

## ОПИСАНИЕ СОСТОЯНИЙ НЕПРЕРЫВНОГО СПЕКТРА ЛЕГКИХ ЯДЕР В МОДЕЛИ ОБОЛОЧЕК

*И. А. Мазур*<sup>1,2,\*</sup>, *А. М. Широков*<sup>2,3,4</sup>, *А. И. Мазур*<sup>2</sup>,  
*И. Дж. Шин*<sup>5</sup>, *Ю. Ким*<sup>5</sup>, *П. Марис*<sup>4</sup>, *Дж. П. Вэри*<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Центр экстремальной ядерной материи, Университет Коре, Сеул, Южная Корея

<sup>2</sup> Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск, Россия

<sup>3</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына  
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва

<sup>4</sup> Университет штата Айова, Эймс, США

<sup>5</sup> Институт фундаментальных наук, Тэджон, Южная Корея

Метод SS-HORSE используется для описания рассеяния нуклонов на легких ядрах на основе расчетов в модели оболочек без инертного кора с  $NN$ -взаимодействиями JISP16 и Daejeon16. Исследованы резонансные состояния ядер  ${}^5\text{He}$ ,  ${}^5\text{Li}$ ,  ${}^7\text{He}$ . Обобщенный на случай демократического распада метод SS-HORSE применяется также для изучения системы четырех нейтронов (тетранейтрона). Расчеты с JISP16, Daejeon16 и с киральным  $NN$ -взаимодействием указывают на существование достаточно узкого резонанса тетранейтрона при низкой энергии.

SS-HORSE method is applied to description of scattering of nucleon by light nuclei based on calculations within the No-Core Shell Model with JISP16 and Daejeon16  $NN$  interactions. Resonant states in the  ${}^5\text{He}$ ,  ${}^5\text{Li}$ ,  ${}^7\text{He}$  nuclei are investigated. The SS-HORSE method generalized to the case of the democratic decay is applied to the study of the four-neutron system (tetra-neutron). Calculations with JISP16, Daejeon16 and with chiral  $NN$  interactions indicate the existence of a sufficiently narrow low-energy tetra-neutron resonance.

PACS: 24.10.Cn; 25.40.Dn; 25.40.Cm

### ВВЕДЕНИЕ

Актуальной задачей ядерной физики является описание резонансных состояний ядерных систем, в том числе систем, находящихся за пределами линий стабильности ядер. Исследование таких состояний может пролить свет на природу межнуклонных сил. Очевидно, что особый интерес представляют так

---

\*E-mail: mazuri@mail.ru

называемые подходы *ab initio*, которые не используют модельных приближений, а входной информацией для которых является только нуклон-нуклонное взаимодействие.

В настоящее время существуют различные надежные методы описания *ab initio* связанных состояний ядер [1], среди которых можно выделить модель оболочек без инертного кора (No-Core Shell Model — NCSM) [2]. Этот подход представляет собой современную версию модели ядерных оболочек, в которой все нуклоны являются спектроскопически активными и отсутствует понятие инертного кора. Волновая функция ядра раскладывается в ряд по многочастичному осцилляторному базису, причем это разложение включает все состояния с числом осцилляторных квантов возбуждения вплоть до некоторого заранее заданного числа. С ростом числа нуклонов размер базиса резко увеличивается, а достижение разумной точности расчетов ограничено вычислительными возможностями самых производительных суперкомпьютеров в мире. На данный момент NCSM успешно применяется для описаний ядер с числом нуклонов  $A$  до  $\sim 20$ .

Для описания резонансных состояний ядер NCSM невозможно применять непосредственно. Энергии резонансных состояний положительны, поэтому необходимо учитывать возможность распада ядер по различным каналам. Для описания резонансов требуются специальные методы, учитывающие специфику состояний непрерывного спектра.

В настоящее время надежные методы описания состояний непрерывного спектра *ab initio*, основанные на уравнениях Фаддеева и Фаддеева–Якубовского, успешно применяются в ядерной физике для систем с  $A \leq 5$  (см., например, обзор [1] и работу [3]). Существуют обобщения NCSM с использованием метода резонирующих групп [4], в рамках которых проведены расчеты отдельных ядерных систем, включающих в себя вплоть до 11 нуклонов [5]. Эти методы являются, однако, довольно сложными с точки зрения численной реализации и требуют значительных дополнительных вычислительных ресурсов.

Недавно мы предложили метод SS-HORSE (Single-State HORSE) [6–10], который является обобщением NCSM на основе осцилляторного представления теории рассеяния (Harmonic Oscillator Representation of Scattering Equations — HORSE) [11] для состояний непрерывного спектра. Метод SS-HORSE позволяет рассчитать  $S$ -матрицу и резонансные параметры одноканального рассеяния на основе собственных энергий NCSM, лежащих выше порога развала.

