

JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

PHYSICS
OF ELEMENTARY
PARTICLES
AND ATOMIC
NUCLEI

PARTICLES & NUCLEI

SCIENTIFIC REVIEW JOURNAL

Founded in December 1970
VOL.32
PART 1
Seven issues per year

DUBNA 2001

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ФИЗИКА
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ
ЧАСТИЦ
И АТОМНОГО
ЯДРА

ЭЧАЯ

НАУЧНЫЙ ОБЗОРНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в декабре 1970 года
ТОМ 32
ВЫПУСК 1
Выходит 7 раз в год

ДУБНА 2001

Главный редактор

А.М.БАЛДИН

Редакционная коллегия:

В.Л.АКСЕНОВ

(зам. главного редактора),

П.Н.БОГОЛЮБОВ,

С.К.БРЕШИН,

В.В.БУРОВ

(зам. главного редактора),

В.В.ВОЛКОВ,

Ц.Д.ВЫЛОВ,

Ю.П.ГАНГРСКИЙ,

П.И.ЗАРУБИН,

И.С.ЗЛАТЕВ,

П.С.ИСАЕВ

(ответственный секретарь),

В.Г.КАДЫШЕВСКИЙ

(зам. главного редактора),

К.КАУН,

Д.КИШ,

Н.Я.КРОО,

О.Н.КРОХИН,

[Р.М.ЛЕБЕДЕВ],

И.Н.МИХАЙЛОВ,

НГҮЕН ВАН ХЬЕУ

(зам. главного редактора),

Ю.Ц.ОГАНЕСЯН,

Ю.П.ПОПОВ,

А.Н.СИСАКЯН,

А.Н.ТАВХЕЛИДЗЕ,

А.А.ТЯПКИН,

А.И.ХРЫНКЕВИЧ,

Ч.К.ШИМАНЕ

Зав. редакцией А.Н.Графова,

тел. (09621) 6-26-58;

E-mail address: pepan@jinr.ru

ОИЯИ, «Физика элементарных частиц
и атомного ядра», 2001

УДК 539.1.01

ON ENERGY-MOMENTUM TENSORS OF GRAVITATIONAL FIELD

A.I.Nikishov

P.N.Lebedev Institute of Physics, Russian Academy of Sciences, 117924 Moscow, Russia

The phenomenological approach to gravitation is discussed in which the 3-graviton interaction is reduced to the interaction of each graviton with the energy-momentum tensor of two others. If this is so, (and in general relativity this is not so), then the problem of choosing the correct energy-momentum tensor comes to finding the right 3-graviton vertex. Several energy-momentum «tensors» of gravitational field are considered and compared in the lowest approximation. Each of them together with the energy-momentum tensor of point-like particles satisfies the conservation laws when equations of motion of particles are the same as in general relativity. It is shown that in Newtonian approximation the considered tensors differ one from the other in the way their energy density is distributed between energy density of interaction (nonzero only at locations of particles) and energy density of gravitational field. Starting from Lorentz invariance, the Lagrangians for spin-2, mass-0 field are considered. They differ only by divergences. From these Lagrangians by Belinfante–Rosenfeld procedure the energy-momentum tensors are built. Using each of these tensors in 3-graviton vertex we obtain the corresponding metric of a Newtonian centre in G^2 approximation. Only one of these «field-theoretical» tensors (namely the half sum of Thirring tensor and the tensor obtained from Lagrangian given by Misner, Thorne and Wheeler) leads to correct value of the perihelion shift. This tensor does not coincide with Weinberg's one (directly obtainable from Einstein equation) and gives metric of a spherical body differing (in space part of metric in the first nonlinear approximation) from Schwarzschild field in harmonic coordinates. As a result a *relativistic* particle in such field must move not according to general relativity prescriptions. This approach puts the gravitational energy-momentum tensor on the same footing as any other energy-momentum tensor.

Обсуждается феноменологический подход к гравитации, при котором взаимодействие трех гравитонов сводится к взаимодействию каждого гравитона с тензором энергии-импульса двух остальных. Если это так (а в общей теории относительности это не так), то вопрос о правильном выборе тензора энергии-импульса сводится к правильному выбору трехгравитонной вершины.

Рассмотрены и сравнены несколько «тензоров» энергии-импульса гравитационного поля в низшем нелинейном приближении. Каждый из них вместе с тензором энергии-импульса точечных частиц удовлетворяет законам сохранения, когда уравнения движения частиц те же, что и в общей теории относительности.

Показано, что в ньютоновском приближении рассмотренные тензоры отличаются тем, как гравитационная плотность энергии подразделяется на плотность энергии взаимодействия (отличную от нуля только там, где есть частицы) и плотность энергии гравитационного поля, фигурирующую самостоятельно.

С использованием только лоренцевской инвариантности рассмотрены лагранжианы (отличающиеся на дивергентные члены) поля безмассовых частиц спина 2. Из этих лагранжианов методом Белинфанте–Розенфельда получены тензоры энергии-импульса. Используя каждый из них в трехгравитонных вершинах, можно найти соответствующие метрики ньютоновского центра в G^2 -приближении. Только один из построенных «теоретико-полевых» тензоров (а именно полусумма тензора Тирринга и тензора, полученного из лагранжиана, приведенного Мизнером,

Торном и Уилером) пригоден для правильного описания прецессии перигелия планеты. Этот тензор не совпадает с тензором Вайнберга (непосредственно следующим из уравнения Эйнштейна) и ведет к метрике сферического тела, отличающейся в пространственной части от шварцшильдовской в гармонической системе координат. В результате *релятивистская* частица должна двигаться в таком поле иначе, чем предсказывается общей теорией относительности.

В рассматриваемом подходе гравитационный тензор энергии-импульса имеет тот же статус, что и любой другой тензор энергии-импульса.

1. INTRODUCTION

General relativity is a complete, elegant, and self-consistent theory. Yet there is a necessity of obtaining gravity by field-theoretical means starting from flat spacetime, see, e.g., [1–4]. It is widely believed that on this way even dropping the general covariance requirement we naturally get general relativity. It is supposed that in the lowest nonlinear approximation this is demonstrated in detail by Thirring [2]. Yet this conclusion cannot be drawn from [2], see Sec. 2.

The energy-momentum tensor of material fields in general relativity is obtained from the corresponding one without gravitational field by equivalence principle (comma goes to semicolon). This means that general covariance dictates the form of vertices containing material fields. Even in this case other considerations may lead to modifications. So conformal invariance leads to Chernikov–Tagirov energy-momentum tensor [5]. Dropping general covariance gives more freedom in choosing and rejecting vertices in phenomenological approach to gravitation.

Since the gravitational collapse is considered as the greatest crisis in physics [6], the research into possible alternative theories acquire especial significance. It is quite natural to make the first step and to consider the simplest processes by utilizing vertices; the graviton propagator is known by analogy with electrodynamics.

In the lowest nonlinear approximation it is necessary to know only 3-graviton vertex. We assume the simplest possibility: the source of graviton is the energy-momentum tensor of two other gravitons. In higher approximations probably other vertices will be needed. Along this path one can find out what theories are possible without assuming general covariance and *a priori* restriction on vertices. An important step in this direction was made by Thirring [1–2]. We continue his investigation in the same approximation and restrict ourselves to point-like classical particles as sources of gravitation. Mainly we are interested in the simplest system consisting of a Newtonian center and test particle moving in its field.

In general relativity classical particles move along geodesics in Riemannian space. This is the incarnation of equivalence principle and it is more reliable than specific equation determining the gravitational field [9]. As to the equation determining gravitational field, it is possible to think that the phenomenological

field-theoretical approach will lead to more complicated algorithm for getting the field. An interesting possibility in this direction was pointed out by Schwinger [10].

It is reasonable to believe together with Einstein that for some reason or other the singular behaviour near the gravitational radius does not correspond to reality, see §15 in A.Pais's book [11] and Einstein paper [12]. At present the Schwarzschild singularity is considered as fictitious by many researchers because the geometry is nonsingular there. See however the text after (2.2.6) in [13] and after Eq.(9.40) in [14], where they say convincingly about *physical* singularity. By field-theoretical approach it is difficult to understand why in a finite system the acceleration of a freely falling particle becomes unlimited when it nears the horizon. Such a behaviour should be connected with the fact that according to [15] the gravitational energy in vacuum outside the sphere of radius R goes to $-\infty$ for $R \rightarrow r_g$. In conformity with this the energy of matter and gravitational field inside the sphere of radius R goes to $+\infty$ in such a way that total energy of spherical body is equal to its mass. But if a theory predicts that the absolute value of field energy outside sphere of radius R might be greater than total energy of a body, then the analogy with electrodynamics suggests that the concept of external field becomes inapplicable [16]. The belief in general relativity in similar circumstances is based upon the concept of nonlocalizability of gravitational energy, see, e.g., §20.4 in [6]. What is more, general relativity does not need as a rule the gravitational energy-momentum pseudotensor.

Yet for understandable reason there is a persistent desire to obtain the best possible energy-momentum tensor in the framework of general relativity. For the latest achievements in this field see the excellently written papers [17] and [18].

The situation changes drastically when we begin to construct gravity theory starting from flat spacetime and assume that in 3-graviton vertex each graviton interacts with energy-momentum tensor formed by two other gravitons. Then the nonlinear correction to the motion of a test particle depends on the chosen energy-momentum tensor. The latter is built from field Lagrangian, which is not unique as one can add to it some divergence terms. This leads to different energy-momentum tensors. They can give rise to gravitational energy densities, which may have even different signs. The question of sign of energy density is of interest by itself. Provided the sign turns out to be positive, one should expect the weakening of gravitational interaction at $r \sim r_g = 2GM$ in comparison with Newtonian one in order that the gravitational energy outside the sphere of radius r were much less than the mass M of the centre. The possibility of decreasing the interaction at small distances is suggested also by the behaviour of attraction force between two bodies supported by Weyl's strut, see, §35 in [19].

In order to understand in what way the various energy-momentum tensors differ one from the other we consider the following tensors: Thirring's [1, 2], Landau–Lifshitz's [16], Papapetrou–Weinberg's [9] and tensor obtained from

the Lagrangian given in Exercise 7.3 in [6]. The second and third tensors are representatives of general relativity, the rest are built from Lagrangians of free field of spin-2, mass-0 particles and symmetrized by the Belinfante–Rosenfeld procedure, see §1 Ch.7 in [20].

In the considered approach it is suitable to subdivide the 3-graviton vertex into three vertices in accordance with three possibilities for choosing two gravitons out of three to form the energy-momentum tensor — the source for the third graviton (see Sec.2). So three diagrams contribute to nonlinear correction to the field. In contrast with this the energy-momentum tensor, figuring in the solution of Einstein equation by iteration procedure, is so defined that the correction to field is given simply by means of propagator, i.e., by one diagram only.

The main result of the paper is this: starting from quadratic Lagrangians (differing by divergence terms) of spin-2, mass-0 particles, the energy-momentum tensors are constructed by Belinfante–Rosenfeld procedure. It turns out that only certain combination of these tensors (used in 3-graviton vertex) is fitted for correct description of perihelion shift. This combination does not coincide with Papapetrou–Weinberg tensor.

The investigation of possibilities of phenomenological approach to gravitation without use of general covariance seems to us very promising. Valuable undertaking in this direction was made in [21].

Throughout the paper we use

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad (1)$$

in Sections 2, 3, 5 $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$; in Sections 4, 6 and Appendix $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$. In Sec. 2 we use Thirring's notation [2]; both greek and latin indices run from 0 to 3.

The gravitational field is described by the symmetric tensor $h_{\mu\nu}$, which contains spin-2 and lower spins, see, e.g., [3]. The unnecessary spins (spin-1 and one of spin-0) are excluded by Hilbert gauge:

$$\bar{h}^{\mu\nu}{}_{,\nu} \equiv (h^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta^{\mu\nu}h)_{,\nu} = 0, \quad h = h^\sigma{}_\sigma, \quad h_{,\nu} \equiv \frac{\partial}{\partial x^\nu}h. \quad (2)$$

2. THIRRING'S ENERGY-MOMENTUM TENSOR

Thirring was the first who attempted to synthesize field-theoretical and geometrical approaches to gravitation [1, 2]. He tried to do several important things. First, to demonstrate that in the lowest nonlinear approximation the graviton interacts with something physically important, namely with energy-momentum tensor of gravitational field. Second, that this energy-momentum tensor can be built by field-theoretical methods starting from flat spacetime. Finally, he wanted to show

that his field-theoretical approach can be naturally brought in line with general relativity. Yet Nature seems resists implementing Thirring final wish. To show this we consider Thirring's paper in some detail.

One way to obtain Thirring's tensor is to start from general relativity Lagrangian $\sqrt{-g}R$. If we remove terms with second derivatives of $g_{\mu\nu}$ into divergence terms and drop the latter, we get the function

$$G(x) = g^{\mu\nu}(\Gamma_{\mu\tau}^\sigma \Gamma_{\nu\sigma}^\tau - \Gamma_{\mu\nu}^\tau \Gamma_{\tau\sigma}^\sigma), \quad (3)$$

see [16, 18]. Retaining in it only quadratic in $h_{\mu\nu}$ terms we get

$$G(x) = \frac{1}{4}[h_{\mu\nu,\lambda} h^{\mu\nu,\lambda} - 2h_{\mu\nu,\lambda} h^{\lambda\nu,\mu} + 2h_{\nu\mu}^{\cdot\mu} h^{\cdot\nu} - h_{,\lambda} h^{\cdot\lambda}]. \quad (3a)$$

This is equivalent to Thirring's Lagrangian [2]

$$\overset{f}{L} = \frac{1}{2}[\psi_{\mu\nu,\lambda} \psi^{\mu\nu,\lambda} - 2\psi_{\mu\nu,\lambda} \psi^{\lambda\nu,\mu} + 2\psi_{\mu\nu}^{\cdot\mu} \psi^{\cdot\nu} - \psi_{,\lambda} \psi^{\cdot\lambda}]. \quad (4)$$

Here

$$\psi_{\mu\nu} = -h_{\mu\nu}/2f, \quad \psi = \psi_\sigma^\sigma, \quad f^2 = 8\pi G, \quad G = 6.67 \cdot 10^{-8} \text{cm}^3/\text{g} \cdot \text{sec}^2. \quad (5)$$

Thirring considers (4) as a Lagrangian of field of spin-2 massless particles.

Using $\psi_{\mu\nu}$ instead of $h_{\mu\nu}$ is justified because then the analogy with electrodynamics becomes more close: $\psi_{\mu\nu}$ is analogous to vector-potential A_μ and has the same dimensionality, $M\sqrt{G}$ has the dimensionality of electromagnetic charge. We note that the Lagrangian (4) exactly corresponds to Schwinger's Lagrangian [10], who uses the notation $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ and $2h_{\mu\nu}^{Sch} = -h_{\mu\nu}^T = -h_{\mu\nu}$.

The canonical energy-momentum tensor following from (4), has the form

$$\begin{aligned} T^{\gamma\delta} &= \varphi^{\mu\nu,\delta} \varphi_{\mu\nu}^{\cdot\gamma} - \frac{1}{2} \varphi^{\cdot\delta} \varphi^{\cdot\gamma} - 2\varphi^{\mu\nu,\delta} \varphi^{\gamma}_{\nu,\mu} - \eta^{\gamma\delta} \overset{f}{L}, \\ \overset{f}{L} &= \frac{1}{2}[\varphi_{\mu\nu,\lambda} \varphi^{\mu\nu,\lambda} - \frac{1}{2} \varphi_{,\lambda} \varphi^{\cdot\lambda} - 2\varphi_{\mu\nu,\lambda} \varphi^{\lambda\nu,\mu}], \end{aligned} \quad (6)$$

$$\varphi_{\mu\nu} \equiv \bar{\psi}_{\mu\nu} = \psi_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\psi, \quad \psi = \psi_\sigma^\sigma. \quad (7)$$

Using $\varphi_{\mu\nu}$ instead of $\psi_{\mu\nu}$ is handy as many expressions become more compact and the consequences of imposition of Hilbert gauge more clear.

Now we look for $\varphi_{\mu\nu}$ generated by energy-momentum tensor of a static point-like mass (Newtonian center)

$$\overset{M}{T}_{\mu\nu} = M\delta(\mathbf{x})\delta_{\mu 0}\delta_{\nu 0}. \quad (8)$$

The solution of linearized Einstein equation with the source (8) is [2]

$$\varphi_{\mu\nu} = -\bar{h}_{\mu\nu}/2f = \frac{fM}{4\pi|\mathbf{x}|}\delta_{\mu 0}\delta_{\nu 0}, \quad \bar{h}_{\mu\nu} = 4\phi\delta_{\mu 0}\delta_{\nu 0}, \quad (9)$$

satisfying Hilbert condition (2). For one Newtonian centre $\phi = -GM/r$. For several centres

$$\phi = -G \sum_a \frac{m_a}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_a|}. \quad (10)$$

In terms of

$$h_{\mu\nu} = \bar{h}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\bar{h}, \quad \bar{h} = h_{\sigma}^{\sigma}, \quad (11)$$

we have

$$h_{\mu\nu} = 2\phi\delta_{\mu\nu}, \quad h = h_{\sigma}^{\sigma} = -4\phi = -\bar{h}. \quad (12)$$

The energy density of field (9) is positive

$$\overset{f}{T}{}^{00} = \frac{1}{8\pi G}(\nabla\phi)^2. \quad (13)$$

As any canonical tensor of field of particles with nonzero spin, the tensor $\overset{f}{T}{}^{\gamma\delta}$ ought to be supplemented to symmetric one by the spin part (see [16]):

$$\theta^{\gamma\delta} = \overset{f}{T}{}^{\gamma\delta} + \overset{s}{T}{}^{\gamma\delta}. \quad (14)$$

For Newtonian centre Thirring obtains

$$\overset{s}{T}{}^{\gamma\delta} = -\frac{1}{\pi G}(\nabla\phi)^2\delta_{\gamma 0}\delta_{\delta 0}, \quad \overset{s}{T}{}^{\gamma\delta} = -\frac{1}{2\pi G}(\nabla\phi)^2\delta_{\gamma\delta}. \quad (15)$$

So in this case θ^{00} is negative

$$\theta^{00} = -\frac{7}{8\pi G}(\nabla\phi)^2. \quad (16)$$

Turning now to conservation laws of total energy-momentum we remind first how matters stand in general relativity. There the energy-momentum tensor of point-like particles $\overset{p}{T}{}^{\mu\nu}$ is connected with its counterpart in special relativity $\mathcal{T}^{\mu\nu}$ by the relation, see (33.4), (33.5) and (106.4) in [16]:

$$\sqrt{-g} \overset{p}{T}{}^{\mu\nu} = \mathcal{T}^{\mu\nu} = \sum_a m_a u^{\mu} u^{\nu} \frac{ds}{dt} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_a(t)), \quad u^{\mu} = dx^{\mu}/ds, \quad (17)$$

g is determinant of $g_{\mu\nu}$. In terms of $\mathcal{T}^{\mu\nu}$ the conservation laws are (see (96.1) in [16])

$$\mathcal{T}^{\mu}_{\nu,\mu} = [\mathcal{T}^{\mu\tau}(\eta_{\tau\nu} + h_{\tau\nu})]_{,\mu} = \frac{1}{2}h_{\mu\sigma,\nu}\mathcal{T}^{\mu\sigma}. \quad (18)$$

We shall see below that $\mathcal{T}^{\mu\tau}h_{\tau\nu}$ can be interpreted as (part of) interaction energy-momentum tensor.

As is known the equation of motion of particles in general relativity

$$\frac{d^2x^k}{ds^2} + \Gamma_{mj}^k u^m u^j = 0 \quad (19)$$

is contained in conservation laws. Indeed from

$$\overset{p}{T}{}^{jk}_{;j} = \overset{p}{T}{}^{jk}_{,j} + \Gamma_{mj}^j \overset{p}{T}{}^{mk} + \Gamma_{mj}^k \overset{p}{T}{}^{jm} = 0, \quad (20)$$

taking into account that from definition of $\overset{p}{T}{}^{jk}$ in (17)

$$\overset{p}{T}{}^{jk}_{,j} = -\frac{1}{2}(-g)^{-\frac{3}{2}}(-g)_{,j}\mathcal{T}^{jk} + (-g)^{-\frac{1}{2}}\mathcal{T}^{jk}_{,j}, \quad \Gamma_{mj}^j = \frac{1}{2g}g_{,m}, \quad (21)$$

we get

$$\mathcal{T}^{jk}_{,j} + \Gamma_{mj}^k \mathcal{T}^{mj} = 0. \quad (22)$$

This is equivalent to (19), because [9]

$$\mathcal{T}^{jm}_{,j} = \sum_a \frac{dp^m}{dt} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_a(t)). \quad (23)$$

Going back to field-theoretical approach, we rewrite the equation of motion of particles (19) in the lowest approximation

$$\frac{du^\mu}{ds} = \frac{d^2x^\mu}{ds^2} = \frac{1}{2}h_{\alpha\beta}{}^{\mu}u^\alpha u^\beta - h^\mu_{\alpha,\beta}u^\alpha u^\beta. \quad (24)$$

Just at such movement of particles the divergence of total energy-momentum ought to be zero, and inversely, from zero divergence follows Eq. (24). From (23) and (24) we find

$$\mathcal{T}^{\gamma\delta}_{,\gamma} = \frac{1}{2}h_{\alpha\beta}{}^{\delta}\mathcal{T}^{\alpha\beta} - h^\delta_{\alpha,\gamma}\mathcal{T}^{\alpha\gamma}. \quad (25)$$

This agrees with (22) and (18) in considered approximation. With the same accuracy this can be rewritten as

$$(\mathcal{T}^{\gamma\delta} + \mathcal{T}^{\gamma\alpha}h_\alpha{}^\delta)_{,\gamma} = \frac{1}{2}h_{\alpha\beta}{}^{\delta}\mathcal{T}^{\alpha\beta}. \quad (26)$$

Using linearized Einstein equation for $\varphi_{\mu\nu}$

$$\begin{aligned} \varphi_{\mu\nu,\lambda}{}^\lambda - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\varphi_{,\lambda}{}^\lambda - \varphi_{\nu,\mu\lambda}{}^\lambda - \varphi_{\mu,\nu\lambda}{}^\lambda &= f\bar{T}_{\mu\nu}, \\ \bar{T}_{\mu\nu} &= T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}T, \quad T = T_\sigma{}^\sigma, \end{aligned} \quad (27)$$

we get

$$\overset{f}{T}{}^{\gamma\delta}{}_{,\gamma} = f\varphi^{\alpha\beta,\delta}\bar{T}_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2}\bar{h}_{\alpha\beta}{}^{\gamma\delta}\bar{T}^{\alpha\beta} = -\frac{1}{2}h_{\alpha\beta}{}^{\gamma\delta}T^{\alpha\beta}. \quad (28)$$

Addind (26) and (28) we see that the total energy-momentum tensor is conserved. Spin part of energy-momentum tensor is conserved by itself and does not contribute to conservation laws:

$$\overset{s}{T}{}^{\gamma\delta}{}_{,\gamma} = 0. \quad (29)$$

So from (26) and (28) it follows that the conserved tensor contains in itself the interaction tensor [2]

$$\overset{\text{int}}{T}{}^{\gamma\delta} = T^{\gamma\alpha}h_\alpha{}^\delta. \quad (30)$$

But it is not symmetric. In order to understand the reason we have to consider the properties of $\overset{s}{T}{}^{\gamma\delta}$ in detail despite the fact that it does not take part in conservation laws written in the form of Eqs.(26) and (28). According to known rules [2, 20] we have

$$\overset{s}{T}{}^{jk} = -F^{jik}{}_{,i} - F^{kij}{}_{,i} - F^{ikj}{}_{,i}, \quad (31)$$

$$F^{jik} = \frac{\partial L}{\partial \varphi_{\alpha\beta,j}}(\varphi^k{}_\alpha\eta^i{}_\beta - \varphi^i{}_\alpha\eta^k{}_\beta), \quad L = \overset{f}{L}. \quad (32)$$

The antisymmetric part of (31) is contained only in the last term. For it we have

$$-F^{ikj}{}_{,i} = \left(\frac{\partial L}{\partial \varphi_{\alpha j,i}} \right)_{,i} \varphi^k{}_\alpha - \left(\frac{\partial L}{\partial \varphi_{\alpha k,i}} \right)_{,i} \varphi^j{}_\alpha + \frac{\partial L}{\partial \varphi_{\alpha j,i}} \varphi^k{}_{\alpha,i} - \frac{\partial L}{\partial \varphi_{\alpha k,i}} \varphi^j{}_{\alpha,i}. \quad (33)$$

The first two terms on the right-hand side symmetrize the interaction tensor, the last two terms symmetrize the canonical one.

It is not seen directly from (6) and (31) that field energy-momentum tensor $\theta^{\gamma\delta}$ in (14) is symmetric. This agrees with the fact that the proof of symmetry utilizes the Euler-Lagrange equations for field which is considered as free [20]. We are interested in interacting field. So using linearized Einstein equation (27) with source, we get

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial L}{\partial \varphi_{\alpha j,i}} \right)_{,i} \varphi^k{}_\alpha - \left(\frac{\partial L}{\partial \varphi_{\alpha k,i}} \right)_{,i} \varphi^j{}_\alpha &= f(\bar{T}^{\alpha j}\varphi^k{}_\alpha - \bar{T}^{\alpha k}\varphi^j{}_\alpha) = \\ &= f(T^{\alpha j}\psi^k{}_\alpha - T^{\alpha k}\psi^j{}_\alpha) = \frac{1}{2}(T^{\alpha k}h^j{}_\alpha - T^{\alpha j}h^k{}_\alpha). \end{aligned} \quad (34)$$

In the last equation we use the connection between $\psi_{\mu\nu}$ and $h_{\mu\nu}$, see (5). Substituting in (30) $\gamma \rightarrow j, \delta \rightarrow k$, we see that the sum of (30) and (34) is symmetric. This result retains if we start from another Lagrangian differing from Thirring's one in (6) by divergence because the linearized equation remains the same.

One should take into account however that the symmetric part of $\overset{s}{T}{}^{jk}$ can also contain terms of interaction type. So for the Lagrangian in (6) similarly to (34) we find

$$\begin{aligned} -F^{jik},_i - F^{kij},_i &= [fT - 2\varphi_{il}^{,il}] \varphi^{kj} + f[\bar{T}^{\alpha j} \varphi^k{}_\alpha + \bar{T}^{\alpha k} \varphi^j{}_\alpha] + \\ &+ 2(\varphi^{ij,\alpha}{}_i \varphi^k{}_\alpha + \varphi^{ki,\alpha}{}_i \varphi^j{}_\alpha) + 2\varphi^{j\alpha,i} \varphi^k{}_{\alpha,i} - (\varphi^{\alpha i,j} \varphi^k{}_{\alpha,i} + \varphi^{\alpha i,k} \varphi^j{}_{\alpha,i}) - \\ &- 2(\varphi^{jk,\alpha}{}_i \varphi^i{}_\alpha + \varphi^{jk,\alpha}{}_i \varphi^i{}_{\alpha,i}) + 2\varphi^{ki,\alpha} \varphi^j{}_{\alpha,i}. \end{aligned} \quad (35)$$

As a result we get for $\overset{s}{T}{}^{jk}$

$$\begin{aligned} \overset{s}{T}{}^{jk} &= 2[(\varphi^{ij,\alpha}{}_i \varphi^k{}_\alpha + \varphi^{ik,\alpha}{}_i \varphi^j{}_\alpha) - \varphi^{i\alpha}{}_{i\alpha} \varphi^{kj} + \varphi^{j\alpha,i} \varphi^k{}_{\alpha,i} - \varphi^{jk,\alpha}{}_i \varphi^i{}_\alpha - \\ &- \varphi^{jk,\alpha} \varphi^i{}_{\alpha,i} + \varphi^{ki,\alpha} \varphi^j{}_{\alpha,i}] - 2\varphi^{i\alpha,j} \varphi^k{}_{\alpha,i} + 2fT^{j\alpha} \varphi^k{}_\alpha. \end{aligned} \quad (36)$$

Here last but one term, added to $\overset{f}{T}{}^{jk}$, makes it symmetric. The last term can be rewritten in terms of $h_{\mu\nu}$ in the form, see (9) and (11), (30),

$$-\mathcal{T}^{j\alpha}(h_\alpha{}^k - \frac{1}{2}\eta_\alpha{}^k h) = -\overset{\text{int}}{T}{}^{jk} + \frac{1}{2}\mathcal{T}^{jk}h. \quad (37)$$

So the symmetrization of $\overset{\text{int}}{T}{}^{jk}$ in (30) is reduced to its replacement by $\frac{1}{2}\mathcal{T}^{jk}h$. This tensor is nonzero only where particles are present. For Newtonian centres the corresponding energy density

$$\frac{1}{2}\mathcal{T}^{00}h = -2\mathcal{T}^{00}\phi \quad (38)$$

is positive (contrary to our intuition and) contrary to $\overset{\text{int}}{T}{}^{00}$ in (30), see (12) and (10), where h and ϕ are given for Newtonian centres.

We note that the use of linearized Einstein Eq. (27) in the expression for $\overset{s}{T}{}^{jk}$ leads to that Eq. (29) is satisfied only with considered accuracy. The presence of interaction energy-momentum tensor means the appearance of such vertex: the energy-momentum tensor of matter together with one of gravitons serves as a source for other graviton, see Fig. 1.

Now we note that Belinfante–Rosenfeld procedure leads to the appearance in gravitational energy-momentum tensor terms with second derivatives.

Thirring assumes that his tensor $\theta^{\gamma\delta}$ (see (14), (6), (31)) is an analog of energy-momentum tensor figuring in the r.h.s. of Einstein equation when iteration

procedure is used. In other words the nonlinear correction to field is given only by diagram (a) in Fig. 2. On this figure the short straight line has only conditional

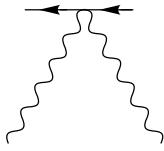


Fig. 1. The second rank tensor formed from matter energy-momentum tensor and graviton is a source for another graviton

meaning: it represents the source of gravitons, namely the energy-momentum tensor built of two gravitons (real or virtual) shown in Fig. 2 as joining the ends of this line. The graviton emerging from the middle of straight line is emitted or absorbed by this source. On diagram (a) the energy-momentum tensor is build from gravitons of Newtonian centre. On diagrams (b) and (c) one of the virtual gravitons of Newtonian centre interact with energy-momentum tensor of two other gravitons. All three diagrams in Fig. 2 correspond to one Feynman diagram obtained by contracting the short straight line to a point.

The contribution to nonlinear correction for field from diagram (a) is easy to obtain. Indeed, from (14), (6) and (15) we have

$$\theta^{jk} = \bar{T}^{jk} = \frac{1}{4\pi G} \left(\phi_{,j} \phi_{,k} - \frac{\delta_{jk}}{2} (\nabla \phi)^2 \right), \quad j, k = 1, 2, 3. \quad (39)$$

Using now the field equation in Hilbert gauge with $\theta^{\mu\nu}$ from (16) and (39)

$$\square \bar{h}^{\mu\nu} = -16\pi G \theta^{\mu\nu}, \quad \square = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2. \quad (40)$$

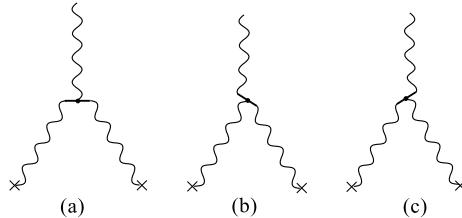


Fig. 2. 3-graviton vertex. Short straight line serves only to distinguish the roles of participating gravitons: energy-momentum tensor is formed from two gravitons joining the straight line at its ends, this energy-momentum tensor serves as a source for graviton emerging from the middle of the straight line. Crosses represent external field sources

we find

$$\bar{h}^{00} = -7\phi^2, \quad \bar{h}^{ik} = -\frac{G^2 M^2}{r^4} x^i x^k, \quad \phi = -\frac{GM}{r}, \quad i, k = 1, 2, 3. \quad (41)$$

Here easily verifiable relations

$$\nabla^2 \frac{x^i x^k}{r^4} = \frac{2\delta_{ik}}{r^4} - \frac{4x^i x^k}{r^6}, \quad \nabla^2 \frac{1}{r^2} = \frac{2}{r^4} \quad (42)$$

were used. The obtained $\bar{h}^{\mu\nu}$ satisfies Hilbert condition. Going over to $h_{\mu\nu} = \bar{h}^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\bar{h}$, we find the following nonlinear corrections

$$h_{00} = -4\phi^2, \quad h_{ik} = -G^2 M^2 \left(\frac{x_i x_k}{r^4} + \frac{3\delta_{ik}}{r^2} \right). \quad (43)$$

Index 2 in $\overset{(2)}{h}_{\mu\nu}$, indicating the order of correction in powers of G , is dropped for brevity.

Finally from (12) and (43) we have

$$ds^2 = g_{00}dt^2 - (1 - 2\phi + 3\phi^2)\delta_{ik}dx^i dx^k - \phi^2 \frac{x_i x_k dx^i dx^k}{r^2}, \quad (44)$$

$$g_{00} = 1 + 2\phi - 4\phi^2. \quad (45)$$

The transition to spherical coordinates is given by the relations

$$\delta_{ik}dx^i dx^k = dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad \frac{x_i x_k dx^i dx^k}{r^2} = (dr)^2.$$

Why the nonlinear correction in (45) turns out to be negative? It will appear later on that it is caused solely by the source (15), see Eqs. (95) and (93a). The sources (8) and (15) have different signs, but the corresponding fields have the same sign. The answer is simple. The correction in (45) is only a small (and negative) part. The larger and positive part goes for converting initially bare mass in Newtonian potential into a dressed one, see Eq. (A9). Now the negative sign of correction is clear: the mass of Newtonian centre at infinitely large distance appears as M , but at finite distance the test particle feels a greater mass and greater attraction, because (15) is negative.

The nonlinear correction $-4\phi^2$ in g_{00} in (45) is of special interest for us. The correct value necessary to explain the perihelion shift is $+2\phi^2$. The shortest way to see this is to use the method described in §101 in [16]. We write in spherical coordinates

$$ds^2 = A(r)dt^2 - B(r)dr^2 - C(r)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2).$$

The solution to Hamilton–Jacobi equation has the form

$$S = -\mathcal{E}t + J\varphi + S_r(r), \quad S_r(r) = \int B(r) \left[\frac{\mathcal{E}^2}{A(r)} - \frac{J^2}{C(r)} - m^2 \right]^{1/2} dr.$$

Here \mathcal{E} and J are constants.

For nonrelativistic particle $\mathcal{E} = m + \mathcal{E}'$, $\mathcal{E}' \ll m$, and the main terms in square bracket in the expression for S_r are cancelled out:

$$1/A(r) - 1 \approx -2\phi(1 - \phi),$$

where we have assumed that $A(r) = 1 + 2\phi + 2\phi^2$.

So we have to retain in $A^{-1}(r)$ terms of order ϕ^2 , but in $B(r)$ and $r^2C(r)^{-1}$ only terms of order ϕ : $B(r) = r^{-2}C(r) = 1 - 2\phi$. Thus

$$B(r)(A(r)^{-1} - 1) \approx -(1 - 2\phi)2\phi(1 - \phi) \approx -2\phi(1 - 3\phi) = \frac{r_g}{r} + \frac{3r_g^2}{2r^2}.$$

The leading term $\propto r^{-2}$ in S_r is

$$-\frac{1}{r^2}(J^2 - \frac{3m^2r_g^2}{2}).$$

As explained in [16], the expansion

$$S_r(J^2 - \frac{3m^2r_g^2}{2}) = S_r(J^2) - \frac{3m^2r_g^2}{2} \frac{\partial S_r}{\partial J^2}$$

directly leads to correct perihelion shift.

In general the motion of a particle is described by equations (cf. §4 in Ch. 8 in [9])

$$C(r) \frac{d\varphi}{dt} = JA(r), \quad \frac{B(r)}{A^2(r)} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{J^2}{C(r)} - \frac{1}{A(r)} = -E. \quad (45a)$$

For nonrelativistic particle only the third term on the l.h.s. of second equation in (45a) does not contain small factor of order v^2 . So it requires more accurate approximation. For relativistic particle $A(r)$, $B(r)$ and $\frac{C(r)}{r^2}$ ought to be considered in the same approximation.

Now taking into account all 3 diagrams of Fig.2 we get instead of (44) (see Appendix for more details and pay attention to difference in metric signature there)

$$ds^2 = (1 + 2\phi + 4\phi^2)dt^2 - (1 - 2\phi + 9\phi^2)(dx)^2 + 13\phi^2 \frac{x^i x^j}{r^2} dx^i dx^j. \quad (45b)$$

As the nonlinear correction to g_{00} is twice as much as necessary, Thirring tensor alone is insufficient.

We note here that Thirring obtained from his tensor the necessary correction. Yet his result is objectionable as he used illdefined gauge

$$\square^2 \Lambda = \frac{G^2 M^2}{4r^2},$$

see Eq.(83) in [2]. Namely the source of Λ fall off too slowly for large r and the integral defining Λ , see (A8), diverges for large r' .

In the next two Sections we shall see how energy-momentum «tensors» of general relativity differ from Thirring's tensor.

3. LANDAU-LIFSHITZ PSEUDOTENSOR OF ENERGY-MOMENTUM

This pseudotensor in the sense and approximation considered here is a tensor. In the lowest approximation with the help of relation

$$\sqrt{-g}g^{ik} \approx (1 + \frac{h}{2})(\eta^{ik} - h^{ik}) \approx \eta^{ik} - \bar{h}^{ik} \quad (46)$$

we get from Eq. (96.9) in [16]

$$\begin{aligned} t^{ik} = & \frac{1}{16\pi G} [\bar{h}^{ik,l}\bar{h}_{lm}{}^m - \bar{h}^{il}{}_l\bar{h}^{km}{}_m - \bar{h}^{km,p}\bar{h}_{mp}{}^i - \bar{h}^{im,p}\bar{h}_{mp}{}^k + \bar{h}^{im,p}\bar{h}^k{}_{m,p} + \\ & + \frac{1}{2}\bar{h}^{pq,i}\bar{h}_{pq}{}^k - \frac{1}{4}\bar{h}^{i,j}\bar{h}^{j,k} + \eta^{ik}(\frac{1}{2}\bar{h}_{mn,p}\bar{h}^{pm,n} + \frac{1}{8}\bar{h}^{m,n}\bar{h}_{,m} - \frac{1}{4}\bar{h}_{pq,m}\bar{h}^{pq,n})]. \end{aligned} \quad (47)$$

Comparison with canonical tensor (6) shows that it is connected with t^{ik} by the relation

$$\begin{aligned} t^{ik} = & \overset{f}{T}{}^{ik} + F^{ik}, \quad \bar{h}_{ik} = -2f\varphi_{ik}, \\ F^{ik} = & \frac{1}{16\pi G} [\bar{h}^{ik,l}\bar{h}_{ln}{}^n - \bar{h}^{il}{}_l\bar{h}^{kn}{}_n - \bar{h}^{kn,p}\bar{h}_{np}{}^i + \bar{h}^{in,p}\bar{h}^k{}_{n,p}]. \end{aligned} \quad (48)$$

From (14) we see that now in place of $\overset{s}{T}{}^{ik}$ stands F^{ik} . But $\overset{s}{T}{}^{ik}$ was a conserved quantity, see (29). So F^{ik} should rather play the role of interaction energy-momentum tensor. Indeed, taking into account that in the considered approximation \bar{h}_{ik} satisfies the linearized Einstein equation

$$\bar{h}_{np,j}{}^j - \bar{h}_{jp,n}{}^j - \bar{h}_{jn,p}{}^j + \eta_{np}\bar{h}_{qr}{}^{qr} = -16\pi G\mathcal{T}_{np}, \quad (49)$$

we find

$$\bar{h}^{jk}{}_j = \bar{h}^{kn,i}\mathcal{T}_{ni} = h^{kn,i}\mathcal{T}_{ni} - \frac{1}{2}h^{i,j}\mathcal{T}_i{}^k. \quad (50)$$

Now we check that conservation laws [16]

$$\frac{\partial}{\partial x^k} \left((-g)[\overset{p}{T}{}^{ik} + t^{ik}] \right) = 0 \quad (51)$$

are fulfilled. From (48), (28) and (50) we have

$$t^{ik}{}_i = -\frac{1}{2}h^{iq,k}\mathcal{T}_{iq} + h^{kn,i}\mathcal{T}_{ni} - \frac{1}{2}h^{i,j}\mathcal{T}_i{}^k. \quad (52)$$

For matter energy-momentum tensor from (17) we get

$$(-g)\overset{p}{T}{}^{ik} = \sqrt{-g}\mathcal{T}^{ik} \approx (1 + \frac{h}{2})\mathcal{T}^{ik}, \quad -g \approx 1 + h. \quad (53)$$

From here

$$\left((-g) \overset{p}{T}{}^{ik} \right)_{,i} = T^{ik}_{,i} + \frac{1}{2} h_{,i} T^{ik}, \quad (54)$$

the terms of order h^2 being dropped. Now it follows from (25), (52) and (54) that (51) is fulfilled. As is seen from (53) here, too, there is a tensor, which is nonzero only where particles are located. Surprisingly it coincides with Thirring's interaction tensor, see (37) and text below it.

Although $-g \overset{p}{T}{}^{ik} + t^{ik}$ differs from Thirring's $T^{ik} + \overset{\text{int}}{T}{}^{ik} + \theta^{ik}$, for Newtonian centres they coincide, see Eqs. (16) and (39).

Now we turn to Newtonian approximation. According to Problem 1 in §106 in [16] the energy density of gravitational field in this approximation is given by $\overset{f}{T}{}^{00}$ in (13), (10). But there is also energy density of interaction $\mu\phi$, where μ is density of particles. Using Poisson equation $\nabla^2\phi = 4\pi G\mu$ and ignoring the problems connected with point-like nature of particles, we can write (utilizing integration by parts)

$$\int \mu\phi dV = - \int \frac{1}{4\pi G} (\nabla\phi)^2 dV. \quad (55)$$

The density in the integrand on the r.h.s. contains now not only the energy density of interaction, but also the proper energy density of particle's self-field. The density on the l.h.s. is nonzero only at particle locations, the density on the r.h.s. is nonzero where the field is nonzero. The integration by parts deprive us the possibility to retain the previous physical meaning of integrand. If nevertheless we do this, then adding to (13) the energy density in the r.h.s. of (55) we get the effective gravitational energy density in Newtonian approximation

$$-\frac{1}{8\pi G} (\nabla\phi)^2. \quad (56)$$

To bring this in agreement with t^{00} we ought, according to a foot-note in [16], take into account the contribution from $(-g) \overset{p}{T}{}^{00}$. Let us do it. For t^{00} we have

$$t^{00} = -\frac{7}{8\pi G} (\nabla\phi)^2, \quad (57)$$

where ϕ is the potential of Newtonian centres. Now

$$(-g) \overset{p}{T}{}^{00} = \sqrt{-g} T^{00} \approx T^{00} \left(1 + \frac{h}{2} \right) \approx T^{00} - 2\phi\mu, \quad (58)$$

see (12). The sought for agreement will be reached only after we rewrite a la Thirring [2] T^{00} in terms of observables. From (17)

$$T^{00} = \sum_a m_a \frac{dx^0}{ds} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_a(t)). \quad (59)$$

In the presence of gravitational field

$$ds^2 = g_{00}dt^2(1 - v^2). \quad (60)$$

Here v^2 is physical velocity, see §88 in [16]. Hence

$$\frac{dx^0}{ds} = \frac{1}{\sqrt{g_{00}(1 - v^2)}} \approx \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}} - \frac{h_{00}}{2}, \quad v^2 \ll 1. \quad (61)$$

Thus after going over to the observable velocity we obtain the term

$$-\frac{h_{00}}{2}\mu = -\phi\mu \quad (62)$$

detached from \mathcal{T}^{00} . Equation (12) was used to get the r.h.s. Together with corresponding term in (58) this leads to

$$-3\mu\phi \Rightarrow \frac{3}{4\pi G}(\nabla\phi)^2, \quad (63)$$

where arrow corresponds to going over in (55) from integrand on the l.h.s. to the integrand on r.h.s. Now the sum of (57) and (63) gives the expected (56).

The consideration of Newtonian approximation makes the following point of view very enticing: The energy density of an isolated point-like particle should be positive; Hilbert gauge exclude the unnecessary spins and then positivity seems quite natural, because the presence of virtual gravitons should not make the energy density negative. The attraction is described by interaction energy density and so the latter must be negative. Neither Thirring tensor nor Landau–Lifshitz one satisfies this requirement. The MTW tensor does. Unfortunately I failed to fit this idea into existing approach to gravitation.

Using LL tensor in 3-graviton vertex we get from diagram (a) in Fig. 2 the same contribution as in the case of Thirring tensor. The contribution from all 3 diagrams of Fig. 2 leads to

$$ds^2 = (1 + 2\phi + 4\phi^2)dt^2 - (1 - 2\phi + 7\phi^2)(dx)^2 + 7\phi^2 \frac{x^i x^j}{r^2} dx^i dx^j. \quad (63a)$$

4. PAPAPETROU–WEINBERG ENERGY-MOMENTUM TENSOR

Einstein equation can be recast in such a way that gravitational energy-momentum «tensor» can be easily identified in coordinate system that goes over to Minkowski system at large distances from gravitating bodies [9]. In the lowest approximation this tensor has the form, see Eq. (7.6.14) in [9])

$$t_{\mu\nu} = \frac{1}{8\pi G} \left[-\frac{1}{2} h_{\mu\nu} R^{(1)} + \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h^{\rho\sigma} R_{\rho\sigma}^{(1)} + R_{\mu\nu}^{(2)} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} R^{(2)} \right], \quad R^{(1,2)} = R_{\mu}^{(1,2)\mu}. \quad (64)$$

In this Section we use Weinberg notation:

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1), \quad g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad h_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu}^W = -h^{Thir} = -h_{\mu\nu}^{LL}. \quad (65)$$

Greek indices run from 0 to 3; latin ones, from 1 to 3. $R_{\mu\nu}^{(1,2)}$ is Ricci tensor in the first and second approximation in powers of $h_{\mu\nu}$. The indices are raised and lowered with $\eta_{\mu\nu}$. In terms of $\bar{h}_{\mu\nu}$ we get

$$R_{\mu\nu}^{(1)} = \frac{1}{2}(\bar{h}_{\mu\nu,\sigma}^\sigma - \bar{h}_{\sigma\mu,\nu}^\sigma - \bar{h}_{\sigma\nu,\mu}^\sigma) - \frac{1}{4}\eta_{\mu\nu}\bar{h}_{,\sigma}^\sigma, \quad R^{(1)} = -\bar{h}^{\mu\sigma},_{\mu\sigma} - \frac{1}{2}\bar{h}_{,\sigma}^\sigma, \quad (66)$$

$$\begin{aligned} R_{\mu\kappa}^{(2)} = & \frac{1}{2}\bar{h}^{\lambda\nu}[\bar{h}_{\mu\nu,\kappa\lambda} + \bar{h}_{\kappa\nu,\mu\lambda} - \bar{h}_{\lambda\nu,\kappa\mu} - \bar{h}_{\mu\kappa,\nu\lambda}] - \frac{1}{4}(\bar{h}^\lambda_\mu\bar{h}_{,\kappa\lambda} + \bar{h}_\kappa^\nu\bar{h}_{,\mu\nu}) + \\ & + \frac{1}{4}\bar{h}(\bar{h}_{,\mu\kappa} + \bar{h}_{\mu\kappa,\lambda}^\lambda - \bar{h}_\mu^\lambda,_{\kappa\lambda} - \bar{h}_\kappa^\nu,_{\nu\mu}) - \frac{1}{4}(\bar{h}^\nu_{\mu,\nu}\bar{h}_{,\kappa} + \bar{h}_{\kappa,\nu}\bar{h}_{,\mu}) + \\ & + \bar{h}^{\sigma}(\frac{1}{2}\bar{h}_{\mu\kappa,\sigma} - \frac{1}{4}\bar{h}_{\kappa\sigma,\mu} - \frac{1}{4}\bar{h}_{\mu\sigma,\kappa}) + \frac{1}{2}\bar{h}^\nu_{\sigma,\nu}(\bar{h}^\sigma_{\mu,\kappa} + \bar{h}^\sigma_{\kappa,\mu} - \\ & - \bar{h}_{\mu\kappa}^\sigma) + \frac{1}{2}\bar{h}_{\kappa\sigma,\lambda}(\bar{h}_\mu^\lambda,^\sigma - \bar{h}_\mu^\sigma,^\lambda) - \frac{1}{4}\bar{h}_{\sigma\lambda,\kappa}\bar{h}^{\sigma\lambda},_\mu + \frac{1}{8}\bar{h}_{,\mu}\bar{h}_{,\kappa} + \\ & + \eta_{\mu\kappa}[\frac{1}{4}\bar{h}^{\lambda\nu}\bar{h}_{,\lambda\nu} - \frac{1}{8}\bar{h}\bar{h}_{,\lambda}^\lambda + \frac{1}{4}\bar{h}^\nu_{\sigma,\nu}\bar{h}^{\sigma} - \frac{1}{8}\bar{h}_{,\sigma}\bar{h}^{\sigma}], \end{aligned} \quad (67)$$

$$\begin{aligned} R^{(2)} = & \bar{h}^{\lambda\nu}(\bar{h}_{\kappa\nu}^\kappa,_\lambda - \frac{1}{2}\bar{h}_{\nu\lambda,\sigma}^\sigma) + \bar{h}^\nu_{\sigma,\nu}\bar{h}^{\sigma\kappa},_\kappa - \frac{1}{2}\bar{h}^\nu_{\sigma,\nu}\bar{h}^{\sigma} + \\ & + \frac{1}{2}\bar{h}_{\kappa\sigma,\lambda}\bar{h}^{\kappa\lambda,\sigma} - \frac{3}{4}\bar{h}_{\kappa\sigma,\lambda}\bar{h}^{\kappa\sigma,\lambda} - \frac{1}{2}\bar{h}\bar{h}^{\kappa\lambda},_{\kappa\lambda} + \frac{1}{8}\bar{h}_{,\sigma}\bar{h}^{\sigma}. \end{aligned} \quad (68)$$

For Newtonian centre from (9)–(12) we obtain

$$\begin{aligned} \bar{h}_{\mu\nu} &= -\bar{h}_{\mu\nu}^T = -4\phi\delta_{\mu 0}\delta_{\nu 0}, \quad h_{\mu\nu} = -h_{\mu\nu}^T = -2\phi\delta_{\mu\nu}, \\ h &= h^W = h^T = -4\phi = -\bar{h}. \end{aligned} \quad (69)$$

Nonzero components of $t_{\mu\kappa}$ are

$$t_{00} = -\frac{3}{8\pi G}(\nabla\phi)^2 = -\frac{3GM^2}{8\pi r^4}, \quad t_{ik} = \frac{GM^2}{8\pi r^6}(7\delta_{ik}r^2 - 14x^ix^k). \quad (70)$$

In Hilbert gauge from equation

$$\nabla^2\bar{h}_{\mu\nu} = -16\pi Gt_{\mu\nu} \quad (71)$$

we find, cf. with (40), (42),

$$\bar{h}_{00} = \frac{3G^2 M^2}{r^2} = 3\phi^2, \quad \bar{h}_{ik} = -7G^2 M^2 \frac{x^i x^k}{r^4}. \quad (72)$$

It is easy to check that (72) satisfies the Hilbert condition (2). In terms of $h_{\mu\nu}$ we have

$$h_{00} = -2\phi^2, \quad h_{ik} = G^2 M^2 \left(\frac{5\delta_{ik}}{r^2} - 7 \frac{x^i x^k}{r^4} \right). \quad (73)$$

In the expressions (71)–(73) $h_{\mu\nu}$ is nonlinear correction.

On the other hand, in harmonic coordinates the Schwarzschild solution has the form [9]

$$-d\tau^2 = -\frac{1+\phi}{1-\phi} dt^2 + (1-\phi)^2 (d\mathbf{x})^2 + \frac{1-\phi}{1+\phi} \phi^2 \frac{x^i x^k}{r^2} dx^i dx^k. \quad (74)$$

So in the considered approximation this gives

$$g_{00} = -(1+2\phi+2\phi^2), \quad (75)$$

$$g_{ik} = (1-2\phi)\delta_{ik} + \phi^2(\delta_{ik} + \frac{x_i x_k}{r^2}). \quad (76)$$

From (69) we have $h_{00}^{(1)} = -2\phi$, from (73) $h_{00}^{(2)} = -2\phi^2$, and there is agreement with (75). As to the nonlinear correction for g_{ik} , in (73) it differs from the one in (76) by a gauge. Really, subtracting from h_{ik} in (73) the nonlinear part of (76), we find

$$G^2 M^2 \left(\frac{4\delta_{ik}}{r^2} - \frac{8x_i x_k}{r^4} \right) = 2G^2 M^2 (\Lambda_{i,k} + \Lambda_{k,i}), \quad \Lambda_i = \frac{x_i}{r^2}, \quad (77)$$

i.e., a gauge.

Going back to t_{00} in (70), we note that this density is negative and does not coincide with any density of other tensors. At the same time the equation of motion of particles is contained in the conservation laws of total energy-momentum tensor. We shall check it in considered approximation. For gravitational part the calculations give

$$t^{\mu\kappa}_{,\kappa} = -h^\nu_{\sigma,\nu} T^{\mu\sigma} + \frac{1}{2} h_{,\sigma} T^{\mu\sigma} - \frac{1}{2} h^{\rho\sigma,\mu} T_{\rho\sigma} - h^{\nu\lambda} T^\mu_{\nu,\lambda}. \quad (78)$$

The energy-momentum tensor for particles, figuring in conservation laws, has a rather complicated form by construction [9]

$$\begin{aligned} T^{\mu\kappa} &= \eta^{\mu\sigma} \eta^{\kappa\tau} g_{\sigma\alpha} g_{\tau\beta} \overset{p}{T}{}^{\alpha\beta} \approx \overset{p}{T}{}^{\mu\kappa} + h^\mu_\alpha T^{\alpha\kappa} + h^\kappa_\alpha T^{\alpha\mu} \approx \\ &\approx T^{\mu\kappa} - \frac{1}{2} h T^{\mu\kappa} + h^\mu_\alpha T^{\alpha\kappa} + h^\kappa_\alpha T^{\alpha\mu}. \end{aligned} \quad (79)$$

From here with the considered accuracy

$$\tau^{\mu\kappa}_{,\kappa} = \overset{p}{T}{}^{\mu\kappa}_{,\kappa} + h^\mu_{\alpha,\kappa} T^{\alpha\kappa} + h^\kappa_{\alpha,\kappa} T^{\alpha\mu} + h^\kappa_\alpha T^{\alpha\mu}_{,\kappa}. \quad (80)$$

So

$$(\tau^{\mu\kappa} + t^{\mu\kappa})_{,\kappa} = \overset{p}{T}{}^{\mu\kappa}_{,\kappa} - \frac{1}{2} h^{\rho\sigma,\mu} T_{\rho\sigma} + h^{\mu\alpha,\kappa} T_{\alpha\kappa} + \frac{1}{2} h_{,\sigma} T^{\mu\sigma}. \quad (81)$$

Further from (53) we get

$$\overset{p}{T}{}^{\mu\kappa}_{,\kappa} \approx T^{\mu\kappa}_{,\kappa} - \frac{1}{2} h_{,\kappa} T^{\mu\kappa}. \quad (82)$$

Taking into account (25) we see that the r.h.s. of (81) is zero.

Now we turn to Newtonian approximation. Terms of interaction tensor are contained in both $\tau^{\mu\nu}$ (three last terms in the r.h.s. of (79)) and in $t_{\mu\kappa}$. From (64), (66)–(68), using (49), which preserve its form in the notation of this Section, we find the following terms of interaction tensor contained in $t_{\mu\kappa}$:

$$-\frac{1}{2} h_{\mu\kappa} T - \eta_{\mu\kappa} (\bar{h}^{\rho\sigma} T_{\rho\sigma} - \frac{1}{4} \bar{h} T) - \frac{1}{2} \bar{h} T_{\mu\kappa}.$$

From here and the first equation in (70) we get in Newtonian approximation

$$t_{00} = -\frac{3}{8\pi G} (\nabla\phi)^2 - 6\phi T_{00}. \quad (83)$$

Here ϕ is the same as in (10). From (79) and (53) we get in this approximation

$$\tau^{00} = (-g)^{-\frac{1}{2}} T^{00} + 2h^0_0 T^{00} \approx T^{00} \left(1 - \frac{1}{2} h\right) - 2h_{00} T^{00} = T^{00} + 6\phi T^{00}. \quad (84)$$

Thus in Newtonian approximation the interaction terms in the sum of (83) and (84) are cancelled out. The agreement with Newtonian approximation (56) is achieved in the same way as for Landau–Lifshitz tensor: T^{00} on the r.h.s. of (84) detaches term (62), which is equivalent (in accordance with (63)) to $\frac{1}{4\pi G} (\nabla\phi)^2$. Together with the first term on the r.h.s. of (83) this gives (56).

Weinberg shows in detail that his energy-momentum tensor has all required characteristics. But this tensor does not help us to find energy-momentum tensor of two gravitons as represented by straight line on diagrams of Fig. 2. By construction Weinberg's tensor gives the gravitational field only via diagram (a) in Fig. 2. The field-theoretical description tells us that test particle is not quite passive. It does not simply follow the command «move along geodesic» but itself takes part in the creation of field in which it moves, see Fig. 2(b, c). From this viewpoint one can expect that, e.g., photon and graviton scatter differently on Newtonian centre as only in the latter case all three diagrams of Fig. 2 contribute.

5. MISNER-THORNE-WHEELER ENERGY-MOMENTUM TENSOR

In this Section it is handy for us to use again Thirring's notation. Up to divergence terms the Lagrangian (6) may be rewritten as [6]

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\varphi_{\mu\nu,\lambda}\varphi^{\mu\nu,\lambda} - \frac{1}{4}\varphi_{,\lambda}\varphi^{,\lambda} - \varphi_{\mu\nu}{}^{\mu}\varphi^{\lambda\nu}{}_{,\lambda}. \quad (85)$$

The corresponding canonical energy-momentum tensor

$$\overset{f}{T}{}^{jk} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi^{\mu\nu,j}}\varphi^{\mu\nu,k} - \eta^{jk}\mathcal{L} \quad (86)$$

acquires the form

$$\overset{f}{T}{}^{jk} = \bar{T}{}^{jk} - \frac{1}{2}\eta^{jk}\bar{T}, \quad \bar{T}{}^{jk} = \varphi^{\mu\nu,k}\varphi_{\mu\nu}{}^j - \frac{1}{2}\varphi^k{}_{\sigma}\varphi^{\sigma j} - 2\varphi^{j\nu,k}\varphi_{\nu\sigma}{}^{\sigma}, \quad \bar{T} = -T = 2\mathcal{L}. \quad (87)$$

Spin part is given by (31)–(32) with substitution $L \rightarrow \mathcal{L}$. We dwell on differences from Thirring's tensor. In symmetric in jk tensor

$$F^{jik} + F^{kij} = (\varphi^{\alpha i,j} - \varphi^{\alpha\sigma}{}_{,\sigma}\eta^{ji})\varphi^k{}_{\alpha} + (\varphi^{\alpha i,k} - \varphi^{\alpha\sigma}{}_{,\sigma}\eta^{ki})\varphi^j{}_{\alpha} - 2\varphi^{i\sigma}{}_{,\sigma}\varphi^{kj} + (2\varphi^{\alpha\sigma}{}_{,\sigma}\eta^{jk} - \varphi^{\alpha k,j} - \varphi^{\alpha j,k})\varphi^i{}_{\alpha} + \varphi^{k\sigma}{}_{,\sigma}\varphi^{ij} + \varphi^{j\sigma}{}_{,\sigma}\varphi^{ik} \quad (88)$$

there are no derivatives over x^i . This means that in divergence $F^{jik,i} + F^{kij,i}$ there are no terms of interaction tensor. In antisymmetric in jk tensor

$$F^{ikj} = (\varphi^{\alpha k,i} - \varphi^{\alpha\sigma}{}_{,\sigma}\eta^{ik})\varphi^j{}_{\alpha} - \varphi^{k\sigma}{}_{,\sigma}\varphi^{ij} + (\varphi^{\alpha\sigma}{}_{,\sigma}\eta^{ij} - \varphi^{\alpha j,i})\varphi^k{}_{\alpha} + \varphi^{j\sigma}{}_{,\sigma}\varphi^{ik} \quad (89)$$

such terms are present. Hence, using linearized Einstein equation (27) in the expression for $F^{ikj,i}$, we get

$$-F^{ikj,i} = f(\bar{T}{}^{j\alpha}\varphi^k{}_{\alpha} - \bar{T}{}^{k\alpha}\varphi^j{}_{\alpha}) + \varphi^{\alpha\sigma}{}_{,\sigma}(\varphi^j{}_{\alpha}{}^k - \varphi^k{}_{\alpha}{}^j). \quad (90)$$

Terms with f together with (30) give symmetric interaction tensor in accordance with (34). Other two terms on the r.h.s. of (90) supplement $\overset{f}{T}{}^{jk}$ to symmetric one, see (87). So we get

$$\begin{aligned} \theta^{jk} = & \overset{f}{T}{}^{jk} + \overset{s}{T}{}^{jk} = \varphi^{\mu\nu,k}\varphi_{\mu\nu}{}^j - \frac{1}{2}\varphi^k{}_{\sigma}\varphi^{\sigma j} - \varphi^{j\sigma}{}_{,\sigma i}\varphi^{ik} - \varphi^{k\sigma}{}_{,\sigma i}\varphi^{ij} - \\ & - \varphi^{\alpha i,j}\varphi^k{}_{\alpha,i} - \varphi^{\alpha i,k}\varphi^j{}_{\alpha,i} + (\varphi^{\alpha j,k}{}_i + \varphi^{\alpha k,j}{}_i)\varphi^i{}_{\alpha} + 2\varphi^{i\sigma}{}_{,\sigma i}\varphi^{jk} + \\ & + 2\varphi^{i\sigma}{}_{,\sigma}\varphi^{kj}{}_i - 2\varphi^{j\sigma}{}_{,\sigma}\varphi^{ki}{}_i + (\varphi^{\alpha k,j} + \varphi^{\alpha j,k})\varphi_{\alpha\sigma}{}^{\sigma} - \\ & - 2\eta^{jk}(\varphi^{\alpha\sigma}{}_{,\sigma}\varphi^i{}_{\alpha}),_i - \eta^{jk}\mathcal{L} + f(\bar{T}{}^{j\alpha}\varphi^k{}_{\alpha} - \bar{T}{}^{k\alpha}\varphi^j{}_{\alpha}). \end{aligned} \quad (91)$$

From (91) and (30), using the relation between $\varphi_{\mu\nu}$ and $\bar{h}_{\mu\nu}$ in (9), and taking into account (34), we find

$$\begin{aligned} \theta^{jk} + \overset{\text{int}}{T}{}^{jk} &= \frac{1}{32\pi G} [\bar{h}^{\mu\nu,k} \bar{h}_{\mu\nu}{}^{,j} - \frac{1}{2} \bar{h}^{,k} \bar{h}^{,j} - (\bar{h}^{j\sigma}{}_{,\sigma i} \bar{h}^{ik} + \bar{h}^{k\sigma}{}_{,\sigma i} \bar{h}^{ij}) - \\ &- (\bar{h}^{\alpha i,j} \bar{h}^k{}_{\alpha,i} + \bar{h}^{\alpha i,k} \bar{h}^j{}_{\alpha,i}) + (\bar{h}^{\alpha j,k}{}_i + \bar{h}^{\alpha k,j}{}_i) \bar{h}^i{}_{\alpha} + 2\bar{h}^{i\sigma}{}_{,\sigma i} \bar{h}^{jk} + 2\bar{h}^{i\sigma}{}_{,\sigma i} \bar{h}^{kj}{}_{,i} - \\ &- 2\bar{h}^{j\sigma}{}_{,\sigma} \bar{h}^{ki}{}_{,i} + (\bar{h}^{\alpha k,j} + \bar{h}^{\alpha j,k}) \bar{h}_{\alpha\sigma}{}^{,\sigma} - 2\eta^{jk} (\bar{h}^{\alpha\sigma}{}_{,\sigma} \bar{h}^i{}_{\alpha})_{,i} - \eta^{jk} \mathcal{L}] + \\ &+ \frac{1}{2} (\mathcal{T}^{k\alpha} h_{\alpha}{}^{,j} + \mathcal{T}^{j\alpha} h_{\alpha}{}^{,k}), \end{aligned} \quad (92)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{32\pi G} [\frac{1}{2} \bar{h}_{\mu\nu,\lambda} \bar{h}^{\mu\nu,\lambda} - \frac{1}{4} \bar{h}_{,\lambda} \bar{h}^{,\lambda} - \bar{h}_{\mu\nu}{}^{,\mu} \bar{h}^{\lambda\nu}{}_{,\lambda}]. \quad (93)$$

It is easy to verify that total energy-momentum tensor consisting of (17) and (92) is conserved. The canonical part of MTW tensor in Hilbert gauge has the form

$$\begin{aligned} \overset{f}{T}{}^{\gamma\delta} &= \frac{1}{32\pi G} \{ \bar{h}^{\mu\nu,\delta} \bar{h}_{\mu\nu}{}^{,\gamma} - \frac{1}{2} \bar{h}^{,\delta} \bar{h}^{,\gamma} - \\ &- \eta^{\gamma\delta} [\frac{1}{2} \bar{h}_{\mu\nu,\lambda} \bar{h}^{\mu\nu,\lambda} - \frac{1}{4} \bar{h}^{,\lambda} \bar{h}_{,\lambda}] \} = \bar{T}^{\gamma\delta} - \frac{1}{2} \eta^{\gamma\delta} \bar{T}. \end{aligned} \quad (93a)$$

For Newtonian centres this expression coincides with Thirring's one, see Eq. (6). As noted earlier the nonlocal part of $\overset{s}{T}{}^{\mu\nu}$ is zero for Newtonian centres.

For these centres from (92) and (9), (12) we have

$$\theta^{00} + \overset{\text{int}}{T}{}^{00} = \frac{1}{8\pi G} (\nabla\phi)^2 + 2\mu\phi, \quad \mu = \mathcal{T}^{00}. \quad (94)$$

For this system the MTW Lagrangian (93) coincides with Thirring's one. The same is true for canonical energy-momentum tensors, see (6) and (86)–(87), but spin parts are different. It follows from (91) and (87) that for Newtonian centres MTW spin part contributes only to interaction tensor, while Thirring's spin part contributes also to pure field part, see (15).

We note now that in the Hilbert gauge for static case (for Newtonian centres) the linearized Einstein equation can be written as

$$\nabla^2 h_{\mu\nu}^W = -\nabla^2 h_{\mu\nu}^T = -16\pi G \bar{T}_{\mu\nu}, \quad (95)$$

see (A12) below. As is seen from (93a) for this system $\bar{T}_{00} = 0$, i.e., there is no contribution to h_{00} from diagrams of Fig. 2.

Comparing MTW and Thirring tensors in Newtonian approximation we see that addition of divergence terms to Lagrangian leads to the change in subdivision

of energy density between purely field part and interaction part. Using (61)–(63) we obtain from (94) the effective gravitational energy density in Newtonian approximation given in (56).

Returning now to contributions from diagrams of Fig. 2 we find that diagram (a) leads to

$$ds^2 = (1 + 2\phi)dt - (1 - 2\phi - \phi^2)(d\mathbf{x})^2 - \phi^2 \frac{x^i x^j}{r^2} dx^i dx^j. \quad (96)$$

Contribution from all 3 diagrams of Fig. 2 is represented in the expression

$$ds^2 = (1 + 2\phi)dt^2 - (1 - 2\phi - 5\phi^2)(d\mathbf{x})^2 - 9\phi^2 \frac{x^i x^l}{r^2} dx^i dx^l. \quad (97)$$

6. DISCUSSION

We have assumed in this paper that in 3-graviton vertex each graviton interacts with gravitational energy-momentum tensor formed from two other gravitons. But in general relativity the 3-graviton vertex is given by cubic in $h_{\mu\nu}$ terms in function $G(x)$, see Eq.(3). Correcting a misprint in [22] one finds that these terms are given by $Q_{\gamma\theta}$:

$$\begin{aligned} Q_{\gamma\theta} = & \frac{1}{32\pi G} \{ \eta_{\gamma\theta} [h_{\alpha\beta,\lambda} h^{\lambda\beta,\alpha} - \frac{1}{2} h_{\alpha\beta,\lambda} h^{\alpha\beta,\lambda} - h_{\alpha\beta}{}^\alpha h^{\beta} + \frac{1}{2} h_{,\lambda} h^{\lambda}] + \\ & + h_{\alpha\beta,\gamma} h^{\alpha\beta,\theta} - 2h_{\gamma\alpha,\beta} h_{\theta}{}^{\beta,\alpha} + 2h_{\gamma\alpha,\beta} h_{\theta}{}^{\alpha,\beta} + (h_{\gamma\alpha,\theta} + h_{\theta\alpha,\gamma}) h^{\alpha} - \\ & - 2h_{\gamma\theta,\alpha} h^{\alpha} + (h_{\gamma\alpha}{}^\alpha h_{,\theta} + h_{\theta\alpha}{}^\alpha h_{,\gamma}) - h_{,\gamma} h_{,\theta} + 2h_{\gamma\theta,\alpha} h^{\alpha\beta,\beta} - \\ & - 2(h_{\alpha\gamma,\beta} h^{\alpha\beta,\theta} + h_{\theta\alpha,\beta} h^{\alpha\beta,\gamma}) \}. \end{aligned} \quad (98)$$

There are no reasons to expect that $Q_{\gamma\theta}$ is conserved energy-momentum tensor. Moreover it does not contain second derivatives and we know that the only conserved energy-momentum tensor with this property is Landau–Lifshitz tensor [16]. Yet (98) does not coincide with LL tensor. This is confirmed also by the fact that (98) leads to general relativity result (73), while LL tensor leads to (63a).

We note now somewhat unexpected fact: the half sum of LL and MTW tensors reproduces general relativity result (76). On the other hand, the half sum of Thirring tensor and MTW tensor gives

$$ds^2 = (1 + 2\phi + 2\phi^2)dt^2 - (1 - 2\phi + 2\phi^2)(d\mathbf{x})^2 + 2\phi^2 \frac{x^i x^j}{r^2} dx^i dx^j. \quad (99)$$

This is half sum of (45b) and (97). In such space-time a relativistic particle moves differently (in G^2 approximation) from what is expected according general relativity.

Thus, assuming that in 3-graviton vertex each graviton interacts with energy-momentum tensor (built by field-theoretical means) of two other gravitons, we cannot reproduce general relativity results even in this lowest nonlinear approximation. If, on the one hand, Nature chooses the 3-graviton vertex as assumed here, then the gravitational energy-momentum tensor is specified (in considered approximation) by the correct choice of 3-graviton vertex.

7. CONCLUDING REMARKS

Though general covariance was not assumed, the gauge invariance is of course retained [2,10]. For this reason the weak gravitational waves in flat space are described as in general relativity. All considered tensors give the same energy-momentum tensor for the plane gravitational wave. There are no *a priori* reasons to believe that field-theoretical approach will give the same result as general relativity. It seems that there is still much to be done to synthesize the geometrical and field-theoretical aspects of gravitations.

I wish to thank V.I.Ritus, I.V.Tyutin, and S.L.Lebedev for useful discussions and D.E.Ivanov for collaboration in evaluating the contribution from diagrams (b) and (c) in Fig. 2. I am also grateful to V.N.Pervushin for careful reading the manuscript and suggestions to improve it.

8. APPENDIX

Using $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ we give here some details of calculating $h_{\mu\nu}$. We utilize the expression

$$h_{\mu\nu} = \int d^4x' D_{\mu\nu\rho\sigma}(x - x') t^{\rho\sigma}(x'), \quad (A1)$$

where graviton propagator

$$D_{\mu\nu\rho\sigma}(x - x') = P_{\mu\nu\rho\sigma} D_+(x - x'), \quad (A2)$$

$$D_+(x) = \frac{i}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3p}{2p^0} \exp i(\mathbf{p}\mathbf{x} - p^0|t|), \quad (A3)$$

$$P_{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{1}{2}(\eta_{\mu\rho}\eta_{\nu\sigma} + \eta_{\mu\sigma}\eta_{\nu\rho} - \eta_{\mu\nu}\eta_{\rho\sigma}). \quad (A4)$$

The polarization factor $P_{\mu\nu\rho\sigma}$ satisfies the relations

$$t^{\mu\nu} P_{\mu\nu\rho\sigma} = t_{\rho\sigma} - \frac{1}{2}\eta_{\rho\sigma}t \equiv \bar{t}_{\rho\sigma}, \quad P_{\mu\nu\rho\sigma} T^{\rho\sigma} = \bar{T}_{\mu\nu},$$

$$t^{\mu\nu}P_{\mu\nu\rho\sigma}T^{\rho\sigma}=t^{\mu\nu}T_{\mu\nu}-\frac{1}{2}tT=t^{\mu\nu}\bar{T}_{\mu\nu}=\bar{t}^{\mu\nu}T_{\mu\nu}. \quad (A5)$$

The scalar factor $D_+(x)$ has the representation

$$D_+(x)=\frac{1}{4\pi}\delta_+(x^2)=\frac{i}{(2\pi)^2}\frac{1}{x^2+i\epsilon}, \quad (A6)$$

and possesses the property

$$\int d\tau D_+(\mathbf{x}-\mathbf{x}',\tau)=\frac{i}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\tau}{(\mathbf{x}-\mathbf{x}')^2-\tau^2+i\epsilon}=\frac{1}{4\pi|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}. \quad (A7)$$

For spherically symmetric body we have to deal with integrals of the kind

$$\begin{aligned} \int d^4x'D_+(x-x')\rho(r') &= \frac{1}{4\pi}\int\frac{d^3x'}{\sqrt{\mathbf{x}'^2+\mathbf{x}^2-2\mathbf{x}\cdot\mathbf{x}'}}\rho(r')= \\ &= \frac{1}{r}\int_0^r dr'r'^2\rho(r')+\int_r^\infty dr'r'\rho(r'). \end{aligned} \quad (A8)$$

By the way it is seen from here that the derivative of Newtonian potential over r is determined only by the mass inside sphere of radius r . Assuming in (A8) that $\rho=\frac{c}{r^4}$, we get

$$\frac{1}{r}\int_\delta^r dr'r'^2\rho(r')+\int_r^\infty dr'r'\rho(r')=c\left(\frac{1}{r\delta}-\frac{1}{2r^2}\right). \quad (A9)$$

Hence the divergent part at small r' appears only in the term, which is absorbed by mass renormalization.

