

ОДНОПЕТЛЕВАЯ ГРАВИТАЦИЯ И КВАНТОВЫЕ СКАЧКИ В ОКРЕСТНОСТИ ЧЕРНЫХ ДЫР

А. Ю. Нурмагамбетов *

Институт теоретической физики им. А. И. Ахиезера
Национального научного центра Харьковский физико-технический институт,
Харьков, Украина
Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, Харьков, Украина
Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,
Харьков, Украина

Рассматривается нестационарное обобщение решений квантово-расширенной (однопетлевой общей теории относительности) системы уравнений Эйнштейна–Максвелла с комплексным скалярным полем. Важными представителями решений такого типа являются нестационарные вращающиеся черные дыры, расположенные внутри активных галактических ядер. Получено выражение для локальной плотности энергии свободнопадающего наблюдателя, и показано наличие скачка данной величины на горизонте событий черной дыры до транспланковских энергий. Таким образом, найден аналог файрвола, отвечающего, с одной стороны, за генерацию потоков космических лучей ультравысокой энергии из активных галактических ядер, а с другой стороны, призванного разрешить парадокс Хокинга в физике черных дыр.

A nonstationary extension of black hole solutions to the quantum-extended (one-loop GR) system of Einstein–Maxwell equations with a complex scalar field is considered. Important representatives of these solutions are nonstationary rotating black holes located inside the active galactic nuclei. Computing the local energy density of a freely falling observer, one finds, upon appropriate boundary conditions, the trans-Planckian leap of the local energy density near the event horizons. Thus, one locates a “firewall”, which, on the one hand, serves as a source of fluxes of ultra-high-energy cosmic rays out of the active galactic nuclei, and, on the other hand, is originally designed to resolve the Hawking paradox in black hole physics.

PACS: 04.70.-s; 04.60.Bc; 04.70.Dy; 98.62.Js

*E-mail: ajn@kipt.kharkov.ua

ВВЕДЕНИЕ

До недавнего времени астрофизика воспринималась, скорее, как наука более теоретическая, чем экспериментальная, поскольку вынужденно оперировала довольно скудным набором экспериментальных данных. Но уже сегодня мы говорим о наступлении эпохи многоканальной астрономии [1], позволяющей исследовать объекты и явления в глубоком космосе на основе данных из разных источников: стационарных и космических телескопов в широком диапазоне частот, детекторов частиц космического излучения, гравитационных интерферометров, космических спутников ближней и дальней разведки, а также имеющейся в наличии экспериментальной базы ускорителей частиц.

За прошедший десяток лет в наблюдательной астрофизике был сделан ряд фундаментальных открытий, таких как:

- ускоренное расширение Вселенной, следствием которого является включение в космологическую Стандартную модель новых компонентов — темной материи и темной энергии;
- гравитационные волны, за генерацию которых отвечают процессы слияния черных дыр и других компактных астрофизических объектов;
- спиральная структура галактик за счет эффекта Лензе–Тирринга, индуцированного сверхмассивной вращающейся черной дырой в активном галактическом ядре;
- генерация активными галактическими ядрами экспериментально наблюдаемых потоков космических лучей ультравысокой энергии $\sim 10^{19}$ эВ [2], на десяток порядков превышающей возможности современной ускорительной техники.

Очевидно, что приведенный список далек от полноты и, скорее, очерчивает рамки дальнейшей дискуссии, в которой основное внимание будет уделено механизму генерации космических лучей ультравысокой энергии (КЛУВЭ). Поскольку основным объектом активного галактического ядра является сверхмассивная черная дыра, возможные механизмы генерации КЛУВЭ тесно связаны со свойствами черных дыр.

Отдельно отметим, что до настоящего времени в физике черных дыр все еще существует разделение на астрофизические и математические черные дыры. Математические черные дыры — решения уравнений Эйнштейна гравитации с полями материи — изучены более детально, однако свойства этих решений определено могут не совпадать со свойствами астрофизических черных дыр — реальных космических объектов. Но при быстром развитии гравитационно-волновой спектроскопии [3, 4] различие между двумя классами черных дыр становится все более и более иллюзорным. К примеру, полученные в рамках проекта «Телескоп горизонта событий» [5] данные говорят в пользу существования горизонта событий у астрофизических черных дыр (объект исследования — сверхмассивная черная дыра M87 с массой

$6,5 \cdot 10^9 M_{\odot}$) — свойства, давно известного для соответствующих решений уравнений Эйнштейна.

