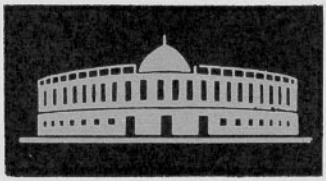
ISSN 0367-2026

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ и АТОМНОГО ЯДРА



ЭЧАЯ

1994 том 25 выпуск 2

JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

PHYSICS OF ELEMENTARY PARTICLES AND ATOMIC NUCLEI

PARTICLES & NUCLEI

SCIENTIFIC REVIEW JOURNAL

Founded in December 1970
VOL.25
PART 2
Six issues per year

DUBNA 1994

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА

ЭЧАЯ

НАУЧНЫЙ ОБЗОРНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в декабре 1970 года
ТОМ 25
ВЫПУСК 2
Выходит 6 раз в год

ДУБНА 1994

Главный редактор

А.М.БАЛДИН

Редакционная коллегия:

В.Л.АКСЕНОВ
(зам. главного редактора),
П.Н.БОГОЛЮБОВ,
С.К.БРЕШИН,
В.В.ВОЛКОВ,
Ц.Д.ВЫЛОВ,
Ю.П.ГАНГРСКИЙ,
В.П.ДЖЕЛЕПОВ,
И.С.ЗЛАТЕВ,
П.С.ИСАЕВ
(ответственный секретарь),
В.Г.КАДЫШЕВСКИЙ
(зам. главного редактора),
К.КАУН,
Д.КИШ,
Н.Я.КРОО,
Р.М.ЛЕБЕДЕВ,
М.Г.МЕЩЕРЯКОВ,
И.Н.МИХАЙЛОВ,
НГУЕН ВАН ХЬЕУ
(зам. главного редактора),
Ю.Ц.ОГАНЕСЯН,
Ю.П.ПОПОВ,
А.Н.СИСАКЯН,
В.Г.СОЛОВЬЕВ
(зам. главного редактора),
А.А.ТЯПКИН,
А.И.ХРЫНКЕВИЧ,
Ч.К.ШИМАНЕ

Редакторы:
Е.К.Аксенова, тел. 62-645
Э.В.Ивашкевич

©ОИЯИ, «Физика элементарных частиц и атомного ядра», 1994

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП.2

УДК 539.173.7

PROGRESS IN THEORETICAL UNDERSTANDING OF PROPERTIES OF HEAVIEST NUCLEI

Adam Sobiczewski

Soltan Institute for Nuclear Studies, Hoza 69, PL-00-681 Warszawa, Poland

A short review of recent theoretical results on the ground-state properties of the heaviest nuclei is given. Even-even nuclei with atomic number $Z = 92—114$ are considered. Much attention is paid to discussion of the role of shell effects in these properties.

Дан краткий обзор теоретических расчетов свойств самых тяжелых ядер. Рассмотрены четно-четные ядра с атомным номером $Z = 92—114$. Много внимания уделено вопросу о роли, которую играют оболочечные эффекты в свойствах этих ядер.

1. INTRODUCTION

The objective of the present paper is to give a short review of theoretical results on the ground-state properties of the heaviest nuclei, obtained in recent years. Such properties like deformation, mass, alpha-decay and spontaneous-fission half-lives are discussed. To see some systematics of the properties, a rather large region of nuclei is considered. These are even-even nuclei with atomic number $Z = 92—114$.

Much attention is paid to the discussion of the role of shell effects in the properties of these nuclei, which seem to have been underestimated in the past.

The reviewed theoretical studies are closely connected with an extensive experimental research on the heaviest nuclei (cf. e.g. [1—7]).

2. SPECIFIC FEATURES OF HEAVIEST NUCLEI

2.1. Instability. All nuclei of the considered region are unstable, radioactive. As we are interested in the nuclei which are not too far from the β-stability line, their main decay modes are: alpha-decay and spontaneous fission. Both modes are discussed in the present review.

2.2. Deformation. Most nuclei of the considered region are, or are expected to be, deformed. This is because their outer nucleons fill up large nuclear shells. For protons, this is the shell between the last experimentally known magic number $Z = 82$ and the theoretically predicted [8,9] number $Z = 114$. Thus, the shell is as large (32 protons) as the largest experimentally observed proton shell between $Z = 50$ and 82. For neutrons, this is the shell between the last experimentally known magic number $N = 126$ and the theoretically predicted [8,9] number $N = 184$. If the predictions are correct, this shell would be the largest neutron shell (58 neutrons) of all considered up to now. The largest experimentally observed shell is between the magic numbers $N = 82$ and 126 (i.e., 44 neutrons).

2.3. Essential Role of Shell Effects. Shell effects are important for all nuclei. Their role for the heaviest nuclei is, however, essential, as many of them would not exist at all without these effects. This will be discussed in more detail in the next chapter.

3. SHELL EFFECTS

Figure 1, taken from [10], illustrates shell effects in the mass of the heaviest nuclei, $M^{\exp} - \tilde{M}$. Here, $M^{\exp}$ is the experimental mass and $\tilde{M}$ is the mass calculated by the macroscopic model without any shell effects. For the latter, the widely used Yukawa-plus-exponential model [11] is taken. One can see that the shell effect is negative, i.e., it decreases masses of the nuclei. Its absolute value increases with the increasing atomic number Z, up to about 5 MeV for the heaviest known even-even nuclei: $^{260}106$ and $^{264}108$.

Figure 2 shows [10] logarithm of the spontaneous-fission half-lives: experimental and calculated within a macroscopic model without any shell effects. Thus, the difference between the two is the shell effect in the spontaneous-fission lifetime. Instead of showing this difference directly, we show here the half-life itself, to see its values; in particular, to see how fast the half-life T_{sf} decreases with increasing atomic number Z. For example, the value calculated for the nucleus $^{260}106$ with $Z = 106$ is by about 40 orders of magnitude smaller than the values obtained for nuclei with $Z = 92$ (U).

The macroscopic calculation of T_{sf}, done here, consists in using the Yukawa-plus-exponential model (*Y*) [11], for the calculation of the fission barrier, and a smooth, phenomenological model [12—14] for the calculation of the mass (inertia) parameter, which describes the inertia of a nucleus with respect to changes of its deformation.

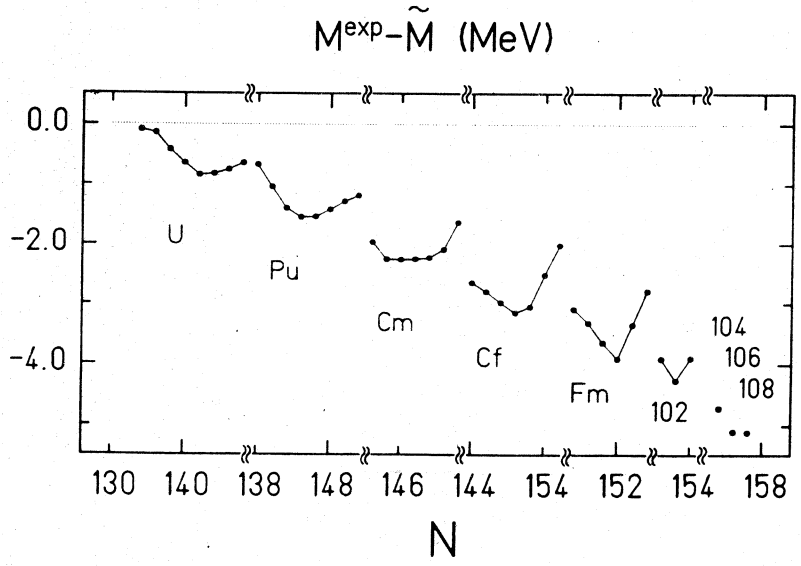


Fig.1. Shell effects in the mass of nuclei [10]

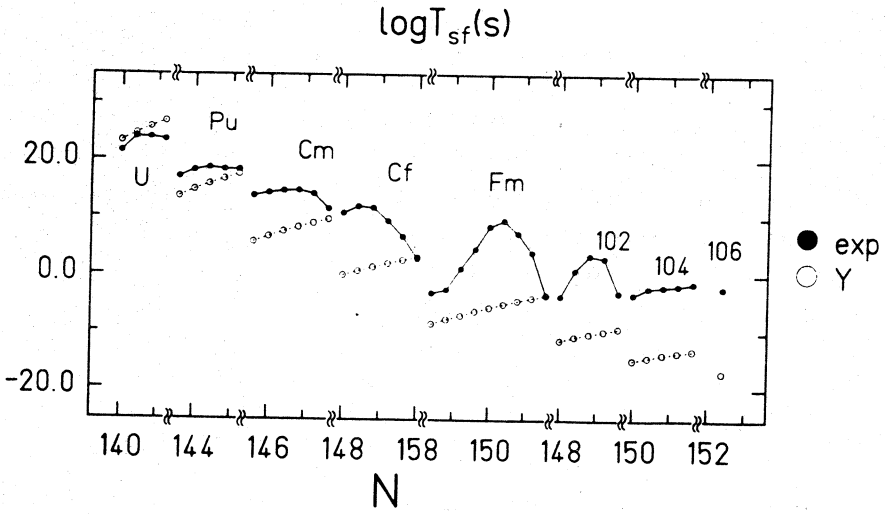


Fig.2. Logarithm of experimental (exp) and macroscopic (Y) spontaneous-fission half-lives T_{sf} (in seconds) [10]

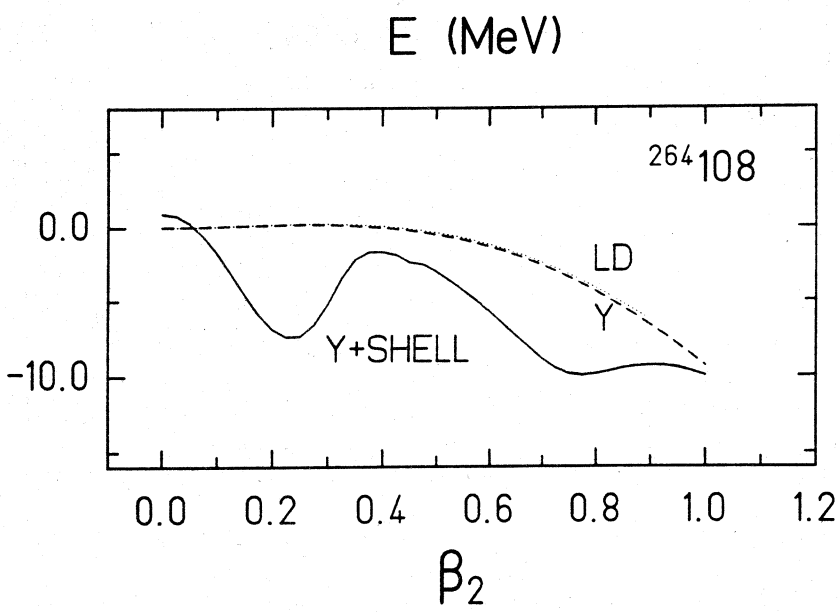


Fig.3. Total fission barrier (Y + SHELL) and its smooth part obtained by the Yukawa-plus-exponential (Y) and by the liquid-drop (LD) models, for the nucleus ^{264}108 [10]

One can see in fig.2 that the shell effect delays the fission process in all considered nuclei, except only few lightest ones (isotopes of uranium). The delay increases from few orders (Pu isotopes) to about 15 orders of magnitude for the heaviest even-even nucleus with measured T_{sf} (^{260}106). For such a heavy nucleus like ^{260}106, with T_{sf} of the order of few milliseconds, this elongation makes up practically the whole half-life of these nuclei. In other words, they would not exist without shell effects.

The mechanism by which practically the whole half-life of a very heavy nucleus is made up by shell effects is illustrated in fig.3. The illustration is given [10] for the heaviest even-even nucleus observed up to now, i.e., for ^{264}108. Here, the total fission barrier (Y+SHELL), including shell effects, is shown by solid line; and its smooth part (obtained by the Yukawa-plus-exponential model (Y)), by dashed line. The smooth barrier obtained by another macroscopic model (liquid drop [15], LD) is also shown (dotted line), for comparison. One can see that a significant height (about 6 MeV) of the fission barrier is obtained only after the inclusion of shell effects. Without them, no fission barrier (Y and LD) appears.

Figures 1 and 2 illustrate the strong dependence of shell effects on the proton, Z, and neutron, N, numbers. This means that each nucleus should be treated individually (i.e., without any averaging over a number of nuclei) in a theoretical analysis. The strong dependence of shell effects also on the deformation of a nucleus, illustrated in fig.3, requires a careful treatment of this deformation in the analysis. In other words, the analysis of the properties of a heavy nucleus should be performed in a sufficiently large, multi-dimensional deformation space.

4. BIMODAL FISSION

It is known that nuclei around heavy isotopes of fermium show some peculiarities in their spontaneous-fission properties. One of them is a rapid decrease of asymmetry in the mass distribution of the fission fragments with increasing neutron number N (e.g., [16]). Another peculiarity is that the average total kinetic energy, $\overline{\text{TKE}}$, of the fission fragments does not follow the smooth systematics when one is approaching the heaviest isotopes of these nuclei [16]. For example, for ^{258}Fm (and also ^{259}Fm), $\overline{\text{TKE}}$ is much larger than expected from this systematics. A careful analysis of the distribution of the total kinetic energy, TKE, performed [17,18,5] for ^{258}Fm and few other nuclei close to it, resulted in the separation of two components. One of them has a peak at TKE of about 200 MeV and corresponds to «normal» mode of fission, which follows the above-mentioned systematics of $\overline{\text{TKE}}$. The other has a peak at TKE of about 235 MeV and, thus, corresponds to a new mode with the higher kinetic energy of fragments. The appearance of two different modes in the fission of the same nuclide (i.e., in the fission of nuclei with the same Z and N) has been called «bimodal fission» [17].

As TKE comes from the Coulomb repulsion energy between the fragments in the scission configuration, the low-energy component should correspond to more elongated shapes (ES) and the high-energy component to more compact shapes (CS) at the scission point. Thus, the simultaneous appearance of both modes of fission for some nuclei means that there should exist two different trajectories for each of these nuclei: one ending at the ES scission point and the other at the CS point, but both corresponding to the same fission barrier (to have the same fission half-life).

It was natural then to look at the potential energy, calculated theoretically, to see whether it predicts such trajectories. A number of calculations have been undertaken (e.g., [19—23]). Some of the results of them will be illustrated in chap.6.

5. METHODS OF THEORETICAL DESCRIPTION

As mentioned in the Introduction, the main properties of the heaviest nuclei, in which we are interested in the present paper, are the alpha-decay and the spontaneous-fission half-lives, T_α and T_{sf}, respectively. To describe T_α, one needs to know the energy (mass) of initial (parent) and final (daughter) nuclei. For description of T_{sf}, the dependence of the energy of a nucleus on its deformation (fission barrier) as well as its inertia (mass parameters) are needed.

5.1. Energy of a Nucleus. The energy of a nucleus is usually calculated by the macroscopic-microscopic method. The Yukawa-plus-exponential model [11] or liquid-drop model [15] are used for the macroscopic part of the energy. The Strutinski shell correction [24] is generally taken for the microscopic part. It is based on a single-particle potential, describing the internal structure of a nucleus. This is usually the Nilsson [25], Woods-Saxon [26] or folded-Yukawa [27] potentials. The residual pairing interaction is usually treated in the BCS approximation (e.g., [28]).

5.2. Inertia Tensor. The inertia tensor provides the metric in a multidimensional deformation space and is necessary to find the fission trajectory. It is usually calculated in the cranking approximation (e.g., [29—32,14]).

5.3. Parametrization of the Deformation. There is a number of parametrizations of nuclear shapes. In most of the results presented in the present paper, the shapes are described by the usual deformation parameters β_λ, appearing in the expression for nuclear radius (in the intrinsic frame of reference) in terms of spherical harmonics,

$$R(\vartheta) = R_0(\beta_\mu)\,[\,1 + \sum_{\lambda=2}^{\lambda\max} \beta_\lambda\, Y_{\lambda 0}(\vartheta)]\,,$$

where the dependence of R_0 on β_μ is determined by the volume-conservation condition.

The shapes described by this formula are axially symmetric. More general shapes include a non-axiality into the quadrupole ($\lambda = 2$) [33,34] and also into the hexadecapole ($\lambda = 4$) [35—38] components of the deformation.

5.4. Alpha-Decay Half-Lives. Alpha decay is usually described by a simple one-body model of this process. The alpha particle is assumed to be already formed in the parent nucleus, before its emission, and the decay consists in the penetration of this particle through the potential-energy

barrier. The model leads to a simple expression of the half-life T_α by the decay energy Q_α (e.g., [39—42]). One of the forms of this expression is the phenomenological formula of Viola and Seaborg [39]

$$\log T_\alpha = (aZ + b)Q_\alpha^{-1/2} + (cZ + d),$$

where Z is the atomic number of the parent nucleus, Q_α is the alpha-decay energy in MeV, T_α is given in seconds and a,b,c,d are adjustable parameters. These parameters have been readjusted in [43] to take into account new data. They are

$$a = 1.66175,\ b = -8.5166,\ c = -0.20228,\ d = -33.9069.$$

These new values allow one to better reproduce the data (especially for the heaviest nuclei) than the old values of the original paper [39], by up to about one order of magnitude.

5.5. Spontaneous-Fission Half-Lives. The spontaneous-fission half-lives T_{sf} have been usually calculated in two ways: the static way (e.g., [13,21]) and in the dynamical one (e.g., [30,31,44,45]).

In the static way, the action integral (which determines the probability of the penetration of a nucleus through the fission barrier) is calculated along the static trajectory, in every point of which the potential energy is minimal. The inertia of a nucleus is taken in a phenomenological form [12—14], which seems, however, to be too much simplified. In particular, it does not take into account the shell structure of a nucleus, which is so important for the heaviest nuclei. In the dynamical approach, the half-life T_{sf} is calculated along the dynamical trajectory which minimizes the action integral (the integral is usually not minimal along the static trajectory). The trajectory is determined then by both the potential energy and the inertia tensor of a nucleus. The inertia tensor is usually calculated by the cranking method (as already mentioned above), which takes into account the microscopic (shell) structure of a nucleus.

In the present paper, we will illustrate the results for T_{sf} obtained in the dynamical calculations.

6. SOME OF THEORETICAL RESULTS

6.1. Ground-State Deformations. Figure 4 gives [46] the equilibrium deformations β_λ^0, $\lambda = 2, 4, 6$ and the shapes of nuclei with proton number $Z = 90$—114 and neutron number $N = 136$—168. One can see that all nuclei

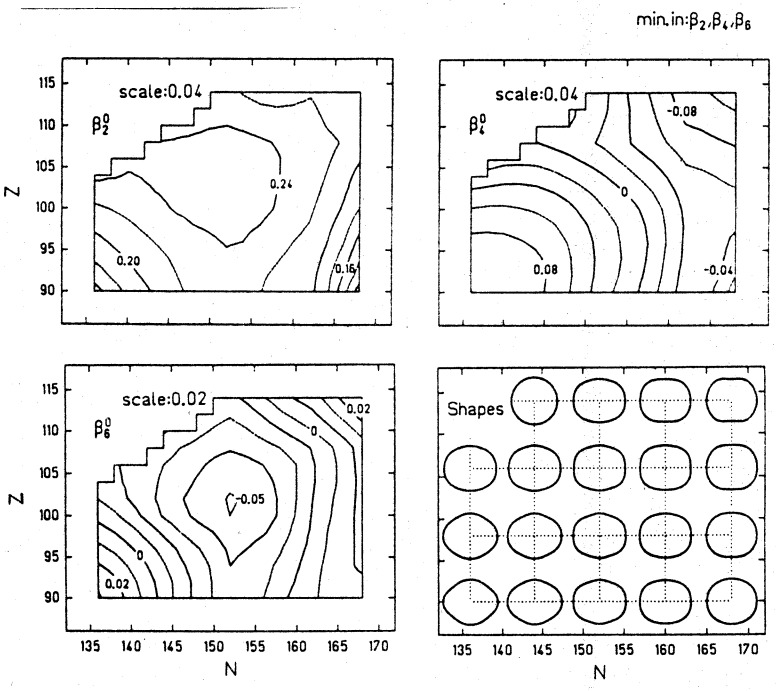


Fig.4. Equilibrium deformations β_λ^0 ($\lambda = 2, 4, 6$) and shapes of nuclei. Numbers at the contour lines give the values of the deformation. They are obtained by minimization of the energy in the β_2, β_4, β_6 degrees of freedom. Difference in the values between neighbouring solid lines is specified by the scale. Dashed lines divide this difference by two [46]

in the studied region are deformed. The quadrupole deformation β_2^0 is rather large and does not vary much, especially around the center of the region. The hexadecapole deformation β_4^0 decreases from about $\beta_4^0 \approx 0.10$, for the lightest considered nuclei, down to about $\beta_4^0 \approx -0.09$, for the heaviest nuclei. The fastest variations are obtained for β_6^0, which changes sign twice inside the considered region.

6.2. Shell Correction to Energy. Figure 5 shows a map [46] of the shell correction, E_{sh}, to the potential energy. This correction is the gain in the potential energy of a nucleus due to its shell structure. One can see that the

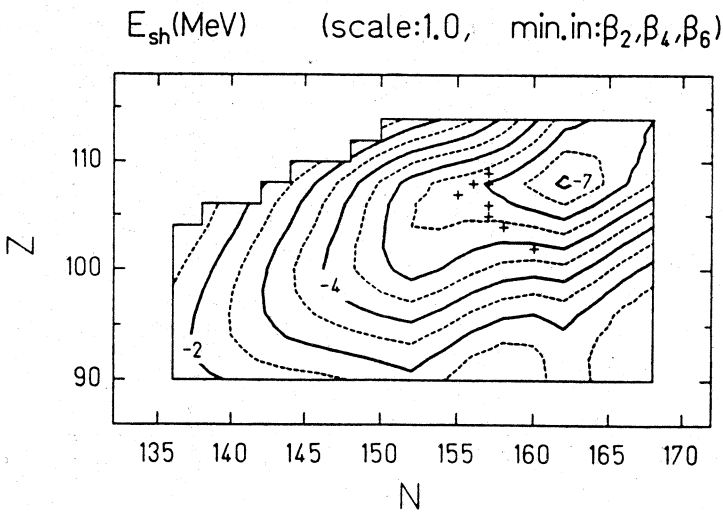


Fig.5. Shell correction, E_{sh}, to the potential energy of nuclei [46]

correction is negative in the whole region, i.e., it increases the binding of the nuclei. Starting from about 2 MeV (in absolute value), it systematically increases, up to about 7 MeV, as one passes from the beginning of the region to about its end. The large value of E_{sh} obtained for nuclei around $^{270}108$ is connected with the new deformed shell at neutron number $N = 162$. Experimentally known deformed shell at $N = 152$ manifests itself here by a shallow local minimum in the E_{sh} map. Crosses in the figure indicate the heaviest nuclei synthesized up to now. One can see that these nuclei profit by about 5—6 MeV in their energy from the shell correction. Without this profit, they could not exist, as was illustrated in fig.3.

Figure 6 gives a comparison [46] between experimental (shown earlier in fig.1) and theoretical shell corrections to mass of a nucleus. One can see that, except for the lightest isotopes of uranium, the experimental values are rather well reproduced by the calculations. In particular, the effect of the deformed neutron shell at $N = 152$ is well reproduced in all elements ($Z = 96$—102) for which it is observed experimentally. It is worth mentioning that the inclusion of the deformation β_6 to the analysis is important for this reproduction.

6.3. Alpha-Decay Half-Lives. A map [46] of logarithm of the alpha-decay half-life T_α is shown in fig.7. The half-life is calculated by the Viola-Seaborg phenomenological formula [39]. The parameters of the formula have

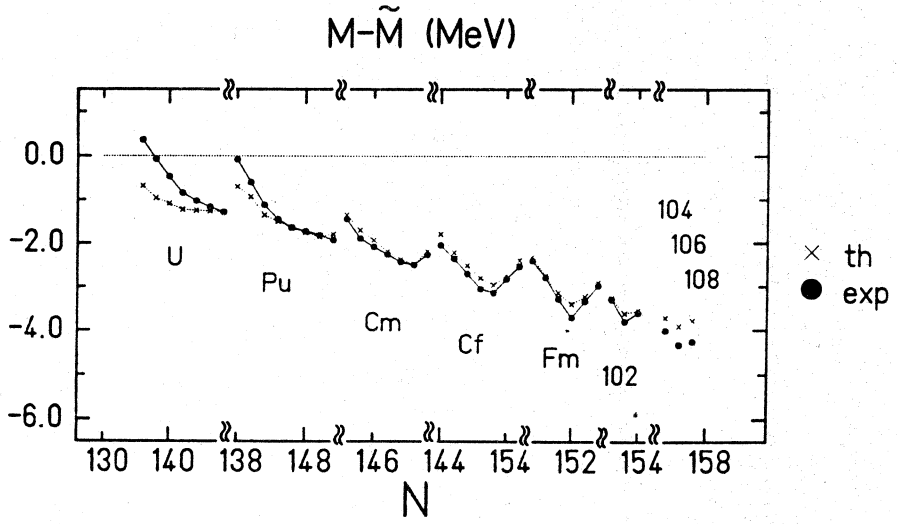


Fig.6. Comparison between theoretical (th) and experimental (exp) shell corrections to mass of a nucleus, $M - \tilde{M}$ [46]

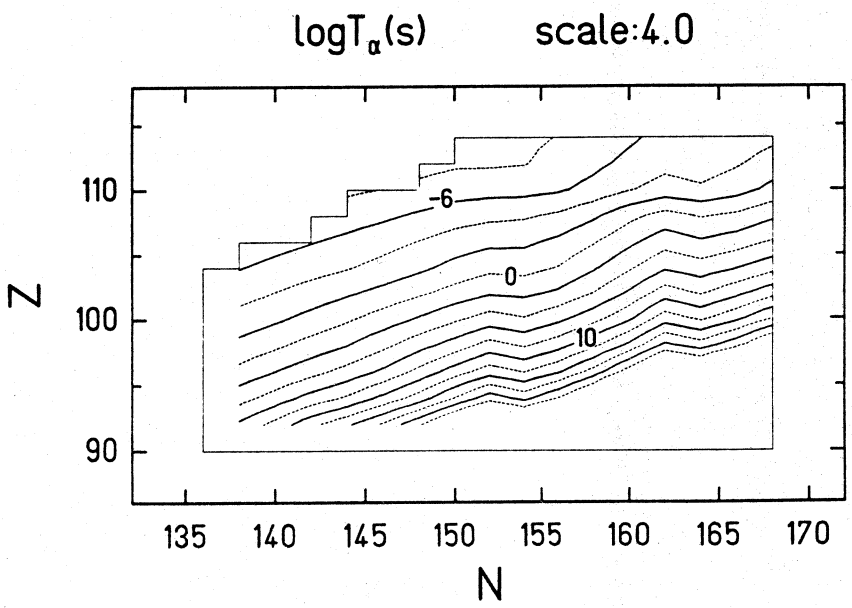


Fig.7. Contour map of logarithm of the alpha-decay half-life T_α, given in seconds [46]

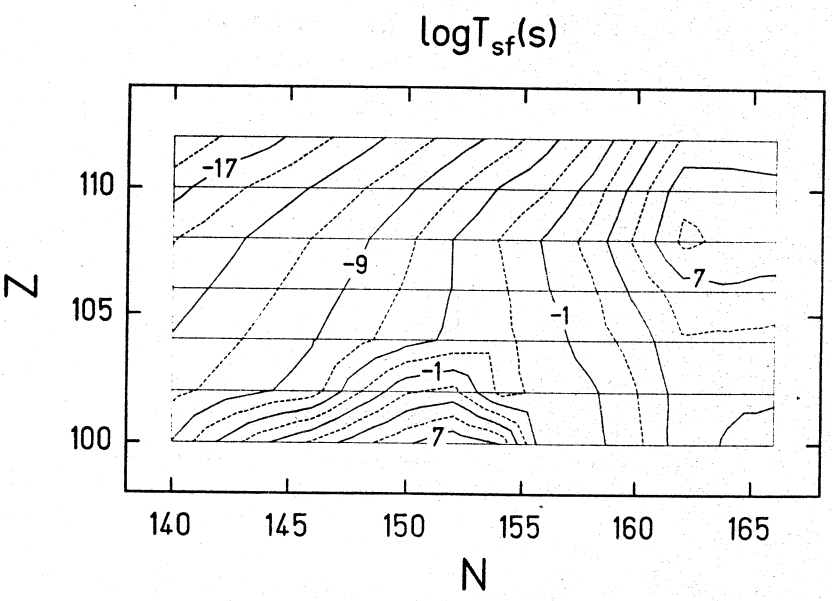


Fig.8. Contour map of logarithm of the spontaneous fission half-life T_{sf}, given in seconds [45]

been taken, however, from [43] where they have been readjusted to account for new data. A rather smooth behaviour of T_α is seen. It fast decreases with increasing Z. The effect of closed deformed shells at neutron numbers $N = 152$ and 162 is visible in the form of local maxima of T_α at these numbers.

6.4. Spontaneous-Fission Half-Lives. Figure 8 shows a contour map [45] of logarithm of the spontaneous-fission half-life T_{sf}, calculated dynamically for even-even nuclei with $Z = 100—112$ and $N = 140—166$, as described in [45]. A rather complex structure of the map is seen. Two maxima of T_{sf} are obtained: one for the known nucleus ^{252}Fm and the other for the not yet observed nucleus ^{270}108. The maxima are connected with the strong deformed shells at $N = 152$ (and a weaker at $Z = 100$) and at $N = 162$ and $Z = 108$, respectively, appearing for the ground-state configuration of these nuclei. The shells result in relatively high fission barriers for these nuclei. The shells at $Z = 108$ and $N = 162$, obtained in the calculations, are especially strong, qualifying the nucleus ^{270}108 to be a good candidate for a double-magic deformed nucleus.

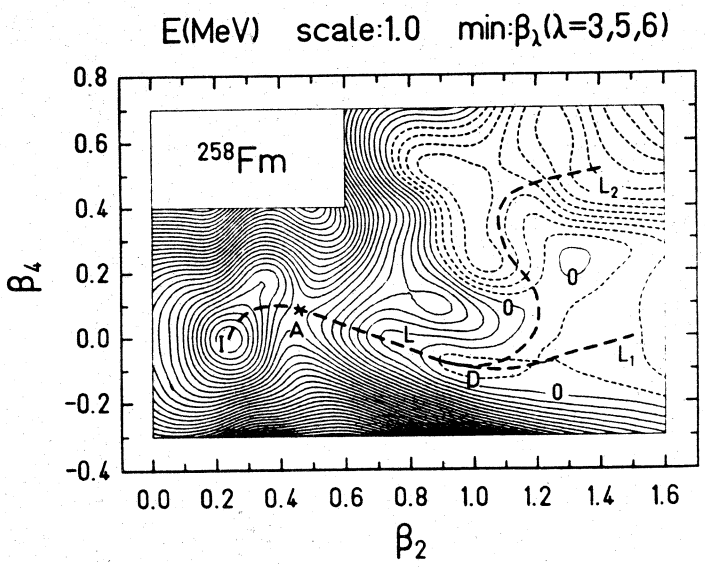


Fig.9. Contour map of the potential energy E calculated for ^{258}Fm. Numbers at contour lines give the values of the energy which is normalized to zero at the equilibrium point I. Solid contour lines correspond to positive; and dashed lines, to negative energies [23]

6.5. Bimodal Fission. In this section, we illustrate results related to bimodal fission of ^{258}Fm, i.e., of one of the nuclei for which this process has been observed.

Figure 9 shows a map [23] of the potential energy of ^{258}Fm calculated as a function of the deformations β_2 and β_4. At each point (β_2, β_4), the energy is minimized in the β_3, β_5 and β_6 degrees of freedom. Thus, the analysis is performed in the 5-dimensional deformation space. A line L, which is close to the static fission trajectory, is indicated. It starts at the first minimum (the equilibrium point), passes through the saddle point A and comes to a shallow second minimum. Then it splits (at the point D) into two trajectories: L_1 and L_2. One trajectory (L_1) goes into the valley which (as will be shown in fig.10) corresponds to more compact shapes (CS) of the nucleus and the other (L_2) to the valley which corresponds to more elongated shapes (ES). One can see that both fission modes, proceeding along the trajectories L_1 and L_2 have the same fission barrier, as no barrier appears behind the bifurcation point D. Thus, the half-life for both modes is the same.

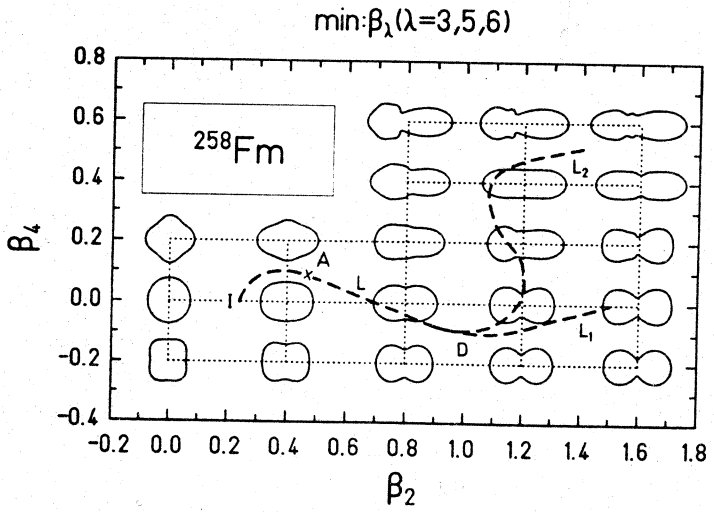


Fig.10. Shapes of the nucleus ^{258}Fm, corresponding to the energies given in fig.9 [23]

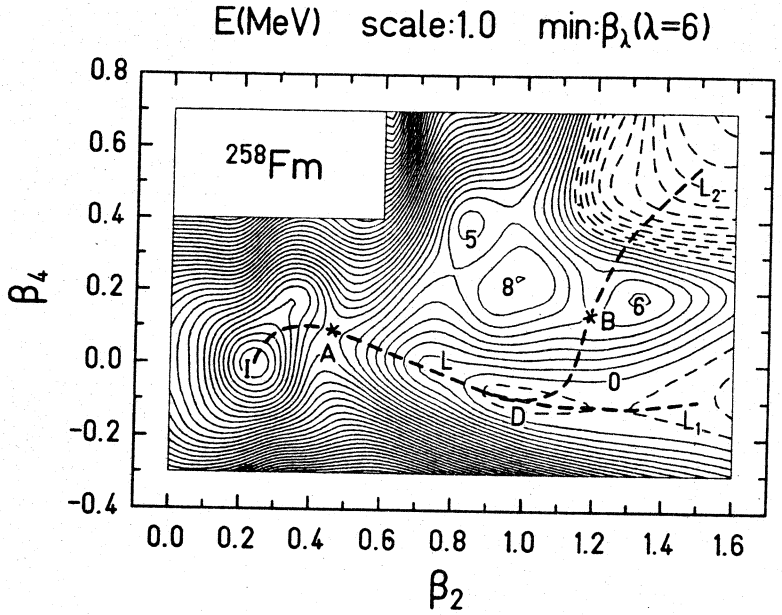


Fig.11. Contour map of the potential energy E of the nucleus ^{258}Fm in the case when only reflection-symmetric shapes, $\lambda = 2, 4, 6$, are considered [23]

Figure 10 shows the shapes [23] of ^{258}Fm corresponding to the potential energy given in fig.9. One can see that the shapes corresponding to the trajectory L_1 are much more compact than the shapes corresponding to L_2 and they are reflection symmetric. Both results are in line with experiment [16—18,5].

One should stress the important role of the reflection-asymmetric shapes in the analysis of fission of ^{258}Fm, although the observed mass distribution of its fragments is symmetric. Figure 11 shows the potential energy calculated for this nucleus when only symmetric shapes, $\lambda = 2, 4, 6$ are considered [23]. One can see that the two fission valleys are separated in this case by a high ridge. Due to this, fission would proceed in such a case only to the compact-shape valley, since to reach the other valley the nucleus would have to overcome a high (of about 4 MeV) additional barrier. Thus, the bimodal fission would not appear. Only the inclusion of the odd-multipolarity deformations ($\lambda = 3, 5$) removes this additional barrier, as seen in fig.9.

7. MAGIC DEFORMED NUCLEI

A large shell correction to the energy of nuclei around the nucleus ^{270}108, seen in fig.5, indicates a formation of large shells in the single-particle energy spectra of these deformed nuclei. It is interesting then to see explicitly these spectra and also the effect on them of the dimension of the deformation space which is used to obtain them.

Figure 12 shows the dependence of the single-particle spectra of the nucleus ^{270}108 on the maximal multipolarity λ_{max} of deformations allowed to the nucleus [46]. At each energy level, the projection of spin (multiplied by two) of the nucleus on the symmetry axis, 2Ω, as well as parity, π, are indicated. One can see that a rather small gap at $Z = 108$, in the proton spectrum, and a larger gap at $N = 162$, in the neutron spectrum, are created by the quadrupole deformation $\lambda = 2$. Both gaps are importantly increased, however, by the inclusion of the hexadecapole deformation $\lambda = 4$: the gap at $Z = 108$ is increased to about 1.2 MeV; and that at $N = 162$, to about 1.3 MeV. The inclusion of $\lambda = 6$ does not practically change the gap at $Z = 108$, but it still increases the neutron gap to about 1.4 MeV. The addition of $\lambda = 8$ increases the proton gap to about 1.4 MeV, but it does not change the neutron gap. The further inclusion of $\lambda = 10$ leaves the spectra practically unchanged.

Thus, large shells in both the proton and neutron spectra, similar to those observed in magic spherical nuclei, are obtained for well deformed nucleus

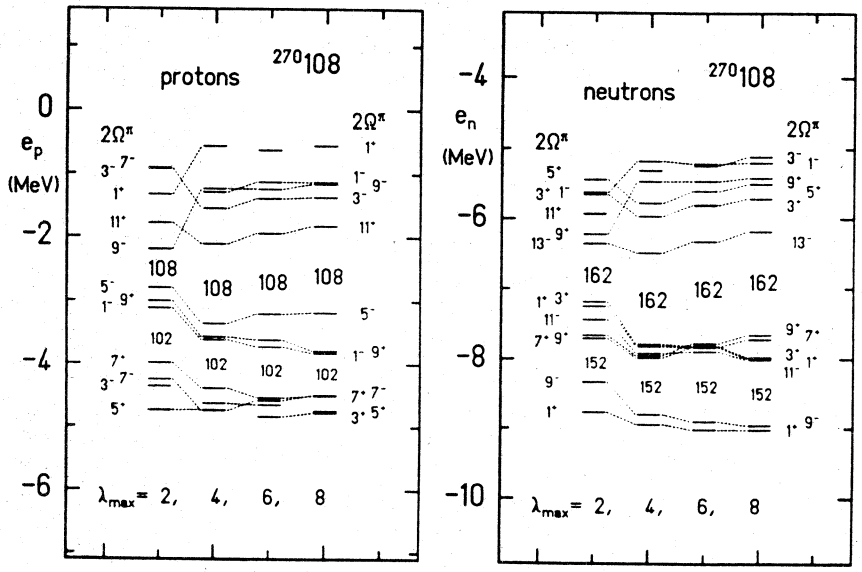


Fig.12. Proton and neutron spectra of the nucleus $^{270}108$ as functions of the maximal multipolarity λ_{max} of deformations allowed to it [46]

$^{270}108$. To get them, however, one needs to give to the nucleus enough freedom in choosing by it the deformation which is really best for it. The nucleus $^{270}108$, not observed yet in experiment, may be expected then to be a double-magic deformed nucleus.

8. CONCLUSIONS

The following conclusions may be drawn from the analysis of the properties of heaviest nuclei performed in recent years (and only partly illustrated in the present short review):

(1) Shell effects play a very important role in the properties of the heaviest nuclei. They decrease mass of already known nuclei by up to about 5 MeV and the alpha-decay energy by up to about 0.9 MeV. The effects increase the aplha-decay half-lives of these nuclei by up to about 5 orders of magnitude and of the spontaneous-fission half-lives by up to about 15 orders of magnitude. Without these effects, some of the heaviest nuclei already observed (like $^{260}106$ or $^{264}108$ with half-lives of the order of milli- or microseconds) would not exist at all.

(2) These large shell effects are obtained for nuclei which are, or are expected to be, well deformed. So large effects were not expected previously for deformed nuclei, which have less symmetry in their shape than spherical nuclei.

(3) To get so large shell effects for deformed nuclei in theoretical calculations, one needs to leave to a nucleus enough freedom in choosing the shape which is really most comfortable for it. In other words, one needs to analyze the properties of a nucleus in a sufficiently large deformation space.

(4) After the experimentally known deformed shell at the neutron number $N = 152$, the next deformed shell at $N = 162$ is predicted by theoretical calculations. Also a proton deformed shell at $Z = 108$ is expected. As both shells are rather strong, the nucleus $^{270}108$ may be considered as a candidate for a doubly magic deformed nucleus.

(5) One of the consequences of large shell effects in deformed nuclei (which increase their stability), is the expectation that the spherical superheavy nuclei around the predicted doubly magic nucleus $^{298}114$ do not form an island, separated from the peninsula of known nuclides by a region of unstable deformed nuclei. Instead, they are rather expected to constitute a part of the extended peninsula of relatively long-lived nuclides.

(6) Bimodal fission, discovered in recent years, may be theoretically described in a rather natural way, if sufficiently large deformation space is used for this description.

REFERENCES

1. **Armbruster P.** — Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 1985, 35, p.135.
2. **Oganessian Yu.Ts., Lazarev Yu.A.** — Treatise on Heavy-Ion Science, ed. D.A.Bromley, vol.4 (Plenum Press, New York, 1985) p.3.
3. **Münzenberg G.** — Rep. Prog. Phys., 1988, 51, p.57.
4. **Hoffman D.C., Somerville L.P.** — Particle Emission from Nuclei, eds. D.N.Poenaru and M.S.Ivascu, vol.3 (CRC Press, Boca Raton, 1989), p.1.
5. **Hulet E.K., Wild J.F., Dougan R.J. et al.** — Phys. Rev., 1989, C40, p.770.
6. **Seaborg G.T., Loveland W.D.** — The Elements Beyond Uranium (J.Wiley, New York 1990).
7. **Hofmann S.** — Proc. 24th Zakopane School on Physics, vol.1, eds. J.Styczen and Z.Stachura (World Scientific, Singapore, 1990), p.199.
8. **Sobiczewski A., Gareev F.A., Kalinkin B.N.** — Phys. Lett., 1966, 22, p.500.
9. **Meldner H.** — Ark. Fys., 1967, 36, p.593.
10. **Patyk Z., Sobiczewski A., Armbruster P., Schmidt K.-H.** — Nucl. Phys., 1989, A491, p.267.
11. **Krappe H.J., Nix J.R., Sierk A.J.** — Phys. Rev., 1979, C20, p.992.
12. **Randrup J., Tsang C.F., Moller P. et al.** — Nucl. Phys., 1973, A217, p.221.
13. **Randrup J., Larsson S.E., Moller P. et al.** — Phys. Rev., 1976, C13, p.229.
14. **Sobiczewski A.** — Sov. J. Part. and Nuclei 1979, 10 , p.1170.
15. **Myers W.D., Swiatecki W.J.** — Ark. Fys., 1967, 36, p.343.

16. Hoffman D.C. — Accounts Chem. Res., 1984, 17, p.235.
17. Hulet E.K., Wild J.F., Dougan R.J. et al. — Phys. Rev. Lett., 1986, 56, p.313.
18. Hulet E.K. — Proc. 5th Int. Conf. on Nuclei Far from Stability, Rosseau Lake 1987, ed. I.S. Towner (AIP Conf. Proc. 164, New York, 1988), p.810.
19. Brosa U., Grossmann S., Müller A. — Z. Phys., 1986, A325, p.241.
20. Depta K., Maruhn J.A., Greiner W. et al. — Mod. Phys. Lett., 1986, A1, p.377.
21. Möller P., Nix J.R., Swiatecki W.J. — Nucl. Phys., 1987, A469, p.1; 1989, A492, p.349.
22. Pashkevich V.V. — Nucl. Phys., 1988, A477, p.1.
23. Cwiok S., Rozmej P., Sobiczewski A., Patyk Z. — Nucl. Phys., 1989, A491, p.281.
24. Strutinsky V.M. — Nucl. Phys., 1967, A95, p.420; 1968, A122, p.1.
25. Nilsson S.G., Tsang C.F., Sobiczewski A. et al. — Nucl. Phys., 1969, A131, p.1.
26. Cwiok S., Dudek J., Nazarewicz W. et al. — Comput. Phys. Commun., 1987, 46, p.379.
27. Bolsterli M., Fiset E.O., Nix J.R. — Proc. 2nd IAEA Symposium on Physics and Chemistry of Fission (IAEA, Vienna, 1969), p.183.
28. Soloviev V.G. — Theory of Complex Nuclei, Moscow, Nauka, 1971; Oxford, Pergamon Press, 1976.
29. Sobiczewski A., Szymanski Z., Wycech S. et al. — Nucl. Phys., 1969, A131, p.67.
30. Brack M., Damgaard J., Jensen A.S. et al. — Rev. Mod. Phys., 1972, 44, p.320.
31. Pauli H.C. — Phys. Reports, 1973, C7, p.35; Nucleonika, 1975, 20, p.601.
32. Pomorski K., Kaniowska T., Sobiczewski A., Rohozinski S.G. — Nucl. Phys., 1977, A283, p.394.
33. Pashkevich V.V. — Nucl. Phys., 1969, A133, p.400.
34. Larsson S.E. — Phys. Scr., 1973, 8, p.17.
35. Rohozinski S.G., Sobiczewski A. — Acta Phys. Pol., 1981, B12, p.1001.
36. Cwiok S., Pashkevich V.V., Dudek J., Nazarewicz W. — Nucl. Phys., 1983, A410, p.254.
37. Böning K., Patyk Z., Sobiczewski A., Cwiok S. — Z. Phys., 1986, A325, p.479.
38. Cwiok S., Sobiczewski A. — Z. Phys., 1992, A342, p.203.
39. Viola V.E. Jr., Seaborg G.T. — J. Inorg. Nucl. Chem., 1966, 28, p.741.
40. Poenaru D.N., Ivascu M. — J. Phys., 1983, 44, p.791.
41. Hatsukawa Y., Nakahara H., Hoffman D.C. — Phys. Rev., 1990, C42, p.674.
42. Buck B., Merchant A.C., Perez S.M. — J. Phys., 1991, G17, p.1223.
43. Sobiczewski A., Patyk Z., Cwiok S. — Phys. Lett., 1989, B224, p.1.
44. Baran A., Pomorski K., Lukasiak A., Sobiczewski A. —Nucl. Phys., 1981, A361, p.83.
45. Patyk Z., Skalski J., Sobiczewski A., Cwiok S. — Nucl. Phys., 1989, A502, p.591c.
46. Patyk Z., Sobiczewski A. — Nucl. Phys., 1991, A533, p.132.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП.2

УДК 539.123+533.9.02

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА НЕЙТРИНО В СРЕДЕ

В.Н.Ораевский, В.Б.Семикоз

Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн РАН, Троицк, Московская область

Я.А.Смородинский

Российский научный центр «Курчатовский институт», Москва

Рассматривается влияние плотности вещества и электромагнитных полей на распространение нейтрино в среде. Показано, что в диспергирующей среде (ДС) у нейтрино появляются новые характеристики: индуцированные электрический заряд и магнитный момент, зависящие от параметров ДС, частотного спектра и поляризации электромагнитного поля. В низкоэнергетической области, где дебройлевская длина волны нейтрино $\lambda_\nu = p^{-1}$ больше или равна среднему расстоянию между частицами $n_0^{-1/3}$, вклад электромагнитных процессов с участием нейтрино может превышать вклад, обусловленный обычными слабыми взаимодействиями, т.е. электромагнитный вклад в среде не может рассматриваться как малая поправка подобно случаю радиационных поправок в вакууме. Выводятся многочастичные уравнения движения нейтрино и электронов — релятивистские кинетические уравнения (РКУ). С помощью решений РКУ для спина нейтрино в случайных магнитных полях получены рекордные верхние пределы на магнитные моменты дираковских нейтрино из ограничений первичного нуклеосинтеза в ранней Вселенной на дополнительные сорта нейтрино.

The matter density and electromagnetic field influence on the neutrino propagation in a medium is considered. It is shown that in a dispersive medium (DM) a neutrino acquires new characteristics: an induced electric charge and a magnetic moment depending on the DM parameters, frequency spectrum and on the polarization of the electromagnetic field. In the low-energy range, where the neutrino de Broglie wavelength $\lambda_\nu = p^{-1}$ is greater than or equal to the mean distance between particles, $n_0^{-1/3}$, the contribution of electromagnetic processes with the neutrino involved may be higher than the contribution due to ordinary weak interactions, i.e., the electromagnetic contribution can no longer be considered a small correction, as in the case of RC in a vacuum. The many-particle equations of motion of neutrinos and electrons — the relativistic kinetic equations (RKE) are derived. Due to the neutrino spin RKE solution in random magnetic fields the record upper limits on the Dirac neutrino magnetic moments from the primordial nucleosynthesis constraint on the additional neutrino species in early Universe are obtained.

ВВЕДЕНИЕ

Этим обзором мы предлагаем читателю введение в макроскопическую теорию нейтрино в диспергирующих средах, таких как плазма металлов и звезд, ферромагнетики, лептонная плазма ранней Вселенной и т.д.

Паули, выдвигая гипотезу существования нейтрино, наложил очень жесткие ограничения на его параметры, включая принцип запрета и электронейтральность, оправдывая этим неуловимость этой гипотетической частицы в эксперименте. Замечательная особенность физики заключается в том, что практически любая гипотеза в конце концов оказывается экспериментально проверяемой. Так было и с гипотезой Паули.

Последующие экспериментальные открытия распадов элементарных частиц, несохранения четности в γ-распадах ядер и т.д. стимулировали дальнейшее развитие теории слабых взаимодействий и физики нейтрино.

Теоретические проблемы нейтринной физики тесно связаны с возможностями эксперимента.

В настоящее время нейтрино регистрируется в опытах с различными источниками нейтринных потоков и в разных диапазонах энергии. Конкретные задачи (поиск массы, магнитного момента нейтрино, разности квадратов масс Δm^2 и вакуумного угла смешивания Θ_ν в осцилляциях ароматов) решаются как с помощью лабораторных источников нейтрино-радиоактивных изотопов, реакторов, ускорителей, так и косвенным образом при изучении информации, получаемой на подземных детекторах от естественных астрофизических источников — Солнца, сверхновых звезд.

В последних случаях, используя лабораторные данные о свойствах нейтрино, мы были бы в состоянии получить уникальную информацию о внутреннем строении звезд (плотности, магнитном поле). В основном этими целями определяется программа будущих исследований в физике нейтрино и нейтринной астрофизике. Трудности детектирования нейтрино по-прежнему велики, но в последнее время наметился определенный прогресс в связи с вводом в действие новых экспериментальных установок.

Физика свободного нейтрино, в особенности в связи с открытием перенормируемой теории электрослабых взаимодействий, конкурирует по своей полноте с квантовой электродинамикой (КЭД) и теорией Максвелла — Лоренца. Естественным продолжением физики свободного нейтрино становится физика нейтрино в среде.

Интерес к последней заметно усилился после обнаружения Михеевым и Смирновым возможности резонансного усиления в неоднородной среде нейтринных осцилляций $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ [1], описанных ранее для случая среды с однородной плотностью Волфенстайном [2].

Эффект МСВ [1,2] позволяет объяснить сильное подавление наблюдаемого потока электронных нейтрино от Солнца (парадокс Дэвиса) даже для малых углов смешивания в вакууме, $\Theta_\nu << 1$, когда вероятность вакуумных осцилляций нейтрино [3] мала.

В настоящее время во всех четырех продолжающихся экспериментах с солнечными нейтрино, отличающихся методами измерений и порогами регистрации, подтверждается дефицит потока электронных нейтрино, объясняемых в МСВ-модели [1,2].

Другой наблюдавшийся в установке Дэвиса (Брукхейвен) эффект антикорреляции нейтринного потока с солнечной активностью [4,5] может быть объяснен с помощью допущения аномального магнитного момента нейтрино, взаимодействующего с меняющимся в цикле солнечной активности магнитным полем Солнца [6]. Превращение при этом активного (левого) дираковского нейтрино в стерильное (правое) нейтрино [6] $\nu_{e_L} \to \nu_{e_R}$ или, с учетом недиагонального магнитного момента нейтрино, превращение электронного левого нейтрино в правое мюонное нейтрино (активное для майорановских частиц) [7] объясняет как дефицит нейтринного потока (парадокс Дэвиса), так и временные вариации детектируемых в эксперименте потоков нейтрино.

Однако в экспериментах Kamiokande-II [8] и GALLEX [9] такие временные вариации не наблюдались, что породило некоторый скепсис в отношении теорий с использованием больших магнитных моментов нейтрино ($\mu_\nu \sim 10^{-11} + 10^{-12}\mu_B$). Ситуация в отношении как парадокса Дэвиса, так и временных вариаций нейтринных потоков могла бы проясниться с дальнейшим набором статистики на действующих установках (повышение нейтринного потока в ближайшем минимуме солнечной активности?), а также с помощью ввода в действие новых, еще бóльших установок (Super Kamiokande (Япония) и в нейтринной обсерватории Садбери (Канада)), обладающих значительно большей скоростью счета событий.

Отметим, что изменение спиральности дираковского нейтрино ($\nu_L^D \longleftrightarrow \nu_R^D$), обладающего малым вакуумным магнитным моментом, может быть незаметным в относительно слабом магнитном поле нормальной звезды (Солнце), но в то же время быть существенным в экстремальных астрофизических или космологических условиях с большими магнитными полями (см. разд. 4).

Важным объектом приложений физики нейтрино в космологии является горячая компонента темной материи, ответственная за образование крупномасштабных структур Вселенной в соответствии с недавними

спутниковыми наблюдениями COBE [10]. Подходящим кандидатом на роль такой компоненты могло быть любое стабильное легкое нейтрино с массой порядка нескольких эВ. Для совмещения этих представлений с интерпретацией (нейтринными осцилляциями) дефицита потоков: а) солнечных электронных нейтрино (с малой разностью квадратов масс $\Delta m^2 \sim 10^{-5}$ эВ^2) и б) мюонных атмосферных нейтрино [11], рожденных первичными космическими лучами через распады пионов, мюонов в атмосфере Земли (разность квадратов масс $\delta M^2 \sim 10^{-2} - 10^{-3}$ эВ^2), требуется выход за рамки стандартной модели с введением четвертого сорта нейтрино — стерильного ν_s [12]. Последнее не влияет на ненаблюдаемую часть Г-ширины Z-бозона в лабораторных экспериментах, но может влиять на первичный нуклеосинтез с учетом МСВ-резонанса в осцилляциях с обычными активными нейтрино в горячей плазме ранней Вселенной [13].

Влияние среды на нейтринные осцилляции [1], осцилляции спина нейтрино в магнитном поле [6] и спин-ароматные осцилляции* [7] оказывается существенно различным, а иногда подобным МСВ-резонансу [1] в зависимости от параметров звездной среды и вакуумных свойств нейтрино. Этот вопрос подробно рассматривается в разд. 1.

Подчеркнем, что в подходе [1, 6, 7] масштаб неоднородности среды $L \sim k^{-1}$ велик и намного превышает дебройлевскую длину волны нейтрино $\lambda \sim E^{-1}$, что позволяет пользоваться ВКБ-условием $k \ll p$, заменяемым в геометрической оптике рассеянием на нулевой угол ($k = 2E \sin(\Theta/2) = 0$, E — энергия нейтрино).

Мы обращаем внимание читателей на совершенно иной аспект физики нейтрино в среде, связанный с некогерентным рассеянием нейтрино заряженными частицами на ненулевой угол (переданный импульс $\mathbf{k} \neq 0$), возбуждением в среде коллективных степеней свободы (черенковским излучением нейтрино, т.е. с изменением его энергии) и т.д.

Поляризация среды слабыми силами (движущимся нейтрино) на «малых» расстояниях $k^{-1} \sim r_D$, где r_D — дебаевский радиус плазмы, значительно меньший размеров неоднородности равновесного нейтрального вещества, $r_D \ll L$, является основным физическим процессом, ве-

*Спин-ароматная прецессия нейтрино — устойчивый термин для совместных осцилляций спина и аромата типа $\nu_{e_L} \leftrightarrow \nu_{\mu_R}$.

дущим к изменению электромагнитной структуры нейтрино в диспергирующей среде (ДС) и, как следствие, к дополнительному электромагнитному взаимодействию нейтрино с веществом (эффективному дальнодействию на расстоянии $r \sim r_D$, значительно большем радиуса действия слабых сил $\sim M_W^{-1}$, где M_W — масса W-бозона).

Возникающие при этом индуцированные электрический заряд [14] и магнитный момент нейтрино [15] могут приводить к интересным следствиям в таких плотных средах, как коллапсирующие предсверхновые звезды, ранняя Вселенная. Вклад других низших индуцированных мультипольных моментов нейтрино (электрического диполя и анаполя) в обычных условиях изотропной среды в стандартной модели отсутствует [16]. В стандартной модели индуцированный анапольный момент нейтрино, превышающий вакуумный (приблизительно в $\alpha^{-1} = 137$ раз), появляется только в ферромагнетике [17].

Отметим, что в расширенных моделях с комплексными константами связи электрический дипольный момент d_ν автоматически возникает в однопетлевом приближении взаимодействия нейтрино с вакуумом лептонов, векторных и хиггсовских полей, в том числе в изотропной среде во взаимодействии с реальными лептонами [18]. В литературе при построении расширенных моделей указанные константы связи полагают вещественными, поэтому предложенная в работе [19] замена вакуумного магнитного момента $\mu_\nu \to \sqrt{\mu_\nu^2 + d_\nu^2}$ в настоящей работе не используется.

Таким образом, для построения электродинамики нейтрино в среде необходимо, в первую очередь, рассмотреть взаимодействие в среде вакуумного (аномального) магнитного момента нейтрино с внешними магнитными полями (постоянным, переменными регулярным и случайным) и взаимодействие индуцированных заряда и магнитного момента нейтрино с самосогласованным электромагнитным полем (в плазме).

Приведем краткое содержание настоящего обзора. После обсуждения критериев статистического усреднения волнового уравнения для пробного нейтрино в среде в разд. 1 кратко рассмотрены известные эффекты распространения нейтрино в недиспергирующей среде.

Основное внимание уделяется влиянию среды с медленно меняющейся плотностью на нейтринные осцилляции [1,2], прецессию спина [6] и спин-ароматную прецессию нейтрино [7] в магнитном поле. Раздел заканчивается обобщением потенциала взаимодействия нейтрино с веществом на случай однородной среды, включающей античастицы, в том числе нейтринную компоненту (плазма ранней Вселенной).

Раздел 2 начинается с изложения самых общих сведений по физике плазмы. Затем проводится обзор работ по вычислениям в однопетлевом приближении электромагнитной вершины нейтрино в различных ДС в рамках стандартной и простейших расширенных моделей электрослабых взаимодействий. Даны определения индуцированных электрического заряда и магнитного момента в ДС.

В разд. 3 в качестве приложений рассмотрены перенормировка МСВ-потенциала взаимодействия нейтрино с ДС; экранировка рассеяния нейтрино на ядрах и электронах в плазме; радиационный распад тяжелого нейтрино в электронном газе; изменение киральности массивного нейтрино $\nu_R \to \nu_L \gamma$ в вырожденном электронном газе; потери энергии нейтрино в νe-рассеянии и аннигиляция пар нейтрино — антинейтрино ($\nu\tilde{\nu} \to e^+ e^-$) в изотропной ДС; поляризационное излучение нейтрино в плазме, а также изменение спиральности дираковского нейтрино в плазме при пренебрежении вакуумным магнитным моментом и массой.

В разд. 4 рассматривается релятивистское кинетическое уравнение (РКУ) нейтрино в ДС с учетом вклада самосогласованного поля. Рассмотрено, в частности, РКУ для спина нейтрино в электромагнитном поле, позволяющее учесть как столкновения нейтрино с веществом, так и взаимодействие вакуумного магнитного момента со случайными магнитными полями. В качестве приложения рассмотрен спин-флип дираковских нейтрино в гигантских случайных магнитных полях, генерируемых в электрослабом фазовом переходе в ранней Вселенной. Из ограничения первичного нуклеосинтеза получены верхние пределы на магнитный момент и массу нейтрино в стандартной модели, зависящие от затравочных магнитных полей в динамическом механизме усиления галактического магнитного поля.

В заключении подведены итоги и обсуждены некоторые перспективы развития электродинамики нейтрино в среде.

1. РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЙТРИНО В СПЛОШНОЙ НЕДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

Прежде чем перейти к обсуждению электродинамических явлений для нейтрино, движущихся в ДС, необходимо установить критерии статистического усреднения для взаимодействия нейтрино с веществом (ансамблем частиц) и сравнить эти критерии с уже известными в литературе, используемыми в задачах нейтринных осцилляций в среде [1,6,7] (см. п.1.1).

Такое сравнение позволяет выяснить происхождение качественных различий зависимостей от плотности вещества, например, при изме-

нении спиральности нейтрино, распространяющихся в ДС или в среде с плавно меняющейся (почти однородной) плотностью.

1.1. Критерии статистического усреднения и масштабы неоднородностей. Укажем критерии макроскопического усреднения в волновом уравнении для пробного нейтрино, движущегося в среде.

Если рассматривается среда с самосогласованным электромагнитным полем (плазма), тогда, безотносительно к сорту пробной частицы и типу ее взаимодействия с веществом, масштаб усреднения L_0 должен удовлетворять неравенствам

$$\lambda_\gamma >> L_0 >> n_0^{-1/3}, \tag{1}$$

где λ_γ есть длина электромагнитной волны в веществе и n_0 — плотность числа частиц. Неравенства (1) означают, что число частиц в объеме усреднения велико, $n_0 L_0^3 >> 1$, но макроскопические электромагнитные поля $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ и $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ есть локальные величины, которые слабо меняются на масштабе усреднения, т.е. объем усреднения L_0^3 может быть заменен точкой $\mathbf{x}$.

В задачах резонансных нейтринных осцилляций в среде [1] или при рассмотрении влияния среды на прецессию спина в магнитном поле [6] авторы интересуются изменениями состояния нейтрино (волновой функции) на очень больших расстояниях после многократного рассеяния в веществе (на угол $\Theta = 0$ в каждом акте двухчастичных столкновений)[1]. Поэтому в этих задачах неоднородности на уровне плазменных масштабов, т.е. порядка и больше радиуса Дебая r_D, оказываются несущественными и сглаженными. В частности, на Солнце характерные масштабы неодно-

[1] Рассматривается неограниченная среда безотносительно к длине свободного пробега пробной частицы, определяемого видом взаимодействия и плотностью вещества. Сложение когерентных амплитуд упругого рассеяния с одинаковыми конечными импульсами нейтрино и частиц мишени (переданный импульс отсутствует, $\mathbf{k} = 0$) справедливо для любой энергии нейтрино, так как для такого суммирования важно не количество частиц в объеме дебройлевской длины волны нейтрино $\lambda = E^{-1}$ ($v \sim \lambda^3$), а число частиц, отвечающее объемам с масштабами прицельного параметра столкновений $b \sim k^{-1} \sim L \to \infty$. В этих условиях с учетом спектра безмассовых нейтрино в электронном газе $E = p + G_F n_0 \sqrt{2}$ (см. ниже) в показатель преломления волны $n = p/E(p, n_0)$ входит конечная средняя плотность $n_0 = N/v$ в объеме $v = L^3 \to \infty$ ($N \to \infty$). С учетом нормировки амплитуды рассеяния вперед $f(0) = -G_F \sqrt{2} E/2\pi$ разложением в ряд получим стандартное выражение для показателя преломления волны нейтрино $n = 1 + 2\pi f(0) n_0/p^2$.

родностей плотности, учитываемых при вычислении нейтринных осцилляций, порядка $L \sim 10^3 + 10^4$ км, в то время как масштабы, существенные для электродинамики плазмы, порядка $r_D \sim 10^{-7}$ см (в тех же условиях солнечной плазмы).

Влияние среды на элементарный акт двухчастичного взаимодействия нейтрино с электрически заряженной частицей определяется поляризацией среды, вызванной слабыми силами.

Как следствие, в плазме нейтрино не может взаимодействовать с одной заряженной частицей без влияния на ближайших соседей, связанных с частицей отдачи (в νe-рассеянии) кулоновскими силами (в масштабе $k^{-1} \sim r_D$).

Если переданные импульсы велики, $k >> r_D^{-1}$ (или даже $k >> n_0^{1/3}$, где $n_0 r_D^3 >> 1$), т.е. реализуются близкие соударения, тогда эти коллективные эффекты исчезают, будучи меньше по величине, чем обычный борновский вклад двухчастичного взаимодействия (через короткодействующие слабые силы), который всегда аддитивно учитывается в полном дифференциальном сечении рассеяния нейтрино в веществе. Отметим, что для таких больших переданных импульсов становится неприменимой сама процедура макроскопического описания свойств среды по отношению к пробной частице. Другими словами, мы всегда должны требовать, так же, как в неравенствах (1), ограничения на допустимый размер неоднородности в волновом уравнении пробной частицы:

$$k^{-1} >> L_0 >> n_0^{-1/3}.$$

Однако, в отличие от квазиклассического приближения $k << p$, использованного в задачах [1,6,7], в которых размер неоднородности много больше дебройлевской длины волны нейтрино, т.е.

$$k^{-1} >> \max\,(p^{-1}, L_0), \tag{2}$$

в решаемых ниже задачах не только энергия нейтрино, но и угол рассеяния Θ произвольны, т.е. допустим и квантовый случай $k \sim p$.

Для сохранения условия влияния неоднородности среды на взаимодействие нейтрино с веществом мы вводим в этом случае ограничение на энергию нейтрино

$$k^{-1} \geq p^{-1} >> L_0 >> n_0^{-1/3}, \qquad p \simeq E << n_0^{1/3}. \tag{3}$$

Мы подчеркиваем некогерентность рассеяния в ситуации с сильной неоднородностью $k^{-1} \geq p^{-1}$, когда угол рассеяния $\Theta \neq 0$. Это означает заметное влияние неоднородности среды в окрестности нейтрино на сечение рассеяния с одновременным требованием наличия большого числа частиц в объеме дебройлевской длины волны: $n_0 \lambda^3 >> 1, \lambda \simeq p^{-1}$.

Такое условие важно для введения самого понятия волновой функции нейтрино в координатном пространстве с высокой степенью неоднородности из-за принципа неопределенности для ультрарелятивистской частицы $\Delta x \sim p^{-1}$.

Как и выше в (1), при замене объема усреднения точкой x в координатном пространстве, ошибка $\Delta x \sim p^{-1}$ в координатной зависимости волновой функции должна быть много больше масштаба макроскопического усреднения $p^{-1} >> L_0$, в соответствии с (3).

Условия (3) являются необходимыми для написания уравнения Дирака для нейтрино в среде вне рамок квазиклассического приближения. В ВКБ-приближении [1,6,7] для однородного (или почти однородного) пространства ($k \to 0$) погрешность Δx несущественна в фазе квазиклассической волновой функции.

Ниже мы используем более общие условия (2), включающие критерий (1) без ограничения энергии нейтрино.

Однако нужно подчеркнуть, что коллективные эффекты в обсуждаемом здесь взаимодействии нейтрино с веществом начинают конкурировать с известными вкладами стандартной модели для случая мягких нейтрино (или высокой плотности среды): $p^{-3} n_0 >> 1$, т.е. при выполнении условий (3).

1.2. Влияние однородной среды и среды с медленно меняющейся плотностью (крупномасштабных неоднородностей) на нейтринные осцилляции и прецессию спина нейтрино в магнитном поле. Если наведенные электромагнитные характеристики нейтрино (индуцированный электрический заряд и т.д.), влияющие на процессы рассеяния или распада нейтрино в ДС, пропорциональны плотности среды и исчезают в вакууме, то все кратко описываемые в этом разделе известные эффекты реализуются уже на вакуумном уровне.

Это касается как нейтринных осцилляций ароматов [3], так и прецессии спина нейтрино (ПСН, [20]) или спин-ароматной прецессии нейтрино (САПН, [6]) во внешнем магнитном поле.

Тем не менее добавление среды значительно модифицирует вероятности упомянутых процессов. Так, например, в случае прохождения нейтрино через среду с однородной плотностью вероятность перехода

электронного нейтрино в нейтрино другого сорта (например, ν_μ) записывается в том же виде, что и в случае осцилляций в вакууме[2]:

$$P(\nu_e \to \nu_e) = 1 - \sin^2 2\Theta_m \sin^2(\pi x/l_m), \qquad (4)$$

с тем отличием, что угол смешивания в вакууме Θ_v заменяется на угол смешивания в среде Θ_m:

$$\sin 2\Theta_m = \frac{\sin 2\Theta_v}{[(\cos 2\Theta_v - l_v/l_0)^2 + \sin^2 2\Theta_v]^{1/2}}, \qquad (5)$$

а длина осцилляций в вакууме l_v заменяется на длину осцилляций в среде

$$l_m = \frac{l_v}{[(\cos 2\Theta_v - l_v/l_0)^2 + \sin^2 2\Theta_v]^{1/2}}. \qquad (6)$$

В формулах Волфенстайна [2] (4) ÷ (6) вакуумная длина осцилляций $4\pi p/\Delta m^2$ [3] дополняется длиной рефракции $l_0 = 2\pi/V^{MSW}$, зависящей от МСВ-потенциала взаимодействия нейтрино с веществом:

$$V^{MSW} = G_F\sqrt{2n_e}, \qquad (7)$$

где G_F — константа Ферми, n_e — плотность числа электронов. В вакууме ($l_0 \to \infty$) вероятность (4) совпадает с вакуумным значением [3].

Потенциал (7) перенормирован с учетом однопетлевых поправок в ДС [21], он определяется вкладом заряженных токов[3] и равен разности потенциалов взаимодействия электронного нейтрино:

$$V = \frac{G_F}{\sqrt{2}}(2n_e - n_n) \qquad (8)$$

и мюонного нейтрино:

$$V = \frac{G_F}{\sqrt{2}}(-n_n)$$

с обычным веществом в отсутствие античастиц и фоновых нейтрино (см. ниже обобщение (14) для плазмы ранней Вселенной).

---

[2]Здесь вероятность смены аромата определяется формулой

$$P(\nu_e \to \nu_\mu) = 1 - P(\nu_e \to \nu_e).$$

[3]Вероятность осцилляций (4) не зависит от вклада нейтральных токов в общую фазу волновой функции для двух сортов нейтрино $\Psi = (\psi_{\nu_e}\ \psi_{\nu_\mu})$.

Если плотность $n_e(r)$ переменна и убывает к поверхности звезды ($n_e \to 0$, $l_0 \to \infty$), то для любой энергии нейтрино $E \approx p$ и разности квадратов масс $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$ всегда найдется на «траектории» излучаемого звездой нейтрино точка, отвечающая МСВ-резонансу [1]:

$$\cos 2\Theta_\nu = l_\nu / l_0, \tag{9}$$

когда глубина осцилляций $A = \sin^2 2\Theta_m$ максимальна (равна единице) и возрастает длина осцилляций ($l_m = l_\nu / \sin 2\Theta_\nu$).

Формулы (4) + (6) справедливы в условиях адиабатичности, $l_m << L$. Здесь L — толщина резонансного слоя, в котором слабо меняется длина рефракции l_0, т.е. неоднородность плотности, плавно убывающей к поверхности звезды, оказывается мала, а размер неоднородности (L) велик. В результате всюду на толщине L реализуется условие резонанса (9) и электронные нейтрино эффективно могут превращаться (конвертироваться) в мюонные. Далее вне резонансного слоя вероятность конверсии $P(\nu_e \to \nu_\mu)$ (в том числе обратной $\nu_\mu \to \nu_e$) резко падает и на выходе из звезды, если пренебречь малой плотностью звездного ветра, описывается уже вакуумной формулой типа (4) с малой глубиной осцилляций $A = \sin^2 2\Theta_\nu << 1$.

Поэтому во всех случаях резонансных осцилляций или резонансных ПСН и САПН во внешнем магнитном поле мы имеем дело с резонансной и поэтому заметной конверсией состояния нейтрино без обратного превращения ароматов (или киральности $\nu_R \to \nu_L$) вне резонансного слоя, поскольку для каждого значения энергии нейтрино резонансная область проходится излучаемым нейтрино один раз, т.е. происходит как бы «замораживание» состояния нейтрино после прохождения резонансного слоя.

Рассмотрим теперь ПСН и САПН в среде с внешними регулярными магнитными полями. Хотя в последнее время приложения этих эффектов в физике солнечных нейтрино ставятся под сомнение в связи с недавними экспериментами Kamiokande-II [8] и GALLEX [9], электромагнитное взаимодействие нейтрино с внешним магнитным полем может оказаться важным в сильных магнитных полях проэволюционировавших звезд: нейтронных ядрах-остатках сверхновых, белых карликах или в гигантских первичных магнитных полях в ранней Вселенной (см. разд. 4).

Для ПСН в однородном и постоянном магнитном поле B вероятность конверсии активных левых дираковских нейтрино в стерильные правые [6]

$$P(\nu_{e_L} \to \nu_{e_R}) = \frac{(2\mu_\nu B_\perp)^2}{V^2 + (2\mu_\nu B_\perp)^2} \sin^2[V^2 + (2\mu_\nu B_\perp)^2]^{1/2} \frac{r}{2} \qquad (10)$$

убывает с увеличением плотности среды ($\sim V^{-2}$), где потенциал V пропорционален плотности вещества (8), μ_ν — магнитный момент нейтрино, $B_\perp$ — компонента магнитного поля, перпендикулярная направлению движения нейтрино.

В стандартной модели аномальный магнитный момент нейтрино $\mu_\nu = 3{,}1 \cdot 10^{-19} \mu_B m_\nu$ /эВ мал с учетом экспериментальных ограничений на массу нейтрино m_ν. Здесь $\mu_B = e/2m_e$ — магнетон Бора[4]; e — заряд, m_e — масса электрона. В результате ограничение из распада трития [22] $m_{\nu_e} < 10$ эВ ведет к невозможности интерпретации наблюдений солнечных нейтрино с помощью ПСН, описываемой вероятностью (10), для приемлемой экстраполяции величины магнитного поля в глубь Солнца (до $\sim 10^5$ Гс на дне конвективной зоны).

Однако слабые лабораторные ограничения того же магнитного момента ($\mu_\nu < 1{,}08 \cdot 10^{-9} \mu_B$ из $\tilde{\nu}e$-рассеяния реакторных антинейтрино [23]) позволяют воспользоваться расширенными моделями электрослабых взаимодействий, в которых при малом значении массы магнитный момент нейтрино оказывается большим (значение $10^{-11} \div 10^{-12} \mu_B$ было бы достаточным для объяснения посредством ПСН не только наблюдаемого дефицита потока электронных нейтрино, но и для проявления его временных вариаций).

Произвол в выборе соответствующих параметров расширенных моделей сильно ограничивается с помощью ряда астрофизических наблюдений или наблюдаемой распространенности гелия, пересчитанной к моменту первичного нуклеосинтеза в ранней Вселенной. Например, из наблюдения скорости остывания белых карликов можно извлечь вывод о неравенстве $\mu_{\nu_e} < 10^{-11} \mu_B$ [24], а из светимости красных гигантов следует

[4] Всюду ниже используется система единиц $\hbar = c = 1$; фейнмановская метрика $qx = q_\mu x^\mu = \omega t - \mathbf{kx}$; $\mu = 0,1,2,3$; стандартное представление γ-матриц Дирака, причем $\gamma_5 = \gamma_5^+ = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$, так что левый биспинор определен как $\nu_L(p) = [(1 - \gamma_5)/2]\nu(p)$.

$\mu_{\nu_e} < 2 \cdot 10^{-12} \mu_B$ [25]. В работе [26] из распространенности первичного гелия было получено близкое ограничение $\mu_{\nu_e} \leq 3 \cdot 10^{-12} \mu_B$.

Самые жесткие пределы на диагональный и переходный (μ_{12}) магнитные моменты дираковских нейтрино следовали бы из того же космологического ограничения первичного нуклеосинтеза при привлечении дополнительной гипотезы о реликтовом происхождении затравочного магнитного поля B_{seed} в динамо-механизме усиления галактического магнитного поля. В частности, из полученного в работе [27] неравенства

$$\mu_{\nu_e} \leq \frac{10^{-30} \mu_B}{B_{seed}},$$

после подстановки астрофизического предела на затравочное поле, полученного в современной нелинейной теории магнитного динамо, $B_{seed} \geq 10^{-11}$ Гс [28], следовало бы рекордное ограничение на собственный (диагональный) момент электронного нейтрино

$$\mu_{\nu_e} < 10^{-19} \mu_B,$$

или его массу в стандартной модели $m_{\nu_e} \leq 0{,}3$ эВ. Генерация соответствующих гигантских случайных магнитных полей в электрослабом фазовом переходе при температуре $T \sim T_{EW} \sim 10^5$ МэВ [29] не противоречила бы наблюдаемой изотропии Вселенной. Полученные в работах [27,30] верхние пределы на магнитный момент исключают объяснение данных с солнечными нейтрино посредством ПСН и САПН дираковских нейтрино.

Отметим, что ограничение $\mu_{\nu_e} < 10^{-12} \mu_B$ из наблюдений нейтрино от сверхновой SN1987A [31] может оказаться некритичным, если учесть в формуле (8) смену знаков потенциала V внутри плотного вещества с большим количеством нейтронов n_n [32] или более корректное положение «резонансного» слоя $V = 0$ с включением $\nu\nu$-рассеяния [33] на стадии нейтринной непрозрачной звезды.

Отсутствие резонанса и подавление вероятности конверсии $\nu_L \to \nu_R$ (10) в среде, где потенциал V отличен от нуля, меняются на противоположные свойства при замене постоянного однородного (одномерного) поля $B_\perp = \text{const}$ на двумерное магнитное поле $\mathbf{B} = \mathbf{B}_\perp e^{i\Phi(t)}$, вращающееся

в плоскости, перпендикулярной импульсу нейтрино, со скоростью геометрической фазы $\dot{\Phi} \neq 0$, точнее, $\dot{\Phi} > 0$ [34].

В этом случае вероятность конверсии левых нейтрино в правые [35] может иметь резонансный и поэтому необратимый характер только при учете плотности вещества [34], причем в вероятности

$$P(\nu_L \to \nu_R) = \frac{(2\mu_\nu B_\perp)^2}{(V-\dot{\Phi})^2 + (2\mu_\nu B_\perp)^2} \sin^2\left(\sqrt{(V-\dot{\Phi})^2 + (2\mu_\nu B_\perp)^2}\,\frac{r}{2}\right) \quad (11)$$

резонанс $V = \dot{\Phi}$ реализуется как для переходов майорановских нейтрино $\nu_{e_L} \to \nu^c_{\mu_R}$, когда происходит сдвиг САПН резонанса ($V = \sqrt{2}\,G_F(n_e - n_n) - \Delta m^2/2E = 0$) при $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2 \neq 0$, так и для дираковских нейтрино, когда $m_{\nu_L} = m_{\nu_R} = m_{\nu_e}$, т.е. $\Delta m^2 = 0$. Отметим, что случай ПСН с электронным дираковским нейтрино ($\nu_{e_L} \to \nu_{e_R}$) наиболее интересен в задаче [34], но при наличии недиагонального магнитного момента у дираковского нейтрино $\mu_{12} \neq 0$ возможен и САПН переход $\nu_{e_L} \to \nu_{\mu_R}$ в стерильное мюонное нейтрино, когда $V = \sqrt{2}\,G_F(n_e - n_n/2) - \Delta m^2/2E$.

В отсутствие вещества ($n_e = n_n = 0$) в постоянном и однородном магнитном поле ($\dot{\Phi} = \Phi = 0$) САПН подавлена по сравнению с обычной прецессией [20] из-за относительно большого расщепления уровней $\Delta E = \Delta m^2/2E$ [6]. Однако в среде, как можно видеть из формулы (11) в случае $\dot{\Phi} \neq 0$, возможно резонансное усиление прецессии.

Потенциал V в этой формуле может быть записан в виде [7, 36]

$$V = c_L - c_R - \Delta m^2/2E,$$

где $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2 > 0$ и $c_L = G_F(2n_e - n_n)/\sqrt{2}$ — потенциал электронных (левых) нейтрино, $c_R = 0$ для дираковских правых мюонных нейтрино ν_{μ_R}, и $c_R = G_F\, n_n/\sqrt{2}$ в майорановском случае с активными $\nu^c_{\mu_R}$.

Физически САПН является как бы комбинированным эффектом нейтринных осцилляций (т.е. также зависит от энергии нейтрино) и ПСН во внешнем магнитном поле, но с возможностью использовать все преимущества недиагонального по ароматам магнитного момента $\mu_{12} \neq 0$ в отличие от собственного (диагонального) магнитного момента дираковского нейтрино.

В частности, майорановские нейтрино, обладающие только недиагональным (переходным) магнитным моментом, не подвержены критерию, ограничивающему их магнитный момент в результате появления в космологии дополнительных степеней свободы (через электромагнитный канал в νe-рассеянии [26, 37], через САПН в случайных магнитных полях [30] и наработку ненаблюдаемого избытка распространенности гелия в ранней Вселенной). Майорановские правые антинейтрино как истинно нейтральные частицы есть те же левые активные нейтрино, и полное число степеней свободы для трех ароматов не увеличивается ($3 \cdot 2 = 6$).

Таким образом, зависимость состояния нейтрино от плотности вещества в процессе распространения через среду с большим масштабом неоднородности оказывается весьма различной. Среда может подавлять ПСН дираковских нейтрино в постоянном магнитном поле [6] и может усиливать резонансным образом нейтринные осцилляции [1] или САПН в том же магнитном поле [7]. Характерно, что в вакууме все эффекты сохраняются, меняясь только количественно.

Отметим, что для дираковских антинейтрино в низшем порядке по константе G_F меняется знак потенциала в среде $V(V \to -V)$ и, соответственно, знак длины рефракции $l_0 = 2\pi/V$, $l_0 \to -l_0$. Поэтому для того же знака разности $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2 > 0$ в случае антинейтрино не существуют резонансные нейтринные осцилляции (5) или САПН в магнитном поле, а, наоборот, среда подавляет эти эффекты для антинейтрино.

В заключение этого раздела, завершая краткий обзор литературы по распространению нейтрино в недиспергирующей среде, укажем более общие формулы для потенциала V, следующие из вычисления собственной энергии нейтрино в тепловой бане фоновых частиц [38] и ведущие к тонким эффектам в ранней Вселенной [13,38].

Основной вклад в потенциал V определяется сдвигом энергии нейтрино в среде, получаемым с помощью статистического усреднения локально-точечного (в используемом низкоэнергетическом приближении) микроскопического лагранжиана взаимодействия стандартной модели

$$L_{int} = G_F \sqrt{2} \sum_j \left[\overline{\Psi}_j \gamma_\mu (g_L^{(j)} (1 - \gamma_5) + g_R^{(j)} (1 + \gamma_5)) \Psi_j \right] \times$$

$$\times \left[\overline{\Psi}_\nu \gamma^\mu \frac{(1 - \gamma_5)}{2} \Psi_\nu \right], \qquad (12)$$

где $g_{L,R}^{(j)}$ — известные константы для фермионов среды ($j = e, \nu, u, d$), включая составляющие нуклоны кварки [39]. В частности, для электронов с учетом вклада заряженных токов константы равны

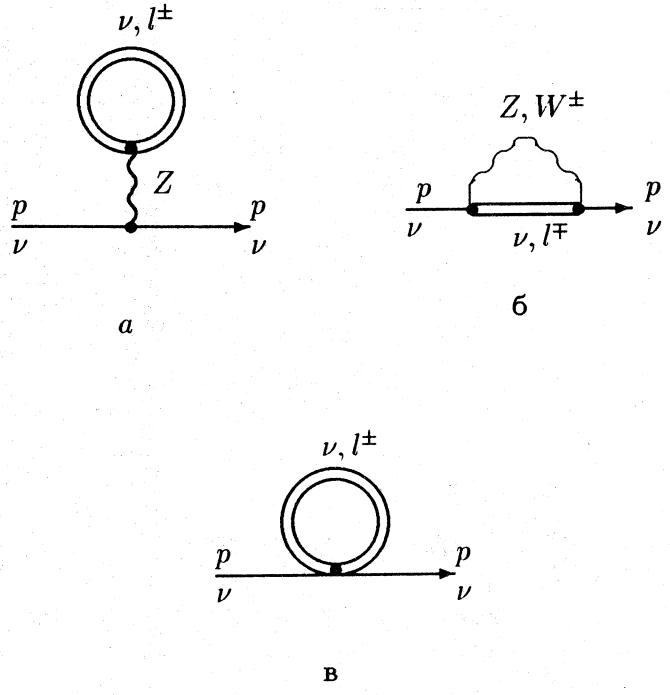


Рис. 1. Собственно-энергетические диаграммы для пробного нейтрино в среде. Двойными линиями обозначены электрон-позитронные пропагаторы в среде

$$g_L^{(e)} = \xi + \frac{1}{2}, \qquad g_R^{(e)} = \xi, \qquad \xi = \sin^2\theta_W .$$

В соответствии с критерием (обсуждавшимся выше) для однородных равновесных сред статистическое усреднение тока фоновых частиц в (12) отвечает амплитуде рассеяния вперед или собственно-энергетической диаграмме рис.1,*в* для пробного нейтрино, погруженного в тепловую баню [38].

Использование локального лагранжиана (12) в уравнениях Дирака ведет к спектрам безмассовых дираковских нейтрино и антинейтрино

$$\begin{aligned} E &= p + V(1 - r)/2 \quad \text{для } \nu, \\ E &= p - V(1 + r)/2 \quad \text{для } \tilde{\nu}. \end{aligned} \tag{13}$$

В формулах (13) величина $r = \pm 1$ — спиральность нейтрино, сохраняющаяся в однородной среде. Нетрудно видеть из (13), что дираков-

ские правые нейтрино ($r = +1$) и левые антинейтрино ($r = -1$) стерильны.

Далее, следуя авторам [13, 38], мы ограничим наше внимание низкими энергиями нейтрино $E < 100$ МэВ и соответствующими температурами в равновесной среде, когда, с одной стороны, можно пренебречь наличием мюонов в среде, а с другой — суммировать вклады кварков во взаимодействии нейтрино с нуклонами.

В этих условиях спектр электронных нейтрино (13) определяется потенциалом

$$V = G_F n_\gamma \sqrt{2} L_0, \tag{14}$$

зависящим от асимметрии или от разностей плотностей числа частиц и античастиц L_0, нормированной на плотность фотонов n_γ в ранней Вселенной:

$$L_0 = L_e - \frac{L_n}{2} + 2L_{\nu_e} + L_{\nu_\mu} + L_{\nu_\tau}, \tag{15}$$

где $L_i = (n_i - \tilde{n}_i)/n_\gamma$.

Отметим отсутствие в (15) вклада протонов (антипротонов), точно сокращающегося с вкладом нейтрального тока электронов (позитронов) (см. (12) и [39]).

Из формул (14), (15), в отсутствие вклада античастиц и в пренебрежении вкладом нейтринного фона, получим потенциал $V = G_F \sqrt{2}(n_e - n_n/2)$ (8), использовавшийся выше в формулах (4) и (10) для резонансных нейтринных осцилляций [1] и ПСН [6]. Если для вырожденного плотного вещества коллапсирующей звезды, в отсутствие античастиц и в равновесных условиях нейтринной непрозрачности, сохранить три первых слагаемых суммы (15), то потенциал (14) совпадет с формулой (1) работы [33].

Как уже упоминалось выше, для дираковского антинейтрино потенциал (14) меняет знак.

Однако если в том же однопетлевом приближении в диаграмме рис.1,*б* вычислить поправки от конечной массы калибровочных бозонов (выход за рамки применимости точечного лагранжиана (12)), то потенциал взаимодействия электронных нейтрино с тепловой баней [38]

$$V_L = \sqrt{2} G_F n_\gamma(T) \, [L_0 - AT^2/M_W^2], \qquad A \sim 55 \tag{16}$$

будет зависеть от дополнительной поправки ($T \ll M_W$), не меняющей знака при переходе от пробного нейтрино к пробному антинейтрино.

Как известно, барионная асимметрия сохраняется в процессе расширения Вселенной на уровне $(n_B - \tilde{n}_B)/n_\gamma \sim 10^{-9}$. С учетом сохранения в стандартной модели разности барионных и лептонных чисел $B - L$ лептонная асимметрия должна быть на том же уровне $L_0 \sim 10^{-9}$. Это означает, что для рассматриваемых здесь температур $T >> m_e$ поправка в потенциале (16) является существенной.

Различие абсолютных величин потенциала (16) для нейтрино и антинейтрино приводит к различным глубинам ПСН в первичном магнитном поле ранней Вселенной (10) или к разным показателям преломления.

Как следствие различия таких лево-правых переходов ($\nu_L \to \nu_R$, $\tilde{\nu}_R \to \tilde{\nu}_L$), может возникнуть недопустимо большая асимметрия нейтрино $L_{\nu_e} = (n_\nu - \tilde{n}_\nu)/n_\gamma$ к моменту начала нуклеосинтеза легких элементов. Из ограничения на распространенность последних можно получить космологические верхние пределы на произведение $\mu_\nu B_\perp$.

В отсутствие магнитного поля те же соображения при анализе резонансных нейтринных осцилляций ($\nu_e \leftrightarrow \nu_x$) с участием стерильного $\nu_x \neq \nu_{e_R}$ нейтрино в тепловой бане с потенциалом (16) приводят к ограничениям на угол смешивания активных и стерильных нейтрино [13].

Перечисление ограничений на фундаментальные параметры Δm^2, θ_υ, m_ν, μ_ν, следующих из рассмотрения всех эффектов распространения нейтрино в среде, выходит за рамки настоящего обзора (см., например, [40]).

Выше мы ограничились анализом работ других авторов с единственной целью — показать отличие нашего подхода к проблеме электродинамики нейтрино в среде и прежде всего в ДС.

2. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА НЕЙТРИНО В ДС

2.1. Собственные моды в изотропной плазме. Сначала приведем некоторые общие сведения из физики плазмы, знания которых будет достаточно при чтении этого раздела обзора для читателя — специалиста в области физики высоких энергий.

Выбор плазмы в качестве среды упрощает иллюстрацию общих свойств всех ДС. Например, в таком анизотропном веществе, как ферро-

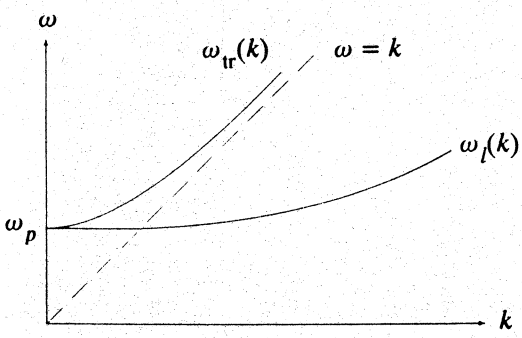


Рис.2. Спектры продольных $\omega_l(k)$ и поперечных $\omega_{tr}(k)$ плазмонов в изотропной плазме

магнетик, вместо излучения плазмонов движущимся нейтрино (фотонов в среде) появится излучение магнонов [41] и т.д.

Характерным свойством всех ДС является наличие в них самосогласованного электромагнитного поля $\delta A_\mu(\mathbf{x}, t)$, описываемого уравнениями Максвелла с индуцированным (этим же полем) током. В плазме индуцированный ток имеет в фурье-представлении вид

$$\delta j_\mu(\omega, \mathbf{k}) = \Pi_{\mu\nu}(\omega, \mathbf{k})\, \delta A^\nu(\omega, \mathbf{k}), \tag{17}$$

где в изотропном случае поляризационный тензор $\Pi_{\mu\nu}(\omega, \mathbf{k})$ определяется двумя функциями линейного отклика — продольной $\varepsilon_l(\omega, k)$ и поперечной $\varepsilon_{tr}(\omega, k)$ диэлектрическими проницаемостями. Отметим, что при учете спина электронов среды в среднем векторном токе $\delta j_\mu(\omega, \mathbf{k}) =$ $= e\delta \langle \bar{\Psi}_e \gamma_\mu \Psi_e \rangle$ (17), помимо тока проводимости, присутствует ток намагничивания $\delta \mathbf{j} = \mathrm{rot}\, \delta \mathbf{M}$, зависящий от магнитной проницаемости $(\sim (\mu^{-1}(\omega, k) - 1))$. Эта третья функция линейного отклика по теореме Бора — Ван-Левена (см.,например, [42]) является в классическом пределе ($\hbar \to 0$) зависимой от $\varepsilon_{l,tr}$ характеристикой среды, не существенной для плазмы ($\mu \approx 1$). Однако для ферромагнетика ($\mu >> 1$) ток намагничивания оказывается важным при вычислении анапольного момента нейтрино [17].

Нетривиальные решения уравнений Максвелла ($\delta A_\mu \neq 0$) существуют для волн, удовлетворяющих известным дисперсионным уравнениям

$$\varepsilon_l(\omega, k) = 0, \tag{18}$$

$$\varepsilon_{tr}(\omega, k) - k^2/\omega^2 = 0, \tag{19}$$

имеющим решения (спектры плазмонов), отличные от спектров вакуумных фотонов ($\omega \neq k$, см. рис. 2).

Например, поперечные плазмоны в холодной плазме $\omega_{tr} = \sqrt{\omega_p^2 + k^2}$ обладают массой $m_\gamma \neq 0$, равной частоте ленгмюровского плазмона:

$$m_\gamma = \omega_p = (4\pi\alpha\, n_0/m_e)^{1/2}, \qquad \alpha = e^2.$$

В вакууме при выходе за границы плазмы ($n_0 \to 0$) такие плазмоны трансформируются в обычные фотоны ($q^2 = 0$), но в среде калибровочная инвариантность второго рода для «фотонов», определяемых дисперсионными уравнениями (18), (19), является нарушенной, т.е. $q^2 \neq 0$.

Это снимает кинематический запрет на излучение таких плазмонов свободным зарядом, движущимся в среде. Однако в изотропной плазме существует только поляризационное излучение продольных волн, для которых возможен черенковский резонанс фазовой скорости волны ($v = \omega_l/k$) и скорости излучающего заряда (см. рис. 2, где $\omega_l/k < 1$ ниже биссектрисы $\omega = k$).

Для поперечных волн, у которых фазовая скорость ω_{tr}/k всегда превышает скорость света, $\omega_{tr}/k > 1$, такое излучение (в изотропном случае) невозможно, только в магнитоактивной плазме спектры поперечных волн допускают значения показателя преломления $n = k/\omega_{tr} > 1$, т.е. становится возможным черенковское излучение поперечных волн.

Нормальные моды, описываемые уравнениями (18), (19), являются слабозатухающими в равновесной среде, т.е. при излучении движущимся нейтрино такие волны далеко распространяются, вовлекая во взаимодействие большое число частиц среды. При этом для продольных волн возможно как слабое бесстолкновительное затухание (ландау-демпинг или обратный черенковский эффект поглощения электронами среды), так и столкновительное затухание (виртуальный плазмон в электромагнитном νl-рассеянии).

Поперечные плазмоны затухают в изотропной плазме только столкновительным образом по той же причине отсутствия черенковского резонанса ($\omega_{tr}/k > 1$) с излучающими (поглощающими) частицами, имеющими скорости $v \leq 1$.

Знание этих сведений из физики плазмы поможет пониманию специфики электромагнитного взаимодействия нейтрино в ДС.

Ниже мы приводим сводку результатов однопетлевых вычислений электромагнитной вершины нейтрино в различных средах и в различных электрослабых моделях. Детали вычислений можно найти в цитируемой литературе. Отметим, что все типы электромагнитных вершин

вычислялись авторами двумя способами, дающими совпадающие результаты: диаграммным методом с использованием термодинамических функций Грина и методом квантового релятивистского уравнения для нейтрино.

2.2. Электромагнитная вершина нейтрино в среде. Приведем результаты точных вычислений электромагнитной вершины нейтрино, сделанных в однопетлевом приближении для различных сред и электрослабых моделей.

Впервые в простейшем случае изотропной плазмы вычисление электромагнитной вершины нейтрино было проделано Адамсом, Рудерманом и Ву [43] еще в 1963 г. в рамках старой $V-A$-модели с заряженными токами.

Авторы [43] рассчитали энергетические потери или скорость остывания плотной звезды в процессе распада плазмонов $\gamma_{l,tr}$ на пару активных нейтрино — антинейтрино $\gamma_{l,tr} \to \nu\tilde{\nu}$, что вносит, в частности, определяющий вклад в скорость остывания вырожденного электронного газа белых карликов. Разумеется, было использовано известное к тому времени значение поляризационного тензора КЭД плазмы [44] и показано, что вклад среднего аксиального тока в вероятность распада $\gamma \to \nu\tilde{\nu}$ много меньше поляризационного вклада среднего векторного тока.

Некоторые численные ошибки работы [43] были учтены в ряде последующих работ, использовавших $V-A$-модель, например, получен правильный результат в работе Зайди [45].

Уточнение вероятностей различных электрослабых процессов, существенных в эволюции звезд, проводилось в многочисленных работах после открытия стандартной модели [46]. Для того же процесса $\gamma \to \nu\tilde{\nu}$ укажем здесь на одну из работ Дикуса [47].

Однако аксиальный электромагнитный формфактор не вводился в стандартной модели вплоть до появления [15], по-видимому, в связи с наличием единственного (до появления наших работ) примера коллективного процесса в плазме с участием нейтрино — распада плазмона $\gamma \to \nu\tilde{\nu}$, где вклад аксиального тока действительно несуществен [43].

Стандартная модель. В *изотропной* ДС электромагнитная вершина дираковского нейтрино в системе покоя среды $\Omega_\mu = \delta_{\mu_0}$ имеет вид [48]:

$$\Gamma_\mu^{(D)}(\omega, \mathbf{k}) = \alpha^{-1}[G_V \Pi_{\mu\nu}(\omega, \mathbf{k})\gamma^\nu + i\varepsilon_{\mu\nu\sigma 0} A(\omega, k) q^\nu \gamma^\sigma] L, \qquad (20)$$

где $A(\omega, k)$ — магнитный аксиальный формфактор [15], происходящий от среднего аксиального тока частиц среды, пропорциональный слабой константе G_F и константе $c_A = g_R - g_L (c_A = +0{,}5$ для электронного нейтрино

и $c_A = -0{,}5$ для $\nu_{\mu,\tau}$); $L = (1 - \gamma_5)/2$ — проекционный оператор для левого нейтрино[5] (см. рис.3). Для КЭД-плазмы поляризационный тензор $\Pi_{\mu\nu}$, *не зависящий от* G_F, в произвольной системе отсчета $\Omega_\mu \neq \delta_{\mu_0}$, был ранее вычислен в [50]. Как и в [51], тензор $\Pi_{\mu\nu}$ может быть записан в точечном приближении:

$$G_V \Pi_{\mu\nu}(\omega, \mathbf{k})/\alpha = F_l(\omega, k)\, \hat{e}_\mu \hat{e}_\nu + F_{tr}(\omega, k)\, \delta_{\mu i}\delta_{\nu j}(\delta_{ij} - \hat{k}_i \hat{k}_j),$$

где $G_V = 2G_F c_V$; $i, j = 1, 2, 3$; $F_{l,tr}$ — продольный и поперечный электромагнитные формфакторы нейтрино, имеющие в изотропной плазме (в пределе температур $T \ll M_W$) вид [48,16]:

$$F_l(\omega, k) = G_F\sqrt{2}\, c_V(\varepsilon_l(\omega, k) - 1)\, q^2/\alpha, \tag{21}$$

$$F_{tr}(\omega, k) = G_F\sqrt{2}\, c_V(\varepsilon_{tr}(\omega, k) - 1)\, \omega^2/\alpha\,. \tag{22}$$

Здесь векторная константа $c_V = 2\xi + 1/2$ для электронного нейтрино и $c_V = 2\xi - 1/2$ для $\nu_{\mu,\tau}$-нейтрино. Вкладом тяжелых адронов среды в электромагнитную вершину (20) мы пренебрегаем, считая для простоты фон неподвижным.

В несколько ином виде, после переобозначения переменных совпадающем с (20) [18], электромагнитная вершина дираковского нейтрино в изотропном электронном газе (плазме с неподвижными ионами) была получена также Д'Оливо и др. в [52, (ф-ла (3.1)].

Во внешнем электромагнитном поле A_μ^{ext} плазма становится анизотропной, и количество функций линейного отклика увеличивается.

При разбиении полного поля A_μ на сумму $A_\mu = A_\mu^{\text{ext}} + \delta A_\mu$ со слабым ($\delta A_\mu \ll A_\mu^{\text{ext}}$) самосогласованным электромагнитным полем функции

[5] Исправление (в два раза) коэффициента перед магнитным (аксиальным) формфактором сделано авторами [16], и поправка к расчету [48] сечения νe-рассеяния в плазме учтена в [49]. Появление множителя α^{-1} в первом слагаемом (20) связано с определением электромагнитного тока $e\bar{\nu}(p')\Gamma_\mu \nu(p)$ и стремлением сохранить здесь стандартный вид поляризационного тензора КЭД $\Pi_{\mu\nu}$. Во втором слагаемом (20) множитель α^{-1} можно включить в формфактор $A(\omega, k)$, и, с учетом определения $A(\omega, k)$ [15], магнитный формфактор вообще не будет зависеть от константы α (как и отношение $\Pi_{\mu\nu}/\alpha$, вычисленное в том же однопетлевом приближении).

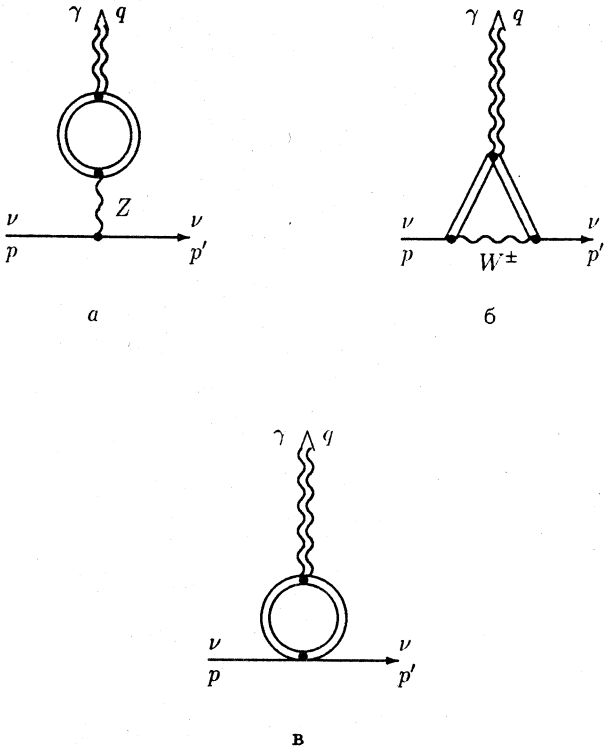


Рис.3. Электромагнитная вершина Γ_μ нейтрино в среде. Двойными линиями обозначены электрон-позитронные пропагаторы в среде; двойной волнистой линией — фотон в среде (плазмон) с импульсом $q_\mu = p'_\mu - p_\mu$ и поляризацией e_μ. В используемом низкоэнергетическом приближении $|q^2| \ll M_W^2$ опущен вклад самодействия полей Янга — Миллса

линейного (по δA_μ) отклика нелинейным образом зависят от A_μ^{ext}. Если известны точные решения уравнений Дирака для электронов во внешнем поле A_μ^{ext}, то матрица плотности электронов в среде может быть вычислена с использованием этих решений для произвольно сильного поля A_μ^{ext}.

В квазиклассическом приближении, например, в относительно слабом однородном и постоянном поле $B_0 \ll m_e^2/e \sim 4 \cdot 10^{13}$ Гс, задача упро-

щается благодаря возможности учета только классического ларморовского вращения электронов среды.

С использованием такого ВКБ-условия электромагнитная вершина дираковского нейтрино *в магнитной плазме* (анизотропной ДС) была вычислена в [53]:

$$\Gamma_{\mu}^{(D)}(\omega, \mathbf{k}, B_0) =$$

$$= \left[\frac{G_F\sqrt{2}c_V}{\alpha}\Pi_{\mu\nu}(\omega, \mathbf{k}, B_0)\gamma^{\nu} + i\delta_{\mu i}G_F\sqrt{2}e_{ikl}k_l A_k^{\nu}(\omega, k, B_0)\gamma_{\nu}\right] L. \quad (23)$$

Пространственные компоненты классического поляризационного тензора $\Pi_{ij}(\omega, \mathbf{k}, B_0)$ известны из литературы по физике плазмы [53], временные и смешанные компоненты определяются из сохранения индуцированного электромагнитного тока: $\Pi_{00} = \Pi_{ij}k_ik_j/\omega^2$, $\Pi_{i0} = \Pi_{0i} = \Pi_{ij}k_j/\omega$.

Дополнительная дисперсионная характеристика $A_k^{\nu}(\omega, \mathbf{k}, B_0)$ в формуле (23) возникает в стандартной электрослабой модели из усреднения аксиального тока электронов и равна [53]:

$$A_k^{\nu}(\omega, \mathbf{k}, B_0) = \int \frac{d^3p}{\varepsilon_p} a_k^{\nu}(\mathbf{p}) \frac{\partial f_0^e(\varepsilon_p)}{\partial \varepsilon_p} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(b_e) \times$$

$$\times \left[\omega\left(P\frac{1}{\omega - k_z v_z - n\Omega_e/\gamma} - i\pi\delta\left(\omega - k_z v_z - \frac{n\Omega_e}{\gamma}\right)\right) - 1\right], \quad (24)$$

где тензор $a_k^{\nu}(\mathbf{p})$ имеет компоненты $a_k^0(\mathbf{p}) = p_k/m_e$, $a_{ik} = \delta_{ik} + p_i p_k/(m_e(\varepsilon_p + m_e))$ и соответствует поляризационному 4-вектору $a^{\nu} = a_k^{\nu}\zeta_k$ в матрице плотности электрона $(\hat{p} + m_e)(1 - \hat{a}\gamma_5)$, который в системе покоя имеет поляризацию $\sqrt{\zeta_i\zeta_i} \le 1$. Далее в (24) входят: $f_0^e(\varepsilon_p)$ — равновесная фермиевская функция распределения электронов, $J_n(b_e)$ — функция Бесселя с аргументом $b_e = k_{\perp}v_{\perp}\gamma/\Omega_e$; $\Omega_e = eB_0/m_e$ — циклотронная частота в магнитном поле B_0, направленном по оси z; $\gamma = \varepsilon_p/m_e$.

Наконец, укажем также еще на один результат для стандартной модели — электромагнитную вершину нейтрино *в ферромагнетике*, использовавшуюся для вычисления индуцированного магнитного [41] и анапольного [17] моментов нейтрино в этой среде. Для вычисления этих моментов достаточно знать взаимодействие нейтрино со статическим

поперечным полем. Вершина Γ_μ в этом случае имеет 3-векторную часть [17,41]:

$$\Gamma_n^{(D)}(0, \mathbf{k}) = \left[\frac{G_F\sqrt{2}c_V}{\alpha}\gamma_i e_{imp}e_{kln}k_m k_l(\mu_{kp}^{-1}(0, k) - \delta_{kp}) + \right.$$

$$\left. + \frac{G_F 2\sqrt{2}m_e}{\alpha} c_A\gamma_i e_{nkp}k_p(\mu_{ik}^{-1}(0, k) - \delta_{ik})\right] L, \qquad (25)$$

где $\mu_{ik}(\omega, \mathbf{k})$ — тензор магнитной проницаемости.

Подчеркнем, что формулы (20), (23), (25) описывают электромагнитную вершину нейтрино в одной и той же стандартной модели электрослабых взаимодействий, но в различных средах. Общим слагаемым в этих вершинах была бы опущенная и несущественная здесь (см. начало этого раздела) вакуумная часть $\Gamma_\mu^{\text{vac}}(q^2)$, в которой аномальный магнитный момент вообще исчезает в пределе нулевой массы нейтрино ($m_\nu \to 0$).

Расширенные модели. Напомним, что выход за рамки стандартной модели необходим для согласования всех известных на сегодня экспериментов с естественными источниками нейтринных потоков, в частности, для объяснения дефицитов потоков солнечных (электронных) и атмосферных (мюонных) нейтрино, а также горячей компоненты темной материи (HDM) при интерпретации данных эксперимента COBE.

Обобщения простейших вакуумных моделей, симметричной $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)$ [55,56] и модели с заряженным скалярным $SU(2)L$-синглетом [57], на случай изотропной среды рассмотрены в работах [18,58], модели с дополнительной горизонтальной $SU(2)_H$-симметрией [59,60] — в работе [61]. Общее свойство этих моделей — появление уже на древесном уровне дополнительных лоренцевых структур во взаимодействии нейтрино с заряженными лептонами: S (скалярной) [18,58,61] и T (тензорной) [18,61], ведущих к изменению спиральности нейтрино.

Такое изменение спиральности не связано с наличием у нейтрино массы покоя или вакуумного магнитного момента. Соответствующие дополнительные древесные диаграммы (с обменом дополнительными хиггсонами) приводят к увеличению полного сечения рассеяния нейтрино на заряженных лептонах $\nu_L l^- \to \nu_R l^-$ на 5 порядков по сравнению с вкладом электромагнитного канала рассеяния через вакуумный магнитный момент в той же модели [26,62].

Обобщение указанных вакуумных расширенных моделей на случай изотропной среды автоматически приводит к появлению эффективной лоренц-инвариантной массы нейтрино, пропорциональной плотности вещества [18,61,63].

В рамках электродинамики нейтрино интересно рассмотреть вклад указанных выше дополнительных S, T-структур в электромагнитную вершину, вычисляемую в том же однопетлевом приближении, что и в стандартной модели, и обязанную поляризации ДС движущимся нейтрино.

Одним из следствий модифицированной электромагнитной вершины может быть эффект экранировки вакуумного магнитного момента в плотной среде, связанный со сменой знака полного магнитного момента и обращением $\mu_\nu^{(\mathrm{tot})}$ в нуль при некоторой критической плотности [18,61].

Мы рассмотрим ниже в разд.3 на примере простейшей минимальной симметричной модели другой электромагнитный эффект в ДС — изменение спиральности дираковского нейтрино в плазме при пренебрежении вакуумным магнитным моментом.

Минимальная симметричная модель $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)$ [55,56]. Появление в этой модели второго (тяжелого) Z-бозона не приводит к качественному изменению электромагнитного взаимодействия нейтрино с веществом, поскольку дополнительная диаграмма в модели [56] будет аналогична рис.3,*а*, т.е. не будет приводить к изменению спиральности, и оказывается малой поправкой для $m_{Z_R} >> m_{Z_L}$. Наоборот, поправки от тяжелого правого W-бозона, несмотря на их относительную малость, связанную с ограничениями на угол смешивания ζ для $W_{L,R}$-бозонов [56,64], ведут к качественному эффекту — изменению спиральности нейтрино $\nu_L \to \nu_R$.

В электромагнитной вершине дираковского нейтрино для изотропной ДС (20) в модели [56] появится дополнительное слагаемое от вклада заряженных правых токов (от смешивания $W_{L,R}$-бозонов) [65]:

$$\Gamma_\mu^{\mathrm{add}}(\omega, \mathrm{k}) = 2\sqrt{2}\,\frac{G_F}{\alpha}\sin 2\zeta\, m_e A(\omega, k)\left[\Omega_\mu - \frac{(q\Omega)\,q_\mu}{q^2}\right], \qquad (26)$$

где $A(\omega, k)$ — тот же магнитный формфактор [15], который вводился в стандартной модели для вершины (20), Ω_μ — 4-скорость среды.

По своему происхождению вершина (26) есть очевидный результат усреднения в ДС вакуумного произведения скаляров $(\overline{\Psi}_\nu \Psi_\nu)$, автоматически возникающего при использовании правила Фирца для лаг-

ранжиана взаимодействия [56], включающего правые заряженные токи. Помимо вершины (26) использование лагранжиана [56] ведет к появлению в однородной среде конечной массы нейтрино [63].

В той же вакуумной модели при применении правила Фирца появляется еще один дополнительный вклад, пропорциональный псевдоскаляру $\overline{\Psi}_e \gamma_5 \Psi_e$ и не существенный для изотропной среды, т.е. $\langle \overline{\Psi}_e \gamma_5 \Psi_e \rangle = 0$.

Однако в ферромагнетике такое слагаемое приведет к дополнительному вкладу в вершине (25), также пропорциональному параметру смешивания $\sin 2\zeta$, если учесть связь среднего псевдоскаляра с намагниченностью $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t)$ [18]:

$$\langle \overline{\Psi}_e \gamma_5 \Psi_e \rangle = \operatorname{div} \mathbf{M}(\mathbf{x}, t)/e.$$

2.3. Индуцированные электрический заряд и магнитный момент нейтрино. К термину «электрический заряд» следует относиться с известной осторожностью. Во-первых, неуниверсальность этой характеристики, в отличие от заряда электрона, заключается в зависимости заряда нейтрино от меняющейся плотности, температуры среды. Во-вторых, нейтрино имеет разные «электрические заряды» при одних и тех же температуре и плотности среды в зависимости от пространственно-временных характеристик действующих на нейтрино внешних электромагнитных полей или моды собственного электромагнитного излучения движущегося нейтрино.

Так, индуцированный электрический заряд [14]

$$e_\nu^{\text{ind}} = -\frac{|e| G_F c_V}{2\pi\alpha\sqrt{2} r_D^2} \tag{27}$$

следует назвать квазистатическим. Посредством такого заряда нейтрино будет взаимодействовать с соответствующим электрическим полем.

Взаимодействие нейтрино с высокочастотным электромагнитным полем ($\omega >> k\langle v \rangle$) описывается зарядом [66]

$$e_\nu^{\text{ind}} = -\frac{|e| G_F c_V \omega_p^2}{2\pi\alpha\sqrt{2}}, \tag{28}$$

зависящим от другой характеристики среды — ленгмюровской частоты ($\omega_p = \langle v \rangle / r_D$).

Для антинейтрино притяжение электронов сменяется отталкиванием, и индуцированный электрический заряд (27), (28) меняет знак.

Конечно, при внесении в ДС пробного нейтрино глобальная калибровочная инвариантность (1-го рода) остается ненарушенной, т.е. для

электронейтральной в целом системы (с учетом неподвижного фона тяжелых ионов) полный электрический заряд равен нулю.

Коллективное взаимодействие ν_μ, ν_τ нейтрино с веществом впервые рассмотрено в работах [67,68,69], где авторы ограничились вкладом нейтральных токов. Отметим, что в работе [67] поляризационные потери нейтрино в плазме рассчитывались классическим образом по потоку Умова — Пойнтинга. В случае малого заряда нейтрино справедливо приближение Бете ($e_\nu^{\text{ind}} e/\hbar c << 1$, сравни у Бете $Ze^2/\hbar v << 1$), и необходимый квантовый расчет осуществлен в [70].

Несколько иным способом электромагнитная вершина и индуцированный электрический заряд нейтрино в среде были также получены Ольтером и Кайнулайненом [71]. Для вырожденного электронного газа индуцированный заряд, вычисленный в [71], отличается от (28) только множителем 4/3.

Величина индуцированного заряда (27), как нетрудно видеть, оказывается малой: порядка $\sim 10^{-16} e$ в металле или $\sim 10^{-8} e$ в условиях коллапсирующей звезды с плотностью $\rho \sim 10^{12}$ г/см^3.

Однако, несмотря на такую малую величину, индуцированный электрический заряд нейтрино ведет к важным следствиям: поляризационному [70], черенковскому [14] излучению левого нейтрино в ДС, $\nu_L \to \nu_L \gamma$, или к экранировке упругого рассеяния нейтрино на ядрах в плотной плазме коллапсирующей звезды [72], заметно влияющей на динамику коллапса [73] (см. разд.4).

Корректное определение зарядов (27) и (28) в изотропной ДС непосредственно следует из нормировки продольного и поперечного электромагнитных формфакторов (21) и (22), определяющих векторную часть электромагнитной вершины нейтрино в стандартной модели (20). Например, статический заряд (27) следует из нормировки формфактора (21), т.е. $e_\nu^{\text{ind}}/|e| = \lim\limits_{k \to 0} F_l(0, k)$.

Важно подчеркнуть, что в наблюдаемые величины: сечения, потери энергии нейтрино в ДС входят, конечно, формфакторы. Точно так же, как для электрона, все мультипольные электромагнитные моменты нейтрино определены только для статической ситуации с покоящимся в ДС массивным нейтрино ($m_\nu \neq 0$) [16]. Неоднородность электронной концентрации, вызванная поляризацией ДС слабыми силами в первично однородной (до внесения пробного нейтрино) среде, и есть индуцированный заряд нейтрино.

Хорошей иллюстрацией аналогии с обычным зарядом является та часть сечения упругого рассеяния нейтрино на неподвижном кулоновском центре, которая отвечала бы модификации диаграммы рис.3,*в*, с заменой свободного плазмона на виртуальный. При пренебрежении нейтральными токами эта диаграмма является единственной в νA-рассеянии и отвечает сечению [72]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2\alpha^2(e_\nu^{\text{ind}}/e)^2[1 - v^2\sin^2\theta/2 - m_\nu^2/2E^2]}{2v^2p^2[\sin^2\theta/2 + (2pr_D)^{-2}]^2}, \qquad (29)$$

где заряд нейтрино равен (27), m_ν — масса покоя нейтрино, которая может быть равна нулю ($v = 1$).

Результат (29) отличается от случая рассеяния электрона на том же экранированном потенциале [74] несущественным слагаемым $m_\nu^2/2E^2$ в числителе (29), являющимся следствием наличия γ_5 — матрицы в электромагнитной вершине нейтрино, и существенным множителем $(e_\nu^{\text{ind}}/e)^2$, определяемым формулой (27).

Если в случае рассеяния электрона на кулоновском центре в вакууме ($r_D \to \infty$) мы получим из (29) без учета множителя $(e_\nu^{\text{ind}}/e)^2$ стандартное сечение Мотта — Резерфорда, то в случае нейтрино в пределе $r_D \to \infty$ (вакуум) исчезает сам заряд e_ν^{ind} (см. (27)).

Поэтому имеет смысл сравнивать кулоновское рассеяние нейтрино с рассеянием электронов в той же ДС. Отметим, что полное сечение $\sigma(E)$ в среде не будет иметь зависимости $\sim E^{-2}$ как для электронов, так и для нейтрино из-за дебаевской экранировки потенциала, устраняющей кулоновскую расходимость.

Аналогичное сечение рассеяния майорановского нейтрино на кулоновском центре отличается от (29) заменой в числителе множителя в квадратных скобках на $[1 - v^2\sin^2\theta/2 - m_\nu^2/E^2]$, обращающегося в нуль для остановившегося нейтрино ($v = 0$), что означает отсутствие у нейтрино Майорана индуцированного электрического заряда, в отличие от нейтрино Дирака [16].

Однако, в отличие от вакуума, движущееся майорановское нейтрино излучает в ДС электромагнитные волны, как и нейтрино Дирака ($\nu \to \nu\gamma$), в том числе безмассовое нейтрино, для которого электромагнитные характеристики (формфакторы в среде) совпадают для обоих вариантов (нейтрино Дирака и Майорана).

Индуцированный магнитный момент нейтрино $\mu_k^{\text{ind}} = \frac{1}{2}\int d^3r\,[\mathbf{rJ}]_k$, определяемый электромагнитным током нейтрино $J_\mu = e\bar{\nu}_L(p')\,\Gamma_\mu \nu_L(p)$ с вершиной Γ_μ (20), не приводит к изменению спиральности, т.е. в этом смысле напоминает нормальный магнитный момент дираковской заряженной частицы

$$\mu_\nu^{\text{ind}} = \frac{eG_F}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \lim_{k\to 0} A(0, k) \tag{30}$$

в случае взаимодействия со статическим магнитным полем или

$$\tilde{\mu}_\nu^{\text{ind}} = \frac{eG_F}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \lim_{\omega\to\infty} A(\omega, k) \tag{31}$$

в случае взаимодействия нейтрино с высокочастотным поперечным электромагнитным полем. Нетрудно проверить с помощью явного выражения для магнитного формфактора $A(\omega, k)$ [15], что из (30) следует результат

$$\mu_\nu^{\text{ind}} = \frac{e_\nu^{\text{ind}}}{2m_e c_V} \tag{32}$$

и точно такое же выражение для момента (31) с заменой индуцированного заряда e_ν^{ind} (27) на (28). Для параметра стандартной модели $\xi = 0{,}25$ ($c_V = 1$) магнитный момент (32) имеет канонический вид с тем отличием, что в знаменателе вместо массы нейтрино имеется масса притягиваемых к нейтрино реальных электронов среды m_e.

Несмотря на большое значение магнитного момента (32) ($\mu_\nu^{\text{ind}} \sim 10^{-11}\,\mu_B$ для плотности изотропной ДС $\rho \sim 10^{12}$ г/см^3), вклад аксиального формфактора, например, в процессе распада плазмона $\gamma \to \nu\tilde{\nu}$, незначителен из-за пропорциональности среднего аксиального тока малому отношению $k/p \ll 1$, где k — переданный импульс, $p \approx E$ — энергия ультрарелятивистского нейтрино (сравни первое и второе слагаемое вершины (20)).

3. РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЙТРИНО В ДС

Этот раздел посвящен описанию различных эффектов взаимодействия нейтрино с ДС, определяемого электромагнитной вершиной в стандартной модели (20) и в простейшей расширенной модели электрослабых взаимодействий (26). Для полноты изложения в раздел включены

результаты ряда зарубежных авторов, подтверждающие нашу концепцию важной роли коллективного электромагнитного взаимодействия нейтрино с веществом.

Вершина (20) вычислена в однопетлевом приближении, и, на первый взгляд, ее вклад в сечения рассеяния нейтрино на зарядах в ДС ожидается столь же малым, как и от вакуумных радиационных поправок в том же низкоэнергетическом приближении. Однако, благодаря большой поляризуемости ДС ($|\varepsilon^{(\mathrm{med})} - 1| \geq 1$) по сравнению с вакуумной ($|\varepsilon^{(\mathrm{vac})} - 1| \approx 0$), парциальный вклад электромагнитных амплитуд с вершиной (20) в сечения элементарных нейтринных процессов ($\sim G_F^2$) конкурирует с вкладом древесных диаграмм стандартной модели (см. ниже). Более того, мы вправе ожидать, что уже в первом порядке по слабой константе ($\sim G_F$) амплитуда рассеяния нейтрино вперед с учетом электромагнитного канала реакций посредством вершины (20) будет сильно отличаться от стандартной, приводя к модификации МСВ-потенциала (7).

3.1. Перенормировка МСВ-потенциала в электронном газе. В работе [21], на примере плазмы с неподвижными однородно распределенными ионами (электронный газ), показано, что, благодаря сохранению электрического заряда, однопетлевые поправки к амплитуде рассеяния вперед, описываемые с помощью электромагнитной вершины (20), несмотря на их большую величину, не меняют выводов в МСВ-теории.

Напомним связь потенциала взаимодействия левого нейтрино с веществом V с амплитудой рассеяния вперед $f_{\nu a}(0) = -\langle pp_a | M | pp_a \rangle / 8\pi E_a$ на частицах сорта a, имеющих плотность n_a:

$$V = -\frac{2\pi}{p} \sum_a f_{\nu a}(0) n_a, \tag{33}$$

где p — импульс нейтрино. Однопетлевые поправки к рассеянию нейтрино в веществе, в используемом 4-фермионном точечном приближении, описываются матричными элементами

$$\langle p' p'_{(e)} | M_{\nu e}^{(\mathrm{em})} | pp_{(e)} \rangle = \bar{\nu}(p') (+ ie\Gamma_\mu) \nu(p) D^{\mu\nu}(-ie) \bar{u}(p'_e) \gamma_\nu u(p_e) \tag{34}$$

для νe-рассеяния на электронах и

$$\langle p' p'_{(i)} | M_{\nu i}^{(\mathrm{em})} | pp_{(i)} \rangle = \bar{\nu}(p') (ie\Gamma_\mu) \nu(p) D^{\mu\nu}(+ iZe) (p'_{(i)} + p_{(i)})_\nu \tag{35}$$

для рассеяния нейтрино на бесспиновых ядрах с зарядом $+Ze$ ($e = |e| = \sqrt{a}$).

Для фиксированных ионов мы подставляем $(p'_{(i)} + p_{(i)})_\nu = 2M_i\delta_{\nu 0}$. Здесь электромагнитная вершина Γ_μ определена выше (20); пропагатор фотонов в среде $D_{\mu\nu}(\omega, \mathbf{k})$ имеет вид

$$D_{\mu\nu}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{\hat{e}_\mu \hat{e}_\nu}{q^2 \varepsilon_l(\omega, k)} + \frac{\delta_{\mu i}\delta_{\nu j}(\delta_{ij} - \hat{k}_i\hat{k}_j)}{\omega^2 \varepsilon_{tr}(\omega, k) - k^2}, \tag{36}$$

где $\varepsilon_{l,tr}$ — продольная и поперечная диэлектрические проницаемости, $\hat{e}_\mu = (k, \omega\hat{k})/\sqrt{q^2}$ — единичный поляризационный вектор ($q^2 = \omega^2 - k^2$, $\varepsilon^2 = -1$).

Для амплитуды рассеяния вперед используется подстановка в (34), (35) статического предела $\omega = E_{p_a} - E_{\mathbf{p}_a - \mathbf{k}} = 0$, $\mathbf{k} \to 0$, ведущая к однопетлевым поправкам

$$f_{\nu e}^{(\mathrm{em})}(0) = + \frac{G_F E_p \sqrt{2} c_V}{2\pi} \tag{37}$$

для νe-рассеяния и

$$f_{\nu i}^{(\mathrm{em})}(0) = - \frac{G_F E_p \sqrt{2} Z c_V}{2\pi} \tag{38}$$

для рассеяния на ионах, которые сравнимы по величине с борновскими вкладами древесного приближения, использовавшегося при выводе МСВ-потенциала (7):

$$f_{\nu e}^{(B)}(0) = - \frac{G_F E_p \sqrt{2} c_V}{2\pi} \tag{39}$$

и

$$f_{\nu i}^{(B)}(0) = - \frac{G_F E_p}{2\pi\sqrt{2}} [Z(1 - 4\xi) - N]. \tag{40}$$

Напомним, что подстановка борновских амплитуд (39), (40) в определение потенциала взаимодействия нейтрино (33) с последующим вычитанием $V^{MSV} = V_{\nu_e} - V_{\nu_\mu}$ определяет МСВ-потенциал (7) через вклад заряженных токов с учетом различных значений векторной константы $c_V = 2\xi \pm 0{,}5$ для ν_e, ν_μ.

Если теперь воспользоваться условием электронейтральности среды

$$Zn_i = n_e,$$

то нетрудно (формула (33)) убедиться в том, что большие однопетлевые вклады (37) и (38) в точности сокращаются (благодаря сохранению электрического заряда), не меняя значение МСВ-потенциала (7).

3.2. Экранировка упругого рассеяния нейтрино на ядрах и электронах в плазме. Одним из следствий наличия индуцированного электрического заряда (26) является экранировка сечения упругого рассеяния электронного нейтрино на ядрах в плотной плазме коллапсирующей звезды [72].

Здесь следует различать две ситуации, разделяемые значением параметра неидеальности среды $\Gamma_i = \langle U \rangle / T_i$, равного отношению средней энергии взаимодействия частиц к температуре T_i невырожденных ионов.

Вырожденный электронный ферми-газ чем плотнее, тем идеальнее ($\Gamma_e << 1$), но одновременно среда из невырожденных ионов может быть в жидком или даже в твердом состоянии, если соответствующий параметр неидеальности велик, $\Gamma_i = Z^2 e^2 n_i^{1/3} / T_i >> 1$, для достаточно больших плотностей n_i. Для ядер железа ($Z = 26$) при плотности $\rho \sim 10^{12}$ г/см^3 и плотности ионов $n_i \sim 6 \cdot 10^{33}$ см$^{-3}$ [73] параметр Γ_i сравнивается с единицей ($\Gamma_i \sim 1$) при температуре $T_i \sim 15$ МэВ.

Ниже мы рассматриваем случай высоких температур T_i, когда параметр неидеальности мал, $\Gamma_i << 1$ (идеальный газ ионов), и структурный фактор, учитывающий влияние соседних ионов (ядер) на сечение рассеяния нейтрино на изолированном ядре, может быть положен равным единице ($\Lambda = 1$, см. [72]).

В работах Леинсона (см., например, [75]) рассмотрен также противоположный важный случай ионной жидкости ($\Gamma_i >> 1$), когда сечение νA-рассеяния сильно зависит от структурного фактора $\Lambda \neq 1$.

Итак, с учетом взаимодействия нейтрино с ионом через электроны, окружающие ион и связанные с ним самосогласованным электростатическим полем (в плазме электроны свободны, $\varepsilon_p = \sqrt{m_e^2 + p^2}$), сечение упругого νA-рассеяния безмассового электронного нейтрино на одном бесспиновом ядре

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G_F^2 E^2 (1 + \cos\Theta)}{16\pi^2} \left[Z(1 - 4\xi) - N + \frac{Z(1 + 4\xi)}{1 + k^2 r_D^2} \right]^2, \qquad (41)$$

помимо известного вклада нейтральных токов, включает дополнительное слагаемое, описываемое аналогом диаграммы рис.3,*в*, в котором реальный плазмон заменен виртуальным с вершиной Ze. Это слагаемое исчеза-

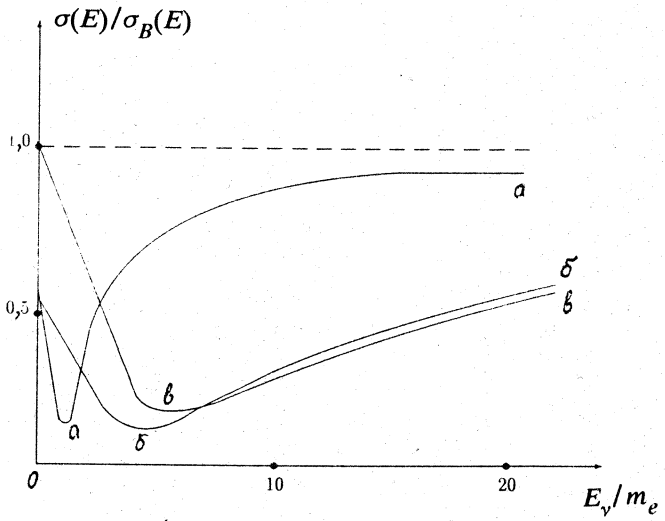


Рис. 4. Сечение упругого рассеяния нейтрино на бесспиновых ядрах $\nu A \to \nu A$ в плотной плазме коллапсирующей звезды: а) на ядре $^{56}_{26}$Fe при плотности $\rho = 10^{10}$ г/см^3, б) на ядре $^{56}_{26}$Fe при плотности $\rho = 10^{12}$ г/см^3, в) на ядре $^{16}_{8}$O при плотности $\rho = 10^{12}$ г/см^3

ет в вакууме ($r_D \to \infty$), но дает заметный вклад в среде для малых переданных импульсов $k = 2E \sin(\Theta/2)$, сравнимых с обратным дебаевским радиусом $k \le r_D^{-1}$.

Естественно, что для больших переданных импульсов $k >> r_D^{-1}$ нейтрино не взаимодействует с окружением ядра, и на соответствующих малых расстояниях от него ($r \sim k^{-1}$) существен только вклад нуклонов ядра.

Замечая, что вклад протонов для известного параметра стандартной модели $\xi \sim 0{,}23$ несуществен, обратим внимание в формуле (41) на противоположный знак вкладов электронов и нейтронов, отвечающий эффекту экранирования.

На рис.4 приведена зависимость нормированного на борновское сечение σ_B (на стандартный вклад нейтральных токов) полного сечения $\sigma(E)$ от энергии нейтрино E, вычисленного с помощью (41). Прямая линия $\sigma/\sigma_B = 1$ отвечает сечению $\nu_{\mu,\tau}$ A-рассеяния мюонных и τ-нейтрино для выбираемого параметра $\xi = 0{,}25$.

Действительно, из формулы (27) видно, что для $\nu_{\mu,\tau}$-нейтрино ($c_V = 2\xi - 0{,}5$) индуцированный заряд исчезает, $e_\nu^{\text{ind}} = 0$, т.е. эффект экранировки отсутствует. Поэтому диффузия $\nu_{\mu,\tau}$-нейтрино к краю излучающей нейтриносферы длится значительно дольше, и если в подземных экспериментах была бы возможность регистрировать нейтринные импульсы (от сверхновой звезды) отдельно для различных ароматов нейтрино, то сначала детектировались бы электронные нейтрино, а затем $\nu_{\mu,\tau}$-нейтрино (для одной и той же энергии E, см. рис.4) [65]. Отметим, что канал нейтральных токов (неупругого рассеяния $\nu_{e,\mu,\tau} + D \to \nu_{e,\mu,\tau} + n + p$) предусмотрен в будущих экспериментах в Садбери (Канада). Это позволит разделить вклады различных сортов нейтрино с учетом остальных каналов реакций на дейтерии.

В работе Бенерджи и Читри [73] эффект экранировки [72] был учтен при расчете коэффициента диффузии электронных нейтрино в рамках релятивистской кинетической теории. Было показано, что учет дополнительного электромагнитного взаимодействия [72] уменьшает коэффициент диффузии на фактор порядка ~ 1,4 при низкой плотности ($\rho < 10^{11}$ г/см^3) и на фактор ~ 1,8 при плотности $\rho < 10^{12}$ г/см^3, что должно, по мнению авторов [73], значительно влиять на динамику коллапса предсверхновой звезды.

С помощью вершины (20) нетрудно получить аналогичный эффект экранировки для квазиупругого рассеяния электронных нейтрино на электронах в равновесном плотном электронном газе. С ростом плотности среды сечение $\nu_e e$-рассеяния убывает на 20—30% по сравнению с борновским (вычисленным в отсутствие ДС) для средних энергий излучаемых нейтрино $E \geq 10$ МэВ [76].

Используя релятивистское обобщение приближения случайных фаз, авторы [76] подтвердили также результат [72] для рассеяния электронных нейтрино на ионах в ДС.

3.3. Увеличение вероятности радиационного распада массивного нейтрино в электронном газе. Проблема радиационного распада массивных нейтрино $\nu_2 \to \nu_1\ \gamma$ является важной для выяснения стабильности известных типов нейтрино, в особенности в связи с поисками монохроматических (неравновесных) фотонов из распадов реликтовых галактических нейтрино в гало нашей Галактики (см. например, обзор [77]) или для объяснения возможных аномалий в виновской области спектра фонового излучения [78,79].

В последнем случае важно потребовать, чтобы искомое время жизни нейтрино τ_ν не превышало периода $\sim 10^{12}$ с, отвечающего моменту разъединения вещества и излучения в ранней Вселенной (после рекомбинации водорода). В противном случае фотоны из распадов нейтрино не успевали бы прийти в равновесие с веществом.

В стандартной модели механизм компенсации вкладов виртуальных лептонов в вакуумной вероятности распада $\nu_2 \to \nu_1\gamma$ (механизм Глэшоу — Иллиопулоса — Майани — ГИМ) приводит к очень большому времени жизни $\tau_\nu \sim 2\cdot 10^{34}\left(\dfrac{100\ \text{эВ}}{m_{\nu_2}}\right)^5$ с, значительно превышающему возраст Вселенной $t_0 \sim 3\cdot 10^{17}$ с и отвечающему вероятности Γ в пределе $m_{\nu_1} \to 0$ [80,81]:

$$\Gamma = \frac{\alpha\, G_F^2 m_{\nu_2}^5}{2^{11}\pi^4}\left|\sum_{l=e,\mu,\tau}\frac{m_l^2 u^*_{l\nu_2} u_{l\nu_1}}{M_W^2}\right|^2. \qquad (42)$$

Здесь квадрат суммы есть ГИМ-фактор, определяемый, в основном, отношением массы τ-лептона и W-бозона и квадратом матрицы смешивания $|u^*_{\tau\nu_2} u_{\tau\nu_1}|^2 = \sin^2 2\theta_v/4$.

Попытки понизить время жизни нейтрино путем снятия подавления механизма ГИМ в лептонном секторе делались раньше в различных модификациях стандартной модели. В частности, введение четвертого поколения фермионов или добавление изосинглетного нейтрино [82] позволяет увеличить вероятность (42) примерно в $(M_W/m_\tau)^4 \sim 4\cdot 10^6$ раз, что приводит все же к недостаточному снижению времени жизни для объяснения аномалий фонового излучения или наблюдения УФ-линий над фоновым излучением из гало Галактики [77].

В обсуждаемой здесь работе Д'Оливо, Нивса и Пала [83] в рамках стандартной модели рассматривается распад нейтрино $\nu_2 \to \nu_1\gamma$ в электронном газе, когда используется электромагнитная вершина нейтрино (20), точнее, ее часть[6], отвечающая диаграмме рис.3,*б* (вкладу заряженных токов), с учетом матрицы смешивания лептонов $u_{\nu_{1,2}e}$ (нейтрино двух

[6]Авторы [83] в своей предшествующей работе [52] вычислили электромагнитную вершину Γ_μ, совпадающую после переобозначений [18] с результатом (20), полученным нами ранее в [48].

сортов с электронами). Вклад мюонов и τ-лептонов предполагается отсутствующим, т.е. не рассматривается, например, стадия ранней Вселенной $T >> m_{\mu,\tau}$, когда механизм ГИМ будет осуществляться как в вакууме, так и в среде.

Будем исходить из матричного элемента, отвечающего диаграмме рис.3*б*, для вершины (20), когда в ней выделен вклад заряженных токов ($(1 + 4\xi) \to 2$) и рассматривается излучение поперечного высокочастотного ($\omega_{tr} = \sqrt{\omega_p^2 + k^2} \approx k$) плазмона ($\nu_2 \to \nu_1\gamma_{tr}$):

$$M_{\nu_2 \to \nu_1 \gamma} = \frac{e\,|\nu_1(p')\,\Gamma_\mu(\omega, \mathbf{k})\,\nu_2(p)\,|e^\mu}{|2\varepsilon_{p'}\varepsilon_p(\omega(2\varepsilon_{tr} + \omega\partial\varepsilon_{tr}/\partial\omega))_{\omega=\omega_{tr}}|^{1/2}}. \qquad (43)$$

Здесь $e^\mu = (0, \mathbf{e})$ — вектор поляризации поперечного плазмона, а в нормировке амплитуды, учитывая высокочастотный предел диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{tr} \approx 1 - \omega_p^2/\omega^2$, далее подставляется фактор $|\omega\,(2\varepsilon_{tr} + \omega\partial\varepsilon_{tr}/\partial\omega)|_{\omega=\omega_{tr}} = 2\omega_{tr} \approx 2k$. Как и в работе [52], полагаем нейтрино в конечном состоянии безмассовым ($\varepsilon_{p'} = p'$) и из (43) получим вероятность распада массивного нейтрино с излучением плазмона с частотой $\omega = \omega_{tr} \approx k$:

$$\Gamma = \frac{G_F^2\omega_p^4 m_{\nu_2}^2\,|u^*_{e\nu_2}u_{e\nu_1}|^2}{8(2\pi)^3\alpha\,\varepsilon_p}\int\frac{d^3k}{\varepsilon_{p'}\omega}\left[\frac{\varepsilon_{p'} + \varepsilon_p}{\omega} - \frac{m_{\nu_2}^2}{2\omega^2}\right]\delta(\varepsilon_{p'} + \omega - \varepsilon_p). \qquad (44)$$

Интеграл в (44) легко вычисляется, и окончательный результат

$$\Gamma = G_F^2\omega_p^4 m_{\nu_2}\,|u^*_{e\nu_2}u_{e\nu_1}|^2 F(V)/32\pi^2\alpha \qquad (45)$$

авторы [52] сравнивают с вакуумной вероятностью (42) для двух асимптотик температур среды: $T << m_e$ — нерелятивистская плазма звезд с ленгмюровской частотой $\omega_p = \sqrt{4\pi\alpha\,n_e/m_e}$ и $T >> m_e$ — ультрарелятивистская плазма горячей Вселенной на лептонной стадии (в отсутствие мюонов и τ-лептонов $T << m_\mu$). В формуле (45) $V = p/\varepsilon_p$ — скорость массивного нейтрино, $F(V) = \sqrt{1 - V^2}\,[(2/V)\ln|(1 + V)/(1 - V)| - 3]$ — функция скорости в широком интервале значений масс m_{ν_2} и энергии нейтрино, имеющая порядок единицы.

В отношениях вероятностей распада $\nu_2 \to \nu_1\gamma$ в среде и в вакууме [52] для указанных двух асимптотик

$$\frac{\Gamma^{(NR)}}{\Gamma} = 1{,}3\cdot 10^{19}\, rF(V)\left(\frac{n_e}{10^{24}\,\text{см}^{-3}}\right)\left(\frac{\text{эВ}}{m_{\nu_2}}\right)^4,$$

$$\frac{\Gamma^{(ER)}}{\Gamma} = 1{,}5\cdot 10^{9}\, rF(V)\left(\frac{T}{m_{\nu_2}}\right)^4 \qquad (46)$$

отношение квадратов матриц смешивания

$$r = \frac{|u^*_{e\nu_2} u_{e\nu_1}|^2}{|u^*_{\tau\nu_2} u_{\tau\nu_1}|^2}$$

для оценок можно положить равным единице.

С помощью выражения (46) можно сделать некоторые оценки возможных распадов легких ($m_{\nu_2} < 2m_e$) нейтрино[7] в горячей плазме ранней Вселенной. Очевидно из (42) и (46), что для массы нестабильного нейтрино (τ-нейтрино?) порядка $m_{\nu_2} \le 1$ МэВ и температуры $T \ge 1$ МэВ время жизни массивного нейтрино в вакууме $\tau_\nu \sim 2\cdot 10^{14}$ с заменяется в электронной горячей плазме на $\tau_\nu \sim 10^5$ с, что значительно меньше времени разъединения вещества и излучения ($\sim 10^{12}$ с), т.е. фотоны из распадов нейтрино успевают термализоваться. Вопрос о возможности интерпретировать аномалии в виновской части фонового излучения [78] с помощью механизма распада нейтрино в среде окончательно может быть разрешен при рассмотрении кинетики распадов и вычисления спектров фотонов, с учетом кинетики процесса их термализации.

Это очевидно уже из оценки (46) с температурой (≥ 1 МэВ), соответствующей лептонной стадии расширения на момент времени $t \le 1$ с, и временем жизни $\tau_\nu \sim 10^5$ с, отвечающим более позднему моменту Big Bang со значительно меньшей температурой $T << m_e$.

3.4. Изменение киральности нейтрино в вырожденном электронном газе предсверхновой звезды. Прежде чем излагать результат работы [71], касающийся изменения спиральности нейтрино в ДС (в рассматриваемой здесь стандартной модели электрослабых взаимодействий), сле-

[7] Нейтрино с массой $m_\nu > 2m_e$ распадаются значительно быстрее, чем в канале с вероятностью (42) [84].

дует вспомнить известные механизмы изменения спиральности на микроскопическом уровне.

В вакууме и однородном веществе существуют два таких механизма.

Во-первых, хорошо известно, что дираковская массивная частица имеет два состояния спиральности $r = \pm 1$, которая сохраняется в вакууме или в однородном веществе до момента соударения с некоторой частицей среды, когда начальное состояние спиральности, например, левое $r = -1$, переходит либо снова в левое $r = -1$, либо в правое $r = +1$ состояния. Последний эффект является незначительным в ультрарелятивистском случае, порядка $O((m/E)^2) << 1$ по отношению к переходу без изменения спиральности.

Заметим, что всюду в обзоре обсуждается переход состояний с изменением киральности $\Psi_L \leftrightarrow \Psi_R$, т.е. изменения собственного значения γ_5 матрицы ($\lambda = -1 \leftrightarrow \lambda = +1$), коммутирующей, как оператор спиральности $\Sigma_j p_j$, с гамильтонианом свободной (в вакууме и в однородной среде) безмассовой частицы. Для ультрарелятивистской, но массивной частицы ($m \neq 0$, $m << E$) с тем же гамильтонианом коммутирует уже только оператор спиральности, изменение собственных значений которого ($r = -1 \leftrightarrow r = +1$) адекватно изменению киральности с точностью до поправок $O((m/E)^2) << 1$.

Еще одна возможность изменения спиральности связана с наличием у дираковской частицы аномального магнитного момента, взаимодействующего с внешним макроскопическим электромагнитным полем или с электрически заряженной частицей среды.

Последний канал изменения спиральности, как и результат переброса спина из-за наличия массы нейтрино, является маловероятным из-за большой длины свободного пробега нейтрино относительно столкновений, сравнимой только с радиусом ядра сверхновой звезды.

Однако даже на Солнце столкновения являются затравочным механизмом появления правополяризованного состояния Ψ_R, отсутствующего в момент рождения нейтрино $t = 0$. Для безмассового нейтрино исходная левая спиральность $r = -1$ может измениться (с какой-то вероятностью, отвечающей пробегу $l >> R_\odot$) благодаря наличию большого аномального магнитного момента μ' при включении правых токов во взаимодействие нейтрино с вакуумом векторных бозонов и лептонов. Далее спиральность эффективнее меняется в макроскопическом магнитном поле звезды, имеющем поперечную компоненту $\mathbf{H} \perp \mathbf{n}$ к направлению движения нейтрино $\mathbf{n} = \mathbf{p}/p$ (см. выше).

Напомним, что следствием релятивистского уравнения движения спина во внешнем электромагнитном поле является зависимость проекции $\zeta_{\parallel}(t)$ поляризации на направление движения $\mathbf{n} = \mathbf{p}/p$ от времени, определяемая из уравнения [85]

$$\frac{d\zeta_{\parallel}}{dt} = 2\mu'((\zeta_{\perp})_j[\mathbf{Hn}]_j) + \frac{2}{v}\left(\frac{\mu m^2}{\varepsilon^2} - \mu'\right)(\zeta_{\perp})_j E_j,$$

где $\mu = e/2m_l + \mu'$ — полный магнитный момент спинорной частицы с зарядом e, а полный вектор поляризации $\zeta_i = n_i\zeta_{\parallel} + (\zeta_{\perp})_i$ включает поперечную часть $(\zeta_{\perp})_i$, являющуюся функцией как право-, так и левополяризованных состояний $\zeta_{\perp}^2 = |\Psi_R^*\Psi_L|^2$. Для нейтрино во внешнем магнитном поле, как и для электрона, спиральность меняется только при учете радиационных поправок, т.е. аномальной части магнитного момента μ'.

Следует подчеркнуть квазиклассичность уравнения движения спина, полученного для относительно медленно меняющихся электромагнитных полей ω, $k \ll p$, где ω, $\mathbf{k}$ — частота и волновой вектор электромагнитного поля [85].

В ДС остаются те же источники изменения киральности (масса, магнитный момент нейтрино), но теперь в роли массы или магнитного момента в расширенных электрослабых моделях могут появиться некоторые эффективные характеристики, которые, как и индуцированные электрический заряд и магнитный момент нейтрино, зависят от плотности или температуры среды и вносят существенно больший вклад, чем соответствующие вакуумные характеристики (см. ниже). В стандартной электрослабой модели Ольтер и Кайнулайнен [71] обнаружили в ДС возможность изменения киральности в процессе излучения плазмона $\nu_L \to \nu_R\gamma$, в результате учета в электромагнитной вершине (20) дополнительного слагаемого, зависящего от массы нейтрино m_ν:

$$2\sqrt{2}G_F(1 + 4\xi)\frac{[(q\Omega)I_\beta - q^2K_\beta]}{(q\Omega)^2 - q^2}m_\nu\Omega^\mu\gamma_5, \qquad (47)$$

где Ω_μ — 4-скорость среды и интегралы I_β, K_β равны

$$I_\beta = \int d^4k\delta(k^2 - m_e^2)f_0(k)/8\pi^3,$$

$$K_\beta = \int d^4k\delta(k^2 - m_e^2)f_0(k)\left(\frac{k\Omega}{kq}\right)/8\pi^3.$$

Здесь

$$f_0(k) = \Theta(k_0)[\exp\beta(k_0 - \mu_e) + 1]^{-1} + \Theta(-k_0)[\exp\beta(-k_0 + \mu_e) + 1]^{-1}$$

— фермиевская функция распределения, так что вклад (47) исчезает не только для безмассового нейтрино ($m_\nu = 0$), но и в вакууме ($f_0(k) = 0$).

Естественно, что вероятность излучения плазмона с энергией E в вырожденном ультрарелятивистском электронном газе с плазменной частотой $\omega_0 = \sqrt{4\alpha/3\pi}\,\mu_e$ [71]:

$$\Gamma(E) \approx \frac{\alpha^3(4 + \xi^{-1})^2}{128\pi^3}\left(\frac{m_\nu}{E}\right)^2\left(\frac{\mu_e}{M_W}\right)^4 \omega_0 f_0(E) \qquad (48)$$

оказывается малой величиной (порядка $O((m_\nu/E)^2) << 1$) по отношению к вероятности излучения без изменения киральности в той же стандартной модели и в той же среде ($\nu_L \to \nu_L\gamma$, см. п. 3.6).

С другой стороны, качественное изменение, т.е. стерилизация нейтрино $\nu_L \to \nu_R$ в канале (48), оказывается на два порядка интенсивнее (в энергопотерях через правые нейтрино), чем в результате электромагнитного рассеяния посредством взаимодействия магнитного момента (пропорционального в стандартной модели массе нейтрино m_ν) с электронами в том же вырожденном газе [71].

К сожалению, это никак не сказывается на скорости остывания предсверхновой звезды, теряющей с излучением активных (левых) нейтрино значительно (≈ на десять порядков) большую энергию. Только лишь в расширенных электрослабых моделях учет процессов с рождением правых нейтрино значительно меняет динамику коллапса.

3.5. Эффект плотности в потерях энергии нейтрино и в аннигиляциях $\nu\tilde{\nu} \to e^-e^+$. В этом разделе мы рассмотрим процессы упругого νe-рассеяния и аннигиляции нейтринных пар $\nu\tilde{\nu} \to e^-e^+$ в ДС, описываемых диаграммами рис.5. Кросс-симметричный процесс νe-рассеяния получается обращением оси времени рис.5 вверх с заменой $\tilde{\nu} \to \nu$, $e^+ \to e^-$.

Кроме очевидных борновских диаграмм стандартной модели, важный вклад вносит электромагнитный процесс, отвечающий полюсной диаграмме рис.5,*в* с вершиной $\Gamma_\mu(\omega, \mathbf{k})$ (20) для нейтрино и с виртуальным плазмоном, описываемым функцией Грина (36).

В s-канале ($q^2 < 0$) имеется полюс для излучения (поглощения продольного плазмона $\varepsilon_l = 0$ (см. (18) и рис.2), и дифференциальное сечение

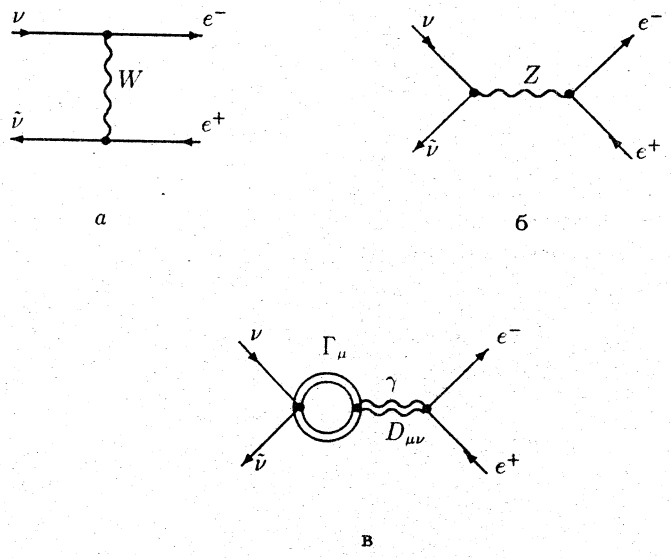


Рис. 5. Диаграммы $\nu\tilde{\nu}$-аннигиляции с обменом а) W-бозоном, б) Z-бозоном, в) плазмоном γ

νe-рассеяния имеет резонансный вид в окрестности переданных импульсов и энергий, отвечающих дисперсионной кривой (см. рис. 2).

Действительно, часть сечения νe-рассеяния, отвечающая электромагнитному вкладу, в соответствии с (36) будет пропорциональна брейт-вигнеровскому множителю [48]:

$$|\varepsilon_l(\omega, k)|^2 \approx \frac{(E-E')^4}{[(E-E')^2-\omega_p^2]^2+(E-E')^4\,(\mathrm{Im}\,\varepsilon_l)^2},$$

если использовать высокочастотное приближение для диэлектрической проницаемости $\mathrm{Re}\,\varepsilon_l(\omega, k) \approx 1 - \omega_p^2/\omega^2$, где $\omega = E - E'$ — переданная (движущимся нейтрино) энергия. В прозрачной среде ($\mathrm{Im}\,\varepsilon_l \ll \mathrm{Re}\,\varepsilon_l$) резонанс является узким, и интегрирование по переданной энергии приводит к незначительной поправке в полном сечении или в потерях энергии нейтрино [49].

Последние оказываются при низких энергиях нейтрино порядка столкновительного предела [86]:

$$Q_0 = n \int_0^{\omega_{\max}} \omega \frac{d\sigma_B(\omega)}{d\omega}\, d\omega, \qquad (49)$$

определяемого борновским вкладом диаграмм стандартной модели (типа рис. 5,*а,б*), где $\omega_{max} = 2E^2/(2E + m)$; m,n — масса и концентрация частиц среды. Здесь $E << (mE_0)^{1/2}$, E_0 — характерная энергия частиц среды, например, в металле для вырожденных электронов $E_0 \approx p_F^2/2m_e$. Для высоких энергий ($E >> p_F$) коллективные эффекты несущественны и потери нейтрино определяются в точности пределом (49). Эффект плотности Ферми [87] был бы существенным (для условий нерелятивистских частиц среды) только для мягких нейтрино, регистрация которых в лабораторном эксперименте в настоящее время невозможна.

Киржниц, Лосяков и Чечин [88] показали, что потери энергии нейтрино в среде определяются сверткой следа от произведения токов нейтрино (включая аксиальную часть) и коррелятора $D_{\mu\nu}^{ab}$:

$$D_{\mu\nu}^{ab} = i\Theta(t)\,\langle [I_\mu^a(x),\, I_\nu^b(0)]\rangle,$$

имеющего в электрослабой модели в низкоэнергетическом приближении три компоненты ($a, b = V, A$), в соответствии с наличием аксиального и векторного токов I_μ^a частиц среды.

Псевдотензор $D_{\mu\nu}^{VA}(q)$ зависит от одной характеристики среды, так как из переменных q_μ, Ω_ν , где $q = (\omega, \mathbf{k})$ — переданный импульс, Ω_ν — 4-скорость среды, можно построить единственный псевдовектор [88] $D_{\mu\nu}^{VA}(q) = D_{\nu\mu}^{AV}(-q) = i\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}q^\rho\Omega^\sigma R_3/2m$, где функция линейного отклика R_3 пропорциональна формфактору $A(\omega, k)$ [15]. Тензоры $D_{\mu\nu}^{VV}$ и $D_{\mu\nu}^{AA}$, так же, как и в статистической КЭД [50], где имеется отклик только на векторное возмущение (только $D_{\mu\nu}^{VV}$), зависят от двух функций линейного отклика каждый.

Итого в модели электрослабых взаимодействий нейтрино с веществом среду можно охарактеризовать пятью функциями линейного отклика [86] вместо двух в статистической КЭД, отвечающих обычным диэлектрическим проницаемостям $\varepsilon_{l,tr}(\omega, k)$ в той же изотропной ДС.

Это нисколько не противоречит нашему утверждению [48] о наличии трех электромагнитных формфакторов (F_l, F_{tr}, A) в вершине (20), поскольку в электромагнитном канале взаимодействия нейтрино со средой имеется только векторное возбуждение ДС через электромагнитный потенциал A_μ или ток j_μ заряженных частиц, т.е. в этом канале взаимо-

действия участвуют корреляторы $D^{VV}_{\mu\nu}$ и $D^{VA}_{\mu\nu}$, зависящие от тех же характеристик среды.

Для горячей плазмы ранней Вселенной вклад аксиальных токов вообще оказывается несущественным из-за малой асимметрии числа частиц ($(n_i - \tilde{n}_i)/n_\gamma \sim 10^{-9}$). Поэтому полное сечение аннигиляции нейтринных пар $\nu\tilde{\nu} \to e^+e^-$, важное для процессов установления равновесия и замораживания (закалки) нейтрино, зависит только от двух функций отклика изотропной ДС $\varepsilon_{l,tr}$ и в системе покоя среды как целого имеет вид [89]:

$$\sigma(\nu\tilde{\nu} \to e^+e^-) = \frac{G_F^2 q^2}{3\pi}\left\{c_V^2 + c_A^2 + \frac{c_V^2}{2}\left[1 - \frac{(\omega - 2F_1)^2}{k^2}\right]\times\right.$$
$$\times\left[\left|\frac{\varepsilon_l - 1}{\varepsilon_l}\right|^2 - 2\mathrm{Re}\left(\frac{\varepsilon_l - 1}{\varepsilon_l}\right)\right] + \frac{c_V^2}{2}\left[1 + \frac{(\omega - 2E_1)^2}{k^2}\right]\times$$
$$\left.\times\left[\left|\frac{\varepsilon_{tr} - 1}{\varepsilon_{tr} - k^2/\omega^2}\right|^2 - 2\mathrm{Re}\left(\frac{\varepsilon_{tr} - 1}{\varepsilon_{tr} - k^2/\omega^2}\right)\right]\right\}. \qquad (50)$$

Здесь $\omega = E_1 + E_2$ — энергия пары $\nu\tilde{\nu}$, константы $c_{V,A}$ определены выше после формулы (20). Включение блокинг-фактора и усреднение по конечному состоянию e^+e^--пар не позволяют получить аналитическое выражение для полного сечения (50), хотя мало что меняют в качественной картине анализируемого здесь резонансного вклада диаграммы рис.5,*в* [89].

Еще более просто выглядит сечение (50) в с.ц.м., совмещенной с системой покоя среды как целого, т.е. при $\mathbf{k} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0$.

В этой ситуации имеем простые выражения $\varepsilon_{tr} = \varepsilon_l = 1 - \omega_p^2/\omega^2$, $\omega_p^2 = 4\pi T^2\alpha/9$, и вкладу всех трех диаграмм рис.5 отвечает полное сечение

$$\sigma_{\text{с.ц.м}}(\nu\tilde{\nu} \to e^+e^-) = \frac{G_F^2 q^2}{3\pi}\left[\frac{c_V^2}{|\varepsilon_{tr}|^2} + c_A^2\right]. \qquad (51)$$

В вакууме ($T = 0$, $\varepsilon_{tr} = 1$) сечение (51) сводится к стандартному [39], а в горячей плазме $T >> m_e$, в которой диэлектрическая проницаемость имеет малую мнимую часть $\mathrm{Im}\,\varepsilon_l = \mathrm{Im}\,\varepsilon_{tr} = \alpha\omega/12T$ [89], в сечении (51) появляется узкий пик брейт-вигнеровского резонанса:

$$|\varepsilon|^{-2} = 1 + \frac{2x^2x_0^2 - x_0^4 - \alpha^2x^6/36}{(x^2 - x_0^2)^2 + \alpha^2x^6/36} = 1 + F(q^2)$$

с большим усилением $F(\omega_p^2) \approx 324/\alpha^3\pi \approx 2{,}7\cdot 10^8$, но с очень малой шириной порядка $\pi\alpha^2/108$. В последней формуле введены безразмерные величины $x = \omega/2T = \sqrt{q^2/4T^2}$ и положение резонанса $x_0^2 = \pi\alpha/9 \approx$ $\approx 2{,}5\cdot 10^{-3}$, отвечающее низким энергиям пары $q \approx \omega_p \approx 0{,}1T$.

Так же, как и для случая νe-рассеяния, узкий резонанс в аннигиляции практически не сказывается при усреднении по равновесным состояниям всех частиц, т.е. нет влияния коллективных механизмов взаимодействия нейтрино в ДС в данном приложении к горячей Вселенной при использовании усреднения по начальным состояниям равновесных нейтрино [89].

Однако в последнее время анализируется другая ситуация, в которой рассматриваемый процесс $\nu\tilde{\nu} \to e^+e^-$ важен для динамики внешнего слоя нейтриносферы сверхновой звезды [90]. Утверждение об отличии функции распределения нейтрино от равновесной [90] требует дополнительного анализа с использованием (50) при вычислении энерговыделения $\nu\tilde{\nu}$-пар в горячей плазме.

Помимо отклонения функции распределения нейтрино от равновесной, важную роль в увеличении электромагнитного взаимодействия нейтрино в ДС и, как следствие, дополнительного подогрева оболочки сверхновой может играть уширение резонансного пика, например, за счет доплеровского сдвига циклотронного резонанса в такой анизотропной ДС, как магнитоактивная плазма (см. выше электромагнитную вершину (23)). Возможность наличия больших магнитных полей для остатков сверхновых звезд хорошо известна, и этот вопрос заслуживает дальнейшего изучения.

3.6. Поляризационное и черенковское излучение нейтрино в плазме. То, что электрически нейтральная частица может излучать фотоны в среде, не является новостью в физике. В старых работах Гинзбурга [91] и Франка [92] изучалось черенковское излучение магнитного диполя (т.е. нейтрона с аномальным магнитным моментом) в среде без пространственной дисперсии.

Однако в стандартной модели электрослабых взаимодействий безмассовое нейтрино вообще не обладает дипольными электромагнитными моментами ($\mu_\nu = d_\nu = 0$), поэтому говорить о подобном [91, 92] излу-

чении нет смысла. Если нейтрино имеет все же массу покоя, то эффект будет незначительным.

В расширенных электрослабых моделях магнитный момент нейтрино (в том числе безмассового) может быть большим, $\mu_\nu \le 10^{-11}\,\mu_B$, однако, как будет показано ниже, в ДС в тех же расширенных моделях намного сильнее вклад поляризационных эффектов, связанных с наличием у нейтрино эффективного (наведенного) магнитного момента μ_{eff}.

Здесь мы рассмотрим поляризационное излучение безмассового нейтрино в изотропной ДС ($\nu_L \to \nu_L\gamma$) в стандартной модели с вершиной (20), не связанное с изменением спиральности или аромата. Вероятность этого процесса излучения значительно больше, чем в распаде через недиагональный магнитный момент $\nu_2 \to \nu_1\gamma$, когда $m_{\nu_2} > m_{\nu_1}$.

Матричный элемент поляризационного излучения продольных плазмонов безмассовым нейтрино, отвечающий диаграмме, изображенной на рис.3,*в*, имеет вид [70]:

$$\langle p'q|S|p\rangle = -\,i(2\pi)^4\left(4E_{p'}E_p\left|q^2\frac{\partial\,\mathrm{Re}\,\varepsilon_l}{\partial\omega}\right|\right)^{-1/2}\delta^{(4)}(p'+q-p)\,J_\mu e^\mu. \quad (52)$$

Здесь сохраняющийся электромагнитный ток нейтрино ($J_\mu q^\mu = 0$), с учетом определения продольного тензора поляризации статистической КЭД $\Pi^{(l)}_{\mu\nu} = -\,q^2(\varepsilon_l(\omega, k) - 1)\,e_\mu e_\nu$ и единичного 4-вектора поляризации продольного плазмона $e_\mu = (k, \omega\,\hat{\mathbf{k}})/\sqrt{q^2}$, может быть записан в виде

$$J_\mu = eF_l(\omega, k)\,\bar{\nu}(\mathbf{p}')\,\gamma_\mu\frac{(1-\gamma_5)}{2}\,\nu(\mathbf{p}),$$

где формфактор $F_l(\omega, k)$ определен в (21).

Поляризационные потери безмассового ($E_p = p$) нейтрино, определяемые с помощью (52), сводятся к интегралу

$$\frac{dE_p(\text{поляр.})}{dl} = \frac{G_F^2 c_V^2}{4\pi^2\alpha}\int\limits_{k_{\min}}^{k_{\max}}\frac{\omega_j(k)\,q_j^4\,dk}{k\,|\partial\,\mathrm{Re}\,\varepsilon_l/\partial\omega|_{\omega=\omega_j}}\left[1-\frac{\omega_j(k)}{p}+\frac{q_j^2}{2p^2}\right], \quad (53)$$

в котором частоты излучения продольного плазмона (решение дисперсионного уравнения $\varepsilon_l(\omega, k) = 0$ (18)) удовлетворяют закону сохранения энергии, сводящемуся в квазиклассическом приближении ($k \ll p$) к условию черенковского резонанса $\omega \approx \mathrm{kc}$. Для ленгмюровского плазмона ($\omega_j = \omega_p$) нижний предел в интеграле (53) равен $k_{\min} = \omega_p$. Верхний пре-

дел для относительно жестких нейтрино ($p > r_D^{-1}$) равен $k_{\max} \approx r_D^{-1}$, а для мягких нейтрино ($p < r_D^{-1}$), т.е. $E \leq 1$ кэВ в металле или $E \leq$ нескольких МэВ в оболочке предсверхновой, имеем из законов сохранения предел $k_{\max} = 2p - \omega_p$.

Разумеется, пороговая энергия нейтрино превышает энергию плазмона ($p \geq \omega_p$).

Таким образом, можно указать две асимптотики результата (53):

$$\frac{dE_p(\text{поляр.})}{dl} \approx \frac{G_F^2 c_V^2 \omega_p^2}{32\pi^2 \alpha r_D^4}, \quad \text{если } p > r_D^{-1},$$

$$\frac{dE_p(\text{поляр.})}{dl} \approx \frac{G_F^2 c_V^2 \omega_p^2 p^4}{6\pi^2 \alpha}, \quad \text{если } \omega_p \leq p < r_D^{-1}. \tag{54}$$

Сравнивая поляризационные потери (54) со столкновительными потерями в рассеянии мягких нейтрино на вырожденных электронах в металле

$$\frac{dE_{\text{Born}}(\nu e \to \nu e)}{dl} = \frac{G_F^2 \omega_p^2 p^4}{12\pi^2 \alpha}(3 + 4\xi + 8\xi^2),$$

мы видим, что коллективные потери одного порядка со столкновительными в диапазоне низких энергий, но ничтожно малы для жестких нейтрино $p >> r_D^{-1}$, для которых потери определяются парными столкновениями, описываемыми борновскими диаграммами νe-рассеяния в стандартной модели.

Это согласуется с выводами предыдущего раздела и, в частности, с утверждением группы ФИАН [86,88] об отсутствии эффекта значительного усиления потерь энергии нейтрино в среде по сравнению со столкновительными. Отметим, что в изящном методе расчета, предложенном в [88], потери энергии нейтрино включают поляризационные, ранее изученные в статье авторов [70].

Эффект плотности мог бы быть заметен в лаборатории для низких энергий нейтрино, недоступных пока для измерения современными детекторами.

С другой стороны, излучение плазмонов мягкими нейтрино в коллапсаре ($E_p \leq 1$ МэВ) может конкурировать со столкновительными потерями в νe-рассеянии на вырожденных электронах в плотной оболочке коллапсирующей звезды, когда длина свободного пробега нейтрино меньше

размера звезды. Задача корректного расчета потерь энергии нейтрино в релятивистской среде остается нерешенной, по-видимому, до сих пор (см. некоторые замечания об этом в [88]).

Нам представляется, что величина потерь энергии нейтрино в анизотропной среде может быть значительно больше. Например, для магнитоактивной плазмы оценки с помощью первого слагаемого в вершине (23) показывают [14], что в сильном магнитном поле потери нейтрино на черенковское излучение необыкновенных волн могут значительно превышать столкновительные.

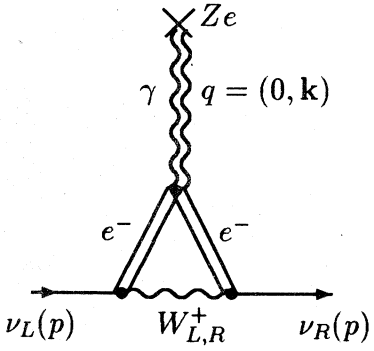


Рис. 6. Фейнмановская диаграмма упругого рассеяния нейтрино на кулоновском центре в среде с изменением киральности (левое → правое). В ультрарелятивистском приближении ($m_\nu \to 0$) те же обозначения для изменения спиральности ($r=-1 \to r=+1$). Двойными линиями обозначены пропагаторы электронов и фотона в среде

3.7. Изменение спиральности нейтрино в плазме при пренебрежении вакуумными массой ($m_\nu^{vac}=0$) и дипольными моментами ($\mu_\nu = d_\nu = 0$). Выше рассмотрены процессы рассеяния с изменением спиральности в вакууме и в однородной среде, обусловленные наличием у нейтрино вакуумных магнитного момента или массы покоя. В ДС движущееся нейтрино поляризует среду слабыми силами, поэтому дополнительные слагаемые в лагранжиане взаимодействия, обязанные правым токам, приводят к модификации магнитной вершины Γ_μ вследствие разделения электрических зарядов (поляризации), как и в случае стандартной модели.

Не интересуясь поправками к слагаемым в Γ_μ стандартной модели, не приводящим к изменению спиральности, обратим внимание на парциальный вклад (26), отвечающий изменению спиральности нейтрино в модели [56].

Рассмотрим матричный элемент рассеяния нейтрино на ядре в плазме с изменением спиральности ($\nu_L + (Z, A) \to \nu_R + (Z, A)$) в модели [55] (см. рис.6).

В системе покоя среды как целого ($\Omega_\mu = \delta_{\mu 0}$) нетрудно с помощью электромагнитной вершины (26) написать такой матричный элемент [58]

$$M_{f_i} = \frac{2\sqrt{2}G_F \sin 2\xi\, Zr_D^2 m_e}{1 + (kr_D)^2} A(0, k)\, \bar{\nu}_f(\mathbf{p}')\, \nu_i(\mathbf{p})\, \frac{2\pi\delta(E - E')}{2\sqrt{EE'}}, \qquad (55)$$

где $A(\omega, k)$ — магнитный формфактор нейтрино, полученный в [15] (см. вершину (20)) и равный в статическом случае

$$A(0, k) = -\frac{16\pi^2\alpha}{k} \int_0^\infty pdp\, [f^-(E_p) - f^+(E_p)] \ln \left|\frac{2p + k}{2p - k}\right|, \qquad (56)$$

$f^{\pm}(E_p)$ — равновесные функции распределения электронов и позитронов в плазме.

Обратим внимание на важное отличие электродинамических эффектов в ДС от эффектов нейтринных осцилляций в среде, в которых учитывается только амплитуда рассеяния вперед ($\mathbf{k} = 0$). В данном случае матричный элемент (55) вообще равнялся бы нулю для безмассового нейтрино ($m_\nu = 0$), т.е. существенна именно некогерентность процесса рассеяния нейтрино в веществе ($\mathbf{k} \neq 0$).

В частном случае вырожденного электронного газа, т.е., например, в оболочке коллапсирующей звезды, формфактор (56) легко вычисляется, и с помощью амплитуды (55) можно вычислить сечение процесса с изменением спиральности $\nu_L \to \nu_R$:

$$\sigma(E) = Z^2\mu_{\text{eff}}^2\, \alpha \left[\ln\left|1 + 4(Er_D)^2\right| - \frac{4(Er_D)^2}{1 + 4(Er_D)^2}\right], \qquad (57)$$

напоминающее швингеровское сечение рассеяния нейтрона (частицы с аномальным магнитным моментом) на кулоновском центре.

Однако в роли эффективного магнитного момента μ_{eff} в сечение (57) входит величина [58]:

$$\mu_{\text{eff}} = 8\sqrt{\pi}\, \frac{p_{f_e}}{E}\, \mu_\nu^{\text{vac}}, \qquad (58)$$

которая значительно превышает вакуумный момент μ_ν^{vac}, определяемый в данной модели формулой [93]:

$$\mu_{\nu_e} = \frac{eG_F m_e \sin 2\xi}{2\sqrt{2}\pi^2}.$$

Это связано с тем, что энергия нейтрино E всегда меньше энергии ультрарелятивистских электронов ($E \leq p_{F_e}$), образующих левые нейтрино в урка-процессе захвата электронов ядрами.

Далее можно воспользоваться астрофизическим ограничением на магнитный момент нейтрино $\mu_\nu^{\text{vac}} < 10^{-12}\mu_B$ [31], определяющим предельно допустимый поток стерильных нейтрино высоких энергий, свободно покидающих сверхновую и трансформирующихся в межгалактическом магнитном поле (для SN1987A) в левые активные нейтрино. Отсутствие дополнительного числа событий от таких высокоэнергетичных нейтрино в детекторах с известным (более низким) порогом регистрации и приводит к указанному ограничению. Напомним, что имеются аргументы [32,33] о снятии жесткого ограничения $\mu_\nu^{\text{vac}} < 10^{-12}\mu_B$ (с заменой на $\mu_\nu^{\text{vac}} < 10^{-11}\mu_B$, см. обсуждение в разд.2), однако остается достаточно жесткое астрофизическое ограничение $\mu_\nu^{\text{vac}} \le 2\cdot 10^{-12}\mu_B$ [25], обсуждавшееся в разд.2, или еще более жесткое ограничение $\mu_\nu^{\text{vac}} < 10^{-19}\mu_B$ [27].

Ограничивая указанным пределом ($\mu_\nu^{\text{vac}} < 10^{-12}\mu_B$) эффективный магнитный момент (58), получаем астрофизическое ограничение на параметр смешивания левых и правых $W_{L,R}$-бозонов в модели [58]:

$$\sin 2\zeta \le 0{,}4\,\frac{E}{p_{F_e}},$$

которое для средних энергий нейтрино $\langle E\rangle \sim 10$ МэВ на начальной стадии нейтринной прозрачности звезды ($\rho \ge 10^{12}$ г/см^3, $p_{F_e} \sim 40$ МэВ) сопоставимо с лабораторным ограничением $\sin 2\zeta \le 0{,}1$ [56].

В заключение раздела отметим отсутствие сингулярности в сечении (57) в пределе $E \to 0$, несмотря на зависимость эффективного магнитного момента (58) от энергии E ($\sigma_{E\to 0} \sim G_F^2 E^2$).

4. РЕЛЯТИВИСТСКОЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ НЕЙТРИНО С УЧЕТОМ САМОСОГЛАСОВАННОГО ПОЛЯ В СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОСЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

До сих пор рассматривалась одночастичная задача прохождения нейтрино через ДС. Для описания процессов переноса потоков нейтрино в плазме звезд, в частности, коллапсирующих звезд, или в плазме горя-

чей ранней Вселенной требуется введение многочастичных уравнений переноса — релятивистских кинетических уравнений (РКУ) для нейтрино и частиц среды.

4.1. Ковариантное уравнение для *νe*-системы. Несохранение четности. Сила торможения излучением. В ранних работах (см. библиографию книги [94]) РКУ для нейтрино выводилось различными способами для достаточно разреженных сред, когда можно было ограничиться классическими релятивистскими функциями распределения типа равновесного распределения Юттнера [95] $f \sim \exp[(\mu - p_\mu \Omega^\mu)/T]$, где μ, T — лоренц-инвариантные химический потенциал и температура.

В результате авторы монографии [94] получили в правой части РКУ больцмановские интегралы столкновений, неприменимые для таких вырожденных сред, описываемых квантово-статистически, как предсверхновая звезда или плотная плазма ранней Вселенной, когда важен уже учет блокинг-факторов $(1 - f)$.

В работе [96] был получен интеграл столкновений для произвольной плотности электронов и нейтрино, что обобщает результат голландских физиков [94], не учитывавших также вклад самосогласованного поля (см. ниже). Независимо тот же результат для интеграла *νe*-столкновений, что и в работе [96], получен в [97].

Напомним, что РКУ для спинорных частиц описывает эволюцию одночастичных вигнеровских функций распределения

$$f^{(a)}_{r'r}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t) = f^{(a)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)\frac{\delta_{r'r}}{2} + S^{(a)}_j(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)\frac{(\sigma_j)_{r'r}}{2}. \qquad (59)$$

Здесь $f^{(a)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)$ — лоренц-инвариантная функция распределения числа частиц сорта a (в фазовом пространстве некоммутирующих, вообще говоря, переменных x, p), связанная с концентрацией равенством $n^{(a)}(\mathbf{x}, t) = \int d^3p f^{(a)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)$; $\mathbf{S}^{(a)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)$ — функция распределения спина.

Для простейшей *νe*-системы в стандартной модели [46] РКУ выводилось в [96] из квантового уравнения Лиувилля.

В отличие от [96] представим здесь в ковариантном виде полную систему кинетических уравнений, сохранив слагаемые, происходящие от псевдовекторного слабого тока электронов. Такие слагаемые в кинетических уравнениях в явном виде отражают эффекты несохранения четности, активно исследуемые в последнее время в различных макроскопических явлениях [98]. Ковариантное (в плоской метрике) уравнение для функции распределения числа электронов имеет в статистической электрослабой модели вид

$$p_\mu \frac{\partial f^{(e)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)}{\partial x_\mu} + eF_{k\mu}(\mathbf{x}, t)\, p^\mu \frac{\partial f^{(e)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)}{\partial p_k} + \frac{G_F}{\sqrt{2}} \int \frac{d^3p'}{\varepsilon^e_{p'}} \left\{ (pp') \frac{(1-4\xi)^2}{\sqrt{2}} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{\partial f^{(e)}(\mathbf{p}', \mathbf{x}, t)}{\partial x_j} \frac{\partial f^{(e)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)}{\partial p_j} - (1-4\xi)\, p_\mu \frac{\partial a^\mu(\mathbf{p}', \mathbf{x}, t)}{\partial x_j} \frac{\partial f^{(e)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)}{\partial p_j} \right\} +$$

$$+ G_F \sqrt{2} c_V \int \frac{d^3p'}{\varepsilon^\nu_{p'}} (p'_\nu) \frac{\partial f^{(\nu)}(\mathbf{p}', \mathbf{x}, t)}{\partial x_j} \frac{\partial f^{(e)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)}{\partial p_j} = J^{(ve)}_{\text{coll}}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t), \qquad (60)$$

где $k = 1, 2, 3$; $\mu = 0, 1, 2, 3$. Подчеркнем сохранение 4-тока $j^a_\mu(\mathbf{x}, t) = \int (d^3p/\varepsilon_p)\, p_\mu f^a(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)$, $\partial j^a_\mu(x, t)/\partial x_\mu = 0$, следующее из вида интеграла столкновений [96] с учетом вклада самосогласованного поля электрослабого происхождения ($\sim G_F$) (см. ниже РКУ для нейтрино (65)). Второе ковариантное уравнение для квадрата функции распределения спина $[\mathbf{S}^{(e)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)]^2$ имеет вид

$$p_\mu \frac{\partial [\mathbf{S}^{(e)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)]^2}{\partial x_\mu} + \frac{m_e G_F}{\sqrt{2}} \int \frac{d^3p'}{\varepsilon^{(e)}_{p'}} \left\{ \frac{m_e a_\mu(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)}{4} \frac{\partial a^\mu(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)}{\partial x_j} - \right.$$

$$\left. - \frac{(1-4\xi)}{2} p'_\mu a^\mu(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t) \frac{\partial f^{(e)}(\mathbf{p}', \mathbf{x}, t)}{\partial x_j} \right\} \frac{\partial f^{(e)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)}{\partial p_j} -$$

$$- m_e G_F \sqrt{2} \int \frac{d^3p'}{\varepsilon^\nu_{p'}} [p'_\mu a^\mu(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)] \frac{\partial f^{(\nu)}(\mathbf{p}', \mathbf{x}, t)}{\partial x_j} \frac{\partial f^{(e)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)}{\partial p_j} =$$

$$= J_{\text{coll}}(\mathbf{S}^{(e)}, \mathbf{x}, t). \qquad (61)$$

Здесь введен 4-вектор распределения спина $a_\mu(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)$, являющийся статистическим обобщением [96] 4-вектора Паули — Любанского и имеющий компоненты

$$a^\mu(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t) = \left[\frac{\mathbf{p}\mathbf{S}^{(e)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)}{m_e};\ \mathbf{S}^{(e)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t) + \frac{\mathbf{p}(\mathbf{p}\mathbf{S}^{(e)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t))}{m_e(\varepsilon_p + m_e)} \right]. \qquad (62)$$

Из (62) очевидна лоренц-инвариантность величины 3-вектора распределения спина $[\mathbf{S}^{(e)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)]^2 = -a_\mu a^\mu$.