So the source (13) generates the field

$$\bar{h}_{00}=16\pi G\int d^4x'D_+(x-x')T_{00}(x')\Longrightarrow-\phi^2. \quad (A10)$$

The arrow shows that the divergent part is included in mass renormalization. The r.h.s. of (A10) can be obtained also from the solution of wave equation derived from (A10) by action of the operator $\partial^2=\nabla^2-\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ and taking into account that

$$-\partial^2D_+(x-x')=\delta(x-x'), \quad \nabla^2\frac{1}{r^2}=\frac{2}{r^4}. \quad (A11)$$

We note also that

$$h_{\mu\nu}=16\pi G\int d^4x'D_+(x-x')\bar{T}_{\mu\nu}(x'). \quad (A12)$$

Now we shall indicate how to obtain the contribution from diagram (b) in Fig. 2. (The diagram (c) contributes as much as (b) and diagram of Fig. 1 is irrelevant to finding terms in $g_{\mu\nu}$.) First of all we remark that some terms in energy-momentum tensor are not symmetric in h forming the tensor. Such terms ought to be symmetrized. For example the third term on the r.h.s. of (36) should be rewritten as

$$-2\varphi^{\alpha\beta},_{\alpha\beta}\varphi_{\gamma\theta} \Rightarrow -\varphi^{\alpha\beta},_{\alpha\beta}\varphi_{\gamma\theta} - \varphi_{\gamma\theta}\varphi^{\alpha\beta},_{\alpha\beta}. \quad (A13)$$

This is important because the left φ will always be considered (for the case of diagram (b)) as «contained» in propagator and the right φ as originating from Newtonian centre. Moreover the second term in the r.h.s. of (A13) may be dropped as φ coming from Newtonian centre satisfies Hilbert condition (2). Rewritten in terms of h (see (7) and (5)) the first term on the r.h.s. of (A13) has the form

$$-\varphi^{\alpha\beta},_{\alpha\beta}\varphi_{\gamma\theta} = -\frac{1}{32\pi G}[h^{\alpha\beta},_{\alpha\beta}h_{\gamma\theta} - \frac{1}{2}h,_{\alpha}^{\alpha}h_{\gamma\theta} - \frac{1}{2}\eta_{\gamma\theta}h^{\alpha\beta},_{\alpha\beta}h + \frac{1}{4}\eta_{\gamma\theta}h,_{\alpha}^{\alpha}h]. \quad (A14)$$

Now we consider the contribution from the first term in the r.h.s. of (A14). Dropping temporarily the constant factor we have to evaluate the integral

$$\int d^4x'[D_{\mu\nu\alpha\beta}(x-x')]^{\cdot\alpha\beta}h_{\gamma\theta}(x')h^{\gamma\theta}(x'). \quad (A15)$$

The last h represents the graviton of Newtonian centre. This graviton interacts with the source, given by first term in the r.h.s. of (A14). Using (A2), (A4) and (69) we come to integrals

$$\begin{aligned} I_{\mu\nu} &= -\int d^4x'[D_+(x-x')],_{\mu\nu}\phi^2(x'), \\ &\int d^4x'[D_+(x-x')],_{\alpha}^{\alpha}\phi^2(x') = -\phi^2(x). \end{aligned} \quad (A16)$$

The first equation in (A11) was used in the last equation in (A16). The first integral in (A16) is treated as follows. Integrating by parts we get

$$I_{\mu\nu} = \int d^4x'[D_+(x-x')],_{\mu}2\phi(x')\phi,_{\nu}(x'). \quad (A17)$$

As $\phi(x)$ is independent of x^0 , $\nu = 0$ does not contribute. For the same reason $\mu = 0$ also does not contribute. Indeed for $\mu = 0$ we integrate over x'^0 and get the factor

$$D_+(x-x')|_{-\infty}^{+\infty} = 0,$$

see (A6). Thus we replace μ and ν by $i, j = 1, 2, 3$. Integrating (A17) over x'^0 we obtain

$$I_{ij} = \frac{G^2 M^2}{4\pi} \int d^3 x' \left(\frac{\partial}{\partial x'^j} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} \right) 2 \left(\frac{\partial}{\partial x'^i} \frac{1}{r'} \right) \frac{1}{r'}. \quad (A18)$$

Here we have used (A7) and expression for ϕ , see text before Eq.(10). Now writing

$$\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial x'^i} \frac{1}{r'} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x'^i} \frac{1}{r'^2} \quad (A19)$$

and again integrating by parts we find

$$I_{\mu\nu} = -\frac{G^2 M^2}{4\pi} \int d^3 x' \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} \frac{\partial^2}{\partial x'^i \partial x'^j} \frac{1}{r'^2}. \quad (A20)$$

Using relations

$$\left(\frac{1}{r'^2} \right)_{,ij} = -\frac{2\delta_{ij}}{r'^4} + \frac{8x'^i x'^j}{r'^6} = \nabla^2 \left(-\frac{2x'^i x'^j}{r'^4} + \frac{\delta_{ij}}{r'^2} \right) \quad (A21)$$

and again twice integrating by parts we get

$$\begin{aligned} I_{ij} &= -\frac{G^2 M^2}{4\pi} \int d^3 x' \left(-2 \frac{x'^i x'^j}{r'^4} + \frac{\delta_{ij}}{r'^2} \right) \nabla^2 \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} = \\ &= G^2 M^2 \left(-2 \frac{x'^i x'^j}{r'^4} + \frac{\delta_{ij}}{r'^2} \right) = \delta_{ij} \phi^2 - 2r'^2 \phi_{,i} \phi_{,j}. \end{aligned} \quad (A22)$$

Finally restoring all factors we find that the contribution from the first term in (A14) is

$$-4\eta_{\mu\nu} \phi^2 + 8I_{\mu\nu}. \quad (A23)$$

The divergent integral

$$J = \int d^4 x' D_+(x - x') (\nabla^2 \phi(x')) \phi(x'),$$

appearing in some terms, is cancelled out in final result.

At last we show how to obtain the finite part of the integral

$$J_{ij} = \int d^4 x' D_+(x - x') \phi_{,ij}(x') \phi(x') = G^2 M^2 \int \frac{d^3 x'}{4\pi} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} \frac{3x'^i x'^j - \mathbf{x}'^2 \delta_{ij}}{r'^6}. \quad (A24)$$

Utilizing relation

$$\nabla^2 I_{ij}(x) = \frac{r^2 \delta_{ij} - 3x^i x^j}{r^6} G^2 M^2,$$

and (cf. (42))

$$\nabla^2 \left(\frac{3}{4} \frac{x^i x^j}{r^4} - \frac{\delta_{ij}}{4r^2} \right) = \frac{\delta_{ij}}{r^4} - \frac{3x^i x^j}{r^6}$$

we find that the finite part of I_{ij} is

$$\frac{3}{4} r^2 \phi_{,i} \phi_{,j} - \frac{\delta_{ij}}{4} \phi^2. \quad (A25)$$

The essential part of this Appendix machinery is checked up by obtaining the expression (73) starting from (98). Calculation of g_{00} can be made by much easier method suggested by Schwinger, see [10] and [21]. This method uses more fully Hilbert condition and it is helpful for controlling some of our calculation. For example it is clear from this method that (A13) does not contribute to h_{00} .

REFERENCES

1. **Thirring W.E.** — Fortschr. Physik, 1959, v.7, p.79.
2. **Thirring W.E.** — Ann. Phys. (N.Y.), 1961, v.16, p.96.
3. **Ogievetsky V.I., Polubarinov I.V.** — Ann. Phys. (N.Y.), 1965, v.35, p.167.
4. **Logunov A.A.** — Phys. Part. Nucl., 1998, v.29, (1) Jan.-Feb., p.1.
5. **Chernikov N.A., Tagirov E.A.** — Ann. Inst. H.Poincare, 1968, v.9A, p.109.
6. **Misner C.W., Thorne K.S., Wheeler J.A.** — Gravitation. San Francisco, 1973.
7. **Alvarez E.** — Rev. Mod. Phys., 1989, v.61, p.561.
8. **Graz Yu.V., Zhukovski V.Ch., Galtsov D.V.** — Classical Fields. Moscow, Moscow University Publishing House, 1991 (in Russian).
9. **Weinberg S.** — Gravitation and Cosmology. New York, 1972.
10. **Schwinger J.** — Particles, Sources, and Fields. v.1. Addison-Wesley, 1970.
11. **Pais A.** — The Science and the Life of Albert Einstein. Oxford, 1982.
12. **Einstein A.** — Ann. Math., 1939, v.40, p.922.
13. **Novikov I.D., Frolov V.P.** — Physics of Black Holes. Moscow, 1986 (in Russian).
14. **Venzo de Sabbata, Maurizio Gasperini** — Introduction to Gravitation. World Scientific, 1985.
15. **Dehnen H.** — Zeitschr. für Phys., 1964, v.179, Heft 1, p.76.
16. **Landau L.D., Lifshitz E.M.** — The Classical Theory of Fields. Moscow, 1973 (in Russian).
17. **Roberts M.D.** — Gen. Rel. Grav., 1988, v.20, p.775.
18. **Dongsu Back, Cangemi D., Jackiw R.** — Phys. Rev., 1994, v.D49, p.5173.
19. **Weyl H.** — Raum, Zeit, Materie. Springer Verlag, Berlin, 1923.
20. **Umezawa H.** — Quantum Field Theory. Amsterdam, 1956.
21. **Dehnen H., Hönl H., Westpfahl K.** — Ann. der Phys., 1960, 7. Folge, Band 6, Heft 7-8, S.670.
22. **Iwasaki Y.** — Prog. Theor. Phys., 1971, v.46, p.1587.
23. **Nikishov A.I.** — hep-th/9903034. E-mail: nikishov@ipi.ac.ru

УДК 530.145; 539.1.01; 539.14

UNITARY TRANSFORMATIONS IN QUANTUM FIELD THEORY AND BOUND STATES

A.V.Shevko,

BLTP, JINR, 141980 Dubna, Russia and

NSC Kharkov Institute of Physics & Technology, 310108 Kharkov, Ukraine

M.I.Shirokov

BLTP, JINR, 141980 Dubna, Russia

Finding the eigenstates of the total Hamiltonian H or its diagonalization is the important problem of quantum physics. However, in relativistic quantum field theory (RQFT) its complete and exact solution is possible for a few simple models only. Unitary transformations (UT's) considered in this survey do not diagonalize H , but convert H into a form which enables us to find approximately some H eigenstates. During the last years there have appeared many papers devoted to physical applications of such UT's. Our aim is to present a systematic and self-sufficient exposition of the UT method. The two general kinds of UT's are pointed out, distinct variations of each kind being possible. We consider in detail the problem of finding the simplest H eigenstates for interacting mesons and nucleons using the so-called «clothing» UT and Okubo's UT. These UT's allow us to suggest definite approaches to the problem of two-particle (deuteron-like) bound states in RQFT. The approaches are shown to yield the same two-nucleon quasipotentials in the first nonvanishing approximation. We demonstrate how the particle mass renormalization can be fulfilled in the framework of the «clothing» procedure. Besides the UT of the Hamiltonian we discuss the accompanying UT of the Lorentz boost generators.

Важной проблемой квантовой физики является нахождение собственных состояний полного гамильтониана H или его диагонализация. В релятивистской квантовой теории поля (РКТП) полное и точное решение этой задачи возможно только для немногих простых моделей. Рассматриваемые в обзоре унитарные преобразования (УП) не диагонализуют H , они приводят H к виду, позволяющему приближенно найти только некоторые собственные состояния и значения H . За последние годы появилось много работ по физическим приложениям таких УП. В обзоре дано систематическое изложение метода УП. Указываются два главных вида УП с возможными вариациями каждого вида. Детально рассматривается задача нахождения простейших собственных состояний H для юкавского взаимодействия нуклонов и мезонов с помощью так называемого «одевающего» УП и УП Окубо. Эти преобразования позволяют предложить два подхода к решению проблемы двухчастичных (дейtronоподобных) связанных состояний в РКТП. Показано, что эти подходы в первом приближении дают одинаковые двухнуклонные квазипотенциалы. Демонстрируется, как с помощью «одевающего» УП осуществляется перенормировка массы частицы. Кроме УП гамильтониана обсуждается УП генераторов лоренцевских бустов.

1. INTRODUCTION

The so-called unitary transformation (UT) method has the same age as the quantum theory itself. Its first applications for constructing Hermitian effective

interactions (HEI) can be found in [1] and [2] (in this connection, see a review article [3] where the different perturbation expansions of HEI were discussed). In quantum field theory the first considerations using the UT method were given by Wentzel [4] and Heitler [5].

A number of the schemes for reduction of the exact eigenvalue problem to the model-space problem via the various UT's were put forward in 50's ([6–8]) during the extensive development of the meson theory of nuclear forces (see, e.g., [9]). Owing to the work [10] this approach has proved to be very useful in studies of electromagnetic (e.m.) interactions with nuclei for nonmesonic channels (in particular, when constructing the effective operators of meson exchange currents (see, e.g., [11], surveys [12,13] and refs. therein).

Along with this guideline the UT method was used for the formulations of RQFT in terms of physical or «clothed» particles ([14–18], see also our talks at the recent conferences [19] and [20]).

By using the Okubo UT the authors of [21] constructed effective generators for the Poincaré algebra, acting on nucleonic degrees of freedom only. It was made in the framework of perturbation theory for a simple model of «spinless» nucleons exchanging scalar mesons. Therefore, we have an instructive example of how some noncommuting Hermitian operators can be reduced by one and the same UT to Okubo's block form.

Late 80's and 90's have brought a renewed interest to this area. First of all, we mean applications [22,23] of the UT method to a covariant treatment of the two-body bound-state problem (cf. [24]). The corresponding transformed Hamiltonian and boost operators do not couple (in the second order in meson-nucleon coupling constants) the nucleon (no-meson) subspace with its complement in the full Fock space of hadron states. In the work [25] the same method has been employed to derive the effective nucleon-nucleon and nucleon–antinucleon interactions starting from a field Hamiltonian with the exchange of π , ρ , ω and, σ mesons. Then, within the Hartree approximation, these effective interactions have been introduced for describing the saturation properties of nuclear matter. Note also recent explorations [26,27] of the hard–core problem in the theory of nuclear forces.

In papers [28,29] some extensions of the UT method have been suggested for constructing effective current operators in the theory of photomeson processes on nuclei (see also Ref. 30 where one can find the calculations of the four structure functions for pion electroproduction on the deuteron near threshold). Recently, the UT method has been used [31] for deriving effective two-particle one-meson exchange potentials in the instant and front forms of relativistic quantum mechanics. At last, with the aid of a modification of the method the authors of [32] have proposed a meson-exchange model for πN scattering and $\gamma N-\pi N$ reaction. Certainly, one may say that nowadays the UT method has survived its second birth.

This review is focused upon an application of UT's in RQFT and aimed at an approximate treatment of the physical vacuum, the observable one-particle and two-particle bound and scattering states. These states have a common feature, viz., they do not change in time. The simplest example is the state without observable particles, i.e., the physical vacuum. Other examples give free particles with a definite four-momentum (elementary particles, atoms and nuclei in their ground states).

Our point of departure is that such states should be eigenvectors of a Hamiltonian H , which are stationary. In the context, the «bare» states, i.e., eigenvectors of a free part H_0 of the total Hamiltonian H , are inappropriate for theoretical description of the physical objects. Firstly, they change in time although the possible transitions to other states are virtual and can be considered undetectable because of their small probabilities. Secondly, H_0 has no eigenvectors which would correspond to bound states (e.g., the hydrogen atom or the deuteron).

From this postulate there follows such a definition for a bound state of the deuteron-type in RQFT: it should be described by a proper eigenvector of the total Hamiltonian of the theory. In other words, the deuteron problem should be reduced to an exact or approximate solution of the H eigenvalue problem. There are various approaches to this problem, viz., within the Bethe–Salpeter formalism, via its three-dimensional versions, etc. (see, e.g., [33,34] and refs. therein). However, the links between the respective «wavefunctions» (for instance, the Bethe–Salpeter amplitudes for bound states) and the exact or approximate H eigenvectors are very sophisticated. According to our postulate similar links in the framework of the approach developed below are much more direct and transparent (see Sec. 4). In addition, the description of particle scattering can be reduced to calculation of the relevant scattering wavefunctions.

The reasons for employing just RQFT when describing bound and scattering states are well known. Being not satisfied with the multitude of disconnected phenomenological explanations we strive for a unified description of Nature. RQFT's are the best known candidates for unified theories. Firstly, they give a qualitative and natural consideration of particle creation and destruction. Secondly, local RQFT's ensure in a sense the relativistic causality unlike phenomenological approaches.

General idea of constructing the UT's in question can be formulated in the following way.

Any UT of H can be considered as a transformation expressing the H -matrix determined with respect to a new basis in the Hilbert (Fock) space of a given physical system through the H -matrix with respect to the old basis in the same space (details see in Sec. 6). Normally, the latter is composed of eigenvectors (the «bare» states) of the free part H_0 in the partition $H = H_0 + V$, where V represents the interaction between the fields involved. In general, the new H -matrix turns

out to be more complicated. For example, in the case with Yukawa coupling $V \sim \int \bar{\psi}(\mathbf{x})\gamma_5\psi(\mathbf{x})\phi(\mathbf{x})d\mathbf{x}$, that conserves the baryon number and may change the meson number merely by unit, nonzero elements of the initial H -matrix are either diagonal, or near diagonal (e.g., they can be of the $\langle N' | H | \pi N \rangle$ -kind). In a new representation for this matrix all its elements can be nonzero (e.g., along with the aforementioned elements one can meet the elements $(N'N' | H | NN)$, $(\pi'\pi' | H | \pi N)$, $(N' | H | \pi\pi N)$, and the others in which the meson number can be arbitrarily altered*). The elements $(N'N' | H | NN)$ contribute to the NN scattering even in the first order of perturbation theory. Of course, there are other elements of the transformed H -matrix, which contribute to the NN scattering as well, but in higher orders.

Let us impose the following constraint upon the transformation associated with the basis change: in the new H -matrix the NN interaction should be described only through the elements $(N'N' | H | NN)$, i.e., all the other elements which could contribute to the NN scattering should be zero. This means that the H -matrix must be reduced to a block diagonal form where specific off-diagonal blocks consist of zero elements (other clarifications can be found in Sec. 6). This requirement (the Okubo condition [7]) can be replaced by the other constraints, more flexible and easier realizable.

Our aim is to present a systematic exposition of the UT method. A main attention within the method is paid to the two approaches, viz., the clothing procedure and the blockdiagonalization after Okubo. We strive for a self-sufficient presentation which may be understood without referring to original papers. As a rule, we avoid to point out mistakes and obscurities in the latter (but sometimes allow ourselves to note their tacit assumptions).

This review is organized as follows.

In Sec. 2 we consider the problem of obtaining the simplest H eigenstates. The lowest H eigenstate Ω can be juxtaposed to the state without observable particles (the physical vacuum). Further, we seek one-particle-like H eigenstates which have «bare» partners (e.g., in the case of the interacting pion and nucleon fields the «bare» one-meson $a^\dagger(\mathbf{k})\Omega_0$ and one-nucleon $b^\dagger(\mathbf{p})\Omega_0$ states, Ω_0 being the «bare» vacuum). These H eigenstates may be called «clothed» [14] because meson-nucleon interaction is taken into account when constructing such states. At this point, instead of the usual «bare» creation-destruction operators $a^\dagger(\mathbf{k})$, $a(\mathbf{k})$, ... we introduce the «clothed» operators $a_c^\dagger(\mathbf{k})$, $a_c(\mathbf{k})$, ..., so that the physical one-meson state is described by the vector $a_c^\dagger(\mathbf{k})\Omega$.

While finding the above H eigenstates one has to determine a «clothing» UT such that the transformed Hamiltonian does not contain the interaction terms which

*In order to distinguish the matrix elements with respect to the new basis we employ round brackets.

correspond to some virtual energy-nonconserving processes (e.g., $N \rightarrow \pi N$, $\pi \rightarrow N\bar{N}$). These terms are called «bad».

As one might expect the mass of the clothed particle turns out to be unequal to the respective bare mass. The related problem of mass renormalization is explored in Subsec. 2.5.

The clothing transformation of the Hamiltonian results in its representation through the clothed creation–destruction operators. A basic task of Sec. 3 is to investigate how transformed generators of the Lorentz boosts depend on the clothed operators. We show that the bad terms can be removed via the same clothing transformation simultaneously from the total Hamiltonian and these generators. A consequence of such reduction is that the «clothed» vacuum Ω remains invariant under Lorentz transformations (unlike the bare vacuum Ω_0) while the clothed one-particle states have the proper transformation properties (in particular, their momenta being suitably changed).

Along with the clothed one-particle states the total Hamiltonian can have one-particle-like states (e.g., bound states of the deuteron-type) without any bare partners. In Sec. 4 within our clothing procedure we suggest an approximate way of finding such states. The resulting bound-state equations resemble the Schrödinger equation for stationary states in nonrelativistic quantum mechanics, where the usual potentials are replaced by the interactions between clothed particles (the quasi-potentials). Explicit analytical expressions for the model nucleon-nucleon and meson-nucleon quasipotentials are given in Subsec. 4.3.

In Sec. 5 we discuss some modifications and extensions of the clothing approach.

Section 6 starts with a definition of the similarity transformation $H \rightarrow U^{-1}HU$ ($U^{-1} = U^\dagger$) as a transformation of the matrix $\langle n' | H | n \rangle$ (determined with respect to a set of orthonormal vectors $| n \rangle$) into the matrix $\langle \nu' | H | \nu \rangle$ with respect to another basis $| \nu \rangle$.

The Okubo condition on U and the corresponding decoupling equation from [7] are presented in Subsec. 6.2.

Two operator kinds of the Okubo UT are considered in the framework of the Okubo approach using the new particle creation–destruction operators which correspond to the clothed operators determined in Sec. 2. This allows us to establish the relation to the clothing procedure and its modifications (cf. Secs. 2 and 5).

Some original results of this work are summarized in Sec. 7.

More technical details and some auxiliary calculations are referred to Appendix A. Appendix B is devoted to some mathematical aspects related to the UT method. We suggest an algebraic approach which enables one to treat the clothing UT as an element of an algebra lacking any operator representation. At last, Appendix C exemplifies an explicit solution of Okubo’s decoupling equation for a simplified field model.

2. CLOTHED PARTICLES IN QUANTUM FIELD THEORY

The notion of clothed particles will be considered using the following model: a spinor (fermion) field ψ interacts with a neutral pseudoscalar meson field ϕ by means of the Yukawa coupling. The model Hamiltonian is $H = H_0 + V$, where

$$H_0 = \int \bar{\psi}(\mathbf{x})[-i\gamma\nabla + m_0]\psi(\mathbf{x})d\mathbf{x} + \frac{1}{2} \int [\pi^2(\mathbf{x}) + (\nabla\phi(\mathbf{x}))^2 + \mu_0^2\phi^2(\mathbf{x})] d\mathbf{x}, \quad (2.1)$$

$$V = ig \int \bar{\psi}(\mathbf{x})\gamma_5\psi(\mathbf{x})\phi(\mathbf{x})d\mathbf{x}. \quad (2.2)$$

For simplicity, we do not employ a more refined form of H properly symmetrized in the fields involved (see, e.g., [15, 37]). This model has much in common with more realistic models for the interacting fields (e.g., the nucleon isodoublet (p,n) interacting with the meson isotriplet (π^+ , π^0 , π^-)).

The Hamiltonian can be expressed in terms of bare destruction (creation) operators $a(\mathbf{k})$ ($a^\dagger(\mathbf{k})$), $b(\mathbf{p}, r)$ ($b^\dagger(\mathbf{p}, r)$) and $d(\mathbf{p}, r)$ ($d^\dagger(\mathbf{p}, r)$) of the meson, the fermion and the antifermion (see Eqs. (2.8) and (2.16)). Here \mathbf{k} and \mathbf{p} denote the momenta; r is the spin index. An exact definition of the bare operators which we use will be given in Subsec. 2.2. In what follows, the set of all these operators is denoted by a symbol a , while a_p is used for one of them. The state without bare particles Ω_0 and the bare one-particle states $a^\dagger(\mathbf{k})\Omega_0$, $b^\dagger(\mathbf{p}, r)\Omega_0$ and $d^\dagger(\mathbf{p}, r)\Omega_0$ are not H eigenvectors.

2.1. Clothed Particle Operators and States. Now, we introduce new destruction (creation) operators

$$a_c(\mathbf{k})(a_c^\dagger(\mathbf{k})), \quad b_c(\mathbf{p}, r)(b_c^\dagger(\mathbf{p}, r)) \text{ and } d_c(\mathbf{p}, r)(d_c^\dagger(\mathbf{p}, r)) \quad \forall \mathbf{k}, \mathbf{p}, r \quad (2.3)$$

with the following properties:

i) The physical vacuum (the H lowest eigenstate) must coincide with a new no-particle state Ω , i.e., the state that obeys the equations

$$a_c(\mathbf{k})|\Omega\rangle = b_c(\mathbf{p}, r)|\Omega\rangle = d_c(\mathbf{p}, r)|\Omega\rangle = 0 \quad \forall \mathbf{k}, \mathbf{p}, r, \quad (2.4)$$

$$\langle\Omega|\Omega\rangle = 1.$$

ii) New one-particle states $a_c^\dagger(\mathbf{k})\Omega$, etc., are H eigenstates as well.

iii) The spectrum of indices that enumerate the new operators must be the same as that for the bare ones (this requirement has been used when writing Eq.(2.3)).

iv) The new operators satisfy the same commutation rules as their bare partners do. For instance,

$$[a_c(\mathbf{k}), a_c^\dagger(\mathbf{k}')]=\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}'),$$

$$\{b_c(\mathbf{p}, r), b_c^\dagger(\mathbf{p}', r')\} = \{d_c(\mathbf{p}, r), d_c^\dagger(\mathbf{p}', r')\} = \delta_{rr'}\delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') . \quad (2.5)$$

Following [14,15] we shall call clothed the new operators and states. Note that the name is sometimes used in a sense which differs from that defined by the points i) – iv).

As one can see, the problem of clothing is equivalent to determination of some H eigenvectors. In fact, the property iii) means that we do not pretend to find all H eigenstates which are one-particle-like. For example, H may have a deuteron-like eigenstate with a mass $< 2m$, where m is the nucleon mass. No bare one-particle state corresponds to such a state. Now we intend to find only those one-particle-like eigenstates of H which have bare partners.

One should stress that the clothing problem may turn out to be unsolvable. A solvability condition will be pointed out in Subsec. 2.4. Note also that the properties i) – iv) can be supplemented by some physical constraints which will be discussed in Sec. 3, but are not needed here.

Some clothing procedures have been realized within simple field models (see, e.g., [14, 15, 17]). In the paper, we use a kind of perturbation theory developed in [5, 16] and [18]. It can be applied to any field theory to yield an approximate solution of the problem.

2.2. Bare Particles with Physical Masses. By definition, the bare one-fermion eigenstate $|\mathbf{p}, r\rangle_0$ of the operator H_0 , being simultaneously the eigenstate of total momentum \mathbf{P} , belongs to the H_0 eigenvalue $E_{\mathbf{p}}^0 = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_0^2}$. Let us consider an H eigenstate $|\mathbf{p}, r\rangle$ for which $|\mathbf{p}, r\rangle_0$ is a zeroth approximation (ZA). Perturbation theory shows that the corresponding H eigenvalue $E_{\mathbf{p}}$ differs from $E_{\mathbf{p}}^0$. In the relativistic case the function $E_{\mathbf{p}}$ must be of the form $\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$ where m is the mass of an observed free fermion. We shall call it physical mass. Analogously, one can argue appearance of the meson physical mass μ which differs from the trial mass μ_0 .

So, we expect that the physical fermion and meson masses m and μ arise in a natural manner when finding H eigenvalues which correspond to the clothed one-particle states.

Such an introduction of the masses m and μ can be used to divide the total Hamiltonian into the new free part H_F and the new interaction H_I . Namely, let us rewrite $H = H_0 + V$ as $H = H_F + H_I$, where

$$H_F = \int \bar{\psi}(\mathbf{x})[-i\gamma\nabla + m]\psi(\mathbf{x})d\mathbf{x} + \frac{1}{2} \int [\pi^2(\mathbf{x}) + (\nabla\phi(\mathbf{x}))^2 + \mu^2\phi^2(\mathbf{x})] d\mathbf{x}, \quad (2.6)$$

$$H_I = V + (m_0 - m) \int \bar{\psi}(\mathbf{x})\psi(\mathbf{x})d\mathbf{x} + \frac{1}{2}(\mu_0^2 - \mu^2) \int \phi^2(\mathbf{x})d\mathbf{x} \equiv V + M_{\text{ren}} . \quad (2.7)$$

The decomposition $H = H_F + H_I$ is the well-known trick (see, e.g., [15]), but this is not necessary for our clothing program: all the following results can be

obtained without the introduction of the mass counterterms M_{ren}^* . However, it simplifies the program realization. In other words, the separation $H = H_F + H_I$ may be justified not *ab initio* but *post factum*.

The operator H_F can be brought to the «diagonal» form**

$$H_F = \int \omega_{\mathbf{k}} a^{\dagger}(\mathbf{k}) a(\mathbf{k}) d\mathbf{k} + \int E_{\mathbf{p}} \sum_r [b^{\dagger}(\mathbf{p}, r) b(\mathbf{p}, r) + d^{\dagger}(\mathbf{p}, r) d(\mathbf{p}, r)] d\mathbf{p} \quad (2.8)$$

by means of the standard expansions

$$\phi(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-3/2} \int (2\omega_{\mathbf{k}})^{-1/2} [a(\mathbf{k}) + a^{\dagger}(-\mathbf{k})] \exp(i\mathbf{kx}) d\mathbf{k}, \quad (2.9)$$

$$\pi(\mathbf{x}) = -i(2\pi)^{-3/2} \int (\omega_{\mathbf{k}}/2)^{1/2} [a(\mathbf{k}) - a^{\dagger}(-\mathbf{k})] \exp(i\mathbf{kx}) d\mathbf{k}, \quad (2.10)$$

$$\psi(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-3/2} \int (m/E_{\mathbf{p}})^{1/2} \sum_r [u(\mathbf{p}, r) b(\mathbf{p}, r) + v(-\mathbf{p}, r) d^{\dagger}(-\mathbf{k}, r)] \exp(i\mathbf{px}) d\mathbf{p}, \quad (2.11)$$

where $u(\mathbf{p}, r)$ and $v(\mathbf{p}, r)$ are the Dirac spinors, which satisfy the conventional equations $(\not{p} - m)u(\mathbf{p}, r) = 0$ and $(\not{p} + m)v(\mathbf{p}, r) = 0$ with $\not{p} = E_{\mathbf{p}}\gamma^0 - \mathbf{p}\gamma$. In these formulae $E_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$ and $\omega_{\mathbf{k}} = \sqrt{\mathbf{k}^2 + \mu^2}$.

2.3. The Unitary Transformation. The operators (2.3) are the corner-stone of the clothing procedure. Our aim is to find clothed operators which should satisfy the requirements i)–iv). Now, the symbol α will be used for set (2.3), with α_p being one operator of the set (cf. a and a_p). In order to implement the properties iii) and iv), we suppose that the clothed operators α are related to bare ones a via a unitary transformation

$$\alpha_p = W^{\dagger} a_p W, \quad W^{\dagger} W = W W^{\dagger} = 1, \quad (2.12)$$

where W is a function of all the bare operators a . Therefore, Eq. (2.12) represents α_p as a function (functional) of a .

Note that W is the same function of either clothed or bare operators (see [14]). Indeed, if $f(x)$ is a polynomial or a series of x , the relation $f(\alpha) = W^{\dagger}(a)f(a)W(a)$ follows from Eq. (2.12). Replacing $f(\alpha)$ by W leads to

$$W(\alpha) = W^{\dagger}(a)W(a)W(a) = W(a), \quad (2.13)$$

*A simple example of the calculation of radiative correction to particle «bare» mass can be found in App. C.

**Nonessential c-number terms are henceforth omitted.

i.e., to the above statement. Hence, the operator a_p , when expressed in terms of α , is given by

$$a_p = W(\alpha) \alpha_p W^\dagger(\alpha) . \quad (2.14)$$

Unitarity of W is automatically ensured if W is represented as the exponential of an antihermitian operator R : $W = \exp R$. For a given R , the r.h.s. of Eq. (2.14) can be evaluated with the help of

$$e^A B e^{-A} = B + [A, B] + \frac{1}{2}[A, [A, B]] + \frac{1}{3!}[A, [A, [A, B]]] + \dots \quad (2.15)$$

and the commutation rules (2.5).

In the context, the total Hamiltonian can be written as $H = H(a) = H_F + H_I$, where $H_F(a)$ is determined by Eq. (2.8) and $H_I = V(a) + M_{\text{ren}}(a)$ with *

$$\begin{aligned} V(a) = & \frac{ig}{(2\pi)^{3/2}} \int d\mathbf{p}' d\mathbf{p} dk \frac{m}{(2\omega_{\mathbf{k}} E_{\mathbf{p}'} E_{\mathbf{p}})^{1/2}} \delta(\mathbf{p} + \mathbf{k} - \mathbf{p}') \times \\ & \times \{ \bar{u}(\mathbf{p}'r') \gamma_5 u(\mathbf{p}r) b^\dagger(\mathbf{p}'r') b(\mathbf{p}r) + \\ & + \bar{u}(\mathbf{p}'r') \gamma_5 v(-\mathbf{p}r) b^\dagger(\mathbf{p}'r') d^\dagger(-\mathbf{p}r) + \bar{v}(-\mathbf{p}'r') \gamma_5 u(\mathbf{p}r) d(-\mathbf{p}'r') b(\mathbf{p}r) + \\ & + \bar{v}(-\mathbf{p}'r') \gamma_5 v(-\mathbf{p}r) d(-\mathbf{p}'r') d^\dagger(-\mathbf{p}r) \} [a(\mathbf{k}) + a^\dagger(-\mathbf{k})] . \end{aligned} \quad (2.16)$$

By using Eq. (2.14), one can replace the bare operators by the clothed ones

$$H(a) = H(W(\alpha)\alpha W^\dagger(\alpha)) \equiv K(\alpha) . \quad (2.17)$$

The operator $K(\alpha)$ represents the same Hamiltonian, but it has another dependence on its argument α compared to $H(a)$. $K(\alpha)$ can be found as follows. First, Eq. (2.17) can be written as

$$K(\alpha) = W(\alpha) H(a) W^\dagger(\alpha) . \quad (2.18)$$

Second, putting $W(\alpha) = \exp R(\alpha)$ and using Eq. (2.15) we have

$$\begin{aligned} H = K(\alpha) = & e^R [H_F + H_I] e^{-R} = \\ = & H_F(\alpha) + H_I(\alpha) + [R, H_F] + [R, H_I] + \frac{1}{2}[R, [R, H_F]] + \frac{1}{2}[R, [R, H_I]] + \dots \end{aligned} \quad (2.19)$$

Eq. (2.19) gives a practical recipe for the $K(\alpha)$ calculation: at the beginning one replaces a by α in the initial expression $H(a)$ and then calculates $W(\alpha)H(a)W^\dagger(\alpha)$ using Eqs. (2.15) and (2.5). The above transition $H(a) \rightarrow H(\alpha)$ generates a new operator $H(\alpha)$ as compared to $H(a)$, but Eqs. (2.17) and (2.18) show

*In cumbersome formulae summations over the dummy spin indices are sometimes omitted.

that $W(\alpha)H(\alpha)W^\dagger(\alpha)$ turns out to be equal to the original total Hamiltonian (cf. [35]).

We would like to stress that the transformation WHW^\dagger under consideration should not be understood here as $W(a)H(a)W^\dagger(a)$. The latter would be a new operator $H'(a)$, which, in general, does not coincide with H . For a detailed discussion of different unitary transformations, see Sec. 6.

2.4. Elimination of «Bad» Terms. The next step is to fulfil the requirements i) – ii). If we want the no-clothed-particle state Ω and clothed one-particle states to be H eigenvectors, the r.h.s. of Eq. (2.19) must not contain some undesirable terms. Particularly, $K(\alpha)$ must not contain the $b_c^\dagger d_c^\dagger a_c^\dagger$ -type terms because they would give rise to the f̄fm states*, when acting on Ω , and $K(\alpha)\Omega$ could not be proportional to Ω . Similarly, $b_c^\dagger b_c a_c^\dagger$ converts a one-fermion state $b_c^\dagger \Omega$ into a fm state. But just terms of this kind enter into the operator $V(\alpha)$ which occurs in the r.h.s. of Eq. (2.19). In this connection, recall that $H_I(\alpha) = V(\alpha) + M_{ren}(\alpha)$, where $V(\alpha)$ is derived from $V(a)$, see Eq. (2.16), by means of the replacement $a \rightarrow \alpha$.

As we have argued above, the terms

$$b_c^\dagger b_c a_c^\dagger, b_c^\dagger d_c^\dagger a_c, b_c^\dagger d_c^\dagger a_c^\dagger, d_c d_c^\dagger a_c^\dagger \quad (2.20)$$

in $V(\alpha)$ do not allow the clothed no-particle and one-particle states to be H eigenvectors. The remaining terms in $V(\alpha)$ are Hermitian conjugate of (2.20). We shall call «bad» all these terms. The contribution $b_c^\dagger d_c^\dagger a_c^\dagger$ will be called the «bad» term of the class [3.0]: it is a product of three creation operators with destruction operators not included. The other three terms in (2.20) belong to the class [2.1]: two creation operators and one destruction operator.

The interaction H_I includes also the mass counterterm M_{ren} (see Eq. (2.7)). The latter contains bad terms of the class [2.0] (see, e.g., Eq. (2.27)). The self-energy correction to the particle mass can be represented by a series which starts with the terms of the g^2 -order (see Eq. (2.31)). So, $M_{ren}(\alpha) \sim g^2$ while $V(\alpha) \sim g^1$.

Let us eliminate from $K(\alpha)$ the bad terms of the g^1 -order. For this purpose we choose such R that

$$V + [R, H_F] = 0. \quad (2.21)$$

One readily verifies that Eq. (2.21) cannot be satisfied until $R(\alpha)$ is linear or bilinear in α . To meet the equation, $R(\alpha)$ must be a three-operator, e.g., have the structure of $V(\alpha)$. Then, the commutator $[R, H_F]$ will also be three-operator expression since $H_F(\alpha)$ is the two-operator*.

*With a transparent abbreviation f̄fm for a «fermion-antifermion-meson».

*Note that the commutator of the m -operator term and n -operator one yields a $(m + n - 2)$ -operator contribution.

Let us assume that the antihermitian $R(\alpha)$ contains the bad terms of the same kind as $V(\alpha)$ is. Namely, we put $R(\alpha) = \mathcal{R} - \mathcal{R}^\dagger$, where (cf. Eq.(2.16))

$$\begin{aligned} \mathcal{R} = & \int d\mathbf{p}' d\mathbf{p} dk \sum_{r'r} \{ R_{11}^k(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) b_c^\dagger(\mathbf{p}', r') b_c(\mathbf{p}, r) + \\ & + R_{12}^k(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) b_c^\dagger(\mathbf{p}', r') d_c^\dagger(-\mathbf{p}, r) + R_{21}^k(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) d_c(-\mathbf{p}', r') b_c(\mathbf{p}, r) + \\ & + R_{22}^k(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) d_c(-\mathbf{p}', r') d_c^\dagger(-\mathbf{p}, r) \} a_c(k). \end{aligned} \quad (2.22)$$

The c-number coefficients R_{ij}^k ($i, j = 1, 2$) are to be derived from Eq.(2.21), see Appendix A. We find that the solution exists if $\mu < 2m$. This condition has a clear physical meaning, viz., the meson can decay into the f̄f-pair if $\mu > 2m$, and, therefore, one-meson state cannot be stable, i.e., it cannot be an H eigenvector. Once $[R, H_F] = -V$, Eq. (2.19) can be rewritten as

$$K(\alpha) = H_F(\alpha) + M_{\text{ren}}(\alpha) + \frac{1}{2}[R, V] + [R, M_{\text{ren}}] + \frac{1}{3}[R, [R, V]] + \dots . \quad (2.23)$$

Thus we have removed from $K(\alpha)$ all the bad terms of the g^1 -order.

However, the r.h.s. of Eq.(2.23) embodies other bad terms of the g^2 - and higher orders. For example, $[R, V]$ contains the terms $g^2 b_c^\dagger d_c^\dagger a_c^\dagger a_c$ of the class [4.0], which do not destroy the physical vacuum Ω (our evaluation of $[R, V]$ is given in Appendix A). In addition, we find in $[R, V]$ the terms $g^2 b_c^\dagger d_c^\dagger a_c^\dagger a_c$ of the class [3.1], which neither destroy $a_c^\dagger \Omega$, nor retain it with a multiplicative factor. These and similar bad terms can be eliminated in a way analogous to the described above via one more transformation

$$\alpha_p = W_4(\alpha') \alpha'_p W_4^\dagger(\alpha'), \quad (2.24)$$

where $W_4 = \exp R_4$ and R_4 is an expression of the g^2 -order, which consists of the above bad four-operator terms. This R_4 should be such that $[R_4, H_F]$ would cancel the latter terms.

Note also terms of the classes [2.0] and [1.1], which are present in M (see Eq.(2.27)), and similar terms, which appear after normal ordering of $[R, V]$ (see Appendix A). The bad terms of the class [2.0] must be removed from $K(\alpha)$ as well. We shall show in Subsec. 2.5 how they may be cancelled under a condition that relates the physical masses with the input parameters m_0, μ_0 and g .

Further, the double commutator $[R, [R, V]]$ in Eq.(2.23) is composed of five-operator terms (cf. the footnote on page 41), and there are bad terms among them. In particular, after reshuffling the operators into normal order, new three-operator bad terms occur. However, they are of the g^3 -order. This type of bad terms can also be found in $[R, M]$. The subsequent unitary transformation makes it possible to remove all bad terms of the g^3 -order.

Along the guideline, one may eliminate from the Hamiltonian the bad terms of increasing orders in the coupling constant g . It is assumed that in the limit the requirements i) and ii), which are equivalent to the absence of bad terms in K , will be fulfilled.

Finally, if our clothing procedure were perfect, the resulting representation K of the total Hamiltonian would possess the property

$$K(\alpha)|\mathbf{k}\rangle_c = H_F(\alpha)|\mathbf{k}\rangle_c = \omega_k|\mathbf{k}\rangle_c \quad (2.25)$$

with $|\mathbf{k}\rangle_c = a_c^\dagger(\mathbf{k})\Omega$. In other words, the new interaction term $K_I(\alpha) = K(\alpha) - H_F(\alpha)$ would satisfy the equation $K_I(\alpha)|\mathbf{k}\rangle_c = 0$. Analogous equations will hold for the physical vacuum Ω and the clothed one-fermion and one-antifermion states.

2.5. Particle Mass Renormalization. The cancellation of the bad two-operator terms in $K(\alpha)$ will be demonstrated for those of them which are bilinear in meson operators a_c and a_c^\dagger . The latter originate, first of all, from the meson mass counterterm

$$M_{\text{mes}} = \frac{1}{2}(\mu_0^2 - \mu^2) \int \phi^2(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (2.26)$$

Indeed, substituting the expansion (2.9) for $\phi(\mathbf{x})$ into Eq. (2.26), we obtain

$$M_{\text{mes}} = \int \frac{\mu_0^2 - \mu^2}{4\omega_{\mathbf{k}}} [2a_c^\dagger(\mathbf{k})a_c(\mathbf{k}) + a_c(\mathbf{k})a_c(-\mathbf{k}) + a_c^\dagger(\mathbf{k})a_c^\dagger(-\mathbf{k})] d\mathbf{k}. \quad (2.27)$$

As shown in Appendix A, terms of the same operator structure occur in $K(\alpha)$ after normal ordering of the commutator $[R, V]$ from Eq. (2.23):

$$\int \frac{t_{\mathbf{k}}}{\omega_{\mathbf{k}}} [2a_c^\dagger(\mathbf{k})a_c(\mathbf{k}) + a_c(\mathbf{k})a_c(-\mathbf{k}) + a_c^\dagger(\mathbf{k})a_c^\dagger(-\mathbf{k})] d\mathbf{k}, \quad (2.28)$$

where $t_{\mathbf{k}}$ is determined by Eq. (A.20).

Now, we see that the sum of (2.27) and (2.28) gets equal to zero if

$$\mu_0^2 - \mu^2 = -4t_{\mathbf{k}} \quad \text{or} \quad \mu^2 = \mu_0^2 + 4t_{\mathbf{k}}. \quad (2.29)$$

Here the quantity $t_{\mathbf{k}}$ must not depend on \mathbf{k} along with μ^2 (cf. our argumentation in Subsec. 2.2). Unfortunately, this independence is not automatically provided in the Schrödinger picture that we use throughout. The integral that determines $t_{\mathbf{k}}$ (see Eq. (A.20)) is quadratically divergent and one needs to overcome the trouble (e.g., by introducing a cutoff factor). So, special efforts are required to yield the proof of independence (see, e.g., [5], Ch.6).

In the same way, the fermion mass counterterm

$$M_{\text{ferm}} = (m_0 - m) \int \bar{\psi}(\mathbf{x})\psi(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2.30)$$

cancels, under a proper condition, all the terms bilinear in the fermion operators, which arise from $\frac{1}{2}[R, V]$ as a result of normal ordering.

Up to now we have considered the bilinear terms of the g^2 -order. Normal ordering of the six-operator and other terms of $K(\alpha)$ gives bad two-operator terms of the g^4 - and higher orders. To eliminate them we suppose that $\delta\mu^2 \equiv \mu_0^2 - \mu^2$ and $\delta m \equiv m_0 - m$ may be expanded in the series

$$\delta\mu^2 = \sum_{n=1}^{\infty} g^{2n} (\delta\mu^2)_{2n}, \quad \delta m = \sum_{n=1}^{\infty} g^{2n} (\delta m)_{2n}. \quad (2.31)$$

Let us assume that $(\delta\mu^2)_2$ and $(\delta m)_2$ are used to remove the two-operator terms of the g^2 -order as described above. Then, the terms $(\delta\mu^2)_4$ and $(\delta m)_4$ are destined to cancel two-operator terms of the g^4 -order, and so on.

2.6. Some Remarks. So, the transformation realized by $W = \exp R$ fulfills an incomplete clothing, viz., it removes bad terms of the least order in g . The no-particle Ω and one-particle states $b_c^\dagger \Omega$, $d_c^\dagger \Omega$ and $a_c^\dagger \Omega$ constructed at this stage are merely approximate H eigenvectors.

We shall confine ourselves to the consideration of this transformation only while discussing the bound state problem like the deuteron (Sec. 4). Even this simplest application of our approach turns out to be rather cumbersome.

This section has been aimed to show how the unitary transformations of the original Hamiltonian for a system of interacting fields can be regarded as the introduction of new creation (destruction) operators instead of the initial «bare» ones. These new operators and corresponding one-particle states occurring at the first stage of the clothing procedure may be called «partially clothed». We juxtapose the one-particle states to the observable particles (say, pion and nucleon).

Let us note that the clothed states (operators) are not the in(out)-states (operators) of RQFT (see, e.g., [15], Ch. 17). Indeed, the two-particle in-states $a_{in}^\dagger(\mathbf{k}_1)a_{in}^\dagger(\mathbf{k}_2)\Omega$ are H eigenstates while the two-particle clothed states $a_c^\dagger(\mathbf{k}_1)a_c^\dagger(\mathbf{k}_2)\Omega$ do not (simple models with noninteracting particles are the evident exception). Within the in(out)-formalism it is *supposed* that H has the following eigenstates, viz., no-particle state (physical vacuum), states with one in-particle, two-, three-, etc., these states being analogous to the corresponding H_0 eigenstates. Meanwhile, the clothing formalism needs not such a supposition: one can find explicit expression for no- and one-particle clothed states in terms of bare states (using formulae of this section under the condition $\mu < 2m$). In addition, the in(out)-formalism does not consider two-particle states which have no H_0 bare partners, e.g., an in-state describing the deuteron. In the clothing formalism the problem of deuteron-like states is subject to further investigation (see Sec. 4).

3. GENERATORS FOR SPACE TRANSLATIONS AND SPACE-TIME ROTATIONS WITHIN THE CLOTHING PROCEDURE

In the previous section we have expressed the total Hamiltonian H in terms of the clothed operators. H is the time translation generator of the Poincaré group. Here we shall discuss how the rest of the group generators (total linear and angular momenta, and generators of Lorentz boosts) depend upon the clothed operators. This will allow us to formulate the transformation properties of the clothed no-particle and one-particle states under the Lorentz boosts. First of all, let us consider various constraints imposed on clothing transformations by the general symmetries in RQFT and those which are specific for a given field model.

3.1. Total Momenta and Other Motion Integrals in Terms of Clothed Operators. Similar to the determination of the total Hamiltonian H as a function $K(\alpha)$ of the clothed operators α we can obtain the expression $\mathbf{P}_c(\alpha)$ for the total linear momentum \mathbf{P} (cf. Eq.(2.17)):

$$\mathbf{P}(\alpha) = \mathbf{P}(W(\alpha)\alpha W^\dagger(\alpha)) = W(\alpha)\mathbf{P}(\alpha)W^\dagger(\alpha) \equiv \mathbf{P}_c(\alpha). \quad (3.1)$$

One can show that $W\mathbf{P}W^\dagger$ is simply equal to \mathbf{P} . Indeed, this is equivalent to $W\mathbf{P} = \mathbf{P}W$ that follows, in its turn, from $[R, \mathbf{P}] = 0$ (remind that $W = \exp R$). The validity of the latter can be verified using Eq.(2.22), (A.1), (A.2) and the well-known expression of the total linear momentum in terms of the creation (destruction) operators

$$\mathbf{P} = \int \mathbf{k} a^\dagger(\mathbf{k}) a(\mathbf{k}) d\mathbf{k} + \int \mathbf{p} \sum_r [b^\dagger(\mathbf{p}, r) b(\mathbf{p}, r) + d^\dagger(\mathbf{p}, r) d(\mathbf{p}, r)] d\mathbf{p} \quad (3.2)$$

(see, e.g., Eq.(7.33) in [15]). Alternatively, one can take the representation (A.4) for R and use the equation $[\mathbf{P}, V] = 0$ that holds because of the invariance of V with respect to space translations.

So, we have found that $\mathbf{P}_c(\alpha) = \mathbf{P}(\alpha)$. This means that \mathbf{P} is the same function of the clothed operators as of the bare ones.

Analogous statements are valid for the total angular momentum \mathbf{M}^* and the baryon (fermion) number operator $B = \int \psi^\dagger(\mathbf{x}) \psi(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$. This means that the clothed states Ω , $a_c^\dagger \Omega$, $b_c^\dagger \Omega$, and $d_c^\dagger \Omega$ have the following properties: a) they are eigenvectors of \mathbf{P} ; b) they are transformed under space rotations in the same manner as the relevant bare states do; c) they possess definite B values.

Instead of verifying the properties $[R, \mathbf{P}] = [R, \mathbf{M}] = [R, B] = 0$ with the solution R of the equation $[R, H_F] + V = 0$ one may consider them as

*The field-theoretical formula for the generator can be found in [38](Ch.11), see also Subsec. 3.2.

some new requirements supplementary to those listed in Subsec. 2.1 as i) – iv). These requirements would result in definite restrictions on the coefficients involved in the expansion (2.22) for R . For example, it follows from $[R, \mathbf{P}] = 0$ that $R_{ij}^k(p'r'; pr)$ must have the form $\delta(\mathbf{p} + \mathbf{k} - \mathbf{p}')r_{ij}^k(p'r'; pr)$. The equation $[R, M] = 0$ means that $R_{ij}^k(p'r'; pr)$ must depend on rotationally invariant combinations of its arguments. Besides, the condition $[R, B] = 0$ prevents R to be dependent on terms of the $b_c^\dagger d_c$ - kind (we eliminate such terms from the beginning assuming the form (2.22) for R).

One may add to these restrictions those which are consequences of the following requirements: clothed operators and clothed one-particle states must have the same transformation properties with respect to space inversion, time reversal and charge conjugation as their bare partners.

Let us stress that all the constraints are exact whereas the equation $[R, H_F] + V = 0$ considered in Subsec. 2.4 is merely approximate one. However, its solution has all the properties in question since the interaction V commutes with \mathbf{P} , M , B , etc. (see Eq. (A.4)).

3.2. Transformations of Bare Operators and States under Lorentz Boosts. A distinctive feature of the conventional relativistic dynamics («instant» form after Dirac [39]) is that the generators $\mathbf{N} = (N^1, N^2, N^3)$ of the Lorentz boost $\Lambda = \exp(i\beta\mathbf{N})^{**}$ contain interaction terms while the linear $\mathbf{P} = (P^1, P^2, P^3)$ and angular $\mathbf{M} = (M^1, M^2, M^3)$ momenta are determined by the same expressions as for free fields.

In order to see this explicitly let us resort to the Lagrangian formalism where the quantities of fundamental importance are the energy-momentum density tensor $\mathcal{T}^{\mu\nu}(x)$ and the angular momentum density tensor $\mathcal{M}^{\lambda\mu\nu}(x)^{***}$ (see, e.g., Ch.11 in [38]). By definition, $P^\mu = (H, \mathbf{P}) = \int \mathcal{T}^{0\mu}(x)dx$, $M^j = \epsilon_{jkl}M^{kl}$, and $N^j = M^{0j}$, where $M^{\mu\nu} = \int \mathcal{M}^{0\mu\nu}(x)dx$. According to the Noether theorem all the ten operators are time independent, i.e., they are the motion integrals. In other words, they can be evaluated at $t = 0$, i.e., they can be expressed through field operators in the Schrödinger picture.

The corresponding representation of \mathbf{N} depends on the form of $\mathcal{T}^{\mu\nu}(x)$ (nonsymmetrized or symmetrized*), that is utilized. Here we shall use the nonsym-

**Here $\beta = \beta\mathbf{n}$, $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{v}}{v}$ and $th\beta = v$, where v is the velocity of a reference frame moving along the \mathbf{n} direction. In this paper we use the system of units in which the light velocity c is equal to unity.

***Greek labels run the values 0,1,2,3.

*The symmetrized form with the Belinfante ansatz [36] for Lorentz boosts has been employed in our talks [19, 20]. Another application of the form can be found in a covariant description of electromagnetic interactions with nuclei [40].

metrized form (see Eqs.(13.45) and (13.47) in [38]), which leads to

$$\mathbf{N} = \mathbf{N}_F - \int \mathbf{x} V(\mathbf{x}) d\mathbf{x} + \mathbf{N}_{\text{ren}} , \quad (3.3)$$

where \mathbf{N}_F is the free part of \mathbf{N} :

$$\mathbf{N}_F = \mathbf{N}_{\text{ferm}} + \mathbf{N}_{\text{mes}} , \quad (3.4)$$

$$\mathbf{N}_{\text{ferm}} = - \int \mathbf{x} \bar{\psi}(\mathbf{x}) [-i\gamma\boldsymbol{\nabla} + m]\psi(\mathbf{x}) d\mathbf{x} + \frac{i}{2} \int \bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma\psi(\mathbf{x}) d\mathbf{x} , \quad (3.5)$$

$$\mathbf{N}_{\text{mes}} = -\frac{1}{2} \int \mathbf{x} [\pi^2(\mathbf{x}) + (\boldsymbol{\nabla}\phi(\mathbf{x}))^2 + \mu^2\phi^2(\mathbf{x})] d\mathbf{x} . \quad (3.6)$$

In accordance with the particle mass renormalization described in Subsec. 2.5 we have separated the contribution to \mathbf{N} from meson and fermion mass counterterms (cf. Eqs. (2.26) and (2.30)):

$$\mathbf{N}_{\text{ren}} = \mathbf{N}_{\text{ren}}^{\text{mes}} + \mathbf{N}_{\text{ren}}^{\text{ferm}} , \quad (3.7)$$

$$\mathbf{N}_{\text{ren}}^{\text{mes}} = -\frac{1}{2}(\mu_0^2 - \mu^2) \int \mathbf{x} \phi^2(\mathbf{x}) d\mathbf{x} , \quad (3.8)$$

$$\mathbf{N}_{\text{ren}}^{\text{ferm}} = -(m_0 - m) \int \mathbf{x} \bar{\psi}(\mathbf{x}) \psi(\mathbf{x}) d\mathbf{x} . \quad (3.9)$$

Now, to express the generators through the creation (destruction) operators let us take the expansions (2.9)–(2.11) and employ the relation

$$\int x^j \exp(i\mathbf{q}\mathbf{x}) d\mathbf{x} = -i(2\pi)^3 \frac{\partial}{\partial q^j} \delta(\mathbf{q}).$$

Then, e.g., we find

$$N_{\text{mes}}^j = \frac{i}{2} \int a^\dagger(\mathbf{k}') a(\mathbf{k}) \frac{\omega_{\mathbf{k}'}\omega_{\mathbf{k}} + \mathbf{k}'\mathbf{k} + \mu^2}{\sqrt{\omega_{\mathbf{k}'}\omega_{\mathbf{k}}}} \frac{\partial}{\partial k^j} \delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) d\mathbf{k}' d\mathbf{k} \quad (3.10)$$

or

$$N_{\text{mes}}^j = \frac{i}{2} \int \omega_{\mathbf{k}} \left[\frac{\partial a^\dagger(\mathbf{k})}{\partial k^j} a(\mathbf{k}) - a^\dagger(\mathbf{k}) \frac{\partial a(\mathbf{k})}{\partial k^j} \right] d\mathbf{k} . \quad (3.10')$$

Simultaneously, we get (cf. Eq.(2.16))

$$\begin{aligned} N_I^j &\equiv - \int x^j V(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \\ &= \frac{ig}{(2\pi)^{3/2}} \int d\mathbf{p}' d\mathbf{p} d\mathbf{k} \frac{m}{(2\omega_{\mathbf{k}} E_{\mathbf{p}'} E_{\mathbf{p}})^{1/2}} \frac{\partial}{\partial k^j} \delta(\mathbf{p} + \mathbf{k} - \mathbf{p}') \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \{\bar{u}(\mathbf{p}'r')\gamma_5 u(\mathbf{p}r) b^\dagger(\mathbf{p}'r')b(\mathbf{p}r) + \\
 & + \bar{u}(\mathbf{p}'r')\gamma_5 v(-\mathbf{p}r) b^\dagger(\mathbf{p}'r')d^\dagger(-\mathbf{p}r) + \bar{v}(-\mathbf{p}'r')\gamma_5 u(\mathbf{p}r) d(-\mathbf{p}'r')b(\mathbf{p}r) - \\
 & - \bar{v}(-\mathbf{p}'r')\gamma_5 v(-\mathbf{p}r) d^\dagger(-\mathbf{p}r)d(-\mathbf{p}'r')\} [a(\mathbf{k}) + a^\dagger(-\mathbf{k})] \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

with the Yukawa interaction density $V(\mathbf{x})$ (see Eq. (2.2)).

These formulae enable one to perform directly transformations of the bare operators and states under the Lorentz boosts. In particular, in the infinitesimal case with $|\beta^j| \ll 1$ ($j = 1, 2, 3$) one has

$$\begin{aligned}
 \Lambda\Omega_0 &= \exp[i\beta(\mathbf{N}_F + \mathbf{N}_I + \mathbf{N}_{\text{ren}})]\Omega_0 \simeq \\
 &\simeq [1 + i\beta(\mathbf{N}_I + \mathbf{N}_{\text{ren}})]\Omega_0 \simeq (1 + i\beta\mathbf{N}_I)\Omega_0, \quad (3.12)
 \end{aligned}$$

where we took advantage of the relation

$$\mathbf{N}_F\Omega_0 = 0, \quad (3.13)$$

and omit terms of the order higher than g^1 .

Equation (3.12) means that the bare vacuum is not invariant with respect to Λ , viz., $\Lambda\Omega_0 \neq \Omega_0$. A moving observer «sees» $\Lambda\Omega_0$ as the superposition of no-particle state Ω_0 , $N\bar{N}\pi$ states, etc.

Similarly, bare one-particle states (e.g., $a^\dagger(k)\Omega_0$) are not transformed with respect to Λ as in the free case where along with Eq. (3.13) one has the property*

$$e^{i\beta\mathbf{N}_F}a^\dagger(k)e^{-i\beta\mathbf{N}_F} = a^\dagger(Lk). \quad (3.14)$$

In Eq. (3.14) L denotes a pure Lorentz transformation («boost») with the matrix:

$$L = [L_\nu^\mu] = \begin{bmatrix} & u^0 & \vdots & u_j \\ & \dots & \dots & \dots \\ -u^i & & \vdots & \delta_j^i - \frac{u^i u_j}{1+u_0} \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

where $u^\mu = (u^0, \mathbf{u}) = (ch\beta, \mathbf{n}sh\beta)$ is the four-velocity vector. The boost converts the four-momentum $k = (\omega_{\mathbf{k}}, \mathbf{k})$ into $k' = Lk = (\omega_{\mathbf{k}'}, \mathbf{k}')$.

We have $\Lambda a^\dagger(k)\Omega_0 = a_\Lambda^\dagger(k)\Lambda\Omega_0$ with the transformed meson operator $a_\Lambda^\dagger(k) = \Lambda a^\dagger(k)\Lambda^\dagger$. For an infinitesimal boost the operator

$$a_\Lambda^\dagger(k) = e^{i\beta\mathbf{N}}a^\dagger(k)e^{-i\beta\mathbf{N}} \simeq a^\dagger(k) + i\beta[\mathbf{N}_{\text{mes}}, a^\dagger(k)] + i\beta[\mathbf{N}_I, a^\dagger(k)] \quad (3.16)$$

*Under the discussion it is convenient to proceed with the operators $a(k)$ which obey the covariant commutation relation $[a(k), a^\dagger(k')] = \omega_{\mathbf{k}}\delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ (cf., e.g., Eq. (7.23) in [15]). In the framework of our consideration it is equivalent to replacement of $a(\mathbf{k})$ by $a(\mathbf{k})/\sqrt{\omega_{\mathbf{k}}}$. It is true for the respective clothed operators, so that, for instance, the first of the relations (2.5) should be replaced by $[a_c(k), a_c^\dagger(k')] = \omega_{\mathbf{k}}\delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$.

contains bare fermion operators due to the last («interaction») term in the r.h.s. of the equation. By using Eq.(3.10') one can see that the two first terms yield $a^\dagger(k) - \beta^j \frac{\partial a_c^\dagger(k)}{\partial k^j} \omega_{\mathbf{k}} \simeq a^\dagger(\omega_{\mathbf{k}} - \beta \mathbf{k}, \mathbf{k} - \omega_{\mathbf{k}} \beta)$ that coincides with the operator $a^\dagger(Lk)$ in Eq.(3.14) for the infinitesimal L .

Now, taking into account Eqs. (3.12) and (3.16), one can ascertain that the transformed state $\Lambda a^\dagger(k)\Omega_0$ is composed of the one-meson state $a^\dagger(k')\Omega_0$ with the properly changed momentum $\mathbf{k}' = \mathbf{k} - \omega_{\mathbf{k}} \beta$ and the states $|f\bar{f}\rangle$ and $|f\bar{f}\pi\pi\rangle$ containing fermions.

3.3. Boost Generators for Clothed Particles. Elimination of Bad Terms. It is reasonable to anticipate that the physical vacuum Ω and clothed one-particle states (e.g., $a_c^\dagger(k)\Omega$) should be, respectively, the no-clothed-particle state and clothed one-particle states from the point of view of a moving observer. More exactly, they should meet the relations

$$\Lambda\Omega = \Omega \quad (3.17)$$

and

$$\Lambda a_c^\dagger(k)\Omega = a_c^\dagger(Lk)\Omega . \quad (3.18)$$

The previous experience of handling with Eqs.(3.12) and (3.16) prompts that these conditions could be provided (at least, approximately) if we shall manage to remove bad terms from \mathbf{N} (in practice, some of them) while expressing it through the clothed operators. In this connection, let us write down

$$\begin{aligned} \mathbf{N} \equiv \mathbf{N}(a) &= W\mathbf{N}(\alpha)W^\dagger \equiv \mathbf{B}(\alpha) = e^{R(\alpha)}[\mathbf{N}_F(\alpha) + \mathbf{N}_I(\alpha) + \mathbf{N}_{\text{ren}}(\alpha)]e^{-R(\alpha)} = \\ &= \mathbf{N}_F + \mathbf{N}_I + [R, \mathbf{N}_F] + [R, \mathbf{N}_I] + \dots \end{aligned} \quad (3.19)$$

(cf. Eq.(2.19)) and then remove from the r.h.s. of (3.19) all the bad terms of the g^1 -order by requiring that

$$[N_F^j, R] = N_I^j = - \int x^j V(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (j = 1, 2, 3) . \quad (3.20)$$

Now, we want to show that Eqs.(3.20) will automatically hold if R satisfies the condition (2.21). For this purpose, one can use the representation (A.4) for such R :

$$R = -i \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_0^\infty dt e^{-\epsilon t} \int V(x) d\mathbf{x} , \quad (A.4)$$

where $V(x) = V(\mathbf{x}, t) = e^{iH_F t} V(\mathbf{x}) e^{-iH_F t}$ is the interaction operator in the Dirac picture. Being a scalar, it is transformed as

$$e^{i\beta\mathbf{N}_F} V(x) e^{-i\beta\mathbf{N}_F} = V(Lx) \quad (3.21)$$

under the Lorentz boost L determined by the matrix (3.15). Note that one can directly verify the validity of Eq.(3.21) in case when N_F is the Schroedinger operator (as it does in Eq.(3.19)) while $V(x)$ being any Lorentz invariant operator in the Dirac picture.

In order to exploit this property note that

$$[N_F^1, R] = -i \frac{\partial}{\partial \beta^1} [e^{i\beta^1 N_F^1} R e^{-i\beta^1 N_F^1}] \Big|_{\beta^1=0} \quad (3.22)$$

or taking into account firstly Eq.(A.4) and then Eq.(3.21),

$$[N_F^1, R] = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \lim_{\beta^1 \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial \beta^1} \int_0^\infty dt e^{-\epsilon t} \int V(Lx) d\mathbf{x}. \quad (3.23)$$

For the infinitesimal boost we have

$$V(Lx) = V(\mathbf{x} - \beta t, t - \beta \mathbf{x}) = V(x^1 - \beta^1 t, x^2, x^3, t - \beta^1 x^1) \quad (3.24)$$

and

$$\begin{aligned} [N_F^1, R] &= - \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_0^\infty dt e^{-\epsilon t} \int \lim_{\beta^1 \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial \beta^1} V(x^1 - \beta^1 t, x^2, x^3, t - \beta^1 x^1) d\mathbf{x} = \\ &= - \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_0^\infty dt e^{-\epsilon t} \int (-t \frac{\partial}{\partial x^1} V(\mathbf{x}, t) - x^1 \frac{\partial}{\partial t} V(\mathbf{x}, t)) d\mathbf{x} = \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \left[\int x^1 d\mathbf{x} \int_0^\infty e^{-\epsilon t} \frac{\partial}{\partial t} V(\mathbf{x}, t) dt + \int_0^\infty t dt e^{-\epsilon t} \int \frac{\partial}{\partial x^1} V(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} \right]. \end{aligned} \quad (3.25)$$

One can show (cf., the proof of the relation (A.4)) that the first term in the square brackets yields $-\int x^1 V(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$. At the same time the second term is equal to zero since the operator $V(\mathbf{x}, t)$ (more exactly, its matrix elements) vanishes at $x^1 = \pm\infty$. So, we get the desirable relation (3.20) with $j = 1$ (the cases $j = 2, 3$ are analogous).

So, the transformation $W = \exp R$ eliminates simultaneously the three-operator terms $\sim g^1$ both from the total Hamiltonian $K(\alpha)$ and from the boost generators $\mathbf{B}(\alpha)$. One should emphasize that the proof is valid for any Lorentz scalar function $V(\mathbf{x}, t)$. Specific expressions for \mathbf{N}_F have not been required as well since all we have needed is Eq.(3.21).

After this elimination of bad terms we get by analogy to Eq.(2.23),

$$\mathbf{B}(\alpha) = \mathbf{N}_F(\alpha) + \mathbf{N}_{\text{ren}}(\alpha) + \frac{1}{2}[R, \mathbf{N}_I] + [R, \mathbf{N}_{\text{ren}}] + \frac{1}{3}[R, [R, \mathbf{N}_I]] + \dots \quad (3.26)$$

We shall not exemplify separate interaction terms in the r.h.s. of this equation since their structure repeats that for the corresponding contributions to $K(\alpha)$ (cf., e.g., Eqs.(3.11) and (2.16)).

4. EQUATIONS FOR BOUND AND SCATTERING STATES IN RQFT

The clothed one-particle states are eigenstates of the total Hamiltonian H according to their definitions (see Subsec. 2.1). There may be other H eigenstates which describe physical systems resembling one-particle states, viz., the states with discrete values of the system mass that may be defined as the system energy in the rest frame of reference (scattering states belong to continuous values of the mass).

First of all, we keep in mind the simplest bound states similar to the hydrogen atom or the deuteron. In the non-relativistic approach the wavefunction of such two-body state is the product of a function that describes the system as a whole and other function being dependent on the internal variables (for instance, the relative momentum $\mathbf{p} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)$ for two identical particles). Therefore, the centre-of-mass motion is separated from the internal motion. It is not the case for any relativistic model which satisfies the Poincaré algebra. In fact, the coupling between the internal and centre-of-mass motions is inherent to relativistic theories of interacting particles (see, e.g., the papers [22,23] where within simple field models the two-body bound states are studied in a moving reference frame).

For the Yukawa model the corresponding states may be fermion–fermion states (deuteron-like), meson-fermion ones, etc. Of course, we are not able to find the exact Hamiltonian eigenstates, except some exactly solvable models (see [14]). However, within the clothing procedure in question one can suggest reasonable approximations to this problem.

4.1. New Zeroth Approximation for the Total Hamiltonian K . Our approach is based on the choice of an appropriate zeroth approximation (ZA) to the total Hamiltonian expressed through the clothed operators, i.e., the operator K determined by Eq. (2.17). Since its free part $K_2 = H_F(\alpha)$ has no deuteron-like eigenstates, we shall try to take

$$K_{ZA} = K_2 + g^2 K_4^{(2)} \quad (4.1)$$

by adding to the two-operator (one-body) contribution

$$\begin{aligned} K_2 &= \int \omega_{\mathbf{k}} a_c^\dagger(\mathbf{k}) a_c(\mathbf{k}) d\mathbf{k} + \\ &+ \int E_{\mathbf{p}} \sum_r [b_c^\dagger(\mathbf{p}, r) b_c(\mathbf{p}, r) + d_c^\dagger(\mathbf{p}, r) d_c(\mathbf{p}, r)] d\mathbf{p} \equiv K_\pi + K_N \end{aligned} \quad (4.2)$$

the four-operator (two-body) contributions of the g^2 -order which arise from the commutator $\frac{1}{2}[R, V] \equiv \frac{1}{2}[R_3, V]$ in the r.h.s. of Eq. (2.23). This commutator is evaluated in Appendix A. Doing so, we obtain the decomposition

$$K_4 \equiv g^2 K_4^{(2)} = K(NN \rightarrow NN) + K(\bar{N}\bar{N} \rightarrow \bar{N}\bar{N}) + K(N\bar{N} \rightarrow N\bar{N}) +$$

$$+K(\pi N \rightarrow \pi N) + K(\pi \bar{N} \rightarrow \pi \bar{N}) + K(\pi\pi \rightarrow N\bar{N}) + K(N\bar{N} \rightarrow \pi\pi) \quad (4.3)$$

with the separate interactions between the different clothed particles. They are displayed (very schematically) in Fig. 1 where the graph (a) represents the nucleon–nucleon interaction

$$\begin{aligned} K(NN \rightarrow NN) = & \sum_{r,r'} \int d\mathbf{p}'_1 d\mathbf{p}'_2 d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 \times \\ & \times V_{NN}(\mathbf{p}'_1, r'_1, \mathbf{p}'_2, r'_2; \mathbf{p}_1, r_1, \mathbf{p}_2, r_2) b_c^\dagger(\mathbf{p}'_1, r'_1) b_c^\dagger(\mathbf{p}'_2, r'_2) b_c(\mathbf{p}_1, r_1) b_c(\mathbf{p}_2, r_2) \end{aligned} \quad (4.4)$$

while the pion–nucleon interaction

$$\begin{aligned} K(\pi N \rightarrow \pi N) = & \sum_{r,r'} \int d\mathbf{k}' d\mathbf{p}' d\mathbf{k} d\mathbf{p} \times \\ & \times V_{\pi N}(\mathbf{k}', \mathbf{p}', r'; \mathbf{k}, \mathbf{p}, r) b_c^\dagger(\mathbf{k}') b_c^\dagger(\mathbf{p}', r') a_c(\mathbf{k}) b_c(\mathbf{p}, r) \end{aligned} \quad (4.5)$$

is displayed by the graph (c).

$$K_4 =$$

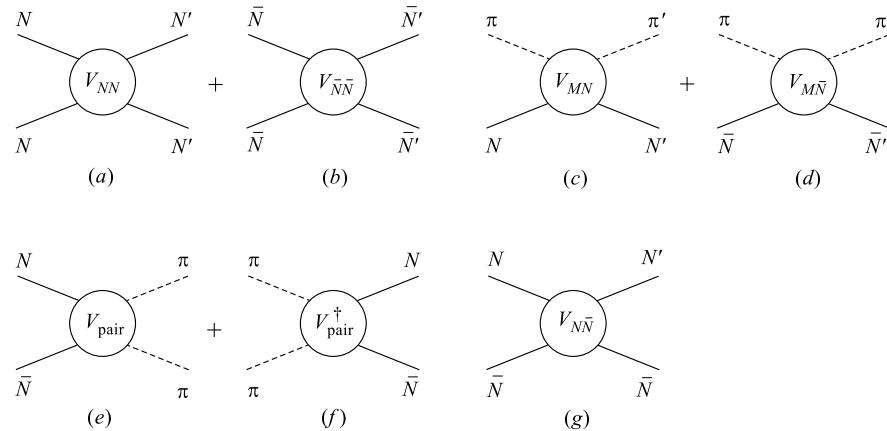


Fig. 1. Schematic representation of separate contributions to the effective operator K_4 :
 a) $b_c^\dagger b_c^\dagger b_c b_c$, b) $d_c^\dagger d_c^\dagger d_c d_c$, c) $b_c^\dagger a_c^\dagger b_c a_c$, d) $d_c^\dagger a_c^\dagger d_c a_c$, e) $b_c^\dagger d_c^\dagger a_c a_c$, f) $a_c^\dagger a_c^\dagger d_c b_c$, g) $b_c^\dagger d_c^\dagger d_c b_c$

Explicit expressions for the coefficients $V_{\pi N}$ and V_{NN} will be given in the next Subsecs. Here, however, one should note that all these terms of $K_4^{(2)}$ describe only real processes such as $N + N \rightarrow N + N$, $\pi + N \rightarrow \pi + N$, etc.

The bad terms of $[R_3, V]$ are not included in K_{ZA} for the reasons discussed in Subsecs. 2.4 and 2.5. For example, the terms of the kind [4.0] (e.g., $b^\dagger d^\dagger b^\dagger d^\dagger$ and $b^\dagger d^\dagger a^\dagger a^\dagger$) and [3.1] (e.g., $b^\dagger d^\dagger b^\dagger b$ and $b^\dagger d^\dagger a^\dagger a$) must be removed during our clothing procedure via the transformation $W_4 = \exp R_4$ (see Eq. (2.24)). Recall that $[R_4, K_2]$ must cancel these bad terms.

In its turn, the transformation W_4 (see Eq. (2.23) for K)

$$\begin{aligned} W_4 K(\alpha') W_4^\dagger &= W_4 (K_2(\alpha') + \frac{1}{2}[R_3(\alpha'), V(\alpha')] + \dots) W_4^\dagger = \\ &= K_2(\alpha') + \frac{1}{2}[R_3(\alpha'), V(\alpha')]_4 + [R_4, K_2] + \frac{1}{2}[R_4, [R_3, V]_4] + \dots , \end{aligned} \quad (4.6)$$

brings in the Hamiltonian new four-operator terms in addition to those mentioned above, see Eq. (4.3). Here, $[R_3, V]_4$ denotes the four-operator part of $[R_3, V]^*$. After the normal ordering, the double commutator $[R_4, [R_3, V]_4]$ yields new four-operator interactions in the total Hamiltonian. However, they are of the g^4 -order whereas the interaction terms which we have included in K_{ZA} are of the g^2 -order. So, the latter are not altered by W_4 . They exhaust all the interaction terms of the g^2 -order, which remain in K_{ZA} .

We hope that K_{ZA} eigenstates are good approximations to exact K eigenstates. The former should be found nonperturbatively (e.g., by means of numerical methods). Five-operator and more complicated interaction terms can be taken into account via perturbation theory recipes.

4.2. Meson-Nucleon Eigenstates of K_{ZA} and Pion-Nucleon Quasipotential.

The operator K_{ZA} has an important property: it conserves the total number of clothed particles. In particular, K_{ZA} transforms clothed two-particle states (e.g., of the NN or πN types) to two-particle ones. Moreover, the Fock subspace of all the clothed states can be divided into several sectors (the NN sector, the πN sector, etc.) such that K_{ZA} leaves each of them to be invariant, i.e., for any state vector Φ of such sector $K_{ZA}\Phi$ belongs to the same sector.

Let us show in the simplest case of the πN sector that the property just mentioned allows us to reduce the eigenstate equation $K_{ZA}\Phi^E = E\Phi^E$ to the related Schroedinger equation of the particle-number-conserving quantum mechanics. For this purpose we seek Φ^E as the following superposition of the πN sector states $a_c^\dagger b_c^\dagger \Omega$,

$$\Phi_{\pi N}^E = \sum_r \int dk dp \Phi_{\pi N}^E(\mathbf{k}; \mathbf{p}, r) a_c^\dagger(\mathbf{k}) b_c^\dagger(\mathbf{p}, r) \Omega . \quad (4.7)$$

*The two-operator terms of $[R_3, V]$ are supposed to be cancelled with the respective mass counter terms.

