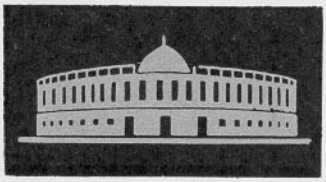
ISSN 0367-2026

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ и АТОМНОГО ЯДРА



ЭЧАЯ

1994 том 25 выпуск 6



JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

PHYSICS OF ELEMENTARY PARTICLES AND ATOMIC NUCLEI

PARTICLES & NUCLEI

SCIENTIFIC REVIEW JOURNAL

Founded in December 1970
VOL.25
PART 6
Six issues per year

DUBNA 1994

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА

ЭЧАЯ

НАУЧНЫЙ ОБЗОРНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в декабре 1970 года

ТОМ 25

ВЫПУСК 6

Выходит 6 раз в год

ДУБНА 1994

Главный редактор

А.М.БАЛДИН

Редакционная коллегия:

В.Л.АКСЕНОВ
(зам. главного редактора),
П.Н.БОГОЛЮБОВ,
С.К.БРЕШИН,
В.В.ВОЛКОВ,
Ц.Д.ВЫЛОВ,
Ю.П.ГАНГРСКИЙ,
В.П.ДЖЕЛЕПОВ,
И.С.ЗЛАТЕВ,
П.С.ИСАЕВ
(ответственный секретарь),
В.Г.КАДЫШЕВСКИЙ
(зам. главного редактора),
К.КАУН,
Д.КИШ,
Н.Я.КРОО,
Р.М.ЛЕБЕДЕВ,
И.Н.МИХАЙЛОВ,
НГУЕН ВАН ХЬЕУ
(зам. главного редактора),
Ю.Ц.ОГАНЕСЯН,
Ю.П.ПОПОВ,
А.Н.СИСАКЯН,
В.Г.СОЛОВЬЕВ
(зам. главного редактора),
А.Н.ТАВХЕЛИДЗЕ,
А.А.ТЯПКИН,
А.И.ХРЫНКЕВИЧ,
Ч.К.ШИМАНЕ

Редакторы **Е.К.Аксенова, тел. 65-165**
Э.В.Ивашкевич

©ОИЯИ, «Физика элементарных частиц и атомного ядра», 1994

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП. 6

УДК 539.142

THE REALIZATION OF THE RESONATING GROUP METHOD ALGEBRAIC VERSION FOR THREE-CLUSTER SYSTEMS

G.F.Filippov, A.V.Nesterov, I.Yu.Rybkin, S.V.Korennov

Bogoliubov Institute for Theoretical Physics, Kiev, Ukraine

The harmonic oscillator basis for the description of the three-cluster systems is constructed in the Fock—Bargmann representation. The transformation of basis functions accompanying the nucleon permutation operation is found. The problem of constructing the allowed states is solved. An algorithm of calculation of the Hamiltonian matrix elements in the basis of allowed states is developed. The matrix elements of the kinetic and potential energy operators are obtained for the ^{6}He(^{4}He $+ n + n$) system in the state with zero orbital angular momentum.

В представлении Фока — Баргмана сконструирован гармонический осцилляторный базис, позволяющий описывать трехкластерные системы. Найдено преобразование базисных функций, отвечающее операции перестановки нуклонов. Решена проблема построения разрешенных состояний. Развит алгоритм вычисления матричных элементов гамильтониана на базисе разрешенных состояний. Получены матричные элементы операторов кинетической и потенциальной энергии для системы ^{6}He(^{4}He $+ n + n$) в состоянии с орбитальным угловым моментом 0.

1. INTRODUCTION

The microscopic theory of light nuclei collisions that takes into account only binary entry channels has proved its efficiency in a number of reaction calculations. Its realization, at least in simple cases, with the resonating group method (RGM) [1—4] or its algebraic version [5—7], does not meet now any principal difficulties. However, the problem becomes much more complicated if one tries to include into consideration three-body exit channels.

There appeared, however, papers where the three-cluster problems of the discrete [8—11] and the continuous [12] spectrum were successfully solved. But in each case clusters were taken as structureless particles whose interaction was modelled by some effective *cluster-cluster* potential and the Pauli principle was taken into account only approximately. Of course, it allowed to simplify the

calculations, but if we try to take into account other possible cluster partitions of a nucleus (e.g., the channel $t+t$ together with $^4\mathrm{He}+n+n$ in $^6\mathrm{He}$), the number of effective potentials needed for calculations becomes, as it seems, excessive. Therefore, the natural desire appears, to solve the problems of this sort using the same *nucleon-nucleon* potential. The RGM algebraic version could provide this possibility.

In the present work we present the basic ideas of the RGM algebraic version generalization for the three-cluster systems, discuss the appearing difficulties and outline ways to overcome them. The analytical results will be obtained for the simplest three-cluster system, $^6\mathrm{He}$ ($^4\mathrm{He}+n+n$) in the state with zero orbital angular momentum. Nevertheless, the ideas discussed below are applicable to any system of three s-clusters.

Let us recall that this approach is based on the expansion of a nuclear wave function over the multiparticle harmonic oscillator basis. We begin with the construction of such oscillator basis that a) takes into account the intrinsic structure of three clusters, b) reproduces the dynamics of their relative motion, c) has a certain permutation symmetry. The latter restriction, due to the Pauli principle, causes the major part of computational difficulties.

As known, in the case of binary channels, the Pauli principle excludes from the complete set of the harmonic oscillator basis states those which vanish acted on by the antisymmetrization operator and, therefore, cannot be used in calculations (these states are called the *forbidden* states). In the case of three-body channels, a number of basis states are also forbidden but their identification becomes more complicated [13—15]. If the number of oscillator quanta is not less than the minimal one allowed by the Pauli principle, the allowed states can be identified as the eigenvectors of a density matrix with non-zero eigenvalues, while the forbidden states correspond to its zero eigenvalues.

The realization of the RGM algebraic version is based on the extensive use of the *generalized coherent states* (GCS) [16,17,5] which are the generating functions of the harmonic oscillator basis. The GCS also perform a transformation from the coordinate space to the so-called *Fock—Bargmann space* [18—20], where the basis functions have a simpler form making the derivations less cumbersome.

The main steps in the implementation of the approach remain the same as in the binary-channel case. First we construct the generating functions of the three-cluster oscillator basis. Then we calculate their overlap integral and perform its projection onto the basis states. On this step we also discuss the choice of the quantum numbers for the classification of basis states and calculate the transition matrices between different bases. After that we obtain the matrix elements of the kinetic and potential energy operators of the six-

nucleon system between the generating invariants. Finally, we find the Hamiltonian matrix elements between the basis states. The analytical calculations conclude with the discussion of the Fourier coefficients asymptotics and the derivation of the RGM algebraic version dynamical equations.

2. GENERATING FUNCTIONS OF THE THREE-CLUSTER OSCILLATOR BASIS

We shall write the wave function of a system of N_{cl} clusters in a traditional for the RGM form

$$\Psi(\{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\}) = \mathcal{A}\{\varphi(1)\ldots\varphi(N_{cl}) f(\mathbf{q}_1,\ldots,\mathbf{q}_{N_{cl}-1})\}. \tag{1}$$

Here $\{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i, \quad i = 1,\ldots,A\}$ are the spatial, spin and isospin coordinates of A nucleons, $\mathcal{A}$ is the antisymmetrization operator; $\varphi(1),\ldots,\varphi(N_{cl})$ are the functions describing the internal structure of each cluster, these functions are fixed; $f(\mathbf{q}_1,\ldots,\mathbf{q}_{N_{cl}-1})$ is the function describing the relative motion of clusters depending on a set of $N_{cl}-1$ translation-invariant Jacobi vectors of a N_{cl}-cluster system. The latter are the *dynamical variables* and the wave function f depending upon them should be found by a solution of the integrodifferential equation obtained from the Schrödinger equation after the substitution in it of the trial function of the above form and the integration over the rest of Jacobi vectors (intrinsic cluster coordinates).

In the framework of the RGM algebraic version the relative function $f(\mathbf{q}_1,\ldots,\mathbf{q}_{N_{cl}-1})$ is expanded in the basis states of the multiparticle harmonic oscillator

$$f(\mathbf{q}_1,\ldots,\mathbf{q}_{N_{cl}-1}) = \sum_{\{n\}} C_{\{n\}} f_{\{n\}}(\mathbf{q}_1,\ldots,\mathbf{q}_{N_{cl}-1}) \tag{2}$$

and the dynamical equations are reduced to the set of linear algebraic equations with respect to the expansion coefficients $C_{\{n\}}$. Here $\{n\}$ is the set of quantum numbers characterizing the basis states. The basis functions $f_{\{n\}}(\mathbf{q}_1,\ldots,\mathbf{q}_{N_{cl}-1})$ can be written as some linear combinations of the products of $N_{cl}-1$ single-particle oscillator functions

$$f_{nlm}(\mathbf{q}) = (-1)^n \sqrt{\frac{2n!}{r_0\Gamma(n+l+3/2)}}\, x^l e^{-x^2/2} L_n^{l+1/2}(x^2) Y_{lm}(\Omega_q), \tag{3}$$

where $x = q/r_0$, r_0 is the oscillator length, the parameter of the basis, $L_n^k(x)$ are the Laguerre polynomials, $Y_{lm}(\Omega_g)$ are the spherical functions. The exact form of those linear combinations and the selection of the quantum numbers $\{n\}$ will be discussed in Sect.3.

The expansion (2) of f is equivalent to the following expansion of Ψ

$$\Psi(\{r_i, \sigma_i, \tau_i\}) = \sum_{\{n\}} C_{\{n\}} \Psi_{\{n\}}(\{r_i, \sigma_i, \tau_i\}), \tag{4}$$

where the basis states $\Psi_{\{n\}}$ are introduced in analogy to (1)

$$\Psi_{\{n\}}(r_i, \sigma_i, \tau_i\}) = \mathcal{A}\{\varphi(1)\ldots \varphi(N_{\rm cl}) f_{\{n\}}(\mathbf{q}_1,\ldots,\mathbf{q}_{N_{\rm cl}-1})\}. \tag{5}$$

As it was mentioned, the idea of using the generating functions in work with the oscillator basis turned out to be very productive for the calculations of nuclear processes involving binary channels (see the reviews [5—7], [3,4]). The well-known example of the generating function is that of Hermite polynomials [21]

$$e^{2xt-t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} H_n(x).$$

In our case, the generating functions for the basis states (3) are the generalization of the above function. They are constructed as the Slater determinants composed of the single-particle Brink orbitals [22]

$$\varphi(\mathbf{R}_k, \mathbf{r}) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\mathbf{r}^2 + \sqrt{2}\,\mathbf{R}_k\mathbf{r} - \frac{1}{2}\mathbf{R}_k^2\right\} \zeta(\sigma, \tau), \quad k = 1,\ldots, N_{\rm cl}. \tag{6}$$

Here $\zeta(\sigma, \tau)$ are the spin-isospin functions, $\mathbf{R}_k$, $k = 1,\ldots, N_{\rm cl}$ are the generating parameters. The generating function

$$\Phi(\{\mathbf{R}_k\}, \{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\}) = \det \| \varphi(\mathbf{R}_k, \mathbf{r}_i) \| \tag{7}$$

is not translationally invariant, but it allows an easy separation of the factor describing the center-of-mass motion (see [23])

$$\Phi(\{\mathbf{R}_k\}, \{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\}) = \varphi(\{\mathbf{Q}_k\}, \{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\})\, \Phi_{\rm CM}(\mathbf{R}_{\rm CM}, \mathbf{r}_{\rm CM}) \tag{8}$$

by introducing the Jacobi vectors $\{\mathbf{q}_k\}$ and the corresponding generating coordinates $\{\mathbf{Q}_k\}$ $(k = 1,\ldots, N_{\rm cl} - 1)$. The function $\varphi(\{\mathbf{Q}_k\}, \{r_i, \sigma_i, \tau_i\})$, as can be shown, has the form similar to (1)

$$\varphi(\{\mathbf{Q}_k\}, \{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\}) = \mathcal{A}\{\varphi(1)\ldots\varphi(N_{\text{cl}})f(\{\mathbf{Q}_k\}, \{\mathbf{q}_k\})\}, \tag{9}$$

where

$$\varphi(k) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\rho_k^2\right\}\zeta_k$$

$$\rho_k^2 = \sum_{i\in A_k}(\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_k^{\text{CM}})^2, \quad \zeta_k = \prod_{i\in A_k}\zeta(\sigma_i, \tau_i) \tag{10}$$

(the summation and the multiplication run over the coordinates of nucleons belonging to the k-th cluster),

$$f(\{\mathbf{Q}_k\}, \{\mathbf{q}_k\}) = \prod_{k=1}^{N_{\text{cl}}-1}\exp\left\{-\frac{1}{2}\mathbf{q}_k^2 + \sqrt{2}\,\mathbf{Q}_k\mathbf{q}_k - \frac{1}{2}\mathbf{Q}_k^2\right\}. \tag{11}$$

The function $\varphi(\{\mathbf{Q}_k\}, \{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\})$, which we have just constructed, is a generalized coherent state [16,17,5] for the nuclear system under consideration. In this quality it is a wave packet generating the harmonic oscillator basis describing the dynamics of cluster relative motion. Indeed, as can be shown, the function under the product sign in Eq.11 is the generating function for the basis states (3)

$$\exp\left\{-\frac{1}{2}\mathbf{q}^2 + \sqrt{2}\,\mathbf{Q}\mathbf{q} - \frac{1}{2}\mathbf{Q}^2\right\} =$$

$$= \sum_{nlm}\left[\frac{\pi^3 2^{-2n-l+1}}{n!\,\Gamma(n+l+3/2)}\right]^{1/2} Q^{2n+l}Y_{lm}^*(\Omega_Q)f_{nlm}(\mathbf{q}). \tag{12}$$

Furthermore, the function $\varphi(\{\mathbf{Q}_k\}, \{r_i, \sigma_i, \tau_i\})$ is a kernel of an integral transformation which maps the wave function in the coordinate space into the Fock—Bargmann space [18—20], where it depends only on $N_{\text{cl}}-1$ vector generating parameters (as we mentioned, the intrinsic cluster functions are fixed within this approach).

Below, using the generating function (9), we shall find the Fock—Bargmann images of the allowed by the Pauli principle basis states and, remaining in the Fock—Bargmann space, calculate all necessary matrix elements. The special attention will be paid to the overlap integral of the generating functions with different generating parameters since it allows one to get the comprehensive information on the harmonic oscillator basis for a three-cluster system.

Although the expressions for the basis functions will be obtained in the Fock—Bargmann space, this does not hinder to achieve our main objective, to obtain the Schrödinger equation in the harmonic oscillator representation.

Now we consider the construction of the generating functions and the calculation of their overlap integral for the ^{6}He, which we regard as a system of three clusters, the alpha-particle and two neutrons. For each cluster we introduce the Brink orbitals with the corresponding generator parameter or, in more detail, four single-particle states for the alpha cluster

$$|1\rangle \equiv \phi_1 |p\uparrow\rangle, \quad |2\rangle \equiv \phi_1 |p\downarrow\rangle, \quad |3\rangle \equiv \phi_1 |n\uparrow\rangle, \quad |4\rangle \equiv \phi_1 |n\downarrow\rangle; \tag{13}$$

and two states for two neutron clusters

$$|5\rangle \equiv \phi_2 |n\uparrow\rangle, \quad |6\rangle \equiv \phi_3 |n\downarrow\rangle, \tag{14}$$

where ϕ_k is the spatial part of $\phi(\mathbf{R}_k, \mathbf{r})$, spin-isospin functions are denoted in an obvious manner. We shall use also the states with other generating parameters

$$\tilde{\phi}_k \zeta(\sigma, \tau) = \phi(\tilde{\mathbf{R}}_k, \mathbf{r}), \quad k = 1,2,3. \tag{15}$$

Let now

$$\Phi(\mathbf{R}_1,\mathbf{R}_2,\mathbf{R}_3;\{\mathbf{r}_i,\sigma_i,\tau_i\}) = \begin{vmatrix} \phi_1(\mathbf{r}_1)|p\uparrow\rangle & \phi_1(\mathbf{r}_2)|p\uparrow\rangle & \cdots & \phi_1(\mathbf{r}_6)|p\uparrow\rangle \\ \phi_1(\mathbf{r}_1)|p\downarrow\rangle & \phi_1(\mathbf{r}_2)|p\downarrow\rangle & \cdots & \phi_1(\mathbf{r}_6)|p\downarrow\rangle \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \phi_3(\mathbf{r}_1)|n\downarrow\rangle & \phi_3(\mathbf{r}_2)|n\downarrow\rangle & \cdots & \phi_3(\mathbf{r}_6)|n\downarrow\rangle \end{vmatrix}. \tag{16}$$

Then the overlap integral of two wave packets, Φ and $\tilde{\Phi}$, where

$$\tilde{\Phi} = \Phi(\tilde{\mathbf{R}}_1, \tilde{\mathbf{R}}_2, \tilde{\mathbf{R}}_3; \{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\}),$$

can be calculated as a determinant of single-particle overlaps [24]

$$\langle \Phi | \tilde{\Phi} \rangle = \begin{vmatrix} \langle 1|\tilde{1}\rangle & \langle 1|\tilde{2}\rangle & \cdots & \langle 1|\tilde{6}\rangle \\ \langle 2|\tilde{1}\rangle & \langle 2|\tilde{2}\rangle & \cdots & \langle 2|\tilde{6}\rangle \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \langle 6|\tilde{1}\rangle & \langle 6|\tilde{2}\rangle & \cdots & \langle 6|\tilde{6}\rangle \end{vmatrix}. \tag{17}$$

Most of its elements vanish because of the orthogonality of spin-isospin functions. Then

$$\langle \Phi | \tilde{\Phi} \rangle = \begin{vmatrix} \langle 1|\tilde{1}\rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \langle 2|\tilde{2}\rangle & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle 3|\tilde{3}\rangle & \langle 3|\tilde{5}\rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle 5|\tilde{3}\rangle & \langle 5|\tilde{5}\rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \langle 4|\tilde{4}\rangle & \langle 4|\tilde{6}\rangle \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \langle 6|\tilde{4}\rangle & \langle 6|\tilde{6}\rangle \end{vmatrix} =$$

$$= \langle 1|\tilde{1}\rangle \langle 2|\tilde{2}\rangle \times \begin{vmatrix} \langle 3|\tilde{3}\rangle & \langle 3|\tilde{5}\rangle \\ \langle 5|\tilde{3}\rangle & \langle 5|\tilde{5}\rangle \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \langle 4|\tilde{4}\rangle & \langle 4|\tilde{6}\rangle \\ \langle 6|\tilde{4}\rangle & \langle 6|\tilde{6}\rangle \end{vmatrix}. \tag{18}$$

Thus, the generating overlap integral has a multiplicative form. Calculating the overlaps of Brink orbitals

$$\langle \phi(\mathbf{R}) | \tilde{\phi}(\tilde{\mathbf{R}}) \rangle = \exp(\mathbf{R}\tilde{\mathbf{R}}),$$

where the constant factor of $\pi^{3/2}$ is dropped, we obtain the overlap integral of the generating wave packets

$$\begin{aligned} \langle \Phi | \tilde{\Phi} \rangle = & \exp\{4\mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{R}_2\tilde{\mathbf{R}}_2 + \mathbf{R}_3\tilde{\mathbf{R}}_3\} - \\ & - \exp\{3\mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_2 + \mathbf{R}_2\tilde{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{R}_3\tilde{\mathbf{R}}_3\} - \\ & - \exp\{3\mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{R}_2\tilde{\mathbf{R}}_2 + \mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_3 + \mathbf{R}_3\tilde{\mathbf{R}}_1\} + \\ & + \exp\{2\mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_2 + \mathbf{R}_2\tilde{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_3 + \mathbf{R}_3\tilde{\mathbf{R}}_1\}. \end{aligned} \tag{19}$$

In the calculations we used the generating functions with the fixed total isospin of a system $T = 1$, while with respect to spin coordinates it is a superposition of singlet and triplet states ($S = 0, 1$). Later on we shall show how to separate basis functions with the definite spin.

To separate the center-of-mass motion, we introduce new generating parameters, which we denote $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{R}_{CM})$ and $(\tilde{\mathbf{a}}, \tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{R}}_{CM})$:

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\mathbf{R}_1 - \frac{1}{2}(\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3)\right), \quad \tilde{\mathbf{a}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\tilde{\mathbf{R}}_1 - \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{R}}_2 + \tilde{\mathbf{R}}_3)\right), \\ \mathbf{b} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_3), \quad \tilde{\mathbf{b}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tilde{\mathbf{R}}_2 - \tilde{\mathbf{R}}_3), \\ \mathbf{R}_{CM} &= \frac{1}{\sqrt{6}}(4\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3), \quad \tilde{\mathbf{R}}_{CM} = \frac{1}{\sqrt{6}}(4\tilde{\mathbf{R}}_1 + \tilde{\mathbf{R}}_2 + \tilde{\mathbf{R}}_3). \end{aligned} \tag{20}$$

After a transformation to new parameters, the overlap integral becomes

$$\langle \Phi | \tilde{\Phi} \rangle = \exp(\mathbf{R}_{CM}\tilde{\mathbf{R}}_{CM}) \langle \mathbf{ab} | \tilde{\mathbf{a}}\tilde{\mathbf{b}} \rangle, \tag{21}$$

$$\langle \mathbf{ab} \,|\, \tilde{\mathbf{a}}\, \tilde{\mathbf{b}} \rangle = \exp(\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} + \mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}}) -$$

$$- \exp\{1/4\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} + \sqrt{6}/4\mathbf{a}\tilde{\mathbf{b}} + \sqrt{6}/4\mathbf{b}\tilde{\mathbf{a}} + 1/2\mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}}\} -$$

$$- \exp\{1/4\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} - \sqrt{6}/4\mathbf{a}\tilde{\mathbf{b}} - \sqrt{6}/4\mathbf{b}\tilde{\mathbf{a}} + 1/2\mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}}\} + \exp\{-1/2\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}}\}, \qquad (22)$$

thus factoring out the center-of-mass motion. In the Fock—Bargmann space, the generating parameters, vectors **a** and **b** ($\tilde{\mathbf{a}}$, $\tilde{\mathbf{b}}$), correspond to the Jacobi vectors of a three-body system in the coordinate space describing the relative position of two neutrons (**a**) and the relative position of the alpha-particle and the center-of-mass of two neutrons (**b**).

Let us now examine the calculation of the overlap integral from a different point of view, by explicitly considering the antisymmetrization operator $\mathcal{A}$. Among all $6! = 720$ nucleon permutations composing $\mathcal{A}$ one should take into account only those that involve nucleons in the same spin-isospin state. There are four such permutations, the identical one, the transpositions P_{35}, P_{46} and their product $P_{35}P_{46}$. The antisymmetrization operator becomes

$$\mathcal{A} = 1 - P_{35} - P_{46} + P_{35}P_{46}$$

and we have four terms in the overlap (19) corresponding to these permutations. If we write the first term (it is an overlap of unantisymmetrized generating functions) as

$$\exp\{\mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_2 + \mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_2 + \mathbf{R}_3\tilde{\mathbf{R}}_3\},$$

the other terms can be obtained from it by interchanging *one* of $\mathbf{R}_1$ by $\mathbf{R}_2$ or $\mathbf{R}_3$ or simultaneously *two* of $\mathbf{R}_1$ by $\mathbf{R}_2$ and $\mathbf{R}_3$.

The action of the antisymmetrization operator $\mathcal{A}$ in the space of the translation-invariant generating parameters **a** and **b** is reduced to some linear transformation of **a** and **b**. It can be shown (see [23]) that the matrices of this transformation corresponding to the permutations P_{35}, P_{46} and $P_{35}P_{46}$ are

$$T^{(1)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \sqrt{\frac{3}{8}} \\ \sqrt{\frac{3}{8}} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad T^{(2)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\sqrt{\frac{3}{8}} \\ -\sqrt{\frac{3}{8}} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad T^{(3)} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad (23)$$

respectively. Then, the overlap integral can be formally rewritten as a sum of four similar terms

$$\langle \mathbf{ab} \,|\, \tilde{\mathbf{a}}\tilde{\mathbf{b}} \rangle = \exp\{\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} + \mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}}\} - \exp\{\bar{\mathbf{a}}\tilde{\mathbf{a}} + \bar{\mathbf{b}}\tilde{\mathbf{b}}\} - \exp\{\bar{\bar{\mathbf{a}}}\tilde{\mathbf{a}} + \bar{\bar{\mathbf{b}}}\tilde{\mathbf{b}}\} + \exp\{\bar{\bar{\mathbf{a}}}\tilde{\mathbf{a}} + \bar{\bar{\mathbf{b}}}\tilde{\mathbf{b}}\}, \quad (24)$$

where

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{1}{4}\mathbf{a} + \sqrt{\frac{3}{8}}\mathbf{b}, \quad \bar{\mathbf{b}} = \sqrt{\frac{3}{8}}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b}.$$

$$\bar{\bar{\mathbf{a}}} = \frac{1}{4}\mathbf{a} - \sqrt{\frac{3}{8}}\mathbf{b}, \quad \bar{\bar{\mathbf{b}}} = -\sqrt{\frac{3}{8}}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b}. \tag{25}$$

$$\bar{\bar{\bar{\mathbf{a}}}} = -\frac{1}{2}\mathbf{a}, \quad \bar{\bar{\bar{\mathbf{b}}}} = 0.$$

We see that to calculate the overlap integral we need only to know the overlap of the unantisymmetrized generating functions and the transformation of generating parameters induced by the operation of nucleon permutation, i.e., the representation of the antisymmetrization operator $\mathcal{A}$ in the Fock—Bargmann space. This idea will be applied also to the calculation of the matrix elements of other operators, namely the operators of kinetic and potential energy.

To make clear the subsequent transformations of the overlap integral $\langle \mathbf{ab} | \tilde{\mathbf{ab}} \rangle$, let us recall some facts on the generating wave packages. The translation-invariant generating function φ introduced by (9) generates the harmonic oscillator basis describing the dynamics of relative motion of clusters. On the other hand, as it was mentioned, it is a kernel of the integral transformation

$$\Psi(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int \ldots \int \varphi(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\})\Psi(\{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\})d\mathbf{r}_1 \ldots d\mathbf{r}_6, \tag{26}$$

which maps a wave function of a system in the coordinate space $\Psi(\{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\})$ onto its image $\Psi(\mathbf{a},\mathbf{b})$ in the Fock—Bargmann space. Indeed,

$$\varphi(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\}) = \sum_{\{n\}} \varphi(\{n\}; \mathbf{a},\mathbf{b})\Psi^*_{\{n\}}(\{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\}), \tag{27}$$

where $\{\Psi_{\{n\}}\}$ are the orthonormalized harmonic oscillator basis states (5), $\varphi(\{n\}; \mathbf{a},\mathbf{b})$ are their images. Therefore, the expansion (4) can be rewritten in the Fock—Bargmann space

$$\Psi(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sum_{\{n\}} C_{\{n\}}\varphi(\{n\}; \mathbf{a},\mathbf{b}), \tag{28}$$

and we come to the problem of constructing the image $\Psi(\mathbf{a},\mathbf{b})$ of wave functions in terms of their expansion coefficients $C_{\{n\}}$ and the subsequent return to the original

$$\Psi(\{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\}) = \sum_{\{n\}} C_{\{n\}}\Psi_{\{n\}}(\{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\}).$$

Of course, the original replaced by its image $\Psi(\mathbf{a},\mathbf{b})$ would be only the approximate solution of the Schrödinger equation. However, that solution gives us an adequate information on nuclear phenomena that do not involve the process of the alpha cluster decay.

The sense of introducing the image $\varphi(\{n\};\mathbf{a},\mathbf{b})$ is its simplicity and clarity of representation compared with the original $\Psi_{\{n\}}$. Just compare the simplest oscillator function in the coordinate space (Eq.3) and its Fock—Bargmann image (extracted from (12))

$$a_{nl}Q^{2n+l}Y_{lm}(\Omega_Q), \quad \text{where} \quad a_{nl}=\left[\frac{\pi^3 2^{-2n-l+1}}{n!\Gamma(n+l+3/2)}\right]^{1/2}.$$

For the three-cluster system, the image is a function of two vectors which can be written explicitly for most cases, whereas $\Psi_{\{n\}}(\{r_i,\sigma_i,\tau_i\})$ depends on all Jacobi vectors and spin-isospin variables of the coordinate space being a quite complicated construction. Various features of the latter become clear after its image is found. Working with the basis $\varphi(\{n\};\mathbf{a},\mathbf{b})$ effectively reduces our six-particle problem to the three-particle one, making thus possible to use some techniques developed for the three-body problem [25—27].

So far we have not shown yet an algorithm of constructing the basis functions $\varphi(\{n\};\mathbf{a},\mathbf{b})$, although we have obtained the expression for $\langle \mathbf{ab}\,|\,\tilde{\mathbf{a}}\tilde{\mathbf{b}}\rangle$ which permits one to formulate this algorithm.

From the expansion (27) and the orthonormality of basis functions $\Psi_{\{n\}}$ it follows that

$$\langle \mathbf{ab}\,|\,\tilde{\mathbf{a}}\tilde{\mathbf{b}}\rangle=\sum_{\{n\}}\varphi(\{n\};\mathbf{a},\mathbf{b})\,\varphi(\{n\};\tilde{\mathbf{a}},\tilde{\mathbf{b}}), \tag{29}$$

i.e., the overlap integral (22) may be written as a convolution of the basis functions to be found. This fact will be used later when we shall obtain the expressions for $\varphi(\{n\};\mathbf{a},\mathbf{b})$ for the states with zero orbital angular momentum.

3. ON THE CHOICE OF THE OSCILLATOR BASIS

Having determined our objective as the derivation of the Schrödinger equation for a three-cluster system in the representation of oscillator basis states $\{\Psi_{\{n\}}\}$, we should specify what classification of the basis states will be used. Among quantum numbers labeling the basis state there are two evident ones, the total number of oscillator excitation quanta n and the orbital angular

momentum of clusters relative motion L. At the first stage we shall restrict ourselves to the case $L=0$. Then only three dynamical degrees of freedom remain and, therefore, besides n, two other quantum numbers must be specified. Their choice is determined by the Pauli principle and the necessity to simplify as much as possible the calculations of Hamiltonian matrix element between the basis states. The Pauli principle requires that the basis states should be antisymmetric with respect to transposition of nucleons. Therefore, it is desirable to have quantum numbers which — along with n — remain unchanged under nucleon permutations.

The choice of these quantum numbers is based upon the classification of harmonic oscillator basis states provided by the $SU(3)$ group [28]. It is known that the space spanned by the harmonic oscillator states with a given n is a direct sum of the subspaces spanned by states with a fixed $SU(3)$symmetry $(\lambda\mu)$. For $L=0$, n, λ and μ must be even, so the following pairs of indices are possible

$$\lambda = n,\ \mu = 0;\ \lambda = n-4,\ \mu = 2,;...;\ \lambda = n-4m,\ \mu = 2m;\ \ldots .$$

If n is fixed, only one of $(\lambda\,\mu)$ is independent, for instance μ. Letting $\mu = 2m$ we take m as the second quantum number of a basis function. It can take any integer value from 0 to $[n/4]$.

For the states with $(\lambda\,\mu) = (n-4m2m)$ we should also introduce a third quantum number, since there are $n-2m+1$ states for each fixed n and m, with the following n_1 and n_2

$$n_1 = 2m,\ n_2 = n-2m;\ n_1 = 2m+1,\ n_2 = n-2m-1;...;\ n_1 = n-2m,\ n_2 = 2m.$$

This quantum number could be $n_1 (2m \le n_1 \le n-2m)$ or $n_2 (2m \le n_2 \le n-2m)$, but we choose another quantum number. For this purpose we consider the action of the antisymmetrization operator on the functions $|n_1 n_2 2m\rangle$, which have no certain permutation symmetry but maintain a simple algorithm of calculation of the potential energy operator matrix elements. We shall work with the basis functions $|n_1 n_2 2m\rangle$ in the Fock—Bargmann representation

$$\langle abt | n_1 n_2 2m \rangle = \Psi(n_1, n_2, 2m; a, b, t), \tag{30}$$

where $a = |\mathbf{a}|$, $b = |\mathbf{b}|$, t is the cosine of the angle between $\mathbf{a}$ and $\mathbf{b}$. The exact expressions for the functions $\Psi(n_1, n_2, 2m; a, b, t)$ can be found in Sect.4, now we only say that these functions are proportional to a^{n_1}, b^{n_2} and $|[\mathbf{ab}]|^{2m}$.

Let us list the most important features of the basis functions (30). First, the matrix elements of the potential energy operator in this basis have comparatively simple form (they are reduced to two-fold sums, see Sect.6).

Second, a transformation of these functions under nucleon permutations is also simple, so that it is not difficult to find such linear combinations of the functions (30), which are the eigenvectors of the antisymmetrization operator. As for the third quantum number of the antisymmetric basis functions, it is convenient to identify it with an eigenvalue of the antisymmetrization operator matrix in the space of the basis functions (30).

This is not the only possibility of the classification of oscillator basis states. The other choice, used in [23], is based upon the quantum numbers of two single-particle oscillators $\{n_1, l_1, n_2, l_2, L, M\}$ with their angular momenta coupled into the total angular momentum L. This classification has clearer physical interpretation, but the calculations with such a basis are more complicated.

4. HARMONIC OSCILLATOR BASIS STATES IN THE GENERATOR PARAMETER SPACE

The overlap integral (22) of generating wave packets is a natural way of constructing the harmonic oscillator basis states in the Fock—Bargmann representation, i.e., in the space of the generator parameters $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ ($\tilde{\mathbf{a}}$, $\tilde{\mathbf{b}}$). In order to construct these states we first consider the expansion in powers of $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ ($\tilde{\mathbf{a}}$, $\tilde{\mathbf{b}}$) of the first term in the overlap integral:

$$\exp(\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} + \mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}}) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\sum_{n_1+n_2=n} \frac{1}{n_1!\, n_2!} (\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}})^{n_1} (\mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}})^{n_2} \right). \tag{31}$$

Each term of this sum is a homogeneous polynomial in the components of vectors $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\tilde{\mathbf{a}}$, $\tilde{\mathbf{b}}$ of the same homogeneity degree with respect to $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ and with respect to $\tilde{\mathbf{a}}$, $\tilde{\mathbf{b}}$. This polynomial may be considered as an overlap integral of basis functions with n oscillator quanta. Naturally, the basis functions of states with different n are orthogonal. Moreover, term in Eq.31 corresponds to a convolution of basis states classified by the number of quanta. Meanwhile, our aim is to construct a basis having such quantum numbers as total number n, $SU(3)$ symmetry indices $(\lambda\, \mu)$, orbital angular momentum L and its projection M.

The following important relation gives us a key to solving the problem of constructing the basis states with the required quantum numbers:

$$(\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}})^{n_1} (\mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}})^{n_2} =$$

$$= \sum_{m=0}^{\min(n_1/2, n_2/2)} B_m^2(n_1, n_2) a^{n_1-m} b^{n_2-m} \left| [\mathbf{ab}] \right|^m I(n_1, n_2, m) \tilde{a}^{n_1-m} \tilde{b}^{n_2-m} \left| [\tilde{\mathbf{a}}\tilde{\mathbf{b}}] \right|^m, \tag{32}$$

where the normalizing coefficients

$$B_m^2(n_1,n_2)=\frac{(n_1+n_2+1-2m)!n_1!\,n_2!}{m!(n_1+n_2+1-m)!(n_1-m)!(n_2-m)!} \tag{33}$$

determine the weight of overlap integrals

$$I(n_1,n_2,m)=\langle\, n_1n_2(n_1+n_2-2mm)\,|\,\overline{n_1n_2(n_1+n_2-2mm)}\,\rangle \tag{34}$$

of wave packets $(\lambda\,\mu)=(n_1+n_2-2mm)$ of the $SU(3)$ irreducible representations when these integrals form the product $(\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}})^{n_1}(\mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}})^{n_2}$. The overlap integrals (34) are normalized so that when $t(\tilde{t})$, the cosine of the angle between **a** and **b** ($\tilde{\mathbf{a}}$ and $\tilde{\mathbf{b}}$), equals 1, they take the well-known form first introduced by Elliot [28],

$$I(n_1,n_2,m)=d_{11}^{n_1+n_2-2m}d_{33}^{m} \tag{35}$$

where d_{33} is the cosine of an angle between the normals to the planes passing through **a**, **b** and $\tilde{\mathbf{a}}$, $\tilde{\mathbf{b}}$ (these normals coincide with the axes ζ and $\tilde{\zeta}$ of the intrinsic coordinate frames spanned by vectors **a**, **b** and $\tilde{\mathbf{a}}$, $\tilde{\mathbf{b}}$, respectively), d_{11} is the cosine of the angle between the axes ξ and $\tilde{\xi}$ of these coordinate frames.

In the present paper (as well as in [29]) we restrict ourselves to the consideration of states with $L=0$ reserving generalization on the case of arbitrary L for the next paper. The $L=0$ states contain only the terms with even powers of expansion (31). Retaining only these terms and denoting other by dots we rewrite (31) as

$$\exp(\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}}+\mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}})=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{n_1+n_2=2n}\frac{1}{n_1!n_2!}(\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}})^{n_1}(\mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}})^{n_2}+\ldots=$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{n_1+n_2=2n}N^2(n_1,n_2;2m)a^{n_1-2m}b^{n_2-2m}[\mathbf{ab}]^{2m}\Phi(n_1,n_2;2m;t)\times$$

$$\times\tilde{a}^{n_1-2m}\tilde{b}^{n_2-2m}\,|\,[\tilde{\mathbf{a}}\tilde{\mathbf{b}}]\,|^{2m}\Phi(n_1,n_2,2m;\tilde{t})+\ldots, \tag{36}$$

where

$$N^2(n_1,n_2;2m)=\frac{1}{n_1!n_2!}B_{2m}^2(n_1,n_2)C_{2m}^2(n_1,n_2),$$

$$C^2_{2m}(n_1,n_2)=\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}(n_1+n_2)-m+1\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}(n_1+n_2)-2m+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}\,m!\,\Gamma\left(\frac{1}{2}(n_1+n_2)-2m+1\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}(n_1+n_2)-m+\frac{3}{2}\right)}. \quad (37)$$

The functions $\Phi(n_1,n_2,2m,t)$ are the eigenfunctions of the second-order Casimir operator of the $SU(3)$ group. They were obtained in Refs.30,31. For even n_1 and n_2

$$\Phi(n_1,n_2,2m;t)=F(-n_1/2+m,-n_2/2+m;-(n_1+n_2)/2+2m+1/2;1-t^2), \quad (38)$$

where $F(\alpha,\beta;\gamma;z)$ is the hypergeometric function [21]. For odd n_1, and n_2

$$\Phi(n_1,n_2,2m;t)=$$

$$=tF(-(n_1-1)/2+m,-(n_2-1)/2+m;-(n_1+n_2)/2+2m+1/2;1-t^2). \quad (39)$$

So the basis functions are chosen in the form

$$\Psi(n_1,n_2;2m)=N(n_1,n_2;2m)a^{n_1-2m}b^{n_2-2m}[\mathbf{ab}]^{2m}\Phi(n_1,n_2,2m;t). \quad (40)$$

They are the orthonormalized basis functions $|n_1n_2 2m\rangle$ in the Fock—Bargmann representation discussed in Sect.3. Their $SU(3)$ symmetry is $(n_1+n_2-4m,2m)$ and the angular momentum $L=0$. Besides, we have now a new expansion for the first term of the overlap integral (22), since it is found terms of this expansion (polynomials of a homogeneity degree n) can be written as a convolution of basis functions

$$\frac{(\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}})^{n_1}(\mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}})^{n_2}}{n_1!n_2!}=\sum_{m=0}^{\min(n_1/2,n_2/2)}\Psi(n_1,n_2,2m;a,b,t)\Psi(n_1,n_2,2m;\tilde{a},\tilde{b},\tilde{t})+\ldots, \quad (41)$$

where dots indicate states with $L\neq 0$.

Under the operation of nucleon permutation the basis states (40), as well as $|n_1n_2 2m\rangle$, are subjected to a linear transformation that conserves their $SU(3)$ symmetry and mixes only functions with different values of n_1-n_2 but not n_1+n_2 and m. The transformation of states (40) is induced by a linear transformation of **a** and **b**. The states (40), hence, do not have fixed permutation symmetry, so our next task is to find such their linear combinations that have permutation symmetry satisfying the Pauli principle (allowed states) and to eliminate the other (forbidden) states. In order to do that, we expand the three last terms of the overlap integral $\langle \mathbf{ab}|\tilde{\mathbf{a}}\tilde{\mathbf{b}}\rangle$ (Eq.22) in powers of vector

generating parameters. Then, in a polynomial of an even homogeneity degree (n) we retain only terms with $L=0$ and a fixed m. In this case, we obtain the following bilinear form with respect to basis functions (40)

$$\sum_{n_1+n_2=n} [\Psi(n_1,n_2,2m;\overline{\overline{a}},\overline{\overline{b}},\overline{\overline{t}}) - \Psi(n_1,n_2,2m;\bar{a},\bar{b},\bar{t}) -$$

$$- \Psi(n_1,n_2,2m;\overline{\overline{a}},\overline{\overline{b}},\overline{\overline{t}}) + \Psi(n_1,n_2,2m;\overline{\overline{a}},\overline{\overline{b}},\overline{\overline{t}})]\Psi(n_1,n_2,2m;\tilde{a},\tilde{b},\tilde{t}). \quad (42)$$

Since $\overline{\overline{\overline{b}}}=0$, the term with triple-barred a, b, t vanishes for $m=0$; its contribution for $m=0$ is

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^n N(n,0,0)a^n N(n,0,0)\,\tilde{a}^n.$$

In order to find the transformation of basis functions under the nucleon permutation we first consider the transformation of basis functions induced by an arbitrary linear transformation of **a** and **b** performed by the matrix $\|\alpha\|$.

$$\begin{pmatrix}\bar{\mathbf{a}}\\ \bar{\mathbf{b}}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha_{11} & \alpha_{12}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{a}\\ \mathbf{b}\end{pmatrix}.$$

This transformation, obtained in [32], is not very complicate

$$\Psi(\tilde{n}_1,\tilde{n}_2,2m;\bar{a},\bar{b},\bar{t})= \sum_{n_1+n_2=\tilde{n}_1+\tilde{n}_2} \langle n_1n_2 2m \,|\, \alpha| \,\tilde{n}_1\tilde{n}_2 2m\rangle \Psi(n_1,n_2,2m;a,b,t), \quad (43)$$

$$\langle n_1n_2 2m|\alpha\,|\tilde{n}_1\tilde{n}_2 2m\rangle =$$

$$= (\det\alpha)^{2m}\frac{N(\tilde{n}_1,\tilde{n}_2,2m)}{N(n_1,n_2,2m)}\sum_k \frac{(\tilde{n}_1-2m)!\,(\tilde{n}_2-2m)!}{k!(n_1-2m-k)!\,(\tilde{n}_1-2m-k)!\,(n_2-\tilde{n}_1+k)!}\times$$

$$\times(\alpha_{11})^k(\alpha_{21})^{n_1-2m-k}(\alpha_{12})^{\tilde{n}_1-2m-k}(\alpha_{22})^{n_2-\tilde{n}_1+k}. \quad (44)$$

Applying these results to three matrices $T^{(p)}$, given by Eq.23, we obtain the matrix of the antisymmetrization operator

$$\|\langle n_1n_2 2m\,|\,\mathcal{A}\,|\,\tilde{n}_1\tilde{n}_2 2m\rangle\|\,, = \|\langle n_1n_2 2m\,|\,1-T^{(1)}-T^{(2)}+T^{(3)}\,|\,\tilde{n}_1\tilde{n}_2 2m\rangle\|\,, \quad (45)$$

which gives us the expression for the overlap integral (42)

$$\langle \mathbf{ab} | \tilde{\mathbf{a}}\tilde{\mathbf{b}} \rangle =$$

$$= \sum_{n_1+n_2=n} \sum_{\tilde{n}_1+\tilde{n}_2=n} \Psi(n_1,n_2 2m; a,b,t) \langle n_1 n_2 2m | \mathcal{A} | \tilde{n}_1 \tilde{n}_2 2m \rangle \Psi(\tilde{n}_1,\tilde{n}_2 2m; a,b,t). \quad (46)$$

Later the transformation (43) of basis functions will be used to obtain the matrix elements of the potential energy operator.

Now we can return to the problem of separating the singlet and triplet spin states. The matrix (45) is symmetric, it has a block-diagonal structure with two blocks corresponding to even and odd values of n_1, n_2, $\tilde{n}_1$, $\tilde{n}_2$. Basis functions with odd n_1, n_2 are antisymmetric with respect to the transpositions of spatial coordinates of neutron clusters and, therefore, belong to the singlet spin state. The spin of a neutron pair is an integral of motion and the Hamiltonian does not mix triplet and singlet states.

Here are some examples of the matrices (45) for simple cases.

For $n = n_1 + n_2 = \tilde{n}_1 + \tilde{n}_2 = 2$; $m = 0$

$$\begin{array}{c} \\ \langle 200| \\ \langle 020| \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} |200\rangle & |020\rangle \end{array} \\ \begin{pmatrix} \frac{9}{8} & -\frac{3}{4} \\ -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \end{array} . \quad (47)$$

For $n = 4$; $m = 0$

$$\begin{array}{c} \\ \langle 400| \\ \langle 220| \\ \langle 040| \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} |400\rangle & |220\rangle & |040\rangle \end{array} \\ \begin{pmatrix} \frac{135}{128} & -\frac{3\sqrt{6}}{64} & -\frac{9}{32} \\ -\frac{3\sqrt{6}}{64} & \frac{5}{16} & -\frac{3\sqrt{6}}{16} \\ -\frac{9}{32} & -\frac{3\sqrt{6}}{16} & \frac{7}{8} \end{pmatrix} \end{array} . \quad (48)$$

The diagonalization of the matrix (45) solves the problem of eliminating the forbidden states and constructing the orthonormalized basis of allowed states, which are obtained as linear combinations of basis functions $\Psi(n_1,n_2,m;a,b,t)$.

The problem of forbidden states in many-cluster systems, in general features, has already been studied in [13,14] where some important results have been obtained. The next task is to construct the basis of allowed states and to find the Hamiltonian matrix elements in this basis. However, first we shall

clarify the relations between the basis of allowed states and its generating functions.

We have chosen as a generating function the wave packet $\Phi(\mathbf{R}_1,\mathbf{R}_2,\mathbf{R}_3; \{\mathbf{r}_i,\sigma_i,\tau_i\})$ constructed as a Slater determinant composed of six one-particle Brink orbitals (see Eq.7). In the center-of-mass system we have already introduced the generating function .

$$\varphi(\mathbf{a},\mathbf{b};\{\mathbf{r}_i,\sigma_i,\tau_i\}),$$

and now we introduce the corresponding unantisymmetrized function φ_0

$$\varphi(\mathbf{a},\mathbf{b};\{\mathbf{r}_i,\sigma_i,\tau_i\}) = \mathcal{A}\,\varphi_0(\mathbf{a},\mathbf{b};\{\mathbf{r}_i,\sigma_i,\tau_i\}). \tag{49}$$

It is also a generating function, but, compared to φ, it generates the basis of unantisymmetrised functions $\{|n\,\gamma\rangle\}$, which contains both the allowed and the forbidden states

$$\varphi_0(\mathbf{a},\mathbf{b};\{\mathbf{r}_i,\sigma_i,\tau_i\}) = \sum_{n,\gamma} \varphi_0(n,\gamma;\mathbf{a},\mathbf{b})|n\,\gamma\rangle. \tag{50}$$

Here n is a number of oscillator excitation quanta, γ is a set of additional quantum numbers, $\varphi(n,\gamma;\mathbf{a},\mathbf{b})$ is a Fock—Bargmann image of the basis states $|n\,\gamma\rangle$.

We cannot content ourselves with the basis $\{|n\,\gamma\rangle\}$ and construct the Hamiltonian matrix elements in it immediately for the Shrödinger equation since this basis contains the forbidden states. Each of the functions $|n\,\gamma\rangle$ has no permutation symmetry and, in general, is a superposition of allowed and forbidden states. Transition from the basis $\{|n\,\gamma\rangle\}$ to the orthonormalized basis of allowed states (i.e., states which satisfy the Pauli principle) is an orthogonal transformation of the basis $\{|n\,\gamma\rangle\}$

$$|n\,\nu\rangle = \sum_{\gamma} |n\,\gamma\rangle\langle n\,\gamma|n\,\nu\rangle. \tag{51}$$

Now we list the order of the procedures necessary to construct the Shrödinger equation

$$\sum_{n',\nu'} [\langle n\,\nu|\hat{H}|n'\nu'\rangle - E\,\delta_{n'\nu'}]C_{n'\nu'} = 0 \tag{52}$$

in the representation of the allowed states of the harmonic oscillator basis $\{|n\,\nu\rangle\}$ for the general case. Let us remind that $\{|n\,\gamma\rangle\}$ is the basis of states with no definite permutation symmetry and γ denotes all quantum numbers other than $n.$, On the other hand, $\{|n\,\nu\rangle\}$ is the basis of allowed states (here the quantum numbers additional to n are denoted by ν). For $L = 0$

$$|n\gamma\rangle = |n_1 n_2 2m\rangle$$

$$|n\nu\rangle = |n_1 2m; \lambda_\nu^3\rangle \quad \text{and} \quad |n\nu\rangle = |n_1 2m; \lambda_\nu^1\rangle \quad \nu = 1,2,\ldots,$$

where indices 1 and 3 of λ correspond to singlet and triplet spin states.

1. First, the overlap integral of *unantisymmetrized* generating functions $\langle \varphi_0|\tilde{\varphi}_0\rangle$ is calculated and the basis states $\{|n\gamma\rangle\}$ in the Fock—Bargmann representation $(\varphi_0(n,\gamma; \mathbf{a},\mathbf{b}))$ are extracted

$$\langle \varphi_0 | \tilde{\varphi}_0\rangle = \exp(\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} + \mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}}) = \sum_{n,\gamma} \varphi_0^*(n,\gamma; \mathbf{a},\mathbf{b})\varphi_0(n,\gamma; \tilde{\mathbf{a}}, \tilde{\mathbf{b}}). \tag{53}$$

2. The overlap integral of *antisymmetrized* generating functions $\langle \varphi | \tilde{\varphi}\rangle$ is calculated, then diagonalized in the basis $\{\varphi_0(n,\gamma; \mathbf{a},\mathbf{b})\}$

$$\langle \varphi | \tilde{\varphi}\rangle = \sum_{n,\gamma,\tilde{\gamma}} \varphi_0^*(n,\gamma; \mathbf{a},\mathbf{b})\langle n\gamma|\mathcal{A}|n\tilde{\gamma}\rangle \varphi_0(n,\tilde{\gamma}; \tilde{\mathbf{a}}\tilde{\mathbf{b}}), \tag{54}$$

and is written as

$$\langle \mathbf{ab} | \tilde{\mathbf{a}}\tilde{\mathbf{b}}\rangle = \sum_{n,\nu} \lambda_\nu \varphi^*(n,\nu; \mathbf{a},\mathbf{b})\varphi(n,\nu; \tilde{\mathbf{a}},\tilde{\mathbf{b}}), \tag{55}$$

where λ_ν are the eigenvalues of the $\langle n\gamma|\mathcal{A}|n\tilde{\gamma}\rangle$ matrix. The transition matrix from $\{|n\gamma\rangle\}$ to $\{|n\nu\rangle\}$ basis

$$\varphi(n, \nu; \mathbf{a},\mathbf{b}) = \sum_{\gamma} \langle n\gamma|n\nu\rangle\varphi_0(n,\gamma; \mathbf{a},\mathbf{b}) \tag{56}$$

is found by the diagonalization procedure. Note that $\lambda_\nu(n) = 0$ for the forbidden states, therefore these states drop out from the expansion (53).

3. After that, the Hamiltonian matrix elements between the generating functions

$$\varphi_0(\mathbf{a},\mathbf{b}; \{\mathbf{r}_i,\sigma_i,\tau_i\}) \quad \text{and} \quad \varphi_0(\tilde{\mathbf{a}},\tilde{\mathbf{b}}\ \{\mathbf{r}_i,\sigma_i,\tau_i\})$$

are calculated and their projecting onto the basis states $\varphi_0(n, \gamma; \mathbf{a}, \mathbf{b})$ and $\varphi_0(\tilde{n}, \tilde{\gamma}; \tilde{\mathbf{a}}, \tilde{\mathbf{b}})$ is carried out

$$\langle \varphi_0|\hat{H}|\tilde{\varphi}_0\rangle = \sum_{n\gamma}\sum_{\tilde{n}\tilde{\gamma}} \varphi_0^*(n,\gamma; \mathbf{a},\mathbf{b})\langle n\gamma|\hat{H}|\tilde{n}\tilde{\gamma}\rangle\varphi_0(\tilde{n}, \tilde{\gamma}; \tilde{\mathbf{a}},\tilde{\mathbf{b}}), \tag{57}$$

what yields the matrix elements $\langle n\gamma|\hat{H}|\tilde{n}\tilde{\gamma}\rangle$.

4. Finally, the Hamiltonian matrix elements in the basis $\{|n\nu\rangle\}$ are found

$$\langle n\nu|\hat{H}|\tilde{n}\tilde{\nu}\rangle = \sum_{\gamma}\sum_{\tilde{\gamma}} \langle n\nu|n\gamma\rangle\langle n\gamma|\hat{H}|\tilde{n}\tilde{\gamma}\rangle\langle \tilde{n}\tilde{\gamma}|\tilde{n}\tilde{\nu}\rangle. \tag{58}$$

Of course, to extract the Hamiltonian matrix elements from $\langle \varphi_0|\hat{H}|\tilde{\varphi}_0 \rangle$ is simpler than from $\langle \varphi|\hat{H}|\tilde{\varphi} \rangle$.

Now we shall show how to realize the described procedure for the specific case of $^4He + n + n$ system and states with $L = 0$.

We start from determining the allowed states. This problem is solved by a diagonalization of the symmetric matrix given above (45). We denote the matrix eigenvalues and eigenvectors for singlet states as

$$\lambda^1_\nu(m,2m), \quad \text{and} \quad \Phi^1_\nu(n,2m) \quad \nu = 1,2, ..., n/2 - 2m + 1,$$

and for triplet states as

$$\lambda^3_\nu(m,2m), \quad \text{and} \quad \Phi^3_\nu(n,2m) \quad \nu = 1,2, ..., n/2 - 2m + 1.$$

Then, instead of (46) we get

$$\langle \mathbf{ab}|\tilde{\mathbf{ab}} \rangle = \sum_\nu \lambda_\nu(n,2m)\Phi_\nu(n,2m)\Phi_\nu(n,2m). \tag{59}$$

The terms with zero eigenvalues of λ_ν drop out from this sum, they correspond to the forbidden states.

The simplest examples of the singlet eigenvalues and eigenfunctions are

$$\lambda^1_1(2,0) = \frac{13}{8},$$

$$\Phi^2_1(2,0) = \frac{3}{\sqrt{13}}|200\rangle - \frac{2}{\sqrt{13}}|020\rangle = \frac{1}{\sqrt{78}}(3a^2 - 2b^2). \tag{60}$$

$\Phi^1_1(2,0)$ is the image of the shell-model ground function

$$\lambda^1_1(4,0) = 0{,}936,$$

$$\Phi^1_1(4,0) = 0{,}706|400\rangle - 0{,}499|220\rangle + 0{,}502|040\rangle; \tag{61}$$

$$\lambda^1_2(4,0) = 1{,}306,$$

$$\Phi^1_2(4,0) = 0{,}671|400\rangle + 0{,}245|220\rangle - 0{,}699|040\rangle. \tag{62}$$

Transition from the basis $\Psi(n_1n_2,2m)$ to the basis $\Phi_\nu(n,2m)$ is carried out by the matrix $\langle n_1n_2 2m|n2m\nu \rangle$

$$\Phi_\nu(n,2m) = \sum_{n_1+n_2=n} \Psi(n_1,n_2 2m)\langle n_1n_2 2m|n2m\nu \rangle. \tag{63}$$

The matrix elements of $\hat{H}$ in the new basis are calculated by means of the same matrix

$$\langle n2m\nu|\hat{H}|\tilde{n}2\tilde{m}\tilde{\nu}\rangle =$$

$$= \sum_{n_1+n_2=n} \sum_{\tilde{n}_1+\tilde{n}_2=\tilde{n}} \langle n2m\nu|n_1n_2 2m\rangle\langle n_1n_2 2m|\hat{H}|\tilde{n}_1\tilde{n}_2 2\tilde{m}\rangle\langle n_1n_2 2m|n2m\nu\rangle. \quad (64)$$

After that the Shrödinger equation in the representation $\{|n2m\nu\rangle\}$ becomes

$$\sum_{\tilde{n},\tilde{m},\tilde{\nu}} \langle n,2m,\nu|\hat{H}-E|\tilde{n},2\tilde{m},\nu\rangle C(\tilde{n},2\tilde{m},\tilde{\nu}) = 0. \quad (65)$$

In the end of this Section let us notice two important points:

1. Forbidden states correspond to zero eigenvalues of the antisymmetrization operator matrix. They are absent if $m \neq 0$. If $m = 0$ then for each n there are two forbidden states, one singlet and one triplet. Eigenvectors of forbidden states cannot be realized since they vanish after the antisymmetrization. One discovers that obtaining $\lambda_\nu = 0$.

2. Allowed states correspond to λ_ν which are not equal to unity in general case. Although all λ_ν of allowed states are close to unity, they lie between ~ 1.25 and ~ 0.9375, even if $n \to \infty$. So we see that the action of the Pauli principle results not only in the emergence of forbidden states, but also in the change of the normalization factors of allowed states in the Fock—Bargmann space. These factors differ from ones which would have been obtained if only the orthogonality of allowed and forbidden states were required (i.e., the normalization factors extracted from the overlap integral $\langle \varphi_0|\tilde{\varphi}_0\rangle$).

5. MATRIX ELEMENTS OF THE KINETIC ENERGY OPERATOR

For the kinetic energy operator in the center-of-mass system

$$\hat{T} = \frac{\hbar^2}{2Mr_0^2} \sum_{i=1}^{A} \nabla_i^2 - \frac{\hbar^2}{2AMr_0^2} \nabla_{CM}^2 \quad (66)$$

(M is the nucleon mass, r_0 is the oscillator length) we first calculate the matrix elements of the single-particle operator $\frac{\hbar^2}{2Mr_0^2}\nabla^2$ between the Brink orbitals (7)

$$\langle \phi(\mathbf{R})|\frac{\hbar^2}{2Mr_0^2}\nabla^2|\phi(\tilde{\mathbf{R}})\rangle = \pi^{3/2}\frac{\hbar^2}{2Mr_0^2}[3-(\mathbf{R}-\tilde{\mathbf{R}})^2]\exp(\mathbf{R}\tilde{\mathbf{R}}). \quad (67)$$

After some transformations, dropping the factor $\pi^{3/2}$, we obtain the matrix elements of the operator (66) between the unantisymmetrized generating functions φ_0 and $\tilde{\varphi}_0$ for the case of ^{6}He

$$\langle \varphi_0 | \hat{T} | \tilde{\varphi}_0 \rangle = \frac{h^2}{2Mr_0^2} [15 - (\mathbf{a} - \tilde{\mathbf{a}})^2 - (\mathbf{b} - \tilde{\mathbf{b}})^2] \exp(\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} + \mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}}). \tag{68}$$

Then, for the diagonal matrix elements between the basis functions we get

$$\langle n_1 n_2 2m | \hat{T} | n_1 n_2 2m \rangle = \frac{h^2}{4Mr_0^2}(2n_1 + 2n_2 + 15) = \frac{h^2}{4Mr_0^2}(2n + 15). \tag{69}$$

There are eight different non-diagonal matrix elements, but it is sufficient to write here only four of them which are contained in the following identities

$$a^2\Psi(n_1,n_2,2m; a,b,t) = \frac{N(n_1,n_2,2m)}{N(n_1+2, n_2,2m)}\Psi(n_1+2, n_2,2m; a,b,t) +$$

$$+\frac{N(n_1,n_2,2m)}{N(n_1+2, n_2, 2m+2)} \frac{(n_2-2m-1)(n_2-2m)}{(n_1+n_2-4m-1)(n_1+n_2-4m+1)} \times$$

$$\times \Psi(n_1+2, n_2, 2m+2; a,b,t); \tag{70}$$

$$b^2\Psi(n_1,n_2,2m; a,b,t) = \frac{N(n_1,n_2,2m)}{N(n_1, n_2+2, 2m)}\Psi(n_1, n_2+2, 2m; a,b,t) +$$

$$+\frac{N(n_1,n_2,2m)}{N(n_1, n_2+2, 2m+2)} \frac{(n_1-2m-1)(n_1-2m)}{(n_1+n_2-4m-1)(n_1+n_2-4m+1)} \times$$

$$\Psi((n_1,n_2+2, 2m+2; a,b,t). \tag{71}$$

It is evident now that

$$\langle n_1+2n_2 2m | \hat{T} | n_1 n_2 2m \rangle = -\frac{\hbar^2}{4Mr_0^2} \frac{N(n_1, n_2, 2m)}{N(n_1+2, n_2, 2m)}; \tag{72}$$

$$\langle n_1 n_2+22m | \hat{T} | n_1 n_2 2m \rangle = -\frac{\hbar^2}{4Mr_0^2} \frac{N(n_1, n_2, 2m)}{N(n_1, n_2+2, n_2, 2m)}; \tag{73}$$

$$\langle n_1+2n_2 2m | \hat{T} | n_1 n_2 2m \rangle = -\frac{\hbar^2}{4Mr_0^2} \frac{N(n_1, n_2, 2m)}{N(n_1+2, n_2, 2m+2)} \times$$

$$\times \frac{(n_2 - 2m - 1)(n_2 - 2m)}{(n_1 + n_2 - 4m - 1)(n_1 + n_2 - 4m + 1)}; \tag{74}$$

$$\langle n_1 n_2 + 22m + 2|\hat{T}|n_1 n_2 2m\rangle = -\frac{\hbar^2}{4Mr_0^2} \frac{N(n_1, n_2, 2m)}{N(n_1, n_2 + 2, 2m + 2)} \times$$

$$\times \frac{(n_1 - 2m - 1)(n_1 - 2m)}{(n_1 + n_2 - 4m - 1)(n_1 + n_2 - 4m + 1)}. \tag{75}$$

The matrix elements (72—75) are obtained as a result of the raising operators (a^2 and b^2) acting to the basis states $|n_1 n_2 2m\rangle$ (these operators add two to the total number of oscillator quanta). Similarly, the other four matrix elements correspond to the action of lowering operators ($\tilde{a}^2$ and $\tilde{b}^2$).

Transition to the matrix elements

$$\langle n2m\nu|\hat{T}|\tilde{n}2\tilde{m}\nu\rangle \tag{76}$$

is carried out by using the rules formulated in the previous section.

The basis $|n2m\nu\rangle$ of allowed states is, however, not very convenient for the study of continuous spectrum states of three-cluster systems. The classification of basis states optimal for the constructing the wave functions with the asymptotic behaviour characteristic to continuous spectrum is that provided by the basis of hyperspherical harmonics [25,33—36]. The hypermomentum quantum number K is unchanged under the kinetic energy operator, therefore, for the basis functions $|nK\kappa\rangle$ (κ is the additional quantum number of the hyperspherical basis) one gets

$$\hat{T}|nK\kappa\rangle = \langle n + 2K\kappa|\hat{T}|nK\kappa\rangle|n + 2K\kappa\rangle +$$

$$+ \frac{\hbar^2}{4Mr_0^2}(2n + 15)|nK\kappa\rangle + \langle n - 2K\kappa|\hat{T}|nK\kappa\rangle|n - 2K\kappa\rangle. \tag{77}$$

Transition from the basis $|n2m\nu\rangle$ to the basis $|nK\kappa\rangle$ is carried out by the orthogonal transformation

$$|nK\kappa\rangle = \sum_{m,\nu} |n2m\nu\rangle\langle n2m\nu|nK\kappa\rangle. \tag{78}$$

The transition matrix $\langle n2m\nu|nK\kappa\rangle$ should be determined at the final stage of constructing the Shrödinger equation in the representation of the hyperspherical harmonic oscillator

$$\sum_{\tilde{n}\tilde{K}\tilde{\kappa}} \langle nK\kappa|\hat{H} - E|\tilde{n}, \tilde{K}\tilde{\kappa}\rangle C(\tilde{n}, \tilde{K}\tilde{\kappa}) = 0. \tag{79}$$

6. MATRIX ELEMENTS OF THE POTENTIAL ENERGY OPERATOR

For the nucleon-nucleon potential with a Gaussian spatial dependence

$$V(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2) = V_0 \exp\left\{-\frac{(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)^2}{s^2}\right\} \tag{80}$$

calculations of the matrix elements between the generating functions begin from the evaluation of the integral

$$J = \int \exp\left\{-r_1^2 - r_2^2 + \sqrt{2}\,(\mathbf{R}_1 + \tilde{\mathbf{R}}_1, \mathbf{r}_1) + \sqrt{2}\,(\mathbf{R}_2 + \tilde{\mathbf{R}}_2, \mathbf{r}_2) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2}(R_1^2 + S_1^2 + R_2^2 + S_2^2) - \frac{2r_0^2}{s^2}\left(\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{\sqrt{2}}\right)^2\right\} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \tag{81}$$

After introducing the new vectors

$$\mathbf{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad \mathbf{q} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2), \quad d\,\mathbf{r}_1 d\,\mathbf{r}_2 = d\,\mathbf{r} d\,\mathbf{q}, \tag{82}$$

taking into account the relations

$$\mathbf{r}_1^2 + \mathbf{r}_2^2 = \mathbf{r}^2 + \mathbf{q}^2,$$

$$\sqrt{2}\,(\mathbf{R}_1 + \tilde{\mathbf{R}}_1, \mathbf{r}_1) + \sqrt{2}\,(\mathbf{R}_2 + \tilde{\mathbf{R}}_2 \mathbf{r}_2) =$$

$$= (\mathbf{R}_1 + \tilde{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{R}_2 + \tilde{\mathbf{R}}_2, \mathbf{q}) + (\mathbf{R}_1 + \tilde{\mathbf{R}}_1 - \mathbf{R}_2 - \tilde{\mathbf{R}}_2, \mathbf{r}),$$

the integrand is factorized and can be easily calculated

$$J = \pi^3 z^{3/2} \exp\left\{\frac{1}{2}(\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2, \tilde{\mathbf{R}}_1 + \tilde{\mathbf{R}}_2) + \frac{1}{2} z(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2, \tilde{\mathbf{R}}_1 - \tilde{\mathbf{R}}_2) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4}(z-1)\,[(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)^2 + (\tilde{\mathbf{R}}_1 - \tilde{\mathbf{R}}_2)^2]\right\}, \tag{83}$$

where $z = \left(1 + \frac{2r_0^2}{s^2}\right)^{-1}$. (Below we shall omit the factor π^3 as we have been doing for the overlap integral).

The generating matrix element can be obtained easily after some transformation of the overlap integral (19). Considering first only spatial dependence of the nucleon-nucleon potential (80), we discuss the transformation of the first term in (19). For the matrix elements corresponding to the interaction of nucleons belonging to the alpha-cluster, this transformation is

reduced to the product of the exponential, the intensity V_0 of the Gaussian potential, the number of nucleon pairs and the factor $z^{3/2}$. Denoting the unantisymmetrized generating function before the separation of the center-of-mass motion as Φ_0 ($\Phi = \Phi_0$), for six nucleon pairs of the alpha-particle we get

$$\langle \Phi_0 | \hat{U}_{11} | \tilde{\Phi}_0 \rangle = 6z^{3/2} V_0 \exp \{4\mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{R}_2\tilde{\mathbf{R}}_2 + \mathbf{R}_3\tilde{\mathbf{R}}_3\} =$$

$$= 6z^{3/2} V_0 \exp \{\mathbf{R}_{CM}\tilde{\mathbf{R}}_{CM} + \mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} + \mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}}\}. \qquad (84)$$

The calculation of matrix elements corresponding to the interaction of nucleons belonging to different clasters is more complicated. Again, it is necessary to determine how many nucleon pairs are there and to take into account the integral J. Then in the case of interaction of non-alpha neutrons (corresponding to generating vectors $\mathbf{R}_2$ and $\mathbf{R}_3$ ($\tilde{\mathbf{R}}_2$ and $\tilde{\mathbf{R}}_3$))

$$\langle \Phi_0 | \hat{U}_{23} | \tilde{\Phi}_0 \rangle = z^{3/2} V_0 \exp \{4\mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_1\} \times$$

$$\times \exp \left\{ \frac{1}{2} (\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3, \tilde{\mathbf{R}}_2 + \tilde{\mathbf{R}}_3) + \frac{1}{2} z(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_3, \tilde{\mathbf{R}}_2 - \tilde{\mathbf{R}}_3) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4} (z-1) [(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_3)^2 + (\tilde{\mathbf{R}}_2 - \tilde{\mathbf{R}}_3)^2] \right\} =$$

$$= z^{3/2} V_0 \exp \left\{ \mathbf{R}_{CM}\tilde{\mathbf{R}}_{CM} + \mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} + z\,\mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}} + \frac{1}{2}(z-1)(b^2 + \tilde{b}^2) \right\}. \qquad (85)$$

The matrix element of interaction of alpha-cluster nucleons and the neutron differs only in minor details

$$\langle \Phi_0 | \hat{U}_{12} | \tilde{\Phi}_0 \rangle = 4z^{3/2} V_0 \exp \{3\mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{R}_3\tilde{\mathbf{R}}_3\} \times$$

$$\times \exp \left\{ \frac{1}{2} (\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2, \tilde{\mathbf{R}}_1 + \tilde{\mathbf{R}}_2) + \frac{1}{2} z (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2, \tilde{\mathbf{R}}_1 - \tilde{\mathbf{R}}_2) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4} (z-1) [(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)^2 + (\tilde{\mathbf{R}}_1 - \tilde{\mathbf{R}}_2)^2] \right\} =$$

$$= 4z^{3/2} V_0 \exp \left\{ \mathbf{R}_{CM}\tilde{\mathbf{R}}_{CM} + \mathbf{a}'\tilde{\mathbf{a}}' + z\,\mathbf{b}'\tilde{\mathbf{b}}' + \frac{1}{2}(z-1)(b'^2 + \tilde{b}'^2) \right\}, \qquad (86)$$

where in order to simplify both notation and subsequent calculation the Jacobi vectors corresponding to another choice of Jacobi tree are introduced

$$\mathbf{a}' = \sqrt{\frac{5}{6}} \left(\mathbf{R}_3 - \frac{4\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2}{5} \right), \quad \mathbf{b}' = \frac{2}{\sqrt{5}} (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2). \qquad (87)$$

These Jacobi vectors are obtained from the old ones by an orthogonal transformation

$$\mathbf{a}' = -\sqrt{\frac{2}{5}}\,\mathbf{a} - \sqrt{\frac{3}{5}}\,\mathbf{b}, \quad \mathbf{b}' = \sqrt{\frac{3}{5}}\,\mathbf{a} - \sqrt{\frac{2}{5}}\,\mathbf{b}. \tag{88}$$

The third set of Jacobi vectors

$$\mathbf{a}'' = \sqrt{\frac{5}{6}}\left(\mathbf{R}_2 - \frac{4\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_3}{5}\right), \quad \mathbf{b}'' = \frac{2}{\sqrt{5}}(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_3); \tag{89}$$

$$\mathbf{a}'' = -\sqrt{\frac{2}{5}}\,\mathbf{a} + \sqrt{\frac{3}{5}}\,\mathbf{b}, \quad \mathbf{b}'' = \sqrt{\frac{3}{5}}\,\mathbf{a} + \sqrt{\frac{2}{5}}\,\mathbf{b} \tag{90}$$

is introduced for the calculation of the matrix elements corresponding to the interaction of alpha-cluster nucleons and the neutron $\mathbf{R}_3$

$$\langle \Phi_0 | \hat{U}_{12} | \tilde{\Phi}_0 \rangle =$$

$$= 4z^{3/2} V_0 \exp\left\{\mathbf{R}_{CM}\tilde{\mathbf{R}}_{CM} + \mathbf{a}''\tilde{\mathbf{a}}'' + \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{8}z\right)\mathbf{b}''\tilde{\mathbf{b}}'' + \frac{5}{16}(z-1)(b''^2 + \tilde{b}''^2)\right\}. \tag{91}$$

(The tilded vectors $\tilde{\mathbf{a}}'$, $\tilde{\mathbf{b}}'$, $\tilde{\mathbf{a}}''$, $\tilde{\mathbf{b}}''$ are expressed similarly in terms of $\tilde{\mathbf{a}}$ and $\tilde{\mathbf{b}}$).

Functions Φ_0 and $\tilde{\Phi}_0$ are the products of single-particle orbitals, so the matrix elements between them are calculated easily. Since

$$\langle \Phi_0 | \hat{U}_{kl} | \tilde{\Phi}_0 \rangle = \exp\{\mathbf{R}_{CM}\tilde{\mathbf{R}}_{CM}\} \langle \varphi_0 | \hat{U}_{kl} | \tilde{\varphi}_0 \rangle, \tag{92}$$

the expression for the matrix elements $\langle \varphi_0 | \hat{U}_{kl} | \tilde{\varphi}_0 \rangle$ follows immediately from the Eqs.(84—86,91).

The generalization to the case of central exchange forces with components $V_{2S+1,2T+1}$ (S and T are the total spin and isospin of an interacting nucleon pair) is shown separately for each of the four terms in Eqs.(84—86,91).

$$\langle \varphi_0 | \hat{U}_{11} | \tilde{\varphi}_0 \rangle = z^{3/2}(3V_{31} + 3V_{13}) \exp\{\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} + \mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}}\}; \tag{93}$$

$$\langle \varphi_0 | \hat{U}_{23} | \tilde{\varphi}_0 \rangle = z^{3/2}\frac{1}{2}(V_{33} + V_{13}) \exp\{\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} + B_{23}\mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}} + D_{23}(\mathbf{b}^2 + \tilde{\mathbf{b}}^2)\} -$$

$$- z^{3/2}\frac{1}{2}(V_{33} + V_{13}) \exp\{\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} + B'_{23}\mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}} + D_{23}(\mathbf{b}^2 + \tilde{\mathbf{b}}^2)\}; \tag{94}$$

$$\langle \varphi_0 | \hat{U}_{12} | \tilde{\varphi}_0 \rangle =$$

$$= z^{3/2} \frac{1}{4}(9V_{33} + 3V_{31} + 3V_{13} + V_{11}) \exp\{\mathbf{a}'\tilde{\mathbf{a}}' + B_{12}\mathbf{b}'\tilde{\mathbf{b}}' + D_{12}(\mathbf{b}'^2 + \tilde{\mathbf{b}}'^2)\} -$$

$$- z^{3/2} \frac{1}{4}(5V_{33} + 3V_{31} + 3V_{13} + V_{11}) \exp\{\mathbf{a}'\tilde{\mathbf{a}}' + B_{12}\mathbf{b}'\tilde{\mathbf{b}}' + D_{12}(\mathbf{b}'^2 + \tilde{\mathbf{b}}'^2)\}; \quad (95)$$

$$\langle \varphi_0 | \hat{U}_{13} | \tilde{\varphi}_0 \rangle =$$

$$= z^{3/2} \frac{1}{4}(9V_{33} + 3V_{31} + 3V_{13} + V_{11}) \exp\{\mathbf{a}''\tilde{\mathbf{a}}'' + B_{13}\mathbf{b}''\tilde{\mathbf{b}}'' + D_{13}(\mathbf{b}''^2 + \tilde{\mathbf{b}}''^2)\} -$$

$$- z^{3/2} \frac{1}{4}(5V_{33} + 3V_{31} + 3V_{13} + V_{11}) \exp\{\mathbf{a}''\tilde{\mathbf{a}}'' + B_{13}\mathbf{b}''\tilde{\mathbf{b}}'' + D_{13}(\mathbf{b}''^2 + \tilde{\mathbf{b}}''^2)\}. \quad (96)$$

Here

$$B_{23} = z, \quad B'_{23} = -z, \quad D_{23} = (z-1)/2, \quad (97)$$

$$B_{12} = (3+5z)/8, \quad B'_{12} = (3-5z)/8, \quad D_{12} = 5(z-1)/16, \quad (98)$$

$$B_{13} = B_{12}, \quad B'_{13} = B'_{12}, \quad D_{13} = D_{12}. \quad (99)$$

The generating matrix element of the potential energy operator of a six-nucleon system $\hat{U}$ between the function φ_0 and $\tilde{\varphi}_0$ is a sum of the four matrix elements given above

$$\langle \varphi_0 | \hat{U} | \tilde{\varphi}_0 \rangle = \langle \varphi_0 | \hat{U}_{11} | \tilde{\varphi}_0 \rangle + \langle \varphi_0 | \hat{U}_{23} | \tilde{\varphi}_0 \rangle +$$

$$+ \langle \varphi_0 | \hat{U}_{12} | \tilde{\varphi}_0 \rangle + \langle \varphi_0 | \hat{U}_{13} | \tilde{\varphi}_0 \rangle. \quad (100)$$

Now we turn to the final stage of our calculations: the projection of the generating matrix elements $\langle \varphi_0 | \hat{U} | \tilde{\varphi}_0 \rangle$ onto the basis states $\Psi(n_1 n_2 2m)$ and $\tilde{\Psi}(\tilde{n}_1 \tilde{n}_2 2\tilde{m})$ and the subsequent extraction of the matrix elements $\langle n_1 n_2 2m | \hat{U} | \tilde{n}_1 \tilde{n}_2 2\tilde{m} \rangle$ of the three-cluster potential energy operator.

We start from writing Eq.(36) as

$$\exp\{\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} + \mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}}\} = \sum_{n_1 n_2 m} \Psi(n_1, n_2, 2m)\, \tilde{\Psi}(\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, 2\tilde{m}) + \ldots, \quad (101)$$

where terms with $L \neq 0$ are omitted and $\Psi(n_1, n_2, 2m)$ are given by Eq.(40), $\tilde{\Psi}(\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, 2\tilde{m})$ depends on tilded generating parameters **a** and **b**.

The exponential

$$\exp\{\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} + B\,\mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}} + D(\mathbf{b}^2 + \tilde{\mathbf{b}}^2)\} \tag{102}$$

is the basic block for all matrix elements of the potential energy operator. After being projected onto the basis states $\psi(n_1 n_2 2m)$ and $\tilde{\psi}(\tilde{n}_1 \tilde{n}_2 2\tilde{m})$, the expansion of this block in powers of $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\tilde{\mathbf{a}}$, $\tilde{\mathbf{b}}$ takes the form

$$\exp\{\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} + B\,\mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}} + D(\mathbf{b}^2 + \tilde{\mathbf{b}}^2)\} =$$

$$= \sum_{n_1 n_2 m} \sum_{\tilde{n}_1 \tilde{n}_2 \tilde{m}} \Psi(n_1,n_2,2m)\langle n_1 n_2 2m|u_{23}(B,D)|(\tilde{n}_1 \tilde{n}_2 2\tilde{m})\rangle\, \tilde{\Psi}(\tilde{n}_1,\tilde{n}_2,2\tilde{m}) + \ldots \tag{103}$$

and our task is to find the matrix elements

$$\langle n_1 n_2 2m|u_{23}(B,D)|\tilde{n}_1 \tilde{n}_2 2\tilde{m}\rangle \tag{104}$$

which give us expressions for matrix elements of all terms of the nucleon-nucleon interaction potential energy operator for different clusters.

Notice first a simple consequence of the expansion (101) applied to the block (102)

$$\exp\{\mathbf{a}\tilde{\mathbf{a}} + B\,\mathbf{b}\tilde{\mathbf{b}} + D(\mathbf{b}^2 + \tilde{\mathbf{b}}^2)\} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n_1+n_2=2n} \sum_{m=0}^{\min(n_1/2,n_2/2)} e^{Db^2} N(n_1,n_2,2m)\, a^{n_1-2m} b^{n_2-2m} [\mathbf{ab}]^{2m} \Phi(n_1,n_2,2m;t) \times$$

$$\times e^{D\tilde{b}^2} B^{n_2} N(n_1,n_2,2m)\, \tilde{a}^{n_1-2m} \tilde{b}^{n_2-2m} [\tilde{\mathbf{a}}\tilde{\mathbf{b}}]^{2m} \Phi(n_1,n_2,2m;\tilde{t}) + \ldots . \tag{105}$$

The constant B appears here in power n_2 in each term of the expansion as well as moduli of vectors $\mathbf{b}$ and $\tilde{\mathbf{b}}$. The next step is the expansion of $\exp\{D\,\mathbf{b}^2\}$ and $\exp\{D\,\tilde{\mathbf{b}}^2\}$ in powers of $\mathbf{b}^2$ and $\tilde{\mathbf{b}}^2$, respectively. Then the factors $\mathbf{b}^{2k}$ and $\tilde{\mathbf{b}}^{2k}$ appear before the basis functions. The products

$$\mathbf{b}^{2k}\Psi((n_1,n_2,2m) \quad \text{and} \quad \tilde{\mathbf{b}}^{2k}\Psi((n_1,n_2,2m)$$

can be presented as a superposition of the basis functions

$$\Psi(n_1, n_2+2k, 2m+2l) \quad \text{and} \quad \tilde{\Psi}(n_1, n_2+2k, 2m+2l)$$

with different l

$$l = 0,1,\ldots, \min\left(\frac{n_1}{2} - m, \frac{n_2}{2} + k - m\right).$$

This fact can be proved using the Gauss recurrency relation for the hypergeometric functions [21]

$$F(\alpha, \beta, \gamma; z) = F(\alpha, \beta - 1, \gamma - 1; z) + \frac{\alpha(\gamma - \beta)}{\gamma(\gamma - 1)} zF(\alpha + 1, \beta, \gamma + 1; z) \quad (106)$$

from which follows the identity

$$b^{2k} a^{n_1 - 2m} b^{n_2 - 2m} [\mathbf{ab}]^{2m} \Phi(n_1, n_2, 2m; t) =$$

$$= \sum_{l=0}^{\bar{n}} \frac{k!}{l!(k-l)!} \frac{\Gamma(n_1/2 - m + 1)\,\Gamma(n_1/2 - m + 1/2)}{\Gamma(n_1/2 - m - l + 1)\,\Gamma(n_1/2 - m - l + 1/2)} \times$$

$$\times \frac{\Gamma(n/2 + k - 2m - 2l - 3/2)\,\Gamma(n/2 - 2m - l + 1/2)}{\Gamma(n/2 + k - 2m - l + 3/2)\,\Gamma(n/2 - 2m + 1/2)} \times$$

$$\times a^{n_1 - 2m - 2l} b^{n_2 + 2k - 2m - 2l} [\mathbf{ab}]^{2m+2l} \Phi(n_1, n_2 + 2k, 2m + 2l; t) =$$

$$= \sum_{l=0}^{\bar{n}} k!\, A(n_1, n_2, m; n_2 + 2k, m + l)\, a^{n_1 - 2m - 2l} b^{n_2 + 2k - 2m - 2l} \times$$

$$\times [\mathbf{ab}]^{2m+2l} \Phi(n_1, n_2 + 2k, 2m + 2l; t), \quad (107)$$

where $\bar{n} = \min\left(\frac{n_1}{2} - m, \frac{n_2}{2} + k - m\right)$, $n = n_1 + n_2$ and, by definition,

$$A(n_1, \bar{n}_2, \bar{m}; n_2, m) = \frac{2^{-2(m-\bar{m})}}{(m - \bar{m})!\left(\frac{n_2 - \bar{n}_2}{2} - m + \bar{m}\right)!} \times$$

$$\times \frac{(n_1 - 2\bar{m})!}{(n_1 - 2m)!} \frac{\Gamma\left(\frac{n_1 + \bar{n}_2}{2} - m - \bar{m} + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n_1 + n_2}{2} - 2m + \frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n_1 + \bar{n}_2}{2} - 2\bar{m} + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n_1 + n_2}{2} - m - \bar{m} + \frac{3}{2}\right)}. \quad (108)$$

Finally, we can now write the matrix element (104). It has a form of a two-fold sum and is expressed through the coefficients $A(n_1, \bar{n}_2, \bar{m}; n_2, m)$ and the normalizing factors $N(n_1, n_2, 2m)$

$$\langle n_1 n_2 2m| u_{23}(B,D)| \tilde{n}_1 \tilde{n}_2 2\tilde{m} \rangle =$$

$$= \sum_{\tilde{n}_2=0}^{\min(n_2,\tilde{n}_2)} \sum_{\tilde{m}=0}^{\min(m,\tilde{m})} \frac{N^2(n_1, \bar{n}_2, 2\bar{m})}{N(n_1,n_2,2m)N(n_1,\tilde{n}_2,2\tilde{m})} B^{\bar{n}_2} D^{(n_2+\tilde{n}_2)/2-\bar{n}_2} \times$$

$$\times A(n_1, \bar{n}_2, \bar{m}; n_2, m)A(n_1, \bar{n}_2, \bar{m}; \tilde{n}_2, \tilde{m})\, \delta_{n_1 \tilde{n}_1}. \qquad (109)$$

Two order matrix elements similar to (109) can be extracted from the same block (102) if Jacobi vectors **a**, **b**, $\tilde{\mathbf{a}}$, $\tilde{\mathbf{b}}$ are substituted first by **a′**, **b′**, $\tilde{\mathbf{a}}'$, $\tilde{\mathbf{b}}'$ (See Eq.(88) and then by **a″**, **b″**, $\tilde{\mathbf{a}}''$, $\tilde{\mathbf{b}}''$ (See Eq.(90)) and the following definitions are made

$$\exp\{\mathbf{a}'\tilde{\mathbf{a}}' + B\tilde{\mathbf{b}}'\tilde{\mathbf{b}}' + D(\mathbf{b}'^2 + \tilde{\mathbf{b}}'^2)\} =$$

$$= \sum_{n_1 n_2 m} \sum_{\tilde{n}_1 \tilde{n}_2 \tilde{m}} \psi(n_1 n_2 2m) \langle n_1 n_2 2m| u'_{12}(B,D)| \tilde{n}_1 \tilde{n}_2 2\bar{m} \rangle \tilde{\Psi}(\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, 2\tilde{m}) + \ldots, \qquad (110)$$

$$\exp\{\mathbf{a}''\tilde{\mathbf{a}}'' + B\tilde{\mathbf{b}}''\tilde{\mathbf{b}}'' + D(\mathbf{b}''^2 + \tilde{\mathbf{b}}''^2)\} =$$

$$= \sum_{n_1 n_2 m} \sum_{\tilde{n}_1 \tilde{n}_2 \tilde{m}} \psi(n_1 n_2 2m) \langle n_1 n_2 2m| u'_{13}(B,D)| \tilde{n}_1 \tilde{n}_2 2\bar{m} \rangle \tilde{\Psi}(\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, 2\tilde{m}) + \ldots. \qquad (111)$$

To return to the basis of initial Jacobi vectors **a**, **b**; $\tilde{\mathbf{a}}$, $\tilde{\mathbf{b}}$, the orthogonal transformation of the matrices

$$\langle n_1 n_2 2m| u'_{12}(B,D)| \tilde{n}_1 \tilde{n}_2 2\tilde{m} \rangle \quad \text{and} \quad \langle n_1 n_2 2m| u'_{13}(B,D)| \tilde{n}_1 \tilde{n}_2 2\tilde{m} \rangle$$

should be made. The matrices of such transformation

$$\| \langle n_1 n_2 2m| \alpha' | n'_1 n'_2 2m \rangle \| \quad \text{and} \quad \| \langle n_1 n_2 2m| \alpha'' | n'_1 n'_2 2m \rangle \|$$

are given by Eq.(44), where $\| \alpha' \|$ and $\| \alpha'' \|$ are the matrices transforming **a**, **b** into **a′**, **b′** (Eq.88) and **a**, **b** into **a″**, **b″**(Eq.90), respectively.

