 МэВ ниже кулоновского барьера $\langle J^2 \rangle$ имеет минимум. Положение минимума сдвигается в область меньших энергий с увеличением A . Слева от минимума, как уже отмечалось, зависимость $\langle J^2 \rangle$ от $E_{\text{сн}}$ достаточно слабая.

На рис. 36 представлены зависимости рассчитанных сечений захвата и среднеквадратичных угловых моментов систем после захвата от $E_{\text{сн}}$ для реакции $^{48}\text{Ca} + ^{196}\text{Pb}$ с параметром диффузности $a = 0,52$ фм (как на рис. 35) и $a = 0,55$ фм для ^{196}Pb . Изменение a приводит к изменению кулоновского барьера, что, в свою очередь, ведет к уменьшению или увеличению сечения захвата. Таким образом, выбор параметра диффузности в значительной степени влияет на величину сечения захвата, особенно в подбарьерной области.

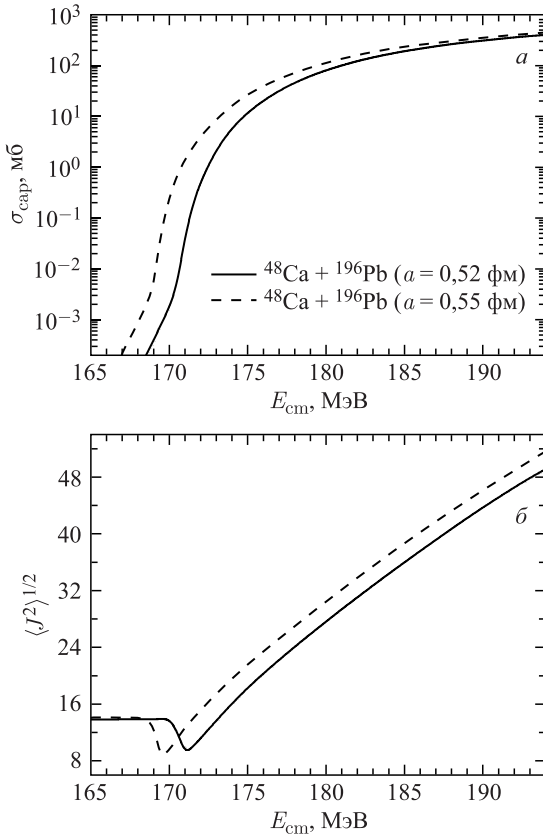


Рис. 36. Зависимости сечений захвата (a) и среднеквадратичных угловых моментов систем после захвата (b) от E_{cm} для реакции $^{48}\text{Ca} + ^{196}\text{Pb}$, рассчитанные при $a = 0,52$ фм (сплошная кривая) и $0,55$ фм (штриховая). Высота кулоновского барьера — $175,1$ и $173,6$ МэВ соответственно

Если использовать $a = 0,55$ фм для всех изотопов Pb, то все зависимости сечений захвата и среднеквадратичных угловых моментов будут ближе друг к другу, чем это представлено на рис. 32–35.

3.2.3. Астрофизический S -фактор, L -фактор и распределение барьера.

В предположении, что сечение захвата совпадает с сечением слияния, в данной работе рассчитывается астрофизический S -фактор. На рис. 37–39 представлены зависимости рассчитанных значений S -фактора от E_{cm} для реакций ^4He , ^{16}O , $^{36}\text{S} + ^A\text{Pb}$. На рис. 38 для реакций $^{16}\text{O} + ^{204,208}\text{Pb}$ результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными. S -фактор сначала

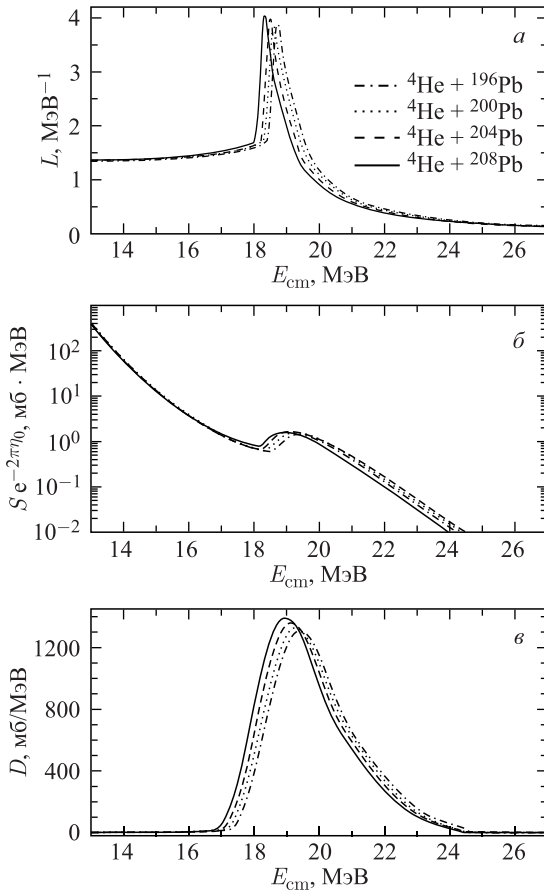


Рис. 37. Рассчитанные значения логарифмической производной L (а), астрофизического S -фактора (б) с $\eta_0 = \eta(E_{cm} = V_b)$ и распределения барьеров $D = d^2(E_{cm}\sigma_{cap})/dE_{cm}^2$ (в) для реакций ${}^4\text{He} + {}^{196}\text{Pb}$ (штрихпунктирная кривая), ${}^{200}\text{Pb}$ (пунктирная), ${}^{204}\text{Pb}$ (штриховая) и ${}^{208}\text{Pb}$ (сплошная)

выходит на максимум, затем проходит через минимум и продолжает увеличиваться. На рис. 37–39 также представлены результаты расчетов логарифмической производной $L(E_{cm})$ и распределения барьеров $d^2(E_{cm}\sigma_{cap})/dE_{cm}^2$ для реакций ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{36}\text{S} + {}^A\text{Pb}$. Логарифмическая производная демонстрирует быстрый рост при энергиях ниже кулоновского барьера, переходящий в максимум при $E_{cm} \approx V_b - 3$ МэВ. Максимум L -функции коррелирует с минимумом S -фактора. Рассчитанные распределения барьеров D имеют только один максимум при $E_{cm} \approx V_b$. Для S -фактора, L - и D -функций высота мак-

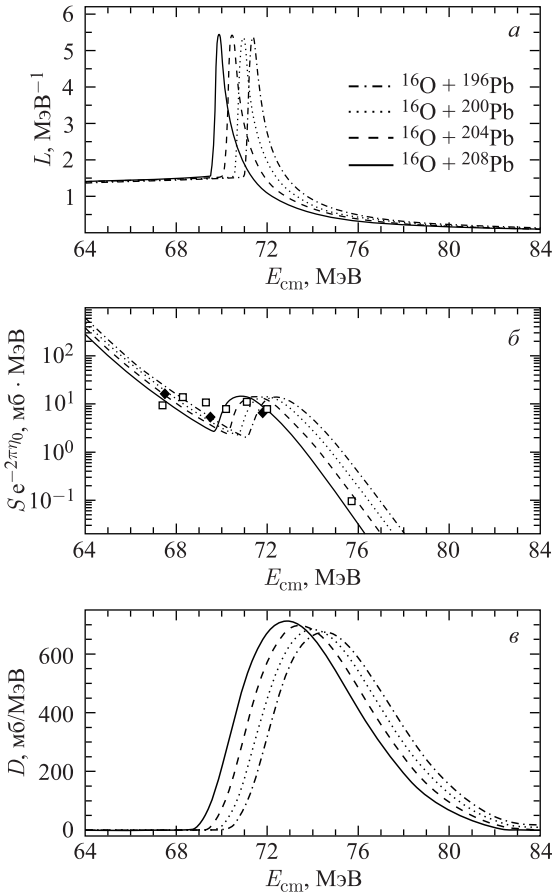


Рис. 38. То же, что и на рис. 37, но для реакций $^{16}\text{O} + ^{196,200,204,208}\text{Pb}$. Экспериментальные данные для реакций $^{16}\text{O} + ^{204}\text{Pb}$ и $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ взяты из [16] (\square) и [22] (\blacklozenge)

сумма немного растет при увеличении A . Ширина этих максимумов практически не зависит от массового числа Pb . Положения максимумов сдвигаются в область больших значений E_{cm} с уменьшением A . Положение максимума D -функции соответствует положению кулоновского барьера. Как видно из рис. 37–39, положения максимумов S и D становятся ближе друг к другу с увеличением асимметрии реакции. Максимум S -фактора ожидается при значениях $\sigma_{\text{сар}}$ в области 10 мб для реакций с ^4He и в области 0,1 мб для реакций с ^{36}S . Поэтому наблюдать максимум и минимум S -фактора проще в сильно асимметричных реакциях.

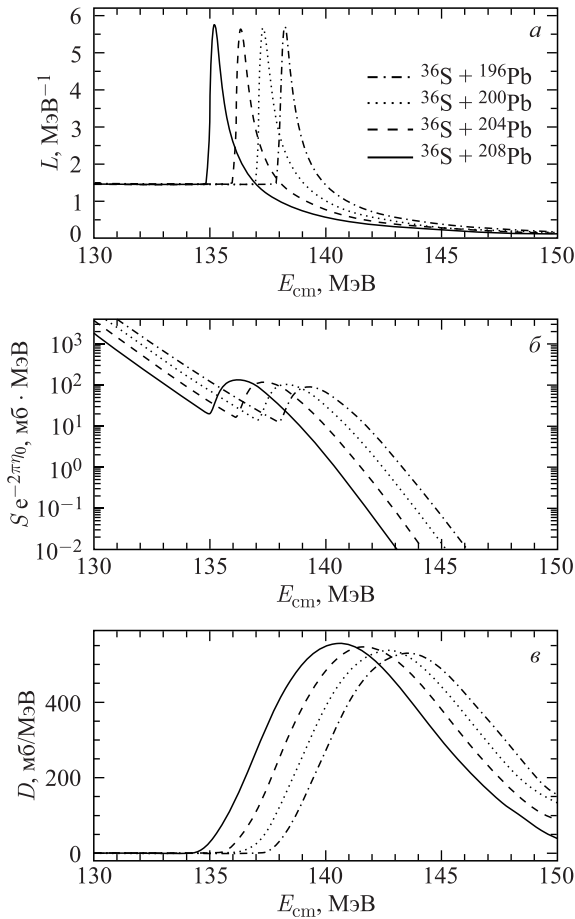


Рис. 39. То же, что и на рис. 37, но для реакций $^{36}\text{S} + ^{196,200,204,208}\text{Pb}$

3.2.4. Безразмерное представление сечений захвата и среднеквадратичных угловых моментов. В работах [149] предложена процедура приведения для того, чтобы устранить влияние ядро-ядерного потенциала взаимодействия (высоты кулоновского барьера, его ширины и положения) на сечение слияния (захвата). Она состоит из следующих преобразований:

$$E_{\text{cm}} \rightarrow \frac{E_{\text{cm}} - V_b}{\hbar\omega_b}, \quad \sigma_{\text{cap}} \rightarrow \frac{2E_{\text{cm}}}{\hbar\omega_b R_b^2} \sigma_{\text{cap}},$$

$$\langle J^2 \rangle^{1/2} \rightarrow \left[\frac{\pi\hbar}{\mu\omega_b R_b^2} \right]^{1/2} \langle J^2 \rangle^{1/2}. \quad (76)$$

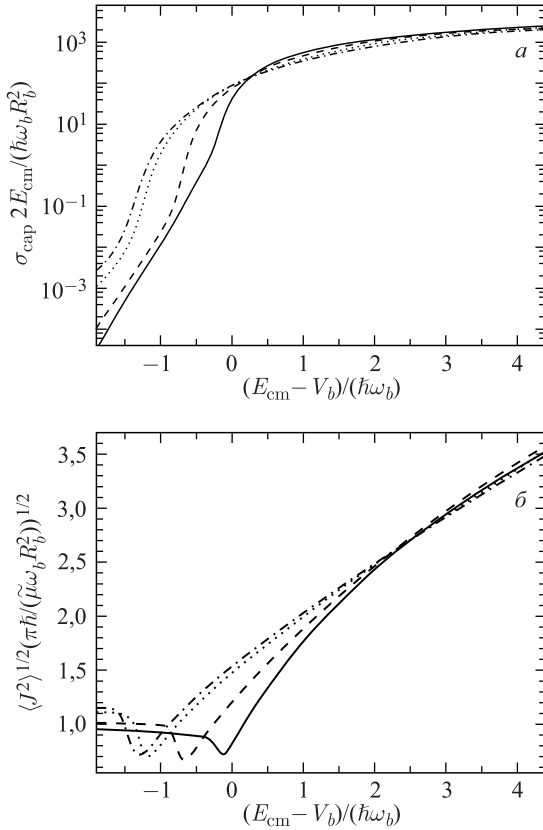


Рис. 40. Зависимости рассчитанных сечений захвата (а) и среднеквадратичных угловых моментов (б) от $(E_{\text{cm}} - V_b)/(\hbar\omega_b)$ для реакций ${}^4\text{He} + {}^A\text{Pb}$ (сплошная кривая), ${}^{16}\text{O} + {}^A\text{Pb}$ (штриховая), ${}^{36}\text{S} + {}^A\text{Pb}$ (пунктирная) и ${}^{48}\text{Ca} + {}^A\text{Pb}$ (штрихпунктирная)

Чтобы объединить все полученные результаты для реакций с изотопами Рb, на рис. 40 представлены рассчитанные сечения захвата и среднеквадратичные угловые моменты систем после захвата в безразмерном представлении [149]. Из рис. 40 видно, что в реакциях ${}^4\text{He} + {}^{196,200,204,208}\text{Pb}$ приведенные значения сечений и среднеквадратичных угловых моментов совпадают при энергиях бомбардировки как выше, так и ниже кулоновского барьера. Аналогичное поведение наблюдается и для других групп реакций ${}^{16}\text{O} + {}^{196,200,204,208}\text{Pb}$, ${}^{36}\text{S} + {}^{196,200,204,208}\text{Pb}$ и ${}^{48}\text{Ca} + {}^{196,200,204,208}\text{Pb}$. Подобное поведение и очень слабая зависимость ω_b и R_b от нейтронного числа двойной ядерной системы (см. рис. 31) позволяют сделать вывод, что число

нейтронов или параметр диффузности влияют на сечение захвата только через величину высоты кулоновского барьера. Таким образом, используя ядерно-ядерный потенциал взаимодействия, рассчитанный с любым реалистичным параметром диффузности, и согласовывая высоту кулоновского барьера с экспериментальными данными по сечениям захвата при энергиях бомбардировки около кулоновского барьера, можно найти сечение захвата или любую другую наблюдаемую при подбарьерных энергиях. Расчеты такого типа подходят для описания захвата деформированных ядер, для которых самосогласованный расчет диффузности невозможен. Кроме того, оказывается, что диффузность может зависеть от направления относительно оси симметрии деформированного ядра [150].

3.3. Реакции с деформированными ядрами. Наряду с квантовыми эффектами на процессы слияния и захвата ядер влияют эффекты деформации ядер и передача нейтронов между взаимодействующими ядрами [6, 25, 26]. Что касается ядерной деформации, то ее влияние на процессы слияния и захвата экспериментально подтверждено и заключается в следующем: если ядро-мишень вытянуто в основном состоянии, то кулоновский барьер на его кончике меньше, чем на его боковой части, что и приводит к результирующему увеличению вероятности слияния или захвата при подбарьерных энергиях по сравнению со сферическими ядрами. Роль нейтронной передачи менее ясна. Связь между силой передачи и усилением слияния впервые была отмечена в работе [27]. Влияние процесса передачи нейтронов с положительными значениями Q на процессы слияния и захвата ядер обусловлено тем, что нейтроны не чувствительны к кулоновскому барьеру, и поэтому они могут передаваться на больших расстояниях, до того, как ядро-снаряд будет захвачено мишенью [28]. В работах [32, 151] было показано, что передача двух нейтронов с положительным значением Q может приводить к усилению или подавлению слияния или захвата.

В настоящем исследовании в рамках квантового диффузионного подхода [15] исследуется влияние деформации взаимодействующих ядер и передачи нейтронов между взаимодействующими ядрами как на полное и частичное сечения захвата [151, 152], так и на средний угловой момент системы. Последняя наблюдаемая величина является важной характеристикой процесса захвата и влияет на угловую анизотропию продуктов деления или квазиделения, происходящего после захвата. Помимо этого мы рассмотрим влияние входного канала на процесс захвата, когда различные реакции приводят к одному составному ядру. Данная информация может быть полезна при проверке реалистичности моделей слияния (захвата), при выяснении роли процесса квазиделения в различных асимметричных реакциях.

Напомним, что в рамках квантового диффузионного подхода столкновение ядер описывается посредством следующих коллективных переменных: относительного расстояния R между центрами сталкивающихся ядер и со-

пряженного ему импульса P . Влияние статической деформации учитывается через зависимость ядро-ядерного потенциала взаимодействия от деформации и ориентации сталкивающихся ядер. Используемый подход учитывает флуктуационные и диссипативные эффекты в столкновении тяжелых ионов, наличие которых эффективно обеспечивает связь каналов (например, связь относительного движения с низколежащими коллективными степенями свободы, такими как динамические квадрупольные и октупольные моды снаряда и мишени [12]). Отметим, что в рамках квантового диффузионного подхода учитываются различные квантово-механические, диссипативные, а также немарковские эффекты, сопровождающие прохождение через потенциальный барьер [15, 53, 130].