In the πN sector K_{ZA} is equal to $K_\pi + K_N + K(\pi N \rightarrow \pi N)$ because the rest terms of K_{ZA} give zero when acting on $\Phi_{\pi N}^E$. Thus, the equation $K_{ZA}\Phi_{\pi N}^E = E\Phi_{\pi N}^E$ reduces to

$$[K_\pi + K_N + K(\pi N \rightarrow \pi N)]\Phi_{\pi N}^E = E\Phi_{\pi N}^E. \quad (4.8)$$

Taking the scalar products of both the parts of (4.8) with $\langle a_c^\dagger(\mathbf{k})b_c^\dagger(\mathbf{p}, r)\Omega |$, we get the relevant equation for $\Phi_{\pi N}^E(\mathbf{k}; \mathbf{p}, r)$,

$$(E - \omega_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{p}})\Phi_{\pi N}^E(\mathbf{k}; \mathbf{p}, r) = \sum_{r'} \int d\mathbf{k}' d\mathbf{p}' V_{\pi N}(\mathbf{k}, \mathbf{p}, r; \mathbf{k}', \mathbf{p}', r') \Phi_{\pi N}^E(\mathbf{k}'; \mathbf{p}', r'). \quad (4.9)$$

The kernel $V_{\pi N}$ of this integral equation is determined by Eq. (4.5) (an explicit expression for it is given below). This kernel can be called a quasi-potential: in the coordinate representation it may depend not only on the particle coordinates but on their derivatives as well. In our opinion, a popular name «effective Hamiltonian» is inappropriate for K_{ZA} . When one deals with an effective Hamiltonian one has to argue that its eigenvalues and eigenvectors coincide (at least, approximately) with those of an original Hamiltonian. In the framework of our approach we do not need such a proof since we believe that K_{ZA} is in a sense a major part of the total Hamiltonian H and, therefore, the above approximate coincidence is provided.

The solutions of Eq. (4.9), which belong to a discrete spectrum (if it exists), describe πN bound states. As emphasized above, the solutions should be found nonperturbatively. Continuous πN -mass values correspond to πN -scattering states. The respective S -matrix elements may be evaluated either exactly by using numerical methods of solving the Lippmann–Schwinger equation for the T -matrix with the interaction $K(\pi N \rightarrow \pi N)$ (see, e.g., [41]), or approximately in the framework of old-fashioned noncovariant perturbation theory (see, e.g., Ch.1 in [42] or Ch.11 in [15]).

To obtain the explicit expression for $K(\pi N \rightarrow \pi N)$, one needs to separate out the $a_c^\dagger b_c^\dagger a_c b_c$ -kind terms of the commutators $[\mathcal{R}, \mathcal{V}^\dagger]$ and $[\mathcal{R}, \mathcal{V}^\dagger]^\dagger$ (see Eq. (A.14))

$$\begin{aligned} K(\pi N \rightarrow \pi N) &= \frac{1}{2} : \left\{ [\mathcal{R}, \mathcal{V}^\dagger]_{\pi N} + [\mathcal{R}, \mathcal{V}^\dagger]_{\pi N}^\dagger \right\} := \\ &= -\frac{1}{2} \int d\mathbf{k}_2 d\mathbf{p}_2 d\mathbf{k}_1 d\mathbf{p}_1 \times \\ &\times \left\{ [V^{-\mathbf{k}_2}, R^{\mathbf{k}_1}]_{11}(\mathbf{p}_2 r_2; \mathbf{p}_1 r_1) + [V^{-\mathbf{k}_1}, R^{\mathbf{k}_2}]_{11}^\dagger(\mathbf{p}_2 r_2; \mathbf{p}_1 r_1) \right\} \times \\ &\times a_c^\dagger(\mathbf{k}_2) b_c^\dagger(\mathbf{p}_2, r_2) a_c(\mathbf{k}_1) b_c(\mathbf{p}_1, r_1), \end{aligned} \quad (4.10)$$

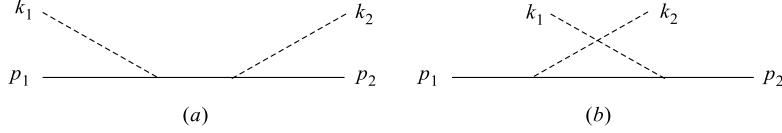


Fig. 2. The g^2 -order Feynman diagrams for πN scattering: *a*) the s -pole graph; *b*) the u -pole graph

where the symbol $: :$ denotes the normal ordering*.

This result has been obtained in [18] (cf. Eq.(A.7) therein). The corresponding coefficients $V_{\pi N}(\mathbf{k}', \mathbf{p}', r'; \mathbf{k}, \mathbf{p}, r)$ that determine the pion-nucleon quasi-potential (see Eq.(4.5)) are equal to

$$\langle a_c^\dagger(\mathbf{k}') b_c^\dagger(\mathbf{p}', r') \Omega | K(\pi N \rightarrow \pi N) | a_c(\mathbf{k}) b_c(\mathbf{p}, r) \Omega \rangle . \quad (4.11)$$

They can be represented in the following covariant (Feynman-like) form

$$\begin{aligned} V_{\pi N}(\mathbf{k}_2, \mathbf{p}_2, r_2; \mathbf{k}_1, \mathbf{p}_1, r_1) = & \frac{g^2}{(2\pi)^3} \delta(\mathbf{k}_2 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{p}_1) \frac{1}{2\sqrt{\omega_{\mathbf{k}_2}\omega_{\mathbf{k}_1}}} \frac{m}{\sqrt{E_{\mathbf{p}_2}E_{\mathbf{p}_1}}} \times \\ & \times \bar{u}(\mathbf{p}_2, r_2) \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{1}{k'_2 + p'_2 + m} + \frac{1}{k'_1 + p'_1 + m} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{p'_2 - k'_1 + m} + \frac{1}{p'_1 - k'_2 + m} \right] \right\} u(\mathbf{p}_1, r_1) \end{aligned} \quad (4.12)$$

(see also Appendix in [32]).

In order to comment this expression, let us consider the Feynman graphs in Fig. 2 for the S -matrix elements of πN scattering. According to Feynman rules the four-momentum of the internal nucleon line in graph 2,*a* equals either the sum $k_1 + p_1$ of the incoming four-momenta or the sum $k_2 + p_2$ of the outgoing four-momenta. These sums are equal due to the energy and momentum conservation, viz., the S -matrix contains the multiplier

$$\delta(k_2 + p_2 - k_1 - p_1) = \delta(\omega_{\mathbf{k}_2} + E_{\mathbf{p}_2} - \omega_{\mathbf{k}_1} - E_{\mathbf{p}_1}) \delta(\mathbf{k}_2 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{p}_1). \quad (4.13)$$

Therefore, the Feynman propagator corresponding to the internal line can be written either as $(k'_1 + p'_1 + m)^{-1}$ or as $(k'_2 + p'_2 + m)^{-1}$. In the case of quasi-potential the energy conservation is not assumed (only the total three-momentum is conserved) and hence $k_1 + p_1$ is not necessarily equal to $k_2 + p_2$. The representation (4.12) shows that $V_{\pi N}$ includes the contribution associated with graph 2,*a* and

*Henceforth summation over the dummy spin indices is implied.

it can be obtained if we juxtapose to the internal nucleon line the half-sum $\frac{1}{2} \left[\frac{1}{k_2 + p_2 + m} + \frac{1}{k_1 + p_1 + m} \right]$.

In the case of S -matrix we juxtapose to the internal line in graph 2,*b* either the propagator $(\not{k}_2 - k_1 + m)^{-1}$ or $(\not{k}_1 - k_2 + m)^{-1}$. In the case of quasipotential $p_1 - k_2 \neq p_2 - k_1$, in general, and the half-sum of these propagators does correspond to the internal line (it is the second half-sum in the curly brackets in the r.h.s. of Eq. (4.12)).

It follows from these observations that multiplying $V_{\pi N}$ by the factor $-2\pi i \delta(\omega_{\mathbf{k}_2} + E_{\mathbf{p}_2} - \omega_{\mathbf{k}_1} - E_{\mathbf{p}_1})$ we shall obtain the S -matrix elements for πN scattering in the g^2 -order.

So, we have seen that the r.h.s. of Eq.(4.12) resembles the Feynman amplitudes being different from them in the two respects: i) the multiplier $\delta(\mathbf{k}_2 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{p}_1)$ is substituted instead of (4.13); ii) the above Feynman propagators are replaced by the corresponding half-sums.

4.3. Clothed Nucleon–Nucleon Eigenstates and Nucleon–Nucleon Quasipotential. Now, we consider the K_{ZA} eigenstates which belong to the NN sector, being superpositions of the kind,

$$\Phi_{NN} = \sum_r \int d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 \Phi_{NN}(\mathbf{p}_1, r_1; \mathbf{p}_2, r_2) b_c^\dagger(\mathbf{p}_1, r_1) b_c^\dagger(\mathbf{p}_2, r_2) \Omega . \quad (4.14)$$

A subset of such states with a definite momentum \mathbf{P} is determined by Eq.(4.14) with the coefficients $\Phi_{NN}(1; 2) \sim \delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{P})^*$. Obviously, $K_{ZA}\Phi_{NN}$ is the state vector of the same sector. In fact, the operators K_π , $K(\pi N \rightarrow \pi N)$, $K(\pi \bar{N} \rightarrow \pi \bar{N})$, $K(N \bar{N} \rightarrow N \bar{N})$, $K(\pi \pi \rightarrow N \bar{N})$, and $K(N \bar{N} \rightarrow \pi \pi)$ involved in K_{ZA} do not contribute to $K_{ZA}\Phi_{NN}$ (see Eqs.(4.1) and (4.3)), and we find that K_{ZA} is reduced to the operator $K_N + K(NN \rightarrow NN)$. So, the eigenvalue equation $K_{ZA}\Phi_{NN}^E = E\Phi_{NN}^E$ yields the equation

$$[K_N + K(NN \rightarrow NN)]\Phi_{NN}^E = E\Phi_{NN}^E \quad (4.15)$$

in the sector.

The corresponding equation for $\Phi_{NN}^E(1; 2)$ (see Eq.(4.14)) can be derived from Eq.(4.15) by taking scalar products of both the parts of the latter with $\langle b_c^\dagger(\mathbf{p}_1, r_1) b_c^\dagger(\mathbf{p}_2, r_2) \Omega |$. Doing so, we get

$$\begin{aligned} (E - E_{\mathbf{p}_1} - E_{\mathbf{p}_2})\Phi_{NN}^E(\mathbf{p}_1, r_1; \mathbf{p}_2, r_2) &= \\ &= \int d\mathbf{p}'_1 d\mathbf{p}'_2 \tilde{V}_{NN}(\mathbf{p}_1, r_1, \mathbf{p}_2, r_2; \mathbf{p}'_1, r'_1, \mathbf{p}'_2, r'_2) \Phi_{NN}^E(\mathbf{p}'_1, r'_1; \mathbf{p}'_2, r'_2) \end{aligned} \quad (4.16)$$

*Here and sometimes below we use the evident abbreviations, viz., $1 = (\mathbf{p}_1, r_1)$, etc.

with the properly symmetrized interaction (the quasipotential)

$$\begin{aligned}\tilde{V}_{NN}(1, 2; 1', 2') = & -\frac{1}{2} [V_{NN}(1, 2; 1', 2') - V_{NN}(1, 2; 2', 1') - \\ & - V_{NN}(2, 1; 1', 2') + V_{NN}(2, 1; 2', 1')]\end{aligned}\quad (4.17)$$

for the two clothed nucleons.

The two-body operator $K(NN \rightarrow NN)$ (see Eq. (4.4)) is generated by the second term in the curly brackets of Eq. (A.14) and its H.c.:

$$K(NN \rightarrow NN) = \frac{1}{2} : \left\{ [\mathcal{R}, \mathcal{V}^\dagger]_{NN} + [\mathcal{R}, \mathcal{V}^\dagger]_{NN}^\dagger \right\} : \quad (4.18)$$

One should note that the coefficients $V_{NN}(1, 2; 1', 2')$ in Eq. (4.4) are not in the one-to-one correspondence with $K(NN \rightarrow NN)$, viz., they can be changed without altering the latter. For instance, the property

$$b(1)b(2) = -b(2)b(1) \quad (4.19)$$

enables one to replace $V_{NN}(1, 2; 1', 2')$ in Eq. (4.4) by $-V_{NN}(1, 2; 2', 1')$, and so on.

Moreover, the operator $K(NN \rightarrow NN)$ remains unaltered when adding to V_{NN} arbitrary functions $S_L(1, 2; 1', 2')$ or $S_R(1, 2; 1', 2')$ which are symmetrical under the transpositions $1 \leftrightarrow 2$ or $1' \leftrightarrow 2'$, respectively. The above-mentioned replacement $V_{NN}(1, 2; 1', 2') \rightarrow -V_{NN}(1, 2; 2', 1')$ is equivalent to the replacement

$$V_{NN}(1, 2; 1', 2') \rightarrow V_{NN}(1, 2; 1', 2') + S_R(1, 2; 1', 2') \quad (4.20)$$

with $S_R(1, 2; 1', 2') = -V_{NN}(1, 2; 1', 2') - V_{NN}(1, 2; 2', 1')$.

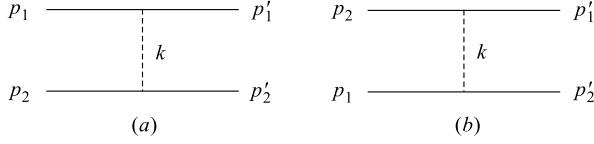
A distinctive feature of the coefficient (4.17) is its invariance with respect to the transformation (4.20) with arbitrary S_R .

After these notations, we write down one of the possible expressions for V_{NN} , that can be obtained using Eq. (4.18),

$$\begin{aligned}V_{NN}(1, 2; 1', 2') = & -\frac{1}{2} \int d\mathbf{k} \left\{ \frac{1}{E_{\mathbf{p}_1} - E_{\mathbf{p}'_1} - \omega_{\mathbf{k}}} + \frac{1}{E_{\mathbf{p}'_2} - E_{\mathbf{p}_2} - \omega_{\mathbf{k}}} \right\} \times \\ & \times V_{11}^{-\mathbf{k}}(\mathbf{p}_1 r_1; \mathbf{p}'_1 r'_1) V_{11}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}_2 r_2; \mathbf{p}'_2 r'_2).\end{aligned}\quad (4.21)$$

The respective quasipotential is

$$\tilde{V}_{NN}(1, 2; 1', 2') = -\frac{g^2}{(2\pi)^3} \delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'_2) \frac{m^2}{2\sqrt{E_{\mathbf{p}_1} E_{\mathbf{p}_2} E_{\mathbf{p}'_1} E_{\mathbf{p}'_2}}} \times$$

Fig. 3. The one-pion-exchange Feynman diagrams for NN scattering

$$\begin{aligned} & \times \bar{u}(1)\gamma_5 u(1') \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{(p_1 - p'_1)^2 - \mu^2} + \frac{1}{(p_2 - p'_2)^2 - \mu^2} \right\} \bar{u}(2)\gamma_5 u(2') \\ & - (1 \leftrightarrow 2). \end{aligned} \quad (4.22)$$

Expression (4.22) is the NN part of an one-boson-exchange interaction derived via the Okubo transformation method in [25] (cf. [43]). The potential \tilde{V}_{NN} consists of the direct term written explicitly and the exchange term $(1 \leftrightarrow 2)$. In order to obtain the latter one needs to replace \mathbf{p}_1, r_1 by \mathbf{p}_2, r_2 and \mathbf{p}_2, r_2 by \mathbf{p}_1, r_1 in the former.

As has been pointed out in [25]*, a distinctive feature of the potential is the appearance of a covariant (Feynman-like) «propagator»

$$\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{(p'_1 - p_1)^2 - \mu^2} + \frac{1}{(p'_2 - p_2)^2 - \mu^2} \right\}, \quad (4.23)$$

where $p = (E_{\mathbf{p}}, \mathbf{p})$ is the nucleon four-momentum. On the energy shell, that is, when

$$E_i \equiv E_{\mathbf{p}_1} + E_{\mathbf{p}_2} = E_{\mathbf{p}'_1} + E_{\mathbf{p}'_2} \equiv E_f, \quad (4.24)$$

the r.h.s. of Eq. (4.23) becomes the genuine Feynman propagator which appears when evaluating the S-matrix for NN scattering in the g^2 -order. The respective graphs are displayed in Fig. 3. Like $V_{\pi N}$ the quasipotential \tilde{V}_{NN} can be associated with these Feynman graphs being different from the corresponding Feynman amplitude in the two respects, viz., \tilde{V}_{NN} does not contain $\delta(E_{\mathbf{p}_1} + E_{\mathbf{p}_2} - E_{\mathbf{p}'_1} - E_{\mathbf{p}'_2})$, and «propagator» (4.23) now corresponds to the internal meson line in graph 3,a. A more extended analysis of this observation has been given in [25].

In conclusion, one should note that all the quasipotentials are nonlocal since the vertices and propagators in Eqs. (4.12) and (4.22) are dependent not only on the relative three-momenta involved but also on their total three-momentum. They include the nonstatic (recoil) effects in all orders of the so-called $\frac{1}{c^2}$ expansion [44].

*There one can find another representation of the nucleon–nucleon quasipotential, which resembles the expressions of old-fashioned perturbation theory (see, e.g., Ch. 13 in [15]).

4.4. Other Clothed Eigenstates of Meson-Fermion System. Up to now we have focused upon the clothed πN and NN states. Let us discuss other clothed states.

If we start with the same «zeroth» approximation to the total Hamiltonian, our description of clothed $\pi\bar{N}$ and $\bar{N}\bar{N}$ states will be very similar to that given for πN and NN states. Actually, it is the case where one has to deal with the charge-conjugated states. Here, we mean the nucleon–antinucleon conjugation.

A different situation holds in the case of clothed fermion–antifermion and two-meson states. In fact, the operator $K_4^{(2)}$ contains the interactions $K(\pi\pi \leftrightarrow N\bar{N})$. Therefore, superpositions of the $\pi\pi$ states $a_c^\dagger a_c^\dagger \Omega$ and the $N\bar{N}$ states $b_c^\dagger d_c^\dagger \Omega$ taken separately cannot be K_{ZA} eigenvectors. So, one has to consider the eigenstates of a mixed kind,

$$\begin{aligned} \Phi = & \int d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 \Phi_{\pi\pi}(\mathbf{k}_1; \mathbf{k}_2) a_c^\dagger(\mathbf{k}_1) a_c^\dagger(\mathbf{k}_2) \Omega + \\ & + \int d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 \Phi_{N\bar{N}}(\mathbf{p}_1, r_1; \mathbf{p}_2, r_2) b_c^\dagger(\mathbf{p}_1, r_1) d_c^\dagger(\mathbf{p}_2, r_2) \Omega . \end{aligned} \quad (4.25)$$

Calculation of the scalar products of $K_{ZA}\Phi = E\Phi$ with $\langle a_c^\dagger a_c^\dagger \Omega |$ and $\langle b_c^\dagger d_c^\dagger \Omega |$ leads to a set of coupled equations for the coefficients $\Phi_{\pi\pi}$ and $\Phi_{N\bar{N}}$. Of course, one may obtain separate equations for each of them. Thereat, the eigenvalue equation for $\Phi_{N\bar{N}}$ will involve some terms of the g^4 -order. Obviously, to be consistent they should be disregarded within the ZA considered.

In the analogous manner one can study the eigenvalue problem for clothed three-nucleon and more complicated states. However, handling with K_{ZA} , we enter into the $3N$ -problem only with the two-body interaction $K(NN \rightarrow NN)$. It would be interesting to take into account the three-body (six-operator) interactions (irreducible to two-body ones) that are present in the total Hamiltonian K starting from the term $[R, [R, [R, V]]] \sim g^4$ not explicitly written in Eq. (2.23).

5. POSSIBLE MODIFICATIONS OF THE CLOTHING APPROACH

5.1. Heitler’s Unitary Transformation. The «clothing» in Sec. 2 has been realized in the framework of the Schrödinger picture, the «bare» and «clothed» operators being the Schrödinger ones. Heitler in his book [5] discussed the corresponding UT’s in the framework of the interaction picture. To establish the relation with Heitler’s approach we shall derive Heitler’s equation (which determines his UT) starting from our equation (2.19) of Sec. 2:

$$W(\alpha)[H_F(\alpha) + H_I(\alpha)]W^\dagger(\alpha) = K(\alpha) = K_0(\alpha) + K_I(\alpha). \quad (5.1)$$

Remind that the free part $K_0(\alpha)$ of the total Hamiltonian $K(\alpha)$ (expressed in terms of the clothed operators α) is equal to $H_F(\alpha)$, $H_F(\alpha)$ being given by

Eq. (2.6) in which bare operators a, b , and d are replaced by the clothed ones a_c, b_c , and d_c . Now, let us write Eq. (5.1) in terms of interaction picture operators defined, e.g., as

$$\alpha_p(t) = e^{iK_0(\alpha)t} \alpha_p e^{-iK_0(\alpha)t}. \quad (5.2)$$

For this purpose multiply both parts of Eq. (5.1) by $\exp(iK_0t)$ from the left and by $\exp(-iK_0t)$ from the right and use the notation

$$A(t) = e^{iK_0t} A(\alpha) e^{-iK_0t} = A(e^{iK_0t} \alpha e^{-iK_0t}) = A(\alpha(t)).$$

Then we obtain,

$$W(t)[H_F(t) + H_I(t)]W^\dagger(t) = K_0(t) + K_I(t). \quad (5.3)$$

Multiply both parts of this equation by $W^\dagger(t)$ from the left and use $W^\dagger W = 1$ and $K_0(t) = H_F(t)$ (see above). We get

$$[H_F(t), W^\dagger(t)] = -H_I(t)W^\dagger(t) + W^\dagger(t)K_I(t). \quad (5.4)$$

The l.h.s. of this equation is equal to $-i\frac{\partial}{\partial t}W^\dagger(t)$ (see, e.g., Eq. (11.52) in [15]). So, we find,

$$H_I(t)W^\dagger(t) - i\frac{\partial}{\partial t}W^\dagger(t) = W^\dagger(t)K_I(t). \quad (5.5)$$

This equation coincides with Heitler's equation written in [5] (Ch. 4, between Eqs. (15.6) and (15.7₁))). The relation of Heitler's notations and ours is

$$S = W^\dagger, \quad K = K_I, \quad H = H_I.$$

So, Heitler's basic equation is equivalent to our Eq. (2.19) or (5.1). But his goal differs from the goal of «clothing». He requires that K_I must not contain interaction terms which give rise to virtual processes. By definition, the latter can proceed in spite of the inequality of energies of the initial and final states (here «energy» means an eigenvalue of the free part of the total Hamiltonian). Our bad terms also lead to virtual processes (e.g., $\Omega \rightarrow \pi\bar{N}N$ or $N \rightarrow N\pi$) but there are many other virtual processes not generated by bad terms (e.g., $\pi\pi \rightarrow \bar{N}N$ or $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ at low initial energies).

Of course, Heitler's requirement can be imposed also in the Schrödinger picture and this has been done by Sato et al. [32, 35].

5.2. Heitler–Sato Approach Versus the Clothing One. We shall show here that under a condition all bad terms produce virtual processes. As there are many virtual processes which are not induced by bad terms, one may state that the Heitler–Sato condition is stronger than the bad terms elimination requirement.

Let us remind the exact definition of bad terms. They are either two-, three-, ... operator terms which contain only creation operators (and do not

contain destruction operators) or three-, four-, ... operators containing only one destruction operator. We call bad also the terms which are Hermitian conjugated to the above-mentioned. Using the notion of the class defined in Sec. 2 one may define the bad terms as terms of the class $[n, 0]$ and $[n, 1]$, $n \geq 2$ and their H.c. Note that two-operator terms of the kind $a^\dagger(k)a(k)$ are not attached to the bad ones.

Bad interaction terms are responsible for the processes

$$\begin{aligned} \text{no particles} &\leftrightarrow 2, 3, \dots \text{ particles} \\ \text{one-particle} &\leftrightarrow 2, 3, \dots \text{ particles.} \end{aligned} \quad (5.6)$$

This property also may be considered as the bad terms definition. The processes (5.6) will be called bad below.

Let us prove the Statement: All bad processes are virtual ones under a condition on the masses of interacting particles. Indeed, energy is evidently not conserved in the bad process «vacuum \rightarrow several particles»: the initial energy is zero while the final state energy cannot be less than the sum of the final masses. Further, consider the bad process $a_j \rightarrow a_1 + a_2 + \dots$, in which the particle a_j with the mass m_j converts into particles with masses m_1, m_2, \dots . In the particle a_j rest frame the initial energy is m_j . The energy is not conserved trivially if sum of the masses $\sum_i m_i$ of the final particles exceeds m_j . The energy is conserved if $m_j > \sum_i m_i$ and final particles possess nonzero momenta. The set of inequalities $m_j < \sum_i m_i, \forall j$ is the very Statement condition on the particle masses.

In the Yukawa model the bad processes $N \rightarrow N\pi$, $N \rightarrow N\bar{N}N$, $N \rightarrow N\pi\pi$, etc., are certainly virtual, the process $\pi \rightarrow \bar{N}N$ being virtual if $\mu < 2m$. Under this condition all the bad processes generated with the Yukawa model are virtual.

Let us consider the simplest virtual processes of the Yukawa model which are of the order g^1 , namely $\Omega \rightarrow N\bar{N}\pi$, $N \rightarrow N\pi$, $\pi \rightarrow \bar{N}N$ (if $\mu < 2m$). They coincide with the (simplest) bad processes of the order g^1 . The corresponding three-operator interaction terms are of the order g^1 and can be removed by the unitary operator $W = \exp R$, where R is a three-operator expression of the order g^1 (see Sec. 2).

6. THE OKUBO BLOCK-DIAGONALIZATION METHOD

Here, following [7] we regard the UT $H \rightarrow H_U \equiv U^\dagger H U$ that makes the Hamiltonian H (generally speaking, an Hermitian operator) block-diagonal (cf. our brief discussion in Introduction). After the transformation the primary H eigenvalue problem is reduced to the diagonalization of separate neardiagonal blocks of H_U .

It is well known that the transformation $H \rightarrow H_U$ can be interpreted either as the connection between the two matrices of one and the same operator H with

respect to the different orthonormal bases, or as the relationship between the two operators H and H_U unitarily connected via the operator U . We shall start from the first point of view.

6.1. UT as Change of Basis. Let $H_{n'n} \equiv \langle n'|H|n\rangle (\forall n', n)$ be the H matrix with respect to a complete set of orthonormal vectors $|n\rangle$ and $H_{\nu'\nu} \equiv \langle \nu'|H|\nu\rangle (\forall \nu', \nu)$ represents H in another orthonormal basis $|\nu\rangle$. The indices $n(\nu)$ can take on discrete or/and continuous values. One has (see, e.g., [45], Ch.I)

$$H_{\nu'\nu} \equiv \langle \nu'|H|\nu\rangle = \mathbf{S}_{n'} \mathbf{S}_n \langle \nu'|n'\rangle \langle n'|H|n\rangle \langle n|\nu\rangle, \quad (6.1)$$

where \mathbf{S}_n denotes a sum or/and an integral over n .

The r.h.s. of Eq.(6.1) can be written as the matrix product

$$\mathbf{S}_{n'} \mathbf{S}_n (U^\dagger)_{\nu'n'} H_{n'n} U_{n\nu} \equiv (U^\dagger H U)_{\nu'\nu}, \quad (6.2)$$

where we have introduced the notation $U_{n\nu} \equiv \langle n|\nu\rangle$. Then

$$(U^\dagger)_{\nu'n'} \equiv U_{n'\nu'}^* = \langle n'|\nu'\rangle^* = \langle \nu'|n'\rangle.$$

The transition matrix U is unitary in the following sense:

$$(U^\dagger U)_{\nu'\nu} \equiv \mathbf{S}_n \langle \nu'|n\rangle \langle n|\nu\rangle = \delta_{\nu'\nu} \quad (6.3a)$$

and

$$(UU^\dagger)_{n'n} \equiv \mathbf{S}_\nu \langle n'|\nu\rangle \langle \nu|n\rangle = \langle n'|n\rangle = \delta_{n'n}. \quad (6.3b)$$

Recall that all these basis vectors are orthonormal.

Whenever U is given one can express $|\nu\rangle$ in terms of $|n\rangle$,

$$|\nu\rangle = \mathbf{S}_n |n\rangle U_{n\nu}. \quad (6.4)$$

One should point out that the spectrum of indices n enumerating the vectors $|n\rangle$ needs not to be identical to the spectrum of indices ν enumerating $|\nu\rangle$. For example, let us consider the Hamiltonian H_{os} of one-dimensional quantum oscillator, whose matrix in the coordinate representation can be made diagonal by using the Hermite functions $\psi_\nu(x)$ ($\nu = 0, 1, 2, \dots$):

$$\langle \nu'|H_{os}|\nu\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi_{\nu'}^*(x') \langle x'|H_{os}|x\rangle \psi_\nu(x) \sim \delta_{\nu'\nu} \quad (6.5)$$

(cf. Eqs.(6.1)–(6.2)). In this case the transition matrix $\langle x|\nu\rangle = \psi_\nu(x)$ is not «square» because its columns (rows) are enumerated by the integer (continuous) numbers. Such a matrix can be called rectangular. Note that in a finite-dimensional space the transition matrix always is square. This exemplifies that one cannot, in general, diagonalize H by means of a square matrix.

In this connection, one should note that the diagonalization scheme considered by Okubo and exposed below is not aimed at a perfect solution of H -eigenvalue problem. Rather, it sets a more humble task, viz., to find (approximately) some of its eigenvalues and eigenvectors. Okubo [7] suggested a realization of the scheme via a square matrix U .

6.2. Block-Diagonalization in Matrix Form. In accordance with [7] we require that the H matrix in the new basis

$$H_{\nu'\nu} = (U^\dagger H U)_{\nu'\nu} \quad (6.6)$$

should have the block-diagonal form,

$$U^\dagger H U \equiv K = \begin{pmatrix} K_{11} & 0 \\ 0 & K_{22} \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

with the two blocks K_{11} and K_{22} the meaning of which will be clarified a little later. This requirement must determine the matrix U that in its turn enables one to construct the new basis vectors $|\nu\rangle$ (see Eq. (6.4)).

Now, following Okubo, we shall confine ourselves to finding such a square matrix U that $|\nu\rangle = U|n\rangle$. In other words, it is assumed that one can set an one-to-one correspondence between the indices n and ν .

First of all, let us turn to the definition of K_{11} . It is a block of the matrix K with elements that are enumerated by indices ν_1 (or n_1) which belong to a subset of all ν (or n) values. The K_{22} elements are enumerated by the remaining ν values denoted through ν_2 . Let us give examples of the ν_1 choice.

One may take one value of ν as ν_1 , viz., the index of the vacuum state. Hence, K_{11} has one element. If we are able to find U which leads to Eq. (6.7) then we can construct a normalized H eigenstate, namely the physical vacuum $|0\rangle = \mathbf{S}_n |n\rangle U_{n0}$. After this step we consider the block K_{22} as a starting matrix for the subsequent block-diagonalization, viz., to introduce a new set of ν'_1 (e.g., let ν'_1 be indices of the one-particle H_F eigenstates), to find a new U' . At the next stage one can enumerate elements of the recurrent block 11 by indices of two-particle states, e.g., the states «two nucleons, no mesons» (this is Okubo's example, see Sec. 2 in [7]). One more choice of K_{11} will be discussed in Subsec. 6.5.

The option of ν_1 or n_1 allows one to divide H into the four blocks: H_{11} with elements $\langle n'_1 | H | n_1 \rangle$, H_{22} (elements $\langle n'_2 | H | n_2 \rangle$), H_{12} (elements $\langle n_1 | H | n_2 \rangle$), and $H_{21} = H_{12}^\dagger$. The matrix U can be represented analogously. Keeping this in mind the l.h.s. of Eq. (6.7) can be rewritten as the product of matrices composed of the blocks described above (see, e.g., Ch. 0.7 in [47] and Ch. 1.6 in [48]),

$$\begin{pmatrix} U_{11}^\dagger & U_{21}^\dagger \\ U_{12}^\dagger & U_{22}^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & 0 \\ 0 & K_{22} \end{pmatrix}. \quad (6.7')$$

One can consider Eq. (6.7') as the equation for U . Okubo suggested to seek its solution in the class of unitary matrices of the kind (see Note underneath)

$$U = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (I_1 + A^\dagger A)^{-\frac{1}{2}} & -A^\dagger(I_2 + AA^\dagger)^{-\frac{1}{2}} \\ A(I_1 + A^\dagger A)^{-\frac{1}{2}} & (I_2 + AA^\dagger)^{-\frac{1}{2}} \end{pmatrix}, \quad (6.8)$$

where $I_1(I_2)$ is the unit matrix for the subset of indices $n_1(n_2)$, and A is an rectangular matrix with elements $A_{n_2 n_1}$ of the U_{21} kind, which should be determined. Under this convention the unit matrix for the full set of indices has the block structure

$$1 = \begin{pmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix}, \quad (6.9)$$

and we have the properties

$$AI_1 = I_2 A = A, \quad (6.10a)$$

$$[A^\dagger A, I_1] = 0. \quad (6.10b)$$

The matrices $A^\dagger A$ (of the U_{11} kind) and AA^\dagger (of the U_{22} kind) are square, hermitian and positively definite, so that the square roots $\sqrt{I_1 + A^\dagger A}$ and $\sqrt{I_2 + AA^\dagger}$ can be defined (see, e.g., Ch. 5.8 in [45]). It is readily verified that the r.h.s. of (6.8) meets left unitarity $U^\dagger U = 1$. Other unitarity condition $UU^\dagger = 1$ can be proved by means of equality $Af(A^\dagger A) = f(AA^\dagger)A$ that is valid if $f(x)$ is a polynomial or a series of x .

The requirement for block-diagonalization, $K_{21} = 0$ (or $K_{12} = 0$), gives the equation

$$H_{21} + H_{22}A - AH_{11} - AH_{12}A = 0 \quad (6.11)$$

for A determination. This equation is equivalent to the condition (13) from [7].

Equation (6.11) is nonlinear and it can be solved exactly only in a few simple cases (see Sec. 6 in [7] and Appendix C). For realistic field models one has to develop a perturbative method in order to find A (see Subsec. 6.5).

Note. Generally speaking, the left unitarity for a matrix U with the non-singular block U_{11} enables to express blocks U_{ij} ($i, j = 1, 2$) through the matrix A such that $U_{21} = AU_{11}$ and blocks $S_{11} = S_1$ and $S_{22} = S_2$ of an arbitrary matrix S ,

$$S = \begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{pmatrix}$$

with $S_1^\dagger S_1 = I_1$ and $S_2^\dagger S_2 = I_2$ (cf. Eqs. (10) in [7]). The corresponding matrix U_{Okubo} (i.e., its representation after Okubo) can be written as the product $US = U_{\text{Okubo}}$ where U is given by (6.8). However, since the UT via S conserves the block-diagonal structure of K it is sufficient to consider only the form (6.8). Of

course, Okubo's representation is not the most general form for unitary matrices. The simplest exception is the 2×2 matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

6.3. Block-Diagonalization with Projection Operators. Here the UT $H' = U^\dagger H U$ is interpreted as a relation between the different operators H and H'^* , where U is a unitary operator. By definition, the operator is a linear one-to-one mapping of a Hilbert space \mathcal{H} onto itself, i.e., an isomorphism of \mathcal{H} . In particular, it transforms the orthonormal basis vectors $|n\rangle \in \mathcal{H}$ into the vectors $|n\rangle = U|n\rangle$ of other orthonormal basis $\in \mathcal{H}$. Therefore, we can write

$$\langle n'|H'|n\rangle = \langle n'|U^\dagger H U|n\rangle = (n'|H|n) , \quad (6.12)$$

Eq. (6.12) sets up close links of $H' = U^\dagger H U$ with the UT considered in Subsecs. 6.1 and 6.2.

One can deal with $H' = U^\dagger H U$ in the same manner as in Subsec. 6.2 introducing matrices of H , U , H^\dagger with respect to a basis $|n\rangle$ and representing them in a block form, Eq. (6.7'). But one can realize the Hamiltonian block-diagonalization without reference to any basis on \mathcal{H} . We shall introduce (cf. [7]) the projection operators η_1 and $\eta_2 = 1 - \eta_1$ onto a subspace $\mathcal{H}_1 \subset \mathcal{H}$ and its complement \mathcal{H}_2 such that $\mathcal{H} = \mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2^*$. Mathematically strict definitions of projection operators and their properties in a Hilbert space can be found in [46] (Ch.2). Of great importance for us is the property

$$\eta_i \eta_k = \eta_k \eta_i = \delta_{ik} \eta_i . \quad (6.13)$$

$$(i, k = 1, 2).$$

Then, for any operator O in \mathcal{H} one can write

$$O = (\eta_1 + \eta_2) O (\eta_1 + \eta_2) = \sum_{i,j=1,2} O^{ij} , \quad (6.14)$$

where

$$O^{ij} = \eta_i O \eta_j \quad (6.15)$$

with

$$\eta_i O^{kj} = \delta_{ik} O^{ij}, O^{kj} \eta_l = O^{kl} \delta_{jl} . \quad (6.16)$$

*Unlike the UT $K = W H W^\dagger$ in Subsec. 2.3 that represents the same operator H .

*Of course, the particular option of \mathcal{H}_1 depends on the nature of the problem (see Appendix C and Subsec. 6.5).

In terms of such decompositions the product of the two operators $A = \sum_{ij} A^{ij}$ and $B = \sum_{ij} B^{ij}$ can be written as

$$AB = \sum_{ijk} A^{ij} B^{jk}, \quad (6.17)$$

so that

$$(AB)^{ik} = \sum_j A^{ij} B^{jk}. \quad (6.18)$$

By using the rule we find

$$H' = U^\dagger H U = \sum_{imjk} (U^\dagger)^{mi} H^{ij} U^{jk} \quad (6.19a)$$

or

$$H' = \sum_{imjk} (U^{im})^\dagger H^{ij} U^{jk}. \quad (6.19b)$$

Remind that the projectors η_i are hermitian, i.e., $\eta_i^\dagger = \eta_i$.

One can set an one-to-one correspondence between the operators H^{ij} and the matrix blocks H_{ij} introduced in Subsec. 6.2. Actually, each operator H^{ij} ($i, j = 1, 2$) acts in the full Hilbert space \mathcal{H} but its matrix with respect to the basis $\{|n\rangle\}$ has merely one nonzero block H_{ij} with the three remaining blocks being zero. Analogous relation takes place between U^{ij} and U_{ij} .

Further, the operators U^{ij} in Eqs. (6.19) can be expressed through an arbitrary operator \mathcal{A} of the kind 21, i.e., $\mathcal{A} = \eta_2 \mathcal{A} \eta_1$. For instance, one can write (cf. Eq. (6.8))

$$U^{21} = \mathcal{A} U^{11} = \mathcal{A} (1 + \mathcal{A}^\dagger \mathcal{A})^{-\frac{1}{2}} \eta_1 = \mathcal{A} (1 + \mathcal{A}^\dagger \mathcal{A})^{-\frac{1}{2}}. \quad (6.20)$$

Okubo's requirement for decoupling the two subspaces \mathcal{H}_1 and \mathcal{H}_2 means that it must be $H'^{21} = 0$ or according to Eq. (6.19a)

$$\sum_{ij} (U^\dagger)^{2i} H^{ij} U^{j1} = 0. \quad (6.21)$$

It leads to the nonlinear equation for \mathcal{A}

$$\eta_2 \{H + [H, \mathcal{A}] - \mathcal{A} H \mathcal{A}\} \eta_1 = 0. \quad (6.22)$$

As a matter of fact, it is the same equation as Eq. (6.11), viz., one may consider the latter as the record of Eq. (6.22) for the only nonzero block A of the operator \mathcal{A} .

The solution of Eq. (6.22), if it exists (cf. the discussion in [21]), yields the Hermitian operator

$$H'^{11} = \eta_1 (1 + \mathcal{A}^\dagger \mathcal{A})^{-\frac{1}{2}} (1 + \mathcal{A}^\dagger) H (1 + \mathcal{A}) (1 + \mathcal{A}^\dagger \mathcal{A})^{-\frac{1}{2}} \eta_1. \quad (6.23)$$

The resultant operator H' given by Eqs.(6.19) (see also Eq.(6.23)) has a block diagonal structure that simplifies determination of its eigenvalues and eigenvectors. However, $H' \neq H$ and therefore H' eigenvectors are not H eigenvectors. Recall that our UT is aimed at solving the H eigenvector problem (at least, its partial solution). But if we have succeeded in finding H'^{11} eigenvectors one can easily get the corresponding H eigenvectors. Actually, if we have $H'^{11}\Psi_1 = E\Psi_1$ ($\Psi_1 \in \mathcal{H}_1$), then Ψ_1 is also H' eigenvector,

$$H'\Psi_1 = (H'^{11} + H'^{22})\Psi_1 = E\Psi_1. \quad (6.24)$$

It follows from $U^\dagger H U\Psi_1 = E\Psi_1$ that $U\Psi_1$ is H eigenvector,

$$H U\Psi_1 = E U\Psi_1. \quad (6.25)$$

The obtained relation between H' and H eigenvectors can be represented in another form. Let us expand the H' eigenvector in the basis vectors $|n\rangle$,

$$|\Psi_1\rangle = \mathbf{S}_n |n\rangle c_n.$$

The corresponding H eigenvector $U\Psi_1$ has the same expansion coefficients c_n with respect to the other basis $|n\rangle = U|n\rangle$,

$$U\Psi_1 = \mathbf{S}_n U|n\rangle c_n = \mathbf{S}_n |n\rangle c_n. \quad (6.26)$$

Exact solutions of the decoupling equation (6.22) can be derived for a few simple cases (see, e.g., Sec. 6 in [7]). One of them is the so-called scalar field model (see Ch. 12 in [15]). The respective solution is very instructive having many attributes of more realistic field models. It is given in Appendix C.

6.4. New Creation–Destruction Operators within the UT Method. Comparison with the Clothing Procedure. As before (see Sec. 2) we consider that the original field Hamiltonian H is a function (functional) of the bare creation–destruction operators. We denote their set by the same symbol a , a_p being one of them. Moreover, one may assume that the unitary operator U also is a function of a . Then, $H' = U^\dagger H U$ may be written as

$$H'(a) = U^\dagger(a)H(a)U(a). \quad (6.27)$$

In order to compare the Okubo approach and the clothing procedure developed in Sec. 2 let us introduce the set \tilde{a} of new creation–destruction operators (with the denotation \tilde{a}_p for one of them) defined as

$$\tilde{a}_p = V(a)a_pV^\dagger(a) \quad \forall p, \quad (6.28)$$

or

$$a_p = V^\dagger(\tilde{a})\tilde{a}_pV(\tilde{a}), \quad (6.29)$$

where $V(a) = V(\tilde{a}) \neq 1$ is an arbitrary unitary operator (not necessarily coincident with $U(a)$).

Applying the UT V to both the sides of Eq. (6.27), we have

$$V(a) H'(a) V^\dagger(a) = H'(\tilde{a}) = U^\dagger(\tilde{a}) H(\tilde{a}) U(\tilde{a}). \quad (6.30)$$

Further, by means of (6.29) the total Hamiltonian can be expressed (cf. the derivation of Eq. (2.17)) in terms of the new operators \tilde{a} ,

$$H(a) = H(V^\dagger(\tilde{a}) \tilde{a} V(\tilde{a})) = V^\dagger(\tilde{a}) H(\tilde{a}) V(\tilde{a}). \quad (6.31)$$

One should stress that the operators $H'(\tilde{a})$ and $H(\tilde{a})$ are different from $H'(a)$ and $H(a)$, respectively, if $V \neq 1$. However, if $V = U$, then $H'(\tilde{a})$ turns out to be equal to the starting Hamiltonian $H(a)$. Actually, in this case the r.h.s of Eq. (6.31) gets to be equal to $H'(\tilde{a})$ in accordance with Eq. (6.30), so that

$$H(a) = H'(\tilde{a}) = U^\dagger(\tilde{a}) H(\tilde{a}) U(\tilde{a}). \quad (6.31')$$

The option $V = U = W^\dagger$ gives rise to the clothed operators $\tilde{a} = \alpha = W^\dagger a W$ (see Subsec. 2.3), and then $H'(\alpha) = K(\alpha) = W H(\alpha) W^\dagger$.

Thus, our consideration shows how the UT $H \rightarrow H' = U^\dagger H U$ can be reduced to a transformation of clothing type. Of course, there are distinctions between the Okubo approach and the procedure shown in Sec. 2. They are due to those purposes which are inherent to each of them. We shall return to this point in Subsec. 6.6. However, let us note here that although the operator $U_{\text{Okubo}}(a)$ determined by solving the decoupling equation (6.22) and the operator $U_{\text{clothing}}(a) = W^\dagger(a)$ are different functions of a one cannot *a priori* exclude a resemblance or even the perfect coincidence of some approximations to them.

Note one more definition of \tilde{a} by the relations

$$\langle n' | \tilde{a}_p | n \rangle = \langle n' | a_p | n \rangle \quad \forall n', n, p, \quad (6.32)$$

where $|n\rangle = U|n\rangle$ (cf. the beginning of Subsec. 6.3). In particular, Eq.(6.32) means that the matrix elements of the new meson destruction operator $\tilde{a}(\mathbf{k})$ with respect to the new vectors $|n\rangle$ are equal to the corresponding matrix elements of the bare meson destruction operator $a(\mathbf{k})$ with respect to the old vectors $|n\rangle$. It is clear that this definition with $U = U(a)$ is equivalent to (6.28).

6.5. Perturbative Construction of Okubo's Unitary Transformation. Elimination of Mesonic Degrees of Freedom. Here we present the approximate solution of Okubo's equation and determination of the block H'^{11} that have been given in [25]. Just as in that paper let us consider the system of fermions (nucleons) and mesons (pions) with Yukawa-type interaction linear in the meson field (see Sec. 2). In this model the basis states $|n\rangle$ are enumerated by the two indices

$|n\rangle = |mf\rangle$, viz., $m(f)$ enumerates the meson (fermion) states, $|0_m f\rangle$ being the state without mesons (the $N\bar{N}$ contents may be arbitrary). In accordance with the Okubo idea we decompose the full space \mathcal{H} of meson-nucleon states into two subspaces (sectors), namely, the fermion (nucleon) sector \mathcal{H}_0 which is composed of no-meson states, being spanned onto the subset $|0_m f\rangle$, and its orthogonal complement $\mathcal{H}_{\text{comp}}$ that consists of the states with nonzero meson number. The projection operator η_1 into \mathcal{H}_0 ^{*} can be constructed as

$$\eta_1 = \mathbf{S}_f |0_m f\rangle\langle 0_m f| . \quad (6.33)$$

By definition,

$$a(\mathbf{k}) |0_m f\rangle = 0 \quad \forall f, \mathbf{k} , \quad (6.34)$$

and therefore

$$a(\mathbf{k})\eta_1 = \eta_1 a^\dagger(\mathbf{k}) = 0 . \quad (6.35)$$

The operator of interest H'^{11} has the following matrix structure (cf. the note after Eqs. (6.19)):

$$H'^{11} = \begin{pmatrix} H'_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} , \quad (6.36)$$

where the block H'_{11} consists of the elements $\langle 0_m f' | H' | 0_m f\rangle$, $\forall f', f$. At the same time the matrix

$$H'^{22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & H'_{22} \end{pmatrix} \quad (6.37)$$

contains the elements $\langle m' f' | H' | m f\rangle$, $\forall m' \neq 0_m \neq m$, $\forall f', f$. For brevity, henceforth the index 0_m of the no-meson state will be replaced by 0.

In order to simplify the subsequent equations let us separate the matrix of any operator O that acts in $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 \oplus \mathcal{H}_{\text{comp}}$ into the subblocks $[O_{m'm}]$ such that

$$[O_{m'm}]_{f'f} = \langle m' f' | O | m f\rangle . \quad (6.38)$$

So, the elements of these subblocks are marked by the fermionic indices f . The subblocks can be called fermionic. The block H_{11} coincides with $[H_{00}]$, etc. The rectangular matrix A , which determines U in Eq.(6.8), consists of the subblocks $[A_{m'0}]$ with $m' \neq 0$, i.e., the submatrices $[A_{k0}]$ with $m' = \mathbf{k}$ for one-meson states marked by the momentum \mathbf{k} , the submatrices $[A_{k_1 k_2;0}]$ with $m' = (\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2)$ for two-meson states, and so on.

Now, the key equation $H' = U^\dagger H U$ can be rewritten as the set of equations for the subblocks $[U_{m'm}]$,

$$[H'_{\mu'\mu}] = S_{m'} S_m [U^\dagger]_{\mu' m'} [H_{m'm}] [U_{m\mu}] , \quad \forall \mu', \mu , \quad (6.39)$$

where μ runs the same values as m does.

*In [25] the letter P has been used instead of η_1 .

In their turn the subblocks in question may be considered as the matrices of operators which act onto fermionic degrees of freedom. Such operators have been represented in [25] as functions of the bare creation–destruction operators but fermion ones only. Let us denote the set of them by the symbol \hat{f} . Then, one can write, e.g.,

$$[U_{m'm}(\hat{f})]_{f'f} = \langle m'f' | U | mf \rangle. \quad (6.40)$$

Similarly we introduce the operators $H'_{m'm}(\hat{f})$ ($H_{m'm}(\hat{f})$) which correspond to $[H'_{m'm}]$ ($[H_{m'm}]$).

Under such convention the relation $H' = U^\dagger H U$ can be reduced to a hybrid form being expressed in terms of the functions of \hat{f} and the matrix elements with respect to the meson states,

$$H'_{\mu'\mu}(\hat{f}) = S_{m'} S_m U^\dagger_{\mu'm'}(\hat{f}) H_{m'm}(\hat{f}) U_{m\mu}(\hat{f}). \quad (6.41)$$

Such representation of the operators turns out to be convenient when finding approximate solutions of Eq.(6.22) which can be rewritten as

$$\eta_2 \{ H_I + [H_F, \mathcal{A}] + [H_I, \mathcal{A}] - \mathcal{A} H_I \mathcal{A} \} \eta_1 = 0 \quad (6.42)$$

since $\eta_2 H_F \eta_1 = 0$.

We consider its approximate solution assuming

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}^{(0)} + \mathcal{A}^{(1)}, \mathcal{A}^{(0)} \sim g^0, \mathcal{A}^{(1)} \sim g^1. \quad (6.43)$$

The contribution $\mathcal{A}^{(0)}$ is absent since with interaction switched off ($g \rightarrow 0$) the Hamiltonian $H = H_F$ is already block-diagonal. In this connection, remind that $H_I = V + M_{\text{ren}}$, where the mass counterterms $M_{\text{ren}} = M_{\text{ferm}} + M_{\text{mes}}$ are determined by Eq.(2.7).

Such $\mathcal{A} = \mathcal{A}^{(1)}$ turns into zero only those terms of Eq.(6.42) which are of the g^1 -order, i.e.,

$$\eta_2 ([H_F, \mathcal{A}] + V) \eta_1 = 0. \quad (6.44)$$

One can consider Eq.(6.44) as a relaxed form of Okubo's constraint $H'^{21} = 0$ (or Eq.(6.42)), which may be imposed instead of the latter.

Using the commutativity of H_F and η_1 let us rewrite Eq. (6.44) as

$$[H_F, \mathcal{A}] + \eta_2 V \eta_1 = 0. \quad (6.45)$$

This equation is of the same type as Eq.(2.21) for the operator R , viz., $[H_F, R] - V = 0$, whose solution is given in App. A. Therefore, taking into account formula (A.4) we find,

$$\mathcal{A} = i \lim_{\epsilon \rightarrow 0+} \int_0^\infty V^{21}(t) \exp(-\epsilon t) dt. \quad (6.46)$$

For interaction V linear in the meson field we have $A_{m0}(\hat{f}) = 0$ if the index m corresponds to two-, three-, ... meson states. Let us consider the nonzero subblock $A_{\mathbf{k}0}$, i.e., the subblock with elements $\langle \mathbf{k}f' | \mathcal{A} | 0f \rangle$. With the help of the representation (A.9) for the interaction V and relation

$$\langle a^\dagger(\mathbf{k})\Omega | a^\dagger(\mathbf{k}', t) | \Omega \rangle = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \exp i\omega_{\mathbf{k}}t$$

we obtain

$$A_{\mathbf{k}0}(\hat{f}) = i \lim_{\epsilon \rightarrow 0+} \int_0^\infty V_{\mathbf{k}0}(\hat{f}(t)) \exp [i(\omega_{\mathbf{k}} + i\epsilon)t] dt , \quad (6.47)$$

with

$$V_{\mathbf{k}0}(\hat{f}(t)) = F^\dagger(t) V^{-\mathbf{k}} F(t) , \quad (6.48)$$

where $\hat{f}(t) = \exp [iH_{F\text{ferm}}(\hat{f})t] \hat{f} \exp [-iH_{F\text{ferm}}(\hat{f})t]$ is the subset of the fermion operators in the interaction picture. We imply the division $H_F = H_{F\text{mes}}(\hat{m}) + H_{F\text{ferm}}(\hat{f})$ into the mesonic and nucleonic parts (see Eq.(2.8)), \hat{m} being the subset of the meson operators $a(\mathbf{k})$ and $a^\dagger(\mathbf{k}) \forall \mathbf{k}$. For notations F and $V^{-\mathbf{k}}$ see App. A.

At the same time the $(\mathbf{k}0)$ subblock of the operator $R = \mathcal{R} - \mathcal{R}^\dagger$ determined by Eqs.(A.4) and (A.9) is

$$R_{\mathbf{k}0}(\hat{f}) = -i \lim_{\epsilon \rightarrow 0+} \int_0^\infty V_{\mathbf{k}0}(\hat{f}(t)) \exp [i(\omega_{\mathbf{k}} + i\epsilon)t] dt . \quad (6.49)$$

Comparing Eqs.(6.47) and (6.49), we get the solution for $A_{\mathbf{k}0}$,

$$A_{\mathbf{k}0} = -R_{\mathbf{k}0} = \mathcal{R}^\dagger_{\mathbf{k}0} = F^\dagger R^{\mathbf{k}\dagger} F \quad (6.50)$$

in a compact form.

Here, we do not intend to write down explicit expressions for these subblocks in terms of the fermion creation (destruction) operators. The respective result for $A_{\mathbf{k}0}^{(1)}(\hat{f})$ with some extension to other Yukawa-type meson–nucleon couplings can be found in [25] (see Eqs.(17)–(18) therein).

After all, in order to derive an approximation to the operator H'^{11} , let us employ the expansion of $(1 + \mathcal{A}^\dagger \mathcal{A})^{-\frac{1}{2}}$ in the powers of $\mathcal{A}^\dagger \mathcal{A} \sim g^2$,

$$(1 + \mathcal{A}^\dagger \mathcal{A})^{-\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{1}{2} \mathcal{A}^\dagger \mathcal{A} . \quad (6.51)$$

Then, we obtain from Eq. (6.23) the expression

$$H'^{11} = \eta_1 \{ H + \mathcal{A}^\dagger H + H \mathcal{A} + \frac{1}{2} \mathcal{A}^\dagger [H, \mathcal{A}] - \frac{1}{2} [H, \mathcal{A}^\dagger] \mathcal{A} \} \eta_1 + O(g^4) , \quad (6.52)$$

from which and condition (6.22) for \mathcal{A} it follows that

$$H'^{11} = H_{F\text{ferm}}(\hat{f})\eta_1 + M_{\text{ferm}}^{(2)}(\hat{f})\eta_1 + \frac{1}{2}\eta_1\{\mathcal{A}^\dagger H + H\mathcal{A}\}\eta_1 + O(g^4), \quad (6.53)$$

or neglecting the terms of order g^4 ,

$$H'^{11} = H_{F\text{ferm}}(\hat{f})\eta_1 + M_{\text{ferm}}^{(2)}(\hat{f})\eta_1 + \frac{1}{2}\eta_1\{\mathcal{A}^{(1)\dagger}V + V\mathcal{A}^{(1)}\}\eta_1 \quad (6.54)$$

(cf. Eq.(15) of [25]). When deriving Eq.(6.53) we have used the equation

$$\eta_1 H\eta_1 = H_{F\text{ferm}}(\hat{f})\eta_1 + M_{\text{ferm}}^{(2)}(\hat{f})\eta_1 + O(g^4),$$

whereas the change from (6.53) to (6.54) is based upon the properties

$$\eta_2 H\eta_1 = \eta_2 M_{\text{mes}}^{(2)}(\hat{m})\eta_1 + \eta_2 V\eta_1 + O(g^4),$$

$$\eta_1 H\eta_2 = \eta_1 M_{\text{mes}}^{(2)}(\hat{m})\eta_2 + \eta_1 V\eta_2 + O(g^4),$$

and the fact that

$$\eta_1 M_{\text{mes}}^{(2)}(\hat{m})\mathcal{A}\eta_1 = O(g^4),$$

$$\eta_1 V\mathcal{A}\eta_1 = \eta_1 V\mathcal{A}^{(1)}\eta_1 + O(g^4),$$

for V linear in the meson field.

The corresponding subblock H'_{11} can be expressed through the subblocks $A_{\mathbf{k}0}$ and $V_{\mathbf{k}0}$,

$$\begin{aligned} H'_{11} &= H_{F\text{ferm}}(\hat{f}) + M_{\text{ferm}}^{(2)}(\hat{f}) + \frac{1}{2} \int \{A^\dagger \text{ok}(\hat{f})V_{\mathbf{k}0}(\hat{f}) + \text{H.c.}\} d\mathbf{k} = \\ &= H_{F\text{ferm}}(\hat{f}) + M_{\text{ferm}}^{(2)}(\hat{f}) + \frac{1}{2} \int \{F^\dagger R^{\mathbf{k}} F \cdot F^\dagger V^{-\mathbf{k}} F + \text{H.c.}\} d\mathbf{k}, \end{aligned} \quad (6.55)$$

where we have employed Eq.(6.50) and Eq.(6.48) at $t = 0$ and their H.c.

6.6. Clothing Procedure vs. Okubo Approach. Let us discuss in detail common and distinctive features of the two kinds of UT. Partly, we have concerned this subject in Subsec. 6.4 (see also App. C).

The Okubo and clothing approaches differ in their goals. The UT by Okubo is aimed at to nullify the nondiagonal blocks H'_{21} and H'_{12} of the transformed Hamiltonian. The clothing and akin approaches (see Sec.5) require that some undesirable operator terms («bad» or «virtual») must be absent in the transformed Hamiltonian.

In the context it is worthwhile to mention Nishijima's modification [9] of the Okubo idea. Instead of Eq.(6.8) he used the representation

$U = \dots \exp(\imath S_2) \exp(\imath S_1)$, similar to that employed within the clothing approach. But Hermitian operators S_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) are to implement Okubo's requirement, viz., the operator S_n must remove K_{21} matrix elements of the g^n -order (instead of removing some bad terms $\sim g^n$).

No wonder different approaches give, in general, different resulting transformed Hamiltonians. Nevertheless, we want to show that both the approaches can give some coincident results (even for the realistic field model), being realized approximately (in a perturbative way). In particular, effective quasipotentials of the g^2 -order for nucleon-nucleon interaction turn out to be the same.

Before comparing the resulting Hamiltonians we must remind that Okubo's H' (see Subsec. 6.5) does not coincide with the starting Hamiltonian H whereas the operator K of the clothing approach does. H' can be considered as a function of bare operators a while K depends on clothed ones α . However, we have shown in Subsec. 6.4 that H coincides with the operator $H'(\tilde{a})$ which depends upon new destruction-creation operators $\tilde{a} = UaU^\dagger$ in the same manner as H' depends on a . So, $H'(\tilde{a})$ and K represent the same operator and can be compared to each other. Let us recall, however, that \tilde{a} may not coincide with clothed operators α , and H' and K may not be the same function of their arguments. In what follows we imply that H' means $H'(\tilde{a})$ and H'_{11} is a function of fermion destruction-creation operators $\tilde{f} = UfU^\dagger$.

Now, we can prove the statement: H'_{11} given by Eq.(6.55) coincides with the fermionic part of $K_F + M_{\text{ren}}^{(2)} + \frac{1}{2}[R, V]$ (see Eq.(2.23)), i.e., with

$$K_{\text{ferm}} = K_{F\text{ferm}} + M_{\text{ferm}}^{(2)} + (\text{fermionic part of } \frac{1}{2}[R, V]) . \quad (6.56)$$

More exactly, H'_{11} and K_{ferm} are the same function of their arguments (fermionic operators \tilde{f} and f_c , respectively). Indeed, the last term in Eq.(6.56) is that part of $\frac{1}{2}[R, V] \sim g^2$ which depends only on fermionic operators. We calculate $\frac{1}{2}[R, V]$ in App.A. Its fermionic part (denoted below as FP) is contained in $\frac{1}{2}[\mathcal{R}, \mathcal{V}^\dagger] + \text{H.c.}$, for $[\mathcal{R}, \mathcal{V}^\dagger]$ see the last term in the r.h.s. of Eq. (A.14). We have

$$FP \equiv \frac{1}{2} \int [F^\dagger R^k F \cdot F^\dagger V^{-k} F + \text{H.c.}] d\mathbf{k} . \quad (6.57)$$

Comparing this expression with the r.h.s. of Eq.(6.55), we arrive to the above statement.

The fermion mass counterterm $M_{\text{ferm}}^{(2)}$ in Eqs.(6.55) or (6.56) must cancel two-operator fermionic contributions which arise after normal ordering of FP (see Subsec. 2.5). One should note that there are no other such terms in $\frac{1}{2}[R, V]$. So, we may omit $M_{\text{ferm}}^{(2)}$ from (6.55) or (6.56) provided FP is replaced by the normally ordered counterpart : FP : of (6.57).

Let us mention that similar evaluation of $M_{\text{mes}}^{(2)}$ (cf. Subsec.(2.5)) would take additional efforts within Okubo's approach (see Note at the end of this subsection).

Of course, we may explicitly express FP given by Eq.(6.57) through b, d, b^\dagger , and d^\dagger opening the abbreviations accepted for $F^\dagger V^k F$ and $F^\dagger R^k R$ in App. A (we omit here the symbol tilde or the subscript c when handling with the fermion operators). Such representation shows that : FP : contains «bad» terms of the kind $b^\dagger d^\dagger b^\dagger d^\dagger$, $b^\dagger d^\dagger b^\dagger b$ and $b^\dagger d^\dagger d^\dagger d$. As stressed in Subsec.2.4, they should be eliminated from K via the clothing transformation W_4 . Such terms are also unpleasant within Okubo's approach, viz., they prevent the no-fermion state Ω_f and one-fermion ones $b^\dagger \Omega_f$ and $d^\dagger \Omega_f$ to be H'_{11} eigenvectors along with two-fermion states of the kind (4.14).

In other words, the problem of finding H'_{11} eigenvectors is not essentially easier than that for the starting Hamiltonian. In the spirit of Okubo's approach the elimination of «bad» terms can be implemented by performing UT of H'_{11} such that the transformed sub-Hamiltonian $(H'_{11})' = U'^\dagger H'_{11} U'$ would not contain matrix elements corresponding to the processes $\Omega_f \rightarrow$ two pairs, $N \rightarrow N +$ pair, etc. The relevant projector η'_1 may project on states without pairs.

As argued in Sec.4, these additional transformations W_4 or U' do not alter the remaining «good» four-fermionic pieces of : FP : which are of the g^2 -order (see, e.g., Eq.(4.18)).

So we obtain from H'_{11} or K_{ferm} the same expression $H_{F\text{ferm}} + G : FP :$, where $G : FP :$ is a «good» part of : FP :. Using the notations of Sec.4 (see Eqs.(4.1)–(4.3)), it may be written as $(K_{ZA})_{\text{ferm}}$ or

$$K_{2\text{ferm}} + K(NN \rightarrow NN) + K(\bar{N}\bar{N} \rightarrow \bar{N}\bar{N}) + K(N\bar{N} \rightarrow N\bar{N}) . \quad (6.58)$$

The no-fermion, one-fermion and two-fermion deuteron-like eigenvectors of this operator give some approximations to the corresponding H eigenvectors.

Note. The zeroth approximation operator K_{ZA} considered in Sec.4 enables us to find also approximations to H eigenvectors which describe one-meson states and meson–nucleon bound and scattering states. In the Okubo–Korchin–Shebeko approach exposed in Subsec.6.5 one should use for this purpose the submatrix H'_{22} . However, the latter embodies, in general, undesirable matrix elements which correspond to the processes one-meson \rightarrow other states (e.g., two meson + pair), etc. In order to simplify the finding of H eigenvectors under discussion one needs additional Okubo's transformation of the kind $(H'_{22})' = \tilde{U}^\dagger H'_{22} \tilde{U}$ such that $(H'_{22})'$ would have no undesirable matrix elements.

7. CONCLUSIONS

A considerable part of this work is devoted to development of the UT method using the so-called clothing procedure in RQFT. This procedure has two aspects.

On the one hand, we express with its aid a total Hamiltonian H for interacting fields in terms of the new operators which correspond to the creation (destruction) of clothed particles. The latter possess, by definition, the properties of observed (physical) particles and are as a matter of fact «quasiparticles» within our approach, if one draws a parallel with the method of canonical transformations in quantum theory (see, e.g., [55], §§52, 84). On the other hand, such representation for H , being implemented partially or perfectly, enables us to formulate an approach to solution of the H eigenvalue problem.

We have discussed in detail various UT of H in Sec. 6. In this connection, we distinguish two kinds of UT's destined for approximate determination of H eigenstates. Both may be deduced from the relation between the Hamiltonian H matrices with respect to two different sets of basis vectors.

The first kind may be written as $H' = U^\dagger H U$, where H is the input Hamiltonian which is subject to UT, the transformed operator H' being not equal to the input one. However, H eigenstates can be obtained from those of H' using U (see Subsec. 6.3).

The second kind is determined as $H = U^\dagger \tilde{H} U$ ($U = W^\dagger$). Now, the transformed Hamiltonian is the input one, but differently represented, while the operator $\tilde{H} \neq H$ is related to H in a simple way. These kinds of UT's are used in literature but authors sometimes overlook that H' eigenstates do not coincide with those of H .

Applying either of such UT's one may impose different constraints on the form of the transformed Hamiltonian that leads to the definite recipes for constructing the corresponding unitary operators. We have shown the resemblances and distinctions of some known applications of the UT method: the clothing procedure, the approach by Heitler and Sato, and Okubo's block-diagonalization (Secs. 5 and 6). One should note that in all applications the unitary operator U is determined approximately (with the exception of simple models).

Our consideration of the problem of bound and scattering states differs from akin approaches (cf., [9,35]) with the following distinctive feature. Our interactions between clothed particles (as an illustration, the πN and NN quasipotentials) are parts of a single operator K_{ZA} which can be regarded as a zeroth approximation to the total Hamiltonian. If the NN system is considered, then K_{ZA} generates the NN Hamiltonian, whereas for the πN system K_{ZA} gives rise to the πN Hamiltonian. This makes clear the relation of the eigenstates of such Hamiltonian to the eigenstates of the original field Hamiltonian: the former are some approximations to the latter.

One should point out that nonlocal properties of these quasipotentials have a relativistic origin. In this context, we would like to note a growing interest in similar relativistic effects in the modern theories of nuclear forces (see, e.g., [56,57] and refs. therein). We show how the mass renormalization program is

realized within the approach developed here. The transformed Hamiltonian when expressed in terms of clothed operators turns out to be dependent on renormalized (physical) masses and not bare ones. Some tricks shown in App. A can be useful in future calculations of the radiative corrections (renormalizations) to bare (trial) masses for field models with a cutoff in the momentum representation.

We prove that clothing UT's remove the undesired («bad») terms simultaneously from the Hamiltonian and the generators of Lorentz boosts. Our proof is valid for any RQFT model (see Sec. 3).

Our three-dimensional formalism is covariant in that sense that we give definite prescriptions for the transformation properties of the clothed states with respect to the Lorentz boosts.

With the help of a simple example, we demonstrate in App. B that the clothing transformation W of Sec. 2 may happen to be implemented not by a unitary operator in its usual mathematical sense. We argue that W ought to be understood as an element of some algebra (lacking any operator representation), being unitary in an algebraic sense.

At last, we show in App. C original tricks and results concerning a nonperturbative solution of Okubo's decoupling equation.

We believe that the concept of clothed particles and the approach exposed here can be applied to different areas of the nuclear physics: from the theory of nuclear structure to description of nuclear reactions including the processes with meson production.

Acknowledgements. This work was supported by a grant from Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft, Forschung und Technologie. One of us (A.S.) is very grateful to W. Glöckle for many genuine and therefore fruitful discussions during the recent visit to Institut für Theoretische Physik II (Bochum).

APPENDIX A

Three-Operator Clothing Transformation for the Yukawa Model. Four-Operator Interactions between Clothed Particles and Their Normal Ordering. The defining equations for the Yukawa model are given in Sec. 2. We use throughout this article notations of [38] assuming, in particular, $\gamma_\mu^\dagger = \gamma_0 \gamma_\mu \gamma_0$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$), $\hat{q} = q^\mu \gamma_\mu$, $\gamma_5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = \gamma_5^\dagger$ and $\gamma_5^2 = 1$.

A1. Three-operator clothing transformation $W = \exp R$, see Sec. 2.4, can be found by solving the equation $[R, H_F] + V = 0$. The antihermitian operator R is assumed to be of the form $R = \mathcal{R} - \mathcal{R}^\dagger$ with \mathcal{R} given by Eq. (2.22). The commutator $[R, H_F]$ can be directly evaluated by using the commutation relations (2.5). Then we obtain the equations for the coefficients R_{ij} involved in \mathcal{R} , see

Eq. (2.22). Their solutions are

$$\begin{aligned} R_{11}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) &= V_{11}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r)/(E_{\mathbf{p}'} - E_{\mathbf{p}} - \omega_{\mathbf{k}}) , \\ R_{12}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) &= V_{12}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r)/(E_{\mathbf{p}'} + E_{\mathbf{p}} - \omega_{\mathbf{k}}) , \\ R_{21}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) &= V_{21}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r)/(-E_{\mathbf{p}'} - E_{\mathbf{p}} - \omega_{\mathbf{k}}) , \\ R_{22}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) &= V_{22}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r)/(-E_{\mathbf{p}'} + E_{\mathbf{p}} - \omega_{\mathbf{k}}) . \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Here we have used the notations

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{cc} V_{11}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) & V_{12}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) \\ V_{21}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) & V_{22}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) \end{array} \right] &= i \frac{g}{(2\pi)^{3/2}} \frac{m}{\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}} E_{\mathbf{p}'} E_{\mathbf{p}}}} \delta(\mathbf{p} + \mathbf{k} - \mathbf{p}') \times \\ &\times \left[\begin{array}{cc} \bar{u}(\mathbf{p}', r')\gamma_5 u(\mathbf{p}, r) & \bar{u}(\mathbf{p}', r')\gamma_5 v(-\mathbf{p}, r) \\ \bar{v}(\mathbf{p}', r')\gamma_5 u(\mathbf{p}, r) & \bar{v}(\mathbf{p}', r')\gamma_5 v(-\mathbf{p}, r) \end{array} \right] \equiv V^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) . \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Eqs. (A.1) have meaning if the denominators in their r.h.s. are not zero (note that $\mathbf{p} + \mathbf{k} - \mathbf{p}' = 0$ according to (A.2)). One can show that this is the case under the condition

$$\mu < 2m . \quad (\text{A.3})$$

The physical sense of this condition is discussed in Subsec. 2.4.

Alternatively, the solution R of Eq. (2.21) can be represented as

$$R = -i \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \int_0^\infty V(t) e^{-\varepsilon t} dt , \quad (\text{A.4})$$

where $V(t) = \exp(iH_F t)V\exp(-iH_F t)$ is the interaction operator in the Dirac picture. Obviously, $V(t)$ is determined by Eq. (2.16) where the operators $a_c(\mathbf{k})$, $b_c(\mathbf{p}, r)$ and $d_c(\mathbf{p}, r)$ are replaced by $a_c(\mathbf{k})\exp(-i\omega_{\mathbf{k}}t)$, $b_c(\mathbf{p}, r)\exp(-iE_{\mathbf{p}}t)$ and $d_c(\mathbf{p}, r)\exp(-iE_{\mathbf{p}}t)$, respectively. Therefore, the evaluation of R is reduced to integrals of the kind

$$\int_0^\infty e^{i(x+i\varepsilon)t} dt = \frac{i}{x + i\varepsilon} , \quad (\text{A.5})$$

where x is any of the denominators in (A.1) and $\varepsilon > 0$ *. The limit $\varepsilon \rightarrow 0+$ in Eq. (A.4) exists, and it is finite if the inequality (A.3) takes place, i.e., if $x \neq 0$. This evaluation of R shows readily that the solution given by Eq. (A.4) coincides with that determined by Eqs. (A.1). Also, one can directly verify that (A.4) meets Eq. (2.21). In fact, we have

$$[R, H_F] = -i \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \int_0^\infty e^{-\varepsilon t} [V(t), H_F] dt =$$

*According to the prescription given by Eq. (A.4) the positive parameter ε should be put equal to zero at the end of the calculations.

$$= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \int_0^\infty e^{-\varepsilon t} \frac{\partial}{\partial t} V(t) dt = -V . \quad (\text{A.6})$$

The last equality follows (under the condition $\mu < 2m$) if one calculates $\frac{\partial}{\partial t} V(t)$ and then integrates with the help of (A.5). We use the form (A.4) in Sec. 3 when constructing the Lorentz boosts in terms of the clothed operators.

A2. Evaluation of $[R, V]$ is a tedious exercise that can be simplified with the aid of a more compact notation. Indeed, expressions (2.16) and (2.22) for V and R contain the identical operator structure, viz.,

$$\begin{aligned} b_c^\dagger(\mathbf{p}', r') X_{11}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) b_c(\mathbf{p}, r) + b_c^\dagger(\mathbf{p}', r') X_{12}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) d_c^\dagger(-\mathbf{p}, r) + \\ + d_c(-\mathbf{p}', r') X_{21}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) b_c(\mathbf{p}, r) + d_c(-\mathbf{p}', r') X_{22}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) d_c^\dagger(-\mathbf{p}, r) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

with definite c-number coefficients $X_{ij}^{\mathbf{k}}$ ($i, j = 1, 2$).

Now, let us rewrite (A.7) as a matrix product

$$(b_c^\dagger(\mathbf{p}', r'), d_c(-\mathbf{p}', r')) \begin{bmatrix} X_{11}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) & X_{12}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) \\ X_{21}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) & X_{22}^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} b_c(\mathbf{p}, r) \\ d_c^\dagger(-\mathbf{p}, r) \end{pmatrix} \equiv \\ \equiv F^\dagger(\mathbf{p}', r') X^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) F(\mathbf{p}, r) , \quad (\text{A.8})$$

where along with the 2×2 matrix $X^{\mathbf{k}}$ composed of the coefficients $X_{ij}^{\mathbf{k}}$ (cf. Eq. (A.2)) we have introduced the operator column F and row F^\dagger ,

$$F(\mathbf{p}, r) = \begin{pmatrix} b_c(\mathbf{p}, r) \\ d_c^\dagger(-\mathbf{p}, r) \end{pmatrix} , \quad F^\dagger(\mathbf{p}', r') = (b_c^\dagger(\mathbf{p}', r'), d_c(-\mathbf{p}', r')) .$$

The subsequent operations become even more concise after adopting the convention

$$\int d\mathbf{p}' \int d\mathbf{p} \sum_{r'r} F^\dagger(\mathbf{p}', r') X^{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) F(\mathbf{p}, r) \equiv F^\dagger X^{\mathbf{k}} F . \quad (\text{A.8}')$$

Under these notations, Eqs. (2.16) and (2.22) look as

$$\begin{aligned} V = \int d\mathbf{k} F^\dagger V^{\mathbf{k}} F [a_c(\mathbf{k}) + a_c^\dagger(-\mathbf{k})] = \\ = \int d\mathbf{k} F^\dagger V^{\mathbf{k}} F a_c(\mathbf{k}) + \text{H.c.} \equiv \mathcal{V} + \mathcal{V}^\dagger , \\ R = \int d\mathbf{k} F^\dagger R^{\mathbf{k}} F a_c(\mathbf{k}) - \text{H.c.} = \mathcal{R} - \mathcal{R}^\dagger , \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

where H.c. means taking the Hermitian conjugate of the first terms. Note that $(V^{\mathbf{k}})^\dagger = V^{\mathbf{k}}$.

