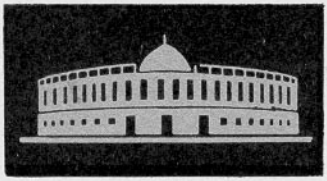
ISSN 0367-2026

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ и АТОМНОГО ЯДРА



ВЫПУСК

1994 том 25 выпуск 1



JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

PHYSICS OF ELEMENTARY PARTICLES AND ATOMIC NUCLEI

PARTICLES & NUCLEI

SCIENTIFIC REVIEW JOURNAL

Founded in December 1970
VOL.25
PART 1
Six issues per year

DUBNA 1994

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА

ЭЧАЯ

НАУЧНЫЙ ОБЗОРНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в декабре 1970 года
ТОМ 25
ВЫПУСК 1
Выходит 6 раз в год

ДУБНА 1994

Главный редактор

А.М.БАЛДИН

Редакционная коллегия:

В.Л.АКСЕНОВ
(зам. главного редактора),
П.Н.БОГОЛЮБОВ,
С.К.БРЕШИН,
В.В.ВОЛКОВ,
Ц.Д.ВЫЛОВ,
Ю.П.ГАНГРСКИЙ,
В.П.ДЖЕЛЕПОВ,
И.С.ЗЛАТЕВ,
П.С.ИСАЕВ
(ответственный секретарь),
В.Г.КАДЫШЕВСКИЙ
(зам. главного редактора),
К.КАУН,
Д.КИШ,
Н.Я.КРОО,
Р.М.ЛЕБЕДЕВ,
М.Г.МЕЩЕРЯКОВ,
И.Н.МИХАЙЛОВ,
НГУЕН ВАН ХЬЕУ
(зам. главного редактора),
Ю.Ц.ОГАНЕСЯН,
Ю.П.ПОПОВ,
А.Н.СИСАКЯН,
В.Г.СОЛОВЬЕВ
(зам. главного редактора),
А.А.ТЯПКИН,
А.И.ХРЫНКЕВИЧ,
Ч.К.ШИМАНЕ

Редактор
Е.К.Аксенова, тел. 62-645

©ОИЯИ, «Физика элементарных частиц и атомного ядра», 1994

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП. 1

УДК 539.12.01

КВАНТОВЫЕ ЭФФЕКТЫ В ЭКСТРЕМАЛЬНО СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

И.М.Тернов, О.Ф.Дорофеев

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

В обзоре представлен анализ научных данных о поведении электронов и позитронов в экстремально сильном электромагнитном поле. Решение задачи базируется на методе точных решений уравнения Дирака для электрона в однородном магнитном поле (представление Фарри). При этом оказывается возможным рассмотрение случая экстремально сильного поля $H \geq H_c = m^2c^3/e\hbar$ — такие поля характерны для пульсаров, а также в последнее время достигнуты в лабораторных условиях при встречном движении тяжелых ионов. Рассмотрены проблемы вакуума в сверхсильном поле, особенности синхротронного излучения в условиях магнитосферы пульсаров, однофотонные каналы реакции взаимного превращения электронно-позитронных пар, поведение простейших систем (атом водорода) в сверхсильном поле, а также задача об аномальном магнитном моменте электрона. Обсуждены вопросы о β-распаде нейтрона в условиях сильного магнитного поля.

An analysis of scientific predictions on the behaviour of electrons and positrons in extremely strong electromagnetic fields. The solution of the problem is based on the method of exact solutions of Dirac's equation for an electron in a uniform magnetic field (Furry representation). It turns out possible to consider the case of an extremely strong field $H \geq H_c = m^2c^3/e\hbar$. Such fields are characteristic of pulsars and are as well obtained recently in laboratory conditions in a head-on movement of heavy ions. Considered are problems of the vacuum in a super-strong magnetic field, specific properties of the synchrotron radiation under the conditions of the magnitoshpere of pulsars, one-photon channels of the reaction of the mutual transformation of electron-positron pairs, the behaviour of simplest systems (the hydrogen atom) in a super-strong field, as well as the problem of the anomalous magnetic moment of an electron. Discussed are problems of the β-decay of a neutron under the conditions of a strong magnetic field.

Трудно оценить величие вклада Н.Н.Боголюбова в развитие современной квантовой теории: гипотеза цветных кварков [1], проблема вакуума и явление спонтанного нарушения симметрии [2], развитие метода ренормгруппы [3], а также стимулирование развития других направлений в современной физике высоких энергий.

Н.Н.Боголюбов, в частности, проявлял большой интерес к проблемам квантовой теории движения и излучения частиц в электромагнитном поле. Исследования по квантовой теории синхротронного излучения и аномального магнитного момента электрона всегда пользовались его неизменной поддержкой. Мы посвящаем эту работу светлой памяти Н.Н.Боголюбова.

Проблема теории квантовых явлений, наблюдаемых при движении частиц в экстремально сильном электромагнитном поле, возникла давно — еще в ранних работах Гейзенберга [4], посвященных анализу влияния внешнего поля на движение частиц, в духе анализа возможности развития их одночастичного описания. В последние годы эта задача вышла из рамок чисто академической, интерес к ней возрос в связи с новыми возможностями эксперимента: сильное электромагнитное поле стало доступным для наблюдения не только в астрофизике, но и в лабораторных условиях.

1. ЭКСТРЕМАЛЬНО СИЛЬНОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Остановимся кратко на понятии экстремального — критического — электромагнитного поля. Как известно, в силу соотношения неопределенностей $\delta t\ \delta E \geq \hbar$ возможно кратковременное нарушение закона сохранения энергии, и из вакуума может появиться виртуальная электронно-позитронная пара, которая может просуществовать в течение времени $\tau = \hbar/\delta E \cong \hbar/(mc^2)$. За это время пара может разойтись на расстояние не больше чем $\delta r = c\tau = \hbar/(mc)$, т.е. на расстояние порядка комптоновской длины волны $\lambda = \hbar/(mc) \sim 10^{-10}$ см. Это так называемый квантовый радиус электрона, характеризующий область возможной пространственной локализации электрона в квантовой теории. Если теперь внешнее электрическое поле способно произвести над электроном работу $\sim mc^2$ на расстоянии δr, то рождение пары из вакуума становится реальным процессом. Для этого поле должно быть порядка критического:

$$e_0\, \mathcal{E}_c\, \hbar/(mc) = mc^2, \quad \mathcal{E}_c = m^2c^3/(e_0\hbar).$$

В этих условиях вакуум становится неустойчивым. $\mathcal{E}_c$ — это критическое значение поля, при котором становится невозможной одночастичная постановка задачи (см. [5]).

Подобно рассмотренному критическому электрическому полю существует также критическое значение магнитного поля, если энергия

вращения электрона $\hbar\Omega$ ($\Omega = e_0 H/(mc)$ — циклотронная частота) оказывается равной энергии покоя электрона mc^2:

$$\hbar\Omega = \hbar e_0 H_c/(mc) = mc^2, \quad H_c = m^2c^3/(e_0\hbar) = 4{,}414\cdot 10^{13}\ \text{Э}.$$

Однако, вследствие гиромагнитных свойств, магнитное поле не производит работу (сила Лоренца перпендикулярна к траектории частицы). В силу этого обстоятельства вакуум даже в условиях воздействия на него критического поля остается устойчивым. Это представляет особый интерес для исследования процессов в таком экстремальном поле: наступает область ультраквантовой физики, в которой наблюдаемые явления могут оказаться наиболее экзотичными.

Движение частиц в электромагнитном поле, а также квантовые процессы, происходящие при таком движении (излучение, рождение пар, аннигиляция и др.), определяются не только типом конфигурации поля, но также и динамическими параметрами (см. [6]). Поскольку вероятности таких процессов должны удовлетворять требованию релятивистской и калибровочной инвариантности, необходимо обратить внимание на известные инварианты поля

$$f_1 = \frac{1}{2H_c^2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = \frac{\vec{H}^2 - \vec{E}^2}{H_c^2},$$
$$f_2 = \frac{1}{8H_c^2} e^{\mu\nu\sigma\rho} F_{\mu\nu} F_{\sigma\rho} = \frac{\vec{E}\vec{H}}{H_c^2}, \qquad (1)$$

а также на квантовый динамический параметр

$$\chi^2 = -\frac{1}{(mcH_c)^2}(F_{\mu\nu} p^\nu)^2 = \frac{1}{(mcH_c)^2}\{([\vec{p}\vec{H}] + p_0\vec{E})^2 - (\vec{p}\vec{E})^2\}, \qquad (2)$$

где $F_{\mu\nu}$ — тензор электромагнитного поля, p^ν — 4-импульс частицы. Квантовые процессы во внешнем поле существенным образом зависят от величины этого динамического параметра. Если $\chi << 1$ и задача допускает разложение по этому параметру, развивается общий метод определения квантовых поправок к классическим формулам вероятности процесса. Если же $\chi \to 1$ или $\chi > 1$, то мы встречаемся с областью ультраквантовых явлений, когда внешнее поле требует его точного учета вне метода теории возмущений.

Проблемы развития квантовой электродинамики в сильном электромагнитном поле в последние годы оказались в центре внимания [6—10]. В процессе разработки этого направления возникла необходимость

отодвинуть границы исследования физических явлений в область таких значений напряженности полей, которые в недавнем прошлом были не только недоступными, но и казались скорее экстравагантными.

Останавливаясь на примерах существования сверхсильных полей, прежде всего следует обратиться к пульсарам, которые являются неповторимой лабораторией для исследования поведения вещества в условиях сверхвысокой плотности материи и сверхсильных магнитных полей. Летом 1967 г. во время испытания нового 76-метрового кембриджского радиотелескопа (Джодрелл Бенк) были обнаружены повторяющиеся радиосигналы с периодом порядка секунды и длительностью несколько сотых секунды. Событие это поначалу было удивительным, и возникло даже предположение о модулированных сигналах, происходящих от других цивилизаций. Так были открыты пульсары, в частности, открыт пульсар в центре Крабовидной туманности (PSR 0531 + 21), излучающий также в оптическом и рентгеновском диапазонах. В настоящее время число пульсаров достигает свыше 400*.

Наиболее вероятной моделью пульсара является нейтронная звезда — наклонный ротатор. После выгорания существенной части водорода в глубинах звезды и его превращения в гелий путем термоядерного синтеза давление газов оказывается не в состоянии уравновесить массу вышележащих слоев звезды. Наступает катастрофическое сжатие, а сама звезда сжимается до радиуса порядка десятка километров. Так появляется нейтронная звезда, причем ее появление сопровождается резким ростом напряженности магнитного поля: если мысленно сжать Солнце ($R = 0{,}7 \cdot 10^{11}$ см, $H \sim 1{,}5$ Э) до диаметра 10 км, то при условии постоянства магнитного потока HS, $S = \pi R^2$, магнитное поле нейтронной звезды будет достигать значения $2 \cdot 10^{11}$ Э.

Результаты наблюдения жесткого рентгеновского излучения от пульсара Геркулес $X - 1$ приводят к заключению, что магнитное поле у поверхности пульсара имеет значение $H \sim 5$—$6 \cdot 10^{12}$ Э. Это «вмороженное» в звезду поле должно усиливаться по мере продвижения к ее центру, и по оценкам [11] индукция поля в центральной части нейтронной звезды достигает огромной величины $\sim 10^{17}$ Э.

Открытие нейтронных звезд явилось выдающимся событием в астрофизике 60—70-х годов и заложило основы развития физики взаимодействия вещества с электромагнитным полем в критических условиях.

*За открытие пульсаров А.Хьюишу в 1974 г. была присуждена Нобелевская премия.

Несколько неожиданным может показаться, что в лабораторных условиях реализуются магнитные поля, подобные экстремальному магнитному полю пульсара. Такие поля могут наблюдаться при нецентральном столкновении тяжелых ионов. Пусть два ядра с зарядами z_1 и z_2 движутся навстречу друг другу. Тогда, подобрав оптимальный прицельный параметр, можно получить на короткое время поле

$$H = \frac{JR^2}{2c(r^2 + R^2)^{3/2}}, \quad J = \frac{(z_1 + z_2)ev}{2\pi R}.$$

В этих выражениях R — радиус «петли с током» (формула Био — Савара — Лапласа), r — расстояние от оси симметрии до точки наблюдения, J — ток ионов, z_1 и z_2 — их заряды в единицах заряда электрона, v — относительная скорость. Полагая $z_1 + z_2 = 174$, $v = 0{,}1$ с и $R = 15$ фм (1 фм $= 10^{-15}$ м). Найдем, что на оси симметрии ($r = 0$) напряженность магнитного поля достигает $H \sim 3 \cdot 10^{14}$ Гс [12]. В настоящее время ведутся эксперименты (ФРГ) с тяжелыми ядрами с целью обнаружения спонтанного рождения позитронов кулоновским полем, и недавно на этом пути был достигнут успех. В 1988 г. в ФРГ (Дармштадт) на линейном ускорителе тяжелых ионов UNILAC наблюдалось рождение электронно-позитронных пар в сверхсильном электрическом поле, возникающем при сближении тяжелых ионов урана, тория и свинца [13]. Результаты экспериментов сейчас не имеют еще однозначной интерпретации, однако достижение критических значений электромагнитного поля в лабораторных условиях является несомненным фактом.

В последнее время проблема возникновения сверхсильного магнитного поля обсуждается также в связи с возможными физическими процессами, которые могут происходить при движении встречных протон-антипротонных пучков в коллайдерах нового поколения (LHC и SSC) [14]. Вследствие высоких энергий частиц возникающее поле может достигать значения $H_c = M_W^2 c^3/(e\hbar) = 10^{24}$ Э и создать благоприятные условия для образования $W^{\pm}$- и Z^0-бозонного конденсата, распадающегося далее на лептоны.

В рассмотренных оценках экстремальных значений электромагнитного поля также должна быть учтена энергия частиц, взаимодействующих с полем (см. [6]). Как известно [6,7], происходящие во внешнем поле электродинамические процессы зависят от квантового динамического параметра (2), который в случае движения электрона в чисто магнитном поле имеет вид

$$\chi = -\frac{1}{mcH_c} F_{\mu\nu} p^{\nu} = \frac{p_{\perp}}{mc} \frac{H}{H_c}. \qquad (3)$$

Если параметр χ достигает значений $\chi > 1$, открывается путь к экспериментальному исследованию совершенно новых интересных эффектов, поскольку в этой ультраквантовой области явлений квантовые закономерности начинают играть особо фундаментальную роль.

В этой связи следует упомянуть о выполненных сравнительно недавно экспериментах на ускорителе SPS в CERN [15], в которых пучок релятивистских электронов с энергией 150 ГэВ с очень малым угловым разбросом направлялся вдоль оси кристалла германия. Вдоль этой оси в кристалле действует сильное макроскопическое поле, величину которого можно оценить, рассматривая действие ядер атомов кристалла на пробную частицу [16]. Анализ показывает при этом, что максимальное электрическое поле на оси кристалла оказывается $E_{max} \cong 10^{12}$ В/см. При этом эквивалентное магнитное поле, оцененное по способности отклонять электроны и позитроны усредненным кристаллическим полем E_{max}, достигает значений ~ 3 ГЭ $= 3 \cdot 10^9$ Э.

Таким образом, в этом эксперименте CERN [15] динамический параметр χ (2) превосходил единицу: $\chi \geq 1$. Современная экспериментальная физика подошла к новому, весьма интересному рубежу: наблюдению квантовых эффектов в условиях критических значений внешнего поля и высокой энергии частиц. Открылись возможности проявления совершенно новых нелинейных эффектов, возможности проверки теории в условиях высокой энергии и экстремальных значений напряженности внешнего поля.

2. ПОЛЯРИЗАЦИЯ ВАКУУМА ВНЕШНИМ ПОЛЕМ В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Проблема электродинамики с сильным электромагнитным полем восходит к ранним работам Гейзенберга и Эйлера [4], посвященным расчету эффектов поляризации вакуума, а также Заутера [17], в которой анализировался известный «парадокс Клейна», связанный с рождением электронно-позитронных пар в сильном электрическом поле. Как на это впервые указал Дирак, даже если внешнее поле и не приводит к рождению пар, оно воздействует на вакуум электронов и позитронов, производя перераспределение зарядов вакуума и изменяя его энергию (поляризация вакуума). Это явление обусловлено тем, что при воз-

действии внешнего поля уровни энергии вакуумных электронов сдвигаются по сравнению с энергетическими уровнями вакуума без внешнего поля. Такое изменение энергии приводит к изменению уравнений электромагнитного поля, изменяется и функция Лагранжа, причем максвелловская функция

$$\mathfrak{L}_0 = \frac{1}{8\pi}(\vec{E}^2 - \vec{H}^2)$$

оказывается теперь первым членом разложения полной функции по константе, характеризующей взаимодействие вакуумных электронов с полем: $\mathfrak{L} = \mathfrak{L}_0 + \mathfrak{L}_1 + \ldots$, где

$$\mathfrak{L}_1 = \frac{1}{8\pi^2}\int s^{-1} ds\, e^{-im^2 s}\left[(es)^2 f_2 \operatorname{ctg}(esH) - 1 + \frac{2}{3}(es)^2 f_1\right], \qquad (4)$$

а f_1 и f_2 определены формулой (1) — это инварианты электромагнитного поля. Отсюда, в частности, следует, что добавка к лагранжиану $\mathfrak{L}_1$ не зависит от параметров плоской электромагнитной волны — внешнее поле плоских волн не поляризует вакуум.

Из формулы (4) в частном случае слабых полей ($\frac{H}{H_c} \ll 1$, $\frac{E}{E_c} \ll 1$) Гейзенберг и Эйлер нашли

$$\mathfrak{L}_1 = \frac{1}{360\pi^2 H_c^2}\{(\vec{E}^2 - \vec{H}^2)^2 + 7(\vec{E}\,\vec{H})^2\}. \qquad (5)$$

Это первые члены поправки при разложении в ряд по степеням f_1 и f_2, характеризующие сдвиг энергии классического электромагнитного поля. В другом предельном случае экстремально сильного поля из формулы (4) с логарифмической точностью можно получить, что

$$(H/H_c) \gg 1,\ E = 0,\quad \mathfrak{L}_1 = \frac{e^2}{24\pi^2} H^2 \ln(H/H_c),$$

$$(E/E_c) \gg 1,\ H = 0,\quad \mathfrak{L}_1 = -\frac{e^2}{24\pi^2} E^2 \ln(E/E_c) + \qquad (6)$$

$$+ i\frac{1}{8\pi^3} e^2 E^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n\pi E_c/E}$$

(о поправках более высокого порядка по e^2 см. [20]).

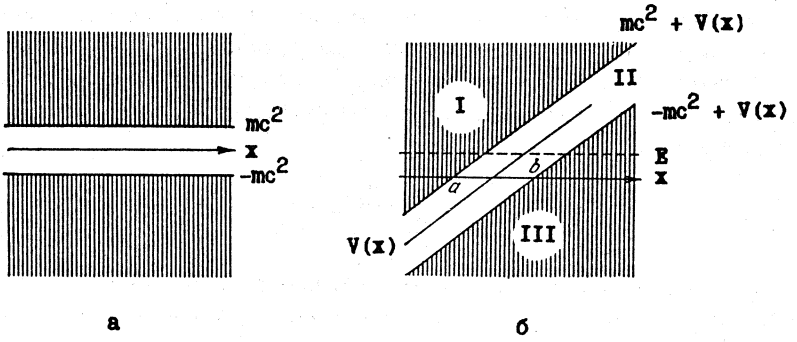


Рис. 1. Энергетические состояния электрона: *а*) свободного, *б*) в электрическом поле

Заметим, что комплексность $\mathfrak{L}_1$ означает квазистационарность вакуумного состояния. Причиной нарушения стационарности является возможность реального рождения электронно-позитронных пар из вакуума при воздействии на него сильного поля. Как это следует из квантового закона распада стационарного состояния $\Psi \sim e^{-iEt-\gamma t}$, $\gamma = w/2$ ($c = \hbar = 1$), удвоенная мнимая часть лагранжиана определяет вероятность w образования электронно-позитронной пары внешним полем, отнесенную к единице объема в единицу времени:

$$w = 2 \operatorname{Im} \mathfrak{L}_1.$$

Сохраняя главные члены из суммы (6), можно получить, что

$$w = \frac{1}{4\pi^3} (eE)^2 e^{-\pi E_c / E}. \qquad (7)$$

Из этой формулы следует, что при $E \to 0$ $\operatorname{Im} \mathfrak{L}_1 = 0$ и вероятность (7) обращается в нуль: вакуум в постоянном и однородном магнитном поле, а также в поле плоской электромагнитной волны и в скрещенном поле устойчив по отношению к спонтанному образованию электронно-позитронных пар. Вопрос о нестабильности вакуума обсуждался еще в ранних работах [17,18], связанных с влиянием состояний с отрицательными значениями энергии на процесс взаимодействия электрона с внешним электрическим полем.

Рассматривая одночастичную задачу о движении в однородном электрическом поле, Клейн [18] показал, что в классически запрещен-

ной области движения, там, где волновая функция должна затухать, существует прошедшая на бесконечность волна («парадокс Клейна»). Заутер дал исчерпывающее решение этой задачи [17], введя в рассмотрение состояния частицы не только с положительными, но и с отрицательными значениями энергии. Он установил предельное значение величины электрического поля, при котором одночастичный подход к решению задачи оказывается невозможным. Отвлекаясь сейчас от строгого решения проблемы (см. [17]), дадим здесь лишь краткую иллюстрацию движения электрона в однородном электрическом поле, которое изменяет конфигурацию уровней энергии электронов и границы континуумов: верхнего ($E = mc^2$) и нижнего ($E = -mc^2$) (см. рис.1,*а*)

$$V(x) = e_0 \mathscr{E} x, \quad E = \pm mc^2 + e_0 \mathscr{E} x. \tag{8}$$

Это можно отобразить графически: на рис.1,*б* показан поворот запретной энергетической зоны, разделяющей положительно- и отрицательно-частотные (т.е. электронные и позитронные) состояния [19]. Из этого графика видно, что в электрическом поле нет строгого разделения этих состояний: всегда возможен туннельный переход из области III в область I. Вероятность такого перехода в квазиклассическом приближении, как известно, равна

$$D = \exp\left\{-\frac{2}{\hbar}\int_a^b |p(x)|dx\right\}, \quad p(x) = \frac{1}{c}\sqrt{(E - e_0 \mathscr{E} x)^2 - m^2c^4},$$

причем интегрирование этого выражения приводит к формуле

$$D = \mathrm{e}^{-\pi E_c/E}, \quad E_c = m^2c^3/e_0\hbar \tag{9}$$

(см. также (7)). Для исключения возможности самопроизвольного перехода электронов в нижний континуум состояний, как известно, вводится предположение о том, что все состояния с отрицательным значением энергии заполнены (фон Дирака), и тогда после перехода электрона в верхний континуум состояний возникает «дырка» в фоне, которая ведет себя как античастица — позитрон. При достижении электрическим полем E своего критического значения E_c вакуум электронов и позитронов становится неустойчивым: происходит процесс образования электронно-позитронных пар. В этих условиях одночастичный подход к решению задач квантовой теории становится невозможным.

Возвращаясь к вопросу о поляризации вакуума, заметим, что эта поляризация может происходить и под влиянием отдельных фотонов —

квантов электромагнитного поля. В работе В.Ритуса [20] было показано, что поляризация вакуума фотонами больших квадратов виртуальных импульсов ведет себя подобно поляризации вакуума сильным внешним полем. Изучение лагранжевой функции в пределе сильного поля может дать нам в силу этих соображений ту же информацию, что и результаты исследования поляризационной функции фотона в пределе больших виртуальных импульсов. Иными словами (см. [6]), поведение квантовой электродинамики на малых расстояниях (в области больших импульсов) можно изучить, исследуя квантовые поправки к лагранжиану сильного электромагнитного поля. В этом можно убедиться, исходя из поведения отношения $\mathfrak{L}_1/\mathfrak{L}_0$ (см. (6)) в сильном поле:

$$\mathfrak{L}_1/\mathfrak{L}_0 = -\frac{e^2}{3\pi}\ln\frac{H}{H_c}$$

и сравнивая его с поляризационной функцией фотона при больших квадратах импульсов фотона [21]:

$$\mathcal{P}_0 \cong -\frac{e^2}{3\pi}\ln\frac{k^2}{m^2}.$$

Таким образом, лагранжиан сильного электромагнитного поля может иметь особое значение для развития квантовой электродинамики на малых расстояниях.

В заключение подчеркнем, что релятивистская теория поляризации вакуума приводит к нелинейной электродинамике, характеризуемой особым лагранжианом (5), являющимся функцией инвариантов поля f_1 и f_2 (см. (1)). Это имеет интересное физическое истолкование введенным нелинейным лагранжианам с целью нелинейного обобщения электродинамики Максвелла:

$$\mathfrak{L} = \frac{E_c^2}{4\pi}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{\vec{E}^2 - \vec{H}^2}{E_c^2} - (\vec{E}\vec{H})^2/E_c^4}\right] \quad \text{(Борн — Инфельд)}$$

$$\mathfrak{L} = \frac{E_c^2}{8\pi}\ln(1 + (\vec{E}^2 - \vec{H}^2)/E_c^2) \quad \text{(Шредингер)}.$$

В этих выражениях выбор нелинейного обобщения произволен, и только теория электромагнитного вакуума Дирака вскрывает физическую модель лагранжиана. Нелинейное обобщение теории дает возможность исследования ряда принципиально новых физических явлений: рассеяния света на свете, нелинейного рассеяния света на зарядах и ряда других.

3. ВОССТАНОВЛЕНИЕ СПОНТАННО НАРУШЕННОЙ СИММЕТРИИ ВАКУУМА ЭЛЕКТРОСЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В последнее время проявляется интерес к влиянию экстремально сильного магнитного поля на вакуумное состояние электрослабых взаимодействий [9,22,23]. Как известно (см., например, [24,25]), спонтанное нарушение симметрии составляет основу современной калибровочной теории слабых и электромагнитных взаимодействий. В соответствии с этой теорией (Салам — Вайнберг — Глэшоу) исходные безмассовые частицы приобретают массу благодаря механизму Хиггса, основанному на спонтанном нарушении локальной $SU(2)/U(1)$-симметрии ($W^{\pm}$-, Z^0-бозоны). В связи с этим представляет интерес исследование свойств вакуума электрослабых взаимодействий и, в частности, влияние внешних факторов на процесс спонтанного нарушения симметрии.

Рассмотрим наиболее простую абелеву модель Хиггса, в которой исходный лагранжиан обладает $U(1)$-симметрией и имеет вид

$$\mathfrak{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + (\hat{\mathcal{P}}^*_\mu \varphi^*)(\hat{\mathcal{P}}_\mu \varphi) - V(\varphi\varphi^*), \qquad (10)$$

где

$$V(\varphi\varphi^*) = -\frac{m^2}{2}\varphi^*\varphi + \frac{\lambda^2}{4}(\varphi^*\varphi)^2,$$

$$\hat{\mathcal{P}}_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu, \quad m^2 > 0, \quad \lambda > 0.$$

Функция φ описывает скалярное заряженное поле, A_μ — квантованное векторное поле, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ — тензор электромагнитного поля, m — масса частиц, описываемых полем φ, λ — безразмерный параметр, характеризующий их взаимодействие.

Обратим внимание на то, что знак минус в выражении для эффективного потенциала V открывает возможность спонтанного нарушения симметрии. Действительно, $V(\varphi\varphi^*)$ обладает минимумом при значениях

$$\varphi_0 = \pm\, m/\lambda = n.$$

В силу этого «положение равновесия» $\varphi = 0$, соответствующее вакууму, становится неустойчивым: происходит вырождение вакуума, ибо теперь устойчивых положений минимума два (см. рис.2). Выбор одного из них

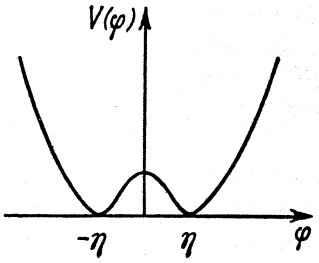


Рис. 2. График потенциальной энергии $V(\varphi) = \lambda^2(\varphi^2 - \eta^2)^2/4$

объясняется случайными факторами, но очень важно, что переход системы из одного состояния равновесия в другое исключен. В квантовой теории поля при бесконечно большом числе степеней свободы вероятность такого перехода становится исчезающе малой величиной.

Таким образом, вырождение вакуума приводит к спонтанному нарушению симметрии: исходный лагранжиан (10), симметричный относительно дискретного преобразования $\varphi \to -\varphi$, при выборе отрицательного знака в массовом члене эффективного потенциала это свойство симметрии утрачивает. Это видно наглядно из отсутствия симметрии V относительно точки $\varphi = \eta$. В дальнейшем удобно записать эффективный потенциал в виде

$$V = \frac{\lambda^2}{4}(\varphi^2\varphi - \eta^2)^2,$$

поскольку добавление к исходному выражению постоянной не влияет на уравнение движения. Тогда удобно перейти к новой функции χ, полагая, что $\varphi = \eta + \chi$, где χ описывает возбужденные состояния вблизи стабильного вакуума η. При этом получим [24], что

$$V = \frac{\lambda^2}{4}[4\chi^2\eta^2 + 4\chi^3\eta + \chi^4],$$

откуда следует, что симметрия $\chi \to -\chi$ здесь нарушена. Опуская для простоты нелинейные взаимодействия полей, получим теперь выражение для исходного лагранжиана (10) после спонтанного нарушения симметрии:

$$\mathfrak{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \lambda^2\eta^2\chi^2 + e^2\eta^2A_\mu^2.$$

Этот лагранжиан описывает скалярное поле χ с массой $\mu = \sqrt{2}\,\lambda\eta$, причем векторное поле A_μ теперь стало также массивным: оно приобрело массу $m = \sqrt{2}\,e\eta$. Таким образом, безмассовое поле Максвелла превратилось в бозон Прока: в результате спонтанного нарушения симметрии калибровочное поле Максвелла приобрело массу (эффект Хиггса).

В стандартной неабелевой модели электрослабых взаимодействий выражение для исходного лагранжиана оказывается более сложным, однако общая концепция спонтанного нарушения симметрии при этом не

меняется: в результате этого нарушения вначале безмассовые калибровочные $W^{\pm}$- и Z^0-бозоны приобретают массу.

Интересно отметить далее, что проблема спонтанного нарушения симметрии имеет известную аналогию с теорией сверхпроводимости, в развитие которой принципиально важный вклад был внесен Н.Н.Боголюбовым [26]. Эта аналогия становится особенно наглядной, если рассмотреть структуру выражения для свободной энергии сверхпроводника

$$F = \int d^3x \left\{ \frac{1}{4m} (\hat{\mathcal{P}}^*\Psi^*)(\hat{\mathcal{P}}\Psi) + \frac{H^2}{2} + \Lambda \left(- \frac{T_c - T}{4T_c} |\Psi|^2 + \frac{1}{2n} |\Psi|^4 \right) \right\}$$

и сравнить это выражение с лагранжианом (10). В этой формуле $\Lambda = \Lambda(T_c, n)$ — постоянная величина, T_c — критическая температура перехода в сверхпроводящее состояние, $\hat{\vec{\mathcal{P}}} = (-i\vec{\nabla} - 2e\vec{A})$, а Ψ — сверхпроводящая волновая функция, описывающая конденсат куперовских пар (заряд пары $2e$). Известно далее, что сверхпроводящее состояние разрушается при повышении температуры T, а также напряженности магнитного поля, при этом сильное магнитное поле способно разрушить конденсат куперовских пар.

Оказывается, что поведение вакуума электрослабых взаимодействий имеет аналогию со сверхпроводящим состоянием металла: температура (Д.А.Киржниц и А.Д.Линде [27]) и внешнее магнитное поле (Салам и Страсди [28]) способны оказать сильное влияние на спонтанное нарушение симметрии.

Рассмотрим вновь абелеву модель Хиггса, в которой исходный лагранжиан (10) должен быть дополнен внешним магнитным полем. Это можно сделать, вводя вместо вектор-потенциала A_μ калибровочного поля новую функцию $A'_\mu = A_\mu + A^{\text{кл}}_\mu$. Рассмотрение задачи о спонтанном нарушении симметрии в этом случае показывает [23], что внешнее поле восстанавливает симметрию частично или полностью, причем это восстановление зависит от напряженности поля. В предельном случае критического значения магнитного поля, способного разрушить спонтанное нарушение симметрии, с помощью лагранжиана (10) можно записать:

$$\frac{H_c^2}{2} - \frac{m^2}{2}\varphi^*\varphi + \frac{\lambda^2}{4}(\varphi^*\varphi)^2 = \frac{H_c^2}{2} - \frac{\lambda^2\eta^4}{4}$$

(в состоянии устойчивого минимума — вакуума). Очевидно, что спонтанное нарушение симметрии будет восстановлено, если $H_c =$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda \eta^2 \sim M^2$, где M — масса, приобретенная частицами калибровочного поля. Таким образом, в сильном магнитном поле может происходить поглощение конденсата скалярного поля подобно поглощению конденсата куперовских пар.

Оценку величины критического магнитного поля $H_c = M^2 c^3 / e\hbar$ можно привести, полагая, что масса в этом выражении является массой бозонов ($W^{\pm}$, Z^0) в теории Салама — Вайнберга — Глэшоу (~ 90 ГэВ). Тогда для поля $H_{\text{крит}}$ мы получим очень большую величину $H_{\text{крит}} \sim 10^{24}$Э. Такие поля пока в природе не наблюдались, однако академический интерес, проявляемый к ним, совершенно оправдан, поскольку речь идет о фундаменте теории.

Здесь следует подчеркнуть, что проблема влияния внешнего поля на вакуум электрослабых взаимодействий оказывается достаточно сложной, однако мы не имеем возможности касаться этого вопроса более детально и отсылаем читателя к обзору [22].

4. ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Исследование процессов, происходящих в сильном электромагнитном поле, не допускает рассмотрения взаимодействия электрона с этим полем по теории возмущений. Одним из сильных методов, не имеющих отражения в зависимости от напряженности электромагнитного поля, является метод «точных решений» (см. [5,7,29]), в соответствии с которым состояние частицы во внешнем электромагнитном поле описывается волновой функцией, являющейся собственной для уравнения Дирака:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = \{c (\vec{\alpha} \vec{\mathcal{P}}) + \rho_3 mc^2 + e\Phi\}\Psi,$$

$$\vec{\mathcal{P}} = -i\hbar \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A}. \qquad (11)$$

Несмотря на то, что точных решений уравнения Дирака существует не так уж много (задача о движении электрона в кулоновском поле, в однородных магнитном и электрическом полях, в поле плоской электромагнитной волны и в некоторых случаях комбинации полей), тем не менее точные решения представляют существенный интерес с точки зрения не только проверки теории путем сравнения ее результатов с данными эксперимента, но также и предсказания новых физических эффектов.

В конце 40-х годов А.А.Соколов положил начало изучению квантовой теории светящегося электрона, движущегося в магнитном поле (1949), а также М.М.Альперин решал задачу об излучении электрона в поле плоской волны (1944). Это был ранний период развития метода точных решений, который в дальнейшем получил название картины Фарри, показавшего, что формализм Фейнмана — Дайсона можно обобщить на случай, когда электрон не свободен, а находится в связанном состоянии (1951). Этот метод укладывается в решение шредингеровской картины, если в качестве невозмущенной функции принимается точное решение уравнения Дирака для частицы во внешнем поле в связанном состоянии. При этом 4-потенциал внешнего поля разделяется на две части: $A_\mu = A_\mu^{\text{ext}} + A_\mu^{\text{кв}}$, где A_μ^{ext} учитывается точно с помощью решения уравнения Дирака, а квантованная часть поля рассматривается по методу теории возмущений. Таким образом, точные решения обеспечивают основу всей техники решения задач о взаимодействии связанного электрона с полем излучения. Как уже отмечалось, метод точных решений оказался весьма интересным и важным, ибо на его основе оказалось возможным предсказать ряд новых физических эффектов квантовой природы задолго до их экспериментального наблюдения. С помощью этого метода были исследованы физические явления и в случае критических значений магнитного поля, поскольку вакуум в этих условиях остается стабильным, а электрон сохраняет свою индивидуальность.

Нелинейный энергетический спектр электрона. Рассмотрим некоторые особенности, связанные с движением электрона в постоянном и однородном магнитном поле [7,29,30], и прежде всего энергетический спектр электрона, появляющийся в процессе точного решения уравнения Дирака (см. [7]):

$$E = mc^2\left\{1 + \left(\frac{p_z}{mc}\right)^2 + 2n\frac{H}{H_c}\right\}, \qquad (12)$$

где $n = 0,1,2\ldots$ — энергетическое квантовое число, а $H_c = m^2c^3/e\hbar$ — критическое значение магнитного поля $H = (0, 0, H)$. Заметим, что энергетический спектр электрона (12) вырожден по спину. Если воспользоваться обобщенным уравнением Дирака — Паули и учесть аномальный магнитный момент электрона $\mu = -\mu_0(1 + a_e)$, то вырождение по спину снимается и формула (12) принимает вид [31]:

$$E = mc^2\left\{\left[1 + 2\left(n + \frac{1+\zeta}{2}\right)\frac{H}{H_c}\right]^{1/2} + \frac{1}{2}a_e\zeta\frac{H}{H_c}\right\}, \qquad (13)$$

где $\zeta = \pm 1$ — соответствует проекции спина на направление магнитного поля, a_e — аномальная часть магнитного момента. Из этих формул видно, что в однородном магнитном поле существует состояние с минимальной энергией, когда $n = 0$ и когда спин частицы направлен против магнитного поля: $\zeta = -1$. При этом

$$E = mc^2\left[1 - \frac{1}{2}\, a_e \frac{H}{H_c}\right].$$

Восстанавливая знак энергии и полагая $a_e = \alpha/(2\pi)$, получим любопытный результат:

$$E = \pm mc^2\left[1 - \frac{\alpha}{4\pi}\frac{H}{H_c}\right],$$

из которого следует, что при $\frac{\alpha}{4\pi}\frac{H}{H_c} \to 1$ электромагнитный вакуум теряет устойчивость, ибо энергетическая щель $2mc^2$ между состояниями с положительными и отрицательными значениями энергии может захлопнуться. Однако, как это будет показано в дальнейшем, аномальный магнитный момент электрона (a_e) проявляет динамическую природу и становится зависящим от напряженности поля и энергии электрона (см. разд.9).

В случае бесспиновой частицы можно положить в (13) $\zeta = 0$ и тогда в нерелятивистском приближении мы получим уровни Ландау с эквидистантным спектром:

$$E \cong mc^2 + p_z^2/(2m) + \hbar\Omega\,(n + 1/2),$$

где $\Omega = eH/(mc)$ — циклотронная частота.

Заметим, что в случае макроскопического квазиклассического движения квантовое число n очень велико: например, для накопительного кольца ($R = 1$ м, $H = 10^4$ Э) достигает порядка 10^{20}—10^{21}, и спектр энергии электрона в этом случае квазинепрерывен, ибо расстояние между соседними уровнями энергии исчезающе мало. Однако в случае малых $n \sim 1$ и больших полей магнитное поле становится «квантующим», спектр энергии существенно нелинейным (неэквидистантным), причем энергия остается релятивистской при любых значениях n. Такая ситуация может встретиться в задачах астрофизики: возбужденный электрон ($n \gg 1$) быстро теряет свою энергию вследствие излучения, а поскольку в отличие от синхротрона радиационные потери энергии в аст-

рофизических условиях не компенсируются, энергия такого электрона характеризуется областью малых квантовых чисел. В этих обстоятельствах задача становится существенно квантовой, а квазиклассический метод неприменим.

В.И.Ритус [8] провел анализ возможного применения результатов расчетов, полученных с помощью модели скрещенного поля для описания процессов в произвольном постоянном электромагнитном поле. При этом было показано, что выполняется условие малости инвариантов поля

$$\varepsilon,\ \eta << 1;\ \ \varepsilon, \eta << \chi, \tag{14}$$

где

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(f_1^2 + f_s^2)^{1/2} - f_1\right]^{1/2}, \qquad \eta = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(f_1^2 + f_2^2)^{1/2} + f_1\right]^{1/2},$$

а f_1, f_2 и χ определены формулами (1) и (2), то вероятность процесса в произвольном постоянном электромагнитном поле, являющаяся функцией инвариантов $w = w(\chi, f_1, f_2)$ может быть с хорошей точностью аппроксимирована выражением $w(\chi, 0, 0)$ в скрещенном поле, где $f_1 = f_2 = 0$.

Рассмотрим теперь однородное магнитное поле. Тогда $f_1 = H/H_c$, $f_2 = 0$, а динамический параметр $\chi = \dfrac{H}{H_c}\dfrac{p_\perp}{mc} = \left(\dfrac{H}{H_c}\right)^{3/2}\sqrt{2n}$, где n — энергетическое квантовое число. При этом мы учли энергетический спектр электрона в магнитном поле, когда

$$E = mc^2\left(1 + \left(\frac{p_\perp}{mc}\right)^2\right)^{1/2} = mc^2\left(1 + 2n\frac{H}{H_c}\right)^{1/2}.$$

Если теперь $n >> 1$ (энергетический спектр квазинепрерывен), то реализуется случай квазиклассического движения, и условие $\chi >> \sqrt{f_1}$ выполняется: результаты, полученные в модели скрещенного поля должны быть справедливы и для случая однородного магнитного поля в квазиклассическом приближении. Однако такой подход ограничен: если рассматривается область малых квантовых чисел и больших полей, то параметр χ удобно представить в виде $\chi = (f_1)^{3/2}\sqrt{2n}$, откуда следует, что если n ограничено, а $f_1 > 1$, то критерий $\chi >> \sqrt{f_1}$ не выполняется. При этом существенным является фактор дискретности параметра χ, хотя он и остается больше единицы: $\chi > 1$ $(H > H_c)$. В этой связи заметим, что энер-

гетический спектр электрона в скрещенном поле непрерывен: если $\vec{E} = (0, E, 0)$, $\vec{H} = (0, 0, H)$ и $|\vec{E}| = |\vec{H}| \sin\eta$, то энергия

$$E = cp_1 \sin\eta + \cos\eta\, mc^2 \left[1 + \left(\frac{p_3}{mc}\right)^2 + 2n\frac{H}{H_c}\cos\eta\right]^{1/2}$$

(см. [32]) и при $\eta \to \pi/2$ дискретная часть спектра исчезает. Поэтому процессы в скрещенном поле будут справедливы для случая магнитного поля только в условиях квазиклассического движения, когда квантующие свойства поля можно полностью игнорировать. В случае экстремально сильного поля $H \to H_c$ такое допущение несправедливо и задача требует особого рассмотрения.

Пространственная локализация электрона. Если магнитное поле приближается к экстремальному значению H_c, то происходит процесс сильной пространственной локализации электрона: как это следует из точных решений уравнений Дирака, квадрат радиуса орбиты частицы имеет вид [7,31]:

$$\langle R^2 \rangle = (n + s + 1/2)\frac{2c\hbar}{e_0 H} = (n + s + 1/2)\, 2\frac{H}{H_c}\left(\frac{\hbar}{mc}\right)^2.$$

Радиальное квантовое число $s = 0, 1, 2\ldots$ в этой формуле характеризует положение центра орбиты вращения электрона: $\langle R^2 \rangle - \langle R \rangle^2 = s\, 2\frac{H}{H_c}\left(\frac{\hbar}{mc}\right)^2$, и, выбирая центр орбиты в начале координат, можно положить $s = 0$. Тогда из (15) следует, что в сильном поле $H \geq H_c$:

$$\langle R^2 \rangle = \left(\frac{\hbar}{mc}\right)^2 2(n + 1/2)\frac{H_c}{H}.$$

В области макроскопического движения (квазиклассический случай), как уже упоминалось, квантовое число n очень велико: $n \sim 10^{20}$, и радиус орбиты вращения электрона имеет макроскопические размеры. Но в случае малых квантовых чисел $n \to 0$ электрон оказывается сильно локализованным вблизи комптоновского радиуса орбиты («основное» состояние):

$$R_H = \frac{\hbar}{mc}\sqrt{H_c/H}. \qquad (15)$$

Эта величина аналогична радиусу боровской орбиты в кулоновском поле $R_{Б} = \hbar^2/(me^2)$ — радиусу орбиты электрона в основном (невозбужденном) состоянии. Сильная локализация электрона в критическом магнитном поле имеет большое значение для понимания характера поведения в этом поле простейших квантовых систем.

5. АТОМ ВОДОРОДА В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Как уже отмечалось, сильные магнитные поля $H \geq H_c$ могут существовать у поверхности нейтронных звезд [11], при этом электроны вследствие сильной локализации движутся в ограниченной области с характерными размерами $\Delta R_H \sim (\hbar/(mc))\sqrt{H_c/H}$ (15). Размер области движения в направлении поля H определяется взаимодействием электрона с другими полями. Вблизи поверхности пульсара в качестве таких полей следует рассматривать кулоновское поле, ибо магнитосфера звезды заполнена плазмой. Поэтому представляет интерес исследовать поведение простейших квантово-механических систем, связанных кулоновским взаимодействием в сильном магнитном поле (см. [33,34]).

Следуя работе [33], остановимся прежде всего на задаче об атоме водорода, находящемся в сильном магнитном поле, напряженность которого можно определить, исходя из требования, чтобы критическое поле было больше внутриатомного:

$$\hbar\Omega > e^2/a_{Б},\quad a_{Б} = \hbar^2/(me^2),\quad H_{крит} = H_c\alpha^2,\quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c}. \qquad (16)$$

При нахождении решений уравнения Шредингера для электрона, движущегося в кулоновском поле ядра и внешнем магнитном поле, будем предполагать, что сильное поле локализует движение частицы настолько, что радиус боровской орбиты $r_{Б}$ значительно превышает радиус ΔR_H: $r_{Б} >> \Delta R_H$. Тогда для движения в поперечной к направлению внешнего магнитного поля плоскости кулоновское поле можно рассматривать как возмущение, не меняющее спектр энергии электрона в магнитном поле даже при учете его взаимодействия с кулоновским полем ядра. Поэтому радиальные волновые функции, описывающие движение электрона в поперечной к магнитному полю плоскости, можно взять из задачи о движении электрона в однородном магнитном поле (см. [7]): если магнитное поле в цилиндрической системе координат записать в виде $A = (A_\rho, A_\varphi, A_z) = (0, H\rho/2, 0)$, то

$$\Psi = (2\gamma/(2\pi L))^{1/2} \exp\,(i\,(-Et/\hbar + l\varphi + p_z/\hbar) I_{n,s}(x), \qquad (17)$$

где $x=\gamma\rho^2$, $\gamma=eH/(2c\hbar)$, $I_{n,s}(x)=(n!s!)^{-1/2}\exp(-x/2)x^{(n-s)/2}Q_s^{n-s}(x)$ — функция Лагерра, связанная с полиномами Лагерра $Q_s^{n-s}(x)$. Здесь $n = l + s = 0, 1...$ — главное квантовое число, s — радиальное число, $s = 0,1,2...$, $-\infty < l \le n$. Квантовое число $n = 0,1...$ нумерует энергетические уровни Ландау

$$E = \hbar\,\Omega\,(n + 1/2), \quad \Omega = e_0 H/(mc),$$

а $s = 0,1...$ определяет расстояние от начала координат до центра орбиты вращения электрона в магнитном поле. Если кулоновского поля нет, то любой уровень энергии с фиксированным n вырожден по s с бесконечной кратностью.

Рассмотрим далее продольное движение электрона и ограничимся изучением уровней энергии этого движения, появляющихся в кулоновском поле. При этом поперечное (к магнитному полю) движение будем рассматривать в состоянии $n = s = 0$. Тогда решение уравнения Шредингера

$$\hat{\mathcal{H}}\,\Psi = \left\{\frac{1}{2m}\left(\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)^2 - \frac{ze^2}{r}\right\}\Psi = \mathcal{E}\,\Psi \qquad (18)$$

можно искать в виде

$$\Psi = I_{0,0}(x)\Phi(z)$$

и из уравнения (18) получим, что

$$\left\{-\frac{h^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{ze^2}{r}\right\}\Phi(z)I_{0,0}(x) = \mathcal{E}\Phi(z)I_{0,0}(x),$$

где

$$\mathcal{E} = E - \hbar\,\Omega\,/\,2.$$

Интегрируя это уравнение по $\rho d\rho$ с учетом нормировки

$$2\gamma\int_0^\infty I_{0,0}(x)\,\rho d\rho = 1,$$

приходим к уравнению

$$\frac{d^2\Phi}{dz^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(\mathcal{E} - \overline{U}(z))\Phi = 0, \tag{19}$$

в котором

$$\frac{1}{2\gamma}\overline{U}(z) = -e^2\int_0^\infty (\rho^2 + z^2)^{-1/2} I_{0,0}^2(x)\,\rho d\rho. \tag{20}$$

Итак, согласно нашему допущению движение электрона в направлении магнитного поля (ось z) характеризуется уравнением (19) с «эффективным» кулоновским потенциалом (20). В сильном магнитном поле потенциал $U(z)$ обрезается на расстояниях z порядка $\gamma^{-1/2}$, в чем можно убедиться, вычисляя интеграл (20):

$$\overline{U}(z) = -e^2\sqrt{\pi\gamma}\exp(\gamma z^2)(1 - \Phi(\sqrt{\gamma}\,z),$$

где $\Phi(z)$ — функция ошибок:

$$\Phi(z) \cong (2/\sqrt{\pi})\,e^{-z^2}z, \quad (z << 1),$$

при этом $\overline{U}(0) = -e^2\sqrt{\pi\gamma}$. При $\sqrt{\gamma}\,z >> 1$ эффективный потенциал $\overline{U}(z)$ можно аппроксимировать (21) одномерным кулоновским потенциалом, поскольку при $z >> 1$

$$1 - \Phi(z) = \frac{1}{\pi}e^{-z^2}\sum_{m=0}^{\infty}(-1)^m\frac{\Gamma(m + 1/2)}{z^{(m+1/2)}} \sim \frac{1}{\sqrt{\pi}}\,e^{-z^2}\frac{1}{\sqrt{z}}.$$

Итак, магнитное поле эффективно обрезает взаимодействие электрона с кулоновским полем при $z \sim (\gamma)^{-1/2}$. Поэтому удобно выбрать эффективный потенциал с самого начала в виде [35]:

$$\overline{U}(z) = -\frac{e^2}{|z| + a_H}, \tag{21}$$

где

$$a_H \cong \gamma^{-1/2} = \frac{\hbar}{mc}\sqrt{H_c/H}.$$

Решение уравнения Шредингера (19) с эффективным потенциалом в виде (21) можно найти точно. Рассмотрим область значений $z > 0$: в этой области имеем

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(\mathcal{E} + \frac{e^2}{t}\right)\Phi = 0, \tag{22}$$

где $t = z + a_H$. Полагая $c = 2me^2/\hbar$, $a = -2m\mathcal{E}/\hbar^2$, $x = 2\sqrt{a}\,t$, перепишем (22) в виде

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{\lambda}{x}\right)\Phi = 0, \quad \lambda = c/(2\sqrt{a}). \tag{23}$$

Решением этого уравнения, ограниченным при $z \to \infty$, является функция Уиттекера

$$\Phi = NW_{\lambda,\,1/2}(x). \tag{24}$$

Для построения решения при $z < 0$ функцию (24) следует продолжить в область $z < 0$. Это можно сделать, продолжая решение (24) либо как $\Phi(-z) = \Phi(z)$, либо как $\Phi(-z) = -\Phi(z)$. Следовательно, возбужденные уровни, соответствующие этим решениям, являются двукратно вырожденными.

Для определения энергетического спектра — уровней энергии продольного движения, относящихся к нулевому уровню Ландау, вернемся к уравнению (19) и воспользуемся результатами рассмотрения задачи о нахождении нижнего уровня связанного состояния в предположении, что $\hbar\Omega >> me^4/\hbar^2$ (см. [36]). Тогда

$$\mathcal{E}_0 = -\frac{2m}{\hbar^2}\left(\int_{a_H}^{a_Б} U(z)dz\right)^2,$$

причем логарифмически находящийся интеграл «обрезается» сверху и снизу на расстояниях $|z| \sim a_Б$ и $|z| \sim a_H$. Тогда находим, что с логарифмической точностью

$$\mathcal{E}_0 = -\frac{me^4}{2\hbar^2}\ln^2\frac{H}{H_c} = -Ry\ln^2\frac{H}{H_c}, \quad H_c' = H_c\alpha^2,$$

$$\mathcal{E}_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2 n^2}, \quad n = 1,2,..., \tag{25}$$

и соответствующая волновая функция равна

$$\Phi_0 = \sqrt[4]{a}\,W_{\lambda_0,1/2}(x), \quad x = \frac{2me^2}{\hbar^2}\ln\frac{H}{H_c'}(z + a_H),$$

$$\lambda_0 = (a_Б\sqrt{a})^{-1} = \ln\frac{H_c'}{H}, \tag{26}$$

$a = \frac{me^2}{\hbar^2} \ln(H/H'_c)$. Мы ограничиваемся рассмотрением основного состояния. Заметим, что в приближении $\ln(H/H'_c) >> 1$ волновая функция может быть выражена через функцию Макдональда:

$$\Phi_0 = \sqrt{\frac{x}{\pi}} K_{1/2}(x/2). \tag{27}$$

Заметим, что энергия основного состояния атома в сильном магнитном поле $\mathcal{E}_c$ оказывается меньше по сравнению с $\mathcal{E}_n$ в отсутствие поля H (см. формулу (25)). Энергетический спектр атома претерпевает изменения.

Теперь несколько слов о «деформации» атома. Качественно структура водородного атома в магнитном поле может быть оценена по критическим значениям области локализации электрона: локализация в направлении магнитного поля определяется законом Кулона (радиус боровской орбиты $a_Б \cong \frac{\hbar^2}{(me^2)}$), а в плоскости, перпендикулярной полю, локализация пропорциональна комптоновской длине волны $a_H \cong \frac{\hbar}{mc}\sqrt{H_c/H}$. Другими словами, атом теряет сферическую симметрию, атом приобретает игольчатую форму (см. рис.3). Более строго размеры атома можно оценить с помощью волновой функции (26): так, в частности, найдем

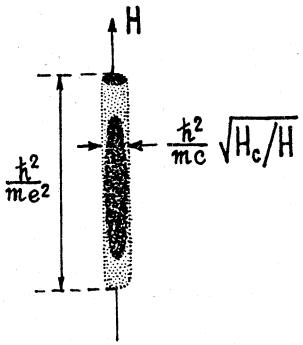


Рис. 3. Игольчатая форма электронного облака в атоме водорода в сильном магнитном поле $H \to H_c$

$$\langle z^2 \rangle = 2\int_0^\infty a^{1/2} z^2 W_{\lambda_0,1/2}(x)dz = a_Б^2/(8\ln^2 \frac{H}{H'_c}).$$

Учитывая далее, что линейный размер атома в поперечной к H плоскости имеет порядок a_H, получим

$$\langle z^2 \rangle^{1/2}/a_H = (H'_c/H)^{1/2} \ln(H'_c/H). \tag{28}$$

Другими словами, подтверждается оценка, к которой мы пришли ранее.

Интересно отметить, что деформация атомов в сильном магнитном поле имеет решающее значение в процессе образования молекул.

Действительно, в рассматриваемом нами случае экстремально сильного поля $H \sim H_c$ нейтральная молекула за счет гомеополярной связи образоваться не может: спины каждого электрона ориентированы против направления магнитного поля и поэтому они оказываются параллельными друг другу. Поэтому полная координатная волновая функция, зависящая от координат двух электронов в поле ядер атомов, может быть только антисимметричной, что (в случае отсутствия поля H) не приводит к образованию молекулы: гомеополярная связь не должна быть реализована в сильном поле.

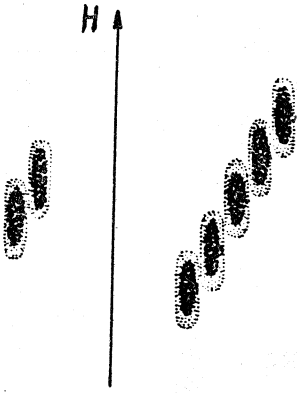


Рис. 4. Схема образования молекул и полимерных цепочек из атомов водорода в сильном магнитном поле $H \to H_c$

Однако в силу нарушения сферической симметрии (атом подобен игле) ядро атома оказывается практически неэкранированным электронами, и поэтому такое ядро может очень сильно притягивать электронное облако другого атома (см. рис.4). В результате возникают эффективные силы притяжения и могут образовываться даже полимерные цепочки, выстроенные вдоль силовой линии магнитного поля (нитевидные кристаллы Рудермана (см. [37]). Таким образом, в сильном магнитном поле появляется принципиально новый механизм образования молекул, физически обусловленный деформацией атомов.

6. СИНХРОТРОННОЕ (МАГНИТОТОРМОЗНОЕ) ИЗЛУЧЕНИЕ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Исследование квантовых свойств синхротронного излучения (СИ) оказалось весьма интересным с точки зрения развития квантовой теории макроскопического движения. Оно привело к открытию принципиальных, порой неожиданных эффектов, имеющих фундаментальное теоретическое и практическое значение [30,38]. Первоначальные соображения о возможности проявления квантовых эффектов в СИ были неочевидны, поскольку СИ в главных чертах хорошо описывалось методами классической электродинамики Максвелла — Лоренца. Действительно, обычный критерий применимости классических методов описания излу-

чения релятивистского заряда заключается в том, что энергия испускаемого фотона $\mathcal{E}_\phi$ должна быть мала по сравнению с энергией электрона. При этом, как указали Владимирский [39] и Швингер [40], квантовые эффекты могут проявиться только в том случае, если $\mathcal{E}_\phi = \frac{\hbar c}{R}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^3 \cong E$. Таким образом, возникает критерий возможности классического описания:

$$E \ll E_{1/2} = mc^2\left(\frac{mcR}{\hbar}\right)^{1/2} \tag{29}$$

(оценка энергии фотона взята в максимуме спектральной кривой). Этот критерий подтверждался также соображениями инвариантности мощности СИ, в силу которых мощность зависит только от инвариантного параметра

$$\chi = \frac{1}{H_c}\left[-(F_{\mu\nu}p^\nu)^2\right]^{1/2} = \frac{H}{H_c}\frac{E}{mc^2} = \left(\frac{E}{E_{1/2}}\right)^2. \tag{30}$$

(Мы пренебрегаем движением вдоль поля: $cp_\perp \cong E$.) Вместе с тем оказалось, что критерий $E_{1/2}$ не вскрывает всех особенностей, связанных с дискретными свойствами СИ, и прежде всего это касается влияния дискретности излучения на движение частицы. Действительно, поскольку энергия излучаемого фотона $\mathcal{E}_\phi = (\hbar c/R)(E/(mc^2))^3$ достаточно велика, число таких мощных фотонов, излучаемых за время одного оборота электрона, конечно и равно $N_{об} \cong \frac{W}{\mathcal{E}_\phi} = \frac{4\pi}{3}\frac{e^2}{\hbar c}\frac{E}{mc^2}$, причем $W = \frac{2}{3}\frac{e^2c}{R^2}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^4$ — мощность излучения. Для более наглядной оценки фактора дискретности излучения можно найти длину пути L (в см), проходимого электроном без испускания высокотермических фотонов (длина «свободного пробега»):

$$L = \frac{c\mathcal{E}_\phi}{W} = \frac{3}{2}\frac{\hbar^2}{me^2}\frac{H_c}{H} = 34{,}9\cdot 10^4/H. \tag{31}$$

При обычных значениях напряженности поля для ускорителей и накопительных колец $H \sim 10^4$ и $L \sim 30$ см, т.е. в среднем один фотон излучается на пути длиной 30 см.

Дискретность излучения, выступающая здесь как важный фактор, может влиять на траекторию частицы, вызывая ее квантовые флукту-

ации как следствие эффекта отдачи, испытываемой электроном при испускании им фотона. Для оценки критического значения энергии, при которой начинается воздействие излучения на траекторию частицы, учтем, что

$$\overline{R}^2 = \frac{n + s + 1/2}{\gamma}, \quad \overline{\Delta R}^2 = \frac{s}{2\gamma}, \quad \gamma = eH/(2c\hbar),$$

где $\overline{\Delta R}^2 = \overline{R^2} - (\overline{R})^2$ — квадратичная флуктуация радиуса, $s = 0,1,2\ldots$ — радиальное квантовое число, характеризующее положение центра орбиты вращения электрона. Очевидно, что возбуждение радиальных флуктуаций начнется, если энергия фотона

$$\xi_\phi = \frac{\hbar c}{R}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^3 = \sqrt{\overline{\Delta E^2}} = \sqrt{e^2H^2\,\overline{\Delta R^2}} = \sqrt{eHc\hbar s},$$

откуда для критического значения энергии получаем

$$E_{\text{крит}} = E_{1/5} = mc^2\left(\frac{mcR}{\hbar}\right)^{1/5}. \qquad (32)$$

Критерий $E_{1/5}$, как условие возбуждения радиальных флуктуаций траектории электрона, был впервые указан А.А.Соколовым [41], положившим начало развитию квантовой теории синхротронного излучения.

Таким образом, пределы применимости классической теории СИ определяются тремя критериями.

1. $E_{1/2} = mc^2\left(\frac{mcR}{\hbar}\right)^{1/2}$ — предел применимости классической теории излучения, физически означающий, что энергия излучаемого фотона должна быть меньше энергии электрона: $\hbar\omega << E$.

2. $E_{1/5} = mc^2\left(\frac{mcR}{\hbar}\right)^{1/5}$ — предел применимости уравнений движения с учетом радиационной силы трения. Физически это означает, что энергия излучаемого фотона должна быть меньше, чем энергия квантового возбуждения радиальных степеней свободы: $\hbar\omega << \sqrt{\overline{\Delta E}^2} = = \sqrt{eHc\hbar}$. В противном случае, когда $E \sim E_{1/5}$, сила реакции излучения должна быть модифицирована с учетом дискретности излучения, т.е. эффекта квантовых флуктуаций траектории. Заметим, что критерий $E_{1/5}$ входит в выражение только для вероятности квантовых переходов, а при рассмотрении мощности СИ он выпадает. Таким образом, критерий $E_{1/5}$ выделяет, по существу, «квазиквантовую» область энергии: классическое

описание излучения еще остается справедливым, однако дискретный характер излучения уже начинает проявляться в виде квантовых флуктуаций траектории электрона (квантовое «уширение» орбиты [42]).

3. Особо следует выделить области малых квантовых чисел, когда квантующие свойства магнитного поля начинают проявляться наиболее сильно. В этих условиях динамический параметр $\chi = \frac{H}{H_c}\frac{p_\perp}{mc} = \left(\frac{H}{H_c}\right)^{3/2}\sqrt{2n}$ принимает существенно дискретный ряд значений, и хотя при $H/H_c << 1$ он остается малым, классическое описание синхротронного излучения оказывается невозможным (об анализе критериев применимости классической теории см. также [43]).

Развитие квантовой теории СИ было проведено нами на фундаментальной основе квантового описания состояния электрона в однородном магнитном поле (решение уравнения Дирака) и строгих методов квантовой электродинамики (картина Фарри). Этот метод — метод «точных решений» [5,7,38] — не накладывал никаких ограничений на величину магнитного поля и допускал возможность рассмотрения задачи в области полей даже больше критического швингеровского значения ($H \geq H_c$).

Такой подход и выбор модели (однородное магнитное поле) открыли возможность предсказать и установить ряд принципиально новых физических эффектов: квантовые флуктуации траектории электрона в условиях макроскопического движения (Соколов А.А., Тернов И.М., 1953, [42]), эффект радиационной поляризации электронов и позитронов при их движении в накопительных кольцах (Соколов А.А., Тернов И.М., 1963, [44]), динамическая природа аномального магнитного момента электрона (Тернов И.М., Багров В.Г., Бордовицын В.А., Дорофеев О.Ф. [45]). Метод точных решений вместе с тем дал возможность рассмотреть и экзотическую область значений магнитного поля $H \geq H_c$, особо интересную в астрофизике, где поля порядка $H_c \cong 4 \cdot 10^{13}$ Э уверенно наблюдаются экспериментально. Как показал Н.П.Клепиков в 1954 г. [46], в этих условиях открываются новые каналы реакций: однофотонная аннигиляция и однофотонное рождение электрон-позитронной пары.

С целью анализа спиновых эффектов был разработан и применен метод разделения решений уравнения Дирака (11) по спиновым состояниям (см. [7,38]), в соответствии с которым волновая функция электрона подчиняется, наряду с уравнением $\hat{H}\Psi = E\Psi$, также дополнительному уравнению $\hat{S}\Psi = \zeta\Psi$, где $\hat{S}$ — оператор поляризации, коммутирующий с гамильтонианом. В качестве такого оператора можно выбрать для

описания продольной поляризации (проекции спина по направлению движения электрона)

$$\hat{T}_0 = \vec{\sigma}\hat{\vec{\mathcal{P}}} / |\vec{\mathcal{P}}|, \tag{33}$$

где $\vec{\sigma}$ — матрицы Дирака, а $\hat{\vec{\mathcal{P}}}$ — кинетический импульс: $\hat{\vec{\mathcal{P}}} = \hat{\vec{p}} - \frac{e}{c}\vec{A}$. Тогда волновая функция будет удовлетворять наряду с (11) уравнению $\hat{T}_0\Psi = \zeta_{\parallel}\Psi$, где $\zeta_{\parallel} = \pm 1$ соответствует двум возможным ориентациям спина по или против направления движения электрона. Для исследования проекции спина на направление магнитного поля целесообразно ввести оператор поляризации

$$\hat{\vec{O}} = \rho_3\vec{\sigma} + \rho_1 c\,\hat{\vec{\mathcal{P}}}/E - \rho_3 mc^2\,\hat{\vec{\mathcal{P}}}(\vec{\sigma}\,\hat{\vec{\mathcal{P}}})/(E(E + mc^2)), \tag{34}$$

который в системе покоя электрона переходит в оператор спина Паули. При этом проекция спина на магнитное поле является интегралом движения (для поля $\vec{H} = (0, 0, H)$ — компоненты $\hat{O}_3$), и волновую функцию следует подчинить уравнению $\hat{O}_3\Psi = \zeta_{\perp}\Psi$, где $\zeta_{\perp} = \pm 1$ соответствует двум возможным ориентациям спина: по и против внешнего поля $\vec{H}$.

Квантовая теория излучения при малых χ. С помощью общих методов квантовой теории излучения [7] можно получить следующее выражение для мощности синхротронного излучения:

$$W_i = \frac{e^2 c}{2\pi} \sum_{n',s',\zeta',k_3'} \int d\kappa^3 \delta(\kappa - \kappa_{nn'})\Phi_i, \tag{35}$$

где $c\hbar\kappa_{nn'} = E_n - E_{n'}$ — частота излучения, n,s,k_3, ζ — квантовые числа, определяющие состояние электрона, i — соответствует двум компонентам поляризации фотона. Выражения для функции Φ_i ($i = \sigma$, $i = \pi$ — две компоненты линейной поляризации) имеют вид

$$\Phi_\sigma = \bar{\alpha}_1^*\,\bar{\alpha}_1, \quad \Phi_\pi = (\bar{\alpha}_2\cos\vartheta, \bar{\alpha}_3\cos\vartheta),$$

а матричные элементы матриц Дирака $\bar{\alpha}_i = \langle n,s,k_3,\zeta\,|\alpha_i|\,n',s',k_3',\zeta'\rangle$ связаны с функциями Лагерра $I_{nn'}(x)$ и $I_{ss'}(x)$:

$$\left.\begin{matrix} -i\,\bar{\alpha}_1 \\ \bar{\alpha}_2 \end{matrix}\right\} = [AI_{n,n'-1}(x) \mp BI_{n-1,n'}(x)]I_{ss'}(x)\,\delta_{k_3'\,-\,\kappa\cos\vartheta}, \tag{36}$$

$$\bar{\alpha}_3 = [CI_{n-1,n'-1}(x) + DI_{nn'}(x)]I_{ss'}(x)\,\delta_{k_3',k_3\,-\,\kappa\cos\vartheta}. \tag{37}$$

A, B, C, D — спиновые коэффициенты, зависящие от выбора оператора поляризации. Мы не имеем возможности останавливаться здесь на расчетах более детально (см. [7]) и перейдем к выводам.

Прежде всего рассмотрим квазиклассическое приближение.

Квазиклассическое приближение. В этом случае $n >> 1$, спектр энергии квазинепрерывен, динамический параметр $\chi = \frac{H}{H_0}\frac{P_\perp}{mc}$ — непрерывная величина. В этих условиях сумма по n' может быть заменена интегралом: $\sum_{\nu=0}^{n} \to \int_0^n d\nu$ $(\nu = n - n')$, и после необходимой замены переменной интегрирования получим для полной мощности излучения:

$$W = \frac{27}{16\pi}\frac{e^2 c}{R^2 \varepsilon_0^{9/2}} \int_0^\infty dy\, y^2 (1 + \xi_0 y)^{-6} \oint d\Omega \sum_i \Phi_i. \qquad (38)$$

Заметим, что такая запись для мощности СИ справедлива только в квазиклассическом приближении ($n >> 1$). При выводе этой формулы очень важным моментом является обращение в единицу суммы [48]:

$$\sum_{s'=0}^{\infty} I_{ss'}^2(x) = 1, \qquad (39)$$

в силу чего критерий $E_{1/5}$ из выражения для мощности излучения выпадает. В квазиклассической области допустима аппроксимация функции Лагерра (36) с помощью функций Эйлера или Макдональда [7]:

$$I_{nn'}(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}}(1 - x/x_0)^{1/2} K_{1/3}\left(\frac{2}{3}\sqrt[4]{x_0^2 nn'}\,(1 - x/x_0)^{3/2}\right),$$

где $x_0 = (\sqrt{n} - \sqrt{n'})^2$. Производя далее суммирование по состояниям поляризации электрона и фотона, получим

$$W = W^{\text{кл}} \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \int_0^\infty \frac{y dy}{(1 + \xi y)^3} \left(\int_y^\infty K_{5/3}(x) dx + \frac{\xi^2 y^2}{(1 + \xi y)} K_{2/3}(y) \right). \qquad (40)$$

Здесь $W^{\text{кл}} = \frac{2}{3}\frac{e^2 c}{R^2}(E/(mc^2))^4$, а $\xi = \frac{3}{2}\chi$. Таким образом, мощность излучения зависит только от одного параметра χ. Интегрируя по спектру, получим

$$W = W^{\text{кл}} \left[1 - \frac{55\sqrt{3}}{16}\chi + 48\chi^2 - \ldots\right], \quad \chi << 1. \qquad (41)$$

Впервые поправка по χ была найдена нами [49] и позже для бесспинового электрона подтверждена Швингером [50]. Интересно заметить, что квантовые поправки в настоящее время нашли экспериментальное подтверждение. Если в выражении (40) сохранить члены, зависящие от начальной ориентации спина, то мы получим [7]:

$$W = W^{\text{кл}} \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \int_0^\infty y dy \left(\int_y^\infty K_{5/3}(x) dx - \zeta \xi\, y K_{2/3}(y) \right). \qquad (42)$$

Здесь сохранены только линейные по ξ члены. В 1977 г. в ИЯФ СО АН был предложен метод измерения спиновой зависимости СИ [51]. Как это следует из (42), добавочная мощность СИ, связанная с ориентацией спина по отношению к направлению магнитного поля ($\zeta_\perp = \zeta$), имеет вид

$$\Delta = \frac{|\zeta| \xi\, y K_{1/3}(y)}{\int_y^\infty dx K_{5/3}(x)}. \qquad (43)$$

Наиболее благоприятная возможность для наблюдения открывается в коротковолновой области спектра $y >> 1$ (ибо $y \to y^{\text{кл}} = \frac{2}{3} \nu \left(\frac{mc^2}{E} \right)^3$). Тогда, имея в виду асимптотику функции Макдональда $K_\mu(x) = \sqrt{\pi/2x}\, e^{-x}$, нетрудно получить, что

$$\Delta = |\zeta| \xi y, \quad \xi = \frac{3}{2} \chi = \frac{3}{2} \frac{\hbar}{mcR} \left(\frac{E}{mc^2} \right)^2.$$

При наблюдении излучения пучка электронов $|\zeta|$ в этом выражении характеризует среднюю поляризацию пучка, которую он приобретает в процессе излучения. Поэтому наблюдая мощность СИ на фиксированной частоте спектра, можно определить поляризационные характеристики. Особенно благоприятно проведение эксперимента в накопительном кольце, поскольку радиационные потери энергии электрона компенсируются в кольце внешними источниками высокочастотного поля. При этом энергия частицы в среднем остается постоянной величиной. Итак, квантовые поправки к мощности СИ (см. (42)) можно считать экспериментально установленным фактом, а сам метод их наблюдения одним из интересных способов определения поляризационных свойств электронных и позитронных пучков частиц.

Макроскопические квантовые флуктуации траектории электрона. Итак, в случае, когда энергия излучаемого фотона оказывается достаточ-

ной для возбуждения радиальных степеней свободы электрона: $\mathcal{E}_\phi = \sqrt{\overline{\Delta E^2}} = eH\sqrt{\overline{R^2} - \overline{R}^2}$, т.е. $E \sim E_{1/5}$, возбуждаются радиальные переходы и классическая теория движения частицы становится неприменимой, поскольку она не может объяснить флуктуационный характер реакции излучения.

Возвращаясь к формуле для мощности СИ (40), разделим подынтегральное выражение на энергию фотона $\hbar\omega$ и получим, что вероятность квантовых переходов имеет вид

$$\frac{dw_{ss'}}{dy} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}\frac{e^2}{\hbar R}\frac{E}{mc^2}\frac{1}{(1+\xi y)^2}\left(\int_y^\infty K_{5/3}dx + \frac{\xi^2 y^2}{(1+\xi y)}K_{2/3}(y)\right) I^2_{ss'}\frac{\xi_1 y^2}{(1+\xi y)^2}, \quad (44)$$

где $\xi_1 = \frac{9}{8}(E/E_{1/5})^5$* (см. [7,30]). Мы здесь восстановили радиальный множитель $I^2_{ss'}(z)$, который при суммировании по s' обращался в единицу и не вносил вклад в мощность СИ. Радиальный фактор $I^2_{ss'}$ отражает стохастический характер возбуждения радиальных степеней свободы электрона. Это становится особенно наглядным в предположении, что в начальном состоянии центр орбиты вращения электрона совпадает с началом координат ($s = 0$). Тогда

$$I^2_{ss'}(x) = \frac{e^{-x}x^{s'}}{s'!}, \quad x = \frac{\xi_1 y^2}{(1+\xi_1)^2}, \quad \xi_1 = \frac{9}{8}\frac{\hbar}{mcR}\left(\frac{E}{mcr}\right)^5$$

принимает вид обычного распределения Пуассона.

В приближении классической теории ($\hbar \to 0$) аргумент в этой формуле также обращается в нуль, поэтому в пределе

$$\lim_{x\to 0} I^2_{0,s'}(x) = \delta_{0s'},$$

другими словами, радиальное число s в классической теории не подвергается изменению. Если орбита в начальный момент времени была круговой, то она такой останется и в последующие моменты времени. Поэтому

---

*Заметим, что критическое значение энергии $E_{1/5} = mc^2\left(\frac{mcR}{\hbar}\right)^{1/5}$ может быть выражено через инвариант поля: $E_{1/5} = mc^2\left(\frac{2}{3}\frac{H_c}{H}\right)^{1/4}$, оценка величины энергии приводит к значению ~300—500 МэВ.

излучение с точки зрения классической теории будет иметь следствием только сокращение радиуса орбиты, которое в ускорителях и накопителях компенсируется за счет внешнего высокочастотного электрического поля, а флуктуаций радиуса орбиты не возникает:

$$s = \frac{eH}{c\hbar}\left(\overline{R^2} - (\overline{R})^2\right) = \text{const}.$$

Методами квантовой теории задача об изменении квадратичной флуктуации радиуса была впервые решена А.А.Соколовым и одним из нас [42] на основе метода точных решений уравнения Дирака: эффект квантового «уширения» траектории.

С помощью формулы (44) нетрудно найти, что изменение радиального квантового числа s имеет вид

$$\frac{ds}{dt} = \int_0^\infty dy \sum_{s'} (s' - s) w_{ss'}.$$

Тогда, учитывая, что $\sum_{s'=0}^{\infty} I_{ss'}^2(x)(s' - s) = x$, получим [39]

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{\frac{eH}{c\hbar}\left(\overline{R^2} - (\overline{R})^2\right)\right\}. \tag{45}$$

В случае квазиклассического движения, когда $\xi << 1$, отсюда следует

$$\frac{ds^{\text{квазикл}}}{dt} = \frac{55}{48\sqrt{3}} \frac{e^2}{mcR^2}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^5 \tag{46}$$

или

$$\overline{\Delta R^2} = \frac{55}{48\sqrt{3}} = \frac{e^2}{mc^2}\frac{\hbar}{mcR}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^5 t.$$

Таким образом, при постоянной средней энергии электрона стохастический процесс излучения приводит к характерной для броуновского движения формуле, отражающей воздействие на частицу случайных сил: $\overline{x^2} = 2Dt$, где D — коэффициент диффузии. Здесь следует заметить, что этот эффект подобен влиянию на электрон вакуумного электромагнитного поля. Вакуумные колебания поля, как это особенно ясно подчеркнули Н.Н.Боголюбов и С.В.Тябликов [52], индуцируют у электрона некоторую размазанность или эффективный радиус. При этом электрон совершает броуновское движение с определенным квадратом смещения.

Изменение квадратичной флуктуации радиуса можно рассматривать как макроскопическое проявление квантовых флуктуаций излучения — следствие дискретного характера испускания фотонов и эффекта отдачи, испытываемой электроном. Электроны движутся в радиальном направлении по квантовым законам, в то время как движение по окружности остается в среднем классическим («макроатом» [7]).

Ситуация изменяется, однако, в случае, если радиационные потери энергии электроном не компенсируются. Это реализуется, например, в астрофизических условиях и, в частности, в магнитосфере пульсаров. В этом случае интересно подчеркнуть, что в силу двух процессов: радиационного сокращения радиуса орбиты электрона и роста квадратичной флуктуации устанавливается некоторое равновесие. Поскольку $R^2 = (2c\hbar/(eH))(n + s + 1/2)$, можно найти, что

$$\frac{dR^2}{dt} = \frac{2c\hbar}{eH}\left[\frac{dn}{dt} + \frac{ds}{dt}\right], \tag{47}$$

где ds/dt определено формулой (46), а изменение главного квантового числа n связано с изменением энергии:

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{H_c}{H}\frac{EW}{(mc^2)^2}, \quad W = \frac{2}{3}\frac{e^2c}{R^2}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^4.$$

Тогда из (47) следует, что $dR^2/dt = 0$ при условии минимального значения радиуса

$$R_{\min} = \frac{55}{32\sqrt{3}}\frac{\hbar}{mc}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2.$$

Это выражение аналогично случаю движения электрона в фокусирующем поле накопительного кольца [7], когда наряду с квантовым уширением траектории частицы действуют силы радиационного затухания (дешпинт-эффект) и амплитуда колебаний электрона достигает некоторого минимального значения. Надо сказать, что эффект квантового возбуждения радиальных колебаний имеет существенное значение для инженерной практики в конструкции накопительных колец, определяя условие фокусировки пучков. Квантовые флуктуации наблюдались в США (Сэндс [53]) и в СССР (Ф.А.Королев [54]) в полном согласии с предсказанием теории (более подробно см. [30]). Был подтвержден также и критерий начала их возбуждения $E_{1/5}$.

Эффект радиационной поляризации электронов и позитронов в накопительных кольцах. Эффект радиационной поляризации электронов и

позитронов заключается в направленном процессе ориентации спинов частиц под влиянием синхротронного излучения при их длительной циркуляции в накопительных кольцах. Этот эффект был предсказан одним из нас (И.М.Тернов [55]), строго установлен на основе точных решений уравнения Дирака, разделенных по состояниям поляризации, совместно с А.А.Соколовым [56].

Расчет вероятности квантовых переходов в единицу времени [7,30], сопровождающихся переворотом спина (спин-флип переходы), приводит к характерной зависимости вероятности от начальной ориентации спина ζ по отношению к направлению магнитного поля

$$\frac{dw^{\uparrow\downarrow}}{d\Omega\, dy} = \frac{3}{32\pi}\frac{e^2}{\hbar R}\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0^3}\xi^2 y^3 \left[\cos^2\vartheta\, K_{1/3}^2(z) + \right.$$

$$\left. + \left(\sqrt{\varepsilon}\, K_{2/3}(z) + \zeta\sqrt{\varepsilon_0}\, K_{1/3}(z)\right)^2\right], \qquad (48)$$

где

$$\varepsilon = 1-\beta^2\sin\vartheta,\ \varepsilon_0 = 1-\beta^2,\ z = \frac{1}{2}\, y\,(\varepsilon/\varepsilon_0)^{3/2},\ y = \frac{2}{3}\,\nu\,\varepsilon_0^{3/2},\ \omega = \nu\,\omega_0.$$

Явная зависимость от ориентации спина остается и в интегральной вероятности (см. [50,7,27]):

$$w_\zeta^{\uparrow\downarrow} = \frac{1}{2\tau}\left(1 + \zeta\frac{8\sqrt{3}}{15}\right), \qquad (49)$$

где время поляризации имеет вид

$$\tau = \frac{8\sqrt{3}}{15}\frac{\hbar^2}{mce^2}\left(\frac{mc^2}{E}\right)^2\left(\frac{H_c}{H}\right)^3 = \frac{15\sqrt{3}}{16}\frac{\hbar}{mcR}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2\frac{W}{E}\xi^{-1}.$$

Отсюда следует, что вследствие излучения электроны будут проявлять тенденцию перехода в состояния с преимущественной ориентацией спина противоположно магнитному полю [55]. Для позитронов ориентация спина будет противоположной. Состояния с преимущественной ориентацией спина соответствуют минимальному значению потенциальной энергии частиц, обладающих магнитным моментом $\mu = (e_0\hbar/(2mc))\,\zeta$, в магнитном поле

$$U = -\frac{e}{|e|}\mu H.$$

Мы не будем здесь останавливаться подробно на кинетике процесса поляризации (см. [56,57]) и, обращаясь к ансамблю электронов, будем

характеризовать поляризацию пучка частиц средним значением $\zeta(t) = \langle \zeta \rangle$, имея в виду, что взаимодействие электрона с электромагнитным полем приводит к переходу частиц в смешанное состояние. Тогда находим

$$\frac{d}{dt}\zeta(t) = \sum_{\zeta'} (\zeta' - \zeta)\, w_{\zeta}^{\uparrow\downarrow} = -2 \sum_{\zeta} \zeta\, w_{\zeta}^{\uparrow\downarrow},$$

отсюда следует, что

$$\zeta(t) = -\frac{8\sqrt{3}}{15}(1 - e^{-t/\tau}), \tag{50}$$

причем предельная степень поляризации (при $t >> \tau$) достигает значения

$$P(\infty) = 8\sqrt{3}/15 = 0{,}924.$$

Оценка времени поляризации τ показывает, что при типичных для ускорителей значениях напряженности магнитного поля ($H \sim 10^4$ Э) эффект поляризации оказывается доступным для наблюдения лишь при длительной циркуляции частиц в магнитном поле (порядка 1 часа). Такая возможность реализуется в накопительных кольцах, и, хотя в реальных условиях накопительного кольца встречаются деполяризующие пучок частиц явления, эффект радиационной поляризации там существует и является уникальной основой для создания поляризованных электронов и позитронов высокой энергии. Эффект радиационной поляризации наблюдался в СССР, Франции, ФРГ, США, Японии, в хорошем согласии с теорией Боне, подробно эти вопросы освещены в нашем обзоре [57].

7. ОСОБЕННОСТИ СИНХРОТРОННОГО (МАГНИТОТОРМОЗНОГО) ИЗЛУЧЕНИЯ В ЭКСТРЕМАЛЬНО СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрим теперь предельный ультраквантовый случай, когда динамический инвариантный параметр $\xi = \frac{3}{2}\chi$ принимает большие значения: $\chi = \frac{H}{H_c}\frac{p_\perp}{mc} >> 1$. Эта область представляет большой интерес в связи с астрофизическими проблемами, связанными с излучением электронов высокой энергии в сверхсильном магнитном поле $H \sim H_c = 4 \cdot 10^{13}$ Э.

Вернемся к выражению для мощности магнитотормозного излучения (40), которое после интегрирования по частям принимает вид

$$W = W^{\text{кл}} \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \int_0^\infty dy \left[\frac{1}{2} \frac{y^2}{(1+\xi y)^2} K_{5/3}(y) + \frac{\xi^2 y^2}{(1+\xi y)^4} K_{2/3}(y) \right]. \quad (51)$$

Здесь мы не случайно ввели термин «магнитотормозное излучение», поскольку в случае $\xi >> 1$ свойства его существенно отличаются от обычных свойств синхротронного излучения.

Действительно, найдем выражение для $W^{\text{УКВ}}$ в ультраквантовой области, когда параметр $\xi >> 1$. Заметим, что функции $y^2 K_{5/3}(y)$ и $y^3 K_{2/3}(y)$ достигают максимума при $y \sim 1$, после чего они экспоненциально убывают. В ультраквантовом случае благодаря множителю $(1+\xi y)^2$ в знаменателе спектр обрезается при $y << 1$. Тогда для функций Макдональда $K_\mu(y)$ можно воспользоваться асимптотической формулой $K_\mu(y) \cong 2^{\mu-1}\Gamma(\mu)/y^\mu$, и, проведя интегрирование в (51) с помощью интеграла

$$\int_0^\infty dy\, y^{p-1}(1+\xi y)^{-q} = \frac{1}{\xi^p} \frac{\Gamma(p)\Gamma(q-p)}{\Gamma(q)},$$

найдем [47,58,7]

$$W^{\text{УКВ}} = \frac{16}{27} \frac{\Gamma(2/3)}{3^{1/3}} \frac{W^{\text{кл}}}{\chi^{4/3}}. \quad (52)$$

Таким образом, в ультраквантовом случае мощность магнитотормозного излучения сильно подавлена ($\chi >> 1$). В отличие от квазиклассического случая ($\chi << 1$), когда квантовые эффекты давали лишь небольшие поправки к классическим формулам (см. (41), в полученной формуле (52) квантовым является уже основной член, и переход к классическому приближению здесь невозможен).

С целью более наглядной интерпретации полученного результата рассмотрим особенности спектра излучения. С помощью стандартных методов квантовой теории нетрудно получить выражение для частоты излучения

$$\omega_{\max} = \frac{3}{2} \frac{c}{R} \frac{\beta y_{\max}}{\varepsilon_0^{3/2}} (1 + \frac{3}{2} \beta y_{\max} \chi)^{-1} \cong \frac{3}{2} \frac{c}{R} \frac{1}{\varepsilon_0^{3/2}(1+\frac{3}{2}\chi)}, \quad (53)$$

причем $\beta y_{\max}$ имеет порядок единицы. Отсюда следуют два предельных случая:

$$\omega_{max} = \begin{cases} \frac{3}{2}\frac{c}{R}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^3, & \chi << 1, \\ E/\hbar, & \chi >> 1. \end{cases} \qquad (54)$$

Таким образом, в ультраквантовом случае частота излучения обрывается на значениях $\omega' = E/\hbar$, намного меньших, чем характерная частота синхротронного излучения: $\omega'_{max} << \omega^{кл}_{max}$ (см. [58]), ибо $\omega' \cong \omega^{кл}_{max}/\chi$. Другими словами, электрон не может излучать энергию большую, чем его собственная энергия E. На рис.5 изображен график спектрального распределения мощности синхротронного излучения:

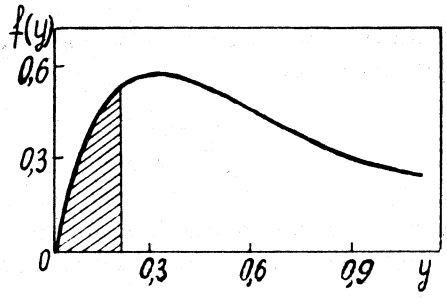


Рис. 5. Схема спектрального распределения мощности синхротронного излучения

$W = W^{кл}\int_0^\infty f(y)dy$ в классическом приближении, когда

$$f(y) = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} y \int_y^\infty K_{5/3}(x)dx.$$

Характерные особенности этой кривой определяются ее асимптотическим поведением:

$$f(y) = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi}\begin{cases} 2^{2/3}\Gamma(2/3)\, y^{1/3} & \text{при } y << 1, \\ \sqrt{\pi/2}\,\sqrt{y}\, e^{-y} & \text{при } y >> 1. \end{cases}$$

Поскольку

$$f^{УКВ}(y) = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi}\frac{\Gamma(2/3)}{2^{1/3}}\left[\frac{2}{3}\frac{y^{1/3}}{(1+\xi y)^2} + \frac{\xi^2 y^{7/3}}{(1+\xi y)^4}\right]$$

(это следует при $y << 1$ из (51)), то можно усмотреть подобие этих кривых в области малых значений y. Найдем для сравнения энергию излучения

по классической теории, ограничивая интеграл площадью кривой до некоторого $y_{max} = \frac{2}{3}\frac{R}{c}\frac{E}{\hbar}\varepsilon_0^{3/2}$. Тогда мы получим

$$W^{\text{квазикл}} = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} 2^{2/3}\,\Gamma(2/3)\,\frac{e^2 c}{R^2\varepsilon_0^2}\int_0^{y_{max}} y^{1/3}dy = \frac{3\cdot 3^{7/6}}{8\pi}\,\Gamma(2/3)\,\frac{W^{\text{кл}}}{\chi^{4/3}}.$$

Если сравнить это с точной формулой (52), то отличие оказывается незначительным:

$$\frac{W^{\text{квазикл}}}{W^{\text{УКВ}}} = \frac{3^{7/6}\cdot 3\cdot 3^{1/3}\cdot 3^3}{8\pi\cdot 16} = 1{,}04.$$

Таким образом, в этой модели уменьшение мощности СИ в ультраквантовом случае получает хотя и формальное, но вполне наглядное истолкование.

Итак, спектр излучения и его мощность резко отличаются от обычного синхротронного излучения. Рассмотрим теперь угловое распределение мощности и сравним его с соответствующими характеристиками СИ, как известно [7], обладающего «прожекторным эффектом»: излучение направлено вперед по движению электрона и сосредоточено в узком конусе с углом раскрытия $\Delta\vartheta \sim mc^2/E$.