After the orthogonal transformation we get new matrices

$$\langle n_1 n_2 2m| u_{12}(B,D)| \tilde{n}_1 \tilde{n}_2 2\tilde{m} \rangle =$$

$$= \sum_{n'_1+n'_2=n_1+n_2} \sum_{\tilde{n}'_1+\tilde{n}'_2=\tilde{n}_1+\tilde{n}_2} \langle n_1 n_2 2m| \alpha' | n'_1 n'_2 2m \rangle \times$$

$$\times \langle n'_1 n'_2 2m| u'_{12}(B,D)| \tilde{n}_1 \tilde{n}_2 2\tilde{m} \rangle \langle \tilde{n}_1 \tilde{n}_2 2\tilde{m}| \alpha' | \tilde{n}'_1 \tilde{n}'_2 2\tilde{m} \rangle, \qquad (112)$$

$$\langle n_1 n_2 2m|u_{12}(B,D)|\tilde{n}_1\tilde{n}_2 2\tilde{m}\rangle =$$

$$= \sum_{n_1''+n_2''=n_1+n_2} \sum_{\tilde{n}_1''+\tilde{n}_2''=\tilde{n}_1+\tilde{n}_2} \langle n_1 n_2 2m|\alpha''|n_1'' n_2'' 2m\rangle \times$$

$$\times \langle n_1'' n_2'' 2m|u_{12}'(B,D)|\tilde{n}_1''\tilde{n}_2'' 2\tilde{m}\rangle \langle \tilde{n}_1\tilde{n}_2 2\tilde{m}|\alpha''|\tilde{n}_1''\tilde{n}_2'' 2\tilde{m}\rangle. \quad (113)$$

Now, instead of the generating matrix elements (Eqs.(94)—(96)) we have the corresponding matrix elements between the basis functions

$$\langle n_1 n_2 2m|\hat{U}_{23}|\tilde{n}_1\tilde{n}_2 2\tilde{m}\rangle =$$

$$= z^{3/2}\left\{\frac{1}{2}(V_{31}+V_{13})\langle n_1 n_2 2m|u_{23}(B_{23},D_{23})|\tilde{n}_1\tilde{n}_2 2\tilde{m}\rangle - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{2}(V_{31}+V_{13}+V_{11})\langle n_1 n_2 2m|u_{23}(B_{23}',D_{23})|\tilde{n}_1\tilde{n}_2 2\tilde{m}\rangle\right\}; \quad (114)$$

$$\langle n_1 n_2 2m|\hat{U}_{12}|\tilde{n}_1\tilde{n}_2 2\tilde{m}\rangle =$$

$$= z^{3/2}\left\{\frac{1}{4}(9V_{33}+3V_{31}+3V_{13}+V_{11})\langle n_1 n_2 2m|u_{12}(B_{12},D_{12})|\tilde{n}_1\tilde{n}_2 2\tilde{m}\rangle - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{4}(5V_{33}+3V_{31}+3V_{13}+V_{11})\langle n_1 n_2 2m|u_{12}(B_{12}',D_{12})|\tilde{n}_1\tilde{n}_2 2\tilde{m}\rangle\right\}; \quad (115)$$

$$\langle n_1 n_2 2m|\hat{U}_{13}|\tilde{n}_1\tilde{n}_2 2\tilde{m}\rangle =$$

$$= z^{3/2}\left\{\frac{1}{4}(9V_{33}+3V_{31}+3V_{13}+V_{11})\langle n_1 n_2 2m|u_{13}(B_{13},D_{13})|\tilde{n}_1\tilde{n}_2 2\tilde{m}\rangle - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{4}(5V_{33}+3V_{31}+3V_{13}+V_{11})\langle n_1 n_2 2m|u_{13}(B_{13}',D_{13})|\tilde{n}_1\tilde{n}_2 2\tilde{m}\rangle\right\}. \quad (116)$$

With this the derivation of analytic formulae necessary for the construction of the Schrödinger equation is completed.

7. CONCLUSION

Summarizing the investigation we state the following basic results.

In the Fock—Bargmann space, the harmonic oscillator basis for a three-cluster system with zero orbital angular momentum is constructed using the

generating wave packets technique. The basis functions have a form of homogeneous polynomials in two Jacobi generator vectors and can be expressed in terms of the hypergeometric functions ${}_2F_1$. Their quantum numbers are the $SU(3)$ symmetry and the degree of homogeneity with respect to each Jacobi vector.

The rule of basis function transformation induced by the nucleon transpositions is established. Such linear combinations of basis states are found that do not vanish after the antisymmetrization (the allowed states).

The matrix elements of kinetic and potential energy operators between the generating wave packets are obtained, their projection onto the basis states is performed. The explicit expressions for the Hamiltonian matrix elements in the basis of allowed states and the Schrödinger equation for a three-cluster system in the harmonic oscillator representation are obtained. During this procedure the Pauli principle is taken into account accurately.

The research described in this publication was supported, in part, by the Ukrainian State Committee for Science and Technology, as well as by a Soros Foundation Grant awarded by the American Physical Society.

REFERENCES

1. **Wildermuth K., Tang Y.C.** — A Unified Theory of the Nucleus, Vieweg, Braunschweig, 1977.
2. **Tang Y.C., Le Mere M., Thompson D.K.** — Phys.Rep., 1978, 47, p.1.
3. **Microscopic Method for the Interactions Between Complex Nuclei.** — Prog. Theor. Phys. Suppl., 1977, 62.
4. **Comphrehensive Study of Structure of Light Nuclei.** — Prog. Theor. Phys. Suppl., 1977, 62.
5. **Filippov G.F., Vasilevsky V.S., Chopovsky L.L.** — Sov. J. Part. Nucl., 1984, 15, p.1338.
6. **Filippov G.F., Vasilevsky V.S., Chopovsky L.L.** — Ibid, 1985, 16, p.349.
7. **Filippov G.F.** — Riv. Nuovo Cim., 1989, No.9, p.1.
8. **Krasnopol'sky V.M., Kukulin V.M., Sazonov P.V., Voronchev V.T.** — Nucl. Phys., 1986, A453, p.365.
9. **Danilin B.V., Zhukov M.V., Korsheninnikov A.A. et al.** — Sov. J. Nucl. Phys., 1989, 49, pp.351, 359.
10. **Danilin B.V., Zhukov M.V., Korsheninnikov A.A., Chulkov L.V.** — Sov. J. Nucl. Phys., 1991, 53, p.71.
11. **Zhukov M.V., Danilin B.V., Fedorov D.V. et al.** — Phys. Rep., 1993, 231, p.151.
12. **Mikhelashvili T.Ya., Smirnov Yu.F., Shirokov A.M.** — Sov. J. Nucl. Phys., 1988, 48, p.969.
13. **Horiuchi H.** — Progr. Theor. Phys., 1977, 58, p.204.
14. **Kato K., Fukatsu K., Tanaka H.** — Progr. Theor. Phys., 1988, 80, p.663.
15. **Kato K., Filippov G.F.** — Progr. Theor. Phys., 1991, 85, p.257.

16. **Perelomov A.M.** — Generalized Coherent States and Their Applications, Springer, Berlin, 1987.
17. **Hecht K.T.** — Preprint MPI H-1987-V19, Heidelberg, 1987.
18. **Fock V.A.** — Zs. f. Phys., 1928, 49, p.339.
19. **Bargmann V.** — Comm. Pure Appl. Math., 1961, 14, p.187.
20. **Faddeev L.D., Yakubovsky O.F.** — Lectures on Quantum Mechanics for Students in Mathematics, Leningrad University, 1980 (in Russian).
21. **Abramovitz M., Stegun I.A., eds., Handbook of Mathematical Functions, Washington, NBS, 1964.**
22. **Brink D.M.** — The Alpha-Particle Model of Light Nuclei, in: International School of Physics «Enrico Fermi», Course 37, Varenna, Italy, N.Y.-London, Acad. Press, 1965.
23. **Nesterov A.V.** — Sov. J. Nucl. Phys., 1993, 56, p.35.
24. **Löwdin P.O.** — Phys. Rev., 1955, 97, p.1474.
25. **Zickendraht W.** — Ann. Phys., 1965, 35, p.18.
26. **Filippov G.F.** — Preprint ITP-67-49P, Kiev, 1967 (in Russian).
27. **Nyiri J., Smorodinsky Ya.A.** — Sov. J. Nucl. Phys., 1969, 9, p.882 (in Russian).
28. **Elliot J.P.** — Proc. Roy. Soc., 1958, 245, p.128; Ibid, 1958, 245, p.562.
29. **Filippov G.F., Vasilevsky V.S., Nesterov A.V., Rybkin I.Yu.** — Preprint ITP-92-33P, Kiev, 1992 (in Russian).
30. **Filippov G.F., Dotsenko I.S.** — Preprint ITP-93-4P, Kiev, 1993 (in Russian).
31. **Filippov G.F., Dotsenko I.S.** — Preprint ITP-93-27P, Kiev, 1993 (in Russian).
32. **Filippov G.F.. Korennov S.V.** — Preprint ITP-93-38E, Kiev, 1993.
33. **Simonov Yu.A.** — Sov. J. Nucl. Phys., 1966, 3, p.630 (in Russian).
34. **Badalyan A.M., Simonov Yu.A.** — Ibid, 1966,3, p.1032 (in Russian).
35. **Efros V.D.** — Ibid, 1972, 15, p.226 (in Russian).
36. **Dzhibuti R.I., Krupennikova N.B.** — The Hyperspherical Function Method in the Few-Body Quantum Mechanics, Metsniereba, Tbilisi, 1984 (in Russian).

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП.6

УДК 539.17

ВЛИЯНИЕ ОБОЛОЧЕЧНЫХ ЭФФЕКТОВ НА ДИНАМИКУ ГЛУБОКОНЕУПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

Н.В.Антоненко, Р.В.Джолос

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Г.Г.Адамян, А.К.Насиров

Институт ядерной физики, Ташкент, Узбекистан

Дан обзор теоретических подходов к описанию глубоконеупругих столкновений тяжелых ионов. Подробно излагается микроскопическая модель, использующая одночастичный гамильтониан с зависящим от времени средним полем. В рамках модели рассматриваются процессы диссипации кинетической энергии и формирования зарядовых и массовых распределений продуктов реакции. Демонстрируется важность учета оболочечных эффектов. Результаты расчетов находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными. Показано, что нуклонный обмен является основным механизмом диссипации энергии. Отмечено соответствие теоретических сечений образования элементов Q_{gg}-систематике. Развит микроскопический метод расчета потенциальной энергии двойной ядерной системы.

Different approaches to the description of dynamics of the heavy ion deep inelastic collisions are reviewed. The microscopic model based on the single particle Hamiltonian with a time dependent mean field is elucidated. In the framework of this model the dissipation of the kinetic energy and the formation of charge and mass distributions of the reaction products are considered. The importance of the shell effects is demonstrated. The calculated results are in good agreement with the experimental data. It was shown that nucleon exchange is the main mechanism of kinetic energy dissipation. The correspondence of the calculated cross sections of isotopes production to Q_{gg}-systematics has been obtained. The microscopic method to calculate the energy of the dinuclear system is presented.

ВВЕДЕНИЕ

При столкновении тяжелых ионов могут осуществляться ядерные реакции различного типа. Их механизм в большой степени зависит от кинетической энергии бомбардирующих ядер. На шкале кинетической

энергии можно отметить несколько точек, вблизи которых изменяется механизм реакции. Если двигаться вдоль этой шкалы в направлении увеличения кинетической энергии, то первая точка — это барьер взаимодействия ядер. При кинетической энергии налетающего иона, меньшей этой величины, взаимодействие ядер чисто кулоновское. Чтобы включить в действие короткодействующие ядерные силы, необходимо сблизить ядра на достаточно малое расстояние. Для этого нужно преодолеть барьер взаимодействия. Следующая особая точка соответствует скорости движения бомбардирующего ядра, равной скорости Ферми, т.е. кинетической энергии, приходящейся на нуклон налетающего иона, равной энергии Ферми. В промежутке между этими двумя точками происходят прямые реакции, глубоконеупругие столкновения (ГНС) тяжелых ионов (ТИ), реакции полного слияния.

Глубоконеупругие столкновения тяжелых ионов дают уникальную возможность изучения динамики взаимодействия двух сложных ядер, так как занимают промежуточное положение между такими двумя столь разными процессами, как прямые реакции и реакции с образованием составного ядра. Как и в прямых реакциях, в ГНС сохраняется сильная связь между входным и выходным каналами реакции. Дисперсии массовых и зарядовых распределений, как продуктов ГНС, так и осколков деления, весьма значительны. Таким образом, в ГНС ТИ ярко проявляются одновременно как динамические, так и статистические закономерности. Несмотря на накопленный обширный экспериментальный материал и целый ряд теоретических работ, мы еще далеки от построения единой микроскопической картины реакций с ТИ при низких энергиях (≤ 10 МэВ/нуклон). До сих пор не определен однозначно механизм, отвечающий за интенсивную диссипацию кинетической энергии (~ сотни МэВ). Большой интерес представляют вопросы распределения энергии возбуждения между продуктами реакции, соотношения между различными каналами реакции и выход изотопов отдельных элементов.

Своеобразие ГНС состоит в том, что они приводят к принципиально новому явлению в ядерной физике — образованию двойной ядерной системы (ДЯС) [1—6]. На всем протяжении образования и эволюции ДЯС непрерывно идет перераспределение нуклонов, энергии возбуждения, углового момента между ядрами. Такое неустойчивое образование, как ДЯС, «живет» порядка нескольких единиц на 10^{-21} с и распадается, не достигая полного статистического равновесия по всем степеням свободы. Установление равновесия между числами протонов и нейтронов [5—7] происходит практически мгновенно в легких системах и является монотонно непрерывным процессом в тяжелых [8—10]. Медленно происходит обмен нуклонами между частями ДЯС. Эволюционируя, ДЯС, в принципе, с определенной

вероятностью может пройти через любую макроскопическую конфигурацию, разрешенную законом сохранения числа частиц, заряда и полной энергии. Распад ДЯС происходит либо из-за статических причин (преобладание сил отталкивания между взаимодействующими ядрами), либо из-за динамических причин (связи мод движения).

Экспериментальные данные о ширинах зарядовых (массовых) распределений продуктов реакций [5,6], зависимость выхода ядер от их нуклонного состава [11—15], данные о выходе легких частиц в столкновениях, ведущих к формированию составных ядер [16,17], указывают на то, что в процессе эволюции ДЯС индивидуальные особенности ядер сохраняются, а оболочечные эффекты играют существенную роль. Например, для очень тяжелых ядер $^{238}U + ^{238}U$ [18] наблюдается неожиданно интенсивная диффузия протонов по сравнению с другой симметричной системой $^{208}Pb + ^{208}Pb$ [19]. Значения дисперсии массового распределения в реакциях $^{154}Sm + ^{154}Sm$ и $^{144}Sm + ^{144}Sm$ сильно отличаются, что в работе [20] объясняют большой энергией связи нейтронов во втором случае. Сечения образования составных ядер в реакциях $^{100}Mo + ^{100}Mo$ и $^{110}Pb + ^{110}Pb$ отличаются на четыре порядка, хотя массы взаимодействующих ядер отличаются всего на 10 единиц [21,22]. Реакции $^{16}O + ^{92}Mo$ и $^{52}Cr + ^{56}Fe$ [23] или $^{40}Ar + ^{232}Th$ и $^{32}S + ^{238}U$ [14], приводящие к одному и тому же составному ядру, дают совершенно различные зарядовые распределения, что говорит о разных путях эволюции ДЯС. В реакции $^{238}U + ^{48}Ca$ [8,9] наблюдается большая массовая дисперсия при малом изменении среднего массового числа легкого фрагмента, а в реакции $^{238}U + ^{40}Ca$ такой зависимости нет. Оценки показывают [24], что для синтеза тяжелых элементов лучше использовать нейтронно обогащенное налетающее ядро. Эксперименты [1,5] указывают на проявление оболочечных эффектов в реакциях $^{40}Ar + ^{nat}Ag$ и $^{40}Ar + ^{197}Au$. Выход ядер в них быстро падает с уменьшением атомного числа Z от 18 до 9, но затем начинает возрастать с убыванием Z и достигает наибольшего значения для α-частиц. Кроме того, наблюдается усиленный выход ядер с замкнутыми оболочками и подоболочками: ^{16}O, ^{12}C, ^{15}N. В выходе нуклидов проявляются также эффекты четности по Z и N. Четные изотопы обладают большим сечением образования. Анализ позволяет качественно воспроизвести тенденции в поведении $\frac{d\sigma}{dZ}$. Наиболее яркой закономерностью в сечениях выходных каналов является Q_{gg}-систематика [1,5].

В ряде экспериментов было показано, что в реакциях $^{58}Ni + ^{197}Au$ [25,26], ^{56}Fe, $^{74}Ge + ^{165}Ho$ [27—33] энергия внутреннего возбуждения рас-

пределяется приблизительно поровну между продуктами бинарных реакций, а в реакциях $^{52}Cr + ^{208}Pb$ [34], $^{238}U + ^{124}Sn$, ^{110}Pb [35] даже большая часть энергии возбуждения концентрируется в легком фрагменте при относительно больших потерях кинетической энергии. При взаимодействии двух однородных по структуре ядер энергия возбуждения достаточно быстро распределялась бы между фрагментами пропорционально их масссам. Приведенные экспериментальные данные подтверждают концепцию сохранения индивидуальности взаимодействующих ядер даже при относительно большой энергии возбуждения ДЯС и указывают на то, что в эволюции ДЯС фундаментальную роль играют оболочечные эффекты. Изучение влияния оболочечных эффектов актуально в связи с планируемыми экспериментами на радиоактивных пучках, которые существенно расширят возможности исследования механизма ядерных реакций. Основой для анализа этих эффектов должна служить микроскопическая модель. Теоретическое изучение динамики ДЯС позволит, на наш взгляд, в рамках одного подхода рассматривать реакции ГНС, квазиделения и слияния.

Одновременное проявление динамических и статистических эффектов при взаимодействии тяжелых ионов расширяет поле исследований и затрудняет интерпретацию экспериментальных данных, поскольку приходится иметь дело с большим числом степеней свободы. Наличие у ядер внутренней структуры, которая весьма сложна при рассматриваемых энергиях возбуждения, вынуждает искать упрощения: выбор наиболее вероятного пути эволюции в конфигурационном пространстве реакции вместо рассмотрения всех возможных путей, введение макрохарактеристик (поток частиц, трение, форма и т.п.). Их понимание на микроуровне является фундаментальной проблемой. Динамические и статистические характеристики в разной степени проявляются на разных стадиях столкновений тяжелых ионов. Это дает возможность отдельно моделировать каждый этап столкновения, что также упрощает теоретическое рассмотрение.

В последовательной микроскопической теории эволюция ДЯС определяется нестационарным уравнением Шредингера для многочастичной волновой функции системы или уравнением Лиувилля для многочастичной матрицы плотности. Их решение не представляется возможным без использования некоторых упрощающих предположений. К тому же точное решение данных уравнений дает много информации, которую нельзя экспериментально проверить, так как в эксперименте наблюдаются в основном инклюзивные характеристики продуктов реакций. С другой стороны, успехи относительно простых феноменологических и полумикроскопических моделей [36—44] указывают на то, что не все степени свободы заметно влияют на динамику системы. В таких моделях наиболее существенными считаются лишь некоторые коллективные (макроскопические)

степени свободы, которые выбираются a priori, исходя из потребностей интерпретации экспериментального материала. Уменьшению явно учитываемых коллективных степеней свободы способствует экспериментально установленное различие их времен релаксации.

Таким образом, задачей микроскопической теории является нахождение эффективного гамильтониана коллективного движения и взаимодействия с внутренними степенями свободы. Связь макроскопических и внутренних степеней свободы служит источником необратимых процессов в ДЯС, таких как перенос массы, заряда и т.д. Существующие модели отличаются тем, какие внутренние возбуждения вводятся явно или неявно в рассмотрение. Это могут быть когерентные и некогерентные частично-дырочные возбуждения в каждом из ядер, переходы нуклонов или кластера из ядра в ядро [45,46]. Так как ГНС присущи как когерентные, так и стохастические формы движения нуклонов, то возникает дилемма — какой из этих двух процессов доминирует в реакции. Микроскопические модели, основанные на статистическом описании внутренней системы, не позволяют оценить относительную роль когерентных и некогерентных процессов в ГНС. Естественный выход из данного положения — одновременный учет некогерентных и когерентных свойств ГНС на единой основе или проверка каждого из этих механизмов при описании различных аспектов ГНС.

Первый вариант частично реализован в диссипативной диабатической динамике (dissipative diabatic dynamics (DDD)) [47,48]. Эта модель ограничена только одной формой когерентного движения нуклонов — их диабатическим движением в изменяющемся двухцентровом среднем поле. Процесс возбуждения ядер включает только частично-дырочные состояния, чьи диабатические уровни пересекаются во время движения ядер. Из-за диабатического характера одночастичного движения связь между коллективными и внутренними степенями свободы когерентна и нелинейна, в противоположность теории линейного отклика. В диссипативном пределе трение в DDD-модели эквивалентно однотельному трению («wall»-формула [49], «piston»-модель [50]), если время установления локального равновесия берется равным времени пролета нуклона через ядро.

Несмотря на ясность физической картины в DDD-модели, имеются некоторые сомнения относительно применимости данной концепции. Во-первых, нет точных оценок справедливости предположения о диабатичности одночастичного движения. Во-вторых, как показывают расчеты неупругих процессов при столкновении ядер [51], значительная диссипация энергии наблюдается еще до того, как происходит первое пересечение одночастичных уровней около поверхности Ферми. К тому же эти возбуждения размывают поверхность Ферми, и ландау-зенеровский механизм перескока нуклонов теряет свою важность (вероятность мала).

Многочисленные экспериментальные данные показывают, что динамика ГНС в большей степени определяется процессом передачи массы и заряда между ядрами. В настоящее время развиты два подхода для описания процесса установления равновесия по зарядовой моде в ДЯС, противоположные по исходным предположениям. В первом обмен протонами описывается как стохастический процесс без учета инерциальных эффектов (режим сильного затухания) [7,52]. Во втором зарядовая асимметрия рассматривается как коллективная мода [6, 53—55]. В основу модели [55] положен метод обобщенной матрицы плотности [56], разработанный применительно к случаю коллективного движения с большой амплитудой [57,58]. В рамках модели описываются дисперсии зарядовых распределений фрагментов при фиксированной массовой асимметрии. Для изучения высоколежащих изоскалярных и изовекторных коллективных состояний ДЯС используются уравнения приближения случайных фаз.

Возможность того, что передача массы (заряда) в ГНС ТИ является коллективным процессом, рассмотрена группой Грайнера [42,59,60]. В их теории фрагментации эволюция системы вдоль координаты массовой асимметрии определяется нестационарным уравнением Шредингера. Проводя интегрирование последнего вдоль классической траектории относительного движения сталкивающихся ядер, определяют изменение ширины массового (зарядового) распределения. Из-за адиабатического рассмотрения процесса, конечно, пренебрегают квантовыми флуктуациями. Хотя известно, что при быстром разрыве шейки движение по масс-асимметричной моде становится сильно неадиабатическим. В данной модели потенциальную энергию ДЯС вычисляют в рамках жидкокапельной модели с учетом оболочечных поправок. При этом полагают, что система в каждый момент времени находится в минимуме потенциальной энергии по отношению к параметрам шейки и деформации ядер.

Среди множества подходов, наиболее широко используются для описания ГНС ТИ транспортные (стохастические) модели [61—75]. Обмен массой и зарядом, передачу энергии и углового момента относительного движения во внутренние степени свободы можно успешно интерпретировать как диффузионный процесс. По своей природе взаимодействие ядер является неравновесным статистическим процессом: ДЯС не только возбуждается, но и релаксирует к полному статистическому равновесию. Транспортные уравнения фундаментально отличаются от уравнения Шредингера. Они описывают необратимую эволюцию вероятности распределения, а не амплитуду. Все транспортные теории исходят из разделения степеней свободы системы на медленную макроскопическую и быстро релаксирующую внутреннюю, что ведет к пренебрежению эффектами когерентности и корреляциями. Предполагая явно или неявно статистические гипотезы для оператора взаимодействия коллективных и внутренних степеней свободы, мож-

но вывести кинетические уравнения из динамического уравнения движения Лиувилля. Такой вывод позволяет получить микроскопические транспортные коэффициенты. Интересным является сравнение транспортных коэффициентов, полученных в различных моделях [76,77]. В макроскопических диффузионных моделях транспортные коэффициенты считают пропорциональными отношению фазовых объемов состояний возбужденной системы, т.е. направление передачи нуклонов определяется балансом между полными энергиями различных конфигураций ДЯС. Некоторые оболочечные эффекты, связанные с зависимостью энергии связи от A и Z, могут быть включены в потенциальную энергию ДЯС («driving»-потенциал) при использовании экспериментальных значений энергий связи ядер ДЯС. Однако игнорирование оболочечной нуклонной структуры ядер не позволяет интерпретировать ряд экспериментальных данных. Например, диффузионные модели, использующие поверхности потенциальной энергии, не могут объяснить сильный рост дисперсии массового распределения при слабом изменении средних масс партнеров реакции [10,78].

В рамках микроскопического подхода были развиты такие транспортные модели, как приближения случайных матриц [61,67,71,75], модели однотельной диссипации [68,69,72] и линейного отклика [65,66,73,74], которые стимулировали развитие теории коллективного ядерного движения большой амплитуды. Основным кинетическим уравнением во всех этих подходах является мастер-уравнение или уравнение Фоккера — Планка (УФП) для функции распределения коллективных координат и сопряженных импульсов в фазовом пространстве коллективных степеней свободы. Решение УФП содержит информацию о средних значениях и флуктуациях динамических переменных. При этом средние значения удовлетворяют уравнению Ньютона с силами трения.

В рамках одночастичных моделей [63,64,68,69,72] получены транспортные коэффициенты УФН, описывающего перенос массы и заряда, энергии и углового момента. В этих моделях предполагается, что партнеры реакции сохраняют свою индивидуальность. Внутренняя система описывается как сумма независимых внутренних подсистем каждого из ядер. В модели [63,64] учитываются некогерентные частично-дырочные возбуждения и обмен нуклонами между ядрами, вызванные недиагональными матричными элементами одночастичного потенциала. Модель [68,69] рассматривает только обмен нуклонами и является микроскопическим аналогом классической картины обмена частицами через окно в ходе столкновения ядер (модель «proximity») [49]. Статистическая гипотеза входит в модель вместе с предположением о быстрой хаотизации движений нуклонов в каждом из ядер. Интригует простота модели [68,69] и успех в описании потерь кинетической энергии («window»-формула) и ширин массовых (зарядовых) распределений продуктов реакций.

В обеих моделях оболочечные эффекты не рассматриваются явно, не учитываются особенности одночастичных спектров партнеров реакции. В модели [63,64] матричные элементы передачи нуклона из ядра в ядро определяются с помощью процедуры усреднения по всем оболочечным конфигурациям. Влияние структуры взаимодействующих ядер проявляется только в сильной зависимости транспортных коэффициентов от плотности одночастичных уровней. Во второй модели взаимодействующие ядра рассматриваются в приближении ферми-газа, что означает учет структуры ядер лишь усредненно через энергию основного состояния и параметры плотности уровней. Надо отметить, что полученные в этих подходах транспортные коэффициенты сильно различаются. Приближение [63,64] базируется не на теории возмущения в противоположность модели [68,69], где связь между коллективными и внутренними движениями описывается не самосогласованно, а только в среднем и в первом порядке теории возмущения (предел слабой связи). Транспортная модель [68,69] включает (классически) динамические эффекты, тогда как модель [63,64] не рассматривает явно относительное движение ядер.

В теории линейного отклика [65,66] основной статистической гипотезой является предположение о том, что в каждой точке классической траектории внутренняя система близка к термодинамическому равновесию. Тогда можно вычислить отклонение матрицы плотности внутренней системы от равновесной по теории возмущения. Теория линейного отклика сформулирована в квазиадиабатическом представлении (предел слабой связи), т.е. модель верна только для малых коллективных скоростей. Возбуждение внутренней системы (некогерентные частично-дырочные возбуждения в двухцентровом потенциале) вызывается за каждый бесконечно малый промежуток времени изменением среднего поля ДЯС. В качестве макроскопических (коллективных) степеней свободы в данной модели учитываются относительное движение ядер, массовая (зарядовая) асимметрия, форма ядер. Связь макроскопических и микроскопических степеней свободы осуществляется посредством тензора трения. Причем трение и коэффициент диффузии связаны через соотношение Эйнштейна. Диссипация в рамках теории линейного отклика является квантово-механической версией классического однотельного трения («wall»-формула).

Во всех вышеприведенных транспортных моделях предполагают, что ДЯС сильно возбуждается и локальное равновесие реализуется в течение очень короткого интервала времени. Это хорошее приближение для конечной стадии реакции, но оно некорректно при описании начальной стадии. Расчеты [6] показывают, что на начальной стадии ГНС ТИ доминируют сильные когерентные возбуждения, которые распадаются на некогерентные сложные состояния в течение времени установления локального равновесия.

Для учета этих эффектов в работе [79] получено модифицированное УФП, в котором учитывается нестатистическая начальная фаза столкновения.

В реакциях с ТИ при энергии несколько МэВ/нуклон над кулоновским барьером ДЯС в хорошем приближении может быть охарактеризована как система, состоящая из невзаимодействующих частиц, с общим нестационарным средним полем, так как средняя скорость (скорость Ферми) нуклонов много больше относительной скорости ионов. Для описания начальной стадии реакции наиболее общим микроскопическим подходом является решение многочастичного уравнения Шредингера в зависящем от времени приближении Хартри — Фока (TDHF) [80—82]. TDHF содержит описание всех степеней свободы, которые рассматриваются в транспортных моделях. Однако возникают некоторые проблемы с разделением этих макроскопических наблюдаемых из-за нелинейности динамических уравнений. В рамках TDHF хорошо описываются сечение деления и ГНС, функции отклонения, диссипация энергии и относительного углового момента, центроиды массовых (зарядовых) распределений и т.д. Вместе с тем расчетные значения дисперсий массовых (зарядовых) распределений в несколько раз меньше, чем экспериментальные. TDHF не может также хорошо описать сечения слияния ядер. Другим серьезным недостатком TDHF в теории ядерных реакций является неспособность учесть флуктуации среднего поля и, в частности, его формы. К тому же практическая реализация данного метода встречается с многочисленными расчетными трудностями. Представляют интерес альтернативные подходы, основанные на базе TDHF, такие как адиабатическое, зависящее от времени приближение Хартри — Фока (ATDHF) и полумикроскопические гидродинамические модели [73,82].

Последовательное описание многоступенчатых процессов столкновения тяжелых ионов может быть выполнено в рамках метода связанных каналов [83,84]. Обычно, для простоты, от системы уравнений метода связанных каналов переходят к уравнению переноса, а связь моделируют с помощью сил трения [85].

В настоящее время существуют простые модели [86—95], в которых не учитываются все эффекты (например, микроскопическое самосогласование плотности и ядерного потенциала), включенные в метод TDHF. Однако с их помощью можно достичь существенного прогресса в понимании физики процесса взаимодействия ядер. В рамках такого подхода нами сделана попытка описать единым образом столкновения ТИ в широкой области потерь энергии: от квазиупругого до глубоконеупругого режима. Наша модель [52,76,77,96—108] позволяет явно учитывать влияние оболочечной структуры ядер на процесс столкновения. Составными элементами модели являются реалистическая схема одночастичных уровней, энергии отделения нуклонов, одночастичные матричные элементы неупругих переходов нуклонов в ядре, вызванные воздействием поля налетающего ядра, и матричные элемен-

ты передачи нуклона из ядра в ядро. Одночастичное приближение улучшено путем феноменологического учета остаточного взаимодействия между нуклонами. Модель также позволяет простым образом учесть флуктуации, связанные с искажением среднего поля в рамках приближения случайных фаз. Знание эволюции одночастичных степеней свободы позволяет получить транспортные коэффициенты, что обеспечивает микроскопический базис для феноменологического описания ГНС ТИ на основе мастер-уравнения или УФП [76,77]. В работах [96—101] на основе явного вида оператора эволюции системы получены вероятности переходов между макросостояниями системы, отличающимися зарядовой (массовой) асимметрией. Результаты этих работ позволяют говорить о сильном влиянии оболочечной структуры на многонуклонные передачи, т.е. изменение макропараметров ДЯС определяется микроскопическими переходами нуклонов. Причина переходов состоит в том, что после столкновения тяжелых ионов нуклоны оказываются в некотором среднем поле ДЯС, и их состояния уже не являются собственными для гамильтониана системы. Изучение изменений коллективных переменных ДЯС позволяет получить экспериментально наблюдаемые характеристики реакций с ТИ. Представляет интерес установление связи между макроскопическими и микроскопическими подходами, используемыми для описания эволюции ДЯС, и, в частности, разработка метода микроскопического расчета энергии ДЯС.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

В основе модели лежит предположение, что при рассматриваемых энергиях столкновения ядра сохраняют свои индивидуальные особенности. Поэтому для квантово-механического описания внутренних степеней свободы используется одночастичное приближение с реалистическими схемами одночастичных уровней для каждого из ядер. Качественно процесс представляется следующим образом: две потенциальные ямы (потенциалы Вудса — Саксона), чьи центры масс движутся по классическим траекториям, воздействуют друг на друга, вызывая изменения состояний нуклонов и их переходы из ядра в ядро. В данной модели этот механизм является основным механизмом диссипации кинетической энергии и обмена нуклонами. Двухчастичные столкновения нуклонов учитываются косвенно через фермиевские (температурные) числа заполнения. Эффекты, связанные с остаточным взаимодействием, такие как возбуждение высоко- и низколежащих коллективных состояний ядер и ДЯС, явно не рассматриваются, хотя вклад в диссипацию должны давать легко возбуждаемые моды поверхностных колебаний. Адиабатичность относительного движения по отношению к этим колебаниям уменьшает данный эффект.

Удобно представить полный гамильтониан ДЯС $\hat{H}$ в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{rel}} + \hat{H}_{\text{in}} + \hat{V}_{\text{int}}. \tag{1}$$

Гамильтониан относительного движения

$$\hat{H}_{\text{rel}} = \frac{\hat{\mathbf{P}}^2}{2\mu} + U(\hat{\mathbf{R}})$$

является суммой оператора кинетической энергии и потенциала взаимодействия ядер $U(\hat{\mathbf{R}})$ в основном состоянии. Здесь $\hat{\mathbf{R}}$ — расстояние между центрами масс фрагментов, $\hat{\mathbf{P}}$ — сопряженный импульс, μ — приведенная масса системы. Два последних члена (1) описывают внутреннее движение невзаимодействующих ядер и связь относительного движения с внутренним соответственно.

Используя теорему Эренфеста, легко получить из (1) классический предел уравнений движения для макроскопических коллективных переменных $\mathbf{R}$ и $\mathbf{P}$:

$$\dot{\mathbf{R}} = \nabla_{\mathbf{P}}(H_{\text{rel}} + \langle t|\hat{V}_{\text{int}}|t\rangle), \tag{2}$$

$$\dot{\mathbf{P}} = -\nabla_{\mathbf{R}}(H_{\text{rel}} + \langle t|\hat{V}_{\text{int}}|t\rangle), \tag{3}$$

где усреднение $\langle t|\ldots|t\rangle$ производится по внутренним переменным в момент времени t. Видно, что классическое движение ядер дополнительно зависит от нестационарного неконсервативного потенциала связи $\langle t|\hat{V}_{\text{int}}|t\rangle$, для вычисления которого необходимо рассмотреть уравнение движения для одночастичной матрицы плотности.

Одночастичный базис конструируется из асимптотических волновых векторов одночастичных состояний невзаимодействующих ядер — налетающего иона $''P''|P\rangle$ и ядра мишени $''T''|T\rangle$ в виде

$$|\tilde{P}\rangle = |P\rangle - \frac{1}{2}\sum_{T} |T\rangle\langle T|P\rangle,$$

$$|\tilde{T}\rangle = |T\rangle - \frac{1}{2}\sum_{P} |P\rangle\langle P|T\rangle.$$

Для данного базисного набора условие ортогональности выполняется с точностью до членов 2-го порядка по интегралу перекрытия $\langle P|T\rangle$ [52].

Одночастичный гамильтониан ДЯС $\hat{\mathcal{H}}$ удобно брать в виде

$$\hat{\mathcal{H}}(\mathbf{R}(t)) = \sum_{i=1}^{A}\left(\frac{-\hbar^2}{2m}\Delta_i + U_P(\mathbf{r}_i - \mathbf{R}(t)) + U_T(\mathbf{r}_i)\right), \tag{4}$$

где m — масса нуклона, $A = A_P + A_T$ — суммарная атомная масса системы. Средние одночастичные потенциалы налетающего ядра U_P и ядра мишени U_T включают как ядерные, так и кулоновские поля. В представлении вторичного квантования гамильтониан (4) можно записать следующим образом:

$$\hat{\mathcal{H}}(\mathbf{R}(t)) = \hat{\tilde{H}}_{\text{in}}(\mathbf{R}(t)) + \hat{V}_{\text{int}}(\mathbf{R}(t)),$$

$$\hat{\tilde{H}}_{\text{in}}(\mathbf{R}(t)) = \sum_i \tilde{\varepsilon}_i(\mathbf{R}(t))\, a_i^+ a_i = \sum_P \tilde{\varepsilon}_P(\mathbf{R}(t))\, a_P^+ a_P + \sum_T \tilde{\varepsilon}_T(\mathbf{R}(t))\, a_T^+ a_T,$$

$$\hat{V}_{\text{int}}(\mathbf{R}(t)) = \sum_{i \neq i'} V_{ii'}(\mathbf{R}(t))\, a_i^+ a_{i'} = \sum_{P \neq P'} \chi_{PP'}^{(T)}(\mathbf{R}(t))\, a_P^+ a_{P'} + \tag{5}$$

$$+ \sum_{T \neq T'} \chi_{TT'}^{(P)}(\mathbf{R}(t))\, a_T^+ a_{T'} + \sum_{T,P} g_{PT}(\mathbf{R}(t))\, (a_P^+ a_T + \text{h.c.}),$$

где с точностью до величин второго порядка по интегралу перекрытия $\langle P|T \rangle$

$$\tilde{\varepsilon}_P(\mathbf{R}(t)) = \varepsilon_P + \langle P|U_T(\mathbf{r})|P \rangle,$$

$$\tilde{\varepsilon}_T(\mathbf{R}(t)) = \varepsilon_T + \langle T|U_P(\mathbf{r} - \mathbf{R}(t))|T \rangle,$$

$$\chi_{PP'}^{(T)}(\mathbf{R}(t)) = \langle P|U_T(\mathbf{R})|P' \rangle, \tag{6}$$

$$\chi_{TT'}^{(P)}(\mathbf{R}(t)) = \langle T|U_P(\mathbf{r} - \mathbf{R}(t))|T' \rangle,$$

$$g_{PT}(\mathbf{R}(t)) = \frac{1}{2} \langle P|U_P(\mathbf{r} - \mathbf{R}(t)) + U_T(\mathbf{r})|T \rangle.$$

В выражении (6) $\varepsilon_{P(T)}$ — энергии невозмущенных одночастичных состояний, характеризуемые набором квантовых чисел $P \equiv (n_P, j_P, l_P, m_P)$ ($T \equiv (n_T, j_T, l_T, m_T)$). Диагональные матричные элементы $\langle P|U_T|P \rangle$ и $\langle T|U_P|T \rangle$ характеризуют сдвиги энергий одночастичных уровней, вызванные взаимодействием ядер. Недиагональные матричные элементы $\chi_{PP'}^{(T)}$ и $\chi_{TT'}^{(P)}$ соответствуют частично-дырочным переходам между уровнями в одном из ядер под воздействием среднего поля ядра-партнера. В свою очередь, g_{PT} определяют переходы нуклонов из ядра в ядро из-за действия среднего поля ДЯС. Вклады в матричные элементы от неинерциальных эффектов не учитываются вследствие их малости [91]. Информацию об эволюции систе-

мы можно получить, решая уравнение движения для одночастичной матрицы плотности. Если интерес представляет только зарядовое (массовое) распределение продуктов ГНС ТИ, то можно сразу воспользоваться кинетическим уравнением для вероятности найти систему в определенном состоянии.

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ВОЗБУЖДЕНИЯ МЕЖДУ ПРОДУКТАМИ РЕАКЦИЙ

Диссипация кинетической энергии. Большая величина потерь кинетической энергии в глубоконеупругих столкновениях тяжелых ионов является одной из характернейших черт этого типа ядерных реакций [1,6]. Первоначально предполагалось, что кинетическая энергия относительного движения, трансформируясь в энергию внутреннего возбуждения, распределяется между фрагментами пропорционально их массам (термодинамическое равновесие). Однако позднее в ряде экспериментов было показано, что это предположение некорректно. В некоторых реакциях энергия возбуждения распределяется приблизительно поровну между продуктами бинарных реакций [25,26,109]. В других реакциях [27—33] распределение энергии возбуждения оказывается промежуточным между равным распределением и пропорциональным массам ядер. В реакциях $^{52}Cr + {}^{208}Pb$ [34], $^{238}U + {}^{124}Sn$, ^{110}Pd [35] большая часть энергии возбуждения концентрируется в легком продукте при относительно больших потерях кинетической энергии. Эти новые экспериментальные данные способствовали росту интереса к проблеме диссипации кинетической энергии, поскольку знание распределения энергии возбуждения между фрагментами необходимо для восстановления первичного выхода продуктов реакции по измеренным выходам испарительных остатков.

Расчет сил трения требует формулировки микроскопической модели, в которой явным образом рассматривается связь относительного движения с внутренним [86—95, 110—112]. Модели различаются тем, какие внутренние возбуждения вводятся в рассмотрение. Это могут быть коллективные поверхностные колебания, гигантские резонансы, некогерентные частично-дырочные возбуждения, отвечающие неупругим возбуждениям взаимодействующих ядер или переходом нуклонов из ядра в ядро. Ясно, что структура возбужденных состояний ядер, величина связи различных мод возбуждения с относительным движением будут влиять на распределение энергии между фрагментами.

Уравнение движения для одночастичной матрицы плотности $\hat{n}(t)$

$$i\hbar \frac{\partial \hat{n}(t)}{\partial t} = [\hat{\mathcal{H}}(\mathbf{R}(t)), \hat{n}(t)] \qquad (7)$$

в матричном представлении принимает вид

$$i\hbar \frac{dn_i(t)}{dt} = \sum_k [V_{ik}(\mathbf{R}(t))n_{ki}(t) - n_{ik}(t)V_{ki}(\mathbf{R}(t))], \tag{8}$$

$$i\hbar \frac{dn_{ik}(t)}{dt} = \hbar\, \tilde{\omega}_{ik}(\mathbf{R}(t))n_{ik}(t) + V_{ki}(\mathbf{R}(t))[n_k(t) - n_i(t)], \tag{9}$$

где использованы следующие обозначения: $\tilde{\omega}_{ik} = [\tilde{\varepsilon}_i - \tilde{\varepsilon}_k]/\hbar$, $n_{ik}(t) = \langle t|a_i^+ a_k|t\rangle$, $n_i(t) = n_{ii}(t) = \langle t|a_i^+ a_i|t\rangle$. В выражении (9) можно сделать следующее упрощение (приближение случайных фаз):

$$\sum_k V_{k'i}(\mathbf{R}(t))n_{k'k}(t) - \sum_{i'} V_{ki'}(\mathbf{R}(t))n_{ii'}(t) \approx V_{ki}(\mathbf{R}(t))[n_k(t) - n_i(t)]. \tag{10}$$

Тогда, подставляя решение (9)

$$n_{ik}(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_{t_0}^{t} dt' V_{ik}(\mathbf{R}(t')) \exp\left\{ i \int_{t'}^{t} dt'' \tilde{\omega}_{ki}(\mathbf{R}(t'')) \right\} [n_k(t') - n_i(t')] \tag{11}$$

в выражение (8), получаем уравнение для динамических чисел заполнения $n_i(t)$:

$$\frac{dn_i(t)}{dt} = \sum_k \int_{t_0}^{t} dt' \Omega_{ik}(t, t')[n_k(t') - n_i(t')], \tag{12}$$

где

$$\Omega_{ik}(t,t') = \frac{2}{\hbar^2} \operatorname{Re} \left\{ V_{ik}(\mathbf{R}(t))V_{ki}(\mathbf{R}(t')) \exp\left[i \int_{t'}^{t} dt'' \tilde{\omega}_{ki}(\mathbf{R}(t'')) \right] \right\}.$$

Уравнение (12) напоминает по структуре основное кинетическое уравнение (мастер-уравнение), хотя в отличие от последнего, в силу своего интегрального характера, учитывает «эффекты памяти». Процесс интенсивного возбуждения ядер затрагивает большое число одночастичных состояний, и соответствующие им числа заполнения изменяются очень медленно со временем. Кроме того, ядро интегродифференциального уравнения (12) имеет резкий максимум при $t' = t$. Поэтому уравнение (12) можно записать следующим образом:

$$\frac{dn_i(t)}{dt} = \sum_k w_{ik}(t, t_0)(n_k(t) - n_i(t)), \tag{13}$$

где

$$w_{ik}(t,t_0) = \int_{t_0}^{t} dt' \Omega_{ik}(t,t').$$

Мастер-уравнение (13) можно решить методом последовательных итераций:

$$n_i(t+\Delta t) = n_i(t) + \sum_k \overline{W}_{ik}(\mathbf{R}(t),\, \Delta t)[n_k(t) - n_i(t)],$$
$$\overline{W}_{ik}(\mathbf{R}(t),\, \Delta t) = \left|V_{ik}(\mathbf{R}(t))\right|^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\Delta t}{2}\,\tilde{\omega}_{ki}(\mathbf{R}(t))\right)}{\left[\frac{\hbar}{2}\,\tilde{\omega}_{ki}(\mathbf{R}(t))\right]^2}. \qquad (14)$$

Числа заполнения берутся в начальный момент времени равными единице для заполненных состояний и равными нулю — для свободных.

Уравнение (13) описывает необратимую эволюцию системы. Действительно, с учетом (13) и определения энтропии неравновесной системы $S(t)$ через числа заполнения

$$S(t) = -k \sum_i [n_i(t) \ln n_i(t) + \overline{n}_i(t) \ln \overline{n}_i(t)], \quad \overline{n}_i(t) = 1 - n_i(t), \qquad (15)$$

(k — постоянная Больцмана) находим, что временная производная энтропии

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{k}{2} \sum_{i,k} w_{ik}(t, t_0)\,[n_i(t)\overline{n}_k(t) - n_k(t)\overline{n}_i(t)] \ln\left[\frac{n_i(t)\overline{n}_k(t)}{\overline{n}_i(t)n_k(t)}\right] \qquad (16)$$

неотрицательна, т.е. растет со временем или равна нулю в равновесном состоянии. Это доказывает необратимость уравнений (12), (13), которая возникает из-за потери информации о процессе вследствие предположений о его марковости и хаотичности $\hat{V}$ и $\hat{n}$ (см.(10)).

В процессе реакции одновременно с общим нагревом ядер происходит релаксация системы к статистически равновесному состоянию. Но стационарное решение уравнений (12), (13) не дает в асимптотике ($t \to \infty$) при фиксированном R фермиевских температурных чисел заполнения, ибо изначально нами не было учтено остаточное взаимодействие между нуклонами. Их учет в гамильтониане (1) приведет к появлению в правой части уравнения (12), (13), дополнительно к одночастичному, хорошо известного двухчастичного столкновительного члена [113,114]:

$$\sum_{jkl} \int_{t_0}^{t} dt' \Omega^{\mathrm{res}}_{ijkl}(t, t')[\overline{n}_i(t')\overline{n}_j(t')n_k(t')n_l(t') - n_i(t')n_j(t')\overline{n}_i(t')\overline{n}_j(t')],$$
$$\Omega^{\mathrm{res}}_{ijkl}(t,t') = \frac{1}{\hbar^2}\,\mathrm{Re}\left\{V^{\mathrm{res}}_{ijkl}(\mathbf{R}(t))V^{\mathrm{res}}_{lkji}(\mathbf{R}(t'))\exp\left[i\int_{t'}^{t} dt''\tilde{\omega}_{lkji}(\mathbf{R}(t''))\right]\right\},$$

где $\tilde{\omega}_{lkji} = [\tilde{\varepsilon}_l + \tilde{\varepsilon}_k - \tilde{\varepsilon}_j - \tilde{\varepsilon}_i]/\hbar$, V^{res}_{ijkl} — матричный элемент остаточного взаимодействия. Индексы пробегают по всем одночастичным состояниям налетающего ядра P и ядра-мишени T.

Тогда может быть вычислена временная производная энтропии с учетом двухчастичного столкновительного члена:

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{k}{2}\left\{ \sum_{i,k} w_{ik}(t,t_0)\,[n_i\bar{n}_k - n_k\bar{n}_i] \ln\left[\frac{n_i\bar{n}_k}{n_k\bar{n}_i}\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}\sum_{ijkl} w^{\text{res}}_{ijkl}(t,t_0)[n_in_j\bar{n}_k\bar{n}_l - \bar{n}_i\bar{n}_jn_kn_l] \ln\left[\frac{n_in_j\bar{n}_k\bar{n}_l}{\bar{n}_i\bar{n}_jn_kn_l}\right]\right\}, \qquad (17)$$

где использованы обозначения $n_i = n_i(t)$, $\bar{n}_i = 1 - n_i(t)$ и

$$w^{\text{res}}_{ijkl}(t, t_0) = \int_{t_0}^{t} dt' \Omega^{\text{res}}_{ijkl}(t,t').$$

Известно, что стационарное решение уравнения (17) соответствует равновесному распределению с зависящими от температуры числами заполнения фермиевского типа, а энергии Ферми и температура ядер равны друг другу: $\varepsilon_{F_P} = \varepsilon_{F_T}$, $T_P = T_T$.

Явный учет остаточного взаимодействия требует большого объема вычислений. Поэтому обычно учитывают двухчастичный интеграл столкновений в линеаризованной форме (τ-приближение) [115,116]. Тогда уравнение для одночастичной матрицы плотности $\hat{\tilde{n}}(t)$ принимает вид

$$ih\frac{\partial\hat{\tilde{n}}(t)}{\partial t} = [\hat{\mathcal{H}}, \hat{\tilde{n}}(t)] - \frac{i\hbar}{\tau}\{\hat{\tilde{n}}(t) - \hat{\tilde{n}}^{eq}(\mathbf{R}(t))\}, \qquad (7')$$

где τ — параметр времени релаксации, $\tilde{n}^{eq}(\mathbf{R}(t))$ — локальное квазиравновесное распределение, т.е. равновесное распределение при фиксированной величине коллективной координаты $\mathbf{R}$.

Аналогично выражениям (8), (9), (11), (12) получаются следующие уравнения:

$$i\hbar\frac{d\tilde{n}_i(t)}{dt} = \sum_k [V_{ik}(\mathbf{R}(t))\tilde{n}_{ki}(t) - V_{ki}(\mathbf{R}(t))\tilde{n}_{ik}(t)] - \frac{i\hbar}{\tau}[\tilde{n}_i(t) - \tilde{n}^{eq}_i(\mathbf{R}(t))], \qquad (8')$$

$$i\hbar\frac{d\tilde{n}_{ik}(t)}{dt} = \hbar\left[\tilde{\omega}_{ik}(\mathbf{R}(t)) - \frac{2i}{\tau}\right]\tilde{n}_{ik}(t) + V_{ki}(\mathbf{R}(t))[\tilde{n}_k(t) - \tilde{n}_i(t)], \qquad (9')$$

$$\tilde{n}_{ik}(t) = \frac{1}{i\hbar}\int_{t_0}^{t} dt' V_{ik}(\mathbf{R}(t')) \exp\left\{ i\int_{t'}^{t} dt'' \left[\tilde{\omega}_{ki}(\mathbf{R}(t'')) + \frac{2i}{\tau} \right] \right\} [\tilde{n}_k(t') - \tilde{n}_i(t')], \quad (11')$$

$$\frac{d\tilde{n}_i(t)}{dt} = \sum_k \int_{t_0}^{t} dt' \Omega_{ik}(t,t') \exp\left(\frac{t'-t}{\tau/2} \right) [\tilde{n}_k(t') - \tilde{n}_i(t')] - \frac{1}{\tau}[\tilde{n}_i(t) - \tilde{n}_i^{eq}(\mathbf{R}(t))]. \quad (12')$$

Формальное решение уравнения (12′) имеет вид

$$\tilde{n}_i(t) = \exp\left(\frac{t_0 - t}{\tau} \right) \left\{ \tilde{n}_i(t_0) + \sum_k \int_{t_0}^{t} dt' \int_{t_0}^{t'} dt'' \Omega_{ik}(t',t'') \exp\left(\frac{t''-t_0}{\tau/2} \right) \times \right.$$

$$\left. \times [\tilde{n}_k(t'') - \tilde{n}_i(t'')] + \frac{1}{\tau}\int_{t_0}^{t} dt' \tilde{n}_i^{eq}(\mathbf{R}(t')) \exp\left(\frac{t'-t_0}{\tau} \right) \right\}. \quad (18)$$

Уравнение (18) удобно решить итерационным методом, разделяя временной интервал $(t - t_0)$ на промежутки: t_0, $t_0 + \Delta t$, $t_0 + 2\Delta t$ и т.д. Тогда для $\Delta t < \tau$ приближенно уравнение (18) можно записать следующим образом:

$$\tilde{n}_i(t) = \tilde{n}_i^{eq}(\mathbf{R}(t)) \left[1 - \exp\left(\frac{-\Delta t}{\tau} \right) \right] + n_i(t) \exp\left(\frac{-\Delta t}{\tau} \right),$$

$$n_i(t) = \tilde{n}_i(t - \Delta t) + \sum_k \overline{W}_{ik}(\mathbf{R}(t), \Delta t)[\tilde{n}_k(t - \Delta t) - \tilde{n}_i(t - \Delta t)], \quad (19)$$

где $\overline{W}_{ik}$ определено в (14). Динамические $n_i(t)$ и квазиравновесные (температурные) $\tilde{n}_i^{(eq)}(\mathbf{R}(t))$ числа заполнения вычисляются на каждом итерационном шаге Δt. Параметры фермиевского распределения для протонной и нейтронной подсистем каждого из ядер определяются законами сохранения энергии и числа нуклонов данного типа.

Относительный вклад одночастичной и двухчастичной компонент определяется величиной времени релаксации τ, которая является единственным параметром нашей модели.

Зная значения чисел заполнения $\tilde{n}_i(t)$, легко определить в любой момент времени t среднее число протонов $Z_{P(T)}$, нейтронов $N_{P(T)}$ и их дисперсии σ_Z^2 или σ_N^2 для каждого из ядер, а также найти энергии возбуждения фрагментов $E^*_{P,T}(t)$:

$$Z_{P(T)}(t) = \sum_{P(T)}^{Z} \tilde{n}_{P(T)}(t), \quad (20)$$

$$N_{P(T)}(t) = \sum_{P(T)}^{N} \tilde{n}_{P(T)}(t), \quad (21)$$

$$\sigma^2_{Z(N)}(t) = \sum_{P}^{Z(N)} \tilde{n}_P(t)[1 - \tilde{n}_P(t)], \tag{22}$$

$$E^*_{P(T)}(t) = \sum_{P(T)} [\tilde{\varepsilon}_{P(T)}(\mathbf{R}(t)) - \varepsilon_{F_P(F_T)}(\mathbf{R}(t))][\tilde{n}_{P(T)}(t) - \tilde{n}_{P(T)}(t_0)], \tag{23}$$

где $\varepsilon_{F_P(F_T)}(\mathbf{R}(t))$ — энергия Ферми легкого P (тяжелого T) фрагмента. Верхний индекс $Z(N)$ суммы обозначает суммирование по протонным (нейтронным) одночастичным уровням. На каждом итерационном шаге мы можем разделить вклад в энергию возбуждения фрагмента от частично-дырочных возбуждений и обмена нуклонами.

Кинетические коэффициенты. Подставляя (11′) в (3), получаем интегродифференциальное уравнение

$$\frac{d}{dt}[\mu(\mathbf{R}(t))\,\dot{\mathbf{R}}(t)] = -\nabla_{\mathbf{R}} U(\mathbf{R}(t)) - 2\,\mathrm{Re}\sum_{i\neq k} \nabla_{\mathbf{R}} V_{ki}(\mathbf{R}(t))\,\tilde{n}_{ik}(t). \tag{24}$$

Второе слагаемое в правой части (24) содержит эффективные силы как консервативной, так и диссипативной природы, вызванные связью относительного движения с внутренним. Данный член зависит явно не только от относительного расстояния $R(t)$, но и от текущего времени t в отличие от теории линейного отклика, где берутся асимптотические значения [65].

В адиабатическом пределе, когда характерное время коллективного движения много больше времени релаксации, можно разложить в уравнении (24) функцию $V_{ki}(\mathbf{R}(t'))$ вблизи точки $t' = t$:

$$V_{ik}(\mathbf{R}(t')) = V_{ik}(\mathbf{R}(t)) + (t'-t)\,\dot{\mathbf{R}}(t)\,\nabla_{\mathbf{R}} V_{ik}(\mathbf{R}(t)) +$$

$$+\frac{(t'-t)^2}{2}\,\ddot{\mathbf{R}}(t)\,\nabla_{\mathbf{R}} V_{ik}(\mathbf{R}(t)) + \frac{(t'-t)^2}{2}\,(\dot{\mathbf{R}}(t)\,\nabla_{\mathbf{R}})^2 V_{ik}(\mathbf{R}(t)) + \ldots .$$

Первое слагаемое разложения дает динамическую поправку $-\nabla_{\mathbf{R}}\delta U(\mathbf{R}(t))$ к консервативной силе $-\nabla_{\mathbf{R}} U(\mathbf{R}(t))$:

$$-\nabla_{\mathbf{R}}\delta U(\mathbf{R}(t)) = \sum_{ik} V_{ik}(\mathbf{R}(t))\nabla_{\mathbf{R}} V_{ki}(\mathbf{R}(t)) B^{(0)}_{ik}(t,t_0)[\tilde{n}_i(t) - \tilde{n}_k(t)],$$

где

$$B^{(n)}_{ik}(t,t_0) = \frac{2}{\hbar}\int_{t_0}^{t} dt'\,\frac{(t'-t)^n}{n!}\exp\left(\frac{t'-t}{\tau/2}\right)\sin\left\{\tilde{\omega}_{ki}(\mathbf{R}(t))\,[t-t']\right\}.$$

Аналогично можно записать поправку $\delta U(\mathbf{R}(t))$ к консервативному потенциалу $U(\mathbf{R}(t))$, вызванную частично-дырочными возбуждениями и обменом нуклонами

$$\delta U(\mathbf{R}(t)) = \frac{1}{2}\sum_{ik} |V_{ik}(\mathbf{R}(t))|^2 B_{ik}^{(0)}(t,t_0)[\tilde{n}_k(t) - \tilde{n}_i(t)].$$

Учет второго слагаемого приводит к необратимой потере кинетической энергии относительного движения, которая идет на внутреннее возбуждение ядер. Коэффициенты радиального и тангенциального трения, соответственно, можно записать в виде

$$k_R(R(t)) = \sum_{ik} \left|\frac{\partial V_{ik}(\mathbf{R}(t))}{\partial R}\right|^2 B_{ik}^{(1)}(t,t_0)[\tilde{n}_k(t) - \tilde{n}_i(t)],$$

$$k_T(R(t)) = \frac{1}{2(R(t))^2}\sum_{ik,L} L(L+1)|V_{ik}^L(\mathbf{R}(t))|^2 B_{ik}^{(1)}(t,t_0)(\tilde{n}_k(t) - \tilde{n}_i(t)),$$

где

$$V_{ik}(\mathbf{R}(t)) = \sum_{L=|l_k - l_i|}^{l_k + l_i} V_{ik}^L(\mathbf{R}(t))$$

и $V_{ik}^L(\mathbf{R}(t))$ является парциальным формфактором для данного переданного углового момента L [102].

Третье слагаемое дает проправку

$$\Delta\mu(\mathbf{R}(t)) = 2\sum_{ik} |\nabla_{\mathbf{R}} V_{ik}(\mathbf{R}(t))|^2 B_{ki}^{(2)}(t,t_0)[\tilde{n}_k(t) - \tilde{n}_i(t)]$$

к тензору инерции $\mu(\mathbf{R}(t))$.

Аналогично можно вычислить кинетические коэффициенты для других макроскопических коллективных переменных, таких как массовая (зарядовая) асимметрия, деформация ядер ДЯС.

Результаты расчетов. Чтобы продемонстрировать возможности модели, были рассчитаны распределения энергии возбуждения между продуктами глубоконеупругих столкновений тяжелых ионов в реакциях ^{238}U(1468 МэВ) + ^{124}Sn, ^{238}U(1398 МэВ) + ^{110}Pd [35], ^{56}Fe(505 МэВ)+^{165}Ho [27—29], ^{74}Ge (629 МэВ) + ^{165}Ho [30—33] и ^{58}Ni (880 МэВ) + ^{197}Au [26]. Исследована относительная роль нуклонного обмена и частично-дырочных возбуждений в процессе диссипации кинетической энергии относительного движения. Теоретические и экспериментальные результаты для отношения энергии возбуждения снарядоподобного ядра к полной энергии возбуждения двойной ядерной системы $R_P = E_P^*/(E_P^* + E_T^*)$ представлены на рис.1,*а* и

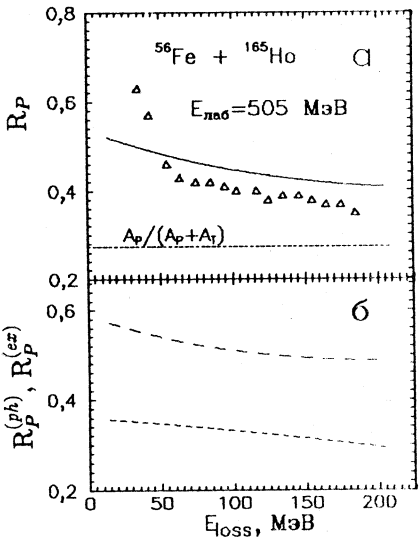


Рис.1. *а*) Зависимость отношения R_P энергии возбуждения фрагмента (E_P^*), соответствующего налетающему ядру, к полной энергии возбуждения системы $E_{loss}= E_P^*+E_T^*$ от полной энергии E_{loss} для реакции ^{56}Fe(505 МэВ)+^{165}Ho. Треугольниками обозначены результаты экспериментов. Сплошная кривая — расчет по нашей модели, точечная кривая — предел температурного равновесия ($E_P^*/E_{loss}= = A_P/(A_P+A_T)$). *б*) Зависимости вычисленных отношений $R_P^{(ex)}=E_P^{*(ex)}/(E_P^{*(ex)}+E_T^{*(ex)})$ (длинные штрихи), $R_P^{(ph)} = E_P^{*(ph)}/(E_P^{*(ph)}+ E_T^{*(ph)})$ (короткие штрихи) для той же реакции

рис.2,*а*. Для реакций $^{238}U + {}^{124}Sn$, ^{110}Pd и $^{58}Ni + {}^{197}Au$ средние экспериментальные значения обсуждаемых отношений приблизительно равны 0,4 и 0,5 соответственно. Результаты расчетов, согласующиеся качественно с экспериментальными данными, показывают, что энергия возбуждения распределяется приблизительно поровну между фрагментами, а не пропорционально их массам. Относительные роли нуклонного обмена $R_P^{(ex)}=E_P^{*(ex)}/(E_P^{*(ex)}+E_T^{*(ex)})$ и частично-дырочных возбуждений $R_P^{(ph)}= E_P^{*(ph)}/(E_P^{*(ph)}+ E_T^{*(ph)})$ в распределении энергии возбуждения в системе характеризуют результаты, представленные на рис.1,*б*, 2,*б*, 3,*б*, 4,*б*, 5,*б*. Здесь $E_{P(T)}^{*(ex)}$ и $E_{P(T)}^{*(ph)}$ являются вкладами в $E_{P(T)}^*$, соответственно, от нуклонного обмена и частично-дырочных возбуждений.

Теоретические результаты для отношения энергии возбуждения $E_{loss}^{(ph)}= E_P^{*(ph)} + E_T^{*(ph)}$, связанной с частично-дырочными возбуждениями, к энергии $E_{loss}^{(ex)} = E_P^{*(ex)} + E_T^{*(ex)}$, вызванной нуклонным обменом, показаны в таблице. Видно, что в реакциях с ^{58}Ni, ^{74}Ge и ^{56}Fe главную роль в диссипации кинетической энергии играет нуклонный обмен. В реакциях с более тяжелыми ядрами роль частично-дырочного механизма возрастает. Средние значения зарядовых (массовых) распределений продуктов реакции

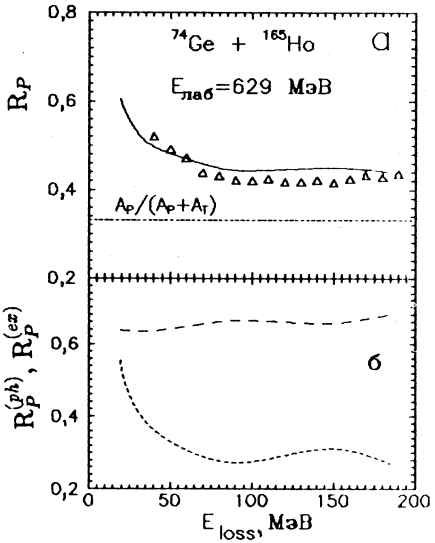


Рис. 2. То же, что на рис.1, для реакции ^{74}Ge (629 МэВ) + ^{165}Ho

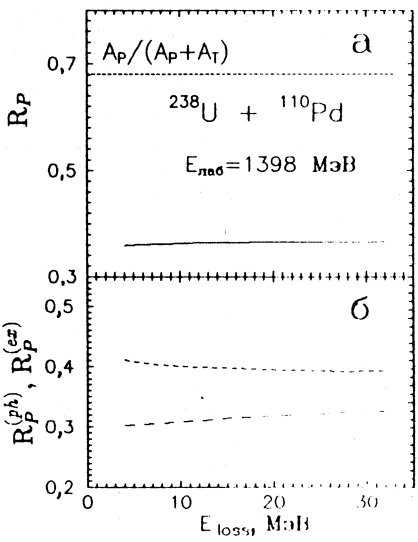


Рис. 3. То же, что на рис.1, для реакции ^{238}U(1398 МэВ)+^{110}Pd

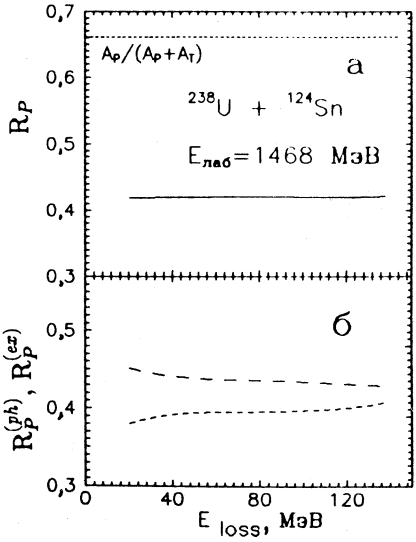


Рис. 4. То же, что на рис.1, для реакции ^{238}U(1468 МэВ)+^{124}Sn

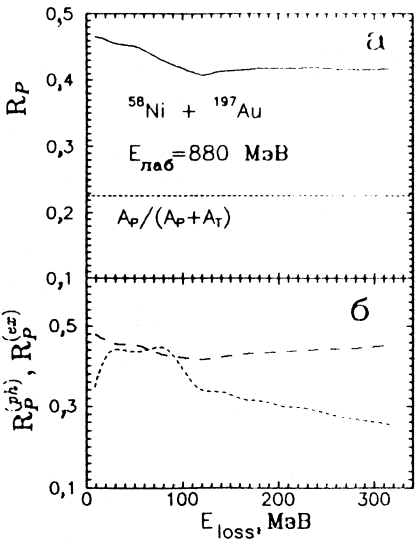


Рис. 5. То же, что на рис.1, для реакции ^{58}Ni (880 МэВ) + ^{197}Au

Таблица. Результаты расчета отношения энергии возбуждения $E_{loss}^{(ph)} = E_P^{*(ph)} + E_T^{*(ph)}$, связанной с частично-дырочными возбуждениями, к энергии $E_{loss}^{(ex)} = E_P^{*(ex)} + E_T^{*(ex)}$, связанной с нуклонным обменом, при различных значениях углового момента J

Реакция	$E_{лаб}$ (МэВ)	J	$E_{loss}^{(ph)}/E_{loss}^{(ex)}$
$^{238}U + ^{110}Pd$	1398	57	0,70
$^{238}U + ^{124}Sn$	1468	50	0,67
$^{238}U + ^{124}Sn$	1468	100	0,60
$^{58}Ni + ^{197}Au$	880	240	0,18
$^{74}Ge + ^{165}Ho$	629	169	0,30
$^{56}Fe + ^{165}Ho$	505	175	0,31

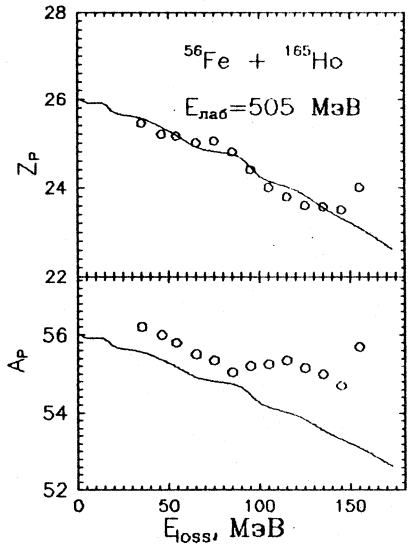


Рис. 6. Центроиды распределений Z_P, A_P как функции E_{loss} для реакции $^{56}Fe(505\ МэВ)+^{165}Ho$. Кружками показаны предыспарительные экспериментальные значения. Результаты расчета по нашей модели показаны сплошной линией

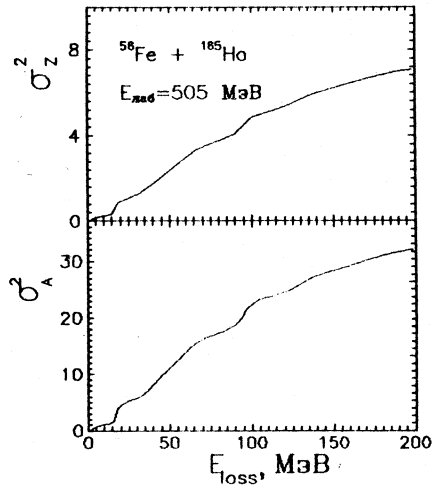


Рис. 7. Дисперсии распределений Z_P, A_P как функции E_{loss} для реакции ^{56}Fe (505 МэВ)+^{165}Ho. Обозначения символов см. на рис.6

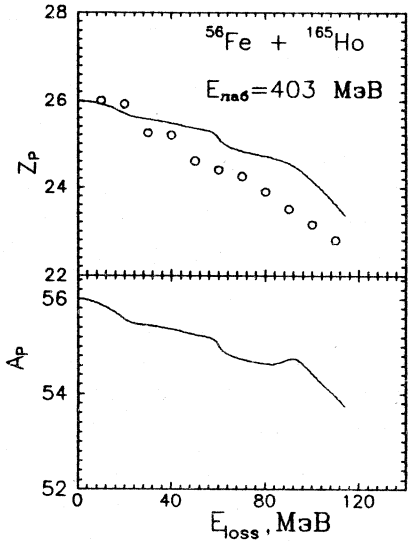


Рис.8. То же, что на рис. 6, для реакции ^{56}Fe (403 МэВ) +^{165}Ho

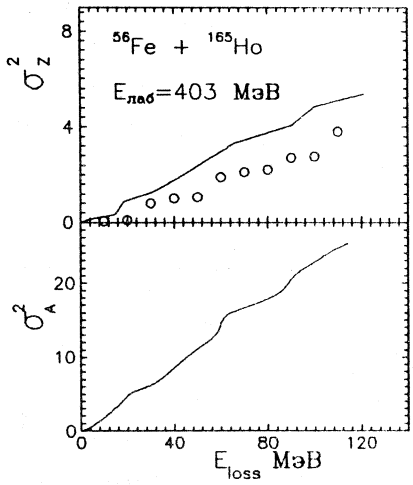


Рис.9. То же, что на рис. 7, для реакции ^{56}Fe (403 МэВ) +^{165}Ho

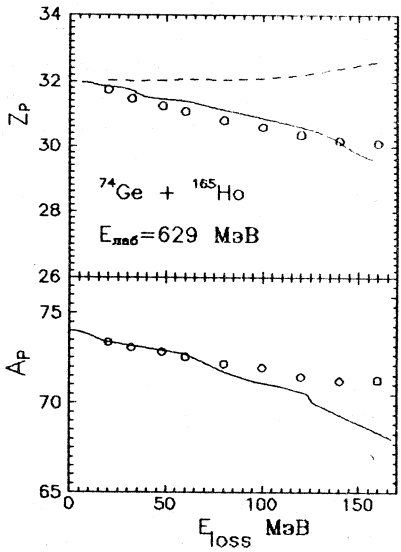


Рис.10. То же, что на рис. 6, для реакции ^{74}Ge (629 МэВ) +^{165}Ho. Результаты расчета по модели [68,69] показаны штриховой линией

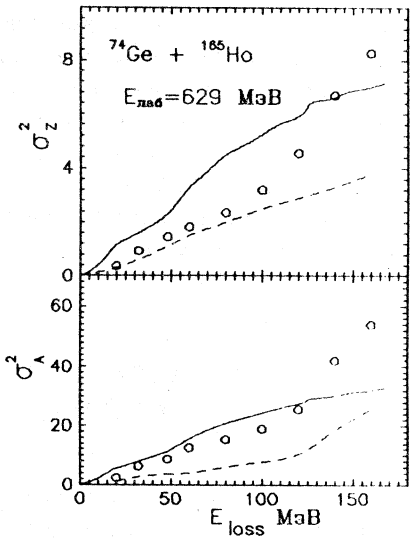


Рис.11. То же, что на рис. 7, для реакции ^{74}Ge (629 МэВ) +^{165}Ho. Результаты расчета по модели [68,69] показаны штриховой линией

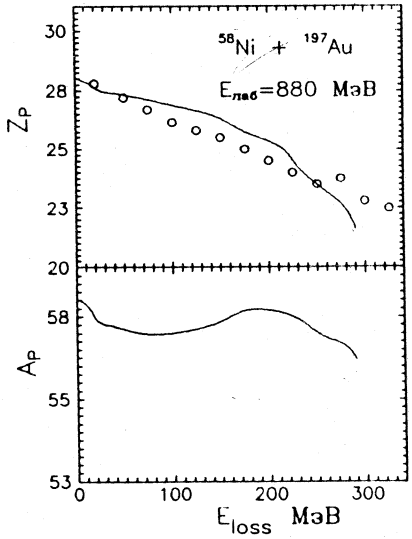


Рис.12. То же, что на рис. 6, для реакции ^{58}Ni (880 МэВ) +^{197}Au

и их дисперсии показаны на рис.6—12. Теоретические зависимости согласуются с экспериментальными данными.

Траектории относительного движения сталкивающихся ядер вычислялись, как и в [43,117]. Одночастичные матричные элементы $\chi_{TT}^{(P)}$, $\chi_{PP}^{(T)}$, и g_{PT} определены аналитически в приближении, предложенном в [77,102] (см. приложение). Вычисления показали, что вариация единственного свободного параметра τ от $5\cdot10^{-23}$ с до $25\cdot10^{-22}$ с не влияет существенно на распределение энергии возбуждения между фрагментами. Все вычисления выполнены при $\tau = 15\cdot10^{-22}$ с.

Представленные результаты показывают, что перераспределение энергии возбуждения между фрагментами происходит в течение всего взаимодействия ядер, а не только на начальной стадии реакции. Нуклонный обмен, в частности, нейтронный обмен, является главным механизмом диссипации кинетической энергии относительного движения. Для тяжелых систем вклад в энергию возбуждения частично-дырочных возбуждений становится сравнимым с вкладом обменного механизма. Влияние оболочечной структуры двух взаимодействующих ядер на обмен нуклонами и на распределение энергии возбуждения между продуктами реакции является важным.

3. ВЛИЯНИЕ ОБОЛОЧЕЧНЫХ ЭФФЕКТОВ НА ПЕРЕДАЧУ НУКЛОНОВ В ГНС ТИ

Кинетический подход к описанию ГНС ТИ. Многие из перечисленных во введении экспериментальных результатов не нашли пока объяснения в рамках существующих моделей, предложенных для описания зарядовых и массовых распределений продуктов глубоконеупругих столкновений тяжелых ионов. На наш взгляд, их интерпретация требует учета оболочечных эффектов.

Эффекты оболочек либо вообще отсутствуют в существующих моделях реакций с тяжелыми ионами, либо входят в них только через энергии связи ядер. В модели В.Нюренберга [63,64], например, матричный элемент перехода нуклона из ядра в ядро определяется с помощью процедуры усреднения по всем оболочечным конфигурациям, и потому не содержит оболочечных эффектов. Лишь в потенциальную энергию двойной ядерной системы могут быть включены экспериментальные энергии связи ядер, которые, конечно, включают эффекты оболочек. В явном виде оболочечные эффекты входят в расчеты матричных элементов перехода в подходе, развитом в [96—102].

Исследуем механизм реакций многонуклонных передач, рассматривая двойную ядерную систему после того, как диссипировала большая часть кинетической энергии, и предполагая, что тепловое равновесие установилось. Последующую эволюцию системы будем описывать с помощью гамильтониана (5), пренебрегая членами, вызывающими частично-дырочные переходы в ядрах. Тогда для оператора $\hat{V}_{\text{int}}$ имеем следующее выражение:

$$\hat{V}_{\text{int}} = \sum_{P,T} (g_{PT} a_T^{+} a_P + \text{h.c.}),$$

которое можно переписать в виде

$$\hat{V}_{\text{int}} = \sum_{k \neq k' = 1,2} V_{kk'}, \qquad V_{12} = \sum_{P,T} g_{PT} a_T^{+} a_P .$$

Отброшенные недиагональные матричные элементы в (5) вызывают переходы нуклонов между одночастичными уровнями в одном ядре. Это приводит к некоторому размытию поверхности Ферми. Предполагается, что этот эффект учитывается введением температурных чисел заполнения $n_P(T)$ и $n_T(T)$. Температура T определяется энергией возбуждения системы.

При рассматриваемых энергиях столкновения использование одночастичного приближения для описания реакций вполне оправданно. Данный подход подразумевает, что на стадии эволюции системы ядра сохраняют свою индивидуальность, так как их перекрытие относительно мало [5,6].

Двойную ядерную систему характеризует ее полная энергия E и зарядовая асимметрия Z. Введем также в рассмотрение набор дополнительных квантовых чисел n, различающих состояния двойной ядерной системы при фиксированных значениях E и Z. Обозначим $P_Z(n,t)$ вероятность найти систему в момент времени t в состоянии с Z и n. Энергия системы E задана. Будем предполагать, что кинетический подход применим к описанию реакций многонуклонных передач [61,71,72] и величины $P_Z(n,t)$ могут быть найдены с помощью уравнения

$$\frac{d}{dt} P_Z(n, t) = \sum_{Z', n'} \lambda(Z, n|Z', n')[P_{Z'}(n', t) - P_Z(n, t)], \qquad (25)$$

где $\lambda(Z,n|Z', n')$ — микроскопическая вероятность перехода ($\lambda(Z, n|Z', n') = \lambda(Z', n'|Z, n)$).

Последующее рассмотрение можно вести двумя путями. Первый связан с введением вероятности перехода $\lambda(Z|Z')$, усредненной по множеству переходов между состояниями n и n' макроскопических ячеек [63], характеризующихся значениями зарядовой асимметрии Z и Z' и полной энергии, заключенной в интервале от E до $E + \Delta E$:

$$\lambda(Z|Z') = N_Z^{-1}(E, E + \Delta E) N_{Z'}^{-1}(E, E + \Delta E) \times$$

$$\times \sum_{n \in Z; E, E+\Delta E} \sum_{n' \in Z'; E, E+\Delta E} \lambda(Z, n|Z', n'), \qquad (26)$$

где $N_Z(E, E + \Delta E) \equiv \rho_Z(E)\Delta E$ — число состояний в макроячейке, а $\rho_Z(E)$ — плотность состояний. Это ведет к результатам, сформулированным в [62,63].

Второй путь связан с непосредственным рассмотрением уравнения (25) без введения усредненных вероятностей перехода (26). Это возможно благодаря относительно простому виду гамильтониана (5). Как мы увидим, такое рассмотрение ведет к результату, полученному в [99,101] другим способом. Полученные выражения послужат нам основой для дальнейшего анализа.

Рассмотрим сначала вычисление $\lambda(Z|Z')$. Микроскопические вероятности перехода следующим образом выражаются через гамильтониан (5):

$$\lambda(Z, n|Z', n') = \frac{1}{\Delta t} \left| \langle Z, n|T \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_t^{t+\Delta t} \hat{\mathcal{H}}(\tau) d\tau \right) |Z', n' \rangle \right|^2, \qquad (27)$$

где $|Z,n\rangle$ — вектор состояния системы. Характерное время Δt должно превышать время релаксации среднего поля ядра (10^{-22} с), но быть меньше величины $2\pi\hbar/\Delta E$, где ΔE — разброс по энергии состояний, принадлежащих одной макроячейке. В предположении, что $\hat{V}_{\text{int}}$ мало по сравнению с $\hat{H}_{\text{in}}$, получаем

$$\lambda(Z,n|Z', n') = \frac{1}{\Delta t} \left| \langle Z, n|\hat{V}_{\text{int}}|Z', n' \rangle \right|^2 \frac{\sin^2 \frac{\Delta t}{2\hbar}(E_n^Z - E_{n'}^{Z'})}{(E_n^Z - E_{n'}^{Z'})^2/4} \equiv$$

$$\equiv \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle Z, n|\hat{V}_{\text{int}}|Z', n' \rangle \right|^2 \bar{\delta}^{(2\pi\hbar/\Delta t)}(E_n^Z - E_{n'}^{Z'}), \qquad (28)$$

где E_n^Z определяются уравнением

$$\hat{H}_{\text{in}}|Z,n\rangle = E_n^Z|Z,n\rangle.$$

Функция $\bar{\delta}^{(2\pi\hbar/\Delta t)}(E_n^Z - E_{n'}^{Z'})$ является макроскопической δ-функцией. Она практически равна нулю, если n и n' принадлежат разным макроячейкам, и является конечной величиной, если n и n' принадлежат одной ячейке. Подставим (28) в (26):

$$\lambda(Z|Z') = \frac{2\pi}{\hbar} N_Z^{-1} N_{Z'}^{-1} \sum_{n,n'} \sum_{k \neq k'} \langle Z, n|V_{kk'}|Z',n'\rangle \langle Z',n'|V_{kk'}^+|Z, n\rangle \bar{\delta}(E_n^Z - E_{n'}^{Z'}) =$$

$$= \frac{2\pi}{\hbar} N_Z^{-1} N_{Z'}^{-1} \sum_{k \neq k'} \sum_{n,n'} \langle Z, n|V_{kk'} \bar{\delta}(\hat{H}_{\text{in}} - E_n^Z)|Z', n'\rangle \langle Z', n'|V_{kk'}^+|Z, n\rangle =$$

$$= \frac{2\pi}{\hbar} N_Z^{-1} N_{Z'}^{-1} \sum_{k \neq k'} \sum_{n} \sum_{Z'',\lambda} \langle Z, n|V_{kk'} \bar{\delta}(\hat{H}_{\text{in}} - E_n^Z)|Z'', \lambda\rangle\langle Z'', \lambda|V_{kk'}^+|Z, n\rangle. \quad (29)$$

В последнем выражении индекс λ пробегает по всем макроячейкам. Переход от суммирования по n' к суммированию по Z'' стал возможен, во-первых, потому, что при фиксированном значении индексов k, k' вклад в сумму по Z'' дает только одно слагаемое с $Z'' = Z'$, а во-вторых, благодаря присутствию $\bar{\delta}(\hat{H}_{\text{in}} - E_n^Z)$-функции суммирование по n' можно распространить на все макроячейки.