A.3. After these preliminaries, we have

$$[R, V] = [\mathcal{R} - \mathcal{R}^\dagger, V] = [\mathcal{R}, V] + [V^\dagger, \mathcal{R}^\dagger] = [\mathcal{R}, V] + \text{H.c.} \quad (\text{A.10})$$

Keeping this in mind, it is sufficient to evaluate

$$[\mathcal{R}, V] = [\mathcal{R}, \mathcal{V}] + [\mathcal{R}, \mathcal{V}^\dagger]. \quad (\text{A.11})$$

By using the definitions from (A.9) and carrying out straightforward operator algebra, we obtain step by step

$$\begin{aligned} [\mathcal{R}, \mathcal{V}] &= \int d\mathbf{k}_1 \int d\mathbf{k}_2 [F^\dagger R^{\mathbf{k}_1} F, F^\dagger V^{\mathbf{k}_2} F] a_c(\mathbf{k}_1) a_c(\mathbf{k}_2) = \\ &= \int d\mathbf{k}_1 \int d\mathbf{k}_2 F^\dagger [R^{\mathbf{k}_1}, V^{\mathbf{k}_2}] F a_c(\mathbf{k}_1) a_c(\mathbf{k}_2), \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

where in accordance with Eq. (A.8')

$$F^\dagger [R^{\mathbf{k}_1}, V^{\mathbf{k}_2}] F = \int d\mathbf{p}' \int d\mathbf{p} \sum_{r'r} F^\dagger(\mathbf{p}', r') [R^{\mathbf{k}_1}, V^{\mathbf{k}_2}](\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) F(\mathbf{p}, r),$$

and it is implied that

$$\begin{aligned} [R^{\mathbf{k}_1}, V^{\mathbf{k}_2}](\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) &= \\ &= \int d\mathbf{q} \sum_s [R^{\mathbf{k}_1}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{q}s) V^{\mathbf{k}_2}(\mathbf{q}s; \mathbf{p}r) - V^{\mathbf{k}_2}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{q}s) R^{\mathbf{k}_1}(\mathbf{q}s; \mathbf{p}r)]. \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

In the above calculations it has been convenient to employ the identity

$$[AB, CD] = A\{B, C\}D - \{A, C\}BD - C\{D, A\}B + CA\{D, B\}$$

for four operators A , B , C , and D .

Further, after applying another useful relation

$$[AB, CD] = A[B, C]D + [A, C]DB + AC[B, D] + C[A, D]B,$$

a similar derivation for $[\mathcal{R}, \mathcal{V}^\dagger]$ results in

$$\begin{aligned} [\mathcal{R}, \mathcal{V}^\dagger] &= \int d\mathbf{k}_1 \int d\mathbf{k}_2 \{F^\dagger [R^{\mathbf{k}_1}, V^{-\mathbf{k}_2}] F a_c^\dagger(\mathbf{k}_2) a_c(\mathbf{k}_1) + \\ &\quad + \delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) F^\dagger R^{\mathbf{k}_1} F \cdot F^\dagger V^{-\mathbf{k}_2} F\}. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Now, we see that the g^2 -order commutator $[R, V]$ brings in the total Hamiltonian K , see Eq. (2.23), the interaction terms which describe the following real physical processes:

- a) the $\pi\pi \rightarrow f\bar{f}$ creation and the $f\bar{f} \rightarrow \pi\pi$ annihilation from $[\mathcal{R}, \mathcal{V}]$ (see Eq. (A.12)) and its H.c.;
- b) the $\pi f \rightarrow \pi f$, $\pi\bar{f} \rightarrow \pi\bar{f}$, $ff \rightarrow ff$, $ff\bar{f} \rightarrow f\bar{f}$ and $\bar{f}\bar{f} \rightarrow \bar{f}\bar{f}$ scatterings from $[\mathcal{R}, \mathcal{V}^\dagger]$ and its H.c. (see (A.14)).

In addition to these contributions, $[R, V]$ contains interactions, which have nonvanishing matrix elements between the vacuum Ω and two-particle states (e.g., those responsible for the virtual process $\Omega \rightarrow \pi\pi$), and between Ω and four-particle states (e.g., for transitions $\Omega \rightarrow \pi\pi f\bar{f}$). There are also interactions responsible for the transitions: one particle \rightarrow three particles and one particle \rightarrow one particle. Except the latter, all these terms are «bad», i.e., they hinder Ω and one-particle states to be K eigenstates.

For example, let us consider the term $d_c d_c^\dagger a_c a_c$ which enters in $[\mathcal{R}, \mathcal{V}]$. It has nonzero matrix element $\langle \Omega | d_c d_c^\dagger a_c a_c | \pi\pi \rangle$ that becomes evident after normal ordering,

$$\begin{aligned} d_c(-\mathbf{p}', r') d_c^\dagger(-\mathbf{p}, r) a_c(\mathbf{k}_1) a_c(\mathbf{k}_2) = \\ = -d_c^\dagger(-\mathbf{p}, r) d_c(-\mathbf{p}', r') a_c(\mathbf{k}_1) a_c(\mathbf{k}_2) + \delta_{r' r} \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) a_c(\mathbf{k}_1) a_c(\mathbf{k}_2). \end{aligned}$$

This illustration shows that normal ordering is a constructive tool in the framework of our clothing procedure. As in many applications of the method of second quantization (e.g., in field theories of the evolution operator or the S -matrix), this operation enables us to classify the separate contributions to the original Hamiltonian at every stage of the clothing procedure.

A4. Now, we shall discuss in detail the origin of two-operator meson terms which stem from the commutator $[R, V]$. They are essential elements in our treatment of the particle mass renormalization (see Sec. 2.5). These terms appear after reshuffling the operators of the expressions $F^\dagger[R^{\mathbf{k}_1}, V^{\mathbf{k}_2}]Fa_c(\mathbf{k}_1)a_c(\mathbf{k}_2)$ (see Eq. (A.12)) and $F^\dagger[R^{\mathbf{k}_1}, V^{-\mathbf{k}_2}]Fa_c^\dagger(\mathbf{k}_2)a_c(\mathbf{k}_1)$ (see Eq. (A.14)) into normal order.

In the first case, it touches upon the terms of the dd^\dagger -kind and leads to

$$F^\dagger[R^{\mathbf{k}_1}, V^{\mathbf{k}_2}]F =: F^\dagger[R^{\mathbf{k}_1}, V^{\mathbf{k}_2}]F : + \text{Tr}[R^{\mathbf{k}_1}, V^{\mathbf{k}_2}]_{22}, \quad (\text{A.15})$$

where

$$\text{Tr}[R^{\mathbf{k}_1}, V^{\mathbf{k}_2}]_{22} \equiv \int d\mathbf{p} \sum_r [R^{\mathbf{k}_1}, V^{\mathbf{k}_2}]_{22}(\mathbf{p}r; \mathbf{p}r), \quad (\text{A.16})$$

$$[R^{\mathbf{k}_1}, V^{\mathbf{k}_2}]_{22}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{p}r) \equiv$$

$$\begin{aligned} &\equiv \int d\mathbf{q} \sum_j \sum_s [R_{2j}^{\mathbf{k}_1}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{q}s) V_{j2}^{\mathbf{k}_2}(\mathbf{q}s; \mathbf{p}r) - V_{2j}^{\mathbf{k}_2}(\mathbf{p}'r'; \mathbf{q}s) R_{j2}^{\mathbf{k}_1}(\mathbf{q}s; \mathbf{p}r)]. \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

The trace Tr is evaluated using the properties of the γ -matrices and Dirac spinors. We find with the solutions (A.1)

$$\begin{aligned} \text{Tr}[R^{\mathbf{k}_1}, V^{\mathbf{k}_2}]_{22} &= 2 \frac{t_{\mathbf{k}_1}}{\omega_{\mathbf{k}_1}} \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) , \quad (\text{A.18}) \\ t_{\mathbf{k}} &= \frac{g^2}{4(2\pi)^3} \int d\mathbf{p} \frac{m^2}{E_{\mathbf{p}} E_{\mathbf{p}-\mathbf{k}}} \times \\ &\times \left\{ \frac{\text{Sp}[\Lambda_-(-\mathbf{p})\Lambda_-(\mathbf{p}-\mathbf{k})]}{E_{\mathbf{p}} + \omega_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{p}-\mathbf{k}}} + \frac{\text{Sp}[\Lambda_-(-\mathbf{p})\Lambda_+(\mathbf{p}+\mathbf{k})]}{E_{\mathbf{p}} + \omega_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{p}-\mathbf{k}}} + \right. \\ &+ \left. \frac{\text{Sp}[\Lambda_-(-\mathbf{p})\Lambda_-(\mathbf{p}-\mathbf{k})]}{E_{\mathbf{p}} - \omega_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{p}-\mathbf{k}}} + \frac{\text{Sp}[\Lambda_-(-\mathbf{p})\Lambda_+(-\mathbf{p}+\mathbf{k})]}{E_{\mathbf{p}} - \omega_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{p}-\mathbf{k}}} \right\} \quad (\text{A.19}) \end{aligned}$$

with the notations $\Lambda_+(\Lambda_-)$ for the projection operators onto the nucleon positive (negative)-energy states:

$$\Lambda_{\pm}(\mathbf{q}) = \frac{\pm q + m}{2m} .$$

While deriving Eq. (A.19), we have taken into account that

$$\sum_s \bar{v}(\mathbf{p}s) O v(\mathbf{p}s) = -\text{Sp}\{\Lambda_-(\mathbf{p})O\} ,$$

where O is a combination of γ -matrices.

Of course, one can collect the similar terms with the same numerators in the r.h.s. of Eq. (A.19) (e.g., the first term with the third one inside the curly brackets). However, we prefer other continuation that enables us to get immediately an explicitly covariant form of $t_{\mathbf{k}}$.

First of all, we find

$$\begin{aligned} \text{Sp}[\Lambda_-(-\mathbf{p})\Lambda_-(\mathbf{p}-\mathbf{k})] &= \frac{E_{\mathbf{p}} E_{\mathbf{p}-\mathbf{k}} + \mathbf{p} \cdot (\mathbf{p}-\mathbf{k}) + m^2}{m^2} , \\ \text{Sp}[\Lambda_-(-\mathbf{p})\Lambda_+(-\mathbf{p}+\mathbf{k})] &= \frac{E_{\mathbf{p}} E_{\mathbf{p}-\mathbf{k}} - \mathbf{p} \cdot (\mathbf{p}-\mathbf{k}) - m^2}{m^2} . \end{aligned}$$

Substituting these expressions into (A.19) and uniting therein the first term with the second one and the third term with the fourth one it can be shown that

$$t_{\mathbf{k}} = \frac{g^2}{2(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{p}}{E_{\mathbf{p}}} \left\{ \frac{p_{-k}}{\mu^2 + 2p_{-k}} + \frac{pk}{\mu^2 - 2pk} \right\} , \quad (\text{A.20a})$$

or

$$t_{\mathbf{k}} = \frac{g^2}{2(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{p}}{E_{\mathbf{p}}} \left\{ 1 + \frac{\mu^4}{4(pk)^2 - \mu^4} \right\} \quad (\text{A.20b})$$

with $p_- = (E_{\mathbf{p}}, -\mathbf{p})$, $p = (E_{\mathbf{p}}, \mathbf{p})$ and $k = (\omega_{\mathbf{k}}, \mathbf{k})$.

Since this integral is a Lorentz–scalar, one can write

$$t_{\mathbf{k}} = t_{\mathbf{k}=0} = \frac{g^2}{2(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{p}}{E_{\mathbf{p}}} \left\{ 1 + \frac{\mu^2}{4E_{\mathbf{p}}^2 - \mu^2} \right\} \quad (\text{A.21})$$

or

$$t_{\mathbf{k}} = \frac{g^2}{4\pi^2} \left\{ I_1 + \frac{\mu^2}{4} \left[I_2 - \frac{\sqrt{4m^2 - \mu^2}}{\mu} \arctan \frac{\mu}{\sqrt{4m^2 - \mu^2}} \right] \right\}, \quad (\text{A.22})$$

where the integrals

$$I_1 = \int_0^\infty \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + m^2}} dx$$

and

$$I_2 = \int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x^2 + m^2}}$$

are, respectively, quadratically and logarithmically divergent.

Now, the resulting contribution to $[\mathcal{R}, \mathcal{V}]$ which is of the $a_c a_c$ -kind can be written as

$$2 \int d\mathbf{k}_1 \int d\mathbf{k}_2 \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \frac{t_{\mathbf{k}_1}}{\omega_{\mathbf{k}_1}} a_c(\mathbf{k}_1) a_c(\mathbf{k}_2) = 2 \int d\mathbf{k} \frac{t_{\mathbf{k}}}{\omega_{\mathbf{k}}} a_c(\mathbf{k}) a_c(-\mathbf{k}). \quad (\text{A.23})$$

The commutator $[R, V]$ includes also the Hermitian conjugate of $[\mathcal{R}, \mathcal{V}]$. Therefore, we obtain from $[\mathcal{R}, \mathcal{V}] + \text{H.c.}$ the following “bad” two-operator meson contribution:

$$2 \int d\mathbf{k} \frac{t_{\mathbf{k}}}{\omega_{\mathbf{k}}} \{a_c(\mathbf{k}) a_c(-\mathbf{k}) + a_c^\dagger(\mathbf{k}) a_c^\dagger(-\mathbf{k})\}. \quad (\text{A.24})$$

In the case of $F^\dagger [R^{\mathbf{k}_1}, V^{-\mathbf{k}_2}] F a_c^\dagger(\mathbf{k}_2) a_c(\mathbf{k}_1)$ (see the beginning of this subsection) after normal ordering of the dd^\dagger -kind terms one has to deal with $\text{Tr}[R^{\mathbf{k}_1}, V^{-\mathbf{k}_2}]_{22}$ that differs from Eq. (A.16) only by the replacement $\mathbf{k}_2 \rightarrow -\mathbf{k}_2$. Therefore, we obtain from $[\mathcal{R}, \mathcal{V}^\dagger]$ the following expression bilinear in the meson operators:

$$2 \int d\mathbf{k} \frac{t_{\mathbf{k}}}{\omega_{\mathbf{k}}} a_c^\dagger(\mathbf{k}) a_c(\mathbf{k}). \quad (\text{A.25})$$

The same expression stems from the H.c. of $[\mathcal{R}, \mathcal{V}^\dagger]$.

Finally, uniting all these results one can write the entire contribution from $\frac{1}{2}[R, V]$ to $K(\alpha)$, which is bilinear in the meson operators,

$$\int d\mathbf{k} \frac{t_{\mathbf{k}}}{\omega_{\mathbf{k}}} \{2a_c^\dagger(\mathbf{k}) a_c(\mathbf{k}) + a_c(\mathbf{k}) a_c(-\mathbf{k}) + a_c^\dagger(\mathbf{k}) a_c^\dagger(-\mathbf{k})\}. \quad (\text{A.26})$$

APPENDIX B

Mathematical Aspects of the Clothing UT. By way of a simple example we shall show that W used in the framework of «clothing» approach (see Sec. 2) may happen to be not a unitary operator in the usual sense: unitary operator transforms vectors of a Hilbert space into vectors of the same space, the scalar products being conserved. We argue that W need not be such an operator, viz., the clothing program can be described using an algebraic language as if W is an element of some algebra, being unitary in an algebraic sense. Our example shows that such W can have a representation by an operator that transforms vectors of a Hilbert space \mathcal{H}_0 into vectors of another Hilbert space \mathcal{H} which is orthogonal to \mathcal{H}_0 . In general, the operator representation of W turns out to be unnecessary because W is not used in calculations of probability amplitudes, expectation values and other quantities which have physical interpretation. We note that «clothing» allows us to choose a proper Hilbert space for field model with the total Hamiltonian $H = H_0 + H_I$. This space usually is different from the space spanned on H_0 eigenvectors.

B1. The clothing program can explicitly be carried out in the following model. The scalar (meson) field $\phi(x)$ interacts with a fixed (external) source, the Hamiltonian being $H = H_0^{\text{mes}} + g \int \phi(\mathbf{x}) f(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$, where H_0^{mes} is the free meson Hamiltonian (see Eq.(2.1)). The Hamiltonian can be represented as

$$H = \int \omega_{\mathbf{k}}^0 a^\dagger(\mathbf{k}) a(\mathbf{k}) d\mathbf{k} + \int \omega_{\mathbf{k}}^0 [v(\mathbf{k}) a(\mathbf{k}) + v^*(\mathbf{k}) a^\dagger(\mathbf{k})] d\mathbf{k} \quad (\text{B.1})$$

with

$$v(\mathbf{k}) = \frac{g}{\sqrt{2(2\pi\omega_{\mathbf{k}}^0)^3}} \tilde{f}(\mathbf{k}),$$

where $\omega_{\mathbf{k}}^0 = \sqrt{\mathbf{k}^2 + \mu_0^2}$. The Fourier transform $\tilde{f}(\mathbf{k})$ of the source function $f(\mathbf{x})$ is a constant if the source is point-like: $f(\mathbf{x}) \sim \delta(\mathbf{x})$.

In accordance with the recipe (A.4) we find the corresponding clothing transformation $W = \exp R \equiv W(a_c) = W(a)$ with its generator

$$R = \int v(\mathbf{k}) [a^\dagger(\mathbf{k}) - a(\mathbf{k})] d\mathbf{k}. \quad (\text{B.2})$$

When deriving this expression, it is convenient to exploit the relation

$$e^{iH_0^{\text{mes}} t} a(\mathbf{k}) e^{-iH_0^{\text{mes}} t} = e^{-i\omega_{\mathbf{k}}^0 t} a(\mathbf{k}).$$

For brevity, we suppose that the form factor $v(\mathbf{k})$ is real ($v^*(\mathbf{k}) = v(\mathbf{k})$).

Further, one can verify that

$$a(\mathbf{k}) = W a_c(\mathbf{k}) W^\dagger = a_c(\mathbf{k}) - v(\mathbf{k}) \quad (\text{B.3})$$

and

$$H = K(a_c) = \int \omega_{\mathbf{k}}^0 a_c^\dagger(\mathbf{k}) a_c(\mathbf{k}) - L , \quad (\text{B.4})$$

where $L = \int v(\mathbf{k})^2 d\mathbf{k}$ is the c-number that shifts the H spectrum.

Thus, this transformation W not only removes from H the «bad» terms (linear in a and a^\dagger) but it reduces the primary eigenvalue problem to a very simple one. In our model $K(a_c)$ does not contain interaction terms: clothed particles (mesons) turn out to be free.

Now, we are interested in the clothed no-particle state, i.e., the vector Ω such that

$$a_c(\mathbf{k})\Omega = 0, \quad \forall \mathbf{k} \quad (\text{B.5})$$

with

$$\langle \Omega | \Omega \rangle = 1.$$

One can show that the vector $W^\dagger(a)\Omega_0$ obeys the condition (B.5). In fact,

$$a_c(\mathbf{k})W^\dagger(a)\Omega_0 = W^\dagger a(\mathbf{k})\Omega_0 = 0. \quad (\text{B.6})$$

So, one can put $\Omega = W^\dagger(a)\Omega_0$, i.e.,

$$\begin{aligned} \Omega &= \exp \left\{ - \int v(\mathbf{k}) [a^\dagger(\mathbf{k}) - a(\mathbf{k})] d\mathbf{k} \right\} \Omega_0 = \\ &= \exp(-L/2) \exp \left\{ - \int v(\mathbf{k}) a^\dagger(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \right\} \Omega_0. \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Here, we have used the Hausdorff–Weyl formula,

$$e^{A+B} = e^A e^B e^{-1/2[A,B]} \quad (\text{B.8})$$

for the two operators A and B such that $[A, B]$ commutes with A and B .

Equation (B.7) represents the «clothed» vacuum Ω as the superposition of «bare» states

$$\Omega_0, \quad a^\dagger(\mathbf{k}_1)\Omega_0, \quad a^\dagger(\mathbf{k}_1)a^\dagger(\mathbf{k}_2)\Omega_0, \dots \quad (\text{B.9})$$

Expansions similar to (B.7) can be written for «clothed» one-particle state $a_c^\dagger(\mathbf{k})\Omega$ as well as for all vectors of the kind

$$W^\dagger a^\dagger(\mathbf{k}_1) \dots a^\dagger(\mathbf{k}_n)\Omega_0 = a_c^\dagger(\mathbf{k}_1) \dots a_c^\dagger(\mathbf{k}_n) W^\dagger \Omega_0 , \quad (\text{B.10})$$

each of them being the H eigenvector.

The states (B.9) are the H_0 eigenvectors and they form the basis of the Fock (Hilbert) space \mathcal{H}_0 . The set

$$\Omega, \quad a_c^\dagger(\mathbf{k}_1)\Omega, \quad a_c^\dagger(\mathbf{k}_1)a_c^\dagger(\mathbf{k}_2)\Omega, \dots \quad (\text{B.11})$$

of the H eigenvectors is the basis of the Hilbert space which we shall call \mathcal{H} . We see that in our model with the cutoff function $v(\mathbf{k})$ which decreases rapidly enough to yield a finite normalization factor $\exp(-L/2)$, the space \mathcal{H} can be spanned onto the vectors (B.9).

It is not the case in the model with a «soft» form factor $v(\mathbf{k})$. Indeed, if $L = \infty$ (this occurs, e.g., for the point-like source), then we obtain the zero values for all $W^\dagger \Omega_0$ projections on the vectors (B.9). Moreover, all vectors (B.10) are orthogonal to \mathcal{H}_0 if $L = \infty$. We may conclude that all vectors (B.11) are zero if \mathcal{H}_0 is assumed to be the complete space of states. The operator W^\dagger transforms all \mathcal{H}_0 vectors into the zero one and therefore cannot be called the unitary operator because the latter, by definition, must transform vectors from \mathcal{H}_0 into vectors from \mathcal{H}_0 and conserve the scalar product in the space.

Note that in the case with $L \rightarrow \infty$ there are different ways for calculating the scalar product $\langle \Omega | \Omega \rangle = \langle W^\dagger \Omega_0 | W^\dagger \Omega_0 \rangle$. On the one hand, putting $L = \infty$ in Eq.(B.7), we obtain $W^\dagger \Omega_0 = 0$ once \mathcal{H}_0 is complete. Therefore, $\langle W^\dagger \Omega_0 | W^\dagger \Omega_0 \rangle = 0$. On the other hand, calculating at first $\langle \Omega | \Omega \rangle$ at finite L , we obtain unity for any L , i.e., such limit of $\langle W^\dagger \Omega_0 | W^\dagger \Omega_0 \rangle$ as $L \rightarrow \infty$ is unity*.

B2. So, in the case $L = \infty$ the standard approach that is relied upon the initial Hilbert space \mathcal{H}_0 does not allow one to find H eigenstates (B.11). The situation was clarified by Van Hove [49]. He considered H as an operator in the space constructed as the infinite product of the Hilbert spaces for the oscillators $\omega_k a^\dagger(k) a(k)$ (Van Hove assumes that k runs discrete values). This extended space is not a Hilbertian one, but it can be decomposed into a direct sum of mutually orthogonal Hilbert spaces, \mathcal{H}_0 being one of them (e.g., see [50–52]).

By using this space Van Hove has proved that the H eigenvector which belongs to the least H eigenvalue (it coincides with the no-particle state Ω because of Eq.(B.4)) has unit norm and is orthogonal to \mathcal{H}_0 . Moreover, all H eigenvectors (B.11) are orthogonal to \mathcal{H}_0 . The vectors (B.11) form the basis of another Hilbert space which is orthogonal to \mathcal{H}_0 . We have called it \mathcal{H} above.

Of course, the model under discussion is too simplified and the resulting theory is equivalent to the free one, viz., H contains no interaction terms after «clothing» (see Eq. (B.4)). But it enables us to suspect that in nontrivial cases the total Hamiltonian eigenvectors may happen to be orthogonal to the initial Hilbert space \mathcal{H}_0 , i.e., «bare» states space or space of the eigenvectors of the free part H_0 of the total Hamiltonian. On this ground one may cast doubt about validity of the usual quantum postulate that H as well as other observables can be

*In the context, we find in [15] (Ch. XII) that $\langle \Omega | \Omega \rangle = \infty$ at $L = \infty$. It follows from the supposition made therein that the projection $\Phi^{(0)} = \langle \Omega_0 | \Omega \rangle$ is not zero at $L = \infty$. However, this supposition is wrong (see Eq. (B.7) and Van Hove paper [49]).

defined initially as operators in \mathcal{H}_0 . One can also anticipate that the «clothing» transformation may not be unitary operator in \mathcal{H}_0 .

B3. In order to avoid the troubles described above we suggest the following algebraic approach to the quantum field theory. We consider all the operators occurred in quantum field theory as elements of an algebra, devoid of operator representation. This means that *ab initio* we do not introduce the notion of vectors, describing states of the physical system. In this algebra besides the addition and multiplication of elements an operation of involution \dagger is defined, which corresponds to the Hermitian conjugation in the operator language (see, e.g., [53](§1.5) and [54](Ch. III)). The algebra contains A^\dagger along with the element A . All elements of the algebra (in particular, the Hamiltonian) can be expressed in terms of some basic algebraic elements. In the case of Yukawa model the latter are

$$a(\mathbf{k}), a^\dagger(\mathbf{k}), b(\mathbf{p}, r), b^\dagger(\mathbf{p}, r), d(\mathbf{p}, r), d^\dagger(\mathbf{p}, r) \quad \forall \mathbf{k}, \mathbf{p}, r. \quad (\text{B.12})$$

The multiplication operation is noncommutative: AB may not be equal to BA . The commutators $[A, B]$ for basic elements are assumed to be known (see, e.g., Eq. (2.3)), then the commutators of any two elements can be calculated.

The «clothing» program can be formulated and realized using this algebraic language. For example, the requirements i) and ii) from Sec. 2 can be replaced by equivalent ones: the Hamiltonian H when expressed in terms of new basic elements α_p (instead of the starting elements denoted as a_p in Sec. 2) must not contain «bad» terms (see Subsec. 2.4). The elements α_p and a_p are connected by the isomorphic transformation $\alpha_p = W^\dagger a_p W$, W being a unitary element of the algebra, i.e., such that $W^\dagger W = WW^\dagger = 1$. Let us stress that $W^\dagger a_p W$ is calculated using purely algebraic means, namely commutation relations and Eq. (2.15).

Of course, our theory must provide numbers, which can be compared with experimental data (cross sections, expectation values, etc.). In quantum mechanics this is accomplished by means of the realization of the above algebraic elements as operators in a vector space. We define the space as follows.

After «clothing» we introduce the additional notion of a state Ω (cyclic state) such that

$$a_c(\mathbf{k})\Omega = b_c(\mathbf{p}, r)\Omega = d_c(\mathbf{p}, r)\Omega = 0 \quad \forall \mathbf{k}, \mathbf{p}, r.$$

This state coincides with the H eigenstate corresponding to the least H eigenvalue. We assume that the observable no-particle state is described by Ω . By assumption observable one-particle states are described by the states

$$a_c^\dagger(\mathbf{k})\Omega, \quad b_c^\dagger(\mathbf{p}, r)\Omega, \quad d_c^\dagger(\mathbf{p}, r)\Omega.$$

The vectors

$$a_c^\dagger(\mathbf{k}_1) \dots a_c^\dagger(\mathbf{k}_n)\Omega, \quad b_c^\dagger(\mathbf{p}_1, r_1) \dots b_c^\dagger(\mathbf{p}_n, r_n)\Omega, \dots \quad (n \geq 2)$$

can be chosen as the remaining basic vectors of our Hilbert space \mathcal{H} . Using the vectors one can calculate quantities of physical interest in the usual manner.

One may say that one of the goals of the «clothing» is to select a Hilbert space which would be suitable for the given field Hamiltonian H . The first-quantized quantum mechanics uses only one universal Hilbert space for different Hamiltonians, the second-quantized theory needs distinct spaces for different interactions (e.g., for different values of the coupling constant g).

The approach described above needs not initial space \mathcal{H}_0 . We need not to consider W as an operator in a space. Algebraically W is defined as a unitary element of the described algebra. Besides W the algebra has other elements which need not operator realization, the free part H_0 of the total Hamiltonian being the example.

APPENDIX C

The UT Method in Scalar Field Model. In order to illustrate the key points of clothing and Okubo's approaches let us consider another exactly solvable model [4, 15] in which a neutral scalar field is coupled with spinless fermions whose energy is independent of momentum. The model Hamiltonian is $H = H_0 + V$,

$$H_0 = m_0 B(0) + \int \omega_{\mathbf{k}} a^{\dagger}(\mathbf{k}) a(\mathbf{k}) d\mathbf{k}, \quad \omega_{\mathbf{k}} = \sqrt{\mathbf{k}^2 + \mu^2}, \quad (\text{C.1})$$

$$V = g \int \omega_{\mathbf{k}} [B(\mathbf{k}) a(\mathbf{k}) + \text{H.c.}] h(\mathbf{k}^2) d\mathbf{k}, \quad h(\mathbf{k}^2) = \frac{f(\mathbf{k}^2)}{\sqrt{2(2\pi\omega_{\mathbf{k}})^3}} \quad (\text{C.2})$$

with

$$B(\mathbf{k}) \equiv \int b^{\dagger}(\mathbf{p} + \mathbf{k}) b(\mathbf{p}) d\mathbf{p} = B^{\dagger}(-\mathbf{k}),$$

where $a(\mathbf{k})$ and $b(\mathbf{p})$ are the destruction operators for bosons and fermions, respectively, which meet the usual commutation rules (cf. Eqs. (2.5)):

$$[a(\mathbf{k}), a^{\dagger}(\mathbf{k}')] = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad (\text{C.3a})$$

$$\{b(\mathbf{p}), b^{\dagger}(\mathbf{p}')\} = \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}'). \quad (\text{C.3b})$$

The translational invariance of the Hamiltonian provides the momentum conservation. The cut-off factor $f(x)$ is assumed to fall off rapidly enough for large x to make finite all the integrals that occur in the theory.

C1. Again the clothing transformation of this Hamiltonian can be found in a closed form (cf. App. B). Indeed, calculating the respective integral (A.4) and noticing that

$$[B(\mathbf{k}), B(\mathbf{k}')] = 0 \quad \forall \mathbf{k}, \mathbf{k}', \quad (\text{C.4})$$

we get

$$R = -g \int [B(\mathbf{k})a(\mathbf{k}) - \text{H.c.}] h(\mathbf{k}^2) d\mathbf{k} \equiv g(X^\dagger - X) \quad (\text{C.5})$$

with

$$X = \int h(\mathbf{k}^2)B(\mathbf{k})a(\mathbf{k})d\mathbf{k} .$$

Further, it is useful to keep in mind the following formulae

$$[X, X^\dagger] = \int h^2(\mathbf{k}^2)B(\mathbf{k})B^\dagger(\mathbf{k})d\mathbf{k} \quad (\text{C.6})$$

and

$$[X, [X, X^\dagger]] = 0 , \quad (\text{C.7})$$

whence due to Eq.(B.8) the transformation of interest can be written as

$$W = \exp[g(X^\dagger - X)] = \exp(gX^\dagger) \exp(-gX) \exp\left(-\frac{g^2}{2}[X, X^\dagger]\right) . \quad (\text{C.8})$$

Now, by using the relation (cf. Eq.(B.3))

$$a(\mathbf{k}) = Wa_c(\mathbf{k})W^\dagger = a_c(\mathbf{k}) - gh(\mathbf{k}^2)B_c^\dagger(\mathbf{k}) , \quad (\text{C.9})$$

where the boson-type operator

$$B_c(\mathbf{k}) = \int b_c^\dagger(\mathbf{p} + \mathbf{k}) b_c(\mathbf{p})d\mathbf{p} \quad (\text{C.10})$$

commutes with $W \equiv W(a, b) = W(a_c, b_c)$ (see Eq. (C.4)), one can show that

$$\begin{aligned} H &\equiv H(a, b) = K(a_c, b_c) = WH(a_c, b_c)W^\dagger = \\ &= m_0 B_c(0) + \int \omega_{\mathbf{k}} a_c^\dagger(\mathbf{k}) a_c(\mathbf{k}) d\mathbf{k} - g^2 \int \omega_{\mathbf{k}} h^2(\mathbf{k}^2) B_c^\dagger(\mathbf{k}) B_c(\mathbf{k}) d\mathbf{k} . \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

Reshuffling the fermion operators in normal order in the r.h.s. of Eq. (C.11) we obtain

$$\begin{aligned} \int \omega_{\mathbf{k}} h^2(\mathbf{k}^2) B_c^\dagger(\mathbf{k}) B_c(\mathbf{k}) d\mathbf{k} &= B_c(0) \int \omega_{\mathbf{k}} h^2(\mathbf{k}^2) d\mathbf{k} - \\ &- \int \omega_{\mathbf{k}} h^2(\mathbf{k}^2) d\mathbf{k} \int d\mathbf{p} \int d\mathbf{p}' b_c^\dagger(\mathbf{p} + \mathbf{k}) b_c^\dagger(\mathbf{p}') b_c(\mathbf{p}) b_c(\mathbf{p}' + \mathbf{k}) . \end{aligned}$$

The first term in the r.h.s. of this equation has the same structure as $m_0 B_c(0)$ in Eq. (C.11) and gives the radiative correction (renormalization) to the bare fermion mass m_0 ,

$$m = m_0 - g^2 \int \omega_{\mathbf{k}} h^2(\mathbf{k}^2) d\mathbf{k} . \quad (\text{C.12})$$

So,

$$H = K(a_c, b_c) = K_F + K_I , \quad (\text{C.13})$$

$$K_F = mB_c(0) + \int \omega_{\mathbf{k}} a_c^{\dagger}(\mathbf{k}) a_c(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \equiv K_{\text{ferm}} + K_{\text{boson}} , \quad (\text{C.14})$$

$$K_I = \int d\mathbf{x} \int d\mathbf{x}' \psi_c^{\dagger}(\mathbf{x}) \psi_c(\mathbf{x}') V_{\text{ff}}(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) \psi_c(\mathbf{x}) \psi_c(\mathbf{x}') , \quad (\text{C.15})$$

$$V_{\text{ff}}(|\mathbf{x}|) = -g^2 \int \omega_{\mathbf{k}} h^2(\mathbf{k}^2) e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} d\mathbf{k} , \quad (\text{C.16})$$

where in agreement with the secondary quantization prescriptions we have introduced the ψ_c -field for clothed fermions in the Schrödinger picture assuming

$$\psi_c(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \int b_c(\mathbf{p}) e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}} d\mathbf{p}, \quad \{\psi_c(\mathbf{x}), \psi_c^{\dagger}(\mathbf{x}')\} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}').$$

Therefore, $V_{\text{ff}}(|\mathbf{x}|)$ can be considered as a two-fermion interaction potential.

One should point out that the new interaction Hamiltonian K_I expressed through clothed operators no longer contains any self-interaction and leads merely to an interaction between pairs of fermions.

The K_F eigenvectors

$$\Omega, a_c^{\dagger}(\mathbf{k}_1)\Omega, b_c^{\dagger}(\mathbf{p}_1)\Omega, a_c^{\dagger}(\mathbf{k}_1)a_c^{\dagger}(\mathbf{k}_2)\Omega, b_c^{\dagger}(\mathbf{p}_1)b_c^{\dagger}(\mathbf{p}_2)\Omega, a_c^{\dagger}(\mathbf{k}_1)b_c^{\dagger}(\mathbf{p}_2)\Omega, \dots \quad (\text{C.17})$$

with the running element

$$\Omega_c(\mathbf{k}_1 \dots \mathbf{k}_r; \mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_s) = a_c^{\dagger}(\mathbf{k}_1) \dots a_c^{\dagger}(\mathbf{k}_r) b_c^{\dagger}(\mathbf{p}_1) \dots b_c^{\dagger}(\mathbf{p}_s) \Omega \quad (r, s=1, 2, \dots) \quad (\text{C.18})$$

form a basis (see App. B).

Another basis can be composed of bare vacuum Ω_0 and vectors

$$\Omega_0(\mathbf{k}_1 \dots \mathbf{k}_r; \mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_s) = a^{\dagger}(\mathbf{k}_1) \dots a^{\dagger}(\mathbf{k}_r) b^{\dagger}(\mathbf{p}_1) \dots b^{\dagger}(\mathbf{p}_s) \Omega_0 \quad (r, s=1, 2, \dots), \quad (\text{C.19})$$

i.e., of the H_0 eigenstates.

Note also that in the given model, due to the absence of $f\bar{f}$ -processes, the vacuum Ω for the coupled fields coincides (to an accuracy of a phase factor) with the vacuum Ω_0 for the free fields. In the context, with the help of Eq. (C.9) we find,

$$a_c^{\dagger}(\mathbf{k})\Omega = a_c^{\dagger}(\mathbf{k})\Omega_0 = a^{\dagger}(\mathbf{k})\Omega_0 , \quad (\text{C.20})$$

i.e., the bare and clothed one-boson states are the same.

As to the clothed one-fermion states $b_c^{\dagger}(\mathbf{p})\Omega$, they are complex superpositions of vectors (C.19) with one fermion and a complicated boson configurations (a

boson cloud surrounding the fermion). This follows directly from the explicit expression for

$$b_c^\dagger(\mathbf{p}) = W^\dagger b^\dagger(\mathbf{p}) W = \int \mathcal{F}(\mathbf{p} - \mathbf{p}') b^\dagger(\mathbf{p}') d\mathbf{p}' , \quad (\text{C.21})$$

$$\mathcal{F}(\mathbf{q}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-i\mathbf{q}\mathbf{x}} \exp \left\{ -g \int \exp[-i\mathbf{k}\mathbf{x}] (a^\dagger(\mathbf{k}) - a^\dagger(-\mathbf{k})) h(\mathbf{k}^2) d\mathbf{k} \right\} d\mathbf{x} .$$

The factor $\mathcal{F}(\mathbf{q})$ characterizes a boson distribution in the cloud. In the free case (with $g = 0$) $\mathcal{F}(\mathbf{q}) = \delta(\mathbf{q})$.

C2. It follows from Eqs. (C.13)–(C.15) that clothed mesons do not interact with nucleons, they are free. In particular, no-meson states cannot pass in states with one, two, etc., mesons. This means that $K(a_c, b_c)$ possesses the property of the operator $H' = U^\dagger H U$ obtained from H via Okubo's transformation considered in Subsec. 6.5, viz., $H'_{12} = H'_{21} = 0$. In other words, H' has vanishing matrix elements between the no-meson states and one-, two-, ... meson states. This property of $K(a_c, b_c)$ is specific for the given simple model. In general, the clothing UT permits K to contain such nondiagonal terms that are responsible for the process $NN \rightarrow NN\pi$.

Since the model clothing UT W fulfills Okubo's requirement it is interesting to compare the block structure of W^\dagger with that described in Subsecs. 6.2 and 6.3 for Okubo's UT. To do it in a compact form one may calculate separate blocks of W^\dagger decomposition of the type determined by Eq. (6.14). In the context, recall that Okubo's UT can be represented by a function $U(a, b)$ of bare creation (destruction) operators. W^\dagger can also be given by a function $W^\dagger(a, b)$ of the bare operators since $W(a_c, b_c) = W(a, b)$ (cf. Eq. (2.13)). Therefore, for Okubo-like decomposition of W^\dagger one may use the projector η_1 onto bare no-meson states.

In order to carry out the comparison with a solution of the corresponding decoupling equation (6.22) (see C.3 below) we shall find the operator \mathcal{A}^{21} defined by

$$W^{\dagger 21} = \mathcal{A}^{21} W^{\dagger 11} . \quad (\text{C.22})$$

It determines the basic element \mathcal{A}^{21} of Okubo's UT (see, for instance, Eqs. (6.8) and (6.20)).

We have

$$\begin{aligned} W^{\dagger 11} &= \eta_1 W^\dagger \eta_1 = \eta_1 \exp(-gX^\dagger) \exp\left(-\frac{g^2}{2}[X, X^\dagger]\right) \exp(gX) \eta_1 = \\ &= \exp\left(-\frac{g^2}{2}[X, X^\dagger]\right) \eta_1 , \end{aligned} \quad (\text{C.23})$$

$$W^{\dagger 21} = \eta_2 W^\dagger \eta_1 = \eta_2 \exp(-gX^\dagger) \exp\left(-\frac{g^2}{2}[X, X^\dagger]\right) \eta_1 =$$

$$= \eta_2 \exp(-gX^\dagger) \eta_1 W^{\dagger 11}. \quad (\text{C.24})$$

While deriving these formulae we have used the property

$$a_c(\mathbf{k})\eta_1 = \eta_1 a_c^\dagger(\mathbf{k}) = 0, \quad \forall \mathbf{k} \quad (\text{C.25})$$

and its consequence

$$\exp(gX)\eta_1 = \eta_1 = \eta_1 \exp(-gX^\dagger). \quad (\text{C.26})$$

We also have taken into account the relation

$$[X, X^\dagger] \eta_1 = \eta_1 [X, X^\dagger]. \quad (\text{C.27})$$

It follows from (C.23) and (C.24) that

$$\mathcal{A}^{21} = \eta_2 \exp(-gX^\dagger) \eta_1 = (\exp(-gX^\dagger) - 1) \eta_1. \quad (\text{C.28})$$

Note that we have managed to find the operator \mathcal{A}^{21} in an explicit form without solving Eq. (C.22).

Unitarity relations for the Okubo-type blocks $U^{ij} \equiv (W^\dagger)^{ij}$ ($i, j = 1, 2$) with $U^{21} = \mathcal{A}^{21}U^{11}$,

$$U^{11\dagger}(1 + \mathcal{A}^{21\dagger}\mathcal{A}^{21})U^{11} = U^{11\dagger}(1 + \mathcal{A}^{21\dagger})(1 + \mathcal{A}^{21})U^{11} = \eta_1, \quad (\text{C.29})$$

$$U^{12} = -\mathcal{A}^{21\dagger}U^{22}, \quad (\text{C.30})$$

and

$$U^{22\dagger}(1 + \mathcal{A}^{21}\mathcal{A}^{21\dagger})U^{22} = \eta_2 \quad (\text{C.31})$$

can directly be verified. For instance, we get step by step,

$$\begin{aligned} -\mathcal{A}^{21\dagger}U^{22} &= \eta_1(1 - \exp(-gX)) \exp[g(X - X^\dagger)] \eta_2 = \\ &= \eta_1 \exp[g(X - X^\dagger)] \eta_2 - \eta_1 \exp(-gX) \exp[g(X - X^\dagger)] \eta_2 = W^{\dagger 12} \equiv U^{12}, \end{aligned} \quad (\text{C.32})$$

since in accordance with Eq. (C.27)

$$\begin{aligned} \eta_1 \exp(-gX) \exp[g(X - X^\dagger)] \eta_2 &= \eta_1 \exp(-gX^\dagger) \exp\left(\frac{g^2}{2}[X, X^\dagger]\right) \eta_2 = \\ &= \eta_1 \exp\left(\frac{g^2}{2}[X, X^\dagger]\right) \eta_2 = 0, \end{aligned}$$

and

$$U^{22\dagger}(1 + \mathcal{A}^{21}\mathcal{A}^{21\dagger})U^{22} = U^{22\dagger}U^{22} + U^{12\dagger}U^{12} =$$

$$= \eta_2 \exp [g(X^\dagger - X)] \eta_2 \exp [g(X - X^\dagger)] \eta_2 + \\ + \eta_2 \exp [g(X^\dagger - X)] \eta_1 \exp [g(X - X^\dagger)] \eta_2 = \eta_2 W W^\dagger \eta_2 = \eta_2 \quad (\text{C.33})$$

Q.E.D.

C3. Let us try to solve Okubo equation (6.22) for this model Hamiltonian. It is of great interest to attain some experience in handling with similar nonlinear equations. We prefer to start with the equation equivalent to Eq. (6.22) :

$$\eta_2 \{[H_0, J_1] + V J_1 - J_1 V J_1\} \eta_1 = 0 \quad (\text{C.34})$$

for the operator $J_1 = (1 + \mathcal{A}^{21})\eta_1$ (cf. Eq. (29) in [7]).

One should point out the properties

$$\eta_1 J_1 = \eta_1, \quad (\text{C.35a})$$

$$J_1(1 - \eta_1) = 0 \quad (\text{C.35b})$$

and the condition

$$[H_0, \eta_1] = 0. \quad (\text{C.36})$$

Further, introducing the interaction picture operators O ,

$$O(t) = \exp(\imath H_0 t) O \exp(-\imath H_0 t),$$

and noticing that $\eta_1(t) = \eta_1$ one can get the Riccati-type differential equation for $J_1(t)$ (cf. Eq. (31) in [7]),

$$\imath \eta_2 \frac{d}{dt} J_1(t) \eta_1 = \eta_2 \{V(t) J_1(t) - J_1(t) V(t) J_1(t)\} \eta_1. \quad (\text{C.37})$$

In the scalar model we have

$$V(t) = g \int \omega_{\mathbf{k}} [B^\dagger(\mathbf{k}) a^\dagger(\mathbf{k}, t) + \text{H.c.}] h(\mathbf{k}^2) d\mathbf{k} \quad (\text{C.38})$$

with

$$a(\mathbf{k}, t) = a(\mathbf{k}) \exp(-\imath \omega_{\mathbf{k}} t),$$

so that

$$[a(\mathbf{k}, t), a^\dagger(\mathbf{k}', t')] = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \exp[-\imath \omega_{\mathbf{k}}(t - t')]. \quad (\text{C.39})$$

Trying to solve Eq. (C.37), one should note the relation

$$V(t) = -\imath g \frac{d}{dt} [X^\dagger(t) - X(t)], \quad (\text{C.40})$$

where

$$X(t) = \int h(\mathbf{k}^2) B(\mathbf{k}) a(\mathbf{k}, t) d\mathbf{k}.$$

Now, applying the Lagrange method well known in the theory of ordinary differential equations (see, e.g., [58], §1.6) let us search a solution of Eq. (C.37) in the form

$$J_1(t) = \exp [-g X^\dagger(t)] G(t) , \quad (\text{C.41})$$

where in accordance with Eqs. (C.35)–(C.36) we have

$$\eta_1 G(t) = \eta_1 , \quad (\text{C.42a})$$

$$G(t)(1 - \eta_1) = 0 . \quad (\text{C.42b})$$

Differentiating (C.41) and taking into account that

$$\left[\frac{d}{dt} X^\dagger(t), X^\dagger(t) \right] = 0 ,$$

we find

$$\frac{d}{dt} J_1(t) = -g \left(\frac{d}{dt} X^\dagger(t) \right) \exp [-g X^\dagger(t)] G(t) + \exp [-g X^\dagger(t)] \frac{d}{dt} G(t) .$$

Substitution of this expression into Eq. (C.37) enables us to remove in the r.h.s. of this equation not the linear term $V(t)J_1(t)$ as a whole but its part $-\imath g \frac{d}{dt} X^\dagger(t) J_1(t)$ (see Eq. (C.40)). So, we get the following equation for the operator function $G(t)$,

$$\begin{aligned} & \eta_2 \exp [-g X^\dagger(t)] \frac{d}{dt} G(t) \eta_1 = \\ & = g \eta_2 \exp [-g X^\dagger(t)] \left\{ \frac{d}{dt} X(t) + g \left[X^\dagger(t), \frac{d}{dt} X(t) \right] \right\} G(t) \eta_1 - \\ & - g \eta_2 \exp [-g X^\dagger(t)] G(t) \eta_1 \left\{ \frac{d}{dt} X(t) + g \left[X^\dagger(t), \frac{d}{dt} X(t) \right] \right\} G(t) \eta_1 . \end{aligned} \quad (\text{C.43})$$

At the point we have used the properties $\eta_1 \exp [-g X^\dagger(t)] = \eta_1$ and $\eta_1 \frac{d}{dt} X^\dagger(t) = 0$ and the relation

$$\exp [g X^\dagger(t)] \frac{d}{dt} X(t) \exp [-g X^\dagger(t)] = \frac{d}{dt} X(t) + g \left[X^\dagger(t), \frac{d}{dt} X(t) \right] ,$$

that follows from Eqs. (2.15) and (C.4).

Further, we have

$$\left[X^\dagger(t), \frac{d}{dt} X(t) \right] = \imath \int \omega_{\mathbf{k}} h^2(\mathbf{k}^2) B^\dagger(\mathbf{k}) B(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \equiv C .$$

In other words, this time independent commutator acts merely on the fermionic degrees of freedom. Note that C commutes with the projector η_1 .

Equation (C.43) can be satisfied if we put

$$\frac{d}{dt}G(t) = g\{\frac{d}{dt}X(t) + gC\}G(t) - gG(t)\{\frac{d}{dt}X(t) + gC\}G(t). \quad (\text{C.44})$$

It may be shown that one of its possible solutions is

$$G_1(t) = \eta_1. \quad (\text{C.45})$$

It is evident that $G_1(t)$ meets necessary requirements (C.42).

The corresponding operator $J_1(t) = \exp [-g X^\dagger(t)] \eta_1$ yields

$$\mathcal{A}^{21}(t) = \{\exp [-g X^\dagger(t)] - 1\}\eta_1, \quad (\text{C.46})$$

that is equivalent at $t = 0$ to the result (C.28).

REFERENCES

1. **Van Vleck J.H.** — Phys. Rev., 1929, v.33, p.467.
2. **Kemble E.C.** — Fundamentals of Quantum Mechanics. Dover, N.Y., 1937, Ch. XI, Sec. 48c.
3. **Klein D.J.** — J. Chem. Phys., 1974, v.61, p.786.
4. **Wentzel G.** — Einführung in die Quantheorie der Wellenfelder. Wien, 1946.
5. **Heitler W.** — The Quantum Theory of Radiation. Clarendon, Oxford, 1954.
6. **Fukuda N., Sawada K., Taketani M.** — Prog. Theor. Phys., 1954, v.12, p.156.
7. **Okubo S.** — Prog. Theor. Phys., 1954, v.12, p.603.
8. **Tani S.** — Prog. Theor. Phys., 1954, v.12, p.104.
9. **Nishijima K.** — Prog. Theor. Phys. Suppl., 1956, v.3, p.138.
10. **Gari M., Hyuga H.** — Z. Phys., 1976, v.A277, p.291.
11. Mesons in Nuclei, eds. M.Rho and D.H.Wilkinson, North-Holland, Amsterdam, 1979.
12. **Shebeko A.V.** — In: Proc. Intern. Conf. on the Theory of Few-Body and Quark Hadronic Systems, Dubna, 1987, p.183.
13. **Kotlyar V.V., Mel'nik Yu.P., Shebeko A.V.** — Phys. Part. Nucl., 1995, v.26, p.79.
14. **Greenberg O., Schweber S.** — Nuovo Cim., 1958, v.8, p.378.
15. **Schweber S.S.** — An Introduction to Relativistic Quantum Field Theory. Row, Peterson & Co., New York, 1961.
16. **Faddeev L.D.** — Dokl. Akad. Nauk USSR, 1963, v.152, p.573.
17. **Fivel D.I.** — J. Math. Phys., 1970, v.11, p.699.
18. **Shirokov M.I., Visinescu M.M.** — Rev. Roum. Phys., 1974, v.19, p.461.
19. **Shebeko A.V., Shirokov M.I.** — In: Proc. European Conf. «Advances in Nuclear Physics and Related Areas», Thessaloniki, 1997, pp.292–302.

-
20. **Shebeko A.V., Shirokov M.I.** — Nucl. Phys., 1998, v.A631, p.564c.
 21. **Gloeckle W., Mueller L.** — Phys. Rev., 1981, v.C23, p.1183.
 22. **Sato T. et al.** — J. Phys., 1991, v.G17, p.303.
 23. **Hamme B., Gloeckle W.** — Few-Body Syst., 1992, v.13, p.1.
 24. **Korchin A.Yu.** — In: Proc. Nat. Conf. on Physics of Few-Body and Quark-Hadronic Systems, Kharkov, 1992, eds. V.Boldyshev, V.Kotlyar and A.Shebeko, Kharkov, 1994, p. 105.
 25. **Korchin A.Yu., Shebeko A.V.** — Phys. At. Nucl., 1993, v.56, p.1663.
 26. **Pluemper B., Gari M.F.** — Z. Phys., 1992, v.A343, p.343.
 27. **Eden J.A., Gari M.F.** — Phys. Rev., 1996, v.C53, p.1510.
 28. **Levchuk L.G., Shebeko A.V.** — Sov. J. Nucl. Phys., 1989, v.50, p.607.
 29. **Levchuk L.G., Shebeko A.V.** — Phys. At. Nucl., 1995, v.58, p.923.
 30. **Levchuk L.G., Shebeko A.V.** — In: Proc. of the 12th Intern. Symposium on High-Energy Spin Physics, eds. C.W. de Jager, T.J.Ketel, P.J.Mulders, J.E.J. Oberski and M.Oskam-Tamboezer, Amsterdam, 1996, p.558.
 31. **Fuda M.G., Zhang Y.** — Phys. Rev., 1996, v.C54, p.495.
 32. **Sato T., Lee T.-S.H.** — Phys. Rev., 1996, v.C54, p.2660.
 33. **Kadyshevsky V.G., Mir-Kasimov R.M., Skachkov N.B.** — Sov. J. Part. Nucl., 1972, v.2, p.635.
 34. **Nakanishi N.** — Progr. Theor. Phys. Suppl., 1988, v.95, p.1.
 35. **Sato T. et al.** — Few-Body Syst. Suppl., 1992, v.5, p.254.
 36. **Belinfante F.J.** — Physika, 1940, v.7, p.305.
 37. **Itzykson C., Zuber J.-B.** — Quantum Field Theory. McGraw-Hill, New York, 1980.
 38. **Bjorken J.D., Drell S.D.** — Relativistic Quantum Mechanics. McGraw-Hill, New York, 1964.
 39. **Dirac P.A.M.** — Rev. Mod. Phys., 1949, v.21, p.392.
 40. **Shebeko A.V.** — Sov. J. Nucl. Phys., 1990, v.52, p.970.
 41. **Korchin A.Yu., Mel'nik Yu.P., Shebeko A.V.** — Few-Body Systems, 1990, v.9, p.211.
 42. **Matthews P.T.** — The Relativistic Quantum Theory of Elementary Particle Interactions. Rochester, New York, 1957.
 43. **Fuda M.G., Zhang Y.** — Phys. Rev., 1995, v.C51, p.23.
 44. **Foldy L.L., Krajcik R.A.** — Phys. Rev., 1975, v.D12, p.1700.
 45. **Fano G.** — Mathematical Methods of Quantum Mechanics. McGraw-Hill, New York, 1971.
 46. **Von Neumann J.** — Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik. Verlag Von Julius Springer, Berlin, 1932.
 47. **Horn R., Johnson C.** — Matrix Analysis. Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
 48. **Lankaster P.** — Theory of Matrices. Academic Press, New York, 1969.
 49. **Van Hove L.** — Physica, 1952, v.18, p.145.
 50. **Von Neumann J.** — Compositio Mathematica, 1938, v.6, p.1.
 51. **Haag R.** — Dan. Mat. Fys. Medd., 1955, v.29, No.12.
 52. **Albertoni, Duimio F.** — Nuovo Cim., 1957, v.6, p.1193.

53. **Bogolubov N.N., Logunov A.A., Oksak A.I., Todorov I.T.** — General Principles of Quantum Field Theory. Kluwer Academic Publ., Dordrecht, 1990.
54. **Haag R.** — Local Quantum Physics. Springer-Verlag, Berlin, 1992.
55. **Davydov A.S.** — Quantum Mechanics. Nauka, Moscow, 1973.
56. **Haidenbauer J., Holinde K.** — Phys. Rev., 1996, v.C53, p.R25.
57. **Sammarruca F., Machleidt R.** — Few-Body Physics., 1998, v.24, p.87.
58. **Smirnov V.I.** — Course of Higher Mathematics, v.II. Nauka, Moscow, 1974.

УДК 621.384.63

НУКЛОТРОН — НОВАЯ ТЕХНОЛОГИЯ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ СИНХРОТРОНА

А.А. Смирнов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В обзоре приводятся основные результаты пионерских работ, выполненных в период с 1978 по 1999 г. на основе предложенных автором технических решений, и данные, полученные при испытании новых по типу моделей сверхпроводящих элементов магнитной оптики синхротронов, определивших практическую возможность создания нуклotronа — первого в России действующего сверхпроводящего ускорителя для получения пучков релятивистских ядер с энергией до 6 ГэВ/нуклон. Новая технология, использованная в нуклotronе, решает проблему принципиального упрощения конструкций сверхпроводящих магнитных систем ускорителей и каналов транспортировки частиц, удешевляет их стоимость и создает удобства при эксплуатации.

Fundamental results obtained on the basis of the author's novel technical solutions in 1978–1999 are described. Experimental data on the tests of a new type of superconducting magnets for particle accelerators are given. The elements of the synchrotron magnetic optics have determined practical opportunity of constructing the Nuclotron, which is the first operating superconducting accelerator in Russia. This accelerator is intended to provide beams relativistic particles with energies up to 6 GeV/n. The new technology used in the Nuclotron allows one to cardinally simplify the design of superconducting magnet systems of accelerators and channels for particle transportation. The new magnets are very easy-to-use and have a low cost.

1. ВВЕДЕНИЕ. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТ

Предпринятая с начала 70-х годов модернизация синхрофазотрона в значительной степени решила на многие годы проблему создания собственной базы ОИЯИ для проведения физических экспериментов в области физики высоких энергий.

Создание системы медленного вывода, ускорение уникальных пучков релятивистских ядер с энергией 4 ГэВ/нуклон, поляризованных дейтронов и монохроматических нейтронов, сооружение нового экспериментального павильона с разветвленной системой каналов транспортировки частиц создали хорошие предпосылки для проведения фундаментальных исследований для физиков стран-участниц ОИЯИ.

В Лаборатории высоких энергий ОИЯИ под руководством академика А.М.Балдина развивается новое научное направление — релятивистская ядер-

ная физика, то есть физика явлений, в которых важную роль играют много-барионные системы, движущиеся со скоростями, близкими к скорости света, физика множественных процессов, в которых не только в конечном, но и в начальном состоянии (зарождение реакции) присутствуют много частиц и др. Одним из важнейших результатов этих исследований на синхрофазотроне ОИЯИ явилось установление границ области энергии предельной фрагментации ядер, лежащей в пределах 3,5 ГэВ/нуклон, определяющей начало асимптотического режима и возможности исследования кварк-глюонных степеней свободы в ядрах [1]. Однако в перспективе развитие этого направления было бы невозможно без улучшения временных и пространственных характеристик выведенных пучков, повышения энергии и интенсивности ускоренных ядер, ускорения средних и тяжелых ядер. На синхрофазотроне это было неосуществимо ввиду целого ряда его конструктивных особенностей.

В начале 70-х годов во многих исследовательских центрах мира, занимающихся изучением вопросов фундаментальной физики атомного ядра и строением ядерной материи, ученыe-ускорительщики вступили в соревнование по созданию новых технологий для внедрения техники сверхпроводимости в основные приборы физического эксперимента — ускорители заряженных частиц. В этой гонке инженеры и ученые из Национальной лаборатории им. Ферми (США) первыми построили и запустили сверхпроводящую магнитную систему синхротронного типа «Тэватрон» в тоннеле имеющегося «теплого» ускорителя на энергию 500 ГэВ, используемого в этом проекте как предускоритель (инжектор), и удвоили конечную энергию ускоряемых протонов до 1 ТэВ. Сверхпроводящие магниты этого ускорителя в несколько модернизированном виде с холодным магнитопроводом были применены в проектах других ускорителей и получили название магнитов типа $\langle\cos \theta\rangle$ (УНК, DESY HERA, LHC, SSC, RHIC).

Максимальная величина индукции магнитного поля в этих магнитах (в зависимости от температуры криостатирования) лежит в диапазоне 3,5 \div 8 Тл. Поле в них формируется с помощью многовитковой, как правило, двухслойной обмотки из сверхпроводящего кабеля типа «плоская скрутка», сжатой бандажирующими воротниками и окруженной шихтованным магнитным экраном. Двухслойная обмотка типа «стадион» изготавливается на прецизионном оборудовании, ее геометрические размеры определяют однородность магнитного поля в апертуре магнита. Криостатирование осуществляется потоком жидкого гелия внутри гелиевого сосуда с магнитами, а также потоком двухфазного гелия для охлаждения этого сосуда. Витковая электроизоляция обмотки находится на пути теплового потока от сверхпроводника к гелию, что приводит к большой деградации критического тока в магните при больших скоростях изменения магнитного поля в нем. Охлаждение магнитов осуществляется последовательно, затраты времени на захолаживание магнитной системы от комнатной до рабочей температуры измеряются неделями.

Таким образом, вместе с криостатом, подвеской (опорами) и гелиевым сосудом создана чрезвычайно сложная по технологии изготовления, дорогостоящая и металлоемкая конструкция криогенно-магнитной системы с очень сложной системой эвакуации энергии в аварийных режимах.

В период с 1973 по 1975 гг. в ЛВЭ ОИЯИ по инициативе А.М.Балдина также началась разработка сверхпроводящего жесткофокусирующего ускорителя релятивистских ядер — нуклotronа — с ориентировкой на сверхпроводящие магниты с максимальными уровнями полей ~ 5 Тл типа $\langle \cos \theta \rangle$ для замены синхрофазотрона.

Такой вариант замены ввиду эффекта «замороженных токов» в сверхпроводящих магнитах требует введения «теплого» бустерного каскада для обеспечения условий нормального инжектирования ядер в сверхпроводящее кольцо с относительно качественным магнитным полем и последующим ускорением ядер до конечной энергии $12 \div 15$ ГэВ/нуклон [2].

Рабочий цикл бустера предполагался длительностью 1 с, энергия ускоренных ядер в теплом кольце 500 МэВ/нуклон (более поздний вариант с цикличностью 3 Гц и энергией 800 МэВ).

Это был неоправданно дорогой проект, не учитывающий финансовые возможности ЛВЭ и ОИЯИ, с расчетом на изготовление магнитной системы нуклotronа в промышленности, с чрезвычайно сложной технологией изготовления сверхпроводящих магнитов и, в общем, не решавший до конца задачу существенного развития ускорительного комплекса ЛВЭ, отвечающего прогнозируемому уровню других мировых центров и перспективным программам физических исследований.

По этой причине в период 1975–1979 гг. в ЛВЭ ОИЯИ начались поиски новой концепции нуклotronа и появилось направление, базирующееся на простых в изготовлении, недорогих сверхпроводящих магнитных систем для синхротронов с уровнями полей $1,8 \div 2$ Тл в гибридном варианте, по аналогии с «теплым» вариантом, имеющих ферромагнитный магнитопровод с полюсами, формирующими необходимую конфигурацию поля, и сверхпроводящую обмотку возбуждения, получивших название — магниты типа нуклotron, ориентированных на серийное изготовление в условиях Опытного производства ОИЯИ.

В период 1980–1983 гг. создаются и всесторонне исследуются первые образцы гибридных полномасштабных дипольных магнитов нуклotronа с обмоткой из разработанного в ЛВЭ трубчатого сверхпроводящего кабеля для работы в импульсных магнитных полях.

На основе полученных при испытаниях этих магнитов сделано убедительное обоснование возможности создания однокаскадного нуклotronа с конечной энергией ускоренных ядер ~ 6 ГэВ/нуклон, работающего с частотой циклирования $0,5 \div 1$ Гц. В этом варианте на первой стадии модернизации ускорительного комплекса нуклotronу отводится роль основного инструмента

в проведении физических экспериментов, на второй — добавляется функция инжектора для ускорителя с более высокой энергией ускоряемых ядер.

Для выхода в асимптотическую область энергий релятивистских ядер (значительно выше 6 ГэВ) необходимо существенное развитие ускорительного комплекса ЛВЭ, отвечающего прогнозируемому уровню других мировых центров и перспективным программам физических исследований.

Оценка финансовых и производственных возможностей ОИЯИ показывает, что реальной перспективой для ОИЯИ в части создания собственной экспериментальной базовой установки является создание сверхпроводящего ускорительного комплекса — супернуклotrona с энергией ускоряемых ядер ~ 60 ГэВ/нукл. на магнитах нового типа [3].

Практическая ценность результатов разработок и исследований при создании быстроциклирующих сверхпроводящих магнитов на основе трубчатого сверхпроводника состоит в том, что завершающей фазой этих работ стало создание нового типа сверхпроводящей магнитной системы — ускорителя релятивистских ядер нуклotrona, запущенного в ЛВЭ ОИЯИ в 1993 г., первого действующего сверхпроводящего ускорителя в России.

В соответствии с программой создания нуклotrona в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ автором обзора было предложено коренным образом упростить криогенно-магнитную систему этого ускорителя, введя в ее конструкцию элементы магнитной оптики нового типа с трубчатой сверхпроводящей обмоткой и с магнитопроводами традиционных «теплых» магнитных систем, обладающих целым рядом неоспоримых преимуществ. Для проверки новой концепции был создан модельный импульсный дипольный магнит типа «оконная рама» с обмоткой из трубчатого сверхпроводника с циркуляционной системой охлаждения, получивший название ЦСД-1 (циркуляционный сверхпроводящий диполь) [4].

Успешные испытания первой модели, проведенные исследования по определению основных характеристик нашли свое продолжение в проекте «Создание полномасштабных элементов магнитной системы нуклotrona на основе магнитов с железным ярмом и обмоткой из трубчатого сверхпроводника».

Первая очередь проекта (1981–1985 гг.) предусматривала разработку конструкции и технологии изготовления трубчатого сверхпроводящего кабеля для работы в импульсных магнитных полях, создание полномасштабного модельного магнита дипольного типа ЦСД-2, измерение основных параметров, определение энергетических потерь и условий криостатирования [5].

Вторая очередь проекта предусматривала разработку штатных дипольных и квадрупольных магнитов нуклotrona, модульной криогенно-магнитной системы нуклotrona, отработку технологии серийного производства и испытаний.

Конечной целью второй очереди (1985–1988) проекта была опытная сборка и испытания суперпериода криогенно-магнитной системы нуклotrona для

проверки в рабочих условиях принятых конструкторских решений, окончательного подтверждения возможности устойчивого параллельного криостатирования многих магнитов циркуляционным способом, определение необходимых данных для проектирования схемы эвакуации энергии из нуклotronа.

В 1986 г. был утвержден проект «Реконструкция магнитной системы синхрофазотрона на сверхпроводящую — нуклotron» (том 2, рабочий проект РП-02-02, раздел «Магнитная система. Система электропитания»), предусматривающий создание нуклотрона. Автор обзора был научно-техническим руководителем работ по созданию и реализации этих проектов, проведения исследований и испытаний, непосредственным разработчиком основных концептуальных положений, конструктивных решений и технологий.

В период с 1988 по 1992 гг. были запущены в серию, изготовлены и прошли комплексные испытания все 100 дипольных и 66 квадрупольных криогенно-магнитных модулей. В феврале 1990 г. успешно проведены комплексные испытания цепочки из 16 криогенно-магнитных модулей.

Захолаживание цепочки из 12 дипольных и 4 квадрупольных магнитов от комнатной до гелиевой температуры осуществлялось с помощью установки КГУ-1600/4,5 при среднем значении расхода гелия через каждый магнит $\sim 0,45$ г/с и длилось около 17 часов. В процессе испытаний инициировалось несколько десятков переходов, отказов в системе защиты и эвакуации энергии не наблюдалось.

Обмотки магнитов возвращались в сверхпроводящее состояние менее чем через 5 минут после переходов. Магниты возбуждались непрерывными импульсами тока треугольной формы с амплитудой 6 кА, длительностью нарастания и спада по 1,55 с и периодом следования импульсов 3,5 с в течение 192 часов ($\sim 2 \cdot 10^5$ циклов возбуждения). Перепад давления между питающим и отводящим гелиевыми коллекторами поддерживался равным 9 кПа. При этом массовое паросодержание гелия в отводящем коллекторе ~ 1 , а его температура 4,5 К. Криостатирование и работа магнитов были стабильными. Колебаний расхода гелия в параллельных охлаждающих каналах не наблюдалось. Работа магнитов оставалась стабильной и при значительных отклонениях параметров криостатирования от их номинальных значений. Перепад давления между питающим и отводящим коллекторами был снижен в 1,5 раза (до 6 кПа). При этом из каналов для охлаждения ярма магнитов выходил перегретый пар с температурой от 5,1 до 7,8 К, соответственно, для канала с наименьшим и наибольшим гидравлическим сопротивлением.

Первый квадрант криогенно-магнитной системы нуклотрона был установлен в туннеле ускорителя и прошел тестовые испытания в феврале 1992 г. Потребовалось 84 часа для захолаживания 28 дипольных и 11 квадрупольных криогенно-магнитных модулей от комнатной до гелиевой температуры. Криостатирование магнитов было стабильным. Давление в вакуумной камере ускорителя $\sim 1 \cdot 10^{-7}$ Па.

Монтаж криогенно-магнитной системы нуклotronа в туннеле был завершен в январе 1993 г., а в марте 1993 г. проведен первый сеанс ее работы.

С марта 1993 г. проведено 17 сеансов работы нуклotronа общей продолжительностью 3400 часов, из них на проведение физических экспериментов с пучками нуклotronа, взаимодействующими с внутренними мишениями в вакуумной камере ускорителя, было затрачено примерно 65–70 % времени. В 16-м и 17-м сеансах проводились работы по отладке медленного вывода пучка из нуклotronа в экспериментальный павильон и ставились первые эксперименты на выведенном пучке.

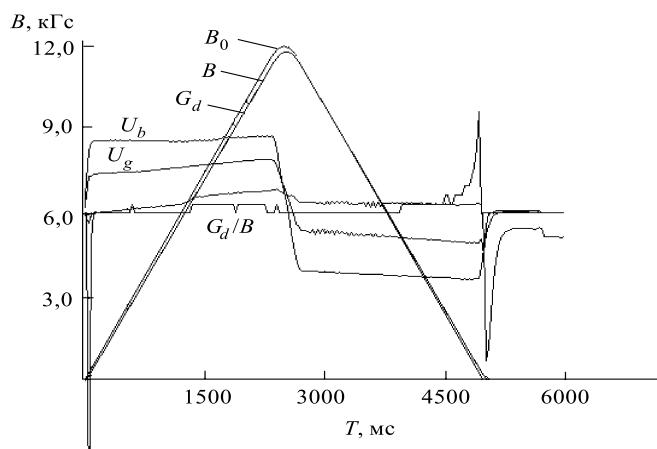


Рис. 1. Основные параметры магнитного цикла нуклотрона в наладочном сеансе работы: $B = 12$ кГс, $T = 10$ мс, $B_{\max} = 12$ кГс, период цикла 10 с, $dB/dt = 5$ кГс/с

На рис. 1 приведены основные параметры магнитного цикла нуклотрона в одном из наладочных сеансов работы: B_0 — график опорной функции индукции магнитного поля дипольных магнитов; B — график изменения индукции магнитного поля дипольных магнитов; G_d — график изменения градиента квадрупольных магнитов (дефокусирующих); U_b — контрольная картина изменения выходного напряжения системы питания дипольных магнитов; U_g — выходное напряжение системы питания квадрупольных магнитов.

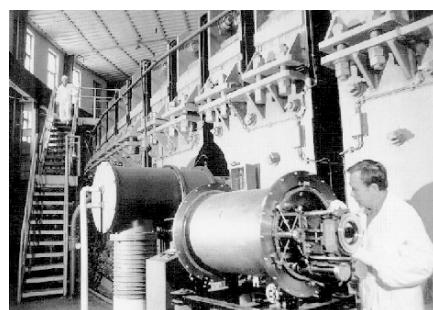


Рис. 2. Общий вид магнитной системы синхрофазотрона ОИЯИ и модуля дипольного магнита криогенно-магнитной системы нуклотрона

нитов; G_d/B — изменение коэффициента отношения градиента в линзах к индукции магнитного поля в диполях (правая шкала масштабов).

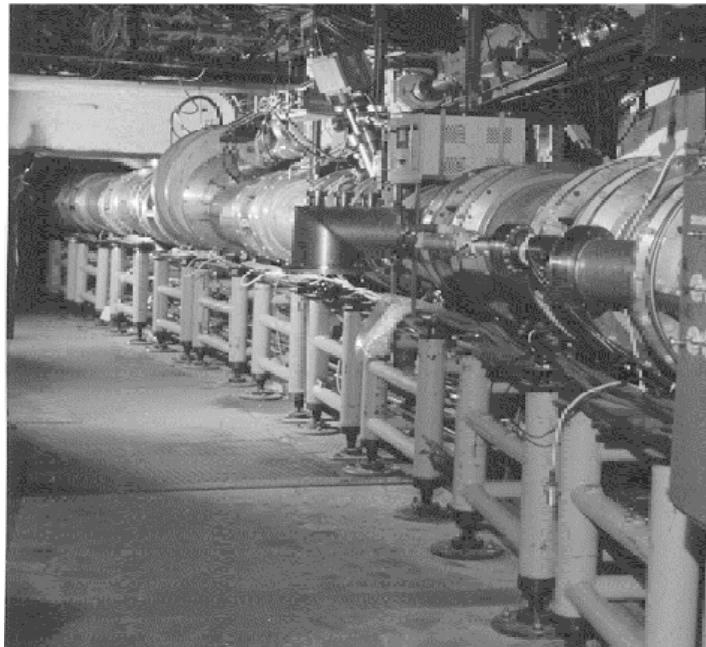


Рис. 3. Общий вид кольца криогенно-магнитной системы нуклotronа в районе канала инжекции

Для источника питания квадрупольных магнитов в качестве опорной функции используется сигнал изменения индукции магнитного поля в измерительном дипольном магните — МИ (см. рис. 27).

Для наглядного сравнения на рис. 2 приводится общий вид магнитной системы синхрофазотрона ОИЯИ и криогенно-магнитного модуля дипольного магнита нуклotronа, на рис. 3 — общий вид кольца нуклotronа в туннеле, созданного в соответствии с планами модернизации ускорительного комплекса ЛВЭ ОИЯИ [6,7].

2. МОДЕЛЬНЫЙ СВЕРХПРОВОДЯЩИЙ ДИПОЛЬ ЦСД-1

Общий вид и конструкция магнита ЦСД-1 показаны на рис. 4. Основным силовым элементом конструкции диполя типа «оконная рама» служит железное ярмо. Ярмо состоит из двух симметричных частей, изготовленных из штампованных пластин электротехнической стали марки Э-330А толщиной

0,5 мм, двух торцевых накладок и двух продольных уголков из стали марки СТ-3, соединенных с помощью электросварочных швов в единую конструкцию полуярма.

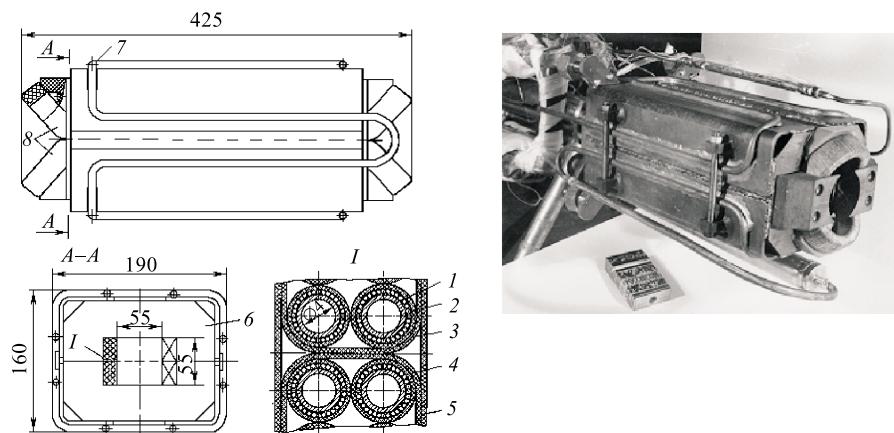


Рис. 4. Конструкция магнита ЦСД-1: 1 — мельхиоровая трубка, 2 — сверхпроводящий провод, 3 — бандаж из стеклоленты, 4 — межвитковая изоляция, 5 — проставка из текстолита, 6 — полуярмо, 7 — змеевик для охлаждения ярма, 8 — полуобмотки

Обмотка выполнена из трубчатого кабеля, изготовленного путем навивки сверхпроводящих проводов на трубку из мельхиора диаметром $5 \times 0,5$ мм, предварительно обожженных, а затем пропущенных через ванну с расплавленным припоем, содержащим 95 % олова и 5 % серебра.

Основные данные сверхпроводящей обмотки и параметры магнита приведены в табл. 1 [4]. Криостатирование магнита осуществлялось потоком двухфазного гелия с параметрами: массовое паросодержание $0,1 \div 1$, удельный массовый расход $50 \div 350$ кг/м²·с, максимальная температура $4,3 \div 4,7$ К.

Полученные низкие значения деградации критического тока при больших скоростях изменения поля и больших энергетических потерях ($I_c/I_0 \approx 0,9$; $\dot{B} = 3,5$ Тл/с; $P = 15$ Вт) указывают на хорошие условия охлаждения. Это подтверждается тем, что не наблюдалось зависимости деградации критического тока в магните от удельного массового расхода и паросодержания в гелии в широком диапазоне изменения этих параметров. Тренировка магнита не наблюдалась. В процессе исследований осуществлялось более 100 переходов магнита из сверхпроводящего в нормальное состояние и 15 циклов отопления и охлаждения.