Однако в ультраквантовой области, когда параметр $\chi \gtrsim 1$, положение резко изменяется. Действительно, вернемся к формуле (40) для мощности излучения и восстановим в ней интегрирование по углу ϑ. Тогда для спектрального углового распределения мощности излучения получим:

$$W = \frac{9}{8\pi^2}\frac{e^2 c}{R^2}\frac{1}{\varepsilon_0^{9/2}}(J_1 + J_2),$$

$$J_1 = \int_0^\infty dy y^2(1+\xi y)^{-3}\int_0^\pi \sin\vartheta\, d\vartheta\,(\varepsilon^2 K_{2/3}^2(z) + \varepsilon\cos^2\vartheta\, K_{1/3}^2(z)), \qquad (55)$$

$$J_2 = \frac{\xi^2}{2}\int_0^\infty dy y^4(1+\xi y)^{-4}\int_0^\pi \sin\vartheta\, d\vartheta(\varepsilon^2 K_{2/3}^2(z) + \varepsilon\cos^2\vartheta K_{1/3}^2(z) + \varepsilon\varepsilon_0 K_{1/3}^2(z)).$$

Здесь $z = \frac{y}{2}(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0})^{3/2}$, $\varepsilon = 1 - \beta^2\sin^2\vartheta$, $\varepsilon_0 = 1 - \beta^2$, $\xi = \frac{3}{2}\xi$. С целью анализа углового распределения мощности излучения введем новую переменную, полагая $x = \frac{y}{2}(\varepsilon/\varepsilon_0)^{3/2}$ или $y = 2x(\varepsilon_0/\varepsilon)^{3/2}$. Вводя далее угол

$\vartheta = \pi/2 - \sqrt{\varepsilon_0}\Psi$, имеем для малых $\sqrt{\varepsilon_0}\Psi$ $\varepsilon = \varepsilon_0(1 + \Psi^2)$, $\cos^2\vartheta = \varepsilon_0\Psi^2$, и тогда получим, что

$$J_1 = 8\varepsilon_0^5 \int_0^\infty dx x^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\Psi}{\left[1 + \dfrac{2\xi x}{(1+\Psi^2)^{3/2}}\right]} \cdot \left[\frac{K_{2/3}^2(x)}{(1+\Psi^2)^{5/2}} + \frac{\Psi^2 K_{1/3}^2(x)}{(1+\Psi^2)^{7/2}}\right],$$

$$J_2 = 16\varepsilon_0^8\xi^2 \int_0^\infty x^4 dx \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\Psi}{\left[1 + \dfrac{2\xi x}{(1+\Psi^2)^{3/2}}\right]^4} \frac{(K_{2/3}^2(x) + K_{1/3}^2(x))}{(1+\Psi^2)^{11/2}}. \qquad (56)$$

Поскольку функции Макдональда $K_{1/3}$ и $K_{2/3}$ отличны от нуля лишь для аргумента x порядка единицы, а при больших значениях x эти функции экспоненциально убывают, границы интегрирования при переходе к интегрированию по Ψ, изменяющиеся в пределах от $-\beta/\varepsilon_0$ до β/ε_0, можно растянуть до бесконечности. К сожалению, точное интегрирование по спектру провести сложно, поэтому для качественного анализа углового распределения мощности излучения оценим интегралы, принимая, что в максимуме подынтегрального выражения (56), т.е. при $\chi \sim 1$, можно в знаменателе положить $x = 1$ и тогда интегралы по спектру снимаются. С помощью интеграла

$$\int_0^\infty x^{\mu-1} K_\rho^2(x) dx = \frac{2^{\mu-3}}{\Gamma(\mu)} \Gamma\left(\rho + \frac{\mu}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\mu}{2} - \rho\right) \Gamma^2\left(\frac{\mu}{2}\right)$$

получим, что

$$W = \frac{e^2 c}{16 R^2 \varepsilon_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\Psi) d\Psi, \qquad (57)$$

где

$$\Phi(\Psi) = \frac{\left\{7(1+\Psi^2)^2 + 5\Psi^2(1+\Psi^2) + \dfrac{35\,\xi^2\sqrt{1+\Psi^2}}{[(1+\Psi^2)^{3/2} + 2\xi]}\right\}}{[(1+\Psi^2)^{3/2} + 2\xi]^3}.$$

В классическом приближении, когда $\xi \to 0$, отсюда следует известная в теории СИ формула углового распределения мощности, характерного прожекторным эффектом: все излучение сосредоточено в узком конусе,

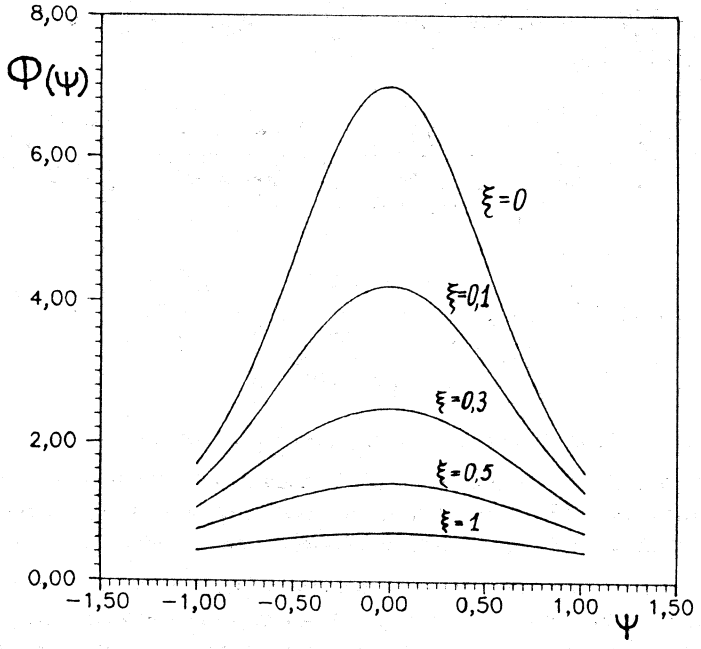


Рис. 6. Схема прожекторного эффекта в синхротронном излучении и переход к квантовому случаю

когда отклонение конуса излучения от направления вектора скорости частицы очень мало: $\Psi \sim \sqrt{\varepsilon_0} = mc^2/E$,

$$\Phi^{кл}(\Psi) = \frac{7}{(1+\Psi^2)^{5/2}} + \frac{5\Psi^2}{(1+\Psi^2)^{7/2}}$$

(см. [7]). Однако в квантовом случае острота пика излучения сильно сглаживается, а при $\xi \sim 1$ острая направленность излучения вообще исчезает (рис.6). Таким образом, в условиях ультраквантового случая излучения зависимость от угла ϑ вообще становится слабо выраженной.

Рассмотрим далее поляризационные свойства излучения и сравним их со случаем квазиклассического движения электрона, когда синхротронное излучение обладает ярко выраженной линейной поляризацией. Как известно [7,31], $\frac{7}{8} W^{кл}$ составляет т.н. σ-компоненту излучения, характерную тем, это электрический вектор поля излучения лежит в плоскости орбиты вращения частицы и направлен по радиусу к центру

орбиты, $\frac{1}{8} W^{\text{кл}}$ соответствует π-компоненте, электрический вектор при этом направлен почти по направлению внешнего магнитного поля.

Обратимся далее к формуле спектрально-углового распределения мощности излучения (55), которая после интегрирования по углу с учетом компонент линейной поляризации [7] принимает вид

$$W_{\sigma,\pi}^{\text{кв}} = W^{\text{кл}} \int_0^\infty dy\, f_{\sigma,\pi}(y),$$

$$f_{\sigma,\pi}(y) = \frac{9\sqrt{3}}{16\pi} \frac{y}{(1+\xi y)^3} \left\{ \int_y^\infty K_{5/3}(x)dx \pm K_{2/3}(y) + \frac{\xi^2 y^2}{1+\xi y} K_{2/3}(y) \right\}. \quad (58)$$

В приближении классической теории $\xi \to 0$ получим известный результат, согласно которому $W_\sigma = \frac{7}{8} W^{\text{кл}}$, $W_\pi = \frac{1}{8} W^{\text{кл}}$. Рассмотрим теперь это выражение в ультраквантовом случае, когда $\xi = \frac{3}{2}\chi >> 1$. При этом функции Макдональда K_μ следует взять в асимптотическом пределе $y << 1$:

$$W_{\sigma,\pi}^{\text{УКВ}} = W^{\text{кл}} \frac{9\sqrt{3}}{16\pi} \frac{\Gamma(2/3)}{2^{1/3}} \int_0^\infty dy \left[\frac{2}{3} \frac{y^{1/3}}{(1+\xi y)^2} \pm \frac{y^{1/3}}{(1+\xi y)^3} + \frac{\xi^2 y^{7/3}}{(1+\xi y)^4} \right].$$

После интегрирования мы получим [58]:

$$W_\sigma^{\text{УКВ}} = \frac{41}{64} W^{\text{УКВ}}, \quad W_\pi^{\text{УКВ}} = \frac{23}{64} W^{\text{УКВ}}, \quad (59)$$

где $W^{\text{УКВ}} = 2^{8/3}\Gamma(/3) W^{\text{кл}}/(9\xi^{4/3})$. Таким образом, преимущественная поляризация излучения сохраняется, хотя различие в мощности излучения σ- и π-компонент в известной степени сглаживается: $W_\sigma / W_\pi \sim 5/3$ вместо $7/1$.

Весьма интересен случай исследования круговой поляризации излучения. При этом можно получить [58], что

$$W^{\text{УКВ}} = \frac{1}{2} W^{\text{УКВ}} (1 + \frac{11}{16} l\zeta), \quad (60)$$

где $l = \pm 1$ соответствует знаку круговой поляризации фотонов, а $\zeta = \pm 1$ — знаку продольной поляризации электрона: электроны с продольной ориентацией спина будут излучать фотоны преимущественно с той же

круговой поляризацией. Для неполяризационных электронов круговая поляризация будет отсутствовать.

Рассмотренные здесь особенности излучения, по существу, предполагали случай макроскопического движения, когда квантовое число $n = \gamma R^2 = eHR^2/(2c\hbar)$ было очень большим. В этом случае квазиклассического движения электрона динамический параметр $\chi = \frac{H}{H_c}\frac{p_\perp}{mc}$ принимал непрерывные значения, поскольку энергетический спектр электрона квазинепрерывен:

$$\chi = \left(\frac{H}{H_c}\right)^{3/2}\sqrt{2n}, \quad n >> 1.$$

Очевидно, однако, что можно указать и другую область значений энергии, в которой квантовые эффекты могут сказаться существенным образом, — это область малых значений квантового числа $n = 0,1,2\ldots$, т.е. таких состояний электрона, когда магнитное поле проявляет свои квантующие свойства. При этом в предположении экстремально сильного магнитного поля $H \geq H_c$ параметр $\chi > 1$, оставаясь дискретной величиной, спектр электрона является релятивистским

$$E = mc^2\sqrt{1 + 2nH/H_c}$$

при любом $n \neq 0$, и в связи с этим рассмотрение излучения как непрерывного процесса оказывается неприменимым. Этим еще раз подчеркивается, что модель переменного поля может дать описание излучения электрона только в квазиклассическом приближении. Формула для мощности излучения

$$W^{\text{УКВ}} = 2^{2/3}\,\Gamma(2/3)\,W^{\text{кл}}/(9\xi^{4/3}),$$

полученная для случая чисто магнитного поля, была также найдена при рассмотрении излучения электрона в скрещенном поле, однако проявление квантующих свойств поля этим методом не охватывается.

Рассмотрим некоторые результаты, касающиеся расчета интенсивности излучения электрона, находящегося в слабо возбужденном состоянии в сильном магнитном поле. Эта задача решалась нами совместно с В.Г.Багровым [59,60] с помощью метода точных решений. Прежде всего остановимся на случае слабого поля, когда $H < H_c$. При этом для мощности излучения получается выражение

$$W = \frac{2n-1}{2n} W^{\text{кл}}, \quad W^{\text{кл}} = \frac{2}{3}\frac{eH^2}{m^2c^3}\frac{\beta^2}{1-\beta^2}, \quad \beta < 1, \tag{61}$$

которое тем сильнее отличается от классического, чем меньше номер уровня энергии n.

Нетрудно подсчитать время жизни возбужденного состояния. Действительно, поскольку в рассматриваемом случае ($\beta < 1$) квантовые переходы имеют дипольный характер, процесс излучения сопровождается переходами на соседний уровень. Для полного времени жизни электрона в состоянии n получим

$$T(n) = \sum_{k=1}^{n} 1/w(n),$$

где $w(n) = \frac{2}{3}\frac{2k-1}{T_0}\left(\frac{H}{H_c}\right)^2$, а $T_0 = \hbar^2/(mce^2) = 1{,}7\cdot 10^{-19}$ с. Тогда

$$T_n(\bar{n}) = \frac{3}{2}\frac{m^3c^5}{e^4H^2}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2k-1} = \frac{3}{2}\frac{m^3c^5}{e^4H^2}\left\{\frac{C}{2} + \ln 2\sqrt{n} + \frac{1}{48n^2}\ldots\right\},$$

C — постоянная Эйлера. Таким образом, время жизни электрона в возбужденном состоянии не сильно отличается от классической величины $T^{\text{кл}} = \frac{3}{2}\frac{m^3c^5}{e^4H^2}$. Это выражение может быть получено интегрированием классической формулы

$$W^{\text{кл}} = -\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{2}{3}\frac{e^4H^2}{m^4c^7}(E^2 - m^2c^4)\frac{E}{mc^2} = \operatorname{cth}\left(\frac{t+t_0}{T^{\text{кл}}}\right).$$

При полях $H \sim 10^4$ Э время жизни возбужденного состояния составляет приблизительно 5 с.

В случае сверхсильного поля $H > H_c$ электрон, находящийся даже на первом возбужденном уровне, является релятивистским, поэтому энергия излучаемого фотона при дипольном переходе $n = 1 \to 0$ практически совпадает с энергией частицы. К сожалению, проведение вычислений в случае сверхсильного поля $H > H_c$ возможно лишь численными методами (см. [59,60,61]). При этом получаются следующие выражения:

$$W_\sigma = 0{,}742W, \quad W_\pi = 0{,}258W, \quad W = 0{,}302\frac{e^2m^2c^3}{\hbar^2}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2.$$

Существенно подчеркнуть, что эти выражения не совпадают ни с классической формулой (61), ни с мощностью излучения в ультраквантовом случае (52). Таким образом, излучение электронов, находящихся на первых возбужденных уровнях, обладает существенными особенностями, которые не описываются ни классической теорией и даже ни квазиклассическим методом. Приведенные здесь результаты могут представлять интерес в астрофизических задачах. В условиях, в частности, магнитосферы пульсаров в отличие от накопительных колец радиационные потери энергии электроном не компенсируются. Поэтому излучение слабовозбужденных зарядов в экстремально сильном магнитном поле может здесь представить особый интерес, и к этому вопросу мы еще вернемся.

8. СПИНОВЫЕ ЭФФЕКТЫ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Эволюция спина релятивистской частицы. Как известно (см., например, [30]), с точки зрения физической интерпретации спин частицы может быть описан в нерелятивистской теории, поскольку спиновый момент импульса обладает свойством интеграла движения — сохраняется во времени. Это открывает принципиальную возможность исследования спиновых эффектов независимо от орбитального движения частицы. Напомним в связи с этим, что согласно гипотезе Уленбека и Гаудсмита предполагается, что электрон обладает спиновым механическим моментом, не связанным с перемещением частицы в пространстве.

Положение, однако, существенно изменяется при переходе к релятивистскому движению частицы, поскольку в релятивистской теории Дирака [62] сохраняется лишь полный момент импульса

$$\vec{J} = \vec{L} = \vec{S} = [\vec{r}\,\vec{p}\,] + \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}.$$

Наглядный физический смысл при этом величины $\vec{L}$ и $\vec{S}$ приобретают только в нерелятивистском приближении. В этом смысле релятивистская теория Дирака обнаруживает неразделимость свойств орбитального и спинового движения: спиновый момент количества движения не сохраняется в отдельности от орбитального момента.

Причина подобного поведения орбитального и спинового моментов в теории Дирака кроется в особом осциллирующем характере движения

релятивистских частиц, который накладывает отпечаток на все операторные величины, наделяя их необычными свойствами, что затрудняет физическую интерпретацию операторов и понимание их связи с классическими динамическими переменными.

В связи с этим разумно ввести в одночастичной теории Дирака операторы с дефинитной четностью, полагая, что любой оператор может быть представлен в виде суммы четной $[\hat{F}\,]$ и нечетной $\{\hat{F}\}$ частей:

$$\hat{F} = [\hat{F}\,] + \{\hat{F}\},$$

где четная и нечетная части определяются с помощью знакового оператора

$$\hat{\Lambda} = \hat{\mathcal{H}}/|\hat{\mathcal{H}}| = \hat{\mathcal{H}}/E,$$

где $\hat{\mathcal{H}} = c(\vec{\alpha}\,\vec{p}) + \beta_3 mc^2$ — оператор гамильтона в теории Дирака.

При этом четная часть оператора не смешивает состояний частицы, принадлежащих различному знаку энергии:

$$[\hat{F}\,] = \frac{1}{2}(\hat{F} + \hat{\Lambda}\,\hat{F}\,\hat{\Lambda}), \tag{62}$$

коммутирует с гамильтонианом и является интегралом движения, нечетная часть

$$\{\hat{F}\} = \frac{1}{2}(\hat{F} - \hat{\Lambda}\,\hat{F}\,\hat{\Lambda}) \tag{63}$$

антикоммутирует с гамильтонианом и осциллирует с течением времени, отражая в этих осцилляциях интерференцию зарядово-сопряженных состояний:

$$\frac{d}{dt}\{F\} = \frac{i}{\hbar}(\hat{\mathcal{H}}\,\{\hat{F}\} - \{\hat{F}\}\hat{\mathcal{H}}) = -\frac{2i}{h}\{\hat{F}\}\hat{\mathcal{H}},$$

откуда

$$\{\hat{F}\} = \{F(0)\}\exp(-2iEt/\hbar).$$

Частота осцилляций $\Omega = 2E/h$.

С помощью этих формул нетрудно получить

$$[\vec{\alpha}\,] = c\vec{p}/E, \quad \{\vec{\alpha}\} = c\{\vec{\alpha}(0)\}\exp(-i\,\Omega\,t),$$

тогда

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = c[\vec{\alpha}\,\vec{p}\,] = c[\vec{\alpha}(0)\vec{p}\,]\exp(-i\,\Omega\,t),$$

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = -c[\vec{\alpha}(0)\vec{p}\,]\exp(-i\,\Omega\,t). \tag{64}$$

Таким образом, и орбитальный и спиновый моменты быстро осциллируют (Zitterbewegung), но в среднем сохраняются во времени. Поскольку далее $\dot{\hat{x}} = c\,\alpha_x$, интегрируя выражение для операторов $[\vec{\alpha}\,]$ и $\{\vec{\alpha}\}$, получим характерную интерпретацию «дрожащего» (по Шредингеру) движения

$$\langle x \rangle = \frac{c^2 p_i\, t}{E} = \frac{\hbar c}{2E}\{\alpha_1(0)\}\sin \Omega\, t,$$

согласно которой «макрокоордината» $[x] = c^2 p_1 t/E$ характеризует классическую траекторию, а «микрокоордината» $\{x\}$ — «дрожание» около этой траектории. Все рассмотренные здесь вопросы касались только случая свободного движения частицы. Теперь рассмотрим поведение спина во внешнем магнитном поле, и с этой целью будем характеризовать спиновые состояния с помощью единичного трехмерного вектора спина

$$\hat{\vec{O}} = \rho_3 \vec{\sigma} + \rho_1 c\vec{p}/E - \rho_3 c^2 \vec{p}(\vec{\sigma}\,\vec{p})/(E(E + mc^2)), \qquad (65)$$

допускающего простое обобщение на случай электрона в магнитном поле: для этого достаточно сделать замену $\vec{p} \to \hat{\vec{\mathcal{P}}} = \vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}$. Оператор $\hat{\vec{O}}$ — это один из возможных поляризационных операторов, с помощью которых можно разделить решение уравнения Дирака по спиновым состояниям (более подробно см. [7,30,31]). Оператор $\hat{\vec{O}}$ в системе покоя электрона переходит в спиновый оператор Паули, в силу этого он сохраняет те же свойства и в лабораторной системе координат:

$$\hat{O}_i \hat{O}_j - \hat{O}_j \hat{O}_i = \varepsilon_{ijk}\hat{O}, \quad (\vec{O}\,\vec{S})^2 = 1.$$

Введение этого оператора соответствует идее Дарвина описывать спин электрона, исходя из требования, чтобы в системе покоя электрона этот оператор переходил в паулиевский спин.

Как известно, эволюция спина электрона во внешнем поле может быть описана с помощью уравнения Баргмана — Мишеля — Телегди (см. [63—65]). Нам [65] удалось найти обобщение этого уравнения с учетом «дрожащего» движения электрона. Рассмотрим сейчас эволюцию оператора спина в представлении Гейзенберга и прежде всего заметим, что в представлении Гейзенберга изменение любого оператора $\hat{F}$ во времени можно представить в виде [55,65]:

$$\frac{d\hat{F}}{dt} - \left[\frac{d\hat{F}}{dt}\right] = \frac{i\hbar}{2E}\frac{d^2\hat{F}}{dt^2}. \tag{66}$$

Теперь, полагая $\hat{\vec{F}} = \hat{\vec{O}}$ — оператору трехмерного спина, получаем с учетом аномальной части магнитного момента:

$$\hat{\mathcal{H}} = c(\vec{\alpha}\,\vec{\mathcal{P}}) + \rho_3 mc^2 + \frac{\alpha}{2\pi}\,\mu_0\rho_3(\vec{\sigma}\vec{H}),$$

$$\frac{d\hat{\vec{O}}}{dt} = \frac{ec}{E}\left(1 + \frac{\alpha}{2\pi}\gamma\right)[\vec{O}\,\vec{H}] - \frac{\alpha}{2\pi}\frac{e}{mc}\frac{c^2[\vec{O}\,\vec{\mathcal{P}}\,](\vec{\mathcal{P}}\,\vec{H})}{E(E+mc^2)} + \frac{i\hbar}{2E}\frac{d^2\vec{O}}{dt^2}. \tag{67}$$

При $\hbar \to 0$ это точное уравнение Гейзенберга для четной части оператора производной функционально совпадает с классическим уравнением БМТ. А далее, переходя к средним значениям по волновому пакету $\langle [\vec{O}\,]\rangle = \zeta$, $\langle c\,\vec{\mathcal{P}}\rangle = \vec{\beta}E$, получим обобщение уравнения БМТ в виде [65] (см. также [55]):

$$\dot{\vec{\zeta}} = \frac{ec}{E}\left(1 + \frac{\alpha}{2\pi}\gamma\right)[\vec{\zeta}\vec{H}] - \frac{\alpha}{2\pi}\frac{e}{mc}\frac{\gamma}{1+\gamma}[\vec{\zeta}\,\vec{\beta}\,](\vec{\beta}\vec{H}) + \frac{i\hbar}{2E}\ddot{\vec{\zeta}}, \tag{68}$$

где $\gamma = E/mc^2$. Это уравнение дает полное описание эволюции спина электрона включая Zitterbewegung. При этом так же, как и в представлении Дирака, допустимо рассматривать магнитное поле, включая его экстремальное значение. Отвлекаясь сейчас от аномалии магнитного спинового момента и записывая уравнение эволюции в виде

$$\ddot{\vec{\zeta}} + \frac{2iE}{\hbar}\dot{\vec{\zeta}} - \frac{2ie_0c}{\hbar}[\vec{H}\,\vec{\zeta}\,] = 0 \tag{69}$$

(здесь $e = -e_0$ — заряд электрона), в случае однородного магнитного поля получим решение (69) в виде

$$\zeta_1 + i\zeta_2 = C_1\exp[i(\omega_1 - \omega)t] + C_2\exp[-i(\omega_1 + \omega)t],$$

$$\zeta_1 - i\zeta_2 = C_3\exp[i(\omega_2 - \omega)t] + C_4\exp[-i(\omega_2 + \omega)t],$$

$$\zeta_3 = \zeta_{\parallel} + \dot{\zeta}_3(0)\sin 2\omega t/\,2\omega,$$

где $\hbar\omega_1 = \sqrt{E^2 + 2e_0c\hbar H}$, $\hbar\omega_2 = \sqrt{E^2 - 2e_0c\hbar H}$, $\hbar\omega = E$. Важно подчеркнуть, что в общем случае прецессия спина в магнитном поле и шредингеровское дрожание не разделяются: проекции спина изменяются

по периодическому закону с частотами $\omega_1 \pm \omega$, $\omega_2 \pm \omega$. Это становится особенно наглядным при приближении значения напряженности магнитного поля к критической величине $H_c = m^2c^3/e\hbar$. В этом случае частота равна

$$\hbar\omega_2 = (m^2c^4 + 2e_0\hbar cHn - 2e_0\hbar cH)^{1/2}$$

и приближенное извлечение корня исключено. В основном состоянии ($n = 0$) частота становится мнимой. Только если частота прецессии спина $\Omega = e_0Hc/E$ значительно меньше частоты шредингеровского дрожания $\omega = 2E/\hbar$ ($H \ll H_c$), то решение уравнения (69) приближенно можно записать в виде

$$\zeta_1(t) - \zeta_\perp \cos(\Omega t + \alpha) = \frac{\Omega}{2\omega}\zeta_\perp \sin\alpha \sin 2\omega t,$$

$$\zeta_2(t) - \zeta_\perp \sin(\Omega t + \alpha) = -\frac{\Omega}{2\omega}\zeta_\perp \cos\alpha \sin 2\omega t,$$

из которого следует, что шредингеровское дрожание накладывается на макроскопическое движение спина — прецессию в магнитном поле. Таким образом, экстремально сильное магнитное поле характерно особым влиянием на спиновые закономерности: возникает невозможность отражения спинового движения от орбитального.

Подчеркнем также и еще одну особенность, связанную с экстремальной величиной магнитного поля: энергия взаимодействия спинового магнитного момента в экстремально сильном магнитном поле теряет обычное свойство малых квантовых поправок

$$|U| = \mu_0 |(\vec{\sigma}\vec{H})| = \mu_0 \frac{m^2c^3}{e\hbar} = \frac{1}{2}mc^2 \quad \text{при } H \to H_c,$$

т.е. достигает обычных величин, характерных для орбитального движения.

Спиновые эффекты в синхротронном излучении электрона в экстремально сильном магнитном поле. Как уже отмечалось, в экстремально сильном магнитном поле в условиях релятивистского движения электрона спиновые и орбитальные свойства частицы становятся неразделимыми. Это противоречит гипотезе Уленбека и Гаудсмита, в соответствии с которой постулируется, что спиновые характеристики частицы не связаны с ее перемещением в пространстве. Характерно, что в теории Дирака, в квазирелятивистском ее приближении, спин-

орбитальное взаимодействие проявляется уже в членах $\sim \beta^2$, а если движение ультрарелятивистское, то связь спиновых и орбитальных свойств электрона становится наиболее актуальной.

Рассмотрим в этой связи прежде всего вероятность квантовых переходов электрона, сопровождающихся переворотом спина (спин-флип переходы). Будем предполагать, что электрон поляризован, причем $\zeta = \pm 1$ характеризует проекцию оператора поляризации на направление магнитного поля. Напомним, что оператор проекции $\hat{\vec{O}}$

$$\frac{\hat{O}\,H}{H}\,\Psi = \zeta\,\Psi$$

обладает свойством интеграла движения (поперечная поляризация).

Если инвариантный динамический параметр $\xi = \frac{3}{2}\chi << 1$, для вероятности квантовых переходов получается следующее выражение [7,39,58]:

$$\underset{(\chi<<1)}{w} = \frac{5\sqrt{3}}{6}\frac{e^2}{c\hbar}\frac{c}{R}\frac{E}{mc^2}\left\{\frac{1+\zeta\zeta'}{2}\left[1-\left(\frac{55\sqrt{3}}{24}+\zeta\right)\xi+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\,\xi^2\left(20-\frac{245\sqrt{3}}{18}\zeta\right)\right]+\frac{(1-\zeta\zeta')}{2}\frac{4}{3}\xi^2\left(1+\frac{35\sqrt{3}}{64}\zeta\right)\right\}.$$

Заметим прежде всего, что вероятность спонтанных переходов с переворотом спина пропорциональна ξ^2, т.е. квадрату постоянной Планка

$$\omega^{\uparrow\downarrow} \sim \xi^2 = \left[\frac{3}{2}\frac{\hbar}{mcR}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2\right]^2.$$

Эти переходы вносят малый вклад в классическую теорию СИ, однако несмотря на это они приводят к наблюдаемым эффектам и, в частности, объясняют явление радиационной поляризации электронов и позитронов в накопительных кольцах [7,57]. Как известно, в накопительном кольце среднее значение энергии электрона остается постоянным: радиационные потери компенсируются за счет внешнего источника высокочастотного электрического поля. В силу этого движение частицы может быть очень длительным (десятки часов) — именно это и создает необходимые условия для реализации эффекта радиационной поляризации, поскольку время поляризации — порядка одного часа.

Рассмотрим далее в том же приближении $\xi << 1$ мощность СИ:

$$W = W^{\text{кл}}\left\{\frac{1+\zeta\zeta'}{2}\left[1-\left(\frac{55\sqrt{3}}{24}+\zeta\right)\xi+\xi^2\left(20-\frac{245\sqrt{3}}{18}\zeta\right)\ldots\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{1-\zeta\zeta'}{2}\frac{4}{3}\xi^2\left(1+\frac{35\sqrt{3}}{64}\zeta\right)\right\}. \qquad (70)$$

Переходы с переворотом спина, как и следовало ожидать, имеют порядок ξ^2. Этому можно дать качественное объяснение: если мы рассмотрим мощность излучения классического магнитного момента, прецессирующего вокруг магнитного поля (В.А.Бордовицын [66]):

$$W = \frac{2}{3}\frac{\mu^2}{c^3}\overline{(\ddot{\vec{\zeta}})^2} = \frac{2}{3}\frac{\mu_0^2}{c^3}\omega^4\zeta_\perp^2,$$

и будем предполагать, что магнитный момент — это спиновый магнитный момент электрона $\vec{\mu} = -\vec{\mu}_0\zeta$ ($\mu_0 = e_0\hbar/(2mc)$ — магнетон Бора), то с учетом закона прецессии

$$\dot{\vec{\zeta}} = -\frac{2\mu_0}{\hbar}[\vec{\zeta}\vec{H}_c], \quad \omega_0 = e_0H_c/(mc)$$

в лабораторной системе координат можно получить

$$W = W^{\text{кл}}\frac{1}{9}\xi^2,$$

т.е. в полной мощности излучения есть вклад излучения магнитного спинового момента электрона, причем это излучение сопровождается переворотом спина (строгая квантовая задача об излучении нейтральной частицы, обладающей магнитным моментом в однородном магнитном поле, была рассмотрена в [67]). Вместе с тем надо заметить, что согласно (70) мощность СИ, сопровождающегося спин-флип переходами, зависит от начальной ориентации спина, что вполне соответствует рассмотренной качественной модели излучения магнитного момента. Впервые на эту любопытную закономерность обратил внимание один из нас [55], и она использована в разработке эффекта радиационной поляризации электронов.

Обращает на себя внимание также зависимость мощности СИ от ориентации спина в первом порядке квантовых поправок по ξ. Как уже отмечалось, измерение одной зависимости дало возможность судить о степени поляризации пучка электронов при их движении в накопительном кольце [51].

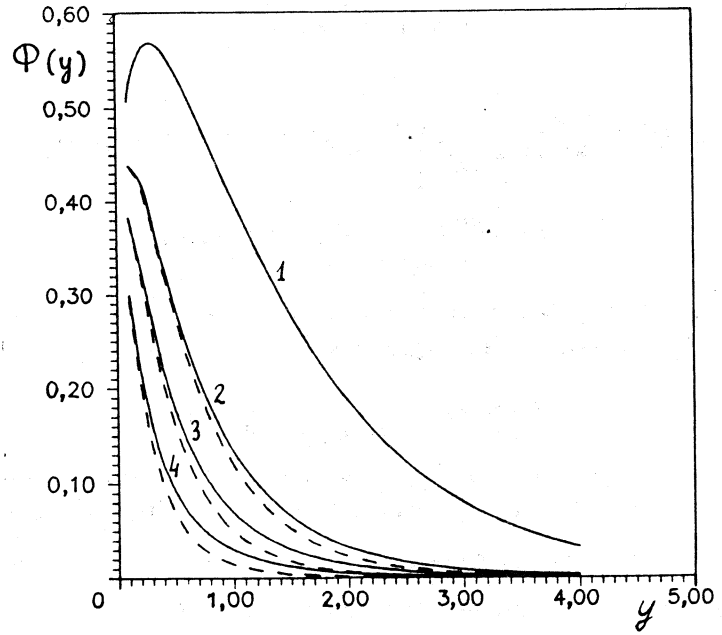


Рис. 7. График спектрального распределения синхротронного излучения. Штрихованные линии соответствуют решению Клейна — Гордона. Номера на графике соответствуют значениям ξ: 1) $\xi = 0$, 2) $\xi = 0{,}1$, 3) $\xi = 0{,}5$, 4) $\xi = 1$, 5) $\xi = 2$.

Усредняя по начальному спиновому состоянию ζ и суммируя по конечному состоянию ζ', получим выражение для полной мощности излучения в случае, когда $\xi = \frac{3}{2}\chi << 1$:

$$W = W^{\text{кл}} \left\{ 1 - \frac{55\sqrt{3}}{24}\xi + \frac{64}{3}\xi^2 - \ldots \right\}. \qquad (71)$$

Эта формула получена для электрона, а если рассмотреть бесспиновый электрон (волновая функция удовлетворяет уравнению Клейна — Гордона), то получится различие в членах, пропорциональных $\hbar^2$ (т.е. ξ^2), на что обратил внимание А.Н.Матвеев [69]. Действительно, в мощности СИ электрона и бесспинового электрона наблюдается следующее различие (рис.7):

$$W = W^{\text{кл}} \int_0^\infty f(y)dy,$$

$$f^{\text{Э}}(y) = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \frac{y}{(1+\xi y)^3} \left[\int_y^\infty K_{5/3}(x)dx + \frac{\xi^2 y^2}{1+\xi y} K_{2/3}(y) \right],$$

$$f^{\text{Б}}(y) = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \frac{y}{(1+\xi y)^3} \int_y^\infty K_{5/3}(x)dx.$$

(Это точные формулы, справедливые при любом ξ.)
Очевидно, что разность этих выражений

$$\Delta f = 9\sqrt{3}\,\xi^2 \frac{y^3}{(1+\xi y)^4} K_{2/3}(y) \tag{72}$$

объясняется различной статистикой, которой подчиняются электроны и бозоны. Эта разность и дает вклад в мощность СИ: если $\xi << 1$, то $\Delta W = \frac{8}{3} W^{\text{кл}} \xi^2$. Как уже отмечалось, члены первого порядка одинаковы и для электрона, и для бозона — бесспинового электрона.

Теперь обратимся к случаю сверхсильного поля, когда динамический параметр $\xi = \frac{3}{2}\chi > 1$. В этих условиях переходы, связанные с переворотом спина, имеют тот же порядок, что и без переворота:

$$W = W^{\text{УКВ}} \left\{ \frac{25}{32} \frac{1+\zeta\zeta'}{2} + \frac{7}{32} \frac{1-\zeta\zeta'}{2} \right\}, \tag{73}$$

а $W^{\text{УКВ}}$ определено формулой (52). При этом интересно заметить, что разность в мощности излучения электрона и бозона вносит вклад в основное выражение W:

$$\Delta W = \frac{7}{16} W^{\text{УКВ}}.$$

Таким образом, в случае экстремального поля бесспиновый электрон излучает $\frac{9}{16} W^{\text{УКВ}}$ — т.е. примерно в два раза меньше, чем по теории Дирака.

Рассмотрим теперь спиновые эффекты в синхротронном излучении электронов, находящихся на низких уровнях. Как показывает анализ [59,60,68], особо интересной становится роль спина при переходе электрона с первого возбужденного уровня $n = 1$ в основное состояние $n = 0$. В основном состоянии (см. (13)) спин электрона может быть направлен

только против магнитного поля: $\zeta = -1$. Если теперь в первом возбужденном состоянии ($n = 1$) спин частицы ориентирован по направлению поля, то переход в основное состояние $n = 0$ может произойти только с переориентацией спина, однако время такого перехода ($\xi << 1$, невозбужденные уровни энергии) очень велико. При напряженности поля 10^4 Э это время составляет $\sim 10^{10}$ с. Если же электрон в возбужденном состоянии $n = 1$ обладал спином, направленным против поля, то переход в состояние $n = 0$ происходит без переворота спина и происходит за короткое время.

Поэтому состояние с $n = 1$ при $\zeta = 1$ является метастабильным, причем время жизни этого состояния очень велико $\sim 10^{10}$ с. Электрон в основное состояние практически не переходит. Таким образом, можно представить следующую картину спонтанных переходов электронов в магнитном поле. Электроны переходят в нижнее состояние практически без изменения ориентации спина. За время $T = \frac{3}{2}\left(\frac{H_c}{H}\right)^2 \frac{\hbar^2}{me^2c}$ все электроны со спином, ориентированным против направления магнитного поля, переходят в основное состояние $n = 0$. Электроны, спин которых ориентирован по направлению поля, переходят в первое возбужденное состояние $n = 1$ и остаются в нем весьма продолжительное время $\sim 10^{10}$ с (при напряженности поля 10^4 Э).

Таким образом, система невзаимодействующих и неизлучающих электронов в магнитном поле должна состоять из двух подсистем: электронов со спином, ориентированным по направлению поля, в состоянии $n = 1$ и электронов со спином противоположной ориентации в состоянии $n = 0$. Энергетическая щель между этими состояниями $\Delta E = mc^2H/H_c$ при поле $H = 10^4$ Э составляет 10^{-4} эВ.

В экстремально сильном магнитном поле такая картина резко меняется: при $H > H_c$ вероятность спонтанных переходов не зависит от ориентации спина: переходы, происходящие с изменением ориентации спина, происходят с той же вероятностью [70]

$$w = \frac{0{,}421}{T_0}\left(\frac{E}{mc^2}\right), \quad T_0 = \frac{\hbar^2}{mce^2} = 1{,}7\cdot 10^{-19}\text{ с},$$

что и без переворота спина. Характерно при этом, что выражение вероятности для «бесспинового» электрона численно отличается от приведенной формулы

$$w^{\text{Б}} = \frac{0{,}159}{T_0}\left(\frac{E}{mc^2}\right).$$

Таким образом, спин вносит только статистический вклад в вероятность квантовых переходов.

Рассмотрим эффект радиационной поляризации электронов и позитронов в условиях сильного магнитного поля. Замкнутое выражение для степени радиационной поляризации, справедливое для всей области изменения параметра χ, было впервые получено В.Г.Багровым [71] (см. также [72,6]). Здесь мы ограничимся лишь предельными случаями. Из общих формул квантовой теории синхротронного излучения следует, что точное выражение для вероятности квантовых переходов, сопровождающихся изменением поперечной поляризации электрона, можно представить в виде

$$w^{\uparrow\downarrow} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\frac{e^2}{\hbar R}\left(\frac{E}{mc^2}\right)\xi^2\int_0^\infty \frac{y^2 dy}{(1+\xi y)^3}(K_{2/3} + \zeta K_{1/3}), \qquad (74)$$

где $\xi = \frac{3}{2}\frac{\hbar}{mcR}\left(\frac{E}{mc^2}\right) = \frac{3}{2}\chi$, $\zeta = \pm 1$ характеризует проекцию спина на направление магнитного поля. Рассмотрим это выражение в двух предельных случаях: $\chi << 1$ и $\chi >> 1$. Тогда при $\chi << 1$ мы получим хорошо известный результат (см. [7]):

$$w^{\uparrow\downarrow} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\frac{e^2}{\hbar R}\left(\frac{E}{mc^2}\right)\xi^2\int_0^\infty y^2 dy\,(K_{2/3} + \zeta K_{1/3}) = \frac{1}{2\tau}\left(1 + \zeta\frac{8\sqrt{3}}{15}\right), \qquad (75)$$

$\frac{1}{\tau} = \frac{5\sqrt{3}}{8}\frac{W^{\text{кл}}}{E}\xi$ — время поляризации. В другом предельном случае, когда динамический инвариантный параметр $\chi >> 1$, получим

$$w^{\uparrow\downarrow} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\frac{e^2}{\hbar R}\left(\frac{E}{mc^2}\right)\xi^2\int_0^\infty dy\left[\frac{2^{-1/3}\,\Gamma(2/3)\,y^{4/3}}{(1+\xi y)^3} + \frac{2^{-2/3}\,\Gamma(1/3)\,y^{5/3}}{(1+\xi y)^3}\right] =$$

$$= \frac{1}{2\tau^*}\left[1 + \frac{5}{2}\zeta\frac{\Gamma(1/3)}{\Gamma(2/3)(3\chi)^{1/3}}\right], \quad \frac{1}{\tau^*} = \frac{9}{16}\frac{W^{\text{УКВ}}}{E}. \qquad (76)$$

Степень поляризации пучка в экстремально сильном магнитном поле резко уменьшается:

$$\underset{\chi<<1}{p} = 8\sqrt{3}/15, \qquad \underset{\chi>>1}{p} = \frac{5}{2}\frac{\Gamma(1/3)}{\Gamma(2/3)}(3\chi)^{-1/3}. \qquad (77)$$

Интересен общий ход кривой, характеризующей изменение степени поляризации (рис.8) [6]. Из этого графика видно, что при длительном циркулировании пучка электронов в магнитном поле большая часть электронов приобретает ориентацию спина против поля. Причем процент поляризованных электронов очень высок ($8\sqrt{3}/15 = 0,92$) и слабо меняется с изменением параметра z. Лишь при очень больших значениях параметра $p \to 0$ и $N^{\downarrow} = N/2$ пучок неполяризован. Заметим, что эффект поляризации в экстремально сильном поле может представить интерес в физике магнитосферы пульсаров.

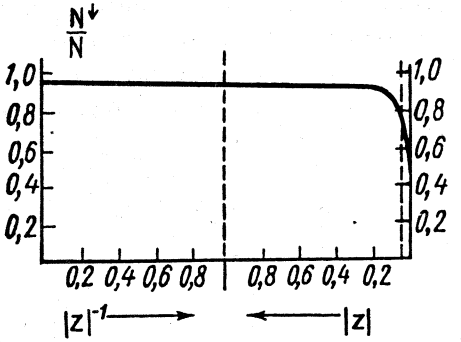


Рис. 8. Степень самополяризации электронного спина как функция параметра $z = 2\chi/3$

Рассмотрим далее вопрос о корреляции продольной поляризации электрона (проекции спина на направление скорости: $\frac{(\vec{\sigma}\vec{\mathcal{P}})}{\mathcal{P}}\Psi = \zeta\Psi$) и круговой поляризации излучаемых фотонов.

Как известно (см. [7]), оператор продольной поляризации является интегралом движения электрона в магнитном поле и описывает спиральность частицы. С этой целью рассмотрим мощность СИ с учетом круговой поляризации фотонов [58]:

$$W_l = \frac{9}{64\pi}\,\frac{l^2 c}{R^2\varepsilon_0^{9/2}}\int_0^{\infty}\frac{y^2 dy}{(1+\xi y)^4}\int_0^{\pi}\sin\vartheta\,\alpha\,\vartheta\,\Phi_l,$$

где $\varepsilon_0 = 1 - \beta^2$, $l = \pm 1$ ($l = 1$ соответствует правой, а $l = -1$ — левой круговой поляризации),

$$\Phi_l = \frac{1+ll'}{2}\,[2+\xi y(1+l\zeta)]^2(\cos\vartheta\,\sqrt{\varepsilon}\,K_{1/3} + l\varepsilon K_{2/3})^2 + \\ + \frac{1-ll'}{2}\,\varepsilon_0\varepsilon\,\xi^2 y^2(1+l\zeta)K_{1/3}^2. \qquad (78)$$

Здесь функции K_μ зависят от аргумента $z = \frac{1}{2}\,y\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^{3/2}$, $\varepsilon = 1 - \beta^2\sin^2\vartheta$.

Заметим, что излучение с переворотом спина $\zeta\zeta' = -1$ всегда будет обла-

дать круговой поляризацией, совпадающей с продольной поляризацией электрона, так как формула (78) содержит множитель $(1 + l\zeta)$.

В ультрарелятивистском случае ($\xi >> 1$) особый интерес представляет исследование круговой поляризации для высоких гармоник, когда $y\xi >> 1$. При этом

$$\Phi_l \underset{\xi y >> 1}{=} \xi^2 y^2 (1 + l\zeta)\left[\frac{1 + ll'}{2}(\cos\vartheta \sqrt{\varepsilon}\, K_{1/3} + l\varepsilon\, K_{2/3})^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{1 - ll'}{2}\varepsilon_0 \varepsilon\, K_{1/3}^2\right]. \qquad (79)$$

Для этих гармоник круговая поляризация излучения не только с переворотом, но и без переворота спина будет строго коррелирована с начальным направлением продольной поляризации электронов.

Из формулы (78) также следует, что круговая поляризация в классическом приближении исчезает. В этом можно убедиться, проинтегрировав (78) по углу ϑ: тогда

$$W_l = W^{\text{кл}} \int_0^\infty dy\, f_l(y),$$

где

$$f_l(y) = \frac{9\sqrt{3}}{16\pi}\frac{y}{(1 + \xi y)^4}\left\{\frac{1 + ll'}{2}\left[1 + (1 + l\zeta)(\xi y + \frac{1}{2}\xi^2 y^2)\right] \times \right.$$

$$\left. \times \int_y^\infty K_{5/3} dx + \frac{1 - ll'}{2}(1 + l\zeta)\frac{\xi^2 y^2}{2}\int_y^\infty K_{1/3} dx\right\}.$$

При $\xi \to 0$ круговая поляризация исчезает. Положение, однако, совершенно меняется при переходе к ультраквантовому случаю, когда параметр $\xi = \frac{3}{2}\chi$ принимает большие значения. В этом случае

$$W_l^{\text{УКВ}} = \frac{1}{2} W^{\text{УКВ}}\left(1 + \frac{11}{16} l\zeta\right), \qquad (80)$$

т.е. электроны с продольной ориентацией спина будут излучать фотоны преимущественно с той же круговой поляризацией. Для неполяризованных электронов круговая поляризация излучения будет отсутствовать. Поляризация излучения будет частичной:

$$P = \frac{W_1^{\text{УКВ}} - W_{-1}^{\text{УКВ}}}{W_1^{\text{УКВ}} - W_{-1}^{\text{УКВ}}} = \frac{11}{16}\xi.$$

Итак, в сверхсильном магнитном поле можно наблюдать круговую поляризацию синхротронного излучения независимо от угла наблюдения. Это требует, однако, начальной продольной поляризации электрона, поэтому наблюдение круговой поляризации СИ в этом случае дало бы возможность получить информацию о продольной ориентации спина частицы.

Мы уже упоминали о реализованной в настоящее время возможности наблюдать поперечную поляризацию электрона исходя из особенностей СИ — его зависимости от проекции спина частицы на направление магнитного поля [51]. Эта зависимость входит в квантовые поправки (пропорциональные χ) к классической формуле для мощности излучения. В экстремально сильном магнитном поле продольная поляризация входит не в виде поправок, а в основное выражение, и это открывает особые возможности для наблюдения. Поляризационные свойства вообще являются очень характерным признаком синхротронного излучения и с ними связаны крупные успехи радиоастрономии, поскольку, в частности, поляризация может служить известного рода критерием в экспериментальной проверке гипотез о природе радиоизлучения.

Наблюдение циркулярной поляризации СИ в экстремально сильном магнитном поле (например, в случае магнитного поля пульсаров) открыло бы путь к исследованию продольной поляризации электронов. Однако эта задача является непростой по физическим соображениям. Дело здесь заключается в том, что продольная поляризация электронов является интегралом движения только приближенно, если не учитывать аномальный магнитный момент электрона (АММ):

$$\mu = -\mu_0(1 + a_e), \quad a_e = \frac{g-2}{2},$$

где швингеровское значение аномалии $a_e = \frac{\alpha}{2\pi}$. Аномальный магнитный момент электрона играет совершенно особую роль в динамике спина частицы. Действительно, с помощью уравнения эволюции спина можно получить, что изменение проекции спина на скорость электрона $\vec{\mathcal{P}} + \vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}$ имеет вид

$$\frac{d}{dt}\vec{\xi}\,\vec{\mathcal{P}} = \frac{eH}{mc}a_e[\vec{\mathcal{P}}\ \vec{\xi}] = \frac{eH}{mc}\frac{\alpha}{2\pi}[\vec{\mathcal{P}}\ \vec{\xi}],$$

$\zeta = [O]$ — четная часть оператора спина O, откуда следует, что АММ электрона разрушает продольную поляризацию. Более детальный анализ [55] показывает, что

$$\frac{\vec{\zeta}\,\vec{\mathcal{P}}}{|\mathcal{P}|} = \cos\frac{\alpha}{2\pi}\frac{eH}{mc} = \cos(a_e\frac{eH}{mc}t). \qquad (81)$$

Таким образом, в обычных условиях продольная поляризация электрона не сохраняется во времени и ее наблюдение исключено.

Однако, как это сейчас будет показано (см. [45]), в экстремально сильном магнитном поле АММ проявляет свою динамическую природу, и его значение уменьшается с ростом поля, а при некоторых значениях напряженности H даже обращается в нуль. При этом свойства интеграла движения для продольной поляризации восстанавливаются, ибо $a_e \to 0$. Таким образом, наблюдение круговой поляризации СИ, не зависящей от угла наблюдения (в экстремально сильном поле) могло бы дать интересную информацию о спиновых свойствах частицы.

9. ДИНАМИЧЕСКАЯ ПРИРОДА АНОМАЛЬНОГО МАГНИТНОГО МОМЕНТА ЭЛЕКТРОНА

Прежде всего кратко остановимся на вопросе о том, почему считается важным изучение отклонения величины аномального магнитного момента от магнетона Бора: $\mu = \mu_0(1 + a_e)$, $a_e = \frac{g-2}{2}$. Бесспорно важным здесь является сильное, а иногда и решающее влияние АММ на динамику спина частицы во внешнем поле, это непосредственно следует из уравнения эволюции спина Баргмана — Мишеля — Телегди. Так, в частности, под влиянием АММ возникают деполяризующие резонансы, способные разрушить поперечную поляризацию электронного пучка, приобретаемую им при движении в накопительном кольце. При этом в случае, если частота прецессии спина оказывается кратной частотам, характерным для орбитального движения (частота бетатронных радиальных ω_r, вертикальных ω_z и фазовых колебаний ω_φ), поперечная поляризация разрушается и вследствие деполяризации эффект радиационной поляризации не приводит к преимущественной ориентации спина электрона. Условие резонанса [73]

$$a_e\frac{eH}{mc} = N_1\omega_r + N_2\omega_z + N_3\omega_\varphi, \quad N_i \text{ — целые числа},$$

как это видно из формулы, существенно зависит от величины a_e.

Еще более сильно АММ влияет на продольную поляризацию электрона — проекцию спина частицы на направление ее движения. Как только что было показано, в результате этого влияния продольная поляризация теряет свойство сохранения во времени. Физически это связано с тем, что частота обращения частицы в магнитном поле $\vec{\mathcal{P}} = \frac{ec}{E}[\vec{H}\,\vec{\mathcal{P}}]$ и частота прецессии спина $\dot{\vec{\xi}} = \frac{ec}{E}(1 + a_e E/mc^2)[\vec{\xi}\,\vec{H}]$ не совпадают, что и приводит к формуле (81).

Как уже отмечалось, вакуумный АММ электрона играет также важную роль в анализе устойчивости электромагнитного вакуума. Решение обобщенного уравнения Дирака — Паули

$$\left\{ i\gamma^{\mu}\left(\frac{\partial}{\partial x_{\mu}} + ieA_{\mu}^{\text{ext}}\right) - m + a_e \mu H/m \right\}\Psi = 0, \tag{82}$$

где $a_e = \frac{\alpha}{2\pi}$ — аномальная часть магнитного момента, приводит к решению, в котором снимается вырождение по спину [31]:

$$E = \pm mc^2\left\{1 + \frac{H}{H_c}(2n + \zeta + 1)^{1/2} - \zeta\, a_e \mu H/mc^2\right\}.$$

(Мы опустили здесь движение частицы вдоль поля). И если взять швингеровское значение аномального момента, то в основном состоянии ($n = 0$, $\zeta = -1$) вакуум становится неустойчивым, если $\frac{\alpha}{4\pi}\frac{H}{H_c} = 1$, ибо

$$E = \pm mc^2\left(1 + \frac{\alpha}{4\pi}\frac{H}{H_c}\right).$$

Однако более полный анализ показывает, что в сильном магнитном поле ($H \to H_c$) энергетическая щель между состояниями $E = \pm mc^2$ не только не уменьшается, но даже увеличивается. Дело здесь заключается в том, что АММ электрона проявляет свою динамическую природу и $a_e = f(E, H)$ становится зависящей от магнитного поля: во внешнем экстремально сильном магнитном поле АММ электрона резко убывает.

Аномальный момент электрона представляет также большой интерес в связи с развитием прецизионной техники измерения, открывающей возможность исследования не только членов порядка $\alpha = e^2/\hbar c$, но и высших приближений по α:

$$\mu = -\mu_0\left(1 + a_1\frac{\alpha}{H} + a_2\left(\frac{\alpha}{H}\right)^2 + a_3\left(\frac{\alpha}{H}\right)^2 + \ldots\right).$$

При этом динамическая природа АММ может дать вклад, доступный для наблюдения, ибо влияние магнитного поля оказывается существенным на фоне высоких степеней разложения по квадрату заряда. В однопетлевом приближении АММ электрона впервые был рассчитан Швингером [74], однако величина магнитного момента электрона в общем случае является довольно сложной функцией, зависящей от напряженности внешнего магнитного поля. Впервые на эту особенность обратил внимание Гупта [75], который в первом порядке теории возмущений по α рассмотрел не только линейный, но и высшие члены разложения магнитного момента по характерному параметру a^{-1}, где $a = H_c/2H$, а H_c — критическое поле.

Необходимо подчеркнуть, что во всех ранних работах [74—75] рассматривалось нерелятивистское приближение задачи. Это особенно четко выступает в работе Латинжера [76], где электрон, находящийся во внешнем поле, взят в «основном» состоянии, в котором энергия орбитального движения частицы и энергия взаимодействия магнитного момента с внешним полем взаимно скомпенсированы.

В связи с этим можно ожидать, что в случае релятивистского движения электрона его магнитный момент является не только функцией напряженности поля, но может оказаться также зависящим и от энергии электрона, и, наконец, отметим, что во всех упомянутых работах был рассмотрен только случай слабого поля, когда напряженность H ограничена пределами изменения $0 < H < H_c$. В свете последних открытий экстремально высоких значений напряженности магнитного поля вблизи пульсаров, а также и в лабораторных условиях (о чем уже кратко упоминалось), представляет интерес исследование величины АММ в сильном магнитном поле.

Рассмотрим теперь задачу об аномальном магнитном моменте электрона в первом порядке теории возмущений по α методом, свободным от отмеченных здесь ограничений. Заметим, что впервые задача о динамической природе АММ электрона была поставлена и решена нами совместно с В.Г.Багровым и В.А.Бордовицыным [45].

В основу рассмотрения задачи об аномальном магнитном моменте электрона положим интегродифференциальное уравнение Дирака — Швингера

$$\left[i\gamma^\mu\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} + ieA_\mu^{\text{ext}}\right) - m\right]\Psi(x) = \int M(x,y)\Psi(y)dy, \qquad (83)$$

правая часть которого содержит взаимодействие электрона с электромагнитным вакуумом, включает в себя эффекты собственной энергии и поправки, связанные с поляризацией вакуума внешним полем. Массовый оператор в первом порядке по e^2 теории возмущений квантовой электродинамики

$$M(x,y) = -ie^2\gamma^\mu S^c(x,y)\,\gamma^\nu D^c_{\mu\nu}(y-x)$$

содержит пропагатор электрона с учетом внешнего магнитного поля S^c:

$$\left[i\gamma^\mu\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} + ieA^{\text{ext}}_\mu\right) - m\right]S^c(x,y) = -\delta^4(x-y),$$

а также пропагатор фотона $D^c_{\mu\nu}(y-x)$.

Воспользуемся далее фейнмановским представлением для пропагаторов электрона и фотона:

$$S^c = \begin{cases} i\sum\limits_{E_n>0} \Psi_n(\vec{r})\,\overline{\Psi}_n(\vec{r'})\exp[-iE_n(t-t')], & t>t', \\ -i\sum\limits_{E_n<0} \Psi_n(\vec{r})\,\overline{\Psi}_n(\vec{r'})\exp[-iE_n(t-t')], & t<t', \end{cases}$$

причем

$$\overline{\Psi}_n = \Psi_n^+\rho_3,$$

$$D^c_{\mu\nu} = (x-x') = -\frac{i}{2}\frac{\delta\,\mu\nu}{(2\pi)^3}\int \exp[in(\vec{r}-\vec{r'}) - i\,\omega(t-t')]\frac{d^3\kappa}{\omega}.$$

В этих формулах $\Psi_n = \Psi_n(\vec{r})\exp(-iE_nt/\hbar)$ — стационарные функции электрона, удовлетворяющие невозмущенному радиационными поправками уравнению Дирака. Сумма по n при $t>t'$ включает состояния только с положительной энергией, а при $t>t'$ причинная функция равна той же сумме с обратным знаком, взятой по состояниям с отрицательной энергией (позитронные состояния).

Интегрирование по времени приводит к стационарному уравнению

$$(E - \hat{\mathcal{H}})\Psi = \int K(\vec{r},\vec{r'})\Psi(\vec{r'})d^3\vec{r} = \hat{R}\,\Psi(\vec{r}), \qquad (84)$$

где ядро $K(\vec{r},\vec{r'})$ имеет следующий вид:

$$K(\vec{r}-\vec{r'}) = \frac{e^2}{4\pi^2}\sum_{n',\varepsilon}\int\frac{d^3\kappa}{\kappa}\frac{1}{K_n - \varepsilon(K_{n'}+\kappa)}e^{i\vec{\kappa}\vec{r}}\alpha_\mu\Psi_{n'}(\vec{r})\Psi^+_{n'}(\vec{r'})\,e^{i\vec{\kappa}\vec{r}}\alpha_\mu,$$

$E = c\hbar K$ — энергия электрона, $\varepsilon = \pm 1$ — знак энергии в промежуточных состояниях, причем $\varepsilon = 1$ для электронных и $\varepsilon = -1$ для позитронных состояний.

Заметим здесь, что наиболее простой путь расчета массового оператора — это линейное приближение по величине магнитного поля и нерелятивистское приближение. Тогда можно без особого труда получить, что

$$\int M(x,y)\Psi(y)dy = -\frac{\alpha}{2\pi}\mu_0\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu}\Psi(x),$$

и мы приходим к уравнению Дирака — Паули (82). В этом уравнении дополнительное взаимодействие магнитного момента с полем проявляется локально, а динамическая природа величины μ остается скрытой. Для того чтобы выяснить динамическое происхождение АММ электрона, а также обнаружить нелокальность порождающего его взаимодействия, необходимо обратиться к уравнению (84) в его полном виде, отвлекаясь от предела квазистатического поля, тем самым будет установлен предел применимости уравнения Дирака — Паули для электрона в линейном по полю приближении, ибо иногда динамическая природа АММ игнорируется и АММ автоматически включается в уравнение Дирака — Паули также в случае сильного электромагнитного поля. Это и приводит к трудностям в объяснении стабильности вакуума.

Вернемся к уравнению Дирака (84). Рассматривая правую часть этого уравнения как возмущение, можно заметить, что радиационные поправки к энергии полностью определяются матричными элементами оператора R, характеризующего эффективную энергию вакуумного взаимодействия:

$$W_{\zeta\zeta'} = \int \Psi^{+}_{n\zeta'}(\vec{r})\,\hat{R}\,\Psi_{n\zeta}(\vec{r})\,d^3r,$$

причем индексы $\zeta, \zeta' = \pm 1$ характеризуют начальную и конечную ориентацию спина. Нам необходимо рассмотреть полевую поправку к массе электрона, зависящую от спина, поскольку эта часть массы связана с существованием у электрона вакуумного магнитного момента [45]. В результате вычислений можно получить следующее выражение:

$$\Delta m^{Sp} = W^{Sp}_{\zeta\zeta'} = \frac{e^2}{4\pi}\sum_{n,\varepsilon=\pm 1}\int_0^{\infty}\int_0^{\pi}\frac{\kappa d\kappa \sin\vartheta d\vartheta}{K-\varepsilon(K'+\kappa)}(D_{-1}D'_{-1}-D_1D'_{-1})\Phi, \quad (85)$$

где D — спиновые коэффициенты, определяемые волновыми функциями — точными решениями уравнения Дирака, разделенными по спиновым состояниям с помощью оператора $\hat{O}_3$:

$$\hat{O}_3\Psi = \zeta\,\Psi, \quad \zeta = \pm 1,$$

$$\Phi = \frac{k_0}{K}\left[\left(1 - \varepsilon\frac{K}{K'}\right)\frac{n' - n}{y} - \varepsilon\frac{K}{K'}\right][I^2_{nn'}(y) - I^2_{n-1,\,n'-1}(y)],$$

а функция Лагерра связана с полиномами Лагерра $Q_n^{n-n'}(y)$ соотношением

$$I_{nn'}(y) = \frac{1}{\sqrt{n!\,n'!}}\,e^{-y/2}y^{\frac{n-n'}{2}}Q_n^{n-n'}(y).$$

Часть вакуумного оператора $\hat{R}$, связанного с аномальным магнитным моментом, в нерелятивистском приближении обычно заменяется оператором $\hat{R}' = \mu\,\rho_3(\vec{\sigma}\vec{H})$, где постоянная величина $\mu = -\mu_0\frac{\alpha}{2\pi}$ интерпретируется как аномальный магнитный момент электрона. Как было отмечено Паули, такое обобщение уравнения Дирака является ковариантным, поэтому можно предполагать, что и в общем случае замена оператора $\hat{R} \to \hat{R}'$ остается справедливой, однако величина μ может теперь оказаться зависящей от напряженности магнитного поля и энергии электрона. Это и будет означать, что аномальный магнитный момент электрона обладает динамической природой.

Сравнивая далее матричные элементы оператора $\hat{R}'$:

$$W'_{\zeta\zeta'} = \int \Psi^+_{\zeta'}(r)\,\hat{R}'\,\Psi_\zeta(r)d^3x = \mu\,H(D_1D'_1 - D_{-1}D'_{-1})$$

с энергией вакуумного взаимодействия $\Delta\,m^{Sp}$ (см. (85)), можно прийти к выводу, что, действительно, замена оператора $\hat{R} \to \hat{R}'$ оказывается возможной, если μ выбрать в виде

$$\mu = \frac{\mathrm{Re}\,\Delta\,m^{Sp}}{H(D_1D'_1 - D_{-1}D'_{-1})} = -\frac{\alpha}{2\pi}\,\mu_0\zeta\,f(n,a). \tag{86}$$

Производя далее суммирование в (85) по знаковому множителю $\varepsilon = E_n / |E_n| = \pm 1$, для функции $f(n,a)$ получим выражение [55]

$$f(n,a) = -8a\sum_{n'}\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\frac{x\,dx\,\sin\vartheta\,d\vartheta}{(\sqrt{\eta + x^2\cos^2\vartheta} + x)^2 - 1}\times$$
$$\times\left\{1 + \frac{\eta - 1 + x^2\sin^2\vartheta}{x\sin^2\vartheta\,\sqrt{\eta + x^2\cos^2\vartheta}}\right\}\left\{I^2_{n,n'}(z) - I^2_{n-1,n'-1}(z)\right\}, \tag{87}$$

причем $a = \dfrac{k_0^2}{4\gamma} = \dfrac{H_c}{2H}$, $\eta = \dfrac{n' + a}{n + a}$, $z = (n + a)x^2\sin^2\vartheta$. Это выражение для функции $f(n,a)$ не содержит расходимостей, является конечным во всей области изменения энергии внешнего поля и точным в рамках теории Дирака.

Слабое поле. Рассмотрим случай слабого магнитного поля, когда $a = \dfrac{H_c}{2H} >> 1$. При этом можно считать, что и $(n + a) >> 1$, в силу чего по величине $(n + a)^{-1}$ возможно разложение, и в результате интегрирования и суммирования в (87) получим [45]:

$$f(n,a) = 1 - \frac{7}{3a^2}\left(\ln a - \frac{576\ln 2 - 83}{420}\right),$$

в результате чего АММ электрона получает поправку к швингеровскому значению в виде квадратичной по полю зависимости

$$\mu = -\mu_0(1 + a_e),$$

$$a_e = \frac{\alpha}{2\pi}\left[1 + \frac{28}{3}\left(\frac{H}{H_c}\right)^2 \ln\frac{H}{H_c} + \ldots\right]. \qquad (88)$$

Однако, как это было нами показано [45], это справедливо только для не слишком сильно возбужденных квантовых состояний электрона, когда $n << a$. Это соответствует нерелятивистскому приближению, ибо, поскольку главное квантовое число $n = (p_\perp/mc)^2 a$, требование $n << a$ эквивалентно случаю $\beta << 1$. Заметим, что рассмотренный здесь случай соответствует приближению $\chi = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{n}{a^3}\right)^{1/2} = \dfrac{1}{2}\dfrac{p_\perp}{mc}\dfrac{H}{H_c} << 1$, но при условии малых чисел n (дискретное изменение параметра χ). В этом случае действительно поправки по полю имеют квадратично-логарифмический характер и не зависят от энергии электрона. И тем не менее, даже в этом наиболее простом случае проявляется динамическая природа АММ. Если же поле остается слабым $(a >> 1)$, но электрон релятивистский $\dfrac{n}{a} = \left(\dfrac{p_\perp}{mc}\right)^2 >> 1$, то поведение аномального магнитного момента резко меняется. Действительно, вернемся к исходной формуле (87) и проанализируем ее в предположении $a >> 1$ и $n >> 1$. Основной вклад в этом случае будут давать переходы на возбужденные промежуточные уровни

$n' >> 1$, поэтому можно вновь вместо суммирования по n' перейти к интегрированию, однако переменную интегрирования необходимо выбрать в виде $u = (\sqrt{n} - \sqrt{n'})/\sqrt{n'}$, т.е. ввести

$$n' = n/(1+u)^2, \quad dn' = -2ndu/(1+u)^3.$$

При этом для функций Лагерра $I_{n,n'}(z)$ можно применить аппроксимацию с помощью функций Макдональда $K_{1/3}$ и $K_{2/3}$ и тогда $\mathrm{Re}\, f(n,a)$ можно представить в виде [6,7]:

$$\mathrm{Re}\, f(n,a) = 1 \int_0^\infty \frac{du}{(1+u)^3} \int_0^\infty dt \sin\left(t + \frac{\chi^2}{3u^2} t^3\right),$$

где χ — инвариантный динамический параметр. Приближенное интегрирование приводит к следующим результатам:

$$a_e = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{2\pi}\left[1 - 12\chi^2\left(\ln\dfrac{1}{\chi} + \ldots\right)\right], & \chi << 1, \\ \alpha\,\Gamma(1/3)/[9\sqrt{3}(3\chi)^{2/3}], & \chi >> 1 \end{cases} \tag{89}$$

(см. также [8,7]). Таким образом, в области $\chi << 1$ (квазиквантовая область) поправки к швингеровскому значению АММ по-прежнему малы, однако если параметр $\chi >> 1$, то возникает совершенно иное поведение АММ: его значение резко убывает с ростом поля или с ростом энергии электрона и радикально отличается от швингеровского значения $\alpha / 2\pi$ (ультраквантовый случай).

Экстремально сильное магнитное поле. Совершенно новая ситуация с полевыми поправками к аномальному магнитному моменту возникает в сверхсильных магнитных полях $H >> H_c$. Вернемся к выражению (87) и путем замены переменной $x \to x/\sin^2\vartheta$ и точного интегрирования приведем его к виду

$$f(n,a)) = \frac{a\ln a}{n+a} - 8a \int_0^\infty \sum_{h'=0}^\infty \frac{x^2(1+\eta) - (1-\eta)^2}{x\sqrt{s}} \{I^2_{n,n'}[(n+a)x^2] -$$

$$- I^2_{n-1,\,n'-1}[(n+a)x^2]\}\Phi(x,\eta)dx, \quad \eta = (n'+a)/(n+a),$$

причем $s = [(x - \sqrt{\eta})^2 - 1][(x + \sqrt{\eta})^2 - 1]$, а разрывная функция Φ равна

$$\Phi_{x,\eta} = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left[\sqrt{s}/\left|(x+\sqrt{\eta})^2 - 1\right|\right] & \text{для } |\sqrt{\eta}-1| \le x \le |\sqrt{\eta}+1|, \\ \dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{x^2+\eta-1+\sqrt{\eta}}{2x\sqrt{\eta}}\right| & \text{для прочих } x. \end{cases}$$

В случае асимптотики при $a \to 0$ из всей суммы остается лишь один член $n' = 0$ (эффект локализации функции Грина), интегрирование которого дает

$$f(1,a) = -2a\,(\ln(1/a) - 1{,}08), \quad f(n,a) = 2a \ln a/n, \quad a_e = (a/2\pi)f. \qquad (90)$$

Таким образом, в пределе $H >> H_c$ реальный вклад в АММ электрона вносят промежуточные состояния с $n' = 0$. Это обстоятельство еще раз подчеркивает, что и реальные и виртуальные состояния в сверхсильном магнитном поле являются сильно локализованными в поперечном к магнитному полю направлении, причем размер области локализации в поперечном к полю направлении ограничен площадью окружности $\pi R^2 \cong \pi(\hbar/mc)^2 H_c/H$. Как это следует из (90), функция $f(n,a)$ при $a \to 0$ отрицательна, и, следовательно, величина АММ стремится к нулю с уменьшением a (с ростом поля) со стороны отрицательных значений. Но поскольку при $a >> 1$ функция $f(n,a)$ положительна и, кроме того, она непрерывна во всей области изменения своего аргумента a (при фиксированном значении n), в этой области имеется по крайней мере две характерные точки, в одной из которых $f(n,a)$ обращается в нуль, а в другой достигает своего минимального значения, которое, очевидно, отрицательно. Ясно также, что обе точки находятся вблизи значений $a \sim 1$, т.е. $H \sim H_c$. На рис.9 изображен график функции f для состояния $n = 1$, рассчитанный по формуле (90). Заметим, что изменение знака АММ электрона было впервые обнаружено в нашей работе [45] и позже в [77].

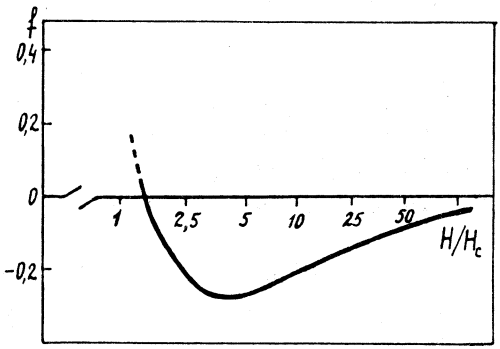


Рис. 9. Асимптотическое поведение аномального магнитного момента в сверхсильном магнитном поле для $n = 1$ (см. формулу (90))

Таким образом, аномальный магнитный момент электрона проявляет ярко выраженную динамическую природу, являясь нелинейной функцией энергии частицы и напряженности магнитного поля.

Интересным также является поведение АММ электрона в комбинированном поле, состоящем из однородного магнитного поля и плоской волны, распространяющейся вдоль него (конфигурация Редмонда). Волну можно предполагать циркулярно-поляризованной, так что векторный потенциал имеет вид

$$A_\mu = ae_\mu(nx) + \sqrt{2}b\,[e_\mu^{(1)} \sin\psi \cos(kx) + ge_\mu^{(2)} \cos\psi \sin(kx)].$$

Показано [78], что в ультраквантовом случае $\chi >> 1$ формула (89) получает обобщение:

$$a_e = \frac{\alpha\,\Gamma(1/3)}{9\sqrt{3}\,(3\chi)^{2/3}}\left[1 - \frac{2}{9}\left(\frac{b}{a}\right)^2\left(\frac{1}{2} + \cos^2\Psi\right)\right], \qquad (91)$$

согласно которому АММ электрона обнаруживает также зависимость и от поляризации плоской волны.

Остановимся теперь кратко на проблеме аномального магнитного момента электрона в теории Вайнберга — Салама — Глэшоу, объединяющей электромагнитные и слабые взаимодействия.

По сравнению с электродинамикой в модели ВСГ помимо излучения фотонов у электронов достаточно высокой энергии дополнительно появляется возможность излучения Z^0- и $W^\pm$-бозонов, что приводит к изменению радиационных эффектов, и, в частности, слабые взаимодействия вносят вклад в величину АММ электрона.

Общий характер динамической зависимости АММ электрона от энергии частицы и напряженности поля при этом сохраняется [79]: это выражается, в частности, в нелинейной зависимости от динамического инвариантного параметра χ. Исследование, проведенное для модели скрещенного поля ($E = H$, $(EH) = 0$) [79], показало, что в случае малых значений этой величины, поправки к статическому значению АММ подобно (89) имеют квадратичный характер, а в случае очень больших значений вклад слабых взаимодействий в аномалию a_e убывает обратно пропорционально $\chi^{2/3}$. Величина вклада зависит от постоянных $G_W = g_V / 2\sqrt{2}$ и $G_Z = \dfrac{g_V^2 - 3g_A^2}{4(g_V^2 + g_A^2)^{1/2}}$, связанных с g_V и g_A калибровочными константами векторного и аксиально-векторного взаимо-

действия. В частности, для очень больших значений параметра χ получено

$$a_e^W(\chi) = \frac{G_W^2}{2\pi} 11 \frac{\Gamma(1/3)}{9\sqrt{3}(3\chi)^{2/3}}, \quad \text{если } \chi >> \left(\frac{M_W}{m}\right)^3 \sim 4\cdot 10^{15},$$

$$a_e^Z(\chi) = \frac{G_Z^2}{2\pi} \frac{\Gamma(1/3)}{9\sqrt{3}\,(3\chi)^{2/3}} \frac{1}{2} [1 - 11\alpha_0^2], \quad \text{если } \chi >> \left(\frac{M_Z}{m}\right)^3 \sim 6\cdot 10^{15}, \tag{92}$$

где $\alpha_0 = (g_V^2 + g_A^2)/(g_V^2 - 3g_A^2) = (1 - 4\sin^2\Theta_W)$, Θ_W — угол Вайнберга, входящая в эти выражения величина χ зависит от электронной массы. Критерий $\chi >> \left(\frac{M}{m}\right)^{3/2}$ можно изменить на более простое выражение $\chi >> 1$, если ввести критическое поле для бозонов W и Z:

$$H_c^W = 10^{24}\ \text{Гс}, \quad H_c^Z = 1{,}2\cdot 10^{24}\ \text{Гс}.$$

Наиболее интересно сравнение этих вкладов в случае, если параметр $\chi >> \left(\frac{M}{m}\right)^3$. Выражая все значения констант G_W и G_Z через универсальную постоянную Ферми G_F и выбирая угол Вайнберга $\sin^2\Theta_W = 0{,}23$, можно получить, что

$$a_e^W = 11 a_e^\gamma, \; a_e^Z = -\frac{11}{3} a_e^\gamma, \; \chi >> \left(\frac{M_Z}{m}\right)^3, \; a_e^\gamma = \frac{\alpha\,\Gamma(1/3)}{9\sqrt{3}\,(3\chi)^{2/3}}. \tag{93}$$

Таким образом, слабые вклады в этих условиях почти на порядок превосходят фотонный, причем доминирующим оказывается W-бозонный вклад [79].

Здесь необходимо отметить, что модель скрещенного поля дает простое решение задачи об АММ электрона только в квазиклассической ультрарелятивистской области движения частицы, если применить эту модель в условиях однородного магнитного поля. Возможность реализации модели скрещенного поля в природе весьма проблематична. Если теперь рассмотреть движение электрона в магнитном поле, то формулы (92), а также все результаты для $\chi << 1$, дают правильное описание только в казиклассическом приближении, когда можно игнорировать квантующие свойства поля (скрещенное поле характерно непрерывным спектром энергии электрона). Таким образом, модель скрещенного поля не дает полной информации о поведении АММ электрона во внешнем поле: слабовозбужденные состояния электрона (область малых чисел) вносят

принципиальный вклад в характер динамической природы аномального магнитного момента (см. (90)). Следует особо подчеркнуть, что слабовозбужденные состояния электрона (малый поперечный импульс) могут быть особо характерны для электронов в магнитосфере пульсаров, поскольку вследствие некомпенсированных радиационных потерь энергетическое квантовое число быстро уменьшается.

Далее необходимо обратить внимание на то, что критические поля, характеризующие слабое взаимодействие: $H_c^W \sim 10^{24}$ Э (93), в отличие от швингеровского поля $H_c = 4 \cdot 10^{13}$ Э, обладают существенной особенностью: в полях такой напряженности вакуум становится нестабильным и возникает вопрос о возможности одночастичного подхода к решению задачи. Известно, что точные решения уравнений квантовой теории для векторных частиц в магнитном поле имеют особенность: при $H \sim H_0^W \sim$ $\sim 10^{24}$ Э квадрат энергии бозона в основном состоянии в магнитном поле становится отрицательной величиной (тахионные моды поля). Действительно, в модели Салама — Вайнберга — Глэшоу решение уравнения Прока для бозона в магнитном поле обладает энергетическим спектром

$$E^W = \pm Mc^2 \sqrt{1 + (2n - 1)\frac{H}{H_c^W}}, \quad H_c^W = \frac{M_W^2 c^3}{e\hbar},$$

откуда следует, что в основном состоянии $n = 0$ при $H > H_c^W$ спектр становится мнимым. В спектре энергии электрона такой трудности нет, ибо $E^e = \pm mc^2 \sqrt{1 + 2n\frac{H}{H_c}}$. Поэтому условия (93) требуют анализа их справедливости, исходя из основных положений теории.

К этому необходимо добавить, что вопрос о стабильности вакуума слабых взаимодействий, как уже отмечалось, связан также с проблемой восстановления спонтанно нарушенной симметрии в экстремально сильных полях. С этим связана также неполнота наших сведений о постоянных g_A и g_V, а также о возможной их зависимости от внешнего поля. В сверхсильном поле не исключена возможность того, что g_A и g_V обладают «плавающим» характером.

Таким образом, к полученным формулам, характеризующим вклад слабых взаимодействий в АММ электрона, а также возможности их экспериментального наблюдения, необходимо относиться с известной осторожностью. В свете этого представляется, что вклад в АММ электрона электромагнитных взаимодействий имеет преимущественное значение.

Уже довольно длительное время величина АММ электрона представляет интерес с точки зрения ее экспериментального исследования. Впервые аномальная часть g-фактора свободных электронов была измерена Демельтом (см. [80]) на основе использования высокочастотного поля, вызывающего спин-резонансные переходы поляризованных электронов, движущихся в магнитном поле. Поскольку АММ электрона вносит определяющий вклад в динамику спина частицы, этот метод открыл возможность получить прямую информацию о величине аномалии $a_e = \frac{g-2}{2}$ («атака на аномальный магнитный момент»). В последние годы в Вашингтонском университете [81] под руководством Демельта была разработана методика длительного удержания в ловушке отдельных электронов — создан искусственный атом (геоний). В эксперименте наблюдались $(g-2)$-переходы одиночных электронов с переворотом спина [81] и было получено одно из наиболее точных значений магнитной аномалии

$$a_e^{\text{эксп}} = (1159652410 \pm 200)\cdot 10^{-12}$$

(см. также [29]). Следует отметить, что результаты эксперимента уверенно согласуются с теоретическими исследованиями высших приближений по квадрату заряда в выражении для АММ [82]*.

Таким образом, открывается возможность исследования динамической природы АММ электрона, поскольку поправки к швингеровскому значению аномального магнитного момента, зависящие от напряженности поля и вычисленные в e^2-порядке КЭД, могут стать заметными на фоне более высоких степеней разложения теории возмущений по квадрату заряда (см. [6]).

Большой интерес представляет наблюдение динамической природы АММ электрона в условиях экстремально сильного поля, когда динамический параметр $\chi > 1$.

Мы уже упоминали об экспериментах, выполненных на ускорителе SPS CERN [15], в которых пучки электронов, ускоренные до энергии 150 ГэВ, направлялись с очень малым угловым разбросом вдоль оси кристалла германия, охлажденного до низких температур. Сильные макроскопические поля, действующие вдоль оси кристалла вместе с высокими энергиями электронов, приводят к оценке величины параметра χ порядка

*Кроме исследований по измерению g-фактора электрона,аналогичные исследования проводились с позитронами и мюонами, где были также достигнуты высокие точности в измерении [79,83].

единицы. При этом энергия спинового взаимодействия электронов пучка с полем становится порядка энергии покоя частицы (в системе покоя электрона). Это может привести к ряду интересных квантовых эффектов, и, в частности, открывается возможность наблюдения зависимости АММ электрона от напряженности поля. Возможность наблюдения динамической природы АММ электрона отмечалась также В.Г.Барышевским [16], предложившим исследование a_e методом прецессии спина частицы, каналированной в изогнутом монокристалле.

В заключение следует упомянуть об опытах по прецизионному сравнению АММ электронов и позитронов при высоких энергиях. В ИЯФ СО АН СССР в Новосибирске под руководством А.Н.Скринского [84] были проведены эксперименты по сравнению электронного и позитронного магнитных моментов при энергии 625 МэВ в одном и том же накопительном кольце. Идентичность условий эксперимента обуславливала их высокую точность. В основу экспериментов, проведенных в накопительном кольце ВЭПП-2М, был положен открытый А.А.Соколовым и одним из нас (И.М.Тернов) эффект радиационной поляризации: примерно через один час после начала циркуляции частиц в кольце устанавливалась преимущественная поляризация пучков: электронов — противоположно полю и позитронов — по полю. После этого с помощью дополнительного осциллирующего продольного поля производилась резонансная деполяризация на частоте

$$\omega_r = (\gamma a_e - 1)\,\omega_H/\gamma \cong 0{,}4\omega_H/\gamma,\ \omega_H = \frac{eH}{mc} \text{ — циклотронная частота.}$$

Это соответствует настройке частоты внешнего переменного поля в фиксированной точке орбиты, где расположен деполяризатор, на частоту прецессии спина. Экспериментальный результат показал совпадение аномальных моментов электрона и позитрона на хорошем уровне достоверности (95%):

$$\left|\frac{a_{e^+} - a_{e^-}}{a_{e^-}}\right| < 1{,}0\cdot 10^{-5}$$

(см. [84]). Исследование величины магнитных моментов частиц и античастиц имеет существенное значение для проверки основных положений квантовой электродинамики: совпадение этих характеристик имеет тесную связь с CP-инвариантностью теории (см. монографию П.С.Исаева [85]).

10. ОДНОФОТОННАЯ АННИГИЛЯЦИЯ И РОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ПОЗИТРОННЫХ ПАР В ЭКСТРЕМАЛЬНО СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Как известно [7], один гамма-квант не может превратиться спонтанно в пару электрон — позитрон в вакууме: для образования пары необходимо наличие внешнего поля, которое принимает на себя избыток импульса. Впервые задача о рождении и аннигиляции электрон-позитронных пар в магнитном поле была рассмотрена Н.П.Клепиковым [46], и спустя уже много лет выяснилось, что канал однофотонного рождения e^+e^--пар составляет основу механизма генерации релятивистской плазмы в магнитосфере пульсара.

Однофотонное рождение пары. Расчет вероятности рождения электрон-позитронной пары можно провести стандартными методами квантовой электродинамики в представлении Фарри с помощью точных решений уравнения Дирака для частицы в однородном магнитном поле [7]. При этом для вероятности однофотонного рождения e^+e^--пары получается следующее выражение:

$$w(\zeta) = \frac{e^2}{\hbar c}\frac{mc^2}{\hbar}\frac{H}{H_c}\frac{\sqrt{3}}{4\pi} q \int_0^\infty dy\, S,$$

где $q = \frac{4}{3}\frac{H_c}{H}\frac{mc^2}{E_\gamma}$, $a = 2qc\hbar^2 y$, E_γ — энергия гамма-кванта, а

$$S = \frac{1+\zeta^-\zeta^+}{2}\left[\mathrm{th}^2 y\, K_{2/3}(a) + 2q\,\mathrm{sh}^2 y\, K_{1/3}(a) - \zeta^-\,\mathrm{th} y\, K_{1/3}(a)\right] +$$

$$+ \frac{1-\zeta^-\zeta^+}{2}\left[K_{2/3}(a) - \zeta^- K_{1/3}(a)\right]. \qquad (94)$$

Здесь, как и ранее, $K_\mu(a)$ — функция Макдональда, проекция спина на направление поля ζ^- относится к электрону, а ζ^+ — к позитрону. Интегрирование этого выражения, к сожалению, затруднительно. Поэтому рассмотрим асимптотическое поведение (94) в двух предельных случаях.

1. В случае малых энергий гамма-кванта, когда $q \gg 1$:

$$E_\gamma \ll \frac{4}{3}\frac{H_c}{H} mc^2.$$

С помощью асимптотического значения функции Макдональда $K_{\mu}(z) \underset{z\to\infty}{=} \sqrt{\frac{\pi}{2z}}\, e^{-z}$ можно получить, что

$$w(\zeta) = w_{\infty}\left\{\frac{1+\zeta^{-}\zeta^{+}}{12} + \frac{(1-\zeta^{-})(1-\zeta^{-}\zeta^{+})}{6}\right\},$$

где просуммированная по спинам полная вероятность w_{∞} имеет вид

$$w_{\infty} = \frac{3\sqrt{3}}{16\sqrt{2}}\frac{e^2}{\hbar c}\frac{mc^2}{2}\frac{H}{H_c}e^{-2q} \qquad (95)$$

(см. [46,47]). Отсюда следует, что наиболее вероятным является рождение пары с противоположно ориентированными спинами, причем спин электрона должен быть ориентирован против магнитного поля ($\zeta^{-} = -1$):

$$w^{\uparrow\downarrow} = \frac{1-\zeta^{-}}{3}w_{\infty} = \frac{2}{3}w_{\infty}.$$

2. В другом предельном случае, когда $g << 1$ (сверхсильное магнитное поле или большие энергии фотонов), получим с учетом асимптотики $K_{\mu}(a) \underset{q\to 0}{\cong} 2^{\mu-1}\Gamma(\mu)/q^{\mu}$:

$$w(\zeta) = w_0\left\{\frac{3}{40}(1+\zeta^{-}\zeta^{+}) + \frac{7}{40}(1-\zeta^{-}\zeta^{+})\right\},$$

и, проводя суммирование по спинам частиц, придем к выражению

$$w_0 = \frac{5}{7}\frac{\Gamma(5/6)}{\Gamma(7/6)}\frac{1}{2^{4/3}}\frac{e^2}{\hbar c}\frac{mc^2}{\hbar}\frac{H}{H_c}q^{1/3} \quad \text{при } q << 1. \qquad (96)$$

Отсюда следует, что и в случае сверхсильного поля (больших энергий фотона) рождение фермионной пары с противоположно ориентированными спинами наиболее вероятно.

В заключение отметим, что экспоненциальный множитель в формуле (95) сильно подавляет величину вероятности процесса рождения пары при $q >> 1$, т.е. при сравнительно малых энергиях фотона (или в случае слабого поля, когда $q = \frac{4}{3}\frac{H_c}{H}\frac{mc}{E_{\gamma}} >> 1$) вероятность практически равна нулю. Однако в случае сильного поля, когда $H > H_c$, вероятность ста-

новится ощутимой величиной. Максимум вероятности достигается, как это показано в [46], при $q = 0, 1$.

Таким образом, в экстремально сильном магнитном поле возможно заметное поглощение фотонов вследствие рождения пар.

Однофотонная аннигиляция электронов и позитронов в магнитном поле. Процесс однофотонной аннигиляции пары можно рассмотреть в полной аналогии с процессом рождения [46,7]. При этом для вероятности аннигиляции получается выражение

$$w = \frac{2}{3}\frac{e^2}{\hbar}\frac{1}{\gamma}\left(\frac{mc^2}{E}\right)^4 \Phi(\zeta, q),$$

где $q = \frac{4}{3}\frac{H_c}{H}\frac{mc^2}{E_\gamma} = \frac{2}{3}\frac{H_c}{H}\frac{mc^2}{E}$, ибо $E_\gamma = 2E$, $\gamma = e_0 H/2\hbar c$.

Функция $\Phi(\zeta, q)$ имеет вид

$$\Phi(\zeta, q) = \frac{1-\zeta^-\zeta^+}{2}\left[\zeta^- K_{1/3}(q) + K_{2/3}(q)\right]^2 + \frac{1+\zeta^-\zeta^+}{2}K_{1/3}(q). \quad (97)$$

Заметим, что если умножить вероятность на число электронов среды и ввести плотность электронов $P = N/L^3$, то можно получить обратное время жизни электрона относительно аннигиляции с позитронами среды

$$\frac{1}{\tau} = \frac{2}{3}\frac{e^2}{\hbar\gamma}P\left(\frac{mc^2}{E}\right)^4 \Phi(\zeta, q).$$

В случае, если $q >> 1$ (слабое поле),

$$\frac{\Phi^{\uparrow\downarrow}}{\Phi^{\uparrow\uparrow}} = (1+\zeta^-)^2\left[1 + \frac{1}{6q} - \frac{5}{72q^2} + \ldots\right] + \frac{1}{36q^2}.$$

Аннигиляция пары в случае антипараллельных спинов возрастает, если спин электрона ориентирован по направлению магнитного поля.

В другом предельном случае, когда $q << 1$ (сверхсильное поле), имеем

$$\frac{\Phi^{\uparrow\downarrow}}{\Phi^{\uparrow\uparrow}} = \left[\frac{2^{4/3}\pi}{\sqrt{3}\,\Gamma^2(1/3)} + \zeta^-\right].$$

Другими словами, вероятность аннигиляции пары с противоположно ориентированными спинами намного больше, чем в случае параллельных спинов. Если теперь произвести усреднение (97) по спинам обеих частиц, то получим, что

$$w = \frac{e^2}{3\hbar\gamma L^3}\left(\frac{mc^3}{E}\right)^4 \Phi(q), \tag{98}$$

где

$$\Phi(q) = 2K_{1/3}^2(q) + K_{2/3}^2(q) = \begin{cases} \dfrac{3\pi}{2q}\,e^{-2q}, & q >> 1, \\ \dfrac{\Gamma^2(2/3)}{2^{2/3}q^{4/3}}, & q << 1. \end{cases}$$

Таким образом, в экстремально сильном магнитном поле открываются каналы однородных процессов и, в частности, рождения пар. Исследование рождения пар в случае экстремально сильного магнитного поля приобретает интерес в связи с процессами в сильных космических магнитных полях, и, в частности, в поле пульсаров. При прохождении фотона в таком поле должны возникать пары, которые в свою очередь порождают фотоны и т.д. Таким образом, может начаться каскадный процесс, похожий на тот, который может наблюдаться при прохождении космической частицы сквозь вещество. В макроскопическом экстремально сильном магнитном поле подобный каскадный процесс будет связан с электронно-позитронным и электромагнитным вакуумами.

11. ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССОВ В ЭКСТРЕМАЛЬНО СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ПУЛЬСАРОВ

Пульсар (нейтронная звезда) окружен магнитосферой, существование которой связано с сильными электрическими полями, генерируемыми магнитным полем вращающейся звезды в вакууме. Электрическое поле возникает в вакуумном зазоре у поверхности пульсара, оно сосредоточено в щели, размер которой r_0 имеет порядок 100 м [86,87], а напряженность зависит от Ω — частоты вращения звезды, r_0 — величины щели и напряженности магнитного поля H:

$$E \cong \frac{\Omega r_0 H}{c}.$$

Сильное электрическое поле отрывает от звезды заряженные частицы (электроны, протоны, позитроны), которые движутся в магнитосфере пульсара вдоль магнитных силовых линий, замыкающихся внутри светового цилиндра, синхронно вращающегося с пульсаром [88]. Таким образом, плазма, образованная электронами, позитронами и протонами, вра-

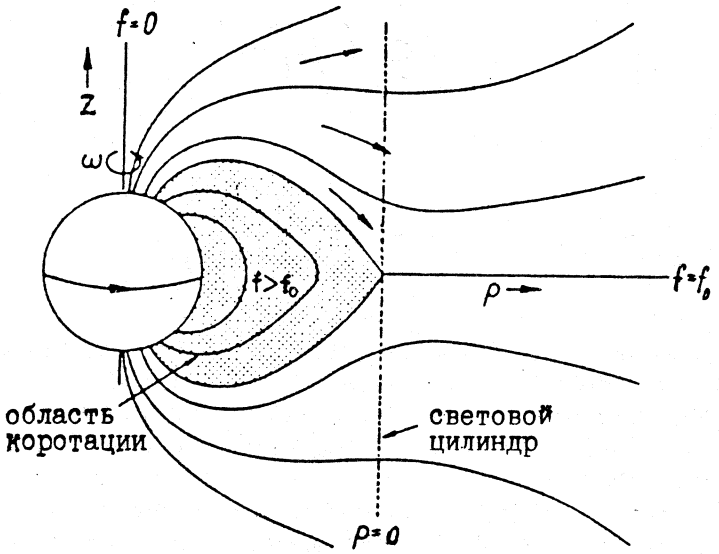


Рис. 10. Стандартная модель плазмы магнитосферы пульсара

щается синхронно вместе с пульсаром в области внутри светового цилиндра с радиусом R_c, определяющим расстояние от оси цилиндра, на котором скорость синхронного вращения плазмы достигает скорости света (см. рис.10). Электрическое поле E, возникающее у поверхности пульсара, способно сообщить достаточно высокую энергию частицам. Так, в частности, для пульсара в Крабовидной туманности можно привести следующую оценку: $H \sim 4 \cdot 10^{12}$ Э, $\Omega = 200\,\text{с}^{-1}$, $R = 10^6$ см, $r_0 = 10^3$ см, электрическое поле E способно ускорить электроны до энергии $\gamma = \dfrac{E}{mc^2} = 3 \cdot 10^6$, т.е. $E \sim 10^3$ ГэВ. Таким образом, физика частиц в магнитосфере пульсара встречается не только с экстремально сильным магнитным полем, но и с высокими значениями энергии, а пульсары выступают как важные источники космических лучей.