3.3.1. Ядро-ядерный потенциал взаимодействия для деформированных ядер. Ядро-ядерный потенциал взаимодействия представляет собой обобщение (69) на случай столкновения деформированных ядер и записывается в виде

$$V(R, Z_i, A_i, \theta_i, J) = V_C(R, Z_i, A_i, \theta_i) + V_N(R, Z_i, A_i, \theta_i) + V_{\text{rot}}(R, A_i, J). \quad (77)$$

Для четно-четных деформированных ядер экспериментальные параметры β_i квадрупольной деформации берутся из работы [153]. Ядро-ядерный потенциал зависит от расстояния R между центрами масс двух взаимодействующих ядер, их масс A_i и зарядов Z_i ($i = 1, 2$), углов ориентации θ_i для деформированных ядер и относительного углового момента J . Индекс $i = 1$ нумерует легкое ядро, а $i = 2$ — тяжелое. Формулы для ядерного, кулоновского и центробежного потенциалов по форме совпадают с (70)–(72) соответственно. Нуклонные плотности ядер снаряда и мишени задаются в виде параметризации Вудса–Саксона, при этом параметр ядерного радиуса $r_0 = 1,15$ фм, а параметр диффузности $a = 0,53$ фм для ^{12}C , ^{16}O и $0,55$ фм для остальных ядер.

3.3.2. Сечение захвата. Полное сечение захвата (сечение образования двойной ядерной системы) (73) обобщаем на случай реакций с деформированными ядрами [15]:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}) &= \sum_J \sigma_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}, J) = \\ &= \frac{\pi \hbar^2}{2\tilde{\mu}E_{\text{cm}}} \sum_J (2J+1) \int_0^{\pi/2} d\theta_1 \sin \theta_1 \int_0^{\pi/2} d\theta_2 \sin \theta_2 P_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}, J, \theta_1, \theta_2). \quad (78) \end{aligned}$$

Зная ядро-ядерный потенциал взаимодействия для каждой ориентации, можно определить парциальную вероятность захвата P_{cap} , представляющую собой вероятность прохождения потенциального барьера (т. е. проницаемость барьера)

при заданных значениях J и E_{cm} . Средний угловой момент образованной двойной ядерной системы рассчитывается следующим образом:

$$\langle J \rangle = \frac{1}{\sigma_{\text{cap}}(E_{\text{cm}})} \sum_J J \sigma_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}, J). \quad (79)$$

Поскольку в рамках квантового диффузионного подхода вычисления с линейной связью по импульсу и координате дают одинаковые результаты, для расчета P_{cap} будем использовать формулу (56), полученную в пределе низких температур ($T \rightarrow 0$), применимую в случае подбарьерного захвата. Таким образом,

$$P_{\text{cap}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\left(\frac{\pi s_1 (\gamma - s_1)}{2 \hbar \gamma (k - \mu s_1^2)} \right)^{1/2} \frac{k R_0 / s_1 + P_0}{[\ln(\gamma / s_1)]^{1/2}} \right]. \quad (80)$$

Данное выражение получено для перевернутого осциллятора, аппроксимирующего ядро-ядерный потенциал взаимодействия V по переменной R . Частота $\omega = \omega(J)$ этого осциллятора определяется из условия равенства классических действий для осцилляторного и исходного потенциальных барьеров одинаковой высоты при заданном значении J .

Величины R_0 и P_0 выбираем аналогично случаю столкновения сферических ядер. Таким образом, как уже отмечалось, мы выделяем два режима взаимодействия сталкивающихся ядер, различающихся действием ядерных сил и, соответственно, ядерного трения.

Кроме параметров, относящихся к ядро-ядерному потенциалу взаимодействия, для расчета вероятности захвата необходимо задать еще три параметра, а именно μ , γ и λ_P (переобозначили λ_P). Значение инерционного параметра μ принимаем равным приведенной массе для соответствующей реакции, т. е. $\mu = \tilde{\mu}$. Значение параметра γ берем равным $\hbar \gamma = 15$ МэВ. Для асимптотического значения коэффициента трения мы используем $\hbar \lambda_P = 2$ МэВ [15]. В рассматриваемом случае линейной связи по координате, если известны параметры γ , μ , $\xi = \mu \omega^2$ и λ_P , то (43) и (46) определяют систему уравнений для расчета величин s_i , α и k . Все результаты получены с одними и теми же значениями параметров γ и λ_P .

Согласно процедуре, описанной в предыдущем пункте, рассчитанные значения высоты кулоновского барьера $V_b = V(R_b)$, где R_b — положение кулоновского барьера, согласовываются с экспериментальными данными по сечениям слияния и захвата.

3.3.3. Эффект квадрупольной деформации. Для того чтобы исключить из рассмотрения эффекты, связанные с нейтронной передачей между взаимодействующими ядрами, изучим реакции с деформированными ядрами, в которых значения Q передачи нейтронов имеют отрицательные значения. Параметры квадрупольной деформации β_2 для деформированных четно-четных ядер

взяты из работы [153], где приводятся значения β_2 для первых возбужденных состояний 2^+ . Для ядер, деформированных в основном состоянии, значения β_2 в 2^+ совпадают со значениями β_2 в основном состоянии, поэтому в расчетах используются значения β_2 из [153]. Для дважды магических ядер в основном состоянии берем $\beta_2 = 0$. Так как существуют неопределенности в определении значений β_2 для легких ядер и ядер с промежуточными массами, в данной работе использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2 = -0,30, 0,30, 0,27, 0,05, 0,09, 0,05$ для ядер ^{12}C , ^{28}Si , ^{52}Ti , ^{58}Ni , ^{64}Ni , ^{144}Sm соответственно, извлеченные из сравнения рассчитанных сечений захвата и экспериментальных данных при подбарьерных энергиях [151]. Для ядер с нечетным атомным номером значение β_2 выбирается равным максимальному параметру деформации соседних четных ядер с таким же числом нейтронов ($\beta_2 = 0,56, 0,05, 0,17, 0,33$ для ядер ^{21}F , ^{37}Cl , ^{123}Sb , ^{173}Lu соответственно).

На рис. 41–46 рассчитанные полные и парциальные сечения захвата, средние угловые моменты систем, образовавшихся после захвата, для реакций $^{16}\text{O} + ^{112}\text{Cd}$, ^{152}Sm , ^{184}W , $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ находятся в хорошем согласии с имеющимися экспериментальными данными [18, 31, 154–159]. Это указывает на то, что эффект квадрупольной деформации ядер является основной причиной увеличения сечения захвата при подбарьерных энергиях. Из рис. 41–43 и 45 видно, что учет деформации ядер приводит к тому, что кривая среднего углового момента немного поднимается, положение минимума, наличие которого связано с изменением режима взаимодействия сталкивающихся ядер [15], сдвигается в область меньших энергий, его глубина уменьшается, а ширина увеличивается, т. е. минимум становится менее выраженным. Слева от минимума зависимость $\langle J \rangle$ от E_{cm} и β_2 достаточно слабая. Различия между сферическим и деформированным случаями особенно заметны в подбарьерной области (см. рис. 41–43 и 45). С увеличением деформации системы растет и отклонение от сферического случая. Отметим, что изменение в поведении $\langle J \rangle$, связанное с учетом деформации сталкивающихся ядер, влияет на угловую анизотропию продуктов деления или квазиделения, происходящего после захвата.

На рис. 44 и 46 представлены результаты расчетов парциальных сечений захвата для реакций $^{16}\text{O} + ^{152}\text{Sm}$, ^{184}W в сравнении с экспериментальными данными при различных значениях энергии бомбардировки. Из рисунков видно, что хорошее согласие расчетных кривых и эксперимента достигается только при учете деформации сталкивающихся ядер. Без учета эффекта деформации ядер правая часть распределения по угловому моменту обрезается при меньших значениях J . Данный эффект усиливается с уменьшением энергии сталкивающихся ядер, особенно в подбарьерной области, где описание $\sigma_{\text{cap}}(E_{\text{cm}})$ и $\sigma_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}, J)$ становится практически невозможным без учета эффекта деформации ядер.

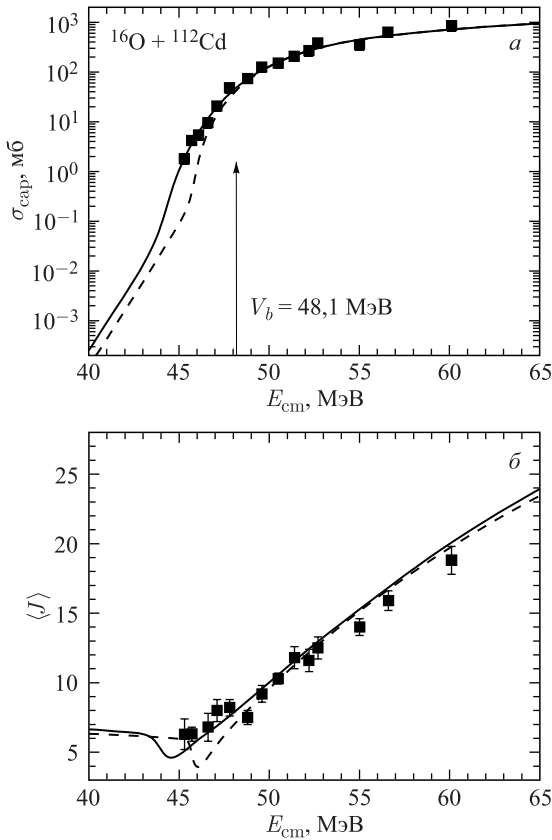


Рис. 41. Зависимости рассчитанных сечений захвата (а) и среднего углового момента системы (б) от E_{cm} для реакции $^{16}\text{O} + ^{112}\text{Cd}$ в сравнении с экспериментальными данными из [154] (■). Расчеты с учетом статической деформации ядер — сплошная кривая, без учета — штриховая. Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{16}\text{O}) = 0$ и $\beta_2(^{112}\text{Cd}) = 0,19$ [153]. Стрелкой обозначена высота кулоновского барьера V_b для случая сферических ядер

3.3.4. *Эффект передачи нейтронов.* Следуя работе [151], будем считать, что подбарьерный захват в основном определяется двухнейтронной передачей с положительным значением Q . Будем предполагать, что, будучи более быстрым процессом по сравнению с относительным движением ядер, передача двух нейтронов происходит перед тем, как ядро-снаряд захватывается ядром-мишенью (т. е. перед прохождением кулоновского барьера).

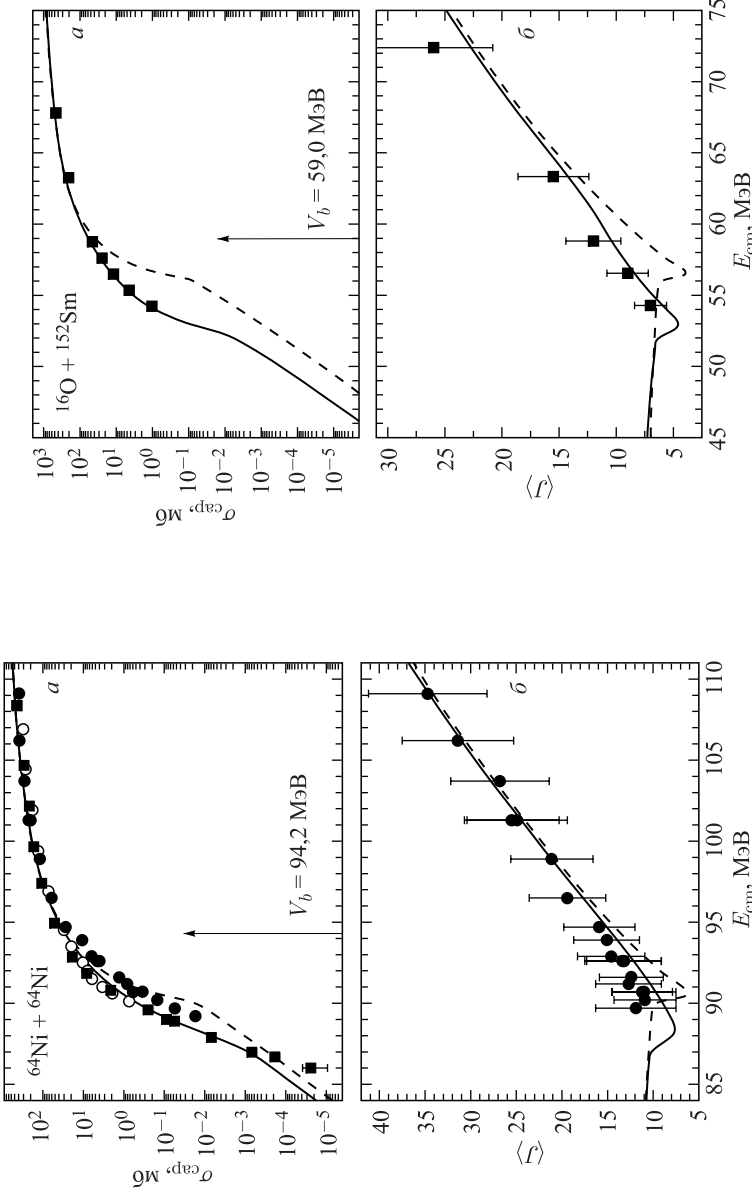


Рис. 42. То же, что и на рис. 41, но для реакции $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$. Экспериментальные данные взяты из [18] (■), [155] (○), [31] (●). Использовались параметр квадрупольной деформации $\beta_2(^{64}\text{Ni}) = 0,09$

Рис. 43. То же, что и на рис. 41, но для реакции $^{16}\text{O} + ^{152}\text{Sm}$. Экспериментальные данные (■) для σ_{cap} взяты из [156], для $\langle J \rangle$ — из [157]. Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{16}\text{O}) = 0$ и $\beta_2(^{152}\text{Sm}) = 0,31$ [153]

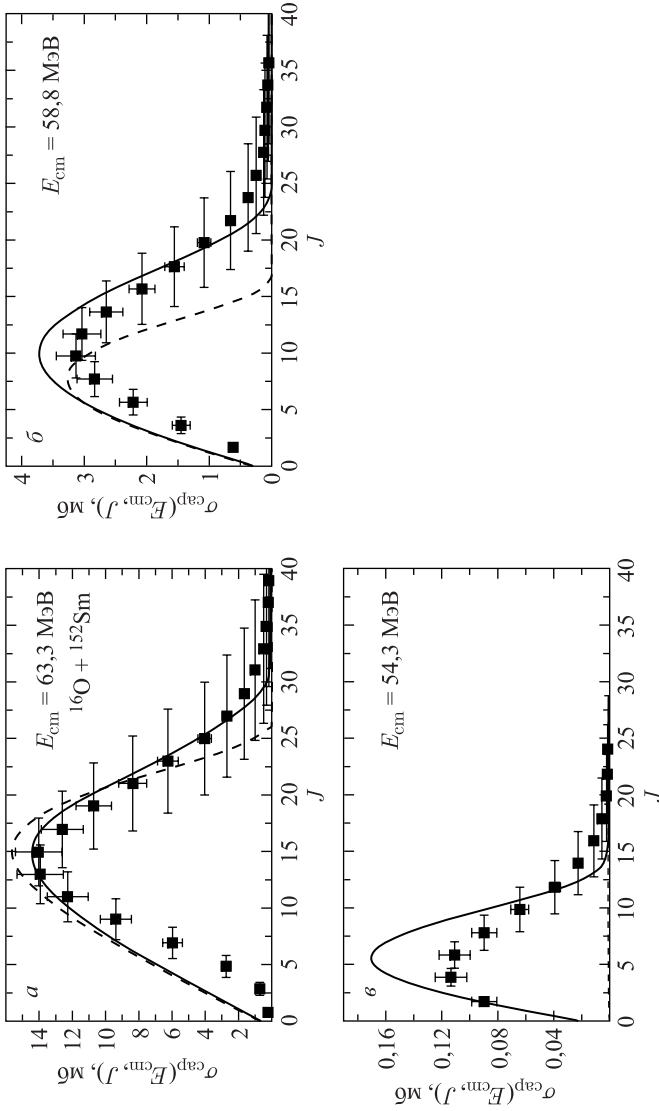


Рис. 44. Зависимость рассчитанных парциальных сечений захвата $\sigma_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}, J)$ от J для реакции $^{16}\text{O} + ^{152}\text{Sm}$ при $E_{\text{cm}} = 63,3$ МэВ (а), 58,8 МэВ (б) и 54,3 МэВ (в) в сравнении с экспериментальными данными из [157] (■). Расчеты с учетом деформации ядер — сплошная кривая, без учета — штриховая. Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{16}\text{O}) = 0$ и $\beta_2(^{152}\text{Sm}) = 0,31$ [153]

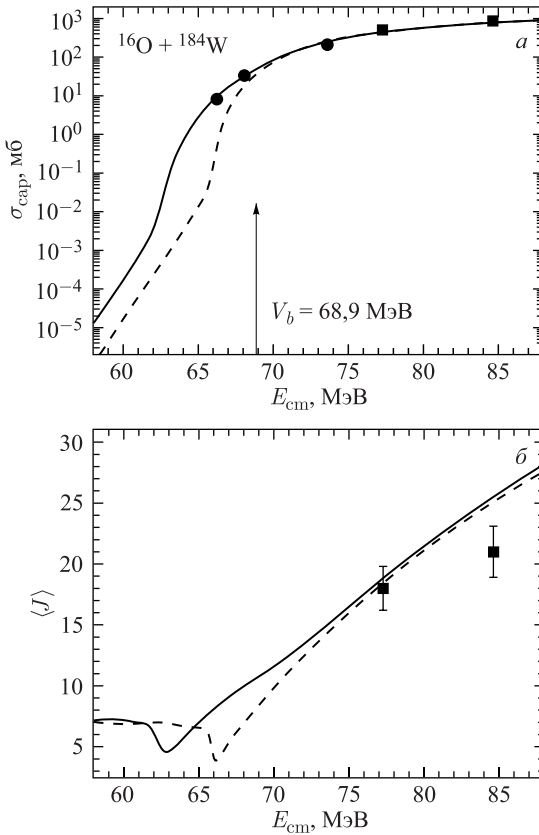


Рис. 45. То же, что и на рис. 41, но для реакции $^{16}\text{O} + ^{184}\text{W}$. Экспериментальные данные взяты из [158] (●), [159] (■). Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{16}\text{O}) = 0$ и $\beta_2(^{184}\text{W}) = 0,24$ [153]

Это может привести к заселению первого возбужденного состояния 2^+ в принимающем нейтроны ядре. В расчетах для таких ядер мы используем экспериментально измеренные параметры квадрупольной деформации β_2 [153]. В свою очередь, остаток ядра-донора остается в основном состоянии с соответствующей квадрупольной деформацией. Так как после двухнейтронной передачи меняются массовые числа, параметры квадрупольной деформации взаимодействующих ядер и, соответственно, высота и форма кулоновского барьера, то можно ожидать усиления или подавления захвата [151].