В данной работе дается краткое описание этого метода (разд. 1), а также обзор результатов для одноканального  $n\alpha$ -рассеяния и резонансов в ядре  ${}^5\text{He}$  (разд. 2) и для  $p\alpha$ -рассеяния и резонансов в ядре  ${}^5\text{Li}$  (разд. 3). Затем приводятся новые результаты анализа рассеяния нейтрона на ядре  ${}^6\text{He}$  и резонансов в ядре  ${}^7\text{He}$  (разд. 4). В завершение результаты поиска резонанса в системе

четырёх нейтронов (разд. 5), полученные в NCSM с различными  $NN$ -силами, сопоставляются с опубликованными ранее результатами расчетов с взаимодействием JISP16 [12] и с имеющимися на данный момент экспериментальными данными [13].

## 1. МЕТОД SS-HORSE

Рассмотрим кратко метод SS-HORSE на примере задачи рассеяния нуклона на ядре с массовым числом  $A$ . Обозначим через  $E_\nu^{A+1}(\hbar\Omega, N_{\max})$  энергию некоторого состояния  $\nu$  непрерывного спектра системы с  $A + 1$ -нуклонами, рассчитанного в модельном пространстве NCSM, учитывающем все многочастичные состояния, с числом осцилляторных квантов возбуждения вплоть до  $N_{\max}$  и с параметром осцилляторного базиса NCSM  $\hbar\Omega$ , а через  $E_0^A(\hbar\Omega, N'_{\max})$  — энергию основного состояния мишени  $A$ , полученную в NCSM с тем же значением параметра  $\hbar\Omega$  и с числом осцилляторных квантов возбуждения  $N'_{\max} = N_{\max}$  или  $N_{\max} - 1$  в зависимости от четности состояния  $\nu$ .

Сдвиги фаз методом SS-HORSE в отсутствие кулоновского взаимодействия рассчитываются по формуле [6, 7, 10]

$$\tan \delta_\ell(E_\nu) = -\frac{S_{\mathbb{N}+2,\ell}(E_\nu)}{C_{\mathbb{N}+2,\ell}(E_\nu)}. \quad (1)$$

Здесь  $S_{n,\ell}(E)$  и  $C_{n,\ell}(E)$  — регулярные и нерегулярные осцилляторные решения для свободного гамильтониана, явный вид которых известен [11];  $\ell$  — орбитальный момент относительного движения;  $\mathbb{N}$  — полное число осцилляторных квантов системы  $A + 1$ -частиц, которое удобно представить в виде суммы числа осцилляторных квантов возбуждения  $N_{\max}$ , задающего размеры модельного пространства, и минимального возможного числа осцилляторных квантов системы  $N_{\min}$ :  $\mathbb{N} = N_{\max} + N_{\min}$ . Предполагается, что мишень находится в основном состоянии, т. е. все кванты возбуждения приходятся на энергию относительного движения

$$E_\nu = E_\nu^{A+1}(\hbar\Omega, N_{\max}) - E_0^A(\hbar\Omega, N'_{\max}), \quad (2)$$

отсчитанную от порога реакции.

В случае рассеяния заряженных частиц сдвиги фаз на основе собственных энергий NCSM можно рассчитать по формуле [9–11]

$$\tan \delta_\ell(E_\nu) = -\frac{S_{\mathbb{N}+2,\ell}(E_\nu) W_b(n_\ell, F_\ell) + C_{\mathbb{N}+2,\ell}(E_\nu) W_b(j_\ell, F_\ell)}{S_{\mathbb{N}+2,\ell}(E_\nu) W_b(n_\ell, G_\ell) + C_{\mathbb{N}+2,\ell}(E_\nu) W_b(j_\ell, G_\ell)}. \quad (3)$$

Здесь  $j_l \equiv j_l(kr)$  и  $n_l \equiv n_l(kr)$  — соответственно сферические функции Бесселя и Неймана [14];  $F_l \equiv F_l(\eta, kr)$  и  $G_l \equiv G_l(\eta, kr)$  — соответственно

регулярная и нерегулярная кулоновские функции [14],  $\eta = Z_1 Z_2 e^2 \mu / (\hbar^2 k)$  — параметр Зоммерфельда,  $Z_1 e$  и  $Z_2 e$  — заряды рассеивающихся частиц,  $\mu$  — их приведенная масса, а  $k$  — импульс относительного движения. Квазивронскиан  $W_b(\phi, \chi)$  определяется как

$$W_b(\phi, \chi) = \left( \frac{d\phi}{dr} \chi - \phi \frac{d\chi}{dr} \right) \Big|_{r=b}. \quad (4)$$

Как показано в работе [9], оптимальным значением параметра  $b$  для расчета квазивронскиана  $W_b(\phi, \chi)$  является так называемый [11] естественный радиус канала  $b = \sqrt{\hbar(2N + 7)/(\mu\Omega)}$ .