Особенности излучения. Энергия вращающейся нейтронной звезды преобразуется в энергию электромагнитного излучения и в энергию частиц. С этим превращением энергии связана эволюция звезды, поскольку энергетические потери вызывают процесс торможения:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{I\Omega^2}{2}\right) = I\Omega\dot{\Omega} = -\frac{2}{3}\frac{\mu^2\Omega^4}{c^3},$$

где μ — магнитный момент диполя.

К сожалению, в настоящее время нет еще полной ясности в понимании истинного механизма излучения пульсаров. Существует несколько моделей, но ни одна из них не может считаться до конца убедительной. В то же время характеристики излучения у различных пульсаров совпадают, что само по себе является весомым аргументом в пользу единой модели излучения.

Обычно рассматриваются циклотронное, синхротронное и изгибное излучение. Изгибное излучение связано с особенностью движения электрона в магнитном поле диполя, когда магнитные силовые линии обладают сильно выраженной кривизной, и это излучение имеет синхротронную природу, поскольку движение электрона происходит вдоль искривленных силовых линий магнитного поля под очень малыми питч-углами (малыми по сравнению с γ^{-1}) [89,90]. Под питч-углом понимается угол между вектором скорости и направлением магнитного поля.

При исследовании вклада синхротронного излучения в энергетические потери следует обратить внимание на характеристики СИ в условиях экстремально сильного магнитного поля, когда инвариантный χ параметр принимает значения $\chi \geq 1$. При этом меняется спектр излучения и мощность:

$$\omega_{max} = \begin{cases} \frac{3}{2}\frac{c}{R}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^3, & \chi << 1 \\ E/\hbar, & \chi \geq 1 \end{cases}; \quad W^{\text{УКВ}} = \frac{16}{9}\frac{\Gamma(2/3)W^{\text{кл}}}{(3\chi)^{4/3}}.$$

Заметим, что в астрофизических приложениях на этот важный момент в теории СИ не всегда обращается внимание.

Необходимо далее упомянуть еще об одном типе излучения, которое может реализоваться у пульсаров, — это ондуляторное излучение (ОИ). Этот тип излучения наблюдается в случае, если электрон обладает поперечным (к магнитному полю) импульсом $\beta_\perp$ и одновременно импульсом вдоль поля $\beta_\perp$ ($\beta^2 = \beta_\perp^2 + \beta_\parallel^2$), причем $\beta_\perp << \beta_\parallel$. В простейшем случае движение электрона — это движение по винтовой линии.

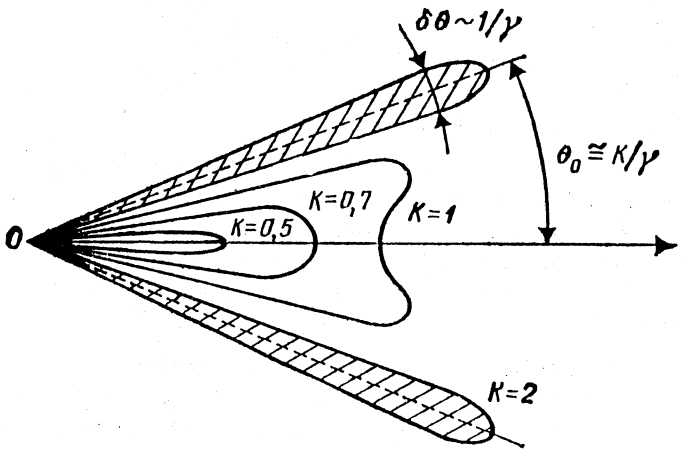


Рис. 11. Диаграмма углового распределения ондуляторного излучения для различных значений ондуляторной константы k

При этом мощность излучения имеет вид [7]:

$$W = \frac{e^2\Omega^2}{c}\sum_{\nu=1}^{\infty}\nu^2\int_0^{\pi}\frac{\sin\vartheta d\vartheta}{(1-\beta_{\parallel}\cos\vartheta)^3}\left[\beta_{\perp}^2 J_{\nu}'^2(x) + \frac{(\cos\vartheta-\beta_{\parallel})^2}{\sin^2\vartheta}J_{\nu}^2(x)\right], \qquad (99)$$

где

$$\Omega = \frac{ecH}{E}, \quad x = \frac{\nu\beta_{\perp}}{1-\beta_{\parallel}\cos\vartheta}.$$

Частота излучения теперь отличается от частоты кругового движения вследствие эффекта Доплера

$$\omega = \frac{\nu\Omega}{1-\beta_{\parallel}\cos\vartheta}.$$

В ондуляторном режиме скорость электрона в поперечном к магнитному полю направлении относительно мала, а скорость движения вдоль поля близка к скорости света. При этом максимум излучения, как это следует из (99), падает на основной тон, причем угол ϑ должен быть достаточно мал (малый угол относительно оси ондулятора).

Если ввести стандартное обозначение в виде $\beta_{\parallel} = \beta[1-(k/\gamma)^2]$, $\frac{\beta_{\perp}}{\beta_{\parallel}} = \frac{k}{\gamma}$, $\gamma = \frac{E}{mc^2}$, $k = \frac{E}{mc^2}\frac{\beta_{\perp}}{\beta}$, k — ондуляторная постоянная, то с

учетом поляризационных свойств ОИ формулу (99) можно переписать в виде

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{\beta^2 e^2 k^2 \omega^3}{2\pi c \gamma^2 \nu \Omega} \left[l_\sigma J'_\nu(x) + l_\pi \frac{\cos\Theta - \beta_\parallel}{\beta_\perp \sin\Theta} J_\nu(x) \right],$$

где $x = k\omega \sin\vartheta/\gamma\Omega$, l_σ и l_π характеризуют компоненты линейной поляризации. В приближении малых углов ϑ (наблюдение вдоль оси ондулятора)

$$\frac{dW_\nu}{d\Omega} = \frac{\beta^2 e^2 k^2 \omega^3}{2\pi c \gamma^2 \nu \Omega} J'^2_\nu(x) \left[l_\sigma + l_\pi \frac{1 + k^2 - \gamma^2\vartheta^2}{1 + k^2 + \gamma^2\vartheta^2} \right]^2.$$

Рассмотренный нами случай ондулятора ($k < 1$) отличается от ситуации, когда поперечный импульс $\beta_\perp$ не является очень малой величиной ($k > 1$ — режим вигглера). В режиме вигглера излучение электрона, движущегося по окружности, в отличие от рассмотренного движения, когда $k < 1$, имеет не дипольный характер, а полностью проявляет свойства СИ — излучаются высшие гармоники основной частоты Ω. При этом радикально меняется угловое распределение мощности излучения (рис.11).

Каскадные процессы в магнитосфере пульсара. В соответствии с Голдрейхом и Старроком [91,92] в магнитосфере пульсаров могут возникать и развиваться каскадные процессы. Действительно, ускоренные сильным электрическим полем электроны при их движении в магнитном поле звезды испускают жесткие γ-фотоны. А γ-кванты превращаются через однофотонный канал в e^+e^--пары и таким образом возникает каскадный процесс (рис.12).

Мы не будем останавливаться на этом детально и отошлем читателя к обзору [86], однако рассмотрим особенности процессов излучения и рождения пар в экстремально сильном поле.

Рассмотрим выражение для вероятности синхротронного излучения и однофотонного рождения пары.

Для синхротронного излучения при $\chi << 1$:

$$w_0^\gamma = \frac{5}{2\sqrt{3}} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{mc^2}{\hbar} \frac{H}{H_c},$$

для процесса рождения пары e^+e^-:

$$w_0^{e^+e^-} = \frac{3\sqrt{3}}{16\sqrt{2}} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{mc^2}{\hbar} \frac{H}{H_c} \exp(-4/\xi^\phi),$$

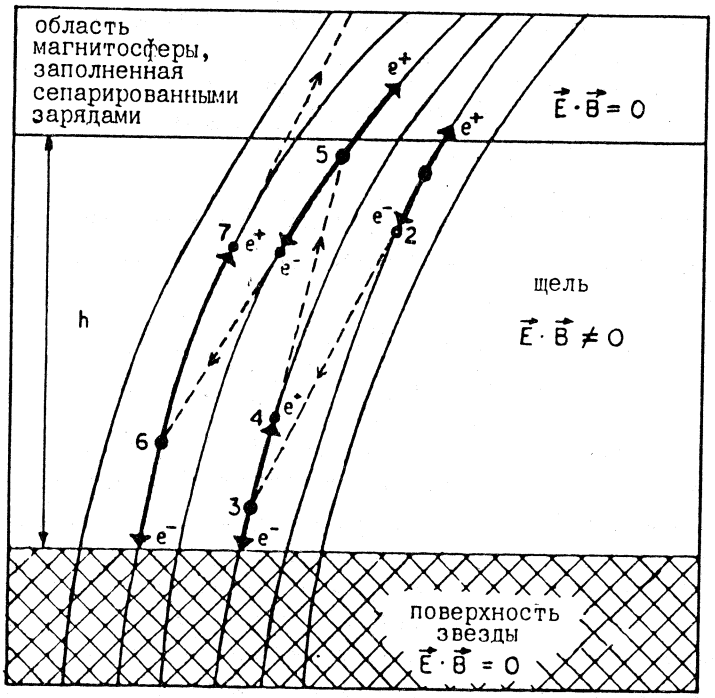


Рис. 12. Схема развития каскадного процесса

где

$$\xi^{\phi} = \frac{3}{2}\frac{H}{H_c}\frac{E_\gamma}{mc^2} = \frac{3}{2}\chi^{\phi}.$$

Обычно [86] эти соотношения полагаются в основу рассмотрения каскадных процессов. Однако в экстремально сильном магнитном поле, когда χ и $\chi^{\phi} >> 1$, вероятности излучения и однофотонного рождения пары изменяются:

$$w_{\infty}^{\phi} = \frac{7}{9}2^{2/3}\Gamma(2/3)\frac{mc^2}{\hbar}\frac{H}{H_c}\frac{1}{\xi^{1/3}},$$

$$w_{\infty}^{e^+e^-} = \frac{5}{14}\frac{\Gamma(5/6)}{\Gamma(7/6)}\frac{e^2}{\hbar c}\frac{mc^2}{\hbar}\frac{H}{H_c}\frac{1}{(\xi^{\phi})^{1/3}}.$$

Это обстоятельство может внести коррективы в расчет каскадных процессов.

12. ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА БЕТА-РАСПАД НЕЙТРОНА

Сверхновые являются самыми впечатляющими взрывами звезд [93,94] с выделением потенциальной энергии $\sim 10^{46}$ Дж. В работе Бааде и Цвикки, 1934 г. [95] было показано, что лишь одного процента этой энергии достаточно для того, чтобы убрать оболочку и образовать взрыв сверхновой. В начале 40-х годов Гамов и Шенберг [96,97] предложили механизм выделения энергии при звездном коллапсе за счет испускания нейтрино. Огромное количество энергии выносится нейтрино за время $\sim 10^{-3}$ с, определяемое скоростью элементарного слабого взаимодействия.

Высокие плотности, температура, напряженность магнитного поля характерны для коллапса звезд. Современные модельные сценарии сверхновых (см., например, [98,99]) позволяют учесть все более широкий набор обстоятельств, однако учет магнитного поля еще только начинают обсуждать [100].

Среди многофакторных задач можно выделить принципиально важную проблему влияния экстремального магнитного поля на β-распад нейтрона. Родственные этой реакции процессы являются источниками нейтринных потоков при коллапсе.

Исследование влияния на β-распад нейтрона внешнего электромагнитного поля связано с необходимостью использовать точные решения уравнения Дирака для всех частиц, участвующих в реакции, в этом поле. Вполне ясно, что учет всех электромагнитных характеристик частиц, включая их аномальные магнитные моменты, приводит к громоздкому выражению вероятности реакции. Для выявления роли каждой из электромагнитных характеристик частиц в ходе β-распада и их возможных значений при заданных параметрах внешнего электромагнитного поля полезно сопроводить обычные асимптотические разложения в так называемых «интересных» случаях, когда эти разложения возможны, графическими разрезами массива потенциальной информации, имея в виду многомерную структуру, например, спектрально-углового распределения рождающихся частиц. Таким образом, в частности, можно выявить корреляции импульсов и моментов импульсов продуктов реакции, их асимметрии по отношению к направлению, выделенному внешним электромагнитным полем.

В первом порядке теории возмущений по константе слабого универсального взаимодействия амплитуду β-распада нейтрона в $(V-A)$-варианте можно записать в виде

$$M = (G/(2)^{1/2})\{\overline{\Psi}_p \gamma_\mu (1 + \alpha_0 \gamma_5) \Psi_n \overline{\Psi}_e \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \Psi_\nu^{\sim}\},$$

где Ψ_n, $\overline{\Psi}_p$, $\overline{\Psi}_e$, $\Psi_\nu^{\sim}$ — волновые функции, соответственно, нейтрона, протона, электрона и антинейтрино; $\alpha_0 = G^A/G^V$ — отношение аксиальной и векторной констант взаимодействия, а константа

$$G = e^2/(8M_w^2 \sin \Theta_W) = 1{,}414 \cdot 10^{-49} \text{ эрг}\cdot\text{см}^3$$

(без радиационных поправок) связана с массой промежуточного векторного бозона M_W и углом Вайнберга Θ_W.

В простейшем варианте разрешенного β-перехода, для которого формфактор содержит всего лишь два β-момента [24]:

$$S_0 = G^V <1>, \quad S_1 = G^A <\sigma>,$$

не зависящих от энергии, можно рассматривать не только β-распад нейтрона, но и β-переходы между зеркальными ядрами, например, ^{3}H → ^{3}He, когда взаимно обмениваются числа нейтронов и протонов. При этом будет существенно меняться параметр энерговыделения ε_0.

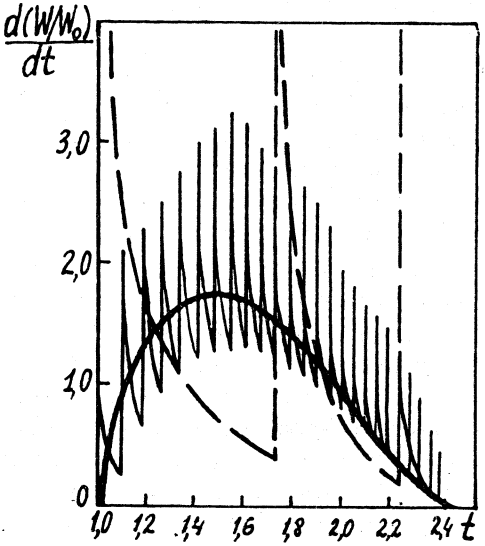


Рис. 13. Спектр энергии электронов при β-распаде нейтрона в магнитном поле с напряженностью $H = 0$ (жирная линия), $H = 0{,}1H_c$ (сплошная линия), $H = H_c$ (штриховая линия)

Впервые влияние внешнего электромагнитного поля на процесс β-распада нейтрона было рассмотрено на примере воздействия постоянного и однородного магнитного поля [101, 102], когда его напряженность могла быть выбрана сколь угодно большой, включая значения, превышающие критическое H_c.

В первых работах было естественным исследовать прежде всего влияние магнитного поля на состояние рождающегося в реакции электрона. Действительно, непрерывность спектра электрона была тем признаком, который стал базой предположения о существовании нейтрино.

В магнитном поле непрерывный спектр электронов модифицируется, становясь резонансным (см. рис.13), когда родившийся электрон попадает на квантованную орбиту вращения. Число резонансов

$$N = H_c(\varepsilon_0^2 - 1)/(2H),$$

может быть и случай единственного уровня для электрона в магнитном поле напряженности

$$H \geq H_c(\varepsilon_0^2 - 1)/2$$

для данного энерговыделения ε_0.

Для протона спектр также имеет резонансный характер, однако единственный уровень будет достигаться при значительно более высоких напряженностях магнитного поля [103]:

$$H \geq H_c(m_p/m_e)\,(\varepsilon_0 - 1).$$

Величина квантующего поперечное движение протона магнитного поля $\sim 10^{17}$ оказывается большей, чем напряженность, при которой величины G^A и G^V выравниваются.

В свете этих замечаний приходится рассматривать парциальные вероятности для выбранных значений квантовых чисел n и n' как функции магнитного поля и энерговыделения, а затем уже при необходимости суммировать их, чтобы получить информацию о полной вероятности. К счастью, все они проходят резонансное значение в достаточно узкой области напряженности магнитного поля, кроме случая парциальной вероятности для $n = 0$ и $n' = 0$.

Используя диаграмму Далица (рис.14) в переменных

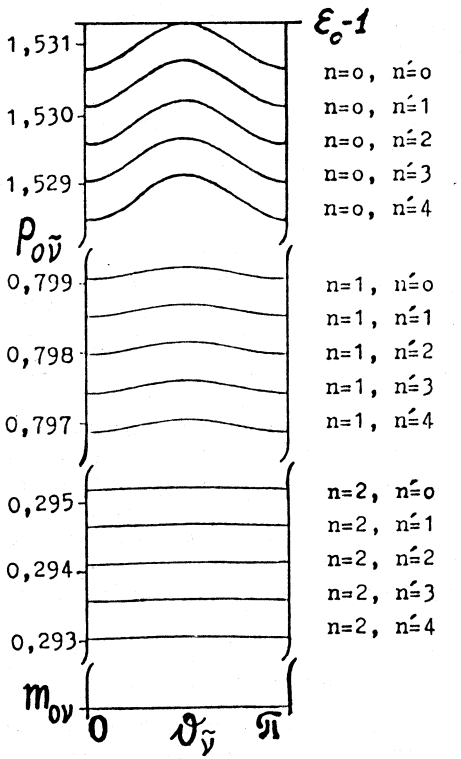


Рис. 14. Диаграмма Далица по переменным энергии антинейтрино $p_{0\tilde{\nu}}$ и угла вылета $\Theta_{\tilde{\nu}}$ антинейтрино для различных уровней энергии электрона (n) и протона (n') в магнитном поле с напряженностью $H = H_c$

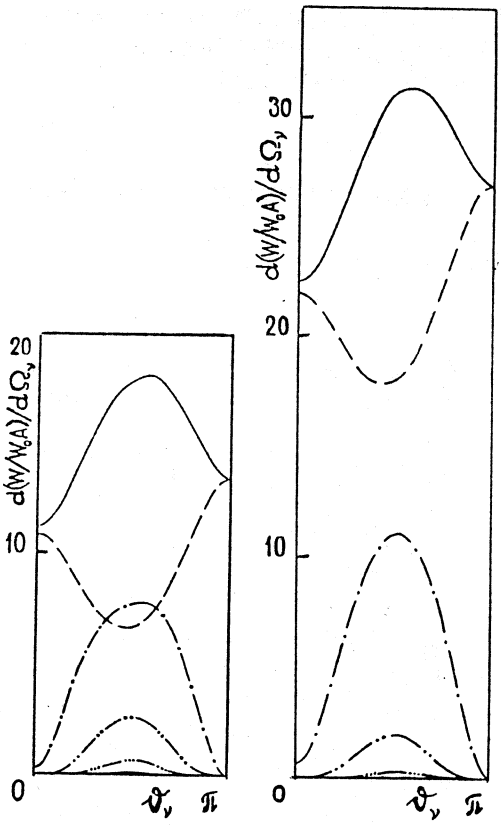


Рис. 15. Парциальные угловые распределения в состояниях $n = 0$ и $n' = 0,1,2,3$. Сплошная линия соответствует суммарному угловому распределению, а штрихованными линиями показаны теряющие с ростом n' асимметрию вклады парциальных распределений. Значения отношений напряженностей магнитного поля: а) $H/H_c = 1,35$, б) $H/H_c = 2,7$

энергии $p_{0\tilde{\nu}}$ и угла вылета относительно направления магнитного поля $e_{\tilde{\nu}}$ антинейтрино для различных уровней энергии электрона (n) и протона (n'), можно представить поведение парциальных вероятностей [104].

Результаты расчетов парциальных вкладов угловых распределений показывают сильную нелинейную зависимость от величины напряженности магнитного поля (рис.15). На приведенных графиках угловых распределений отчетливо проявляется асимметрия вылета антинейтрино относительно направления магнитного поля [105].

Парциальные вероятности, как отмечалось выше, являются сложными функциями магнитного поля. Исследуя эти зависимости, мы рассчитали β-распад нейтрона с образованием электрона в основном состоянии и протона в состояниях с $n' = 0,1,2,3$ (рис.16). Более удобным оказалось представить на графиках значения парциальных вероятностей, отнесенных к величине H/H_c, поскольку в этом случае отчетливей видна область их резонансного поведения. Следует отметить, что приведенные результаты учитывают и аномальные магнитные моменты частиц за исключением антинейтрино, кроме того, значение G^A принималось постоянным. Возвращаясь к сценарию звездного коллапса, отметим асимметрию нейтринных потоков в магнитном поле. Изменение скорости слабых процессов [106,107] может

быть следствием многих причин: воздействия электронной плотности, температуры, плотности вещества, магнитного поля и др., однако асимметрия потока нейтрино по отношению к оси магнитного поля пульсара, обусловленная магнитным полем пульсара, может глобально проявиться в импульсе образующегося пульсара [105, 108—110]. Это предложение для объяснения высоких скоростей пульсаров вызвало заинтересованное обсуждение [99,111,112] и расширение подходов к проблеме асимметрии потоков нейтрино (см., например, [113,114,115]).

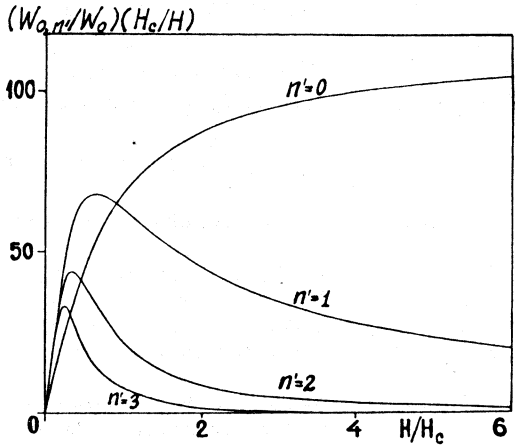


Рис. 16. Парциальные вероятности β-распада нейтрона в состояние электрона $n = 0$ и протона в состояния $n' = 0,1,2,3$ как функции величины H/H_c. Парциальные вероятности нормированы на вероятность свободного β-распада нейтрона W_0 и отношение H/H_c

На базе наблюдательного материала излучения пульсаров в радиодиапазоне, используя модель ускорения пульсаров за счет выброса нейтрино, удалось создать наблюдательный тест [116,117], позволяющий определить модуль пространственной скорости пульсара, дополнив тем самым сведения о наблюдаемых тангенциальных скоростях пульсаров.

Следует упомянуть и о такой наблюдаемой характеристике остатков сверхновой, как большая полуось оболочки сверхновой. Вытянутость оболочки сверхновой вдоль направления, совпадающего с осью вращения пульсара, может быть связана с асимметрией потоков излучения и частиц, обусловленной магнитным полем пульсара, через области его магнитных полюсов [118]. При этом нужно учитывать еще и несоосность оси вращения и магнитной оси пульсара, что приводит к расширению угла выхода частиц и излучения.

В заключение следует отметить, что квантовые процессы, развивающиеся в экстремальном внешнем магнитном поле, представляют новую интересную область физических исследований. Можно выразить надежду и уверенность, что развитие этого направления будет иметь не только большое прикладное значение, но и внесет свой вклад в квантовую теорию поля, которой Н.Н.Боголюбов посвятил многие годы своей жизни.

Авторы благодарны Н.П.Клепикову, В.Ч.Жуковскому, А.В.Борисову и Б.А.Лысову за многочисленные плодотворные обсуждения и особенно признательны А.П.Крыловой за помощь в подготовке библиографии и Н.А.Соколовой за помощь в подготовке рукописи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боголюбов Н.Н., Струминский Б.В., Тавхелидзе А.Н. — Препринт ОИЯИ Д-1968, Дубна, 1965.
2. Боголюбов Н.Н.— Препринт ОИЯИ Д-781, Дубна, 1961.
3. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. — ДАН СССР, 1955, т.103, с.203.
4. Heisenberg W., Euler H.— Zs. Phys., 1936, vol.98, p.714.
5. Тернов И.М.— В кн.: История и методология естественных наук. М.: Изд. МГУ, 1985, с.3.
6. Тернов И.М., Халилов В.Р., Родионов В.Н.— Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем. М.: Изд. МГУ, 1982.
7. Соколов А.А., Тернов И.М.— Релятивистский электрон. М.: Наука, 1983.
8. Ритус В.И. — Тр. Физ. инт-та АН СССР. М.: Наука, 1979, т.111, с.5.
9. Гриб А.А., Мамаев С.Г., Мостепаненко В.М.— Вакуумные квантовые эффекты в интенсивных внешних полях. М.: Энергоатомиздат, 1982, с.288.
10. Никишов А.И.— Тр. Физ. ин-та АН СССР. М.: Наука, 1979, с.152.
11. Trümper J., Pietsch W., Reppin C. et al.— Astrophys. J.,1978, vol.219, L105—L110.
12. Soff G., Reinchardt J., Greiner W.— Phys. Rev., 1981, vol.A23, p.701.
13. Koenig W., Bederman E. et al.— Phys. Lett., 1989, vol.218, p.12.
14. Ambjorn J., Olsen P.— Preprint NBI-HE-90-73, 1990, p.1.
15. CERN Cour., 1987, vol.27, 5, p.17.
16. Барышевский В.Г., Тихомиров В.В.— УФН, 1989, т.159, с.529.
17. Sauter F.— Zs. f. Phys., 1931, B69, s.742.
18. Klein O.— Zs. f. Phys., 1929, B53, s.157.
19. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б.— Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981.
20. Ритус В.И.— ЖЭТФ, 1975, т.69, с.1517.
21. Schwinger J.— Phys. Rev., 1949, vol.75, p.657.
22. Скалозуб В.В.— ЭЧАЯ, 1985, т.16, с.1005.
23. Bender I., Gromes D., Rothe H.J.— Nuovo Cim., 1976, vol.A32, p.21.
24. Окунь Л.Б.— Лептоны и кварки. М.: Наука, 1990.
25. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В. — Калибровочные поля. М.: Изд. МГУ, 1988.
26. Боголюбов Н.Н., Толмачев В.В., Ширков Д.В.— Новый метод в теории сверхпроводимости. М.: Наука, 1958.
27. Kirznits D.A., Linde A.D.— Phys. Lett., 1972, vol.A28, p.471.
28. Salam A., Strathdee J.— Nucl. Phys., 1975, vol.B90, p.203.
29. Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В.— Квантовые процессы в сильном внешнем поле. М.: Изд. МГУ, 1989.
30. Тернов И.М., Михайлин В.В.— Синхротронное излучение. Теория и эксперимент. М.: Энергоатомиздат, 1986.
31. Тернов И.М., Багров В.Г., Жуковский В.Ч.— Вестник Моск. университета, сер. физ. и астр., 1966, 1, с.30.
32. Багров В.Г., Бордовицын В.А.— Известия ВУЗов. Физика, 1967, 1, с.61.
33. Тернов И.М., Халилов В.Р.— ЯФ, 1982, т.35, с.328.
34. Тернов И.М., Халилов В.Р.— ЖЭТФ, 1981, т.81, с.1953.
35. Крайнов В.П.— ЖЭТФ, 1973, т.64, с.800.

36. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.— Квантовая механика. М.: Наука, 1974.
37. Бочкарев Н.Г.— Магнитные поля в космосе. М.: Наука, 1985.
38. Sokolov A.A., Ternov I.M.— Radiation from Relativistic Electrons. Amer. Inst. of Phys, New York, 1986.
39. Владимирский В.В.— ЖЭТФ, 1948, т.18, с.392.
40. Schwinger J.— Phys. Rev., 1949, vol.70, p.1912.
41. Соколов А.А., Тернов И.М.— Изв. ВУЗов. Физика, 1967, 10, с.66.
42. Соколов А.А., Тернов И.М.— ЖЭТФ, 1953, т.25, с.698.
43. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.— Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989.
44. Соколов А.А., Тернов И.М.— ДАН СССР, 1963, т.153, с.1052.
45. Тернов И.М., Багров В.Г., Бордовицын В.А., Дорофеев О.Ф.— ЖЭТФ, 1968, т.55, с.2273.
46. Клепиков Н.П.— ЖЭТФ, 1954, т.26, с.19.
47. Erber T.— Rev. Mod. Phys., 1966, vol.38, p.626.
48. Тернов И.М.— К развитию теории движения быстрых элементарных частиц с учетом эффектов излучения. Дисс.к.ф.м.н. М., 1954.
49. Соколов А.А., Клепиков Н.П., Тернов И.М.— ЖЭТФ, 1952, т.23, с.632.
50. Schwinger J.— Proc. Nat. Acad. Sci., USA. 1954, vol.40, p.132.
51. Корчуганов В.Н., Кулипанов Г.Н., Мезенцев Н.А. и др.— Препринт ИЯФ СО АН СССР, 77—83, Новосибирск, 1977.
52. Боголюбов Н.Н., Тябликов С.В.— Изв. АН УССР, 1946, 5, с.10.
53. Sands M.— Phys. Rev., 1955, vol.97, p.470.
54. Королев Ф.А., Ершов А.Г.— Докл. АН СССР, 1960, т.134, с.314.
55. Тернов И.М.— Исследования по квантовой теории светящегося электрона. Дис.д.ф.м.н. М., 1961.
56. Соколов А.А., Тернов И.М.— Докл. АН СССР, 1963, т.153, с.1052.
57. Тернов И.М.— ЭЧАЯ, 1986, т.17, с.884.
58. Соколов А.А., Тернов И.М., Багров В.Г., Рзаев Р.А.— В кн.: Синхротронное излучение. М.: Наука, с.72.
59. Тернов И.М., Багров В.Г., Дорофеев О.Ф.— Изв. ВУЗов. Физика, 1968, 10, с.63.
60. Багров В.Г., Дорофеев О.Ф.— Вест. Моск. У-та. Физика, астр. 1966, 2, с.87.
61. Багров В.Г., Дорофеев О.Ф., Каргин Ю.Н., Копытов Г.Ф., Разина Г.К.— Численный анализ спектрального распределения синхротронного излучения. М.: ВИНИТИ, 8002-В87, 1987.
62. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч.— Квантовая механика. М.: Наука, 1979.
63. Bargman V., Michel L., Telegdi V.— Phys. Rev. Lett., 1959, vol.2, 10, p.435.
64. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Ландау Л.Д.— Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989.
65. Тернов И.М.— ЖЭТФ, 1990, т.98, с.1169.
66. Бордовицын В.А.— Спиновые свойства релятивистских частиц в классической, квазиклассической и квантовой теории во внешних электромагнитных полях. Дис.д.ф.м.н. Москва-Томск. 1983.
67. Тернов И.М., Багров В.Г., Хапаев А.М.— ЖЭТФ, 1965, т.48, с.921.
68. Багров В.Г.— Движение и излучение релятивистских частиц во внешних электромагнитных полях. Дис.д.ф.м.н. М., 1969.
69. Матвеев А.Н.— ЖЭТФ, 1956, т.31, с.479.
70. Дорофеев О.Ф.— Движение и излучение слабовозбужденных электронов в магнитном поле. Дис.к.ф.м.н. М., 1968.
71. Багров В.Г.— Автореферат дисс. к.ф.м.н. М., МГУ, 1964.
72. Тернов И.М., Халилов В.Р., Родионов В.Н., Лобанов А.Е.— ТМФ, 1980, т.45, с.377.

73. Froissart M., Stora R.— Nucl. Instr. and Methods, 1960, vol.7, p.297.
74. Schwinger J.— Phys. Rev., 1948, vol.73, p.416.
75. Gupta N.D.S.— Zs. Phys., 1967, vol.201, p.222.
76. Luttinger J.M.— Phys. Rev., 1948, vol.74, p.893.
77. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М.— ЯФ, 1976, т.24, с.379.
78. Тернов И.М., Халилов В.Р., Родионов В.Н., Клименко Ю.И.— ЖЭТФ, 1978, т.74, с.1201.
79. Тернов И.М., Родионов В.Н., Студеникин А.И.— В кн.: Проблемы квантовой метрологии. Л.: Энергоатомиздат, 1985, с.15.
80. Филд Дж., Пикассо Э., Комбин Ф.— УФН, 1987, т.127, с.553.
81. Dyck R.S., Schwinberg P.B., Dehmelt H.G.— Phys. Rev., 1986, vol.34, p.722.
82. De Raad Jr., Haridass N.D., Milton K.A.— Phys. Rev., 1974, vol.D8, p.1809.
83. Электромагнитные взаимодействия и структура элементарных частиц. Под ред. А.М.Балдина. М.: Мир, 1969.
84. Serednyakov S.I., Sidorov V.A., Skrinsky A.N. et al. — Phys. Lett., 1977, vol.B66, p.102.
85. Исаев П.С.— Квантовая электродинамика в области высоких энергий. М.: Энергоатомиздат, 1984.
86. Michel F.G.— Rev. Mod. Phys., 1982, vol.54, p.1.
87. Goldreich P., Julian W.H.— Astron. J., 1969, vol.157, p.809.
88. Ruderman M.A., Sutherland P.S.— Astrophys. J., 1975, vol.196, p.51.
89. Смит Ф.Г.— Пульсары. М.: Мир, 1979.
90. Komesaroff M.M.— Nature, 1970, vol.205, p.612.
91. Sturrok P.A.— Astrophys. J., 1971, vol.164, p.529.
92. Goldreich P.— Proc. Astr. Soc. Australia, 1969, vol.1, p.227.
93. Шкловский И.С.— Звезды: их рождение, жизнь и смерть. М.: Наука, 1984.
94. Псковский Ю.П.— Новые и сверхновые звезды. М.: Наука, 1985.
95. Baade W., Zwicky F.— Phys. Rev., 1934, vol.45, p.138.
96. Gamov G., Schoenberg M.— Phys. Rev., 1940, vol.58, p.1117.
97. Gamov G., Schoenberg M.— Phys. Rev., 1941, vol.59, p.539.
98. Имшенник В.С., Надеждин Д.К. — Итоги науки и техники. Сер. Астрономия, М.: ВИНИТИ, 1982, т.21, с.63.
99. Блинников С.И., Лозинская Т.А., Чугай Н.Н.— Итоги науки и техники. Сер. Астрономия. М.: ВИНИТИ, 1987, т.32, с.142.
100. Janka H.-T., Monchmayer R.— Astron. Astrophys., 1989, vol.209, p.15.
101. Коровина Л.И.— Изв. ВУЗов. Физика, 1964, 2, с.86.
102. Тернов И.М., Лысов Б.А., Коровина Л.И.— Вест. Моск. ун-та. Физика. Астрономия, 1965, 5, с.58.
103. Захарцов В.М., Лоскутов Ю.М. — Вест. Моск. ун-та. Физика. Астрономия, 1985, 2, с.24.
104. Дорофеев О.Ф., Лысов Б.А., Павлова О.С., Тернов И.М.— Препринт физ. ф-та МГУ 30/1986, 1986.
105. Дорофеев О.Ф., Родионов В.Н., Тернов И.М.— Препринт физ. ф-та МГУ 13/1984, 1984.; Письма в ЖЭТФ, 1984, т.39, с.159. Письма в Астрон. журн., 1985, т.11, с.302.
106. Byrne J.— Physique, 1984, vol.45, p.C3-31.
107. Vilenkin A.— Nature, 1979, vol.280, p.569.
108. Чугай Н.Н.— Письма в Астрон. журн., 1984, т.10, с.210.
109. Лоскутов Ю.М.— Письма в ЖЭТФ, 1984, т.39, с.438.
110. Тернов И.М., Родионов В.Н., Дорофеев О.Ф.— ЭЧАЯ, 1989, т.21, с.51.
111. Родионов В.Н., Старчеус С.Г., Тасев М.А., Тернов И.М.— ЖЭТФ, 1988, т.94, с.56.
112. Лоскутов Ю.М., Парфенов К.В.— Вестн. Моск. ун-та. Физика. Астрономия, 1989, т.30, 5, с.5.

113. **Бисноватый-Коган Г.С.**— Физические вопросы теории звездной эволюции. М.: Наука, 1989, с.352.
114. **Липунов В.М.**— Астрофизика нейтронных звезд. М.: Наука, 1987.
115. **Воскресенский Д.Н., Сенаторов А.В.**—ЖЭТФ, 1986, т.90, с.1505.
116. **Псковский Ю.П., Дорофеев О.Ф.**— Астрон. циркуляр, 1987, 1504, с.1.; Nature, 1989, vol.340, 6225, p.701.; J.Astrophys. Astr., 1990, vol.11, p.507.
117. **Graham-Smith F.**— Nature, 1989, vol.340, 6225, p.680.
118. **Псковский Ю.П., Дорофеев О.Ф.**— Астрон. циркуляр, 1990, 1544, с.5.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП.1

УДК 539.12.01

МЕТОД ДИСПЕРСИОННЫХ СООТНОШЕНИЙ

Посвящается памяти Н.Н.Боголюбова

П.С.Исаев

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Рассматриваются физические и математические основы метода дисперсионных соотношений. Решающий вклад в обоснование и развитие метода дисперсионных соотношений (МДС) был сделан Н.Н.Боголюбовым. Выделен вклад ученых Лаборатории теоретической физики в развитие и приложение МДС за период 1956—1965 гг., в течение которого академик Н.Н.Боголюбов был директором лаборатории. Дан обзор метода двойных дисперсионных соотношений, реджелогии, бутстрап-метода, сверхсходящихся правил сумм, следующих из предположений об аналитичности амплитуд рассеяния. Знание глубины физических и математических основ рассмотренных выше методов позволяет нам судить о возможности их использования в рамках квантовой хромодинамики.

Physical and mathematical fundamentals of the dispersion relation method are considered. The decisive contribution to the foundation and development of the dispersion relation method (DRM) was made by N.N.Bogolubov. The contribution of scientists of Laboratory of Theoretical Physics to the development and applications of DRM is reviewed during the period from 1956 to 1965 when Academician N.N.Bogolubov was Director of the Laboratory of Theoretical Physics. Double dispersion relation, reggelogy, bootstrapmethod, FESR following from the assumption of analyticity of scattering amplitudes are also reviewed. The knowledge of profundity of physical and mathematical principles of the above considered methods of quantum field theory allow us to discuss a problem of their use in the framework of QCD.

ВВЕДЕНИЕ

Математическое определение причинности, с точки зрения «здравого смысла», можно ввести довольно просто. Рассмотрим случай, когда ударом по клавише пианино мы вызываем звуковой сигнал, на который затем реагирует камертон. Может ли камертон зазвучать раньше, предсказывая, что вскоре после этого будет произведен удар по клавише пианино? Очевидно, с точки зрения здравого смысла (или нашего повседневного опыта), этого быть не должно! Пусть $g(t)$ есть отклик камертона на удар по клавише, t_0 — момент времени, когда звуковой сигнал доходит

до камертона. Очевидно, что $g(t) = 0$ при $t < t_0$. Пусть функция $F(t, t')$ описывает связь между камертоном и сигналом $f(t)$ ($f(t)$ — удар по клавише пианино). Предположим, что $f(t') = \delta(t' - t)$. Предположим, что функция связи $F(t, t')$ есть связь линейная, зависящая от разности времени $t - t'$, это кажется очевидным. Тогда связь сигнала $f(t)$ и отклика камертона $g(t)$ можно выразить формулой

$$g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t - t')\, f(t')\, dt' \tag{1}$$

или

$$g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t - t')\, \delta(t' - t_0)\, dt' = F(t - t_0),$$

и т.к. $g(t) \equiv 0$ при $t < t_0$, то и $F(t - t_0) \equiv 0$ при $t < t_0$.

Применим к выражению (1) преобразование Фурье.

Пусть

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\, e^{i\omega t} dt. \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1), получим $g(\omega) = F(\omega)\, f(\omega)$, где $F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\tau)\, e^{i\omega\tau} d\tau$.

Мы получили, что камертон отвечает только на ту звуковую частоту, которую издает клавиша пианино. Но это не все. Очевидно, что функция $F(\omega)$ является аналитической функцией переменной ω в верхней полуплоскости ω:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\tau)\, e^{i(\omega_r + i\omega_i)\tau}. \tag{3}$$

Если $\tau > 0$, то в подынтегральном выражении (3) возникает режущий фактор $e^{-\omega_i \tau}$.

Если $\tau < 0$, то $F(\tau) \equiv 0$.

Если функция $F(\omega)$ является аналитической функцией переменной ω в верхней полуплоскости комплексной переменной ω, то для этой функции можно записать теорему Коши:

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{F(\omega')\, d\omega'}{\omega' - \omega} \quad (\operatorname{Im} \omega > 0).$$

Опуская переменную ω на вещественную ось ω и используя символическое тождество

$$\lim_{\substack{\varepsilon>0\\ \varepsilon\to 0}} \frac{1}{\omega' - (\omega + i\varepsilon)} = \mathcal{P}\,\frac{1}{\omega' - \omega} + i\pi\delta(\omega' - \omega),$$

получим

$$F(\omega) = \frac{\mathcal{P}}{\pi i}\int \frac{F(\omega')\,d\omega'}{\omega' - \omega}, \tag{4}$$

$$F(\omega) = \mathrm{Re}\,F(\omega) + i\,\mathrm{Im}\,F(\omega). \tag{5}$$

Подставляя (5) в (4), получим

$$\mathrm{Re}\,F(\omega) = \frac{\mathcal{P}}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{Im}\,F(\omega')\,d\omega'}{\omega' - \omega},$$

$$\mathrm{Im}\,F(\omega) = -\frac{\mathcal{P}}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{Re}\,F(\omega')\,d\omega'}{\omega' - \omega}. \tag{6}$$

Формулы (6) называются дисперсионными соотношениями. Как было показано, они вытекают из принципа причинности: $F(t) \equiv 0$ при $t < 0$. $F(\omega)$ — фурье-образ функции $F(t)$. Для функций, обладающих на бесконечности полюсами n-го порядка (полиномиально возрастающими функциями), также можно записать дисперсионные соотношения (ДС), но в этом случае нужно провести n-е число вычитаний:

$$\lim_{\substack{\varepsilon\to 0\\ \varepsilon>0}} \frac{f(E)}{(E - E_0 + i\varepsilon)^{n+1}} = \mathcal{P}\left\{\frac{1}{(E - E_0)^{n+1}} - \frac{i\pi(-1)^n}{n!}\delta^n(E - E_0)\right\},$$

тогда

$$F(E) = \frac{(E - E_0)^{n+1}}{i\pi}\,\mathcal{P}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(E')\,dE'}{(E' - E)(E' - E_0)^{n+1}} +$$

$$+ F(E_0) + \ldots \frac{F^n(E_0)}{n!}(E - E_0)^n.$$

В этом случае ДС определяются с точностью до полинома степени n. Таково следствие принципа причинности, введенного нами с точки зрения «здравого смысла».

1. ОДНОМЕРНЫЕ ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Существует ли связь дисперсионных соотношений с квантовой теорией поля? Насколько можно обобщить теорию поля, не нарушая справедливости дисперсионных соотношений? Н.Н.Боголюбов сформулиро-

вал основные положения теории поля, при которых возможен вывод дисперсионных соотношений, доказав тем самым их существование в рамках квантовой теории поля [1]. В их число входили требования общего характера, такие как: 1) инвариантность амплитуд состояний относительно преобразований L некоторой группы G (кроме лоренцевых группа G может включать изотопические, градиентные преобразования и др.); 2) существование асимптотических состояний системы частиц, таких, что взаимодействие между частицами при бесконечном удалении выключается полностью, а такие величины, как энергия, импульс и др. являются аддитивными; 3) существование оператора трансляции одночастичного состояния U_{L_a}, который, действуя на вектор состояния $|p\rangle$ с определенным значением вектора энергии-импульса p, записывается в виде

$$U_{L_a}|p\rangle = e^{-ipa}|p\rangle;$$

4) существование вакуумного состояния $|0\rangle$ такого, что

$$U_{L_a}|0\rangle = 0;$$

5) существование унитарного оператора S, описывающего переход между начальным и конечным асимптотическими состояниями со свойством

$$SS^+ = 1,$$

и некоторые другие.

Кроме этих общих свойств теории поля были сформулированы локальные свойства, среди которых определяющим было условие причинности в вариационной форме

$$\frac{\delta}{\delta\varphi(x)}\left(\frac{\delta S}{\delta\varphi(y)}S^+\right) = 0 \quad \text{для} \quad x \lesssim y,$$

где $x \lesssim y$ означает, что точка x лежит раньше точки y, или отделена от нее пространственноподобным интервалом.

Чтобы перейти от чисто математических следствий условия причинности к имеющим физический смысл дисперсионным соотношениям, необходимо связать реальные и мнимые части функции $F(\omega)$ с физически измеряемыми величинами.

Пусть функция $F(\omega)$ (см. формулы (5) и (6)) есть амплитуда рассеяния физического процесса. Пока, для определенности, будем предполагать, что это амплитуда рассеяния π-мезона на нуклоне, а ω — есть энергия налетающего π-мезона ($\omega \equiv E$). Соотношение (6) запишем иначе:

$$\operatorname{Re} F(E) = \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_0^\infty \frac{\operatorname{Im} F(E')\, dE'}{E' - E} + \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_{-\infty}^0 \frac{\operatorname{Im} F(E')\, dE'}{E' - E}. \tag{7}$$

Область отрицательных значений E может быть выражена через комплексно-сопряженное значение амплитуды $F(E)$.

Действительно, фурье-образ функции $F(E)$:

$$F(E) = \int e^{iEt} F(t)\, dt$$

обладает свойством

$$F^*(E) = F(-E),$$

откуда следует, что

$$\operatorname{Re} F(E) = \operatorname{Re} F(-E); \qquad \operatorname{Im} F(E) = -\operatorname{Im} F(-E). \tag{8}$$

Таким образом, соотношение (7) может быть записано в форме

$$\operatorname{Re} F(E) = \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_0^\infty \frac{\operatorname{Im} F(E')\, dE'}{E' - E} + \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_0^\infty \frac{\operatorname{Im} F(E')\, dE'}{E' + E} \tag{9}$$

(во втором интеграле знак (+) меняется на знак (−) четыре раза).

В результате выражение (9) принимает вид

$$\operatorname{Re} F(E) = \frac{2\mathcal{P}}{\pi} \int_0^\infty \frac{E' \operatorname{Im} F(E')\, dE'}{E'^2 - E^2}. \tag{10}$$

Для заряженных частиц свойства зарядовой симметрии и соотношение четностей действительной и мнимой частей амплитуды $F(E)$ (8) ведут к тому, что область отрицательных значений энергий для процесса рассеяния $\pi^+ + p \to \pi^+ + p$ выражается через положительные значения энергии физического процесса рассеяния $\pi^- + p \to \pi^- + p$. Конечно, для того чтобы записывать ДС для процессов $\pi + p \to \pi + p$, необходимо было убедиться в том, что амплитуда рассеяния в квантовой теории поля, в которой, в частности, существуют процессы рождения и уничтожения частиц, является аналитической функцией комплексной переменной энергии E.

Первый вывод дисперсионных соотношений в рамках квантовой теории поля был предложен Гелл-Манном, Гольдбергером и Тиррингом [2]. Они рассмотрели аналитические свойства амплитуды рассеяния вперед (под углом 0°) π-мезонов на нуклонах, изучили проблему аналитического продолжения по энергии в верхнюю полуплоскость, предполагая, что степень полиномиальной расходимости на бесконечности будет не выше первой. Амплитуду рассеяния вперед удобно рассматривать пото-

му, что по оптической теореме ее мнимая часть выражается через полное сечение:

$$\operatorname{Im} F(E) = \frac{q\,\sigma(E)}{4\pi}, \tag{11}$$

$$|F(E)|^2 = |\operatorname{Re} F(E)|^2 + |\operatorname{Im} F(E)|^2 =$$

$$= |\operatorname{Re} F(E)|^2 + \left|\frac{q\sigma(E)}{4\pi}\right|^2 = \left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{\theta=0^\circ}. \tag{12}$$

Здесь q — волновой вектор налетающего π-мезона, θ — угол рассеяния π-мезона в лабораторной системе. Неизвестной величиной в соотношении (12) является только $\operatorname{Re} F(E)$. Величины $\frac{q\sigma(E)}{4\pi}$ и $\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{\theta=0^\circ}$ могут быть измерены экспериментально. С другой стороны, величина $\operatorname{Re} F(\omega)$ может быть рассчитана по методу дисперсионных соотношений (см. (10)). Таким образом, сравнивая $\operatorname{Re} F(E)_{\text{эксп}}$ и $\operatorname{Re} F(E)_{\text{теор}}$, можно проверить ДС и, следовательно, проверить основные принципы КТП и, в первую очередь, принцип причинности.

Однако доказательство аналитичности для амплитуд рассеяния для частиц с массой, отличной от нуля, авторы [2] провели неубедительно. Кроме того, в ДС (10) интегрирование по энергии ведется в интервале $(-\infty, +\infty)$, тогда как в реальном физическом эксперименте физические энергии изменяются в интервале положительных значений, больших значений масс участвующих в реакции частиц. Поэтому в ДС надо исключить ненаблюдаемую область $0 < E < M + \mu$, где μ — масса покоящегося π-мезона, M — масса покоящегося нуклона, E — энергия системы πN-частиц. В этой области возможно существование связанных состояний. Если связанные состояния образуют дискретный спектр, то соответствующие интегралы вычисляются просто, а если их спектр непрерывен, то возникают определенные усложнения.

В 1956 г. на международном съезде физиков-теоретиков в Сиэтле (США) Н.Н.Боголюбов изложил математически строгое доказательство существования дисперсионных соотношений для амплитуды рассеяния π-мезонов на нуклонах на ненулевой угол (до значений передач $q^2 = -8\mu^2$) [3]. В основе доказательства лежит теорема «об острие клина», носящая имя Н.Н.Боголюбова. Ее содержание состоит в том, что обобщенные функции нескольких комплексных переменных, удовлетворяющие определенным условиям роста на бесконечности, могут быть аналитически продолжены в верхнюю полуплоскость одной комплексной переменной (например, энергии) и для таких функций могут быть

записаны дисперсионные соотношения, представляющие физический интерес*.

Работы Н.Н.Боголюбова в середине 50-х годов в области квантовой теории поля, его последовательная аксиоматическая схема построения квантовой теории поля, его доказательство существования дисперсионных соотношений оказали огромное влияние на развитие мировой теоретической физики, произвели глубокий поворот в сторону приоритета строгих математических методов рассмотрения физических явлений. Работы Н.Н.Боголюбова вывели теоретическую физику элементарных частиц на новый уровень высокой математической культуры и строгости теоретического мышления.

Дисперсионные соотношения для амплитуды рассеяния π-мезонов на нуклонах записываются не для скалярных функций, а для матриц в обычном спиновом и изотопически спиновом пространствах. В изотопическом пространстве эта матрица имеет вид

$$T_{\alpha\beta}(E) = \delta_{\alpha\beta}T^{(1)}(E) + \frac{1}{2}[\tau_\alpha, \tau_\beta]\,T^{(2)}(E),$$

где E — полная энергия мезона в лабораторной системе координат ($E = \sqrt{k^2+\mu^2}$). Амплитуды $T^{(i)}$ имеют реальную и мнимую части:

$$T^{(i)}(E) = \mathrm{Re}\,T^{i}(E) + \mathrm{i}\,\mathrm{Im}\,T^{i}(E).$$

Изотопически чистые состояния связаны с амплитудами $T^{(i)}$ соотношениями

$$\left.\begin{aligned} T^{3/2}(E) &= T^{(1)}(E) - T^{(2)}(E) \\ T^{1/2}(E) &= T^{(1)}(E) + 2T^{(2)}(E). \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Из (13) следует

$$\begin{aligned} T^{(1)}(E) &= \frac{2}{3}T^{3/2} + \frac{1}{3}T^{1/2}, \\ T^{(2)}(E) &= \frac{1}{3}T^{1/2} - \frac{1}{3}T^{3/2}. \end{aligned} \qquad (14)$$

Амплитуда $\pi^+ + p \to \pi^+ + p$-рассеяния $T^{(+)}$ соответствует чистому $T^{3/2}$-состоянию; амплитуда $\pi^- + p \to \pi^- + p$-рассеяния $T^{(-)}$ соответствует

*См. Дополнение А в книге [1].

смеси состояний: $T^{(-)} = \frac{2}{3} T^{1/2} + \frac{1}{3} T^{3/2}$. С помощью $T^{(+)}$- и $T^{(-)}$-состояний соотношения (14) могут быть записаны в иной форме:

$$T^{(1)}(E) = \frac{1}{2} [T^{(-)}(E) + T^{(+)}(E)],$$
$$T^{(2)}(E) = \frac{1}{2} [T^{(-)}(E) - T^{(+)}(E)]. \tag{15}$$

По оптической теореме

$$\operatorname{Im} T^{(\pm)}(E) = \frac{k}{4\pi} \sigma_{\pm}(E), \tag{16}$$

где $k = \sqrt{E^2 - \mu^2}$, а $\sigma_{\pm}(E)$ — полные сечения рассеяния $\pi^{\pm}$-мезонов на протонах.

В обычном спиновом пространстве структура матрицы имеет вид

$$T_{ss'}(E) = \sigma_{ss'} T_{(1)} + i (\sigma \cdot [p \times \lambda e])_{ss'} T_{(2)}. \tag{17}$$

Не вдаваясь в детали доказательства (читатель может найти их в монографии [4]), перечислим симметрии мнимых и реальных частей амплитуд $T^{(k)}_{(i)}$ $(i, k = 1, 2)$:

$$\operatorname{Re} T(E)_{\text{чет}} = \left\{\operatorname{Re} T^{(1)}_{(1)}(E),\ \operatorname{Re} T^{(2)}_{(2)}(E)\right\},$$
$$\operatorname{Re} T(E)_{\text{нечет}} = \left\{\operatorname{Re} T^{(2)}_{(1)}(E),\ \operatorname{Re} T^{(1)}_{(2)}(E)\right\},$$
$$\operatorname{Im} T(E)_{\text{чет}} = \left\{\operatorname{Im} T^{(2)}_{(1)}(E),\ \operatorname{Im} T^{(1)}_{(2)}(E)\right\}, \tag{18}$$
$$\operatorname{Im} T(E)_{\text{нечет}} = \left\{\operatorname{Im} T^{(1)}_{(1)}(E),\ \operatorname{Im} T^{(2)}_{(2)}(E)\right\}.$$

Комбинируя соотношения (12)—(17), можно записать дисперсионные соотношения для процесса рассеяния $\pi^{\pm} + p \to \pi^{\pm} + p$ под нулевым углом в виде [1]:

$$\operatorname{Re} T^{(\pm)}(E) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{E}{\mu}\right) \operatorname{Re} T^{(\pm)}(\mu) + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{E}{\mu}\right) \operatorname{Re} T^{(\mp)}(\mu) +$$
$$+ \frac{k^2}{4\pi^2} \int_{\mu}^{\infty} \frac{dE'}{k'} \left[\frac{\sigma_{\pm}(E')}{E' - E} + \frac{\sigma_{\mp}(E')}{E' + E}\right] + \frac{2f^2}{\mu^2} \frac{k^2}{E \mp \frac{\mu^2}{2M}}. \tag{19}$$

В ДС (19) уже нет интегрирования по нефизической области энергий. Последний член в (19) есть вклад однонуклонного промежуточного состо-

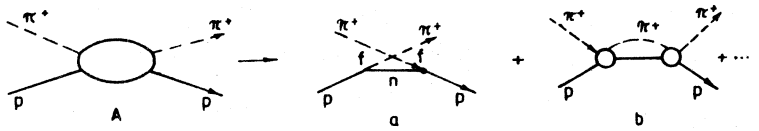


Рис.1. Графическое представление разложения амплитуды $\pi^+ + p \to \pi^+ + p$ рассеяния (А) в ряд по промежуточным состояниям $\pi^+ p$-системы. Диаграмма *а* соответствует однонуклонному вкладу (полюсный член), f — константа связи πN-взаимодействия в теории возмущений; диаграмма *б* описывает двухчастичное промежуточное состояние, отвечает за разрез по энергии π-мезона: $\mu \le E \le \infty$

яния в реальную часть амплитуд $\mathrm{Re}\, T^{(\pm)}(E)$ (см. рис.1). Из соотношения (19) определяется теоретическое значение $\mathrm{Re}\, T^{(\pm)}(E)$. Значения $\mathrm{Re}\, T^{(\pm)}(\mu)$ вычисляются через длины рассеяния $\pi^+ + p \to \pi^+ + p$ и $\pi^- p \to \pi^- p$ процессов рассеяния. Константа f определяется из условия наилучшего согласия с экспериментальными данными. Значения $\sigma_{\pm}(E)$ берутся из экспериментальных данных в пределах доступных эксперименту энергий (и в пределах экспериментальных ошибок). Область высоких энергий аппроксимируется разумными теоретическими оценками. Найденное из (19) теоретическое значение $\mathrm{Re}\, T^{\pm}(E)$ сравнивается с $\mathrm{Re}\, T^{\pm}(E)$, рассчитанным из экспериментальных данных по формуле (12).

Главной неопределенностью в ДС является характер поведения полных сечений $\sigma_{\pm}(E)$ при бесконечно больших значениях энергии. Обычно предполагалось, что полные сечения процессов πN-рассеяния на бесконечности выходят на константу. При этом оказывалось, как правило, что неопределенность интегрального вклада от этой части составляла 5% от вклада из области низких энергий.

Проверка ДС показала, что в широком интервале энергий обеспечивается хорошее совпадение теоретических кривых $\mathrm{Re}\, T(E)$ с экспериментальными данными при значениях $f^2 = 0{,}08$ ($f^2 = \frac{1}{4\pi}\left(g\frac{\mu}{M}\right)^2$, где g — перенормированная константа связи мезон-нуклонного взаимодействия), см., например, [5].

Важную роль в проверке дисперсионных соотношений играла теорема Померанчука о равенстве полных сечений взаимодействия частиц и античастиц при бесконечно больших энергиях [6]. В соответствии с этой теоремой имеем

$$\sigma_-(\infty) = \sigma_+(\infty)$$

(например, $\sigma(\pi^- p \to \pi^- p) = \sigma(\pi^+ p \to \pi^+ p)$, $E \to \infty$

$$\sigma(p\bar{p}) = \sigma(pp), \quad E \to \infty \quad \text{и т.д.}). \tag{20}$$

На каждом вновь вступающем в строй ускорителе элементарных частиц проверяли теорему при максимально больших, доступных для него энергиях. Проверка этой теоремы на ускорителе с энергией 76 ГэВ в ИФВЭ (Протвино) привела к открытию так называемого серпуховского эффекта. Ниже мы еще вернемся к этому явлению.

В наше время метод дисперсионных соотношений и теорема Померанчука будут проверяться на новых, более мощных ускорителях, таких как LHC (ЦЕРН) и SSC (Техас, США).

Вскоре после вывода ДС для πN-рассеяния были выведены ДС для рассеяния нуклонов на нуклонах [7]. Полученные в работах [7] ДС не могли сравниваться с экспериментом, так как содержали ненаблюдаемые величины или неизвестные величины, связанные с рассеянием антинуклонов на нуклонах. В работе [8] были получены приближенные ДС, допускающие сравнение с экспериментальными данными. Позднее ДС для нуклон-нуклонного рассеяния были получены рядом других авторов. Подробный анализ проблемы рассеяния протонов на нуклонах с экспериментальной точки зрения и сравнение экспериментальных данных с предсказаниями теории, в т.ч. с предсказаниями ДС, дан в обзоре [9].

Весьма полно был исследован процесс фоторождения π-мезонов на нуклонах: $\gamma + N \to \pi + N$. В работах [10—13] были впервые получены дисперсионные соотношения для фоторождения π-мезонов и исследованы наиболее общие характеристики процесса $\gamma + N \to \pi + N$. Дисперсионные соотношения были записаны в форме, удобной для экспериментальной проверки. В них были подтверждены закономерности, обусловленные полюсным членом дисперсионных соотношений, ранее полученные в [14,15] в приближении слабой связи. Добавим, что в работах [14,15] устанавливается псевдоскалярный вариант мезонной теории. Позднее для описания процесса фоторождения π-мезонов на нуклонах были использованы двойные дисперсионные соотношения [16,17], о которых речь пойдет в следующем разделе обзора. Цикл работ по фоторождению π-мезонов, выполненных теоретиками ОИЯИ А.М.Балдиным, А.А.Логуновым, Л.Д.Соловьевым и А.Н.Тавхелидзе был удостоен в 1973 г. Государственной премии СССР. Оценивая научную значимость этого цикла академики Н.Н.Боголюбов и Б.М.Понтекорво писали: «...Авторами были впервые сформулированы и доказаны, на основе фундаментальных принципов квантовой теории поля, дисперсионные соотношения для

фоторождения мезонов. Исходя из этого удалось связать физические характеристики процессов фоторождения π-мезонов с характеристиками сильного взаимодействия π-мезонов с нуклонами и получить надежные количественные результаты для процессов фоторождения в достаточно широкой области энергий. Тем самым были заложены основы теоретического описания процессов фоторождения. Тщательная экспериментальная проверка дисперсионных соотношений подтвердила справедливость основных физических принципов теории для данной области энергий...».

Дисперсионные соотношения для рассеяния фотонов на нуклонах также выводились рядом авторов [18]. Строгое доказательство существования ДС для комптон-эффекта на нуклонах, справедливое для рассеяния фотонов на любой угол, полученное по методу Н.Н.Боголюбова, дано в работе [19]. Рассмотрение велось в низшем по e^2-приближении, с учетом только сильных взаимодействий. Дисперсионные соотношения для процесса тормозного излучения электронов на нуклонах и рождения пар фотонами на нуклонах были использованы с целью проверки квантовой электродинамики на малых расстояниях [20]. ДС для слабых взаимодействий (для рассеяния нейтрино на нуклоне) были постулированы в работе [21].

2. ДВОЙНЫЕ ДИСПЕРСИОННЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Для сравнения ДС с экспериментальными данными требовался весьма ограниченный экспериментальный материал — полные сечения взаимодействия и дифференциальное сечение рассеяния под нулевым углом, что мало устраивало физиков.

Двойные дисперсионные представления Мандельстама [22] сняли эти ограничения, но не было доказано их существование в рамках теории поля. Двойные представления Мандельстама постулируют аналитические свойства амплитуд рассеяния по двум комплексным переменным — энергии и передаче импульса. В принципе, при фиксированной передаче импульса, они переходят в обычные одномерные дисперсионные соотношения. По существу, мандельстамовские представления возникают как бы из допущения, что мнимые части амплитуд рассеяния, стоящие под знаком интеграла в обычных ДС, в свою очередь, имеют дополнительные разрезы вдоль действительных значений энергий и импульсов. Позднее в рамках теории возмущений было показано, что в некоторых ограниченных областях изменения этих переменных такая аналитичность существует.

Рассмотрим рассеяние π-мезона на нуклоне. Обобщенную диаграмму Фейнмана для этого процесса представим в виде, изображенном на рис.2. Все 4-импульсы q, q', p, p' лежат на массовой поверхности. Функция Грина, зависящая от переменных q, q', p, p', может описывать одновременно три процесса:

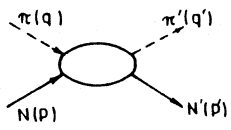


Рис.2. Обобщенная диаграмма Фейнмана, изображающая процесс рассеяния π-мезона на нуклоне

$$\begin{aligned} &\text{I} \quad \pi + N \to \pi' + N' \\ &\text{II} \quad \bar{\pi}' + N \to \bar{\pi} + N' \\ &\text{III} \quad \pi + \bar{\pi}' \to \bar{N} + N'. \end{aligned} \tag{21}$$

Вводятся три инвариантные переменные:

$$s = (q + p)^2, \qquad u = (q + p')^2, \qquad t = (q + q')^2,$$

$$s + u + t = 2M^2 + 2\mu^2, \tag{22}$$

где M — масса нуклона, μ — масса π-мезона.

Для процесса I (см. (21)) s — энергетическая переменная, а переменная t означает 4-мерную передачу импульса. В системе центра масс процесса I переменные s, u, t имеют вид

$$s = M^2 + \mu^2 + 2\mathbf{q}^2 + 2\sqrt{(q^2 + \mu^2)(q^2 + M^2)},$$

$$u = M^2 + \mu^2 - 2\mathbf{q}^2 \cos\theta_1 - 2\sqrt{(q^2 + \mu^2)(q^2 + M^2)},$$

$$t = -2\mathbf{q}^2 (1 - \cos\theta_1).$$

Здесь $\mathbf{q}$ — 3-мерный импульс π-мезона, θ_1 — угол рассеяния π-мезона в первом канале (в I процессе).

Для второго канала (процесс II) переменные s и u меняются местами — это обычное свойство кроссинг-симметрии. Третий канал (реакция III) есть аннигиляция π-мезонов в нуклон-антинуклонную пару, в нем t (см. определение (22)) есть энергетическая переменная, а переменная s играет роль передачи импульса. Здесь замена $s \rightleftarrows t$ не есть обычное свойство кроссинг-симметрии, а узаконенное правило подстановки. Единственным оправданием такой операции подстановки служит только тот факт, что одна и та же функция Грина описывает все три канала. В случае равных масс всех четырех частиц правило подстановки превращается в точную кроссинг-симметрию.

Свойства кроссинг-симметрии и подстановки, физические и нефизические области процессов I—III наглядно представлены на рис.3.

Дисперсионное представление Мандельстама имеет довольно громоздкий вид:

$$F(s,u,t)=\frac{1}{\pi}\int\limits_{s_0}^{\infty}\frac{\operatorname{Im}F_s(s')ds'}{s'-s}+\frac{1}{\pi}\int\limits_{u_0}^{\infty}\frac{\operatorname{Im}F_u(u')du'}{u'-u}+$$
$$+\frac{1}{\pi}\int\limits_{t_0}^{\infty}\frac{\operatorname{Im}F_t(t')dt'}{(t'-t)}+\frac{1}{\pi^2}\int\limits_{\gamma_{su}}\frac{\Gamma_{su}(s',u')ds'du'}{(s'-s)(u'-u)}+ \qquad (23)$$
$$+\frac{1}{\pi^2}\int\limits_{\gamma_{st}}\frac{\Gamma_{st}(s',t')ds'dt'}{(s'-s)(t'-t)}+\frac{1}{\pi^2}\int\limits_{\gamma_{ut}}\frac{\Gamma_{ut}(u',t')du'dt'}{(u'-u)(t'-t)}.$$

Границы интегрирования $\gamma_{su},\gamma_{st},\gamma_{ut}$ схематически указаны на рис.3. $\operatorname{Im}F_s$, $\operatorname{Im}F_u$, $\operatorname{Im}F_t$ — мнимые части амплитуды $F(s,u,t)$, соответствующие мнимым частям реальных физических процессов в первом, втором и третьем каналах данной реакции. Функции Γ_{st}, Γ_{su}, Γ_{ut} называются спектральными. Они вещественны и описывают аналитические свойства амплитуды рассеяния по двум комплексным переменным. Пример двойного спектрального представления обсуждается в монографии [23] для суперпозиции потенциалов Юкавы:

$$V=V_0\int\limits_a^{\infty}\frac{f(z)\,e^{-zr}}{r}dz.$$

При переходе к одномерному случаю представления Мандельстама в точности переходят в обычные дисперсионные соотношения.

Выберем в качестве энергетической переменной величину s (см. (22)). В этом случае останутся два интеграла по разрезам в s- и u-каналах и некоторая константа вычитания:

$$F(s,u,t)=F_0(u,t)+\frac{1}{\pi}\int\frac{\operatorname{Im}\widetilde{F}_s(s')ds'}{s'-s}+\frac{1}{\pi}\int\frac{\operatorname{Im}\widetilde{F}_u(u')du'}{u'-u}, \qquad (24)$$

где $\operatorname{Im}\widetilde{F}_s(s')$, кроме интеграла от $\operatorname{Im}F_s(s')$, будет содержать комбинацию двойных интегралов от Γ_{su} и Γ_{st}, а $\operatorname{Im}\widetilde{F}_u(u')$, кроме интеграла от $\operatorname{Im}\widetilde{F}_u(u')$, будет содержать комбинацию двойных интегралов от Γ_{us} и Γ_{ut}.

Мнимые части амплитуды $F(s,u,t)$ определяются из условия унитарности для матрицы рассеяния S:

$$SS^{+}=1, \qquad (24)$$

$$\langle a|S|b\rangle=\delta_{ab}+i\langle a|T|b\rangle, \qquad (25)$$

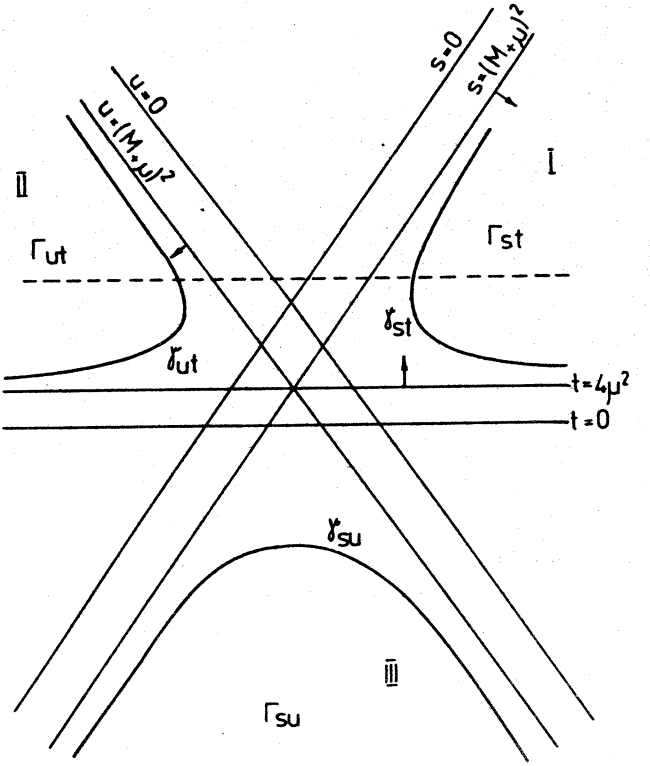


Рис.3. Физическая область I канала соответствует значениям $S \geq (M+\mu)^2$, $u<0$, $t<0$; II канала — $u \geq (M+\mu)^2$, $s<0$, $t<0$; III канала $t \geq 4M^2$, $s<0$, $u<0$ (на рисунке взят произвольный масштаб)

где $\langle a|\,,\ |b\rangle$ — конечное и начальное состояния соответственно, а $\langle a|T|b\rangle$ — матричный элемент перехода из состояния $|b\rangle$ в состояние $|a\rangle$.

Используя соотношения (24), (25), получим

$$\operatorname{Im}\langle a|T|b\rangle = \frac{1}{2}\sum_n \langle a|T^+|n\rangle\langle n|T|b\rangle,$$

где $\sum_n$ — сумма по всем промежуточным состояниям, допустимым законами сохранения и другими требованиями теории поля. На языке диаграмм Фейнмана условие унитарности приобретает наглядный вид (см. рис.4,5).

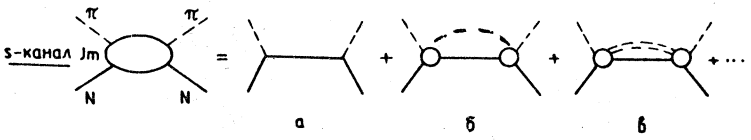


Рис.4. Графическое представление условия унитарности для процесса $\pi N \to \pi N$-рассеяния в s-канале: *а* — однонуклонное состояние (полюсной член), *б* — двухчастичное промежуточное состояние, *в* — трехчастичное промежуточное состояние

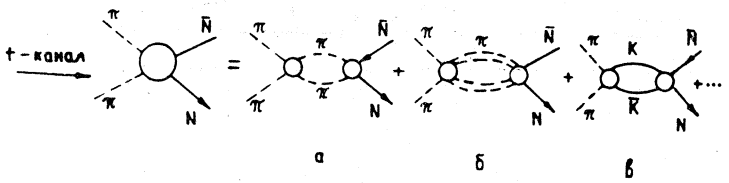


Рис.5. Условие унитарности в t-канале (т.е. для процесса $\pi\pi \to N\bar{N}$): *а*) 2π-мезонное промежуточное состояние; *б*) 4π-мезонное промежуточное состояние; *в*) $K\bar{K}$-промежуточное состояние. 3π-мезонное промежуточное состояние запрещено (по соображениям разной четности 2π- и 3π-мезонных состояний в начальном и промежуточном состоянии соответственно — аналог теоремы Фарри в КЭД)

В s-канале разрез начинается от значений $s = (M + \mu)^2$, следующий разрез — $s = (M + 2\mu)^2$ и т.д. В t-канале физический разрез реакции $\pi\pi \to N\bar{N}$ должен начаться при $t = 4M^2$. Однако он начинается ранее при $t = 4\mu^2$; следующий разрез начинается при $t = 16\mu^2$. Затем появится разрез от реакции $\pi\pi \to K\bar{K}$ при $t = 4M_K^2$ и т.д. Область значений $4\mu^2 \le t \le 4M^2$ нефизическая (для процесса $\pi\pi + N\bar{N}$) и рассматривается как аналитическое продолжение физической области $t \ge 4M^2$ на нефизическую $4\mu^2 \le t < 4M^2$. Соответственно условие унитарности в области $4\mu^2 \le t < 4M^2$ также рассматривается как аналитическое продолжение условия унитарности из области $t \ge 4M^2$.

Своеобразие двойного мандельстамовского представления состоит в том, что оно при определенных предположениях ведет к системе уравнений, включающей различные физические процессы, и может быть

записано не только для самих амплитуд, но и для парциальных волн рассматриваемых процессов, так как в качестве переменных теперь выступают и энергия налетающей частицы (или полная энергия системы частиц) и угол рассеяния.

В конце 50-х — начале 60-х годов энергии ускоренных частиц были еще не очень большими и естественно было предположить, что главную роль в процессах рассеяния будут играть низшие парциальные волны: s-, p-, и, может быть, d-волны. С помощью условия унитарности для парциальных волн можно было записать систему нелинейных сингулярных интегральных уравнений, включающих парциальные волны различных процессов. Так, например, для процесса πN-рассеяния, помимо парциальных волн этого процесса, в систему войдут низшие парциальные волны процесса $\pi\pi \to \pi\pi$-рассеяния, $\pi\pi \to K\bar{K}$- и $\pi\pi \to N\bar{N}$-процессов аннигиляции. Исключение может составить лишь система уравнений для парциальных волн $\pi\pi$-рассеяния, которая может оказаться приближенно замкнутой, так как вклад парциальных волн от процессов аннигиляции $\pi\pi \to K\bar{K}$ или $\pi\pi \to N\bar{N}$ может оказаться пренебрежимо малым, поскольку физические разрезы от этих процессов начинаются весьма далеко ($t \geq 4M_K^2$ или $t \geq 4M_N^2$) по сравнению с началом физического порога реакции рассеяния $\pi\pi \to \pi\pi$ ($t \geq 4\mu^2$).

Схема последовательного включения процессов сильных взаимодействий в мандельстамовские представления имеет своего рода иерархию, изображенную на рис.6. Если остановиться на этом уровне понимания, то можно отметить, что мандельстамовские представления в области низких энергий базируются на ряде предположений: 1) постулируется аналитичность; 2) в понятие кроссинг-симметрии включается кроссинг-подстановка в третьем канале; 3) вводится ограничение двухчастичной унитарностью; 4) вводится ограничение на число парциальных волн.

Можно показать [23], что первое, второе и третье условия несовместны и нужна определенная математическая осторожность, чтобы приближенная система уравнений оказалась непротиворечивой.

В ЛТФ ОИЯИ под руководством академика Н.Н.Боголюбова и его учеников академика А.А.Логунова и члена-корреспондента РАН Д.В.Ширкова была проделана большая работа по исследованию теоретических основ одномерных ДС и двойных представлений Мандельстама. Изучены аналитические свойства фейнмановских диаграмм процессов с целью получения дисперсионных соотношений и спектральных представлений для амплитуд рассматриваемых процессов с помощью метода мажорирования диаграмм Фейнмана [24]. Поскольку сходимость полного ряда теории возмущений так и не была доказана, то и область аналитич-

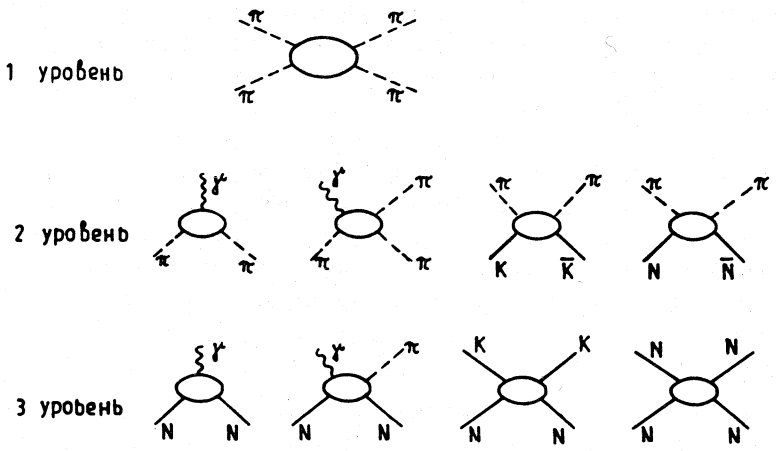


Рис.6. Иерархия взаимодействий. Первый уровень — процесс $\pi\pi$-рассеяния, вследствие условия унитарности, войдет во все процессы второго и третьего уровней. Второй уровень, также вследствие условия унитарности, войдет в процессы третьего уровня

ности полного ряда теории возмущений осталась неизвестной. Можно говорить лишь об аналитичности в любом конечном порядке теории возмущений. Развита полуфеноменологическая теория сильных взаимодействий в области низких энергий на основе идеи коротковолнового отталкивания [25]. Много работ было посвящено применению мандельстамовских представлений к описанию наблюдаемых физических процессов, таких как рассеяние π-мезонов на нуклонах, фоторождение π-мезонов на нуклонах, к изучению формфакторов π-мезонов и нуклонов и т.д. В эти годы Лаборатория теоретической физики ОИЯИ вошла в число ведущих теоретических центров мира.

***ππ → ππ*-рассеяние.** В 1959 г. Чу и Лоу [26] указали на возможность использования нестабильных частиц в качестве мишеней. Рассмотрим процесс рождения π-мезонов в πN-соударениях:

$$\pi + N \to \pi + \pi + N. \qquad (26)$$

При малых передачах импульса можно предположить, что налетающий π-мезон взаимодействует с нуклоном периферически, т.е. с π-мезонной шубой нуклона (не представляю, как в кварк-глюонной модели нуклона можно отделить периферические соударения от центральных!). В предположении периферического взаимодействия процесс (26) может быть

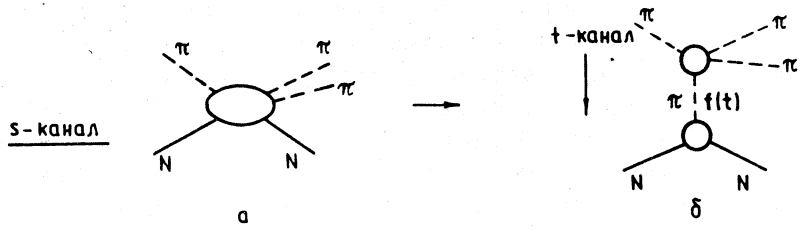


Рис.7. Процесс рождения π-мезона в πN-соударении: *а* — в общем случае и *б* — в случае периферического соударения

представлен диаграммой Фейнмана, изображенной на рис.7. Амплитуду процесса, изображенного на рис.7, можно записать в виде

$$F(s, t) \sim \frac{f(t)\, T(\pi\pi \to \pi\pi)}{t - \mu^2}.$$

Здесь полюс $t = \mu^2$ соответствует обмену π-мезоном, μ — масса π-мезона, $f(t)$ — π-мезонный формфактор нуклона, $\lim f(t) = g_{\pi\pi N}$ — константа связи π-мезона с нуклоном, $T(\pi\pi \to \pi\pi)$ — интересующая нас амплитуда рассеяния π-мезона на виртуальном π-мезоне. Для парциальных волн амплитуды $\pi\pi \to \pi\pi$-взаимодействия записываются мандельстамовские представления и находится энергетическая зависимость фаз $\pi\pi$-рассеяния.

Инвариантная амплитуда $\pi\pi$-рассеяния в изотопическом пространстве может быть представлена в виде комбинации амплитуд, соответствующих значениям полного изотопического спина $I = 0, 1, 2$: A_0, A_1, A_2. Разложение этих амплитуд по парциальным волнам ведет к тому, что амплитуды с четным значением изотопического спина (A_0, A_2) содержат только четные парциальные волны, а амплитуда A_1 — только нечетные. Условие кроссинг-симметрии (замена $s \rightleftarrows u$, $s \rightleftarrows t$, $u \rightleftarrows t$) здесь выполняется точно — из-за одинаковых масс участвующих в реакции частиц, и оно перепутывает изотопические амплитуды различных каналов. Не вдаваясь в математические детали (читатель может их найти в монографии [23]), отметим, что для парциальных волн $\pi\pi$-системы можно записать систему нелинейных интегральных сингулярных уравнений. Нелинейность системы возникает из-за того, что в условии унитарности

$$\operatorname{Im} A_i(E) = k(E) |A_i(E)|^2 \qquad (27)$$

(здесь $k(E)$ — некоторый кинематический множитель) мнимая часть парциальной амплитуды пропорциональна квадрату амплитуды, и в подынтегральном выражении появляются квадраты соответствующих парциальных амплитуд (или квадраты самих амплитуд, если мандельстамовские представления записываются для самих амплитуд). Система уравнений для парциальных волн $\pi\pi$-рассеяния подробно исследовалась в работах [26—30]. С другой стороны, экспериментаторами была отработана методика выделения парциальных волн процесса $\pi\pi$-рассеяния из экспериментальных данных [31] по изучению процесса (26). Сравнение теоретических расчетов и экспериментальных данных по энергетическому поведению фаз $\pi\pi$-рассеяния приводило к удивительно хорошему согласию. Общий характер поведения фаз $\pi\pi$-рассеяния в области невысоких энергий вырисовывался следующим образом:

а) имелась большая s-волна в состоянии с изотопическим спином $I = 0$;

б) были веские указания на наличие резонанса в p-волне $\pi\pi$-рассеяния в состоянии с изотопспином $I = 1$ — это было необходимо для удовлетворительного объяснения поведения электромагнитного формфактора как функции от передачи q^2 (этот резонанс впоследствии был назван ρ-мезоном);

в) в области энергий налетающего π-мезона $\lesssim 1$ ГэВ вклад парциальных волн, более высоких, чем d-волна, мал. Попытка учета бесконечного числа парциальных волн с целью получения точных уравнений бессмысленна, вследствие нашего неумения учесть вклады от неупругих процессов, да и вряд ли возможна с математической точки зрения из-за наличия спектральных функций, что ведет к суммированию определенного типа рядов [32]. Эта общая картина $\pi\pi$-взаимодействия в области энергий $\lesssim 1$ ГэВ сохранилась неизменной до наших дней.

Аналогичным образом изучался более сложный тип взаимодействия — процесс рассеяния $K\pi \to K\pi$ [33—35]. Он включал в себя канал аннигиляции $K\bar{K} \to \pi\pi$ и процесс $\pi\pi \to \pi\pi$-рассеяния. Решение уравнений для парциальных волн процесса аннигиляции $K\bar{K} \to \pi\pi$ сводилось к решению неоднородной краевой задачи Римана [36]:

$$f_l(E + i0) = G_l(E)\, f_l(E - i0) + 2ig_l(E).$$

Коэффициент задачи Римана $G_l(E)$ определяется выбором фаз $\pi\pi$-рассеяния, а неоднородный член задачи Римана $g_l(E)$ находится из процесса $K\pi$-рассеяния.

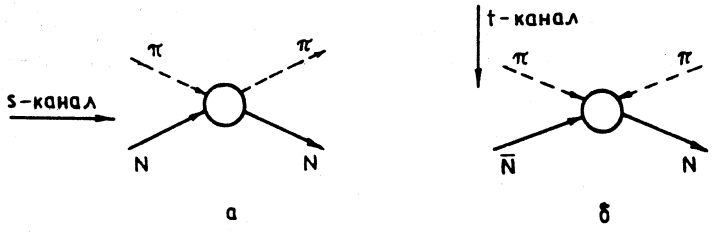


Рис.8. Процесс упругого πN-рассеяния в s-канале соответствует процессу аннигиляции $\pi\pi \to N\bar{N}$ в t-канале. Последний включает, в частности, амплитуду $\pi\pi \to \pi\pi$-рассеяния

πN → πN-рассеяние. Полному всестороннему исследованию с помощью мандельстамовских представлений подвергся процесс упругого πN-рассеяния (рис.8). Наличие разных масс участвующих в процессе частиц (подобно процессу $K\pi \to K\pi$-рассеяния) и наличие спина у нуклона ведут к более сложной кинематике рассматриваемого процесса, более сложной структуре амплитуды процесса, более сложной системе интегральных сингулярных уравнений, чем для процессов $\pi\pi \to \pi\pi$- и $K\pi \to K\pi$-рассеяния.

Амплитуда $T(\pi N \to \pi N)$ в изотопическом пространстве имеет вид

$$T_{\alpha_1 n_1, \alpha_2 n_2} = \delta_{\alpha_1 \alpha_2} \delta_{n_1 n_2} T^{(+)} + \frac{1}{2} [\tau_{\alpha_1}, \tau_{\alpha_2}] T^{(-)}, \qquad (28)$$

где α_1, α_2 — изотопические индексы π-мезона, n_1, n_2 —изотопические индексы нуклона. $T^{(\pm)}$ — скалярные функции в изотопическом пространстве и матрицы — в спиновом пространстве (в формулах (12)—(15) спиновая структура не рассматривается).

Введем обозначения физически наблюдаемых процессов:

$$\begin{aligned}
&\text{(а)} && T_{\substack{+ + \\ + +}} \to \pi^+ + p \to \pi^+ + p, \\
&\text{(б)} && T_{\substack{- - \\ + +}} \to \pi^- + p \to \pi^- + p, \\
&\text{(в)} && T_{\substack{- 0 \\ + 0}} \to \pi^- + p \to \pi^0 + n, \\
&\text{(г)} && T_{\substack{+ 0 \\ 0 +}} \to \pi^+ + n \to \pi^0 + p, \\
&\text{(д)} && T_{\substack{- - \\ 0 0}} \to \pi^- + n \to \pi^- + n.
\end{aligned} \qquad (29)$$

Процессы, в которых в качестве налетающего π-мезона выступает нейтральный π^0-мезон, физически ненаблюдаемы. К их числу относятся:

(е) $$\pi^0 + p \to \pi^+ + n,$$

(ж) $$\pi^0 + p \to \pi^0 + p,$$

(з) $$\pi^0 + n \to \pi^0 + n,$$

(и) $$\pi^0 + n \to \pi^- + p.$$

Физически наблюдаемые процессы (а), (б), (в) выражаются через амплитуды с заданным значением изотопического спина πN-системы ($I = 3/2$ или $1/2$) следующим образом:

$$T_{\substack{+\,+\\+\,+}} = T^{3/2},$$

$$T_{\substack{-\,-\\+\,+}} = \frac{1}{3} T^{3/2} + \frac{2}{3} T^{1/2},$$

$$T_{\substack{-\,0\\+\,0}} = \frac{\sqrt{2}}{3} (T^{3/2} - T^{1/2}) \text{ и т.д.}$$

В свою очередь, амплитуды $T^{(+)}$ и $T^{(-)}$ выражаются через процессы (а)—(и).

В обычном спиновом пространстве каждая из матриц $T^{(\pm)}$ записывается в виде:

$$T^{(\pm)} = A^{(\pm)} + \frac{\hat{q}_1 + \hat{q}_2}{2} B^{(\pm)}, \qquad (30)$$

где $\hat{q}_1 = q_1^0 \gamma^0 - \mathbf{q}_1 \boldsymbol{\gamma}$, $\hat{q}_2 = q_2^0 \gamma^0 - \mathbf{q}_2 \boldsymbol{\gamma}$, q_μ — 4-вектор налетающего π-мезона, γ^μ — матрицы Дирака. Записи амплитуды πN-рассеяния (17) и (30) отличаются по форме, но каждая из них удобна для своих целей.

Кинематические переменные s, u, t для s-канала πN-рассеяния в системе ц.м. πN-системы имеют вид

$$s = M^2 + \mu^2 + 2\mathbf{q}^2 + 2p^0 q^0,$$

$$u = M^2 + \mu^2 - 2\mathbf{q}^2 \cos\theta - 2p^0 q^0,$$

$$t = -2q^2(1 - \cos\theta),$$

где $\mathbf{p}, p^0$ — компоненты 4-вектора нуклона, $\mathbf{q}, q^0$ — компоненты 4-вектора π-мезона, $\cos\theta$ — угол рассеяния π-мезона (см. также формулы (22) и ниже).

Исходная амплитуда $T_{\alpha_1 n_1, \alpha_2 n_2}$ удовлетворяет условию кроссинг-симметрии

$$T_{\alpha_1 n_1, \alpha_2 n_2}(q_1 p_1; q_2 p_2) = T_{\alpha_2 n_1, \alpha_1 n_2}(p_1, -q_2; p_2, -q_1),$$

что соответствует перестановке π-мезонов (или замене $s \rightleftarrows u$). Спиновые структурные функции $A^{(\pm)}$ и $B^{(\pm)}$ при замене $s \rightleftarrows u$ ведут себя следующим образом:

$$A^{(\pm)}(s, u) = \pm A^{(\pm)}(u, s); \qquad B^{(\pm)}(s, u) = \mp B^{(\pm)}(u, s).$$

Переход к дисперсионным уравнениям для парциальных волн осуществляется с помощью цепочки формул, выписанной ниже. Выражение для дифференциального сечения имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum |\langle f| f_1 + \frac{(\sigma_1 \mathbf{q}_1)(\sigma_2 \mathbf{q}_2)}{q_1 q_2} f_2 |i\rangle|^2,$$

где i, f — начальное и конечное состояния для двухрядных паулиевских спиноров, $\sum$ означает суммирование по конечным спиновым переменным и усреднение по начальным состояниям, f_1 и f_2 — амплитуды с заданной спиральностью, введенные Жакобом и Виком. Они разлагаются в ряд по парциальным волнам с соответствующим значением полного момента $J = l \pm 1/2$ следующим образом:

$$f_1(s, \theta) = \sum_l [f_{l_+} p'_{l+1}(\cos\theta) - f_{l_-} p'_{l-1}(\cos\theta)],$$

$$f_2(s, \theta) = \sum_l [f_{l_-} - f_{l_+}] p'_l(\cos\theta),$$

где

$$f_{l\pm} = \frac{1}{2iq}(e^{2i\delta_{l\pm}} - 1);$$

индексы $\pm$ соответствуют знаку полного момента $J = l \pm 1/2$. Изотопический индекс $I = 3/2, 1/2$ опущен (ради простоты выражения идеи расчетов).