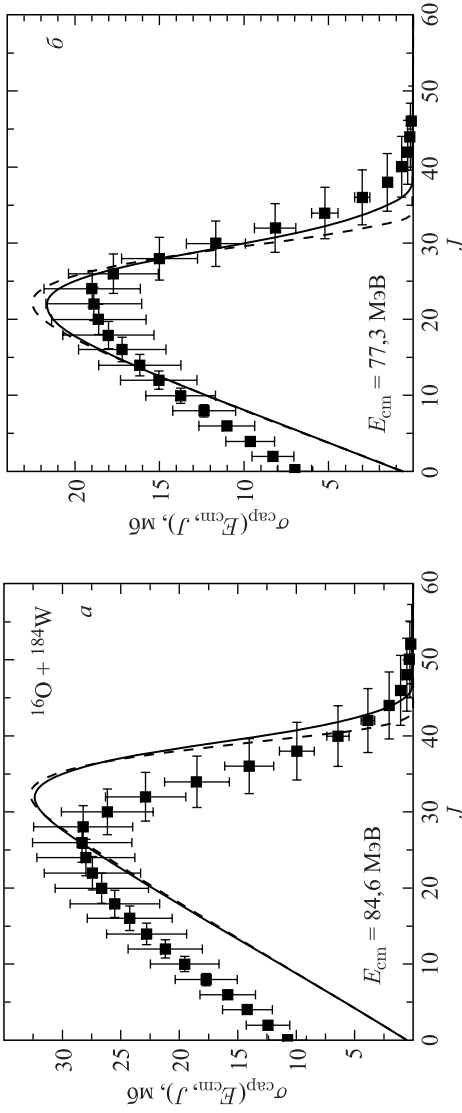


Рис. 46. Зависимость рассчитанных частичных сечений захвата $\sigma_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}, J)$ от J для реакции $^{16}\text{O} + ^{184}\text{W}$ при $E_{\text{cm}} = 84,6$ МэВ (а) и $77,3$ МэВ (б) в сравнении с экспериментальными данными из [159] (■). Расчеты с учетом деформации ядер — сплошная кривая, без учета — штриховая. Использовались параметры квадруольной деформации $\beta_2(^{16}\text{O}) = 0$ и $\beta_2(^{184}\text{W}) = 0,24$ [153]

На рис. 47–53 видно, что рассчитанные полные и парциальные сечения захвата и средние угловые моменты системы для реакций $^{19}\text{F} + ^{175}\text{Lu}$, $^{28}\text{Si} + ^{94,100}\text{Mo}$, $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ и $^{64}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$ (реакции с положительным значением Q для двухнейтронной передачи) находятся в хорошем согласии с имеющимися экспериментальными данными [19, 31, 160–162]. При надбарьерных энергиях часть экспериментальных данных (например, $^{64}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$) находится ниже расчетных кривых, что, возможно, связано с тем, что в эксперименте не учитывались каналы слияния-деления и квазиделения.

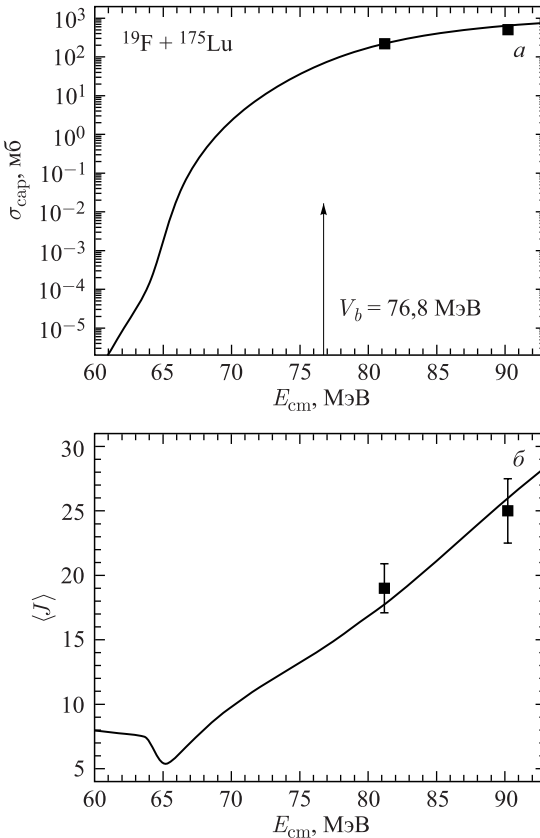


Рис. 47. Зависимости рассчитанных сечения захвата (а) и среднего углового момента системы (б) от E_{cm} для реакции $^{19}\text{F} + ^{175}\text{Lu}$ в сравнении с экспериментальными данными из [160] (■). Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{21}\text{F}) = 0,56$ и $\beta_2(^{173}\text{Lu}) = 0,33$. Стрелкой обозначена высота кулоновского барьера V_b для случая сферических ядер

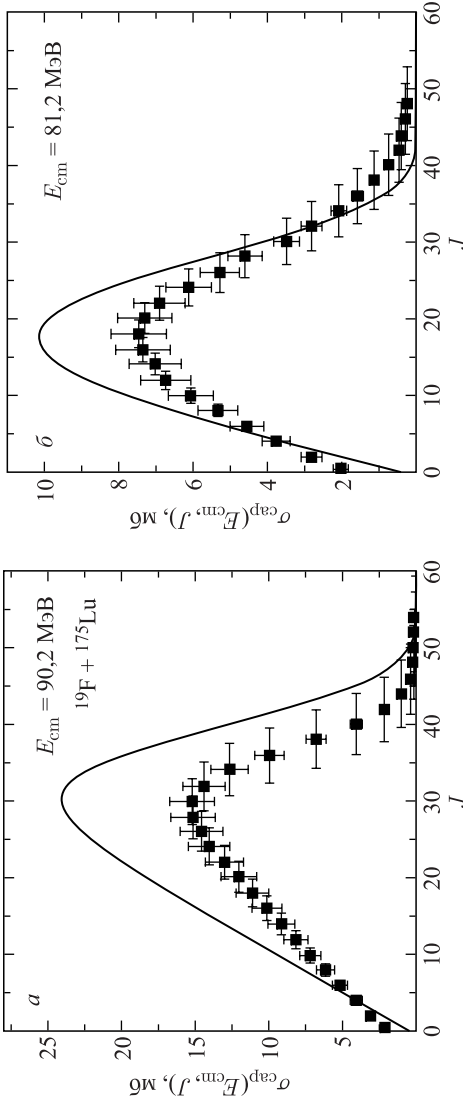


Рис. 48. Зависимость рассчитанных частичных сечений захвата $\sigma_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}, J)$ от J для реакции $^{19}\text{F} + ^{175}\text{Lu}$ при $E_{\text{cm}} = 90,2 \text{ МэВ}$ (а) и $81,2 \text{ МэВ}$ (б) в сравнении с экспериментальными данными из [160] (■). Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{21}\text{F}) = 0,56$ и $\beta_2(^{175}\text{Lu}) = 0,33$

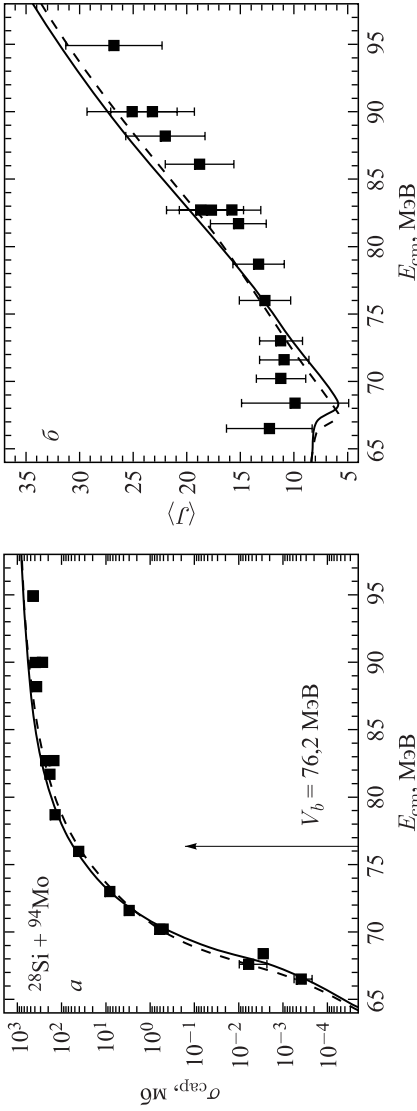


Рис. 49. Зависимости рассчитанных сечений захвата (а) и среднего углового момента системы (б) от E_{cm} для реакции $^{28}\text{Si} + ^{94}\text{Mo}$ в сравнении с экспериментальными данными из [31] (■). Результаты расчетов с учетом передачи нейтронов между ядрами — сплошная кривая, без учета — штриховая. Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{28}\text{Si}) = 0,30$, $\beta_2(^{30}\text{Si}) = 0,32$ [153], $\beta_2(^{92}\text{Mo}) = 0,11$ [153] и $\beta_2(^{94}\text{Mo}) = 0,15$ [153]. Стрелкой обозначена высота кулоновского барьера V_b для случая сферических ядер

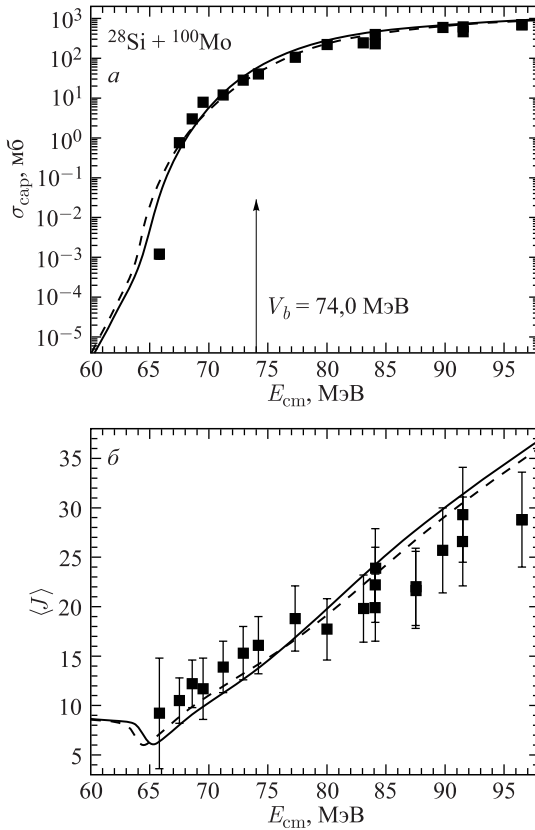


Рис. 50. То же, что и на рис. 49, но для реакции $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$. Экспериментальные данные взяты из [31] (■). Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{28}\text{Si}) = 0,30$, $\beta_2(^{30}\text{Si}) = 0,32$ [153], $\beta_2(^{98}\text{Mo}) = 0,17$ [153] и $\beta_2(^{100}\text{Mo}) = 0,23$ [153]

Так как вклады каналов слияния-деления и квазиделения увеличиваются с ростом значений E_{cm} над кулоновским барьером, то отклонение между теоретическими и экспериментальными результатами также должно расти с увеличением энергии (см. рис. 53).

Из рис. 52 и 53 видно, что для реакции $^{64}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$ учет процесса передачи нейтронов очень слабо влияет на наблюдаемые величины. Это связано с тем, что после процесса передачи деформация ядер (до захвата) меняется слабо. Для реакции $^{64}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$ имеем следующие изменения параметров квадрупольной деформации ядер: $^{64}\text{Ni} (\beta_2 = 0,09) + ^{100}\text{Mo} (\beta_2 = 0,23) \rightarrow ^{66}\text{Ni} (\beta_2 = 0,16) + ^{98}\text{Mo} (\beta_2 = 0,17)$. В реакции $^{58}\text{Ni} (\beta_2 = 0,05) +$

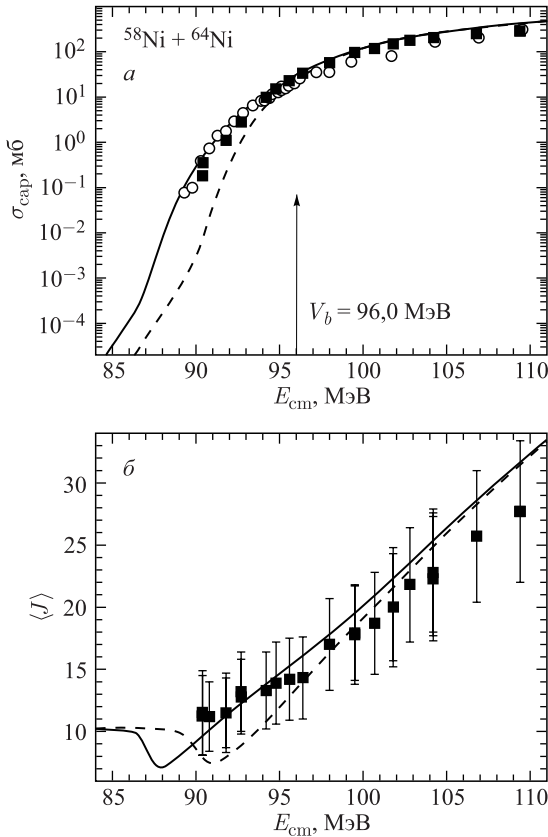


Рис. 51. То же, что и на рис. 49, но для реакции $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$. Экспериментальные данные взяты из [155] (○) и [31] (■). Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{58}\text{Ni}) = 0,05$, $\beta_2(^{60}\text{Ni}) = 0,21$ [153], $\beta_2(^{62}\text{Ni}) \approx \beta_2(^{64}\text{Ni}) = 0,09$

^{64}Ni ($\beta_2 = 0,09$) \rightarrow ^{60}Ni ($\beta_2 = 0,21$) + ^{62}Ni ($\beta_2 = 0,09$) передача двух нейтронов ($Q > 0$) приводит к увеличению деформации легкого ядра (до захвата) и, соответственно, полного сечения захвата (см. рис. 51). В реакциях ^{28}Si ($\beta_2 = 0,30$) + ^{94}Mo ($\beta_2 = 0,15$) \rightarrow ^{30}Si ($\beta_2 = 0,32$) + ^{92}Mo ($\beta_2 = 0,11$) и ^{28}Si ($\beta_2 = 0,30$) + ^{100}Mo ($\beta_2 = 0,23$) \rightarrow ^{30}Si ($\beta_2 = 0,32$) + ^{98}Mo ($\beta_2 = 0,17$) мы видим, наоборот, уменьшение полного сечения захвата при подбарьерных энергиях из-за передачи нейтронов с положительными значениями Q (см. рис. 49 и 50).

Из рис. 52 и 53 видно, что влияние эффекта передачи нейтронов сильнее на парциальное сечение захвата, чем на полное сечение захвата и на средний угловой момент системы после захвата, особенно при подбарьерных энергиях.