Отметим, что обычно в квантовой кинетике рассматривают более простое уравнение для вектора $\mathbf{S}^e(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)$ (с меньшей нелинейностью). Инвариантная запись (61) удобнее для демонстрации эффектов несохранения четности.

Система самосогласованных уравнений замыкается уравнениями Максвелла для электрического поля $F_{\mu\nu}(\mathbf{x}, t)$ и вигнеровских функций распределения нейтрино

$$q_\mu \frac{\partial f^{(\nu)}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t)}{\partial x_\mu} + \frac{G_F c_V}{\sqrt{2}} \int \frac{d^3p'}{\varepsilon^{(e)}_{p'}} (p'q) \frac{\partial f^{(e)}(\mathbf{p}', \mathbf{x}, t)}{\partial x_j} \frac{\partial f^{(\nu)}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t)}{\partial p_j} +$$

$$+ G_F \sqrt{2} \int \frac{d^3q'}{\varepsilon^{(\nu)}_{q'}} (q'q) \frac{\partial f^{(\nu)}(\mathbf{q}', \mathbf{x}, t)}{\partial x_j} \frac{\partial f^{(\nu)}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t)}{\partial q_j} = J^{(\nu e)}_{\text{coll}}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t), \quad (63)$$

$$\frac{\partial S^{(\nu)}_i(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t)}{\partial t} + n_k \frac{\partial S^{(\nu)}_i(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t)}{\partial x_k} - G_F \sqrt{2} n_\gamma(T)\, L_0 e_{ikl}\, n_k S^{(\nu)}_l(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t) +$$

$$+ 2\mu_\nu \left((\mathbf{n}\mathbf{S}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t))\, E_i(\mathbf{x}, t) - n_i(\mathbf{S}^{(\nu)}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t)\, \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)\right) +$$

$$+ \left|\mathbf{S}^{(\nu)}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t) \times \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\right|_i - (\mathbf{n}\mathbf{B}(\mathbf{x}, t))\, \left|\mathbf{S}^{(\nu)}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t) \times \mathbf{n}\right|_i) =$$

$$= \frac{J^{\text{coll}}_i(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t)}{\varepsilon_q}. \quad (64)$$

РКУ (64), представленное здесь в нековариантном виде, описывает вращение спина нейтрино в полном электрическом поле (**E**, **B**), включая самосогласованное поле в плазме, а также учитывает столкновения нейтрино с частицами среды [99]. Электромагнитные слагаемые в этом уравнении зависят от аномального магнитного момента нейтрино μ_ν; $\mathbf{n} = \mathbf{q}/\varepsilon_q$ — скорость нейтрино. Третье слагаемое в левой части РКУ (64) обязано рассеянию нейтрино вперед на всех частицах фона и зависит от полной асимметрии частиц $L_0 = \sum_a (n_a - n_{\tilde{a}})/n_\gamma(T)$, нормированной на плотность равновесных фотонов $n_\gamma(T)$ (15).

Очевидно, что в отсутствие столкновений сохраняется лоренц-инвариантная величина полного спина нейтрино $|\mathbf{S}^{(\nu)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)|^2$. (Это проверяется умножением РКУ на вектор спина $S_i(\mathbf{q}, x, t)$, ср. (61).)

Ниже рассмотрены приложения РКУ (64), связанные с изменением спиральности дираковского нейтрино $\nu_L \to \nu_R$ во внешнем магнитном поле $\mathbf{B}_0$.

Лоренц-инвариантные интегралы νe-столкновений в правых частях уравнений (60), (61), (63) получены в работе [96].

В РКУ (60) не сохраняет четность третье слагаемое, а в РКУ (61) — третье и четвертое слагаемые, происходящие от учета слабого псевдовекторного тока электронов в матричных элементах *ее*-рассеяния и *νe*-рассеяния. Ниже мы опустим эти слагаемые (и целиком уравнение (61)), интересуясь только случаем неполяризованных сред.

Оставляя в РКУ (60) только стандартную власовскую часть с самосогласованным электромагнитным полем $F_{\mu\nu}(\mathbf{x}, t)$, а в РКУ (63) первые два слагаемых, после исключения из (63) функции распределения электронов $\delta f^{(e)}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)$ получим РКУ для нейтрино в системе покоя среды как целого в виде [96] (здесь правая часть $J^{(\nu e)}_{\text{coll}}/\varepsilon_q \equiv (\partial f/\partial t)^{(\nu e)}_{st}$):

$$\frac{\partial f^{(\nu)}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t)}{\partial t} + \mathbf{n}\frac{\partial f^{(\nu)}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} + e\int \frac{d^4Q e^{-iQx}}{(2\pi)^4}\,[F_l(\omega, k)\,\mathbf{E}_{\|}(\omega, \mathbf{k}) +$$

$$+ F_{tr}(\omega, k)\,(\mathbf{E}_{\perp}(\omega, \mathbf{k}) + [\mathbf{n}\mathbf{B}(\omega, \mathbf{k})])]\frac{\partial f^{(\nu)}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{q}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^{(\nu e)}_{st}, \qquad (65)$$

где $F_l(\omega, k)$, $F_{tr}(\omega, k)$ — электромагнитные формфакторы нейтрино, определенные выше в (21), (22); $Q_\mu = (\omega, \mathbf{k})$; $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\|} + \mathbf{E}_{\perp}$, $\mathbf{B}$ — электромагнитные поля в ДС, $E_{\|} = \mathbf{k}(\mathbf{kE})/k^2$.

Очевидно, что третье слагаемое в левой части РКУ (65) пропорционально силе электромагнитного происхождения. Если для точечного заряда e (когда формфакторы равны единице: $F_l = F_{tr} = 1$) это слагаемое определяется силой Лоренца, т.е. равно стандартному выражению $e(\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = [\mathbf{n}\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)])\,\partial f(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t)/\partial \mathbf{q}$, то для нейтрино с электромагнитной структурой (20), с учетом связи константы слабого взаимодействия с электрическим зарядом $G_F \sim e^2/M_W^2$, третье слагаемое в (65) пропорционально силе торможения излучением ($\sim e^3$).

Поляризационное происхождение такой силы становится очевидным после простых преобразований в (65) с помощью явных выражений для формфакторов F_l, F_{tr} в изотропной ДС (21), (22), когда фурье-интегралы вычисляются до конца, и обсуждаемое слагаемое [96]

$$\frac{\sqrt{2}G_F c_V}{e}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_n} + n_n\frac{\partial^2}{\partial t \partial x_j}\right) 4\pi P_n(\mathbf{x}, t)\frac{\partial f^{(\nu)}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t)}{\partial q_j} \qquad (66)$$

оказывается пропорциональным вторым производным от вектора поляризации ДС:

$$4\pi P_n(\mathbf{x}, t) = D_n(\mathbf{x}, t) - E_n(\mathbf{x}, t),$$

равного разности векторов электрической индукции $D_n(\mathbf{x}, t) = \int d^4x' \varepsilon_{nj}(\mathbf{x} - \mathbf{x}', t - t') E_j(\mathbf{x}', t)$ и напряженности электрического поля $E_n(\mathbf{x}, t)$.

Отметим, что выражение для силы (66) справедливо и для анизотропных сред, когда тензор диэлектрической проницаемости зависит, например, от внешнего магнитного поля. В вакууме ($\mathbf{D} = \mathbf{E}$) эффект, отвечающий излучению плазмона движущимся нейтрино, исчезает, т.е. сила торможения в (66) отсутствует.

Наконец, в частных случаях возбуждения в ДС электростатических волн ($\omega << k\langle v\rangle$) или распространения высокочастотной поперечной волны ($\omega << k\langle v\rangle$) слагаемое (66) можно представить в виде эффективной силы Лоренца

$$e_\nu^{\text{ind}} \mathbf{E}_{||} \frac{\partial f^{(\nu)}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{q}}$$

или

$$\tilde{e}_\nu^{\text{ind}} (\mathbf{E}_\perp + [\mathbf{n}\mathbf{B}]) \frac{\partial f^{(\nu)}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{q}},$$

пропорциональной индуцированным электрическим зарядам нейтрино (27) и (28) соответственно.

4.2. Интегралы столкновений с учетом динамической поляризации среды. Аналогия с электродинамикой плазмы вообще становится полной, если в интеграле столкновений $(\partial f/dt)_{st}^{(\nu e)}$ в правой части РКУ (65) сохранить в полном сечении только вклад электромагнитного рассеяния нейтрино на электронах (описываемого кросс-симметричной диаграммой по отношению к аннигиляционной на рис.5,*в*).

На самом деле, необходимо сохранить в сечении все слагаемые, включая борновские вклады, т.е. суммировать матричные элементы диаграмм стандартной модели с амплитудой электромагнитного рассеяния. Важность последней очевидна из обсужденного выше случая рассеяния на ядрах (п.3.2). Поэтому получаемый здесь приближенный результат (67) является методическим, выводимым только для выяснения связи с электродинамикой ДС. Точно так же неполным был бы интеграл столкновений [96,97], основанный только на борновских диаграммах той же стандартной модели.

Тогда, исходя из ковариантного интеграла упругих столкновений частиц с произвольным законом взаимодействия, полученного ранее Черниковым [100], можно записать в ВКБ-приближении малых передан-

ных импульсов ($k << p$) стандартное фоккер-планковское представление интеграла столкновений

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^{\nu e}_{st} = \frac{\partial}{\partial q_i}\int d^3p I_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{q})\left\{\frac{\partial f^{\nu}(\mathbf{q})}{\partial q_j} f^{e}(\mathbf{p})\left[1 - \frac{(2\pi)^3}{2} f^{e}(\mathbf{p})\right] - \right.$$

$$\left. - f^{\nu}(\mathbf{q})\left[1 - (2\pi)^3 f^{\nu}(\mathbf{q})\right]\frac{\partial f^{e}(\mathbf{p})}{\partial p_j}\right\}, \qquad (67)$$

где $f^{e}(\mathbf{p}) \equiv f^{e}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t)$ и т.д.

Ядро $I_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$, определяемое амплитудой электромагнитного νe-рассеяния [48], имеет в классическом приближении вид

$$I_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = (4\pi\alpha)^2 \int \frac{d^3k}{(2\pi^3)} \frac{k_i k_j}{k^4} \pi\delta(\mathbf{kn} - \mathbf{kv}) \times$$

$$\times \left| \frac{F_l(\mathbf{kn}, k)}{\varepsilon_l(\mathbf{kn}, k)} + \frac{[k^2\mathbf{vn} - (\mathbf{kn})^2] F_{tr}(\mathbf{kn}, k)}{(\mathbf{kn})^2 \varepsilon_{tr}(\mathbf{kn}, k) - k^2} \right|^2 . \qquad (68)$$

Здесь $F_l(\omega, k)$ и $F_{tr}(\omega, k)$ — те же формфакторы (21), (22), определяющие силовое слагаемое в левой части РКУ (65). Отметим, что в случае точечного электрона, у которого электромагнитные формфакторы равны единице ($F_l = F_{tr} = 1$), выражение (68) совпадало бы с классическим ядром релятивистского интеграла столкновений типа Ленарда — Балеску, полученного Силиным [101].

В случае нейтрино, у которого формфакторы F_l и F_{tr} пропорциональны плотности среды n_0, переход к вакуумному пределу $n_0 \to 0$ отличается от предельного перехода в релятивистском интеграле кулоновских столкновений [101].

Подстановка вакуумных значений диэлектрических проницаемостей $F_l = F_{tr} = 1$ в интеграл, полученный Силиным [101], приводит к результату Беляева — Будкера [102], в то время как в интеграле νe-столкновений (67) ядро (68) обращается в нуль (при $n_0 = 0$). В этом случае остающийся интеграл νe-столкновений определяется матричными элементами борновских диаграмм (ср. рис.5,*а,б*) и уже получен ранее в [96].

Таким образом, в полном интеграле столкновений нейтрино, включающем (68), учитывается динамическая поляризация среды, т.е. влияние на акт соударений самосогласованного электромагнитного поля, или, в конечном счете, влияние на частоту νe-соударений поляри-

зационных возмущений электронной плотности в окрестности «траекторий» нейтрино.

К сожалению, вычисление полных интегралов столкновений для нейтрино в ДС остается не решенной до конца проблемой. В общем виде такой интеграл столкновений представлен в работе [103].

Важность включения в РКУ нейтрино вклада самосогласованного поля (линейного по константе взаимодействия G_F) была отмечена также в работе Рудзского [104], рассмотревшего РКУ для двух ароматов нейтрино (со смешиванием), распространяющихся в среде электронов, нуклонов и ядер.

Помимо рассмотренных выше поляризационных слагаемых в левой части РКУ (65), пропорциональных взаимодействию неоднородности частиц среды с потоком нейтрино, описываемым диагональной аромату функцией распределения (59), автор [104] получил дополнительные слагаемые, линейные по взаимодействию и не содержащие в отличие от (65) производных, но уже в РКУ для вспомогательных (смешанных по аромату) компонент функции распределения $f^{(\nu_e \nu_\mu)}(\mathrm{p}, \mathrm{x}, t)$. Именно эти слагаемые, определяемые разностью амплитуд рассеяния (вперед) мюонных и электронных нейтрино, ведут к колебаниям плотностей $\nu_{e,\mu}$-нейтрино в МСВ-эффекте [104].

Полученная в [104] система РКУ, включающая интегралы столкновений, полностью описывает нейтринные осцилляции в среде для произвольной неоднородности среды с выходом за рамки условий адиабатичности и когерентности рассеяния нейтрино на частицах среды (постоянство энергии).

4.3. Кинетика спина нейтрино в среде с переменным внешним магнитным полем. Если время установления термодинамического равновесия для нейтринной компоненты в среде или характерное время изменения энергетического спектра нейтринного неравновесного потока много больше периода прецессии спина нейтрино во внешнем электромагнитном поле, то можно воспользоваться факторизацией спиновой функции распределения $\mathbf{S}^{(\nu)}(\mathrm{p}, t) = f^{(\nu)}(\mathrm{p})\,\mathbf{S}(t)$, отвечающей учету быстрого вращения спина $S(t)$ в однородном потоке с плотностью нейтрино $n^{(\nu)} = \int d^3p f^{(\nu)}(\mathrm{p})$.

В результате диагональные компоненты полной вигнеровской функции распределения (59) $f_{--} = f_L$ и $f_{++} = f_R$, отвечающие левым и правым нейтрино, записываются в виде

$$f_L(\mathrm{p}, t) = f^{(\nu)}(\mathrm{p})\,\frac{(1 - S_z(t))}{2},$$

$$f_R(\mathrm{p}, t) = f^{(\nu)}(\mathrm{p}) \frac{(1 + S_z(t))}{2},$$

где фактор $F_R = (1 + S_z(t))/2$ равен вероятности изменения спиральности нейтрино:

$$P_{\nu_L \leftrightarrow \nu_R}(t) = \frac{1 + S_z(t)}{2}. \tag{69}$$

В бесстолкновительном приближении для нейтрино, распространяющихся вдоль оси z, взаимодействие с переменными электромагнитными полями можно описать с помощью комбинации поперечных компонент полей

$$\widetilde{H}_\perp e^{\pm i\alpha(t)} = \mu_\nu (B_x(t) + E_y(t) \pm i(B_y(t) - E_x(t)),$$

$$\alpha(t) = \mathrm{arctg}\left(\frac{B_y(t) - E_x(t)}{B_x(t) + E_y(t)}\right),$$

$$\widetilde{H}_\perp(t) = \mu_\nu (B_x^2(t) + B_y^2(t) + E_x^2(t) + E_y^2(t) + 2[E_y(t) B_x(t) - B_y(t) E_x(t)])^{1/2},$$

входящих в РКУ (64) с нулевой правой частью. В работе [105] было показано, что РКУ (64) сводится к дифференциальному уравнению 3-го порядка:

$$(\dot\alpha - V)\widetilde{H}_\perp^2 \frac{d^3 S_z(t)}{dt^3} - [\ddot\alpha \widetilde{H}_\perp^2 + 2\dot{\widetilde{H}}_\perp \widetilde{H}_\perp^2 (\dot\alpha - V)] \frac{d^2 S_z(t)}{dt^2} +$$

$$+ [(\dot\alpha - V)^3 \widetilde{H}_\perp^2 + 4\widetilde{H}_\perp^4 (\dot\alpha - V) + \ddot\alpha \dot{\widetilde{H}}_\perp \widetilde{H}_\perp - (\ddot{\widetilde{H}}_\perp \widetilde{H}_\perp - 2(\dot{\widetilde{H}}_\perp)^2)(\dot\alpha - V)] \times$$

$$\times \frac{dS_z(t)}{dt} + [4\widetilde{H}_\perp^3 \dot{\widetilde{H}}_\perp (\dot\alpha - V) - 4\ddot\alpha \widetilde{H}_\perp^4] S_z(t) = 0, \tag{70}$$

где потенциал взаимодействия нейтрино с веществом V определяется формулой (16), а начальные условия отвечают отсутствию правых нейтрино [105]:

$$S_z(0) = -1,$$

$$\dot S_z(0) = 0, \tag{71}$$

$$\ddot S_z(0) = 4\widetilde{H}_\perp^2(0).$$

В частном случае магнитного поля постоянной амплитуды ($\widetilde{H}_\perp = \text{const}$), вращающегося с постоянной скоростью $\dot{\alpha} = \text{const}$ в плоскости, перпендикулярной направлению распространения нейтрино, РКУ (70) сводится к простому уравнению

$$\frac{d^3 S_z(t)}{dt^3} + \omega_0^2 \frac{dS_z(t)}{dt} = 0, \tag{72}$$

где угловая скорость вращения спина нейтрино равна

$$\omega_0 = \sqrt{(\dot{\alpha} - V)^2 + 4\widetilde{H}_\perp^2}. \tag{73}$$

Решая уравнение (72) с начальными условиями (71), мы получаем из определения (69) известное выражение для вероятности спин-флипа дираковских нейтрино в среде с вращающимся магнитным полем [34]:

$$P_{\nu_L \leftrightarrow \nu_R} = \frac{4\widetilde{H}_\perp^2}{\omega_0^2} \sin^2(\omega_0 t/2). \tag{74}$$

Резонансное условие $\dot{\alpha} = V$ легко может быть выполнено, например, в недрах Солнца [34], однако вряд ли такой резонанс связан с антикорреляцией нейтринного потока с солнечной активностью из-за малости магнитного момента μ_ν. РКУ (70), полученное из (64), содержит все известные на сегодня решения для движения спина нейтрино во внешнем магнитном поле, включая случаи постоянного однородного поля [6] (т.е. $\dot{\alpha} = 0$ в (73), (74)) или линейно поляризованного поля альвеновской волны в плазме [99].

В связи с применениями для космологического ограничения магнитного момента нейтрино из первичного нуклеосинтеза [27] при наличии гигантских случайных магнитных полей в ранней Вселенной [29] интересно рассмотреть движение спина нейтрино в случайных электромагнитных полях. Такое исследование было выполнено в недавней работе [105], где методом статистического усреднения (70) было получено то же простое уравнение (72), но с другой частотой спиновой прецессии

$$\omega_0 = \sqrt{V^2 + 8\langle \widetilde{H}_\perp^2 \rangle + \frac{6}{5} L^{-2}}, \tag{75}$$

зависящей от среднеквадратичного поля

$$\langle \widetilde{H}_\perp^2 \rangle = \frac{2}{3} \mu_\nu^2 \langle \mathbf{B}^2 \rangle_{x=0}$$

в изотропной среде, и масштаба L этого случайного поля, определяемого отношением

$$L^{-2} = \frac{\int k^2 \langle \mathbf{B}^2 \rangle_k d^3k/(2\pi)^3}{\langle \mathbf{B}^2 \rangle_{\mathbf{x}=0}}.$$

Здесь $\langle \mathbf{B}^2 \rangle_{\mathbf{x}=0}/8\pi = \int \langle \mathbf{B}^2 \rangle_k d^3k/(8\pi(2\pi)^3)$ есть средняя плотность энергии случайного магнитного поля, определяемая корреляцией полей $\langle B(\mathbf{x}_1)\, B(\mathbf{x}_2) \rangle$ в совпадающих точках пространства $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_2 (\mathbf{x} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2 = 0)$, что является следствием локальности взаимодействия спина нейтрино с магнитным полем в исходном РКУ (64).

Величина случайного поля на масштабе L, $B(T) = \sqrt{\langle \mathbf{B}^2 \rangle}$, пропорциональна критическому полю для W-бозонов $B_c = M_W^2/e \sim 10^{24} G$, генерируемому за счет неоднородностей хиггсовского конденсата вблизи температуры электрослабого фазового перехода $T_{EW} \sim M_W$ [29] и равна

$$B(T) = \frac{c 10^{24} G}{\sqrt{N}} \left(\frac{T}{T_{EW}} \right)^2. \qquad (76)$$

Здесь $N = (L/L_0)^3$ — число доменов с размером элементарной ячейки (домена) L_0; $c \geq 1$ — феноменологический параметр усиления поля, введенный Олесеном [29] для объяснения реликтового происхождения затравочного поля B_{seed} в динамо-механизме усиления галактического магнитного поля. Считая, что критической для последующего нуклеосинтеза будет конверсия левых нейтрино в правые $\nu_L \to \nu_R$, при температуре $T_{QCD} \sim 200$ МэВ, определяющей адронизацию кварков с последующим распадом пионов и мюонов в левые нейтрино, можно исключить в формуле (76) неизвестный параметр c, используя отношение

$$\frac{B_{200}}{B_{\text{seed}}} = \left(\frac{T_{200}}{T_{\text{now}}} \right)^{1/2} \left(\frac{L_{\text{now}}}{L(200)} \right)^{3/2}. \qquad (77)$$

Здесь $T_{\text{now}} \approx 3 \cdot 10^{-10}$ МэВ — температура реликтового фона, $L_{\text{now}} \sim 100$ кпк $\approx 3 \cdot 10^{23}$ см — среднее межгалактическое расстояние, T_{200}, $L(200)$ — температура и масштаб случайного поля в момент КХД-фазового перехода.

Ограничение магнитного момента нейтрино из нуклеосинтеза в ранней Вселенной [27]

$$\mu_\nu \le \frac{4{,}5\cdot 10^2 \mu_B}{B_{200}/1G}$$

с использованием отношения (77) можно заменить неравенством

$$\mu_\nu \le \frac{10^{-30}\mu_B}{B_{\text{seed}}/1G}. \qquad (78)$$

Если далее воспользоваться ограничением современной теории магнитного динамо $B_{\text{seed}} \ge 10^{-11}G$ [28], то из (78) следует рекордный верхний предел для магнитного момента дираковского нейтрино

$$\mu_\nu \le 10^{-19}\mu_B,$$

или ограничения на массу электронного нейтрино в стандартной модели

$$m_\nu \le 0{,}3 \text{ эВ}.$$

Следует подчеркнуть наличие в использовавшейся выше формуле (75) некоторого минимально возможного размера домена $L_{\min} \ge V^{-1}$, позволяющего избежать подавление прецессии спина нейтрино в случайном магнитном поле [105]:

$$L_0 \ge L_{\min} = 10^{-2} l_H \left(\frac{\text{МэВ}}{T}\right)^3, \qquad (79)$$

где $l_H(T) \sim T^{-2}$ — размер горизонта. Для меньших масштабов, когда длина прецессии $l_{\text{осц}} = (V^2 + 8\langle \tilde{H}_\perp^2 \rangle)^{-1/2}$ становится больше размера домена L, спин нейтрино не успевает следовать за изменением направления случайного поля при переходе к новому домену (в простейшей модели мы полагаем поле внутри домена однородным и величину поля (76) одинаковой для каждого домена $L = L_0$).

Таким образом, актуальной является задача построения релятивистской магнитной гидродинамики для случайных полей с макроскопическим масштабом (79), развившихся из микроскопических гигантских случайных полей, описываемых стандартной моделью электрослабых взаимодействий [29,106].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем некоторые итоги. Предсказанное в 1985 г. резонансное усиление нейтринных осцилляций в среде [1], по-видимому, подтверждается в продолжающихся подземных экспериментах с солнечным нейтрино (см. введение и разд. 1). Это стимулировало огромный поток работ по проблеме нейтринных осцилляций в недрах Земли, в различных астрофизических объектах, в ранней Вселенной. В целом МСВ-теория является завершенным направлением в физике нейтрино в среде. Продолжающееся развитие вширь, многочисленные новые работы носят скорее прикладной характер — из уже известных решений волнового уравнения нейтрино в среде получаются дополнительные, новые ограничения на углы смешивания в вакууме или на разность квадратов масс нейтрино.

В отличие от этого направления, электродинамика нейтрино в среде, основы которой сформулированы выше, находится в стадии развития. Хорошо изученное взаимодействие вакуумного магнитного момента нейтрино с регулярным внешним магнитным полем лежит в основе соответствующих одночастичного волнового уравнения (разд.1) или РКУ, описывающих нейтринные потоки в среде (разд.4). Отметим, что движение нейтрино в однородных и слабонеоднородных внешних электромагнитных полях изучалось также в работах [107—109] на основе расчета однопетлевого массового оператора нейтрино в заданном внешнем поле. Остается неисследованным вопрос о влиянии столкновений нейтрино в плотном веществе на процессы с изменением спиральности в таких внешних полях. Вне рамок физики нейтрино, но особенно важным для определения космологического ограничения на магнитный момент нейтрино из первичного нуклеосинтеза, являлось бы решение проблемы эволюции случайных магнитных полей, генерируемых в электрослабом фазовом переходе при температуре $T_{EW} \approx M_W$. Этот вопрос принципиально важен и для решения проблемы происхождения магнитных полей в галактиках.

Представляется перспективным исследование взаимодействия нейтрино с неравновесными средами, когда возмущения плотности числа частиц или плотности токов частиц среды возрастают, что может привести к усилению взаимодействия (ток × ток в используемом низкоэнергетическом приближении слабого взаимодействия). При этом можно использовать известные результаты нелинейной теории плазмы и других ДС, в частности, на первом этапе — хорошо развитую теорию слабой турбулентности [110].

Можно ожидать увеличения сечений, потерь энергии нейтрино также в анизотропных средах. В частности, представляют интерес расчеты се-

чений различных элементарных процессов, выполненных ранее авторами обзора для изотропных ДС (разд.3), для магнитоактивной (анизотропной) плазмы с электромагнитной вершиной (23) (разд.2).

Расчеты переноса нейтрино в плотной плазме с сильными регулярным (сверхновая звезда) или стохастическим (ранняя Вселенная) магнитными полями позволили бы в этом случае проверить возможность существования коллективных механизмов взаимодействия нейтрино с веществом и их влияние на динамику коллапса предсверхновой и остывание ядра-остатка, а также на температуру закалки нейтрино (развязывания с веществом) и первичный нуклеосинтез в ранней Вселенной.

Наконец, принципиально важным представляется выход за рамки использованного выше приближения низких энергий $|q^2|/M_W^2 \ll 1$, т.е. изучение роли коллективных эффектов в сверхплотной диспергирующей среде ($n \le M_W^3$, $T \le M_W$) до появления на фоне или эффектов бозе-конденсации W-бозонов [111], или высокотемпературного восстановления симметрии [112]. В этом случае уже потребуется учесть вклад самодействия полей Янга — Миллса в дисперсионные характеристики среды, что само по себе является более сложной задачей, чем однопетлевой расчет вакуумных радиационных поправок в стандартной модели и функций линейного отклика среды в точечном низкоэнергетическом приближении.

Один из авторов (В.Б.С.) выражает благодарность научно-учебному центру «Космион» за частичную поддержку инициативными грантами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Михеев С.П., Смирнов А.Ю.** — ЯФ, 1985, т.42, с.1441. **Михеев С.П., Смирнов А.Ю.** — УФН, 1987, т.153, с.3.
2. **Wolfenstein I.** — Phys. Rev., 1978, vol. 17D, p.2369.
3. **Bilenky S.M., Pontecorvo B.M.** — Physics Reports, 1978, vol.41C, p.225. **Биленький С.М., Понтекорво Б.М.** — УФН, 1977, т.123, с.181. **Понтекорво Б.М.** — УФН, 1983, т.141, с.675. **Биленький С.М.** — ЭЧАЯ, 1987, т.18, с.449.
4. **Базилевская Г.А., Стожков Ю.И., Чарахчьян Т.Н.** — Письма в ЖЭТФ, 1982, т.35, с.273.
5. **Davis R.** — Talk Presented at the 13-th Int. Conf. on Neutrino Physics and Astrophysics «Neutrino 88» (Boston, USA, 1988).
6. **Волошин М.В., Высоцкий М.И., Окунь Л.Б.** — ЯФ, 1986, т.44, с.677. **Волошин М.В., Высоцкий М.И.** — ЯФ, 1986, т.44, с.847. **Волошин М.В., Высоцкий М.И., Окунь Л.Б.** — ЖЭТФ, 1986, т.91, с.754.
7. **Akhmedov E.Kh.** — Phys. Lett., 1988, vol.213B, p.64. **Akhmedov E.Kh.** — Contr. Paper Pres. at the 13-th Int. Conf. on Neutrino Physics and Astrophysics, «Neutrino 88» (Boston, USA, 1988). **Lim C., Marciano W.J.** — Phys. Rev., 1988, vol.37D, p.1368.
8. **Hirata K.S. et al.** — Phys. Rev., 1991, vol.44D, p.2241.
9. **GALLEX Collab., Anselmann P. et al.** — Phys. Lett., 1992, vol.285B, p.390.
10. **Albrecht A., Stebbins A.** — Phys. Rev. Lett., 1992, vol.69, p.2615.
11. **Hirata K.S. et al.** — Phys. Lett., 1988, vol.205B, p.416.
12. **Peltoniemi J.T., Valle J.W.F.** — Preprint IFIC/93-04, 1993 (sub. to Nucl. Phys. B).
13. **Enqvist K., Kainulainen K., Maalampi J.** — Phys. Lett., 1990, vol.244B, p.186.

14. Oraevsky V.N., Semikoz V.B. — Plasma Astrophysics. Proc. of the Joint Varenna Abastumani Int. School and Workshop. 1986, Sukhumi, USSR, p.321; Physica, 1987, vol.142A, p.135.
15. Семикоз В.Б. — ЯФ, 1987, т.46, с.1592.
16. Семикоз В.Б., Смородинский Я.А. — ЖЭТФ, 1989, т.95, с.35.
17. Семикоз В.Б., Смородинский Я.А. — Письма в ЖЭТФ, 1988, т.48, с.361.
18. Oraevsky V.N., Rez A.I., Semikoz V.B. — Preprint IZMIRAN, No.5a(952), 1991.
19. Окунь Л.Б. — ЯФ, 1986, т.44, с.847.
20. Fujikawa K., Shrock R.E. — Phys. Rev. Lett., 1980, vol.45, p.963.
21. Semikoz V.B. — Phys. Lett., 1992, vol.284B, p.337.
22. Robertson R.G.H. et al. — Phys. Rev. Lett., 1991, vol.67, p.957.
23. Krakauer D.A. et al. — Phys. Rev., 1991, vol.44D, R6.
24. Blinnikov S.I. — Preprint ITEP, No.19, 1988.
25. Raffelt G. — Phys. Rev. Lett., 1990, vol.64, p.2856.
26. Rez A.I., Semikoz V.B. — Phys. Lett., vol.249B, p.125. Rez A.I., Semikoz V.B. — Proc. of the Int. School «Low Energy Weak Interactions» (LEWI 90), Dubna, 1990, p.136.
27. Enqvist K., Semikoz V., Shukurov A., Sokoloff D. — Preprint NORDITA-92/91, Phys. Rev. D, 1993 (accepted).
28. Poezd A., Shukurov A., Sokoloff D. — Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 1993 (sub.).
29. Vachaspati T. — Phys. Lett., 1991, vol.265B, p.258. Olesen P. — Phys. Lett., 1992, vol.281B, p.300.
30. Enqvist K., Olesen P., Semikoz V. — Phys. Rev. Lett., 1992, vol.69, p.2157.
31. Nötzold D. — Phys. Rev., 1988, vol.380, p.1658.
32. Voloshin M.B. — Preprint ITEP, No.45, 1988.
33. Blinnikov S.I., Okun L.B. — Preprint ITEP, No.123, 1988.
34. Смирнов А.Ю. — Письма в ЖЭТФ, 1991, т.53, с.280.
35. Vidal J., Wudka J. — Phys. Lett., 1990, vol.249B, p.473. Aneziris C., Schechter J. — Int. J. Mod. Phys., 1991, vol.6A, p.2375.
36. Ахмедов Е.Х., Бычук Е.Х. — ЖЭТФ, 1989, т.95, с.442.
37. Fukugita M., Yazaki S. — Phys. Rev., 1987, vol.360, No.12, p.3817.
38. Nötzold D., Raffelt G. — Nucl. Phys., 1988, vol.307B, p.924.
39. Окунь Л.Б. — Лептоны и кварки. М.: Наука, 1990, с.20.
40. Raffelt G. — Phys. Rep., 1990, vol.198, p.1.
41. Леинсон Л.Б., Ораевский В.Н. — Письма в ЖЭТФ, 1988, т.48, с.58.
42. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. — Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа, 1988, с.40.
43. Adams J.B., Ruderman M.A., Woo C.H. — Phys. Rev., 1963, vol.129, p.1383.
44. Фрадкин Е.С. — ЖЭТФ, 1959, т.36, с.1286. Цытович В.Н. — ЖЭТФ, 1961, т.40, с.1775.
45. Zaidi M.H. — Nuovo Cim., 1965, vol.40, p.502.
46. Weinberg S.A. — Phys. Rev. Lett., 1967, vol.19, p.1264. Salam A. — Stockholm, Ed.Swartholm, Almquest and Weacsell, 1968, p.367.
47. Dicus D.A. — Phys. Rev., 1972, vol.6D, p.941.
48. Ораевский В.Н., Плахов А.Ю., Семикоз В.Б., Смородинский Я.А. — ЖЭТФ, 1987, т.93, с.1557.
49. Ораевский В.Н., Семикоз В.Б., Смородинский Я.А. — ЖЭТФ, 1989, т.95, с.2288 (поправка).
50. Фрадкин Е.С. — Труды ФИАН, 1965, т.29, с.7.
51. Weldon H.A. — Phys. Rev., 1982, vol.26D, p.1394.
52. D'Olivo J.C., Nieves J.F., Pal P.B. — Phys. Rev., 1989, vol.40D, p.3679.
53. Oraevsky V.N., Semikoz V.B. — Phys. Lett., 1991, vol.263B, p.455.
54. Ахиезер А.И. и др. — Электродинамика плазмы. М.: Наука, 1974.
55. Pati C., Salam A. — Phys. Rev., 1974, vol.10D, p.275.
56. Beg M.A., Budny R.V., Mohapatra R., Sirlin A. — Phys. Rev. Lett., 1977, vol.38, p.1250.
57. Fukugita M., Yanagita T. — Phys. Rev. Lett., 1987, vol.58, p.1807.
58. Семикоз В.Б. — Письма в ЖЭТФ, 1989, т.749, с.254.
59. Leurer M., Marcus N. — Phys.Rev., 1991, vol. 43D, p.2259.
60. Babu K.S., Mohapatra R.N. — Phys.Rev., 1990, vol. 42D, p.3778.
61. Semikoz V. — Preprint NORDITA-92/44, 1992.

62. Рез А.И., Семикоз В.Б. — Письма в ЖЭТФ, 1990, т.51, с.437.
63. Oraevsky V.N., Semikoz V.B., Smorodinsky Ya.A. — Phys.Lett., 1989, vol.227B, p.255.
64. Langacker P., Sankar Uma S. — Phys.Rev., 1989, vol. 40D, p.1569.
65. Семикоз В.Б. — Труды V Всесоюзной школы «Частицы и космология», 1989, БНО ИЯИ.
66. Oraevsky V.N., Ursov V.N. — Phys. Lett., 1988, vol. 209, p.83.
67. Ораевский В.Н., Семикоз В.Б. — ЖЭТФ, 1984, т.86, с.796.
68. Oraevsky V.N., Semikoz V.B. — Phys. Lett., 1984, vol.139B, p.90; Труды II Межд. группы «Проблемы нелинейных и турбулентных процессов в физике», 1983, Киев, с.369.
69. Ораевский В.Н., Семикоз В.Б. — Ядерная физика, 1985, т.42, с.702.
70. Ораевский В.Н., Семикоз В.Б., Смородинский Я.А. — Письма в ЖЭТФ, 1986, т.43, с.549.
71. Altherr T., Kainulainen K. — Phys. Lett., 1991, vol. 262B, p.79.
72. Leinson L.B., Oraevsky V.N., Semikoz V.B. — Phys. Lett., 1988, vol. 209B, p.80.
73. Banarjee B., Chitre S.M. — Preprint TIER/TH/91-36, 1991.
74. Dalitz R.N. — Proc.Roy. Soc. 1951, vol. 206A, p.59.
75. Леинсон Л.Б. — Письма в ЖЭТФ, 1990, т.51, с.237.
76. Horowitz C.J., Wehrberger K. — Phys.Rev.Lett., 1991, vol. 66, p.272; Phys. Lett., 1991, vol. 266B, p.2366.
77. Алиев Т.М., Высоцкий М.И. — УФН, 1981, т.135, с.709.
78. Matsumoto T. et al. — Astrophys. J., 1988, vol. 329, p.567.
79. Бережиани З.Г. и др. — Ядерная физика, 1990, т.51, с.1614.
80. Aliev T.M., Vysotsky M.I. — Preprint ITEP-37, Moscow, 1981.
81. Pal B., Wolfenstein L. — Phys. Rev., 1982, vol. 25D, p.766.
82. De Rujula A., Glashow S.L. — Phys.Rev.Lett., 1980, vol. 45, p.942.
83. D'Olivo J.C., Niels J.F., Pal B.B. — Phys. Rev. Lett., 1990, vol. 64, p.1088.
84. Börner G. — The Early Universe, Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1988, p.245.
85. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. — Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980, с.182.
86. Киржниц Д.А., Лосяков В.В., Чечин В.А. — Письма в ЖЭТФ, 1989, т.50, с.10.
87. Ферми Э. — Научные труды. М.: Наука, 1972, т.2.
88. Киржниц Д.А., Лосяков В.В., Чечин В.А. — ЖЭТФ, 1990, т.97, с.1089.
89. Enqvist K., Kainulainen K., Semikoz V. — Nucl. Phys., 1992, vol.B374, p.392.
90. Janka H.-Th. — Astronom. Astrophys., 1991, vol.244, p.378.
91. Гинзбург В.Л. — ЖЭТФ, 1940, т.10, с.589.
92. Франк И.М. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1942, т.6, с.3.
93. Dunkan M.J., Grifols J.A., Mendeza A., Sankar Uma S. — Phys. Lett., 1987, vol.191B, p.304.
94. Гроот С., Леувен В., Верт В. — Релятивистская кинетическая теория. М.: Мир, 1983.
95. Jüttner F. — Z.f. Physik, 1928, vol.47, p.5452.
96. Semikoz V.B. — Physica, 1987, vol.142A, p.157.
97. Bruenn S.W. — Astrophys. J.Suppl.Ser., 1985, vol.58, p.771.
98. Лабзовский Л.Н. — ЖЭТФ, 1985, т.89, с.1921.
99. Semikoz V. — Preprint NORDITA-92/60, 1992; Phys. Rev D, 1993, vol. 48 (accepted).
100. Черников Н.А. — ДАН СССР, 1957, т.114, с.530; Докт. дисс. 1963, ОИЯИ, Дубна.
101. Силин В.П. — ЖЭТФ, 1961, т. 40, с.1768.
102. Беляев С.Т., Будкер Г.Н. — ДАН СССР, 1956, т.107, с.807.
103. Oraevsky V.N., Ursov V.N. — Phys. Lett., 1989, vol.221B, p.357.
104. Rudzsky M.A. — Astrophysics and Space Science, 1989, vol.165, p.65.
105. Enqvist K., Semikoz V. — Phys. Lett., 1993, vol.B312, p.310.
106. Ambjörn J., Olesen P. — Nucl. Phys., 1989, vol.315B, p.606.
107. Борисов А.В., Жуковский В.Ч., Курилин А.В., Тернов И.М. — ЯФ, 1985, т.41, с.743.
108. Борисов А.В., Жуковский В.Ч., Тернов А.И. — ЯФ, 1987, т.46, с.564.
109. Борисов А.В., Жуковский В.Ч., Тернов А.И. — ДАН СССР, 1989, т.308, с.841.
110. Галеев А.А., Сагдеев Р.З. — Основы физики плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1983, с.590.
111. Linde A.D. —Phys.Lett., 1979, vol.86B, p.39.
112. Kirzhnits D.A., Linde A.D. — Phys.Lett., 1972, vol.42B, p.471.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП.2

УДК 539.1

ВЕРСИЯ КВАЗИЧАСТИЧНО-ФОНОННОЙ МОДЕЛИ ЯДРА ДЛЯ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР

В.Г.Соловьев, А.В.Сушков, Н.Ю.Ширикова

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Сформулированы основные предположения квазичастично-фононной модели ядра и представлен ее математический аппарат. Гамильтониан, содержащий конечного ранга сепарабельные изоскалярные и изовекторные мультипольные, спин-мультипольные и тензорные частично-дырочные, а также частично-частичные взаимодействия, преобразован к форме с квазичастичными, фононными и квазичастично-фононными взаимодействиями. Получено общее RPA-уравнение и обсуждены частные случаи. Очень сложные взаимодействия не затрудняют описание фрагментации однофононных состояний. Показано, что трехфононные члены, добавленные к одно- и двухфононным членам волновой функции, приводят к дополнительному небольшому сдвигу двухфононных полюсов в секулярном уравнении. Влияние сепарабельного взаимодействия, зависящего от плотности, на вибрационные состояния мало. Получено общее описание коллективных, слабоколлективных и двухквазичастичных состояний в четно-четных сильнодеформированных ядрах.

The basic assumptions concerning the Quasiparticle-Phonon Nuclear Model are formulated and the mathematical apparatus is developed. The Hamiltonian, containing a finite-rank separable isoscalar and isovector multipole, a spin-multipole and tensor particle-hole as well as particle-particle interactions transforms to a form containing quasiparticle, phonon and quasiparticle-phonon interactions. The general RPA equation is derived and the particular cases are discussed. The very complex interaction does not complicate the description of the fragmentation one-phonon states. It is shown that the three-phonon terms added to the one- and two-phonon terms in the wave function lead to an additional small shift of the two-phonon poles in the secular equation. The influence of the density-dependent separable interaction on the vibrational states is small. A common description of the collective, weakly collective and two-quasiparticle states in double-even well-deformed nuclei is obtained.

1. ВВЕДЕНИЕ

Энергии и волновые функции двухквазичастичных и однофононных состояний в четно-четных деформированных ядрах были вычислены в 1960—1975 гг. Получено [1] достаточно хорошее описание имевшихся в

то время экспериментальных данных; сделаны предсказания, которые в дальнейшем во многих случаях были экспериментально подтверждены. Нам кажется, что необходимы новые вычисления вибрационных состояний в деформированных ядрах. Это связано с большим количеством новых экспериментальных данных в дополнение к тем, которые включают первые квадрупольные и октупольные состояния. Имеются экспериментальные данные, касающиеся гексадекапольных состояний, а также высоколежащих коллективных и слабоколлективных состояний. Ожидается, что много экспериментальных данных будет получено на новом поколении ускорителей, и результаты вычислений в дальнейшем могут быть полезными.

Вибрационные состояния должны быть вычислены на новой основе, такой как квазичастично-фононная модель ядра (КФМЯ) [2,3]. КФМЯ используется для микроскопического описания низкоспиновых вибрационных состояний с малыми амплитудами в сферических ядрах недалеко от заполненных оболочек и в сильнодеформированных ядрах.

Рассмотрим специфические особенности деформированных ядер. При переходе от сферической к аксиальной симметрии сферические подоболочки расщепляются на дважды вырожденные одночастичные состояния. Это расщепление подоболочек приводит к уменьшению в матричных элементах от некоторых операторов между одночастичными волновыми функциями аксиально-симметричного потенциала Вудса — Саксона по сравнению с матричными элементами тех же операторов между волновыми функциями сферического симметричного потенциала Вудса — Саксона. Такое уменьшение в матричных элементах существенно влияет на вибрационные состояния деформированного ядра.

Волновые функции возбужденных состояний деформированных ядер имеют вид

$$\Psi^I_{MK}(\nu) = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}}\{D^I_{MK}\Psi_\nu(K^\pi\sigma = +) + (-1)^{I+K}D^I_{M-K}\Psi_\nu(K^\pi\sigma = -)\}.$$

Наши исследования мы ограничиваем внутренней волновой функцией $\Psi_\nu(K^\pi\sigma)$ с хорошим квантовым числом K, четностью π и $\sigma = \pm 1$. Имеется возможность учесть взаимодействие Кориолиса в тех случаях, где это необходимо сделать.

Специфическая особенность деформированных ядер такова, что однофононные состояния с одинаковым K^π могут быть образованы в результате разных мультипольных и спин-мультипольных взаимодействий. Однофононные состояния электрического типа или состояния натуральной четности с фиксированным K^π могут быть описаны мультиполь-

ными $\lambda\mu = KK$, $K + 2K$, $K + 4K$ и т.д. и спин-мультипольными $\lambda\lambda_\mu = KKK$, $K + 2K + 2K$ и т.д. взаимодействиями. Однофононные состояния магнитного типа или состояния ненатуральной четности могут быть описаны спин-мультипольным взаимодействием $\lambda' LK$ с $\lambda' = L \pm 1$ и тензорным взаимодействием. Если в деформированных ядрах, как и в сферических ядрах, ввести независимые фононы электрического и магнитного типа, то число состояний удвоится. Чтобы избежать удвоения, в [4,5] был введен оператор фонона, который объединяет электрическую и магнитную части.

В этом обзоре представлен математический аппарат КФМЯ для микроскопического описания четно-четных сильнодеформированных ядер. Основные предположения КФМЯ и гамильтониан сформулированы в разд.2. Общее RPA-уравнение и несколько частных случаев даны в разд.3. В разд.4 введена волновая функция неротационных возбужденных состояний и получены основные уравнения КФМЯ.

2. ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ В КФМЯ

Начальный КФМЯ-гамильтониан для неротационных состояний деформированных ядер состоит из среднего поля нейтронной и протонной систем в форме аксиально-симметричного потенциала Вудса — Саксона, монопольного спаривания, изоскалярных и изовекторных частица — дырка (ph), а также частица — частица (pp) мультипольных, спин-мультипольных и тензорных взаимодействий между квазичастицами. Этот гамильтониан можно записать в следующем виде:

$$H = H_{\text{s.p.}} + H_{\text{pair}} + H_M + H_S + H_T . \tag{2.1}$$

Эффективные взаимодействия между квазичастицами выражены в виде рядов по мультиполям и спин-мультиполям. Существенно, что взаимодействие между квазичастицами представлено в сепарабельной форме, которая впервые была введена Ямагучи [6]. Сепарабельное взаимодействие конечного ранга $n_{\max} > 1$ используется в случаях, где результаты вычислений более чувствительны к радиальной зависимости сил, по сравнению с вычислением структуры сложных ядер в КФМЯ. Можно предположить, что сепарабельные взаимодействия конечного ранга между квазичастицами не ограничивают точности вычислений.

Мы вводим сепарабельное взаимодействие конечного ранга для деформированных ядер. Например, рассмотрим центральное спин-независимое взаимодействие $V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)$ и разложим его по мультиполям:

$$V(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|)=\sum_{\lambda} R^{\lambda}(r_1,r_2)\frac{4\pi}{2\lambda+1}\sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda}(-1)^{\mu}Y_{\lambda\mu}(\theta_1\psi_1)\,Y_{\lambda-\mu}(\theta_2\psi_2).$$

Представим радиальную часть $R^{\lambda}(r_1, r_2)$ в форме

$$R^{\lambda}(r_1,r_2)=\sum_{n=1}^{n_{\max}}\zeta_n R_n^{\lambda}(r_1)R_n^{\lambda}(r_2). \tag{2.2}$$

Большинство вычислений в рамках КФМЯ выполнены с простым сепарабельным взаимодействием

$$R^{\lambda}(r_1,r_2)=\kappa^{\lambda}R^{\lambda}(r_1)R^{\lambda}(r_2). \tag{2.2'}$$

Преобразуем начальный гамильтониан КФМЯ. С этой целью выполним каноническое преобразование Боголюбова

$$a_{q\sigma}=u_q\alpha_{q\sigma}+\sigma v_q\alpha^{+}_{q-\sigma}, \tag{2.3}$$

чтобы перейти от операторов частиц $a_{q\sigma}$ и $a^{+}_{q\sigma}$ к операторам квазичастиц $\alpha_{q\sigma}$ и $\alpha^{+}_{q\sigma}$. Введем два типа операторов фонона. Если учесть только взаимодействия электрического типа, то оператор рождения фонона имеет следующий стандартный вид:

$$Q^{+}_{Ki_1\sigma}=\frac{1}{2}\sum_{q_1q_2}\left\{\psi^{Ki_1}_{q_1q_2}A^{+}(q_1q_2;K\sigma)-\phi^{Ki_1}_{q_1q_2}A(q_1q_2;K-\sigma)\right\}. \tag{2.4}$$

Если учесть электрические и магнитные взаимодействия, то оператор фонона [5,7] запишем в виде

$$Q^{+}_{Ki_1\sigma}=\frac{1}{2\sqrt{2}}\sum_{q_1q_2}\left\{\psi^{Ki_1}_{q_1q_2}(1+i\sigma)\,[\tilde{A}^{+}(q_1q_2;K\sigma)-\chi(q_1q_2)\,\bar{A}^{+}(q_1q_2;K\sigma)]-\right.$$

$$\left.-\phi^{Ki_1}_{q_1q_2}(1-i\sigma)\,[\tilde{A}(q_1q_2;K-\sigma)+\chi(q_1q_2)\,\bar{A}(q_1q_2;K-\sigma)]\right\}. \tag{2.5}$$

Оператор (2.5) объединяет электрическую и магнитную части; коэффициенты электрической части реальные, а магнитной — мнимые. Эта форма оператора более удобна, чем данная ранее в [4]. Здесь $i=1,2,3,\ldots$ — номер решения секулярного уравнения RPA и $\psi^{Ki_1}_{q_1q_2}=\psi^{Ki_1}_{q_2q_1}$, $\phi^{Ki_1}_{q_1q_2}=\phi^{Ki_1}_{q_2q_1}$. Квантовые числа одночастичных состояний обозначаются как $q\sigma$, где $\sigma=\pm1$, $q=K^{\pi}$ и асимптотическому квантовому числу $Nn_z\Lambda\uparrow$ при $K=\Lambda+1/2$ и $Nn_z\Lambda\downarrow$ при $K=\Lambda-1/2$. Состояния, отличающиеся знаками σ, являются сопряженными относительно

операции отражения времени. Операторы $\widetilde{A}(q_1q_2; K\sigma)$ и $\overline{A}(q_1q_2; K\sigma)$ приведены в приложении 1, причем

$$\chi(q_1q_2)\,\overline{A}(q_1q_2; K\sigma) = -\chi(q_2q_1)\,\overline{A}(q_1q_2; K\sigma) = \chi(q_2q_1)\,\overline{A}(q_2q_1; K\sigma).$$

Однофононное состояние в RPA описывается волновой функцией

$$Q^+_{Ki_1\sigma}\Psi_0, \tag{2.6}$$

где Ψ_0 — волновая функция основного состояния четно-четного ядра, определенного как фононный вакуум. Условие нормировки волновой функции (2.6) имеет вид

$$\frac{1+\delta_{K0}}{2}\sum_{q_1q_2}\left[(\psi^{Ki_1}_{q_1q_2})^2-(\phi^{Ki_1}_{q_1q_2})^2\right]=1. \tag{2.7}$$

Нетрудно показать, что фононные операторы $Q^+_{Ki_1\sigma}$ и $Q_{Ki_1\sigma}$ в виде (2.5) удовлетворяют условиям, которые обычно накладывают на RPA-фононы.

С учетом формул (2.4), (2.5) и других после некоторых преобразований гамильтониан КФМЯ превращается в

$$H_{\text{КФМЯ}}=\sum_{q\sigma}\varepsilon_q\alpha^+_{q\sigma}\alpha_{q\sigma}+H_v+H_{vq}, \tag{2.8}$$

где первые два члена описывают квазичастицы и фононы и H_{vq} описывает взаимодействие квазичастиц с фононами. Они имеют следующий вид:

$$H_v=H_v^{00}+\sum_{\lambda}H_v^{\lambda 0}+\sum_{K}H_v^{K}, \tag{2.9}$$

$$H_v^{00}=-\frac{1}{2}\sum_{\tau i_1i_2}\sum_{q_1q_2}{}^{\tau}G_\tau\times$$

$$\times\left[(u^2_{q_1}-v^2_{q_1})(u^2_{q_2}-v^2_{q_2})\,g^{20i_1}_{q_1q_1}g^{20i_2}_{q_2q_2}+w^{20i_1}_{q_1q_1}w^{20i_2}_{q_2q_2}\right]Q^+_{20i_1}Q_{20i_2}, \tag{2.10}$$

$$H_v^{\lambda 0}=\sum_{n=1}^{n_{\max}}\sum_{\tau i_1i_2}\left\{\sum_{\rho=\pm1}\left[(\kappa_0^{\lambda0}+\rho\kappa_1^{\lambda0})D^{\lambda0i_1}_{n\tau}D^{\lambda0i_2}_{n\rho\tau}-(\kappa_0^{\lambda\lambda0}+\rho\kappa_1^{\lambda\lambda0})\,D^{\lambda\lambda0i_1}_{n\tau}D^{\lambda\lambda0i_2}_{n\rho\tau}\right]+\right.$$

$$+G^{\lambda0}\left[D^{\lambda0i_1}_{gn\tau}D^{\lambda0i_2}_{gn\tau}+D^{\lambda0i_1}_{wn\tau}D^{\lambda0i_2}_{wn\tau}\right]+$$

$$\left.+G^{\lambda\lambda0}\left[D^{\lambda\lambda0i_1}_{gn\tau}D^{\lambda\lambda0i_2}_{gn\tau}+D^{\lambda\lambda0i_1}_{wn\tau}D^{\lambda\lambda0i_2}_{wn\tau}\right]\right\}Q^+_{\lambda0i_1}Q_{\lambda0i_2}, \tag{2.11}$$

$$H_v^K = -\sum_{i_1 i_2} W^K_{i_1 i_2} Q^+_{Ki_1\sigma} Q_{Ki_2\sigma}, \tag{2.12}$$

$$W^K_{i_1 i_2} = W^{KE}_{i_1 i_2} + W^{KM}_{i_1 i_2} + W^{KT}_{i_1 i_2}, \tag{2.13}$$

$$W^{KE}_{i_1 i_2} = \sum_{\lambda} W^{\lambda K}_{i_1 i_2} = \frac{1}{4}\sum_{\lambda\tau}\sum_{n=1}^{n_{\max}} \left\{ \sum_{\rho=\pm 1} \left[(\kappa_0^{\lambda K} + \rho\kappa_1^{\lambda K}) D^{\lambda Ki_1}_{n\tau} D^{\lambda Ki_2}_{n\rho\tau} - \right.\right.$$

$$\left. - (\kappa_0^{\lambda\lambda K} + \rho\kappa_1^{\lambda\lambda K}) D^{\lambda\lambda Ki_1}_{n\tau} D^{\lambda\lambda Ki_2}_{n\rho\tau} \right] + G^{\lambda K}\left(D^{\lambda Ki_1}_{ng\tau} D^{\lambda Ki_2}_{ng\tau} + D^{\lambda Ki_1}_{nw\tau} D^{\lambda Ki_2}_{nw\tau} \right) +$$

$$\left. + G^{\lambda\lambda K}\left(D^{\lambda\lambda Ki_1}_{ng\tau} D^{\lambda\lambda Ki_2}_{ng\tau} + D^{\lambda\lambda Ki_1}_{nw\tau} D^{\lambda\lambda Ki_2}_{nw\tau} \right) \right\}, \tag{2.14}$$

$$W^{KM}_{i_1 i_2} = \frac{1}{4}\sum_{L\tau}\sum_{\lambda'=L\pm 1}\sum_{n=1}^{n_{\max}}\sum_{\rho=\pm 1} \left[(\kappa_0^{\lambda' LK} + \rho\kappa_1^{\lambda' LK}) D^{\lambda' LKi_1}_{n\tau} D^{\lambda' LKi_2}_{n\rho\tau} + \right.$$

$$\left. + G^{\lambda' LK}\left(D^{\lambda' LKi_1}_{ng\tau} D^{\lambda' LKi_2}_{ng\tau} + D^{\lambda' LKi_1}_{nw\tau} D^{\lambda' LKi_2}_{nw\tau} \right) \right], \tag{2.15}$$

$$W^{KT}_{i_1 i_2} = \frac{1}{2}\sum_{L\tau}\sum_{n=1}^{n_{\max}}\sum_{\rho=\pm 1} (\kappa_{T0}^{LK} + \rho\kappa_{T1}^{LK}) D^{L-1\, LKi_1}_{n\tau} D^{L+1\, LKi_2}_{n\rho\tau}, \tag{2.16}$$

$$H_{vq} = H^{00}_{vq} + \sum_{\lambda} H^{\lambda 0}_{vq} + \sum_{K} H^{K}_{vq}, \tag{2.17}$$

$$H^{00}_{vq} = -\sum_{\tau i_1} G_\tau \sum_{q_1 q_2}{}^{\tau} (u^2_{q_1} - v^2_{q_1}) u_{q_2} v_{q_2} \times$$

$$\times \left\{ \left(\psi^{20i_1}_{q_1 q_1} Q^+_{20i_1} + \phi^{20i_1}_{q_1 q_1} Q_{20i_1} \right) \sum_{\sigma} \alpha^+_{q\sigma}\alpha_{q\sigma} + h.c. \right\}, \tag{2.18}$$

$$H^{\lambda 0}_{vq} = -\frac{1}{2}\sum_{\tau i_1}\sum_{n=1}^{n_{\max}}\sum_{q_1 q_2}{}^{\tau} V^{\lambda 0 i_1}_{n\tau}(q_1 q_2) \{ (Q^+_{\lambda 0 i_1} + Q_{\lambda 0 i_1}) B(q_1 q_2; K=0) + h.c. \}, \tag{2.19}$$

$$H^K_{vq} = -\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{n_{\max}} \left(\sum_{\lambda} H^{\lambda K}_{vq} + \sum_{L,\,\lambda'=L\pm 1} H^{\lambda' LK}_{vq} + \sum_{L} H^{LKT}_{vq} \right), \tag{2.20}$$

$$H_{vq}^{\lambda K} = \sum_{i_1\tau\sigma} \sum_{q_1 q_2}{}^{\tau} V_{n\tau}^{\lambda K i_1}(q_1 q_2) \times$$

$$\times \left[\frac{(1 - \mathrm{i}\sigma)}{\sqrt{2}} (Q^{+}_{Ki_1\sigma} + Q_{Ki_1-\sigma})\, \mathfrak{B}(q_1 q_2; K - \sigma) + h.c. \right], \qquad (2.21)$$

$$V_{n\tau}^{\lambda K i_1}(q_1 q_2) = f_n^{\lambda K}(q_1 q_2) \left[\sum_{\rho=\pm 1} (\kappa_0^{\lambda K} + \rho\kappa_1^{\lambda K})\, v^{(-)}_{q_1 q_2} D_{n\rho\tau}^{\lambda K i_1} - G^{\lambda K} u^{(+)}_{q_1 q_2} D_{ng\tau}^{\lambda K i_1} \right] +$$

$$+ f_n^{\lambda\lambda K}(q_1 q_2) \sum_{\rho=\pm 1} \left(\kappa_0^{\lambda\lambda K} + \rho\kappa_1^{\lambda\lambda K} \right) v^{(+)}_{q_1 q_2} D_{n\rho\tau}^{\lambda\lambda K i_1}, \qquad (2.22)$$

$$H_{vq}^{\lambda' LK} = \sum_{i_1\tau\sigma} \sum_{q_1 q_2}{}^{\tau} f_n^{\lambda' LK}(q_1 q_2)\, v^{(+)}_{q_1 q_2} \left(\kappa_0^{\lambda' LK} + \rho\kappa_1^{\lambda' LK} \right) D_{n\rho\tau}^{\lambda' LK i_1} \times$$

$$\times \left[\frac{(\sigma - \mathrm{i})}{\sqrt{2}} (Q^{(+)}_{Ki_1\sigma} - Q_{Ki_1-\sigma})\, \mathfrak{B}(q_1 q_2; K - \sigma) + h.c. \right], \qquad (2.23)$$

$$H_{vq}^{LKT} = \sum_{i_1\tau\sigma} \mathrm{i} \sum_{q_1 q_2}{}^{\tau} \left(\kappa_{T0}^{LK} + \rho\kappa_{T1}^{LK} \right) \times$$

$$\times \left[D_{n\rho\tau}^{L-1\,LKi_1} f_n^{L+1\,LK}(q_1 q_2) + D_{n\rho\tau}^{L+1\,LKi_2} f_n^{L-1\,LK}(q_1 q_2) \right] v^{(+)}_{q_1 q_2} \times$$

$$\times \left[(Q^{+}_{Ki_1\sigma} - Q_{Ki_1-\sigma})\, B(q_1 q_2; K - \sigma) + h.c. \right], \qquad (2.24)$$

где

$$D_{n\tau}^{\lambda K i_1} = \sum_{q_1 q_2}{}^{\tau} f_n^{\lambda K}(q_1 q_2)\, u^{(+)}_{q_1 q_2} g^{Ki_1}_{q_1 q_2}, \qquad (2.25)$$

$$D_{ng\tau}^{\lambda K i_1} = \sum_{q_1 q_2}{}^{\tau} f_n^{\lambda K}(q_1 q_2)\, v^{(-)}_{q_1 q_2} g^{Ki_1}_{q_1 q_2}, \qquad (2.26)$$

$$D_{nw\tau}^{\lambda K i_1} = \sum_{q_1 q_2}{}^{\tau} f_n^{\lambda K}(q_1 q_2)\, v^{(+)}_{q_1 q_2} w^{Ki_1}_{q_1 q_2}, \qquad (2.27)$$

$$D_{n\tau}^{\lambda' LKi_1} = \sum_{q_1 q_2}{}^{\tau} f_n^{\lambda' LK}(q_1 q_2)\, u^{(-)}_{q_1 q_2} w^{Ki_1}_{q_1 q_2} \chi(q_1 q_2) \qquad (2.28)$$

при $\lambda' = L, L \pm 1$. В случае простых сепарабельных взаимодействий $n_{\max} = 1$ индекс n в функциях (2.25)—(2.28) отсутствует и матричные

элементы имеют вид (П.9). Здесь ε_q — энергия квазичастицы с монопольным спариванием; $g^{Ki_1}_{q_1q_2} = \psi^{Ki_1}_{q_1q_2} + \phi^{Ki_1}_{q_1q_2}$, $w^{Ki_1}_{q_1q_2} = \psi^{Ki_1}_{q_1q_2} - \phi^{Ki_1}_{q_1q_2}$. Операторы $B(q_1q_2; K\sigma)$ и $\mathfrak{B}(q_1q_2; K\sigma)$, а также матричные элементы от мультипольных и спин-мультипольных операторов $f^{\lambda K}_n(q_1q_2)$ и $f^{L\pm1LK}_n(q_1q_2)$ приведены в приложении 1. Далее $u^{(\pm)}_{q_1q_2} = u_{q_1}v_{q_2} \pm u_{q_2}v_{q_1}$, $v^{(\pm)}_{q_1q_2} = u_{q_1}u_{q_2} \pm v_{q_1}v_{q_2}$. Суммирование по одночастичным состояниям нейтронной и протонной систем обозначается как $\sum^{\tau}_{q_1q_2}$ при $\tau = n$ или $\tau = p$ соответственно. Замена τ на $-\tau$ означает замену n на p:

$$\sum_{\tau} A(\tau)\,B(-\tau) = A(p)\,B(n) + A(n)\,B(p),$$

$$\sum_{\rho=\pm1} A(\tau)\,B(\rho\tau) = A(\tau)\,B(\tau) + A(\tau)\,B(-\tau).$$

G_τ — константа монопольного нейтронного $\tau = n$ и протонного $\tau = p$ спаривания. Изоскалярная и изовекторная константы ph-мультипольного взаимодействия обозначены $\kappa^{\lambda K}_0$ и $\kappa^{\lambda K}_1$, $G^{\lambda K} = G^{\lambda K}_0 + G^{\lambda K}_1$ — константы pp-мультипольного взаимодействия; $\kappa^{\lambda' LK}_0$, $\kappa^{\lambda' LK}_1$ и κ^{LK}_{T0}, κ^{LK}_{T1} — константы изоскалярного и изовекторного ph-спин-мультипольного и тензорного взаимодействий, $G^{\lambda' LK}$ — константа pp-спин-мультипольного взаимодействия.

Большинство вычислений структуры возбужденных состояний и величин $B(E\lambda)$ были выполнены с оператором фонона (2.4) и простыми $n_{\max} = 1$ мультипольными взаимодействиями с $H^K_{\upsilon q}$ в виде

$$H^K_{\upsilon q} = \sum_{\lambda} H^{\lambda K}_{\upsilon q} = -\frac{1}{4}\sum_{i_1\tau\sigma}\sum_{\lambda}\sum_{\rho=\pm1}\sum_{q_1q_2}^{\tau} f^{\lambda K}(q_1q_2)\upsilon^{(-)}_{q_1q_2}\left(\kappa^{\lambda K}_0 + \rho\kappa^{\lambda K}_1\right) D^{\lambda Ki_1}_{\rho\tau} \times$$

$$\times\,[(Q^{+}_{Ki_1\sigma} + Q_{Ki_1-\sigma})\,B(q_1q_2; K-\sigma) + h.c.], \qquad (2.29)$$

вероятности переходов $M\lambda$ вычислены в работе [7] с оператором фонона (2.5), но без pp-спин-мультипольного взаимодействия.

Вычисления, проводимые в КФМЯ, выполняются в четыре этапа. Первый этап включает в себя вычисление одночастичных энергий и волновых функций потенциала Вудса — Саксона. Фиксация параметров

потенциала Вудса — Саксона проводилась в четыре ступени: 1) одночастичные энергии и волновые функции рассчитывались с какими-то параметрами потенциала; 2) равновесная форма ядра рассчитывалась по методу оболочечной поправки Струтинского, и таким путем фиксировались параметры квадрупольной β_2 и гексадекапольной β_4 деформаций; 3) фононы вычислялись в RPA; 4) волновая функция нечетного ядра бралась в виде суммы одноквазичастичной и квазичастично-фононной компонент; квазичастично-фононные взаимодействия принимались во внимание и рассчитанные энергии и волновые функции неротационных состояний нечетных ядер сравнивались с экспериментальными данными. Если не получалось достаточно хорошего согласия с экспериментальными данными, то менялись параметры потенциала Вудса — Саксона и проводились новые расчеты всех четырех ступеней. Такая процедура повторялась до тех пор, пока не было достигнуто достаточно хорошего описания экспериментальных данных низколежащих неротационных состояний в нечетных ядрах. Несомненно, можно использовать другую форму потенциала среднего поля или вычислить энергии и волновые функции одночастичных состояний методом Хартри — Фока, чтобы использовать их в вычислениях в КФМЯ.

Второй этап — использование канонического преобразования Боголюбова для перехода от операторов частиц $a_{q\sigma}$, $a^+_{q\sigma}$ к операторам квазичастиц $\alpha_{q\sigma}$ и $\alpha^+_{q\sigma}$ и проведение расчетов в рамках модели независимых квазичастиц. Большинство расчетов выполнено с монопольным спариванием. Если есть одновременно монопольное спаривание с константой G_τ и квадрупольное спаривание с константой G^{20}, то из условия исключения 0^+-духовых состояний получатся следующие уравнения [8]:

$$1 = \frac{G_\tau}{2}\sum_q{}^{\tau}\frac{C_\tau + f^{20}(qq)C_{2\tau}}{C_\tau \varepsilon_q}, \tag{2.30}$$

$$1 = G^{20}\left\{\sum_q{}^{\tau}\frac{f^{20}(qq)C_\tau}{2C_{2\tau}\varepsilon_q} + \sum_{qq'}{}^{\tau}\frac{(f^{20}(qq')\,v^{(+)}_{qq'})^2}{\varepsilon_q + \varepsilon_{q'}}\right\}, \tag{2.31}$$

и

$$N_\tau = \sum_q{}^{\tau}\left[1 - \frac{\xi(q)}{\varepsilon_q}\right]. \tag{2.32}$$

Пренебрегая недиагональными матричными элементами $f^{20}(qq')$ в уравнении (2.31), приходим к уравнениям, полученным ранее в работах [9,10]. Здесь

$$\varepsilon_q = [\Delta_q^2 + \xi^2(q)]^{1/2}, \qquad \xi(q) = E(q) - \lambda_\tau,$$

$$\Delta_q = C_\tau + f^{20}(qq)C_{2\tau}, \quad C_\tau = G_\tau \sum_q{}^{\tau} u_q v_q, \tag{2.33}$$

$$C_{2\tau} = G^{20} \sum_q{}^{\tau} f^{20}(qq)\, u_q v_q,$$

где $E(q)$ — одночастичная энергия и λ_τ — химический потенциал. Энергии двухквазичастичных состояний вычисляются с учетом эффекта блокировки (см. [1]).

Затем вводятся RPA-фононы (2.4) или (2.5) и решается RPA-секулярное уравнение. В КФМЯ однофононные состояния (2.6) с оператором (2.4) используются как базис. Таким образом, третий этап заключается в вычислении однофононного базиса. Фононный базис при конкретных вычислениях низколежащих состояний обычно состоит из десяти ($i_1 = 1, 2, \ldots, 10$) фононов каждой мультипольности: квадрупольной ($\lambda_\mu = 20, 21, 22$), октупольной ($\lambda_\mu = 30, 31, 32, 33$) и гексадекапольной ($\lambda_\mu = 43, 44$). Вычисление состояний с энергией выше 3 МэВ производится с большим фононным базисом с $\lambda > 4$ и двадцатью фононами каждой мультипольности. Фононное пространство соответствует полному пространству двухквазичастичных состояний в четно-четных деформированных ядрах.

В результате преобразований гамильтониан КФМЯ приводится к виду (2.8). На четвертом этапе учитывается взаимодействие квазичастиц с фононами. Волновая функция возбужденных состояний представляется в виде ряда по числу операторов фононов; в нечетных ядрах волновая функция состоит из сумм одноквазичастичных, квазичастично-фононных и т.п. членов. Аппроксимация заключается в обрезании этого ряда. При вычислениях учитывается принцип Паули с помощью точных коммутационных отношений между операторами фононов и квазичастиц с фононами. Для вычисления характеристик высоковозбужденных состояний применяется метод силовой функции. Используя один из вариантов метода силовой функции, можно непосредственно вычислить приведенные вероятности переходов, спектроскопические факторы, переходные плотности, сечения и другие характеристики, не решая соответствующих секулярных уравнений.

Взаимодействие квазичастиц с фононами приводит к фрагментации одноквазичастичных, однофононных, квазичастично-фононных, двухфононных и других состояний. Квазичастично-фононное взаимодействие

ответственно за усложнение структуры ядерных состояний с увеличением энергии возбуждения.

3. RPA-УРАВНЕНИЯ

3.1. RPA-уравнения для 0^+-состояний. Приведем RPA-уравнения для различных случаев. Однофононные состояния образуют базис КФМЯ. Поэтому решению RPA-уравнений мы уделяем большое внимание. В RPA учитываются взаимодействия между квазичастицами в основных и возбужденных состояниях. Волновая функция основного состояния четно-четного ядра Ψ_0 определена как вакуум относительно различных фононов. Она, наряду с бесквазичастичным, содержит четырех-, восьми- и более квазичастичные члены (см. [1]). RPA применимо, когда среднее число квазичастиц $\langle \alpha^+_{q\sigma}\alpha_{q\sigma}\rangle$ в основном состоянии мало.

Возбужденные $K^\pi = 0^+$-состояния занимают особое место в теории ядра. Создается впечатление, что на них сконцентрированы многие трудности теории. Волновые функции 0^+-состояний определяются спариванием, квадрупольными и, возможно, гексадекапольными взаимодействиями. Наряду с однофононными они содержат двухфононные и, при более высоких энергиях возбуждения, многофононные члены. При RPA-описании 0^+-состояний следует исключить духовые состояния, возникающие из-за сохранения числа нейтронов и протонов в среднем.

При описании $K = 0$-состояний используются операторы фононов, не зависящие от σ, в виде

$$Q^+_{\lambda 0 i_1} = \frac{1}{2}\sum_{q_1 q_2}\left[\psi^{\lambda 0 i_1}_{q_1 q_2} A^+(q_1 q_2; K=0) - \phi^{\lambda 0 i_1}_{q_1 q_2} A(q_1 q_2; K=0)\right], \qquad (3.1)$$

где

$$A^+(q_1 q_2; K=0) = \sum_\sigma \sigma \alpha^+_{q_1\sigma}\alpha^+_{q_2-\sigma}.$$

Условие нормировки волновой функции

$$Q^+_{\lambda 0 i_1}\Psi_0 \qquad (3.2)$$

имеет вид

$$\sum_{q_1 q_2}\left[\psi^{\lambda 0 i_1}_{q_1 q_2}\psi^{\lambda 0 i_2}_{q_1 q_2} - \phi^{\lambda 0 i_1}_{q_1 q_2}\phi^{\lambda 0 i_2}_{q_1 q_2}\right] = \delta_{i_1 i_2}, \qquad (3.3)$$

причем

$$A(q_1q_2;\, K=0) = 2\sum_{i_1}\left[\psi^{\lambda 0 i_1}_{q_1q_2} Q_{\lambda 0 i_1} + \phi^{\lambda 0 i_1}_{q_1q_2} Q^{+}_{\lambda 0 i_1}\right].$$

При описании 0^+-состояний мы используем простые сепарабельные силы $n_{\max}=1$ и пренебрегаем спин-мультипольными и гексадекапольными силами. Мы используем следующий гамильтониан:

$$H_{\mathrm{RPA}}(0^+) = \sum_{q\sigma} \varepsilon_q \alpha^{+}_{q\sigma}\alpha_{q\sigma} -$$

$$-\sum_{\tau i_1 i_2}\left\{\frac{1}{2}\sum_{q_1q_2}{}^{\tau} G_\tau \left[(u^2_{q_1}-v^2_{q_1})(u^2_{q_2}-v^2_{q_2})\, g^{20i_1}_{q_1q_1} g^{20i_2}_{q_2q_2} + w^{20i_1}_{q_1q_1} w^{20i_2}_{q_2q_2}\right] +\right.$$

$$\left. + \sum_{\rho=\pm 1}(\kappa_0^{20} + \rho\kappa_1^{20})\, D^{20i_1}_{\tau} D^{20i_2}_{\rho\tau} + G^{20}\left[D^{20i_1}_{g\tau} D^{20i_2}_{g\tau} + D^{20i_1}_{w\tau} D^{20i_2}_{w\tau}\right]\right\}. \quad (3.4)$$

Далее вычисляется среднее значение $H_{\mathrm{RPA}}(0^+)$ по состоянию (3.2) и для нахождения энергий ω_{20i_1} однофононных состояний используется вариационный принцип в следующем виде:

$$\delta\left\{\langle Q_{20i_1} H_{\mathrm{RPA}}(0^+)\, Q^{+}_{20i_1}\rangle - \frac{\omega_{20i_1}}{2}\left[\sum_{q_1q_2} g^{20i_1}_{q_1q_2} w^{20i_1}_{q_1q_2} - 2\right]\right\} = 0, \quad (3.5)$$

где ω_{20i_1} играет роль множителя Лагранжа, а вариации $\delta g^{20i_1}_{q_1q_2}$ и $\delta w^{20i_1}_{q_1q_2}$ рассматриваются как независимые. В результате получены следующие уравнения:

$$\varepsilon_{q_1q_2} g^{20i_1}_{q_1q_2} - \omega_{20i_1} w^{20i_1}_{q_1q_2} - G_\tau \delta_{q_1q_2}(u^2_{q_1}-v^2_{q_1})\, d^{i_1}_{g\tau} - 2G^{20} f^{20}(q_1q_2)\, v^{(-)}_{q_1q_2} D^{20i_1}_{\tau} -$$

$$-2\sum_{\rho=\pm 1}(\kappa_0^{20}+\rho\kappa_1^{20})\, f^{20}(q_1q_2)\, u^{(+)}_{q_1q_2} D^{20i_1}_{\rho\tau} = 0, \quad (3.6)$$

$$\varepsilon_{q_1q_2} w^{20i_1}_{q_1q_2} - \omega_{20i_1} g^{20i_1}_{q_1q_2} - G_\tau \delta_{q_1q_2} d^{i_1}_{w\tau} - 2G^{20} f^{20}(q_1q_2)\, v^{(+)}_{q_1q_2} D^{20i_1}_{\omega\tau} = 0, \quad (3.7)$$

где

$$\varepsilon_{q_1q_2} = \varepsilon_{q_1} + \varepsilon_{q_2}, \quad d^{i_1}_{g\tau} = \sum_{q}{}^{\tau} \frac{\xi(q)}{\varepsilon_q} g^{20i_1}_{qq}, \quad d^{i_1}_{w\tau} = \sum_{q}{}^{\tau} w^{20i_1}_{qq}. \quad (3.8)$$

Из уравнений (3.6) и (3.7) находят $g^{20i_1}_{q_1q_2}$ и $w^{20i_1}_{q_1q_2}$, которые подставляют в функции $D^{20i_1}_{\tau}$, $D^{20i_1}_{g\tau}$, $d^{i_1}_{g\tau}$ и $d^{i_1}_{w\tau}$. Соответствующая система уравнений дана в [8]. Затем исключаются духовые состояния. Из условия исключения духовых состояний с $\omega_{200}=0$ следуют уравнения (2.30) ÷ (2.32), описывающие монопольное и квадрупольное спаривания. В этом случае ε_q дается формулой (2.33). В результате получаем систему уравнений

$$\sum_{\rho=\pm1}(\kappa_0^{20}+\rho\kappa_1^{20})\,X^{20i_1}_{\rho\tau}D^{20i_1}_{\rho\tau}-D^{20i_1}_{\tau}+G^{20}X^{20i_1}_{\varepsilon\tau}D^{20i_1}_{g\tau}+$$

$$+G^{20}_{\tau}X^{20i_1}_{\omega\tau}D^{20i_1}_{w\tau}+G_{\tau}V^{i_1}_{\tau}d^{i_1}_{g\tau}+G_{\tau}W^{20i_1}_{\tau}d^{i_1}_{w\tau}=0, \qquad (3.9)$$

$$\sum_{\rho=\pm1}(\kappa_0^{20}+\rho\kappa_1^{20})\,X^{20i_1}_{\varepsilon\tau}D^{20i_1}_{\rho\tau}+[G^{20}X^{20i_1-}_{\tau}-1]D^{20i_1}_{g\tau}+$$

$$+G^{20}X^{20i_1}_{2\tau}D^{20i_1}_{w\tau}+G_{\tau}V^{i_1}_{\xi\tau}d^{i_1}_{g\tau}+G_{\tau}W^{20i_1}_{3\tau}d^{i_1}_{w\tau}=0, \qquad (3.10)$$

$$\sum_{\rho=\pm1}(\kappa_0^{20}+\rho\kappa_1^{20})\,X^{20i_1}_{\omega\tau}D^{20i_1}_{\rho\tau}+G^{20}X^{20i_1}_{2\tau}D^{20i_1}_{g\tau}+$$

$$+[G^{20}X^{20i_1+}_{\tau}-1]D^{20i_1}_{w\tau}+G_{\tau}V^{i_1}_{\omega\tau}d^{i_1}_{g\tau}+G_{\tau}W^{20i_1}_{2\tau}d^{i_1}_{w\tau}=0, \qquad (3.11)$$

$$\sum_{\rho=\pm1}(\kappa_0^{20}+\rho\kappa_1^{20})\,V^{i_1}_{\tau}D^{20i_1}_{\rho\tau}+G^{20}V^{i_1}_{\xi\tau}D^{20i_1}_{g\tau}+G^{20}V^{i_1}_{\omega\tau}D^{20i_1}_{w\tau}+$$

$$+[G_{\tau}\mathfrak{L}^{i_1}_{\tau}-1]d^{i_1}_{g\tau}+G_{\tau}\mathfrak{L}^{i_1}_{2\tau}d^{i_1}_{w\tau}=0, \qquad (3.12)$$

$$\sum_{\rho=\pm1}(\kappa_0^{20}+\rho\kappa_1^{20})\,W^{20i_1}_{1\tau}D^{20i_1}_{\rho\tau}+G^{20}W^{20i_1}_{3\tau}D^{20i_1}_{g\tau}+$$

$$+G^{20}W^{20i_1}_{2\tau}D^{20i_1}_{w\tau}+G_{\tau}\mathfrak{L}^{i_1}_{2\tau}d^{i_1}_{g\tau}+G_{\tau}W^{20i_1}_{\tau}d^{i_1}_{w\tau}=0, \qquad (3.13)$$

Для нахождения энергий ω_{20i} и волновых функций 0^+-состояний нужно решить систему из 10 уравнений (3.9) ÷ (3.13) при $\tau = p$ и $\tau = n$ с учетом условия нормировки (3.3). Здесь

$$X_{\tau}^{20i_1} = (1+\delta_{K0}) \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)\, u^{(+)}_{q_1 q_2}]^2 \varepsilon_{q_1 q_2}}{\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1}},$$

$$X_{\tau}^{20i_1 \pm} = (1+\delta_{K0}) \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)\, v^{(\pm)}_{q_1 q_2}]^2 \varepsilon_{q_1 q_2}}{\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1}}, \qquad (3.14)$$

$$X_{2\tau}^{20i_1} = (1+\delta_{K0}) \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)]^2 v^{(+)}_{q_1 q_2} v^{(-)}_{q_1 q_2} \omega_{20i_1}}{\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1}},$$

$$X_{\omega\tau}^{20i_1} = \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)]^2 u^{(+)}_{q_1 q_2} v^{(+)}_{q_1 q_2} \omega_{20i_1}}{\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1}}, \qquad (3.15)$$

$$X_{\varepsilon\tau}^{20i_1} = \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)]^2 u^{(+)}_{q_1 q_2} v^{(-)}_{q_1 q_2} \varepsilon_{q_1 q_2}}{\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1}},$$

$$W_{\tau}^{20i_1} = \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)\, v^{(+)}_{q_1 q_2}]^2 C^2_{2\tau}}{\varepsilon_{q_1 q_2}(\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1})} + \sum_{q}^{\tau} \frac{C^2_{\tau} + 2 f^{20}(qq) C_{\tau} C_{2\tau}}{2\varepsilon_q (4\varepsilon^2_q - \omega^2_{20i_1})},$$

$$W_{1\tau}^{20i_1} = \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)]^2 u^{(+)}_{q_1 q_2} v^{(-)}_{q_1 q_2} C_{2\tau}}{\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1}} + \sum_{q}^{\tau} \frac{f^{20}(qq) C^2_{\tau}}{\varepsilon_q (4\varepsilon^2_q - \omega^2_{20i_1})},$$

$$W_{2\tau}^{20i_1} = \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)\, v^{(+)}_{q_1 q_2}]^2 C^2_{2\tau} \omega_{20i_1}}{\varepsilon_{q_1 q_2}(\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1})} + \sum_{q}^{\tau} \frac{f^{20}(qq) C_{\tau} \omega_{20i_1}}{2\varepsilon_q (4\varepsilon^2_q - \omega^2_{20i_1})}, \qquad (3.16)$$

$$W_{3\tau}^{20i_1} = \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)]^2 v^{(-)}_{q_1 q_2} v^{(+)}_{q_1 q_2} C_{2\tau}}{\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1}} + \sum_{q}^{\tau} \frac{f^{20}(qq)\, \xi(q)\, C_{\tau}}{\varepsilon_q (4\varepsilon^2_q - \omega^2_{20i_1})},$$

$$V^{i_1}_{\xi\tau}=\sum_q{}^{\tau}\frac{f^{20}(qq)\,2\xi^2(q)}{\varepsilon_q(4\varepsilon_q^2-\omega^2_{20i_1})},$$

$$V^{i_1}_{\omega\tau}=\sum_q{}^{\tau}\frac{f^{20}(qq)\,\xi(q)\,\omega_{20i_1}}{\varepsilon_q(4\varepsilon_q^2-\omega^2_{20i_1})}, \qquad (3.17)$$

$$V^{i_1}_{\tau}=\sum_q{}^{\tau}\frac{f^{20}(qq)\,2\xi(q)\,C_\tau}{\varepsilon_q(4\varepsilon_q^2-\omega^2_{20i_1})},$$

$$\mathfrak{L}^{i_1}_{\tau}=\sum_q{}^{\tau}\frac{2\xi^2(q)}{\varepsilon_q(4\varepsilon_q^2-\omega^2_{20i_1})},$$

$$\mathfrak{L}^{i_1}_{2\tau}=\sum_q{}^{\tau}\frac{[C_\tau+f^{20}(qq)\,C_{2\tau}]\,\xi(q)}{\varepsilon_q(4\varepsilon_q^2-\omega^2_{20i_1})}. \qquad (3.18)$$

Детерминант системы уравнений (3.9)+(3.13) имеет ранг 10, он приведен в [8]. Если учитывать сепарабельные квадрупольные взаимодействия ранга $n_{\max}>1$, то ранг детерминанта для нахождения энергий ω_{20i_1} однофононных 0^+-состояний будет равен $4+6n_{\max}$. Наши расчеты 0^+-состояний [11—14] выполнены с $n_{\max}=1$ и с радиальной зависимостью квадрупольных сил в виде $R^\lambda(r)=\dfrac{\partial V(r)}{\partial r}$, где $V(r)$ — центральная часть потенциала Вудса — Саксона. Среди решений этих уравнений нет избыточных духовых решений. Исключение духовых решений необходимо. Если их не исключить, то два духовых состояния распределятся среди нижайших 0^+-состояний.

Исследования [11,12] 0^+-состояний показали, что роль *pp*-взаимодействий существенна. При увеличении G^{20} низколежащие полюса RPA-секулярного уравнения изменяются. Как результат, величина $B(E2)$ для возбуждения первого состояния $I^\pi K_{i_1}=2^+0_1$ и энергии 0^+_2, 0^+_3, 0^+_4 и т.д. состояний уменьшаются при $G^{20}=\kappa_0^{20}$ по сравнению с $G^{20}=0$. Более того, изменяются волновые функции 0^+-состояний. Включение *pp*-взаимодействий в целом улучшает описание 0^+-состояний.

Вычисления супердеформированных 0^+-состояний в ^{238}U и ^{240}Pu выполнены в [15]. Рассчитанные энергии первых возбужденных 0^+-состояний близки к экспериментальным данным. Вероятности $E0$-переходов в супердеформированных состояниях находятся в согласии с экспериментальными данными. Вторые и некоторые другие 0^+-состояния в ^{238}U и ^{240}Pu принадлежат к изовекторному типу. Квадрупольное спаривание играет важную роль в описании супердеформированных состояний.

3.2. RPA-уравнения для $K^\pi \neq 0^+$-состояний. Приведем RPA-уравнения для энергий ω_{Ki_1} и волновых функций (2.6) однофононных состояний с $K^\pi \neq 0^+$ как в общем случае, так и для разных частных случаев.

Сначала рассмотрим достаточно общий случай. Оператор фонона возьмем в виде (2.5) и используем следующую часть гамильтониана (2.8)—(2.10):

$$H_{\mathrm{RPA}}(K^\pi \neq 0^+) = \sum_{q\sigma} \varepsilon_q \alpha^+_{q\sigma}\alpha_{q\sigma} + H^K_v, \tag{3.19}$$

при этом пренебрежем спин-мультипольными и тензорными pp-взаимодействиями. Определим среднее от величины (3.19) по состояниям (2.6) и, используя вариационный принцип, получим следующие уравнения:

$$\varepsilon_{q_1q_2} g^{Ki_1}_{q_1q_2} - \omega_{Ki_1} w^{Ki_1}_{q_1q_2} - \sum_{n=1}^{n_{\max}} \sum_{\lambda} f^{\lambda K}_n(q_1q_2) \times$$

$$\times \left[u^{(+)}_{q_1q_2} \sum_{\rho=\pm1} (\kappa^{\lambda K}_0 + \rho\kappa^{\lambda K}_1) D^{\lambda Ki_1}_{n\rho\tau} + v^{(-)}_{q_1q_2} G^{\lambda K} D^{\lambda Ki_1}_{ng\tau} \right] = 0, \tag{3.20}$$

$$\varepsilon_{q_1q_2} w^{Ki_1}_{q_1q_2} - \omega_{Ki_1} g^{Ki_1}_{q_1q_2} - \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left\{ \sum_{\lambda} f^{\lambda K}_n(q_1q_2)\, v^{(+)}_{q_1q_2} G^{\lambda K} D^{\lambda Ki_1}_{nw\tau} + \right.$$

$$+ \sum_{L} \sum_{\rho=\pm1} \left[\sum_{\lambda'} \left(\kappa^{\lambda' LK}_0 + \rho\kappa^{\lambda' LK}_1 \right) D^{\lambda' LKi_1}_{n\rho\tau} f^{\lambda' LK}_n(q_1q_2)\, u^{(-)}_{q_1q_2} \chi(q_1q_2) + \right.$$

$$+ \left(\kappa^{LK}_{T0} + \rho\kappa^{LK}_{T1} \right) u^{(-)}_{q_1q_2} \chi(q_1q_2) \left(f^{L-1LK}_n(q_1q_2)\, D^{L+1LKi_1}_{n\rho\tau} + \right.$$

$$\left. \left. \left. + f^{L+1LK}_n(q_1q_2)\, D^{L-1LKi_1}_{n\rho\tau} \right) \right] \right\} = 0. \tag{3.21}$$

Здесь

$$\varepsilon_{q_1q_2} = \varepsilon_{q_1} + \varepsilon_{q_2}, \quad g^{Ki_1}_{q_1q_2} = \psi^{Ki_1}_{q_1q_2} + \phi^{Ki_1}_{q_1q_2} \quad \text{и} \quad w^{Ki_1}_{q_1q_2} = \psi^{Ki_1}_{q_1q_2} - \phi^{Ki_1}_{q_1q_2}.$$

Из уравнений (3.20) и (3.21) получим функции $g^{Ki_1}_{q_1q_2}$ и $w^{Ki_1}_{q_1q_2}$ и подставим их в формулы для $D^{\lambda Ki_1}_{n\tau}$, $D^{\lambda Ki_1}_{ng\tau}$, $D^{\lambda Ki_1}_{nw\tau}$ и $D^{\lambda' LKi_1}_{n\tau}$ (2.25)—(2.28). Учитывая, что $\tau = n, \tau = p$ и $\lambda' = L-1, L, L+1$, получим секулярное уравнение для энергий однофононных состояний в виде равенства нулю детерминанта размерности $6(n_\lambda + n_L)$, где n_λ и n_L — число членов в сумме по λ и L в уравнениях (3.20) и (3.21). Использование сепарабельного взаимодействия ранга $n_{\max}$ увеличивает размерность детерминанта в $n_{\max}$ раз по сравнению с простым сепарабельным взаимодействием $n_{\max} = 1$. Если пренебречь спин-мультипольными членами с $\lambda' = L$, то получим детерминант размерности $(6n_\lambda + 4n_L)\, n_{\max}$.

