ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЯДЕРНЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВЕ ЧЕТЫРЕХМЕРНЫХ СКОРОСТЕЙ

А. И. Малахов^{*}, А. А. Зайцев, Е. А. Колесникова, Г. И. Лыкасов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Представлены результаты дальнейшего развития подхода к изучению релятивистских ядерных взаимодействий в пространстве четырехмерных скоростей с использованием принципа подобия. Суть модификации подхода заключается во включении кварк-глюонной динамики в генерацию адронов при ядро-ядерных взаимодействиях в центральной области быстрот. Инклюзивные спектры пионов и каонов, образующихся при *pp*- и ядро-ядерных столкновениях, были изучены как функции их поперечного импульса *pT* в центральной области быстрот, рассчитанные в рамках модифицированного подхода, основанного на предположении о подобии инклюзивных спектров адронов. Также представлено удовлетворительное описание данных NA61/SHINE для отношений выходов K^+/π^+ и K^-/π^- как функций \sqrt{s} при столкновениях *pp* и BeBe. Приведены результаты расчетов отношения выхода античастиц к выходу частиц (\overline{p}/p , \overline{d}/d , ${}^{3}\overline{\mathrm{He}}/{}^{3}\mathrm{He}$) в протон-протонных и ядро-ядерных расчетов.

The results of further development of the approach to study the relativistic nuclear interactions in the space of four-dimensional velocities using the similarity principle are presented. The essence of the modification of the approach is to include quark–gluon dynamics in the generation of hadrons during nucleus–nucleus interactions in the central region of rapidity. Inclusive spectra of pions and kaons formed during pp and nucleus–nucleus collisions were studied as functions of their transverse momentum p_T in the central region of rapidity, calculated within the framework of a modified approach based on the assumption of similarity of inclusive spectra of hadrons. A satisfactory description of the NA61/SHINE data is also presented for the ratios of the outputs K^+/π^+ and K^-/π^- as functions of \sqrt{s} in pp and BeBe collisions. The results of calculations of the ratio of the yield of antiparticles to the yield of particles (\overline{p}/p , \overline{d}/d , ${}^3\overline{\text{He}}/{}^3\text{He}$) in proton–proton and nucleus–nucleus reactions are presented.

PACS: 25.75.Dw

^{*} E-mail: malakhov@jinr.ru

введение

В работе [1] получено аналитическое выражение для параметра подобия в центральной области быстрот, который использован для описания инклюзивных инвариантных сечений релятивистских ядерных взаимодействий (уравнение Балдина-Малахова):

$$\Pi = N \operatorname{ch} Y,\tag{1}$$

где N — доля переданного во взаимодействии четырехмерного импульса (далее будет подробно описано); Y — быстрота сталкивающихся ядер.

Это на вид простое соотношение позволило выполнить удовлетворительное описание в центральной области быстрот:

 отношений выходов античастиц и легких антиядер к выходам частиц и легких ядер;

— спектров вторичных частиц в зависимости от поперечного импульса p_T в широком диапазоне значений энергии (с использованием модификации подхода путем включения кварк-глюонной динамики в генерацию адронов);

— энергетической зависимости параметра наклона *T* спектров вторичных частиц от энергии;

- отношений выходов каонов к выходам пионов;

— описание выхода частиц в зависимости от их быстроты (вблизи центральной области).

1. ПАРАМЕТР ПОДОБИЯ

Для взаимодействия двух релятивистских ядер I и II с рождением частицы 1

$$I + II \to 1 + \dots \tag{2}$$

можно записать закон сохранения четырехмерного импульса в виде

$$(N_{\rm I}P_{\rm I} + N_{\rm II}P_{\rm II} - p_1)^2 = (N_{\rm I}m_0 + N_{\rm II}m_0 + M)^2, \qquad (3)$$

где $N_{\rm I}$ и $N_{\rm II}$ — доли переданных четырехмерных импульсов нуклонов в ядрах I и II, участвующих во взаимодействии; M — масса, обеспечивающая закон сохранения квантовых чисел.

В работе [2] введен параметр подобия П:

$$\Pi = \min \frac{1}{2} \sqrt{\left(u_{\rm I} N_{\rm I} + u_{\rm II} N_{\rm II} r \right)^2} \,, \tag{4}$$

где *u*_I и *u*_{II} — четырехмерные скорости ядер I и II.