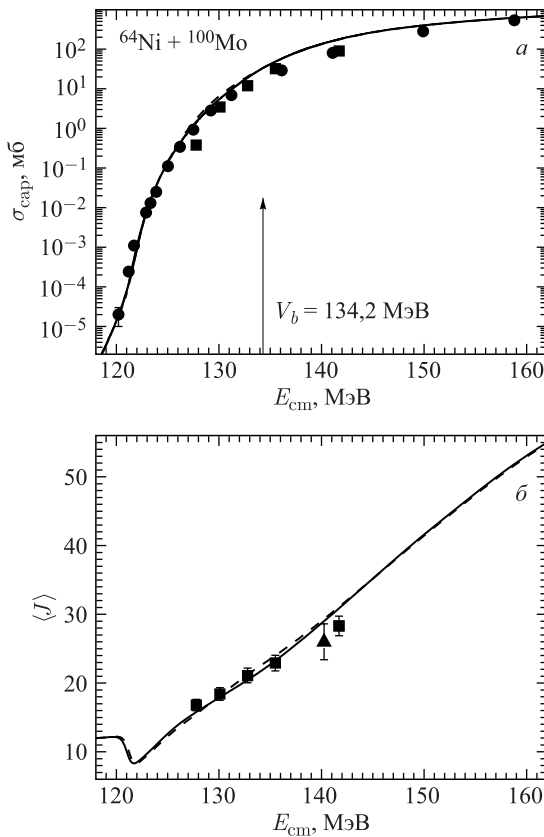


Рис. 52. То же, что и на рис. 49, но для реакции $^{64}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$. Экспериментальные данные взяты из [19] (●), [161] (■), [162] (▲). Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{64}\text{Ni}) = 0,09$, $\beta_2(^{66}\text{Ni}) = 0,16$ [153], $\beta_2(^{98}\text{Mo}) = 0,17$ [153] и $\beta_2(^{100}\text{Mo}) = 0,23$ [153]

3.3.5. *Эффект асимметрии входного канала.* Для исследования влияния асимметрии входного канала на сечение захвата и средний угловой момент системы после процесса захвата рассмотрим различные реакции, приводящие к одному и тому же составному ядру. На рис. 54–58 представлены результаты расчетов сечений захвата и средних угловых моментов систем для реакций $^{12}\text{C} + ^{144}\text{Sm}$ и $^{64}\text{Ni} + ^{92}\text{Zr}$ (составное ядро ^{156}Er), $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Nd}$, $^{37}\text{Cl} + ^{123}\text{Sb}$, $^{64}\text{Ni} + ^{96}\text{Zr}$ и $^{80}\text{Se} + ^{80}\text{Se}$ (составное ядро ^{160}Er), $^{28}\text{Si} + ^{142}\text{Ce}$, $^{32}\text{S} + ^{138}\text{Ba}$ и $^{48}\text{Ti} + ^{122}\text{Sn}$ (составное ядро ^{170}Hf), $^{12}\text{C} + ^{204}\text{Pb}$, $^{30}\text{Si} + ^{186}\text{W}$ и $^{48}\text{Ca} + ^{168}\text{Er}$ (составное ядро ^{216}Ra), $^{16}\text{O} + ^{204}\text{Pb}$, $^{34}\text{S} + ^{186}\text{W}$, $^{50}\text{Ti} + ^{170}\text{Er}$ и $^{96}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$ (составное ядро ^{220}Th). Результаты расчетов находятся в достаточно хоро-

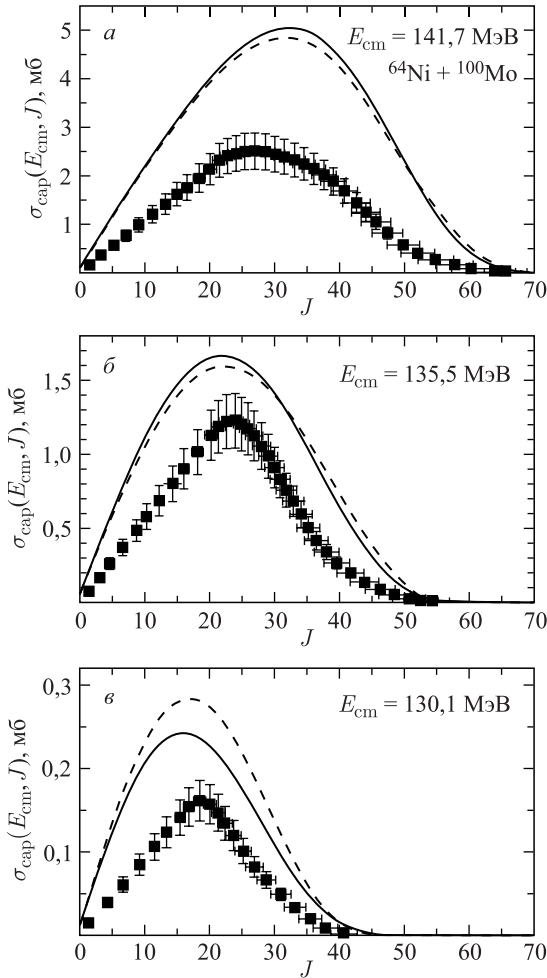


Рис. 53. Зависимость рассчитанных частичных сечений захвата $\sigma_{\text{cap}}(E_{\text{cm}}, J)$ от J для реакции $^{64}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$ при $E_{\text{cm}} = 141,7$ МэВ (а), $135,5$ МэВ (б) и $130,1$ МэВ (в) в сравнении с экспериментальными данными из [161] (■). Расчеты с учетом передачи нейтронов между ядрами — сплошная кривая, без учета — штриховая. Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{64}\text{Ni}) = 0,09$, $\beta_2(^{66}\text{Ni}) = 0,16$ [153], $\beta_2(^{98}\text{Mo}) = 0,17$ [153] и $\beta_2(^{100}\text{Mo}) = 0,23$ [153]

шем согласии с имеющимися экспериментальными данными [16, 35, 38, 39, 163–169]. При надбарьерных энергиях часть экспериментальных данных находится ниже расчетных кривых, что, возможно, связано с тем, что в эксперименте не учитывались каналы слияния-деления и квазиделения. Как видно

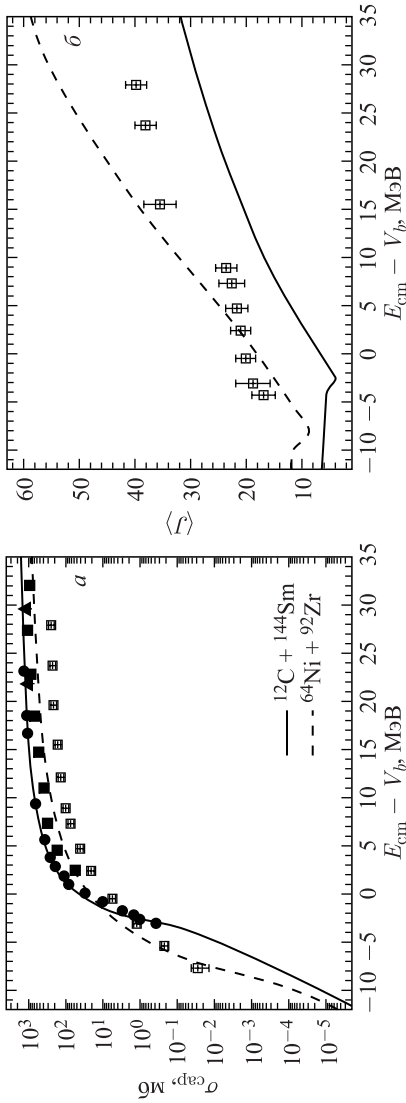


Рис. 54. Зависимости рассчитанных сечения захвата (а) и среднего углового момента системы (б) от $E_{cm} - V_b$ для реакции $^{12}\text{C} + ^{144}\text{Sm}$, $^{64}\text{Ni} + ^{92}\text{Zr}$ (составное ядро ^{156}Er). Экспериментальные данные по сечению для реакции $^{12}\text{C} + ^{144}\text{Sm}$ взяты из [163] (\blacktriangle), [164] (\blacksquare) и [165] (\bullet); для реакции $^{64}\text{Ni} + ^{92}\text{Zr}$ — из [166] (\square); экспериментальные данные по $\langle J \rangle$ для реакции $^{64}\text{Ni} + ^{92}\text{Zr}$ взяты из [166] (\square). Высота кулоновского барьера V_b для случая сферических ядер — 46,0 и 129,9 МэВ соответственно. Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{12}\text{C}) = -0,30$, $\beta_2(^{144}\text{Sm}) = 0,05$, $\beta_2(^{64}\text{Ni}) = 0,09$ и $\beta_2(^{92}\text{Zr}) = 0,10$ [153]

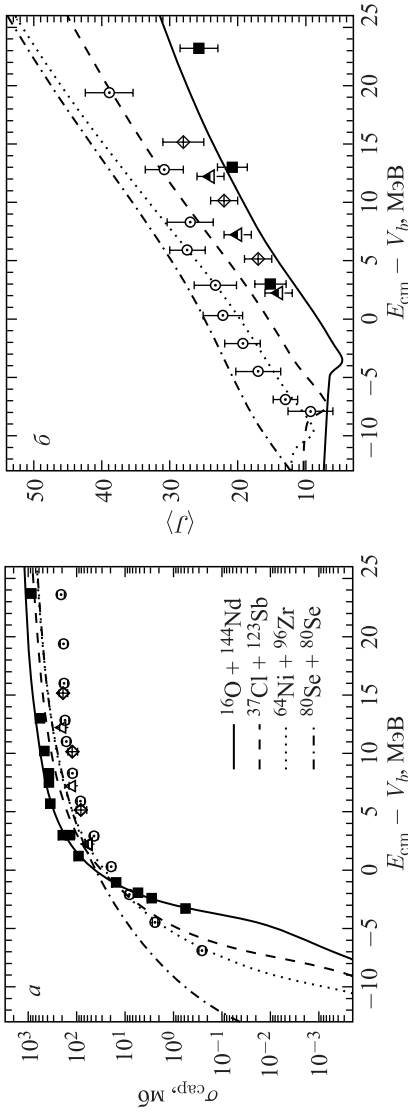


Рис. 55. То же, что и на рис. 54, но для реакций $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Nd}$, $^{37}\text{Cl} + ^{123}\text{Sb}$, $^{64}\text{Ni} + ^{96}\text{Zr}$ и $^{80}\text{Se} + ^{80}\text{Se}$ (составное ядро ^{160}Er). Экспериментальные данные по сечению и $\langle \nu \rangle$ для реакции $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Nd}$ взяты из [167] (■), для $^{37}\text{Cl} + ^{123}\text{Sb}$ — из [35] (△), для $^{64}\text{Ni} + ^{96}\text{Zr}$ — из [166] (○), для $^{80}\text{Se} + ^{80}\text{Se}$ — из [35] (◇). Высота кулоновского барьера V_b для случая сферических ядер — 57,3, 101,2, 128,5 и 132,8 МэВ соответственно. Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{16}\text{O}) = 0$, $\beta_2(^{144}\text{Nd}) = 0,12$ [153], $\beta_2(^{37}\text{Cl}) = 0,05$, $\beta_2(^{123}\text{Sb}) = 0,17$, $\beta_2(^{66}\text{Ni}) = 0,16$ [153], $\beta_2(^{94}\text{Zr}) = 0,09$ [153] и $\beta_2(^{80}\text{Se}) = 0,23$ [153]

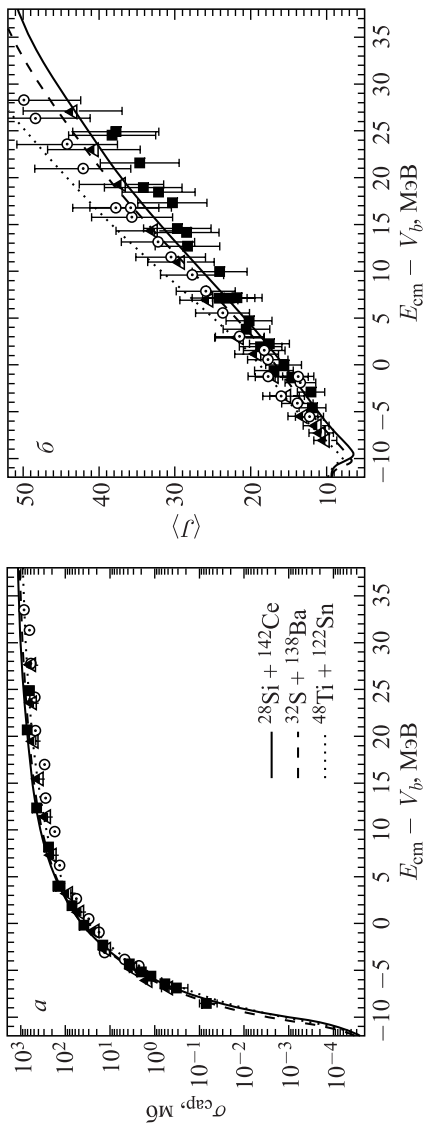


Рис. 56. То же, что и на рис. 54, но для реакций $^{28}\text{Si} + ^{142}\text{Ce}$, $^{32}\text{S} + ^{138}\text{Ba}$ и $^{48}\text{Ti} + ^{122}\text{Sn}$ (составное ядро ^{170}Hf). Экспериментальные данные по сечению для реакций $^{28}\text{Si} + ^{142}\text{Ce}$ (■), $^{32}\text{S} + ^{138}\text{Ba}$ (△) и $^{48}\text{Ti} + ^{122}\text{Sn}$ (○) взяты из [38]; экспериментальные данные по $\langle J \rangle$ для реакций $^{28}\text{Si} + ^{142}\text{Ce}$ (■), $^{32}\text{S} + ^{138}\text{Ba}$ (△) и $^{48}\text{Ti} + ^{122}\text{Sn}$ (○) — из [168]. Высота кулоновского барьера V_b для случая сферических ядер — 96,0, 106,1 и 125,9 МэВ соответственно. Использовались параметры квадратурной деформации $\beta_2(^{30}\text{Si}) = 0,32$ [153], $\beta_2(^{140}\text{Ce}) = 0,11$ [153], $\beta_2(^{120}\text{Sn}) = 0,11$ [153], $\beta_2(^{50}\text{Ti}) = 0,17$ [153] и $\beta_2(^{136}\text{Ba}) = 0,13$ [153], $\beta_2(^{34}\text{S}) = 0,25$ [153], $\beta_2(^{136}\text{Ba}) = 0,13$ [153],

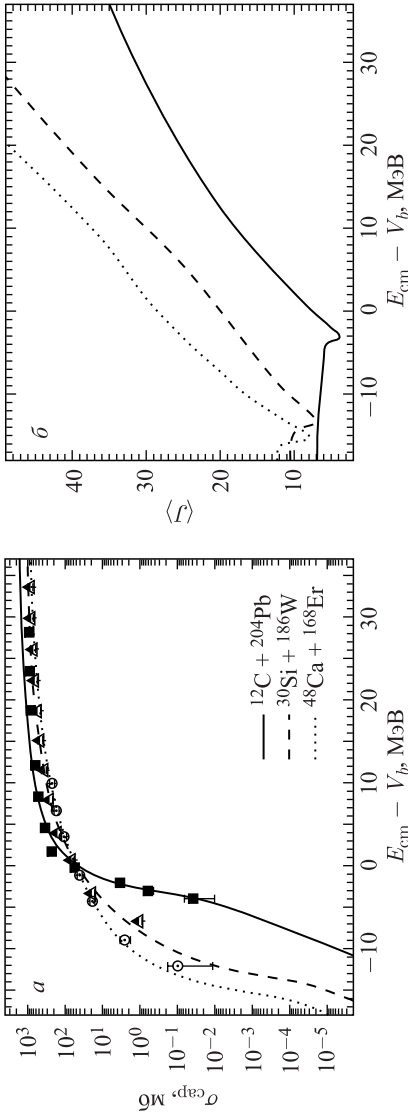


Рис. 57. То же, что и на рис. 54, но для реакций $^{12}\text{C} + ^{204}\text{Pb}$, $^{30}\text{Si} + ^{186}\text{W}$ и $^{48}\text{Ca} + ^{168}\text{Er}$ (составное ядро ^{216}Ra). Экспериментальные данные по сечению для реакций $^{12}\text{C} + ^{204}\text{Pb}$ (■), $^{30}\text{Si} + ^{186}\text{W}$ (△) и $^{48}\text{Ca} + ^{168}\text{Er}$ (○) взяты из [39]. Высота кулоновского барьера V_b для случая сферических ядер — 56,7, 115,7 и 151,2 МэВ соответственно. Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{12}\text{C}) = -0,30$, $\beta_2(^{204}\text{Pb}) = 0$, $\beta_2(^{32}\text{Si}) = 0,22$ [153], $\beta_2(^{184}\text{W}) = 0,24$ [153], $\beta_2(^{48}\text{Ca}) = 0$ и $\beta_2(^{168}\text{Er}) = 0,34$ [153]

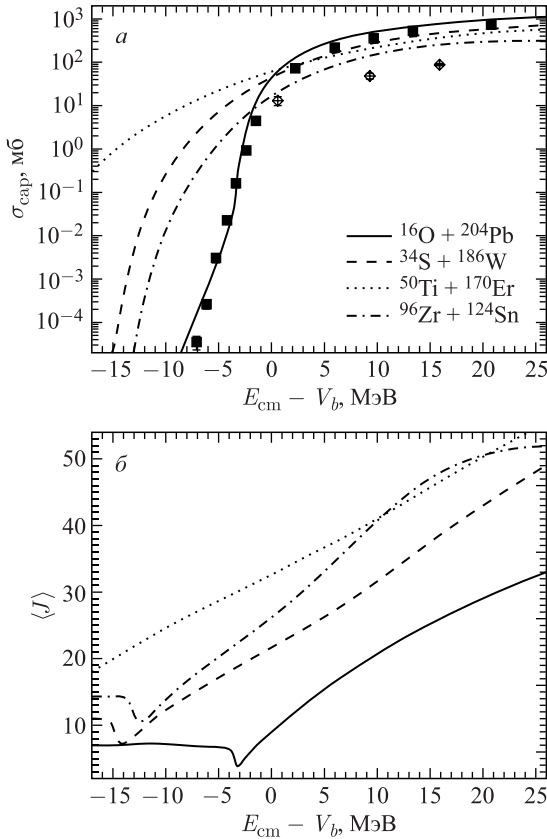


Рис. 58. То же, что и на рис. 54, но для реакций $^{16}\text{O} + ^{204}\text{Pb}$, $^{34}\text{S} + ^{186}\text{W}$, $^{50}\text{Ti} + ^{170}\text{Er}$ и $^{96}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$ (составное ядро ^{220}Th). Экспериментальные данные по сечению для реакции $^{16}\text{O} + ^{204}\text{Pb}$ взяты из [16] (■), для реакции $^{96}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$ — из [169] (◇). Высота кулоновского барьера V_b для случая сферических ядер — 73,6, 131,4, 165,5 и 199,2 МэВ соответственно. Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{16}\text{O}) = 0$, $\beta_2(^{204}\text{Pb}) = 0$, $\beta_2(^{36}\text{S}) = 0,17$ [153], $\beta_2(^{184}\text{W}) = 0,24$ [153], $\beta_2(^{52}\text{Ti}) = 0,27$, $\beta_2(^{168}\text{Er}) = 0,34$ [153], $\beta_2(^{96}\text{Zr}) = 0,08$ [153] и $\beta_2(^{124}\text{Sn}) = 0,10$ [153]

из рисунков, уменьшение асимметрии реакции приводит к меньшим значениям сечения захвата при надбарьерных энергиях и большим значениям сечения захвата при подбарьерных энергиях. Вблизи кулоновского барьера сечения близки для реакций, приводящих к одному и тому же составному ядру. В то же самое время средние угловые моменты составных систем больше для более симметричных реакций как при надбарьерных, так и при подбарьер-

ных энергиях. Положение минимума в зависимости $\langle J \rangle$ от E_{cm} сдвигается в область меньших энергий относительно барьера с уменьшением асимметрии во входном канале. Как уже отмечалось, происхождение этого минимума связано с изменением режима взаимодействия сталкивающихся ядер [15].

