

# УТОЧНЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ КОНСТАНТ: ОСНОВА НОВЫХ «КВАНТОВЫХ» ЕДИНИЦ СИ

*С. Г. Каршенбойм* \*

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

Ludwig-Maximilians-Universität, Fakultät für Physik, München, Germany

Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching, Germany

ВВЕДЕНИЕ	411
МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ И СОГЛАСОВАНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ КОНСТАНТ	415
ОБЩАЯ СТРУКТУРА СОГЛАСОВАНИЯ	422
ОБЗОР ДАННЫХ И РЕЗУЛЬТАТОВ СОГЛАСОВАНИЯ	431
ЕДИНИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН И КОНСТАНТЫ ПРИРОДЫ	456
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	469
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	471

---

\*E-mail: S.G.Karshenboim@gaoran.ru

## УТОЧНЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ КОНСТАНТ: ОСНОВА НОВЫХ «КВАНТОВЫХ» ЕДИНИЦ СИ

*С. Г. Каршенбойм*\*

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия  
Ludwig-Maximilians-Universität, Fakultät für Physik, München, Germany  
Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching, Germany

Метрическая система единиц возникла как система единиц, предназначенная для макроскопических измерений (лабораторного масштаба). Прогресс в уточнении значений квантовых констант (таких как постоянная Планка) в единицах системы СИ показывает, что возможности измерений с высокой точностью микроскопических и макроскопических величин в одних и тех же единицах в последнее время существенно возросли. Вместе с тем относительные микроскопические измерения (например, сравнение частот атомных переходов или сравнение атомных масс) часто оказываются существенно более точными, чем относительные измерения макроскопических величин. Собственно, это и является основанием для стратегии с определением единиц в микроскопических явлениях и их последующим использованием в лабораторных масштабах, которые играют важнейшую роль в практических метрологических приложениях, диктуемых обыденной жизнью и технологиями.

Международная рабочая группа КОДАТА по фундаментальным константам регулярно проводит совокупный анализ прецизионных мировых данных (так называемое *Согласование значений фундаментальных констант*) и публикует свои рекомендованные значения. Последняя обработка касалась данных, полученных до конца 2014 г., и мы приводим здесь обзор соответствующих данных и результатов. Выросла точность в определении постоянной Больцмана и улучшилось согласие данных в определении постоянной Планка — двух размерных констант, на основе которых в ближайшем будущем собираются определить кельвин и килограмм соответственно. Сохранились противоречия в определении постоянной Ридберга и зарядового радиуса протона, и для их разрешения необходимы новые исследования. Возросла точность определения постоянной тонкой структуры и относительного атомного веса электрона.

Дается подробный обзор состояния дел в прецизионном определении значений фундаментальных физических констант. Подробно рассмотрена математическая процедура согласования, новые данные и результаты согласования. Обсуждаются ограничения, возникающие из свойств макроскопических материальных эталонов (таких

---

\*E-mail: S.G.Karshenboim@gaoran.ru

как международный прототип килограмма) и изотопного состава материалов, используемых как в прецизионных экспериментах вообще (как, например, эталонных мер для тройной точки воды), так и в определении фундаментальных постоянных в частности. Обсуждаются перспективы введения новых квантовых единиц, которые будут частично свободны от этих проблем.

Многие физики относятся к Международной системе единиц СИ без симпатии, полагая, что она не отражает характер физических законов должным образом. Есть три параллельные системы: физических величин, их единиц и соответствующих эталонов. Определение единиц, и единиц системы СИ в том числе, прежде всего отражает нашу способность к прецизионным измерениям физических величин в тех или иных условиях и, в частности, к созданию подходящих эталонов. Эта потребность никак не связана с красотой основных законов природы. Уточнение значений физических постоянных — это одна из областей, где такой опыт и накапливается.

The metric system of units has appeared as a system of units, designed for macroscopic measurements (of the laboratory scale). Progress in determination of the values of the quantum constants (such as the Planck constant) in SI units proves the increased possibilities of high-precision measurements of both microscopic and macroscopic quantities in the same units. In the meantime, the relative microscopic measurements (such as comparison of the frequencies of atomic transitions or comparison of atomic masses) are often significantly more accurate than the relative measurements of macroscopic values. That motivates a strategy of defining units in the microscopic phenomena and their further use in measurements of the laboratory scale, which play a crucial role in practical metrological applications, determined by the everyday life and technologies.

CODATA task group on fundamental constants regularly performs an overall analysis of the precision world data (known as least square adjustment) and publishes their recommended values. The most recent evaluation of this sort was based on the data published by the end of 2014 and here we review the related data and results. The accuracy in determination of the Boltzmann constant has increased and the consistency of the data on the determination of the Planck constant has improved, while these two constants are going to be the base of the new definition of the kelvin and kilogram in the near future. The controversy in determination of the Rydberg constant and the proton charge radius remains. Accuracy of the determination of the fine structure constant and relative atomic weight of the electron has been improved.

A detailed review of the state of the art in precision determination of the values of fundamental constants is presented. The mathematical procedure of the adjustment is considered as well as the new data and the results. Limitations due to macroscopic properties of material standards (such as the international prototype of the kilogram) and the isotopic composition of substances involved in precision studies in general (such as the standard measures for the triple point of water) and, in particular, in the determination of fundamental constants are treated. The perspectives of the introduction of the new quantum units, which will be free of the mentioned problems, are discussed.

Many physicists feel no sympathy to the International System of Units (SI), suggesting that it does not properly reflect the character of physical laws. There are in fact three parallel systems, namely, the system of quantities, system of their units and the related standards. Definition of the units, and in particular of the SI units, at the first place reflects

our ability to perform precision measurements of physical values under certain conditions, and in particular to build the appropriate standards. This requirement is not related to the beauty of fundamental natural laws. The determination of the fundamental constants is one of the areas where we accumulate such an experience.

PACS: 06.20.Jr

## ВВЕДЕНИЕ

Уточнение значений фундаментальных физических постоянных — важная задача, которая направлена не столько на собственно уточнение значений, сколько на проверку согласованности результатов, полученных при помощи наиболее точных экспериментальных и теоретических методов современной физики и метрологии. С 1969 г. Международная рабочая группа КОДАТА (CODATA Task group on fundamental constants) проводит подобные обработки данных, *Согласования значений фундаментальных констант* (Adjustment of the fundamental physical constants). Начиная с 1998 г., *Согласования* стали регулярными и проводятся каждые четыре года. Недавно были опубликованы результаты *Согласования-2014* [1]. Год соответствует последнему году приема данных.

Регулярное уточнение значений фундаментальных констант на протяжении приблизительно двух десятилетий позволяет непрерывно следить за развитием экспериментальных и теоретических методов прецизионных исследований, совершенствованием инструментальной и технологической базы и прогрессом в достижении наивысшей точности в различных областях измерений. Прогресс в уточнении значений наиболее важных физических постоянных [2–7, 1] представлен на рис. 1. На русском языке обзор нескольких последних *Согласований* может быть найден в [8–10].

Понятно, что за четыре года набирается существенное количество новых результатов, требующих пересмотра рекомендуемых значений физических постоянных. Меняется точность некоторых из них; возникают и разрешаются отдельные противоречия. Вместе тем тектонических потрясений ни в физике в целом, ни в уточнении фундаментальных постоянных так часто не происходит. Очередные обработки по структуре в значительной части повторяют предшествующие. Тогда как часть данных может кардинально измениться, некоторые результаты остаются наиболее точными в своей области на десятилетие, а иногда — на несколько. Самодостаточное описание каждого нового *Согласования* в значительной мере копирует предыдущие. В данной работе описаны все необходимые стадии *Согласования*, но при обзоре данных упор сделан на новые данные (ср. [11]). Подробные ссылки на более ранние результаты могут быть найдены в [1] (см. также [4–7] и [8–10]). Методы, применяемые для уточнения значений большинства фундаментальных констант,

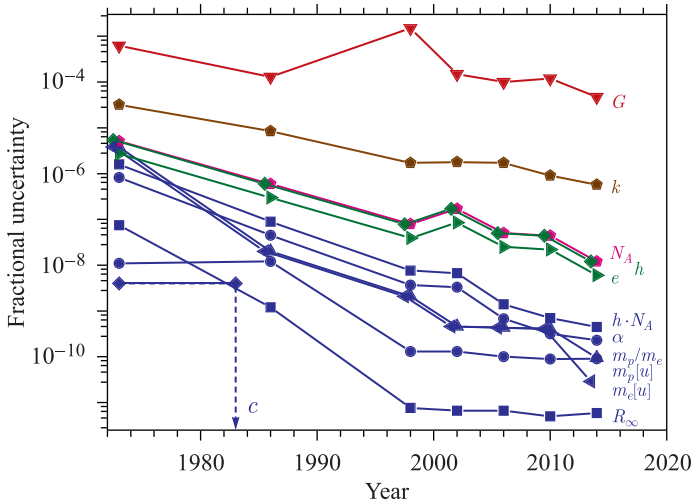


Рис. 1 (цветной в электронной версии). Точность определения значений важнейших физических констант в *Согласованиях* Международной рабочей группы КОДАТА [2–7, 1]. Скорость света  $c$  представлена двумя точками. В 1983 г. новых *Согласований* не было, однако метр был определен по-новому и значение скорости света стало известно в «новых метрах» с абсолютной точностью. Синим цветом обозначены значения физических постоянных ( $R_\infty$ ,  $m_e$ ,  $m_p$ ,  $m_p/m_e$ ,  $\alpha$ ,  $h \cdot N_A$ ), определяемые из микроскопических явлений; зеленым — константы ( $e$ ,  $h$ ), измеряемые в макроскопических экспериментах, но с привлечением квантовых эффектов; термодинамически определяемые постоянные ( $k$ ) даны коричневым, а результаты обычных макроскопических измерений ( $G$ ) — красным; несколько иной оттенок (пурпурный) выбран для постоянной Авогадро  $N_A$ , что связано с тем, что в соответствующих макроскопических экспериментах важен изотопный состав. Некоторые из значений указанных констант тесно связаны, и, измеряя значение одной из них, можно найти значение другой. Примером являются величины  $h$ ,  $e$  и  $N_A$ . Здесь мы указываем точность, полученную в рамках *Согласования* с учетом всех данных, а цвет выбираем в соответствии с характером прямых измерений. Цветовая гамма согласуется с тем, какими методами соответствующая величина измеряется в настоящее время, и не отражает того, как она измерялась раньше

не претерпели существенных изменений; они рассматривались нами ранее в [10]. В ряде случаев точность результатов удалось существенно улучшить.

Вполне может оказаться, что данное согласование является последним регулярным согласованием такого типа. Ожидается, что после серии заседаний разных международных комитетов в 2018 г. будут приняты новые определения единиц Международной системы СИ. Целью *Согласования* являются численные значения различных констант в тех или иных единицах и, после

переопределения единиц СИ, соответствующие численные значения неминуемо изменятся. Часть из них изменится существенно. Причем поменяется не точность наших знаний, а физическое содержание численных значений фундаментальных постоянных. Любое измерение — это сравнение, и его результат в равной степени характеризует обе сравниваемые величины. Единицы в этом смысле играют особую роль только в практическом применении. Численное значение некоторой константы в определенных единицах является обычным сравнением физической постоянной и некой комбинации единиц, определенных тем или иным образом. Изменим определение единиц — изменится и одна из сторон сравнения. Численные значения в обновленных единицах будут отвечать совсем другому сравнению и будут иметь другой физический смысл.

Как мы увидим ниже, численные значения различных физических постоянных удастся определить с заметно различающейся точностью. Можно ли понять, какие константы измеримы наиболее точно? В общих чертах это возможно и без непосредственного обращения к данным. Прежде всего сконцентрируем внимание на механических и электрических явлениях. Основными константами здесь являются заряды, массы, магнитные моменты частиц, ядер и атомов, а также такие универсальные постоянные, как постоянная Планка  $\hbar$  и величины скорости света  $c$  и электрической постоянной вакуума  $\epsilon_0$ . Численные значения двух последних в современной версии Международной системы единиц СИ [12] по определению известны точно. Это многообразие констант можно существенно уменьшить, рассматривая элементарный заряд  $e$  и массу электрона  $m_e$  как универсальные постоянные, учитывая, что все остальные массы и магнитные моменты соотносятся с ними и, следовательно, выражаются через размерные универсальные постоянные и безразмерные величины.

В итоге у нас оказывается пять размерных констант —  $c$ ,  $\hbar$ ,  $e$ ,  $m_e$  и  $\epsilon_0$ , т. е. пять величин на четыре размерности — килограмм, метр, секунду и ампер. Следовательно, мы можем составить из них одну безразмерную постоянную, например,

$$\alpha = \frac{e^2}{2\epsilon_0\hbar c} \quad (1)$$

и выразить любую размерность в терминах этих пяти констант с точностью до степени безразмерной постоянной  $\alpha$ .

Наиболее точно в современной физике можно измерять оптические и радиочастоты. Принципиально важно, чтобы измеряемая характеристика была квантована, т. е. однозначно определялась законами квантовой физики. Это позволяет избежать целого ряда неопределенностей классической физики, которые касаются свойств объектов. Наиболее точно измеряемой характеристикой квантовых объектов являются частоты [квантованных] переходов.

Выше мы отложили в сторону различные безразмерные отношения (такие как отношения масс). Ясно, что мы также можем умножить любую частоту, выраженную через фундаментальные константы, на такие безразмерные отношения.

Количество атомных и молекулярных систем, характеристики которых можно выразить с высокой точностью через фундаментальные физические константы, крайне ограничено. Разумно ожидать, что одна группа наиболее точно измеренных постоянных состоит из фундаментальных параметров, характеризующих спектры простых атомов и молекул. «Фундаментальная комбинация» с размерностью частоты, отвечающая атому как квантовой нерелятивистской кулоновской системе со связанным электроном, должна включать  $h, e, \epsilon_0$  и  $m_e$ , но не включать  $c$ . (Энергия нерелятивистской системы от  $c$  не зависит, а перевод энергии в частоту производится множителем  $h$ .) Искомая комбинация — это не что иное, как частота, отвечающая постоянной Ридберга:

$$cR_\infty = \frac{m_e}{2h} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 h} \right)^2, \quad (2)$$

и она действительно является наиболее точно известной фундаментальной константой. Как отмечено выше, можно измерять частоты, которые наряду с этим размерным фактором содержат безразмерные параметры. В итоге такие измерения позволяют найти  $\alpha$  и  $m_e/m_p$ . Однако это не самые точные значения этих величин.

Наиболее точные значения этих важнейших физических постоянных удастся найти путем относительных измерений, в которых соотносятся две частоты. Сравнение двух частот, не являющихся частотами переходов в свободных атомах или молекулах, а [линейно] зависящих от величины внешнего поля, является еще одним исключительно точным методом измерения значений физических постоянных.

Начиная это обсуждение, мы сосредоточились на механических и электрических величинах. Две комбинации констант  $c, h, e, m_e$  и  $\epsilon_0$  (а именно постоянные  $R_\infty$  и  $\alpha$ ), как мы объяснили выше, можно измерить с высокой точностью, а численные значения еще двух ( $c$  и  $\epsilon_0$ ) известны по определению. Это означает, что три величины —  $h, e$  и  $m_e$  — известны с одинаковой относительной точностью (более точно, нужно говорить о точности  $e^2$ , а не  $e$ ). Эта точность определяется тем, насколько успешно мы сумеем измерить массу какого-либо атома в килограммах (для чего нам нужно вырастить идеальный монокристалл, т. е. объект с макроскопической массой и известным числом атомов определенных изотопов) или создать электрические весы. Измеряя массу атома в килограммах, мы фактически имеем дело с постоянной Авогадро  $N_A$ , которая оказывается измеренной с такой же относительной точностью, как и постоянная Планка.

Приведенные аргументы касаются механических и электрических характеристик частиц и атомов, измеряемых в единицах СИ. Есть и некоторые другие фундаментальные постоянные, измерения которых устроены иначе. Прежде всего отметим гравитационную постоянную  $G$ , измерения которой всегда представляют собой исключительную трудность. Дело в том, что гравитационное взаимодействие — это фундаментальное взаимодействие, которое проявляется наиболее чисто на астрономических расстояниях. Большие расстояния позволяют пренебречь электромагнитными эффектами и формой распределения массы. Они превращают изменение скорости вдоль траектории движения в прекрасный маркер эффектов тяготения. Однако в этих явлениях нет места международному прототипу килограмма. Применяются совсем другие «эталоны» и единицы. В лабораторных исследованиях, напротив, соотнесение всех участвующих в измерении масс с международным прототипом не представляет проблемы, однако сила гравитации является исключительно слабой и неизбежны разнообразные систематические эффекты, что и делает лабораторные эксперименты на порядки менее точными, чем астрономические.

Непросто измерить и постоянную Больцмана, определение значения которой требует и макроскопических, и термодинамических измерений. Ее значение оказывается менее точным, чем, например, постоянной Планка. Термодинамические измерения достаточно уязвимы. Необходимо достигнуть термодинамического равновесия, иначе само понятие температуры будет неприменимо; нужно понимать свойства того ансамбля молекул, с которым приходится работать, и, в частности, его изотопический состав. Как и в случае с гравитационной постоянной, проблемы в прецизионных измерениях происходят с двух сторон. Во-первых, макроскопические измерения всегда встречаются с рядом трудностей, а во-вторых, измеряемые постоянные не так-то просто сравнить с атомными константами. Первое обстоятельство означает, что мы не можем непосредственно измерить эти две постоянные с достаточно высокой точностью, а второе приводит к тому, что они стоят особняком и у нас нет методов, с высокой точностью выражающих их значения через атомные константы.

## **1. МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ И СОГЛАСОВАНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ КОНСТАНТ**

В физике нередка ситуация, когда существуют данные, полученные несколькими группами, и многие специалисты не любят работать с «чужими» данными. Для обработки данных необходимо их понимать, понимать их погрешности и корреляции как в центральных величинах, так и в погрешностях. Есть ряд специалистов, которые «не верят» в надежность статистических об-



работок и в их инструментарий, как, например, в использование ковариаций. Эти опасения не лишены оснований — мы, действительно, не всегда понимаем погрешности и корреляции в имеющихся данных в достаточной степени и в этом случае предпочитаем заменять статистическую обработку интуитивным описанием погрешностей величин, которые должны были бы возникать в ее результате.

В случае совокупной обработки прецизионных данных у нас не так много свободы выбора. Мы должны проводить статистическую обработку «по всем правилам». Единственное послабление — это возможность предварительной обработки однотипных данных или нескольких данных одного эксперимента. На этом этапе можно делать некоторые усреднения, полагаясь как на собственные соображения, так и на результаты усреднений группами экспертов (для однотипных данных по одной величине, например, по постоянной Больцмана или постоянной всемирного тяготения) или авторов (например, для среднего по извлечению одной и той же величины из разных атомных переходов в одном эксперименте).

Имеется значительный массив данных по измерениям с высокой точностью величин, связанных с фундаментальными физическими константами. Все эти данные напрямую или посредством сложных вычислений выражаются в терминах относительно небольшого числа физических констант. Основной «инструмент» совокупной обработки всех этих данных аналогичен методу наименьших квадратов, который позволяет извлечь несколько параметров из большого количества данных.

Коль скоро нам приходится проводить совокупную статистическую обработку данных разных экспериментов совместно со сложными теоретическими расчетами, то основной проблемой *Согласования* становится не собственно статистическая обработка, формальная сторона которой хорошо определена математически (см. ниже), а то, какие данные и на основе каких теоретических предположений будут обрабатываться. Основа теории в ряде случаев — это квантовая электродинамика, которая сама по себе имеет надежную математическую основу. Однако проблемы как теории, так и эксперимента заключаются, по всей видимости, скорее в произвольных\* (до некоторой степени) предположениях, чем в «настоящих» ошибках. В случае эксперимента речь идет об оценке систематических эффектов, в случае теории — невычисленных вкладов старших порядков. Оценки, в отличие от прямых измерений и вычислений, всегда основаны на предположениях и поэтому наиболее уяз-

---

\* «Произвольность» понимается нами в математическом смысле. Всегда имеются аргументы в пользу принятых решений, но эти аргументы не являются абсолютно строгими. Они сохраняют некоторый произвол и, вообще говоря, принимаются не всеми *a priori* и не всегда оказываются правильными *a posteriori*.

вимы. Часть используемых оценок восходит к оригинальным работам, но в ряде случаев рабочая группа опирается на собственный анализ ситуации. При наличии противоречий возникает еще один произвольный до некоторой степени элемент. Опираясь на собственную экспертную оценку, рабочая группа решает вопрос о выборочном исключении данных или о полном или выборочном пересмотре их погрешностей. Отметим также, что некоторое отклонение от нормального закона в том или ином эксперименте в значительной степени компенсируется количеством разных независимых экспериментов.

Перед тем, как обсуждать собственно данные, необходимо рассмотреть математическую структуру *Согласования*, которая играет рамочную роль, а уже затем перейти к структуре физических данных и к самим данным. В этом разделе мы и рассмотрим математическую сторону процедуры.

Совокупная обработка мировых прецизионных данных позволяет найти небольшое количество фундаментальных постоянных и их корреляции, а с их помощью вычислить и обширный набор комбинаций базисных констант. Набор данных всегда представляет собой переопределенную систему уравнений, в которой данных может оказаться существенно больше, чем неизвестных. Речь идет, в первую очередь, не о том, что некоторые величины измеряются несколько раз, а о том, что измеряются многочисленные разнообразие комбинации небольшого количества величин. Для иллюстрации приведем не вполне реалистичский пример: измеряем  $e, h, e/h, N_A, eN_A$  и  $e^2/h$  — находим  $e, h$  и  $N_A$ . Реальная ситуация рассмотрена в следующих разделах.

В принципе, измеряемые величины должны следовать нормальному закону. Это достигается в том случае, когда сделана достаточно репрезентативная выборка. В рутинных задачах, когда многократные повторения измерений легко осуществимы, гауссово распределение достигается довольно легко. В уникальных задачах, а прецизионные измерения таковыми часто являются, может оказаться, что выборка не обладает достаточной репрезентативностью. Например, может иметь место определенный разброс данных, усредненных за день, при том, что каждый день система полностью или частично перенастраивается, а длительность наблюдений (в сутках) может иметь практические ограничения. Другой характерный пример негауссовости — распределение для заведомо положительной величины, которое никак не может быть полностью симметричным.

Тем не менее в *Согласовании* предполагается, что распределение всегда гауссово и для данных, и для результатов, а погрешности всегда понимаются как стандартное отклонение. Объяснение этому достаточно очевидно. Есть задачи, в которых целью обработки данных является принятие решения. В таких задачах детали распределения играют существенную роль. Продукт *Согласования* — рекомендованные значения физических параметров, кото-

рые будут использованы в тех или иных расчетах. Вычисление выражений, содержащих несколько величин, распределенных не по закону Гаусса, иначе как страшным сном назвать нельзя. Для вычислений с фундаментальными константами ничего более разумного, чем представление рекомендованных значений в предположении стандартного распределения, придумать нельзя. Является ли реальное распределение данных всегда гауссовым? Конечно, нет. Самый яркий пример — плохо согласующиеся данные. В этом случае такое распределение сводится к гауссовому, чего можно достигнуть, выборочно или полностью пересматривая погрешности исходных данных. Исключение части данных является крайним случаем пересмотра погрешности — выбор погрешности, существенно превосходящей как погрешности остальных данных, так и величину разногласия, фактически и означает исключение данного. Мы обсуждаем данные в следующих разделах и обращаем внимание на случаи пересмотра погрешностей.