Очень успешный и доказательный эксперимент на магните ЦСД-1 был проведен при разделении питания полуобмоток двумя параллельными пото-

Таблица 1. Основные параметры сверхпроводящего магнита ЦСД-1

Апертура, мм	55 × 55
Длина железного ярма, мм	328
Число витков в обмотке	16
Индуктивность, мГн	0,15
Длина кабеля в обмотке, м	16
Внешний диаметр кабеля, мм	6,5
Число проводов 0,5 мм в кабеле	31
Сверхпроводник	сплав /НТ-50/
Число сверхпроводящих нитей в проводе	1045
Диаметр сверхпроводящих нитей, мкм	10
Отношение сечений меди и сверхпроводника в проводе	1,39
Шаг скрутки проводов, мм	47
Шаг скрутки нитей, мм	3
Материал трубки кабеля	мельхиор
Припой	95 %Sn+5 %Ag
Критический ток при температуре 4,4 К, А	7380
Максимальное поле, Тл	2,37

ками двухфазного гелия при искусственно создаваемых различных гидравлических сопротивлениях полуобмоток, отличающихся до двух раз, и больших тепловых нагрузках в 20 Вт, снимаемых парожидкостными потоками гелия с массовым паросодержанием до 0,7 [8].

Полученный экспериментальный материал при создании и испытаниях ЦСД-1 показывает принципиальную возможность осуществления криостатирования импульсно работающих сверхпроводящих магнитов с помощью параллельных парожидкостных потоков гелия.

На этой модели удалось показать, что такой тип сверхпроводящих магнитов может работать с частотой повторения циклов возбуждения, равной 1 Гц и выше.

Паяный сверхпроводящий кабель имеет большую жесткость и не годен для изготовления обмоток с небольшими радиусами изгиба (порядка 15 ÷ 20 мм), так как при шаге транспонирования ~ 50 мм оловянный припой не удерживает сверхпроводящую проволоку в местах изгиба, и нарушается тепловой контакт между трубкой охлаждения и сверхпроводящими проволочными жилами кабеля.

Паяный сверхпроводящий кабель имеет большие тепловыделения (кооперативные потери) при работе в импульсных магнитных полях. Исследования показали необходимость разработки новой конструкции сверхпроводящего кабеля для быстроциклических магнитов.

3. СВЕРХПРОВОДЯЩИЙ ТРУБЧАТЫЙ КАБЕЛЬ ДЛЯ БЫСТРОЦИКЛИРУЮЩИХ МАГНИТОВ НУКЛОТРОНА

Сверхпроводящий кабель для изготовления обмоток возбуждения магнитов нуклотрона проектировался исходя из нижеследующих требований: nominalnyy rabochiy tok 6,0 kA; kriticheskiy tok kabela v pole 2,5 Tl ne nizhe 6,8 kA; rabochee napryazhenie izolyatsionnogo pokrytiya 2,5 kV, minimalnyy radius izgiba 18 ÷ 20 mm; horoshaya mehanicheskaya pronychnost' izolyatsii pri temperaturye zhidkogo gelia i sposobnost' vyderzhivat' bol'shie radiatsionnye nagruzki (summnara poggloshchennaya dозa za vremya polnoy zhizni priynta ravnayoy ~ 5 · 10⁶ Gr).

Pri rabote v izmenyayushchixsya magnitnyx poljakh, naрядu s velichinoy kriticheskogo toka, opredelyayushoy xarakteristikoy superprovodyaщego kabela staniwotisya velichina potery energetii v nem.

V obshchem sluchae v izmenyayushchimse magnitnom pole vznikayut следующие виды потерь энергии в сверхпроводящих кабелях:

- 1) gisterezisnye poteri v superprovodyaщixsya voloknah provolok;
- 2) poteri, вызванные собственным magnitnym polem provolok;
- 3) kooperativnye poteri v kompozitsionnyx provolokax;
- 4) vixrevye poteri v provolochnoy strukture (kable), вызванные индуцировannymi tokami mezhdu provolokami.

Tri pervyx vida potery pri imпульсnoy работе opredelyayutsya parametrami ispolzuyemyx promyshlenных kompozitsionnyx provolok, применяемых dla skrutok v kabel, xarakterom izmeneniya toka vospuzdeniya (transportnogo toka) i vneшnogo magnitnogo polya, v kotorom naходится superprovodnik.

V chetvertom sluchae poteri v kable mogut sushchestvenno menяться путem izmeneniya ego konstruktsii.

Основными конструкционными параметрами, которые влияют на vixrevye poteri v tansponirovannom kable,являются шаг транспонирования скручиваемых проволок и величина poperchennogo soprotivleniya kabela, с увеличением которого в определенных пределах vixrevye poteri mogut быt значительno снижены.

Dlya uvelicheniya poperchennogo soprotivleniya v pajnyx skruttakax i kablex применяются для пайки высокомные сплавы, в непаяных — производят разделение superprovodyaщixsya provolok izolyatsionnymi materialami v vide oksidnyx plenok, izolyatsionnyx lakov i dr.

V sootvetstvii s priyntymi konceptcijami сооружения magnitnoy sistemy nuklotrona autorom byla razrabotana novaya konstruktsiya superprovodyaщego трубчатого kabela, basiruyushchaya v svoem izgotovlenii na standartnye, vypuskayemye promyshlennostyu komponenty: mel'xirovou tubku

МНЖ Мц-30-11 (ГОСТ 492-23) диаметром $5 \times 0,5$ мм, сверхпроводящую проволоку с медной матрицей типа СКНТ-0,5-1045-0,42 диаметром 0,5 мм, имеющую 1045 сверхпроводящих нитей диаметром 10 мкм из ниобий-титанового сплава НТ-50, коэффициент заполнения проволоки сверхпроводником равен 0,42 [9].

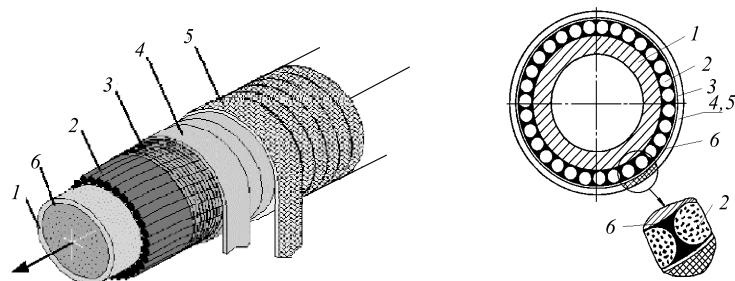


Рис. 5. Конструкция и основные параметры трубчатого сверхпроводящего кабеля для обмоток магнитов нуклotronа: диаметр NbTi-нитей 10 мкм; число нитей 1045; шаг твиста нитей 5 мм; шаг транспортирования проволок 47 мм; число проволок 31; 1 — мельхиоровая трубка диаметром 5 мм, 2 — сверхпроводящий провод диаметром 0,5 мм, 3 — бандаж из никромовой проволоки, 4 — полиимидная лента (каптон), 5 — стеклоленты, пропитанная эпоксидным компаундом, 6 — эпоксидный компаунд

Конструкция сверхпроводящего кабеля для нуклотрона приведена на рис.5. Технология его изготовления заключается в следующем: с помощью навивочной машины на трубку наматывается 31 сверхпроводящая проволока спирально с шагом транспортирования 47 мм; перед навивкой проволоки в едином процессе с намоткой на мельхиоровую трубку наносится слой эпоксидного компаунда — термореактивного связующего толщиной $0,1 \div 0,15$ мм.

Проведенные исследования показали, что наилучшим компаундом является термореактивное связующее, состоящее из следующих компонентов:

- смола ЭД-22 и ЭД-16 в соотношении 60 : 40 % — 100 весовых частей;
- отвердитель МТГФА и Изо МГТФА в соотношении 30 : 70 % — 80 весовых частей;
- полиметилсилоксановый каучук СКТ-20 — 23 весовых части;
- наполнитель флагопит (порошок из дробленой слюды) — 50 весовых частей.

Для предотвращения отслоения сверхпроводящей проволоки от трубы (в процессе изгиба на малые радиусы при изготовлении обмотки) на сверхпроводящую проволоку кабеля наматывается поперечный бандаж из никромовой проволоки диаметром 0,2 мм с шагом 0,3 мм и затем наматывается ленточное изоляционное покрытие.

Изоляционное покрытие сверхпроводящего кабеля выбиралось из расчета радиационной стойкости, обеспечения необходимого срока службы, технологичности при изготовлении, механической и электрической прочности [10].

Изоляция сверхпроводящего кабеля состоит из четырех слоев полиимидной пленки (два слоя с 50 %-ным перекрытием) толщиной 40 мкм каждый (в сумме 160 мкм) и двух слоев стеклоленты толщиной 0,1 мм, обильно пропитанной вышеупомянутым термореактивным эпоксидным компаундом с добавкой силиконового каучука, которая вводится для поглощения энергии, передаваемой от частиц эпоксидной смолы к частицам каучука, возникающей вследствие нарушения микроструктуры компаунда в местах концентрации больших механических напряжений.

Проведенные исследования показали, что использование такого компаунда приводит к резкому уменьшению эффекта тренировки и позволяет при первом возбуждении магнита получить величину критического тока, близкую к максимальной. Компаунд разработан И.Е.Карпуниной.

Вихревые кооперативные потери в кабеле новой конструкции при скоростях изменения магнитного поля $\dot{B} = 4$ Тл/с практически отсутствуют, а общие тепловые потери определяются только характеристиками применяемых сверхпроводящих проволок.

На рис. 6 для разных образцов сверхпроводящего трубчатого кабеля приведены результаты исследований зависимости энергии потерь (тепловыделений) от скорости изменения магнитного поля, пронизывающего сверхпроводящий кабель [11].

Первый образец нового сверхпроводящего кабеля был испытан в составе добавочного витка с радиусами изгиба 18 мм, размещенного в зазоре магнита ЦСД-1. Виток соединялся последовательно с обмоткой магнита по электрической цепи и по каналу охлаждения. При этом изучалась степень деградации критического тока в коротком образце кабеля в зависимости от скорости изменения поля в апертуре магнита, которая приведена на рис. 7.

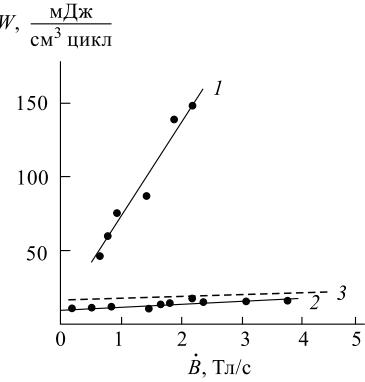


Рис. 6. Зависимость энергии потерь от скорости изменения поля для трубчатых образцов сверхпроводящего кабеля нуклotronа: 1 — для образца, пропаянного оловянно-серебряным припоем, 2 — для пучка изолированных сверхпроводящих проводов, имитирующих провода в трубчатом кабеле (31 провод), 3 — для конструкции кабеля с бандажом из никромовой проволоки (выбран для магнитов нуклотрона)

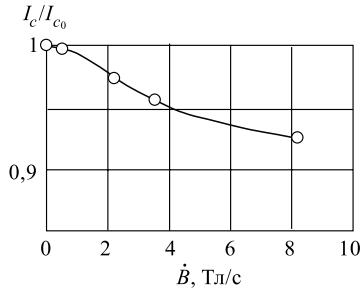


Рис. 7. Зависимость степени деградации критического тока в образце кабеля новой конструкции от скорости изменения магнитного поля в апертуре диполя при возбуждении его обмотки импульсами тока треугольной формы без пауз между импульсами

Для того чтобы определить эту зависимость, образец был изготовлен из сверхпроводящих проводов, имеющих более низкое значение критической плотности тока в магнитном поле до 2 Тл по сравнению с критической плотностью тока в сверхпроводящих проводах кабеля обмотки магнита.

В заключение можно отметить, что рассматриваемая конструкция сверхпроводящего кабеля отвечает поставленным задачам, технологична и проста в изготовлении, что позволило сделать в ЛВЭ весь сверхпроводящий кабель для магнитов нуклotronа (около 12 км).

Полученные экспериментальные характеристики позволяют делать расчетную оценку энергетических потерь в обмотках магнитов нуклотрона для разных режимов работы.

4. МОДЕЛЬНЫЙ СВЕРХПРОВОДЯЩИЙ ПОЛНОМАСШТАБНЫЙ ДИПОЛЬ ЦСД-2

Для отработки технологии изготовления дипольных магнитов с обмоткой из сверхпроводящего трубчатого кабеля новой конструкции, оценки затрат на их производство и получение экспериментальных характеристик в 1981—1983 гг. был создан полномасштабный дипольный магнит ЦСД-2 и проведены испытания двух модификаций этого магнита [5].

Конструкция магнита приведена на рис. 8, основные характеристики — в табл. 2.

Магнит состоит из двух симметричных частей по аналогии с магнитом ЦСД-1, отличие — лобовые части полуобмоток отогнуты на 90° по отношению к медианной плоскости магнита. Габариты шихтованного железного ярма 1400 × 256 × 166 мм, размер апертуры 90 × 42 мм. Двухслойная седлообразная обмотка (8), состоящая из двух симметричных частей, содержит двенадцать витков из трубчатого сверхпроводящего кабеля, описанного в разд. 3. После установки полуобмоток в ярмо они фиксируются с помощью болтов (3). Четыре стальных болта диаметром 8 мм, установленные через 300 мм по длине магнита (всего 16 болтов), подтягивают обмотку к железному ярму через изолирующие прокладки (7). Магнит установлен в горизонтальном цилиндрическом криостате на одной опоре (6), расположенной по центру (см. рис. 8, а).

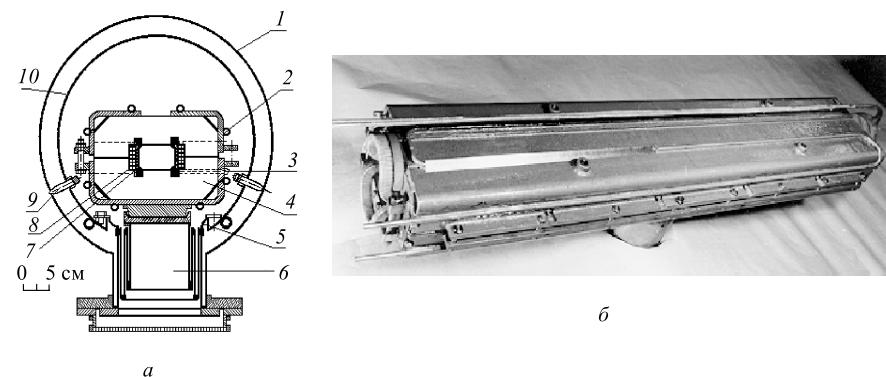


Рис. 8. а) Компоновка магнита ЦСД-2 в криостате: 1 — вакуумный кожух, 2 — змеевик для охлаждения ярма, 3 — болт, 4 — железное ярмо, 5 — тепловой контакт, 6 — опора магнита, 7 — прокладка, 8 — сверхпроводящая обмотка, 9 — опора азотного экрана, 10 — азотный экран. б) Общий вид магнита ЦСД-2

Криостатирование полуобмоток магнита осуществлялось потоком двухфазного гелия со следующими параметрами: массовое паросодержание $0 \div 1$; удельный массовый расход $12 \div 260 \text{ кг}/\text{м}^2 \cdot \text{с}$, максимальная температура $4,5\text{--}5 \text{ К}$.

Критический ток в магните при температуре $4,5 \text{ К}$ составил 6 кA . Такое значение критического тока целиком и полностью определилось низким значением критического тока проволоки, из которой был сделан сверхпроводящий кабель этого магнита.

Магнит возбуждался непрерывными импульсами тока в соответствии с графиком, представленным на рис. 9. Общие тепловыделения в магните (энергетические потери и статический теплоприток) составили 42 Вт . Статический теплоприток к магниту, включая и теплоприток по опоре, составил $3,3 \text{ Вт}$. Теплоприток к регулирующим вентилям $0,8 \times 2 = 1,6 \text{ Вт}$.

Для снижения энергетических потерь в шихтованном магнитопроводе его конструкция была изменена: из ярма были исключены стальные пластины толщиной 14 мм , располагавшиеся через каждые 300 мм по длине магнита, в которых были проделаны отверстия для болтов и пазы для деталей крепления обмотки. Обрамляющие конструкции магнитопровода торцевые накладки и уголки были сделаны из нержавеющей стали.

В модифицированном магните ЦСД-2М обмотка просто закладывается в магнитопровод и зажимается полюсными поверхностями ярма магнита.

Для более жесткого закрепления магнита в криостате был применен другой способ его фиксирования в пространстве — с помощью 8 растяжек по центру криостата (совмещение осей).

Таблица 2. Основные характеристики модельного полномасштабного дипольного магнита нуклotronа ЦСД-2М

Апертура магнита, мм	92 × 42
Физическая длина магнита, мм	1486
Размеры железного ярма, мм	1400 × 256 × 166
Масса магнита, кг	360
Число витков обмотки	12
Индуктивность, мГн	0,635
Длина кабеля в обмотке, м	45
Диаметр трубы кабеля (мелхиоровой), мм	5 × 0,5
Число СП-проводов Ø0,5 мм, НТ-5	31
Число СП-нитей в проводе	1045
Диаметр СП-нитей, мкм	10
Внешний диаметр кабеля с изоляцией, мм	~ 7
Критический ток магнита при $T = 4,4$ К, А	6470
Запасенная энергия, кДж	13,3
Суммарная интегральная относительная неоднородность магнитного поля в апертуре на уровне $B = 2$ Тл	$4,1 \cdot 10^{-4}$
Общий теплоприток к гелию в магните при работе в трапециевидном цикле с периодом 2 с, $B_{\max} = 2$ Тл и $\dot{B} = 4$ Тл/с, Вт	11

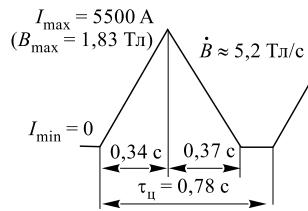


Рис. 9. График тока возбуждения магнита и временные параметры цикла

Исследования модифицированной конструкции магнита ЦСД-2М показали: тепловыделения в магните при работе в цикле по графику тока (рис. 9) уменьшились на 10 Вт (с 42 до 32 Вт), статический теплоприток к магниту 1,5 Вт, критический ток в магните при температуре 4,35 К равен 6470 А.

Магнит устойчиво работал при уменьшении расхода гелия до 0,40 г/с, при этом паросодержание потока гелия на выходе из обмотки составляло ~ 1, а на выходе из канала охлаждения магнитопровода выходил перегретый пар с температурой 6,8 К.

Результаты исследований энергетических потерь в магните (общие и в железном ярме) для двух скоростей изменения магнитного поля при различных временных параметрах приведены на рис. 10.

Численное проверочное моделирование поля сверхпроводящего диполя ЦСД-2 и анализ нелинейных эффектов с целью оптимизации конструкций магнита в соответствии с требованиями, связанными с насыщением железного ярма и влиянием размеров изоляционных прокладок между обмоткой и маг-

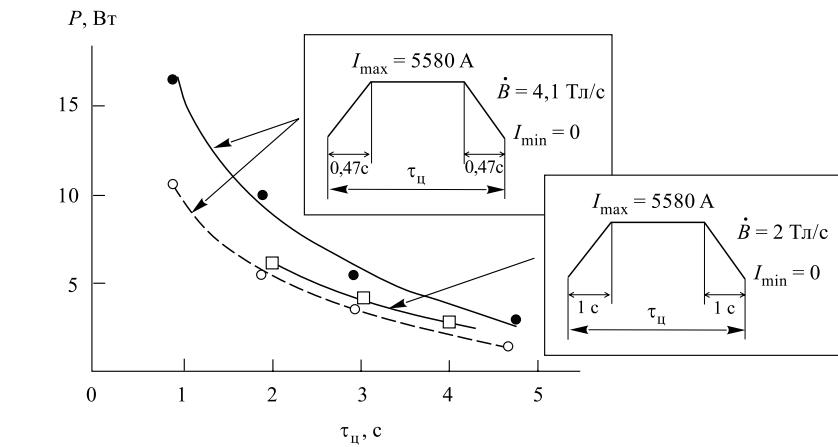


Рис. 10. Энергетические потери P в магните в зависимости от длительности τ трапециевидных импульсов тока его возбуждения при неизменных скоростях изменения поля в апертуре $\dot{B} = 4,1 \text{ Тл/с}$. Длительность плато тока на уровне 5580 А изменялась в процессе эксперимента. Сплошная линия — энергетические потери в магните. Пунктирная линия — энергетические потери в железном ярме магнита

нитопроводом (корпусная изоляция) и влиянием лобовых частей, проводились на основе метода объемных интегральных уравнений и метода сопряженных градиентов по программам MAGSYS, POISCR, POISON [12].

5. КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ПРЕИМУЩЕСТВА СВЕРХПРОВОДЯЩИХ МАГНИТОВ ЦИРКУЛЯЦИОННОГО ТИПА

Выполненный цикл работ по моделированию и исследованиям нового типа магнитов позволил в условиях ЛВЭ ОИЯИ разработать проект и создать первый в России действующий сверхпроводящий синхротрон, основанный на миниатюрных экономичных сверхпроводящих магнитах нового типа — с железным ярмом и обмоткой возбуждения из трубчатого сверхпроводящего кабеля, разработанного для импульсного режима работы.

Основные концептуальные преимущества и новизна магнитной системы нуклотрона состоят в следующем:

1. Магнитная система нуклотрона способна работать с частотой повторения циклов ускорения до $0,5 \div 1 \text{ Гц}$ при соответствующей мощности гелиевых рефрижераторов и источников электропитания, что особенно важно для повышения средней интенсивности ускоренных пучков ускорителя, а также при работе в бустерных режимах в процессе дальнейшей модернизации ускорительного комплекса ЛВЭ.

2. Принятая конструкция магнитной системы позволяет использовать в качестве хладоагента двухфазный гелий, что в несколько раз снижает расход прокачиваемого через магнитную систему гелия и упрощает в целом систему криогенного обеспечения нуклotronа. Сравнительно малое количество гелия в магнитной системе ускорителя и высокое значение допускаемого давления в ее охлаждающих каналах обеспечивают системе высокую безопасность в аварийных режимах при быстрых отеплениях.

3. Магнитная система на основе магнитов с трубчатой обмоткой не имеет гелиевого сосуда.

Это обстоятельство приводит к упрощению целого ряда узлов и криогенно-магнитной системы ускорителя в целом: облегчает доступ к магнитам, линзам и др. устройствам, расположенным внутри разборного вакуумного кожуха; исключает возможность появления гелиевых течей в вакуумной камере ускорителя. Стенки ионопровода разделяют сверхглубокий вакуум в камере $10^{-10} - 10^{-11}$ торр и вакуум в изоляционном пространстве криостатной системы порядка $10^{-6} - 10^{-7}$ торр.

4. В трубчатой сверхпроводящей обмотке магнитов нуклотрона поток тепла, вызванный ее импульсным возбуждением, на своем пути к криоагенту не встречает витковой и корпусной изоляции обмотки. Поэтому даже быстроциркулирующий магнит из трубчатого сверхпроводника можно сделать с высокой электрической прочностью. Это преимущество — залог эксплуатационной надежности, особенно при работе в радиационных условиях, и позволяет делать обмотку отдельно от магнитопровода с жесткими допусками на геометрические размеры и большой механической прочностью.

5. Ввиду большой (12 kA/cm^2) конструктивной плотности тока в сверхпроводящей обмотке ее геометрические размеры во много раз меньше по сравнению с резистивными обмотками «теплых» магнитов. В результате сверхпроводящий магнит по металлоемкости получается в ~ 5 раз меньше по сравнению с «теплым» магнитом, имеющим такую же апертуру.

6. В нуклтроне обеспечивается высокая однородность магнитного поля в рабочей апертуре магнитов (соответственно, градиента поля в линзах) в полном динамическом диапазоне токов возбуждения от 0,1 до 6 кА, что позволяет инжектировать в кольцо ускорителя низкоэнергетичные пучки ядер (5 МэВ/нуклон) из ЛУ-20. Сооружение нуклтрона на базе «безжелезных» традиционных магнитов типа $\cos \theta$ потребовало бы дорогостоящей реконструкции инжекционного комплекса для повышения энергии инжектируемых ядер вследствие высокого уровня в этих магнитах «замороженных полей». Длительность плато поля от 0,1 до 10 с.

7. Магниты с трубчатой сверхпроводящей обмоткой чрезвычайно просты по конструкции, технологичны и дешевы в изготовлении. Все это позволило изготовить криогенно-магнитную систему нуклтрона силами ЛВЭ и Опытного производства ОИЯИ с использованием имеющегося парка станков и в

несколько раз уменьшить затраты на изготовление по сравнению с вариантом промышленного изготовления.

8. Создание сверхпроводящего ускорителя — нуклотрона проходило в рамках проекта по замене магнитной системы синхрофазотрона ОИЯИ на сверхпроводящую.

Полная реализация этого проекта позволит снизить в несколько раз затраты на электроэнергию при работе нового ускорительного комплекса (не считая затрат на электропитание каналов транспортировки частиц).

6. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ НУКЛОТРОНА

Окончательная концепция нуклотрона была выработана после всесторонних исследований работы модельных образцов магнитов нового типа в 1983 г. [13]. При разработке структурного построения магнитной системы ускорителя с жесткой фокусировкой пучка были учтены нижеследующие условия:

- а) соответствие основных параметров ускорителя поставленным физическим задачам: максимальная энергия ядер с отношением заряда к массовому числу $q/A = 0,5$; $E = 6$ ГэВ/нуклон;
- б) размещение магнитной системы нуклотрона в имеющемся кольцевом туннеле вокруг фундамента синхрофазотрона ОИЯИ в цокольном этаже здания ускорителя;
- в) использование на начальной стадии эксплуатации нуклотрона инженерного комплекса синхрофазотрона на базе линейного ускорителя ЛУ-20 с энергией инжекции ядер 5 МэВ/нуклон; для ускорения тяжелых ядер необходимо развитие инженерного комплекса;
- г) экономичность, заключающаяся в минимальных затратах на сооружение магнитной системы ускорителя и последующую эксплуатацию нуклотрона;
- д) использование нуклотрона как в физическом эксперименте, так и в качестве бустерного каскада в составе супернуклотрона, получение растяжек выведенных пучков до 10 с;
- е) применение простых и технологичных конструкций элементов магнитной оптики и устройств их криостатирования с возможностью изготовления в условиях Опытного производства ОИЯИ;
- ж) высокая надежность в работе, простота в эксплуатации, легкая доступность ко всем устройствам магнитной системы и хорошая ремонтоспособность.

Размеры имеющегося кольцевого туннеля у основания фундамента синхрофазотрона ЛВЭ ОИЯИ (внешняя сторона) позволили разместить в цоколь-

ном этаже корпуса ускоритель с периметром ~ 251 м и числом суперпериодов, кратным 4. План расположения нуклotronа приведен на рис. 11.

Изучение различных вариантов структуры магнитной системы нуклotronа

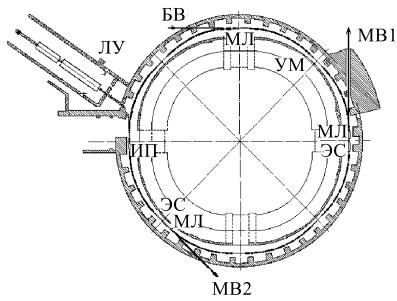


Рис. 11. Схема расположения систем нуклotronа: LU — линейный ускоритель-инжектор, MB1 и MB2 — направления каналов медленного вывода, BB — быстрый вывод, ИП — инфлекторные пластины, ЭС — электростатический септум, МЛ — магнит Ламбертсона, УМ — ударный магнит

на рис. 12. Регулярный период включает в себя фокусирующую и дефокусирующую квадрупольные линзы, четыре дипольных магнита и два малых свободных промежутка, предназначенных для размещения мультипольных корректоров и устройств диагностики пучка.

Для сверхпроводящих магнитных систем с целью уменьшения общей массы охлаждаемых магнитов очень важно оптимизировать размеры рабочей апертуры магнитов. Поэтому для того, чтобы в начале цикла ускорения инжектируемый пучок огибал выводные устройства — электростатический септум, магниты Ламбертсона, перед линейным промежутком, где они расположены, и после него устанавливаются по два диполя с расширенной горизонтальной апертурой. Эти магниты подпитываются на начальном этапе ускорения соответствующими по направлению дополнительными токами по отношению к общему току дипольных магнитов, чтобы создать в районе выводного промежутка локальное смещение орбиты.

В этом случае в остальных диполях кольца нуклotronа, как показывают расчеты, горизонтальный размер апертуры можно уменьшить до значения 90 мм, рассчитанного с учетом условий инжекции и процесса ускорения.

Однако, исходя из требований к однородности поля в рабочей части апертуры диполей и квадрупольей, были приняты следующие единые горизон-

с целью оптимизации апертуры магнитов при заданных параметрах инжектируемого и выводимого пучка, обеспечения устойчивого процесса ускорения частиц на протяжении всего ускорительного цикла при отсутствии структурных резонансов, определения возможности размещения ускоряющих станций, устройств медленного вывода, системы коррекции магнитного поля, устройств диагностики пучка и др. привело к выбору нижеследующего наиболее оптимального варианта.

Выбранная магнитная структура состоит из 8 суперпериодов, в каждый из которых входят 3 регулярных периода типа ФОДО и один период, не содержащий дипольных магнитов (большой линейный промежуток) [2]. Схемы двух типов периодов нуклotronа приведены на

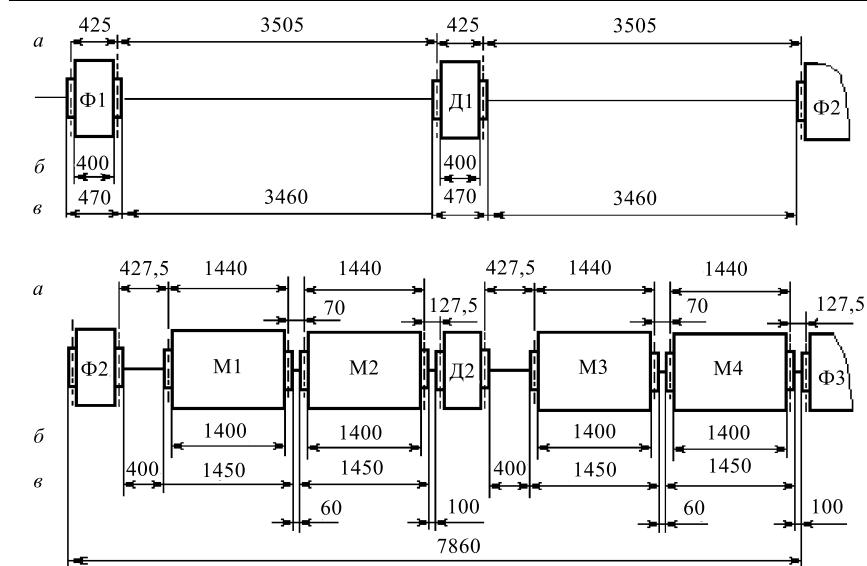


Рис. 12. Схемы двух типов периодов ускорителя: а) эффективные длины, б) длина магнитопровода, в) физическая длина магнита (Φ и \mathcal{D} — квадрупольные линзы, М — дипольные магниты)

тальные и вертикальные размеры апертур элементов магнитной оптики нуклотрона: для дипольных магнитов 110×56 мм, для квадрупольных магнитов 120×63 мм.

Основные параметры магнитной системы нуклотрона приведены в табл. 3.

Одним из непременных условий устойчивой динамики пучка в жесткофокусирующем синхротроне и уменьшения потерь частиц при ускорении является соблюдение достаточно строгих допусков на однородность магнитного поля в дипольных магнитах и градиента в квадрупольных линзах регулярной структуры в пределах рабочей области апертуры магнитов во всем динамическом диапазоне изменения поля при ускорении, начиная с момента инжекции. Кроме заданных допусков на интегральные погрешности однородности по длине магнитных элементов, необходимо выдержать в пределах $\sim 10^{-4}$ разбросы эффективных длин диполей и 10^{-3} — квадруполей, положения медианной плоскости в диполях и совпадение магнитной и геометрических осей квадруполя. Допуски на погрешности магнитного поля структурных элементов (диполей и квадруполей) нуклотрона и др., рассчитанные исходя из допустимых величин искажения орбиты, сдвигов частот бетатронных колебаний и их резонансов, приведены в табл. 4.

Расчет допусков на погрешности магнитного поля были проведены В.А.Михайловым и др. При серийном изготовлении одинаковых магнитов

Таблица 3. Основные параметры магнитной системы нуклotronа

1. Общие данные	
Энергия инжекции, МэВ/нуклон	6
Энергия ядер с $q/A = 0,5$ при $B = 2,08$ Тл, ГэВ/нуклон	6
протонов, ГэВ	12,8
Периметр, м	251,52
Максимальная интенсивность (кулоновский предел), A/q^2 част./цикл	$5 \cdot 10^{11}$
Длительность инжекции, мкс	$5 \div 8$
Длительность медленного вывода (плато поля), с	$0,1 \div 10$
Диапазон энергий медленного вывода, ГэВ/нуклон	$0,2 \div 6$
Критическая энергия, ГэВ	7
Частота циклов работы, Гц	до $0,25 \div 1$
2. Структура и магнитные элементы	
Количество суперпериодов	8
Количество периодов типа ФОДО	32
Частоты бетатронных колебаний	6,75
Количество дипольных магнитов	48×2
квадрупольных линз	32×2
Индукция в дипольных магнитах при инжекции, Тл	0,0455
максимальная, Тл	2,0830
Градиент в линзах Ф при инжекции, Тл/м	0,761
максимальный, Тл/м	34,892
Градиент в линзах Д при инжекции, Тл/м	-0,752
максимальный, Тл/м	-34,456
Радиус кривизны в дипольных магнитах, м	22
Сагitta в дипольных магнитах, мм	5,8
Апертура диполей, мм	56×110
Апертура квадруполей, мм	63×120

поле в них будет отличаться друг от друга вследствие следующих причин:

- ошибки в геометрических размерах окна (на всех уровнях поля) и внешних размеров магнитопровода (на высоких уровнях индукции поля при насыщении сердечника);
- ошибки в геометрических размерах длины магнитопровода;
- различная плотность упаковок пластин в магнитопроводе (ярме);
- различная магнитная проницаемость отдельных пластин магнитопровода;
- неравномерная укладка витков в основной обмотке возбуждения;
- разброс остаточных полей в железных магнитопроводах после намагничивания (влияние на уровне полей инжекции).

Таблица 4. Допуски на погрешности магнитного поля структурных магнитов и линз нуклотрона и их пространственное положение

Тип нелинейности	Стат. характер.	Значение	
		Магнит	Линза
Разброс эффективных длин	ср. квадр.	$5 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}
Точность определения угла поворота медианной плоскости вокруг продольной оси элемента	ср. квадр.	10^{-4}	10^{-4}
Косой квадруполь (2-я гармоника)	среднее	не вычислялось	—
Прямой секступоль (3-я гармоника)	ср. квадр.	10^{-4}	10^{-4}
Косой секступоль (3-я гармоника)	среднее	$5 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$
Прямой октуполь (4-я гармоника)	ср. квадр.	$4 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}
Косой октуполь (4-я гармоника)	среднее	не вычислялось	—
Прямые мультиполи высшего порядка (5–10-я гармоники)	ср. квадр.	$3 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$
Точность определения координат магнитной оси	среднее	$5 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}
		$3 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$
		$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$
			$0,05 \text{ мм}$

Примечание. Относительная погрешность магнитного поля рассчитывалась на радиус $R=40 \text{ мм}$.

Из вышесказанного следует, что для создания хорошей магнитной системы синхротронного типа очень важно не только разработать отвечающую требованиям конструкцию магнитов, но и разработать соответствующую технологию серийного изготовления, чтобы получить магниты с достаточно идентичными характеристиками.

В процессе исследований однородности магнитного поля в апертуре модельных магнитов, а также при серийном изготовлении проводился контроль параметров магнитного поля в изготовленных элементах магнитной системы нуклотрона.

При контроле использовался индукционный метод измерений с помощью гармонических катушек. Он основан на разложении в ряд Фурье наведенной в катушке ЭДС, пропорциональной компоненте вектора B_θ при разных угловых положениях катушки в апертуре тестируемого магнита [28].

Принятый способ описания двухмерного магнитного поля заключается в его представлении через ряд Фурье в цилиндрической системе координат r, θ, z (или через ряд Тейлора в прямоугольной системе координат x, y, z).

Тогда соответствующие уравнения приобретают вид

$$B_\theta = \sum_{n=1}^{\infty} B_{\text{ref}} \left[\frac{r}{r_{\text{ref}}} \right]^{n-1} [b_n \cos(n\theta) + a_n \sin(n\theta)],$$

$$B_r = \sum_{n=1}^{\infty} B_{\text{ref}} \left[\frac{r}{r_{\text{ref}}} \right]^{n-1} [b_n \sin(n\theta) - a_n \cos(n\theta)]$$

или

$$By + iBx = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_{\text{ref}}}{r_{\text{ref}}^{n-1}} (b_n - ia_n) (x + iy)^{n-1},$$

где B_θ — азимутальная составляющая, B_r — радиальная составляющая вектора поля вокруг оси симметрии, n — номер гармоники поля, r_{ref} — радиус приведения, B_{ref} — величина амплитуды основной составляющей поля магнита на радиусе приведения (в случае диполя $B_{\text{ref}} = B_1$, для квадруполя $B_{\text{ref}} = B_2 = Gr$, где G — градиент поля), b_n и a_n — коэффициенты соотношения амплитуд нормальных и косых гармонических составляющих магнитного поля на радиусе $r = r_{\text{ref}}$ к основной составляющей.

Для более тщательного изучения рассматривают трехмерное поле. Достаточно знать значение интеграла поля вдоль продольной оси магнита z и эффективную длину зоны действия составляющих поля на частицы $l_{\text{эфф}}$. Тогда уравнения приобретают вид

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_\theta dz = \sum_{n=1}^{\infty} B_{l\text{ref}} \left[\frac{r}{r_{\text{ref}}} \right]^{n-1} [b_n^* \cos(n\theta) + a_n^* \sin(n\theta)],$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_r dz = \sum_{n=1}^{\infty} B_{\text{ref}} \left[\frac{r}{r_{\text{ref}}} \right]^{n-1} [b_n^* \sin(n\theta) - a_n^* \cos(n\theta)]$$

или

$$\int B_y dz + i \int B_x dz = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_{\text{ref}}}{r_{\text{ref}}^{n-1}} [b_n^* - ia_n^*] [x - iy]^{n-1},$$

где $a_n^* = a_n l_{\text{эфф}}$, $b_m^* = b_m l_{\text{эфф}}$. Из данных по магнитным измерениям с большой точностью можно определить значения гармонических коэффициентов a_n и b_n во всем диапазоне токов возбуждения и по ним вычислить все параметры магнитного поля, необходимые для создания качественных элементов магнитной системы ускорителя. Как правило, определяются следующие параметры:

а) для дипольных магнитов:

центральное поле	$B_0 = B_y(z=0) = B_{\text{ref}} b_1,$
интегральное поле	$BL = \int B_y dz = B_{\text{ref}} b_1^*,$
эффективная длина	$L_m = BL/B_0,$
угол наклона медианной плоскости	$\Delta\theta = \frac{\int B_x dz}{\int B_y dz} = \frac{a_1^*}{b_1^*},$
мультипольные составляющие:	

нормальные	$b_2, b_3, b_4, \dots, b_2^*, b_3^*, b_4^* \dots$
косые	$a_2, a_3, a_4, \dots, a_2^*, a_3^*, a_4^* \dots$

б) для квадрупольных линз:

градиент поля в центре линзы	$G_0 = \frac{dB_y}{dB_x} = \frac{B_{\text{ref}}}{r_{\text{ref}}} b_2,$
интегральный градиент поля	$GL = \int \frac{dB_y}{dB_x} dz = \frac{B_{\text{ref}}}{r_{\text{ref}}} b_2^*,$
эффективная длина линзы	$L_m = GL/G_0,$
смещение оси	$\Delta y = \int B_x dz / GL = a_1^*/b_2^*,$
угол наклона линзы	$\Delta x = \int B_y dz / GL = b_1^*/b_2^*,$
мультипольные составляющие:	$\Delta\theta = \frac{\int \frac{dB_x}{dx} dz}{2GL} = \frac{a_2^*}{2b_2^*},$
нормальные	$b_3, b_4, b_5, \dots, b_3^*, b_4^*, b_5^*,$
косые	$a_3, a_4, a_5, \dots, a_3^*, a_4^*, a_5^*.$

Необходимость в этих данных определена их жесткой взаимосвязью через динамику движения частиц и параметры пучка в процессе ускорения с оптимальной работой создаваемого ускорителя. Так, на искажение орбиты влияют интервалы разброса $\langle \Delta BL \rangle$ и $\langle \Delta\theta \rangle$ в дипольных магнитах, а также $\langle \Delta x \rangle$ и $\langle \Delta z \rangle$ в магнитных линзах.

Размеры огибающей пучка определяются интервалами разброса $\langle \Delta GL \rangle$ и $\langle \Delta\theta \rangle$ в квадрупольных линзах, а мультиполи высших порядков (систематические и случайные) вызывают нелинейные резонансы. Подробные результаты математической обработки данных о спектре гармоник по тестовым измерениям магнитного поля магнитов нуклotronа и предварительные оценки влияния реальных погрешностей поля на параметры циркулирующего пучка показали, что качество поля в магнитах соответствует требованиям устойчивости бетатронного движения частиц в ускорителе, и это подтвердилось на практике при запуске ускорителя [14].

Кроме выполнения жестких допусков на однородность магнитного поля в элементах магнитной оптики ускорителя и др., существенным образом на динамике движения пучка в камере ускорителя оказывается точность пространственной установки магнитов в кольце.

Поскольку при создании магнитной системы не всегда по целому ряду обстоятельств удается выполнить все необходимые чрезвычайно высокие требования, то для корректировки орбиты в магнитной системе нуклотрона в малых линейных промежутках в едином блоке с квадрупольными магнитами

расположено 28 сверхпроводящих мультипольных корректоров (МПК) с 3 и 4 типами обмоток в каждом. В МПК входят дипольные (прямые и косые), квадрупольные (прямые и косые), секступольные (прямые), октупольные (прямые) обмотки в различных сочетаниях. Каждая обмотка имеет индивидуальное электропитание, косвенное охлаждение [15].

7. ДИПОЛЬНЫЙ МАГНИТ. КОНСТРУКЦИЯ И ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Магнит нуклotronа имеет разборную конструкцию. Основным силовым элементом конструкции магнита служит железное ярмо, которое воспринимает динамические усилия, возникающие при импульсном возбуждении обмотки магнита. Ярмо состоит из двух симметричных частей, состыкованных с помощью болтовых соединений (рис. 13, 14).

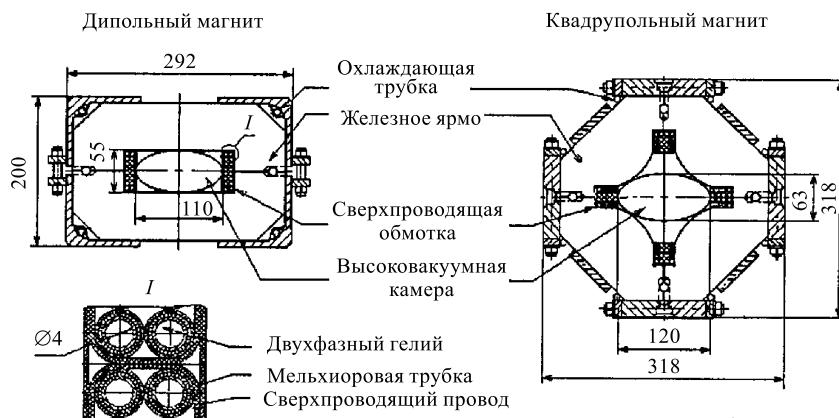


Рис. 13. Габаритные размеры структурных элементов магнитной системы нуклотрона

Полуярмо диполя набирается из штампованных пластин листовой электротехнической стали марки Э-330 толщиной 0,5 мм. По краям пакета располагаются торцевые пластины толщиной 25 мм из стали марки Ст-3, изготовленные по размерам штампованных пластин и обработанные на фрезерном станке по всем плоскостям.

Для сборки полуярма был разработан специальный стапель. Шихтованный пакет с торцевыми пластинами собирается на точно изготовленной направляющей стапеля. Затем на пакет накладываются два продольных уголка из стали марки Ст-3, у которых предварительно обработаны на фрезерном станке внутренние и внешние плоскости. На каждый уголок свинцово-

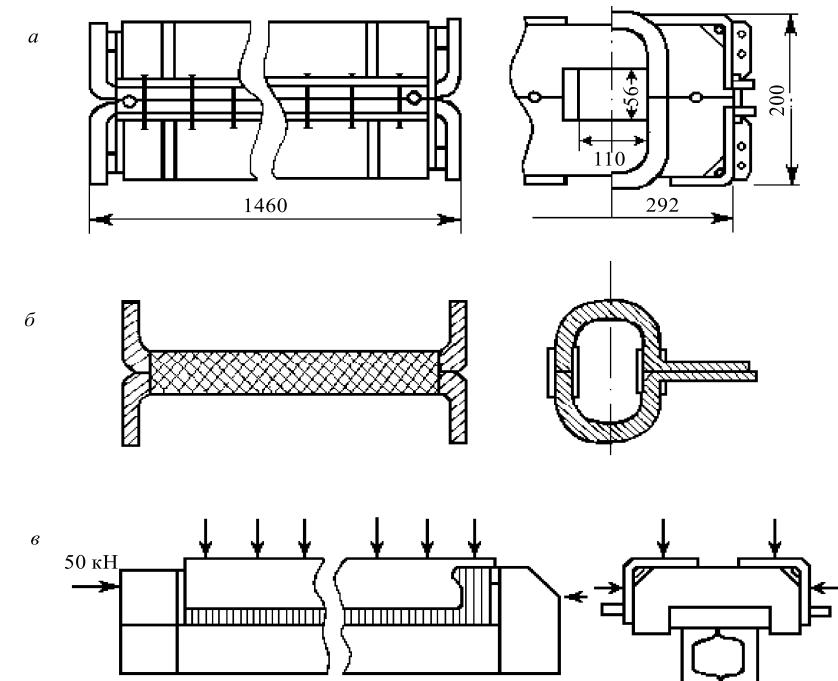


Рис. 14. а) Общий вид сверхпроводящего дипольного магнита нуклotronа; б) сверхпроводящая обмотка возбуждения; в) схема сборки полуярма магнита на стапеле

оловянным припоем напаяны медные трубки диаметром 12×1 мм, предназначенные для охлаждения железного ярма и отвода тепла, возникающего в магнитопроводе под действием вихревых токов. Уголки поджимаются с помощью специальных струбцин к шихтованному пакету по схеме рис. 14,в с одновременным сжатием пакета через торцевые щеки в продольном направлении с контролируемым усилием 50 кН. Затем пакет, уголки и торцевые щеки соединяются прерывистыми электросварочными швами в соответствии со сборочными чертежами и к уголкам привариваются соединительные фланцы и ушки для крепления кронштейнов подвески магнитов в криостате.

После снятия полуярма со стапеля его рихтовали, провели предварительную обработку на фрезерном станке и финишную доводку до окончательных размеров внутреннего окна ярма с точностью по высоте 0,01 мм и по ширине 0,05 мм на шлифовальном станке в соответствии с заданными допусками, подвергались шлифовке также плоскости разъема магнитопровода и базовые поверхности.

Затем два полуярма были собраны в единый магнитопровод и сделаны калиброванные отверстия под штифты. Завершается механообработка опе-

рацией фрезерования торцевых поверхностей собранного магнитопровода с доводкой размера магнитопровода по длине с точностью 0,1 мм.

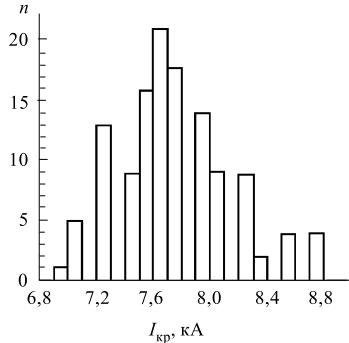


Рис. 15. Распределение числа сверхпроводящих дипольных магнитов нуклotronа по величине критического тока (серийное изготовление)

Для полимеризации эпоксидного компаунда обмотка на шаблонном приспособлении проходит термообработку по специальному плавному графику подъема и спада температуры во времени. Максимальная температура полимеризации 180 °С с трехчасовой выдержкой. Всего было изготовлено по такой технологии более 100 магнитов.

Двухрядная седлообразная обмотка состоит из двух симметричных по отношению к медианной плоскости полуобмоток, наматываемых отдельно на двух идентичных шаблонных приспособлениях и соединяющихся в единую форму после намотки (рис. 14,б). На обмотку наносится слой общей корпусной изоляции из стеклоленты толщиной 0,1 мм, пропитанной эпоксидным компаундом. И только после этого обмотка обжимается до фиксированных размеров с точностью до 0,05 мм.

Для полимеризации эпоксидного компаунда обмотка на шаблонном приспособлении проходит термообработку по специальному плавному графику подъема и спада температуры во времени. Максимальная температура полимеризации 180 °С с трехчасовой выдержкой. Всего было изготовлено по такой технологии более 100 магнитов.

Таблица 5. Токовые зависимости структурных элементов магнитной системы нуклotronа, где W — энергия пучка, B_m — индукция в зазоре дипольного магнита, L_m — эффективная длина дипольного магнита, G_L — градиент магнитного поля квадрупольного магнита, L_L — эффективная длина квадрупольного магнита

I , А	W , МэВ/нуклон	B_m , Тл	L_m , м	G_L , Тл/м	L_L , м
640	261,8	0,2267	1,4193	3,8832	0,4419
1280	829,1	0,4538	1,4200	7,7523	0,4413
1920	1499,9	0,6818	1,4198	11,6078	0,4412
2560	2207,5	0,9097	1,4191	15,4599	0,4411
3200	2930,9	1,1373	1,4175	19,2827	0,4407
3840	3660,5	1,3641	1,4145	23,0486	0,4402
4480	4378,9	1,5858	1,4094	26,6726	0,4381
5120	5056,7	1,7942	1,4036	30,1355	0,4378
5760	5665,3	1,9806	1,3972	33,1397	0,4352
6400	6102,6	2,1145	1,3954	35,1752	0,4333

При паспортизации все магниты прошли тестовые испытания для определения критического тока и замера интегральных нелинейностей поля в апертуре при

работе в цикле со скоростью подъема и спада поля $\dot{B} = 2$ Тл/с при общей длительности цикла, равной 2 с.

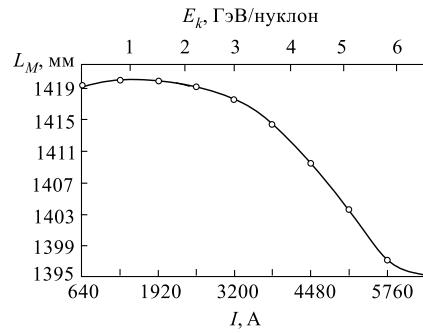


Рис. 16. Зависимость средней эффективной длины дипольных магнитов нуклотрона от тока и кинетической энергии иона

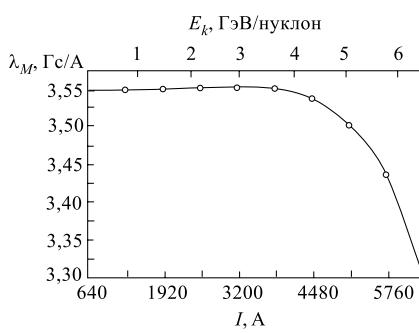


Рис. 17. Зависимость передаточной функции дипольных магнитов нуклотрона от тока и кинетической энергии иона

На рис. 15 приведено распределение числа дипольных магнитов нуклотрона в зависимости от достигнутых при тренировке максимальных значений критического тока.

В табл. 5 даны зависимости средних значений индукции магнитного поля и эффективной длины диполей от тока питания в диапазоне 640 \div 6400 А.

На рис. 16, 17 приведена зависимость эффективной длины L_m и передаточной функции λ_m диполей от тока возбуждения. Спад кривых на высоких индукциях обусловлен эффектом насыщения железных магнитопроводов дипольных магнитов.

Результаты магнитных измерений показали, что среднеквадратичный разброс эффективных длин диполей $\langle L_m \rangle$ превышает систематическое значение L_m не более чем на 2,6 мм, а $\langle \lambda_m \rangle \leq 8 \cdot 10^{-3}$ в диапазоне токов от 0 до 6,4 кА.

На рис. 18 приведено распределение нормализованного к току 5,12 кА интегрального значения основной компоненты индукции магнитного поля в диполях нуклотрона: $\int \dot{B} dL/I$ (Тл·м/кА).

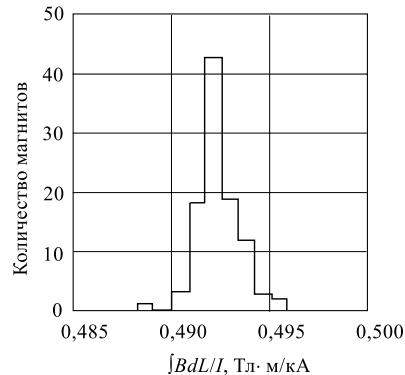


Рис. 18. Распределение нормализованного интеграла поля дипольного магнита нуклотрона, характеризующее идентичность изготовления магнитов

Полученные результаты свидетельствуют о достаточно хорошей точности изготовления диполей в продольных и поперечных измерениях.

Оценка положения медианной плоскости магнитов показывает, что угол ее отклонения от геометрической плоскости не превышает $3,7 \cdot 10^{-4}$ рад.

Основное влияние на динамику пучка оказывают систематические нелинейности с $n = 2, 4, 6$ (см. рис. 19.) Разброс интегральных значений остаточных магнитных полей в диполях по отношению к уровню поля при инжекции не превысил $\Delta B_{\text{ост}}/B_{\text{инж}} < 10^{-3}$ после возбуждения магнитов током 6500 А. При размагничивании магнитов обратным током 650 А остаточное поле уменьшается примерно на порядок [16–18].

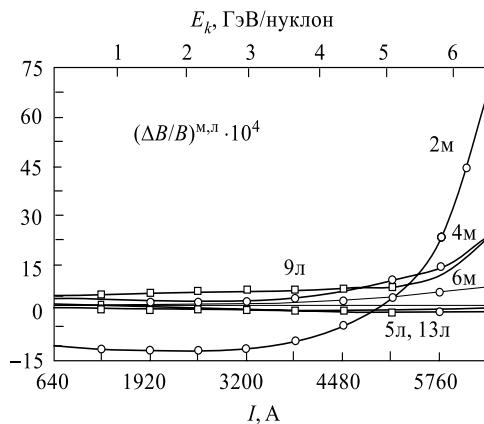


Рис. 19. Зависимость систематических неоднородностей поля дипольных (2M, 4M, 6M) и квадрупольных (5L, 9L, 13L) магнитов нуклотрона от тока и кинетической энергии на радиусе $R = 40$ мм (изображение гармоник поля из разложения в ряд Тейлора)

8. КВАДРУПОЛЬНЫЙ МАГНИТ. КОНСТРУКЦИЯ И ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

При выборе элементов магнитной системы нуклотрона рассматривались две основные конструкции линз (квадрупольных магнитов) регулярного периода: одна из них симметричная, с явно выраженным полюсами, другая прямоугольная, типа линзы Пановского. Каждая рассматривалась в качестве рабочей, численным методом исследовались ее характеристики и по ним подбирался наиболее оптимальный вариант [19]. Здесь же следует заметить, что в конечном итоге из-за сложности изготовления сверхпроводящих обмоток в линзах типа Пановского предпочтение было отдано варианту линзы с явно вы-

раженными полюсами. Основные параметры структурных сверхпроводящих квадрупольных магнитов нуклotronа приведены в табл. 6.

Таблица 6. Основные параметры структурных СП-магнитов нуклотрона

Параметры	Диполь	Квадруполь
Масса, кг	500	200
Конфигурация ярма	Оконная рама	Гиперболические полюсы
Длина ярма (по железу), мм	1370	430
Физическая длина, мм	1462	450
Апертура (гориз./вертик.), мм	110 × 55	120 × 63
Число витков в обмотке	2 × 8	4 × 5
Длина СП-кабеля в обмотке, м	62	24
Максимальная индукция (при 6 кА), Тл	1,98	—
Максимальный градиент поля (при 5,6 кА), Тл/м	—	33,4
Индуктивность, мГн	1,1	0,44
Запасенная энергия, кДж	19,8	6,9
Динамические тепловыделения при $\dot{B} = 2 \text{ Тл/с}$; $B_{\min} = 0$; $B_{\max} = 2 \text{ Тл}$; $f = 0,5 \text{ Гц}$, Вт	21	—
Динамические тепловыделения при $G = 33,4 \text{ Тл/м}\cdot\text{с}$; $G_{\min} = 0$; $G_{\max} = 33,4 \text{ Тл/м}$; $f = 0,5 \text{ Гц}$, Вт	—	12
Статические теплопритоки, Вт	6,6	5,2

В качестве исходных параметров для исследований линз брался максимально необходимый градиент линзы $G = 35 \text{ Тл/м}$ при максимальном рабочем токе не более 6 кА и эффективной длине не более $L_{\text{эфф}} = 42,5 \text{ см}$ в соответствии с длиной малого линейного промежутка регулярной магнитной структуры нуклотрона.

На рис. 13 представлено поперечное сечение квадрупольного магнита нуклотрона с полюсами гиперболической формы в окончательной конструкции. Ярмо линзы состоит из четырех симметричных частей.

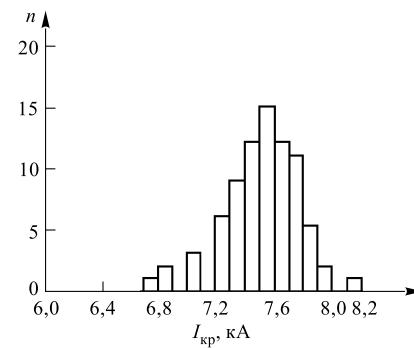


Рис. 20. Распределение числа сверхпроводящих квадрупольных магнитов нуклотрона по величине критического тока

Для серийного производства магнитопроводов линз регулярной магнитной структуры нуклтрона были изготовлены высокоточные штампы. Пластины с необходимой конфигурацией полюса штамповались из электротехнической стали марки Э-330 А толщиной 0,5 мм.

По аналогии с диполем 1/4 магнитопровода собиралась из штампованных пластин, которые с помощью продольных фланцевых накладок и торцевых

пластин из стали толщиной 20 мм электросваркой соединялись в единую конструкцию полюса. Магнитопровод линзы с помощью болтовых фланцевых соединений собирался из 4 полюсов на круглой направляющей. Затем на токарном станке обрабатывались торцевые поверхности полюсов, доводка продольного размера магнитопровода осуществлялась с точностью до 0,05 мм. Как и в диполе, полностью собранная обмотка возбуждения, намотанная на точных шаблонных устройствах, имеющая вид беличьей клетки, перед сборкой линзы закладывалась в пазы полюсов и зажималась последними в строго фиксированном положении.

Информация о характеристиках квадрупольных магнитов нуклтрона приведена на рис.19–23 и в табл. 6 [16,17].

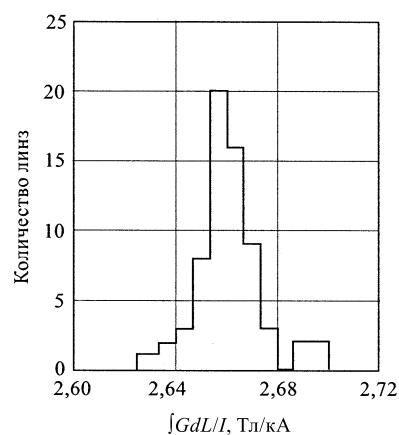


Рис. 21. Распределение нормализованного интеграла градиента поля квадрупольного магнита нуклтрона

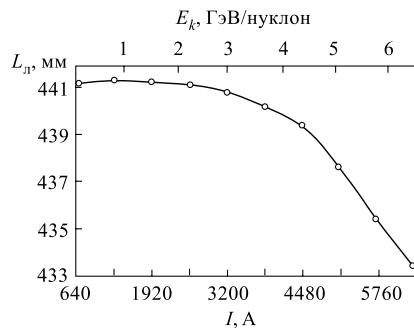


Рис. 22. Зависимость средней эффективной длины квадрупольных магнитов нуклтрона от тока и кинетической энергии иона

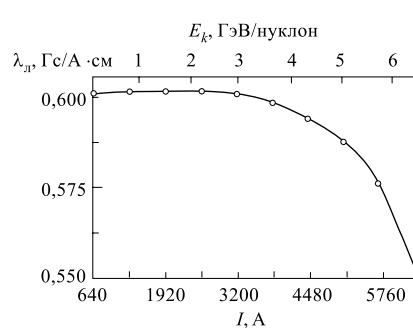


Рис. 23. Зависимость передаточной функции квадрупольных магнитов нуклтрона от тока и кинетической энергии иона

9. КРИОГЕННО-МАГНИТНЫЙ МОДУЛЬ И ТЕХНОЛОГИЯ СБОРКИ КРИОГЕННО-МАГНИТОЙ СИСТЕМЫ

Концепция криогенно-магнитной системы ускорителя построена на следующих положениях:

- система собирается из одинаковых криогенно-магнитных модулей трех видов, соответственно, для дипольных, фокусирующих и дефокусирующих магнитов, обмотки которых соединены последовательно в три электрические цепи;
- обмотка возбуждения СП-магнитов выполняется из трубчатого сверхпроводника с низким значением динамических тепловыделений и хорошими условиями охлаждения;
- криостатирование магнита осуществляется потоком двухфазного гелия в диапазоне изменения паросодержания от 0 до 1;
- каналы охлаждения всех модулей подключены параллельно к питающему и отводящему гелиевым коллекторам;
- система имеет высокую надежность, простоту и минимальные затраты на сооружение и эксплуатацию, хорошую ремонтоспособность.

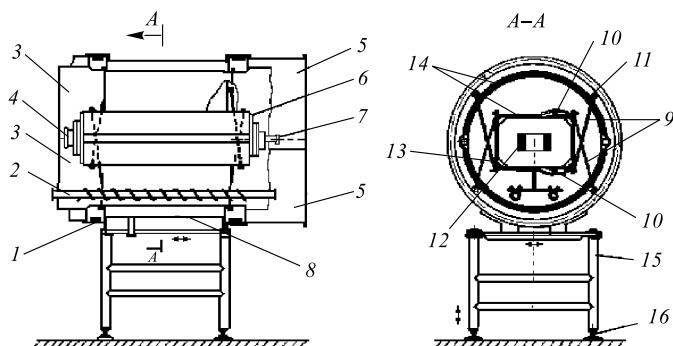


Рис. 24. Схема криогенно-магнитного модуля: 1 — сильфон; 2 — гелиевые коллекторы; 3 — тепловой экран; 4 — вакуумная камера; 5 — муфта; 6 — ярмо; 7 — трубопровод с жидким азотом; 8 — вакуумный кожух; 9 — тяга; 10 — СП-кабель электрической связи магнитов; 11 — тепловой мост; 12 — обмотка; 13 — трубка для охлаждения ярма; 14 — суперизоляция; 15 — подставка; 16 — домкрат

Схема криогенно-магнитного модуля представлена на рис. 24. Магнит закреплен в криостате на восьми тягах (9) таким образом, что после его охлаждения от комнатной температуры до гелиевой положение в пространстве оптической оси магнита не изменяется. К обоим торцам вакуумного кожуха (8) с помощью накидных фланцев присоединены гибкие сильфонные элементы (1). Накидной фланец позволяет поворачивать модуль вокруг

продольной оси. Гибкие элементы дают возможность при юстировке перемещать соседние модули друг относительно друга на необходимую величину. Модуль устанавливается на подставку (15), имеющую приспособление для юстировки. Вакуумные кожухи модуля соединяются между собой с помощью разъемных муфт (5), обеспечивающих доступ к соединениям электрических и криогенных коммуникаций, аппаратуре для диагностики пучка, расположенным в малых промежутках между магнитами. Каждый модуль перед установкой на кольце ускорителя проходит комплексную проверку (гидравлическое сопротивление, электрическая прочность, магнитные измерения и др.) на специальных стендах.

При сборке криогенно-магнитной системы нуклotronа с помощью разборных вакуумных соединений стыкуются (см. рис. 24, 26) гелиевые коллекторы (2), трубопроводы с жидким азотом (7), вакуумная камера (4) и разъемные муфты (5) вакуумного кожуха соседних модулей.

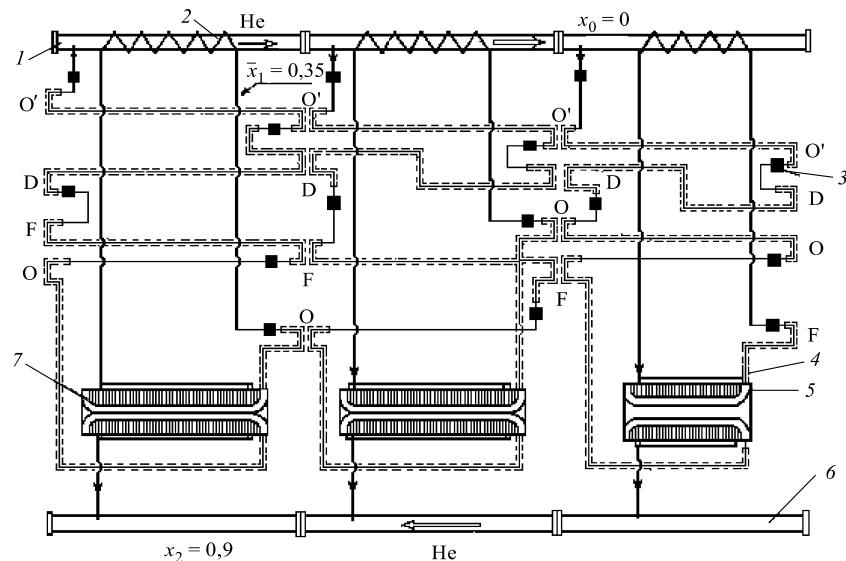


Рис. 25. Схема электрических и гелиевых коммуникаций криогенно-магнитных модулей: 1 — питающий коллектор; 2 — трубка для охлаждения коллектора; 3 — металлокерамическая электроизоляционная трубка; 4 — трубка для охлаждения железного ярма; 5 — обмотка квадруполя; 6 — отводящий коллектор; 7 — обмотка диполя; О, F, D — СП-кабель электрической связи, соответственно, отклоняющих, фокусирующих и дефокусирующих магнитов; О' — обратный кабель дипольных магнитов; x_1 , x_2 — среднее значение массового паросодержания в потоке гелия на выходе из каналов, соответственно, обмотки и трубы для охлаждения ярма; x_0 — массовое паросодержание в питающем коллекторе

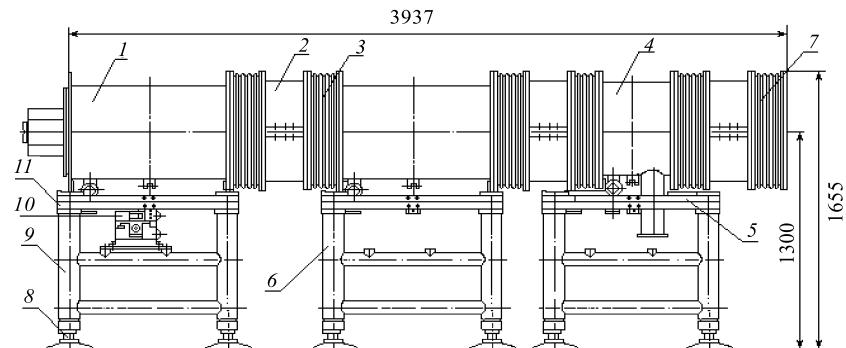


Рис. 26. Модульная сборка полупериода магнитной системы нуклotronа: 1 — кожух вакуумный дипольного магнита; 2 — кожух монтажный; 3 — компенсатор 4-гофровый; 4 — кожух вакуумный квадрупольной линзы; 5 — установочная рама линзы; 6 — подставка линзы; 7 — компенсатор 3-гофровый; 8 — домкрат; 9 — установочная рама диполя; 10 — подставка диполя; 11 — юстировочное приспособление

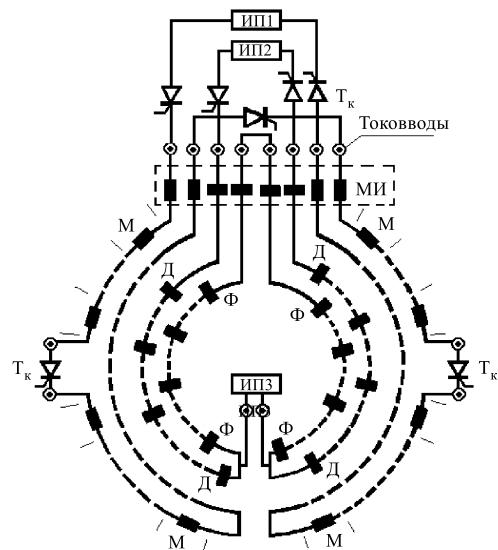


Рис. 27. Электрическая схема соединения групп магнитов нуклотрона: М — дипольный магнит (48×2 шт.); Ф — квадрупольный фокусирующий магнит (16×2 шт.); Д — квадрупольный дефокусирующий магнит (16×2 шт.); МИ — дипольные и квадрупольные измерительные магниты (вне колец ускорителя); Т_к — тиристорный ключ; ИП1, ИП2 — источники питания дипольных и квадрупольных магнитов; ИП3 — источник разбаланса токов групп магнитов Ф и Д

В каждом модуле, помимо электроцепи собственного магнита, имеются транзитные кабели электрической связи магнитов других групп (см. рис. 25). Для электрического соединения соседних модулей в каждом промежутке между магнитами выполняются четыре электрических спая трубчатых СП-кабелей. В местах спая СП-кабелей удаляется изоляционное покрытие и бандажная никромовая проволока. Затем оголенные участки двух совместно сложенных СП-кабелей на длине порядка 150 мм плотно обматываются сверхпроводящей проволокой (предварительно сплющенной до 0,2 мм и облученной), обжимаются в кондукторе и заливаются расплавленным оловянно-свинцовым припоем. При этом все гелиевые каналы СП-кабелей модуля соединены через трубчатые керамические изоляторы последовательно с гелиевыми коллекторами этого модуля и проверены на герметичность на стенде.

Такая технология соединения модулей позволяет с высокой степенью вероятности исключить гелиевые течи в вакуумное пространство, окружающее магниты до установки в кольцо ускорителя. Для организации «теплого» линейного промежутка криогенно-магнитная система нуклotronа разбита на два полукольца, имеющих раздельные изоляционные вакуумные объемы.

Принципиальная электрическая схема соединения магнитов и линз нуклотрона приведена на рис. 27. Обмотки возбуждения магнитов и линз соединены в две электрические цепи и через токовводы и тиристорные ключи T_k подсоединенны к источникам электропитания ИП1, ИП2. Силовые токовые цепи выполнены бифилярно, чтобы не вызывать рассеянных магнитных полей. Ток разбаланса при возбуждении фокусирующих и дефокусирующих квадрупольных магнитов создается источником ИП3 [27].

Общий вид криогенно-магнитных модулей дипольного и квадрупольного магнита нуклотрона приведены на рис. 28 и 29 [20].

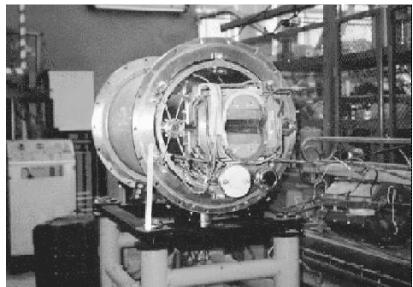


Рис. 28. Общий вид модуля дипольного магнита

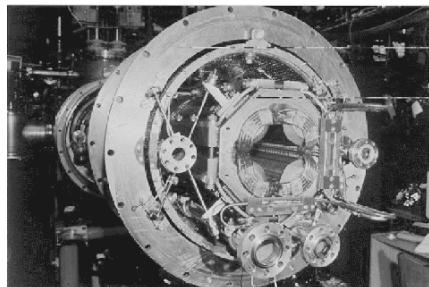


Рис. 29. Общий вид модуля квадрупольного магнита

10. КРИОСТАТИРОВАНИЕ МАГНИТОВ

В циркуляционных системах криостатирования сверхпроводящих магнитов большое значение имеет вопрос: что предпочтительнее использовать в качестве криоагента — жидкий гелий или двухфазный (парожидкостный) поток? В пользу криостатирования двухфазным гелием говорит следующее. Во-первых, при одинаковой температуре криостатирования энталпия криоагента на входе в объект в случае однофазного гелия должна быть ниже, чем в случае двухфазного. Во-вторых, массовый расход криоагента, прокачиваемого через объект с фиксированным тепловыделением, в случае однофазного гелия больше, чем в случае двухфазного гелия. Причем эта разница тем больше, чем больше допускаемое паросодержание $x = 1$ массовые расходы могут отличаться на порядок и более. В-третьих, в случае криостатирования потоком двухфазного гелия существенно выше устойчивость сверхпроводящих обмоток к воздействию на них импульсных тепловых нагрузок большой мощности, например, из-за радиационного разогрева обмоток, обусловленного потерями частиц при ускорении и выводе.

Однако к моменту времени разработки первых модельных магнитов нуклotronа существовавший экспериментальный материал по изучению гидродинамики парожидкостного потока гелия был еще недостаточен для того, чтобы указать область допустимых значений параметров потока (паросодержание, удельный массовый расход, недогрев на входе, импульсная тепловая нагрузка и т.д.), обеспечивающих надежное криостатирование.

После серии исследований условий криостатирования на модельных магнитах в качестве криоагента был выбран парожидкостный поток гелия. На выбор двухфазного гелия оказало влияние и то, что для магнитов нуклотрона основная тепловая нагрузка приходится не на обмотку, а на железное ядро. При массовом паросодержании на выходе из магнита $x_2 = 0,9$ (см. рис. 25) паросодержание на выходе из обмотки $x_1 = 0,35$. Этот факт позволяет допустить значительный разброс в значениях гидравлического сопротивления и тепловой нагрузки охлаждающих каналов магнитов от их средних значений

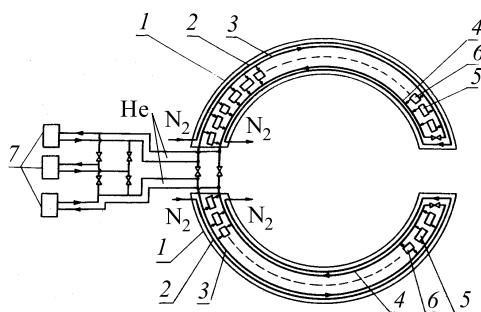


Рис. 30. Схема криогенных систем нуклотрона: 1 — вакуумный кожух; 2 — тепловой экран; 3 — питающий коллектор жидкого гелия; 4 — отводящий коллектор гелия; 5 — дипольный магнит; 6 — квадрупольная линза; 7 — рефрижератор

для всех магнитов ускорителя. Схема криостатирования магнитов нуклotrona приведена на рис. 30. Состыкованные между собой криостаты модулей образуют один, общий для каждой половины кольца ускорителя криостат. Внутри вакуумного кожуха (1) криостата расположен тепловой экран (2), питающий (3) и отводящий (4) гелиевые коллекторы, к которым параллельно подключены магниты (5), (6). Жидкий гелий из рефрижератора поступает в питающий коллектор криостата половины кольца ускорителя и распределяется по охлаждающим каналам отдельных модулей. В каждом модуле (см. рис. 25) парожидкостный поток гелия последовательно проходит охлаждающие каналы сверхпроводящих кабелей электрической связи соседних магнитов, обмотку магнита и после охлаждения питающего коллектора и железного ярма магнита поступает в отводящий коллектор. По мере прохождения каналов модулей и снятия тепловой нагрузки массовое паросодержание гелия меняется от 0 на входе в модуль до $\sim 0,9$ (в среднем для всех модулей половины кольца) на выходе из него. Температура потока гелия, поступающего в отводящий коллектор, контролируется термометром и характеризует условия охлаждения магнита.

Минимальное время охлаждения в сеансах работы 80-тонной криогенномагнитной системы нуклotrona от 300 до 4,5 К составило 72 часа. Криостатирование магнитов устойчиво обеспечивается двумя гелиевыми рефрижераторами общей производительностью 3,2 кВт на уровне 4,5 К (третий — резервный), работающими параллельно [6,7].