И, наконец, устанавливается следующая связь:

$$\frac{1}{4\pi} A = \frac{W + M}{p^0 + M} f_1 - \frac{W - M}{p^0 - M} f_2,$$

$$\frac{1}{4\pi} B = \frac{1}{p^0 + M} f_1 - \frac{1}{p^0 - M} f_2,$$

где $W = p^0 + q^0$ — полная энергия πN-системы. Мандельстамовские представления постулируются для амплитуд $A^{(\pm)}$ и $B^{(\pm)}$, а от них, в соот-

ветствии с выписанной выше цепочкой формул, переходят к интегральным нелинейным сингулярным уравнениям для парциальных волн. Обычно ограничиваются низшими парциальными волнами — s- и p-волнами и, в крайнем случае, учитываются d-волны. Ядра уравнений содержат фазы низших парциальных волн $\pi\pi$-рассеяния. Релятивистская система уравнений для πN-рассеяния даже для двух парциальных s- и p-волн имеет весьма громоздкий вид. Она допускает численное решение, но из-за громоздкости нет смысла приводить здесь ни саму систему, ни ее решение. Для иллюстрации приведем систему уравнений в статическом пределе, для чего в релятивистской системе уравнений делается разложение в ряд по степеням $\frac{1}{M}$, где M — масса нуклона, а в подынтегральных выражениях оставляется лишь одна большая p-волна, описывающая 33-резонанс πN-системы [37]. В этом случае система уравнений для s- и p-волн имеет вид

$$\mathrm{Re}\, f_s^{(-)}(\nu) = a^- \omega F_\pi(\nu),$$

$$\mathrm{Re}\left(f_{p_{1/2}}^{(-)}(\nu) - f_{p_{3/2}}^{(-)}(\nu)\right) = \frac{\nu\,(a_1^- - a_3^-)\,F_\pi(\nu)}{2} -$$

$$- \frac{\nu}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\nu'+\nu}{\nu'-\nu}\,\frac{\mathrm{Im}\, f_{p_{3/2}}^{(-)}(\nu')\,d\nu'}{\nu'^2} - \frac{\nu^2}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\mathrm{Im}\, f_{p_{3/2}}^{(-)}(\nu')}{\nu'^2(\nu'-\nu)}\left[\frac{F_\pi(\nu)}{F_\pi(\nu')} - 1\right]d\nu',$$

$$\mathrm{Re}\left(f_{p_{1/2}}^{(-)}(\nu) + 2f_{p_{3/2}}^{(-)}(\nu)\right) = \tag{31}$$

$$= -2\frac{\nu}{\omega}f^2 + a^-\omega[1 - F_\pi(\nu)] + \frac{2\nu\omega}{\pi}\int_0^\infty \frac{\mathrm{Im}\, f_{p_{3/2}}^{(-)}(\nu')d\nu'}{\nu'(\nu'-\nu)\,\omega}.$$

При выводе уравнений (31) проведено одно вычитание в точке $\nu = 0$. В формулах (31) $\nu = q^2$ — квадрат импульса в системе ц.м. πN-системы, $F_\pi(\nu)$ — электромагнитный формфактор π-мезона, $\omega^2 = \nu + \mu^2$ — масса π-мезона, a^-, a_1^-, a_3^- — длины рассеяния в s-, $p_{1/2}$-, $p_{3/2}$-волнах соответственно, $f^2 = \frac{1}{4\pi}\left(q\frac{\mu}{M}\right)^2 = 0{,}08$ — константа связи πN-взаимодействия. Сравнение теоретически рассчитанных s- и p-волн с экспериментальными данными дает разумное совпадение энергетического поведения фаз.

Вклад $\pi\pi$-взаимодействия в парциальные волны πN-рассеяния в статическом пределе входит аддитивно и обладает определенными свой-

ствами симметрии [38]. Обозначим $G_{IJ}^{(\pm)}$ парциальный вклад $\pi\pi$-членов в πN-рассеяние. Для $G_{IJ}^{(\pm)}$ существует ряд симметричных соотношений (знаки $(\pm)$ у $G_{IJ}^{(\pm)}$ соответствуют знакам $(\pm)$ у $A^{(\pm)}$ и $B^{(\pm)}$, см. (30)):

$$G_s^{(\pm)}(W) = -3G_{p_{3/2}}^{(\pm)}(W),$$

$$G_{p_{3/2}}^{(+)}(W) - G_{p_{1/2}}^{(+)}(W) = \frac{p^0 - M}{p^0 + M} G_s^{(+)}(W),$$

$$W\,[G_{p_{1/2}}^{(+)}(W) - G_{p_{3/2}}^{(+)}(W)] = W'\,[G_{p_{1/2}}^{(+)}(W') - G_{p_{3/2}}^{(+)}(W')] \text{ и др.},$$

где $W = p^0 + \omega$ — полная энергия πN-системы; $W' = p^0 - \omega$. Аналогичные свойства симметрии вкладов $\pi\pi$-взаимодействий существуют и для процесса πK-рассеяния [38].

В процессе анализа энергетического поведения фаз πN-рассеяния было установлено, что двойные дисперсионные представления хорошо описывают экспериментальную ситуацию в области невысоких энергий (до $\lesssim 500$ МэВ) двумя низшими s- и p-парциальными волнами. При более высоких энергиях (до 1 ГэВ) следует учитывать высшие парциальные волны (d-, и, может быть, f-волну). Однако по абсолютной величине они остаются малыми, а ошибки в расчетах начинают расти. Учет высших d- и f-парциальных волн сопряжен со слишком большим возрастанием расчетов, непропорциональных качеству полученных научных результатов.

Электромагнитные формфакторы π-мезонов, К-мезонов и нуклонов [39]. Электромагнитные формфакторы элементарных частиц возникают при вычислении вершинных функций типа изображенных на рис.9. Аналитические свойства вершинных функций $F_\pi(q^2)$, $F_N^2(q^2)$ и др., зависящие от одной переменной — передачи 4-мерного импульса q^2, могут быть установлены, например, в рамках теории возмущений. Как функция 4-мерной передачи q^2 (или t — в мандельстамовских обозначениях), формфакторная функция $F_\pi(t)$ является аналитической функцией в плоскости t с разрезом $4\mu^2 \leq t \leq \infty$. Например, для процесса аннигиляции $e^+ + e^- \to \pi^+ + \pi^-$ (именно в этом процессе возникает вершина типа рис.9,*б*) формфактор $F_\pi(t)$ является комплексной величиной, в то время как в области $t < 0$ (т.е. в области физически наблюдаемого процесса рассеяния $e + \pi \to e + \pi$) $\operatorname{Im} F_\pi(t) = 0$ и формфактор $F_\pi(t)$ является действи-

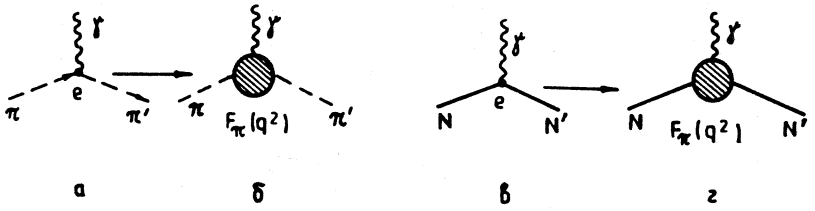


Рис.9. Электромагнитное взаимодействие γ-кванта с π-мезоном в низшем порядке теории возмущений (*а*). *б*) То же, что и в случае *а*, но с учетом сильных взаимодействий π-мезона. *в*) Электромагнитное взаимодействие γ-кванта с нуклоном в низшем порядке теории возмущений; *г*) то же, что в случае (*в*), но с учетом сильных взаимодействий нуклона

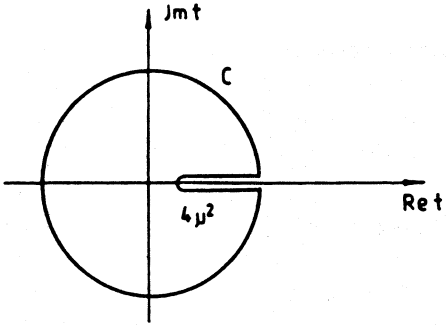


Рис.10. Контур интегрирования в комплексной плоскости переменной t для формфактора π-мезона. Разрез начинается от точки $t = 4\mu^2$

тельной функцией. Таким образом, дисперсионное соотношение для $F_\pi(t)$ имеет вид

$$F_\pi(t) = \frac{1}{\pi}\int\limits_C \frac{\operatorname{Im} F_\pi(t')dt'}{t' - (t + i\varepsilon)}. \qquad (32)$$

Контур интегрирования C изображен на рис.10.

Осуществляя в (32) предельный переход $\varepsilon \to 0$: $\lim\limits_{\substack{\varepsilon>0\\ \varepsilon\to 0}} \frac{1}{t' - (t + i\varepsilon)} =$

$= \mathcal{P}\frac{1}{t' - t} + i\pi\delta(t' - t)$, получим

$$\operatorname{Re} F_\pi(t) = \frac{\mathcal{P}}{\pi}\int\limits_C \frac{\operatorname{Im} F_\pi(t')dt'}{t' - t}. \qquad (33)$$

Если предположить, что $\operatorname{Im} F_\pi(\infty) = \text{const}$, то нужно провести одно вычитание. Оно проводится в точке $t = 0$, в которой формфактор $F_\pi(0)$ нормируется на значение электрического заряда: $F_\pi(0) = e$. Тогда формула (33) переходит в выражение

$$\operatorname{Re} F_\pi(t) = e + \frac{t}{\pi} \mathcal{P} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} F_\pi(t')dt'}{t'(t'-t)}. \tag{34}$$

Используя условие унитарности для $\operatorname{Im} F_\pi(t)$:

$$\operatorname{Im} \langle 0|j_\nu|\pi^+\pi^-\rangle = \sum_\alpha \langle 0|j_\nu|\alpha\rangle \langle \alpha|T^+|\pi^+\pi^-\rangle$$

и ограничиваясь низшим 2π-мезонным состоянием, получим

$$\operatorname{Im} \langle 0|j_\nu|\pi^+\pi^-\rangle = \langle 0|j_\nu|\pi\pi\rangle \langle \pi\pi|T^+|\pi^+\pi^-\rangle.$$

Если предположить, что вклад в $\pi\pi \to \pi\pi$-взаимодействие в области низких энергий достаточно полно описывается одной p-волной (ρ-мезон), то и вершина $\langle 0|j_\nu|\pi\pi\rangle$ будет описываться одной p-волной. В этом случае

$$\operatorname{Im} F_\pi(t) = F_\pi(t)\, e^{-i\delta_1(t)} \sin\delta_1(t)$$

или

$$\operatorname{Im} F_\pi(t) = \operatorname{Re} F_\pi(t) \operatorname{tg}\delta_1(t),$$

где $\delta_1(t)$ — фаза $\pi\pi$-взаимодействия со значением полного момента $J = 1$ и изотопспина $I = 1$. Подставляя $\operatorname{Im} F_\pi(t)$ в формулу (34), получим

$$\operatorname{Re} F_\pi(t) = e + \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{t \operatorname{Re} F_\pi(t') \operatorname{tg}\delta_1(t')}{t'(t'-t)} dt'. \tag{35}$$

Таким образом, формфакторная функция в рассматриваемых приближениях удовлетворяет линейному сингулярному интегральному уравнению, которое может быть решено методом Мусхелишвили — Омнеса [36]. Общее решение уравнения (35) имеет громоздкий вид. Выпишем решение интегрального уравнения (35) без вычитания:

$$F_\pi(t) = e \cdot \exp\left\{ \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{t\delta_1(t')dt'}{t'(t'-t)} \right\}. \tag{36}$$

Делая различные предположения о характере поведения δ_1-базы $\pi\pi$-рассеяния, можно получать различные выражения для формфактора $F_\pi(t)$. В работах [40,41] выражение для фазы $\delta_1(t)$ было выбрано в виде отношения полиномов $P(t)$ и $Q(t)$:

$$k^3 \operatorname{ctg}\delta_1(t) = \frac{P(t)}{Q(t)},$$

где $k^2 = \frac{t}{4} - 1$. В этом случае интегрирование в (36) можно провести до конца. Полученное для $F_\pi(t)$ выражение в полюсном приближении сводится к обычному выражению для формфактора π-мезона:

$$F_\pi(t) = \frac{1}{1 - t/t_\rho}.$$

В этом выражении мы положили заряд $e = 1$, t_ρ — квадрат массы ρ-мезона ($m_\rho \approx 750$ МэВ). Формфакторная функция π-мезона экспериментально изучалась в процессе рассеяния π-мезонов на электронах ядер в области малых энергий налетающих π-мезонов [42]. Аналогичные эксперименты были проведены затем на ускорителе с энергией 76 ГэВ в ИФВЭ (Протвино) [43] и ускорителе FNAL (Батавия) [44]. Измерения в ИФВЭ проводились на пучке π-мезонов с импульсом 50 ГэВ/с в интервале передач $0{,}014 \le q^2 \le 0{,}035$ (ГэВ/с)^2. Трудности этого эксперимента состояли в определении компланарности процесса, учете радиационных поправок и т.д. (учитывалось 14 поправок, зависящих от q^2, и 12 поправок, не зависящих от q^2). Электромагнитный радиус π-мезона определялся из формулы (см. [39])

$$F_\pi(q^2) = 1 + \frac{1}{6} q^2 \langle r_\pi^2 \rangle$$

и равнялся $\langle r_\pi^2 \rangle = (0{,}61 \pm 0{,}15)$ фм^2. Продолжение этого эксперимента в FNAL проводилось на пучках π-мезонов с импульсом 100 ГэВ/с в интервале переданных импульсов $0{,}03 \le q^2 \le 0{,}07$ (ГэВ/с)^2.

Значение $\langle r_\pi^2 \rangle = (0{,}31 \pm 0{,}04)$ фм^2.

На ускорителях со встречными электрон-позитронными пучками (Орсэ, Фраскати, Новосибирск, Гамбург) были получены экспериментальные данные о зависимости формфактора π-мезона во времениподобной области изменений переменной $t \ge 4\mu^2$. В этой области формфакторная функция π-мезона хорошо описывалась функцией

$$F_\pi(t) = \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 - t - i m_\rho \Gamma}.$$

Аналитическая формула, учитывающая все фундаментальные свойства π-мезонного формфактора, описывающая экспериментальные данные

как в пространственноподобной, так и во времениподобной области q^2, получена в [45] на основе метода конформных отображений.

Аналогичные теоретические соображения используются и для описания формфакторов K-мезонов. Сечение реакции рассеяния K-мезонов на электронах ядер, так же, как и для π-мезонов, записывается в виде:

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \left(\frac{d\sigma}{dq^2}\right)_{\text{точ}} |F_K(q^2)|^2,$$

где $\left(\frac{d\sigma}{dq^2}\right)_{\text{точ}}$ — сечение рассеяния на точечном K-мезоне. Выражение для формфактора $F_K(q^2)$ в области малых передач q^2 выбирается в виде

$$|F_K(q^2)|^2 = |1 - \frac{1}{6} q^2 \langle r_K^2 \rangle|^{-2}.$$

Группа советских и американских ученых измерила $F_K(q^2)$ в FNAL на пучках K-мезонов с импульсом q^2 в области передач $0{,}037 \leq q^2 \leq 0{,}119$ (ГэВ/с)^2. Электромагнитный радиус K-мезона был найден равным значению $\langle r_K^2 \rangle = (0{,}28 \pm 0{,}05)$ фм^2.

Электромагнитный радиус нейтрального K^0-мезона, измеренный методом регенерации K^0-мезонов, оказался отрицательным: $\langle r_{K^0}^2 \rangle = (-0{,}054 \pm 0{,}026)$ фм^2, что можно обосновать теоретически в рамках кварковой $SU(3)$-модели, если считать, что масса странного кварка больше масс u- и d-кварков [46]. Более громоздкой выглядит проблема описания нуклонных формфакторов [47]. Все выводы о поведении формфакторов как функций передаваемого импульса основаны на формуле Розенблюса для дифференциального сечения электронов на протонах. В низшем порядке теории возмущений (однофотонный обмен) она имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_M \left\{ F_{1p}(q^2) - \frac{q^2}{4M^2} 2 [F_{1p}(q^2) + \kappa F_{2p}(q^2)] \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} - \right.$$
$$\left. - \frac{q^2}{4M^2} \kappa^2 F_{2p}^2(q^2) \right\}, \qquad (37)$$

где σ_M — дифференциальное сечение рассеяния электронов кулоновским полем (моттовское сечение) $q^2 \approx -4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$, E, E' —энергия электрона до соударения и после соударения соответственно, θ — угол рассеяния

электрона на протоне в л.с.к., κ — аномальный магнитный момент протона. Как видно из (37), есть два протонных формфактора: F_{1p} и F_{2p}. Аналогично есть два нейтронных формфактора: F_{1n} и F_{2n}. Каждый из формфакторов обязан иметь изотопически скалярную и изотопически векторную части, поскольку формфакторы нуклонов обязаны своим происхождением сильному взаимодействию с π-мезонами. Их изотопическая структура имеет вид

$$F_{1p}(q^2) = F^s_{1p}(q^2) + \tau_3 F^v_{1p}(q^2),$$
$$F_{2p}(q^2) = F^s_{2p}(q^2) + \tau_3 F^v_{2p}(q^2).$$

Здесь F^s — изотопически скалярная, а F^v — изотопически векторная часть формфактора, $\tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ — двухрядная матрица. Таким образом,

$$F_{(1,2)p} = F^s_{(1,2)p} + F^v_{(1,2)p},$$
$$F_{(1,2)n} = F^s_{(1,2)n} - F^v_{(1,2)n}.$$

Формфакторные функции протонов и нейтронов нормируются в точке $q^2 = 0$ следующим образом:

$$F_{1p}(0) = e; \qquad F_{1n}(0) = 0;$$

$$F_{2p}(0) = \mu_p = 1{,}79\,\frac{e}{2M}; \qquad F_{2n}(0) = \mu_n = -\,1{,}91\,\frac{e}{2M}.$$

Дисперсионные соотношения для нуклонных формфакторов записываются для их изовекторных и изоскалярных частей в полной аналогии с дисперсионными соотношениями для π-мезонных и K-мезонных формфакторов:

$$F^v_{1,2}(t) = F^v_{1,2}(0) + \frac{t}{\pi}\int\limits_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} F^v_{1,2}(t')dt'}{t'(t'-t)},$$

$$F^s_{1,2}(t) = F^s_{1,2}(0) + \frac{t}{\pi}\int\limits_{9\mu^2}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} F^s_{1,2}(t')dt'}{t'(t'-t)}.$$

Начала разрезов для изовекторных и изоскалярных формфакторов определяются из условия унитарности. Изовекторные мнимые части $\operatorname{Im} F^v_{1,2}(t)$ отличны от нуля в области $t \geq 4\mu^2$, поскольку вклад в них дают только четные по числу π-мезонов состояния, а изоскалярные части $\operatorname{Im} F^s_{1,2}$ отличны от нуля в области $t \geq 9\mu^2$ — вклад в них дают только не-

четные по числу π-мезонов состояния. Естественно, что в числе промежуточных состояний могут быть и $K\bar{K}$-пары, и $N\bar{N}$-пары и другие более сложные многочастичные состояния — их разрезы начнутся с соответствующих довольно высоких значений t. Двойные мандельстамовские представления дают возможность использовать аналитические продолжения условий унитарности из физической области $t \geq 4M^2$ (где M — масса нуклона) в нефизическую $4\mu^2 \leq t < 4M^2$. Поэтому нет принципиальных трудностей при выполнении теоретических расчетов. При небольших значениях t в условии унитарности для изовекторных формфакторов достаточно ограничиться низшим двухчастичным (2π-мезонным) промежуточным состоянием:

$$\operatorname{Im} F^{v}_{1,2}(t) = F_{\pi}(t)\,\langle \pi\pi | T^{+}_{1,2}(t) | N\bar{N}\rangle,$$

где $F_{\pi}(t)$ — формфактор π-мезона, а $\langle \pi\pi | T^{+}_{1,2} | N\bar{N}\rangle$ — части амплитуды процесса аннигиляции $\pi\pi \to N\bar{N}$, дающие вклад в дираковский или паулиевский формфакторы соответственно.

Для мнимых частей изоскалярных формфакторов остается низшее трехмезонное промежуточное состояние:

$$\operatorname{Im} F^{s}_{1,2}(t) = \langle \gamma | T_{1,2} | \pi\pi\pi\rangle\,\langle \pi\pi\pi | T^{+}_{1,2} | N\bar{N}\rangle,$$

где $\langle \gamma | T | \pi\pi\pi\rangle$ — вершина $\gamma \to 3\pi$, а $\langle \pi\pi\pi | T^{+}_{1,2} | N\bar{N}\rangle$ — части процесса аннигиляции $N\bar{N} \to 3\pi$, дающие, аналогично векторным частям формфакторов, вклады в дираковский или паулиевский формфакторы. Дальнейшие расчеты электромагнитных формфакторов нуклонов имеют много схожих предположений с расчетом π- или K-мезонных формфакторов. Функциональная зависимость формфакторов от четырехмерных пространственноподобных передач импульсов q^2, предсказываемая методом дисперсионных соотношений, хорошо воспроизводит экспериментальные данные по формфакторам протонов и нейтронов, которые были получены на различных ускорителях мира (США, Франция, ФРГ, Великобритания) в широкой области $0 \leq |q^2| \leq 20$ (ГэВ/с)^2.

Данные по формфакторам нуклонов во времениподобной области передаваемых импульсов бедны. Модель векторной доминантности с учетом вкладов от ρ-, ω-, φ-, ρ'-, ρ''-мезонов и вкладов семейства J/ψ-частиц удовлетворительно описывает и эту область $q^2 > 0$. Несмотря на перечисленные успехи считать проблему описания формфакторов решенной нельзя. «...Кинематика процессов упругого рассеяния на частицах, формфакторы которых изучаются в физике элементарных частиц, удивительно проста; формулы, описывающие упругое рассеяние, не со-

держат никаких иных неизвестных функций, кроме формфакторов; изучением формфакторных функций элементарных частиц занимаются с середины 50-х годов. Однако, несмотря на кажущуюся простоту, проблема исследования формфакторных функций элементарных частиц, тесно связанная с изучением структуры элементарных частиц, до сих пор не решена» [47].

Определения и формулы, полученные на основе метода дисперсионных соотношений, и основные теоретические результаты сохранили свою значимость до наших дней, когда речь заходит о поведении формфакторных функций в области передач импульсов до $q^2 \leq 100$ (ГэВ/с)^2. Проблема исследования формфакторных функций остается актуальной и сейчас, в период кварковых представлений о строении материи.

До сих пор, рассматривая двойные мандельстамовские представления, мы обходили вопрос о количестве вычитаний, которые необходимо произвести при вычислении интегралов, чтобы обеспечить их сходимость. Проблема вычитания относится к числу нерешенных проблем дисперсионных соотношений. Она послужила толчком к дальнейшему развитию теоретической мысли по ряду важнейших направлений: а) расширение аналитичности S-матрицы за счет допущения аналитического продолжения по угловому моменту в комплексную плоскость этой переменной; б) изучение асимптотического поведения амплитуд рассеяния; в) дисперсионные правила сумм; г) проблема «зашнуровки» (бутстрап-метод) и некоторые другие.

3. РЕДЖЕЛОГИЯ

Редже [48] рассмотрел аналитические свойства амплитуды рассеяния $f(E, \theta)$ в квантовой механике и показал, что в комплексной плоскости углового момента для амплитуды $f(E, \theta)$ можно записать мандельстамовские представления. Запишем уравнение Шредингера:

$$\Delta\psi(\mathbf{r}) + E\varphi(\mathbf{r}) = V\psi(\mathbf{r}),$$

где $\hbar = c = 1$; $2M = 1$; $\mathbf{r} = \mathbf{r}(x, y, z)$ — вектор, указывающий положение рассеянной частицы, $V(\mathbf{r})$ — локальный потенциал, зависящий только от r. Асимптотическое поведение $\psi(\mathbf{r})$ имеет вид

$$\psi(r) \sim e^{ikr} + f(E, \theta)\frac{e^{ikr}}{r},$$

где $\mathbf{k}$ — импульс рассеянной частицы,

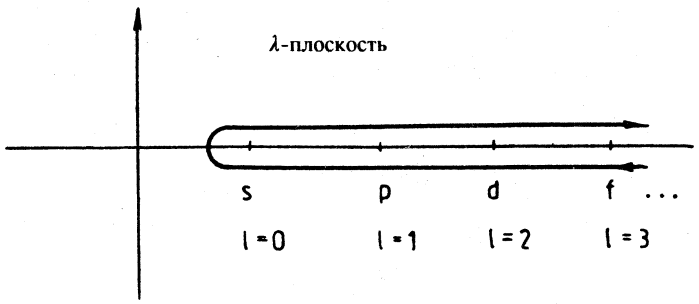


Рис. 11. Контур интегрирования C ватсоновского интеграла (39)

$$f(E, \theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (e^{2i\delta_l(k)} - 1)\,(2l + 1)\,P_l(\cos\theta). \qquad (38)$$

Здесь l — угловой момент; $P_l(\cos\theta)$ — полиномы Лежандра, $\delta_l(k)$ — фаза рассеяния, соответствующая значению углового момента l. Полное сечение рассеяния выражается формулой

$$\sigma(E) = \int d\Omega\, |f(E, \theta)|^2 = \frac{4\pi}{E} \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) \sin^2\delta_l .$$

Функция $f(E, \theta)$ есть квантово-механический аналог матрицы рассеяния $T(E)$ (см. (25)). Можно показать, что существует аналитическое продолжение функции $S_l(k) = e^{2i\delta_l(k)}$ на область комплексных переменных λ таких, что как только λ принимает значение $\lambda = l + 1/2$, функция $S(\lambda, k)$ переходит в функцию $S_l(k)$ (преобразование Ватсона)*:

$$f(E, \theta) = -\frac{1}{2k} \int_C \frac{\lambda d\lambda}{\cos\pi\lambda} P_{\lambda - 1/2}(-\cos\theta)\,[S(\lambda, k) - 1]. \qquad (39)$$

Контур интегрирования ватсоновского интеграла приведен на рис.11. Насколько известно, единственными сингулярностями амплитуды (39) в l-плоскости есть полюса и разрезы.

*Все последующие рассуждения должны были бы проводиться для амплитуд $f(E, \theta)$ с определенной сигнатурой: f^+ или f^- (определение сигнатуры см., например, в [50]). Однако идейная сторона изложения не искажается, если опустить в дальнейшем изложении знак сигнатуры.

Интегралом (39) определены свойства функции $S(\lambda, k)$ для произвольных значений λ, k, в том числе определено асимптотическое поведение $S(\lambda, k)$ для больших значений λ. Существует сходимость интеграла (39) для специфического класса юкавских потенциалов, удовлетворяющих условиям [49].

1) Потенциал $V(z)$ имеет представление

$$V(z) = \int\limits_{\mu>0} \sigma(\mu) \frac{e^{-\mu z}}{z} d\mu$$

с подходящим образом подобранной весовой функцией $\sigma(\mu)$.

2) Потенциальная функция $V(z)$ может быть продолжена в полуплоскость $\mathrm{Re}\, z > 0$.

3) Вдоль любого луча $\arg z = \sigma$, $|\sigma| < \frac{\pi}{2}$ имеем

$$\int |V(z)\, z|\, ds < M < \infty, \qquad ds = |dz|.$$

В этом ограниченном случае для полной амплитуды $f(E, \theta)$ можно записать мандельстамовское представление, о чем упоминалось выше.

Теоретики заметили, что существует связь между асимптотическим поведением амплитуды рассеяния и природой полюсов функции $f(E, \theta)$ (см. 39).

Допустим, в s-канале существует резонанс при значении M_r^2 с шириной Г. Амплитуда в полюсе может быть записана в виде

$$f(s, t) \approx \frac{g(s) P_l(\cos\theta_s)}{s - M_r^2 + i\Gamma M_r}. \tag{40}$$

Здесь $f(s, t)$ — эквивалент функции $f(E, \theta)$. Символ s у $\cos\theta_s$ обозначает $\cos\theta$ в s-канале. Если Г мало по сравнению с M_R, то можно записать

$$\mathrm{Im}\, f(s, t) \approx g(s)\, P_l(\cos\theta)\, \delta(s - M_r^2).$$

Асимптотическое поведение полиномов Лежандра при бесконечно больших значениях аргумента имеет вид

$$P_l(\cos\theta) \underset{\cos\theta_s \to \infty}{\sim} \cos\theta_s^l, \qquad l > -\frac{1}{2}.$$

Из определения инвариантов $s = (p_1 + p_2)^2$, $u = (p_1 + p_3)^2$, $t = (p_1 + p_4)^2$ (см. (22)) находим, что $\cos\theta_s \sim t$, откуда следует

$$\operatorname{Im} f(s, t) \sim t^{l}.$$

Таким образом, если асимптотическое поведение по t при любых s ограничено значением $\sim t^{l}$, то мы получаем ограничение на самое большое значение спина соответствующего полюса в s-канале. Но, естественно, может существовать любое число частиц со значением $\lesssim l$. Если мы говорим о реджевском представлении амплитуды рассеяния, то вместо l надо подразумевать некоторую аналитическую функцию $\alpha(s)$, зависящую от квадрата энергии s. Функция $\alpha(s)$ в полюсе $s = s_0 = M_r^2$ может быть разложена в ряд

$$\alpha(s_0) = l + \varepsilon(s_0) + i\eta(s_0) + (s + s_0)\left.\frac{d\alpha}{ds}\right|_{s=s_0} + \ldots,$$

где $\varepsilon << l$, $\eta << l$ и в точке s_0 величина $\lambda = l + 1/2$. Функция $\alpha(s)$ называется траекторией Редже. Траектория со значением $\alpha(0) = 1$ называется вакуумной траекторией или траекторией Померанчука.

Пользуясь явным выражением функции $f(s, t)$ (или $f(E, \theta)$, см. (38)), можно показать, что для рассеяния вперед ($\cos\theta_s = 1$) амплитуда ведет себя следующим образом [50]:

$$|f(s, t)| < \text{const} \cdot s \ln^2 s, \qquad \cos\theta_s = 1, \quad s \to \infty \tag{41}$$

а для углов, отличных от нуля:

$$|f(s, t)| < \text{const} \cdot s^{3/4} \ln^{3/2}(s). \qquad s \to \infty \tag{42}$$

Ограничения (41) и (42) на поведение амплитуды при $s \to \infty$ называются границами Фруассара [51]. Появление логарифмических множителей в соотношениях (41) и (42) не совсем понятно и можно объяснить лишь приближениями, использованными при выводе этих формул. Логарифмическое поведение обычно весьма сложно отделить в эксперименте — $\ln s$ слишком медленно меняющаяся функция энергии s. Поэтому обычно логарифмическую зависимость опускают и границы Фруассара принимают вид

$$\lim_{s \to \infty} f(s, t) = 0(s^{N(t)}),$$

где $N(t) \leq 1$, $t < 0$.

В кроссинг-t-канале эта граница будет иметь симметричный вид

$$\lim_{t\to\infty} f(s, t) = 0(t^{N(s)}),$$

где $N(s) \leq 1$, $s < 0$.

Если вспомнить выражение для оптической теоремы (см. (11)), то получим

$$\sigma(s) \sim s^{N(0)-1} \leq \text{const}.$$

Итак, с одной стороны, амплитуда рассеяния в мандельстамовском представлении записывалась в виде

$$f(s, t) \sim \frac{1}{\pi^2} \int_{s_0}^{\infty} ds' \int_{t_0}^{\infty} dt' \frac{\Gamma_{st}(s', t')}{(s'-s)(t'-t)} + \ldots$$

(см. (23)). С другой стороны, в представлении полюсов Редже она имеет вид

$$f(s, t) \sim -\sum 16\pi^2 (2\alpha_i(s) + 1)\beta_i(s) \frac{P_{\alpha_i}(s)(-z_s)}{\sin \pi \alpha_i(s)} - \\ - \frac{16}{\pi} \int_{-\frac{1}{2}-i\infty}^{-\frac{1}{2}+i\infty} (2l + 1) A(s, l) \frac{P_l(-z)}{\sin \pi l} dl, \tag{43}$$

где $\alpha_i(s)$ — траектория реджевского полюса, $\beta_i(s)$ — вычет в полюсе s_{ir}, $\alpha_i(s_r) = l$, $P_{\alpha_i(s)}(-z)$ — полином Лежандра.

Формула (43) выводится из формулы (39) и указывает на то, что амплитуда $f(s, t)$, представленная в виде суммы полюсов Редже, кроме них имеет еще и разрезы от этих полюсов. Было потрачено много усилий, чтобы доказать эквивалентность двух представлений (23) и (43), и для ряда искусственных случаев это удавалось сделать. В квантовой теории поля не удалось найти строгого обоснования реджевского представления (43) амплитуды рассеяния.

Нет надобности углубляться в теорию полюсов Редже и показывать замечательные успехи этой теории при описании систематики частиц и асимптотического поведения амплитуд рассеяния. Это можно найти в ряде обзорных материалов [52,53]. Нам было важно указать на то, что доказательство аналитичности амплитуды рассеяния по одной переменной в теории сильных взаимодействий породило двойные представления Мандельстама, а затем теорию полюсов Редже, в основании

которой лежит предположение о дальнейшем расширении аналитичности амплитуд взаимодействия элементарных частиц, в случае реджелогии — за счет предположения аналитичности по угловому моменту l.

Теоретический анализ реджевских траекторий привел к заключению, что они имеют нелинейную зависимость от переменной s (или t). Сравнение с экспериментальными данными, тем не менее, вело к заключению, что траектории Редже очень близки к линейным. Если, кроме линейности, предположить, что наклон всех траекторий одинаков, то мы приходим от представления амплитуды рассеяния (43) к модели Венециано для амплитуды рассеяния:

$$\Phi_b(\alpha_i(s), \alpha_j(t)) = \frac{\Gamma(1-\alpha_i(s))\,\Gamma(1-\alpha_j(t))}{\Gamma(N-\alpha_i(s)-\alpha_j(t))} + \\ + \text{ члены с заменами } s \to u,\ t \to u, \tag{44}$$

где Φ_b — обобщенные β-функции Эйлера, $\alpha_{i,j}$ — линейные траектории Редже, Γ — гамма-функции, N — положительное целое число. Функция (44) имеет полюса в точках $\alpha_i(s), \alpha_j(s) = l$, обладает кроссинг-симметрией ($s \rightleftarrows t \rightleftarrows u$) и реджевской асимптотикой. Однако обсуждение модели Венециано увело бы нас слишком далеко от темы нашего обзора.

4. БУТСТРАП-МЕТОД

В начале 60-х годов весьма популярной была гипотеза «зашнуровки». Она естественно вытекала из всего предыдущего развития теоретической и экспериментальной физики элементарных частиц. Суть ее состоит в том, что в основе материи нет каких-то фундаментальных составляющих (типа кварков), а все частицы равноправны и состоят друг из друга. При соударениях пары любых частиц могут родиться любые другие частицы (естественно, с соблюдением всех законов сохранения). В качестве математического аппарата, адекватного идее «зашнуровки», был использован метод двойных представлений Мандельстама. Вместе идея «зашнуровки» и математический метод решения уравнений были названы бутстрап-методом [54].

Рассмотрим простейший пример взаимодействия двух π-мезонов. Предположим, что их взаимодействие осуществляется путем обмена только ρ-мезоном (спин $I = 1$, изотопспин $= 1$, четность отрицательная). Это означает, что π-мезоны взаимодействуют в p-состоянии. Дисперсионные соотношения для p-волны имеют вид

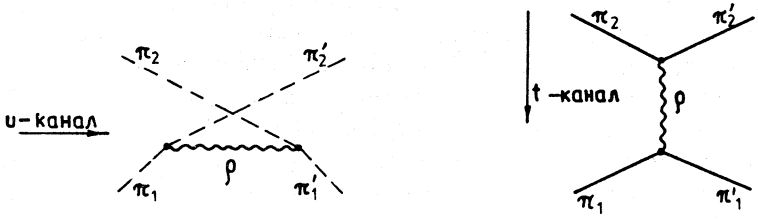


Рис. 12. ρ-обменные диаграммы в u- и t-каналах

$$A_{l=1}(\nu) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{Im} A_1(\nu')d\nu'}{\nu'-\nu} + \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{-1} \frac{\operatorname{Im} A_1(\nu')d\nu'}{\nu'-\nu}. \qquad (45)$$

Здесь ν — импульс π-мезонов ц.м., масса π-мезона $\mu = 1$; квадрат полной энергии $s = 4(\nu + 1)$. Второй интеграл дает вклад от обмена ρ-мезоном в u- и t-каналах (см. рис.12). Чтобы решить уравнение (45) представим амплитуду $A_l(\nu)$ в виде отношения

$$\frac{1}{\nu} A_l(\nu) = \frac{N_l(\nu)}{D_l(\nu)}. \qquad (46)$$

(В выражении (46) и ниже значок $l = 1$ опускается). Пусть $N(\nu)$ имеет только левый разрез, а $D(\nu)$ — только правый. Запишем теорему Коши для $N(\nu)$ и $D(\nu)$:

$$\operatorname{Im} N(\nu) = \frac{1}{\nu} D(\nu) \operatorname{Im} A(\nu),$$

$$\operatorname{Im} D(\nu) = \nu N(\nu) \operatorname{Im}\left[\frac{1}{A(\nu)}\right] = -\nu N(\nu) \frac{\operatorname{Im} A^*(\nu)}{|A(\nu)|^2}.$$

Примем нормировку: $\underset{\nu\to\infty}{N(\nu)} = 0$; $\underset{\nu\to\infty}{D(\nu)} = 1$,

$$\operatorname{Im} A^*(\nu) = \sqrt{\frac{\nu}{\nu+1}}\,|A(\nu)|^2.$$

Теперь теорема Коши записывается в виде

$$N(\nu) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{-1} \frac{\operatorname{Im} A(\nu')\, D(\nu')}{\nu'(\nu'-\nu)} d\nu',$$

$$D(\nu) = 1 - \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} \sqrt{\frac{\nu'}{\nu'+1}} \frac{N(\nu')d\nu'}{\nu'-\nu}. \qquad (47)$$

Мы предположили, что у функции $D(\nu)$ нет нулей, т.е. нет полюсов у функции $A(\nu)$. Вообще говоря, нули функции $D(\nu)$ должны быть учтены: полюса амплитуды $A(\nu)$ соответствуют резонансам на нефизическом листе либо связанным состояниям на физическом листе. В этом случае при $\nu \to \infty$ функция $D(\nu)$ имеет вид

$$D_l(\nu) \underset{\nu\to\infty}{\sim} \nu^{-M_l + P_l + \frac{1}{\pi}[\delta_l(\infty) - \delta_l(0)]},$$

и так как мы выбрали нормировку $D_l(\infty) = 1$, то показатель степени у $D_l(\nu)$ должен равняться нулю:

$$\delta_l(\infty) - \delta_l(0) = \pi\,[-M_l + P_l],$$

где P_l — число полюсов в δ_l-фазе, а M_l — число связанных состояний. Этот результат согласуется с теоремой Левинсона. Можно положить, например, $\delta_l(0) = \pi M_l$ и тогда $\delta_l(\infty) = \pi P_l$. Возвращаясь к уравнениям (47), мы видим, что вместо интегрального сингулярного уравнения (45) получилась система уравнений (47). После подстановки $D(\nu)$ в уравнение для $N(\nu)$ линейное уравнение может быть решено, если известен вид функции $\operatorname{Im} A(\nu)$. Предположим, что $\operatorname{Im} A(\nu)$ определяется суммой вкладов диаграмм из второго и третьего каналов (см. рис. 12). Тогда первая итерация в $\frac{N}{D}$-методе приводит к следующему решению:

$$D(\nu) = 1, \qquad \operatorname{Im} N(\nu) = \frac{1}{\nu}\operatorname{Im} A(\nu), \qquad N(\nu) = \frac{1}{\nu}A(\nu),$$

$$\frac{1}{\nu}A(\nu) = \frac{N(\nu)}{1 - \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \sqrt{\frac{\nu'}{\nu'+1}}\,\frac{N(\nu')}{\nu'-\nu}\,d\nu'}. \tag{48}$$

В случае необходимости итерационная процедура может быть повторена необходимое число раз. Если бы математическая схема была адекватна бутстрап-идеологии, то в формуле (48) реальная часть знаменателя должна была бы обратиться в нуль в резонансной точке, соответствующей массе ρ-мезона: $\nu_\rho = \frac{m_\rho^2}{4} - 1$, а теоретическое значение ширины резонанса, выраженное через $N(\rho_\nu)$, должно было бы совпасть с экспериментальным значением ширины ρ-мезона. Такое решение представляло

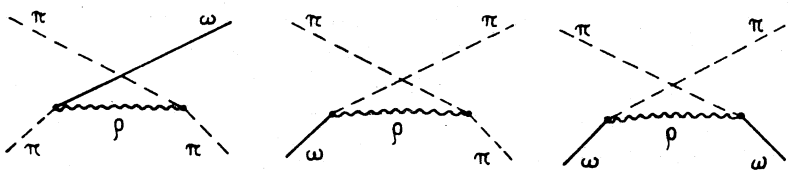


Рис.13. Дополнительные «силы» в 2-канальной задаче для определения параметров ρ-мезона

бы бутстрап-метод в его чистом виде. Однако расчет дал самосогласованное решение при значении $m_\rho \approx 350$ МэВ (вместо $m_\rho \approx 750$ МэВ). Поскольку рассматриваемая модель была весьма примитивной, то расчеты посчитали обнадеживающими и решили их улучшить путем введения дополнительных обменных сил, т.е. перешли от одноканальной задачи к двухканальной. С этой целью, кроме амплитуды $\pi\pi$-рассеяния, в задачу включили процессы $\pi\pi \to \pi\omega$, $\pi\omega \to \pi\pi$, $\pi\omega \to \pi\omega$ (см. рис.13). Обобщение $\frac{N}{D}$-метода на двухканальный (многоканальный) случай было рассмотрено в работе [55]. Амплитуда рассеяния теперь представляется матрицей

$$T = \left\| \begin{matrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{matrix} \right\|,$$

где t_{11} соответствует процессу $\pi\pi \to \pi\pi$-рассеяния, t_{12} — $\pi\pi \to \pi\omega$-рассеяния, t_{21} — $\pi\omega \to \pi\pi$-рассеяния, t_{22} — $\pi\omega \to \pi\omega$-рассеяния.

Учет второго канала привел к значительному улучшению бутстрап-решения. Значение $m_\rho \approx 660$ МэВ. Техника расчета в двухканальном бутстрап-методе есть тривиальное обобщение одноканального случая. Амплитуда T снова записывается в виде $\frac{N}{D}$, где N и D — квадратные матрицы второго ранга:

$$N = \left\| \begin{matrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{matrix} \right\|, \qquad D = \left\| \begin{matrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{matrix} \right\|.$$

Все элементы n_{ik} имеют только левые разрезы, а элементы d_{ik} — только правые. Для каждого элемента t_{ik} матрицы T имеем

$$t_{ij} = \sum_k \frac{n_{ik} D_{jk}}{\det D},$$

где D_{jk} — адъюнкта определителя D. Условие унитарности записывается в виде: $\operatorname{Im} t_{ij} = \sum_k \rho_i t_{ik} t^*_{kj}$. Далее записывается теорема Коши для n_{ij} и d_{ij}. Например, для d_{ij} она имеет вид

$$d_{ij} = \delta_{ij} - \frac{1}{\pi} \int_{s_{\text{порог}}}^{\infty} \frac{ds' \rho(s') n_{ij}(s')}{s' - s},$$

где фазовый множитель $\rho(s')$ выбирается таким образом, чтобы было обеспечено правильное пороговое поведение амплитуды и поведение амплитуды на бесконечности и были устранены нежелательные кинематические особенности. Для ряда простых задач это сделать можно, при этом условие унитарности выполняется.

Более глубокое изучение бутстрап-решений привело к заключению, что они не инвариантны относительно обращения времени, а в ряде случаев — меняют исходную асимптотику. В связи с устранением последнего недостатка решили реджизовать бутстрап, т.е. ввести реджевский характер поведения амплитуд. Теперь, после бутстрапирования, рассчитанная амплитуда должна была также иметь реджевский характер, т.е. должна «восстанавливать» параметры исходной траектории $\alpha(s)$ — в чем и состояла идея реджизации бутстрапа. Это также не всегда удавалось получить. Рассматривались более сложные случаи бутстрапирования параметров частиц. Так, пытались с помощью бутстрап-метода получить $SU(3)$-симметрию (или какую-либо симметрию иного типа). Например, пытались получить бутстрап-октет векторных и псевдовекторных мезонов, т.е. заранее закладывался определенный набор мезонов, их квантовые числа, а ответ искался в виде отношения констант связи:

$$g^2_{\pi\rho\rho} : g^2_{\rho K\bar{K}} : g^2_{\omega K\bar{K}} : g^2_{K^*\pi K} : g^2_{\eta K^* K} = \frac{4}{3} : \frac{2}{3} : 2:1:1.$$

Полученное решение удовлетворяло именно этому отношению, предсказываемому $SU(3)$-симметрией.

Претензии бутстрап-метода на философию всеобщей динамической системы уравнений, описывающей весь физический мир элементарных частиц, оказались чрезмерными. Естественнее было говорить о бутстрап-решениях, дававших разумное согласие с экспериментальными данными о решениях, могущих предсказать какие-то параметры новых нестабильных частиц (их массы, ширины распадов, константы связи и т.д.).

5. СВЕРХСХОДЯЩИЕСЯ (ДИСПЕРСИОННЫЕ) ПРАВИЛА СУММ [56]

Ранее мы уже обсуждали проблему поведения амплитуды физического процесса при бесконечно больших энергиях. Еще при возникновении дисперсионных соотношений было ясно, что если амплитуда $F(E)$ аналитична в E-плоскости (E-энергия) с разрезом вдоль реальной оси, не имеет особенностей в верхней полуплоскости и достаточно быстро убывает на бесконечности, то тривиальным результатом теоремы Коши для такой функции (контур интегрирования имеет вид, изображенный на рис.14) будет равенство

$$\int_{-E}^{+E} F(E')dE' + \int_{C} F(E')dE' = 0. \qquad (49)$$

Если для больших значений E амплитуда $F(E)$ убывает достаточно быстро, например, как $E^{-1}\ln^a E$, $a < -1$ (или быстрее), интеграл по контуру C стремится к нулю при $E \to \infty$, и мы получим сверхсходящиеся правила сумм:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Im}\, F(E')dE' = 0.$$

Что можно получить из таких правил сумм? Рассмотрим, например, инвариантную амплитуду, описывающую рассеяние виртуального изовекторного фотона с массой $m_\gamma^2 = q^2$ (см. рис.15), и предположим, что условия сверхсходимости выполняются для разности амплитуд: $F(E,q^2) - F(E,0)$. В этом случае получаются соотношения Кабиббо — Радикатти для формфакторов:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Im}\,[F(E, q^2) - F(E, 0)]\,dE = 0.$$

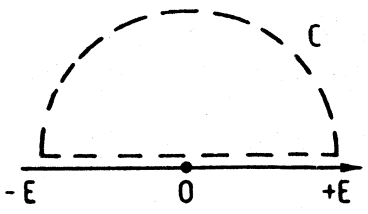


Рис.14. Контур интегрирования для функции $F(E)$

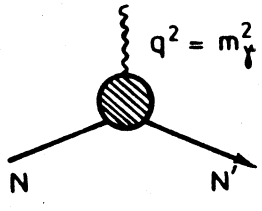


Рис.15. Вершина взаимодействия виртуального γ-кванта с нуклоном

Если в качестве амплитуды $F(E, q^2)$ рассматривать реальный комптон-эффект на мезоне (с изотопспином 2 в t-канале), то получаются правила сумм в виде [57]:

$$\frac{1}{m_\pi^2} = \frac{1}{2\pi^2\alpha} \int_{E_0}^{\infty} [\sigma(\gamma\pi^0) - \sigma(\gamma\pi^+)]\,dE.$$

Летом 1965 г. Н.Н.Боголюбов, анализируя расчеты по вычислению магнитных моментов, полученные с помощью алгебры токов, заметил, что те же результаты могут быть получены из обычных одномерных дисперсионных соотношений. В частности, он указал на возможность использования для этих целей правил сумм для комптоновского рассеяния. С помощью этих правил сумм и с учетом $SU(6)$-симметрии были получены соотношения, связывающие полные магнитные моменты протона μ_p и нейтрона μ_n [58]:

$$\mu_p - \frac{e}{2M} + \mu_n = 0,$$

где M — масса нуклона (тот же результат ранее был получен несколько иным путем [59]). Если амплитуда $F(E)$ сходится недостаточно быстро, то необходимо рассчитать интеграл по контуру C (см. рис.14, формулу (49)). Это можно сделать, если известно поведение $F(E)$ при больших E.

Представляя амплитуду $F(E)$ в области больших E как сумму реджевских полюсов:

$$F(E) = \sum_n a_n E^{\alpha n},$$

получим

$$\int_{-E}^{+E} \operatorname{Im} F(x)\,dx = \sum_n \frac{E^{\alpha n+1}}{\alpha n + 1} \operatorname{Im} a_n (1 + e^{i\pi\alpha n}), \qquad (50)$$

где E — достаточно высокий предел по энергии.

В рассматриваемом случае дисперсионные правила сумм получены на основе гипотезы реджевского поведения амплитуды рассеяния в области высоких энергий. Из соотношения (50) следует, что, зная информацию о поведении $\operatorname{Im} F(E)$ в области невысоких энергий ($\lesssim E$), можно получить определенные заключения о поведении реджевских траекторий $\alpha_n(E)$, определяющих ход сечения в области высоких энергий.

Ряд важных результатов, сохранивших свою значимость до наших дней, получен для электромагнитных процессов. Приведу один пример. Амплитуду комптоновского рассеяния (под нулевым углом рассеяния) можно записать в виде

$$F(\omega) = f_1(\omega)\,\mathbf{e}'^{*}\mathbf{e} + f_2(\omega)\,i\sigma\,[\mathbf{e}'^{*}\times\mathbf{e}],$$

где $\mathbf{e}$ и $\mathbf{e}'$ — векторы поперечной поляризации падающего и рассеянного вперед фотона соответственно, ω — энергия фотона в лабораторной системе координат, $f_1(\omega)$ и $f_2(\omega)$ — скалярные аналитические функции, описывающие процесс рассеяния фотона на некоторой мишени. Они связаны с полными сечениями поглощения фотона на мишени следующими формулами:

$$\operatorname{Im} f_1(\omega) = \frac{\omega}{8\pi}(\sigma_A + \sigma_p),$$

$$\operatorname{Im} f_2(\omega) = \frac{\omega}{8\pi}(\sigma_A - \sigma_p),$$

где σ_p — полное сечение взаимодействия циркулярно-поляризованного фотона со спиральностью + 1 (т.е. поляризованного фотона) на мишени, полностью поляризованной вдоль оси z, направленной по импульсу падающего фотона, σ_A — полное сечение для левополяризованного фотона (спиральность = − 1) при той же самой поляризации мишени. Система единиц: $\hbar = e = 1$.

В низкоэнергетическом пределе функции $f_1(0)$ и $f_2(0)$ связаны с постоянной тонкой структуры α, зарядом e, массой M и аномальным магнитным моментом частицы κ, на которой происходит комптоновский процесс рассеяния фотона, соотношениями

$$f_1(0) = -\frac{\alpha}{M}e^2,$$

$$f_2(0) = -\frac{\alpha}{2M^2}\kappa^2 \qquad (51)$$

(теорема Лоу — Гелл-Манна — Гольдбергера [60]).

Хорошо известно, что функция $f_1(\omega)$ удовлетворяет дисперсионному соотношению с одним вычитанием:

$$f_1(\omega) = -\frac{\alpha}{M}e^2 + \frac{\omega^2}{2\pi^2}\int_0^\infty \frac{[\sigma_p(\omega') + \sigma_A(\omega')]\,d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2}.$$

Поведение функции $f_2(\omega)$ на бесконечности неизвестно. Предположим, что функция $f_2(\omega)$ удовлетворяет дисперсионному соотношению без вычитаний:

$$\operatorname{Re} f_2(\omega) = \frac{2\omega}{\pi}\,\mathcal{P}\int_0^\infty \frac{\operatorname{Im} f_2(\omega')\,d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2}. \qquad (52)$$

Дифференцируя (52) по ω и переходя к пределу $\omega \to 0$, получим

$$\mathrm{Re}\, f_2'(\omega) = \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\mathrm{Im}\, f_2(\omega')\, d\omega'}{\omega'^2} = f_2(0).$$

Используя теперь теорему Лоу — Гелл-Манна — Гольдбергера (см. (51)), получим

$$\frac{2\pi^2}{M^2} \kappa^2 = \int_0^\infty \frac{[\sigma_p(\omega) - \sigma_A(\omega)]}{\omega} d\omega. \tag{53}$$

На возможность существования правила сумм, подобного (53), впервые было указано в работе [61]. В явном виде оно было получено С.Б.Герасимовым [62] и им же обобщено на случай мишени с произвольным спином. Позднее соотношение (53) было получено Дреллом и Херном [63] и рядом других авторов и вошло в литературу под названием правил сумм Герасимова — Дрелла — Херна. В наше время оно используется, в частности, при анализе поляризационных явлений.

6. СЛЕДСТВИЯ ИЗ ГИПОТЕЗЫ АНАЛИТИЧНОСТИ АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ

Понятие об амплитуде рассеяния как о единой аналитической функции, зависящей от переменных энергии и импульса, оказалось весьма плодотворным для последующего развития теории сильных взаимодействий элементарных частиц. Даже исходя из предположения об аналитичности амплитуды рассеяния в некоторой части комплексной плоскости одной из переменных, можно получить определенные физические выводы.

Пусть s — квадрат полной энергии системы двух частиц с равной массой, t — передача импульса: $t = -2q^2(1 - z)$, где q — трехмерный импульс в системе центра масс, $z = \cos\theta$, θ — угол рассеяния в той же системе. Пусть амплитуда $F(q, z)$, как функция переменной z, аналитична внутри эллипса с фокусами в точках $z = \pm 1$. Длина полуосей эллипса определяется энергией и массами частиц в промежуточных состояниях. По предположению об аналитичности ряд

$$F(q, z) = \frac{1}{q} \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1)\, F_l(q)\, P_l(z)$$

сходится внутри эллипса, а парциальные амплитуды $F_l(q)$ при достаточно больших $l > l_0$ достаточно быстро убывают с ростом l. Тогда

$$F(q, z) \approx \frac{1}{q} \sum_{l=0}^{l_0} (2l + 1) F_l(q) P_l(z) = \widetilde{F}(q, z).$$

В силу условия унитарности $|F_l(q)| \lesssim 1$, так что при всех $|z| \leq 1$ имеем

$$\widetilde{F}(q, z) \leq \frac{1}{q} \sum_{l=0}^{l_0} (2l + 1) = \frac{(l_0 + 1)^2}{q}.$$

Если ввести понятие эффективного радиуса взаимодействия $R \approx \frac{l_0}{q}$ и вспомнить оптическую теорему

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{4\pi}{q} \operatorname{Im} F(q, 1),$$

то получим оценку

$$\sigma_{\text{tot}} \leq 4\pi R^2.$$

(Вообще говоря, радиус R должен зависеть от энергии). Характер поведения сечений упругих и непругих процессов при высоких энергиях, исходя из свойств аналитичности амплитуды рассеяния, был рассмотрен в работах А.А.Логунова с сотрудниками [64]. В них были получены важные выводы относительно поведения дифференциального сечения множественного рождения с ростом энергии в области больших углов рассеяния для процессов типа

$$a + b \to a + b, \tag{I}$$

$$a + b \to A_j, \tag{II}$$

$$a + b \to c + A_j, \tag{III}$$

$$a + b \to c + d + A_j, \tag{IV}$$

где A_j — совокупность адронов, a, b, c, d — отдельные частицы. Внимательный читатель легко заметит, что понятие об обширном классе процессов, которые сегодня называются глубоконеупругими процессами, было впервые введено, а сами процессы с достаточно большой общностью изучены А.А.Логуновым с сотрудниками еще в 1967 г. [65] (см. процесс III). Исходя из предположений о характере аналитичности амплитуды упругих и непругих процессов как функций угловых переменных и условия унитарности были установлены ограничения на поведение сечений упругих и непругих процессов. В частности, для сильных взаимо-

действий, в которых в качестве обменных частиц взаимодействия выступают π-мезоны с массой m_π, получено соотношение

$$\sigma_{el}(s) \geq \frac{m_\pi^2}{4\pi} \frac{\sigma_{\text{tot}}^2(s)}{\ln^2\left(\frac{s}{s_0}\right)},$$

из которого следует, что если полное сечение $\sigma_{\text{tot}}(s)$ с ростом энергии s стремится к постоянному пределу, то упругое сечение того же процесса не может убывать быстрее $\ln^2\left(\frac{s}{s_0}\right)$, где s_0 — некоторая константа [66]. Для двухчастичного неупругого рассеяния $a + b \to c + d$ получено ограничение

$$\frac{d\sigma_{\text{inel}}}{dt} \leq \frac{\pi}{4m_\pi^4} \ln^4\left(\frac{s}{s_0}\right),$$

где $\frac{d\sigma_{\text{inel}}}{dt}$ — дифференциальное сечение рассматриваемого неупругого рассеяния, а t — инвариантная передача импульса между частицами a и c.

В 1971 г. группа экспериментаторов из ИФВЭ и объединенная группа физиков ИФВЭ и ЦЕРН закончила серию экспериментов по измерению полных сечений в области серпуховских энергий 30—70 ГэВ, недоступных в то время другим ускорителям мира. Результаты оказались совершенно неожиданными: полные сечения процессов $\pi^\pm p$, pp, $p\bar{p}$ прекратили свое падение с ростом энергии и вышли приблизительно на константу, а K^+p-сечение, которое при меньших энергиях было приблизительно постоянным, начало расти. Это изменение поведения сечений с ростом энергии получило название «серпуховского эффекта». Теоретические исследования, проведенные на основе идей аналитичности амплитуд рассеяния, указывавшие на рост полных сечений с ростом энергии, получили свое подтверждение уже при энергиях серпуховского ускорителя. Экспериментальные данные, полученные позднее на ускорителях FNAL (США) и ЦЕРН при более высоких энергиях,также совпадают с выводами теоретиков. Ценность сопоставления приведенных выше теоретических предсказаний и экспериментальных данных состоит в том, что эксперименты убеждают нас в справедливости наиболее общих принципов квантовой теории поля, от которых нет надобности отказываться и в наше время. В числе этих принципов — точная математическая формулировка принципа причинности, данная Н.Н.Боголюбовым при создании аксио-

матического подхода и квантовой теории поля. Математический аппарат, находящийся на грани между теорией обобщенных функций и теорией аналитических функций многих комплексных переменных, был использован Н.Н.Боголюбовым для обоснования дисперсионных соотношений — для доказательства аналитичности амплитуд рассеяния в теории сильных взаимодействий. Исходя из принципов аналитичности физических амплитуд, можно получить связи между различными физическими процессами, которые оказались особенно простыми в области асимптотически высоких энергий.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные подходы к решению проблем теории сильных взаимодействий были основными в течение 10—15 лет, начиная с 1955 г. Переход к кварковой структуре строения элементарных частиц вытеснил из сознания теоретиков проблемы, связанные с понятием аналитичности амплитуд рассеяния, а вместе с этим и нерешенные вопросы метода дисперсионных соотношений, реджелогии, физики явлений в области очень высоких энергий, основанные на представлениях об аналитичности амплитуд рассеяния.

Очевидно, что нельзя автоматически перенести те положения КТП, которые были использованы Н.Н.Боголюбовым при доказательстве аналитичности амплитуд рассеяния в теории сильных взаимодействий, на аналогичные положения в КХД, чтобы убедиться в аналитичности соответствующей амплитуды рассеяния в КХД. Так, например, процессу рассеяния π^+-мезона на протоне в КХД в первом приближении будет соответствовать ряд диаграмм (см. рис.16), аналитические свойства которых явно не совпадут с аналитическими свойствами амплитуды $\pi^+ p \to \pi^+ p$-рассеяния в старой КТП, в которой и π^+- и p-частицы рассматривались как точечные. Совершенно непонятно, как может возникнуть полюсный член в КХД, соответствующий члену в КТП. Вообще, кажется просто невозможным какое-либо сопоставление аналитических свойств рассматриваемого процесса $\pi^+ p$-рассеяния в рамках двух подходов: старого (в КТП) и нового (в рамках КХД). Нельзя одновременно рассуждать на языке КХД и использовать в рамках КХД математические соотношения, полученные из аналитичности и доказанные в рамках классической квантовой теории поля, такие как дисперсионные соотношения, дисперсионные правила сумм, формулы реджелогии и некоторые другие, не доказанные в КХД. Это явно противоречило бы традиции строгости

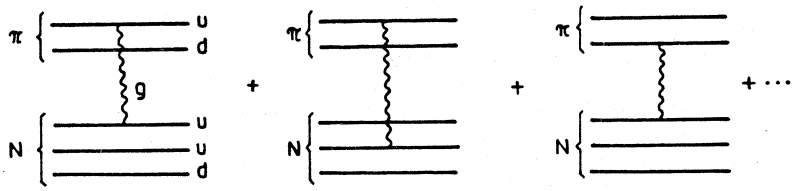


Рис.16. Набор диаграмм в КХД, описывающих процесс рассеяния $\pi^+ p \to \pi^+ p$

теоретического мышления, которая культивировалась Н.Н.Боголюбовым в течение всего его творческого пути.

Означает ли это, что надо отказаться от внедрения идей аналитичности в квантовую хромодинамику? Думаю, что нет. Мы знаем, что связанные состояния могут описываться интерполирующими локальными полями, для которых существуют условия причинности. Таким образом, дисперсионные соотношения могут быть записаны и в рамках КХД. В теории возмущений в КХД без конфайнмента разрезы, возникающие из-за условия унитарности, начнутся с нуля, так как глюоны имеют нулевую массу покоя и нет «дыры», необходимой для получения запаздывающей и опережающей функции. Отсюда следует, что проблема доказательства дисперсионных соотношений в КХД тесно связана с проблемой конфайнмента в КХД. Если вирус аналитичности проникает в КХД, то идеология 60-х годов и математические подходы снова могут возродиться, но, естественно, в модифицированном виде. Если в рамках дисперсионных соотношений в КТП устанавливались связи между дифференциальными и полными сечениями, упругими и неупругими сечениями, между физическими константами и парциальными амплитудами различных процессов, то в КХД свойства аналитичности амплитуд рассеяния могли бы быть полезными для установления связей между распределениями кварков и глюонов в частицах, доказательства конфайнмента элементарных частиц, ряда асимптотических соотношений в процессах взаимодействия элементарных частиц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Боголюбов Н.Н., Медведев Б.В., Поливанов М.К.** — Вопросы теории дисперсионных соотношений. М.: Гос. изд-во физико-математической литературы. 1958, с.202.
2. **Gell-Mann M., Goldberger M.L., Thirring W.E.** — Phys.Rev., 1954, vol.95, p.1612.
3. **Bogolubov N.N.** — Problems of the Theory of Dispersion Relations. Princeton preprint, 1955.

4. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. — Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1973, гл.IX.
5. Barashenkov V.S. — Forschr. Phys., 1962, vol.10, p.25.
6. Померанчук И.Я. — ЖЭТФ, 1958, т.34, с.725.
7. Файнберг В.Я., Фрадкин Е.С. — ДАН СССР, 1956, т.109, с.507; Иоффе Б.Л. — ЖЭТФ, 1956, т.31, с.583; Куни Ф.М. — ДАН СССР, 1956, т.III, с.571.
8. Бланк В.З., Исаев П.С. — ДАН СССР, 1957, т.117, с.785.
9. Никитин В.А. — ЭЧАЯ, 1970, т.1, вып.1, с.9.
10. Логунов А.А., Степанов Б.М. — ДАН СССР, 1956, т.110, с.368.
11. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N., Solovyov L.D. — Nucl. Phys., 1957, vol.4, p.427.
12. Логунов А.А., Тавхелидзе А.Н. — ЖЭТФ, 1957, т.32, с.1393.
13. Solovyov L.D. — Nucl.Phys., 1958, vol.5, p.256.
14. Балдин А.М., Михайлов В.М. — ЖЭТФ, 1951, т.21, с.562; УФН, 1951, т.44, с.200.
15. Балдин А.М., Михайлов В.М. — ДАН СССР, 1952, т.84, с.47—49.
16. Соловьев Л.Д., Бялковский Г., Юревич А. — ЖЭТФ, 1961, т.40, с.839.
17. Baldin A.M., Lebedev A.I. — Nucl. Phys., 1963, vol.40, c.44.
18. Gell-Mann M., Goldberger M., Thirring W. — Phys. Rev., 1954, vol.95, p.1612; Goldberger M. — Phys. Rev., 1955, vol.97, p.508; Karplus H., Ruderman H. — Phys. Rev., 1955, vol.98, p.771; Bogolubov N.N., Shirkov D.V. — Dokl. Acad. Sci., 1958, vol.113, p.527.
19. Logunov A.A., Isaev P.S. — Nuovo Cim., 1958, Ser. X, vol.10, p.917.
20. Златев И.С., Исаев П.С. — ЖЭТФ, 1959, т.37, с.1161. Isaev P.S., Zlatev I.S. — Nucl. Phys., 1960, vol.16, p.608.
21. Боголюбов Н.Н., Биленький С.М., Логунов А.А. — ДАН СССР, 1957, т.115, с.891.
22. Mandelstam S. — Phys. Rev., 1958, vol.112, p.1344; Phys. Rev., 1959, vol.115, p.1741.
23. Ширков Д.В., Серебряков В.В., Мещеряков В.А. Дисперсионные теории сильных взаимодействий при низких энергиях. М.: Наука, 1967 (гл. I, § 2).
24. Логунов А.А., Тавхелидзе А.Н., Тодоров И.Т., Черников Н.А. — ДАН СССР, 1960, т.135. с.801; Логунов А.А., Лю И Чень, Тодоров И.Т., Черников Н.А. — Украинский матем. журнал, 1963, т.XY, 3, с.250.
25. Ширков Д.В. — Проблемы теоретической физики. Сборник, посвященный Н.Н.Боголюбову в связи с его 60-летием. М.: Наука, 1969, с.278. Серебряков В.В., Ширков Д.В. — ЭЧАЯ, 1970, т.1, вып.1, с.172.
26. Chew G.F., Low F.E. — Phys. Rev., 1959, vol.113, p.1640.
27. Ефремов А.В., Мещеряков В.А., Ширков Д.В. — ЖЭТФ, 1960, т.39, с.438; 1960, т.39, с.1099. Efremov A.V., Mescheryakov V.A., Shirkov D.V. et al. — Nucl. Phys., 1960, vol.22, p.202.
28. Efremov A.V., Tzu H., Shirkov D.V. — Scientia Sinica, 1961, vol.10, p.812. Ефремов А.В., Ширков Д.В. — ЖЭТФ, 1962, т.42, с.1344.
29. Сянь-Дин-Чан, Хэ Цзо-Сю, В.Целлнер — ЖЭТФ, 1960, т.39, с.1668.
30. Серебряков В.В., Ширков Д.В. — ЖЭТФ, 1962, т.42, с.610; Serebryakov V.V., Shirkov D.V. — Nucl.Phys., 1962, vol.34, p.500.
31. Ferrari E., Sellery F. — Nuovo Cim., 1963, vol.27, p.1450. См. также Сусленко В.К. — ЭЧАЯ, 1975, т.6, с.173.
32. Ефремов А.В., Ширков Д.В. — ЖЭТФ, 1962, т.42, с.1344.
33. Isaev P.S., Severynski V.N. — Nucl. Phys., 1961, vol.22, p.663; Nucl. Phys., 1961, vol.27, p.148.
34. Исаев П.С., Матвеев В.А. — ЯФ, 1966, т.4, с.198.
35. Исаев П.С. — ЭЧАЯ, 1973, т.4, с.731.
36. Мусхелишвили Н.И. — Интегральные сингулярные уравнения. М.: Физматгиз, 1962; Гахов Ф.Д. — Краевые задачи. М.: Физматгиз, 1962.
37. Исаев А.С., Мещеряков В.А. — ЖЭТФ, 1962, т.43, с.1339.

38. Isaev P.S., Lend'el V.I., Meshcheriakov V.A. — Proc. of the Int. Conf. at Stanford Univ. 1963, Stanford Univ. Press.
39. Исаев П.С. — ЭЧАЯ, 1971, т.2, с.67.
40. Исаев П.С., Мещеряков В.А. — ЖЭТФ, 1962, т.43, с.1339.
41. Исаев П.С., Лендел В.И., Мещеряков В.А. — ЖЭТФ, 1963, т.45, с.294.
42. Гришин В.Г., Кистенев Э.П., Му Цзин — ЯФ, 1965, т.2, с.886.
43. Adylov G.T., Aliev F.K., Bardin D.Yu. — Phys. Lett., 1974, vol.51B, p.402.
44. Dally E.B., Hauptman J., May C. et al. —Тр. 18-й Межд. конф. по физике высоких энергий. Тбилиси, 1976, Дубна, ОИЯИ, т.1, Д1,2-1040, 1976, с.А7-А8.
45. Dubnicka S., Meshcheryakov B.A., Milko J. — Phys. C: Nucl. Phys., 1981, vol.7, p.605.
46. Герасимов С.Б. — ЖЭТФ, 1966, т.5, с.1559.
47. Исаев П.С. — Квантовая электродинамика в области высоких энергий М.: Энергоатомиздат, 1984.
48. Regge T. — Nuovo Cim., 1959, vol.14, p.951; Nuovo Cim, 1960, vol.18, p,947.
49. Regge T. — Theoretical Physics, International Atomic Energy Agency, Vienn, 1963, p.275.
50. Коллинз П., Сквайерс Э. — Полюса Редже в физике частиц. М.: Мир, 1971.
51. Froissart M. — Nuovo Cim., 1961, vol.22, p.191; Phys. Rev., 1961, vol.123, p.1053.
52. International Conference on Particles and Fields. Rochester, 1967.
53. Ширков Д.В. — УФН, 1970, т.102, с.87.
54. Исаев П.С. — Материалы Межд. школы по теор. физике частиц. Киев: Наукова думка, 1967, с.414.
55. Bjorken J.D. — Phys. Rev. Lett., 1960, vol.4, p.473.
56. Logunov A.A., Soloviev L.D. — Nucl. Phys., 1960, vol.12, p.60. См. также обзор: Ferro Fontan C., Queen N.M., Violini G. — Dispersion Sum Rules for Strong and Electromagnetic Interactions. Rivista del Nuovo Cimento, 1972, vol.2, 4, p.357.
57. Soloviev L.D. — Int. Conf. on Particles and Fields, Rochester, 1967 (Session VI, p.673).
58. Соловьев Л.Д. — ЯФ, 1966, т.3, с.188.
59. Боголюбов Н.Н., Нгуен Ван Хьеу, Стоянов Д. и др. — Препринт ОИЯИ Д-2075, Дубна, 1965.
60. Low F. — Phys. Rev., 1954, vol.96, p.1428. Gell-Mann M., Goldberger M.L. — Phys.Rev., 1954, vol.96, p.1433.
61. Лапидус Л.И., Чжоу-Гуан-Чжао — ЖЭТФ, 1960, т.39, с.1286.
62. Герасимов С.Ю. — ЯФ, 1965, т.2, с.598.
63. Drell S.D., Hearn A.C. — Phys. Rev. Lett., 1966, vol.16, p.908.
64. Логунов А.А., Мествиришвили М.А., Хрусталев О.А. — ЭЧАЯ, 1972, т.3, вып.1, с.3; ЭЧАЯ, 1972, т.3, вып.3, с.515. В этих обзорах даны ссылки на все необходимые первоисточники.
65. Logunov A.A., Mestvirishvili M.A., Nguen Van Hiew — Phys. Lett., 1967, vol.25B, p.611.
66. Логунов А.А., Нгуен Ван Хьеу — Межд. школа по физике высоких энергий. Чехословакия, Попрадско Плесо, 1967.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП. 1

УДК 539.182

УРОВНИ ЭНЕРГИИ ВОДОРОДОПОДОБНЫХ АТОМОВ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ КОНСТАНТЫ

В.В.Двоеглазов, Ю.Н.Тюхтяев

Саратовский государственный университет,
НТЦ контроля и использования физических полей и излучений

Р.Н.Фаустов

Научный совет по комплексной проблеме «Кибернетика», Москва

Настоящий обзор содержит описание теоретических методов исследования спектров водородоподобных систем. Рассмотрены различные варианты квазипотенциального подхода и метода эффективного уравнения Дирака, включая описание сравнительно новых методов, которые появились в восьмидесятые годы. К их числу относятся метод исследования спектров с помощью квазипотенциального уравнения с релятивистской приведенной массой и метод выделения логарифмических поправок с помощью уравнения ренормгруппы. Особое внимание уделено построению теории возмущений и отбору диаграмм, позволяющих вычислить вклады различного порядка по постоянной тонкой структуры α в энергию тонкого и сверхтонкого расщеплений в водородоподобных атомах (позитроний, мюоний и атом водорода). Далее проведено сравнение экспериментальных и теоретических результатов по широкому кругу проблем, таких как тонкое и сверхтонкое расщепление в водородоподобных системах, лэмбовский сдвиг, аномальные магнитные моменты электрона и мюона. Также обсуждена связанная с ними проблема точного определения численного значения постоянной тонкой структуры.

The present review includes the description of theoretical methods for the investigations of the spectra of hydrogen-like systems. Various versions of the quasipotential approach and the method of the effective Dirac equation are considered. The new methods, which have been developed in the eighties, are described. These are the method for the investigation of the spectra by means of the quasipotential equation with the relativistic reduced mass and the method for the selection of the logarithmic corrections by means of the renormalization group equation. Special attention is given to the construction of a perturbation theory and the selection of graphs, whereof the contributions of different orders of α, the fine structure constant, to the energy of the fine and hyperfine splitting in positronium, muonium and hydrogen atom can be calculated. The comparison of the experimental and theoretical results concerning the wide range of topics is made. They are the fine and hyperfine splitting in the hydrogenic systems, the Lamb shift and the anomalous magnetic moments of an electron and a muon. Also, the problem of the precision determination of a numerical value of the fine structure constant, connected with the above topics, is discussed.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы, как и прежде, много внимания уделялось исследованию уровней энергии водородоподобных (ВП) систем — атомов позитрония, мюония, водорода и т.п., которые представляют собой основу для проверки предсказаний квантовой электродинамики (КЭД). Этой проблеме посвящен предыдущий обзор [1]. Современное состояние исследований в данном направлении анализируется в настоящей статье.

Как известно, уравнение Дирака позволяет учесть спин-орбитальное и спин-спиновое взаимодействия в ВП-системах и, соответственно, предсказать тонкую и сверхтонкую структуру уровней энергии с точностью $O(\alpha^4)$. Однако отклонения в тонкой структуре уровней, поправки к сверхтонкому расщеплению (СТР), вызванные радиационными эффектами, существование лэмбовского сдвига (расщепления уровней $2S_{1/2}$ и $2P_{1/2}$, совпадающих в теории Дирака) могут быть описаны лишь на основе квантово-полевых методов КЭД.

В нерелятивистской квантовой механике задача двух тел сводится к двум более простым: о равномерном движении центра масс и движении частицы с приведенной массой в потенциальном поле. В релятивистском случае КЭД явное отделение движения центра масс и введение обычного понятия потенциала невозможно. Отличительной чертой большинства квантовых методов описания связанных состояний является использование аппарата двухчастичной функции Грина и определение спектра по положению ее полюсов.

Уравнение для функции Грина двух фермионов можно записать в форме Швингера [2]:

$$\{(\gamma\pi - M)_1(\gamma\pi - M)_2 - I_{12}\}G = I, \tag{1}$$

где $\pi_\alpha = p_\alpha - eA_\alpha$, причем p^i_α — 4-импульс i-й частицы, A^i_α — внешнее поле, действующее на i-ю частицу; e — заряд электрона; M_i — массовый оператор i-й частицы, I_{12} — ядро взаимодействия частиц 1 и 2; I — единичный оператор. Наконец,

$$G(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{\langle 0|T\{\psi_a(x_1)\,\psi_b(x_2)\,\overline{\psi}_a(x_3)\,\overline{\psi}_b(x_4)S\}|0\rangle}{\langle 0|S|0\rangle} \tag{2}$$

— полная двухчастичная функция Грина в представлении взаимодействия, $\psi(x_i)$ — полевые операторы составляющих частиц.

Уравнение (1) может быть также переписано в форме Бете — Солпитера (БС) [3][1]:

$$G(x_1, x_2; x_3, x_4) = G_0(x_1, x_2; x_3, x_4) +$$

$$+ G_0(x_1, x_2; x_1', x_2') K_{BS}(x_1', x_2'; x_3', x_4') G(x_3', x_4'; x_3, x_4), \qquad (3)$$

$$G_0(x_1, x_2; x_3, x_4) = iG_a(x_1, x_3) G_b(x_2, x_4), \qquad (4)$$

где $G_{a,b}$ — функция Грина свободных фермионов, K_{BS} — ядро уравнения БС, которое связано с оператором взаимодействия частиц I_{12}, представляющим собой сумму двухчастично-неприводимых фейнмановских диаграмм. Состояние двухчастичной системы определяет двухвременная волновая функция ψ — решение соответствующего (3) однородного уравнения:

$$(G_0^{-1} - K_{BS}) \Psi_{\mathcal{P}}(x_1, x_2) = 0, \qquad (5)$$

$$\Psi_{\mathcal{P}}(x_1, x_2) = \langle 0 | T\{\psi_a(x_1) \psi_b(x_2)\} | \mathcal{P}, \nu \rangle. \qquad (6)$$

Вектор $| \mathcal{P}, \nu \rangle$ характеризует как целое связанную систему с 4-импульсом $\mathcal{P}$ и набором дополнительных квантовых чисел ν.

Используя трансляционную инвариантность и выбирая систему центра масс $\mathcal{P}_\mu = (E, \vec{0})$, можно получить волновую функцию, отвечающую состоянию с определенным значением энергии E:

$$\Psi_{\mathcal{P}}(x_1, x_2) = e^{-iEX_0} \phi_E(x) \qquad (7)$$

(X_0 — временная координата центра масс, x — относительная координата).

Задача на связанные состояния в релятивистской квантовой теории может быть решена только приближенно — методами теории возмущения. За основное приближение принимается обычно то, которое соответствует мгновенному (кулоновскому) взаимодействию. Спектр

[1] По повторяющимся переменным в (3) и далее подразумевается интегрирование.

энергии представляет собой кулоновские уровни, определенные на основе волновых уравнений, а поправки к ним получаются из высших порядков теории возмущений [4]:

$$\Delta E = -i\bar{\phi}_{K_C}(x)\,(\tilde{K} + \tilde{K}G_C\tilde{K} + \text{и т.д.})\,\phi_{K_C}(x'), \tag{8}$$

где $\tilde{K} = K_{BS} - K_C$, K_C — кулоновская часть ядра уравнения БС, G_C — решение уравнения (3) с ядром K_C, $\phi_{K_C}(x)$ — решение уравнения (5) с ядром K_C. Однако состояние $\phi_{K_C}(x)$ не является стационарным, связь функции ϕ_{K_C} и решения уравнения Шредингера (или Дирака) с кулоновским потенциалом является достаточно сложной. Трудности вызывает также нормировка и формулировка граничных условий для волновой функции, зависящей от относительного времени. Все это сказывается, в конечном итоге, на точности вычислений.

Формализм трехмерных уравнений в релятивистской теории связанных состояний возник еще до появления ковариантной формулировки теории поля [5—7]. Важное значение имело создание метода квазипотенциала [8,9] и подхода Гросса [10]. Квантово-полевые уравнения в этих подходах лишены недостатков уравнения БС и весьма близки по форме к нерелятивистскому уравнению Шредингера с потенциалом V. Их можно рассматривать как непосредственное обобщение на релятивистский случай потенциальной теории двух тел. Основная идея всех трехмерных подходов состоит в выборе «затравочного» двухчастичного пропагатора, который хорошо описывает физику задачи. В квазипотенциальном подходе такой выбор осуществляется путем перехода к двухвременной функции Грина, в которой параметр относительного времени $t_a - t_b$ исключен. В подходе Гросса затравочная двухчастичная функция распространения выбирается в виде проектора на массовую поверхность тяжелой частицы и свободного электронного пропагатора.

2. КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ ПОДХОД В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Как уже отмечалось во введении, квантово-полевые уравнения для системы двух частиц в трехмерных подходах приводятся к уравнениям типа уравнений Шредингера с квазипотенциалом, определяемым через двухвременные функции Грина. Несмотря на отсутствие явной релятивистской ковариантности, квазипотенциальный метод сохраняет всю

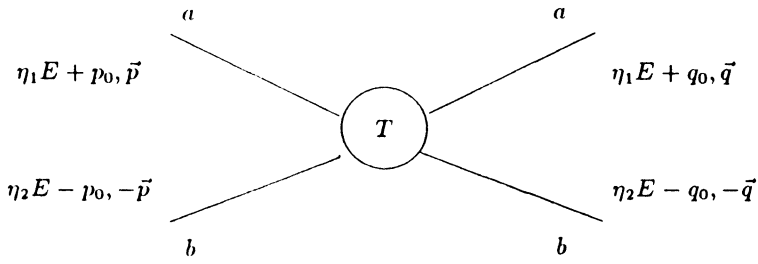


Рис. 1. Параметризация двухчастичной амплитуды рассеяния T вне массовой поверхности в с.ц.м. $\left(\eta_1 = \frac{(E^2+m_1^2-m_2^2)}{2E^2},\ \eta_2 = \frac{(E^2+m_2^2-m_1^2)}{2E^2}\right)$

информацию о свойствах амплитуды рассеяния, которую можно получить, исходя из общих принципов квантовой теории поля. Поэтому с помощью квазипотенциального уравнения можно изучать как свойства аналитичности и асимптотического поведения амплитуды рассеяния, так и некоторые закономерности потенциального рассеяния, в частности, при высоких энергиях [11]. Перенормировка квазипотенциального уравнения сводится, как и в обычной теории S-матрицы, к перенормировке массы и заряда [12].

Квазипотенциальный метод весьма эффективен также для определения релятивистских и радиационных поправок к спектру водородоподобных атомов. Часто бывает удобным ввести вместо функции Грина (2) двухчастичную амплитуду рассеяния вне массовой поверхности

$$G = G_0 + G_0 T G_0, \tag{9}$$

которая связана с ядром уравнения Бете — Солпитера соотношениями

$$T = K_{BS} + K_{BS} G_0 T \tag{10}$$

или

$$T = K_{BS} + K_{BS} G K_{BS}. \tag{11}$$

На массовой поверхности ($p_0 = q_0 = 0$, $\sqrt{\vec{p}^2 + m_1^2} + \sqrt{\vec{p}^2 + m_2^2} = \sqrt{\vec{q}^2 + m_1^2} + \sqrt{\vec{q}^2 + m_2^2} = E$) амплитуда T совпадает с физической амплитудой рассеяния (см. рис.1)[2]. В дальнейшем $\sqrt{\vec{p}^2 + m_{1,2}^2} \equiv \varepsilon_{1,2p}$.

[2]Физический смысл величин p_0, q_0, $\vec{p}$, $\vec{q}$ становится ясным из рис.1; m_1 и m_2 — массы составляющих частиц.

Квазипотенциальный подход универсален и симметричен в описании обеих частиц. Благодаря этому он применим для рассмотрения любой системы частиц с произвольными массами. Однако операция приравнивания времен не позволяет получить уравнение Дирака для одной из частиц, когда масса другой устремляется к бесконечности. При рассмотрении ВП-атомов, в которых ядро обладает большим зарядом и большой массой, бывает удобным воспользоваться в качестве исходного приближения точными решениями уравнения Дирака с кулоновским потенциалом. Такой путь был предложен в [10].

В работе [13] был построен самосогласованный трехмерный формализм, приводящий к эффективному (модифицированному) уравнению Дирака на основе идей квазипотенциального подхода. В отличие от обычной процедуры, когда временные аргументы операторов $\psi_a(x_1)$ и $\psi_b(x_2)$ выражения (6) приравниваются, в указанной работе осуществлена[3] операция устремления к бесконечности $x_2^0 \to \infty$. В этом случае получено следующее представление для ВФ в импульсном пространстве:

$$\Psi_{\mathcal{P}}(p_1^0; \vec{p}_1, \vec{p}_2) = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_{2p}}} \langle \vec{p}_2, \sigma_2 | \psi_a(0) | \mathcal{P}, \nu \rangle, \tag{12}$$

для которой можно легко перейти к переменным полного и относительного импульса. Подобная процедура, осуществленная также и для свободной функции Грина G_0 (см. уравнения (2.5), (3.4), (3.5) статьи [13]), приводит непосредственно к уравнению

$$(\eta_1 \hat{\mathcal{P}} + \hat{p} - m_1) \Psi_{\mathcal{P}}(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{q}\, V(\vec{p}, \vec{q})\, \Psi_{\mathcal{P}}(\vec{q}), \tag{13}$$

которое в пределе $m_2 \to \infty$ переходит в уравнение Дирака для частицы 1 во внешнем поле. Это свойство является характерной чертой метода эффективного уравнения Дирака (ЭУД).

Хотя квазипотенциальный подход Логунова — Тавхелидзе и подход Гросса (метод ЭУД) имеют в своей основе различные физические предположения, формулы, позволяющие вычислять поправки к энергетическим уровням составных систем, в этих подходах весьма схожи (обозначения импульсов соответствуют рис.1).

[3] Для функции Грина (2) также необходимо осуществить $x_4^0 \to \infty$.

КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ ПОДХОД — МЕТОД ЭУД

Затравочная функция распространения для двухфермионной системы

$$\hat{G}_0(\vec{p}, \vec{q}; E) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dp_0 dq_0 \times$$

$$\times G_0(\vec{p}, \vec{q}; p_0, q_0; E);$$

$$G_0(\vec{p}, \vec{q}; p_0, q_0; E) =$$

$$= i(2\pi)^4 \frac{1}{\hat{p}_1 - m_1} \frac{1}{\hat{p}_2 - m_2} \delta^{(4)})p - q).$$

Параметр относительного времени в этом подходе приравнивается нулю. В импульсном пространстве такой операции соответствует интегрирование по относительным энергиям.

$\hat{G}_0^+ = F = (2\pi)^3 \delta(\vec{p} - \vec{q})(E - \varepsilon_{1p} - \varepsilon_{2p})^{-1}$ — свободная функция Грина, спроектированная на состояния с положительными энергиями.

$$g(p,q;E) = \Lambda_2 S(p,q;E) = 2\pi i \theta(p_2^0) \times$$

$$\times \delta(p_2^2 - m_2^2)(2\pi)^4 \frac{\hat{p}_2 + m_2}{\hat{p}_1 - m_1} \delta^{(4)}(p - q).$$

Λ_2 обозначает проектор на массовую поверхность второй частицы. Импульсы составляющих обычно записываются в форме $p_1 = \mathcal{P} - p_2$. В случае системы центра масс $\mathcal{P} = (E, \vec{0})$ имеем $p_1^0 = E - \sqrt{\vec{p}^2 + m_2^2}$.

Полная функция Грина

Двухвременная полная функция Грина связана с амплитудой рассеяния вне массовой поверхности соотношением

$$\hat{G}^+ = \hat{G}_0^+ + [G_0 \widehat{T} G_0]^+,$$

которое может быть переписано с использованием квазипотенциала

$$\hat{V} = (\hat{G}_0^+)^{-1} - (\hat{G}^+)^{-1} =$$

$$= (\hat{G}_0^+)^{-1} [G_0 \widehat{T} G_0]^+ (\hat{G}^+)^{-1} =$$

$$= \tau[1 + \hat{G}_0^+ \tau]^{-1}:$$

Эффективное уравнение Дирака строится с помощью новой двухчастичной функции Грина G:

$G = g + g\,T\,g$,

которая удовлетворяет уравнению

$$\hat{G}^+ = \hat{G}_0^+ + \hat{G}_0^+ \hat{V} \hat{G}^+.$$

$$G = g + g\,\hat{V}_{\text{ЭУД}} G.$$

С ее помощью можно определить трехмерную функцию Грина:

$$G(p, q; E) = i(2\pi)^2 \delta(p_2^2 - m_2^2) \times$$

$$\times\, \hat{G}(\vec{p}, \vec{q}; E)\, \delta(q_2^2 - m_2^2),$$

подчиняющуюся аналогичному уравнению.

Ядро уравнения

Представляет собой квазипотенциал, выражающийся через амплитуду

$$\tau = (\hat{G}_0^+)^{-1} \widehat{[G_0 T G_0]}^+ (\hat{G}_0^+)^{-1}$$

следующим образом:

$$\tau = \hat{V} + \hat{V} \hat{G}_0^+ \tau.$$

Вводится соотношением

$$T = \hat{V}_{\text{ЭУД}} + \hat{V}_{\text{ЭУД}}\, g\, T.$$

Уравнение для волновой функции

Одновременная волновая функция подчиняется соответствующему однородному уравнению:

$$(\hat{G}_0^+)^{-1} \Psi = \hat{V} \Psi,$$

Однородное уравнение для волновой функции в символическом виде

$$S^{-1} \phi = \Lambda_2\, \hat{V}_{\text{ЭУД}}\, \phi,$$

которые в развернутом виде для двухфермионной системы записываются следующим образом:

$$(\hat{p}_1 - m_1)\phi(\vec{p}; E) =$$

$$= (\hat{p}_2 + m_2) \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3 2\varepsilon_{2q}} \times$$

$$\times\, i\hat{V}_{\text{ЭУД}}(\vec{p}, \vec{q}; E)\phi(\vec{q}; E).$$

Так как ВФ по мюонному индексу удовлетворяет уравнению Дирака, вышеуказанное уравнение переписывается для ВФ Ψ, содержащей только спиновый фактор электрона:

$$(E - \varepsilon_{1p} - \varepsilon_{2p})\Psi(\vec{p}) =$$

$$= \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3}\, \hat{V}(\vec{p}, \vec{q}; E)\Psi(\vec{q}).$$

$$(\hat{p}_1 - m_1)\Psi(\vec{p}; E) =$$

$$= \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} i\hat{V}_{\text{ЭУД}}(\vec{p}, \vec{q}; E)\Psi(\vec{q}; E).$$

Спектр энергии

Решая полученные уравнения по теории возмущений, получаем формулу для поправок к уровням энергии ВП-атома [14]:

$$E_n = E_n^0 + \langle n|\Delta\hat{V}^{(2)} + \hat{V}^4 + \ldots|n\rangle \times \left(1 + \langle n\left|\frac{\partial\Delta\hat{V}^{(2)}}{\partial E}\right|n\rangle\right) + \langle n\left|\sum_{m\neq n}\Delta\hat{V}^{(2)}\frac{|m\rangle\langle m|}{E_n - E_m}\Delta\hat{V}^{(2)}\right|n\rangle + \ldots$$

$\Delta\hat{V}^{(2)} = \hat{V}^{(2)} - \nu_C$, ν_C — кулоновский потенциал.

$$E_n = E_n^0 + \langle n|i\delta\hat{V}_{\text{ЭУД}}|n\rangle \times \left(1 + \langle n\left|i\frac{\partial\delta\hat{V}_{\text{ЭУД}}}{\partial E}\right|n\rangle\right) + \langle n|i\delta\hat{V}_{\text{ЭУД}}G_{n0}i\delta\hat{V}_{\text{ЭУД}}|n\rangle \times \left(1 + \langle n\left|i\frac{\partial\delta\hat{V}_{\text{ЭУД}}}{\partial E}\right|n\rangle\right) + \ldots$$

$\hat{V}_{\text{ЭУД}} = \hat{V}_0 + \delta\hat{V}_{\text{ЭУД}}$, V_0 — затравочный потенциал.

Производная по E берется в точке E_n^0.

Следует заметить, что существует другой способ построения квазипотенциала, использующий физическую амплитуду рассеяния на массовой поверхности (но вне энергетической поверхности системы). Однако для прецизионных вычислений собственных значений ВП-атомов (например, для вычисления поправок к энергии Ферми СТР основного уровня с точностью выше α^5) существенно важен учет эффектов связанности частиц и релятивистского характера их взаимодействий. Эффективность анализа таких эффектов в рамках первого метода существенно выше. Дело в том, что в высших порядках теории возмущений амплитуда рассеяния на массовой поверхности может иметь особенности в инфракрасной области. Если рассматриваются диаграммы до четвертого порядка по заряду, то инфракрасные расходимости квазипотенциала компенсируются в сумме диаграмм. При анализе более высоких порядков по α особенности поведения квазипотенциала приводят к возникновению логарифмических вкладов по постоянной тонкой структуры. Возможности учета подобных эффектов с помощью амплитуды рассеяния на массовой поверхности ограниченны. Кроме того, наличие полюсов в пропагаторах виртуальных частиц существенно осложняет интегрирование по относительным импульсам (см. разд.3 и [15]).

При построении квазипотенциала с использованием двухчастичных функций Грина полная энергия системы явным образом входит в квазипотенциал. В результате условия нормировки и ортогональности собственных функций [16], а вместе с тем и теория возмущений приобретают специфические особенности.