Таким образом, полученный методом SS-HORSE фазовый сдвиг при собственной энергии гамильтониана  $E_\nu$  определяется только с параметрами осцилляторного базиса NCSM  $N_{\max}$  и  $\hbar\Omega$ , которые входят в определения функций  $S_{n,\ell}(E)$  и  $C_{n,\ell}(E)$  в уравнении (1) и варьируя которые можно рассчитать фазы  $\delta_\ell(E_\nu)$  в некотором диапазоне энергий. Далее с помощью той или иной параметризации можно получить гладкую зависимость  $\delta_\ell(E)$  в интересующем энергетическом интервале и рассчитать энергии и ширины резонансов. Важным требованием к параметризации является обеспечение корректного с точки зрения квантовой теории рассеяния поведения сдвигов фаз в области низких энергий.

Мы рассмотрели разные варианты параметризации фаз. Параметризация на основе свойств симметрии  $S$ -матрицы [6] наглядна, в этом случае в число подгоночных параметров входят непосредственно энергия и ширина исследуемого резонанса. Достоинством другого варианта, основанного на аналитических свойствах функции эффективного радиуса [10], является возможность исследования рассеяния нейтральных и заряженных частиц с единых позиций. Число подгоночных параметров в этом случае меньше, а характеристики резонанса рассчитываются дополнительно на основе проведенной параметризации.

## 2. РАССЕЯНИЕ $n\alpha$ И РЕЗОНАНСЫ ЯДРА ${}^5\text{He}$

Для описания рассеяния  $n\alpha$  в NCSM были рассчитаны энергии нижайших состояний ядра  ${}^5\text{He}$  с  $J^\pi = 3/2^-, 1/2^-, 1/2^+$  и основного состояния ядра  ${}^4\text{He}$  в базисах с  $N_{\max} \leq 18$  и значениями  $\hbar\Omega$  из интервала  $10 \leq \hbar\Omega \leq 40$  МэВ. В качестве нуклон-нуклонных сил мы использовали взаимодействия JISP16 [15] и Daejeon16 [16].

Проиллюстрируем работу метода на примере рассеяния  $n\alpha$  в состоянии  $3/2^-$ . На рис. 1, а символами показаны энергии относительного движения  $n\alpha$ , рассчитанные по формуле (2) на основе результатов NCSM с взаимодействием JISP16 для ядер  ${}^5\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$ . На рис. 1, б соответствующими символами показаны фазы, рассчитанные по формуле (1). С ростом значения

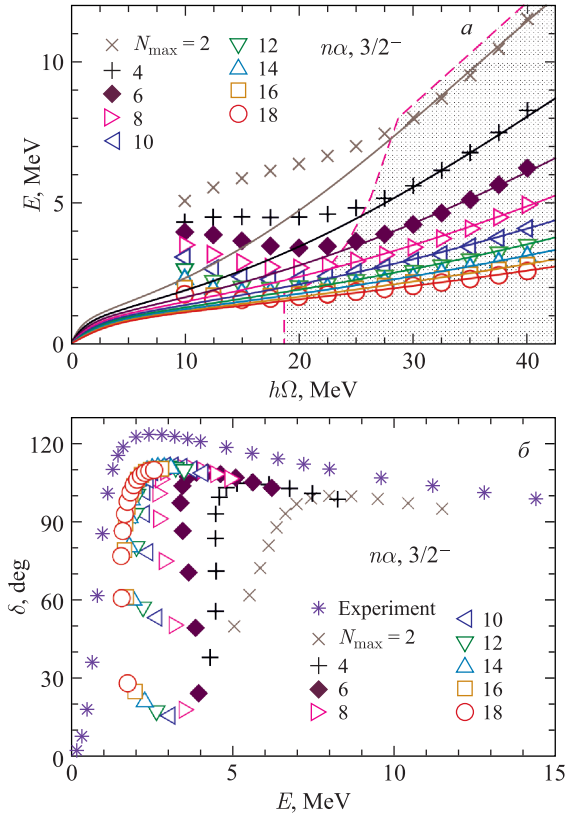


Рис. 1. а) Символы — собственные энергии относительного движения  $n\alpha$ , полученные в NCSM с  $NN$ -взаимодействием JISP16 для состояния  $3/2^-$ ; в заштрихованной области — значения энергии, отобранные для параметризации сдвигов фаз методом SS-HORSE; сплошные кривые построены на основе этой параметризации. б) Символы — сдвиги фаз, рассчитанные по формуле (1); звездочки — экспериментальные данные [17]

$N_{\max}$  все больше точек ложится на одну гладкую кривую. Аналогично с результатами, полученными с взаимодействием Daejeon16. Для параметризации фаз рассеяния использовались только те результаты, которые формируют эту гладкую зависимость. Детали, связанные с отбором данных и проведением самой параметризации, подробно рассмотрены в работах [6, 10]. Здесь приведем окончательные результаты: отобранные значения энергии находятся в заштрихованной области рис. 1, а; соответствующие фазовые сдвиги, формирующие гладкую кривую, представлены крестиками на рис. 2.