Следующей важной характеристикой, унифицирующей свойства различных классов черных дыр, является излучение Хокинга [6, 7]. И, хотя излучение такого типа уже наблюдается в экспериментах с «аналоговыми» черными дырами (в рамках проекта У. Унру «черные дыры в ванной» [8]), непосредственное детектирование излучения Хокинга даже от сверхмассивных черных дыр затруднено в силу несовершенства имеющихся в наличии экспериментальных средств. Но, даже если излучение Хокинга от астрофизических черных дыр когда-либо будет зарегистрировано, оно в силу своей малой интенсивности не может быть причиной генерации космических лучей ультравысокой энергии. Более того, известные из квантовой теории поля стандартные механизмы генерации частиц в сильных внешних полях (цепные реакции, каскадные механизмы генерации потоков частиц и др.) оказываются недостаточными для генерации потоков КЛУВЭ с наблюдаемыми характеристиками. Поэтому даже поверхностный анализ проблемы построения механизмов генерации мощных потоков частиц из активных галактических ядер приводит к заключению о том, что полуклассическое приближение (лежащее в основе квантовой теории поля в сильных гравитационных полях) не подходит для описания таких процессов. Следовательно, абсолютно естественным шагом является выход за пределы полуклассического приближения, вариантом которого является учет однопетлевых поправок к стандартной общей теории относительности.

Работа структурирована следующим образом. В разд. 1 рассмотрена техника получения решений для нестационарных черных дыр в теории гравитации с квантовыми поправками, основанная на деформации известных статических/стационарных аналитических решений. Разд. 2 посвящен вычислению локальной плотности энергии свободнопадающего наблюдателя и формулировке условий, приводящих к сильному скачку плотности энергии вблизи горизонтов событий нестационарных черных дыр. В последней части работы проводится краткое обсуждение основных полученных результатов. Здесь, в частности, обговаривается связь транспланковских скачков локальной плотности энергии с генерацией ультраэнергетических потоков частиц из активных галактических ядер. Также обсуждается различие между установленными квантовыми скачками плотности энергии и фэйрволами на горизонтах событий черных дыр и влияние обоих эффектов на физику черных дыр.

1. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ВРАЩАЮЩИЕСЯ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ В ОДНОПЕТЛЕВОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

С технической точки зрения изучение свойств вращающихся черных дыр в квантово-скорректированной теории тяготения (в контексте поиска возможных механизмов генерации ультраэнергетических космических лучей) разде-

ляется на несколько этапов. Сначала нужно найти расширение уже известного стационарного решения уравнений Эйнштейна с полями материи и космологической постоянной (в наших обозначениях $\kappa^2 = 16\pi G$)

$$G_{\mu\nu} = \Lambda g_{\mu\nu} + \frac{\kappa^2}{2} T_{\mu\nu} \quad (1)$$

на случай нестационарной нейтральной/заряженной вращающейся черной дыры. Такая задача может быть решена с применением техники Мюраты–Киношита–Танахаша [9], основанной на разложении основных функций затравочного решения стационарной черной дыры в ряды с явно зависящими от времени коэффициентами. Затем полученное нестационарное решение используется для вычисления тензора энергии-импульса. Наконец, на последнем этапе вычислений полученные ранее выражения комбинируются в локальную плотность энергии — основную интересующую нас величину, поведение которой вблизи горизонтов событий является предметом последующего анализа.

Проиллюстрируем применение техники Мюраты–Киношита–Танахаша к решению Райсснера–Нордстрёма в пространстве анти-де Ситтера. В метрическом секторе деформация стартового статического решения реализуется переходом к разложению вида

$$ds^2 = -\frac{1}{z^2} (F(t, z) dt^2 + 2dt dz) + W^2(t, z) (dx^2 + dy^2) \quad (2)$$

с рядами основных функций

$$F(t, z) = \sum_{n=0}^{\infty} F_n(t) z^n, \quad (3)$$

$$W(t, z) = \frac{1}{z} + \sum_{n=0}^{\infty} W_n(t) z^n. \quad (4)$$

Аналогичным образом устроено разложение для векторного потенциала и комплексного скалярного поля [9, 10–14]. Подстановкой построенных разложений в сцепленную систему дифференциальных уравнений Эйнштейна–Максвелла со скалярным полем