Если предположить, что распределение вероятности того, насколько экспериментальные данные отличаются от соответствующего истинного значения, определяется нормальным законом, то можно перемножить вероятности всех экспериментов, и результирующая функция

$$\prod_{i=1}^N \exp\left(-\frac{(y_i - f_i(\theta_j))^2}{2\sigma_i^2}\right) = \exp\left(-\sum_{i=1}^N \frac{(y_i - f_i(\theta_j))^2}{2\sigma_i^2}\right)$$

будет характеризовать вероятность того, как совокупные данные (если они независимы) распределены вокруг своих истинных значений. Центральные величины данных обозначаются  $y_i$ , погрешности —  $\sigma_i$ , а функции  $f_i(\theta_j)$  выражают истинные значения измеряемых величин через интересующие нас фундаментальные параметры. Максимум вероятности (как функции параметров  $\theta_j$ ) приходится на минимум выражения под экспонентой, которое определяется хорошо известной величиной

$$\chi^2(\theta_j) = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - f_i(\theta_j))^2}{\sigma_i^2}, \quad (3)$$

минимизация которой и представляет собой стандартный метод наименьших квадратов.

Ситуация с совокупной обработкой реальных данных несколько сложнее. Данные — скоррелированы. Проблема корреляции решается следующим образом. Введем матрицу ковариации

$$V_{ij} = \text{cov}[y_i, y_j] = \langle (y_i - \bar{y}_i)(y_j - \bar{y}_j) \rangle = \langle y_i y_j - \bar{y}_i \bar{y}_j \rangle, \quad (4)$$

так что, в частности,

$$V_{ii} = \sigma_i^2,$$

а безразмерные корреляционные коэффициенты

$$\rho_{ij} = \frac{\text{cov}[y_i, y_j]}{\sigma_i \sigma_j} \quad (5)$$

по абсолютной величине не могут превосходить единицу.

В этих новых терминах величину  $\chi^2(\theta_j)$  для *некоррелированных* данных можно представить в «операторном» виде:

$$\chi^2(\vec{\theta}) = (\mathbf{y} - \mathbf{f}(\vec{\theta}))^T \mathcal{V}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{f}(\vec{\theta})), \quad (6)$$

где мы рассматриваем  $\mathbf{y}$  и  $\mathbf{f}(\vec{\theta})$  как векторы некоего линейного пространства (данных), а  $\mathcal{V}$  — как оператор в нем. Векторы  $\vec{\theta}$  — векторы пространства параметров, которое отличается от пространства данных и, в частности, имеет заметно меньшую размерность. В прецизионных измерениях разброс данных и погрешности много меньше самих величин, если допустить линеаризацию, и, следовательно, пространство данных и пространство параметров можно рассматривать как линейные пространства.

Указанное выражение является стандартным для обработки *скоррелированных* данных с целью извлечения нескольких параметров, так как коррелированные данные всегда можно передиагонализовать и перейти к некоррелированному базису. В таком некоррелированном базисе минимизация величины  $\chi^2(\theta_j)$ , определенной в (6), позволяет найти истинные значения искомых величин. Но равенство (6) носит операторный характер и не зависит от выбора базиса, а значит, его можно применять и непосредственно к тем скоррелированным данным, которые у нас есть.

Как видно из приведенного краткого вывода метода обработки скоррелированных данных, в его основе лежит предположение нормального распределения во всех экспериментах и необходимость контролировать погрешность и корреляционные коэффициенты между экспериментальными данными с хорошей точностью.

Задачи на поиск минимума  $\chi^2(\theta_j)$  можно условно разделить на две группы. В целом ряде задач мы на самом деле не слишком хорошо понимаем величину погрешностей, но поскольку они относятся к однотипным величинам, мы более или менее понимаем отношение между ними для разных данных. В этом случае важно найти положение минимума величины  $\chi^2(\theta_j)$ , а сама величина  $\chi^2$  в минимуме особой роли не играет.

Другой тип задач описывается ситуацией, когда мы хорошо понимаем погрешности. Именно этот сценарий и реализуется в *Согласовании*. Если бы

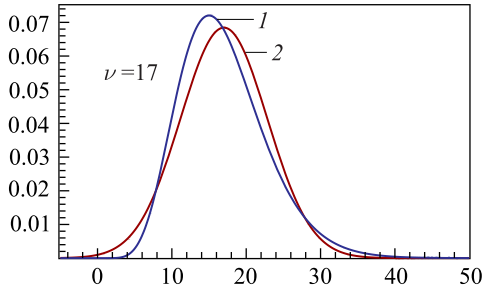


Рис. 2. Распределение  $\chi^2$  для  $\nu = 17$ , наименьшего числа степеней свободы в *Согласованиях* [2–7, 1] (см. табл. 1). Распределение (синяя линия, 1) близко к гауссовому (красная линия, 2) с центральной величиной  $\nu$  и дисперсией  $\sqrt{2\nu}$

мы плохо понимали погрешности отдельных измерений, то, учитывая их разнообразие и невозможность прямых сравнений погрешностей разных экспериментов, следовало бы просто отказаться от совокупной обработки данных.

При доверии к погрешностям измеряемых величин вопрос об ожидаемой величине  $\chi^2$  в точке минимума представляет существенный интерес. Распределение  $\chi^2$  хорошо известно, и для  $\nu$  степеней свободы (т. е. разности количества данных и числа параметров) оно имеет вид

$$F(\chi^2) = \frac{1}{2^{\nu/2}\Gamma(\nu/2)}(\chi^2)^{(\nu/2-1)}e^{-\chi^2/2},$$

причем при  $\nu \gg 1$  оно превращается в гауссово (рис. 2) со средней величиной

$$\chi_0^2 = \nu$$

и вариацией

$$\sigma^2 = 2\nu.$$

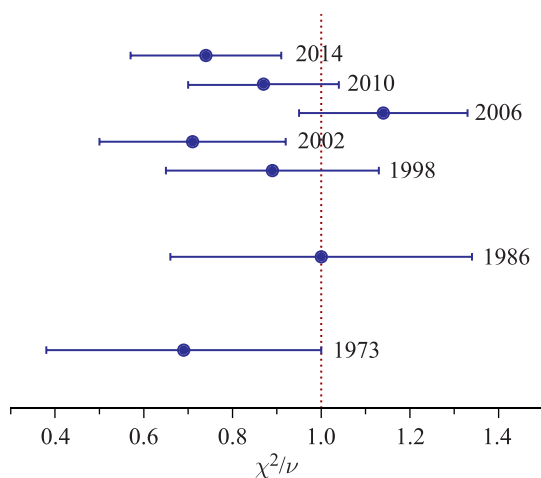
Сравнение ожидаемой величины  $\chi^2$  с реальной позволяет понять, насколько совокупная конфигурация результатов измерений и теоретических соотношений между истинными значениями измеряемых величин статистически вероятна. (В случае обработок данных с плохо понятой погрешностью интерпретация результата иная — мы проверяем, насколько правильно мы оценили погрешности данных.) Подробнее о приложении метода наименьших квадратов к уточнению значений фундаментальных констант из набора скоррелированных данных написано в [4].

Результаты для величины  $\chi^2$  всех *Согласований*, проведенных Международной рабочей группой [2–7, 1], собраны в табл. 1 и представлены на рис. 3.

Таблица 1. Значения  $\chi^2$  для *Согласований фундаментальных констант* [2–7,1]

Год	Значение $\chi^2$	Число степеней свободы $\nu$	Ожидаемое значение $\chi_\nu^2$	Ссылка
1973	14,5	21	21,0(6,5)	[2]
1986	17,0	17	17,0(5,8)	[3]
1998	32,2	36	36,0(8,5)	[4]
2002	31,2	44	44,0(9,4)	[5]
2006	65,0	57	57,0(10,7)	[6]
2010	58,1	67	67,0(11,6)	[7]
2014	50,4	68	68,0(11,7)	[1]

*Примечание.* Ожидаемое значение  $\chi_\nu^2$  найдено как  $\chi_0^2 = \nu$  с вариацией (= квадрат стандартного отклонения), равной  $2\nu$ . При указанных в таблице числах степеней свободы гауссово приближение распределения  $\chi^2$  достаточно для анализа (ср. рис. 2).


 Рис. 3. Распределение величины  $\chi^2/\nu$  для *Согласований* Международной рабочей группы [2–7, 1]. Погрешность точек соответствует погрешности ожидаемого значения  $\chi^2$  в табл. 1

Реальные значения  $\chi^2$  находятся в согласии с ожидаемыми, что показывает, что, по крайней мере, статистическая обработка данных самосогласована. Обращает на себя внимание некоторое смещение значений к меньшим величинам. Корреляции между разными *Согласованиями* действительно имеют место (частичное использование тех же данных и следование тем же решениям по возможному расширению погрешности), и это может служить одним из объяснений такого систематического смещения.

## 2. ОБЩАЯ СТРУКТУРА СОГЛАСОВАНИЯ

Итак, выше мы обсудили математическую основу *Согласования*. Если отдельные части данных скоррелированы слабо, то обработку данных можно разбить на блоки. Как легко увидеть на примере произведения двух величин

$$u_r(ab) = \sqrt{(u_r(a))^2 + (u_r(b))^2 + 2\rho_{ab}u_r(a)u_r(b)},$$

корреляции существенны только тогда, когда величины имеют сопоставимые относительные погрешности  $u_r$ , а корреляционный коэффициент сравним с единицей:  $|\rho| \lesssim 1$ . Точность данных является ключом к определению того, какие данные скоррелированы, а какие нет. Многие фундаментальные постоянные входят в различные выражения в виде произведений, и в этом случае нас, конечно, интересуют относительные погрешности множителей. В случае сумм решающую роль играют абсолютные погрешности слагаемых.

Поясним на примере, который содержит как суммы, так и произведения (ср. [10, 13]). Он частично является реалистичным, так как содержит упрощенные уравнения, используемые для уточнения значений постоянной Ридберга  $R_\infty$ , относительных атомных весов электрона  $A_r(e)$  и протона  $A_r(p)$ , постоянной тонкой структуры  $\alpha$  и отношения масс электрона и протона  $m_e/m_p = A_r(e)/A_r(p)$ , но необязательно — наиболее важные из подобных соотношений. В четырех соотношениях

$$c_1 \left( 1 - \frac{m_e}{m_p} \right) R_\infty c + c_2 \alpha^2 R_\infty = \nu_H,$$

$$\alpha^2 = 2R_\infty \frac{h}{m_{\text{atom}} c} \frac{A_r(\text{atom})}{A_r(e)}, \quad (7)$$

$$A_r(p) = r_{pC} (12 - 6A_r(e)),$$

$$A_r(e) \Big|_{C^+} = r_{C^+} (1 + c_3 \alpha + c_4 (Z\alpha)^2)$$

слева находятся комбинации фундаментальных констант, а справа — измеряемые величины либо фундаментальные постоянные, известные гораздо более точно, чем те, что находятся слева.

Так, первое соотношение выражает измеряемые частоты в атоме водорода через постоянную Ридберга, постоянную тонкой структуры и отношения масс электрона и протона. Частоты измеряются существенно точнее, чем мы можем определить две последние постоянные. Однако их величины малы, и погрешности вкладов малых аддитивных добавок, в которые они входят, существенно ниже погрешности измерения частоты. Это обстоятельство позволяет напрямую связать постоянную Ридберга в этом соотношении с водород-

ными частотами, действуя так, будто мы знаем постоянную тонкой структуры и отношения масс электрона и протона с абсолютной точностью.

Второе соотношение имеет целый ряд констант в правой части равенства. Фактически мы определяем произведение постоянной тонкой структуры и этих констант. Однако мы знаем их существенно более точно, чем можно измерить величину  $h/m_{\text{atom}}c$  в некоторых атомах. В этом равенстве точность атомных весов атома и электрона, а также постоянной Ридберга — практически абсолютная.

Относительный атомный вес электрона  $A_r(e)$  известен существенно более точно, чем можно измерить отношение частот  $r_{pC}$ , входящее в третье равенство. При этом величина  $A_r(e)$  определяется с наивысшей точностью при измерении некоего отношения частот  $r_{C+}$ , которое, в относительных единицах, известно лучше, чем постоянная тонкой структуры, но последняя входит только в малые аддитивные добавки и точность ее определения для этих добавок более чем достаточна.

Оказывается, что, хотя при определении одних констант нам необходимо знать другие, нет никакой необходимости определять их одновременно, поскольку в каждом из соотношений на самом деле доминирует погрешность эксперимента и только одной из констант. Уточнение значений фундаментальных постоянных в данном примере можно проводить практически независимо. (В *Согласованиях* рекомендованные величины приводятся с «метрологической» точностью, при которой погрешность представлена двумя знаками. Это делается для того, чтобы ошибки округления при последующем использовании были малы. Обсуждаемая выше независимость определения значений имеет место при более грубой оценке погрешности. Для метрологической точности для некоторых констант следует или проводить вторую итерацию, или обрабатывать данные совместно.)

То, как устроены точности определения различных физических постоянных, можно легко понять по графику на рис. 1. Они различаются на несколько порядков. В целом, как мы объяснили во введении, наиболее точны те величины, которые сводятся к абсолютным или относительным измерениям частоты. Практически все «микроскопические» величины — это величины именно такого типа. Они отмечены на рис. 1 синими точками. Следующими по точности идут те постоянные, которые измеряются в макроскопических экспериментах, но с привлечением эффектов квантовой физики. Как правило, речь идет о макроскопических квантовых явлениях. Соответствующие точки отмечены зеленым. Пурпурным цветом отмечены прямые измерения постоянной Авогадро. В некотором смысле речь идет о макроскопических измерениях, которые также эксплуатируют атомное строение вещества. Мы выбрали цвет отличным от зеленого, потому что особенностью данного типа измерений является критическая зависимость от изотопного состава материала. Точность определения постоянной Больцмана (представлена коричне-



выми точками) в макроскопических термодинамических измерениях и постоянной всемирного тяготения (красные точки) в макроскопических механических измерениях еще ниже. Современные численные значения [1] ряда важнейших физических постоянных собраны в табл. 2, где явно указаны методы, которые использовались при их определении.

Почему точность макроскопических измерений ниже, чем точность микроскопических, уже разъяснено выше: последние можно измерять в терминах частоты. Тем не менее, макроскопические измерения играют существенную роль в определении значений фундаментальных констант. Это в значительной степени связано с причинами практического и исторического характера.

Наука развивается как вследствие любопытства, так и практических соображений. Окружающий нас мир в значительной степени формирует «повестку». Лабораторные исследования возникли как ответ на вопросы, связанные с непосредственно окружающим нас миром, как в обыденном, так и в технологическом смысле. Важность лабораторных исследований для эталонов заключается не в том, что эталоны удобно делать в лаборатории, а в том, что диктуемый технологиями и обыденной жизнью масштаб явлений нуждается в эталонной поддержке в первую очередь, и, в силу этого практического соображения, макроскопические лабораторные исследования чрезвычайно важны для метрологии. Эталоны строятся с расчетом их применения в макроскопических явлениях. Исторически эталоны связаны с макромиром, и их перенос в микромир допустим, только если мы можем успешно сравнивать величины макроскопического и микроскопического характера.

В настоящее время килограмм и ампер определены как макроскопические единицы, и поэтому определение численных значений многих фундаментальных постоянных, включая атомные, невозможен без макроскопических измерений.

Для величин, с которыми относительные измерения проводятся более успешно, чем абсолютные, явно или неявно вводятся вспомогательные единицы. Нужно различать масштаб единицы и ее содержание. Макро/микро содержание отнюдь не очевидно. Мы все прекрасно понимаем, что секунда — это удобная единица для лабораторных измерений, однако изначально она была определена в астрономических явлениях, а сейчас — в атомных.

Если две единицы относятся к одной группе величин (две микроскопические единицы), то обычно перевод из одних единиц в другие происходит без заметной потери точности. Если же единицы относятся к разным группам, то возникают «трудности с переводом». Проиллюстрируем это на примере. В табл. 3 приведена масса электрона (или эквивалентные ей величины) в различных единицах. Так, килограмм и электронвольт — это макроскопические единицы (точность измерения в них отличается двойкой). Это связано с тем,

Таблица 2. Рекомендованные значения [1] некоторых важнейших фундаментальных физических констант и методы их получения

Константа	Значение (2014)	$u_r$	Метод
$R_\infty$	10 973 731,568 508(65) м <sup>-1</sup>	[5,9 · 10 <sup>-12</sup> ]	КЭД (связ.)
$m_p$	1,007 276 466 879(91) а.е.м.	[9,0 · 10 <sup>-11</sup> ]	Своб. част.
$m_e$	5,485 799 090 70(16) · 10 <sup>-4</sup> а.е.м.	[2,9 · 10 <sup>-11</sup> ]	КЭД (связ.), своб. част.
$m_p/m_e$	1836,152 673 89(17)	[9,5 · 10 <sup>-11</sup> ]	КЭД (связ.), своб. част.
$\mu_p/\mu_B$	1,521 032 2053(46) · 10 <sup>-3</sup>	[3,0 · 10 <sup>-9</sup> ]	КЭД (связ.)
$\alpha^{-1}$	137,035 999 139(31)	[2,3 · 10 <sup>-10</sup> ]	КЭД, своб. част., КЭД (связ.), МКЯ
$h \cdot N_A$	3,990 312 7110(18) · 10 <sup>-10</sup> Дж · с/моль	[4,5 · 10 <sup>-10</sup> ]	Из $\alpha$ и $R_\infty$
$a_e$	1,159 652 180 91(26) · 10 <sup>-3</sup>	[2,3 · 10 <sup>-10</sup> ]	КЭД, своб. част.
$a_\mu$	1,165 920 89(63) · 10 <sup>-3</sup>	[5,4 · 10 <sup>-7</sup> ]	Своб. част., КЭД
$m_\mu/m_e$	206,768 2826(46)	[2,2 · 10 <sup>-8</sup> ]	КЭД (связ.)
$\mu_\mu/\mu_p$	-3,183 345 142(71)	[2,2 · 10 <sup>-8</sup> ]	КЭД (связ.)
$h$	6,626 070 040(81) · 10 <sup>-34</sup> Дж · с	[1,2 · 10 <sup>-8</sup> ]	МКЯ, атом., макро
$e$	1,602 176 6208(98) · 10 <sup>-19</sup> Кл	[6,1 · 10 <sup>-9</sup> ]	МКЯ, атом., макро
$N_A$	6,022 140 857(74) · 10 <sup>23</sup> моль <sup>-1</sup>	[1,2 · 10 <sup>-8</sup> ]	МКЯ, атом., термо
$F$	96 485,332 89(59) · 10 <sup>23</sup> Кл/моль	[6,2 · 10 <sup>-9</sup> ]	МКЯ, атом., термо
$m_e$	9,109 383 56(11) · 10 <sup>-31</sup> кг	[1,2 · 10 <sup>-8</sup> ]	Из $h \cdot N_A$ , $A_r(e)$ и $h$
	0,510 998 9461(31) МэВ/ $c^2$	[6,2 · 10 <sup>-9</sup> ]	Из $h \cdot N_A$ , $A_r(e)$ и $h$
$m_p$	1,672 621 898(21) · 10 <sup>-27</sup> кг	[1,2 · 10 <sup>-8</sup> ]	Из $h \cdot N_A$ , $A_r(p)$ и $h$
	0,938 272 0813(58) ГэВ/ $c^2$	[6,2 · 10 <sup>-9</sup> ]	Из $h \cdot N_A$ , $A_r(e)$ и $h$
$\mu_p$	1,410 606 7873(97) · 10 <sup>-26</sup> Дж/Пл	[6,9 · 10 <sup>-9</sup> ]	Своб. част., МКЯ, атом.
$k$	1,380 648 52(79) · 10 <sup>-23</sup> Дж · К <sup>-1</sup>	[5,7 · 10 <sup>-7</sup> ]	Термо, макро, атом.
$R$	8,314 4598(48) Дж · К <sup>-1</sup> · моль <sup>-1</sup>	[5,7 · 10 <sup>-7</sup> ]	Термо, макро
$G$	6,674 08(31) · 10 <sup>-11</sup> м <sup>3</sup> · кг <sup>-1</sup> · с <sup>-2</sup>	[4,7 · 10 <sup>-5</sup> ]	Макро

Примечание. КЭД — квантовая электродинамика; своб. част. — свободные частицы; КЭД (связ.) — квантовая электродинамика связанных состояний; МКЯ — макроскопические квантовые явления, в которых макроскопические характеристики, например, сопротивление, выражаются через квантовые константы, такие как  $h$  и  $e$ ; атом. — эксперименты, эксплуатирующие атомарную структуру вещества, т.е. так или иначе считающие атомы; макро — макроскопические измерения; термо — термодинамические эксперименты; часть величин получено пересчетом из других;  $u_r$  — относительная погрешность.

Таблица 3. Масса электрона (и эквивалентные ей частота, энергия и т. д.) в разных единицах

Величина	Единица	Масса электрона	$u_r$
$m$	кг	$9,109\,383\,56(11) \cdot 10^{-31}$ кг	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
$m$	а. е. м.	$5,485\,799\,090\,70(16) \cdot 10^{-4}$ а. е. м.	$[2,9 \cdot 10^{-11}]$
$m$	$m_P$	$5,446\,170\,213\,52(52) \cdot 10^{-4}$ $m_P$	$[9,5 \cdot 10^{-11}]$
$m$	$m_P$	$4,185\,39(10) \cdot 10^{-23}$ $m_P$	$[2,3 \cdot 10^{-5}]$
$m$	$M_\odot$	$4,581\,09(21) \cdot 10^{-61}$ $M_\odot$	$[4,7 \cdot 10^{-5}]$
$mc^2$	эВ	$0,510\,998\,9461(31)$ МэВ	$[6,2 \cdot 10^{-9}]$
$mc^2$	$E_h$	$1,877\,886\,506\,02(88) \cdot 10^4$ $E_h$	$[4,5 \cdot 10^{-10}]$
$mc^2$	Дж	$8,187\,105\,65(10) \cdot 10^{-14}$ Дж	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
$mc^2/k$	К	$5,929\,8986(34) \cdot 10^9$ К	$[5,7 \cdot 10^{-7}]$
$mc^2/h$	Гц	$1,235\,589\,964\,84(56) \cdot 10^{20}$ Гц	$[4,5 \cdot 10^{-10}]$
$mc/h$	$m^{-1}$	$4,121\,484\,4866(19) \cdot 10^{11}$ $m^{-1}$	$[4,5 \cdot 10^{-10}]$

*Примечание.* Все единицы, кроме солнечной массы  $M_\odot$ , взяты из [1] или следуют результатам указанной работы. Величина солнечной массы вычислена согласно [1, 14], как обсуждается ниже в тексте разд. 3.

что вольт — это величина, определенная при участии килограмма. Планковская масса

$$m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}},$$

оказывается, не только не является удобной микроскопической величиной, но и как единица измерения приводит к более низкой точности, чем килограмм. Это связано с тем, что для ее соотнесения с массой электрона необходимо измерить гравитационную постоянную, которую мы плохо знаем в килограммах (т. е. в тех единицах, в которых мы знаем постоянную Планка). Точность измерения в планковских массах оказывается сопоставимой с измерением в единицах солнечных масс (здесь опять появляется двойка). Это связано с тем, что в обоих случаях ограничивающий фактор один и тот же — точность постоянной всемирного тяготения. Ее невозможно измерить в микроскопических единицах, а можно — или в макроскопических (лабораторного масштаба), или астрономических. Массу электрона, напротив, можно измерить или в микроскопических единицах, или в макроскопических. Вот и оказывается, что точность, с которой мы знаем массу электрона в планковских единицах или в единицах массы Солнца, определяется точностью измерения постоянной всемирного тяготения в лаборатории.