Пусть уравнение на собственные значения имеет вид

$$[F^{-1}(E) - V(\vec{p}, \vec{q}; E)]\,\Psi_E(\vec{q}) = 0, \tag{14}$$

где[4]

$$F(E) = \hat{G}_0^+ = (2\pi)^3\delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{q})\,(E - \varepsilon_{1p} - \varepsilon_{2p})^{-1}, \tag{15}$$

а квазипотенциал определен выше. Тогда для собственной функции Ψ_n, отвечающей состоянию с собственным значением E_n, имеет место соотношение

$$\hat{G}^+(E)\,W(E, E_n)\,\Psi_n = \frac{\Psi_n}{E - E_n}, \tag{16}$$

причем

$$W(E, E_n) = \frac{F^{-1}(E) - F^{-1}(E_n)}{E - E_n} - \frac{V(E) - V(E_n)}{E - E_n}. \tag{17}$$

Поскольку вблизи полюса ($E \simeq E_n$)

$$\hat{G}^+(E) \simeq \frac{\Psi_n \Psi_n^*}{E - E_n}, \tag{18}$$

условия ортогональности и нормировки принимают вид

$$\Psi_m^* W(E_m, E_n)\,\Psi_n = \delta_{mn} \tag{19}$$

и

$$\Psi_m^* \Psi_n = \delta_{mn} + \Psi_m^* \frac{\partial V(E)}{\partial E}\bigg|_{E=E_n} \Psi_n, \qquad (E_m = E_n). \tag{20}$$

Поскольку уровни энергии составной частицы являются полюсами точной амплитуды рассеяния, а в каждом отдельном члене разложения этой амплитуды по степеням заряда такой полюс отсутствует, то должна существовать бесконечная последовательность диаграмм для связанных состояний, приводящих к вкладам в энергию связанной системы, имеющих одинаковый порядок по α. Диаграммы, составляющие эту последовательность, — приводимые в смысле двухчастичных сечений фейнма-

[4]Ввиду отсутствия у свободной функции Грина двухфермионной системы обратной, необходимым в квазипотенциальном подходе является осуществление операции проектирования $\hat{C}_0$ на состояния с положительными энергиями.

новские диаграммы. Однако подобный эффект связанности может иметь место и для неприводимых диаграмм (например, при расчете лэмбовского сдвига уровней энергии).

Как показано в [3,17], диаграммы с последовательным обменом кулоновскими фотонами в инфракрасной области вносят вклад одного порядка по α при расчете сверхтонкого расщепления ВП-систем. Таким образом, требуется соответствующая модификация процедуры построения квазипотенциала ввиду необходимости выборочного суммирования бесконечной последовательности диаграмм. Введем кулоновскую функцию Грина G_C, удовлетворяющую уравнению

$$(G_0^{-1} - K_C)\, G_C = I, \tag{21}$$

$$K_C(\vec{p}, \vec{q}) = -\frac{e\,(Ze)\,\Gamma_0}{(\vec{p} - \vec{q})^2} = \nu_C \Gamma_0 \tag{22}$$

— кулоновское ядро ($\Gamma_0 = \gamma_{10}\gamma_{20}$). Уравнение (21) может быть переписано в виде

$$G_C = G_0 + G_0 K_C G_C = G_0 + G_C K_C G_0, \tag{23}$$

а полная функция Грина может быть записана аналогично (9)—(11):

$$G = G_C + G_C \tilde{T} G_C, \tag{24}$$

$$\tilde{T} = \tilde{K} + \tilde{K} G_C \tilde{T}, \tag{25}$$

$$\tilde{T} = \tilde{K} + \tilde{K} G \tilde{K} \tag{26}$$

(причем $\tilde{K} = K_{BS} - K_C$).

Волновая функция, характеризующая состояние двухфермионной системы с полной энергией E, должна тогда удовлетворять уравнению квазипотенциального типа

$$[(\hat{G}_C^{+}(\vec{p}, \vec{q}; E))^{-1} - \tilde{V}(\vec{p}, \vec{q}; E)]\, \Psi_E(\vec{q}) = 0, \tag{27}$$

где опять по повторяющимся импульсам подразумевается интегрирование. Соответствующий квазипотенциал имеет вид

$$\tilde{V}(\vec{p}, \vec{q}; E) = [\hat{G}_C^+(\vec{p}, \vec{q}; E)]^{-1} - [\hat{G}^+(\vec{p}, \vec{q}; E)]^{-1} =$$

$$= (\hat{G}_C^+)^{-1} [G_C \widehat{\tilde{T} G_C}]^+ (\hat{G}^+)^{-1}, \qquad (28)$$

а $\hat{G}^+$ — двухвременная функция Грина, спроектированная на положительно-частотные состояния (см. выше).

Развитая в [18] методика, использующая кулоновскую функцию Грина, позволяет учесть последовательный многократный обмен кулоновскими фотонами и выписать выражения для сдвига уровней энергии ΔE относительно кулоновского.

Из формулы (24) видно, что полная двухчастичная функция Грина (спроектированная на положительно-частотные состояния) имеет обратную:

$$(\hat{G}^+)^{-1} = (\hat{G}_C^+)^{-1} - (\hat{G}_C^+)^{-1} \tilde{T}_C^+ (\hat{G}^+)^{-1}, \qquad \tilde{T}_C^+ = [G_C \tilde{T} G_C]^+ \qquad (29)$$

и квазипотенциал может быть представлен в виде

$$\tilde{V}(\vec{p}, \vec{q}; E) = (\hat{G}_C^+)^{-1} \tilde{T}_C^+ (\hat{G}^+)^{-1} = \tilde{\tau}_C - \tilde{\tau}_C \hat{G}_C^+ \tilde{\tau}_C + \ldots, \qquad (30)$$

$$\tilde{\tau}_C = (\hat{G}_C^+)^{-1} \tilde{T}_C^+ (\hat{G}_C^+)^{-1}. \qquad (31)$$

Проектируя двухвременную кулоновскую функцию Грина на состояния с положительными частотами, находим

$$\hat{G}_C^+ = F + F(\nu_C \hat{G}_C)^+ = F + (\hat{G}_C \nu_C)^+ F. \qquad (32)$$

Здесь использовано выражение

$$\hat{G}_0 = (\Lambda^{++} F - \Lambda^{--} F') \Gamma_0, \qquad (33)$$

где F определено уравнением (15), а

$$F' = (2\pi)^3 \delta(\vec{p} - \vec{q}) (E + \varepsilon_{1p} + \varepsilon_{2p})^{-1}. \qquad (34)$$

$\Lambda^{++} = \Lambda_1^+(\vec{p}) \Lambda_2^+(-\vec{p})$, $\Lambda^{--} = \Lambda_1^-(\vec{p}) \Lambda_2^-(-\vec{p})$, $\Lambda^{\pm}(\vec{p})$ — проекционные операторы.

Применяя для преобразования выражения (32) соотношения

$$[Q G_C]^+ = [Q \Sigma \Gamma_0]^+ \hat{G}_C^+, \qquad (35)$$

$$[G_C Q]^+ = \hat{G}_C^+ [\Sigma' \Gamma_0 Q]^+ \tag{36}$$

(где $\Sigma = (1 + \Lambda^{--} F' v_C)^{-1}$, $\Sigma' = (1 + v_C \Lambda^{--} F')^{-1}$, а Q имеет произвольную матричную структуру), получаем замкнутое уравнение для функции $\hat{G}_C^+$:

$$\hat{G}_C^+ = F + F K_\Sigma \hat{G}_C^+ = F + \hat{G}_C^+ K_\Sigma F \tag{37}$$

с ядром $K_\Sigma = u_1^* u_2^* \tilde{\Sigma} u_1 u_2$, $\tilde{\Sigma} = v_C \Sigma = \Sigma' v_C$. Обратная функция Грина $(\hat{G}_C^+)^{-1}$ в этом случае

$$(\hat{G}_C^+)^{-1} = F^{-1} - K_\Sigma, \tag{38}$$

а ядро K_Σ содержит проекции кулоновского взаимодействия на отрицательно-частотные состояния

$$K_\Sigma = K_C^+ + \delta K_\Sigma = K_C^+ - u_1^* u_2^* v_C \Lambda^{--} F' v_C u_1 u_2. \tag{39}$$

Важно отметить, что F', в отличие от F, не имеет полюса при $\vec{p}, \vec{q} \to 0$, $E \to m_1 + m_2$. В приближении больших компонент ($u_i = \begin{pmatrix} w_i \\ 0 \end{pmatrix}$, w_i — паулиевский нормированный спинор) ядро K_C^+ совпадает с кулоновским потенциалом, а член, содержащий оператор проектирования Λ^{--}, обращается в ноль. Таким образом, главная часть ядра K_Σ равна K_C^+, а функция $(\hat{G}_C^+)^{-1}$ совпадает с обратной функцией Грина нерелятивистского уравнения Шредингера с кулоновским потенциалом.

Во многих случаях квазипотенциал удобно выразить через амплитуду $\tilde{T}_0^+ = [G_0 \tilde{T} G_0]^+$. Это можно легко осуществить, используя вспомогательные формулы (35), (36). Так как

$$\tilde{T}_C^+ = \tilde{T}_0^+ + (\tilde{T}_0 K_C \hat{G}_C)^+ + (\hat{G}_C K_C \tilde{T}_0)^+ + (\hat{G}_C K_C \tilde{T}_0 K_C \hat{G}_C)^+, \tag{40}$$

после применения преобразований (35), (36), имеем

$$\tilde{T}_C^+ = \tilde{T}_0^+ + \hat{G}_C^+ (\Sigma' v_C \tilde{T}_0)^+ + (\tilde{T}_0 v_C \Gamma_0 \Sigma \Gamma_0)^+ \hat{G}_C^+ + \\ + \hat{G}_C^+ (\Sigma' v_C \tilde{T}_0 K_C \Sigma \Gamma_0)^+ \hat{G}_C^+. \tag{41}$$

Соотношение (41) переписывается в более удобном виде:

$$\tilde{T}_C^+ = (\hat{G}_C^+ u_1^* u_2^* \tilde{\Sigma} I + I u_1^* u_2^*)\, \tilde{T}_0 (\Gamma_0 u_1 u_2 I + \Gamma_0 I \tilde{\Sigma} u_1 u_2 \hat{G}_C^+), \qquad (42)$$

или, с учетом того, что

$$\lambda^+ + \lambda^- = I, \quad \lambda^- = \Lambda_1^+(\vec{p})\,\Lambda_2^-(-\vec{p}) + \Lambda_1^-(\vec{p})\,\Lambda_2^+(-\vec{p}) + \Lambda^{--}, \qquad (43)$$

в следующем виде:

$$\tilde{T}_C^+ = \hat{G}_C^+ \,[F^{-1}\tilde{T}_0^+ F^{-1} + F^{-1}(\tilde{T}_0 \Gamma_0 \lambda^- \tilde{\Sigma} \Gamma_0)^+ +$$
$$+ (\tilde{\Sigma}\lambda^- \tilde{T}_0)^+ F^{-1} + (\tilde{\Sigma}\lambda^- \tilde{T}_0 \Gamma_0 \lambda^- \tilde{\Sigma}\Gamma_0)^+ \,]\hat{G}_C^+. \qquad (44)$$

Таким образом, амплитуда $\tilde{\tau}_C$ может быть представлена в виде суммы $\tilde{\tau}_C = \tilde{\tau}_0 + \rho$, где $\tilde{\tau}_0$ — амплитуда рассеяния, содержащая матрицу $\tilde{T}$, а остальные члены отвечают взаимодействию более высокого порядка с вычетом соответствующих итераций.

Графическая интерпретация амплитуды $\tilde{\tau}_0$ очевидна: она представляет собой совокупность всех неприводимых диаграмм, исключая диаграммы обмена одним кулоновским фотоном, а также приводимые диаграммы с обменами кулоновскими фотонами лишь в промежуточных состояниях. Соответствующий квазипотенциал может быть также разбит на две части:

$$\tilde{V}(\vec{p}, \vec{q}; E) = \tilde{V}_{\tilde{\tau}_0} + \tilde{V}_\rho + \text{более высокие порядки разложения}, \qquad (45)$$

где

$$\tilde{V}_{\tilde{\tau}_0} = \tilde{\tau}_0 - \tilde{\tau}_0 \hat{G}_C^+ \tilde{\tau}_0, \qquad (46)$$

$$\tilde{V}_\rho = \rho - \rho \hat{G}_C^+ \rho - \tilde{\tau}_0 \hat{G}_C^+ \rho - \rho \hat{G}_C^+ \tilde{\tau}_0, \qquad (47)$$

причем

$$\rho = F^{-1} \Delta R F^{-1}, \qquad (48)$$

$$\Delta R = F(\tilde{\Sigma}\lambda^- \tilde{T}_0)^+ + (\tilde{T}_0 \Gamma_0 \lambda^- \tilde{\Sigma}\Gamma_0)^+ F + F(\tilde{\Sigma}\lambda^- \tilde{T}_0 \Gamma_0 \lambda^- \tilde{\Sigma}\Gamma_0)^+ F. \qquad (49)$$

После подстановки в (46) амплитуды $\tilde{T}$ из (26) ($\tilde{T} \simeq \tilde{K} + \tilde{K} G_C \tilde{K}$) имеем

$$\tilde{V}_{\tilde{\tau}_0} = F^{-1}\,[\tilde{K}_0^+ + (\tilde{K} G_C \tilde{K})_0^+ - \tilde{K}_0^+ F^{-1} \hat{G}_C^+ F^{-1} \tilde{K}_0^+ + \text{ и т.д. }]F^{-1}, \qquad (50)$$

в котором использованы обозначения

$$\tilde{K}_0^+ = [\widehat{G_0\tilde{K}G_0}]^+. \tag{51}$$

$$(\tilde{K}G_C\tilde{K})_0^+ = [\widehat{G_0\tilde{K}G_C\tilde{K}G_0}]^+. \tag{52}$$

Для вычисления сдвига уровней энергий двухфермионной системы с точностью до $\alpha^6 \ln \alpha$ достаточно учесть

$$(\tilde{K}G_C\tilde{K})_0^+ = (\tilde{K}G_0\tilde{K})_0^+ + (\tilde{K}_0K_C\tilde{K}_0)^+ + (\tilde{K}_0\Gamma_0\nu_C\hat{G}_C\nu_C\Gamma_0\tilde{K}_0)^+. \tag{53}$$

Используя представление единичного оператора через проекционные, находим

$$(\tilde{K}_0\Gamma_0 I\nu_C\hat{G}_C\nu_C\Gamma_0 I\tilde{K}_0)^+ = \tilde{K}_0^+(\nu_C\hat{G}_C\nu_C)^+\tilde{K}_0^+ + \tilde{K}_0^+(\nu_C\hat{G}_C\nu_C\Gamma_0\lambda^-\tilde{K}_0)^+ +$$
$$+ (\tilde{K}_0\Gamma_0\lambda^-\nu_C\hat{G}_C\nu_C)^+\tilde{K}_0^+ + (\tilde{K}_0\Gamma_0\lambda^-\nu_C\hat{G}_C\nu_C\Gamma_0\lambda^-\tilde{K}_0)^+. \tag{54}$$

Первое слагаемое полученного выражения вносит наибольший вклад при вычислении сдвигов уровней энергии.

Воспользовавшись определением оператора Σ, можно выполнить преобразование

$$(\nu_C\hat{G}_C\nu_C)^+ = [\nu_C\Sigma(I + \Lambda^{--}F'\nu_C)\hat{G}_C\nu_C]^+ =$$
$$= (\tilde{\Sigma}\lambda^+\hat{G}_C\nu_C)^+ + (\tilde{\Sigma}\lambda^-\hat{G}_C\nu_C)^+ + (\tilde{\Sigma}\Lambda^{--}F'\nu_C\hat{G}_C\nu_C)^+. \tag{55}$$

Исходя из определения ядра K_Σ (39), имеем

$$(\tilde{\Sigma}\lambda^+\hat{G}_C\nu_C)^+ = K_\Sigma(\hat{G}_C\nu_C)^+ = K_\Sigma\hat{G}_C^+K_\Sigma. \tag{56}$$

Так как имеет место равенство $\lambda^-\hat{G}_C = -\Lambda^{--}F'(\Gamma_0 + \nu_C\hat{G}_C)$, сумму двух последних слагаемых выражения (55) можно преобразовать к виду

$$(\tilde{\Sigma}\lambda^-\hat{G}_C\nu_C)^+ + (\tilde{\Sigma}\Lambda^{--}F'\nu_C\hat{G}_C\nu_C)^+ = -(\tilde{\Sigma}\Lambda^{--}F'\Gamma_0\nu_C)^+ = K_\Sigma - K_C^+. \tag{57}$$

Следовательно,

$$(\nu_C\hat{G}_C\nu_C)^+ = K_\Sigma\hat{G}_C^+K_\Sigma + K_\Sigma - K_C^+. \tag{58}$$

Итерационный член в выражении квазипотенциала (50) с учетом (37) записывается следующим образом:

$$\tilde{K}_0^+ F^{-1} \hat{G}_C^+ F^{-1} \tilde{K}_0^+ = \tilde{K}_0^+ (F^{-1} + K_\Sigma + K_\Sigma \hat{G}_C^+ K_\Sigma)\, \tilde{K}_0^+. \tag{59}$$

Подставляя последние две формулы в выражение для квазипотенциала, убеждаемся, что проекция блока $\nu_C \hat{G}_C \nu_C$ на положительно-частотные состояния выпадает из выражения для квазипотенциала (50). При этом

$$\tilde{V}_{\tilde{\tau}_0} = F^{-1}\{\tilde{K}_0^+ + (\tilde{K} G_0 \tilde{K})_0^+ - \tilde{K}_0^+ F^{-1} \tilde{K}_0^+ + (\tilde{K}_0 K_C \tilde{K}_0)^+ -$$

$$- \tilde{K}_0^+ K_C^+ \tilde{K}_0^+ + \tilde{K}_0^+ (\nu_C \hat{G}_C \nu_C \Gamma_0 \lambda^- \tilde{K}_0)^+ + (\tilde{K}_0 \Gamma_0 \lambda^- \nu_C \hat{G}_C \nu_C)^+ \tilde{K}_0^+ +$$

$$+ (\tilde{K}_0 \Gamma_0 \lambda^- \nu_C \hat{G}_C \nu_C \Gamma_0 \lambda^- \tilde{K}_0)^+\} F^{-1}. \tag{60}$$

Информацию о поправках к кулоновским уровням энергии можно получить, строя теорию возмущений на основе приведенных выше рассуждений и уравнения (27), записанного в виде

$$(F^{-1}(E_C) + \Delta E - K_C^+ - \tilde{\tilde{V}}(E))\, \Psi_E = 0, \tag{61}$$

где

$$\tilde{\tilde{V}} = \tilde{V} + K_\Sigma - K_C^+, \tag{62}$$

а $\Delta E = E - E_C$ — поправка к основному уровню нерелятивистского уравнения Шредингера с кулоновским потенциалом.

Если E' — собственное значение волновой функции уравнения с ядром K_C^+:

$$(\hat{G}_C^+(E'))^{-1} \Psi_{E'} = (F^{-1}(E') - K_C^+)\, \Psi_{E'} = 0, \tag{63}$$

то исходное уравнение (61) принимает следующий вид:

$$((\hat{G}_C^+(E'))^{-1} + \Delta E' - \tilde{\tilde{V}}(E))\, \Psi_E = 0, \tag{64}$$

причем

$$\Delta E' = E - E' \text{ и } \Delta E = \Delta E' + \Delta E_C = \Delta E' + E' - E_C. \tag{65}$$

Положим, что собственная функция $\Psi_{E'}$ и собственные значения энергии известны. В соответствии с методом теории возмущений в первом порядке находим ($\Psi_E = \Psi_{E'} + \Psi_1$):

$$\left((\hat{G}_C^+(E'))^{-1}\Psi_1 + \Delta E_1'\Psi_{E'} - \tilde{\tilde{V}}(E')\Psi_{E'}\right) = 0. \tag{66}$$

Домножив обе части этого равенства слева на $\Psi_{E'}^*$ и использовав условие нормировки, получаем

$$\Delta E_1' = \langle \Psi_{E'} | \tilde{\tilde{V}}(E') | \Psi_{E'} \rangle, \tag{67}$$

$$\Psi_1 = \left(G_C^+(E') - \frac{\Psi_{E'}\Psi_{E'}^*}{E - E'}\right) \tilde{\tilde{V}}(E')\Psi_{E'}, \qquad E \to E'. \tag{68}$$

Аналогично для поправки к уровню энергии во втором порядке теории возмущений:

$$\Delta E_{II}' = \langle \Psi_{E'} | \tilde{\tilde{V}}(E')\,(1 + G_C'^+(E')\,\tilde{\tilde{V}}(E')) | \Psi_{E'} \rangle, \tag{69}$$

где

$$G_C'^+(E') = G_C^+(E') - \frac{\Psi_{E'}\Psi_{E'}^*}{E - E'}. \tag{70}$$

Слагаемое, содержащее производную по энергии, выпало из конечного результата, так как $\Psi_{E'}$ — собственные функции уравнения с ядром K_C^+, которое не зависит от энергии.

Для определения $\Psi_{E'}$ из уравнения (64) введем вспомогательную функцию $\Phi_{E'}$, определенную равенством:

$$\Psi_{E'}(\vec{q}) = \frac{(\varepsilon_{1q} + \eta_1 E)\,(\varepsilon_{2q} + \eta_2 E)}{2\mu(E + \varepsilon_{1q} + \varepsilon_{2q})}\Phi_{E'}(\vec{q}) =$$

$$= \frac{(2E'\varepsilon_{1q} + E'^2 + m_1^2 - m_2^2)\,(2E'\varepsilon_{2q} + E'^2 + m_2^2 - m_1^2)}{8\mu E'^2(E' + \varepsilon_{1q} + \varepsilon_{2q})}\Phi_{E'}(\vec{q}), \tag{71}$$

удовлетворяющую нерелятивистскому уравнению типа уравнения Шредингера:

$$(g_C^{-1} - \Delta\varepsilon - \delta K_C)\,\Phi_{E'} = 0, \tag{72}$$

где

$$g_C^{-1} = W_C - \frac{p^2}{2\mu} - v_C, \quad W_C = E_C - m_1 - m_2, \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \tag{73}$$

$$\Delta\varepsilon = W_C + \frac{((m_1+m_2)^2 - E'^2)\,(E'^2 - (m_1-m_2)^2)}{8\mu E'^2} \simeq -\Delta E_C \tag{74}$$

и

$$\delta K_C = K_C^+(\vec{p}, \vec{q})\,\frac{(\varepsilon_{1q}+\eta_1 E)\,(\varepsilon_{2q}+\eta_2 E)}{2\mu(E+\varepsilon_{1q}+\varepsilon_{2q})} - v_C \simeq K_C^+\,\frac{W_C - \frac{\vec{q}^2}{2\mu}}{E' - \varepsilon_{1q} - \varepsilon_{2q}} - v_C\,. \tag{75}$$

Кулоновская ВФ $1S$-состояния:

$$\phi_C(\vec{p}) = \frac{8\pi Z\alpha\mu}{(\vec{p}^2 + Z^2\alpha^2\mu^2)^2}\,|\phi_C(r=0)|, \tag{76}$$

$$|\phi_C(r=0)|^2 = \frac{(\alpha\mu)^3}{\pi}, \tag{77}$$

очевидно, удовлетворяет уравнению:

$$g_C^{-1}\phi_C = 0. \tag{78}$$

Поправка к этому кулоновскому уровню энергии ΔE_C и функция $\Phi_{E'}$ находятся (как и ранее $\Delta E'$) по квантово-механической теории возмущений:

$$\Delta E_C = \langle\phi_C|\delta K_C(1 + g_C'\delta K_C)|\phi_C\rangle, \tag{79}$$

$$g_C' = g_C - \frac{\phi_C\phi_C^*}{E - E_C}, \quad \text{при } E \to E_C\,. \tag{80}$$

Во втором порядке теории возмущений собственная функция уравнения (63) имеет вид

$$\Psi_{E'}(\vec{p}) = \frac{(\varepsilon_{1p}+m_1)\,(\varepsilon_{2p}+m_2) - \vec{p}^2}{4m_1 m_2} \times$$

$$\times\,[\phi_C(\vec{p}) + g_C'(\vec{p}, \vec{k})\,\delta K_C(\vec{k}, \vec{q})\,\phi_C(\vec{q})] \tag{81}$$

(по 3-векторам $\vec{k}$ и $\vec{q}$ подразумевается интегрирование).

Окончательное выражение для полного сдвига уровней энергии E относительно основного кулоновского складывается из поправки ΔE_C и поправок от квазипотенциалов $\delta K_\Sigma = K_\Sigma - K_C^+$ и $\widetilde{V}(E)$. В [18,19] приведены следующие выражения для этих поправок:

$$\Delta E = \Delta E_{KK} + \Delta E_{KV} + \Delta E_{VV}, \tag{82}$$

$$\Delta E_{KK} = \langle \phi_C | \delta K_C (1 + g_C' \delta K_C) | \phi_C \rangle + \\ + \langle \Psi_{E'} | \delta K_\Sigma (1 + G_C'(E') \delta K_\Sigma) | \Psi_{E'} \rangle, \tag{83}$$

$$\Delta E_{KV} = \langle \Psi_{E'} | \widetilde{V}(E') G_C'(E') \delta K_\Sigma + \delta K_\Sigma G_C'(E') \widetilde{V}(E') | \Psi_{E'} \rangle, \tag{84}$$

$$\Delta E_{VV} = \langle \Psi_{E'} | \widetilde{V}(E') (1 + G_C'(E') \widetilde{V}(E')) | \Psi_{E'} \rangle. \tag{85}$$

Вопрос о построении ядра уравнения исследовался в [18—20]. Ядро $\widetilde{K}$ может быть разложено в ряд теории возмущений:

$$\widetilde{K} = K_T + K^{(2)}, \tag{86}$$

индекс T обозначает поперечный фотон в кулоновской калибровке, а $K^{(2)}$ строится из диаграмм второго порядка по постоянной тонкой структуры.

Отметим, что в случае рассмотрения двухчастичной системы, состоящей из частицы и античастицы, при построении ядра взаимодействия необходимо учитывать аннигиляционный канал взаимодействия [19,21].

Для исследования релятивистских спектров энергии связанной системы двух частиц был предложен метод, основанный на использовании локального квазипотенциального уравнения с релятивистской приведенной массой в с.ц.м. [22—24]. С помощью «рационализации» уравнения Логунова — Тавхелидзе [25] было получено следующее уравнение:

$$\left(\frac{b^2(E)}{2\mu_R} - \frac{\vec{p}^2}{2\mu_R} \right) \Psi_E(\vec{p}) = I(E, \vec{p}) \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} V(\vec{p}, \vec{q}; E) \Psi_E(\vec{q}), \tag{87}$$

где

$$I(E, \vec{p}) = \frac{(E + \varepsilon_{1p} + \varepsilon_{2p}) (E^2 - (\varepsilon_{1p} - \varepsilon_{2p})^2)}{8 E_1 E_2 E}. \tag{88}$$

В соответствии с обозначениями рис.1:

$$E_1 = \eta_1 E = \frac{E^2 - m_2^2 + m_1^2}{2E}, \tag{89}$$

$$E_2 = \eta_2 E = \frac{E^2 - m_1^2 + m_2^2}{2E}, \tag{90}$$

$E_1 + E_2 = E$ — энергия связанного состояния;

$$b^2(E) = \frac{1}{4E^2}\,[E^2 - (m_1 + m_2)^2]\,[E^2 - (m_1 - m_2)^2] \tag{91}$$

представляет собой квадрат относительного импульса на энергетической поверхности. Наконец,

$$\mu_R = \frac{E_1 E_2}{E} = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} = \frac{E^4 - (m_1^2 - m_2^2)^2}{4E^3} \tag{92}$$

— релятивистская приведенная масса, определенная в соответствии с релятивистским выражением для координаты центра масс. Необходимо заметить, что существуют и другие определения релятивистской приведенной массы типа $\tilde{\mu}_R = \frac{[E^2 - (m_1 - m_2)^2]}{4E}$ [25], $\mu'_R = \frac{m_1 m_2}{E}$ [26]. Величина $m' = \sqrt{m_1 m_2}$, введенная в [27] (эффективная масса), близко связана с понятием релятивистской приведенной массы. Такое определение позволило авторам [27] редуцировать релятивистскую проблему двух тел к случаю движения частицы с массой m' в квазипотенциальном поле. В нерелятивистском пределе $E_{1,2} \to m_{1,2}$ релятивистская приведенная масса μ_R переходит в обычную приведенную массу $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$.

Как указано ранее, можно считать квазипотенциал определенным из уравнения типа уравнения Липпмана — Швингера с амплитудой рассеяния при нулевой относительности энергии частиц: $p_0 = q_0 = 0$, $p_2^0 = E_1$, $p_2^0 = E_2$. На энергетической поверхности $E = \varepsilon_{1p} + \varepsilon_{2p} = \varepsilon_{1q} + \varepsilon_{2q}$, $\varepsilon_{ip} = \sqrt{\vec{p}^2 + m_i^2}$, $\varepsilon_{iq} = \sqrt{\vec{q}^2 + m_i^2}$. $I(E, \vec{p}) = 1$ и уравнение (87) в этом случае может быть решено точно для кулоновского взаимодействия.

В случае взаимодействия двух спинорных частиц с массами m_1, m_2 и зарядами $(-e)$ и Ze, как показано в [22], основной вклад в энергию связи частиц дает модифицированный кулоновский потенциал:

$$V_C(\vec{p}, \vec{q}; E) = -\frac{Ze^2}{(\vec{p}-\vec{q})^2}\left(1 + \frac{b^2(E)}{E_1 E_2}\right). \tag{93}$$

Квантование уровней энергии определяется соотношением, аналогичным полученному в [28]:

$$\frac{b^2 E^2}{(b^2 + E_1 E_2)^2} = \frac{Z^2\alpha^2}{n^2} \tag{94}$$

($n = 1, 2, \ldots$ — главное квантовое число), которое приводит к варианту релятивистской формулы Бальмера [29]:

$$E_n^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 m_2\left(1 + \frac{(Z\alpha)^2}{n^2}\right)^{-1/2}. \tag{95}$$

Указанную формулу можно переписать в виде разложения энергии связи B по степеням α^2:

$$B = E - m_1 - m_2 = -\frac{\mu}{2}\frac{Z^2\alpha^2}{n^2} + \frac{\mu}{8}\frac{Z^4\alpha^4}{n^4}\left(3 - \frac{\mu^2}{m_1 m_2}\right),$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \tag{96}$$

Релятивистская формула Бальмера включает эффекты отдачи, но не описывает тонкую и сверхтонкую структуру, связанную со спин-орбитальным и спин-спиновым взаимодействиями. Поправки такого вида в формализме локального квазипотенциала уравнения с релятивистской приведенной массой рассмотрены в [24]. В первом порядке теории возмущений

$$\Delta E_1 = \langle \Psi_C' | \Delta\hat{V}_\gamma + \hat{V}_{2\gamma} + \text{ и т.д.} | \Psi_C' \rangle, \tag{97}$$

где $\Delta\hat{V}_\gamma = \hat{V}_\gamma - V_C$ определяется разностью квазипотенциала однофотонного обмена и модифицированного кулоновского потенциала (93);

$$V_{2\gamma} = T_{2\gamma}^{+}(\vec{p}, \vec{q}, p_0 = 0, q_0 = 0) - \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{\hat{V}_\gamma(\vec{p}, \vec{k}; E)\, \hat{V}_\gamma(\vec{k}, \vec{q}; E)}{\frac{b^2(E)}{2\mu_R} - \frac{\vec{k}^2}{2\mu_R}}. \tag{98}$$

В соответствии с теорией возмущений поправки второго порядка определяются формулой:

$$\Delta E_{\text{II}} = \langle \Psi'_C | \Delta\hat{V}_\gamma | \Psi'_C \rangle \langle \Psi'_C \left| \frac{\partial \Delta\hat{V}_\gamma}{\partial E} \right| \Psi'_C \rangle +$$

$$+ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\langle \Psi'_C | \Delta\hat{V}_\gamma | \Psi'_{nC} \rangle \langle \Psi'_{nC} | \Delta\hat{V}_\gamma | \Psi'_C \rangle}{E_1^C - E_n^C} \qquad (99)$$

с собственными функциями типа Паули, являющимися решением локального квазипотенциального уравнения с модифицированным кулоновским потенциалом:

$$\Psi'_C(\vec{p}) = \frac{8\pi Z\alpha\, \mu_{eff}}{(\vec{p}^{\,2} + Z^2\alpha^2\mu_{eff}^2)^2} |\Psi_C(0)| \left[1 - \frac{1}{2}(Z\alpha)^2 \left(1 - \frac{\mu^2}{m_1 m_2}\right)\right] \chi_1\chi_2, \quad (100)$$

$$|\Psi_C(0)| = \sqrt{\frac{Z^3\alpha^3\mu_{eff}^3}{\pi}} \qquad (101)$$

($\chi_{1,2}$ — двухкомпонентные паулиевские спиноры),

$$\mu_{eff} = \frac{b^2(E) + E_1E_2}{E_n} = \mu_R + \frac{b^2(E)}{E_n} = \frac{m_1m_2}{E_n}\left(1 + \frac{(Z\alpha)^2}{n^2}\right)^{-1/2}. \quad (102)$$

Полученные в таком подходе поправки к сверхтонкой структуре мюония порядка $(Z\alpha)^2E_F$ и $\frac{m_1}{m_2}(Z\alpha)^2E_F$ приведены в разд.4 настоящего обзора.

3. МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ СПЕКТРА ЭНЕРГИИ В РАЗЛИЧНЫХ ПОРЯДКАХ ПО α

Как видно из предыдущего, расчет тонкого и сверхтонкого расщепления уровней энергии сводится к нахождению матричных элементов квазипотенциала V. В нерелятивистском пределе ВФ слабо связанной системы может быть аппроксимирована δ-функцией Дирака. Использование кулоновской ВФ $1S$-состояния позволяет рассматривать матричные элементы при ненулевых значениях импульсов $\vec{p}$, $\vec{q} \neq 0$. Однако

более точно релятивистские поправки учитываются при описании связанного состояния с помощью ВФ в форме (81).

В развитой в разд.2 теории возмущений квазипотенциал и ядро взаимодействия существенным образом включают кулоновскую функцию Грина. Методы использования этой функции при рассмотрении задач о тонкой и сверхтонкой структуре ВП-атомов различны. В первом случае особый интерес вызывает низкочастотная область виртуальных импульсов, где взаимодействие носит нерелятивистский характер. Здесь для учета эффектов связанности в виртуальных состояниях ядра взаимодействия важно рассматривать блок кулоновских взаимодействий в целом, например, с помощью явного выражения для функции Грина нерелятивистского уравнения Шредингера с кулоновским потенциалом.

При анализе СТР-уровней энергии необходимо иметь возможность рассматривать вклады от обменов одним или двумя поперечными и произвольным числом кулоновских фотонов. При этом достаточно использовать обычное разложение кулоновской функции Грина, ограничиваясь необходимым числом членов разложения[5].

Если ограничиться точностью $O(\alpha^5)$, то при вычислениях $1S$-уровня, основанных на квазипотенциале V, построенном из диаграмм порядка α^2 и выше, достаточно использовать приближенные ВФ [30]:

$$\phi_C^{\text{прибл}}(\vec{p}) = (2\pi)^3\delta(\vec{p})\,|\phi_C(r=0)|, \qquad E \simeq m_1 + m_2. \tag{103}$$

Вышеуказанное утверждение обосновывается тем, что значение квадрата модуля ВФ (которая присутствует в матричном элементе) в координатном пространстве при $r = 0$ имеет порядок α^3:

$$|\phi_C(r=0)|^2 = \frac{(\alpha\mu)^3}{\pi n^3} \sim O(\alpha^3). \tag{104}$$

Используя известное представление δ-функции:

$$\delta(x) = \lim_{\alpha\to 0}\frac{1}{\pi}\frac{\alpha}{\alpha^2 + x^2}, \tag{105}$$

находим

$$\frac{\pi\delta(x)}{2x^2} = \lim_{\alpha\to 0}\frac{\alpha}{(\alpha^2 + x^2)^2} \tag{106}$$

---

[5]При расчете СТР основного уровня позитрония и мюония с точностью до $\alpha^6 \ln\alpha$ можно ограничиться диаграммами с обменом тремя фотонами.

и, таким образом,

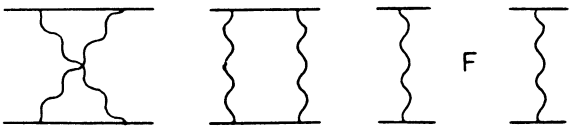
$$\lim_{\alpha\to 0}\phi_C(\vec{p}) = \lim_{\alpha\to 0}\frac{8\pi\alpha\,\mu\,|\phi_C(0)|}{(\vec{p}^2+\alpha^2\mu^2)^2} = 8\pi\,|\phi_C(0)|\,\frac{\pi\delta(p)}{2p^2}. \qquad (107)$$

Используя формулу $\delta(\vec{p}) = \dfrac{\delta(p)}{2\pi p^2}$, справедливую для случая сферической симметрии, окончательно получаем

$$\lim_{\alpha\to 0}\phi_C(\vec{p}) = (2\pi)^3|\phi_C(0)|\,\delta(\vec{p}). \qquad (108)$$

Из вида кулоновской ВФ (76) ясно, что основной вклад в расщепление уровней энергии дает область импульсов $\vec{p}^2 \sim Z^2\alpha^2\mu^2$, в результате чего разложение подынтегрального выражения по p/m эквивалентно разложению всего интеграла по α (при условии сходимости интеграла).

Указанное свойство оказалось весьма полезным при расчете с точностью α^5 вкладов к СТР основного уровня позитрония от диаграмм [30]:



При вычислении матричных элементов «выжили» лишь верхние «большие» компоненты биспиноров и оказалось возможным положить $E^2 = m^2$, $\vec{p}, \vec{q} = 0$ в амплитуде взаимодействия, соответствующей этим диаграммам.

При расчете высших порядков ситуация изменяется из-за сингулярного поведения подынтегрального выражения в области малых импульсов.

На примере диаграммы с обменом одним поперечным фотоном рассмотрим выделение вкладов порядка $\alpha^2 \ln\alpha$ в энергию Ферми сверхтонкого расщепления $E_F = \dfrac{2}{3}\dfrac{\alpha^4\mu^3}{m_1 m_2}\langle\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2\rangle$. Выражение для поправки от такой диаграммы имеет вид

$$\Delta E_{1T} = \langle\Phi_C'|F^{-1}\,[G_0K_TG_0]^+F^{-1}|\Phi_C'\rangle. \qquad (109)$$

$$K_T = -\frac{4\pi\alpha\,\Gamma_{12}(\vec{k})}{(k_0^2-\vec{k}^2+i\varepsilon)} \qquad (110)$$

— ядро, соответствующее диаграмме обмена одним поперечным фотоном,

$$\Gamma_{12}(\vec{k}) = \vec{\gamma}_1\vec{\gamma}_2 - \frac{(\vec{\gamma}_1\vec{k})\,(\vec{\gamma}_2\vec{k})}{\vec{k}^2}, \tag{111}$$

а Φ_C' — ВФ во втором порядке теории возмущений — можно (при расчете с необходимой нам точностью) заменить на $\phi_C(\vec{p})$, определенную уравнением (76) и представляющую собой точное решение для $1S$-состояния нерелятивистского уравнения Шредингера с кулоновским потенциалом.

Аналитическое выражение величины (109) дается уравнением

$$\Delta E_{1T} = -\frac{4\alpha^2\mu^2|\phi_C(0)|^2}{(2\pi)^6}\int \frac{d\vec{p}d\vec{q}dp_0dq_0}{(\vec{p}^2+\alpha^2\mu^2)^2\,(\vec{q}^2+\alpha^2\mu^2)^2}\,F^{-1}(p)F^{-1}(q)\times$$

$$\times\int dk_0dk_0'\,[S_1(p_1)S_2(p_2)K_T(k_0, k_0'; \vec{p}, \vec{q})\,S_1(q_1)S_2(q_2)]^+\times$$

$$\times\,\delta(p_0-k_0)\,\delta(k_0'-q_0). \tag{112}$$

Используя фурье-представление δ-функции и теорию вычетов, после интегрирования по переменным p_0, q_0, k_0, k_0' находим

$$\Delta E_{1T} = \frac{4i\alpha^3\mu^2|\phi_C(0)|^2}{(2\pi)^3}\int \frac{d\vec{p}d\vec{q}}{|\vec{p}-\vec{q}|}\,\frac{u_1^*(\vec{p})u_2^*(-\vec{p})\,\vec{\alpha}_1\vec{\alpha}_2u_1(\vec{q})u_2(-\vec{q})}{(\vec{p}^2+\alpha^2\mu^2)^2\,(\vec{q}^2+\alpha^2\mu^2)^2}\times$$

$$\times\int dt e^{-i|\vec{p}-\vec{q}||t|}\{\vartheta(t)e^{-i|t|(\varepsilon_{1q}+\varepsilon_{2p}-E-i\varepsilon)} + \vartheta(-t)e^{-i|t|(\varepsilon_{1p}+\varepsilon_{2q}-E-i\varepsilon)}\}. \tag{113}$$

После выделения из спиновых структур (см. числитель выражения (113)) спин-спинового взаимодействия и использования симметрий выражений спиновой структуры относительно замен $p_i \Leftrightarrow q_j$, например:

$$\int d\vec{p}d\vec{q}(\vec{\sigma}_1\vec{p})\,(\vec{\sigma}_2\vec{q})\,f(\vec{p}^2, \vec{q}^2, (\vec{p}-\vec{q})^2) =$$

$$= \frac{1}{3}(\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2)\int d\vec{p}d\vec{q}(\vec{p}\vec{q})\,f(\vec{p}^2, \vec{q}^2, (\vec{p}-\vec{q})^2), \tag{114}$$

можно записать интегральное выражение для $\Delta E_T^{\text{стр}}$ (случай разных масс $m_1 \neq m_2$):

$$\Delta E_{1T} = \frac{\alpha^3\mu^2}{3\pi^3}\,|\phi_C(0)|^2\,\langle\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2\rangle \int d\vec{p}d\vec{q}\,\frac{1}{(\vec{p}^2+\alpha^2\mu^2)^2\,(\vec{q}^2+\alpha^2\mu^2)^2}\times$$

$$\times\,\frac{1}{|\vec{p}-\vec{q}|+(\varepsilon_{1p}+\varepsilon_{2q}-E-i\varepsilon)}\,\Xi\left\{\vec{p}^2(\vec{q}^2-\vec{p}^2)\left[\frac{M^+_{1q}}{\varepsilon_{2p}+\varepsilon_{2q}}+\frac{M^+_{2q}}{\varepsilon_{1p}+\varepsilon_{1q}}\right]+\right.$$

$$+\,\vec{q}^2(\vec{p}^2-\vec{q}^2)\left[\frac{M^+_{1p}}{\varepsilon_{2p}+\varepsilon_{2q}}+\frac{M^+_{2p}}{\varepsilon_{1p}+\varepsilon_{1q}}\right]+(\vec{p}-\vec{q})^2\,[M^+_{2p}M^+_{1q}+M^+_{1p}M^+_{2q}]-$$

$$\left.-\,\frac{(\vec{p}\cdot\vec{q})^2}{(\vec{p}-\vec{q})^2}\,\frac{(\vec{p}^2-\vec{q}^2)^2}{(\varepsilon_{1p}+\varepsilon_{1q})\,(\varepsilon_{2p}+\varepsilon_{2q})}\right\}. \qquad (115)$$

Выше использованы обозначения:

$$\Xi = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{1p}\varepsilon_{2p}\varepsilon_{1q}\varepsilon_{2q}M^+_{1p}M^+_{2p}M^+_{1q}M^+_{2q}}}, \qquad (116)$$

$M^+_{ip}=\varepsilon_{ip}+m_i$, $M^+_{iq}=\varepsilon_{iq}+m_i$.

Как правило, еще до интегрирования оказывается возможным оценить порядок по α каждого из интегралов в суммарную величину сверхтонкого сдвига. В [19] показано, что логарифмическую поправку порядка $\alpha^2\ln\alpha$ к энергии Ферми всегда обеспечивает интеграл, который условились называть стандартным:

$$I_{\text{ст}}(\ln\alpha) = \frac{1}{8\pi^2}\int\frac{d\vec{p}}{\varepsilon_{1p}\varepsilon_{2p}(\vec{p}^2+\alpha^2\mu^2)}\int\frac{d\vec{q}}{(\vec{q}^2+\alpha^2\mu^2)\,(\vec{p}-\vec{q})^2} =$$

$$=\int_0^\infty\frac{p\,dp}{\varepsilon_{1p}\varepsilon_{2p}(\vec{p}^2+\alpha^2\mu^2)}\int_0^\infty\frac{q\,dq}{\vec{q}^2+\alpha^2\mu^2}\ln\frac{p+q}{|p-q|}=\frac{\pi^2}{2m_1m_2}\ln\alpha^{-1}+O(\alpha),$$

$$\alpha^6 I_{\text{ст}}\sim\alpha^6\ln\alpha\,. \qquad (117)$$

Дополнительные степени p или q в числителе и факторов $(\vec{p}^2+\alpha^2\mu^2)$ или $(\vec{q}^2+\alpha^2\mu^2)$ в знаменателе подынтегрального выражения приводят к вкладам порядка α^6 или α^4, α^5 соответственно.

К стандартному интегралу в (115) приводят слагаемые в фигурных скобках, содержащие произведения $\vec{p}^2\vec{q}^2$. Кроме того, здесь оказывается

существенным отличие в знаменателе (115) фактора $(|\vec{p}-\vec{q}| + \varepsilon_{1p}+\varepsilon_{2q}-E)$ от $|\vec{p}-\vec{q}|$. Основной вклад этого слагаемого — порядка α^4, а высшие члены разложения знаменателя приводятся к стандартному интегралу.

Другие диаграммы тоже вносят вклад порядка $\sim \alpha^6 \ln\alpha$ в СТР мюония, который вычисляется аналогичным образом. Результаты вычислений [31] приведены в табл. 1:

Таблица 1. Вклады в СТР мюония от диаграммы рис.2.

$$\Delta E_{Mu}^{CTP} = \frac{\mu^2\alpha^2}{m_e m_\mu} E_F \ln\alpha\, K_i,\quad \mathfrak{M} = \frac{m_e}{m_\mu} + \frac{m_\mu}{m_e}$$

Диаграмма	Вклад K_i в ΔE_{Mu}^{CTP}
а	1/4
б	$\mathfrak{M}+2$
в	9/2
г	$-(\mathfrak{M}+2)$
д	$3\mathfrak{M}$
е	$-2(\mathfrak{M}+2)$
ж	5/4
з	$-\mathfrak{M}$
Итого	2

В методе, использующем амплитуду T (составляющие частицы находятся на массовой поверхности, $p_1^0=\varepsilon_{1p}$, $p_2^0=\varepsilon_{2p}$, $q_1^0=\varepsilon_{1q}$, $q_2^0=\varepsilon_{2q}$), уже на этапе вычисления вкладов от диаграмм обмена одним поперечным фотоном появляется проблема правильного учета эффектов запаздывания. В зависимости от способа записи ω^2 в знаменателе фотонного пропагатора

$$D_{il} = -\frac{4\pi}{\omega^2-\vec{k}^2}\left(\delta_{il}-\frac{k_i k_l}{\vec{k}^2}\right) \qquad (118)$$

вклад порядка $\sim \alpha^6 \ln\alpha$ различный (см. табл.2).

Сравнивая результаты, выписанные в табл.2, с результатом, вычисленным первым методом (двухвременных функций Грина):

$$\Delta E_T^{CTP}(\alpha^6\ln\alpha) = E_F \frac{\mu^2\alpha^2}{m_1 m_2}\left(\frac{m_1}{m_2}+\frac{m_2}{m_1}+2\right)\ln\alpha^{-1}, \qquad (119)$$

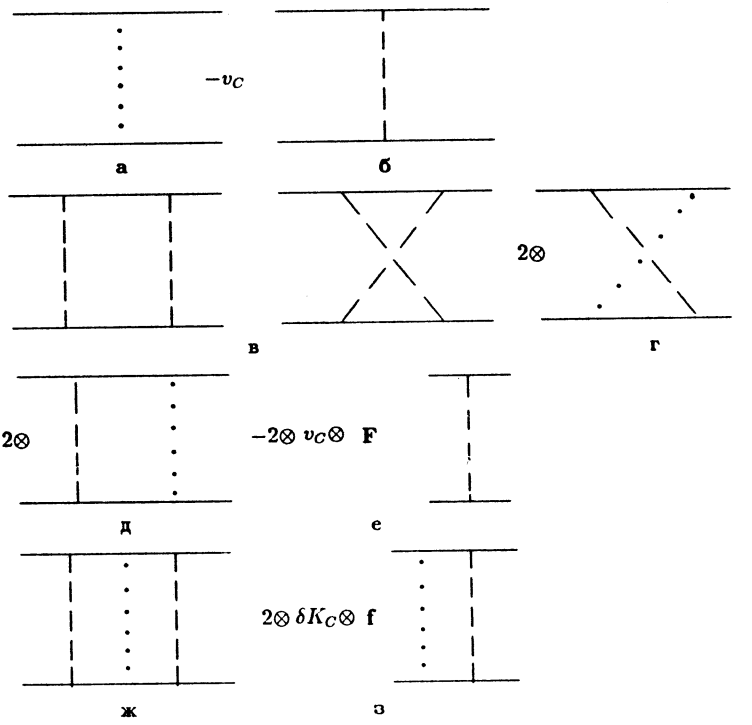


Рис. 2. Диаграммы, дающие вклады порядка $\sim\alpha^6 \ln\alpha$ в СТР мюония

Таблица 2. Вклад в СТР двухфермионной системы от диаграммы однофотонного обмена (ω^2 — нулевая компонента фотонного 4-импульса)

ω^2	$\Delta E_T^{\text{СТР}}(\alpha^6\ln\alpha)$, $m_1\neq m_2$	$\Delta E_T^{\text{СТР}}(\alpha^6\ln\alpha)$, $m_1=m_2$
0	$E_F\dfrac{\mu^2\alpha^2}{m_1m_2}\,\mathfrak{M}\ln\alpha^{-1}$	$\dfrac{1}{2}E_F\alpha^2\ln\alpha^{-1}$
$[\varepsilon_{1p}-\varepsilon_{1q}]^2$	$E_F\dfrac{\mu^2\alpha^2}{m_1m_2}\left(\mathfrak{M}-2\dfrac{m_2}{m_1}\right)\ln\alpha^{-1}$	0
$[\varepsilon_{2p}-\varepsilon_{2q}]^2$	$E_F\dfrac{\mu^2\alpha^2}{m_1m_2}\left(\mathfrak{M}-2\dfrac{m_1}{m_2}\right)\ln\alpha^{-1}$	0
$[(\varepsilon_{1p}-\varepsilon_{1q})(\varepsilon_{2q}-\varepsilon_{2p})]$	$E_F\dfrac{\mu^2\alpha^2}{m_1m_2}(\mathfrak{M}+2)\ln\alpha^{-1}$	$E_F\alpha^2\ln\alpha^{-1}$

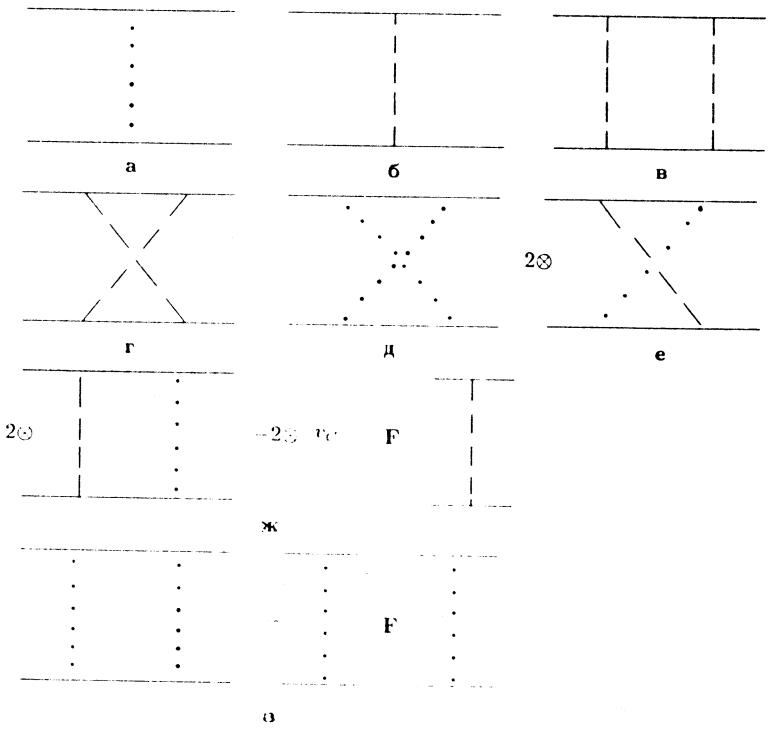


Рис. 3. Диаграммы, использованные при анализе аномальных вкладов порядка $\alpha^5 \ln \alpha$

убеждаемся, что предпочтительнее использовать симметричную форму записи ω^2 в квазипотенциале, продолженном за энергетическую поверхность ($|\vec{p}|^2 \neq |\vec{q}|^2$).

В диаграммах высших порядков при использовании указанного выше метода перехода на массовую поверхность ситуация более сложная. Во-первых, неясен способ симметризации (т.е. каким образом «сходить» с энергетической поверхности). Во-вторых, проблема наличия дополнительных полюсов существенно усложняет расчеты. Интегрирование по петлевому импульсу, например, уже необходимо понимать в смысле главного значения. При такой ситуации становятся проблематичными использование различных разложений подынтегрального выражения и перемена порядка интегрирования.

Таким образом, наиболее корректный учет эффектов запаздывания происходит при использовании первого способа построения квазипотен-

циала. Однако в этом случае уже при учете диаграмм однофотонного обмена появляется проблема аномальных вкладов $\sim \alpha^5 \ln \alpha$ в СТР основного уровня двухфермионной системы, которые во втором методе не появляются. Эта проблема не является специфической особенностью квазипотенциального подхода, а имеет общий характер для теории связанных состояний [4].

Диаграммы, которые могут вносить вклад $\sim \alpha^5 \ln \alpha$ в сверхтонкое расщепление основного уровня позитрония в прямом канале, изображены на рис.3. Соответствующий квазипотенциал приведен в [15,32].

Как уже отмечалось, указанные вклады обусловлены инфракрасным поведением матричных элементов. Наличие итерационных членов для каждой приводимой диаграммы улучшает ее поведение в инфракрасной области и позволяет в заданном порядке по α избежать суммирования лестничных диаграмм. При вычислениях с точными кулоновскими ВФ (76) в первом варианте квазипотенциального подхода установлено, что в качестве обрезающего фактора инфракрасных особенностей проявляет себя параметр $(\alpha\mu)$. Сокращение таких аномальных слагаемых [15] продемонстрировано в табл.3.

Таблица 3. Сокращение аномальных вкладов порядка $\alpha^5 \ln \alpha$ к СТР позитрония

Диаграмма рис.3	$\Delta E(\alpha^5 \ln \alpha)$
а	0
б	$\frac{2\alpha}{\pi} E_F \ln \alpha$
в	$-\frac{\alpha}{2\pi} E_F \ln \alpha$
г	$\frac{\alpha}{2\pi} E_F \ln \alpha$
д	0
е	$-\frac{2\alpha}{\pi} E_F \ln \alpha$
ж	0
з	0
Итого	0

Ряд новых поправок к сверхтонкому расщеплению уровней энергии мюония был получен Эйдесом и др. [33—35]. В этих работах, в частности, вычислены на основе метода эффективного уравнения Дирака (ЭУД)

поправки порядка $\sim \alpha\,(Z\alpha)\dfrac{m_e}{m_\mu}$, $\sim Z^2\alpha\,(Z\alpha)\dfrac{m_e}{m_\mu}$ к энергии Ферми[6]. Рассмотрим выделение этих вкладов из диаграмм с радиационными фотонами. Отличительной особенностью указанных работ является использование калибровки Фрида — Йенни [38—40] для фотонного пропагатора:

$$D_{\mu\nu} = \frac{1}{q^2 + i\varepsilon}\left(g_{\mu\nu} + 2\frac{q_\mu q_\nu}{q^2 + i\varepsilon}\right). \tag{120}$$

В этой калибровке смягчаются инфракрасные расходимости. Любая диаграмма с радиационной поправкой обладает более мягким поведением вблизи массовой поверхности, чем соответствующий скелетный блок. Привлекательным свойством калибровки Фрида — Йенни является возможность проведения ренормализационной процедуры на массовой поверхности без введения нефизической массы фотона λ. Такая особенность облегчает оценки появляющихся интегралов в задачах об уровнях энергии ВП-атомов.

В калибровке Фрида — Йенни константа перенормировки ВФ Z_2 инфракрасно-конечна, а перенормированный собственно-энергетический оператор обладает мягким поведением на массовой поверхности:

$$\Sigma^{(R)}_{FY}(p) = (\hat{p} - m)^2\left(-\frac{3\alpha\hat{p}}{4\pi m^2}\right)(1 + O(\rho)),$$

$$\rho = \frac{m^2 - p^2}{m^2} << 1, \tag{121}$$

что отличает указанную калибровку от, например, калибровки Фейнмана:

$$\Sigma^{(R)}_{F}(p) = (\hat{p} - m)\frac{\alpha}{\pi}\left[\ln\frac{\lambda}{m} - \ln\rho + 1\right], \tag{122}$$

$$\frac{\lambda}{m} << \rho << 1.$$

[6]Этими же авторами недавно вычислены поправки порядка $\alpha^2(Z\alpha)E_F$. См. подробнее в разд. 4 и [36, 37].

Что касается вершинной функции, наиболее жестким поведением обладает выражение, соответствующее аномальному магнитному моменту фермионов:

$$-\frac{\alpha}{2\pi}\sigma_{\mu\nu}\frac{k_\nu}{2m}. \tag{123}$$

Однако, переопределяя перенормированный вершинный оператор:

$$\Lambda_\mu(p_1, p_2) = \gamma_\mu\Lambda(0,0) - \frac{\alpha}{2\pi}\sigma_{\mu\nu}\frac{k^\nu}{2m} + \Lambda_\mu^{(R)}(p_1, p_2), \tag{124}$$

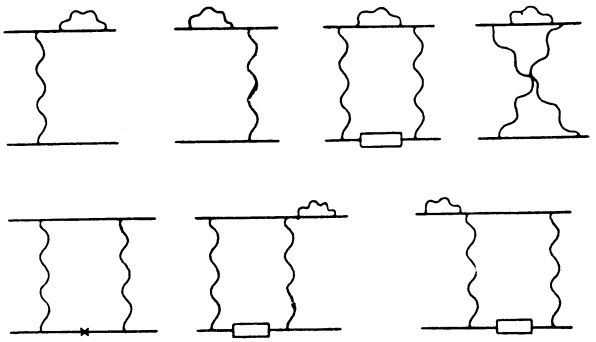
получаем при нулевом переданном импульсе и $\rho << 1$:

$$\Lambda_{\mu,FY}^{(R)} = -\gamma_\mu\frac{3\alpha}{4\pi}\frac{(\hat{p}-m)\hat{p}}{m^2}, \qquad \rho << 1, \tag{125}$$

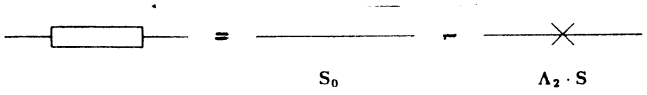
что по тождеству Уорда согласуется с асимптотикой собственно-энергетического оператора. Вклады от слагаемого аномального магнитного момента анализируются отдельно.

Проследим отбор графиков для вычисления поправок $\alpha\,(Z\alpha)\,\frac{m_e}{m_\mu}E_F$.

Семь диаграмм исчерпывают связанные с массовым оператором вклады в ядро ЭУД.

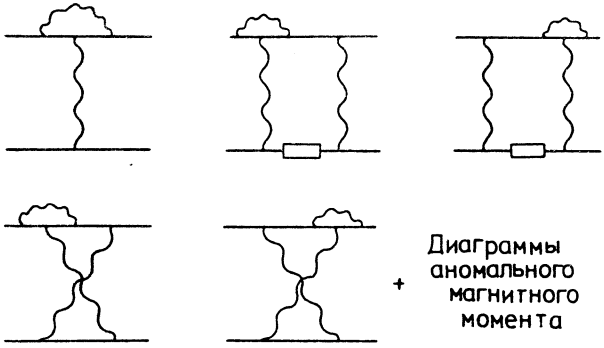


Здесь



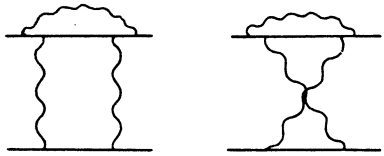
S_0 — свободный двухчастичный пропагатор; $g = \Lambda_2 S$ — проектор на массовую поверхность мюона, умноженный на электронный пропагатор.

Простейшие диаграммы с вершинной поправкой:

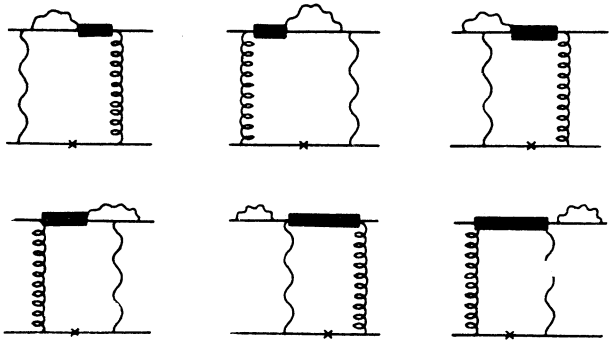


также вносят вклад порядка $\alpha\,(Z\alpha)\,\dfrac{m_e}{m_\mu}$.

Кроме того, имеются диаграммы с охватом более одного фотона:



и диаграммы второго порядка теории возмущений:



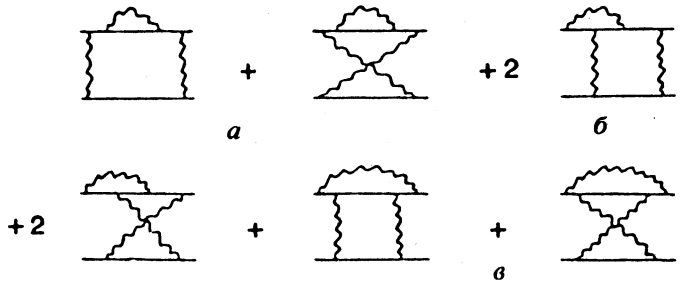


Рис. 4. Полный калибровочно-инвариантный набор диаграмм для расчета поправок на отдачу к энергии Ферми СТР мюония порядка $\alpha(Z\alpha)E_F$ и $Z^2\alpha(Z\alpha)E_F$

При анализе графиков, входящих в ядро ЭУД, на предмет наличия поправок $\alpha\,(Z\alpha)\,\dfrac{m_e}{m_\mu}$ к энергии Ферми выяснилось, что вклады такого порядка могут давать лишь диаграммы из калибровочно-инвариантного набора (см. рис.4)[7]. При этом оказалось возможным в обкладках матричного элемента ограничиться приближенными ВФ (103), то есть матричные элементы следует вычислять между большими компонентами электронных и мюонных спиноров, пренебрегая импульсами волновых функций внутри диаграмм. Эти условия авторы [33—35] называют стандартными.

Полный калибровочно-инвариантный набор, представленный на рис.4, в сумме приводит к инфракрасно- и ультрафиолетово-конечному матричному элементу. Поэтому дальнейшие вычисления можно проводить, используя любую удобную калибровку, как для обменных, так и для радиационных фотонов. Путем явных вычислений можно показать, что аномальный магнитный момент не приводит к поправкам необходимого порядка и считается вычтенным из вершинного оператора. Итерационные диаграммы в методе ЭУД (помечаемые × на мюонной линии) в некотором смысле аналогичны итерационным диаграммам квазипотенциального подхода. Так же как в квазипотенциальном подходе существуют две итерационные диаграммы для диаграмм двухфотонного обмена с радиационной вставкой ($\tau^{(4)}F\tau^{(2)}$ и $\tau^{(2)}F\tau^{(4)}$), в методе ЭУД появ-

[7] Диаграммы, в которых радиационный фотон охватывает более двух обменных, в калибровке Фрида — Йенни не приводят к вкладам порядка $\alpha(Z\alpha)E_F$.

ляются «нескомпенсированные» итерационные диаграммы. Они генерируются ядром уравнения БС, содержащим обратный пропагатор мюона. Показано [34], что итерационные диаграммы в исследуемом порядке сокращаются с однопетлевой диаграммой с вершинной поправкой после построения ядра ЭУД и теории возмущений для уровней энергии.

В результате получается следующее выражение для вклада от диаграмм рис.4,*а*:

$$\delta E_\Sigma = \frac{\alpha(Z\alpha)}{\pi^2}\frac{m_e}{m_\mu}E_F\frac{3i}{8\pi^2\hat{\mu}^2}\int_0^1 dx\int_0^x dy\int\frac{d^4k}{k^4}\times$$

$$\times\left(\frac{1}{k^2+\hat{\mu}^{-1}k_0+i\varepsilon}+\frac{1}{k^2-\hat{\mu}^{-1}k_0+i\varepsilon}\right)\frac{1}{-k^2+2k_0+a_1^2(x,y)-i\varepsilon}\times$$

$$\times\left[h_1(x,y)k_0-h_2(x,y)\left(k_0^2-\frac{2}{3}\vec{k}^2\right)\right]\equiv\delta E_{\Sigma 1}+\delta E_{\Sigma 2}, \qquad (126)$$

x, y — фейнмановские параметры, $\hat{\mu}=\dfrac{m_e}{2m_\mu}$,

$$h_1(x,y)=\frac{1+x}{y}, \qquad h_2(x,y)=\frac{1-x}{y}\left[1-\frac{2(1+x)}{x^2+\lambda^2}y\right],$$

$$a_1^2(x,y)=\frac{x^2+\lambda^2}{(1-x)y}, \qquad (127)$$

λ — безразмерная инфракрасная масса радиационного фотона в единицах массы электрона.

Основной вклад в интеграл порядка $1/\hat{\mu}$ дает вычет в мюонном полюсе, соответствующий движению мюона на массовой поверхности. С этим же вычетом связана ведущая инфракрасная расходимость интеграла, пропорциональная $\lambda^{-1/2}$, остальные вклады расходятся лишь логарифмически. Поэтому удобно разделить вычисление вкладов массовой поверхности и оставшейся разности:

$$\delta E_\Sigma(\text{м.п.})=\frac{1}{2\hat{\mu}}\left(-2I_\lambda+\frac{11\pi^2}{6}\right)+\left(I_\lambda+\frac{23\pi^2}{24}\right), \qquad (128)$$

где

$$I_\lambda=\frac{4\pi}{3}\int_0^1 dx\left(\frac{x}{x^2+\lambda^2}\right)^{3/2}(1-x)^{1/2}\sim\frac{1}{\lambda^{-1/2}} \qquad (129)$$

— инфракрасно расходящийся интеграл, который сокращается в сумме полюсных вкладов от диаграмм рис.4.

С помощью ряда математических ухищрений (см. [34,35]), таких как разбиение области интегрирования на две части (малых и больших импульсов) после интегрирования по угловым переменным, вычитание полюсного вклада под интегральным выражением, использование различных тождеств, были получены выражения для вкладов от суммы всех диаграмм калибровочно-инвариантного набора рис.4:

$$\delta E_{\Sigma} = \alpha\,(Z\alpha)\,E_F\left[\ln 2 - \frac{13}{4}\right] +$$

$$+ \frac{\alpha\,(Z\alpha)}{\pi^2}\frac{m_e}{m_\mu}E_F\left[\frac{15}{4}\ln\frac{m_\mu}{m_e} + 6\zeta(3) + 3\pi^2\ln 2 + \frac{\pi^2}{2} + \frac{17}{8}\right]. \qquad (130)$$

Еще один метод, позволивший вычислить логарифмический вклад порядка $\alpha^3\frac{m_e}{m_\mu}\ln^3\frac{m_e}{m_\mu}$ в сверхтонкое расщепление мюония — метод ренормгруппы [41][8].

Вклад радиационных поправок на отдачу равен $\Delta E = -E_F R_\mu$, где величина R_μ в низшем приближении вычисляется из диаграмм двухфотонного обмена. В [43] рассмотрены также диаграммы с радиационными вставками в электронную, фотонную линию и к электронной вершине. Из указанной статьи известны логарифмические вклады

$$R_\mu^{(2)} = -\frac{3\alpha}{\pi}\frac{m_e}{m_\mu}\ln\frac{m_e}{m_\mu} + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2\frac{m_e}{m_\mu}\left[2\ln^2\frac{m_e}{m_\mu} + \frac{31}{12}\ln\frac{m_e}{m_\mu}\right], \qquad (131)$$

которые появляются вследствие интегрирования по импульсной переменной в области $m_e^2 \ll k^2 < m_\mu^2$, т.е. в асимптотической области для вклада электронной поляризации вакуума в фотонный пропагатор. Мюонная петля при интегрировании по импульсной переменной в области $k^2 < m_\mu^2$ вклада не дает. Оценка следующего члена ряда в теории возмущений приведена в [41].

Если рассмотреть физическую величину R, вычисляемую по теории возмущений, то, очевидно, должно выполняться условие

$$\frac{\partial R}{\partial \tau} = 0, \qquad (132)$$

[8] Указанный метод был использован также и при расчете вклада слагаемых, зависящих от логарифма отношения масс, в величину аномального магнитного момента мюона [42].

где переменная $\tau = -\beta_0 \ln \frac{m}{\Lambda}$ характеризует используемую схему перенормировки (СП), μ — произвольный параметр с размерностью массы, Λ — масштабный параметр [44], $\beta_0 = 2/3$ — первый коэффициент в ренормгрупповом уравнении с бегущей константой связи g:

$$\mu \frac{\partial g}{\partial \mu} = \beta(g) = \beta_0 g^2 + \beta_1 g^3 + \ldots, \tag{133}$$

Соответственно, для величины R во втором порядке теории возмущений, выбранной в виде

$$R^{(2)} = r_0 g(1 + r_1 g), \tag{134}$$

имеем

$$\frac{\partial R^{(2)}}{\partial \tau} = O(g^3), \tag{135}$$

и отсюда следует

$$\frac{\partial r_0}{\partial \tau} = 0, \qquad \frac{\partial r_1}{\partial \tau} = 1. \tag{136}$$

Таким образом, мы видим, что r_0 не зависит от выбора СП, а $r_1 = \tau + \rho_1$, где константу ρ_1 можно вычислить, если известно значение r_1 для какой-либо СП.

Зависимость следующего (третьего) члена ряда теории возмущений от τ должна быть устроена так, чтобы компенсировать зависимость $R^{(2)}$ от τ с точностью до g^4:

$$\frac{\partial (R^{(2)} + \Omega^{(2)} g^3)}{\partial \tau} = O(g^4). \tag{137}$$

Отсюда следует, что

$$\frac{\partial \Omega^{(2)}}{\partial \tau} = r_0 \left(2r_1 + \frac{\beta_1}{\beta_0} \right). \tag{138}$$

После интегрирования с использованием уравнений (136) получаем

$$\Omega^{(2)} = r_0 r_1 \left(r_1 + \frac{\beta_1}{\beta_0} \right) + \text{const}. \tag{139}$$

Далее, для определения произвольной постоянной интегрирования необходимо задать «оптимальную» СП, при которой величина $R^{(2)}$ ближе всего к R. В [41] она задается условием

$$\Omega^{(2)}(r_1, \tau)\Big|_{\tau=\tau_{opt}} = 0, \qquad \tau_{opt} = -\beta_0 \ln\left(\frac{\mu_{opt}}{\Lambda}\right). \tag{140}$$

Если в качестве исходной выбрать СП на массовой поверхности ($r_1 = K_1$), то

$$\Omega^{(2)}(K_1) = r_0 K_1\left(K_1 + \frac{\beta_1}{\beta_0}\right) - r_0 r_1^{opt}\left(r_1^{opt} + \frac{\beta_1}{\beta_0}\right), \qquad r_1^{opt} = r_1(\tau_{opt}). \tag{141}$$

Для физической величины ΔE — энергии сверхтонкого расщепления в мюонии из (131) получаем

$$r_0 = -3\frac{m_e}{m_\mu}\ln\frac{m_e}{m_\mu}, \qquad K_1 = -\frac{2}{3}\ln\frac{m_e}{m_\mu} - \frac{31}{36} \tag{142}$$

и из (141)

$$\Omega^{(2)} = -\frac{4}{3}\frac{m_e}{m_\mu}\ln^3\frac{m_e}{m_\mu} - \frac{35}{18}\frac{m_e}{m_\mu}\ln^2\frac{m_e}{m_\mu} + A\frac{m_e}{m_\mu}\ln\frac{m_e}{m_\mu}, \tag{143}$$

где

$$A = -\beta_0 \ln\frac{m_\mu}{\mu_{opt}}\left(\frac{35}{36} - \beta_0 \ln\frac{m_\mu}{\mu_{opt}}\right). \tag{144}$$

В результате[9]

$$\Delta E = E_F\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \frac{m_e}{m_\mu}\left[\frac{4}{3}\ln^3\frac{m_e}{m_\mu} + \frac{35}{18}\ln^2\frac{m_e}{m_\mu}\right] \simeq -0{,}04 \text{ кГц}. \tag{145}$$

Первое слагаемое в (145) совпадает с полученным в [33] непосредственным вычислением. Значение коэффициента A в (143) зависит от выбора оптимальной схемы, и его вклад в СТР может быть оценен лишь как $0 < -\Delta E < 1$ кГц.

Интересный метод вычисления логарифмических по α поправок к спектру КЭД систем предложен в [46]. Как указано в этих статьях, логарифмические по α поправки возникают от интегралов, расходящихся логарифмически, причем вклад дает область импульсов

$$\mu\alpha \le q \le \mu \tag{146}$$

---

[9] Значение коэффициента при $\ln^2\frac{m_e}{m_\mu}$ было уточнено в [45].

(μ — приведенная масса, $\mu = \dfrac{mM}{m+M}$). Нижний предел — характерный импульс для КЭД связанных состояний (см. ранее обсуждение ВФ (76)), верхнее значение соответствует пределу применимости нерелятивистского приближения.

Смещение уровня с квантовыми числами n, l вычисляется в [46] как матричный элемент оператора $\hat{V}(q)$:

$$\hat{V}^{(N)}(q) = [A + B(\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2)]\frac{\pi\alpha^N}{mM}\ln\frac{\mu}{q} \tag{147}$$

по ВФ типа (103).

Вычисление оператора $\hat{V}(q)$ в таком подходе сводится в логарифмическом приближении к вычислению амплитуды рассеяния на м.п. от фейнмановских диаграмм порядка α^N.

Авторами [46] используется обычная квантово-механическая теория возмущений с подстановками

$$\sum_i \frac{|i\rangle\langle i|}{E - E_i} \tag{148}$$

в промежуточных состояниях оператора взаимодействия.

Например, для диаграмм порядка $O(\alpha^3)$ с чисто кулоновским взаимодействием результат для оператора $\hat{V}$:

$$\hat{V} = -\int\frac{d\vec{k}}{(2\pi^3)}\int\frac{d\vec{k'}}{(2\pi^3)}\frac{(4\pi\alpha)^3}{k^2k'^2(\vec{k}-\vec{k'})^2}\times$$

$$\times\frac{\Lambda_1^+(\vec{k'})\Lambda_1^+(\vec{k})\otimes\Lambda_2^+(-\vec{k'})\Lambda_2^+(-\vec{k})}{(E-\varepsilon_{1k}-\varepsilon_{2k})(E-\varepsilon_{1k'}-\varepsilon_{2k'})}, \tag{149}$$

что приводит (в совокупности с результатами от других диаграмм с обменами кулоновскими фотонами) к смещению уровня

$$\delta E_C(n,l) = \frac{\mu^5}{m^2M^2}\alpha^6\ln\frac{1}{\alpha}\left(-\frac{3}{2}+\frac{\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2}{6}\right)\frac{\delta_{l0}}{n^3}. \tag{150}$$

И.Б.Хрипловичем и др. получены теоретические значения для ширины распада $o-$Ps и $p-$Ps, для тонкой и сверхтонкой структуры уровней мюония, которые обсуждаются в следующем разделе и сравниваются с результатами Фелла [47], полученными на основе релятивистских двухчастичных уравнений. Исправление работы [46] см. в [348].

4. СРАВНЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

4.1. Ширина распада позитрония. Квантово-электродинамические системы, состоящие из частицы и античастицы, отличаются специфическими особенностями. Помимо канала рассеяния в этом случае появляется аннигиляционный канал взаимодействия. Относящийся к таким системам атом позитрония является нестабильным. Время его жизни (ширина распада) — предмет прецизионных экспериментальных и теоретических исследований. Зарядовая четность позитрония $C = (-1)^{L+S}$ (L — собственное значение орбитального момента, S — собственное значение полного спина системы) является интегралом движения. Поэтому все его состояния разделяются на зарядово-четные ($C = 1$) и зарядово-нечетные ($C = -1$). Полный спин позитрония также сохраняется, поэтому его уровни энергии можно разделить на синглетные ($S = 0$, парапозитроний) и триплетные ($S = 1$, ортопозитроний). В S-состоянии ($L = 0$) парапозитроний является зарядово-четным, а ортопозитроний — зарядово-нечетным. В силу сохранения зарядовой четности в электромагнитных взаимодействиях парапозитроний распадается на четное, а ортопозитроний — на нечетное число фотонов.

В настоящее время имеется существенное расхождение между теоретическим и экспериментальным значением ширины распада ортопозитрония. Теория предсказывает значение [48—51]:

$$\Gamma_3^{\text{теор}}(o\text{-Ps}) = \frac{\alpha^6 mc^2}{h}\frac{2(\pi^2-9)}{9\pi}\left[1 - A_3\frac{\alpha}{\pi} - \frac{1}{3}\alpha^2 \ln\alpha^{-1} + B_3\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + \ldots\right] =$$

$$= \Gamma_0 + \frac{m\alpha^7}{\pi^2}\left\{\begin{pmatrix}-1{,}984(2)\\-1{,}9869(6)\end{pmatrix}\right\} + \frac{m\alpha^8}{\pi}\ln\alpha^{-1}\left[-\frac{4}{9}\zeta(2) + \frac{2}{3}\right] +$$

$$+ \frac{m\alpha^8}{\pi^3}\chi + \ldots = 7{,}03831(5)\ \text{мкс}^{-1}, \qquad (151)$$

где

$$A_3 = -10{,}266 \pm 0{,}011 \quad [50], \qquad (152)$$

$$A_3 = -10{,}282 \pm 0{,}003 \quad [51]. \qquad (153)$$

Последние экспериментальные значения следующие[10]:

[10] Предыдущие экспериментальные результаты см. в табл. 1.

$$\Gamma^{\text{эксп}}(o\text{–Ps}) = 7{,}0514(14)\ \text{мкс}^{-1}\ \ [52], \tag{154}$$

$$\Gamma^{\text{эксп}}(o\text{–Ps}) = 7{,}0482(16)\ \text{мкс}^{-1}\ \ [53]. \tag{155}$$

Результат [52] дает 9,4 стандартного отклонения, [53] — 6,2 стандартного отклонения от предсказанного теоретического значения. Коэффициент $B_3 = 1$ при слагаемом порядка $O(\alpha^8)$ может вносить вклад лишь $3{,}5\cdot 10^{-5}$ мкс$^{-1}$ (или 5 ppm вклада от Γ_3). Чтобы снять указанное расхождение с экспериментом, коэффициент B_3 должен быть $\cong 250 \pm 40$, что является крайне маловероятным. Однако, как указано в [53], такой случай все же не может быть исключен априори. Поэтому вычисление коэффициента B_3 весьма актуально в настоящее время.

Впервые основной вклад в ширину распада ортопозитрония

$$\Gamma_0(o\text{–Ps}) = -2\,\text{Im}(\Delta E_{3\gamma}) = \frac{2}{9\pi}(\pi^2 - 9)\, m\alpha^6 = 7{,}21117\ \text{мкс}^{-1} \tag{156}$$

вычислен в [48]. Поправки к ширине распада ортопозитрония в 3 фотона порядка $O(\alpha)$ вычислялись сначала численными методами [49,51,54,55], впоследствии некоторые поправки были вычислены аналитически [46,59], [56—58] в калибровке Фейнмана. Так, Адкинсом вычислены [57, 58] поправки от диаграмм с собственно-энергетической и вершинной вставками:

$$\Gamma_{0V} = \Gamma_0 \frac{\alpha}{\pi}\left\{D + \frac{3}{4(\pi^2-9)}\left[-26 - \frac{115}{3}\ln 2 + \frac{91}{18}\zeta(2) + \frac{443}{54}\zeta(3) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{3419}{108}\zeta(2)\ln 2 - R\right]\right\} = \Gamma_0 \frac{\alpha}{\pi}\,[D + 2{,}9711385(4)], \tag{157}$$

$$\Gamma_{SE} = \Gamma_0 \frac{\alpha}{\pi}\left\{-D - 4 + \frac{3}{4(\pi^2-9)}\left[-7 + \frac{67}{3}\ln 2 + \frac{805}{36}\zeta(2) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{1049}{54}\zeta(3) - \frac{775}{54}\zeta(2)\ln 2\right]\right\} = \Gamma_0 \frac{\alpha}{\pi}\,[-D + 0{,}78498], \tag{158}$$

$$\Gamma_{1V} = \Gamma_0 \frac{\alpha}{\pi}\left\{\frac{1}{2}D + \frac{3}{4(\pi^2-9)}\left[-4 - \frac{34}{2}\ln 2 - \frac{841}{36}\zeta(2) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1253}{36}\zeta(2)\ln 2 + \frac{1589}{54}\zeta(3) + \frac{17}{40}\zeta^2(2) - \frac{7}{8}\zeta(3)\ln 2 + \frac{5}{2}\zeta(2)\ln^2 2 - \right.\right.$$

$$-\frac{1}{24}\ln^4 2 - a_4\Big]\Big\} = \Gamma_0\frac{\alpha}{\pi}\Big[\frac{1}{2}D + 0{,}160677\Big], \tag{159}$$

где

$$R = \int_0^1 dx\,\frac{\ln(1-x)}{2-x}\,[\zeta(2) - Li_2(1-2x)] = -1{,}7430338337(3), \tag{160}$$

$$a_4 = Li_4\Big(\frac{1}{2}\Big) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4 2^n} = 0{,}517479061674 \tag{161}$$

$$\zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}, \quad \zeta(3) = 1{,}2020569032 \tag{162}$$

и

$$D = \frac{1}{2-w} - \gamma_E + \ln(4\pi) \tag{163}$$

— стандартное выражение, появляющееся в процессе размерной регуляризации ($2w$ — размерность пространства). Этот результат согласуется с результатом, полученным Строцио [56], если прибавить к последнему

$$\Gamma_0\frac{\alpha}{\pi}\,[-D - 4 - 2\ln(\lambda^2/m^2)], \tag{164}$$

что необходимо осуществить из-за различных регуляризационных процедур, использованных в [56] и [57,58].

Совсем недавно закончена программа вычисления таких поправок в калибровке Фрида — Йенни [59]:

$$\Gamma_{SE} = \frac{m\alpha^7}{\pi^2}\Big[-\frac{13}{54}\zeta(3) + \frac{461}{108}\zeta(2)\ln 2 - \frac{251}{72}\zeta(2) - \frac{29}{6}\ln 2 + \frac{9}{2}\Big] =$$

$$= \frac{m\alpha^7}{\pi^2}(-0{,}007132904) = \Gamma_0\frac{\alpha}{\pi}(-0{,}036911113), \tag{165}$$

$$\Gamma_{0V} = \frac{m\alpha^7}{\pi^2}\Big[-\frac{88}{54}\zeta(3) - \frac{299}{216}\zeta(2)\ln 2 + \frac{49}{18}\zeta(2) + \frac{13}{6}\ln 2 - 2 - \frac{1}{6}R\Big] =$$

$$= \frac{m\alpha^7}{\pi^2}(0{,}732986380) = \Gamma_0\frac{\alpha}{\pi}(3{,}793033599). \tag{166}$$

Вклады от оставшихся диаграмм (с радиационной вставкой в вершину внутреннего фотона; с охватом радиационным фотоном двух вершин; диаграммы, учитывающей эффекты связанности, и аннигиляционной

диаграммы — см. рис.1 в [59,б]) вычислены численно. В сумме указанные поправки порядка $O(\alpha)$ составляют:

$$\frac{m\alpha^7}{\pi^2}\,[-1{,}98784(11)] = \Gamma_0\frac{\alpha}{\pi}\,[-10{,}2866(6)]. \qquad (167)$$

Тогда[11]

$$\Gamma_3^{\text{теор}}(o\text{–Ps}) = 7{,}038236(10)\ \text{мкс}^{-1}\ \ [59], \qquad (168)$$

что является в настоящее время наиболее точным теоретическим результатом.

Чтобы разрешить существующее противоречие в результатах теоретических и экспериментальных исследований, в работах [60,61] изучался вопрос о 5-фотонной моде распада o–Ps и 4-фотонной моде распада p–Ps[12]. Получены следующие теоретические оценки:

$$\frac{\Gamma_5(o\text{–Ps})}{\Gamma_3(o\text{–Ps})} = 0{,}177\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \cong 0{,}96\cdot 10^{-6}\ \ [60],$$

$$\frac{\Gamma_4(p\text{–Ps})}{\Gamma_2(p\text{–Ps})} = 0{,}274\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \cong 1{,}48\cdot 10^{-6}\ \ [60]$$

и

$$\Gamma_5(o\text{–Ps}) = 0{,}0189(11)\,\alpha^2\,\Gamma_0\ \ [61],$$

$$\Gamma_4(p\text{–Ps}) = 0{,}01389(6)\,m\alpha^7\ \ [61],$$

которые согласуются между собой и с результатами ранних работ [62][13]:

$$\Gamma_4(p\text{–Ps}) = 0{,}01352\,m\alpha^7 = 11{,}57\cdot 10^{-3}\,\text{с}^{-1}\ \ [62]. \qquad (169)$$

В связи с нынешней ситуацией с шириной распада ортопозитрония актуальны также исследования, посвященные поиску альтернативных мод распада такой системы (например, $o\text{–Ps} \to \gamma + a$, a — аксион,

---

[11] Без учета невычисленных пока поправок порядка $O(\alpha^8)$.

[12] В силу закона сохранения углового момента и свойства изотропности пространства ортопозитроний должен распадаться на нечетное число фотонов, а парапозитроний на четное — см. выше.

[13] Результат [63] ошибочен — в 4 раза меньше приведенных значений. Объяснение этому дано в [61].

псевдоскалярная частица с массой $m_a < 2m_e$) [64—69]. В статье [67] получено следующее экспериментальное ограничение на отношение ширин распада:

$$Br = \frac{\Gamma(o\text{-Ps} \to \gamma + a)}{\Gamma(o\text{-Ps} \to 3\gamma)} < 5\cdot 10^{-6} - 1\cdot 10^{-6} \quad (30\ \text{ppm}), \qquad (170)$$

если находится в интервале 100÷900 кэВ. В случае, если масса аксиона меньше 100 кэВ (как и подразумевается гипотезой Самуэля [68], согласно которой[14] $m_a < 5{,}7$ кэВ, $g_{a^+e^-} \sim 2\cdot 10^{-8}$), ограничения на величину Br следующие [69]:

$$Br = 7{,}6\cdot 10^{-6}, \text{ если } m_a \sim 100 \text{ кэВ},$$

$$Br = 6{,}4\cdot 10^{-5}, \text{ если } m_a < 30 \text{ кэВ}.$$

Эти ограничения почти на 2 порядка меньше значения, которое необходимо для устранения противоречия.

Наконец, распад o-Ps → *nothing* (т.е. слабовзаимодействующие недетектируемые частицы) исследован в работе [71]. Полученный результат:

$$\frac{\Gamma(o\text{-Ps} \to \textit{nothing})}{\Gamma(o\text{-Ps} \to 3\gamma)} < 5{,}8\cdot 10^{-4} \quad (350\ \text{ppm}) \qquad (171)$$

исключает возможность того, что эта мода распада ответственна за существующее рассогласование между теорией и экспериментом.

Распад o-Ps на два фотона, нарушающий CP-инвариантность (как отмечено еще в [72,73]), был экспериментально отвергнут в [74][16].

Следует еще отметить, что вклад слабого взаимодействия изучен в [76]. Однако ввиду пропорциональности m_e^2/M_W^2 он не может существенно влиять на результаты. В цитируемой статье слабые распадные моды оценены:

---

[14] Предложенные значения не вызывают противоречий при сравнении теоретического и экспериментального результатов для аномального магнитного момента электрона.

[15] Так, Глэшоу [70] высказывал предложение о распаде в невидимую «зеркальную» к нашему миру частицу.

[16] Физическая основа таких спекуляций — возможное существование анизотропного векторного поля с ненулевым вакуумным ожиданием [75], с которым могут взаимодействовать электрон и позитрон: $\mathfrak{L} = g\bar{\psi}O_{\alpha\beta}\psi A^\alpha \Omega^\beta$, $\mathfrak{L}$ — лагранжиан взаимодействия.

$$\frac{\Gamma(p-\mathrm{Ps}\to 3\gamma)}{\Gamma(p-\mathrm{Ps}\to 2\gamma)} \cong \frac{\Gamma(o-\mathrm{Ps}\to 4\gamma)}{\Gamma(o-\mathrm{Ps}\to 3\gamma)} \cong \alpha\,(G_F\, m_e^2\, g_V)^2 \cong 10^{-27}, \quad (172)$$

где G_F — константа Ферми слабого взаимодействия,

$$g_V = 1 - 4\sin^2\Theta_W \cong 0{,}08, \quad (173)$$

Θ_F — угол Вайнберга. Существующие экспериментальные ограничения следующие [77,78]:

$$\frac{\Gamma(p-\mathrm{Ps}\to 3\gamma)}{\Gamma(p-\mathrm{Ps}\to 2\gamma)} \le 2{,}8\cdot 10^{-6},$$

$$\frac{\Gamma(o-\mathrm{Ps}\to 4\gamma)}{\Gamma(o-\mathrm{Ps}\to 3\gamma)} \le 8\cdot 10^{-6}.$$

В табл.4 выписаны все известные нам экспериментальные результаты для ширины распада ортопозитрония[17].

Таблица 4

Год	Ссылка	$\Gamma_3(o-\mathrm{Ps})$, мкс	Погрешность, ppm	Методика
1968	[82]	7,262(15)	2070	газ
1973	[83]	7,262(15)	2070	газ
1973	[84]	7,275(15)	2060	газ
1976	[85]	7,104(6)	840	порошок SiO_2
1976	[86]	7,09(2)	2820	вакуум
1978	[87]	7,056(7)	990	газ
1978	[88]	7,045(6)	850	газ
1978	[89]	7,050(13)	1840	вакуум
1978	[90]	7,122(12)	1680	вакуум
1982	[91]	7,051(5)	710	газ
1987	[92]	7,031(7)	1000	вакуум
1987	[93]	7,0516(13)	180	газ
1989	[52]	7,0514(14)	200	газ
1990	[53]	7,0482(16)	230	вакуум

Что касается результатов для ширины распада парапозитрония, до последнего времени ситуация была весьма благополучна. Теоретическое значение, установленное еще в 50-е годы [94,95]:

[17] Результаты статей [79,80] и [81] могут рассматриваться лишь как грубые оценки.

$$\Gamma_2^{\text{теор}}(p\text{–Ps}) = -2\,\mathrm{Im}(\Delta E_{2\gamma}) = \frac{1}{2}\frac{\alpha^5 mc^2}{h}\left[1-\frac{\alpha}{\pi}\left(5-\frac{\pi^2}{4}\right)\right] = 7{,}9852\ \text{нс}^{-1}, \quad (174)$$

подтвержденное в [96,97], с хорошей точностью совпадает с результатом прямого экспериментального измерения:

$$\Gamma^{\text{эксп}}(p\text{–Ps}) = 7{,}994 \pm 0{,}011\ \text{нс}^{-1} \quad [91]. \quad (175)$$

Экспериментальные значения ширины распада парапозитрония суммированы в табл.5[18].

Таблица 5

Год	Ссылка	$\Gamma_3(o-\text{Ps})$, мкс	Погрешность, %	Методика
1952	[98]	7,63(1,02)	13	газ
1954	[99]	9,45(1,41)	15	газ
1970	[100]	7,99(11)	1,38	газ
1982	[91]	7,994(11)	0,14	газ

В статьях [50,97] показано, что необходимо добавить к результату Харриса и Брауна логарифмическую по α поправку. В статье [46,а] вновь вычислены логарифмические поправки к $\Gamma_3(o\text{–Ps})$ и $\Gamma_2(p\text{–Ps})$, причем для ширины распада парапозитрония результат отличается от ранее найденного [50,97]:

$$\Gamma_2(p\text{–Ps}, \alpha^2 \ln\alpha) = \frac{m\alpha^5}{2} 2\alpha^2 \ln\alpha^{-1} \quad [46],$$

$$\Gamma_2(p\text{–Ps}, \alpha^2 \ln\alpha) = \frac{m\alpha^5}{2}\frac{2}{3}\alpha^2 \ln\alpha^{-1} \quad [50,97].$$

[18] В экспериментах 1952 и 1954 гг. измерялось отношение ширин распадов пара- и ортопозитрония $\dfrac{\Gamma_2(p\text{–Ps})}{\Gamma_3(o\text{–Ps})}$. Результаты, представленные в табл. 5, пересчитаны с использованием первого экспериментального значения [82] $\Gamma_3(o\text{–Ps}) = 7{,}262(15)$ мкс$^{-1}$.