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} + \frac{\kappa^2}{2} \left(-((\partial_\mu \psi - iqA_\mu \psi)(\partial_\nu \psi^* + iqA_\nu \psi^*) + \right. \\ \left. + (\mu \leftrightarrow \nu)) + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} F^2 - F_{\mu\rho} F_\nu{}^\rho \right) = 0, \\ \nabla^\mu F_{\mu\nu} + iq\psi(\partial_\nu + iqA_\nu)\psi^* - iq\psi^*(\partial_\nu - iqA_\nu)\psi = 0, \\ (\nabla^\mu - iqA^\mu)(\nabla_\mu - iqA_\mu)\psi - m^2\psi = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

фиксируются коэффициенты при каждой степени переменной z . Нетривиальность применения данной процедуры обеспечивается общей ковариантностью рассматриваемой модели и наличием соответствующих сохраняющихся нётеровских зарядов. (Аналогичные аргументы обосновывают нетривиальность решений полной системы уравнений гравитации с полями материи.)

Поскольку нашей целью является выход за пределы полуклассического приближения, наше стартовое действие включает однопетлевые поправки к стандартному функционалу Эйнштейна–Гильберта с полями материи

$$\begin{aligned}
 S = & \frac{1}{\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} [R - 2\Lambda] - \\
 & - \frac{1}{4} \int d^4x \sqrt{-g} F^2 - \int d^4x \sqrt{-g} [|\partial_\mu \psi - iqA_\mu \psi|^2 + V(\psi)] + \\
 & + \hbar \int d^4x \sqrt{-g} [c_1 R^2 + c_2 R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + \dots]. \quad (6)
 \end{aligned}$$

Вариация действия по переменным $g_{\mu\nu}$, A_μ , ψ приводит к системе уравнений

$$\begin{aligned}
 R_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = & \frac{\kappa^2}{2} g_{\mu\nu} \left[V(\psi) - \frac{1}{4} F^2 + c_1 \hbar R^2 + \right. \\
 & \left. + (2c_1 + c_2) \hbar \nabla^2 R + c_2 \hbar R_{\rho\lambda} R^{\rho\lambda} + \dots \right] + \\
 & + \kappa^2 \left[-\frac{1}{2} ((\partial_\mu \psi - iqA_\mu \psi)(\partial_\nu \psi^* + iqA_\nu \psi^*) + (\mu \leftrightarrow \nu)) - \right. \\
 & - \frac{1}{2} F_{\mu\rho} F_{\nu}{}^\rho + 2c_1 \hbar R R_{\mu\nu} - (2c_1 + c_2) \hbar \nabla_\mu \nabla_\nu R - \\
 & \left. - 2c_2 \hbar R_{\kappa_1 \mu \nu \kappa_2} R^{\kappa_1 \kappa_2} + c_2 \hbar \nabla^2 R_{\mu\nu} + \dots \right] = 0, \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$\nabla^\mu F_{\mu\nu} + iq\psi(\partial_\nu + iqA_\nu)\psi^* - iq\psi^*(\partial_\nu - iqA_\nu)\psi + \dots = 0,$$

$$(\nabla^\mu - iqA^\mu)(\nabla_\mu - iqA_\mu)\psi - \frac{\partial V}{\partial \psi} + \dots = 0.$$

Как обсуждалось выше, решение к системе уравнений (7) строится путем деформации соответствующего точного решения (Шварцшильда, Райснера–Нордстрёма, Керра–Ньюмена и т. д.) к стандартной системе уравнений движения гравитации с полями материи (см. детали процедуры для невращающихся черных дыр в [9, 12, 13]). Для более интересного с точки зрения астрофизики случая вращающихся черных дыр деформация стандартной метрики Керра–Ньюмена (далее для простоты сфокусируем внимание на метрике Керра плоского пространства-времени со скалярным полем хиггсовского типа) выглядит

следующим образом [14]:

$$ds^2 = -\frac{F(t, z, \theta)}{z^2} (dt + a \sin^2 \theta d\phi)^2 + 2 (dt + a \sin^2 \theta d\phi) \times \\ \times \left(-\frac{dz}{z^2} + a \sin^2 \theta d\phi \right) + \Phi^2(t, z, \theta) (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (8)$$

Здесь

$$F(t, z, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (F_n(t, \theta) + \kappa^2 \hbar F_n^h(t, \theta)) z^n \quad (9)$$

и

$$\Phi(t, z, \theta) = \frac{1}{z} + \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(t, \theta) z^n + \kappa^2 \hbar \sum_{n=-1}^{\infty} \Phi_n^h(t, \theta) z^n, \quad (10)$$