11. ИССЛЕДОВАНИЕ, РАЗРАБОТКА И СОЗДАНИЕ СИСТЕМЫ ЭВАКУАЦИИ ЭНЕРГИИ ИЗ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ НУКЛОТРОНА В АВАРИЙНЫХ РЕЖИМАХ

Переход сверхпроводящей обмотки магнитов в резистивное состояние может быть вызван ухудшением условий криостатирования, превышением допустимого значения тока в обмотке, локальным нагревом сверхпроводящего кабеля обмотки из-за радиационных потерь и целого ряда других причин. При этом в обмотке возникает локальный участок с активным сопротивлением, на котором выделяется энергия в виде джоулева тепла от протекания тока возбуждения магнитной системы. Для предотвращения перегрева и разрушения сверхпроводящего кабеля обмотки необходимо быстро снизить до нуля ток возбуждения магнита. Наиболее простым способом является гашение поля при высадке энергии на внешнее активное сопротивление. Этот способ состоит в отключении источника электропитания (замыкания входных цепей и перевод источника питания в инверторный режим работы) и введении в цепь тока возбуждения сверхпроводящих магнитов активного сопротивления

(внешнего) гашения поля. Уравнение для такой цепи имеет вид

$$Ldi/dt + i[R_{\text{внеш}} + R_{\text{дин}}(t)] = 0,$$

где L — суммарная индуктивность цепочки сверхпроводящих магнитов, i — ток возбуждения магнитов на момент появления нормальной зоны, $R_{\text{дин}}$ — динамическое сопротивление участка сверхпроводящего кабеля, перешедшего в резистивное состояние, $R_{\text{внеш}}$ — сопротивление эвакуации энергии (гашения поля).

Так как $R_{\text{внеш}} \gg R_{\text{дин}}$ (активное внешнее сопротивление выбирается так, чтобы сопротивление участка с нормальной зоной составляло $3 \div 5\%$ от $R_{\text{внеш}}$), то его величина в основном и определяет характер экспоненциального спада тока и время вывода энергии из системы. При этом необходимо выбрать величину $R_{\text{внеш}}$ такой, чтобы разогрев кабеля в месте появления нормальной зоны не приводил к его разрушению и чтобы напряжения на разных участках электропривода магнита не превышали допустимых величин.

С целью определения зависимости температуры разогрева сверхпроводящего кабеля в районе нормальной зоны от максимальной величины напряжения эвакуации энергии на аварийном магните ($u = R_{\text{внеш}}i$) были проведены исследования и выработаны рекомендации.

Исследования проводились на одиночном магните и на штатном дипольном магните нуклotronа при испытаниях октанта магнитной системы ускорителя в цепи, состоящей из 12 диполей и 4 квадрупольей, соединенных в единую цепь [21].

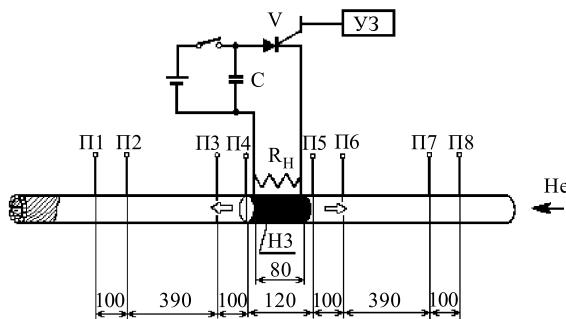


Рис. 31. Схема эксперимента: УЗ — устройство запуска тиристора, НЗ — нормальная зона, V — тиристор, R_H — нагреватель, С — емкостный накопитель, П1÷П8 — потенциальные отводы

Схема эксперимента приведена на рис. 31. Предварительно заряженный конденсатор с помощью тиристора подключается к нагревателю, расположенному непосредственно на сверхпроводящем кабеле (вскрыта изоляция) внутреннего витка обмотки возбуждения дипольного магнита. По обе стороны

от нагревателя на определенном расстоянии располагались потенциальные отводы. От теплового импульса нагревателя зарождалась нормальная зона, которая распространялась вдоль кабеля, при этом ток возбуждения магнита составлял номинальную величину 6 кА. По осцилограммам напряжений с потенциальных концов, форме тока и индуктивной составляющей напряжения на магните были определены:

— скорость распространения нормальной зоны в обмотке диполя, которая не зависела от направления прокачки гелия и составила для значений тока в обмотке 3,5 и 6 кА, соответственно, 10, 15 и 20 м/с (точность измерений $\pm 5\%$);

— зависимость температуры разогрева СП-кабеля на резистивном участке при переходе из сверхпроводящего в нормальное состояние от величины напряжения на магните в момент начала эвакуации энергии: 38,8 В — 170 К; 28,8 В — 285 К; 23,2 В — 450 К.

Полученные в эксперименте данные позволили сделать вывод о том, что для обеспечения эффективной защиты необходимо, чтобы напряжение на одном магните в момент начала эвакуации было ~ 40 В и ~ 4 кВ на всей цепи дипольных магнитов.

В 1973 г. автором была предложена схема импульсного форсирования магнитного поля для двухэтапного ускорения ядер [22,23]. Она послужила прототипом схемы эвакуации энергии магнитов нуклotronа путем замены диодного ключа на тиристорный.

Принципиальная схема системы эвакуации энергии магнитного поля дипольных магнитов нуклotronа приведена на рис. 32.

В этой схеме при работе импульсных коммутационных источников КИ и во время эвакуации энергии потенциалы различных участков цепи магнитов относительно «земли» не превышают ± 500 В при токе эвакуации 6 кА.

При нормальной работе с началом цикла работы ускорителя включаются пять тиристорных ключей T_k , образуя контур тока возбуждения I_0 (питания) магнитов от главной системы формирования магнитного цикла ускорителя СП. При эвакуации энергии по команде от датчиков обнаружения перехода сверхпроводящих магнитов в резистивное состояние включаются коммутационные тиристоры КТ пяти источников КИ, подключая предварительно заряженные от источников ЗИ конденсаторные батареи С к тиристорным T_k . Начинается быстрый процесс коммутации (десятки микросекунд) тока из тиристорных ключей T_k в конденсаторные батареи С. При изменении полярности напряжения на конденсаторных батареях С ток магнитов М коммутируется из конденсаторных батарей в цепи сопротивления гашения поля R_g через диоды Д. Начинается аварийная эвакуация энергии и экспоненциальный спад тока с постоянной времени $L/R_g = 0,18$ с (см. на рис. 32 эквивалентную схему эвакуации энергии из цепи дипольных магнитов нуклotronа).

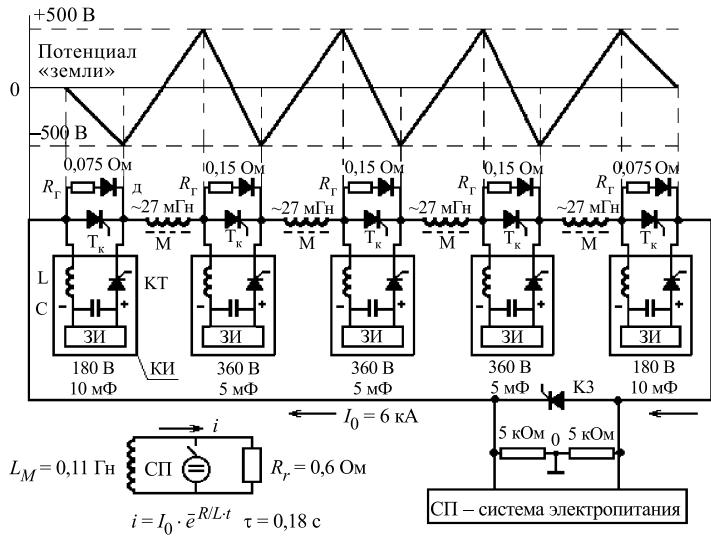


Рис. 32. Схема эвакуации энергии из дипольных магнитов нуклоторна и ее эквивалентная схема: Т_к — тиристорный ключ; Д — диод; ЗИ — зарядный источник; М — цепочка дипольных магнитов (24 магнита); КИ — импульсный источник коммутации тока; КЗ — тиристорный короткозамыкатель; КТ — коммутационный тиристор; С — коммутационная емкость; L — дроссель; R_r — сопротивление гашения поля

Эвакуация энергии из квадрупольных магнитов осуществляется с помощью двух тиристорных ключей, так как суммарная запасенная энергия в линиях примерно в четыре раза меньше (см. рис. 27).

На рис. 33 изображена зависимость от времени активной составляющей напряжения нормальной зоны в обмотке дипольного магнита, полученная из данных вышеприведенного эксперимента при токе на момент начала эвакуации, равном 6 кА.

Для предотвращения аварийного разрушения сверхпроводящего кабеля обмотки от перегрева необходимо как можно раньше зафиксировать момент перехода магнита в резистивное состояние. С этой целью с мест спая обмоток магнитов выводятся потенциальные проводники через резисторы 500 Ом (для предотвращения их пережигания при замыкании). Как показано на рис. 34, к ним подключаются входные цепи датчиков обнаружения нормальной фазы, образуя мостовую схему. При появлении нормальной фазы в обмотке магнита

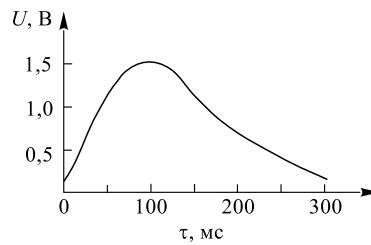


Рис. 33. Зависимость от времени изменения активной составляющей напряжения резистивной зоны в обмотке экспериментального магнита

мальной зоны в обмотке одного из магнитов в диагонали моста появляются сигналы рассогласования, которые усиливаются и преобразуются в командный сигнал и включают схему эвакуации энергии. Для отстройки от помех в датчике предусмотрена амплитудная и временная селекция. Для включения защит проходят сигналы на входе датчиков, имеющие амплитуду более 50 мВ и длительность более 3 мс (уровень помех до 20–30 мВ).

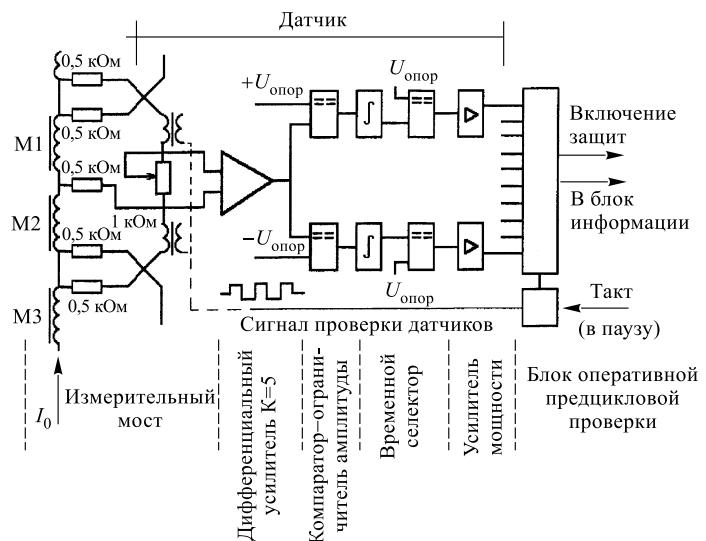


Рис. 34. Блок-схема датчика обнаружения перехода магнита в резистивное состояние (для двух магнитов)

Системой таких датчиков охватываются все сверхпроводящие магниты и соединительные кабели в цепи от токоввода до токоввода. Имеется вторая система так называемых «групповых датчиков», в которых плечи моста состоят из нескольких магнитов.

12. ПРИМЕНЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО ТРУБЧАТОГО СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО КАБЕЛЯ В ЭЛЕМЕНТАХ МАГНИТНОЙ ОПТИКИ КАНАЛОВ ТРАНСПОРТИРОВКИ ЧАСТИЦ

Как известно, ускорительно-накопительные комплексы имеют разветвленную систему каналов транспортировки частиц. При одновременном проведении на синхрофазотроне ОИЯИ в одном ускорительном цикле нескольких физических экспериментов потребление энергии системами электропитания элементов магнитной оптики каналов из сети делается соизмеримым

с потреблением энергии собственно ускорителем и доходит до величины $8 \div 10$ МВт потребляемой мощности. Актуальная потребность в десятки раз снизить электропотребление привела к необходимости рассмотрения вопроса о расширении области применения магнитов типа «нуклотрон» с трубчатыми сверхпроводящими обмотками, простых в изготовлении, удобных в эксплуатации и дешевых по стоимости.

Однако большой ток возбуждения отдельно запитываемых магнитов в каналах экономически невыгоден. Индивидуальная подстройка токов возбуждения множества элементов магнитной оптики каналов привела бы к введению большого количества сильноточных токовводов, для охлаждения которых потребуются большие криогенные мощности. Сами магниты, возбуждаемые постоянным током, практически не выделяют тепло. Необходимо только снять хладоагентом статические теплопритоки по подвескам, опорам от тепловой радиации и радиационного разогрева пучком, которые в сумме значительно меньше тепловыделений в сильноточных тоководах. Опыт исследования режимов работы первых образцов магнитов с небольшими токами возбуждения с обмотками из сверхпроводящего кабеля трубчатого типа на примере сверхпроводящего инфлекторного септум-магнита нуклотрона показал экономическую эффективность и перспективность применения этих устройств [24]. Для обмоток этого магнита был изготовлен сверхпроводящий трубчатый кабель в модифицированном варианте.

Используемый сверхпроводящий кабель имел диаметр 0,5 мм, 2970 сверхпроводящих нитей из ниобий-титанового сплава НТ-50 диаметром 6 мкм, с шагом твиста 4-6 мм, был покрыт радиационно стойким изоляционным лаком «Имидаль» (возможна дополнительная хлопчатобумажная изоляция). В едином технологическом процессе на поверхность изолированной мельхиоровой трубы наносился слой термореактивного эпоксидного компаунда и с шагом 40 мм навивались 30 сверхпроводящих проводов и одна капроновая леска толщиной 0,5 мм; на сверхпроводящую проволоку затем наносилось изоляционное покрытие из полиимидной пленки шириной 20 мм и толщиной 40 мкм в один слой с 50 % перекрытием. Как и в стандартном трубчатом кабеле для магнитов нуклотрона, и с той же целью, в последующей операции навивался поперечный бандаж из никромового провода (в других устройствах применялись капроновая леска, нитки).

Заканчивалось изготовление трубчатого кабеля нанесением двухслойного покрытия стеклоленты, пропитанной эпоксидным компаундом. Изготовление 10-витковой седлообразной обмотки септум-магнита осуществлялось по технологии изготовления обмоток штатных магнитов нуклотрона на шаблонных устройствах. Выводные концы кабеля обмотки сводились вместе, и затем провода в кабеле обмотки соединялись последовательно пропаянной скруткой (ПОС-60), образуя 300-витковую обмотку возбуждения с номинальным током $200 \div 250$ А. При этом провода начала и конца такой многовит-

ковой обмотки разделялись капроновой леской, заложенной в кабеле при его изготовлении (между ними наибольшее напряжение при эвакуации энергии).

Для охлаждения сверхпроводящих проводов в местах спая скрутка наматывалась на изолированную полимидной лентой трубку охлаждения кабеля и прижималась изоляционным ленточным покрытием (рис. 35,*a*). В этой конструкции обмотки сверхпроводящие токонесущие провода охлаждаются косвенно через изоляционные покрытия. Так как при возбуждении постоянным током вихревые тепловыделения в сверхпроводнике практически отсутствуют, косвенный способ криостатирования оказался вполне приемлемым. Необходимо и применение мелкодисперсных сверхпроводящих проводов в конструкции кабеля и мельхиоровой трубы, предпочтительнее применение медной, с толщиной стенки ~ 1 мм. В этой конструкции магнита трубка кабеля для прокачки гелия электрически изолирована от сверхпроводящих проводов. Из нее можно организовать на момент эвакуации энергии электрическую цепь, в которой равномерно по длине кабеля можно рассеять всю запасенную энергию магнитного поля путем быстрой коммутации тока в медную трубку (рис. 35,*б*).

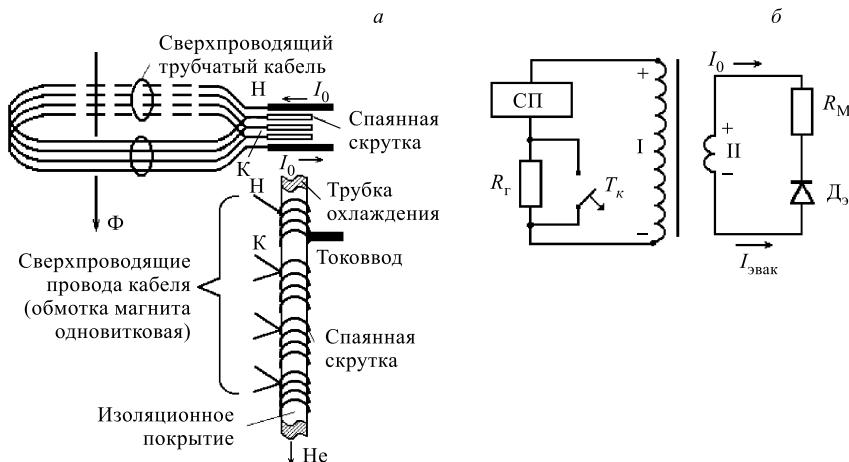


Рис. 35. *а*) Электрическая схема соединения сверхпроводящих проволок кабеля обмотки магнита канала транспортировки частиц; *б*) схема эвакуации энергии: I — обмотка возбуждения магнита; II — контур тока эвакуации; R_M — сопротивление медной трубы кабеля; T_k — тиристорный ключ; СП — система электропитания

Опыт испытаний и успешная эксплуатация в сеансах работы нуклонона убедительно подтвердили состоятельность рассматриваемых конструкций магнитов, работающих с постоянными токами возбуждения. По этому принципу

были сделаны и испытаны на стенде квадрупольные и секструпольные линзы для системы медленного вывода пучка из нуклotronа.

Для возбуждения магнитов с применением новой технологии требуются источники электропитания малой мощности ~ 1 кВт (5 В, 200 А). В сравнении с ними источники питания магнитов и линз каналов транспортировки частиц от синхрофазотрона к физическим установкам в экспериментальном павильоне ЛВЭ ОИЯИ имеют выходные мощности ~ 400 кВт (110 В, 4000 А, 25 шт.) и 220 кВт (220 В; 1000 А, 10 шт.). Опыт работы магнитной системы нуклotronа показал, что параллельное криостатирование многих сверхпроводящих магнитов прокачного типа от сборных коллекторов протяженностью в сотни метров — вполне осуществимая и технически решаемая задача.

Новая технология в корне меняет подход к энергетике каналов транспортировки частиц ускорительных комплексов высоких и сверхвысоких энергий.

По мнению и оценкам автора, предложенный вариант слаботочных сверхпроводящих магнитов для каналов транспортировки частиц в ускорительных сверхпроводящих комплексах является весьма перспективным и экономически эффективным.

13. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ЛВЭ ОИЯИ разработана новая концепция сверхпроводящей магнитной системы для ускорителей синхротронного типа на основе магнитов с магнитопроводами традиционных «теплых» конструкций, отличающихся новизной исполнения обмотки возбуждения из трубчатого сверхпроводящего кабеля, специально созданного для работы в импульсных магнитных полях. Конструкция магнитов позволила применить выгодный и эффективный способ криостатирования, основанный на циркуляции двухфазного гелия по каналу кабеля обмотки и трубкам охлаждения магнитопровода.

Новая технология в принципе упростила проблему применения сверхпроводимости в ускорительной технике, привнесла в конструкцию магнитной системы элементы миниатюризации, простоты изготовления и эксплуатационной надежности, экономической эффективности и др.

Важным отличительным признаком ускорителя со сверхпроводящей магнитной системой нового типа является его способность работать с длительностью рабочего цикла порядка секунд и иметь нижний предел динамического рабочего диапазона изменения магнитного поля при ускорении частиц $\sim 0,02$ Тл (понижение энергии инжектируемых частиц).

2. Впервые разработан, исследован и реализован в обмотках магнитов нуклotronа трубчатый сверхпроводящий кабель на основе выпускаемых промышленностью компонентов, для работы в импульсных магнитных полях с

малыми тепловыделениями при скоростях изменения поля порядка ~ 4 Тл/с, с радиусом изгиба до 20 мм.

3. На базе изобретенного трубчатого сверхпроводящего кабеля разработаны, исследованы и реализованы в магнитной системе нуклotronа новые по типу сверхпроводящие отклоняющие и фокусирующие магниты циркуляционного типа с максимальным полем до $1,8 \div 2$ Тл, работающие с рекордной цикличностью для сверхпроводящих систем до 1 Гц. Конфигурация и однородность магнитного поля в них определяется формой полюсов магнитопровода по аналогии с «теплыми» системами.

4. На основании проведенных исследований разработан и реализован проект криогенно-магнитной системы ускорителя релятивистских ядер — нуклотрона, призванного заменить синхрофазотрон и существенным образом модернизировать ускорительную базу ОИЯИ, предоставить возможность на современном уровне проводить физические эксперименты.

5. Осуществлен ввод в действие нуклотрона — первого сверхпроводящего синхротрона, сооруженного на малогабаритных сверхпроводящих магнитах нового типа с ферромагнитными сердечниками и трубчатыми сверхпроводящими обмотками. Проведено семнадцать сеансов работы по его наладке и освоению в физических экспериментах с внутренними тонкими мишениями и на пучках медленного вывода в экспериментальный павильон.

6. Проведены исследования процессов образования нормальной зоны в трубчатом сверхпроводящем кабеле обмоток новых магнитов при переходе в резистивное состояние. Выбраны необходимые параметры схемы эвакуации энергии и датчиков обнаружения в магнитах нуклотрона зарождения резистивной (нормальной) зоны. Предложены, разработаны и реализованы системы аварийной эвакуации энергии из магнитной системы нуклотрона, комплекс устройств датчиков перехода и отображения информации. Разработана и реализована общая схема взаимодействия защит магнитной системы нуклотрона и систем электропитания.

7. Разработана и реализована схема соединений электроцепей функциональных групп сверхпроводящих магнитов нуклотрона. Сформулированы требования и предложены схемные решения систем электропитания групп магнитов нуклотрона. Выработаны требования, логика защит и конкретные технические решения по защитам, реализованные в системах электропитания функциональных групп магнитов нуклотрона [25].

8. Разработана экономически эффективная концепция и необходимые при ее реализации технические решения для создания сверхпроводящих элементов магнитной оптики для каналов транспортировки частиц ускорителей с малыми постоянными токами возбуждения (~ 200 А) на основе конструкции магнитов нуклотрона. Разработана и реализована конструкция трубчатого сверхпроводящего кабеля с электрически изолированными сверхпроводящими проводами (по типу кабеля нуклотрона), которые при изготовлении

обмотки соединяются последовательно, образуя многовитковую обмотку магнита. Конструкция реализована в инфлекторном септум-магните нуклotronа и вспомогательных линзах устройства медленного вывода пучка из нуклotronа.

9. Использование в конструкции электромагнита сверхпроводящей трубчатой обмотки позволяет перевести рабочую температуру железного ярма на азотный или «комнатный» уровень, теплоизолировав обмотку от железа, и тем самым значительно снизить общие тепловые потери и охлаждаемую массу на уровне 4,5 К. По независимой оценке американских специалистов, занимающихся с 1995 года разработкой протонного коллайдера 2×100 ТэВ в Национальной лаборатории им.Ферми, магниты типа «нуклotronа» в этом варианте являются наиболее перспективными по сравнению с другими конструкциями [26].

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить глубокую признательность коллегам по работе, которые на различных этапах выполнения программы сооружения магнитной системы нуклotronа и систем ее обеспечения своим творческим трудом способствовали выполнению этой огромной работы, завершившейся запуском первого сверхпроводящего ускорителя релятивистских ядер в России в 1993 году.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Балдин А.М. и др.** — Сообщение ОИЯИ 9-7148, Дубна, 1973.
2. **Балдин А.М. и др.** — В сб.: Труды четвертого Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Москва, 1974 г. Том II, с.4–8.
3. **Балдин А.М. и др.** — В сб. «Предложения по программе Лаборатории высоких энергий в 1991–1995 гг.». ОИЯИ Р1,2-89-631, Дубна, 1989, с.210
4. **Agarov N.N. et al.** — Cryogenics, 1980, v.20, No.6, p.345 (Препринт ОИЯИ Р8-12786, Дубна, 1979).
5. **Smirnov A.A. et al.** — Journal de Phys., 1984, v.45, Coll.Cl, suppl. N1, p.C1-279. (Препринт ОИЯИ 9-83-625, Дубна, 1983).
6. **Baldin A.M. et al.** — JINR Preprint E9-93-273, Dubna, 1993.
7. **Baldin A.M. et al.** — JINR Comm. E8-95-65, Dubna, 1995.
8. **Дьячков Е.И. и др.** — Сообщение ОИЯИ 8-82-169, Дубна, 1982.
9. **Зайцев Н. и др.** — Авт. свид. СССР, № 1424609, 1986.
10. **Анищенко Н.Г. и др.** — Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1988, т.19, вып.3, с.669.
11. **Chovanec F. et al.** — Cryogenics, 1981, v.21, No.8, p.559. Препринт ОИЯИ Р8-80-575, Дубна, 1980.
12. **Борисовская З.В. и др.** — Сообщение ОИЯИ 9-86-714, Дубна, 1986.
13. **Baldin A.M. et al.** — IEEE Trans. on Nucl. Science, 1983, v.NS-30, No.4, p.3247.

14. **Донягин А.М. и др.** — Сообщение ОИЯИ Р9-94-329, Дубна, 1994
15. **Baldin A.M. et al.** — IEEE Trans. on magnetics, 1996, v.32, No. 4; Сообщение ОИЯИ Р9-95-260, Дубна, 1995.
16. **Baldin A.M. et al.** — IEEE Trans. on Appl. Superconductivity, 1995, v.5, No. 2, part I, p.875.
17. **Donyagin A.M. et al.** — In: Proc. of the 5th Europ. Part. Accelerator Conference, 1996, v.3, p.2281, Sitges (Barcelona).
18. **Васильев П.Г. и др.** — Сообщение ОИЯИ Р9-83-394, Дубна, 1983.
19. **Борисовская З.В. и др.** — Сообщение ОИЯИ 9-88-25, Дубна, 1988.
20. **Смирнов А.А. и др.** — Сообщение ОИЯИ 9-88-344, Дубна, 1988.
21. **Дьячков Е.И. и др.** — Сообщение ОИЯИ 9-89-467, Дубна, 1989.
22. **Казанский Г.С. и др.** — Журнал технической физики, 1975, т.XLV, вып.2, с.337.
23. **Смирнов А.А.** — Авт. свид. СССР, №469592, 1973.
24. **Акишин П.Г. и др.** — В сб.: Труды XII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, ОИЯИ, 1992, том 2, с.239.
25. **Омельченко Б.Д. и др.** — Препринт ОИЯИ Р9-98-213, Дубна, 1998.
26. **Foster G.W. et al.** — Fermilab Report TM-1976, 1996.
27. **Bartenev V.D. et al.** — Gryogenics, 1991, v.31, p.985.
28. CERN Accelerator School Magnetic Measurement and Alignment. Hyatt Conference Centre, Montreux, Switzerland, 16-20 March, 1992. CERN 92-05 1992.

УДК 621.039.54

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ СОЗДАНИЯ
ЭЛЕКТРОЯДЕРНЫХ УСТАНОВОК
ДЛЯ ТРАНСМУТАЦИИ ДОЛГОЖИВУЩИХ
РАДИОАКТИВНЫХ ОТХОДОВ И
ОДНОВРЕМЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА ЭНЕРГИИ
(российский опыт)

А.С.Герасимов, Г.В.Киселев***

ГНЦ РФ «Институт теоретической и экспериментальной физики», Москва

В обзоре рассмотрены научные основы ядерной трансмутации долгоживущих радиоактивных отходов атомной промышленности с помощью электроядерных установок (ЭЛЯУ) и проанализированы некоторые проблемы создания установок этого типа. Приведены данные о результатах концептуальных исследований различных вариантов ЭЛЯУ, выполненных в российских ядерных центрах. Обсуждаются основные направления научно-исследовательских и конструкторских работ по обоснованию проекта и созданию демонстрационной установки.

The scientific base of nuclear transmutation for long-lived radioactive waste of atomic industry with application of Accelerator Driven System is considered in current review. The problems on creation of facilities of such kind were analysed. The results of conceptual investigations for different versions of Accelerator Driven Systems carried out in Russian nuclear centres are presented. The main directions of R&D on grounding of installation's design and creation of demonstration facility are considered.

1. НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ЯДЕРНОЙ ТРАНСМУТАЦИИ

1. Введение. Атомная энергетика существует в мире более 40 лет. За период ее существования стало очевидно, что производство энергии с помощью атомных электростанций (АЭС) является опасной технологией, связанной с накоплением в реакторе АЭС большого количества радиоактивности, которая может попасть в окружающую среду при непредвиденных ситуациях. Поэтому для всех специалистов, причастных к разработке и эксплуатации АЭС, проблема обеспечения радиационной безопасности атомной энергетики

*e-mail: geras@vitep5.itep.ru

**e-mail: kiselev_g@vitep5.itep.ru

и предприятий ядерного топливного цикла продолжает оставаться приоритетной. Другая принципиально важная задача, которая не решена в полном объеме, — это безопасное долговременное, в течение многих тысяч лет, обращение с долгоживущими радиоактивными отходами (ДРАО). Имеется закон об обращении с ДРАО и соответствующая федеральная программа, однако предстоит сделать еще очень много. Третья проблема, тесно связанная с указанными выше, — это обеспечение экономичного производства тепловой и электрической энергии на АЭС. Остановимся здесь лишь на одной из альтернативных технологий обращения с ДРАО атомной энергетики, а именно ядерной трансмутации, в числе наиболее актуальных научно-технических задач, в решении которой принимают участие большое число российских и зарубежных организаций.

Исследования, проведенные в последние пять лет в различных ядерных центрах России и других стран, указывают на принципиальную возможность уничтожения ДРАО в потоках нейтронах. В технической литературе этот способ получил название «ядерная трансмутация». Концептуальные исследования свидетельствуют о перспективности электроядерного способа производства нейтронов для трансмутации ДРАО. Этот способ заключается в использовании подкритического реактора (называемого бланкетом) с внешним источником нейтронов в виде нейтронопроизводящей мишени и ускорителя протонов. В российской технической литературе этот тип установок называют электроядерными установками (ЭЛЯУ), в зарубежной — Accelerator Driven System (ADS).

В обзоре использованы многочисленные публикации российских специалистов, а также проект «Программы исследований электроядерных систем Минатома России», подготовленный представителями Минатома Российской Федерации, государственных научных центров ИТЭФ, ВНИИЭФ, ФЭИ, ВНИИНМ, ИЯИ РАН, ПИЯФ, ОИЯИ, НПО ВНИПИЭТ, МРТИ, МИФИ, ОКБМ, а также научной ассоциации «Сосны» (Минск, Белоруссия) и Международного научно-технического центра (МНТЦ) под руководством О.В.Шведова и Н.С.Работнова [1]. В значительной степени были также использованы результаты исследований российских специалистов, выполненных на основе грантов МНТЦ (проекты № 17, 157 и др.). Тем, кто интересуется результатами российских и зарубежных исследований по электроядерной тематике, можно порекомендовать итоговый отчет МАГАТЭ [2], а также труды многочисленных российских и зарубежных международных конференций и семинаров (см., например, [3]). Для краткости в тексте обзора не приводятся полные наименования ядерных центров, например, вместо ГНЦ РФ ИТЭФ указывается ИТЭФ и т.д.

2. Классификация радиоактивных отходов атомной энергетики. В начале обзора следует дать определение понятия «радиоактивные отходы» (РАО). Это необходимо сделать, т.к. в технической литературе и, особенно,

в средствах массовой информации имеются различные толкования. В статье 3 федерального закона об атомной энергии указано [4]: «Радиоактивные отходы — ядерные материалы и радиоактивные вещества, дальнейшее использование которых не предусматривается».

Авторы комментария к указанному закону обращают внимание на определение отходов в раннем издании глоссария МАГАТЭ [5]: «Отходы — ядерный материал, находящийся в концентрациях или химических формах, не позволяющих экономично проводить его восстановление и предназначенный для сброса».

В настоящее время осуществляется радиохимическая переработка отработанного ядерного топлива (ОЯТ) водо-водяных реакторов типа ВВЭР-440, реакторов атомных подводных лодок, реакторов на быстрых нейтронах и исследовательских реакторов. Радиохимическая переработка ОЯТ реакторов РБМК не предусматривается. Это означает, что ОЯТ реакторов РБМК необходимо относить к РАО.

Данные о количестве РАО в российской атомной промышленности, в настоящее время находящихся в поверхностных хранилищах, опубликованы Минатомом (см., например, [6]). Для РАО, образовавшихся в ОЯТ ядерных реакторов, характерно наличие таких средне- и долгоживущих радионуклидов-продуктов деления, как ^{90}Sr , ^{137}Cs ($T_{1/2} = 30$ лет), ^{151}Sm (87 лет), ^{126}Sn (105 лет), ^{99}Tc ($2,1 \cdot 10^5$ лет), ^{93}Zr ($1,5 \cdot 10^6$ лет), ^{135}Cs ($2,3 \cdot 10^6$ лет), ^{107}Pd ($6,5 \cdot 10^6$ лет), ^{129}I ($1,6 \cdot 10^7$ лет). Сведения о содержании основных долгоживущих продуктов деления и актинидов в ОЯТ реакторов ВВЭР и РБМК представлены в табл. 1 [7].

Таблица 1. Содержание долгоживущих продуктов деления и актинидов в ОЯТ реакторов ВВЭР-1000 и РБМК-1000 при времени выдержки 0,5 лет (г/т)

Нуклид	ВВЭР	РБМК	Нуклид	ВВЭР	РБМК
^{79}Se	5,9	3,5	^{237}Np	620	150
^{90}Sr	680	390	^{238}Pu	126	69
^{93}Zr	910	530	^{239}Pu	5330	2630
^{99}Tc	950	600	^{240}Pu	2420	2190
^{107}Pd	250	200	^{241}Pu	1470	710
^{126}Sn	22	15	^{242}Pu	580	510
^{129}I	220	140	^{241}Am	72	36
^{135}Cs	420	220	^{243}Am	120	74
^{137}Cs	1460	900	^{242}Cm	6,1	5,2
^{151}Sm	15	4,0	^{244}Cm	46	8,1

При использовании плутония в качестве топлива ЭЛЯУ необходимо иметь в виду, что за время нахождения на складе изотопный состав плутония меня-

ется. ^{241}Pu распадается в ^{241}Am , при распаде последнего образуется небольшое количество ^{237}Np ; при α -распаде изотопов плутония образуются изотопы урана (главным образом, ^{234}U из ^{238}Pu). В табл. 2 представлены данные по изменению изотопного состава энергетического плутония, выделенного из ОЯТ ВВЭР-1000 при трехлетней выдержке после выгрузки из реактора, в зависимости от времени последующего хранения на складе [8].

Таблица 2. Массы изотопов энергетического плутония и других нуклидов в расчете на 1 т ОЯТ при разных сроках хранения

Нуклид	Свежевыделенный Pu		Хранение 20 лет		Хранение 50 лет	
	г/т ОЯТ	% от Pu	г/т ОЯТ	% от Pu	г/т ОЯТ	% от Pu
^{238}Pu	130	1,3	111	1,21	87	1,0
^{239}Pu	5520	55,4	5520	60,5	5520	63,3
^{240}Pu	2420	24,3	2410	26,5	2410	27,6
^{241}Pu	1300	13,1	496	5,44	117	1,3
^{242}Pu	583	5,9	583	6,39	583	6,7
Всего Pu	9950	100	9120	100	8710	100
^{237}Np	0	0	14,5	0,16	61,8	0,71
^{241}Am	0	0	788	8,64	1120	12,9
U	0	0	27	0,30	62	0,72

В большинстве стран (включая Россию), в которых осуществляется радиохимическая переработка отработавшего ядерного топлива, главная стратегия обращения с ДРАО заключается в хранении их в отверженной форме в поверхностных могильниках с дальнейшим геологическим захоронением. В частности, европейские страны объединяют свои усилия по созданию подземного общеевропейского хранилища ДРАО. В то же время существуют возражения как специалистов, так и населения против организации могильников и подземных захоронений ДРАО в конкретных регионах. Россия не является исключением. В этой связи согласно федеральной программе по обращению с радиоактивными отходами и отработавшими ядерными материалами, их использованию и захоронению на период 1992–1995 гг. и на перспективу до 2005 г. [9] предусмотрено, наряду с другими аспектами исследования безопасного обращения с ДРАО, изучение и разработка альтернативных технологий, направленных на снижение количества ДРАО. Одной из таких альтернативных технологий может являться ядерная трансмутация ДРАО, заключающаяся в преобразовании долгоживущих радионуклидов в короткоживущие или стабильные под действием потока частиц.

3. Научные основы ядерной трансмутации

3.1. Способы ядерной трансмутации. Ядерная трансмутация ДРАО заключается в преобразовании долгоживущих радионуклидов в короткоживущие

щие или стабильные нуклиды вследствие их взаимодействия с потоками заряженных или нейтральных частиц. Разнообразие заряженных и нейтральных частиц определяет различные способы воздействия на радионуклиды. Имеется принципиальная возможность взаимодействия трансмутируемых радионуклидов с электронами, протонами, дейtronами и другими заряженными ионами, нейtronами, γ -квантами. Наконец, существует возможность мюонного катализа. Рассмотрим кратко эти возможности, поскольку они постоянно обсуждаются в научной литературе.

Электроны. Вследствие малости сечений взаимодействия электронов с ядрами их прямое использование для трансмутации энергетически нецелесообразно, поэтому имеющиеся предложения основаны на конвертировании энергии электронов в фотоны. Однако сечения фотоядерных реакций (γ, n) и (γ, p) имеют пороговый характер и малы по величине. Имеется лишь область гигантского резонанса 20–25 МэВ для легких ядер и 13–15 МэВ для тяжелых ядер шириной 3–4 МэВ. Оценки, сделанные в ИТЭФ, свидетельствуют о том, что при энергии электронов 100 МэВ генерируется около двух γ -квантов на один электрон с энергией, превышающей 8 МэВ, из них не более половины имеют энергию в области гигантского резонанса. При этом в реакции (γ, n) генерируется в среднем 0,025 нейтрана на первичный электрон. Если принять КПД энергетического реактора равным 0,3, КПД электронного ускорителя с энергией 100 МэВ равным 0,5 и выход такого продукта деления, как ^{137}Cs , $\sim 0,06$, то оценки показывают, что для трансмутации одного ядра ^{137}Cs , потребуется затратить энергию 4000 МэВ. В то же время производство энергии в ядерном реакторе в расчете на образование одного ядра ^{137}Cs составляет 1000 МэВ. Эти оценки свидетельствуют об энергетической неэффективности использования электронных пучков для трансмутации радионуклидов при рассматриваемых энергиях электронов. К аналогичному выводу приходят авторы [10,11].

Заряженные ионы. Первая очевидная возможность относится к прямому облучению трансмутируемых радионуклидов потоками заряженных ионов. Впервые этот вопрос рассматривал сотрудник ЛВЭ ОИЯИ К.Д. Толстов для трансмутации стронция и цезия в потоке протонов с энергией 600 МэВ. В результате проведенных оценок он сделал заключение о нецелесообразности прямого взаимодействия протонов с трансмутируемыми ядрами в связи с большими энергетическими затратами [12].

Нейтроны. Анализируя физические процессы превращения радионуклидов, можно указать на возможность следующих ядерных реакций с нейtronами для целей трансмутации:

- реакции (n, γ) и реакции последовательных многократных захватов нейtronов, ведущие к преобразованию радиоактивных ядер в стабильные или короткоживущие путем последующего электронного или позитронного распада, изомерного перехода или электронного захвата;

-
- пороговые реакции (n, p) , (n, α) , что позволяет разделить материнские и дочерние ядра химическим путем;
 - реакции $(n, 2n)$, (n, xn) для нейтронов высоких энергий и реакции глубокого расщепления (spallation reactions);
 - реакции деления (n, f) .

Идея нейтронной трансмутации основана на том, что при облучении нейтронами радиоактивный нуклид превращается в новый, короткоживущий или стабильный нуклид. Однако реально продукты трансмутации продолжают облучаться вместе с исходным трансмутируемым нуклидом. Они, в свою очередь, захватывают нейтроны и превращаются в новые нуклиды. Таким образом, получается цепочка вновь образовавшихся нуклидов, причем некоторые из них могут быть радиоактивными с большим периодом полураспада. Как правило, такие нуклиды образуются из исходного трансмутируемого нуклида посредством многократного захвата нейронов и отделяются от него большим числом промежуточных нуклидов в цепочке превращений. Поэтому накопление долгоживущих продуктов трансмутации нелинейно зависит от времени облучения или от выгорания исходного трансмутируемого нуклида. В начальном периоде облучения, который, впрочем, может быть довольно продолжительным, их накопление растет значительно быстрее времени облучения. Это позволяет организовать процесс трансмутации таким образом, чтобы уменьшить образование долгоживущих продуктов трансмутации. Для этого облучение нейтронами необходимо проводить в несколько этапов с промежуточными химическими переработками и извлечением продуктов трансмутации.

Характерной особенностью указанных выше ядерных реакций для целей трансмутации является многостадийность процессов превращения нуклидов и их многочисленные ветвления при взаимодействии частиц с ядрами. Даже в случае реакции деления (n, f) , по существу, нельзя говорить об одностадийном процессе уничтожения, поскольку осколки деления, оставаясь в зоне реакции, продолжают взаимодействовать с потоками частиц. Процесс трансмутации может быть трехстадийным: захват нейтрона материнским ядром (первая стадия), β -распад (или иной тип превращения) дочернего ядра (вторая стадия), захват нейтронов продуктами распада дочернего ядра (третья стадия). Однако этот процесс будет четырехстадийным, если дочерний продукт, во-первых, имеет значительный период полураспада и, во-вторых, обладает большим сечением захвата нейтронов. В большинстве случаев процесс трансмутации является многостадийным со значительным числом ветвлений ядерных реакций. В этой связи возникает ряд сложных оптимизационных задач, например, на минимум времени уничтожения трансмутируемого радионуклида, или минимум примесей побочных радионуклидов на второй или последующих стадиях процесса, минимум расхода нейтронов на уничтожение одного ядра, числа промежуточных химических переработок облученных мишеней и т.д.

3.2. Характеристики процесса трансмутации. При функционировании атомной энергетики накопление радиоактивных отходов происходит непрерывно. Уничтожение радиоактивных отходов может проводиться в разных режимах, в зависимости от поставленных задач. Одним из возможных подходов является представление о трансмутации как о средстве уничтожения отходов, накопленных за время жизни атомной энергетики. При этом трансмутационные установки включаются на завершающем этапе эпохи атомной энергетики и не влияют на процессы накопления и хранения отходов на промежуточных этапах. Согласно другому подходу, трансмутация требуется постоянно, одновременно с работой атомной энергетики. В этом случае она необходима для снижения общего уровня постоянно образующихся отходов и для облегчения условий их хранения.

Процесс трансмутации ДРАО характеризуется следующими величинами:

1. Скорость уничтожения нуклида A_i , которая определяется плотностью потока нейтронов и эффективным сечением взаимодействия.
2. Вторичная радиоактивность, которая образуется в результате трансмутации ДРАО.
3. Радиотоксичность нуклидов до и после трансмутации.
4. Энергетический КПД процесса, который определяется значением энергии, затрачиваемой на уничтожение одного ядра трансмутируемого нуклида, или числом нейтронов, затраченных для уничтожения одного ядра.

Исследование упомянутых выше характеристик позволяет определить перечень долгоживущих радионуклидов, которые целесообразно трансмутировать.

Краткий анализ указанных характеристик приводится ниже.

1. Скорость уничтожения трансмутируемых нуклидов A_i . Скорость трансмутации радионуклида сорта i A_i представляет собой долю ядер радионуклида i , уничтоженных в единицу времени при облучении нейtronами, и определяется соотношением $A_i = \Phi_i \sigma_i$, где Φ_i — плотность потока нейтронов в месте размещения мишени с радионуклидом сорта i , σ_i — эффективное микроскопическое сечение поглощения нейтронов радионуклидом сорта i . Скорость реакции трансмутации целесообразно сравнивать со скоростью радиоактивного распада. Это важно, например, при рассмотрении ^{90}Sr и ^{135}Cs , для которых при достижимых потоках нейтронов скорость реакции трансмутации меньше либо несущественно больше скорости естественного распада. Для эффективной трансмутации скорость реакции трансмутации должна существенно превышать скорость распада трансмутируемого нуклида.

Общая активность продуктов деления в течение первых нескольких сотен лет определяется нуклидами ^{90}Sr и ^{137}Cs [13]. По оценкам [14], для трансмутации ^{90}Sr со скоростью, равной скорости распада ($T_{1/2} = 28,8$ лет), требуется нейтронный поток $7 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$. В этом случае «период полууничтожения» будет вдвое меньше, чем период полураспада, т.е. 15 лет.

Для более быстрого уничтожения потребуются более высокие плотности потока (свыше $10^{17} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$). Даже если такие плотности потока могли бы достигаться в ЭЛЯУ, маловероятно, что это будет экономически оправданно.

Для ^{137}Cs ($T_{1/2} = 30$ лет) аналогичная плотность потока нейтронов составляет $5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$. Хотя она достижима в современных реакторах, в т.ч. в ЭЛЯУ, целесообразность отдельного (без ^{90}Sr) уничтожения ^{137}Cs сомнительна. Для таких радионуклидов, как ^{14}C , ^{93}Zr , ^{99}Tc , ^{107}Pd , ^{126}Sn , ^{129}I , ^{135}Cs , ^{151}Sm , плотность потока нейтронов, равная $10^{15} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ и меньше, является достаточной для их эффективного уничтожения.

С другой стороны, под скоростью трансмутации можно понимать также производительность процесса трансмутации в конкретной установке, которая зависит от скорости реакции трансмутации и от возможной загрузки трансмутируемых нуклидов. Производительность трансмутации целесообразно сравнивать с производительностью накопления соответствующих нуклидов в энергетическом реакторе. Соотношение этих величин может служить критерием эффективности трансмутационной установки.

2. Вторичная радиоактивность при трансмутации. Процесс генерации нейтронов для трансмутации сопровождается потреблением электроэнергии из внешнего источника для питания ускорителя. Если считать, что эта электроэнергия вырабатывается АЭС, тогда нейтроны производятся в результате реакции деления ядерного топлива в реакторе АЭС, которая обеспечивает электроснабжение ускорителя. Кроме того, ядерные реакции, создающие нейтроны, происходят также в бланкете самой ЭЛЯУ. Следовательно, процесс трансмутации, т.е. процесс уничтожения одной единицы радиоактивности, сопровождается образованием продуктов деления (ПД), т.е. второй радиоактивности. Таким образом, вторичная радиоактивность есть активность долгоживущих продуктов деления, образующихся в результате производства нейтронов для трансмутации. Наиболее значимыми из вторичных продуктов деления с точки зрения радиоактивности являются ^{90}Sr и ^{137}Cs . В табл. 3 представлены значения активности Q_i уничтожаемых основных ПД, содержащихся в 1 т ОЯТ ВВЭР-1000, и соответствующие значения второй активности $Q_i^{\text{втор}}$ [14]. Эти данные показывают, что если ограничиться трансмутацией наиболее значимых особо долгоживущих ^{99}Tc и ^{129}I , то образующаяся вторичная радиоактивность составляет 10–12 % от исходной радиоактивности, обусловленной, в основном, ^{90}Sr и ^{137}Cs .

3. Радиотоксичность. Радиотоксичность, как и активность, относится к радиационным характеристикам. С точки зрения экологической опасности она является более представительной величиной, чем радиоактивность, поскольку учитывает воздействие излучения конкретных нуклидов на человека. Радиотоксичность RT_i данного количества одного нуклида i — это количество воды или воздуха, необходимое для разбавления имеющегося количества

Таблица 3. Вторичная радиоактивность при уничтожении нуклидов из 1 т отработанного ядерного топлива ВВЭР-1000

Уничтожаемый нуклид	Q_i , Ки/т	$Q_i^{\text{втор}}$, Ки/т
^{90}Sr	$9,4 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^4$
^{137}Cs	$13 \cdot 10^4$	$4,8 \cdot 10^4$
^{151}Sm	405	$2 \cdot 10^4$
^{99}Tc	16,2	$2 \cdot 10^4$
^{93}Zr	2,3	$2 \cdot 10^4$
^{79}Se	0,41	165
^{135}Cs	0,486	
^{107}Pd	0,13	
^{129}I	0,039	$5 \cdot 10^3$
Всего	$22,4 \cdot 10^5$	$13,5 \cdot 10^4$
Только ^{79}Se , ^{99}Tc , ^{107}Pd , ^{129}I		$2,5 \cdot 10^4$

нуклида до предельно допустимой концентрации:

$$RT_i = A_i / \text{ПД}A_i,$$

где A_i — активность радионуклида, $\text{ПД}A_i$ — его предельно допустимая активность радионуклида сорта i в воздухе или воде согласно действующим нормам радиационной безопасности.

Главную радиобиологическую опасность представляют долгоживущие трансурановые элементы (ТУЭ) с большим периодом полураспада, что иллюстрируется значениями относительной радиотоксичности RT_i (табл. 4 [15], значение RT_i для ^{239}Pu принимается равным 1). Наибольшую радиационную опасность в первые 100 лет (см. табл. 4) представляют ^{232}U , ^{244}Cm , ^{238}Pu , ^{241}Am и ^{241}Pu .

Через 1000 лет происходит некоторое перераспределение: ^{241}Pu , ^{241}Am , ^{240}Pu , ^{244}Cm выходят на первое место с точки зрения радиационной опасности.

4. Энергетическая эффективность процесса трансмутации. Совершенно очевидно, что энергия, потребляемая при уничтожении ДРАО, должна быть значительно меньше энергии, вырабатываемой АЭС. Согласно исследованиям, выполненным в МИФИ, процесс трансмутации ПД эффективен, если энергия, потребляемая для трансмутации, составляет около 30 % от величины, выработанной АЭС [16]. Потребление энергии при трансмутации ДРАО можно определить только после разработки конкретной конструкции ЭЛЯУ. Поэтому такую характеристику, как R_i — расход нейтронов, необходимых для уничтожения одного ядра i , можно использовать для оценки потребления

Таблица 4. Изменение относительной радиотоксичности ТУЭ из ОЯТ ВВЭР-1000 в зависимости от времени хранения

Нуклид i	$T_{1/2}$, лет	Время хранения, лет			
		10	100	1000	10000
^{238}Pu	87,7	233	110	0,3	1,5
^{239}Pu	2,4+4	1	1	0,97	0,75
^{240}Pu	5,56+3	3,6	3,6	3,3	1,3
^{241}Pu	14,4	45	56	13	0,02
^{242}Pu	3,7+5	0,05	0,05	0,05	0,05
^{237}Np	2,1+6	0,02	0,02	0,02	0,02
^{241}Am	432	63	54	13	0,02
^{243}Am	737	3,3	3,3	3,1	1,8
^{244}Cm	18,1	600	20	3,3	1,3

энергии на концептуальной стадии исследования ЭЛЯУ. Из результатов расчетов R_i [14] следует, что для трансмутации одного ядра ^{93}Zr и ^{151}Sm требуется затратить от 150 до 250 нейтронов соответственно. Это означает, что их уничтожение в нейтронном потоке неэффективно с энергетической точки зрения.

3.3. Трансмутация продуктов деления. Проблема трансмутации ДРАО может быть разделена на две независимые задачи: трансмутация продуктов деления и трансмутация трансурановых элементов (Np, Pu, Am, Cm).

Трансмутация продуктов деления осуществляется в тепловом спектре нейтронов, в основном, за счет реакции (n, γ) , т.е. практически без выделения энергии. Если ставить задачу трансмутировать все долгоживущие нуклиды, приведенные в табл. 1, накопленные в атомной энергетике, а вместе с ними облучать и стабильные изотопы тех же химических элементов, то мощность трансмутационных установок составит заметную долю от мощности атомной энергетики. Если же ограничиться трансмутацией наиболее значимых нуклидов и поставить задачу поддерживать количество этих нуклидов на стационарном, достаточно низком уровне, то можно оценить необходимые характеристики трансмутационной электроядерной установки.

Как установлено в [14], необходимое отношение плотностей потоков нейтронов в трансмутационных установках Φ_T и энергетических реакторах Φ_E определяется выражением

$$\frac{\Phi_T}{\Phi_E} = \frac{\beta}{\alpha(\beta - yR)F} \frac{\sigma\Phi_E + \lambda}{\sigma\Phi_E},$$

где

$$F(T) = -\frac{1 - \exp [-(\sigma\Phi_E + \lambda)T]}{(\sigma\Phi_E + \lambda)T},$$

T — время облучения тепловыделяющей сборки (ТВС) в энергетических реакторах, y — выход данного ПД на одно деление, σ и λ — его сечение и постоянная распада. Величина β есть число нейтронов, используемых для трансмутации, в расчете на одно деление ядерного топлива трансмутационного реактора. R — расход нейтронов на трансмутацию одного ядра данного нуклида. Величина α показывает, во сколько раз снижается стационарное количество данного продукта деления в результате работы трансмутационной установки по сравнению со средним количеством в выгружаемом топливе всех энергетических реакторов без трансмутации. Заметим, что без трансмутации количество данного нуклида будет накапливаться с каждой выгрузкой. При $\alpha = 1$ стационарное количество данного нуклида в результате трансмутации оказывается равным его количеству в однократной выгрузке энергетических реакторов, при $\alpha = 2$ — вдвое меньше.

Отношение мощности трансмутационной установки W_T к мощности энергетических реакторов W_E равно

$$\frac{W_T}{W_E} = \frac{yR}{\beta - yR}.$$

В табл. 5 приведены значения Φ_T/Φ_E для основных долгоживущих нуклидов — продуктов деления при $\beta = 0,8$ и плотности потока нейтронов в энергетических реакторах $\Phi_E = 10^{13} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ при времени кампании $T = 3$ года. В табл. 6 приведены значения W_T/W_E .

Таблица 5. Значения Φ_T/Φ_E

Нуклид i	$\alpha = 1$		$\alpha = 2$	
	$R = 1$	$R = 2$	$R = 1$	$R = 2$
^{79}Se	32	32	16	16
^{90}Sr	2,6+3	2,8+3	1,3+3	1,4+3
^{99}Tc	13	14	6,4	6,9
^{107}Pd	48	48	24	24
^{129}I	60	62	30	31
^{135}Cs	58	64	29	32
^{137}Cs	2,1+4	2,3+4	1,1+4	1,2+4

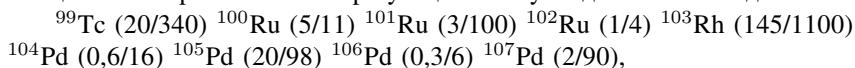
На основании данных табл. 5 и 6 можно сделать заключение об условиях трансмутации основных ПД. В частности, ^{90}Sr , ^{137}Cs требуют экстремально высоких потоков нейтронов. Рассмотрим примеры трансмутации ^{99}Tc и ^{129}I ,

Таблица 6. Значения W_T/W_E

Нуклид	$R = 1$	$R = 2$	Нуклид	$R = 1$	$R = 2$
^{75}Se	5,6–4	1,1–3	^{129}I	9,7–3	2,0–2
^{90}Sr	8,0–2	0,174	^{135}Cs	8,9–2	0,20
^{99}Tc	8,3–2	0,18	^{137}Cs	8,4–2	0,184
^{107}Pd	1,8–3	3,6–3			

наиболее важных с точки зрения необходимости уничтожения долгоживущих ПД. Они показывают, что при глубокой трансмутации могут образовываться новые долгоживущие радиоактивные нуклиды [8].

При трансмутации ^{99}Tc цепочка превращений при последовательном поглощении нейтронов вновь образующимися нуклидами имеет вид

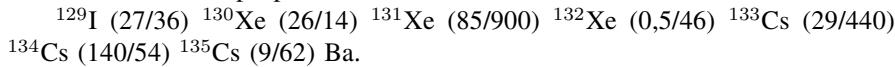


где в скобках приведены приближенные значения тепловых сечений и резонансных интегралов реакций (n, γ). Распады короткоживущих промежуточных нуклидов не показаны. Первоначально в мишени присутствует только ^{99}Tc . В процессе облучения, при 8-кратном захвате нейтрона образуется долгоживущий нуклид ^{107}Pd с периодом полураспада $6,5 \cdot 10^6$ лет. Остальные указанные на схеме промежуточные нуклиды стабильны.

В табл. 7 представлены данные по накоплению нуклидов к концу трансмутации в спектре высокопоточного тяжеловодного бланкета ЭЛЯУ до 100-кратного уменьшения количества ^{99}Tc . Из этих данных видно, что основным продуктом трансмутации являются стабильные изотопы рутения, концентрация образовавшегося долгоживущего ^{107}Pd мала.

В табл. 8 представлено количество долгоживущего ^{107}Pd , накапливающееся в результате 100-кратной трансмутации ^{99}Tc при разном числе промежуточных химических переработок облучаемой мишени с извлечением продуктов трансмутации.

Эти данные показывают, что накопление ^{107}Pd существенно снижается при промежуточных химических переработках. Однако даже без переработки количество ^{107}Pd крайне мало, и при трансмутации ^{99}Tc можно обойтись без промежуточных химических переработок. При трансмутации ^{129}I цепочка последовательных превращений имеет вид



Здесь не показаны превращения ^{127}I (промежуточные стабильные нуклиды ^{128}Te , ^{128}Xe , ^{129}Xe), несущественно влияющие на трансмутацию. В

исходной мишени присутствует ^{129}I , а также ^{127}I в количестве 22 % от исходного ^{129}I (для ОЯТ реактора ВВЭР-1000). При 7-кратном захвате нейтрона в ^{129}I образуется долгоживущий ^{135}Cs с периодом полураспада $2,3 \cdot 10^6$ лет. При дальнейшем захвате нейтронов он превращается в стабильные изотопы бария. Промежуточный нуклид ^{133}Cs радиоактивный, с периодом полураспада 2,06 лет он превращается в барий. Остальные нуклиды на схеме превращений стабильные.

Таблица 7. Число ядер нуклидов после трансмутации технеция в расчете на одно исходное ядро ^{99}Tc

^{99}Tc	^{100}Ru	^{101}Ru	^{102}Ru	^{103}Rh	^{104}Pd	^{105}Pd	^{106}Pd	^{107}Pd
9,2–3	0,65	0,21	0,12	7,6–4	5,0–3	1,5–4	7,2–5	7,7–7

Таблица 8. Число ядер ^{107}Pd в конце трансмутации в расчете на одно исходное ядро ^{99}Tc при разном числе промежуточных химических переработок

Число переработок	Без переработок	1	2
	Число ядер ^{107}Pd	7,7–7	6,5–9

В табл. 9 представлены данные по накоплению нуклидов к концу трансмутации йода до 100-кратного уменьшения количества ^{129}I . Из этих данных видно, что основным продуктом трансмутации является ^{132}Xe . При этом образование долгоживущего ^{135}Cs существенно.

Таблица 9. Число ядер нуклидов после трансмутации йода в расчете на одно исходное ядро ^{129}I

^{127}I	^{128}Te	^{128}Xe	^{129}Xe	^{129}I	^{130}Xe	^{131}Xe	^{132}Xe	^{133}Cs	^{134}Cs	^{135}Cs
9,7–3	0,014	0,1	0,015	0,0103	0,086	0,015	0,90	0,011	4,1–3	0,024

В табл. 10 представлено количество долгоживущего ^{135}Cs , накапливающегося в результате 100-кратной трансмутации ^{129}I при разном числе промежуточных химических переработок облучаемой мишени с извлечением продуктов трансмутации.

Образование долгоживущего ^{135}Cs в 2,3 раза превышает количество оставшегося после трансмутации ^{129}I . Проведение двух промежуточных химических переработок уменьшает количество накопившегося ^{135}Cs в 12 раз, после

Таблица 10. Число ядер ^{135}Cs в конце трансмутации в расчете на одно исходное ядро ^{129}I при разном числе промежуточных химических переработок

Число переработок	Без переработок	1	2	3
Число ядер ^{135}Cs	0,024	0,006	0,002	6,5–4

трех переработок — в 40 раз. Эти данные показывают, что при трансмутации ^{129}I проведение промежуточных химических переработок целесообразно. Дополнительным доводом в пользу проведения промежуточных химических переработок является необходимость догрузки новых количеств трансмутируемого нуклида, поскольку облучение глубоко выгоревшей мишени оказывается недостаточно эффективным.

3.4. Трансмутация трансурановых элементов (Np, Pu, Am, Cm). Выбор условий трансмутации трансурановых элементов (ТУЭ) является принципиальным, поскольку необходимо определить, какую реакторную установку следует разрабатывать в первую очередь. Трансмутация ТУЭ зависит от спектра нейtronов и осуществляется за счет реакций (n, f) с выделением избыточных нейtronов и энергии, которая, в принципе, может полезно использоваться. Скорость накопления ТУЭ в ОЯТ энергетического реактора ВВЭР-1000 составляет примерно 25 кг/год·ГВт(э) (кроме изотопов plutония), что соответствует $6,3 \cdot 10^{25}$ ядер. При их трансмутации в тепловом спектре будут образовываться значительные количества новых трансурановых нуклидов, и процесс трансмутации окажется весьма длительным и требующим заметных затрат нейtronов. Расчетные исследования, проведенные в ФЭИ, свидетельствуют о предпочтительной роли быстрых реакторов для трансмутации ТУЭ по сравнению с тепловыми реакторами и бланкетами с относительно низким потоком тепловых нейtronов [17]. С этим заключением специалистов ФЭИ следует согласиться.

В качестве первого этапа в ИТЭФ провели расчеты изменения активности Q и радиотоксичности ТУЭ по воде RT_i при их облучении в тяжеловодном реакторе с различными уровнями нейтронного потока 10^{14} , 10^{15} , $10^{16} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$. Был рассмотрен тяжеловодный бланкет с тепловой мощностью 1000 МВт с загрузкой оружейного plutония в качестве ядерного топлива по типу активной зоны реактора CANDU с некоторыми модификациями [18,19]. В расчетах принималось различное время выдержки топлива перед загрузкой T_1 и после выгрузки из реактора T_2 . Результаты этого исследования представлены в табл. 11–13.

Из табл. 11 и 12 видно, что при облучении в тяжеловодном бланкете ЭЛЯУ с низкими и средними потоками нейтронов активность и радиоток-

сичность выгруженного плутония выше радиотоксичности свежезагруженного плутониевого топлива. Следует отметить, что этот результат носит общий характер и относится к любому типу реактора или бланкета на тепловых нейтронах. Имея в виду задачу создания новых, перспективных типов экологически чистых ядерно-энергетических установок, предназначенных для трансмутации ДРАО, необходимо учитывать этот фундаментальный результат.

Таблица 11. Облучение оружейного плутония в низкопоточном тяжеловодном бланкете ЭЛЯУ при $T_1 = T_2 = 30$ лет

Нуклид	Загрузка за 60 лет			Выгрузка		
	G , кг	Q , Ки	RT_i , м ³	G , кг	Q , Ки	RT_i , м ³
²³⁸ Pu	—	—	—	0,03	585	2,34+8
²³⁹ Pu	54540	3,39+6	1,54+12	9708	6,02+5	2,74+11
²⁴⁰ Pu	2584	5,87+5	2,67+11	12160	2,76+6	1,26+12
²⁴¹ Pu	287	2,96+7	2,7+11	537	5,54+7	5,04+11
²⁴² Pu	—	—	—	682	2,68+3	1,12+9
Pu всего	57411	3,36+7	2,08+12	23087	5,88+7	2,04+12
²⁴¹ Am	—	—	—	10,3	3,54+4	1,86+10
^{242m} Am	—	—	—	0,12	1,31+3	5,94+8
²⁴³ Am	—	—	—	14,1	2,82+3	1,28+9
Am всего	—	—	—	25	3,95+4	2,04+10
²⁴² Cm	—	—	—	—	—	—
²⁴³ Cm	—	—	—	0,002	82	3,28+7
²⁴⁴ Cm	—	—	—	0,21	1,68+4	4,66+9
²⁴⁵ Cm	—	—	—	0,003	0,6	3,58+5
²⁴⁶ Cm	—	—	—	0,0003	0,11	6,36+4
Cm всего	—	—	—	0,2	1,68+4	4,69+9
Всего	57411	3,36+7	2,08+12	23112	5,88+7	2,06+12
Коротко-живущих		2,96+7	2,7+11		5,54+7	5,09+11
Долго-живущих		4,0+6	1,81+12		3,4+6	1,55+12

Кроме того, в ИТЭФ и МИФИ, в том числе и в рамках проекта МНТЦ № 17, была проведена серия расчетных исследований по сравнению эффективности трансмутации ТУЭ в различных реакторных установках [20, 21].

С этой целью, например, в работе [21] было проведено сравнение условий трансмутации ТУЭ в тепловом реакторе ВВЭР-1000 с плотностью потока нейтронов $\Phi = 5 \cdot 10^{13}$ см⁻²·с⁻¹, быстром реакторе БН-800 с $\Phi = 5 \cdot 10^{15}$ см⁻²·с⁻¹ и гомогенном тяжеловодном бланкете ЭЛЯУ УТА с плотностью потока тепло-

Таблица 12. Активность оружейного плутония в относительных единицах при многократных циклах облучения и различных потоках нейтронов (продолжительность одного цикла облучения 0,264 лет)

Номер цикла	Плотность потока нейтронов, см ⁻² .с ⁻¹								
	1,14 · 10 ¹⁴			1,14 · 10 ¹⁵			1,14 · 10 ¹⁶		
облучения	Время выдержки, лет								
	0	15	30	0	15	30	0	15	30
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	32,2	19,2	12,9	7,3	3,9	2,4	2,0	1,1	0,643
2	52,2	34,8	26,6	14,8	8,2	4,6	0,032	0,0211	0,015
3	5,2	39,2	32,2	17,7	9,9	5,6	0,004	0,004	0,004
4	49,2	36,1	30,9	16,3	9,2	5,2	0,002	0,002	0,002
5	40,1	29,8	26,1	13,2	7,4	4,2	—	—	—
6	31,0	23,0	20,4	9,8	5,5	3,1	—	—	—
7	23,5	17,2	15,2	7,0	4,0	2,2	—	—	—
8	17,8	12,6	11,0	4,8	2,7	1,5	—	—	—
9	14,0	9,5	8,0	3,3	1,8	1,0	—	—	—
10	11,6	7,5	6,0	2,2	1,2	0,7	—	—	—

Таблица 13. Радиотоксичность оружейного плутония по воде в относительных единицах при многократных циклах облучения и различных потоках нейтронов (продолжительность одного цикла облучения 0,264 лет)

Номер цикла	Плотность потока нейтронов, см ⁻² .с ⁻¹								
	1,14 · 10 ¹⁴			1,14 · 10 ¹⁵			1,14 · 10 ¹⁶		
облучения	Время выдержки, лет								
	0	15	30	0	15	30	0	15	30
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	14,6	15,1	15,3	8,3	5,0	3,3	2,7	1,53	0,89
2	40,9	41,3	41,6	19,4	10,9	6,2	0,054	0,04	0,032
3	56,1	56,0	56,2	23,5	13,3	7,5	0,012	0,012	0,012
4	57,7	56,9	56,9	21,7	12,3	7,0	0,007	0,007	0,007
5	51,2	49,9	49,7	17,5	9,9	5,6	0,004	0,004	0,004
6	41,9	40,0	39,6	13,1	7,4	4,2	—	—	—
7	32,7	30,5	29,8	9,3	5,3	3,0	—	—	—
8	25,2	22,6	21,5	6,4	3,7	2,1	—	—	—
9	19,8	16,7	15,4	4,4	2,5	1,4	—	—	—
10	16,3	12,8	11,0	2,9	1,7	0,96	—	—	—

вых нейтронов $\Phi = 5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$. Рассмотрены два варианта подпитки младшими актинидами этих установок: 39,2 и 83 кг/ГВт(э). Определены следующие характеристики: время выхода в равновесное состояние, когда скорости накопления и уничтожения ТУЭ сравниваются, загрузка ТУЭ и значения радиотоксичности в равновесном состоянии, время τ , по истечении которого радиотоксичность, накопленная в хранилище, сравнивается с радиотоксичностью ТУЭ в равновесном состоянии. Результаты этого сравнения представлены в табл. 14.

Из табл. 14 видно, что время выхода в стационарное состояние, когда уничтожаемая токсичность ТУЭ сравнивается с токсичностью свежих ТУЭ, составляет 50, 40 и 0,5 лет для теплового и быстрого реакторов и установки УТА соответственно. Рассмотренные установки начнут уничтожать накопленные ТУЭ в зависимости от величины подпитки спустя 400–170 лет после начала эксплуатации для теплового реактора, 400–200 лет — для быстрого реактора и 4–2 года — для ЭЛЯУ УТА. На основании этих результатов, а также результатов расчетов, представленных в [18–20], можно сделать заключение о преимуществах использования высокой плотности потока тепловых нейтронов $10^{15} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ и выше для эффективной трансмутации ТУЭ.

Таблица 14. Сравнение эффективности различных ядерно-энергетических установок

Тип установки	Реактор на тепловых нейтронах		Реактор на быстрых нейтронах		ЭЛЯУ УТА с гомогенным жидкотопливным бланкетом	
	$5 \cdot 10^{13}$	$5 \cdot 10^{15}$	$5 \cdot 10^{13}$	$5 \cdot 10^{15}$	$5 \cdot 10^{13}$	$5 \cdot 10^{15}$
Нейтронный поток, $\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$						
Подпитка ТУЭ, кг/ГВт(э)	39,2	83	39,2	83	39,2	83
Время выхода в равновесие, лет	50	50	40	40	0,5	0,5
Равновесная масса ТУЭ, кг/ГВт(э)	700	2280	880	2100	13	60
Равновесная радиотоксичность по воде, л/кг	2,0	1,9	2,5	2,2	2,7	2,3
Равновесная радиотоксичность по воде, л/ГВт(э)	1,4	4,3	2,2	4,7	0,035	0,14
Время τ , лет	250	170	400	200	4	2

В результате проведенных расчетов установлено следующее.

1. Сжигание ТУЭ в энергетических реакторах типа ВВЭР-1000 и БН-800 позволит остановить накопление младших актинидов (ТУЭ), но существенно (примерно в 20 раз) увеличит радиотоксичность облученных ТУЭ, что приведет к долговременному (на сотни лет) увеличению радиотоксичности ТУЭ по

сравнению с их исходной радиотоксичностью. В этой связи процесс трансмутации ТУЭ в этих реакторах является с экологической точки зрения неприемлемым.

2. Доля радиотоксичности ТУЭ в суммарной долговременной радиотоксичности ОЯТ составляет около 7 %. Поэтому даже мгновенное уничтожение ТУЭ не сможет существенно изменить общую ситуацию с долговременной радиотоксичностью отработанного ядерного топлива. С учетом имеющейся радиотоксичности плутония, сжигание ТУЭ в энергетических реакторах приведет к двухкратному увеличению радиотоксичности отработанного ядерного топлива.

3. Благодаря высокому потоку тепловых нейтронов тяжеловодный бланкет характеризуется наименьшей загрузкой ТУЭ (при одинаковой производительности по сжиганию ТУЭ), которая в 40 раз меньше, чем в БН-800, и в 100 раз меньше, чем в ВВЭР-1000.

4. Необходимость частой химической очистки жидкого и твердого топлива высокопоточного бланкета от продуктов деления при работе с высоким потоком нейтронов приводит к тому, что ежегодный поток радиотоксичности через химическую переработку у ЭЛЯУ УТА в 20 и 30 раз больше, чем у БН-800 и ВВЭР-1000 соответственно. Радиотоксичность 1 кг ТУЭ из высокопоточного бланкета после трехлетней выдержки выше, чем из БН-800 и ВВЭР-1000 в 1,5 и 2 раза соответственно, что связано с распадом ^{238}Np в высокорадиотоксичный ^{238}Pu . Эти результаты свидетельствуют о необходимости продолжения расчетных исследований эффективности трансмутации ТУЭ в различных ядерно-энергетических установках на более поздних стадиях разработки ЭЛЯУ, когда станет очевидной техническая их осуществимость и будут определены их реальные параметры и конструктивные решения. В то же время отсутствие анализа основных характеристик процесса трансмутации может привести к неправильному выбору типа и конструктивной схемы трансмутационной установки, что имеет место в настоящее время среди российских и зарубежных исследователей.

2. КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЯУ

1. Технические требования к ЭЛЯУ. ЭЛЯУ представляет собой новый класс ядерно-энергетических установок для атомной энергетики 21 века, она состоит из ускорителя заряженных ионов, нейtronопроизводящей мишени, подкритического реактора (бланкета) и различных вспомогательных систем.

Проводя концептуальные исследования и разработку ЭЛЯУ, целесообразно руководствоваться следующими критериями и требованиями, с учетом основных задач, которые могут решать ЭЛЯУ, и, соответственно, возможных режимов эксплуатации и топливных циклов ЭЛЯУ.

Можно указать на три основных назначения ЭЛЯУ и, следовательно, три режима эксплуатации с соответствующими топливными циклами: 1) трансмутация ДРАО с попутным производством энергии; 2) производство энергии; 3) производство новых делящихся веществ и радионуклидов с высокой удельной активностью.

На современном этапе развития ядерной энергетики (если иметь в виду многочисленные отечественные и зарубежные публикации) использование ЭЛЯУ для трансмутации ДРАО, по мнению авторов, является приоритетным по сравнению с другими возможностями. Если признать справедливым это утверждение, то можно сформулировать первый критерий: *требуется разрабатывать ЭЛЯУ с высоким потоком тепловых нейтронов в бланкете, равным или превышающим $10^{15} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$, с производительностью трансмутации, значительно превышающей скорость образования радионуклидов в энергетических реакторах.*

Это означает, что должен разрабатываться проект ЭЛЯУ со следующими предварительными параметрами:

энергия протонов $0,8 \div 1,5 \text{ ГэВ}$;
ток протонов $30 \div 100 \text{ мА}$;
мощность нейтронопroducingшей мишени $30 \div 100 \text{ МВт}$;
тепловая мощность бланкета $1000 \div 3000 \text{ МВт}$;
эффективный коэффициент размножения нейтронов не менее 0,95;
плотность потока тепловых нейтронов $(1 \div 5) \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$.

Указанные параметры являются предварительными, могут корректироваться в процессе разработки ЭЛЯУ и относятся к несекционированным бланкетам (о секционированных бланкетах см. ниже).

Второй критерий относится к радиационной безопасности ЭЛЯУ для того периода перспективного развития атомной энергетики, когда экологическая чистота ядерно-энергетических установок будет являться приоритетной. В этом смысле можно сформулировать следующий критерий радиационной безопасности ЭЛЯУ: *радиотоксичность топлива и мишеней с трансмутируемыми радионуклидами после выгрузки из ЭЛЯУ должна быть существенно меньше радиотоксичности загружаемых материалов.*

Кроме указанных выше, можно привести ряд других конкретных требований, сформулированных в РНЦ «Курчатовский институт», НИКИЭТ, и других, в частности, из числа тех, которые обсуждал академик В.И.Субботин в [22]. Имея в виду необходимость обеспечения безопасности, он обратил внимание на требования к выбору теплоносителя ЭЛЯУ как одного из важных элементов обеспечения надежной эксплуатации ЯЭУ. В этой связи В.И.Субботин считает, что «теплоноситель может быть химическим элементом, сплавом, смесью химических элементов, но не химическим соединением», и полагает, что вода (легкая и тяжелая) и фтористые соли не удо-

влетворяют сформулированному им критерию безопасности перспективных ядерно-энергетических установок.

Очевидно, что при разработке ЭЛЯУ целесообразно использовать имеющийся положительный опыт и технические подходы, проверенные в атомной энергетике. Главный критерий при этом состоит в *повышении ядерной и технической безопасности ЭЛЯУ по сравнению с АЭС*.

На этапе концептуальных исследований целесообразно рассмотреть различные варианты мишени и бланкетов, оценить возможности их реализации, определить технические и экономические характеристики для выбора одного из вариантов для дальнейшей разработки с учетом указанных выше критерии.

2. Конструктивная схема ЭЛЯУ. Наличие в принципиальной схеме ЭЛЯУ ускорителя протонов и нейтронопроизводящей мишени в качестве внешнего источника нейtronов, кроме тех нейtronов, которые рождаются в бланкете, позволяет реализовать ряд новых принципиальных свойств и возможностей, которыми не обладают ядерные реакторы, работающие в критическом режиме. В первую очередь, следует отметить повышение ядерной безопасности вследствие работы в подкритичном режиме. ЭЛЯУ характеризуется различными процессами преобразования энергии в каждом из указанных узлов. В ускорителе происходит преобразование энергии энергосети в энергию пучка ускоренных протонов. В мишени энергия пучка протонов преобразуется в энергию различных частиц (нейtronов, мезонов и γ -квантов) и тепло, выделяющееся в мишени. Энергия вторичных частиц частично выделяется в мишени, частично в бланкете. В бланкете происходят процессы ядерного взаимодействия вторичных частиц с конструкционными и делящимися материалами бланкета, включая деление. Каждый из этих процессов характеризуется своим коэффициентом полезного действия, повышение которого является задачей разработчиков каждого узла ЭЛЯУ. При современном уровне ядерной техники КПД ускорителя с энергией протонов 1 ГэВ может достигать 50 %. Оценки показывают, что КПД преобразования энергии протонов в энергию нейtronов и γ -квантов в мишени близко к 90 % (примерно 10 % приходится на энергию мезонов), в подкритическом бланкете 30–42 % (в зависимости от параметров и вида теплоносителя). Как показывают проведенные исследования, имеются принципиальные возможности повышения КПД указанных процессов.