Как мы уже отметили, постоянные, измеряемые с непоставимой точностью, не могут быть скоррелированы. (Строгое утверждение касается произведений и относительной точности и сумм и абсолютной точности с учетом коэффициентов.) Следуя идее, изложенной выше, мы ожидаем, что определе-

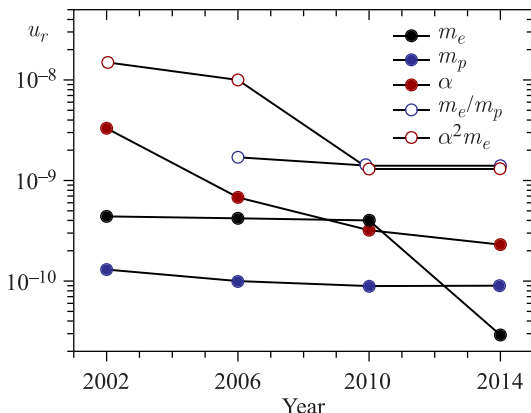


Рис. 4 (цветной в электронной версии). Прямые и не прямые определения масс электрона  $m_e$  и протона  $m_p$  в атомных единицах массы и постоянной тонкой структуры  $\alpha$  и значений физических постоянных, представленных на рис. 1, можно разбить на практически независимые блоки. Корреляция между такими блоками будет играть малую роль и незначительно повлияет на результаты. Главную часть работы, т. е. анализ данных, можно будет проводить по блокам.

Некоторые блоки можно разбить на части. Даже если относительные погрешности и сопоставимы, результаты не обязательно будут скоррелированы. Рассмотрим пример, проиллюстрированный на рис. 4, суть которого заключается в следующем. Все измерения фундаментальных постоянных можно разделить на «прямые» и «непрямые». В прямых измерениях та или иная постоянная измеряется независимо или почти независимо от остальных. Прямые измерения масс электрона и протона в атомных единицах массы (т. е. их относительного атомного веса) и постоянной тонкой структуры представлены на рис. 4 кружками. Непрямые измерения дают в качестве результата комбинации констант. Взяв те или иные значения одних констант, можно найти другие. Такие не прямые результаты будут скоррелированы. На рисунке измерения комбинаций констант представлены окружностями.

Если бы эти комбинации были известны более точно, чем прямые результаты, то тогда определение этих постоянных было бы скоррелировано. Однако оказывается, что прямые измерения существенно превосходят по точности измерения комбинаций. В первом приближении (очень хорошем) измерением комбинаций можно пренебречь. Тогда остаются только прямые измерения. Как мы увидим в следующем разделе, слабые корреляции в измерениях, представленных на рис. 4 как «прямые», на самом деле имеются, однако никакой существенной роли они не играют.

При минимизации величины  $\chi^2$ , определенной в (6), можно провести лиnearизацию для искомых параметров и выбрать подходящий базис. В общем

Таблица 4. Базис для вычисления основных физических постоянных: относительная погрешность  $u_r$  и корреляционные коэффициенты  $\rho_{ij}$  [1]

Величина	$u_r$	$R_\infty$	$m_e$ , а. е. м.	$m_p$ , а. е. м.	$\alpha$	$h$	$k$	$G$
$R_\infty$	$[5,9 \cdot 10^{-12}]$	1	0,0024	-0,0058	0,0005	-0,0002	0,0000	0,0000
$m_e$ , а. е. м.	$[2,9 \cdot 10^{-11}]$	0,0024	1	-0,0011	-0,0090	0,0010	0,0000	0,0000
$m_p$ , а. е. м.	$[9,0 \cdot 10^{-11}]$	-0,0058	-0,0011	1	0,0014	0,0000	0,0000	0,0000
$\alpha$	$[2,3 \cdot 10^{-10}]$	0,0005	-0,0090	0,0014	1	0,0176	-0,0004	0,0000
$h$	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$	-0,0002	0,0010	0,0000	0,0176	1	0,0209	0,0000
$k$	$[5,7 \cdot 10^{-7}]$	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0004	0,0209	1	0,0000
$G$	$[4,7 \cdot 10^{-5}]$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1

*Примечание.* Некоторые значения корреляционных коэффициентов не представлены в статье [1], но могут быть найдены на сайте <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html>.

случае линеаризации может и не быть, однако в прецизионных исследованиях, где речь идет о небольших относительных изменениях и небольших относительных погрешностях как измеряемых, так и определяемых величин, линеаризация всегда возможна. Удобно выбрать базис таким образом, чтобы свести корреляции между базисными параметрами к минимуму, что позволит анализировать согласие данных по блокам.

Такой базис должен следовать иерархии точности измерений, а в случае величин с сопоставимой точностью необходимо опираться на те величины, для которых имеются хорошие прямые измерения. Наиболее важная часть базиса представлена в табл. 4. Полный базис, отражая многочисленные атомные и ядерные параметры, будет также включать разные отношения масс, магнитных моментов и некоторые другие величины.

Общая структура *Согласования* представлена на рис. 5. Центральной задачей *Согласования* является уточнение постоянной тонкой структуры  $\alpha$ , постоянной Планка  $h$ , элементарного заряда  $e$ , постоянной Авогадро  $N_A$  и массы электрона  $m_e$  (в килограммах). Некоторые физические константы удастся измерить более точно, чем перечисленные. Такие константы играют «вспомогательную» роль. Их можно уточнить до обработки данных по  $\alpha$ ,  $h$ ,  $e$ ,  $N_A$  и  $m_e$ . К вспомогательным константам, в частности, относятся массы электрона и протона в атомных единицах массы и постоянная Ридберга.

Данные, относящиеся к  $\alpha$ ,  $h$ ,  $e$ ,  $N_A$  и  $m_e$ , можно разбить на две группы. Более точная часть относится к  $\alpha$ . Чтобы понять структуру соответствующего блока данных, необходимо помнить, что значение постоянной Ридберга

$$R_\infty = \frac{c}{2} \alpha^2 \frac{m_e}{h} \quad (8)$$

уже определено, и величину постоянной Ридберга, полученную при обработке точных спектроскопических данных, можно использовать как соотношение

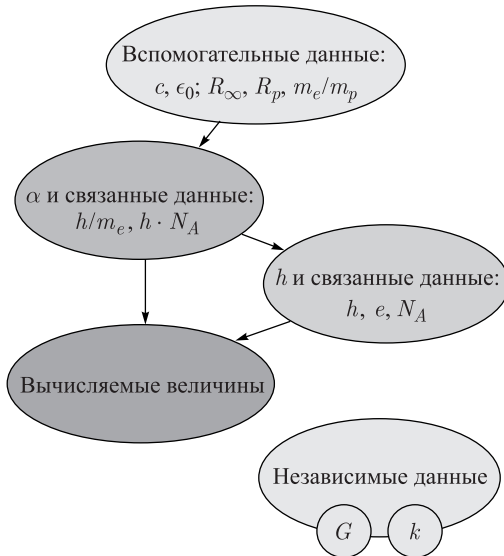


Рис. 5. Иерархия в определении значений фундаментальных констант. Стрелки соответствуют «движению» информации: от более точных величин к менее точным — мы используем более точные величины как «внешние» параметры, находя менее точные

между двумя атомными постоянными —  $\alpha$  и  $m_e/h$ . В то же время массы электрона и протона в атомных единицах массы также известны с высокой точностью. Более того, к вспомогательным константам относятся и многочисленные отношения масс атомов и ядер и их массы в атомных единицах массы. В итоге, для определения  $\alpha$  можно измерить величину  $m/h$  для какого-нибудь атома. Другим важным следствием является соотношение для молярной постоянной Планка

$$h \cdot N_A = M(^{12}\text{C}) \frac{m_e}{m(^{12}\text{C})} \frac{h}{m_e}. \quad (9)$$

Это соотношение выражает величину  $h \cdot N_A$  через  $h/m_e$ . Таким образом, блок данных, относящихся к постоянной тонкой структуры  $\alpha$ , позволяет найти произведение  $h \cdot N_A$ , играющее важную роль в формировании блока данных, относящихся к постоянной Планка. Так как молярная постоянная Планка  $h \cdot N_A$  известна с большей точностью, чем мы можем достичь в измерении сомножителей  $h$  и  $N_A$ , то ее значение играет роль связи между значениями постоянных Планка и Авогадро.

Есть два других важных соотношения для строительства этого блока:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \quad (10)$$

и величина  $m_e/h$ , обсуждавшаяся выше. Эти соотношения устанавливают связи между значениями  $h$ ,  $e$  и  $m_e$  в единицах СИ. Обратим внимание на  $e$  и  $m_e$ . Эти величины можно рассматривать и как составляющие блока данных, и как вычисляемые величины, поскольку имеется ряд измерений для комбинаций этих величин, но не их значений самих по себе. После того, как обработаны все данные, относящиеся к  $\alpha$ ,  $h$ ,  $e$ ,  $N_A$  и  $m_e$ , можно найти значения не только этих величин, но и разных комбинаций, которые не измеряются непосредственно.

Остается еще несколько групп данных, которые стоят особняком. Хотя процедура и называется *Согласованием* фундаментальных констант, но в том, что касается независимых постоянных, таких как постоянные Больцмана и Ньютона, дело ограничивается обычным усреднением.

Результатом обработки являются не только центральные величины и погрешности фундаментальных постоянных, но и корреляции полученных значений.

Часть корреляций возникла из-за использования не вполне прямых измерений. Например, измеряя относительный атомный вес различных ядер (включая ядро водорода, протон), массу изучаемого иона сравнивают с массой иона известной массы (в простейшем случае — с ионом углерода-12). Энергии связи для легких ионов можно определить достаточно точно, но масса иона включает разность масс атома и одного или нескольких электронов (ср. третье уравнение в (7), отвечающее полностью ионизированному углероду). Это, в частности, создает слабую корреляцию в определении массы протона и электрона в атомных единицах массы. Кроме того, имеется вклад непрямых измерений, который статистически очень мал, но тем не менее представлен в некоторых случаях.

Другой тип корреляции связан с измерениями. Могут использоваться одни и те же эталоны, одни и те же образцы, одни и те же модели при обработке данных. В ряде спектроскопических измерений в одном эксперименте на одной установке измеряется несколько линий.

Третий распространенный тип корреляций — теоретический. Для интерпретации результатов эксперимента может использоваться одна и та же теория. Корреляции первых двух типов входят в обработку через корреляционную матрицу  $\mathcal{V}$ . Корреляции третьего типа можно включать через функции  $f_i(\theta_j)$ , выражающие истинные значения измеряемых величин через фундаментальные константы. Их можно также включать как «псевдоданные». Например, можно предположить, что теория содержит слагаемое с неким коэффициентом  $c_0$  и для этого коэффициента есть оценка. Оценку можно рассматривать как «данное». Преимуществом такого описания является удобная форма представления корреляций (в том случае, если есть ряд аналогичных поправок к родственным величинам). Именно таким образом в [1] описаны неизвестные старшие члены в теории атомных уровней водорода и дейтерия.

Корреляции между теоретическими вкладами описываются в этом случае так же, как и экспериментальные корреляции, — в виде элементов матрицы  $\mathcal{V}$ .

Учитывая столь многочисленные корреляции в совокупной обработке данных, явное представление корреляций результатов в [1] могло бы иметь большое значение. Однако это не совсем так. Корреляции базисных констант малы (см. табл. 4). Но есть небазисные константы, которые сильно скоррелированы с базисными, как, например, пара  $h$  и  $e$ . Значения их корреляций позволяют найти величину  $e/h$  с правильной погрешностью, но не  $e^2/h$ . В последнем случае сокращения в погрешностях слишком велики; учитывая то, что величина  $e^2/h$  оказывается существенно более точной, чем  $h$  и  $e$ , у нас просто нет достаточного количества знаков в рекомендованных значениях  $h$  и  $e$  для вычисления ни центральной величины, ни погрешности  $e^2/h$ . К счастью, таблицы рекомендованных значений [1] включают наиболее значимые комбинации фундаментальных констант и там можно непосредственно найти как  $h$  и  $e$ , так и  $e/h$  и  $e^2/h$ .

Приводимые в *Согласовании* корреляции (приведены частично в [1] и полностью — на сайте НИСТ <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html>) имеют в значительной степени иллюстративное значение. Практическое значение имеют корреляции со значениями коэффициентов с абсолютной величиной, не слишком малой (в несколько процентов и выше), не слишком близкой к единице (отличие не менее чем в несколько (скажем, десять) процентов) и округленной до одного процента. Слишком малые корреляционные коэффициенты (и ошибка в округлении до целого числа процентов) не будут заметны с учетом того, с какой точностью представлены погрешности величин. В случае близких к единице коэффициентов необходимо сразу искать результаты для нужной комбинации, иначе результат может быть просто неправилен. (Он будет неверным при наличии почти полных сокращений в погрешности, которые случаются лишь в определенных комбинациях — см. выше обсуждение  $e/h$  и  $e^2/h$ .)

### 3. ОБЗОР ДАННЫХ И РЕЗУЛЬТАТОВ СОГЛАСОВАНИЯ

Выше мы кратко обсудили математическую и физическую структуру данных. Рассмотрим теперь сами данные блок за блоком.

Международная система единиц СИ, одна из международных версий метрической системы, восходит к Метрической конвенции 1875 г. В разное время некоторые метрические единицы были основаны на природных явлениях (и естественных постоянных как их параметрах) и артефактах. Выбор между этими двумя принципиальными вариантами для каждой из единиц решается на основе практических соображений, и в разных (по времени) версиях этот вопрос решался по-разному. В настоящее время [12], наряду



Таблица 5. Физические постоянные, численные значения которых известны в системе СИ точно [12]

Константа	Обозначение	Значение
Скорость света [в вакууме]	$c$	$299\,792\,458 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$
Магнитная константа [вакуума] (магнитная проницаемость вакуума)	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н} \cdot \text{А}^{-2}$ $= 12,566\,370\,614 \dots \times$ $\times 10^{-7} \text{ Н} \cdot \text{А}^{-2}$
Электрическая константа [вакуума] (диэлектрическая проницаемость вакуума)	$\epsilon_0 = \frac{1}{c^2 \mu_0}$	$8,854\,187\,817 \dots \times$ $\times 10^{-12} \text{ Ф} \cdot \text{м}^{-1}$
Масса атома углерода-12	$m(^{12}\text{C})$	12 а. е. м.
Относительный атомный вес углерода-12	$A_r(^{12}\text{C})$	12
Молярная масса углерода-12	$M(^{12}\text{C})$	$12 \text{ г} \cdot \text{моль}^{-1}$
Температура тройной точки воды	$T_{\text{triple}}$	273,16 К
Частота сверхтонкого перехода в атоме цезия-133	$\nu_{\text{HFS}}(^{133}\text{Cs})$	9 192 631 770 Гц

*Примечание.* Атомная единица массы не является единицей СИ, однако используется наряду с ней и интегрирована в ее логику. Есть две версии применения этой единицы (вернее, две величины, выражающих массу в этих единицах): масса может быть представлена как размерной величиной, измеренной в атомных единицах массы, так и безразмерным численным значением, которое называется относительный атомный вес. Здесь приведены обе версии для массы атома углерода-12.

с артефактом, международным прототипом килограмма, хранящимся в Международном бюро мер и весов (МБМВ), все остальные основные физические единицы\* определены на основе природных явлений и естественных констант, а в ряде случаев (как, например, ампер) — и килограммового артефакта. Численные значения постоянных, известные по определению, приведены в табл. 5.

Рассмотрим вспомогательные постоянные, начиная обзор с определения постоянной Ридберга. Ее значение можно найти, исследуя спектры водорода и дейтерия, однако частоты переходов описываются квантово-электродинамической теорией не полностью (см., например, [13, 15]). Необходимо знать зарядовые радиусы ядер этих атомов. Результаты *Согласования* представлены в табл. 6.

Среднеквадратичный зарядовый радиус протона можно найти как из спектроскопии водорода и дейтерия (решая систему нескольких уравнений с тремя

\* Система СИ имеет семь основных единиц, при этом одна из них, кандела, является физиологической единицей, предназначенной для характеристики реакции человеческого глаза на освещение и связанных с этим явлений.

Таблица 6. Рекомендованные значения постоянной Ридберга и связанных с ней физических констант [1];  $u_r$  — относительная погрешность

Константа	Обозначение	Значение	$u_r$
Постоянная Ридберга	$R_\infty$	$10\,973\,731,568\,508(65) \text{ м}^{-1}$	$[5,9 \cdot 10^{-12}]$
	$R_\infty c$	$3,289\,841\,960\,355(19) \cdot 10^{15} \text{ Гц}$	$[5,9 \cdot 10^{-12}]$
Зарядовый радиус протона	$R_p$	$0,8751(61) \cdot 10^{-15} \text{ м}$	$[7,0 \cdot 10^{-3}]$
Зарядовый радиус дейтрона	$R_d$	$2,1413(25) \cdot 10^{-15} \text{ м}$	$[1,2 \cdot 10^{-3}]$

неизвестными и используя данные по частотам нескольких переходов), так и из экспериментов, направленных на измерения радиуса непосредственно. Общая ситуация с определением зарядового радиуса протона представлена на рис. 6.

Основные методы определения зарядового радиуса протона и постоянной Ридберга остались те же, что и четыре года назад [7]; они обсуждались ранее в [10]. Краткое описание заключается в следующем. Имеется большой массив данных, относящихся к определению этих постоянных. Часть этих данных (результаты спектроскопии водорода, дейтерия и мюонного водорода) непосредственно используются в *Согласованиях*, тогда как данные рассеяния учитываются по результатам обработки сторонними авторами.

Данные в целом находятся в противоречии, начиная с предыдущего *Согласования* [7] (см. также [10, 13]). Наиболее точные результаты, полученные

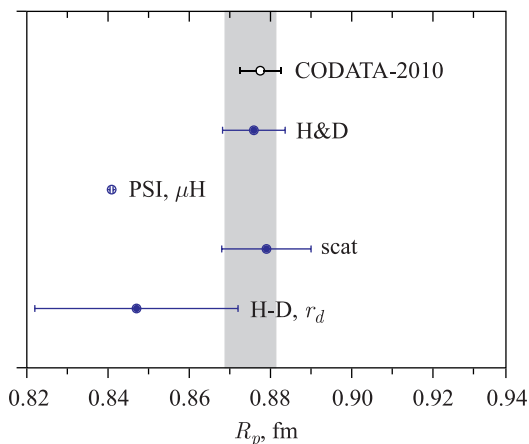


Рис. 6. Определение среднеквадратичного зарядового радиуса протона  $R_p$  согласно [1]. Серая полоса соответствует рекомендованному значению. Обозначения следуют [1] и [10]

из измерений лэмбовского сдвига в мюонном водороде [16] (см. обзор соответствующей теории в [17]), противоречат результатам спектроскопии водорода и дейтерия и данным упругого рассеяния электронов на протонах. Спектроскопические результаты за четыре года не изменились. Их подробный анализ приведен в [18]; он выходит за пределы данного обзора. Изучение рассеяния предоставляет набор данных по сечениям, и в *Согласовании* они непосредственно не используются, а вместо них используются результаты готовых обработок. В *Согласовании-2010* использовались результаты отдельных обработок данных абсолютных [19] и относительных [20] измерений сечения. Радиусы, полученные из этих обработок, находятся в согласии и были использованы в *Согласовании-2010* [7]. Однако обработка данных рассеяния позволяет получить не только зарядовые радиусы, но и весь зарядовый форм-фактор. Согласовываться должны результаты в целом. Совместная обработка данных абсолютных и относительных измерений сечения рассеяния [21], результат которой был использован в *Согласовании-2014* [1] и представлен на рис. 6, оказывается не столь точным, как среднее двух ранее использованных результатов [19,20]. Это указывает на некоторое несогласие данных абсолютных и относительных измерений. В конечном итоге это привело к некоторому ухудшению точности рекомендованного значения. Проблема точности ранних результатов и, в частности, их самосогласованности — одна из тех проблем, решение которых может разрешить противоречие в определении зарядового радиуса протона [18].

В целом, противоречие между результатом для мюонного водорода и результатами спектроскопии водорода и дейтерия и данными электрон-протонного рассеяния остается; в *Согласовании-2014* [1] рабочей группой принято такое же решение, как и в *Согласовании-2010* [7], а именно проигнорировать результаты для мюонного водорода. Это решение не представляется разумным.

Еще один большой массив вспомогательных данных, значительная часть которого обрабатывается за пределами *Согласования*, относится к массам атомов, ядер, частиц и связанных с ними величин. Уточнение масс атомов (в явной форме) и ядер (в неявной форме) проводится Центром данных по атомным массам (Atomic Mass Data Center, AMDC). Процедура называется *Определение атомных масс* (Atomic Mass Evaluation, AME) и во многом аналогична *Согласованию*, но, к сожалению, не согласована с ним по срокам, и поэтому ее результаты используются в *Согласовании* наряду с новыми, более поздними данными, полученными после *Определения*, но до *Согласования*. Последнее *Определение атомных масс* было опубликовано в 2012 г. [22].

*Определение атомных масс* работает с данными относительной спектрометрии, энергиями связи (как атомными, так и ядерными, как вычисляемыми, так и измеряемыми) и энерговыделениями при распадах. Возникает переопределенная система уравнений с коррелированными данными. Атомные массы

(со всеми необходимыми погрешностями и корреляциями) находятся из минимизации выражения вида (6). Целью обработки данных являются массы более чем трех тысяч нуклидов, и точности во многих случаях отнюдь не метрологические.

С точки зрения определения фундаментальных постоянных интересны две группы данных. Во-первых, это результаты по легким атомам (изотопам водорода и гелия), во-вторых, — результаты по тем изотопам, которые используются в экспериментах по уточнению фундаментальных постоянных (стабильным изотопам кислорода, аргона и кремния, рубидию-87, цезию-133). Прогресс в уточнении некоторых атомных масс проиллюстрирован на рис. 7.

Основные значения атомных масс, необходимые для определения фундаментальных постоянных (за исключением легких элементов) и заимствованные из [22], собраны в табл. 7. Они не претерпели изменений в ходе *Согласования*.