Из рис. 58 видно, что реакция $^{96}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$ не подчиняется тенденции, изображенной на рис. 55 и 57, где сечение подбарьерного захвата растет с уменьшением асимметрии во входном канале. Для более асимметричных реакций $^{34}\text{S} + ^{186}\text{W}$ и $^{50}\text{Ti} + ^{170}\text{Er}$ сечение захвата больше при подбарьерных энергиях. Видно также, что средний угловой момент в реакции $^{50}\text{Ti} + ^{170}\text{Er}$ превышает значения в реакции $^{96}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$ при $E_{\text{cm}} - V_b < 10$ МэВ. Причина такого поведения заключается в больших деформациях в системах $^{34}\text{S} + ^{186}\text{W}$ и $^{50}\text{Ti} + ^{170}\text{Er}$ (после двухнейтронной передачи) по сравнению с системой $^{96}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$. Большие деформации сталкивающихся ядер приводят к увеличению сечения захвата и среднего углового момента при околбарьерных и подбарьерных энергиях [151, 152]. Поэтому реакция $^{96}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$ с жесткими ядрами демонстрирует поведение, отличное от поведения реакций с менее жесткими ядрами.

На рис. 59 представлены результаты расчетов парциальных сечений захвата для реакций $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Nd}$ и $^{64}\text{Ni} + ^{96}\text{Zr}$ (составное ядро ^{160}Er) при раз-

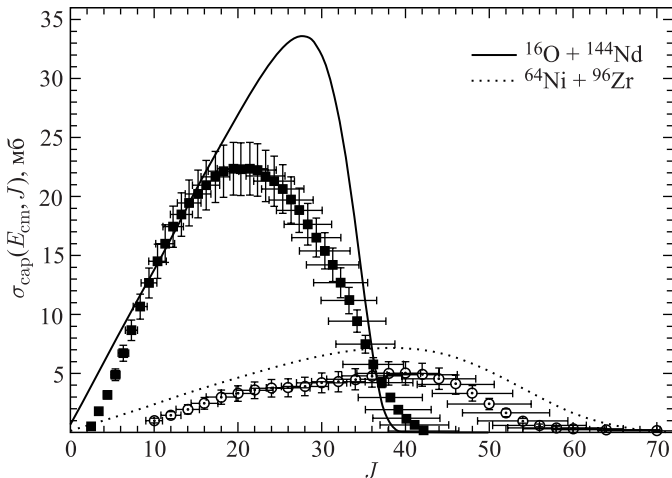


Рис. 59. Зависимость рассчитанных парциальных сечений захвата от J для реакции $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Nd}$ при $E_{\text{cm}} - V_b = 13$ МэВ и $^{64}\text{Ni} + ^{96}\text{Zr}$ (составное ядро ^{160}Er) при $E_{\text{cm}} - V_b = 11$ МэВ. Экспериментальные данные по сечениям остатков испарения для реакции $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Nd}$ взяты из [167] (■), для $^{64}\text{Ni} + ^{96}\text{Zr}$ — из [170] (○). Высота кулоновского барьера V_b для случая сферических ядер — 57,3 и 128,5 МэВ соответственно. Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{16}\text{O}) = 0$, $\beta_2(^{144}\text{Nd}) = 0,12$ [153], $\beta_2(^{66}\text{Ni}) = 0,16$ [153] и $\beta_2(^{94}\text{Zr}) = 0,09$ [153]

личных значениях энергии бомбардировки в сравнении с экспериментальными данными [167,170]. Некоторая переоценка экспериментальных данных, возможно, связана с тем, что в соответствующих экспериментах не учитывались каналы слияния-деления и квазиделения и имеются данные только по испарительным остаткам. Из рисунка видно, что значение максимума частичного распределения становится меньше с уменьшением асимметрии входного канала реакции, а его положение сдвигается в область больших значений J . Этот сдвиг увеличивается с ростом $E_{\text{cm}} - V_b$. Уменьшение асимметрии реак-

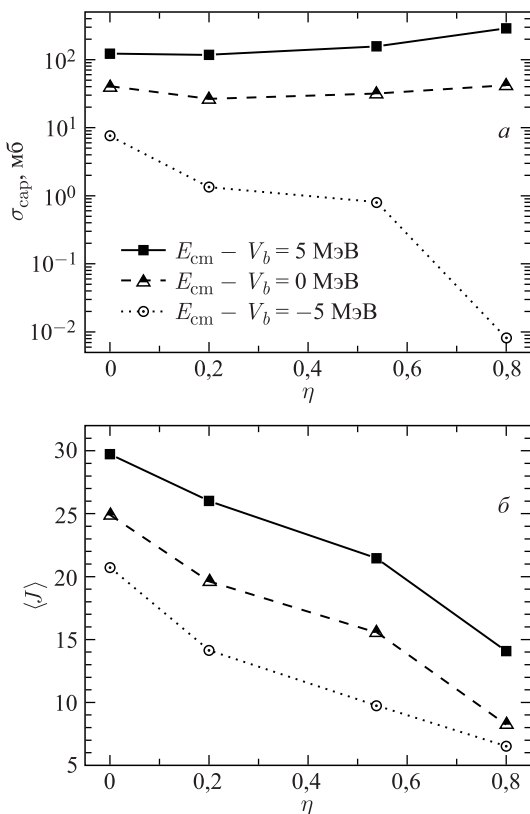


Рис. 60. Зависимости рассчитанных сечения захвата (а) и среднего углового момента системы (б) от η для реакций $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Nd}$ ($\eta = 0,8$), $^{37}\text{Cl} + ^{123}\text{Sb}$ ($\eta = 0,54$), $^{64}\text{Ni} + ^{96}\text{Zr}$ ($\eta = 0,2$) и $^{80}\text{Se} + ^{80}\text{Se}$ ($\eta = 0$) (составное ядро ^{160}Er) при различных значениях $E_{\text{cm}} - V_b$. Высота кулоновского барьера V_b для случая сферических ядер — 57,3, 101,2, 128,5 и 132,8 МэВ соответственно. Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{16}\text{O}) = 0$, $\beta_2(^{144}\text{Nd}) = 0,12$ [153], $\beta_2(^{37}\text{Cl}) = 0,05$, $\beta_2(^{123}\text{Sb}) = 0,17$, $\beta_2(^{66}\text{Ni}) = 0,16$ [153], $\beta_2(^{94}\text{Zr}) = 0,09$ [153] и $\beta_2(^{80}\text{Se}) = 0,23$ [153]

ции приводит к уширению парциального распределения, а его правая сторона становится менее резкой.

Для анализа эффекта входного канала в ядерных реакциях удобно использовать параметр массовой асимметрии

$$\eta = \frac{A_2 - A_1}{A_2 + A_1}. \quad (81)$$

На рис. 60 и 61 представлены зависимости рассчитанных сечения захвата и среднего углового момента составных систем от η для реакций $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Nd}$

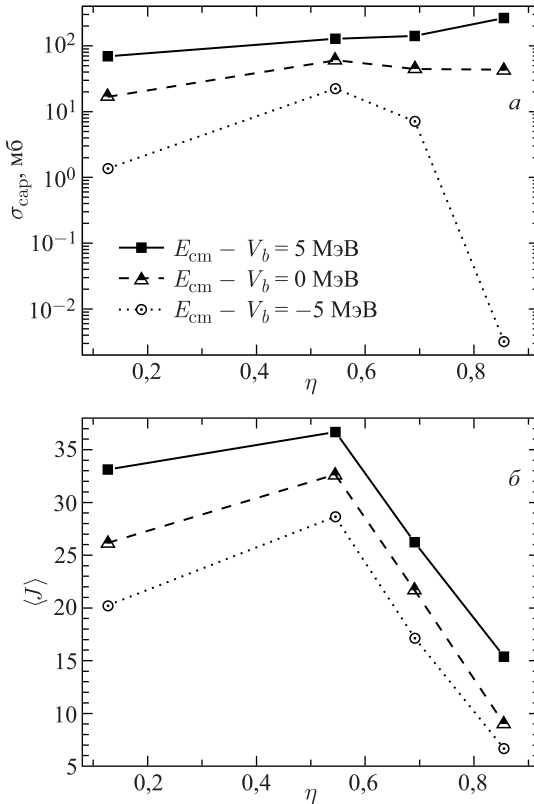


Рис. 61. То же, что и на рис. 60, но для реакций $^{16}\text{O} + ^{204}\text{Pb}$ ($\eta = 0,86$), $^{34}\text{S} + ^{186}\text{W}$ ($\eta = 0,69$), $^{50}\text{Ti} + ^{170}\text{Er}$ ($\eta = 0,55$) и $^{96}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$ ($\eta = 0,13$) (составное ядро ^{220}Th). Высота кулоновского барьера V_b для случая сферических ядер — 73,6, 131,4, 165,5 и 199,2 МэВ соответственно. Использовались параметры квадрупольной деформации $\beta_2(^{16}\text{O}) = 0$, $\beta_2(^{204}\text{Pb}) = 0$, $\beta_2(^{36}\text{S}) = 0,17$ [153], $\beta_2(^{184}\text{W}) = 0,24$ [153], $\beta_2(^{52}\text{Ti}) = 0,27$, $\beta_2(^{168}\text{Er}) = 0,34$ [153], $\beta_2(^{96}\text{Zr}) = 0,08$ [153] и $\beta_2(^{124}\text{Sn}) = 0,10$ [153]

($\eta = 0,8$), $^{37}\text{Cl} + ^{123}\text{Sb}$ ($\eta = 0,54$), $^{64}\text{Ni} + ^{96}\text{Zr}$ ($\eta = 0,2$), $^{80}\text{Se} + ^{80}\text{Se}$ ($\eta = 0$) (составное ядро ^{160}Er) и $^{16}\text{O} + ^{204}\text{Pb}$ ($\eta = 0,86$), $^{34}\text{S} + ^{186}\text{W}$ ($\eta = 0,69$), $^{50}\text{Ti} + ^{170}\text{Er}$ ($\eta = 0,55$), $^{96}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$ ($\eta = 0,13$) (составное ядро ^{220}Th) при различных значениях $E_{\text{cm}} - V_b$. Для составного ядра ^{160}Er (см. рис. 60) наблюдается следующая картина: при надбарьерных энергиях сечение захвата растет с увеличением η , при околобарьерных энергиях оно практически постоянно, при подбарьерных энергиях оно сильно спадает. Средний угловой момент почти линейно уменьшается с увеличением η при всех энергиях. Для составного ядра ^{220}Th (см. рис. 61) имеем аналогичные результаты для всех реакций, кроме $^{96}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$ ($\eta = 0,13$). Как отмечалось ранее, причина такого поведения заключается в больших ядерных деформациях в системах $^{34}\text{S} + ^{186}\text{W}$ и $^{50}\text{Ti} + ^{170}\text{Er}$ (после двухнейтронной передачи) по сравнению с системой $^{96}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках микроскопического подхода приведен вывод системы нелинейных квантовых интегродифференциальных уравнений Ланжевена для перевернутого осциллятора в пределе линейной по координате и импульсу связи между коллективной и внутренней подсистемами. Уравнения движения для коллективной подсистемы удовлетворяют квантовым флуктуационно-диссипативным соотношениям и соотношению неопределенности. Из немарковских уравнений Ланжевена получены локальные по времени уравнения для первого и второго моментов, но с транспортными коэффициентами, зависящими явно от времени. Получены асимптотики транспортных коэффициентов, и рассмотрен марковский предел. Развитый подход полезен при описании переходных процессов в квантовых системах. Полученные аналитические формулы могут быть использованы для описания флуктуационно-диссипативной динамики ядерных процессов.

С помощью микроскопического квантового диффузионного подхода разработан метод расчета проникаемости (вероятности прохождения) параболического барьера. Найденная в случае линейной связи по импульсу между коллективной и внутренней подсистемами проникаемость сравнивалась со случаем линейной связи по координате. Также рассмотрена проникаемость в случае, когда имеет место линейная связь одновременно как по импульсу, так и по координате. Изучены зависимости проникаемости барьера от времени, энергии, температуры, силы связи между коллективной и внутренней подсистемами. Для подбарьерных энергий обнаружен рост проникаемости при увеличении коэффициента трения. Расчеты показывают, что с ростом затухания в системе квантовые эффекты растут. Эти эффекты могут быть достаточно сильными при низких температурах. Полученные результаты подтверждают,

что квантовая природа перехода через барьер должна быть учтена при расчете сечения захвата в ядро-ядерном столкновении.

В рамках используемого подхода рассмотрена квазистационарная скорость теплового распада метастабильного состояния. Исследована ее зависимость от коэффициента трения в случае линейной связи как по импульсу, так и по координате между коллективной и внутренней подсистемами. Показано, что данная зависимость является сравнительно слабой, когда имеются одновременно линейные связи по импульсу и по координате между подсистемами.

На основе разработанного нами формализма изучен процесс захвата налетающего ядра ядром-мишенью при энергиях столкновения около и ниже кулоновского барьера. Рассмотрена эволюция двойной ядерной системы по коллективной координате относительного расстояния. Найдена формула для парциальной вероятности захвата, определяющей полное сечение захвата (сечение образования двойной ядерной системы).

С учетом полученной вероятности захвата рассчитаны полные и парциальные сечения захвата, средние $\langle J \rangle$ и среднеквадратичные $\langle J^2 \rangle$ угловые моменты составной системы, астрофизические S -факторы, логарифмические производные L , а также распределения барьеров D для различных реакций. Получено хорошее описание имеющихся экспериментальных данных как для надбарьерных, так и подбарьерных энергий для реакций со сферическими и деформированными ядрами. Предсказано уменьшение скорости падения сечения захвата при подбарьерных энергиях из-за изменения режима взаимодействия сталкивающихся ядер, так как при этих энергиях система оказывается вне зоны действия ядерных сил и ядерного трения (внешняя точка поворота находится вне области действия ядерного взаимодействия). Данное изменение режима взаимодействия приводит к возникновению экстремальных точек в зависимостях S -, L -факторов, $\langle J \rangle$ и $\langle J^2 \rangle$ от энергии столкновения.

Для исключения эффектов, связанных с деформацией и ориентацией взаимодействующих ядер, в первую очередь были изучены следующие реакции со сферическими ядрами: ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{36}\text{S}$, ${}^{48}\text{Ca}$ и ${}^{50}\text{Ti} + {}^{208}\text{Pb}$, ${}^{209}\text{Bi}$ и ${}^{22}\text{Ne} + {}^{208}\text{Pb}$.

На примере реакций ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{36}\text{S}$, ${}^{48}\text{Ca} + {}^{196,200,204,208}\text{Pb}$ исследована изотопическая зависимость сечения захвата и среднеквадратичного углового момента составной системы. Обнаружено, что увеличение числа нейтронов в Pb способствует процессу захвата. Изотопическая зависимость сравнительно слабая в реакциях с ${}^4\text{He}$ и ${}^{16}\text{O}$, так как ядро-ядерный потенциал взаимодействия слабо зависит от массового числа ядра-мишени для сильно асимметричных реакций. В реакциях с ${}^{36}\text{S}$ и ${}^{48}\text{Ca}$ изотопическая зависимость оказывается более сильной. Наклон зависимости сечения захвата от E_{cm} при глубокоподбарьерных энергиях не чувствителен к полному числу нейтронов в системе.