Используя условие полноты

$$\sum_{Z'',\lambda} |Z'', \lambda\rangle\langle Z'', \lambda| = 1,$$

получаем

$$\lambda(Z|Z') = \frac{2\pi}{\hbar} N_Z^{-1} N_{Z'}^{-1} \sum_{k \neq k'} \sum_{n} \langle Z,n|V_{kk'} \bar{\delta}(\hat{H}_{\text{in}} - E_n^Z) V_{kk'}^+|Z, n\rangle. \quad (30)$$

С помощью техники, развитой в [118], для выражения, стоящего в правой части (30), в [63] был получен следующий результат:

$$\sum_{n} \langle Z,n|V_{kk'} \bar{\delta}(\hat{H}_{\text{in}} - E_n^Z) V_{kk'}^+|Z,n\rangle = \mu_0 \rho_Z(E) \langle V_{kk'} V_{kk'}^+\rangle. \quad (31)$$

Величина μ_0 порядка единицы. Усреднение в $\langle V_{kk'} V_{kk'}^+\rangle$ включает все оболочечные конфигурации с заданной зарядовой асимметрией.

Аналогичным образом в качестве промежуточного состояния в (29) можно использовать $|Z,n\rangle$. Тогда после симметризации выражение (30) приобретает вид

$$\lambda(Z\,|Z') = \frac{2\pi}{\hbar}\ \frac{1}{(\Delta E)^2}\ \frac{1}{\sqrt{\rho_Z(E)\,\rho_{Z'}(E)}}\ \sum_{k\neq k'}\ \langle\, V_{kk'}V_{kk'}^{+}\,\rangle. \tag{32}$$

Усредненный матричный элемент $\langle\, V_{kk'}V_{kk'}^{+}\,\rangle$ не несет никаких следов оболочечной структуры. Оболочечные эффекты могут войти в (32) только через экспериментальные энергии связи ядер, от которых зависит плотность состояний системы ρ_Z. Выражение (32) аналогично выражению для $\lambda_{ZZ'}$ в работе [62], где использовался феноменологический подход:

$$\lambda_{ZZ'} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\rho_Z(E)\,\rho_Z'(E)}}.$$

Величина λ_0 определялась геометрическими размерами ДЯС.

Вернемся к уравнению (25) и равенству (28). В качестве конфигураций n и n' можно взять состояния с фиксированным числом частиц и дырок. Из одночастичного характера взаимодействия $\hat{V}_{\text{int}}$ следует, что $\lambda(Z, n|Z', n')$ отлично от нуля, только если состояния n и n' различаются на одну частично-дырочную пару. Разность энергий конфигурации в этом случае сводится к разности одночастичных энергий. Из (28) следует, что $Z' = Z \pm 1$. Подставляя выражение для $\hat{V}_{\text{int}}$ в (28), получаем

$$\lambda(Z, n|Z+1, n') = \frac{2\pi}{\hbar}\ \sum_{P,T}\ |\,g_{PT}\,|^2 n_P^{Z+1,n'}(1-n_T^{Z+1,n'})\times$$

$$\times\, n_T^{Z,n}(1-n_P^{Z,n})\,\bar{\delta}\,(\varepsilon_P^Z - \varepsilon_T^Z),$$

$$\lambda(Z, n|Z-1, n') = \frac{2\pi}{\hbar}\ \sum_{P,T}\ |\,g_{PT}\,|^2\, n_T^{Z-1,n'}(1-n_P^{Z-1,n'})\times \tag{33}$$

$$\times\, n_P^{Z,n}(1-n_T^{Z,n})\,\bar{\delta}\,(\varepsilon_P^Z - \varepsilon_T^Z).$$

В (33) n_P, n_T равны нулю или единице. Так как гамильтониан — одночастичный оператор, то при фиксированном n'

$$\sum_{n}\ n_{T,P}^{Z,n}(1-n_{P,T}^{Z,n}) = 1. \tag{34}$$

Представим $P_Z(n',t)$ в виде

$$P_Z(n',t) \equiv P_Z(t)\Phi_Z(n'),$$

где $\sum_{n'} \Phi_Z(n') = 1$. Величина $\Phi_Z(n')$ — это вероятность найти систему при заданном значении зарядовой асимметрии Z в состоянии n'. Такое представление соответствует предположению, что время установления равновесного распределения между состояниями, принадлежащими одной макроячейке, заметно меньше времени перехода из одной макроячейки в другую. Это предположение всегда справедливо в транспортных теориях, как было сказано во введении.

Рассмотрим сумму

$$\sum_{n'} n_{P,T}^{Z,n'}(1 - n_{T,P}^{Z,n'})\Phi_Z(n'). \tag{35}$$

В этом выражении произведение $n_{P,T}^{Z,n'}(1 - n_{T,P}^{Z,n'})$ усредняется по всем оболочечным конфигурациям, принадлежащим одной и той же макроячейке с заданной энергией возбуждения. Мы предположим, что сумма (35) может быть выражена с помощью температурных (фермиевских) чисел заполнения

$$\sum_{n'} n_{P,T}^{Z,n'}(1 - n_{T,P}^{Z,n'})\Phi_Z(n') = n_{P,T}^{Z}(T)\,(1 - n_{T,P}^{Z}(T)), \tag{35a}$$

где температура T связана с энергией возбуждения, характеризующей макроячейку. Подставляя соотношения (33)—(35) в (25), получаем

$$\dot{P}_Z(t) = \Delta_{Z+1}^{(-)}P_{Z+1}(t) + \Delta_{Z-1}^{(+)}P_{Z-1}(t) - (\Delta_Z^{(-)} + \Delta_Z^{(+)})P_Z(t), \tag{36}$$

где

$$\Delta_Z^{(+)} = \frac{1}{\Delta t}\sum_{P,T} |g_{PT}(R)|^2\, n_T^Z(T)(1 - n_P^Z(T))\,\frac{\sin^2\left(\frac{\Delta t}{2\hbar}[\tilde{\varepsilon}_P^Z - \tilde{\varepsilon}_T^Z]\right)}{(\tilde{\varepsilon}_P^Z - \tilde{\varepsilon}_T^Z)^2/4},$$

$$\Delta_Z^{(-)} = \frac{1}{\Delta t}\sum_{P,T} |g_{PT}(R)|^2\, n_P^Z(T)(1 - n_T^Z(T))\,\frac{\sin^2\left(\frac{\Delta t}{2\hbar}[\tilde{\varepsilon}_P^Z - \tilde{\varepsilon}_T^Z]\right)}{(\tilde{\varepsilon}_P^Z - \tilde{\varepsilon}_T^Z)^2/4}. \tag{37}$$

Одночастичный спектр, кратности вырождения уровней непосредственно входят в расчеты вероятностей перехода $\Delta_Z^{(\pm)}$. Таким образом, в величинах

$\Delta_Z^{(\pm)}$ отражается влияние оболочечных эффектов на эволюцию системы. В отличие от (32) в (37) не входят явно полные плотности состояний системы при заданной асимметрии и полной энергии. Они появились в (32) в результате конфигурационного усреднения матричного элемента перехода. Из-за конфигурационного усреднения в (32) не вошла также зависимость матричных элементов гамильтониана взаимодействия от квантовых чисел одночастичных состояний. Конечно, плотности одночастичных состояний фактически включаются в расчеты по формулам (37) через особенности оболочечной структуры.

Учет взаимного влияния средних полей ядер в (5) приводит к изменению разности одночастичных энергий [100,101] в (37):

$$\varepsilon_P - \varepsilon_T \to \tilde{\varepsilon}_P - \tilde{\varepsilon}_T = \varepsilon_P - \varepsilon_T + \frac{(Z_T - Z_P)\, e^2}{2R},$$

где $Z_{P,T}$ — заряды ядер ДЯС. Вследствие дальнодействующего характера кулоновское взаимодействие дает основной вклад в сдвиг энергии протонных одночастичных уровней. В сильно асимметричных конфигурациях протонные уровни в легком фрагменте значительно смещаются вверх по энергии относительно одночастичных уровней тяжелого фрагмента, т.е. поверхность Ферми легкого фрагмента оказывается выше, чем тяжелого. Этот факт косвенно подтверждается в экспериментах по реакциям передачи. Когда налетающий ион много легче ядра-мишени, измеренные сечения срыва протона с легкого ядра оказываются значительно большими, чем сечения срыва нейтрона [5].

Результаты расчета зарядовых распределений. Мы рассчитали зарядовые распределения продуктов реакций ^{52}Cr (378 МэВ) + ^{181}Ta, ^{51}V (447 МэВ) + ^{197}Au и ^{20}Ne (175 МэВ) + ^{197}Au. При расчете вероятностей перехода (37) были использованы реалистические одночастичные схемы уровней. Шкала одночастичных энергий фиксировалась так, чтобы энергия последнего заполняемого уровня соответствовала экспериментальной энергии отрыва нуклона [119]. Для упрощения численных расчетов матричные элементы g_{PT} параметризованы [3,63,64] следующим образом:

$$g_{PT} = g_0 \exp\left(-\frac{|\tilde{\varepsilon}_P - \tilde{\varepsilon}_T|}{\Delta}\right) \exp\left(-\frac{|j_P - j_T|}{\Delta j}\right) \delta_{m_P m_T}, \qquad (38)$$

где $\Delta = 8 \div 10$ МэВ, $\Delta j = 6 \div 9$,

$$g_0 = \int d\mathbf{r} \left(\frac{\rho_P^Z(\mathbf{r})}{Z_P}\right)^{1/2} \frac{1}{2} \left(U_P^Z(\mathbf{r}) + U_T^Z(\mathbf{r})\right) \left(\frac{\rho_T^Z(\mathbf{r})}{Z_T}\right)^{1/2}.$$

Здесь ρ_P^Z, ρ_T^Z — протонные плотности ядер, с помощью которых параметризованы радиальные волновые функции. Значение Δt фиксировалось равным 10^{-22} с.

Результаты расчета вероятностей перехода $\Delta_Z^{(\pm)}$ для реакции $^{52}Cr + {}^{181}Ta$ приведены на рис.13 для двух значений температуры: $T = 0{,}5$ и 2,0 МэВ, соответствующих большему и меньшему прицельному параметру при заданной энергии налетающего иона. Осциллирующий характер зависимости $\Delta_Z^{(\pm)}$ от Z отражает влияние оболочечной структуры. У $\Delta_Z^{(\pm)}$ появляются локальные минимумы при $Z = 2$ и 8, соответствующие магическим ядрам. Отсутствие локальных минимумов у $\Delta_Z^{(\pm)}$ для других магических чисел может быть объяснено структурой сопряженных фрагментов и влиянием нейтронной системы. Устойчивость системы с зарядовой асимметрией Z' определяется не только наличием локальных минимумов у $\Delta_Z^{(\pm)}$, но и условием $\Delta_Z^{(+)} > \Delta_Z^{(-)}$ при $Z < Z'$ и $\Delta_Z^{(+)} < \Delta_Z^{(-)}$ при $Z > Z'$. Такое условие выполняется при $Z' = 40$ (сопряженный фрагмент имеет $N = 82$) и около $Z' = 48$ (система близка к симметричной конфигурации и к $Z = 50$).

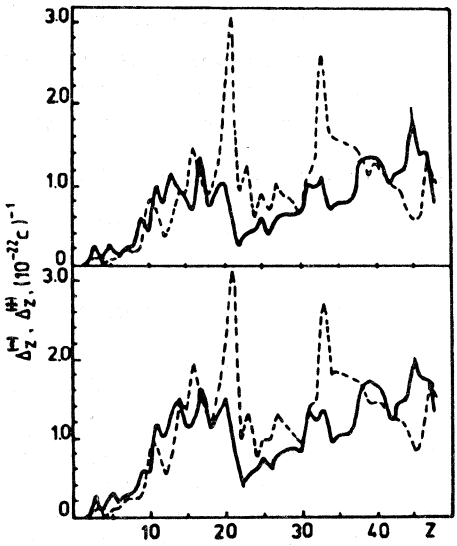


Рис.13. Вероятности перехода $\Delta_Z^{(\pm)}$ для реакции $^{52}Cr + {}^{181}Ta$, рассчитанные при двух значениях температуры. Верхняя часть рисунка — $T = 0{,}5$ МэВ, нижняя — $T = 2{,}0$ МэВ. Сплошная линия — $\Delta_Z^{(-)}$, штриховая — $\Delta_Z^{(+)}$

При увеличении температуры системы влияние оболочечных эффектов на процесс передачи нуклонов уменьшается. Это отражается в некотором уменьшении с ростом температуры осцилляций величин $\Delta_Z^{(\pm)}$ при изменении Z (рис.13). Вероятности перехода $\Delta_Z^{(\pm)}$ зависят от температуры только через фермиевские числа заполнения (37). В качестве примера проанализируем зависимость от T величины $(\Delta_Z^{(-)} - \Delta_{Z+1}^{(-)})$:

$$s\Delta_Z^{(-)} - \Delta_{Z+1}^{(-)} = \sum_{P,T} F_{PT}\left(n_P^Z(T)\,(1-n_T^Z(T)) - n_P^{Z+1}(T)(1-n_T^{Z+1}(T))\right), \qquad (39)$$

где F_{PT} обозначено произведение величин, не зависящих от температуры. В (39) мы пренебрегли изменением одночастичных энергий при переходе $Z \to Z+1$.

В случае сильно асимметричных конфигураций расстояние между одночастичными уровнями в легком фрагменте больше температуры T в рассматриваемой области энергий возбуждения, т.е. отклонение $n_P^Z(T)$ от 1 или 0 мало, и оболочечные эффекты проявляются более ярко. Для конфигураций, близких к симметричным, изменение энергий Ферми фрагментов $\Delta\varepsilon_{F_P,F_T}$ при переходе $Z \to Z+1$ меньше T, поэтому выражение в скобках в (39) можно приближенно записать следующим образом:

$$n_P^Z(1-n_T^Z) - n_P^{Z+1}(1-n_T^{Z+1}) \approx \frac{1}{T}\, n_P^Z(1-n_T^Z)[n_T^Z\,\Delta\varepsilon_{F_T} - (1-n_P^Z)\Delta\varepsilon_{F_P}].$$

В сумму (39) основной вклад вносят слагаемые с $n_T^Z(T) \approx n_P^Z(T)$, т.е.

$$\Delta_Z^{(-)} - \Delta_{Z+1}^{(-)} \sim \frac{\Delta\varepsilon_{F_T}}{T}. \qquad (40)$$

Из (40) можно сделать вывод о том, что ослабление влияния оболочечной структуры на процесс передачи нуклонов при увеличении T происходит медленнее, чем экспоненциальное уменьшение оболочечной поправки к энергии связи ядер [120]. Аналогичные выводы следуют и из рассмотрения разности $(\Delta_Z^{(+)} - \Delta_{Z+1}^{(+)})$.

Результаты расчетов P_Z для реакции ^{52}Cr(379 МэВ) + ^{181}Ta, соответствующие различным значениям времени взаимодействия и температуры, приведены на рис.14 и 15. На рис.14 рассчитанная зависимость P_Z

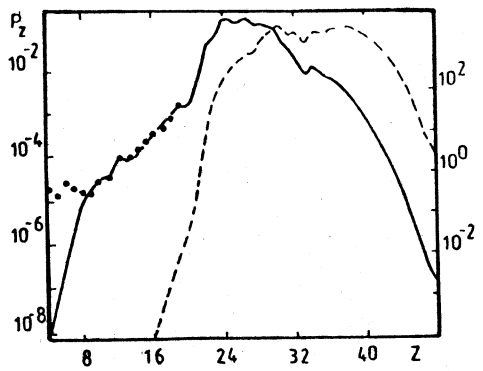


Рис.14. Зарядовое распределение продуктов глубоконеупругих передач для реакции ^{52}Cr (378 МэВ) + + ^{181}Ta. Результаты расчета P_Z для $t_{int} = 10^{-21}$ с и $T = 1{,}5$ МэВ с учетом и без учета кулоновского взаимодействия показаны сплошной и штриховой линиями соответственно. Точками отмечены экспериментальные значения сечений σ_Z [17]

была получена для времени взаимодействия $t_{int} = 10^{-21}$с и $T = 1{,}5$ МэВ. В этом случае сравнение производится с экспериментальными данными σ_Z [17], характерными для продуктов глубоконеупругих передач. Из рис.14 видно, что включение кулоновского взаимодействия улучшает согласие теоретических результатов с экспериментальными данными. Видно также, что кулоновское взаимодействие увеличивает вероятность образования легких ядер. Большая разница между теоретическими и экспериментальными результатами для $Z < 8$, вероятно, связана с повышенной вероятностью распада двойной ядерной системы при большой зарядовой асимметрии за счет динамических причин. Экспериментальные данные по множественности γ-квантов [121] показывают, что для $Z \leq 8$ в сечение образования продуктов существенный вклад вносят столкновения с $l < l_{crit}$, т.е. существует дополнительный механизм образования легких продуктов, который не учитывается в наших расчетах.

В этой же реакции были дополнительно измерены зарядовые распределения продуктов, которые характеризуются симметричным в с.ц.м. угловым распределением. Эти экспериментальные данные [17] сравниваются на рис.15 с теоретическими результатами, полученными для большего, чем на рис.14, времени взаимодействия $t_{int} = 5 \cdot 10^{-21}$ с и $T = 2{,}0$ МэВ, что соответствует столкновениям с $l \approx l_{B_f = 0}$ (максимальный момент, при котором еще возможно слияние). Видно, что существует качественное согласие между теоретическими и экспериментальными результатами. Для сравнения на рис.15 представлены также результаты нашего расчета в жидкокапельном приближении [62]. Видно, что, учитывая оболочечные эффекты, можно объяснить сечения образования легких ядер. Результаты, представленные выше, были получены в предположении, что N/Z-равновесие в системе устанавливается до начала обмена нуклонами.

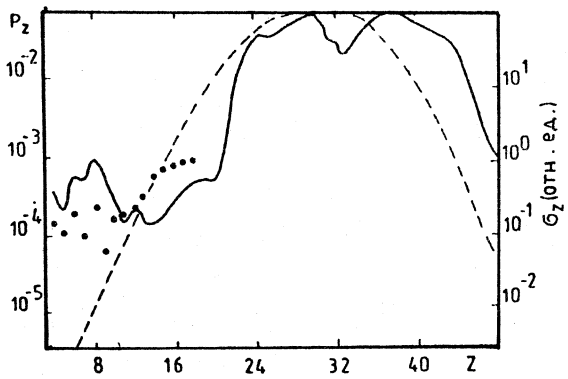


Рис.15. Зарядовое распределение продуктов, имеющих симметричное в с.ц.м. угловое распределение, для реакции ^{52}Cr (378 МэВ) + ^{181}Ta. Сплошная линия — рассчитанное P_Z для $t_{int} = 5 \cdot 10^{-21}$ с и $T = 2{,}0$ МэВ. Штриховой линией показано P_Z, полученное по модели [62]. Точками отмечены экспериментальные значения сечений σ_Z [17]

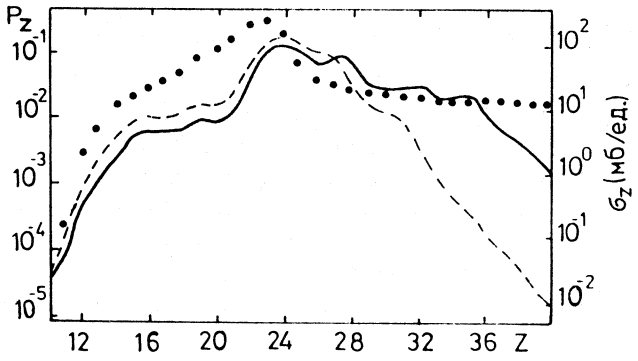


Рис.16. Зарядовое распределение P_Z продуктов реакции ^{51}V (447 МэВ) + ^{197}Au, рассчитанное при $t_{int} = 10^{-21}$с и $T =$ = 2,0 МэВ с учетом (сплошная линия) и без учета (штриховая линия) *N/Z*-равновесия. Экспериментальные значения сечений σ_Z [122] показаны точками

Теоретические результаты вместе с экспериментальными данными для реакции ^{51}V (447 МэВ) + ^{197}Au показаны на рис.16. Экспериментальное зарядовое распределение [122] проинтегрировано по углам в с.ц.м. и при конечной кинетической энергии ($20° \le \theta_{cm} \le 90°$, $100 \le E \le 340$ МэВ). Поэтому квазиупругие процессы учитываются в экспериментальных сечениях σ_Z при $Z \approx 23$. Вероятно, это является причиной расхождения между теоретическими и экспериментальными данными вблизи $Z = 23$. Широкое плато зарядового распределения для больших Z, видимо, отвечает процессам квазиделения.

На рис.16 приведено для сравнения теоретическое зарядовое распределение, полученное без учета установления *N/Z*-равновесия, т.е. *N/Z*-отношение в легком фрагменте выбиралось равным *N/Z*-отношению в налетающем ядре. Наблюдается большое отличие теоретических результатов от экспериментальных при больших *Z*. Поэтому вопрос об установлении *N/Z*-равновесия важен для теоретического анализа зарядового распределения продуктов реакций многонуклонных передач.

Удовлетворительное качественное согласие было получено также для зарядового распределения продуктов глубоконеупругих передач в реакции ^{20}Ne (175 МэВ) + ^{197}Au [123]. Результаты, приведенные на рис.17, получены при $t_{int} = 10^{-21}$ с и $T = 1{,}0$ МэВ.

Теоретические результаты достаточно хорошо воспроизводят структуру зарядовых распределений. При больших значениях зарядовой асимметрии

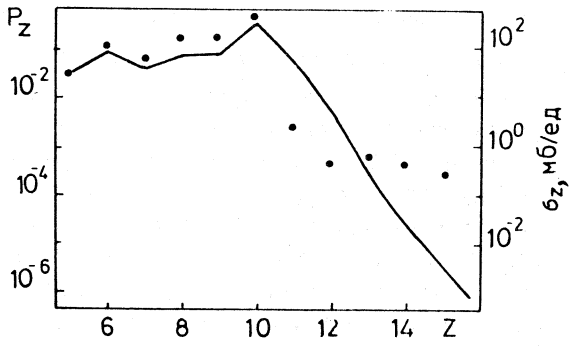


Рис. 17. Зарядовое распределение продуктов глубоконеупругих передач для реакции ^{20}Ne (175 МэВ) + + ^{197}Au. Сплошная линия — расчет P_Z при $t_{int}=10^{-21}$с и $T=1{,}0$ МэВ. Точками показаны экспериментальные значения сечений σ_Z [123]

различие в сдвигах энергий одночастичных состояний легкого и тяжелого фрагментов, вызванное кулоновским взаимодействием, достигает наибольшей величины. Это ведет к значительному усилению выхода легких ядер. Результаты расчетов зарядовых распределений оказались чувствительными к изотопному составу взаимодействующих фрагментов, поэтому вопрос об установлении *N/Z*-равновесия в системе является важным при изучении реакций многонуклонных передач.

Микроскопическое рассмотрение передачи протонов и нейтронов в ГНС ТИ. Изучение процесса передачи нуклонов в рамках микроскопического подхода, строго говоря, требует рассмотрения передачи как протонов, так и нейтронов, поскольку оболочечные эффекты (замкнутые оболочки, появление вблизи поверхности Ферми уровня с большой кратностью вырождения) проявляются как при передаче протонов, так и при передаче нейтронов. Это делает результаты расчета чувствительными к предположению об установлении *N/Z*-равновесия в системе [52,96—101]. В предыдущем пункте число нейтронов в легких фрагментах задавалось из условия их β-стабильности и установления *N/Z*-равновесия в системе, т.е. предполагалось, что при передаче одного протона соответствующее количество нейтронов передается практически мгновенно. Последнее предположение являлось некоторым ограничением теории и исключало возможность учета оболочечных эффектов, связанных с нейтронами.

Интерес к микроскопическому рассмотрению передач протонов и нейтронов связан также с проблемой описания установления *N/Z*-равновесия

между сталкивающимися ядрами [7]. Изучение зарядовых и массовых распределений в реакциях с легкими ядрами, таких как $^{40}Ar + ^{42,48}Ca$ и $^{40}Ar + ^{50}Ti$ [124], показало, что даже при малых потерях кинетической энергии, т.е. коротких временах взаимодействия, *N/Z*-отношение для продуктов реакции совпадает с *N/Z*-отношением для составной системы. В этом случае обмен парой нуклонов уже приводит к достижению *N/Z*-равновесия. Для тяжелых взаимодействующих ядер процесс установления *N/Z*-равновесия является более длительным. Возможно, что этот процесс протекает благодаря наличию или коллективной изовекторной моды, или независимого обмена частиц. В последнем случае релаксация *N/Z*-отношения имеет стохастическую природу. Рассмотрение этого процесса в рамках микроскопической модели позволяет получить аргументы за или против этой точки зрения.

Формулировка микроскопического метода описания зарядовых и массовых распределений становится особенно актуальной в связи с появлением радиоактивных пучков и планируемым получением и исследованием экзотических ядер. Расчеты могут помочь в выборе начальной комбинации сталкивающихся ядер, необходимой для получения максимального выхода интересующих изотопов.

При одновременном рассмотрении передачи протонов и нейтронов в двойной ядерной системе средние одночастичные потенциалы $U_{P,T}$ в (5) включают как ядерные, так и кулоновские (для протонов) поля и могут быть представлены в следующем виде [125]:

$$U^{Z}_{P,T}(\mathbf{r}) = U_{0_{P,T}}(\mathbf{r}) - \frac{N_{P,T} - Z_{P,T}}{4A_{P,T}} V_1(\mathbf{r}) + U_{C_{P,T}}(\mathbf{r}),$$

$$U^{N}_{P,T}(\mathbf{r}) = U_{0_{P,T}}(\mathbf{r}) + \frac{N_{P,T} - Z_{P,T}}{4A_{P,T}} V_1(\mathbf{r}). \qquad (41)$$

Здесь Z_P, Z_T — заряды фрагментов, N_P, N_T — числа нейтронов в них и $A_{P,T} = Z_{P,T} + N_{P,T}$ — массовые числа. Второе слагаемое в выражениях (41) представляет собой изовекторную добавку (потенциал симметрии) к среднему ядерному потенциалу. $U_{C_{P,T}}$ — кулоновский потенциал соответствующего фрагмента. Для ядерной части одночастичного потенциала (41) можно, например, использовать следующую параметризацию [126]:

$$U_{0_{P,T}}(\mathbf{r}) \pm \frac{N_{P,T} - Z_{P,T}}{4A_{P,T}} V_1(\mathbf{r}) = -\frac{V_0(1 \pm \gamma(N_{P,T} - Z_{P,T})/A_{P,T})}{1 + \exp[(r - R_{0_{P,T}})/a]}, \qquad (42)$$

где $V_0 = 53{,}3$ МэВ, $\gamma = 0{,}63$, $a = 0{,}63$ фм и $R_{0_{P,T}} = 1{,}24 \cdot A_{P,T}^{1/3}$ фм. Как и в расчетах зарядовых распределений, мы не будем учитывать недиагональные матричные элементы $\chi_{PP'}$ и $\chi_{TT'}$. Предполагается, что их влияние учитывается введением температурных чисел заполнения одночастичных уровней.

Аналогично (36) можно получить уравнения для вероятности $P_{Z,N}(t)$ найти систему в момент времени t в состоянии, когда легкий фрагмент имеет заряд Z и число нейтронов N:

$$\dot{P}_{Z,N}(t) = \Delta^{(-,0)}_{Z+1,N} P_{Z+1,N}(t) + \Delta^{(+,0)}_{Z-1,N} P_{Z-1,N}(t) + \Delta^{(0,-)}_{Z,N+1} P_{Z,N+1} +$$

$$+ \Delta^{(0,+)}_{Z,N-1} P_{Z,N-1}(t) - (\Delta^{(-,0)}_{Z,N} + \Delta^{(+,0)}_{Z,N} + \Delta^{(0,-)}_{Z,N} + \Delta^{(0,+)}_{Z,N}) P_{Z,N}(t) \qquad (43)$$

с транспортными коэффициентами

$$\Delta^{(\pm,0)}_{Z,N} = \frac{1}{\Delta t} \sum_{P,T} |g^Z_{P,T}(R)|^2 n^Z_{T,P}(T)\,(1 - n^Z_{P,T}(T)) \; \frac{\sin^2\left(\frac{\Delta t}{2\hbar}[\tilde{\varepsilon}^Z_P - \tilde{\varepsilon}^Z_T]\right)}{(\tilde{\varepsilon}^Z_P - \tilde{\varepsilon}^Z_T)^2/4},$$

$$\Delta^{(0,\pm)}_{Z,N} = \frac{1}{\Delta t} \sum_{P,T} |g^N_{P,T}(R)|^2 n^N_{T,P}(T)\,(1 - n^N_{P,T}(T)) \; \frac{\sin^2\left(\frac{\Delta t}{2\hbar}[\tilde{\varepsilon}^N_P - \tilde{\varepsilon}^N_T]\right)}{(\tilde{\varepsilon}^N_P - \tilde{\varepsilon}^N_T)^2/4}. \qquad (44)$$

Величины матричных элементов и одночастичных энергий определяются в соответствии с (6).

Силы симметрии вместе с кулоновским взаимодействием ответственны за относительное различие характерных времен передачи протонов и нейтронов и установление *N/Z*-равновесия в системе. Направление передачи нуклонов будет определяться взаимным расположением поверхностей Ферми во взаимодействующих ядрах.

Зарядовые и массовые распределения. На основе предложенной модели были исследованы зарядовые и массовые распределения продуктов следующих реакций: $^{238}U + ^{40}Ca$ (340 МэВ), $^{238}U + ^{48}Ca$ (425 МэВ), $^{197}Au + ^{40}Ar$ (292 МэВ) и $^{100}Mo + ^{40}Ar$(270 МэВ). Первые две из них интересны для изучения влияния сил симметрии. В реакции $^{238}U + ^{40}Ca$ отношения *N/Z* в сталкивающихся ядрах сильно отличаются, поэтому существует большой градиент поверхности потенциальной энергии. Напротив, в случае $^{238}U + ^{48}Ca$ отношения *N/Z* уже близки к равновесному для составной системы, т.е. система имеет малый градиент поверхности потенциальной энергии около начальной точки эволюции. Последняя реакция представляет инте-

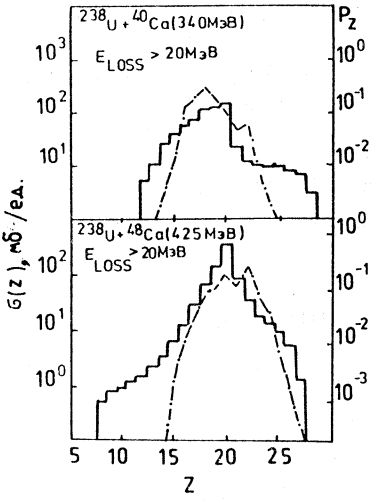


Рис. 18. Зарядовые распределения P_Z продуктов реакции $^{238}U + {}^{40}Ca$ (340 МэВ) и $^{238}U + {}^{48}Ca$ (425 МэВ), рассчитанные при $t_{int} = 2 \cdot 10^{-21}$ с и $T = 1{,}5$ МэВ (штрихпунктирные линии). Сплошные линии показывают экспериментальные значения сечений σ_Z [8,9]

рес, поскольку в ней наблюдалась большая массовая дисперсия при малом изменении массового числа легкого фрагмента.

Для расчета транспортных коэффициентов (44) используем реалистические схемы одночастичных уровней, а матричные элементы g_{PT} параметризуем в соответствии с (38). Мы не вычисляли сечения выходов изотопов для каждой парциальной волны, а рассматривали некоторую среднюю траекторию, наиболее вероятную для данного столкновения. Время взаимодействия можно определить так же, как в работе [62]. Из-за малости испарения протонов из продуктов реакции время взаимодействия уточнялось по экспериментальным значениям зарядовых дисперсий.

Для иллюстрации возможностей модели при описании эволюции двойной ядерной системы на рис.18 показаны теоретические и экспериментальные [8,9] зарядовые распределения продуктов реакции $^{238}U + {}^{40}Ca$ (340 МэВ) и $^{238}U + {}^{48}Ca$(425 МэВ). Расчетные кривые получены для времени взаимодействия $t_{int} = 2 \cdot 10^{-21}$ с и $T = 1{,}5$ МэВ, что характерно для реакций глубоконеупругих передач. Теоретические результаты качественно согласуются с экспериментальными. Больший по сравнению с расчетным выход легких частиц может быть объяснен вкладом столкновений с $l < l_{crit}$ и увеличением вероятности распада сильно асимметричных систем [17,78,106,127—129].

На рис.19 для этих реакций приведена зависимость от потерь кинетической энергии (E_{loss}) средних значений массового $\langle A \rangle$, зарядового $\langle Z \rangle$ и нейтронного $\langle N \rangle$ чисел легкого фрагмента. Экспериментальные данные хорошо описываются предложенной моделью при малых E_{loss}. При больших E_{loss} происходит отклонение расчетных значений от экспериментальных. Заметим, что теоретические кривые получены без учета испарения нуклонов. На наш взгляд, включение в рассмотрение этого процесса могло бы

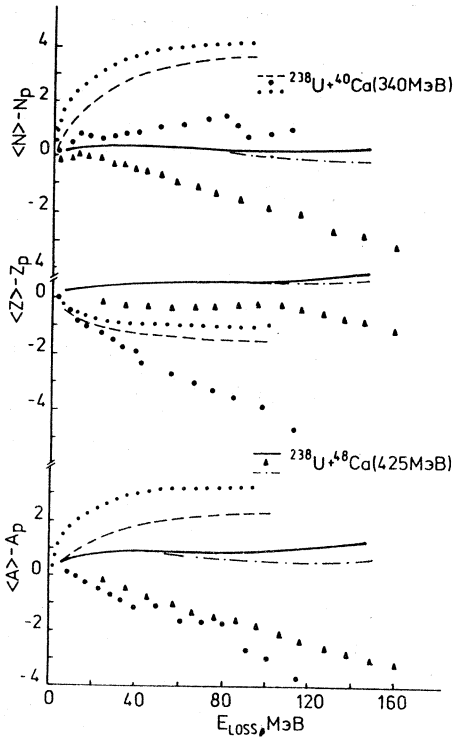


Рис. 19. Отклонения средних значений массы $\langle A \rangle$, заряда $\langle Z \rangle$ и нейтронного числа $\langle N \rangle$ от начальных значений как функции потерь энергии в реакциях $^{238}U + ^{40,48}Ca$. Экспериментальные данные [8,9] показаны точками и треугольниками. Результаты расчета показаны сплошной ($^{238}U + ^{40}Ca$) и штриховой ($^{238}U + ^{48}Ca$) линиями. Результаты, полученные без учета сил симметрии, изображены пунктирными линиями. Штрихпунктирная линия показывает результаты, полученные без предположения о температурном равновесии

улучшить согласие с экспериментом, как в [8,9]. Однако разницу между расчетными и экспериментальными значениями $\langle Z \rangle$ при больших E_{loss}, достигающую двух единиц для реакций $^{238}U + ^{40}Ca$, нельзя объяснить только процессами испарения протонов. Это различие может быть связано [10] с предравновесными эффектами на первой стадии реакции, вкладом коллективной передачи заряда через возбуждение гигантских изовекторных резонансов, α-кластерной передачей [45,46].

Как было показано в разд.2, установление температурного равновесия в ДЯС не происходит мгновенно. Направление коррекции расчетных зависимостей из-за вклада предравновесных процессов может быть определено в расчетах, выполненных без предположения об установлении температурного равновесия в системе, например, в случае равенства энергий возбуждения взаимодействующих ядер. Такой расчет выполнен для реакции $^{238}U + ^{48}Ca$ (рис.19). Отклонение этих результатов от обычных зависимостей, полученных при условии полного температурного равновесия в двойной системе, наиболее заметно при больших E_{loss} и ведет к улучшению согласия с экспериментальными данными.

Для иллюстрации роли сил симметрии в процессах многонуклонных передач на рис.19 (пунктирная линия) показан результат расчета для

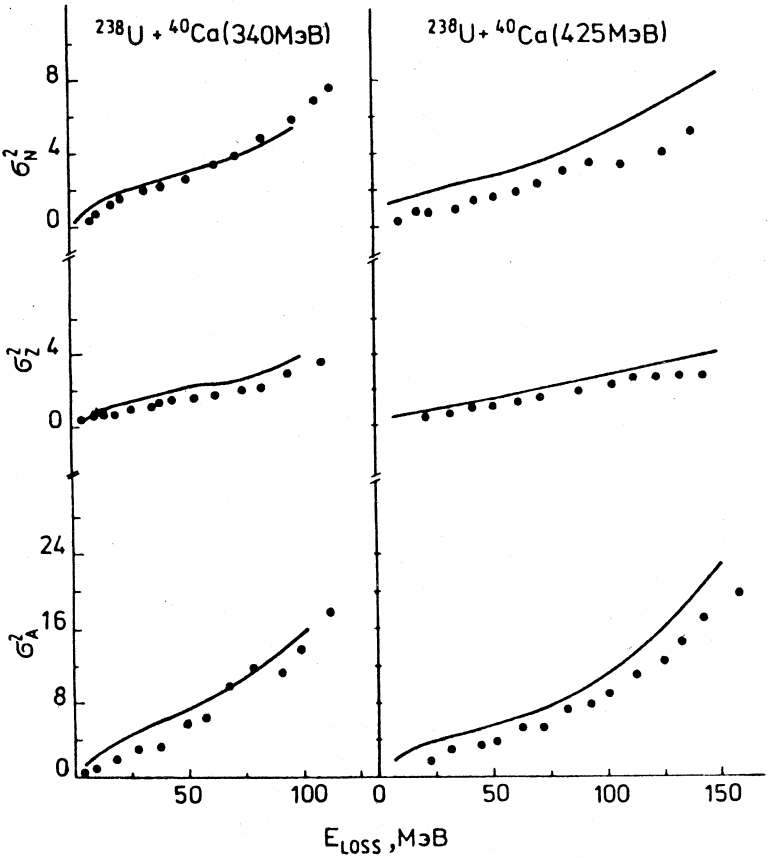


Рис. 20. Массовая (σ_A^2), зарядовая (σ_Z^2) дисперсии и дисперсия нейтронного числа (σ_N^2) изображены как функции потери кинетической энергии для реакций $^{238}U + ^{40,48}Ca$. Точками показаны экспериментальные данные [8,9], линиями — результаты расчета

реакции $^{238}U + ^{48}Ca$, выполненного без включения изовекторной части одночастичного потенциала. Эта реакция была выбрана из-за большой разницы N/Z-отношений в сталкивающихся ядрах. Хорошо видно, что учет сил симметрии улучшает согласие с экспериментальными данными. Лучшего согласия между теорией и экспериментом в реакции $^{238}U + ^{48}Ca$ для величин $\langle Z \rangle$ можно достичь, если увеличить изовекторную часть g_{PT} в два раза, но мы не нашли для этого теоретического обоснования. Возможно,

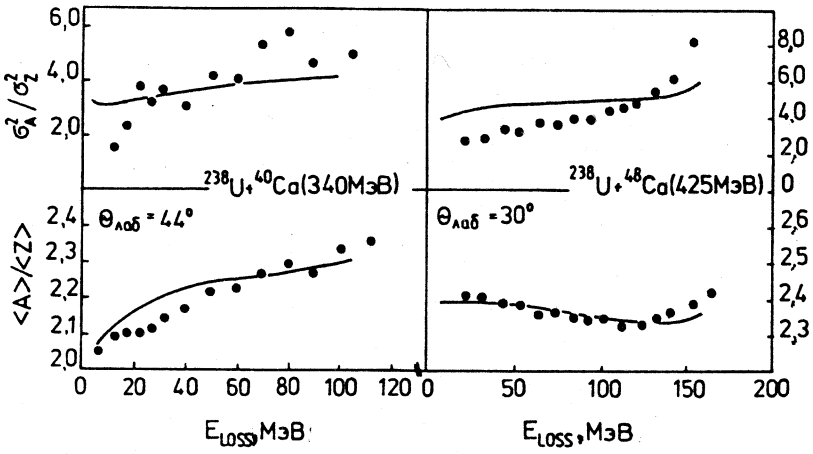


Рис. 21. Зависимость $\langle A \rangle / \langle Z \rangle$ (нижняя часть) и σ_A^2/σ_Z^2 (верхняя часть) от потерь кинетической энергии для реакций $^{238}U + ^{40,48}Ca$. Точками показаны экспериментальные данные [8,9]. Результаты расчета изображены линиями

согласие с экспериментальными данными улучшится, если вместо параметризации (38) для g_{PT} использовать точное выражение (см. приложение). Однако это требует значительно большего объема вычислений.

Хорошее согласие теоретических и экспериментальных зависимостей вторых моментов Z-, N- и A-распределений от E_{loss} получено для реакций $^{238}U + ^{40}Ca$ и $^{238}U + ^{48}Ca$ (рис.20).

Удовлетворительное согласие между теоретическими и экспериментальными результатами получается при рассмотрении зависимостей σ_A^2/σ_Z^2 и $\langle A \rangle / \langle Z \rangle$ от E_{loss} для реакций $^{238}U + ^{40,48}Ca$ (рис.21). Видно, что при малых потерях энергии отношение σ_A^2/σ_Z^2 близко к $\langle A \rangle / \langle Z \rangle$, что, как известно [7], означает, что на начальной стадии реакции преобладает обмен протонами. По мере роста времени взаимодействия (увеличения E_{loss}) отношение σ_A^2/σ_Z^2 становится близким к $(\langle A \rangle / \langle Z \rangle)^2$, что соответствует уже сильной корреляции между передачей протонов и нейтронов. Анализируя зависимости на рис.21, можно сделать вывод о том, что установление N/Z-равновесия является монотонно непрерывным процессом.

Экспериментально было установлено [1,5], что сечения образования изотопов легких продуктов ($Z \leq 8$) в реакциях ГНП подчиняются Q_{gg}-систе-

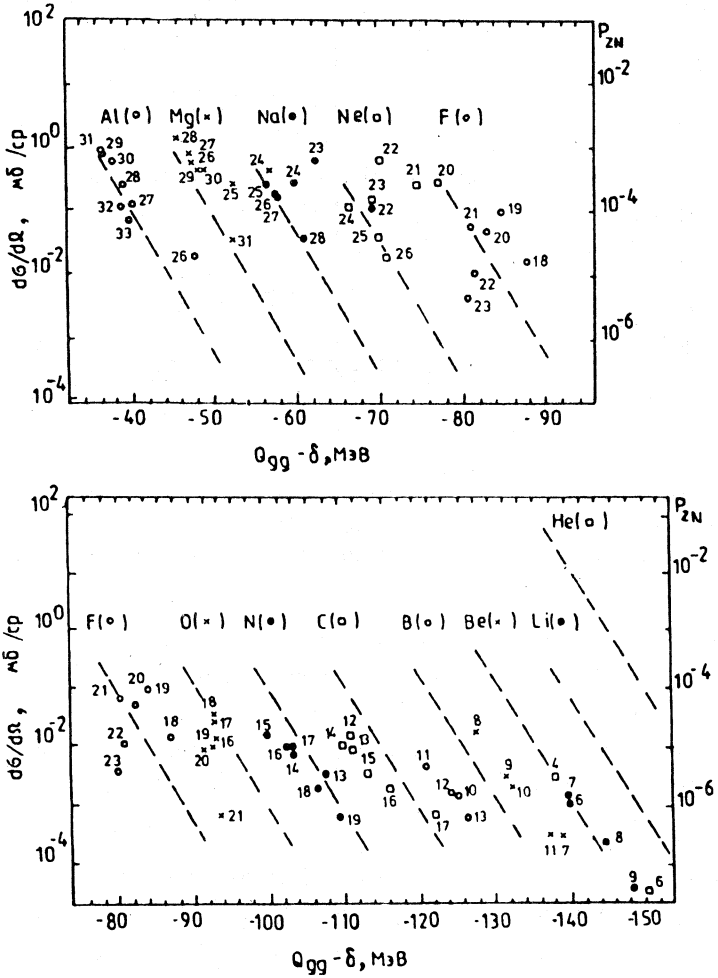


Рис.22. Сечения образования изотопов как функции $(Q_{gg}-\delta)$ для реакции $^{197}Au + ^{40}Ar$ (292 МэВ). Штриховые линии соответствуют аппроксимации экспериментальных данных [1]. Результаты расчета (P_{ZN}) изображены символами ($t_{int}= 3\cdot10^{-21}$ с). Числа около символов — массовые числа изотопов

матике. Видимое нарушение Q_{gg}-систематики при $Z > 8$ связано с влиянием вторичных ядерных процессов — испарением нуклонов и α-частиц из возбужденного легкого фрагмента. Для обоснования применимости Q_{gg}-систе-

матики обычно [130] используются статические соображения, которые явно не присутствуют в нашей модели. Поэтому заранее не очевидно, что наши результаты воспроизведут экспериментально наблюдаемую Q_{gg}-систематику. Расчеты $P_{Z,N}$ ($t_{\text{int}} = 3 \cdot 10^{-21}$ с и $T = 1{,}5$ МэВ) для реакции $^{197}\text{Au} + ^{40}\text{Ar}$ (292 МэВ) показали (рис.22), что соотношение выходов изотопов, характерное для Q_{gg}-систематики с учетом поправок на неспаренность нуклонов при их передаче из ядра-донора в ядро-акцептор, воспроизводится моделью при $Z \geq 11$ (за исключением ^{24}Mg и ^{22,23}Na) и $Z < 8$. Штриховые линии на рис.22 соответствуют экспериментальным значениям. Возможная причина расхождения расчетных абсолютных выходов легких частиц с экспериментальными была указана при обсуждении рис.18. Несоответствие расчетов для изотопов O, F и Ne Q_{gg}-систематике, на наш взгляд, может быть связано с тем, что в нашей модели не рассматривается передача кластеров, которая может быть важной для этих ядер. Например, для изотопов ^{24}Mg, $^{20-22}$Ne энергия отделения α-частицы близка или даже меньше энергии отделения нуклона. Поэтому учет кластерной передачи мог бы уменьшить расчетный выход некоторых легких изотопов и улучшить согласие с Q_{gg}-систематикой. Кроме того, передача кластеров будет вносить дополнительный вклад в образование продуктов с $Z < 8$.

В соответствии с Q_{gg}-систематикой сечения образования изотопов представляются в следующем виде [5]:

$$\sigma \propto \exp\left[(Q_{gg} - \delta + \Delta E_C)/T_0\right], \tag{45}$$

где ΔE_C — изменение кулоновской энергии системы, обусловленное передачей протонов, δ — поправка на неспаренность нуклонов при их передаче. Параметр T_0 отличается от обычной термодинамической температуры T, т.е. наклон линий в Q_{gg}-систематике характеризует T лишь через функциональную зависимость T_0 и T. Расчет Q_{gg}-систематики для Al и Be при $T = 1{,}0$ и $2{,}0$ МэВ и одном и том же времени взаимодействия (рис.23) показал, что наклон линий уменьшается с увеличением T, т.е. качественно воспроизводится зависимость (45). Однако изменение наклона происходит менее чем в два раза, что подтверждает неэквивалентность T_0 и T.

Как уже отмечалось, стандартные транспортные расчеты, использующие лишь поверхность потенциальной энергии, не всегда могут правильно описать эволюцию двойной ядерной системы. Например, с помощью этих моделей не удается объяснить большие дисперсии массового распределения при малом изменении $\langle A \rangle$ для реакции $^{100}\text{Mo} + ^{40}\text{Ar}$(270 МэВ) [13,78]. Дело в том, что на эволюцию системы оказывает влияние не только взаимное

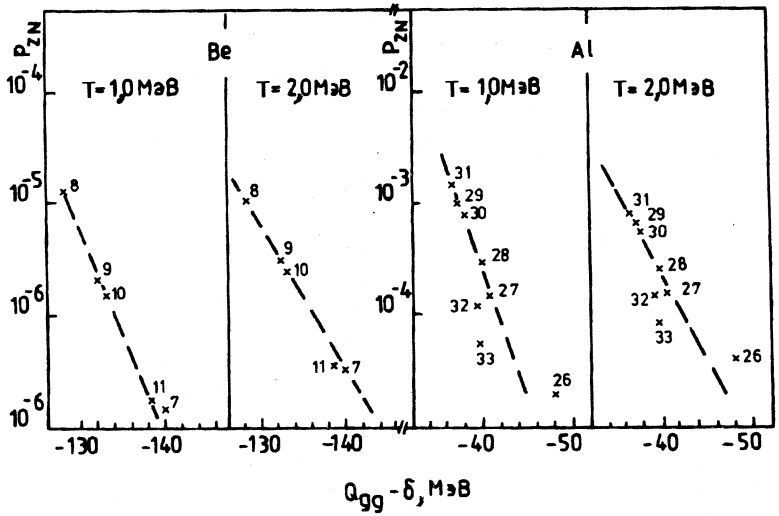


Рис. 23. Сечения образования изотопов Al и Be как функции $(Q_{gg} - \delta)$, рассчитанные для двух значений температуры $T = 1{,}0$ и $2{,}0$ МэВ ($t_{int} = 3 \cdot 10^{-21}$) (символы ×) для реакции $^{197}Au + ^{40}Ar$ (292 МэВ). Числа около символов — массовые числа изотопов. Штриховые линии — результат аппроксимации расчетных данных

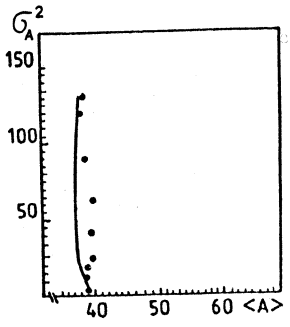


Рис. 24. Зависимость массовой дисперсии σ_A^2 от среднего значения массового числа легкого фрагмента $\langle A \rangle$ для реакции $^{100}Mo + ^{40}Ar$ (270 МэВ). Точками изображены экспериментальные данные [78]. Линия демонстрирует результаты расчета

расположение поверхностей Ферми протонов и нейтронов у взаимодействующих ядер, но и особенности оболочечной структуры фрагментов (количество свободных и занятых уровней около поверхности Ферми, степень их вырождения и т.д.). Первый эффект учитывается «driving»-потенциалом. Однако другие могут быть включены в рассмотрение только на основе микроскопической модели. Наша модель, учитывающая явно эффекты оболочечной структуры для протонов и нейтронов, позволяет хорошо описывать экспериментальные результаты (рис.24).

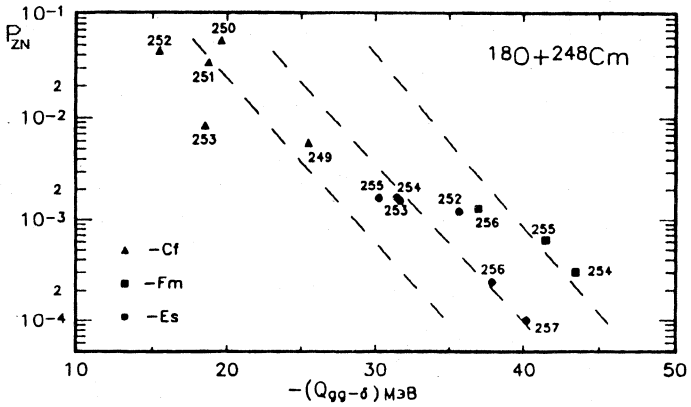


Рис. 25. Рассчитанные значения $P_{Z,N}$ в зависимости от Q_{gg} для реакции ^{18}O (97 МэВ)+^{248}Cm изображены символами. Результаты аппроксимации по формуле (45) показаны штриховыми линиями

Расчет выхода изотопов тяжелых продуктов реакций неполного слияния. В качестве приложения микроскопической модели передачи нуклонов рассмотрим метод расчета выхода нейтронообогащенных ядер в реакциях неполного слияния [131]. Как следует из результатов разд.2, энергия возбуждения тяжелого продукта реакции может быть небольшой. Поэтому число испарившихся из него частиц невелико. Такие реакции интенсивно изучались [132,133] на предмет их использования для получения нейтроноизбыточных актинидов. Расчет сечений выхода различных ядер в реакции состоит из двух этапов. На первом этапе рассчитывается предыспарительное распределение продуктов реакции. Затем, используя это распределение, рассчитывается выход испарительных частиц и получается окончательное распределение ядер, которое сравнивается с экспериментальными данными.

Решая уравнения (43), можно получить предыспарительное распределение продуктов реакции. Рассчитанные сечения образования изотопов находятся в согласии с Q_{gg}-систематикой. Используя параметризацию (45), легко определить величину T_0, которая характеризует наклон зависимости $P_{Z,N}$ в логарифмическом масштабе при заданном Z. Результаты расчета для реакции ^{18}O (97 МэВ)+^{248}Cm показаны на рис.25. Вычисляя выходы изотопов нескольких ядер и определяя T_0, можно затем найти и предыспарительный выход других ядер.

Реакциями неполного слияния называются реакции, где большое число нуклонов налетающего ядра передается ядру-мишени ($A_P + A_T \to A'_P + A'_T$). Согласно модели [134] сечение i-го канала (A'_P и A'_T заданы) неполного слияния имеет вид

$$\sigma(i) = \pi \lambda^2 \sum_{l=0}^{l_{\max}} (2l+1) T_l \frac{P_l^i \exp\left[(Q_{gg}^i - \delta + \Delta E_C)/T_0\right]}{\sum_i P_l^i \exp\left[(Q_{gg}^i - \delta + \Delta E_C)/T_0\right]}, \qquad (46)$$

где $P_l^i = \{1 + \exp[(l - l_{\lim}(i))/\Delta]\}^{-1}$, а T_l — проницаемость входного потенциального барьера для l-й парциальной волны. Предельный угловой момент для i-го канала определяется следующим образом:

$$l_{\lim}(i) = \frac{A_P}{A_P - A'_P} \, l_{\text{crit}}(A_T + (A_P - A'_P)),$$

где $l_{\text{crit}}(A_T + (A_P - A'_P))$ — критический угловой момент в канале $(A_T + (A_P - A'_P))$ [132]. Суммирование в (46) идет до $l_{\max}$, при котором ядра при столкновении еще попадают в область притяжения ядро-ядерного потенциала. Параметр Δ обычно выбирается равным нескольким единицам $\hbar$. При энергии столкновения, лишь немного превышающей входной потенциальный барьер, зависимостью параметра T_0 от l можно пренебречь.

Процесс девозбуждения тяжелого фрагмента рассматривался в рамках статистического подхода [135,136], основанного на методе Монте-Карло. Поскольку продукты реакции имеют относительно большой спин, то применимо квазиклассическое приближение, в котором спинами испарившихся частиц пренебрегают, а все угловые моменты рассматривают как классические векторы. Энергетический спектр продуктов реакции показывает присутствие как глубоконеупругой, так и квазиупругой компонент. Ширины и относительные вклады этих компонент являются параметрами модели. Испарительная модель учитывает эмиссию γ-квантов, нейтронов, протонов, ^{2}H, ^{3}H, ^{3}He, ^{4}He и деление. Для реалистических значений параметров было получено хорошее согласие теоретических и экспериментальных сечений выхода изотопов Fm в реакции ^{18}O(97 МэВ)+^{248}Cm [137] (рис.26).

В заключение этого раздела подведем некоторые итоги. Исследована передача протонов и нейтронов в глубоконеупругих столкновениях тяжелых ионов в рамках микроскопической модели. Рассчитанные характеристики реакций показали хорошее согласие с экспериментальными данными. Установлено, что изоспиновая зависимость одночастичного потенциала является

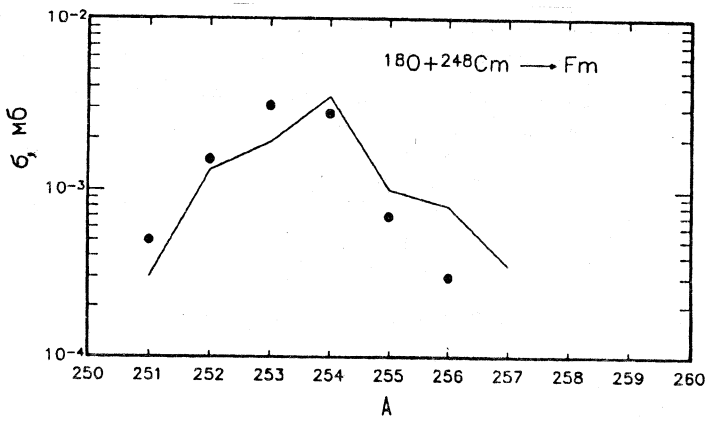


Рис. 26. Рассчитанные сечения образования изотопов Fm — сплошная линия. Точки — экспериментальные данные [137]

важной при описании данных эксперимента. Расчетные сечения образования изотопов легких элементов оказались в согласии с Q_{gg}-систематикой. Отмечено, что больший, по сравнению с расчетным, выход легких частиц может быть связан с увеличением вероятности распада сильно асимметричных систем благодаря динамическим причинам.

4. МИКРОСКОПИЧЕСКИЙ «DRIVING»-ПОТЕНЦИАЛ

Связь «driving»-потенциала с транспортными коэффициентами. Для описания эволюции ДЯС широко используются транспортные модели, в которых изменение вероятности $P_Z(t)$ обнаружить ДЯС в момент времени t в состоянии с зарядовой асимметрией Z описывается мастер-уравнением (36). Транспортные коэффициенты $\Delta_Z^{(\pm)}$ характеризуют вероятность переходов протона из тяжелого ядра в легкое $\Delta_Z^{(+)}$ и обратно $\Delta_Z^{(-)}$. Передача нейтронов описывается аналогично (см. разд.3). В правой части уравнения (36) учитываются только переходы $Z \rightleftarrows Z+1$ и $Z \rightleftarrows Z-1$, как в модели независимых частиц. Транспортные коэффициенты в разд.3 были получены в рамках микроскопической модели глубоконеупругих столкновений тяжелых ионов [52,96—101].

Независимость от времени транспортных коэффициентов уравнения (36) и форма коэффициента при $P_Z(t)$ гарантируют существование стационарного решения мастер-уравнения. Приравнивая левую часть (36) к нулю, получаем стационарные условия

$$\Delta^{(+)}_{Z-1}P_{Z-1} = \Delta^{(-)}_{Z}P_{Z},$$

$$\Delta^{(-)}_{Z+1}P_{Z+1} = \Delta^{(+)}_{Z}P_{Z}. \qquad (47)$$

Оба выражения в (47) эквивалентны соотношению

$$\frac{P_{Z+1}}{P_Z} = \frac{\Delta^{(+)}_{Z}}{\Delta^{(-)}_{Z+1}}. \qquad (48)$$

При $t \to \infty$ вероятность $P_Z(t)$ стремится к своему стационарному пределу, который пропорционален плотности уровней. При фиксированной полной энергии ДЯС плотность уровней ρ_Z пропорциональна $\exp\{-\tilde{U}(Z)/T\}$ [62]. Здесь $\tilde{U}(Z)$ — энергия основного состояния ДЯС с зарядовой асимметрией Z. Термодинамическая температура T может быть выражена через энергию возбуждения системы E^*_J в рамках приближения ферми-газа: $T = \sqrt{E^*_J/a}$, где $a = (A_P + A_T)/8$ МэВ, A_P и A_T — массовые числа легкого и тяжелого фрагментов соответственно. Энергия возбуждения E^*_J зависит от кинетической энергии и орбитального момента столкновения налетающего иона.

Используя уравнение (48) и пропорциональность $P_Z(t)$ плотности уровней ρ_Z, получаем следующее соотношение для транспортных коэффициентов:

$$\frac{\Delta^{(-)}_{Z+1}}{\Delta^{(+)}_{Z}} = \exp\left[\frac{\tilde{U}(Z+1) - \tilde{U}(Z)}{T}\right]. \qquad (49)$$

Это выражение позволяет определить итерационную процедуру для восстановления $\tilde{U}(Z)$:

$$\tilde{U}(Z+1) = \tilde{U}(Z) + T\ln\left(\frac{\Delta^{(-)}_{Z+1}}{\Delta^{(+)}_{Z}}\right). \qquad (50)$$

Используя (50) и значения транспортных коэффициентов, можно вычислить $\tilde{U}(Z)$ при любом Z. Следует отметить, что выражение (50) было получено прямо из мастер-уравнения (36) без дополнительных предположений о виде транспортных коэффициентов $\Delta^{(\pm)}_{Z}$. Таким образом,

реалистическое определение $\Delta_Z^{(\pm)}$ позволяет нам рассмотреть поведение $\tilde{U}(Z)$. Согласно (49), энергия основного состояния $\tilde{U}(Z)$, как функция заряда легкого фрагмента Z, полностью определяет направление эволюции ДЯС, которое зависит от положения входной точки по отношению к максимуму Бусинаро — Галлонэ. В макроскопических моделях $\tilde{U}(Z)$ называют «driving»-потенциалом.

Микроскопический и феноменологический «driving»-потенциалы. Существуют два способа вычисления $\Delta_Z^{(\pm)}$ — макроскопический и микроскопический. В феноменологических моделях [62], описывающих многонуклонные передачи, используют параметризацию транспортных коэффициентов $\Delta_Z^{(\pm)}$, в которых $\tilde{U}(Z)$ приравнивают к потенциальной энергии ДЯС $U(Z)$, вычисляемой как сумма энергий связи ядер и ядро-ядерного потенциала. В принципе $\tilde{U}(Z)$ и $U(Z)$ не должны совпадать, т.к. $\tilde{U}(Z)$, помимо потенциальной энергии, включает также и кинетическую энергию. Например, из-за квантовой природы ДЯС $\tilde{U}(Z)$ содержит энергию нулевых колебаний. Однако различие не должно быть большим, и основные черты поведения $\tilde{U}(Z)$ и $U(Z)$ должны совпадать, так как феноменологическая модель качественно правильно описывает ход многих реакций. С нашей точки зрения, данное сравнение может быть одним из способов проверки нашего метода вычисления транспортных коэффициентов в уравнении (36).

В работе [62] различием между $U(Z)$ и $\tilde{U}(Z)$ пренебрегли, и для транспортных коэффициентов была предложена следующая параметризация:

$$\Delta_Z^{(\pm)} = s_0 \exp\{[U(Z) - U(Z \pm 1)]/2T\}, \tag{51}$$

где s_0 — постоянная, характеризующая временной масштаб. Эта параметризация является прямым следствием выражения (49).

Параметризация (51) основана на макроскопических характеристиках системы. В феноменологических моделях потенциальную энергию системы берут в виде суммы жидкокапельной энергии фрагментов, оболочечной поправки, вклад которой убывает с ростом энергии возбуждения системы, и потенциальной энергии ядро-ядерного взаимодействия:

$$U(Z) = U_{LD}(Z) + U_{SH}(Z) \exp(-E_J^*/E_0) + U_{\text{int}}(Z,R). \tag{52}$$

Параметр E_0 характеризует экспоненциальное затухание оболочечной поправки с увеличением E_J^*. Потенциал ядро-ядерного взаимодействия $U_{\text{int}}(Z,R)$ включает кулоновский и ядерный потенциалы. Ядерная часть может быть взята в хорошо известной форме «proximity»-потенциала. Для

тяжелых систем и малых значений J ротационной энергией пренебрегают [138].

Зависимость от $\Delta_Z^{(\pm)}$ макроскопических вероятностей переходов $P_Z(t)$ определена в предположении, что при передаче нуклонов из одного фрагмента в другой ДЯС может перейти в любое состояние, разрешенное законом сохранения энергии. При таком рассмотрении эффекты оболочек входят в $U(Z)$ только через энергии связи, без явного учета структуры одночастичного спектра взаимодействующих ядер, хотя ее влияние подтверждается рядом экспериментальных фактов, отмеченных во введении. Поэтому для анализа этих оболочечных эффектов должна использоваться микроскопическая модель.

В микроскопической модели [99—101] (см. разд.3) особенности структуры взаимодействующих ядер явно учитываются в микроскопически рассчитанных транспортных коэффициентах $\Delta_Z^{(\pm)}$ (37) и влияют на эволюцию ДЯС. Учет оболочечной структуры существенно ограничивает вероятность перехода нуклона, благодаря действию правил отбора по проекции одночастичного момента и спина. Около поверхностей Ферми взаимодействующих ядер могут оказаться одночастичные уровни, переходы между которыми ослаблены вследствие слабого перекрывания одночастичных волновых функций. Это указывает на более богатые возможности описания динамики ДЯС в микроскопическом подходе.

Рассмотрим связь соотношения (48) с конкретной формой транспортных коэффициентов (37). Для малых значений времени имеем приближенно

$$\frac{\Delta_{Z+1}^{(-)}}{\Delta_Z^{(+)}} = \frac{\sum\limits_{P,T} |g_{PT}|^2 n_P^{Z+1}(T)\,(1 - n_T^{Z+1}(T))}{\sum\limits_{P,T} |g_{PT}|^2 n_T^{Z}(T)\,(1 - n_P^{Z}(T))}. \tag{53}$$

В работе [99] температурные числа заполнения были введены с помощью усреднения по конфигурациям n' макроскопического состояния ДЯС с данными Z. Поэтому вместо (53) мы можем написать

$$\frac{\Delta_{Z+1}^{(-)}}{\Delta_Z^{(+)}} = \frac{\sum\limits_{n'} \sum\limits_{P,T} \Phi_{Z+1}(n') |g_{PT}|^2 n_P^{Z+1,n'}(1 - n_T^{Z+1,n'})}{\sum\limits_{n'} \sum\limits_{P,T} \Phi_Z(n') |g_{PT}|^2 n_T^{Z,n'}(1 - n_P^{Z,n'})}, \tag{54}$$

где $\Phi_Z(n')$ определена в (35). В (54) $n_P^{Z,n'}$ и $n_T^{Z,n'}$ равны нулю или единице, так как n' характеризует конфигурацию с данным числом частиц и дырок. Приближенно мы можем написать

$$\Phi_Z(n') \approx \frac{1}{N_Z},$$

где $N_Z \equiv \rho_Z \Delta E$ — число состояний в макроскопической подсистеме. Подставляя это выражение в (54), получаем

$$\frac{\Delta_{Z+1}^{(-)}}{\Delta_Z^{(+)}} \cong \frac{\rho_Z}{\rho_{Z+1}} \frac{\sum_{n'} \sum_{P,T} |g_{PT}|^2 n_P^{Z+1,n'}(1 - n_T^{Z+1,n'})}{\sum_{n'} \sum_{P,T} |g_{PT}|^2 n_T^{Z,n'}(1 - n_P^{Z,n'})}$$

или, используя явное выражение для микроскопических матричных элементов передачи (54),

$$\frac{\Delta_{Z+1}^{(-)}}{\Delta_Z^{(+)}} \cong \frac{\rho_Z}{\rho_{Z+1}} \frac{\sum_{n'} \lambda(Z, n|Z+1, n')}{\sum_{n'} \lambda(Z+1, n|Z, n')}. \tag{55}$$

Вследствие одночастичной природы взаимодействия в гамильтониане ДЯС существует однозначное соответствие между n и n'. Поэтому мы можем заменить сумму по n' в знаменателе выражения (55) суммой по n. Так как $\lambda(Z+1, n|Z, n') = \lambda(Z, n|Z+1, n')$, то окончательно получаем соотношение

$$\frac{\Delta_{Z+1}^{(-)}}{\Delta_Z^{(+)}} \cong \frac{\rho_Z}{\rho_{Z+1}},$$

которое есть не что иное, как (49). Таким образом, в нашем микроскопическом подходе получаются те же соотношения между транспортными коэффициентами, что и в феноменологической модели.

Результаты расчетов. Сравним рассчитанный микроскопически потенциал $\tilde{U}(Z)$ с макроскопическим потенциалом $U(Z)$, используемым в феноменологических моделях. Как пример, рассмотрим ДЯС с $Z_{\text{tot}} = 108$, которая реализуется в реакциях ^{40}Ar(220 МэВ)+^{232}Th и ^{32}S(192 МэВ)+^{238}U, ведущих к близким составным ядрам с одинаковой энергией возбуждения ($E_J^* = 34$ МэВ), но имеющих качественно различные зарядовые (массовые) распределения продуктов реакции [14,139].

Для расчета транспортных коэффициентов $\Delta_Z^{(\pm)}$ (37) матричные элементы $g_{PT}(R)$ возьмем из работы [102], в которой предложен и реализован относительно простой аналитический метод их расчета, применимый при заметных перекрываниях ядерных плотностей. Для расстояния между центрами ядер $R \geq R_{\varepsilon_P} + R_{\varepsilon_T}$ ($R_{\varepsilon_{P(T)}}$ — радиус сшивания волновых функций внутри

и вне ядра для данного одночастичного состояния $P(T)$) они имеют следующий вид:

$$g_{PT}(R) = (-1)^{l_T+m_T+1/2} C^{\mathrm{ex}}_{l_T} C^{\mathrm{ex}}_{l_P} \sqrt{(2j_P+1)(2j_T+1)} \times$$

$$\times \sum_L (j_T - 1/2,\, j_P\, 1/2|L0)\,(j_T - m_T,\, j_P m_P|L0)\,[A_P\, k_L(\nu_P R) + A_T\, k_L(\nu_T R)]. \quad (56)$$

При $R < R_{\varepsilon_P} + R_{\varepsilon_T}$ используется другое выражение:

$$g_{PT}(R) = (-1)^{l_T+m_T+1/2} C^{\mathrm{ex}}_{l_T} C^{\mathrm{ex}}_{l_P} \sqrt{(2j_P+1)(2j_T+1)} \times$$

$$\times \sum_L (j_T - 1/2,\, j_P\, 1/2|L0)\,(j_T - m_T,\, j_P m_P|L0) \times$$

$$\times \Big\{(-1)^{(L-l_T-l_P)/2}[B_P\, y_L(\kappa_P R) + B_T\, y_L(\kappa_T R) + D_P\, j_L(\kappa_P R) +$$

$$+ D_T\, j_L(\kappa_T R)] + G_P k_L(\nu_P R) + G_T\, k_L(\nu_T R) + I^0_{PT}(R,L)\Big\}. \quad (57)$$

Здесь $j_L(x)$, $i_L(x)$, $k_L(x)$, $y_L(x)$ — сферические функции Бесселя [140], $l_{P(T)}$ и $j_{P(T)}$ — орбитальный и полный одночастичный моменты соответственно, $m_{P(T)}$ — проекция углового момента $j_{P(T)}$. Выражения для нормировочных коэффициентов $C^{\mathrm{ex}}_{P(T)}$, постоянных $A_{P(T)}$, $B_{P(T)}$, $D_{P(T)}$, $G_{P(T)}$, зависящих от квантовых чисел одночастичных состояний, и величины $I^0_{PT}(R,L)$ приведены в приложении. Волновые числа для внешней и внутренней частей волновой функции определяются следующим образом:

$$\nu_{P(T)} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}\{B_{\mathrm{coul}} - \varepsilon_{P(T)}\}},$$

$$\kappa_{P(T)} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}\{\varepsilon_{P(T)} - \overline{U}_{P(T)}\}},$$

где $\overline{U}_{P(T)}$ — среднее значение потенциала легкого (тяжелого) ядра, в одночастичном состоянии $P(T)$, m — масса протона, B_{coul} — кулоновский барьер ядра.

Результаты расчета феноменологического и микроскопического потенциалов (соответственно, формулы (52), (50) и (37)) для ДЯС с

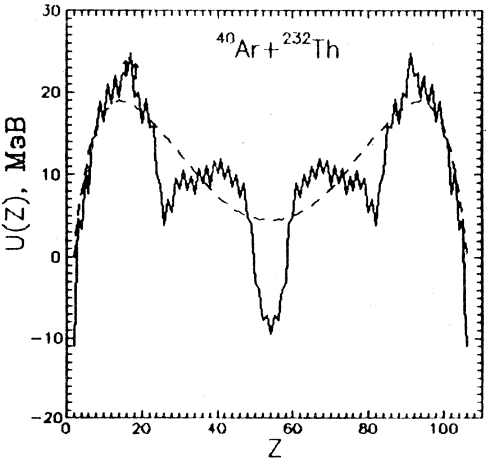


Рис. 27. Феноменологический «driving»-потенциал $\tilde{U}(Z)$ для системы с $Z_{tot} = 108$ и $A_{tot} = 272$ при $T = 0$ МэВ. Результаты, полученные в рамках жидкокапельной модели, показаны пунктирной линией. «Driving»-потенциал, вычисленный с использованием экспериментальных энергий связи ядер в (52), показан сплошной линией

$Z_{tot} = 108$ приведены на рис.27 и 28. Мы предполагаем, что N/Z-равновесие в системе устанавливается на начальной стадии реакции. Изотопный состав для элементов с $Z < 10$ взят из данных о Q_{gg}-систематике сечений образования изотопов в аналогичных реакциях [1,5]. Зависимость микроскопического «driving»-потенциала от углового момента учитывается через параметр температуры ДЯС T.

Видно, что микроскопический и макроскопический потенциалы качественно похожи. Оба имеют несколько характерных максимумов и минимумов, что отражает влияние оболочечной структуры на эволюцию ДЯС. Отсутствие локальных минимумов в $\tilde{U}(Z)$ при некоторых магических и четных значениях Z можно объяснить оболочечной структурой сопряженного фрагмента и влиянием нейтронной подсистемы. Следует отметить, что микроскопический потенциал $\tilde{U}(Z)$, по сравнению с феноменологическим, более чувствителен к изотопному составу фрагментов, что особенно отражается в большем уширении максимума Бусинаро — Галлонэ при росте отношения N/Z в легком фрагменте. Чтобы проиллюстрировать это, на рис.29 показан микроскопически вычисленный «driving»-потенциал для реакции $^{63}Cu + ^{197}Au$, в которой $Z_{tot} = 108$ и $A_{tot} = 260$, т.е. система имеет меньшее число нейтронов, чем в предыдущих случаях.

В то же время микроскопический потенциал $\tilde{U}(Z)$ менее чувствителен к увеличению температуры T ДЯС, что отражается в слабом уменьшении глубины локальных минимумов, тогда как глубина локальных минимумов феноменологического потенциала сильно уменьшается с ростом T. Так как $\Delta_Z^{(\pm)} - \Delta_{Z+1}^{(\pm)} \sim 1/T$ [100] (см. (40)) для почти симметричных конфигураций

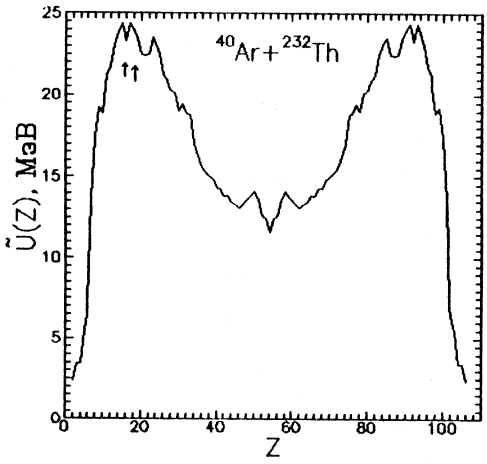


Рис. 28. Микроскопический «driving»-потенциал, вычисленный для системы с $Z_{tot}=108$ и $A_{tot}=272$ ($T=1{,}0$ МэВ и $R=R_P+R_T$). Стрелками указаны начальные системы $^{32}S+^{238}U$ и $^{40}Ar+^{232}Th$

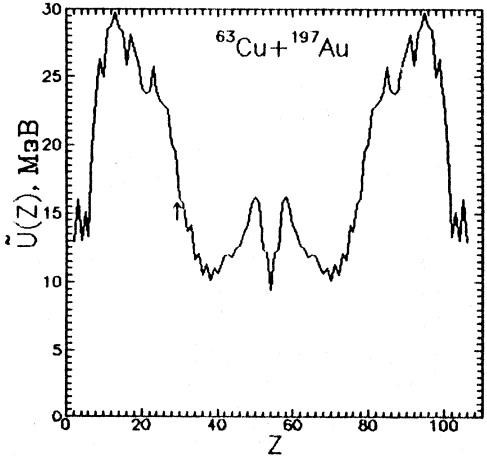


Рис. 29. То же, что на рис.28, для системы с $Z_{tot}=108$ и $A_{tot}=260$ ($T=1{,}0$ МэВ и $R=R_P+R_T$). Стрелкой указана начальная конфигурация $^{63}Cu+^{197}Au$

ДЯС, то ослабление влияния оболочечной структуры на процесс передачи нуклонов при увеличении температуры T оказывается более медленным, чем экспоненциальное уменьшение оболочечной поправки к жидкокапельной энергии связи ядер. Говоря об оболочечных эффектах в микроскопическом рассмотрении, мы имеем в виду влияние одночастичных спектров вблизи поверхностей Ферми взаимодействующих ядер на процесс обмена нуклонами. Этот подход основывается на концепции сохранения ядрами ДЯС своей индивидуальности [1,5,6,16].

Зарядовые распределения продуктов реакций $^{40}Ar+^{232}Th$ и $^{32}S+^{238}U$ (рис.30), рассчитанные с помощью микроскопических транспортных ко-

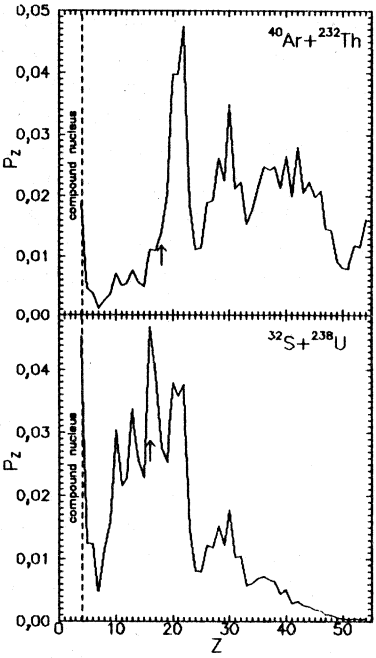


Рис. 30. Зарядовые распределения, вычисленные для реакций $^{40}Ar+^{232}Th$ ($T=1{,}0$ МэВ, $R=R_P+R_T$ и $t=4\cdot10^{-21}$ с) и $^{32}S+^{238}U$ ($T=1{,}0$ МэВ, $R=R_P+R_T$ и $t=3\cdot10^{-21}$ с)

эффициентов, качественно согласуются с экспериментальными данными [14,139]. Правильно описывается направление эволюции системы, максимумы выхода продуктов реакции, соотношение между каналами слияния и квазиделения. Последнее легко определяется, если считать процессом слияния движение ДЯС в сторону увеличения массовой асимметрии, а квазиделением [16] — распад ДЯС в конфигурации, близкой к симметричной. Для реакции $^{32}S+^{238}U$ более 50% сечения соответствует каналу слияния, тогда как для реакции $^{40}Ar+^{232}Th$ — только 20%. Соответственно остальной вклад в сечение поступает из канала квазиделения. Такое сильное изменение выхода продуктов в зависимости от величины зарядовой (массовой) асимметрии входного канала можно объяснить различием в структуре взаимодействующих ядер. Поскольку одночастичные спектры около поверхностей Ферми ядер ^{232}Th и ^{238}U мало отличаются, то на эволюцию ДЯС в основном влияет структура легкого партнера. А именно в ядре ^{32}S первые незаполненные протонные уровни сильно удалены от поверхности Ферми, что заметно снижает вероятность передачи протона из тяжелого фрагмента. В ядре ^{40}Ar, наоборот, вблизи поверхности Ферми имеется незаполненный протонный уровень с большой кратностью вырождения. Это приводит к уменьшению массовой асимметрии ДЯС. Зарядовое распределение P_Z имеет максимум около $Z=20$, что соответствует магическому легкому ядру. N/Z-отношение системы влияет на отношение сечений слияния и квазиделения в реакции. Для реакции $^{63}Cu+^{197}Au$ примерно 15% сечения соответствует увеличению массовой асимметрии, что хорошо согласуется с экспериментальными результатами [141].

Итак, в рамках микроскопического подхода удается получить качественное согласие результатов расчетов зарядовых распределений с экспе-

риментальными данными. Феноменологический и микроскопический подходы используют различные входные данные. Тем не менее результаты расчетов показывают удивительную схожесть микроскопического и феноменологического потенциалов. Это может служить дополнительным подтверждением справедливости микроскопической модели, в основе которой лежит концепция сохранения ядрами своей индивидуальности. Учет правил отбора по угловому моменту и его проекции приводит к тому, что в микроскопическом варианте мы получаем «driving»-потенциал, который несет больше информации о путях эволюции системы. Этот потенциал оказался более чувствительным к изменению изотопного состава частей ДЯС.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для описания динамики глубоконеупругих столкновений тяжелых ионов широко используются микроскопические модели. Их применение для объяснения формирования наблюдаемых распределений продуктов реакций по энергии возбуждения, массе и заряду оказывается довольно успешным. Это означает, что разработанные микроскопические модели адекватно отражают природу рассматриваемых процессов. Знание распределения энергии возбуждения между фрагментами необходимо для восстановления первичного выхода продуктов реакции по измеренным выходам испарительных остатков. Полученные результаты показывают, что энергия возбуждения в момент столкновения двух ядер распределяется приблизительно поровну, а не пропорционально их массам. Влияние оболочечной структуры взаимодействующих ядер на это распределение является важным. Нуклонный обмен, особенно нейтронный, оказывается главным механизмом диссипации кинетической энергии. Однако для тяжелых систем вклад в диссипацию от частично-дырочных возбуждений становится сравнимым с вкладом обменного механизма.

Микроскопическая модель, базирующаяся на одночастичном гамильтониане с зависящим от времени средним полем, позволяет учитывать влияние оболочечной структуры взаимодействующих ядер на формирование зарядовых и массовых распределений в реакциях многонуклонных передач и исследовать эволюцию ДЯС в широкой области изменения массовой (зарядовой) асимметрии. В таком подходе учет кулоновского взаимодействия частей ДЯС сводится к перенормировке протонных одночастичных энергий. Это эффект ведет к значительному увеличению вероятности образования сильно асимметричных конфигураций ДЯС, в которых оболочечные эффекты проявляются наиболее ярко. С ростом энергии возбуждения системы влияние оболочечной структуры на процесс передачи

нуклонов уменьшается медленнее, чем оболочечная поправка к энергии связи ядер.

При рассмотрении передачи как протонов, так и нейтронов в ГНС ТИ необходим учет изоспиновой зависимости одночастичного потенциала для описания экспериментальных данных. Рассчитанные сечения образования элементов находятся в согласии с Q_{gg}-систематикой. Микроскопический расчет предыспарительного выхода продуктов реакции используется, например, для оценки выхода нейтронообогащенных актинидов.

Анализ результатов расчетов зарядовых и массовых распределений позволяет предположить существование, наряду с нуклонными, кластерных передач в ДЯС. Выполненные расчеты подтверждают выводы экспериментальных работ о том, что процесс установления N/Z-равновесия в тяжелых системах происходит в течение всего времени взаимодействия. Следует отметить, что в рамках предложенной модели не удалось количественно воспроизвести выход легких ядер в ГНС ТИ. Распад сильно асимметричной ДЯС, вероятно, происходит из-за динамических причин. Учет этого фактора мог бы оказать существенное влияние на усиление выхода легких ядер и улучшить согласие с экспериментом. В некоторых случаях может оказаться важным изменение зарядовой асимметрии ДЯС в процессе диссипации кинетической энергии.

Дополнительным подтверждением больших возможностей микроскопического подхода является качественное соответствие рассчитанных микроскопически и феноменологически «driving»-потенциалов. В то же время анализ показывает, что микроскопический «driving»-потенциал несет больше информации о путях эволюции ДЯС.

Дальнейшее развитие модели позволит, на наш взгляд, самосогласованно описывать процесс диссипации кинетической энергии и изменение среднего поля ДЯС, рассчитывать сечения образования различных продуктов реакций с учетом вероятности распада каждой конфигурации ДЯС.

В заключение авторы благодарят В.В.Волкова за многочисленные обсуждения в течение всего времени выполнения цикла работ. Авторы также выражают благодарность В.Е.Бунакову, А.С.Ильинову, Е.А.Черепанову и Ю.М.Чувильскому за большой интерес к данной работе и ценные замечания.

Работа выполнена при частичной поддержке Международного научного фонда (грант RFJ 000).

ПРИЛОЖЕНИЕ

ВЫЧИСЛЕНИЕ МАТРИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПЕРЕДАЧИ НУКЛОНОВ

Аппроксимируем радиальные волновые функции одночастичных состояний волновыми функциями прямоугольной ямы конечной глубины $\overline{U}_i$ $(i = P,T)$:

$$\psi_i(\mathbf{r}) = \psi_{l_i}(r) Y^{l_i\,1/2}_{j_i m_i}(\mathbf{r}/r),$$

$$\psi_{l_i}(r) = \begin{cases} C^{\text{in}}_{l_i} j_{l_i}(\kappa_i r), & r \le R_{\varepsilon_i} \\ C^{\text{ex}}_{l_i} k_i(\nu_i r), & r \ge R_{\varepsilon_i}, \end{cases} \qquad (\text{П.1})$$

$$Y^{l_i\,1/2}_{j_i m_i} = \sum_{m\sigma} \left(l_i m, \frac{1}{2}\sigma | j_i m_i \right) Y_{l_i m_i} \chi_\sigma,$$

где $Y^{l_i\,1/2}_{j_i m_i}$ — шаровая функция, j_i — сферическая функция Бесселя первого рода, k_l — сферическая функция Макдональда. Волновые функции (П.1) в случае тяжелых ядер можно считать достаточно хорошим приближением. В отличие от волновых функций гармонического осциллятора они имеют правильную асимптотику, аналитические выкладки с ними достаточно просты. В качестве одночастичного спектра возьмем спектр для сферически-симметричного потенциала Вудса — Саксона $U_i(i = P,T)$, содержащего центральное, спин-орбитальное и кулоновское (для протонов) взаимодействия. На профиле U_i и будем «сшивать» внешнюю и внутреннюю радиальные волновые функции. Таким образом, для каждого одночастичного состояния с энергией ε_i будем определять свой радиус сшивания R_{ε_i} с помощью соотношения $U_i(R_{\varepsilon_i}) = \varepsilon_i$. Волновые функции для протонов и нейтронов берутся одного и того же вида, но из-за различия одночастичных потенциалов радиусы сшивания будут различаться, а следовательно, будут различаться и значения волновых функций для совпадающих квантовых чисел.