Возможны разнообразные принципиальные схемы ЭЛЯУ:

- с горизонтальным и вертикальным расположением мишени и бланкета,
- с верхним и нижним подводом пучка протонов к мишени,
- с одним модулем, состоящим из мишени и бланкета, без разделения пучка протонов, с двумя или несколькими модулями, с разделением пучка протонов на два или несколько пучков, каждый из которых взаимодействует с одной мишенью.

Возможно использование линейных и кольцевых ускорителей ионов. Например, в концептуальных исследованиях ИТЭФ и МРТИ рассматривается линейный ускоритель протонов, специалисты ОИЯИ предлагают применить в схеме ЭЛЯУ протонный циклотрон с разделенными орбитами и максимальным значением тока до 10 мА.

В любом варианте с поворотом пучка на 90° принципиальная схема ЭЛЯУ должна иметь некоторый стандартный набор технологического оборудования. Должны быть предусмотрены следующие устройства (см. рис. 1):

- магниты для поворота пучка протонов на 90° (4),
- устройство с целью снижения энерговыделения в мишени до допустимого значения (5), основным назначением которого является, например, расширение диаметра пучка или сканирование по поверхности пучка или разделение пучка на несколько пучков с меньшим значением тока ионов,
- ловушка паров металла (6) (в случае использования жидкой мишени без разделительной мембранны),
- система (7) для высаживания энергии пучка в аварийном случае при отказе поворотных магнитов или устройства (5).

Наряду с этими нестандартными узлами должны быть предусмотрены системы управления и защиты, охлаждения и другие многочисленные вспомогательные системы.

Мишень может быть твердой (например, вольфрам, свинец, уран) или жидкой (например, Pb, Pb-Bi, расплавленные фтористые или хлористые соли).

Конструкция блоккета, которая представляет собой наиболее сложный узел ЭЛЯУ, может отличаться по виду топлива, теплоносителя, конструктивной схеме и т.д. Остановимся на устройстве отдельных узлов ЭЛЯУ и нерешенных проблемах.

3. Концептуальный проект линейного ускорителя. Линейный ускоритель протонов (ЛУП) для ЭЛЯУ выбран в связи с необходимостью обеспечения высокого значения тока протонов с промежуточной энергией в пределах 800 ÷ 1500 МэВ. Для решения задач по трансмутации долгоживущих ПД и ТУЭ требуются токи протонов указанной энергии в интервале 30 ÷ 100 мА.

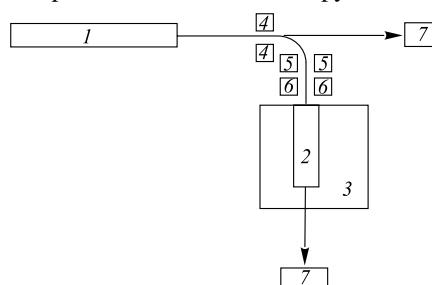


Рис. 1. Принципиальная схема ЭЛЯУ: 1 — линейный ускоритель, 2 — нейтроноприводящая мишень, 3 — блоккет, 4 — поворотные магниты, 5 — устройство для снижения энерговыделения в мишени, 6 — ловушка паров металла (в случае использования жидкой мишени без разделительной мембранны), 7 — система для высаживания энергии пучка в аварийном случае

Концептуальные исследования, проведенные в ИТЭФ и МРТИ, показали, что имеются технические возможности создания ЛУП с этими параметрами пучка протонов. Это объясняется высоким уровнем научных и технических разработок российских специалистов в области ускорительной техники, основанных на новых методах ускорения заряженных частиц, в первую очередь, эффекте пространственно-однородной квадрупольной фокусировки (RFQ, предложенной В.В.Владимирским, И.М.Капчинским (ИТЭФ) и В.А.Тепляковым (ИФВЭ)), проверенном в ИТЭФ и нашедшем широкое применение в современных ускорителях ядерных центров в разных странах мира, а также на возможности достижения низких значений потерь протонов при высокой их плотности в пучке.



Рис. 2. Структурная схема сильноточного линейного ускорителя протонов

Современный вариант структурной схемы ЛУП для ЭЛЯУ с током и энергией протонов 30 мА и 1 ГэВ соответственно, разработанной в ИТЭФ и МРТИ, представлен на рис. 2 [1,23]. ЛУП построен по одноканальной схеме. Режим работы ускорителя — непрерывный, в отличие от существующих протонных ускорителей, которые эксплуатируются в импульсном режиме. Ускоритель состоит из инжектора, начальной, промежуточной и основной частей. В качестве инжектора предлагается использовать дуплазматрон непрерывного действия на основе разработанного и исследованного в ИТЭФ прототипа источника с ненакаливаемым полым катодом, особенностью которого является практически неограниченный срок службы.

Основное назначение начальной части с высокой интенсивностью пучка протонов (30 мА) и энергией до 10 МэВ заключается в согласовании пучка инжектора в шестимерном фазовом пространстве с промежуточной частью. Радиотехническая частота — 300 мГц, установленная мощность ВЧ-генератора — 500 кВт, потери пучка — 1 %.

В промежуточной части предполагается использовать малозазорные сверхпроводящие резонаторы для ускорения частиц до 100 МэВ вместо традиционных многозазорных длинных резонаторов, которые были предусмотрены в первоначальных вариантах ЛУП. Это позволяет выбирать расстояния между центрами ускоряющих зазоров вне зависимости от скорости частиц, за счет чего длина секции может быть сокращена на 30–40 %, а также продолжать процесс ускорения даже при выходе из строя небольшого количества ускоря-

ющих резонаторов или трактов их независимого питания, отложив их ремонт до плановой остановки. В принципе, в промежуточной части могут быть использованы цилиндрические резонаторы с трубками дрейфа.

Таблица 15. Характеристики полномасштабного ускорителя с криогенными резонаторами

Параметр	Теплый	СП, 5 МэВ/м	СП, 15 МэВ/м
Ориентировочная длина ЛУП, м	1000	400	135
КПД резонаторов	0,4	1	1
КПД ВЧ-генераторов с питанием	0,65	0,65	0,65
ВЧ-мощность, МВт	75	33	33
Мощность от сети, МВт	150	52	52
КПД ЛУП	0,2	0,6	0,55
Стоимость ускоряющей системы, млн дол.	50	69	23
Стоимость ВЧ-генераторов с питанием, млн дол.	125	49,5	49,5
Стоимость нестандартного оборудования, млн дол.	275	120	72
Полная стоимость оборудования, млн дол.	313	179	109
Полная стоимость ЛУП (со стоимостью строймонтажа), млн дол.	437	233	142

В основной части для ускорения частиц до 1 ГэВ предусмотрено использовать многозорные сверхпроводящие резонаторы. В МРТИ разработан проект по размещению в каждом криостате не менее двух резонаторов, каждый из которых, в свою очередь, состоит из девяти ускоряющих ячеек эллиптической формы. Конструктивно сверхпроводящие резонаторы предполагается выполнить из ниобия. Длина и диаметр одного резонатора равны 0,41–1,12 м и 29–26 см соответственно. Может быть достигнут темп ускорения на длине резонатора от 5 до 15 МэВ/м. Возбуждение сверхпроводящих резонаторов предполагается осуществить от кристаллических усилителей мощностью 1,2 МВт каждый. В табл. 15 приведены основные расчетные характеристики полномасштабного (1 ГэВ, 30 мА) ЛУП со сверхпроводящими ускоряющими резонаторами в основной части [23].

Из таблицы видно, что использование криогенной ускоряющей системы и высокого темпа ускорения приводит к значительному снижению стоимости ЛУП до 142 млн дол. по сравнению со стоимостью «теплого» ускорителя 437 млн дол. Предлагаемое техническое решение по конструктивной схеме

ЛУП окажет существенное влияние на технико-экономические характеристики ЭЛЯУ.

4. Предложения по созданию протонных циклотронов для ЭЛЯУ. Наряду с линейными ускорителями, имеются предложения специалистов ОИЯИ по созданию протонных циклотронов для ЭЛЯУ с энергией до 1 ГэВ и максимальным значением тока 10 мА. Впервые это предложение было сформулировано сотрудником ЛВЭ ОИЯИ И.А.Шелаевым в 1981 г. [24]. Впоследствии он разработал предложение о циклотронном комплексе из 10 теплых изохронных циклотронов, сверхпроводящих бустерного и основного циклотронов с разделенными орбитами, который позволяет получить ток протонов в диапазоне от 10 до 100 мА [24]. Другое предложение сотрудников ЛЯП ОИЯИ относится к циклотронному комплексу с энергией 800 МэВ и током протонов 10 мА, который состоит из трех основных узлов [24]:

- линейного ускорителя протонов с энергией 7,5 МэВ;
- 4-секторного изохронного циклотрона, ускоряющего протоны до 60 МэВ;
- 8- или 10-секторного изохронного циклотрона, ускоряющего протоны до 800 МэВ.

Мощность выведенного пучка протонов составляет 8 МВт, потребление энергии магнитной системой 1 МВт.

Расчетные исследования, проведенные в ЛВЭ и ЛЯП ОИЯИ, показали, что существует техническая возможность создания предлагаемого циклотронного комплекса; вместе с тем они позволили определить проблемы, которые требуется решить на последующих стадиях разработки, в частности, проблему 100 % вывода пучка. По мнению авторов, предложение ОИЯИ требует, во-первых, сравнения с линейными ускорителями, во-вторых, экспериментальной проверки, чтобы определить работоспособность трехступенчатой схемы циклотронного комплекса.

5. Нейтронопроизводящая мишень ЭЛЯУ. В период концептуальных исследований ЭЛЯУ в ведущих ядерных центрах России были рассмотрены различные варианты конструктивных схем нейтронопроизводящих мишеней ЭЛЯУ. Общим признаком всех вариантов являлась вертикальная их компоновка и симметричное расположение в центре бланкета, поскольку было признано, что подобное размещение мишеней соответствует традиционной вертикальной компоновке российских ядерных реакторов, в отличие, например, от промышленных американских и энергетических канадских реакторов с горизонтальным расположением. Однако нельзя исключать принципиальной возможности горизонтального размещения мишени в бланкете. Среди разработанных вариантов мишеней имеются, по существу, два конструктивных различия. Во-первых, предлагаются твердые и жидкотемпературные мишени. В качестве материала твердой мишени могут использоваться такие материалы, как бериллий, tantal, вольфрам, уран или смесь урана, плутония и тория

в виде твэла. Для мишеней этого типа не требуется разделительной мембранны (окно) между объемами ускорителя и мишени, что позволяет исключить проблему ее радиационной стойкости и периодической замены. В качестве материалов для мишени с жидким теплоносителем предлагаются свинец, эвтектика свинец-висмут, фтористые соли различного состава с включенными в их состав делящимися материалами (ТУЭ). Для мишеней этого типа требуется разделительная мембрана (окно) со всеми вытекающими отсюда проблемами.

Во-вторых, в зависимости от выбора теплоносителя (носителя) возможны корпусные конструкции мишени и бланкета с разделительной стенкой из конструкционного материала между ними и комбинированная совмещенная схема, в которой мишень и бланкет представляют собой единый объем, без разделительной стенки (интегральная компоновка). Более предпочтительна интегральная компоновка, т.к. она позволяет улучшить нейтронный баланс в системе мишень—бланкет и исключить проблему радиационной стойкости материала корпуса мишени.

Основной физической величиной, характеризующей эффективность реакций глубоконеупругого расщепления (spallation reactions) в мишени, является выход нейтронов на один протон, что следует учитывать при выборе конструктивной схемы и материала мишени. Расчетному и экспериментальному определению этой величины посвящено значительное число работ российских и зарубежных исследователей (см., например, работы МРТИ (Р.Г.Васильков), ОИЯИ, ИТЭФ, ФЭИ и др.). Анализ этих работ позволяет сделать заключение о целесообразности использования тяжелых элементов в качестве материала мишени, например, свинца, висмута, вольфрама, урана, для которых выход нейтронов выше, чем для легких элементов, например, бериллия. По данным работы [25], выполненной в рамках проекта МНТЦ № 17, из анализа результатов экспериментов и расчетов видно, что расчетные данные по выходу нейтронов в цилиндрической мишени размером 200×600 мм при энергии протонов 0,8 ГэВ составляют 17,7 для свинца и 19,9 для вольфрама. Эти результаты подтверждаются последними экспериментальными данными Р.Г.Василькова: 17,8 нейтронов на протон для свинца [26]. Обращается также внимание на экспериментальный факт, что пробег протонов с энергией ≥ 1 ГэВ в свинцовой мишени длиной 600 мм превышает ее длину [26], что следует учитывать при разработке проекта мишени.

Представим ниже в кратком изложении результаты концептуальных исследований конструктивных особенностей мишеней для ЭЛЯУ, выполненных российскими специалистами.

5.1. Варианты мишеней, изученных в ИТЭФ. Специалисты ИТЭФ самостоятельно и при участии других организаций предложили ряд различных вариантов нейтронопроизводящих мишеней для ЭЛЯУ

Вольфрамовая твердофазная мишень конусной формы, располагаемая в центре тяжеловодного бланкета, с охлаждением тяжелой водой для токов

протонов до 30 мА [27]. Разработка конструктивной схемы выполнена специалистами ОКБМ.

Свинцовая твердофазная мишень в виде шариков малого диаметра, гидравлически взвешенных в зоне взаимодействия с пучком протонов напором тяжеловодного теплоносителя [28]. Вокруг мишени предусматривается буферная зона в виде слоя тяжелой воды толщиной 50–70 см для разрыва связи по быстрым нейtronам между мишенью и бланкетом. В буферную зону может вводиться поглотитель нейтронов (бор или гадолиний) для прекращения цепной реакции в бланкете в аварийном случае. Этот вариант позволяет отвести 62,7 МВт тепловой мощности для ускорителя с энергией протонов 1 ГэВ и током 100 мА. Мишень имеет диаметр 500 мм и высоту слоя 2000 мм, концентрация свинца в тяжелой воде примерно 0,3 при диаметре свинцовых сфер 5 мм.

Указанная схема мишени является развитием предложения специалистов реакторного отдела ИТЭФ по интегральной компоновке мишени—бланкета со свинцовым теплоносителем, циркулирующим снизу вверх, и микросферами из обедненного урана в оболочке из пиролитического графита, гидравлически взвешенными в зоне взаимодействия с пучком протонов.

Свинцово-висмутовая жидкая мишень мощностью 14,5 МВт, охлаждаемая в промежуточных теплообменниках также Pb-Bi эвтектикой, разработанная совместно с ОКБ «Гидропресс» [29].

Свинцово-висмутовую (Pb 44,5 % + Bi 55,5 %) мишень предложили специалисты ИТЭФ и МИФИ [30], ее особенностью является наличие мембранны (окна) конусной формы из бериллия, разделяющей объемы ускорителя и мишени. Как указывают авторы [30], конусообразная форма окна в пределах мишени позволяет, с одной стороны, получить распределенный по оси бланкета источник конвертированных нейтронов, с другой — уменьшить примерно в 5 раз флюенс быстрых нейтронов на конструктивные элементы мишени и бланкета. Основные параметры этой мишени указаны в табл. 16.

Таблица 16. Основные параметры свинцово-висмутовой мишени [30]

Параметры	Вариант 1	Вариант 2
Ток протонов при энергии 1 ГэВ, мА	111	166
Коэффициент конверсии протонов в нейтроны	29	29
Тепловая мощность мишени, МВт	77	116
Расход эвтектики для охлаждения мишени, м ³ /ч	200	200
Макс. температура внутр. поверхности Be-конуса, °C	600	680

Танталовая мишень в вертикальном исполнении мощностью 25 МВт, выполненная в виде набора 15 плоских горизонтальных цилиндрических дисков

толщиной 30 мм каждый, с внутренними каналами для прохода теплоносителя [31]. Мишень была разработана для подкритического водо-водяного бланкета по типу активной зоны реактора ВВЭР (PWR).

5.2. Конструкция мишени ФЭИ и ОКБ «Гидропресс». В ФЭИ с участием ОКБ «Гидропресс» разработаны два концептуальных проекта жидких мишеней: со свинцом на мощность 10 МВт и со сплавом Pb-Bi на мощность 25 МВт при энергии протонов 1 ГэВ и токе 25 мА. Преимуществом жидкой мишени со сплавом Pb-Bi является наличие технологии, разработанной и освоенной на реакторах атомных подводных лодок. Недостатком Pb-Bi-мишени является образование полония-210, недостатком свинца является высокая температура плавления (около 327 °C) и высокое тепловое расширение. Серьезной проблемой жидких мишеней при высоких значениях тепловыделения является регенерация (очистка) материала мишени от образовавшихся продуктов ядерных реакций.

В настоящее время в ФЭИ при участии ОКБ «Гидропресс» осуществляется стендовая проверка Pb-Bi-мишени (грант МНТЦ).

5.3. Конструкция мишени ВНИИТФ. На основе гранта МНТЦ осуществляется разработка твердофазной мишени в виде ТВС быстрого реактора с 20 % двуокисью или нитридами урана [32]. Первоначально в качестве теплоносителя мишени рассматривалось охлаждение свинцом или расплавленными солями, позднее выбрали эвтектику свинец-висмут. Мощность мишени 50 МВт.

Анализ результатов выполненных концептуальных исследований свидетельствует о преимуществах использования свинцово-висмутовой эвтектики, обладающей удовлетворительными ядерно-физическими и технологическими свойствами с точки зрения использования ее в качестве материала нейтронопроизводящей мишени. Немаловажным обстоятельством является освоенность этого вида теплоносителя в реакторах атомных подводных лодок. Однако на пути освоения этого материала в мишенях ЭЛЯУ имеется ряд проблем:

- необходимость использования разделительной мембранны (окна) между объемом мишени и ускорителем, что ведет, во-первых, к некоторому ослаблению пучка протонов, во-вторых, к радиационному охрупчиванию мембранны и дистанционной замене после выработки ресурса;
- взаимодействие пучка протонов высокой интенсивности с поверхностью мишени;
- взаимодействие мишени и бланкета, особенно активных, по типу предлагаемых ВНИИТФ;
- изменение изотопного состава и активности мишени в процессе эксплуатации и ряд других.

Приведем результаты изучения активности мишени [1,33].

- Основной вклад в активность Pb- и Pb-Bi-мишеней дают нуклиды, образованные в реакциях глубокого расщепления (а не изотопы полония).

— Полные активности мишеней из свинца и свинца-висмута близки между собой.

— Доминирующий вклад в активность мишеней обусловлен реакциями глубокого расщепления в высокоэнергетической части (> 20 МэВ) нейтронного и протонного спектров. Именно в этой области необходим тщательный анализ ядерных данных.

— Вклад в полную активность мишени продуктов деления составляет 10–15 %.

— Накопление трития приблизительно одинаково во всех мишенях, и его вклад в полную активность составляет 50 % для свинцовой мишени в период времени от 3 до 30 лет и в два раза ниже для свинцово-висмутовой мишени для того же временного интервала.

Необходимо отметить, что физико-химические аспекты жидкотопливных и жидкотопливных мишеней изучены недостаточно, на что обратили внимание В.И.Волк и А.Ю.Вахрушин [34]. В случае использования указанных типов нейтронопроизводящих мишеней потребуется проведение значительного объема расчетных и экспериментальных работ.

6. Конструктивные схемы бланкетов ЭЛЯУ. Возможно провести классификацию подkritических бланкетов ЭЛЯУ по следующим признакам:

- целевому назначению и топливным циклам;
- виду топлива и мишенных материалов;
- виду теплоносителя и замедлителя;
- спектру и величине плотности потока нейтронов;
- конструктивному исполнению.

В первую очередь, при сравнении различных вариантов бланкетов необходимо иметь в виду целевое назначение ЭЛЯУ, указанное выше, которое определяет конструктивную схему, режим эксплуатации и топливный цикл установки. Это означает, что прежде всего следует определить принципиальные особенности и эффективность процесса трансмутации ДРАО при выборе конструктивной схемы бланкета в качестве приоритетной задачи ЭЛЯУ.

Основным классификационным признаком твердотопливных бланкетов является использование ядерного топлива и мишеных трансмутируемых материалов в твердой фазе в виде твэльной конструкции с герметичной оболочкой, например, в виде стержней с МОХ-топливом.

Основным классификационным признаком жидкотопливных бланкетов является использование топливного и мишенного материалов в жидкой фазе, например, в виде водных растворов солей (нитратных) или суспензий либо в виде жидкосолевых расплавов.

В качестве теплоносителя и замедлителя рассматривались легкая и тяжелая вода, гелий, натрий, свинец, эвтектика свинец-висмут, расплавленные соли, т.е. практически весь набор материалов, которые могут быть использованы в ЭЛЯУ.

С точки зрения конструктивной схемы бланкета возможны канально-корпусная и корпусная конструкции.

Анализ опубликованной информации свидетельствует о том, что в период 1993–1999 гг. в ядерных научно-исследовательских центрах России проводилось концептуальное изучение значительного числа вариантов бланкетов ЭЛЯУ. В рамках настоящей статьи нет возможности привести подробное описание и результаты расчетного исследования этих вариантов, поэтому ограничимся лишь кратким перечислением части этих вариантов.

6.1. Варианты бланкетов, изученные в ИТЭФ. Проведены концептуальные расчетные исследования следующих вариантов бланкетов с твердым и жидким топливом, для которых общим является, во-первых, вертикальная компоновка, во-вторых, размещение нейtronопроизводящей мишени в центральной части.

1. Канально-корпусная конструкция с тяжелой водой в качестве теплоносителя и замедлителя в следующих модификациях:

- по типу конструкций отечественных тяжеловодных реакторов и активной зоны тяжеловодного реактора CANDU с различными видами топлива (обогащенный уран, оружейный и энергетический плутоний, торий) и мишени в твердой фазе. Параметры этих вариантов бланкета приведены в таблице 17 [19,27];

- жидкотопливный тяжеловодный бланкет с каналами-модулями, внутри которых осуществляется принудительная циркуляция жидкого топлива в виде раствора или взвесей в тяжелой воде с помощью специальных автономных насосов, расположенных в нижней части каждого модуля. Каждый модуль имеет индивидуальные линии для отбора топливной смеси для очистки от продуктов деления [28];

- по типу активной зоны легководного реактора ВВЭР, в котором удалено 7 ТВС в центре активной зоны для размещения нейtronопроизводящей мишени, которая отделена от бланкета кольцевой цилиндрической стенкой, рассчитанной на давление первого контура [35].

2. Корпусная конструкция:

- по типу активной зоны тяжеловодного реактора CANDU с расплавленной солью ^7LiF - BeF_2 - PuF_4 (77 %–22 %–1 %) и тяжеловодным замедлителем, в котором растворен ^{99}Tc для поддержания заданного уровня подкритичности [36];

- совмещенная мишень — бланкет с Pb-Bi-эвтектикой в качестве материала мишени и расплавленной солью NaF - ZrF_4 - PuF_3 в качестве носителя в бланкете [37];

- гомогенный бланкет с раствором топлива в тяжелой воде ЭЛЯУ UTA с высокой плотностью тепловых нейтронов, которую обосновал Б.Р.Бергельсон [38]. Одна из рассмотренных модификаций относится к ЭЛЯУ с двумя гомогенными бланкетами с обедненным ураном в качестве фертильного материала

Таблица 17. Параметры тяжеловодных бланкетов ЭЛЯУ

Параметры	Вариант ИТЭФ-ОКБМ	Вариант CANDU
Тепловая мощность, МВт	1100	2064
Электрическая мощность, МВт	350	660
Давление теплоносителя 1-го контура, МПа	10	
Мощность пучка протонов, МВт	15	
Энергия протонов, МэВ	1000	
Коэффициент $K_{\text{эфф}}$	0,97	0,95–0,96
Плотность потока нейтронов (средняя), $\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$	до $5 \cdot 10^{14}$	
Количество каналов с ТВС	626	380
Количество твэлов в ТВС	36	37
Длина активной части твэла, м	6	5,94
Количество каналов с мишениями	54	
Температура теплоносителя на входе в ТВС, °С	270	266
на выходе из ТВС (средняя)	300	310
Скорость трансмутации технеция, кг/год	150	

для получения плутония (первый бланкет), который загружается во второй бланкет для производства энергии.

3. Секционированные бланкеты.

Краткая историческая справка. Идею нейтронного умножителя, высказанную впервые более 30 лет назад Л.Б.Борстом [40], первоначально предполагалось использовать в секционированных реакторных системах с «запальными» реактором для получения более высокого выгорания топлива в подкритических секциях и для получения предельно высоких потоков тепловых нейтронов. В России эти вопросы впервые кратко рассмотрел Б.Г.Дубовский (ФЭИ) [41]. В 1958 г. под руководством А.И.Лейпунского в ФЭИ был сооружен экспериментальный реактор, в центре которого находилась быстрая критическая сборка, окруженная снаружи цилиндрическим экраном из металлического урана-238, выполняющего функцию нейтронного вентиля (НВ), а вокруг него размещалась подкритическая уран-водная решетка с природным ураном. Затем идея секционирования активной зоны с помощью НВ была надолго забыта и вновь возрождена в связи с разработкой импульсных ядерных реакторов. Значительный теоретический вклад в разработку идеи секционирования для импульсных реакторных систем и ЭЛЯУ внесли сотрудники ВНИИЭФ под руководством В.Ф.Колесова. В работах ВНИИЭФ было показана принципиальная возможность повышения уровня умножения нейтронов источника и снижения требований к току протонов в 5–10 раз для секционированного бланкета с нептуниевой загрузкой в первой секции [42].

В период концептуальных исследований ЭЛЯУ сотрудники ИТЭФ и МИФИ изучали конструкцию секционного подкритического бланкета с составным НВ между секциями, состоящим из поглощающей (карбид бора, кадмий или двуокись нептуния) и замедляющей (простая и тяжелая вода, бериллий, графит) частей, поглощающим тепловые нейтроны и замедляющим быстрые нейтроны [43,44]. В этих работах были рассмотрены два принципиальных вопроса. Один из них относился к возможному выигрышу в токе протонов и умножению нейтронов в бланкете. Другой был связан с обеспечением безопасности секционированных бланкетов. Показано, что использование составного НВ, в котором имелась окись нептуния, делает секционированные бланкеты полностью безопасными при аварийных ситуациях. Последующие теоретические работы в ИТЭФ и в других научных центрах по секционированным бланкетам ЭЛЯУ показали, что возможный выигрыш в токе протонов составит примерно 2–5 раз по сравнению с несекционированным бланкетом. В то же время в [45] было показано, что применение секционированных систем при $K_{\text{эфф}} = 0,94–0,96$ является малоэффективным в связи с малой предельной тепловой мощностью бланкета и сравнительно небольшим выигрышем в умножении нейтронов и что эффект двойного умножения заметно проявляется при $K_{\text{эфф}} = 0,98–0,99$. Таким образом, эти, а также результаты расчетов быстротеплового бланкета ЭЛЯУ [46] свидетельствуют о расхождении результатов расчетов различных авторов, что требует экспериментальной проверки.

Остановимся более подробно на концепции ЭЛЯУ с двумя секциями, которая предлагается в настоящее время ИТЭФ в качестве основной идеи создания будущих ЭЛЯУ [1,46]: внутренняя секция с быстрым спектром нейтронов, внешняя — с тепловым спектром. В быстрой секции бланкета используется Pb-Bi-эвтектика с естественной циркуляцией в качестве теплоносителя. В тепловой секции бланкета, представляющей собой канально-корпусную конструкцию, применяется тяжелая вода в качестве теплоносителя и замедлителя. В обоих секциях загружается топливо из смеси оксидов Ru и Th; ^{99}Tc , растворенный в тяжелой воде, используется в качестве компенсатора реактивности. Секционная структура бланкета позволяет обеспечить общий коэффициент умножения нейтронов $K_{\text{эфф}} = 0,99$ (при $K_{\text{эфф}}$ тепловой секции, равном 0,95) и ток протонов 10 мА, при общей тепловой мощности ЭЛЯУ 2300 МВт. Это позволяет в течение 30-летнего периода работы установки уничтожить около 25 т оружейного Ru. При этом 10 т Th вовлекается в топливный цикл с накоплением 6 т ^{233}U и его расходованием в количестве 4 т для производства энергии. Около 3 т ^{99}Tc может быть уничтожено в течение полного срока работы установки на полной мощности. Может быть трансмутировано 2–3 т Am, если он используется в качестве выгорающего поглотителя в тепловом бланкете.

Другой вариант секционированного бланкета мощностью 2000 МВт(т) был рассмотрен в ИТЭФ и ВНИИНМ на основе использования тяжелой соли NaF (34 моль %)- PbF_2 (66 моль %) (с температурой плавления 498°C) и с различными топливными циклами [38]. Исследования параметров этой установки мощностью 2 ГВт (т) в различных топливных циклах показали следующее.

Плутониевый топливный цикл. В течение 20-летнего периода облучения в топливный цикл вовлекается около 20 т энергетического плутония и младших актинидов. В результате облучения сгорает около 14 т тяжелых элементов. Коэффициент конверсии плутония составляет 80 %, америция — 30 %. Образуется около 0,5 т изотопов кюрия и менее 1,5 кг более старших актинидов.

Цикл трансмутации нептуния. Благодаря возможности создания системы с жестким спектром нейтронов ^{237}Np частично делится в системе, продукт же его захвата ^{238}Pu обладает в таком спектре хорошими делящимися свойствами, что обуславливает высокую эффективность цикла. За 40 лет работы установки в режиме трансмутации в течение первых 30 лет и дожигания нуклидов в течение последующих 10 лет можно уничтожить около 25 т нептуния с высоким коэффициентом конверсии: 0,985. Такое количество нептуния образуется в системе из 40 легководных реакторов мощностью 1000 МВт (т), работающих в течение 40 лет.

Плутоний-ториевый цикл. За 40 лет работы установки (в режиме конверсии в течение 30 лет) и дожигания нуклидов в течение 10 лет, можно вовлечь в топливный цикл около 16 т тория с коэффициентом конверсии 0,77 и 19 т энергетического плутония, нептуния и америция с коэффициентами конверсии 0,7, 0,845, 0,23 соответственно. Будет уничтожено около 30 т тяжелых элементов.

Во всех топливных циклах можно использовать также легко реализуемую в жидкосолевых системах схему ведения кампании установки с выводом из бланкета в хранилище нуклидов кюрия. В этом случае образующиеся в хранилище в результате распадов кюрия нуклиды ^{238}Pu и ^{240}Pu непрерывно возвращаются в бланкет. В такой схеме возможно в несколько раз снизить активность жидкого топлива и свести к минимуму накопление высших актинидов (^{245}Cm и т.д.). Однако существенным недостатком предлагаемой системы является высокая температура плавления соли.

6.2. *Варианты бланкетов, изученные в Курчатовском институте.* В РНЦ КИ исследовали два варианта бланкета для ЭЛЯУ.

— С твэлами в виде микросфер типа реактора ВТГР и гелиевым теплоносителем [47]. Топливом является природный или обогащенный уран, в качестве фертильного материала используется двуокись тория с плотностью топлива от 0,2 до 2 г/см³. Уровень подkritичности бланкета находится в пределах от 0,79–0,93.

— Двухсекционный бланкет с расплавленными фтористыми солями типа $53\text{NaF}-41\text{ZrF}_4-6\text{XF}_4$ (в первой секции) и $69\text{LiF}-28\text{BeF}_2-3\text{XF}_3$ (во второй секции), где X обозначены нуклиды ТУЭ [48]. В качестве внешнего источника нейтронов используется электронный ускоритель с последующим конвертированием электронов в γ -кванты и затем за счет реакции (γ, n) — в нейтроны. Авторы предложения утверждают, что использование двухсекционного бланкета дает основание для энергетически выгодного использования электронного ускорителя с энергией электронов 100 МэВ и током 1 А.

6.3. Бланкет на основе расплавленных солей, изученный в ВНИИТФ [32]. Специалисты ВНИИТФ изучают возможность использования расплавленной соли типа $67\text{LiF}-33\text{BeF}_2$, в состав которого может быть включено до 10 % мол. урана и до 1 % мол. плутония. В качестве замедлителя для получения теплового спектра нейтронов в бланкете выбран графит. Диаметр и высота бланкета выбраны равными 5 и 5,5 м соответственно. Тепловая мощность равна 500 МВт при $K_{\text{эфф}} = 0,97$.

Кроме приведенных здесь вариантов свои собственные проработки бланкетов и ЭЛЯУ в целом выполняли специалисты ВНИИЭФ, ФЭИ, НИКИЭТ, ОКБ «Гидропресс» ОИЯИ, ИФВЭ, ИЯИ, МИФИ, ИАТЭ.

7. Краткий анализ предлагаемых вариантов мишней и бланкетов. Качественный анализ рассматриваемых вариантов мишней и бланкетов ЭЛЯУ позволяет отметить следующие особенности, которые следовало бы учитывать при отборе вариантов для последующей разработки проекта демонстрационной трансмутационной установки. Совершенно очевидно, что многовариантность допустима только на стадии концептуальных исследований с целью обоснованного выбора одного или двух вариантов для последующей разработки демонстрационной ЭЛЯУ. Если ранжировать приоритетность использования предлагаемых вариантов, имея в виду главную задачу ЭЛЯУ — трансмутацию ДРАО, то можно указать на следующие приоритеты.

1. Создание бланкетов с высокой плотностью потока тепловых нейтронов является, как было указано в разд. 1, приоритетной задачей. Ни один из предложенных вариантов ЭЛЯУ не обладает плотностью потока тепловых нейтронов $\geq 10^{15} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$, кроме установки UTA с гомогенным бланкетом [38].

2. Создание секционированных бланкетов с составным нейтронным вентилем, поскольку их использование позволяет снизить требования к току пучка протонов. Среди указанных выше имеется по крайней мере пять различных вариантов секционированных бланкетов.

3. Разработка составной мишени — бланкета является важной с точки зрения улучшения нейтронного баланса и эксплуатационных характеристик ЭЛЯУ.

4. Тяжелая вода в качестве теплоносителя и замедлителя обеспечивает самые лучшие физические характеристики тепловых бланкетов, однако от-

существие ее производства в России, а также интенсивный радиолиз и образование трития при высоких потоках нейтронов делает проблематичным ее использование.

5. Использование фтористых солей кажется, на первый взгляд, очень заманчивым, однако опыт эксплуатации исследовательского реактора MSR (Ок-Ридж, США) свидетельствует о наличии ряда значительных недостатков, не говоря о том, что в России нет опыта работы с этими солями.

6. Применение топлива и мишеней в твердой фазе ограничивает время его работы в бланкете, требует многократных циклов облучения, репроцессинга и рефабрикации, что связано с определенными потерями материалов во время этих процессов. Использование жидкого топлива более предпочтительно, т.к. имеется возможность непрерывной подпитки делящимися и трансмутируемыми нуклидами и вывода продуктов деления из бланкета и, в связи с этим, обеспечения глубокого выгорания топлива, близкого к 100 %. Однако на пути реализации гомогенного жидкотопливного бланкета ЭЛЯУ с высокой плотностью потока тепловых нейтронов имеется много технических трудностей.

Резюмируя вышесказанное, можно утверждать, что стадия концептуального исследования ЭЛЯУ не окончена, поскольку на сегодняшний день не выбрана конструкция высокопоточного бланкета ЭЛЯУ для трансмутации ДРАО. В то же время в проекте программы [1], в которой сконцентрировано мнение подавляющей части научного сообщества российских ядерных центров, занимающегося ЭЛЯУ, указывается: «В качестве объектов изучения на первые несколько лет действия программы могут быть выбраны твердотопливные бланкеты с композициями на основе тория и жидкотопливные бланкеты на расплавах солей».

Указывается также, что расчетные физические исследования должны включать изучение физики бланкетов с различными топливными композициями и процессов трансмутации в них. Физика ториевых бланкетов включает в себя такие характеристики, как распределения нейтронных полей и нейтронных функционалов, их изменение в процессе кампаний, кинетика подkritических систем в штатных и гипотетических аварийных ситуациях, эволюция изотопного состава и коэффициента размножения, образование долгоживущих радионуклидов в топливе, теплоносителе и конструкционных материалах бланкетов.

8. **Топливные циклы ЭЛЯУ.** Можно указать на принципиальную возможность реализации в ЭЛЯУ следующих топливных циклов (ТЦ).

1. Урановый ТЦ. В этом варианте ТЦ в бланкете может использоваться различное урановое топливо: 90 % обогащенный уран в виде двуокиси, освободившийся в результате ядерного разоружения, регенерированный уран, полученный после циклов многократного облучения и переработки ОЯТ с высоким содержанием урана-232 и урана-236. Актиниды и продукты деления (ПД) могут загружаться в бланкет в различных комбинациях и пропорциях для це-

лей трансмутации. Обедненный уран без всяких ограничений по содержанию урана-235 может загружаться в бланкет в режиме производства плутония.

2. Плутониевый ТЦ. В этом варианте ТЦ в бланкет может загружаться плутониевое топливо с различным изотопным составом. Актины и ПД могут загружаться в бланкет ЭЛЯУ для целей трансмутации, в составе или отдельно от плутониевого топлива.

3. Уран-ториевый и плутоний-ториевый ТЦ. Обогащенный уран или плутоний используются в этих вариантах ТЦ как ядерное топливо, торий загружается в ЭЛЯУ как фертильный материал для производства урана-233. В этом варианте образуется значительно меньшее количество долгоживущих ТУЭ. Следует отметить, что пуск одного из первых промышленных тяжеловодных реакторов на комбинате «Маяк» был осуществлен в ториевом режиме.

4. Актинидный ТЦ. В этом варианте актины в различных комбинациях с ПД могут, в принципе, использоваться как ядерное топливо в бланкете ЭЛЯУ и одновременно для трансмутации.

Разнообразие режимов работы и топливных циклов в ЭЛЯУ требует выработки определенных приоритетов, чтобы сконцентрировать имеющиеся небольшие финансовые ресурсы на одном или двух направлениях НИОКР. Для этой цели надо провести системные исследования, которые до настоящего времени не выполнялись. Качественно приоритеты в разработке топливных циклов ЭЛЯУ могут быть определены уже теперь. Наивысший приоритет, по мнению авторов, имеет плутониевый цикл ЭЛЯУ, где плутоний используется как ядерное топливо. Это объясняется наличием значительного количества плутония с высоким энергетическим потенциалом и необходимостью подготовки технологической базы для его безопасного использования в качестве ядерного топлива в будущей атомной энергетике. Поэтому режим трансмутации с выработкой энергии и использованием плутония, в котором реализуется плутониевый ТЦ с актинидами и ПД в качестве материала мишени, является приоритетным при проведении перспективных разработок.

Второй приоритет имеет, по мнению авторов, плутониевый ТЦ, в котором ЭЛЯУ эксплуатируется в режиме выработки энергии и производства плутония из обедненного урана. С этим мнением могут не согласиться в связи тем, что имеется принципиальная возможность производства оружейного плутония. Однако приоритет этого ТЦ объясняется наличием больших количеств обедненного урана на складах ядерных держав, в том числе в России. Конвертирование обедненного урана в плутоний позволит значительно увеличить ресурсы и энергетический потенциал ядерного топлива, поскольку запасы дешевого природного урана будут исчерпаны в недалеком будущем. Все необходимые технологии для этого варианта, проверенные в промышленном масштабе, имеются. Однако в случае реализации этого варианта, против которого имеются возражения представителей экологических движений, требует решения проблема нераспространения. В ИТЭФ и МИФИ в прошедшие годы

был исследован ряд технических решений по проблеме нераспространения. Одно из таких решений заключается в совместном облучении плутония и нептуния, что ведет к образованию ^{238}Pu , наличие которого в определенном соотношении с ^{239}Pu исключает возможность создания ядерных зарядов. В то же время в проекте программы [1] этот режим не рассматривается, а приоритетным является торий-плутониевый цикл.

Авторы проекта программы [1] считают, что использование ториевого топлива в бланкетах электроядерных установок, работающих с внешним нейтронным источником, может обеспечить реализацию самообеспечивающегося замкнутого торий-уранового (уран-233) топливного цикла. При этом плутоний вообще не будет нарабатываться, а имеющиеся излишки оружейных урана и плутония, а также накопленный энергетический плутоний, будут рационально использованы для перевода ядерной энергетики на тепловых нейтронах на самообеспечивающийся топливом замкнутый торий-уранный (уран-233) топливный цикл. В замкнутом торий-урановом топливном цикле возможно сохранение природного уровня долгоживущей актинидной α -активности. Наряду с уран-плутониевым топливным циклом он может быть чрезвычайно эффективным при решении следующих важнейших проблем ядерной энергетики будущего:

- уменьшение количества актинидов в облученном ядерном топливе;
- нераспространение расщепляющихся материалов и ядерных технологий;
- разумное использование высокообогащенных урана и плутония;
- трансмутация наработанных долгоживущих актинидов и энергетического плутония;
- увеличение эффективности использования ресурсов ядерного топлива;
- повышение безопасности работы ядерного реактора.

Принципиальной особенностью топливного цикла является наличие двух делящихся актинидов (плутоний-торий) в первичной загрузке и трех (плутоний-торий-уран) в отработавшем топливе. Наличие двух зон бланкета с принципиально различными свойствами позволяет создать уникальный вариант переработки отработавшего топлива быстрого и теплового бланкетов и формирования новых топливных загрузок.

9. Программа НИОКР для обоснования ЭЛЯУ. Создание ЭЛЯУ требует проведения большого объема научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ (НИОКР), который не уступает разработкам, выполненным для обоснования энергетических реакторов. Эти НИОКР заключаются в проведении расчетных и экспериментальных исследований как на действующих, так на вновь создаваемых установках. Приведем здесь в кратком изложении информацию по наиболее важным НИОКР, руководствуясь при этом перечнем НИОКР, указанным в [1].

9.1. Ускоритель. Для создания высокопоточного ЛУП ЭЛЯУ требуется выполнить ряд экспериментальных работ по обоснованию предлагаемых технических решений, кроме тех, которые были уже проведены в ИТЭФ и МРТИ, наиболее важные из них указаны ниже.

1. Разработка, сооружение и изучение экспериментального сильноточного инжектора с непрерывным пучком протонов 30 мА.

2. Разработка и исследование экспериментальной секции RFQ для непрерывного режима работы. Расчетные работы по динамике частиц и электродинамике RFQ-резонатора. Исследование вариантов RFQ-структур и систем ВЧ-питания. Компьютерное моделирование RFQ.

3. Разработка, расчетное и экспериментальное исследование и оптимизация опытных образцов резонаторов промежуточной части ЛУП. Расчетные работы по физике и электродинамике резонаторов. Компьютерное моделирование резонаторов. Создание и исследование экспериментальных сверхпроводящих резонаторов промежуточной части.

4. Разработка, изучение и оптимизация многозazorного сверхпроводящего резонатора.

5. Создание надежных источников ВЧ-питания мощностью более 1 МВт каждый с ресурсом работы более 10000 часов.

6. Разработка и стендовая проверка тракта транспортировки протонов, с разделением или расширением пучка при необходимости.

7. Разработка и создание демонстрационной ЭЛЯУ с током и энергией протонов 3 мА и 1 ГэВ соответственно для проверки основных технических решений, в первую очередь, возможности и надежности работы ЛУП в непрерывном режиме, и обоснование заданных потерь пучка протонов. Из этого перечня следует обратить внимание на необходимость решения следующих проблем: 1) создание и экспериментальное обоснование однозazorных и многозazorных сверхпроводящих резонаторов, 2) разработка надежных мощных источников ВЧ-питания (клистронов) с высоким ресурсом работы, 3) обеспечение низкого (10^{-6}) уровня потерь частиц в процессе ускорения, 4) изучение характеристик непрерывного режима ЛУП и др. При наличии достаточного финансирования эти проблемы могут быть решены в достаточно короткое время.

9.2. Нейтронопроизводящая мишень. Имеется ряд нерешенных научно-технических задач по созданию нейтронопроизводящей мишени. В этой связи был сформулирован перечень следующих НИОКР [1].

— Развитие методов расчета сечений «spallation»-реакций в области промежуточных энергий протонов $20 \div 2000$ МэВ.

— Исследование механизмов ядерных реакций с эмиссией кластеров, отвечающих за газонакопление и радиационные повреждения в окне и мишени.

— Развитие и создание компьютерных программ расчета полной и парциальной активности, остаточного энерговыделения в материалах мишени.

— Создание тестированных библиотек оцененных ядерных данных о взаимодействии протонов и нейтронов с энергиями до 3 ГэВ с материалами окна мишени, ускорителя и бланкета.

— Экспериментальные исследования радиационной стойкости окна мишени.

— Наработка прецизионных экспериментальных данных, включая следующие данные: нейтронные поля на внешней поверхности толстых мишеней различного состава и геометрии, моделирующих мишневый комплекс электроядерных установок; выходы нуклидов, образующихся в тонких мишенях, облучаемых протонами оптимальных энергий в различных временных условиях. Экспериментальные данные необходимы для тестирования программ расчета физических параметров мишеней и конструкционных материалов ускорителей.

— Определение теплогидравлических и прочностных характеристик мишеней с учетом изменений механических свойств конструкционных материалов в условиях непрерывного облучения пучка и др.

Очень важной проблемой, относящейся к жидкосолевым мишеням, а также к интегральным конструкциям мишеней-бланкетов, является изучение физико-химических превращений, что представляет, по существу, новое направление исследований в области ядерной науки и техники. Имеющиеся проблемы и трудности изложены в ряде публикаций (см., например, [39]).

Однако основная проблема — это максимально допустимая мощность мишени и особенности взаимодействия протонов с ядрами мишени. Этой проблеме посвящено значительное число расчетных и экспериментальных исследований, выполненных в различных ядерных центрах России. Тем не менее, предстоит провести ряд экспериментов, чтобы получить ответы на интересующие вопросы. К вопросам, требующим экспериментального уточнения и проверки, относятся, например, такие: оптимальный диаметр пучка протонов и распределение их по поверхности мишени для получения допустимого энерговыделения, количество нейтронов на один протон, соотношение между ионизационными потерями в наружном двухсантиметровом слое мишени и энерговыделением за счет «spallation»-реакций, число и распределение рождающихся μ -мезонов, распределение и спектр нейтронов по объему мишени и т.д. На некоторые вопросы можно получить ответы, не дожидаясь сооружения демонстрационной ЭЛЯУ, воспользовавшись существующими экспериментальными возможностями.

Таким образом, в качестве краткого заключения можно указать на следующие проблемы по созданию мишени для ЭЛЯУ:

— предельно-допустимая мощность и физические характеристики мишени,

— физико-химические превращения и уровни активности в мишени,

— радиационная стойкость материалов мишени и, в первую очередь, разделительной мембранны для жидкосолевых и жидкometаллических мишеней.

9.3. Подкритический бланкет. Хотя подкритический бланкет ЭЛЯУ представляет, по существу, реакторную систему, имеется ряд научно-технических задач, требующих значительного экспериментального обоснования. К ним относятся следующие проблемы, кроме указанных выше:

— Изучение совместной работы и взаимодействия ускорителя, мишени и мишени при непрерывном режиме эксплуатации ускорителя, в первую очередь, изучение принципов и функционирования аварийной защиты, исследование возможности установления обратных связей между блоками ЭЛЯУ и др.

— Исследование размножающих свойств бланкетов, определение оптимального значения $K_{\text{эфф}}$ с учетом эффектов реактивности и обоснование безопасности ЭЛЯУ.

— Изучение секционированных бланкетов с составным нейтронным вентилем.

— Исследование характеристик высокопоточных тепловых бланкетов.

— Изучение физико-химических превращений в бланкетах, особенно в жидкотопливных и жидкосолевых.

— Разработка и исследование топливных и мишенных материалов, в т.ч. жидкосолевых композиций.

— Изучение топливных циклов ЭЛЯУ в замкнутом ядерном топливном цикле перспективной атомной энергетики, включая накопление и уничтожение радиоактивности и радиотоксичности, экспресс-переработку топлива после однократного и многократного облучения в ЭЛЯУ, дистанционную рефабрикацию топлива и мишеней, возможность использования «сухих» методов радиохимической переработки. Однако главным моментом программы НИОКР, предусмотренным в [1], является создание демонстрационной установки для изучения основных характеристик процесса трансмутации в ЭЛЯУ. Этим перечнем далеко не исчерпывается НИОКР по обоснованию бланкетов ЭЛЯУ.

9.4. Ядерные данные и экспериментальная поддержка. В процессе концептуальных исследований ЭЛЯУ выявилось отсутствие прецизионных ядерных данных в диапазоне энергий $10 \div 2000$ МэВ для протонов и $10 \div 30$ МэВ для нейtronов. В пояснении к проекту программы [1] указано: «В настоящее время экспериментальная ситуация с состоянием знаний в этой области сравнима с ситуацией примерно пятидесятилетней давности в физике реакторов: большинство ключевых параметров (основные сечения взаимодействия нейtronов и протонов с ядрами, число нейtronов, создаваемых в нейtronо-производящей мишени одним протоном, энергетические спектры нейtronов из мишени и некоторые другие) известны с точностью примерно в 10 раз хуже требуемой. Типичный разброс экспериментальных результатов у разных авторов — 2–3 раза, а в отдельных случаях и больше. Примерно то же

самое относится к предсказательной силе большинства теоретических моделей и основанных на них вычислительных кодов. Практически отсутствуют сколько-нибудь полные файлы оцененных данных. Необходимое количество данных (как для материалов нейтронопроизводящих мишеней, так и конструкционных и защитных материалов, а также для топлива) для большого набора продуктов реакций и очень широкого диапазона энергий не может быть измерено экспериментально. Сравнительно надежный расчет до недавнего времени был возможен при энергиях выше 200 МэВ, интенсивное развитие кодов началось в последние годы. Поэтому необходимо выработать программу оптимальных (по времени и средствам) измерений группы опорных констант. Создание мощных нейтронных источников нового поколения не только кардинально улучшит количественное состояние экспериментальной базы по ядерным данным, но и приведет к принципиально важным результатам по механизму ядерных реакций при промежуточных энергиях и свойствам возбужденной ядерной материи».

В связи с приведенной оценкой состояния дел по ядерным данным представляются важными следующие задачи: 1) продолжение усилий по развитию теоретических методов расчета и оценке ядерных данных, создание баз ядерных данных и расчетных кодов, 2) использование многочисленных установок и стендов, имеющихся в российских ядерных центрах, 3) сооружение новых экспериментальных установок, конечно, при условии соответствующего финансирования. Приведем краткий перечень предлагаемых экспериментов на существующих и проектируемых физических установках с протонными и нейтронными пучками для получения ядерных данных для ЭЛЯУ [1].

В ИТЭФ основной установкой для измерения ядерных данных при промежуточных и высоких энергиях протонов является протонный синхротрон У-10 с выведенными пучками: первый пучок — интервал энергий $70 \div 200$ МэВ, ток $5 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$; второй пучок — интервал энергий $800 \div 2600$ МэВ, ток $1,5 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$. На этих пучках будут проведены измерения выходов продуктов ядерных реакций на тонких и толстых мишенях под действием протонов с энергией $10 \div 2600$ МэВ.

На имеющейся в ИТЭФ установке «Макет», работающей в режиме подкритической сборки, ведомой дейтерий-тритиевым генератором нейтронов, планируется выполнить прецизионные эксперименты с тяжеловодными $^{235}\text{U}-^{232}\text{Th}$ однородными и секционированными решетками; с тяжеловодными ^{235}U решетками, моделирующими бланкет электроядерного генератора нейтронов ИТЭФ.

В ИТЭФ планируется также создание электроядерного генератора нейтронов в составе сильноточного ускорителя протонов ИСТРА-36 с энергией 36 МэВ и средним током 0,5 мА, бериллиевой мишени и подкритического быстротеплового бланкета с $K_{\text{эфф}} = 0,95 \div 0,98$, размещаемого в корпусе выведенного из эксплуатации тяжеловодного реактора.

В Радиевом институте готовятся измерения сечений деления разделенных изотопов свинца и соседних элементов таллия и висмута в энергетическом диапазоне $20 \div 200$ МэВ, а также сечений деления тяжелых элементов от ^{181}Ta до ^{234}Am в диапазоне $30 \div 3000$ МэВ. Для этого будут использоваться методики тонкопленочных пробойных счетчиков и трековых детекторов.

В ПИЯФ основной установкой для измерения ядерных данных при промежуточных энергиях является синхроциклотрон с энергией выведенного пучка 1 ГэВ и интенсивностью протонов $6 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ (1 мКА). Имеется также возможность облучения мишней на внутреннем пучке синхроциклотрона с вариацией энергии от 10 до 1000 МэВ и интенсивностью 3–5 мКА. На внешнем пучке синхроциклотрона ПИЯФ имеется установка — толстая свинцовая мишень для измерения сечений деления естественной смеси изотопов свинца, ^{209}Bi , ^{232}Th , $^{233,235,238}\text{U}$, ^{237}Np , ^{239}Pu от 200 до 1000 МэВ с шагом 100 МэВ и точностью 5–10 %, а также для исследования продуктов ядерных реакций радиохимическим методом. Для изучения физических характеристик имеются нейтронный времязпролетный спектрометр ГНЕЙС и кристалл-дифракционный спектрометр высокого разрешения для измерения γ -спектров облучаемых протонами мишней.

В ОИЯИ проводятся многолетние экспериментальные и расчетные работы по электроядерной тематике, хорошо известные в российских и зарубежных ядерных центрах. В последнее время эти работы интенсифицировались, о чем свидетельствуют имеющиеся программы НИОКР. В частности, в ЛВЭ изучаются электроядерные процессы в тонких и толстых свинцовых и урановых мишнях на пучках протонов и ионов с энергиями от нескольких сотен МэВ до 10 ГэВ/нуклон. На пучках бустера ИБР-30 проводятся измерения низкоэнергетических сечений. Кроме того, разрабатывается проект ЭЛЯУ SAD (subcritical assembly in Dubna) на базе пучка протонов существующего фазotronа с энергией 660 МэВ, свинцовой мишени и подкритического бланкета на MOX (Pu+U)-топливе с $K_{\text{эфф}} \simeq 0,95 \div 0,97$; проведены первые эксперименты для оптимизации параметров мишени.

В ФЭИ в 1995–1997 гг. проведены измерения сечений деления младших актинидов в диапазоне энергий нейtronов от 150 кэВ до 5 МэВ (проект МНТЦ № 304). Их планируется распространить в область энергий $5 \div 30$ МэВ с использованием новых возможностей — протонного и дейтронного пучков тандема ЭГП-15. Работа будет выполняться в сотрудничестве с ВНИИЭФ, который произведет электромагнитное разделение изотопов для изготовления мишеней из $^{241,242,243}\text{Am}$ и $^{243,244,245,246,247,248}\text{Cm}$ высокой чистоты.

На комплексе критстенд БФС-1 — микротрон ФЭИ планируются детальные исследования нейтронно-физических характеристик активных зон двух типов: 1) конфигурация с быстрой, охлаждаемой свинцом плутоний-

урановой нитридной центральной тестовой зоной; 2) быстрая тестовая зона, окруженная в радиальном направлении периферийной тепловой или эпите-пловой областью.

В ИЯИ РАН предлагается создать демонстрационную установку для исследований электроядерного способа трансмутации, производства энергии и наработки трития на основе существующего сильноточного ускорителя протонов и ионов H^- с проектным током 500 мА и энергией 500–600 МэВ, состоящего из комплекса нейтронных источников и протяженных мишеней (Pb-Bi, W и др.).

В ВНИИЭФ разрабатывают двухсекционный подкритический бланкет с односторонней нейтронной связью за счет использования в первой секции топлива из оксида нептуния-237 для минимизации тока ускорителя. Физический макет двухкаскадного энергетического бланкета предполагается создать с использованием действующего мощного сильноточного линейного ускорителя электронов ЛУ-50 и критического стенда АБВ-Ф с моделью активной зоны малогабаритного транспортного энергетического реактора АБВ типа ВВР. Конструкция активной зоны АБВ-Ф модифицируется таким образом, чтобы внутри можно было разместить подкритическую секцию из оксида нептуния-237 и мишленное устройство, являющееся генератором тормозного излучения и нейтронов.

Разработка и создание новых экспериментальных установок по обоснованию ЭЛЯУ потребуют значительных средств. Согласно данным [1], необходимое финансирование работ по ЭЛЯУ составляет около 6,6 млн. дол. в течение 1999–2001 гг.

10. Технико-экономические оценки. Стоимость ЭЛЯУ является важной характеристикой, определяющей ее конкурентоспособность в перспективной схеме развития атомной энергетики. Если ЭЛЯУ будет использоваться только для трансмутации ДРАО, а производство энергии будет являться побочным, то сведения о капиталовложениях и эксплуатационных характеристиках позволяют определить расходы на уничтожение ДРАО. Если основным назначением ЭЛЯУ будет производство энергии с попутной трансмутацией, то требуется определить стоимость единицы произведенной энергии. При этом необходимо иметь в виду, что должны быть проведены системные исследования, позволяющие производить технико-экономические расчеты с учетом расходов на другие переделы ядерного топливного цикла, а также замещения электрических мощностей в случае внедрения ЭЛЯУ в атомную энергетику. Однако подобных системных исследований не проводилось. Кроме того, выполненные на сегодняшний день в НПО ВНИПИЭТ технико-экономические оценки относятся к единичной ЭЛЯУ, для которой не учтены имеющие возможности улучшения нейтронного баланса и эксплуатационных характеристик, выявленные в период концептуальных исследований, за счет использования ускорите-

лей с криогенными резонаторами и секционированных бланкетов, что может внести существенные корректизы в выполненные расчеты.

Согласно данным технико-экономических исследований НПО ВНИПИЭТ для ЯЭУ в составе двух ЭЛЯУ с жидкотопливными бланкетами модульной конструкции, предложенными в ИТЭФ, и двумя «теплыми» ускорителями протонов капиталовложения и эксплуатационные расходы составляют 3048,8 и 387,9 млн. дол. соответственно [49]. При этом необходимо иметь в виду, что затраты на сооружение ЛУП составляют 1284,7 млн. дол., а расход энергии на собственные нужды — около 66 % от произведенной энергии. Из табл. 15 видно, что расход энергии на электроснабжение ЛУП составляет 52 МВт, что значительно меньше, чем для «теплого» ЛУП (238 МВт согласно [49, с.48]). Если учесть, что стоимость одного ускорителя с криогенными ускоряющими структурами равна ~ 200 млн. дол. (табл. 15), то общие капиталовложения могут быть уменьшены как минимум до величины ~ 2400 млн. дол. только за счет ЛУП. Это означает, что один блок будет стоить примерно 1200 млн. дол., что сопоставимо со стоимостью современных АЭС. Уменьшается также эксплуатационные расходы за счет значительного увеличения отпуска электроэнергии внешним потребителям.

Необходимо подчеркнуть важность системных технико-экономических исследований о месте ЭЛЯУ в перспективной схеме развития атомной энергетики.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обзор состояния работ по созданию электроядерных установок для трансмутации ДРАО и производства энергии позволяет сделать следующие выводы.

1. Имеется принципиальная возможность уменьшения количества долгоживущих радиоактивных отходов в атомной энергетике и оборонной атомной промышленности с помощью процесса трансмутации в ЭЛЯУ.

2. Концептуальное изучение различных аспектов ЭЛЯУ не закончено и должно быть продолжено. Имеется ряд нерешенных научно-технических задач по обоснованию основных параметров и конструктивных схем ЭЛЯУ, что требует проведения фундаментальных исследований и соответствующих НИОКР.

3. Учитывая сложность проблемы безопасного обращения с ДРАО, возможность ее решения с использованием трансмутации в ЭЛЯУ в качестве альтернативной технологии, целесообразно обратить внимание Минатома на необходимость выделения необходимого финансирования и координации этой деятельности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Проект «Программа исследований электроядерных систем Минатома России», документ ИТЭФ, 1999;
Michailov V.N., Belayev S.T., Bogdanov B.P. et al. — Russian Minatom Program on ADT Researches. В сб.: Труды Межд. конф. по электроядерным системам в перспективной ядерной энергетике. М.: ИТЭФ, 1999, с.5.
2. Accelerator Driven Systems: Energy Generation and Transmutation of Nuclear Waste. Status report of IAEA, IAEA-Tecdoc-985, 1996.
3. Труды семинара «Новые подходы к ядерным топливным циклам и схемам захоронения отходов». ВНИИЭФ, Саров, 1999.
4. Федеральный закон об использовании атомной энергии. Собрание законодательства Российской Федерации, 1995, № 48, ст.4552.
5. Постатейный комментарий к федеральному закону об использовании атомной энергии. М.: Издат, 1998.
6. **Егоров Н.Н.** — Состояние и проблемы с радиоактивными отходами и отработавшим ядерным топливом в России, Вопросы радиационной безопасности. Изд. комб. «Маяк», 1997, №4, с.1.
7. **Колобашкин В.М., Рубцов П.М. и др.** — Радиационные характеристики облученного ядерного топлива. Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1983.
8. **Герасимов А.С., Киселев Г.В.** — Докл. на межд. сем. «Радиационное наследие бывшего СССР: современное состояние и проблемы реабилитации» (Радлег-99), М.: ВНИИХТ, 1999.
9. Федеральная программа по обращению с радиоактивными отходами и отработавшими ядерными материалами, их использованию и захоронению на период 1992–1995 и на перспективу до 2005 г. (утв. пост. правительства РФ № 1030 от 23.10.1995 г.). Собрание законодательства Российской Федерации, 1995, № 44, ст.4184.
10. **Сивинцев Ю.В.** — Атомная техника за рубежом, 1989, № 3, с.16.
11. **Толстов К.Д.** — Препринт ОИЯИ Р3-90-583. Дубна, 1990.
12. **Толстов К.Д.** — Препринт ОИЯИ 18-92-303. Дубна, 1992;
Воронко В.А., Дьяченко В.М., Костин В.Я. и др. — Краткие сообщения ОИЯИ, № 2[53]-92, Дубна, 1992.
13. **Бергельсон Б.Р., Герасимов А.С.** — В сб.: Доклады конф. «Усовершенствованные тяжеловодные реакторы». М.: ИТЭФ, 1998, с.162.
14. **Gerasimov A.S., Zaritskaya T.S., Kiselev G.V. et al.** — In: Proc. of Int. Conf. «Future Nuclear Systems (Global-93)», Seattle, USA, 1993, v.1, p.301.
15. **Мурогов В.М., Субботин В.И., Каграманян В.С. и др.** — Атомная энергия, 1993, т.74, вып.4, с.285.
16. **Басов Н.Г., Белоусов Н.И., Розанов В.Б. и др.** — Препринт МИФИ 011-92, 1992.
17. **Gai E.G., Ignatjuk A.V., Rabotnov N.S. et al.** — In: Proc. of Int. Conf. «Future Nuclear Systems (Global-93)», Seattle, USA, 1993, v.1, p.296.
18. **Галанин А.Д., Герасимов А.С., Зарицкая Т.С. и др.** — Препринт ИТЭФ, № 71, 1995.
19. **Бергельсон Б.Р., Галанин А.Д., Герасимов А.С. и др.** — В сб.: Доклады конф. «Усовершенствованные тяжеловодные реакторы». М.: ИТЭФ, 1998, с.139.
20. **Апсэ В.А., Киселев Г.В., Куликов Г.Г., Шмелев А.Н.** — Отчет ИТЭФ по проекту № 17 МНТЦ. М.: ИТЭФ, 1995.

21. Bergelson B. et al. — In: Proc. of the Int. Workshop «Nuclear Methods for Transmutation of Nuclear Waste», Dubna, JINR, 1996, p.67.
22. Субботин В.И. — Доклад на 85-й сессии Ученого совета ОИЯИ 15.01.1999, Сообщение ОИЯИ Р1-99-97. Дубна, 1999.
23. Шарков Б.Ю., Козодаев А.М., Коломиц А.А. и др. — В сб.: Труды Международной конференции по электроядерным системам в перспективной ядерной энергетике. М.: ИТЭФ, 1999, с.12.
24. а) Шелаев И.А. — В сб.: Проблемы электроядерного бридинга. МИФИ–Обнинск, 1980, с.46. б) Шелаев И.А. — Краткие сообщения ОИЯИ, 5[62]-93, Дубна, 1993, с.16.
в) Алеиницкий Ю.Г. и др. — В сб.: Труды Межд. конф. по электроядерным системам в перспективной ядерной энергетике. М.: ИТЭФ, 1999, с.229.
25. Ефимов Е.И., Игнатьев С.В., Панкратов Д.В. — Отчет ФЭИ по проекту МНТЦ № 157. Обнинск, ФЭИ, 1996.
26. Васильков Р.Г., Мызин Н.С., Чиркин Ю.М. — Атомная энергия, 1995, т.79, вып. 4, с.257; Vasilkov R.G. — An Overview Proceedings of ICANS-XI, Report KEK-90-25, v.25, p.340.
27. Ажнин Е.И., Кирюшин А.И., Петрунин В.В. и др. — В сб.: Доклады 2 Межд. сем. по трансмутации долгоживущих радиоактивных отходов и утилизации оружейного плутония на основе ускорителей протонов. М.: ИТЭФ, 1994, ч.1, с.109.
28. Благоволин П.П., Казарицкий В.Д., Селиверстов В.В. — Отчет по проекту № 17 МНТЦ, 1995.
29. Blagovolin P.P., Kazaritsky V.D., Batayev V.F. et al. — In: Proc. of the Int. Workshop «Nuclear Methods for Transmutation of Nuclear Waste», Dubna, Russia, 1996, p.235.
30. Бергельсон Б.Р., Никитин А.А., Старостин В.Т. и др. — Атомная энергия, 1996, т.82, вып.5, с.341.
31. Чухлов А.Г. — В сб.: Доклады конф. «Усовершенствованные тяжеловодные реакторы». М.: ИТЭФ, 1998, с.151.
32. Grebenkin K.F. — In: Second Workshop on Project of ICST № 17 «Feasibility Study of Technologies for Accelerator-Based Conversion (ABC) of Military Plutonium and Long-Lived Radioactive Waste». 1995.
Аворрин Е.Н., Гребенкин К.Ф. — В сб.: Труды семинара «Новые подходы к ядерным топливным циклам и схемам захоронения отходов». ВНИИЭФ, Саров, 1999, с. 384.
33. Ефимов Е.И., Панкратов Д.В. — В сб.: Доклады 2 Межд. сем. по трансмутации долгоживущих радиоактивных отходов и утилизации оружейного плутония на основе ускорителей протонов. М.: ИТЭФ, 1994, ч.2, с.105.
34. Волк В.И., Вахрушин А.Ю. — В сб.: Труды Межд. конф. по электроядерным системам в перспективной ядерной энергетике. М.: ИТЭФ, 1999, с.57.
35. Bergelson B.R. et al. — In: Proc. Second Int. Conf. on Accelerator Driven Transmutation Technology and Application. Kalmar, Sweden, 1996, p.263.
36. Коцурев Б.П., Конев В.Н. — В сб.: Доклады 2-го Межд. сем. по трансмутации долгоживущих радиоактивных отходов и утилизации оружейного плутония на основе ускорителей протонов. М.: ИТЭФ, 1994, ч.2, с.56.
37. Казарицкий В.Д., Благоволин П.П., Младов В.Р. — В сб.: Доклады 2 Межд. сем. по трансмутации долгоживущих радиоактивных отходов и утилизации оружейного плутония на основе ускорителей протонов. М.: ИТЭФ, 1994, ч.1, с.75.
38. Bergelson B.R. et al. — In: Proc. Second Int. Conf. on Accelerator Driven Transmutation Technology and Application. Kalmar, Sweden, 1996, с.228.
Бергельсон Б.Р. и др. — Атомная энергия, 1996, т.82, вып.5, с.341.

39. Volk V.I., Vakrushin A.Yu., Kwaratzkheli A.Yu. et al. — В сб.: Труды Межд. конф. по электроядерным системам в перспективной ядерной энергетике. М.: ИТЭФ, 1999, с.102.
40. Borst L.B. — Phys. Rev., 1957, v.107, p.905.
41. Дубовский Б.Г. — Атомная энергия, 1959, т.7, вып.5, с.456.
42. Колесов В.Ф., Гужовский Б.Я. — Атомная энергия, 1994, т.76, вып.1, с.71.
43. Данилов Н.М., Киселев Г.В., Кушин В.В. и др. — В сб.: Доклады 2 Межд. сем. по трансмутации долгоживущих радиоактивных отходов и утилизации оружейного плутония на основе ускорителей протонов. М.: ИТЭФ, 1994, ч.1, с.98.
Данилов Н.М., Катаржнов Ю., Киселев Г.В. и др. — Энергетическая электроядерная установка. Патент РФ №93009003 с приоритетом от 16.2.1993.
44. Киселев Г.В., Апсе В.А., Куликов Г.Г. и др. — Отчеты по проекту МНТЦ № 17 и ИТЭФ № 925, 1995.
Kiselev G.V., Apse G.G., Kulikov G.G. — In: Proc. of the Int. Workshop «Nuclear Methods for Transmutation of Nuclear Waste», Dubna, 1996, p.225.
45. Селиверстов В.В. — В сб.: Доклады конф. «Усовершенствованные тяжеловодные реакторы». М.: ИТЭФ, 1998, с. 93.
46. Кочуров Б.П., Шведов О.В., Конев В.Н. и др. — В сб.: Доклады конф. «Усовершенствованные тяжеловодные реакторы». М.: ИТЭФ, 1998, с.196.
47. Гольцов А.О., Пономарев-Степной Н.Н., Цыбульский В.Ф. — Отчет по безопасности РНЦ КИ, 1995.
48. Алексеев П.Н., Игнатьев В.В., Коляскин О.Е. и др. — Атомная энергия, 1995, т.79, вып.4, с.243;
Алексеев П.Н., Игнатьев В.В., Коляскин О.Е. и др. — Атомная энергия, 1995, т.79, вып.5, с.327.
49. Итоговый отчет рабочей группы ВНИПИЭТ (за период 01.11.94 - 31.10.96), отчет по проекту МНТЦ № 17, 1996.

УДК 539.17:621.384.63

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД НЕВОЗМУЩАЮЩЕЙ ДИАГНОСТИКИ ПУЧКА ИОНОВ

A.C.Артемов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Описан метод невозмущающей диагностики пучка ионов на основе корреляционного анализа. Физической основой метода является использование взаимодействия пренебрежимо малой части ионов с зондирующей внутренней мишенью, при котором рождаются вторичные информационные (ИН) частицы, имеющие идентичный спектр по величине и направлению скорости и допускающие их избирательную регистрацию без воздействия на пучок. При измерении взаимной корреляционной функции между потоками частиц или фотонов зондирующей мишени, псевдослучайно модулированной во времени, и рождающихся на ней ИН-частиц, регистрируемых на пролетной базе, определяется времяпролетный спектр (распределение по энергии) ионов в выделенном направлении. Относительный анализ этих функций при различных положениях мишени в пучке и направлениях регистрации ИН-частиц позволяет получить распределение ионов в попечерном фазовом пространстве. Проанализированы основные элементы диагностического устройства и его возможности для реализации невозмущающих корреляционных измерений параметров пучка отрицательных (в частности, H^-) или положительных молекулярных ионов из источника, допускающих фоторасщепление на зондирующую фотонной мишени. Необходимая для диагностики мишени может быть сформирована при использовании стохастически пульсирующего излучения некоторых твердотельных лазеров (например, Nd:ИАГ) в режиме свободной генерации.

A method of the nonperturbative diagnostics of an ion beam, using the correlation analysis, is described in the review. The physical base of this method is the use of such an interaction between a negligible part of ions and a probing internal target which generates secondary informative (IN) particles having practically an identical spectrum in value and direction of the speed and allowing their selective detection without an influence on the beam. By measuring the cross-correlation function between a flux of particles or photons of a probing target, pseudorandomly modulated in time, and that of IN-particles detected at the drift distance, the time-of-flight spectrum (energy distribution) of ions in the chosen direction is determined. A relative analysis of these functions at various target positions in a beam and directions of IN-particle detection, allows one to obtain the ion distribution in the transverse phase-space. The principal elements of the diagnostic device and its potentialities for the realization of nonperturbative correlation measurements of the beam parameters of negative (in particular, H^-) or positive molecular ions from a source, allowing their photodetachment on the probing target, are analysed. The target needed for the diagnostics can be formed by using the stochastical pulsed radiation from some crystal lasers (for example, Nd:YAG) in a free generation regime.

1. ВВЕДЕНИЕ. КЛАССИЧЕСКИЙ ВРЕМЯПРОЛЕТНЫЙ МЕТОД И ФАКТОР ПСЕВДОСЛУЧАЙНОГО КОДИРОВАНИЯ В ДИАГНОСТИКЕ ПУЧКОВ ЧАСТИЦ

В современных ускорительно-накопительных комплексах важной задачей является получение оперативной информации о характеристиках пучка невоз-

мущающим образом. Под невозмущающими методами диагностики обычно подразумеваются такие способы получения информации, когда вносимыми при измерении возмущениями пучка можно пренебречь.

Наиболее распространенным и точным способом абсолютного измерения скорости нерелятивистских частиц является времяпролетный (ВП). Суть его заключается в том, что на участке свободного дрейфа частиц на некотором расстоянии друг от друга устанавливаются два детектора, которые регистрируют моменты прохождения каждой частицы. По измеренному интервалу времени между сигналами детекторов определяется ее скорость. Для импульсного пучка наносекундной длительности или сгруппированного в короткие сгустки ВП-способ измерений реализуется достаточно просто. В этом случае измеряется средняя скорость частиц в сгустке, а по уширению сигнала со второго детектора во времени определяется характерный разброс их скоростей. При небольшом разбросе скоростей частиц в сгустке точность измерения средней скорости достаточно велика. Для реализации невозмущающей диагностики в этом случае могут использоваться любые практически прозрачные для пучка детекторы коротких импульсов потока частиц.

Для достаточно протяженных во времени нерелятивистских пучков классический времяпролетный метод измерения распределения частиц в пучке по скоростям основан на модуляции их потока во времени, например, с помощью диска, в котором вырезана узкая щель, и регистрации интенсивности прошедших частиц на пролетной базе во времени. Использование одноштеплевого (за время измерения) прерывателя позволяет непосредственно регистрировать ВП-спектр пучка. В этом случае для улучшения разрешения необходимо увеличивать пролетную базу, а также уменьшать пространственные размеры щели диска-прерывателя и период его вращения. В связи с этим основным недостатком классического ВП-метода диагностики является практически полная потеря пучка во время измерений и малая эффективность набора информации, переносимой прошедшими через щель частицами. Помимо этого, так как шумовая компонента регистрируемого сигнала остается практически неизменной, отношение сигнал/шум при улучшении разрешения резко уменьшается. Ситуация ухудшается при использовании многодисковых селекторов скоростей, поскольку в этом случае ВП-спектр стробируется с помощью дополнительных дисков.

Избежать значительных потерь квазинепрерывного пучка при классических ВП-измерениях можно при переходе от механического прерывателя к прерывателю в виде внутренней мишени, появляющейся в пучке на короткий промежуток времени. Она выполняет роль щели для частиц пучка, провзаимодействовавших с мишенью, и рождающихся на ней вторичных частиц. При подобной модернизации классического ВП-метода важная роль отводится выбору подходящей мишени. Основным условием в этом случае является обеспечение однозначной связи ВП-спектров пучка и используемых вторичных

частиц при их избирательной регистрации детекторами. Примерами такого подхода являются: измерение энергетического спектра коллективно ускоренных протонов в пучке электронов по времени пролета нейтронов [1], использование в качестве вторичных частиц упругорассеянных ионов [2], возбуждение потока нейтральных частиц лазерным излучением (метод меченых атомов или молекул) [3,4], регистрация нейтральных частиц после фотообтирки пучка отрицательных ионов для его ВП-диагностики [5] и др. Для формирования необходимой внутренней мишени из нейтральных (заряженных) частиц или фотонов может быть использован механический или электромагнитный прерыватель либо быстродействующий акустооптический или электрооптический затвор лазерного излучения. В последних случаях можно избежать некоторых практических трудностей, связанных с синхронизацией механических и электронных компонентов диагностической системы. Однако при малой вероятности взаимодействия пучка с мишенью модернизированный ВП-метод потребует значительного увеличения времени измерений. Кроме того, такая диагностика становится невозможной при больших фоновых загрузках или шумах детектора вторичных частиц. В частности, для источников ионов вероятность рождения используемых вторичных частиц на остаточном газе (η_b) может быть весьма большой. В этом случае селективное выделение сигнала из потока фоновых частиц в области детектора невозможно обеспечить ни при каких плотностях используемой внутренней мишени. Это имеет место, например, при переносе предложенного в работе [5] модернизированного ВП-метода невозмущающей диагностики пучка по нейтральным вторичным частицам на источники ионов H^- ($\eta_b \approx 0,2 \div 0,4$). При этом использование самого потока фоновых нейтральных частиц для задач диагностики такого пучка на поворотных участках его канала транспортировки сопряжено со значительным искажением информации из-за плохой пространственной локализации ее источника, а также высокой эффективности обтирки ионов H^- более низких энергий на остаточном газе в ускоряющем промежутке.