Результаты параметризации представлены кривыми для сдвигов фаз на рис. 2. Кривые зависимостей  $E_0(h\Omega)$  в разных модельных пространствах

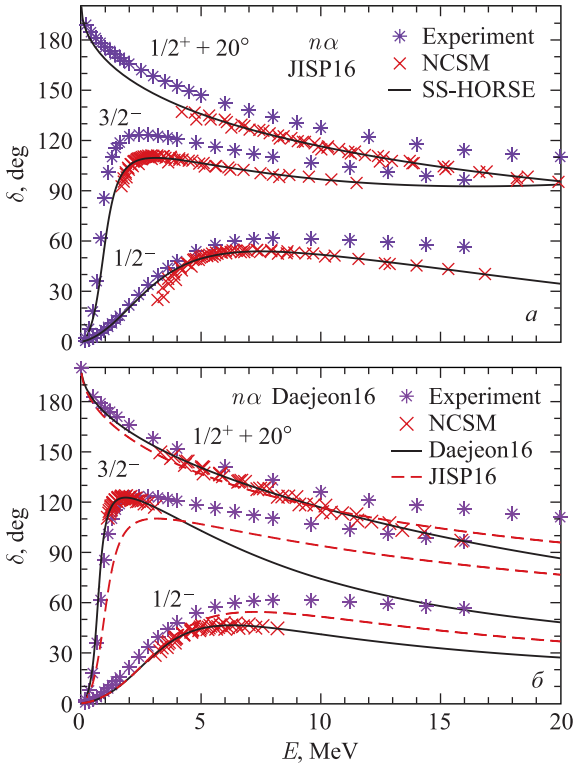


Рис. 2. Сдвиги фаз для различных состояний рассеяния  $n\alpha$ , полученные методом SS-HORSE на основе расчетов NCSM с  $NN$ -взаимодействием JISP16 (а) и Daejeon16 (б). Крестики — расчеты по формуле (1) с отобранными данными; звездочки — экспериментальные фазы рассеяния [17]. Сплошные кривые представляют результат параметризации. Экспериментальные данные и теоретические результаты для нерезонансного рассеяния  $1/2^+$  сдвинуты вверх на  $20^\circ$ . Штриховыми кривыми (б) даны для сравнения параметризации фаз, полученные с взаимодействием JISP16

на рис. 1, а соответствуют параметризованной фазе для  $NN$ -взаимодействия JISP16. Видно, что эти кривые хорошо воспроизводят полученные в NCSM значения энергии из заштрихованной области, которые были отобраны для параметризации фаз.

Аналогичным образом получены фазы рассеяния в других состояниях. Результаты анализа фаз рассеяния  $n\alpha$  в состояниях  $3/2^-$ ,  $1/2^-$  и  $1/2^+$  по отобранному данным, формирующим гладкую зависимость соответствующей фазы от энергии, представлены на рис. 2 крестиками. Результаты параметризации, по которым построены кривые, находятся в разумном согласии с результатами фазового анализа экспериментальных данных [17]. Отметим при этом,

Таблица 1. Значения резонансных параметров, полученные методом SS-HORSE для ядер  ${}^5\text{He}$ ,  ${}^5\text{Li}$  и  ${}^7\text{He}$  с  $NN$ -взаимодействиями Daejeon16 и JISP16. Для сравнения приведены экспериментальные результаты: для  ${}^5\text{He}$  и  ${}^5\text{Li}$  из работы [18], для  ${}^7\text{He}$  из работы [19]

Ядро	Состояние		Daejeon16	JISP16	Эксперимент
${}^5\text{He}$	$3/2^-$	$E_r$	0,68	0,89	0,80
		$\Gamma$	0,52	0,99	0,65
	$1/2^-$	$E_r$	2,45	1,86	2,07
		$\Gamma$	5,07	5,46	5,57
${}^5\text{Li}$	$3/2^-$	$E_r$	1,52	1,84	1,69
		$\Gamma$	1,05	1,80	1,23
	$1/2^-$	$E_r$	3,21	3,54	3,18
		$\Gamma$	5,63	6,04	6,60
${}^7\text{He}$	$3/2^-$	$E_r$	0,28	0,71	0,44
		$\Gamma$	0,13	0,60	0,15
	$1/2^-$	$E_r$	2,80	3,00	1,20
		$\Gamma$	4,30	5,00	1,00
	$5/2^-$	$E_r$	3,30	4,20	3,36
		$\Gamma$	1,40	1,30	1,99

что в резонансном состоянии  $3/2^-$  фазы, рассчитанные с Daejeon16, заметно лучше описывают эксперимент, чем фазы, рассчитанные с JISP16, хотя в резонансном состоянии  $1/2^-$  и в нерезонансном рассеянии  $1/2^+$  фазы, полученные с этими взаимодействиями, близки друг к другу. Подчеркнем, что метод SS-HORSE позволяет хорошо описать не только резонансное, но и нерезонансное рассеяние  $n\alpha$  в состоянии  $1/2^+$ , хотя полученные в ядерной модели оболочек низколежащие состояния непрерывного спектра традиционно ассоциируются только с резонансными состояниями.