Большинство расчетов [11—14,16,17] однофононных состояний с $K^\pi \neq 0^+$ выполнены с *ph*- и *pp*-взаимодействиями одной мультипольности с $n_{\max} = 1$. Используется оператор фонона в виде (2.4) и матричные элементы (П.9) с радиальной зависимостью $R^\lambda(r) = \partial V(r)/\partial r$, где $V(r)$ — центральная часть потенциала Вудса — Саксона. RPA-уравнения для состояний мультипольности λ с K^π, где $\pi = (-1)^\lambda$, имеют следующий вид:

$$\varepsilon_{q_1q_2} g^{\lambda Ki_1}_{q_1q_2} - \omega_{\lambda Ki_1} w^{\lambda Ki_1}_{q_1q_2} - \sum_{\rho=\pm 1} \left(\kappa_0^{\lambda K} + \rho\kappa_1^{\lambda K}\right) f^{\lambda K}(q_1q_2)\, u^{(+)}_{q_1q_2} D^{\lambda Ki_1}_{\rho\tau} -$$

$$- G^{\lambda K} f^{\lambda K}(q_1q_2)\, v^{(-)}_{q_1q_2} D^{\lambda Ki_1}_{g\tau} = 0, \qquad (3.22)$$

$$\varepsilon_{q_1q_2} w^{\lambda Ki_1}_{q_1q_2} - \omega_{\lambda Ki_1} g^{\lambda Ki_1}_{q_1q_2} - G^{\lambda K} f^{\lambda K}(q_1q_2)\, v^{(+)}_{q_1q_2} D^{\lambda Ki_1}_{w\tau} = 0. \qquad (3.23)$$

Из этих уравнений находим $g^{\lambda Ki_1}_{q_1q_2}$ и $w^{\lambda Ki_1}_{q_1q_2}$, которые подставляем в функции $D^{\lambda Ki_1}_{\tau}$, $D^{\lambda Ki_1}_{g\tau}$ и $D^{\lambda Ki_1}_{w\tau}$ (2.25)—(2.27). В результате получаем систему уравнений

$$\sum_{\rho=\pm 1} \left(\kappa_0^{\lambda K} + \rho\kappa_1^{\lambda K}\right) X^{\lambda Ki_1}_{\rho\tau} D^{\lambda Ki_1}_{\rho\tau} - D^{\lambda Ki_1}_{\tau} +$$

$$+ G^{\lambda K}\left[X^{\lambda Ki_1}_{\varepsilon\tau} D^{\lambda Ki_1}_{g\tau} + X^{\lambda Ki_1}_{\omega\tau} D^{\lambda Ki_1}_{w\tau}\right] = 0, \qquad (3.24)$$

$$\sum_{\rho=\pm1}\left(\kappa_0^{\lambda K}+\rho\kappa_1^{\lambda K}\right)X_{\varepsilon\rho\tau}^{\lambda Ki_1}D_{\rho\tau}^{\lambda Ki_1}+\left[G^{\lambda K}X_{\tau}^{\lambda Ki_1-}-1\right]D_{g\tau}^{\lambda Ki_1}+$$

$$+G^{\lambda K}X_{2\tau}^{\lambda Ki_1}D_{w\tau}^{\lambda Ki_1}=0, \tag{3.25}$$

$$\sum_{\rho=\pm1}\left(\kappa_0^{\lambda K}+\rho\kappa_1^{\lambda K}\right)X_{\omega\rho\tau}^{\lambda Ki_1}D_{\rho\tau}^{\lambda Ki_1}+G^{\lambda K}X_{2\tau}^{\lambda Ki_1}D_{g\tau}^{\lambda Ki_1}+$$

$$+\left[G^{\lambda K}X_{\tau}^{\lambda Ki_1+}-1\right]D_{w\tau}^{\lambda Ki_1}=0. \tag{3.26}$$

Функции X даны формулами (3.14) и (3.15), в которых 20 заменено на λK. При нахождении энергий $\omega_{\lambda Ki_1}$ и волновых функций решаются уравнения (2.7), (3.24)—(3.26). Ранг детерминанта системы равен 6.

Приведем RPA-уравнения для мультипольного взаимодействия со следующей радиальной функцией:

$$R^{\lambda}(r_1r_2)=\frac{\partial V(r_1)}{\partial r_1}\,\frac{\partial V(r_2)}{\partial r_2}+\zeta\frac{1}{r_0^2}V(r_1)\,V(r_2).$$

Это уравнение содержит поверхностную и зависящую от плотности части, где ζ — новый свободный параметр и $r_0=1{,}2$ фм. Матричные элементы $\left\langle q_1\left|\frac{1}{r_0}V(r)Y_{\lambda K}(\theta,\phi)\right|q_2\right\rangle$ обозначим $f_2^{\lambda K}(q_1q_2)$. Связь между сепарабельным мультипольным взаимодействием и взаимодействием Скирма была исследована в [18]. В этой работе выведено сепарабельное взаимодействие, содержащее зависящую от плотности часть, которое в рамках RPA оказалось эквивалентным взаимодействию Скирма нулевого радиуса. Эквивалентные сепарабельные силы могут быть написаны в терминах переходных плотностей для вибрационных состояний.

Представим функцию $W_{i_1i_2}^{KE}$ (2.14) в виде

$$W_{i_1i_2}^{KE}=\frac{1}{4}\sum_{\tau}\left\{\sum_{\rho=\pm1}\left(\kappa_0^{\lambda K}+\rho\kappa_1^{\lambda K}\right)\left[D_{\tau}^{\lambda Ki_1}D_{\rho\tau}^{\lambda Ki_2}+\zeta D_{2\tau}^{\lambda Ki_1}D_{2\rho\tau}^{\lambda Ki_2}\right]+\right.$$

$$\left.+G^{\lambda K}\left[D_{g\tau}^{\lambda Ki_1}D_{g\tau}^{\lambda Ki_2}+D_{w\tau}^{\lambda Ki_1}D_{w\tau}^{\lambda Ki_2}+\zeta\left(D_{2g\tau}^{\lambda Ki_1}D_{2g\tau}^{\lambda Ki_2}+D_{2w\tau}^{\lambda Ki_1}D_{w\tau}^{\lambda Ki_2}\right)\right]\right\}, \tag{3.27}$$

где $D_{2\tau}^{\lambda Ki_1}$, $D_{2g\tau}^{\lambda Ki_1}$ и $D_{2w\tau}^{\lambda Ki_1}$ имеют матричный элемент $f_2^{\lambda K}(q_1q_2)$ вместо $f^{\lambda K}(q_1q_2)$. В этом случае получаем RPA-уравнения

$$\varepsilon_{q_1q_2} g_{q_1q_2}^{Ki_1} - \omega_{Ki_1} w_{q_1q_2}^{Ki_1} -$$

$$- \sum_{\rho=\pm1} \left(\kappa_0^{\lambda K} + \rho\kappa_1^{\lambda K}\right) u_{q_1q_2}^{(+)} \left[f^{\lambda K}(q_1q_2) D_{\rho\tau}^{\lambda Ki_1} + \zeta f_2^{\lambda K}(q_1q_2) D_{2\rho\tau}^{\lambda Ki_2}\right] -$$

$$- G^{\lambda K}{}_{\upsilon q_1q_2}^{(-)} \left[f^{\lambda K}(q_1q_2) D_{g\tau}^{\lambda Ki_1} + \zeta f_2^{\lambda K}(q_1q_2) D_{2g\tau}^{\lambda Ki_1}\right] = 0 \qquad (3.28)$$

и

$$\varepsilon_{q_1q_2} w_{q_1q_2}^{Ki_1} - \omega_{Ki_1} g_{q_1q_2}^{Ki_1} -$$

$$- G^{\lambda K}{}_{\upsilon q_1q_2}^{(+)} \left[f^{\lambda K}(q_1q_2) D_{w\tau}^{\lambda Ki_1} + \zeta f_2^{\lambda K}(q_1q_2) D_{2w\tau}^{\lambda Ki_1}\right] = 0. \qquad (3.29)$$

Порядок определителя секулярного уравнения равен 12.

Вычисления $K^\pi = 2^+$-состояний в ^{168}Er, использующие уравнения (3.28) и (3.29), показывают, что влияние взаимодействия зависящей от плотности части мало при $\zeta = 0{,}1-0{,}2$. Квадрупольная сила сдвигается при $\zeta > 0{,}4$ с первого 2_1^+-состояния на состояние с большей энергией, что находится в противоречии с экспериментальными данными. Это означает, что роль сепарабельного взаимодействия, зависящего от плотности, не так важна для описания вибрационных состояний. Переходные плотности более чувствительны к взаимодействиям, зависящим от плотности.

Наиболее коллективные низколежащие вибрационные состояния являются квадрупольными и октупольными. Описание этих состояний следует выполнять с оператором фонона в виде (2.4), учитывая *ph*- и *pp*-мультипольные взаимодействия. Частично-частичные *pp*-взаимодействия улучшают описание энергий, величин $B(E\lambda)$ и структуру этих состояний. $E1$-переходы с основного состояния на $K^\pi = 0^-$ или 1^--состояния следует описывать с учетом *ph*- и *pp*-октупольных, а также *ph*-дипольных взаимодействий. Для вычисления $E4$- или $E5$-переходов на $K^\pi = 2^+$ или $K^\pi = 0^-, 1^-, 2^-, 3^-$-состояния волновые функции этих состояний должны быть описаны с учетом *ph*- и *pp*-квадрупольного и *ph*-гексадекапольного взаимодействий или *ph*- и *pp*-октупольного и *ph* $\lambda = 5$ взаимодействий. RPA-уравнения для таких случаев имеют следующий вид:

$$\varepsilon_{q_1q_2} g_{q_1q_2}^{Ki_1} - \omega_{Ki_1} w_{q_1q_2}^{Ki_1} -$$

$$- f^{\lambda K}(q_1q_2)\left[u^{(+)}_{q_1q_2}\sum_{\rho=\pm1}\left(\kappa_0^{\lambda K}+\rho\kappa_1^{\lambda K}\right)D^{\lambda Ki_1}_{\rho\tau}+v^{(-)}_{q_1q_2}G^{\lambda K}D^{\lambda Ki_1}_{g\tau}\right]-$$

$$- f^{\lambda\pm2K}(q_1q_2)\,u^{(+)}_{q_1q_2}\sum_{\rho=\pm1}\left(\kappa_0^{\lambda\pm2K}+\rho\kappa_1^{\lambda\pm2K}\right)D^{\lambda\pm2Ki_1}_{\rho\tau}=0, \qquad (3.30)$$

$$\varepsilon_{q_1q_2}w^{Ki_1}_{q_1q_2}-\omega_{Ki_1}g^{Ki_1}_{q_1q_2}-G^{\lambda K}f^{\lambda K}(q_1q_2)\,v^{(+)}_{q_1q_2}D^{\lambda Ki_1}_{w\tau}=0. \qquad (3.31)$$

Вычисления $E1$-переходов с основного состояния на $I^\pi=1^-$-состояния с $K=0$ и 1 в четно-четных сильнодеформированных ядрах с дипольными и октупольными взаимодействиями были выполнены в [19]. Энергии ω_{3Ki}, величины $B(E3)$ и наибольшие компоненты волновых функций, главным образом, определяются октупольным взаимодействием. Изовекторное дипольное взаимодействие слабо влияет на энергии, $B(E3)$ и структуру состояний, но сильно влияет на величины $B(E1)$.

Для описания магнитных $M\lambda$-переходов с основного на однофононные состояния следует использовать оператор фонона (2.5) и учитывать мультипольные ph- и pp-, а также магнитные спин-мультипольные ph-взаимодействия. Уравнения RPA для таких случаев имеют вид

$$\varepsilon_{q_1q_2}g^{Ki_1}_{q_1q_2}-\omega_{Ki_1}w^{Ki_1}_{q_1q_2}-f^{\lambda K}(q_1q_2)\,u^{(+)}_{q_1q_2}\sum_{\rho=\pm1}\left(\kappa_0^{\lambda K}+\rho\kappa_1^{\lambda K}\right)D^{\lambda Ki_1}_{\rho\tau}-$$

$$- f^{\lambda K}(q_1q_2)\,v^{(-)}_{q_1q_2}G^{\lambda K}D^{\lambda Ki_1}_{g\tau}=0, \qquad (3.32)$$

$$\varepsilon_{q_1q_2}w^{Ki_1}_{q_1q_2}-\omega_{Ki_1}g^{Ki_1}_{q_1q_2}-f^{\lambda K}(q_1q_2)\,v^{(+)}_{q_1q_2}G^{\lambda K}D^{\lambda Ki_1}_{w\tau}-$$

$$-\sum_{\rho=\pm1}\left(\kappa_0^{L-1LK}+\rho\kappa_1^{L-1LK}\right)D^{L-1LKi_1}_{\rho\tau}f^{L-1Lk}(q_1q_2)\,u^{(-)}_{q_1q_2}\chi(q_1q_2)=0. \qquad (3.33)$$

Из этих уравнений находим $g^{Ki_1}_{q_1q_2}$ и $w^{Ki_1}_{q_1q_2}$, подставляем их в функции $D^{\lambda Ki_1}_{\tau}$, $D^{\lambda Ki_1}_{g\tau}$, $D^{\lambda Ki_1}_{w\tau}$ и $D^{L-1LKi_1}_{\tau}$ и получаем систему уравнений

$$\sum_{\rho=\pm1}\left(\kappa_0^{\lambda K}+\rho\kappa_1^{\lambda K}\right)X^{\lambda Ki_1}_{\tau}D^{\lambda Ki_1}_{\rho\tau}-D^{\lambda Ki_1}_{\tau}+$$

$$+\sum_{\rho=\pm1}\left(\kappa_0^{L-1LK}+\rho\kappa_1^{L-1LK}\right)Z^{L-1LKi_1}_{2\tau}D^{L-1LKi_1}_{\rho\tau}+$$

$$+G^{\lambda K}\left[X^{\lambda Ki_1}_{\varepsilon\tau}D^{\lambda Ki_1}_{g\tau}+X^{\lambda Ki_1}_{\omega\tau}D^{\lambda Ki_1}_{w\tau}\right]=0, \qquad (3.34)$$

$$\sum_{\rho=\pm1}\left[\left(\kappa_0^{\lambda K}+\rho\kappa_1^{\lambda K}\right)Z_\tau^{\lambda Ki_1}D_{\rho\tau}^{\lambda Ki_1}+\right.$$

$$\left.+\left(\kappa_0^{L-1LK}+\rho\kappa_1^{L-1LK}\right)Z_\tau^{L-1LKi_1}D_{\rho\tau}^{L-1LKi_1}\right]-$$

$$-D_\tau^{L-1LKi_1}+G^{\lambda K}\left[Z_{w\tau}^{\lambda LKi_1}D_{g\tau}^{\lambda Ki_1}+Z_{g\tau}^{\lambda LKi_1}D_{w\tau}^{\lambda Ki_1}\right]=0, \qquad (3.35)$$

$$\sum_{\rho=\pm1}\left[\left(\kappa_0^{\lambda K}+\rho\kappa_1^{\lambda K}\right)X_{\varepsilon\tau}^{\lambda Ki_1}D_{\rho\tau}^{\lambda Ki_1}+\right.$$

$$\left.+\left(\kappa_0^{L-1LK}+\rho\kappa_1^{L-1LK}\right)Z_{w\tau}^{\lambda LKi_1}D_{\rho\tau}^{L-1LKi_1}\right]+$$

$$+\left[G^{\lambda K}X_\tau^{\lambda Ki_1-}-1\right]D_{g\tau}^{\lambda Ki_1}+G^{\lambda K}X_{2\tau}^{\lambda Ki_1}D_{w\tau}^{\lambda Ki_1}=0, \qquad (3.36)$$

$$\sum_{\rho=\pm1}\left[\left(\kappa_0^{\lambda K}+\rho\kappa_1^{\lambda K}\right)X_{\omega\tau}^{\lambda Ki_1}D_{\rho\tau}^{\lambda Ki_1}+\right.$$

$$\left.+\left(\kappa_0^{L-1LK}+\rho\kappa_1^{L-1LK}\right)Z_{g\tau}^{\lambda LKi_1}D_{\rho\tau}^{L-1LKi_1}\right]+$$

$$+G^{\lambda K}X_{2\tau}^{\lambda Ki_1}D_{g\tau}^{\lambda Ki_1}+\left[G^{\lambda K}X_\tau^{\lambda Ki_1+}-1\right]D_{w\tau}^{\lambda Ki_1}=0. \qquad (3.37)$$

Здесь функции X даны формулами (3.14) и (3.15), в которых вместо 20 стоит λK и ω_{20i_1} заменена на ω_{Ki_1};

$$Z_\tau^{L-1LKi_1}=\sum_{q_1q_2}^{\tau}\frac{\left[f^{L-1LK}(q_1q_2)\,u_{q_1q_2}^{(-)}\right]^2\varepsilon_{q_1q_2}}{\varepsilon_{q_1q_2}^2-\omega_{Ki_1}^2}, \qquad (3.38)$$

$$Z_\tau^{\lambda LKi_1}=\sum_{q_1q_2}^{\tau}\frac{f^{\lambda K}(q_1q_2)\,u_{q_1q_2}^{(+)}f^{L-1LK}(q_1q_2)u_{q_1q_2}^{(-)}\chi(q_1q_2)\,\omega_{Ki_1}}{\varepsilon_{q_1q_2}^2-\omega_{Ki_1}^2}, \qquad (3.38')$$

$$Z_{g\tau}^{\lambda LKi_1}=\sum_{q_1q_2}^{\tau}\frac{f^{\lambda K}(q_1q_2)\,v_{q_1q_2}^{(-)}f^{L-1LK}(q_1q_2)u_{q_1q_2}^{(-)}\chi(q_1q_2)\varepsilon_{q_1q_2}}{\varepsilon_{q_1q_2}^2-\omega_{Ki_1}^2}, \qquad (3.39)$$

$$Z_{w\tau}^{\lambda LKi_1} = \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{f^{\lambda K}(q_1 q_2)\, v_{q_1 q_2}^{(+)} f^{L-1LK}(q_1 q_2) u_{q_1 q_2}^{(-)} \chi(q_1 q_2)\, \omega_{Ki_1}}{\varepsilon_{q_1 q_2}^2 - \omega_{Ki_1}^2}. \quad (3.39')$$

Ранг детерминанта системы равен 8.

Проиллюстрируем единое описание электрических и магнитных взаимодействий на простом примере. Рассмотрим систему, состоящую из одного сорта частиц (нейтронов или протонов), чтобы получить явный вид функций $\psi_{q_1 q_2}^{Ki_1}$ и $\phi_{q_1 q_2}^{Ki_1}$. Ограничимся *ph*-взаимодействиями электрического и магнитного типа. В этом случае RPA-уравнения (3.32) и (3.33) примут следующий вид:

$$\varepsilon_{q_1 q_2} g_{q_1 q_2}^{Ki_1} - \omega_{Ki_1} w_{q_1 q_2}^{Ki_1} - \kappa^{\lambda K} f^{\lambda K}(q_1 q_2)\, u_{q_1 q_2}^{(+)} D^{\lambda Ki_1} = 0, \quad (3.40)$$

$$\varepsilon_{q_1 q_2} w_{q_1 q_2}^{Ki_1} - \omega_{Ki_1} g_{q_1 q_2}^{Ki_1} - \kappa^{L-1LK} f^{L-1LK}(q_1 q_2)\, u_{q_1 q_2}^{(-)} \chi(q_1 q_2) D^{L-1LKi_1} = 0, \quad (3.41)$$

где $D^{\lambda Ki_1}$ и D^{L-1LKi_1} даны формулами (2.25) и (2.28). Из этих уравнений найдем $g_{q_1 q_2}^{Ki_1}$, $w_{q_1 q_2}^{Ki_1}$ и подставим их в функции $D^{\lambda Ki_1}$ и D^{L-1LKi_1}. В результате получим секулярное уравнение

$$[\kappa^{\lambda K} X^{\lambda Ki_1} - 1][\kappa^{L-1LK} Z^{L-1LKi_1} - 1] = \kappa^{\lambda K} \kappa^{L-1LK} (Z^{\lambda LKi_1})^2,$$
$$D^{L-1LKi_1} = y_{\lambda LKi_1} D^{\lambda Ki_1}, \quad (3.42)$$

где $X^{\lambda Ki_1}$, Z^{L-1LKi_1} и $Z^{\lambda LKi_1}$ даны формулами (3.14), (3.38) и (3.38'); $y_{\lambda LKi_1}$

$$= \frac{\kappa^{\lambda K} Z^{\lambda LKi_1}}{1 - \kappa^{L-1LK} Z^{L-1LKi_1}} = \frac{1 - \kappa^{\lambda K} X^{\lambda Ki_1}}{\kappa^{L-1LK} Z^{\lambda LKi_1}}. \quad (3.43)$$

Функции $g_{q_1 q_2}^{Ki_1}$ и $w_{q_1 q_2}^{Ki_1}$ подставляем в условие нормировки (2.7) и после преобразований получаем

$$\psi_{q_1 q_2}^{Ki_1} = \frac{(2Y_{i_1})^{-1/2}}{\varepsilon_{q_1 q_2} - \omega_{Ki_1}} [\kappa^{\lambda K} f^{\lambda K}(q_1 q_2)\, u_{q_1 q_2}^{(+)} +$$

$$+ \kappa^{L-1LK} y_{\lambda LKi_1} f^{L-1LK}(q_1 q_2)\, u_{q_1 q_2}^{(-)} \chi(q_1 q_2)], \quad (3.44)$$

$$\phi^{Ki_1}_{q_1q_2} = \frac{(2Y_{i_1})^{-1/2}}{\varepsilon_{q_1q_2} - \omega_{Ki_1}} [\kappa^{\lambda K} f^{\lambda K}(q_1q_2)\, u^{(+)}_{q_1q_2} -$$

$$- \kappa^{L-1LK} y_{\lambda LKi_1} f^{L-1LK}(q_1q_2)\, u^{(-)}_{q_1q_2} \chi(q_1q_2)\,], \qquad (3.45)$$

где

$$Y_{i_1} = \left(\kappa^{\lambda K}\right)^2 Y_{\lambda i_1} + \left(\kappa^{L-1LK}\right)^2 Y_{Li_1} + \kappa^{\lambda K}\kappa^{L-1LK} Y_{\lambda LKi_1},$$

$$Y_{\lambda i_1} = \sum_{q_1q_2} \frac{(f^{\lambda K}(q_1q_2)\, u^{(+)}_{q_1q_2})^2 \varepsilon_{q_1q_2}\omega_{Ki_1}}{(\varepsilon^2_{q_1q_2} - \omega^2_{Ki_1})^2},$$

$$Y_{Li_1} = \sum_{q_1q_2} \frac{(f^{LK}(q_1q_2)\, u^{(-)}_{q_1q_2})^2 \varepsilon_{q_1q_2}\omega_{Ki_1}}{(\varepsilon^2_{q_1q_2} - \omega^2_{Ki_1})^2}, \qquad (3.46)$$

$$Y_{\lambda LKi_1} = \sum_{q_1q_2} \frac{f^{\lambda K}(q_1q_2)\, u^{(+)}_{q_1q_2} f^{L-1LK}(q_1q_2)\, u^{(-)}_{q_1q_2} \chi(q_1q_2)\,(\varepsilon^2_{q_1q_2} + \omega^2_{Ki_1})}{(\varepsilon^2_{q_1q_2} - \omega^2_{Ki_1})^2}.$$

Из формул (3.44) и (3.45) для амплитуд $\psi^{Ki_1}_{q_1q_2}$ и $\phi^{Ki_1}_{q_1q_2}$ видно, что они состоят из электрических и магнитных частей.

Исследование магнитных $M2$- и $M3$-вероятностей переходов в деформированных ядрах показало [7], что спин-мультипольные $\lambda' LK = L + 1LK$ тензорные взаимодействия слабо влияют на структуру состояний с энергиями возбуждения ниже 6 МэВ и на вероятности $M2$- и $M3$-переходов. Поэтому мы их не учитываем в уравнениях (3.32) и (3.33). Энергии и структура вибрационных состояний ниже 6 МэВ в четно-четных деформированных ядрах главным образом определяются мультипольными взаимодействиями. Включение спин-мультипольного магнитного взаимодействия в дополнение к мультипольным взаимодействиям приводит к сдвигу части $M2$- и $M3$-силы с низколежащих состояний в область гигантского изовекторного резонанса. Спиновая часть $M2$- и $M3$-переходов доминирует, и вклад орбитальной части в $B(M2)$ и $B(M3)$ составляет 10—40%.

Мы не включаем в КФМЯ-гамильтониан члены, объединяющие операторы

$$(Q^+_{Ki_1\sigma}Q^+_{Ki_2-\sigma} + Q_{Ki_1\sigma}Q_{Ki_2-\sigma}) \quad \text{и} \quad B(q_1q_2; K\sigma)\, B(q_1q_2; K-\sigma).$$

Для решений RPA-уравнения должны выполняться условия

$$\langle Q_{Ki_1\sigma}\Big|\sum_{q\sigma}\varepsilon_q\alpha^+_{q\sigma}\alpha_{q\sigma} - \sum_{i_2i_3\sigma'}W^K_{i_2i_3}Q^+_{Ki_2\sigma'}Q_{Ki_3\sigma'}\Big|Q^+_{Ki_1\sigma}\rangle = \omega_{Ki_1} \tag{3.47}$$

и

$$\langle Q_{Ki_1\sigma}\Big\{\sum_{q\sigma}\varepsilon_q\alpha^+_{q\sigma}\alpha_{q\sigma} - \sum_{i_2i_3}W^K_{i_2i_3}\frac{1}{2}\,[Q^+_{Ki_2\sigma}Q^+_{Ki_3-\sigma} + Q_{Ki_3-\sigma}Q_{Ki_2\sigma}]\Big\}Q^+_{Ki_1\sigma}\rangle = 0. \tag{3.48}$$

Если мы учитываем принцип Паули для оператора фонона, то условие (3.48) не выполняется. Член гамильтониана, содержащий

$$(Q^+_{Ki_1\sigma}Q^+_{Ki_2-\sigma} + Q_{Ki_2-\sigma}Q_{Ki_1\sigma}),$$

используется в мультифононном методе [20] для описания двухфононных состояний в деформированных ядрах.

Исследована роль членов гамильтониана, содержащих операторы

$$B(q_1q_2; K\sigma)\, B(q_1q_2; K-\sigma).$$

Численные оценки по теории возмущений показывают, что их влияние на вибрационные состояния в сильнодеформированных ядрах мало. В ядрах переходной области влияние этих членов не мало.

Вычисления в КФМЯ были выполнены для ядер с малыми корреляциями в основных состояниях. Корреляции в основных состояниях увеличиваются при росте коллективности первых однофононных состояний. Частично-частичные взаимодействия уменьшают корреляции в основных состояниях и таким образом расширяют область применимости RPA. Среднее число квазичастиц с квантовым числом q в основном состоянии равно

$$n_q = \sum_{\lambda\mu} n_q^{\lambda\mu} = \frac{1}{2}\sum_{\lambda\mu i}\sum_{q'}\left(\phi^{\lambda\mu i}_{qq'}\right)^2. \tag{3.49}$$

Ранее расчеты среднего числа квазичастиц в четно-четных деформированных ядрах были выполнены в [21]. Мы вычислили n_q и $n_q^{\lambda\mu}$ для ^{168}Er, ^{158}Gd и ^{156}Gd. Наибольший интерес представляют максимальные по q значения n_q и $n_q^{\lambda\mu}$, $(n_q)_{\max}$ и $(n_q^{\lambda\mu})_{\max}$. Согласно расчетам в [14], для

^{168}Er $(n_q)_{max}$= 0,017 и $(n_q^{22})_{max}$= 0,016 для протонного состояния 411↓, $(n_q^{20})_{max}$= 0,001 для нейтронного состояния 521↓, $(n_q^{30})_{max}$= 0,0025 для протонного состояния 400↑ и $(n_q^{31})_{max}$= 0,0027 для нейтронного состояния 633↑. Корреляции в основном состоянии для ^{168}Er малы. Наибольший вклад в них дает гамма-вибрационное состояние.

Число квазичастиц в основном состоянии в ^{158}Gd следующее: $(n_q)_{max}$=0,035 и $(n_q^{20})_{max}$=0,02 для нейтронного состояния 521↑, $(n_q^{22})_{max}$= 0,01 и $(n_q^{30})_{max}$= 0,002 для протонного состояния 411↓ и $(n_q^{31})_{max}$= 0,012 для протонного состояния 532↑. Число квазичастиц в основном состоянии ^{156}Gd следующее: $(n_q)_{max}$= 0,04 и $(n_q^{20})_{max}$= 0,03 для нйтронного состояния 660↑, $(n_q^{22})_{max}$= 0,014, $(n_q^{30})_{max}$= 0,014 и $(n_q^{31})_{max}$= 0,024 для протонных состояний 411↓, 411↑ и 532↑ соответственно. Корреляции в основном состоянии увеличиваются в ^{156}Gd и ^{158}Gd по сравнению с ^{168}Er. Наибольший вклад в них дают 0^+-состояния. Этот вклад в 30 раз больше в ^{156}Gd по сравнению с ^{168}Er. Состояние $K^\pi = 1^-$ дает сравнительно большой вклад в корреляции в основном состоянии в обоих ядрах. Корреляции в основном состоянии в ^{156}Gd несколько сильнее, чем в ^{158}Gd. Тем не менее корреляции в основных состояниях в ^{156}Gd и ^{158}Gd невелики. Система нелинейных уравнений, описывающая корреляции в основном состоянии вне RPA, была решена в [22]. В этой работе не учитывался вклад *pp*-взаимодействия. В этом приближении корреляции в основном состоянии увеличены по сравнению с их расчетами с RPA-фононами.

В ядрах, лежащих на границах области деформированных ядер, и особенно в переходных ядрах число квазичастиц увеличивается до 0,3, и, таким образом, RPA не может быть использовано. В сильнодеформированных ядрах среднее число квазичастиц в основных состояниях мало и RPA применимо.

Можно заключить, что RPA, если учитываются *ph*- и *pp*-взаимодействия, может быть использовано для вычисления состояний в сильнодеформированных ядрах в области $150 < A < 186$ ($90 < N < 112$, $60 < Z < 86$) и $A > 232$. Однофононные состояния могут быть использованы для образования фононного базиса в КФМЯ.

4. УРАВНЕНИЯ КФМЯ

4.1. Роль трехфононных членов. Наша задача состоит в том, чтобы описать в рамках КФМЯ низколежащие, низкоспиновые неротационные состояния сильнодеформированных четно-четных ядер.

Мы учитываем *ph*- и *pp*-мультипольные взаимодействия. Обычно наша волновая функция содержит однофононные и двухфононные компоненты. Мы исследовали вклад двухфононных компонент в волновые функции низколежащих состояний. Для исследования этих вкладов следует выяснить роль трехфононных членов. Для этого волновую функцию возбужденного состояния запишем в виде

$$\Psi_\nu(K_0^{\pi_0}\sigma_0) = \Bigg\{ \sum_{i_0} R^\nu_{i_0} Q^+_{g_0\sigma_0} + \sum_{\substack{g_1 g_2 \\ \sigma_1\sigma_2}} \frac{(1+\delta_{g_1 g_2})^{1/2}}{2[1+\delta_{K_0 0}(1-\delta_{\mu_1 0})]^{1/2}} \times$$

$$\times \delta_{\sigma_1\mu_1+\sigma_2\mu_2,\,\sigma_0^* K_0} P^\nu_{g_1 g_2} Q^+_{g_1\sigma_1} Q^+_{g_2\sigma_2} +$$

$$+ \sum_{\substack{g_1 g_2 g_3 \\ \sigma_1\sigma_2\sigma_3}} b_{g_1 g_2 g_3} \delta_{\sigma_1\mu_1+\sigma_2\mu_2+\sigma_3\mu_3,\,\sigma_0 K_0} F^\nu_{g_1 g_2 g_3} Q^+_{g_1\sigma_1} Q^+_{g_2\sigma_2} Q^+_{g_3\sigma_3} \Bigg\} \Psi_0. \qquad (4.1)$$

Здесь $g = \lambda\mu i$, $\mu_0 = K_0$ и $b_{g_1 g_2 g_3}$ — численный множитель, приведенный в приложении 2; $\nu = 1, 2, 3, \ldots$ является номером $K_0^{\pi_0}$-состояния. Чтобы учесть влияние принципа Паули на двухфононные и трехфононные члены волновой функции (4.1), введем функцию

$$\mathcal{K}^{K_0}(g_2, g_1' \mid g_1, g_2) = (1+\delta_{g_1 g_2})^{-1} \sum_{\sigma_1\sigma_2} \delta_{\sigma_1\mu_1+\sigma_2\mu_2,\,\sigma_0 K_0} \times$$

$$\times \langle Q_{g_2\sigma_2} [[Q_{g_1'\sigma_1}, Q^+_{g_1\sigma_1}], Q^+_{g_2\sigma_2}] \rangle, \qquad (4.2)$$

$$\mathcal{K}^{K_0}(q_1 g_2) \equiv \mathcal{K}^{K_0}(g_2, g_1 \mid g_1, g_2). \qquad (4.3)$$

Ее явный вид дан в приложении 2. Условие нормировки волновой функции (4.1) в диагональной аппроксимации функции $\mathcal{K}^{K_0}$ имеет вид

$$\sum_{i_0}(R^{\nu}_{i_0})^2+\sum_{g_1\geq g_2}(P^{\nu}_{g_1g_2})^2\,[1+\mathcal{K}^{K_0}(g_1g_2)]+\sum_{g_1\geq g_2\geq g_3}(F^{\nu}_{g_1g_2g_3})^2\times$$

$$\times\left\{1+\frac{1}{2}\left[\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_1}(g_2g_3)+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_2}(g_1g_3)+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_3}(g_1g_2)\right]\right\}=1. \quad (4.4)$$

Найдем среднее значение

$$H^{\lambda_0K_0}_{\text{КФМЯ}}=\sum_{q\sigma}\varepsilon_q\alpha^{+}_{q\sigma}\alpha_{q\sigma}-\sum_{i_1i_2\sigma}W^{\lambda_0K_0}_{i_1i_2}Q^{+}_{\lambda_0K_0i_1\sigma}Q_{\lambda_0K_0i_2\sigma}+H^{\lambda_0K_0}_{vq}$$

для $n_{\max}=1$ по состоянию (4.1):

$$(\Psi^{*}_{\nu}(K^{\pi_0}_0\sigma_0)\,H^{\lambda_0K_0}_{\text{КФМЯ}}\Psi_{\nu}(K^{\pi_0}_0\sigma_0))=$$

$$=\sum_{i_0}\omega_{g_0}(R^{\nu}_{i_0})^2+\sum_{g_1\geq g_2}(P^{\nu}_{g_1g_2})^2[\omega_{g_1}+\omega_{g_2}+\Delta\omega(g_1,g_2)][1+\mathcal{K}^{K_0}(g_1g_2)]+$$

$$+\sum_{g_1\geq g_2\geq g_3}(F^{\nu}_{g_1g_2g_3})^2\,[(\omega_{g_1}+\Delta\omega_{g_1})(1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_1}(g_2g_3))+$$

$$+(\omega_{g_2}+\Delta\omega_{g_2})(1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_2}(g_1,g_3))+(\omega_{g_3}+\Delta\omega_{g_3})(1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_3}(g_1,g_2))]-$$

$$-\sum_{i_0g_1g_2}\frac{(1+\delta_{g_1g_2})^{-1/2}}{[1+\delta_{K_00}(1-\delta_{\mu_10})]^{1/2}}R^{\nu}_{i_0}P^{\nu}_{g_1g_2}U^{g_0}_{g_1g_2}(1+\mathcal{K}^{K_0}(g_1g_2))-$$

$$-\sum_{g_1g_2}\sum_{g_1'g_2'g_3'}\frac{(1+\delta_{g_1g_2})^{-1/2}}{[1+\delta_{K_00}(1-\delta_{\mu_10})]^{1/2}}\times$$

$$\times\,b_{g_1'g_2'g_3'}P^{\nu}_{g_1g_2}F^{\nu}_{g_1'g_2'g_3'}U^{g_1g_2}_{g_1'g_2'g_3'}, \quad (4.5)$$

где

$$\Delta\omega(g_1g_2)=-\left[\frac{1-\delta_{K_00}}{1+\delta_{g_1g_2}}+\frac{\delta_{K_00}}{1+\delta_{g_1g_2}\delta_{\mu_10}}\right]\times$$

$$\times\sum_{i'}\{\mathcal{K}^{K_0}(g_2,g_1'|g_1,g_2)\,W^{\lambda_1\mu_1}_{i_2i'}+\mathcal{K}^{K_0}(g_2',g_1|g_1,g_2)\,W^{\lambda_2\mu_2}_{i_1i'}\}. \quad (4.6)$$

Здесь $g_1' = \lambda_1\mu_1 i'$, $g_2' = \lambda_2\mu_2 i'$ и $W_{ii}^{\lambda\mu}$ определяются (2.14) и $H_{vq}^{\lambda_0 K_0}$ из (2.29);

$$\Delta\omega_{g_1} = -\sum_{i'} W_{i_1 i'}^{\lambda_1\mu_1} [\,\mathcal{K}^{k_0 \pm \mu_3}(g_2, g_1' | g_1 g_2) + \mathcal{K}^{K_0 \pm \mu_2}(g_3, g_1' | g_1 g_3)\,], \quad (4.7)$$

$$U_{g_1 g_2}^{g_0}(1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1, g_2)) =$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{\sigma_1\sigma_2} \delta_{\sigma_1\mu_1 + \sigma_2\mu_2, \sigma_0 K_0} [\langle Q_{g_0\sigma_0} \tilde{H}_{vq}^{K_0} Q_{g_1\sigma_1}^{+} Q_{g_2\sigma_2}^{+}\rangle + h.c.\,], \quad (4.8)$$

$$U_{g_1' g_2' g_3'}^{g_1 g_2} = \delta_{g_1 g_1'} U_{g_2' g_3'}^{g_2}(1 + \mathcal{K}^{K_2}(g_2' g_3')) + \delta_{g_1 g_2'} U_{g_1' g_3'}^{g_2}(1 + \mathcal{K}^{K_2}(g_1' g_3')) + \ldots . \quad (4.9)$$

Явный вид функций $U_{g_2 g_3}^{g_1}$ дан в приложении 2. Используя вариационный принцип в виде

$$\delta\,\{(\Psi_\nu'(K_0^{\pi_0}\sigma_0)\, H_{\text{КФМЯ}}^{\lambda_0 K_0} \Psi_\nu(K_0^{\pi_0}\sigma_0)) -$$

$$- E_\nu [(\Psi_\nu^*(K_0^{\pi_0}\sigma_0)\ \Psi_\nu(K_0^{\pi_0}\sigma_0)) - 1\,]\} = 0, \quad (4.10)$$

мы получим уравнения для нахождения энергий E_ν и волновых функций (4.1), которые имеют следующий вид:

$$(\omega_{g_0} - E_\nu) R_{i_0}^{\nu} - \sum_{g_1 \geq g_2} \frac{(1 + \delta_{g_1 g_2})^{-1/2}}{[1 + \delta_{K_0,0}(1 - \delta_{\mu_1 0})]^{1/2}} P_{g_1 g_2}^{\nu} \times$$

$$\times\, U_{g_1 g_2}^{g_0}(1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1, g_2)) = 0, \quad (4.11)$$

$$[\omega_{g_1} + \omega_{g_2} + \Delta\omega(g_1 g_2) - E_\nu]\,(1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1, g_2))\, P_{g_1 g_2}^{\nu} -$$

$$- \sum_{i_0} \frac{(1 + \delta_{g_1 g_2})^{-1/2}}{[1 + \delta_{K_0,0}(1 - \delta_{\mu_1 0})]^{1/2}} U_{g_1 g_2}^{g_0}(1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1, g_2))\, R_{i_0}^{\nu} -$$

$$- \frac{(1 + \delta_{g_1 g_2})^{-1/2}}{[1 + \delta_{K_0,0}(1 - \delta_{\mu_1 0})]^{1/2}} \sum_{g_1' g_2' g_3'} b_{g_1' g_2' g_3'} U_{g_1' g_2' g_3'}^{g_1 g_2} F_{g_1' g_2' g_3'}^{\nu} = 0, \quad (4.12)$$

$$\Big\{(\omega_{g_1'}+\Delta\omega_{g_1'})\Big[1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_1'}(g_2'g_3')\Big]+(\omega_{g_2'}+\Delta\omega_{g_2'})\Big[1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_2'}(g_1'g_3')\Big]+$$

$$+(\omega_{g_3'}+\Delta\omega_{g_3'})\Big[1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_3'}(g_1'g_2')\Big]-E_\nu\Big[1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_1'}(g_2'g_3')+$$

$$+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_2'}(g_1'g_3')]+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_3'}(g_1'g_2')\Big]\Big\}F^\nu_{g_1'g_2'g_3'}-$$

$$-\sum_{g_1g_2}\frac{(1+\delta_{g_1g_2})^{-1/2}}{[1+\delta_{K_0,0}(1-\delta_{\mu_1 0})]^{1/2}}\,b_{g_1'g_2'g_3'}U^{g_1g_2}_{g_1'g_2'g_3'}P^\nu_{g_1g_2}=0. \qquad (4.13)$$

Если мы найдем $F^\nu_{g_1g_2g_3}$ из (4.13) и $R^\nu_{i_0}$ из (4.11) и подставим в уравнение (4.12), то получим

$$\sum_{g_1\geq g_2}P^\nu_{g_1g_2}\Big\{[\omega_{g_1}+\omega_{g_2}+\Delta\omega(g_1g_2)-E_\nu](1+\mathcal{K}^{K_0}(g_1,g_2))\,\delta_{g_1,g_1^0}\delta_{g_2,g_2^0}-$$

$$-\sum_{i_0}\frac{(1+\delta_{g_1g_2})^{-1/2}}{[1+\delta_{K_0,0}(1-\delta_{\mu_1 0})]^{1/2}}\,\frac{(1+\delta_{g_1^0g_2^0})^{-1/2}}{[1+\delta_{K_0,0}(1-\delta_{\mu_1^0 0})]^{1/2}}\times$$

$$\times\frac{U^{g_0}_{g_1^0g_2^0}U^{g_0}_{g_1g_2}(1+\mathcal{K}^{K_0}(g_1^0,g_2^0))(1+\mathcal{K}^{K_0}(g_1,g_2))}{\omega_{g_0}-E_\nu}-$$

$$-\sum_{g_1'g_2'g_3'}\frac{(1+\delta_{g_1g_2})^{-1/2}}{[1+\delta_{K_0,0}(1-\delta_{\mu_1 0})]^{1/2}}\,\frac{(1+\delta_{g_1^0g_2^0})^{-1/2}}{[1+\delta_{K_0,0}(1-\delta_{\mu_1^0 0})]^{1/2}}\,b^2_{g_1'g_2'g_3'}\times$$

$$\times\frac{U^{g_1^0g_2^0}_{g_1'g_2'g_3'}U^{g_1g_2}_{g_1'g_2'g_3'}}{J(g_1',g_2',g_3')-E_\nu[1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_1'}(g_2',g_3')+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_2'}(g_1',g_3')+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_3'}(g_1',g_2')]}\Big\}=0, \qquad (4.14)$$

где

$$J(g_1',g_2',g_3')=(\omega_{g_1'}+\Delta\omega_{g_1'})(1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_1'}(g_2',g_3'))+(\omega_{g_2'}+\Delta\omega_{g_2'})\times$$

$$\times(1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_2'}(g_1',g_3'))+(\omega_{g_3'}+\Delta\omega_{g_3'})(1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_3'}(g_1',g_2')).$$

Для описания фрагментации двухфононного состояния нужно найти решение системы уравнений (4.11)—(4.13) с учетом условия нормировки (4.4). В этом случае мы не имеем права пренебречь недиагональными членами в уравнении (4.12), т.к. в противном случае появятся лишние решения [23]. Мы исследовали влияние трехфононных членов в волновой функции (4.1) на вклад двухфононных конфигураций в волновые функции низколежащих состояний. В этом случае мы можем пренебречь недиагональными членами в уравнении (4.14) и ограничиться членами с $g_1 = g_1^0$ и $g_2 = g_2^0$. В таком приближении влияние трехфононных членов сводится к сдвигу двухфононных полюсов, которые мы обозначим как $\Delta(g_1 g_2)$. Этот сдвиг отличается от нуля, если для операторов фононов в трехфононных членах волновой функции (4.1) применить бозонные коммутационные соотношения. Вклад величины $\Delta(g_1 g_2)$ противоположен вкладу сдвига $\Delta\omega(g_1 g_2)$, и поэтому учет трехфононных членов приводит к уменьшению значения двухфононного полюса.

В таком диагональном приближении мы получаем два уравнения — (4.11) и

$$[\omega_{g_1} + \omega_{g_2} + \Delta\omega(g_1 g_2) + \Delta(g_1 g_2) - E_\nu]P^\nu_{g_1 g_2} -$$

$$- \sum_{i_0} \frac{(1 + \delta_{g_1 g_2})^{-1/2}}{[1 + \delta_{K_0,0}(1 - \delta_{\mu_1 0})]^{1/2}} U^{g_0}_{g_1 g_2} R^\nu_{i_0} = 0. \qquad (4.15)$$

Отсюда получаем секулярное уравнение в виде

$$\det \left\| (\omega_{g_0} - E_\nu)\,\delta_{i_0, i_0'} - \sum_{g_1 \geq g_2} \frac{(1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2)}{(1 + \delta_{g_1 g_2})\,[1 + \delta_{K_0,0}(1 - \delta_{\mu_1 0})]} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{U^{g_0}_{g_1 g_2} U^{g_0'}_{g_1 g_2}}{\omega_{g_1} + \omega_{g_2} + \Delta\omega(g_1 g_2) + \Delta(g_1 g_2) - E_\nu} \right\| = 0. \qquad (4.16)$$

Это секулярное уравнение отличается от используемого в [3,16,17] дополнительным сдвигом $\Delta(g_1 g_2)$.

Порядок определителя (4.16) равен числу однофононных членов в волновой функции (4.1). Включение принципа Паули в двухфононных членах (4.1) приводит к возникновению в (4.16) множителя

$(1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2))$ и сдвига $\Delta\omega(g_1 g_2)$ двухфононных полюсов. Трехфононные члены в (4.1) дают дополнительный сдвиг $\Delta(g_1 g_2)$.

Вид уравнений (4.11), (4.12) и (4.13) и порядок соответствующего определителя не зависят от того, какие *ph*- и *pp*-мультипольные и спин-мультипольные взаимодействия учитываются, а также не зависят от ранга $n_{\max}$ сепарабельных взаимодействий. Уравнения (4.11), (4.15) и (4.16) совпадают с уравнениями предыдущих работ [1,3], в которых учитывались только *ph*-мультипольные взаимодействия. Все усложнения, возникающие от вида взаимодействий, проявляются в RPA-уравнениях. Это означает, что в рамках КФМЯ могут быть использованы любые сложные взаимодействия, представленные в сепарабельном виде.

Учет многофононных членов в волновых функциях возбужденных состояний выполнен в ряде работ, например, в [20,24,25].

4.2. Уравнения КФМЯ с волновой функцией, содержащей одно- и двухфононные члены. Расчеты энергий и волновых функций неротационных состояний четно-четных сильнодеформированных ядер часто выполняются с волновой функцией, содержащей одно- и двухфононные члены в виде

$$\Psi_\nu(K_0^{\pi_0}\sigma_0) = \left\{ \sum_{i_0} R^\nu_{i_0} Q^+_{\lambda_0 K_0 i_0 \sigma_0} + \sum_{\substack{\lambda_1 K_1 i_1 \sigma_1 \\ \lambda_2 K_2 i_2 \sigma_2}} \frac{(1 + \delta_{\lambda_1\lambda_2}\delta_{K_1K_2}\delta_{i_1i_2})^{1/2}}{2[1 + \delta_{K_0,0}(1 - \delta_{K_1,0})]^{1/2}} \times \right.$$

$$\left. \times \delta_{\sigma_1 K_1 + \sigma_2 K_2, \sigma_0 K_0} P^\nu_{\lambda_1 K_1 i_1 \lambda_2 K_2 i_2} Q^+_{\lambda_1 K_1 i_1 \sigma_1} Q^+_{\lambda_2 K_2 i_2 \sigma_2} \right\} \Psi_0. \qquad (4.17)$$

Условие ее нормировки имеет вид

$$\sum_{i_0} (R^\nu_{i_0})^2 + \sum_{(\lambda_1 K_1 i_1) \geq (\lambda_2 K_2 i_2)} (P_{\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2})^2 \times$$

$$\times [1 + \mathcal{K}^{K_0}(\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2)] = 1. \qquad (4.18)$$

Уравнения для нахождения энергий E_ν и функций $R^\nu_{i_0}$ и P^ν имеют следующий вид:

$$(\omega_{\lambda_0 K_0 i_0} - E_\nu) R^\nu_{i_0} - \sum_{\lambda_1 K_1 i_1 \geq \lambda_2 K_2 i_2} \frac{(1 + \delta_{\lambda_1\lambda_2}\delta_{K_1K_2}\delta_{i_1i_2})^{-1/2}}{[1 + \delta_{K_0,0}(1 - \delta_{K_1,0})]^{1/2}} \times$$

$$\times P^\nu_{\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2} U^{\lambda_0 K_0 i_0}_{\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2} [1 + \mathcal{K}^{K_0}(\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2)] = 0. \qquad (4.19)$$

$$[\omega_{\lambda_1 K_1 i_1} + \omega_{\lambda_2 K_2 i_2} + \Delta\omega\,(\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2) +$$

$$+ \Delta(\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2) - E_\nu]\, P^\nu_{\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2} -$$

$$- \frac{(1 + \delta_{\lambda_1\lambda_2}\,\delta_{K_1 K_2}\,\delta_{i_1 i_2})^{-1/2}}{[1 + \delta_{K_0,0}(1 - \delta_{K_1 0})]^{1/2}} \sum_{i_0} R^\nu_{i_0} U^{\lambda_0 K_0 i_0}_{\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2} = 0. \qquad (4.20)$$

Детерминант этой системы имеет вид (4.15), его порядок равен числу однофононных членов в волновой функции (4.17). Сдвиг $\Delta(\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2)$ обусловлен учетом в диагональном приближении вклада от трехфононных членов, добавленных к волновой функции (4.17). Он имеет знак, противоположный знаку сдвига $\Delta\omega(\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2)$, т.е. уменьшает величину двухфононного полюса. Согласно численной оценке он примерно равен 0,2 $\Delta\omega(\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2)$.

Функция $U^{\lambda_0 K_0 i_0}_{\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2}$ является некогерентной суммой многих слагаемых, содержащих матричные элементы $f^{\lambda K}(q_1 q_2)$, прямые $\psi^{Ki}_{q_1 q_2}$ и обратные $\phi^{Ki}_{q_1 q_2}$ RPA-амплитуды. В деформированных ядрах слагаемые с разными знаками взаимно уничтожают друг друга. И, как результат, численные значения этой функции принимают значения от 0,01 до 0,20 МэВ, и только в некоторых случаях принимают значение больше, чем 0,2 МэВ. В сферических ядрах наибольшие слагаемые в $U^{\lambda_0 i_0}_{\lambda_1 i_1, \lambda_2 i_2}$ имеют одинаковые знаки для первых корней секулярного уравнения, и поэтому численные значения $U^{\lambda_0 i_0}_{\lambda_1 i_1, \lambda_2 i_2}$ в сферическом ядре с незамкнутыми оболочками на один или два порядка больше по сравнению с деформированными ядрами.

Чтобы исследовать влияние взаимодействия, зависящего от плотности, на функцию $U^{\lambda_0 K_0 i_0}_{\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2}$, мы оценили ее значения, используя RPA-волновые функции, вычисленные с взаимодействием $W^{KE}_{i_1, i_2}$ в виде, представленном в (3.27). Мы учитывали сепарабельные силы, не зависящие от плотности, а также силы, имеющие максимум на поверхности ядра. Согласно нашим вычислениям, численное значение $U^{441}_{221,221}$ в

^{168}Er увеличивается на 10% при $\zeta = 0{,}1$ по сравнению с $\zeta = 0$. Это означает, что сепарабельное взаимодействие, зависящее от плотности, слабо влияет на низколежащие вибрационные состояния в сильнодеформированных ядрах.

Члены гамильтониана КФМЯ, содержащие операторы

$$(Q^{+}_{Ki_1\sigma}Q^{+}_{Ki_2-\sigma} + Q_{Ki_2-\sigma}Q_{Ki_1\sigma}),$$

не изменяют полюса секулярного уравнения (4.15), но действуют на функцию $U^{\lambda_0 K_0 i_0}_{\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2}$. По нашим оценкам это влияние мало.

4.3. Eλ- и Mλ-переходы из основного в возбужденные состояния и между возбужденными состояниями. Запишем формулы для приведенных вероятностей $E\lambda$-переходов из основного состояния в возбужденное и $E\lambda$- и $M\lambda$-переходов между возбужденными состояниями. Приведенные вероятности $E\lambda$- и $M\lambda$-переходов с основного состояния $0^{+}_{g.s.}$ на возбужденное состояние с фиксированными значениями $I^{\pi}K_{\nu}$ записываются как

$$B(E\lambda; 0^{+}_{g.s.} \to I^{\pi}K_{\nu}) = (2 - \delta_{\mu 0}) \langle 00\lambda\mu \mid IK\rangle^2 e^2 \times$$

$$\times \left[\frac{1 + \delta_{\mu 0}}{2} \sum_i R^{\nu}_i \sum_{\tau} e^{(\lambda)}_{\text{eff}}(\tau) \sum_{qq'}{}^{\tau} p^{\lambda\mu}(qq')\, u^{(+)}_{qq'}\, g^{\lambda\mu i}_{qq'}\right]^2, \qquad (4.21)$$

$$B(M\lambda; 0^{+}_{g.s.} \to I^{\pi}K_{\nu}) = (2 - \delta_{\mu 0}) \langle 00\lambda\mu \mid IK\rangle^2 \mu_N^2 \times$$

$$\times \left[\frac{1}{2} \sum_i R^{\nu}_i \sum_{\tau} \sum_{qq'}{}^{\tau} \Gamma_{\tau}(M\lambda\mu; qq')\, u^{(-)}_{qq'}\, w^{\lambda\mu i}_{qq'}\, \chi(qq')\right]^2, \qquad (4.22)$$

где $p^{\lambda\mu}(qq')$ — одночастичный матричный элемент $f^{\lambda\mu}(qq')$ с радиальной зависимостью r^{λ} вместо $\partial V/\partial r$; $e^{(\lambda)}_{\text{eff}}(\tau)$ — протонный или нейтронный эффективный заряд;

$$\Gamma_{\tau}(M\lambda\mu; qq') = \sqrt{\lambda(2\lambda + 1)}\, \langle q \left| r^{\lambda - 1} \left[\frac{1}{2} g^{\text{eff}}_s(\tau)\, (\sigma \mathbf{Y}_{\lambda-1})_{\lambda\mu} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + g^{\text{eff}}_l(\tau) \frac{2}{\lambda + 1} (\mathbf{l}\mathbf{Y}_{\lambda-1})_{\lambda\mu}\right] \right| q' \rangle, \qquad (4.23)$$

$$\Gamma_{\tau}(M1\mu; qq') = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \langle q \left| \frac{1}{2} g^{\text{eff}}_s(\tau)\, \sigma + g^{\text{eff}}_l(\tau)\, \mathbf{l} \right| q' \rangle, \qquad (4.24)$$

$g_l^{\text{eff}}(p) = 1$, $g_l^{\text{eff}}(n) = 0$, $g_s^{\text{eff}}(\tau)$ — эффективное спиновое гиромагнитное отношение, $g_s^{\text{eff}}(\tau) = g^{\text{eff}} g_s^{(\text{free})}(\tau)$, $\frac{1}{2}\sigma$ — спин, μ_N — ядерный магнетон. Приведенные вероятности $E\lambda$- или $M\lambda$-переходов из начального состояния $I_0\lambda_0 K_0^{\pi_0}\nu_0$ в конечное состояние $I_f\lambda_f K_f^{\pi_f}\nu_f$ имеют следующий вид:

$$B(\lambda\mu; I_0^{\pi_0} K_0 \nu_0 \to I_f^{\pi_f} K_f \nu_f) = [1 + (\delta_{K_0 0} - \delta_{K_f 0})^2] \times$$

$$\times \{\langle I_0 K_0 \lambda K_f - K_0 | I_f K_f\rangle^2 |(\Psi^*_{\nu_f}(K_f^{\pi_f}\sigma_f = \sigma_0)\, \mathfrak{M}(\lambda; \mu = |K_f - K_0|) \times$$

$$\times \Psi_{\nu_0}(K_0^{\pi_0}\sigma_0))|^2 + \langle I_0 - K_0 \lambda K_f + K_0 | I_f K_f\rangle^2 \times$$

$$\times |(\Psi^*_{\nu_f}(K_f^{\pi_f}\sigma_f = -\sigma_0)\, \mathfrak{M}(\lambda; \mu = K_0 + K_f)\, \Psi_{\nu_0}(K_0^{\pi_0}\sigma_0))|^2\}, \qquad (4.25)$$

$$(\Psi^*_{\nu_f}(K_f^{\pi_f}\sigma_f)\, \mathfrak{M}(\lambda; \mu = |K_f \pm K_0)\, \Psi_{\nu_0}(K_0^{\pi_0}\sigma_0)) =$$

$$= \sum_{i_0 i_f} R^{\nu_0}_{i_0} R^{\nu_f}_{i_f} \mathfrak{L}^{\lambda\mu}_{i_0 i_f} + \sum_{i_3} M^{\lambda\mu}_{i_3} T^{\lambda\mu}_{i_3}. \qquad (4.26)$$

Здесь

$$\mathfrak{L}^{\lambda\mu}_{i_0 i_f}(E) = \sum_\tau e^{(\lambda)}_{\text{eff}}(\tau) \sum_{q_1 q_2 q_3}{}^{\tau} p^{\lambda\mu}(q_1 q_2)\, v^{(-)}_{q_1 q_2} \times$$

$$\times \left[\psi^{\lambda_0 K_0 i_0}_{q_2 q_3} \psi^{\lambda_f K_f i_f}_{q_1 q_3} + \phi^{\lambda_0 K_0 i_0}_{q_1 q_3} \phi^{\lambda_f K_f i_f}_{q_2 q_3}\right], \qquad (4.27)$$

$$\mathfrak{L}^{\lambda\mu}_{i_0 i_f}(M) = \sum_\tau \sum_{q_1 q_2 q_3}{}^{\tau} \Gamma_\tau(M\lambda\mu; q_1 q_2)\, v^{(+)}_{q_1 q_2} \times$$

$$\times \left[\psi^{\lambda_0 K_0 i_0}_{q_2 q_3} \psi^{\lambda_f K_f i_f}_{q_1 q_3} - \phi^{\lambda_0 K_0 i_0}_{q_1 q_3} \phi^{\lambda_f K_f i_f}_{q_2 q_3}\right], \qquad (4.28)$$

$$M^{\lambda\mu}_{i_3}(E) = \frac{1}{2} \sum_\tau e^{(\lambda)}_{\text{eff}}(\tau) \sum_{qq'}{}^{\tau} p^{\lambda\mu}(qq') u^{(+)}_{qq'} g^{\lambda_3 \mu i_3}_{qq'}, \qquad (4.29)$$

$$M^{\lambda\mu}_{i_3}(M) = \frac{1}{2} \sum_\tau \sum_{qq'}{}^{\tau} \Gamma_\tau(M\lambda\mu; qq')\, u^{(-)}_{qq'} \chi(qq')\, w^{\lambda_3 \mu i_3}_{qq'}, \qquad (4.30)$$

$$T^{\lambda\mu}_{i_3} = \sum_{i_0} R^{\nu_0}_{i_0} P^{\nu_f}_{g_0 g_3} [1 + \mathcal{K}^{K_f}(g_0 g_3)](1 + \delta_{g_0 g_3})^{\frac{1}{2}} [1 + \delta_{K_f,0}(1 - \delta_{K_0,0}]^{-\frac{1}{2}} \pm$$

$$\pm \sum_{i_f} R^{\nu_f} P^{\nu_0}_{g_f g_3} [1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_f g_3)](1 + \delta_{g_f g_3})^{\frac{1}{2}} [1 + \delta_{K_0,0}(1 - \delta_{K_f,0})]^{-\frac{1}{2}}, \quad (4.31)$$

где в (4.31) знак (+) используется для электрических и знак (−) для магнитных переходов $g_0 = \lambda_0 K_0 i_0$, $g_f = \lambda_f K_f i_f$, $g_3 = \lambda_3 \mu i_3$. Мы пренебрегаем вероятностями гамма-переходов между двухфононными членами волновых функций начального и конечного состояний из-за их малости. Мы учитываем переходы между одно-и двухфононными членами. Для вычисления матричных элементов гамма-переходов между возбужденными состояниями выполним следующие преобразования. Выразим оператор $(A^+(qq';\mu\sigma) + A(qq';\mu - \sigma))$ через оператор фонона $Q^+_{\lambda\mu i}$ в операторах гамма-переходов. Для $E1$-перехода используются октупольные фононы с $g_3 = \lambda_3 \mu i_3$, $\lambda_3 = 3$, $\mu = 0$ и 1 и для $E2$-перехода — квадрупольные фононы с $\lambda_3 = 2$, $\mu = 0$, 1 и 2. В операторах $M1$-перехода используются квадрупольные фононы с $g_3 = \lambda_3 \mu i_3$, $\lambda_3 = 2$ и $\mu = 0$ и 1 и в $M2$-переходе — октупольные фононы с $\lambda_3 = 3$, $\mu = 1$ и 2. Низколежащие $K^\pi = 0^\pm$, $1^\pm$ и $2^\pm$ состояния трактуются как квадрупольные и октупольные вибрационные состояния. Как показано в [19], изовекторное дипольное взаимодействие приводит к перенормировке константы изоскалярного октупольного взаимодействия и к уменьшению величин $B(E1; 0^+_{g.s.} \to 1^- K)$. Это слабо действует на наибольшие компоненты волновых функций $K^\pi = 0^-$ и 1^- однофононных состояний. Спин-мультипольное $\lambda\lambda - 1K$-взаимодействие слабо действует на волновые функции квадрупольных и октупольных состояний [7]. Поэтому в наших вычислениях гамма-перехода между одно- и двухфононными членами волновых функций начального и конечного состояний мы не учитываем изовекторное дипольное и спин-мультипольное взаимодействия.

Имеются экспериментальные данные интенсивностей гамма-переходов между возбужденными состояниями. Мы сравниваем экспериментальное отношение интенсивностей с результатами вычислений. Используем следующие формулы для вероятности распада в секунду [26]:

$$W(E1) = 1{,}59 \cdot 10^{15} E_\gamma^3 B(E1), \quad (4.32)$$

$$W(E2) = 1{,}22 \cdot 10^{9} E_\gamma^5 B(E2), \quad (4.33)$$

$$W(E3) = 5{,}67 \cdot 10^2 E_\gamma^7 B(E3), \tag{4.34}$$

$$W(M1) = 1{,}76 \cdot 10^{13} E_\gamma^3 B(M1), \tag{4.35}$$

$$W(M2) = 1{,}35 \cdot 10^7 E_\gamma^5 B(M2), \tag{4.36}$$

где энергия гамма-перехода E_γ дана в МэВ, $B(E\lambda)$ — в единицах e^2 фм$^{2\lambda}$ и $B(M\lambda)$ в единицах μ_N фм$^{2\lambda-2}$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем обзоре изложен математический аппарат КФМЯ, предназначенный для описания энергий и волновых функций низколежащих состояний четно-четных сильнодеформированных ядер. Этот аппарат пригоден для описания возбужденных состояний тех ядер, у которых корреляции в основных состояниях невелики. В рамках КФМЯ вычисляются вероятности электрических $E\lambda$- и магнитных $M\lambda$-переходов из основного в возбужденные состояния и между возбужденными состояниями. Проводится сравнение наибольших двухквазичастичных компонент волновых функций, извлекаемых из экспериментальных данных по реакциям однонуклонных передач и незамедленных разрешенных β-распадов с двухквазичастичными вкладами в доминирующую однофононную компоненту. Для 0^+-состояний вычисляются величины ρ^2, связанные с $E0$-переходами, $X(E0/E2)$, определяемые приведенными вероятностями $E0$- и $E2$-переходов, а также спектроскопические факторы (t, p)- и (p, t)-реакций, отнесенные к таковым для переходов между основными состояниями. Кориолисово взаимодействие с рассчитанными волновыми функциями неротационных состояний вычисляется обычно в тех случаях, когда его влияние велико.

Математический аппарат КФМЯ применяется для описания возбужденных состояний четно-четных сильнодеформированных ядер. Он составляет основу для дальнейшего изучения свойств деформированных ядер.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Приведем операторы, матричные элементы и функции, встречающиеся в гамильтониане КФМЯ:

$$A^{(+)}(q_1q_2;\,K\sigma) =$$

$$= \begin{cases} \widetilde{A}^{+}(q_1q_2;\,K\sigma) = \sum\limits_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K_1-K_2),\,\sigma K}\,\sigma'\alpha^{+}_{q_1\sigma'}\alpha^{+}_{q_2-\sigma'}, \text{ если } |K_1-K_2|=K, \\ \overline{A}^{+}(q_1q_2;\,K\sigma) = \sum\limits_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K_1+K_2),\,\sigma K}\,\alpha^{+}_{q_2\sigma'}\alpha^{+}_{q_1\sigma'}, \text{ если } |K_1+K_2|=K; \end{cases} \quad (\text{П.1})$$

$$a^{(+)}(q_1q_2;\,K\sigma) =$$

$$= \begin{cases} \widetilde{a}^{+}(q_1q_2;\,K\sigma) = \sum\limits_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K_1-K_2),\,\sigma K}\,\alpha^{+}_{q_1\sigma'}\alpha^{+}_{q_2-\sigma'}, \text{ если } |K_1-K_2|=K, \\ \overline{a}^{+}(q_1q_2;\,K\sigma) = \sum\limits_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K_1+K_2),\,\sigma K}\,\sigma'\alpha^{+}_{q_2\sigma'}\alpha^{+}_{q_1\sigma'}, \text{ если } |K_1+K_2|=K; \end{cases} \quad (\text{П.2})$$

$$\widetilde{a}^{+}(q_1q_2;\,K\sigma) = \sigma\chi(q_1q_2)\,\widetilde{A}^{+}(q_1q_2;\,K\sigma),$$
$$\overline{a}^{+}(q_1q_2;\,K\sigma) = \sigma\overline{A}^{+}(q_1q_2;\,K\sigma). \quad (\text{П.3})$$

$$\chi(q_1q_2) = -\chi(q_2q_1), \qquad \chi^2(q_1q_2) = 1,$$

$$\chi(q_2q_1)\,a^{+}(q_1q_2;\,K\sigma) = -\,a^{+}(q_1q_2;\,K\sigma) = a^{+}(q_2q_1;\,K\sigma);$$

$$\delta_{\sigma_1K_1+\sigma_2K_2,\,\sigma K} = \begin{cases} 1, \text{ если } \sigma_1K_1+\sigma_2K_2 = \sigma K, \\ 0, \text{ если } \sigma_1K_1+\sigma_2K_2 \neq \sigma K, \end{cases}$$

для всех $K>0$, $\sigma = \pm 1$. После простых преобразований выразим операторы $\widetilde{A}(q_1q_2;\,K\sigma)$, $\overline{A}(q_1q_2;\,K\sigma)$ и $a(q_1q_2;\,K\sigma)$ через фононный оператор (2.5):

$$\widetilde{A}^{+}(q_1q_2;\,K\sigma) = \frac{1-\mathrm{i}\sigma}{\sqrt{2}}\sum_{i_0}\left[\psi^{Ki_0}_{q_1q_2}Q^{+}_{Ki_0\sigma} + \phi^{Ki_0}_{q_1q_2}Q^{+}_{Ki_0-\sigma}\right],$$

$$\overline{A}^{+}(q_1q_2;\,K\sigma) = \frac{1-\mathrm{i}\sigma}{\sqrt{2}}\,\chi(q_1q_2)\sum_{i_0}\left[\psi^{Ki_0}_{q_1q_2}Q^{+}_{Ki_0\sigma} + \phi^{Ki_0}_{q_1q_2}Q^{+}_{Ki_0-\sigma}\right], \quad (\text{П.4})$$

$$a^{+}(q_1q_2;\,K\sigma) = \frac{\sigma-\mathrm{i}}{\sqrt{2}}\,\chi(q_1q_2)\sum_{i_0}\left[\psi^{Ki_0}_{q_1q_2}Q^{+}_{Ki_0\sigma} + \phi^{Ki_0}_{q_1q_2}Q^{+}_{Ki_0-\sigma}\right].$$

$$B(q_1q_2;\,K\sigma) = \begin{cases} \sum\limits_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K_1-K_2),\,\sigma K}\,\alpha^{+}_{q_1\sigma'}\alpha_{q_2\sigma'}, \text{ если } |K_1-K_2| = K, \\ \sum\limits_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K_1+K_2),\,\sigma K}\,\sigma'\alpha^{+}_{q_1\sigma'}\alpha_{q_2-\sigma'}, \text{ если } |K_1+K_2| = K. \end{cases} \quad (\text{П.5})$$

$$B(q_1q_2;\, K=0)=\sum_{\sigma}\alpha^{+}_{q_1\sigma}\alpha_{q_2\sigma},$$

$$\mathfrak{B}(q_1q_2;\, K\sigma)=\begin{cases}\sum\limits_{\sigma'}\delta_{\sigma'(K_1-K_2),\,\sigma K}\,\sigma'\alpha^{+}_{q_1\sigma'}\alpha_{q_2\sigma'}, & \text{если } |K_1-K_2|=K,\\ \sum\limits_{\sigma'}\delta_{\sigma'(K_1+K_2),\,\sigma K}\,\alpha^{+}_{q_1\sigma'}\alpha_{q_2-\sigma'}, & \text{если } |K_1+K_2|=K.\end{cases}\qquad (\text{П}.6)$$

Матричные элементы мультипольных и спин-мультипольных операторов выражаются следующим образом:

$$f_n^{\lambda K}(q_1q_2)=\langle q_1|R_n^{\lambda}(r)Y_{\lambda K}(\theta\phi)|q_2\rangle=$$
$$=\begin{cases}\tilde{f}_n^{\lambda K}(q_1q_2), & \text{если } |K_1-K_2|=K;\\ \bar{f}_n^{\lambda K}(q_1q_2)\,\chi(q_1q_2), & \text{если } |K_1+K_2|=K;\end{cases}\qquad (\text{П}.7)$$

$$f_n^{L\pm1\,LK}(q_1q_2)=\langle q_1|R_n^{L\pm1}(r)\,\{\sigma Y_{L\pm1}(\theta\phi)\}_{LK}|q_2\rangle,$$
$$f_n^{\lambda\lambda K}(q_1q_2)=\tilde{f}_n^{\lambda\lambda K}(q_1q_2)\,\chi(q_1q_2)+\bar{f}^{\lambda\lambda K}(q_1q_2).\qquad (\text{П}.8)$$

Для простых сепарабельных взаимодействий с радиальной зависимостью $R(r)=\dfrac{\partial V(r)}{\partial r}$, где $V(r)$ — центральная часть потенциала Вудса — Саксона, матричные элементы имеют вид

$$f^{\lambda K}(q_1q_2)=\left\langle q_1\left|\frac{\partial V(r)}{\partial r}\,Y_{\lambda K}(\theta\phi)\right|q_2\right\rangle,\qquad (\text{П}.9)$$

$$f^{L\pm1\,LK}(q_1q_2)=\left\langle q_1\left|\frac{\partial V(r)}{\partial r}\{\sigma Y_{L\pm1}(\theta\phi)\}_{LK}\right|q_2\right\rangle.\qquad (\text{П}.10)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

$$b_{g_1g_2g_3}=\frac{1}{6}\,\frac{(1+\delta_{g_1g_2}+\delta_{g_2g_3}+\delta_{g_1g_3}+2\delta_{g_1g_2}\delta_{g_1g_3})^{1/2}}{[1+\frac{1}{2}\delta_{K_0}0(3-\delta_{\mu_1}0-\delta_{\mu_2}0-\delta_{\mu_3}0]^{1/2}},\qquad (\text{П}.11)$$

$$\mathbb{K}^{K^0}(g_2\lambda_1\mu_1i_1'|\lambda_1\mu_1i_1g_2)=-\delta_{\mu_1+\mu_2,\,K_0}\frac{1}{1+\delta_{g_1g_2}}\times$$

$$\times \sum_{q_1q_2q_3q_4} \delta_{K_2K_3}\left[\psi^{\lambda_1\mu_1 i_1'}_{q_1q_3}\psi^{\lambda_1\mu_1 i_1}_{q_1q_2}\psi^{q_2}_{q_4q_2}\psi^{q_2}_{q_4q_3} - \phi^{\lambda_1\mu_1 i_1'}_{q_1q_3}\phi^{\lambda_1\mu_1 i_1}_{q_1q_2}\phi^{q_2}_{q_4q_2}\phi^{q_2}_{q_4q_3}\right] \times$$

$$\times\left[\delta_{K_1-K_2,\mu_1}\delta_{K_4-K_2,\mu_2} + \delta_{K_2-K_1,\mu_1}\delta_{K_2-K_4,\mu_2} + \delta_{K_2-K_1,\mu_1}\delta_{K_2+K_4,\mu_2} + \right.$$

$$\left. + \delta_{K_1+K_2,\mu_1}\delta_{K_2-K_4,\mu_2} + \delta_{K_1+K_2,\mu_1}\delta_{K_2+K_4,\mu_2}\right], \qquad (\text{П.12})$$

$$\mathcal{K}^{K^0}(g_2\lambda_1\mu_1 i_1' | \lambda_1\mu_1 i_1 g_2) = -\delta_{\mu_1-\mu_2,K_0}\frac{1}{1+\delta_{g_1g_2}} \times$$

$$\times \sum_{q_1q_2q_3q_4} \delta_{K_2K_3}\left[\psi^{\lambda_1\mu_1 i_1'}_{q_1q_3}\psi^{\lambda_1\mu_1 i_1}_{q_1q_2}\psi^{q_2}_{q_4q_2}\psi^{q_2}_{q_4q_3} - \phi^{\lambda_1\mu_1 i_1'}_{q_1q_3}\phi^{\lambda_1\mu_1 i_1}_{q_1q_2}\phi^{q_2}_{q_4q_2}\phi^{q_2}_{q_4q_3}\right] \times$$

$$\times\left[\delta_{K_1-K_2,\mu_1}\delta_{K_2-K_4,\mu_2} + \delta_{K_2-K_1,\mu_1}\delta_{K_4-K_2,\mu_2} + \right.$$

$$\left. + \delta_{K_1-K_2,\mu_1}\delta_{K_2+K_4,\mu_2} + \delta_{K_1+K_2,\mu_1}\delta_{K_4-K_2,\mu_2}\right], \qquad (\text{П.13})$$

$$U^{g_0}_{g_1g_2} = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{n_{\max}}\sum_{\tau}\sum_{qq'}{}^{\tau}\left\{V^{g_1}_{n\tau}(qq')T^{g_0,g_2}_{qq';\mu_1} + V^{g_2}_{n\tau}(qq')T^{g_0,g_1}_{qq';\mu_2}\right\}, \qquad (\text{П.14})$$

$$T^{g_2,g_0}_{qq';\mu_1} = \sum_{q_3}{}^{\tau}(\psi^{g_0}_{q_3q'}\psi^{g_2}_{q_3q} + \phi^{g_0}_{q_3q'}\phi^{g_2}_{q_3q})\,\theta^{\mu_1\mu_2K_0}_{KK'K_3}(1+\delta_{K_00})\,(1+\delta_{K_00}(1-\delta_{\mu_10})),$$

где $\theta^{\mu_1\mu_2K_0}_{KK'K_3} = -1$, если $K + K' = \mu$, или $K_3 + K' = \mu$, или $\mu_1 + \mu_2 = K_0$, или $\mu_1 - \mu_2 = K_0$, и равна 1 в остальных случаях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Соловьев В.Г.** — Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971.
2. **Soloviev V.G.** — Prog. Part. Nucl. Phys., 1987, vol.19, p.107.
3. **Соловьев В.Г.** — Теория атомного ядра. Квазичастицы и фононы. М.: Энергоиздат, 1989 (English translation Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1992).
4. **Soloviev V.G.** — Z.Phys.A-Hadrons and Nuclei, 1991 vol.338, p.271.
5. **Soloviev V.G.** — Prog. Part. Nucl. Phys., 1992, vol.28.
6. **Yamaguchi Y.** — Phys.Rev., 1954, vol.95, p.1628.
7. **Соловьев В.Г., Ширикова Н.Ю.** — ЯФ, 1992, т.55, с.2359; Nucl.Phys., 1992, vol.A542, p.410.
8. **Soloviev V.G.** — Z.Phys., 1989, vol.334, p.143.

9. Караджов Д., Соловьев В.Г., Сушков А.В. — Изв. АН СССР сер.физ., 1989, т.53, с.2150.
10. Ragnarsson I., Broglia R.A. — Nucl.Phys., 1976, vol.A263, p.263, p.315.
11. Соловьев В.Г., Сушков А.В., Ширикова Н.Ю. — ЯФ, 1991, т.53, с.101; 1991, т.54, с.1232.
12. Soloviev V.G., Sushkov A.V. — Z.Phys., 1993, vol.A345, p.155.
13. Soloviev V.G., Sushkov A.V., Shirikova N.Yu. — J.Phys. G, 1994, vol. 20, p.113.
14. Soloviev V.G., Sushkov A.V., Shirikova N.Yu. — Nucl. Phys. A, 1994 (to be published).
15. Soloviev V.G., Sushkov A.V. — Preprint INS-Rep. 927, University of Tokyo, 1992.
16. Soloviev V.G., Shirikova N.Yu. — Z.Phys., 1989, vol.A334, p.149.
17. Соловьев В.Г., Ширикова Н.Ю. — Изв. АН СССР сер. физ., 1990, т.54, с.818.
18. Suzuki T., Sagawa H. — Prog. Theor. Phys., 1981, vol.65, p.565.
19. Soloviev V.G., Sushkov A.V. — Phys.Lett., 1991, vol.B262, p.189.
20. Piepenbring R., Jammari M.K. — Nucl. Phys., 1988, vol.A481, p.81.
21. Нестеренко В.О., Соловьев В.Г., Халкин А.В. — ЯФ, 1980, т.32, с.1209.
22. Karadjov D., Voronov V.V., Catara F. — Phys. Lett., 1993, vol.B306, p.197.
23. Soloviev V.G., Malov L.A. — Nucl.Phys., 1972, vol.A196, p.433.
24. Кырчев Г., Соловьев В.Г. — ТМФ, 1975, т.22, с.244.
25. Урин М.Г., — Релаксация ядерных возбуждений. М.: Энергоатомиздат, 1991.
26. Бор А., Моттельсон В. — Структура атомного ядра. М.: Мир, 1971, т.1.

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
1994, ТОМ 25, ВЫП.2

УДК 539.122+539.12...162.6/8

ЭЛЕКТРОННО-ФОТОННЫЕ ЛИВНИ, СОЗДАВАЕМЫЕ ГАММА-КВАНТАМИ И ЭЛЕКТРОНАМИ В ПЛОТНЫХ АМОРФНЫХ ВЕЩЕСТВАХ

Б.Словинский

Институт физики Варшавского технического университета, Варшава, Польша

Дан обзор результатов экспериментальных исследований электронно-фотонных ливней, вызываемых в тяжелых аморфных веществах гамма-квантами и электронами с энергией от 100 МэВ до 200 ГэВ. Приведены основные сведения об элементарных физических явлениях, составляющих ливень. Рассмотрены кратко итоги каскадной теории и метода Монте-Карло численного моделирования этого процесса. Более подробно описаны исследования, выполненные при помощи ксеноновой пузырьковой камеры ИТЭФ (Москва), в которых были получены оригинальные экспериментальные данные о продольных и поперечных профилях, а также флуктуациях и корреляциях в ливнях, создаваемых в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией 100+3500 МэВ. Приведено феноменологическое скейлинговое описание продольных и поперечных профилей, а также их флуктуаций, полученное на основе анализа экспериментальных данных в виде простых формул, удобных для практического использования.

This article reviews mainly the experimental investigations of electromagnetic showers produced in heavy amorphous media by gamma-quanta and electrons within the energy range from 100 MeV to 200 GeV. The basic information about the leading elementary processes which comprise a shower is given. There are also considered briefly the results of the cascade theory and the simulation of a shower by the Monte Carlo method. The investigations performed using the 180 l Xenon Bubble Chamber of the ITEP (Moscow) are described in more detail in which there has been obtained original experimental data concerning the longitudinal and lateral shower profiles, as well as the fluctuations and correlations in showers created in liquid xenon by gamma quanta within the energy range of 100+3500 MeV. The phenomenological scaling description of longitudinal and transversal shower profiles, as well as their fluctuations obtained as a result of the analysis of experimental data is given in the form of simple formulas convenient for practical application.

1. ВВЕДЕНИЕ

Гамма-квант большой энергии ($E_\gamma >> 2m_e c^2$, где m_e — масса покоя электрона) конвертирует в электрическом поле ядра атома среды в электрон-позитронную пару. В свою очередь, каждая из частиц этой пары,

испытывая ускорение в кулоновском поле атомных ядер вещества, может испускать жесткие гамма-кванты (далее в тексте также: фотоны), способные создавать электрон-позитронные пары, и так далее. Таким образом, по мере увеличения глубины вещества вдоль направления движения первичного гамма-кванта, происходит размножение частиц: гамма-квантов, электронов и позитронов. Этот процесс, называемый электронно-фотонным ливнем (ЭФЛ)*, развивается до тех пор, пока энергия тормозных гамма-квантов превышает $2m_e c^2$. Потом ливень затухает. ЭФЛ может быть вызван также электроном, позитроном и, со значительно меньшей вероятностью, мюоном и более тяжелыми частицами.

Естественно, процесс образования ЭФЛ не исчерпывается столь простой картиной, которая отражает лишь его основные черты. Существенную роль играют ионизация и возбуждение атомов среды, являющиеся главным тормозящим фактором, а также многократное кулоновское рассеяние ливневых электронов и позитронов и комптоновское рассеяние мягких гамма-квантов, благодаря чему, в основном, ЭФЛ приобретает пространственную структуру. Существуют и другие явления электромагнитной природы, которые к тому же широко используются для детектирования этого явления, в особенности, черенковское излучение, также играющее роль тормозящего фактора.

Качественно новые эффекты появляются в области энергий 100 ГэВ и более, которые оказывают заметное влияние на процесс поглощения ливневых частиц в толще вещества: эффект Чудакова и явление, на которое впервые указали Ландау и Померанчук, а количественно проанализировал на квантово-механическом уровне Мигдал (далее: ЛПМ-эффект). Эти эффекты приводят к дополнительному увеличению преимущественно продольных размеров ливней, вызываемых фотонами (или электронами и позитронами) сверхвысоких энергий и развивающихся в плотных веществах. Кроме того, в области энергий несколько ТэВ сечения слабых и электромагнитных взаимодействий становятся сравнимыми по величине, и, следовательно, состав ЭФЛ пополняется адронами, мюонами и нейтрино, что приводит к увеличению, главным образом, опять-таки продольных размеров ливней. Наконец, когда ливень развивается в монокристалле, а инициирующая его частица (фотон, электрон или позитрон) падает параллельно кристаллической оси, вследствие когерентности процессов тормозного излучения и образования электрон-позитронных пар, потери энергии ливневых частиц мо-

*В литературе можно встретить в качестве синонимов различные названия этого процесса: электромагнитный каскад, каскадный ливень, электронно-фотонный каскад и др.

гут возрасти на порядок величины по сравнению с аморфной средой. В результате этого так называемого радиационного охлаждения продольные размеры ливня становятся намного меньше, по крайней мере, в его начальной части, где сохраняется условие каналирования ливневых частиц в кристалле.

Образование ЭФЛ было впервые обнаружено Б.Росси [1] в 1932 г. Экспериментальная установка состояла из трех счетчиков Гейгера — Мюллера, окруженных и расположенных треугольником таким образом, чтобы они не запускались одновременно одной и той же ионизирующей частицей космического излучения. Тем не менее в течение одного часа было зарегистрировано (35,5 ± 1) совпадений. Удалив затем верхнюю часть свинцового экрана, Росси отметил уменьшение числа совпадений до (10,0 ± 0,5) в час. Результаты наблюдений он объяснил образованием космическими лучами вторичных ионизирующих частиц в свинцовом экране (см. также [2,с.372]). Этот опыт инициировал интенсивные исследования, сперва экспериментальные, а потом и теоретические, электронно-фотонных ливней космическими лучами, причем особенно быстрый прогресс в экспериментальных исследованиях был обусловлен применением камер Вильсона со свинцовыми пластинами внутри, помещенных в магнитное поле. Благодаря этому можно было довольно точно определить состав и оценить пространственную структуру ливней. По мнению одного из создателей теории ливней В.Гайтлера ([3,с.434]), ЭФЛ были впервые достоверно обнаружены именно в камере Вильсона [4]. Следующий существенный шаг вперед в этих исследованиях был сделан в то время, когда оказалось возможным получать хорошо коллимированные пучки гамма-квантов.

Первые два подхода к теории электронно-фотонных ливней появились в 1937 г. Это так называемый метод последовательных столкновений [5], который, однако, не получил дальнейшего широкого развития, и аналитический метод, основанный на одномерных уравнениях диффузии [6] в приближении А (т.е. без учета ионизационных потерь ливневых частиц) и в приближении Б (т.е. когда эти потери считались постоянной величиной). Решением этих уравнений, которое первоначально было получено в приближении А [7], являются каскадные функции, т.е. средние числа электронов* и фотонов в определенном интервале энергий и на данной глубине поглотителя, в котором образовался ливень, вызванный либо первичным гамма-квантом, либо электроном. Потом были так-

*Поскольку в большинстве детекторов ливней нет возможности отличать электроны от позитронов, то, как правило, под электронами подразумевают сумму электронов и позитронов.

же получены решения диффузных уравнений в приближении Б. Надо подчеркнуть, что решения уравнений одномерной каскадной теории, в том числе и приближенные, получены при весьма строгих упрощающих ограничениях: полное экранирование, отсутствие кулоновского рассеяния, асимптотические формулы на сечения тормозного излучения и образования электрон-позитронных пар, постоянство ионизационных потерь. Следовательно, они достаточно удовлетворительно описывают распределение ливневых частиц очень больших энергий в легких веществах ($Z \lesssim 30$) [8—12]. Впоследствии было введено приближение В, в котором учтено отличие сечений радиационного торможения и образования пар от асимптотических [13]. Расширена также применимость приближения А каскадной теории на область сверхвысоких энергий и очень плотных поглотителей путем учета ЛПМ-эффекта [14].

Однако, из-за угловой зависимости процессов тормозного излучения, образования пар и, главным образом, многократного кулоновского рассеяния ливневых электронов, которое особенно сильно проявляется в поглотителях, состоящих из тяжелых элементов, пространственная структура реальных ливней существенно отличается от одномерной. Другими словами, в реальном ливне, развивающемся в достаточно тяжелом веществе, электроны и фотоны перемещаются отнюдь не вдоль направления движения частицы, инициирующей ливень, т.е. вдоль оси ливня, а имеют значительный угловой разброс относительно этого направления. Этот разброс тем больше, чем меньше энергия ливневых частиц и тяжелее атомы среды. Таким образом, поперечное относительно оси ливня размытие ЭФЛ обусловлено, в основном, именно низкоэнергетическими электронами и фотонами, и оно увеличивается с глубиной ее проникновения. Тем не менее это размытие в среднем невелико по отношению к продольным размерам ливня, так как электроны и фотоны низких энергий сильно поглощаются в веществе.