где верхний индекс h относится к квантовым модам разложений (9), (10). Подставляя разложения для метрики и других полей (см. детали в [14]) в систему уравнений движения (7), находим коэффициенты разложений (9), (10), после чего на следующем этапе вычислений восстанавливаем выражения для тензора энергии-импульса с квантовыми поправками

$$T_{\mu\nu} = -\frac{2}{\kappa^2} \Lambda g_{\mu\nu} + g_{\mu\nu} \left[c_1 R^2 - (4c_1 + c_2) \nabla^2 R + c_2 R_{\rho\lambda} R^{\rho\lambda} \right] - \\ - 2 \left[2c_1 R R_{\mu\nu} - (2c_1 + c_2) \nabla_\mu \nabla_\nu R - 2c_2 R_{\rho\mu\nu\lambda} R^{\rho\lambda} + c_2 \nabla^2 R_{\mu\nu} + \dots \right] \quad (11)$$

и четырехвектора скорости наблюдателя, свободнопадающего к горизонту событий черной дыры. Свертка по индексам данных величин сводится к выражению скалярной локальной плотности энергии [15], к обсуждению которой сейчас и переходим.

2. ТРАНСПЛАНКОВСКИЕ СКАЧКИ ЛОКАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ЭНЕРГИИ В МОДЕЛЯХ ЧЕРНЫХ ДЫР

По определению (см. [15]) локальной плотностью энергии, измеряемой свободнопадающим наблюдателем, является величина

$$\rho \equiv \langle T_{\mu\nu} \rangle U^\mu U^\nu. \quad (12)$$

Здесь U^μ — четырехвектор скорости наблюдателя; $\langle T_{\mu\nu} \rangle \equiv \langle 0_K | \hat{T}_{\mu\nu} | 0_K \rangle$ — вакуумное среднее оператора тензора энергии-импульса по вакуумному состоянию Крускала $|0_K\rangle$ (также известному как вакуум Хартля–Хокинга, см. [16]).

Нами установлено [12, 17], что в рамках полуклассического описания стандартной общей теории относительности (ОТО) локальная плотность энергии не претерпевает сильных изменений на горизонтах событий статических

черных дыр. Для однопетлевых поправок к стандартной ОТО локальная плотность энергии на горизонтах событий статических заряженных черных дыр, а именно для решения Мелвина–Шварцшильда (черная дыра во внешнем магнитном поле) и его обобщения [18], остается практически неизменной. Однако ситуация сильно меняется в случае:

- нестационарной черной дыры с полями материи;
- пространства-времени с нетривиальной (отрицательной) космологической постоянной, индуцированной квантовыми эффектами;
- специальных граничных условий, выбранных таким образом, чтобы квантовые моды полей материи приобретали нетривиальные значения на границе пространства анти-де Ситтера (так называемые анти-Дирихле граничные условия).

При соблюдении вышеперечисленных условий реализуется транспланковский скачок локальной плотности энергии вблизи горизонта событий черной дыры [12]:

$$\rho \sim \frac{1}{\kappa^2} = \frac{1}{16\pi G} \sim E_{\text{Pl}}^2. \quad (13)$$

Теперь перейдем к случаю вращающихся черных дыр. Ожидаемые скачки локальной плотности энергии связаны с нестационарностью обсуждавшихся выше керровских решений (см. предыдущий разд.). Восстанавливая тензор энергии-импульса (11) по известным коэффициентам разложений метрики (9), (10) (поскольку нас интересует величина тензора энергии-импульса на массовой поверхности, достаточно воспользоваться уравнениями Эйнштейна $G_{\mu\nu} \sim T_{\mu\nu}$), вычисляем локальную плотность энергии свободнопадающего наблюдателя в однопетлевом приближении. Четырехвектор скорости U^μ также содержит квантовые поправки, однако их учет в выражении для локальной плотности энергии является эффектом второго порядка малости по \hbar . Следовательно, в рамках линейного по квантовым поправкам приближения четырехвектор скорости совпадает с классическим значением (нормированным на массу наблюдателя μ : $U^\mu U_\mu = -\mu^2$), полученным из уравнений геодезических для стандартного решения Керра в работе [19].