Значения энергии  $E_r$  и ширины  $\Gamma$  резонансных состояний  $3/2^-$  и  $1/2^-$  ядра  ${}^5\text{He}$ , полученные методом SS-HORSE на основе расчетов в NCSM (табл. 1), также хорошо согласуются с экспериментальными данными [18], причем параметры резонанса  $3/2^-$  несколько лучше описываются взаимодействием Daejeon16, а резонанса  $1/2^-$  — взаимодействием JISP16.

### 3. РАССЕЯНИЕ $p\alpha$ И РЕЗОНАНСЫ ЯДРА ${}^5\text{Li}$

Для описания фаз рассеяния  $p\alpha$  и резонансов ядра  ${}^5\text{Li}$  методом SS-HORSE в NCSM были рассчитаны энергии нижайших состояний с  $J^\pi = 3/2^-, 1/2^-, 1/2^+$  ядра  ${}^5\text{Li}$ . Как и в случае рассеяния  $n\alpha$ , расчеты в NCSM проводились с двумя  $NN$ -взаимодействиями: JISP16 и Daejeon16.

На рис. 3 крестики соответствуют расчетам фаз по формуле (3) для отобранных значений энергий перечисленных состояний. Кривые на графиках представляют результаты параметризации фазы на основе модифицированной

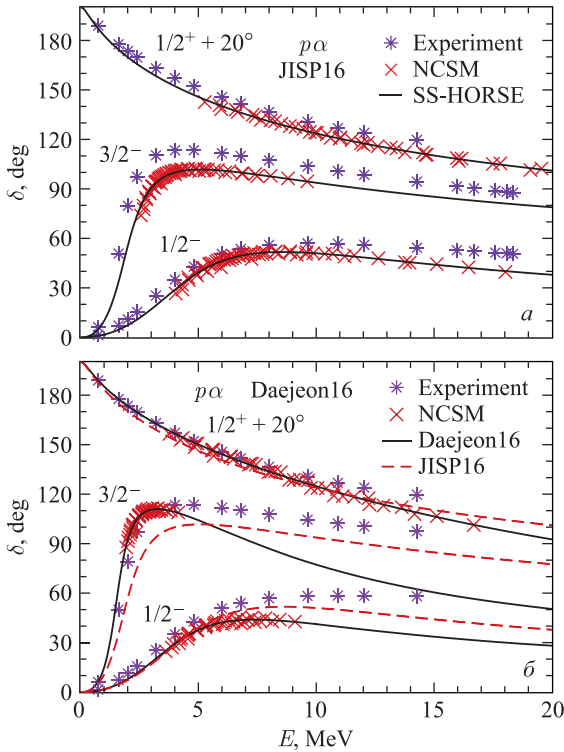


Рис. 3. Сдвиги фаз для различных состояний рассеяния  $p\alpha$ , полученные методом SS-HORSE на основе расчетов NCSM с  $NN$ -взаимодействием JISP16 (а) и Daejeon16 (б). Крестики — расчеты фаз по формуле (3) с отобранными данными; звездочки — экспериментально полученные фазы рассеяния [20]. Экспериментальные данные и теоретические результаты для нерезонансного рассеяния  $1/2^+$  сдвинуты вверх на  $20^\circ$ . Остальные обозначения — как на рис. 2

функции эффективного радиуса [10]. С помощью этой параметризации рассчитывалась  $S$ -матрица и были численно найдены положения ее полюсов, что позволило определить энергии и ширины резонансов  $3/2^-$  и  $1/2^-$  ядра  ${}^5\text{Li}$ , приведенные в табл. 1. Взаимодействие Daejeon16 в целом описывает и фазы, и резонансы несколько точнее, чем JISP16.

#### 4. РАССЕЙЯНИЕ $n-{}^6\text{He}$ И РЕЗОНАНСЫ ЯДРА ${}^7\text{He}$

Для описания рассеяния  $n-{}^6\text{He}$  и резонансов в  ${}^7\text{He}$  в NCSM рассчитаны энергии нижайших состояний с  $J^\pi = 3/2^-, 1/2^-, 5/2^-, 1/2^+$  ядра  ${}^7\text{He}$  и основного состояния  ${}^6\text{He}$ . Расчеты в NCSM проводились с  $NN$ -взаимодействиями JISP16 и Daejeon16 в базисах с  $N_{\max} \leq 17$  и значениями  $\hbar\Omega$  из