Оценки поперечных размеров ливней в виде среднего квадрата угла отклонения ливневых частиц и среднего квадрата расстояния от оси ливня можно получить и в рамках одномерной каскадной теории, особенно для легких поглотителей [11]. Однако последовательное описание пространственной структуры этого явления возможно лишь в рамках трехмерного подхода к данной задаче. Первые попытки создать такую теорию ливней были предприняты в 1940 г. [15,16] и продолжены в последующих работах [17—19] (см. также обзоры [9,10] и цитируемую там литературу). Их основной целью было описание электромагнитной компоненты широких атмосферных ливней. В случае же тяжелых поглотителей, представляющих особый практический интерес как детектирующая и защитная среда, уравнения диффузии трехмерной каскадной теории,

которые точно учитывают экранирование, а также энергетическую зависимость коэффициента поглощения фотонов и рассеяние ливневых частиц, настолько сложны, что не существует аналитических методов их эффективного решения [10], а для получения численных результатов требуется ЭВМ. Поэтому в последнее время каскадная теория практически успешно применяется лишь при анализе экспериментальных данных, относящихся к широким атмосферным ливням, регистрируемым рентгеноэмульсионными камерами различных конструкций [20], так как в этом случае применимо так называемое осевое приближение. К расчетам же электронно-фотонных ливней, развивающихся в тяжелых поглотителях и вызываемых частицами более низкой энергии (десятки МэВ и выше), был применен метод Монте-Карло численного моделирования этого процесса, свободный от отмеченных выше ограничений.

В первой работе, в которой изучались методом Монте-Карло ливни, образованные в свинце электронами и фотонами с энергией от 20 до 500 МэВ, в качестве генератора численных значений, соответствующих учитываемым явлениям, была применена рулетка, приводимая в движение электрическим мотором [21]. Мотор, в свою очередь, запускался и выключался первоначально оператором вручную, а потом, в усовершенствованном варианте рулетки, выключался счетчиком Гейгера — Мюллера, срабатывающим от космического излучения несколько секунд спустя после включения. Автор этой работы рассчитал каскадные кривые и сравнил их с результатами каскадной теории и экспериментальными данными. В первом случае получилось явное расхождение, показывающее, насколько важно учитывать многократное рассеяние ливневых электронов. Во втором случае отмечено удовлетворительное согласие, указывающее на перспективность примененного метода.

В последующие годы было создано много разнообразных программ численного моделирования электронно-фотонных ливней на ЭВМ. Эти программы с различной степенью точности учитывают элементарные физические процессы, составляющие ЭФЛ, а также свойства и конфигурацию среды, в которой он развивается (например, [22—24]). Среди них особое внимание привлекают программы универсального характера, которые к тому же постоянно совершенствуются с учетом многочисленных предложений и пожеланий пользователей [25—27]. Но так как метод Монте-Карло лишен привычного и подчас полезного свойства наглядности и, вместе с тем, требует много компьютерного времени (обычно это время растет линейно с энергией [28]), возникла потребность в параметризации основных характеристик ливней, рассчитанных этим методом [29,30], а также в разработке новых алгоритмов быстрого моделирования [31—36]. По аналогичным соображениям создаются банки (или

библиотеки) ливней, причем как численно промоделированных, так и измеренных экспериментально (например, [37,38]).

Метод Монте-Карло успешно применяется и в области сверхвысоких энергий (~1000 ТэВ и выше) [35,39,40], благодаря чему оказалось возможным последовательно учесть, в частности, эффект экранирования и ЛПМ-эффект. При этом используется и гибридный подход, или так называемый модифицированный метод Монте-Карло, в котором розыгрыш проводится до тех пор, пока на каждом уровне наблюдения получаются каскадные частицы с такой энергией, средние каскады от которых имеются в заранее накопленном банке данных [40]. Особенно широкое применение численное моделирование ЭФЛ методом Монте-Карло получило при проектировании и оптимализации характеристик различного типа калориметров (см., например, [36,41—44]), причем в качестве общепринятого мирового стандарта чаще всего применяется программа EGS-4 [26]. Более того, эта программа применяется также для оценки воздействия электромагнитного излучения на материалы [45].

Экспериментальному исследованию электронно-фотонных ливней посвящено довольно много работ. Подавляющее их большинство касается ливней, вызываемых электронами и лишь относительно небольшая часть — ливням, инициируемым фотонами. Есть также работы, в которых ливни были образованы позитронами. Рассматриваемый интервал энергий первичных частиц простирался от 10 МэВ до 200 ГэВ. Ливни изучались при помощи различного рода детекторов: трековых приборов — камер Вильсона [46—48], искровых камер [49—53], фотографических эмульсий [54], пузырьковых камер [55—57], стримерных камер [58], дрейфовых камер (для улучшения пространственного разрешения) [59]; счетчиков — черенковских [60—62], газоразрядных [63] и сцинтилляционных [64,65]; позиционных детекторов — ионизационных камер [66], сцинтилляционных зондов [67], термолюминесцентных дозиметров [68,69], а также многослойных детекторов, состоящих из свинцовых пластин и чувствительных материалов: сцинтилляторов [70—72], дозиметрических стекол [73] и стопок рентгеновской пленки [74]*. Основной целью большинства этих работ было исследование продольного и поперечного развития ливней в тяжелых аморфных веществах в интервале энергий до 10 ГэВ, в частности, профилей энерговыделения, энергетической зависимости положения максимума и числа частиц в максимуме, энергетической зависимости интегрального пробега ливня, а также флуктуаций.

Существенным преимуществом трековых детекторов является возможность восстановления пространственной структуры индивидуальных

*Ссылки на другие работы, касающиеся экспериментального исследования ливней, можно найти в цитируемых здесь публикациях.

событий, хотя, как правило, статистическая точность при этом невысока. С другой стороны, позиционные детекторы могут быть источниками информации только о диссипации энергии в ЭФЛ. Наиболее же простыми считаются эксперименты, в которых используются счетчики. Этот метод обеспечивает также хорошую статистическую точность экспериментальных результатов. Однако в простейшем варианте таким образом можно лишь определить усредненный профиль ЭФЛ [65].

Известные методические достоинства детекторов ливней призваны в оптимальной степени совмещать создаваемые, особенно в последние годы, электромагнитные калориметры различных типов и конструкций [75,76]. С их помощью были измерены продольные и поперечные профили энерговыделения в ЭФЛ, образованных электронами с энергией от нескольких ГэВ до 200 ГэВ [77—88]. В некоторых работах, выполненных с помощью этих установок, обнаружено отклонение продольного профиля ливня от экспоненциального на больших глубинах поглотителя [77,79,81,83]. Радиальные же распределения ЭФЛ чаще всего аппроксимируют суммой двух экспонент, причем одна из них описывает относительно узкую жесткую сердцевину ливня, вторая — его мягкую, размытую компоненту [78,82,84,87,88]. Однако условия, которым должны удовлетворять калориметры, — надежная идентификация частиц, хорошее энергетическое и пространственное разрешение — требуют не только знания продольных и поперечных профилей ливней, но и их флуктуаций, корреляции различных характеристик ЭФЛ, а также флуктуации положения оси ливня, вызванного первичным гамма-квантом. Программа исследований всех этих характеристик электронно-фотонных ливней, образованных гамма-квантами с энергией в интервале 100÷3500 МэВ была осуществлена при помощи 180-литровой ксеноновой пузырьковой камеры (КПК) ИТЭФ (Москва) [89]. Ранее ряд экспериментальных работ по методике определения энергии гамма-квантов и изучению отдельных характеристик инициируемых ими ЭФЛ был выполнен при помощи 24-литровой КПК ОИЯИ [90].

КПК предоставляет уникальные возможности детального анализа индивидуальных случаев ЭФЛ, создаваемых гамма-квантами с энергией выше ~10 МэВ. Одним из главных достоинств КПК является небольшое значение радиационной единицы длины $t_0(\mathrm{Xe}) = (4{,}05 \pm 0{,}17)$ см [91]* и

*Эта величина несколько больше, чем аналогичные оценки, приводимые в литературе для жидкого ксенона (например, [92]), так как в КПК добавляют: 0,5% этилена по весу [90] или 1% пропана и 0,7% этилена по объему [89] для гашения сцинтилляций и получения надежной чувствительности к ионизирующему излучению. В дальнейшем нами принято в качестве радиационной единицы длины в КПК значение 4 см. Определение радиационной единицы длины дано в разд. 2.

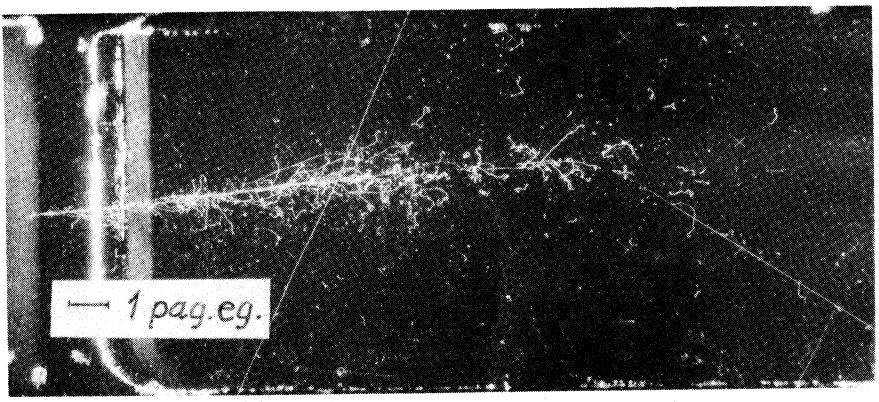


Рис.1. Электронно-фотонный ливень, вызванный гамма-квантом с энергией ~3 ГэВ, зарегистрированный в 180-литровой ксеноновой пузырьковой камере ИТЭФ (Москва). Указана радиационная единица длины

достаточно четкое изображение следов электронов с энергией, превышающей 0,5—1,5 МэВ. Кроме того, точно фиксируется точка конверсии первичного гамма-кванта и ось ливня, а длины проекции следов ливневых электронов можно измерить в среднем с относительной погрешностью не более 0,2. На рис.1 в качестве иллюстрации показан типичный случай электронно-фотонного ливня, вызванного гамма-квантом с энергией около 3 ГэВ, зарегистрированного на снимке со 180-литровой КПК ИТЭФ (Москва). Нетрудно также, как правило, отделить посторонний фон, происходящий от других заряженных частиц, и избежать ошибок, связанных с наложением ливней от двух гамма-квантов, возникших, в частности, от распада высокоэнергетического π^0-мезона. Пример события такого рода представлен на рис.2. Линейные размеры упомянутых камер достаточно велики, что, в дополнение к перечисленным достоинствам, делает их весьма полезными детекторами для исследования ЭФЛ в интервале энергий от нескольких десятков МэВ до нескольких ГэВ. Так, размеры 24-литровой КПК ОИЯИ составляют 11×7×4,5 рад.ед. [90], размеры 180-литровой КПК ИТЭФ — 25×11×10 рад. ед. [89].

Результаты исследования ЭФЛ, проводимого с помощью КПК, кроме относительной широты и разнообразия решаемых задач, представляют интерес еще и потому, что по ливневым свойствам к жидкому ксенону близки многие материалы, применяемые в качестве радиаторов черенковских спектрометров. Следует также подчеркнуть, что в последнее время создаются детекторы жесткого электромагнитного излучения, в

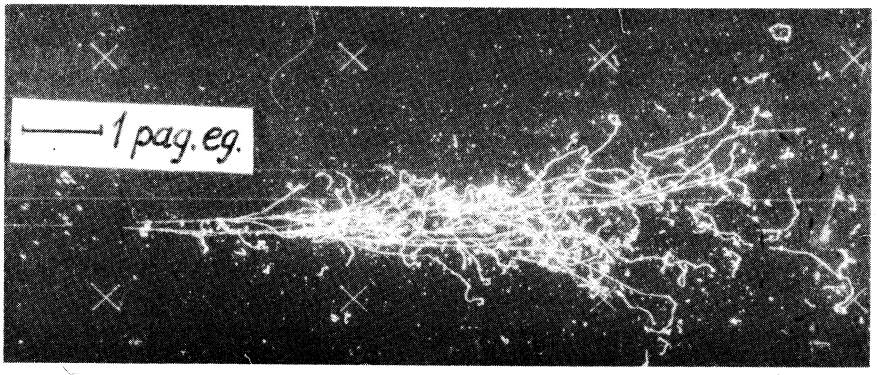


Рис.2. Распад π^0-мезона с энергией ~3,5 ГэВ на два гамма-кванта, которые образуют два близколежащих электронно-фотонных ливня. Снимок с 180-л КПК ИТЭФ (Москва)

которых в качестве активного вещества используется жидкий и даже твердый ксенон, например, жидко-ксеноновый калориметр для регистрации ЭФЛ от электронов и фотонов с энергией от 1 до 10 ГэВ [93]. Предложен также ксеноновый детектор, состоящий из большого количества ячеек ($2 \cdot 10^4$), предназначенный для ускорителей со встречными пучками следующих поколений [94]. Как известно, детекторы такого рода должны удовлетворять, кроме отмеченных выше, довольно жестким критериям, прежде всего: однородный аксептанс, линейный отклик в широком динамическом интервале, нечувствительность к радиационным повреждениям при больших и продолжительных нагрузках ($> 10^{33}$ см$^{-3} \cdot$с$^{-1}$), короткое время срабатывания. Оказывается, что жидкий ксенон по большинству этих требований имеет преимущество перед другими сцинтилляторами (BGO, NaI(Tl), BaF_2, TSM). Он, в частности, практически нечувствителен к радиационному повреждению (его радиационная стойкость более 10^7 рад [94]), нечувствителен к магнитному полю, некритичен к степени чистоты и дает возможность добиться отношения e/h, близкого к единице [95].

Целью настоящего обзора является изложение наиболее важных результатов, относящихся главным образом к экспериментальному исследованию электронно-фотонных ливней, вызываемых в плотных аморфных веществах гамма-квантами и электронами в интервале ускорительных энергий. Основательная и детальная информация на эту тему необходима при решении ряда сложных задач по оценке фона и оптимизации характеристик различного типа уже существующих и проекти-

руемых электромагнитных, а также адронных калориметров, которые, как уже отмечалось, должны удовлетворять весьма жестким требованиям. Во втором разделе описаны основные элементарные физические явления, составляющие ЭФЛ, и приведены определения параметров, характеризующих пространственно-динамическую картину этого процесса. Третий раздел содержит краткий обзор итогов каскадной теории, причем главный упор сделан на те результаты, которые в настоящее время представляют практическое значение. Альтернативный подход к описанию каскадного электромагнитного процесса, основанный на его численном моделировании методом Монте-Карло, вкратце представлен в разд.4. Результаты экспериментальных исследований различных характеристик ливней собраны в разд.5. Там же приведено феноменологическое скейлинговое описание продольных и поперечных профилей ливней и их флуктуаций, полученное на основе анализа экспериментальных результатов в виде простых формул, удобных для практического использования. Такое описание часто дает возможность получить достаточно надежные количественные оценки, не прибегая к громоздким расчетам методом Монте-Карло. В разд.6 подведены итоги данного обзора.

2. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ И ЛИВНЕВЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Процесс образования электронно-фотонного ливня можно представить в виде последовательности более элементарных и независимых актов взаимодействий, которые испытывает каждая из появившихся ливневых частиц. Хотя в действительности это не совсем строгое представление (например, комптоновское рассеяние на электронах атомов среды сопровождается ионизацией и возбуждением этих атомов), однако это полезное упрощение, тем более что таким образом можно добиться достаточно точного описания обсуждаемого явления. Кроме того, при рассмотрении свойств ливней принято пользоваться некими характерными величинами, зависящими только от свойств среды, — радиационной единицей длины*, единицей Мольера и критической энергией. Оказывается, что если продольные и поперечные размеры ЭФЛ, а также начальную и вторичные энергии выразить через эти параметры, то зависимость развития ливней от среды в достаточно тяжелых веществах существенно ослабевает.

*В литературе можно встретить в качестве синонимов и другие названия: радиационная длина, радиационная единица, ливневая единица, t-единица, каскадная единица.

В настоящем разделе приведены выражения для вероятностей основных элементарных процессов, составляющих ЭФЛ, и даны определения упомянутых ливневых параметров. Указаны также пределы применимости приводимых формул. Для удобства описание обозначений физических величин сведено в табл.1.

Таблица 1. Обозначения и их описание

E_γ	— энергия гамма-кванта;
E'_γ	— энергия вторичного гамма-кванта, если первичной частицей является гамма-квант;
m	— масса покоя электрона;
c	— скорость света;
v	— скорость электрона или позитрона; $\beta = v/c$, $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$;
E	— полная энергия электрона или позитрона в единицах mc^2;
p	— импульс электрона в единицах mc;
E'	— полная энергия вторичного электрона или позитрона (в единицах mc^2), если первичной частицей является электрон или позитрон;
α	— постоянная тонкой структуры;
r_e	— классический радиус электрона;
e	— электрический заряд электрона;
h	— постоянная Планка;
Z	— электрический заряд ядра (в единицах e);
A	— массовое число ядра;
t_0	— радиационная единица длины;
N_0	— число Авогадро;
ρ	— плотность (г/см^3);
I	— потенциал ионизации атома;
$n = \rho N_0 Z/A$	— концентрация;
n	— коэффициент преломления.

Образование электрон-позитронных пар фотонами. Дифференциальное сечение образования электрон-позитронной пары фотоном с энергией E_γ в поле атомного ядра, проинтегрированное по углам, можно представить в следующем виде [11,96]:

$$\sigma_{ap}(E_\gamma, E)dE = 4\alpha Z^2 r_e^2 \ln(183Z^{-2/3})\,(dE/E_\gamma)\,\psi(E_\gamma, E). \qquad (1)$$

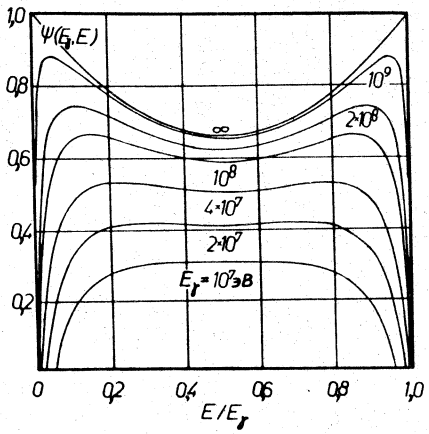


Рис.3. График функции $\psi(E_\gamma, E)$, описывающей зависимость эффективного сечения образования в воздухе электрон-позитронной пары фотоном с энергией E_γ [11]. E — энергия одной из частиц пары

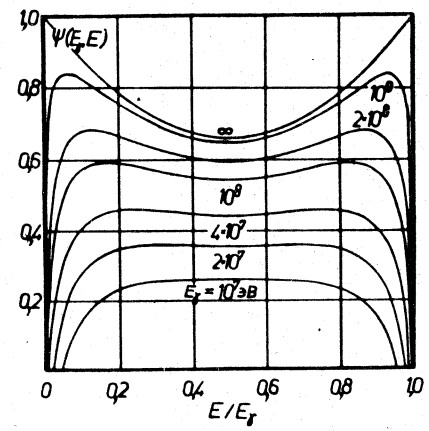


Рис.4. То же, что на рис.3, для свинца [11]

Так как образование пары происходит на некотором расстоянии от атомного ядра, то его электрический заряд экранируют атомные электроны. Влияние этого экранирования определяет параметр

$$\xi \cong (136mc^2/E_\gamma)Z^{-1/3}/u(1-u), \quad (2)$$

который пропорционален отношению эффективного радиуса атома к максимальному значению параметра соударения. Здесь $u = E/E_\gamma$. Экранирование считается полным, когда $\xi \approx 0$, и отсутствует, если $\xi >> 1$. Из (2) видно, что ξ уменьшается с ростом E_γ. Следовательно, в области высоких энергий первичные гамма-кванты конвертируют в электрон-позитронные пары при полном экранировании. Информацию об экранировании в рассматриваемом процессе содержит функция $\psi(E_\gamma, E)$. Ее график для воздуха и свинца при семи значениях энергии E_γ представлен на рис.3 и 4 соответственно. Общепринятая в настоящее время аналитическая аппроксимация этой функции получена в предположении потенциала Томаса — Ферми с точностью 1% Месселом и Кроуфордом [97].

При высоких энергиях электрон-позитронные пары испускаются в очень узком угловом конусе в направлении первичных фотонов. Поэтому обычно принимается, что направления движения пары и родившего ее гамма-кванта совпадают. В качестве критерия применимости такого предположения можно воспользоваться, согласно [97], отношением среднеквадратичного угла вылета пары к углу многократного рассеяния на длине $t \approx 0{,}7$ рад.ед. В данном

случае это отношение, приблизительно равное $\ln E/30$, должно быть достаточно малой величиной [97].

Суммарное сечение образования электрон-позитронной пары фотоном в поле атомного ядра и атомных электронов имеет вид [9,11,98]:

$$\sigma_p(E_\gamma, E)\, dE = 4\alpha Z(Z+\xi) \ln (183Z^{-1/3})\, r_e^2 (dE/E_\gamma)\, \psi(E_\gamma, E), \quad (3)$$

где

$$\xi = \ln (1440Z^{-2/3})/\ln (183Z^{-1/3}) \quad (4)$$

и меняется от 1,33 при $Z = 5$ до 1,16 при $Z = 82$ [96].

Поскольку выражение (3) получено в рамках борновского приближения, которое приводит к заниженным значениям σ_p при низких энергиях, то к сечению (3) добавляют полуэмпирическую поправку $A(Z) \ln E_\gamma/E_\gamma$ (для свинца $A(Z) = 0{,}284$) [97]. В случае же сверхвысоких энергий, когда угол между электроном и позитроном пары очень мал ($\theta_p \approx mc^2/E_\gamma$), передача продольного импульса ядру мала и, согласно соотношению неопределенностей, продольные размеры $r_\parallel$ области взаимодействия значительно возрастают. В достаточно плотной среде они могут охватывать много атомов так, что среднеквадратичный угол многократного рассеяния на пути $r_\parallel$ может оказаться больше угла θ_p. Тогда, как было показано Ландау и Померанчуком [99] и Мигдалом [100], в аморфной среде происходит уменьшение величины образования пар в сравнении с выражением (3) [97]. Например, в свинце этот эффект становится существенным при $E_\gamma \geq (2 \cdot 10^{12} - 10^{13})$ эВ [9,101].

Тормозное излучение электрона. Дифференциальное сечение образования фотона электроном в поле ядра и атомных электронов, проинтегрированное по углам, имеет вид [9,11,98]:

$$\sigma_b(E, E_\gamma)\, dE_\gamma = 4\alpha Z(Z+\xi) \ln (183Z^{-1/3})\, r_e^2 (dE_\gamma/E_\gamma)\, \phi(E, E_\gamma). \quad (5)$$

Аналогично случаю образования электрон-позитронной пары функция $\phi(E, E_\gamma)$ учитывает эффект экранирования. В рамках модели атома Томаса — Ферми получена (с точностью ~1%) аналитическая аппроксимация этой функции [97]. Роль параметра экранирования играет здесь величина

$$\xi \approx (136mc^2/E)\, Z^{-1/3}\, v/(1-v), \quad (6)$$

где $v = E_\gamma/E$. Легко заметить, что при достаточно высоких энергиях электронов их радиационные потери происходят практически в условиях полного экранирования. Графически зависимость функции $\phi(E, E_\gamma)$ от

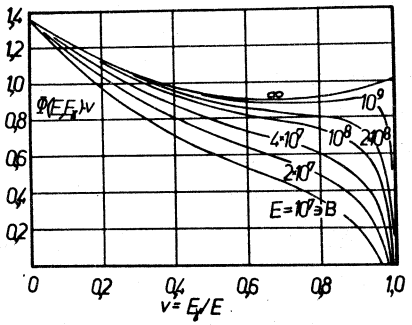


Рис.5. График функции $\phi(E, E_\gamma)$, описывающей зависимость эффективного сечения тормозного излучения с энергией E_γ электроном с энергией E в воздухе [11]

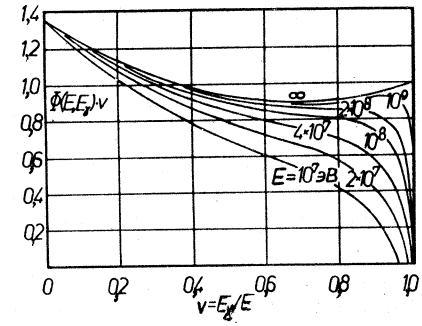


Рис.6. То же, что на рис.5, для свинца [11]

энергии E_γ испускаемых гамма-квантов для нескольких значений энергии E первичных электронов в воздухе и свинце изображена на рис.5 и 6 соответственно. Угловым разбросом вторичных фотонов можно пренебречь, как и ранее, если величина $\ln E/30$ достаточно мала [97].

По соображениям, аналогичным случаю образования электрон-позитронных пар, приведенное выражение для эффективного сечения нуждается в корректировке. Итак, в интервале не очень высоких энергий суммарное сечение тормозного излучения (5) умножают на фактор $1+3(\alpha Z)^{1/3}/E$ [97]. При ультрарелятивистских энергиях ($E \gtrsim 10^{12}$ эВ) вследствие ЛПМ-эффекта уменьшается вероятность излучения тормозных фотонов более низких энергий. Так, например, в свинце эффективное сечение образования фотонов с энергией $E_\gamma < 10^{-3}E$ уже при $E=10^{10}$ эВ меньше, чем ожидаемое без учета этого эффекта. При более высоких значениях энергии электронов верхний предел значений E_γ, которым соответствует уменьшение значения сечения, возрастает, и при $E = 10^{13}$ эВ практически достигает максимума, т.е. $E_\gamma \approx E$ [9,10].

Возбуждение и ионизация атомов. Быстрые электроны и позитроны испытывают неупругие столкновения с атомами среды и теряют свою энергию на их возбуждение и ионизацию. Это так называемые ионизационные потери энергии. Выражения для эффективных сечений неупругого рассеяния электронов и позитронов на атомных электронах были впервые получены Меллером [102] и Баба [103] соответственно. Однако, с практической точки зрения, удобно пользоваться макроскопической величиной средних потерь энергии на единицу пройденного частицей пути,

известной как формула Бете — Блоха [104—111]. Для электронов ее можно записать в следующем виде [112]:

$$(-dE/dx)_{\text{ion}} = 2\pi r_e^2 mc^2 \beta^{-2} n[\ln(mc^2 EI^{-2}) + 0{,}43 + 2\ln(\beta\gamma) - \beta^2 - \delta]. \quad (7)$$

Здесь I означает средний потенциал ионизации атома, δ — поправка, учитывающая эффект плотности среды. Стернхаймером получена эмпирическая аппроксимация зависимости от Z величины I в интервале $Z \geq 13$, представляющем наибольший практический интерес [113]:

$$I = 9{,}73Z + 58{,}8Z^{-0{,}19} \text{ эВ}. \quad (8)$$

Существуют и другие аппроксимации зависимости от Z среднего (или эффективного) потенциала, например, в рамках модели Томаса — Ферми [114,75]: $I = 16Z^{0,9}$ эВ или просто $I = 12Z$ эВ. Для сложных веществ средний потенциал равен [115]:

$$\ln I = \sum_i g_i \ln I_i,$$

где g_i означает отношение концентрации электронов в атомах i-го сорта к суммарной концентрации электронов данного материала. Вклад поправки δ зависит от энергии частицы и свойств вещества. В табл. 2 приведены результаты расчетов доли, которую эта поправка составляет в сравнении со средними ионизационными потерями энергии электронов в различных материалах. Можно заметить, что с ростом E увеличивается влияние эффекта плотности среды. Это увеличение компенсирует логарифмический рост ионизационных потерь энергии, благодаря чему наблюдается так называемое плато Ферми [116].

Таблица 2. Вклад поправки δ (в %) в средние ионизационные потери электронов с энергией E в различных материалах [115]

E, МэВ	H	O	Ne	A	C	Al	Cu	Pb
1	0	0	0	0	3,53	2,09	3,78	0,85
10	0	0	0	0	14,3	10,4	12,8	7,44
100	3,55	4,23	1,21	2,25	29,2	24,8	25,7	19,7

В действительности более рационально относить уменьшение ионизационных потерь энергии электронов, обусловленное эффектом плотности среды, к суммарным потерям энергии электронов на столкновения, ионизацию и тормозное излучение, которое доминирует при достаточно высоких энергиях электронов ($E \geq 10$ МэВ). Такие оценки даны в табл.3.

Таблица 3. То же, что в табл.2, относительно суммарных потерь энергии электронов в веществе [115]

E, МэВ	H	O	Ne	A	C	Al	Cu	Pb
1	0	0	0	0	3,5	2,15	3,60	0,7
10	0	0	0	0	13,2	8,84	9,23	3,68
100	2,83	2,01	0,52	0,69	14,1	8,11	4,83	1,75

Для сложных веществ средние ионизационные потери энергии электронов можно записать в виде

$$\left(-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}\right) = \sum_i n_i \left(-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}\right)_i$$

где n_i — концентрация i-го компонента вещества.

Распределение ионизационных потерь энергии быстрых электронов в достаточно толстых слоях вещества асимметрично и характеризуется четко выраженным максимумом, обусловленным большим числом дальних столкновений, которые приводят к возбуждению атомов, и длинным спадом, пропорциональным E^{-2}, вызванным соударениями на близких расстояниях и описывающим энергетическое распределение электронов, выбиваемых из атомов (так называемые δ-электроны). Другими словами, быстрый электрон испытывает в среде большое количество столкновений, в каждом из которых теряет незначительную долю своей энергии, и небольшое число таких столкновений, в которых он передает значительное количество своей энергии, до максимальной включительно. Средние потери энергии $\overline{\Delta} = \overline{[x(dE/dx)]}$ в слое вещества толщиной x связаны с наиболее вероятными Δ_0 в том же слое следующим образом [117]:

$$(\overline{\Delta} - \Delta_0)\beta^2/(2\pi r_e^2 mc^2 N_0) = 0{,}37x(Z/A).$$

Количественное описание флуктуаций ионизационных потерь энергии было впервые получено Ландау [118], а затем и другими авторами [119—123] (см. также [75]).

В тех случаях, когда не требуется большая точность, средние ионизационные потери энергии электронов и позитронов с энергией не менее 1 МэВ можно аппроксимировать формулой [95]:

$$-dE/dx = a - b\,E^{-c}\ [\text{МэВ/см}], \qquad (9)$$

где постоянные a, b и c, зависящие от вещества, приведены в табл.4.

Таблица 4. Значения констант a, b и c в формуле (9) [97]

Вещество	a, МэВ/см	Электроны		Позитроны	
		b	c	b	c
Pb	11,41	3,25	0,567	2,85	0,528
Al	3,84	0,59	0,768	0,45	0,704
C	11,31	2,32	0,574	1,92	0,516
Вода	2,00	0,29	0,834	0,21	0,764
Эмульсия (Ильфорд G5)	5,07	1,15	0,593	0,98	0,549

Многократное кулоновское рассеяние. Быстрый электрон испытывает в конечном слое вещества множество квазиупругих взаимодействий с атомами, атомными электронами и ядрами, в результате которых его энергия может уменьшиться лишь незначительно, но меняется направление движения частицы. В простейшем случае, когда толщина слоя небольшая и, следовательно, углы θ рассеяния малы, распределение плотности вероятности $P(\theta)$ имеет вид [124]:

$$P(\theta)d\theta = (2/\langle\theta^2\rangle)\exp[-\theta^2/\langle\theta^2\rangle]\theta d\theta, \qquad (10)$$

где

$$\langle\theta^2\rangle = Z^2(N_0/A)(4cr_e^2/\alpha^2)\ln(181Z^{-1/3})/(E\beta^2)^2.$$

В общем случае задача многократного кулоновского рассеяния решена Мольером [125] и другими авторами [126—128,26]. Численные значения функций, через которые можно выразить распределение по углу рассеяния электронов, прошедших слой вещества определенной толщины, приведены в [97].

Комптоновское рассеяние гамма-квантов. Дифференциальное сечение рассеяния гамма-кванта на свободном электроне (комптоновское рассеяние) описывается формулой Клайна — Нишина [129]:

$$\sigma_c(E_\gamma, E_\gamma')dE_\gamma' = \pi r_e^2(mc^2dE_\gamma'/E_\gamma)[1 + u^2 - 2(1 + k_0)/k_0^2 + \\ + (1 + 2k_0)u/k_0^2 + 1/(uk_0^2)]/u. \qquad (11)$$

Здесь $u = E_\gamma'/E_\gamma$, $k_0 = E_\gamma/mc^2$ и $1/(1 + 2k_0) < u < 1$. Из закона сохранения энергии и импульса следует, что угол рассеяния гамма-кванта θ_γ и угол вылета электрона отдачи θ_e (относительно направления первичного фотона) определяются формулами

$$\cos\theta_\gamma = 1 - (1/u - 1)/k_0 \text{ и } \cos\theta_e = \sqrt{1 - u}\,(1 + 1/k_0)/\sqrt{(1 - u) + 2k_0}.$$

Фотоэффект. Фотоэффект состоит в поглощении атомом фотона с последующим испусканием электрона, обладающего энергией этого фотона, уменьшенной на энергию связи электрона в атоме. Взаимодействие происходит с электронами K-оболочки, если фотон имеет достаточно большую энергию, или с электронами более высоких оболочек, если энергия фотона соответственно меньше. Сечение этого процесса, полученное Праттом [130], аппроксимирует формула [97]:

$$\sigma_{\text{ph}}(E_\gamma) = 4\pi r_e^2 mc^2 (\alpha Z)^4 (n/E_\gamma)\, \varphi(E_\gamma, Z), \tag{12}$$

где зависимость от αZ коэффициентов разложения функции $\varphi(E_\gamma, Z)$ по обратным степеням E_γ сведена в численном виде в [97] (также [117]). Энергия испускаемого электрона равна [97]:

$$E = E_\gamma + [1 - (\alpha Z)^2].$$

Аннигиляция позитрона и электрона. Сечение двухфотонной аннигиляции электрона и позитрона было получено впервые Дираком ([3], с.303):

$$\sigma_a(E) = \pi r_e^2 \frac{1}{E+1}\left[\frac{E^2+4E+1}{E^2-1}\ln\left(E+\sqrt{E^2-1}\right) - (E+3)/\sqrt{E^2-1}\right]. \tag{13}$$

При $E > 2$ (т.е. при энергии позитрона выше ~1 МэВ) сечение $\sigma_a(E)$ можно аппроксимировать простой формулой [97]:

$$\sigma_a(E) \approx 1{,}6\pi r_e^2 n E^{-7/9},$$

откуда ясно видно, что этот процесс существен лишь при очень низкой энергии позитрона. Вероятность однофотонной аннигиляции позитрона на атомном электроне не превышает 5% [97].

Излучение Черенкова. Частица, обладающая электрическим зарядом Ze и движущаяся со скоростью v, превышающей скорость света в данной среде c/n, т.е. $v > c/n$, где n — коэффициент преломления среды, излучает на длине dx пройденного пути энергию dE в виде электромагнитных волн в оптическом интервале частот ν, причем [131]:

$$dE/dx = (2\pi Ze/c)^2 \int\limits_{\beta n(\nu)>1} [1 - 1/(\beta n)^2]\nu\, d\nu. \tag{14}$$

Поскольку число испускаемых частицей фотонов пропорционально $d\nu$ или, что то же, $d\lambda/\lambda^2$ (λ — длина волны излучаемого света), то из (14) следует, что в излучении Черенкова преобладает голубой свет. Если пренебречь дисперсией среды, т.е. зависимостью n от λ, то для оптического интервала длин волн λ = 400÷700 нм, получаем из (14)

$$dE/dx = (Z\alpha/e)^2[(h\nu_1)^2 - (h\nu_2)^2][1 - 1/(\beta n)^2]/2, \qquad (15)$$

откуда следует, что для релятивистского электрона ($\beta \approx 1$) в воде ($n = 1{,}33$) $dE/dx \approx 400$ эВ/см, или 200 фотонов/см, что составляет ~0,02% суммарных потерь его энергии [132]. Можно также заметить, что в оптической области зависимость излучения Черенкова от энергии электрона в данном веществе определяется фактором $1 - 1/(\beta n)^2$. На рис.7 эта зависимость показана для двух материалов: свинцового стекла SF5 ($n = 1{,}67$ [29]) и жидкого ксенона ($n = 1{,}60$ [95]). Из этого рисунка видно, что потери энергии электрона на излучение Черенкова достигают одновременно плато при значении энергии 1—2 МэВ, которое близко к часто применяемому значению энергии обрезания ливневых электронов как в эксперименте (например, [38]), так и при численном моделировании ливней (например, [29]).

Излучение Черенкова характеризуется выделенной направленностью, которая определяется углом θ относительно скорости $v = \beta c$ движения заряженной частицы так, что $\cos\theta = (c/n)/(\beta c) = 1/(\beta n)$, $\beta > 1/n$. Следовательно, фронт излучаемой частицей волны перемещается, согласно принципу Гюйгенса, со скоростью $c/n < \beta c$ относительно траектории этой частицы. Образно выражаясь, электрическое поле движущейся в данной среде частицы, обладая меньшей, чем сама частица, скоростью распространения, постоянно отрывается от нее до тех пор, пока выполнено условие $\beta > 1/n$ (см. также [133]).

Целесообразно отметить, что Аллисоном, Коббом и Райтом получено единое описание потерь энергии заряженной частицей [123, 134], включающее ионизационные потери энергии, излучение Черенкова и переходное излучение, которое возникает в результате интерференции черенковского излучения на поверхности, разделяющей две разные среды (см. также [75,с.8]).

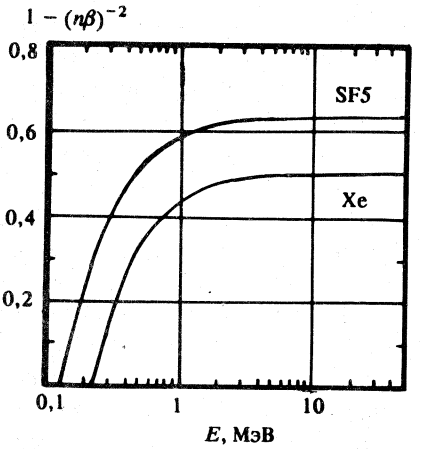


Рис.7. Зависимость от энергии электрона фактора $1 - (n\beta)^{-2}$, определяющего энергетическую зависимость излучения Черенкова в оптической области. Кривые соответствуют двум материалам: жидкому ксенону и свинцовому стеклу SF5

Эффект Чудакова. Гамма-квант может конвертировать в электрон-позитронную пару таким образом, что в лабораторной системе

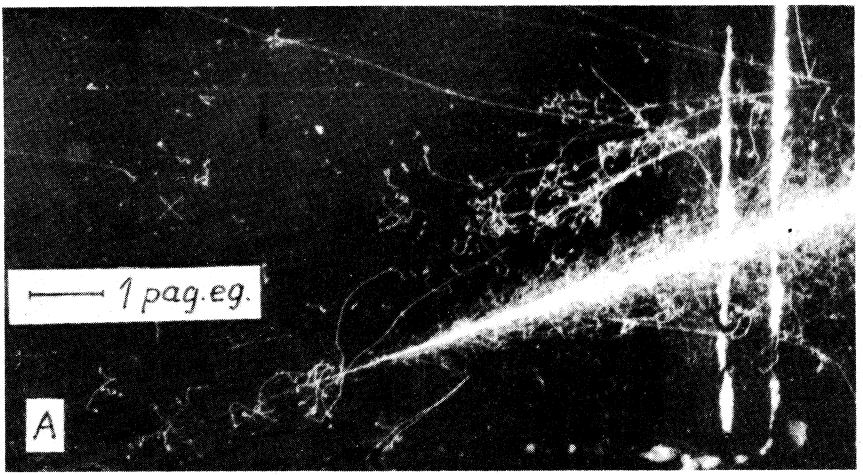


Рис.8. Электронно-фотонный ливень, вызванный гамма-квантом космического излучения и зарегистрированный в 180-л ксеноновой пузырьковой камере ИТЭФ (Москва). Точка *A* обозначает место попадания в регистрирующий объем камеры электрон-позитронной пары, в которую конвертировал первичный гамма-квант. Указана радиационная единица длины

отсчета (т.е. относительно вещества) электрон и позитрон уносят практически по половине энергии первичного гамма-кванта. Если эта энергия достаточно большая, то частицы пары движутся столь близко друг к другу, что их электромагнитные поля интерферируют. В результате этого тормозное излучение и ионизационные потери энергии такой пары оказываются меньше, чем в случае двух таких же, но пространственно разделенных частиц, и, следовательно, пробег пары возрастает [135]. Естественно ожидать, что этот эффект скажется, в первую очередь, на начальной стадии образования ливня высокоэнергетическим гамма-квантом. На рис.8 изображен электронно-фотонный ливень, вызванный космическим гамма-квантом с энергией в несколько сот ГэВ, зарегистрированный на снимке 180-литровой КПК ИТЭФ (Москва), причем первичный гамма-квант конвертировал, вероятно, в стенке камеры*. От точки влета электрон-позитронной пары (*A*) до начала интенсивного ливнеобразования наблюдается еле заметный прямолинейный след длиной не менее 3 рад.ед., плотность ионизации которого увеличивается по мере удаления от точки *A*, но значительно меньше, чем у электронов другого ливня, зарегистрированного рядом.

*Другая возможная интерпретация данного события менее вероятна.

В простейшем случае, когда электрон и позитрон пары имеют одинаковую энергию, эффективное уменьшение ионизационных потерь энергии пары в среде можно записать в следующем виде [124]:

$$\Delta = (0{,}3072/\beta^2)\,[\beta^2/2 + 3\ln E - 0{,}13 - K_0(d/D)],$$

где $D = (4\pi r_e n)^{-1/2}$ — радиус экранирования, d — расстояние между электроном и позитроном, K_0 — модифицированная функция Бесселя второго рода. В частности, отношение потерь энергии пары к сумме потерь энергии электрона и позитрона по отдельности в ядерной эмульсии равно 0,46 на длине пробега 15 мкм и 0,86 — на длине пробега 200 мкм, если энергия пары равна 180 ГэВ [136].

Ливневые параметры. Структура эффективных сечений двух основных процессов, составляющих ЭФЛ, т.е. сечения образования электрон-позитронных пар (3) и сечения тормозного излучения (5), такова, что их можно представить в виде произведения двух сомножителей, один из которых, отнесенный не к одиночному атому, а к их концентрации n, содержит информацию о свойствах вещества, в котором ливень развивается и имеет размерность обратной длины, второй же описывает, в основном, динамику самого процесса. По этой причине оказалось целесообразным ввести понятие радиационной единицы длины t_0, для которой приведем два, среди довольно многочисленных, определения. Первое имеет общефизический характер [9,10]:

$$1/t_0 = 4n\alpha Z(Z + \xi)r_e^2\{L_i^{\text{рад}} - f(Z)\}\ [\text{см}]. \qquad (16)$$

Здесь $L_i^{\text{рад}} = \int_0^{mc^2} |1 - F(q)|^2 dq/q + 1$, $F(q)$ — атомный формфактор. Для тяжелых элементов на основании модели атома Томаса — Ферми $L_i^{\text{рад}} = \ln(183Z^{-1/3})$, $f(Z)$ — поправка на борновское приближение, $f(Z) \sim Z^2$ [10]. Как и ранее (формулы (4) и (5)), величина ξ учитывает влияние атомных электронов и существенна при малых Z, в то время как для тяжелых элементов значителен вклад от $f(Z)$. Второе выражение для радиационной единицы длины считается общепринятым при практических расчетах в случае однородной среды, состоящей из атомов одного сорта с $Z \geq 5$ ([92;с.s51]):

$$1/t_0 = 4\alpha r_e^2 N_0(Z^2/A)\,[\ln(184{,}15Z^{-1/3}) + \ln(1194Z^{-2/3})/Z - \\ - 1{,}202(\alpha Z)^2 + 1{,}0369(\alpha Z)^4 - 1{,}008(\alpha Z)^6/(1 + \alpha^2 Z^2)]. \qquad (17)$$

Радиационная единица длины, определенная выражением (16), имеет размерность [см], в выражении (17) ее размерность [г/см^2]. Пересчет осуществляется путем умножения или деления на плотность вещества ρ [г/см^3].

Для вещества, состоящего из нескольких элементов в виде смеси, имеем

$$1/t_0 \approx \sum_i \omega_i / t_0^{(i)}, \tag{18}$$

где ω_i — доля (по массе) i-го элемента с рад.ед. $t_0^{(i)}$. В случае химического соединения величина t_0 на несколько процентов меньше, чем это получается из (15) ([92, с.s51]).

Пользуясь понятием радиационной единицы длины, можно выразить средние потери энергии электрона на тормозное излучение в веществе следующим образом:

$$dE/dx = -E/t_0, \tag{19}$$

откуда получаем, что среднее значение энергии электрона, прошедшего в веществе путь x, равно

$$E = E_0 \exp(-x/t_0), \tag{19'}$$

где E_0 — начальная энергия электрона. Путь x можно выразить в рад.ед., т.е. $t = x/t_0$. Тогда $E = E_0 \exp(-t)$.

Второй важной ливневой характеристикой, как было отмечено во введении, является критическая энергия ε_c. Она определяется из условия равенства потерь энергии на тормозное излучение и на ионизацию ([75]):

$$\frac{(-dE/dx)_b}{(-dE/dx)_{\text{ион}}} \cong \frac{Z\varepsilon_c}{580} = 1, \tag{20}$$

откуда $\varepsilon_c \cong 580$ МэВ$/Z$.

Критическую энергию определяют также как энергию, теряемую электроном на ионизацию на протяжении одной рад.ед. (см., например, [9]). Тогда вместо (19) можно написать

$$dE/dt = -(E + \varepsilon_c). \tag{21}$$

Наконец, единица Мольера определяется равенством ([75, с.152]):

$$R_M = 21\ [\text{МэВ}] \cdot t_0/\varepsilon_c, \tag{22}$$

или для $13 \le Z \le 92$ с погрешностью не более 10% [137]:

$$R_M \cong 7A/Z. \tag{22'}$$

В табл.5 приведены численные значения радиационной единицы длины и критической энергии для нескольких наиболее часто применяемых веществ.

Таблица 5. Численные значения радиационной единицы длины t_0 и критической энергии ε_c для некоторых веществ; Z — (среднеквадратичное) атомное число, ρ — плотность

Вещество	Z	ρ, г/см^3	t_0, см	ε_c, МэВ
Воздух	7,31	0,0012	30400	76
Вода	4,69	1,00	35,7	62
Углерод	6	2,25	18,9	64
Алюминий	13	2,70	8,86	34
Ядерная эмульсия (Ilford G5)	21	3,83	2,88	14
Железо	26	7,86	1,74	18
Медь	29	8,94	1,42	16
Аргон (жидкий)	18	1,39	14,3	41,1*
Криптон (жидкий)	36	2,45	4,76	21,3*
Ксенон (жидкий)	54	3,06	2,77	14,2*
BGO ($Bi_4Ge_3O_{12}$)	16,38	7,13	1,12	10,7
NaI	32	3,67	2,59	12,4
Свинец	82	11,35	0,513	6,4

*Вычислено по данным [95] и формуле (22).

Кроме того, для жидкого ксенона с примесями, наполняющего КПК (см. введение): $\rho = 2{,}18$ г/см^3, $t_0 = (4{,}05 \pm 0{,}17)$ см [91] и $\varepsilon_c = 11$ МэВ [138]. Значения t_0 и ε_c для многих сложных веществ вычислены в [139].

Сравнение сечений. Соотношение между сечениями основных процессов, составляющих электронно-фотонный ливень, во многом определяет его пространственную структуру. На рис.9 показана зависимость от энергии гамма-квантов E_γ полных сечений на 1 рад.ед. в свинце: комптоновского рассеяния (σ_c), образования электрон-позитронных пар (σ_p) по отдельности и их суммы ($\sigma_c + \sigma_p$). Можно заметить, что сумма сечений имеет минимум в интервале небольших значений энергии E_γ ($E_\gamma \cong 4$ МэВ в свинце) и, следовательно, фотоны из этого интервала энергий будут обладать наибольшей проникающей способностью в данном веществе. Таким образом, можно ожидать, что продольный профиль ливня на боль-

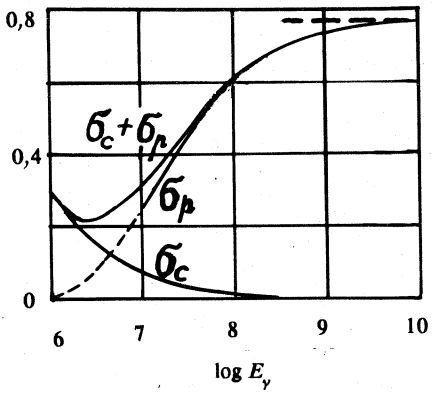


Рис.9. Полные сечения на радиационную единицу длины в свинце для комптоновского рассеяния (σ_c) фотонов с энергией E_γ и образования ими электрон-позитронной пары (σ_p) [11]. Показана также зависимость от E_γ суммы этих сечений. Штриховой линией указано асимптотическое значение σ_p (E_γ в эВ)

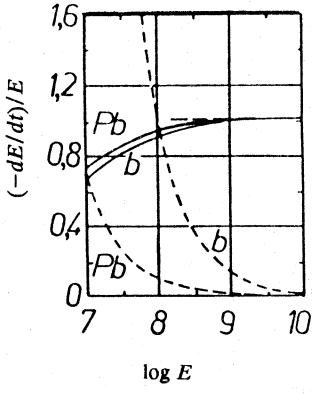


Рис.10. Средние относительные потери энергии электронов на ионизацию (пунктирные кривые) и тормозное излучение (сплошные кривые) в воздухе (*b*) и свинце (Pb) [11].Штриховой линией указано асимптотическое значение радиационных потерь энергии. Энергия E в эВ

ших глубинах вещества будет определяться, в основном, законом поглощения именно этих фотонов, т.е. будет иметь вид $\sim \exp[-(\sigma_c+\sigma_p)_{\min} t]$, что и было установлено в ряде работ (например, [97]). Здесь t выражено в рад.ед.

Средние относительные потери энергии электронов на ионизацию и тормозное излучение в воздухе и свинце представлены на рис.10. Там же штриховой линией указано асимптотическое значение радиационных потерь энергии, которое в свинце достигается при $E \cong 1$ ГэВ. Некоторое превышение этого значения над единицей обусловлено тем, что при больших энергиях, т.е. в условиях полного экранирования, средние ионизационные потери энергии на тормозное излучение равны [9]: $(-1/E)\,(dE/dt) = 1 + b$, где $b = 1/(18 \ln (183Z^{-1/3}))$. Для воздуха $b = 0{,}012$, для свинца $b = 0{,}015$.

3. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ КАСКАДНОЙ ТЕОРИИ

До сих пор опубликован ряд исчерпывающих работ обзорного характера, в которых, как правило, весьма подробно изложены основы анали-

тического подхода к каскадной теории [2,8—12]. Кроме того, как уже отмечалось во введении, практическая применимость такого подхода ограничивается областью очень больших энергий частиц, инициирующих ливни в достаточно легких веществах ($Z \lesssim 20$—30). Тем не менее некоторые результаты, касающиеся отдельных характеристик ливней, получаемые аналитическими методами, оказались пригодными также в случае умеренно высоких энергий и более тяжелых веществ. Это относится, главным образом, к интегральным характеристикам ЭФЛ, таким как энергетическая зависимость суммарной длины следов ливневых электронов, а также величины и положения максимума ливня и его центра тяжести. В этом разделе мы вкратце обсудим, в основном, именно эти результаты.

Уравнения и их решения. Одномерные уравнения диффузии ливневых электронов и фотонов, учитывающие ионизационные потери энергии, т.е. в приближении Б, записываются следующим образом [11]:

$$\partial n_e(E_0, E, t)/\partial t = 2\int_E^\infty n_\gamma(E_0, E', t)\,\Sigma_p(E', E)dE' +$$

$$+\int_E^\infty n_e(E_0, E', t)\,\Sigma_b(E', E'-E)dE' - \int_0^E n_e(E_0, E_0, E', t)\,\Sigma_b(E, E')dE' +$$

$$+\varepsilon\,\partial n_e(E_0, E, t)/\partial E; \qquad (23)$$

$$\partial n_\gamma(E_0,E,t)/\partial t = \int_E^\infty n_e(E_0,E',t)\,\Sigma_b(E', E)dE' - \int_0^E n_\gamma(E_0, E', t)\,\Sigma_p(E, E')dE'.$$

В этих уравнениях величины Σ_p и Σ_b — дифференциальные сечения образования электрон-позитронной пары (3) и тормозного излучения (5) соответственно, но отнесенные к радиационной единице длины вещества, в котором ливень развивается; $n_e(E_0, E, t)$ и $n_\gamma(E_0, E, t)$ — средние числа электронов (n_e) и фотонов (n_γ) с энергией в интервале $(E, E + dE)$ на глубине t (рад.ед.) вдоль оси развития ливня, вызванного частицей с энергией E_0; ε — средние ионизационные потери энергии ливневых электронов на 1 рад.ед. (т.е. критическая энергия). Если ливень вызван гамма-квантом, то $n_\gamma(E_0, E, 0) = \delta(E - E_0)$ и $n_e(E_0, E, 0) = 0$, если же первичной частицей является электрон, то $n_\gamma(E_0,E,0)=0$ и $n_e(E_0,E,0)= \delta(E - E_0)$.

В действительности, практический интерес представляют средние числа частиц данного сорта с энергией выше некоторого значения E_c (энергия обрезания или пороговая энергия). Это так называемые каскад-

ные функции или каскадные кривые. В частности, для электронов, которые регистрируются большинством детекторов, имеем

$$N_e(E_0, E_c, t) = \int_{E_c}^{E_0} \mathsf{n}_e(E_0, E, t)\, dE. \tag{24}$$

Одним из наиболее распространенных и эффективных методов решения уравнений (23) является метод моментов [2,10]. Суть его состоит в том, что из этих уравнений находят не сами функции распределения ливневых частиц, а решают более простую задачу — определяют их моменты по глубине t. Затем, зная все моменты, можно, в принципе, найти и сами исходные функции. При этом нулевой момент или так называемый «равновесный» спектр (электронов или фотонов) играет основную роль, так как, исходя из рекуррентных формул, можно вычислить последовательно все остальные моменты функции распределения частиц.

Каскадные функции ливней, образованных гамма-квантами в легких веществах, принято аппроксимировать полиномом Лагерра $L_n^1(x)$ с разными весовыми функциями, например, $\gamma t \exp(-\gamma t)$. Тогда [10]:

$$N_e(E_0, E_c, t) = \gamma t \exp(-\gamma t) \sum_{n=0}^{k} A_n L_n^1(\gamma t), \tag{25}$$

где A_n — коэффициенты разложения, γ — параметр, который принимается равным коэффициенту поглощения фотонов небольших энергий, обладающих наибольшей проникающей способностью (см., например, рис.9). В случае первичных электронов в качестве аппроксимирующей функции можно взять сумму полиномов Лагерра [10]:

$$N_e(E_0, 0, t) = \left[\sum_{n=0}^{k} A_n L_n^0(\gamma t) + CL_{k+1}^0(\gamma t)\right] \exp(-\gamma t), \tag{26}$$

где дополнительный член $CL_{k+1}^0(\gamma t)$ обеспечивает выполнение условия $N_e(E_0, 0, 0) = 0$, γ — как в (25). Для построения каскадных функций ливней, инициируемых гамма-квантами в тяжелых веществах, применяют весовую фукцию вида [10]:

$$\omega(t) = \gamma^{i+1} t^i \exp(-\gamma t)/\Gamma(i+1), \tag{27}$$

где Γ — гамма-функция, i — параметр, γ — как в (25). Если ливень вызван электроном, то [10]:

$$\omega(t) = \gamma^{i+1}(a + t^i) \exp(-\gamma t)/[\Gamma(i+1) + a\gamma^i]. \tag{28}$$

Параметры i и a определяются из условия равенства первых моментов искомой функции распределения частиц и функции $\omega(t)$ и граничного условия $N_e(E_0, 0, 0) = 1$.

Метод моментов позволяет получить каскадные функции и энергетические распределения на глубинах $t \geq 1$ рад.ед., по крайней мере в легких веществах, с точностью ~10%. Ряды (25) и (26) сходятся достаточно быстро, если удачно подобрана весовая функция. Оказалось, в частности, что среднее распределение энерговыделения вдоль оси ливня, или, что то же, продольный профиль ливней, вызываемых гамма-квантами с энергией выше ~500 МэВ в жидком ксеноне и электронами в области энергии несколько ГэВ, создающих ливни в плотных поглотителях, удовлетворительно параметризует функция (27).

Моменты каскадной функции. Самостоятельный практический интерес представляют первые моменты каскадной функции и их зависимость от энергии частицы, инициирующей ливень, и свойств среды, в которой ливень развивается. Итак, из каскадной теории в приближении Б получаем, что нулевой интегральный момент, или, другими словами, среднее значение полного пробега $\overline{R} = \overline{R}(E_0, E_c)$ ливневых электронов с энергией выше E_c, можно записать в следующем виде ([2, с.326]):

$$\overline{R} = E_0 \, [\exp(x)/\varepsilon_c \,] \, [\varepsilon_1(x) - \varepsilon_1(x_0) \cdot x/x_0 \,], \qquad (29)$$

где $\varepsilon_1(x) = \int_1^\infty \exp(-sx)\, dx/s^2$, $x = q\, E_c/\varepsilon_c$, $x_0 = q\, E_0/\varepsilon_c$, $1/q = 0{,}437$. В частности, если $E_c = 0$, то из (29) получаем

$$\overline{R} = E_0/\varepsilon_c. \qquad (30)$$

Соотношение пробег-энергия для ливневых электронов имеет большое практическое значение при определении энергии гамма-квантов, регистрируемых в трековых детекторах с тяжелым веществом в качестве активной среды, в особенности в КПК, а также, в силу независимости излучения Черенкова от энергии E электронов с $E \geq 1$ МэВ (см. рис.7), в черенковских калориметрах полного поглощения. Линейную зависимость между пробегом и энергией электронов в ливнях, образованных гамма-квантами в жидком ксеноне, впервые установил З.Стругальский [140,141] в качестве метода измерения энергии E_γ гамма-квантов в КПК. Последующие работы привели к окончательному выражению для E_γ через средний суммарный пробег $\overline{R}$ ливневых электронов

$$E_\gamma = \alpha \overline{R}, \qquad (31)$$

справедливому в интервале $E_\gamma = 20 + 3500$ МэВ. Здесь $\alpha = (0{,}59 \pm \pm 0{,}02)$ МэВ/мм [142,143], энергия обрезания электронов $E_c = = 0{,}5-1{,}5$ МэВ. Этот результат был затем подтвержден экспериментально [144] и расчетным путем по методу Монте-Карло [145]. Линейная зависимость между интегральным пробегом ливня и энергией первичных электронов в интервале 150+550 МэВ получена также для свинца [65] при энергии обрезания $E_c = 5$ МэВ.

Первый интегральный момент каскадной функции, или, другими словами, центр тяжести ливня (либо, еще по другому, средняя глубина — или длина — развития ливня) $\bar{t}$, вместе с нулевым и вторым моментом, являющимся продольной шириной ливня, дают возможность оценить величину максимума каскадной функции или, что то же, число ливневых электронов в максимуме, если дополнительно предположить, что вблизи максимума каскадная функция описывается распределением Гаусса. В приближении Б для ливней, вызываемых первичными электронами с энергией E_0, имеем ([2, с.338]):

$$M_e^{\max}(E_0, 0, t_{\max}) \approx 0{,}31(E_0/\varepsilon)/(\varepsilon \sqrt{\ln(E_0/\varepsilon) - 0{,}1}). \qquad (32)$$

Так как определение положения максимума ливня в эксперименте не является, как правило, сложной задачей, особенно при более высоких энергиях E_0, когда флуктуации этого положения относительно невелики, то по результатам измерения $N_e^{\max}$ можно оценить энергию E_0. Кроме того, толщина вещества, на которой находится максимум, значительно меньше толщины, необходимой для полного поглощения энергии ливня, а ширина максимума относительно небольшая (~1 рад.ед. при энергии первичного гамма-кванта ~9 ГэВ [146]). Исходя из соображений такого рода, А.Тяпкин предложил метод измерения энергии гамма-квантов и электронов с энергией выше 5 ГэВ и оценил, что энергетическое разрешение при этом составляет ~10% [147]. Следует также отметить, что этот метод дает возможность одновременно оценить энергию нескольких гамма-квантов или электронов, испускаемых в пределах узкого телесного угла, так как нет необходимости в отдельных детекторах с большими поперечными размерами, как в случае метода полного поглощения [147]. На целесообразность использования зависимости между $N_e^{\max}$ и E_γ для определения энергии гамма-квантов в жидком ксеноне указывалось также в работе [141], где было отмечено, что точность такого метода составляет 30 и 15% при энергиях 1 и 5 ГэВ соответственно.

Зависимость между N_e^{max} и энергией гамма-квантов, инициирующих ливни, была определена экспериментально для жидкого ксенона в интервале E_γ = 1600+3400 МэВ [148]:

$$N_e^{max} = (4{,}0 \pm 0{,}7) + (2{,}9 \pm 0{,}3)\, E_\gamma.$$

Здесь E_γ — в ГэВ, энергия обрезания ливневых электронов E_c = = (3,5 ± 1,2) МэВ. Энергетическое разрешение составляет ~20% и практически постоянно во всем интервале энергий E_γ. Для ливней, вызываемых в свинце электронами с энергией E = 2+15 ГэВ, была получена следующая аппроксимация [72]:

$$N_e^{max} = 10{,}71 E^{0{,}935},$$

энергия обрезания ливневых электронов E_c = 7,4 МэВ.

Зависимость центра тяжести $\bar{t}$ распределения ливневых электронов от энергии E_0 частицы, образующей ливень, можно записать следующим образом, в приближении Б, для первичных электронов [2,11]:

$$\bar{t}(E_0, 0) = 1{,}01 \ln(E_0/\varepsilon) + 0{,}4, \qquad (33)$$

и для первичных фотонов [11]:

$$\bar{t}(E_\gamma, 0) = 1{,}01 \ln(E_\gamma/\varepsilon) + 1{,}2. \qquad (34)$$

Экспериментально измеренная зависимость $\bar{t}$ от E_γ для жидкого ксенона в интервале E_γ = 100+3500 МэВ имеет вид [149]:

$$\bar{t}(E_\gamma) = a_t + b_t \ln E_\gamma, \qquad (35)$$

где a_t = −4,84±0,09 рад.ед., b_t = 1,32±0,03, E_c = 0,5+1,5 МэВ. Оказывается, что продольное распределение ионизационных потерь энергии в ливне, выраженное в единицах $\bar{t}(E_\gamma, E_c)$, практически не зависит от E_γ в интервале $E_\gamma \approx$ 500+3500 МэВ. Исключение составляет лишь небольшой отрезок $x = t/\bar{t}\,(E_\gamma) \lesssim 0{,}15$ в начале ливня, где существенна зависимость многократного кулоновского рассеяния от энергии электронов и позитронов, возникших в результате конверсии первичных гамма-квантов.

Линейная зависимость между $\bar{t}(E_\gamma)$ и $\ln E_\gamma$ следует также из результатов численного моделирования ЭФЛ методом Монте-Карло для свин-

Таблица 6. Характеристики ливней в приближении Б ([2, с.308]): $x = E/\varepsilon$, $\bar{R}$ и t в рад.ед., $E_c = 0$

Величина	Первичный фотон	Первичный электрон
Суммарный пробег ливневых электронов, R	x	x
Средняя глубина ливня, $\bar{t}$	$1{,}01 \ln x + 1{,}2$	$1{,}01 \ln x + 0{,}4$
Положение максимума ливня, t_{max}	$1{,}01(\ln x - 0{,}5)$	$1{,}01(\ln x - 1)$
Величина максимума ливня, N_e^{max}	$0{,}31x/\sqrt{\ln x - 0{,}18}$	$0{,}31x/\sqrt{\ln x - 0{,}37}$

цового стекла SF5 в интервале энергий E_γ = 100÷5000 МэВ [29]. Измерения, выполненные с помощью Si/W сандвич-калориметра, показывают, что она имеет место и для ливней, вызываемых электронами с энергией E = 4÷49 ГэВ [81]:

$$\bar{t}(E) = (8{,}4 \pm 0{,}5) + (0{,}45 \pm 0{,}17) \ln E,$$

E — в МэВ, $\bar{t}$ — в рад.ед.

Максимум каскадной функции в приближении Б для ливней, создаваемых гамма-квантами, равен ([2, с.308]):

$$t_{max}(E_\gamma, 0) = 1{,}01 \ [\ln(E_\gamma/\varepsilon) - 0{,}5], \qquad (36)$$

и лишь незначительно отличается от аналогичной величины, полученной методом Монте-Карло для интервала E_γ = 100÷5000 МэВ и E_c = 0,5 МэВ в свинцовом стекле [29]:

$$t_{max}(E_\gamma, 0{,}5) = 1{,}16 \ [\ln(E_\gamma/\varepsilon) - 0{,}62].$$

Экспериментально определенная для вольфрама зависимость t_{max} от энергии E первичных электронов в интервале 4÷49 ГэВ имеет вид [81]:

$$t_{max}(E) = (3{,}97 \pm 0{,}24) + (1{,}02 \pm 0{,}11) \ln E,$$

Аналогичная аппроксимирующая функция была получена для ливней, вызываемых электронами с энергией от 2 до 15 ГэВ в свинце [72]:

$$t_{max}(E) = 3{,}9 + \ln E,$$

E_c= 7,4 МэВ. Для удобства, в табл.6 сведены обсуждаемые характеристики ливней в приближении Б.

Флуктуации. Важной и сложной проблемой, имеющей непосредственное практическое значение при исследовании и детектировании ЭФЛ, являются флуктуации доли энергии, поглощенной в достаточно толстом слое вещества. В.Учайкиным и А.Лагуткиным выведены уравнения для функции распределения поглощенной энергии, а также для первого и второго моментов этого распределения, и установлены асимптотические соотношения между относительными флуктуациями поглощенной энергии $\delta Q_{e,\gamma}$ и флуктуациями числа частиц $\delta N_{e,\gamma}$ в приближении Б каскадной теории [150]:

$$\delta Q_{e,\gamma} = (\varepsilon / |\lambda_1(s)|)\,(\overline{N}_{e,\gamma}/\overline{Q}_{e,\gamma})\,.$$

Здесь $\lambda_1(s)$ — параметр, определяющий вид каскадной функции на разных глубинах развития ливня ([11, с.275]), $\overline{N}_{e,\gamma}$ — среднее значение числа ливневых электронов в данном слое вещества, $\overline{Q}_{e,\gamma}$ — среднее значение поглощенной в этом слое энергии. Индексы e и γ относят данные величины к ливням, вызванным либо электронами, либо фотонами; $\delta Q_{e,\gamma} = \sqrt{\overline{Q^2_{e,\gamma}} - \overline{Q}^2_{e,\gamma}}\,/\overline{Q}_{e,\gamma}$, $\delta N_{e,\gamma} = \sqrt{\overline{N^2_{e,\gamma}} - \overline{N}^2_{e,\gamma}}\,/\overline{N}_{e,\gamma}$.

Вопрос о флуктуациях, т.е. распределении вероятности $W(N_e)$ числа N_e ливневых электронов не нашел удовлетворительного решения в рамках каскадной теории. Если бы ливневые электроны были генетически независимы, то $W(N_e)$ было бы распределением Пуассона с единственным параметром, а именно средним значением $N_e(E_0, E_c, t)$, определяемым уравнениями (24) и (23). Однако такое предположение приблизительно допустимо лишь в районе максимума ливня (например, [56]). Оказывается, что удовлетворительным приближением $W(N_e)$ по всей глубине ливня, начиная с t = 1 рад.ед., можно считать распределение Полиа. Такой вывод следует из сравнения результатов численнного моделирования ЭФЛ, и, соответственно, возникающих при этом флуктуаций, с этим распределением. Моделирование выполнено для свинцового стекла в интервале энергий первичных фотонов E_γ = 100÷5000 МэВ [29]. Наконец, отметим, что к изучению флуктуаций в электронно-фотонных ливнях высоких энергий привлекается также метод случайных моментов [151].

4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ФОТОННЫХ ЛИВНЕЙ

Наиболее многосторонним подходом к описанию электронно-фотонных ливней является в настоящее время численное моделирование этого процесса методом Монте-Карло. Такой подход позволяет учесть все многообразие и специфику физических явлений, составляющих ЭФЛ, а также внешние условия (например, магнитное поле), пространственную структуру (как правило, сложную) и свойства среды (чаще всего неоднородной), в которой ливень развивается. Подход, основанный на моделировании ЭФЛ методом Монте-Карло (МК), в сущности, свободен от каких-либо принципиальных ограничений. Он дает возможность получить конкретный результат в численном виде, поэтому часто применяется в таких практически важных задачах, как определение эффективности регистрации, пространственного разрешения, а также изучение разнообразных фоновых эффектов, имеющих место как в уже существующих, так и ожидаемых в проектируемых электромагнитных калориметрах. Кроме того, метод МК успешно используется при расчете защиты от излучения и оценке радиационных и термических эффектов, вызываемых жестким электромагнитным излучением в различных материалах. Вместе с тем при помощи метода МК можно изучать различные характеристики ЭФЛ и их зависимость от энергии первичных частиц. С этой целью проводят, по существу,численный эксперимент, т.е., пользуясь существующими программами на ЭВМ (например, EGS [26] или GEANT [27]), генерируют некоторое оптимальное количество случаев ливней (обычно от нескольких сот до нескольких тысяч [29,30]), вызываемых в конкретном веществе частицами определенного сорта с энергией в данном интервале значений. Затем получают распределения, представляющие интерес (в первую очередь, это продольные и поперечные профили), и параметризуют их функциями, подбираемыми из общефизических соображений. Такой подход применяется также и при экспериментальном исследовании ЭФЛ, где он получил название феноменологического моделирования [152].

Основы метода. Численное моделирование ЭФЛ в принципе не отличается от аналогичных задач, в которых используется метод Монте-Карло, или, что то же, метод статистических испытаний (например, [153]). Главным является составление достаточно адекватной вероятностной модели рассматриваемого явления, включающей элементарные взаимодействия и транспорт излучения (т.е. движение частиц), а также организацию счета и накопления информации.

В процессе моделирования прослеживается судьба каждой ливневой частицы, пока она находится внутри заданного объема вещества и ее

энергия превышает некоторое фиксированное значение — энергию обрезания. Счет проводят таким образом, что в соответствующем массиве памяти ЭВМ, на самом верху, хранятся данные, относящиеся к частице с наименьшей энергией, и в первую очередь прослеживается судьба именно этой частицы. Если в результате взаимодействия возникают новые частицы, то их помещают в массив памяти на уровни, определенные энергиями этих частиц. При этом размер массива сохраняется в пределах $\log_2(E_0/E_c)$, где E_0 — энергия первичной частицы, вызвавшей ливень. Счет прекращается, когда из массива памяти извлечены все ливневые частицы. Накопление требуемой информации идет по ходу счета.

Характеристики ливневых частиц (энергии, углы эмиссии, пробеги) разыгрываются согласно соответствующим эффективным сечениям (см. разд.2), представленным в виде распределений вероятностей, с использованием генератора случайных (точнее, квазислучайных) чисел. Итак, случайную величину x из распределения с плотностью вероятности $f(x)$ можно получить, решив уравнение

$$r = \int_0^{x(r)} f(t)dt \tag{37}$$

относительно $x(r)$, где r — случайное число из выборки, равномерно распределенной в интервале 0÷1 [154,155]. В частности, если требуется определить длину свободного пробега частицы до следующего акта взаимодействия, то

$$f(x) = \exp(-x/\lambda)/\lambda, \tag{38}$$

и, согласно (37), $x = -\lambda \ln r$. Здесь λ — среднее значение длины пробега этой частицы: $\lambda = 1/n\sigma_t$, n — концентрация атомов среды, σ_t — полное сечение взаимодействия с атомом (молекулой) среды. В общем случае $\lambda = \lambda(x)$, и, пользуясь понятием накопленной вероятности $F(x) = \int_0^x f(t)dt$, можно написать выражение для вероятности того, что частица провзаимодействует на отрезке пути от x_0 до x:

$$F(x) = 1 - \exp[-\bar{n}(x)],$$

где $\bar{n}(x) = \int_{x_0}^{x} dt/\lambda(t)$ означает число средних пробегов, проходимых частицей на этом отрезке. Однако для большинства функций, представляющих интерес с точки зрения моделирования ЭФЛ, решение уравнения (37) затруднительно, и общепринятым стал алгоритм, являющийся обоб-

щением метода отбраковки [156] (см. также [26,97]). Суть его состоит в следующем. Если функцию $f(x)$ можно представить в виде

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i f_i(x) g_i(x), \qquad (39)$$

где $\alpha_i > 0$, $i = 1, 2, ..., n$; $0 \le g_i(x) \le 1$, $f_i(x) \ge 0$ для всех x из области определения $f_i(x)$ и $\int f_i(x)dx = 1$ по этой области, то случайную переменную x можно определить согласно следующей процедуре.

1. Выбрать из равномерного распределения число i ($1 \le i \le n$) с вероятностью, пропорциональной α_i.

2. Выбрать переменную x из распределения $f_i(x)$ (например, пользуясь соотношением (37)).

3. Вычислить $g_i(x)$ и разыграть случайную величину x' из равномерного распределения в интервале от 0 до1. Если $g_i(x) > x'$, то случайная величина x принимается. В противном случае всю процедуру повторить сначала.

Вероятность удачного выбора равна $1/\sum_{i=1}^{n} \alpha_i$, а среднее число попыток составляет $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i$. В качестве примера приведем нормальное распределение $f(x) = \sqrt{2/\pi} \exp(-x^2/2)$, $x \ge 0$. Тогда разложение (39) принимает вид [97]: 1) при $0 \le x < 1$: $\alpha_1 = \sqrt{2/\pi}$, $f_1(x) = 1$, $g_1(x) = \exp(-x^2/2)$; 2) при $x \ge 1$: $\alpha_2 = 1/\sqrt{2/\pi}$, $f_2(x) = 2\exp[-2(x-1)]$, $g_2(x) = \exp[-(x-2)^2/2)]$. Среднее число попыток равно $\alpha_1 + \alpha_2 \cong 1{,}2$.

Хотя, как уже отмечалось, существуют в настоящее время универсальные и общепризнанные программы моделирования ЭФЛ, иногда могут возникнуть задачи, в которых целесообразно или даже необходимо получить некоторую информацию, в частности, методического характера, и для этой цели практически единственным является метод МК [157,158].

Основные результаты. Среди многочисленных результатов, полученных методом МК, целесообразно особо выделить параметризацию продольного и поперечного профилей, а также изучение флуктуаций в ЭФЛ, вызванных гамма-квантами с энергией от 100 МэВ до 10 ГэВ в свинцовом стекле [29,30]. Эти результаты имеют более общее значение и дают возможность прогнозировать развитие ливней в плотной однород-

ной среде, представляющей практический интерес, и производить оценки ряда важных величин методического характера, не прибегая к сложным вычислениям. Вместе с тем они часто используются для сравнения с соответствующими экспериментальными данными.

Промоделировав в общей сложности 8550 ливней, инициированных гамма-квантами с энергией E_γ в интервале 100÷5000 МэВ в свинцовом стекле (1 рад.ед. = 2,36 см), Э.Лонго и И.Сестили [29] описали распределение среднего числа $N_e(E_\gamma, E_c, t)$ ливневых электронов с энергией выше $E_c = 1$ МэВ (полная энергия) функцией, аналогичной весовой функции (27):

$$N_e(E_\gamma, E_c, t) = At^\alpha \exp(-bt). \qquad (40)$$

Моделирование выполнено до глубины развития ливней 15 рад.ед. Значения параметров A, α и b, а также числа N промоделированных ливней при данной энергии E_γ, помещены в табл.7. Там же приведены значения центра тяжести $\bar{t}$, вычисленные по данным работы [29], и положения t_{max} максимума ливня.

Таблица 7. Значения параметров A, α и b в формуле (40)

E_γ, МэВ	N	A	α	b	$\bar{t}$	t_{max}
100	1500	4,54	1,00	0,515	3,88	1,94
300	1500	7,18	1,45	0,493	4,97	2,94
500	1900	8,24	1,65	0,476	5,57	3,47
700	1300	8,32	1,84	0,470	6,04	3,91
1000	1700	8,58	2,03	0,468	6,47	4,34
5000	650	10,88	2,74	0,454	8,24	6,04

Длины $\bar{t}$, t_{max}, $1/b$ выражены в рад.ед. Данные работы [29].

Каскадную функцию (40) можно связать со средней суммарной длиной пробега $\bar{T}_i(E_\gamma)$ ливневых электронов, наблюдаемую в слое вещества толщиной Δt ($\Delta t = 0{,}5$ рад.ед.) на глубине $t = (i-1)\Delta t$ ($i = 1,2,..,50$) [29]:

$$\bar{T}_i(E_\gamma) = \int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t} N_e(E_\gamma, E_c, t)dt. \qquad (41)$$

Следует отметить, что аналогичное моделирование [30], выполненное по программе GEANT 3.11 [27] для идентичных условий (то же свинцовое стекло SF5, та же глубина развития и энергия обрезания), приводит к заметно отличающимся результатам для α и $1/b$ (на 10—15%) при тех же значениях E_γ, в то время как энергетическая зависимость нормировочного коэффициента A совсем другая. Тем не менее это практически не сказывается на положении максимума t_{max} и значении центра тяжести $\bar{t}$ в рассматриваемом интервале энергий E_γ; разница не превышает 2—4%, но систематически увеличивается с ростом E_γ.

Радиальное распределение энерговыделения, просуммированное по глубине ливня, аппроксимировалось удовлетворительно функцией [30]:

$$f_r(r) = C \exp(-r/\mu), \tag{42}$$

где r — расстояние от оси ливня, μ — параметр (так называемая длина затухания). Моделирование производилось для 6 значений энергии гамма-квантов: 200(12500), 500(5000), 1000(2500), 2000(1250), 5000(500), 10000(150) МэВ, в скобках указаны числа промоделированных событий. Зависимость параметра μ от глубины t развития ливня аппроксимирована функцией [30]:

$$\mu(t) = B \exp(t/t_s)^{1/2}, \tag{43}$$

причем $t_s = 0{,}16$ [$\log E_\gamma - 1$], где $B = 0{,}039$, E_γ [МэВ].

Таким образом, трехмерное распределение длин пробега (или энерговыделения) в ливнях, создаваемых гамма-квантами с энергией $E_\gamma = 200 \div 10000$ МэВ в свинцовом стекле, может быть выражено, согласно [30], следующей формулой:

$$F(r, t) = t^\alpha \exp(-bt) \cdot g(t, r), \tag{44}$$

где нормированное на единицу радиальное распределение

$$g(t, r) = \exp\,[-r/\mu(t)]/\mu(t).$$

Промоделированы также продольные флуктуации длин пробегов электронов в ливнях, создаваемых гамма-квантами с энергией $E_\gamma = 100 \div 5000$ МэВ в свинцовом стекле [29]. В табл.8 приведены для шести значений энергии E_γ средние длины пробегов электронов в свинцовом стекле толщиной 5, 10 и 15 рад.ед. и соответствующие им среднеквадратичные отклонения.

Таблица 8. Средние длины пробега $\bar{R}$ ливневых электронов в свинцовом стекле толщиной $L = 5$, 10 и 15 рад.ед. и соответствующие им среднеквадратичные отклонения ΔR [29]

E_γ, МэВ	$L = 5$		$L = 10$		$L = 15$	
	$\bar{R}$, см	ΔR, см	$\bar{R}$, см	ΔR, см	$\bar{R}$, см	ΔR, см
100	12,7	4,6	16,7	1,8	17,3	0,8
300	31,3	12,2	48,1	6,4	51,9	2,0
500	45,2	20,0	78,3	10,6	86,1	3,6
700	56,1	26,6	106,6	15,8	120,0	5,2
1000	71,8	35,3	147,3	23,9	168,9	8,4
5000	210,0	127,0	647,0	152,0	843,0	75,0

Из этих данных видно, в частности, что вследствие значительных продольных флуктуаций измерение энергии гамма-квантов в черенковском счетчике недостаточной толщины влечет за собой не только большие статистические, но и систематические погрешности. Напомним также (см. разд.3), что числа $n = N_e(E_\gamma, E_c, t)$ ливневых электронов на глубине t (при $t \geq 1$ рад.ед.) в удовлетворительной степени подчиняются распределению Полиа [29]:

$$P_i(n) = [\lambda_i/(1 + b_i\lambda_i)]^n \{1[1 + b_i]\ldots[1 + (n-1)b_i]/n!\}P_i(0), \qquad (45)$$

где $P_i(0) = (1 + b_i\lambda_i)^{-1/b_i}$. Моделирование выполнено с шагом по глубине $\Delta t = 1$ рад.ед. для свинцового стекла с бесконечными поперечными размерами для девяти значений t ($i = 1,2,\ldots,9$). Учтено при этом экспоненциальное распределение длин конверсии первичного гамма-кванта, инициирующего ливень. Значения E_γ, для которых производилось моделирование, даны в табл.7. Числа λ_i и b_i считались свободными параметрами распределений и вычислялись по критерию χ^2 из сравнения промоделированных методом МК распределений n с функцией (45). Они связаны следующим образом со средним значением $\bar{n}_i$ числа частиц на глубине $t = i$ рад.ед. и его дисперсией σ_i^2:

$$\lambda_i = \bar{n}_i, \quad \sigma_i^2 = \bar{n}_i(1 + b_i\bar{n}_i).$$

5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИВНЕЙ

Предметом исследования большинства экспериментальных работ, посвященных электронно-фотонным ливням, было развитие этого процесса вдоль направления движения частицы, инициирующей ливень. Измерялись средние продольные профили ЭФЛ преимущественно в виде распределения числа ливневых электронов (например, [51,56,57,65,71, 85,159—161]), длин пробегов [152,158,162—165], энерговыделения путем регистрации: светового эффекта (люминесценции [69,73], черенковского излучения [60—62]) и ионизационных потерь энергии [74,79,83]. Экспериментальные работы по поперечному развитию ЭФЛ стали появляться лишь относительно недавно и связаны, главным образом, с решением методических вопросов, относящихся к оптимизации, калибровке и сооружению электромагнитных калориметров различных типов [59,69,82—84,86—88], хотя первые исследования на эту тему опубликованы значительно раньше [159,160,73,152,165,166]. Немногочисленны работы, в которых изучались экспериментально более тонкие, но очень важные свойства ливней, а именно флуктуации [56,57,149,152, 159—161,165,167—170] и корреляции различных характеристик ЭФЛ [149,169,171]. Практически все работы по этой последней проблематике выполнены на ксеноновых пузырьковых камерах.

В настоящей главе приведены основные, кроме упомянутых уже (разд.3), результаты экспериментальных исследований ливней, вызываемых в тяжелых аморфных веществах гамма-квантами и электронами с энергией от 100 МэВ до 200 ГэВ. Поскольку, как уже отмечалось, существенный вклад в эти исследования был внесен благодаря использованию ксеноновых пузырьковых камер (в особенности 180-литровой КПК ИТЭФ) и результаты этих исследований будут обсуждаться ниже, сначала вкратце остановимся на важнейших методических вопросах, связанных с изучением ЭФЛ с помощью КПК.

Исследование ливней с помощью КПК. Энергия гамма-квантов, вызывающих ливни в КПК, определяется по формуле (31) [141]. Во время просмотра снимков с КПК отбирались случаи ЭФЛ, удовлетворяющие следующим критериям: 1) ось ливня лежит в плоскости снимка, 2) на данном снимке нет никаких фоновых следов, которые затрудняли бы анализ зарегистрированного события. Среднее увеличение снимка составляет 0,94 (здесь и далее имеются в виду работы [38,149,158,162, 166—173]). В отобранных случаях ЭФЛ в плоскости снимка измерялись курвиметром суммарная длина пробега R, потенциальная длина L_{pot} развития ливня, т.е. расстояние от точки конверсии первичного гамма-кванта до точки пересечения со стенкой камеры, вдоль оси ливня, и максимальная длина

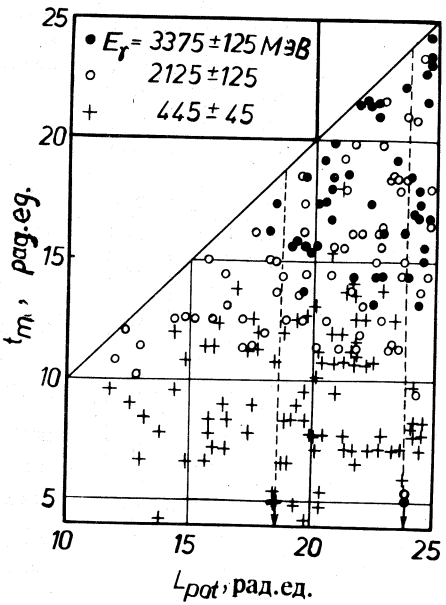


Рис.11. Диаграмма рассеяния ливней, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ; L_{pot} — потенциальная длина развития, t_m — максимальная длина развития. Стрелками указаны значения минимальных L_{pot} при данном E_γ (по критериям выбора) [38]

t_m развития ливня, отсчитываемая от его начала (т.е. точки конверсии первичного гамма-кванта) до конца последнего наблюдаемого следа ливневого электрона, вдоль оси ЭФЛ. Затем строились распределения t_m от L_{pot} для интервалов энергии E_γ, на которые были разделены отобранные при просмотре ливни. Пример такой диаграммы рассеяния для трех энергетических интервалов приведен на рис.11. К дальнейшему анализу принимались лишь те события, потенциальные длины развития которых не меньше значения $L_{min}(E_\gamma)$, равного максимальному t_m в данном интервале энергии E_γ. (На рис.11 эти значения указаны стрелками для соответствующих интервалов E_γ.) Это третий критерий отбора. Такая процедура имеет своей целью уменьшить эффект обрезания ливней, регистрируемых детектором ограниченной толщины, а также устранить возможность преимущественного выбора ливней с меньшими значениями t_m (т.е. аппаратурное «укорачивание» ливней). Для каждого ливня, удовлетворяющего перечисленным трем критериям отбора, проводились измерения (в плоскости снимка) суммарных пробегов ливневых электронов $\Delta\Sigma r(t, p \mid E_\gamma)/\Delta t \Delta p$, наблюдаемых в прямоугольных клетках растра с шагом $\Delta t = 0{,}6$ рад.ед. вдоль оси ливня и $\Delta p = 0{,}3$ рад.ед. в перпендикулярном к ней направлении. Минимальная длина следа равна ~2 мм, что соответствует энергии электрона ~0,5 МэВ [115]. Рис.12 иллюстрирует типичный пример изображения ливня в плоскости снимка и сетку растра, по которой измерялись суммарные пробеги $\Delta\Sigma r(t, p \mid E_\gamma)/\Delta t \Delta p$. Начало растра ($t = p = 0$) совпадает с точкой конверсии первичного гамма-кванта, ось t

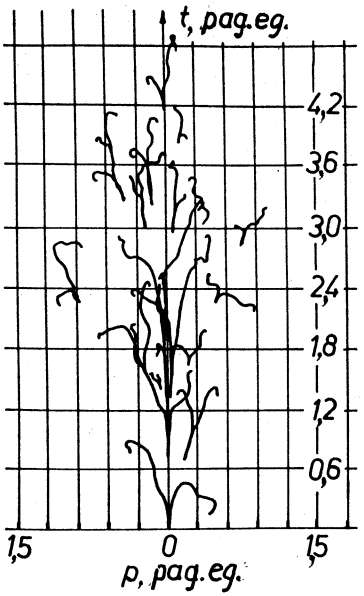


Рис.12. Схематическое изображение ливня, зарегистрированного на снимке с КПК, и сетка растра, по которой измерялись суммарные пробеги ливневых электронов [38]

направлена вдоль оси ливня. Средняя точность измерения суммарных пробегов составляет 0,2. Подробный анализ соответствующих методических вопросов дан в [174].

Чтобы выяснить вопрос о том, насколько величина $\Delta\Sigma r(t, p|E_\gamma)/\Delta t\Delta p$ отражает ионизационные потери энергии ливневых электронов $\Delta\Sigma E(t, p|E_\gamma)/\Delta t\Delta p$, было проведено численное моделирование методом Монте-Карло отношения

$$\eta(t, p|E_\gamma) = \Delta\Sigma E(t, p|E_\gamma)/\Delta\Sigma r(t, p|E_\gamma) \qquad (46)$$

для ливней, вызванных гамма-квантами с энергией E_γ = 100÷3000 МэВ в жидком ксеноне [157]. Рассматривались две упрощенные вероятные модели ЭФЛ, причем в обоих случаях учитывались четыре основных элементарных процесса: образование электрон-позитронных пар, тормозное излучение, ионизационные потери и многократное кулоновское рассеяние. Разница между моделями состояла в том, что в них по-разному разыгрывалось тормозное излучение, в результате чего одна из моделей (модель 2) приводит к более жесткому и вместе с тем более реалистическому, чем модель 1, спектру ливневых фотонов и электронов*. В качестве энергии обрезания E_c фотонов принимались два значения: 2 и 10 МэВ, для электронов — $E_c = (0{,}9 + x)$ МэВ, где x — случайная величина из равномерного распределения в интервале 0÷1. Такой вид E_c в большей степени отражает условия измерения. Числа N_γ промоделированных со-

*В случае упрощенной схемы моделирования целесообразно рассмотреть разные варианты модели, чтобы иметь возможность оценить, в какой степени конечный результат может зависеть от принятых предположений.

бытий подбирались таким образом, чтобы относительная ошибка $\delta\eta/\eta$ величины (46) не превышала 3%, по крайней мере в половине клеток $\Delta t\Delta p$ растра (см. рис.12). Некоторые результаты моделирования приведены на рисунках 13—17 и в табл.9.