Прежде чем перейти к обсуждению поведения локальной плотности энергии вблизи горизонта событий нестационарной вращающейся черной дыры, приведем значение данной величины для классического стационарного решения Керра–Ньюмена:

$$\rho = \frac{Q^2 z^2}{2(1 + a^2 z^2 \cos^2 \theta)^3} (\mathcal{K} - a^2 \mu^2 \cos^2 \theta). \quad (14)$$

Входящими в это выражение величинами являются параметр вращения a , постоянная Картера (свернутый тензор Киллинга) \mathcal{K} , масса наблюдателя μ и заряд черной дыры Q . Очевидно, что локальная плотность энергии конечна

на горизонте событий $z = z_h$ и в точности равна нулю для нейтральной вращающейся черной дыры.

Теперь приведем выражения локальной плотности энергии для двух характерных случаях нестационарных вращающихся черных дыр в фоне полей однопетлевой гравитации. Для нестационарной медленно вращающейся черной дыры имеем

$$\rho_{\text{slow}} = \frac{2}{\kappa^2} \frac{f(z)}{\Delta^2} + \mathcal{O}(\Delta^{-2}, a), \quad (15)$$

где $f(z)$ — регулярная функция, a — параметр вращения, а Δ — расходящаяся на горизонте событий функция. В случае быстро вращающейся черной дыры

$$\rho_{\text{fast}} = \frac{2a^{10}}{\kappa^2} \frac{\tilde{f}(z, \theta)}{\Delta^2} + \mathcal{O}(\Delta^{-2}, a^{10}), \quad (16)$$

где, как и в предыдущем случае, \tilde{f} — регулярная функция на горизонте событий. Ясно, что в обоих случаях локальная плотность энергии свободнопадающего наблюдателя претерпевает скачок вблизи горизонта событий черной дыры (ср. с (13)), что указывает на формирование структуры, аналогичной фэйрволу [20, 21]. И хотя функциональные зависимости (15), (16) получены с использованием разложений полей на пространственной бесконечности (на границе для пространства анти-де Ситтера), переход к разложениям полей вблизи горизонта событий [12, 14] не сильно сказывается на поведении локальной плотности энергии.

3. КРАТКОЕ ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Учет *слабых* квантовых поправок к гравитационному действию, т. е. выход за пределы полуклассического приближения, приводит к возникновению *сильных* локальных скачков плотности энергии, измеряемой свободнопадающим наблюдателем вблизи горизонта событий нестационарных (вращающихся) черных дыр [12, 14]. Нестационарность решения является одной из необходимых составляющих для реализации подобного эффекта, двумя другими необходимыми условиями являются наличие специальных граничных условий на квантовые моды разложений и индуцированная квантовыми эффектами отрицательная космологическая постоянная. Все это указывает на отличие эффекта квантового скачка локальной плотности энергии от оригинального концепта фэйрвола [20]. Действительно, учет квантовых поправок к эйнштейновскому действию не приводит к возникновению АМПС фэйрвола, призванного решить проблему информационного парадокса и, как следствие, формирующегося на поздних этапах эволюции черных дыр. (См. детали сравнения с АМПС фэйрволом в работе [21], а также обзор современного состояния проблемы информационного парадокса в [22] и критику оригинального предложения в [20].)

Тем не менее оба эффекта — транспланковские скачки локальной плотности энергии и фэйрвол — базируются на квантовых поправках к ОТО (см. последний разд. [12] с обсуждением тонкостей данного вопроса), оба они должны быть приняты во внимание при выходе за пределы полуклассического приближения. Эффект квантового скачка локальной плотности энергии является достаточно универсальным для его (по крайней мере, частичного) использования при объяснении механизма возникновения мощных потоков космических лучей ультравысокой энергии из активных галактических ядер — мест расположения нестационарных вращающихся сверхмассивных черных дыр.

Наконец, отметим другое перспективное приложение полученных результатов. Любая черная дыра характеризуется так называемой кривой Пейджа [23, 24], демонстрирующей временную зависимость энтропии запутанных состояний в процессе ее испарения. Кривая Пейджа для классического решения Керра приводится в недавней работе [25]. Шаги к вычислению этой важной характеристики в рамках однопетлевой гравитации и ее качественные отличия от оригинального предложения Пейджа являются предметом обсуждения другой недавней работы [26]. Сложной, но важной задачей является получение кривых Пейджа для нестационарных вращающихся черных дыр за пределами полуклассического приближения, а также сравнение их поведения на ранних этапах эволюции с поведением их полуклассических аналогов.