Изучена роль деформации ядра-мишени и/или налетающего ядра, а также канала нейтронной передачи в процессе захвата в ядро-ядерном столкнове-

нии. Рассчитаны полные и парциальные сечения захвата и средние угловые моменты систем, образовавшихся после захвата, в сравнении с экспериментальными данными. Показано, что экспериментально наблюдаемое увеличение подбарьерного сечения захвата и соответствующее изменение углового момента связаны с прямым или косвенным (через передачу нейтронов) влиянием эффекта квадрупольной деформации сталкивающихся ядер. Для реакции ${}^{64}\text{Ni} + {}^{100}\text{Mo}$ учет эффекта нейтронной передачи слабо влияет на полное и парциальное сечения. Это связано с тем, что процесс передачи практически не вызывает изменения кулоновского барьера. В реакции ${}^{58}\text{Ni} + {}^{64}\text{Ni}$ нейтронная передача приводит к увеличению деформации легкого ядра и, соответственно, к уменьшению высоты кулоновского барьера, что, в свою очередь, усиливает захват. В реакциях ${}^{28}\text{Si} + {}^{94,100}\text{Mo}$ наблюдается противоположная картина.

Влияние асимметрии входного канала на сечение захвата и средний угловой момент составной системы было исследовано на примере реакций, приводящих к следующим составным ядрам: ${}^{156,160}\text{Er}$, ${}^{170}\text{Hf}$, ${}^{216}\text{Ra}$ и ${}^{220}\text{Th}$. Практически для всех рассмотренных реакций уменьшение асимметрии реакции приводит к меньшим значениям сечения захвата при надбарьерных энергиях и большим значениям сечения захвата при подбарьерных энергиях. Вблизи кулоновского барьера сечения близки для реакций, приводящих к одному и тому же составному ядру. Средние угловые моменты составных систем больше для более симметричных реакций как при надбарьерных, так и при подбарьерных энергиях. Обнаружено, что системы с жесткими ядрами не подчиняются закономерностям, характерным для систем с более мягкими ядрами.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Аналитическое выражение для эффективной температуры имеет вид

$$T_{\text{eff}} = \mu\omega_m^2\sigma_{qq}(\infty) = k_m\sigma_{qq}(\infty), \quad (\text{П.1})$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_{qq}(\infty) &= \frac{\hbar\gamma^2}{\pi\mu^2} \times \\ &\times \int_0^\infty d\Omega \frac{g\mu^2\Omega^2[\gamma^2 + \Omega^2] + \alpha[\Omega^2 + 2g\gamma\mu\Omega^2 + \gamma^2(1 + g^2\gamma^2\Omega^2)]}{(s_1^2 + \Omega^2)(s_2^2 + \Omega^2)(s_3^2 + \Omega^2)(s_4^2 + \Omega^2)} \Omega \coth\left[\frac{\hbar\Omega}{2T}\right] = \\ &= \frac{\hbar\gamma^2}{\pi} \sum_{i,j} \beta_i\beta_j(s_i + \gamma)(s_j + \gamma) \left[g s_i s_j (s_i + \gamma)(s_j + \gamma) + \right. \\ &\quad \left. + \alpha \left(\frac{s_i + \gamma}{\mu} + g\gamma s_i \right) \left(\frac{s_j + \gamma}{\mu} + g\gamma s_j \right) \right] \phi^a(s_i, s_j), \quad (\text{П.2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi^a(s_i, s_j) &= \frac{s_j \psi(-\hbar s_j / (2\pi T))}{(s_i + s_j)(s_j^2 - \gamma^2)} + \frac{s_i \psi(-\hbar s_i / (2\pi T))}{(s_i + s_j)(s_i^2 - \gamma^2)} + \\ &+ \frac{(\gamma^2 - s_i s_j) \psi(\hbar \gamma / (2\pi T))}{(\gamma^2 - s_i^2)(\gamma^2 - s_j^2)} - \frac{\pi T (s_i + s_j - 2\gamma)}{\hbar \gamma (s_i + s_j)(\gamma - s_i)(\gamma - s_j)}, \end{aligned}$$

— асимптотическое значение дисперсии по координате для гармонического осциллятора (с коэффициентом жесткости k_m). Для других дисперсий имеем следующие выражения:

$$\begin{aligned} \sigma_{pq}(\infty) &= 0, \\ \sigma_{pp}(\infty) &= \frac{\hbar \gamma^2}{\pi} \times \\ &\times \int_0^\infty d\Omega \frac{\alpha \Omega^2 [\gamma^2 + \Omega^2] + g [\alpha^2 \gamma^2 \Omega^2 + 2k\alpha\gamma\Omega^2 + k^2(\gamma^2 + \Omega^2)]}{(s_1^2 + \Omega^2)(s_2^2 + \Omega^2)(s_3^2 + \Omega^2)(s_4^2 + \Omega^2)} \Omega \coth \left[\frac{\hbar \Omega}{2T} \right] = \\ &= \frac{\hbar \gamma^2}{\pi} \sum_{i,j} \beta_i \beta_j (s_i + \gamma)(s_j + \gamma) [\alpha s_i s_j (s_i + \gamma)(s_j + \gamma) + \\ &+ g(k_m(s_i + \gamma) + \alpha \gamma s_i)(k_m(s_j + \gamma) + \alpha \gamma s_j)] \phi^a(s_i, s_j). \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

В низко- и высокотемпературном пределах получаем

$$\begin{aligned} \phi^a(s_i, s_j) &= \frac{s_j \ln(-s_j)}{(s_i + s_j)(s_j^2 - \gamma^2)} + \frac{s_i \ln(-s_i)}{(s_i + s_j)(s_i^2 - \gamma^2)} + \frac{(\gamma^2 - s_i s_j) \ln(\gamma)}{(\gamma^2 - s_i^2)(\gamma^2 - s_j^2)} - \\ &- \frac{\pi^2}{3\hbar^2} \left[\frac{1}{s_j(s_i + s_j)(s_j^2 - \gamma^2)} + \frac{1}{s_i(s_i + s_j)(s_i^2 - \gamma^2)} + \frac{\gamma^2 - s_i s_j}{\gamma^2(\gamma^2 - s_i^2)(\gamma^2 - s_j^2)} \right] T^2 + \\ &+ \frac{2\pi^4}{15\hbar^4} \left[\frac{1}{s_j^3(s_i + s_j)(s_j^2 - \gamma^2)} + \frac{1}{s_i^3(s_i + s_j)(s_i^2 - \gamma^2)} + \frac{\gamma^2 - s_i s_j}{\gamma^4(\gamma^2 - s_i^2)(\gamma^2 - s_j^2)} \right] T^4 \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

и

$$\begin{aligned} \phi^a(s_i, s_j) &= \frac{\pi(s_i + s_j - 2\gamma)}{\hbar \gamma (s_i + s_j)(\gamma - s_i)(\gamma - s_j)} T + \\ &+ \frac{\pi \hbar}{12} \left[\frac{\gamma(\gamma^2 - s_i s_j)}{(\gamma^2 - s_i^2)(\gamma^2 - s_j^2)} - \frac{s_j^2}{(s_i + s_j)(s_j^2 - \gamma^2)} - \frac{s_i^2}{(s_i + s_j)(s_i^2 - \gamma^2)} \right] T^{-1} - \\ &- \frac{3\hbar^2}{10\pi^2} \left[\frac{\gamma^2(\gamma^2 - s_i s_j)}{(\gamma^2 - s_i^2)(\gamma^2 - s_j^2)} + \frac{s_j^3}{(s_i + s_j)(s_j^2 - \gamma^2)} + \frac{s_i^3}{(s_i + s_j)(s_i^2 - \gamma^2)} \right] T^{-2} \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

соответственно. В вышеприведенных выражениях s_i ($i = 1, 2, 3, 4$) — корни секулярного уравнения (15) с $k = -k_m$.

В случае линейной связи по импульсу ($g \neq 0$ и $\alpha = 0$) между коллективной подсистемой и средой выражения для асимптотик дисперсий имеют простой вид:

$$\begin{aligned}\sigma_{qq}(\infty) &= \frac{\hbar g \gamma^2}{\pi} \int_0^\infty d\Omega \frac{\Omega^3 \coth[\hbar\Omega/(2T)]}{(s_1^2 + \Omega^2)(s_2^2 + \Omega^2)(s_3^2 + \Omega^2)} = \\ &= \frac{\hbar g \gamma^2}{\pi} \sum_{i,j} \beta_i \beta_j s_i s_j (s_i + \gamma)(s_j + \gamma) \phi^a(s_i, s_j), \\ \sigma_{pq}(\infty) &= 0, \\ \sigma_{pp}(\infty) &= \frac{\hbar g \gamma^2 k_m^2}{\pi} \int_0^\infty d\Omega \frac{\Omega \coth[\hbar\Omega/(2T)]}{(s_1^2 + \Omega^2)(s_2^2 + \Omega^2)(s_3^2 + \Omega^2)} = \\ &= \frac{\hbar g \gamma^2 k_m^2}{\pi} \sum_{i,j} \beta_i \beta_j (s_i + \gamma)(s_j + \gamma) \phi^a(s_i, s_j).\end{aligned}\tag{П.6}$$

Здесь s_i ($i = 1, 2, 3$) — корни секулярного уравнения (35) с $k = -k_m$. В пределах низких и высоких температур получаем

$$\begin{aligned}\sigma_{qq}(\infty) &= \frac{\hbar g \gamma^2}{\pi} \times \\ &\times \left[\frac{s_1^2(s_2^2 - s_3^2) \ln(-s_1) + s_2^2(s_3^2 - s_1^2) \ln(-s_2) + s_3^2(s_1^2 - s_2^2) \ln(-s_3)}{(s_1^2 - s_2^2)(s_1^2 - s_3^2)(s_2^2 - s_3^2)} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\pi^4}{15\hbar^4 s_1^2 s_2^2 s_3^2} T^4 \right], \\ \sigma_{pp}(\infty) &= \frac{\hbar g \gamma^2 k_m^2}{\pi} \times \\ &\times \left[\frac{(s_3^2 - s_2^2) \ln(-s_1) + (s_1^2 - s_3^2) \ln(-s_2) + (s_2^2 - s_1^2) \ln(-s_3)}{(s_1^2 - s_2^2)(s_1^2 - s_3^2)(s_2^2 - s_3^2)} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\pi^2}{3\hbar^2 s_1^2 s_2^2 s_3^2} T^2 - \frac{2\pi^4 (s_1^2 s_2^2 + s_1^2 s_3^2 + s_2^2 s_3^2)}{15\hbar^4 s_1^4 s_2^4 s_3^4} T^4 \right]\end{aligned}\tag{П.7}$$

и

$$\sigma_{qq}(\infty) = \frac{\hbar g \gamma^2}{\pi} \left[-\frac{\pi}{\hbar(s_1 + s_2)(s_1 + s_3)(s_2 + s_3)} T - \frac{\pi \hbar(s_1 s_2 + s_1 s_3 + s_2 s_3)}{12(s_1 + s_2)(s_1 + s_3)(s_2 + s_3)} T^{-1} - \frac{3\hbar^2}{10\pi^2} T^{-2} \right], \quad (\text{П.8})$$

$$\sigma_{pp}(\infty) = \frac{\hbar g \gamma^2 k_m^2}{\pi} \left[-\frac{\pi(s_1 + s_2 + s_3)}{\hbar s_1 s_2 s_3 (s_1 + s_2)(s_1 + s_3)(s_2 + s_3)} T - \frac{\pi \hbar}{12(s_1 + s_2)(s_1 + s_3)(s_2 + s_3)} T^{-1} \right]$$

соответственно.

В случае линейной связи по координате ($\alpha \neq 0$ и $g = 0$) выражения для асимптотик дисперсий имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{qq}(\infty) &= \frac{\hbar \alpha \gamma^2}{\pi \mu^2} \int_0^\infty d\Omega \frac{\Omega \coth[\hbar \Omega / (2T)]}{(s_1^2 + \Omega^2)(s_2^2 + \Omega^2)(s_3^2 + \Omega^2)} = \\ &= -\frac{\hbar \alpha \gamma^2}{\pi \mu^2} \sum_{i,j} \beta_i \beta_j (s_i + \gamma)(s_j + \gamma) \phi^a(s_i, s_j), \\ \sigma_{pq}(\infty) &= 0, \\ \sigma_{pp}(\infty) &= \frac{\hbar \alpha \gamma^2}{\pi} \int_0^\infty d\Omega \frac{\Omega^3 \coth[\hbar \Omega / (2T)]}{(s_1^2 + \Omega^2)(s_2^2 + \Omega^2)(s_3^2 + \Omega^2)} = \\ &= \frac{\hbar \alpha \gamma^2}{\pi} \sum_{i,j} \beta_i \beta_j s_i s_j (s_i + \gamma)(s_j + \gamma) \phi^a(s_i, s_j). \end{aligned} \quad (\text{П.9})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sargsyan V. V. et al.* Examination of the Different Roles of Neutron Transfer in the Sub-Barrier Fusion Reactions $^{32}\text{S} + ^{94,96}\text{Zr}$ and $^{40}\text{Ca} + ^{94,96}\text{Zr}$ // *Phys. Rev. C*. 2015. V. 91. P. 014613.
2. *Ogloblin A. A. et al.* Role of Neutron Transfer in Asymmetric Fusion Reactions at Sub-Barrier Energies // *Eur. Phys. J. A*. 2014. V. 50. P. 157.
3. *Sargsyan V. V. et al.* Disagreement between Capture Probabilities Extracted from Capture and Quasi-Elastic Backscattering Excitation Functions // *Ibid.* P. 184.
4. *Back B. B. et al.* Recent Developments in Heavy-Ion Fusion Reactions // *Rev. Mod. Phys.* 2014. V. 86. P. 317.

5. *Sargsyan V. V. et al.* Neutron-Pair Transfer in the Sub-Barrier Capture Process // *Phys. Rev. C.* 2013. V. 88. P. 064601.
6. *Bertulani C. A.* Fusion 11 Conference Summary // *EPJ Web Conf.* 2011. V. 17. P. 15001.
7. *Kohley Z. et al.* Near-Barrier Fusion of Sn + Ni and Te + Ni Systems: Examining the Correlation between Nucleon Transfer and Fusion Enhancement // *Phys. Rev. Lett.* 2011. V. 107. P. 202701.
8. *Scarlassara F. et al.* Fusion of $^{60}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$ below Barrier // *EPJ Web Conf.* 2011. V. 17. P. 05002.
9. *Zhang H. Q. et al.* Competition between Fusion–Fission and Quasifission Processes in the $^{32}\text{S} + ^{182,184}\text{W}$ Reactions // *Phys. Rev. C.* 2010. V. 81. P. 034611.
10. *Montagnoli G. et al.* Sub-Barrier Fusion of $^{36}\text{S} + ^{64}\text{Ni}$ and Other Medium-Light Systems // *Ibid.* V. 82. P. 064609.
11. *Itkis M. G. et al.* Fusion–Fission and Quasifission of Superheavy Systems in Heavy-Ion Induced Reactions // *Nucl. Phys. A.* 2010. V. 834. P. 374c.
12. *Ayik S., Yilmaz B., Lacroix D.* Stochastic Semi-Classical Description of Fusion at Near-Barrier Energies // *Phys. Rev. C.* 2010. V. 81. P. 034605.
13. *Denisov V. Yu., Pilipenko N. A.* Fusion of Deformed Nuclei: $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ // *Ibid.* P. 025805.
14. *Hupin G., Lacroix D.* Quantum Monte Carlo Method Applied to Non-Markovian Barrier Transmission // *Ibid.* P. 014609.
15. *Sargsyan V. V. et al.* Peculiarities of Sub-Barrier Fusion with Quantum Diffusion Approach // *Eur. Phys. J. A.* 2010. V. 45. P. 125;
Sargsyan V. V. et al. Sub-Barrier Capture with Quantum Diffusion Approach: Actinide-Based Reactions // *Eur. Phys. J. A.* 2011. V. 47. P. 38; Peculiarities of Sub-Barrier Reactions with Heavy Ions // *J. Phys. Conf. Ser.* 2011. V. 282. P. 012001;
Sargsyan V. V. et al. Sub-Barrier Capture with Quantum Diffusion Approach // *EPJ Web Conf.* 2011. V. 17. P. 04003.
16. *Dasgupta M. et al.* Beyond the Coherent Coupled Channels Description of Nuclear Fusion // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 99. P. 192701.
17. *Jiang C. L. et al.* Unexpected Behavior of Heavy-Ion Fusion Cross Sections at Extreme Sub-Barrier Energies // *Phys. Rev. Lett.* 2002. V. 89. P. 052701.
18. *Jiang C. L. et al.* Influence of Nuclear Structure on Sub-Barrier Hindrance in Ni + Ni Fusion // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 93. P. 012701.
19. *Jiang C. L. et al.* Hindrance of Heavy-Ion Fusion at Extreme Sub-Barrier Energies in Open-Shell Colliding Systems // *Phys. Rev. C.* 2005. V. 71. P. 044613.
20. *Morton C. R. et al.* Coupled-Channels Analysis of the $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ Fusion Barrier Distribution // *Phys. Rev. C.* 1999. V. 60. P. 044608.
21. *Langanke K., Barnes C. A.* Nucleosynthesis in the Big Bang and in Stars // *Adv. Nucl. Phys.* 1996. V. 22. P. 173;
Arahamian A., Langanke K., Wiescher M. Nuclear Structure Aspects in Nuclear Astrophysics // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2005. V. 54. P. 535.