Таблица 9. Значения величины $\bar{\eta}(E_\gamma)$, определенной формулами (50) и (46), вычисленные по двум моделям ливней, образованных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ. Энергия обрезания ливневых электронов $E_c = 2$ МэВ, $\bar{\eta}(E_\gamma)$ дано в МэВ/рад.ед. N_γ — числа промоделированных случаев ЭФЛ. $\delta\bar{\eta}(E_\gamma) \approx 0{,}1$ [157]

N_γ, МэВ	100	200	500	1000	2000	3000	все
Модель 1	12,5 640	12,9 420	13,2 200	13,2 100	13,2 55	13,4 20	13,1 1435
Модель 2	13,6 448	13,6 294	13,6 140	13,6 70	13,4 40	13,6 21	13,5 1013

Итак, на рис.13 показано распределение величины

$$\alpha(t) = \sum_p \eta(t, p \mid E_\gamma) \tag{47}$$

по длине t развития ливней, вызванных гамма-квантами с энергией 100, 200, 500 и 1000 МэВ. Там же указаны значения энергии обрезания фотонов (модель 1). Аналогичные распределения, но для величины $\eta(t, p \mid E_\gamma)$, просуммированной по p лишь в полосе шириной Δp, прилегающей к оси ливня, т.е.

$$\alpha_p(t) = \sum_{p \in \Delta p} \eta(t, p \mid E_\gamma), \tag{48}$$

представлены на рис.14 ($\Delta p = 0{,}125$ рад.ед.) и рис.15 ($\Delta p = 0{,}375$ рад.ед.). Зависимость величины

$$\alpha_t(p) = \sum_{t \in \Delta t} \eta(t, p \mid E_\gamma) \tag{49}$$

от расстояния p от оси ливня в слоях жидкого ксенона толщиной $\Delta t = 0{,}5$ рад.ед. при нескольких значениях t и тех же значениях E_γ показана на рис.16. Аналогичная зависимость приведена на рис.17, но для $E_\gamma = 2000$ и 3000 МэВ, причем здесь сопоставлены результаты обеих мо-

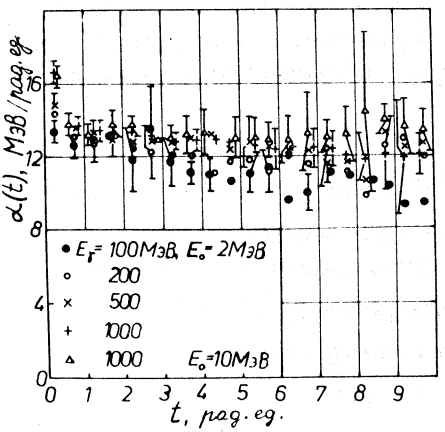


Рис.13. Распределение величины $\alpha_p(t)$, определенной формулой (47), по длине t развития ливней, вызванных гамма-квантами с энергией E_γ в жидком ксеноне. E_0 — энергия обрезания фотонов, принятая при моделировании [157]

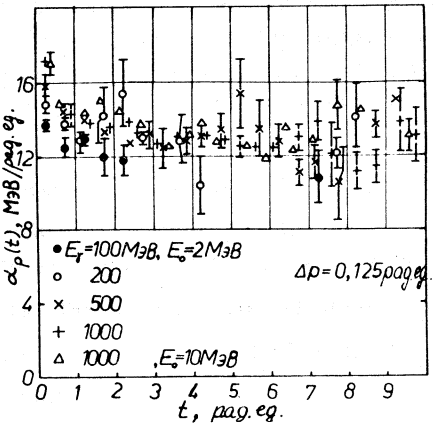


Рис.14. То же, что на рис.13, для $\alpha_p(t)$, определенной формулой (48); Δp=0,125 рад.ед. [157]

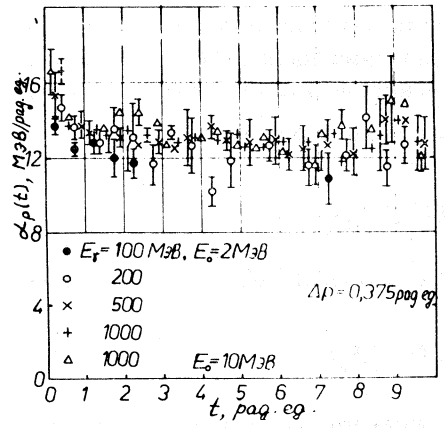


Рис.15. То же, что на рис.13, для $\alpha_p(t)$, определенной формулой (48); Δp=0,375 рад.ед. [157]

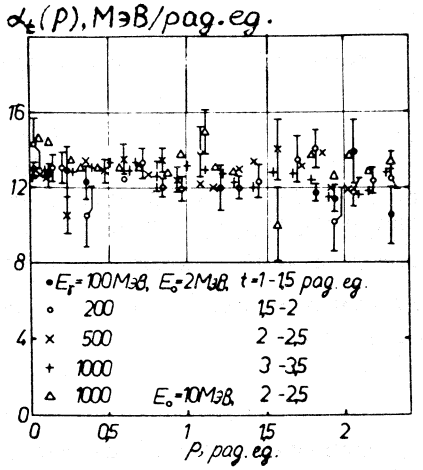


Рис.16. Зависимость $\alpha_p(t)$, определенной формулой (49), от расстояния p от оси ливней, образованных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ. E_0 — энергия обрезания ливневых фотонов, принятая при моделировании. Указаны интервалы значений глубины t, к которым относятся соответствующие распределения [157]

делей. В табл.9 помещены значения коэффициента $\eta(t, p|E_\gamma)$, усредненного по всей плоскости (t, p), т.е.

$$\bar{\eta}(E_\gamma) = \sum_{t,p} \eta(t, p|E_\gamma), \qquad (50)$$

и вычисленного по двум рассматриваемым моделям ЭФЛ. Там же даны числа N_γ разыгранных случаев ЭФЛ.

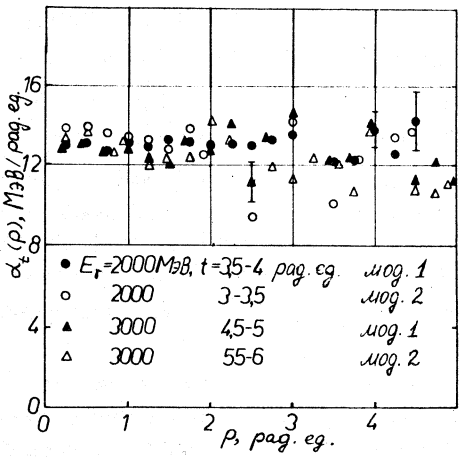


Рис.17. То же, что на рис.16, для других значений E_γ. Результаты получены по двум моделям [157]

Основные выводы, следующие из полученных результатов моделирования $\eta(t, p|E_\gamma)$, таковы [157].

1. Проекция суммарного пробега ливневых электронов $\Delta\Sigma r(t, p|E_\gamma)/\Delta t\Delta p$ на плоскость (t, p), в которой лежит ось ливня (см. рис.12), с точностью до нескольких процентов прямо пропорциональна ионизационным потерям энергии ливневых электронов, по крайней мере в центральной области ливня, содержащей, в среднем, не менее 90% его полной энергии.

2. Некоторое превышение $\eta(t, p|E_\gamma)$ над средним значением наблюдается лишь вблизи точки конверсии первичного гамма-кванта, т.е. при $t \lesssim 1$ рад.ед. и $p \lesssim 0{,}1$ рад.ед. (см., например, рис.11 и 15), и обусловлено тем, что в этой части ливня ионизационные потери энергии электронов с $E \approx E_\gamma/2$ максимальны, а длина проекции их следов в среднем минимальна.

3. Величина $\eta(t, p|E_\gamma)$ уменьшается, согласно модели 1, с ростом t в пределах ~10% вне упомянутой центральной области ливня. Однако, по модели 2, этот спад заметно меньше. Кроме того, не наблюдается уменьшения $\eta(t, p|E_\gamma)$ с ростом p на достаточно значительных расстояниях от оси ливня.

4. Численные значения $\bar{\eta}(E_\gamma)$, усредненной по всей плоскости наблюдения (t, p), удовлетворительно согласуются с аналогичными результатами, полученными при моделировании ливней методом МК для свинцового стекла [29].

Детальный анализ величины $\eta(t, p|E_\gamma)$ проведен в [175]. В работах [38,149,158,162,166—173] принято, что $\eta(t, p|E_\gamma)$ является постоянной величиной. Отметим еще, что точность определения энергии гамма-квантов E_γ в КПК составляет $\Delta E_\gamma / E_\gamma \lesssim 0{,}1$, если создаваемые ими ливни полностью развиваются внутри регистрирующего объема камеры [142]. Основные сведения об экспериментальном материале, использованном в обсуждаемых далее работах [149,168—173], приведены в табл. 10. Этот материал получен в результате просмотра 220 тыс. снимков с 180-литровой КПК ИТЭФ (Москва), облученной в пучке π^--мезонов с импульсом 3,5 ГэВ/с.

Продольное развитие ливней. Типичный пример продольного распределения энерговыделения в ливнях, вызванных в свинце, меди и алюминии электронами с энергией 6 ГэВ, приведен на рис.18 [73]. Там же показаны соответствующие результаты моделирования методом Монте-Карло. Этот пример стал в последнее время классическим и цитируется в монографиях по физике высоких энергий и детекторам частиц [75,117,132]. На рис.19 представлены аналогичные распреде-

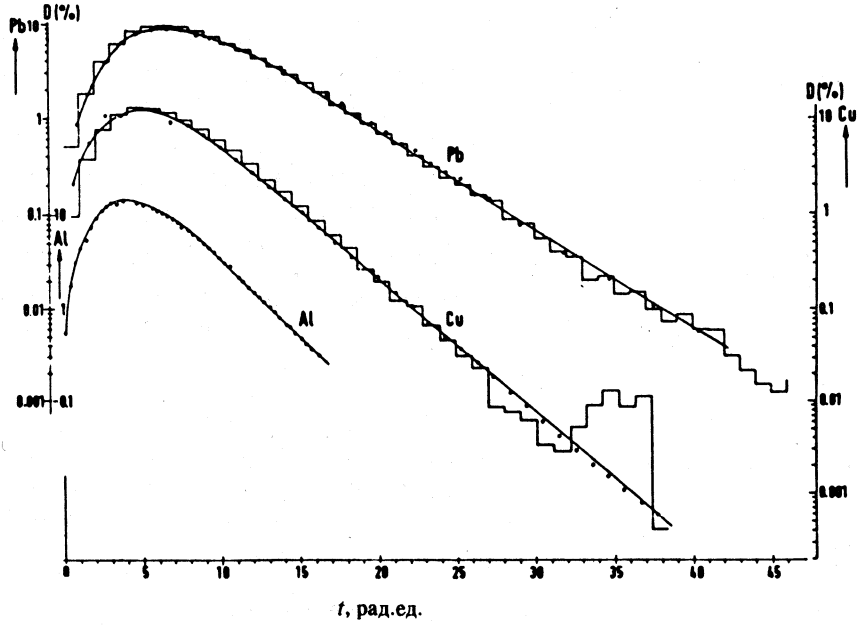


Рис.18. Продольное распределение дозы D (в %) в ливнях, вызванных электронами с энергией 6 ГэВ в свинце, меди и алюминии [73]. Гистограммы — результат моделирования методом Монте-Карло

Таблица 10. Основные сведения об экспериментальном материале, использованном в работах [149,168—173]: E_γ — энергия гамма-кванта, образующего ливень; ΔE_γ — ширина интервала, $\overline{E}_\gamma$ — средняя энергия ливней в данном интервале, N_γ — число отобранных при просмотре ливней, удовлетворяющих первым двум критериям; L_{min} — минимальная потенциальная длина развития по третьему критерию, N_γ^* — число ливней, удовлетворяющих всем трем критериям [149]

$E_\gamma \pm \Delta E_\gamma$, МэВ	$\overline{E}_\gamma$, МэВ	N_γ	L_{min}, рад.ед.	N_γ^*
3375±125	3489±35	46	24,0	15
3125±125	3139±18	42	24,0	12
2875±125	2850±17	41	24,0	11
2625±125	2599±25	53	22,6	12
2375±125	2373±16	60	22,6	20
2125±125	2117±15	63	21,3	35
1875±125	1864±12	80	20,5	33
1625±125	1615±9	108	20,0	66
1375±125	1363±10	129	20,0	58
1125±125	1116±8	158	20,0	80
875±125	871±8	204	20,0	86
680±70	677±5	138	20,0	60
555±55	555±4	108	20,0	58
455±45	459±3	103	18,6	59
375±35	380±3	65	17,3	61
310±30	309±2	58	16,0	53
255±25	252±2	55	14,9	55
210±20	208±2	49	14,8	47
175±15	177±2	29	12,6	29
145±15	145±2	24	12,6	24
120±10	123±2	21	11,6	20
100±10	100±1	23	11,0	14
По всем энергиям		1657		908

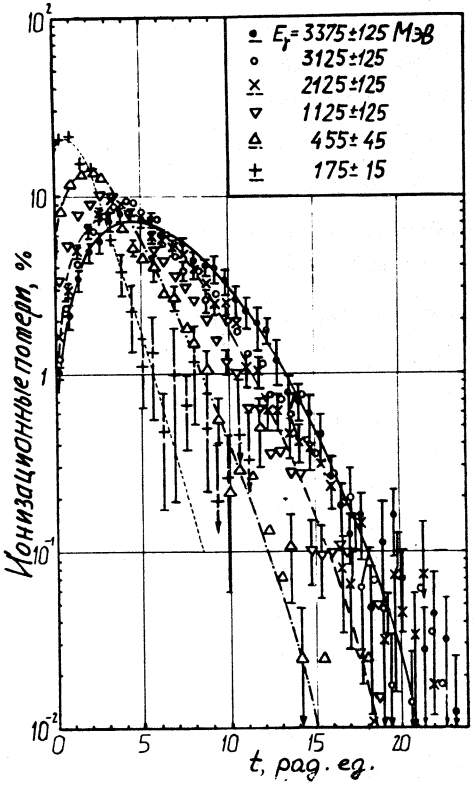


Рис.19. Продольное распределение средних ионизационных потерь энергии в ливнях, вызванных гамма-квантами с энергией E_γ в жидком ксеноне [172]. Кривыми обозначены соответствующие аппроксимирующие функции в виде распределения Вейбула

ления, полученные для гамма-квантов с энергией E_γ = = (175 ± 15), (455 ± 45), (1125 ± 125), (2115 ± 125), (3125±125) и (3375±125) МэВ, инициирующих ливни в жидком ксеноне [172]. Экспериментальные данные описываются удовлетворительно распределением Вейбула, по крайней мере, до глубины t развития ливней, на которой энерговыделение на одной радиационной единице длины падает до ~0,1%. Распределение Вейбула было впервые применено В.Барыловым, В.Демидовым и др. для восстановления полной энергии ливня в условиях ограниченной толщины слоя активного вещества — жидкого ксенона в КПК [176]. Те же распределения, но относительно величины $x = t/\bar{t}(E_\gamma)$, изображены на рис.20. Здесь $\bar{t}(E_\gamma)$ — средняя длина развития ливня, энергетическая зависимость которой показана на рис.21 и аппроксимирована формулой (35). Можно заметить, что при $E_\gamma \geq 500$ МэВ и $x \geq 0{,}15$ приведенные распределения не различаются между собой в пределах экспериментальных ошибок. В [149] этот вывод сделан на основании анализа продольных распределений ливней из всех 22 изученных энергетических интервалов E_γ, шесть из которых приведены на рис.20. Таким образом, есть основание просуммировать эти распределения по энергии E_γ в указанном интервале, т.е. от 500 до 3500 МэВ. В данном случае такое суммирование означает лишь усред-

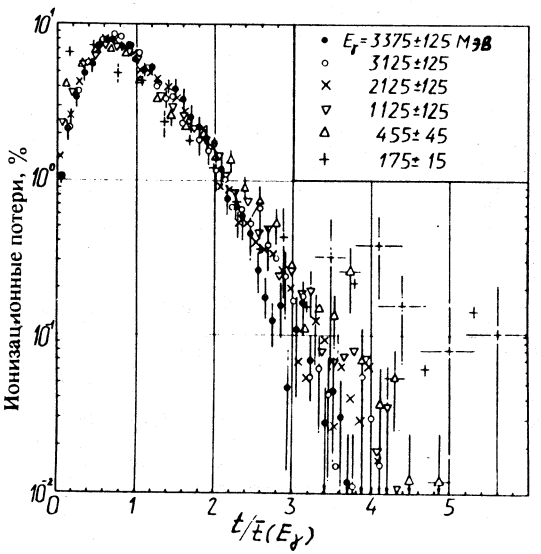


Рис.20. То же, что на рис.19, относительно безразмерной длины развития $t/\bar{t}(E_\gamma)$, где $\bar{t}(E_\gamma)$ — средняя длина развития ливня с энергией E_γ [149]

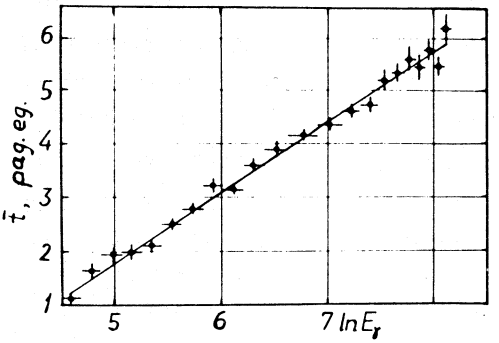


Рис.21. Зависимость средней длины развития ливня, образованного в жидком ксеноне, от энергии первичного гамма-кванта E_γ. Прямой линией обозначена аппроксимирующая функция (35) (E_γ в МэВ)

нение по флуктуациям. Результат показан на рис.22. Там же изображена функция

$$F_1(x) = a_1 x^{a_2} \exp(-a_3 x), \qquad (51)$$

описывающая экспериментальные данные. Параметры a_i ($i = 1, 2, 3$), подобранные при фитировании, равны: $a_1 = 83{,}1 \pm 3{,}4$, $a_2 = 1{,}65 \pm 0{,}03$ и $a_3 = 2{,}62 \pm 0{,}03$, $\chi^2/35 = 35{,}8$ при $x \gtrsim 0{,}15$ [149]. При малых значениях длины развития ($x \lesssim 0{,}15$) можно заметить систематическое уменьшение

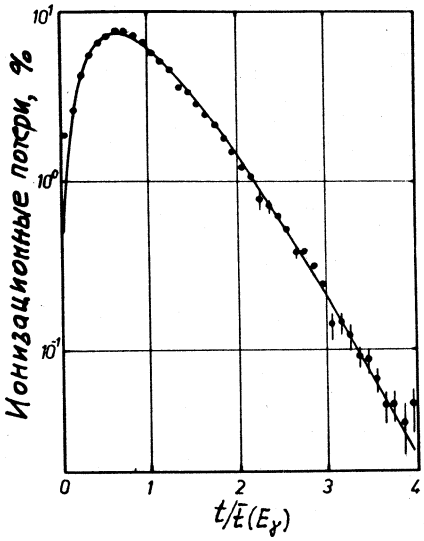
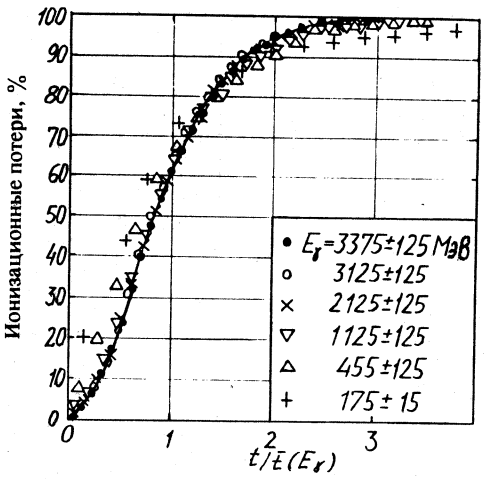


Рис.22. Усредненное по энергии первичного гамма-кванта E_γ продольное распределение ионизационных потерь энергии в ливнях, вызванных гамма-квантами в жидком ксеноне; $\bar{t}(E_\gamma)$ — средняя длина развития ливня. Усреднение произведено по интервалу E_γ = 500÷3500 МэВ [149]

ионизационных потерь энергии (рис.20), обусловленное зависимостью многократного кулоновского рассеяния от энергии электронов, возникших в самом начале ливня. Отметим, что этот эффект будет наблюдаться лишь тогда, когда четко фиксирована точка конверсии гамма-кванта, вызывающего ливень. Функция $F_1(x)$ нормирована на единицу. Следует подчеркнуть, что ее вид тот же, что у весовой функции (27) и распределения (40), аппроксимирующего результаты моделирования ливней методом МК. Но здесь она выражена через безразмерную длину $x = t/\bar{t}(E_\gamma)$ развития ливней. Отсюда можно заключить, что средняя длина развития ливней $\bar{t}(E_\gamma)$ является удачным масштабным параметром, снимающим энергетическую зависимость средних продольных профилей энерговыделения в ливнях (см., например, рис.19). Естественно, она содержит также информацию о свойствах вещества, в котором ливень развивается (для аморфных и однородных веществ), и об энергии обрезания ливневых частиц. Информация об условиях наблюдения ливня (число ливневых электронов, длина пробегов, световой либо сцинтилляционный эффект) заключена, в основном, в нормировочном коэффициенте a_1 (51).

С практической точки зрения особый интерес представляет интегральный профиль энерговыделения в ливне. Соответствующие распределения для ливней, вызванных гамма-квантами в жидком ксеноне, приведены на рис.23 (значения энергии E_γ те же, что на рис.19 и 20). Сплошной кривой изображена функция (51), представленная в виде распределения накопленной вероятности $\int_0^x F_1(x')dx'$. Можно заметить, что, например, в

Рис.23. То же, что на рис.19, в виде интегральных распределений и в зависимости от отношения $t/\bar{t}(E_\gamma)$ [149]. Сплошной кривой изображена функция накопленной вероятности, полученная из формулы (51)



веществе толщиной $\sim 2\bar{t}(E_\gamma)$ поглощается более 90% полной энергии ливня.

Экспериментальные данные, касающиеся ливней, вызванных моноэнергетическими гамма-квантами, очень редки и получены, в основном, с помощью КПК. Но характеристики ЭФЛ изучались также на пучке тормозных фотонов, энергетический спектр которых заключался в интервале от 100 до 2500 МэВ, т.е. до энергии пучка излучающих электронов [61]. На рис.24 показано распределение поглощенной в сцинтилляторе энергии ливней, вызванных такими фотонами в свинце, в зависимости от толщины слоя свинца, установленного впереди сцинтиллятора. Экспериментальные данные сравниваются с результатами расчетов, выполненных методом МК по программе EGS-4 [26], где принято, что энергия обрезания равна 0,1 МэВ для фотонов и 1 МэВ для электронов. Авторы делают вывод, что имеется согласие в пределах 16%, за исключением двух первых точек при толщине свинца 1 и 2 мм [61].

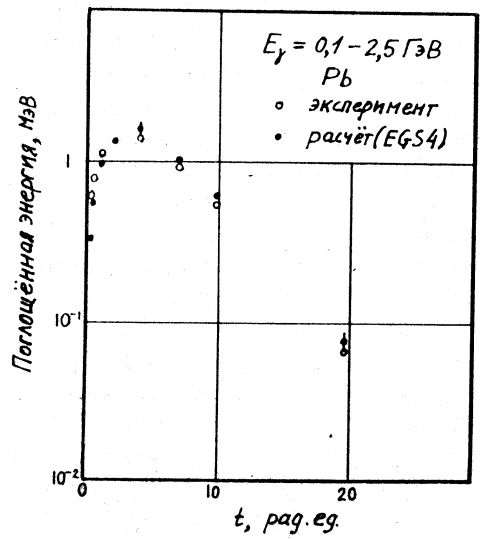


Рис.24. Продольное распределение поглощенной энергии ливней, вызванных тормозными фотонами с энергией от 100 МэВ до 2,5 ГэВ в свинце [61]. Экспериментальные данные сравниваются с результатами моделирования ЭФЛ методом Монте-Карло по программе EGS-4

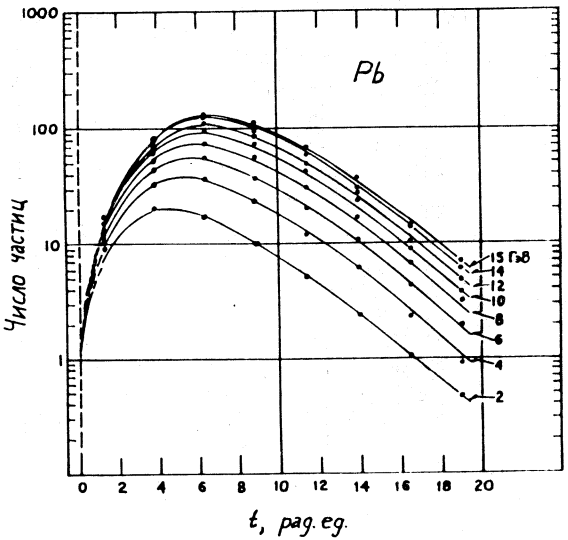


Рис.25. Продольные профили ливней, вызванных в свинце электронами с энергией 2+15 ГэВ (значения указаны на рисунке) [72]. Сплошными линиями обозначена аппроксимирующая функция

Продольный профиль ливней изучался на пучках электронов до энергии 200 ГэВ [86]. Одни из первых экспериментальных данных, кроме упомянутых ранее [73], относились к интервалу энергии $E = 2{+}15$ ГэВ первичных электронов, образующих ливни в свинце [72]. Эти данные приведены на рис.25 вместе с аппроксимирующими кривыми, полученными авторами [72]. Пороговая энергия ливневых электронов составляет 7,4 МэВ. Из рисунка видно, что, как и в случае других экспериментальных данных, касающихся продольного развития ЭФЛ, за максимумом ливня его средний профиль довольно быстро достигает асимптотического режима зависимости от длины развития t, т.е. экспоненциального уменьшения с увеличением t (см. также рис.18—20). Тем не менее при исследовании продольного развития ливней, вызванных электронами с энергией от 4 до 49 ГэВ в Si/W-сандвич-калориметре, была отмечена более сложная зависимость профиля ЭФЛ от t в асимптотической области [81,83]. Соответствующие данные изображены на рис.26. Там же указаны аппроксимирующие кривые, которые, по мнению авторов [81], лучше, чем формула (40) описывают экспериментальные результаты. Эти кривые изображают двухкомпонентное распределение [81]:

$$E = E_0(t/2)^a \exp(-bt) + E_1(t/2)^c \exp[-m(t - x_1) - y_1], \qquad (51')$$

где E, E_0, E_1 — в МэВ; c, m, x_1 и y_1 — безразмерные константы, подбираемые при фитировании, причем

$$a = (3{,}2 \pm 0{,}5) + (0{,}3 \pm 0{,}2) \ln E,$$

$$b = (0{,}75 \pm 0{,}10) + (-0{,}05 \pm 0{,}04) \ln E,$$

$$c = (0{,}26 \pm 0{,}10) \ln E,$$

$$m = (0{,}04 \pm 0{,}02) \ln E,$$

$$x_1 = (-6{,}8 \pm 3{,}5) + (55{,}9 \pm 20{,}3) \ln E,$$

$$y_1 = 2{,}5 \pm 0{,}4,$$

$$E_0 = (2{,}2 \pm 1{,}2) + (1{,}5 \pm 0{,}6) \ln E \text{ [МэВ]}$$

и $\chi^2/49 = 48$. Интересно подчеркнуть, что аналогичный двухкомпонентный вид профиля энерговыделения отмечен у адронных ливней, вызываемых пионами с энергией 10 и 30 ГэВ [178,179]. Однако некоторые из последних измерений продольных профилей ливней, создаваемых электронами с энергией 25, 50, 100 и 200 ГэВ в высокосегментированном электромагнитном калориметре [86], вероятнее всего, не подтверждают модели двухкомпонентной структуры (51′). Результаты измерений приведены на рис.27.

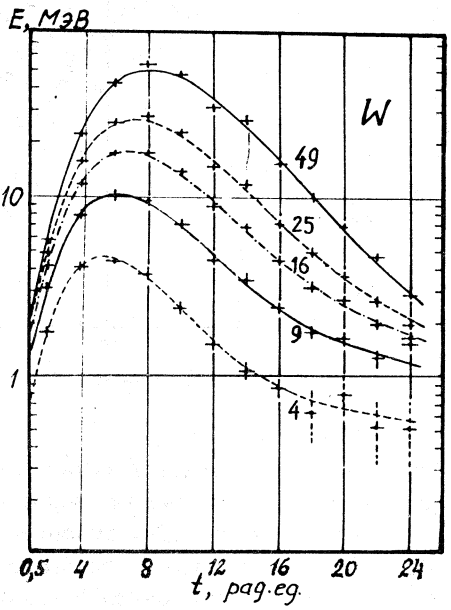


Рис.26. Продольное развитие ливней, вызванных электронами с энергией 4, 9, 16, 25 и 49 ГэВ в Si/W-сандвич-калориметре [81,82]. Линиями указаны аппроксимирующие кривые (52)

Поперечное развитие ливней. В качестве характеристик поперечного развития ливней принято пользоваться радиальным (т.е. в направлении, перпендикулярном оси ливня) распределением энерговыделения, наблюдаемым на данной длине (глубине), отсчитываемой от его начала вдоль оси ливня, либо просуммированном по всей глубине развития ливня. Экспериментальные данные, касающиеся поперечных профилей ливней, аппроксимируют чаще всего двухкомпонентной функцией [59,73,78,82,83,88]:

$$F_1(r, t) = c_1 \exp[-r/\lambda_1(t)] + c_2 \exp[-r/\lambda_2(t)], \qquad (52)$$

хотя некоторые авторы предпочитают обычное экспоненциальное распределение [80]. Здесь константы c_1 и c_2, а также зависимость от t параметров наклона $\lambda_1(t)$ и $\lambda_2(t)$, определяют по результатам измерений.

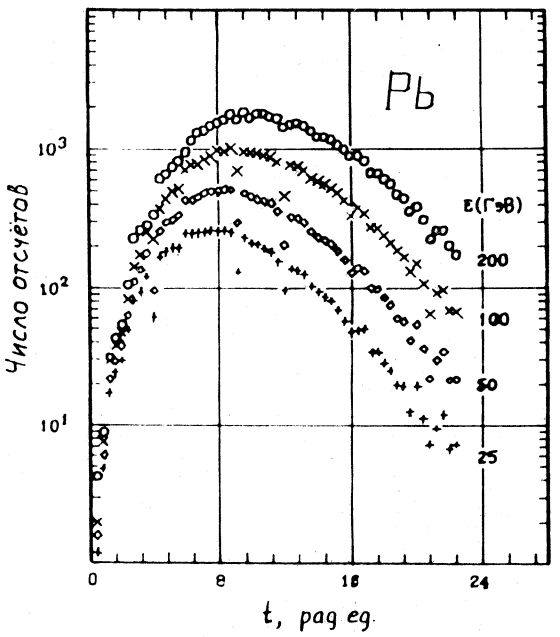


Рис.27. Продольные профили ливней, вызванных электронами с энергией 25, 50, 100 и 200 ГэВ в свинце [86]

Физическая интерпретация модели (52) такова, что в поперечном направлении в ливне можно выделить две области: центральную, характеризующуюся относительно небольшим угловым размытием жесткой компоненты ливневых частиц, обусловленным, главным образом, незначительной угловой зависимостью процессов тормозного излучения и образования электрон-позитронных пар (эту область описывает первый член формулы (52)), и периферическую, содержащую, в основном, частицы низких энергий, подверженные сильному многократному кулоновскому рассеянию (ее, соответственно, отражает второй член формулы (52)). Наглядной иллюстрацией такой интерпретации могут служить фотографии ливней, зарегистрированных в КПК (рис.1, 2 и 8). Видно также, что $\lambda_1(t)$ и $\lambda_2(t)$ должны расти с глубиной развития t.

Результаты дозиметрических измерений поперечных распределений ливней, вызванных электронами с энергией 6 ГэВ в меди, свинце и алюминии, приведены на рис.28. Эти распределения просуммированы по всей глубине развития. Экспериментальные данные сравниваются с результатами расчета по модели Монте-Карло. Авторы измерили также соответствующие распределения при некоторых значениях глубины t в алюминии и свинце. Для свинца они воспроизведены на рис.29. Видно, что, по крайней мере на относительно небольшой глубине (t = 5 рад.ед.), можно обнаружить двухкомпонентную структуру ливней и что по мере увеличения глубины развития ливень становится все более однородным в этом отношении. Изменение режима поперечного развития ливней можно заметить весьма отчетливо по данным работы [78], в которой измерена просуммированная по глубине радиальная зависимость энерговыде-

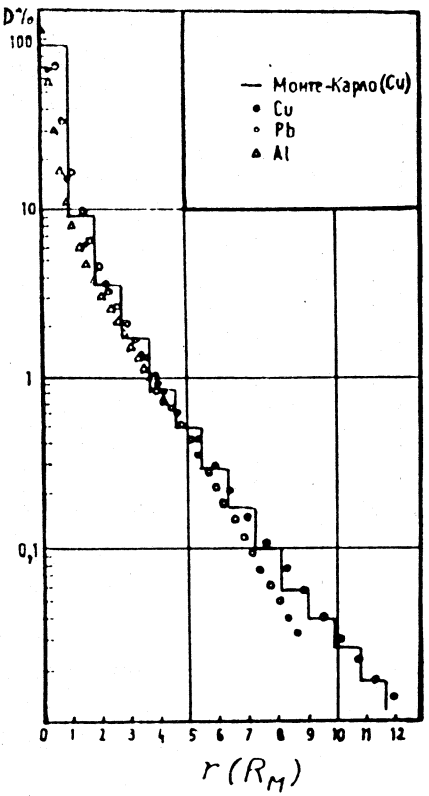


Рис.28. Поперечное распределение энерговыделения в ливнях, вызванных электронами с энергией 6 ГэВ в меди, свинце и алюминии [73]. Гистограммой изображены результаты расчетов по методу Монте-Карло. Распределения просуммированы по всей глубине развития ливней. r — расстояние от оси ливня, выраженное в единицах Мольера (22)

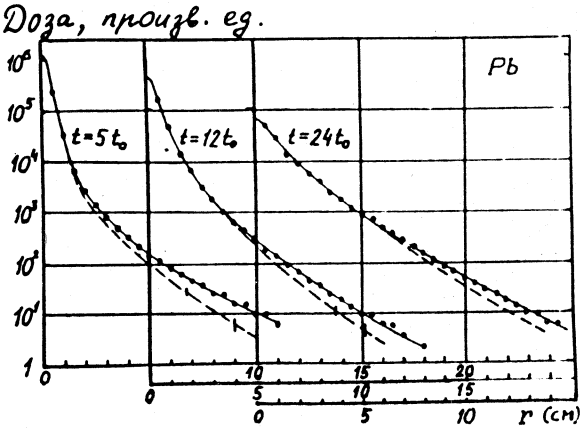


Рис.29. Поперечные профили дозы энерговыделения в ливнях, создаваемых электронами с энергией 6 ГэВ при трех указанных значениях глубины t развития ливней в свинце (t_0 = 1 рад.ед.) [73]. r — расстояние от оси ливня. Штриховые линии — расчет по методу Монте-Карло

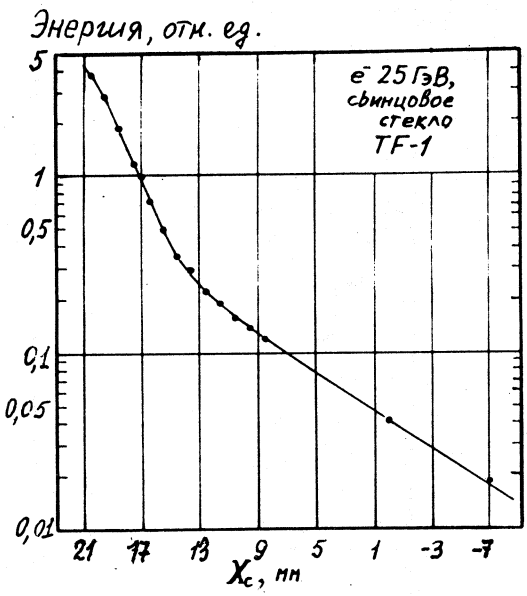


Рис.30. Радиальное распределение выделившейся энергии в ливнях, вызванных электронами с энергией 25 ГэВ в свинцовом стекле [78]. Кривой изображена параметризация (52) с $\lambda_1 = 4{,}5$ мм, $\lambda_2 = 12$ мм и $c_1/c_2 = 0{,}14$

ления в ливнях, образованных в свинцовом стекле электронами с энергией 25 ГэВ. Экспериментальные данные (рис.30) авторы описали функцией (52), причем $c_1/c_2 = 0{,}14$, $\lambda_1 = 4{,}5$ мм, $\lambda_2 = 12$ мм [78]. Аналогичные результаты были получены при калибровке передней части электромагнитного спектрометра детектора ДЕЛФИ на пучке электронов с энергией 20 ГэВ [82]. Они показаны на рис.31 вместе с параметризующей функцией (52), где $c_1/c_2 = 11{,}9 \pm 0{,}5$, $\lambda_1 = (3{,}4 \pm 0{,}1)$ мм, $\lambda_2 = (9{,}3 \pm 0{,}3)$ мм, при $\chi^2 = 2{,}6$. Поперечные профили ливней, вызванных электронами с энергией 150 ГэВ, были также измерены калориметром с тонко-дискретной структурой свинец — сцинтилляционное волокно (рис.32) [87]. И здесь просматривается двухкомпонентная структура вида (52), хотя авторы не параметризовали свои данные. Приведем еще результаты измерения поперечного распределения заряда на разных глубинах ливней, вызванных электронами с энергией 3 ГэВ в свинцовом стекле (рис.33) [59]. Как и ранее (рис.29), можно заметить, что с увеличением глубины развития ливня его поперечный профиль все точнее можно описать экспоненциальной функцией.

Двухкомпонентная параметризация поперечного профиля ливней, создаваемых электронами с энергией 2, 4 и 6 ГэВ в вольфраме и уране, обсуждалась в [84], где экспериментальные результаты были описаны функцией

$$F(r) = [\exp(-\sqrt{r/\lambda_1}) + c_{12}\,(\exp(-r/\lambda_2)]/(Nr), \qquad (53)$$

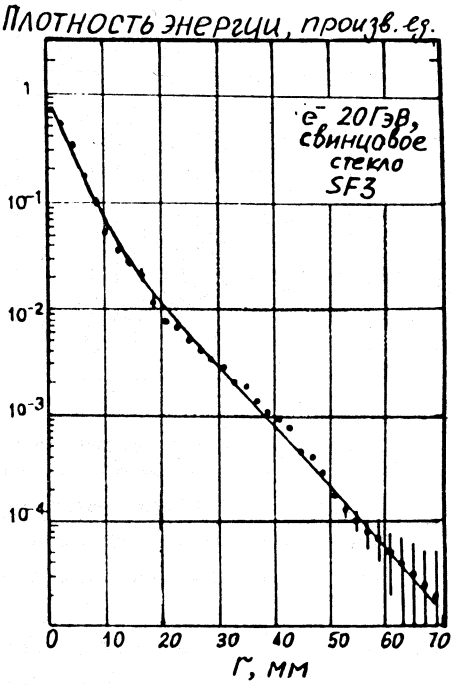


Рис.31. То же, что на рис.30, но для электронов с энергией 20 ГэВ [82]. Значения параметров: $\lambda_1 = (3{,}4 \pm 0{,}1)$ мм, $\lambda_2 = (9{,}3 \pm 0{,}3)$ мм, $c_1/c_2 = 11{,}9 \pm 0{,}5$

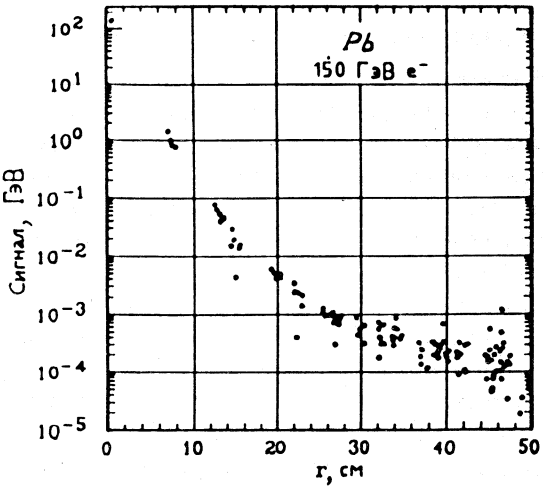


Рис.32. Поперечные профили ливней, вызванных электронами с энергией 150 ГэВ в калориметре типа «спагетти» [87]

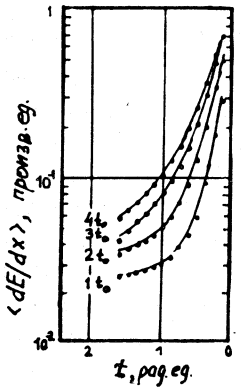
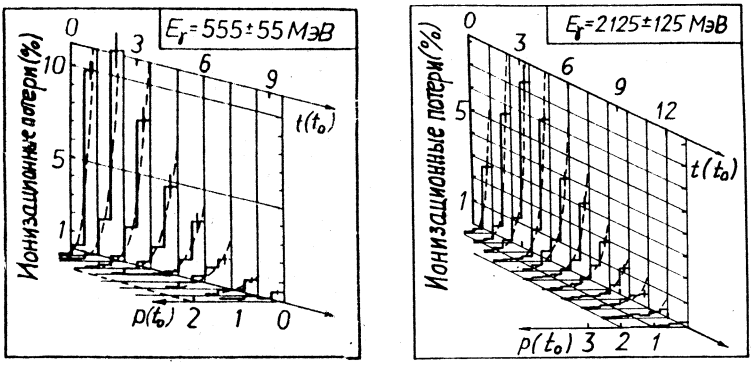


Рис.33. Радиальное распределение среднего заряда в ливнях, образованных электронами с энергией 3 ГэВ в свинцовом стекле при указанных значениях глубины развития ($t_0 = 1$ рад.ед.) [59]



а *б*

Рис.34. Двумерное распределение ионизационных потерь в ливнях, создаваемых в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией:*а*) E_γ = (555 ± 55) МэВ; *б*) E_γ = (2125 ± 125) МэВ [149]; t — длина развития, p — расстояние от оси ливня в плоскости фотографирования (t_0 = 1 рад.ед.). Штриховыми линиями изображены аппроксимирующие кривые (54)

где N, c_{12}, λ_1 и λ_2 — параметры, определяемые аналогично формуле (52) по экспериментальным данным. Сделан вывод о том, что параметр затухания λ_2 почти не зависит ни от глубины t, ни от энергии первичных электронов E, в то время как λ_1 пропорционален t и $E^{-1/2}$ и один и тот же для обоих поглотителей [84]. Любопытно также отметить, что двухкомпонентная структура наблюдается и у поперечных профилей адронных ливней, образованных пионами и протонами с импульсом 1,56; 2,46; 5,65 и 6,80 ГэВ/с в сегментированном (свинец — сцинтиллятор) калориметре [180]. Экспериментальные данные удовлетворительно описываются функцией вида (52) для первчиных пионов и протонов с импульсом, по крайней мере, начиная с 2,46 ГэВ/с и выше.

Подробное экспериментальное исследование поперечной структуры ливней, инициированных гамма-квантами с энергией от 100 до 3500 МэВ в жидком ксеноне, выполнено с помощью КПК [38,149,172,173]. Метод исследования и общая характеристика полученного экспериментального материала описаны выше. Здесь приведем основные результаты.

На рис.34,*а* и *б* изображены в качестве примера двумерные — т.е. в плоскости оси ливня (t, p) — распределения ионизационных потерь энергии ливневых электронов в ЭФЛ, созданных гамма-квантами с энергией E_γ = (555 ± 55) и (2125 ± 125) МэВ (см. рис.12). Штриховыми линиями нанесены аппроксимирующие кривые

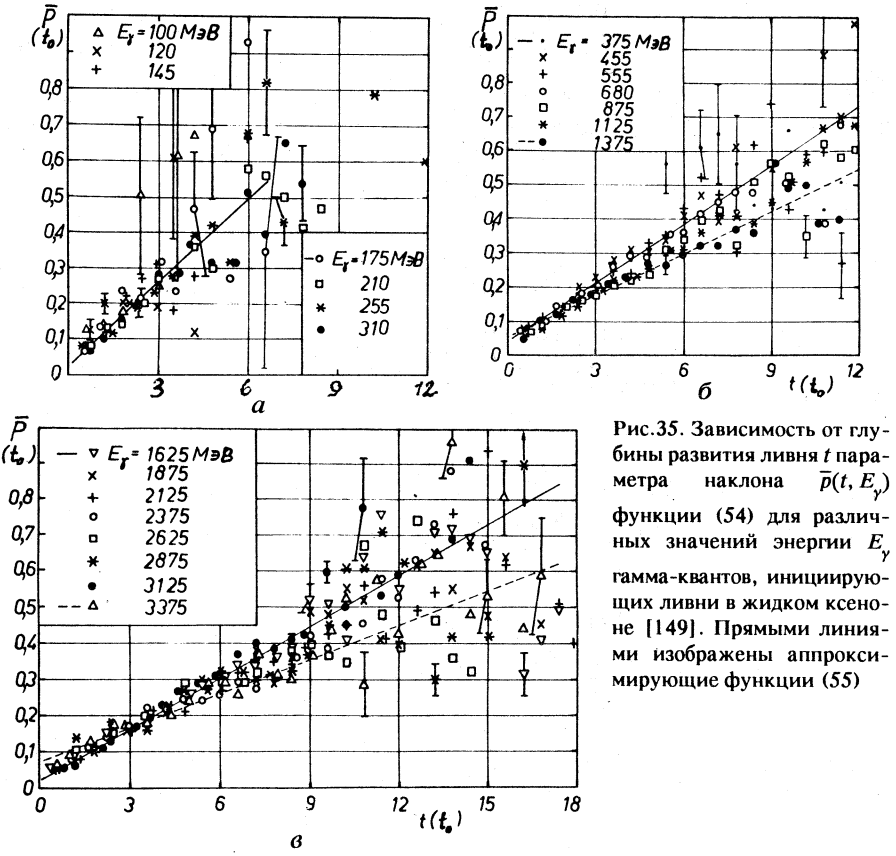


Рис.35. Зависимость от глубины развития ливня t параметра наклона $\bar{p}(t, E_\gamma)$ функции (54) для различных значений энергии E_γ гамма-квантов, инициирующих ливни в жидком ксеноне [149]. Прямыми линиями изображены аппроксимирующие функции (55)

$$f(p \mid t, E_\gamma) = \exp\,[-p/\,\bar{p}(t, E_\gamma)\,]/\,\bar{p}(t, E_\gamma), \qquad (54)$$

где $\bar{p}(t, E_\gamma)$ — параметр наклона, зависящий от глубины развития ливней и энергии E_γ. Это единственный параметр, подбираемый при фитировании экспериментальных данных. Зависимость от t этого параметра для всех 22 изученных интервалов энергии E_γ воспроизведена на рис.35. Она аппроксимирована линейной функцией [173]:

$$\bar{p}(t, E_\gamma) = \alpha + \beta(E_\gamma)\, t, \qquad (55)$$

которая также изображена на этих рисунках. Здесь коэффициент $\alpha = (0{,}042 \pm 0{,}015)$ рад.ед. и не зависит от E_γ в пределах ошибок. Энерге-

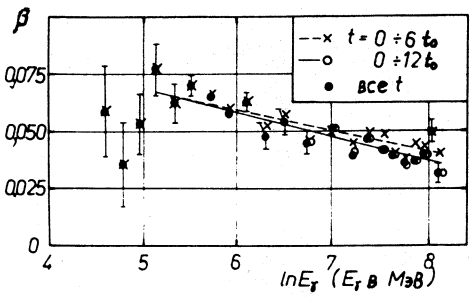


Рис.36. Энергетическая зависимость коэффициента β в формуле (55) [173]. Сплошной и штриховой линиями изображены аппроксимирующая функция (56) для двух указанных интервалов t соответственно ($t_0 = 1$ рад.ед.)

тическая зависимость коэффициента $\beta(E_\gamma)$ показана на рис.36 и параметризована функцией [173]

$$\beta(E_\gamma) = a + b \ln E_\gamma \qquad (56)$$

в интервале $E_\gamma \geq 175$ МэВ. Значения констант помещены в табл. 11 для разных интервалов t (β — безразмерная величина, E_γ — в МэВ).

Таблица 11. Значения параметров a и b формулы (56) для разных интервалов глубины t при $E_\gamma \geq 175$ МэВ [173]

t, рад.ед.	$a \cdot 10^3$	$-b \cdot 10^4$
0—6	67 ± 4	53 ± 5
0—12	72 ± 3	62 ± 4
По всем t	75 ± 3	66 ± 4

Просуммированные по глубине развития поперечные профили ливней, создаваемых в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ в семи интервалах значений от 100 до 3500 МэВ, приведены на рис.37. Эти профили измерены в плоскости снимка (она же плоскость оси ливня). Энергетическая зависимость средних ширин $\bar{p}_0(E_\gamma)$ профилей, относящихся ко всем 22 рассмотренным интервалам значений E_γ, показана на рис.38. Там же изображена параметризация этой зависимости функцией [172]

$$\bar{p}_0(E_\gamma) = a_p + b_p \ln E_\gamma , \qquad (57)$$

где E_γ — в МэВ, $a_p = (0{,}21 \pm 0{,}03)$ рад.ед., $b_p = 0{,}085 \pm 0{,}005$.

Если нормировать ширину p на величину средней ширины $\bar{p}_0(E_\gamma)$, аналогично случаю продольного развития ливней (рис.20), то оказывает-

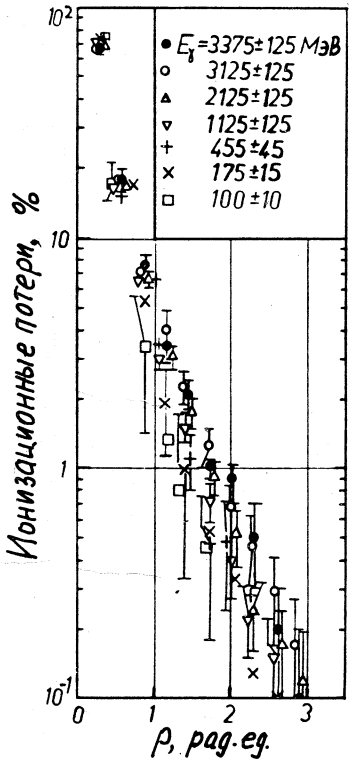
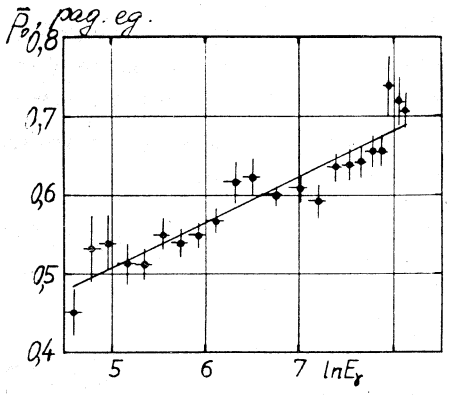


Рис.37. Поперечные профили ливней, создаваемых в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ. Профили, измеренные в плоскости снимка, просуммированы по глубине развития ливня [172]

Рис.38. Средние ширины ливней, вызванных гамма-квантами с энергией E_γ в жидком ксеноне. Измерения выполнены в плоскости снимка. Сплошной линией изображена аппроксимирующая функция (57) [172] (E_γ в МэВ)



ся, что средние профили ливней, определенные в плоскости оси ливня, перестают зависеть от энергии E_γ первичных гамма-квантов при $E_\gamma \gtrsim 500$ МэВ (рис.39). Следовательно, можно сделать аналогичный, как ранее, вывод, что средняя ширина $\bar{p}_0(E_\gamma)$ является удачным масштабным параметром, унифицирующим просуммированные по глубине продольные профили ливней в плоскости оси ливня, в указанном интервале значений E_γ.

Пользуясь соотношением, учитывающим условия фотографирования ливней в КПК и осевую симметрию ливней (в среднем), можно восстановить радиальную плотность ионизационных потерь $F_r(r|t, E_\gamma)$ [152]:

$$f(p|t, E_\gamma) = 2\int_p^\infty F_r(r|t, E_\gamma)\, dr/\sqrt{1-(p/r)^2}\,, \qquad (58)$$

где r — расстояние от оси ливня. Решение этого интегрального уравнения имеет вид [152]:

$$F_r(r|t, E_\gamma) = [1/(\pi r^2)] \int_{\infty}^{r} \frac{d}{dp} [pf(p|t, E_\gamma)]\, dp/\sqrt{1-(r/p)^2}. \quad (59)$$

Окончательное выражение для функции радиального профиля ливней получим, подставив (54) в (59). Введем при этом следующие обозначения: $s = r/p$, $x = r/\bar{p}(t, E_\gamma)$ и

$$F(x) = \pi \bar{p}^2(t, E_\gamma) F_r(r|t, E_\gamma). \quad (60)$$

Тогда [181]

$$F(x) = \int_0^1 (1/s - 1/x)/[s^2\sqrt{1-s^2}]\exp(-x/s)ds. \quad (61)$$

Функция $F(x)$ зависит только от безразмерного радиуса x. Итак, средний радиальный профиль ионизационных потерь энергии в ливнях, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ = 500÷3500 МэВ, можно выразить через универсальную функцию $F(x)$ и среднюю ширину $\bar{p}(t, E_\gamma)$ ливня на глубине t:

$$F_r(r|t, E_\gamma) = [\pi \bar{p}^2(t, E_\gamma)]^{-1} F(x). \quad (62)$$

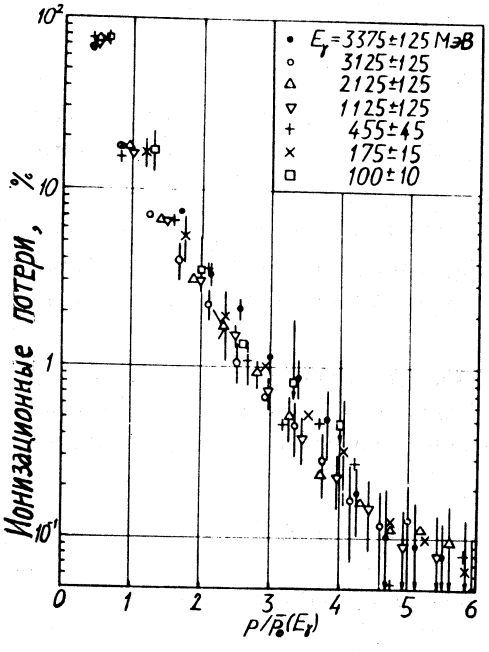


Рис.39. То же, что на рис.37, в зависимости от безразмерного отношения $p/\bar{p}_0(E_\gamma)$ [172].

Показано, что при больших x ($x \gtrsim 2$) $F(x) \sim \exp(-x)$) [181], в полном согласии с другими экспериментальными данными. Графическое изображение функции $F(x)$ показано на рис.40. Видно, что при небольших x, т.е. когда $r \lesssim \bar{p}$ и, следовательно, функция $F(x)$ описывает радиальное распределение вблизи оси ливня, ее зависимость от x более сильная. Если же при этом $\bar{p} \lesssim 1$ рад.ед., то имеем дело с упоминаемой ранее центральной областью ливня. Нетрудно также заметить, что в

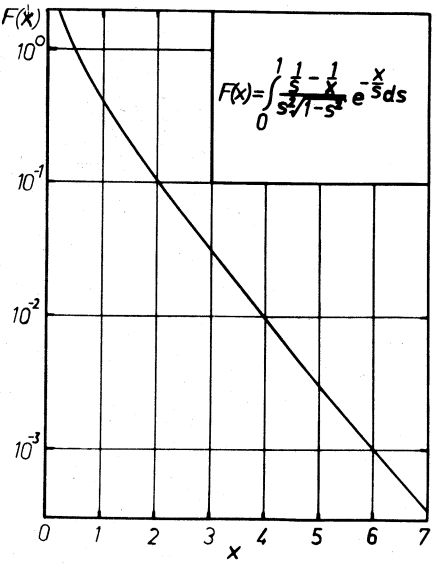


Рис.40. Универсальная функция радиального профиля ливней: $x = r/\bar{p}(t, E_\gamma)$, где $\bar{p}(t, E_\gamma)$ — средняя ширина ливня, вызванного гамма-квантом с энергией E_γ, t — глубина ливня, r — расстояние от оси ливня

начале ливня ($\bar{p} < 1$ рад.ед.) доминирующей является, в среднем, центральная область и по мере увеличения глубины развития происходит плавный переход к режиму более сильного поперечного рассеяния электронов более низких энергий, характерному для периферической области. Эта картина полностью соответствует имеющимся экспериментальным данным, но, в отличие от модели двухкомпонентной структуры поперечных профилей, здесь нет нужды постулировать два механизма рассеяния ливневых частиц.

Флуктуации. Поскольку основной практический интерес в настоящее время представляют флуктуации энерговыделения в ливнях, мы не будем касаться упомянутых ранее экспериментальных работ, в которых изучались флуктуации числа частиц в ливнях, тем более что эти две характеристики ливней связаны между собой [29,57].

Продольные флуктуации. Естественно представить продольные флуктуации ионизационных потерь энергии ливневых электронов в виде среднеквадратичного отклонения $\sigma_A^{(t)}$ от средней доли A этих потерь ($0 \le A \le 1$). Рассмотрим зависимость $\sigma_A^{(t)}$ от A, где безразмерная переменная A — накопленная вероятность среднего продольного энерговыделения в ливне, зависящая от глубины t (51):

$$A(x) = \int_0^x F_1(x')dx', \qquad (63)$$

где $x = t/\bar{t}(E_\gamma)$. Такая характеристика продольных флуктуаций в ливнях была впервые введена в [56]. На рис.41 показана зависимость $\sigma_A^{(t)}$ от A для ливней, вызываемых в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ от 100 до 3500 МэВ [172]. Установлено, что при $E_\gamma \gtrsim 500$ МэВ эта

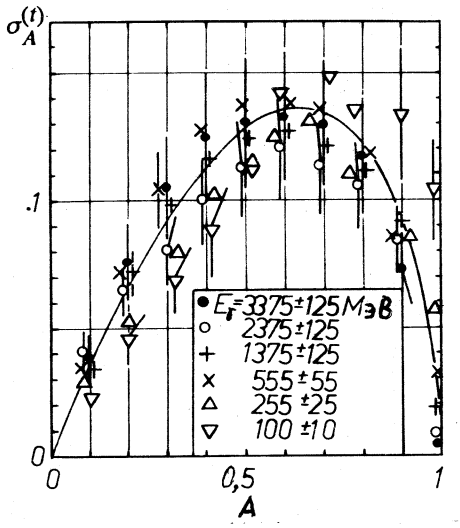


Рис.41. Зависимость от A среднеквадратичного отклонения σ_A от среднего значения доли A ионизационных потерь энергии, выделяемых вдоль оси ливня. E_γ — энергия гамма-кванта, вызывающего ливень в жидком ксеноне [172]. Сплошной линией изображена аппроксимирующая функция (64)

зависимость практически не меняется с энергией E_γ и ее можно аппроксимировать функцией [173]

$$\sigma_A^{(t)} = A\{[\alpha_t^2 + \beta_t(\gamma_t - A)]^{1/2} - \alpha_t\}, \qquad (64)$$

где $\alpha_t = (38 \pm 1)10^{-3}$, $\beta_t = (166 \pm 5)10^{-3}$, $\gamma_t = 1{,}01 \pm 0{,}01$. На рис.41 эта функция изображена сплошной кривой. Из (64) нетрудно получить зависимость $\sigma_A^{(t)}$ от глубины развития. Для этого надо перейти к переменной t, решив относительно x уравнение (63). Однако представление продольных флуктуаций в виде зависимости $\sigma_A^{(t)}$ от A также имеет практическую ценность. Так, например, можно заметить (рис.41), что в толщине вещества, в котором в среднем выделяется половина энергии ливня (т.е. $A = 0{,}5$), среднеквадратичный разброс доли этого энерговыделения составляет $\sigma_A^{(t)} = 0{,}16$, т.е. фактическое энерговыделение будет флуктуировать приблизительно от 0,34 до 0,66 полной энергии ливня. Наглядное представление о флуктуациях продольного развития ливней дают рис.42,*а* и *б*, на которых показаны, в качестве иллюстрации, распределения по глубине t ионизационных потерь энергии в ливнях, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией $E_\gamma = (3375 \pm 125)$ МэВ (рис.42,*а*) и $E_\gamma = (555 \pm 55)$ МэВ (рис.42,*б*). Эти распределения представлены в виде накопленной вероятности отдельно для каждого индивидуального случая ливня из выборки численностью $N_\gamma = 15$ и $N_\gamma = 20$ соответственно. Экспериментальные точки, относящиеся к не-

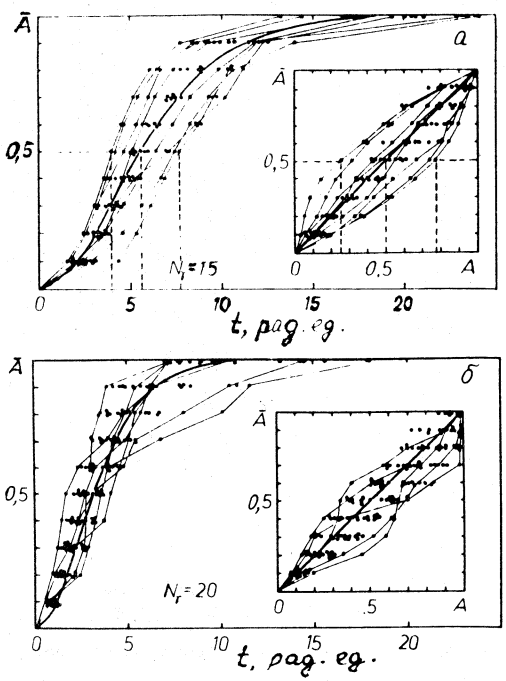


Рис.42. Распределение доли $\bar{A}$ ионизационных потерь энергии в ливнях, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией а) E_γ = = (3375±125) МэВ; б) E_γ = (555± ±55) МэВ (пояснения в тексте) [169]

скольким случаям, соединены прямолинейными отрезками для каждого ливня по отдельности. Сплошной линией изображена функция (63). Видно, что, например, толщина вещества t, в которой поглощается в среднем $\bar{A}$ = 0,5 полной энергии ливня, вызванного гамма-квантом с энергией E_γ = = (3375 ± 125) МэВ, флуктуирует на выборке численностью N_γ = 15 в пределах от ~4 до ~7,7 рад.ед. при среднем значении $t(\bar{A} = 0{,}5) \cong 5{,}5$ рад.ед. (на рис.42,*а* отмечено штриховой линией). На внутренних вставках этих рисунков те же случаи ливней представлены в виде разброса доли A энерговыделения вокруг среднего значения $\bar{A}$ этой доли, определенного на данной выборке. Так, например, в толще жидкого ксенона, в которой поглощается в среднем доля $\bar{A}$ = 0,5 полной энергии ливня, вызванного гамма-квантом с энергией E_γ = (3375 ± 125) МэВ, доля A меняется на выборке N_γ = 15 случаев от 0,25 до ~0,77 (на рис.42,*а* вставка, штриховые линии).

Представляет интерес вопрос о виде функции распределения A и t при заданных значениях $\bar{A}$ и энергии гамма-квантов E_γ, создающих ливни. Этот вопрос в определенной степени можно решить графически, даже для выборки небольшой численности, пользуясь вероятностной бумагой (см., например, [155, с.91]). На рис.43,*а* и *б* приведены два примера распределения доли A для ливней от первичных гамма-квантов с энергией E_γ = (3375 ± 125) и (3125 ± 125) МэВ соответственно. Упорядоченные выборки событий при данных значениях $\bar{A}$ = 0,1; 0,2; ..., 0,9 нанесены на

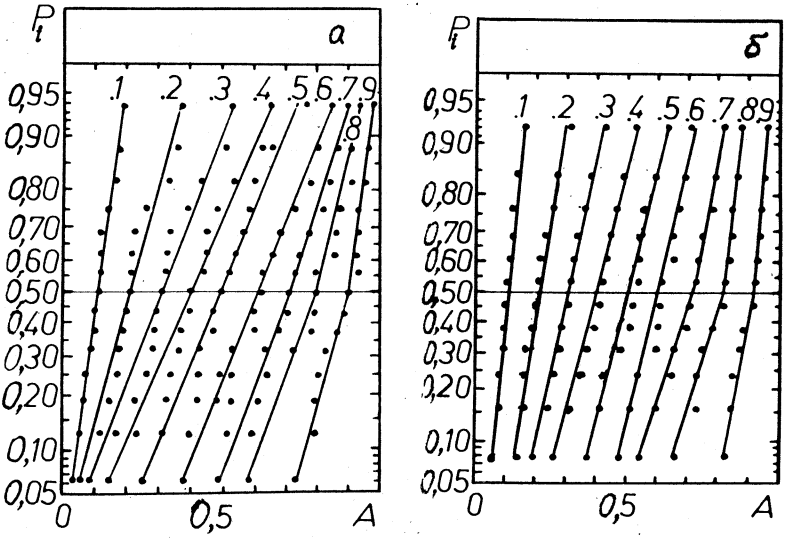


Рис.43. Распределение ливней, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией *а*) $E_\gamma = (3375 \pm 125)$ МэВ, *б*) $E_\gamma = (3125 \pm 125)$ МэВ на вероятностной бумаге для нормального распределения P_i доли A полного энерговыделения ливня. В верхней части рисунка указаны средние значения $\overline{A} = 0{,}1;\ 0{,}2,\ \ldots,\ 0{,}9$, к которым относятся эти распределения [169]

вероятностную бумагу для нормального распределения. Линейный характер размещения точек на этом графике свидетельствует о том, что выборка распределена приблизительно по нормальному закону, хотя при $\overline{A} \gtrsim 0{,}7$ распределения, как и следовало ожидать, становятся несимметричными (т.к. $A \leq 1$) с точками излома при $P_i = 0{,}5$. Аналогичные распределения тех же событий, но относительно глубины t развития ливней, дают основание судить, что глубина t, на которой выделяется доля $A = 0{,}1;\ 0{,}2;\ \ldots,\ 0{,}9$ полной энергии ливня, также распределена приблизительно по нормальному закону. Соответствующие данные приведены на рис.44, *а* и *б* [169].

Поперечные флуктуации. Флуктуации поперечного развития ливней изучены в значительно меньшей степени, чем продольные. Вместе с тем именно они определяют, в частности, пространственное разрешение гамма-квантов, регистрируемых в годоскопических гамма-спектрометрах (см., например, [182]) и устанавливают естественный предел для поперечной сегментации электромагнитных калориметров. Здесь мы приве-

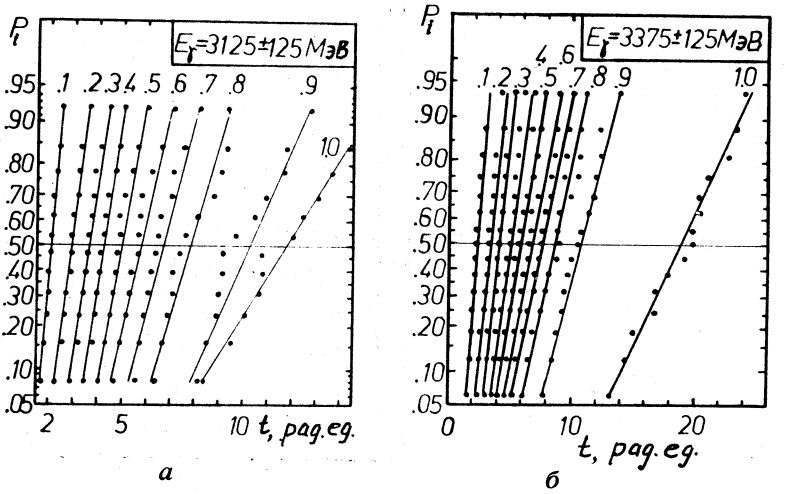


Рис.44. То же, что на рис.43, относительно глубины t развития ливней для *а*) E_γ = (3375±125) МэВ и *б*) E_γ = = (3125±125) МэВ

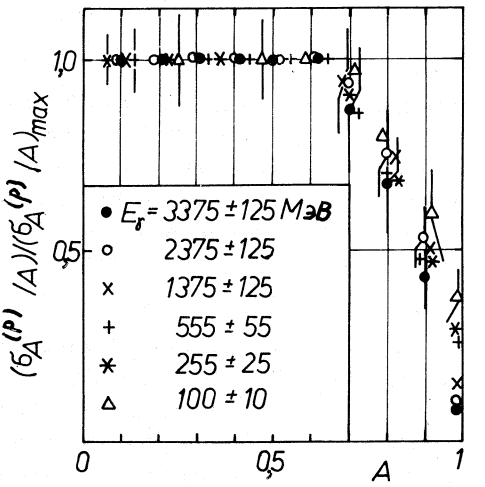


Рис.45. То же, что на рис.41, для коэффициента вариации доли поперечного энерговыделения в ливнях. $(\sigma_A^{(p)}/A)_{max}$ — максимальное значение этой вариации [172]

дем результаты исследования поперечных флуктуаций ионизационных потерь энергии в ливнях, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ = 100÷3500 МэВ [168], а также флуктуации доли энерговыделения относительно геометрической оси ливня [170].

На рис.45 показано распределение коэффициента вариации $\sigma_A^{(p)}/A$ доли A энерговыделения в поперечном направлении ливня в зависимости от A при разных значениях энергии E_γ гамма-квантов, вызывающих ливни в жидком ксеноне. Доля A измерялась в плоскости оси ливня и про-

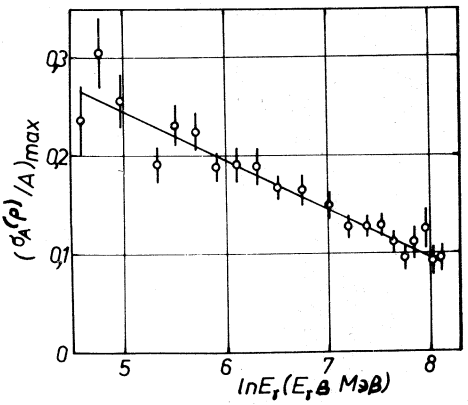


Рис.46. Энергетическая зависимость максимального значения коэффициента вариации $(\sigma_A^{(p)}/A)_{max}$ поперечного энерговыделения в ливнях, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ [172]

суммирована по его глубине. Коэффициент $\sigma_A^{(p)}/A$ нормирован на величину своего максимального значения, $(\sigma_A^{(p)}/A)_{max}$, энергетическая зависимость которого приведена на рис.46 и аппроксимирована функцией [172]:

$$(\sigma_A^{(p)}/A)_{max} = \alpha_p - \beta_p \ln E_\gamma, \qquad (65)$$

где $\alpha_p = 0{,}48 \pm 0{,}2$, $\beta_p = (48 \pm 3)\ 10^{-3}$. Следует отметить, что, хотя приведенные данные относятся к плоскости оси ливня, по мере удаления от этой оси они все точнее отражают радиальные флуктуации ионизационных потерь энергии ливневых электронов. Информацию об этих флуктуациях можно получить, как и ранее, переходя в A-зависимости относительной вариации (рис.45) от переменной A к относительному расстоянию $p/\bar{p}(E_\gamma)$, воспользовавшись графической зависимостью между этими величинами (рис.39).

При детектировании гамма-квантов высоких энергий направление оси создаваемых ими ливней восстанавливают по измеренным импульсам от ячеек-счетчиков поперечно-сегментированного годоскопа (см., например, [78]). Предполагается при этом, что ось ливня, определенная по выделившейся в нем энергии (энергетическая ось ливня) совпадает с его геометрической осью, т.е. линией, проведенной через точки возникновения и конверсии гамма-кванта, создавшего ливень. В работе [170], выполненной при помощи КПК, изучались флуктуации энергетической оси ливня относительно его геометрической оси в интервале энергий E_γ первичных гамма-квантов, инициирующих ливни в жидком ксеноне, от 100 до 3500 МэВ.

На рис.47 приведена зависимость от E_γ среднего расстояния $\bar{d}$ между осью ливня и его энергетической осью, проведенной в плоскости снимка (в которой лежит также ось ливня) и разделяющей ливень на две равные части (энергетическая ось ливня считается параллельной его оси). Там

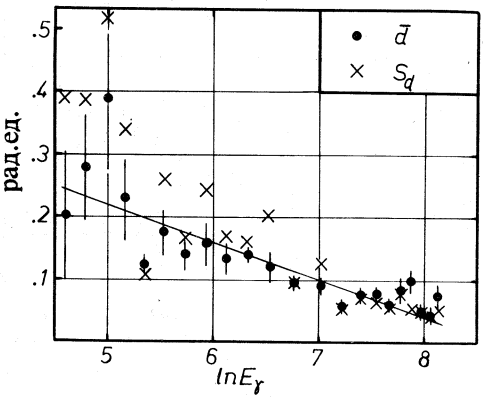


Рис.47. Среднее расстояние $\bar{d}$ между осью ливня и его энергетической осью. S_d — соответствующее среднеквадратичное отклонение. Ливни вызваны гамма-квантами с энергией от 100 до 3500 МэВ в жидком ксеноне [170]. Сплошной линией представлена аппроксимирующая функция (66) (E_γ в МэВ)

же нанесены значения соответствующих среднеквадратичных отклонений S_d. Экспериментальные данные аппроксимированы функцией [170]:

$$\bar{d} = (0{,}52 \pm 0{,}03) - (59 \pm 4)\ 10^{-3} \ln E_\gamma, \qquad (66)$$

также показанной на этом рисунке. Здесь $\bar{d}$ — в рад.ед., E_γ — в МэВ. Как и следовало ожидать, $\bar{d}$ и S_d уменьшаются с энергией E_γ и при $E_\gamma \gtrsim 3$ ГэВ составляют ~0,05 рад.ед.

Практический интерес, особенно в случае сегментирования для трехмерного восстановления ливней [183], представляет информация о том, до какой глубины t_s, отсчитываемой от начала ливня вдоль его оси, энергетическая ось совпадает с осью ливня. Распределение средней глубины симметрии, $\bar{t}_s$, т.е. среднего значения t_s, приведено на рис.48 вместе с соответствующей аппроксимирующей функцией [170]:

$$\bar{t}_s = -(2{,}9 \pm 0{,}4) + (0{,}87 \pm 0{,}07) \ln E_\gamma, \qquad (67)$$

где $\bar{t}_s$ — в рад.ед., E_γ — в МэВ. На этом же рисунке нанесены значения среднеквадратичного отклонения S_{t_s} глубины симметрии t_s. Сделан вывод о том, что нет заметных корреляций между расстоянием d и глубиной t_s (коэффициент корреляции для этих величин не превышает 0,5). Следует также отметить, что среднее расстояние между энергетической и геометрической осями ливня (в пространстве) приблизительно равно $\sqrt{2}\,\bar{d}$.

Флуктуации геометрической формы ливней. Можно считать, что коэффициенты вариации средней длины $S_t/\bar{t}$ и средней ширины $S_p/\bar{p}$

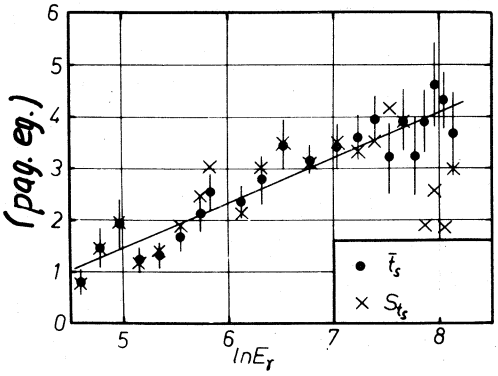


Рис.48. Среднее значение максимальной глубины $\bar{t}_s$ ливня, до которой энергетическая ось ливня совпадает с его геометрической осью. Сплошной линией изображена аппроксимирующая функция (67). S_{t_s} — среднеквадратичное отклонение t_s от среднего значения [170] (E_γ в МэВ)

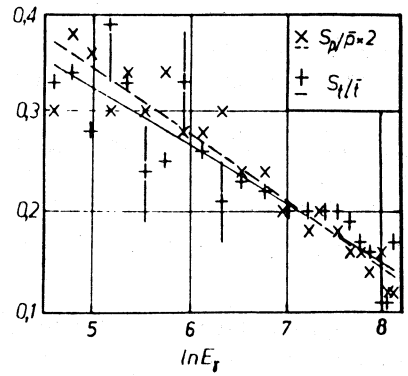


Рис.49. Зависимость коэффициентов вариации продольного $S_t/\bar{t}$ и поперечного $S_p/\bar{p}$ развития ливней от энергии E_γ создающих их гамма-квантов в жидком ксеноне. Линиями нанесены соответствующие аппроксимирующие функции (68) и (69) [149] (E_γ в МэВ)

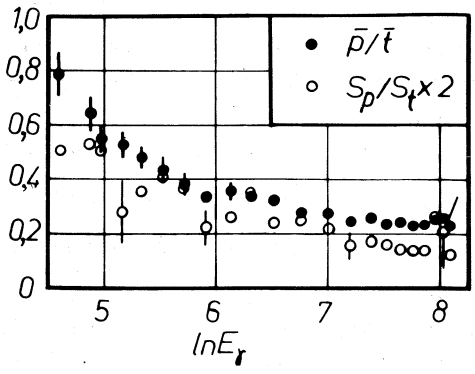


Рис.50. Отношение среднеквадратичного рассеяния поперечных S_p и продольных S_t размеров ливней, создаваемых в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ [167]. $\bar{p}/\bar{t}$ — отношение средних значений поперечных ($\bar{p}$) и продольных ($\bar{t}$) длин развития ливней (E_γ в МэВ)

развития ливня характеризуют степень размытия объема вещества, внутри которого ливень развивается. На рис.49 приведена зависимость этих коэффициентов вариации от энергии E_γ гамма-квантов, вызывающих ливни в жидком ксеноне [168]. Линиями нанесены соответствующие аппроксимирующие функции:

$$S_t/\bar{t} = 0{,}61 - 5{,}77\cdot 10^{-2} \ln E_\gamma , \qquad (68)$$

$$S_p/\bar{p} = 3{,}38 - 3{,}33\cdot 10^{-2} \ln E_\gamma . \qquad (69)$$

Интересно также сравнить степень диффузности поперечных и продольных границ ливня. Такое сравнение в виде энергетической зависимости отношения среднеквадратичных отклонений S_p/S_t представлено на рис.50. Там же изображена энергетическая зависимость отношения $\bar{p}/\bar{t}$ средних поперечных и продольных размеров ливней. Из этих рисунков видно, что относительные флуктуации поперечных размеров ливней приблизительно в два раза меньше, чем продольные (т.е. $S_p/\bar{p} = (S_t/\bar{t})/2$, рис.49) в изученном интервале значений энергии E первичных фотонов, и уменьшаются с ростом E_γ. Такую же тенденцию проявляет и отношение величины диффузности поперечных и продольных границ ливня (рис.50). Образно говоря, с ростом энергии гамма-квантов границы создаваемых ими ливней становятся все более четкими, причем боковые очертания ливней значительно резче, чем продольные. Сами же ливни становятся все более вытянутыми вперед (например, при $E_\gamma \cong 150$ МэВ отношение $\bar{p}/\bar{t}$ средних поперечных размеров ливней к продольным составляет ~0,6, в то время как при $E_\gamma \cong 3000$ МэВ оно уже равно ~0,2).

Корреляции. Эта важная тема стала предметом экспериментального исследования лишь относительно недавно. Изучались два вопроса, представляющие практический интерес, причем экспериментальный материал был получен на КПК. Итак, в [171] проведено исследование корреляций (в плоскости оси ливня) между длиной t и шириной p развития ливней, вызываемых в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией E_γ = 100+3500 МэВ. Рассматривались корреляции между t и p при условии, что зарегистрирована ровно доля A = 0,9; 0,8; 0,7 и 0,6 полной энергии ливня. Соответствующие экспериментальные данные приведены на рис.51 для восьми указанных значений энергии E_γ. Точка (t, p) на кривой при данной энергии E_γ означает, что в среднем доля A (указанная на рисунке) этой энергии выделяется в объеме жидкого ксенона толщиной t и шириной $2p$. Другими словами, значения t и p при данной энергии E_γ и фиксированном A скоррелированы в среднем, что видно на обсуждаемых рисунках. Однако вследствие продольных и поперечных флуктуаций каждая такая зависимость имеет статистический характер и на самом деле представляет собой диаграмму распределения точек (t, p), рассеянных вблизи усредненной зависимости, изображенной в виде кривой. Пример полученных в [171] диаграмм распределения точек (t, p) представлен на рис.52 для двух значений $E_\gamma = (3375 \pm 125)$ и (375 ± 35) МэВ и двух значений A = 0,9 и 0,7. Там же указаны числа N_γ случаев в каждой выборке.

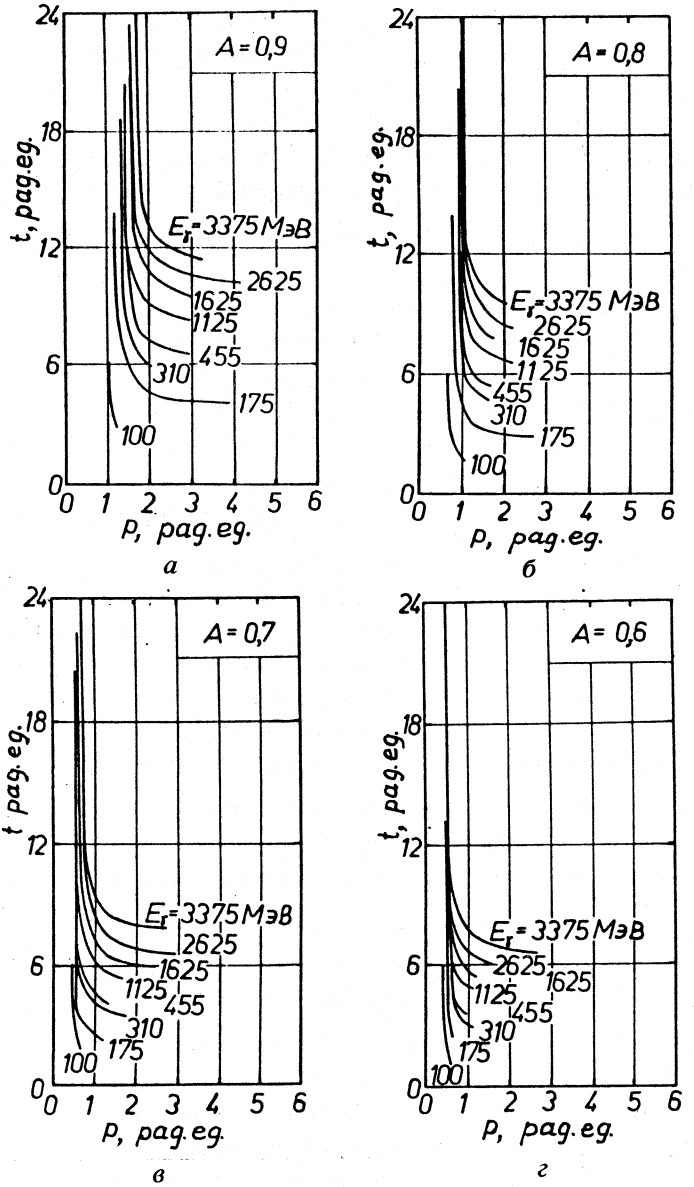


Рис.51. Усредненные корреляционные кривые в плоскости оси ливня: внутри объема жидкого ксенона толщиной t и шириной 2ρ выделяется в среднем доля $A = 0,9$ (*а*), 0,8 (*б*), 0,7 (*в*), 0,6 (*г*) полной энергии ливней, создаваемых гамма-квантами с энергией E_γ [171]

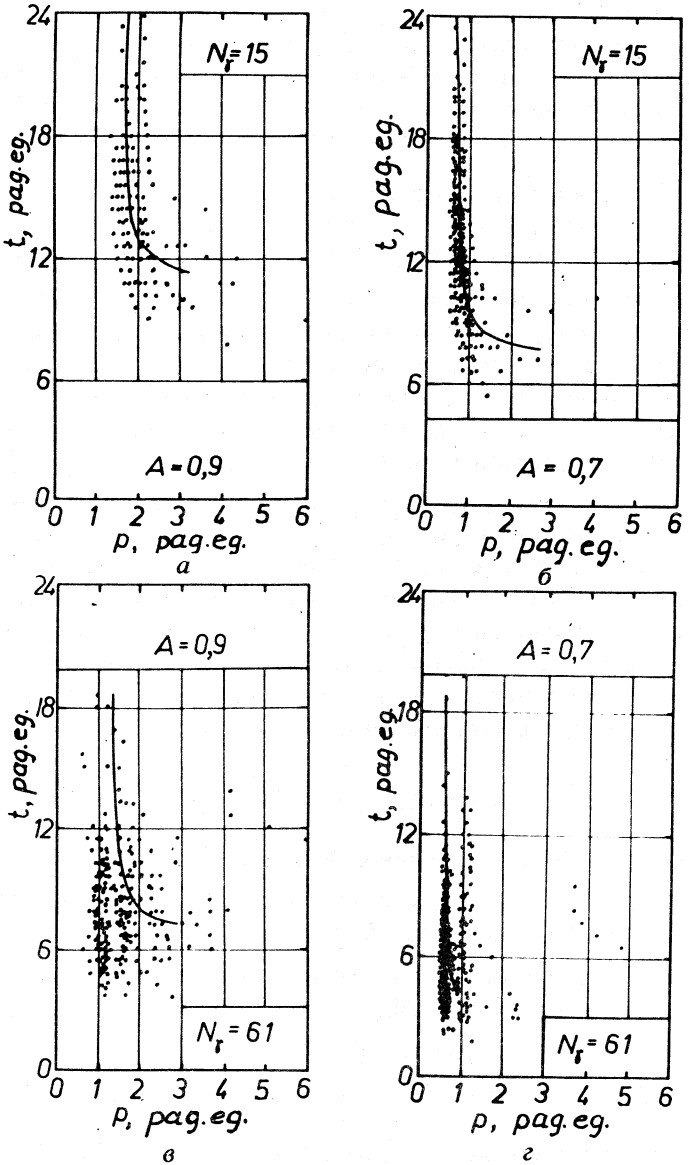


Рис.52. Диаграмма распределения ливней, образованных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией $E_\gamma = (3375 \pm 125)$ МэВ — (*а*) и (*б*), и $E_\gamma = (375 \pm 35)$ МэВ — (*в*) и (*г*); t и p — толщина и ширина слоя жидкого ксенона, внутри которого выделяется доля полной энергии ливня $A = 0{,}9$ и $A = 0{,}7$ (указано на рисунках). N_γ — численность выборки проанализированных случаев ливней. Кривая изображает результат усреднения. Данные работы [171]

Из приведенных данных следует, в частности, что из-за значительных флуктуаций пространственных размеров ливней недостаточно измерять энергию, выделившуюся внутри объема толщиной t и шириной $2p$, чтобы сколько-нибудь судить об энергии первичного гамма-кванта, если неизвестна пространственная структура этого энерговыделения.

В [169] изучались корреляции в продольном распределении ионизационных потерь энергии индивидуальных ливней, вызванных в жидком ксеноне гамма-квантами с энергией $E_\gamma = 100\text{+}3500$ МэВ. Вспомним, что на диаграмме $(\overline{A}, t)$ (рис.42,*а* и *б*) наиболее удаленные от сплошной кривой точки соединены прямолинейными отрезками таким образом, что каждая ломаная линия представляет отдельный случай ливня, или, другими словами, реализацию случайной функции накопленной вероятности продольных ионизационных потерь энергии (далее случайная функция). Можно заметить, что с ростом энергии E_γ случайные функции ливней становятся, в среднем, более гладкими. Это наводит на мысль, что по наблюдаемому виду распределения энергии, выделившейся в ливне до некоторой глубины его развития, можно судить о том, сколько энергии выделится на больших глубинах и, следовательно, о полной энергии ливня. Другими словами, насколько скоррелированы между собой отдельные участки случайной функции ливней по ходу их развития. Чтобы получить количественную оценку этих корреляций воспользуемся стандартным определением коэффицента корреляции

$$r_{ij} = \operatorname{cov}(X_i, X_j) / [\sigma(X_i)\,\sigma(X_j)], \qquad (70)$$

где $X_i = \Delta\overline{A}/\Delta t_i$ — наклон случайной функции на глубине t_i жидкого ксенона, до которой поглощается в среднем доля $i/10$ полной энергии ливня ($i = 2, 3, \ldots, 10$), а толщина слоя $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ подбирается таким образом, чтобы в нем поглощалась в среднем доля $\Delta\overline{A} = 0{,}1$ этой энергии ($j > i$). Численные значения коэффициента r_{ij} для двух — среди шести проанализированных в работе [169] — значений энергии $E_\gamma =$ $= (3375 \pm 125)$ и (555 ± 55) МэВ приведены в табл. 12 и 13.

Хотя небольшая статистика проанализированных событий не позволяет сделать окончательные выводы, все же можно заметить, что в интервале энергий гамма-квантов $E_\gamma = 100\text{+}3375$ МэВ, инициирующих ливни в жидком ксеноне, наблюдается лишь короткодействующие корреляции продольного энерговыделения в районе максимума ливней (т.е. при $i = 4\text{—}7$) [169].

Таблица 12. Значения коэффициента корреляции r_{ij}, определенного формулой (70). E_γ = (3375 ± 125) МэВ

i \ j	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0,52	0,64	0,48	0,42	0,07	0,38	0,02	0,19
3		0,79	0,49	0,42	0,18	0,26	0,41	0,48
4			0,76	0,62	0,33	0,25	0,34	0,27
5				0,90	0,43	0,02	0,13	0,11
6					0,45	0,77	0,26	0,08
7						0,24	0,24	0,22
8							0,14	0,48
9								0,14

Таблица 13. То же, что в табл.12, для E_γ = (555 ± 55) МэВ

i \ j	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0,64	0,13	0,08	0,14	0,11	0,10	0,08	0,04
3		0,70	0,26	0,04	0,02	0,08	0,11	0,05
4			0,68	0,20	0,15	0,08	0,01	0,03
5				0,55	0,30	0,23	0,06	0,02
6					0,68	0,44	0,14	0,14
7						0,68	0,25	0,22
8							0,33	0,01
9								0,03

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В последние годы достигнут значительный прогресс в изучении основных характеристик электронно-фотонных ливней, вызываемых в тяжелых аморфных веществах гамма-квантами и электронами в интервале ускорительных энергий. Все многообразие имеющихся экспериментальных данных можно, в принципе, описать в рамках моделирования ливней методом Монте-Карло, причем соответствующие программы на ЭВМ постоянно совершенствуются путем более точного учета элементар-

ных физических процессов и, что исключительно важно, применения различных алгоритмов все более быстрого моделирования.