Наконец, следует упомянуть совершенно неожиданный (и нежелательный с точки зрения эксперимента) результат, представленный в докладе Ремидди и др. [101]. Проведенные ими вычисления указывают на существование поправки

$$\Gamma_2(p\text{–Ps}, \alpha \ln \alpha) = \frac{m\alpha^5}{2}\left(\frac{\alpha}{\pi}\right) 2 \ln \alpha \quad [101], \tag{176}$$

которая, как они объясняют, появляется в результате учета зависимости ядра взаимодействия от относительных импульсов (см. рис.1).

Все вышесказанное указывает на необходимость продолжения расчетов ширин распадов как орто-, так и парапозитрония на основе более точных методов.

4.2. Сверхтонкое расщепление. *Позитроний.* Сравнение экспериментальных и теоретических результатов для сверхтонкого расщепления основного уровня в позитронии и мюонии в течение многих лет рассматривается как важная проверка нашего понимания проблемы связанных состояний. Впервые величина такого расщепления для позитрония была оценена в 1951 г. [102] как $(9{,}4 \pm 1{,}4)10^{-4}$ эВ, а последний измеренный результат получен в [103]:

$$\Delta E_{\text{СТР}}^{\text{эксп}}(\text{Ps}) = 203389{,}10 \pm 0{,}74 \text{ МГц} \ (3{,}6 \text{ ppm}) \tag{177}$$

В табл.6 суммированы все опубликованные значения прецизионных экспериментальных измерений СТР основного уровня позитрония.

Таблица 6

Год	Ссылка	ΔE, ГГц	Погрешность, ppm
1952	[104]	203,2(3)	1500
1954	[105]	203,350(50)	250
1955	[106]	203,380(40)	200
1957	[107]	203,330(40)	200
1970	[100]	203,403(12)	60
1972	[108]	203,396(5)	24
1975	[109]	203,3870(16)	8
1975	[110]	203,3849(12)	6
1977	[111]	203,384(4)	20
1983	[112]	203,3875(16)	8
1984	[103]	203,38910(74)	3,6

Все проведенные эксперименты используют методику, основанную на наблюдении зеемановских переходов в Ps и дальнейшей подстановке

результатов в известное уравнение Брейта — Раби, из которого определяется величина ΔE.

Теоретический результат (твердо установленный) в настоящее время [4,31,50,113—117]:

$$\Delta E^{\text{теор}}_{\text{СТР}}(\text{Ps}) = m\alpha^4\left[\frac{7}{12} - \frac{\alpha}{\pi}\left(\frac{8}{9} + \frac{\ln 2}{2}\right) + \frac{5}{24}\alpha^2 \ln \alpha^{-1} + O(\alpha^2)\right] =$$

$$\cong 203400{,}3 \text{ МГц}. \qquad (178)$$

Коэффициент 1 при слагаемом порядка $\sim \alpha^6$ может вносить вклад $\approx 18{,}7$ МГц к энергии СТР, т.е. оцененная неопределенность составляет почти 50 ppm, что на порядок больше, чем экспериментальная. В результате вычисления поправок порядка $O(\alpha^2)$ и $O(\alpha^3 \ln \alpha)$ теоретическая ошибка уменьшилась бы до 1 ppm. Работа в этом направлении идет с 70-х годов [43,118—127].

Первые вклады такого порядка вычислены от диаграммы однофотонной аннигиляции с поляризационной вставкой 4-го порядка [119][19]:

$$\Delta E^{\text{СТР}}_{\text{в.п.}} = \frac{1}{2}\alpha^2 R_\infty \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2\left[\frac{13}{324} + \frac{21}{8}\zeta(3) + \frac{\pi^2}{4}\ln 2 - \frac{35\pi^2}{32}\right] =$$

$$= -2{,}78 \text{ МГц}. \qquad (179)$$

Вклады от трехфотонной аннигиляции [120], также вычисленные аналитически, недавно были уточнены [121]:

$$\Delta E^{\text{СТР}}_{3\gamma} = \frac{\alpha^4 R_\infty}{\pi^2}\left\{\frac{3}{4}\zeta(3) - \frac{1}{3}\zeta(2)\ln 2 - \frac{1}{6}\zeta(2) - 4\ln 2 + \right.$$

$$\left. + \frac{3}{2} - i\pi\left[\frac{4}{3}\zeta(2) - 2\right]\right\}, \qquad (180)$$

что численно составляет небольшую величину $\text{Re}(\Delta E_{3\gamma}) = -0{,}969$ МГц, и подтверждены авторами [120] в [122].

Вклады двухфотонной аннигиляции [123]:

$$\Delta E^{\text{СТР}}_{2\gamma} = -\frac{\alpha^4 R_\infty}{2\pi^2}\left[1 + \frac{35}{9}\pi^2 + \left(\frac{41}{4} + \pi^2\right)\ln 2 - \frac{85}{4}\zeta(3) - i\pi\left(5 - \frac{\pi^2}{4}\right)\right] \qquad (181)$$

[19] Для позитрония существенен лишь вклад электрон-позитронных петель, ввиду малости m_e.

на сегодняшний момент численно дают наибольший вклад $\mathrm{Re}\,(\Delta E_{2\gamma}) = -13{,}13$ МГц по сравнению с другими поправками указанного порядка.

Следует отметить, что при расчетах поправок $\sim\alpha^6$ использовались различные приближенные методы, что во многом затрудняет сравнение результатов одних авторов с другими. Так, авторы [125] исследовали случай статического ядра взаимодействия, представляющего собой четвертую компоненту векторного потенциала, не зависящую от относительных времен (метод эффективного гамильтониана). До третьего порядка теории возмущений ими получен результат:

$$\Delta E_{\mathrm{III}} = \frac{1}{12}\alpha^4 R_\infty\left[-\frac{1}{2}\left(1 + \ln\frac{1}{2}\alpha\right) + \frac{2}{\pi}G + \frac{1}{\pi}(1 - 4F)\right] =$$

$$= \alpha^4 R_\infty\left[\frac{1}{24}\ln\alpha^{-1} + 0{,}031\right] = (1{,}9 + 0{,}3)\ \text{МГц}, \qquad (182)$$

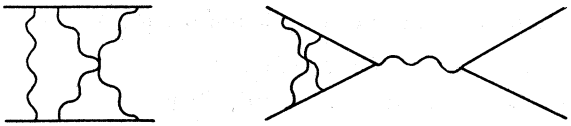
где

$$G = \int_0^1 \frac{tg^{-1}p}{p}\,dp = 0{,}91596\ldots \qquad (183)$$

— постоянная Каталана;

$$F = \int_0^1 \frac{(tg^{-1}p)^2}{p}\,dp = 0{,}3897\ldots$$

В [43,127] вклады от различных диаграмм вычислялись численными методами. Там же указано на важность выделения $\sim\alpha^6$ вкладов из оставшихся невычисленными диаграмм (рис.7 в [43]).



Мюоний. В предыдущих обзорах [35,43], [128—130] представлен следующий теоретический результат для СТР основного уровня мюония:

$$\Delta E_{\mathrm{СТР}}^{\mathrm{теор}}(\mathrm{Mu}) = E_F(1 + a_\mu)\left[1 + a_e + \frac{3}{2}(Z\alpha)^2 + \varepsilon + \frac{\delta_\mu}{1 + \alpha_\mu}\right], \qquad (184)$$

$$\varepsilon = \alpha\,(Z\alpha)\left(\ln 2 - \frac{5}{2}\right) - \frac{8\alpha\,(Z\alpha)^2}{3\pi}\ln(Z\alpha)\left[\ln(Z\alpha) - \ln 4 + \frac{281}{480}\right] + \\ + \frac{\alpha\,(Z\alpha)^2}{\pi}(15{,}38(29)) + \frac{\alpha^2(Z\alpha)}{\pi}D, \qquad (185)$$

$$\delta_\mu = -\frac{3(Z\alpha)}{\pi}\frac{m_e m_\mu}{m_\mu^2 - m_e^2}\ln\frac{m_\mu}{m_e} + (Z\alpha)^2\frac{m_e m_\mu}{(m_e + m_\mu)^2}\left[-2\ln(Z\alpha) - \right. \\ \left. - 8\ln 2 + 3\frac{11}{18}\right]. \qquad (186)$$

Расчету поправок, не учитывающих конечность массы тяжелой частицы (безотдачных поправок), посвящены ставшие классическими работы [131—133]. В [43,127] подтвержден результат для поправок и численно получен вклад порядка $\alpha\,(Z\alpha)^2 E_F$. Ведущие поправки на отдачу вычислены несколькими авторами [25,116,117,128,134—136]. В работах [34,35] аналитически вычислены вклады от диаграмм с радиационными вставками в электронную и мюонную линии, зависящие от отношения масс $\frac{m_e}{m_\mu}$ [20]:

$$\delta_\mu\left(\frac{m_e}{m_\mu};\ \text{эл.лин.}\right) = \\ = \frac{\alpha\,(Z\alpha)}{\pi^2}\frac{m_e}{m_\mu}\left[\frac{15}{4}\ln\frac{m_\mu}{m_e} + 6\zeta(3) + 3\pi^2\ln 2 + \frac{\pi^2}{2} + \frac{17}{8}\right], \qquad (187)$$

$$\delta_\mu\left(\frac{m_e}{m_\mu};\ \text{мюон.лин.}\right) = \frac{Z^2\alpha\,(Z\alpha)}{\pi^2}\frac{m_e}{m_\mu}\left[\frac{9}{2}\zeta(3) - 3\pi^2\ln 2 + \frac{39}{8}\right]. \qquad (188)$$

В работе [137] подтвержден вышеуказанный результат для вкладов от электронной линии. Расчеты проведены в калибровке Фрида — Йенни для радиационных фотонов.

Вклады от диаграмм вакуумной поляризации были вычислены ранее [138,139]:

$$\delta_\mu\left(\frac{m_e}{m_\mu};\ \text{в.п.}\right) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2\frac{m_e}{m_\mu}\left[-2\ln^2\frac{m_\mu}{m_e} - \frac{8}{3}\ln\frac{m_\mu}{m_e} - \frac{28}{9} - \frac{\pi^2}{3}\right]; \qquad (189)$$

[20] Первоначально указанные поправки были найдены численными методами [127].

ведущие логарифмические поправки — в [41,45][21]:

$$\delta_\mu\left(\frac{m_e}{m_\mu}\ln\frac{m_\mu}{m_e}\right) = -\frac{\alpha^2(Z\alpha)}{\pi^3}\frac{m_e}{m_\mu}\left[\frac{4}{3}\ln^3\frac{m_\mu}{m_e} - \frac{4}{3}\ln^2\frac{m_\mu}{m_e}\right]. \qquad (190)$$

Более того, заканчивается программа вычислений чисто радиационных поправок порядка $\alpha^2(Z\alpha)E_F$ (т.е. коэффициента D в (185) [36,37])[21*]. Поправки $\alpha^2(Z\alpha)E_F$, индуцированные диаграммами со вставками вакуумной поляризации во внешние фотоны (см. рис.1,а—с в [36,а]) вычислены в [36,а]:

$$\Delta E(\alpha^2(Z\alpha)) = \frac{\alpha^2(Z\alpha)}{\pi}E_F\left\{-\frac{4}{3}\ln^2\frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{20}{9}\sqrt{5}\ln\frac{1+\sqrt{5}}{2} + \right.$$

$$\left. + \frac{608}{45}\ln 2 + \frac{\pi^2}{9} - \frac{38}{15}\pi + \frac{91639}{37800}\right\} \cong$$

$$\cong -2{,}23\frac{\alpha^2(Z\alpha)}{\pi}E_F \cong \left\{\begin{pmatrix} -1{,}2 & \text{кГц для Mu} \\ -0{,}34 & \text{кГц для H}\end{pmatrix}\right\}; \qquad (191)$$

индуцированные вставками вакуумной поляризации в фотонные линии радиационных фотонов (см. рис.1 в цит. статье) вычислены в [36,б]:

$$\Delta E(\alpha^2(Z\alpha)) = \frac{\alpha^2(Z\alpha)}{\pi}E_F\left\{-\frac{149}{270} + \frac{2}{9\pi}\int_0^1 dqD(q)\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{3}{1+q}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{2q}{1-q}} + \sqrt{\frac{2q}{1-q}}\left(-\frac{5}{4}\frac{1}{1+q} - \frac{2927}{2400} + \frac{10169}{3600}q\right)\right]\right\} \cong$$

$$\cong -0{,}310742\ldots\frac{\alpha^2(Z\alpha)}{\pi}E_F \cong \left\{\begin{pmatrix} -0{,}17 & \text{кГц для Mu} \\ -0{,}054 & \text{кГц для H}\end{pmatrix}\right\} \qquad (192)$$

($D(q)$ — полный эллиптический интеграл); индуцированные диаграммами со вставками поддиаграмм рассеяния света на свете (см. рис.1 в цит. статье) вычислены в [36,в]:

---

[21]Результат [41], вычисленный на основе методики предыдущего раздела, был дополнен в [45].

[21*]Недавно [34б] Киношита представил предварительный результат вычислений последней оставшейся диаграммы порядка $\alpha^2(Z\alpha)$ с перекрестными виртуальными фотонами $\Delta E(\alpha^2(Z\alpha)) \cong (-0{,}64 \pm 0{,}06)\frac{\alpha^2(Z\alpha)}{\pi}E_F = -0{,}353(33)$ кГц для Mu. Это дает возможность уменьшить теоретическую погрешность в (197) до 0,17 кГц.

$$\Delta E(\alpha^2(Z\alpha)) \cong -0{,}48213\ldots \frac{\alpha^2(Z\alpha)}{\pi} E_F \cong \left\{\begin{pmatrix} -0{,}26 \text{ кГц для Mu} \\ -0{,}084 \text{ кГц для H} \end{pmatrix}\right\}. \quad (193)$$

Отметим также первые вычисленные поправки второго порядка по отдаче [140]; поправки порядка $(Z\alpha)^2 E_F$ и $\frac{m_e}{m_\mu}(Z\alpha)^2 E_F$, вычисленные в квазипотенциальном подходе [24][22]:

$$\Delta E = E_F \left\{1 + (Z\alpha)^2 \left[\frac{3}{2} + \frac{m_e m_\mu}{(m_e + m_\mu)^2}\left(\frac{19}{2} - \frac{1}{72} - \frac{2}{3}\pi^2\right)\right]\right\}; \quad (194)$$

вклады адронной вакуумной поляризации [43,141]:

$$\delta_\mu(\text{адроны}) = 3{,}7520 \pm 0{,}2373 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{m_e m_\mu}{m_\pi^2} \cong$$

$$\cong 0{,}250 \pm 0{,}0016 \text{ кГц [141]} \quad (195)$$

и оценку вклада слабого взаимодействия [142,143]:

$$\Delta E(\text{слаб.взаим.}) = \frac{3}{4\sqrt{2}\pi}(Z\alpha)^{-1} G_F m_e m_\mu E_F \cong 0{,}065 \text{ кГц}. \quad (196)$$

В результате теоретическое предсказание СТР основного уровня мюония:

$$\Delta E_{\text{СТР}}^{\text{теор}}(\text{Mu}) = 4463303{,}0\ (0,\ 2)\ (0,\ 7)\ (0,\ 6) \text{ кГц}. \quad (197)$$

Здесь первая неопределенность возникает из экспериментальной погрешности в значении α [144], вторая — из экспериментальной погрешности в определении отношения масс мюона и электрона [145], третья — от невычисленного до конца коэффициента D (см. примечание[21*]).

Что касается вопроса экспериментального определения $\Delta E^{\text{СТР}}(\text{Mu})$, в табл.7 суммированы опубликованные значения измерений СТР основного уровня мюония со времени его открытия в 1960 г. [146][23].

Согласие теоретических и экспериментальных результатов прекрасное. Исходя из этого факта, можно на основе их сравнения (выражений (184) и последнего значения табл.7) выделить значение постоянной тонкой структуры (см. (244)).

[22] При этом расчете не учтены диаграммы трехфотонного обмена.

[23] Результат 1961 г. [147] носит лишь оценочный характер ΔE = 2250—9000 МГц.

Таблица 7

Год	Ссылка	ΔE, кГц	Погрешность, ppm
1962	[148]	4461300 (2200)	493
1964	[149]	4463330 (190)	43
1964	[150]	4463150 (60)	13
1969	[151]	4463260 (40)	9,0
1969	[152]	4463317 (21)	4,7
1970	[153]	4463302,2 (8,9)	2,0
1971	[154]	4463311 (12)	2,7
1971	[155]	4463301,17 (2,3)	0,5
1972	[156]	4463240 (120)	26,9
1973	[157]	4463304,0 (1,8)	0,4
1975	[158]	4463302,2 (1,4)	0,3
1977	[159]	4463302,35 (52)	0,12
1980	[160]	4463302,90 (27)	0,06
1982	[145]	4463302,88 (16)	0,036

Водород. Результат расчета квантово-электродинамических поправок к СТР водорода, без учета отдачи протона, в аналитическом виде, очевидно, тот же самый, что и для мюония (184), (185)[24]. Численно это значение равно [161]:

$$\Delta E(\text{КЭД}) = 1420{,}45195\ (14)\ \text{МГц}. \qquad (198)$$

Поправки на отдачу и динамические поправки, обусловленные наличием структуры ядра, вычислены в классических работах [134], [162—164] и дополняются результатами работ [165—170], [161][25]:

$$\Delta E(\text{структура}) = E_F\,[\delta_p(Zemach) + \delta_p(\text{отдача}) + \delta_p(\text{поляр.})],$$

$$\delta_p(Zemach) = -\,2\mu\alpha\,\langle r_p\rangle \cong -\,38{,}72(56)\ \text{ppm},$$

$$\delta_p(\text{отдача}) \cong 5{,}68\ \text{ppm},$$

$$|\delta_p(\text{поляр.})| < 4\ \text{ppm},$$

где $\langle r_p\rangle$ — средний радиус протона, связанный с зарядовым распределением.

[24] Конечно, с соответствующими заменами $m_\mu \to m_p$ и $a_\mu \to a_p$.

[25] Результаты представлены в относительных величинах к E_F.

Обсуждение вкладов от поляризации протона, полученных на основе данных по неупругому рассеянию поляризованных электронов на нуклонах, см. также в [171].

В табл.8 суммированы опубликованные экспериментальные значения измерений СТР основного уровня водорода и дейтерия[26].

Таблица 8

Год	Ссылка	Изотоп	ΔE, кГц	Погрешность, ppm
1948	[173]	H	1420410 (6)	4224
1948	[173]	D	327384 (3)	9164
1952	[174]	H	1420405,1 (2)	141
1952	[174]	D	327384,24 (8)	244
1955	[175]	H	1420405,73 (5)	35
1955	[175]	D	327384,302 (30)	92
1956	[176]	H	1420405,80 (6)	42
1960	[177]	H	1420405,726 (30)	21
1960	[177]	D	327384,349 (5)	15
1960	[177]	T	1516701,396 (30)	20
1962	[178]	H	1420405,762 (4)	2,8
1962	[179]	H	1420405,7491 (60)	4,2
1962	[179]	T	1516701,4768 (60)	4,0
1963	[180]	H	1420405,751827 (20)	0,014
1963	[181]	H	1420405,751800 (28)	0,019
1964	[182]	H	1420405,751827 (20)	0,014
1965	[183]	H	1420405,751778 (16)	0,011
1965	[184]	H	1420405,751785 (16)	0,011
1966	[185]	H	1420405,751781 (16)	0,011
1966	[186]	H	1420405,7517860 (46)	0,003
1966	[187]	H	1420405,7517864 (17)	0,001
1970	[188]	H	1420405,7517667 (9)	0,0006

Разность значений между теорией и экспериментом тогда можно записать:

$$\frac{\Delta E^{\text{теор}} - \Delta E^{\text{эксп}}}{E_F} = (-0{,}48 \pm 0{,}56 \pm \text{невычисл. вклады})\ \text{ppm}. \quad (199)$$

[26] Единственный известный нам экспериментальный результат для СТР уровня водорода с главным квантовым числом $n = 2$ в [172] — $\Delta E^{\text{СТР}}(2S,H) = 177556{,}6(3)$ кГц с хорошей точностью удовлетворяет формуле, полученной Брейтом [131]: $\Delta E(2S) = \dfrac{\Delta E(1S)}{(8 - 5\alpha^2)}$.

Неопределенность 0,56 ppm возникает из погрешности значения постоянной тонкой структуры и, главным образом, из неточности данных о протонном упругом формфакторе. Невычисленные еще вклады могут быть порядка 1 ppm [161,189].

Мюонный атом гелия. Мюонный атом гелия, представляющий собой $^4He^{++}\mu^-e^-$, был экспериментально открыт в 1975 г. [190,191]. С точки зрения электронной структуры, такая система может рассматриваться как тяжелый изотоп водорода с «псевдоядром» $(^4He^{++}\mu^-)^+$, которое имеет размер, промежуточный между характерными ядерными и атомными размерами (~ 130 фм). Первые измерения СТР, выполненные в 1980 г. [192,194], дали следующие результаты:

$$\Delta E^{\text{эксп}} = 4464{,}95\,(6)\ \text{МГц}\ \ (13\ \text{ppm}) \qquad [192]$$

$$\Delta E^{\text{эксп}} = 4464{,}02\,(10)\ \text{МГц}\ \ (22\ \text{ppm}) \qquad [193]$$

$$\Delta E^{\text{эксп}} = 4465{,}004\,(29)\ \text{МГц}\ \ (6{,}5\ \text{ppm}) \qquad [194].$$

Последний эксперимент позволил также определить магнитный момент отрицательного мюона:

$$\frac{\mu_{\mu^-}}{\mu_p} = 3{,}18328\,(15)\ \ (47\ \text{ppm}), \qquad (200)$$

что позволяет проверить предсказания CPT-инвариантности, согласно которой магнитные моменты частицы и античастицы должны быть равны. Указанная величина для положительно заряженного мюона, измеренная значительно более точно в экспериментах по СТР мюония [145]:

$$\frac{\mu_{\mu^+}}{\mu_p} = 3{,}1833461\,(11)\ \ (0{,}36\ \text{ppm}), \qquad (201)$$

а также из наблюдений вращения спина мюона в жидкости (ларморовской прецессии) [195]:

$$\frac{\mu_{\mu^+}}{\mu_p} = 3{,}1833441\,(17)\ \ (0{,}53\ \text{ppm}), \qquad (202)$$

согласуется с (200) на уровне нескольких десятков ppm. Для сравнения: согласие между магнитными моментами электрона и позитрона — на уровне точности 0,13 ppm [196] и между магнитными моментами протона и антипротона — 7500 ppm [197].

Теоретическое описание мюонного атома гелия, во многом связанное с методами, используемыми при описании мюония, см. в [198—201]. Следует отметить значительный вклад релятивистских и радиационных поправок к энергии Ферми для такой системы (M — масса «псевдоядра»):

$$E_F = \frac{16}{3}\alpha^2 R_\infty c \frac{m_e}{m_\mu}\left(1+\frac{m_e}{M}\right)^{-3} = 4516{,}96 \text{ МГц}. \qquad (203)$$

Полученные теоретические значения следующие[27]:

$$\Delta E^{\text{теор}} = 4465{,}1\ (1, 0)\ \text{МГц} \quad [198],$$
$$\Delta E^{\text{теор}} = 4462{,}6\ (3, 0)\ \text{МГц} \quad [199],$$
$$\Delta E^{\text{теор}} = 4464{,}8\ (5)\ \text{МГц} \quad [200],$$
$$\Delta E^{\text{теор}} = 4460\ \text{МГц} \quad [201].$$

Первый результат получен с использованием вариационных методов, второй и третий — на основе расчета диаграмм по теории возмущений, четвертый — в рамках теории Борна — Оппенгеймера.

4.3. Тонкая структура. *Позитроний и мюоний.* В [204] впервые экспериментально исследован интервал тонкой структуры в позитронии, который, в отличие от атома водорода, невырожден уже в порядке $\alpha^2 R_\infty$:

$$\Delta E(2^3S_1 - 2^3P_2) = (8628{,}4 \pm 2{,}8)\ \text{МГц}. \qquad (204)$$

Такого рода эксперименты позволяют проверить КЭД для возбужденных состояний чисто лептонных систем.

Недавние эксперименты [205, 349] достигли большей точности (в МГц)[28]:

$$\Delta E(2^3S_1 - 2^3P_2) = \begin{cases} 8619{,}6\ (2, 7)\ (0, 9) \\ 8624{,}38\ (0, 54)\ (1, 40) \end{cases},$$

$$\Delta E(2^3S_1 - 2^3P_1) = \begin{cases} 13001{,}3\ (3, 9)\ (0, 9) \\ 13012{,}42\ (0, 67)\ (1, 54) \end{cases},$$

$$\Delta E(2^3S_1 - 2^3P_0) = \begin{cases} 18504{,}1\ (10, 0)\ (1, 7) \\ 18499{,}65\ (1, 20)\ (4, 00) \end{cases}.$$

[27] Вычисление некоторых вкладов можно найти также в [200,203], но приведенные там численные результаты весьма отличаются от результатов эксперимента.

[28] Первая погрешность статистическая, вторая — систематическая.

Теоретические расчеты на основе уравнения БС предсказывают для первых возбужденных состояний [46,47,113,114,206] (см. также [207,208]):

$$E(1^3S_1) = R_\infty\left\{-\frac{1}{2}+\frac{49}{96}\alpha^2+\frac{3}{2\pi}\alpha^3\ln\alpha^{-1}+\right.$$

$$\left.+\frac{\alpha^3}{\pi}\left[-\frac{1}{15}+\frac{4}{3}\ln 2-\frac{4}{3}\ln R(1,0)\right]+A_{1S}\alpha^4\ln\alpha^{-1}+B_{1S}\alpha^4+\ldots\right\},$$

$$E(2^3S_1) = \frac{1}{8}R_\infty\left\{-1+\frac{65}{192}\alpha^2+\frac{3}{2\pi}\alpha^3\ln\alpha^{-1}+\right.$$

$$\left.+\frac{\alpha^3}{\pi}\left[\frac{97}{120}+\frac{1}{6}\ln 2-\frac{4}{3}\ln R(2,0)\right]+A_{2S}\alpha^4\ln\alpha^{-1}+B_{2S}\alpha^4+\ldots\right\},$$

$$E(2^3P_2) = \frac{1}{8}R_\infty\left\{-1-\frac{43}{960}\alpha^2-\frac{\alpha^3}{\pi}\left[\frac{1}{45}+\frac{4}{3}\ln R(2,1)\right]+\right.$$

$$\left.+A_{P2}\alpha^4\ln\alpha^{-1}+B_{P2}\alpha^4+\ldots\right\},$$

$$E(2^3P_1) = \frac{1}{8}R_\infty\left\{-1-\frac{47}{192}\alpha^2-\frac{\alpha^3}{\pi}\left[\frac{5}{36}+\frac{4}{3}\ln R(2,1)\right]+\right.$$

$$\left.+A_{P1}\alpha^4\ln\alpha^{-1}+B_{P1}\alpha^4+\ldots\right\},$$

$$E(2^3P_0) = \frac{1}{8}R_\infty\left\{-1-\frac{95}{192}\alpha^2-\frac{\alpha^3}{\pi}\left[\frac{25}{72}+\frac{4}{3}\ln R(2,1)\right]+\right.$$

$$\left.+A_{P0}\alpha^4\ln\alpha^{-1}+B_{P0}\alpha^4+\ldots\right\},$$

где $R(n, l)$ — логарифм Бете [209,210]:

$$\ln R(1,0) \cong 2{,}9841285,$$

$$\ln R(2,0) \cong 2{,}8117699,$$

$$\ln R(2,1) \cong -0{,}0300167,$$

коэффициенты A_{1S} и A_{2S} недавно вычислены, но результаты статей [46,47] отличаются друг от друга[29]:

$$\Delta E(\alpha^6 \ln \alpha) = \frac{5}{24} m\alpha^6 \ln \alpha^{-1} \frac{\delta_{l0}\delta_{s1}}{n^3} \qquad [46],$$

$$\Delta E(\alpha^6 \ln \alpha) = \frac{1}{12} m\alpha^6 \ln \alpha^{-1} \frac{\delta_{l0}\delta_{s1}}{n^3} \qquad [47],$$

коэффициенты B еще не вычислены. Коэффициент 1 при слагаемом $\alpha^4 \ln \alpha^{-1} R/8$ вносит вклад 5,7 МГц, а при $\alpha^4 R/8$ — 1,2 МГц.

Имеется простая формула для вкладов порядка $\alpha^2 R_\infty$ к S-уровням электрон-позитронной системы [207]:

$$E(\alpha^2 R_\infty) = \frac{m\alpha^4}{n^3}\left[\frac{11}{64}\frac{1}{n} - \frac{1}{2} + \frac{7}{12}\delta_{1S}\right]. \qquad (205)$$

Вклады, начиная с порядка $\alpha^3 R$, возникают из учета радиационных поправок (вершинной функции, вакуумной поляризации, собственной энергии электрон-позитронного поля и аннигиляционного канала взаимодействия). По всей видимости, формула для S-состояний электрон-позитронной системы, приведенная в [207], неверна, как указано, например, в [47,208]. Из приведенного в последней статье результата видно, что эти поправки уже не пропорциональны $1/n^3$:

$$\Delta E(\alpha^3 R_\infty) = \frac{m\alpha^5}{8\pi n^3}\left\{\frac{14}{3}\left[\frac{7}{15} + \ln\frac{2}{n} + \frac{n-1}{2n} + \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{14}{3}\ln 2 - 6\ln\alpha - \frac{16}{3}\ln R(n,0) - 4\left(\frac{16}{9} + \ln 2\right)\delta_{1S}\right\}. \qquad (206)$$

[29] Необходимы эксперименты на уровне точности ~10 ppm, чтобы проверить результаты работ Фелла и Хрипловича с сотр. Результат из [47] подтвержден в [348].

Численные значения теоретических предсказаний (с учетом логарифмических поправок) следующие [46,47][30] (см. также [348]):

$$\Delta E(2^3S_1 - 1^3S_1) = 1233607211{,}7 \text{ МГц}; \quad 1233607221{,}69 \text{ МГц};$$

$$\Delta E(2^3S_1 - 2^3P_2) = 8627{,}7 \text{ МГц}; \quad 8626{,}21 \text{ МГц};$$

$$\Delta E(2^3S_1 - 2^3P_1) = 13013{,}3 \text{ МГц}; \quad 13011{,}86 \text{ МГц};$$

$$\Delta E(2^3S_1 - 2^3P_0) = 18498{,}5 \text{ МГц}; \quad 18497{,}10 \text{ МГц}.$$

В связи с развитием экспериментальных методов, основанных на бездоплеровской двухфотонной спектроскопии, стало возможным измерить также интервалы «большой» структуры ($1S - 2S$) с точностью несколько МГц. Эти эксперименты позволяют с рекордной точностью определить значение такой фундаментальной величины, как постоянная Ридберга (см. ниже).

В [211,351] представлены последние результаты измерений интервала $\Delta E(1^3S_1 - 2^3S_1)$ в позитронии и мюонии[31]:

$$\Delta E_{\text{Ps}}^{\text{эксп}}(2^3S_1 - 1^3S_1) = \begin{cases} (1233607218{,}9 \pm 10{,}7) \text{ МГц} \\ (1233607216{,}4 \pm 3{,}2) \text{ МГц} \end{cases}. \qquad (206')$$

$$\Delta E_{\text{Mu}}^{\text{эксп}}(2^3S_1 - 1^3S_1) = (2455527936 \pm 120 \pm 140) \text{ МГц}.$$

Для мюония имеется согласие с теорией [217]:

$$\Delta E_{\text{Mu}}^{\text{теор}}(2^3S_1 - 1^3S_1) = 2455527959{,}6\ (3, 6) \text{ МГц}.$$

---

[30] В первой колонке указан результат Хрипловича и др., во второй — Фелла.

[31] Предыдущие эксперименты дали для позитрония следующие результаты:

$$\frac{1}{2}\Delta E^{\text{эксп}} = \frac{3}{16} cR_\infty - 41{,}4(5) \text{ ГГц [212]},$$

$$\Delta E^{\text{эксп}} = 1233607185(15) \text{ МГц} = \frac{3}{8} cR_\infty - 83545(15) \text{ МГц [213]},$$

$$\Delta E^{\text{эксп}} = 1233607142{,}9(10{,}7) \text{ МГц [214]},$$

для мюония (см. обсуждение в [215]):

$$\frac{1}{4}\Delta E^{\text{эксп}} = (613881924 \pm 30 \pm 35) \text{ МГц [216]}.$$

Для позитрония результат на 16,6 (10,7) МГц выше теоретического значения Фултона. Однако, так как многие авторы считают результат [207] для $1S$-состояния неточным, предпочтительнее сравнить экспериментальное значение (206') с результатом работы [208], в которой тонкая структура вычислена на основе простого потенциального метода [218]:

$$\Delta E_{Ps}^{теор}(2^3S_1 - 1^3S_1) = 1233607221{,}69 \text{ МГц},$$

$$\Delta E_{Mu}^{теор}(2^3S_1 - 1^3S_1) = 2455528055 \text{ МГц},$$

и с последними результатами Фелла, Хрипловича и др. [47,348].

Исследованию тонкой структуры возбужденного состояния мюония посвящены работы [219—221] (см. ниже).

Отметим еще работы [76,222], в которых изучен вопрос проверки CP-сохранения в лептонном секторе. Там получены экспериментальные и теоретические ограничения на переходы типа $2^3S_1 \to 2^1P_1$.

Водород и дейтерий. Для водорода результаты измерений $2S - 1S$ интервала приведены в [223—231][32]. Важность таких исследований понятна, так как они обеспечивают информацию о лэмбовском сдвиге $1S$-уровня[33], которую невозможно получить методами радиочастотной спектроскопии, применяемой в экспериментах по $2S$-лэмбовскому сдвигу, и позволяют с рекордной точностью определить численное значение постоянной Ридберга.

В табл.9 приведены результаты измерений интервала и лэмбовского сдвига $1S$-уровня. Все энергии измерены в МГц.

Результат [230] для величины лэмбовского сдвига $1S$-уровня получен с использованием следующего значения ридберговской константы (среднее значение результатов [252,253]):

$$R_\infty = 109737{,}315714(19) \text{ см}^{-1}. \qquad (207)$$

---

[32] Обзор ранних результатов по определению $2^2S_{1/2} - 2^2P_{3/2}$ см. в [232,233].

[33] Первая успешная попытка измерить эту величину была предпринята еще в [234]: $E^{эксп}(LS, 1S) = (7{,}9 \pm 1{,}1)$ ГГц. См. также [235], где впервые обсуждали величину изотопического расщепления водорода, исходя из наблюдений серии Лаймана для водорода и дейтерия.

Таблица 9

Год	Ссылка	Изотоп	$\Delta E(1S-2S)$	$E(LS, 1S)$
1975	[223]	D	—	8300(300)
1975	[223]	H	—	8600(800)
1975	[224]	D	—	8250(110)
1975	[224]	H	—	8200(100)
1980	[225]	D	—	8177(30)
1980	[225]	H	—	8151(30)
1986	[226][34]	H	2466061395,6(4,8)	8184,8(5,4)
1986	[227]	H	2466061397(25)	8182(25)
1987	[228]	H	2466061413,8(1,5)	8173,3(1,7)
1989	[229]	H	2466061413,19(1,75)	8173,9(1,9)
1989	[230]	D	2466732408,5(7)	8183,7(6)
1989	[230]	H	2466061414,1(8)	8172,6(7)
1990	[231]	H	2466061413,182(45)	8172,804(83)

Имеется несколько значений для изотопического смещения $\Delta E(H - D)$, определенных на основе этой методики:

$$\Delta E(H - D) = 670993(56)\ \text{МГц} \quad [224],$$

$$\Delta E(H - D) = 670992,3(6,3)\ \text{МГц} \quad [225],$$

$$\Delta E(H - D) = 670994,33(64)\ \text{МГц} \quad [230],$$

$$\Delta E(H - D) = 670994,337(22)\ \text{МГц} \quad [347].$$

Численные значения лэмбовского сдвига $1S$-уровня, определенные на основе теоретических расчетов [236—242], см. в [229,230]:

$$E^{\text{теор}}(H, LS, 1S) = 8172,89(9)\ \text{МГц} \quad [229];$$

$$E^{\text{теор}}(H, LS, 1S) = 8173,03(9)\ \text{МГц} \quad [230];$$

$$E^{\text{теор}}(D, LS, 1S) = 8184,08(12)\ \text{МГц} \quad [230].$$

[34] Представленный в таблице результат [226] получен с использованием R_∞ из [249]. Лучшее согласие с теоретическим результатом достигается при использовании R_∞ из [247]: $E(LS, 1S) = 8174,8(8,7)$ МГц.

Зарядовый радиус протона в [230] полагался равным 0,862(12) фм [244][35], а дейтрона — 2,116(12) фм [245].

Теоретическое значение изотопического расщепления:

$$\Delta E^{\text{теор}}(H - D) = 670994{,}39(12)\ \text{МГц} \quad [230] \qquad (208)$$

согласуется с результатами последних экспериментов в пределах ошибки.

Если считать величину лэмбовского сдвига теоретически заданной, из сравнения вычисленного значения $1S$—$2S$ интервала с указанным экспериментальным можно получить информацию о постоянной Ридберга (см. следующий раздел).

4.4. Постоянная Ридберга. Последние измерения константы Ридберга следующие.

Таблица 10

Статья	Год	Значение постоянной ($см^{-1}$)	Интервал
[246]	1974	109737,3143(10)	$2P - 3D$
[247]	1978	109737,31476(32)	$2S - 3P$
[248]	1980	109737,31513(85)	$2S - 3P$, $2P - 3D$
[249]	1981	109737,31521(11)	$2S - 3P$
[226]	1986	109737,31492(22)	$1S - 2S$
[227]	1986	109737,3150(11)	$1S - 2S$
[250]	1986	109737,31569(7)	$2S - 3P$
[251]	1986	109737,31569(6)	$2S - 8D$, $10D$
[252]	1987	109737,31573(3)	$2S - 4P$
[228]	1987	109737,31571(7)	$1S - 2S$
[253]	1989	109737,315709(18)	$2S - 8D$, $10D$, $12D$
[229]	1989	109737,31569(8)	$1S - 2S$
[230]	1989	109737,31573(3)	$1S - 2S$
[231]	1992	109737,3156841(42)	$1S - 2S$
[254]	1992	109737,3156830(31)	$2S - 8S$, $8D$

4.5. Лэмбовский сдвиг. *Водород.* В работе [255] доложены результаты оптических измерений лэмбовского сдвига $1S$-уровня атома водорода.

[35] Предыдущее измерение радиуса протона [243] не может быть проигнорировано, так как для некоторых экспериментов оно позволяет добиться лучшего согласия с теоретическими предсказаниями.

$$E(LS, 1S, H) = 8172{,}82(11)\ \text{МГц}\ \ (13\ \text{ppm}). \qquad (209)$$

Методика основана на сравнении частот двухфотонных переходов $1S$—$2S$ и $2S$—$4S$,$4D$ и является принципиально отличной от экспериментов по косвенному определению этой величины (см. пред. разд.) методом бездоплеровской двухфотонной спектроскопии $1S$—$2S$-перехода. Там же [255] дано также первое оптическое измерение лэмбовского сдвига $4S$-уровня водорода

$$E(LS, 4S, H) = 131{,}66(4)\ \text{МГц}\ \ (300\ \text{ppm}), \qquad (210)$$

которое можно сравнить с теоретическими предсказаниями [233]:

$$E^{\text{теор}}(LS, 4S, H) = 133{,}084(1)\ \text{МГц},$$

$$E^{\text{теор}}(LS, 4S, D) = 133{,}254(3)\ \text{МГц},$$

и с радиочастотными измерениями [256—258]:

$$E^{\text{эксп}}(LS, 4S, D) = 133(10)\ \text{МГц}\ [256],$$

$$E^{\text{эксп}}(LS, 4S, H) = 133{,}18(59)\ \text{МГц}\ \ [257],$$

$$E^{\text{эксп}}(LS, 4S, H) = 133{,}53^{+0{,}58}_{-0{,}78}\ \text{МГц}\ \ [258].$$

Обсуждение лэмбовского сдвига для $n = 3$ в атоме водорода см. в [259]. Мы воспроизводим результаты, выписанные в этой статье:

$$E^{\text{эксп}}(LS, 3S, D) = 314{,}93(40)\ \text{МГц}\ \ [256],$$

$$E^{\text{эксп}}(LS, 3S, H) = 313{,}6(2{,}9)\ \text{МГц}\ \ [260],$$

$$E^{\text{эксп}}(LS, 3S, D) = 315{,}3(8)\ \text{МГц}\ \ [260],$$

$$E^{\text{эксп}}(LS, 3S, H) = 315{,}11(89)\ \text{МГц}\ \ [261],$$

$$E^{\text{эксп}}(LS, 3S, H) = 314{,}819(48)\ \text{МГц}\ \ [259],$$

$$E^{\text{теор}}(LS, 3S, H) = 314{,}898(3)\ \text{МГц}\quad [237].$$

Точность этих экспериментов приближается к точности измерений лэмбовского сдвига $2S$-уровня, которые имели огромное значение для проверки предсказаний КЭД. В табл.11 суммированы результаты всех измерений для $n = 2$-уровня.

Таблица 11

Год	Ссылка	ΔE, МГц	Погрешность, ppm
1953	[262]	1057,774(100)	94,5
1969	[263]	1057,772(63)	59,6
1970	[264]	1057,90(6)	56,7
1975	[265]	1057,892(20)	18,9
1979	[266]	1057,862(20)	18,9
1981	[267]	1057,845(9)	8,5
1982	[268]	1057,8594(19)	1,8
1983	[269]	1057,851(2)	1,9

Результаты существенно зависят от параметра τ — времени жизни $2P$-состояния. Так как экспериментальные данные об этой константе распада отсутствуют, величина рассчитывалась теоретически [268,269]. С учетом релятивистских поправок

$$\gamma_{\text{рел}} = 4\pi c\left(\frac{2}{3}\right)^8 R_H \alpha^3\left(1 + \alpha^2 \ln\frac{9}{8}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^8 \frac{me^4}{h^3}\,\frac{\alpha^3\left(1 + \alpha^2 \ln\dfrac{9}{8}\right)}{1 + \dfrac{m}{\mu_p}} \qquad (211)$$

(R_H — константа Ридберга с учетом конечной массы протона).

Ведущие радиационные поправки (собственная энергия и поляризация вакуума) дают дополнительно:

$$\delta\gamma_{\text{рад}} = 4\pi c\left(\frac{2}{3}\right)^8 R_H \alpha^3\left[\frac{R(2,1)}{8} - R(1,0) - \ln\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{64} - \frac{19}{30}\right] \qquad (212)$$

($R(n,l)$ — логарифм Бете).

Численно с учетом приведенных поправок имеем:

$$\gamma = \frac{1}{\tau} = 6{,}2648812(20))\cdot 10^8\ \text{с}^{-1},$$

$$\tau = 1{,}59619946(48)\cdot 10^{-9}\ \text{с}.$$

Для дейтерия ($n = 2$) нам известны следующие экспериментальные результаты:

$$E^{\text{эксп}}(LS, D) = 1059{,}00(10)\ \text{МГц}\ \ [262],$$

$$E^{\text{эксп}}(LS, D) = 1059{,}24(6)\ \text{МГц}\ \ [270].$$

Заметим, что дальнейшее повышение точности экспериментальных результатов для лэмбовского сдвига $n = 2$ — уровня атома водорода наталкивается на серьезные препятствия, а именно: естественная ширина $2P$-состояния имеет порядок ~ 100 МГц.

Полная теоретическая формула для лэмбовского сдвига ($n = 2$) в водороде [271] (см. уточнения в [348]):

$$\Delta E_{LS} = \Delta E_{2S_{1/2}} - \Delta E_{2P_{1/2}} = \frac{\alpha (Z\alpha)^4 m}{6\pi}\left(\frac{\mu}{m}\right)^3\left\{\frac{1}{8}\frac{m}{\mu} + \ln(Z\alpha)^{-2} - \right.$$

$$- 2{,}207909 + \pi Z\alpha\left(\frac{427}{128} - \frac{3}{2}\ln 2\right) + (Z\alpha)^2\left[-\frac{3}{4}\ln^2(Z\alpha)^{-2} + \right.$$

$$\left. + \left(4\ln 2 + \frac{55}{48}\right)\ln(Z\alpha)^{-2}\right] + (Z\alpha)^2[G_{\text{с.э.}}(Z\alpha) + G_{\text{в.п.}}(Z\alpha)] + \alpha\left(\frac{0{,}323}{\pi}\right)\Big\} +$$

$$+ \frac{(Z\alpha)^5 m^2}{6\pi M}\left\{\frac{1}{4}\ln(Z\alpha)^{-2} + 2{,}39977 + \frac{3}{4}\pi Z\alpha\left[\frac{5}{2} + \ln(2Z\alpha)^{-1} - 4{,}25\right]\right\} +$$

$$+ \frac{1}{12}(Z\alpha)^4 m^3 \langle r_p^2 \rangle - \frac{1}{48}\frac{(Z\alpha)^4 m^3}{M^2} + \frac{\alpha (Z\alpha)^5 m^2}{8M}\left[\left(\frac{35}{4}\ln 2 - \frac{39}{5} - \frac{31}{192}\right) + \right.$$

$$\left. + (-0{,}415 \pm 0{,}004)\right], \qquad (213)$$

где вклады собственной энергии и вакуумной поляризации ($G_{\text{с.э.}}$ и $G_{\text{в.п.}}$) могут быть представлены в форме известного разложения Уичмена — Кролла [272], [236,в]:

$$G_{\text{в.п.}} = -\frac{1199}{2100} + \frac{5}{128}\pi (Z\alpha)\ln(Z\alpha)^{-2} + 0{,}5(Z\alpha) + \ldots \qquad (214)$$

$$G_{\text{с.э.}} = -24{,}1 + 7{,}5(Z\alpha)\ln(Z\alpha)^{-2} + 12{,}3(Z\alpha) \pm 1{,}2 \qquad (215)$$

и в сумме дают $-24{,}0 \pm 1{,}2$ [271] для случая атома водорода[36].

Скорректированное с учетом новых рассчитанных поправок значение лэмбовского сдвига $n = 2$-уровня водорода дано в [271]:

$$E^{\text{теор}}(LS, H) = (1057{,}855 \pm 0{,}011)\ \text{МГц}\ \ (\text{при}\ \langle r_p \rangle = 0{,}805(11)),$$

$$E^{\text{теор}}(LS, H) = (1057{,}873 \pm 0{,}011)\ \text{МГц}\ \ (\text{при}\ \langle r_p \rangle = 0{,}862(12)).$$

Самые ранние теоретические работы см. [114,в], [169], [273—275], где вычислены поправки на отдачу $(Z\alpha)^5 \frac{m^2}{M}$. Поправки, полученные из учета диаграмм с радиационными обменами $\alpha\,(Z\alpha)^4 \frac{m^2}{M}$, $\alpha\,(Z\alpha)^5 \frac{m^2}{M}$, вычислены в приближении внешнего поля в [241]. Поправки порядка $(Z\alpha)^4 \frac{m^2}{M^2}$ см. в [274,221]. Вклады, возникающие из учета конечного размера протона, обсуждены в [271], где вычислены поправки $(Z\alpha)^6 \frac{m^2}{M}$.

Поправка порядка $\alpha^2(Z\alpha)^5 m$ — поправка связанности к двухпетлевым радиационным эффектам — все еще не вычислена[37]. Желательно ее вычислить, чтобы добиться точности теоретических расчетов ~ 1 кГц.

Мюоний. На сегодняшний день известны два экспериментальных результата для лэмбовского сдвига $(2S_{1/2} - 2P_{1/2}, J = 1)$ в мюонии:

$$E^{\text{эксп}}(LS, \text{Mu}) = (1070^{+12}_{-15} \pm 2)\ \text{МГц}\ [278],$$

$$E^{\text{эксп}}(LS, \text{Mu}) = (1054 \pm 22)\ \text{МГц}\ [279].$$

Теоретическое значение дано Оуэном [219,220,221]:

[36] Для других ионов ($Z \neq 1$) [236,276].

[37] См. работы в этом направлении [277], где рассчитаны поправки такого порядка от диаграмм с поляризационными вставками во внешние кулоновские линии и от диаграмм с радиационными вставками в электронную линию и с одной поляризационной вставкой в кулоновскую линию.

$$E^{\text{теор}}(LS, \text{Mu}) = 1047{,}03 \text{ МГц [219]},$$

так же как и интервал тонкой структуры $2P_{3/2} - 2P_{1/2}$:

$$E^{\text{теор}}(FS, \text{Mu}) = 10921{,}50 \text{ МГц [219]}.$$

В отличие от атома водорода, так же как и в случае расчетов СТР, в мюонии проблем со структурой не возникает.

Гелий. Точность экспериментальных измерений [280,281] частот переходов между ридберговскими состояниями $^4He^+$ методами «beam foil» спектроскопии достигла в настоящее время таких величин, при которых стало возможным проверить лэмбовский сдвиг $(2S_{1/2} - 2P_{1/2})$ в гелии на уровне поправок порядка $\sim \alpha(Z\alpha)^6 mc^2$. В табл.12 приведены все экспериментальные результаты измерений этой величины, в том числе ранние, основанные на методике Лэмба и Резерфорда [262].

Таблица 12

Год	Ссылка	$E(LS)$, МГц	Погрешность, ppm
1950	[282]	14020(100)	7130
1952	[283]	14021(60)	4280
1955	[244]	14043(13)	930
1957	[285]	14040,2(1,8)	128
1971	[286]	14046,2(1,2)	85
1979	[287]	14040,9(2,9)	207
1987	[280]	14041,9(1,5)	107
1988	[281]	14042,22(35)	25

Первые теоретические исследования лэмбовского сдвига в атоме гелия были проведены в [289]. Современные расчеты [232,237,276,281] (см. также [238]) дают значительно различающиеся результаты[38]:

$$E(LS, {}^4He^+)^{\text{теор}} = 14044{,}5(5{,}2) \text{ МГц [232]},$$

[38] Расчет [281] осуществлен с использованием нового значения радиуса ядра 1,673(1) фм [288] и находится в прекрасном согласии с экспериментом.

$$E(LS, {}^4He^+)^{теор} = 14045{,}12(55)\ МГц\ [237],$$

$$E(LS, {}^4He^+)^{теор} = 14042{,}36(55)\ МГц\ [276,а],$$

$$E(LS, {}^4He^+)^{теор} = 14042{,}26(50)\ МГц\ [281].$$

Последние расчеты величины $G_{с.э.}(Z = 2)$ следующие:

$$G_{с.э.}(Z = 2) = -22{,}8 \pm 2{,}0\ [290], \tag{216}$$

$$G_{с.э.}(Z = 2) = -22{,}0 \pm 0{,}3\ [291]. \tag{217}$$

Кроме того, хотелось бы отметить последние работы, посвященные исследованию высоковозбужденных состояний атома гелия [292—296], [291], и таблицу последних результатов для ионов других атомов [281]. Исследование мюонного гелия см.в [297].

4.6. Аномальный магнитный момент (АММ). *Электрон.* Перенормируемость КЭД гарантирует возможность вычислений АММ электрона с помощью разложения в ряд теории возмущений по α/π с конечными коэффициентами a_i:

$$\frac{g-2}{2} = a_e(QED) = a_{II}\frac{\alpha}{\pi} + a_{IV}\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + a_{VI}\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + a_{VIII}\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + \ldots . \tag{218}$$

В настоящее время величина АММ электрона известна до 8 порядка включительно. В статьях [298—302] закончено вычисление указанного вклада. Полученный результат для вкладов 8 порядка в АММ электрона следующий[39]:

$$a_{e,VIII}^{теор} = -1{,}434(138). \tag{219}$$

Если использовать наиболее точное значение постоянной тонкой структуры α [304], определенное на основе квантового эффекта Холла:

$$\alpha^{-1} = 137{,}0359979(32)\ (0{,}024\ ppm), \tag{220}$$

[39]Представленный результат значительно более точный, чем предварительный: $a_{e,VIII} = (-0{,}8 \pm 2{,}5)$ [303].

то наиболее точное значение АММ электрона будет[40]:

$$a_e^{\text{теор}} = 1159652140(27,1)(5,3)(4,1)\cdot 10^{-12}, \qquad (221)$$

что согласуется[41] с точностью 1,7 стандартного отклонения с экспериментальными значениями для электрона и позитрона [144][42].

$$a_{e^-}^{\text{эксп}} = 1159652188,4(4,3)\cdot 10^{-12}, \qquad (222)$$

$$a_{e^+}^{\text{эксп}} = 1159652187,9(4,3)\cdot 10^{-12} \qquad (223)$$

Указанный теоретический результат включает аналитически вычисленные вклады второго и четвертого порядков:

$$a_{e,\text{II}} = 0,5 \ [307], \qquad (224)$$

$$a_{e,\text{IV}} = \left[\frac{197}{144} + \frac{\pi^2}{12} - \frac{\pi^2 \ln 2}{2} + \frac{2\zeta(3)}{4}\right] = -0,328478965 \ [308][43], \qquad (225)$$

$$a_{e,\text{IV}}\left(\frac{m_e}{m_\mu}\right) = \frac{1}{45}\left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2 + O\left(\left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^4 \ln\frac{m_e}{m_\mu}\right) = 5,198\cdot 10^{-7} \ [313][44] \qquad (226)$$

---

[40] Наиболее значительная неопределенность (27,1) возникает из-за неопределенности в значении постоянной тонкой структуры; вторая неопределенность — из-за погрешности в вычислениях $a_{e,\text{VI}}^{\text{теор}}$; третья — из-за погрешности в вычислениях восьмого порядка $a_{e,\text{VIII}}^{\text{теор}}$.

[41] Предположение [305] о связи этого различия ($1,7\sigma$) с существованием скалярного партнера электрона (а не только с погрешностью в измерении α и неточного численного интегрирования) пока не актуально.

[42] История экспериментальных результатов представлена в [306].

[43] Недавно вклад $a_{e,\text{IV}}$ был снова вычислен в калибровке Фрида — Йенни [309]. Результат согласуется с предыдущими [308,310—312].

[44] Слагаемое четвертого порядка $a_{e,\text{IV}}\left(\frac{m_e}{m_\tau}\right)$, обусловленное существованием диаграмм с радиационной вставкой τ-лептона в вершину, в $\left(\frac{m_\mu}{m_\tau}\right)^2$ раз меньше значения (226). Слагаемое $a_{e,\text{VI}}\left(\frac{m_e}{m_\tau}, \frac{m_e}{m_\tau}\right)$ порядка $\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3\left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2\left(\frac{m_e}{m_\tau}\right)^2$ является пренебрежимо малым для современного уровня экспериментальной точности.

и вклад шестого порядка, состоящий из 72 диаграмм (не все из них вычислены аналитически) [314—317], скорректированный в [302,350]:

$$a_{e,\mathrm{VI}} = 1{,}17613(42)^{45}, \qquad (227)$$

а также малые поправочные слагаемые, которые появляются в результате учета мюонной, τ-лептонной и адронной петель вакуумной поляризации, а также вклада слабого взаимодействия

$$\Delta a_e(\text{мюон}) = 2{,}804 \cdot 10^{-12},$$

$$\Delta a_e(\tau\text{-лептон}) = 0{,}010 \cdot 10^{-12},$$

$$\Delta a_e(\text{адроны}) = 1{,}6(2) \cdot 10^{-12},$$

$$\Delta a_e(\text{сл. взаим.}) = 0{,}05 \cdot 10^{-12}.$$

Представляет также интерес недавно вычисленный аналитически вклад поддиаграмм рассеяния света на свете в шестом порядке АММ a_e [319]:

$$a_{e,\mathrm{IV}}(\gamma\gamma) = \frac{5}{6}\zeta(5) - \frac{5}{18}\pi^2\zeta(3) - \frac{41}{540}\pi^4 - \frac{2}{3}\pi^2\ln^2 2 + \frac{2}{3}\ln^4 2 +$$

$$+ 15a_4 - \frac{4}{2}\zeta(3) - 24\pi^2 \ln 2 + \frac{931}{54}\pi^2 + \frac{5}{9} \cong 0{,}3710052921 \qquad (228)$$

$$\left(a_4 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n n^4} \cong 0{,}517479061\ldots\right),$$

который согласуется с численными оценками:

$$a_{e,\mathrm{VI}}(\gamma\gamma) = 0{,}36(4) \ [320],$$

$$a_{e,\mathrm{VI}}(\gamma\gamma) = 0{,}37112(8) \ [321],$$

$$a_{e,\mathrm{VI}}(\gamma\gamma) = 0{,}370986(20) \ [315],$$

но расходится с $a_{e,\mathrm{VI}}(\gamma\gamma) = 0{,}398(5)$ [318].

[45] Результат Самуэля [318] $a_{e,\mathrm{VI}} = 1{,}184(5)$ в настоящее время считается завышенным.

Мюон. АММ лептона массы m_1 может быть выражен в следующей наиболее общей форме:

$$a_l = a_1 + a_2\left(\frac{m_1}{m_2}\right) + a_2\left(\frac{m_1}{m_3}\right) + a_3\left(\frac{m_1}{m_2}, \frac{m_1}{m_3}\right), \tag{229}$$

где m_2 и m_3 — массы других лептонов.

Так же как и для АММ электрона,

$$a_i = a_{i,\mathrm{II}}\left(\frac{\alpha}{\pi}\right) + a_{i,\mathrm{IV}}\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + a_{i,\mathrm{VI}}\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + a_{i,\mathrm{VIII}}\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + \ldots \tag{230}$$

Ясно, что $a_{2,\mathrm{II}} = a_{3,\mathrm{II}} = a_{3,\mathrm{IV}} = 0$, так как фейнмановские диаграммы, которые могут вносить вклады подобного вида, отсутствуют.

Рассмотрим современное состояние исследований АММ мюона. Значение известно из расчета АММ электрона. Значение $a_{2,\mathrm{IV}}(m_\mu/m_e)$, в отличие от АММ электрона, не столь мало из-за большой величины отношения m_μ/m_e. Результат известен в аналитическом виде [322]:

$$a_{2,\mathrm{IV}}\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right) = \frac{1}{3}\ln\frac{m_\mu}{m_e} - \frac{25}{36} + \frac{\pi^2}{4}\frac{m_\mu}{m_e} = \left(\frac{m_\mu}{m_e}\right)^2 \ln\frac{m_\mu}{m_e} + 3\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right)^3 + O\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right)^3 =$$

$$= 1{,}0942596\ldots \tag{231}$$

Из указанной формулы также может быть выведен вклад

$$a_{2,\mathrm{IV}}\left(\frac{m_\mu}{m_\tau}\right) \cong 7{,}794(32)\cdot 10^{-5}. \tag{232}$$

Вклад шестого порядка $a_{2,\mathrm{VI}}(m_\mu/m_e)$, возникающий из 18 фейнмановских диаграмм, содержащих петли вакуумной поляризации, получен в аналитической форме [313,323,324]:

$$d_2^{\mu,\mathrm{VI}}\left(\frac{m_e}{m_{\mu;\,\text{в.п.}}}\right) = a_e^{\mathrm{VI}}(\text{в.п.}) + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3\left[\frac{1075}{216} - \frac{25}{3}\zeta(2) + 10\zeta(2)\ln 2 -\right.$$

$$\left. - 2\zeta(3) + 3c_4 + \left(\frac{31}{27} + \frac{2}{3}\zeta(2) - 4\zeta(2)\ln 2 + \zeta(3)\right)\ln\frac{m_\mu}{m_e} + \frac{2}{9}\ln^2\frac{m_\mu}{m_e}\right] =$$

$$= 1{,}94404\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3, \tag{233}$$

а вклад 6 диаграмм с поддиаграммами рассеяния света на свете вычислен численно [321,325,326]. Последние вычисления этого порядка АММ мюона дают следующие значения [321,350]:

$$a_{2,\mathrm{VI}}\left(\frac{m_\mu}{m_e};\ \text{вакуум.поляр.}\right) = 1{,}9204550(2),$$

$$a_{2,\mathrm{VI}}\left(\frac{m_\mu}{m_e};\ \text{свет на свете}\right) = 20{,}9479242(9),$$

$$a_{2,\mathrm{VI}}\left(\frac{m_\mu}{m_e};\ \text{сумма}\right) = 22{,}8683792(9).$$

Вклад восьмого порядка в АММ мюона вычисляется из 469 фейнмановских диаграмм, каждая из которых либо содержит электронные петли типа вакуумной поляризации, либо поддиаграммы рассеяния света на свете. Результат численных расчетов для 8 порядка представлен в [327,350][46]:

$$a_2^{\mu,\mathrm{VIII}}\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right) = 127{,}47. \tag{234}$$

В работах [328,329,330], используя ренормгрупповую технику, аналитически были получены асимптотические (при $m_e/m_\mu \to 0$) вклады к АММ мюона[47], возникающие из диаграмм восьмого порядка, содержащих одну петлю электронной поляризации вакуума [330]:

$$a_{\mu,\mathrm{VIII}}^{\infty,1}(\text{в.п.}) = -\frac{1}{32}\ln\frac{m_\mu}{m_e} + \frac{17}{48} + \frac{5}{8}\zeta(2) -$$

$$-\zeta(2)\ln 2 + \frac{99}{128}\zeta(3) - \frac{5}{4}\zeta(5) = -0{,}290987\ldots \tag{235}$$

[46] Предварительный результат был представлен в [325]: $a_{2,\mathrm{VIII}} = 140(6)$.

[47] При завершении работы над настоящим обзором нам стало известно о замечательных результатах [331], где аналитически получены $(n+1)$-петлевые вклады в мюонную аномалию, получаемые подстановкой в однопетлевые диаграммы всех диаграмм с n-петлевым фотонным пропагатором, содержащим $(n-1)$ электронных петель.

и две электронные петли [328,329][48]:

$$a_{\mu,\mathrm{VIII}}^{\infty,2}(\text{в.п.}) = -\frac{1}{12}\ln^2\frac{m_\mu}{m_e} + \left[\frac{1}{3}\zeta(3) - \frac{2}{3}\right]\ln\frac{m_\mu}{m_e} +$$

$$+ \frac{1531}{1728} + \frac{5}{12}\zeta(2) - \frac{1025}{1152}\zeta(3) = -1{,}452570\ldots. \qquad (236)$$

Оценка вклада десятого порядка следующая [327]:

$$a_{2,\mathrm{X}}\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right) = 570(140). \qquad (237)$$

Там же вычислены вклады $a_{3,\mathrm{VI}}\left(\frac{m_\mu}{m_e}, \frac{m_\mu}{m_\tau}\right) = 5{,}24(1)\cdot 10^{-4}$ и $a_{3,\mathrm{VIII}}\left(\frac{m_\mu}{m_e}, \frac{m_\mu}{m_\tau}\right) = 0{,}079(3)$. Объединяя результаты с ранее известным вкладом a_1 [302], получаем чисто квантово-электродинамический вклад [350][49]:

$$a_\mu(\text{КЭД}) = 1165846984(17)(28)\cdot 10^{-12}, \qquad (238)$$

и после суммирования с адронным вкладом [333—336][50]:

$$a_\mu(\text{адроны}) = 7{,}03(19)\cdot 10^{-8} \qquad (239)$$

и вкладом слабого взаимодействия [337,338,350][51]:

$$a_\mu(\text{слаб.взаим.}) = 195(10)\cdot 10^{-11}, \qquad (240)$$

---

[48] См. также [332], в которой используется та же методика для вычисления восьмого порядка β-функции Каллана — Симанзика, которая используется для вышеупомянутых аналитических вычислений.

[49] Первая неопределенность — оценка теоретической неопределенности, главным образом, от $a_{2,\mathrm{VI}}\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right)$, вторая — неопределенность, вызванная погрешностью измерения α на основе эффекта Холла.

[50] Недавно опубликованный результат более точен, чем приведенный в статье Киношиты $a_\mu(\text{адроны}) = -(6{,}986\pm 0{,}042\pm 0{,}016)\cdot 10^{-8}$ [336]. Приведены значения экспериментальных и модельных погрешностей.

[51] Приведенная неопределенность обусловлена отсутствием информации о массе хиггсовской частицы.

приходим к следующему результату для АММ мюона [327,350]:

$$a_{\mu}^{\text{теор}} = 116591920(176)\cdot 10^{-11}, \qquad (241)$$

который находится в хорошем согласии с известными экспериментальными значениями [339]:

$$a_{\mu^-}^{\text{эксп}} = 1165937(12)\cdot 10^{-9},$$

$$a_{\mu^+}^{\text{эксп}} = 1165911(11)\cdot 10^{-9}.$$

Заметим, однако, что намеченные в BNL (Брукхэйвен) эксперименты повысят экспериментальную точность в 20 раз (до $\pm\, 0{,}05\cdot 10^{-8}$) [340].

τ-лептон. Теоретические вычисления АММ τ-лептона выполнены в [341,342]. Получены следующие численные оценки:

$$a_{\tau} = 11773(3)\cdot 10^{-7}.$$

Экспериментально величина a_{τ} изучена менее полно, чем теоретически. Прямого эксперимента в этой области даже не планируется, что связано с очень малым временем жизни τ-лептона [343] $T \sim 3\cdot 10^{-13}$ с.

4.7. Постоянная тонкой структуры. Экспериментальные значения постоянной тонкой структуры следующие:

а) определенное на основе квантового эффекта Холла [304]:

$$\alpha^{-1}(QHE) = 137{,}0359979(32) \quad (0{,}024\ \text{ppm}); \qquad (242)$$

б) на основе вычисления восьмого порядка АММ электрона и сравнения его с экспериментальным значением [302,114][52]:

$$\alpha^{-1}(a_e) = 137{,}03599222(51)(63)(48) \quad (0{,}0069\ \text{ppm}); \qquad (243)$$

[52] Первая неопределенность — от погрешности измерения, вторая — от неопределенности в вычислениях шестого порядка, третья — от неопределенности в вычислениях восьмого порядка. Представленный результат [302] в три раза более точный, чем результат [304], и тем более результаты других методов.

в) на основе эффекта Джозефсона [344]:

$$\alpha^{-1}(JE) = 137{,}0359770(77) \quad (0{,}056\ \text{ppm});$$

г) на основе сравнения экспериментального и теоретического значений СТР в мюонии [130]:

$$\alpha^{-1}(\mu - hfs) = 137{,}035992(22) \quad (0{,}16\ \text{ppm}). \qquad (244)$$

Первые два значения согласуются между собой вплоть до уровня неопределенности 0,05 ppm, таким образом доказывая справедливость КЭД на этом уровне точности. Необходимым представляется дальнейшее увеличение точности измерений $\alpha^{-1}(QHE)$ и с помощью других методов. Возможный источник неопределенности между (242) и (243) — некоторое неизвестное взаимодействие, опосредованное частицами более массивными, чем $W^{\pm}$- и Z^0-бозоны[53], а также возможной субкварковой структурой электрона [345].

В заключение авторы выражают глубокую благодарность В.Г.Кадышевскому, В.И.Саврину, Б.А.Арбузову, Э.Э.Боосу, Д.Броадхарсту, Н.Б.Скачкову, Р.Феллу, И.Б.Хрипловичу, О.А.Хрусталеву, М.И.Эйдесу за плодотворные дискуссии; П.С.Исаеву — за внимание и предложение, которое стимулировало написание настоящего обзора, НТЦ КИФПИ РАН — за создание благоприятных условий для работы, а также И.В.Мусатову и И.Е.Монаховой за помощь в подготовке рукописи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Фаустов Р.Н.**— ЭЧАЯ, 1972, т.3, вып.3, с.238.
2. **Schwinger J.**— Proc.Nat.Acad.Sci., 1951, vol.37, p.452, 455 (см. перевод в сб. «Проблемы современной физики», 1955, №3, с.28.
3. **Bethe H.A., Salpeter E.E.**— Phys.Rev., 1951, vol.82, No.2, p.309; ibid, vol.84, No.6, p.1232.
4. **Fulton T., Owen D.A., Repko W.W.**— Phys.Rev.A, 1971, vol.4 No.5, p.1802.
5. **Fock V.A.**— Phys. Assoc. Sowjetunion, 1934, vol.6, p.425.
6. **Tamm I.E.**— J.Phys.USSR, 1945, vol.9, No.6, p.449.
7. **Dankoff S.M.**— Phys.Rev., 1950, vol.78, No.4, p.382.
8. **Logunov A.A., Tavkhelidze A.N.**— Nuovo Cim., 1963, vol.29, No.2, p.380.

[53]Однако вклад такого взаимодействия из-за влияния сомножителя m/M не может быть велик. Более чувствительно значение $a_e^{\text{теор}}$ к случаю, когда имеется неизвестная пока легкая частица, взаимодействующая с электроном [68].

9. Kadyshevsky V.G.— Nucl.Phys., 1968, vol.B6, No.2, p.125.
10. Gross F.— Phys.Rev., 1969, vol.186, No.5, p.1448.
11. Logunov A.A., Nguyen Van Hieu. Khrustalev O.A.— Nucl.Phys., 1964, vol.50, No.2, p.295.
12. Фаустов Р.Н.— ДАН СССР, 1964, №6, с.1329.
13. Дульян Л.С., Фаустов Р.Н.— ТМФ, 1975, т.22, №3, с.314.
14. Матвеев В.А.— Сообщение ОИЯИ Р2-3847, Дубна, 1968.
15. Бойкова Н.А. и др.— ТМФ, 1991, т.89, №2, с.228.
16. Фаустов Р.Н., Хелашвили А.А.— Ядерная физика, 1969, т.10, №5, с.1085; Фаустов Р.Н.— ТМФ, 1970, т.3, №2, с.240.
17. Левченко Н.А., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н.— Ядерная физика, 1980, т.32, №2(12), с.1656.
18. Тюхтяев Ю.Н.— ТМФ, 1982, т.53, №3, с.419.
19. Тюхтяев Ю.Н.— Дисс. на соискание уч. степ. д-ра ф.-м. наук. Саратов, 1985.
20. Каримходжаев А., Фаустов Р.Н.— ТМФ, 1977, т.32, 1, с.44.
21. Нюнько Н.Е., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н.— ТМФ, 1980, т.44, №3, с.424.
22. Мартыненко А.П., Фаустов Р.Н.— ТМФ, 1985, т.64, №2, с.179.
23. Мартыненко А.П., Фаустов Р.Н.— ТМФ, 1986, т.66, №3, с.399.
24. Мартыненко А.П., Фаустов Р.Н.— Ядерная физика, 1987, т.45, №3, с.770.
25. Caswell W.E., Lepage G.P.— Phys.Rev.A, 1978, vol.18, No.3, p.810.
26. Ризов В.А., Тодоров И.Т.— ЭЧАЯ, 1975, т.6, №3, с.669.
27. Kadyshevsky V.G., Mateev M.D., Mir-Kasimov R.M.— JINR Comm. E2-4030, Dubna, 1968.
28. Levy M.— Proc.Roy.Soc.(London), 1950, vol.A204, No.1077, p.145.
29. Brezin E., Itzykson C., Zinn-Justin J.— Phys.Rev.D, 1970, vol.1, No.8, p.2349.
30. Фаустов Р.Н.— Препринт ОИЯИ Р-1572, Дубна, 1964.
31. Бойкова Н.А., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н.— В сб.: Тр. межд. сем. «Проблемы физики высоких энергий и квантовой теории поля». Протвино, 1983, т.1, с.116; Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н.— Сообщение ОИЯИ Р2-86-281, Дубна, 1986.
32. Boikova N.A. et al.— JINR Comm. E2-92-440, Dubna, 1992.
33. Eides M.I., Shelyuto V.A.— Phys.Lett., 1984, vol.146B, No.3—4, p.241.
34. Каршенбойм С.Г., Шелюто В.А., Эйдес М.И.— ЖЭТФ, 1987, т.92, №4, с.1188; там же, 1988, т.94, №4, с.42.
35. Eides M.I., Karshenboim S.G., Shelyuto V.A.— Ann.Phys.(USA), 1991, vol.205, No.2, p.231; ibid, vol.205, No.2, p.291.
36. а) Eides M.I., Karshenboim S.G., Shelyuto V.A.— Phys.Lett, 1989, vol.229B, No.3, p.285; б) ibid, 1990, vol.249B, No.3—4, p.519; в) ibid, 1991, vol.268B, No.3—4, p.433.
37. Каршенбойм С.Г., Шелюто В.А., Эйдес М.И.— Письма ЖЭТФ, 1989, т.50, №1, с.3; там же, 1990, т.52, №6, с.937; Ядерная физика, 1989, №6(12), с.1636; там же, 1990, т.52, №4(10), с.1066; там же, 1992, т.55, №2, с.466.
38. Fried H.M., Yennie D.R.— Phys.Rev., 1958, vol.112, No.4, p.1391.
39. Абрикосов А.А.— ЖЭТФ, 1956, т.30, №1, с.96.
40. Журавлев В.И., Соловьев Л.Д.— ЖЭТФ, 1967, т.52, №3, с.703.
41. Старшенко В.В., Фаустов Р.Н.— Краткие сообщения ОИЯИ, №7, 1985, Дубна, с.39.
42. Lautrup B. de Rafael E.— Nucl.Phys., 1974, vol.B70, No.2, p.317.
43. Sapirstein J.R., Terray E.A., Yennie D.R.— Phys.Rev.D, 1984, vol.29, No.10, p.2290.
44. Владимиров А.А., Ширков Д.В.— УФН, 1979, т.129, №3, с.407.
45. Каршенбойм С.Г., Шелюто В.А., Эйдес М.И.— Ядерная физика, 1989, т.49, №2, с.493. Phys.Lett., 1989, vol.216B, No.3—4, p.405.
46. а) Khriplovich I.B., Yelkhovsky A.S.— Phys.Lett., 1990, vol.B246, No.3—4, p.520. б) Khriplovich I.B., Milstein A.I., Yelkhovsy A.S.— Phys.Lett., 1992, vol.B282, No.1—2, p.237.

47. Fell R.N.— Phys.Rev.Lett., 1992, vol.68, No.1, p.25.
48. Ore A., Powell J.L.— Phys.Rev., 1949, vol.75, No.11, p.1696.
49. Caswell W.E., Lepage G.P., Sapirstein J.R.— Phys.Rev.Lett., 1977, vol.38, No.9, p.488.
50. Caswell W.E., Lepage G.P.— Phys.Rev.A, 1979, vol.20, No.1, p.36.
51. Adkins G.S.— Ann.Phys.(USA), 1983, vol.146, No.1, p.78.
52. Westbrook C.I., Gidley D.W., Conti R.S. et al.— Bull.Am.Phys.Soc., 1987, vol.32, No.4, p.1051; Phys.Rev.A, 1989, vol.40, No.10, p.5489.
53. Nico J.S., Gidley D.W., Rich A. et al.— Phys.Rev.Lett, 1990, vol.65, No.11, p.1344.
54. Pascual P., de Rafael E.— Lett.Nuovo Cim., 1970, vol.IV, No.24, p.1144.
55. Stroscio M.A., Holt J.M.— Phys.Rev.A, 1974, vol.10, No.3, p.749;
Stroscio M.A.— Phys.Lett., 1974, vol.50A, No2, p.81.; Phys.Rev.A, 1975, vol.12, No.1, p.338.
56. Stroscio M.A.— Phys.Rev.Lett., 1982, vol.48, No.9, p.571.
57. Adkins G.S.— Phys.Rev.A, 1983, vol.27, No.1, p.530.
58. Adkins G.S.— Phys.Rev.A, 1985, vol.31, No.3, p.1250.
59. Adkins G.S., Salahuddin A.A., Schalm K.E.— a) Phys.Rev.A, 1992, vol.45, No.5, p.3333; б) ibid, No.11, p.7774.
60. Lepage G.P., Mackenzie P.B., Streng K.H. et al.— Phys.Rev.A, 1983, vol.28, No.5, p.3090.
61. Adkins G.S., Brown F.R.— Phys.Rev.A, 1983, vol.28, No.2, p.1164.
62. Muta I., Niuya T.— цит. в [61];
Billoire A., Lacaze R., Morel A. et al.— Phys.Lett., 1978, vol.78B, No.1, p.140.
63. McCoyd G.C.— Ph.D.Thesis. St.John's University, 1965.
64. Cleymans J., Ray P.S.— Lett.Nuovo Cim., 1983, vol.37, ser.2, No.16, p.569.
65. Carboni G., Dahme W.— Phys.Lett., 1983, vol.123B, No.5, p.349.
66. Metag V. et al.— Nucl.Phys., 1983, vol.A409, p.331. (Proc.of the Int.Conf. on Heavy-Ion Physics and Nuclear Physics. Catania, Italy, 21—26 March 1983).
67. Amaldi U., Carboni G., Jonson B. et al.— Phys.Lett., 1985, vol.153B, No.6, p.444.
68. Samuel M.A.— Mod.Phys.Lett, 1988, vol.A3, No.11, p.1117.
69. Orito S. et al.— Phys.Rev.Lett., 1989, vol.63, No.6, p.597.
70. Glashow S.L.— Phys.Lett, 1986, vol.167B, No.1, p.35.
71. Atoyan G.S., Gninenko S.N., Razin V.I. et al.— Phys.Lett., 1989, vol.220B, No.1—2, p.317.
72. Ландау Л.Д.— ДАН СССР, 1948, т.60, №2, с.207.
73. Yang C.N.— Phys.Rev., 1950, vol.77, No.2, p.242.
74. Mills A.P.Jr., Zuckerman D.M.— Phys.Rev.Lett., 1990, vol.64, No.22, p.2637.
75. Phillips P.R.— Phys.Rev., 1965, vol.139, No.2B, p.491.
76. Bernreuter W., Nachtman O.— Z.Phys., 1981, vol.C11, No.3, p.235.
77. Mills A.P., Berko S.— Phys.Rev.Lett., 1967, vol.18, No.11, p.420.
78. Marko K., Rich A.— Phys.Rev.Lett., 1974, vol.33, No.16, p.980.
79. Heymann F.F., Osmon P.E., Veit J.J., Williams W.F.— Proc.Phys.Soc.(London), 1961, vol.78, part 5(ii), No.504, p.1038.
80. Duff B.G., Heymann F.F.— Proc.Roy.Soc.(London), 1962, vol.A270, No.1343, p.517.
81. McNutt J.D., Summerour V.B., Ray A.D. et al.— J.Chem.Phys., 1975, vol.62, No.5, p.1777.
82. Beers R.H., Hughes V.W.— Bull.Am.Phys.Soc., 1968, vol.13, No.4, p.633;
Hughes V.W.— In: Proc. of the First Int. Conf. on Atomic Physics. New York, June 3—7, 1968. Eds. Bederson B., Cohen V.W., Pichanchick F.M.J. New York: Plenum Press, 1969, p.15.
83. Coleman P.G., Griffith T.C.— J.Phys.B, 1973, vol.6, No.10, p.2155.
84. Hughes V.W.— Physik 1973. Plenarvortung Physikertagung 37te. Physik Verlag, Weinheim, Germany, 1973, p.123.

85. Gidley D. W., Marko K.A., Rich A.— Phys.Rev.Lett, 1976, vol.36, No.8, p.395.
86. Gidley D.W., Zitzewitz P.W., Marko K.A. et al.— Phys.Rev.Lett., 1976, vol.37, No.12, p.729.
87. Gidley D.W., Rich A., Zitzewitz P.W. et al.— Bull.Am.Phys.Soc., 1977, vol.22, No.4, p.586; Phys.Rev.Lett, 1978, vol.40, No.12, p.737.
88. Griffith T.C., Heyland G.R.— Nature, 1977, vol.269, No.5624, p.109;
Griffith T.C., Heyland G.R., Lines K.S. et al.— J.Phys.B, 1978, vol.11, No.23, p.L743.
89. Gidley D.W., Zitzewitz P.W.— Phys.Lett., 1978, vol.69A, No.2, p.97.
90. Canter K.F., Clark B.O., Rosenberg I.J.— Phys.Lett., 1978, vol.65A, No.4, p.301.
91. Gidley D.W., Rich A., Sweetman E. et al.— Phys.Rev.Lett., vol.49, No.8, p.525.
92. Hasbach P., Hilkert G., Klempt E. et al.— Nuovo Cim., 1987, vol.97A, No.3, p.419.
93. Westbrook C.I., Gidley D.W., Conti R.S. et al.— Phys.Rev.Lett., 1987, vol.58, No.13, p.1328.
94. Dirac P.A.M.— Proc.Cambridge Phil.Soc, 1930,vol.26, p.361.
95. Harris I., Brown L.— Phys.Rev., 1957, vol.105, No.5, p.1556.
96. Cung V.K., Devoto A., Fulton T. et al.— Phys.Lett., 1978, vol.B78, No.1, p.116; Phys. Rev.A, 1979, vol.19, No.5, p.1886.
97. Tomozawa Y.— Ann.Phys.(USA), 1980, vol.128, No.2, p.463.
98. Wheatley J., Halliday D.— Phys.Rev., 1952, vol.88, No.2, p.424.
99. Hughes V.W., Marder S., Wu C.S.— Phys.Rev., 1954, vol.95, No.2, p.611; ibid, 1955, vol.98, No.6, p.1840.
100. Theriot E.D.Jr., Beers R.H., Hughes V.W.— Bull.Am.Phys.Soc., 1967, vol.12, No.1, p.74; Phys.Rev.Lett, 1967, vol.18, No.19, p.767;
Theriot E.D.Jr., Beers R.H., Hughes V.W.— Phys.Rev.A, 1970, vol.2, No.3, p.707.
101. Hill A., Ortolani F., Remiddi E.— In: The Hydrogen Atom. Eds. Bassani G.F. et al. Berlin — Heidelberg: Springer — Verlag, 1989, p.240.
102. Deutsch M., Dulit E.— Phys.Rev., 1951, vol.84, No.3, p.601.
103. Ritter M.W., Egan P.O., Hughes V.W. et al.— Phys.Rev.A, 1984, vol.30, No.3, p.1331.
104. Deutsch M., Brown S.C.— Phys.Rev., 1952, vol.85, No.6, p.1047.
105. Weinstein R., Deutsch M., Brown S.— Phys.Rev., 1954, vol.94, No.3, p.758.
106. Weinstein R., Deutsch M., Brown S.— Phys.Rev., 1955, vol.98, No.1, p.223.
107. Hughes V.W., Marder S., Wu C.S.— Bull.Am.Phys.Soc., 1957, vol.2, No.1, p.38; Phys.Rev., 1957, vol.106, No.5, p.934.
108. Carlson E.R., Hughes V.W., Lindgren I.— Bull.Am.Phys.Soc., 1972, vol.17, No.4, p.454; Carlson E.R., Hughes V.W., Lewis M.L. et al.— Phys.Rev.Lett., 1972, vol.29, No.16, p.1059.
109. Mills A.P.Jr., Bearman G.H.— Phys.Rev.Lett., 1975, vol.34, No.5, p.246.
110. Egan P.O., Carlson E.R., Hughes V.W. et al.— Bull.Am.Phys.Soc., 1975, vol.20, No.4, p.703; Egan P.O., Frieze W.E., Hughes V.W. et al. — Phys.Lett., 1975, vol.54A., No.5, p.412; Egan P.O., Hughes V.W., Yam M.H. — Phys.Rev.A, 1977, vol.15, No.1, p.251.
111. Carlson E.R., Hughes V.W., Lindgren I.— Phys.Rev.A, 1977, vol.15, No.1, p.241.
112. Mills A.P.Jr.— Phys.Rev.A, 1983, vol.27, No.1, p.262.
113. Pirenne J.— Arch.Sci.Phys.Nat., 1946, vol.28, p.233; ibid, 1947, vol.29, p.121, ibid, 1947, vol.29, p.207; ibid, 1947, vol.29, p.265;
Берестецкий В.Б., Ландау Л.Д.—ЖЭТФ, 1949, т.19, 8, с.673;
Берестецкий В.Б.— ЖЭТФ, 1949, т.19, 12, с.1130;
Ferell R.A.— Phys.Rev, 1951, vol.84, No.4, p.858.
114. а) Karplus R., Klein A.— Phys.Rev., 1952, vol.87, No.5, p.848;
б) Fulton T., Karplus R.— Phys.Rev., 1954, vol.93, No.5, p.1109;
в) Fulton T., Martin P.C.— Phys.Rev., 1954, vol.95, No.3, p.811.
115. Fulton T., Owen D.A., Repko W.W.— Phys.Rev.Lett., 1970, vol.24,No.19, p.1035;
Barbieri R., Christillin P., Remiddi E.— Phys.Lett., 1973, vol.43B, No.5, p.411;

Owen D.A.— Phys.Rev.Lett., 1973, vol.30, No.19, p.887;
Barbieri R., Remiddi E.— Phys.Lett., 1976, vol.65B, No.3, p.258;
Нюнько Н.Е., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н.— Тр. межд. сем. «Проблемы физики высоких энергий и квантовой теории поля». Протвино, 1983, т.1, с.104—115.
116. Lepage G.P.— Phys.Rev.A, 1977, vol.16, No.3, p.863.
117. Bodwin G.T., Yennie D.R.— Phys.Repts., 1978, vol.43C, No.6, p.267.
118. Fulton T.— Phys.Rev.A, 1973, vol.7, No.1, p.377.
119. Barbieri R., Christillin P., Remiddi E.— Phys.Rev.A, 1973, vol.8, No.5, p.2266;
Samuel M.A.— Phys.Rev.A., 1974, vol.10, No.4, p.1450.
120. Cung V.K., Devoto A., Fulton T. et al.— Phys.Lett., 1977, vol.68B, No.5, p.474; Nuovo Cim., 1978, vol.43A, No.4, p.643.
121. Adkins G.S., Bui M.H.T., Zhu D.— Phys.Rev.A., 1988, vol.37, No.11, p.4071.
122. Devoto A., Repko W.W.— Phys.Rev., 1990, vol.42, No.9, p.5730.
123. Cung V.K., Devoto A., Fulton T. et al.— Phys.Lett., 1978, vol.B78, No.1, p.116; Phys.Rev.A., 1979, vol.19, No.5, p.1886.
124. Douglas M.— Phys.Rev.A., 1975, vol.11, No.5, p.1527.
125. Cung V.K. et al.— Ann.Phys.(USA), 1976, vol.96, No.2, p.261; ibid, vol.98, No.2, p.516.
126. Barbieri R., Remiddi E.— Nucl.Phys., 1978, vol.B141, No.4, p.413;
Caswell W.E., Lepage G.P.— Phys.Rev.A, 1978, vol.18, No.3, p.810;
Buchmuller W., Remiddi E.— Nucl.Phys., 1980, vol.B162, No.2, p.250; Nuovo Cim., 1980, vol.60A, No.2, p.109.
127. Sapirstein J.R., Terray E.A., Yennie D.R.— Phys.Rev.Lett., 1983, vol.51, No.11, p.982.
128. Bodwin G.T., Yennie D.R., Gregorio M.A.— Rev.Mod.Phys., 1985, vol.57, No.3, part I, p.723.
129. Фаустов Р.Н.— Измерительная техника, 1990, №1, с.9.
130. Kinoshita T.— Quantum Electrodynamics. Directions in High Energy, Teaneck, NY: World Sci.Pub.Co., 1990.
131. Breit G.— Phys.Rev., 1930, vol.35, No.12, p.1447.
132. Kroll N., Pollock F.— Phys.Rev., 1951, vol.84, No.3, p.594; ibid, 1952, vol.86, No.6, p.876;
Karplus R., Klein A., Schwinger J.— Phys.Rev., 1951, vol.84, No.3, p.597.
133. Layzer A.J.— Bull.Am.Phys.Soc., 1961, vol.6, No.6, p.514; Nuovo Cim., 1964, vol.XXXIII No.6, p.1538;
Zwanziger D.— Bull.Am.Phys.Soc., 1961, vol.6, No.6, p.514; Nuovo Cim., 1964, vol.XXXIV, No.1, p.77;
Brodsky S.J., Erickson G.W.— Phys.Rev., 1966, vol.148, No.1, p.26.
134. Arnowitt R.— Phys.Rev., 1953, vol.92, No.4, p.1002.
135. Bodwin G.T., Yennie D.R., Gregorio M.— Phys.Rev.Lett., 1982, vol.48, No.26, p.1799.
136. Caswell W.E., Lepage G.P.— Phys.Lett., 1986, vol.167B, No.4, p.437.
137. Brook V.Yu., Eides M.I., Karshenboim S.G. et al.— Phys.Lett, 1989, vol.216B, No.3—4, p.401.
138. Caswell W.E., Lepage G.P.— Phys.Rev.Lett., 1978, vol.41, No.16, p.1092.
139. Terray E., Yennie D.R.— Phys.Rev.Lett., 1982, vol.48, No.26, p.1803.
140. Двоеглазов В.В., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н.— Сообщение ОИЯИ Р2-89-271, Дубна, 1989.
141. Каримходжаев А., Фаустов Р.Н.— Ядерная физика, 1991, т.53, №4, с.1012.
142. Beg M.A.B., Feinberg G.— Phys.Rev.Lett., 1974, vol.33, No.10, p.606.
143. Старшенко В.В., Фаустов Р.Н.— Вестник МГУ: физика, астрон., 1983, т.24, 3, с.47.
144. Van Dyck R.S.Jr., Schwinberg P.B., Dehmelt H.G.— Phys.Rev.Lett, 1987, vol.59, No.1, p.26.
145. Mariam F.G. et al.— Bull.Am.Phys.Soc., 1982, vol.27, No.4, p.480; Phys.Rev.Lett., 1982, vol.49, No.14, p.993.

146. Hughes V.W., McColm D.W., Ziock K. et al.— Phys.Rev.Lett., 1960, vol.5, No.2, p.63.
147. Hughes V.W., Prepost R., Ziock K. et al.— Phys.Rev.Lett., 1961, vol.6, No.1, p.19.
148. Ziock K.O. et al.— Phys.Rev.Lett., 1962, vol.8, No.3, p.103.
149. Prepost R. et al.— Bull.Am.Phys.Soc., 1964, vol.9, No.1, p.81.
150. Cleland W.E. et al.— Phys.Rev.Lett., 1964, vol.13, No.6, p.202.
151. Cleland W.E. et al.— Phys.Rev.A, 1972, vol.5, No.6, p.2338.
152. Thompson P.A. et al.— Phys.Rev.Lett, 1969, vol.22, No.5, p.163.
153. Ehrlich R.D. et al.— Phys.Rev.Lett., 1969, vol.23, No.20, p.513.
154. de Voe R. et al.— Phys.Rev.Lett., 1970, vol.25, No.26, p.1779.
155. Crane T. et al.— Phys.Rev.Lett., 1971, vol.27, No.28, p.474.
156. Favart D. et al.— Phys.Rev.Lett, 1971, vol.27, No.20, p.1336; In: Proc. of the Fourth Int. Conf. Atomic Masses and Fundamental Constants. Teddington. England, Sept. 1971. Eds. Sanders J.H. and Wapstra A.M. London-N.Y.: Plenum Press, 1972, p.373; Phys.Rev.A, 1973, vol.8, No.3, p.1195.
157. Kobrak H.G.E. et al.— Phys.Lett., 1973, vol.43B, No.6, p.526.
158. Casperson D.E. et al.— Bull.Am.Phys.Soc., 1975, vol.20, No.4, p.702; Phys.Lett., 1975, vol.59B, No.4, p.397.
159. Casperson D.E. et al.— Phys.Rev.Lett., 1977, vol.38, No.17, p.956; ibid, 1977, vol.38, No.25, p.1504(E).
160. Egan P.O. et al.— Bull.Am.Phys.Soc., 1980, vol.25, No.1, p.19.
161. Bodwin G.T., Yennie D.R.— Phys.Rev.D, 1988, vol.37, No.2, p.498.
162. Brown G.E., Arfken G.B.— Phys.Rev., 1949, vol.76, No.9, p.1305;
Zemach A.C.— Phys.Rev., 1956, vol.104, No.6, p.1771.
163. Newcomb W.A., Salpeter E.E.— Phys.Rev., 1955, vol.97, No.4, p.1146.
164. Iddings C.K., Platzman P.M.— Phys.Rev., 1959, vol.113, No.1, p.192.
165. Iddings C.K.— Phys.Rev.B., 1965, vol.138, No.2B, p.446.
166. Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н.— Ядерная физика, 1965, т.2, №5, с.882;
Faustov R.N.— Nucl.Phys., 1966, vol.75, No.3, p.669;
Зиновьев Г.М., Струминский Б.В., Фаустов Р.Н.— Ядерная физика, 1970, т.11, №6, с.1284.
167. Drell S.D., Sullivan J.D.— Phys.Rev., 1967, vol.154, No.5, p.1477.
168. Grotch H.,Yennie D.R.— Z. Phys., 1967, vol.202, p.425.
169. Grotch H., Yennie D.R.— Rev.Mod.Phys., 1969, vol.41, No.2, p.350.
170. Hughes V.W., Kuti J.— Ann.Rev.Nucl. and Part.Sci., 1983, vol.33, p.611.
171. De Rafael E.— Phys.Lett., 1971, vol.37B, No.2, p.201;
Gnadig P., Kuti J.— Phys.Lett., 1972, vol.42B, No.2, p.241.
172. Reich H.A., Heberle J.W., Kusch P.— Phys.Rev., 1955, vol.98, No.4, p.1194.
173. Nafe J.E., Nelson E.B.— Phys.Rev., 1948, vol.73, No.7, p.718.
174. Prodell A.G., Kusch P.— Phys.Rev., 1952, vol.88, No.2, p.184.
175. Kusch P.— Phys.Rev., 1955, vol.100, No.4, p.1188.
176. Wittke J.P., Dicke R.M.— Phys.Rev., 1954, vol.96, No.2, p.530; ibid, 1956, vol.103, No.3, p.620.
177. Anderson L.W., Pipkin F.M., Baird J.C.— Phys.Rev., 1960, vol.120, No.4, p.1279; ibid, 1961, vol.21, No.6, p.1864(E); ibid, 1962, vol.122, No.6, p.1962(E).
178. Goldenberg H.M., Kleppner D., Ramsey N.F.— Phys.Rev.Lett., 1960, vol.5, No.8, p.361;
Kleppner D., Goldenberg H.M., Ramsey N.F.— Appl.Opt., 1962, vol.1, No.1, p.55.
179. Pipkin F.M., Lambert R.H.— Bull.Am.Phys.Soc., 1960, vol.5, p.412; Phys.Rev., 1962, vol.127, No.3, p.787.
180. Markowitz W. et al.— Frequency, 1983, vol.1, p.46.
181. Kleppner D., Goldenberg H.M., Ramsey N.F.— Phys.Rev., 1962, vol.126, No.2, p.603;
Crampton S.B., Kleppner D., Ramsey N.F. — Phys. Rev. Lett., 1963, vol.11, No.7, p.338.