В этой же публикации инвариантное инклюзивное сечение представлено в виде

$$E\frac{d^3\sigma}{dp^3} = C_1 A_{\rm I}^{\alpha} A_{\rm II}^{\beta} \exp\left(\frac{-\Pi}{C_2}\right),\tag{5}$$

где $C_1 = 1,9 \cdot 10^4$ мб · ГэВ⁻²· с³· ср⁻¹, $C_2 = 0,125 \pm 0,002, \alpha = 1/3 + N_{\rm I}/3, \beta = 1/3 + N_{\rm II}/3.$

В области центральных быстрот рожденной частицы $(y_1 = 0)$, как отмечено выше, было найдено аналитическое выражение для П [1]. При этом $N_{\rm I} = N_{\rm II} = N$:

$$N = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\Phi_M}{\Phi^2}}\right)\Phi,\tag{6}$$

где

$$\Phi = \frac{1}{m_0} \left(m_{1T} \operatorname{ch} Y + M \right) \frac{1}{2 \operatorname{sh}^2 Y},\tag{7}$$

$$\Phi_M = \frac{M^2 - m_1^2}{4m_0^2 \operatorname{sh}^2 Y},\tag{8}$$

$$m_{1T} = \sqrt{m_1^2 + p_{1T}^2} \,, \tag{9}$$

где Y — быстрота сталкивающихся ядер.

2. ОТНОШЕНИЯ ВЫХОДОВ АНТИЧАСТИЦ И ЛЕГКИХ АНТИЯДЕР К ВЫХОДАМ ЧАСТИЦ И ЛЕГКИХ ЯДЕР

Для случая ядер и ядерных фрагментов (барионы) $M = -m_1$ и тогда

$$\Pi_b = (m_{1T} \operatorname{ch} Y - m_1) \, \frac{\operatorname{ch} Y}{m_0 \operatorname{sh}^2 Y}.$$
(10)

Для случая антиядер и антиядерных фрагментов (антибарионы) $M = m_1$ и, следовательно,

$$\Pi_a = (m_{1T} \operatorname{ch} Y + m_1) \frac{\operatorname{ch} Y}{m_0 \operatorname{sh}^2 Y}.$$
(11)

Отношение выходов антибарионов и барионов R можно записать в виде отношения интегралов:

$$R = \frac{\int_{0}^{\infty} m_{1T} C_1 A_{\mathrm{I}}^{\alpha} A_{\mathrm{II}}^{\beta} \exp\left(\frac{-\Pi_a}{C_2}\right) dm_{1T}}{\int_{0}^{\infty} m_{1T} C_1 A_{\mathrm{I}}^{\alpha} A_{\mathrm{II}}^{\beta} \exp\left(\frac{-\Pi_b}{C_2}\right) dm_{1T}}.$$
(12)

После интегрирования по m_{1T} получаем для случая $A_{I} = A_{II} = A$:

$$R = A^{\frac{4}{3}\frac{m_1}{m_0}\frac{1}{\text{sh}^2 Y}} \exp\left(-\frac{\frac{2m_1}{m_0}\frac{\text{ch}Y}{\text{sh}^2 Y}}{C_2}\right).$$
 (13)



Рис. 1. Сравнение результатов наших вычислений с экспериментальными данными для отношений выходов антипротонов к выходам протонов в столкновениях pp (*a*) и AuAu (δ). Для взаимодействий AuAu учтен эффект стоппинга (Y - dY) [3]

Для случая разных ядер $A_{\rm I} = A, A_{\rm II} = B$ имеем

$$R = (AB)^{\frac{2}{3}\frac{m_1}{m_0}\frac{1}{\operatorname{sh}^2 Y}} \exp\left(-\frac{\frac{2m_1}{m_0}\frac{\operatorname{ch} Y}{\operatorname{sh}^2 Y}}{C_2}\right).$$
 (14)

Расчеты по формуле (13) дали удовлетворительные результаты по описанию экспериментальных данных по отношениям выходов антипротонов к выходам протонов), антидейтронов к дейтронам (\overline{d}/d) и антигелия-3 к гелию-3 ($^{3}\mathrm{He}/^{3}\mathrm{He}$). При учете эффекта стоппинга данные хорошо описываются с одной константой $C_{2} = 0.146$ в столкновениях pp, BeBe, SS, CuCu, AuAu, PbPb в широкой области значений энергии от ISR до LHC [3]. На рис. 1 приведено сравнение результатов наших расчетов для отношений выходов в столкновениях pp и AuAu.

3. СПЕКТРЫ ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПОПЕРЕЧНОГО ИМПУЛЬСА

Используя переменные s, p_T и зависимость ch $Y = \sqrt{s}/2m_0$, из уравнения Балдина–Малахова (1) Г.И.Лыкасов получил соотношение Балдина–Малахова–Лыкасова для П [4]:

$$\Pi = \left(\frac{m_{1T}}{2m_0\delta} + \frac{M}{\sqrt{s}\,\delta}\right) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{M^2 - m_1^2}{m_{1T}^2}\delta}\right),\tag{15}$$