Нормировочные константы находятся из условия непрерывности логарифмической производной радиальной волновой функции и нормировки:

$$C^{\mathrm{ex}}_{l_{P(T)}} = \sqrt{2}\left[R^3_{\varepsilon_{P(T)}}\left(1+\frac{\nu^2_{P(T)}}{\kappa^2_{P(T)}}\right)k_{l_{P(T)}+1}\left(\nu_{P(T)}R_{\varepsilon_{P(T)}}\right)k_{l_{P(T)}-1}\left(\nu_{P(T)}R_{\varepsilon_{P(T)}}\right)\right]^{-1/2},$$

$$C^{\mathrm{in}}_{l_{P(T)}} = \frac{k_{l_{P(T)}}\left(\nu_{P(T)}R_{\varepsilon_{P(T)}}\right)}{j_{l_{P(T)}}\left(\kappa_{P(T)}R_{\varepsilon_{P(T)}}\right)}C^{\mathrm{ex}}_{l_{P(T)}}. \qquad (\text{П.2})$$

В координатном представлении матричный элемент для передачи нуклона имеет следующий вид [8]:

$$g_{PT}(R) = \frac{1}{2}\int d\mathbf{r}\,\psi^*_T(\mathbf{r})[U_T(\mathbf{r}) + U_P(\mathbf{r}-\mathbf{R})]\psi_P(\mathbf{r}-\mathbf{R}), \qquad (\text{П.3})$$

где $[U_T(\mathbf{r}) + U_P(\mathbf{r}-\mathbf{R})]$ — полный одночастичный потенциал двойной ядерной системы, R — расстояние между центрами ядер. Используя фурье-образы волновых функций

$$\psi_{P(T)}(\mathbf{p}) = \psi_{P(T)}(p)Y^{l_{P(T)}1/2}_{j_{P(T)}m_{P(T)}}(\mathbf{p}/p),$$

$$\psi_{P(T)}(p) = i^{-l_{P(T)}}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,C^{\mathrm{ex}}_{l_{P(T)}}R^2_{\varepsilon_{P(T)}}\frac{\kappa^2_{P(T)}+\nu^2_{P(T)}}{(p^2+\nu^2_{P(T)})(\kappa^2_{P(T)}-p^2)}\times \qquad (\text{П.4})$$

$$\times\,[pk_{l_{P(T)}}(\nu_{P(T)}R_{\varepsilon_{P(T)}})j_{l_{P(T)}-1}(pR_{\varepsilon_{P(T)}}) + \nu_{P(T)}k_{l_{P(T)}-1}(\nu_{P(T)}R_{\varepsilon_{P(T)}})j_{l_{P(T)}}(pR_{\varepsilon_{P(T)}})],$$

и приближенное соотношение

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U_{P(T)}(\mathbf{r})\right)\psi_{P(T)}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{P(T)}\psi_{P(T)}(\mathbf{r}),$$

получаем следующее выражение для матричного элемента передачи:

$$g_{PT}(R) = \frac{1}{2}\int d\mathbf{p}\,e^{i\,\mathbf{pR}}\,\psi^*_T(\mathbf{p})\left[\left\{\varepsilon_P - \frac{\hbar^2}{2m}p^2\right\} + \left\{\varepsilon_T - \frac{\hbar^2}{2m}p^2\right\}\right]\psi_P(\mathbf{p}). \qquad (\text{П.5})$$

Проинтегрировав (П.5) по угловым переменным, получим

$$g_{PT}(R) = \frac{(-1)^{m_T-1/2}}{2}\sqrt{(2j_P+1)(2j_T+1)}\times$$

$$\times\sum_L i^L(j_T - 1/2, j_P 1/2|L0)(j_T - m_T, j_P m_P|L0)\times$$

$$\times \int_0^\infty dpp^2 j_L(pR)\left[\left\{\varepsilon_P - \frac{\hbar^2 p^2}{2m}\right\} + \left\{\varepsilon_T - \frac{\hbar^2 p^2}{2m}\right\}\right]\psi_{l_T}(p)\psi_{l_P}(p). \qquad (\text{П.6})$$

Подынтегральное выражение в (П.6) является аналитической функцией и имеет полюсы первого порядка в точках $p = \pm i\nu_{P(T)}, \pm\kappa_{P(T)}$. Используя это обстоятельство, получаем окончательные результаты.

При $R > R_{\varepsilon_P} + R_{\varepsilon_T}$ получаем выражение (56), где

$$A_{P(T)} = a_{P(T)}\xi\left(i_{l_{T(P)}}(\nu_{P(T)}R_{\varepsilon_{T(P)}})\right),$$

$$a_{P(T)} = \frac{(\varepsilon_P + \varepsilon_T + h^2\nu_{P(T)}^2/m)(\nu_{T(P)}^2 + \kappa_{T(P)}^2)R_{\varepsilon_{P(T)}}^2}{2(\nu_{P(T)}^2 + \kappa_{T(P)}^2)(\nu_{P(T)}^2 - \nu_{T(P)}^2)}, \qquad (\text{П.7})$$

$$\xi\left(f_{l_{P(T)}}(\kappa' R_{\varepsilon_{P(T)}})\right) = f_{l_{P(T)}}^2(\kappa' R_{\varepsilon_{P(T)}})\frac{\partial}{\partial R_{\varepsilon_{P(T)}}}\left(\frac{k_{l_{P(T)}}(\nu_{P(T)}R_{\varepsilon_{P(T)}})}{f_{l_{P(T)}}(\kappa' R_{\varepsilon_{P(T)}})}\right).$$

Здесь i_l — модифицированная сферическая функция Бесселя первого рода, $f_l(x)$ — одна из функций Бесселя.

При $2\nu_{P(T)}R >> L(L+1)$

$$g_{PT}(R) \approx \delta_{m_P 1/2}\delta_{m_T 1/2}(-1)^{l_T+1}C_{l_P}^{\text{ex}}C_{l_T}^{\text{ex}} \times$$

$$\times\sqrt{(2j_P+1)(2j_T+1)}\left(A_P\frac{\exp(-\nu_P R)}{\nu_P R} + A_T\frac{\exp(-\nu_T R)}{\nu_T R}\right). \qquad (\text{П.8})$$

При выводе (56) не учитывается вклад от полюсов $p = \pm\kappa_{P(T)}$, так как используемые волновые функции $\psi_{P(T)}$ должны быть собственными функциями потенциала $U_{P(T)}$.

Если $R \le R_{\varepsilon_P} + R_{\varepsilon_T}$, то получаем выражение (57), где

$$B_{P(T)} = b_{P(T)}[\xi\left(y_{l_{T(P)}}(\kappa_{P(T)}R_{\varepsilon_{T(P)}})\right)\xi\left(y_{l_{P(T)}}(\kappa_{P(T)}R_{\varepsilon_{P(T)}})\right) -$$

$$-\xi\left(j_{l_{T(P)}}(\kappa_{P(T)}R_{\varepsilon_{T(P)}})\right)\xi\left(j_{l_{P(T)}}(\kappa_{P(T)}R_{\varepsilon_{P(T)}})\right)],$$

$$D_{P(T)} = b_{P(T)}[\xi\left(j_{l_{T(P)}}(\kappa_{P(T)}R_{\varepsilon_{T(P)}})\right)\xi\left(y_{l_{P(T)}}(\kappa_{P(T)}R_{\varepsilon_{P(T)}})\right) +$$

$$+\xi\left(y_{l_{T(P)}}(\kappa_{P(T)}R_{\varepsilon_{T(P)}})\right)\xi\left(j_{l_{P(T)}}(\kappa_{P(T)}R_{\varepsilon_{P(T)}})\right)],$$

$$G_{P(T)} = \frac{(-1)^{l_{P(T)}}}{\pi} a_{P(T)} \xi(k_{l_{T(P)}}(\nu_{P(T)} R_{\varepsilon_{T(P)}})),$$

$$b_{P(T)} = \frac{\kappa_{P(T)}(\varepsilon_P + \varepsilon_T - \hbar^2\kappa^2_{P(T)}/m)(\kappa^2_{T(P)} + \nu^2_{T(P)}) R^2_{\varepsilon_P} R^2_{\varepsilon_T}}{4(\kappa^2_{P(T)} + \nu^2_{T(P)})(\kappa^2_{T(P)} - \kappa^2_{P(T)})}, \qquad (\text{П.9})$$

$I^0_{P(T)}(R,L)$ — вклад в матричный элемент от полюса в точке $p = 0$. Если $\nu_P = \nu_T$ или $\kappa_P = \kappa_T$, то необходимо выполнить предельный переход в (56) или (57).

Для сравнения приведем также выражение для $g_{PT}(R)$, полученное в предположении, что только асимптотические части волновых функций дают вклад в матричный элемент:

$$g_{PT}(R) = (-1)^{l_T + m_T + 1/2} \frac{\pi}{8} \frac{\hbar^2}{m} C^{\text{ex}}_{l_P} C^{\text{ex}}_{l_T} \sqrt{(2j_P + 1)(2j_T + 1)} \times$$

$$\times \sum_L (j_T - 1/2, j_P, 1/2 | L0)(j_T - m_T, j_P m_P | L0) \times$$

$$\times \left[\left(\frac{\nu_P}{\nu_T} \right)^{l_T} \frac{k_L(\nu_P R)}{\nu_T} + \left(\frac{\nu_T}{\nu_P} \right)^{l_P} \frac{k_L(\nu_T R)}{\nu_P} \right]. \qquad (\text{П.10})$$

Зависимости матричных элементов $g_{PT}(R)$ от R и квантовых чисел одночастичных состояний приведены в [102]. Показано их отклонение от параметризации (38). Учет оболочечной структуры существенно ограничивает вероятность передачи нуклона, даже если этот переход энергетически выгоден, благодаря действию запретов по проекции полного углового момента и спина.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Volkov V.V.** — Phys. Rep., 1978, vol.44, p.93.
2. **Bass R.** — Nuclear Reactions with Heavy Ions. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1980, p.203.
3. **Nörenberg W.** — Heavy Ion Collisions. Ed. R.Bock, North-Holl., 1980, vol.2, p.1.
4. **Джолос Р.В., Шмидт Р.** — ЭЧАЯ, 1981, т.12, с.324.
5. **Волков В.В.** — Ядерные реакции глубоконеупругих передач. М.: Энергоиздат, 1982.
6. **Schröder W.U., Huizenga J.R.** — Treatise on Heavy-Ion Science. Ed. Bromley D.A., Plenum Press, N.Y., 1984, vol.2, p.115.

7. **Freiesleben H., Kratz J.V.** — Phys. Rep., 1984, vol.106, p.1.
8. **Souza R.T. et al.** — Phys. Rev., 1988, vol.C37, p.1901.
9. **Souza R.T. et al.** — Phys. Rev., 1989, vol.C39, p.114.
10. **Planeta R. et al.** — Phys. Rev., 1988, vol.C38, p.195.
11. **Türler A. et al.** — Phys. Rev., 1992, vol.C46, p.1364.
12. **Джолос Р.В. и др.** — ЯФ, 1989, т.50, с.382.
13. **Bohne W. et al.** — Z. Phys., 1983, vol.A313, p.19.
14. **Gippner P. et al.** — Z. Phys., 1986, vol.A325, p.335.
15. **Guarino G. et al.** — Nucl. Phys., 1984, vol.A424, p.157.
16. **Волков В.В.** — Изв. АН СССР, сер. физ., 1986, т.50, с.1879.
17. **Mezentsev A.N. et al.** — Fifth Intern. Conf. on Clustering Aspects in Nuclear and Subnuclear Systems. Kyoto, 1988, Contr. Pap., p.214, 216.
18. **Hildenbrand K.D. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1977, vol.39, p.1065.
19. **Tanabe T. et al.** — Nucl. Phys., 1980, vol.A342, p.194.
20. **Hildenbrand K.D.** — Nucl. Phys., 1983, vol.A405, p.179.
21. **Quint A.B. et al.** — Z. Phys., 1993, vol.A346, p.119.
22. **Antonenko N.V. et al.** — Phys. Lett., 1993, vol.B319, p.425.
23. **Agarwal S. et al.** — Z. Phys., 1980, vol.A296, p.287.
24. **Ильинов А.С., Оганесян Ю.Ц., Черепанов Е.А.** — ЯФ, 1982, т.36, с.118.
25. **Toke J., Schröder W.U.** — Ann. Rev. Nucl. Part., 1992, vol.42, p.401.
26. **Awes T.C. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1984, vol.52, p.251.
27. **Benton D.R. et al.** — Phys. Rev., 1988, vol.C38, p.1207.
28. **Toke J., Schröder W.U., Huizenga J.R.** — Phys. Rev., 1989, vol.C40, R1577.
29. **Pade D. et al.** — Phys. Rev., 1991, vol.C43, p.1288.
30. **Planeta R. et al.** — Phys. Rev., 1989, vol.C39, p.R1197.
31. **Planeta R. et al.** — Phys. Rev., 1990, vol.C41, p.942.
32. **Kwiatkowski K. et al.** — Phys. Rev., 1990, vol.C41, p.958.
33. **Toke J. et al.** — Phys. Rev., 1991, vol.C44, p.390.
34. **Keller H. et al.** — Z. Phys., 1987, vol.A328, p.255.
35. **Beier G. et al.** — Z. Phys., 1990, vol.A336, p.217.
36. **Gross D.H.E., Kalinowski H.** — Phys. Rep., 1978, vol.45, p.175.
37. **Fröbrich P.** — Phys. Rep., 1984, vol.116, p.337.
38. **Swiatecki W.J.** — Progr. Part. Nucl. Phys. Ed. D. Wilkinson, 1980, vol.4, p.383.
39. **Swiatecki W.J.** — Phys. Scr., 1981, vol.24, p.113.
40. **Gross D.H.E. et al.** — Z. Phys., 1981, vol.A299, p.63.
41. **Münchow M., Scheid W.** — Nucl. Phys., 1987, vol.A468, p.59.
42. **Maruhn J.A., Greiner W., Scheid W.** — Heavy Ion Collisions. Ed. R.Bock, North-Holl., 1980, vol.2, p.397.
43. **Шмидт Р.** — ЭЧАЯ, 1982, т.13, с.1203.
44. **Райф Р., Саупе Г.** — ЭЧАЯ, 1983, т.14, с.900.
45. **Smirnov Yu.F., Tchuvil'sky Yu.M.** — Phys. Lett., 1984, vol.B134, p.25.
46. **Немец О.Ф. и др.** — Нуклонные ассоциации в атомных ядрах и ядерные реакции многонуклонных передач. Киев: Наукова думка, 1988.
47. **Lukasiak A., Cassing W., Nörenberg W.** — Nucl. Phys., 1984, vol.A426, p.181.
48. **Berdichevsky D. et al.** — Nucl. Phys., 1989, vol.A499, p.609.
49. **Blocki J. et al.** — Ann. of Phys., 1978, vol.113, p.330.

50. **Gross D.H.E.** — Nucl. Phys., 1975, vol.A240, p.472.
51. **Krappe N.J.** — Nucl. Phys., 1989, vol.A505, p.417.
52. **Antonenko N.V., Jolos R.V.** — Z. Phys., 1991, vol.338, p.423.
53. **Pop A. et al.** — Z. Phys., 1988, vol.A329, p.357.
54. **Sandulescu A., Scutaru H.** — Ann. of Phys., 1987, vol.173, p.277.
55. **Исаев П.Н.** — ЯФ, 1981, т.34, с.717, 914.
56. **Беляев С.Т., Зелевинский В.Г.** — ЯФ, 1972, т.16, с.1195.
57. **Zelevinsky V.G.** — Nucl. Phys., 1980, vol.A337, p.40.
58. **Зелевинский В.Г.** — Мат. XII Зимней школы ЛИЯФ. Л., 1977, с.53.
59. **Fink H.J. et al.** — Z. Phys., 1974, vol.A268, p.321.
60. **Zohni O. et al.** — Z. Phys., 1975, vol.A275, p.235.
61. **Nörenberg W.** — Phys. Lett., 1974, vol.B53, p.289.
62. **Moretto L.G., Sventek J.S.** — Phys. Lett., 1975, vol.B58, p.26.
63. **Ayik S., Schürmann B., Nörenberg W.** — Z. Phys., 1976, vol.A277, p.299.
64. **Ayik S., Schürmann B., Nörenberg W.** — Z. Phys., 1976, vol.A279, p.145.
65. **Hofmann H., Siemens P.J.** — Nucl. Phys., 1976, vol.A257, p.165.
66. **Hofmann H., Siemens P.J.** — Nucl. Phys., 1977, vol.A275, p.464.
67. **Agassi D., Ko C.M., Weidenmüller H.A.** — Ann. of Phys., 1979, vol.117, p.140.
68. **Randrup J.** — Nucl. Phys., 1978, vol.A307, p.319.
69. **Randrup J.** — Nucl. Phys., 1979, vol.A327, p.490.
70. **Бунаков В.Е.** — ЭЧАЯ, 1980, т.11, с.1285.
71. **Weidenmüller H.A.** — Progr. Part. Nucl. Phys. Ed. by D. Wilkinson, 1980, vol.3, p.49.
72. **Feldmeier H.** — Rep. Progr. Phys., 1987, vol.50, p.915.
73. **Коломиец В.М.** — Приближение локальной плотности в атомной и ядерной физике. Киев: Наукова думка, 1990.
74. **Коломиец В.М., Цехмистренко И.Ю.** — ЯФ, 1987, т.45, с.1279.
75. **Исаев П.Н.** — ЯФ, 1984, т.41, с.664.
76. **Adamian G.G., Antonenko N.V., Jolos R.V., Nasirov A.K.** — Proc. Int. 3d School of Nuclear Physics. Kiev, 1992, p.342.
77. **Adamian G.G., Antonenko N.V., Jolos R.V., Nasirov A.K.** — Nucl. Phys., 1983, vol.A551, p.321.
78. **Grossmann S., Brosa U.** — Z. Phys., 1984, vol.A319, p.327.
79. **Ayik S.** — Z. Phys., 1979, vol.A292, p.257.
80. **Мэдлер П.** — ЭЧАЯ, 1984, т.15, с.418.
81. **Davies K.T.R. et al.** — Treatise on Heavy-Ion Science. Ed. Bromley D.A., Plenum Press, N.Y., 1984, vol.3, p.2
82. **Коломиец В.М.** — Мат. XVII Зимней школы ЛИЯФ, Л., 1981, с.47.
83. **Broglia R.A., Winther A.** — Nucl. Phys., 1972, vol.A551, p.321.
84. **Broglia R.A., Winther A.** — Phys. Rep., 1972, vol.4C, p.154.
85. **Zagrebaev V.I.** — Ann. of Phys., 1990, vol.197, p.33.
86. **Dietrich K., Hara K.** — Nucl. Phys., 1973, vol.A211, p.349.
87. **Bertsch G., Schaeffer R.** — Nucl. Phys., 1977, vol.A277, p.509.
88. **Bartel J., Feldmeier H.** — Z. Phys., 1980, vol.A297, p.333.
89. **Pal S., Ganguly N.K.** — Nucl. Phys., 1981, vol.A370, p.175.
90. **Jolos R.V., Schmidt R., Teichert J.** — Nucl. Phys., 1984, vol.A249, p.139.

91. **Boose D., Richert J.** — Nucl. Phys., 1985, vol.A433, p.511.
92. **Catara F., Lanza E.G.** — Nucl. Phys., 1986, vol.A451, p.299.
93. **Baldo M. et al.** — Nucl. Phys., 1988, vol.A490, p.471.
94. **Baldo M., Rapisarda J.** — The Response of Nuclei under Extreme Conditions. Ed. Broglia R.A., Plenum Press, New York, 1988, p.201.
95. **Ivanova S.P., Jolos R.V.** — Nucl. Phys., 1991, vol.A530, p.232.
96. **Джолос Р.В., Насиров А.К.** — ЯФ, 1984, т.40, с.721.
97. **Джолос Р.В., Насиров А.К.** — ЯФ, 1985, т.42, с.175.
98. **Джолос Р.В., Муминов А.И., Насиров А.К.** — ЯФ, 1986, т.44, с.357.
99. **Антоненко Н.В., Джолос Р.В.** — ЯФ, 1989, т.50, с.98.
100. **Антоненко Н.В., Джолос Р.В.** — ЯФ, 1989, т.51, с.690.
101. **Antonenko N.V., Jolos R.V.** — Phys. Scr., 1990, vol.T32, p.27.
102. **Адамян Г.Г., Джолос Р.В., Насиров А.К.** — ЯФ, 1992, т.55, с.660.
103. **Адамян Г.Г., Насиров А.К., Пермяков В.П.** — Изв. РАН, сер. физ., 1992, т.56, с.166.
104. **Джолос Р.В., Насиров А.К.** — ЯФ, 1987, т.45, с.1298.
105. **Adamian G.G., Jolos R.V., Nasirov A.K.** — Z. Phys., 1994, vol.A347, p.203.
106. **Adamian G.G., Antonenko N.V., Ivanova S.P., Jolos R.V., Scheid W.** — Proc. Intern. School-Seminar on Heavy Ion Physics. JINR E7-93-274, Dubna, 1993, p.52.
107. **Adamian G.G., Jolos R.V., Nasirov A.K.** — Proc. Int. School-Seminar on Heavy Ion Physics. JINR E7-93-274, Dubna, 1993, p.92.
108. **Adamian G.G., Antonenko N.V., Jolos R.V., Ivanova S.P., Nasirov A.K.** — Int. Conf. on Nuclear Physics. JINR, Dubna, 1992, p.217.
109. **Vandenbosh R. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1984, vol.52, p.1964.
110. **Nashinohara K., Takigawa N.** — Z. Phys., 1986, vol.324, p.139.
111. **Johansen P.J. et al.** — Nucl. Phys., 1977, vol.A288, p.152.
112. **He Z., Rozmej P., Nörenberg W.** — Nucl. Phys., 1987, vol.A473, p.342.
113. **Ayik S., Nörenberg W.** — Z. Phys., 1982, vol.A309, p.121.
114. **Niita K., Nörenberg W., Wang S.J.** — Z. Phys., 1987, vol.A326, p.69.
115. **Köhler H.S.** — Nucl. Phys., 1980, vol.A343, p.315.
116. **Köhler H.S.** — Nucl. Phys., 1982, vol.A378, p.181.
117. **Schmidt R., Wolschin G., Toneev V.D.** — Nucl. Phys., 1978, vol.A311, p.247.
118. **Gionocchio J.N.** — Phys. Rev., 1972, vol.C8, p.135.
119. **Wapstra A.M., Audi G.** — Nucl. Phys., 1985, vol.A432, p.1.
120. **Струтинский В.М., Коломиец В.М.** — Мат. VIII Зимней школы ЛИЯФ, Л., 1973, с.483.
121. **Мезенцев А.Н. и др.** Изв. РАН, сер. физ., 1988, т.52, с.2180.
122. **Schmieder L.M. et al.** — Phys. Rev., 1988, vol.C37, p.139.
123. **Mathews G.J. et al.** — Phys. Rev., 1982, vol.C25, p.300.
124. **Barrete J. et al.** — Nucl. Phys., 1978, vol.A299, p.147.
125. **Бор О., Моттельсон Б.** — Структура атомного ядра. М.: Мир, 1971, т.1, с.456.
126. **Чепурнов В.А.** — ЯФ, 1967, т.6, с.955.
127. **Antonenko N.V., Jolos R.V.** — Z. Phys., 1991, vol.A339, p.453.
128. **Antonenko N.V., Jolos R.V.** — Z. Phys., 1992, vol.A341, p.459.
129. **Adamian G.G., Antonenko N.V., Jolos R.V.** — Preprint JINR E4-93-324, Dubna, 1993.

130. **Bondorf J.P. et al.** — J. de Phys., 1971, vol.32, p.C6-145.
131. **Antonenko N.V., Cherepanov E.A., Iljinov A.S., Mebel M.V.** — Int. Conf. on Atomic Masses and Fundamental Constants. Bernkastel-Kues, 1992, p.433.
132. **Iljinov A.S., Cherepanov E.A.** — Int. Symp. on Synthesis and Properties of New Elements. JINR D7-80-556, Dubna, 1980, p.29.
133. **Sagaidak R.N. et al.** — Preprint JINR R7-82-890, Dubna, 1982.
134. **Wilczynski J. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1980, vol.45, p.606.
135. **Iljinov A.S., Cherepanov E.A.** — Preprint JINR R7-84-68, Dubna, 1984.
136. **Iljinov A.S., Cherepanov E.A.** — Preprint INR P-0064, Moscow, 1977.
137. **Lee D. et al.** — Phys. Rev., 1982, vol.C25, p.285.
138. **Blocki J. et al.** — Ann. Phys. (N.Y.), 1977, vol.105, p.427.
139. **Gippner P. et al.** — Phys. Lett., 1990, vol.B252, p.198.
140. **Абрамовитц М., Стиган И.** — Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979.
141. **Jäckel B. et al.** — Z. Phys., 1991, vol.A339, p.475.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП.6

УДК 539.172.4

НАРУШЕНИЕ ЧЕТНОСТИ В ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ С ПОЛЯРИЗОВАННЫМИ НЕЙТРОНАМИ

П.А.Крупчицкий

Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва

Рассмотрены общие черты, свойственные реакциям с поляризованными медленными нейтронами, в которых не сохраняется четность. Описаны методы исследования и установки. Дан обзор результатов для многих ядер и сравнение с теоретическими предсказаниями.

The common features typical for reactions with polarized slow neutrons in which parity is violated are examined. The research methods and instruments are considered. The results for many nuclei and the comparison with theoretical predictions are reviewed.

1. ВВЕДЕНИЕ

Явление нарушения пространственной четности в ядерных реакциях было открыто в 1964 г. в реакции радиационного захвата поляризованных нейтронов [1]. С тех пор поляризованные нейтроны широко использовались для исследования нарушения четности.

В обзоре отмечены общие черты, которые типичны для реакций с поляризованными нейтронами:

1. Асимметрия испускания вторичных продуктов реакции по отношению к направлению спинов поляризованных нейтронов.

2. Механизмы динамического и кинематического усиления слабого нуклон-нуклонного взаимодействия, которые приводят к существенному усилению величины затравочного слабого взаимодействия.

3. Механизм смешивания состояний противоположной четности на стадии компаунд-ядра.

Рассмотрены такие методы исследования нарушения четности в реакциях с поляризованными нейтронами, как измерение анизотропии γ-излучения на выделенных γ-переходах, γ-излучения в интегральном спектре γ-квантов, анизотропии вылета протонов, а также нейтронно-оптические

эффекты — вращение спинов нейтронов, асимметрия пропускания поляризованных тепловых и резонансных нейтронов, P-четные эффекты в p-резонансах. Более полное изложение эффектов нарушения четности в нейтронных p-резонансах сделано в обзоре [2], а P-четных эффектов в p-резонансах — в обзоре [3].

В обзоре затронуты некоторые аспекты теории слабого взаимодействия, которые необходимы для интерпретации исследуемых явлений. Более полное изложение этих вопросов можно найти в монографии [4]. В заключение дана сводка результатов измерений на отдельных ядрах и их сопоставление между собой и с теоретическими предсказаниями.

Эффекты нарушения четности в делении ядер не рассматривались; для их описания требуется самостоятельный обзор.

2. НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ

Для того чтобы вычислять эффекты нарушения четности в ядрах, удобно использовать в качестве первого приближения нарушающий четность эффективный одночастичный потенциал. Его можно рассматривать как средний потенциал, действующий на один нуклон вне остова ядра, со стороны остальных нуклонов. Такой одночастичный потенциал слабого взаимодействия нуклона в ядре записывается в виде [5]:

$$V_{PV} \cong G\,\mathbf{sp}\,\rho/2m, \tag{1}$$

где G — универсальная константа слабого взаимодействия (константа Ферми), $\mathbf{s}$, $\mathbf{p}$ и m — спин, импульс и масса нуклона, ρ — плотность нуклонов в ядре (в системе единиц $\hbar = c = 1$).

Чтобы оценить значение смешивания состояний с противоположной по знаку четностью в одночастичном приближении, поделим V_{PV} на характерную энергию нуклона в ядре $\omega \cong p^2/2m$. Тогда, учитывая, что в ядре $p \cong m_\pi$, $\rho \cong m_\pi^3$ (m_π — масса π-мезона), получаем оценку относительной величины слабого взаимодействия нуклонов в виде безразмерного параметра

$$F \cong V_{PV}/\omega \cong Gm_\pi^2 = (10^{-5}/m^2)m_\pi^2 \cong 3\cdot 10^{-7}. \tag{2}$$

Величина ω может быть оценена как среднее расстояние по энергии ΔE между одночастичными состояниями. Так что $F \cong V_{PV}/\Delta E$.

Поскольку параметр F очень мал, в первых экспериментах по исследованию слабого нуклон-нуклонного взаимодействия необходимо было подобрать такие экспериментальные условия, при которых первоначальное значение F было бы увеличено с помощью того или иного механизма усиления.

Главным механизмом усиления в экспериментах с поляризованными нейтронами является динамическое усиление, вызванное большой плотностью энергетических уровней в составном ядре [6]. Происходит смешивание состояний ядерной системы с противоположными по знаку четностями, но с одинаковыми угловыми моментами. Рассматривая нуклон-нуклонное слабое взаимодействие как возмущение в системе сильно взаимодействующих частиц, находим коэффициент смешивания

$$\alpha = M/D, \tag{3}$$

где $M = \langle j | H_w | i \rangle$ — матричный элемент гамильтониана H_w, смешивающего состояния i и j компаунд-ядра с противоположными по знаку четностями (его принято называть матричным элементом слабого взаимодействия), D — среднее расстояние между уровнями компаунд-ядра. Матричный элемент M связан с одночастичным потенциалом V_{PV} и числом состояний N компаунд-ядра в интервале ΔE:

$$M = \frac{V_{PV}}{\sqrt{N}} = \frac{F\Delta E}{\sqrt{\Delta E/D}}. \tag{4}$$

Следовательно, коэффициент смешивания

$$\alpha = F\sqrt{\Delta E/D}. \tag{5}$$

Величина $R_{\text{дин}} = F\sqrt{\Delta E/D}$ получила название фактора динамического усиления.

Второй механизм усиления — кинематический, он возникает в результате интерференции либо входных, либо выходных каналов реакции захвата нейтрона с образованием составного ядра. Величина фактора кинематического усиления определяется формулой $R_{\text{кин}} = \sqrt{\Gamma_{L'}/\Gamma_L}$, где $\Gamma_{L'}$ — ширина входного (или выходного) канала реакции с нарушением четности, Γ_L — ширина регулярного входного (или выходного) канала реакции без нарушения четности, L и L' — орбитальные моменты входящей (или выходящей) частицы. Полный фактор усиления равен $R = R_{\text{дин}} \cdot R_{\text{кин}}$.

Угловые корреляции вторичных продуктов реакций с участием поляризованных нейтронов содержат три главных члена:

$$w(\mathbf{s},\mathbf{p},\mathbf{p}_n) = 1 + a\,\mathbf{sp} + a_t\,\mathbf{sp}_n + a_{lr}\mathbf{s}(\mathbf{p}_n \times \mathbf{p}), \tag{6}$$

где $\mathbf{s}$ — спин нейтрона, $\mathbf{p}$ — импульс вылетающей частицы, $\mathbf{p}_n$ — импульс налетающего нейтрона (единичные векторы). Второй и третий члены содержат псевдоскалярные величины $\mathbf{sp}$ и $\mathbf{sp}_n$, существование которых является признаком нарушения четности.

Корреляция **sp** проявляется в P-нечетной асимметрии вылета вторичных продуктов реакции:

$$w(\theta) \sim 1 + P_n a \cos\theta, \tag{7}$$

где a — коэффициент P-нечетной асимметрии, θ — угол между направлением спина нейтрона **s** и импульсом вылетающей частицы **p**, P_n — степень поляризации нейтронов. Коэффициент a пропорционален коэффициенту смешивания α. Чтобы эта корреляция была максимальной, выбирают геометрию эксперимента, при которой спин **s** параллелен или антипараллелен импульсу **p** ($\theta = 0$ или 180°).

Корреляция $\mathbf{sp}_n$ проявляется в нейтронно-оптических явлениях, в которых нарушение четности возникает в результате совокупного действия большого числа ядер в веществе и потому получило название когерентного нарушения четности. В случае продольно-поляризованных нейтронов возникает разность $\sigma_t^+ - \sigma_t^-$ сечений для нейтронов, имеющих положительный или отрицательный знак спиральности $\mathbf{sp}_n$. Величина

$$a_t = \frac{\sigma_t^+ - \sigma_t^-}{\sigma_t^+ + \sigma_t^-} \tag{8}$$

называется коэффициентом асимметрии полных сечений σ_t взаимодействия нейтронов противоположных по знаку спиральностей. В случае поперечно-поляризованных нейтронов возникает вращение спина нейтрона **s** вокруг направления его импульса $\mathbf{p}_n$ в веществе.

Корреляция $\mathbf{s}(\mathbf{p}_n \times \mathbf{p})$ ответственна за лево-правую асимметрию вылета вторичных частиц после захвата поляризованных нейтронов. Это P-четная корреляция. Она обусловлена интерференцией s- и p-волн в амплитудах реакции. Смешивание состояний составного ядра с противоположными по знаку четностями происходит не в результате слабого взаимодействия, а вследствие перекрытия s- и p-волновых нейтронных резонансов [7]. При захвате нейтронов из s- и p-волновых состояний образуются состояния составного ядра, имеющие противоположные по знаку четности. P-четная лево-правая асимметрия имеет вид

$$w(\theta) \sim 1 + P_n a_{lr} \sin\theta, \tag{9}$$

где a_{lr} — коэффициент лево-правой асимметрии, θ — угол между направлением спина нейтрона **s** и импульсом вылетающей частицы **p**. Чтобы эта корреляция была максимальной, выбирают геометрию эксперимента, при которой все три вектора **s**, $\mathbf{p}_n$ и **p** взаимно ортогональны ($\theta = 90°$ или 270°).

Член $\mathbf{s}(\mathbf{p}_n \times \mathbf{p})$ является P-четным и T-неинвариантным. Однако его обнаружение в изучаемых реакциях не означает нарушения инвариантности к обращению времени в этих реакциях. Дело в том, что коэффициент a_{lr} содержит множитель $\sin(\delta_s - \delta_p)$, где $\delta_{s(p)}$ — фаза захвата нейтронов ядром в $s(p)$-состоянии. Этот множитель также меняет знак при обращении времени [8], вследствие чего в целом корреляция (9) T-инвариантна.

3. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ НАРУШЕНИЯ ЧЕТНОСТИ С ПОМОЩЬЮ НЕЙТРОНОВ

3.1. Анизотропия γ-излучения, испускаемого ядрами после захвата поляризованных нейтронов. ***Основы метода.*** При захвате поляризованных нейтронов ядрами и испускании ими γ-квантов существенны два механизма усиления P-нечетных эффектов: динамический и кинематический. Поскольку большинство экспериментов выполнены с ядрами средних массовых чисел, произведем оценки для них.

Для ядер с $A \cong 100$ и энергий возбуждения $E \cong 10$ МэВ среднее расстояние между одночастичными состояниями составляет $\Delta E \cong 1$ МэВ, а среднее расстояние между уровнями составного ядра $D \cong 10 \div 100$ эВ. Поэтому фактор динамического усиления $R_{\text{дин}} = \sqrt{\Delta E/D}$ может достигать 100.

Для оценки фактора кинематического усиления вспомним, что в случае (n, γ)-реакций на поляризованных нейтронах происходит интерференция выходных каналов при одном и том же входном, а именно интерференция регулярного ML и нерегулярного $\widetilde{EL}$ ядерных электромагнитных переходов.

Если составное ядро поляризовано, что осуществляется при захвате ядром поляризованных нейтронов, то возникает асимметрия испускания γ-кванта относительно направления вектора поляризации. Интерференционный член в этом случае пропорционален величине $R_{\text{кин}} = \sqrt{\Gamma(EL)/\Gamma(ML)} = |EL|/|ML|$, где $|EL|$ и $|ML|$ — матричные элементы соответствующих переходов. Согласно одночастичным оценкам $|EL| \sim kr$, где k — волновое число, r — радиус ядра, а $|ML| \sim (v/c)kr$, где v — скорость нуклонов ядер. Поэтому в данном случае $R_{\text{кин}} \cong c/v \cong 10$. Таким образом, для некоторых ядер можно ожидать, что полный фактор усиления достигает $R = R_{\text{дин}} \cdot R_{\text{кин}} \cong 10^3$.

Общая формула для углового распределения γ-квантов должна учитывать все возможные виды корреляций четырех векторов: спина нейтрона $\mathbf{s}$, импульса нейтрона $\mathbf{p}_n$, импульса γ-кванта $\mathbf{p}_\gamma$ и спиральности γ-кванта $\boldsymbol{\lambda}$. В общем виде эти корреляции рассмотрены в работе Сушкова и Фламбаума

[9]. Мы выпишем из выражения для сечения (n,γ)-реакции, содержащего 17 членов, только те корреляции, которые реально измеряли в экспериментах (спиральность γ-кванта $\boldsymbol{\lambda}$ не измерялась):

$$\sigma = \sigma_0 + a(\mathbf{s}\mathbf{p}_\gamma) + a_{fb}(\mathbf{p}_n\mathbf{p}_\gamma) + a_{lr}\mathbf{s}(\mathbf{p}_n \times \mathbf{p}_\gamma). \tag{10}$$

В этой формуле отражены как P-нечетные (член с коэффициентом a), так и P-четные угловые корреляции (члены с a_{fb} и a_{lr}). Член с a_{fb} характеризует асимметрию вперед-назад, член с a_{lr} — лево-правую асимметрию. К последнему члену целиком относится замечание относительно T-неинвариантности, приведенное в конце разд.2.

Рассмотрим сначала чистый случай P-нечетной корреляции. Угловое распределение в этом случае задается членом $a(\mathbf{s}\mathbf{p}_\gamma)$. Геометрия опыта должна обеспечивать параллельность векторов $\mathbf{s}$ и $\mathbf{p}_\gamma$.

Коэффициент P-нечетной асимметрии a определяется экспериментально следующим образом:

$$a = \frac{N^+ - N^-}{P_n(N^+ + N^-)}, \tag{11}$$

где $N^\pm$ — отсчеты детектора γ-излучения, расположенного по (против) направлению поляризации пучка нейтронов соответственно.

Приведем теоретические формулы для коэффициента асимметрии, которые понадобятся при сравнении экспериментальных результатов с теоретическими предсказаниями. Они получены на основе общей теории угловых корреляций Блин-Стойлом [10].

Рассмотрим сразу случай, когда регулярный переход является чистым ML-переходом, а нерегулярный — $\tilde{E}L$-переходом.

$$a = 2A\alpha = 2ARF = 2A\frac{M}{D}, \tag{12}$$

где

$$A = \frac{3/4 + I_c(I_c+1) - I_i(I_i+1)}{[3I_c(I_c+1)]^{1/2}} F_1(LLI_fI_c) \tag{13}$$

— спиновый фактор, RF — отношение матричных элементов; I_i, I_c, I_f — спины начального, составного и конечного ядер, коэффициенты $F_1(LLI_fI_c)$, имеющие простую аналитическую форму [11]:

$$F_1(LLI_fI_c) = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{L(L+1) + I_c(I_c+1) - I_f(I_f+1)}{L(L+1)[I_c(I_c+1)]^{1/2}}, \tag{14}$$

протабулированы в [12].

В выражении для коэффициента асимметрии a выделены сомножитель A, зависящий только от характеристик ядра (спины I_i, I_c и I_f) и γ-перехода (мультипольность L), и сомножитель RF, определяющий относительный вклад потенциала слабого нуклон-нуклонного взаимодействия F, умноженный на фактор усиления R.

В последнее время в исследованиях нарушения четности в p-резонансах много внимания уделялось P-четным угловым корреляциям в (n,γ)-реакциях. На эту тему сделаны обзор [3], несколько теоретических работ [13]. P-четные угловые корреляции дают возможность установить квантовые характеристики резонансов и сопоставить P-нечетные эффекты в тепловой и резонансной области энергий нейтронов.

Захват нейтронов в p-резонанс может происходить двумя возможными путями. Орбитальный момент нейтрона $l = 1$ может складываться со спином нейтрона $s = 1/2$, давая полный угловой момент $j = l + s = 3/2$, или из него может вычитаться спин нейтрона, тогда $j = l - s = 1/2$. Ширины этих каналов разные: $\Gamma_{p1/2}$ и $\Gamma_{p3/2}$, а полная ширина равна $\Gamma_p = \Gamma_{p1/2} + \Gamma_{p3/2}$. Параметры смешивания каналов x и y равны

$$x = (\Gamma_{p1/2}/\Gamma_p)^{1/2}; \quad y = (\Gamma_{p3/2}/\Gamma_p)^{1/2}; \quad x^2 + y^2 = 1. \tag{15}$$

Эти величины могут быть определены в экспериментах по измерению P-четной лево-правой асимметрии для поперечно-поляризованных нейтронов, когда все три вектора $\mathbf{s}$, $\mathbf{p}_n$ и $\mathbf{p}_\gamma$ взаимно ортогональны (член с a_{lr} в формуле (10)), и асимметрии вперед-назад на неполяризованном пучке, когда $\mathbf{p}_n$ и $\mathbf{p}_\gamma$ параллельны (член с a_{fb} в формуле (10)).

Лево-правая асимметрия определяется на пучке поперечно-поляризованных нейтронов следующим образом:

$$\varepsilon_{lr}(E) = \frac{N^+(E) - N^-(E)}{P_n[N^+(E) + N^-(E)]}, \tag{16}$$

где $N^{\pm}(E)$ — отсчеты детектора γ-квантов, соответствующие двум направлениям поляризации пучка, E — энергия нейтронов.

Асимметрия вперед-назад измеряется на неполяризованном пучке нейтронов и определяется по формуле:

$$\varepsilon_{fb}(\theta,E) = \frac{N(\theta,E) - N(180° - \theta, E)}{N(\theta,E) + N(180° - \theta, E)}, \tag{17}$$

где $N(\theta,E)$ и $N(180° - \theta,E)$ — отсчеты детекторов γ-квантов, расположенных под углами θ и $180° - \theta$ к направлению импульса нейтронов.

И, наконец, еще одна четная корреляция. Это угловая анизотропия p-волновой части сечения $\varepsilon_p(\theta, E)$, определяемая как отношение площади

p-резонанса для детектора, установленного под углом 90° к пучку N_p (90°, E), к полусумме площадей этого же резонанса для детекторов, расположенных под углами θ и 180° – θ:

$$\varepsilon_p(\theta,E) = \frac{2N_p(90°, E)}{N_p(\theta,E) + N_p(180° - \theta,E)}. \qquad (18)$$

Измерения P-нечетных эффектов в $(\vec{n},\gamma)$***-реакции на выделенных γ-переходах.*** История обнаружения и исследования P-нечетного эффекта в $(\vec{n},\gamma)$-реакции полна драматизма. Первая попытка была предпринята в работе [14]. Однако интенсивность пучка поляризованных нейтронов была мала для статистически достоверного обнаружения эффекта. Поток на мишень естественного кадмия составлял $2\cdot10^4$ нейтр./с.

Первый достоверный результат был получен экспериментаторами Института теоретической и экспериментальной физики (ИТЭФ, Москва), которые использовали значительно более интенсивный пучок тепловых поляризованных нейтронов, поток которых составлял $(3\div4)\cdot10^7$ нейтр./с.

Еще более интенсивные пучки поляризованных холодных нейтронов с потоком $3\cdot10^8\div10^9$ нейтр./с. использовали в Институте Лауэ — Ланжевена (ILL, Гренобль). Особенностью этих пучков являлось то, что они выходили из жидкодейтериевого источника холодных нейтронов в реакторе и с помощью длинных (80 м) нейтроноводов транспортировались к экспериментальным установкам. Такие пучки очищены от фона γ-квантов и быстрых нейтронов [4]. Поляризация нейтронов во всех случаях достигала 90%.

Рассмотрим особенности измерений P-нечетных эффектов в $(\vec{n},\gamma)$-реакции на примере установок в ИТЭФ и ILL.

В ИТЭФ измерялась асимметрия вылета γ-квантов по и против направления поляризации пучка нейтронов. С учетом конечных размеров детектора и мишени выражение (7) принимает вид

$$N^{\pm} = \text{const}\,(1 \pm P_n a\Omega), \qquad (19)$$

где $N^{\pm}$ — числа отсчетов детекторов γ-излучения для случаев, когда импульс γ-кванта и спин нейтрона параллельны (плюс) и антипараллельны (минус), $\Omega = \overline{\cos\theta}$ — геометрический фактор, учитывающий конечные размеры детекторов и мишени. Для уменьшения влияния приборной асимметрии, дрейфа электроники и дрейфа потока нейтронов нужно иметь два одновременно работающих, по возможности одинаковых детектирующих канала, расположенных по разные стороны от мишени и регистрирующих отсчеты $N^{\pm}$. Такая симметризация установки необходима в экспериментах, в которых измеряется очень малая величина

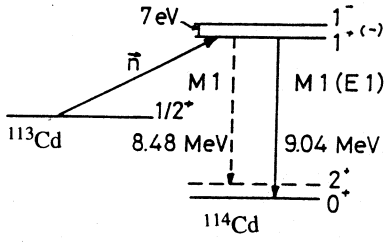


Рис. 1. Часть схемы образования и распада ядра ^{113}Cd

асимметрии. Симметризация появилась уже в первой попытке обнаружения *P*-нечетной асимметрии в (n,γ)-реакции [14] и с тех пор всегда использовалась в подобных измерениях.

Важным приемом борьбы с нестабильностью потока нейтронов и нестабильностью работы электронной аппаратуры, примененным впервые в ИТЭФ, было быстрое сравнение эффектов либо на поляризованном и деполяризованном пучках нейтронов, либо на пучках, имеющих противоположные направления поляризации нейтронов. Для переворота спинов применялся недиабатический проволочный спин-флиппер Даббса, который переворачивал спины нейтронов 10 раз в секунду (см [4]). Этот прием вместе с использованием двух симметризованных каналов регистрации γ-квантов позволил надежно выделить искомый эффект.

В экспериментах ИТЭФ изучались *P*-нечетные эффекты на изотопах ^{113}Cd и ^{117}Sn. Схема образования и распада ядра ^{113}Cd показана на рис.1. Схема образования и распада ядра ^{117}Sn очень близка к схеме ^{113}Cd.

Естественная смесь изотопов кадмия является очень удобной для поиска *P*-нечетной асимметрии. Вклад в (n,γ)-реакцию дает практически один изотоп ^{113}Cd со спином и четностью $I_i^{\pi} = 1/2^+$. Захват тепловых нейтронов происходит с сечением $\sigma = 2520 \cdot 10^{-24}$ см^2 и обусловлен *s*-резонансом с $I^{\pi} = 1^+$ при энергии $E_s = 0{,}178$ эВ. Он приводит к образованию возбужденного составного состояния ^{114}Cd с $I_c^{\pi} = 1^+$. Переход из составного состояния с $I_c^{\pi} = 1^+$ в основное состояние с характеристикам $I_f^{\pi} = 0^+$ является M1-переходом с энергией 9,04 МэВ. Плотность уровней в ^{114}Cd при энергии возбуждения 9 МэВ достаточно велика. И, действительно, в 1987 г. в Лаборатории нейтронной физики Объединенного института ядерных исследований (ЛНФ ОИЯИ, Дубна) был обнаружен слабый *p*-волновой резонанс с $E_p = 7{,}0$ эВ и шириной $g\,\Gamma_p^n = (31 \pm 3) \cdot 10^{-8}$ эВ [15]. Здесь $g = \dfrac{(2I_c + 1)}{2(I_i + 1)}$ — статистический фактор. Впоследствии в результате измерений *P*-четных угловых корреляций вблизи этого резонанса был найден его спин и четность $I^{\pi} = I^-$ [16]. Этот *p*-резонанс, смешивающийся с *s*-волновым резонансом

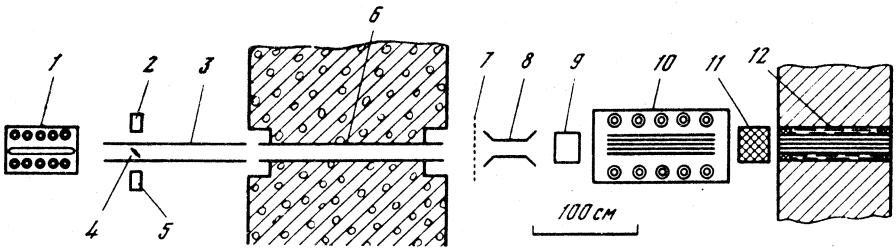


Рис. 2. Схема нейтронного тракта в эксперименте ИТЭФ: *1* — зеркало-анализатор в магните; *2* — детектор первого канала; *3* — магнитопровод; *4* — мишень; *5* — детектор второго канала; *6* — магнитопровод в защитной стене; *7* — проволочный спин-флиппер; *8* — магнит поворота спинов; *9* — магнит с вертикальным полем; *10* — стопка кобальтовых зеркал в магните; *11* — заслонка пучка; *12* — колллиматор в защите реактора

^{113}Cd при $E_s = 0{,}178$ эВ, обеспечивает условие для существования P-нечетного эффекта в тепловой области энергий.

Вследствие близости резонансов с противоположной четностью возникает динамическое усиление P-нечетного эффекта. Поскольку γ-переход $1^+ \to 0^+$ является $M1$-переходом, то нерегулярным должен быть $\tilde{E}1$-переход. Интерференция $M1$–$\tilde{E}1$ (интерференция в выходных каналах реакции) приводит к кинематическому усилению эффекта.

Спиновый фактор A, определяемый выражением (13) для рассматриваемого перехода, равен +1, т.е. максимально возможному значению. Ближайший по энергии γ-переход из состояния 1^+ в низшее возбужденное состояние 2^+ имеет энергию 8,48 МэВ. Он также является $M1$-переходом. Но спиновый фактор A в этом случае имеет противоположный знак: $A = -0{,}5$, вследствие чего знак коэффициента асимметрии a противоположен знаку a для основного перехода $1^+ \to 0^+$. Уменьшение абсолютного значения спинового фактора A компенсируется большей интенсивностью перехода $1^+ \to 2^+$, так что если установка, вследствие недостаточного энергетического разрешения, плохо разделяет эти два близких по энергии перехода, то может иметь место вычитание эффектов противоположных знаков.

Эксперименты на кадмии в ИТЭФ были повторены трижды на видоизмененных установках [1,17,18]. Во всех трех экспериментах пучки поляризованных тепловых нейтронов получали на горизонтальном канале тяжеловодного реактора путем отражения от намагниченных кобальтовых зеркал. Методы создания поляризованных пучков нейтронов описаны в монографиях [4,19].

Поперечно-поляризованный пучок нейтронов, пройдя через ряд коллиматоров и магнитопроводов, падал на мишень (рис.2). Испускаемые мишенью γ-кванты регистрировались двумя каналами — сцинтилляционными спектрометрами с кристаллами NaJ(Tl) диаметром 70 и толщиной 100 мм. Вся детектирующая часть установки была отделена от зала реактора толстой бетонной защитой. Рассеянные на мишени нейтроны поглощались слоем $^{6}Li_2CO_3$. Фотоумножители вместе с кристаллами NaJ(Tl) были защищены от влияния магнитных полей несколькими экранами из стали и пермаллоя и закрыты от фона слоем свинца. Во всех трех экспериментах выделялся один и тот же интервал энергий γ-квантов 8,5÷9,5 МэВ. Подробное описание борьбы с нестабильностями и контрольных экспериментов приведено в [4].

Средневзвешенное значение коэффициента асимметрии a по трем экспериментам с поправками на попадание в измеряемый интервал энергий γ-квантов с энергией 8,48 МэВ, что снижает асимметрию, и на фон от наложения импульсов γ-квантов меньших энергий равно $a = -(4{,}1 \pm 0{,}8)\cdot 10^{-4}$.

Некоторое время этот результат находился под подозрением потому, что в аналогичных экспериментах в других институтах асимметрия не была обнаружена. Причиной являлось то, что в этих экспериментах допускали большую примесь γ-перехода с энергией 8,48 МэВ, имеющего асимметрию другого знака. Позднее другая группа ИТЭФ подтвердила результат первых трех экспериментов [20]. Результаты всех измерений коэффициентов асимметрии γ-излучения в реакции $(\vec{n},\gamma)$ приведены в табл.1.

Значение коэффициента асимметрии, полученное в ИТЭФ, хорошо согласуется с результатами измерения циркулярной поляризации γ-квантов в той же реакции $^{113}Cd(n,\gamma)^{114}Cd$, выполненного на неполяризованном пучке нейтронов группой Гарвардского университета США [21]. Дело в том, что выражение для степени циркулярной поляризации P_γ γ-квантов, возникающих при захвате неполяризованных нейтронов вследствие несохранения P-четности (для чистого γ-перехода), $P_\gamma = 2RF$, отличается от выражения для коэффициента асимметрии (12) только отсутствием спинового фактора A [22]. Следовательно, знак циркулярной поляризации γ-излучения ядра ^{114}Cd одинаков для переходов с энергиями 9,04 и 8,48 МэВ. Измеренное значение $P_\gamma = -(6{,}0 \pm 1{,}5)\cdot 10^{-4}$ совпадает с коэффициентом асимметрии a, полученным в ИТЭФ, в пределах точности экспериментов.

На другой установке ИТЭФ измерялась асимметрия γ-излучения в реакции $^{117}Sn(\vec{n},\gamma)^{118}Sn$ [20]. Мишень была из металлического олова, обогащенного изотопом ^{117}Sn до 90%. Использовались те же принципы измерения, что и в эксперименте с кадмием. Однако число спектрометров с

Таблица 1. Значения коэффициентов *P*-нечетной асимметрии a γ-квантов, испускаемых ядрами после захвата поляризованных нейтронов

Реакция	Энергия γ-перехода, МэВ	Характеристики регулярного перехода	a, 10^{-6}	Источник
$^{1}H(\vec{n},\gamma)^{2}H$	2,23	$0^+ \xrightarrow{M1} 1^+$	-0,015±0,048	ILL [25]
$^{2}H(\vec{n},\gamma)^{3}H$	6,24	$3/2^+,1/2^+ \xrightarrow{M1} 1/2^+$	(4,2±3,9)(1±0,15)	ILL [27]
$^{35}Cl(\vec{n},\gamma)^{36}Cl$	8,58	$2^- \xrightarrow{M1+E2} 2^+$	157±53	ILL [28]
	интегральный спектр		-27,8±4,9	ПИЯФ [33]
	интегральный спектр		-21,2±1,7	ILL [28]
$^{57}Fe(\vec{n},\gamma)^{58}Fe$	интегральный спектр		4,04±0,83	ПИЯФ [34]
$^{79,81}Br(\vec{n},\gamma)^{80,82}Br$	интегральный спектр		-19,5±1,6	ПИЯФ [33]
$^{113}Cd(\vec{n},\gamma)^{114}Cd$	9,04	$1^+ \xrightarrow{M1} 0^+$	410±80	ИТЭФ [1,17,18,22]
			-500±120	ИТЭФ [20]
	интегральный спектр		-1,64±0,36	ПИЯФ [34]
$^{117}Sn(\vec{n},\gamma)^{118}Sn$	9,31	$1^+ \xrightarrow{M1} 0^+$	810±130	ИТЭФ [20]
			440±60	ILL [29]
			970±130	ПИЯФ [30]
	интегральный спектр		2,4±1,6	ПИЯФ [33]
$^{139}La(\vec{n},\gamma)^{140}La$	интегральный спектр		-17,8±2,2	ПИЯФ [33]
$^{207}Pb(\vec{n},\gamma)^{208}Pb$	7,37	$1^\pm \xrightarrow{E1} 0^+$	-8,9±5,1	ИТЭФ [35]

кристаллами NaJ(Tl) было увеличено до четырех. Они были расположены по обе стороны от мишени и составляли друг с другом углы 22,5° и 157,5°. Импульсы с детекторов формировались, дискриминировались по энергии и регистрировались двумя группами пересчетных схем (в зависимости от направления поляризации нейтронов). Вектор поляризации переворачивался каждую секунду стохастическим образом. Также стохастически после каждой экспозиции производилось взаимное переключение электронных трак-

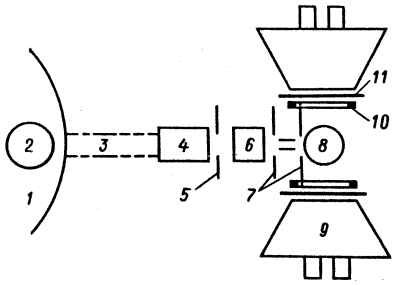


Рис. 3. Схема экспериментов ILL для исследования асимметрии γ-излучения в радиационном захвате поляризованных нейтронов протонами: *1* — реактор; *2* — жидкодейтериевый замедлитель; *3* — нейтроновод; *4* — поляризатор; *5* — свинцовая защита; *6* — спин-флиппер; *7* — коллиматоры; *8* — параводородная мишень; *9* — жидкий сцинтиллятор; *10* — катушка, создающая постоянное поле; *11* — мягкое железо

тов регистрации. Измерения на поляризованном пучке чередовались с измерениями на деполяризованном пучке каждые 16 минут.

Значение коэффициента асимметрии a со всеми поправками получилось равным $a = (8{,}1 \pm 1{,}3)\cdot 10^{-4}$.

Во всех экспериментах такого типа было необходимо сделать большое число контрольных экспериментов, призванных доказать, что измеренные коэффициенты асимметрии действительно отображают искомое физическое явление. Для этого исследовалась асимметрия углового распределения γ-квантов, испускаемых мишенями в других, отличных от исследуемого, диапазонах энергий, где эффект должен быть значительно подавлен. Ставились эксперименты с другими ядрами, у которых P-нечетные эффекты на исследуемом уровне точности не должны были наблюдаться. И в первом, и во втором случае отсутствовало кинематическое усиление.

Выполнялись контрольные эксперименты на влияние P-четной лево-правой асимметрии, т.е. члена $a_{lr}\mathbf{s}(\mathbf{p}_n \times \mathbf{p}_\gamma)$ из формулы (10). Для этого спины нейтронов поворачивались из горизонтальной плоскости в вертикальную, так что все три вектора $\mathbf{s}$, $\mathbf{p}_n$ и $\mathbf{p}_\gamma$ были взаимно ортогональны (см. разд.2). В основных экспериментах векторы спинов $\mathbf{s}$ и импульса γ-квантов $\mathbf{p}_\gamma$ параллельны (или антипараллельны). Поэтому не должно быть такой корреляции в идеальном случае. Однако отличие реальной геометрии эксперимента от идеальной могло сказаться на результатах. Контрольный эксперимент показал отсутствие такой лево-правой асимметрии в области энергий тепловых нейтронов на уровне точности эксперимента.

В Институте Лауэ — Ланжевена (Гренобль) в разные годы, начиная с 1977 г., выполнено несколько работ по измерению P-нечетной асимметрии в $(\vec{n},\gamma)$-реакциях. Изучались эффекты на легких ядрах — протонах и дейтронах, а также на ядрах ^{35}Cl и ^{117}Sn. В качестве поляризаторов нейтронов служили либо пермендюровые намагниченные зеркала, либо намагниченные суперзеркала Мезея (см. [4]). Для переворота спинов нейтронов использо-

вались либо спин-флипперы аксиальной геометрии [23], либо токовый фольговый спин-флиппер Даббса (см. [4]), переворачивающие спины нейтронов один раз в секунду.

Установка показана на рис.3 [24]. В экспериментах с водородом в качестве мишени использовался жидкий параводород (для предотвращения деполяризации нейтронов при рассеянии их на ортоводороде), находящийся в криостате объемом 23 л. В такой мишени захватывалась половина всех падающих нейтронов. Образовывались γ-кванты с энергией 2,23 МэВ. В качестве детекторов γ-излучения использовались два жидкосцинтилляционных детектора объемом 0,5 м^3, каждый из которых просматривался четырьмя фотоумножителями. Применялась техника интегрального съема информации. Ток с фотоумножителей интегрировался в течение 0,17 с, преобразовывался в цифровой код и записывался на магнитную ленту.

В докладе Вильсона [25] приводится подробное описание борьбы с систематическими погрешностями, необходимой для того, чтобы добиться точности в коэффициенте асимметрии $\cong 10^{-8}$, требуемой теоретическими предсказаниями. Она включала применение двух идентичных детекторов, расположенных по и против направления спинов нейтронов, использование второго спин-флиппера с частотой переключения один раз в 27 с, борьбу с наводками от переключения тока в спин-флиппере. В качестве контрольного выполнен эксперимент, когда источником γ-излучения был ^{60}Co.

Результат первого эксперимента (1977 г.) $a = (6 \pm 21)\cdot 10^{-8}$ [24] имел ошибку, намного превосходящую значение теоретического предсказания эффекта $a_{\text{теор}} \cong 5\cdot 10^{-8}$ [26]. Во втором эксперименте, описанном в докладе Вильсона [25], ошибка была уменьшена в несколько раз, но все еще велика: $a = -(1{,}5 \pm 4{,}8)\cdot 10^{-8}$.

P-нечетная асимметрия в реакции $\vec{n} + {}^2\text{H} \to {}^3\text{H} + \gamma$ измерялась в работе [27]. Эксперимент был поставлен на том же самом пучке холодных поляризованных нейтронов. Мишень представляла собой ячейку с тяжелой водой D_20 ($D/H \cong 99{,}95\%$) размером $8 \times 7 \times 6{,}5$ см^3 при комнатной температуре. Детекторами γ-квантов с энергией 6,24 МэВ служили кристаллы NaJ(Tl) диаметром 23 см и толщиной 12 см. Они были заключены в антимагнитный экран и поддерживались при постоянной температуре $20 \pm 0{,}2$°C. Трудность подобного эксперимента состояла в том, что сечение реакции $nd \to t\gamma$ (0,6 мб при тепловой энергии нейтронов) в 500 раз меньше сечения реакции $np \to d\gamma$. В то же время это давало надежду на усиление P-нечетного вклада в эту реакцию. Применялась сложная последовательность переворотов спинов из 32 позиций в течение 27 с, призванная уменьшить флуктуации электроники. Калибровка детекторов производилась по γ-линии от реакции $np \to d\gamma$. Делались поправки на деполяризацию ней-

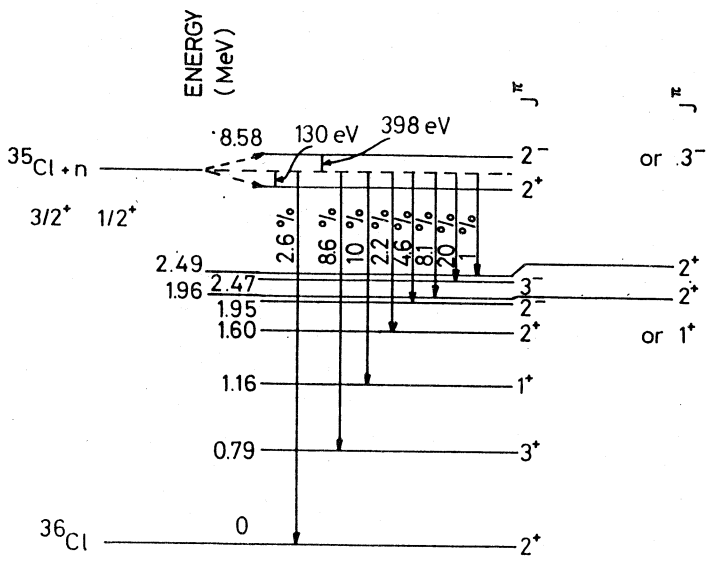


Рис. 4. Часть схемы образования и распада ядра ^{36}Cl

тронов при рассеянии на D_20 (сечение рассеяния $\cong$ 21 б), на средний $\overline{\cos\theta}$, на наложение импульсов. Проводились контрольные эксперименты в других диапазонах энергий γ-квантов, измерялась асимметрия от фольг ^{117}Sn вместо тяжелой воды, асимметрия от источника ^{60}Co и ряд других. Результат представлен авторами в виде

$$a = (4{,}2 \pm 3{,}9)(1 \pm 0{,}15)\cdot 10^{-6},$$

где в скобках заключен масштабный множитель. Результат на одно стандартное отклонение больше предсказанного либо по модели Кабиббо, либо по калибровочной теории слабых взаимодействий, которые дают [25,26]

$$a_{\text{теор}} \cong (0{,}5{+}1)\cdot 10^{-6}.$$

На подобном же пучке в ILL измерена асимметрия в реакции ^{35}Cl($\vec{n}$,γ)^{36}Cl [28]. Мишенью служила соль NaCl размером 1 × 2 × 3 см. Схема распада ядра ^{36}Cl приведена на рис.4. Энергия основного γ-перехода равна 8,58 МэВ. Для его детектирования применялись два кристалла NaJ(Tl) диаметром и толщиной 12 см, расположенные по обе стороны от мишени.

В этом ядре, так же, как и в ^{113}Cd, можно указать, какие уровни составного ядра смешиваются слабым взаимодействием и каково расстояние D

между ними. Смешиваются уровни 2^- (p-резонанс при энергии $E_p = 398$ эВ) и 2^+(s-резонанс при энергии $E_s = -130$ эВ). Следовательно, $D = 528$ эВ.

Проводились контрольные эксперименты с деполяризованным пучком нейтронов, с уменьшенным потоком нейтронов и с источником ^{60}Co. Измеренный коэффициент асимметрии $a = (1{,}57 \pm 0{,}53)\cdot 10^{-4}$.

И, наконец, в ILL изучалась та же реакция $^{117}\mathrm{Sn}(\vec{n},\gamma)^{118}\mathrm{Sn}$, что и в ИТЭФ [29]. В качестве детекторов применялись два кристалла NaJ(Tl) диаметром и толщиной 7,6 см, расположенные по обе стороны от мишени.

Были проведены контрольные эксперименты в отличном от исследуемого диапазоне энергий γ-квантов, с повернутым на 90° вектором поляризации нейтронов, с деполяризованным пучком нейтронов, а также с источником ^{60}Co.

Измеренный коэффициент асимметрии $a = (4{,}4 \pm 0{,}6)\cdot 10^{-4}$ отличается вне пределов ошибок экспериментов от измеренного в ИТЭФ [20].

В последнее время в Петербургском институте ядерной физики им. Константинова (ПИЯФ) создана установка для измерения P-нечетной асимметрии в $(\vec{n},\gamma)$-реакции, в которой детекторами γ-излучения являются кристаллы Ge(Li), а не традиционные NaJ(Tl). Это позволяет улучшить энергетическое разрешение и измерять эффекты не на одном основном переходе, обладающем наибольшей энергией, а на нескольких разрешенных γ-переходах, имеющих меньшую энергию. В частности, для коэффициента асимметрии в реакции $^{117}\mathrm{Sn}(\vec{n},\gamma)^{118}\mathrm{Sn}$ для γ-квантов с энергией $E_\gamma = 9{,}31$ МэВ получено значение $a = (9{,}7 \pm 1{,}3)\cdot 10^{-4}$ [30], подтверждающее данные ИТЭФ.

Измерения P-нечетных эффектов в $(\vec{n},\gamma)$-реакции в интегральном спектре γ-квантов. Интегральный метод регистрации больших потоков частиц применяется там, где счетная методика не обеспечивает нужных скоростей счета из-за недостаточного временного разрешения импульсов. Интегральный метод был впервые предложен Лобашевым [31] и применен в ПИЯФ для измерения циркулярной поляризации γ-квантов, испускаемых неполяризованными ядрами [32].

Уже в экспериментах ILL по измерению асимметрии γ-излучения в (n,γ)-реакции на протоне применялась техника интегрального съема информации [24]. Однако, поскольку энергии γ-квантов в реакции на протоне являются монохроматическими, то интегральный съем информации не представлял здесь чего-то нового и нужен был только потому, что разрешить большое количество γ-квантов счетной методикой было невозможно.

В работах ПИЯФ интегральный съем информации представлял собой новый подход в исследовании *P*-нечетных эффектов на нейтронах. Исследования *P*-нечетных эффектов на выделенных линиях в (n,γ)-реакциях на сложных ядрах наталкивались на серьезные трудности, связанные с необходимостью выделять фотопики из очень сложного γ-спектра. Поэтому наблюдались лишь единичные случаи *P*-нечетных эффектов на выделенных линиях, перечисленных выше. Время набора статистики в этих случаях составляет несколько месяцев. Казалось мало реальным ожидать заметных эффектов для большинства ядер, поскольку в высокоэнергетической области спектра в (n,γ)-реакциях преобладают регулярные $E1$-переходы, для которых нет кинематического усиления. Казалось, что усреднение по многим γ-переходам должно сильно уменьшить эффект.

Эта точка зрения была успешно опровергнута в экспериментах ПИЯФ на тепловых поляризованных нейтронах [33]. Установка ПИЯФ, располагавшаяся на горизонтальном канале реактора ВВР-М, показана на рис.5. Одновременно на этой установке измерялись *P*-нечетные эффекты в полном и радиационном сечениях взаимодействия нейтронов на ядрах, о чем речь пойдет ниже.

Для исследования *P*-нечетной асимметрии в интегральном спектре γ-квантов мишени ^{35}Cl, Br, ^{117}Sn и ^{139}La в контейнерах из ^{6}LiF помещались между кольцами Гельмгольца, плоскости которых были перпендикулярны импульсу γ-квантов (не показаны на рис.5). На мишени падали тепловые поляризованные нейтроны, прошедшие адиабатический высокочастотный спин-флиппер (см. [4]). Переворот поляризации осуществлялся один раз в 2 с. Степень поляризации пучка $P_n = 95\%$. Детекторами γ-квантов служили кристаллы NaJ(Tl) диаметром 150 мм и толщиной 100 мм, размещавшиеся по обе стороны от мишеней. Таким образом осуществлялась конфигурация, когда спины нейтронов **s** параллельны импульсам γ-квантов $\mathbf{p}_\gamma$, необходимая для наблюдения псевдоскалярной величины $\mathbf{sp}_n$.

Выходные сигналы фотоумножителей поступали на вход дифференциального усилителя, интегрировались за время индивидуального измерения (2 с), инвертировались в цифровой код и записывались для последующего анализа. Так как *P*-нечетные эффекты на детекторах были противоположны по знаку, то разностный эффект содержал удвоенное значение эффекта, а все флуктуации нейтронного потока уничтожались. В другом варианте на второй вход дифференциального усилителя подавался сигнал монитора нейтронного пучка с установки, расположенной в более интенсивном потоке нейтронов того же реактора. Таким образом производилась компенсация флуктуаций мощности реактора.

Измерения *P*-нечетных асимметрий в интегральном спектре ядер Fe и Cd (естественные смеси изотопов) проводились на пучке поляризованных

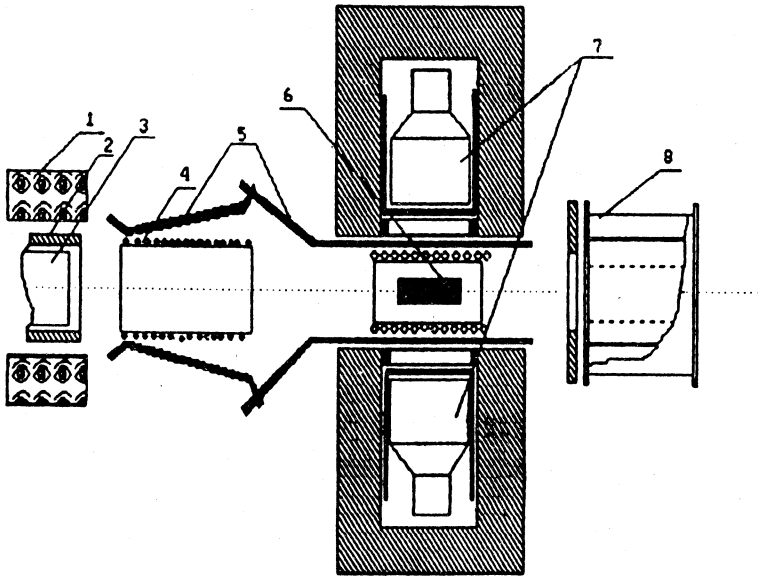


Рис. 5. Схема экспериментальной установки ПИЯФ для одновременного измерения эффектов асимметрии в интегральном спектре γ-квантов и в полном и радиационном сечениях: *1* — блоки защиты; *2* — магниты нейтроновода; *3* — нейтроновод; *4,5* — ведущие магнитные и высокочастотные поля; *6* — мишень; *7* — детекторы γ-излучения; *8* — детектор нейтронов

нейтронов в вертикальном канале реактора [34]. Поток поляризованных нейтронов со степенью поляризации $P_n = 80\%$ достигал 10^9 нейтр./с. Мишени из Fe и Cd помещались в контейнерах из ^{6}LiF. Спин-флиппер и электронная аппаратура аналогичны примененной на горизонтальном канале реактора.

В ILL [28], наряду с измерением *P*-нечетного эффекта на основном переходе в реакции $^{35}\mathrm{Cl}(\vec{n},\gamma)^{36}\mathrm{Cl}$, измерялся *P*-нечетный эффект в интегральном спектре той же реакции. Пучок в этом случае был гораздо более интенсивным, поэтому не было возможности выделить γ-линию основного перехода. Применялись жидкосцинтилляционные детекторы γ-квантов. Проведен контрольный эксперимент с деполяризованным пучком.

Результаты измерений *P*-нечетных эффектов в интегральном спектре γ-квантов приведены в табл.1 с пометкой «интегральный спектр».

В ИТЭФ проведено исследование нарушения четности в реакции $^{207}Pb(\vec{n},\gamma)^{208}Pb$ [35]. Интерес к этой реакции возник потому, что результат исследования может оказаться решающим для выбора между компаунд-ядерным и валентным механизмами смешивания состояний с противоположной по знаку четностью. О теоретическом аспекте этой проблемы будет сказано ниже. Сейчас только отметим, что, поскольку в спектре (n,γ)-реакции на ядре ^{207}Pb доминирует одна γ-линия — основной переход, интенсивность которой по крайней мере на три порядка больше интенсивностей остальных γ-линий, то можно применить интегральный метод регистрации γ-квантов.

Работа выполнена на пучке тепловых поляризованных нейтронов реактора ИТЭФ в той же геометрии, что и серия работ на кадмии. Свинцовая мишень с сечением 1,5×9 см и толщиной 2,5 см обогащена изотопом ^{207}Pb до 87,3%. Поскольку сечение рассеяния составляет 92% от полного сечения взаимодействия тепловых нейтронов с ядром ^{207}Pb, то для уменьшения фона от рассеянных нейтронов перед кристаллами NaI(Tl) ставились литиевые ($^6Li_2CO_3$) экраны, которые поглощали 99% рассеянных нейтронов. Фон составляли γ-кванты прямого пучка, γ-кванты, рассеянные на мишени и γ-кванты от (n,γ)-реакций в детекторах и конструкционных материалах. Общий фон составлял $\cong 10\%$ от полной загрузки детекторов. Контрольным экспериментом являлось измерение P-нечетной асимметрии испускания γ-квантов в интегральном спектре реакции $^{35}Cl(\vec{n},\gamma)^{36}Cl$.

Измеренный коэффициент асимметрии $a = -(0{,}89 \pm 0{,}53)\cdot 10^{-5}$, что определяло верхний предел P-нечетной асимметрии $a \le 1{,}7\cdot 10^{-5}$ на 90% уровне достоверности.

3.2. Анизотропия протонов в $(\vec{n}, p)$-реакции. ***Основы метода***. В работе [36] было предложено новое направление в исследовании нарушения пространственной четности в ядерных взаимодействиях, а именно исследования анизотропии α-частиц и других легких ядер, испускаемых из ядер после захвата поляризованных нейтронов. Ряд работ на эту тему, выполненных в ПИЯФ и ИТЭФ [37—40], не дал положительных результатов. Были, однако, обнаружены значительные P-четные эффекты лево-правой асимметрии [37,38].

Впервые P-нечетный эффект в реакции с вылетом протонов был обнаружен в реакции $^{35}Cl(\vec{n},\gamma)^{35}S$ в работе ПИЯФ и ЛНФ ОИЯИ [41]. В этой же работе были обнаружены P-четные эффекты лево-правой асимметрии в предыдущей реакции и в реакции $^{14}N(\vec{n}, p)^{14}C$. Таким образом, в этих реакциях проявляются P-нечетная корреляция $\mathbf{s}\mathbf{p}_p$ и P-четная лево-правая асимметрия $\mathbf{s}(\mathbf{p}_n \times \mathbf{p}_p)$, где $\mathbf{s}$ и $\mathbf{p}_n$ — спин и импульс налетающего нейтрона, $\mathbf{p}_p$ — импульс вылетающего протона (см. (6)).

Общая формула для коэффициента P-нечетной асимметрии записывается следующим образом:

$$a = \frac{M}{E_p}\left(\frac{\Gamma_p^p}{\Gamma_s^p}\right)^{1/2}(x^p - y^p)\cos\Delta\varphi_{sp}, \qquad (20)$$

а для коэффициента P-четной лево-правой асимметрии

$$a_{lr} = \frac{E_s}{E_p}\left(\frac{\Gamma_p^p\,\Gamma_p^n}{\Gamma_s^p\,\Gamma_s^n}\right)^{1/2}(x^p - y^p)\left(x^n + \frac{y^n}{2}\right)\sin\Delta\varphi_{sp}, \qquad (21)$$

где M — матричный элемент слабого взаимодействия; Γ_s^p и Γ_p^p — протонные ширины s- и p-резонансов, Γ_s^n и Γ_p^n — нейтронные ширины s- и p-резонансов; $\Delta\varphi_{sp}$ — разность фаз кулоновского взаимодействия в s- и p-состояниях; x^p, x^n, y^p и y^n — параметры смешивания каналов с полным угловым моментом $j = l - s = 1/2$ и $j = l + s = 3/2$:

$$x^{p(n)} = \left(\frac{\Gamma_{p1/2}^{p(n)}}{\Gamma_p^{p(n)}}\right)^{1/2}; \quad y^{p(n)} = \left(\frac{\Gamma_{p3/2}^{p(n)}}{\Gamma_p^{p(n)}}\right)^{1/2};$$

$$(x^{p(n)})^2 + (y^{p(n)})^2 = 1; \qquad (22)$$

$$\Delta\varphi_{sp} = \varphi_p - \varphi_s = \operatorname{arctg}(Ze^2/hv_p).$$

Измерения. Измерения проводились на горизонтальном пучке поляризованных тепловых нейтронов реактора ВВР-М ПИЯФ. Поток на мишень нейтронов с поляризацией $P_n = 96\%$ составлял $6\cdot10^7$ нейтр./с. С помощью адиабатического спин-флиппера (см. [4]) направление спинов реверсировалось каждые 2,8 с. Протоны с энергией $E_p = 0{,}6$ МэВ из реакции $^{35}\mathrm{Cl}(\vec{n}, p)^{35}\mathrm{S}$ регистрировались с помощью сдвоенной пропорциональной камеры с сеткой, позволявшей создать нечувствительный газовый промежуток для коллимации протонов. Мишени размером 110×7 см напылялись солями $BaCl_2$ или AlN толщиной 2 мг/см^2. Использовался счетный метод регистрации импульсов протонов. Коэффициенты корреляции оказались равными

$$a = -(1{,}51 \pm 0{,}34)\cdot10^{-4},$$

$$a_{lr} = -(2{,}40 \pm 0{,}43)\cdot10^{-4}$$

для реакции $^{35}Cl(\vec{n}, p)^{35}S$ и

$$a_{lr} = (0{,}66 \pm 0{,}18)\cdot 10^{-4}$$

для реакции $^{14}N(\vec{n}, p)^{14}C$.

3.3. Эффекты нарушения четности в нейтронно-оптических явлениях. ***Основы метода.*** Когерентные эффекты, обусловленные P-нечетным слабым взаимодействием нейтронов с веществом мишеней, возникают вследствие неодинаковости показателей преломления в веществе нейтронных волн, имеющих различные спиновые состояния. Выражение для показателя преломления содержит когерентную длину рассеяния нейтронов на связанных ядрах $b_N = -f(0)$ [42]:

$$n = 1 - (\lambda^2 N/2\pi)\, b_N = 1 + (2\pi/p^2) N f(0). \qquad (23)$$

В (23) положили $\hbar = c = 1$; N — число рассеивающих ядер в 1 см^3; p — импульс нейтронов; $f(0)$ — когерентная амплитуда рассеяния нейтронов вперед. Как известно [42], для медленных нейтронов рассеяние изотропно, и когерентная амплитуда рассеяния нейтронов f не зависит от угла: $f(0) = f$.

С учетом слабого взаимодействия когерентную амплитуду рассеяния следует представить состоящей из двух частей:

$$f = f_{PC} + f_{PNC}, \qquad (24)$$

где f_{PC} — сохраняющая четность часть амплитуды,

$$f_{PNC} = G'\mathbf{sp} \qquad (25)$$

— небольшая, не сохраняющая четность добавка к амплитуде, знак которой зависит от спиральности нейтрона. Спиральность нейтрона по определению положительна, если $\mathbf{sp} > 0$, и отрицательна, если $\mathbf{sp} < 0$. Величина G' — комплексная постоянная, по абсолютному значению порядка константы слабого взаимодействия G.

Нейтронная волна, пройдя расстояние l в мишени, приобретает фазу $\Delta = \mathrm{Re}(pnl)$. Состояния с противоположной по знаку спиральностью, приобретают разность фаз:

$$\Delta_+ - \Delta_- = \mathrm{Re}\,[p(n_+ - n_-)l\,] = (2\pi/p)\, lN\, \mathrm{Re}\,(f_+ - f_-), \qquad (26)$$

где знаки плюс и минус соответствуют двум спиральностям нейтрона.

У поперечно-поляризованных нейтронов вектор поляризации поворачивается вокруг импульса на угол

$$\varphi_{PNC} = -(\Delta_+ - \Delta_-) = -4\pi\, lN\, \mathrm{Re}\, G'. \qquad (27)$$

Угол поворота спина на единицу длины мишени обозначим

$$\Delta\varphi = \varphi_{PNC}/l.$$

В то же время мнимая часть амплитуды f_{PNC} связана с помощью оптической теоремы $\sigma_t = (4\pi/p)\,\mathrm{Im}\,f(0)$ с разностью полных сечений $\Delta\sigma_t$ для двух состояний нейтронов с противоположными по знаку спиральностями:

$$\Delta\sigma_t = \sigma_t^+ - \sigma_t^- = (4\pi/p)\,\mathrm{Im}(f_+ - f_-) = 8\pi\,\mathrm{Im}G'. \tag{28}$$

В экспериментах с продольно-поляризованными нейтронами измерялись три физические величины, которые необходимо связать между собой, а также с углом поворота спинов поперечно-поляризованных нейтронов.

Во-первых, это коэффициент асимметрии пропускания

$$\varepsilon = (N^+ - N^-)/P_n(N^+ + N^-), \tag{29}$$

где $N^{\pm}$ — скорости счета (или значения интенсивностей пучка) нейтронов противоположных спиральностей, прошедших через мишень.

Во-вторых, это коэффициент асимметрии полных сечений взаимодействия нейтронов противоположных спиральностей

$$a_t = (\sigma_t^+ - \sigma_t^-)/(\sigma_t^+ + \sigma_t^-) \cong \Delta\sigma_t/2\sigma_t. \tag{30}$$

Так как обычно $n\Delta\sigma_t << 1$, где n — толщина мишени [ядро/см^2], имеем

$$\varepsilon = -\mathrm{th}\,(n\,\Delta\,\sigma_t/2) = -n\sigma_t\,a_t = -a_t\,l/\lambda, \tag{31}$$

где l — длина мишени; $\lambda = 1/n\sigma_t$ — средняя длина свободного пробега нейтронов в мишени.

В-третьих, измерялся коэффициент асимметрии сечений радиационного захвата σ_γ нейтронов противоположных спиральностей:

$$a_\gamma = (\sigma_\gamma^+ - \sigma_\gamma^-)/(\sigma_\gamma^+ + \sigma_\gamma^-). \tag{32}$$

Впервые подобные исследования были предложены Мишелем в 1964 г. [43], который показал, что при пропускании поперечно-поляризованных пучков нейтронов можно обнаружить вращение спинов нейтронов вокруг направления их импульса в веществе. Однако эффекты в чистом виде очень малы, поэтому необходимо было найти механизм их усиления. Форте за-

метил, что эффекты должны быть усилены вблизи одночастичного p-волнового резонанса [44], и предложил эксперимент по измерению угла поворота спинов нейтронов в мишени ^{124}Sn, у ядер которой имеется p-волновой резонанс при энергии 62 эВ.

Первый эксперимент по наблюдению вращения вектора поляризации был завершен в ILL в 1980 г. [45]. Результаты его оказались неожиданными. Для ядра ^{124}Sn вращение спина не было обнаружено, а в контрольном эксперименте с мишенью из естественной смеси изотопов олова проявился сравнительно большой поворот спинов. Авторы заменили мишень ^{124}Sn мишенью ^{117}Sn, у ядер которой ранее была обнаружена большая P-нечетная асимметрия испускания γ-квантов [20,29]. Поворот спина оказался большим. Для этого же ядра была обнаружена предсказанная Форте асимметрия пропускания продольно-поляризованных нейтронов противоположных спиральностей.

Большие эффекты для ядра ^{117}Sn вызвали у Стодольского желание объяснить их совершенно новыми слабыми силами [46]. Однако выяснение роли резонансных эффектов в когерентном нарушении четности позволило правильно понять влияние факторов усиления и объяснить большую величину наблюдаемых эффектов. Впервые на возможность кинематического усиления эффектов нарушения P-четности вблизи p-волнового резонанса указали Карманов и Лобов [47]. Форте рассмотрел этот вопрос вновь [48]. Фактор кинематического усиления типа $(\Gamma_s^n/\Gamma_p^n)^{1/2}$ возникал при учете интерференции входных s- и p-каналов при одном и том же выходном канале (см. разд.2). Здесь Γ_s^n и Γ_p^n — нейтронные ширины s- и p-резонансов. При малых энергиях $(\Gamma_s^n/\Gamma_p^n)^{1/2} \cong 1/pr$, где r — радиус ядра, так что для ядер с $A \cong 100$ и энергий нейтронов порядка 1+10 эВ этот фактор усиления достигает $10+10^3$. Кинематическое усиление в этом случае отражает разницу в проницаемости s- и p-волн для нейтронов, падающих на ядро.

Сушков и Фламбаум [5] обратили внимание на то, что в работе [48] эффекты когерентного нарушения четности объяснялись взаимодействием нейтронов с P-нечетным потенциалом ядра, т.е. ядро рассматривалось как частица, не имеющая внутренних степеней свободы. Виртуальное возбуждение составного ядра должно приводить к фактору динамического усиления $(\Delta E/D)^{1/2}$, где $\Delta E \cong 1$ МэВ— среднее расстояние между одночастичными состояниями, $D \cong 1+10$ эВ — среднее расстояние между уровнями составного ядра. Этот фактор имеет значение порядка 10^2+10^3.