182. Vanier J., Peter H.E., Vessot R.F.C.— IEEE Trans.Instr.Meas., 1964, vol.IM-13, No.4, p.185.
183. Peter H.E. et al.— Appl.Phys.Lett., 1965, vol.6, p.34.
184. Peter H.E., Kartaschoff P.— Appl.Phys.Lett., 1965, vol.6, p.35.
185. Johnson E.K., McGunial J.E.— NASA Tech. Note TN D-3292, April 1966.
186. Beehler K. et al.— Proc. IEEE (Lett.), 1966, vol.54, p.301.
187. Vessot R. et al.— IEEE Trans.Instr.Meas., 1966, vol.IM-15, No.4, p.165.
188. Hellwig H. et al.— IEEE Trans.Instr.Meas, 1970, vol.IM-19, p.200.
189. Brodsky S.J., Drell S.D.— Ann.Rev.Nucl. and Part.Sci, 1970, vol.20, p.147 (см. пер. в УФН, 1972, т.107, №1, с.57—98).
190. Souder P.A. et al.— Phys.Rev.Lett., 1975, vol.34, No.23, p.1417.
191. Souder P.A. et al.— Phys.Rev.A, 1980, vol.2, No.1, p.33.
192. Orth H. et al.— Phys.Rev.Lett., 1980, vol.45, No.18, p.1483.
193. Gardner C.J. et al.— Bull.Am.Phys.Soc., 1980, vol.25, No.1, p.19.
194. Gardner C.J. et al.— Bull.Am.Phys.Soc., 1982, vol.27, No.4, p.480; Phys.Rev.Lett., 1982, vol.48, No.17, p.1168.
195. Klempt E. et al.— Phys.Rev.D, 1082, vol.25, No.3, p.652.
196. Schwinberg P.B. et al.— Phys.Rev.Lett., 1981, vol.47, No.24, p.1679.
197. Hu E. et al.— Nucl.Phys., 1975, vol.A254, No.2, p.403.
198. Huang K.-N., Hughes V.W.— Phys.Rev.A, 1979, vol.20, No.3, p.706; ibid, 1980, vol.21, No.3, p.1071(E).
199. Lakdawala S.D., Mohr P.J.— Phys.Rev.A., 1980, vol.22, No.4, p.1572.
200. Амусья М.Я., Кучиев М.Ю., Яхонтов В.Л.— Препринт ЛФТИ АН СССР №873,883, Л., 1984.
201. Drachman R.J.— Phys.Rev.A, 1980, vol.22, No.4, p.1755; J.Phys.B, 1981, vol.14, No.16, p.2733.
202. Otten E.W.— Z.Phys., 1969, vol.A225, No.5, p.393.
203. Borie E.— Z.Phys., 1979, vol.A291, No.2, p.107.
204. Mills A.P.Jr., Berko S., Canter K.F.— Phys.Rev.Lett., 1975, vol.34, No.25, p.1541.
205. Hatamian S., Conti R.S., Rich A.— Phys.Rev.Lett., 1987, vol.58, No.28, p.1833.
206. Fulton T., Martin P.C.— Phys.Rev., 1954, vol.93, No.4, p.903.
207. Fulton T.— Phys.Rev.A, 1982, vol.26, No.3, p.1794.
208. Gupta S.N., Repko W.W., Suchyta C.J.— Phys.Rev.D, 1989, vol.40, No.12, p.4100.
209. Bethe H.A.— Phys.Rev, 1947, vol.72, No.4, p.339;
Bethe H.A., Brown L.M., Stehn J.R.— ibid, 1950, vol.77, No.3, p.370;
Harriman J.J.— ibid, 1956, vol.101, No.2, p.594.
210. Klarsfeld S., Maquet A.— Phys.Lett., 1973, vol.43B, No.3, p.201.
211. Danzmann K. Fee M.S., Chu S.— Phys.Rev.A, 1989, vol.39, No.11, p.6072.
212. Chu S., Mills A.P.— Phys.Rev.Lett., 1982, vol.48, No.19, p.1333.
213. Chu S., Mills A.P., Hall J.L.— Phys.Rev.Lett., 1984, vol.53, No.19, p.1689.
214. McIntyre D.H., Hansch T.W.— Phys.Rev.A, 1986, vol.34, No.5, p.4504.
215. McIntyre D.H., Hansch T.W.— Phys.Rev.A, 1987, vol.36, No.8, p.4115.
216. Chu S. et al.— Phys.Rev.Lett., 1988, vol.60, No.2, p.101.
217. Kinoshita T., Sapirstein J.— In: «Proc. of the IX Int.Conf. on Atomic Physics». Seattle, July 23—27, 1984. Eds. Van Dyck R.S.Jr., Fortson E.N. Singapore: World Sci., 1984, p.38.
218. Gupta S.N.— Nucl.Phys., 1964, vol.57, No.2, p.19.
219. Owen D.A.— Phys.Lett., 1973, vol.44B, No.2, p.199.
220. Owen D.A.— Phys.Rev.A, 1984, vol.29, No.6, p.3411.
221. Owen D.A.— Ann.Phys.(France), 1986, vol.11, No.3, p.249.
222. Conti R.S., Hatamian S., Rich A.— Phys.Rev.A, 1986, vol.33, No.5, p.3495.
223. Hansch T.W., Lee S.A., Wallenstein R. et al.— Phys.Rev.Lett., 1975, vol.34, No.6, p.307.
224. Lee S.A., Wallenstein R., Hansch T.W.— Phys.Rev.Lett., 1975, vol.35, No.19, p.1262.

225. Wieman C., Hansch T.W.— Phys.Rev.A, 1980, vol.22, No.1, p.192.
226. Hildum E. et al.— Phys.Rev.Lett., 1986, vol.56, No.6, p.576.
227. Barr J.R.M., Girkin J.M., Tolchard J.M. et al.— Phys.Rev.Lett., 1986, vol.56, No.6, p.580.
228. Foot C.J., Coulland B., Beausoleil R.G. et al.— Phys.Rev.Lett., 1985, vol.54, No.17, p.1913;
Beausoleil R.G. et al.— Phys.Rev.A, 1987, vol.35, No.11, p.4878.
229. McIntyre D.H. et al.— Phys.Rev.A., 1989, vol.39, No.9, p.4591.
230. Boshier M.G. et al.— Nature, 1987, vol.330, No.6147, p.463;
Boshier M.G. et al.— Phys.Rev.A, 1989, vol.40, No.11, p.6169.
231. Zimmerman C., Kallenbach R., Hansch T.W.— Phys.Rev.Lett., 1990, vol.65, No.5, p.571;
Andreae T. et al.— Phys.Rev.Lett., 1992, vol.69, No.13, p.1923.
232. Appelquist T., Brodsky S.J.— Phys.Rev.Lett., 1970, vol.24, No.11, p.562.
233. Lautrup B.E., Peterman A., De Rafael E.— Phys.Repts., 1972, vol.3C, No.4, p.195.
234. Herzberg G.— Phys.Rev., 1955, vol.98, No.1, p.223; Proc.Roy.Soc(London), 1956, vol.A234, No.1199, p.516.
235. Balland S.S., White H.E.— Phys. Rev., 1933, vol.43, No.11, p.941.
236. а) Mohr P.J.— Ann.Phys.(USA), 1974, vol.88, No.1, p.26; б) ibid, p.52; Phys.Rev.Lett., 1975, vol.34, No.16, p.1050; в) At. Data and Nucl. Data Tables, 1983, vol.29, No.3, p.453.
237. Erickson G.W.— Phys.Rev.Lett., 1971, vol.27, No.12, p.780; J.Phys.Chem.Ref.Data, 1977, vol.6, No.3, p.831.
238. Sapirstein J.— Phys.Rev.Lett., 1981, vol.47, No.24, p.1723; In: AIP Conf. Proc. Atomic Theory Workshop on Rel. and QED Effects in Heavy Atoms. Gaithersburg, MD(USA), 23—24 May 1985, No.136, p.100.
239. McIntyre D.H.— Thesis. Stanford University, 1986;
Beausoleil R.G.— Ph.D. Thesis. Stanford University, 1987.
240. Johnson W.R., Soff G.— At. Data and Nucl.Data Tables, 1985, vol.33, No.3, p.405.
241. Bhatt G., Grotch H.— Phys.Rev.A, 1985, vol.31, No.5, p.2794; Phys.Rev.Lett., 1987, vol.58, No.5, p.471; Ann.Phys.(USA), 1987, vol.178, No.1, p.1;
Grotch H.— Phys.Scr., 1988, vol.T21, p.8689 (Proc. of the Adriatico Conf. Trieste. Italy, 14—17 July 1987.
242. Erickson G.W., Grotch H.— Phys.Rev.Lett., 1988, vol.60, No.25, p.2611; ibid, 1989, vol.63, p.1326(E).
243. Drickey D.J., Hand L.N.— Phys.Rev.Lett., 1962, vol.9, No.12, p.521;
Hand L.N., Miller D.G., Wilson R.— Rev.Mod.Phys., 1963, vol.35, No.2, p.335.
244. Simon G.G., Schmitt Ch., Borkowski F. et al.— Z.Naturforsch, 1980, vol.A35, No.2, p.1; Nucl.Phys., 1980, vol.A333, No.3, p.381.
245. Ericson T.E.O.— Nucl.Phys., 1984, vol.A416, p.281.
246. Hansch T.W. et al.— Phys.Rev.Lett., 1974, vol.32, No.24, p.1336.
247. Goldsmith J.E.M., Weber E.W., Hansch T.W.— Phys.Rev.Lett., 1978, vol.41, No.22, p.1525.
248. Petley B.W., Morris K., Schawyer R.E.— J.Phys.B., 1980, vol.13, No.16, p.3099.
249. Amin S.R., Caldwell C.D., Lichten W.— Phys.Rev.Lett., 1981, vol.47, No.18, p.12.
250. Ping Zhao, Lichten W., Layer H.P. et al.— Phys.Rev.A., 1986, vol.34, No.6, p.5138.
251. Biraben F., Correan J.C., Jullien L.— Europhys.Lett., 1986, vol.2, No.12, p.925.
252. Ping Zhao, Lichten W., Layer H.P. et al.— Phys.Rev.Lett., 1987, vol.58, No.13, p.1293.
253. Biraben F., Correan J.C., Jullien L. et al.— Phys.Rev.Lett., 1989, vol.62, No.6, p.621.
254. Nez F. et al.— Phys.Rev.Lett., 1992, vol.69, No.16 ,p.2326.
255. Weitz M., Schmidt-Kaler F., Hansch T.W.— Phys.Rev.Lett., 1992, vol.68, No.8, p.1120.
256. Sanders T.M., Lamb W.E.Jr.— Phys.Rev., 1960, vol.119, No.6, p.1901;
Wilcox L.R., Lamb W.E.Jr.— ibid, p.1915.

257. Fabian C.W., Pipkin F.M., Silverman M.— Phys.Rev.Lett., 1971, vol.26, No.7, p.347.
258. Brown R.A., Pipkin F.M.— Ann.Phys.(USA), 1973, vol.80, No.2, p.479.
259. Fabjan C.W., Pipkin F.M.— Phys.Rev.A, 1972, vol.6, No.2, p.556.
260. Kleinpoppen H.— Z.Phys., 1961, vol.164, No.2, p.174.
261. Fabjan C.W., Pipkin F.M.— Phys.Rev.Lett., 1970, vol.25, No.7, p.421.
262. Lamb W.E.Jr., Retherford R.C.— Phys.Rev., 1947, vol.72, No.3, p.241; ibid, 1950, vol.79, No.4, p.549;
Triebmasser S., Dayhoff E.S., Lamb W.E.Jr.Phys.Rev., 1953, vol.89, No.1, p.98; ibid, p.106.
263. Taylor B.N., Parker W.H., Langenberg D.N.— Rev.Mod.Phys., 1969, vol.41, No.3, p.375.
264. Robiscoe R.T., Shyn T.W.— Phys.Rev.Lett., 1970, vol.24, No.11, p.559—562.
265. Lundeen S.R., Pipkin F.M.— Phys.Rev.Lett., 1975, vol.34, No.22, p.1368—1370.
266. Newton G., Andrews D.A., Unsworth P.J.— Phil. Trans. Roy. Soc (London), 1979, vol.A290, No.1373, p.373.
267. Lundeen S.R., Pipkin F.M.— Phys.Rev.Lett., 1981, vol.46, p.232; Metrology, 1986, vol.22, No.1, p.9.
268. Соколов Ю.Л., Яковлев В.П.— ЖЭТФ, 1982, т.83, No.1(7), с.15.
269. Пальчиков В.Г., Соколов Ю.Л., Яковлев В.П.— Письма в ЖЭТФ, 1983, т.38, 7, с.347; Metrology, 1985, vol.21, No.3, p.99; Метрология, 1987, No.10, с.3.
270. Cosens B.L.— Phys.Rev., 1968, vol.173, No.1, p.49.
271. Doncheski M., Grotch H., Owen D.A.— Phys.Rev.A, 1990, vol.41, No.5, p.2851;
Doncheski M., Grotch H., Erickson G.W.— Phys.Rev.A., 1991, vol.43, No.5, p.2152.
272. Wichmann E.H., Kroll N.M.— Phys.Rev., 1956, vol.101, No.2, p.843.
273. Salpeter E.E.— Phys.Rev., 1992, vol.87, No.2, p.328.
274. Barker W.A., Glover F.N.— Phys.Rev., 1955, vol.99, No.1, p.317.
275. Erickson G.W., Yennie D.R.— Ann.Phys.(USA), 1965, vol.35, No.2, p.271; ibid, No.3, p.447.
276. Mohr P.J.— In: Beam-Foil Spectroscopy. Eds. Sellin I.A., Pegg D.J. New York: Plenum Press, 1976, p.89; Phys.Rev.A, 1982, vol.26, No.5, p.2338.
277. Eides M.I., Grotch H., Owen D.— Preprint Penn. State Univ., Febr. 1992;
Eides M.I., Grotch H.— Preprint PSU/TH/117, Oct.1991.
278. Oram C.J. et al.— Phys.Rev.Lett., 1984, vol.52, No.11, p.910; In: Proc. of the IX Int.Conf. on Atomic Physics. Seattle, July 23—27, 1984. Eds. Van Dyck R.S.Jr., Fortson E.N. Singapore: World Sci., 1984, p.75.
279. Badertscher A. et al.— Phys.Rev.Lett., 1984, vol.52, No.11, p.914l; In: Proc. of the IX Int.Conf. on Atomic Physics. Seattle, July 23—37. Eds. Van Dyck R.S.Jr., Fortson E.N. Singapore: World Sci., 1984, p.83.
280. Patel J., van Wijngaarden A., Dracke G.W.F.— Phys.Rev.A, 1987, vol.36, No.11, p.5130.
281. Dracke G.W.E., Patel J., van Wijngaarden A.— Phys.Rev.Lett., 1988, vol.60, No.11, p.1002.
282. Lamb W.E.Jr., Skinner M.— Phys.Rev., 1950, vol.78, No.5, p.539.
283. Yergin P.F.— Ph.D.Thesis. Columbia University.
284. Novick R., Lipworth E., Yergin P.F.— Phya.Rev., 1955, vol.100, No.4, p.1153.
285. Lipworth E., Novick R.— Phys.Rev., 1957, vol.108, No.6, p.1434.
286. Narasimham M., Strombotne R.— Phys.Rev.A, 1971, vol.4, No.1, p.14.
287. Dracke G.W.F., Goldman S.P., van Wijngaarden A.— Phys.Rev.A, 1979, vol.20, No.4, p.1299.
288. Borie E., Rinker G.A.— Phys.Rev.A., 1978, vol.18, No.2, p.324.
289. Kabir P.K., Salpeter E.E.— Phys.Rev., 1957, vol.108, No.5, p.1256;
Araki H.,— Prog.Theor.Phys., 1957, vol.7, No.5, p.619.
290. Majumder P.K., Pipkin F.M.— Phys.Rev.Lett., 1989, vol.69, No , p.372.
291. Mohr P.J.— Phys.Rev.A., 1991, vol.44, No.7, p.4089.

292. Farley J.W., MacAdam K.B., Wing W.H.— Phys.Rev.A., 1979, vol.20, No.5, p.1754; ibid, 1982, vol.25, No.3, p.1790(E).
293. Hessels E.A., Deck F.J., Arcuni P.W. et al.— Phys.Rev.A., 1990, vol.41, No.7, p.3663; ibid, 1991, vol.44, p.7855(E); Phys.Rev.Lett., 1990, vol.65, No.22, p.2756; ibid, 1991, vol.66, No.19, p.2544(E).
294. Dracke G.W.F.— J.Phys.B, 1989, vol.22, No.33, p.L651; ibid, 1990, vol.23, No.11, p.1943(E); Phys.Rev.Lett., 1990, vol.65, No.22, p.2769.
295. Goldman S.P., Dracke G.W.F.— Phys.Rev.Lett., 1992, vol.68, No.11, p.1683.
296. Dracke G.W.F.— In: «Long Range Forces: Theory and Recent Experiments on Atomic Systems». Eds. Levin F.S., Micha D., Plenum, NY, 1992.
297. Carboni G. et al.— Nuovu Cim., 1976, vol.43A, No.4, p.493; Nucl.Phys., 1977, vol.A278, No.3, p.381.
298. Kinoshita T., Lindquist W.B.— Phys.Rev.D, 1983, vol.27, No.4, p.867.
299. Kinoshita T., Lindquist W.B.— Phys.Rev.D, 1983, vol.27, No.4, p.877.
300. Kinoshita T., Lidquist W.B.— Phys.Rev.D, 1983, vol.27, No.4, p.886.
301. Kinoshita T., Lindquist W.B.— Phys.Rev.D, 1989, vol.39, No.8, p.2407.
302. Kinoshita T., Lindquist W.B.— Phys.Rev.D, 1990, vol.42, No.2, p.636.
303. Kinoshita T., Linduist W.B.— Phys.Rev.Lett., 1981, vol.47, No.22, p.1573.
304. Cage M.E. et al.— IEEE Trans.Instr.Meas., 1989, vol.38, No.2, p.284.
305. Эминов П.А.— Ядерная физика, 1990, т.51, No.2, с.542.
306. Van Dyck R.S.Jr., Schwinberg P.B., Dehmelt H.G.— Phys.Rev.D, 1986, vol.34, No.3, p.772.
307. Schwinger J.— Phys.Rev., 1948, vol.73, No.4, p.416; ibid, vol.76, No.6, p.790.
308. Karplus R., Kroll N.M.— Phys.Rev., 1950, vol.77, No.4, p.536;
Sommerfeld C.M.— Phys.Rev., 1957, vol.107, No.1, p.328; Ann.Phys.(USA), 1958, vol.5, No.1, p.26;
Peterman A.— Helc.Phys.Acta, 1957, vol.30, No.5, p.407; Nucl.Phys., 1957, vol.3, No.5, p.689.
309. Adkins G.— Phys.Rev.D, 1989, vol.39, No.12, p.3798.
310. Терентьев М.В.ЖЭТФ, 1961, т.43, No.2(8), с.619.
311. Smrz P., Ulehla I.— Cz.J.Phys., 1960, vol.B10, No.12, p.966.
312. Barbieri R., Mignani J.A., Remiddi E.— Lett.Nuovo Cim., 1970, vol.III, No.18, p.588; Nuovo Vim., 1971, vol.6A, No.1, p.21; ibid, 1972, vol.11A, p.824; ibid, p.865.
313. Lautrup B.E., de Rafael E.— Phys.Rev., 1968, vol.174, No.5, p.1835.
314. Levine M.J., Park H.Y., Roskies R.Z.— Phys.Rev.D, 1982, vol.25, No.8, p.2205.
315. Engelman T., Levine M.J.— цит. в [314].
316. Kinoshita T., Lindquist W.B.— Cornell Report No.CLNS-374, 1977.
317. Cvitanovic P., Kinoshita T.— Phys.Rev.D, 1974, vol.10, No.12, p.4007.
318. Samuel M.A.— Phys.Rev.Lett., 1986, vol.57, No.25, p.3133; ibid, 1988, vol.61, No.25, p.2899.
319. Laporta S., Remiddi E.— Phys.Lett., 1991, vol.B265, No.1—2, p.182.
320. Aldins J., Brodsky S.J., Dufner A.J. et al.— Phys.Rev.D, 1970, vol.1, No.8, p.2378.
321. Kinoshita T.— Phys.Rev.Lett., 1988, vol.61, No.25, p.2898; Phys.Rev.D, 1989, vol.40, No.4, p.1323.
322. Suura H., Wichmann E.— Phys.Rev., 1957, vol.105, No.6, p.1930;
Peterman A.— ibid, p.1931;
Elend H.H.— Phys.Lett., 1966, vol.20, No.6, p.682; ibid, vol.21, No.6, p.720(E);
Erickson G.W., Liu H.H.T.— Report No. UCD-CNL-81, 1968.
323. Kinoshita T.Nuovo Cim., 1967, vol.B51, No.1, p.140.
324. Barbieri R., Remiddi E.— Nucl.Phys., 1975, vol.B90, No.2, p.233.
325. Kinoshita T., Nizic B., Okamoto Y.— Phys.Rev.Lett., 1984, vol.52, No.9, p.717.
326. Samuel M.A., Chlouber C.— Phys.Rev.Lett., 1976, vol.36, No8, p.442.

327. Kinoshita T., Nizic B., Okamoto Y.— Phys.Rev.D, 1990, vol.41, No.2, p.593.
328. Faustov R.N., Kataev A.L., Larin S.A. et al.— Phys.Lett., 1991, vol.254B, No.1—2, p.241.
329. Kinoshita T., Kawai H., Okamoto Y.— Phys.Lett., 1991, vol.254B, No.1—2, p.235.
330. Broadhurst D.J., Kataev A.L., Tarasov O.V.— CERN Preprint CERN-TH.6602/92, Geneva, 1992;
Broadhurst D.J.— Preprint Open Univ. OUT-4102-40, Milton Keynes (talk at QUARKS-92, Zvenigorod, May, 1992).
331. Broadhurst D.J.— Preprint Open Univ. OUT-4102-42, Milton Keynes: Open Univ. November, 1992.
332. Kawai H., Kinoshita T., Okamoto Y.— Phys.Lett., 1991, vol.260B, No.1—2, p.193.
333. Kinoshita T., Nizic B., Okamoto Y.— Phys.Rev.D, 1985, vol.31, No.8, p.2108.
334. Casas J.A., Lopez C., Yndurian F.J.— Phys.Rev.D, 1985, vol.32, No.3, p.736.
335. Курдадзе А.М. и др.— Ядерная физика, 1984, т.40, №2(8), с.451.
336. Martinovic L., Dubnicka S.— Phys.Rev.D., 1990, vol.42, No. , p.884;
Dubnickova A.Z., Dubnicka S., Strizenec P.— JINR Commun. E2-92-281, Dubna, 1992.
337. Jackiw R., Weinberg S.— Phys.Rev.D, 1972, vol.5, No.9, P.2396;
Bars I., Yoshimura M.— ibid, 1972, vol.6, No.1, p.374;
Fujikama K., Lee B,W., Sanda A.I.— ibid, No.10, p.2923;
Bardeen W.A., Gastmans R., Lautrup B.— Nucl.Phys., 1972, vol.B46, No.1, p.319.
338. Samuel K.B., Samuel M.A.— Canadian J.Phys., 1990, vol.68, p.1359.
339. Bailey J. et al.— Phys.Lett., 1977, vol.68B, No.2, p.191; Nucl.Phys., 1979, vol.B150, p.243;
Combley F., Farley F.J.M., Picasso E.— Phys.Repts., 1981, vol.68C, No.2, p.93;
Филд Дж., Пикассо Э., Комбли Ф.—УФН, 1979, т.127, 4, с.553.
340. Студеникин А.И. — ЭЧАЯ, 1990, т.21, №3, с.605.
341. Narison S.— J.Phys.G., 1978, vol.4, No.12, p.1849.
342. Samuel M.A., Li G., Mendel R. — Phys. Rev. Lett., 1991, vol.67, No.6, p.668.
343. Gan K., Perl M.— Int.J.Mod.Phys., 1988, vol.3A, No.3, p.531.
344. Williams E.R. et al.— IEEE Trans.Instr.Meas., 1989, vol.38, No.2, p.233;
Williams E.R., Olsen P.T.— Phys.Rev.Lett., 1979, vol.42, No.24, p.1575.
345. Brodsky S., Drell S.— Phys.Rev.D, 1980, vol.22, No.9, p.2236;
Peskin M.E.— In: «Lepton and Photon Int. at High Energies». Proc. of the 10th Int.Symp., Bonn, Germany, 1981. Ed. Pfeil W. (Phys.Inst., Bonn Univ., Bonn, 1981), p.880;
Lyons L.— Prog.Part.Nucl.Phys., 1983, vol.10, p.227;
Perl M.L.— In: Lepton and Photon Int. at High Energies. Proc. of the 14th Int.Symp. Standford, California, USA. SLAC-PUB-5132, 1989.
346. Kinoshita T.— Preprint CLNS 93/1219, Cornell, 1993.
347. Schmidt-Kaler F., Leibfried D., Weitz M., Hansch T.W.— Phys. Rev. Lett., 1993, vol.70, No.15, p.2261.
348. Fell R.N., Khriplovich I.B., Milstein A.I., Yelkhovsky A.S.— Phys. Lett., 1993, vol. A181, No.2, p.172.
349. Hagena D. et al.— Phys.Rev.Lett., 1993, vol.71, No.18, p.2887.
350. Kinoshita T.— Preprint CLNS 93/1186, Cornell, 1993; Phys.Rev.D, 1993, vol.47, No. 11, p.5013.
351. Fee M.S., Chu S., Mills A.P., et al.— Phys. Rev. A, 1993, vol. 48, No.1, p.192.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП.1

УДК 539.1.074:539.122

ДЕТЕКТОРЫ ЯДЕРНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ НА ОСНОВЕ НЕОРГАНИЧЕСКИХ СЦИНТИЛЛЯТОРОВ

Ю.К.Акимов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Рассмотрено современное состояние разработок и исследований в области спектрометрии ядерных излучений детекторами с неорганическими сцинтилляторами. Систематизированы результаты исследований характеристик и применений таких широко распространенных в экспериментальной технике сцинтиллирующих монокристаллов, как иодит цезия, германат висмута и фторид бария. Описаны достижения в разработке новых типов сцинтилляторов. Особое внимание уделено прецизионной калориметрии электромагнитных излучений высоких энергий, основанной на использовании неорганических сцинтилляторов.

The current situation in the field of nuclear radiation spectrometry by detectors with inorganic scintillators is considered. The results of performance investigation and of application of such widespread scintillating monocrystals for experiments as cesium iodide, bismuthorthogermanate and barium fluoride are systematized. The achievements in development of new types of scintillators are described. Particular attention is given to precise high-energy electromagnetic radiation calorimetry based on inorganic scintillators.

1. ВВЕДЕНИЕ

Ранний период развития сцинтилляционных детекторов на базе неорганических монокристаллов наиболее полно освещен в известной монографии Биркса [1]. Основной областью применения этих кристаллов была гамма-спектрометрия низких энергий. В физике высоких энергий преобладали более быстрые органические сцинтилляционные счетчики [2]. А в начале 60-х годов неорганические сцинтилляторы стали вытесняться и из спектрометрии низких энергий более прецизионными полупроводниковыми детекторами. Неорганические сцинтилляторы заявили о себе вновь в 70-е годы, когда сильно возросла потребность в спектрометрических детекторах больших размеров и многоканальных спектрометрических установках с 4π-геометрией. При этом на первых порах вне конкуренции оставались монокристаллы NaI(Tl) [3]. Однако в последующие годы все более широко стали применять монокристаллы CsI(Tl),

особенно в сочетании с твердотельными фотодетекторами. Использование таких монокристаллов, как германат висмута (BGO) и фторид бария (BaF_2), дало отличные результаты. В настоящее время продолжается совершенствование характеристик детекторов с вышеназванными кристаллами и их модификациями. Появились новые перспективные сцинтиллирующие материалы.

Область применения детекторов на основе неорганических сцинтилляторов весьма обширна как в научных, так и в прикладных исследованиях. Многообразие задач и конкретных условий в различных физических экспериментах определенным образом сказывается на конструкции применяемых в них детекторов. Для прикладных целей обычно могут быть использованы стандартные детекторы, выпускаемые промышленностью (см., например, [4]).

В предлагаемом обзоре предпринята попытка систематизации и обобщения публикаций по детекторам на основе неорганических сцинтилляторов и их применению в современном физическом эксперименте. Ниже приведены наиболее часто встречающиеся в тексте обозначения характеристик сцинтилляторов и соответствующие пояснения.

- η — конверсионная эффективность люминесценции или просто сцинтилляционная эффективность — это доля той энергии, которая реализуется в виде световой вспышки.
- Технический световой выход (или просто световой выход) связан с количеством фотоэлектронов, образующихся в фотоприемнике под воздействием сцинтилляционной вспышки. Часто световой выход выражают в процентах к световому выходу NaI(Tl).
- τ — время высвечивания сцинтиллятора, описываемого экспонентой $e^{-t/\tau}$.
- Λ_0 — оптическая длина затухания света. На этой длине интенсивность света снижается в e раз.
- $\lambda_{макс}$ — длина волны, соответствующая максимуму спектра эмиссии сцинтиллятора.
- d — плотность сцинтиллятора.
- E_c — критическая энергия электронов, при которой потери на тормозное излучение и ионизацию одинаковы.
- X_0 — радиационная длина, характеризующая эффективность поглощения данным веществом электромагнитных излучений: фотонов, электронов, позитронов.
- Средняя энергия электронного пучка при энергиях $E >> E_c$ после прохождения слоя вещества длиной X_0 уменьшается в e раз. При взаимо-

действии электромагнитного излучения с веществом происходит образование каскада («ливня») фотонов, электронов и позитронов, развивающегося до тех пор, пока энергия электронов и позитронов не достигнет E_c. Глубину ливня измеряют в единицах X_0.

- R_M — радиус Мольера, характеризующий размер ливня в поперечном направлении, $R_M = X_0 (Z + 1{,}2) / 37{,}34$ [5]. В цилиндре радиусом $3R_M$ содержится 99% энергии ливня.
- Λ_I — длина ядерного взаимодействия. Является шкалой для пространственного развития адронного ливня, возникающего в результате сильного взаимодействия частиц высоких энергий (больше 10 ГэВ) с веществом сцинтиллятора. Может быть определена как средний свободный путь для протонов между неупругими взаимодействиями [6]. Для пионов такой путь примерно в 1,5 раза больше.
- Отношение X_0 / Λ_I для электромагнитного детектора важно иметь минимальным, чтобы снизить адронный фон.
- При низких энергиях эффективность регистрации γ-квантов сцинтиллятором чаще характеризуют коэффициентом поглощения γ-квантов известной энергии слоем вещества определенной толщины, например 1 см.
- Энергетическое разрешение спектрометра при высоких энергиях характеризуют, как правило, среднеквадратичным отклонением σ, в то время как при низких — полной шириной на половине максимума (FWHM), а иногда и шириной на высоте одной десятой от максимума (FWTM).

2. ИОДИТ НАТРИЯ

Монокристаллический иодистый натрий, активированный таллием NaI(Tl), является классическим сцинтиллятором для детектирования γ-излучения. Открытый Р.Хофштадтером более сорока лет назад, он и по сей день находит широкое применение. Такой сцинтиллятор отличается высоким световыходом — на образование одного фотона в нем затрачивается около 25 эВ. При этом спектр люминесценции (см.рис.1), имеющий максимум при $\lambda \approx 415$ нм, хорошо согласуется со спектральной чувствительностью стандартных фотокатодов. Монокристалл имеет высокую прозрачность к свету собственного излучения ($\Lambda_0 = 2$ м) и сравнительно прост в изготовлении. Его сцинтилляционная эффективность $\eta = 0{,}13$, а время высвечивания $\tau = 230$ нс. Однако 0,5—5% эмиссии света приходится на ее длительные компоненты (больше 3—6 мс). Большим недостатком кристалла является его высокая гигроскопичность. Требует-

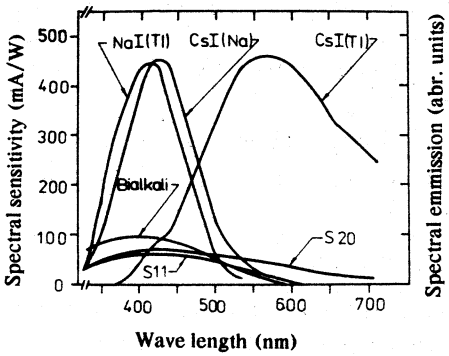


Рис.1. Спектры эмиссии NaI(Tl), CsI(Tl) и CsI(Na) и спектральная чувствительность некоторых типов фотоумножителей

ся надежная защита от влаги. Кристаллы герметично упаковывают в контейнеры. На боковую (обычно цилиндрическую) поверхность и один из торцов наносится шероховатый диффузный отражатель (чаще всего MgO). Последний существенно улучшает собирание света. Показатель преломления кристалла $n = 1{,}85$. На фоточувствительную поверхность свет попадает через стекло, имеющее меньший показатель преломления ($n_0 = 1{,}49$), чем кристалл. При сухом контакте между кристаллом и стеклом присутствует слой воздуха с показателем преломления, равным единице. Однако чаще всего создается оптический контакт с помощью иммерсионного слоя смазки, показатель преломления которой близок к n_0. Поскольку $n/n_0 > 1$, происходит частичное отражение света от стекла. Диффузный отражатель значительную долю этого света направляет обратно в сторону фотокатода. В кристаллах небольших размеров коэффициент собирания света может достигать 70%. При этом, если $E = 1$ МэВ, на фоточувствительную поверхность будет попадать $N = \omega\,\eta\,E/E_{ph} = 3 \cdot 10^4$ фотонов (средняя энергия фотона $E_{ph} = 3$ эВ).

Для небольшого кристалла энергетическое разрешение определяется в основном статистикой фотоэлектронов. Стандартным является измерение энергетического разрешения на линии γ-лучей 662 кэВ от радиоактивного источника ^{137}Cs. Полученное на кристалле диаметром $D = 25$ мм и высотой $H = D$ наилучшее разрешение составило 5,6% [7]. Обычно же разрешение составляет 6,5—7,5% для кристаллов размером до $D = H = 8$ см и 7,5—10% — при бóльших размерах.

Исследовалось, в частности, поведение разрешения при $D = 125$ мм и $H = 100$ мм в зависимости от энергии γ-излучения. С увеличением энергии до 2,5 МэВ разрешение улучшалось вместе с улучшением статистики фотоэлектронов, почти следуя расчетной зависимости (см. рис.2). Однако при бóльших энергиях происходило ухудшение разрешения. Причиной этого являются флуктуации утечек энергии, возникающих вследствие недостаточности размеров кристалла. Увеличение размеров до

$D = 24$ см и $H = 25$ см позволило улучшить энергетическое разрешение до 2,2% при $E = 22$ МэВ [8]. При этом для исключения событий с утечкой энергии кристалл был окружен счетчиком антисовпадений. Гигантский монокристалл с $D = 77$ см и $H = 51$ см, просматриваемый 12 фотоумножителями ($D = 8$ см), на пучке электронов с $E = 15$ ГэВ показал разрешение FWHM = 1,2% [3]. Такие размеры соответствовали $D = 18R_M$ и $H = 19{,}7X_0$. Отметим, что протяженность детектора, составляющая $\sim 20X_0$ и более, обычно является стандартным требованием при построении электромагнитного калориметра. Поперечный размер больше связан с геометрией эксперимента.

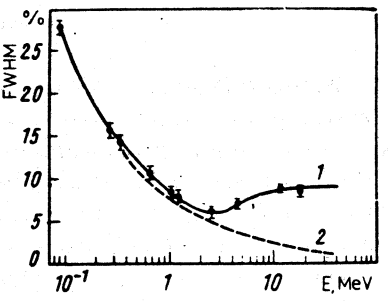


Рис.2. Энергетическое разрешение детектора с кристаллом NaI(Tl) диаметром 125 мм и высотой 100 мм в зависимости от энергии гамма-квантов

Для высокой эффективности регистрации γ-квантов при множественном их рождении возникает необходимость в многодетекторной установке. 4π-геометрия была получена на кристаллах NaI(Tl) в спиновом спектрометре [9] и детекторе «crystal-ball» [10].

В комнатных условиях световыход NaI(Tl) максимален, температурный коэффициент составляет 0,22—0,5%/°C и зависит от образца. Ниже 0°C и выше 60°C световыход существенно падает. Понижение температуры сопровождается ухудшением собственного разрешения монокристалла в результате возникновения неоднородности светового выхода. Отмечается [4], что в большей степени это проявляется с увеличением концентрации активатора, т.е. при низких температурах предпочтительна меньшая концентрация таллия. От температуры оказывается зависящим и время высвечивания сцинтиллятора. С ростом температуры оно уменьшается, сначала круто до 150 нс около 60°C, а затем более плавно до 100 нс [4].

Время высвечивания зависит и от плотности ионизации, что было использовано для разделения протонов, α-частиц и γ-квантов при энергиях менее 10 МэВ [11,12].

При комнатной температуре монокристалл NaI, не активированный таллием, имеет слишком низкий световыход. Однако его охлаждение до температуры жидкого азота приводит к сильному росту световыхода, который почти вдвое превышает световыход NaI(Tl) при 20°C [13]. Высвечивание происходит с постоянной времени 60 нс на волне $\lambda_{макс} = 303$ нм.

3. ИОДИТ ЦЕЗИЯ

Монокристаллы, активированные таллием и натрием. Необходимость герметичной упаковки кристаллов NaI(Tl) вносит соответствующее ограничение на одновременное их применение в качестве детекторов гамма-квантов, а также заряженных частиц низких энергий. В этом отношении предпочтителен CsI(Tl), который негигроскопичен. Однако при длительном использовании монокристалл должен быть изолирован в сухую окружающую среду, небольшие течи не приведут к его разрушению, как в случае NaI(Tl). Пластическая природа иодистого цезия обеспечивает легкость его механической обработки, в противоположность тенденции иодистого натрия раскалываться или трескаться при механических или тепловых стрессах. Использование иодита цезия позволяет изготавливать детекторы самых разнообразных форм и размеров.

Радиационная длина CsI(Tl) $X_0 = 1{,}85$ см, т.е. меньше, чем у NaI(Tl). Показатель преломления $n = 1{,}80$.

Спектр излучения CsI(Tl) имеет максимум при $\lambda = 550$ нм (рис.1) и не очень согласуется с характеристикой стандартного фотокатода S-11. С таким фотокатодом амплитуда сигнала от CsI(Tl) составляет обычно 45% от амплитуды сигнала, получаемого от NaI(Tl). Для CsI(Tl) более подходит фотокатод типа S-20. При большей чувствительности фотокатода в зеленой области и постоянной времени формирования сигнала порядка 5 мкс его амплитуда увеличивается до 85% [14]. Необходимость в такой длительности сигнала возникает из-за большого времени высвечивания кристалла (~1мкс), что является, конечно, недостатком данного сцинтиллятора. Сцинтилляционная эффективность CsI(Tl) даже несколько выше, чем у NaI(Tl). Согласно [15], при энергетических потерях 1 МэВ в NaI(Tl) образуется $40 \cdot 10^3$, а в CsI(Tl) — $45 \cdot 10^3$ фотонов.

Значительно лучше согласуется со спектральной характеристикой S-11 кристалл, активированный не таллием, а натрием (рис.1). При этом и время высвечивания уменьшается до 630 нс. Амплитуда импульса от CsI(Na) составляет 85% амплитуды импульса от NaI(Tl) [13]. Более того, согласно [16], по сцинтилляционной эффективности первый из них не уступает второму, но CsI(Na) гораздо менее гигроскопичен, чем NaI(Tl). Недостатком CsI(Na) и CsI(Tl), как и NaI(Tl), является довольно высокое послесвечение — до 5% через 3—6 мс, что значительно ограничивает скорость счета.

Технология изготовления иодитов цезия, особенно CsI(Tl), не отличается большой сложностью. CsI(Tl) относительно дешев, в том числе и при больших размерах, необходимых для конструирования электромагнитных калориметров [17].

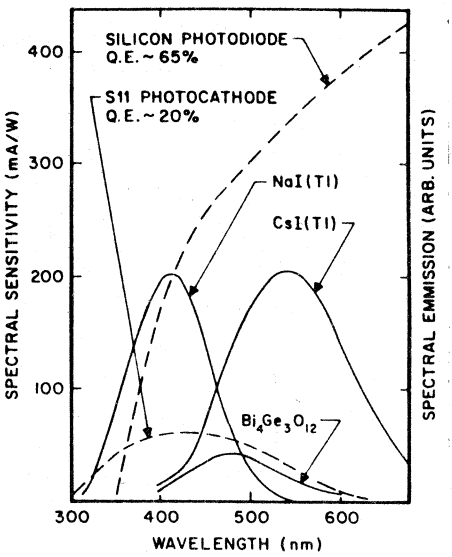


Рис.3. Эмиссионные спектры CsI(Tl), NaI(Tl) и BGO и спектральные чувствительности кремниевых PIN-фотодиодов и фотоумножителя с фотокатодом S-11 [19]

Для последнего времени характерно все более широкое использование в качестве фотоприемника кремниевых фотодиодов, обеспечивающих компактность и нечувствительность к магнитному полю сцинтилляционных детекторов [18]. Кристалл CsI(Tl), имеющий правую спектральную характеристику, отлично согласуется с таким фотоприемником (рис.3) [19]. В области пиковой эмиссии кристалла квантовый выход фотодиода составляет приблизительно 65%. Используя фотодиодный съем информации, получили $32 \cdot 10^3$ фотоэлектронов на МэВ [15]. Замена фотоумножителя на фотодиод значительно уменьшает температурную заивисимость детектора (рис.4) [15]. Выход фотоэлектронов приобретает плоский максимум при 30—40°C и коэффициент 0,3%/°C при 20°C. Измерения проводили на фотодиодах типа S-1790 фирмы Хамамацу. С использованием этих диодов и четырех кристаллов CsI(Tl) был построен тестовый калориметр, исследованный на пучке электронов 1÷20 ГэВ [20]. Отдельный кристалл имел длину 10 см и диаметр 10,5 см. Разница в измеренных на фотодиодах световыходах четырех кристаллов оказалась в пределах 10%. Два кристалла соединили вместе конец к концу оптической смазкой, чтобы образовать секцию. Восемь фотодиодов присоединили оптической смазкой к одному лицевому торцу и собрали параллельно. Кристаллы завернули в несколько слоев белой тефлоновой ленты, а затем в алюминиевую фольгу и черную бумагу. Две секции располагались вплотную друг к другу с фотодиодами на противоположных концах. Сигналы от фотодиодов усиливались двумя усилителями с формировкой 3 мкс. Для α-частиц с энергией 5,5 МэВ амплитуда сигнала составила 70% по сравнению с сигналом от частиц с минимальной ионизацией при том же энерговыделении. Плотность ионизации от этих частиц и α-частиц различалась больше чем в 150 раз. Это качество, т.е. высокое отношение α/β, должно обеспечивать необходимую линейность светового выхода при максимальных энергиях, когда в конце ливня обра-

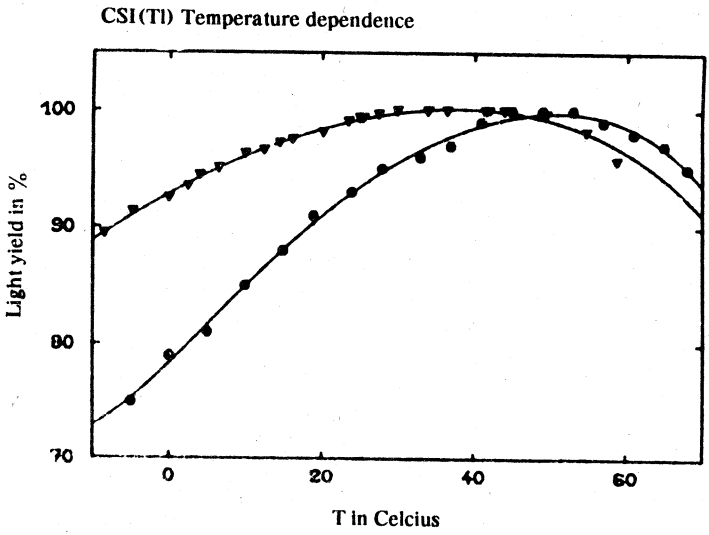


Рис.4. Температурная зависимость относительного светового выхода, измеренная фотодиодом (Хамамацу S = 1790, Δ) и фотоумножителем (S-11, •). Обе кривые нормированы к 100% [15]

зуется большое количество медленных частиц. Измерения показали линейность светового выхода во всем вышеуказанном диапазоне.

Разрешение такого калориметра, имеющего длину $22X_o$, составило в конце энергетического диапазона $\sigma = 1{,}6\%$. В эту величину входит также разброс пучка, равный 1%. Было получено хорошее разделение электронов (e) и адронов (h). Отношение e/h в области $\pm 2\sigma$ около электронного пика составило $1{,}14 \cdot 10^3$ при 4 ГэВ и $3{,}8 \cdot 10^3$ при 10 ГэВ.

Кристаллы протяженностью 30 см и сечением 5×5 см с четырьмя фотодиодами на каждом использовались в количестве 8000 шт. для построения калориметра CLEO-2, действующего на Корнеллском накопительном кольце электронов [19]. В этой же работе приводятся результаты испытаний тестового калориметра из 9 таких модулей, центральный из которых облучали пучком позитронов. Проведен амплитудный анализ суммарного сигнала. Шумы фотодиодов и предусилителей составили FWHM = 3 МэВ и их влияние было существенно только при $E < 100$ МэВ. В области 0,1+2 ГэВ основной вклад в разрешение дали поперечные утечки, а выше — утечки из заднего торца. Вклад шумов, поперечных и

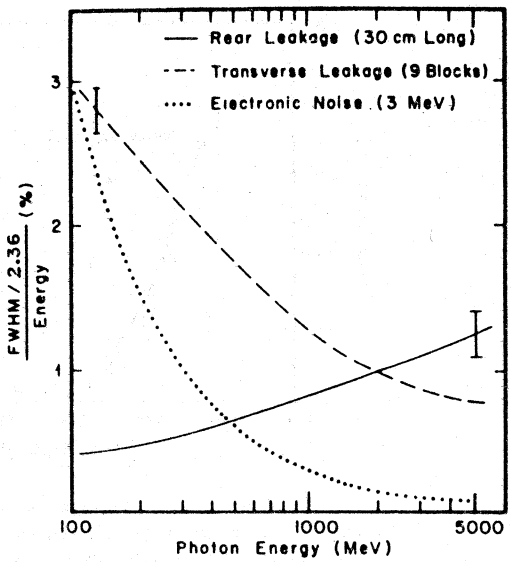


Рис.5. Вклад в энергетическое разрешение в блоках из CsI(Tl), обусловленный тремя доминирующими источниками: задней утечкой из кристаллов длиной 30 см, поперечной утечкой из девяти квадратных кристаллов со стороной 5 см и шумом электроники, предположительно равным 3 МэВ [19]

продольных утечек при $E = 0{,}1{\div}5$ ГэВ иллюстрирует рис.5. Видно, что в конце диапазона разрешение составляет $\sigma/E = 1{,}5\%$.

В другом электромагнитном калориметре, предназначенном для исследований на низкоэнергетическом антипротонном кольце (LEAR) ЦЕРН, число фотодиодов сильно сокращено благодаря использованию спектросмещающих световодов [21]. Световодом является плексигласовая пластина толщиной 3 мм, граничащая (но без оптического контакта) со светособирающей гранью кристалла CsI(Tl) (аналогично тому, как это изображено на рис.18 для другого типа сцинтиллятора). В плексиглас введено вещество, активно поглощающее свет, приходящий из сцинтиллятора, и переизлучающее его в более длинноволновую область (см. рис.6). Переизлученный свет распределен изотропно. Существенная часть его за счет полного внутреннего отражения на стенках пластины попадает на фотодиод, приклеенный к узкому торцу пластины. Таким способом осуществляется концентрация света на фоточувствительную поверхность, во много раз меньшую площади светособирающей грани. Использованы кристаллы в форме усеченных пирамид длиной 30 см. Калориметр составлен из 1380 таких модулей, образующих «бочку», охватывающую телесный угол, близкий к 4π.

В сочетании с фотодиодами кристаллы CsI(Tl) нашли применение также и в астрофизике. На них построен калориметр, измеряющий энергию и направление высокоэнергетических (0,1+100 ГэВ) космических γ-лучей [22].

Установлено, что иодит цезия отличается чрезвычайно низким уровнем собственной радиоактивности. Кроме того, компактность детектора с фотодиодом позволяет легко организовать защиту от фона окружающей

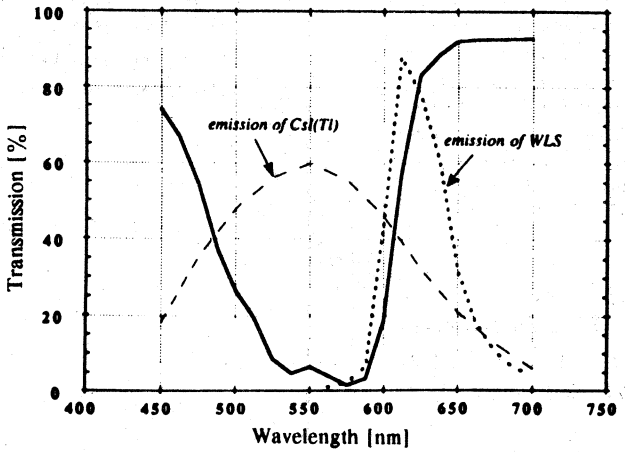


Рис.6. Оптическое согласование сцинтиллятора CsI(Tl) со сместителем длин волн. Штриховая линия — спектральная эмиссия CsI(Tl) (схематично). Сплошная — измеренная передающая способность сместителя длин волн. Пунктирная — измеренная спектральная эмиссия сместителя длин волн [21]

среды. Эти качества были использованы при создании установки для поиска 2β-распада от ^{100}Mo [23]. Молибденовую пленку расположили между кристаллами диаметром 7,5 см и толщиной 5 см, к каждому из которых подсоединили по 5 фотодиодов типа S3204-03. Этот фотодиод изготовлен из высокоомного кремния, что позволило увеличить толщину его $p-n$-перехода, а в результате снизить емкость до 43 пкФ/см, вместо 100 пкФ/см в ранее упоминавшихся типах. Площадь нового фотодиода 1,8×1,8 см, ток утечки 6 нА. Емкость фотодиода и ток утечки определяют шум, который в данном детекторе оказался равным 150 кэВ (FWHM). Такое разрешение вполне приемлемо для постановки эксперимента. В случае 2β-распада образовалось бы два электрона с суммарной энергией 3 МэВ. В результате прохождения через слой молибдена произойдет размытие такой линии на ширину, близкую к 150 кэВ. Важно, что кристалл, который негигроскопичен, практически не имеет мертвого слоя для электронов. Другим свойством детектора, очень важным при длительных измерениях, является слабая зависимость амплитуды сигнала от температуры и стабильность показаний во времени.

Особенности сцинтилляционной вспышки CsI(Tl) и их использование. Эмиссия света CsI(Tl) имеет конечную скорость нарастания, которая зависит как от концентрации таллия, так и от плотности ионизации.

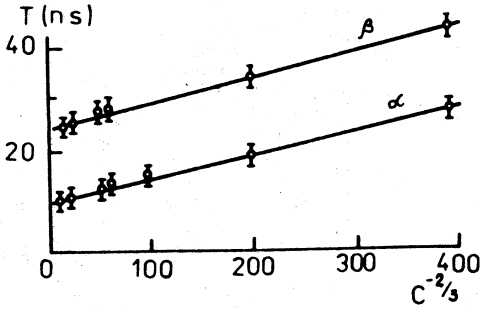


Рис.7. Время нарастания сцинтилляционной вспышки CsI(Tl) в зависимости от концентрации Tl для β- и α-частиц [24]

Это иллюстрирует рис.7, на котором приведены данные для β- и α-частиц при различной весовой концентрации C [24].

Плотность ионизации влияет также и на время высвечивания CsI(Tl). Сцинтилляционный импульс может быть фитирован двумя экспоненциальными функциями, одна из которых описывается относительно короткой постоянной времени: $\tau_f = 0{,}4$—$0{,}7$ мкс, а другая — длинной: $\tau_s = 7$ мкс [25—28]. В [29,30] приводится значение $\tau_s = 4$ мкс. Эта компонента не зависит от типа частиц, в то время как быстрая часть импульса оказывается от него зависящей.

В [29] для α-частиц с энергией 95 МэВ импульс хорошо фитировался с $\tau_f = 0{,}8$ мкс. Для α-частиц с энергией 5 МэВ были введены две компоненты с $\tau_1 = 0{,}7$ мкс и $\tau_2 = 0{,}24$ мкс [15]. Отношение их интенсивностей составило $I_2/I_1 = 0{,}77$. Импульсы для α-частиц, имеющих большую плотность ионизации, оказываются значительно короче, чем для слабоионизирующих γ-лучей, для которых время высвечивания составило 0,9 мкс.

Итак, как время нарастания импульса, так и его длительность и амплитуда в детекторе с CsI(Tl) зависят от типа регистрируемых частиц. Это позволяет разделять их, используя технику дискриминации по форме импульса [31—33,27]. Такая возможность, в частности, предусмотрена в многомодульном спектрометре 4π-геометрии γ-квантов и заряженных частиц ПЭГАС [34].

Достаточно хорошее разделение p, d, t и α по длительности импульса наблюдали для $E = 40$+70 МэВ при скорости счета $N = 10^3\ c^{-1}$ [27]. Однако при $N = 1{,}4 \cdot 10^4 c^{-1}$ разделение не было уже удовлетворительным. Для этих частиц, а также α и He^3 при такой загрузке разделение осуществлялось с помощью (ΔE—E)-техники. При этом ΔE измерялось кремниевым детектором толщиной 400 мкм, а основная часть энергии частицы — кристаллом CsI(Tl) с фотодиодом.

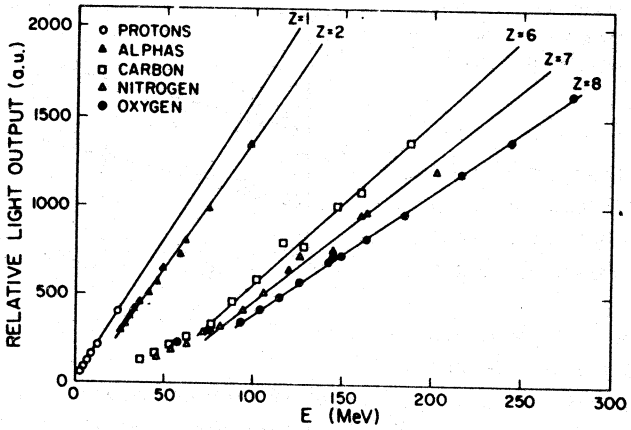


Рис.8. Световой выход CsI(Tl) в зависимости от энергии для ионов C, N, O, сопоставленный с характеристикой кристалла для протонов и α-частиц [35]

Надо отметить, что наилучшее энергетическое разрешение достигается в (ΔE—E)-системе, составленной полностью из полупроводниковых детекторов. Однако недостаточная толщина таких детекторов накладывает соответствующее ограничение на энергию частиц. Можно использовать стопки из этих детекторов, но для больших (4π) мультидетекторных систем это дорого. Кроме того, толстые полупроводники чувствительны к радиационным повреждениям.

По этим причинам там, где энергетическое разрешение не является самым главным фактором, в качестве детекторов остаточной энергии успешно применяют CsI(Tl). Это в первую очередь относится к экспериментам с тяжелыми ионами при промежуточных энергиях (10÷100 МэВ/н). Важно, что CsI(Tl) негигроскопичен, поэтому между ним и ΔE-детектором «мертвый» слой может быть малым.

С заряженными частицами на CsI(Tl) получают достаточно высокое разрешение. Так, в работе [27] приводится FWHM=1% для протонов с энергией 54,7 МэВ. Зависимость световыхода от энергии протонов получается практически линейной, что демонстрирует рис.8 [35]; наряду с данными для других легких частиц до $Z = 8$. В [36] приведен световыход для частиц до $Z = 40$. Сочетание тонкого кремниевого ΔE-детектора и толстого (E—ΔE)-детектора из CsI(Tl) позволяло надежно разделять частицы по заряду и массе [27,30,35—37].

Отметим, что в последней из цитированных работ в дополнение к ожидаемой зависимости светового выхода от Z и E наблюдали значитель-

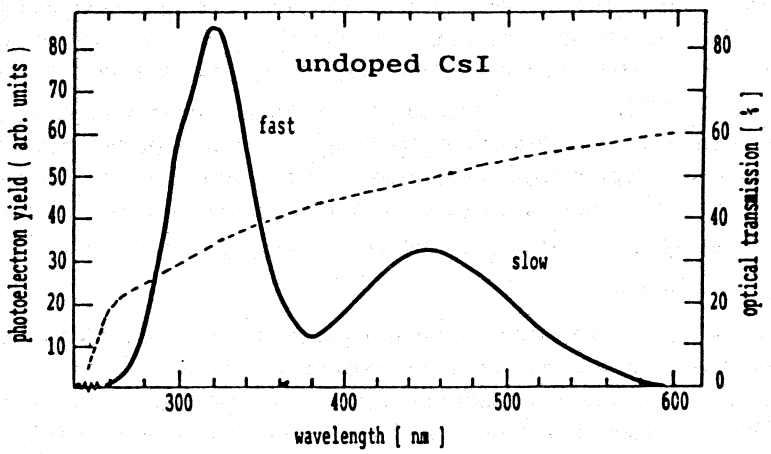


Рис.9. Спектр эмиссии неактивированного кристалла CsI длиной 25 см при облучении рентгеновскими лучами 30 кэВ и оптическая трансмиссия кристалла [39]

ную зависимость от массового числа A. Приведена простая параметризация, позволяющая определять световой выход L при разных Z, E и A и использовании известной формулы Биркса [1]:

$$dL/dX = (dE/dx)/(1 + [kB\,(dE/dX)]),$$

где kB — константа Биркса.

Для энергий выше нескольких МэВ действительна аппроксимация $dE/dx = cAZ^2/E$. Интегрирование и использование экспериментальных данных приводит к следующей формуле для светового выхода:

$$L = a_0 + a_1\{E - a_2 AZ^2 \ln[(E + a_2 AZ^2)/a_2 AZ^2]\},$$

где $a_0 = 28{,}0$, со стандартной ошибкой, соответствующей 0,7 МэВ, $a_1 = 8{,}145 \pm 0{,}036$ и $a_2 = 0{,}321 \pm 0{,}003$.

Быстрые монокристаллы. Введение таллия в кристалл иодита цезия повышает на порядок его световой выход, но вместе с тем делает его медленным. Чистый CsI высвечивается за несколько наносекунд в ультрафиолетовой области при $\lambda_{макс} = 310$—320 нм [24—46,38—40]. Наблюдали также медленные компоненты длительностью 0,1 мкс и 1 мкс со спектром люминесценции при $\lambda = 360$—600 нм (рис.9) [39]. Полагают, что эти компоненты обусловлены нарушением кристаллической решетки и в кристаллах высокого качества могут практически отсутствовать. Зависи-

мость характеристик кристалла от технологии его изготовления обсуждается в [40]. Выращенные стандартным способом кристаллы имеют компоненты с $\tau = 3$ мкс интенсивностью 26% от η_0 для электронов, где η_0 отнесено к NaI(Tl). Эта компонента практически не наблюдается в кристаллах, изготовленных по методу зонной плавки, и полностью отсутствует, когда используется техника холодного прессования. В первом из этих случаев получили люминесценцию интенсивностью (относительно η_0) 1,2% с $\tau_1 = 1{,}8$ нс и 3,8% с $\tau_2 = 12{,}9$ нс, а во втором — 1,6% с $\tau_1 = 1{,}0$ нс и 2,4% с $\tau_2 = 9{,}6$ нс.

Чистый CsI слегка гигроскопичен. Кристаллы могут быть изготовлены по величине такими же, как и легированные таллием.

Интересным является кристалл типа CsI—CsBr, имеющий световыход $0{,}18\eta_0$ и время высвечивания 11 нс в области 280÷340 нм [41]. Результаты получены на кристалле размером ∅ 2,5×2,2 см.

4. ГЕРМАНАТ ВИСМУТА

Основные характеристики. Химическая формула этого сцинтиллятора [42,43], именуемого обычно BGO, есть $Bi_4Ge_3O_{12}$. В монокристалле центрами свечения являются ионы висмута и они не нуждаются в активаторах. Главное достоинство BGO — его малая радиационная длина $X_0 = 1{,}13$ см. При том же самом объеме кристалл BGO позволяет получить гораздо большую эффективность регистрации γ-лучей, чем рассмотренные выше кристаллы.

Спектр люминесценции кристалла приведен на рис.3. Он несколько правее ($\lambda_{макс} = 480$ нм), чем спектр чувствительности фотокатода S-11. Коэффициент преломления кристалла $n = 2{,}13$ существенно выше, чем у стекла фотоумножителя. Оба эти фактора приводят к снижению количества фотоэлектронов.

Технической трудностью является также образование воздушных пузырьков внутри объема кристалла при его изготовлении. На пузырьках происходит рассеяние и, соответственно, потери света. По сравнению с NaI(Tl) количество фотоэлектронов от BGO может составлять от 8% до 16% в зависимости от качества кристалла и его размеров. Приведено даже значение 20% [44].

Время высвечивания BGO при комнатной температуре составляет 300 нс, т.е. ненамного хуже, чем у NaI(Tl). Однако в отличие от последнего послесвечение в миллисекундной области у BGO очень мало —

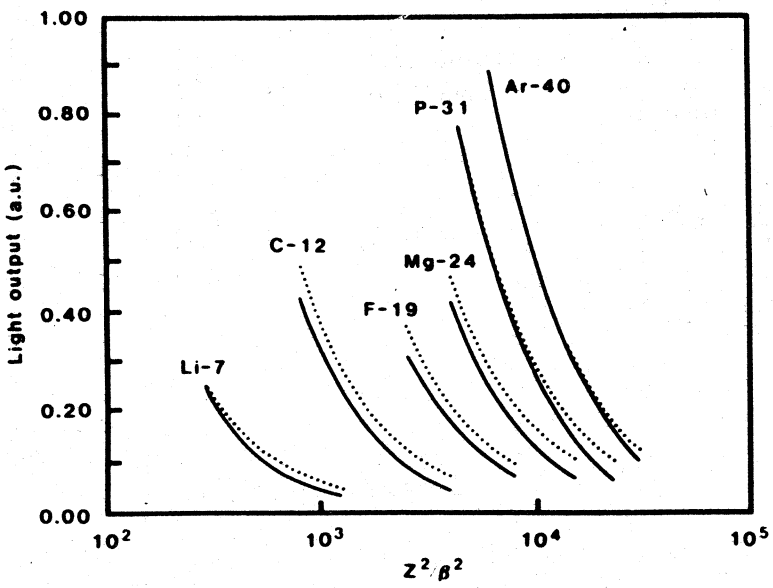


Рис.10. Нормированный относительный световой выход BGO и CsI(Tl) для некоторых ионов. Непрерывные линии представляют световой выход для BGO, штриховые — для CsI(Tl) [36]

0,005%. Поэтому в целом BGO более быстродействующий, чем NaI(Tl). Длительность световспышки BGO сильно зависит от температуры. При 0°C она составляет 400 нс, а при 40°C τ = 200 нс. Сильна зависимость от температуры и для световыхода. Температурный коэффициент составляет 1,55% /°C для комнатных условий [45].

Значительно меньший результирующий световой выход BGO по сравнению с NaI(Tl) сопровождается соответственно ухудшением энергетического разрешения. К числу лучших результатов относится разрешение 9,3% по γ-излучению ^{137}Cs на кристалле (фирмы Harshaw) ∅ 25×25 мм, полученном из дважды перекристаллизованного сырья [46]. Из-за недостаточной прозрачности кристаллов BGO к собственному излучению наблюдается существенная зависимость разрешения от их размеров. Так, если при размере ∅ 25×25 мм разрешение было 10,5%, то в кристалле ∅ 25×100 мм, изготовленном из того же сырья, разрешение составило 13,3% [47].

Достоинствами BGO являются его хорошие механические свойства при обработке и негигроскопичность. Благодаря высокой эффективности регистрации γ-квантов BGO позволяет создавать компактные устройства,

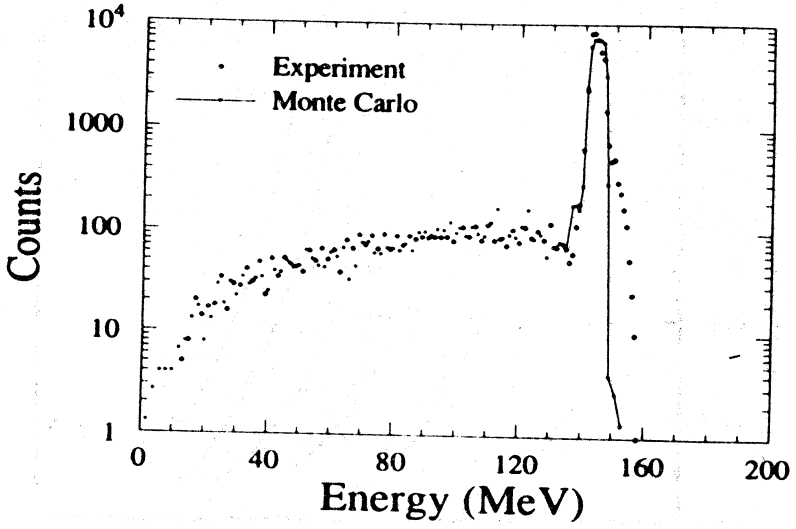


Рис.11. Экспериментальный и Монте-Карло спектры для протонов с энергией 144,5 МэВ [49]

широко применяемые в томографии и в качестве активной защиты от фона.

Как и CsI(Tl), BGO в сочетании с тонким кремниевым детектором позволяет в широком диапазоне энергий разделять частицы по заряду и массе [36]. При этом зависимости световыхода от типа частиц и их скорости β для обоих кристаллов близки друг к другу (рис.10).

Большая плотность BGO позволяет создавать компактные спектрометрические детекторы для поглощения как электромагнитных излучений, так и заряженных частиц (см., например, BGO-ball в работе [48]). В частности, на длине 24 см поглощаются протоны с энергией до 450 МэВ. Из кристаллов такой длины, имеющих трапецеидальную форму, составлен 4π-калориметр, предназначенный для изучения фотоядерных реакций при энергиях фотонов до 2 ГэВ [49].

Однако спектр от протонов и других заряженных частиц не получается таким узким, как от электромагнитных излучений. Из-за ядерных взаимодействий происходит его удлинение в сторону меньших потерь. Характерный спектр приведен на рис.11. Вклад низкоэнергетического «хвоста» растет с увеличением энергии протонов, что иллюстрирует табл.1.

Таблица 1. Отношение низкоэнергетического «хвоста» к основной части спектра протонов около пика при разных энергиях

E, МэВ	30	50	70	90	100	110	130	150	160	170
Доля, %	1	3	5	8	10	12	16	20	22	27

Спектрометрия жестких электромагнитных излучений. При энергиях $E \gtrsim 20$ МэВ статистика фотоэлектронов становится уже не определяющей для разрешения. Важно, что объем кристалла BGO может быть выбран на порядок меньше, чем для кристалла NaI(Tl), что, соответственно, снижает чувствительность к окружающему фону γ-квантов и нейтронов. Это обеспечивает преимущество первого кристалла перед вторым в спектрометрии γ-квантов относительно высоких энергий при наличии большого уровня фона низкоэнергетических γ-квантов и нейтронов. Были проведены сравнительные измерения на кристаллах обоих типов размером ∅ 38×38 мм [50]. При энергиях 666, 1332 и 2754 кэВ счет от BGO выше, соответственно, в 3,3, 4,5 и 5,6 раза. Эффективность NaI(Tl) с увеличением энергии падала резче, чем эффективность BGO. Даже при одном и том же объеме BGO менее чувствителен к нейтронам, чем NaI(Tl) [51]. По отношению к чувствительности NaI(Tl) к нейтронам с энергиями $E \geq 5{,}0$, 3,5 и 0,5 МэВ чувствительность BGO составила 1,2, 1,0 и 0,2 [42,52]. Для $E_n < 0{,}5$ МэВ предсказывается чувствительность менее 0,1.

В отдельных экспериментах меньшая чувствительность к низкоэнергетическому фону γ-квантов и нейтронов детектора может быть важнее, чем более высокое его энергетическое разрешение. Именно по этой причине, например, в работе [53], предпочтение было отдано не NaI(Tl), а BGO. На кристаллах ∅ 2,54×2,54 см и ∅ 7,62×7,62 см разрешение FWHM при 6,14 МэВ составило 4,5% и 5,6% соответственно.

BGO-спектрометр для фотонов 10÷100 МэВ с низкой чувствительностью к комнатному (γ и n)-фону описан в работе [54].

Для $E = 10 \div 300$ МэВ на ускорителе TRIUMF создан спектрометр на основе кристаллов BGO протяженностью 21 см в форме прямоугольных брусков с поперечником 4 см и усеченных пирамид, имеющих торцы 2×2 см и 3×3 см [55]. К последнему подсоединен фотоумножитель (XP-2230). Оба торца и две противоположные грани отполированы, а на две другие, неотполированные, нанесен отражатель. Не лучшие результаты получались с таким популярным отражателем, как MgO. Наиболее оптимальной оказалась следующая трехслойная комбинация: желтая лента, белая бумага и черная лента. При этом неоднородность модуля по

его длине, за исключением 2 см около торца, составила 1%, а разрешение от γ-лучей с энергией 662 кэВ $\Delta E/E = 15\%$.

Негативным фактором для собирания света на фотокатод является то, что коэффициент преломления кристалла BGO значительно больше, чем у стекла. Однако при конусообразной форме кристалла достигается такое уменьшение его продольной неоднородности, что вклад последней (σ_{dis}) в полное энергетическое разрешение (σ_{tot}) становится небольшим. Так было получено $\sigma_{dis} = 0{,}2\%$ при $\sigma_{tot} = 0{,}94\%$ для $E = 1$ ГэВ в 4π-спектрометре, предназначенном для исследований во Фраскати фотоядерных реакций до ~2 ГэВ [56]. Близкая к 4π геометрия спектрометра образуется 480 секторами 8 различных пирамидальных форм.

Калориметр на 12 кристаллах размером 3×3×20 см с фотодиодным съемом информации испытан на пучке электронов и пионов с энергией до 10 ГэВ [57]. Энергетическое разрешение при $E > 1$ ГэВ составило $\sigma/E = 1\%$; оно определялось в основном флуктуациями утечек ливня, а также шумами фотодиода. Электрон-адронное разделение внутри энергетического окна $\pm 2\sigma$ около пика электронов было лучше чем 1:500 во всем энергетическом диапазоне 0,5÷10 ГэВ. Оно могло быть улучшено еще в два раза после простого обрезания данных.

Большая плотность и очень короткая радиационная длина BGO, а также практическое отсутствие мертвых слоев между кристаллами позволили создать очень компактный электромагнитный спектрометр для исследований на Корнеллском электронном накопительном кольце [58]. Калориметр вставлен внутрь созданного ранее набора из кристаллов NaI(Tl), который стал выполнять функцию детектора утечек. Энергетическое разрешение составило 1% при 5 ГэВ и 2% при 100 МэВ.

BGO-спектрометр, окруженный счетчиками на основе NaI(Tl), описан также в работе [59]. Спектрометр предназначен для измерения энергии фотонов в области 200÷1500 МэВ на ускорителе во Фраскати при скорости счета до 10^4 в секунду. Кристаллы NaI(Tl), включенные на антисовпадения, образуют защиту от фона.

Крупномасштабным является электромагнитный калориметр установки L3 на ускорителе LEP в ЦЕРН, составленный из 11488 кристаллов BGO [60,45]. Отдельный кристалл имеет длину 24 см (21,4 X_0) и форму усеченной пирамиды с торцами 2×2 см и 3×3 см. Кристалл покрыт краской типа NE560. Светосбор осуществляется двумя кремниевыми диодами. Кристаллы расположены вдоль радиусов, исходящих из места взаимодействия встречных пучков. Они образуют «бочку», охватывающую близкий к 4π телесный угол. Энергетическое разрешение для электронов при $E = 100$ МэВ составило $\sigma = 5\%$ и лучше чем 1% при $E > 2$ ГэВ.

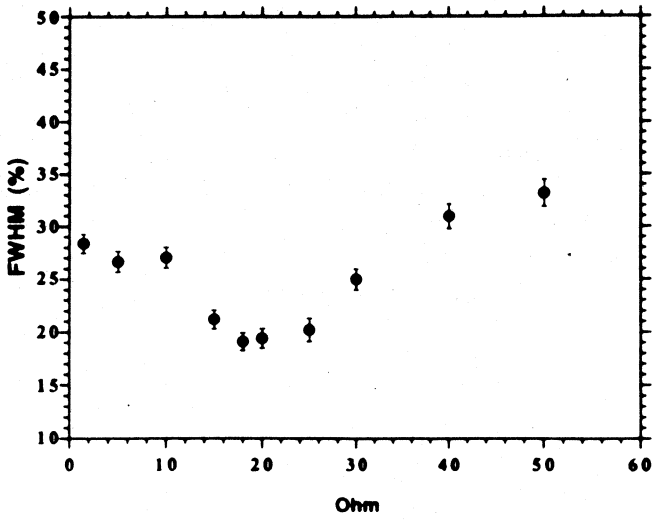


Рис.12. Энергетическое разрешение детектора с кристаллом BGO для γ-лучей от ^{137}Cs в зависимости от значения триммера, установленного на конце коаксиального кабеля; анодный импульс обрезан при 100 нс [62]

Спектрометрия с таким большим количеством каналов требует беспрерывной их калибровки. Для этой цели разработан небольшой радиочастотный квадрупольный ускоритель, испускающий γ-кванты с энергией 1,85 МэВ [61].

Кристалл BGO, как и NaI(Tl), имеет довольно большое время высвечивания, что приводит к соответствующему ограничению в экспериментах с высокой скоростью счета. Возникающая при этом проблема наложений может быть в существенной мере преодолена путем укорочения импульса с фотоумножителя. Показано [62], что импульсы с BGO-детектора могут быть обрублены очень чисто с помощью техники отражения сигналов, причем без значительного ухудшения энергетического разрешения. Исследования проводили с кристаллом длиной 24 см, имеющем форму усеченной пирамиды. Фотоумножитель (R-329, Хамамацу) оптически соединен с торцом 6,5×5,5 см. Противоположный торец имел размер 1,2×1,9 см. Формирование сигнала производилось путем подключения к аноду фотоумножителя отрезка 50-омного кабеля. Со стороны анода был всегда подключен согласующий резистор 50 Ом, а на противоположном конце — переменное сопротивление (триммер). Энергетическое разрешение от ^{137}Cs без укорочения импульса составляло 15,7%.

Укорочение импульсов фотоумножителей при $\Delta t = 100$ нс привело к уменьшению амплитуды на 15—20% и разрешению 19,3% при триммере 15—30 Ом. Это оказалось оптимальным выбором (рис.12). С уменьшением Δt разрешение ухудшалось, а с увеличением Δt почти не изменялось. Объяснение такого поведения связывают с влиянием шумов электроники. С увеличением амплитуды сигнала это влияние должно уменьшаться. Действительно, при $E_\gamma = 15{,}1$ МэВ было получено разрешение 8% как с укорочением импульса до 200 нс, так и без него. Эти измерения проведены на BGO-спектрометре, описанном в [54]. Интересно отметить, что такие же измерения с эквивалентным NaI(Tl) кристаллом приводили при укорочении импульса к ухудшению разрешения на 3—6%. Лучшую характеристику BGO авторы связывают с чистым экспоненциальным спадом его светового импульса.

5. ФТОРИД БАРИЯ

Основные характеристики. Во многих физических экспериментах требуется измерять одновременно как энергию γ-квантов (или электронов), так и момент их попадания в детектор. Для прецизионных временных измерений применяют обычно пластические сцинтилляторы, отличающиеся коротким временем высвечивания. Однако их радиационная длина (~42 см) велика, а использование свинца в детекторе, составленном из слоев этого элемента и сцинтиллятора в качестве конвертера, не позволяет получить хорошее энергетическое разрешение. Обнаружение в кристалле BaF_2, имеющем $X_0 = 2{,}05$ см, быстрой компоненты (0,6 и 0,76 нс) вывело сцинтилляционную γ-спектрометрию на новый уровень развития [64]. Спектр люминесценции BaF_2 [65] приведен на рис.15 [66]. Основная доля света приходится на компоненту с $\lambda_{макс} = 320$ нм, имеющую $\tau = 620$ нс. Быстрая люминесценция происходит в области длин волн ~200 нм. Для регистрации ультрафиолетового света требуется фотоумножитель с кварцевым стеклом. Коэффициенты преломления BaF_2 и стекла достаточно близки друг к другу. Согласно [63] при 320 нм BaF_2 имеет $n = 1{,}495$; для $\lambda = 200$ нм $n = 1{,}63$, а для кварца $n = 1{,}53$ [67].

Приводимые в [14,68,69,127] данные по световому выходу кристалла весьма разноречивы. Это 8÷20% от светового выхода NaI(Tl). Кроме качества кристалла, на результатах измерений могут сказываться также технические трудности, возникающие при оценке световыхода для разных спектральных диапазонов люминесценции. Световыход BaF_2

относительно NaI(Tl) можно принять равным 5% для быстрой компоненты и 16% для медленной. Кристалл обладает слабой гигроскопичностью. Свежая обработка его поверхности приводила к увеличению световыхода на 30% [70]. Для стабилизации световыхода требуется герметизация кристалла. В пионерской работе [64] стенки кристалла были отполированы и покрыты, кроме светособирающей грани, белой пудрой Al_2O_3. Для покрытия используют также MgO, но наиболее популярной становится намотка тефлоновой ленты в несколько слоев (до ~0,3 мм) [71]. В ультрафиолетовой области тефлон обеспечивает коэффициент отражения $r = 0{,}95$ [67].

Оптический контакт между кристаллом и фотокатодом должен создаваться маслом или смазкой с подходящим коэффициентом преломления и пропускания. В табл.2 [72] приведены результаты исследований ряда оптических сред.

Таблица 2. Результаты измерений количества фотоэлектронов с различными маслами и смазками для BaF_2

Масло/смазка	Быстрая компонента, фотоэлектрон/МэВ	Полный свет, фотоэлектрон/МэВ	Быстрая компонента/полный свет, %
ДС 200	260	1580	16,5
Rhodorsil SI 300	235	1470	16,0
Rhodorsil 47 V	260	1575	16,5
Viscasil	260	1580	16,5
RTV 615 A+B	210	1495	14,0
V 788	123	1210	10,2
V 789	123	1200	10,3

Как указывается в [73], в тонком слое силиконовой смазки типа Rhodorsil R-47, 100000с *SI* поглощение света при $\lambda = 220$ нм не превышает 1%. По данным [71] и [74] для оптического соединения можно успешно использовать безводный глицерин.

Основным достоинством BaF_2 является то, что с этим относительно тяжелым кристаллом может быть получено такое же временное разрешение, как и с пластическим сцинтиллятором. Так, на небольшом кристалле размером ∅ 2×1 см от γ-лучей радиоактивного источника ^{60}Co получено разрешение FWHM = 80 пкс [64]. При этом для отбора совпадений использовали второй счетчик с пластическим сцинтиллятором NE-111.

Таблица 3. Характеристики 4π-спектрометров

Название		Спиновый спектрометр [9]	Crystal-ball [10]	4π-спектрометр, Карлсруэ [77]
Материал		NaI(Tl)	NaI(Tl)	BaF_2
Энергетическое разрешение, %	662 кэВ	8,5	7,8	9,6
	1,3 МэВ	6,3	5,5	7,1
	4,4 МэВ		4,4	4,0
	6,1 МэВ		4,0	3,6
Временное разрешение, нс	FWHM	2,2	2,8	0,4
	FWTM	4,7	5,7	0,8

Разрешение, обусловленное флуктуациями в обоих счетчиках, составило 112 пкс. Эта величина в $\sqrt{2}$ раза превышает вышеуказанную для BaF_2, т.е. вклад в разрешение от первого и второго счетчика оказался одинаковым.

На кристалле ∅ 9×9 см и пластическом сцинтилляторе временное разрешение 375 пкс (FWHM) было получено от источника ^{60}Co при пороге 300 кэВ [75].

На двух больших кристаллах размером ∅ 10×12 см и ∅ 13,6×7,5 см разрешение от источника ^{60}Co при пороге 300 кэВ составило 590 пкс [73]. Основная причина ухудшения разрешения с увеличением размера кристаллов обусловлена разбросом во времени прохождения света от места его возникновения до фотокатода. Дополнительное ухудшение может возникнуть из-за потери света в объеме и на стенках кристалла, которое с уменьшением длины волны увеличивается. На расстоянии 12 см от места сцинтилляции до нижней грани кристалла поглощение света составило 9% для λ = 250—290 нм и 12% для λ = 220 нм.

Энергетическое разрешение при E_γ = 662 кэВ небольших (до 4 см) кристаллов, соединенных с XP-2020, составляет 7—8% [71], а кристаллов больших размеров — 10—12% [76]. С ростом E_γ энергетическое разрешение BaF_2 становится сравнимым с тем, что имеет NaI(Tl), но BaF_2 обеспечивает гораздо лучшее временное разрешение. Это демонстрирует табл.3 [77], в которой помещены данные для 4π-спектрометров на кристаллах NaI(Tl) и BaF_2. Кристаллы объемом ~1 л имеют довольно сложные формы пентагональных и гексагональных призм, что обеспечивает хорошую геометрию установки.

Отметим, что данные по энергетическому разрешению при $E = 4{,}4$ МэВ не следует связывать непосредственно с типом материала детектора. К лучшим значениям при $E_\gamma = 662$ кэВ относится разрешение 9,3%, полученное при размерах BaF_2 ∅ 10×12 см [78]. На этом кристалле разрешение было улучшено до 7,9% путем охлаждения его до 243 К. Дело в том, что световой выход, обусловленный медленной компонентой, с понижением температуры сильно повышается. Температурный коэффициент составляет 2,4%/°С [79], что приводит к необходимости температурной стабилизации. Примечательно, что быстрая компонента от температуры практически не зависит [80]. Нагревая кристалл, можно сильно ослабить медленную компоненту. Это используется для увеличения быстродействия детектора [81—84].

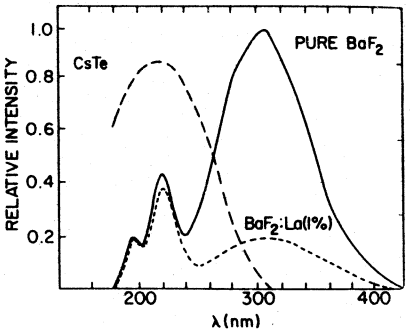


Рис.13. Спектры эмиссии чистого и активированного лантаном BaF_2; квантовая эффективность для фотокатода CsTe [66]

Из световой эмиссии BaF_2 может быть использована только быстрая компонента, если вместо фотоумножителя применить пропорциональную камеру, газ которой чувствителен к ультрафиолету [85].

Другой способ повышения быстродействия — активирование кристалла примесями церия [86,48] или лантана [65,87]. Оптимальная молярная концентрация Ce составляет 4,4%. При введении Ce световой выход кристалла снижается наполовину, время высвечивания укорачивается до 50 нс, и спектр люминесценции сдвигается вправо, в область с максимумом при $\lambda = 360$ нм. Световыход BaF_2 (Ce) и его время высвечивания практически не зависят от температуры в широком диапазоне -50÷100°С, что важно, в частности, для геофизических применений.

Медленная компонента может быть сильно подавлена введением в кристалл присадки La (1%) [65], что показано на рис.13 [66]. Быстрая компонента уменьшается в два раза, а соотношение между ней и медленной компонентой улучшается в 8 раз, если свет регистрируется фотоумножителем с кварцевым стеклом. Из рис.13 видно также хорошее согласие между спектром люминесценции быстрой компоненты и спектральной чувствительностью фотокатода Cs-Te, «слепого» к солнечному свету [79,88]. Такой фотоприемник позволяет еще более эффективно подавлять медленную компоненту.

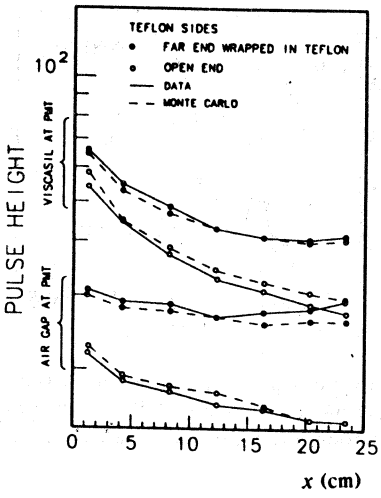


Рис.14. Амплитуда импульса как функция расстояния мюонного телескопа от фотокатода фотоумножителя для случая, когда стороны кристалла обернуты тефлоном [67]

Здесь небесполезно обратить внимание на то, что хотя фотоумножитель и солнечно-слепой, но работать с ним все-таки лучше в темноте. Иначе существенно возрастает уровень шумов.

Сильное снижение (еще на порядок) достигается при использовании нового фотокатода K-Cs-Te, длинноволновая граница спектра чувствительности которого сдвинута влево на ~30 нм по сравнению с Cs-Te [89]. В этой работе рассчитывают снизить вклад от медленной компоненты после 35 нс до уровня 10^{-4}, используя K-Cs-Te фотокатод и быстрый формирователь. При этом планируется разработать технологию изготовления кристаллов BaF_2 длиной 50 см.

Однако кристаллы с присадками изготавливаются пока еще небольших размеров. Во всяком случае, для целей электромагнитной калориметрии по-прежнему ориентируются на «чистые» кристаллы BaF_2 без активаторов. И в таком кристалле солнечно-слепой фотоумножитель позволяет снизить число фотоэлектронов от медленной компоненты почти до уровня числа фотоэлектронов от быстрой [67].

При изготовлении и использовании протяженного кристалла весьма важно, чтобы он был однородным. В электромагнитном калориметре, например, неоднородности приводят в результате флуктуации ливня в продольном направлении к росту постоянного члена в разрешении, который при высоких энергиях может стать доминирующим фактором [67]. Высвечивание BaF_2 в ультрафиолетовом диапазоне накладывает соответствующие трудности на получение однородности вдоль кристалла. Весьма существенной задачей является организация сбора света в кристалле. Максимальный световыход достигается, если его светособирающая грань имеет оптический контакт с фотокатодом, а противоположная и боковые стороны обернуты тефлоновой лентой. Однако это не лучший вариант для достижения однородности кристалла. Эффективность собирания света оказывается в меньшей мере зависящей от продольной координаты, если отказаться от оптической иммерсии между фотокатодом и кристал-

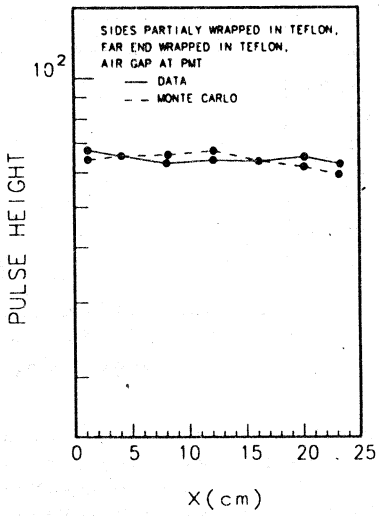


Рис.15. Амплитуда импульса как функция расстояния мюонного телескопа от фотокатода фотоумножителя для случая, где стороны кристалла и его дальний конец завернуты тефлоном и фотоумножитель подсоединен с воздушным зазором. Стороны частично не обернуты [67]

лом. Конечно, это достигается ценой значительного уменьшения амплитуды импульса (в 1,5—2 раза). На рис.14 приведены результаты исследований с кристаллом 3,6×3,6×25 см на пучке мюонов [67]. Мюонный телескоп, состоящий из двух пластических триггерных счетчиков, передвигался вдоль длины кристалла. Приведенные на рис.14 расчетные кривые хорошо согласуются с результатами измерений при следующих параметрах: 115 см для истинной длины поглощения, 7,5% оптической связи тефлона с BaF_2 и отражаемости тефлона 95%. Имеющая место частичная оптическая связь между тефлоном и BaF_2 чувствительна к давлению, о чем необходимо помнить при работе с детектором. Еще бóльшая однородность светосбора была получена с частично незавернутым кристаллом: 2,2 см на конце у фотоумножителя и 0,7 см на дальнем конце (рис.15). Неоднородность от точки к точке не выходила за пределы 1,5%.

Временно́е разрешение кристалла для минимально ионизирующих мюонов составило 160 пкс.

Спектрометрия жестких электромагнитных излучений. Как уже отмечалось, более низкий по сравнению с NaI(Tl) световыход кристалла BaF_2 при высоких энергиях γ-квантов, электронов и позитронов не является определяющим фактором для энергетического разрешения.