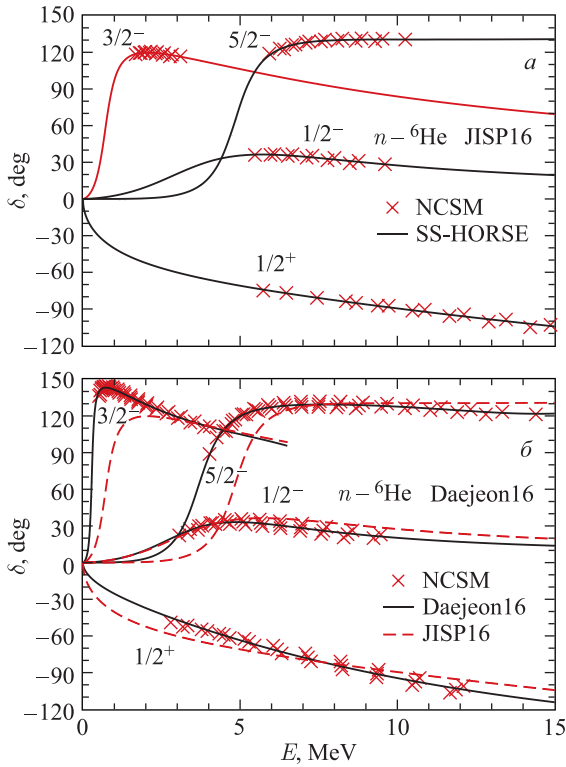


Рис. 4. Сдвиги фаз для различных состояний рассеяния  $n-{}^6\text{He}$ , полученные методом SS-HORSE на основе расчетов NCSM с  $NN$ -взаимодействием JISP16 (а) и Daejeon16 (б). Обозначения — как на рис. 2

интервала  $10 \leq \hbar\Omega \leq 50$  МэВ. Для резонансных состояний  $3/2^-$ ,  $1/2^-$ ,  $5/2^-$  и нерезонансного рассеяния  $1/2^+$  нейтрона на ядре  ${}^6\text{He}$  сходимость результатов SS-HORSE для фаз рассеяния в целом достигнута, при этом сходимость расчетов с взаимодействием Daejeon16 лучше, чем с JISP16.

На рис. 4 представлены фазы, рассчитанные методом SS-HORSE. На рис. 4, б для сравнения приведены результаты, полученные с разными взаимодействиями: Daejeon16 и JISP16.

Энергии и ширины резонансов ядра  ${}^7\text{He}$ , приведенные в табл. 1, найдены путем численного определения положения полюсов  $S$ -матрицы с использованием ее параметризации, соответствующей параметризации фаз рассеяния. Значения параметров резонансов, рассчитанные методом SS-HORSE, близки к экспериментальным данным [19]. В целом Daejeon16 дает резонансы с несколько меньшей энергией, чем JISP16, что лучше согласуется с экспериментом.

## 5. РЕЗОНАНС В СИСТЕМЕ ЧЕТЫРЕХ НЕЙТРОНОВ

Для поиска резонансов в экзотической нуклонной системе, состоящей из четырех нейтронов (тетранейтроне), метод SS-HORSE был обобщен [12] на случай истинно многочастичного рассеяния [21, 22] с использованием формализма работы [23]. В простейшем приближении волновая функция тетранейтрона описывается только одной гиперсферической гармоникой с наименьшим возможным значением гипермомента  $K = 2$ . В таком одноканальном случае  $S$ -матрицу многочастичной системы можно выразить через фазу  $\delta$  рассеяния  $4 \rightarrow 4$ :

$$S = e^{2i\delta}. \quad (5)$$

Эта фаза может быть рассчитана методом SS-HORSE при собственных энергиях  $E_\nu$  гамильтониана тетранейтрона, полученных в NCSM:

$$\tan \delta(E_\nu) = -\frac{S_{N_{\max}+4, \mathcal{L}}(E_\nu)}{C_{N_{\max}+4, \mathcal{L}}(E_\nu)}. \quad (6)$$

Здесь  $S_{n, \ell}(E)$  и  $C_{n, \ell}(E)$  — функции, введенные в работе [23], которые в данном случае совпадают с функциями, используемыми в формуле (1); минимальное число осцилляторных квантов в системе четырех нейтронов равно двум, поэтому  $\mathbb{N} = N_{\max} + 2$ ; эффективный угловой момент  $\mathcal{L} = K + 3 = 5$  с учетом использования единственной гиперсферической гармоники с гипермоментом  $K = 2$ .