Такой подход к роли резонансных эффектов получил название модели смешивающихся составных состояний (см. обзор [49]). Согласно этой модели вблизи p-волновых резонансов разность полных сечений взаимо-

действия нейтронов противоположных спиральностей удобно представить в виде

$$\Delta\sigma_t = 2P(E)\,\sigma_t(E), \tag{33}$$

где

$$P(E) = 2\alpha\sqrt{\Gamma_s^n(E)/\Gamma_p^n(E)}. \tag{34}$$

В этой формуле предполагается, что $\Gamma_p^n = \Gamma_{p1/2}^n$, т.е. что $\Gamma_{p3/2}^n = 0$ и $x = 1$, $y = 0$ (см. выше).

Более полная формула содержит [5]:

$$\sqrt{\frac{\Gamma_s^n}{\Gamma_p^n}\frac{\Gamma_{p1/2}^n}{\Gamma_p^n}}.$$

В формуле (34) α — коэффициент смешивания уровней по четности (см. разд.2), $\sigma_t(E)$ — брейт-вигнеровское сечение вблизи p-резонанса. Вблизи него значение $P(E)$ практически постоянно и равно $P(E_p)$ при энергии p-резонанса E_p. Легко видеть, что $P(E_p)$ играет роль коэффициента асимметрии в резонансе $a_t(E_p)$.

Приведем формулу, по которой сопоставляются коэффициенты асимметрии пропускания для одного и того же ядра, но при тепловой E_{th} и резонансной E_p энергиях:

$$a_t(E_{\text{th}})/P(E_p) = [\sigma_t(E_p)/\sigma_t(E_{\text{th}})](\Gamma_p/2E_p)^2. \tag{35}$$

Для сопоставления результатов по повороту спинов и асимметрии полных сечений приведем связь угла поворота $\Delta\varphi$ с $\Delta\sigma_t$:

$$\Delta\varphi = N\Delta\sigma_t(E - E_p)/\Gamma_p. \tag{36}$$

В формулах (35) и (36) Γ_p — полная ширина p-резонанса.

Стодольский [50] проанализировал вклад упругих и неупругих каналов взаимодействия нейтронов с ядрами в угол поворота вектора поляризации $\Delta\varphi$ и в разность полных сечений $\Delta\sigma_t$ и исследовал зависимость этого вклада от энергии нейтронов. Оказалось, что 1) угол поворота $\Delta\varphi$ в значительном диапазоне энергий не зависит от энергии; 2) разность полных сечений состоит из двух членов $\Delta\sigma_t = \Delta\sigma_s + \Delta\sigma_{\text{экз}}$, где σ_s — сечение когерентного упругого рассеяния; $\sigma_{\text{экз}}$ — сечение экзотермических реакций, наибольшее из которых — сечение радиационного захвата σ_γ, причем $\Delta\sigma_s$ про-

порционально импульсу нейтронов p, а $\Delta\sigma_{экз}$ не зависит от импульса. Поэтому при тепловых энергиях нейтронов главный вклад в $\Delta\sigma_t$ должен давать процесс радиационного захвата нейтронов, т.е. $\Delta\sigma_t \equiv \Delta\sigma_\gamma$, что и было подтверждено в экспериментах ПИЯФ [51,52].

Несколько иной подход к роли резонансных эффектов в когерентном нарушении четности развит Зарецким и Сироткиным [53]. Об этом подходе будет рассказано ниже в разд.4.

Измерения вращения спинов поперечно-поляризованных нейтронов. Эксперименты по измерению вращения спинов нейтронов были выполнены на пучке холодных поперечно-поляризованных нейтронов в ILL. Описание установок и их работы можно найти в оригинальных статьях [45,54,55] и в монографии [4]. Результаты приведены в табл.2.

Таблица 2. Результаты измерений поворота спинов нейтронов $\Delta\varphi$ в ILL

Ядро-мишень	$\Delta\varphi$, 10^{-6} рад/см	Источник
$Sn_{ест}$	-3,19±0,40	[54]
^{117}Sn	-37,0±2,5	[45]
^{124}Sn	-0,48±1,49	[45]
^{139}La	-219±29	[55]
$Pb_{ест}$	+2,24±0,33	[54]

Измерения асимметрии полных сечений и сечений захвата тепловых продольно-поляризованных нейтронов. Первое измерение асимметрии пропускания продольно-поляризованных нейтронов было выполнено в ILL на мишени ^{117}Sn в той же работе [45], где было найдено вращение спинов поперечно-поляризованных нейтронов. Установка была изменена так, чтобы на мишень падали продольно-поляризованные нейтроны (см. [4]). Получен коэффициент асимметрии $\varepsilon = -(9{,}78 \pm 4{,}01)\cdot 10^{-6}$.

Более точное значение коэффициента асимметрии полного сечения взаимодействия нейтронов противоположных спиральностей a_t получено в работах ПИЯФ [51,52], в которых одновременно измерялся и коэффициент асимметрии в сечении радиационного захвата a_γ. Измерения велись на ядрах ^{117}Sn, ^{139}La и естественной смеси изотопов $^{79,81}Br$. Схема установки показана на рис.5, а описание ее приведено в статьях [51,52] и в монографии [4]. Можно убедиться, что действительно $\Delta\sigma_t \equiv \Delta\sigma_\gamma$.

В работе ИТЭФ [56] была также исследована асимметрия полных сечений взаимодействия продольно-поляризованных нейтронов для ряда мишеней.

В РНЦ «Курчатовский институт» [57] измерена поляризация нейтронного пучка после прохождения им мишени KBr. Анализатором поляризации служило намагниченное до насыщения железо. Этот метод дает результаты, аналогичные результатам, полученным методом измерения асимметрии полного сечения взаимодействия нейтронов противоположных спиральностей. В другой работе [58] тем же методом измерена величина асимметрии полного сечения взаимодействия тепловых продольно-поляризованных нейтронов с ядром ^{239}Pu.

Все полученные результаты приведены в табл.3.

Таблица 3. Результаты измерений коэффициента асимметрии полных сечений взаимодействия a_t и коэффициента асимметрии сечений захвата a_γ для тепловых нейтронов противоположных спиральностей

Ядро-мишень	$\sigma_t(E_{th})$; 10^{-24} см^2	$\sigma_\gamma(E_{th})$; 10^{-24} см^2	a_t, 10^{-6}	$a_\gamma 10$–6	Источник
^{79,81}Br	15,5	9,8	9,8±1,0	15,5±1,5	ПИЯФ [52]
	12,8		9,5±1,7		ИТЭФ [56]
			15,3±1,5		РНЦ КИ [57]
^{117}Sn	3,7	1,2	6,2±0,7	22,6±1,9	ПИЯФ [51]
	4		11,2±2,6		ИТЭФ [56]
^{139}La	19	9,4	9,0±1,4	16,1±2,0	ПИЯФ [51]
^{239}Pu			0,67±0,16		РНЦ КИ [58]

Измерения асимметрии полных сечений и сечений захвата резонансных продольно-поляризованных нейтронов. Работы по измерению асимметрии полных сечений и асимметрии сечений захвата резонансных продольно-поляризованных нейтронов проводились в нескольких научных центрах. Начало этим исследованиям было положено в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ в Дубне. Затем они были продолжены в Курчатовском институте (Москва), в Национальной лаборатории по физике высоких энергий KEK (Цукуба, Япония) , наконец, в Лос-Аламосской национальной лаборатории (LANL, США). Результаты всех работ по этой теме хорошо отражены в недавно появившемся обзоре [2]. Поэтому, не вдаваясь в подробности экспериментальной техники, остановимся лишь на некоторых главных моментах.

P-нечетные эффекты на нейтронных резонансах изучались двумя способами. Один из них — это пропускание продольно-поляризованных нейтронов через толстую мишень с изучаемыми ядрами, для которой $n\sigma_t \cong 2$. Этот метод позволяет измерить асимметрию полных сечений $P(E) = \Delta\sigma_t / 2\sigma_t$. Второй метод — измерение асимметрии сечений радиационного захвата продольно-поляризованных нейтронов на тонкой мишени, для которой $n\sigma_t << 1$. Измеряется $P_\gamma(E) = \Delta\sigma_\gamma / 2\sigma_\gamma$. Так как в области *p*-волновых резонансов полная ширина резонанса Γ_p практически совпадает с радиационной шириной Γ_γ, оба метода дают совпадающие результаты.

Эксперименты в ЛНФ ОИЯИ были проведены на импульсном реакторе ИБР-30 [59,60]. Резонансные нейтроны поляризовались методом пропускания через поляризованную протонную мишень.

Этот метод описан в [2] и [4]. Достоинством использования поляризованной протонной мишени является возможность получения поляризованных нейтронов в широкой области энергий — от тепловых до 10^5 эВ. Благодаря применению метода времени пролета можно сравнительно просто изучать спиновые состояния отдельных резонансов в нейтронных сечениях.

Основные параметры установки следующие. Поляризация протонов осуществлялась динамическим методом в монокристалле двойного лантан-магниевого нитрата с 0,5÷1% примесью ядер ^{142}Nd при температуре 1÷1,5 K в магнитном поле напряженностью 8 кА/см. Продольная поляризация нейтронов и переворот вектора поляризации обеспечивались соответствующими конфигурациями ведущего магнитного поля. Переворот вектора поляризации производился каждые 40 с. Через каждые двое суток менялось направление поляризации протонной мишени с целью изменения знака исследуемого эффекта без изменения аппаратурных и геометрических условий эксперимента. Детектором нейтронов служил секционированный жидкий сцинтиллятор, использовавший *n*,γ-конвертер из окиси европия, окиси тербия и воды. Эффективность его изменялась от 40 до 30% для энергий нейтронов от 1 до 500 эВ.

В работах [61—64] измерялось пропускание продольно-поляризованных нейтронов противоположных спиральностей непосредственно в *p*-резонансах для ядер ^{81}Br, ^{111}Cd, ^{113}Cd, ^{117}Sn, ^{139}La и ^{232}Th. Коэффициенты асимметрии полных сечений оказались порядка 10^{-2}–10^{-3}, а у ^{139}La он достигал даже 10%.

На установке в РНЦ КИ [65] измерялась небольшая поляризация нейтронного пучка, возникающая при пропускании неполяризованных нейтронов через толстые исследуемые мишени вследствие *P*-нечетной зависимости сечения захвата от спиральности нейтронов. В качестве анализатора возникшей поляризации использовалась поляризованная протонная

мишень. Времяпролетный спектрометр поляризованных резонансных нейтронов создан на базе линейного ускорителя электронов «Факел». Измерялись P-нечетные эффекты в окрестности p-резонансов ^{117}Sn и ^{139}La.

На установках в KEK [66—69] использовались нейтроны, рожденные под действием протонов бустерного синхротрона в обедненном уране. Замедленные в блоке твердого метана нейтроны поляризовались, проходя через поляризованную протонную мишень, и падали на исследуемые мишени. Поляризация протонов осуществлялась динамическим методом и достигала 80%. Энергия нейтронов измерялась по методу времени пролета. Спиральность нейтронов менялась с помощью адиабатического спин-флиппера.

Измерялась асимметрия как сечений захвата, так и полных сечений. В первом случае применялись либо счетчик из сцинтиллирующей пластмассы, либо кристаллы BaF_2, окружавшие исследуемые мишени. Одновременно с помощью счетчика из жидкого сцинтиллятора с добавкой ^{10}B, находящегося в конце пролетного расстояния, измерялась асимметрия полных сечений.

Наиболее интенсивным пучком резонансных поляризованных нейтронов обладает Лос-Аламосская национальная лаборатория. Вследствие этого максимальная энергия исследуемых нейтронных резонансов на установке LANL намного больше, чем на установках ЛНФ ОИЯИ, KEK и РНЦ КИ. В результате в Лос-Аламосе удалось измерить эффекты нарушения четности на одном ядре при нескольких энергиях резонансных нейтронов, что не удавалось сделать на других установках. Подробно установка и измерения на ней описаны в [2]. Мы лишь приведем основные моменты. Пучок нейтронов создавался путем облучения вольфрамовой мишени протонами с энергией 800 МэВ из линейного ускорителя. Нейтроны замедлялись и попадали на поляризованную протонную мишень. Для переворотов спинов нейтронов применялся спин-флиппер специальной конструкции, описанный подробно в [2]. Нейтроны детектировались сцинтиллирующим стеклом с ^{6}Li. Анализ данных по пропусканию на нескольких резонансах требовал многопараметрической программы с учетом доплеровского уширения резонансной линии, зависимости потока нейтронов от энергии, брейт-вигнеровской формы резонанса, эффективности детектора нейтронов от энергии [2].

Результаты всех работ по измерениям асимметрии полных сечений и асимметрии сечений захвата резонансных продольно-поляризованных нейтронов приведены в табл.4.

Абсолютные значения матричных элементов слабого взаимодействия $|M|$, приведенные в табл.4, являются во многих случаях нижними пределами значений M, так как они вычислены в предположении, что захват нейтронов в p-резонанс идет полностью по каналу с полным угловым моментом $j = 1/2$, т.е. в предположении, что $\Gamma_p^n = \Gamma_{p1/2}^n$ $(x = 1,\ y = 0)$ (см. выше). По-

Таблица 4. Результаты измерений *P*-нечетных эффектов на резонансных нейтронах

Ядро-мишень	Измерение	E_p, эВ	Γ_p, мэВ	$g\,\Gamma_p^n$, 10^{-8}, эВ	$P(E_p)$, 10^{-3}	$\|M\|$, мэВ	Источник
^{81}Br	a_t	0,88(1)	190(20)	5,8(3)	24±4	3,0±0,5	ЛНФ ОИЯИ [49,62]
	a_t				17,7±3,3		LANL [74]
	a_γ				21±1	2,6±0,1	KEK [69]
^{111}Cd	a_t	4,53(3)	163(10)	107(5)	-8,6±1,2	2,6±0,4	ЛНФ ОИЯИ [16,49,62]
	a_γ				13^{+7}_{-4}	$1,6^{+0,8}_{-0,5}$	KEK [69]
^{113}Cd	a_t	7,0	160(20)	31(3)	-9,8±3,0	0,31±0,10	ЛНФ ОИЯИ [15,16,64]
^{117}Sn	a_t	1,33(1)	180(18)	16,6(2,0)	4,5±1,3	0,38±0,10	ЛНФ ОИЯИ [16,49,62]
	a_t				7,7±1,3	0,7±0,1	РНЦ КИ [65]
	a_γ				11±2		LANL [73]
^{139}La	a_t	0,75(1)	45(5)	3,6(3)	73±5	1,28±0,12	ЛНФ ОИЯИ [49,62]
	a_t				76±6	1,3±0,1	РНЦ КИ [65]
	a_t				97±5		KEK [68]
	a_t				92±17		LANL [70]
	a_t				95,5±3,5		LANL [71]
	a_t				101,5±4,5		LANL [71]
	a_t				95±5		ЛНФ ОИЯИ [64]
	a_γ				98±3	1,7±0,1	KEK [69]
^{232}Th	a_t	8,33(3)*	32(3)	26,8(1,5)	17,9±9,2	0,62±0,31	ЛНФ ОИЯИ [63]
	a_t				14,8±2,5		LANL [72,74]

*Результаты измерений на других резонансах ^{232}Th и на резонансах ^{238}U приведены в [2].

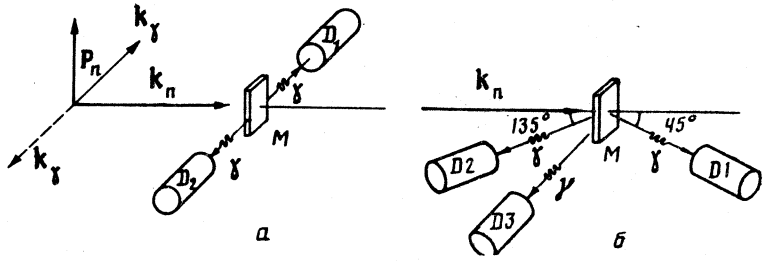


Рис. 6. Геометрия экспериментов в ЛНФ ОИЯИ при измерении лево-правой асимметрии (*а*) и асимметрии вперед-назад (*б*). М — мишень, D_1, D_2 и D_3 — детекторы γ -квантов

пытка отойти от этого условия сделана в работах [16,76] для ^{113}Cd и ^{117}Sn, где измерялись *P*-четные угловые корреляции γ-квантов на *p*-резонансах этих ядер.

3.4. Исследования *P*-четных эффектов в *p*-резонансах. *P*-четные корреляции в *p*-волновых резонансах изучались только в ЛНФ ОИЯИ на мишенях ^{113}Cd и ^{117}Sn. Теория *P*-четных угловых корреляций рассмотрена в [3]. Мы приводили уже необходимые формулы в начале раздела.

Далее рассмотрим геометрию экспериментов и соответствующие установки. Все эксперименты проводились по методу времени пролета на пучках реакторов ИБР-30 и ИБР-2 ЛНФ ОИЯИ. Геометрия эксперимента для измерения лево-правой асимметрии приведена на рис.6,*а*. В этом случае использовался поперечно-поляризованный пучок с взаимно-ортогональным расположением всех трех векторов $\mathbf{s}$, $\mathbf{p}_n$ и $\mathbf{p}_\gamma$ Для измерения асимметрии вперед-назад применялся неполяризованный пучок в геометрии, приведенной на рис.6,*б*.

Детекторами γ-квантов служили кристаллы NaJ(Tl) диаметром и толщиной 200 мм, защищенные свинцом, парафином с бором и кассетами с $^6Li_2CO_3$. На входе детекторов для исключения прямой регистрации быстрых нейтронов устанавливали плиту парафина с бором толщиной 10 см.

В работе [75] впервые наблюдалась лево-правая асимметрия ε_{lr} вылета γ-квантов основного перехода с энергией $E_\gamma = 9{,}32$ МэВ в нейтронном *p*-резонансе ^{117}Sn с энергией $E_p = 1{,}33$ эВ после радиационного захвата поляризованных нейтронов. Определено значение относительной величины парциальной нейтронной ширины по каналу с полным угловым моментом нейтрона (параметра смешивания каналов) $j = 1/2$, $x^2 = \Gamma_{p1/2}/\Gamma_p = 0{,}27 \pm 0{,}03$.

Однако в последующей работе [76], где были измерены лево-правая асимметрия, асимметрия вперед-назад ε_{fb} и угловая анизотропия p-волновой части сечения ε_p в области того же резонанса ^{117}Sn, выяснилось, что полученные результаты не удалось согласовать с результатами измерений лево-правой асимметрии ε_{lr}. Эта драматическая ситуация описана подробно в обзоре [3]. Выявленное противоречие остается до сих пор.

В работе [16] измерены выходы γ-квантов основных переходов вблизи p-волновых нейтронных резонансов ^{111}Cd, ^{113}Cd и ^{117}Sn под углами 45°, 90° и 135°, что дало возможность вычислить угловую анизотропию ε_p. Из этих данных были определены спины p-резонансов I, полные ширины p-резонансов Γ_p, парциальные ширины основных γ-переходов $\Gamma_p^{\gamma 0}$ и вклады в нейтронную ширину состояний с определенным спином канала $\mathbf{S} = \mathbf{I}_i + \mathbf{s}_n$, I_i — спин ядра-мишени. Заметим, что эти результаты впервые показали, что спин и четность p-резонанса ^{113}Cd при энергии $E_p = 7{,}0$ эВ равны $I^\pi = 1^-$. Это дало правильное истолкование природы P-нечетной асимметрии γ-квантов ^{113}Cd в тепловой области энергий.

В результате проведенных исследований мы можем сравнить P-четные и P-нечетные эффекты в (n,γ)-реакциях для ^{113}Cd и ^{117}Sn при резонансных и тепловых энергиях нейтронов для определения матричных элементов слабого взаимодействия, что сделано в разд.4.

В работе [77] измерены угловая асимметрия вылета γ-квантов вперед-назад ε_{fb} и угловая лево-правая асимметрия ε_{lr} для γ-квантов основного перехода с $E_\gamma = 9{,}04$ МэВ в реакции ^{113}Cd$(n,\gamma)^{114}$Cd в области p-резонанса с $E_p = 7{,}0$ эВ. Из этих измерений получены

$$x = (\Gamma_{p1/2}/\Gamma_p)^{1/2} \quad \text{и} \quad y = (\Gamma_{p3/2}/\Gamma_p)^{1/2}.$$

Однако, как и в случае ^{117}Sn, решения, полученные в экспериментах на ^{113}Cd, оказались несовместимыми. Проблема трактовки P-четных эффектов, возникшая после работы [76], осталась открытой.

4. СОПОСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ И СРАВНЕНИЕ ИХ С ТЕОРЕТИЧЕСКИМИ ПРЕДСКАЗАНИЯМИ

В этом разделе мы проведем сопоставление экспериментальных результатов на отдельных ядрах между собой и с теоретическими предсказаниями. Сопоставление результатов по измерениям асимметрии полных сечений и

сечений захвата резонансных продольно-поляризованных нейтронов сделано в обзоре [2].

4.1.^{1}H. Проведены измерения P-нечетной асимметрии γ-излучения на тепловых поляризованных нейтронах [24,25]. В процессе $n+p \to d+\gamma$ нет усиления эффекта. Регулярный $M1$-переход не подавлен и потому возникающие эффекты очень малы, что и показал эксперимент (табл.1).

Второй важный эксперимент, проведенный на этой реакции — это измерение P_γ-циркулярной поляризации γ-квантов на неполяризованных нейтронах. Он был выполнен в ПИЯФ и дал, так же, как и в измерении P-нечетной асимметрии γ-излучения, только верхний предел $P_\gamma \leq 5\cdot10^{-7}$ [78].

Важность обоих экспериментов трудно переоценить, они дают возможность экспериментально разделить вклады с различными изменениями изотопического спина ΔT, что помогло бы установить вид исходного гамильтониана слабого взаимодействия нуклонов. Как показал Данилов [79], асимметрия вылета γ-квантов при захвате поляризованных нейтронов протонами чувствительна к изовекторной части ($\Delta T = 1$) потенциала слабого нуклон-нуклонного взаимодействия, в то время как циркулярная поляризация γ-квантов при захвате неполяризованных нейтронов чувствительна к изоскалярной ($\Delta T = 0$) или изотензорной ($\Delta T = 2$) части. Таким образом, эксперименты по определению a и P_γ, выполненные на достаточном уровне точности, позволят установить изотопическую структуру слабого нуклон-нуклонного взаимодействия.

Измерение асимметрии a в реакции $n+p \to d+\gamma$ является также хорошим тестом на роль нейтральных токов в np-системе, потому что учет нейтральных токов приводит к усилению изовекторной ($\Delta T = 1$) части в потенциале слабого нуклон-нуклонного взаимодействия.

Теоретические предсказания для величин a колеблются от $1{,}5\cdot10^{-8}$ до $5\cdot10^{-8}$ [26,80].

4.2.^{2}H. Проведено измерение P-нечетной асимметрии γ-излучения на тепловых поляризованных нейтронах [27]. В случае реакции $n+{}^2\mathrm{H} \to {}^3\mathrm{H}+\gamma$ возможно усиление эффекта, так как регулярный $M1$-переход подавлен [81]. Точность значения a недостаточна, чтобы говорить о разногласии между экспериментом и теорией, предсказывающей $a \cong 10^{-6}$ [26,82].

Реакция $n+{}^2\mathrm{H} \to {}^3\mathrm{H}+\gamma$ должна быть исследована в трех экспериментах: пучок и мишень не поляризованы — измеряется циркулярная поляризация γ-квантов; пучок нейтронов поляризован, мишень не поляризована, и наоборот, пучок не поляризован, а мишень поляризована — в обоих последних случаях измеряется асимметрия углового распределения γ-квантов. Эффекты обусловлены как изоскалярным, так и изовекторным P-нечет-

ным взаимодействием. Эти три опыта вместе с двумя опытами с реакцией $n+p \to d+\gamma$, в принципе, позволят найти пять констант, которые полностью определят изотопическую структуру слабого нуклон-нуклонного взаимодействия.

4.3. ^{35}Cl. На этом ядре проведены измерения P-нечетных угловых корреляций в $(\vec{n}, \gamma)$-реакции на выделенной линии с $E_\gamma = 8{,}58$ МэВ [28] и в интегральном спектре γ-квантов [28,33], а также в $(\vec{n}, p)$-реакции [41]. Результаты приведены в табл.1. Так как в выражении (12) спиновый фактор A для ^{35}Cl вычисляется, и расстояние между смешивающимися уровнями $D = 528$ эВ также известно, то из измеренного коэффициента асимметрии a находится матричный элемент слабого взаимодействия, смешивающего уровни 2^- и 2^+: $M = \langle 2^-|H_w|2^+\rangle = (250 \pm 80)$ мэВ (с масштабным множителем 3 из-за неопределенности значения волновых функций обоих уровней).

Более определенная оценка величины M сделана в работе [41]. Подставляя известные величины в формулу (20), получим $M = \langle 2^-|H_w|2^+\rangle = (60 \pm 20)$ мэВ, что не находится в противоречии с предыдущей оценкой.

Измерения P-нечетных угловых корреляций в интегральном спектре γ-квантов [28,33] дали совпадающие в пределах ошибок результаты (табл.1).

Теоретическая оценка P-нечетных эффектов в интегральном спектре γ-квантов затруднена, так как все эффекты усредняются с некоторой эффективностью регистрации по всему спектру γ-квантов или по его части.

При этом возникают два подхода к усреднению матричных элементов для γ-переходов между разными состояниями. Первый подход предполагает полную статистическую независимость матричных элементов. Поскольку матричные элементы для большинства электромагнитных переходов неизвестны, расчет дает только среднеквадратичную оценку величины эффекта, получаемую суммированием квадратов парциальных эффектов [83—85]. Второй подход предполагает существование определенной когерентности P-нечетных эффектов в ядре, которая может возникнуть за счет валентного механизма в радиационном захвате нейтронов [53]. Сразу заметим, что экспериментальные результаты подтверждают статистическую гипотезу и противоречат валентному механизму. Так, для объяснения уже существующих эффектов необходимо в валентном механизме положить значение матричного элемента слабого взаимодействия $M_{\text{вал}} \cong 20$ эВ, чтобы удовлетворительно описать эксперимент, хотя из анализа P-нечетных эффектов и теоретических оценок, сделанных на основе нуклон-нуклонных слабых потенциалов, описывающих совокупность экспериментов, следует общепринятое значение $M_{\text{стат}} \cong 100$ мэВ.

Измеряемая P-нечетная асимметрия в интегральном спектре в (n,γ)-реакции с учетом только двух ближайших к тепловой точке s- и p-резонансов для статистической модели записывается в виде

$$a^{\Sigma} = (2M/E_p)\, A_{\gamma}^{\Sigma}, \tag{37}$$

где M — матричный элемент слабого взаимодействия, E_p — энергия p-резонанса, A_{γ}^{Σ} — фактор усреднения, для вычисления которого приходится применять статистический подход. В механизме компаунд-смешивания среднее по резонансам значение $\overline{M} = 0$. Поэтому берется статистическая оценка, полученная на основе вычисления среднеквадратичного отклонения. В работе [84] приведено эмпирическое выражение

$$M_{\text{стат}}^{\text{теор}} = 1{,}3 \cdot 10^{-5} M_0 \sqrt{A B_n D}, \tag{38}$$

где $M_0 \cong 1$ эВ — одночастичный матричный элемент слабого взаимодействия; A — атомный номер компаунд-ядра; B_n — энергия связи нейтрона (в МэВ); D — среднее расстояние между компаунд-резонансами (в эВ).

Все результаты по измерению a^{Σ} позволяют сделать следующие выводы:

1. Величина эффекта существенным образом определяется близостью p-резонанса к тепловой энергии нейтронов.

2. Наблюденные эффекты, за исключением эффекта на ^{117}Sn, не противоречат расчетам, полученным с использованием статистического подхода.

Конкретно для реакции $^{35}\text{Cl}(\vec{n}, \gamma)^{35}\text{Cl}$ этот подход дает $M_{\text{стат}}^{\text{теор}} \cong 25$ мэВ, в то время как обработка экспериментального результата по формуле (37) дала $M = (78^{+22}_{-15})$ мэВ, что совпадает с предыдущими оценками [84].

4.4. ^{57}Fe. Для этого ядра произведены только измерения P-нечетной угловой корреляции в интегральном спектре γ-квантов. По формуле (38) получено $M_{\text{стат}}^{\text{теор}} = 30$ мэВ, в то время как обработка экспериментального результата по формуле (37) дала $M = (46^{+15}_{-12})$ мэВ.

4.5. ^{79,81}Br. В экспериментах на этом ядре проведено много интересных измерений. Измерены P-нечетная асимметрия a^{Σ} в интегральном спектре (n,γ)-реакции [33] (табл.1), асимметрия полных сечений a_t и сечений захвата a_{γ} на тепловых поляризованных нейтронах [51,52,56,57] (табл.3), асимметрия полных сечений и сечений захвата $P(E_p)$ в p-резонансе с энергией $E_p = 0{,}88$ эВ [49,62,69,74] (табл.4). Значения a_t и $P(E_p)$, измерен-

ные в разных экспериментах, согласуются между собой в пределах экспериментальных ошибок.

Различие в значениях a_t, измеренных в ПИЯФ [52] и ИТЭФ [56], и a_t, измеренного в Курчатовском институте [57], объясняется более жестким спектром нейтронов в [57].

Сопоставим теперь P-нечетные эффекты в этом ядре при разных энергиях (тепловой E_{th} и энергии резонанса E_p). Для этого приведем $P(E_p)$ к тепловой энергии E_{th} по формуле (35). При пересчете учтем, что в тепловой области энергий вклады дают оба изотопа ^{79}Br и ^{81}Br, а в резонансной — только изотоп ^{81}Br. Пересчитанное значение $a_t^*(E_{\text{th}}) = (8{,}1 \pm 2{,}5)\cdot 10^{-6}$ хорошо совпадает как с $a_t = (9{,}8 \pm 1{,}0)\cdot 10^{-6}$ [52], так и с $a_t = (9{,}5 \pm 1{,}7)\cdot 10^{-6}$ [56].

Значения матричных элементов, вычисленные по результатам измерений P-нечетной асимметрии в интегральном спектре (n,γ)-реакции $M_{\text{стат}}^{\text{теор}} = 3{,}2$ мэВ и $M = (4{,}6 \pm 0{,}4)$ мэВ [84], совпадают с результатами, полученными из измерений асимметрии полного сечения в p-резонансе, $M = (3{,}0 \pm 0{,}5)$ мэВ [49,61].

4.6. ^{111}Cd. Результаты измерений асимметрии полных сечений и сечений радиационного захвата $P(E_p)$ в p-резонансе с энергией $E_p = 4{,}53$ эВ [16,49,62,69] (см. табл.4) совпадают.

4.7. ^{113}Cd. На этом ядре измерено большое число P-нечетных эффектов. Напомним, что это первое ядро, на котором открыто нарушение четности в ядерных взаимодействиях путем измерения P-нечетной асимметрии γ-квантов a в тепловом спектре поляризованных нейтронов [1,17,18,22] (табл.1). Измерены P-нечетная асимметрия в интегральном спектре (n,γ)-реакции [34] (табл.1), асимметрия полных сечений $P(E_p)$ в p-резонансе с энергией $E_p = 7{,}0$ эВ [15,16,64] (табл.4), а также P-четные корреляции [16,77].

Пользуясь результатами измерения характеристик p-резонанса [15] и характеристик радиационного перехода при энергии p-резонанса с $E_p = 7{,}0$ эВ [16], а также коэффициента асимметрии γ-квантов в тепловом спектре [22], можно найти величину $|M|$ матричного элемента, смешивающего p-резонанс при $E_p = 7{,}0$ эВ с s-резонансом при $E_s = 0{,}178$ эВ. Воспользуемся формулой (12). Фактор кинематического усиления $R_{\text{кин}}$ определяется отношением парциальных радиационных ширин основных γ-переходов в p- и s-резонансах: $R_{\text{кин}} = (\Gamma_p^{\gamma 0}/\Gamma_s^{\gamma 0})^{1/2}$. Величина D может быть заменена на E_p при выполнении условий $E_n << |E_s|$ и $E_n << E_p$ [86]. Величина $\Gamma_p^{\gamma 0}$ была

измерена в [16]. Величина $\Gamma_s^{\gamma 0}$ может быть получена из значения полной радиационной ширины Γ_s^{γ} [87] и вероятности парциального перехода $I_{\gamma 0}$ [88]. Значение матричного элемента M получим по формуле:

$$M = \frac{aE_p}{2A\sqrt{\Gamma_p^{\gamma 0}/\Gamma_s^{\gamma 0}}}. \qquad (39)$$

В табл.5 приведены результаты для ^{113}Cd и ^{117}Sn [89].

Таблица 5. Результаты исследований радиационных переходов

Ядро-мишень	$E_{\gamma 0}$, МэВ	a, 10^{-4}	$\Gamma_p^{\gamma 0}$, мэВ	$\Gamma_s^{\gamma 0}$,мэВ	$I_{\gamma 0}$, 10^{-2}	$\lvert M\rvert$, мэВ	Источник
^{113}Cd	9,04	-4,1(8)	4,5(9)	113	0,275	0,4±0,1	[16,22,89]
^{117}Sn	9,32	8,1(1,3)	1,2(3)	78	2,8	0,7±0,1	[16,20,89]

В работе [64] проведено аналогичное вычисление, основанное на значении циркулярной поляризации $P_\gamma = -(6{,}0 \pm 1{,}5)\cdot 10^{-4}$ γ-излучения, возникающего при захвате неполяризованных нейтронов ^{113}Cd, измеренном в [21]. Учитывалось, что вклад в это значение дают γ-кванты с энергией 9,04 и 8,48 МэВ, со своими интенсивностями. Получено значение матричного элемента $|M| = (0{,}84 \pm 0{,}23)$ мэВ.

В результате измерений асимметрии в интегральном спектре (n,γ)-реакции найдено: $M_{\text{стат}}^{\text{теор}} = 1{,}3$ мэВ; $M = 0{,}8$ мэВ [84].

4.8. ^{117}Sn. На этом ядре были сделаны все возможные измерения P-нечетных эффектов. Были измерены коэффициенты асимметрии γ-квантов при захвате тепловых поляризованных нейтронов [20,29,30], эффекты асимметрии в интегральном спектре γ-квантов [33] (табл.1). Значения, полученные в ИТЭФ и ПИЯФ, согласуются друг с другом, но не согласуются со значением, измеренным в ILL [29]. Причина разногласия не объяснена.

Напомним, что ^{117}Sn — первое ядро, на котором в ILL был обнаружен большой эффект вращения спинов [45] (табл.2). Измерены также коэффициенты асимметрии полных сечений a_t [51,56] и коэффициент асимметрии сечений захвата для тепловых нейтронов [51] (табл.3). В трех институтах были измерены P-нечетные эффекты в p-резонансе с энергией $E_p = 1{,}33$ эВ [16,49,62,65,73] (табл.4). Обращает на себя внимание разногласие вне пределов ошибок значений $P(E_p)$, измеренных в ЛНФ ОИЯИ [16,49,62] и в LANL [73].

Матричные элементы, полученные из результатов измерений асимметрии в интегральном спектре γ-квантов $M_{\text{стат}}^{\text{теор}} = 2$ мэВ и $M = 3{,}7$ мэВ [84], сильно отличаются от матричных элементов, полученных при измерениях P-нечетных эффектов на резонансных нейтронах [16,49,62,65].

Сравним теперь коэффициенты асимметрии полных сечений для тепловых и резонансных нейтронов, как это было сделано для ^{79,81}Br. Пересчет по формуле (35) значения $P(E_p) = (4{,}5 \pm 1{,}3)\cdot 10^{-3}$ [62] дает $a_t^*(E_{\text{th}}) = (13{,}5 \pm 3{,}9)\cdot 10^{-6}$, хорошо согласующееся с величиной $a_t = (11{,}2 \pm 2{,}6)\cdot 10^{-6}$ [56]. Можно сравнить результаты измерений поворота спина $\Delta\varphi$ с расчетом, основанным на данных по измерению асимметрии полных сечений. Для этого воспользуемся формулой (36). Пересчитанное значение $\Delta\varphi^* = -(25 \pm 11)\cdot 10^{-6}$ рад/см [16,49,62] согласуется со значением $\Delta\varphi = -(37{,}0 \pm 2{,}5)\cdot 10^{-6}$ рад/см [45].

Видно, что в измерениях на ядре ^{117}Sn наблюдается наибольшее количество несогласующихся результатов.

В табл.5 приведены результаты расчета матричного элемента $|M|$, смешивающего p- и s-резонансы аналогично тому, как это было сделано для ^{113}Cd [89].

4.9. ^{139}La. На этом ядре произведено, пожалуй, наибольшее число измерений P-нечетных эффектов. И это неудивительно, потому что именно на этом ядре наблюдался максимальный P-нечетный эффект в ядерных взаимодействиях. Он получен впервые при измерении асимметрии полных сечений взаимодействия нейтронов в области p-резонанса с энергией $E_p = 0{,}75$ эВ в ЛНФ ОИЯИ [49,62] (табл.4). Впоследствии эффект измерялся неоднократно. Измерялась и асимметрия сечений радиационного захвата [69]. Видно, что все результаты, кроме первых двух, в том числе и новые результаты [64], согласуются между собой.

Угол поворота спинов нейтронов $\Delta\varphi$ также максимален (табл.2).

Сравнение результатов измерений коэффициентов асимметрии полных сечений для тепловой и резонансной энергий нейтронов производилось так же, как и для ^{79,81}Br и ^{117}Sn по формуле (35). Результат пересчета к $a_t^*(E_{\text{th}})$ величины $P(E_p)$ [49,62] дает $a_t^*(E_{th}) = (9{,}3 \pm 2{,}9)\cdot 10^{-6}$, что хорошо согласуется с результатом при тепловой энергии $a_t = (9{,}0 \pm 1{,}4)\cdot 10^{-6}$ [51]. Измерения в интегральном спектре (n,γ)-реакции дали значения $M_{\text{стат}}^{\text{теор}} = 4$ мэВ, в то время как $M = 0{,}96$ мэВ [84]. К этому экспериментальному значению близко значение матричного элемента M, полученное из асимметрии полного сечения на резонансных нейтронах $|M| = (1{,}28 \pm 0{,}12)$ мэВ [49,62].

4.10. ^{207}Pb. Это ядро интересно тем, что исследования на нем могут оказаться решающими с точки зрения выбора между компаунд-ядерным и валентным механизмами смешивания состояний с противоположной по знаку четностью. В настоящее время существуют два теоретических подхода к интерпретации экспериментальных результатов в эффектах несохранения четности.

В одном из подходов [6,14,90] предполагается, что смешивание происходит на стадии компаунд-ядра, когда энергия возбуждения распределяется по большому числу частиц. При этом величина эффектов несохранения четности определяется, в основном, высокой плотностью уровней компаунд-ядра. Смешиваются существенно многочастичные компоненты волновой функции в состоянии компаунд-ядра.

В другом подходе [53,91] эффекты несохранения четности обусловлены смешиванием одночастичных (валентных) компонент волновой функции во входном канале. Основным преимуществом валентной модели является ее простота, которая в принципе позволяет провести все вычисления до конца. Теоретические аргументы против валентной модели содержатся в работе [84], они были представлены в п.4.4. Серьезная критика имеется также в обзоре [2].

Тем не менее ситуация может быть прояснена в экспериментах. Одним из предсказаний валентной модели является то, что валентный механизм должен давать основной вклад в эффекты несохранения четности на легких и магических ядрах и, в частности, в ядре ^{208}Pb [92]. Так, валентная модель объясняет величину поворота спина тепловых поперечно-поляризованных нейтронов на мишени из естественной смеси изотопов свинца [54] (см. табл.2). Предполагается, что основной вклад вносят ядра ^{207}Pb, и P-нечетный поворот спинов обусловлен интерференцией ближайшего к тепловой точке p-резонанса ^{207}Pb с энергией $E_p = 3{,}07$ кэВ с потенциальным s-рассеянием (резонансно-потенциальное смешивание). Основываясь на этих данных, авторы валентного механизма предсказали большую ($\cong 5\cdot 10^{-5}$) P-нечетную асимметрию испускания γ-квантов в реакции $^{207}\mathrm{Pb}(\vec{n}, \gamma)^{208}\mathrm{Pb}$ [93]. Впоследствии было учтено, что основной переход в ^{208}Pb* является $E1$-переходом, а потому кинематический фактор $|M1|/|E1|$ уменьшает асимметрию на порядок величины [94]. Наблюдение такого большого эффекта противоречило бы модели компаунд-ядерного механизма. Действительно, изотопы свинца имеют сравнительно небольшие плотности уровней, и при малых энергиях у них неизвестны слабые резонансы, которые могли бы оказаться p-волновыми резонансами, ответственными за эффекты несохранения четности [49]. Более того, изотопы свинца не имеют и подходящих для смешивания резонансных s-состояний.

Эксперимент по измерению коэффициента асимметрии испускания γ-квантов в реакции ^{207}Pb $(\vec{n}, \gamma)^{208}$Pb, выполненный в ИТЭФ [35], не достиг необходимой точности (см. табл.1). Верхний предел коэффициента асимметрии оказался равным $a \leq 17 \cdot 10^{-6}$ на 90% уровне достоверности.

Представляется, что очень важно измерить угол поворота спинов тепловых поперечно-поляризованных нейтронов $\Delta\varphi$ на мишени из свинца, обогащенного изотопом ^{207}Pb, а также измерить на нем P-нечетную асимметрию испускания γ-квантов с лучшей точностью.

4.11. ^{232}Th. Это ядро представляет большой интерес в связи с тем, что на нем в LANL была обнаружена знаковая корреляция эффектов нарушения четности в различных p-резонансах этого ядра [72,74].

Этот эффект асимметрии полного сечения $P(E_p)$ на самом низкоэнергетическом p-резонансе при $E_p = 8{,}33$ эВ был измерен в ЛНФ ОИЯИ [63] и позднее в LANL [72,74]. Результаты по этому резонансу представлены в табл.4.

В экспериментах LANL, выполненных коллаборацией TRIPLE, проведены измерения асимметрии полных сечений $P(E_p)$ на 23 p-резонансах в области энергий от нескольких эВ до 400 эВ. На 7 резонансах из них измеренный эффект выходит за два стандартных отклонения. Знаковая корреляция эффектов заключается в том, что во всех этих случаях знаки эффектов $P(E_p)$ положительны. Вероятность случайного выпадения 7 положительных знаков в распределении равна 1,6%. Такая знаковая корреляция эффектов вызвала оживленную теоретическую дискуссию. Более подробно результаты измерений в LANL и их теоретическое обсуждение приведены в обзоре [2], так что здесь мы не будем их касаться.

Отметим лишь, что, несмотря на большое количество теоретических работ, пытающихся качественно объяснить феномен знаковой корреляции P-нечетных эффектов в p-резонансах, ни одна из них не описывает эффект в ^{232}Th с количественной стороны.

Отметим, что в работах LANL был впервые получен усредненный по многим резонансам одного ядра среднеквадратичный матричный элемент $M^2 = |\langle s|M|p\rangle|^2$.

Согласно компаунд-ядерной модели смешивания четностей матричные элементы индивидуальных p-резонансов M являются случайными гауссовскими переменными со средним значением $\overline{M} = 0$, а их разброс определяется M^2. Процедура определения $\sqrt{M^2}$ из набора индивидуальных значений $P_i(E_p)$ изложена в [95], а также описана в обзоре [2]. Для 23 p-резонансов в ^{232}Th получено значение $\sqrt{M^2} = (1{,}39^{+0{,}55}_{-0{,}38})$ мэВ. Отмечается, что это зна-

чение совпадает с оценкой, использующей формулы механизма динамического усиления эффекта нарушения четности. Пользуясь формулой (4)

$$\sqrt{M^2} = \frac{V_{PV}}{\sqrt{N}} = \frac{V_{PV}}{\sqrt{\Delta E/D}}$$

и подставляя $\Delta E = 1$ МэВ, $D = 10$ эВ, $N = \Delta E/D = 10^5$, $V_{PV} = F\Delta E = 3 \cdot 10^{-7} \cdot 1$ МэВ $= 0{,}3$ эВ, получим $\sqrt{M^2} \cong 1$ мэВ.

4.12. ^{238}**U.** Проведенные в ЛНФ ОИЯИ измерения асимметрии полных сечений на трех p-резонансах при энергиях $E_p = 4{,}4$; 11,3 и 19,5 эВ не обнаружили отличных от нуля эффектов [49,62]. В LANL анализировались 16 p-резонансов в области энергий от 6 до 300 эВ [95,96]. В четырех из них обнаружена P-нечетная асимметрия, выходящая за два стандартных отклонения, из них два эффекта имеют положительный знак, а два — отрицательный, т.е. корреляции знаков нет. Результаты приведены в [2]. Аналогично анализу измерений на ^{232}Th был получен усредненный по 16 резонансам среднеквадратичный матричный элемент [95]:

$$\sqrt{M^2} = (0{,}56^{+0{,}41}_{-0{,}20}) \text{ мэВ}.$$

4.13. ^{239}**Pu.** Последнее, самое тяжелое по массе ядро было исследовано только на предмет асимметрии полного сечения взаимодействия тепловых нейтронов противоположных спиральностей. Неудачная попытка была сделана в ИТЭФ [56], эффект не выходил за уровень ошибки $a_t = -(1{,}1 \pm 1{,}2) \cdot 10^{-6}$. В работе [58] ошибка была значительно снижена и эффект получен (см. табл.3).

В этом разделе, как и во всем обзоре, приведены лишь те результаты и только на тех ядрах, где получены статистически значимые эффекты или измерения имеют принципиальное значение. Большое число измерений со статистически незначимыми результатами опущено.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрение нарушения пространственной четности в ядерных реакциях с поляризованными нейтронами подтверждает те общие черты, которые были описаны во введении. Механизм смешивания состояний с противоположной четностью на стадии компаунд-ядра является доминирующим. Это подтверждается тем обстоятельством, что хотя значения матричных элементов слабого взаимодействия M флуктуируют для разных ядер, однако они одинаковы для одних и тех же ядер, но в разных

реакциях. Это же подтверждается тем фактом, что модель смешивающихся составных состояний, на основе которой производилось сравнение экспериментальных результатов, достаточно хорошо описывает энергетическую зависимость эффекта, если учесть, что величины эффектов в резонансной и тепловой областях энергий различаются на 3÷4 порядка.

Исследование нарушения четности в нейтронной оптике открывает новые возможности для изучения структуры ядра и его возбужденных состояний. Вспомним, что существование низкоэнергетичных p-резонансов у ряда ядер было обнаружено в ходе проводившихся исследований P-нечетных эффектов. Можно ожидать, что накопление экспериментальных данных в этой области ядерной физики позволит получить новую информацию о структуре слабого нуклон-нуклонного взаимодействия.

Автор выражает благодарность В.А.Весне за предоставление ряда материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Abov Yu.G., Krupchitsky P.A., Oratovsky Yu.A.** — Phys.Lett., 1964, vol.12, p.25; ЯФ, 1965, т.1, с.479.
2. **Frankle C.M., Seestrom S.J. et al.** — ЭЧАЯ, 1993, т.24, с.939.
3. **Ской В.Р., Шарапов Э.И.** — ЭЧАЯ, 1991, т.22, с.1400.
4. **Крупчицкий П.А.** — Фундаментальные исследования с поляризованными медленными нейтронами. М.: Энергоатомиздат, 1985;
   Krupchitsky P.A. — Fundamental Research with Polarized Slow Neutrons. N.Y., Springer-Verlag, 1987.
5. **Сушков О.П., Фламбаум В.В.** — Успехи физ. наук., 1982, т.136, с.3.
6. **Шапиро И.С.** — Успехи физ. наук, 1968, т.95, с.647.
7. **Сушков О.П., Фламбаум В.В.** — ЯФ, 1981, т.33, с.629.
8. **Гольдбергер М., Ватсон К.** — Теория столкновений. Пер. с англ. М.: Мир, 1967.
9. **Flambaum V.V., Sushkov O.P.** — Nucl. Phys., 1985, vol.A435, p.352.
10. **Блин-Стойл Р.** — Фундаментальные взаимодействия и атомное ядро: Пер. с англ. М.: Мир, 1976.
11. **Лобов Г.А.** — Изв. АН СССР, сер. физ., 1968, т.32, с.886.
12. **Biedenharn L.C., Rose M.E.** — Rev. Mod. Phys., 1953, vol.25, p.729.
13. **Барабанов А. Л.** — ЯФ, 1992, т.55, с.1876; там же, с.2709.
14. **Haas R., Leipuner L., Adair R.** — Phys. Rev., 1959, vol.116, p.1221.
15. **Алфименков В.П., Борзаков С.Б. и др.** — Сообщение ОИЯИ Р3-87-43, Дубна, 1987.
16. **Алфименков В.П., Борзаков С.Б. и др.** — Сообщение ОИЯИ Р3-87-117, Дубна, 1987.
17. **Abov Yu.G., Krupchitsky P.A. et al.** — Phys. Lett., 1968, vol.B27, p.16; ЯФ, 1969, т.10, с.558.
18. **Абов Ю.Г., Данилов М.М., Ермаков О.Н. и др.** — ЯФ, 1972, т.16, с.1218.

19. **Абов Ю.Г., Гулько А.Д., Крупчицкий П.А.** — Поляризованные медленные нейтроны. М.: Атомиздат, 1966.
20. **Данилян Г.В., Новицкий В.В., Павлов В.С. и др.** — Письма в ЖЭТФ, 1976, т.24, с.380.
21. **Alberi J.L., Wilson R., Schroder J.G.** — Phys. Rev. Lett., 1972, vol.29, p.518.
22. **Абов Ю.Г., Крупчицкий П.А.** — Успехи физ. наук, 1976, т.118, с.141.
23. **Liaud P., Steinberg R.I., Vignon B.** — Nucl. Instr. Meth., 1975, vol.125, p.7.
24. **Cavaignac J.C., Vignon B., Wilson R.** — Phys. Lett., 1977, vol.B67, p.148.
25. **Wilson R.** — Proc. Symp. Parity Violation in Hadron Systems, Wancouver, 1987, ed.Page, TRI-87-3, p.176.
26. **Desplangues B., Donohue J.F., Holstein B.R.** — Ann Phys. (N.Y.), 1980, vol.124, p.449.
27. **Avenier M., Cavaignac J.C. et al.** — Phys. Lett., 1984, vol.B137, p.125; Nucl. Phys., 1986, vol.A459, p.335.
28. **Avenier M., Bagieu G. et al.** — Nucl. Phys., 1985, vol.A436, p.83.
29. **Benkoula H., Cavaignac J.C. et al.** — Phys. Lett., 1977, vol.B71, p.287.
30. **Смотрицкий Л.М., Добрынин В.Н.** — Частное сообщение.
31. **Лобашев В.М.** — ЯФ, 1965, т.2, с.957.
32. **Лобашев В.М., Назаренко В.А. и др.** — Письма в ЖЭТФ, 1966, т.3, с.268.
33. **Весна В.А., Коломенский Э.А. и др.** — Письма в ЖЭТФ, 1982, т.36, с.169.
34. **Весна В.А., Ломаченков И.А. и др.** — ЯФ, 1990, т.52, с.620.
35. **Abov Yu.G., Ermakov O.N. et al.** — Phys. Lett., 1989, vol.B217, p.225.
36. **Лобов Г.А., Данилян Г.В.** — Изв. АН СССР, сер. физ., 1977, т.41, с.1548.
37. **Боровикова Н.В., Весна В.А. и др.** — Письма в ЖЭТФ, 1979, т.30, с.527.
38. **Весна В.А., Егоров А.И. и др.** — Письма в ЖЭТФ, 1981, т.33, с.429.
39. **Весна В.А., Егоров А.И. и др.** — Письма в ЖЭТФ, 1983, т.38, с.265.
40. **Ермаков О.Н., Карпихин И. Л., Крупчицкий П.А. и др.** — ЯФ, 1986, т.43, с.1359.
41. **Антонов А., Весна В.А., Гледенов Ю.М. и др.** — Письма в ЖЭТФ, 1984, т.40, с.209; ЯФ, 1988, т.48, с.305.
42. **Гуревич И.И., Тарасов Л.В.** — Физика нейтронов низких энергий. М.: Наука, 1965.
43. **Michel F.C.** — Phys. Rev., 1964, vol.B133, p.329.
44. **Forte M.** — ILL Research Proposal 03-03-002, Grenoble, 1976.
45. **Forte M., Heckel B.R., Ramsey N.F. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1980, vol.45, p.2088.
46. **Stodolsky L.** — Phys. Lett., 1980, vol.B96, p.127.
47. **Карманов В.А., Лобов Г.А.** — Письма в ЖЭТФ, 1969, т.10, с.332.
48. **Forte M.** — In: Inst. Phys. Conf. Ser., No.42, ch.2, Bristol, Inst. Phys., 1978, p.86.
49. **Алфименков В.П.** — Успехи физ. наук, 1984, т.144, с.361.
50. **Stodolsky L.** — Nucl. Phys., 1982, vol.B197, p.213.
51. **Kolomensky E.A., Lobashev V.M. et al.** — Phys. Lett., 1981, vol.B107, p.272.
52. **Весна В.А., Коломенский Э.А., Лобашев В.М.** — Письма в ЖЭТФ, 1982, т.35, с.351.
53. **Зарецкий Д.Ф., Сироткин В.К.** — ЯФ, 1980, т.32, с.102; там же, 1983, т.37, с.607; там же, 1984, т.39, с.585.
54. **Heckel B., Ramsey N.F. et al.** — Phys. Lett., 1982, vol.B119, p.298.
55. **Heckel B., Forte M. et al.** — Phys. Rev., 1984, vol.C29, p.2389.

56. **Абов Ю.Г., Ермаков О.Н. и др.** — ЯФ, 1984, т.40, с.1585.
57. **Бондаренко Л.Н., Жуков С.В. и др.** ЯФ, 1986, т.44, с.1121.
58. **Бондаренко Л.Н., Жуков С.В., Кузнецов В. Л.** — Письма в ЖЭТФ, 1987, т.46, с.222.
59. **Draghicescu P., Lushchikov V.I. et al.** — Phys. Lett., 1964, vol.12, p.334.
60. **Лущиков В.И., Таран Ю.В., Шапиро Ф. Л.** — ЯФ, 1969, т.10, с.1178.
61. **Алфименков В.П., Борзаков С.Б. и др.** — Письма в ЖЭТФ, 1981, т.34, с.308; там же, 1982, т.35, с.42; там же, 1982, т.35, с.351.
62. **Alfimenkov V.P., Borzakov S.B. et al.** — Nucl. Phys., 1983, vol.A398, p.93.
63. **Алфименков В.П., Борзаков С.Б. и др.** — Сообщения ОИЯИ Р3-88-318, Дубна, 1988.
64. **Алфименков В.П., Мареев Ю.Д. и др.** — ЯФ, 1991, т.54, с.1489.
65. **Бирюков С.А., Бондаренко Л.Н. и др.** — ЯФ, 1987, т.45, с.1511.
66. **Masuda Y., Ishimoto S. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1988, vol.A264, p.169.
67. **Masuda Y., Adachi T. et al.** — Nucl. Phys., 1988, vol.A478, p.737.
68. **Masuda Y., Adachi T. et al.** — Nucl. Phys., 1989, vol.A504, p.269.
69. **Shimizu H.M., Adachi T. et al.** — Nucl. Phys., 1993, vol.A552, p.293.
70. **Bowman C.D., Bowman J.D., Yuan V.W.** — Phys. Rev., 1989, vol.C39, p.1721.
71. **Yuan V.W., Bowman C.D. et al.** — Phys. Rev., 1991, vol.C44, p.2187.
72. **Frankle C.M., Bowman J.D. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1991, vol.67, p.564.
73. **Sharapov E.I., Wender S.A. et al.** — Capture Gamma-Ray Spectroscopy. Ed. Richard W.Hoff. AIP.N.Y., 1991.
74. **Frankle C.M., Bowman J.D. et al.** — Phys. Rev., 1992, vol.C46, p.1542.
75. **Алфименков В.П., Борзаков С.Б. и др.** — Письма в ЖЭТФ, 1984, т.39, с.345.
76. **Алфименков В.П., Борзаков С.Б. и др.** — Краткие сообщения ОИЯИ №10-85, Дубна, 1985, с.19.
77. **Алфименков В.П., Борзаков С.Б. и др.** — ЯФ, 1990, т.52, с.927.
78. **Князьков В.А., Коломенский Э.А. и др.** — Письма в ЖЭТФ, 1983, т.36, с.169.
79. **Danilov G.S.** — Phys. Lett., 1965, vol.18, p.40.
80. **Дубовик В.М., Зенкин С.В. и др.** — ЭЧАЯ, 1987, т.18, с.575.
81. **Blin-Stoyle R.I., Feshbach H.** — Nucl. Phys., 1961, vol.27, p.395.
82. **Москалев А.И.** — ЯФ, 1969, т.9, с.163.
83. **Сушков О.П., Фламбаум В.В.** — Препринт ИЯФ СО АН СССР 83-24, Новосибирск, 1983.
84. **Бунаков В.Е., Гудков В.П. и др.** — ЯФ, 1989, т.49, с.988.
85. **Кадменский С.Г., Маркушев В.П., Фурман В.И.** — ЯФ, 1983, т.37, с.581.
86. **Сушков О.П., Фламбаум В.В.** — Письма в ЖЭТФ, 1980, т.32, с.377.
87. **Mughabghab S.F. et al.** — Neutron Cross Sections. Acad. Press., N.Y., 1981.
88. **Bartholomew G.A. et al.** — Nuclear Data Tables, 1968, A5 1-2, 1.
89. **Krupchitsky P.A.** — Nucl. Instr. Meth., 1989, vol.A284, p.71.
90. **Blin-Stoyle R.I.** — Phys. Rev., 1960, vol.120, p.181.
91. **Karl G., Tadic D.** — Phys. Rev., 1977, vol.C16, p.1726.
92. **Зарецкий Д.Ф., Сироткин В.К.** — ЯФ, 1985, т.42, с.885.
93. **Зарецкий Д.Ф., Сироткин В.К.** — ЯФ, 1987, т.45, с.1302.
94. **Зарецкий Д.Ф., Сироткин В.К.** — ЯФ, 1994, т.57, с.39.
95. **Zhu Z., Bowman J.D. et al.** — Phys. Rev., 1992, vol.C46, p.768.
96. **Bowman J.D., Bowman C.D. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1990, vol.65, p.1192.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП.6

УДК 621.384.6

ЭЛЕКТРОННОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ: СТАТУС И ПЕРСПЕКТИВЫ

И.Н.Мешков

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Электронное охлаждение, ставшее сегодня «нормальным» инструментом ускорительной техники, позволяет формировать в накопителях тяжелых заряженных частиц интенсивные плотные пучки с малым эмиттансом и малым разбросом частиц по импульсу. Девять таких накопителей, так называемых кулеров, — один антипротонный и восемь ионных, действующих сегодня в лабораториях Европы, США и Японии, существенно обогатили экспериментальные возможности исследований по физике элементарных частиц и атомного ядра. В обзоре рассматривается современное состояние метода электронного охлаждения и его применений. Специальное внимание уделяется описанию и анализу результатов экспериментов по охлаждению многозарядных ионов, проведенных в последние годы. С целью систематизации имеющихся физических представлений, а также облегчения знакомства с предметом при первом чтении дано описание физики метода.

The electron cooling method became now conventional instrument of accelerator technique. Storage rings with electron cooling — the so-called coolers, permit generation of very dense and high intensive beams of charged heavy particles — protons, antiprotons, ions. Nine such coolers — one for antiproton and eight for ions are operating effectively now in laboratories for high energy and nuclear physics. The review of the present understanding and of related problems is given in this report. The description and analysis of the results of electron cooling experiments recently obtained are given. An effort of the systematization of present theory is made, and this part of the report can help as a first knowledge of electron cooling physics.

ВВЕДЕНИЕ

Метод электронного охлаждения имеет уже почти тридцатилетнюю историю развития, от первой идеи Г.И.Будкера [1], основанной на модели двухкомпонентной электрон-ионной плазмы, к весьма богатой физике столкновений в замагниченном электронном пучке со «сплющенным распределением» электронов по скоростям. Метод позволяет создать в пучке заряженных частиц эффективное трение, уменьшающее его трехмерный фа-

зовый объем — эмиттанс пучка и разброс его частиц по энергии. В результате формируется плотный и холодный пучок тяжелых заряженных частиц.

Идея Г.И.Будкера родилась в поисках пути повышения плотности и, соответственно, светимости встречных протон-протонных пучков. Позднее (предложение А.Н.Скринского) была понята возможность накопления антипротонов [2] и реализации встречных $\bar{p}p$-пучков.

В отличие от радиационного охлаждения, сжимающего фазовый объем пучка благодаря потерям частицами энергии на излучение, в методе электронного охлаждения в пучок вносится посторонний «абсорбер» энергии.

В принципе, можно использовать в качестве такого абсорбера атомарные электроны и, соответственно, ионизационные потери как механизм трения. К сожалению, природа не сделала такого щедрого подарка — ионизационное трение [3] не работает для барионов, т.к. потери частиц в сильном взаимодействии с атомными ядрами вещества абсорбера резко ограничивают время жизни пучка*. Тем не менее ионизационное трение рассматривается сегодня как практически интересный способ охлаждения пучков тяжелых лептонов («muon-cooling», см. публикации в сборнике [4]).

Идея Будкера имела два замечательных момента: во-первых, в качестве абсорбера использовались свободные электроны (электронный газ), во-вторых, средняя скорость этих электронов совпадала со средней скоростью охлаждаемых частиц**. В итоге появилась схема встречающихся (но не встречных, а попутных) пучков — охлаждаемого пучка частиц и охлаждающего электронного. И нужно было обладать определенной смелостью (если не нахальством!), чтобы решиться на реализацию такого предложения.

Впервые электронное охлаждение было осуществлено в 1974 г. в экспериментах по охлаждению пучка протонов с энергией 68 МэВ на накопителе НАП-М в Институте ядерной физики в Новосибирске [5].

К счастью, методу электронного охлаждения «повезло» с самого начала: схема с транспортировкой электронного пучка в продольном магнитном поле, выбранная уже в первой системе охлаждения [6,7], оказалась очень эффективной. Мало того, что она позволила сформировать интенсивный электронный пучок с малым угловым разбросом и крайне низкими поте-

*Действительно, этот эффект ограничивает время жизни частицы, циркулирующей в накопителе, величиной $\tau = (\sigma n_0 v) \sim (10^{-26}\ \text{см}^2 \cdot 10^{15}\ \text{см}^{-3} \cdot 10^{10}\ \text{см/с})^{-1} = 10$ с, где σ — сечение ядерных взаимодействий, n_0 — средняя по траектории плотность абсорбера, v — скорость частиц.

**Отметим очевидное, но очень удобное для численных оценок соотношение: величины энергий протона и электрона относятся при равенстве их скоростей (в том числе релятивистских) как их массы (1836,1). В случае ионов это утверждение справедливо для энергии, приходящейся на один нуклон.

рями электронов, выяснилось, что при охлаждении замагниченными электронами резко увеличиваются скорость и глубина охлаждения. Этот эффект был обнаружен экспериментально [8], а его исследование и анализ, состоявшиеся, в основном, в конце 70-х годов [9,3,10], продолжаются до сих пор, принося все новые сведения о природе пучков заряженных частиц.

Любопытна и довольно поучительна история обнаружения этого эффекта. Первые эксперименты [5] дали хорошее согласие с предсказаниями пионерской работы Г.И.Будкера [1]. В следующей серии, проведенной после улучшения стабильности энергии электронов и однородности магнитного поля, было получено на порядок меньшее значение времени охлаждения [8]. Это открытие дало толчок развитию представлений о структуре электронного пучка (т.н. сплющенное распределение, эффекты электронной релаксации и др., см. разд.4) и ее влиянии на эффективность электронного охлаждения (пп.1.3,1.4).

В конце 70-х — начале 80-х годов электронное охлаждение протонов было успешно продемонстрировано в ЦЕРН [11] и FNAL [12]. До середины 80-х годов шло дальнейшее развитие метода. Тогда же были сделаны первые эксперименты по изучению глубоко охлажденных пучков и обнаружены эффекты упорядочения расположения частиц вдоль продольной степени свободы [13]. Эти работы положили начало новому направлению в физике пучков («кристаллические пучки» [14]), активно развиваемому сегодня.

Тем не менее до середины 80-х годов, несмотря на множество многообещающих предложений (см., например, [9,15]), электронное охлаждение не находило реальных практических приложений. Оппоненты даже были склонны считать этот метод не более чем красивой «игрушкой», не имеющей практического смысла. Это особенно подчеркивал грандиозный успех, достигнутый в ЦЕРН благодаря методу стохастического охлаждения, предложенному С.Ван дер Меером также в начале 60-х годов [16]. Осуществленное с помощью этого метода накопление антипротонов позволило создать протон-антипротонный коллайдер, на котором впервые были получены W- и Z-бозоны — переносчики слабого взаимодействия. Ситуация изменилась в конце 80-х — начале 90-х годов, когда один за другим стали входить в строй ионные накопители с электронным охлаждением — так называемые кулеры (табл.1). Представление об их возможностях дают результаты экспериментов по накоплению и охлаждению ионных пучков (табл.2 [17]). Принципиальная схема кулера не претерпела существенных изменений с момента сооружения первого такого накопителя НАП-М (накопитель антипротонов — модель, рис.1) в ИЯФ и его системы электронного охлаждения ЭПОХА (электронный пучок, охлаждающий антипротоны, рис.2) [6,7]: накопитель имеет два (или более) прямолинейных промежутка, один из которых используется для сведения электронного пучка с пучком охлаждаемых частиц. Электроны транспортируются в продольном магнитном

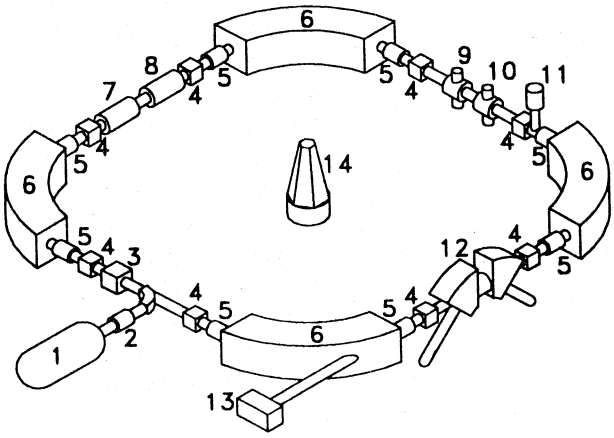


Рис. 1. Схема накопителя НАП-М: *1* — инжектор, *2* — канал инжекции, *3* — инфлектор, *4* — пикап-станция, *5* — квадрупольная линза, *6* — поворотный магнит, *7* — ускоряющий резонатор, *8* — дефлектор возбуждения бетатронных колебаний, *9* — кварцевая нить, пересекающая пучок, *10* — паромагниевая струя, *11* — сцинтилляционный счетчик регистрации рассеянных нитью протонов, *12* — установка электронного охлаждения, *13* — детектор нейтральных атомов водорода (двухкоординатная пропорциональная камера), *14* — геодезический знак

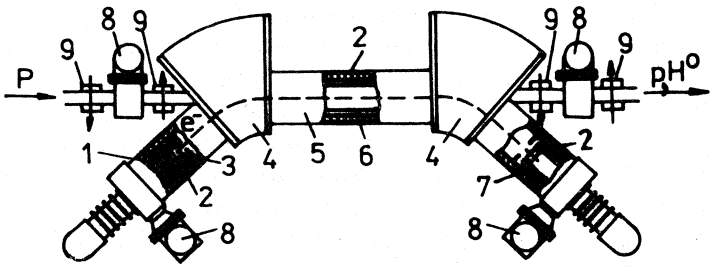


Рис. 2. Схема установки ЭПОХА: *1* — электронная пушка, *2* — прямолинейные соленоиды, *3* — аноды электронной пушки, *4* — тороидальные соленоиды, *5* — участок охлаждения, *6* — вакуумная камера, *7* — коллектор электронного пучка, *8* — вакуумные насосы, *9* — диполи коррекции траектории протонов (*pp'*), H^0 — выход атомов водорода

Таблица 1. Накопители с электронным охлаждением

Название накопителя	НАП-М, Новосибирск	ICE, CERN	Test Ring, FNAL	LEAR, CERN	МОСОЛ, Новосибирск	IUCF COOLER, Блумингтон	TSR, Гейдельберг	TARN-II, Токио	ASTRID Аарус	ESR Дармштадт	CELSIUS Уппсала	CRYRING Стокгольм	COSY Юлих	K4 Дубна	K10 Дубна
Периметр, м	47	74	1,35	78,6	длина 3м	86,8	55,4	77,8	40	108,4	81,8	51,6	184	83,12	146,24
Магнитная жесткость, Тл·м	1,5	1,0	2,1	2		3,6	1,5	6,1	1,87	10	7	1,44	11	4	10
Энергия частиц, МэВ/нуклон	1,5–85	46	200	64	0,85	500	30	100	50	30—560	340(1360)	0,3—24	40—2500	170	330
Тип ионов	p	p	p	p	p, H	$A \le 7$	$A \le 127$	$A \le 20$		$A \le 238$	$A \le 40$		p	$A \le 238$	$A \le 238$
Горизонтальный аксептанс, π мм·мрад	80	60		100		25	500	260		450	120	200	180	50	25
Вертикальный аксептанс, π мм·мрад	80	30		48		25	120	15		150	120	100	36	50	25
Продольный аксептанс, $\Delta p/p$,%	1,0	0,5		0,5		±0,2	±3	±0,1		±2	±0,3	±1,7	±0,5	1,0	2,0
Длина секции охлаждения, м	1	1,5			2,4	2,8	1,5	1,5		2,5	2,5	1,1	2	2,5	2,5
Q_h	1,2			2,305		4,15	2,75	1,75	2,29	2,1–2,45	1,68	2,3	3,38	2,4	2,8
Q_v	1,4			2,73		5,15	2,825	1,8	2,73	2,1–2,45	1,9	2,27	3,38	2,8	3,3
β_h в секции охлаждения, м	5,5			1,9		2,3	5,5	10		8	8,14	2,3	10	10,9	5,6
β_v в секции охлаждения, м	5,5			5,3		4	5,7	4		8–10	5,04	2,9	10	6,3	5,8
Дисперсия в секции охлаждения, м				3,6		0	0-1	4,7		0–6	1,48	1,6	0	0	0
γ_{tr}	1,117			$\sqrt{-22}$		4,85	2,96	1,88		2,7	2,605	2,23	2,2	5,26	2,36
Работа с электрон. охлаждением	1974–84	1979–80	1980–82	с 1988	1986–88	с 1988	с 1988	с 1989	1993	1990	1989	1992	1992	1996	1997
Диаметр пучка,см	1	5	5	5	0,2	2,54	5	5		5	2	4	2,54	3	3
Энергия электронного пучка, кэВ	0,8–46	26	111	35	0,470	10–270	3–20	≤ 130	27	10–320	10–300	2–20	100	15–100	100–250
Ток электронного пучка, А	0,02—0,8	2,2	3,0	3,0	0,015	0—4,8	1	≤ 10	3	0,5—5	0—2,8	0,001—3	3	0,8—5	6
Магнитное поле, кГс	1,0	0,6		0,6		1—1,5	0,55	1,2		0,1—2,5	0,5—2	2,5	0,8	1—2	2
Вакуум в секции охлаждения, Торр	$5\cdot10^{-10}$	$2\cdot10^{-9}$	$1\cdot10^{-10}$	$2\cdot10^{-12}$	$1\cdot10^{-10}$	$1\cdot10^{-9}$	$< 10^{-11}$	10^{-11}	10^{-12}	$< 10^{-10}$	10^{-11}	10^{-11}	$1\cdot10^{-10}$	$1\cdot10^{-9}$	$1\cdot10^{-9}$

Таблица 2. Параметры ионных пучков, накапливаемых в кулерах

Название накопителя	Ион	Энергия, МэВ/нуклон	N	I, мА
LEAR	O^{8+}	12,5	$1 \cdot 10^9$	0,8
TSR	C^{6+}	6,1	$3{,}7 \cdot 10^{10}$	18
	Si^{14+}	4,1	$6 \cdot 10^8$	1,0
	S^{16+}	6,1	$8 \cdot 10^8$	1,5
ESR	Ne^{10+}	250	$2{,}5 \cdot 10^8$	7,0
	Ar^{18+}	250	$4 \cdot 10^8$	2,0
	Kr^{36+}	150	$1 \cdot 10^8$	0,9
	Xe^{54+}	250	$4 \cdot 10^8$	6,0
	Dy^{66+}	297	$1 \cdot 10^8$	2,0
	Au^{79+}	300	$4 \cdot 10^8$	0,1
	Bi^{82+}	230	$5 \cdot 10^8$	1,2
TARN-II	N^{7+}	—	$1 \cdot 10^6$	—
CELSIUS	O^{8+}	—	$3 \cdot 10^8$	—

поле от катода пушки через участок охлаждения в коллектор, находящийся под потенциалом несколько выше катодного (схема рекуперации энергии). Охлаждаемые частицы, циркулирующие в накопителе, проходят участок охлаждения многократно, взаимодействуя каждый раз со свежей порцией электронов. В этом отношении система охлаждения аналогична рефрижератору, в котором электронный пучок играет роль «хладагента», переносящего тепло от нагретого тела — пучка частиц к приемнику — источнику напряжения между катодом электронной пушки и коллектором электронов.

Техника электронного охлаждения развивается по нескольким направлениям, имеющим общей целью повышение его эффективности и расширение области применений. К ним относятся (см. [4]):

— генерация электронных пучков с предельной плотностью тока при минимально достижимой температуре электронов — электронные пушки с «адиабатической оптикой», «адиабатическим ускорением», фотокатодами;

— формирование электронных пучков в устройствах с нейтрализацией пространственного заряда электронов;

— то же — в адиабатически медленно спадающем магнитном поле, что позволяет уменьшить поперечную температуру электронов (за счет увеличения продольной);

— расширение диапазона энергии электронов в мегаэлектронвольтную область;

— создание эффективных рекуператоров энергии электронов.

С появлением кулеров в ядерно-физических исследованиях открылась качественно новая возможность — постановка прецизионных экспериментов на пучках с крайне малым (до 10^{-6}) разбросом по энергии и сверхтонких внутренних мишенях (п.7.2); масс-спектрометрия сверхвысокого разрешения, разделение и накопление долгоживущих изотопов и изомеров (п.7.3).

Аналогичные возможности появились и в атомной физике, где, в частности, в качестве мишени используется охлаждающий электронный пучок. Здесь же следует упомянуть «лазерное охлаждение», ставшее реальностью благодаря холодным ионным пучкам в кулерах (п.7.4).

Благодаря электронному охлаждению в физике пучков заряженных частиц получило второе рождение новое направление — так называемые кристаллические пучки [13,14], представляющие большой интерес для физики твердого тела как модель кристалла (п.6.2).

Метод электронного охлаждения сегодня не только не потерял своей ценности как метод накопления и формирования пучков заряженных частиц, а, скорее, вышел на передний план по значимости. В соревновании со стохастическим охлаждением четко определились области применения каждого из методов. Стохастическое охлаждение имеет преимущество при первичном охлаждении пучков с большим эмиттансом (100 π мм·мрад и более) и умеренной интенсивностью, особенно если не требуется глубокого охлаждения до малых значений эмиттанса и разброса по энергии, оно слабо чувствительно к энергии частиц. Электронное охлаждение выгодно применять для формирования и накопления интенсивных пучков с относительно небольшим эмиттансом, оно является единственным способом получения глубоко охлажденных пучков с большой плотностью пространственного заряда.

Метод электронного охлаждения можно использовать также для охлаждения пучков позитронов [18], что позволяет построить эффективный генератор атомов антиводорода (разд.8).

В данном обзоре обсуждение ограничено областью энергий тяжелых частиц порядка 500 МэВ/нуклон. Отдельную проблему, здесь не рассматриваемую, представляет электронное охлаждение в области ультрарелятивистских энергий, где единственно возможным «холодильником» представляется сегодня специальный электронный накопитель, в котором низкая температура электронов поддерживается радиационным трением [19,20]. Эта задача не вышла до сих пор за рамки теоретических работ.

Чтобы дать представление о характерных величинах, в обзоре приведены численные оценки для некоторого «типичного» накопителя с электронным охлаждением, параметры которого приведены в табл.3.

Таблица 3. Типичные параметры накопителя с электронным охлаждением

Энергия охлаждаемых частиц, МэВ/нуклон	55
Параметры электронного пучка	
Энергия электронов, кэВ	30
Средняя скорость, см/с	$1 \cdot 10^{10}$
Диаметр пучка, см	3
Плотность тока, А/см^2	0,5
Плазменная частота, с$^{-1}$	$1 \cdot 10^{9}$
Среднее расстояние между электронами, см	$1{,}5 \cdot 10^{-3}$
Угловой разброс, мрад	3
Разброс поперечных скоростей электронов, см/с	$3 \cdot 10^{7}$
Поперечная температура электронов, эВ	0,5
Разброс продольных скоростей электронов, см/с	$4 \cdot 10^{5}$
Продольная температура электронов, эВ	$2 \cdot 10^{-4}$
Магнитное поле системы охл., кГс	1,0
Циклотронная частота электронов, с$^{-1}$	$1{,}8 \cdot 10^{10}$
Плазменная частота электронов, с$^{-1}$	$1 \cdot 10^{9}$
Параметры пучка частиц до охлаждения	
Угловой разброс, мрад	5
Разброс по импульсу	$5 \cdot 10^{-3}$
Скорость частиц в системе электронов, см/с	$5 \cdot 10^{7}$
Параметры накопителя	
Периметр C, м	75
Период обращения частиц, мкс	0,75
Длина участка охлаждения l_{cool}, м	1,5
$\eta = l_{cool}/C$	0,02
Аксептанс, мм·мрад	40π
Бетатронные и дисперсионная функции, м	5,0
Вакуум, Торр	$1 \cdot 10^{-10}$

1. ФИЗИКА ЭЛЕКТРОННОГО ОХЛАЖДЕНИЯ

1.1. Тяжелая частица в электронном газе. Схема электронного охлаждения предполагает, что средние скорости частиц охлаждаемого пучка и охлаждающих электронов равны или слабо отличаются. Поэтому для описания картины взаимодействия удобно перейти в систему электронов, движущуюся со средней скоростью электронов $\mathbf{v}_0$. Частица, имеющая в этой системе некоторую скорость $\mathbf{V}$, испытывает кулоновское соударение с электронами (скорость которых $\mathbf{v}$), и действие этих соударений совершенно аналогично ионизационным потерям при движении заряженной частицы в среде.

Поэтому выражение для силы трения, действующей на частицу с зарядом ze в ультрахолодном электронном газе, можно написать

$$\mathbf{F} = -\frac{\mathbf{V}}{V}\frac{d\mathcal{E}}{dx} = -\frac{\mathbf{V}}{V}\frac{4\pi q L_C}{mV^2}, \tag{1.1}$$

$$q = n_e z^2 e^4, \qquad L_C = \ln(\rho_{max}/\rho_{min}), \tag{1.2}$$

где n_e — плотность электронов, m, e — масса и заряд электрона, L_C — так называемый кулоновский логарифм, ρ_{max}, ρ_{min} — максимальное и минимальное значения прицельного параметра кулоновских соударений. Обычно выбирают

$$\rho_{min} = \frac{ze^2}{mV^2} \approx (1 \div 3)\cdot 10^7 z \ \text{см}, \tag{1.3}$$

что соответствует рассеянию электрона, соударяющегося с частицей, на угол порядка $\pi/2$.

В среде, где частица сталкивается с атомарными электронами, естественно принять ρ_{max} порядка размера атома, т.е. $\rho_{max} \approx e^2/\mathcal{E}_{ion}$. Это приводит к известной формуле ионизационных потерь для нерелятивистской частицы.

В электронном газе ρ_{max} ограничено минимальным из трех параметров:

$$\rho_{max} = \min \begin{cases} a & \simeq 1{,}5 \text{ см} \\ R_D \equiv \dfrac{\langle|\mathbf{U}|\rangle}{\omega_{pe}} & \simeq 0{,}05 \text{ см} \\ \langle|\mathbf{U}|\rangle\,\tau & \simeq 0{,}5 \text{ см}, \end{cases} \tag{1.4}$$

где a — радиус электронного пучка («облака»), R_D — радиус дебаевского экранирования,

$$\omega_{pe} = \sqrt{4\pi n_e e^2/m} \approx 10^9 \ \ c^{-1} \tag{1.5}$$

— электронная плазменная частота,

$$\mathbf{U} = \mathbf{V} - \mathbf{v} \tag{1.6}$$

— относительная скорость частицы и соударяющегося с ней электрона в системе электронов, τ — время пролета частицы через участок охлаждения. Первый критерий очевиден, второй дает оценку размера, на котором электроны «чувствуют» заряд частицы в электронном газе, третий

следует из классической схемы соударения, длительность которого $\Delta t \approx \rho/|\mathbf{U}|$. Оценки (1.3), (1.4) дают $L_C \approx 15$. Формула (1.1) справедлива для достаточно холодного электронного газа, в котором

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} \equiv \Delta_e << V.$$

В общем случае следует учесть распределение электронов по скоростям, что, с очевидностью, приводит к выражению для силы трения:

$$\mathbf{F} = -\frac{4\pi q L_C}{m} \int\limits_v \frac{\mathbf{U}}{U^3} f(\mathbf{v}) d^3 v, \quad \mathbf{U} = \mathbf{V} - \mathbf{v}. \tag{1.7}$$

Интеграл берется по пространству скоростей электронов. Здесь не учитывается слабая логарифмическая зависимость L_C от $\mathbf{v}$.

Важной особенностью формулы (1.7) является ее полная аналогия с выражением для кулоновского поля системы зарядов с плотностью

$$\rho_{equ} = -\frac{4\pi q L_C}{m} f(\mathbf{v}). \tag{1.8}$$

Эта аналогия позволяет существенно упростить вычисление силы трения в конкретных случаях (см. ниже). Можно сразу указать два частных случая больших и малых скоростей частицы:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{v}_p) \simeq -\frac{4\pi q L_C}{m} \begin{cases} \dfrac{\mathbf{V}}{V^3}, & V >> \Delta_e \\ \dfrac{\mathbf{V}}{\Delta_e^3}, & V << \Delta_e . \end{cases} \tag{1.9}$$

Очевидно, что сила трения максимальна вблизи $V \approx \Delta_e$ (см. рис.7).

В соударениях с электронами передаваемый частице импульс можно разложить на две составляющие — вдоль и поперек $\mathbf{U}$ — вектора относительной скорости частиц до соударения. Среднее по многим соударениям значение продольной компоненты дает силу трения (1.7), тогда как среднее значение поперечной компоненты равно нулю. Однако средний квадрат последней отличен от нуля, и физически это есть не что иное, как многократное рассеяние на электронах, или процесс поперечной диффузии. Это особенно отчетливо видно на примере холодного электронного газа, когда вектор скорости частицы $\mathbf{v}_p$ отклоняется со временем от первоначального направления как $\sqrt{t}$. Воспользовавшись известной формулой многократного рассеяния, можно записать с учетом разброса электронов по скоростям:

$$\frac{d\langle p_x^2\rangle}{dt}=\frac{d\langle p_y^2\rangle}{dt}=4\pi qL_C\int\limits_v\frac{f(v)}{U}d^3v, \tag{1.10}$$

где x, y — направления координатных осей, ортогональные начальному направлению скорости частицы $\mathbf{V}=\mathbf{e}_Z V$. Эти формулы могут быть получены, естественно, в результате строгого анализа процесса соударений частицы с электронами (подробнее см. обзор [21]). В общем случае произвольной ориентации осей координат относительно начального направления вектора $\mathbf{V}$ вместо (1.10) появляется тензор диффузии [21,10,20]:

$$D_{\alpha\beta}=\frac{d\langle\Delta p_\alpha\Delta p_\beta\rangle}{dt}=4\pi qL_C\int\limits_v\frac{U^2\delta_{\alpha\beta}-U_\alpha U_\beta}{U^3}f(\mathbf{v})d^3v. \tag{1.11}$$

Для случая изотропного распределения электронов по скоростям этот тензор имеет только три ненулевые компоненты — вдоль его главной диагонали. Их сумма дает скорость изменения полной энергии частицы (с массой M):

$$\frac{d\langle\mathcal{E}\rangle}{dt}=\frac{1}{2M}\frac{d\langle p^2\rangle}{dt}=\frac{1}{2M}\sum_{\alpha=1}^{3}D_{\alpha\alpha}=\frac{4\pi qL_C}{M}\int\frac{f(v)}{U}d^3v. \tag{1.12}$$

Но это нагрев, а не охлаждение, создаваемое силой трения (1.7). В чем же дело? Ответ следует из общей картины поведения частицы в электронном газе: под действием силы трения (1.7) частица теряет свою скорость, которая в среднем падает до нуля, т.е. частица останавливается. Продолжающиеся соударения с «горячими» электронами вызывают флуктуации скорости частицы, средний квадрат которых также ограничен трением — охлаждением. Таким образом, поведение заданной компоненты скорости (импульса) частицы описывается уравнением баланса (уравнение Ланжевена):

$$\frac{1}{2M}\frac{\overline{d\Delta p_\alpha^2}}{dt}=\overline{P_\alpha}+\overline{Q_\alpha},\quad \alpha=1,2,3,$$

$$P_\alpha=F_\alpha v_\alpha,\quad Q_\alpha=\frac{1}{2M}\sum_\beta D_{\alpha\beta}. \tag{1.13}$$

Здесь черта означает усреднение по времени, P_α — мощность α-компоненты силы трения, Q_α — мощность диффузионного нагрева по той же компоненте.