Результаты измерений продольного профиля ливней можно представить в виде универсального распределения, по крайней мере при достаточно больших энергиях гамма-квантов (и электронов), инициирующих ливни ($\gtrsim$ 500 МэВ), если в качестве масштабного параметра длины взять среднюю длину развития ливней. Универсальную каскадную кривую можно также построить, применив в качестве такого параметра положение максимума ливня или его медиану (см., например, [117]). Такое представление усредненного по флуктуациям продольного развития ливней справедливо, по-видимому, до энергий в несколько ТэВ, так как при более высоких энергиях эффективные сечения электромагнитных и слабых взаимодействий становятся соизмеримыми и, следовательно, ливень обогащается адронами и нейтрино. Это, в свою очередь, приводит к значительному увеличению продольных размеров ливней. Образно выражаясь, ливень начинает растягиваться, сперва в начале своего развития и, по мере роста энергии, постепенно по всей занимаемой им глубине. Кроме того, при энергии $\sim 10^{13}$ эВ и выше все более ощутимым становится ЛПМ-эффект, который также вызывает постепенное растягивание продольных размеров, но только электромагнитной компоненты ливня. Однако отклонение от «стандартного» вида (51) ливней, вызываемых гамма-квантами, начинается уже при энергии ~100 ГэВ из-за эффекта Чудакова. Это отклонение все же нетрудно учесть, сдвинув соответственно точку начала ливня вдоль его оси до места, в котором взаимное экранирование электрона и позитрона пары несущественно. Такая процедура практически не повлияет на энергетический баланс ливня. Увеличит лишь продольные флуктуации, эквивалентные флуктуациям длины конверсии первичного гамма-кванта. Следует также отметить, что существенного сжатия продольных размеров электромагнитной компоненты ливня можно достигнуть, воспользовавшись эффектом когерентного взаимодействия фотонов и электронов, попадающих в монокристалл под достаточно малыми углами к одной из его кристаллических осей. Но при этом, из-за одновременного каналирования адронов, длина их свободного пробега значительно возрастает. Таким образом, монокристалл действует как сепаратор электромагнитной и адронной части ливня, образованного частицей достаточно большой энергии.

Другой важной характеристикой ливней, о которой получена достаточно разнообразная экспериментальная информация, являются их поперечные профили. Как было показано автором, и в этом случае возможно универсальное описание радиального распределения ионизационных потерь энергии, причем масштабным параметром, как и ранее,

является средняя ширина ливня. В универсальном виде можно также представить продольные и поперечные флуктуации в ливнях.

Наконец, отметим, что очень мало изучены корреляции между различными характеристиками электронно-фотонных ливней. С экспериментальной точки зрения это весьма сложная методическая задача. Но соответствующие результаты окажутся необходимыми при исследовании процессов множественного образования частиц при высоких и сверхвысоких энергиях, которое будет проводиться на ускорителях следующих поколений при помощи тонкосегментированных электромагнитных калориметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Rossi B.** — Phys.Zs., 1932, vol.33, p.304.
2. **Росси Б.** — Частицы больших энергий. Пер. с англ. М.: ГИТТЛ, 1955.
3. **Гайтлер В.** — Квантовая теория излучения. Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1956.
4. **Blackett P.M.S., Occhialini G.P.S.** — Proc.Roy.Soc., 1933, vol.A139, p.600; **Blackett P.M.S., Occhialini G.P.S., Chadwick J.** — Proc.Roy.Soc., 1934, vol.144, p.235.
5. **Bhabha H.J., Heitler W.** — Proc.Roy.Soc.Lond.(A), 1937, vol.159, p.432.
6. **Carlson J.F., Oppenheimer J.R.** — Phys.Rev., 1937, vol.51, p.220.
7. **Landau L., Rumer G.** — Proc.Roy.Soc.Lond., 1938, vol.166, p.213.
8. **Беленький С.З.** — Лавинные процессы в космических лучах. М.: ОГИЗ, 1948.
9. **Nichimura J.** — Handbuch der Physik, 1967, vol.XLVI/2, p.1. Berlin, Springer-Verlag.
10. **Иваненко И.П.** — Электромагнитные каскадные процессы. М.: Изд-во МГУ, 1972.
11. **Rossi B., Greisen K.** — Rev.Mod.Phys., 1941, vol.13, p.240.
12. **Рамакришнан А.** — Элементарные частицы и космические лучи. Пер. с англ. М.: Мир, 1965.
13. **Иваненко И.П., Максименко В.М., Сизов В.В.** — ФИАН СССР, Препринт 296, М., 1986.
14. **Zachary A.L.** — Phys.Rev.D, 1988, vol.37, No.1, p.112.
15. **Euler H., Wergeland H.** — Astrophys.Norv., 1940, vol.3, p.163.
16. **Moliere G.** — In: W.Heisenberg. Kosmische Strahlung. Berlin-Göttingen-Heidelberg. Springer, 1953.
17. **Roberg J., Nordheim W.** — Phys.Rev., 1949, vol.75, p.444.
18. **Eyges L., Fernbach S.** — Phys.Rev., 1951, vol.82, p.23.
19. **Green H.S., Messel H.** — Phys.Rev., 1952, vol.88, p.331.
20. **Иваненко И.П., Роганова Т.М.** — Каскадные ливни, вызываемые частицами сверхвысоких энергий. М.: Наука, 1983.
21. **Wilson R.R.** — Phys.Rev., 1952, vol.86, p.261.
22. **Борковский М.Я.** — Препринт ЛИЯФ 462, 1979.
23. **Штерн Б.Е.** — Препринт ИЯИ, П-0081, М., 1978.
24. **Stanev T., Vankov Ch.** — Bulgar.J.Phys., 1978, vol.5, p.433.
25. **Аматуни И.А.** — ELSS1. Универсальная программа моделирования электромагнитных ливней высоких энергий методом Монте-Карло. Ереван, ЕФИ-760/75/-84, 1984.
26. **Nelson W.R., Hirayama H., Rogers W.O.** — SLAC-Report-265, 1985.
27. **Brun R. et al.** — GEANT User's Guide, CERN DD/EE/84-1, 1986.
28. **Nelson W.R., Namito Y.** — SLAC PUB5193, 1990.

29. Longo E., Sestili J. — Nucl.Instr.Meth., 1875, vol.128, p.283.
30. De Angelis A. — Nucl.Instr.Meth.A., 1988, vol.271, p.455.
31. Gringhammer G., Rudowicz M., Peters S. — Nucl.Instr.Meth.A, 1990, vol.290, p.469.
32. Linn S.L. — Nucl.Instr.Meth.A, 1990, vol.288, p.598.
33. Linn S.L., Wang E.M. — FSU-SCRI-89C-88, 1989.
34. Fujimaki N., Misaki A. — ICR-Report-165-88-14, 1988.
35. Okamoto M., Shibata T. — Nucl.Instr.Meth.A, 1987, vol.257, p.155.
36. Del Peso J., Ros E. — Nucl.Instr.Meth.A, 1991, vol.306, p.485.
37. Садовский С.А. — Препринт ИФВЭ 85-34. Серпухов, 1985.
38. Słowiński B. — JINR Communication, E1-89-658, Dubna, 1989.
39. Misaki A. — ICR-Report-183-88-29, 1988.
40. Иваненко И.П., Кириллов А.А., Лютов Ю.Г. — Препринт ФИАН №165, М., 1986; Препринт ФИАН №166, М., 1986.
41. Job P.K., Sterzenbach G., Filges D. — Nucl.Instr.Meth.A, 1988, vol.271, No.3, p.442.
42. Takahashi N. — Nucl.Instr.Meth.A, 1988, vol.270, No.2, p.347.
43. Acosta D., Buontempo S., Caloba L. et al. — Nucl.Instr.Meth.A, 1992, vol.316, p.184.
44. Anghinolfi M., Castoldi M., Corvisiero P. — Nucl.Instr.Meth.A, 1992, vol.317, p.531.
45. Takhar P.S. — Nuovo Cim., 1985, vol.89A, No.1, p.76.
46. Займидорога О.А., Прокошкин Ю.Д., Цупко-Ситников В.М. — ЖЭТФ, 1966, т.51, с.749; ЖЭТФ, 1967, т.52, с.79.
47. Beclin E., Earl J. — Phys.Rev., 1964, vol.136, p.B237.
48. Thom H. — Phys.Rev., 1964, vol.436, p.B447.
49. Гапотченко А.Н., Говорков Б.Б., Денисов С.П. и др. — ПТЭ, 1966, №5, с.60.
50. Зайцев А.М., Радкевич И.А., Томащук Ю.Ф. — ПТЭ, 1969, №4, с.852.
51. Sober D.I., Haddock R.P., Nefkens B.M.K., Schrock B.L. — Nucl.Instr.Meth., 1973, vol.109, p.29.
52. Cronin J.W., Engels E., Pyka M. et al. — Rev.Sci.Instr., 1962, vol.33, p.946.
53. Kajikawa R. — J.Phys.Soc.Japan, 1963, vol.18, p.1365.
54. Murata Y. —J.Phys.Soc.Japan, 1965, vol.20, p.209.
55. Lengler H., Tejessy W., Deutschman M. — Z.Physik, 1963, vol.175, p.283; Nuovo Cim., 1963, vol.28, p.1501.
56. Словинский Б., Стругальский З., Яновская Б. — ЯФ, 1969, т.9, с.120.
57. Словинский Б., Стругальский З., Хуберт В. — ЯФ, 1972, т.16, с.734.
58. Drickey D.J., Kilner J.R., Benaksas D. — Phys.Rev., 1968, vol.171, p.310.
59. Bitsadze G.S., Budagov Yu.A., Glagolev V.V. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1968, vol.A251, p.61.
60. Hensch C.A., Prescott C.Y. — Phys.Rev., 1964, vol.135, p.B772.
61. Hirajama H., Ban S., Miura S. — KEK Preprint 86-97, 1987.
62. Bitsadze G.S., Maniev V.M., Minashvili I.A. et al. — JINR Preprint E1-86-87, Dubna, 1986.
63. Прокошкин Ю.Д., Тянь Сяо-вей — ЖЭТФ, 1959. т.36, с.10.
64. Займидорога О.А., Прокошкин Ю.Д., Кутьин В. и др. — ЖЭТФ, 1968, т.55, с.2180.
65. Белоусов А.С., Малиновский Е.И., Русаков С.В. и др. — ЯФ, 1973, т.17, с.1028.
66. Blocker W., Kenney R., Panofsky W. — Phys.Rev., 1950, vol.79, p.419.
67. Gramel C. — Phys.Rev., 1967, vol.161, p.310.
68. Nelson W., Jenkins T., McCall R. et al. — Phys.Rev., 1966, vol.149, p.201.
69. Takahashi N. — Nucl.Instr.Meth., 1988, vol.A270, p.347.
70. Beuermann K.-P., Wibberenz G. — Z.Physik, 1967, vol.206, p.247.
71. Jakeways R., Calder J.R. — Nucl.Instr.Meth., 1970, vol.84, p.79.
72. Muller D. — Phys.Rev., 1972, vol.D5, N.11, p.2677.
73. Bathow G., Freytag E., Kobberling M. et al. — Nucl.Phys., 1970, vol.B20, p.592.

74. Yuda T. — Nucl.Instr.Meth., 1969, vol.73, p.301.
75. Kleinknecht K. — Detectors for Particle Radiation. Cambridge Univers. Press, Cambridge, London, New York, New Rochelle, Melbourne, Sydney, 1986.
76. Рабин Н.В. — ПТЭ, 1992, №1, с.12.
77. Barbiellini G., Cecchet G., Hemery J.Y. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1985, vol.A236, p.316.
78. Akopdjanov G.A., Inyakin A.V., Kachanov V.A. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1977, vol.140, p.441.
79. Barbiellini G., Cecchet G., Hemery J.Y. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1985, vol.A240, p.289.
80. Rameika R., Cox B., Jenkins M. et al. — IEEE Trans.on Nucl.Sci., 1984, NS-31, No.1, p.60.
81. Barbiellini G., Cecchet G., Hemery J.Y. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1985, vol.A235, p.55.
82. Bianchi F., Castelli E., Checchia P. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1989, vol.A279, p.473.
83. Lemeilleur F., Lamarche F., Leroy C. et al. — CERN-EP/89-27, 1989.
84. Ferri G., Groppi F., Lemeilleur F. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1988, vol.A273, p.123.
85. Hughes E. — SLAC-PUB 5404, Stanford, 1990.
86. Badgett W., Ball R., Cha Y. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1991, vol.A307, p.231.
87. Acosta D., Buontempo S., Caloba L. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1991, vol.A308, p.481.
88. Acosta D., Buontempo S., Caloba L. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1992, vol.A316, p.184.
89. Кузнецов Е.В., Розанов А.Н., Бардюков Ю.В. и др. — ПТЭ, 1970, №2, с.56.
90. Kanarek T., Maltsev E.I., Nagy T. et al. — Intern.Conf.on Hign En.Accelerat. and Instr., CERN, Geneve, 1958, p.508.
91. Ничипорук Б., Словинский Б., Стругальский З. — Препринт ОИЯИ Р-2808, Дубна, 1966.
92. Particle Data Group: Review of Particle Properties. — Rev.Mod.Phys., 1984, vol.56, 2, part II, p.S53.
93. Baranov A., Baskakov V., Bondarenko G. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1990, vol.A294, p.439.
94. Chen M., Dionisi C., Galaktionov Yu. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1988, vol.A267, p.43.
95. Braem A., Gonidec A., Schinzel D. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1992, vol.A320, p.228.
96. Азиезер А.И., Берестецкий В.Ю. — Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981.
97. Messel H., Crawford D.F. — Electron-Photon Shower Distribution Function. Oxford. Pergamon Press, 1970.
98. Wheeler J.A., Lamb W.A. — Phys.Rev., 1939, vol.55, p.858.
99. Ландау Л., Померанчук И. — Докл. АН СССР, 1953, т.92, с.735.
100. Migdal A.B. — Phys.Rev., 1956, vol.103, p.1811.
101. Kanichi E., Adachi A., Takahashi N., Misaki A. — J.Phys.G: Nucl.Part.Phys., 1991, vol.17, N.5, p.719.
102. Moller C. — Ann.Physik, 1932, vol.14, p.531.
103. Bhabha H.J. — Proc.Roy.Soc./London/, 1936, vol.A154, p.195.
104. Bethe H.A. — Ann.Physik, 1930, vol.5, p.325.
105. Bethe H.A. — Z.fur Physik, 1932, vol.76, p.293.
106. Bloch F. — Z.fur Physik, 1933, vol.81, p.363.
107. Sternheimer R.M. — Phys.Rev., 1952, vol.88, p.851.
108. Rohrlich F., Carlson B.C. — Phys.Rev., 1954, vol.93, p.38.
109. Armstrong T.W., Alsmiller R.G., Jr. — Nucl.Instr.Meth., 1970, vol.82, p.289.
110. Ritson D.M. — Proc. of Summer Institute on Particle Physics, 1981, SLAC Report, No.239.
111. ICRU Report 37, «Stopping Powers for Electrons and Positrons», Intern. Commission on Radiation Units and Measurements, Washington, D.C., 1984.
112. Хаякава С. — Физика космических лучей. Ч.1. Ядерно-физический аспект. Пер. с англ. М.: Мир, 1973.
113. Sternhimer R.M. — Phys.Rev., 1966, vol.145, p.247.
114. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Квантовая механика. Физматгиз, М.: 1963.

115. **Pages L., Bertel E., Joffre H., Sklavenitis L.** — Report CEA-R-3942, Saclay, 1970.
116. **Fermi E.** — Phys.Rev., 1940, vol.57, p.475.
117. **Калиновский А.Н., Мохов Н.В., Никитин Ю.П.** — Прохождение частиц высоких энергий через вещество. М.: Энергоатомиздат. 1985.
118. **Ландау Л.Д.** — Собрание трудов, т.1. М.: Наука, 1969.
119. **Sternheimer R.M.** — Phys.Rev., 1952, vol.88, p.851.
120. **Blunck O., Leisegang S.** — Z.Physik, 1950, vol.128, p.500.
121. **Вавилов П.В.** — ЖЭТФ, 1957, т.32, с.920.
122. **Ермилова В.К., Чечин В.А.** — Препринт ФИАН, №10, 1976.
123. **Allison W.W.M., Cobb J.H.** — Ann.Rev.Nucl.Sci., 1980, vol.30, p.253.
124. **O'Brien K.** — In: Computer Techniques in Radiation Transport and Dosimetry. Edited by Nelson W.R. and Jenkins M., Ettore Majorana Intern. Science Series. Ser. Editor Zichichi A. Physical Sciences. Plenum Press. N.Y. and London, 1978, p.141—171.
125. **Moliere G.** — Z.Naturforsh 3a, 1948, p.78.
126. **Bethe H.A.** — Phys.Rev., 1953, vol.89, p.1256.
127. **Cooper L.N., Rainwater J.** — Phys.Rev., 1955, vol.97, p.492.
128. **Scott W.T.** — Rev.Mod.Phys., 1963, vol.35, p.231.
129. **Klein O., Nichina Y.** — Z.Physik, 1929, vol.25, p.853.
130. **Pratt R.H.** — Phys.Rev., 1961, vol.10, p.1717.
131. **Джелли Дж.** — Черенковское излучение и его применения. М.: 1960.
132. **Perkins D.H.** — Introduction to High Energy Physics. Addison-Wesley Pub. Comp., Inc. 1982.
133. **Roy R.R., Reed R.D.** — Interactions of Photons and Leptons with Matter. Academic Press, N.Y. and London, 1968.
134. **Allison W.W.M., Wright P.R.S.** — Preprint OUNP 35/83, Univ. Oxford, 1983.
135. **Чудаков А.Е.** — Изв. АН СССР, 1955, т.19, с.650.
136. **Yekutieli G.** — Nuovo Cim., 1957, vol.5, p.1381.
137. **Amaldi U.** — Physica Scripta, 1981, vol.23, p.409.
138. **Довженко О.И., Поманский А.А.** — ЖЭТФ, 1963, т.45, с.268.
139. **Адамчевский И., Козловский К., Пиатковска Я. и др.** — Сообщение ОИЯИ 13-6676, Дубна, 1972.
140. **Strugalski Z.** — JINR Report, No.796, Dubna, 1961.
141. **Коновалова Л.П., Охрименко Л.С., Стругальский З.** — ПТЭ, 1961, 6, с.26.
142. **Czyżewski O., Danysz J., Strugalski Z.** — Acta Phys.Pol., 1963, vol.24, No.4/10/, p.509.
143. **Ивановская И.А., Канарек Т., Охрименко Л.С. и др.** — ПТЭ, 1968, №2, с.39.
144. **Бармин В.В., Барылов В.Г., Голубчиков В.М. и др.** — Препринт ИТЭФ, 938, М., 1972.
145. **Борковский М.Я., Круглов С.П.** — Препринт ЛИЯФ №184, Л., 1975.
146. **Ничипорук Б., Стругальский З.** — ЖЭТФ, 1963, т.2, с.13.
147. **Tyapkin A.A.** — Nucl.Instr.Meth., 1970, vol.85, p.277.
148. **Словинский Б., Среднява Б., Стругальский З.** — Препринт ОИЯИ Р1-9198, Дубна, 1975.
149. **Słowiński B.** — JINR Communication E1-91-230, Dubna, 1991.
150. **Учайкин В.В., Лагуткин А.А.** — Изв. АН СССР, сер.физ., 1975, т.39, №6, с.1255.
151. **Ветошкин В.В., Учайкин В.В.** — Препринт ИФВЭ 87-12, Алма-Ата, 1987.
152. **Словинский Б.** — В кн: Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 30 сент.— 2 окт. 1980г; ОИЯИ Д10,11-81-622, Дубна, 1981, с.178.
153. **Ермаков С.М., Михайлов Г.А.** — Статистическое моделирование. М.: Наука, 1982.
154. **Ермаков С.М.** — Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М.: Наука, 1971.
155. **Худсон Д.** — Статистика для физиков; М;: Мир. 1967.

156. Butler J.W. — (1956) Symposium on Monte-Carlo Methods. John Wiley, New York; Symposium on Monte-Carlo Methods, (Ed. H.A.Meyer), Wiley and Sons, New York, 1966.
157. Словинский Б., Чижевска Д. — Препринт ОИЯИ, Р13-88-239, Дубна. 1988.
158. Словинский Б., Чижевска Д., Енджеец Г., Висьневски Р. — Препринт ОИЯИ Р1-86-809, Дубна, 1986.
159. Огрзевальский З., Стругальский З. — Препринт ОИЯИ Р1-4077, Дубна, 1968.
160. Огрзевальский З., Стругальский З. — Препринт ОИЯИ Р1-4562, Дубна. 1969.
161. Gładki A., Jabłoński Z. — Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Łodzkiego, ser.II, No.12, 1977, p.99.
162. Słowiński B. — JINR Communication E1-89-676, Dubna, 1989.
163. Охрименко Л.С., Словинский Б., Стругальский З. и др. — Препринт ОИЯИ Р1-11980, Дубна, 1978.
164. Охрименко Л.С., Словинский Б., Стругальский З. — ЯФ, 1975, т.22, вып.1, с.110.
165. Словинский Б., Чай В. — Препринт ОИЯИ Р1-80-341, Дубна, 1980; Изв. АН СССР, сер. физ., 1981, т.45, №7, с.1230.
166. Словинский Б., Чижевска Д., Енджеец Г., Висьневски Р. — Препринт ОИЯИ Р1-86-810, Дубна, 1986.
167. Словинский Б., Чижевска Д., Енджеец Г., Висьневски Р. — Препринт ОИЯИ Р1-86-811, Дубна, 1986.
168. Słowiński B. — JINR Communication E1-90-274, Dubna, 1990.
169. Słowiński B. — JINR Rapid Communications, 1991, No.3[49]-91, p.5.
170. Słowiński B. — JINR Rapid Communications, 1992, No.1[52]-92, p.17.
171. Słowiński B. — JINR Communication E1-90-273, Dubna, 1990.
172. Słowiński B. — JINR Communication E1-90-277, Dubna, 1990.
173. Słowiński B. — JINR Communication E1-89-789, Dubna, 1989.
174. Czaj W. — Rozprawa doktorska. Politechnika Warszawska. Warszawa, 1981.
175. Czyżewska D. — Rozprawa doktorska. Politechnika Warszawska. Warszawa, 1988.
176. Барылов В.Г., Демидов В.С., Никитенко А.Н. и др. — Препринт ИТЭФ-181, Москва, 1984.
177. Fabjan C.W., Wigmans R. — Rep.Progr. in Phys., 1989, vol.52, N.12, p.1519.
178. Sessoms A.I., Goodman M.S., Holcomb L., et al. — Nucl.Instr.Meth., 1979, vol.161, p.371.
179. Gabriel T.A., Bishop B.L., Goodman M.S. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1982, vol.195, p.461.
180. Fox D., Simon-Gillo J., Rawool-Sullivan M.W. et al. — Nucl.Instr.Meth., 1992, vol.A317, p.474.
181. Słowiński B., Rogulski J. — JINR Rapid Communications, 1992, No.4[55]-92, p.19.
182. Бинон Ф., Буянов В.М., Гуанэр М. и др. — Препринт ИФВЭ 85-62, Серпухов, 1985.
183. DELPHI. Technical Proposal. DELPHI 83-66/1. CERN/LEPC/83-3. 1983.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП.2

УДК 539.1.074

ДЕТЕКТОРЫ ЯДЕРНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ НА ОСНОВЕ ПЛАСТИЧЕСКИХ СЦИНТИЛЛЯТОРОВ

Ю.К.Акимов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Рассмотрено текущее состояние дел в методике измерения энергии и ионизационных потерь ядерных излучений детекторами с пластическими сцинтилляторами. Описана зависимость амплитуды импульсов пластического сцинтилляционного счетчика от различных факторов. Особое внимание уделено технике собирания сцинтилляционного света светопроводами, содержащими сместители длин волн. Значительная часть обзора посвящена использованию пластических сцинтилляторов для построения адронных и электромагнитных калориметров.

The current situation in the field of methods of measuring the nuclear radiation energy and ionization losses by detectors with plastic scintillators is considered. Scintillation counter pulse height dependence on various factors is described. The particular attention is given to the technique of scintillation light collection using wave length shifters. An essential part of the survey is devoted to hadron and electromagnetic calorimeters.

1. ВВЕДЕНИЕ

Ранний период развития детекторов, основанных на использовании как неорганических, так и органических сцинтилляторов, наиболее полно описан в фундаментальном труде Биркса [1]. Применению органических сцинтилляторов в экспериментах по физике высоких энергий посвящена специальная монография [2]. Более поздние достижения в технике с органическими сцинтилляторами, относящиеся к 60—70 гг., отражены в обзорных работах [3,4]. Это был период, отмеченный довольно крупными достижениями в использовании таких ценных качеств органических сцинтилляторов, как высокое быстродействие и возможность построения на их основе достаточно больших и относительно недорогих детекторов. Для последующего времени наиболее примечательным является все нарастающее применение пластических органических сцинтилляторов при измерении энергии частиц, особенно в широкоапертурных и крупномасштабных установках. Это обстоятельство и определило

основное содержание предлагаемого обзора. За его пределами оказались техника координатных и временных измерений.

В разд.2 рассмотрены явления, определяющие амплитуду импульсов на выходе относительно тонких сцинтилляционных счетчиков, обычно используемых для определения места и времени прохождения заряженных частиц, а в ряде случаев — и для их идентификации. При этом описаны флуктуации ионизационных потерь, способы сбора света с использованием сместителей спектра и из тонких счетчиков, а также влияние на световой выход сцинтиллятора внешних факторов: температуры, старения, магнитного поля и особенно радиации. Раздел 3 посвящен спектрометрии заряженных частиц промежуточных и низких энергий. В нем описаны детекторы полного поглощения, составленные только из сцинтиллирующего материала, фосвич-детекторы, специфика регистрации низкоэнергетических ионов и электронов, детекторы пионов. В разд.4 рассмотрена спектрометрия частиц высоких энергий, в которой для поглощения частиц сцинтиллятор чередуется с более плотным пассивным веществом. В таком детекторе (калориметре) сцинтиллятор может быть выполнен в виде пластин или волокон.

2. ПЛАСТИЧЕСКИЕ СЦИНТИЛЛЯЦИОННЫЕ СЧЕТЧИКИ

Некоторые общие положения. Органические сцинтилляторы выполняются в виде кристаллов (антрацен, стильбен), жидких и пластических материалов. К основным характеристикам сцинтилляторов относятся конверсионная (сцинтилляционная) эффективность η или световой выход, измеряемый на фоточувствительной поверхности, и время высвечивания (эмиссии) τ. Сцинтилляционная эффективность указывает, какая доля ионизационных потерь частицы пошла на образование сцинтилляционной вспышки. Для антрацена $\eta_a = 0{,}04$ [1]. Типичные значения η для других органических сцинтилляторов составляют 45—70% от η_a [4].

Наибольшее распространение в физическом эксперименте получили пластические сцинтилляторы. Они изготавливаются из углеводородных растворителей с соответствующими сцинтиллирующими добавками, именуемыми в литературе по-разному: флюоресцирующие красители, люминофоры, флюоры, флюоресценты, «допенты».

Малыми временами высвечивания ($\tau \lesssim 3$ нс) характеризуются сцинтилляторы, растворителями в которых являются полистирол (PS) или поливинилтолуол (PVT). Акриловые растворители (полиметилметакрилат — PMMA и др.) позволяют получать дешевые сцинтилляторы,

хотя по быстродействию ($\tau \sim 10$ нс) и световому выходу они уступают вышеназванным типам сцинтилляторов.

Сцинтилляционная эффективность зависит от плотности ионизации. Справочные данные по η относятся к частицам с минимальной ионизацией. С увеличением удельной ионизации dE/dX световой выход убывает в соответствии с законом: $\eta' = \eta\,(1 + \text{КВ}\,dE/dX)^{-1}$, где КВ — константа Биркса, зависящая от типа сцинтиллятора (см. разд.4).

Потери энергии заряженной частицей в слое вещества детектора. Потери энергии заряженной частицей при прохождении через вещество детектора возникают вследствие ионизационных процессов, радиационного и черенковского излучений и ядерных взаимодействий. Для частиц с массой m, во много раз превышающей массу электрона m_e, преобладающими являются ионизационные потери. Значение удельных ионизационных потерь dE/dX пропорционально квадрату заряда частицы z и является функцией ее скорости β. По мере увеличения β значение dE/dX сначала уменьшается, достигая минимума около $\beta = 0{,}95$ (относительно скорости света c), а затем вновь увеличивается, но значительно медленнее.

Ионизационные потери частицы в слое вещества поглотителя X возникают в результате ее столкновений с электронами атомов. Статистическая природа таких взаимодействий приводит к флуктуациям потерь энергии, расчет которых для «тонких» поглотителей впервые был выполнен Ландау [5]. Под «тонким» понимается поглотитель, для которого энергию частицы после его прохождения можно еще рассматривать неизменившейся. Более точно задача о флуктуациях ионизационных потерь была решена затем Вавиловым [6]. Если в решении Ландау освобожденный электрон мог принимать энергию от нуля до бесконечности, то Вавилов ограничил передаваемую электрону максимальную энергию кинематическим пределом: $\varepsilon_{\max} \approx 2m_e c^2\beta^2/(1-\beta^2)$. Степень флуктуаций ионизационных потерь может быть определена характеристической величиной $\kappa \equiv \xi/\varepsilon_{\max}$, где $\xi = 0{,}30058\; m_e c^2 (Z/A) X z^2$. Здесь Z — атомный номер и A — атомная масса вещества, z — заряд частицы. Решение Вавилова было затем уточнено Шулеком и др. [7] путем учета далеких столкновений заряженной частицы с электронами, связанными в атомах тормозящего вещества. Решение Ландау, строго говоря, относится к случаю, когда $\kappa = 0$, что следует из условия $\beta_{\max} = \infty$. Однако уже при $\kappa < 0{,}1$ распределение Ландау мало отличается от распределения Вавилова, поскольку наиболее вероятная теряемая частицей энергия Δ_p оказы-

вается много меньше, чем максимально возможная энергия ξ_{max}, передаваемая δ-электрону.

При $\kappa < 1$ в спектре ионизационных потерь вырисовывается вклад электронов с относительно большими энергиями (δ-электронов) в виде «хвоста» в сторону больших потерь. Экспериментальные данные были получены в основном на кремниевых детекторах, позволяющих провести более точные энергетические измерения. Однако не видно причин, по которым нельзя было бы перенести результаты этих измерений на сцинтилляционные счетчики, по крайней мере, для оценки в первом приближении. Следует только иметь в виду, что в сцинтилляторе ионизация, отнесенная к одной и той же по весу толщине X, примерно на 25% выше, чем в кремнии, что следует из структуры атомов этих веществ.

В табл.1 приведены [8,9] экспериментальные данные по спектрам потерь частиц с различными $\beta\gamma$ в кремнии толщиной 1040 мкм, которой по энергетическим потерям эквивалентен пластический сцинтиллятор с $X_c = 1934$ мкм; здесь $\gamma = (\sqrt{1-\beta^2})^{-1}$.

Таблица 1. Наиболее вероятные потери энергии Δ_p и полные ширины на полувысоте FWHM для X = 1040 мкм кремния при различных $\beta\gamma$

$\beta\gamma$	2,1	8,5	14	57	3914	15700
Δ_p, кэВ	323	307	308	315	320	320
FWHM, кэВ	93,1	86,5	84,2	85,4	86,5	85,7
FWHM/Δ_p, %	28,8	28,2	27,3	27,1	27,0	26,8

Видно небольшое уменьшение относительного значения полуширины на полувысоте спектра с ростом $\beta\gamma$. Однако это не свидетельствует об его истинном сужении, а является результатом удлинения «хвоста» спектра. Для больших $\beta\gamma$, начиная примерно со 100, Δ_p и FWHM остаются практически постоянными.

Как показали измерения, наблюдаемые спектры ионизационных потерь в тонких ($X < 200$ мг/см^2) поглотителях существенно шире, чем распределения Ландау или Вавилова. Аналитическое описание спектров лучше всего достигается методом свертки, предложенным Бичселом [9].

Наиболее точно процесс потери энергии заряженной частицей в тонком слое поглотителя описывается методом Монте-Карло [10], который применен для Si [11] при $X = 1 \div 100$ мкм.

Получено хорошее согласие с экспериментальными данными, существующими для $X > 30$ мкм и больших $\beta\gamma$ [8]. Для $\beta\gamma > 100$ приведены в табл.2 значения Δ_p и FWHM при $X = 3 \div 2905$ мкм. Данные для $X = 3 \div 20$ мкм — расчетные [11], а остальные — экспериментальные [8]; данные для $X = 2905$ мкм получены в [12].

Таблица 2. Зависимость Δ_p и FWHM от толщины поглотителя X при $\beta\gamma > 100$

X, Si, мкм	3	5	10	20	32	51	100	174	290	1040	2905
Δ_p, кэВ	0,42	0,82	1,87	4,2	7,1	12,3	26,8	48,2	81,0	320	943
Δ_p/X, кэВ/мм	140	164	187	210	222	242	268	277	279	308	325
FWHM, кэВ	0,75	1,1	1,8	3,4	5,5	7,7	14,0	21,6	30,2	86,5	245
FWHM/Δ_p, %	179	134	96	81	77	63	52	45	37	37	26
X сцинт., мкм	5,6	9,3	18,6	37,2	59,5	94,8	186	324	540	1934	5403

Уход δ-электронов из детектора приводит к укорочению спектра оставляемых в нем ионизационных потерь и несколько трансформирует его в сторону гауссова распределения. Однако это мало сказывается на значениях Δ_p и FWHM [11]. В качестве примера на рис.1 приведен спектр, измеренный на космических мюонах сцинтилляционным счетчиком толщиной 1 см [13]. Сплошная кривая получена расчетным путем с исключением всех событий, в которых $\xi > 1{,}5$ МэВ. Видно хорошее согласие расчетных и экспериментальных данных.

Наличие «хвоста» в спектре ионизационных потерь частиц, естественно, мешает разделению частиц по измеряемым потерям. Разделение может быть существенно улучшено путем измерения ионизации одновременно в нескольких счетчиках [14]. Однако процесс формирования импульсов в соседних счетчиках оказывается в определенной мере коррелированным из-за δ-электронов, рождающихся в одном счетчике и попадающих в другой. Это ухудшает условия для разделения частиц.

Сбор света. Наиболее распространенной формой относительно тонких («проходных») сцинтилляторов является параллелепипед с отполированными гранями, на которых происходит полное внутреннее отра-

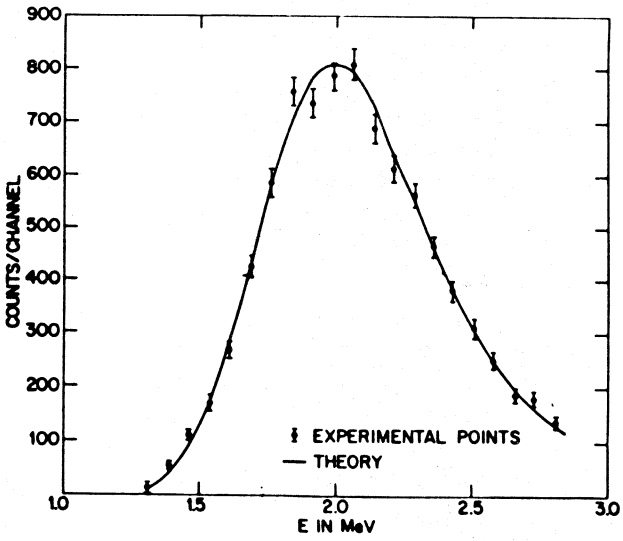


Рис. 1. Энергетические потери, оставленные космическими мюонами в пластическом сцинтилляторе толщиной 1 см [13]

жение света. При идеально гладких стенках и отсутствии поглощения в объеме сцинтиллятора доля собранного на одну грань света составляет $0{,}5(5\cos\varphi_0 - 3)$, где φ_0 — угол полного внутреннего отражения на границе сцинтиллятор — воздух [15]. С двух противоположных граней эта доля составит $2\cos\varphi_0 - 1$. В реальных протяженных сцинтилляторах с ограниченной прозрачностью имеет место потеря света и прежде всего той его части, которая проходит наибольший путь к светособирающей поверхности. При этом количество собранного света определяется в основном той его частью, которая попадает в конус с углом $\theta_{max} = 2(\pi/2 - \varphi_0)$, раскрывающимся в сторону светособирающей поверхности. Неровности отражающих поверхностей приводят к выбыванию световых лучей из этого конуса и последующей их потере. Однако, говоря о неровностях, следует отметить, что основную негативную роль играют лишь те из них, которые направлены вдоль оси светособирающего конуса. Отклонение же от плоскости в поперечном направлении допустимо. Это видно, в частности, на примере сцинтилляционных пластин, изготовляемых экструзионным методом — вытягиванием из размягченной массы. При этом пластины получаются слегка ребристыми, но в продольном направлении их однородность весьма высока, что обеспечивает довольно большую

длину затухания Λ_0 (на длине Λ_0 количество света уменьшается в e раз). Так, в синем сцинтилляторе (с флюоресцирующей добавкой POPOP) толщиной 10 и 5 мм получили $\Lambda_0 = 1{,}8$ м [16]. То, что при меньшей толщине оказался тот же результат, что и на большей, свидетельствует о высоком качестве поверхности сцинтиллятора. Действительно, потери за счет несовершенства поверхности зависели бы от числа отражений света от этой поверхности, которое обратно пропорционально толщине сцинтилляционной пластины. В зеленом сцинтилляторе (с добавкой пиразолина) Λ_0 возросло до 2,4 м.

При использовании сцинтилляторов большой протяженности с полированными поверхностями приходится для уменьшения числа отражений увеличивать толщину сцинтиллятора. Например, для длины 3 м толщина может быть взята равной 3 см. Естественно, при таких длинах необходимо выбирать сцинтилляторы с малым поглощением в его объеме. Большую длину объемного поглощения $\Lambda_0 = 4$ м имеет сцинтиллятор типа NE 114 производства фирмы «Nuclear Enterprices» (Великобритания). Его световой выход составляет половину от светового выхода антрацена. О такой же Λ_0, но при световом выходе, на 25% более высоком, сообщается в [17] для сцинтиллятора типа UPS 9323A (Харьков, Украина). Это достижение авторы объясняют высоким качеством базового материала — полистирола.

Из точек, расположенных вблизи светособирающей поверхности, почти половина света может попадать на нее непосредственно, без отражения от боковых стенок. Возникающую при этом неоднородность можно уменьшить, если сцинтиллятор подсоединить к фотокатоду через светопровод (световод) длиной $l > d \operatorname{tg} \varphi_0$, где d — диагональ выходной грани сцинтиллятора [15]. При этом предполагается, что световод служит прямым продолжением сцинтиллятора. Показатель преломления световода n_g отличается от показателя преломления сцинтиллятора n_s. Обычный материал для световодов — органическое стекло (плексиглас, люсит) имеет $n_g = 1{,}49$, в то время как у полистиролового сцинтиллятора $n_s = 1{,}59$. Подсоединение световода к сцинтиллятору сопровождается уменьшением телесного угла конуса выхода света на ~ 30%. Акриловые сцинтилляторы имеют такой же показатель преломления, что и световоды, т.е. полностью оптически с ними согласуются, если, конечно, сцинтиллятор и световод соединены оптической смазкой или клеем с таким же n.

Световод должен осуществлять передачу света от сцинтилляционной грани, имеющей обычно форму длинного узкого прямоугольника, к круг-

лому фотокатоду фотоумножителя. Плавный переход от прямоугольного сечения к круглому достигается, например, приданием световоду формы рыбьего хвоста. Для передачи света таким световодом с минимальными потерями необходимо, чтобы сечение вдоль его оси сохранялось (не уменьшалось) [18].

Широкое распространение получили световоды, составленные из набора полос органического стекла, собранных в виде веера [19]. Они изготавливаются скручиванием и изгибом полос, размягченных нагреванием до 140—150°С. Преимущество таких световодов по сравнению со световодами, имеющими форму рыбьего хвоста, особенно проявляется при большой протяженности светособирающих граней сцинтилляторов. Они отличаются большей однородностью светосбора и обеспечивают одинаковое время прихода света на фотокатод со всех участков светособирающей грани сцинтиллятора.

В тех случаях, когда требуется вынести фотоумножители довольно далеко от сцинтилляторов, находят применение волоконные оптические световоды. Волокно состоит из сердцевины и оболочки, причем показатель преломления сердцевины n_1 больше, чем показатель преломления оболочки n_2. Если свет идет под углом $\theta < \theta_{max} = \pi/2 - \arcsin n_2/n_1$, то он испытывает полное внутреннее отражение на границе сердцевина — оболочка и распространяется вдоль волокна. Лучи света с $\theta > \theta_{max}$ входят в облочку и испытывают отражение на границе оболочка — воздух, если $\theta < \pi/2 - \arcsin n_1$, т.е. также будут распространяться вдоль волокна. Однако наружная поверхность оболочки менее совершенна и при больших θ число отражений велико, поэтому «оболочечный» свет довольно быстро затухает. Он может быть вообще исключен зачернением наружной поверхности волокна.

Волокна позволяют получать гибкие протяженные световоды. Например, в работе [20] волокна диаметром 2 мм имели длину 3 м и угол захвата света в них составлял $\theta_{max} = 31°$. Сердцевина была выполнена из ПММА ($n_1 = 1{,}495$), и использовалась полимерная оболочка с $n_2 = 1{,}4027$. Свет передавался со сцинтиллятора типа ВС-412, спектр эмиссии которого имеет максимум при $\lambda = 434$ нм. Затухание света в световоде не превышало 3%/м. Размер сцинтиллятора составлял 180×5×1 см. Проводили сравнение амплитуд сигналов для точек сцинтилляторов, удаленных от световода на 20 и 180 см. В дальней точке частицы с минимальной ионизацией образовывали 20 фотоэлектронов. Сигнал с ближней точки был в 1,8 раза выше. Без световода амплитуды сигналов отличались в 2 раза. Подключение световода уменьшало разницу между ними за счет

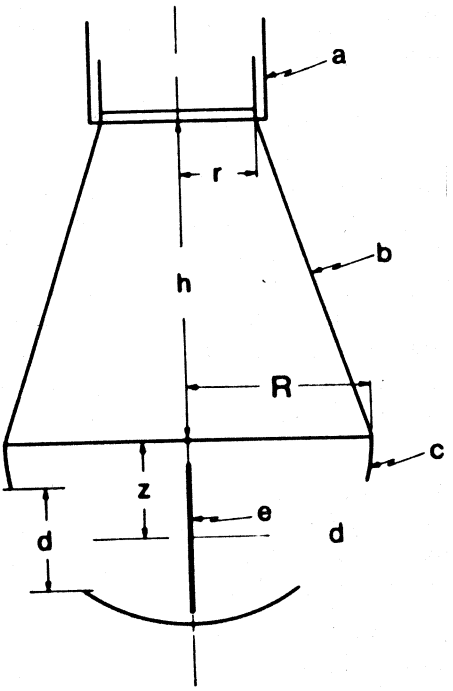


Рис. 2. Геометрия детектора: *a* — фотоумножитель, *b* — световод, *c* — полусферический отражатель, *d* — отверстия диаметром 2,8 см, *e* — тонкий сцинтиллятор; $R = 5$ см, $z = 2{,}6$ см, $h = 9$ см, $r = 2{,}2$ см [23]

исключения лучей с большими θ. Амплитуда сигнала при этом, естественно, уменьшалась.

Сбор света из очень тонких сцинтилляционных пластин. Число отражений света от стенок сцинтиллятора с уменьшением его толщины возрастает. Неоднородности по толщине приводят к значительному увеличению выхода света через боковые стенки. Это особенно проявляется при малых толщинах ($X < 1$ мм). Чтобы такой, вышедший вбок свет направить в сторону фотоумножителя, сцинтиллятор заключают в полость с отражающими стенками. В простейшем случае это может быть просто «крыша» из алюминиевой фольги, как, например, в работе [21]. Однако более высокий светосбор, причем с меньшим временным разбросом, достигается в полусферических [22,23] или тороидальных [24] конструкциях.

Необходимость в очень тонких счетчиках ($X < 100$ мкм) появляется в тех случаях, когда потери энергии и многократное кулоновское рассеяние, возникающие при прохождении заряженных частиц через эти счетчики, должны быть минимальными. Количество пассивного материала на пути частиц, естественно, также следует сводить к минимуму. Особенно это важно при низких энергиях и/или высоком z регистрируемых частиц. В качестве примера на рис.2 приведена конструкция счетчика [22,23], который использовался в измерениях на пучке антипротонов с $E < 175$ МэВ [25]. Пластический сцинтиллятор (NE 102) выполнен в форме диска диаметром 2 см. Исследовали счетчики с разной толщиной, минимальная равнялась 10 мкм. Такой сцинтиллятор помещался в алюминиевую полусферическую полость на полированном алюминиевом держателе. В полусфере сделаны два отверстия для прохождения пучка. После отражения на алюминии свет попадает в световод

($n = 1{,}5$), а далее на фотокатод фотоумножителя XP2020. Оптимальные размеры элементов конструкции были найдены путем моделирования методом Монте-Карло. Опыт показал, что рефлектор, покрытый напыленным алюминием, гораздо эффективнее, чем просто отполированный алюминий. Если последний имеет на волне 406 нм коэффициент отражения 70%, то напыление алюминия позволяет повысить коэффициент отражения до 92%. Спектр импульсов со сцинтилляционного счетчика, измеренный на пучке протонов 38,5 МэВ, имел при $X = 10$ мкм среднее значение $\Delta E = 14$ кэВ и хорошо выраженный максимум. При работе фотоумножителя в одноэлектронном режиме эффективность совпадений импульсов данного счетчика и другого, имеющего более толстый сцинтиллятор, была близка к 100%.

Световоды со сместителями спектров эмиссии. Во многих современных экспериментах возникает необходимость собирать свет с больших площадей сцинтилляторов. Ставить большое количество фотоумножителей оказывается дорого и подчас просто трудно. Хотя и за счет значительных потерь света, конструкция детектора может быть существенно удешевлена и упрощена, если использовать световоды со сместителями (шифтерами) длин волн (WLS) [26—31]. Почти одновременно в физический эксперимент вошли две конструкции спектросмещающих световодов: в виде бруска, расположенного у светособирающего торца сцинтилляционной пластины [29], и стержня, пропущенного через отверстия, проделанные в сцинтилляционных пластинах (см. рис.3) [30]. По принципу действия обе конструкции идентичны. В том и другом варианте светопровод разделен со сцинтиллятором небольшим воздушным промежутком. Поперечное сечение световода соответствует площади сопряженного с ним фотоприемника (фотоумножителя или фотодиода). Стенки световода отполированы. Свет, пришедший в световод из сцинтиллятора, поглощается шифтером (переизлучателем), который переизлучает свет в более длинноволновую область. Переизлучение происходит изотропно, и благодаря полному внутреннему отражению на стенках световода соответствующая часть света направляется в сторону фотоприемника. Для передачи света вдоль световода принципиальным является наличие между ним и сцинтиллятором воздушного промежутка. Иначе переизлученный свет уходил бы обратно в сцинтиллятор. Конечно, света на торце световода оказывается намного меньше, чем из сцинтиллятора. Воздушный промежуток создает две границы, на которых теряется существенная доля исходного сцинтилляционного света, а из переизлученного света выбывает та его часть, которая не захватывается полным внутренним отражением. Еще два фактора приводят к снижению амплитуды сигнала с фотоумножителя. Его спектральная чувствитель-

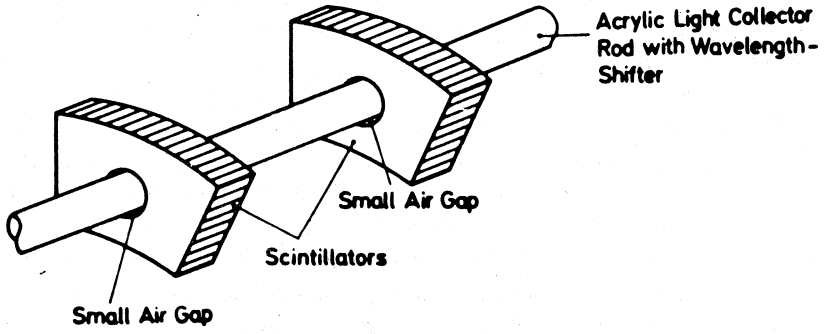


Рис. 3. Конструкция со спектросмещающими световодами-стержнями, пропущенными через отверстия в сцинтилляторах [30]

ность к более длинноволновому переизлученному (обычно зеленому) свету ниже, чем к исходному (синему) свету. Кроме того, последний захватывается не полностью, поскольку концентрация WLS в объеме световода ограничена для того, чтобы затухание переизлученного света на пути к фотоумножителю было невелико.

К числу первых и затем широко распространенных WLS относится BBQ (Benzimidazobenzisochonolin-7-on), эмиссионный спектр которого имеет максимум около 495 нм. В одном из ранних калориметров (см. разд.4) световод из акрилового пластика размером $2\times4\times150$ см содержал BBQ с концентрацией 90 мг/л [29]. При такой концентрации BBQ длина затухания переизлученного света Λ_0 составила 3 м. Установка зеркала на конце световода, противоположном фотоумножителю, повысила эффективную длину Λ_0 до 5 м. Однородность световода была улучшена введением перед фотоумножителем фильтра, исключающего коротковолновую часть света ниже 430 нм. Эта область длин волн перекрывается со спектром поглощения BBQ и ее доля с приближением к фотокатоду возрастает, что без фильтра увеличивало бы неоднородность. Световод был обернут с трех сторон алюминиевой фольгой для отражения обратно выходящего из него света. Переизлучатель BBQ поглощал около 70% поступавшего из сцинтиллятора синего света. По оценкам авторов, эффективность собирания света световодами с WLS составила 12% от эффективности совершенной системы, в которой синий свет транспортировался бы «чистыми» адиабатическими световодами, оптически связанными со сцинтиллятором и фотоумножителями. Расположение акриловых брусков с WLS по всем четырем сторонам сцинтиллятора повысило как эффективность, так и однородность светосбора.

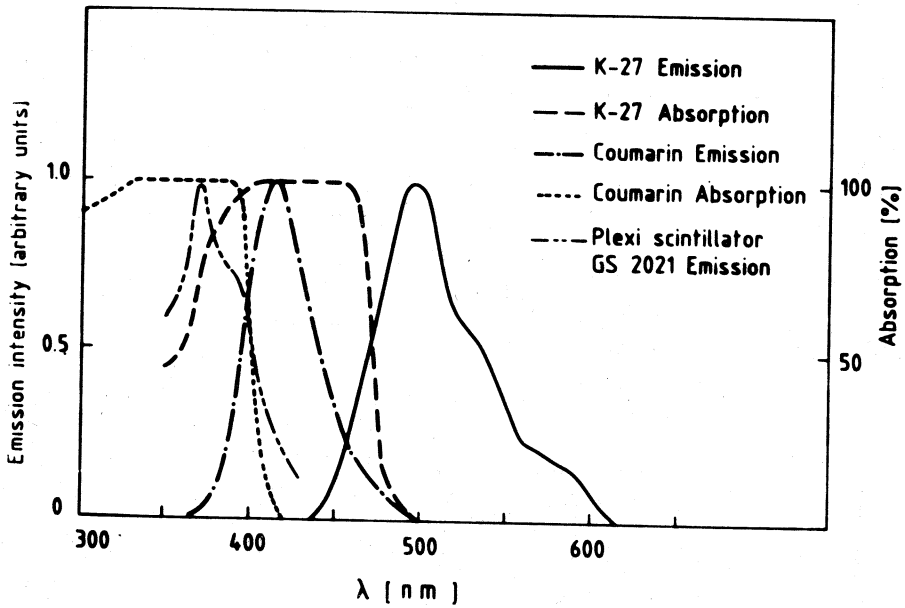


Рис. 4. Спектры поглощения и эмиссии конверторов флюоресценции К-27 и кумарина, а также спектр эмиссии сцинтиллятора типа GS2021 [32]

Дальнейшее сокращение числа фотоумножителей в детекторе, состоящем из стопки сцинтиллирующих пластин, может быть достигнуто путем переизлучения света в два этапа [32]. Первый спектросдвигающий световод располагается вдоль краев сцинтиллятора, а второй — перпендикулярно к первому, в углах сцинтилляторов. Исследовали систему, в которой толщина пластин составляла 1 см, сечение второго световода 1 $см^2$; он был подсоединен к фотоумножителю типа XP2013, чувствительному к красному свету. Измерения проводили с различными комбинациями WLS. Максимальный сигнал был получен на комбинации BBQ+Yellow323. Пики поглощения и эмиссии Yellow323 лежат, соответственно, при 525 и 600 нм. Прохождение частиц с минимальной ионизацией через сцинтиллятор сопровождалось образованием в среднем 5 фотоэлектронов. Несколько меньшее количество фотоэлектронов (3,7) наблюдали от другой пары: кумарин (7-dietylamino-4-methanmarin) и К-27 (xantheneacid derivative). Пик поглощения у кумарина расположен при 360 нм, а пик эмиссии — при 410 нм. Переизлучатель К-27 эффективно поглощает в этой области и испускает свет около 495 нм (см. рис.4); центр тяжести спектра эмиссии лежит при 525 нм. Преимущество этой пары по срав-

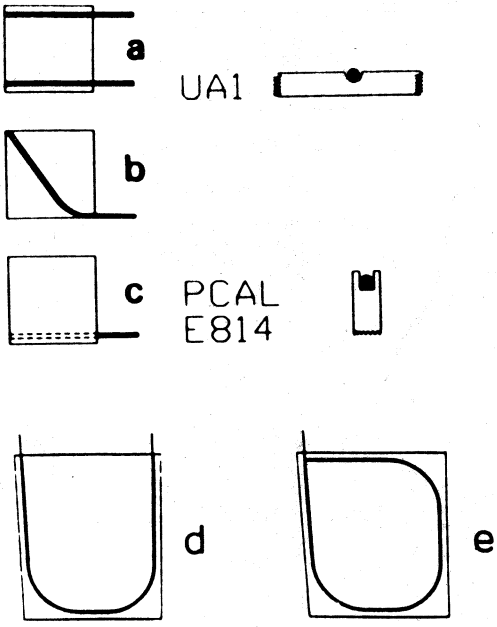


Рис. 5. Сцинтилляционные пластины со спектросмещающими волоконными световодами

нению с BBQ + Yellow323 состоит в большей оптической длине затухания. Если в устройстве с Yellow323 было получено $\Lambda_0 = 45$ см, то с К-27 $\Lambda_0 = 100$ см.

Двойные шифтеры выполняли также с использованием волоконной оптики [33,34]. Волоконные световоды с WLS позволяют создавать наиболее компактные системы светосбора. Для этого волокна вгоняют прямо в объем сцинтиллятора, но без оптического контакта, чтобы волокно и сцинтиллятор были разделены воздухом. На рис.5 показаны несколько вариантов таких конструкций. В первых двух [35] пазы для волокон сделаны на лицевой стороне сцинтилляционных пластин, в третьей — в торце сцинтиллятора, имевшего толщину 3 мм [36]. Диаметр волокон составлял 1,5 мм. Материал сердцевины волокна — полистирол ($n_1 = 1{,}59$) с добавкой К-27 (200 мг/л в [36]), а оболочки — поливинил ацетат ($n_2 = 1{,}46$). Собирался свет, попадающий в конус с углом к его оси 23°. Длина затухания света превышала 10 м. Типичная квантовая эффективность фотокатода при 560 нм составляет примерно 6%. Получена вполне удовлетворительная однородность собирания света в зависимости от расстояния до волокон. Используют также конфигурации укладки волокна на лицевой стороне в виде букв U (рис.5,*d*) и σ (рис.5,*e*) [37]. Последняя из них позволяет сократить число фотоумножителей в два раза, хотя несколько уступает U-конфигурации по однородности светосбора. При наличии зеркального отражения на более удаленном от фотоприемника конце волокна диаметром 1 мм и длиной 4 м световой выход для σ-конфигурации составил 84% от светового выхода U-конфигурации. Бо-

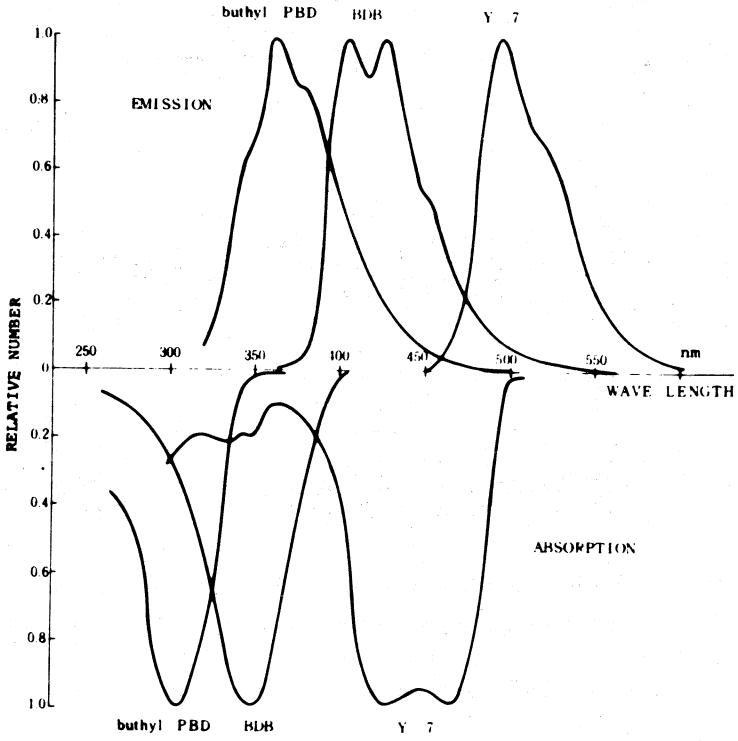


Рис. 6. Спектры поглощения и переизлучения конверторов флюоресценции: b-PBD, BDB и Y-7 [41]

лее подробно характеристики сцинтилляционных детекторов с различными конфигурациями укладки волокон изложены в разд.4

Как уже отмечалось выше, широко распространенным переизлучателем является BBQ. Основная компонента его эмиссии приемлема по длительности — $\tau_1 = 18$ нс, но заметную долю составляет также компонента с $\tau_2 = 620$ нс [38]. Согласно данным [39] через 0,5 мкс испускается 5% света, что существенно ограничивает быстродействие детектора. По этой причине авторы [39] отказались от BBQ и в качестве WLS использовали POPOP (0,01%), исключив эту типовую добавку из сцинтиллятора (PMMA+15% нафталина и 1% бутил-PBД). В таком сцинтилляторе $\Lambda_0 = 64$ см.

Более быстрыми переизлучателями, чем BBQ, являются K-27 ($\tau = 10$ нс) и пиразолин (более точное название — 1,5-дифенил-3-сти-

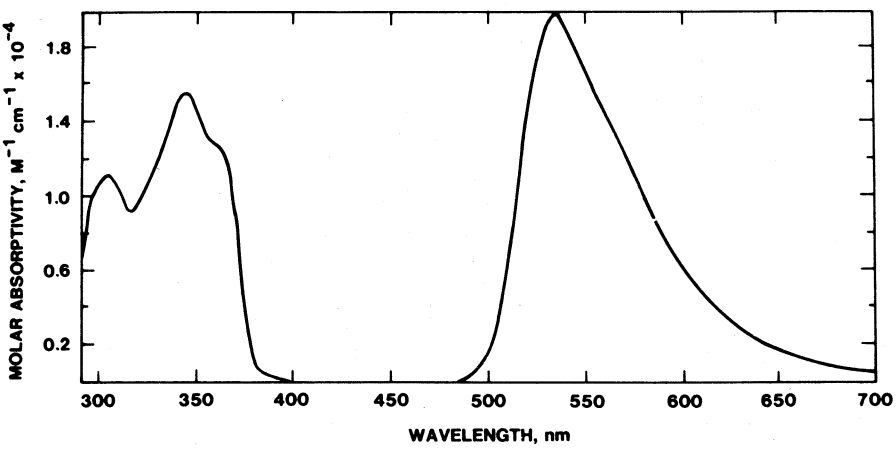


Рис. 7. Спектры поглощения и эмиссии конверторов флюоресценции 3-HF [43]

рил-пиразолин). Последний испускает свет с $\tau = 5$ нс при $\lambda_{max} = 455$ нм [40]. Пиразолин наносили на поверхность световода, погружая его в раствор. Типичная длина затухания света составляла 1,5 см, а эффективность — порядка 70% по сравнению с той, что получается на объемном WLS типа BBQ.

Во многих детекторах использован стандартный сцинтиллятор типа SCSN38 (polystyrene + 1% b-PBD + 0,02% bis-MSB) с пиковой эмиссией при 430 нм. С таким сцинтиллятором хорошо согласуется переизлучатель типа Y7 (Kyowa Gas Chim.Co), испускающий свет при $\lambda_{max} = 490$ нм (см. рис.6) [41]. Световой выход с переизлучателя Y7 оказался на 65% выше, чем с BBQ.

Примерно такой же спектр эмиссии имеет лазерный краситель #481 (Exciton Inc., USA) [42].

К числу наиболее популярных в настоящее время переизлучателей относится 3HF (3-hydroxyflavone), отличающийся довольно коротким временем высвечивания ($\tau = 6$ нс) и большим сдвигом Стокса — сдвигом между спектрами поглощения и испускания, что необходимо для минимального поглощения собственного света. Максимумы спектров поглощения и испускания находятся, соответственно, при 350 и ~ 540 нм (рис.7) [43].

Воздействие внешних факторов на световой выход. *Температурная деградация.* С повышением температуры световой выход пластического сцинтиллятора уменьшается. Температурный коэффициент составляет

обычно (0,1—0,4) %1°С. При высоких температурах происходит необратимый процесс потери светового выхода.

Визуально эффект повышения температуры проявляется в виде желто-зеленой окраски исходно синих сцинтилляторов. Частичное поглощение люминесценции в этих окрашенных материалах должно приводить к снижению светового выхода. Плотность желто-зеленой окраски максимальна на поверхности и убывает в глубину сцинтиллятора. Соответственно изменяется и влияние на световой выход с различных глубин, что отражено в табл.3 [44].

Таблица 3. Относительный световой выход I полистиролового сцинтиллятора с различных глубин d после 1000 часов выдержки при температуре 110—120°С

d, мм	0	2	3	5	7
I	0,2	0,4	0,5	0,9	1,0

Видно, что падение светового выхода происходит, в основном, начиная с поверхности до глубины порядка 5 мм.

Уменьшение прозрачности материала сказывается прежде всего на более коротковолновой части сцинтилляционного света. По этой причине большей термостойкостью отличаются сцинтилляторы, спектр эмиссии которых сдвинут из синей в зеленую область.

Термостойкость сцинтиллятора зависит от базового материала. По данным [45] полистирол в этом отношении уступает полиметакрилату и поливинилксилолу. Высокую термостойкость показал сополимер стирола с полиметилметакрилатом. В сцинтилляторе на базе этого сополимера световой выход при температуре 120°С сначала падал на 20%, но затем оставался неизменным в течение относительно длительного времени.

Старение. Изменяется ли и насколько световыход сцинтиллятора в нормальных условиях? Чтобы ответить на этот вопрос, в течение 9 лет через определенные промежутки времени исследовали [46] поведение сцинтиллятора, изготовленного из стирола с добавками паратерфенила и РОРОР. Сцинтиллятор имел размеры $\varnothing 5 \times 5$ см. Наибольшее изменение световыхода наблюдалось в первые несколько недель после изготовления сцинтиллятора и составляло ~ 6%. Спустя 1—3 года снижение световыхода уменьшалось до ~ 1% в течение одного года. Время высвечивания практически не изменялось. Другие сцинтилляторы, спектры эмисии ко-

торых сдвинуты в сторону ультрафиолета (400 и 394 нм), старели в 5—10 раз быстрее. С повышением температуры старение сильно ускорялось. При 36°С световыход сцинтиллятора с λ_{max}= 400 нм падал на 20%, а при 44°С — на 40%.

Экспериментальные результаты указывают на то, что определяющее значение в процессе старения играют термоокислительные реакции, протекающие в полимерной основе. Продукты этих реакций способны как к акцептированию энергии возбуждения, что приводит к истинному тушению люминесценции, так и к поглощению люминесценции.

Процесс старения начинается, естественно, с поверхности сцинтиллятора, соприкасающейся с атмосферой. В комнатных условиях, как и при повышенной температуре (см. выше), воздействие окружающей среды будет возрастать с уменьшением толщины сцинтиллятора. Особенно это должно проявляться в пленочных сцинтилляторах. Действительно, в рассмотренном ранее тонком (X = 10 мкм) счетчике снижение световыхода за год составило 30% [23]. Такие тонкие сцинтилляторы следует хранить в вакууме или в атмосфере азота.

Долговременные измерения стабильности светового выхода были проведены на сцинтилляторе типа SCSN38, имевшем размеры 100×5×5 см [47]. Сравнивали световыход из двух точек сцинтиллятора, отстоящих на расстоянии 10 и 50 см от торца, соединенного с фотоумножителем. Через 1000 суток световыход из ближней точки уменьшился на 0,4%, а из более удаленной — на 4,3%. На 8% произошло уменьшение длины затухания, которая в исходном состоянии равнялась (81,8 ± 1,7) см. Другой тип сцинтиллятора SCSN81T2B имеет Λ_0= (196,2 ± 13,1) см и световой выход на 20% выше, чем у SCSN38. Однако изменения характеристик в нем через 1000 суток оказались больше. Световой выход уменьшился на 1,9% из ближней точки и на 7,3% из дальней. Уменьшение Λ_0 составило 13,5%. Большее изменение Λ_0 по сравнению со световым выходом свидетельствует о том, что поглощение люминесценции возрастает со временем быстрее, чем ее истинное тушение.

Влияние магнитного поля. В магнитном поле световой выход сцинтиллятора несколько возрастает [48—52], причем влияние поля на сцинтиллятор зависит от его основы. В акриловом сцинтилляторе уже при 10^{-3} Тл наблюдали увеличение светового выхода на 1%, при 10^{-2} Тл — на 5% и при 0,2 Тл — на 7% [51]. Для сцинтиллятора на основе ПММА толщиной 10 мм приводится [52] возрастание светового выхода при 0,1 Тл на 4,5%, а для сцинтиллятора толщиной 2 мм — на 2%. Влияние на световой выход сцинтиллятора происходит, начиная со значений магнитного поля порядка 0,01 Тл.

Чувствительность к магнитному полю сцинтилляторов на основе полистирола и поливинилтолуола в 4—5 раз ниже [53]. В табл.4 приведены результаты измерений амплитуд импульсов со счетчика, имевшего полистироловый сцинтиллятор типа SCSN38 размером 203×199×2,5 мм, при возрастании поля до $B = 1{,}4$ Тл [54]. Измерения проводили на пучке электронов 6 ГэВ. Систематическая ошибка измерения B и амплитуды импульсов составляла 0,25%. При энергии электронов 2 ГэВ результаты измерений были подобны. Действие магнитного поля на световой выход сцинтиллятора оказалось не зависящим от направления поля.

Таблица 4. Относительное изменение амплитуды импульсов U под действием магнитного поля B

$B(T)$	0,0006	0,001	0,02	0,03	0,05	0,075	0,1	0,2
U,%	0,90	1,05	0,97	0,94	1,04	1,08	1,15	2,2
$\pm\sigma_{stat.}$	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
$B(T)$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
U,%	3,08	3,66	4,10	4,64	5,85	6,75	7,78	8,71
$\pm\sigma_{stat.}$	0,08	0,08	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09

Изменение светового выхода в магнитном поле не наблюдали, когда на сцинтиллятор действовала не радиация, а ультрафиолетовый свет, способный возбудить эмиссию света из сцинтиллятора. Магнитное поле не действовало также и на WLS, в которых эмиссия света происходит в результате возбуждения более коротковолновым светом, но не радиацией.

Таким образом, опыт показал зависимость влияния магнитного поля на световой выход от типа базового материала сцинтиллятора под воздействием радиации и нечувствительность к магнитному полю при регистрации коротковолновых световых излучений. Эти факты приводят к предположению, что магнитное поле влияет на возбуждение или девозбуждение молекул базового материала и на трансформацию энергии от этих молекул к первым флюоресцирующим добавкам [52].

Влияние радиации. Радиационной стойкости пластических сцинтилляторов посвящены работы [55—77].

Световой выход сцинтилляторов уменьшается из-за разрушения центров эмиссии как результат радиационного повреждения флюоресцента. Однако это оказывается не основной причиной. Потеря света под

действием радиации обусловлена главным образом образованием световых центров вследствие унимолекулярных переустройств красителей, введенных в сцинтиллятор, и/или радиационно-индуцированных реакций с самим пластиком [66]. В наиболее распространенных сцинтилляторах световой выход обычно уменьшается, начиная с дозы около 0,3 Мрад от ^{60}Co и после 6 Мрад составляет 25—30% от исходного [63]. В цитированной работе сообщается о восстановлении светового выхода довольно близко к исходному в течение 10 суток. Для сцинтиллятора типа SCSN38 на основе полистирола после дозы 1,1 Мрад наблюдали падение светового выхода на 30%, если облучалось место, удаленное на 10 см от ближней к фотоумножителю грани [47]. Падение возрастало в два раза при удалении места облучения на 50 см. Отсюда было сделано заключение, что длина затухания света Λ_0 сцинтиллятора SCSN38 более подвержена воздействию радиации, чем количество испускаемого света, определяемое конверсионной эффективностью данного сцинтиллятора. В этом отношении поведение сцинтиллятора аналогично тому, что и при старении (см. выше).

Окружающая среда оказывает влияние на поведение характеристик сцинтиллятора в условиях радиации. В частности, при температуре 50°C в аргоновой атмосфере, созданной для ускорения восстановления от радиационных повреждений, сцинтилляторы продемонстрировали значительное сопротивление радиации [58].

Согласно [65] для базового материала из полистирола и поливинилтолуола радиационно-индуцированные потери светового выхода сцинтиллятора являются, прежде всего, результатом уменьшения передающей способности пластика в области длин волн эмиссии флюоресцента. В таких сцинтилляторах наблюдали при λ = 425 нм после облучения дозой 3 Мрад потери 38% на 1 см. В то же время в сцинтилляторе на основе полидиметилдифенилсилоксена потери не превысили 1% после облучения дозой 18 Мрад в аргоновой атмосфере.

Сцинтиллятор на основе полиметилфенилсилоксена с флюоресцентами DMT (0,35%) + OLIGO415 (0,01%) (OLIGO означает олигофенилин) сохранял световыход до 1 Мрад [64]. Уменьшение при этом составило 1—2%, в то время как у стандартного сцинтиллятора типа BC408 — 40%. Исходный световыход такого сцинтиллятора составлял 45% от световыхода BC408, λ_{max} = 415 нм («синий» сцинтиллятор). В [66] сообщалось о сохранении световыхода до 16,5 Мрад в аргоновой среде для сцинтиллятора, в котором первым флюоресцентом является OLIGO374A ($4 \cdot 10^{-3}$ моль/л), а вторым — 1,1,4,4-тетрафенилбутадиен ($2 \cdot 10^{-3}$ моль/л), сдвигающий спектр эмисии к λ_{max} = 460 нм. По сравне-

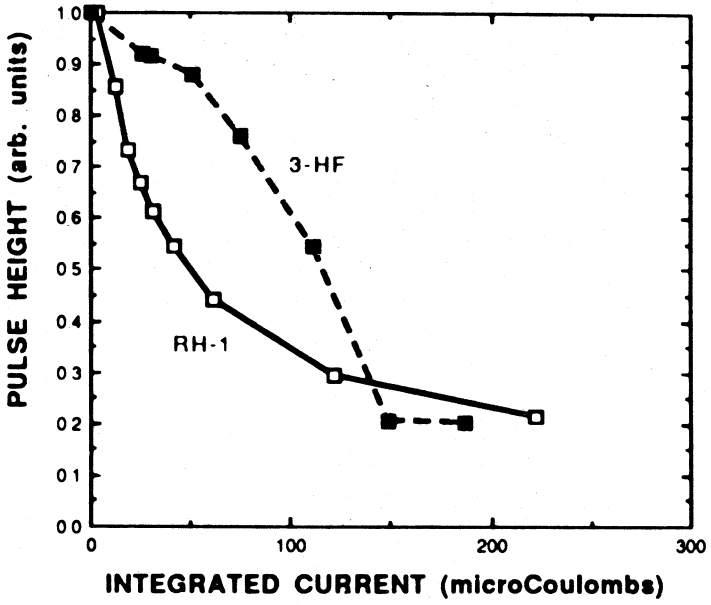


Рис.8. Изменение светового выхода как функции дозы для сцинтилляторов с конверторами флюоресценции RH-1 и 3-HF [73]

нию с BC408 световой выход такого сцинтиллятора равен 25%, а его время высвечивания τ = 1,76 нс.

К числу наиболее радиационно-стойких среди синих сцинтилляторов относят Bicron RH-1 [73]. После облучения дозой 1 Мрад световой выход этого сцинтиллятора восстанавливался через 22 дня полностью [72].

Для синих сцинтилляторов характерно острое начальное поглощение в коротковолновой области. Этому способствует также термическая деградация [67]. Зеленые и желтые сцинтилляторы теряют свою прозрачность медленнее. Только при больших дозах у них наблюдается крутое падение прозрачности до уровня синих сцинтилляторов и даже ниже (см. рис.8) [73].

Примечателен зеленый сцинтиллятор с флюоресцентами DAT (di-*t*-amyl-*p*-terphenyl, λ_{max} = 375 нм) + 3HF (λ_{max} = 540 нм, см. рис.7). В комнатных условиях такой сцинтиллятор выдерживал дозу до 10 Мрад, и его световой выход восстанавливался к исходному через 25 дней [68]. Этот процесс «отжига» сокращался до одной недели, если образцы (∅ 2,2×1 см) помещали в кислородную атмосферу с давлением 40 psig.

Исследовали также свойства полистиролового сцинтиллятора только с одним допентом 3HF и сравнивали его со стандартным сцинтиллятором, имеющим два флюоресцента: 1% pT + (0,01–0,1)% 3HF [74,75]. При концентрации 1% 3HF в первом из них его световой выход становился таким же, как и у второго, а после облучения дозой 10 Мрад уменьшался только на 3%. В таком сцинтилляторе возбуждение полимерных молекул передается единственному флюоресценту на расстояниях, измеряемых единицами ангстрем, и происходит сдвиг волн с 320 нм сразу в зеленую область с временем высвечивания 8,53 нс. Отмечается, что радиационно-индуцированные цветовые центры не очень сильно влияют на механизм передачи, происходящий на таких коротких расстояниях. Однако в протяженных сцинтилляторах более существенными могут оказаться потери трансмиссии, чем светового выхода, и для таких случаев авторы отдают предпочтение сцинтиллятору с двумя флюоресцентами.

Радиационная стойкость сцинтилляторов с 3HF отмечается также в [76], в которой приведены результаты исследований широкого класса сцинтилляторов. В качестве вторичного флюоресцента рекомендуется тоже нафталиносодержащие вещества типа X25 (naphthalie anhydride derivative) и X31 (naphthlimide derivative). После облучения дозой 10 Мрад световой выход всех трех типов сцинтилляторов не сильно различается, но перед облучением у сцинтиллятора с 3HF он заметно ниже.

Наблюдали также повышение радиационной стойкости после введения нафталина N и в сцинтиллятор на основе PMMA, считающийся довольно радиационно-мягким [77]. Так PMMA + 15% N + 0,4% POPOP показал большее радиационное сопротивление, чем полистироловый сцинтиллятор с добавкой 2%pT + 0,1% POPOP.

Небольшие повреждения и практически полное восстановление наблюдали с флюоресцентами OLIGO 408 + 0,02% K27 [69]. В сцинтилляционных волокнах из такого сцинтиллятора световой выход после дозы 10 Мрад снижался до 60% и восстанавливался до 90% спустя 13 дней, из которых 10 дней сцинтиллятор был в кислороде, а 3 дня — на воздухе.

Радиация образует два типа центров повреждения — отжигаемых и неотжигаемых. Скорость отжига в комнатных условиях гораздо ниже, чем в кислородной среде. Однако скорость отжига в воздухе растет с температурой, и при 80°C она лишь слегка уступает скорости в кислороде [71]. Не до конца ясно, как радиационные повреждения зависят от скорости набирания дозы. Так, в акриловых сцинтилляторах радиация с низкой скоростью дозы производила значительно большее разрушение, чем с высокой [56]. Однако, как указывается в [59], полистироловые сцинтилляторы не проявляют существенной зависимости от скорости дозы.

Наиболее высокая радиационная стойкость приводится для сцинтилляторов на основе эластометрических полимеров [70]. При создании такого полимера исходная мысль состояла в том, что цветной центр индуцирует стресс в стекловидном полимере. Поэтому химическая структура полистирола и ПММА была модифицирована, с тем чтобы понизить их переходные температуры стеклообразования ниже комнатной. В результате был получен сцинтиллятор, световой выход которого оставался в пределах ± 10% постоянным при облучении дозой 20 Мрад. Световой выход сцинтиллятора сравним с тем, что у полистиролового сцинтиллятора, но длина затухания света (Λ_0= 0,5 м) пока еще существенно меньше.

3. СПЕКТРОМЕТРИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ И НИЗКИХ ЭНЕРГИЙ

Пластические сцинтилляторы могут быть использованы как поглотители заряженных частиц для измерения их энергий в области десятков и сотен мегаэлектронвольт. С нижней стороны ограничение возникает из-за снижения сцинтилляционной эффективности при большой плотности ионизации. В этом отношении органические сцинтилляторы сильно уступают неорганическим сцинтиллирующим кристаллам. Амплитуды импульсов детектора с пластическим сцинтиллятором при регистрации, например, α- и β-частиц с энергией 5 МэВ различаются в 5—10 раз. Однако для более легких, чем α-частицы, протонов и пионов пластические сцинтилляторы вполне приемлемы для спектрометрических измерений, начиная с энергии ~10 МэВ и выше. При такой энергии протона потеря сцинтилляционной эффективности из-за большой плотности ионизации составляет около 40%.

При использовании толстых сцинтилляторов на амплитуду импульсов оказывают влияние ядерные взаимодействия регистрируемой частицы с веществом сцинтиллятора. Так, для протонов с энергией 100 ÷ 700 МэВ число неупругих взаимодействий составляет ~ 1% в 1 г/см^2. Основная их доля относится к процессам «звездообразования», особенно при меньших энергиях.

Звезды содержат короткопробежные заряженные фрагменты с большой плотностью ионизации, а также нейтральные фрагменты. Если толщина сцинтиллятора существенно меньше пробега частиц, то каждый акт звездообразования будет сопровождаться, как правило, увеличением световой вспышки за счет сильной ионизации короткопробежными фрагментами. Однако, если пробег частиц в основном укладывается в объеме

сцинтиллятора, то, наоборот, при образовании звезды на лету частицы световая вспышка ослабляется. Это явление обусловливается уменьшением сцинтилляционной эффективности при большой плотности ионизации от короткопробежных заряженных фрагментов звезды, а также вследствие того, что та или иная доля энергии уносится нейтральными фрагментами. В результате в спектре ионизационных потерь появляется «хвост» в сторону меньших значений от пика полного поглощения.

При энерговыделениях в десятки МэВ и более количества фотоэлектронов обычно вполне достаточно, чтобы получить ширину пика на полувысоте спектра (FWHM) около одного процента. Однако на практике разрешение может ухудшаться до десяти процентов и более из-за неоднородности светособирания. Зависимость коэффициента собирания от места образования сцинтилляции может быть учтена координатным прибором, таким, как пропорциональная камера (ПК). Конечно, по разрешению сцинтилляционные спектрометры уступают полупроводниковым или магнитным. Однако для ряда экспериментов их разрешение оказывается вполне удовлетворительным, а привлекательными являются их высокое быстродействие и относительно низкая стоимость создания на их основе широкоапертурных установок. Идентификация частиц в таких установках осуществляется по результатам измерения энергии и ионизационных потерь или/и времени пролета частиц [78—82]. Относительно высокое энергетическое разрешение было получено с применением ПК для определения координат входа частиц в сцинтиллятор [78]. Энергетический спектр пионов 50 МэВ имел FWHM = 4%, а протонов 70 МэВ — 3%. Наибольшим диапазоном измеряемых энергий $30 \div 750$ МэВ из цитированных выше установок отличается описанная в [79], имеющая 4π-геометрию. В ней дополнительно к пластическому сцинтиллятору был поставлен жидкий, легче обеспечивающий большой объем.

На энергию протонов $3 \div 200$ МэВ рассчитан спектрометр, рассмотренный в [83]. В нем ($\Delta E-E$)-сцинтилляторы служат одновременно стенками протяженной полости, в которую может быть заключен газ под давлением до 5 атм, являющийся мишенью, или же помещена тонкая твердая мишень. Такие же максимальные энергии измеряет спектрометр LBL, выполненный в форме шара [84]. Он составлен из 815 ($\Delta E-E$)-телескопов и 176 времяпролетных телескопов, покрывающих телесный угол 97% от π.

Фосвич-детекторы. Отличительной чертой последних двух спектрометров [83,84] является исполнение ($\Delta E-E$)-телескопов в виде конструкции, получившей название «фосвич-детектор». В таком детекторе ΔE- и E-сцинтилляторы оптически соединены и подключены к одному и тому же фотоумножителю, причем эти сцинтилляторы имеют разное

время высвечивания [85,86]. Это позволяет разделять сигнал по форме импульса. В обоих спектрометрах толстым сцинтиллятором являлся пластик. В качестве тонкого в [83] был выбран CsI(Tl), имеющий время высвечивания ~ 1 мкс. Его толщина изменялась от нескольких сотен микрометров до 12 мм в зависимости от требований эксперимента. CsI(Tl) обеспечивает линейную зависимость от энергии протонов, начиная примерно с 3 МэВ. Фосвич-структура позволяла достаточно хорошо разделять в эксперименте протоны и пионы.

В LBL Plastic ball ΔE-детекторы изготовлены из $CaF_2(Eu)$, время высвечивания которого также равно 1 мкс. Этот кристалл имеет толщину 4 мм, а второй, пластический, 32 см. Отдельный модуль выполнен в виде треугольной призмы с основанием, в которое вписывается диаметр фотокатода. Спектрометр продемонстрировал четкое разделение пионов, протонов, дейтронов, ^{3}He и ^{4}He.

Аналогичная композиция фосвич-детектора, а именно $CaF_2(Eu)$ и пластический сцинтиллятор (NE-110), рассмотрена в [87], а в [88] был использован жидкий сцинтиллятор (NE-213).

Фосвич-детектор по своему назначению подобен ($\Delta E-E$)-телескопу, в котором ΔE или оба детектора являются полупроводниковыми. Хотя фосвич-детекторы и уступают последним в энергетическом разрешении, но они позволяют более дешевым способом реализовать конструкции, необходимые для эксперимента. И в том, и в другом варианте толщина первого, «проходного» детектора накладывает ограничение на минимальную измеряемую энергию. Этот фактор особенно проявляется при идентификации и измерении энергии короткопробежных частиц типа тяжелых ионов. При этом предпочтение обычно отдается такому проходному детектору, толщину которого можно сделать минимальной (в г/см^2), а площадь — максимальной. Пластик позволяет легче решить эту задачу, чем полупроводник. Кроме того, пластический сцинтиллятор может давать очень быстрый стартовый сигнал. Второй, толстый детектор выбирается при этом, естественно, с бóльшим временем высвечивания. Так, в работе [89] описана комбинация из пластического сцинтиллятора NE102A (τ = 2,4 нс) толщиной 200 мкм и CsI(Tl) толщиной 50 мм. Такой фосвич-детектор удовлетворительно идентифицировал продукты ядерной реакции ^{40}Ar (30 МэВ/нуклон) на углеродно-дейтериевой мишени с зарядом до z = 19.

Оба сцинтиллятора в фосвич-детекторе могут быть пластическими, так как последние бывают как быстрыми, так и медленными. В частности, сцинтиллятор NE115 имеет время высвечивания 350 нс. Комбинация NE102A + NE115 явилась вполне подходящей для постро-

ения фосвич-детектора [90]. Оба сцинтиллятора были спрессованы тепловым способом и составляли единое целое [91]. Толщина проходного сцинтиллятора составляла 1 мм, а общая толщина 5 см. Площадь отдельного фосвич-детектора равнялась 6,5×6,5 см. Из 32 таких детекторов была образована мультидетекторная система. Анализ амплитуд импульсов с каждого фотоумножителя производился по двум каналам, управляемым сигналами ворот разной длительности: 30 и 400 нс. Первый канал пропускал короткие импульсы от быстрых сцинтилляций проходного пластика, а второй — регистрировал медленные сцинтилляции. Система позволяла разделять изотопы с $z = 1 \div 9$ при $E < 30$ МэВ/нуклон.

Аналогичный фосвич-детектор, но только существенно более толстый: 2 мм — первый сцинтиллятор и 30 см — второй, позволил расширить диапазон регистрации по протонам до 200 МэВ [92]. Из 120 таких кристаллов была составлена стенка, покрывающая угловой диапазон между $\theta = 10°$ и $\theta = 30°$ при $\phi = 0-360°$. Эта стенка служила дополнением к шару из кристаллов BaF_2 для создания 4π-системы (MEDEA), предназначенной для эксклюзивных измерений процессов столкновений тяжелых ионов промежуточных энергий.

Пластические сцинтилляторы другого типа: Bicron BC-400 ($\tau = 12$ нс) и BC-444 ($\tau = 450$ нс) использованы в работе [93]. Толщина быстрого пластика выбиралась в пределах $60 \div 400$ мкм. Из 72 фосвич-детекторов был образован «карликовый шар» с внутренним радиусом 43,2 мм и типичной толщиной ячейки 6,25 мм. Однако лучшие характеристики были получены заменой BC-444 на CsI(Tl) [94]. Кристаллы имели форму шестигранников. Для углов, превышающих 40°, толщина проходного пластикового сцинтиллятора составляла $10 \div 30$ мкм. Техника изготовления этих пленочных сцинтилляторов описана в ссылке [95].

Оптической особенностью таких тонких сцинтилляторов является смещение спектра их световой эмисии в сторону ультрафиолета. Если для толстого пластика $\lambda_{max} = 420$ нм, то в пленочном сцинтилляторе максимум спектра эмиссии оказался смещенным к 380 нм. Причина этого состоит в том, что вышеуказанная толщина недостаточна для эффективного захвата света от первого флюоресцента вторым, переизлучающим свет в сторону $\lambda_{max} = 420$ нм.

Фосвич-детекторы из BC-400 и CsI(Tl) образовывали шар при $\theta = 32 \div 168°$, а в области $\theta = 4 \div 32°$ — стенку, составленную из сорока модулей. В ядерных реакциях при энергии ионов пучка 10 МэВ/нуклон могли быть идентифицированы ионы с зарядом до $z = 25$, начиная с $^{1,2,3}H$ и $^{3,4}He$. Другой вариант миниболла (MSU) выполнен из 188 фосвич-детекторов, составляющих 11 колец, коаксиально расположен-

ных вокруг оси пучка [96]. Как и в предыдущей системе, использована сцинтиллирующая пластическая пленка (40 мкм) и CsI(Tl) толщиной 2 см. Примечательно, что фосвич-детекторы действовали в вакууме.

В тех случаях, когда важна скорость счета, преимущество по сравнению с CsI(Tl) остается за пластическим сцинтиллятором ВС-444, для которого в работе [97] приводится время высвечивания $\tau = 187$ нс (260 нс в [98] и [175]) и световой выход 41% относительно того, что у антрацена. Отличительной особенностью в [97] является большая площадь (12×12 см) тонкого (0,7 мм) быстрого сцинтиллятора ВС-408. Быстрый и медленный сцинтилляторы соединены путем нагрева и давления. Неоднородность тонкого счетчика менее 3%. Для исследований реакций в диапазоне 10 ÷ 40 МэВ/нуклон была выполнена установка из 32 таких фосвич-детекторов трапецеидальной формы.

Достоинством CsI(Tl) является значительно меньшая зависимость светового выхода от плотности ионизации, чем у пластического сцинтиллятора, что особенно важно при поглощении относительно короткопробежных частиц в толстом сцинтилляторе. Однако большое время высвечивания кристалла существенно ограничивает быстродействие устройства. По этой причине в [98] было сделано предпочтение неактивированному иодиту цезия, имеющему короткое время высвечивания (менее 30 нс), хотя световой выход такого кристалла на порядок ниже, чем с активатором. Размеры CsI составляли 10×10×5 см, он был расположен позади медленного пластического сцинтиллятора типа ВС-444 толщиной 3 мм. Для измерения полного светового выхода с такого фосвич-детектора был выбран интервал времени, равный 1 мкс, а быстрой компоненты — 100 нс. Ее доля для CsI составила 60%, в то время как для пластика — лишь 26%. Детектором производилось разделение протонов, дейтронов, тритонов, ядер ^{3}He и ^{4}He с энергиями ниже 200 МэВ.