Что же касается масс легких элементов, то здесь ситуация несколько иная. Соответствующие результаты *Согласования* собраны в табл. 8. Следует помнить, что в *Согласовании* массы атомов не приводятся, однако дано достаточно данных (массы ядер и их корреляции, масса электрона, потенциалы ионизации), чтобы их вычислить. Рекомендации *Согласования* [1] не совпадают с результатами *Определения атомных масс* [22], как это показано

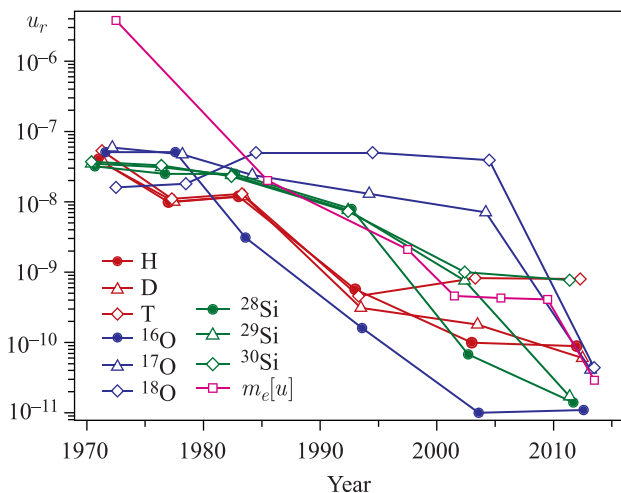


Рис. 7 (цветной в электронной версии). Точность *Определения атомных масс* [22–24]. Временной период соответствует работе Международной рабочей группы КОДАТА по фундаментальным константам (с 1969 г.), в которой эти результаты использовались как вводные данные. Представлены изотопы водорода, кислорода и кремния, а также, для сравнения, относительный атомный вес электрона, в соответствии с *Согласованиями* [2–7, 1]

Таблица 7. Атомные массы АМЕ-2012 [22], используемые при *Согласовании-2014* [1]

АТОМ	СИМВОЛ	Масса	$u_r$
$^{16}\text{O}$	$m(^{16}\text{O})$	15,994 914 619 57(17) а. е. м.	$[1,1 \cdot 10^{-11}]$
$^{28}\text{Si}$	$m(^{28}\text{Si})$	27,976 926 534 65(44) а. е. м.	$[1,6 \cdot 10^{-11}]$
$^{87}\text{Rb}$	$m(^{87}\text{Rb})$	86,909 180 532(7) а. е. м.	$[0,8 \cdot 10^{-10}]$
$^{133}\text{Cs}$	$m(^{133}\text{Cs})$	132,905 451 961(9) а. е. м.	$[0,7 \cdot 10^{-10}]$

в табл. 9. Это связано с появлением новых прецизионных данных [25, 26]. Значительно по сравнению с *Определением* были повышены точности масс дейтерия, трития и гелия-3.

В частности, упомянутые новые данные FSU-15 [26] и UW-15 [25] привели к противоречиям в определении так называемой  $Q$ -величины в тритии (разности масс материнского атома трития и дочернего атома гелия-3 при  $\beta$ -распаде трития). (Малость энерговыделения, всего 18,6 кэВ, делает распад трития удобным для измерения массы нейтрино по краю электронного спектра. Для интерпретации подобных экспериментов необходимо знать  $Q_T$ .) Соответствующие результаты показаны на рис. 8. Слева представлены измерения масс трития и гелия в рамках *одного* эксперимента, что позволяет избавиться от ряда систематических эффектов. Однако доминирует при определении  $Q_T$  из результатов *Согласования* [1] величина другого типа. В определении массы трития доминирует результат FSU-15 [26], а для массы гелия-3 наиболее важен результат UW-15 [25] — эксперимента, где тритий не исследовался. Таким образом, значение, следующее из рекомендаций КОДАТА [1], в значительной степени происходит из *раздельных* измерений атомных весов трития и гелия-3 и поэтому не отражено в экспериментальных точках на рис. 8.

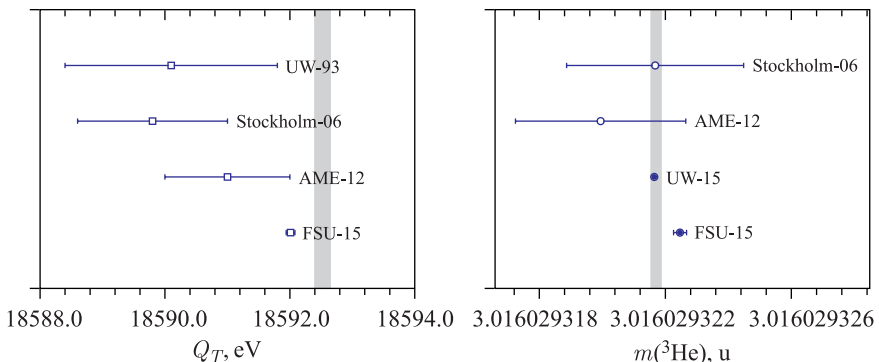


Рис. 8. Определение  $Q$ -величины в тритии,  $Q_T$ , и массы атома гелия-3, в соответствии с [1]. Обозначения недавних результатов соответствуют [1]; более ранние ссылки могут быть найдены в [22]

Таблица 8. Рекомендованные значения атомных масс легких ядер, электрона и связанных с ними величин [1]

Константа	Обозначение	Значение	$u_p$
Масса протона	$m_p$	1,007 276 466 879(91) а. е. м.	$[9,0 \cdot 10^{-11}]$
Масса нейтрона	$m_n$	1,008 664 915 88(49) а. е. м.	$[4,9 \cdot 10^{-10}]$
Масса дейтрона	$m_d$	2,013 553 212 745(40) а. е. м.	$[2,0 \cdot 10^{-11}]$
Масса тритона	$m_t$	3,015 500 716 32(11) а. е. м.	$[3,6 \cdot 10^{-11}]$
Масса гелиона	$m_h$	3,014 932 246 73(12) а. е. м.	$[3,9 \cdot 10^{-11}]$
Масса $\alpha$ -частицы	$m_\alpha$	4,001 506 179 127(63) а. е. м.	$[1,6 \cdot 10^{-11}]$
Энергия связи дейтрона *	$\mathcal{E}_{\text{deut}} = (m_d - m_p - m_n) c^2$	2,224 566 27(47) МэВ	$[2,1 \cdot 10^{-7}]$
$Q$ -величина в тритии *	$Q_T = (m(^3\text{H}) - m(^3\text{He})) c^2$	18 592,52(11) эВ	$[6 \cdot 10^{-6}]$
Масса электрона	$m_e$	5,485 799 090 70(16) $\cdot 10^{-4}$ а. е. м.	$[2,9 \cdot 10^{-11}]$
Отношение масс протона и электрона	$m_p/m_e$	1836,152 673 89(17)	$[9,5 \cdot 10^{-11}]$

\* Энергия связи дейтрона и  $Q$ -величина трития вычислены на основе [1], где они непосредственно не приводятся.

 Таблица 9. Относительные атомные веса легких атомов: сравнение *Согласования фундаментальных констант-2014* [1] и *Определения атомных масс-2012* [22]

Атом	Определение масс-2012	Согласование констант-2014
Водород	1,007 825 032 231(93) $[9,2 \cdot 10^{-11}]$	1,007 825 032 189(91) $[9,0 \cdot 10^{-11}]$
Дейтерий	2,014 101 778 12(12) $[6,0 \cdot 10^{-11}]$	2,014 101 778 052(40) $[2,0 \cdot 10^{-11}]$
Тритий	3,016 049 2779(24) $[8,0 \cdot 10^{-10}]$	3,016 049 281 63(11) $[3,6 \cdot 10^{-11}]$
Гелий-3	3,016 029 3201(25) $[8,3 \cdot 10^{-10}]$	3,016 029 321 74(12) $[3,9 \cdot 10^{-11}]$
Гелий-4	4,002 603 254 130(63) $[1,6 \cdot 10^{-11}]$	4,002 603 254 130(63) $[1,6 \cdot 10^{-11}]$

*Примечание.* *Согласование* имело место позднее, и в нем были использованы более поздние экспериментальные данные. В *Согласовании* приводятся ядерные массы и масса электрона в атомных единицах массы и сведения об атомной энергии связи, но не массы атомов.

Отметим, что определение атомного веса гелия-3 (рис. 8, справа) не свободно от противоречий между результатами FSU-15 [26] и UW-15 [25]. Принятая в [1] оценка неопределенности среднего значения массы гелия-3 это противоречие отражает. Увеличение погрешности результатов FSU-15 [26] и UW-15 [25] для гелия-3 не сопровождалось аналогичным пересмотром погрешности измерений масс протона, дейтрона и трития теми же группами. Видимо, эти погрешности также следует несколько расширить. По крайней мере, следует быть готовыми к тому, что точность определения атомных масс изотопов водорода может быть несколько завышена.

Кратко остановимся на уточнении относительного атомного веса электрона и отношения масс электрона и протона. Основные методы, применяемые для измерения этих физических постоянных, за четыре года не изменились [7] и уже обсуждались нами ранее в [10, 13], однако точность их применения существенно выросла (рис. 9). Важным обстоятельством является следующее: в предшествующем *Согласовании* [7] относительный атомный вес электрона определялся менее точно, чем атомный вес протона. Вычисление отношения масс  $m_e/m_p$  как отношения атомных весов имело такую же точность, как и атомный вес электрона. Недавнее измерение атомного веса электрона [27] с фантастической точностью, превышающей точность атомного веса протона (ср. рис. 4), привело к тому, что точность отношения атомных весов электрона и протона определяется сейчас атомным весом протона.

Может показаться удивительным, что сравнение массы легкого электрона с массой [иона] углерода более точно, чем сравнение массы протона и угле-

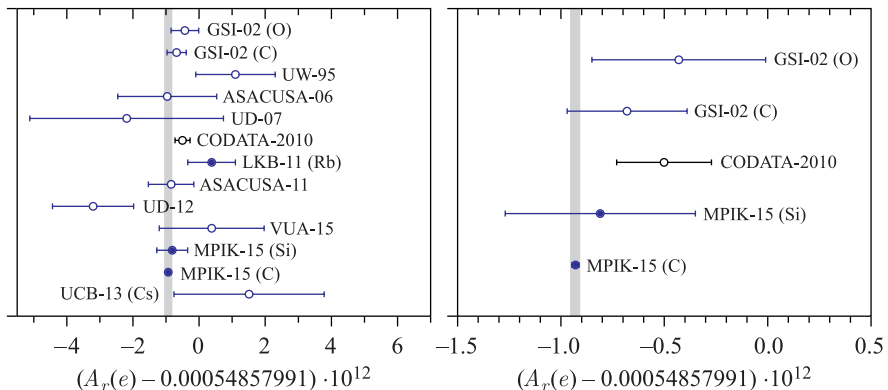


Рис. 9. Определение относительного атомного веса электрона  $A_r(e)$  (равного численной величине массы электрона  $m_e$  в атомных единицах массы). Кружки — данные, включенные в *Согласование*, окружности — не включенные в него по тем или иным причинам. Вертикальная полоса соответствует рекомендованному значению. Обозначения следуют [1], где могут быть найдены ссылки на оригинальные работы

рода. Прежде всего отметим, что интуитивное предположение, что чем ближе массы, тем легче их сравнивать, — правильное. Именно поэтому мы знаем атомный вес изотопов кислорода существенно лучше, чем изотопов водорода (см. рис. 7). Был период, когда масса электрона определялась сравнением циклотронных частот (так же, как измеряются отношения масс ионов). На рис. 9 есть одна такая величина (UW-95, [28]), и она по точности уступает массе протона. Частоты электрона и иона углерода отличаются существенно сильнее, чем частоты протона и углерода. Частицы движутся по разным траекториям. Разными оказываются и систематические эффекты.

Все остальные измерения атомного веса электрона, представленные на рис. 9, получены существенно другими методами, без измерения циклотронной частоты электрона. Использование новых методов и, в частности, измерение прецессии спина водородоподобного углерода позволяет обойти эту трудность. (Подробно об определении массы электрона путем сравнения частоты прецессии спина водородоподобного иона с его циклотронной частотой см. в [15, 29].)

Значительный интерес представляют измерения отношения  $m_e/m_p$  из спектроскопии трехчастичных атомных и молекулярных систем, антипротонного гелия (атома, в котором один из электронов заменен на антипротон) [30–33] \* и молекулярного иона  $\text{HD}^+$  [34–39, 33]. Совокупный результат этих измерений уже превосходит по точности традиционное определение атомного веса электрона [28], но еще уступает как измерению массы электрона в эксперименте с водородоподобным углеродом [27], так и измерению атомного веса протона [22, 1].

Как было отмечено во введении, постоянная тонкой структуры  $\alpha$  — это одна из наиболее точно измеряемых фундаментальных постоянных. Современная ситуация с ее экспериментальным определением представлена на рис. 10.

Наиболее точный метод основан на измерении аномального магнитного момента электрона [40]. Соответствующая теория должна быть также очень точной [41]. Необходимо вычислить тысячи фейнмановских диаграмм. Следующим по точности является метод, основанный на рамановской спектроскопии, который позволяет определить величину  $h/m$  для атомов рубидия [42] и цезия. Как объясняется выше, эту величину можно трансформировать в  $\alpha$ , используя значения постоянной Ридберга и относительных атомных весов электрона и исследуемых атомов, т. е. цезия или рубидия [22]. Рекомендованные значения постоянной тонкой структуры  $\alpha$  и связанных с ней фундаментальных постоянных [1] собраны в табл. 10.

---

\*Результат ASACUSA-06 на рис. 9 представляет собой среднее результатов авторов [30], а не результат усреднения в *Согласовании-2006* [6].



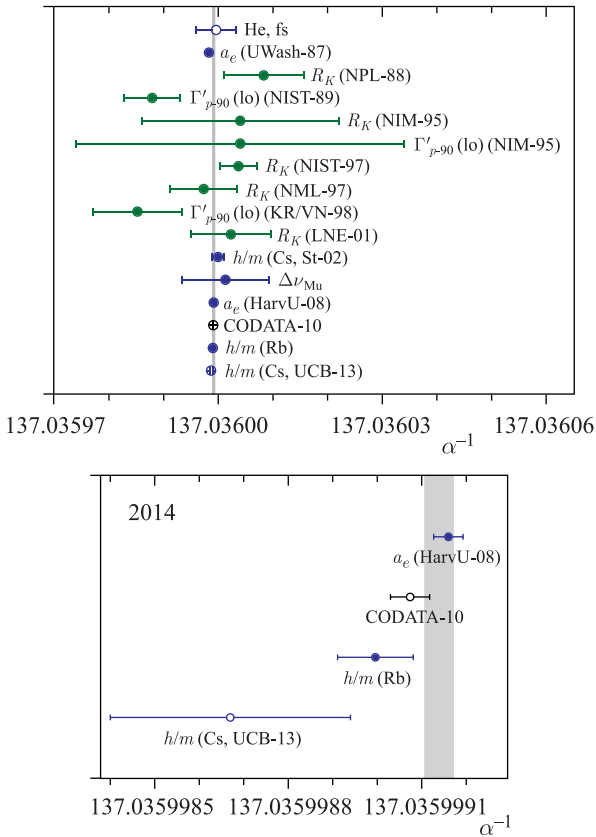


Рис. 10 (цветной в электронной версии). Определение постоянной тонкой структуры  $\alpha$  [1]. Обозначения следуют [1], где могут быть найдены ссылки на оригинальные работы. Для объяснения цветовой гаммы см. подпись к рис. 1

Магнитные моменты (в ядерных магнетонах) и  $g$ -факторы протона и ядер играют своеобразную роль в *Согласовании*. Они уступают по точности постоянной тонкой структуры, однако их главное метрологическое приложение — использование в еще менее точных соотношениях. Так, при определении  $\alpha$  есть ряд «электрических значений». Они не играют роли в собственно определении  $\alpha$ , но имеют большое метрологическое значение, поскольку эксплуатируют те эффекты и устройства, которые необходимы для реализации единиц будущей версии системы СИ, основанной на фиксированных значениях  $h$  и  $e$ . Аналогичным образом, значения магнитных моментов необходимы для некоторых не слишком точных измерений постоянной Планка, которые, однако, также важны для метрологии.

Таблица 10. Рекомендованные значения постоянной тонкой структуры  $\alpha$  и связанных с ней физических констант [1]

Величина	Обозначение	Значение	$u_r$
Обратная величина постоянной тонкой структуры	$\alpha^{-1}$	137,035 999 139(31)	$[2,3 \cdot 10^{-10}]$
Постоянная Клитцинга	$R_K = h/e^2$	25 812,807 455(59) Ом	$[2,3 \cdot 10^{-10}]$
Молярная постоянная Планка	$h \cdot N_A$	3,990 312 711(18) $\cdot 10^{-10}$ Дж $\cdot$ с/моль	$[4,5 \cdot 10^{-10}]$
Комптоновская длина волны	$\lambda_C = h/(m_e c)$	2,426 310 2367(11) $\cdot 10^{-12}$ м	$[4,5 \cdot 10^{-10}]$
Боровский радиус	$\lambda_C = \hbar/(m_e c)$	3,861 592 6764(18) $\cdot 10^{-13}$ м	$[4,5 \cdot 10^{-10}]$
Комптоновская длина волны протона	$a_0 = \hbar/(\alpha m_e c)$	0,529 177 210 67(12) $\cdot 10^{-10}$ м	$[2,3 \cdot 10^{-10}]$
Масса электрона (эквивалентная частота)*	$\lambda_{C,p} = h/(m_p c)$	1,321 409 853 96(61) $\cdot 10^{-15}$ м	$[4,6 \cdot 10^{-10}]$
Масса протона (эквивалентная частота)*	$\lambda_{C,p} = \hbar/(m_p c)$	2,103 089 101 09(97) $\cdot 10^{-14}$ м	$[4,6 \cdot 10^{-10}]$
Отношение масс мюона и электрона	$m_e c^2/h$	1,235 589 964 84(56) $\cdot 10^{20}$ Гц	$[4,5 \cdot 10^{-10}]$
Отношение магнитных моментов мюона и протона	$m_p c^2/h$	2,268 731 817 77(105) $\cdot 10^{23}$ Гц	$[4,6 \cdot 10^{-10}]$
	$m_\mu/m_e$	206,768 2826(46)	$[2,2 \cdot 10^{-8}]$
	$\mu_\mu/\mu_p$	3,183 345 142(71)	$[2,2 \cdot 10^{-8}]$

\* Эквивалентные частоты в [1] не приведены, но следуют оттуда.

Таблица 11. Рекомендованные значения магнитных моментов некоторых частиц и ядер в ядерных магнитолах  $\mu_N = e\hbar/2m_p$  [1];  $u_r$  — относительная погрешность

Частица/ядро	Символ	Значение	$u_r$
Протон	$\mu_p$	$2,792\,847\,3508(85) \mu_N$	$[3,0 \cdot 10^{-9}]$
Нейтрон	$\mu_n$	$-1,913\,042\,73(45) \mu_N$	$[2,4 \cdot 10^{-7}]$
Дейтрон	$\mu_d$	$0,857\,438\,2311(48) \mu_N$	$[5,5 \cdot 10^{-9}]$
Тритон	$\mu_t$	$2,978\,962\,460(14) \mu_N$	$[4,7 \cdot 10^{-9}]$
Гелион	$\mu_h$	$-2,127\,625\,308(25) \mu_N$	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
Электрон	$\mu_e$	$-1838,281\,972\,34(17) \mu_N$	$[9,5 \cdot 10^{-11}]$
Мюон	$\mu_\mu$	$-8,890\,597\,05(20) \mu_N$	$[2,2 \cdot 10^{-8}]$

В силу данных обстоятельств магнитные моменты протона и других легких ядер можно трактовать как вспомогательные константы. Результаты представлены в табл. 11 вместе с результатами для магнитного момента нейтрона (не играет никакой роли в *Согласовании*) и мюона (измеряется более или менее прямыми методами, однако статистически доминирующий вклад получается путем вычисления из результатов для сверхтонкого расщепления в мюонии).

Следует обратить внимание на магнитный момент протона. До недавнего времени лучшим экспериментом было исследование сверхтонких подуровней основного состояния в атоме водорода [43], результат которого для магнитного момента протона незначительно менялся с 1972 г. из-за теоретических поправок [44]. Только недавно удалось улучшить результат более чем сорокалетней давности. Точность нового эксперимента по измерению  $g$ -фактора протона [45] в три раза выше, а результаты согласуются.

Как мы отмечали выше, центральной частью *Согласования фундаментальных констант* является определение значений постоянной тонкой структуры и постоянной Планка (и связанных с ними физических величин). Имеется кардинальная разница между двумя перечисленными постоянными: тогда как постоянная тонкой структуры безразмерна, постоянная Планка имеет размерность  $\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$ . Это значит, что без использования международного прототипа килограмма и весов как средства сравнения прототипа и измеряемых величин не обойтись.

Строго говоря, ситуация несколько более сложная, поскольку мы знаем величину электрической константы  $\epsilon_0$  с неограниченной точностью, а ее размерность также содержит килограмм. Тем не менее и килограмм, и весы необходимы. Это проще всего понять, воспользовавшись гауссовой системой единиц. В этой системе постоянная  $\epsilon_0$  также известна с неограниченной точностью, заряды измеряются в единицах, отличных от единиц СИ, а механические величины, такие как постоянная Планка, в сущности, — в таких же.

В гауссовых единицах  $\epsilon_0$  безразмерна, и поэтому единственный способ измерить величину, размерность которой включает килограмм, — сравнить эту величину посредством, может быть, сложной цепочки с прототипом килограмма. Так как точность значения  $\epsilon_0$  абсолютная, то одни и те же эксперименты в СГС и в СИ будут иметь одну и ту же точность и выбор системы единиц на точность определения постоянной Планка не повлияет.

Как мы отметили, описывая физическую структуру данных, измерения постоянных  $h$ ,  $e$ ,  $N_A$ ,  $m_e$  и  $m_p$  тесно связаны. Современные точности и корреляции между значениями  $h$ ,  $e$ ,  $N_A$  и  $m_e$  представлены в табл. 12 (вместе с некоторыми другими величинами). Отметим, что коэффициенты корреляции в приведенной ранее табл. 4 описывают корреляции между найденными значениями независимо определенных физических величин; они представляют собой матрицу, которую можно передиагонализовать и т. д. Коэффициенты в табл. 12 не представляют собой матрицу, поскольку они содержат, в частности, как  $e$ ,  $N_A$ , так и  $F = eN_A$ . Все коэффициенты корреляции близки по абсолютной величине к единице. Это означает, что значения всех упомянутых величин ( $h_e$ ,  $N_A$ ,  $m_e$ ,  $m_p$ ) выражаются через одно (и разные существенно более точно известные множители).

Использовать прототип килограмма для определения постоянной Планка можно двумя способами. Один из них связан с теми или иными электрическими весами, другой — с измерением массы одиночного атома. Кратко обсудим оба подхода.

Макроскопические квантовые явления позволяют создать макроскопические устройства, в которых сопротивление выражается через постоянную Клитцинга  $R_K = h/e^2$  (квантовый эффект Холла), а напряжение — через постоянную Джозефсона  $K_J = 2e/h$  и некую частоту (эффект Джозефсона).

Таблица 12. Корреляционные коэффициенты  $\rho_{ij}$  [1] значений наиболее важных постоянных, связанных с постоянной Планка  $h$

Величина	$u_r$	$h$	$e$	$N_A$	$F$	$m_e$ , кг	$m_e$ , МэВ/ $c^2$
$h$	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$	1	0,9998	-0,9993	-0,9957	0,9993	0,9957
$e$	$[6,1 \cdot 10^{-9}]$	0,9998	1	-0,9985	-0,9939	0,9985	0,9939
$N_A$	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$	-0,9993	-0,9985	1	0,9985	-1,0000	-0,9985
$F$	$[6,2 \cdot 10^{-9}]$	-0,9957	-0,9939	0,9985	1	-0,9985	-1,0000
$m_e$ , кг	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$	0,9993	0,9985	-1,0000	-0,9985	1	0,9985
$m_e$ , МэВ/ $c^2$	$[6,2 \cdot 10^{-9}]$	0,9957	0,9939	-0,9985	-1,0000	0,9985	1

*Примечание.* Численные значения измеряются в единицах СИ, если обратное не указано явно. Часть коэффициентов приведена в [1]; остальные можно найти на сайте НИСТ <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html>.