Автор выражает благодарность организаторам Международной Боголюбовской конференции «Проблемы теоретической и математической физики» 2019 г., а также Ин-Йонг Парку за многочисленные стимулирующие обсуждения и приятное сотрудничество.

Работа частично поддержана Министерством образования и науки Украины в рамках программы «Наука в университетах».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bartos I., Kowalski M.* Multimessenger Astronomy. Bristol: IOP Publ., 2017.
2. *Abraham J. et al. (Pierre Auger Collab.)*. Correlation of the Highest Energy Cosmic Rays with Nearby Extragalactic Objects // *Science*. 2007. V. 318. P. 938–943.
3. *Abbott B. P. et al. (LIGO Scientific and Virgo Collabs.)*. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger // *Phys. Rev. Lett.* 2016. V. 116. P. 061102.
4. *Berti E., Cardoso V., Will C. M.* On Gravitational-Wave Spectroscopy of Massive Black Holes with the Space Interferometer LISA // *Phys. Rev. D*. 2006. V. 73. P. 064030.
5. *Akiyama K. et al. (Event Horizon Telescope Collab.)*. First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole // *Astrophys. J.* 2019. V. 875. P. L1.
6. *Hawking S. W.* Particle Creation by Black Holes // *Commun. Math. Phys.* 1975. V. 43. P. 199–220; Erratum // *Commun. Math. Phys.* 1976. V. 46. P. 206.

7. *Hawking S.W.* Black Holes and Thermodynamics // *Phys. Rev. D.* 1976. V. 13. P. 191–197.
8. *Unruh W.G.* Experimental Black Hole Evaporation? // *Phys. Rev. Lett.* 1981. V. 46. P. 1351–1353.
9. *Murata K., Kinoshita S., Tanahashi N.* Non-Equilibrium Condensation Process in a Holographic Superconductor // *JHEP.* 2010. V. 1007. P. 050.
10. *Park I.Y.* Quantum “Violation” of Dirichlet Boundary Condition // *Phys. Lett. B.* 2017. V. 765. P. 260–264.
11. *James F., Park I.Y.* Quantum Gravitational Effects on the Boundary // *Theor. Math. Phys.* 2018. V. 195. P. 607–627 (*Theor. Mat. Fiz.* 2018. V. 195. P. 130–154).
12. *Nurmagambetov A.J., Park I.Y.* Quantum-Induced Trans-Planckian Energy near Horizon // *JHEP.* 2018. V. 1805. P. 167.
13. *Park I.* Foliation-Based Approach to Quantum Gravity and Applications to Astrophysics // *Universe.* 2019. V. 5. P. 71.
14. *Nurmagambetov A.J., Park I.Y.* Quantum-Gravitational Trans-Planckian Energy of a Time-Dependent Black Hole // *Symmetry.* 2019. V. 11. P. 1303.
15. *Lowe D.A., Thorlacius L.* Pure States and Black Hole Complementarity // *Phys. Rev. D.* 2013. V. 88. P. 044012.
16. *Mukhanov V., Winitzki S.* Introduction to Quantum Effects in Gravity. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2007.
17. *Park I.Y.* Quantum-Corrected Geometry of Horizon Vicinity // *Fortsch. Phys.* 2017. V. 65. P. 1700038.
18. *Preston B., Poisson E.* A Light-Cone Gauge for Black-Hole Perturbation Theory // *Phys. Rev. D.* 2006. V. 74. P. 064010.
19. *Carter B.* Global Structure of the Kerr Family of Gravitational Fields // *Phys. Rev.* 1968. V. 174. P. 1559–1571.
20. *Almheiri A., Marolf D., Polchinski J., Sully J.* Black Holes: Complementarity or Firewalls? // *JHEP.* 2013. V. 1302. P. 062.
21. *Nurmagambetov A.J., Park I.Y.* On Firewalls in Quantum-Corrected General Relativity // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2019. V. 1390. P. 012091.
22. *Unruh W.G., Wald R.M.* Information Loss // *Rep. Prog. Phys.* 2017. V. 80. P. 092002.
23. *Page D.N.* Black Hole Information. arXiv:9305040 [hep-th].
24. *Page D.N.* Information in Black Hole Radiation // *Phys. Rev. Lett.* 1993. V. 71. P. 3743–3746.
25. *Nian J.* Kerr Black Hole Evaporation and Page Curve. arXiv:1912.13474 [hep-th].
26. *Park I.Y.* Black Hole Evolution in Quantum-Gravitational Framework. arXiv:1912.07413 [hep-th].