Для увеличения эффективности набора информации в рассматриваемом методе диагностики необходим переход к многощелевому прерывателю, не искажающему ВП-спектр за время измерений. В частности, это возможно при модуляции пучка во времени, близкой к физически неосуществимому белому шуму (автокорреляционная функция равна δ -функции). Для получения информации о спектре с минимальным искажением алгоритм модуляции должен соответствовать так называемой оптимальной псевдослучайной последовательности, максимальной за время измерения длительности [6]. В отличие от классического варианта прямых измерений при подобной модуляции ВП-спектр пучка определяется взаимной корреляционной функцией потока частиц на детекторе и последовательности модулирующих импульсов. Независимо от длины этой последовательности при корреляционном методе пучок не прерывается несколько дольше половины общего времени измере-

ний. В результате этого поток частиц на детекторе практически не зависит от достигаемого временного разрешения, что является существенным достоинством данного метода по сравнению с классическим. Корреляционный метод измерения энергетического спектра частиц по времени пролета предложен авторами работ [7,8]. В наибольшей степени он получил развитие в нейтронной физике (см., например, [7,9,10]). При этом в экспериментах по исследованию структуры твердого тела с использованием потока нейтронов широко используются времяпролетные спектрометры с двумя псевдослучайными прерывателями перед образцом. В этом случае можно сразу измерять необходимый спектр в зависимости от первичной энергии, содержащейся в падающем полихроматическом нейтронном пучке [9]. По сравнению с техникой с одним прерывателем при этом дополнительно улучшается отношение сигнала к шуму. Если в первом случае некоррелированный фон уменьшается в $(N + 1)/2$ раз, где N — число элементов в цикле псевдослучайной последовательности модуляции пучка, то при использовании двух прерывателей он дополнительно уменьшается во столько раз, сколько энергетических групп налетающих частиц используется одновременно. В упомянутой выше работе описан пример такого спектрометра с двумя одинаковыми последовательностями щелей на прерывателях, но со сдвигом по фазе или с различной частотой их вращения. Применительно к пучкам частиц и в зависимости

от их типа, а также необходимого разрешения при корреляционных измерениях ВП-спектра широко используется как электрическая [11], так и механическая [12] модуляция пучка.

Качественное сравнение корреляционного и классического ВП-методов можно провести с помощью рис.1 (взятого из работы [9]). При этом области преимуществ данных методов разграничиваются прямой $F_k/\bar{F} = 2(1 - U/\bar{F})$, где F_k — число событий, регистрируемых в канале k анализатора ВП-спектра, U — соответствующие фоновые события, $\bar{F} = F_t/N$, F_t — полное число отсчетов функции отклика в спектре, $N = T/\Delta t$, T — период цикла псевдослучайной последовательности, Δt — длина ее элемента во времени. Нетрудно видеть, что псевдослучайный прерыватель потока частиц имеет несомненное преимущество при высоком некоррелированном фоне, когда классический ВП-метод практически неприменим. Следует отметить, что в указанных фоновых условиях метод псевдослучайных возмущений во времени является весьма плодотворным и в других областях техники физического эксперимента. В частности, измере-

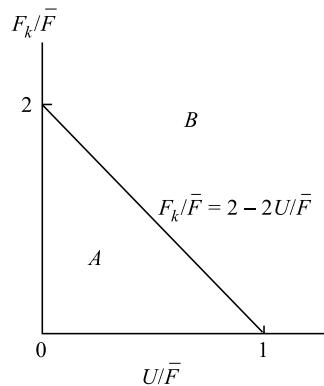


Рис. 1. Области применимости обычного (A) и корреляционного (B) времяпролетных методов

коррелированном фоне, когда классический ВП-метод практически неприменим. Следует отметить, что в указанных фоновых условиях метод псевдослучайных возмущений во времени является весьма плодотворным и в других областях техники физического эксперимента. В частности, измере-

ние взаимной корреляционной функции между входным возмущением и измеряемым параметром (например, мощностью ядерного реактора) дает импульсную переходную характеристику изучаемой системы (реактора) [13]. Можно также реализовать необходимую псевдослучайную модуляцию во времени используемых в эксперименте вторичных нейтральных частиц (например, быстрых нейтронов) при рождении их на мишени-конверторе и соответствующей электрической модуляции налетающих заряженных частиц (дейtronов) [14].

Для задач диагностики пучков можно использовать не только временную модуляцию. Примером этого являются мультиплексные устройства для измерения распределений заряженных частиц в поперечном фазовом пространстве (поперечного эмиттанса) и магнитного анализа их энергетического спектра [15,16]. В этом случае осуществляется пространственная модуляция потока анализируемых частиц с использованием подвижных шторок, в которых имеются вырезы и перемычки, чередующиеся по закону псевдослучайного кодирования. В частности, при определении энергетического спектра ионов такие кодирующие маски могут быть расположены на входе магнитного анализатора или над детектором частиц. В первом случае значительно ослабляется эффект постороннего излучения непучковой природы, а во втором — вклад шумов детектора. Для получения информации о распределении частиц в поперечном фазовом пространстве (эмиттансе пучка) одновременно используются две подвижные шторки, расположенные на пролетной базе (см. рис.2). В ходе измерений шторки последовательно перемещают вдоль выбранного направления на один элемент цикла псевдослучайного кодирования. При каждой комбинации пространственного положения

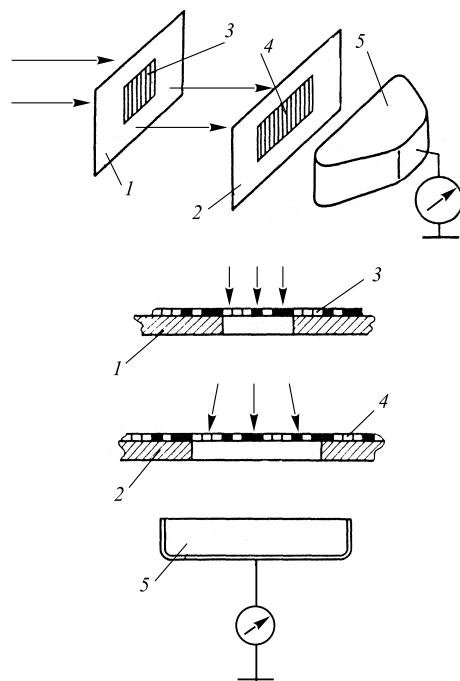


Рис. 2. Схема мультиплексного измерителя поперечного эмиттанса пучка ионов с двумя подвижными шторками: 1 и 2 — неподвижные окна для беспрепятственного прохождения пучка на коллектор 5; 3 и 4 — подвижные шторки

шторок измеряют последовательность значений интенсивности части падающего пучка ионов, которая прошла через щели первой и второй шторки. По сравнению с традиционным способом в этом случае значительно сокращается время измерений и увеличивается их точность. В обоих рассмотренных устройствах непосредственно измеряется некоторый дискретный интегральный образ исследуемой функциональной зависимости. Для того чтобы полученной информации придать традиционную форму, последовательность этих образов подвергают обратному преобразованию. Преимущества данных приборов над традиционными тем выше, чем больше число дискретных точек измерений (N). В соответствии с логикой своей работы данные диагностические устройства относятся к классу разрушающих пучок и, из-за проблемы создания перемычек в шторках, не могут быть непосредственно использованы для пучков высокоэнергетических ионов. Тем не менее в некоторых случаях, например, для релятивистских ионов H^- (см. [17]), эту трудность, в принципе, можно обойти, если в качестве вырезов на подвижных шторках в пучке использовать зондирующие внутренние мишени при избирательной регистрации рождающихся на них электронов обтирки. При этом также можно обеспечить невозмущающий характер диагностики. Однако, в отличие от корреляционного ВП-метода измерений, подобные модернизированные устройства невозможны использовать в условиях интенсивного некоррелированного источника используемых вторичных частиц, например, при эффективной обтирке ионов H^- на остаточном газе.

Удачное сочетание пренебрежимо малых потерь пучка при использовании тонкой внутренней мишени и высокой эффективности получения информации о его параметрах при псевдослучайной модуляции достигнуто в предложенном и развитом в работах [18–22] корреляционном методе невозмущающей диагностики пучка ионов (КМДП). Изложению данного метода и посвящен настоящий обзор.

2. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОРРЕЛЯЦИОННОГО МЕТОДА НЕВОЗМУЩАЮЩЕЙ ДИАГНОСТИКИ ПУЧКА

Физической основой невозмущающих корреляционных измерений ВП-спектра пучка является использование такого взаимодействия пренебрежимо малой части ионов с внутренней мишенью, при котором рождаются вторичные частицы, имеющие практически идентичный спектр и допускающие их избирательную регистрацию без воздействия на пучок. При этом выбирается такая мишень, чтобы ее влиянием на пучок можно было пренебречь, а выбранные информационные вторичные частицы (ИН-частицы) повторяли величину и направление скорости провзаимодействовавших ионов с требуемой для измерений точностью.

На поворотных участках канала транспортировки пучка в качестве ИН-частиц могут быть использованы продукты развала или перезарядки ионов на зондирующую мишени, покидающие пучок практически без возмущения переносимой ими информации. Точность соответствия их распределения и измеряемого в пучке по величине (в отн. ед.) и направлению (в рад) скорости ионов в нерелятивистском случае может быть оценена величиной $\approx 2(M_i/M_p)(\mu_{p0}\varepsilon_p/M_iE_i)^{0,5}$, где μ_{p0} — приведенная масса ИН-частицы и оставшейся части иона при его разрушении или масса электрона при перезарядке; M_i , E_i и M_p — масса иона, его энергия и масса ИН-частицы соответственно. Значение ε_p принимается равным энергии сродства переносимого электрона (I_e) в ионе или в ИН-частице (в случае захвата электрона) при перезарядном процессе либо энергии сродства ИН-частицы (I_p) в ионе при его развале на корпускулярной мишени. Существенное улучшение точности соответствия распределений может быть достигнуто в случае ионов, для которых можно реализовать околопороговый развал с рождением ИН-частиц на зондирующем пучок фотонной мишени. В этом случае для неполяризованной мишени необходимо полагать $\varepsilon_p \approx \hbar\omega - I_p$, где $\hbar\omega$ — энергия фотона в системе покоя иона. Приведенные точности соответствия распределений получены из анализа дифференциальных сечений для различных типов ионов, мишеней и ИН-частиц, а также представленных в работе [23] результатов.

На прямолинейных участках канала транспортировки пучка, в случае ионов, допускающих лазерное возбуждение, представляет интерес некоторая модернизация использованного в работах [3,4] метода, когда зондирующий лазерный луч расщепляется на два, облучающих пучок в начальной и конечной точках пролетной базы. Первый луч служит для формирования ИН-частиц в виде возбужденных ионов с достаточно большим временем жизни, а второй — для избирательной регистрации их потока на фоне пучка по вторичным фотонам стимулированной флуоресценции. При этом на участке регистрации может быть использован отдельный лазерный луч с отличающейся энергией фотонов для перевода ИН-частиц в другое квантовое состояние с малым временем жизни. Из-за малого импульса поглощаемых фотонов при использовании возбужденных ионов в качестве ИН-частиц достигается значительно лучшая точность соответствия ВП-спектров, чем в рассмотренном выше варианте с развалом или перезарядкой ионов.

Для реализации невозмущающей диагностики пучка на основе зондирующей внутренней мишени и корреляционного анализа используются тестовые ИН-частицы. В идеальном случае под тестовыми подразумеваются частицы, автокорреляционная функция потока которых $\Psi_p(t)$ пропорциональна периодической δ -функции (псевдослучайный поток):

$$R^{pp}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_p(\tau) \Psi_p(\tau - t) d\tau = \text{const} \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT). \quad (1)$$

Для рождения таких ИН-частиц необходимо формировать «идеальную» мишень с псевдослучайно модулированной во времени плотностью $\Psi_t(t)$. Пространственная локализация мишени должна быть такой, чтобы, при неизменном за время измерения токе пучка ионов, поток рождающихся на ней частиц адекватно отражал особенности временной модуляции мишени:

$$\Psi_p(t) = \text{const} \cdot \Psi_t(t). \quad (2)$$

Приведенный коэффициент пропорциональности определяется потоком падающих на мишень ионов и сечением рождения тестовых ИН-частиц. Импульсная характеристика $h(t)$ пролетной базы L от мишени до детектора однозначно связана с распределением ИН-частиц по скоростям V_p ($t = L/V_p$) или энергии и определяет зависимость их потока $f_p(t)$ во времени на участке детектирования:

$$f_p(t) = \int_0^{+\infty} h(\tau) \Psi_p(t - \tau) d\tau + f_b(t), \quad (3)$$

где $f_b(t)$ — поток фоновых ИН-частиц, образующихся при взаимодействии ионов с компонентами остаточного газа. С учетом (2) и независимости Ψ_p и f_b получаем, что измерение взаимной корреляционной функции между потоками частиц или фотонов «идеальной» мишени (Ψ_t) и ИН-частиц в области детектирования (f_p) позволяет выделить периодически повторяющуюся импульсную характеристику пролетной базы (ВП-спектр):

$$\begin{aligned} R^{tp}(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_t(\tau) f_p(\tau - t) d\tau = \text{const} \cdot \int_0^{+\infty} h(\tau) R^{pp}(t + \tau) d\tau = \\ &= \text{const} \cdot \sum_{k=0}^{+\infty} h(t - kT). \end{aligned} \quad (4)$$

В реальном случае внутренняя мишень и поток рождающихся на ней тестовых ИН-частиц должны быть такими, чтобы свертка $h * R^{pp}$ практически не изменяла функцию $h(t)$. В соответствии с [24] это условие означает, что периодически повторяющийся элемент автокорреляционной функции сигнала $\Psi_t(t)$ должен представлять собой достаточно узкую во времени кривую с шириной $\Delta \ll \tau_{\max}$, где $h(t) = 0$ при $|t| \geq \tau_{\max}$, а ее период должен удовлетворять условию $T > 2\tau_{\max}$. На практике при измерении взаимной корреляционной функции вместо потока f_p используется пропорциональный ему сигнал от детектора ИН-частиц со своим собственным шумом. При подобной замене некоррелированность этого шума с мишенью оставляет неизменным выражение (4).

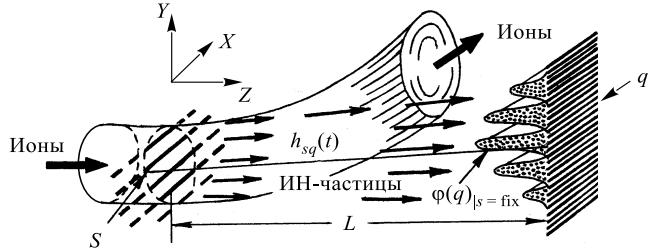


Рис. 3. Схема невозмущающих корреляционных измерений параметров пучка ионов на поворотном участке канала транспортировки. Распределение $\varphi(Y')|_{Y=\text{fix}}$ пучка определяется гистограммой $\varphi(q)|_{s=\text{fix}}$ потока тестовых ИН-частиц на детекторе

Обобщением рассмотренного выше метода невозмущающего измерения ВП-спектра является использование одной перемещающейся, например, вдоль оси Y , либо нескольких фиксированных и разделенных друг с другом в пространстве внутренних мишней (см. рис.3). Это позволяет проводить невозмущающие корреляционные измерения характеристик пучка в поперечном (Y, Y') -фазовом пространстве ($Y' \equiv dY/dZ$). В частности, при использовании n «идеальных» нитевидных внутренних мишней и m ленточных систем детектирования на каждую мишень получаем аналогичное (4) матричное соотношение для $n \times m$ корреляций между функциями $\Psi_{ts}(t)$ и $f_{pq}(t)$, соответствующих s -й мишени ($s = 1, \dots, n$) и q -й системе детектирования ($q = 1, \dots, m$):

$$R_{sq}^{tp}(t) = B_{sq} \int_0^{+\infty} h_{sq}(\tau) R_{sq}^{pp}(t + \tau) d\tau = B_{sq} \sum_{k=0}^{+\infty} h_{sq}(t - kT). \quad (5)$$

При этом полагается, что потоки тестовых ИН-частиц от различных мишней не перекрываются между собой на участке детектирования. Импульсная характеристика пролетной базы $h_{sq}(t)$ определяет их распределение по скоростям в выделенном $s - q$ направлении (фиксированы Y и Y'). При корректировке результатов свертки к однородной мишени ($\Psi_{ts} \equiv \Psi_t$) и использовании нормировки $\int h_{sq}(\tau) d\tau = 1$ получаем матрицу B_{sq} , которая определяет распределение тестовых ИН-частиц (пучка) в (Y, Y') -фазовом пространстве.

В предыдущем разделе проведено качественное сравнение корреляционного и классического ВП-методов диагностики. Используя представленные, например, в работах [9, 25–27] результаты, проведем некоторый количественный анализ применительно к рассматриваемому методу невозмущающих корреляционных измерений ВП-спектра пучка. В связи с тем, что пролетная база является линейной системой, при проведении измерений по N дискретным

каналам во времени выражение (3) можно представить в матричном виде:

$$f_p(k) = \sum_{q=0}^{N-1} h_q \Psi_p(k-q) + f_b(k); \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (6)$$

С учетом теоремы о выборке данное представление не искажает информацию о ВП-спектре при условии, что временной интервал дискретных измерений используемых величин не превосходит половины периода наивысшей гармоники функции $\Psi_t(t)$. В предположении бинарной (последовательность 1 и 0) псевдослучайной модуляции плотности внутренней мишени во времени и практически постоянного потока фоновых ИН-частиц в области детектирования справедливы следующие выражения для определения величины сигнала h_k и его минимальной дисперсии в k -м канале дискретных измерений характеристики пролетной базы за период T модуляции мишени:

$$\begin{aligned} h_k + \frac{1}{r} f_b &= \sum_{i=0}^{N-1} b_{i-k} f_p(i); \\ \sigma^2(h_k) &= \frac{1}{r^2} \left(\sum_{i=0}^{N-1} f_p(i) + N \bar{f}_b \right); \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (7)$$

При этом полагается, что \bar{f}_b — среднее число фоновых ИН-частиц во временному интервале измерений $\Delta t = T/N$ на участке детектирования, r — число значений 1 за период используемой для модуляции последовательности a_i , b_i — обратная к ней последовательность ($\sum_{i=0}^{N-1} b_i a_{i-k} = \delta_{k0}$; $k = 0, 1, \dots, N-1$). Нормировка величин h_k в (7) определяется плотностью мишени, интенсивностью пучка и сечением рождения тестовых ИН-частиц. Значения 1 и 0 бинарной последовательности a_i соответствуют наличию и отсутствию полностью пересекающей пучок внутренней мишени. Дополнительный сравнительный анализ можно провести с помощью характеристики G , которая определяется как отношение времен измерений для получения одинаковой статистической точности в классическом и корреляционном ВП-методе. В случае оптимальной бинарной последовательности a_i , минимизирующей величину дисперсии,

$$G \approx \frac{1+2R}{2(1+2R/n)}, \quad (8)$$

где $R = f_b/\bar{f}_p$, $\bar{f}_p = (1/N) \sum_{i=0}^{N-1} f_p(i)$. Из выражений (7) и (8) видно, что корреляционный метод измерения ВП-спектра предпочтительнее при больших потоках фоновых ИН-частиц ($R > 1/2$), когда характеристика пролетной базы выделяется из фона, уменьшенного на коэффициент, зависящий от

длины модулирующей последовательности. Это позволяет преодолеть ограничение по величине отношения сигнал/шум в несколько порядков и проводить эксперименты в безнадежных для классического метода условиях (см., например, [9,28,29]). При этом максимальная эффективность корреляционных измерений ($G_{\max} \approx N/4$) достигается при доминирующих фоновых условиях, когда $4R/N \gg 1$.

Представленные выше результаты и проведенный анализ показывают, что при использовании зондирующих внутренних мишеней и корреляционного метода измерения характеристик потока рождающихся на них тестовых ИН-частиц можно реализовать невозмущающую диагностику пучка ионов.

3. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ДИАГНОСТИЧЕСКОГО УСТРОЙСТВА

Основными элементами устройства для реализации рассматриваемого метода корреляционных измерений параметров пучка являются: внутренняя мишень с псевдослучайно модулированной во времени плотностью, высокочастотная система избирательного детектирования ИН-частиц и быстродействующий коррелометр.

Известные системы механической [12,25], электрической [11] и электрооптической [30] модуляции потока частиц или фотонов, широко используемые для формирования мишеней в атомной и нейтронной физике низких энергий, как правило, не пригодны для диагностики пучка ионов из-за недостаточно хорошего временного разрешения. В связи с этим для ионов с внутренней атомной структурой при рождении тестовых ИН-частиц на фотонных мишенях представляет интерес возможность генерации лазерного излучения с псевдослучайной последовательностью весьма коротких во времени импульсов. Близкий к стохастическому поток фотонов возникает при работе твердотельных лазеров с большой шириной линии перехода в многомодовом статистически независимом режиме усиления (см., например, [31]). В частности, как показано в работах [32–34], такой режим имеет место в пределах пика свободной генерации излучения импульсных лазеров на ионах неодима в различных твердотельных средах ($\lambda \approx 10600 \text{ \AA}$). Форма огибающей пика позволяет с помощью электрооптического затвора и системы диафрагм формировать фотонную мишень длительностью $\sim 100 \div 1000 \text{ нс}$ с достаточно высокой и постоянной средней мощностью во времени. Измеренная ширина автокорреляционной функции излучения, например, $\text{Nd}^{+3} : \text{ИАГ}$ лазера в таком режиме генерации оценивается величиной $\Delta \leq 50 \text{ пс}$. Подобная фотонная мишень при обтирке на ней отрицательных или развале положительных молекулярных ионов может служить эффективным генератором тестовых нейтральных частиц, позволяющим измерять достаточно короткие во времени импульсные характеристики пролетной базы $h(t)$. На основе сравнительного

анализа спектрально-временных характеристик излучения различных сред с ионами хрома и неодима в одинаковых экспериментальных условиях в работе [35] предложен физический механизм возникновения стохастических пульсаций при свободной генерации твердотельных лазеров. В соответствии с ним данный процесс в наибольшей степени должен проявляться для ионов, имеющих внешнюю рабочую оболочку, уровни которой подвергаются воздействию электрического поля собственного лазерного излучения вследствие динамического эффекта Штарка (аналогично ситуации с 3d-оболочкой трехвалентного иона хрома). В условиях пространственно неоднородного поля в активной среде, создаваемого стоячей волной, пространственная структура которой меняется в процессе генерации, динамический эффект Штарка приводит к временной модуляции коэффициента усиления активной среды и незатухающим пульсациям интенсивности излучения. Оптимизация отмеченного режима генерации излучения различных лазеров с целью получения наиболее мощных и близких к псевдослучайному потоков фотонов (физический генератор «беспого» шума фотонов) является основной задачей при разработке фотонных мишеней для корреляционного метода невозмущающей диагностики пучка ионов.

При ВП-измерениях с регистрацией заряженных или нейтральных частиц, а также в качестве усилителей изображения их потока широко используются различные детекторы на основе микроканальных пластин (МКП). Они обладают достаточно хорошей эффективностью регистрации частиц, весьма малой скоростью счета темновых импульсов, слабой чувствительностью к внешним магнитным полям, а также хорошими линейными характеристиками при высоком временном и пространственном ($20 \div 50$ мкм) разрешении [36]. Время запаздывания отклика пластины на входной поток и ее временное разрешение зависят от приложенного напряжения, диаметра и длины каналов. В частности, для используемой в работе [37] пластины достигнутые значения этих характеристик составляют ≈ 150 пс и ≤ 100 пс соответственно. Важная особенность МКП состоит в том, что она может независимо умножать вторичные электроны от частиц, попадающих в различные каналы, в сочетании с хорошей стабильностью ее параметров во времени. К недостаткам данных детекторов можно отнести большое ($10 \div 100$ мс) время восстановления канала после прохождения лавины вторичных электронов (см., например, [38]).

Для линейного усиления потока необходимо, чтобы регистрируемые за это время частицы попадали в каналы МКП, достаточно разделенные друг от друга в пространстве и поэтому обладающие пренебрежимо малой зарядовой связью. В этом случае обеспечивается независимое умножение, а амплитуда выходного импульса складывается из суммы токовых сигналов облучаемых каналов. В режиме усиления тока процесс формирования лавины вторичных электронов в канале должен проходить в ненасыщенном режиме, для ко-

торого характерны отсутствие ненулевого максимума и монотонный спад в распределении по амплитудам одноэлектронных импульсов.

Из анализа различных экспериментальных работ и теоретических моделей лавинообразования в каналах следует, что степень достаточного пространственного разделения регистрируемых частиц на входе детектора зависит от размеров каналов и материала МКП, а также от количества пластин в сборке, расстояния и приложенного напряжения между ними. Например, в соответствии со статистически наиболее вероятной конфигурацией возбуждения каналов с гексагональным расположением, при регистрации ионов или нейтральных частиц с энергией до нескольких МэВ сборкой из двух или трех пластин без промежутков между ними, необходимо обеспечить пространственное разделение, превышающее диаметр группы из трех или семи каналов соответственно [39].

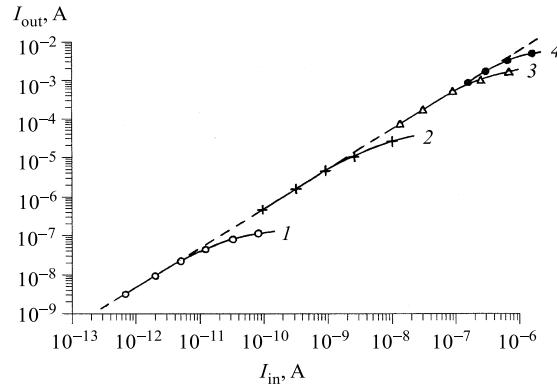


Рис. 4. Зависимость выходного тока микроканальной пластины от тока падающих на нее электронов в случае непрерывного (1) и различной длительности импульсов ($f = 0,5$ Гц) пучка: $\tau_{imp} = 5000$ (2), 50 (3) и 10 (4) мкс

Указанные выше факторы определяют максимально допустимые плотности потока частиц на входе детектора $n_{|max}$ [$\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$] для обеспечения линейности усиления отдельной или сборки МКП в токовом режиме детектирования. В частности, для оценки данной величины при регистрации импульсных потоков длительностью τ во времени можно использовать соотношение

$$n_{|max}\tau \approx \text{const}, \quad (9)$$

где значение константы определяется типом регистрируемых частиц, их энергией и особенностями детектора. При этом максимальная частота импульсов определяется временем восстановительного процесса в каналах. Справедливость приведенного соотношения подтверждается представленной на рис.4 характерной зависимостью выходного тока МКП от тока падающих на нее

электронов при различной длительности импульса пучка [22]. В эксперименте поток электронов с энергией $E_e \approx 2$ кэВ формировался с помощью модернизированной электронно-лучевой трубы, регулировался накалом катода и измерялся с помощью цилиндра Фарадея. Для подавления вторичной электронной эмиссии непосредственно перед цилиндром находилась сетка под отрицательным потенциалом ($U_{c-\text{ц}} \approx -100$ В). При получении приведенных зависимостей сетка периодически заменялась микроканальной пластиной с аналогичным по величине потенциалом выходной поверхности. Однородность и размеры пучка электронов по сечению (≈ 30 мм²) измерялись в контрольных экспериментах со сканированием пучка по пластинчатому электроду с отверстием (диаметр 0,8 мм), устанавливаемому перед МКП. Выражение (9) и представленные на рис.4 результаты отражают тот факт, что насыщение микроканальной пластины обусловливается не током лавины в канале, а переносимым зарядом (см. также [40]). При восстановлении углового спектра налетающих частиц по их пространственному распределению на детекторе в общем случае необходимо учитывать угловую зависимость эффективности регистрации МКП. Обычно наклон ее каналов таков, что данная зависимость имеет широкий максимум в пределах $\sim \pm 5^\circ$ относительно нормали к поверхности (см., например, [41,42]), что вполне достаточно при измерении угловых характеристик пучка ионов.

Для того чтобы выходной поток вторичных электронов минимально искажал пространственное распределение регистрируемых частиц с большим угловым разбросом, необходимо использовать детектор в насыщенном режиме формирования лавины в рабочих каналах при пренебрежимых взаимном влиянии и вероятности срабатывания от двух и более частиц либо детектор, обладающий сферической или цилиндрической поверхностью соответствующей кривизны [38,43].

Для измерения взаимной корреляционной функции двух электрических сигналов широко используются различные электронные коррелометры (см., например, [44]). Однако возможности этих устройств ($f_{\max} \approx 300$ МГц) применительно к сигналам от детекторов, регистрирующих соответствующие потоки частиц или фотонов, ограничены измерением функции пролетной базы при больших значениях Δ и τ_{\max} ($\Delta \ll \tau_{\max}$), что, как правило, недостаточно для задач диагностики пучков. Более широкополосный коррелометр описан, например, в работе [45]. Он выполнен на основе двухлучевого стробирующего осциллографа и работает в диапазоне частот электрических сигналов от 0 до 3 ГГц. При некоторой коррекции уменьшения амплитуды данный коррелометр может быть использован также для узкополосных сигналов со значительно более высокими частотами, вплоть до ~ 17 ГГц. Эквивалентная во времени взаимная корреляционная функция сигналов изображается на экране осциллографа и как аналоговый сигнал может выводиться на самописец или цифровой преобразователь. Сложность использования данного и

подобных устройств для диагностики заключается прежде всего в весьма длительном (~ 100 с) времени набора и обработки поступающей информации.

Для диагностического устройства с использованием фотонной внутренней мишени, для оперативного контроля ее параметров, в наибольшей степени подходят различные быстродействующие автокоррелометры лазерного излучения (см., например, [46,47]). При весьма высокой точности измерения (≤ 1 пс) они позволяют получать необходимую информацию об автокорреляционной функции мишени за короткий (порядка нескольких наносекунд) промежуток времени. При этом имеется возможность отображать полученный результат в реальном масштабе времени, например, на осциллографе, либо записывать в режиме медленного сканирования в память микрокомпьютера. Взаимная корреляционная функция оптического и электрического сигналов с диапазоном частот до ~ 4 ГГц может быть измерена, например, с помощью фотоэлектронного умножителя на основе МКП, имеющего модулирующую сетку непосредственно за фотокатодом [48]. Для запирания фотоэлектронов в отсутствие электрического сигнала сетка должна находиться под некоторым отрицательным потенциалом. При наложении оптического и электрического сигналов во времени поток рождающихся фотоэлектронов попадает на МКП для последующего усиления. Относительную задержку между сигналами можно реализовать путем изменения оптической длины светового сигнала по аналогии с отмеченными выше лазерными автокоррелометрами. В этом случае регистрация взаимной корреляционной функции осуществляется считыванием накопленного заряда на выходе МКП в зависимости от времени задержки.

Проведенный анализ показывает, что использование рассмотренных элементов устройства позволяет реализовать невозмущающий контроль ВП-спектра пучка ионов. Однако при переходе к многоканальным измерениям возникает необходимость в создании более компактных систем коррелометров.

4. УСТРОЙСТВО ДЛЯ НЕВОЗМУЩАЮЩЕГО КОРРЕЛЯЦИОННОГО ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПУЧКА В ИСТОЧНИКЕ НА ПРИМЕРЕ ИОНОВ H^-

Сочетание всех рассмотренных выше основных элементов (внутренняя мишень, детектор ИН-частиц и коррелометр) с использованием при измерениях как фотонных, так и электрических сигналов достигнуто в предложенном в [20–22] многоканальном устройстве для невозмущающих корреляционных измерений параметров пучка в источнике на примере ионов H^- . Схема устройства представлена на рис.5. Для улучшения оптических характеристик пучка и уменьшения заброса цезия в канал транспортировки ионов H^- на

выходе поверхностно-плазменных источников обычно используется 90° поворотный магнит с показателем спада поля, равным единице (см., например, [49]). Зондирующая фотонная мишень с псевдослучайной последовательностью импульсов во времени формируется в начале поворотного участка путем диафрагмирования поляризованного излучения от Nd⁺³ : ИАГ лазера ($\lambda \approx 10600 \text{ \AA}$) в режиме свободной генерации. В зависимости от эмиттанса и поперечных размеров пучка она может состоять из одного или нескольких нитевидных лучей (I_s^γ , $s \geq 1$). Для контроля параметров мишени используются детекторы D_s^γ (лавинные фотодиоды, светодиодные или ПЗС-линейки в зависимости от конкретного исполнения устройства). При необходимости часть лазерного излучения может поступать в автокоррелометр A через полупрозрачное зеркало M_1 . Тестовые атомы H⁰ рождаются в результате фотообдики части ионов H⁻ и повторяют величину (в отн.ед.) и направление (в рад) их скорости с точностью $\leq 8 \cdot 10^{-4} E_i^{-0.5}$, где E_i — энергия ионов (в кэВ) [23]. Для генерации данных ИН-частиц в соответствии с автокорреляционной функцией мишени необходимо, чтобы длина области взаимодействия ионов с энергией ≈ 20 кэВ не превышала $\Delta V_i \approx 10^{-2}$ см. С учетом фонового канала обдики ионов на компонентах остаточного газа результирующий поток информационных атомов H⁰ на входе пролетной базы L оценивается с помощью выражения

$$\begin{aligned} \Psi_0(t) = \Psi_b(t) + \Psi_p(t) \approx & \frac{I_i(t)}{1,6 \cdot 10^{-19}} [3 \cdot 10^{16} \sigma_{-10} P_b L_b + \\ & + \frac{\sigma(\omega_0) P_\gamma(t)}{1,6 \cdot 10^{-19} a \cdot \hbar \omega_0 \cdot V_i}], \end{aligned} \quad (10)$$

где $I_i(t)$ — ток пучка ионов H⁻ [А], σ_{-10} — среднее сечение обдики ионов на компонентах остаточного газа [см^2], P_b [торр] — давление остаточного газа на участке L_b [см] от формирующей пучок диафрагмы источника до фотонной мишени, $\sigma(\omega_0)$ — сечение фотообдики ионов H⁻ [см^2], $P_\gamma(t) = \sum_s P_{\gamma s}(t)$ — суммарная по всем лучам мощность фотонной мишени в области взаимодействия с пучком ионов [Вт], $\hbar \omega_0$ — энергия фотонов [эВ], V_i — скорость ионов H⁻ [см/с], a — поперечный к плоскости пересечения пучков размер области взаимодействия (полагается, что он совпадает с поперечным размером пучка ионов) [см]. Помимо этого потока, как уже отмечалось в разд. 1, на вход детектора могут попадать неинформационные атомы водорода, рождающиеся в результате обдики ионов H⁻ более низких энергий на остаточном газе в ускоряющем промежутке источника. Полагая, что для анализируемого источника пучка ионов H⁻ с характерными параметрами $E_i \approx 20$ кэВ, $I_i \approx 2$ мА, нормализованным эмиттансом $\varepsilon_{Yn} \approx 5 \cdot 10^{-6}$ см·рад, длительностью импульса $\tau_i \approx 100$ мкс, частотой $f \approx 50$ Гц, $P_b \approx 5 \cdot 10^{-3}$ торр,

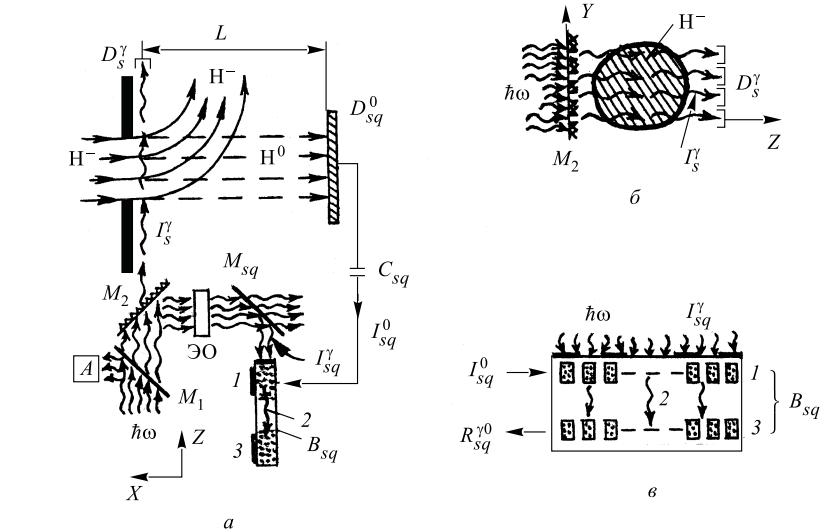


Рис. 5. Схема устройства для невозмущающих корреляционных измерений параметров пучка ионов H^- в источнике

$a \approx 0,1$ см и $L_b \approx 2$ см поток неинформативных атомов H^0 позволяет проводить корреляционные измерения при отношении $\Psi_b/\Psi_p \approx 10^2$, получаем

$$P_\gamma \approx 5 \cdot 10^{-5} \frac{\sigma_{-10}}{\sigma(\omega_0)} \hbar\omega_0 P_b L_b V_i a \approx 340 \text{ Вт}, \quad (11)$$

где $\sigma_{-10} \approx 10^{-15}$ см 2 , $\sigma(\omega_0) \approx 3,5 \cdot 10^{-17}$ см 2 и $\hbar\omega_0 = 1,17$ эВ. Требуемая мощность фотонной мишени в варианте одного луча с поперечными размерами $\approx 2 \cdot 10^{-2} \times 10^{-2}$ см может быть достигнута при диафрагмировании лазерного излучения с сечением $\approx 0,5$ см 2 и средней мощностью последовательности импульсов $P_l \approx P_\gamma (0,5/2 \cdot 10^{-4}) \approx 850$ кВт. Сканирование луча по пучку вдоль оси Y (см. рис.5) в пределах величины a при последовательных измерениях обеспечивается путем перемещения зеркала M_2 с диафрагмой с помощью пьезокристалла.

При формировании пучка ионов H^- с использованием многоапертурных сотовых систем (например, для задач управляемого термоядерного синтеза) его ток может составлять ≥ 10 А при поперечном сечении ≥ 20 см 2 и длительности импульса ≈ 1 мс [49]. В этом случае, при единой накачке выстроенных в цепочку по оси Y кристаллов лазера (диаметр 6 мм, $l = 100$ мм), можно одновременно формировать несколько стационарных и достаточно хорошо разделенных в пространстве (интервал ≈ 6 мм) фотонных мишеней с поперечным сечением $\approx 10^{-1} \times 10^{-2}$ см (см. рис.5, δ). При этом необходимая для измерений средняя мощность излучения одного кристалла в пределах

импульса мишени оценивается величиной $P_{l/\text{кр}} \approx 1$ МВт ($a \approx 0,6$ см). Длительность импульса зондирующей мишени выбирается равной $t_\gamma \geq t_L + t_c$, где t_L — время пролета тестовых атомов H^0 до детектора, а t_c — время набора информации в коррелометрах.

Взаимные корреляционные функции $R_{sq}^{\gamma 0}$ измеряются между потоками фотонов I_{sq}^γ от s -й нитевидной мишени ($s = 1, \dots, n$) и соответствующими ей усиленными электрическими сигналами I_{sq}^0 от q -й ламели ($q = 1, \dots, m$) анодной системы детектора атомов H^0 (D_{sq}^0). Для этого в наибольшей степени подходят коррелометры (B_{sq}) с временным интегрированием на приборах с зарядовой связью (ПЗС) [50]. Коррелометр состоит из модуляторной и детекторной линеек (см. рис.5,в). ПЗС-линейка 1 на основе GaAs, в которой каждый третий электрод затвора полупрозрачен, выполняет роль пространственного модулятора падающей на нее части лазерного излучения. Принцип модуляции основан на эффекте электропоглощения фотонов с длинами волн, несколько превышающими длинноволновую границу (λ_c) собственного поглощения света в полупроводнике: поглощение увеличивается с ростом приложенного электрического поля (эффект Франца–Кельдыша [51,52]). В зависимости от технологии выращивания и степени очистки для GaAs $\lambda_c = 0,87 \div 0,92$ мкм (см., например, [53,54]). На структуру подается трехфазное управляющее напряжение, которое с необходимой скоростью проводит вдоль ПЗС-линейки электронные зарядовые пакеты I_{sq}^0 , поступающие на ее вход от детектора через разделительную емкость C_{sq} . Емкость обеспечивает требуемое для нормальной работы коррелометра ослабление, практически постоянное за время измерения сигнала от фоновых атомов водорода. Ее использование приводит также к дополнительному уменьшению необходимой средней мощности фотонной мишени. Пространственное распределение зарядов, соответствующее дискретному во времени представлению формы входного токового сигнала $I_{sq}^0(t)$, изменяет коэффициент пропускания ячеек: чем больше заряд под полупрозрачным затвором линейки, тем выше пропускание света. Модулированное таким образом лазерное излучение 2 регистрируется кремниевой ПЗС-линейкой 3 с длинноволновой границей поглощения $\lambda_{c|\text{Si}} = 1,12$ мкм. Пространственное распределение заряда, накопленного в ее ячейках за время измерения, представляет корреляционную функцию $R_{sq}^{\gamma 0}$, которую можно затем считать и перевести в масштаб времени при известной скорости переноса заряда вдоль модуляторной ПЗС-линейки. Достаточно большие потоки падающего на модулятор лазерного излучения дают возможность работать в волноводном режиме, при котором световая волна распространяется под электродами затворов параллельно их поверхности. Благодаря существенному увеличению пути распространения излучения в полупроводнике с электрическим полем такой режим работы модуляторной ПЗС-линейки позволяет обеспечить близкую к 100 % глубину модуляции входного потока фотонов [50]. При этом можно рассчитывать на значитель-

ный динамический диапазон всего коррелометра даже в не очень близкой к пороговой области поглощения $(\lambda - \lambda_c)/\lambda_c \approx 0,2$.

Допустимая за время измерения энергия падающего на модулятор излучения ограничивается переполнением отдельных ячеек детекторной линейки носителями заряда ($\sim 5 \cdot 10^5$ е/яч [54]), рождающимися при поглощении фотонов. Величина этой энергии, приведенная в [50], существенно меньше энергии последовательности импульсов от фотонной мишени (I_{sq}^γ), попадающей в модуляторную линейку при волноводном режиме ее работы. Это позволяет, в принципе, проводить измерения распределения ионов по скоростям (энергии) за весьма короткое время $t_c \leq 100$ нс и в нужный момент в пределах одного импульса пучка ионов. В связи с этим оптимально импульсное включение детектора атомов H^0 на время измерений (t_c) с учетом задержки во времени на пролетной базе. При использовании детектора на основе МКП с подобным импульсным питанием достигается также значительное увеличение линейного диапазона по потоку регистрируемых частиц (см. выражение (9) и рис.4).

Считывание и обработка полученной с детекторных ПЗС-линеек информации могут быть осуществлены в интервалах между включением мишени или импульсами пучка ионов. Оптимизация работы коррелометров в таком режиме осуществляется подбором усиления на МКП и коэффициентов отражения фотонов на полупрозрачных зеркалах M_{sq} . При компактной упаковке коррелометров в единый блок отдельные группы (например, по переменной q) или все эти зеркала могут быть заменены одним. Для того чтобы свести к минимуму эффект выбеливания в модуляторной линейке, который заключается в потере модулирующих свойств по мере того, как устройство подвергается воздействию света (см., например, [56]), необходимо использовать дополнительный электрооптический затвор (ЭО) для потоков фотонов I_{sq}^γ . Его роль заключается в пропускании отраженного от M_2 лазерного излучения на коррелометры только в течение необходимого для измерений интервала времени t_c и со сдвигом на величину t_L от начала включения фотонной мишени (для согласования с работой детектора атомов H^0 во времени).

При диагностике более интенсивного пучка, например, из многоапертурного источника, потоки информационных атомов H^0 могут быть достаточно велики ($\sim 10^{17} \div 10^{18}$ ат/см²·с), и нет необходимости в применении детектора на основе МКП. В этом случае может быть использован простой многоканальный коллектор, хорошо зарекомендовавший себя в экспериментах с интенсивными пучками нейтральных частиц, схема которого представлена на рис.6 [22]. Детектор работает во вторично-эмиссионном режиме с измерением тока от углеродных нитей. Они уложены в каналы керамического изолятора, глубина которых обычно в два-три раза превосходит ширину. Длина каналов выбирается оптимальной (например, ≈ 1 см) для конкретных измерений. Электроны вторичной эмиссии от нитей улавливаются сеткой, лежащей на поверхности керамического изолятора. Напряжение смещения на сетку вы-

бирается таким (обычно $U_c \approx +100$ В), чтобы датчик работал в насыщенном режиме, когда сигналы с коллекторных нитей не меняются при дальнейшем увеличении U_c . Токовый сигнал от коллектора после разделительной емкости ($\sim 10^{-6} \div 10^{-5}$ А) напрямую или после предварительного усиления в течение вышеупомянутых временных ворот поступает на соответствующую модуляторную ПЗС-линейку.

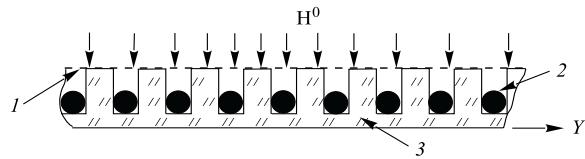


Рис. 6. Схема многоканального коллекторного детектора быстрых атомов H^0 : 1 — сетка-ловушка для вторичных электронов, 2 — коллекторные углеродные нити, 3 — керамический изолятор

Практические возможности рассмотренного коррелометра и всего устройства в целом по достигаемой им точности ВП-диагностики определяются реализуемой управляющей частотой модуляторной линейки, которая для приборов на GaAs может превосходить 1 ГГц [56]. При работе в таком режиме достаточно детально измеряется $h(t)$ с $\tau_{\max} \geq 10$ нс. С использованием разумной пролетной базы $L \approx 10^2$ см атомов H^0 данное устройство позволяет измерять энергетическое распределение ионов H^- со средней энергией $E_i = 20$ кэВ в пределах разброса $\Delta E_i/E_i \geq \pm 2\%$. Угловое разрешение устройства по Y' (см. рис.3) определяется шириной ламелей (коллекторов) детектора и расстоянием между ними. При периодичности этой структуры $\approx 0,4$ мм получаем разрешение $\Delta Y' \approx 4 \cdot 10^{-4}$ рад. Точность соответствия распределений ионов H^- и тестовых атомов H^0 по углу в случае использования упомянутой выше фотонной мишени с плоскостью поляризации вдоль оси X составляет $\delta Y' \approx 2 \cdot 10^{-5}$ рад.

5. ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ МЕТОДА

Описанные в предыдущих разделах метод невозмущающих корреляционных измерений параметров пучка ионов и оперативное устройство для его реализации могут найти применение в источниках не только рассмотренных выше отрицательных (в частности, H^- или D^-), но и ряда положительных молекулярных ионов (например, Cs_2^+ , K_2^+ , Na_2^+ , Xe_2^+ , Pb_2^+ , Ne_2^+ , Kr_2^+ и др. [55]), допускающих фоторасщепление на рассмотренной фотонной мишени. Фоторазвал молекулярных ионов с большей энергией диссоциации, таких, как

H_2^+ , He_2^+ , Ar_2^+ , BH^+ , I_2^+ , IBr^+ и др., реализуется, например, при использовании второй гармоники упомянутых в разд. 3 твердотельных лазеров на ионах хрома. Продвижение в область больших по сравнению с источниками энергий ионов в настоящее время ограничено быстродействием существующих и предложенных многоканальных коррелометров оптических и электрических сигналов. В частности, точность измерений распределения ионов H^- по энергии, оцениваемая величиной $\delta E_i/E_i \approx 2V_i/(f \cdot L)$, где f — управляющая частота модуляторной линейки, при $L \approx 3 \cdot 10^2$ см, $f = 10^9$ Гц составляет $\approx 1\%$ и $\approx 4\%$ для $E_i = 1$ и 14 МэВ соответственно. При этом тестовые атомы H^0 повторяют величину (в отн. ед.) и направление (в рад) скорости ионов с точностями $\leq 3 \cdot 10^{-5}$ ($E_i = 1$ МэВ) и $\leq 7 \cdot 10^{-6}$ ($E_i = 14$ МэВ) в зависимости от направления плоскости поляризации фотонов мишени. Таким образом, в данном случае последующее уменьшение величины $\delta E_i/E_i$ связано только с ростом L и f .

Следует подчеркнуть, что в последние годы ведутся интенсивные работы по совершенствованию модулирующих ПЗС-линеек на основе GaAs с целью повышения их рабочей частоты и глубины модуляции падающего излучения. Это прежде всего относится к использованию многослойных систем, а также механизма электропоглощения в так называемых квантовых ямах или сверхрешеточных структурах, который значительно сильнее рассмотренного выше эффекта Франца–Кельдиша (см. [56]). Необходимо также указать на некоторое возможное различие в результатах измерений ВП-спектра с использованием взаимной корреляционной функции между потоком информационных вторичных частиц на детекторе и различными характеристическими функциями используемой внутренней мишени, в общем случае отмеченное в работе [57]. На практике для характеристики мишени обычно используются два типа функций: 1) оптимальная бинарная последовательность псевдослучайных импульсов, модулирующих мишень; 2) сигналы от детектора потока частиц или фотонов мишени, промодулированной, например, с помощью упомянутой выше последовательности импульсов. В рассмотренном в предыдущем разделе случае данное различие не имеет принципиального значения, так как характерное мертвое время используемых детекторов информационных частиц много меньше ожидаемой величины τ_{\max} для функции отклика пролетной базы. Как отмечено в работе [22], для рассмотренного выше варианта устройства стационарных корреляционных измерений более актуально детальное изучение возможного влияния некоторого разброса амплитуд лазерных импульсов мишени при стохастическом характере появления их во времени, а также существующего сдвига временных интервалов (из-за задержки во времени на пролетной базе) по генерации регистрируемых информационных частиц и использованию излучения для коррелометров, сравнимого по порядку величины с временем измерений.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном обзоре впервые воедино собраны предложения и разработки автора и его коллег по новому методу невозмущающей диагностики пучка ионов с использованием корреляционного анализа. Все основные элементы устройства для реализации метода (лазер для формирования зондирующей мишени в виде псевдослучайно модулированного во времени потока фотонов, высокочастотная система избирательного детектирования частиц — носителей информации о характеристиках пучка и компоненты быстродействующего коррелометра) известны в литературе. Каждый из элементов в отдельности реализован в ряде научных центров. Данные элементы и физические основы метода экспериментально исследовались также коллегами из Сухумского физико-технического института и автором. Таким образом, несмотря на то, что предложенное устройство в целом, к сожалению, не удалось изготовить и испытать с источником ионов, экспериментальная реализация данного метода диагностики прозрачно просматривается. В связи с этим основной задачей обзора было детально ознакомить читателей с изложенным методом невозмущающей диагностики пучка, а также показать принципиальную реализуемость описанного диагностического устройства.

Автор надеется, что данный обзор послужит импульсом для дальнейшего развития этого метода диагностики в других научных центрах мира, использующих сильноточные пучки ионов, в частности, $H^- (D^-)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Adler R.J., Nation J.A., Serlin V. — Rev. Sci. Instr., 1981, v.52, No.5, p.698.
2. Кавалов Р.Л., Лукьянов С.М., Маркарян Ю.Л. и др. — ПТЭ, 1985, № 3, с.42.
3. Gaily T.D., Rosner S.D., Holt R.A. — Rev. Sci. Instr., 1976, v.47, No.1, p.143.
4. Bergman K., Heftet U., Hering P. — Chem. Phys., 1978, v.32, No.3, p.329.
5. Cottingame W.B., Boicourt G.P. et al. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1985, v.NS-32, No.5, p.1871.
6. Питерсон У., Уэлдон Э. — Коды, исправляющие ошибки: Пер. с англ. М.: Мир, 1976.
7. Могильнер А.И., Сальников О.А., Тимохин Л.А. — ПТЭ, 1966, № 2, с.22.
8. Cooke-Yarborough E.H. — Instrumentation Techniques in Nuclear Pulse Analysis. Nat. Acad. of Sci., Washington, 1964.
9. Глезер В. — ЭЧАЯ, 1972, т.2, вып.4, с.1125.
10. Pellionisz P. — Nucl. Instr. Meth., 1971, v.92, No.1, p.125.
11. Wisser C.A., Wolleswinkel J., Los J. — Journal of Phys. E, 1970 v.3, No.7, p.483.
12. Hirshy V.L., Aldridge J.P. — Rev. Sci. Instr., 1971, v.42, No.3, p.381.
13. Могильнер А.И. — Атомная энергия, 1971, т.30, № 6, с.510.
14. Ануфриенко В.Б., Баулин Н.В., Девкин Б.В. и др. — Труды Физико-энергетического института. М.: Атомиздат, 1974, с.57.

15. Сороко Л.М. — ПТЭ, 1973, № 5, с.7.
16. Сороко Л.М. — Мультиплексные системы измерений в физике. М.: Атомиздат, 1980.
17. Artiomov A.S., Vaganov N.G., Gevorkov A.K. et al. — In: IEEE Part. Accel. Conf., San Francisco, 1991, v.3, p.1573.
18. Артемов А.С. — А.с. 298206 СССР, 1988.
19. Artiomov A.S. — In: IEEE Part. Accel. Conf., San Francisco, 1991, v.3, p.1576.
20. Artiomov A.S. — In: Product. and Neutral. of Negative Ions and Beams: Sixth Intern. Symp., New York, 1992, p.586.
21. Artiomov A.S. — JINR Preprint E9-92-500. Dubna, 1992; In: Proc. Bienn. Part. Accel. Conf., Washington, 1993; 1993, v.3, p.2169.
22. Артемов А.С. — Препринт ОИЯИ Р9-96-416. Дубна, 1996.
23. Artiomov A.S. — JINR Preprint E9-96-200. Dubna, 1996. — In: Proc. of the 5th Europ. Part. Accel. Conf., Sitges/Barcelona, 1996, v.2, p.1654.
24. Макс Ж. — Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: Пер. с франц., в 2-х т. М.: Мир, 1983, т.1.
25. Wilhelmi G., Gompf F. — Nucl. Instr. Meth., 1970, v.81, No.1, p.36.
26. Price D.L., Sköld K. — Nucl. Instr. Meth., 1970, v.82, p.208.
27. Comsa G., David R., Schumacher B.J. — Rev. Sci. Instr., 1981, v.52, No.6, p.789.
28. Gorry P.A., Novikov C.V., Grice R. — Chem. Phys. Lett., 1977, v.49, No.1, p.116.
29. Dreyfuss D.D. et al. — In: Book of abstr. 11th Intern. Symp. on Raref. Gas Dynam., Cannes, 1978, p.73.
30. Duren R., Groger W., Liedtke R. — Rev. Sci. Instr., 1985, v.56, No.3, p.377.
31. Херман И., Вильгельми В. — Лазеры сверхкоротких световых импульсов: Пер. с нем. М.: Мир, 1986.
32. Захаров С.Д., Крюков П.Г. и др. — Квантовая электроника, 1973, вып.5(17), с.52.
33. Жерихин А.Н., Коваленко В.А. и др. — Квантовая электроника, 1974, т.1, № 2, с.377.
34. Анциферов В.В. — Лазерная техника и оптоэлектроника, 1993, № 3/4, с.23.
35. Анциферов В.В. — ЖТФ, 1993, т.63, вып.8, с.89.
36. Айнбунд М.Р., Поленов Б.В. — Вторично-электронные умножители открытого типа и их применение. М.: Энергоиздат, 1981.
37. Young B.K.F., Stewart R.E., Woodworth J.G., Bailey J. — Rev. Sci. Instr., 1986, v.57, No.11, p.2729.
38. Wiza J.L. — Nucl. Instr. Meth., 1979, v.162, No.1-3, p.587.
39. Eberhardt E.H. — In: IEEE Trans. Nucl. Sci., 1981, v.NS-28, No.1, p.712.
40. Loty C. — Acta Electronica, 1971, v.14, No.1., p.107.
41. Galanti M., Gott R., Renaud J.F. — Rev. Sci. Instr., 1971, v.42, No.12, p.1818.
42. Gao R.S., Gibner P.S. et al. — Rev. Sci. Instr., 1984, v.55, No.11, p.1756.
43. Friedman P.G., Bertsche K.J. et al. — Rev. Sci. Instr., 1988, v.59, No.1, p.98.
44. Макс Ж. — Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: Пер. с франц. в 2-х т. М.: Мир, 1983, т.2.
45. Leikind B.J., Desilva A. — Rev. Sci. Instr., 1977, v.48, No.9, p.1138.

-
46. **Myslinski P.** — Rev. Sci. Instr., 1987, v.58, No.4, p.711.
 47. **Xinan G., Lambsdorff M., Kuhl J., Biachang W.** — Rev. Sci. Instr., 1988, v.59, No.9, p.2088.
 48. **Berndt K.W., Lakowicz J.R.** — Rev. Sci. Instr., 1990, v.61, No.10, p.2557.
 49. **Бельченко Ю.И., Деревянкин Г.Е., Димов Г.И., Дудников В.Г.** — В сб.: Труды 13-й Межд. конф. по ускорит. частиц высоких энергий, Новосибирск, 1987, т.2, с.276.
 50. **Kingston R.H.** — In: Proc. of the IEEE, 1984, v.72, No.7, p.954.
 51. **Franz W.** — Z. Naturforschung, 1958, v.13a, No.5, p.484.
 52. **Келдыш Л.В.** — ЖЭТФ, 1958, т.34, вып.5, с.1138.
 53. **Stillman G.E., Wolfe C.M., Bozler C. O., Rossi J.A.** — Appl. Phys. Lett., 1976, v.28, No.9, p.544.
 54. **Эклз М., Сим Э., Триттон К.** — Детекторы слабого излучения в астрономии: Пер. с англ. М.: Мир, 1986.
 55. **Радциг А.А., Смирнов Б.М.** — Справочник по атомной и молекулярной физике. М.: Атомиздат, 1980.
 56. Оптические вычисления (под ред. Р.Арратуна): Пер. с англ. М.: Мир, 1993.
 57. **Verheij L.K., Zeppenfeld P.** — Rev. Sci. Instr., 1987, v.58, No.11, p.2138.

РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ, ПОМЕЩЕННЫХ В ВЫПУСКЕ

УДК 539.1.01

О тензорах энергии-импульса гравитационного поля. Никишов А.И. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 2001, том 32, вып.1, с.5.

Обсуждается феноменологический подход к гравитации, при котором взаимодействие трех гравитонов сводится к взаимодействию каждого гравитона с тензором энергии-импульса двух остальных. Если это так (а в общей теории относительности это не так), то вопрос о правильном выборе тензора энергии-импульса сводится к правильному выбору трехгравитонной вершины.

Рассмотрены и сравнены несколько «тензоров» энергии-импульса гравитационного поля в низшем нелинейном приближении. Каждый из них вместе с тензором энергии-импульса точечных частиц удовлетворяет законам сохранения, когда уравнения движения частиц те же, что и в общей теории относительности.

Показано, что в ньютоновском приближении рассмотренные тензоры отличаются тем, как гравитационная плотность энергии подразделяется на плотность энергии взаимодействия (отличную от нуля только там, где есть частицы) и плотность энергии гравитационного поля, фигурирующую самостоительно.

С использованием только лоренцевской инвариантности рассмотрены лагранжианы (отличающиеся на дивергентные члены) поля безмассовых частиц спина 2. Из этих лагранжианов методом Белинфант—Розенфельда получены тензоры энергии-импульса. Используя каждый из них в трехгравитонных вершинах, можно найти соответствующие метрики ньютоновского центра в G^2 -приближении. Только один из построенных «теоретико-полевых» тензоров (а именно полусумма тензора Тирринга и тензора, полученного из лагранжиана, приведенного Мизнером, Торном и Уилером) пригоден для правильного описания прецессии перигелия планеты. Этот тензор не совпадает с тензором Вайнберга (непосредственно следующим из уравнения Эйнштейна) и ведет к метрике сферического тела, отличающейся в пространственной части от шварцшильдовской в гармонической системе координат. В результате релятивистская частица должна двигаться в таком поле иначе, чем предсказывается общей теорией относительности.

В рассматриваемом подходе гравитационный тензор энергии-импульса имеет тот же статус, что и любой другой тензор энергии-импульса.

Ил. 2. Библиогр.: 23.

УДК 530.145; 539.1.01; 539.14.

Унитарные преобразования в квантовой теории поля и связанные состояния. Шебеко А.В., Широков М.И. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 2001, том 32, вып.1, с.31.

Важной проблемой квантовой физики является нахождение собственных состояний полного гамильтониана H или его диагонализация. В релятивистской квантовой теории поля (РКТП) полное и точное решение этой задачи возможно только для немногих простых моделей. Рассматриваемые в обзоре унитарные преобразования (УП) не диагонализуют H , они приводят H к виду, позволяющему приближенно найти только некоторые собственные состояния и значения H . За последние годы появилось много работ по физическим приложениям таких УП. В обзоре дано систематическое изложение метода УП. Указываются два главных вида УП с возможными вариациями ка-

ждого вида. Детально рассматривается задача нахождения простейших собственных состояний H для юкавского взаимодействия нуклонов и мезонов с помощью так называемого «одевающего» УП и УП Окубо. Эти преобразования позволяют предложить два подхода к решению проблемы двухчастичных (дейtronоподобных) связанных состояний в РКТП. Показано, что эти подходы в первом приближении дают одинаковые двухнуклонные квазипотенциалы. Демонстрируется, как с помощью «одевающего» УП осуществляется перенормировка массы частицы. Кроме УП гамильтониана обсуждается УП генераторов лоренцевских бустов.

Ил. 3. Библиогр.: 58.

УДК 621.384.63

Нуклotron — новая технология сверхпроводящей магнитной системы синхротрона. Смирнов А.А. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 2001, том 32, вып.1, с.96.

В обозреваемом цикле работ, выполненном в период 1978–1998 гг., приводятся основные результаты исследований по новым техническим решениям, определившим практическую возможность создания нуклотрона — первого в мире сверхпроводящего ускорителя для получения пучков релятивистских ядер.

Уникальная криогенно-магнитная система базируется на сверхпроводящих магнитах, поле в которых формируется полюсами ярма из электротехнической стали, а обмотка возбуждения выполнена из трубчатого сверхпроводящего кабеля и охлаждается до рабочей температуры (4,5 К) прокачкой двухфазного гелия по внутренним каналам сверхпроводящих обмоток магнитов, присоединенных в параллель к прямому и обратному гелиевым коллекторам. Новая технология криогенно-магнитной системы обеспечивает: способность сверхпроводящего синхротрона работать при частоте следования циклов до 1 Гц; резкое снижение массы гелия, прокачиваемого и находящегося в системе, максимальную эффективность охлаждения, безопасность работы; упрощение узлов и эксплуатации сверхпроводящей магнитной системы; высокое качество магнитного поля в динамическом диапазоне индукций магнитного поля 0,01÷1,8 Тл и выполнение всех других требований, предъявляемых к магнитным системам ускорителей высоких энергий.

Сверхпроводящая магнитная система нуклотрона имеет периметр 251,5 м, охлаждаемую массу 80 тонн, она включает в себя 96 дипольных и 64 квадрупольных магнита. Перед установкой в кольцо ускорителя все магниты прошли стендовые испытания при максимальных рабочих нагрузках: ток — до 6500 А, крутизна нарастания поля 4,1 Тл/с, частота следования циклов 1 Гц. С марта 1993 г. проведено 17 сеансов работы нуклотрона общей продолжительностью примерно 3500 часов. Время охлаждения кольца ускорителя от 300 до 4,5 К около 3 суток. Охлаждение обеспечивается двумя параллельно работающими гелиевыми рефрижераторами общей мощностью 3,2 кВт на уровне 4,5 К. Эффективность новой технологии подтверждена практически. Международное сотрудничество ученых успешно осваивает нуклotron как прибор для проведения физических экспериментов на внутренних и внешних мишнях.

Новая технология, использованная в нуклотроне, обеспечивает российским ученым приоритет в разработке и реализации высокоэффективных криогенно-магнитных систем ускорителей, решает проблему принципиального упрощения применения сверхпроводимости в ускорительной технике. Системы типа «нуклotron», по незави-

симой оценке американских специалистов, занимающихся разработкой проекта протон-протонного коллайдера на энергию 2×100 ТэВ, являются наиболее перспективными.

Табл. 6. Ил. 35. Библиогр.: 28.

УДК 621.039.54

Научно-технические проблемы создания электроядерных установок для трансмутации долгоживущих радиоактивных отходов и одновременного производства энергии (российский опыт). Герасимов А.С., Киселев Г.В. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 2001, том 32, вып.1, с.143.

В обзоре рассмотрены научные основы ядерной трансмутации долгоживущих радиоактивных отходов атомной промышленности с помощью электроядерных установок (ЭЛЯУ) и проанализированы некоторые проблемы создания установок этого типа. Приведены данные о результатах концептуальных исследований различных вариантов ЭЛЯУ, выполненных в российских ядерных центрах. Обсуждаются основные направления научно-исследовательских и конструкторских работ по обоснованию проекта и созданию демонстрационной установки, разработанные в ведущих российских ядерных центрах.

Табл. 17. Ил. 2. Библиогр.: 49.

УДК 539.17: 621.384.63

Корреляционный метод невозмущающей диагностики пучка ионов. Артемов А.С. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 2001, том 32, вып.1, с.189.

В обзоре описан метод невозмущающей диагностики пучка ионов на основе корреляционного анализа. Физической основой данного метода является использование такого взаимодействия пренебрежимо малой части ионов с зондирующей внутренней мишенью, при котором рождаются вторичные информационные (ИН) частицы, имеющие практически идентичный спектр по величине и направлению скорости и допускающие их избирательную регистрацию без воздействия на пучок. При измерении взаимной корреляционной функции между потоками частиц или фотонов зондирующей мишени, псевдослучайно модулированной во времени, и рождающимися на ней ИН-частицами, регистрируемыми на пролетной базе, определяется времязадержка спектр (распределение по энергии) ионов в выделенном направлении. Относительный анализ этих функций при различных положениях мишени в пучке и направлениях регистрации ИН-частиц позволяет получить распределение ионов в поперечном фазовом пространстве. Проанализированы основные элементы диагностического устройства и его возможности для реализации невозмущающих корреляционных измерений параметров пучка отрицательных (в частности, H^-) или положительных молекулярных ионов из источника, допускающих фоторасщепление на зондирующую фотонной мишени. Необходимая для диагностики мишень может быть сформирована при использовании стохастически пульсирующего излучения некоторых твердотельных лазеров (например, Nd:ИАГ) в режиме свободной генерации.

Ил. 6. Библиогр.: 57.

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Никитин А.И.</i>	
О тензорах энергии-импульса гравитационного поля	5
<i>Шебеко А.В., Широков М.И.</i>	
Унитарные преобразования в квантовой теории поля	
и связанные состояния	31
<i>Смирнов А.А.</i>	
Нуклotron — новая технология	
сверхпроводящей магнитной системы синхротрона	96
<i>Герасимов А.С., Киселев Г.В.</i>	
Научно-технические проблемы создания электроядерных установок	
для трансмутации долгоживущих радиоактивных отходов	
и одновременного производства энергии (российский опыт)	143
<i>Артемов А.С.</i>	
Корреляционный метод невозмущающей диагностики	
пучка ионов	189

CONTENTS

<i>Nikishov A.I.</i>	
On Energy-Momentum Tensors of Gravitational Field	5
<i>Shebeko A.V., Shirokov M.I.</i>	
Unitary Transformations	
in Quantum Field Theory and Bound States	31
<i>Smirnov A.A.</i>	
The Nuclotron is a New Technology	
of the Synchrotron Superconducting Magnet System	96
<i>Gerasimov A.S., Kiselev G.V.</i>	
Scientific-Technical Problems on Creation	
of Accelerator Driven Systems for Transmutation	
of Long-Lived Radioactive Waste and Simultaneously	
for Production of Energy (Russian Experience)	143
<i>Artiomov A.S.</i>	
Correlation Method of Nonperturbative Ion Beam Diagnostics	189

Редакторы **Е.К.Аксенова, Э.В.Ивашкевич.**
Корректор **Т.Е.Попеко.**

Сдано в набор 27.09.2000. Подписано в печать 10.11.2000. Формат 60 90/16.
Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Усл.печ.л. 13,6. Уч.-изд.л. 16,5.
Тираж 400. Заказ 52374. Цена 15 р.

141980 Дубна Московской области
ОИЯИ, Издательский отдел, E-mail address: publish@pds.jinr.dubna.su

ISSN 0367—2026. Физика элементарных частиц и атомного ядра
2000. Том 32. Вып.1. 1—218.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
2001, ТОМ 32, ВЫП. 1

УДК 539.1.01

ON ENERGY-MOMENTUM TENSORS OF GRAVITATIONAL FIELD

A.I.Nikishov

P.N.Lebedev Institute of Physics, Russian Academy of Sciences, 117924 Moscow, Russia

INTRODUCTION	6
THIRRING'S ENERGY-MOMENTUM TENSOR	8
LANDAU-LIFSHITZ PSEUDOTENSOR OF ENERGY-MOMEN-	
TUM	17
PAPAPETROU-WEINBERG ENERGY-MOMENTUM TENSOR	19
MISNER-THORNE-WHEELER ENERGY-MOMENTUM TEN-	
SOR	23
DISCUSSION	25
CONCLUDING REMARKS	26
APPENDIX	26
REFERENCES	30

УДК 530.145; 539.1.01; 539.14

UNITARY TRANSFORMATIONS IN QUANTUM FIELD THEORY AND BOUND STATES

A.V.Shevko,

BLTP, JINR, 141980 Dubna, Russia and

NSC Kharkov Institute of Physics & Technology, 310108 Kharkov, Ukraine

M.I.Shirokov

BLTP, JINR, 141980 Dubna, Russia

INTRODUCTION	31
CLOTHED PARTICLES IN QUANTUM FIELD THEORY	36
Clothed Particle Operators and States.	36
Bare Particles with Physical Masses.	37
The Unitary Transformation.	38
Elimination of «Bad» Terms.	40
Particle Mass Renormalization.	42
Some Remarks.	43
GENERATORS FOR SPACE TRANSLATIONS AND SPACE-TIME ROTATIONS WITHIN THE CLOTHING PROCEDURE	44
Total Momenta and Other Motion Integrals in Terms of Clothed Operators.	44
Transformations of Bare Operators and States under Lorentz Boosts.	45
Boost Generators for Clothed Particles. Elimination of Bad Terms.	48
EQUATIONS FOR BOUND AND SCATTERING STATES IN RQFT	50
New Zeroth Approximation for the Total Hamiltonian K .	50
Meson-Nucleon Eigenstates of K_{ZA} and Pion-Nucleon Quasipotential.	52
Clothed Nucleon–Nucleon Eigenstates and Nucleon-Nucleon Quasipotential.	55
Other Clothed Eigenstates of Meson-Fermion System.	58
POSSIBLE MODIFICATIONS OF THE CLOTHING APPROACH	58
Heitler's Unitary Transformation.	58

Heitler–Sato Approach Versus the Clothing One.	59
6. THE OKUBO BLOCK-DIAGONALIZATION METHOD	60
UT as Change of Basis.	61
Block-Diagonalization in Matrix Form.	62
Block-Diagonalization with Projection Operators.	64
New Creation–Destruction Operators within the UT Method.	
Comparison with the Clothing Procedure.	66
Perturbative Construction of Okubo’s Unitary Transformation.	
Elimination of Mesonic Degrees of Freedom.	67
Clothing Procedure vs. Okubo Approach.	71
CONCLUSIONS	73
Acknowledgements.	75
APPENDIX A	75
APPENDIX B	82
APPENDIX C	86
REFERENCES	93

УДК 621.384.63

НУКЛОТРОН — НОВАЯ ТЕХНОЛОГИЯ
СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ
СИНХРОТРОНА

А.А. Смирнов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТ	96
МОДЕЛЬНЫЙ СВЕРХПРОВОДЯЩИЙ ДИПОЛЬ ЦСД-1	102
СВЕРХПРОВОДЯЩИЙ ТРУБЧАТЫЙ КАБЕЛЬ ДЛЯ БЫСТРО- ЦИКЛИРУЮЩИХ МАГНИТОВ НУКЛОТРОНА	105
МОДЕЛЬНЫЙ СВЕРХПРОВОДЯЩИЙ ПОЛНОМАСШТАБ- НЫЙ ДИПОЛЬ ЦСД-2	108
КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ПРЕИМУЩЕСТВА СВЕРХПРОВОДЯ- ЩИХ МАГНИТОВ ЦИРКУЛЯЦИОННОГО ТИПА	111
ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ НУКЛО- ТРОНА	113
ДИПОЛЬНЫЙ МАГНИТ. КОНСТРУКЦИЯ И ОСНОВНЫЕ ХА- РАКТЕРИСТИКИ	120
КВАДРУПОЛЬНЫЙ МАГНИТ. КОНСТРУКЦИЯ И ОСНОВ- НЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ	124
КРИОГЕННО-МАГНИТНЫЙ МОДУЛЬ И ТЕХНОЛОГИЯ СБОРКИ КРИОГЕННО-МАГНИТОЙ СИСТЕМЫ	127
КРИОСТАТИРОВАНИЕ МАГНИТОВ	131
ИССЛЕДОВАНИЕ, РАЗРАБОТКА И СОЗДАНИЕ СИСТЕМЫ ЭВАКУАЦИИ ЭНЕРГИИ ИЗ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ МАГНИТ- НОЙ СИСТЕМЫ НУКЛОТРОНА В АВАРИЙНЫХ РЕЖИМАХ	132
ПРИМЕНЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО ТРУБЧАТОГО СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО КАБЕЛЯ В ЭЛЕМЕНТАХ МАГНИТ- НОЙ ОПТИКИ КАНАЛОВ ТРАНСПОРТИРОВКИ ЧАСТИЦ	136
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	139
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	141

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
2001, ТОМ 32, ВЫП. 1

УДК 621.039.54

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ СОЗДАНИЯ
ЭЛЕКТРОЯДЕРНЫХ УСТАНОВОК
ДЛЯ ТРАНСМУТАЦИИ ДОЛГОЖИВУЩИХ
РАДИОАКТИВНЫХ ОТХОДОВ И
ОДНОВРЕМЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА ЭНЕРГИИ
(российский опыт)

А.С.Герасимов, Г.В.Киселев***

ГНЦ РФ «Институт теоретической и экспериментальной физики», Москва

НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ЯДЕРНОЙ ТРАНСМУТАЦИИ	143
Введение	143
Классификация радиоактивных отходов атомной энергетики	144
Научные основы ядерной трансмутации	146
КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЯУ	160
Технические требования к ЭЛЯУ	160
Конструктивная схема ЭЛЯУ	162
Концептуальный проект линейного ускорителя	163
Предложения по созданию протонных циклотронов для ЭЛЯУ	166
Нейтронопроизводящая мишень ЭЛЯУ	166
Конструктивные схемы бланкетов ЭЛЯУ	170
Краткий анализ предлагаемых вариантов мишеней и бланкетов	175
Топливные циклы ЭЛЯУ	176
Программа НИОКР для обоснования ЭЛЯУ	178
Технико-экономические оценки	184
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	185
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	186

*e-mail: geras@vitep5.itep.ru

**e-mail: kiselev_g@vitep5.itep.ru

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
2001, ТОМ 32, ВЫП. 1

УДК 539.17:621.384.63

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД НЕВОЗМУЩАЮЩЕЙ ДИАГНОСТИКИ ПУЧКА ИОНОВ

A.C.Артемов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ. КЛАССИЧЕСКИЙ ВРЕМЯПРОЛЕТНЫЙ МЕТОД И ФАКТОР ПСЕВДОСЛУЧАЙНОГО КОДИРОВАНИЯ В ДИА- ГНОСТИКЕ ПУЧКОВ ЧАСТИЦ	189
ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОРРЕЛЯЦИОННОГО МЕТОДА НЕВОЗМУЩАЮЩЕЙ ДИАГНОСТИКИ ПУЧКА	194
ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ДИАГНОСТИЧЕСКОГО УСТРОЙ- СТВА	199
УСТРОЙСТВО ДЛЯ НЕВОЗМУЩАЮЩЕГО КОРРЕЛЯЦИОН- НОГО ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПУЧКА В ИСТОЧНИКЕ НА ПРИМЕРЕ ИОНОВ H^-	203
ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ МЕТОДА	208
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	210
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	210