При помощи этих эффектов можно построить эталоны, *поддерживающие* единицы сопротивления и напряжения, и, на самом деле, такие эталоны успешно реализованы во многих странах. Термин «поддержание» в данном случае означает, что единицы, считаваемые с таких эталонов, не являются единицами СИ, но обладают стабильностью и воспроизводимостью (т. е. одинаковы для разных устройств). «Поддержание» следует отличать от «воспроизведения» — процедуры, результатом которой является стабильная и воспроизводимая единица СИ.

Создание электрических весов, рабочий ток и напряжение в которых контролируется квантовыми эталонами, означает построение электрической силы, вычислимой в терминах фундаментальных констант. Наиболее успешной схемой оказались так называемые ватт-весы [46]. В соответствующих экспериментах производятся два измерения: тока в статической моде и напряжения — в динамической. Произведение измеряемых тока и напряжения, откалиброванных по квантовым эталонам, выражается через постоянную Планка. Ключевым преимуществом метода является сокращение не слишком хорошо контролируемых геометрических факторов. С другой стороны, это произведение можно выразить через механические измерения в тех же модах. Механические измерения сводятся к геометрическим и кинематическим измерениям и к определению двух важных параметров эксперимента — массы рабочего тела и локального ускорения свободного падения. В большинстве ватт-весов используется килограммовая масса, хотя эксперименты с другими массами также имеют место. Сравнение килограммовой массы с международным прототипом килограмма осуществляется при посредстве различных специальных копий.

Современное состояние дел с уточнением постоянной Планка представлено на рис. 11. Результаты, полученные при помощи ватт-весов, помечены комбинацией  $K^2 R_K$  — это именно та комбинация фундаментальных констант  $K^2 R_K = 4/h$ , которая возникает при измерении произведения напряжения и тока (т. е. электрической мощности), откалиброванных при помощи квантовых эталонов. Недавние «электрические» результаты помечены как LNE-15 [47], NIST-15 [48] и NRC-15 [49]. Прекрасную коллекцию работ о последних достижениях в измерении постоянной Планка можно найти в [50].

Только один метод может конкурировать с ватт-весами, и он связан с другим использованием эталона килограмма. Его идея основана на том, что в идеальном [макроскопическом] монокристалле можно вычислить количество входящих в него атомов, измерив постоянную решетки и определив размеры монокристалла. Зная число атомов и измерив массу монокристалла, можно найти постоянную Авогадро, а далее — и постоянную Планка. Наиболее поздний результат представлен на рис. 11 как IAC-15 [52]. Работа на протяжении последних лет ведется большой международной коллаборацией, и последний

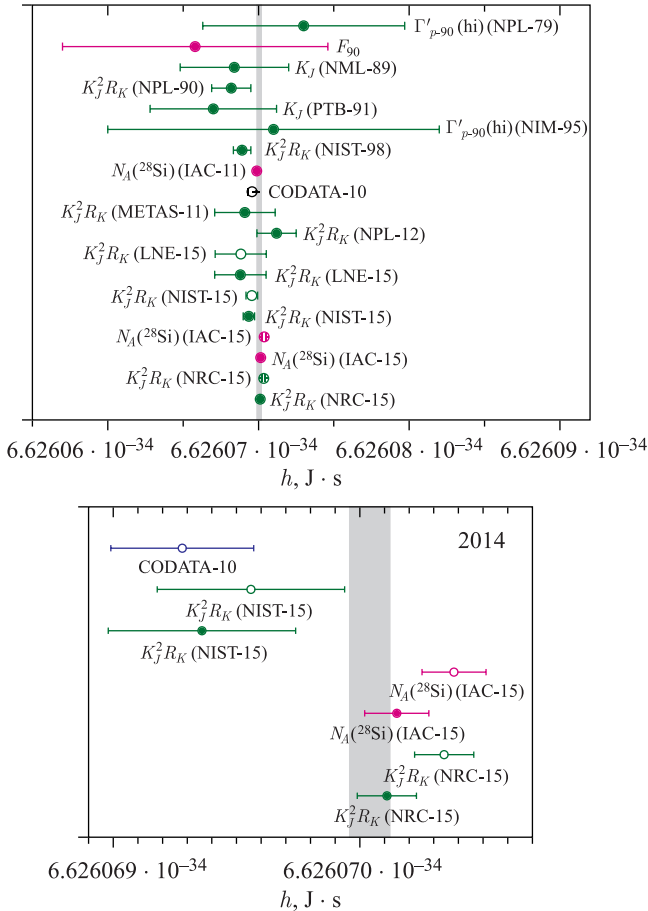


Рис. 11 (цветной в электронной версии). Уточнение значения постоянной Планка  $h$  [1]. Кружки — данные, включенные в *Согласования*, окружности — исключенные из него. Некоторые результаты (LNE-15, NIST-15, IAC-15 и NRC-15) представлены в двух версиях: предварительной и окончательной. «Предварительность» связана не с собственно экспериментом, а с калибровкой использованной в нем массы. Окончательные величины — результат поправки, внесенной при внеочередном сличении международного прототипа килограмма с рабочими копиями [51] (см. подробнее в тексте). Обозначения соответствуют [1], где могут быть найдены ссылки на оригинальные работы. Для объяснения цветовой гаммы см. подпись к рис. 1

результат учитывает также предыдущие измерения. С рядом аспектов проекта можно ознакомиться в [53].

Поверхность кристалла не является идеальной — она обязательно имеет некоторый рельеф, поскольку невозможно построить идеально круглый кри-

сталл. Ребра и грани «проступают» на поверхности. Для придания формы проводится полировка кристалла. Хранение кристаллов в воздушной атмосфере предполагает образование сложного поверхностного слоя. Наружная часть этого слоя состоит из углеродосодержащего слоя и воды, которые практически являются мономолекулярными. Несколько более толстый слой состоит из диоксида кремния. Диоксидный слой защищает кремний в самом кристалле от дальнейшего окисления. Предотвратить создание этого слоя нельзя, но его появление можно до некоторой степени контролировать и сделать его более или менее однородным. Тщательное исследование свойств поверхности становится при этом одной из важнейших частей проекта.

Чтобы пояснить важность полировки, проведем простой расчет. Рабочие кристаллы имеют массу, приблизительно равную килограмму, и, таким образом, состоят из  $2 \cdot 10^{25}$  атомов. Нас интересуют здесь характерные величины, и мы будем рассматривать кристаллическую сферу как некую условную упаковку атомов. Радиус сферы оказывается  $1,7 \cdot 10^8$  атомов, а отношение поверхности (т. е. слоя толщиной в один атом) к объему составляет  $1,7 \cdot 10^{-8}$ . Напомним, что погрешность постоянной Авогадро по измерениям с обогащенным кремнием [52] сопоставима с этой величиной и равна  $2,0 \cdot 10^{-8}$ . Таким образом, мы должны понимать толщину поверхности как минимум с точностью до атома (в среднем по всей поверхности).

Постоянная Авогадро определяется из соотношения

$$N_A = 8 \frac{V_{\text{sphere}}}{m_{\text{sphere}}} \frac{M(\text{Si})}{V_{\text{cell}}} \quad (11)$$

для идеального сферического монокристалла объемом  $V_{\text{sphere}}$ , массой  $m_{\text{sphere}}$ , состоящего из кремния с молярной массой  $M(\text{Si})$ , и с объемом ячейки кубической гранецентрированной решетки  $V_{\text{cell}}$ , в которую входят восемь атомов.

Входящие в выражение величины имеют крайне разнообразный физический смысл. Так, имеется два объема — сферического монокристалла и элементарной ячейки; т. е. речь идет о сравнении классической длины (необходимой для вычисления объема кристалла) и длины квантовой (постоянной решетки). Последняя для кристалла (бесконечного размера) определена (как физическая величина, как понятие) с абсолютной точностью, поскольку параметр пространственной периодичности никак не ограничен размерами атома или атомного ядра. Длина, понимаемая в классическом смысле, — это в данном случае диаметр, который измеряется интерферометрическими методами. Такая длина определена с точностью до некоторой доли размеров атома. Размер, как наблюдаемая величина, так или иначе связан со сверткой атомных волновых функций с функциями, характерными для тех или иных измерений. Оба объема зависят от температуры, и важно, чтобы их измерения были сделаны при одной и той же температуре (рабочая температура —  $20^\circ\text{C}$ ).

Молярная масса исследуемого образца кремния, как и постоянная решетки при той или иной температуре, — это свойство образца, а не кремния вообще. Масса монокристалла (приблизительно равная 1 кг) также оказывается непростым для понимания свойством, так как и массу, и объем нужно соотносить с чистым кремнием, инструментально или за счет поправок удаляя поверхностный некремниевый слой. Иными словами, постоянная Авогадро, будучи фундаментальной величиной, определяется как комбинация четырех факторов, ни один из которых не является универсальной постоянной и которые зависят от образца, а часть из них — и от условий эксперимента.

Особенностью последних измерений была переполіровка монокристаллов. Понятно, что как бы ни была сделана полировка, нежелательное изменение свойств кремния вблизи поверхности под влиянием внешних воздействий — это вопрос времени. Одним из достижений проекта следует считать снятие старого внешнего слоя и новую полировку кристаллов. При незначительной потере массы фактически сделан новый монокристалл.

Отметим присутствие на графиках как предварительных, так и окончательных результатов для недавних измерений. Результаты LNE-15 [47], NIST-15 [48], IAC-15 [52] и NRC-15 [49] претерпели поправки ввиду того, что были использованы неправильные экстраполяции масс рабочих копий международного прототипа, которые приходится делать из-за недоступности эталона для рутинного использования. Это было установлено внеочередным сличением [51] международного прототипа с копиями.

Рекомендованные значения постоянной Планка и связанных с ней физических постоянных представлены в табл. 13. Здесь  $e$  — это [положительный] элементарный заряд; заряд электрона равен  $-e$ . Использование этого стандартного термина далеко не очевидно. Строго говоря, у нас не так много аргументов, что заряд протона точно равен по абсолютной величине заряду электрона. Сохранение заряда допускает наличие малого заряда у нейтрона и соответствующее небольшое различие величин зарядов протона и электрона. Мы *верим*, что та или иная теория объединения сильных и электрослабых взаимодействий (см., например, [54]) имеет место, и из нее следовало бы точное равенство абсолютных величин зарядов протона и электрона. Сокращение так называемой *треугольной* аномалии — важное условие перенормируемости теории электрослабого взаимодействия (см., например, [54]), и оно, видимо, является единственным теоретическим аргументом, а не предположением, в пользу равенства указанных величин. Есть и явные экспериментальные утверждения как по нейтральности нейтрона, так и по равенству величин зарядов протона и электрона (см., например, [55]). Соответствующие ограничения на много порядков ниже погрешности измерения как самого элементарного заряда, так и его производных, из которых наиболее точной является постоянная Ридберга (2).



Таблица 13. Рекомендованные значения постоянной Планка  $\hbar$  и связанных с ней фундаментальных констант [1].  
 $u_r$  — относительная погрешность

Величина	Обозначение	Значение	$u_r$
Постоянная Планка	$h$	$6,626\,070\,040(81) \cdot 10^{-34}$ Дж·с	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
	$\hbar = h/2\pi$	$4,135\,667\,662(25) \cdot 10^{-15}$ эВ·с	$[6,1 \cdot 10^{-9}]$
Элементарный заряд	$\hbar c$	$1,054\,571\,800(13) \cdot 10^{-34}$ Дж·с	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
	$e$	$6,582\,119\,514(40) \cdot 10^{-16}$ эВ·с	$[6,1 \cdot 10^{-9}]$
Постоянная Авогадро	$N_A$	$197,326\,9788(12)$ МэВ·фм	$[6,1 \cdot 10^{-9}]$
	$F = e \cdot N_A$	$1,602\,176\,6208(98) \cdot 10^{-19}$ Кл	$[6,1 \cdot 10^{-9}]$
Постоянная Фарадея	$K_J = 2e/h$	$6,022\,140\,857(74) \cdot 10^{23}$ моль $^{-1}$	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
	$\Phi_0 = h/(2e)$	$96\,485,332\,89(59)$ Кл·моль $^{-1}$	$[6,2 \cdot 10^{-9}]$
Отношение заряда электрона к массе	$-e/m_e$	$483\,597,8525(30) \cdot 10^9$ Гц·В $^{-1}$	$[6,1 \cdot 10^{-9}]$
	$m_e$	$2,067\,833\,831(13) \cdot 10^{-15}$ В6	$[6,1 \cdot 10^{-9}]$
Масса электрона	$m_p$	$-1,758\,820\,024(11) \cdot 10^{11}$ Кл·кг $^{-1}$	$[6,2 \cdot 10^{-9}]$
	$m_p$	$9,109\,383\,56(11) \cdot 10^{-31}$ кг	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
Масса протона	$hcR_\infty$	$0,510\,998\,9461(31)$ МэВ/ $c^2$	$[6,2 \cdot 10^{-9}]$
	$\mu_B$	$1,672\,621\,898(21) \cdot 10^{-27}$ кг	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
Постоянная Ридберга	$\mu_N$	$0,938\,272\,0813(58)$ ГэВ/ $c^2$	$[6,2 \cdot 10^{-9}]$
	$\mu_N$	$13,605\,693\,009(84)$ эВ	$[6,1 \cdot 10^{-9}]$
Ядерный магнетон		$0,927\,400\,9994(57) \cdot 10^{-23}$ Дж·Тл $^{-1}$	$[6,2 \cdot 10^{-9}]$
		$0,505\,078\,3699(31) \cdot 10^{-26}$ Дж·Тл $^{-1}$	$[6,2 \cdot 10^{-9}]$

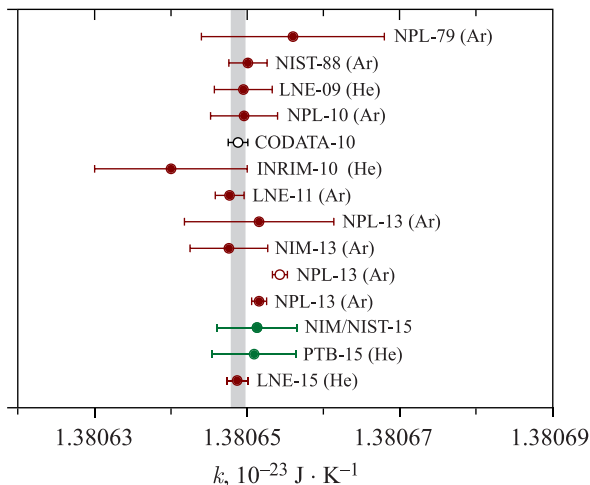


Рис. 12 (цветной в электронной версии). Уточнение постоянной Больцмана  $k$  согласно [1]. Кружки — учтенные в *Согласовании* результаты, окружности — не включенные в него. В частности, неучтенный результат NPL-13 — это предварительный результат [58], который был впоследствии исправлен ввиду уточнения изотопного состава рабочего вещества, аргона [59]. Обозначения соответствуют [1], где могут быть найдены ссылки на оригинальные работы. Для объяснения цветовой гаммы см. подпись к рис. 1

Есть две важнейшие фундаментальные величины — постоянная Больцмана и постоянная всемирного тяготения, значения которых определяются независимо от других физических констант. Такая их независимость указывает на то, что они не слишком востребованы в других областях прецизионной фундаментальной физики.

Эксперименты по определению постоянной Больцмана  $k$  переживают весьма активный период. Состояние дел представлено на рис. 12. Сразу заметна двадцатилетняя пауза между измерением, проведенным в НИСТ в 1988 г. [56], и более поздними экспериментами. Вспышка активности в последние годы связана с тем, что метрологическое сообщество обсуждает переопределение единиц СИ и, в частности, кельвина. Последний предполагается определить путем фиксации значения постоянной Больцмана. Ряд международных комитетов и комиссий высказались о необходимости нескольких прецизионных результатов. В итоге ведущие национальные метрологические институты приняли меры по проведению таких экспериментов. Все результаты на рис. 12 — это результаты, полученные в метрологических центрах. Они до известной степени скоррелированы, и корреляции рассматривались в [57].

Наиболее точные результаты, в соответствии с [56], получаются пока только одним методом — акустической газовой термометрией. Суть его заключается в изучении акустических резонансов в сферической полости, наполненной газом. Частота резонанса выражается через его размеры, определенные радиочастотными методами, и скорость звука, которая тесно связана с постоянной Больцмана. В первом приближении скорость звука

$$u_0 = \sqrt{\frac{C_p}{C_V} \frac{RT}{M}} \quad (12)$$

выражается через удельные теплоемкости, универсальную газовую постоянную  $R = kN_A$ , температуру и молярную массу рабочего вещества, в качестве которого используется гелий или аргон. Измерения проводятся при температуре тройной точки воды, а давление газа экстраполируется к нулю.

Отметим, что наиболее точный аргонный результат NPL-13 [58] был исправлен вследствие новых измерений изотопического состава [59]. Подобные изменения не затронули эксперимент LNE-15 [60], проведенный на гелии. Подборку работ о новейших достижениях в измерении постоянной Больцмана можно найти в [61].

Рекомендованные значения термодинамических констант приведены в табл. 14. Их не слишком много. Прецизионная термодинамика, помимо уточнения постоянной Больцмана, фактически сводится к измерению разных технологически важных температур. В редких случаях, когда речь идет о фундаментальной физике, как, например, о результатах миссии «Планк» по измерению распределения температуры реликтового излучения [62], измерения осуществляются не в кельвинах, а например, как в случае фонового излучения, в единицах частоты.

Измерение постоянной всемирного тяготения представляет собой серьезный технологический вызов. Необходимо измерить сверхслабые силы и хорошо контролировать геометрию установки. На протяжении десятилетий заявленная точность отдельных экспериментов существенно превосходит ре-

Таблица 14. Рекомендованные значения термодинамических постоянных [1].  $u_r$  — относительная погрешность

Величина	Обозначение	Значение	$u_r$
Универсальная газовая постоянная	$R = kN_A$	8,314 4598(48) Дж · К <sup>-1</sup> · моль <sup>-1</sup>	[5,7 · 10 <sup>-7</sup> ]
Постоянная Больцмана	$k$	1,380 648 52(79) · 10 <sup>-23</sup> Дж · К <sup>-1</sup>	[5,7 · 10 <sup>-7</sup> ]
	$k/h$	2,083 6612(12) · 10 <sup>10</sup> Гц · К <sup>-1</sup>	[5,7 · 10 <sup>-7</sup> ]
Постоянная Стефана–Больцмана	$\sigma = (\pi^2/60) \times (k^4/\hbar^3 c^2)$	5,670 367(13) · 10 <sup>-8</sup> Вт · м <sup>-2</sup> · К <sup>-4</sup>	[2,3 · 10 <sup>-6</sup> ]

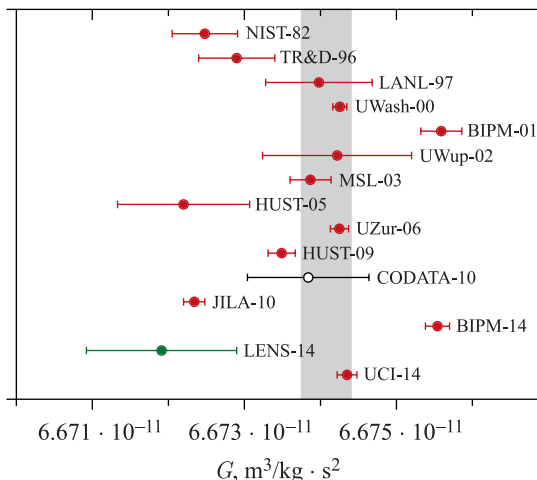


Рис. 13 (цветной в электронной версии). Измерение ньютоновской постоянной всемирного тяготения  $G$  [1]. Обозначения соответствуют [1], где могут быть найдены ссылки на оригинальные работы. Для объяснения цветовой гаммы см. подпись к рис. 1. Погрешность рекомендованного значения (серая вертикальная полоса) определяется не точностью отдельных результатов, а их разбросом

альную точность, что проявляется в большом разбросе данных. Результаты измерений представлены на рис. 13. Прекрасный обзор современных методов, существующих проблем и достижений можно найти в [63].

Основной прогресс, достигнутый за последние годы, — это организационное решение создать рабочую группу Международного союза чистой и прикладной физики (International Union of Pure and Applied Physics, IUPAP) по измерению  $G$ , в которую вошли все заинтересованные участники, и договориться о прямом сравнении экспериментальных установок. (Прогрессом, конечно, является не создание группы самой по себе, а ее решимость и готовность сравнивать установки.)

Значение ньютоновской постоянной всемирного тяготения в единицах СИ важно не само по себе — гравитация в лаборатории (с соответствующими массами и расстояниями) не представляет особого интереса. Величина  $G$  играет роль важного переводного множителя. С одной стороны, квантовая гравитация предполагает, что на планковских масштабах законы физики примут более сложный вид. Планковский масштаб определяется величинами  $c$ ,  $\hbar$  и  $G$ , и постоянная тяготения — наименее точно известная из них.

С другой стороны, гравитация играет ключевую роль в движении звезд и планет. Расстояния и времена мы измеряем в единицах СИ (непосредственно измеряются частоты, а скорость света позволяет переводить интервалы времени в расстояния), а массы — нет. Имеющиеся прецизионные астрометриче-

ские результаты, относящиеся к Солнечной системе и к некоторым двойным системам с пульсарами, можно выразить в терминах единиц СИ и постоянной всемирного тяготения. В результате массы звезд и планет в килограммах определяются через значение  $G$  в СИ. Собственно, знаменитый эксперимент Кавендиша был направлен на измерение массы Земли (или, точнее, ее плотности), а не гравитационной постоянной. Наиболее точно ньютоновская постоянная известна в единицах, которые включают массу Солнца  $M_{\odot}$ . В астрономии вместо этого принято говорить о гелиоцентрической гравитационной постоянной  $GM_{\odot}$ .

Величины физических постоянных, связанные с гравитационной константой, собраны в табл. 15. Наряду с рекомендациями КОДАТА [1] они опираются на рекомендации Международной службы вращения Земли (International Earth Rotation and Reference Systems Service, IERS) [14] и Группы свойств элементарных частиц (Particle Data Group, PDG) [55] (ср. [10]). Следует помнить, что гравитационное взаимодействие не играет никакой роли в атомных явлениях или явлениях физики частиц, которые можно исследовать прецизионно. Поэтому величины таких фундаментальных величин, как гравитационная постоянная  $G$  и планковская масса  $m_P$  в единицах СИ, важны не сами по себе, а как промежуточная станция при измерении указанных величин в более фундаментальных терминах, относящихся к электрону или протону, массы которых известны в единицах СИ с большей точностью, чем мы можем измерить  $G$  в килограммах.

Наряду с рекомендованными значениями фундаментальных констант в [1] рекомендуются и различные переводные множители и значения различных «естественных» единиц в единицах СИ. В табл. 16 и 17 приведены множители для перевода различных единиц массы и эквивалентной ей частоты, энергии и т. д. в килограммы и герцы [1]. Все единицы имеют микроскопический масштаб, однако, как разъяснялось выше, масштаб единицы и ее «содержание» не всегда совпадают. Так, из таблиц видно, что герц, атомная единица массы, масса протона, электронвольт-1990\*, обратный метр и хартри действительно являются микроскопическими единицами и могут применяться для описания микроскопических явлений с высокой точностью. В то же время килограмм, электронвольт, кельвин и планковская масса не позволяют описывать микроскопические явления точно.