Для поиска резонансов были рассчитаны энергии основного состояния системы четырех нейтронов в NCSM в базисах с  $N_{\max} \leq 20$  и значениями  $\hbar\Omega$  из интервала  $1 \leq \hbar\Omega \leq 50$  МэВ с различными  $NN$ -силами: JISP16, Daejeon16 и

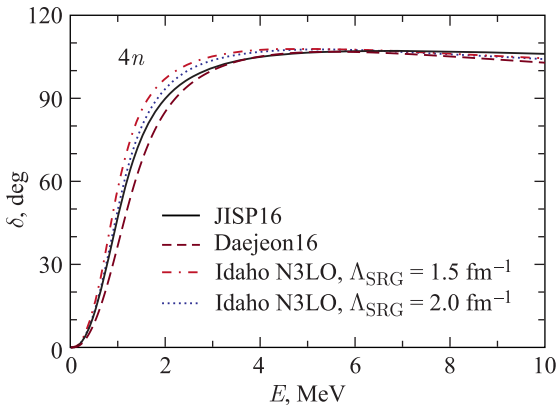


Рис. 5. Фаза  $\delta$  рассеяния  $4 \rightarrow 4$  для системы четырех нейтронов, полученная методом SS-HORSE с различными  $NN$ -взаимодействиями

Таблица 2. Энергии  $E_r$  и ширины  $\Gamma$  резонанса тетранейтрона, а также энергии  $E_f$  ложного полюса  $S$ -матрицы, полученные методом SS-HORSE с различными  $NN$ -взаимодействиями

Параметр	JISP16	Daejeon16	Idaho N3LO, SRG	
			$\Lambda = 1,5 \text{ фм}^{-1}$	$\Lambda = 2,0 \text{ фм}^{-1}$
$E_r$ , МэВ	0,844	0,997	0,783	0,846
$\Gamma$ , МэВ	1,38	1,60	1,15	1,29
$E_f$ , кэВ	-54,9	-63,4	-52,1	-54,5

потенциалом Idaho N3LO [24], полученным в киральной эффективной теории поля и «смягченным» преобразованием SRG [25, 26] с параметрами  $\Lambda = 1,5$  и  $2,0 \text{ фм}^{-1}$ .

Результаты параметризации рассчитанных по формуле (6) фаз  $\delta$  представлены на рис. 5 (процедура параметризации полностью аналогична рассмотренной в работе [12]). Все использованные модели  $NN$ -взаимодействия приводят к похожим зависимостям фаз  $\delta$  от энергии, которые предполагают наличие достаточно узкого резонанса. Более того, метод SS-HORSE указывает на наличие не только резонансного, но и ложного полюса  $S$ -матрицы в системе четырех нейтронов, параметры которых приведены в табл. 2. Положения этих полюсов не сильно меняются в зависимости от взаимодействия и хорошо согласуются с результатами недавнего эксперимента [13], в котором было получено, что ширина резонанса тетранейтрона не превышает 2 МэВ, а его энергия  $E_r = (0,83 \pm 0,65 \text{ (стат.)} \pm 1,25 \text{ (сист.)}) \text{ МэВ}$ .