где $\delta = 1 - 4m_0^2/s.$

Для $\pi\text{-мезонов}$ при $p_{1T}^2\gg m_1^2$ получаем

$$\Pi \cong \frac{m_{1T}}{m_0 \left(1 - \frac{4m_0^2}{s}\right)}.$$
(16)

Инвариантное дифференциальное сечение можно представить в виде [5]

$$E\frac{d^{3}\sigma}{dp^{3}} = \frac{1}{\pi}\frac{d^{2}\sigma}{dm_{1T}^{2}\,dy} \left[\varphi_{q}\left(y,p_{1T}\right) + \varphi_{g}\left(y,\varphi_{1T}\right)\left(1 - \frac{\sigma_{\mathrm{nd}}}{g\left(\frac{s}{s_{0}}\right)^{\Delta}}\right)\right]g\left(\frac{s}{s_{0}}\right)^{\Delta},\tag{17}$$

где $\sigma_{\rm nd}$ — недифракционное pp-сечение; g — константа (~ 20 мб); $s_0 \sim ~ 1 \ \Gamma \Im B^2$; $\Delta = [\alpha_p(0) - 1] \sim 0.12$, $\alpha_p(0)$ — интерсепт надкритического померона.

В работе [6] в качестве функций $\varphi(y, p_T)$ предложено использовать $\varphi(y, \Pi)$.

Тогда в области центральных быстрот можно написать

$$\varphi_q (y = 0, \Pi) = A_q \exp\left(\frac{-\Pi}{C_q}\right),$$
$$\varphi_g (y = 0, \Pi) = A_g \sqrt{m_{1T}} \exp\left(\frac{-\Pi}{C_g}\right).$$



Рис. 2. Спектры вторичных пионов в зависимости от поперечного импульса p_T в BeBe-столкновениях при различных начальных энергиях в эксперименте NA61/SHINE

В этом подходе удалось удовлетворительно описать спектры вторичных пионов и каонов в зависимости от p_T в столкновениях pp и BeBe. На рис. 2 для примера представлен спектр вторичных пионов в зависимости от поперечного импульса в BeBe-столкновениях при различных начальных энергиях. Хорошее описание получено и для данных RHIC и LHC [4].

4. ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПАРАМЕТРА НАКЛОНА *Т* СПЕКТРОВ ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ

Часто инвариантные дифференциальные сечения представляют зависимостью

$$E\frac{d^3\sigma}{dp^3}\exp\left(\frac{-m_T}{T}\right),$$

где T = const.

В нашем подходе

$$E\frac{d^3\sigma}{dp^3}\exp\left(\frac{-\Pi}{T}\right) = \exp\left(\frac{-m_{1T}}{C_1m_0\left(1-\frac{4m_0^2}{s}\right)}\right),\tag{18}$$

и, таким образом, $T = C_1 m_0 \left(1 - (4m_0^2)/s\right)$.



Рис. 3. Сравнение результатов наших вычислений по зависимости параметра наклона *T* от энергии (сплошная кривая) с экспериментальными данными

Вычисление по этой формуле дает удовлетворительное описание экспериментальных данных [4]. На рис. 3 представлено сравнение результатов наших расчетов параметра наклона T в зависимости от энергии с экспериментальными данными экспериментов HADES и NA61/SHINE.

5. ОТНОШЕНИЯ ВЫХОДОВ КАОНОВ К ВЫХОДАМ ПИОНОВ

В рамках нашего подхода были выполнены вычисления отношения выходов каонов к выходам пионов в *pp*-столкновениях в зависимости от энергии в широком диапазоне [7].

Сравнение наших вычислений с экспериментальными данными показано на рис. 4. Видно, что наши результаты (BMLZ — Baldin-Malakhov-Lykasov-Zaitsev) удовлетворительно описывает данные.

Аналогичные расчеты были выполнены для BeBe-столкновений. Результаты представлены на рис. 5. Видно, что наша модель (BMLZ) описывает экспериментальные данные NA61/SHINE наиболее точно по сравнению с моделями Epos 1.99, UrQMD 3.4, PHSD, AMPT, SMASH.



Рис. 4. Отношения выходов каонов к выходу пионов в *pp*-столкновениях в центральной области быстрот как функция $\sqrt{s}: a$) K^+/π^+ ; б) K^-/π^- . Квадраты — данные NA61; кружки — PHENIX; звезда — STAR; треугольники — ALICE



Рис. 5. Отношения выходов каонов к выходу пионов в BeBe-столкновениях как функции \sqrt{s} . Приведены расчеты по различным моделям [8]. Наша кривая — BMLZ

6. ОПИСАНИЕ ВЫХОДА ЧАСТИЦ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ИХ БЫСТРОТЫ (ВБЛИЗИ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ)

Если не полагать y = 0, то для Φ имеем *y*-зависимость в виде [9]

$$\Phi \approx \frac{1}{m_0} \left(m_{1T} \operatorname{ch} y \operatorname{ch} Y + M \right) \frac{1}{2 \operatorname{sh}^2 Y}.$$
(19)

Тогда в области -0.3 < y < 0.3 мы получаем достаточно хорошее описание выхода пионов в различных ядерных столкновениях в зависимости от быстроты рожденного пиона. Пример такого описания экспериментальных данных приведен на рис.6 для столкновений AuAu и PbPb с энергиями 8,7, 12,3, 17,2, 200 ГэВ/нуклон.