Величины атомных и планковских единиц в единицах СИ приведены в табл. 18 и 19 соответственно. Их применение несколько различно. План-

---

\*Так называемые *единицы-1990* определены в [64, 65] (см. подробнее в [8, 66]). Это единицы, в которых физические постоянные  $h$  и  $e$  имеют фиксированные принятые по определению значения:  $h/e^2 = 25\,812,807 \text{ Ом}_{90}$ ,  $2e/h = 483\,597,9 \cdot 10^9 \text{ Гц/V}_{90}$ . Такие единицы наиболее близки (по смыслу) к тем, которые возникнут при новых определениях единиц СИ.

Таблица 15. Рекомендованные значения постоянной тяготения  $G$  и связанных с ней физических постоянных [1, 14, 55]

Величина	Обозначение	Значение	$u_r$	Ссылка
Постоянная всемирного тяготения Ньютона	$G$ $G/\hbar c^5$	$6,674\,08(31) \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1}$ $6,708\,61(31) \cdot 10^{-39} \text{ ГэВ}^{-2}$	$[4,7 \cdot 10^{-5}]$ $[4,7 \cdot 10^{-5}]$	[1] [1]
Гравитационная постоянная Эйнштейна*	$8\pi G/c^2$	$1,866\,337(87) \cdot 10^{-26} \text{ м} \cdot \text{кг}^{-1}$	$[4,7 \cdot 10^{-5}]$	[1]
Планковская масса	$m_P = (\hbar c/G)^{1/2}$	$2,176\,470(51) \cdot 10^{-8} \text{ кг}$	$[2,3 \cdot 10^{-5}]$	[1]
Планковская длина	$l_P = (\hbar G/c^3)^{1/2}$	$1,220\,910(29) \cdot 10^{19} \text{ ГэВ}/c^2$	$[2,3 \cdot 10^{-5}]$	[1]
Звездный масштаб Чандрасекара*, **	$(m_P/m_p)^3 m_p$	$1,616\,229(38) \cdot 10^{-35} \text{ м}$	$[2,3 \cdot 10^{-5}]$	[1]
Гелиоцентрическая гравитационная постоянная	$GM_\odot$	$3,685\,21(26) \cdot 10^{30} \text{ кг}$ $1,853\,285(43) M_\odot$	$[7,0 \cdot 10^{-5}]$ $[2,3 \cdot 10^{-5}]$	[1] [1, 14]
Шварцшильдовский радиус Солнца	$2GM_\odot/c^2$	$1,327\,124\,4210(1) \cdot 10^{20} \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-2}$	$[0,8 \cdot 10^{-10}]$	[14]
Геоцентрическая гравитационная постоянная	$GM_\oplus$	$2,953\,250\,077(2) \text{ км}$	$[0,8 \cdot 10^{-10}]$	[14, 55]
Масса Солнца**	$M_\odot$	$3,986\,004\,418(8) \cdot 10^{14} \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-2}$	$[0,2 \cdot 10^{-8}]$	[14]
Масса Земли**	$M_\oplus$	$1,988\,474(93) \cdot 10^{30} \text{ кг}$ $5,972\,36(28) \cdot 10^{24} \text{ кг}$	$[4,7 \cdot 10^{-5}]$ $[4,7 \cdot 10^{-5}]$	[1, 14] [1, 14]

*Примечание.* Величины, помеченные \*, следуют из приведенных в [1], но не приводятся там непосредственно; «звездный масштаб Чандрасекара» возникает естественным образом в оценке предела Чандрасекара для масс белых карликов, но он не имеет специального названия; величины, помеченные \*\*, следуют из [1, 14]. Гелиоцентрическая гравитационная постоянная отвечает бариоцентрическому координатному времени (Barycentric Coordinate Time, TCB), а геоцентрическая — геоцентрическому координатному времени (Geocentric Coordinate Time, TCG).

ковские единицы обычно используются для характеристики масштаба, и их точные значения на самом деле не важны. Атомные единицы играют двоякую роль. С одной стороны, они характеризуют масштаб атомных явлений, с другой — их удобно применять в различных атомных расчетах, включая прецизионные. В вычислениях с высокой точностью ответ часто представляет собой сдвиг измеряемой частоты перехода, и поэтому наиболее важным практически является значение атомной единицы частоты

$$2R_{\infty}c = 6,579\,683\,920\,711(39) \cdot 10^{15} \text{ Гц},$$

которое часто в списке атомных единиц не приводится (ср. [1]), поскольку описывает не сам атом, а частоту излучаемого или поглощаемого фотона.

**Таблица 16. Переводные множители из различных единиц, относящихся к массе и энергии, к килограмму, в соответствии с [1]**

Единица	Переводный множитель	$u_r$
Гц	$7,372\,497\,201(91) \cdot 10^{-51} \text{ кг/Гц}$	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
а. е. м.	$1,660\,539\,040(20) \cdot 10^{-27} \text{ кг/а. е. м.}$	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
$m_p$	$1,672\,621\,898(21) \cdot 10^{-27} \text{ кг}/m_p$	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
эВ	$1,782\,661\,907(11) \cdot 10^{-36} \text{ кг/эВ}$	$[0,6 \cdot 10^{-8}]$
эВ <sub>90</sub>	$1,782\,662\,082(21) \cdot 10^{-36} \text{ кг/эВ}_{90}$	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
$m^{-1}$	$2,210\,219\,057(27) \cdot 10^{-42} \text{ кг} \cdot \text{м}$	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
К	$1,536\,178\,65(88) \cdot 10^{-40} \text{ кг/К}$	$[5,7 \cdot 10^{-7}]$
$E_h$	$4,850\,870\,129(60) \cdot 10^{-35} \text{ кг}/E_h$	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
$m_P$	$2,176\,470(51) \cdot 10^{-8} \text{ кг}/m_P$	$[2,3 \cdot 10^{-5}]$

**Таблица 17. Переводные множители из различных единиц, относящихся к массе и энергии, к единицам частоты, в соответствии с [1]**

Единица	Переводный множитель	$u_r$
а. е. м.	$2,252\,342\,7206(10) \cdot 10^{23} \text{ Гц/а. е. м.}$	$[4,5 \cdot 10^{-10}]$
$m_p$	$2,268\,731\,8178(10) \cdot 10^{23} \text{ Гц}/m_p$	$[4,6 \cdot 10^{-10}]$
эВ	$2,417\,989\,262(15) \cdot 10^{14} \text{ Гц/эВ}$	$[0,6 \cdot 10^{-8}]$
эВ <sub>90</sub>	$2,417\,989\,500 \dots \cdot 10^{14} \text{ Гц/эВ}_{90}$	Известен точно
$m^{-1}$	$299\,792\,458 \text{ Гц} \cdot \text{м}$	Известен точно
кг	$1,356\,392\,512(17) \cdot 10^{50} \text{ Гц/кг}$	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
К	$2,083\,6612(12) \cdot 10^{10} \text{ Гц/К}$	$[5,7 \cdot 10^{-7}]$
$E_h$	$6,579\,683\,920\,711(39) \cdot 10^{15} \text{ Гц}/E_h$	$[5,9 \cdot 10^{-12}]$
$m_P$	$2,952\,148(68) \cdot 10^{42} \text{ Гц}/m_P$	$[2,3 \cdot 10^{-5}]$

Таблица 18. Численные значения некоторых атомных единиц в единицах СИ [1]

Величина	Обозначение	Значение единицы	$u_r$
Заряд	$e$	$1,602\,176\,6208(98) \cdot 10^{-19}$ Кл	$[6,1 \cdot 10^{-9}]$
Масса	$m_e$	$9,109\,383\,56(11) \cdot 10^{-31}$ кг	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
Длина [боровский радиус, бор]	$a_0 = \hbar / (\alpha m_e c)$	$0,529\,177\,210\,67(12) \cdot 10^{-10}$ м	$[2,3 \cdot 10^{-10}]$
Энергия [хартри]	$E_h = 2R_\infty hc$	$4,359\,744\,650(54) \cdot 10^{-18}$ Дж	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
Время	$\hbar / E_h$	$2,418\,884\,326\,509(14) \cdot 10^{-17}$ с	$[5,9 \cdot 10^{-12}]$
Скорость	$\alpha c$	$2,187\,691\,262\,77(50) \cdot 10^6$ м · с <sup>-1</sup>	$[2,3 \cdot 10^{-10}]$
Действие	$\hbar$	$1,054\,571\,800(13) \cdot 10^{-34}$ Дж · с	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
Электрический потенциал	$E_h / e$	$27,211\,386\,02(17)$ В	$[6,1 \cdot 10^{-9}]$
Электрическое поле	$E_h / ea_0$	$5,142\,206\,707(32) \cdot 10^{11}$ В · м <sup>-1</sup>	$[6,1 \cdot 10^{-9}]$
Магнитный дипольный момент	$\hbar e / m_e = 2\mu_B$	$1,854\,801\,999(11) \cdot 10^{-23}$ Дж · Тл <sup>-1</sup>	$[6,2 \cdot 10^{-9}]$
Плотность магнитного потока	$\hbar / (ea_0^2)$	$2,350\,517\,550(14) \cdot 10^5$ Тл	$[6,2 \cdot 10^{-9}]$

Таблица 19. Численные значения наиболее важных планковских единиц в единицах СИ [1]

Величина	Обозначение	Значение единицы	$u_r$
Планковская масса	$m_P = (\hbar c / G)^{1/2}$	$2,176\,470(51) \cdot 10^{-8}$ кг	$[2,3 \cdot 10^{-5}]$
Планковская энергия	$m_P c^2$	$1,220\,910(29) \cdot 10^{19}$ ГэВ/c <sup>2</sup>	$[2,3 \cdot 10^{-5}]$
Планковская длина	$l_P = (\hbar G / c^3)^{1/2}$	$1,956\,114(45) \cdot 10^9$ Дж	$[2,3 \cdot 10^{-5}]$
Планковское время	$t_P = l_P / c$	$1,616\,229(38) \cdot 10^{-35}$ м	$[2,3 \cdot 10^{-5}]$
Планковская температура	$T_P = m_P c^2 / k$	$5,39116(13) \cdot 10^{-44}$ с	$[2,3 \cdot 10^{-5}]$
		$1,416\,808(33) \cdot 10^{32}$ К	$[2,3 \cdot 10^{-5}]$



#### 4. ЕДИНИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН И КОНСТАНТЫ ПРИРОДЫ

В XVIII в. метрическая система была сформулирована в терминах универсальных природных величин, но быстро выяснилось, что искусственно созданные материальные эталоны, артефакты, обладают хорошей стабильностью и проще в использовании.

Размерность многих фундаментальных констант так или иначе связана с килограммом. Что это такое? Формальное определение [12] отсылает нас к величине массы международного прототипа килограмма, хранящегося в МБМВ (International Bureau of Weights and Measures, BIPM). На практике килограмм — это нечто совсем иное. За 125 лет было проведено всего три официальных сличения и было одно внеочередное («экстраординарное») [51]. В промежутке прототип килограмма не используется. (Да он и не может использоваться рутинным образом. Перед каждым сличением его тщательно очищают по специальной процедуре. Изменение массы при очистке на порядок превосходит точность воспроизведения «чистого» килограмма [67].)

Используются международные рабочие копии и национальные эталоны, откалиброванные во время сличений. Иными словами, килограмм — это результат экстраполяции масс откалиброванных копий. Собственно, экстраординарное сличение международного прототипа килограмма [51] с рабочими копиями и было проведено, чтобы убедиться в правильности экстраполяции. Такое использование международного прототипа приводит к очевидным проблемам. При уточнении значения постоянной Планка (см. предыдущий раздел) результаты были смещены после проведения внеочередного сличения [51].

Природные явления также использовались в определении единиц. Заметную роль играли астрономические явления. Другим типом таких явлений были явления термодинамические с использованием природных материалов. Одной из особенностей этих явлений является зависимость их параметров от изотопного состава рабочего вещества.

Прежде всего, отметим, что никакого «природного изотопного состава» не существует, если нам необходимы точные измерения. Результаты могут различимо меняться не только от образца к образцу. Есть и качественные изменения. Например, можно изучать углерод в составе разных молекул и в разных средах (океанская вода, атмосфера и т. д.). В ряде случаев это приводит к заметным различиям. Следует также понимать, что в прецизионных измерениях нас интересует, скорее, не содержание того или иного элемента в разных состояниях в разных материалах, а изотопное содержание химически чистого элемента, уже извлеченного из этих материалов. Процедура извлечения и очистки влияет на изотопное содержание. Имеется в виду не намеренное обогащение или обеднение, а то, что эффективность физических или химических процессов, используемых при извлечении или очистке, несколько различается для разных изотопов.

Насколько точной нам может понадобиться концентрация изотопов? Вероятно, самые высокие требования предъявляются при определении молярной массы. Массы разных изотопов отличаются на несколько процентов. Если мы хотим знать молярную массу образца с погрешностью на уровне ppm, то концентрацию изотопов нужно знать на уровне между 10 и 100 ppm. Ppm — это относительная единица; в данном случае речь идет не об относительной точности концентрации, а об относительной концентрации. Измерительные методы ограничены относительной точностью измерений концентраций, и поэтому уменьшение концентрации изотопов-примесей может оказаться необходимым для достижения высокой точности определения молярной массы. Погрешность молярной массы в 1 ppm ни в коем случае не является целью наиболее точных исследований. Там речь может идти и о 0,01 ppm. Под точными исследованиями мы здесь подразумеваем измерения, в которых молярная масса не является самоцелью, а играет вспомогательную роль, например, при определении постоянной Авогадро.

Массы атомов не всегда измерялись в современных атомных единицах. Длительное время физики и химии пользовались разными кислородными единицами. Физическая единица была основана на массе кислорода-16 [22]

$$\frac{1}{16} m(^{16}\text{O}) = (1 - 0,000\,317\,836\,279(11)) \text{ а. е. м.},$$

а химическая — на природной смеси изотопов [68]

$$\frac{1}{16} m(\text{O}_{\text{nat. isot. ab}}) = (1 - 0,000\,04(2)) \text{ а. е. м.}$$

Приведенные здесь численные значения — современные. Разница в точности очевидна. Точность, с которой мы знаем молярную массу природного кислорода, ограничена неопределенностью в его изотопном составе [69]. Речь идет именно о *неопределенности*, а не об *ошибках* измерения. Измерение отдельно взятого образца даст существенно более точный результат для изотопического состава, чем разброс данных в разных образцах.

Другим ярким примером разброса данных в природных образцах является вода. Первоначальное определение температурной шкалы по тройной точке воды касалось воды вообще. Постепенно было осознано, что необходимо «стандартизировать» воду. Причем речь шла как о параметрах, так и об образцах, которые можно рассылать заинтересованным лабораториям. Такой стандартизированной водой является *венская стандартная средняя океанская вода* (Vienna Standard Mean Ocean Water, VSMOW). Стандартное изотопное содержание определено как 0,00015576 молей  $^2\text{H}$  на моль  $^1\text{H}$  и 0,0003799 молей  $^{17}\text{O}$  и 0,0020052 молей  $^{18}\text{O}$  на моль  $^{16}\text{O}$  (оно отмечено вертикальным пунктиром на рис. 14).

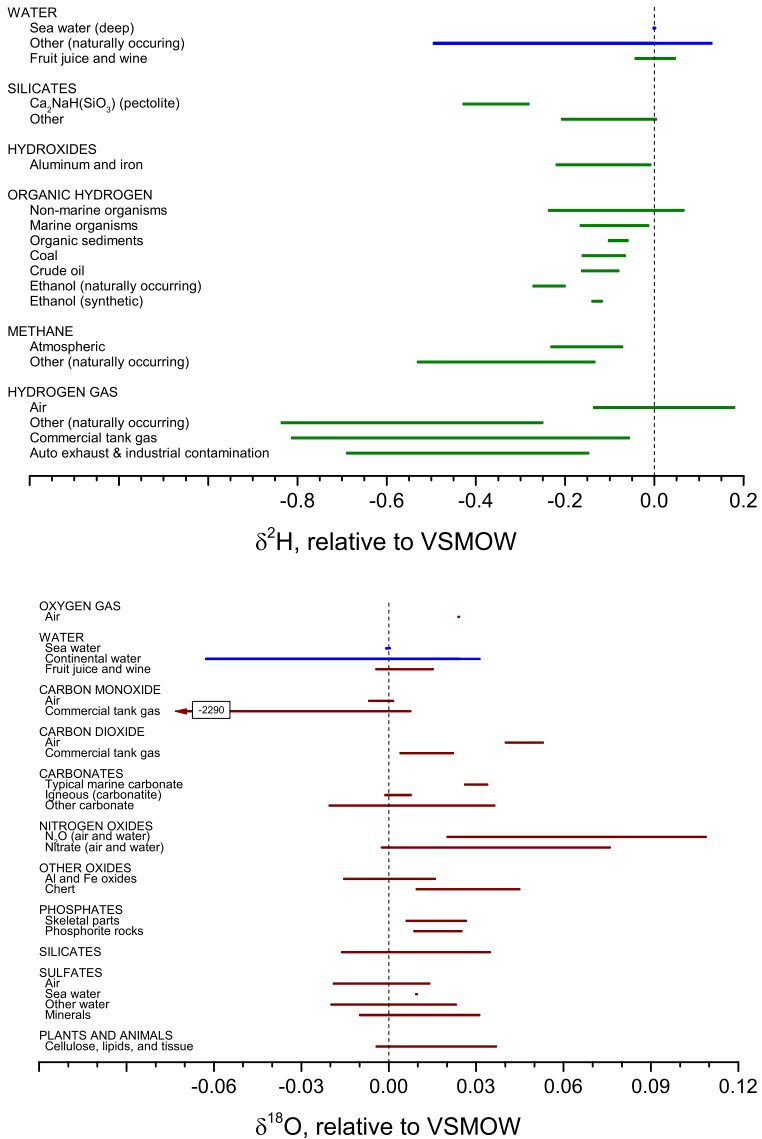


Рис. 14 (цветной в электронной версии). Изотопическое содержание изотопов  $^2\text{H}$  и  $^{18}\text{O}$  в природных и неприродных материалах [70]. Синим выделена вода. Пунктирная линия соответствует стандартному содержанию: 0,00015576 молей  $^2\text{H}$  на моль  $^1\text{H}$  и 0,0003799 молей  $^{17}\text{O}$  на моль  $^{16}\text{O}$

Распределение (в прошлом) стандартных образцов (со стандартным изотопным содержанием по определению) трансформировалось в создание или распределение образцов с содержанием, близким к стандартному, и с последующим определением изотопного содержания и внесением поправок в температуру тройной точки образца. Если ввести обозначение

$$\delta^2\text{H} = \frac{\frac{n(^2\text{H})}{n(^1\text{H})}\Big|_{\text{sample}}}{\frac{n(^2\text{H})}{n(^1\text{H})}\Big|_{\text{VSMOW}}} - 1, \quad (13)$$

где  $n(^2\text{H})$  — молярная концентрация дейтерия, и аналогично вводятся обозначения для других изотопов, то в соответствующих терминах распределения  $\delta^2\text{H}$  и  $\delta^{18}\text{O}$  в различных природных, и не только, материалах (см. рис. 14) устроены так, что отсутствие изотопа отвечает минус единице, а удвоение его содержания по отношению к стандартному — единице.

Распределение изотопного содержания в воде вообще — достаточно широкое. В океанской воде распределения существенно более узкие, однако и они слишком широки для реализации тройной точки воды без поправок, цель которого — доли ppm. В океанской воде содержание  $^2\text{H}$  отличается от стандартного в диапазоне от  $-2,5\text{‰}$  до  $+3,2\text{‰}$ , а содержание  $^{18}\text{O}$  — от  $-1\text{‰}$  до  $+0,6\text{‰}$ . Изменение содержания этих изотопов на  $1\text{‰}$  сдвигает тройную точку воды на величину  $0,6\text{--}0,7\text{ мК}$ , что составляет  $2\text{--}2,5\text{ ppb}$ . Поправки к температуре тройной точки имеют вид

$$T_{\text{meas}} - T_{\text{stand}} = A_{2\text{H}}\delta^2\text{H} + A_{17\text{O}}\delta^{17}\text{O} + A_{18\text{O}}\delta^{18}\text{O},$$

где экспериментальные результаты для коэффициентов равны:  $A_{2\text{H}} = 671(10)\text{ мК}$ ,  $A_{17\text{O}} = 60(1)\text{ мК}$ ,  $A_{18\text{O}} = 603(3)\text{ мК}$  [71] и  $A_{2\text{H}} = 673(4)\text{ мК}$  [72].

Говоря о «природном» соотношении изотопов водорода и кислорода, стоит упомянуть некоторые планетологические аспекты. Так, считается, что первоначально на Земле воды не было, и ее происхождение связывают с падением на ее поверхность тех или иных малых тел Солнечной системы. Современная точка зрения апеллирует к астероидам, а не к кометам, в первую очередь из-за близости соотношения водорода и дейтерия в земной и астероидной воде. В то же время, обсуждая происхождение Луны при мощном столкновении протоземли с объектом, сопоставимым с Марсом, говорят об уникальности соотношения изотопов кислорода O-17 и O-18 в различных земных материалах, при том, что соотношение O-16 и O-18 меняется в них в достаточно широких пределах (см., например, рис. 14). Лунное соотношение O-17 и O-18 близко к земному, в то время как изотопное соотношение, известное для других небесных тел, с земным не согласуется. Мы не обсуждаем

здесь эти гипотезы по существу, но приводим их в качестве яркого примера того, что близость или различие изотопного содержания — это весомый аргумент в поддержку или опровержение тех или иных гипотез. Известное нам «природное» отношение изотопов — это сугубо земной продукт, и это не общее утверждение, а наблюдение, имеющее различные планетологические приложения.

Экспериментальное определение постоянной Авогадро — еще одна задача, где изотопный состав играет ключевую роль. Для ее измерения необходимо знать молярную массу кремния (см. выше). Массы отдельных изото-

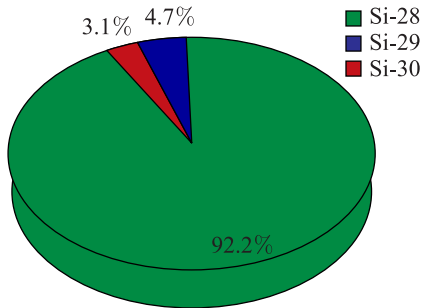


Рис. 15. Изотопический состав природного кремния

пов кремния известны достаточно хорошо [22]. Кремний имеет три стабильных изотопа: 28, 29 и 30 (рис. 15). Основной изотоп — кремний-28, однако два других вместе составляют приблизительно 8 % [69].

Измерения изотопического состава имеют ограниченную точность, и в относительно недавних экспериментах с идеальными кристаллами кремния с природным изотопическим составом именно они и были главной проблемой в прямом уточнении постоянной Авогадро. Так, по состоянию дел десять

лет назад (рис. 16) прямые результаты противоречили непрямым (основанным на электрических измерениях — см. предыдущий раздел). Как точность прямого результата, так и ошибка, приведшая к противоречию, были связаны именно с определением изотопического состава.

Противоречие удалось прояснить как прямыми дополнительными измерениями изотопического состава монокристаллов природного кремния, так и новыми экспериментами с обогащением кремния таким образом, что содержание более тяжелых изотопов было уменьшено более чем на три порядка. В результате и противоречие в целом существенно уменьшилось, и точность возросла (ср. рис. 11).