Интересными свойствами обладает фосвич-детектор, составленный из быстрого тонкого пластика и кристалла BaF_2, имеющего две компоненты высвечивания: $\tau_1 = 0{,}6 \div 0{,}8$ нм и $\tau_2 = 620$ нс с интенсивностями, соответственно, 5 и 16% относительно световыхода NaI(Tl). Типичный световой выход пластика составляет ~ 25%, т.е. не на много выше, чем суммарный световой выход BaF_2. В работе [99] фосвич-детектор был выполнен из пластика NE102A толщиной 260 мкм и BaF_2 толщиной 10 см с целью детектирования и идентификации одновременно легких заряженных частиц и тяжелых ионов от $z = 1$ до $z = 18$. Для разделения изотопов с $z = 1$ использовалась дополнительная информация по времени пролета. Измерения проводили на пучке ^{40}Ar с энергией 27 МэВ/нуклон. Комбинация из тех же типов сцинтилляторов, выполненных в форме гек-

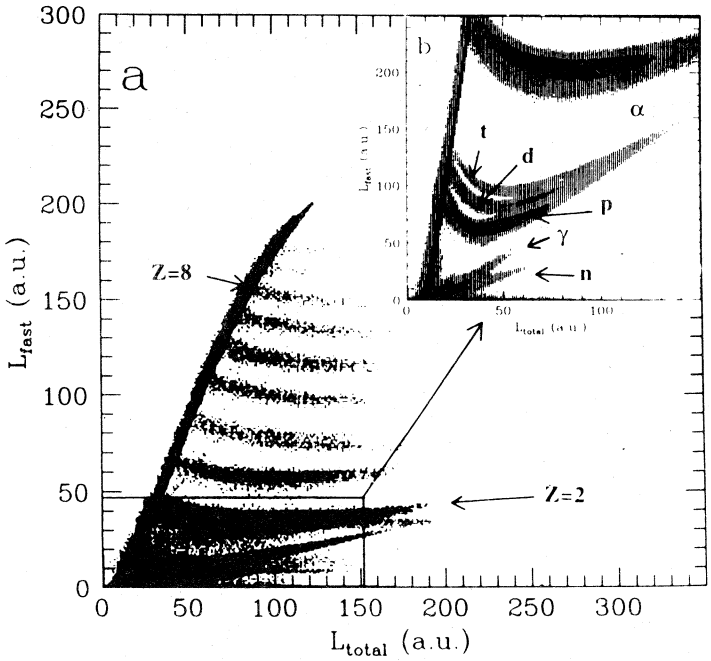


Рис. 9. Двумерный спектр (*a*) светового выхода фосвич-детектора с BaF_2 для быстрой компоненты в зависимости от полного светового выхода, полученный в реакции $^{40}Ar + ^{27}Al$ при E_L = 26 МэВ/н; *b* — изображение в большем масштабе площади, обозначенной прямоугольником [100]

сагональной призмы площадью 37 $см^2$ и глубиной 15 см, приведена в [100]. Исследовали работу такого детектора при двух толщинах пластика: 50 мкм и 1 мм, регистрируя продукты от реакции $^{40}Ar + ^{27}Al$ на пучке ионов аргона с энергией 26 МэВ/нуклон. Быстрая часть импульса с фотоумножителя имела время нарастания несколько наносекунд и спада ~15 нс. Она обусловлена как пластиком, так и BaF_2, если заряженные частицы проходили внутрь этого кристалла, и только BaF при конвертировании гамма-квантов или нейтронов в этом кристалле. Эти нейтральные излучения наблюдаются наряду с заряженными частицами, что является характерной особенностью данного типа фосвича. На рис.9 приведен двумерный спектр, по осям которого отложены световой выход от быстрой компоненты и суммарный световой выход. При этом импульсы с фотоумножителя пропускали соответственно через ворота 50 нс и

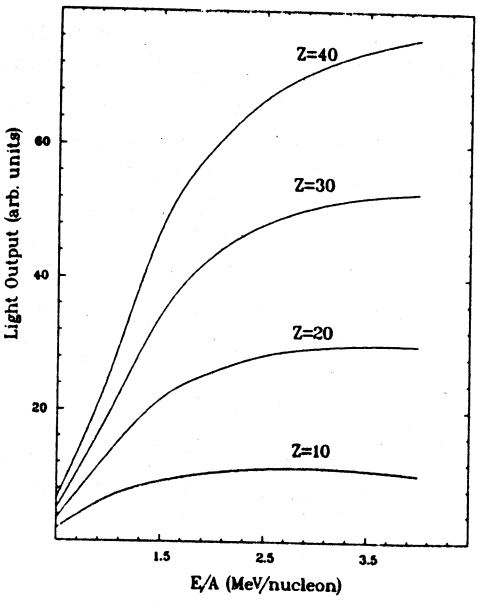


Рис. 10. Световой выход пластического сцинтиллятора толщиной 10 мкм для тяжелых ионов с различными z и E/A [101]

1,5 мкс. Начальная часть спектра вынесена отдельно в увеличенном масштабе, чтобы нагляднее продемонстрировать разделение заряженных частиц, нейтронов и гамма-квантов небольших энергий. Однако при толщине пластика 1 мм порог образования двумерного спектра довольно высок — 16,1 МэВ/нуклон для ^{16}C. Толщина же 50 мкм оказалась недостаточной для получения необходимой световой вспышки с пластического сцинтиллятора от протонов, чтобы разделить их с нейтральными излучениями. Как компромиссную, выбрали толщину 100—200 мкм.

Регистрация ионов и электронов малых энергий. Традиционным спектрометрическим прибором для ионов с энергией несколько МэВ является кремниевый детектор. Однако при больших скоростях счета может быть сделан выбор в пользу сцинтилляционного детектора, особенно если к измерению энергии добавить еще измерение времени пролета ионов. В частности, применяя такую технику, регистрировали ионы с энергией ниже 4 МэВ/нуклон в диапазоне до $z = 40$ [101]. Сцинтиллятор наносился в виде пленки толщиной 10 мкм на фотокатод фотоумножителя. Для ионов указанных энергий световой выход в первом приближении линейно зависел от z (рис.10). Измеряли распределение продуктов реакции $^{32}S + ^{27}Al$ при энергии 142 МэВ в области малых углов. Результаты были аналогичны полученным ранее с помощью кремниевого детектора.

Электроны, являясь самыми легкими частицами, испытывают в веществе очень сильное многократное рассеяние. По этой причине толщина вещества, в котором поглощаются электроны, заметно ниже их полного пробега R_0, причем разница между R_0 и экспериментальным пробегом возрастает с увеличением атомного номера вещества Z. Эксперименталь-

ный пробег электронов с энергией 0,2÷3,0 МэВ в пластике равен ~ $0{,}9R_0$, в то время как в NaI — около $0{,}5R_0$.

Электроны испытывают также такие одиночные однократные рассеяния, при которых происходит изменение направления их движения на противоположное, т.е. возникает обратное отражение («альбедо»). Последнее возрастает с уменьшением энергии электрона и увеличением Z, что иллюстрирует табл.5.

Таблица 5. Коэффициенты обратного отражения электронов [102,103]

Z / E, МэВ	6	13	29	47	73	92
4	0,0080	0,033	0,110	0,187	0,275	0,306
6	0,0055	0,018	0,073	0,134	0,208	0,237
8	0,0045	0,014	0,050	0,096	0,160	0,183
10,2	0,0036	0,011	0,038	0,074	0,125	0,141
12	0,0030	0,009	0,030	0,061	0,095	0,116

Для пластического сцинтиллятора наиболее близкими являются данные из первой колонки, а для иодитов натрия и цезия — из четвертой. Коэффициент отражения от этих неорганических кристаллов весьма высок, в то время как от пластика — не превышает 1%. Однако при E<4 МэВ нельзя пренебрегать отражением и на пластике, особенно если электроны падают на него не перпендикулярно. Это можно видеть из табл.6.

Таблица 6. Коэффициент обратного отражения электронов при различных углах падения θ на вещество с Z = 7,2 [103—105]

E, МэВ / θ°	3	2	1	0,6	0,4	0,2
0	0,02	0,03	0,04	0,050	0,060	0,070
30	0,05	0,07	0,08	0,085	0,090	0,095
45	0,08	0,10	0,12	0,125	0,130	0,135
60	0,16	0,20	0,23	0,240	0,245	0,250

Например, если при перпендикулярном падении электронов с энергией 1 МэВ число отражений составляет 4%, то наклон траектории электронов к поверхности сцинтиллятора на 60° будет сопровождаться отражением почти четвертой их части.

Детекторы пионов. В ряде экспериментов на ускорителях заряженных частиц промежуточных энергий возникает необходимость в относительно небольших детекторах с хорошим энергетическим разрешением. В работах [106—108] описаны детекторы полного поглощения пионов с энергией до 100 МэВ, обладающие энергетическим разрешением FWHM = 1—1,5 МэВ на положительных частицах. Во всех этих детекторах частицы входят в толстый сцинтиллятор со стороны торца, дальнего от фотокатода. Траектория частиц направлена вдоль оси фотоумножителя, что позволяет свести к минимуму влияние продольной неоднородности собирания света в сцинтилляторе. Длина сцинтиллятора 25 см достаточна для поглощения пионов с энергией 100 МэВ. Их разделение с протонами осуществляется добавлением или ΔE-детектора [106,107] или времяпролетной техники [108]. При остановке в сцинтилляторе положительный пион распадается по схеме:

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu, \qquad \tau_{\pi^+} = 26{,}04 \text{ нс};$$

$$\mu^+ \to e^+ + \tilde{\nu} + \nu, \qquad \tau_{\mu^+} = 2{,}198 \text{ мкс}.$$

Мюон, испускаемый при распаде пиона, имеет определенную энергию, равную 4,13 МэВ, а энергия позитрона, образующегося в результате позитронного распада, изменяется от 0 до 53 МэВ.

Таким образом, на выходе фотоумножителя возникают три сигнала. Первый из них, пропорциональный энергии π^+, появляется в момент его попадания в сцинтиллятор. Второй сигнал с небольшой, но стандартной амплитудой, пропорциональной 4,13 МэВ, появляется с некоторой задержкой, определяемой τ_π. С еще большей задержкой, определяемой τ_μ, возникает третий сигнал, амплитуда которого относительно большая и неопределенная. Второй сигнал может быть использован как отличительный признак распада положительного пиона. Для этого его регистрируют в пределах некоторого интервала Δt, не столь большого, чтобы вероятность регистрации третьего сигнала, искажающего стандартную амплитуду, оставалась еще малой. Оптимальным оказалось $\Delta t = 117$ нс, которому соответствовала эффективность регистрации 95%. Однако и при таком Δt погрешностью, вносимой третьим сигналом, нельзя было пренебречь.

При анализе спектров, измеренных на детекторах полного поглощения, необходимо также принимать во внимание искажения, вызванные ядерными взаимодействиями пионов с веществом сцинтиллятора. Коррекции спектров могут быть произведены с помощью специальных калибровочных измерений. Так, в работе [108] одновременно с определением энергии детектором полного поглощения спектрометрическая

информация снималась независимой времяпролетной системой. При разрешении 0,5 МэВ, времяпролетной базе 1 м и энергии пионов 20 МэВ получено FWHN = 1,7 МэВ. Примечательно, что на измерение времени ядерные взаимодействия не влияют, благодаря чему и возникает возможность введения соответствующей коррекции в энергетические спектры полного поглощения.

Кроме детектора полного поглощения для измерения энергии частиц, а также их идентификации, может быть использован пробежный телескоп, составленный из набора расположенных друг за другом сцинтилляционных пластин небольшой толщины. На таких телескопах, в частности, исследовали образование пионов в соударениях тяжелых ионов промежуточных энергий [109]. Толщины сцинтилляционных пластин и средние пробеги пионов, останавливающихся в соответствующих пластинах, приведены в табл.7.

Таблица 7. Структура пробежного телескопа: № — порядковый номер сцинтилляционной пластины, X — ее толщина. E — средняя энергия останавливающегося в ней пиона

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Поглотитель	12
X, мм	5	5	10	15	25	30	30	30	30	30	10	20 (Cu)	10
E, МэВ					32	43	52	61	70	78			

В телескопе первые четыре счетчика используются, в основном, для дискриминации интенсивного протонного фона. Сцинтилляторы №5÷10 являются теми элементами, в которых детектируются останавливающиеся в них пионы с энергиями от 27 до 82 МэВ. Сцинтилляторы №11 и 12 с медным поглотителем между ними введены для счета высокоэнергетических пионов. Как более тяжелые частицы, протоны имеют большие ионизационные потери в сцинтилляторах, чем пионы с теми же самыми пробегами. В результате эти частицы легко разделяются. При идентификации π^+ используются также сигналы от μ^+, в то время как для π^- ограничиваются только ΔE-сигналами. При этом отбрасывается примерно 5% случаев с фальшивой структурой остановки. Последнее происходит, если π^- в конце пробега захватывается и испускается вторичная частица, останавливающаяся в следующем сцинтилляторе.

4. КАЛОРИМЕТРЫ

В рассмотренном выше детекторе суммарная толщина сцинтилляторов, поглощающих пионы с энергией до 100 МэВ, составляла 30 см. Реализовать в «чистом» сцинтилляторе поглощение пионов и других адронов более высоких энергий оказывается технически трудно или просто невозможно. Длина ядерного поглощения в пластическом сцинтилляторе составляет ~ 80 см. Как известно, под этой длиной понимается средний путь между ядерными столкновениями для адронов высоких энергий [110]. Обычно это относят к таким тяжелым частицам, как протоны, а для пионов этот путь в полтора раза больше.

Сильно сократить размеры детектора позволяет чередование слоев сцинтиллятора и более плотного «пассивного» вещества, например меди и железа. В частности, таким образом был построен эффективный детектор нейтронов с энергией, измеряемой сотнями МэВ [111]. Затем появилась публикация о детекторе полного поглощения подобной конфигурации, но с ионизационными камерами вместо сцинтилляторов [112]. Такой прибор был назван калориметром, поскольку в конечном итоге поглощенная в нем энергия частицы переходит в тепло. Количество этого тепла пропорционально полной ионизации, вызванной первичной и всеми вторичными частицами, возникающими в неупругих взаимодействиях. Впоследствии в качестве детектирующей среды предпочтение стали чаще всего отдавать сцинтиллятору. Будучи более плотной средой, сцинтиллятор обеспечивает большее значение измеряемых ионизационных потерь и, как следствие, меньшие их флуктуации.

В калориметрии электромагнитных излучений (гамма-квантов, электронов и позитронов высоких энергий) стандартным пассивным материалом является свинец, обладающий малой радиационной длиной (на таком пути первичный пучок ослабевает в e раз). Свинцово-сцинтилляционные сэндвичи [113—115] нашли широкое применение благодаря их относительно низкой стоимости и высокому быстродействию. Применение WLS для сбора света из набора сцинтилляционных пластин значительно упростило и удешевило конструкцию таких детекторов (см., например, [116,117,33]). Однако сэндвич-калориметры сильно уступают по энергетическому разрешению электромагнитным калориметрам, построенным на неорганических сцинтиллирующих монокристаллах (см., например, [118]). Точность измерения энергии сэндвич-детектором определяется в большой мере так называемыми сэмплинг-флуктуациями, обусловленными статистической природой распределения ионизационных потерь между слоями поглотителя и детектирующей среды. К ухудшению разрешения приводит также неоднородность собирания света из относительно тонких слоев сцинтиллятора.

В адронной калориметрии основным процессом, приводящим к поглощению энергии первичной частицы и ее «потомков», являются взаимодействия с образованием ядерно-активных частиц, преимущественно пионов. Существенная часть энергии передается π^0-мезонам и затем, в результате их распада на гамма-кванты, — электромагнитной компоненте. Железо и медь имеют достаточно малую радиационную длину, чтобы обеспечить эффективное поглощение электромагнитного излучения, что обусловило их широкое применение в калориметрах [119—132].

Длина калориметра выбирается исходя из протяженности адронного ливня, возрастающего с энергией. Уменьшить длину можно увеличением соотношения между толщиной пластин поглотителя и сцинтиллятора.Однако при этом все более затрудняется выход в сцинтиллятор низкоэнергетических фрагментов ядер и гамма-квантов, образующихся в результате неупругих взаимодействий. При толщинах железа и сцинтиллятора, например, 25 и 5 мм соответственно, типичная длина калориметра составляет 2 м. Длина ядерного взаимодействия в железе равна 17,1 см, и основная доля адронного ливня укладывается в поперечнике ~ 10 см.

Недостатком калориметров на железе и меди является то, что сигнал при поглощении протонов и заряженных пионов (h) оказывается меньше, чем при поглощении электронов (e) той же самой энергии. Таким же, как и для электронов, получается сигнал от нейтральных пионов, распадающихся на гамма-кванты. Соотношение между заряженными и нейтральными пионами в ливнях флуктуирует, что из-за невыполнения равенства $e/h = 1$ приводит к соответствующим флуктуациям измеряемых энергетических потерь. Этот тип флуктуаций дает добавку в виде постоянного члена в зависимости энергетического разрешения от энергии адронов [137].

Отношение $e/h = 1$ может быть получено, если в качестве поглотителя взять уран [133—143]. Это связано с образованием в ядерных взаимодействиях с ^{238}U нейтронов, которые дают в сцинтилляторах компенсацию в наблюдаемый сигнал. Большинство нейтронов приходят от испарения высоковозбужденных ядер, с меньшим вкладом от процессов деления и скалывания ядер [145]. Типичная кинетическая энергия нейтронов 2 МэВ, и типичный выход, отнесенный к 1 ГэВ исходной энергии, 33 нейтрона ниже 20 МэВ.

Длина ядерного поглощения в уране равна 12 см. Отношение $e/h = 1$ достигается при близких толщинах пластин урана и сцинтиллятора. Так, в калориметре коллаборации ZEUS эти толщины соответственно составляли 3,2 и 3,0 мм [138]. Позднее толщина сцинтиллятора была уменьше-

на до 2,5 мм. Для такого калориметра приведено разрешение $\sigma/E = 35\%/\sqrt{E\ [\text{ГэВ}]} + 2\%$, измеренное на адронах [143].

Однако, как показано в [144], соотношение $e/h = 1$ может быть получено не только с урановыми поглотителями. В свинце также идут процессы с образованием нейтронов, но только в меньшем их количестве. Компенсацию следует ожидать при соотношении толщины пластин из свинца и сцинтиллятора ~ 4:1, вместо 1:1 для урана. В обоих случаях получается одинаковая эффективная длина ядерного взаимодействия — около 20 см. Экспериментальное значение e/h для энергий выше 10 ГэВ составило 1,05 при толщинах свинцовых и сцинтилляционных пластин 10 и 2,5 мм соответственно [145]. Переход к таким толщинам, вместо одинаковых [146], сопровождался улучшением энергетического разрешения в 1,2 раза, которое составило $44\%/\sqrt{E[\text{ГэВ}]}$. Однако оно все-таки уступает полученному на урановом калориметре [138]. Согласно работам [147,148] преобладающий вклад в энергетическое разрешение при таких довольно толстых свинцовых пластинах вносят сэмплинг-флуктуации, а внутреннее разрешение для свинца оказывается почти в два раза лучше, чем для урана. Под внутренним разрешением понимается тот предел, который обязан флуктуациям самого ливня, обусловленным содержанием недетектируемых вторичных частиц или флуктуирующей потерей энергии, связанной с развалом ядра [147].

Уменьшение соотношения толщин свинца к сцинтиллятору до 3,3:1, сопровождающееся уменьшением сэмплинг-флуктуаций, привело к улучшению разрешения до $40\%/\sqrt{E\ [\text{ГэВ}]}$ [37]. Такое же соотношение между пластинами свинца (1,0 см) и сцинтиллятора (0,3 см) приведено в работе [149], в которой калориметр был составлен из 59 таких пар, разбитых в продольном направлении на четыре секции. Исследовали отклик этого калориметра к низкоэнергетическим пионам, мюонам и позитронам — от 400 до 250 МэВ/с. Калориметр мог быть использован даже при самых низких энергиях; при этом разрешение изменялось в пределах $\sigma = 47 \div 17\%$.

К очевидным достоинствам свинца относится низкая стоимость и легкая машинная обработка. Свинцовые калориметры быстрее урановых, что особенно важно для применений на строящихся ускорителях с высокой светимостью [150]. В свинцовых калориметрах энергия нейтронов теряется, в основном, вследствие упругого рассеяния на водороде пластика и захвата замедленных нейтронов ядрами вещества, в результате чего образуются гамма-кванты небольших энергий. Замедление нейтронов до тепловых с последующим их захватом сопровождается появлением хвоста после быстрой (10 нс) основной части сигнала. Однако для свинца вклад этого процесса невелик, так как сечение захвата тепловых нейтро-

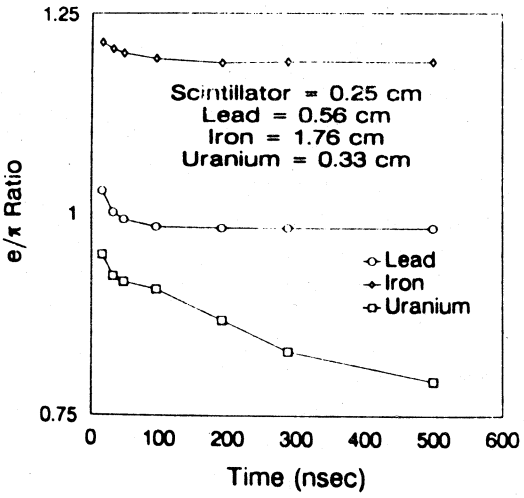


Рис. 11. Отношение e/π как функция времени интегрирования в сцинтилляционных калориметрах с ураном, свинцом и железом [153]

нов составляет лишь 0,1 б, в то время как для ^{238}U — 2,7 б [151]. Если в свинцовом (или железном) калориметре между 50 и 100 нс происходит выделение менее 1% энергии, то в урановом в интервале 100 ÷ 500 нс — почти 10% энергии [152]. В связи с этим оказывается, что при использовании урана e/h отношение сильно зависит от времени интегрирования заряда с фотоумножителей. Это иллюстрирует рис.11 [153], на котором приведены результаты расчетов для трех типов калориметров. Следует отметить, что эти расчеты показали оптимальное соотношение толщин свинца к сцинтиллятору 2:1.

В конце ливня образуется большое количество медленных частиц, дающих треки с большой плотностью ионизации. Последнее приводит к снижению сцинтилляционной эффективности в соответствии с формулой Биркса (см. разд.2), в знаменатель которой входит константа KB, приведенная для ряда органических сцинтилляторов в табл.8 [152].

Таблица 8. Фактор KB для типичных коммерческих сцинтилляторов

Тип сцинтиллятора	NE102	NE213	Pilot B	Стильбен	Антрацен	NE230	SCSN38
KB-фактор $\times 10^2$, г·см$^{-2}$·МэВ$^{-1}$	1,31	1,25	1,59	0,955	1,46	1,10	0,850

Из приведенных в таблице сцинтилляторов SCSN38 имеет минимальный KB-фактор ($0{,}85 \cdot 10^{-2}$), и для него расчет дает отношение e/h на 4% меньше, чем для Pilot B, имеющего максимальный KB-фактор [152]. При расчете толщина свинцовых пластин принималась равной 5,6 мм, а сцинтилляционных — 2,5 мм; регистрируемыми частицами являлись пионы с энергией 10 ГэВ.

Малый КВ-фактор для SCSN38 был получен также в работе [154], где приводится значение 0,806 ± 0,012, а для NE102A КВ=0,882±0,012. При определении КВ проводили точное измерение энергий протонов и электронов. При этом исходили из того, что для электронов световой выход строго пропорционален их энергии, что не совсем корректно. Учет небольшого отклонения от линейности при самых малых энергиях электронов приводит для SCSB38 и NE102A к следующим значениям КВ: 0,842 ± 0,015 и 0,921 ± 0,015 соответственно.

Сбор света в пластинчатых калориметрах. Свет из большого количества сцинтилляционных пластин калориметра транслируется к фотоумножителям обычно через световоды, содержащие сместители длин волн WKS (см. разд.2). Применяют световоды различных форм: бруски, пластины, стержни, волокна, стрипы.

В работе [124] оптически соединены два стержня: первый — с WLS типа Yellow 323, второй — с BBQ, испускающим зеленый свет. Эти стержни проходят соответственно через фотонную и адронную секции калориметров. Светофильтры позволяют разделить желтый и зеленый свет перед поступлением на фотоумножители. Однако более типичной является передача света с фотонных и адронных секций по независимым пластинам с зеленым WLS, введенным в объем вещества светопровода.

В [155] приводятся световоды с WLS, нанесенным на их поверхность. Как преимущество такой конструкции, отмечается, что чувствительность к черенковскому свету пленочных WLS меньше, чем объемных. Если WLS введен в объем световода, то происходит эффективное переизлучение черенковского света, который образуется при прохождении через световод частиц от электромагнитных и адронных ливней. Величина черенковского сигнала может составить заметную долю от основного сигнала системы сцинтиллятор — WLS. Это приводит к появлению так называемых «горячих пятен», в которых резко ухудшаются однородность калориметра и его энергетическое разрешение вследствие флуктуаций числа частиц, вызывающих черенковское излучение [156,157]. Чтобы ослабить этот эффект, вводят добавки, поглощающие коротковолновую часть ($\lambda < 380$ нм). Наряду с черенковским светом, естественно, теряется и соответствующая коротковолновая часть сцинтилляционной вспышки. Используя пленочные WLS, в объем можно вводить добавки с более длинноволновой границей поглощения, достигающей начала полосы излучения сместителя спектра, без снижения эффективности поглощения сцинтилляционного света пленкой WLS. Это позволило примерно в два раза уменьшить неоднородность прибора [155].

Нанесение WLS путем погружения световода в раствор позволяет довольно просто получать требуемое изменение толщины WLS вдоль свето-

вода. Таким путем можно компенсировать потери переизлученного света при прохождении его по световоду. Измерения со стержнем диаметром 19 мм показали, что если при введении WLS в объем такого световода длина затухания составила 1,3 м, то с пленочным WLS переменной толщины она возросла до 4 м [128].

При нанесении пленки WLS на световод последний может быть погружен в раствор не полностью, чтобы оставить «чистой» ту его часть, которая выходит за пределы чувствительного сцинтилляционного объема. Используя пластинчатый световод, такую часть разрезали на ленты, и из них методом нагрева и спекания изготовляли витой светопровод, согласованный в конце с площадью фотокатода [127]. По сравнению с обычным адиабатическим световодом предыдущей конструкции калориметра [126] новый световод с витой «чистой» частью имел большую эффективность собирания света и меньший вклад черенковского излучения. Кроме того, такая конструкция оказалась более простой в изготовлении и надежной в эксплуатации. Следует также добавить, что в обоих типах модулей этих калориметров для улучшения однородности собирания света из сцинтилляторов их поверхность, граничащая со световодом, была обернута черной бумагой, а дальняя — алюминизированным майларом. Более конкретно: сцинтилляционные пластины имели размер $20\times20\times0{,}5$ см, и черная бумага покрывала концевую область длиной 5 см, что позволяло несколько снизить коэффициент собирания света из ближней области. И наоборот, алюминизированный майлар давал некоторую добавку света, приходящего из удаленных точек.

С уменьшением толщины сцинтилляционной пластины число отражений от стенок увеличивается и возрастает, соответственно, требование к качеству их поверхности. Для высокой однородности собирания света важно также сохранение постоянства толщины пластины. Отмечается хорошее качество поверхности и достаточно малый допуск по толщине со средним значением 2,5 мм пластин синего сцинтиллятора типа B/PS (фирмы «Bicron») [166]. На таких пластинах площадью 10×10 см провели сравнение однородности собирания света световодами с WLS типа Y7 двух конфигураций. В одной из них свет собирали с торца сцинтиллятора пластинчатым световодом, а в другой — волокном, встроенным в сцинтиллятор, как это показано на рис.5,*d*. Обе конфигурации дали сравнимые результаты. Однако волоконный вариант, будучи менее массивным, не так чувствителен к черенковскому излучению, как пластинчатый. Кроме того, волоконный съем информации легко позволяет секционировать калориметр в продольном направлении. Используя волоконный вариант, изображенный на рис.5,*c*, был построен высокогранулированный и компактный в продольном направлении калориметр

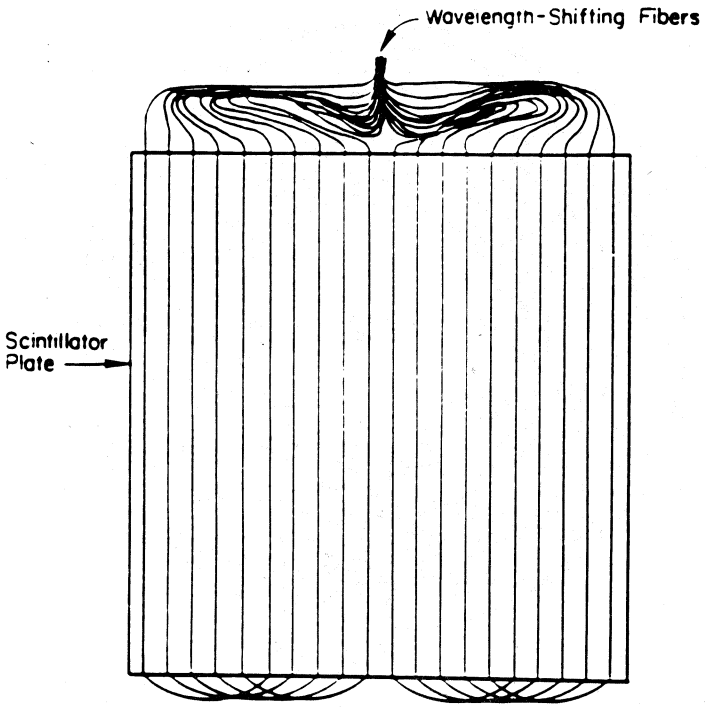


Рис. 12. Структура съема информации со сцинтиллятора площадью 1 м^2 [176]

[36]. Правда, сопряжение волокон со сцинтилляционными пластинами — довольно трудоемкая процедура.

Конфигурация укладки волокна, показанная на рис.5,*е*, была использована для построения калориметра на сцинтилляционных пластинах толщиной 4 мм, изготовленных из поливинилтолуолового сцинтиллятора типа BC-408 [37]. На выходе из сцинтилляторов к волокнам с WLS были оптически подсоединены «чистые» волокна длиной 4 м. Частицы с минимальной ионизацией давали не менее 4 фотоэлектронов. Исследовали радиационную стойкость этой пластинчато-волоконной системы. После облучения гамма-лучами дозой 3 Мрад световой выход уменьшился примерно наполовину.

В работе [39] была использована укладка волокна в виде U-формы (см. рис.5). Отдельный модуль калориметра состоял из пластин свинца и сцинтиллятора (SCSN18) толщиной 6,35 и 3 мм соответственно. Волокно

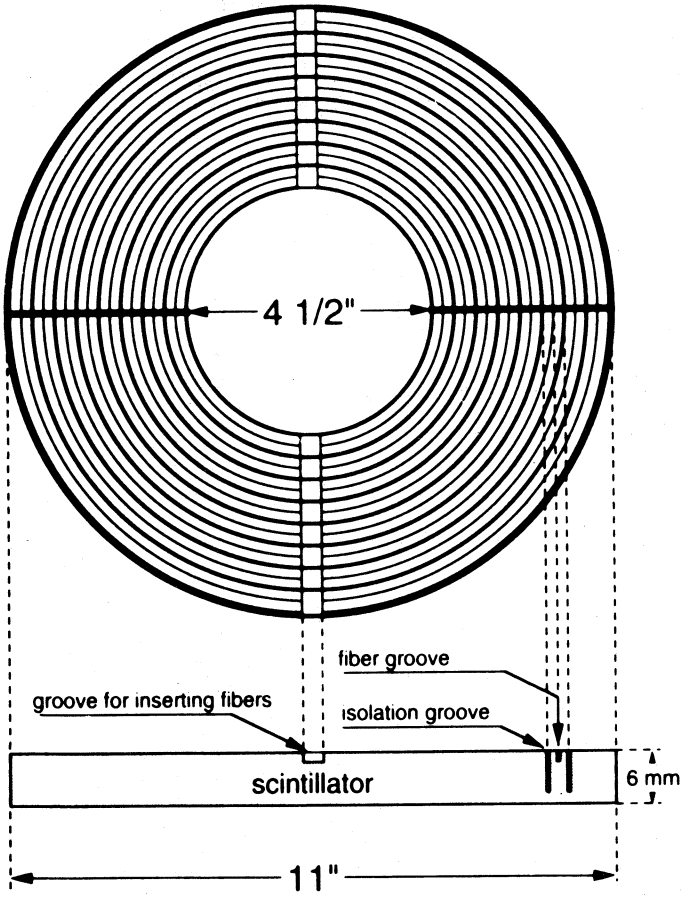


Рис. 13 Детектор положения максимума ливня [158]

содержало WLS типа Y7 с концентрацией 150 ppm. На пучке электронов калориметр показал разрешение $\sigma/E = 0{,}2\sqrt{E[\text{ГэВ}]}$. После облучения пучком электронов с энергией 2 ГэВ дозой 0,61 Мрад среднее уменьшение амплитуды импульсов составило 19,3%.

Наиболее просто укладка в виде U-формы реализуется в параллельных канавках с выносом основания буквы U, т.е. закруглений волокна за пределы сцинтиллятора. Так, в частности, построен (см. рис.12) в FERMILAB (Батавия, США) калориметр с большой площадью пластин — 1 м^2 при толщине 3 мм [176]. Пластина сцинтиллятора (SCSN81) име-

ет 20 канавок. Первая буква U занимает первую и шестую канавку, вторая — вторую и седьмую и т.д. Однородность на площади 60×60 см составила $\sigma = 2-5\%$. Калориметр имеет длину 2,2 м и состоит из двух частей. Первая, измеряющая энергию электромагнитного ливня $E_{\text{e.m.}}$, выполнена из 40 слоев, вторая — служит для измерения энергии адронного ливня E_{had}. Толщина поглотителя — свинца или железа — равна 3,2 мм. Суммарная энергия адрона представлялась как $E_{\text{total}} = E_{\text{e.m.}} + \alpha E_{\text{had}}$. При съеме информации производилась нормировка амплитуд сигналов с каждой сцинтилляционной пластины адронной части. Таким способом разрешение на пучке пионов с энергией 240 ГэВ было улучшено с 7,8 до 6,9%; при этом $\alpha = 4{,}9$. Разрешение с железными поглотителями оказалось несколько лучше, чем со свинцовыми, и составило $\sigma/E(\%) = 53{,}1/\sqrt{E} + 4{,}1$.

Оригинальная конструкция вывода света из сцинтилляционной пластины с помощью волокон, содержащих WLS, была разработана для детектора, определяющего положение максимума электромагнитного ливня [158]. Его устройство показано на рис.13. Сцинтиллятор толщиной 6 мм имеет форму диска с отверстием внутри и разделен на 8 частей канавками шириной 1,1 мм и глубиной 4,5 мм, не разрушающими целостность сцинтиллятора. В центре каждой части сделаны канавки, в которые заложены волокна с WLS для съема информации.

Калориметры со сцинтиллирующими волокнами. Как указывалось выше, для получения соотношения $e/h = 1$ в калориметре, составленном из пластин свинца и сцинтиллятора, их толщины должны относиться как 4:1. Однако при этом толщина свинцовых пластин оказывается довольно большой, и определяющим в энергетическом разрешении становится вклад сэмплинг-флуктуаций. Чтобы понизить этот вклад, требуется уменьшить толщину свинцовых элементов. Одновременно и толщина сцинтилляторов также должна быть уменьшена. Естественным решением этой технической задачи явилось применение сцинтилляторов в волоконном исполнении. Такое направление заложено, в частности, в работах, проводимых в рамках проекта LLA в ЦЕРН [154,159—163]. Калориметры со сцинтилляционными волокнами получили название «спагетти-калориметров». Конструкция такого калориметра показана на рис.14 [161]. В свинцовых листах для волокон сделаны пазы. Сложенные вместе листы образуют матрицу с сотовой структурой длиной 2 м. В ней расположены эквидистантно с шагом 2,2 мм волокна диаметром 1 мм (рис.14,*а*). Отношение объемов свинца к сцинтиллятору составляет 4:1. Волокна сгруппированы по 1141 шт. и образуют башню, имеющую гексагональное поперечное сечение (86 мм между сторонами). 155 таких башен образуют 13-тонный калориметр диаметром около 1 м (рис.14,*б*). Во-

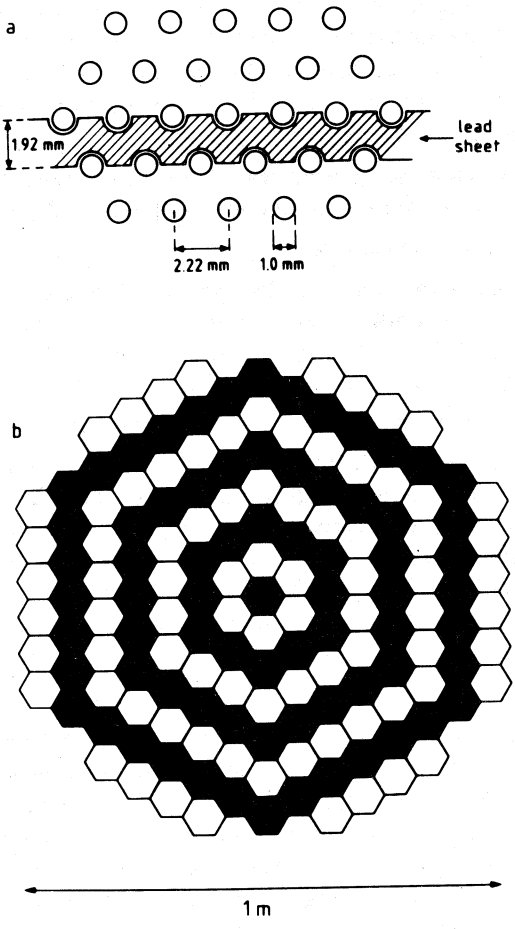


Рис. 14. Деталь лицевой стороны калориметра (*a*) и структура детектора как целого (*b*) [161]

локна имеют длину 2,2 м и в каждой башне выпускаются из заднего конца. Они объединяются вместе, обрабатываются, полируются и соединяются со световодом аналогичной гексагональной формы (42 мм между сторонами и 79 мм длиной).

Волокна уложены вдоль ливня под небольшим углом (3°) к его оси. Сердцевина волокна выполнена из сцинтиллятора типа SCSN38, а оболочка — из акрилика толщиной 29 мкм. Оболочка имеет меньший коэффициент преломления, чем сердцевина, что и обеспечивает собирание света за счет полного внутреннего отражения на границе этих двух сред (см. разд.2). Передние концы волокон были отполированы, и на них нанесен алюминиевый слой с высоким коэффициентом отражения, равным 85 ± 4%. С целью дальнейшего улучшения однородности был введен светофильтр, поглощающий коротковолновый свет ($\lambda < 450$ нм), испытывающий максимальное затухание при передаче вдоль волокна. В результате была получена длина затухания света $\Lambda_0 = 7$ м [163]. Однородность светосбора вдоль волокна особенно необходима в связи с тем, что калориметр не имеет продольной сегментации. Важно также было рассортировать волокна по связкам для отдельных модулей с минимальными флуктуациями от волокна к волокну в их оптических характеристиках. Волокна подсоединялись к фотоумножителям типа XP2282. Однородность по числу образующихся фотоэлектронов была лучше чем 3% по всей поверхности модулей. В диапазоне

$10 \div 150$ ГэВ нелинейность в измерении величины электромагнитного ливня не превышала 1%. При этом энергетическое разрешение составило $12{,}9\%/\sqrt{E} + a$, где $a = f(\theta_z)$ [161]. Для угла наклона к оси ливня $\theta_z = 3°$ $a = 1{,}2\%$. Постоянный член a обусловлен аномальными сэмплинг-флуктуациями в начальной стадии развития ливня. Он сильно уменьшался, когда перед калориметром ставился предливневый детектор толщиной $1{,}7X_0$ (X_0 — радиационная длина). На пионах разрешение составило $30{,}6\%/\sqrt{E} + 1\%$, где второй постоянный член был обусловлен в основном затуханием света в волокнах. Координатное разрешение калориметра для электронов и пионов оказалось равным $\sigma_e = 17{,}1/\sqrt{E}$ мм и $\sigma_\pi = (31{,}4/\sqrt{E} + 2{,}4)$ мм [162].

Поперечная сегментация калориметра позволяет различать более узкие электромагнитные ливни и более широкие адронные. Кроме того, для разделения электронов и π^--мезонов может быть использовано различие в их временной структуре. Длительность сигнала, обусловленного электронами, составляет 6—6,5 нс (FWHM), а пионами — 6—11 нс [159]. Дискриминация по форме импульса оказывается возможной благодаря короткому времени высвечивания (1,5 нс) использованного сцинтиллятора. В случае же применения внешних световодов с WLS длительность переизлученных сцинтилляций значительно бы возросла и дискриминация по форме импульса стала бы весьма проблематичной.

Для разделения электронов и пионов с энергией 80 ГэВ в работе [162] приводится коэффициент 10^{-4}. Типичная ширина «ворот», пропускающих сигналы в канал амплитудного анализа, составляла 358 нс. Сужение ворот до 40 нс сопровождалось существенным ухудшением характеристик калориметра [163]. Тем не менее, отмечается, что даже при 15 нс, чему равен интервал между «банчами» пучков коллайдеров LHC и SSC, ухудшение нельзя еще назвать неприемлемо большим.

Одной из труднейших технических проблем при работе с таким сложным спектрометрическим детектором, как калориметр, является контроль его стабильности и калибровка. В волоконном детекторе это реализуется относительно просто — путем замены некоторых сцинтиллирующих волокон проволоками с радиоактивным веществом. При этом нетрудно организовать такое их расположение, чтобы гамма-лучи от радиоактивного источника попадали в необходимом количестве на все волокна.

Использование сцинтиллирующих волокон позволило почти полностью избежать образования «мертвых» областей в калориметре и достичь максимальной его «герметичности».

К недостаткам волоконных калориметров следует отнести довольно медленную технику вставки волокон в свинец. В связи с этим возникла техника изготовления калориметра литьем [164]. Волокна натягиваются в форме, в которую заливается затем поглотитель. Температура поглотителя должна быть достаточно низкой, чтобы не размягчить волокна и не повредить их оболочку. Вполне подходящим оказался сплав свинца с висмутом, оловом и кадмием (Pb-eutectic). Температура его плавления 70°C, плотность 9,5 г/см^3. Такой сплав вместе с волокнами образует гомогенную систему, которая при соотношении объемов сплава и сцинтиллятора 4:1 имеет $X_0 = 0{,}9$ см и длину ядерного взаимодействия $\Lambda_1 = 22$ см (для «чистого» свинца и сцинтиллирующих волокон $X_0 = 0{,}75$ см и $\Lambda_1 = 21$ см). Были построены небольшие модули размером $4 \times 4 \times 12$ см. Составленный из таких модулей калориметр показал на пучке электронов 1,5÷4 ГэВ энергетическое разрешение $15—19\%/\sqrt{E}$. Подобная техника развивается также для построения жидких капиллярных калориметров.

Рассмотренный выше тип калориметра не имеет продольной сегментации, хотя для разделения электронов и адронов используется разница в продольном развитии образуемых ими ливней. Для осуществления прямой сегментации был построен калориметр с поперечной укладкой волокон в объеме свинца [165]. Свет из волокон передавался к фотоумножителям с помощью пластин с WLS, расположенных перпендикулярно к этим волокнам. Такая конструкция приводит, естественно, к снижению сбора света по сравнению с прямым подключением фотоумножителей к волокнам. Чтобы компенсировать эту потерю, толщина пластин была увеличена с 2 до 3 мм. Для сохранения оптимального соотношения (4:1) между толщинами свинца и сцинтиллятора свинец был также взят потолще. Энергетическое разрешение калориметра на пучке электронов 1—2 ГэВ составило $13{,}9\%/\sqrt{E}$. Это значение мало отличается от того, что получается для калориметра с продольной укладкой волокон. Однако введение дополнительного конвертера света снижает быстродействие и герметичность установки, что является ценой за прямую сегментацию калориметра в продольном направлении.

Электромагнитные калориметры с волоконным светосбором. Если назначение свинцово-сцинтилляционного калориметра состоит в измерении энергии только электромагнитных излучений, то вопрос о компенсации отпадает, и для улучшения разрешения сцинтиллирующим волокнам отводится больший объем, например, такой же, как и для свинца [166]. В этом варианте разрешение было улучшено до $\sigma = 6\%/\sqrt{E[\text{ГэВ}]}$ [167]. При этом использовали волокна диаметром 1 мм, и модуль имел

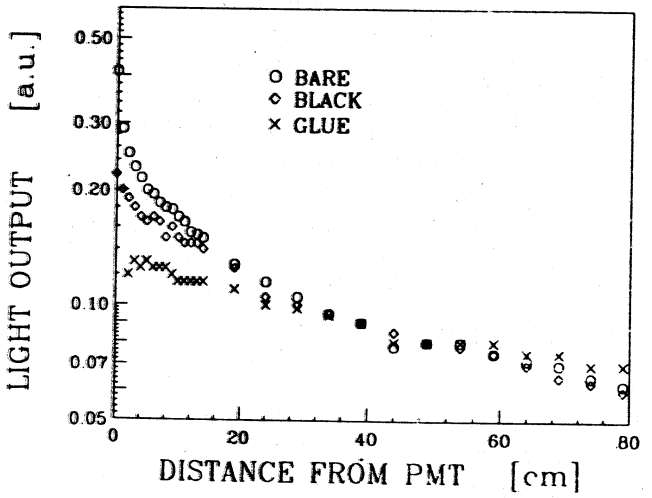


Рис.15. Световой выход сцинтиллирующих волокон с голыми, зачерненными и склеенными концами (см. текст) [167]

длину $15X_0$, где $X_0 = 1{,}65$ см. Измерения проводили на пучке фотонов с энергией 20÷80 МэВ. Примечательной особенностью конструкции данного модуля является способ улучшения оптической однородности волокон.

Как уже отмечалось раньше, попавший в оболочку свет также распространяется в сторону фотокатода в результате полного внутреннего отражения на границе с воздухом, хотя из-за оптического несовершенства этой поверхности довольно быстро затухает. Тем не менее такого света вблизи ближних к фотоумножителю краев может быть даже больше, чем из сердечника, что является источником неоднородности. Существенное подавление оболочечного света достигается зачернением концов волокон. Однако более эффективным оказалось просто приклеивание их на конце (1,5 см) по всей поверхности к свинцу, что иллюстрирует рис.15 [167]. Аналогичный, но вдвое более длинный модуль был выполнен для калориметра, рассчитанного на диапазон энергий 1 ÷ 10 ГэВ.

В работе [168] для модуля электромагнитного калориметра с более плотной средой ($X_0 = 1{,}05$ см) приводится разрешение $\sigma/E(\%) = 13{,}1/\sqrt{E}+1{,}7$. Волокна имели диаметр 1 мм и были расположены под углом 3° к оси пучка. Исследование энергетического разрешения модуля проводили на электронных пучках У-70 в ИФВЭ и SPS в ЦЕРН в диапазоне энергий 5 ÷ 70 ГэВ. Постоянный член в выражении для разрешения обусловлен, в основном, наличием затухания в волокнах, что приводит к

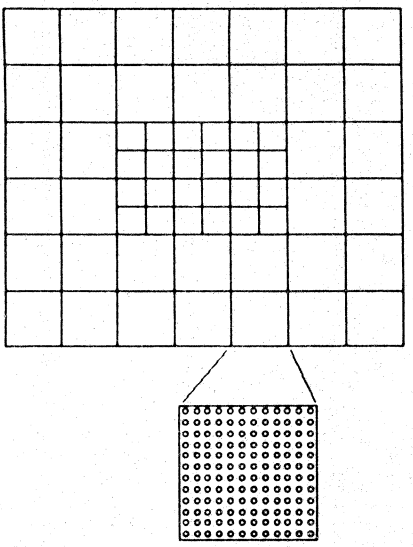


Рис. 16. Поперечное сечение калориметра с более высокой гранулированностью его центральной части. Показано также поперечное сечение одного модуля [169]

зависимости количества фотоэлектронов от места образования частиц, составляющих ливень. Видно, что при высоких энергиях ($E > 100$ ГэВ) вклад постоянного члена становится определяющим, что является характерным и для других вариантов электромагнитных калориметров.

Волоконная структура калориметра позволяет относительно легко осуществлять его сегментацию в поперечном направлении с целью определения координаты вхождения фотонов. Так, в [169] описан калориметр, составленный из двух типов модулей с поперечными сечениями 25×25 мм и 12,5×12,5 мм (см. рис.16), содержащих 144 и 36 волокон каждый соответственно. К таким связкам подсоединено по одному фотоумножителю. В следующем варианте калориметра [170] были использованы 16 модулей первого типа (точнее, 24×24 мм) в матрице 4×4. Четыре из них, расположенных в центре, были дополнительно сегментированы по оси X на три части, чтобы улучшить точность определения координаты вхождения электромагнитного излучения. Другими словами, центральные модули имели площадь 8×24 мм. Использовались сцинтиллирующие волокна (SCSF81) диаметром 1 мм, которые вставлялись в трубки из нержавеющей стали с внутренним диаметром 1,1 мм и наружным — 1,5 мм. Трубки располагали с соответствующим шагом в форме, в которую заливали сплав AF-17, имеющий низкую температуру плавления (96°C). Состав этого сплава: 52,5% Bi + 32,0% Pb + 15,5% Sn. Радиационная длина составила $X_0 = 0{,}91$ см, длина калориметра 35 см.

Волокна располагались под малым углом к направлению регистрируемых электромагнитных излучений. Пространственное разрешение при попадании электронов (2,4÷8 ГэВ) в центральную часть составило $\sigma_x = 2{,}8 \text{ мм}/\sqrt{E\ [\text{ГэВ}]}$. При этом разрешение по энергии было $\sigma/E = 18{,}5\%/\sqrt{E\ [\text{ГэВ}]} + 1{,}9\%$.

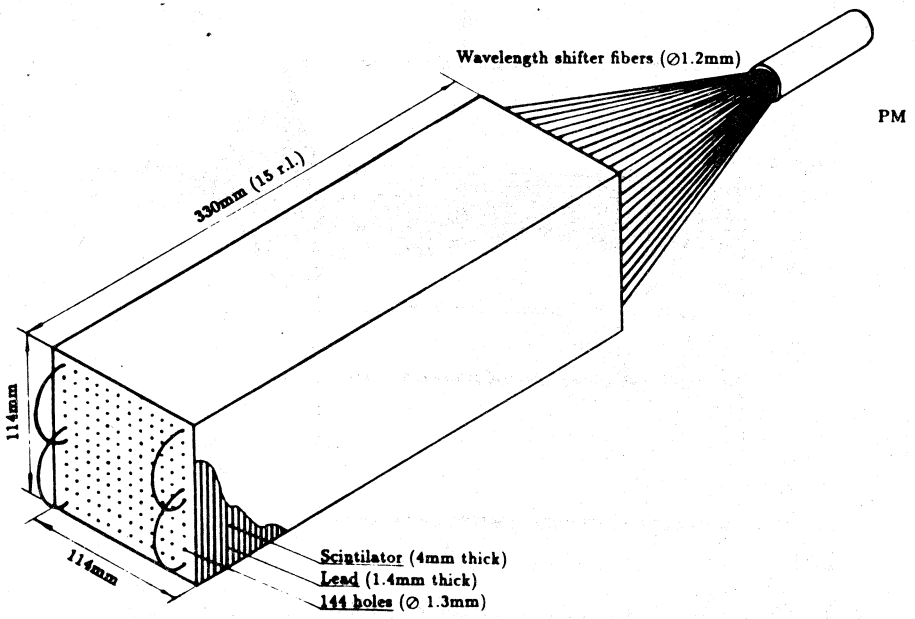


Рис. 17. Модуль калориметра [173]

С очень короткой радиационной длиной $X_0 = 0{,}75$ см выполнен свинцово-сцинтилляционный цилиндрический калориметр, который был сконструирован как активный экран для детектора VENUS, соосного с пучком электрон-позитронного коллайдера TRISTAN [171]. Использовали сцинтиллирующие волокна диаметром 0,5 мм и $l = 480$ мм, которые располагались в свинце вдоль пучка. Один конец калориметра имел хорошо обработанную гладкую поверхность, с тем чтобы расположить вплотную с ним 16 пластин, содержащих WLS. Переизлученный свет направлялся этими пластинами к четырем фотоумножителям Хамамацу R2940-4X, имеющим по четыре анода и работающим в параллельном магнитном поле. Калориметр был успешно использован одновременно и как экран от фона, идущего со стороны пучка, и в качестве монитора его светимости.

Наиболее простым и дешевым вариантом электромагнитного калориметра является композиция из чередующихся пластин сцинтиллятора и свинца. Однако неоднородность собирания света в таком варианте сильно снижает энергетическое разрешение. Однородность собирания света может быть сильно улучшена, если для вывода света воспользовать-

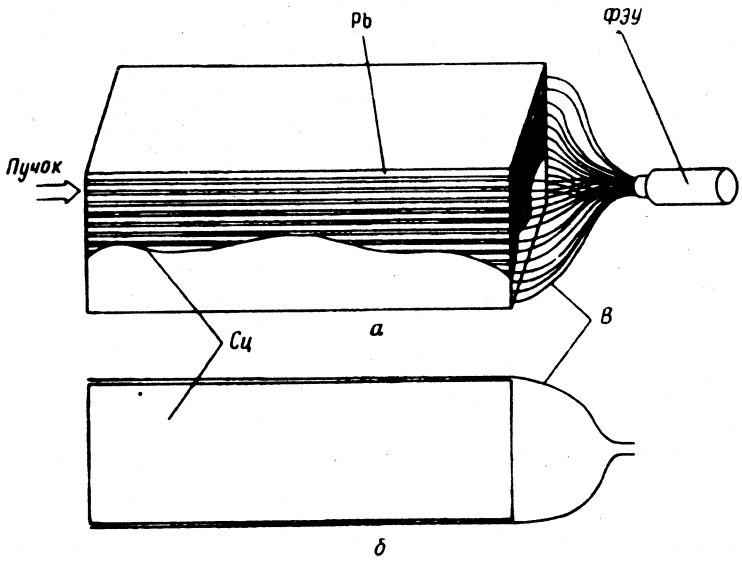


Рис. 18. Принципиальная схема калориметра (*а*) и отдельного сцинтиллятора (*б*). *Сц* — сцинтиллятор, *В* — волокно с переизлучателем [174]

ся волокнами, содержащими WLS [172,173]. В пластинах по всей площади равномерно просверливаются отверстия, через которые пропускаются волокна (рис.17). В работе [172] калориметр составлен из 47 свинцовых и 47 сцинтилляционных пластин площадью 70×70 см. При толщине свинцовой пластины 2 мм и сцинтилляционной 5 мм глубина калориметра составила 17,3 рад. длин. Волокна имеют диаметр 1,5 мм и пропущены через 9 отверстий диаметром 2 мм. В [173] число отверстий увеличено до 144, а их диаметр уменьшен до 1,3 мм и рассчитан на волокна диаметром 1,2 мм, причем выполненным с точностью ± 0,03 мм. Материал сердцевины волокон — полистирол ($n_1 = 1{,}59$), а оболочки — PMMA ($n_2 = 1{,}40$). В полистироле растворен люминофор со спектром поглощения $\lambda = 450$ нм и спектром эмиссии $\lambda = 530$ нм. Волокна просматриваются с обеих сторон, хотя подключены к одному фотоприемнику. Это сделано путем выполнения петли (радиусом 3 см) на лицевой стороне модуля. Потери в петле составляют менее 5%, т.е. петля действует как зеркало с коэффициентом отражения более 95%. Эффективная длина затухания света составила 1,2 м, а неоднородность по поверхности не превышала 2%. При толщине свинцовых пластин 1,4 мм и сцинтилляцион-

ных 4 мм радиационная длина равнялась 2,1 см. На пучке электронов 0,5÷5 ГэВ энергетическое разрешение составило $\sigma/E=0{,}014+0{,}067/\sqrt{E}$, временное ~ 1 нс, а π/e-режекция была на уровне $10^{-2}-10^{-3}$.

Отличающаяся простотой в изготовлении и сборке конструкция калориметра показана на рис.18 [174]. Чередующиеся пластины сцинтиллятора и свинца расположены вдоль пучка под небольшим углом к нему. С внешней стороны к торцам сцинтиллятора прикладывается волокно с переизлучателем. Собранные в жгут волокна просматриваются одним фотоумножителем, расположенным в задней части калориметра. При этом отсутствует необходимость использовать дополнительно волоконные световоды из прозрачного материала. Модуль калориметра был составлен из 20 свинцовых пластин размером 7×20×0,2 см и расположенных между ними сцинтилляторов такой же площади, толщиной 0,1 см. Испытания проводили на пучке электронов с импульсом 26 ГэВ/с. Приведено разрешение $\sigma/E = 21\%/\sqrt{E}$. Предложенная структура особенно привлекательна для построения адронного калориметра, и рассматривается возможная его конструкция.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В физике высоких, промежуточных и низких энергий характерным для последнего времени является создание крупногабаритных детекторов заряженных частиц и нейтральных излучений. В связи с этим широкое применение находят пластические сцинтилляторы, обеспечивающие такие важные свойства детектора, как быстродействие и относительно невысокую стоимость. По этим характеристикам пластические сцинтилляторы значительно превосходят неорганические сцинтиллирующие кристаллы, хотя и уступают последним как спектрометрические детекторы электромагнитных излучений, особенно при невысоких энергиях. Из-за малого значения Z пластика его эффективность регистрации гамма-квантов низка. Однако малое Z благоприятно для регистрации электронов низких энергий, поскольку с увеличением Z растет их обратное рассеяние из сцинтиллятора.

Спектрометрия заряженных частиц основывается преимущественно на детекторах с пластическими сцинтилляторами. При пробегах частиц, не превышающих 20—30 см, детекторы полного поглощения их энергии делают из «чистого» сцинтиллятора. Для идентификации частиц, особенно в экспериментах с многозарядными ионами, часто применяют композиции из двух сцинтилляторов, сильно различающихся по времени высвечивания и подсоединенных к одному и тому же фотоумножителю. Бы-

стрым сцинтиллятором обычно является пластик, а медленным может быть тоже пластик или неорганический кристалл. Первый вариант уступает второму по разрешению, но позволяет работать при большей скорости счета.

Наибольшее количество публикаций по детекторам с пластическими сцинтилляторами посвящено адронным калориметрам. Первоначально такие детекторы полного поглощения ливней, образуемых заряженными пионами, протонами и другими адронами высоких энергий, строились из чередующихся пластин сцинтиллятора и поглотителя: железа, меди, а позднее урана и свинца, обеспечивающих лучшее разрешение. При этом свет из сцинтилляторов транслировался к фотоумножителям через световоды с переизлучателем, имеющим форму стержня, бруска или пластины. Бóльшая плотность упаковки достигается применением волоконных световодов или использованием сцинтиллирующих волокон вместо пластин и помещением их в свинцовую сотовую структуру вдоль пучка частиц. Последний вариант является наиболее быстродействующим, а достоинство первого состоит в возможности продольной сегментации калориметра. При этом его передняя часть может одновременно выполнять функцию электромагнитного калориметра с достаточно хорошим энергетическим разрешением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Birks J.B.** — The Theory and Practice of Scintillation Counting. London, Pergamon Press, 1964.
2. **Акимов Ю.К.** — Сцинтилляционные счетчики в физике высоких энергий. М.: Изд-во МГУ, 1962; New York and London, Academic Press, 1965.
3. **Говорков Б.Б., Чукин В.С.** — ЭЧАЯ, 1972, т.3, вып.3, с.763.
4. **Brooks F.D.** — Nucl. Instr. Meth., 1979, vol.162, p.477.
5. **Ландау Л.Д.** — Journal of Phys. USSR, 1944, vol.8, p.201.
6. **Вавилов П.В.** — ЖЭТФ, 1957, т.32, вып.4, с.920.
7. **Шулек П., Головин Б.М., Кулюкина Л.А. и др.** — ЯФ, 1986, т.4, с.564.
8. **Bak J.F., Burenkov A., Petersen J.B.B. et al.** — Nucl. Phys., 1987, vol.B288, p.681.
9. **Bichsel H.** — Rev. Mod. Phys., 1988, vol.60, p.663.
10. **Bichsel H.** — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.B52, p.136.
11. **Akimov K.Yu.** — Nucl. Instr. Meth., 1993, vol.B83, p.62.
12. **Nagata K., Doke T., Kikuchi J. et al.** — Jpn. J. Appl. Phys., 1975, vol.14, p.697.
13. **Adams J.H., Jr., Silberberg R. Bashwar G.D.** — Nucl. Instr. Meth., 1975, vol.124, p.551.
14. **Akimov Yu.K., Komarov V.I., Savchenko O.V., Soroko L.M.** — Nucl. Instr. Meth., 1960, vol.7, p.37.
15. **Brini D., Peli L., Rimondi O., Veronesi P.** — Suppl. Nuovo Cim., 1955, vol.2, p.1048.
16. **Аммосов В.В., Гапиенко В.А., Голутвина И.Г. и др.** — Приборы и техника эксперимента, 1990, №1, с.94.
17. **Bellettini G., Budagov J., Gervelli F. et al.** — Preprint JINR, E13-93-296, Dubna, 1993. Submitted to Nucl. Instr. Meth.

18. Garwin R.L. — Rev.Sci.Instrum., 1952, vol.23, p.755.
19. Gorenstein P., Luckey D. — Rev. Sci. Instrum, 1963, vol.34, p.196.
20. Gagliardi C.A., Tribble R.E., Van Ausdeln L.A. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1988, vol.A273, p.117.
21. Lefevere Y., Bijleveld J.H.M., Doets M. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A290, p.34.
22. Bendiscioli G., Filippini V., Fumagalli G. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1983, vol.206, p.471.
23. Bendiscioli G., Filippini V., Marciano C. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1984, vol.227, p.478.
24. Galiondo-Uribarri A., Drake T.E., Ball G.C. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A301, p.457.
25. Balestra F., Bussa M.P., Bussa L. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1985, vol.A234, p.30.
26. Schurclif W.A. — J. Opt. Soc. Am., 1951, vol.41, p.209.
27. Garwin R.C. — Rev. Sci. Instrum., 1960, vol.31, p.1010.
28. Keil G. — Nucl. Instr. Meth., 1970, vol.83, p.145; vol.89, p.111.
29. Barish B., Bodek A., Chu Y.K. et al. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1978, vol.NS-29, p.532.
30. Eckardt V., Kalbach R., Manz A. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1978, vol.155, p.389.
31. Selove W., Kononenko W., Wilsker B. — Nucl. Instr. Meth., 1979, vol.161, p.233.
32. Fent J., Fessler H., Freund P. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1983, vol.211, p.315.
33. Fessler H., Freund P., Gebauer J. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1985, vol.228, p.303.
34. Kryshkin V.I., Ronzhin A.I. — Nucl. Instr. Meth., 1986, vol.A247, p.583.
35. Albrow M.G., Arnison G., Bunn J. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A256, p.23.
36. Simon-Gilo J., Farooq A., Rawool M.W. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A309, p.427.
37. De Barbaro P., Bodeck A., Budd R.S. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A315, p.317.
38. Klasen P., Kleinknecht K., Pollmann D. — Nucl. Instr. Meth., 1981, vol.185, p.67.
39. Young G.R., Awes T.S., Baktash C. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1989, vol.A279, p.503.
40. Васильев А.Н., Вишневский Н.К., Казаков П.Н. и др. — Препринт ИФВЭ, №82-62 ОЭФ, Серпухов, 1982.
41. Kamon T., Kondo K., Yamashita A. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1983, vol.213, p.261.
42. Bertolucci S., Cordelli M., Esposito B. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1988, vol.A267, p.301.
43. Renschler C.L., Harrah L.A. — Nucl. Instr. Meth., 1985, vol.A235, p.41.
44. Андреещев Е.А., Килин С.Ф., Кушакевич Ю.П. и др. — Приборы и техника эксперимента, 1982, №6, с.35.
45. Березин И.А., Горбачев В.М., Назаров В.В. и др. — Приборы и техника эксперимента, 1981, №1, с.53.
46. Зяблин В.А., Килин С.Ф., Кулакова А.Ф. и др. — Приборы и техника эксперимента, 1986, №2, с.73.
47. Hasegawa T., Hazumi M., Kasai S. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A311, p.498.
48. Bodenstedt E., Ley L., Schlenz H.O., Wahman E. — Nucl. Phys., 1966, vol.A137, p.33.
49. Jeenicke E., Liaud P., Vignon B., Wilson R. — Nucl. Instr. Meth., 1975, vol.126, p.459.
50. Johnson E., Merrifield R.E., Avakian P., Flippen R. — Phys. Rev. Lett., 1979, vol.19, p.285.
51. Bertolucci S., Cordelli M., Curatolo M. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A254, p.561.
52. Blömker D., Holm U., Klanmer B., Krobs B. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1990, vol.NS-37, No.2, p.220.
53. Cumalat J.P., Cheung H.W.K., Hassed J. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A293, p.606.
54. Mainush J., Corriveau F., Klanner R., Levman G. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A312, p.451.

55. Schonbacher H., Witzeling W. — Nucl. Instr. Meth., 1979, vol.169, p.517.
56. Sirois Y., Wigmans R. — Nucl. Instr. Meth., 1985, vol.A240, p.262.
57. Klanner R. — Nucl. Instr. Meth., 1988, vol.A265, p.200.
58. Zorn C., Bowen M., Majewski S. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1988, vol.A273, p.108.
59. Holm U., Wick K. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1989, vol.NS-36, p.579.
60. Wick K., Riedel G., Paul D., Stieber V. — Nucl. Instr. Meth., 1989, vol.A277, p.251.
61. Majewski S., Bowen M., Szaban J., Zorn C. — Nucl. Instr. Meth., 1989, vol.A281, p.497.
62. Majewski S., Bowen M., Zorn C. et al. — Ibid, p.500.
63. Zorn C., Bowen M., Majewski S. et al. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1990, vol.NS-37, No.2, p.557.
64. Bowen M., Majewski, Pettey D. et al. — Ibid, p.562.
65. Feygelman V.M., Walker Y.K., Harmon J.P. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A290, p.131.
66. Feygelman V.M., Walker J.K., Harmon J.P. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A295, p.94.
67. Jonson K.F., Whitaker H.L. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A301, p.372.
68. Bross A.D., Pla-Dalmau A., Baumbaugh B. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A307, p.35.
69. Piekarz J. — Proc. Symp. Detector Research and Development for the SSC, 1990, Fort Worth, Texas, p.281.
70. Walker J.K., Harmon J.P., Park C.W., Li S. — Ibid, p.294.
71. Cough R.L., Wallace J.S. — Ibid, p.661.
72. Bertoldi M., Goforth, Hagopian V. et al. — Ibid, p.674.
73. Jonson K.F., Hertzog D.W., Hughes S.A. et al. — Ibid, p.672.
74. Bross A.D., Pla-Dalmau A., Spangler C.W. — Nucl. Instr. Meth., 1993, vol.A325, p.168.
75. Bross A.D., Pla-Dalmau A. — Nucl. Instr. Meth., 1993, vol.A327, p.337.
76. Britvich G.I., Peresypkin A.I., Rykalin V.I. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1993, vol.326, p.483.
77. Marin G. et al. — CERN Report 85-08, 1985.
78. Баюков Ю.Д., Буклей А.Е., Гаврилов В.Б. и др. — Препринт ИТЭФ-15, М., 1980.
79. Hartner G.F., Blodgett D.F., Bracker S.B. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1983, vol.216, p.113.
80. MacGregor J.D., Dancer S.N., Annand J.R.M. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A262, p.347.
81. Rozon F.M., Grion N., Rui R. — Nucl. Instr. Meth., 1988, vol.A267, p.101.
82. Антипов Ю.П., Буданов Н.П., Горин Ю.П. и др. — Приборы и техника эксперимента, 1988, №5, с.36.
83. Акимов Ю.К., Гайсак И.И., Дорчиоман Д. и др. — Приборы и техника эксперимента, 1981, №4, с.24.
84. Baden A., Gudbrod H.H., Löhner H. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1982, vol.203, p.189.
85. Wilkinson D.H. — Rev. Sci. Instrum., 1952, vol.23, p.414.
86. Bodansky D., Eccles S.F. — Rev. Sci. Instrum., 1957, vol.28, p.464.
87. Pastor C., Benrachi F., Chambon B. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1983, vol.212, p.209;
88. Pastor C., Benrachi F., Chambon B. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1984, vol.227, p.87.
89. Alarja J., Danchy A., Giorni A. et al. —- Nucl. Instr. Meth., 1986, vol.A242, p.352.
90. Leegte H.K.W., Koldenhof E.E., Boonstra A.L., Wilschut H.M. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A313, p.26.
91. Liden F., Nyberg J., Jonson A., Kerek A. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.253, p.305.
92. Migneco E., Agodi C., Alba R. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A314, p.31.
93. Sarantites D.G., Sobotka L.G., Semkow T.M. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1988, vol.A264, p.319.

94. Stracener D.W., Sarantites D.G., Sobotka L.G. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A294, p.485.
95. Norbeck E., Dubbs T.P., Sobotka L.G. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A262, p.546.
96. Pruneau C.A., Ball G.C., Dmytrenko P. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A297, p.404.
97. De Souza R.T., Carlin N., Kim Y.D. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A295, p.109.
98. Langenbrunner J.L., Morris C.L., Whitton R.M. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A316, p.450.
99. Lanzano G., Pagano A., De Filippo E. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A323, p.694.
100. Futami Y., Mizota T., Pu Y.H. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1993, vol.A326, p.513.
101. Ajitanand N.N., Beuhler M., Gelderloos C., Alexander J.M. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A316, p.446.
102. Ebert P.J., Lanzon A.F., Lent E.M. — Phys. Rev., 1969, vol.183, p.422.
103. Tabata T. — Phys. Rev., 1967, vol.162, p.336.
104. Trump J.C., Wright K. — J. Appl. Phys., 1962, vol.33, p.687.
105. Zerby C.D., Keller F.L. — Nucl.Sci.Eng., 1967, vol.27, p.190.
106. Saltmarsh M.J., Predom B.M., Edge R.D., Darden C.W. — Nucl. Instr. Meth., 1972, vol.105, p.311.
107. Axen D., Duesdieker G., Felawka L. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1974, vol.118, p.435.
108. Akimov Yu.K., Merzljakov S.I., Oganesjan K.O. et al. — Preprint JINR, E13-80-10, 1980, Dubna.
109. Bernard V., Girard J., Julien J. et al. — Nucl. Phys., 1984, vol.A423, p.511.
110. Particle Data Group — Phys. Lett., 1990, vol.B239, p.1116.
111. Акимов Ю.К., Кузнецов А.С., Лексин Г.А. — Приборы и техника эксперимента, 1956, №2, с.70.
112. Григоров Н.Л., Мурзин В.С., Рапопорт И.Д. — ЖЭТФ, 1958, том 34, с.508.
113. Massam T., Muller Th., Schneegans M., Zichichi A. — Nuovo Cim., 1965, vol.39, p.464.
114. Zichichi A. — Ann. Phys. (USA), 1971, vol.66, p.405.
115. Basile M., Berbiers J., Bollini D. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1972, vol.101, p.433.
116. Hofmann W., Spengler J., Wegener D. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1979, vol.163, p.77.
117. Scheegans M.A., Aubert J.J., Coignet G. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1982, vol.193, p.445.
118. Акимов Ю.К. — ЭЧАЯ, 1994, том 1, вып.1, с.229.
119. Engler J., Flauger W., Gibbard B. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1973, vol.106, p.189.
120. Holder M., Knobloch J., May J. — Nucl. Instr. Meth., 1978, vol.151, p.69.
121. Bother P., Dagan S., Fabjan C.W. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1981, vol.179, p.45.
122. Abramowicz H., de Groot J.G.H., Knobloch J. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1981, vol.180, p.429.
123. Bellettini G., Bertani R., Bradaschia C. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1982, vol.204, p.73.
124. De Vincenzi M., Di Liberto S., Frankel A. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1986, vol.A248, p.326.
125. Binon T., Bricman C., Buyanov V.M. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A256, p.444.
126. Дацко В.С., Донсков С.В., Инякин А.В. и др. —Препринт ИФВЭ, 87-85, Серпухов, 1987.
127. Битюков С.И., Семенов В.К., Яблоков А.П. — Приборы и техника эксперимента, 1989, №4, с.58.
128. Awes T.C., Baktash C., Cumby R.P. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1989, vol.A279, p.479.
129. Antipov Yu.M., Cantoni P., Datsko V.S. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A295, p.81.
130. Kudla I., Nowak R.J., Walczak R. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A300, p.408.
131. Derrick M., Gasek D., Musgrave B. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A309, p.77.

132. Гаврищук О.П., Еремеев Р.В., Кадыков М.Г. и др. — Приборы и техника эксперимента, 1993, №3, с.37.
133. Fabjan C.W., Struczinski W., Willis W.J. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1977, vol.141, p.61.
134. Bother P., Burkert V., Di Ciaccio A. et al. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1982, NS-29, p.373.
135. Fabian C.W., Lundlam T. — Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 1982, vol.32, p.335.
136. Akesson T., Batley R., Benary O. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A241, p.17.
137. Akesson T., Angelis A.L.S., Corriveau F. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A262, p.243.
138. The ZEUS Calorimeter Groop, D'Agostini G. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1989, vol.A274, p.134.
139. Young G.R., Awes T.C., Baktash C. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1989, vol.A279, p.503.
140. Behrens U., Crittenden J., Dierks K. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A289, p.115.
141. The ZEUS Calorimeter Groop, Andresen A. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A290, p.95.
142. Bylsma B.G., Durkin L.S., Romanowski T.A., Scidlen R. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A305, p.354.
143. The ZEUS Calorimeter Groop — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A309, p.101; 1992, vol.315, p.311; 1992, vol.A320, p.161.
144. Wigmans R. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A259, p.389.
145. Bernardi E., Drews G., Garcia M.A. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1987, vol.A262, p.229.
146. Duffy M.E., Fanourakis G.K., Loveless R.J. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1984, vol.228, p.37.
147. Tiecke H. — Nucl. Instr. Meth., 1989, vol.A277, p.42.
148. Drews G., Garcia M.A., Klanner R. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A290, p.335.
149. Sullivan J.P., Rawool-Sullivan M.W., Boissevain J.G. — Nucl. Instr. Meth., 1993, vol.A324, p.441.
150. Zichichi A. — The LLA Project: Rev.Nuovo Cim., 1990, vol.13, No.5.
151. DeSalvo R., Hartjes F.G., Henriques A.M. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1989, vol.A279, p.467.
152. Job P.K., Price L., Proudfoot J. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A309, p.60.
153. Job P.K., Price L., Proudfoot J. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A316, p.174.
154. Hirschberg M., Beckmann R., Brandenburg U. et al. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1992, vol.NS-39, No4, p.511.
155. Васильев А.Н., Вишневский Н.К., Казаков П.Н. и др. — Препринт ИФВЭ, 82-62, ОЭФ, Серпухов, 1982.
156. Aurouet C., Blumenfeld H., Bosc G. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1980, vol.169, p.57.
157. Bother O., Dagan S., Fabjan C.W. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1981, vol.179, p.45.
158. Appollinari G., Giokaris N.D., Goulianos K. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1993, vol.A324, p.475.
159. Zichichi A. — Riv. Nuovo Cim., 1990, vol.13, No.10-11.
160. Acosta D., Buontempo S., Calôba L. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1990, vol.A294, p.193; 1991, vol.302, p.36; 1991, vol.A305, p.55; 1991, vol.A308, p.481.
161. Acosta D., Avellino P., Buontempo S. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1991, vol.A309, p.143; 1992, vol.A314, p.431.
162. Wigmans R. — Proc. Symp. Detector Res. and Dev. for the SSC, 1990, Fort Worth, Texas, p.281.
163. Paar H.P. — Ibid, p.391.
164. Worstell W., Miller J., Roberts L. et al. — Ibid., p.428.
165. Proudfoot J., Job P.K., Trost H.-J. et al. — Ibid., p.410.
166. McNeil R., Fazely A., Gunasingha R. et al. — Ibid., p.435.
167. Bianco S., Casaccia R., Daniello L. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A315, p.322.

168. **Budagov J., Chirikov-Zorin I., Glagolev V. et al.** — JINR Preprint, E13-93-308, Dubna, 1993. Sub. to Nucl. Instr. Meth.
169. **Bertino M., Bini C., De Pedis D. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A315, p.327.
170. **Asmone A., Bertino M., Bini C. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1993, vol.A326, p.477.
171. **Takasaki F., Utsumi T., Fukui T. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.322, p.211.
172. **Афанасьев С.В., Гладышев В.А., Зацеркляный А.Е.** — Приборы и техника эксперимента, 1992, №5, с.63.
173. **Atoyan G.S., Gladyshev V.A., Gninenko S.N. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1992, vol.A320, p.144.
174. **Крышкин В.И., Лапшин В.Г., Мысник А.И. и др.** — Приборы и техника эксперимента, 1993, №3, с,43.
175. **Costales J.B., Britt H.C., Namboodiri M.N. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1993, vol.330, p.183.
176. **Beretvas A., Byon-Wagner A., Foster G.W.** — Nucl. Instr. Meth., 1993, vol.A329, p.50.

РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ, ПОМЕЩЕННЫХ В ВЫПУСКЕ

УДК 539.173.7

Успехи в теоретическом объяснении свойств самых тяжелых ядер. *Собичевский А.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1994, том 25, вып.2, с.295.

Дан краткий обзор теоретических расчетов свойств самых тяжелых ядер в их основном состоянии. Обсуждаются такие свойства, как деформация равновесия, масса, время жизни по альфа-распаду и спонтанному делению, а также явление бимодального деления, открытое в последние годы. Рассмотрены четно-четные ядра с атомным номером $Z = 92+114$. Ожидается, что все они практически являются или могут быть деформированными.

Особенно много внимания уделено оболочечным эффектам проанализированных ядер. Такой анализ требует использования многоразмерного пространства деформаций. Он предсказывает сильные оболочечные эффекты в рассмотренных ядрах, а также существование дважды магических деформированных ядер.

Ил.12. Библиогр.: 46.

УДК 539.123+533+9.02

Электродинамика нейтрино в среде. *Ораевский В.Н., Семикоз В.Б., Смородинский Я.А.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1994, том 25, вып.2, с.312.

Рассматриваются эффекты распространения нейтрино в среде. Развит метод описания коллективного взаимодействия одиночного пробного нейтрино и нейтринных потоков с диспергирующими средами (ДС) в стандартной и расширенных моделях электрослабых взаимодействий. Показано, что в среде у нейтрино появляются наведенные электромагнитные характеристики — электрический заряд и магнитный момент, обязанные эффективному дальнодействию слабых сил в ДС и ведущие к существенной модификации сечений элементарных процессов с участием нейтрино в диапазоне низких энергий, меньших или сравнимых со средними энергетическими параметрами среды (обратный радиус Дебая, температура и т.д.). Белые карлики, красные гиганты и сверхновые звезды, реликтовое нейтринное излучение в ранней Вселенной являются основными объектами приложений развиваемой теории, так как именно в таких плотных средах характерные энергетические масштабы оказываются сравнимыми со средними энергиями излучаемых нейтрино. Найдены решения релятивистского кинетического уравнения для спина нейтрино в регулярных и случайных электромагнитных полях, позволяющие получить рекордные верхние пределы на магнитные моменты дираковских нейтрино из ограничений первичного нуклеосинтеза в ранней Вселенной.

Ил.6. Библиогр.: 112.

УДК 539.1

Версия квазичастично-фононной модели ядра для четно-четных деформированных ядер. *Соловьев В.Г., Сушков А.В., Ширикова Н.Ю.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1994, том 25, вып.2, с.377.

Обзор посвящен систематическому изложению квазичастично-фононной модели ядра (КФМЯ) для описания четно-четных деформированных ядер. Начиная с основных предположений квазичастично-фононной модели ядра, в обзоре представлен ее математический аппарат и основные этапы расчета характеристик четно-четных деформированных ядер. Гамильтониан модели, содержащий конечного ранга сепарабельные изоскалярные и изовекторные мультипольные, спин-мультипольные и тензорные частично-дырочные, а также частично-частичные взаимодействия, преобразуется к форме, содержащей квазичастичные, фононные и квазичастично-фононные взаимодействия. В приближении случайной фазы получено общее RPA-уравнение, обсуждаются его частные случаи для разных типов остаточных взаимодействий. Очень сложные взаимодействия не затрудняют описание фрагментации однофононных состояний. Показано, что трехфононные члены, добавленные к одно- и двухфононным членам волновой функции, приводят к дополнительному небольшому сдвигу двухфононных полюсов в секулярном уравнении. Влияние сепарабельного взаимодействия, зависящего от плотности, на вибрационные состояния мало. Получено

общее описание коллективных, слабоколлективных и двухквазичастичных состояний в четно-четных сильнодеформированных ядрах. В рамках КФМЯ вычисляются вероятности электрических $E\lambda$- и магнитных $M\lambda$-переходов из основного в возбужденные состояния и между возбужденными состояниями. Математический аппарат КФМЯ применяется для описания возбужденных состояний четно-четных сильнодеформированных ядер. Он составляет базис для дальнейшего изучения свойств деформированных ядер.

Библиогр.: 26.

УДК 539.122+539.12...162.6/8

Электронно-фотонные ливни, создаваемые гамма-квантами и электронами в плотных аморфных веществах. *Словинский Б.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1994, том 25, вып.2, с.417.

В последнее время заметно интенсифицировались работы по оптимизации характеристик различного типа уже существующих и изготовлению новых электромагнитных и адронных калориметров, которые должны удовлетворять весьма жестким требованиям. Для решения задач такого рода необходимы основательные знания различных характеристик электронно-фотонных ливней, вызываемых высокоэнергетическими гамма-квантами, электронами и позитронами в достаточно тяжелых аморфных веществах. Данный обзор имеет своей целью предоставить по мере возможностей полную и всестороннюю информацию на эту тему. Во введении дан краткий исторический обзор и очерчен современный статус-кво в области изучения процесса образования ливней. Затем приведено описание основных элементарных явлений, составляющих электронно-фотонный ливень,и определены ливневые параметры: радиационная единица длины, единица Мольера и критическая энергия. Как известно, если продольные и поперечные размеры ливней, а также начальную и вторичные энергии выразить через эти параметры, то зависимость развития ливней от среды в достаточно тяжелых веществах существенно ослабевает. Изложены вкратце итоги каскадной теории в приближении Б, которые имеют практическое значение при детектировании жесткого электромагнитного излучения. Рассмотрены также принципы альтернативного подхода к проблематике ливней, основанного на моделировании этого процесса методом Монте-Карло. Центральное место отведено экспериментальным данным, полученным при помощи различного рода детекторов и относящимся преимущественно к продольному и поперечному развитию ливней. Более подробно обсуждены экспериментальные работы, выполненные на ксеноновых пузырьковых камерах, в которых содержится наиболее многосторонняя информация о ливнях, в том числе о флуктуациях и корреляциях в этом процессе. Приводится феноменологическое скейлинговое описание продольных и поперечных профилей ливней и их флуктуаций, полученное на основе анализа экспериментальных результатов в виде простых формул, удобных для практического использования.

Табл.13. Ил.52. Библиогр.: 183.

УДК 539.1.074

Детекторы ядерных излучений на основе пластических сцинтилляторов. *Акимов Ю.К.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1994, том 25, вып.2, с.496.

Рассмотрено текущее состояние дел в методике измерения энергии и ионизационных потерь ядерных излучений детекторами с пластическими сцинтилляторами. Описаны явления, определяющие амплитуду импульсов на выходе относительно тонких сцинтилляционных счетчиков, обычно используемых для определения места и времени прохождения заряженных частиц, а также для их идентификации. При этом рассмотрены флуктуации ионизационных потерь, различные способы сбора света из сцинтилляционных пластин, влияние температуры, старения, магнитного поля и особенно радиации на световой выход сцинтиллятора. Большое внимание уделено технике собирания света светопроводами, содержащими сместители длин волн. Существенную часть занимает обзор детекторов полного поглощения заряженных частиц промежуточных и низких энергий, включая фосвич-детекторы. Систематизирован материал по адронным и электромагнитным калориметрам различных конструкций со сцинтилляторами в виде пластин и волокон.

Табл.8. Ил.18. Библиогр.: 176.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП.2

СОДЕРЖАНИЕ

Собичевский А.
Успехи в теоретическом объяснении свойств самых тяжелых ядер **295**

Ораевский В.Н., Семикоз В.Б., Смородинский Я.А.
Электродинамика нейтрино в среде **312**

Соловьев В.Г., Сушков А.В., Ширикова Н.Ю.
Версия квазичастично-фононной модели ядра для четно-четных деформированных ядер **377**

Словински Б.
Электронно-фотонные ливни, создаваемые гамма-квантами и электронами в плотных аморфных веществах **417**

Акимов Ю.К.
Детекторы ядерных излучений на основе пластических сцинтилляторов **496**

CONTENTS

Sobiczewski A.
Progress in Theoretical Understanding of Properties of Heaviest Nuclei **295**

Oraevsky V.N., Semikoz V.B., Smorodinsky Ya.A.
Electrodynamics of Neutrino in a Medium **312**

Soloviev V.G., Sushkov A.V., Shirikova N.Yu.
A Version of Quasiparticle-Phonon Nuclear Model for Doubly-Even Well-Deformed Nuclei **377**

Slowinski B.
Electromagnetic Showers Produced by Gamma Quanta and Electrons in Dense Amorphous Media **417**

Akimov Yu.K.
Nuclear Radiation Detectors Based on Plastic Scintillators **496**

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале «Физика элементарных частиц и атомного ядра» (ЭЧАЯ) печатаются обзоры по актуальным проблемам теоретической и экспериментальной физики элементарных частиц и атомного ядра, проблемам создания новых ускорительных и экспериментальных установок, автоматизации обработки экспериментальныхх данных. Статьи печатаются на русском и английском языках. Редакция просит авторов при направлении статьи в печать руководствоваться изложенными ниже правилами.

1. Текст статьи должен быть напечатан на машинке через два интервала на одной стороне листа (обязательно представляется первый машинописный экземпляр). Поля с левой стороны должны быть не уже 3—4 см, рукописные вставки не допускаются. Экземпляр статьи должен включать аннотации и название на русском и английском языках, реферат на русском языке, УДК, сведения об авторах: фамилия и инициалы (на русском и английском языках), название института, адрес и телефон. Все страницы текста должны быть пронумерованы. Статья должна быть подписана всеми авторами. Текст статьи может быть напечатан на принтере с соблюдением тех же правил.

2. Формулы и обозначения должны быть вписаны крупно, четко, от руки темными чернилами (либо напечатаны на принтере и обязательно размечены). Желательно нумеровать только те формулы, на которые имеются ссылки в тексте. Номер формулы указывается справа в круглых скобках. Особое внимание следует обратить на аккуратное изображение индексов и показателей степеней: нижние индексы отмечаются знаком понижения $\cap$, верхние — знаком повышения $\cup$; штрихи необходимо четко отличать от единицы, а единицу — от запятой. Следует, по возможности, избегать громоздких обозначений и упрощать набор формул (например, применяя exp, дробь через косую черту).

Во избежание недоразумений и ошибок следует делать ясное различие между прописными и строчными буквами, одинаковыми по начертанию (V и v, U и u, W и w, O и o, K и k, S и s, C и c, P и p, Z и z), прописные подчеркивают двумя чертами снизу, строчные — двумя чертами сверху ($\underline{\underline{\mathrm{S}}}$ и $\bar{\bar{\mathrm{s}}}$, $\underline{\underline{\mathrm{C}}}$ и $\bar{\bar{\mathrm{c}}}$). Необходимо делать четкое различие между буквами e, *l*, O (большой) и o (малой) и 0 (нулем), для чего буквы $\underline{\underline{\mathrm{O}}}$ и $\bar{\bar{\mathrm{o}}}$ отмечают двумя черточками, а нуль оставляют без подчеркивания. Греческие буквы подчеркивают красным карандашом, векторы — синим, либо знаком $\sqcup$ снизу чернилами. Не рекомендуется использовать для обозначения величин буквы готического, рукописного и других малоупотребимых в журнальных статьях шрифтов, однако если такую букву нельзя заменить буквой латинского или греческого алфавита, то ее размечают простым карандашом (обводят кружком). В случае, если написание может вызвать сомнение, необходимо на полях дать пояснение, например: ζ — «дзета», ξ — «кси», k — лат., к — русск.

3. Рисунки представляют на отдельных листах белой бумаги или кальки с указанием на обороте номера рисунка и названия статьи. Тоновые фотографии должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте карандашом указать: «верх», «низ». Графики должны быть тщательно выполнены тушью или черными чернилами; не рекомендуется загромождать рисунок ненужными деталями: большинство надписей выносится в подпись, а на рисунке заменяется цифрами или буквами. Желательно, чтобы рисунки были готовы к прямому репродуцированию. Подписи к рисункам представляются на отдельных листах.

4. Таблицы должны быть напечатаны на отдельных листах, каждая таблица должна иметь заголовок. Следует указывать единицы измерения величин в таблицах.

5. Список литературы помещается в конце статьи. Ссылки даются с указанием номера ссылки на строке в квадратных скобках. В литературной ссылке должны быть указаны:

для книг — фамилии авторов, инициалы, название книги, город, издательство (или организация), год издания, том (часть, глава), цитируемая страница, если нужно; для статей — фамилии авторов, инициалы, название журнала, серия, год издания, том (номер, выпуск, если это необходимо), первая страница статьи.

Например:

1. Лезнов А.Н., Савельев М.В. — Групповые методы интегрирования нелинейных динамических систем. М.: Наука, 1985, с.208.
2. Годен М. — Волновая функция Бете: Пер. с франц. М.: Мир, 1987.
3. Turbiner A.V. — Comm.Math.Phys., 1988, vol.118, p.467.
4. Ушверидзе А.Г. — ЭЧАЯ, 1989, т.20, вып.5, с.1185.

6. Редакция посылает автору одну корректуру. Изменения и дополнения в тексте и рисунках не допускаются. Корректура с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в минимальный срок.

Редакторы: **Е.К.Аксенова, Э.В.Ивашкевич.**
Художественный редактор **А.Л.Вульфсон.**
Корректор **Т.Е.Попеко.**

Сдано в набор 22.12.93. Подписано в печать 15.03.94. Формат 60×90/16.
Бумага типографская № 1. Печать офсетная. Усл.печ.л. 15,0. Уч.-изд.л. 18,23.
Тираж 800. Заказ 47040. Цена 800 р.

141980 Дубна Московской области
ОИЯИ, Издательский отдел, тел. 926—22—32 (моск.), 62—645 (дубн.)

ISSN 0367—2026. Физика элементарных частиц и атомного ядра
1994. Том 25. Вып.2. 291—554.