На пучке фотонов 3÷50 МэВ исследовали характеристики детектора, составленного из семи кристаллов: один в центре и шесть вокруг него [90]. Кристаллы имели шестигранную форму с внутренним диаметром 5,2 см и длину 20 см, т.е. $\sim 10X_0$. Каждый из них обернут тефлоновой лентой (полная толщина 0,2 мм), алюминиевой фольгой (0,2 мм), черной лентой (0,5 мм) и связан с кварцевым окном фотоумножителя EMI 19954 QB. Использована силиконовая замазка (Baysilone 1000000, Bayer, FRG). Кристаллы плотно прилегали друг к другу. Создаваемый оберткой мертвый слой был ощутим только в начале энергетического диапазона, а в конце поглощалось всего ~0,1 МэВ. Диаметр пучка 3 см, радиус Мольера

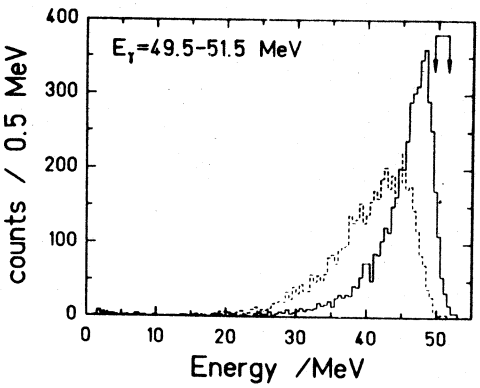


Рис.16. Энергетические спектры, измеренные с помощью единичного BaF_2-детектора и набора из 7 модулей путем суммирования энергий (штриховая и сплошная гистограммы соответственно) [90]

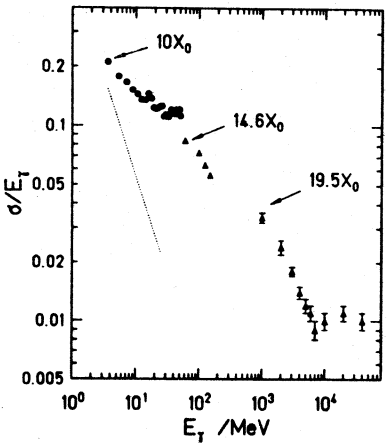


Рис.17. Отношение стандартного отклонения к исходной энергии фотона как функция энергии фотона для различных BaF_2-детекторов. Пунктирная линия показывает эффект от разброса фотонного пучка [90]

для BaF_2 равен 4,35 см. В центральном кристалле поглощалось 80—85% первоначальной энергии. Измеренные спектры (рис.16) заметно отличаются от нормального распределения, имея большую вытянутость в сторону меньших энерговыделений. Наибольшее отклонение наблюдалось при $E = 15{+}25$ МэВ. Здесь, в дополнение к обычным электромагнитным взаимодействиям, несколько процентов может дать (γ, n)-реакция (в основном на Ba), происходящая через возбуждение гигантского дипольного резонанса.

На рис.17 показана зависимость энергетического разрешения от энергии, скорректированная на энергетический разброс первичного пучка фотонов. При максимальных энергиях $\sigma = 10\%$. То, что в конце энергетического диапазона разрешение не улучшается с увеличением энергии, свидетельствует о недостаточности длины детектора, равной $10X_0$. Для сравнения на рис.17 приведены также результаты измерений на детекторах длиной $14{,}6X_0$ [91] и $19{,}5X_0$ [92]; чтобы набрать длину $19{,}5X_0$, калориметр был составлен из 5 кристаллов (рис.18): первый размером 10×10 см и последующие четыре — ∅ 13,5×7,5 см. При длине $14{,}6X_0$ использовали только эти четыре. С каждым кристаллом связан трех-

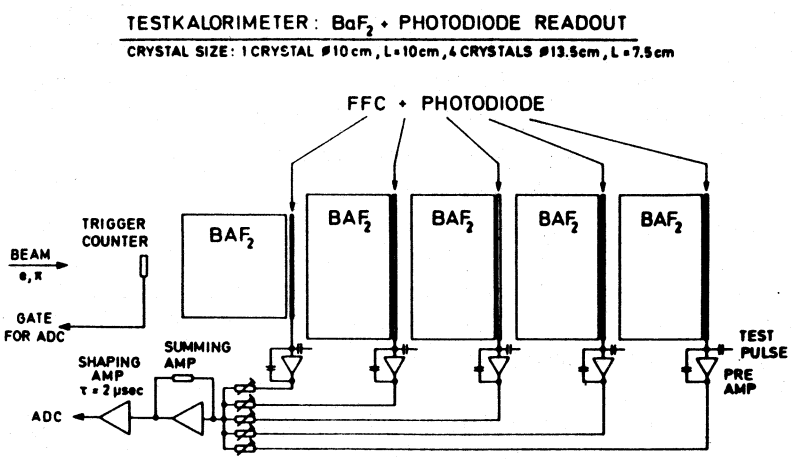


Рис.18. Установка для тестового калориметра [92]

миллиметровый диск из плексигласа с добавкой шифтера длин волн BBQ (150 мг/л). Фотодиод Хамамацу S-2575 размером 30×3,4 мм был приклеен к секции торца. Кроме этой небольшой поверхности, кристалл и диск покрыты тефлоновой, а затем алюминиевой лентой. Небольшой зазор между кристаллом и шифтером обеспечивает отсутствие оптического контакта между ними. Шифтерная плата FFC оптимизирована для высокой концентрации света на малую светособирающую площадь. Такая концентрация света и сдвиг к более длинным волнам, где высок квантовый выход фотодиода, позволили получить на нем число фотоэлектронов вдвое большее, чем с фотоумножителем.

Граница пропускания света плексигласом равна ~270 нм. Однако потеря быстрой компоненты света в данном случае несущественна, поскольку усилительный тракт после фотодиода имеет постоянную времени 2 мкс.

Улучшение энергетического разрешения при длине калориметра $19{,}5X_0$ происходит до $E \approx 5$ ГэВ. Далее разрешение не изменяется и остается $\sigma \approx 1\%$. Примерно 0,4% дают флуктуации утечек энергии за пределы детектора при $E = 40$ ГэВ, как показывает расчет по Монте-Карло.

При $E = 5$ ГэВ разделение пионов и электронов составило 1:500.

В [93] длина детектора $11{,}2X_0$ была получена оптическим соединением двух кристаллов ∅ 12,7×11,45 см с помощью силиконового масла. Оба кристалла были обернуты тефлоновой лентой, алюминиевой фольгой и черной лентой. С одним торцом цилиндра силиконовым резиновым

компаундом RTV были связаны три фотодиода Хамамацу R-2256 с кварцевыми окнами диаметром 5,08 см. В области энергий фотонов 75÷200 МэВ разрешение было близко к тому, что указано на рис.14 для детектора длиной $14{,}6X_0$, — в пределах 10%. Указывается на значительное отступление формы спектров от гауссовского.

Из рассмотренного выше следует, что кристаллы длиной $\sim 10X_0$ вполне подходят для γ-спектрометрии при $E \leq 100$ МэВ. Из таких сцинтилляторов, в частности, сконструирован мультидетекторный спектрометр LNS crystal-ball для исследования образования пионов, которое оказывается ниже свободного нуклон-нуклонного порога [94]. Нейтральный пион распадается на два γ-кванта, которые регистрируются на совпадение.

Спектрометр crystall-ball создан как 4π-установка, чтобы детектировать как жесткие фотоны, так и заряженные частицы. Он позволяет регистрировать события, в которых все вторичные частицы наблюдаются путем измерения их энергии и угла эмиссии. Этим такой тип детектора выгодно отличается от детекторов на основе свинцового стекла, регистрирующих только γ-кванты по черенковскому излучению. Энергетическое разрешение черенковского детектора значительно хуже, хотя отсутствие черенковского излучения обеспечивает сильное подавление фона.

4π-система из 180 кристаллов BaF_2, также предназначенная для регистрации γ-лучей и легких заряженных частиц, описана в работе [95].

Зависимость формы световой вспышки от типа излучений. Плотность ионизации влияет как на соотношение интенсивностей высвечивания быстрой и медленной компонент BaF_2, так и на длительность последней. В измерениях с α-частицами 5—6 МэВ быстрая компонента практически не наблюдалась [96]. Медленная компонента сама состоит из двух составляющих: основной с временем высвечивания $\tau_1 \approx 600$ нс и дополнительной с $\tau_1' \leq 100$ нс, длительность и интенсивность которой зависят от вида излучений, что отражено в табл.4 [96].

По форме световой вспышки γ-кванты (электроны) могут быть разделены с другими частицами [97,98].

Для разделения частиц с разной плотностью ионизации используют различие для них светового выхода быстрой компоненты E_{fast}. Существенный успех в разделении частиц был достигнут применением для анализа сигнала процедуры, используемой в «constant-fraction» временной технике [99]. При этом формируется биполярный импульс, точка пересечения которого не зависит от энергии, поглощенной в кристалле. Первая часть импульса пропорциональна E_{fast}. На рис.19 показан дву-

Таблица 4. Время и интенсивность высвечивания медленной компоненты BaF_2 для разных частиц

Тип частиц	Время высвечивания (нс)		Отношение интенсивностей I'/I
	τ_1	τ_1'	
Электроны	600±60	100±2	0,06±0,02
α-частицы	550±50	50±10	0,11±0,02
Фрагменты деления	580±30	9±2	0,08±0,02

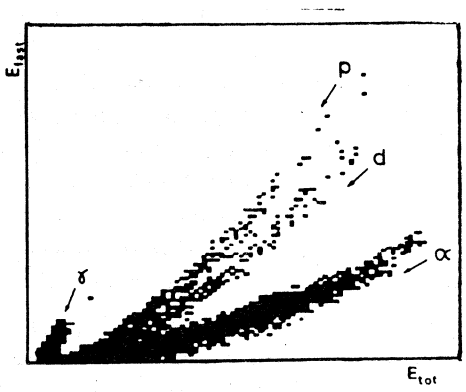


Рис.19. Двумерный спектр E_{fast}—E_{tot} [99]

мерный спектр E_{fast}—E_{tot} (полная энергия), измеренный в реакции $^6Li + ^{12}C$ при энергии бомбардирующих ионов 36 МэВ с помощью кристалла BaF_2 объемом 350 см^3. Разделение между протонными и дейтронными случаями происходит при энергиях, начиная с 6 МэВ. Этого не наблюдалось при получении E_{fast} из однополярных импульсов.

Хорошее разделение p, d, t и α в этой работе было достигнуто (ΔE—E)-методом с использованием ΔE-детектора из кремния толщиной 50 мкм. Введение ΔE-детектора привносит, естественно, некоторый порог, что накладывает соответствующее ограничение на применение этой методики.

Значительное улучшение в разделении частиц достигается при использовании времяпролетной техники в дополнение к данным о E_{fast} и E_{tot}. Результаты таких измерений при детектировании фотонов 8—130 МэВ кристаллом ∅ 10×14 см приведены в работе [100], а на пучке ионов ^{40}Ar с кристаллом длиной 10 см и диаметром 31,5 мм — в [101].

В последней работе измеряли спектр вторичных частиц, вылетавших под углом 10° в реакции $^{40}Ar + ^{27}Al$ при 58 МэВ/н. Время пролета ($t - t_0$) измерялось на базе 1,2 м. Временное разрешение составляло 600 пкс от ^{60}Co, а энергетическое ≈11% (^{137}Cs). Двумерные спектры

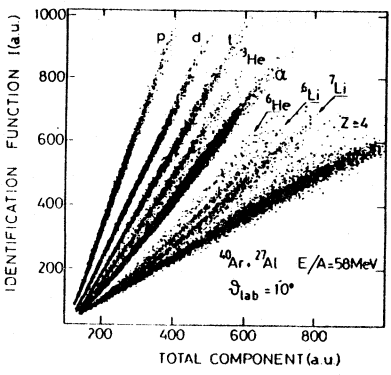


Рис.20. Функция идентификации I (см.текст) в зависимости от полной компоненты [101]

$[E_{fast}, E_{tot}]$ и $[(t - t_0), E_{tot}]$ по отдельности могли быть использованы для разделения частиц только при $Z = 1$ и $Z = 2$. Для идентификации частиц использована функция $I = \dfrac{E_{fast}}{[E_{tot}(t-t_0)^2]^{\alpha}}$. Параметр $\alpha = 1/2$ был определен эмпирически.

Эта функция представлена на рис.20 в зависимости от полной энергии. Видно хорошее разделение частиц до $Z = 3$ и $A = 7$. Ограничение на применение времяпролетной техники в том или ином эксперименте накладывает необходимость иметь определенную базу для пролета частиц и точный стартовый сигнал.

Поиск путей снижения стоимости детектора. Используемые для регистрации ультрафиолетового света из монокристаллов BaF_2 фотоумножители с кварцевым окном дороги. Чтобы перейти к более дешевым обычным фотоумножителям, был исследован ряд шифтеров, переизлучающих свет в более длинноволновый диапазон. На кристалл размером ∅ 5×5 см был напылен слой р-терфенила толщиной ~1 мг/см^2 и получено энергетическое разрешение 13,7% для ^{137}Cs и временное разрешение 300 пкс для $(\gamma-\gamma)$-совпадений от ^{60}Co (1,17 и 1,33 МэВ) [97]. Без шифтера разрешения были, соответственно, 12,6% и 165 пкс. С увеличением толщины слоя до 2 мг/см^2 наблюдали даже улучшение энергетического разрешения на 1—1,5%,но временное разрешение стало вдвое хуже, чем без шифтера [102]. Примерно такое же улучшение энергетического и ухудшение временного разрешения было получено с шифтером из р—р'-дифенилстилбена [103]. Использование этого шифтера на протяженном кристалле 3,2×3,2×15,0 см сопровождалось изменением энергетического разрешения от 7,5 до 10%, а временного — от 0,3 до 0,5 нс [104].

Быстрая временная характеристика детектора почти сохранилась при использовании в качестве шифтера жидких сцинтилляторов на основе толуола типа ЖС-67 и ЖС-70, излучающих свет с максимумом при λ = 380—390 нм, с временем высвечивания τ = 0,6—0,7 нс [105].

Коэффициент преломления органических сцинтилляторов, используемых в качестве шифтеров, близок к коэффициенту преломления

BaF_2. Это позволило получить из этих веществ достаточно оптически однородную твердую [106,107] и жидкую смеси [108].

Такой же световой выход, как и у BaF_2, показала смесь из 70—86% BaF_2 пудры и метилметакриловой резины с добавкой 0,02% BDB, излучающего свет с максимумом при $\lambda = 410$ нм. Получился тяжелый пластический сцинтиллятор с хорошими механическими свойствами, но энергетическое разрешение такого пластика оказалось вдвое хуже, чем у монокристалла. При $E < 110$ МэВ получено хорошее разделение α, p и γ по двумерным спектрам (E_{tot}, E_{fast}). Для жидкой смеси (геля) подходящими оказались два органических сцинтиллятора. Первый из них — толуол+метанол+PPO+POPOP, имеющий показатель преломления $n = 1{,}487$ при $\lambda = 254$ нм; у BaF_2 для этой длины волны показатель преломления $n = 1{,}5122$. Гель имеет световыход в 1,5 раза выше, чем BaF_2, а стоимость на порядок ниже. В другом варианте использован декалин+PPO+POPOP. Радиационная длина геля 2,8 см. Сигнал короткий — несколько наносекунд, но сопровождается длинным хвостом. Оптическая длина поглощения света пока невелика — 30 см, а разрешение еще нельзя считать удовлетворительным.

6. РАДИАЦИОННАЯ СТОЙКОСТЬ МАТЕРИАЛОВ ДЕТЕКТОРА

NaI(Tl) может использоваться в потоке γ-излучения с плотностью до 10^5 фотон/(с·см^2) без значительного изменения характеристик. При увеличении загрузки возникают потери света сцинтилляционной вспышки. При загрузках свыше 10^7/с изменения характеристик становятся необратимыми [109]. В основном это происходит вследствие потери прозрачности к собственному излучению. При дозе 110 рад/ч от ^{241}Am и комнатной температуре амплитуда сигнала падала примерно на 40% за время около часа, а затем не изменялась. Установлено [110], что у кристаллов с пониженной концентрацией активатора световой выход снижается меньше и, соответственно, в меньшей степени ухудшается разрешение. Повышение рабочей температуры на 40—50°С выше нормальной значительно (в 2—3 раза) уменьшало ухудшение собственного разрешения детекторов при воздействии на них γ-излучения.

Теперь известно, что отжиг позволяет существенно восстанавливать радиационно поврежденные NaI(Tl) кристаллы.

Приводимые в [111] данные показывают меньшее радиационное повреждение испытанного кристалла NaI(Tl) (∅ 2,5×152 мм). При дозе

400 рад от ^{60}Co амплитуда сигнала упала на ~18%. С кристаллом CsI(Tl) при этой же дозе амплитуда сигнала снизилась в два раза. В [111—113] приводится значительное уменьшение амплитуды уже при уровне дозы 100 рад. Указывается также на рост послесвечения [112]. Оказалось, что световой выход сильно зависит от размеров кристалла. В небольшом кубическом кристалле с линейным размером 2,5 см световыход не уменьшался вплоть до дозы 800 рад от ^{60}Co [19]. Было обнаружено большее повреждение в кристаллах, выращенных из менее чистых материалов, что может объяснить расхождение в результатах, полученных разными авторами. Большие кристаллы размером 5×5×30 см облучали дозой 100 рад в течение 20 минут дважды через 20 дней. Часть этих кристаллов отличалась тем, что фосфоресцировала в течение нескольких часов после экспозиции на дневном свету. В таких кристаллах световыход снижался на ~15—35% и с течением времени не изменялся. В кристаллах без фосфоресценции снижение при первом облучении было в пределах 10% и несколько меньше при втором. Затем происходил процесс восстановления световыхода. В двух из трех кристаллов световыход достигал первоначального значения за 70 дней. Этот процесс может быть ускорен отжигом. Измерения не показали разницы в том, за какое время набиралась интегральная доза облучения 100 рад — за 20 минут или 72 часа.

Проблема послесвечения образца, изготовленного из особо чистого CsI(Tl), после облучения не возникала [114]. Примеси при облучении кристалла образуют цветные центры, существенно уменьшающие сцинтилляционный свет. Установлено, что поглощение растет с уменьшением длины волны света и, в основном, проявляется при $\lambda < 600$ нм. Кстати сказать, этот факт говорит о преимуществе фотоприемников со спектральной чувствительностью, с большим сдвигом вправо, т.е. твердотельного фотодиода перед фотоумножителем.

Поскольку основным следствием облучения кристалла является та или иная потеря его прозрачности, то амплитуда сигнала будет зависеть от размеров кристалла. В [114] приводятся результаты измерений на кристалле CsI(Tl) длиной 10 см. При дозе $1{,}58 \cdot 10^3$ рад уменьшение амплитуды составляло 28%. Она значительно восстанавливалась в течение нескольких часов экспозиции на дневном свету.

«Чистый» CsI имеет радиационное сопротивление на порядок выше, чем CsI(Tl) [104].

Значительно большие радиационные повреждения у фосфоресцирующих кристаллов наблюдали и с BGO [115]. В этом материале имеет место сильная зависимость радиационной стойкости от размеров

кристалла. Так, при линейных размерах до 30 мм доза $3{,}6 \cdot 10^6$ рад от ^{60}Co приводила лишь к небольшому потемнению кристалла, которое после прекращения облучения наполовину исчезало через несколько дней и полностью — через много больший период [116]. Изменение сцинтилляционной эффективности кристалла оказалось намного меньшим, чем изменение его оптической прозрачности (трансмиссии). Кристалл облучали также протонами с энергией 12 ГэВ и быстрыми нейтронами дозой 10^6 рад. Найдено, что эти типы радиации действуют на BGO на порядок сильнее, чем низкоэнергетические γ-лучи.

После облучения γ-лучами дозой $8 \cdot 10^7$ рад кристалл размером ∅ 25×25 мм терял свою оптическую прозрачность на 32%, а затем в течение суток она восстанавливалась до 85% [117].

В длинных кристаллах (10—24 см) уменьшение светового выхода на 10—20% наблюдали уже с доз в сотни рад [111,118]. Ослабление света было сильным при λ = 400—600 нм. Имело место спонтанное восстановление прозрачности кристалла, но только через много дней.

Изменение светового выхода кристалла под воздействием радиации меняется от образца к образцу. Оно зависит от содержащихся в нем примесей. Изучение корреляции между радиационными повреждениями BGO и примесями в кристалле показало, что по степени влияния их можно разделить на три группы [119]. Каждая из этих групп занимает свою радиационно-индуцированную полосу поглощения. Их энергетические уровни расположены выше валентной зоны на (2,3±0,1), (3,0±0,1) и (3,8±0,1) эВ. Первый уровень образуют Cr, Mn, Fe и Pb, второй — Al, Ca, Cu и Si и третий — Co, Ga, Mg и Ni. К наибольшему радиационному повреждению ведут элементы первой группы, ближе всего расположенные к валентной зоне. Элементы второй группы находятся относительно далеко как от валентной зоны, так и от зоны проводимости, и их влияние ничтожно. Третья группа оказывает промежуточное влияние. Из примесей на особую роль железа указывается в работе [120], в которой несколько кристаллов исследованы с возрастающими дозами от ^{60}Co. Оптическая абсорбция проявлялась, в основном, в синей области и была следствием образования цветных центров. С увеличением дозы до нескольких рад абсорбция линейно возрастает, а затем, начиная с 10^4 рад, выходит на плато (рис.21). Полагают, что насыщение отражает тот факт, что все дефекты заняты захваченными зарядами. Цветные центры от желтого до коричневого оттенка образовывались после облучения дозой 1 крад. Уже при комнатной температуре термической энергии было достаточно для спонтанного восстановления кристаллов BGO. За 100 часов наблюдали восстановление на 60—70%. Однако были и такие кристаллы, которые при

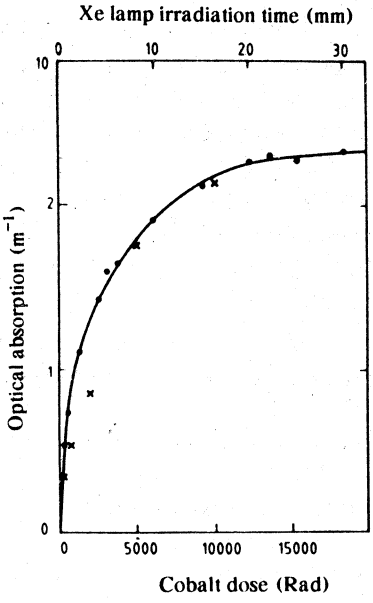


Рис.21. Полное поглощение в диапазоне 400÷600 нм как функция полной дозы для (•) — ультрафиолетового света (ксеноновая лампа 320 нм) и (×) — кобальтового источника [120]

комнатной температуре почти не восстанавливались. Процесс восстановления ускоряется с повышением температуры [118]. При 160°C для восстановления кристалла достаточно было двух часов.

Введение Eu в кристалл BGO значительно улучшает его радиационную характеристику [121]. Кристаллы размером 25×25×50 мм облучали дозой 1÷10 крад, что приводило к ухудшению прозрачности и разрешения. Однако у BGO(Eu) последующий процесс восстановления характеристик кристалла происходил значительно быстрее. В таком кристалле спектр флюоресценции сдвинут вправо. Недостатком BGO(Eu) является наличие послесвечения через 3 мс с амплитудой в несколько процентов [120].

После облучения BGO протонами 1,5 ГэВ в течение двух суток общей дозой $1{,}1 \cdot 10^{8}$см$^{-2}$ энергетическое разрешение ухудшилось только на 70%, но значительно возрос фон самого кристалла [122]. В основном это обусловлено возникшей радиоактивностью висмута. При продолжительной работе на таком пучке равенство между образованием и распадом собственной радиоактивности кристалла устанавливалось в течение одной недели. Такой фон не является большой помехой, если измеряемые энергии велики, как в случае применений BGO для электромагнитных калориметров.

Исследования радиационной стойкости BaF_2 были проведены на кристаллах небольших размеров. Кристаллы толщиной 4 и 6 мм облучали пучком протонов с энергией 800 ГэВ/с [123]. Вплоть до дозы $1{,}3 \cdot 10^{7}$ рад не было снижения сцинтилляционного выхода и только наблюдалось небольшое уменьшение прозрачности.

После β-, γ-облучения дозой $8 \cdot 10^{7}$ рад в кристалле ∅ 2,5×2,5 см прозрачность при 250 нм уменьшилась на 4% и через день восстановилась [117].

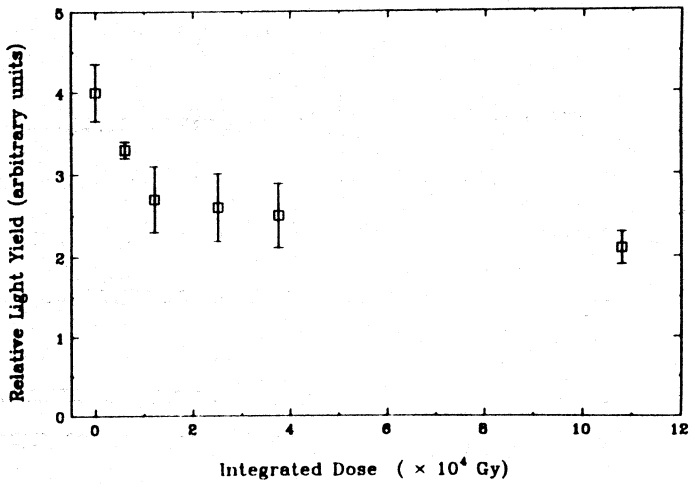


Рис.22. Световой выход как функция интегрированной дозы γ-лучей для BaF_2 [125]

В [66] приводится укорочение длины оптического ослабления света в кристаллах размером 20×10×1 мм на 14% после облучения γ-лучами дозой 10^7 рад. Повреждения были сравнимы с теми, что наблюдались у BGO. Предполагается, что в радиационном повреждении важным фактором является наличие примесей.

Влияние радиации от α-частиц с энергией 5,6 МэВ и протонов с энергией 1,5 МэВ было исследовано на кристалле 1,5×1,5×1 см [98]. 20%-ное уменьшение амплитуды импульса наблюдалось при дозах $2 \cdot 10^{14}$ и $7 \cdot 10^{14}$ част./см^2 соответственно.

Потери оптической прозрачности кристалла толщиной 12 мм после облучения дозой $1{,}15 \cdot 10^7$ рад от ^{60}Co были, в основном, при $\lambda < 170$ нм, а при $\lambda = 220$ нм они составили 10% [124]. Восстановления практически не наблюдалось.

Содержание неконтролируемых примесей в кристалле сказывается после радиации прежде всего на уменьшении его прозрачности в коротковолновой области. Содержание этих примесей от образца к образцу может существенно меняться. Однако не только потеря прозрачности приводит к уменьшению амплитуды сигнала. По данным работы [124] уменьшение прозрачности при $\lambda = 250$ нм после облучения дозой $\sim 10^6$рад составляло 10—15%, в то время как световой выход уменьшился

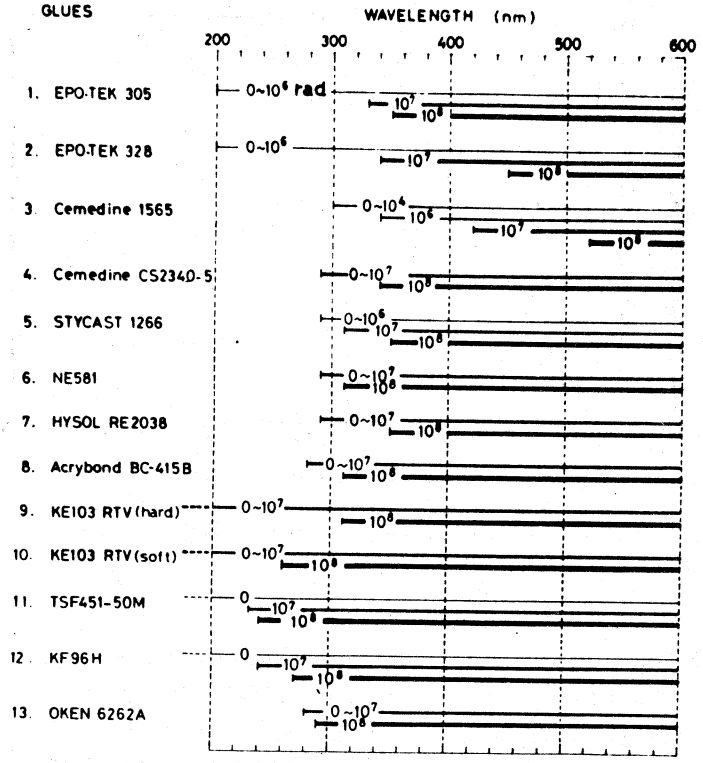


Рис.23. Радиационное сопротивление оптических клеев. Каждая линия с аккумулированной дозой дает область длин волн, где клей удовлетворяет двум критериям (см.текст) для успешного его использования в калориметрах [126]

на 30%. Зависимость светового выхода от интегральной дозы γ-лучей ^{60}Co приведена на рис.22 [125]. Видно быстрое падение при дозах до 10^6 рад, а далее до 10^7 рад изменение очень плавное. Не было обнаружено какой-либо зависимости от скоростей получения дозы. При максимальной дозе энергетическое разрешение ухудшилось с 12,8% до 16%. Оно почти полностью восстановилось после 10 часов экспозиции на солнечном свету.

Сцинтилляторы обычно связывают с фотоприемником тонким (до ~10 мкм) слоем оптического клея. Исследовано радиационное повреждение серии клеев от γ-лучей ^{60}Co [126]. Слои клея помещались между двумя кварцевыми пластинами, прозрачность которых начинала изменяться

только при дозе $\sim 10^8$ рад. Спектрофотометром измеряли оптическую прозрачность в диапазоне волн 200÷600 нм. Влияние радиационных повреждений, естественно, возрастало с уменьшением λ. Пригодность каждого клея для определенной области λ определялась по двум критериям. 1) При $\lambda_{мин}$ прозрачность должна быть больше 50%. 2) Допустимой дозой считается такая, при которой потеря прозрачности меньше 10%. Исходя из этих двух критериев, результаты измерений можно представить, как это показано на рис.23.

В заключение следует заметить, что при дозах $\sim 10^8$ рад должна возникать проблема и с фотоприемниками, особенно твердотельными.

7. БЫСТРЫЕ ТЯЖЕЛЫЕ СЦИНТИЛЛЯТОРЫ

Фторид церия. Фторид церия CeF_3 имеет две компоненты высвечивания: $\tau_1 = 5$ нс и $\tau_2 = 30$ нс с суммарной интенсивностью примерно такой же, как у быстрой компоненты BaF_2 [127—129]. В работе [5] световыход равен 46% от световыхода BGO и $\tau_2 = 20$ нс.

Временное и энергетическое разрешения CeF_3 должны быть хуже, чем у BaF_2, но загрузочная способность, наоборот, во много раз лучше. Его радиационная длина $X_0 = 1{,}7$ см, т.е. меньше, чем у BaF_2 (2,1 см). Кристалл негигроскопичен, его коэффициент преломления $n = 1{,}68$. Важным преимуществом CeF_3 является возможность работать с более дешевыми, некварцевыми фотоумножителями. Пиковая эмиссия для быстрой компоненты находится при $\lambda = 300$ нм, а для медленной — при $\lambda = 340$ нм. Более того, в [130] эмиссионный пик относят к 375 нм. Авторы этой работы провели исследование радиационного сопротивления кристалла CeF_3 размером 7×7×35 мм. Доза 10^7 рад вызывала деградацию меньше чем на 5% на единицу радиационной длины. Свойства кристалла восстанавливались с постоянной времени 40 дней. С увеличением дозы до 10^8 рад деградация возросла до 19%. Представляется, что CeF_3 обладает большей радиационной стойкостью, чем BaF_2.

Силикат гадолиния. Чистый монокристалл Gd_2SiO_5 (сокращенно GSO) сам является сцинтиллятором. Однако световой выход его невелик и возрастает до 20% от световыхода NaI(Tl) при введении в него церия в количестве 0,5—5% [131—133]. При этом время высвечивания GSO:Ce изменяется от 60 до 30 нс. Но при большой концентрации Ce кристалл приобретает слегка коричневатый оттенок. В [133] приводятся две ком-

поненты высвечивания: основная $\tau_1 = 56$ нс и $\tau_2 = 600$ нс, составляющая 10—15%. Эмиссионный пик кристалла находится при $\lambda = 440$ нм, т.е. в области максимальной чувствительности обычных фотоумножителей. Кристалл негигроскопичен; коэффициент преломления $n = 1{,}85$. Радиационная длина $X_0 = 1{,}38$ см меньше, чем у CeF_3. Если для CeF_3 доступная длина не превышает пока $3X_o$, то в [134] описаны измерения с кристаллом GSO:Ce длиной $14{,}2X_o$ и диаметром 4,9 см. Такой кристалл на пучке электронов с энергией 1 ГэВ имел разрешение 7% (FWHM). Разделение e/π для частиц, проанализированных по моменту, было 1:1000 при энергетическом обрезании $\pm 2\sigma$ у электронного пика.

По радиационной стойкости GSO:Ce превосходит все другие сцинтилляторы. Он способен работать по крайней мере до доз 10^8 рад. Однако GSO:Ce дорогой кристалл. Его стоимость вдвое превышает стоимость CeF_3 и BGO.

8. СРАВНЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СЦИНТИЛЛЯТОРОВ

Амплитудные характеристики ряда сцинтилляторов, измеренные на одном и том же фотоумножителе Хамамацу R-1306 и кремниевом фотодиоде, приведены в табл.5 [16]. Площадь кристаллов соответствовала площади фотодиода (1 $см^2$, Хамамацу S-190-02), а их высота H приведена в таблице. Малые размеры кристаллов обеспечивали наиболее благоприятные условия для светового выхода и разрешения кристаллов.

Для определения абсолютного числа фотоэлектронов были проведены измерения на фотоумножителе в фотодиодной моде. При этом сетка, первый и второй диноды соединялись вместе и подключались к зарядовочувствительному предусилителю. Сцинтилляционная эффективность кристаллов NaI(Tl), CsI(Tl) и CsI(Na) равна 11,9, 12,3 и 12,7% соответственно.

Максимальная амплитуда сигнала от фотоумножителей получается для CsI(Na) и NaI(Tl). Однако по разрешению эти кристаллы уступали CsI(Tl).

При $E_\gamma < 100$ кэВ лучшее разрешение оказалось у CsI(Na) и одинаковое у CsI(Tl) и NaI(Tl), что иллюстрирует рис.24.

Можно предположить, что на разрешение названных кристаллов при $E_\gamma > 100$ кэВ повлияли индивидуальные особенности конкретных детекторов. Действительно, например, для NaI(Tl) приводимое в [7] разрешение при 662 кэВ существенно лучше. На кристалле бо́льших размеров

Таблица 5. Отношение амплитуды импульсов (PHR), разрешение для $E_\gamma = 662$ (FWHM), время нарастания импульса T(10—90%), число единичных зарядов, образуемых при 1 МэВ потерь ($e-h$ пар/МэВ) и энергия, затрачиваемая на образование единичного заряда в фотодиоде при облучении γ-лучами (E_γ /($e-h$)-пара)

Тип сцинтиллятора	Высота H, мм	С фотоумножителем			С фотодиодом			E_γ /($e-h$) -пара
		PHR	FWHM, %	T (10—90%) мкс	PHR	FWHM, %	$e-h$ пара/МэВ	
NaI(Tl)	20	100	7,07	0,5	100	16,8	12300	81,0
CsI(Na)	7	122	7,37	4	169	22,5	20900	47,9
CsI(Tl)	7	78	5,66	4	291	7,64	35900	27,8
GSO:Ce	10	28	7,82	0,1	47	29,3	5860	170,8
$CdWO_4$	20	21	7,97	20	53	31,8	6580	152,0
BGO	10	17,5	9,05	0,8	41	40,8	5070	197,4
BaF_2	20	13	11,37	3				

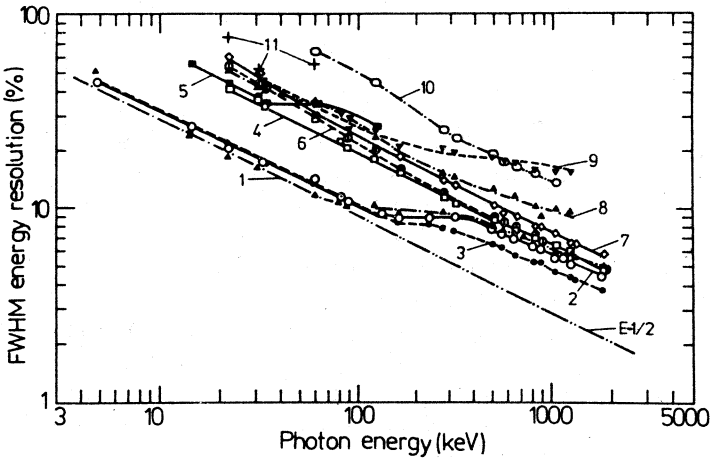


Рис.24. Энергетическое разрешение в зависимости от энергии фотонов, полученное на фотоумножителе Хамамацу R1306, с двухщелочным фотокатодом с кристаллами: 1) 10×10×7 мм CsI(Na); 2) 10×10×20 мм NaI(Tl); 3) 10×10×7 мм CsI(Tl); 4) 10×10×10 мм GSO:Ce; 5) 10×10×20 мм CaF_2(Eu); 6) 10×10×10 мм $CdWO_4$; 7) 10×10×10 мм BGO; 8) 10×10×20 мм BaF_2; 9) 10×10×20 мм CsI («чистый»); 10) 10×10×20 мм NaI («чистый»); 11) 10×10×6 мм Ne905 Li-стеклянный сцинтиллятор [16]

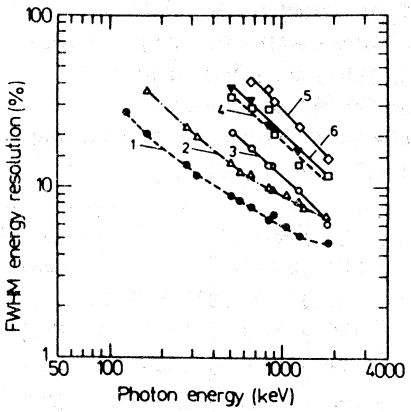
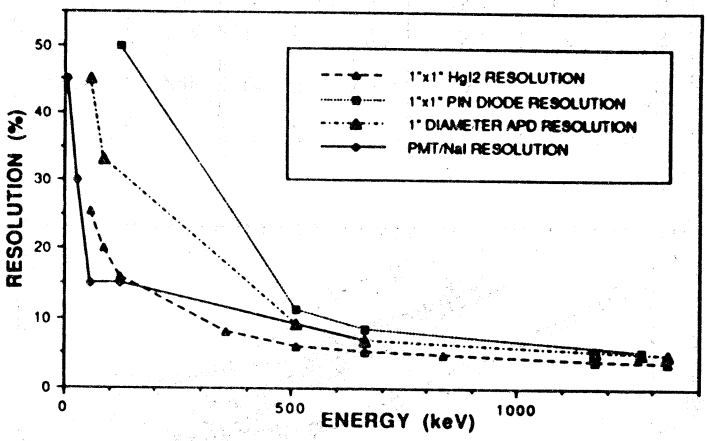


Рис.25. Энергетическое разрешение в зависимости от энергии фотонов, полученное на кремниевом фотодиоде (Хамамацу S 1790-02) с кристаллами: 1) 10 × 10 × 7 мм CsI(Tl); 2) 10×10×7 мм CsI(Na); 3) 10×10×20 мм NaI(Tl); 4) 10×10×10 мм GSO:Ce; 5) 10×10×20 мм $CdWO_4$; 6) 10×10×10 мм BGO [16]

Рис.26. Сравнение разрешения в зависимости от энергии для нескольких различных типов сцинтилляционных детекторов [170]



(∅ 25×25 мм) было получено разрешение 5,6%. В большинстве случаев лучшее разрешение с фотоумножителями пока получено на NaI(Tl).

Преимущества кристалла CsI(Tl) несомненны, когда фотоприемником является твердотельный фотодиод. Разрешение в этом случае для разных типов кристаллов показано на рис.25 [16]. На CsI(Tl), связанном с фотодиодом, достигнуто разрешение FWHM=5,6% для γ-лучей 662 кэВ [135].

На рис.26 приведены значения энергетического разрешения при разных энергиях, полученные на кристалле CsI(Tl) с лавинным фотодиодом (APD), кремниевым и HgI_2 фотодиодами площадью 1"x1", а также на кристалле NaI(Tl) с фотоумножителем [170]. Рисунок демонстрирует улучшение разрешения при $E \leq 1$ МэВ в результате введения усиления (APD) в кремниевый фотоприемник. Однако лучшие результаты при ма-

лых энергиях получаются все еще на других фотоприемниках: HgI_2-фотодиоде и фотоумножителе. С APD при $E = 662$ кэВ разрешение составило 6,9%. Разрешение для этой энергии было улучшено до 4,4% при использовании охлажденного до 260 K APD диаметром 1 см, что является рекордным результатом.

Начиная с энергий несколько мегаэлектронвольт и выше, разрешение все в большей мере зависит от габаритов кристалла из-за утечек энергии за его пределы. На передний план выступает такая характеристика, как радиационная длина X_0. Чем меньше X_0, тем компактнее детектор. Минимальную X_0 имеет BGO. Значение X_0, как и другие характеристики различных сцинтилляторов, представлены в табл.6. Для электромагнитных калориметров при $E > 100$ ГэВ требуются кристаллы длиной $\sim 20X_0$ и выше. Этому требованию на сегодняшний день удовлетворяют NaI(Tl), CsI(Tl), CsI и BGO.

Все более настоятельным является и другое требование — высокая радиационная стойкость кристалла. По этой характеристике BGO превосходит иодиты цезия и натрия, но уступает BaF_2. Наличие быстрой компоненты в световой эмиссии BaF_2 позволяет получать временное разрешение такое же, как и с пластическим сцинтиллятором, хотя из-за медленной компоненты быстродействие детектора с таким кристаллом невелико. BaF_2 нашел широкое применение до умеренно высоких энергий.

Почти таким же быстродействующим, как и пластические сцинтилляторы, является CsI без активаторов, но по радиационной стойкости он уступает как BaF_2, так и BGO. Не уступает BaF_2 по радиационной стойкости более быстрый кристалл CeF_3. Наибольшей радиационной стойкостью обладает быстрый кристалл GSO:Ce. Этот кристалл самый дорогой.

Разделение электронов и адронов должно улучшаться с уменьшением отношения X_0/Λ_I. Оно минимально для BGO, по сравнению с которым это отношение для CsI почти такое же, а для BaF_2 на 40% выше.

Линейность световыхода кристалла в зависимости от энергии регистрируемого излучения ограничивается потерями в люминесценции при высокой плотности ионизации. Наименьшее отклонение от линейности должно ожидаться при наибольшем α/β-отношении. Оно максимально для иодита цезия (см. табл.7). Результаты его измерений для CsI(Tl) зависят, как показано в [23], от постоянной времени формирования сигнала. α/β-отношение уменьшается с увеличением этой постоянной до значения 10 мкс, при которой оно составляет $\approx 0{,}56$, т.е. примерно как и у

Таблица 6. Свойства ряда сцинтиллирующих монокристаллов

Кристаллы / Характеристики	NaI(Tl) [15]	CsI(Tl) [15]	BGO [15]	BaF_2 [134]	CsI [134]	CeF_3 [134]	GSO:Ce [134]
Плотность, г/см^3	3,7	4,51	7,13	4,9	4,53	6,16	6,71
Радиационная длина X_0, см	2,59	1,86	1,12	2,1	1,86	1,7	1,38
Время высвечивания, нс:							
быстрое				0,6	10	30	30—60
медленное	230	900	300	620	10^3		
Пиковая эмиссия, нм:							
быстрая				220	305	375	440
медленная	415	550	480	310	400		
Коэффициент преломления*	1,85	1,8	2,15	1,56	1,8	1,68	1,85
Относительный световой выход:							
быстрый				5	4	4—5	20
медленный	100	45	10—20	16	4		
Гигроскопичность	да	слегка	нет	нет	небольшая	нет	нет
Радиационная стойкость [134], рад	10^3	10^3 [114]	10^{5-6}	10^{6-7}	10^{4-5}	10^{6-7}	10^8
Длина ядерного взаимодействия, см	41,3	36,4	23	21,4	[17]		
X_0/Λ_I	0,063	0,051	0,049	0,069			
Радиус Мольера, см	4,3	3,8	2,7	4,35	[90]		
Доступная длина X_0	20	20	20	10—15	20	3	13
Цена [134], \$/см^3	1—2		10—12	7—8	1—2	10	20—25

*Согласно [67] для BaF_2 при λ = 220 нм n = 1,63.

CsI(Na). Характеристики BGO для сильноионизирующих частиц близки к характеристикам CsI(Tl) (рис.10) [36]. Для BaF_2 α/β-отношение существенно меньше.

Зависимость светового выхода от плотности ионизации может, в частности, быть источником нелинейности в электромагнитных калориметрах при сверхвысоких энергиях, когда образуется большое количество медленных частиц.

Таблица 7. Дополнительные характеристики сцинтиллирующих материалов

Кристаллы / Характеристики	NaI(Tl)	CsI(Tl)	CsI(Na)	BGO	BaF_2
α/β [65]	0,5	0,8 0,7 [20] 0,56 [23]	0,58		0,34
Сечение радиационного захвата тепловых нейтронов (10^{-24}см^2) молекулой вещества сцинтиллятора [136]	6,7	35		7,1	1,2

В γ-спектрометрии при $E_\gamma \lesssim 10$ МэВ основным фоновым излучением обычно являются нейтроны. Важной характеристикой при этом является сечение захвата тепловых нейтронов, приведенное для основных сцинтилляционных детекторов в табл.7. Оно минимально для BaF_2. Однако механизм регистрации нейтронов в детекторах не ограничивается только радиационным захватом замедленных до тепловых энергий нейтронов [136]. Это особенно наглядно видно с детектором на основе свинцового стекла, для которого сечение захвата составляет всего $0{,}3 \cdot 10^{-24}$см^2. Измерения [137] показали для этого детектора эффективность регистрации нейтронов, близкую к той, что у сцинтилляторов. Вклад фонового излучения уменьшается с уменьшением объема детектора, который обычно задается исходя из эффективности регистрации γ-квантов. При той же самой γ-эффективности BGO имеет линейные размеры почти в два раза меньше, что обеспечивает соответствующее уменьшение вклада нейтронного фона.

9. ДАЛЬНЕЙШЕЕ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ОТДЕЛЬНЫХ ТИПОВ СЦИНТИЛЛЯТОРОВ

Кристаллы BGO, изготовленные по новой версии технологии Бриджмана, оказались значительно более радиационно стойкими, чем выращенные другими способами [138]. Оптическая прозрачность кристалла размером 2,5×2,5×1 см после облучения дозой 103 Мрад деградировала не более чем на 10%. Отжиг кристаллов при 400°C на воздухе в течение двух часов восстанавливал исходную прозрачность. Кристаллы остаются бесцветными после экспозиции ультрафиолетовым или дневным светом. В то же время кристаллы, изготовленные другими способами, желтеют.

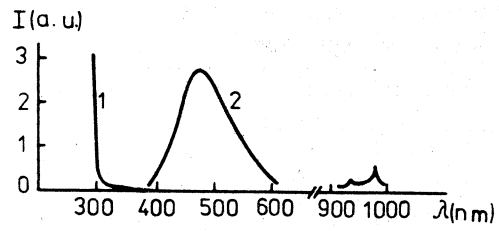


Рис.27. Спектры поглощения (*1*) и эмиссии (*2*) BGO (Yb) [139]

Как уже упомянуто выше, кристалл BGO стал значительно более радиационно стойким с введением в него активатора Eu [121]. Однако при этом возникло послесвечение (через 3 мс). В работе [139] исследовали свойства BGO с активаторами Ce, Pr, Tb и Yb. С последним из них результаты оказались наилучшими. Спектры поглощения и эмиссии BGO(Yb) приведены на рис.27. Их четкое разделение позволяет получать кристаллы BGO(Yb) размером больше 20 см практически той же прозрачности, что и «чистые» BGO. Введение Yb в кристалл приводит к значительному укорочению его световой эмиссии (рис.28). Имеется компонента высвечивания $\tau = 16$ нс с вкладом 16% при концентрации 1% Yb (по весу). Величина вклада быстрой компоненты коррелирует с концентрацией активатора, однако при большей концентрации появляется послесвечение.

Кристалл BGO(Yb) отличается высокой радиационной стойкостью. Авторы [140] называют для него такое же значение допустимой дозы, что и для GSO:Ce, но BGO(Yb) значительно дешевле последнего.

Медленная компонента высвечивания BaF_2 сильно сдерживает применение этого кристалла в условиях больших радиационных загрузок, хотя радиационная стойкость этого кристалла относительно велика.

Ожидается преодоление этой трудности путем применения новых фотоприемников, спектральная чувствительность которых лежит в ультрафиолетовой области, не захватывающей спектр высвечивания медленной компоненты. Совершенствуется технология изготовления кристаллов BaF_2 с целью увеличения их длины до $20X_0$.

Имеет место существенный прогресс в выращивании кристаллов CeF_3 больших размеров, высокая радиационная стойкость и быстродействие которых делают их привлекательными для электромагнитной калориметрии на создаваемых коллайдерах [5].

Следует отметить, что радиационная стойкость кристалла CeF_3 была повышена еще на порядок введением в него BaF_2

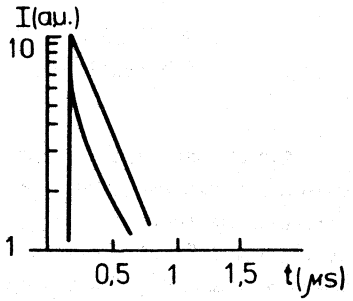


Рис.28. Сцинтилляционная кинетика BGO(Yb) (нижняя кривая) и «чистого» BGO (верхняя кривая) [139]

(0,67%) [141]. Если доза $1{,}2 \cdot 10^7$ рад приводила к уменьшению прозрачности «чистого» CeF_3 при $\lambda = 340$ нм (пик эмиссии) на 11%, то в CeF_3:BaF_2 уменьшения не наблюдалось. Оно было небольшим после дозы 10^8 рад. Испытания проводились на образцах диаметром 1 см и толщиной 5 мм. CeF_3:BaF_2 имеет световой выход 82,3% по сравнению с «чистым» CeF_3 и время высвечивания $\tau = 28{,}3$ нс.

10. ПОИСК НОВЫХ ПЕРСПЕКТИВНЫХ СЦИНТИЛЛИРУЮЩИХ МАТЕРИАЛОВ

Иттрий-алюминиевые оксиды. Кристаллы $Y_2Al_5O_{12}$ (гранат) и $YAlO_3$ (перовскит, YAP) хорошо известны в лазерной технике. Активация их цезием (0,1—1,0 вес.%) позволяет получить из них сцинтилляторы. $Y_2Al_5O_{12}$:Ce имеет световой выход порядка 4% от того, что имеет NaI(Tl), $\tau = 70$ нс и $\lambda_{макс} = 550$ нм [142]. Световой выход $YAlO_3$:Ce при концентрации CeO_2, равной 0,2 вес. %, составляет 40%, $\tau = 28$ нс, $n = 1{,}93$ и $\lambda_{макс} = 347$ нм (см. рис.29) [143], в [5] приводится $\lambda_{макс} = 390$ нм. Время высвечивания можно уменьшить еще в два раза дополнительной соактивацией ионами Yb(1 вес. %), но световой выход при этом падает до 6%. Получены монокристаллы высокого оптического качества размером 8×10×1,5 см, для которых разрешение на α-линии ^{226}Ra с энергией 7687 кэВ составило 2,5% (FWHM).

Кристаллы негигроскопичны, химически стойки и обладают высокими механическими качествами. Это позволяет изготовлять образцы малой толщины (50—100 мкм), что требуется для низкофоновых α-спектрометров.

Отличительной чертой YAP является сохранение линейной зависимости светового выхода от энергии при большой плотности ионизации. В диапазоне энергий α-частиц 5,8÷8,4 МэВ линейность сохранялась в пределах ±2% [144].

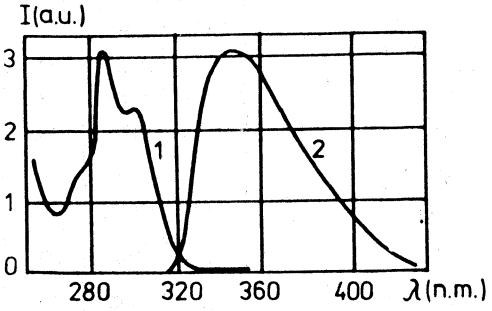


Рис.29. Спектры поглощения (*1*) и эмиссии (*2*) кристаллов $YAlO_3$. Толщина кристаллов 1 мм, температура — 300 К [143]

Световой выход слабо зависит также и от концентрации церия. При изменении концентрации CeO_2 от 0,1 до 1% световой выход возрастает на 30%. Слабая зависимость светового выхода от плотности ионизации и концентрации активатора является ценным качеством кристаллов, особенно в многодетекторных системах. Температурный коэффициент YAP составляет 0,39%/K.

Маленькие кристаллы YAP (3×3×0,1 мм) применялись в большом количестве для калибровки фотоумножителей калориметра от α-частиц [144]. Радиационное сопротивление YAP весьма высокое ~10^8 рад [145].

Хотя радиационная длина YAP не является малой ($X_0 = 2{,}8$ см), но благодаря относительно низкому эффективному Z радиус Мольера, определяющий поперечные размеры электронного ливня, достаточно мал ($R_M = 2{,}8$) [5]. В этой работе указывается на возможность повышения плотности кристалла ($d = 5$, 36 г/см^2) путем замещения иттрия иттербием.

Быстрые тяжелые сцинтиллирующие материалы. Свойства ряда таких сцинтилляторов приведены в табл.8 [146]. Большинство из них имеет три компоненты эмиссии света, вклад которых в суммарный световой выход I указан в процентах. Сама величина I дана в относительных единицах по сравнению с BGO, который является наиболее тяжелым из широко используемых в настоящее время сцинтиллирующих кристаллов.

В чистом виде $PbCO_3$, не смешанный с гидроокисью свинца, имеет $I = 9\%$ от светового выхода BGO, но на порядок быстрее [147]. Более быстрым, чем пластические сцинтилляторы, является самый тяжелый

Таблица 8. Характеристики тяжелых сцинтилляторов

Тип сцинтиллятора	d, г/см^3	I, %	λ, нм	τ_1, нс	I_1, %	τ_2, нс	I_2, %	τ_3, нс	I_3, %
BGO	7,13	100	480	300	100				
CdF_2	6,6	13,3	420	4,8	29	24	28	78	43
2 ($PbCo_3$)—$Pb(OH_2)$	6,7	8,0	475	5,6	24	25	48	155	28
HfF_4	7,1	3,7	350	29	100				
$PbWO_4$	8,2	3,6	490	2,5	25	11	29	98	46
$PbCl_2$	5,9	28	500	2,9	41	20	32	179	27
Yb_2O_3	9,2	0,6	350	1	100				

кристалл Yb_2O_3, но его световой выход минимален. Приведенные в таблице кристаллы имели малые размеры. Из них наименее трудны в изготовлении кристаллы $PbCl_2$, но они и наиболее легкие.

Привлекательным для электромагнитной калориметрии является ряд тяжелых тетрафлюоридов, таких как (Zn, Zr, Hf, ThF_4), способных работать при больших загрузках в условиях высокой радиации [5]. Время высвечивания, в частности, ThF_4 (X_0 = 1,18 см), менее 25 нс, и его эмиссионные пики находятся при λ = 315, 330 и 450 нм. Такое же время высвечивания имеет LiYbF (X_0 = 1,5 см) и его эмиссия лежит в видимой области ($\lambda_{макс}$ = 450 нм).

Интересен кристалл CdI_2 [145]. Его световой выход составляет 10% от значения для NaI(Tl), а время высвечивания 3 нс. Плотность кристалла равна 5,67 г/см^3, радиационная стойкость ~10^7 рад.

Родственным по составу к GSO:Ce является силикат лютеция $Lu(SiO_2)O_4$:Ce, активированный церием [148]. Его характеристики: d = 7,4 г/см^3, X_0 = 1,14 см, n = 1,82, τ = 40 нс, λ = 420 нм, негигроскопичен, имеет большой световой выход —75% по сравнению с NaI(Tl). Как видно, характеристики весьма привлекательны. Размеры, как и всех других кристаллов, описанных здесь, пока малы.

Энергетическое разрешение на линии 662 кэВ, измеренное с кристаллом LuSO:Ce размером 5×5×25 мм, составило 12,4%. Ниже 307 кэВ наблюдался собственный фон естественной радиоактивности со скоростью 200 отсчетов в секунду.

Сдвоенный вольфрамат натрия и висмута. Из смеси WO_3– B_2O_3– Na_2O были выращены методом Чохральского кристаллы типа $NaBi(WO_4)_2$ длиной 22 см [149]. Такой кристалл (NBW) имеет плотность 7,5 г/см^3, X_0 = 1,01 см и R_M = 2 см.

Чистый NBW не сцинтиллирует и представляет интерес как черенковский радиатор с высокой плотностью и высоким показателем преломления n = 1,92. Особым его достоинством является высокая радиационная стойкость. Оптическая прозрачность кристалла после облучения γ-квантами ^{60}Co дозой 12 Мрад при λ = 500 нм падает на 30%. Однако оказалось достаточным 10-минутного освещения кристалла ультрафиолетовым светом, чтобы вернуться к исходной прозрачности. Кристалл изготовлен из относительно недорогого сырья, температура плавления сравнительно невелика (900°C).

Предположительная цена NBW составляет 2—3 доллара США за 1 $см^3$. В NBW был введен активатор, сцинтиллирующий согласно [140] при $\lambda_{макс} = 510$ нм с $\tau = 3$ нс. Световой выход такого сцинтиллятора составляет больше 1% от значения для NaI(Tl). Радиационная стойкость осталась той же, что у черенковского радиатора.

11. ДРУГИЕ НЕОРГАНИЧЕСКИЕ СЦИНТИЛЛИРУЮЩИЕ МОНОКРИСТАЛЛЫ

На рис.24 и 25, где приведены значения разрешений для разных кристаллов, под кривыми для BGO лежат кривые сцинтиллирующих кристаллов из вольфрамата кадмия (сокращенно CWO) [150,151]. Эффективность регистрации γ-квантов CWO почти такая же, как и у BGO, а его световой выход составляет до $0{,}4\eta_0$ ($\eta_0 = 1$ для NaI(Tl)). Однако он сильно уступает BGO в быстродействии, имея время высвечивания $\tau_1 = 5$ мкс и $\tau_2 = 20$ мкс. Как и у BGO, пиковая эмиссия находится при $\lambda = 480$ нм и послесвечение мало. Уникальное свойство CWO — почти полная независимость световыхода от температуры в диапазоне 50°+70°C, где температурный коэффициент составляет лишь 0,01%/°C. Устойчивость к воздействию климатических и механических факторов весьма ценна для применения кристалла в геофизических и каротажных работах.

Радиационное сопротивление CWO близко к тому, что имеет BGO. Технология получения высокопрозрачных кристаллов CWO развита еще недостаточно, что вносит существенное ограничение на его размеры (~25 мм).

Другие сцинтиллирующие вольфраматы щелочно-земельных металлов Ca, Zn, Mo, Co также изготавливаются малых размеров и имеют длительное время высвечивания. $CaWO_4$ выделяется из них максимальным световыходом ($0{,}5\eta_o$). Его компоненты высвечивания лежат в интервале 0,5+20 мкс. Максимум спектра световой эмиссии находится при 430 нм, что хорошо согласуется со спектральной чувствительностью фотодиода на основе HgI_2. На таком фотодиоде с кристаллом 10×10 мм было получено разрешение 12,5% на линии 662 кэВ [152].

Отмечают довольно высокое радиационное сопротивление $ZnWO_4$, параметры кристалла (1,5×1,5×1,5 мм) практически не изменились после облучения дозой $5 \cdot 10^5$ рад от ^{60}Co [153]. Такой кристалл высвечивается с интенсивностью $0{,}26\eta_0$ при $\lambda = 490$ нм [154]. Имеются три компоненты

высвечивания: $\tau_1 = 0{,}1$ мкс ($I_1 = 5\%$), $\tau_2 = 3{,}3$ мкс ($I_2 = 76\%$), $\tau_3 = 20$ мкс ($I_3 = 19\%$).

Основная область применения вольфраматов — компьютерная томография.

При регистрации электронов возникает проблема их обратного отражения при входе в более плотное вещество. Отражение тем меньше, чем меньше Z сцинтиллятора. Хорошим материалом в этой связи является сцинтиллирующий кристалл $CaF_2(Eu)$. Его световой выход достигает $0{,}5\eta_0$, пиковая эмиссия при $\lambda = 415$ нм, $\tau = 0{,}95$ мкс, послесвечение мало [14]. Энергетическое разрешение, как видно из рис.24,умеренное, такое же, как у GSO:Ce. Основная область применений — детектирование β- и низкоэнергетического γ- и рентгеновского излучений.

Другой фторид — CsF — является очень быстрым сцинтиллятором с пиковой эмиссией при $\lambda = 390$ нм. Он имеет время высвечивания 2,5 нс [69], $\eta = (0{,}03—0{,}06)\ \eta_0$, а по данным [155] $\eta = 0{,}1\eta_o$. На таком кристалле получено временное разрешение 150 пкс при совпадении γ-квантов от ^{60}Co [156]. Однако применение кристалла сильно ограничено из-за его высокой гигроскопичности.

Быстрым фторидом является также кристалл $LaF_3(Nd^{3+})$, имеющий $\tau = 6$ нс [157]. Его пиковая эмиссия происходит при $\lambda = 173$ нм и превышает быструю компоненту BaF_2 [158]. Кристалл может быть использован в сочетании с фоточувствительной пропорциональной камерой.

Как эффективный детектор нейтронов, хорошо известен монокристалл LiI(Eu). Тепловые нейтроны, взаимодействующие с ^6Li, образуют α-частицы с фиксированной энергией 4,78 МэВ и ^3H. Естественный литий содержит 7,5% ^6Li, но производят также обогащение этим изотоном до 96%. Световой выход кристалла составляет $0{,}35\eta_0$, а высвечивание — 0,6 мкс для γ-лучей и 1,4 мкс для нейтронов. Энергетическое разрешение для α-пика обычно равно 4—5%. Недостаток кристалла — гигроскопичность.

Кристаллы ZnSe(Te) и CdSe(Te) известны тем, что они сцинтиллируют в наиболее длинноволновой области, что требуется для хорошего согласования с кремниевыми фотодиодами [158]. Так, для ZnSe(Te) $\lambda = 640$ нм, $\eta = 0{,}15\eta_o$ и $\tau = 10$ мкс. Недостатком этих кристаллов является малая прозрачность к свету собственного излучения, что ограничивает их размеры. Сочетаемость с диодами и малое послесвечение позволяют использовать их в томографии и дозиметрии.

Замечательным свойством кристалла ZnSe(Te) является линейность светового выхода при большой плотности ионизации. Для этого кристалла α/β-отношение равно единице, и при размерах кристалла 10×7×5 мм разрешение по α-частицам ^{241}Am составило 13% [160].

12. СЦИНТИЛЛИРУЮЩИЕ СТЕКЛА

Такие элементы, как тербий, церий, празеодимий, обладают свойством сцинтиллировать. Стекло, активированное окислами этих элементов, становится сцинтиллятором.

Tb_2O_3 испускает свет при $\lambda_{макс} = 550$ нм и его спектры поглощения и эмиссии достаточно хорошо разделены [161]. Время высвечивания составляет ~3 мс. Tb_2O_3 находит применение для изготовления волоконных детекторов рентгеновских лучей [162].

Более быстрым является Ce_2O_3. Его свойства приведены в табл.9 [163]. Отличительная черта этого сцинтиллятора — высокая радиационная стойкость. Даже после облучения дозой 10^8 рад первоначальные характеристики могут быть хорошо восстановлены отжигом при 400°C [164]. Интерес к сцинтиллирующему стеклу, активированному Ce_2O_3, появился в связи с разработкой волоконных детекторов для физики высоких энергий [161,165,166]. Правда, наблюдали заметное послесвечение в таком стекле после воздействия большой дозы радиации. Еще более быстрым является стекло, активированное окислом Pr^{3+} [168]. Компоненты испускаемого им света имеют время высвечивания от 30 нс до нескольких микросекунд. Однако световой выход стекла с Pr^{3+} в два раза ниже, чем с Ce_2O_3. В работе [169] рассматриваются сцинтиллирующие стекла, активированные тербием и дополнительно нагруженные литием для эффективной регистрации нейтронов. В волоконном детекторе из такого стекла длина затухания света превышала 20 см.

Для электромагнитной калориметрии интересно применение фторидных стекол, имеющих более высокое радиационное сопротивление, чем другие стекла [5]. Фторидные стекла, активированные ионами Ce^{3+}, сцинтиллируют с $\tau = 16$ нс при $\lambda_{макс} = 320$ нм (тип HFG 320, $d = 5{,}75$ г/см^3) и с $\tau = 20$ нс при $\lambda_{макс} = 320$ нм (тип AFG 450, $d = 5{,}75$ г/см^3). Привлекательной стороной стекол является их низкая стоимость.

Таблица 9 [163]. Свойства сцинтиллирующего стекла GS1

Состав по весу, %:	
SiO_2	55
MgO	24
Al_2O_3	11
Li_2O	6
Cl_2O_3	4
Плотность, г/см^3	2,64
Средний коэффициент преломления	1,586
Радиационная длина, см	9,77
Длина ядерного взаимодействия, см	37,4
dE/dx для частиц с минимальной ионизацией, МэВ/см	4,6
Число фотонов/кэВ	1,5±0,5
Время высвечивания быстрой компоненты*, нс	55
Длина волны для максимальной эмиссии, нм	395
Длина затухания, см	20

*Согласно [167] быстрая компонента составляет только 35% от полного количества света и ее время высвечивания равно 74 нс.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Birks J.B.** — The Theory and Practice of Scintillation Counting. London, Pergamon Press, 1964.
2. **Акимов Ю.К.** — Сцинтилляционные счетчики в физике высоких энергий. М.: МГУ, 1963; New York and London, Academic Press, 1965.
3. **Heath R.L., Hofstadter R., Hughes E.B.** — Nucl.Instr.Meth., 1979, vol.162, p.431.
4. **Цирлин Ю.А., Глобус М.Е., Сысоева Е.П.** — Оптимизация детектирования гамма-излучения сцинтилляционными кристаллами. М.: Энергоатомиздат, 1991.
5. **Lecoq P., Schussler M., Schneegans M.** — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A315, p.334.
6. **Particle Data Group** — Phys. Lett., 1990, vol.B239, p.1116.
7. **Persyk D.E., Moi T.E.** — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1978, vol.NS-29, p.615.
8. **Sandorfi A.M., Collins M.T.** — Nucl. Instr. Meth., 1984, vol.222, p.479.
9. **Jaaskelainen M., Sarantites D.G., Woodward R. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1983, vol.204, p.385.
10. **Metag M.** — Lecture Notes in Physics. Ed. W.V.Oertzen. Springer, Heidelberg, New York, Tokyo, 1983, vol.178, p.163.
11. **Bass R., Kessel W., Majoni G.** — Nucl. Instr. Meth., 1964, vol.30, p.237.
12. **Bartle C.M.** — Nucl. Instr. Meth., 1975, vol.24, p.547.
13. **Шамовский Л.М.** — Кристаллофосфоры и сцинтилляторы в геологии. М.: Недра, 1985.

14. Harshaw Radiation Detector Filtrol Scintillation Phosphor Catalogue, 1984.
15. Grassman H., Lorenz E., Moser H.G. — Nucl. Instr. Meth., 1985, vol.228, p.323.
16. Sakai E. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1987, vol.NS-34, p.418.
17. Lorentz E. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1984, vol.NS-31, p.48.
18. Blanar G., Dietl H., Dobbins J. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1983, vol.A203, p.213.
19. Blucher E., Gittelman B., Heltsley B.K. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1986, vol.A249, p.201.
20. Grassmann H., Lorentz E., Moser H.G. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1985, vol.A235, p.319.
21. Crystal Barrel Collaboration — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A321, p.69.
22. Kobayashi M., Carlson P., Berglund S. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A302, p.47.
23. Kilgus U., Kotthaus R., Lange E. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A297, p.425.
24. Ляпидевский В.К., Прорвич В.А. — Приборы и техника эксперимента, 1974, №2, с.62; 1978, №5, с.69.
25. Kubota S., Sakuragi S., Hashimotu S. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1988, vol.A268, p.275.
26. Woody C.L., Levy P.W., Kierstead J.A. et al. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1990, vol.NS-37, p.492.
27. Meijer R.J., Van den Brink A., Bakkum et al. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A256, p.521.
28. Gong W.G., Kim Y.D., Poggi G. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1988, vol.A268, p.190.
29. Benrachi F., Chambon B., Cheynis B. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1989, vol.A281, p.137.
30. Twenhofel C.J.W., Box P.F., Schotanus P. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.B51, p.58.
31. Alarja J., Dauchy A., Giorni A. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1986, vol.A242, p.352.
32. Kreutz P., Kunmichel A., Pinkenburg C. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A260, p.120.
33. Xi Hongfei, Zhang Wenlong, Guo Zhon Gyan et al. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A320, p.504.
34. Агаронян Ф.А., Ахперджанян А.Г., Гонусек М. и др. — Сообщение ОИЯИ, Р13-87-15, Дубна, 1987.
35. Viesti G., Prete G., Fabris D. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1986, vol.A252, p.75.
36. Valtonen E., Peltonen J., Torsti J.J. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A286, p.169.
37. Horn D., Ball G.C., Galindo-Uribarri A. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A320, p.273.
38. Utts B.K., Spagno S.E. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1990, vol.NS-37, No.2, p.134.
39. Schotanus P., Kamermans R., Dorenbos P. — Ibid, p.177.
40. Keszthelyi-Landori S., Foldvari I., Voszka R. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A303, p.374.
41. Gektin A.V., Gorelov A.I., Rykalin V.I. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A294, p.591.
42. Weber M.I., Monchamp R.R. — J.Appl. Phys., 1983, vol.44, p.5496.
43. Nestor O.H., Huang C.Y. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1975, vol.NS-22, p.68.
44. Murashita M.H., Saitoh H., Tobimatsu K. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1986, vol.A243, p.67.
45. L3 Collaboration — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A289, p.35.
46. Farukhi M.R. — Nucl. Radiation Detector Materials. Symp., Massachusetts, Nov. 1982, p.115.
47. Melcher C.L., Manenta R.A., Schweitzer J.S. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1989, vol.NS-36, p.1188.
48. Ransome R.D., Cupps V.R., Danson S. et al. — Phys.Rev.Lett., 1990, vol.64, p.372; Phys. Rev., 1990, vol.C42, p.1500.
49. Zucchiatti A., Levi Sandri P., Scherf C. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A321, p.219.
50. Evans Jr. A.E. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1980, vol.NS-27, p.172.
51. Drake D.M., Nilsson L.R., Fancett J. — Nucl. Instr. Meth., 1981, vol.188, p.313.

52. Hausser O., Lone M.A., Alexander T.K. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1983, vol.213, p.301.
53. Kiziah R.R., Lowell S.R. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A305, p.129.
54. Corvisiero P., Anghinolfi M., Dzhilavyan L.Z. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A294, p.478.
55. Zhang N., Ding Z., Wu Y., Solomon M. — IEEE trans., Nucl. Sci., 1990, vol.NS-37, No.2, p.216.
56. Zucchiatti A., Castoldi M., Gervino G. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A317, p.492.
57. Dietl H., Dobbins J., Lorenz E. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1985, vol.A235, p.464.
58. Schamberger R.D., Heintz U., Lee-Franzini J. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A309, p.450.
59. Anghinolfi M., Castoldi M., Corvisiero P. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A317, p.531.
60. Sumner R. — Nucl. Instr. Meth., 1988, vol.A265, p.252.
61. Ren-yuan Zhu — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A306, p.145.
62. Gervino G., Anghinolfi M., Castoldi et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A309, p.497.
63. Farukhi M.R., Swinehart C.F. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1971, vol.NS-18, p.200.
64. Laval L., Moszynski M., Allemand R. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1983, vol.206, p.169.
65. Schotanus P., van Eijk C.W.E., Hollander R.W. et al. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1987, vol.NS-34, p.272.
66. Woody C.L., Levy P.W., Kierstead J.A. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1986, vol.NS-36, p.536.
67. Crahan G., Yamamoto H. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A307, p.240.
68. Murashita M.H., Saitoh H., Tobimatsu K. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1986, vol.A243, p.67.
69. Hoffmann E.J., Dahebom M., Ricci A.R. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1986, vol.NS-33, p.420.
70. Anderson D.F., Lamb D.C. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A260, p.377.
71. Sperr P. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A254, p.635.
72. Klarma W., Lindblad Th., Moszynski M. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A254, p.85.
73. Wisshak K., Kappeller F. — Nucl. Instr. Meth., 1984, vol.227, p.91.
74. Яновский В.В., Валбис Я.А., Козма П. — Препринт ЛИЯФ — 1499, Л., 1989.
75. Karle W., Knopp M, Speidel K.-H. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1988, vol.A271, p.571.
76. Wisshak K., Kappeler F., Gubber K. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1989, vol.NS-36, p.101.
77. Wisshak K., Kappeler F., Muller H. — Nucl. Instr. Meth., 1986, vol.A251, p.101.
78. Wisshak K., Gubber K., Kappeler F. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A259, p.583.
79. Kobayashi H., Konaka A., Miyake K. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1988, vol.A270, p.106.
80. Shotanus P., van Eijk C.W.E., Hollander R.W. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1985, vol.A238, p.554.
81. Mine P., Santiard J.C., Scigocki D. et al. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1987, vol.NS-34, p.458.
82. Bouclier R., Charpak G., Gao W. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1988, vol.A267, p.69.
83. Zichichi A. — The LAA Project, CERN-LAA/88-2, 1988.
84. Giomataris I., Charpak G. — Preprint CERN-EP/88-94, 1988.
85. Anderson D.F., Bouchlier R., Charpak G. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1983, vol.217, p.217.
86. Tailor K., Nestor O.M., Utts B. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1986, vol.NS-33, p.243.
87. Shotanus P., Dorenbos P., van Eijk C.W.E. et al. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1989, vol.NS-36, p.132.
88. Hamamatsu Photonics KK, Ichinocho, Hamamatsu 435, Japan.
89. Ren-yuan Zhu — Proc. Symp. on Detector Research and Development for the SSC, 1990, Fort Worth, Texas, p.340.

90. Matulewicz T., Grosse E., Emling H. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A289, p.194.
91. Geihl J., Hauff D., Henneberg J.M. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1988, vol.A263, p.392.
92. Lorentz E., Mageras G., Vogel H. — Nucl. Instr. Meth., 1986, vol.249, p.235.
93. Clayton J., Benenson W., Levinsky N. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A305, p.116.
94. Badala A., Barbera R., Palmeri A. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A306, p.283.
95. Migneco E., Agodi C., Alba R. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A314, p.31.
96. Kubota S., Suzuki M., Jian-zhi Ruan (Gen) et al. — Nucl. Instr. Meth., 1986, vol.A242, p.291.
97. Dafny E. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A254, p.54.
98. Murakami T., Kasagi J., Tachibanaki H. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1986, vol.A253, p.163.
99. Agodi C., Alba R., Bellia G. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1986, vol.A269, p.595.
100. Novotny R., Riess R., Hingmann R. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A252, p.340.
101. Lanzano G., Pagano A., Urso S. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A312, p.515.
102. Klarma W., Lindbland Th., Moszynski M. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1988, vol.A265, p.485.
103. Yanovsky V., Kozma P. — Nucl., Instr. Meth., 1989, vol.A276, p.659.
104. Kozma P., Yanovsky V. — Nucl. Instr. Meth., 1989, vol.A281, p.346.
105. Афанасиади Л.Ш., Вилбас Я.А., Галцков Н.З. и др. — Приборы и техника эксперимента, 1989, №1, с.77.
106. Shimizu T., Kubota S., Motobayashi T. et al. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1986, vol.NS-34, p.370.
107. Kubota S., Motobayashi T., Ruan (Gen) et al. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1987, vol.NS-34, p.438.
108. Winn D.R., Whitmore M. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1989, vol.NS-36, p.256.
109. Цирлин Ю.А., Виноград Е.Л., Гуревич Н.Ю. и др. — Атомная энергия, 1978, т.45, с.69.
110. Виноград Е.Л., Гуревич Н.Ю., Цирлин Ю.А. — Атомная энергия, 1980, т.48, с.335.
111. Bobbink G.J., Engler A., Kraemer R.W. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1984, vol.227, p.470.
112. Bieler Ch., Burkart D., Marks J. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1985, vol.A234, p.435.
113. Schlogl S., Spitzer H., Wittenburg K. — Nucl. Instr. Meth., 1985, vol.A242, p.89.
114. Kobayashi M., Sakuragi S. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A254, p.275.
115. Melcher C.L. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1985, vol.NS-32, p.545.
116. Kobayashi M., Kondo K., Hirabayashi H. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1983, vol.206, p.107.
117. Caffrey A.J., Heath R.L., Ritter P.D. et al. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1986, vol.NS-33, p.230.
118. Laviron C., Lecoq P. — Nucl. Instr. Meth., 1984, vol.227, p.45.
119. Zhu R.Y., Stone H., Newman H. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A302, p.69.
120. Lecoq P., Liand P.J., Rostaing B. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A300, p.240.
121. Yin Z.W., Wei Z.Y., Shen D.Z., Xie Y.Y. — Nucl. Instr. Meth., 1989, vol.A275, p.273.
122. Rester A.C., Bamford G.S., Coldwell R.L. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A297, p.258.
123. Majewski S., Anderson D. — Nucl. Instr. Meth., 1985, vol.A241, p.76.
124. Majewski S., Bentley M.K. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A260, p.373.
125. Murakami A., Asakura H., Yoshinaka H. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A301, p.435.
126. Kobayashi M., Ishimoto S., Sugimoto S. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A305, p.401.
127. Anderson D.F. — IEEE Trans Nucl. Sci., 1989, vol.NS-36, p.137.
128. Moses W.W., Derenzo S.E. — Ibid, p.173.
129. Anderson D.F. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A287, p.606.

130. **Kobayashi M., Ishii M., Krivandina E.A. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A302, p.443.
131. **Takagi K., Fukazawa T.** — Appl. Phys., 1983, vol.42, p.43.
132. **Ishibashi H., Shimizu K., Susa K. et al.** — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1989, vol.NS-36, p.170.
133. **Melcher C.L., Schweitzer J., Utsu T. et al.** — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1990, vol.NS-37, No.2, p.161.
134. **Kobayashi M., Takamatsu K., Ide S. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.S306, p.139.
135. **Gramsch E., Lynn K.G., Weber M. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A311, p.529.
136. **Каманин В.В., Куглер А., Пенионжкевич Ю.Э. и др.** — ЭЧАЯ, 1989, т.20, с.741.
137. **Alamanos N., Braun-Munzinger B., Freifelder R.F. et al.** — Phys. Lett., 1986, vol.B173, p.392.
138. **Yanovsky V.V., Chizhov V.A., Skorikov V.M.** — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A309, p.596.
139. **Гуманская Е.Г., Заднепровский Б.И., Коржик М.В. и др.** — Журнал прикладной спектроскопии, 1992, т.56, с.304.
140. **Заднепровский Б.И.** — Частное сообщение.
141. **Aseev A.A., Devitsin E.G., Kozlov V.A. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A313, p.340.
142. **Autrata R., Schaner P.** — J. Phys., Eng., 1978, vol.4, p.707; Scanning, 1983, vol.5, p.91.
143. **Барышевский В.Г., Коржик М.В., Мороз В.И. и др.** — ПТЭ, 1992, №3, с.86.
144. **Kachanov V.A., Rykalin V.I., Solovyanov V.L. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A314, p.215.
145. **Britvich G.I., Peresypkin A.I., Vasil'chenko V.G. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A308, p.509.
146. **Derenzo S.E., Moses W.W., Cahoon J.L. et al.** — IEEE Trans. Nucl. Sci., vol.NS-37, No.2, p.203.
147. **Moses W.W., Derenzo S.E.** — Ibid, p.96.
148. **Melcher C.L., Schweitzer J.S.** — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A314, p.212.
149. **Nephyodov V.A., Zadneprovsky D.I., Nephyodov P.V. et al.** — Report presented at the Intern. Workshop LUMDETR'91, Riga, October, 1991.
150. **Farukhi M.R.** — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1982, vol.NS-29, p.1237.
151. **Melcher C.L., Manete R.A., Schweitzer J.S.** — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1989, vol.NS-36, p.1188.
152. **Markakis J., Ortale C., Schnepple W.** — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1985, vol.NS-32, p.559.
153. **Валбис Я.А., Рачко З.А., Янсонс Ю.А.** — Оптика и спектроскопия, 1988, т.64, с.1196.
154. **Grassman H., Moser H.G., Lorentz E.** — J. of Luminescence, 1985, vol.33, p.109.
155. **Moszynski M., Allemand R., Laval M. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1983, vol.205, p.239.
156. **Yanovsky V., Kozma P.** — Nucl. Instr. Meth., 1989, vol.A, 276, p.659.
157. **Dorenbos P., van Eijk C.W.E., Hollander R.W. et al.** — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1990, vol.NS-37, No.2, p.119.
158. **Gruwe M., Tavernier S.** — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A311, p.301.
159. **Рыжиков В.Д., Стадник П.Е., Яковлев Ю.А.** — Приборы и техника эксперимента, 1984, №5, с.6.
160. **Даневич Ф.А., Здесенко Ю.Т., Николайко А.С. и др.** — Приборы и техника эксперимента, 1989, 5, с.80.
161. **Ruchti R., Baumbaugh B., Bishop J. et al.** — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1984, vol.NS-31, p.69.
162. **Shao H., Miller D.W., Pearsall C.R.** — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A299, p.528.
163. **Kirkby J.** — Preprint CERN-EP/87-60, 1987.
164. **Atkinson M., Fent J., Fisher C. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A254, p.500.

165. **Ruchti R., Baumbaugh B., Bishop J. et al.** — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1986, vol.NS-33, p.151.
166. **Angelini C., Beusch W., Bloodworth I.J. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1989, vol.A277, p.132.
167. **Angelini C., BeuschW., Crennell D.J. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1989, vol.A281, p.50.
168. **Rogers A., Kinchen B., Baumbaugh B. et al.** — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1987, vol.NS-34, p.541.
169. **Spector G.B., McCollum T., Spowart A.R.** — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A313, p.373.
170. **James K.M., Masterson M.Y., Farrel R.** — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A313, p.196.

РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ, ПОМЕЩЕННЫХ В ВЫПУСКЕ

УДК 539.12.01

Квантовые эффекты в экстремально сильном магнитном поле. *Тернов И.М., Дорофеев О.Ф.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1994, том 25, вып.1, с.5.

В обзоре представлен анализ научных данных о поведении электронов и позитронов в экстремально сильном электромагнитном поле. Решение задачи базируется на методе точных решений уравнения Дирака для электрона в однородном магнитном поле (представление Фарри). При этом оказывается возможным рассмотрение случая экстремально сильного поля $H \geq H_c = m^2c^3/e\hbar$ — такие поля характерны для пульсаров, а также в последнее время достигнуты в лабораторных условиях при встречном движении тяжелых ионов. Рассмотрены проблемы вакуума в сверхсильном поле, особенности синхротронного излучения в условиях магнитосферы пульсаров, однофотонные каналы реакции взаимного превращения электронно-позитронных пар, поведение простейших систем (атом водорода) в сверхсильном поле, а также задача об аномальном магнитном моменте электрона. Обсуждены вопросы о β-распаде нейтрона в условиях сильного магнитного поля.

Ил.16. Библиогр.: 118.

УДК 539.12.01

Метод дисперсионных соотношений. *Исаев П.С.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1994, том 25, вып.1, с.94.

В обзоре рассматриваются идейные физические и математические основы метода одномерных дисперсионных соотношений и его влияние на развитие других подходов к решению проблем теории сильных взаимодействий. В первую очередь рассмотрены двойные дисперсионные представления Мандельштама и их приложение к проблемам $\pi\pi \to \pi\pi$-, $\pi K \to \pi K$-, $\pi N \to \pi N$-рассеяния, а также к описанию электромагнитных формфакторов элементарных частиц. Кроме того, рассмотрены реджелогия, бутстрап-метод и сверхсходящиеся правила сумм. Отдельно рассмотрены ограничения на сечения физических процессов, следующие из предположений об аналитичности амплитуд рассеяния. Одна из целей обзора — показать вклад сотрудников Лаборатории теоретической физики ОИЯИ во все перечисленные теоретические подходы за период 1956—1965 гг., когда академик Н.Н.Боголюбов был директором этой лаборатории. В настоящее время делаются попытки использовать ряд методов квантовой теории поля (дисперсионные соотношения, FESR) для описания процессов сильных взаимодействий в рамках кварковой модели. Другая цель — выделить физические и математические идеи, лежащие в основе рассмотренных подходов, поскольку знание основ позволяет судить о возможности использования этих методов в рамках квантовой хромодинамики.

Ил.16. Библиогр.: 66.

УДК 539.182

Уровни энергии водородоподобных атомов и фундаментальные константы. *Двоеглазов В.В., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1994, том.25, вып.1, с.144.

Представленный обзор содержит описание теоретических методов исследования спектров водородоподобных систем. Рассмотрены различные варианты квазипотенциального подхода и метода эффективного уравнения Дирака, включая описание сравнительно новых методов, а именно метода исследования спектров с помощью квазипотенциального уравнения с релятивистской приведенной массой и метода выделения логарифмических поправок с помощью уравнения ренормгруппы. Особое внимание уделено построению теории

возмущений и отбору диаграмм, позволяющих вычислить вклады различного порядка по постоянной тонкой структуры α в энергию тонкого и сверхтонкого расщеплений в водородоподобных атомах (позитроний, мюоний и атом водорода). Проведено сравнение экспериментальных и теоретических результатов по широкому кругу проблем, таких как тонкое и сверхтонкое расщепление в водородоподобных системах, лэмбовский сдвиг и аномальные магнитные моменты электрона и мюона. Также обсуждена связанная с ними проблема точного определения численного значения постоянной тонкой структуры.

Табл.12. Ил.4. Библиогр.: 351.

УДК 539.1.074.:539.122

Детекторы ядерных излучений на основе неорганических сцинтилляторов. *Акимов Ю.К.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1994, том 25, вып.1, с.229.

Рассмотрено современное состояние разработок и исследований в области спектрометрии ядерных излучений детекторами с неорганическими сцинтилляторами. Систематизированы результаты исследований характеристик и применений таких широко распространенных в экспериментальной технике сцинтиллирующих монокристаллов, как иодит цезия, германат висмута и фторид бария. Описаны достижения в разработке новых типов сцинтилляторов. Особое внимание уделено прецизионной калориметрии электромагнитных излучений высоких энергий, основанной на использовании неорганических сцинтилляторов. Рассмотрены различные виды электромагнитных калориметров. Обсуждены возможности тех или иных типов неорганических сцинтилляторов для построения из них калориметров, а также широкоапертурных гамма-детекторов. Большое внимание уделено измерению энергии и идентификации заряженных частиц и ионов.

Табл.9. Ил.29. Библиогр.: 170.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП. 1

СОДЕРЖАНИЕ

Тернов И.М., Дорофеев О.Ф.
Квантовые эффекты в экстремально сильном магнитном поле 5

Исаев П.С.
Метод дисперсионных соотношений 94

Двоеглазов В.В., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н.
Уровни энергии водородоподобных атомов и фундаментальные константы 144

Акимов Ю.К.
Детекторы ядерных излучений на основе неорганических сцинтилляторов 229

CONTENTS

Ternov I.M., Dorofeev O.F.
Quantum Effects in Extremely Strong Magnetic Field 5

Isaev P.S.
Dispersion Relation Method 94

Dvoeglazov V.V., Tyukhtyaev Yu.N., Faustov R.N.
The Energy Levels of Hydrogen-Like Atoms and Fundamental Constants 144

Akimov Yu.K.
Nuclear Radiation Detectors Based on Inorganic Scintillators 229

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале «Физика элементарных частиц и атомного ядра» (ЭЧАЯ) печатаются обзоры по актуальным проблемам теоретической и экспериментальной физики элементарных частиц и атомного ядра, проблемам создания новых ускорительных и экспериментальных установок, автоматизации обработки экспериментальныхх данных. Статьи печатаются на русском и английском языках. Редакция просит авторов при направлении статьи в печать руководствоваться изложенными ниже правилами.

1. Текст статьи должен быть напечатан на машинке через два интервала на одной стороне листа (обязательно представляется первый машинописный экземпляр). Поля с левой стороны должны быть не уже 3—4 см, рукописные вставки не допускаются. Экземпляр статьи должен включать аннотации и название на русском и английском языках, реферат на русском языке, УДК, сведения об авторах: фамилия и инициалы (на русском и английском языках), название института, адрес и телефон. Все страницы текста должны быть пронумерованы. Статья должна быть подписана всеми авторами. Текст статьи может быть напечатан на принтере с соблюдением тех же правил.

2. Формулы и обозначения должны быть вписаны крупно, четко, от руки темными чернилами (либо напечатаны на принтере и обязательно размечены). Желательно нумеровать только те формулы, на которые имеются ссылки в тексте. Номер формулы указывается справа в круглых скобках. Особое внимание следует обратить на аккуратное изображение индексов и показателей степеней: нижние индексы отмечаются знаком понижения ∩, верхние — знаком повышения ∪; штрихи необходимо четко отличать от единицы, а единицу — от запятой. Следует, по возможности, избегать громоздких обозначений и упрощать набор формул (например, применяя exp, дробь через косую черту).

Во избежание недоразумений и ошибок следует делать ясное различие между прописными и строчными буквами, одинаковыми по начертанию (V и v, U и u, W и w, O и o, K и k, S и s, C и c, P и p, Z и z), прописные подчеркивают двумя чертами снизу, строчные — двумя чертами сверху ($\underline{\underline{S}}$ и $\bar{\bar{s}}$, $\underline{\underline{C}}$ и $\bar{\bar{c}}$). Необходимо делать четкое различие между буквами e, *l*, O (большой) и o (малой) и 0 (нулем), для чего буквы $\underline{\underline{O}}$ и $\bar{\bar{o}}$ отмечают двумя черточками, а нуль оставляют без подчеркивания. Греческие буквы подчеркивают красным карандашом, векторы — синим, либо знаком $\sqcup$ снизу чернилами. Не рекомендуется использовать для обозначения величин буквы готического, рукописного и других малоупотребимых в журнальных статьях шрифтов, однако если такую букву нельзя заменить буквой латинского или греческого алфавита, то ее размечают простым карандашом (обводят кружком). В случае, если написание может вызвать сомнение, необходимо на полях дать пояснение, например: ζ — «дзета», ξ — «кси», k — лат., к — русск.

3. Рисунки представляют на отдельных листах белой бумаги или кальки с указанием на обороте номера рисунка и названия статьи. Тоновые фотографии должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте карандашом указать: «верх», «низ». Графики должны быть тщательно выполнены тушью или черными чернилами; не рекомендуется загромождать рисунок ненужными деталями: большинство надписей выносится в подпись, а на рисунке заменяется цифрами или буквами. Желательно, чтобы рисунки были готовы к прямому репродуцированию. Подписи к рисункам представляются на отдельных листах.

4. Таблицы должны быть напечатаны на отдельных листах, каждая таблица должна иметь заголовок. Следует указывать единицы измерения величин в таблицах.

5. Список литературы помещается в конце статьи. Ссылки даются с указанием номера ссылки на строке в квадратных скобках. В литературной ссылке должны быть указаны:

для книг — фамилии авторов, инициалы, название книги, город, издательство (или организация), год издания, том (часть, глава), цитируемая страница, если нужно; для статей — фамилии авторов, инициалы, название журнала, серия, год издания, том (номер, выпуск, если это необходимо), первая страница статьи.

Например:

1. Лезнов А.Н., Савельев М.В. — Групповые методы интегрирования нелинейных динамических систем. М.: Наука, 1985, с.208.
2. Годен М. — Волновая функция Бете: Пер. с франц. М.: Мир, 1987.
3. Turbiner A.V. — Comm.Math.Phys., 1988, vol.118, p.467.
4. Ушверидзе А.Г. — ЭЧАЯ, 1989, т.20, вып.5, с.1185.

6. Редакция посылает автору одну корректуру. Изменения и дополнения в тексте и рисунках не допускаются. Корректура с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в минимальный срок.

Редактор **Е.К.Аксенова**
Художественный редактор **А.Л.Вульфсон.**
Корректор **Т.Е.Попеко.**

Сдано в набор 2.11.93. Подписано в печать 20.01.94. Формат 60×90/16.
Бумага типографская № 1. Печать офсетная. Усл.печ.л. 18,0. Уч.-изд.л. 21,96.
Тираж 800. Заказ 46934. Цена 800 р.

141980 Дубна Московской области
ОИЯИ, Издательский отдел, тел. 926—22—32 (моск.), 62—645 (дубн.)

ISSN 0367—2026. Физика элементарных частиц и атомного ядра
1994. Том 25. Вып.1. 1—290.