**Благодарности.** Разработка и приложение метода SS-HORSE осуществлены при поддержке Российского научного фонда, грант №16-12-10048. Эта работа поддержана также Министерством энергетики США (U. S. Department of Energy), гранты №DESC00018223 (SciDAC/NUCLEI) и №DE-FG02-87ER40371, Научным проектом по редким изотопам Института фундаментальных наук, финансируемого Министерством науки и информационно-коммуникационных технологий, и Национальным исследовательским фондом Кореи (National Research Foundation of Korea), грант №2013M7A1A1075764, а также Национальным исследовательским фондом, финансируемым правительством Кореи (MSIT), грант №2018R1A5A1025563. Вычислительные ресурсы предоставлены Национальным энергетическим научно-исследовательским вычислительным центром (National Energy Research Scientific Computing Center) Министерства энергетики США, контракт №DE-AC02-05CH11231, и Суперкомпьютерным центром Корейского института науки и информационных технологий (Supercomputing Center/Korea Institute of Science and Technology Information), контракт KSC-2015-C3-003.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Leidemann W., Orlandini G.* Modern *Ab Initio* Approaches and Applications in Few-Nucleon Physics with  $A \geq 4$  // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2013. V. 68. P. 158–214.
2. *Barrett B.R., Navrátil P., Vary J.P.* *Ab Initio* No Core Shell Model // *Ibid.* V. 69. P. 131–181.
3. *Lazauskas R.* Solution of the  $n-^4\text{He}$  Elastic Scattering Problem Using the Faddeev–Yakubovsky Equations // *Phys. Rev. C.* 2018. V. 97, No. 4. P. 044002.
4. *Navrátil P., Quaglioni S., Hupin G., Romero-Redondo C., Calci A.* Unified *Ab Initio* Approaches to Nuclear Structure and Reactions // *Phys. Scripta.* 2016. V. 91, No. 5. P. 053002.
5. *Calci A., Navrátil P., Roth R., Dohet-Eraly J., Quaglioni S., Hupin G.* Can *Ab Initio* Theory Explain the Phenomenon of Parity Inversion in  $^{11}\text{Be}$ ? // *Phys. Rev. Lett.* 2016. V. 117. P. 242501.
6. *Shirokov A.M., Mazur A.I., Mazur I.A., Vary J.P.* Shell Model States in the Continuum // *Phys. Rev. C.* 2016. V. 94. P. 064320.
7. *Mazur I.A., Shirokov A.M., Mazur A.I., Vary J.P.* Description of Resonant States in the Shell Model // *Phys. Part. Nucl.* 2017. V. 48, No. 1. P. 84.
8. *Blokhintsev L.D., Mazur A.I., Mazur I.A., Savin D.A., Shirokov A.M.* SS-HORSE Method for Studying Resonances // *Phys. At. Nucl.* 2017. V. 80. P. 226.
9. *Blokhintsev L.D., Mazur A.I., Mazur I.A., Savin D.A., Shirokov A.M.* SS-HORSE Method for Analysis of Resonances: Charged-Particle Scattering // *Phys. At. Nucl.* 2017. V. 80. P. 1093.
10. *Shirokov A.M., Mazur A.I., Mazur I.A., Mazur E.A., Shin I.J., Kim Y., Blokhintsev L.D., Vary J.P.* Nucleon- $\alpha$  Scattering and Resonances in  $^5\text{He}$  and  $^5\text{Li}$  with JISP16 and Daejeon16 *NN* Interactions // *Phys. Rev. C.* 2018. V. 98. P. 044624.
11. *Bang J.M., Mazur A.I., Shirokov A.M., Smirnov Yu.F., Zaytsev S.A.* *P*-Matrix and *J*-Matrix Approaches: Coulomb Asymptotics in the Harmonic Oscillator Representation of Scattering Theory // *Ann. Phys.* 2000. V. 280. P. 299.
12. *Shirokov A.M., Papadimitriou G., Mazur A.I., Mazur I.A., Roth R., Vary J.P.* Prediction for a Four-Neutron Resonance // *Phys. Rev. Lett.* 2016. V. 117. P. 182502.
13. *Kisamori K. et al.* Candidate Resonant Tetraneutron State Populated by the  $^4\text{He}(^8\text{He}, ^8\text{Be})$  Reaction // *Phys. Rev. Lett.* 2016. V. 116. P. 052501.
14. *Handbook of Mathematical Functions / Eds.: M. Abramowitz, I. A. Stegun.* New York: Dover, 1972.
15. *Shirokov A.M., Vary J.P., Mazur A.I., Weber T.A.* Realistic Nuclear Hamiltonian: *Ab Exitu* Approach // *Phys. Lett. B.* 2007. V. 644. P. 33.
16. *Shirokov A.M., Shin I.J., Kim Y., Sosonkina M., Maris P., Vary J.P.* N<sup>3</sup>LO *NN* Interaction Adjusted to Light Nuclei in *Ab Exitu* Approach // *Phys. Lett. B.* 2016. V. 761. P. 87.
17. *Bond J.E., Firsk F.W.K.* Determination of *R*-Function and Physical-State Parameters for  $n-^4\text{He}$  Elastic Scattering below 21 MeV // *Nucl. Phys. A.* 1977. V. 287. P. 317.
18. *Cs6t6 A., Hale G.M.* *S*-Matrix and *R*-Matrix Determination of the Low-Energy  $^5\text{He}$  and  $^5\text{Li}$  Resonance Parameters // *Phys. Rev. C.* 1997. V. 55. P. 536.
19. *Tilley D.R. et al.* Energy Levels of Light Nuclei  $A = 5, 6, 7$  // *Nucl. Phys. A.* 2002. V. 708. P. 3.

20. *Dodder D. C., Hale G. M., Jarmie N., Jett J. H., Keaton P. W., Jr., Nisley R. A., Witte K.* Elastic Scattering of Protons by Helium 4: New Experiments and Analysis // *Phys. Rev. C.* 1977. V. 15. P. 518.
21. *Джибути П. И., Крупенникова Н. Б.* Метод гиперсферических функций в квантовой механике нескольких тел. Тбилиси: Мецниереба, 1984.
22. *Джибути П. И.* Полный развал легких ядер элементарными частицами // *ЭЧАЯ.* 1983. Т. 14. С. 741.
23. *Zaitsev S. A., Smirnov Yu. F., Shirokov A. M.* True Many-Particle Scattering in the Oscillator Representation // *Theor. Math. Phys.* 1998. V. 117. P. 227.
24. *Machleidt R., Entem D. R.* Chiral Effective Field Theory and Nuclear Forces // *Phys. Rep.* 2011. V. 503. P. 1.
25. *Glazek S. D., Wilson K. G.* Renormalization of Hamiltonians // *Phys. Rev. D.* 1993. V. 48. P. 5863.
26. *Wegner F.* Flow-Equations for Hamiltonians // *Ann. Phys. (Berlin).* 1994. V. 506. P. 77.