Другая фундаментальная константа, чувствительная к изотопному составу, — постоянная Больцмана. Ситуация с экспериментальным определением численного значения этой фундаментальной постоянной обсуждалась выше (рис. 12). Акустический результат напрямую зависит от молярной массы рабочего вещества (см. (12)).

Есть два неплохих недавних аргонных результата, помеченных LNE-11 [73] и NPL-13 [58]. В первом случае изотопный состав аргона определялся непосредственно [74], тогда как во втором случае [58] он сравнивался

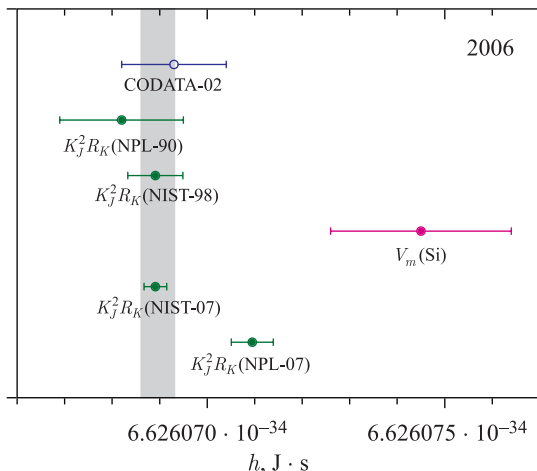


Рис. 16. Основные данные по прямому и непрямо определению постоянной Планка  $h$  и постоянной Авогадро в 2006 г. [6]. (Произведение  $h \cdot N_A$  известно с более высокой точностью, чем сомножители (см. предыдущий раздел), и прямое определение одного из сомножителей означает не прямое определение другого.) Величина  $V_m(\text{Si})$  отвечает прямому определению постоянной Авогадро. Обозначения соответствуют [6], где могут быть найдены ссылки на оригинальные работы. См. также [9]

с изотопным составом атмосферного аргона, измеренным ранее [75]. Новые измерения [76] показали, что на результат [75] опираться нельзя, и привели к сдвигу окончательного результата для постоянной Больцмана [59].

Акустические измерения проводились при температуре тройной точки воды с итоговой относительной погрешностью  $5,7 \cdot 10^{-7}$ , что также требует тщательного контроля изотопного содержания [воды].

Использование материальных эталонов-артефактов и зависимость от изотопического состава при реализации единиц создают определенную уязвимость современной версии Международной системы единиц. Физическим и метрологическим сообществом обсуждается переопределение четырех основных единиц системы СИ: килограмма, ампера, моля и кельвина (см., например, [66]). Кратко резюмируем проблемы в реализации современных единиц, которых мы частично касались выше.

Многие физики Международную систему единиц СИ недолюбливают, так как она не лучшим образом отражает характер физических законов. Чтобы понять, почему это происходит, необходимо сознавать, что есть три параллельные системы: физических величин, их единиц и соответствующих эталонов. С формальной точки зрения главную роль играет система величин. Однако она упоминается, но не рассматривается в деталях в стандартной метрологической документации (см., например, [12]). Причина очевидна.

Основные физические величины достаточно сложны. Они могут нетривиально проявляться в квантовых явлениях. Существенными могут оказаться и релятивистские эффекты. Величины могут быть в ряде случаев вообще плохо определены. С величинами размерности длины можно связать самые различные размеры и расстояния. По мере увеличения точности измерения они теряют очевидность. Вместе с тем для определения единиц не нужно понимать, что такое длина вообще. Достаточно понимать это для определенного класса явлений. На примере подобных явлений единицы, как правило, и определяются. Система единиц является наиболее подробно определенной, причем таким образом, что «средний» пользователь этих определений не будет даже понимать определение соответствующих величин в общем случае. Собственно говоря, прояснение свойств величин — задача физики, а не метрологии и не может регламентироваться метрологическими документами.

Вместе с тем ясно, что логический порядок — определение вначале величин, затем единиц, а после этого построение эталонов — нарушается и на второй стадии. На самом деле, вначале накапливается опыт измерения величины в тех или иных условиях, и на его основе возникает понимание, какие эталоны будут наиболее эффективны. Затем система единиц подстраивается под эталоны. В этом смысле проблемы эталонов имеют определяющий характер в принятии решений о модификации системы единиц. Система единиц, отражающая нашу способность к прецизионным измерениям, конечно, строится по совсем другим принципам, нежели система величин, наиболее внятно описывающая явления природы. Ниже мы не будем обсуждать электрические измерения (см. обсуждение в [8]), но прокомментируем избыточность таких величин, как количество вещества и температура, измеряемая не в единицах энергии.

Международный прототип килограмма может дрейфовать, как, мы знаем, дрейфуют национальные копии (рис. 17). Он доступен (в буквальном смысле этого слова) только во время сличений, когда его специально очищают от пыли. Все остальное время прототип хранится в изоляции. Основные действия во время сличений заключаются в сравнении рабочих копий с национальными эталонами. Рабочие копии сличаются с международным прототипом дважды: перед их использованием (сразу после очистки международного прототипа) и на завершающей стадии кампании сличений, которая может длиться несколько лет. Копии не очищают, и ожидается, что они менее подвержены дополнительным изменениям. Международный прототип, будучи очищенным, подвержен разным реакциям на его поверхности сильнее. Все возможные изменения массы копий экстраполируются на период сличений. По завершении сличений опять необходимо использовать различные экстраполяции, но уже для международного прототипа, поскольку, чтобы свести к минимуму возможные повреждения его поверхности, он повторно не очищается. (Подробнее см. в [67].) Повреждения следует понимать в прямом смысле. При

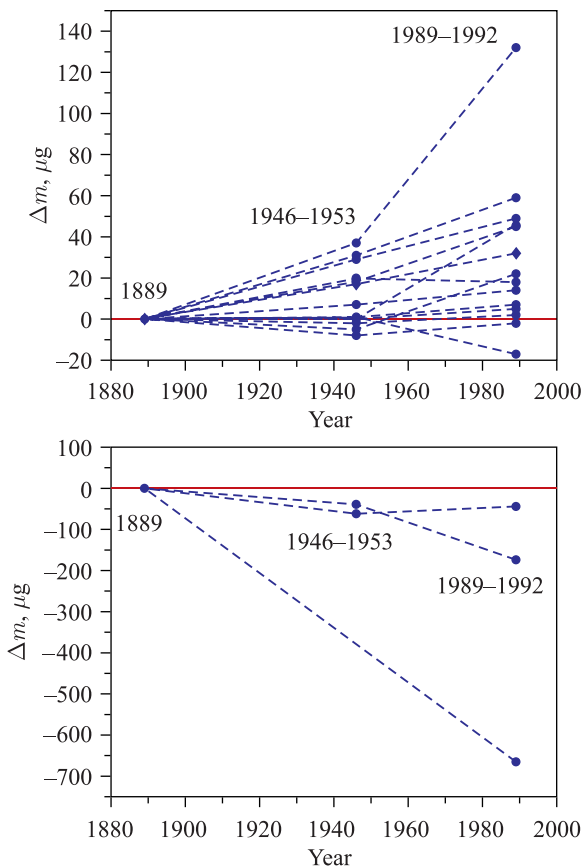


Рис. 17. Результаты сличения [67] международного прототипа килограмма и четырнадцати национальных эталонов, которые участвовали во всех трех сличениях (вверху); сличение поврежденных копий (бывших национальными эталонами до повреждения) с международным прототипом (внизу). Повреждения существенно влияют на свойства копий

уровне точности в  $10^{-9}$  малейшие механические повреждения поверхности приводят к существенным изменениям массы (см. рис. 17). Наиболее неприятны, конечно, повреждения полировки. Таким образом, при том, что у нас принято определение, основанное на материальном эталоне, на деле мы в значительной степени зависим от экстраполяций. Уникальность эталона крайне ограничивает возможность его использовать и не позволяет его исследовать. Можно изучать несколько копий, однако этого недостаточно.

Заявленные погрешности сравнений международного прототипа, рабочих копий и национальных эталонов за время существования Метрической



конвенции практически не изменились. Ситуация сложилась несколько своеобразная: или нам следует признать, что в данной конкретной задаче (создание, хранение и сличение килограммовых гирь) не было никакого прогресса за более чем сто лет, или же нужно рассматривать результаты ранних сличений (1889 г. и 1946–1953 гг.) как результаты, которые имеют неизвестные систематические ошибки. В значительной степени такое положение дел связано с тем, что в повышении точности не было необходимости. Однако следует отметить, что как только такая необходимость возникла (в связи с измерениями постоянной Планка и постоянной Авогадро), внеочередное сличение [51] обнаружило сложности с тем, как мы интерпретируем килограмм. Проблемы связывают с более интенсивным (чем раньше) использованием рабочих копий.

Ампер определен через фиксированное значение магнитной постоянной  $\mu_0$ . Использование закона Ампера, который как бы является основой определения, при таком определении на самом деле не требуется. Есть множество электромагнитных законов, которые можно использовать. Имеются две основные проблемы. Одна заключается в том, что постоянная  $\mu_0$  связывает килограмм и ампер. Это означает, что для реализации ампера нам необходимы 1) хорошее определение килограмма и 2) электрические весы того или иного типа. Проблемы килограмма обсуждались выше. Следует отметить, что они проявляются в виде погрешностей на уровне  $10^{-9}$  и выше, тогда как погрешности относительных измерений сопротивления и напряжения и воспроизводимость квантовых мер этих величин несколько ниже этого уровня. Вторая проблема связана с принципиальным отличием относительных измерений сопротивления и напряжения и экспериментов с электрическими весами. Напряжение и сопротивление — суть интегральные характеристики, а для весов необходимы локальные вычисления полей и т. д. Интегральные величины всегда легче контролировать, чем локальные. Поэтому на практике связь между килограммом и электрическими единицами работает с меньшей точностью, чем точность относительных измерений в каждой из этих областей. (Подробнее см. в [66].)

Моль кажется несколько инородной и избыточной величиной в физике. Практическая необходимость его введения была продиктована не только историческими и образовательными аргументами, но и тем, что долгое время было проще определять количество вещества взвешиванием, чем пересчетом атомов и молекул. Успехи в измерении постоянной Авогадро показывают, что мы способны считать атомы ничуть не хуже, чем их взвешивать. Измерение постоянной Планка ватт-весами показывает, что мы научились связывать массы атомных частиц с макроскопическими массами, что также означает непрямой подсчет атомов. Поэтому можно постепенно отказываться от избыточного понятия количества вещества и заменять его числом частиц, что фактически и произойдет при новом определении моля, в котором численное

значение постоянной Авогадро (т. е. число молекул в моле) будет принято по определению (при уже определенном килограмме). (Подробнее см. в [66].)

Отметим, что есть два прочтения моля в практических приложениях. Одно работает с химическими элементами и ограничено точностью, с которой можно говорить об определенном изотопном содержании применительно к тем или иным материалам, в том числе и к природным. Именно это упрощенное понимание доминирует в исторических и образовательных источниках. Более точное использование моля — поизотопно и применительно к конкретным образцам. Оно ограничено точностью, с которой мы экспериментально определяем изотопное содержание. Несмотря на почти дословное частичное совпадение, речь идет о принципиально различных ситуациях. В первом случае ограничение — это ограничение в приближенном понимании самой величины, а во втором — сугубо практическое численное ограничение, тогда как измеряемые величины определены корректно. (Строго говоря, это не разные прочтения *моля* как *единицы* количества вещества, а разное понимание того, что считать *веществом*, количество которого мы определяем, — воду вообще или определенный образец воды.)

Есть и физическая интерпретация количества вещества и его единицы, которая связана с применением газовых законов и ограничена их точностью. Здесь можно говорить о моле газа из смеси любых изолированных нейтральных объектов, лишь бы он занимал соответствующий объем. Но для разнообразных применений газовых законов может понадобиться молярная масса, и мы снова возвращаемся к химическим аспектам и соотношению изотопов.

Ситуация с кельвином во многом аналогична. И исторически, и практически сформировались термодинамические подходы к температуре, на которых основаны различные измерения, включая органолептические (горячо–холодно, теплее–холоднее), и есть подход статистической физики, в котором температура связана с характерной энергией на степень свободы одной молекулы. До недавнего времени термодинамические методы работали точнее, чем измерение энергии молекулы. Сейчас ситуация несколько изменилась. В первичной термометрии, где измерения проводятся в системе СИ, точности сопоставимы и можно избавиться от излишней величины, кельвина, характеризуя все в терминах энергии на степень свободы. Это нашло свое выражение в высокоточном определении величины постоянной Больцмана в единицах СИ. Во вторичной термометрии проще пользоваться термодинамическими методами, однако на самом деле там используется не система СИ, а международная практическая шкала температур МТШ-90 (International Temperature Scale-1990, ITS-90) [77–79]. Эта шкала основана на выбранных реперных точках, и ее использование, вообще говоря, не связано напрямую с тем, с какой точностью мы знаем значение опорных температур. Отметим, что и здесь термодинамические свойства зависят от изотопического состава. Определение кельвина основано не на тройной точке воды вообще, а на трой-

ной точке воды с тщательно подобранным изотопическим составом. Такие же поправки могут возникнуть и для других реперных точек.

Следует понимать, что ситуация с температурой в ее традиционном понимании достаточно сложная. С точки зрения триады величины—единицы—эталоны температура — это очень непростая величина. Классическая температура — это некая средняя величина при условии равновесного распределения. Чтобы создать такое распределение, достаточное для прецизионных измерений в лабораторных условиях, необходим термостат. Чтобы это распределение было *воспроизводимо*, термостат должен быть привязан к хорошо определенной температуре. (В некоторых задачах измеряют средние, игнорируя отклонения от равновесного распределения.) Нам необходимы объекты с осмысленными и воспроизводимыми величинами температуры. Их список чрезвычайно мал — это тройные точки того или иного рода. Связь любых лабораторных экспериментов (с высокой точностью) с реперными точками неизбежна. (В техническом смысле присутствие тройной точки воды в определениях СИ играет роль, аналогичную величине сверхтонкого расщепления в цезии при определении секунды, — необходима осмысленная, экспериментально доступная и хорошо определенная величина.) Если сейчас температура одной реперной точки принята по определению, а температуры остальных привязываются к ней экспериментально, то при принятии фиксированной величины постоянной Больцмана стратегия, в принципе, может поменяться. Все реперные температуры будут выражаться через одну (но это может быть и не тройная точка воды) или несколько. При этом температура этой одной или нескольких первичных реперных точек будет определяться посредством экспериментов, аналогичных современным измерениям постоянной Больцмана. Из практических соображений, конечно, стратегия использования тройной точки воды в качестве основного репера будет преобладать длительное время.

Первоначальная версия метрической системы опиралась на свойства Земли как небесного тела. Ее размеры определили метр, а период обращения вокруг Солнца — секунду. Определение кельвина имеет в этом смысле земное происхождение, поскольку основано на одной из версий «стандартной [земной] воды».

Новая версия системы единиц СИ, которая активно рассматривается метрологическим сообществом, заключается в следующем [66, 80, 81]: секунда и метр уже определены в терминах естественных физических постоянных (частоты сверхтонкого расщепления в цезии-133 и скорости света), килограмм будет определен путем фиксации численного значения постоянной Планка, ампер — элементарного заряда, кельвин — постоянной Больцмана и моль — постоянной Авогадро. Последние два обстоятельства превратят температуру в полный синоним характерной энергии на степень свободы, а количество вещества — в синоним числа частиц. В метрологическом сообществе часто переформулируют определение канделы, чтобы придать ему видимость опре-

деления в терминах фундаментальных постоянных (оставляя его тем же самым по существу), однако определение этой физиологической единицы выходит за пределы данного обзора, целью которого является рассмотрение физических постоянных и физических единиц.

Версия СИ с фиксированными по определению значениями  $h$ ,  $e$ ,  $N_A$  и  $k$  будет первой версией, которую можно инструментально независимо реализовать в любой точке Солнечной системы и за ее пределами. Она не будет опираться ни на земные артефакты, ни на стандартные земные материалы. Это не слишком важно с практической точки зрения, но важно с методической. (Вспомним умозрительные конструкции на школьных уроках физики, когда говорилось об обсуждении объективных законов природы с далекими инопланетянами.)

Численные значения многих физических постоянных будут в новых единицах отличаться от старых. Очевидно, что безразмерные величины останутся такими же. Приведем список некоторых комбинаций физических и метрологических величин, которые будут иметь одинаковые численные значения (см. табл. 20). Такие константы, как постоянная Ридберга (2) и постоянная тонкой структуры (1), представляют собой комбинации  $e$ ,  $h$ ,  $\epsilon_0$ ,  $c$  и  $m_e$ , которые не зависят от определения килограмма, ампера, кельвина и моля; они в таблице не приводятся. Температура тройной точки воды  $T_{\text{triple}}$ , молярная масса углерода-12  $M(^{12}\text{C})$  и масса международного прототипа килограмма  $m(\mathcal{K})$  длительное время будут важными метрологическими (но не физическими) постоянными, величину которых нужно будет в новой системе единиц определять экспериментально.

Единственная новая фундаментальная физическая постоянная, которую в новой версии СИ придется измерять, — это электрическая постоянная [вакуума]  $\epsilon_0$ , которая в современной версии СИ известна точно. Она имеет прозрачный физический смысл: мы знаем, что заряд можно измерять в [гауссовых] механических единицах, но нам удобно измерять его в терминах заряда электрона. Величина  $\epsilon_0$  и будет переводным множителем из одних единиц в другие. Ее можно всегда записать в виде

$$\epsilon_0 = \frac{e^2}{2hc} \frac{1}{\alpha},$$

причем первый множитель в новой системе единиц мы будем знать по определению и, таким образом, измерение  $\epsilon_0$  будет тождественно измерению  $\alpha$ . Так, собственно, и должно быть, поскольку постоянная тонкой структуры является ничем иным, как переводным множителем от естественных (планковских) механических единиц заряда к заряду электрона. Только в случае естественных единиц  $\alpha$  все численные величины размерных единиц равны единице, а для [будущих] единиц СИ и  $\epsilon_0$ , как переводного множителя, мы используем  $h$ ,  $e$  и  $c$  как опорные константы, но величины соответствующих

Таблица 20. Комбинации фундаментальных постоянных, значения которых не зависят от определений килограмма, ампера, кельвина и моля

Величина	Значение	$u_r$
$k \cdot T_{\text{triple}}/h$	$5,691\,7290(33) \cdot 10^{12}$ Гц	$[5,7 \cdot 10^{-7}]$
$k \cdot T_{\text{triple}}/m(\mathcal{K})$	$3,771\,3795(22) \cdot 10^{-21}$ м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	$[5,7 \cdot 10^{-7}]$
$h/m(\mathcal{K})$	$6,626\,070\,040(81) \cdot 10^{-34}$ м <sup>2</sup> /с	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
$e^2/(\epsilon_0 m(\mathcal{K}))$	$2,899\,159\,107(35) \cdot 10^{-27}$ м <sup>3</sup> /с <sup>2</sup>	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
$e^2/(\epsilon_0 h)$	4375 382,5255(10) м/с	$[2,3 \cdot 10^{-10}]$
$m(^{12}\text{C}) c^2/h$	$2,702\,811\,2647(12) \cdot 10^{24}$ Гц	$[4,5 \cdot 10^{-10}]$
$m(^{12}\text{C})/m(\mathcal{K})$	$1,992\,646\,848(24) \cdot 10^{-26}$	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
$M(^{12}\text{C})/(N_A \cdot h)$	$3,007\,283\,1052(14) \cdot 10^7$ с/м <sup>2</sup>	$[4,5 \cdot 10^{-10}]$
$M(^{12}\text{C})/(N_A m(\mathcal{K}))$	$1,992\,646\,848(24) \cdot 10^{-26}$	$[1,2 \cdot 10^{-8}]$
$M(^{12}\text{C})/(N_A m(^{12}\text{C}))$	1	Известно точно

*Примечание.* Величины приведены в соответствии с [1].  $m(\mathcal{K})$  — масса международного прототипа килограмма. В современной и в ожидающей принятия версиях системы СИ величины  $\epsilon_0$ ,  $h$ ,  $e$ ,  $N_A$ ,  $k$ ,  $T_{\text{triple}}$ ,  $m(\mathcal{K})$  и  $M(^{12}\text{C})$  трактуются по-разному. Четыре из них,  $\epsilon_0$ ,  $T_{\text{triple}}$ ,  $m(\mathcal{K})$  и  $M(^{12}\text{C})$ , приняты в настоящее время по определению, а другая четверка,  $h$ ,  $e$ ,  $N_A$  и  $k$ , — объект измерений. В будущей версии будет наоборот.

единиц подобраны так, чтобы их масштабы остались такими, какие они есть в метрической системе.

Новые единицы СИ будут определены на основе фиксированных по определению значений  $h$ ,  $e$ ,  $N_A$  и  $k$ . Это значительно улучшит точность численных значений ряда физических констант. В частности, те значения из блока постоянных, относящихся к  $h$ , которые не станут известны точно, будут известны с более высокой точностью, характерной для блока данных с  $\alpha$ . Это связано не с более точным знанием, которое не может появиться из ниоткуда, а с новым содержанием понятий килограмм и ампер. Как видно из табл. 20, в ряд соотношений входит масса международного прототипа килограмма. Иными словами, измеряя массу атома в современных нам килограммах, мы сравниваем ее с массой, грубо говоря, кирпича. Новые определения уберут такие «кирпичи» из рассмотрения. Масса прототипа (и любых важных нам макроскопических объектов) станет частью метрологических проблем, но не проблем фундаментальной физики. Сейчас масса прототипа как бы является частью фундаментальной физики, коль скоро численные значения фундаментальных констант измеряются с его участием.

Новое определение килограмма будет связывать его величину с квантовыми эффектами, и килограмм будет иметь другой смысл. Мы как бы будем измерять эквивалентную частоту  $mc^2/h$ . Единица частоты не изменится, и

эквивалентные частоты и в современной, и в будущей версиях СИ одинаковы. Однако переводные множители (и, в первую очередь, их точность) от эквивалентной частоты к единицам массы — существенно различны.

С точки зрения справочных величин численные значения ряда физических постоянных улучшатся при новых определениях. С содержательной точки зрения часть экспериментов (относящихся к уточнению постоянных Планка и Больцмана и связанных с ними величин) будет выведена за пределы области под названием «уточнение фундаментальных констант» и перейдет в другие области, такие как реализация единиц СИ и измерение нефундаментальных естественных постоянных (определение тройной точки воды или молярной массы чистого углерода-12). Аналогичная трансформация имела место в прошлом с экспериментами по измерению скорости света  $c$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

За четыре года между *Согласованиями* [7] и [1] произошел ряд изменений (табл. 21). Точности определения некоторых постоянных заметно выросли, однако и центральные величины сдвинулись в некоторых случаях больше чем на стандартное отклонение.

Проблема, возникшая в определении постоянной Ридберга и радиуса протона, осталась нерешенной, несмотря на ряд усилий в этой области. Выросла точность определения атомного веса некоторых легких ядер. К сожалению, этому сопутствовало появившееся противоречие в определении атомной массы гелия-3. Существенно улучшилась точность определения атомного веса электрона, и впервые она превзошла точность протонного результата. Некоторый прогресс в определении постоянной тонкой структуры не изменил качественно ситуацию, которая сама по себе достаточно благоприятна.