22. *Tretyakova S. P. et al.* Study of Nucleus–Nucleus Potential by Combined Measurement of Deep Sub-Barrier Fusion and Cluster Decay // *Nucl. Phys. A.* 2004. V. 734. P. E33.
23. *Oganessian Yu. Ts. et al.* Investigation of the Fusion–Fission Reaction $^{208}\text{Pb} + ^{16}\text{O}$ at Subbarrier Energies // *JINR Rapid Commun.* 1996. No. 75. P. 123.
24. *Tretyakova S. P. et al.* Study of Extremely Deep Subbarrier $^{22}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$ Fusion–Fission and Evidence for Alpha-Decay-Like Mechanism of ^{230}U Cluster Radioactivity // *Nucl. Phys. A.* 2004. V. 738. P. 487.
25. *Balantekin A. B., Takigawa N.* Quantum Tunneling in Nuclear Fusion // *Rev. Mod. Phys.* 1998. V. 70. P. 77.
26. *Canto L. F. et al.* Fusion and Breakup of Weakly Bound Nuclei // *Phys. Rep.* 2006. V. 424. P. 1;
Canto L. F. et al. Recent Developments in Fusion and Direct Reactions with Weakly Bound Nuclei // *Phys. Rep.* 2015. V. 596. P. 1.
27. *Henning W. et al.* Subbarrier Nucleon Transfer: Doorway to Heavy-Ion Fusion // *Phys. Rev. Lett.* 1987. V. 58. P. 318.
28. *Stelson P. H. et al.* Fusion Cross Sections for $^{46,50}\text{Ti} + ^{90}\text{Zr}$, ^{93}Nb and Some Systematics of Heavy-Ion Fusion at Barrier and Subbarrier Energies // *Phys. Rev. C.* 1990. V. 41. P. 1584;
Jiang C. L. et al. Observation of the One- to Six-Neutron Transfer Reactions at Sub-Barrier Energies // *Phys. Lett. B.* 1994. V. 337. P. 59.
29. *Pengo R. et al.* Nuclear Structure Effects in Sub-Barrier Fusion Cross Sections // *Nucl. Phys. A.* 1983. V. 411. P. 255.
30. *Roberts R. B. et al.* Sub-Barrier One- and Two-Neutron Pickup Measurements in $^{32}\text{S} + ^{93}\text{Nb}$, $^{98,100}\text{Mo}$ Reactions at 180° // *Phys. Rev. C.* 1993. V. 47. P. R1831.
31. *Ackermann D. et al.* Cross Sections and Average Angular Momenta in the Fusion of $^{28}\text{Si} + ^{94,100}\text{Mo}$ and $^{58,64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ // *Nucl. Phys. A.* 1996. V. 609. P. 91.
32. *Broglia R. A. et al.* Possible Effect of Transfer Reactions on Heavy Ion Fusion at Sub-Barrier Energies // *Phys. Rev. C.* 1983. V. 27. P. 2433;
Broglia R. A. et al. Estimate of Enhancements in Sub-Barrier Heavy-Ion Fusion Cross Sections Due to Coupling to Inelastic and Transfer Reaction Channels // *Phys. Lett. B.* 1983. V. 133. P. 34.
33. *Giardina G. et al.* Capture and Fusion Dynamics in Heavy-Ion Collisions // *Nucl. Phys. A.* 2000. V. 671. P. 165;
Fazio G. et al. Strong Influence of the Entrance Channel on the Formation of Compound Nuclei $^{216,222}\text{Th}^*$ and Their Evaporation Residues // *Phys. Rev. C.* 2005. V. 72. P. 064614;
Nasirov A. K. et al. Quasifission and Difference in Formation of Evaporation Residues in the $^{16}\text{O} + ^{184}\text{W}$ and $^{19}\text{F} + ^{181}\text{Ta}$ Reactions // *Phys. Lett. B.* 2010. V. 686. P. 72.
34. *Vandenbosch R.* Angular Momentum Distributions in Subbarrier Fusion Reactions // *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* 1992. V. 42. P. 447.

35. *Haas B. et al.* Strong Angular Momentum Effects in Near-Barrier Fusion Reactions // *Phys. Rev. Lett.* 1985. V. 54. P. 398.
36. *Ruckelshausen A. et al.* Unexpected Entrance-Channel Effects in the Decay of the Compound Nucleus ^{156}Er // *Phys. Rev. Lett.* 1986. V. 56. P. 2356.
37. *Gil S. et al.* Observation of Mean-Spin Barrier Bump in Sub-Barrier Fusion of ^{28}Si with ^{154}Sm // *Phys. Rev. Lett.* 1990. V. 65. P. 3100.
38. *Gil S. et al.* Fusion Cross Sections in Systems Leading to ^{170}Hf at Near-Barrier Energies // *Phys. Rev. C.* 1995. V. 51. P. 1336.
39. *Sagaidak R. N. et al.* Fusion Suppression in Mass-Asymmetric Reactions Leading to Ra Compound Nuclei // *Phys. Rev. C.* 2003. V. 68. P. 014603.
40. *Trotta M. et al.* Fusion of $^{48}\text{Ca} + ^{154}\text{Sm}$ near the Coulomb Barrier: Enhancement vs. Suppression // *Nucl. Phys. A.* 2004. V. 734. P. 245.
41. *Thomas R. G. et al.* Entrance Channel Dependence of Quasifission in Reactions Forming ^{220}Th // *Phys. Rev. C.* 2008. V. 77. P. 034610.
42. *Mohanto G. et al.* Entrance Channel Effect on ER Spin Distribution // *Nucl. Phys. A.* 2012. V. 890. P. 62.
43. *Боголюбов Н. Н.* Избранные труды: В 3 т. Киев: Наук. думка, 1971.
44. *Caldeira A. O., Leggett A. J.* Path Integral Approach to Quantum Brownian Motion // *Physica A.* 1983. V. 121. P. 587; Quantum Tunnelling in a Dissipative System // *Ann. Phys.* 1983. V. 149. P. 374; Influence of Dissipation on Quantum Tunneling in Macroscopic Systems // *Phys. Rev. Lett.* 1981. V. 46. P. 211; Comment on "Probabilities for Quantum Tunneling through a Barrier with Linear Passive Dissipation" // *Phys. Rev. Lett.* 1982. V. 48. P. 1571.
45. *van Kampen N. G.* Stochastic Processes in Physics and Chemistry. Amsterdam: North-Holland, 1981.
46. *Gardiner C. W.* Quantum Noise. Berlin: Springer, 1991.
47. *Carmichael H. J.* An Open System Approach to Quantum Optics. Berlin: Springer, 1993.
48. *Klimontovich Yu. L.* Statistical Theory of Open Systems. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1995.
49. *Zubarev D., Morozov V., Röpke G.* Statistical Mechanics of Nonequilibrium Processes. Berlin: Akad. Verlag, 1997.
50. *Weiss U.* Quantum Dissipative Systems. Singapore: World Sci., 1999.
51. *Ford G. W., Lewis J. T., O'Connell R. F.* Quantum Langevin Equation // *Phys. Rev. A.* 1988. V. 37. P. 4419.
52. *Lindenberg K., West B.* Statistical Properties of Quantum Systems: The Linear Oscillator // *Phys. Rev. A.* 1984. V. 30. P. 568.
53. *Саргсян В. В. и др.* Квантовые статистические эффекты в ядерных реакциях, делении и открытых квантовых системах // ЭЧАЯ. 2010. Т. 41. С. 329.

54. *Grabert H., Schramm P., Ingold G.-L.* Quantum Brownian Motion: The Functional Integral Approach // *Phys. Rep.* 1988. V. 168. P. 115;
Talkner P. The Failure of the Quantum Regression Hypothesis // *Ann. Phys.* 1986. V. 167. P. 390.
55. *Adamian G. G., Antonenko N. V., Scheid W.* Tunneling with Dissipation in Open Quantum Systems // *Phys. Lett. A.* 1998. V. 244. P. 482; Diffusion Coefficients in Coordinate in Density Matrix Description of Non-Equilibrium Quantum Processes // *Phys. Lett. A.* 1999. V. 260. P. 39;
Palchikov Yu. V. et al. Effect of Transport Coefficients on the Time Dependence of a Density Matrix // *J. Phys. A.* 2000. V. 33. P. 4265; Generalization of Kramers Formula for Open Quantum Systems // *Physica A.* 2002. V. 316. P. 297.
56. *Volkov V. V.* Deep Inelastic Transfer Reactions — The New Type of Reactions between Complex Nuclei // *Phys. Rep.* 1978. V. 44. P. 93.
57. *Bass R.* Nuclear Reactions with Heavy Ions. Berlin: Springer-Verlag, 1980. P. 203.
58. *Nörenberg W.* Heavy Ion Collisions / Ed. R. Bock. Amsterdam: Elsevier, 1980. V. 2. P. 1.
59. *Джолос П. В., Шмидт П.* Взаимодействие тяжелых ионов при энергиях около 10 МэВ/нуклон // *ЭЧАЯ.* 1981. Т. 12. С. 324;
Schmidt R., Toneev D. V., Wolschin G. Mass Transport and Dynamics of the Relative Motion in Deeply Inelastic Heavy-Ion Collisions // *Nucl. Phys. A.* 1978. V. 311. P. 247.
60. *Schröder W. U., Huizenga J. R.* Treatise on Heavy-Ion Science / Ed. D. A. Bromley. New York: Plenum Press, 1984. V. 2. P. 115.
61. *Freiesleben H., Kratz J. V.* N/Z -Equilibration and Nucleon Exchange in Dissipative Heavy-Ion Collisions // *Phys. Rep.* 1984. V. 106. P. 1.
62. *Fröbrich P.* Fusion and Capture of Heavy Ions above the Barrier: Analysis of Experimental Data with the Surface Friction Model // *Ibid.* V. 116. P. 337.
63. *Maruhn J. A., Greiner W., Scheid W.* Heavy Ion Collisions / Ed. R. Bock. Amsterdam: Elsevier, 1980. V. 2. P. 397.
64. *Weidenmüller H. A.* Transport Theories of Heavy-Ion Reactions // *Progr. Part. Nucl. Phys.* 1980. V. 3. P. 49.
65. *Антоненко Н. В. и др.* Влияние оболочечных эффектов на динамику глубоконеупругих столкновений тяжелых ионов // *ЭЧАЯ.* 1994. Т. 25. С. 1379.
66. *Адеев Г. Д. и др.* Диффузионная модель формирования распределений осколков деления // *ЭЧАЯ.* 1988. Т. 19. С. 1229;
Адеев Г. Д. Влияние динамических характеристик деления на формирование зарядового распределения осколков // *ЭЧАЯ.* 1992. Т. 23. С. 1572.
67. *Гончар И. И.* Ланжевеновская флуктуационно-диссипативная динамика деления возбужденных атомных ядер // *ЭЧАЯ.* 1995. Т. 26. С. 932.
68. *Волков В. В.* Процесс полного слияния атомных ядер // *ЭЧАЯ.* 2004. Т. 35. С. 797.

69. Adamian G. G., Antonenko N. V., Scheid W. Characteristics of Quasifission Products within the Dinuclear System Model // Phys. Rev. C. 2003. V. 68. P. 034601.
70. Adamian G. G. et al. Friction Coefficient for Deep-Inelastic Heavy-Ion Collisions // Phys. Rev. C. 1997. V. 56. P. 373.
71. Adamian G. G., Antonenko N. V., Scheid W. Friction and Diffusion Coefficients in Coordinate in Nonequilibrium Nuclear Processes // Nucl. Phys. A. 1999. V. 645. P. 376.
72. Адеев Г. Д. и др. Многомерный стохастический подход к динамике деления возбужденных ядер // ЭЧАЯ. 2005. Т. 36. С. 731.
73. Волков В. В. Ядерные реакции глубоконеупругих передач. М.: Энергоиздат, 1982.
74. Gross D. H. E., Kalinowski H. Friction Model of Heavy-Ion Collisions // Phys. Rep. 1978. V. 45. P. 175.
75. Иткис М. Г. и др. Симметричное и асимметричное деление ядер легче тория // ЭЧАЯ. 1988. Т. 19. С. 701;
Иткис М. Г., Русанов А. Я. Деление нагретых ядер в реакциях с тяжелыми ионами: статистические и динамические аспекты // ЭЧАЯ. 1998. Т. 29. С. 389.
76. Ньютон Дж. О. Деление ядер под действием тяжелых ионов // ЭЧАЯ. 1990. Т. 21. С. 821.
77. Беллев С. Т., Зелевинский В. Г. Нильс Бор и физика атомного ядра // УФН. 1985. Т. 147. С. 210.
78. Hill D. L., Wheeler J. A. Nuclear Constitution and the Interpretation of Fission Phenomena // Phys. Rev. 1953. V. 89. P. 1102.
79. Dasgupta M. et al. Measuring Barriers to Fusion // Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 1998. V. 48. P. 401.
80. Esbensen H. Fusion and Zero-Point Motions // Nucl. Phys. A. 1981. V. 352. P. 147.
81. Esbensen H., Wu J., Bertsch G. F. Subbarrier Fusion and Dynamical Deformations // Nucl. Phys. A. 1983. V. 411. P. 275.
82. Hagino H., Rowley N., Kruppa A. T. A Program for Coupled-Channels Calculations with All Order Couplings for Heavy-Ion Fusion Reactions // Comp. Phys. Commun. 1999. V. 123. P. 143.
83. Esbensen H. Sensitivity to Multi-Phonon Excitations in Heavy-Ion Fusion Reactions // Phys. Rev. C. 2005. V. 72. P. 054607.
84. Esbensen H., Jiang C. L. Indications of a Shallow Potential in $^{48}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$ Fusion Reactions // Phys. Rev. C. 2009. V. 79. P. 064619.
85. Misticu S., Esbensen H. Signature of Shallow Potentials in Deep Sub-Barrier Fusion Reactions // Phys. Rev. C. 2007. V. 75. P. 034606.
86. Esbensen H., Misticu S. Hindrance of $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ Fusion at Extreme Sub-Barrier Energies // Ibid. V. 76. P. 054609.

87. *Diaz-Torres A. et al.* Dissipative Quantum Dynamics in Low-Energy Collisions of Complex Nuclei // *Phys. Rev. C.* 2008. V. 78. P.064604;
Diaz-Torres A. Absence of Decoherence in the Complex-Potential Approach to Nuclear Scattering // *Phys. Rev. C.* 2010. V. 81. P.041603(R); Coupled-Channels Density-Matrix Approach to Low-Energy Nuclear Collision Dynamics: A Technique for Quantifying Quantum Decoherence Effects on Reaction Observables // *Ibid.* V. 82. P.054617.
88. *Ichikawa T., Hagino K., Iwamoto A.* Signature of Smooth Transition from Sudden to Adiabatic States in Heavy-Ion Fusion Reactions at Deep Sub-Barrier Energies // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 103. P.202701.
89. *Grange P., Weidenmüller H.A.* Fission Probability and the Nuclear Friction Constant // *Phys. Lett. B.* 1980. V. 96. P.26;
Grange P., Qing Li-Jang, Weidenmüller H.A. Induced Nuclear Fission Viewed as a Diffusion Process: Transients // *Phys. Rev. C.* 1983. V. 27. P.2063.
90. *Jing-Shang Z., Weidenmüller H.A.* Stationary Diffusion over a Multidimensional Potential Barrier: A Generalization of Kramers' Formula // *J. Stat. Phys.* 1984. V. 34. P.191.
91. *Grange P.* Effects of Transients on Particle Emission Prior to Fission in a Transport Description of the Fission Process // *Nucl. Phys. A.* 1984. V. 428. P.37.
92. *Adeev G.D., Pashkevich V.V.* Theory of Macroscopic Fission Dynamics // *Nucl. Phys. A.* 1989. V. 502. P.405.
93. *Delagrange H. et al.* Dynamical Decay of Nuclei at High Temperature: Competition between Particle Emission and Fission Decay // *Z. Phys. A.* 1986. V. 323. P.437.
94. *Strumberger E., Ditrich K., Pomorski K.* A More Detailed Calculation of Particle Evaporation and Fission of Compound Nuclei // *Nucl. Phys. A.* 1991. V. 529. P.522.
95. *Haake F., Reibold R.* Strong Damping and Low-Temperature Anomalies for the Harmonic Oscillator // *Phys. Rev. A.* 1985. V. 32. P.2462.
96. *Hu B.L., Paz J.P., Zhang Y.* Quantum Brownian Motion in a General Environment: Exact Master Equation with Nonlocal Dissipation and Colored Noise // *Phys. Rev. D.* 1992. V. 45. P.2843.
97. *Karrlein R., Grabert H.* Exact Time Evolution and Master Equations for the Damped Harmonic Oscillator // *Phys. Rev. E.* 1997. V. 55. P.153.
98. *Kanokov Z. et al.* Non-Markovian Dynamics of Quantum Systems. I. Formalism and Transport Coefficients // *Phys. Rev. E.* 2005. V. 71. P.016121;
Palchikov Yu.V. et al. Non-Markovian Dynamics of Quantum Systems. II. Decay Rate, Capture, and Pure States // *Ibid.* P.016122;
Kalandarov Sh.A. et al. Transport Coefficients of a Quantum System Interacting with a Squeezed Heat Bath // *Phys. Rev. E.* 2006. V. 74. P.011118; Influence of External Magnetic Field on Dynamics of Open Quantum Systems // *Phys. Rev. E.* 2007. V. 75. P.031115.
99. *Адамян Г.Г. и др.* Квантовые немарковские стохастические уравнения // *ТМФ.* 2005. Т. 145. С. 87.