Переход от одной частицы к пучку, пересекающему электронный газ, очевиден — это переход от усреднения по времени к усреднению по частицам:

$$\frac{1}{2M}\frac{d}{dt}\langle \Delta p_\alpha^2 \rangle = \langle P_\alpha \rangle + \langle Q_\alpha \rangle. \tag{1.14}$$

1.2. Изотропный газ максвелловских электронов. Формулы предыдущего раздела интегрируются аналитически в случае изотропного максвелловского распределения частиц и электронов по скоростям:

$$f(\mathbf{v})d^3v = \left(\frac{M}{2\pi T}\right)^{3/2} e^{-\mu v^2/2T} v^2 dv d\Omega,$$

$$T = \begin{cases} T_p \\ T_e \end{cases}, \quad \mathbf{v} = \begin{cases} \mathbf{V} \\ \mathbf{v} \end{cases}, \quad \mu = \begin{cases} M \text{ — частицы} \\ m \text{ — электроны} \end{cases}, \tag{1.15}$$

$$T \equiv \mu\Delta^2, \quad \Delta^2 = \langle v_\alpha^2 \rangle, \quad \alpha = \{x, y, z\}.$$

Поскольку функция распределения изотропна, удобно воспользоваться кулоновской аналогией. В данном случае сила трения (1.7) аналогична электрическому полю системы зарядов с изотропным распределением плотности (1.8), (1.15). Применение теоремы Гаусса дает

$$\mathbf{F}_{\text{Maxw}}(\mathbf{V}) = -\frac{\mathbf{V}}{V^3}\frac{4\pi q L_C}{m}\varphi(V), \tag{1.16}$$

где универсальная функция $\varphi(x)$ выражается через интеграл ошибок:

$$\varphi(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^x e^{-y^2/2}dy - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, x\, e^{-x^2/2},$$

$$x = \sqrt{\frac{mV^2}{T_e}} = \frac{V}{\Delta_e}. \tag{1.17}$$

Функция $\varphi(x)$ имеет максимум в точке $x = 1{,}3675$, а ее асимптотики позволяют записать аналогично (1.9):

$$\mathbf{F}_{\text{Maxw}}(\mathbf{V}) \approx -\frac{4\pi q L_C}{m}\begin{cases} \dfrac{\mathbf{V}}{V^3}, & V_p >> \Delta_e, \\ \sqrt{\dfrac{2}{9\pi}}\dfrac{\mathbf{V}}{\Delta_e}, & v_p << \Delta_e. \end{cases} \tag{1.18}$$

Средняя по ансамблю максвелловских частиц мощность силы трения получается усреднением по частицам:

$$P_{\text{Maxw}} = \langle \sum_{\alpha=1}^{3} F_\alpha V_\alpha \rangle = \int_V (\mathbf{F}_{\text{Maxw}} \cdot \mathbf{V}) f(\mathbf{V})\, d^3V.$$

После подстановки сюда (1.16), (1.17) и интегрирования по частям найдем

$$P_{\text{Maxw}} = -\frac{4\sqrt{2\pi} q L_C}{Mm} \frac{T_p}{\left(\frac{T_p}{M} + \frac{T_e}{m}\right)^{3/2}}. \tag{1.19}$$

Аналогично вычисляется мощность диффузионного нагрева

$$Q_{\text{Maxw}} = \frac{1}{2M} \langle \sum_{\alpha,\beta=1}^{3} D_{\alpha\beta} \rangle = \frac{4\pi q L_C}{M} \int_V f(\mathbf{V}) \int \frac{f(\mathbf{v})}{U}\, d^3v d^3V.$$

Замена переменных $\mathbf{x} = \mathbf{V} - \mathbf{v}$, $\mathbf{y} = \mathbf{V} + \mathbf{v}$ упрощает процедуру интегрирования, что дает

$$Q_{\text{Maxw}} = \frac{4\sqrt{2\pi} q L_C}{M} \left(\frac{T_p}{M} + \frac{T_e}{m}\right)^{-1/2}. \tag{1.20}$$

Подстановка полученных выражений (1.19), (1.20) в уравнение Ланжевена (1.14) приводит к уравнению релаксации двухкомпонентной плазмы [22]:

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{8\sqrt{2\pi} q L_C}{2Mm} \frac{T_p\left(1 - \frac{m}{M}\right) - T_e}{\left(\frac{T_p}{M} + \frac{T_e}{m}\right)^{3/2}} = -\frac{dT_e}{dt}. \tag{1.21}$$

Пренебрегая членом m/M, отсюда получим условие равновесия:

$$T_p = T_e, \quad \Delta_p = \sqrt{\frac{m}{M}} \cdot \Delta_e << \Delta_e. \tag{1.22}$$

Таким образом, двухкомпонентная плазма частицы + электроны релаксирует к равновесному состоянию равенства температур (что почти очевидно из общих термодинамических соображений). Последнее неравенство в (1.22) подчеркивает смысл идеи электронного охлаждения: разброс скоростей частиц много меньше разброса скоростей электронов.

Максимальная скорость охлаждения, как следует из (1.21), достигается при

$$T_p \approx \frac{2M}{m} T_e \quad \text{или} \quad \Delta_p = \sqrt{2}\,\Delta_e ,$$

$$\left(\frac{dT_p}{dt}\right)_{\max} = -\frac{16\sqrt{2\pi}}{9\sqrt{3}} \frac{qL_C}{\sqrt{mT_e}}.$$

Уравнение (1.21) имеет простое решение для двух крайних случаев больших и малых v_p. Для фиксированной температуры электронов (что типично для схемы электронного охлаждения) из (1.21) следует

$$T_p(t) = \begin{cases} T_p\left(1 - \dfrac{t}{\tau_{\text{Maxw}}}\right)^{2/3}, & \Delta_p >> \Delta_e \\ T_e + (T_p - T_e)\, e^{-t/\tau_{\text{Maxw}}}, & \Delta_p << \Delta_e, \end{cases}$$

где τ_{Maxw} — так называемое время охлаждения, в данном случае — максвелловских частиц в изотропном газе максвелловских электронов:

$$\tau_{\text{Maxw}} = \frac{mM}{4\sqrt{2\pi q}} \begin{cases} (\Delta_p^0)^3, & \Delta_p >> \Delta_e \\ \dfrac{3}{2}\Delta_e^3, & \Delta_p << \Delta_e . \end{cases} \qquad (1.23)$$

Здесь индексом «0» отмечены начальные значения параметров.

Следует отметить, что для понятия «время охлаждения» в литературе используются разные определения. Иногда так называют мгновенное значение обратного декремента:

$$\tau_{\text{inst}} = \left(-\frac{1}{T_p}\frac{dT_p}{dt}\right)^{-1}. \qquad (1.24)$$

Во избежание недоразумений для мгновенных значений (1.24) в дальнейшем используется термин «обратный декремент». Формула (1.24) дает для максвелловской плазмы обычно встречающееся в литературе выражение для времени релаксации двухкомпонентной плазмы [21]:

$$(\tau_{\text{Maxw}})_{\text{inst}} = \frac{3Mm}{8\sqrt{2\pi}qL_C}\left(\frac{T_p}{M} + \frac{T_e}{m}\right)^{3/2} = \frac{3}{8\sqrt{2\pi q}} \begin{cases} \Delta_p^3, & \Delta_p >> \Delta_e \\ \Delta_e^3, & \Delta_p << \Delta_e . \end{cases} \qquad (1.25)$$

Именно эту формулу использовал Г.И.Будкер в своей первой работе по электронному охлаждению [1].

1.3. Частица в электронном пучке. «Сплющенное» распределение. Охлаждение пучка частиц в газе максвелловских электронов является прос-

той физической моделью, удобной для первого объяснения природы явления. Однако, если электронный пучок получен путем ускорения в электростатическом поле, распределение его электронов по скоростям существенно анизотропно в системе электронов — разброс продольных скоростей много меньше разброса поперечных. Достаточно хорошим приближением такой анизотропной функции распределения является максвелловская функция [23]:

$$f(\mathbf{v})d^3v = \left(\frac{m}{2\pi}\right)^{3/2} \frac{1}{T_\perp \sqrt{T_\parallel}}\ \mathrm{e}^{-mv_\perp^2/2T - mv_\parallel^2/2T} 2\pi v_\perp dv_\perp dv_\parallel ,$$

$$\frac{1}{2} m\langle v_\perp^2 \rangle = \frac{1}{2} m(\langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle) \equiv m\Delta_\perp^2 = T_\perp \approx T_c \geq 0{,}1 \text{ эВ}, \qquad (1.26)$$

$$m\langle v_\parallel^2 \rangle \equiv m\Delta_\parallel^2 = T_\parallel \approx \frac{T_c^2}{2\mathcal{E}_0} + e^2 n_e^{1/3} \approx 3\cdot 10^{-7} + 1\cdot 10^{-4} \text{ эВ}.$$

Отложив обсуждение природы такого "сплющенного" распределения до разд.4 (пп.4.1, 4.2), рассмотрим его влияние на эффективность электронного охлаждения. В этом случае можно выделить три характерные области больших, малых и сверхмалых скоростей охлаждаемой частицы (рис.3):

$$\Delta_\perp < V \text{ — большая скорость (H = High)},$$

$$\Delta_\parallel < V < \Delta_\perp \text{ — малая скорость (L = Low)}, \qquad (1.27)$$

$$V < \Delta_\parallel \text{ — сверхмалая скорость (S = Superlow)}.$$

В первой области (больших скоростей) динамика охлаждения не отличается существенно от случая изотропного максвелловского распределения, что немедленно следует из кулоновской аналогии: поле «заряженного эллипса» совпадает на больших расстояниях с полем точечного заряда. Соответственно сила трения и мощность диффузии описываются теми же выражениями, что и в случае изотропного распределения при $v_p >> \Delta_e$ (см. (1.9), (1.18) и (1.20)). Мощность силы трения значительно превосходит здесь мощность диффузии

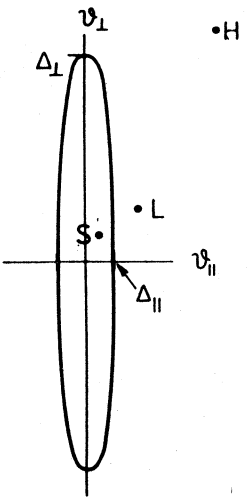


Рис. 3. Сплющенное распределение электронов по скоростям: линия постоянной плотности; H, L, S — положение частицы в пространстве скоростей для трех случаев (1.27)

($P \approx -(M/m)Q$), и частица охлаждается, теряет свою скорость, пока не попадает во вторую область — малых скоростей.

В этой области сила трения является аналогом кулоновской силы заряженного диска (слоя) вблизи его оси. Для продольной компоненты с учетом (1.8) и (1.26) найдем:

$$\boldsymbol{F}_{\|} = \frac{\mathbf{V}_{\|}}{V_{\|}} 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\mathrm{equ}}(v_{\|}, 0) dv_{\|} = -\frac{\mathbf{V}_{\|}}{V_{\|}} \frac{2qL_{\mathrm{C}}}{m\Delta_{\perp}^2}.$$

Для оценки поперечной компоненты можно воспользоваться той же кулоновской аналогией: вне диска, где нет заряда, имеем

$$\mathrm{div}\mathbf{F} = 0,$$

откуда

$$F_{\perp} \approx \frac{V_{\perp}}{2}\left(-\frac{\partial F_{\|}}{\partial F_{\|}}\right) \approx -V_{\perp}\frac{F_{\|}}{\Delta_{\perp}},$$

что дает

$$F_{\perp} = -V_{\perp}\frac{4\pi qL_{\mathrm{C}}}{m\Delta_{\perp}^3}.$$

Коэффициенты тензора диффузии в области малых скоростей можно получить, подставляя функцию (1.26) в (1.11) и производя интегрирование (с учетом аксиальной симметрии). Результаты даны ниже (см. (1.28)).

В области *сверхмалых скоростей* частица попадает внутрь «диска», где сила трения имеет только продольную компоненту (опять кулоновская аналогия):

$$\mathbf{F}_{\|} \approx \frac{\mathbf{V}_{\|}}{V_{\|}} 2\pi \int_{-V_{\|}}^{V_{\|}} \rho_{\mathrm{equ}}(0) dv_{\|} \approx -\mathbf{V}_{\|}\frac{4\pi qL_{\mathrm{C}}}{m\Delta_{\perp}^2\Delta_{\|}}.$$

Диффузия в этой области определяется, как и в предыдущем случае, «горячей» поперечной компонентой скорости электронов, поэтому формула для мощности диффузии в обеих областях одна и та же.

Суммируя эти результаты, можно записать силу трения и мощность в электронном пучке со сплющенным распределением (1.26):

$$\mathbf{F}_\perp = -\mathbf{V}_\perp \frac{4\pi q L_C}{m} \begin{cases} 1/V^3, \\ 1/\Delta_\perp^3, \\ 0, \end{cases}$$

$$\mathbf{F}_\| = -\mathbf{V}_\| \frac{4\pi q L_C}{m} \begin{cases} 1/V^3, & V > \Delta_\perp, \\ 1/V_\| \Delta_\perp^2, & \Delta_\| < V < \Delta_\perp, \\ 1/\Delta_\| \Delta_\perp^2, & V < \Delta_\|, \end{cases} \tag{1.28}$$

$$Q_\perp = Q_\| = \frac{4\pi q L_C}{M} \begin{cases} 1/V, & V > \Delta_\perp, \\ 1/\Delta_\perp, & V < \Delta_\perp. \end{cases}$$

Особенности процесса охлаждения, возникающие из-за «сплющенности» функции распределения электронов, удобнее обсудить в следующем пункте. Здесь ограничимся тем, что запишем выражение для равновесного значения скорости охлаждаемой частицы, подставив (1.28) в уравнение Ланжевена (1.14):

$$\sqrt{(\overline{V_\perp^2})_{\text{equ}}} = \sqrt{\frac{m}{M}}\,\Delta_\perp, \quad \sqrt{(\overline{V_\|^2})_{\text{equ}}} = \sqrt{\frac{m}{M}\,\Delta_\perp \Delta_\|}\,. \tag{1.29}$$

1.4. Замагниченный электронный пучок. Если электронный пучок погружен в магнитное поле, параллельное оси пучка и сопровождающее его от катода электронной пушки до коллектора, траектории электронов в лабораторной системе представляют собой спирали с радиусом $\rho_\perp$ и шагом λ_B, «накрученные» на силовые линии магнитного поля (в системе частиц шаг такой спирали, очевидно, в $v_\| / v_0$ раз меньше):

$$\rho_\perp = \frac{V_\perp}{\omega_B}, \quad \lambda_B = v_0 T_B, \quad \omega_B = \frac{eB}{\gamma mc} = \frac{2\pi}{T_B}, \quad \gamma = \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{-1/2}. \tag{1.30}$$

В достаточно сильном магнитном поле электрон при соударении с частицей не может сместиться в поперечном к магнитному полю направлении, и это существенно изменяет картину соударения — вместо классической задачи двух тел появляется задача о соударении со связанным электроном. В результате резко возрастает «масса» тела, принимающего удар. Более того, появляется резкая анизотропия этой «массы»: электрон свободно смещается вдоль поля и слабо смещается поперек. В предельном случае полной замагниченности, т.е. бесконечно большого магнитного поля, электрон подобен костяшке на счетах, свободно движущейся строго вдоль спиц — силовых линий поля. За время соударения с частицей электрон смещает-

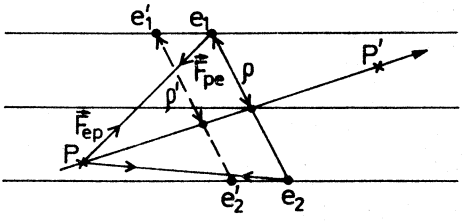


Рис. 4. Изменение прицельного параметра при соударении частицы с замагниченными электронами: случай компланарных траекторий частицы (pp') и электрона (ee')

ся, и прицельный параметр ρ изменяется в ходе соударения (рис.4). Соответственно сила взаимодействия между частицей и электроном усиливается или ослабевает, в зависимости от знака $\Delta\rho$. Суммарный по всем возможным соударениям результат дает [10,23,24] тормозящую силу, направленную, вообще говоря, против скорости частицы $\mathbf{V}$:

$$\mathbf{F}_{\perp} = -\mathbf{V}_{\perp}\frac{2\pi q L_C}{mV^3}\frac{V_{\perp}^2 - 2V_{\parallel}^2}{V^2},$$

$$\mathbf{F}_{\parallel} = -\mathbf{V}_{\parallel}\frac{2\pi q}{mV^3}\left(\frac{3V_{\perp}^2}{V^2}L_c + 2\right), \quad L_C = \ln\frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}}. \tag{1.31}$$

Следует отметить важное различие между формулами для силы трения (1.16), (1.28) и формулами (1.31). Здесь $F_{\perp}$ меняет знак (торможение сменяется ускорением), когда $V_{\perp} < \sqrt{2}V_{\parallel}$, а первый член в скобках для $F_{\parallel}$ обращается в нуль при $V_{\perp} \to 0$. Такое поведение силы трения объясняется [10,20] отмеченным выше характером взаимодействия частицы с замагниченным электроном — костяшкой. Это особенно ясно видно в случае $F_{\parallel}$: если $V_{\perp} \to 0$, частица двигается строго вдоль линии поля, и суммарный переданный импульс равен нулю при $\rho \le \rho_{\max}$. Член в скобках без логарифма как раз учитывает вклад больших прицельных параметров.

Кулоновский логарифм L_C заслуживает специального обсуждения. Поскольку движение электронов поперек поля «заморожено», отклик электронного облака на действие электрического поля частицы возможен только в виде продольного смещения электронов. Поэтому радиус дебаевского экранирования, который определяется относительной скоростью частиц, в данном случае равен

$$R_D = \frac{U_M}{\omega_{pe}}\begin{cases} V/\omega_{pe} \approx 0.05 \text{ см}, & V > \Delta_{\parallel}, \\ \Delta_{\parallel}/\omega_{pe} \approx 5\cdot 10^{-4} \text{ см}, & V < \Delta_{\parallel}, \end{cases}$$

$$U_M = \langle |\mathbf{V} - \Delta_{\parallel}| \rangle, \tag{1.32}$$

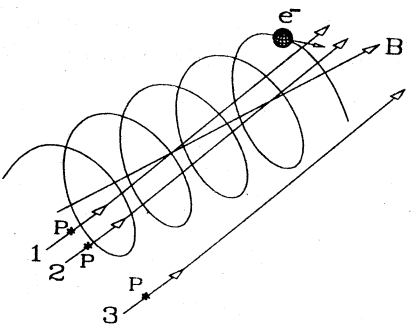


Рис. 5. Три типа соударений частицы с электроном в магнитном поле: быстрые (*1*), адиабатические (*2*) и замагниченные (*3*)

ω_{pe} — плазменная частота электронов (1.5). Однако формальное применение формулы для дебаевского радиуса теряет смысл при низкой плотности электронов и малых значениях $\Delta_{\|}$, когда дебаевская сфера оказывается «пустой». Поэтому в области сверхмалых скоростей частиц в качестве ρ_{max} разумно выбрать радиус сферы, содержащей достаточно большое количество электронов k:

$$R_e \equiv \left(\frac{k}{n_e}\right)^{1/3}, \quad k \approx 3z.$$

Таким образом, величина ρ_{max} в столкновениях частицы с замагниченными электронами может быть выбрана равной

$$\rho_{max} = \min \begin{cases} a \approx 1{,}5 \text{ см} \\ \max\{R_D, R_e\} \approx 0{,}1 \text{ см} \\ U_M \tau \approx 0{,}5 \div 0{,}05 \text{ см}. \end{cases} \qquad (1.33)$$

Здесь, как прежде, a — радиус сечения электронного пучка, τ — время пролета частицы через систему охлаждения. Значение ρ_{min} обсуждается ниже (см. (1.34)).

В магнитном поле конечной величины появляются три области значений прицельного параметра (рис.5), которые определяются параметрами пучка — ларморовским радиусом электронов $\rho_{\perp}$ (1.30) и разбросом их продольных скоростей $\Delta_{\|}$ (1.26).

1) Малые прицельные параметры. Частица взаимодействует с электроном настолько быстро, что влияние магнитного поля на движение последнего никак не сказывается; это имеет место, если время соударения много меньше периода ларморовского (циклотронного) вращения электрона T_B:

$$\tau_{col} \approx \rho / U_M << T_B.$$

Такие соударения называют быстрыми (индекс «F»: — fast), и для них прицельный параметр лежит в области

$$\rho_{\min} \le \rho \le \rho_F,$$

$$\rho_{\min} = \frac{ze^2}{mU^2} = \frac{ze^2}{m}\begin{cases} V^{-2} \\ \Delta_\perp^{-2} \end{cases}, \quad \rho_F \simeq \frac{U_M}{\omega_B} \approx \begin{cases} V/\omega_B, & V > \Delta_\| \\ \Delta_\| /\omega_B, & V < \Delta_\| \end{cases}, \tag{1.34}$$

$$U = \langle |\mathbf{V} - \boldsymbol{\Delta}_\perp| \rangle.$$

Сила трения и диффузия для быстрых соударений описывается формулами «сплющенного» распределения (1.28) с заменой $\rho_{\max} = \rho_F$.

2) Промежуточные прицельные параметры $\rho_F \le \rho \le 2\langle \rho_\perp \rangle$. Отметим, что двойка в верхнем пределе выбрана из соображений гладкости функции $\mathbf{F}(\mathbf{V})$ — см. формулы (1.36), (1.37) и текст далее . В соударениях с такими прицельными параметрами частица и электрон движутся вместе в течение нескольких периодов циклотронного вращения электрона, когда электрон крутится «вокруг» частицы, соударяясь с ней несколько раз:

$$N_{\text{col}} \approx 1 + \frac{\tau_{\text{col}}}{T_B} \le 1 + \frac{2\langle \rho_\perp \rangle}{U_M T_B}.$$

С учетом (1.30) это дает

$$1 \le N_{\text{col}} \le 1 + \left[\frac{\Delta_\perp}{\pi U_M}\right] \approx 1 + \begin{cases} N_L = \left[\dfrac{\Delta_\perp}{\pi V}\right], & V > \Delta_\|, \\ N_S = \left[\dfrac{\Delta_\perp}{\pi \Delta_\|}\right], & V < \Delta_\|, \end{cases} \tag{1.35}$$

[] — знак целой части.

Сила трения и диффузия в адиабатических столкновениях в N_{col} раз больше, чем для свободного электрона (1.28).

3) Большие прицельные параметры $2\langle \rho_\perp \rangle \le \rho \le \rho_{\max}$. Электрон выглядит здесь как ларморовский кружок и соударения имеют тот же характер, что и для замагниченных электронов (1.31).

Из соотношений (1.32), (1.34) следует, что выбор значения прицельного параметра прежде всего зависит от скорости частицы. Как и прежде, можно выделить три характерные области значений V (1.27).

При большой скорости вклад в силу трения дают только два вида соударений — быстрые и замагниченные. Адиабатические соударения отсутствуют, т.к. при $V > \Delta_\perp$ число соударений $N_{\text{col}} = 1$.

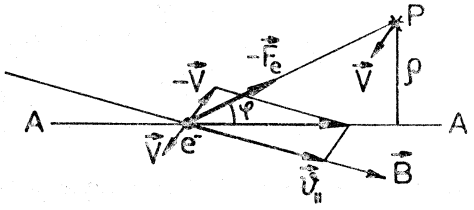


Рис. 6. Схема соударения частицы с замагниченным электроном: *P* — частица, *AA* — траектория электрона, **B** — силовая линия магнитного поля

В области малых и сверхмалых скоростей возможны все три вида соударений, и сила трения содержит три слагаемых, учитывающих, соответственно, вклад быстрых, адиабатических и замагниченных соударений. При этом замагниченные соударения при сверхмалых скоростях требуют дополнительного анализа, т.к. теперь нельзя пренебречь величиной $\Delta_{\parallel}$.

Оценку импульса, передаваемого частице в таком соударении, удобно произвести, перейдя в систему частицы, где электроны имеют скорости

$$\mathbf{v}' \approx -\mathbf{V} + \mathbf{v}'_{\parallel} .$$

Передаваемый импульс тогда можно разложить на две компоненты — вдоль и поперек вектора **v**. Вклад в силу дает только продольная компонента, поперечная имеет следующий порядок малости. Первая, Δp_v, равна интегралу от силы притяжения вдоль траектории AA электрона в системе частицы (рис.6) с учетом изменения скорости электрона Δv:

$$\Delta p_v \approx \int_{-l}^{0} (-F_e)\cos\varphi \frac{ds}{v'} - \int_{0}^{l} (-F_e)\frac{ds}{v' + \Delta v'},$$

$$F_e = \frac{ze^2}{\rho^2 + s^2}, \quad \Delta v' \approx \frac{1}{m}\int_{-l}^{0} F_e \cos\varphi \frac{ds}{v'} \approx \frac{ze^2}{m\rho\Delta_{\parallel}},$$

$2l$ — характерная длина взаимодействия, s — координата вдоль траектории, ρ — прицельный параметр. Интегрирование по траектории дает

$$\Delta p_v \approx \left(\frac{ze^2}{\rho}\right)^2 \frac{1}{m(v')^3},$$

а интегрирование по всем возможным соударениям приводит к выражению для силы. Поскольку $\langle \mathbf{v} \rangle = V$, получим

$$\mathbf{F}_v = n_e \int_v \int_{\rho_{min}}^{\rho_{max}} \mathbf{v} f(\mathbf{v}) d^3v \Delta p_v \, 2\pi \rho d\rho \approx -\mathbf{V} \frac{2\pi q}{m\Delta_{\|}^3} L_{MS},$$

$$L_{MS} = \ln \frac{\rho_{max}}{\langle \rho_{\perp} \rangle}.$$

Здесь L_{MS} — кулоновский логарифм соударений с замагниченными электронами при сверхмалых скоростях частицы, ρ_{max} — см. (1.33). Этот результат отличается от точного [10] множителем $\sqrt{2/\pi}$.

Теперь можно записать полное выражение для силы трения в электронном пучке при конечной величине магнитного поля для трех областей скорости частицы [25]:

$$\mathbf{F}_{\perp} \approx -\frac{2\pi q}{m} \mathbf{V}_{\perp} \begin{cases} \dfrac{1}{V^3}\left(2L_{FH} + \dfrac{V_{\perp}^2 - 2V_{\|}^2}{V^2} L_{MH}\right), & \text{H} \\ \dfrac{2}{\Delta_{\perp}^3}(L_{FL} + N_L L_{AL}) + \dfrac{V_{\perp}^2 - 2V_{\|}^2}{V^2} \dfrac{L_{ML}}{V^3}, & \text{L} \\ \dfrac{2}{\Delta_{\perp}^3}(L_{FS} + N_S L_{AS}) + \dfrac{L_{MS}}{V^3}, & \text{S} \end{cases}$$

$$\mathbf{F}_{\|} \approx -\frac{2\pi q}{m} \mathbf{V}_{\|} \begin{cases} \dfrac{1}{V^3}\left(2L_{FH} + \dfrac{3V_{\perp}^2}{V^2} L_{MH} + 2\right), & \text{H} \\ \dfrac{2}{\Delta_{\perp}^3 V_{\|}}(L_{FL} + N_L L_{AL}) + \left(\dfrac{3V_{\perp}^2}{V^2} L_{ML} + 2\right)\dfrac{1}{V^3}, & \text{L} \\ \dfrac{2}{\Delta_{\perp}^2 \Delta_{\|}}(L_{FS} + N_S L_{AS}) + \dfrac{L_{MS}}{\Delta_{\|}^3}. & \text{S} \end{cases} \quad (1.36)$$

Кулоновские логарифмы записаны ниже для каждой из областей:

большие скорости частиц (H)

$$L_{MH} = \ln \frac{(\rho_{max})_H}{2\langle \rho_{\perp} \rangle} \approx \ln \frac{V\omega_B}{2\Delta_{\perp}\omega_{pe}} \approx 2;$$

$$L_{FH} = \ln \frac{\rho_{FH}}{(\rho_{min})_{\|}} \approx \ln \frac{mV^3}{ze^2\omega_B} \approx 10 - \ln z;$$

малые скорости частицы (L)

$$L_{ML} = \ln \frac{(\rho_{\max})_L}{2\langle \rho_\perp \rangle} \approx \ln \left[\frac{\min \left\{ \dfrac{V}{\omega_{pe}}, \left(\dfrac{3z}{n_e} \right)^{1/3} \right\}}{2\langle \rho_\perp \rangle} \right] \approx 3 + 1;$$

$$L_{AL} = \ln \left[\frac{2\langle \rho_\perp \rangle}{\rho_{FL}} \right] \approx \ln \left[\frac{2\Delta_\perp}{(\Delta_\perp \to \Delta_\parallel)} \right] \approx 0{,}7 \to 4; \qquad (1.37)$$

$$L_{FL} = \ln \left[\frac{\rho_{FL}}{(\rho_{\min})_L} \right] \approx \ln \left[\frac{mV^3}{ze^2\omega_B} \right] \approx 5 - \ln z;$$

сверхмалые скорости частицы (S)

$$L_{MS} = \ln \left[\frac{(\rho_{\max})_S}{\langle \rho_\perp \rangle} \right] \approx \ln \left[\frac{1}{2\langle \rho_\perp \rangle} \left(\frac{3z}{n_e} \right)^{1/3} \right] \approx 2;$$

$$L_{AS} = \ln \left[\frac{2\langle \rho_\perp \rangle}{\rho_{FS}} \right] \approx \ln \frac{2\Delta_\perp}{\Delta_\parallel} \approx 5;$$

$$L_{FS} = \ln \left[\frac{\rho_{FS}}{(\rho_{\min})_S} \right] \approx \ln \left[\frac{m\Delta_\parallel \Delta_\perp^2}{ze^2\omega_B} \right] \approx 5 - \ln z.$$

Этот «зоопарк» кулоновских логарифмов показывает, насколько сложна зависимость силы трения от параметров.

Прежде чем обсудить общий характер поведения функции **F(V)**, отметим еще некоторые ее особенности.

Прежде всего, обратим внимание на то, что функция практически непрерывна в точке $|V| = \Delta_\perp$. Именно с целью сглаживания введена «двойка» в граничное значение прицельного параметра $2\langle \rho_\perp \rangle$. Хотя это и сделано достаточно произвольно, логарифмическая зависимость снижает остроту проблемы.

Формулы (1.36), (1.37) требуют также определенной аккуратности при больших и малых значениях магнитного поля, где их формальное применение дает физически бессмысленный результат: кулоновские логарифмы устремляются к бесконечности (+ или -), если $B \to 0$ или ∞. Физически это означает, что при $\rho_\perp > \rho_{\max}$ отсутствуют вовсе замагниченные соударения и

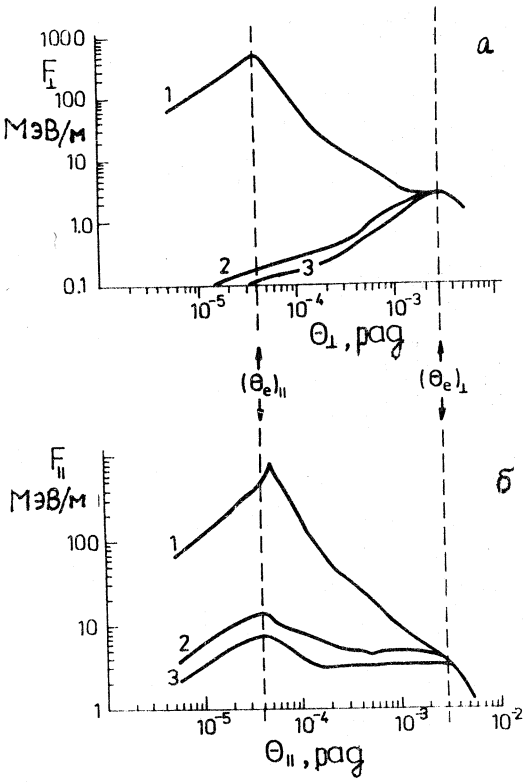


Рис. 7. Зависимость поперечной (*а*) и продольной (*б*) компонент силы трения (1.37) от скорости частиц для электронного пучка со «сплющенным» распределением и параметрами табл.3: $(\theta_p)_{\perp,\parallel} = V_{\perp,\parallel}/v_0$, $B = 3(1)$, 0,6(2), 0,1(3) кГс. В случае (*а*) $V_\parallel = 0$, (*б*) $V_\perp = 0$

L_M следует положить равным нулю, а при $\rho_\perp > \rho_F$ исчезают адиабатические соударения и нужно принудительно занулить L_A. Наконец, если $\rho_\perp < \rho_{\min}$, то в L_M следует вместо $\rho_\perp$ подставить $\rho_{\min}$ («абсолютная» замагниченность).

Таким образом, влияние замагниченности электронов начинает сказываться, если

$$2\langle \rho_\perp \rangle < (\rho_{\max})_L \quad \text{или} \quad B \geq \frac{2mc}{e}\,\omega_{pe} \approx 120 \text{ Гс}.$$

Это условие, конечно, слабое, и уже при $V \approx 0{,}5\Delta_\perp$ такая замагниченность незаметна. Замагниченность можно считать «полной», если она проявляется вплоть до сверхмалых скоростей, когда в выражении для силы трения «работает» третий член $L_{MS}/\Delta_\parallel^3$. Это имеет место, если

$$\langle \rho_\perp \rangle \leq (\rho_{\max})_S \quad \text{или} \quad B \geq \frac{m\Delta_\perp c}{e}\left(\frac{n_e}{3z}\right)^{1/3} \approx \frac{800}{z^{1/3}} \text{ Гс}. \qquad (1.38)$$

«Абсолютная» замагниченность наступает, когда

$$\langle \rho_\perp \rangle < (\rho_{\min})_S \quad \text{или} \quad B \geq \frac{m^2 \Delta_\perp^3 c}{ze^3} \approx 6 \text{ МГс},$$

что нереально. Существенно, что критерий замагниченности (1.38) содержит плотность электронов.

Всю логику естественно учесть с помощью соответствующей программы численных расчетов. Пример такого расчета приведен на рис.7. Здесь отчетливо виден приближенный характер выражений (1.36), (1.37) — немонотонность силы трения в случае умеренной замагниченности (кривые *2*). Обратим внимание, что для незамагниченного пучка (кривые *3*) $F_\perp$ достигает максимума при $V = \Delta_\perp$, а $F_\parallel$ — при $V = \Delta_\parallel$.

Второе обстоятельство, заслуживающее внимания, — рост силы трения с уменьшением скорости частицы в области малых скоростей вплоть до $V \approx \Delta_\parallel$ (рис.7, кривые *1*). Этот эффект, отличающий замагниченный пучок от незамагниченного (ср. (1.36) с (1.28), (1.9)), объясняет явление «быстрого» электронного охлаждения, описанное во введении.

Сила трения в замагниченном пучке достигает максимума при $V \approx \Delta_\parallel$. В этой области приближение бинарных столкновений частица — электрон уже плохо работает (см. разд.5). Тем не менее из (1.36) следует

$$F_{\max} \sim -\frac{2\pi q}{\Delta_\parallel^2} L_{MS} \sim -2\pi z^2 e^2 n_e^{2/3}. \qquad (1.39)$$

Последнее выражение получается, если учесть значение $\Delta_\parallel$ из (1.26) или (4.5), (4.6) ниже и принять $L_{MS} \sim 1$. Открытым остается вопрос о степени z (разд.5). С другой стороны, $F_{\max}$ (1.39) по порядку величины равна силе, действующей на точечный заряд ze со стороны такого же электронного заряда, находящегося от него на расстоянии $l_e = n_e^{-1/3}$.

Наконец, третья особенность силы трения — существенное различие ее поперечной и продольной компонент в области малых скоростей. Это результат действия «сплющенного» распределения — осевая компонента поля заряженного диска (рис.3) вблизи его поверхности много больше радиальной. В результате продольная компонента скорости частицы охлаждается в области $V < \Delta_\perp$ быстрее поперечной. Отношение $F_\parallel / F_\perp$ составляет порядка $\Delta_\perp / V_\parallel$ при $V \sim \Delta_\perp$ и порядка 3 при $\Delta_\perp \gg V > \Delta_\parallel$.

Диффузия заметно проявляется только в области сверхмалых скоростей, где она и определяет равновесное состояние охлажденного пучка. Для

ее оценки можно воспользоваться той же схемой, что и при выводе Δp_v (рис.6). Вычислив радиальную компоненту передаваемого импульса

$$\Delta p_\perp = \int_{-l}^{l} (-F_e) \sin\varphi \frac{ds}{v} \approx \frac{2ze^2}{\rho v_e},$$

найдем средний квадрат импульса, передаваемого в единицу времени:

$$\frac{\overline{d\Delta p^2}}{dt} \approx n_e \Delta_{\|} \int_{(\rho_{min})_S}^{(\rho_{max})_S} (\Delta p_\perp)^2 2\pi \rho d\rho,$$

откуда

$$Q \approx \frac{4\pi q}{M\Delta_{\|}} L_{MS}. \qquad (1.40)$$

Этот результат отличается от точного [10] множителем $\sqrt{\pi/2}\ \ln(\Delta_{\|}/\Delta_\perp) \approx 1$.

Подстановка выражений для силы (1.36) и мощности диффузии (1.40) в области сверхмалых скоростей в уравнение Ланжевена (1.14) дает равновесное значение температуры и скорости охлаждаемой частицы в замагниченном пучке:

$$T_p = T_{\|},$$
$$\sqrt{\overline{V_{equ}^2}} \approx \sqrt{\frac{m}{M}}\,\Delta_{\|}. \qquad (1.41)$$

В отличие от незамагниченного пучка (1.29) здесь все три компоненты скорости частицы охлаждаются одинаково глубоко, и установившееся значение этой скорости определяется продольным разбросом скоростей электронов.

2. ПУЧКИ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ В КУЛЕРЕ

2.1. Бетатронные колебания и время охлаждения. Движение частиц в магнитной фокусирующей системе накопителя вносит свои особенности в динамику электронного охлаждения. Бетатронные колебания приводят к тому, что мгновенные значения поперечных компонент скорости частицы принимают на участке охлаждения все возможные значения — от нулевого до максимального. Соответственно изменяется и мгновенное значение силы трения. Поэтому для вычисления времени охлаждения следует произвести усреднение по бетатронным колебаниям [20].

Ограничимся случаем пучка, свободно циркулирующего в постоянном поле накопителя (ускоряющее ВЧ-напряжение выключено). Частица совершает бетатронные колебания вокруг некоторой замкнутой орбиты, положение которой в пространстве определяется отклонением продольной компоненты импульса от равновесного значения:

$$\Delta x(s) = \psi(s)\frac{\Delta p}{p}, \tag{2.1}$$

где s — продольная координата, $\psi(s)$ — дисперсионная функция накопителя. Под действием охлаждения Δp и, соответственно, Δx убывают достаточно медленно, так что

$$\omega_x \frac{d\Delta x}{dt} << \Delta x,$$

ω_x — частота радиальных бетатронных колебаний. Поэтому радиальные колебания, как и вертикальные, можно в данном случае описывать уравнением осциллятора со слабым трением:

$$\ddot{x} + \omega_x^2 x = \frac{1}{M} F_x(\mathbf{V}),$$

$$x(t) = \frac{V_0}{\omega_x}\sin\varphi, \qquad \varphi = \omega_x t + \varphi_0.$$

По-прежнему рассматриваем движение частицы в движущейся системе (системе электронов), переход в лабораторную систему обсудим ниже.

Домножая обе части уравнения на $\dot{x}$ и производя усреднение по периоду колебаний, получим

$$\frac{dV_0^2}{dt} = \frac{2}{M}\overline{F_x(\mathbf{V})V_x} = \frac{2}{M}\overline{P_x}.$$

Это есть не что иное, как уравнение Ланжевена для осциллятора (диффузией для больших V_0 можно пренебречь); здесь, в отличие от (1.13), V_0 — амплитуда скорости. Отсюда декремент затухания колебаний

$$\lambda_x \equiv -\frac{1}{V_0^2}\frac{dV_0^2}{dt} = -\frac{2}{MV_0^2}\overline{P_x(\mathbf{V})}. \tag{2.2}$$

Иногда удобно использовать другое выражение для декремента. Учитывая, что

$$F(\mathbf{V}) \simeq \mathbf{F}(\mathbf{V}^*) + \frac{\partial F}{\partial V}\bigg|_{\mathbf{V}^*=\mathbf{V}}(\mathbf{V}^* - \mathbf{V}),$$

найдем из (2.2) значение декремента в точке $\mathbf{V}^*$:

$$\lambda_x = -\frac{2\overline{V}^2}{MV_0^2}\frac{\partial F}{\partial V}\bigg|_{\mathbf{V}^*=\mathbf{V}}.$$

Отсюда следует, в частности, что для свободной частицы ($\overline{V}^2 = V_0^2$) декремент вдвое больше, чем для осциллятора ($\overline{V}^2 = V_0^2/2$). Это обстоятельство необходимо учитывать при вычислении декрементов для продольной (свободной) и поперечных (бетатронные колебания) степеней свободы. Такие же соотношения имеют место для z-колебаний. Подчеркнем, во избежание недоразумений, что (2.2) есть декремент затухания квадрата амплитуды или квадрата скорости (т.е. эмиттанса пучка), тогда как для амплитуды или скорости декремент вдвое меньше. Это почти тривиальное утверждение часто забывают при анализе экспериментальных результатов.

Проще всего дело обстоит в области сверхнизких скоростей, где сила трения пропорциональна скорости частицы. Для замагниченного электронного пучка

$$\lambda_x = \lambda_z \approx \frac{2\pi q}{mM}\frac{L_{MS}}{\Delta_{||}^3}. \tag{2.3}$$

В области больших и малых скоростей сложная зависимость силы трения от скорости не позволяет так просто произвести усреднение. Можно сделать лишь достаточно грубые оценки, пренебрегая зависимостью кулоновских логарифмов от скорости частицы (см. (1.37)). Тогда для полностью замагниченного электронного пучка можно принять

$$\mathbf{F} \approx -\frac{4\pi q}{m}\mathbf{V}\frac{L_C}{V^3}, \quad L_C \approx 10, \quad V > \Delta_{||}. \tag{2.4}$$

Теперь можно выделить два практически важных случая:

а) строго одномерные колебания, только по одной из поперечных степеней свободы; эта ситуация типична в экспериментах по измерению времени охлаждения (см. разд.3 ниже);

б) возбуждены колебания по всем трем степеням свободы, что имеет место, например, при накоплении тяжелых частиц в кулере.

В случае (а) имеем

$$V_x \approx \begin{cases} V_0\cos\varphi, & V_x > \Delta_{||} \\ \Delta_{||}, & V_x < \Delta_{||} \end{cases},$$

что дает

$$\overline{P}_x \approx -\frac{4\pi q L_C}{m}\frac{1}{\tau}\int\limits_0^{\tau\to\infty}\frac{V_x^2 dt}{V^3} \simeq$$

$$\simeq -\frac{4\pi q L_C}{m V_0}\frac{2}{\pi}\left(\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}-\delta}\frac{d\varphi}{\cos\varphi}+\frac{V_0^3}{\Delta_{\|}^3}\int\limits_{\frac{\pi}{2}-\delta}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2\varphi d\varphi\right),$$

где $\delta = \Delta_{\|}/V_0 << 1$. Выполнив интегрирование, после подстановки в (2.2) найдем

$$\lambda_x \simeq \frac{16 q L_C}{m M V_0^3}\ln\frac{V_0}{\Delta_{\|}}. \tag{2.5}$$

Полное время охлаждения «больших амплитуд» получим, интегрируя (2.2) с учетом (2.5):

$$\tau_a \approx \frac{mM}{24 q L_C}\frac{V_0^3}{\ln(V_0/\Delta_{\|})}. \tag{2.6}$$

Отметим, что для свободных частиц (1.13) и (2.4) дают время охлаждения в $(2/\pi)\ln(V_0/\Delta_{\|})$ раз больше.

В случае (б) влияние бетатронных колебаний не столь существенно, поскольку поперечные компоненты скорости изменяются асинфазно, а продольная — монотонно. Поэтому в знаменателе (2.4) можно положить $V \approx V_0$ и записать

$$\overline{P}_x \approx -\frac{2\pi q L_C}{m V_0},$$

что дает аналогично (2.5), (2.6)

$$\tau_b \approx \frac{mMV_0^3}{6\pi q L_C}. \tag{2.7}$$

Подчеркнем также, что это есть время охлаждения квадрата амплитуды скорости, т.е. эмиттанса пучка частиц.

2.2. Время охлаждения в лабораторной системе. Соотношения (2.6), (2.7) получены в системе электронов. Для перехода в лабораторную систему необходимо учесть лоренц-фактор γ в преобразовании времени и плотности электронов. Кроме того, удобно выразить плотность электронов через плотность тока электронного пучка, усредненную по орбите частиц:

$$\langle n_e \rangle = \frac{\eta J}{e\gamma\beta c},\quad \eta = \frac{l_{\text{cool}}}{C};\quad J = \frac{I}{\pi a_{\max}^2},\quad a_{\max} = \max\{a_e, a_p\}, \tag{2.8}$$

a_e, a_p — радиусы сечений обоих пучков на участке охлаждения длины l_{cool}, C — периметр накопителя, I — ток электронов, а также ввести параметр

$$\theta = \frac{\Delta p_\alpha}{p_0},$$

где Δp_α — отклонение компоненты импульса частицы ($\alpha = x,z,s$) от равновесного значения p_0 в лабораторной системе. Очевидно,

$$\theta_{x,z} = \frac{\Delta p_{x,z}}{p_0} = \frac{V_{x,z}}{\gamma\beta c}, \quad \beta = \frac{v_0}{c}, \quad \gamma = (1-\beta^2)^{-1/2},$$

$$\theta_e = \frac{\Delta_\perp}{\gamma\beta c}, \quad \theta_s = \frac{\Delta p_s}{p_0} = \frac{V_\parallel}{\beta c},$$

$$\theta_\parallel = \frac{\Delta_\parallel}{\beta c}, \quad \varepsilon_{x,z} = \beta_{x,z}\theta_{x,z}^2, \tag{2.9}$$

где ε — эмиттанс пучка, $\beta_{x,z}$ — так называемые бетатронные функции накопителя. В этих обозначениях формулы (2.6), (2.7) принимают вид

$$\tau_{lab} \approx \frac{\beta^4\gamma^2}{6kcr_pL_C}\,\frac{mc^3}{\eta eJ}\,\frac{A}{z^2}\begin{cases}\gamma^3\theta_{x,z}^3 & \text{— } x,\ z\text{–компоненты,}\\ \theta_\parallel^3 & \text{— } s\text{–компонента,}\end{cases} \tag{2.10}$$

где $r_p = 1{,}534\cdot10^{-16}$ см — классический радиус протона, A, ze — атомная масса и заряд частицы (отметим также, что $mc^3/e = 17\ kA$),

$$k = \begin{cases}\pi & \text{— трехмерные колебания}\\ 4\ln(\theta_{x,z}/\theta_\parallel) & \text{— одномерные колебания по } x \text{ или } z.\end{cases}$$

Для типичных параметров (табл.3) формула (2.10) дает $\tau_{lab} = 2{,}9$ с в случае трехмерных колебаний, тогда как численное интегрирование (1.36) — 2,85 с. Близкое значение полученных результатов отражает тот факт, что трехмерные колебания с точки зрения динамики охлаждения (скорость частицы не обращается в нуль) близки к случаю свободной частицы.

2.3. Монохроматическая неустойчивость. При наклоне оси электронного пучка относительно равновесной траектории частицы на некоторый угол α может возникнуть так называемая монохроматическая неустойчивость [10,20]. Такой перекос эквивалентен появлению в электронном пучке постоянной поперечной скорости $\Delta v_\perp = \gamma\beta c\,\alpha$ (в системе электронов). Совершая бетатронные колебания, частица движется по или против этой скорости. Так как

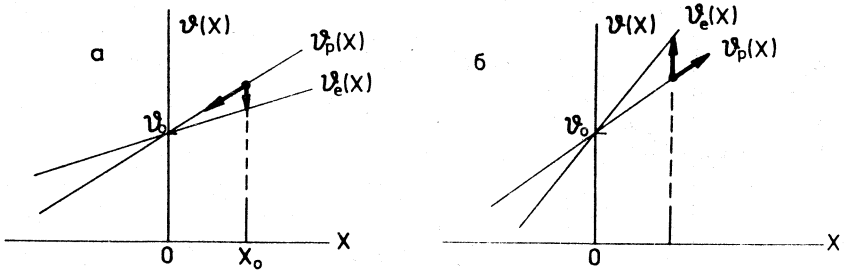


Рис. 8. Действие охлаждения в электронном пучке с линейным градиентом скоростей по радиусу: *а*) устойчивый режим, частицы «скатываются» к оси пучка, *б*) неустойчивый режим, частицы «убегают» из пучка

относительная скорость частицы и электронов в первом случае много меньше (разность скоростей), чем во втором (сумма), сила трения вызывает раскачку колебаний до амплитуды $V_0 \approx \Delta v_\perp$. Значение скорости «охлажденного» пучка значительно превышает предел (1.41). Критическое значение угла α_0, при котором такая неустойчивость развивается, зависит от параметров системы охлаждения. Если пучок незамагничен, критический угол определяется разбросом поперечных скоростей: $\Delta v_\perp > \Delta_\perp$, $\alpha > \theta_e$. В замагниченном электронном пучке определяющим является разброс продольных скоростей: $\Delta v_\perp > \Delta_\parallel$, $\alpha > \theta_\parallel$. Правда, в этом случае и установившееся значение амплитуды скорости соответственно меньше: $V_0 \approx \Delta_\parallel$, но все же значительно превышает предел (1.41).

Не менее жесткие требования на однородность магнитного поля. Если, например, угол силовой линии с равновесной траекторией осциллирует с амплитудой α_0, это эквивалентно увеличению поперечной скорости электронов до величины $\alpha_0 \gamma \beta c$. Такой «нагрев» электронного пучка не изменяет существенно картину взаимодействия [10], если

$$a_0 << \theta_e. \tag{2.11}$$

2.4. Градиент скоростей электронов. Пространственный заряд электронного пучка создает градиент скоростей электронов, что, вообще говоря, снижает эффективность электронного охлаждения [26]. Поясним этот эффект вначале на примере постоянного градиента (рис.8).

Поскольку электронное охлаждение «подстраивает» скорости частиц под среднюю скорость электронов, положение мгновенной равновесной орбиты, вокруг которой колеблется частица в свободно циркулирующем

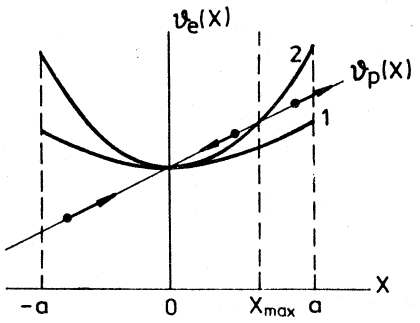


Рис. 9. Распределение скоростей электронов в пучке постоянной плотности: *1* — $I < I_{крит}$; *2* — $I > I_{крит}$, частицы в области $x > x_{max}$ уходят из пучка

пучке, смещается в пространстве (точка x_0 на рис.8). Это смещение направлено внутрь, к оси электронного пучка, или наружу в зависимости от величины градиента dv_e/dx. В первом случае пучок, охлаждаясь, сжимается, во втором — рассыпается, уходит из электронного пучка. Критерий устойчивости электронного охлаждения, с учетом (2.1), можно записать в виде

$$\frac{dv_e}{dx} \le \frac{dv_p}{dx} = \frac{\beta c}{\gamma^2 \psi},$$

v_p, v_e — скорости электронов и частиц в лабораторной системе, или

$$\frac{\gamma^2 \psi}{\beta c} \frac{dv_e}{dx} \le 1. \qquad (2.12)$$

В реальной системе охлаждения скорости электронов нелинейно зависят от координат. В частности, если плотность пучка постоянна,

$$\frac{dv_e}{dx} = \frac{2el}{\beta^2 c^2 \gamma^3 m} \frac{x}{a^2}.$$

Отсюда следует ограничение на ток пучка:

$$I \le \beta^3 \gamma \frac{mc^3}{e} \frac{a}{2\psi} \simeq 1A. \qquad (2.13)$$

Если условия (2.12), (2.13) не выполнены, часть пучка теряется (рис.9). Анализ влияния градиента скоростей электронов на силу трения [20] приводит к тому же условию (2.12).

2.5. Время жизни частицы в кулере. Для пучка умеренной интенсивности, далекой от развития коллективных процессов, вызывающих неустойчивость ионного пучка, процессами, ограничивающими время жизни его частиц, являются однократное рассеяние на атомах остаточного газа и внутренней мишени и рекомбинация (для ионов) с охлаждающими электронами. Действие многократного рассеяния, как правило, подавлено электронным охлаждением (см. п.7.2). Предельный угол однократного рассеяния определя-

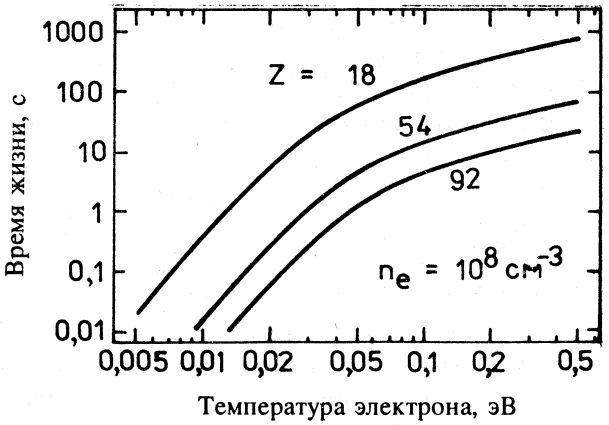


Рис. 10. Электрон-ионная рекомбинация. Расчетная зависимость времени жизни многозарядных ионов от температуры ионов [29]: $\eta = 0{,}02$, $n_e = 10^8$ см$^{-3}$. В области релятивистских энергий следует τ домножить на γ^2

ется аксептансом накопителя $\pi\varepsilon$ и значением бетатронной функции β_ε в точке рассеяния: $\theta_{max} = \sqrt{\varepsilon / \beta_\varepsilon}$. В результате время жизни частицы

$$\tau_\theta = \frac{1}{\langle \sigma n_0 \rangle v_0} \approx \frac{\beta^3\gamma^2}{4\pi z_0^2 r_p^2 c} \left(\frac{A}{z}\right)^2 \frac{\varepsilon}{\langle n_0 \beta_\varepsilon \rangle}. \qquad (2.14)$$

Здесь A, ze — атомная масса и заряд частицы, z_0, n_0 — атомный номер и плотность рассеивателя, символ $\langle\ \rangle$ означает усреднение вдоль орбиты частицы. Для накопителя с параметрами табл.3 и $A/z \approx 2$ время жизни τ_θ составляет около $1/z_0^2$ лет (см. также оценки к формуле (7.1) и комментарий к ней).

В результате рекомбинации скачкообразно уменьшается заряд иона и, соответственно, увеличивается радиус его равновесной орбиты, что может привести к гибели иона на стенках камеры. Для охлажденных частиц скорость рекомбинации определяется, в основном, температурой электронов. При температуре порядка 0,1 эВ и более преобладает так называемая радиационная рекомбинация — захват электрона ионом с испусканием фотона [20,27]. Коэффициент радиационной рекомбинации

$$\alpha_r \simeq \frac{20\alpha\, r_e^2 c^2 z^2}{\Delta_\perp \ln(\alpha\, cz/\Delta_\perp)}, \qquad (2.15)$$

где α — постоянная тонкой структуры. Время жизни по этому процессу равно

$$\tau_r = \frac{1}{\langle \alpha_r n_e \rangle} \simeq 1{,}38\cdot 10^7 \; \frac{\beta^2\gamma^3\theta_e \ln(z/137\beta\gamma\theta_e)}{z^2\eta\, J_{A/см^2}}. \qquad (2.16)$$

Для протонов и параметров табл.3 τ_r составляет более 200 часов, тогда как для ионов свинца всего 6 мин. Нужно учесть также, что охлажденный (сжатый) пучок частиц взаимодействует обычно с приосевой частью электронного пучка, где поперечные скорости электронов на порядок ниже. С учетом этого замечания приведенная численная оценка хорошо согласуется с экспериментальными результатами НАП-М [8,28].

С уменьшением температуры электронов все более заметным становится вклад диэлектронной рекомбинации (соударение иона с двумя электронами, один из которых уносит энергию возбуждения иона, захватившего электрон).

Результаты расчетов из работы [29] представлены на рис.10.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СИЛЫ ТРЕНИЯ

В развитии метода электронного охлаждения следует выделить три стадии экспериментальных исследований:

1974—1984 гг. — эксперименты на протонных накопителях в ИЯФ СО АН СССР [5,8,9,28], ЦЕРН [11] и FNAL [12];

1985—1988 гг. — эксперименты на установке «Модель соленоида» в ИЯФ СО АН СССР [23,30];

1988—1994 гг. — ввод в действие антипротонного и ионных накопителей (табл.1) и эксперименты на них.

Подробное описание постановки экспериментов можно найти в цитированных оригинальных работах и обзорах [3,9,27,31,32].

Отличительной особенностью новосибирских экспериментов (рис.1) было применение нескольких методик измерения поперечных размеров (эмиттанса) охлаждаемого пучка — профилометров на основе магниевой струи, тонкой кварцевой нити-рассеивателя, быстро пересекающей пучок (рис.11), детектора нейтральных атомов водорода, образующихся на участке охлаждения. Как ни странно, до сих пор ни один из накопителей третьего поколения не располагает подобной техникой (только в 1994 г. на CELSIUS

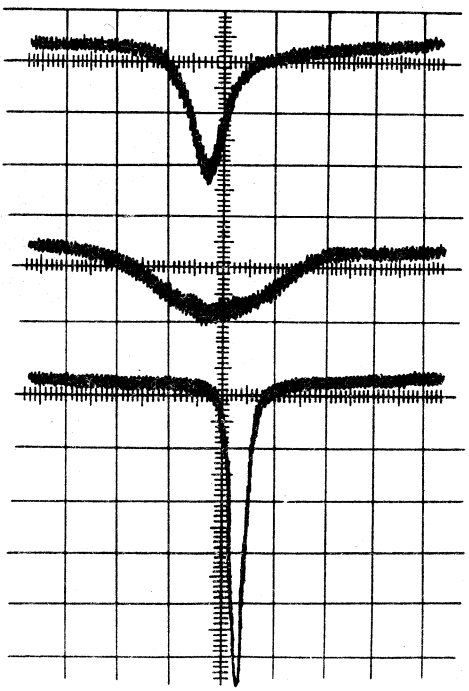


Рис. 11. Профиль пучка, измеренный методом рассеяния протонов на кварцевой нити. Сверху вниз: пучок сразу после ускорения, через 200 с без охлаждения, охлаждение включено

установлен профилометр с магниевой струей, разработанный в ИЯФ СО РАН, Новосибирск).

Для измерения продольной компоненты силы трения эффективно используется шоттки-диагностика (см. [27,32]), позволяющая измерять с хорошей точностью спектр частот обращения в охлаждаемом пучке. Поэтому в физике электронного охлаждения ионов больше экспериментальных данных получено для продольной степени свободы.

Измерения декремента затухания бетатронных колебаний, проведенные на накопителе НАП-М [28], показали (рис.12), что в диапазоне энергий протонов 1,5÷65 МэВ зависимость декремента от относительной скорости частиц и электронов аппроксимируется зависимостью

$$\lambda^* = \frac{A}{z^2}\frac{\lambda_{exp}}{n_e^*} = \frac{10^6}{(V_\perp^2)_{см/с}}\ \text{см}^3/\text{с}, \quad 10^6 \le V_\perp \le 10^7\ \text{см/с}, \quad n_e^* = 10^{-8}\,\eta n_e .$$

При этом $\Delta_\perp \approx 2\cdot10^7$ см/с, $\Delta_\parallel \approx 3\cdot10^5$ см/с, т.е. данные относятся к области малых скоростей. Проведенные позднее на TSR измерения *продольной* силы трения и ее декремента для многозарядных ионов [33] в области значений *поперечной* скорости $3\cdot10^5$ *см/с* $< V_\perp < 10^6$ см/с дали любопытные результаты (рис.12): две группы экспериментальных точек НАП-М ($\lambda_\perp$) и TSR ($\lambda_\parallel$) лежат на кривой $V_\perp^3$, как и предсказывает теория (1.36), тогда как точки внутри каждой из групп ложатся на более слабую зависимость — между $V_\perp^{-1/2}$ и $V_\perp^{-2}$. По-видимому, необходимы более точные измерения с более широким охватом диапазона скоростей. Последние ре-

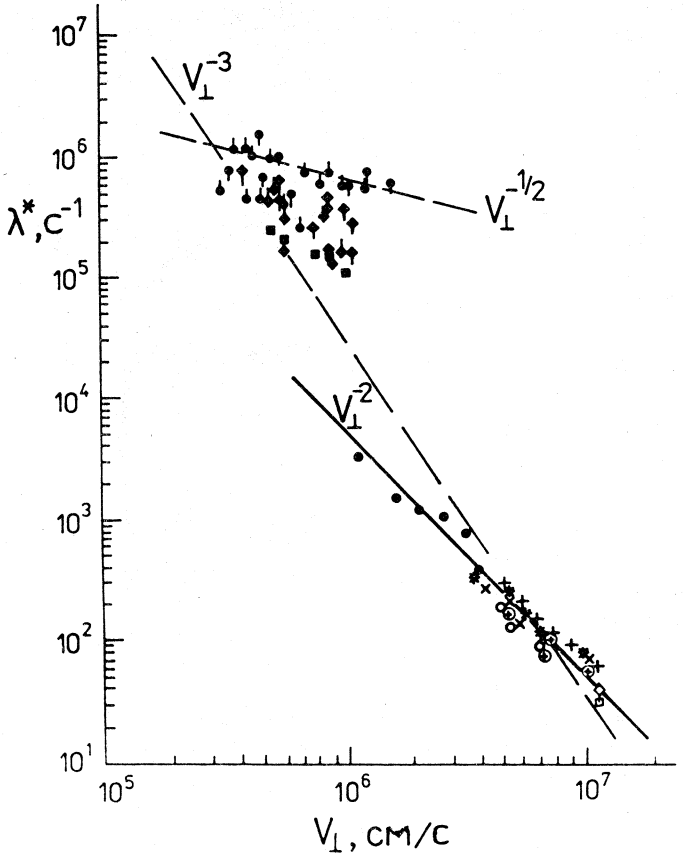


Рис. 12. Зависимость приведенного декремента затухания поперечных колебаний от относительной скорости частиц и электронов [28,33,34]: $\lambda^* = \frac{A}{z^2}\frac{\lambda_{exp}}{n_e^*}$, $n_e^* = 10^{-8}\,\eta n_e$

зультаты TSR [34] для ($\lambda_\perp$) (рис.12, ионы C^{6+} и S^{16+}) находятся в хорошем согласии с результатами НАП-М. Обозначения на рис.12 приведены ниже.

Установка	НАП-М [28, 3], $\lambda_\perp$						TSR [33], $\lambda_\parallel$					TSR [34], $\lambda_\perp$	
МэВ/нуклон	1,5	65	65	65	65	35	12					11,4	
символ	•	+	×	⊕	○	*	●	●	◆	◆	■	◆	■
частицы	протоны						d	Li^{3+}	C^{6+}	O^{8+}	S^{16+}	C^{6+}	S^{16+}

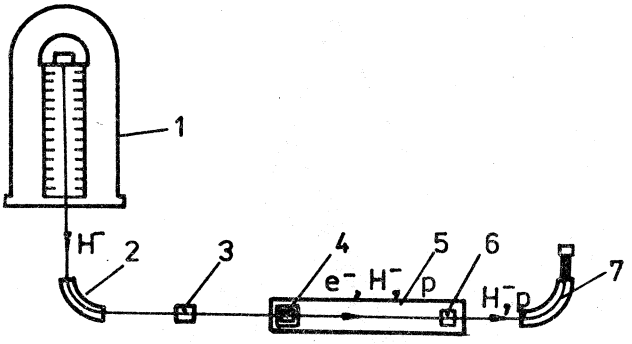


Рис. 13. Схема установки МОСОЛ: *1* — электростатический ускоритель, *2* — дефлектор, *3* — паромагниевая мишень, *4* — электронная пушка и пластины сведения пучков, *5* — соленоид, *6* — коллектор электронов, *7* — спектрометр

Наиболее тщательно свойства продольной компоненты силы трения были исследованы на установке «модель соленоида» (МОСОЛ) в ИЯФ СО РАН (рис.13 и табл.4) [30], где пучок протонов или отрицательно заряженных ионов водорода, ускоренный в электростатическом ускорителе, охлаждался за время пролета сквозь электронный пучок. Высокая стабильность во времени энергии ускорителя обеспечивала малый разброс продольных скоростей частиц, а применение источника H^- и паромагниевой мишени с дистанционным включением позволяло изменять знак заряда частиц при постоянстве остальных параметров. Это дало возможность очень точно провести сравнение значений силы трения для частиц обоих знаков. Прецизионность эксперимента обеспечивалась, кроме того, благодаря использованию специального электростатического спектрометра (см. [23]).

Таблица 4. Параметры установки МОСОЛ

Энергия ионов водорода, кэВ	850
Стабильность энергии ионов, кэВ	$\pm 2{,}5 \cdot 10^{-5}$
Энергия электронов, эВ	463
Ток электронов, мА	1÷15
Плотность электронов, 10^{-8} см$^{-3}$	1,6÷23,5
Магнитное поле, кГс	1÷3
Непараллельность магнитного поля, $B_\perp/B$	$5 \cdot 10^{-5}$
Длина участка охлаждения, м	2,4

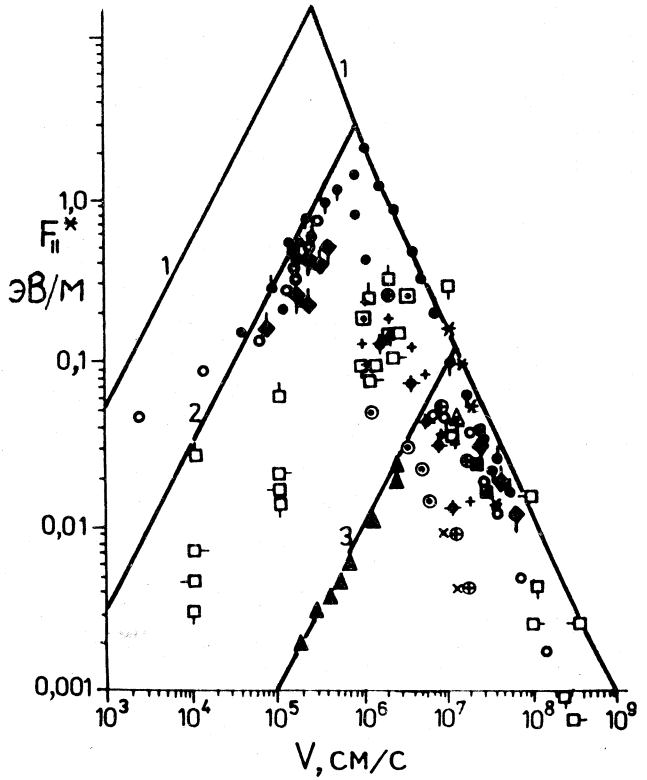


Рис. 14. Результаты измерения продольной силы трения [23,35—38]: $F^* = F_{\|} / z^2 n_e^*$, где $n_e^* = 10^{-8}$ см$^3 \cdot \eta\, n_e\, \gamma^{-1}$ — «приведенная» плотность электронов в системе частиц; сплошные линии — расчет по формулам (1.36),(1.37) для $n_e = 10^{-8}$ см$^{-3}$ и различных значений $\Delta_{\|}$ [см/с]: $3{,}4 \cdot 10^5$ (*1*), $1 \cdot 10^6$ (*2*), $1 \cdot 10^7$ (*3*)

Важной особенностью эксперимента была также высокая однородность магнитного поля.

Результаты этих экспериментов, а также большинства других, проведенных к настоящему времени, представлены на рис.14 [23,35—38]. Они показывают, что в области больших и малых скоростей ($V > \Delta_{\|}$) наблюдается хорошее количественное согласие с теорией. В частности, убедительно представлен эффект замагниченности — сила трения продолжает расти с

уменьшением V в области $V < \Delta_{\perp} \approx 3 \cdot 10^7$ см/с. Обозначения на рис.14 следующие:

Символ	Установка	Частицы	Энергия, МэВ/нуклон
✦	НАП-М	протоны	65
●	МОСОЛ	протоны	0,85
▲	ICE	протоны	47
○	IUCF	протоны	45
⊕	LEAR	протоны	49
+	TARN	протоны	20
⊡	CELSIUS	протоны	180
⊙	CELSIUS	дейтроны	783
◬	CELSIUS	O^{8+}	296
●	TSR	дейтроны	12
●	TSR	Li^{3+}	12
◆	TSR	C^{6+}	12
◆	TSR	O^{8+}	12
■	TSR	S^{16+}	12
*	CRYRING	дейтроны	12,2
▯	ESR	C^{6+}	250
▯	ESR	Ti^{22+}	250
▯	ESR	Xe^{54+}	250
▯	ESR	U^{92+}	250

В области сверхмалых скоростей в четырех разных экспериментах (МОСОЛ, IUCF, ESR и TSR) наблюдалась линейная зависимость силы трения от $V_{\parallel}$, как и предсказывает теория. Однако абсолютное значение силы, измеренной экспериментально, почти на порядок меньше расчетного для плотности $n_e = 1 \cdot 10^8$ см^3 (рис.14). Такое различие связано, по-видимому, с недостаточной стабильностью энергии электронов. Действительно, для достижения максимального уровня силы трения в области сверхмалых скоростей требуется стабильность:

$$\frac{\delta \mathcal{E}}{\mathcal{E}} << 2 \frac{\Delta_{\parallel}}{\beta c} = 2 \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{e^2 n_e^{1/3}}{mc^2}}.$$

Кубическая зависимость силы от $\Delta_{\parallel}$ требует достаточно сильного неравенства (хотя бы в 3 раза) для исключения влияния $\delta \mathcal{E}$. Для установки

МОСОЛ эта оценка дает $\delta\mathcal{E}/\mathcal{E} < 2\cdot 10^{-5}$, а для IUCF и TSR еще на порядок меньше. Правдоподобность приведенных объяснений подтверждается еще и тем фактом, что точки всех трех экспериментов хорошо легли на одну кривую, что означает отсутствие зависимости приведенной силы от плотности n_e (напомним, что $\Delta_{\|} \propto n_e^{-1/6}$ в отсутствие нестабильности энергии электронов (см. (4.5)). Аналогичное влияние оказывает неоднородность магнитного поля системы электронного охлаждения (п.2.3.). Не исключено, что в этом же причина низкого уровня силы в ранних экспериментах на ICE, где также $F_{\|} \propto V_{\|}$ (рис.14). Если это так, тогда пульсации энергии электронов на ICE составляли около 10^{-3} ($\Delta_{\|} \sim 10^7$ см/с).

Отдельного обсуждения заслуживает охлаждение многозарядных ионов [33,38]. В области $V_{\|} > \Delta_{\|}$ наблюдается хорошее согласие с теорией. В то же время для сверхмалых скоростей экспериментальные данные довольно противоречивы: точки TSR хорошо совпали с точками для протонов (рис.14), хотя и наблюдается слабая (логарифмическая — см. п.5.3 и рис.17) зависимость от z. Точки ESR [38] легли значительно ниже, демонстрируя сильную зависимость от z. Последние результаты вызывают сомнение: значения приведенной силы трения для C^{6+} в опытах ESR лежат ниже кривой для протонов и дейтронов, тогда как в опытах TSR они хорошо совпадают с последними; кроме того, приведенное значение для Xe^{54+} больше, чем для Ti^{22+}. (Отметим, что в экспериментах МОСОЛ и ESR кривые $F(V_{\|})$ снимались непрерывно по $V_{\|}$ сканированием энергии электронов (МОСОЛ, [23], рис.12) или частиц (ESR [38]). Точки этих кривых выборочно представлены на рис.14).

По существу, остается открытым вопрос о тонкостях физики охлаждения в этой области. Часть специфических особенностей взаимодействия при сверхмалых скоростях обсуждается в разд.5.

4. ОХЛАЖДАЮЩИЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ПУЧОК

4.1. Электростатическое ускорение и сплющенное распределение. В электронном пучке низкой интенсивности сплющенное распределение типа (1.26) имеет кинетическое происхождение [8]. Проще всего это продемонстрировать в нерелятивистском случае: электрон, эмитированный термокатодом при температуре T_c и ускоренный в электростатическом поле разностью потенциалов U_0, имеет кинетическую энергию

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_c + eU_0 = \frac{m}{2}(v_0 + \Delta v)^2; \quad \frac{mv_0^2}{2} \equiv eU \equiv \mathcal{E}_0,$$

$\mathcal{E}_c$ — кинетическая энергия электрона на катоде. Отсюда разброс скоростей и температура продольной степени свободы электронов в системе, движущейся со скоростью v_0, равны

$$\Delta_{\|} \approx \frac{T_c}{mv_0}, \quad T_{\|} \equiv m\Delta_{\|}^2 \approx \frac{T_c^2}{2\mathcal{E}_c}.$$

Более строго $T_{\|}$ можно найти [25], записав функцию распределения электронов на катоде в виде

$$f(\mathcal{E}_c) = A \cdot \mathrm{e}^{-\mathcal{E}_c / T_c}, \quad A = \mathrm{const}. \tag{4.1}$$

Из закона сохранения энергии и преобразований Лоренца найдем

$$\mathcal{E}_c = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} - (\mathcal{E}_0 + mc^2) \approx \beta c(p - p_0) = \gamma m v_{\|},$$

$$p_0 \equiv \langle p \rangle = \beta\gamma mc, \tag{4.2}$$

p — продольная компонента импульса электрона в лабораторной системе после ускорения, $v_{\|}$ — скорость электрона в системе, движущейся со скоростью $v_0 = \beta c$.

Поскольку функция распределения есть интеграл бесстолкновительного уравнения Власова, если в качестве аргумента выбрана полная энергия, $f(p)$ в (4.1) сохраняет свой вид и после ускорения. Подставив $\mathcal{E}_c$ из (4.2) в (4.1) и преобразуя функцию распределения из лабораторной системы в движущуюся, после нормировки на единицу найдем

$$f(v_{\|}) = \frac{\beta\gamma mc}{T_c} \mathrm{e}^{-\beta\gamma mcv_{\|}/T_c}, \quad v_{\|} > 0. \tag{4.3}$$

Условие $v_{\|} > 0$ отражает очевидный физический факт: в пучок из катода попадают только электроны, летящие «вперед». Поэтому $\langle v_{\|} \rangle \neq 0$, и «продольная» температура

$$T_{\|} = m\left(\langle v_{\|}^2 \rangle - (\langle v_{\|} \rangle)^2\right) = \frac{T_c^2}{\beta^2\gamma^2 mc^2},$$

$$T_{\|} = \frac{T_c^2}{2\mathcal{E}_0} \approx 3 \cdot 10^{-7}\ \text{эВ} \quad \text{при} \quad \mathcal{E}_0 \ll mc^2. \tag{4.4}$$

Распределение (4.3) не является равновесным. Пучок релаксирует к термически равновесному состоянию через некоторое, достаточно короткое время (см. п.4.3).

Поперечный импульс электрона не изменяется при ускорении, поэтому поперечная температура

$$T_\perp = T_c + T_{ab}(r),$$

где T_{ab} — вклад оптических аберраций электронной пушки, вообще говоря, зависящий от радиальной координаты электрона.

4.2. Флуктуации плотности электронов и продольная температура. Плотность электронов в пучках, используемых для охлаждения, достаточно высока, чтобы можно было пренебречь кулоновским взаимодействием между электронами. Поскольку расстояния между электронами l_e флуктуируют, локальное электрическое поле в электронном газе отлично от нуля, и электрон в нем обладает некоторой потенциальной энергией — так называемой корреляционной энергией, которая для горячего газа равна [39]:

$$\mathcal{E}_{\text{cor}} = -e^3\sqrt{\frac{\pi n_e}{T}}, \quad T >> e^2 n^{1/3}.$$

Такая ситуация имеет место в электронном пучке вблизи катода, где плотность электронов

$$n_c \sim n_e\sqrt{\mathcal{E}_0/T_c} \sim 1{,}5\cdot 10^{13}\ \text{см}^{-3} \quad (T_c \sim 0{,}1\ \text{эВ}),$$

так что $e^2 n_e^{1/3} \sim 10^{-3}$ эВ $<< T_c$. При достаточно быстром ускорении (см. (4.6)) электронный газ не успевает «перемешаться» и сохраняет начальную структуру. В этом случае корреляционная энергия электронов по порядку величины равна

$$\mathcal{E}_{\text{cor}} \sim -\frac{e^2}{\langle l_e \rangle} \sim -e^2 n_e^{1/3}.$$

Колебания, совершаемые электроном под действием локального электрического поля, преобразуют эту потенциальную энергию в кинетическую, что дает вклад в температуру электронов $T_{\text{cor}} \sim -\mathcal{E}_{\text{cor}}$. Можно продемонстрировать это явление на модели «электронного кристалла» со строго кубической решеткой и единственным отклонившимся от равновесия (на расстояние r) электроном. Такая система эквивалентна диполю тяжелая дырка — электрон. Осциллируя в поле дырки с периодом $\tau = \pi\sqrt{2mr^3/e^2}$, электрон имеет среднюю по времени кинетическую энергию $\overline{\mathcal{E}} = e^2/r$. Приняв распределение электронов по амплитудам гауссовым, с дисперсией l_e^2, найдем $T = 2\langle \overline{\mathcal{E}} \rangle = 2\sqrt{2}e^2/(\pi l_e) \approx e^2 n_e^{1/3}$. Отметим также, что $\langle \tau \rangle \approx 2\pi/\omega_{pe}$.

В результате установившаяся температура электронов есть

$$T_{\|} \sim \frac{T_c^2}{\beta^2\gamma^2 mc^2} + e^2 n_e^{1/3} \sim 3\cdot 10^{-7} \div 1\cdot 10^{-4} \text{ эВ}. \tag{4.5}$$

Время установления температуры (термализации пучка) определяется плазменными колебаниями (с частотой ω_{pe} (1.5)) и электрон-электронными соударениями. В принципе, это тот же самый процесс кулоновского взаимодействия, что и электронное охлаждение. В замагниченном пучке это случай S в формуле (1.36) для $F_{\|}$ при условии $m = M$, что дает

$$\tau_{ee} = \lambda_s^{-1} \sim \frac{\Delta_{\|}^3}{2\pi\, n_e r_e^2 c^4 L_{MS}} \sim 10^{-9} \text{ с}.$$

В «обычной» электронной пушке ускорение достаточно быстрое [40]:

$$\tau_{\text{acc}} \simeq 3\frac{d}{v_0} \sim 10^{-9} \text{ с},$$

релаксация не успевает сработать за время ускорения, и температура электронов, устанавливающаяся вскоре после выхода из пушки, имеет относительно большое значение:

$$(T_{\|})_{\text{fast}} \sim e^2 n_e^{1/3}. \tag{4.6}$$

Если же ускорение происходит достаточно медленно, так что

$$\frac{1}{T_{\|}}\frac{dT_{\|}}{dt} < \min\{\tau_{ee}^{-1}, \omega_{pe}\}, \tag{4.7}$$

электронный газ успевает релаксировать в ходе ускорения, и температура на выходе из пушки равна

$$(T_{\|})_{\text{slow}} \sim \frac{T_c^2}{\beta^2\gamma^2 mc^2}. \tag{4.8}$$

Условие (4.7) для нерелятивистской энергии можно записать через среднюю напряженность ускоряющего поля E:

$$\frac{1}{T_{\|}}\frac{dT_{\|}}{dt} = \frac{1}{\mathcal{E}}\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{v}{\mathcal{E}} eE < \omega_{pe},$$

откуда

$$E < \sqrt{\pi J \frac{m\beta c}{e}} \sim 3 \text{ кВ/см}. \tag{4.9}$$

Электрическое поле в пушке Пирса почти на порядок выше, т.е. такая пушка (работающая по «закону 3/2») является «быстрой», и температура электронов ее пучка определяется соотношением (4.6). Попытки создания «медленных» пушек делаются в настоящее время (см. [23]).

4.3. Продольно-поперечная релаксация. Сплющенное распределение, в свою очередь, релаксирует к изотропному в результате электрон-электронных соударений: холодная продольная компонента скорости нагревается за счет горячих поперечных. В отсутствие магнитного поля этот процесс есть не что иное, как диффузия в электронном пучке со сплющенным распределением, и формула (1.40) при $m = M$ дает ($\mathcal{E}_0 << mc^2$) [41]:

$$\frac{dT_{\|}}{dz} \approx \frac{\pi e^3 J L_c}{\mathcal{E}_0} \sqrt{\frac{m}{T_{\perp}}} \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ эВ/см},$$

т.е. продольная температура возрастает в 10 раз на расстоянии 2 м.

Процесс диффузии существенно подавлен в продольном магнитном поле, если

$$\langle \rho_{\perp} \rangle \le l_e = n_e^{-1/3}. \tag{4.10}$$

Для параметров табл.3 это условие требует $B > 1$ кГс. При такой (почти предельной) замагниченности электронный газ в системе электронов выглядит как набор ларморовских кружков, которые медленно, со скоростью $\Delta_{\|}$, путешествуют вдоль поля и сталкиваются друг с другом, обмениваясь импульсами $m\Delta_{\perp}$. Поэтому в мощности диффузии (1.40) появляется множитель $\Delta_{\|}/\Delta_{\perp}$:

$$\left(\frac{dT_{\|}}{dz}\right)_{\text{magn}} \approx \frac{\pi e^3 J L_c}{\mathcal{E}_0} \sqrt{\frac{m T_{\|}}{T_{\perp}^2}} \approx 10^{-7} \text{ эВ/см}. \tag{4.11}$$

5. ТОНКИЕ ЭФФЕКТЫ В ЭЛЕКТРОННОМ ОХЛАЖДЕНИИ

5.1. Сила трения для отрицательно заряженных частиц. Отрицательно заряженные частицы (антипротоны, отрицательно заряженные ионы) отталкивают электроны, тогда как положительно заряженные притягивают их. При столкновениях с параметрами $\rho < \rho_{\min}$ в первом случае замагниченный электрон отражается и передает частице импульс $2mV$, тогда как во втором случае он пролетает мимо частицы, не сообщая ей сколько-нибудь заметного импульса. Поэтому для отрицательно заряженной частицы продольная компонента силы трения увеличивается на

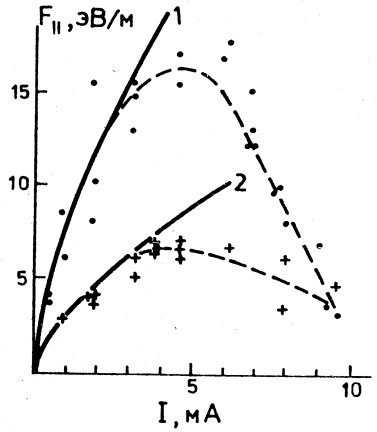


Рис. 15. Зависимость максимальной силы трения от тока электронного пучка [23]. $B = 3$ кГс, (●) — отрицательные ионы H^-, (×) — протоны, кривые — $F = ke^2n_e^{2/3}$, *1* — $k_1 = 1{,}82$, *2* — $k_2 = 0{,}72$

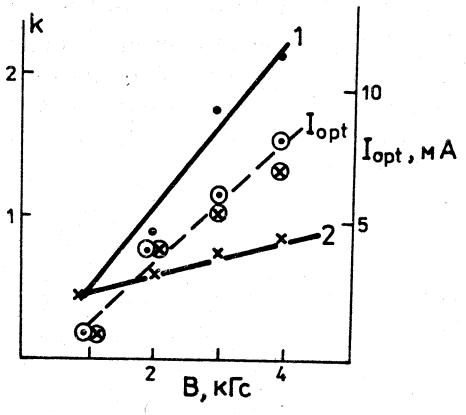


Рис. 16. Зависимость от магнитного поля коэффициентов k_1, k_2 и оптимального значения тока электронов [23]

$$\Delta F_{\parallel} = -n_e V\, 2mV\pi\rho_{\min}^2 \sim -\frac{2\pi q}{m}\begin{cases} 1/V^2, & V > \Delta_{\parallel}, \\ V^2/\Delta_{\parallel}^4, & V < \Delta_{\parallel}, \end{cases} \tag{5.1}$$

и максимальная величина продольной компоненты (см. (1.36)) есть

$$\left(F_{\parallel}^{(-)}\right)_{\max} \sim -\frac{2\pi q}{m\Delta_{\parallel}^2}(1 + L_{MS}) \sim -2\pi e^2 n_e^{2/3}(1 + L_{MS}). \tag{5.2}$$

Этот эффект был убедительно продемонстрирован в экспериментах на установке МОСОЛ [23,30]. Экспериментальные точки на рис.15 в области $I \le 3$ мА хорошо аппроксимируются функцией

$$F_{\parallel} = ke^2n_e^{2/3}, \quad k = \begin{cases} 1{,}82 \text{ — отрицательные ионы} \\ 0{,}72 \text{ — протоны.} \end{cases}$$

Спад силы трения в области $I \ge 3$ мА объясняется ухудшением качества электронного пучка с ростом тока (увеличение продольной температуры вдоль пучка из-за продольно-поперечной релаксации, влияние пространственного заряда электронного пучка и т.п.). Это подтверждает приведенная на рис.16 зависимость от магнитного поля значения тока пучка, при котором $F_{\parallel}$ достигает максимума (пунктирная линия) — I_{opt} линейно растет с

полем. Там же показана зависимость коэффициента k от поля — с ростом магнитного поля различие k_1 и k_2 заметно увеличивается.