Рис. 6. Выход пионов dN/dy в столкновениях AuAu и PbPb в зависимости от быстроты рожденных пионов y для энергий RHIC и SPS. Светлые кружки — AuAuстолкновения при $\sqrt{s} = 200$ ГэB/нуклон; темные кружки, светлые квадраты и темные квадраты — PbPb-столкновения при энергиях $\sqrt{s} = 17.2$, 12.3 и 8.7 ГэB/нуклон соответственно. Экспериментальные данные взяты из [10]

300 250 50 250 150 100 -0,3 -0,1 y 0,1 0,3 0,1 0,3 0,1 0,3 0,3 0,1 0,3 0,3 0,1 0,3 0,3 0,1 0,3 0,3 0,1 0,3 0,1 0,3 0,1 0,3 0,3 0,1 0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,50

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подход в исследовании релятивистских ядерных взаимодействий в пространстве четырехмерных скоростей с использованием принципа подобия оказался очень плодотворным. Было найдено аналитическое выражение для параметра подобия в центральной области быстрот с учетом сохранения четырехмерного импульса и законов сохранения квантовых чисел. Этот подход позволил удовлетворительно описать ряд явлений в центральной области быстрот, в частности, отношения выходов античастиц и легких антиядер к выходам частиц и легких ядер. Удовлетворительно описаны спектры вторичных частиц в зависимости от поперечного импульса p_T в широком диапазоне значений энергии и отношения выходов каонов к выходам пионов (с использованием модификации подхода путем включения кварк-глюонной динамики в генерацию адронов). Выполнены расчеты энергетической зависимости параметра наклона *T* спектров вторичных частиц от энергии и выходов рожденных пионов в зависимости от их быстроты (вблизи центральной области). Результаты этих расчетов хорошо описывают существующие экспериментальные данные.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Baldin A. M., Malakhov A. I. Relativistic Multiparticle Processes in the Central Rapidity Region at Asymptotically High Energies // JINR Rapid Commun. 1998. V. 1[87]. P. 5–12.
- Baldin A. M., Baldin A. A. Relativistic Nuclear Physics: Relative 4-Velocity Space, Symmetries of Solutions, Correlation Depletion Principle, Similar Attitude, Intermediate Asymptotics // Phys. Part. Nucl. 1998. V.29, No.3. P.232.
- Malakhov A. I., Zaitsev A. A. The Yield Ratio of Anti-Nuclei and Nuclei in Relativistic Nuclear Collisions in Central Rapidity Region // JETP. 2022. V. 135, No. 2. P. 209–214.
- Lykasov G. I., Malakhov A. I. Self-Consistent Analysis of Hadron Production in pp and AA Collisions at Mid-Rapidity // Eur. Phys. J. A. 2018. V. 54. P. 187.
- Bednyakov V.A., Grinyuk A.A., Lykasov G.I., Pogosyan M. Role of Gluons in Soft and Semi-Hard Multiple Hadron Production in pp Collisions at LHC // Intern. J. Mod. Phys. A. 2012. V.27. P. 1250042.
- 6. Lykasov G. I., Malakhov A. I., Zaitsev A. A. Ratio of Kaon-to-Pion Production Cross Sections in BeBe Collisions as a Function of \sqrt{s} // Eur. Phys. J. A. 2022. V. 58. P. 112.
- 7. Lykasov G. I., Malakhov A. I., Zaitsev A. A. Ratio of Cross Sections of Kaons to Pions Produced in pp Collisions as a Function of \sqrt{s} // Eur. Phys. J. A. 2021. V. 57. P.91.
- 8. Acharya A. et al. (NA61/SHINE Collab.). Measurements of π^{\pm} , K^{\pm} , p and p^{-} Spectra in ⁷Be + ⁹Be Collisions at Beam Momenta from 19A to 150A GeV/c with the NA61/SHINE Spectrometer at the CERN SPS // Eur. Phys. J. C. 2021. V. 81. P. 73.
- 9. Malakhov A. I., Lykasov G. I. Mid-Rapidity Dependence of Hadron Production in p-p and A-A Collisions // Eur. Phys. J. A. 2020. V. 56. P. 114.
- Cleymans J., Strümpfer J., Turko L. Extended Longitudinal Scaling and the Thermal Model // Phys. Rev. C. 2008. V.78. P.017901.