100. *Sargsyan V. B. и др.* Квантовые немарковские уравнения Ланжевена и транспортные коэффициенты // ЯФ. 2005. Т. 68. С. 2071.
101. *Sargsyan V. B. и др.* Квантовые немарковские уравнения Ланжевена и транспортные коэффициенты для перевернутого осциллятора // ТМФ. 2008. Т. 156. С. 425.
102. *Sargsyan V. V. et al.* Quantum Non-Markovian Langevin Formalism for Heavy Ion Reactions near the Coulomb Barrier // Phys. Rev. C. 2008. V. 77. P. 024607.
103. *Sargsyan V. V. et al.* Coordinate-Dependent Diffusion Coefficients: Decay Rate in Open Quantum Systems // Phys. Rev. A. 2007. V. 75. P. 062115.
104. *Sargsyan V. V. et al.* Decay Rate with Coordinate-Dependent Diffusion Coefficients // Physica A. 2007. V. 386. P. 36.
105. *Sargsyan V. V. et al.* Non-Markovian Dynamics with Fermions // Phys. Rev. A. 2014. V. 90. P. 022123.
106. *Lacroix D. et al.* Description of Non-Markovian Effect in Open Quantum System with the Discretized Environment Method // Eur. Phys. J. B. 2015. V. 88. P. 89.
107. *Lindblad G.* On the Generators of Quantum Dynamical Semigroups // Commun. Math. Phys. 1976. V. 48. P. 119; Brownian Motion of a Quantum Harmonic Oscillator // Rep. Math. Phys. 1976. V. 10. P. 393.
108. *Dekker H.* Classical and Quantum Mechanics of the Damped Harmonic Oscillator // Phys. Rep. 1981. V. 80. P. 1.
109. *Isar A. et al.* Open Quantum Systems // Intern. J. Mod. Phys. E. 1994. V. 3. P. 635.
110. *Adamian G. G., Antonenko N. V., Scheid W.* Model of Competition between Fusion and Quasifission in Reactions with Heavy Nuclei // Nucl. Phys. A. 1997. V. 618. P. 176.
111. *Antonenko N. V. et al.* Competition between Complete Fusion and Quasi-Fission in Reactions between Massive Nuclei. The Fusion Barrier // Phys. Lett. B. 1993. V. 319. P. 425; Compound Nucleus Formation in Reactions between Massive Nuclei: Fusion Barrier // Phys. Rev. C. 1995. V. 51. P. 2635.
112. *Adamian G. G. et al.* Problems in Description of Fusion of Heavy Nuclei in the Two-Center Shell Model Approach // Nucl. Phys. A. 1999. V. 646. P. 29; Analysis of Survival Probability of Superheavy Nuclei // Phys. Rev. C. 2000. V. 62. P. 064303.
113. *Adamian G. G. et al.* Treatment of Competition between Complete Fusion and Quasifission in Collisions of Heavy Nuclei // Nucl. Phys. A. 1997. V. 627. P. 361; Fusion Cross Sections for Superheavy Nuclei in the Dinuclear System Concept // Nucl. Phys. A. 1998. V. 633. P. 409.
114. *Adamian G. G., Antonenko N. V., Scheid W.* Isotopic Dependence of Fusion Cross Sections in Reactions with Heavy Nuclei // Nucl. Phys. A. 2000. V. 678. P. 24; Unexpected Isotopic Trends in Synthesis of Superheavy Nuclei // Phys. Rev. C. 2004. V. 69. P. 014607; Possibilities of Synthesis of New Superheavy Nuclei in Actinide-Based Fusion Reactions // Ibid. P. 044601.
115. *Zubov A. S. et al.* Competition between Evaporation Channels in Neutron-Deficient Nuclei // Phys. Rev. C. 2003. V. 68. P. 014616; Survival Probability of Superheavy Nuclei // Phys. Rev. C. 2002. V. 65. P. 024308.

116. *Cherepanov E.A.* The Analysis of Reactions Leading to Synthesis of Superheavy Elements within the Dinuclear System Concept. JINR Preprint E7-99-27. Dubna, 1999.
117. *Jolos R.V., Muminov A.I., Nasirov A.K.* The Role of the Entrance Channel in the Fusion of Massive Nuclei // *Eur. Phys. J. A.* 1999. V. 4. P. 245;
Giardina G. et al. Effect of the Entrance Channel on the Synthesis of Superheavy Elements // *Eur. Phys. J. A.* 2000. V. 8. P. 205;
Fazio G. et al. The Influence of the Entrance Channel Dynamics on the Evaporation Residue Formation // *Eur. Phys. J. A.* 2004. V. 22. P. 75.
118. *Adamian G.G., Antonenko N.V., Scheid W.* Clustering Effects within the Dinuclear Model // *Lect. Notes Phys.* 2012. V. 848. P. 165.
119. *Каландаров Ш.А., Адамян Г.Г., Антоненко Н.В.* Эмиссия тяжелых кластеров в ядерных реакциях при низких энергиях столкновения // *ЭЧАЯ.* 2012. Т. 43. С. 1589.
120. *Kuzyakin R.A. et al.* Probability of Passing through a Parabolic Barrier and Thermal Decay Rate: Case of Linear Coupling Both in Momentum and in Coordinate // *Phys. Rev. A.* 2011. V. 84. P. 032117.
121. *Kuzyakin R.A. et al.* Peculiarities of Parabolic-Barrier Penetrability and Thermal Decay Rate with the Quantum Diffusion Approach // *Ibid.* V. 83. P. 062117.
122. *Ankerhold J., Pollak E.* Dissipation Can Enhance Quantum Effects // *Phys. Rev. E.* 2007. V. 75. P. 041103.
123. *Hofmann H.* A Quantal Transport Theory for Nuclear Collective Motion: The Merits of a Locally Harmonic Approximation // *Phys. Rep.* 1997. V. 284. P. 137;
Hofmann H., Kiderlen D. A Self-Consistent Treatment of Damped Motion for Stable and Unstable Collective Modes // *Intern. J. Mod. Phys. E.* 1998. V. 7. P. 243.
124. *Додонов В.В., Манько В.И.* Матрица плотности и функции Вигнера квазиклассических квантовых систем // *Тр. ФИАН.* 1986. Т. 167. С. 7.
125. *Hanggi P., Talkner P., Borcovec M.* Reaction-Rate Theory: Fifty Years after Kramers // *Rev. Mod. Phys.* 1990. V. 62. P. 251.
126. *Kramers H.A.* Brownian Motion in a Field of Force and the Diffusion Model of Chemical Reactions // *Physica.* 1940. V. 7. P. 284.
127. *Rummel C., Hofmann H.* Influence of Microscopic Transport Coefficients on the Formation Probabilities for Super-Heavy Elements // *Nucl. Phys. A.* 2003. V. 727. P. 24.
128. *Bao J.-D., Zhuo Y.-Z.* Investigation on Anomalous Diffusion for Nuclear Fusion Reactions // *Phys. Rev. C.* 2003. V. 67. P. 064606.
129. *Ayik S. et al.* Quantum Statistical Effects on Fusion Dynamics of Heavy Ions // *Phys. Rev. C.* 2005. V. 71. P. 054611;
Takigawa N. et al. Quantum Effect in the Diffusion along a Potential Barrier: Comments on the Synthesis of Superheavy Elements // *Phys. Rev. C.* 2004. V. 69. P. 054605.

130. *Sargsyan V. V. et al.* Capture Process in Nuclear Reactions with a Quantum Master Equation // *Phys. Rev. C.* 2009. V. 80. P. 034606; Interaction Times in the $^{136}\text{Xe} + ^{136}\text{Xe}$ and $^{238}\text{U} + ^{238}\text{U}$ Reactions with a Quantum Master Equation // *Ibid.* P. 047603.
131. *Кузякин Р. А. и др.* Квантовое диффузионное описание процесса подбарьерного захвата в реакциях с тяжелыми ионами // *ЯФ.* 2012. Т. 75. С. 475.
132. *Adamian G. G. et al.* Effective Nucleus–Nucleus Potential for Calculation of Potential Energy of a Dinuclear System // *Intern. J. Mod. Phys. E.* 1996. V. 5. P. 191.
133. *Мигдал А. Б.* Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М.: Наука, 1983.
134. *Washiyama K., Lacroix D., Ayik S.* One-Body Energy Dissipation in Fusion Reactions from Mean-Field Theory // *Phys. Rev. C.* 2009. V. 79. P. 024609; *Ayik S., Washiyama K., Lacroix D.* Fluctuation and Dissipation Dynamics in Fusion Reactions from a Stochastic Mean-Field Approach // *Ibid.* P. 054606.
135. *Barnett A. R., Lilley J. S.* Interaction of Alpha Particles in the Lead Region near the Coulomb Barrier // *Phys. Rev. C.* 1974. V. 9. P. 2010.
136. *Hinde D. J. et al.* Isotopic Dependence of Fusion Barrier Energies in Reactions Forming Heavy Elements // *Phys. Rev. C.* 2007. V. 75. P. 054603.
137. *Loveland W. et al.* Fusion Enhancement in the $^{38}\text{S} + ^{208}\text{Pb}$ Reaction // *Phys. Rev. C.* 2006. V. 74. P. 044607.
138. *Bock R. et al.* Dynamics of the Fusion Process // *Nucl. Phys. A.* 1982. V. 388. P. 334.
139. *Pacheco A. J. et al.* Capture Reactions in the $^{40,48}\text{Ca} + ^{197}\text{Au}$ and $^{40,48}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$ Systems // *Phys. Rev. C.* 1992. V. 45. P. 2861.
140. *Prokhorova E. V. et al.* The Fusion–Fission and Quasi-Fission Processes in the Reaction $^{48}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$ at Energies near the Coulomb Barrier // *Nucl. Phys. A.* 2008. V. 802. P. 45.
141. *Naik R. S. et al.* Measurement of the Fusion Probability P_{CN} for the Reaction of ^{50}Ti with ^{208}Pb // *Phys. Rev. C.* 2007. V. 76. P. 054604.
142. *Clerc H.-G. et al.* Fusion–Fission and Neutron-Evaporation-Residue Cross-Sections in ^{40}Ar - and ^{50}Ti -Induced Fusion Reactions // *Nucl. Phys. A.* 1984. V. 419. P. 571.
143. *Zhang H. Q. et al.* Anomalous Anisotropies of Fission Fragments for the $^{16}\text{O} + ^{232}\text{Th}$ Sub-Barrier Fusion–Fission Reaction // *Phys. Rev. C.* 1990. V. 42. P. 1086.
144. *Langanke K., Koonin S. E.* The $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ Reaction at Stellar Energies // *Nucl. Phys. A.* 1983. V. 410. P. 334; *Redder A. et al.* The $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ Cross Section at Stellar Energies // *Nucl. Phys. A.* 1987. V. 462. P. 385.
145. *Kuzyakin R. A. et al.* Isotopic Trends of Capture Cross Section and Mean-Square Angular Momentum of the Captured System // *Phys. Rev. C.* 2012. V. 85. P. 034612.
146. *Fayans S. A. et al.* Nuclear Isotope Shifts within the Local Energy-Density Functional Approach // *Nucl. Phys. A.* 2000. V. 676. P. 49.

147. *Толоконников С. В., Санерштейн Э. Е.* Описание сверхтяжелых ядер с использованием модифицированного функционала энергии DF3 // *ЯФ*. 2010. Т. 73. С. 1731.
148. *Санерштейн Э. Е., Толоконников С. В.* Самосогласованная теория конечных ферми-систем и радиусы ядер // *ЯФ*. 2011. Т. 74. С. 1306.
149. *Canto L. F. et al.* Disentangling Static and Dynamic Effects of Low Breakup Threshold in Fusion Reactions // *J. Phys. G*. 2009. V. 36. P.015109; Dynamic Effects of Breakup on Fusion Reactions of Weakly Bound Nuclei // *Nucl. Phys. A*. 2009. V. 821. P. 51;
Gomes P. R. S. et al. Near-Barrier Fusion, Breakup and Scattering for the $^9\text{Be} + ^{144}\text{Sm}$ System // *Ibid.* V. 828. P. 233.
150. *Adamian G. G. et al.* Effects of Angular Dependence of Surface Diffuseness in Deformed Nuclei on Coulomb Barrier // *Phys. Rev. C*. 2014. V. 90. P.034322;
Scamps G. et al. Polarization of Nuclear Surface in Deformed Nuclei // *Phys. Rev. C*. 2013. V. 88. P.064327.
151. *Sargsyan V. V. et al.* Effects of Nuclear Deformation and Neutron Transfer in Capture Processes, and Fusion Hindrance at Deep Sub-Barrier Energies // *Phys. Rev. C*. 2011. V. 84. P. 064614.
152. *Кузьякин П. А. и др.* Полные и парциальные сечения захвата в реакциях с деформированными ядрами при энергиях около и ниже кулоновского барьера // *ЯФ*. 2013. Т. 76. С. 766.
153. *Raman S., Nestor C. W., Tikkanen P.* Transition Probability from the Ground to the First-Excited 2^+ State of Even-Even Nuclides // *At. Data Nucl. Data Tables*. 2001. V. 78. P. 1.
154. *Ackermann D. et al.* Subbarrier Fusion of $^{16}\text{O} + ^{112}\text{Cd}$: Cross Sections and Mean Angular Momenta // *Nucl. Phys. A*. 1994. V. 575. P. 374.
155. *Beckerman M. et al.* Sub-Barrier Fusion of $^{58,64}\text{Ni}$ with ^{64}Ni and ^{74}Ge // *Phys. Rev. C*. 1982. V. 25. P. 837.
156. *Stokstad R. G. et al.* Fusion of $^{16}\text{O} + ^{148,150,152,154}\text{Sm}$ at Sub-Barrier Energies // *Phys. Rev. C*. 1980. V. 21. P. 2427.
157. *Wuosmaa A. H. et al.* Gamma-Ray Multiplicity Distributions in $^{16}\text{O} + ^{152}\text{Sm}$ Fusion near and below the Coulomb Barrier // *Phys. Lett. B*. 1991. V. 263. P. 23.
158. *Leigh J. R. et al.* Observation of Sub-Barrier Fusion Enhancement Due to Negative Hexadecapole Deformations? // *J. Phys. G*. 1988. V. 14. P. L55.
159. *Shidling P. D. et al.* Fission Hindrance Studies in ^{200}Pb : Evaporation Residue Cross Section and Spin Distribution Measurements // *Phys. Rev. C*. 2006. V. 74. P. 064603.
160. *Hui S. K. et al.* Spin and Excitation Energy Dependence of Fission Survival for the $^{19}\text{F} + ^{175}\text{Lu}$ System // *Phys. Rev. C*. 2000. V. 62. P. 054604.
161. *Halbert M. L. et al.* Angular Momentum Effects in Subbarrier Fusion of $^{64}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$ // *Phys. Rev. C*. 1989. V. 40. P. 2558.

162. *Ackermann D. et al.* Spin Distributions for $^{64}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$ with the Argonne/Notre Dame VGO-Array // *Nucl. Phys. A.* 1998. V. 630. P. 442.
163. *Kossakowski R. et al.* Heavy Residues Following 5–10 MeV/nucleon ^{12}C - and ^{14}N -Induced Reactions on Sm and Pr Targets // *Phys. Rev. C.* 1985. V. 32. P. 1612.
164. *Janssens R. V. F. et al.* Evaporation Residue Cross Sections and Average Neutron Multiplicities in the $^{64}\text{Ni} + ^{92}\text{Zr}$ and $^{12}\text{C} + ^{144}\text{Sm}$ Reactions Leading to ^{156}Er // *Phys. Lett. B.* 1986. V. 181. P. 16.
165. *Abriola D. et al.* Fusion and Elastic Scattering for the $^{12}\text{C} + ^{144}\text{Sm}$ System at Energies Near the Coulomb Barrier // *Phys. Rev. C.* 1992. V. 46. P. 244.
166. *Stefanini A. M. et al.* Cross Sections and Mean Angular Momenta for $^{64}\text{Ni} + ^{92,96}\text{Zr}$ Fusion near and below the Coulomb Barrier // *Nucl. Phys. A.* 1992. V. 548. P. 453.
167. *Duchêne G. et al.* Angular Momentum Distributions for $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Nd}$ // *Phys. Rev. C.* 1993. V. 47. P. 2043.
168. *Charlop A. et al.* Absence of Anomalous Entrance Channel Effects in Sub-Barrier Heavy Ion Fusion // *Phys. Rev. C.* 1994. V. 49. P. R1235.
169. *Vinodkumar A. M. et al.* Capture Cross Sections for the Near Symmetric $^{124}\text{Sn} + ^{96}\text{Zr}$ Reaction // *Phys. Rev. C.* 2006. V. 74. P. 064612.
170. *Stefanini A. M.* Systematics of Heavy-Ion Fusion near the Barrier // *Nucl. Phys. A.* 1992. V. 538. P. 195c.