5.2. Диффузия охлажденных протонов. Пучки частиц и охлаждающих электронов встречаются на участке охлаждения на выходе тороидальной секции (рис.2). В системе частиц сведение пучков выглядит как быстрое смещение электронов в направлении, перпендикулярном оси пучка охлаждаемых частиц:

$$\Delta z \approx \frac{(\beta c \Delta t)^2}{2R}, \tag{5.3}$$

где R — радиус кривизны траектории электрона в тороидальном соленоиде. Для параметров табл.3 эта оценка дает смещение порядка 1 мм за период циклотронного вращения (при этом $\rho_\perp \approx 0{,}02$ мм), т.е. частица и электрон встречаются «мгновенно». Если частицы уже охлаждены до уровня $V \le \Delta_{||}$ и имеют положительный заряд, электрон и частица движутся вместе, и электрон осциллирует вдоль направления магнитного поля под действием поля частицы, одновременно медленно вращаясь с частотой ω_d (дрейфуя) вокруг силовой линии поля, проходящей через частицу. Это хорошо известный дрейф в скрещенных полях — продольном магнитном и поперечном электрическом поле частицы. Сила, действующая на частицу со стороны электрона, изменяет свое направление с частотой дрейфа электрона

$$\omega_d \sim c \frac{ze}{\rho^3 B}, \tag{5.4}$$

и поперечные к полю компоненты импульса, сообщенного этой силой частице за время пролета участка охлаждения τ, равны

$$\Delta p_{x,z} \sim \int_0^\tau \frac{ze^2}{\rho^2} \left\{ \begin{array}{l} \sin \omega_d t \\ \cos \omega_d t \end{array} \right\} dt.$$

Отсюда

$$\Delta p_\perp^2 = \Delta p_x^2 + \Delta p_z^2 = \left(\frac{ze^2}{\rho^2} \frac{2}{\omega_d} \sin \frac{\omega_d \tau}{2} \right)^2.$$

Усредняя эту величину по большому интервалу времени $\Delta t >> \tau_0 > \tau$ (т.е. большому числу пролетов частицы через участок охлаждения с периодом τ_0), найдем добавку в мощность диффузии [23]:

$$\delta Q = \frac{1}{2M}\frac{1}{\tau_0 \sigma_{\max}} \int_0^{\rho_{\max}} \Delta p_\perp^2 2\pi \rho d\rho =$$

$$= \frac{4\cdot 2^{2/3}}{3M\tau_0}\left(\frac{Bn_e z^2 e^5 \tau^2}{c}\right)^{2/3} \int_{x_{\min}}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^{7/3}}\, dx \approx 4\eta \frac{\tau^{1/3}}{M}\left(\frac{eBq}{c}\right)^{2/3}, \qquad (5.5)$$

где $x_{\min} = 4cze\,\tau n_e / B << 1$, $\eta = \tau/\tau_0 = l/C$, $\rho_{\max} = l_e/2 \sim 1/2n_e^{1/3}$. Подстановка этой добавки (с учетом η) в уравнение Ланжевена дает вместо (1.41)

$$T_p \simeq T_{\parallel}(1+\delta),$$

$$\delta \sim \frac{1{,}5}{L_{MS}}\left(\frac{\omega_B^2 \tau}{z^2 \omega_{pe}}\right)^{1/3} \approx 7z^{-2/3}. \qquad (5.6)$$

Этот эффект достаточно ясен в случае, когда частица — протон и ее сопровождает один электрон. Он может стать определяющим при больших B, т.к. δ растет как $B^{2/3}$. Случай многозарядных ионов гораздо более сложен.

5.3. Охлаждение многозарядных ионов. Начнем с довольно очевидного эффекта — зависимости кулоновских логарифмов от заряда иона. Она может заметно уменьшить величину силы трения (декремента). На рис.17 показаны результаты обработки экспериментальных данных, полученных на TSR при охлаждении многозарядных ионов [33]. Эти эксперименты были проведены при энергии ионов 5÷12 МэВ/нуклон, поперечная скорость электронов в них составляла $(6+8)\cdot 10^5$ см/с, т.е. данные, приведенные на рис.17, относятся к области сверхмалых скоростей частиц (ср. рис.14).

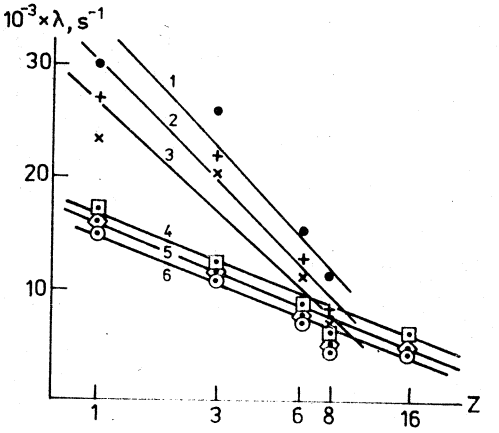
В области сверхмалых скоростей частиц также может сказываться эффект связи, описанный в предыдущем пункте: электрон, колеблющийся вокруг положительно заряженной частицы, исчезает на выходе участка охлаждения так же «мгновенно», как и появляется на входе (см. (5.3)). При этом он уносит продольный импульс, знак которого зависит от фазы колебаний в момент выхода. Грубо можно оценить этот эффект, приняв, что частота колебаний электрона в поле иона (вдоль магнитного поля)

$$\omega_{\parallel} \sim \sqrt{\frac{ze^2}{2m\rho^3}}, \qquad (5.7)$$

где ρ — прицельный параметр:

$$\rho \le \frac{l_e}{2} \sim \frac{1}{2n_e^{1/3}}. \qquad (5.8)$$

Рис. 17. Зависимость продольного декремента от заряда иона z для различных значений поперечной скорости ионов (обработка результатов работы [33]): $\lambda^* = \frac{A}{z^2}\frac{\lambda_{\|}}{n_e^*}$, $n_e^* = 10^{-8}\, n_e$



Символ	●	+	×	⊡	◈	⊙
Номер кривой	1	2	3	4	5	6
$V_{\perp}$, 10^5 см/с	6	7	8	6	7	8
n_e, 10^8см	0,72			3,42		

Подстановка верхнего предела дает минимальную частоту

$$\omega_{\|} \geq \sqrt{\frac{z}{\pi}}\,\omega_{pe} \sim 10^9\sqrt{z}\ \text{с}^{-1}. \qquad (5.9)$$

Приведенная оценка показывает, что за время пролета участка охлаждения ($\tau \sim 10^{-8}$ с) электрон успевает совершить несколько колебаний. Поскольку $V < \Delta_{\|}$, движение электрона в системе частицы можно приближенно записать в виде

$$s(t) \approx s_0 \cos\omega_{\|}\, t + (v - V_{\|})\,\frac{\sin\omega_{\|}\, t}{\omega_{\|}},$$

где s — координата вдоль магнитного поля, $V_{\|}$ — компонента скорости частицы в системе электронов, параллельная полю. Импульс, переданный частице электроном на выходе, есть $m\dot{s}(\tau)$. Усредняя по интервалу Δt аналогично (5.5), найдем

$$\Delta F_{\parallel} = -\frac{mV_{\parallel}}{\tau_0 \sigma_{\max}} \int_0^{\rho_{\max}} \sin \omega_{\parallel} \tau \cdot 2\pi \rho d\rho = -3{,}35\eta m V_{\parallel} \omega_{pe}^{4/3} \tau^{1/3} \left(\frac{z}{4\pi}\right)^{2/3} \cdot \mathrm{Int},$$

$$\mathrm{Int} = \int_{\alpha}^{\infty} \frac{\sin x}{x^{7/3}} dx, \qquad \alpha = \sqrt{\frac{z}{\pi}}\, \omega_{pe}\tau \sim 6\sqrt{z}. \tag{5.10}$$

Относительный вклад в продольную силу трения составляет (см. (1.36)):

$$\delta = \frac{\Delta F_{\parallel}}{(F_{\parallel})_{MS}} = \frac{2\Delta_{\parallel}^3 \tau^{1/3}}{z^{4/3} c^2 r_e \omega_{pe}^{2/3} L_{MS}} \mathrm{Int} \approx \frac{1{,}85}{z^{4/3}} \mathrm{Int}. \tag{5.11}$$

Таким образом, эффект может быть значительным, а его знак зависит от величины α:

$$\text{при } \alpha > 1 \quad \mathrm{Int} \approx \frac{\cos \alpha}{\alpha^{7/3}}, \quad \text{тогда} \quad \delta \approx \frac{\cos \alpha}{\sqrt{2}\, \pi^{3/2} c^2 r_e n_e \tau^2 L_{MS}}.$$

Рассмотренный случай одного связанного электрона не описывает полностью торможение многозарядного иона в охлаждающем электронном пучке, когда необходимо учитывать многочастичное взаимодействие, в котором участвуют по крайне мере z электронов. Исследование такого процесса ведется методом численного моделирования, хотя нужно сказать, что здесь получены только первые результаты [42]. Грубую оценку эффекта можно сделать, приняв, что все электроны колеблются синфазно с частотой ω_{pe} (на что указывает ее присутствие в (5.9)+(5.11)). Тогда, аналогично (5.10), найдем

$$\langle (\Delta F_{\parallel})_z \rangle \sim -\frac{mV_{\parallel}}{\tau_0} z \sin \omega_{pe}\tau,$$

$$(\delta_F)_z \sim -\frac{2\Delta_{\parallel}^3 \sin \omega_{pe}\tau}{r_e c^2 z \tau \omega_{pe}^2 L_{MS}} \sim -\frac{0{,}1}{zz} \sin \omega_{pe}\tau. \tag{5.12}$$

Аналогично можно попытаться учесть дополнительную диффузию многозарядного иона в области сверхмалых скоростей: облако из электронов вращается как целое вокруг силовой линии магнитного поля, пересекающей ион, с частотой

$$\omega_{dz} \sim \frac{cze}{R_0^3 B} = \frac{\omega_{pe}^2}{4\pi\,\omega_B}.$$

$$R_0 \sim z^{1/3} l_e. \tag{5.13}$$

Поперечная компонента $\Delta p_\perp$, передаваемая иону за пролет, строго равна нулю при равномерном распределении электронов вокруг иона. Так как плотность флуктуирует, то средняя за много пролетов $\overline{\Delta p_\perp^2} \neq 0$. Существенно, что угловая скорость вращения облака не зависит в первом приближении от положения отдельного электрона. Поэтому можно записать

$$\overline{\Delta p_\perp^2} = \sum_{i=1}^{z} (\Delta \mathbf{p}_\perp)_i^2,$$

$$(\Delta \mathbf{p}_\perp)_i = \frac{ze^2}{R_0^3} \int_0^\tau \mathbf{R}(t)dt,$$

$$\mathbf{R}(t) = R(\mathbf{l}_x \sin \omega_{dz} t + \mathbf{l}_y \cos \omega_{dz} t).$$

Отсюда

$$\overline{\Delta p_\perp^2} = \frac{1}{\tau_0}\left(\frac{ze^2}{R_0^3}\right)^2 \left(\frac{2}{\omega_{dz}} \sin \frac{\omega_{dz}\tau}{2}\right)^2 n_e \int_0^{R_0} R^2 4\pi R^2 dR = \frac{16\pi z^{5/3}}{5}\left(\frac{eB}{cn_e^{1/3}}\right)^2 \sin^2 \frac{\omega_{dz}\tau}{2};$$

$$\delta Q = \frac{\overline{\Delta p_\perp^2}}{2M\tau_0}. \tag{5.14}$$

Аналогично (5.6) найдем

$$T_p = T_{\|}(1 + \delta_z), \tag{5.15}$$

$$\delta_z \sim 24 z^{5/3} \frac{\omega_B^2}{\omega_{pe}^3 \tau L_{MS}} \sin^2 \frac{\omega_{dz}\tau}{2}. \tag{5.16}$$

При $\omega_{pe}\tau << 1$ $\quad \delta_z \approx 0{,}04 z^{5/3} \dfrac{\omega_{pe}\tau}{L_{MS}} \approx 0{,}2 z^{5/3}$.

Эта оценка, справедливая при больших z, может, таким образом, определять температуру многозарядных ионов.

6. ФИЗИКА ХОЛОДНЫХ ПУЧКОВ

6.1. Поперечный размер охлажденного пучка. Установившийся разброс скоростей и, соответственно, поперечный размер пучка *низкой интенсивности* определяется параметрами электронного пучка (1.41), (5.6), (5.16). В экспериментах (табл.5) наблюдались размеры охлажденного пучка, заметно превышающие теоретический предел. Особенно велика разница для тяжелых ионов. Подобное расхождение связано, по-видимому, с недостаточно высоким качеством магнитного поля на участке охлаждения — критерий $\alpha < \Delta_{\|}$ (п.2.3) не удовлетворен. Действительно, результаты, приведенные в табл.5 для пучков низкой интенсивности, показывают, что для достижения теоретического предела в данных экспериментах требовалась однородность магнитного поля $B_{\perp}/B \le 1\cdot 10^{-5}$, что заведомо не выполнялось.

Таблица 5. Параметры охлажденных низкоинтенсивных пучков

Параметры	НАП-М [23]		ESR [38]	
Сорт частиц	протоны		$^{197}Au^{79+}$	$^{129}Xe^{54+}$
Энергия, МэВ/нуклон	1,5	65	290	250
Диаметр пучка, мм	1	0,2	0,4	0,4
Угловой разброс пучка, 10^{-5} рад	7,0	1,4	3,6	3,6
n_e, 10^8 см$^{-3}$	0,05	2,4	0,1	0,05
$\Delta_{\|}/\beta c$, 10^{-5} рад	20	4	1,2	1,1
Фактор δ (5.6), δ_z (5.16)	25	12	50	30
$T_{\text{theor}} = e^2 n_e^{1/3}(1+\delta)$, 10^{-3} эВ	0,63	1,14	1,6	0,75
T_{exp}, эВ	0,015	0,026	150	80

С ростом интенсивности пучка вступают в действие два эффекта, вызывающие увеличение разброса скоростей частиц, — *дефокусирующее действие пространственного заряда и внутрипучковое рассеяние.*

Пространственный заряд охлажденного пучка создает электрическое и магнитное поля, действующие на частицы как дефокусирующая линза. Этот эффект хорошо известен в ускорителях, он вызывает сдвиг частот бетатронных колебаний [43], который для цилиндрического пучка равен

$$\Delta\nu \equiv \frac{\Delta\omega_{\text{bet}}}{\omega_s} = \frac{r_p N}{2\pi\varepsilon\beta^2\gamma^3}\frac{z^2}{A}\frac{C}{l}, \qquad (6.1)$$

где $\pi\varepsilon$ — эмиттанс охлажденного пучка, r_p — классический радиус протона, ze, A — заряд и атомная масса частицы, C — периметр накопителя,

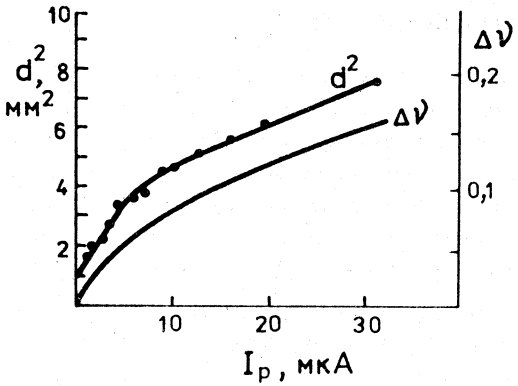


Рис. 18. Зависимость квадрата диаметра протонного пучка от тока и расчетное значение $\Delta\nu(d^2, I)$. $\mathcal{E}_p$ = 1,5 МэВ, I = 1 мА, B = 500 Гс

l — длина сгустка ($l = C$ в отсутствие ВЧ). При сдвиге к ближайшему машинному резонансу происходит раскачка бетатронных колебаний с гибелью частиц на стенках камеры ускорителя.

Электронное охлаждение существенно демпфирует действие резонансов, работает своеобразная авторегулировка: пучок сжимается до таких размеров, когда частота бетатронных колебаний приближается к резонансному значению, и далее существует стабильно, без потерь частиц. Таким образом, при заданных параметрах пучка (N, z, A) и накопителя ($\Delta\nu_s$) формула (6.1) описывает установившееся значение эмиттанса охлажденного пучка. Этот эффект был обнаружен в экспериментах на НАП-М [23], проводившихся при энергии протонов 1,5 МэВ (рис.18), где было достигнуто экспериментальное значение $\Delta\nu \simeq 0{,}1$.

В экспериментах на ESR [44] для ионов $^{197}Au^{79+}$ и $^{129}Xe^{54+}$ было получено, что размер охлажденного пучка (эмиттанс) возрастает как $\sqrt{N}$ ($\Delta\nu = \text{const}$). Максимальное значение $\Delta\nu$ составляло в экспериментах 0,02 для пучка, содержавшего около 10^8 ионов $^{129}Xe^{54+}$. Близкий результат был получен для ионов C^{6+} на TSR [45]: эмиттанс возрастал как $N^{0,43}$, что соответствует почти постоянному значению $\Delta\nu$, равному для параметров данного эксперимента $\approx 0{,}04$. Отметим, что эксперимент проводился вблизи резонанса связи, причем $\nu_H - \nu_V \approx 0{,}07$.

Таким образом, оценка допустимой интенсивности пучка (6.1) является вполне применимым для практических целей приближением.

6.2. Разброс по импульсу, шумы, «кристаллизация». Разброс частиц по импульсу в охлажденном пучке в значительной мере определяется внутрипучковым рассеянием [46]. По своей природе это то же самое, что и продольно-поперечная релаксация (п.4.3). Формула (1.28) для Q, преобразованная в лабораторную систему, может быть представлена в виде

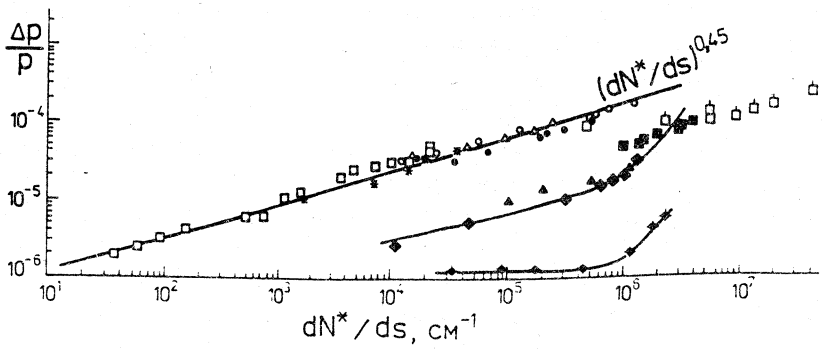


Рис. 19. Зависимость разброса частиц по импульсу от приведенной линейной плотности охлажденного пучка $\frac{dN^*}{ds} = \frac{z^2}{A}\frac{N}{\eta_\omega \beta^2\gamma^2 l}$, где l — банчированный, C — свободный пучок

Символ	✦	□	*	○	△	●	◆	▲	■	⏢
Накопитель	НАП-М	ESR (верхняя кривая)					ESR (нижняя кривая)			TSR
Ион	p	$^{84}Kr^{36+}$	$^{129}Xe^{54+}$	$^{197}Au^{79+}$	$^{209}Bi^{82+}$	$^{238}U^{92+}$	$^{20}Ne^{10+}$	$^{40}Ar^{16+}$	$^{20}Ne^{10+}$	C^{6+}
Энергия, МэВ/нуклон	65	150	250	290	230	330	150	150	250*	5,3

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\Delta p_\parallel}{p}\right)^2_{\mathrm{IBS}} = \frac{8 r_p^2 c L_C}{\beta^3\gamma^3\varepsilon^{3/2}\sqrt{\beta_\varepsilon}}\frac{N}{C}\frac{z^4}{A^2}. \qquad (6.2)$$

Здесь L_C — кулоновский логарифм, β_ε — среднее по орбите значение бетатронной функции накопителя (принято $\beta_x \approx \beta_z$), C — периметр накопителя, $\pi\varepsilon$ — эмиттанс пучка. Если диффузия на внутрипучковом рассеянии превосходит диффузию на электронном пучке, первая определяет равновесный разброс по импульсу, который в области сверхмалых скоростей равен (см. (1.36)):

$$\overline{\left(\frac{\Delta p_\parallel}{p}\right)^2} = \frac{2L_C}{\pi\beta^3\gamma^3 n_e L_{MS}}\left(\frac{\Delta_\parallel}{c}\right)^3 \frac{1}{\varepsilon^{3/2}\sqrt{\beta_\varepsilon}}\frac{N}{C}\frac{z^2}{A}\frac{m}{m_p}, \qquad (6.3)$$

где m_p — масса протона. Отсюда следует, что равновесный разброс по импульсу в интенсивном охлажденном пучке должен возрастать как $z\sqrt{N/A}\,\varepsilon^{3/4}$. Экспериментальные результаты указывают на более сложную

физику глубокого охлаждения пучков. Так, в ранних экспериментах на НАП-М [13,31] было обнаружено подавление разброса по импульсу до уровня $\Delta p/p = 1{,}2\cdot 10^{-6}$, если интенсивность пучка не превышала $N \sim 3\cdot 10^7$ частиц (рис.19). При $N > 3\cdot 10^7$ разброс резко возрастал. Отметим, что достигнутый минимальный разброс соответствует температуре в системе частиц 10^{-4} эВ, что для параметров эксперимета НАП-М хорошо согласуется с условием (1.41). Обозначения на рис.19 приведены таблице под рисунком.

В экспериментах с тяжелыми многозарядными ионами на ESR [38,44,47] и TSR [45] наблюдалась иная картина (рис.19): для широкого набора ионов в области энергий 150÷290 МэВ/нуклон разброс по импульсу монотонно возрастает от уровня 10^{-6}. (Для сравнения результатов экспериментов на рис.19 использована приведенная линейная плотность частиц (см. (6.7)).

Прежде чем обсудить эти результаты, вернемся к работе [13]. В ней измерялся уровень шумов охлажденного пучка протонов, из которого находили разброс частиц по импульсу. Связь между этими параметрами получена в работе [14], где дан анализ физики шумов пучка частиц в присутствии трения (охлаждения). В частности, впервые рассмотрена особенность образования волн пространственного заряда в пучке, циркулирующем в накопителе. Основное его отличие от прямолинейных пучков состоит в существовании специфической связи между импульсом частицы и ее частотой обращения в накопителе ω_s [43]:

$$\frac{1}{\omega_s}\frac{d\omega_s}{dt} = \eta_\omega \frac{1}{p}\frac{dp}{dt}, \qquad \eta_\omega = \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{\gamma_{tr}^2}, \tag{6.4}$$

где $(\gamma_{tr} - 1)Mc^2$ — так называемая критическая энергия накопителя. С учетом этого соотношения и в приближении длинноволновых возмущений и тонкого пучка (последнее хорошо выполняется для охлажденного пучка) стандартный линейный анализ (см., например, [40]) дает значение фазовой скорости волны

$$v_{ph} = v_0 \pm \omega_p R_s, \quad \omega_p = \frac{z}{\sqrt{A}}\sqrt{\frac{\eta_\omega r_p c^2 N}{\pi \gamma R_s^3}\ln\frac{b}{a}}, \tag{6.5}$$

$R_s = C/2\pi$ — средний радиус орбиты, $a \ll b$ — радиус сечения пучка и камеры. Знак (±) означает, что в системе частиц существуют две волны, бегущие вдоль и против скорости v_0, с которой они переносятся как целое в лаб. системе. Поэтому в спектре шумов пучка появляются, при определенных условиях, два пика, разделенных на величину

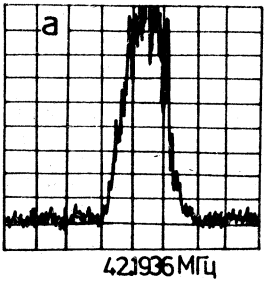
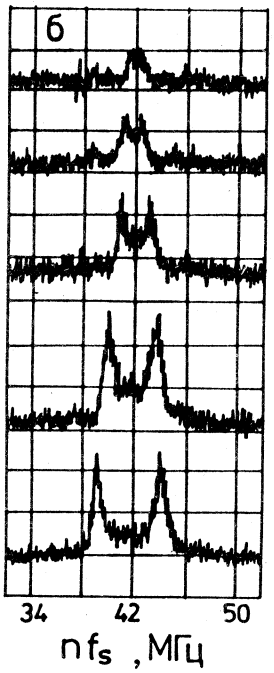


Рис. 20. Спектр частот шоттки-сигнала охлажденного пучка: *а*) накопитель LEAR (первое электронное охлаждение антипротонов) — $2\cdot10^9$ частиц, 40-я гармоника частоты обращения, $\Delta p/p \cong \pm 1\cdot10^{-4}$, разделение пиков еще не наблюдается: $\omega_p \approx 500\ c^{-1} \approx \Delta\omega$; *б*) накопитель TARN-II [48]: энергия протонов 16 МэВ, измерения на 60-й гармонике частоты обращения, интенсивность пучка (сверху вниз) — $2{,}6\cdot10^7$; $6{,}2\cdot10^7$; $1{,}4\cdot10^8$; $4{,}8\cdot10^8$; $8\cdot10^8$ частиц

$$\Delta\omega_n = n2\omega_p, \quad n = 1,2\ldots \tag{6.6}$$



Такое расщепление (рис.20) существует, если в охлажденном пучке выполнено условие

$$\omega_p = \Delta\omega_{\min} = \eta_\omega \omega_s \frac{\Delta p}{p}.$$

Устойчивое состояние пучка с расщепленным спектром удается поддерживать, как правило, при наличии достаточно мощной обратной связи, подавляющей нарастание когерентных колебаний частиц — так называемый «damper» [49].

Как правило, экспериментальные значения $\Delta\omega_n$ хорошо согласуются с расчетным (6.6). С учетом (6.5) это условие можно записать в виде

$$N > N_{\text{th}} = \frac{A}{z^2} \frac{\pi R_s \eta_\omega \beta^2 \gamma}{r_p \ln(b/a)} \left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2. \tag{6.7}$$

Превышение над пороговым значением является необходимым условием разделения пиков, сложнее сформулировать достаточное условие. По существу их два: пучок должен быть «глубоко» охлажденным, а интенсивность — удовлетворять (6.7). Что значит глубоко?

И здесь появляется предположение об упорядоченности расположения частиц в охлажденном пучке. Впервые на этот факт указано в работе [24]. Подавление шумов при $N < 3\cdot10^7$ в пучке протонов НАП-М указывает на возникновение существенной корреляции между их положениями в пучке. Условие возникновения такой упорядоченности известно из физики твердого тела (так называемый вигнеровский кристалл, подробнее см. [50]):

$$\frac{z^2e^2}{l_pT} >> 1, \quad l_p = n_p^{-1/3}, \tag{6.8}$$

где T, n_p — температура и плотность частиц с зарядом ze, l_p — среднее расстояние между частицами. В этом случае потенциальная энергия межчастичного взаимодействия превышает кинетическую энергию их теплового движения. В пучке частиц в накопителе существуют два параметра, характеризующих расстояние между частицами: поперечный размер пучка a и продольный зазор между частицами в пучке $l_{||} = C/N$. Очевидно, условие (6.8) выполняется, если

$$a < l_{||} << \frac{z^2e^2}{T}. \tag{6.9}$$

Интересно, что неравенство (6.7) как раз и означает, что потенциальная энергия частицы в упорядоченном пучке-цепочке больше кинетической энергии ее теплового движения:

$$\Gamma_{||} \equiv \frac{z^2e^2}{l_{||}} / \frac{(\Delta p)^2}{2M_{\text{eff}}} > 1. \tag{6.10}$$

Здесь $M_{\text{eff}} = \frac{\gamma M}{\eta_\omega} \ln\frac{b}{a}$ — некоторая эффективная масса частицы, совершающей движение в накопителе под действием поля волны (синхротронная масса, умноженная на логарифмический коэффициент, учитывающий массу поля волны, которое несут на себе частицы).

Два неравенства (6.9) и формулируют условие глубокого охлаждения. В экспериментах с тяжелыми ионами, результаты которых представлены на (рис.19), это условие не выполняется. В результате характер зависимости разброса по импульсу в ионных пучках ESR, TSR и протонном пучке НАП-М принципиально различается. Интересно, что в НАП-М подавление шумов наблюдалось вплоть до $l_{||}$ ~ 0,05 мм при a = 0,1 мм. В экспериментах ESR из общей единообразной зависимости (разброс пропорционален примерно корню из линейной плотности частиц) выпадают точки [45] Ne и Ar, для которых (при некотором оптимизме) можно усмотреть квазипороговую зависимость разброса от приведенной линейной плотности, причем пороговое значение последней — то же (10^6 см$^{-1}$), что и для НАП-М! Характерно, что параметр $\Gamma_{||}$ для обеих кривых ниже пороговой интенсивности составлял 3,7, в то время как параметр $\Gamma_\perp \equiv \frac{z^2e^2}{l_{||}} / T_{||}$ был значительно ниже: 0,004 для ESR и 0,012 для НАП-М. Для верхней кривой (Au^{79+}, точка $dN^*/ds = 10^4$) $\Gamma_{||} \sim 6\cdot10^{-4}$, $\Gamma_\perp \sim 1\cdot10^{-4}$.

Отметим еще одну особенность критерия (6.7). Параметр может, вообще говоря, принимать отрицательное значение — если энергия частиц выше критической. В этом случае пороговая интенсивность отрицательна, а плазменная частота (6.5) мнимая. Физически это означает, что частота обращения частицы падает с ростом импульса (см. (6.4),) $d\omega/dp < 0$) и при рассеянии частиц происходит их группировка — так называемый «эффект отрицательной массы» в ускорителях. Все цитируемые в данной работе эксперименты проводились при энергии ниже критической ($\eta_\omega > 0$). Конечно, работа накопителя в режиме выше критической энергии исключает достижение упорядоченности расположения частиц в пучке. Еще одной особенностью НАП-М был его режим работы вблизи критической энергии ($\eta_\omega \approx 0{,}08$), в результате чего заметно снизился порог N_{th} (6.7).

Работы В.В.Пархомчука с соавторами [13,14,24] положили начало физике ультрахолодных пучков, в которой главной задачей исследований является реализация в пучках так называемого кристаллического состояния. Сегодня уже не вызывает сомнения возможность упорядоченности в продольном направлении, и эксперименты [13] фактически это продемонстрировали. С повышением интенсивности пучков появляется проблема поперечной упорядоченности. Здесь «теорема существования» еще не доказана, хотя работы ведутся весьма интенсивно (см. [4], разд. «Crystallisation»). Скорее наоборот — показана невозможность организации двух- и трехмерного кристаллического пучка в кольце с мягкой фокусировкой [51]. Причина — все тот же эффект отрицательной массы: в накопителе с мягкой фокусировкой, как известно, $\eta_\omega < 0$ при любой энергии. Тем не менее качественная картина формирования такого пучка рисовалась уже не однажды (см., например, [52]): по мере охлаждения все более и более интенсивных пучков достигаются состояния, когда в них образуется равновесная кристаллическая структура, вначале одномерная, затем, при большей интенсивности, двумерная, типа «зиг-заг», и далее — трехмерная (спираль, коаксиальные цилиндрические оболочки и т.д.).

Открытой остается проблема «ножниц» (shear) при прохождении поворотных магнитов: для сохранения структуры кристалла частицы, расположенные на разных радиусах, должны двигаться с одинаковыми угловыми и, соответственно, разными линейными скоростями, тогда как на прямолинейном участке их скорости должны быть одинаковы. Это возможно только при наличии значительных колебаний частиц «кристалла» вокруг равновесных положений. А тогда возникает проблема устойчивости, резонансов и т.д.

Чем интересно такое состояние? Это идеальная натурная модель конденсированной среды с плотностью на 13—15 порядков ниже плотности твердого тела. Перспектива изучения «газообразного», «твердого» и сме-

шанного состояний такой среды, фазовых переходов в ней, распространения волн, процессов теплообмена выглядит многообещающей.

Проделанное здесь сравнение экспериментальных результатов НАП-М и ESR, TSR достаточно убедительно показывает необходимость глубокого охлаждения для достижения кристаллического состояния. Новое качество появляется с развитием метода лазерного охлаждения (см. п.7.4).

7. КУЛЕРЫ В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКЕ

7.1. Накопление интенсивных холодных пучков. Выбор схемы инжекции обычно определяется параметрами инжектора. В накопителе с электронным охлаждением существует вариант однооборотной инжекции с накоплением частиц в сепаратрисе фазового движения. В этой схеме сгусток частиц инжектируется на равновесную орбиту при включенных электронном пучке и ускоряющем напряжении ВЧ-резонатора и постоянном магнитном поле. В результате охлаждения в пучке уменьшается разброс по импульсу, частицы захватываются в сепаратрису и собираются в короткий сгусток. Затем впускается следующая порция частиц, цикл повторяется многократно. Привлекательность схемы в том, что она не требует большого аксептанса накопителя — накопление происходит в продольном фазовом объеме. Скорость накопления ограничена здесь временем охлаждения продольной компоненты импульса (2.10). Интенсивность накопленного пучка ограничена его пространственным зарядом (6.1).

Такую схему инжекции, предложенную в свое время в ИЯФ СО АН СССР, предполагается использовать в ионных накопителях К4-К10 [53,54]. Оказывается, что она более производительна, чем традиционные варианты многооборотной инжекции с накоплением в поперечном фазовом объеме. В последнем случае из-за большого эмиттанса инжектированного пучка действие охлаждения значительно замедлено.

В некоторых случаях многооборотная инжекция с электронным охлаждением может, тем не менее, обеспечить хорошую скорость накопления, особенно в случае низкой энергии частиц. В частности, такой вариант предлагается [55] применить для накопления ионов Pb^{53+} в LEAR с последующей инжекцией и ускорением в каскаде ускорителей ЦЕРН для получения встречных протон-ионных и ион-ионных пучков в большом адронном коллайдере (LHC).

7.2. Кулер с внутренней мишенью. Постановка экспериментов на накопителях с электронным охлаждением и внутренней мишенью обсуждалась с момента первого предложения [15] неоднократно [9,3,31,53,54]. Основными достоинствами такой постановки эксперимента являются высокая монохроматичность пучка, прецизионность измерения параметров продуктов реакции

при высокой светимости. Последняя описывается хорошо известным соотношением

$$L = fNn_t l_t ,$$

где f — частота обращения частиц в накопителе, N — их число на орбите, n_t, l_t — плотность и геометрическая толщина мишени. Для типичных параметров $f = 1$ МГц, $N = 10^9$, $n_t l_t = 10^{14}$ см$^{-2}$, светимость составляет 10^{29} см$^{-2}\cdot$с$^{-1}$. В экспериментах с пучками экзотических частиц, в частности, радиоактивных ядер [53,54], интенсивность может быть ограничена уровнем 10^6 частиц, и тогда появляется необходимость более толстой мишени.

Можно указать два главных физических ограничения толщины мишени:

— время жизни первичного пучка,

— неопределенность энергии первичных и вторичных частиц в мишени (straggling).

Величину времени жизни частицы, взаимодействующей с мишенью в накопителе, определяют те же процессы (п.2.5), что и в отсутствие мишени, только теперь они как бы сосредоточены в одном месте ее расположения. При этом точно так же диффузионные процессы — многократное рассеяние и ионизационные потери — подавляются электронным охлаждением, а однократные — рекомбинация на атомарных электронах мишени, рассеяние за апертуру накопителя и большие однократные потери энергии — приводят к гибели частиц. Вклад однократных потерь энергии обычно пренебрежимо мал. Однократное рассеяние описывается формулой, аналогичной (2.14):

$$(\tau_\theta)_t = \frac{\beta^3\gamma^2}{4\pi Z_t^2 r_p^2 c}\left(\frac{A}{z}\right)^2 \frac{\varepsilon C}{n_t l_t \beta_t} \sim 12 \text{ мин}, \qquad (7.1)$$

где β_t — значение бетатронной функции на мишени. Отсюда видна необходимость уменьшения β_t — при том же значении времени жизни это позволяет увеличить толщину мишени и, соответственно, светимость.

Для полностью ободранных ионов потери из-за изменения величины их заряда происходят только в результате рекомбинации, сечение которой для широкого набора элементов в диапазоне энергий 1÷100 МэВ/нуклон аппроксимируется зависимостью [56]:

$$\sigma_{\text{рес}} \sim \frac{10^{-23} Z_t^{6,5} z^4}{(E/A)^{6,66}}.$$

Например, для ионов $^{48}Ca^{20+}$ и магниевой мишени (табл.3) это дает

$$\tau_{rec} \approx (f \sigma_{rec} n_t l_t)^{-1} \sim 230 \text{ с}.$$

Таким образом, этот процесс может довольно жестко ограничивать время жизни иона и, соответственно, светимость эксперимента.

Влияние многократного рассеяния частиц на мишени на качество пучка имеет свои особенности в кулерах. В среднем оно подавлено охлаждением — *режим сверхтонкой мишени* [15], однако в пучке присутствуют частицы, рассеянные на угол порядка апертурного. Это создает вокруг холодного пучка *гало* частиц, которые колеблются с большими амплитудами и медленно возвращаются в пучок под действием охлаждения [31]. Их доля может быть найдена из баланса между числом рассеяний на угол θ в единицу времени и скоростью охлаждения частиц с такой амплитудой (см. (2.10)):

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{scat} = L \cdot d\sigma(\theta) = \frac{dN(\theta)}{\tau_{lab}(\theta)}.$$

Отсюда

$$\frac{\Delta N(\theta_{max})}{N} = \frac{Z_t^2}{3\gamma^2 A L_C} \frac{m}{m_p} \frac{n_t l_t}{(n_e)_{lab} l_{cool}} \left(\frac{\beta_t}{\beta_{cool}}\right)^{3/2} \theta_{max},$$

где $(n_e)_{lab}$ — плотность электронов в лабораторной системе, m_p — масса протона, l_{cool} — длина участка охлаждения, β_t, β_{cool} — значения бетатронных функций на мишени и на участке охлаждения. Для параметров табл.3 и $\theta_{max} = 3$ мрад гало составляет порядка $10^{-5} Z_t^2/A$ от полного числа частиц, что может стать значительной величиной для легких ионов ($A \sim 1$) и тяжелой мишени (например, уран). Для уменьшения гало, как и влияния однократного рассеяния, следует минимизировать β_t.

Ионизационные потери в мишени вносят неопределенность в значение энергии частиц из-за разброса местоположения точки взаимодействия частицы с ядром мишени по ее толщине. Эта неопределенность составляет

$$\left(\frac{\Delta \mathcal{E}}{\mathcal{E}}\right)_{ion} = \frac{8\pi r_p r_e L_z}{\beta^4} \frac{z^2}{A} Z_t n_t l_t \sim 10^{-10} \frac{z^2}{A} Z_t,$$

$L_z \sim 15$ — кулоновский логарифм ионизационных потерь. Приведенная оценка показывает, что этот эффект может дать ограничение точности в прецизионных экспериментах ($\Delta \mathcal{E}/\mathcal{E} \sim 10^{-6}$) с тяжелыми ядрами и осколками. Отметим, что в распределении частиц по энергии в кулере ионизационные потери также создают гало с большими отклонениями от

энергии («хвост» распределения), интенсивность которого невелика [31]. Этот эффект следует учитывать при постановке экспериментов с тяжелыми ионами.

Эксперименты на кулерах с внутренними мишенями, по существу, только начинаются. Получен первый опыт работы накопителей в присутствии различного рода струйных мишеней [17,57,58] — газовых, паровых, кластерных, капельных, а также нитяных. Два последних вида мишеней имеют заметные преимущества по вакуумным условиям. Следует отметить, что в таких экспериментах большую помощь может оказать многолетний опыт работы со сверхтонкими внутренними мишенями на электронных накопителях.

Особый интерес техника кулеров с внутренними мишенями приобретает в исследованиях радиоактивных ядер [59,60], где она дает возможность как накапливать интенсивные пучки таких ядер, так и проводить прецизионные измерения их свойств.

7.3. Прецизионная масс-спектрометрия. Разделение изомеров. Используя фокусирующую систему накопителя в качестве спектрометра и высокую монохроматичность охлажденного пучка, можно измерять массу ионов с точностью, недоступной другим методам, — вплоть до $\Delta M/M \sim 10^{-6}$. Проще всего это делать, измеряя частоту обращения частиц по шоттки-сигналу (рис.20), и по сдвигу частоты определять, например, разность масс изомеров. Здесь действует особенность кулера: электронное охлаждение «держит» скорости ионов одинаковыми и равными скорости электронов, поэтому для двух изомеров разрешение по массе есть*

$$\frac{\Delta M}{M} = -\gamma_{\mathrm{tr}}^2 \frac{\Delta\omega}{\omega} + (\gamma_{\mathrm{tr}}^2 - \gamma^2)\frac{\delta v}{v} + \gamma^2 \frac{\delta B}{B}, \quad \delta v = \frac{V_{\|}}{\gamma^2}.$$

Здесь δB — уровень пульсаций магнитного поля накопителя, δv — разброс скоростей ионов в охлажденном пучке (ср. (6.4)). В таких экспериментах высокие требования предъявляются, конечно, к стабильности электронного охлаждения. Здесь хорошо помогает прием «подвешивания» участка охлаждения под малый регулируемый потенциал с обратной связью на источник катодного потенциала.

Прием «подвешивания» работает еще более эффективно при необходимости пространственного разделения орбит изомеров. Для этого можно создать в пучке электронов поперечный градиент скоростей и обеспечить на участке охлаждения достаточно большое значение дисперсионной функции

*Если свободные параметры δp и δM, тогда [61]: $\frac{\Delta M}{M} = \gamma_{\mathrm{tr}}^2 \left(-\frac{\Delta\omega_s}{\omega_s} + \eta_\omega \frac{\delta p}{p} + \frac{\delta B}{B} \right)$.

накопителя ψ_{cool}. Первое достигается, например, если разместить на этом участке вдоль электронного пучка пластины, создающие однородное поперечное поле [62]. Тогда на входе на этот участок электроны на краевых полях приобретают (теряют) дополнительную энергию, и, соответственно, градиент скоростей есть

$$\Psi_e^{-1} \equiv \frac{1}{\beta c}\frac{dv_e}{dr} = \frac{eE_\perp}{2\mathcal{E}_e}, \quad \mathcal{E}_e << mc^2. \tag{7.2}$$

Во избежание возмущения траекторий электронов полем $E_\perp$ достаточно наложить скрещенное с ним поперечное магнитное поле $H_{\perp\perp} = E_\perp/\beta^*$. Орбита частицы с массой $M + \Delta M$ на участке охлаждения тогда будет смещена на величину

$$\Delta r_{cool} = \psi_{cool}\left(\frac{\Delta v_p}{\beta c} + \frac{\Delta M}{M}\right),$$

что с учетом равенства $\Delta v_p(r) = \Delta v_e(r)$ и (7.2) дает

$$\Delta r_{cool} = \psi_{cool}\frac{\Delta M}{MM}\frac{1}{1 - \psi_{cool}/\psi_e}. \tag{7.3}$$

Для $\psi_{cool} = 5$ м и $(\psi_e - \psi_{cool})/\psi_e = 10^{-2}$ смещение (7.3) составляет 5 мм для $\Delta M/M = 1\cdot10^{-5}$. Эффект может быть усилен, если в месте детектирования (сбора) изомеров создать большую дисперсию (увеличение Δr в отношении ψ_{Det}/ψ_{cool}). Трудность метода — в необходимости стабильного поддержания малой разности $\psi_e - \psi_{cool}$. При их равенстве частицы погибают (см. п.2.4 и рис.8).

Другая схема разделения изомеров [63] предполагает включение ускоряющего ВЧ-напряжения, частота Ω которого согласована с величиной импульса частиц, подлежащих удалению из пучка, и медленно изменяется со временем, что смещает орбиту последних. Напряжение ВЧ должно быть достаточно низким, чтобы нужные частицы оказались вне сепаратрисы:

$$\frac{\Delta M}{M} > \frac{1}{\beta}\sqrt{\frac{2zeV}{\pi h \eta_\omega \gamma M c^2}}, \tag{7.4}$$

где h — номер ВЧ-гармоники. Перестройка частоты Ω должна быть настолько быстрой, чтобы электронное охлаждение не могло удерживать

*Подобное устройство со скрещенными полями известно в ионной оптике как «фильтр Вина», где оно служит для разделения частиц с разными значениями скорости.

скорость частиц постоянной (равной электронной) и, соответственно, не препятствовало бы их ускорению.

$$\frac{1}{\Omega}\frac{d\Omega}{dt} = \eta_\omega \frac{1}{p}\frac{dp}{dt} > \frac{\eta_\omega}{\tau_{MS}}, \tag{7.5}$$

где

$$\tau_{MS} \approx \frac{\beta\gamma^2}{4\pi\, c r_p L_{MS}} \frac{mc^3}{\eta e J} \frac{A}{z^2} \left(\frac{\Delta_\parallel}{c}\right)^3 \tag{7.6}$$

— время охлаждения (в лаб. системе) частиц в пучке, охлажденном до сверхмалых скоростей (см. (1.36), (1.37), (2.10)). Для параметров табл.3, $\Delta M/M \sim 10^{-5}$ и $\eta_\omega \sim 1$ условия (7.4)—(7.6) дают $V < 15A/z$ мВ и время перестройки частоты $\Delta t < \tau_{MS} \sim 30A/z^2$ мкс. Тогда уже для $z \gtrsim 30$ требуется время перестройки меньшее периода обращения частицы в «типичном» накопителе. Следовательно, условие (7.5) делает метод применимым только для легких ионов. Это ограничение снимается,если выключать охлаждение перед включением ВЧ. Но в любом случае разрешение $\Delta M/M > 2\Delta p/p$ охлажденного пучка.

Еще одно достоинство кулерной техники — возможность прецизионных абсолютных измерений. Опорной величиной здесь служит потенциал катода электронной пушки, измеряемый с высокой абсолютной точностью ($\Delta U/U \sim 10^{-6}$). Отсюда и из равенства скоростей частиц и электронов можно добраться до абсолютных значений измеряемых параметров. Немаловажно, что в таких экспериментах есть еще один параметр, абсолютно измеряемый также с высокой точностью — частота обращения частиц. Знание скорости и частоты позволяет исключить неопределенность положения орбиты.

7.4. Атомная физика. Лазерное охлаждение. Ядерная спектроскопия. Охлаждающий электронный пучок является идеальной мишенью для изучения электрон-ионной рекомбинации и ее спектроскопии . Прием подвешенного промежутка, описанный выше, позволяет и здесь с высоким разрешением управлять относительной скоростью частиц и электронов. Именно так были проведены первые прецизионные измерения диэлектронной рекомбинации на ESR, ион Au^{75+} [64], и TSR, ион Se^{23+} [34]. Такого рода эксперименты, особенно с глубокоионизированными ионами, вплоть до голых ядер, представляют значительный интерес для атомной физики, астрофизики и физики плазмы.

Здесь уместно отметить явление стимулированной рекомбинации (см., например, [27]): лазерный пучок, сопровождающий частицы и электроны на участке охлаждения, резонансно (при должном выборе длины волны лазера) взаимодействует с системой ион — электрон, что существенно увеличивает

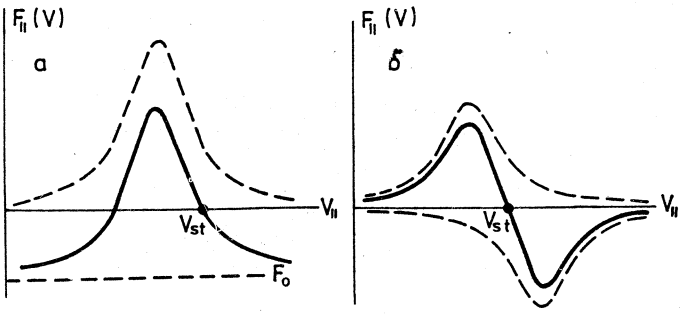


Рис. 21. Зависимость силы «лазерного трения» от скорости иона в системе частиц: *а* — схема с индукционным торможением, *б* — схема с двумя лазерами; штриховая кривая — зависимость от скорости каждой из двух сил, действующих на ион, сплошная кривая — результирующая сила; V_{st} — точка равновесия

скорость рекомбинации. Первые эксперименты по стимулированной рекомбинации были проведены на ESR [64] на ионах Ar^{18+}.

Другой процесс, связанный с взаимодействием лазерного излучения и ионов в накопителе, — лазерное охлаждение [65]. Его механизм существенно связан с доплеровским эффектом: охлаждаемая частица (ион) поглощает фотон из пучка лазерного излучения, направленного строго вдоль (по или против) средней скорости частицы $\mathbf{v}_0$, и излучает его в своей системе изотропно; поэтому средний по времени импульс, передаваемый частице излучением, направлен также вдоль вектора $\mathbf{v}_0$. Сечение поглощения резонансно зависит от длины волны излучения и, соответственно, от скорости частиц (эффект Доплера). Такую же резонансную зависимость (рис.21) имеет и сила, действующая на частицу (ускоряющая или тормозящая — в зависимости от направления пучка). Если каким-либо способом создать противосилу F_0, не зависящую от скорости частицы, можно обеспечить существование равновесного значения скорости v_0. Именно так и действует лазерное охлаждение. Противосила создается с помощью индукционного напряжения на зазоре вакуумной камеры накопителя. Предлагаются также варианты использования встречного лазерного пучка или ВЧ-резонатора. В последнем случае пучок частиц неизбежно банчирован.

Из сказанного ясно, что лазерное охлаждение действует только на продольную компоненту скорости частицы. Обсуждаются возможности так называемого косвенного лазерного охлаждения поперечных степеней свободы

[66] за счет связи (в том числе специально организованной) продольного и поперечного движения частицы в накопителе.

Основные характеристики лазерного охлаждения проще получить, перейдя в систему иона, движущегося со скоростью $\mathbf{v}_0 + \mathbf{V}$ ($\mathbf{v}_0$ — средняя скорость ионов в пучке). Силу трения в этой системе можно записать в виде (рис.21,*а*)

$$F(V_{\|}) = \frac{\hbar\,\omega'}{c}\,\sigma(V_{\|})\,\frac{dN}{ds} - F_0,$$

где $\omega' = \gamma(1-\beta)\,\omega_L$ — частота лазерного излучения в системе иона, ω_L — то же в лаб. системе, $\beta = (v_0 + V_{\|})/c$, $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$, $\hbar\omega'\,(dN/ds) = dP_L/ds$ — мощность лазерного излучения, падающего на единицу площади в системе иона (для простоты малая по сравнению с так называемой интенсивностью насыщения, см., например, [67]),

$$\sigma(V_{\|}) \simeq \lambda_\omega^2\,\frac{(\Gamma/2)^2}{(\omega'-\omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

— сечение поглощения излучения [68], ω_0, λ_ω — частота и длина волны перехода, Γ — ширина линии. Тогда декремент (свободная частица, см. (2.2)) есть

$$\lambda_L = -\eta\,\frac{2}{m}\,\frac{\partial F}{\partial V}\bigg|_{V_{\|}=V_{st}} = \eta\,6\sqrt{3}\,\pi^2\,\frac{\gamma_0^2}{M\omega_0\Gamma}\,\frac{dP_L}{ds},$$

где $\gamma_0 = (1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}$, η — отношение длины участка охлаждения к периметру накопителя. Численные оценки, приведенные в табл.6, показывают, что λ_L достигает огромных значений, но, к сожалению, лишь в очень узком диапазоне скоростей:

$$\Delta V_{\|} \sim \frac{\Gamma}{\gamma_0^2\omega_0}\,c \sim (10^2 \div 10^3\ \text{см/с})/\gamma_0^2.$$

Поэтому лазерное охлаждение работает достаточно эффективно лишь в пучке ионов, предварительно электронно охлажденном [65].

Установившаяся температура в пучке лазерно охлажденных ионов определяется равновесием мощности силы трения $\overline{P}_{\text{st}}$ и мощности диффузии $\overline{Q}_{\text{dif}}$, возникающей из-за флуктуаций излучения (прежде всего — флуктуаций изотропии излучения иона):

Таблица 6. Кандидаты для лазерного охлаждения [65]

Параметр	$^{6,7}Li^+$	$^{9}Be^+$	$^{24}Mg^+$
Нижнее состояние	$2s^3S_1$	$2s^2S_{1/2}$	$3s^2S_{1/2}$
	$(F = 2, 5/2)$		
его время жизни, с	50	основное состояние	основное состояние
Верхнее состояние	$2p^3P_2$	$2p^2P_{3/2}$	$3p^2P_{3/2}$
	$(F' = 3, 7/2)$		
его время жизни, нс	43	8,2	3,5
Ширина линии, МГц	3,7	19,4	45,5
Длина волны перехода, нм	548	313	280
Интенсивность насыщения, мВт/см^2	2,9	83	270
F_{max}, мэВ/м	8,8	81	210
λ_{max}, 10^4 с$^{-1}$	5,7	14	6,4
$T_{\|\|}$, мкК	62	330	770

$$\overline{P}_{st} = -\eta \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{st} \overline{V^2},$$

$$\overline{Q}_{dif} = \frac{\eta}{2M} \cdot \langle (\Delta p)^2 \rangle_\Omega \, \sigma (V_{st}) \frac{\dot{dN}}{ds},$$

где $\langle (\Delta p)^2 \rangle_\Omega = \frac{1}{3}\left(\frac{\hbar \omega_0}{c}\right)^2$ — среднее по телесному углу значение квадрата импульса излучения иона. Производя соответствующие подстановки и вычисления, найдем установившуюся температуру ионов

$$T_{\|} = M\overline{V^2} \simeq \frac{\hbar\Gamma}{6\sqrt{3}}.$$

Это предельное значение температуры, не превышающее нескольких сот мкК (табл.6), может быть достигнуто в ионных пучках низкой интенсивности, когда влияние внутрипучкового рассеяния пренебрежимо мало (заметим, что учет эффекта насыщения дает значение $T_{\|}$, примерно втрое большее [65]).

Другим недостатком лазерного охлаждения, кроме его высокой резонансности по скорости иона, является малое число «кандидатов» на использование этого метода. Практически все они (на сегодня!) представлены в

табл.6, и эта бедность объясняется ограниченным выбором лазеров с подходящей длиной волны. По мере развития лазерной техники круг кандидатов будет расширяться.

Первые успехи в лазерном охлаждении достигнуты на накопителях TSR и ASTRID (см, [4], раздел «Laser cooling») — получено охлаждение продольной компоненты скорости для всех трех кандидатов, а недавно [34] на TSR — непрямое охлаждение поперечной компоненты (правда, с очень малым декрементом ~ 1 $с^{-1}$).

Лазерное охлаждение представляет исключительный интерес с точки зрения возможности получения ультрахолодных ионных пучков. Это сулит большие надежды на успешное решение проблемы пучковой кристаллизации (п.6.2). Новое качество приобретают и рекомбинационные эксперименты, описанные выше: едва ли в атомной физике можно было раньше работать со столь холодными объектами, контролируя к тому же и изменяя столь прецизионно их параметры.

Еще одним применением методов электронного и лазерного охлаждения может стать лазерная спектроскопия ядерных состояний [69]: здесь использование холодных пучков может позволить существенно увеличить чувствительность и точность эксперимента.

7.5. Физика высоких энергий. Применение электронного охлаждения в физике высоких энергий обсуждалось неоднократно [1,2,3,9,19,31]. Сегодня возможные применения свелись к трем предложениям:

1) накопление и формирование плотного интенсивного пучка ионов свинца в накопителе LEAR — проект LHC, ЦЕРН [55];

2) встречные протон-антипротонные пучки в диапазоне энергий 2÷10 ГэВ, проект SuperLEAR, ЦЕРН [70];

3) высоковольтное охлаждение в коллайдере релятивистских ионов RHIC, BNL (США) [71].

Первое предложение (см. также п.7.1) является, по-видимому, наиболее близким к реализации. Второе, имеющее конечной целью прецизионные измерения параметров мезонных резонансов (Ψ, Υ) на глубоко охлажденных $p\bar{p}$-пучках, практически не имеет, к сожалению, шансов на осуществление по причинам экономического характера, несмотря на большой интерес к проекту научного сообщества. Уместно заметить, что отечественная наука в свое время также упустила свой весьма реальный шанс иметь богатую антипротонную физику — соответствующие предложения (см. [72]) не были приняты.

Третье предложение выглядит достаточно реальным (хотя едва ли будет принято) и представляет собой своего рода предельный случай применения электронного охлаждения — энергия электронов на уровне 1÷3 МэВ является разумным техническим пределом метода в варианте однопролетного (нециркулирующего) пучка электронов.

8. АНТИВОДОРОД И CPT-ТЕОРЕМА

Идея генерации атомов антиводорода была высказана [9] вскоре после проведения первых экспериментов по электронному охлаждению и позднее обсуждалась неоднократно (см. [73] и библиографию к ней). Интерес к генерации антиводорода имеет не только «общефилософскую» причину — создание простейшей физической системы из антивещества, но и вполне конкретную — возможность проверки *CPT*-теоремы в сравнении спектров излучения водорода и антиводорода. Ожидается, что различие сверхтонкой структуры спектров может проявиться на уровне $\Delta\omega/\omega \sim 10^{-18}$ [77]. Сегодня надежды на осуществление подобных экспериментов связывают с накоплением в магнитных ловушках атомов антиводорода, генерируемых при взаимодействии антипротонов с мишенью. Вероятность такого процесса крайне низка, прежде всего из-за малости сечения попутной генерации позитронов. Тем не менее считается, что даже несколько атомов, захваченных в ловушку, позволят провести необходимые измерения.

В предложении Г.И.Будкера и А.Н.Скринского [9] предполагалось совместить антипротонный накопитель с накопителем позитронов, в котором пучок охлаждается радиационно. Для этого неизбежно требуются релятивистские энергии, и, соответственно, создаются значительные технические трудности.

Задача упрощается, если работать на низкой энергии и использовать электронное охлаждение не только для антипротонов, но и для позитронов. Первое такое предложение [18] основывалось на использовании продольного магнитного поля для фокусировки позитронов (энергия порядка 50 кэВ) на участке охлаждения. В этом случае на входе в поле позитроны получают значительные азимутальные скорости: $v_\perp = \omega_B r/2$, где r — расстояние до оси соленоида. Из-за этого приходится уменьшать поперечный размер пучка, иначе падает эффективность охлаждения позитронов. Такое ограничение создает трудности для схемы в целом — снижение эмиттанса и, соответственно, интенсивности позитронного пучка, что приводит к уменьшению выхода антиводорода.

Подобные трудности снимаются при работе с полностью замагниченными пучками электронов и позитронов [74]. В этом случае источник позитронов (например, мишень, облучаемая электронами или жестким рентгеновским излучением) помещается внутри соленоида под необходимым положительным потенциалом для ускорения низкоэнергичных позитронов (позитронная пушка). Проблема управления движением электронов и позитронов решается следующим образом. Позитронное кольцо (рис.22) выполняется из двух прямолинейных соленоидов, четырех тороидальных и двух специальных соленоидов-септумов. Последние, кроме

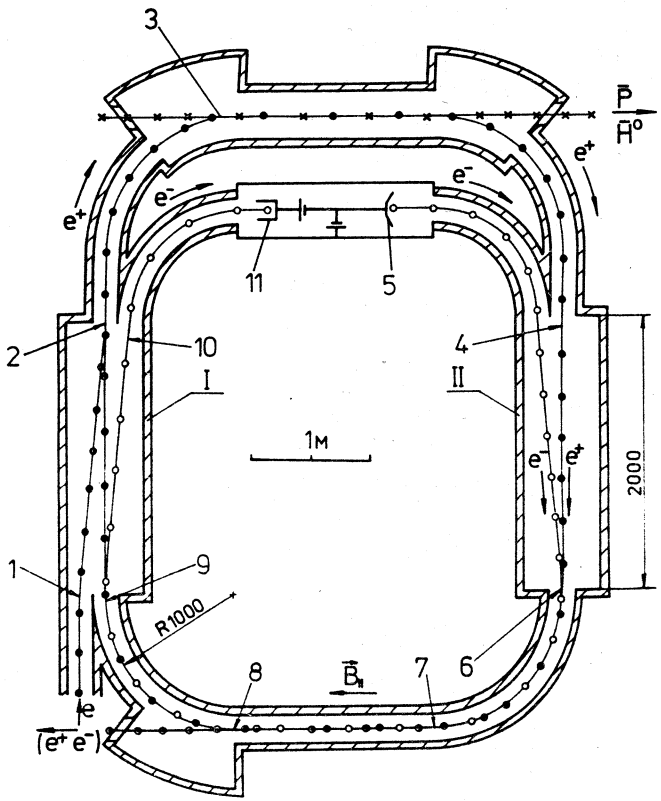


Рис. 22. Схема генератора антиводорода: I, II — участки впуска-выпуска и сведения пучков позитронов и электронов («септумы»); *1—11* — положения позитронов и электронов (см. пояснения в тексте)

основных обмоток продольного поля $\mathbf{B}_{\parallel}$, содержат еще две вложенные одна в другую обмотки поперечного поля (рис.23). В тороидальной секции *2—3* размещены витки кикера, формирующие импульсное поле, параллельное оси тора. Кроме того, во всех четырех тороидальных секциях располагаются обмотки постоянного поперечного поля, также направленные вдоль оси тора, которое обеспечивает движение позитронов по замкнутой орбите после выключения кикера. Для впуска позитронов и совмещения e^+e^--пучков используется центробежный дрейф частиц, возникающий на тороидальных участках, если поперечное поле не согласовано с их импульсом и знаком заряда. Так, позитроны, впущенные над медианной плоскостью кольца,

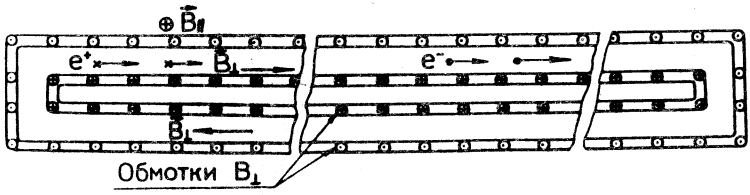


Рис. 23. Движение частиц внутри септумов

смещаются в верхнем зазоре септума I и дрейфуют вниз при включенном кикере на участке *2—3*, выходя на осевую траекторию. После одного оборота кикер выключается. Электроны из пушки *5* движутся в статических магнитных полях, входят в септум II под медианной плоскостью, смещаются в точку *6*, дрейфуют вверх на участке *6—7*, взаимодействуют с позитронами на участке охлаждения *7—8* и вновь дрейфуют вверх (*8—9*) и вправо в септуме I (*9—10*), поступая в коллектор *11*. Все позитронное кольцо встроено в прямолинейный промежуток накопителя антипротонов так же, как это делается для системы электронного охлаждения кулера (рис.22).

Физика электронного охлаждения позитронов та же, что и для тяжелых частиц. Замагниченность позитронов проявляется лишь при достаточно глубоком охлаждении, поэтому для оценок времени охлаждения можно использовать формулу (2.10) с заменой M на m. Равновесное состояние замагниченных позитронов требует специального анализа. Из самых общих соображений можно принять, что их поперечная температура по крайне мере не превышает поперечную температуру электронов.

Охлаждение позитронов в продольном магнитном поле хотя и не сжимает пучок, но значительно снижает температуру, что повышает скорость рекомбинации. Для повышения плотности позитронов мишень (пушку) можно поместить в уменьшенное в *3—5* раз поле и использовать адиабатическое сжатие пучка.

Отметим, что попутно на участке охлаждения позитронов происходит образование связанного e^+e^--состояния — долгоживущего ортопозитрония, представляющего самостоятельный интерес как объект исследований. Короткоживущий парапозитроний имеет распадную длину при энергии порядка 50 кэВ около 1,5.

В табл.7 приведены основные параметры генератора антиводорода. Интенсивность позитронного пучка ограничивается эффектами пространственного заряда. Выход позитронов будет существенно больше, если удастся в электронном охлаждении снизить температуру позитронов до уровня $T_{\|}$.

Таблица 7. Параметры генератора антиводорода

Энергия антипротонов, МэВ	55
Энергия позитронов и электронов, кэВ	30
Периметр позитронного кольца, м	21,5
Длина промежутков охлаждения и рекомбинации, м	1,5
Напряженность магнитного поля, Тл	0,1
Интенсивность антипротонного пучка	$1 \cdot 10^{11}$
Интенсивность позитронного пучка	$1 \cdot 10^{10}$
Плотность электронного пучка, А/см^2	1,0
Угловой разброс позитронов до охлаждения, мрад	50
Время охлаждения позитронов, с	0,4
Диаметр позитронного пучка, мм	2
Поток атомов антиводорода, с$^{-1}$	$2 \cdot 10^5$
Поток ортопозитрония, с$^{-1}$	$1{,}5 \cdot 10^5$

Наконец, последний вопрос, что и как измерять, имея поток антиводорода. Что — ясно: сверхтонкую структуру спектра. Как — возможно, ответ дают многолетние эксперименты Ю.Л.Соколова с соавторами [75], которым с помощью оригинального «атомного интерферометра» удалось измерить лэмбовский сдвиг в атомах водорода на переходе $2P_{1/2}$—$1S_{1/2}$ с точностью $\Delta\omega/\omega \sim 1 \cdot 10^{-13}$, что сегодня является рекордом. В этих опытах атомы имели тепловую скорость. Аналогичные эксперименты, но на быстрых атомах, рождавшихся в рекомбинациях на участке охлаждения НАП-М, были выполнены в 70-х годах В.В.Пархомчуком (с существенно меньшей точностью) [76]. Достижение уровня 10^{-18} является, конечно, серьезной задачей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Опыт развития и применения метода электронного охлаждения показал, что он может быть эффективно использован в достаточно широком диапазоне энергий охлажденных частиц — от долей до сотен МэВ/нуклон. Богатые экспериментальные возможности, открывшиеся с появлением метода, находятся только в самой начальной стадии их реализации. Несомненно, что здесь можно ожидать многих ярких достижений.

Автор выражает искреннюю благодарность за многолетнее плодотворное сотрудничество Ж.Боссеру, В.А.Лебедеву, Д.Мелу, Ю.Ц.Оганесяну, В.В.Пархомчуку, А.Н.Скринскому, Е.М.Сыресину и Г.М.Тер-Акопьяну, а также А.В.Смирнову и О.Г.Степашкину за помощь в подготовке рукописи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Будкер Г.И.** — Proc. Intern. Symp. Electron and Positron Storage Rings, Saclay, 1966, p.II-I-I; Атомная энергия, 1967, т.22, вып.5, с.346.
2. **Report of VAPP-NAP Group.** — Proc. of the 8th Intern. Conf. on High Energy Accelerators, Geneva, CERN, 1971, p.72.
3. **Скринский А.Н., Пархомчук В.В.** — ЭЧАЯ, 1981, т.12, вып.3, с.557.
4. **Proc. Workshop on Beam Cooling and Related Topics,** Montreux, 3—8, Oct. 1993, CERN, Geneva, 1994.
5. **Будкер Г.И., Диканский Н.С., Куделайнен В.И. и др.** — В сб.: Труды IV Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. М.: Наука, 1975, т.2, с.309; Particle Accelerators, 1976, vol.7, p.197; АЭ, 1976, т.40, с.49.
6. **Куделайнен В.И., Мешков И.Н., Салимов Р.А.** — Препринт ИЯФ СО АН СССР 70-72, Новосибирск, 1970; Prep. CERN 77-08, part B, Geneva, 1977.
7. **Анашин В.В., Будкер Г.И., Диканский Н.С. и др.** — [5], с.304.
8. **Будкер Г.И., Булышев А.Ф., Диканский Н.С.** — В сб.: Труды V Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. М.: Наука, 1977, т.1, с.236; Препринт ИЯФ СО АН СССР 76-92, Новосибирск, 1976.
9. **Будкер Г.И., Скринский А.Н.** — УФН, 1978, т.124, №4, с.561.
10. **Дербенев Г.И., Скринский А.Н.** — Физика плазмы, 1978, т.4, с.492.
11. **Bell M., Chaney J., Herr H. et al.** — Nucl. Instr. Meth., 1981, vol.190, p.237.
12. **Ellison T., Kells W., Kerner V. et al.** — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1983, NS-30, p.2370.
13. **Дементьев Е.Н., Диканский Н.С., Медведко А.С. и др.** — Препринт ИЯФ СО АН СССР 79-70, Новосибирск, 1979; Prep. CERN/PS/AA 79-41, Geneva, 1979.
14. **Пархомчук В.В., Пестриков Д.В.** — ЖТФ, 1980, т.50, вып.7, с.1411.
15. **Будкер Г.И., Диканский Н.С., Мешков И.Н. и др.** — В сб.: Труды X Межд. конф. по ускорителям заряженных частиц высоких энергий, 1978, т.2, с.141.
16. **Moehl D., Petrucci G., Thorndahl L. et al.** — Physics Rep., 1980, vol.58, p.367.
17. **Franzke B.** — Proc. of the 3-d Europ. Part. Accel. Conf., Berlin, 1992, vol.1, p.367.
18. **Artamonov A.S., Derbenev Ya.S., Saldin E.L.** — Particle Accelerators, 1988, vol.23, p.79.
19. **Дербенев Я.С., Скринский А.Н.** — Препринт ИЯФ СО АН СССР 79-87, Новосибирск, 1979.
20. **Derbenev Ya.S., Skrinsky A.N.** — Physics Reviews ser. Sov. Phys. Reviews, 1981, vol.3, p.165.
21. **Трубников Б.И.** — Проблемы теории плазмы. М.: Госатомиздат, 1963, вып.1, с.157.
22. **Ландау Л.Д.** — ЖЭТФ, 1937, т.7, с.203.

23. **Диканский Н.С., Куделайнен В.И., Лебедев В.А. и др.** — Препринт ИЯФ СО АН СССР 88-61, Новосибирск, 1988.
24. **Parkhomchuk V.V.** — Proc. of Workshop on Electron Cooling and Related Applications, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1984, p.71.
25. **Meshkov I.N.** — [4], p.26.
26. **Derbenev Ya.S., Meshkov I.N.** — Prep. CERN 77-08, Geneva, 1977.
27. **Poth H.** — Prep. CERN EP/90-04, Geneva, 1990.
28. **Диканский Н.С., Кононов В.И., Куделайнен В.И. и др.** — В сб.: Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. ОИЯИ, Дубна, 1979, т.1, с.99.
29. **Beyer H.F., Ziesen D., Guzman O. et al.** — Particle Accelerators, 1989, vol.24, p.163.
30. **Диканский Н.С., Кокоулин В.И., Кот Н.Х. и др.** — В сб.: Труды XIII Межд. конф. по ускорителям частиц высоких энергий. Новосибирск: Наука, 1987, т.1, с.330.
31. **Parkhomchuk V.V., Skrinsky A.H.** — Rep. on Progr. in Phys., 1991, vol.54, No.7, p.919.
32. **Bosser J.** — CERN Accelerator School, CERN 92-01, Geneva, 1992.
33. **Wolf A., Ellert C., Grieser M. et al.** — [4], p.416;
Wolf A. — Wechselwirkung zwischen hochgeladen Ionen und freien Electronen. Univ. Heidelberg, 1992.
34. **Grieser M., Albrecht F., Habs D. et al.** — Report on the 4-th Europ. Part. Accel. Conf., London, June 1994.
35. **Danared H.** — [4], p.322.
36. **Ellert Ch., Habs D., Jaeschke E. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1992, vol.A314, p.399.
37. **Ellison T., Ball M., Brown B. et al.** — Scientific and Techn. Report of Indiana Univ. Cyclotron Facility. Indiana Univ., Bloomington, 1990, p.112.
38. **Steck M., Beckert K., Bosch F. et al.** — Report on the 4-th Europ. Part. Accel. Conf., London, June 1994.
39. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** — Статистическая физика. М.: Наука, 1976, с.78.
40. **Мешков И.Н.** — Транспортировка пучков заряженных частиц. Новосибирск: Наука, 1991.
41. **Куделайнен В.И., Лебедев В.А., Мешков И.Н. и др.** — ЖЭТФ, 1982, т.83, вып.6(12), с.2056.
42. **Hofmann I.** — [4], p.330.
43. **Брук Г.** — Циклические ускорители заряженных частиц. М.: Атомиздат, 1970.
44. **Steck M., Angert N., Beckert K. et al.** — [17], p.827; [4], p.395.
45. **Hochadel B., Albrecht F., Grieser M., Habs D. et al.** — [4], p.198.
46. **Piwinski A.** — In: Proc. IX Intern. Conf. on High Energy Accelerators. Stanford, 1974, p.405.
47. **Kalish G., Beckert K., Franzke B. et al.** — [17], p.780.
48. **Tanabe T., Katayama I., Inoue N. et al.** — [4], p.312.
49. **Bosser J., Chanel M., Ley R., Tranquille G.** — In: Proc. Intern. Workshop «Physical Experiments and First Results on the Heavy Ion Storage and Cooler Rings». Smolenice, June 1—5, 1992. JINR, Dubna, 1994.

50. **Parkhomchuk V.V., Pestrikov D.V.** — [49].
51. **Ruggiero A.G.** — [4], p.274.
52. **Schiffer J.P.** — [4], p.455.
53. **Oganessian Yu.Ts., Malyshev O.N., Meshkov I.N. et al.** — Z.Phys.A — Hadrons and Nuclei, 1992, p.217.
54. **Сб. «Накопительный комплекс тяжелых ионов К4-К10»,** ОИЯИ, Дубна, 1992.
55. **Lefevre P., Moehl D.** — [4], p.411.
56. **Сагайдак Р.Н.** — [54], с.32.
57. **Asseo E., Baird S., Bosser J. et al.** — [17], p.449.
58. **Bergmark T., Ekstroem C., Friden C.-J. et al.** — [17], p.465.
59. **Оганесян Ю.Ц., Тер-Акопьян Г.М.** — [54], с.13.
60. **Пенионжкевич Ю.Э.** — ЭЧАЯ, 1994, т.25, вып.4, с.930.
61. **Fujita Y., Trotscher J., Wollnik H. et al.** — In: Proc. Symp. «Structure and Reactions of Unstable Nuclei», Niigata, Japan, 1991, p.40.
62. **Мешков И.Н.** — Докт. дисс. Новосибирск, ИЯФ СО АН СССР, 1975.
63. **Скринский А.Н., Тер-Акопьян Г.М.** — Частн. сообщения, 1994.
64. **Eickhoff H., Beckert K., Bosch F. et al.** — [4], p.310.
65. **Grimm R., Grieser M., Gruber A. et al.** — [4], p.39.
66. **Moehl D.** — The Report on the Discussion Meeting on Cold Stored Ion Beams. Max-Planck-Institut fur Kernphysik, Heidelberg, July 1994.
67. **Карлов Н.В.** — Лекции по квантовой электронике. М.: Наука, 1983, с.21.
68. **Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.** — Релятивистская квантовая теория. М.: Наука, 1968, ч.1, с.278.
69. **Сб. «Рабочее совещание по применению лазеров в исследовании атомных ядер».** Дубна, 18—20 декабря 1990 г. ОИЯИ, Дубна, 1991; Анастасов А.Я., Гангрский Ю.П., Марков Б.Н. и др. — ЖЭТФ, 1994, т.105, с.250.
70. **Giannini R., Lefevre P., Moehl D.** — Prep. CERN/PS 87-103, 87-107, Geneva, 1987.
71. **Ellison T.** — Particle Accelerators, 1994 (in press).
72. **Будкер Г.И., Всеволожская Т.А., Диканский Н.С. и др.** [8], с.299.
73. **Poth H.** — Appl. Phys., 1987, vol.A43, p.287.
74. **Meshkov I.N.** — Reports on PS/AR Division Seminar, CERN, 1993.
Meshkov I.N., Skrinsky A.N. — In: 3-d Conf. on Low-Energy Antiproton Physics, Bled, Slovenia, 12—17 September, 1994.
75. **Соколов Ю. Л. и др.** — Nuovo Cimento, 1992, vol.14D, No.2, p.183.
76. **Parkhomchuk V.V.** — Proc. Symp. Antimatter-87, Karlsruhe, 1987.
77. **Charlton M., Eades J., Horvath D. et al.** — Physics Reports, 1994, vol.241, No.2, p.67.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП.6

УДК 530.19+535.361

КАЧЕСТВЕННАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ СПЕКТРАМИ, РАССЕЯНИЕМ, РАСПАДАМИ (Уроки квантовой интуиции)

Б.Н.Захарьев, В.М.Чабанов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обзор знакомит с алгоритмами построения квантовых систем с желаемыми спектральными параметрами и характеристиками рассеяния. На основе поучительных иллюстраций и их простых качественных объяснений показано, как нужно изменить потенциал, чтобы устранить из дискретного спектра произвольный уровень, не трогая остальных, или породить на заданном месте новый, сдвинуть локализацию отдельных состояний в конфигурационном пространстве и на энергетической шкале, изменить скорости распадов избранных квазистационарных состояний (резонансов), обеспечить полную прозрачность в обычных пространствах (случаи одного и многих зацепленных уравнений Шредингера) и на решетках. Выяснена удивительная роль специальных потенциальных ям — «переносчиков» избранных состояний. С их помощью можно проносить сквозь потенциальные барьеры и квазисвязанные состояния, управляя тем самым ширинами резонансов. Причем такой механизм управления носит универсальный характер. Все эти иллюстрации получены с помощью точно решаемых моделей обратной задачи. Данные модели составляют полный набор, что делает квантовую механику единой (устраняется асимметрия между прямой и обратной задачами). Обзор существенно обогащает квантовую интуицию, поднимает понимание волновой механики на более высокий уровень.

This review acquaints one with the algorithms of construction of quantum systems with desirable spectral parameters and scattering properties. It is shown with the instructive illustrations and their simple qualitative explanations how to change the potentials in order to remove selected level(s) from the discrete spectrum whereas other levels remain unchanged, or to create one at the chosen place, to shift the range of localization of arbitrary state(s) in the ordinary space and on the energy scale, to change the decay rates of chosen quasi-stable states (resonances), to provide the absolute transparency (the cases of one- and multichannel Schroedinger equations) in the usual spaces and on the lattices. It was clarified how the special potential wells play the part of «carriers» of chosen states. Analogous wells can carry also quasi-stable states through the potential barriers, which allows one to manage the resonance widths. Such a management mechanism has a universal character. All these illustrations were obtained with the aid of exactly solvable models of the inverse problem. The given models are the complete set, that makes the quantum mechanics unified (the asymmetry of the direct and the inverse problems is considerably weakened). This review enriches quantum intuition and takes up the understanding of wave mechanics at higher level.

Я хотел, чтобы большинство из Вас смогло оценить красоту нашего прекрасного мира и вместе с тем то, что составляет сейчас главную часть истинной культуры нашей эпохи. (Вероятно найдутся преподаватели других дисциплин, которые захотят что-то возразить, но я-то знаю, что они абсолютно неправы). А может быть, Вы сумеете не только отдать должное этой культуре, — не исключено, что и Вас самих потянет подключиться к этому величайшему дерзанию, на которое когда-либо пускался человеческий ум.

Р.Фейнман (о квантовой механике)

1. ВВЕДЕНИЕ

Становлению единой квантовой теории способствуют новые, точно решаемые модели. Кто-то удачно назвал их верстовыми столбами познания. Благодаря последним успехам точно решаемых моделей возникает симметрия между двумя главными составными частями нерелятивистской квантовой теории — прямой и обратной задачами.

1. Прямая задача ($V \to S$) по данным потенциалам взаимодействия V определяет различные свойства квантовой системы S — данные рассеяния, спектральные параметры и др.

2. Обратная задача ($S \to V$) определяет потенциалы, необходимые для того, чтобы система обладала данными свойствами S. Но главный вклад обратной задачи состоит в качественном обновлении наших представлений о микромире.

Обычно физикам, знакомым в основном с прямой квантовой задачей, известно не больше десятка таких моделей: с прямоугольным, осцилляторным, кулоновским и т.п. потенциалами. В обратной же задаче найдены многие классы *полных (!) наборов* точных моделей. Так, в одномерном случае или при разделении переменных этими моделями можно, в принципе, как угодно точно аппроксимировать практически произвольную квантовую систему. Знакомство с некоторыми из моделей сопровождается здесь наглядными иллюстрациями, дополняющими известные *«книги квантовых картинок»* Брандта и Дамена [13] в традиционной теории. Полные наборы точно решаемых моделей, которыми мы теперь располагаем, делают современную квантовую механику единой (перебрасывается мостик между ранее разрозненными частями теории).

Со времени написания нашего последнего обзора [1] в данной области произошли большие изменения. Настоящий обзор позволит взглянуть на остававшиеся неосвещенными области квантовой механики (невидимой,

другой ее половины при привычном прямом подходе — обратной задачи). Это не было сделано раньше, так как квантовой обратной задачей больше занимались математики, а не физики. Последние же, подходя узко утилитарно (восстановление потенциалов), часто еще не знают о широких возможностях уже разработанного математического аппарата. Математики обычно интересуются теоремами существования и т.п. Они обходятся аналитическими выражениями без графических иллюстраций, а для физических приложений последние очень нужны, чтобы выделить физическую суть формул, добиться понимания рассматриваемых явлений на интуитивном уровне. Теперь стала яснее связь методов обратной задачи и подхода суперсимметрии в нерелятивистской квантовой теории [3,4,15,19,21,29,35, 36,41,43].

О новых возможностях квантовой теории будет рассказано доступно, наглядно, с удивительно простыми качественными комментариями поучительных картинок:

— как устранить из дискретного спектра произвольный уровень, не трогая остальных, или породить на заданном месте новый;

— как сдвигать локализацию отдельных состояний в пространстве и на энергетической шкале, с помощью вспомогательных потенциальных ямок — «переносчиков» избранных состояний;

— как изменять скорости распадов отдельных квазистационарных состояний (резонансов), пронося квазисвязанные состояния сквозь потенциальные барьеры, управляя тем самым ширинами резонансов;

— как аналогично управлять переходами между дискретными состояниями, меняя интегралы перекрытия;

— как управлять прозрачностью в обычных пространствах и на решетках.

Выяснен механизм «опрозрачивания» одноканальных квантовых систем, а также поняты особенности формы многоканальных потенциальных матриц $V_{ij}(x)$, не дающих отраженных волн при любых энергиях. Удивительно, что возникающие в $V_{ij}(x)$ потенциальные барьеры не портят прозрачности! Как ни парадоксально, они даже необходимы для 100-процентной проницаемости. И это не при отдельных значениях энергии, как в резонансном туннелировании, а во всем непрерывном спектре (!).

Таким образом, появилась возможность просто объяснить многое из того, что еще недавно скрывалось в черном ящике квантовых загадок.

Хотя все это демонстрируется на точных моделях, но качественно верно и в общем случае. Так что читатель сможет легко предсказывать многие результаты без формул и компьютеров.

Продолжено поучительное сравнение квантовой механики для пространств с непрерывными и дискретными переменными (экзотика решений

разностного уравнения Шредингера и движения волн по решеткам каналов и смешиваемых конфигураций, обобщенные разностные уравнения Шредингера высшего (4-го, 6-го...) порядков). Хотя сейчас все знают о знаменитых солитонах, которым соответствуют безотражательные потенциалы, однако особенность распространения волн по дискретной переменной проявляется в невозможности построить прозрачный локальный потенциал $v(n)$. Любая локальная потенциальная яма приводит к спуску верхней границы разрешенной зоны (свешивающемуся сверху барьеру), что обязательно вызывает отражение. Эту трудность удалось обойти, введя минимальную нелокальность (потенциалы $u(n)$ на соседних с главной диагоналях матричного конечно-разностного гамильтониана), уничтожающую мешающие барьеры. В данном случае оказался полезным подход суперсимметрии [11,36].

Трудно переоценить значение квантового управления для современной микроэлектроники, лазерной техники, квантовой оптики и др. И дело не столько в перспективах практических приложений, сколько в переходе на новый уровень понимания закономерностей квантового мира. В процессе интенсивного развития квантовой теории («перманентная революция») идет не только накопление массы новых данных, но и сокращается разрыв между новейшими достижениями и тем, что известно широкому кругу специалистов и что преподается в вузах. В конечном счете цель всякой науки — сконцентрировать знания о природе в квинтэссенцию, максимально экономную в смысле занимаемой памяти и необходимых усилий при использовании в приложениях. Интуиция облегчит продвижение в океане не решенных еще проблем ядерной, атомной и молекулярной физики. Каждому, кто имеет какое-то отношение к квантовой физике, полезно хотя бы раз взглянуть на приводимые здесь картинки.

2. КАЧЕСТВЕННАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ ЛОКАЛИЗАЦИЕЙ ОТДЕЛЬНЫХ КВАНТОВЫХ СОСТОЯНИЙ

> ...переход на единственный (!) уровень молекулы хлорофилла запускает механизм всей жизнедеятельности на Земле.
>
> *Р.Эверт, С.Айкхорн*

Как наглядную иллюстрацию новой ситуации, сложившейся в квантовой механике, продемонстрируем в этом разделе деформации потенциалов при удалении из их спектров отдельных уровней и потенциальные возмущения, необходимые для пространственного сдвига избранных квантовых состояний. Получены такие картинки, которые нам удалось просто

объяснить, и теперь нам представляется, что они дают нам недостающие элементы квантовой грамоты.

Первыми, кто привел формулы для возмущений, убирающих уровни, были Абрагам и Мозес [17]. Строго говоря, одна тривиальная иллюстрация удаления основного состояния из осциллятора уже приводилась (в работе Сукумара [15]). Благодаря эквидистантности спектра, если не нарушать симметрию, в этом случае происходит сдвиг вверх по энергии на один межуровневый интервал кривой осцилляторного потенциала без каких-либо искажений ее формы. Но догадаться, какие изменения в той же бесконечной яме необходимы для исчезновения второго или следующих уровней, нам не удавалось без компьютерной графики, хотя мы и задавали себе этот вопрос.

Была попытка использовать опыт деформации потенциалов для сдвига отдельных уровней (уже достигнута ясность [6,1,2,], какая форма возмущений ΔV обеспечивает смещение избранных собственных значений энергии). Однако «уничтожение» уровня эквивалентно бесконечному (!) числу таких сдвигов. Действительно, сдвинув «нежелательный» уровень на место ближайшего соседа сверху, и того, в свою очередь, на место верхнего соседа и т.д. до бесконечности, мы убеждаемся в том, что избранное состояние как бы пропало. Но сложно представить себе, как суммируется такое неограниченное число возмущений.

Суть преобразования потенциала оказалось проще объяснить так: в каждом из бесконечного числа состояний выше удаляемого убирается по одному узлу. Для этого собственные фукнции нужно сделать «короче на полволны», что достигается сужением потенциальной ямы, например, сдвигом левой стенки вправо, как на рис.2. Можно добиться того же и сдвигом правой стенки. По-видимому, существует и соответствующее симметричное возмущение, форма которого предсказывается «симметризацией» кривых с рис.2.

Первые результаты расчетов (см. рис.2) даже показались неправдоподобными из-за нарушения симметрии потенциала при удалении уровня. Ведь исходная яма была симметричной, и модуль «уничтожаемого» состояния симметричен. Форма же симметричного потенциала полностью задается своим спектром. Откуда же берется асимметрия? Дело здесь в том, что операция поглощения уровня является неоднозначной: свободными параметрами остаются нормировочные константы, которые, наряду со значениями уровней, являются фундаментальными спектральными данными. В подходе Марченко, которым мы воспользовались, нормировки фиксируют асимптотическое поведение собственных функций с одной из сторон. Мы для простоты оставляли их у всех сохраняемых уровней неизменными, а устремляли к нулю или к бесконечности нормировку избранного состояния, внося тем самым наблюдаемую асимметрию.

