

MAXIMALLY CHAOTIC DYNAMICAL SYSTEMS OF ANOSOV–KOLMOGOROV

*G. Savvidy**

Institute of Nuclear and Particle Physics, NCSR “Demokritos”, Athens

The maximally chaotic K-systems are dynamical systems which have nonzero Kolmogorov entropy. On the other hand, the hyperbolic dynamical systems that fulfil the Anosov C-condition have exponential instability of phase trajectories, mixing of all orders, and positive Kolmogorov entropy. Therefore, the C-condition defines a rich class of maximally chaotic systems which span an open set in the space of all dynamical systems. The interest in Anosov–Kolmogorov C–K systems is associated with the attempts to understand the relaxation phenomena, the foundation of the statistical mechanics, the appearance of turbulence in fluid dynamics, the nonlinear dynamics of the Yang–Mills field, the N -body system in Newtonian gravity and the relaxation phenomena in stellar systems, and the Black Hole thermodynamics. In this respect, of special interest are C–K systems that are defined on Riemannian manifolds of negative sectional curvatures and on high-dimensional tori. The classical- and quantum-mechanical properties of maximally chaotic dynamical systems, the application of the C–K theory to the investigation of the Yang–Mills dynamics and gravitational systems as well as their application in the Monte Carlo method will be reviewed.

Представляется совершенно естественным определить класс максимально хаотических K-систем как класс динамических систем, обладающих ненулевой энтропией Колмогорова. В то же время динамические системы, удовлетворяющие У-условию Аносова, образуют смежный класс гиперболических динамических систем, фазовые траектории которых экспоненциально неустойчивы. В них имеет место смешивание произвольного порядка, и они обладают положительной энтропией Колмогорова. Поэтому У-условие определяет богатый класс максимально хаотических динамических систем и, как это было доказано Аносовым, покрывает открытое множество в пространстве «всех» динамических систем или, иначе говоря, определяет класс систем, являющихся грубыми. Интерес к системам Аносова–Колмогорова связан с попытками объяснения явления релаксации, турбулентности, обоснования статистической механики, исследования нелинейной динамики полей Янга–Миллса, проблемы N тел в теории ньютоновской гравитации, явления релаксации в звездных системах и термодинамики черных дыр. В связи с этим особый интерес представляют У–К-системы, определенные на римановых многообразиях отрицательной секционной кривизны и на

*E-mail: savvidy@inp.demokritos.gr

торах высокой размерности. В работе обсуждаются классические и квантово-механические свойства максимально хаотических динамических систем, применение теории У–К-систем к исследованию динамики полей Янга–Миллса и гравитационных систем, а также их применение в методе Монте-Карло.

PACS: 95.90.Fh