**Таблица 21. Недавний прогресс в уточнении фундаментальных постоянных в 2010–2014 гг. по результатам *Согласований* [1,7]. Здесь  $\Delta(A)$  — относительное изменение величины  $A$ :  $\Delta(A) = (A(2014) - A(2010))/A(2010)$**

Величина	$u_r(2010)$	$\Delta$	$\Delta/u_r(2010)$	$u_r(2014)$	$u_r(2014)/u_r(2010)$
$R_\infty$	$5,0 \cdot 10^{-12}$	$-2,8 \cdot 10^{-12}$	-0,6	$5,9 \cdot 10^{-12}$	1,2
$m_e$ , а. е. м.	$4,0 \cdot 10^{-10}$	$-7,1 \cdot 10^{-10}$	-1,8	$2,9 \cdot 10^{-11}$	0,073
$m_p$ , а. е. м.	$8,9 \cdot 10^{-11}$	$6,7 \cdot 10^{-11}$	0,7	$9,0 \cdot 10^{-11}$	1,0
$m_p/m_e$	$4,1 \cdot 10^{-10}$	$7,8 \cdot 10^{-10}$	1,9	$9,5 \cdot 10^{-11}$	0,23
$\alpha^{-1}$	$3,2 \cdot 10^{-10}$	$4,7 \cdot 10^{-10}$	1,5	$2,3 \cdot 10^{-10}$	0,72
$h$	$4,4 \cdot 10^{-8}$	$7,1 \cdot 10^{-8}$	1,6	$1,2 \cdot 10^{-8}$	0,27
$k$	$9,1 \cdot 10^{-7}$	$-2,0 \cdot 10^{-7}$	-0,2	$5,7 \cdot 10^{-7}$	0,39
$G$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$0,4 \cdot 10^{-4}$	0,3	$4,7 \cdot 10^{-5}$	0,63

После более чем сорокалетней паузы удалось повысить точность определения  $g$ -фактора протона.

В определении постоянной Планка (и связанной с ней постоянной Авогадро) произошло существенное улучшение: впервые за долгое время можно говорить о взаимном согласии разных результатов. Также впервые оказалось, что *реальный* килограмм, т. е. величина, связанная с международным прототипом разными экстраполяциями, не столь надежен, как считалось. Проведенное экстраординарное сличение международного прототипа с рабочими копиями показало необходимость введения заметных (при определении постоянных Планка и Авогадро) поправок. Впервые была проведена переполровка кристаллов кремния, что дало им «вторую жизнь». Увеличение продолжительности использования монокристаллов (при высокой стоимости их изготовления) — это, безусловно, крайне важный результат.

Продолжился прогресс в определении постоянной Больцмана. В предшествующем *Согласовании* [7] впервые удалось достичь точности эксперимента 1988 г., а в текущем *Согласовании* [1] появились результаты, превосходящие упомянутый эксперимент. В какой-то момент намечилось расхождение между новыми результатами, которое было успешно разрешено тщательным изучением изотопического состава рабочего газа (аргона).

Измерение постоянной всемирного тяготения по-прежнему страдает от многочисленных разногласий в результатах. Принципиально важно, что произошла консолидация сообщества, и нас ожидают прямые сравнения установок. Поиск систематических ошибок в существующих экспериментах представляется сейчас более важным, чем получение новых результатов.

Улучшение ситуации в экспериментальном определении значений постоянных Планка и Больцмана снимает ряд возражений различных профильных комитетов МКМВ по возможности переопределения основных единиц СИ в терминах фундаментальных физических констант. Отметим, что основная работа по уточнению численных значений этих двух физических постоянных ведется в метрологических научных центрах, а не в физических. Это связано с тем, что, тогда как сами постоянные, в первую очередь постоянная Планка, будучи ключевыми физическими масштабами, занимают важнейшее место в физической картине мира, их численные значения в единицах СИ не играют столь большой роли, поскольку в этой картине мира ни международный прототип килограмма, ни изотопный состав океанской воды такой роли не играют. Но эти численные значения соотносят наши эталонные единицы с фундаментальными параметрами.

Новое частичное *Согласование фундаментальных констант* ожидается в 2017 г. (данные принимаются до середины года), оно позволит выработать рекомендации по переопределению основных единиц СИ. Отбор данных для очередного *Согласования* будет продолжен в 2018 г. Вероятно, результатом будут уже значения фундаментальных постоянных в новых единицах СИ.

Результаты нового *Согласования*, как обычно, прежде всего появятся на сайте НИСТ: <http://physics.nist.gov/cuu/index.html>.

Автор является членом Международной рабочей группы КОДАТА по фундаментальным физическим константам и председателем аналогичной российской группы. Работа в значительной степени представляет собой обзор данных и результатов согласования значений фундаментальных констант [1], недавно выполненного Международной рабочей группой. Если рекомендованные значения являются результатом работы группы, то различные замечания и комментарии выражают точку зрения автора и не обязательно совпадают с мнением рабочей группы.

Автор признателен коллегам по Международной и Российской группам и, в особенности, В. Г. Иванову, В. И. Коробову, П. Мору (P. Mohr), Д. Ньюеллу (D. Newell), К. Пахуцки (K. Pachucki) и Б. Тэйлору (B. Taylor) за полезные обсуждения. Автор также благодарен Х. Беттину (H. Bettin), А. Николаусу (A. Nicolaus), М. Хори (M. Hori), Ш. Шиллеру (S. Schiller) и Е. М. Чуразову за полезные обсуждения и предоставленную информацию. Работа была частично выполнена при поддержке DFG (грант КА 4645/1-1).

**Замечание, добавленное при корректуре.** Упомянутое специальное *Согласование* было проведено Международной рабочей группой КОДАТА [82], и на его основе опубликованы рекомендации рабочей группы [83] по наиболее оптимальному выбору значений элементарного заряда, постоянных Планка, Авогадро и Больцмана для переопределения основных единиц Международной системы СИ, килограмма, ампера, кельвина и моля.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mohr P. J., Newell D. B., Taylor B. N. // *Rev. Mod. Phys.* 2016. V. 88. P. 035009.
2. Cohen E. R., Taylor B. N. // *J. Phys. Chem. Rev. Data.* 1973. V. 2. P. 663.
3. Cohen E. R., Taylor B. N. // *Rev. Mod. Phys.* 1987. V. 59. P. 1121.
4. Mohr P. J., Taylor B. N. // *Rev. Mod. Phys.* 2000. V. 72. P. 351.
5. Mohr P. J., Taylor B. N. // *Rev. Mod. Phys.* 2005. V. 77. P. 1.
6. Mohr P. J., Taylor B. N., Newell D. B. // *Rev. Mod. Phys.* 2008. V. 80. P. 633.
7. Mohr P. J., Taylor B. N., Newell D. B. // *Rev. Mod. Phys.* 2012. V. 84. P. 1527.
8. Каршенбойм С. Г. // *УФН.* 2005. Т. 175. С. 271;  
Karshenboim S. G. // *Phys. Usp.* 2005. V. 48. P. 255.
9. Каршенбойм С. Г. // *УФН.* 2008. Т. 178. С. 1057;  
Karshenboim S. G. // *Phys. Usp.* 2008. V. 51. P. 1019.
10. Каршенбойм С. Г. // *УФН.* 2013. Т. 183. С. 935;  
Karshenboim S. G. // *Phys. Usp.* 2013. V. 56. P. 883.
11. Karshenboim S. G., Mohr P. J., Newell D. B. // *J. Phys. Chem. Ref. Data.* 2015. V. 44. P. 031101.
12. The International System of Units (SI). BIPM, Sèvres, 2006; also available at the BIPM web site at <http://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/>. Некоторые материалы



брошюры отсутствуют в печатном тексте, их можно найти на сайте МКМБ по адресу <http://www.bipm.org/en/publications/mises-en-pratique/>.

13. *Karshenboim S. G.* // *Ann. Phys.* 2013. V. 525. P. 472.
14. IERS Conventions, 2010 / Eds.: G. Petit and B. Luzum. IERS Techn. Notes No. 36. 2010. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2010. See also: <http://www.iers.org/IERS/EN/Publications/TechnicalNotes/tn36.html?nn=94912>.
15. *Karshenboim S. G.* // *Phys. Rep.* 2005. V. 422. P. 1.
16. *Antognini A., Nez F., Schuhmann K., Amaro F. D., Biraben F., Cardoso J. M. R., Covita D. S., Dax A., Dhawan S., Diepold M., Fernandes L. M. P., Giesen A., Gouvea A. L., Graf T., Hänsch T. W., Indelicato P., Julien L., Cheng-Yang Kao, Knowles P., Kottmann F., Le Bigot E.-O., Yi-Wei Liu, Lopes J. A. M., Ludhova L., Monteiro C. M. B., Mulhauser F., Nebel T., Rabinowitz P., dos Santos J. M. F., Schaller L. A., Schwob C., Taqqu D., Veloso J. F. C. A., Vogelsang J., Pohl R.* // *Science*. 2013. V. 339. P. 417.
17. *Karshenboim S. G., Korzinin E. Y., Shelyuto V. A., Ivanov V. G.* // *J. Phys. Chem. Ref. Data*. 2015. V. 44. P. 031202.
18. *Karshenboim S. G.* // *Phys. Rev. A*. 2015. V. 91. P. 012515.
19. *Sick I.* // *Phys. Lett. B*. 2003. V. 576. P. 62.
20. *Bernauer J. C., Achenbach P., Ayerbe Gayoso C., Böhm R., Bosnar D., Debenjak L., Distler M. O., Doria L., Esser A., Fonvieille H., Friedrich J. M., Friedrich J., Gómez Rodríguez de la Paz M., Makek M., Merkel H., Middleton D. G., Müller U., Nungesser L., Pochodzalla J., Potokar M., Sánchez Majos S., Schlimme B. S., Šírca S., Walcher Th., Weinriefer M.* // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. 105. P. 242001.
21. *Arrington J., Sick I.* // *J. Phys. Chem. Ref. Data*. 2015. V. 44. P. 031204.
22. *Audi G., Wang M., Wapstra A. H., Kondev F. G., MacCormick M., Xu X., Pfeiffer B.* The AME2012 Atomic Mass Evaluation (I). Evaluation of Input Data, Adjustment Procedures // *Chin. Phys. C*. 2012. V. 36. P. 1287;  
*Wang M., Audi G., Wapstra A. H., Kondev F. G., MacCormick M., Xu X., Pfeiffer B.* The AME2012 Atomic Mass Evaluation (II). Tables, Graphs and References // *Ibid.* P. 1603.
23. *Audi G., Wapstra A. H.* The 1993 Atomic Mass Evaluation (I). Atomic Mass Table // *Nucl. Phys. A*. 1993. V. 565. P. 1;  
*Wapstra A. H., Audi G.* The 1983 Atomic Mass Evaluation (I). Atomic Mass Table // *Nucl. Phys. A*. 1985. V. 432. P. 1;  
*Wapstra A. H., Bos K.* The 1977 Atomic Mass Evaluation // *Nucl. Data Tables*. 1977. V. 19. P. 175;  
*Wapstra A. H., Gove M. B.* The 1971 Atomic Mass Evaluation. Part I. Atomic Mass Table // *Nucl. Data Tables*. 1971. V. 9. P. 267.
24. *Wapstra A. H., Audi G., Thibault C.* The AME2003 Atomic Mass Evaluation (I). Evaluation of Input Data, Adjustment Procedures // *Nucl. Phys. A*. 2003. V. 729. P. 129;  
*Audi G., Wapstra A. H., Thibault C.* The AME2003 Atomic Mass Evaluation (II). Tables, Graphs and References // *Ibid.* P. 337.
25. *Zafonte S. L., Van Dyck R. S., Jr.* // *Metrologia*. 2015. V. 52. P. 280.

26. Myers E. G., Wagner A., Kracke H., Wesson B. A. // *Phys. Rev. Lett.* 2015. V. 114. P. 013003.
27. Sturm S., Köhler F., Zatorski J., Wagner A., Harman Z., Werth G., Keitel C. H., Blaum K. // *Nature*. 2014. V. 506. P. 467.
28. Farnham D. L., Van Dyck R. S., Jr., Schwinberg P. B. // *Phys. Rev. Lett.* 1995. V. 75. P. 3598.
29. Beier T., Häffner H., Hermanspahn N., Karshenboim S. G., Kluge H.-J., Quint W., Stahl S., Verdú J., Werth G. // *Phys. Rev. Lett.* 2002. V. 88. P. 011603.
30. Hori M., Dax A., Eades J., Gomikawa K., Hayano R., Ono N., Pirkl W., Widmann E., Torii H. A., Juhász B., Barna D., Horváth D. // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 96. P. 243401.
31. Hori M., Sótér A., Barna D., Dax A., Hayano R., Friedreich S., Juhász B., Pask Th., Widmann E., Horváth D., Venturelli L., Zurlò N. // *Nature*. 2011. V. 475. P. 484.
32. Korobov V. I. // *Phys. Rev. A*. 2008. V. 77. P. 042506.
33. Korobov V. I., Hilico L., Karr J.-Ph. // *Phys. Rev. Lett.* 2014. V. 112. P. 103003; *Phys. Rev. A*. 2014. V. 89. P. 032511.
34. Koelemeij J. C. J., Roth B., Wicht A., Ernsting I., Schiller S. // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 98. P. 173002.
35. Bressel U., Borodin A., Shen J., Hansen M., Ernsting I., Schiller S. // *Phys. Rev. Lett.* 2012. V. 108. P. 183003.
36. Biesheuvel J., Karr J.-Ph., Hilico L., Eikema K. S. E., Ubachs W., Koelemeij J. C. J. // *Nature Commun.* 2015. V. 7. P. 10385.
37. Korobov V. I. // *Phys. Rev. A*. 2006. V. 74. P. 052506.
38. Schiller S., Korobov V. // *Phys. Rev. A*. 2005. V. 71. P. 032505.
39. Korobov V. I. // *Phys. Rev. A*. 2008. V. 77. P. 022509.
40. Hanneke D., Fogwell Hoogerheide S., Gabrielse G. // *Phys. Rev. A*. 2011. V. 83. P. 052122.
41. Aoyama T., Hayakawa M., Kinoshita T., Nio M. // *Phys. Rev. D*. 2015. V. 91. P. 033006.
42. Bouchendira R., Cladé P., Guellati-Khélifa S., Nez F., Biraben F. // *Phys. Rev. Lett.* 2011. V. 106. P. 080801.
43. Winkler P. F., Kleppner D., Myint T., Walther F. G. // *Phys. Rev. A*. 1972. V. 5. P. 83.
44. Karshenboim S. G., Ivanov V. G. // *Phys. Lett. B*. 2003. V. 566. P. 27.
45. Mooser A., Ulmer S., Blaum K., Franke K., Kracke H., Leüteritz C., Quint W., Rodegheri C. C., Smorra C., Walz J. // *Nature*. 2014. V. 509. P. 596.
46. Kibble B. P. // *Atomic Masses and Fundamental Constants. V. 5* / Eds. J. H. Sanders and A. H. Wapstra. New York: Plenum Press, 1975. P. 545–551.
47. Thomas M., Espel P., Ziane D., Pinot P., Juncar P., Pereira Dos Santos F., Merlet S., Piquemal F., Genevès G. // *Metrologia*. 2015. V. 52. P. 433.
48. Schlamminger S., Steiner R. L., Haddad D., Newell D. B., Seifert F., Chao L. S., Liu R., Williams E. R., Pratt J. R. // *Metrologia*. 2015. V. 52. P. L5.
49. Sanchez C. A., Wood B. M., Green R. G., Liard J. O., Inglis D. // *Metrologia*. 2014. V. 51. P. S5; *Metrologia*. 2015. V. 52. P. L23.

50. *Robinson Ian A.* Special Issue: Watt and Joule Balances, the Planck Constant and the Kilogram // *Metrologia*. 2014. V. 51, No.2. P. S1.
51. *Stock M., Barat P., Davis R. S., Picard A., Milton M. J. T.* // *Metrologia*. 2015. V. 52. P. 310.
52. *Azuma Y., Barat P., Bartl G., Bettin H., Borys M., Busch I., Cibik L., D'Agostino G., Fujii K., Fujimoto H., Hioki A., Krumrey M., Kuetsgens U., Kuramoto N., Mana G., Massa E., Meess R., Mizushima S., Narukawa T., Nicolaus A., Pramann A., Rabb S. A., Rienitz O., Sasso C., Stock M., Vocke R. D., Jr., Waseda A., Wundrack S., Zakei S.* // *Ibid.* P. 360.
53. Special Issue: International Determination of the Avogadro Constant // *Metrologia*. 2011. V. 48. P. S1–119.
54. *Вайнберг С.* Квантовая теория поля. Т. 2. М.: Физматлит, 2003;  
*Weinberg S.* The Quantum Theory of Fields. V. II. Cambridge Univ. Press, 2005.
55. *Olive K. A. et al. (Particle Data Group).* Review of Particle Physics // *Chin. Phys. C*. 2014. V. 38. P. 090001.
56. *Moldover M. R., Trusler J. P. M., Edwards T. J., Mehl J. B., Davis R. S.* // *Phys. Rev. Lett.* 1988. V. 60. P. 249.
57. *Moldover M. R., Gavioso R. M., Newell D. B.* // *Metrologia*. 2015. V. 52. P. S376.
58. *de Podesta M., Underwood R., Sutton G., Morantz P., Harris P., Mark D. F., Stuart F. M., Vargha G., Machin G.* // *Metrologia*. 2013. V. 50. P. 354.
59. *de Podesta M., Yang I., Mark D. F., Underwood R., Sutton G., Machin G.* // *Metrologia*. 2015. V. 52. P. S353.
60. *Pitre L., Risegari L., Sparasci F., Plimmer M. D., Himbert M. E., Giuliano Albo P. A.* // *Metrologia*. 2015. V. 52. P. S263.
61. Special Issue: Boltzmann Constant // *Metrologia*. 2015. V. 52, No. 5.
62. *Planck Collab.: Ade P. A. R., Aghanim N., Arnaud M., Ashdown M., Aumont J., Baccigalupi C., Banday A. J., Barreiro R. B., Bartlett J. G., Bartolo N., Battaner E., Battye R., Benabed K., Benoit A., Benoit-Levy A., Bernard J.-P., Bersanelli M., Bielewicz P., Bonaldi A., Bonavera L., Bond J. R., Borrill J., Bouchet F. R., Boulanger F., Bucher M., Burigana C., Butler R. C., Calabrese E., Cardoso J.-F., Catalano A., Challinor A., Chamballu A., Chary R.-R., Chiang H. C., Chluba J., Christensen P. R., Church S., Clements D. L., Colombi S., Colombo L. P. L., Combet C., Coulais A., Crill B. P., Curto A., Cuttaia F., Danese L., Davies R. D., Davis R. J., de Bernardis P., de Rosa A., de Zotti G., Delabrouille J., Desert F.-X., Di Valentino E., Dickinson C., Diego J. M., Dolag K., Dole H., Donzelli S. et al.* Planck 2015 Results. XIII. Cosmological Parameters // *Astron. Astrophys.* 2016. V. 594. P. A13.
63. Theo Murphy Meeting Issue “The Newtonian Constant of Gravitation, a Constant Too Difficult to Measure?” / Eds.: T. Quinn and C. Speake // *Phil. Trans. Roy. Soc. A*. 2014. V. 372. P. 20140253–20140286.
64. *Quinn T. J.* // *Metrologia*. 1989. V. 26. P. 69 (see P. 70).
65. *Quinn T. J.* // *Metrologia*. 1989. V. 26. P. 69 (see P. 69).
66. *Каршенбойм С. Г.* // УФН. 2006. Т. 176. С. 975;  
*Karshenboim S. G.* // *Phys. Usp.* 2006. V. 49. P. 947.

67. Girard G. // *Metrologia*. 1994. V. 31. P. 317.
68. Meija J., Coplen T. B., Berglund M., Brand W. A., De Bièvre P., Gröning M., Holden N. E., Irrgeher J., Loss R. D., Walczyk Th., Prohaska Th. Atomic Weights of the Elements 2013 (IUPAC Technical Report) // *Pure Appl. Chem.* 2016. V. 88. P. 265.
69. Meija J., Coplen T. B., Berglund M., Brand W. A., De Bièvre P., Gröning M., Holden N. E., Irrgeher J., Loss R. D., Walczyk Th., Prohaska Th. Isotopic Compositions of the Elements 2013 (IUPAC Technical Report) // *Ibid.* P. 293.
70. Coplen T. B., Hopple J. A., Bóhlke J. K., Peiser H. S., Rieder S. E., Krouse H. R., Rosman K. J. R., Ding T., Vocke R. D., Jr., Révész K. M., Lamberty A., Taylor P., De Bièvre P. Compilation of Minimum and Maximum Isotope Ratios of Selected Elements in Naturally Occurring Terrestrial Materials and Reagents. U.S. Geological Survey. Water Resources Investigation Report. 2002. V. 01(4222).
71. White D. R., Tew W. L. // *Intern. J. Thermophys.* 2010. V. 31. P. 1644.
72. Faghihi V., Peruzzi A., Aerts-Bijma A. T., Jansen H. G., Spiensma J. J., van Geel J., Meijer H. A. J. Accurate Experimental Determination of the Isotope Effects on the Triple Point Temperature of Water. I. Dependence on the  $^2\text{H}$  Abundance // *Metrologia*. 2015. V. 52. P. 819.
73. Pitre L., Sparasci F., Truong D., Guillou A., Risegari L., Himbert M. E. // *Intern. J. Thermophys.* 2011. V. 32. P. 1825.
74. Valkiers S., Vendelbo D., Berglund M., de Podesta M. // *Intern. J. Mass Spectr.* 2010. V. 291. P. 41.
75. Lee J.-Y., Marti K., Severinghaus J. P., Kawamura K., Yoo H.-S., Lee J. B., Kim J. S. // *Geochim. Cosmochim. Acta.* 2006. V. 70. P. 4507.
76. Yang I., Pitre L., Moldover M. R., Zhang J., Feng X., Kim J. S. // *Metrologia*. 2015. V. 52. P. S394.
77. Preston-Thomas H. // *Metrologia*. 1990. V. 27. P. 3; Erratum // *Ibid.* P. 107.
78. Bedford R. E., Bonnier G., Maas H., Pavese F. // *Metrologia*. 1996. V. 33. P. 133.
79. Fischer J., de Podesta M., Hill K. D., Moldover M., Pitre L., Rusby R., Steur P., Tamura O., White R., Wolber L. // *Intern. J. Thermophys.* 2011. V. 32. P. 12.
80. Mills I. M., Mohr P. J., Quinn T. J., Taylor B. N., Williams E. R. // *Metrologia*. 2005. V. 42. P. 71.
81. Mills I. M., Mohr P. J., Quinn T. J., Taylor B. N., Williams E. R. // *Metrologia*. 2006. V. 43. P. 227.
82. Mohr P. J., Newell D. B., Taylor B. N., Tiesinga E. Data and Analysis for the CODATA 2017 Special Fundamental Constants Adjustment // *Metrologia*. 2018. V. 54. P. 125.
83. Newell D. B., Cabiati F., Fischer J., Fujii K., Karshenboim S. G., Margolis H. S., de Mirandés E., Mohr P. J., Nez F., Pachucki K., Quinn T. J., Taylor B. N., Wang M., Wood B. M., Zhang Z. The CODATA 2017 Values of  $h$ ,  $e$ ,  $k$ , and  $N_A$  for the Revision of the SI // *Metrologia*. 2018. V. 54. P. L13.