2.1. Элементы теории обратной задачи. Чтобы напомнить суть методов обратной задачи [2], сделаем несколько элементарных замечаний, которые послужат максимально доступным и кратким введением в формализм.

Рассмотрим некоторую потенциальную яму с лесенкой дискретных уровней энергии E_ν связанных состояний с ортонормированными волновыми функциями $\psi_\nu(x)$, которые мы рассматриваем как репер в бесконечномерном пространстве. Помимо уровней энергии есть еще фундаментальные спектральные параметры — нормировочные константы. Для задачи на полуоси $[0, \infty)$ это могут быть коэффициенты пропорциональности c_ν между нормированными на единицу функциями $\psi_\nu(x)$ и так называемыми регулярными решениями $\varphi_\nu(x)$, имеющими в точке $x = 0$ производную, равную единице:

$$\psi_\nu(x) = c_\nu \varphi_\nu(x). \tag{1}$$

Двойной набор спектральных параметров $\{E_\nu, c_\nu\}$ полностью задает форму бесконечной потенциальной ямы. Те же функции при фиксированном значении координаты x и при всех значениях E_ν можно рассматривать как другие вектора и тоже ортонормированные, только в этом случае свойство ортонормированности (по энергетической переменной с весом c_ν^2) лучше известно как соотношение полноты:

$$\sum_\nu c_\nu^2 \varphi_\nu(x) \varphi_\nu(y) = \delta(x - y). \tag{2}$$

Этому соотношению удовлетворяют решения как исходного, так и возмущенного потенциалов, только они взяты при значениях энергии разных спектров и ортонормированы они с разным весом $\mathring{c}_\nu^2$ и c_ν^2. А обратная задача перехода от исходного потенциала к возмущенному $\mathring{V} \to V$ сводится к перенормировке ортов: при изменении весовой функции исходные собственные функции уже не будут ортогональны. Напомним стандартную процедуру ортогонализации Шмидта на примере двух первоначально неортогональных (в смысле новой весовой функции) векторов $\mathring{\varphi}_1$, $\mathring{\varphi}_2$ (см. рис.1).

В качестве первого орта φ_1 новой системы возьмем первый невозмущенный орт $\mathring{\varphi}_1$, а второй построим из второго же невозмущенного, только вычтем из него все, что в нем имеется лишнего (параллельного $\mathring{\varphi}_2$), для ортонормированности с новым весом.

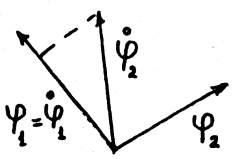


Рис. 1. Для ортогонализации исходных векторов $\mathring{\varphi}_1$, $\mathring{\varphi}_2$ можно оставить первый прежним, а из второго выбросить проекцию на него первого (в смысле скалярного произведения с новым весом)

$$\varphi_1 = \mathring{\varphi}_1; \qquad \varphi_2 = \mathring{\varphi}_2 - K_{21}\mathring{\varphi}_1.$$

Начинать ортогонализацию можно с любого вектора. Непрерывным аналогом этой процедуры, когда роль индексов-номеров ортов играют значения x, а ортонормирование ведется по энергетической переменной (роль условий ортогональности здесь играет соотношение полноты), является выражение

$$\varphi_\nu(x) = \mathring{\varphi}_\nu(x) + \int K(x, y)\, \mathring{\varphi}_\nu(y)\, dy, \tag{3}$$

где пределы интегрирования $0, x$ — в подходе Гельфанда — Левитана и x, ∞ — в подходе Марченко. Коэффициенты K, связывающие функции исходного потенциала с функциями нового, определяются из условия ортонормировки $\varphi_\nu(x)$ ко всем векторам с «номерами» ($y < x$ или $y > x$ в подходах Гельфанда — Левитана или Марченко соответственно), уже использованными при построении новых ортов, пока шли к точке x (слева или справа по подходу Гельфанда — Левитана или Марченко). Этими уравнениями для K как раз и являются уравнения обратной задачи (с пределами интегрирования, как и в (3)):

$$K(x, y) + Q(x, y) + \int K(x, t)\, Q(t, y)\, dt = 0, \tag{4}$$

а ядро Q строится из невозмущенных функций при старых и новых спектральных параметрах:

$$Q(x, y) = \sum_\nu c_\nu^2\, \mathring{\varphi}_\nu(x)\, \mathring{\varphi}_\nu(y) - \sum_\mu \mathring{c}_\mu^2\, \mathring{\varphi}_\mu(x)\, \mathring{\varphi}_\mu(y) + \int \ldots,. \tag{5}$$

Первая сумма здесь задается возмущенными параметрами E и c, а вторая — исходными. В наших задачах изменений непрерывного спектра не будет, поэтому интеграл, отвечающий изменениям данных рассеяния, пропадает.

Если изменить спектральные параметры конечного числа связанных состояний, то для остальных соответствующие члены в левой и правой суммах взаимно сократятся, так что в Q останется конечное число членов, факторизованных по «номерам» x и y. С таким вырожденным ядром уравнение обратной задачи сводится к системе конечного числа алгебраических урав-

нений. По найденному из них K определяется новый (возмущенный) потенциал.

Процесс ортогонализации Грама — Шмидта можно начинать с любого исходного вектора. Поскольку в обратной задаче «номером» вектора служит координата, можно начинать отрогонализацию из асимптотики $x = \infty$ — это подход Марченко, или из начала координат — это подход Гельфанда — Левитана.

2.2. Трансформированные потенциалы. Рассмотрим ядро Q интегрального уравнения обратной задачи (в подходе Марченко, см., например, [2]):

$$K(x, y) + Q(x, y) + \int_x^\infty K(x, t)\, Q(t, y)\, dt = 0. \qquad (6)$$

Оно является как бы «вывернутым наизнанку» уравнением Шредингера. Вместо процедуры прямой задачи, когда в обычное уравнение Шредингера вкладывается некоторый потенциал $V(x)$ и после решения находятся физические свойства данной квантовой системы, мы можем в обратной задаче вложить *желаемые* спектральные параметры в ядро Q:

$$Q(x, y) = \sum_{\nu}^{N} \overset{\circ}{\psi}(k_\nu, x)\, \overset{\circ}{\psi}(k_\nu, y) - \sum_{\mu}^{M} \overset{\circ}{\psi}(k_\mu, x)\, \overset{\circ}{\psi}(k_\mu, y), \qquad (7)$$

где константы $k_\nu^2 = E_\nu$, $k_\mu^2 = E_\mu$ определяют уровни энергии в новой V и исходной $\overset{\circ}{V}$ ямах (которых в нашем случае бесконечное число $N = M = \infty$), а интеграл (лишь символически помеченный в (5)) относится к состояниям непрерывного спектра, которого в бесконечных ямах нет. Решения $\overset{\circ}{\psi}_\nu$ в первой сумме отвечают уравнению Шредингера с исходным потенциалом, но берутся при собственных значениях энергии для возмущенной ямы и с соответствующими нормировочными множителями. Если функции в левой сумме для сохраняемых уровней брать теми же, что и в правой, это будет означать выбор для них прежних нормировочных множителей. Тогда при удалении конечного числа уровней из исходной ямы $\overset{\circ}{V}$ в (7) остаются лишь отвечающие им члены второй суммы, поскольку параметры остальных уровней предполагаются неизменными, и соответствующие члены в первой и второй суммах взаимно сокращаются. С этим *вырожденным* ядром Q уравнение обратной задачи сводится к алгебраическому. Его решить просто, т.е. найти K, которое, в свою очередь, является ядром интегрального оператора обобщенного сдвига, переводящего волновые функции исходной невозмущенной системы $\overset{\circ}{\psi}$ в функции с новым потенциалом $V(x) = \overset{\circ}{V}(x) - 2K'(x, x)$. При уничтожении одного уровня имеем

$$V(x) = \overset{\circ}{V}(x) - 2\frac{d}{dx}\left[\frac{\overset{\circ}{\psi}{}^2_\mu(x)}{1 - \int\limits_x^\infty \overset{\circ}{\psi}{}^2_\mu(y)\,dy}\right]. \qquad (8)$$

На рис.2 для исходных осцилляторной и линейной ямы показаны возмущенные ямы при исчезновении первого, второго и третьего уровней.

Рельеф нижней части возмущенной ямы определяется тем, что после ее сужения поднимается конечное число уровней под уничтожаемым, и их нужно сместить вниз согласно правилу, обсуждавшемуся в [6,2]. Число локальных минимумов равно числу максимумов модуля функции ближайшего к «спектральной дыре» снизу состояния, поскольку оно наиболее чувствительно к возмущениям там, где вероятность обнаружить частицу на данном уровне наибольшая. Опускание более низких состояний не так отчетливо отражается на форме возмущения (оно лишь «модулирует несущую частоту» наиболее энергичного из группы состояний под создаваемой спектральной дырой).

В случае удаления двух уровней сужение исходной ямы получается примерно вдвое больше.

Теперь можно с большой степенью надежности предсказать, что для порождения нового уровня нужно расширять яму, а конечное число расположенных ниже состояний удерживать на старых местах, подталкивая снизу вблизи точек максимумов модулей их функций.

Возмущение потенциала стремится к нулю при больших $|x|$, в чем можно убедиться, используя правило Лопиталя при раскрытии неопределенности 0/0.

При вариациях одного из полного набора спектральных параметров $\{E_\lambda, c_\lambda\}$ или $\{E_\lambda, M_\lambda\}$ в формализме Марченко, меняются все собственные функции (и тех состояний, спектральные параметры которых не менялись). О выборе нормировок M_λ вместо c_λ см. ниже.

Результаты для потенциалов на полуоси имеют отношение и к трехмерным симметричным задачам. Нужно, правда, отметить, что в этом случае мы имеем дело лишь с уровнями, отвечающими определенному значению орбитального момента l: при уничтожении, например, s-уровня уровни с другими $l > 0$ будут смещаться. Чтобы не дать им двигаться, нужно вводить в потенциал дополнительную зависимость, нелокальную по углам. Результаты на всей оси тоже применимы в трехмерном случае, только с потенциалами, не зависящими от двух из трех переменных.

Приведенные выше простые объяснения результатов позволяют делать довольно надежные предположения о качественных характеристиках потенциалов, которые должны получиться при других постановках задачи.

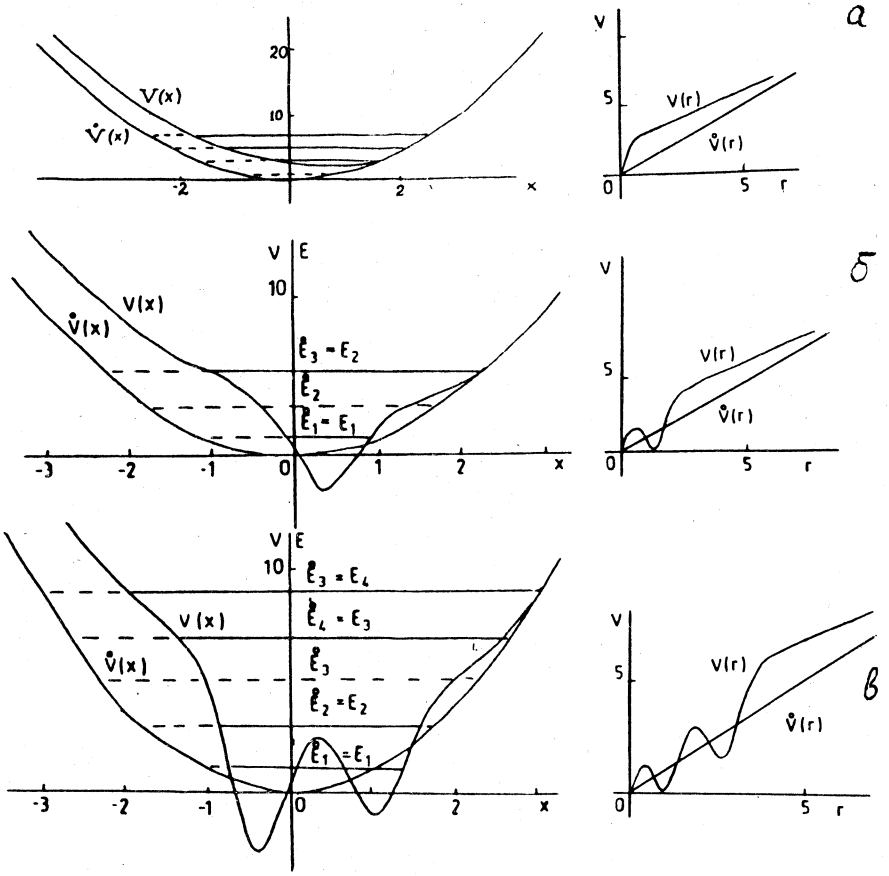


Рис. 2. Изменения формы осцилляторной и линейной ямы при исчезновении первого (*а*), второго (*б*) и третьего (*в*) уровней. Сужение ям (*а*—*в*) вызвано сокращением на полколебания осцилляций собственных функций состояний, расположенных выше ликвидированного уровня (ср. с рис.3—5, где расширение ямы вызвано рождением новых уровней). Дополнительная ямка в случае (*б*) возвращает на прежнее место уровень, поднимающийся при сжатии ямы, в случае (*в*) две дополнительные ямки возвращают первый и второй уровни на свое место

Если в формулах обратной задачи в подходе Марченко поменять пределы интегрирования по пространственной координате $[x, \infty)$ на $(-\infty, x]$, то полученные потенциалы и функции окажутся зеркально отраженными относительно точки $x = 0$.

В подходе Гельфанда — Левитана для осцилляторного потенциала на полуоси (с пределами интегрирования $[0, x]$) вертикальная потенциальная

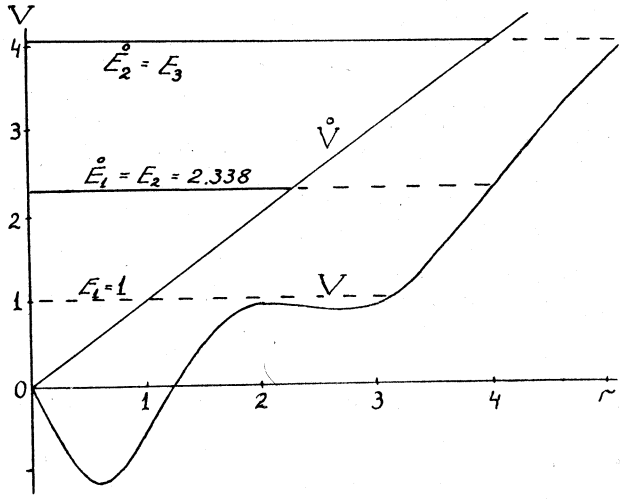


Рис. 3. Добавление нового (ниже основного) уровня $E_1 = 1$ к спектру линейной ямы. Яма расширяется, чтобы состояния выше рожденного получили прибавку в полколебания. Рельеф дна ямы обеспечивает нужное положение рожденного уровня

стенка в нуле должна оставаться неподвижной, а двигаться будет правый край бесконечной ямы. Это подтвердилось расчетами по формуле (см. рис.2 для случая линейной ямы):

$$V(x) = \mathring{V}(x) + 2\frac{d}{dx}\left[\frac{\mathring{\psi}_\mu^2(x)}{1 - \int_0^x \mathring{\psi}_\mu^2(y)\,dy}\right]. \qquad (9)$$

Если симметрично продолжить на левую полуось возмущенную яму, то в полученных ямах лишь уровни с нечетными состояниями будут совпадать с уровнями симметричного осциллятора, поскольку только они являются одновременно и уровнями ямы на полуоси. Поэтому и форма правой стенки возмущенной потенциальной ямы на полуоси должна отличаться от случая выкидывания «того же» уровня в подходе Марченко на всей оси, поскольку в игре на полуоси участвуют лишь нечетные состояния симметричной ямы.

Добавление уровня. Если вместо уничтожения имеющихся уровней *порождать новые состояния*, то следует, естественно, ожидать соответствующего расширения потенциальных ям. Случаи рождения уровня в линейной

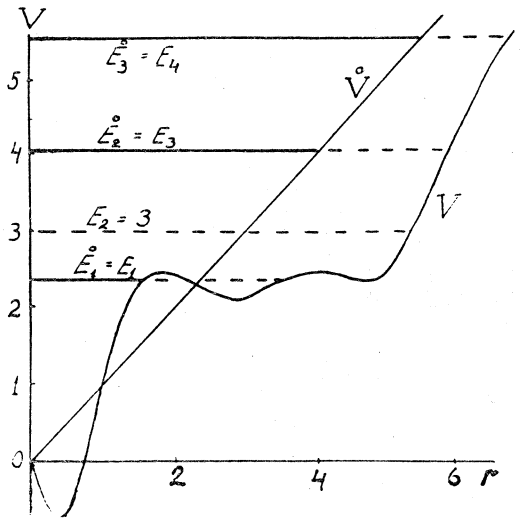


Рис. 4. Добавление нового уровня $E_2 = 3$ к спектру линейной ямы. Рельеф дна ямы обеспечивает нужное положение пары нижних уровней (поддерживает основное состояние на прежнем уровне при расширении ямы)

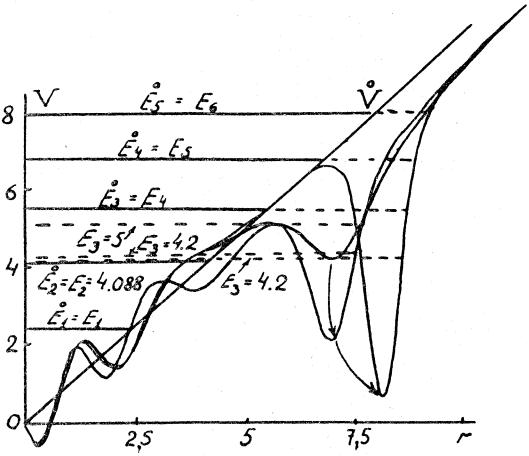


Рис. 5. Добавление нового уровня $E_3 = 5$, или $E_3 = 4{,}2$, или $E_3 = 4{,}1$ к спектру линейной ямы. Обратите внимание на изменение формы ямы при приближении уровня E_3 к $E_2 = 3$

яме $v(r) = r$ показаны на рис.3—5 (а в конечной прямоугольной яме — на рис.9). При этом в формулах для потенциала типа (8) в этом случае в знаменателе нужно заменить минус на плюс. Формулами типа (8) при добавлении уровня пользоваться сложнее, так как понадобятся *нефизические* решения в исходной яме при значениях энергии *между* связанными состояниями (для прямоугольной ямы это не сложно).

Основное состояние симметрично выкидывается с помощью техники суперсимметрии [3]. Интересно было бы также обобщить данную работу на многоканальные системы.

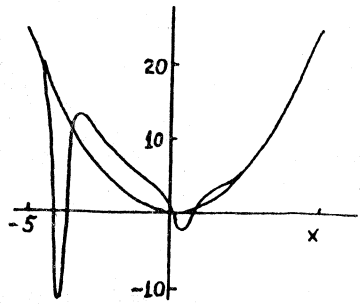


Рис. 6. Трансформация осцилляторного потенциала при приближении к нулю нормировочной константы M_2 (в подходе Марченко) для состояния второго уровня: в возмущенном потенциале появляется узкая ямка («сосулька-ловушка»), уносящая на минус бесконечность область локализации этого состояния при $M_2 \to 0$, что можно рассматривать как его постепенное «устранение». Состояния, лежащие выше по энергии, остаются в основной яме и имеют по узлу под барьером, отделяющим сосульку от основной ямы. Внутри сосульки они делают последнее колебание с амплитудой, быстро убывающей при удалении сосульки

2.3. Выбрасывание уровня E_μ как предел $c_\mu \to 0$ (или $M_\mu \to 0$). Изменения величины нормировочного множителя c_μ (или в подходе Марченко — коэффициента M_μ при затухающей экспоненте в асимптотическом поведении справа собственной функции μ-го состояния) можно связать с устранением соответствующего энергетического уровня из спектра. Из формулы

$$Q(x, y) = c_\mu^2 \, \mathring{\varphi}_\mu(x) \, \mathring{\varphi}_\mu(y) - \mathring{c}_\mu^2 \, \mathring{\varphi}_\mu(x) \, \mathring{\varphi}_\mu(y) \qquad (10)$$

следует, что при выборе нулевой нормировки c_μ выражение для ядра Q совпадает с тем, что получается при выбрасывании μ-го уровня:

$$Q(x, y) = - \mathring{c}_\mu^2 \, \mathring{\varphi}_\mu(x) \, \mathring{\varphi}_\mu(y). \qquad (11)$$

Казалось бы, невозможно представить себе, как с помощью *непрерывного* процесса изменения нормировки, *когда все уровни остаются на своих местах*, можно добиться *исключения* уровня, совершаемого *скачком*. Типичная картина при выборе близкой к нулю нормировки показана на рис.6. В данном случае характерная «сосулька-ловушка» в возмущенном потенциале получена в подходе Марченко при очень малой нормировке M_2.

Форма сосульки такова, что в ней создаются благоприятные условия для стоячей полуволны избранного состояния, а для всех других происходит самогашение за счет неконструктивной интерференции волн, многократно отраженных от стенок, и тем более сильное, чем дальше уходит сосулька. Это свойство «выскальзывания» (slidability) выбранного связанного состояния из стопки остальных при изменении соответствующей нормировки — характерная реакция квантовой системы. В случае одноуровневой системы двигается целиком вся яма. Вместе с тем вырастает барьер, сужающий исходную осцилляторную яму и уменьшающий число узлов состояний выше

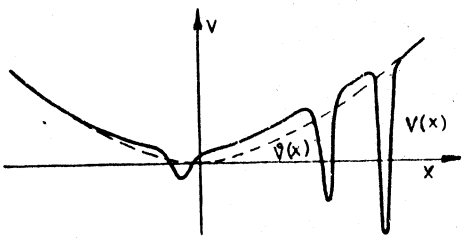


Рис. 7 Перемещение локализации двух состояний (второго и третьего) при увеличении соответствующих нормировочных параметров M_2 и M_3 производится путем комбинации двух сосулек

избранного в главной части ямы. Последние узлы (по одному для этих состояний) уходят под барьер, разделяющий сосульку и основную яму. В пределе эти последние узлы удаляются на бесконечность. При уничтожении нескольких уровней (стремлением нормировок к нулю) появляются несколько сосулек, взаимное расположение которых зависит от соотношения величин нормировочных множителей. В частности, сосульки могут располагаться с одной или разных сторон от главной ямы. При больших M_μ или малых c_μ сосульки образуются справа.

Это проливает дополнительный свет на, казалось бы, уже раньше полностью понятое нами возмущение потенциалов при изменении нормировок (см. [6,2]). Например, изменение приведенных ширин в бесконечной прямоугольной яме дает возмущенный потенциал с «зародышами» сосулек, играющих одновременно роль корректировщиков положения нижних уровней на энергетической шкале. В ямах с невертикальными стенками эти зародыши (один или несколько, см. рис.7) могут быть сдвинуты на любое расстояние. При этом каждый из них уносит с собой по одному узлу соответствующей функции.

На рис.8 демонстрируется смещение вправо локализации состояния первого и второго уровня исходной конечной прямоугольной ямы с пятью связанными состояниями. Ямка-переносчик здесь имеет солитонообразный вид (чтобы, благодаря своей безотражательности, не портить непрерывный спектр исходного потенциала). Характерный «потенциальный зуб» возник для компенсации сглаживания резкого края исходной прямоугольной ямы: чтобы в непрерывном спектре оставались прежние свойства рассеяния. Сравните с соответствующими возмущениями дна осцилляторной ямы (рис.2*а,б*).

Порождение уровня при наличии непрерывного спектра. На рис.9 показан пример порождения нового (6-го) уровня в конечной прямоугольной яме. Осцилляции возмущения плоского дна потенциала нужны, с одной стороны, для подъема на прежние места старых уровней, которые иначе опустились бы из-за расширения исходной ямы за счет дополнительной ямки справа. С другой стороны, нарастание осцилляций потенциала влево служит

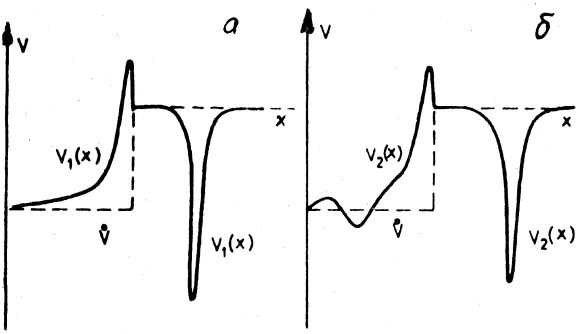


Рис. 8. Смещение из прямоугольной потенциальной ямы, имеющей пять связанных состояний; *а*) основного состояния вправо; *б*) сдвиг локализации второго состояния (ср. трансформацию дна прямоугольной и осцилляторной (рис.6) ям)

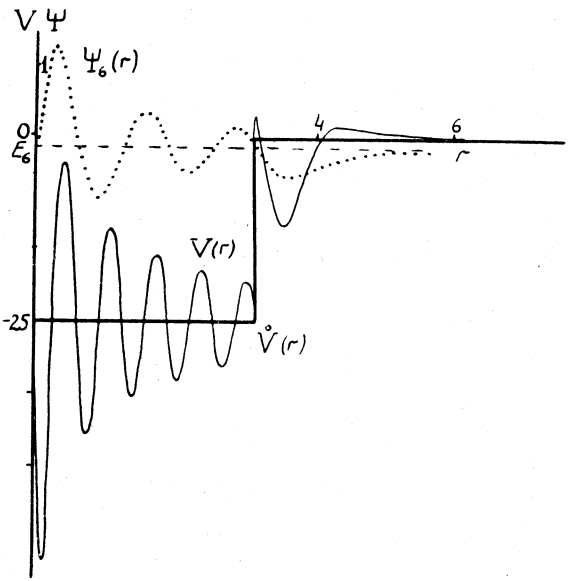


Рис. 9. Порождение нового, шестого уровня, показанного штриховой линией, в конечной прямоугольной потенциальной яме глубиной 25 и шириной π, имевшей пять связанных состояний (ср. с трансформацией линейного потенциала на рис.3—5). Пунктиром показана нормированная волновая функция порожденного состояния

сгребанию порожденного состояния к началу координат, поскольку мы выбрали большую производную $\Psi'_6(0)$. Барьер («потенциальный зуб» на месте скачка исходной прямоугольной ямы) между основной и дополнительной ямами нужен для сохранения неизмененной спектральной функции непрерывного спектра (ср. с рис.3—5, где показаны деформации бесконечно глубокой линейной ямы при добавлении в спектр новых уровней).

Формулы изменения нормировочных констант были получены с помощью техники суперсимметрии [3] (1988, 1991 гг.) значительно позднее, чем в обратной задаче.

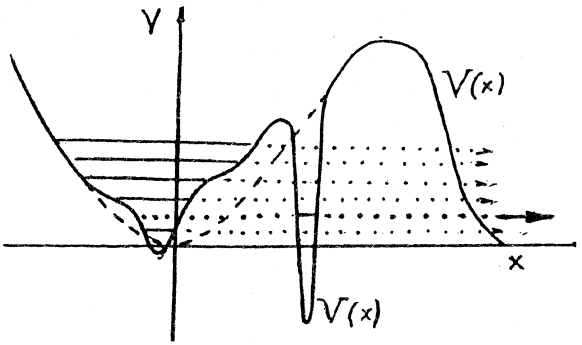


Рис. 10. Искажение формы исходной осцилляторной ямы (штриховая линия) при увеличении нормировочного множителя M_2 второго состояния. Вспомогательная узкая яма, как и на рис.6, уносит избранное состояние тем дальше, чем больше выбранное значение нормировочной константы, определяющей величину функции справа. Если еще загнуть одну из бесконечных стенок исходной осцилляторной ямы так, чтобы она превратилась в потенциальный барьер конечной величины, то связанные состояния превращаются в квазистабильные, а перенос избранного состояния к краю барьера увеличивает вероятность его распада на заданную величину

Интересно распространить указанные результаты на многоканальный случай и, возможно, на зачачи с разностными уравнениями (с дискретной переменной), в частности, на «уравнения Шредингера высшего порядка» (см. [1]).

2.4. Протаскивание сквозь барьер избранных состояний. Интуиция позволяет качественно предсказать свойства квантовых систем без использования формул и компьютеров. Рассмотрим картину (см. рис.10) преобразования осцилляторной ямы в яму с конечным барьером вместо ее правой, неограниченно растущей ветви, при увеличении нормировочной константы множителя M_λ в асимптотическом поведении волновой функции справа. Вспомогательная узкая яма уносит избранное состояние тем дальше, чем сильнее изменено выбранное значение M_2.

Если трансформировать одну из бесконечных стенок осцилляторной ямы в конечный потенциальный барьер, то связанные состояния превратятся в квазистабильные (резонансы). Хотя это кардинально меняет характер системы, свойство вспомогательной ямки — переносить избранные состояния — при соответствующей подстройке ее формы не пропадает. Здесь нам помогает квантовая интуиция (в решении задачи на собственные значения для квазистационарных состояний, требующей поиска резонансов в комплексной плоскости k). Ясно, что перенос состояния под барьером ближе к его внешнему краю облегчает распад и увеличивает ширину избранного резонанса, не меняя остальные. Естественно предположить, что при этом нижние состояния возмутятся не сильно. Вспомогательная узкая яма, сдвигающая локализацию избранного состояния, наводит на мысль, что

это явление можно использовать для управления матричными элементами переходов между различными связанными состояниями.

2.5. Управление переходами. Понимание явления локализации волновых функций в ограниченной области системы потенциальных ям можно использовать для формирования желаемых интенсивностей переходов между уровнями*. Например, в предельном случае можно произвольно задать решетку уровней и потребовать, чтобы был переход лишь между i-м и j-м состояниями: отличен от нуля только матричный элемент некоторого локального оператора O ($\langle j|O|i\rangle$). Такую квантовую систему легко построить, помещая выделенные уровни в одну парциальную ямку, а все остальные уровни — по одному в отдельные ямки, разделенные барьерами с пренебрежимой проницаемостью. Отсутствие перекрывания фукнций исключит нежелательные переходы. Подобную процедуру можно себе представить и в более общем случае, когда заданы определенные соотношения между вероятностями переходов произвольного дискретного спектра. Дополнительными рычагами влияния на величины матричных элементов являются «парциальные приведенные ширины» состояний в отдельных ямках, регулируемые по правилам изменения нормировочных спектральных параметров подбором формы этих парциальных ямок.

3. ИЗМЕНЕНИЕ ПРИВЕДЕННЫХ ШИРИН В РАМКАХ МНОГОКАНАЛЬНОГО ПОДХОДА

О том, какие возмущения в одноканальном случае приводят к изменению приведенной ширины (производной на краю бесконечной прямоугольной ямы) произвольно выбранного состояния, говорилось в [2,6]. Теперь мы приведем пример управления этими фундаментальными спектральными параметрами в многоканальной системе. Приведенные ниже рисунки пополнят коллекцию квантовых картинок.

Будем уменьшать в основном состоянии модуль производной $\psi_1'(0)$ функции второго канала у левой бесконечной потенциальной стенки исходной двухканальной системы с постоянной матрицей взаимодействия

$$\overset{\circ}{V}_{11}(x) = \overset{\circ}{V}_{22}(x) \equiv 0; \qquad \overset{\circ}{V}_{12}(x) = \overset{\circ}{V}_{21}(x) \equiv 0{,}3.$$

*Здесь уместно привести высказывание Томаса Дж. Питерса: «Меня постоянно обвиняют в том, что я открываю очевидное. Один... зашел так далеко, что назвал мою работу ослепляющей вспышкой очевидного... я доволен этой характеристикой».

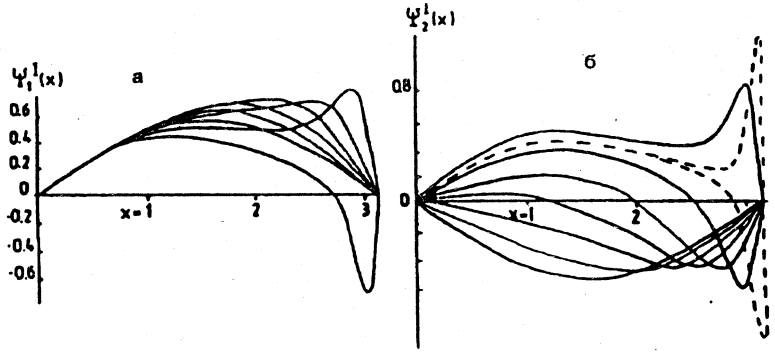


Рис. 11. Изменение волновых функций основного (*а,б*) состояния двухканальной задачи, когда производная функции основного состояния во втором канале на левой границе $\psi_2'(0, \lambda_1)$ возрастает от исходной отрицательной величины $\overset{\circ}{\gamma}_2 = -1/\sqrt{\pi}$ по закону $\overset{\circ}{\gamma}_2 + 0{,}2m$; $m = 1, 2, \ldots, 6$ — сплошные линии; штриховой линией нанесена промежуточная функция, чтобы яснее было поведение функции при исчезновении узла. Волны «перетекают» из канала в канал

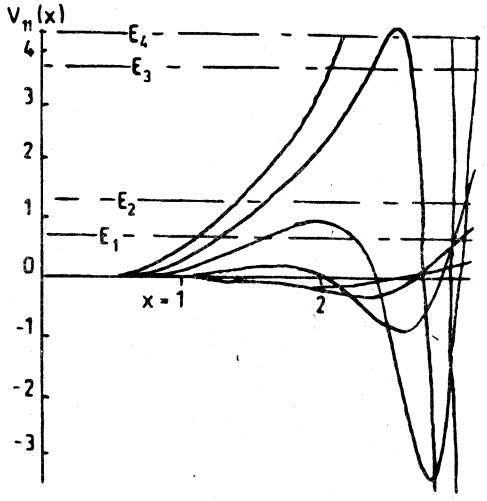


Рис. 12. Возмущающие добавки к элементу V_{11} матрицы взаимодействия, отвечающие увеличению производной функции основного состояния во втором канале, как показано на рис.11,*б*. Горизонтальные штрихпунктирные линии отмечают положение уровней энергии — двух нижних дублетов

На рис.11—13 показано, как при этом меняются каналовые функции и матрица взаимодействия.

Сначала (при небольшом увеличении производной в точке $x = 0$) поведение функции во втором канале напоминает одноканальный случай: функция как бы «выдавливается» слева направо, только теперь без сохранения нормировки — часть ее «перетекает» в первый канал за счет связи $V_{21}(x)$. При этом изменения в функции первого канала не должны затрагивать ее левую часть, так как производная в точке $x = 0$ остается фиксированной. Это проявляется в росте $\psi_1(x)$ в центре ямы. При переходе к

положительным значениям производной в точке $x = 0$ во втором канале и дальнейшем ее росте слева происходит возвратное «отсасывание» волны из первого канала в центральной части рассматриваемого отрезка. Это приводит теперь к проседанию $\psi_1(x)$ в центре ямы.

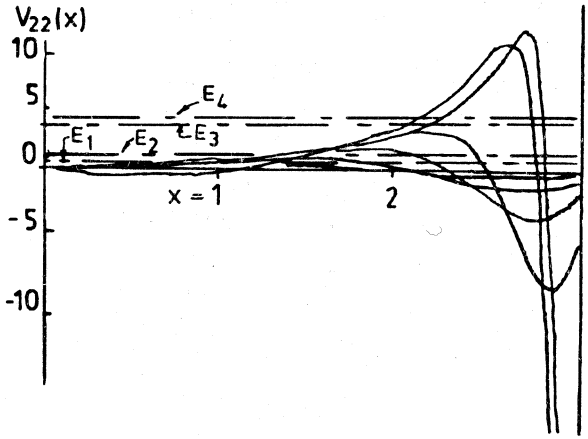


Рис. 13. То же, что на рис.12, для V_{22}

В то же время отрицательная часть волновой функции второго канала ужимается и при этом из-за связи каналов она передается в первый канал, где справа образуется вспученность волновой функции. В отличие от одноканального случая, здесь возможно одновременное обращение в нуль функции и производной второй каналовой функции — см. рис.11 на левом крае при $x = 0$. За счет связи с первым каналом, где производная при $x = 0$ отлична от нуля, $\psi_2(x)$ приобретает ненулевые значения при удалении от точки $x = 0$*.

Мы познакомились с некоторыми чертами собственных функций с измененной приведенной шириной, но наша цель — *понять, как форма элементов матрицы взаимодействия* $V_{\alpha\beta}(x)$ *управляет спектральными параметрами*. При малых изменениях γ_2 потенциал $V_{22}(x)$ во втором канале напоминает соответствующий одноканальный (см. рис.13, барьер слева и ямка справа). При дальнейшем увеличении γ_2 эти барьер и яма сдвигают вправо и сжимают отрицательную часть функции $\psi_2(x)$. В первом канале $V_{11}(x)$ слева близок к нулю (рис.12), что соответствует неизменности наклона функции $\psi_1(x)$ слева. А барьер и яма в $V_{11}(x)$ справа способствуют образованию пучности функции $\psi_1(x)$ справа.

*Такая ситуация бывает при связанных состояниях в непрерывном спектре для матриц взаимодействия конечного радиуса. Тогда в открытом канале функция может быть тождественно равна нулю вне области взаимодействия и отлична от нуля внутри.

4. БЕЗОТРАЖАТЕЛЬНЫЕ ОДНО- И МНОГОКАНАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

Неожиданные особенности. Недавно [25] удалось достигнуть ясности в понимании особенности формы многоканальных потенциальных матриц $V_{ij}(x)$, не дающих отраженных волн при любых энергиях. Удивительно, что возникающие в $V_{ij}(x)$ потенциальные барьеры не портят прозрачности! Как ни парадоксально, они даже необходимы для 100-процентной проницаемости. И это не при отдельных значениях энергии, как в резонансном туннелировании, а во всем непрерывном спектре(!).

Мало кто не знает сейчас о солитонах, которым соответствуют безотражательные потенциалы (см. примеры на рис.14—16). Они уже стали ценными элементами квантовой интуиции (хотя и здесь еще далеко не достигнута исчерпывающая интуитивная ясность). Но одноканальные системы — лишь предельно простой случай квантовых объектов. К пониманию реального мира многоканальных процессов и структур предстоит еще продвигаться и сделать на этом пути бесчисленные открытия.

К удивительным квантовым системам теперь уже можно добавить многоканальные матрицы взаимодействия, абсолютно прозрачные для падающих волн в любых каналах. А подход обратной задачи позволяет получить такие матрицы и соответствующие решения в замкнутом виде. Так что здесь мы покажем, какую они имеют форму, как аналитически, так и графически (картинки безотражательных матричных потенциалов). К тому же нам удалось наглядно («на пальцах») объяснить замечательные свойства этих матриц, связанные с особенностями их, казалось бы, запутанной структуры. К догадке нас подтолкнула некоторая аналогия данного явления с резонансным тун-

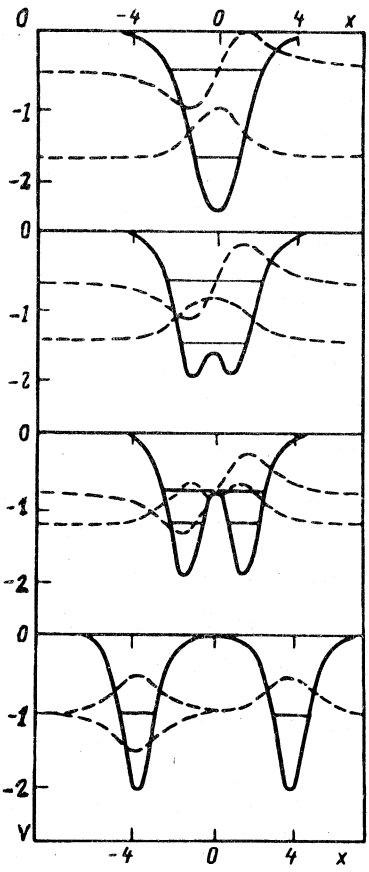


Рис. 14. Примеры безотражательных потенциалов с двумя связанными состояниями [34, 39] (1980, 1986). Одноуровневая яма подобна верхней яме с двумя уровнями, но менее глубокая

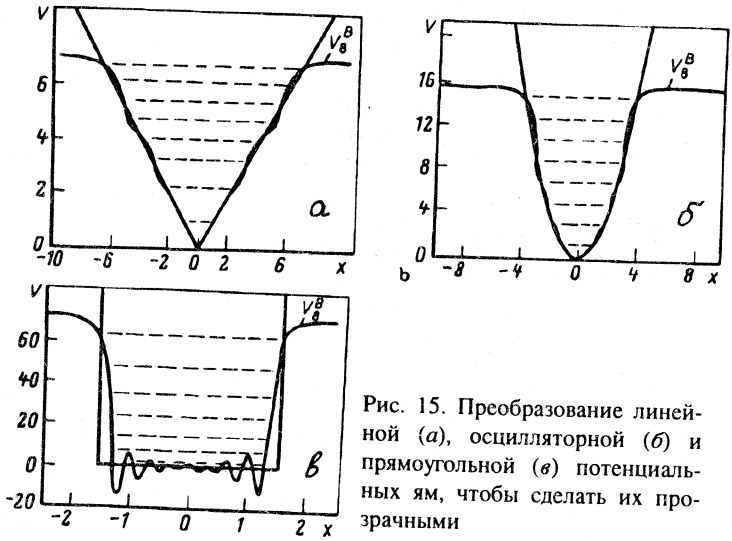


Рис. 15. Преобразование линейной (*а*), осцилляторной (*б*) и прямоугольной (*в*) потенциальных ям, чтобы сделать их прозрачными

нелированием, которому ранее одним из автором (Б.З.) было дано нетрадиционное истолкование [2], а также идея огибания барьера в уравнениях высшего порядка [1].

Имеется вечное противоречие между чистой и прикладной наукой. Желанию описать реальные системы мешают бесчисленные детали, среди которых часто трудно выделить интересующий нас эффект. А идеальная модель, хотя и кристально ясно демонстрирующая новое явление, может быть и неосуществимой в реальности. В данном случае мы как раз обсуждаем такую идеальную модель. Поняв на ней суть физики многоканальной прозрачности, легче будет искать ее черты в самых запутанных реальных ситуациях.

4.1. Одноканальные примеры. Напомним сначала однокомпонентный (скалярный) случай, некоторые прозрачные потенциалы для которого изображены на рис.15—16.

В работе [25] было выяснено, как можно приблизиться к пониманию (на интуитивном уровне) одноканального рассеяния. Оказалось, что для этого можно использовать рисунки восстановления бесконечных потенциальных ям по нижней части дискретного спектра с помощью прозрачных ям конечной глубины (см. рис.15, 16 [34,39]).

Для ямы с одним уровнем имеется семейство прозрачных потенциалов с двумя свободными параметрами. Это положение уровня E и нормировка M — множитель при затухающей экспоненте в асимптотике волновой функции связанного состояния справа от ямы, фиксирующий место потенциальной ямы на оси x. (Потенциал «скользит» по оси x при изме-

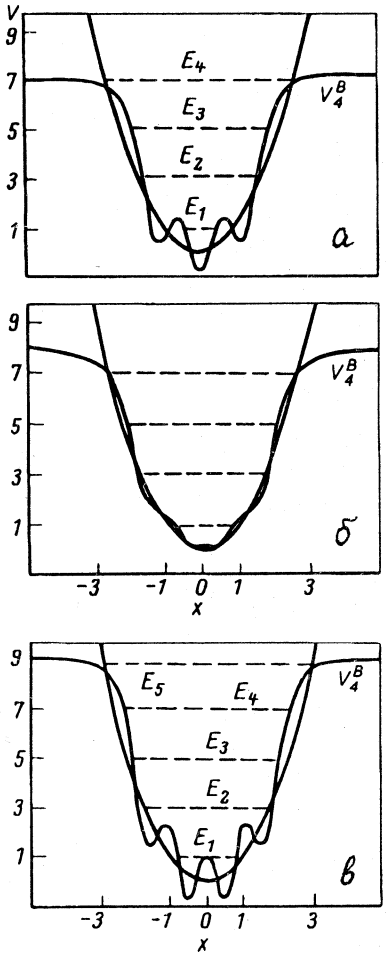


Рис. 16. Качество аппроксимации нижней части бесконечной осцилляторной ямы с помощью прозрачных ям конечной глубины сильно зависит от того, как близко к непрерывному спектру расположен верхний уровень прозрачной ямы. Уровень осциллятора, ближайший к краю конечной ямы, особенно чувствителен к «отгибанию» бесконечных стенок, и требуются большие осцилляции потенциала (бугорки в области пучностей волновой функции), чтобы оставить его при этом на месте

нении M, поскольку в асимптотическом поведении функции связанного состояния $\psi(x) \xrightarrow{x\to\infty} M \exp(-\kappa x)$ сдвиг по x на Δx эквивалентен перенормировке $M \to M \exp(-\kappa\Delta x)$). Класс безотражательных потенциалов с двумя уровнями характеризуется уже четырьмя свободными параметрами (E_1, E_2, M_1, M_2). Здесь нормировки определяют не только общее положение потенциала на оси x, но и относительное расстояние между двумя его «составляющими». Правда, потенциалы на рис.14—16 симметричны относительно $x = 0$ и поэтому их форма задается лишь положениями уровней (без задания факторов M [2]). При сближении уровней отдельные солитонные ямы становятся все более похожими друг на друга и расходятся в стороны, обеспечивая в пределе двухкратное вырождение.

Поучительно еще познакомиться с картинками, показывающими, какие изменения нужно ввести, например, в прямоугольную, линейную и обрезанную осцилляторную потенциальные ямы конечной глубины, чтобы сделать их прозрачными.

Из рис.15, 16 следует, что чем резче меняется исходный потенциал или чем ближе уровень ямы к нулевой энергии, тем бóльшие поправки необходимы, чтобы придать ему прозрачность. Можно еще сказать, что добавочные осцилляции как бы «залечивают» возмущения непрерывного спектра.

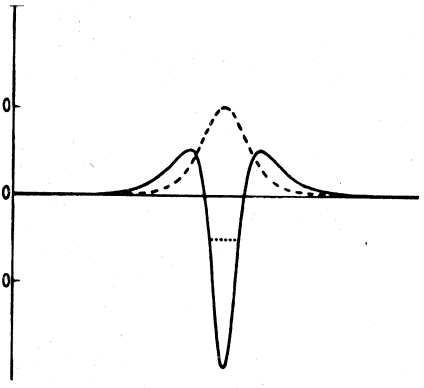


Рис. 17. Исходный отталкивающий потенциал, обозначенный пунктиром, можно деформировать так, что появится связанное состояние, но коэффициент отражения $R(E)$ останется неизменным [15] (1987)

Приведем еще пример аналогичного построения потенциала, сохраняющего отражательные свойства исходного потенциального барьера (рис.17). Варьируя нормировку M связанного состояния, можно было, конечно, нарушить симметрию потенциала, смещая создаваемое углубление относительно исходного барьера.

4.2. Система сильносвязанных уравнений Шредингера. Рассмотрим многоканальную систему связанных одномерных уравнений Шредингера [2,5,6]:

$$-\psi_i''(x) + \sum_j V_{ij}(x)\,\psi_j(x) = E_i\psi_i(x). \qquad (12)$$

Здесь $E_i = E - \varepsilon_i$ — энергия в каналах, ε_i — значения порогов непрерывного спектра в отдельных каналах. Система (12) устанавливает *прямую* связь между матрицей взаимодействия $V_{ij}(x)$ и каналовыми волновыми функциями $\psi_i(x)$, определяющими наблюдаемые свойства соответствующего модельного квантового объекта. В общем случае, глядя на (12), практически трудно предугадать эти свойства.

Можно, однако, использовать подход *обратной* квантовой задачи и сначала задавать желаемые данные рассеяния или спектральные параметры [2,1,7]. Так, можно потребовать, чтобы потенциальная матрица в системе (12) была безотражательна, то есть чтобы ее рассеивающие свойства не отличались от системы без взаимодействия для несвязанных уравнений, описывающих свободное движение волн (полная проницаемость при любых значениях энергии непрерывного спектра), но при этом имелись связанные состояния. Используем для этого уравнения обратной задачи в подходе Марченко (см., например, [2,6]) с нулевой исходной матрицей взаимодействия $\overset{\circ}{V}_{ij} = 0$:

$$K_{ij}(x, x') + Q_{ij}(x, x') + \int_x^\infty K_{il}(x, x'')\,Q_{lj}(x'', x')\,dx'' = 0, \qquad (13)$$

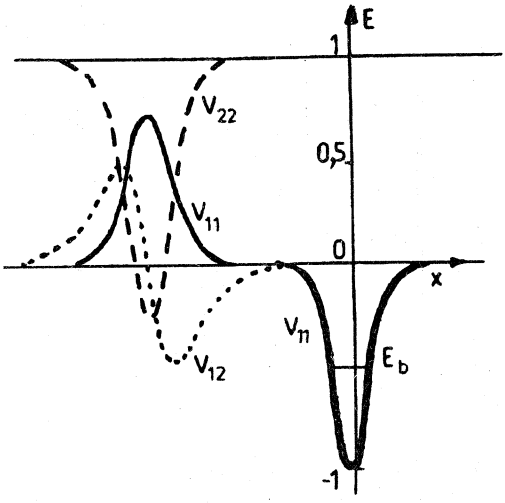


Рис. 18. Прозрачная матрица взаимодействия с одним связанным состоянием при $E = -0{,}5$; $M_1 = 1$, $M_2 = 0{,}001$. Пороги, при которых открываются каналы: $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = 1$. Отражение от барьера в потенциале $V_{11}(x)$, показанного сплошной линией, подавляется волнами от «распада» (из второго в первый канал) состояний, «удерживаемых» ямой $V_{22}(x) + \varepsilon_2$, изображенной штриховой линией. При малых энергиях волны, которым надо бы туннелировать сквозь барьер в $V_{11}(x)$, частично обходят его по второму каналу за счет связи каналов $V_{12}(x) = V_{21}(x)$ (пунктир), обращающейся в нуль в точке вершины барьера

$$Q_{ij}(x, x') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ik_i x)\,[\mathring{r}_{ij}(k_i) - r_{ij}(k_i)]\exp(ik_j x')\,dk_i + \sum_{\nu}^{N} \exp(-\kappa_i^{\nu} x)\, M_i^{\nu} M_j^{\nu} \exp(-\kappa_j^{\nu} x'). \qquad (14)$$

Закладывая в Q желаемые спектральные параметры связанных состояний (энергии связи $E_\nu = \varepsilon_i + \kappa_i^{\nu 2}$ и нормировочные константы M_i^{ν}), а также данные рассеяния (коэффициенты отражения), мы находим из уравнений обратной задачи соответствующее K, которое, в свою очередь, определяет искомую матрицу взаимодействия:

$$V_{ij}(x) = -2\frac{d}{dx} K_{ij}(x, x). \qquad (15)$$

В нашем случае (свободное движение в исходной системе) в ядре Q исчезает интегральный член, поскольку разницу функций рассеяния (коэффициентов отражения) $\mathring{r} - r$ мы специально выбрали равной нулю. В результате мы имеем вырожденное (факторизованное по переменным) ядро интегрального уравнения (12), сводящееся к алгебраическим уравнениям [6], решение которых в частном случае одного порождаемого связанного состояния выражается через решения Йоста свободного движения

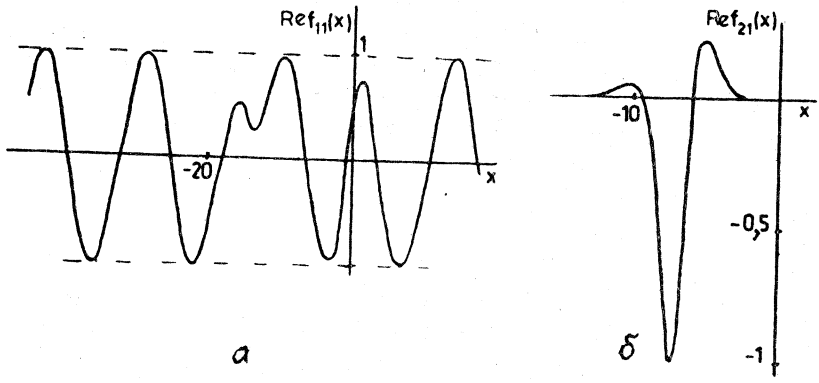


Рис. 19. Каналовые функции (показаны лишь их вещественные компоненты) в первом (*а*) и втором (*б*) каналах при энергии $E = 0{,}2$ между порогами. В открытом первом канале с двух сторон вне области взаимодействия решение — невозмущенная синусоида с единичной амплитудой (нет отражения). В закрытом канале решение экспоненциально затухает в обе стороны

в расцепленных каналах $\overset{\circ}{F}_{ii}(x) = e^{-\kappa_i x}$ при значениях энергии E_b порождаемого связанного состояния:

$$K_{ij}(x, y) = -\frac{M_i \overset{\circ}{F}_{ii}(x)\, M_j \overset{\circ}{F}_{jj}(y)}{1 + \sum\limits_m \int\limits_x^\infty [M_m \overset{\circ}{F}_{mm}(y)]^2 dy} \tag{16}$$

с суммой по каналам. Энергия E_b, нормировочные константы M_1 и M_2 и разность каналовых порогов являются свободными параметрами. В соответствии с (15) и (16) имеем четырехпараметрическое семейство вещественных безотражательных матриц взаимодействия с одним связанным состоянием, одна из которых показана на рис.18. А соответствующие решения Йоста прозрачной системы при произвольных энергиях имеют вид

$$F_{ij}(x) = \overset{\circ}{F}_{ij}(x) + \sum_m \int_x^\infty K_{im}(x, y)\, \overset{\circ}{F}_{mj}(y)\, dy. \tag{17}$$

Некоторые из решений Йоста (векторные при одном открытом канале и матричные — при двух) показаны на рис.19. Правая цифра в индексе функций помечает, в каком канале имеется падающая волна, т.е. фиксирует граничные условия. Левая цифра в индексе решений обозначает канал, в котором имеется данная волна.

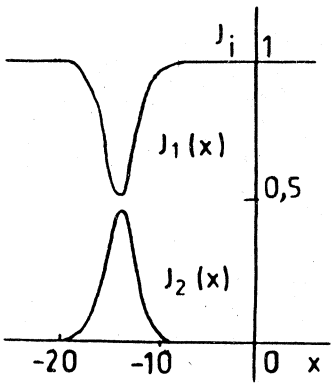


Рис. 20. Парциальные потоки J_i в двух каналах при энергии, когда открыт лишь первый канал (падающие волны имеются только в первом канале). Сохраняется лишь полный поток $J_1 + J_2 = \text{const}$. В области солитонообразной ямы в $V_{11}(x)$ нет потока во втором канале

Яма справа в потенциале V_{11}, выделенная жирной линией, имеет вид одноуровневой безотражательной ямы, но совершенно неожиданным было появление барьера в потенциале V_{11}, который, казалось бы, должен безнадежно нарушить безотражательность взаимодействия. Действительно, такой барьер вызывает отражение, но оно как раз необходимо для гашения других нежелательных волн.

Явление туннелирования составляет самую сердцевину квантовой механики. Уже несколькими нобелевскими премиями были отмечены прорывы в понимании и практическом его использовании. До сих пор это было связано в основном с одноканальными процессами. Но реальный мир существенно богаче одноканальных явлений. Хотя и в них еще многое остается загадочным, начинаются попытки осваивать и многоканальную физику. Здесь мы делаем шаг к пониманию механизма обхода препятствий, избегая трудности подбарьерного туннелирования, используя лишние (каналовые) степени свободы (см. [2], гл.7). На рис.18 в области потенциального барьера первого канала во втором канале образуется потенциальная яма V_{22}, куда частично перебрасывается волна из первого канала. Если энергия падающей волны лежит между двумя порогами, то второй канал закрыт, и волна в нем оказывается запертой в указанной яме, из которой она может распасться только в первый канал, причем в обе стороны. Оказывается, что такие распадные волны, идущие направо, имеют ту же амплитуду, что и отраженные от барьера в первом канале, но противоположную фазу, и потому уничтожаются. Это напоминает истолкование эффекта резонансного туннелирования, предложенное в книге [2] (одним из авторов — Б.З.). Но там подобное взаимное уничтожение отраженной и распадной волн происходило лишь при одном значении энергии (или их конечном числе) в непрерывном спектре (на множестве меры нуль среди спектрального континуума). Почему же в двухканальном случае это возможно при всех энергиях непрерывного спектра? Дополнительная степень свободы возникает благодаря недиагональным элементам матрицы взаимодействия (континуальная степень свобо-

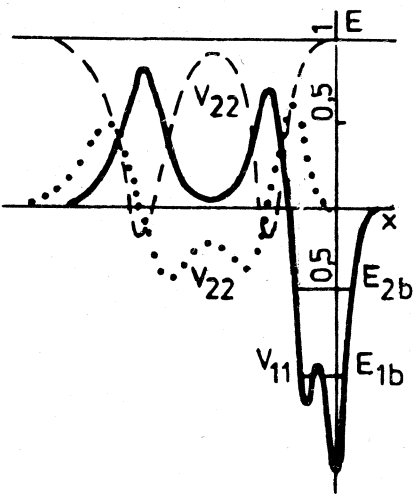


Рис. 21. Прозрачная потенциальная матрица взаимодействия с двумя уровнями $E_1 = -0{,}5$; $M_{11} = 1$, $M_{12} = 0{,}01$ и $E_2 = -1$; $M_{21} = 1{,}2$, $M_{22} = 0{,}001$. В первом канале в потенциале V_{11}, показанном сплошной линией, образуются два барьера, а во втором канале в $V_{22} + \varepsilon_2$ (штриховая линия) — две «компенсирующие» ямы на тех же местах. Пунктиром показан недиагональный матричный элемент V_{12}, осуществляющий связь каналов и равный нулю в точках максимумов барьеров

ды выбора V_{12}). Полезно также сравнить указанный эффект обхода барьеров (см. рис.20) с подобным эффектом при движении волн в уравнениях высшего порядка [1] (которые мы назвали «обобщенными уравнениями Шредингера»), только там окружным путем служил не другой канал, а другая ветвь спектра.

После знакомства с одноуровневой матрицей взаимодействия, нетрудно и в более сложной двухуровневой матрице $V_{ij}(x)$ (см.рис.21) найти «составляющие» ее элементы, показанные на рис.18.

Меняя положения уровней E_i, управляющие глубинами ям и высотами барьеров, и нормировки M_i связанных состояний, фиксирующих положения ям и барьеров на оси x, получаем широкий класс многоканальных безотражательных моделей.

Было бы поучительно построить потенциалы-фильтры, дающие близкое к 100% отражение при отдельных избранных значениях энергии или на некоторых конечных участках непрерывного спектра и почти полностью прозрачные на остальных.

Явление многоканальной прозрачности обеспечивается тремя особенностями матрицы взаимодействия. Барьеры в ее матричных элементах дают сильное отражение, но подбарьерное туннелирование заменяется «огибанием» барьеров по другим каналам, где вместо барьеров расположены потенциальные ямы, а распадные волны из этих ям во входном канале уничтожаются с отраженными от барьеров.

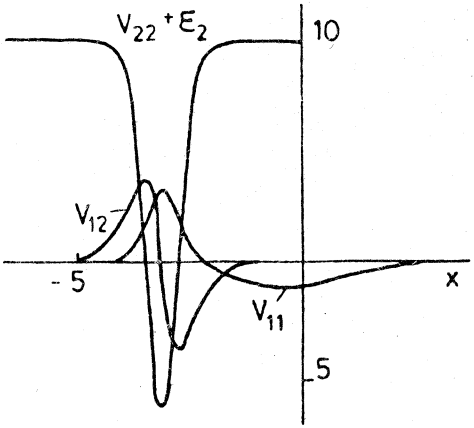


Рис. 22. То же, что на рис.18, с увеличенной в 10 раз разницей порогов двух каналов

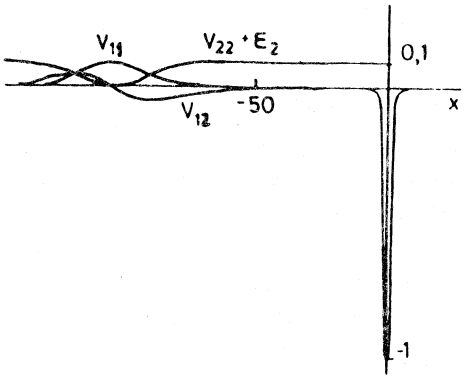


Рис. 23. То же, что на рис.18, с уменьшенной в 10 раз разницей порогов двух каналов. Барьер в V_{11} сдвигается влево с уменьшением пороговой разницы, а все элементы матрицы взаимодействия становятся шире

Рассмотренные модели, хотя и не отвечают реальным объектам квантового мира, но обогащают наш опыт пониманием качественно новых механизмов усиления прозрачности составных систем (волны используют возможности перехода из канала в канал для «огибания» препятствий и межканаловой интерференции для подавления отражения).

Для полноты приведем еще на рис.22, 23 матрицу взаимодействия с увеличенной и уменьшенной в десять раз разницей порогов каналов, а на рис.24 — трехканальную прозрачную матрицу взаимодействия. В последнем случае ямы и барьеры в соседних каналах почему-то оказываются несколько смещенными друг относительно друга (ср. с рис.18). Правда, ямы более высоких каналов сдвигаются относительно барьеров, которые они призваны помочь обходить, навстречу падающему потоку. Формы всех недиагональных элементов довольно похожи.

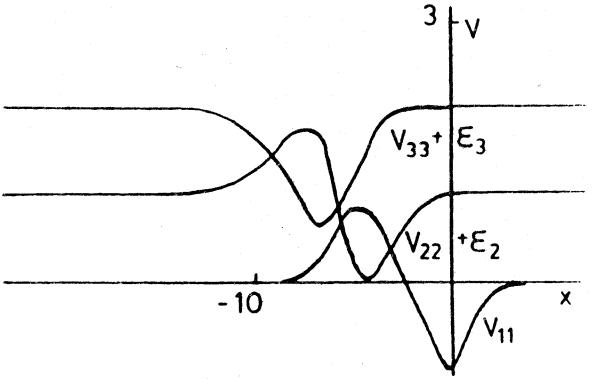


Рис. 24. Диагональные элементы безотражательной матрицы взаимодействия для трехканальной системы со связанным состоянием $E = -0{,}5$ (с парциальными нормировочными множителями $M_1 = 1$; $M_2 = 0{,}1$; $M_3 = 0{,}01$). Пороги каналов равны 0,1,2. Чтобы легче было их рассматривать, диагональные элементы отсчитываются от соответствующих порогов (матрица зануляется на асимптотике). Ср. с двухканальными матрицами на рис. 18, 22 и 23

5. ПРОЗРАЧНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ НА РЕШЕТКАХ И В ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Элементы качественной теории движения волн по каналам

Особенность распространения волн по дискретной переменной n проявляется в невозможности построить прозрачный при всех энергиях разрешенной зоны локальный потенциал $v(n)$. Любая локальная потенциальная яма, изгибая в плоскости E, n разрешенную зону (см. рис.25), приводит к спуску ее верхней границы — появлению барьера, свешивающегося сверху, что обязательно вызывает отражение. Выправить мешающие выступы верхней запрещенной зоны позволяет минимальная нелокальность (потенциалы $u(n)$ на соседних с главной диагоналях матричного конечно-разностного гамильтониана). Вместе же солитоноподобные по форме $v(n)$ и $u(n)$ потенциалы оказываются безотражательными. В периодическом поле роль минимально нелокального возмущения играют условия сшивания функций соседних интервалов (периодов).

5.1. Вводные замечания. Параллельно с обычной квантовой механикой с непрерывными координатами развивается и ее дискретный вариант, описывающий движение волн по решеткам. Конечно-разностное уравнение

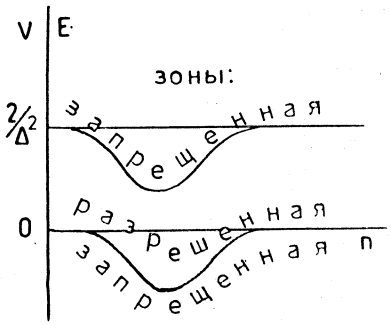


Рис. 25. Локальный потенциал $v(x)$ изгибает разрешенную зону в плоскости (E, n), не меняя ее ширины (ср. с действием минимальной нелокальной составляющей потенциала, управляющей шириной зоны, как показано на рис.26). Дискретные значения функций на рис.25—28 соединены для наглядности сплошными линиями

Шредингера используется для описания волн в кристаллах и может служить моделью для исследования распространения волн по решеткам дискретных переменных, например, нумерующих связанные каналы или смешиваемые конфигурации [1].

Глубже понять особенности квантовой физики позволяют точно решаемые модели. Многочисленные и обширные классы таких моделей в обычной квантовой механике получались и с помощью методов суперсимметрии [3,4,42].

В данной работе мы построим потенциал, прозрачный для волн на решетке при любых значениях энергии из непрерывного спектра (в разрешенной зоне), используя подход суперсимметричной квантовой механики (факторизация гамильтонианов).

С одной стороны, по аналогии с непрерывным случаем, можно было ожидать солитонообразной формы прозрачного дискретного потенциала $v(n)$. Но локальный потенциал изгибает полосу разрешенного движения (в плоскости E, n, см. рис.25) без изменения ее ширины, так что притягивающая яма прогибает вниз верхнюю границу разрешенной зоны, что создает эффективный барьер из свешивающейся вниз, в разрешенную зону, верхней запрещенной зоны. Казалось бы, это делает безнадежным построение прозрачной мишени. Найти выход здесь помогла интуиция, приобретенная в работах [1,58,59] по управлению спектрами в дискретной квантовой механике. Требуется, помимо $v(n)$, вводить связь функций в соседних дискретных точках — минимальную нелокальность (тридиагональность) потенциала. Значения потенциала на диагоналях, соседних с главной, мы будем обозначать $u(n)$:

$$-[\psi(n+1) - 2\psi(n) + \psi(n-1)]/\Delta^2 +$$

$$+ u(n+1)\,\psi(n+1) + v(n)\,\psi(n) + u(n)\,\psi(n-1) = E\psi(n), \qquad (18)$$

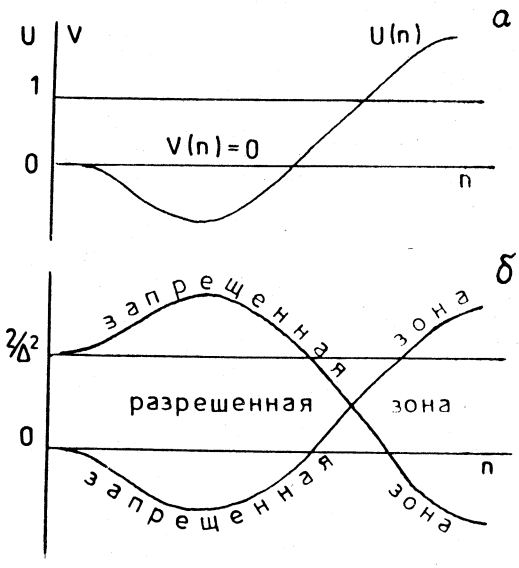


Рис. 26. Потенциал $u(n)$ — (*а*), определяющий взаимное влияние соседних точек (минимальную нелокальность), управляет изменением ширины разрешенной зоны (*б*) в разных точках n

где δ — шаг разностного дифференцирования. С помощью этих недиагональных потенциальных членов $u(n)$ можно управлять шириной разрешенной зоны [1,58] (см. рис.26).

Появление $u(n)$ подобно введению переменного шага $\Delta/[1 - n(n)]$. В частности, можно при введении солитонообразной ямы $v(n)$ убрать свешивающийся сверху барьер, выравнивая верхнюю границу запрещенной зоны. Семейство таких прозрачных потенциалов, как и в непрерывном случае, зависит от $2N$ непрерывных параметров: положений уровней энергии N связанных состояний и соответствующих нормировочных констант, определяющих положение локализации связанных состояний на оси n. Можно еще построить прозрачные потенциалы со связанными состояниями над (!) непрерывным спектром или с дискретными уровнями энергии как под, так и над разрешенной зоной.

Когда стало понятно, как строить прозрачные возмущения на решетках, возник вопрос об объяснении безотражательных возмущений $\Delta v(x)$ периодического поля. Подход обратной задачи давал локальные $\Delta v(x)$, а аналогия с дискретным случаем подсказала необходимость нелокальных добавок, чтобы скомпенсировать эффективные барьеры при прогибах разрешенных зон. Выход из тупика оказался в том, что роль эффективной минимальной нелокальности взаимодействия здесь играют («тридиагональные») связи возмущенных решений на границах участков соседних периодов невозмущенной задачи.

5.2. Факторизация гамильтонианов. Построим прозрачный потенциал с одним связанным состоянием при отрицательной энергии λ из функций $\exp(\pm \kappa n)$, удовлетворяющих свободному (без потенциала) уравнению при той же энергии. Выберем разностный гамильтониан H_- в виде произведения сопряженных разностных операторов A^+ и A^- первого порядка (см. [42]):

$$A^{-}\psi(n) = s(n)\,\psi(n-1) + r(n)\,\psi(n), \tag{19}$$

$$A^{+}\psi(n) = s(n+1)\,\psi(n+1) + r(n)\,\psi(n) \tag{20}$$

плюс константа, равная фиксированному значению энергии $\lambda = 2 - 1\cosh(\kappa)$, при которой мы хотим породить связанное состояние:

$$H_{-} = A^{+}A^{-} + \lambda. \tag{21}$$

Возьмем в качестве решения свободного разностного уравнения Шредингера (уравнения (18) с $v(n) = u(n) = 0$) при отрицательной энергии λ линейную комбинацию:

$$\psi(n) = \exp(\kappa n) + c\exp(-\kappa n), \tag{22}$$

из условия, что коэффициенты в свободном разностном уравнении Шредингера в точках $n \pm 1$ равны -1, имеем

$$r(n) = -s^{-1}(n), \tag{23}$$

а из (23) и выбора (см. [11])

$$A^{-}\psi(n) = 0 \tag{24}$$

следует

$$r(n) = \sqrt{\frac{\exp(-\kappa(n-1)) + c\exp(\kappa(n-1))}{\exp(-\kappa n) + c\exp(\kappa(n))}}, \tag{25}$$

$$s(n) = -\sqrt{\frac{\exp(-\kappa(n)) + c\exp(\kappa n)}{\exp(-\kappa(n-1)) + c\exp(\kappa(n-1))}}. \tag{26}$$

Из операторов (20) строим новый гамильтониан

$$H_{+} = A^{-}A^{+} + \lambda, \tag{27}$$

являющийся суперсимметричным партнером для H_{-}, в котором отличный от нуля безотражательный (минимально нелокальный — тридиагональный) потенциал

$$v(n) = s^2(n) + r^2(n) = \frac{\exp(\kappa(n-1)) + c\exp(\kappa(n-1))}{\exp(\kappa n) + c\exp(\kappa(n-1))} + \frac{\exp(\kappa(n-1)) + c\exp(\kappa(n-1))}{\exp(\kappa n) + c\exp(\kappa(n-1))}, \tag{28}$$

$$u(n) = 1 + \frac{\exp(\kappa(n))\exp(\kappa n)}{\exp(\kappa(n-1)) + c\exp(\kappa(n-1))}\,\frac{\exp(\kappa(n-1)) + c\exp(\kappa(n-1))}{\exp(\kappa n) + c\exp(\kappa(n-1))} \tag{29}$$

является разностным аналогом солитонного потенциала. Форма этих потенциалов $v(n)$, $u(n)$ показана на рис.27. Решения уравнения с

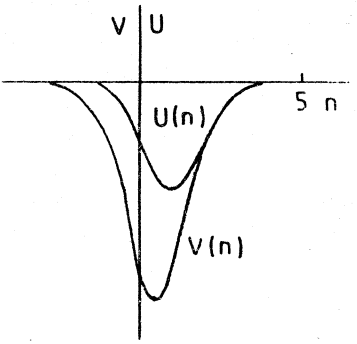


Рис. 27. Солитонообразная форма потенциалов $v(n)$,$u(n)$ безотражательного разностного гамильтониана. Потенциал $u(n)$ необходим для «исправления» прогиба запрещенной зоны внутрь, вызываемого потенциалом $v(n)$

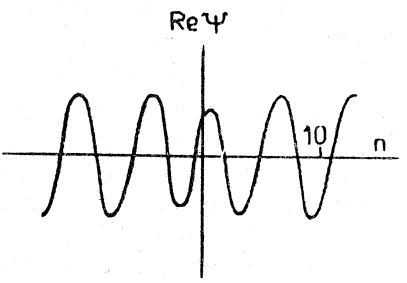


Рис. 28. Волновые функции рассеяния в поле безотражательного потенциала

гамильтонианом получаются из решений, отвечающих свободному движению, действием оператора A_- (см. рис.28 для $\psi(n)$). Чтобы породить связанное состояние выше разрешенной зоны, используем решения

$$\psi(n) = (-1)^n \exp(\kappa n) + c(-1)^n \exp(-\kappa n). \qquad (30)$$

Соответствующие потенциалы отличаются от показанных на рис.27 лишь знаком $v(n)$, а $u(n)$ вообще не меняется, что можно было предвидеть интуитивно (ср. с алгоритмами управления решеточными системами в [1]). Функция $\psi(n)$ связанного состояния над непрерывным спектром меняет знак в каждой соседней точке, а по модулю равна соответствующей функции связанного состояния под непрерывным спектром.

6. ЛИТЕРАТУРНЫЕ КОММЕНТАРИИ

Книгу одного из авторов (Б.З.) «Уроки квантовой интуиции» [8], подготовленную к печати, можно скопировать у автора с дискеты (ее постоянно совершенствуемый LaTex-вариант будет сосуществовать с обычным).

Рознер [16] предложил аппроксимировать периодические структуры с полосатыми спектрами с помощью безотражательных потенциалов. В рабо-

те [35] В.Спиридонов рассматривает точные модели q-деформированной квантовой механики. В частном случае получается растяжение спектра $E^+ = q^2 E^-$. Стали яснее некоторые параллели между методами обратной задачи и суперсимметрии [4,3]. Мозес и Кей [60] обобщили формализм обратной задачи на многомерный случай, обходя трудность несоответствия числа переменных, от которых зависят данные рассеяния и потенциал, путем введения нелокальности взаимодействия по углам $V(r, \theta, \phi, \theta', \phi')$. В [2] то же было достигнуто с помощью многоканального формализма. $V_{lml'm'}(r)$ зависит от четырех дискретных и одной непрерывной переменной, что соответствует нелокальности (например, по углам).

В работе [26] (1984) рассмотрена обратная задача на собственные значения с разрывными собственными функциями. Восстанавливаются и скачки функций, и их положение, и одно граничное условие, если потенциал известен на половине интервала, известно одно граничное условие и собственные значения. Случай симметричных потенциалов обсуждается в [26].

На всей оси лишь для потенциалов, спадающих быстрее x^{-2}, обратная задача решается однозначно по коэффициентам отражения, спектру связанных состояний и нормировкам. Потеря однозначности показана в [18].

Квазиточно решаемые модели рассмотрены в [27,32,33,30]. До сих пор недостаточно ясна их связь с точно решаемыми.

Правила сумм обсуждаются в ряде работ [37] (формулы следов, связывающие спектральные параметры с потенциалом).

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подход обратной задачи вместе с качественной теорией управления спектрами, рассеянием, распадами кардинально обновляет квантовую теорию. Полученные здесь результаты помогут дальнейшим исследованиям волнового микромира и всевозможным практическим приложениям, их нужно скорее и шире внедрять в курсы квантовой механики («снабдить» квантовой интуицией каждого физика).

Дальнейший прогресс этой науки нам видится в развитии алгоритмов многоканального управления. В идеале хотелось бы выделять независимые параметры (спектральные, рассеяния, распадов), меняя которые можно было бы получать квантовые картинки локальных потенциалов. А из последних хорошо бы научиться извлекать физическую суть (простые связи взаимодействия и наблюдаемых) так же, как было показано выше.

Авторы выражают благодарность за поддержку Российскому фонду фундаментальных исследований (грант № 94-02-04788) и сотрудникам ЛТФ ОИЯИ за стимулирующий интерес к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Захарьев Б.Н.** — ЭЧАЯ, 1992, т.23, №5, с.1387.
2. **Захарьев Б.Н., Сузько А.А.** — Потенциалы и квантовое рассеяние. Прямая и обратная задачи. М.: Энергоатомиздат, 1985. Переработанное английское издание: Springer-Verlag, Heidelberg, 1990.
3. **Березовой В.П., Пашнев А.И.** — ТМФ, 1987, т.70, с.146; 1988, т.74, с.392; Z. Phys., 1991, vol.C51, p.525.
4. **Андрианов А.А., Борисов Н.В., Иоффе М.В.** — ТМФ, 1984, т.61, с.183; 1987, т.72, с.97; Phys. Lett., 1984, A105, p.19; Письма в ЖЭТФ, 1984, 39, вып.1.
5. **Жигунов В.П., Захарьев Б.Н.** — Методы сильной связи каналов в квантовой теории рассеяния. М.: Атомиздат, 1974.
6. **Захарьев Б.Н., Костов Н., Плеханов Е.Б.** — ЭЧАЯ, 1990, т.21, с.914.
7. **Захарьев Б.Н., Сердюкова С.И.** — Сообщение ОИЯИ, Р4-92-10, Дубна, 1992; Phys. Rev. A, 1993, vol.47, No.5, p.3518; **Сердюкова С.И.** — Препринт ОИЯИ Р11-92-434, Дубна, 1992.
8. **Захарьев Б.Н.** — Уроки квантовой интуиции. ОИЯИ (подготовлена к печати, можно скопировать у автора на дискету ее LaTeX-вариант).
9. **Мотовилов А.К.** — ТМФ, 1994, т.98, №2, с.248.
10. **Захарьев Б.Н., Нехамкин Л.И., Чабанов В.М.** — Сообщение ОИЯИ Р4-92-496, Дубна, 1992.
11. **Захарьев Б.Н., Пашнев В.И.** — Сообщение ОИЯИ Р4-94-335, Дубна, 1994.
12. **Фаддеев Л.Д.** — Успехи мат. наук, 1959, т.14, вып.4 (88), с.57.
13. **Brandt S., Dahmen H.D.** — The Picture Book of Quantum Mechanics. J.Wiley and Sons, NY, 1985; Quantum Mechanics on the Personal Computer. Springer, Heidelberg, 1990.
14. **Chabanov V.M., Zakhariev B.N.** — Phys. Rev. A, 1994, vol.A49, No.5, p.3159.
15. **Sukumar C.V.** — J. Phys., 1985, vol.A18, p.L57; 1985, p.2917, 2937; 1988, vol.A21, No.8, p.L455; J.Phys., 1985, vol.A18, p.2917, 2937; vol.A18, p.L57; L697; 1986, vol.A19, p.2297; 1987, A20, p.2461.
16. **Rosner J.L.** — Ann. Phys. (N.Y.), 1990, vol.200, p.101.
17. **Abraham P.B., Moses H.F.** — Phys., Rev. 1980, vol.A22, p.1333.
18. **Abraham P., DeFacio D., Moses H.E.** — Phys. Rev. Lett., 1981, vol.46, p.1657.
19. **Amado R.D., Cannata F., Dedonder J.P.** — Phys. Rev. Lett., 1988, vol.61, p.2901; Phys. Rev., 1988, vol.A38, p.3797.
20. **Beckers J., Debergh N.** — Z. Phys., 1991, vol.C51, p.519; J. Phys., 1993, vol.A26, p.L853; 1990, vol.23, p.L751S, L1073; J. Math. Phys., 1993, vol.34(8), p.3378; 1991, vol.32, p.1808, 3094, 1815; 1990, vol.31(6), p.1513: Nucl. Phys., 1990, vol.B340, p.767.
21. **Cannata F., Ioffe M.V.** — Phys. Lett., 1992, vol.B278, p.399.
22. **Fukui T.** — Phys. Lett., 1993, vol.A178, p.1.

23. **Poshel J., Trubovitz E.** — Inverse Spectral Theory. Academic, New York, 1987.
24. **Daskalov V.B.** — On the Inverse Problems for the Regular Sturm-Liouville Operator (to be published).
25. **Chabanov V.M., Zakhariev B.N.** — Phys. Lett., 1993, vol.B319, p.13; Сообщение ОИЯИ Р4-93-111, Дубна, 1993.
26. **Hald O.H.** — Comm. Pure Appl. Math., 1984, vol.37, No.5, p.539; Acta Math., 1978, vol.141, p.263.
27. **Zaslavsky O.B.** — J. Phys., 1993, vol.A26, p.6563; Изв. вузов. Физика, 1990, №1, с.17.
28. **Ulyanov V.V., Zaslavsky O.B.** — Phys. Rep., 1992, vol.216, p.179.
29. **Pursey D.L.** — Phys. Rev., 1986, vol.D33, p.431, 1048, 2267; ibid. 1987, vol.D36, p.1103; 1986, vol.D33, p.2267.
30. **Shifman M.A.** — Int. J. Mod. Phys., 1989, vol.A4, p.2897.
31. **Shifman M.A., Turbiner A.V.** — Commun. Math. Phys., 1989, vol.126, p.347.
32. **Turbiner A.V.** — Commun. Math. Phys., 1988, vol.118, p.467.
33. **Ushveridze A.G.** — Quasi-Exactly Soluable Models in Quantum Mechanics, Inst. Phys., Publ. Bristol, 1994; Mod. Phys. Lett., 1991, vol.6A, p.977; ЭЧАЯ, 1989, т.20, с.1185.
34. **Schonefeld J.F. et al.** — Ann. Phys., 1980, vol.128, p.1.
35. **Spiridonov V.** — Mod. Phys. Lett., 1992, vol.7, p.1241.
36. **Spiridonov V., Vinet L., Zhedanov A.S.** — Lett. Math. Phys., 1993, vol.29, №1, p.63; Preprint CRM-1880 LPN-TH-145, Univ. Montreal, 1993.
37. **Gesztesy F. et al.** — Bull. Amer. Math. Soc., 1993, vol.29, p.250; Rev. Math. Phys. (to be publ.).
38. **Schroedinger E.** — Proc. Royal. Irish. Acad., 1940, vol.A46, p.9; ibid., 1941, p.183.
39. **Thacker H.B. et al.** — Phys. Rev., 1978, vol.D18, p.274.
40. **Infeld L., Hull T.E.** — Rev. Mod. Phys., 1951, vol.23, p.21.
41. **Zhedanov A.S.** — Phys. Lett., 1993, vol.A176, p.300.
42. **Spiridonov V., Zhedanov A.S.** — Preprint CRM-1928, 1929, Univ. Montreal, 1993 (sub. to Ann. Phys.).
43. **Andrianov A.A., Ioffe M.V., Spiridonov V.P.** — Phys. Lett., 1993, vol.A174, p.273.
44. **Суслов С.К., Атакишиев Н.М.** — ТМФ, 1991, т.87, с.442.
45. **Атакишиев Н.М., Суслов С.К.** — ТМФ, 1990, т.85, с.1055.
46. **Никифоров А.Ф., Суслов С.К., Уваров В.Б.** — Классические ортогональные полиномы дискретной переменной. М.: Наука, 1985.
47. **Гельфонд А.О.** — Исчисление конечных разностей. М.: Наука, 1967.
48. **Фаддеев Л.Д.** — УМН, 1959, т.14, вып.4, с.55.
49. **Plekhanov E.B., Suzko A.A., Zakhariev B.N.** — Ann. Phys., 1982, vol.39, No.5, p.313.
50. **Case K.M., Chui S.C., Lau C.W.** — J. Math. Phys., 1973, vol.14, p.594.
51. **Case K.M., Kac M.J.** — J. Math. Phys., 1973, vol.14, p.594.
52. **Гусейнов Г.С.** — Мат. заметки, 1978, т.23, с.709; 1982, т.32, с.737; ДАН СССР, 1976, т.231, с.1045; Изв. АН СССР, сер. мат., 1976, т.12, с.365.
53. **Gladwell G.M.L., Willms M.B.** — Inverse Probl., 1989, vol.5, p.165.
54. **Gallinar J.-P., Mattis D.C.** — J. Phys., 1985, vol.A18, p.2583.
55. **Chalband E., Gallinar J.-P., Mata J.** — J. Phys., 1986, vol.A19, p.L385.

56. **Callinar J.-P.** — Phys. Lett., 1984, vol.A103, p.72.
57. **Mattis D.C.** — Rev. Mod. Phys., 1986, vol.58, p.361.
58. **Serdyukova S.I., Zakhariev B.N.** — Phys. Rev., 1992, vol.A46, p.58; 1993, vol.A47, No.5.
59. **Сердюкова С.И.** — Препринт ОИЯИ Р11-92-434, Дубна, 1992.
60. **Kay I., Moses H.E.** — Nuovo Cim., 1961, vol.22, p.689; Comm. Pure Appl. Math., 1961, vol.14, p.435.
61. **Fernandez D.J.** — Lett. Math. Phys., 1984, vol.8, p.337.
62. **Fernandez D.J., Hussin V., Nieto L.M.** — Preprint CRM, 1993.
63. **Geramb H.V. et al.** — Phys. Rev. C, 1989, vol.40, p.912.

РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В ВЫПУСКЕ

УДК 539.142

Реализация алгебраической версии метода резонирующих групп для трехкластерных систем. *Филиппов Г.Ф., Нестеров А.В., Рыбкин И.Ю., Кореннов С.В.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1994, том 25, вып.6, с.1347.

Разработан новый подход к анализу трехкластерных систем, где взаимодействие всех составляющих систему частиц описывается одним и тем же нуклон-нуклонным потенциалом и последовательно учтен принцип Паули. В основу подхода положена алгебраическая версия метода резонирующих групп, использующая концепцию обобщенных когерентных состояний. Волновые функции ядра ищутся в виде разложения по многочастичному базису гармонического осциллятора. Этот базис сконструирован в представлении Фока — Баргмана, что существенно упрощает вид базисных функций. Построенные базисные функции представляют собой однородные полиномы двух генерирующих векторов Якоби и выражаются через гипергеометрические функции ${}_2F_1$. Их квантовыми числами служат квантовые числа группы $SU(3)$ и степень однородности полинома относительно каждого из векторов Якоби. Основные вычислительные проблемы при построении базиса возникают из-за ограничений, налагаемых перестановочной симметрией. Если число осцилляторных квантов не меньше минимального, допускаемого принципом Паули, разрешенные состояния могут быть определены как собственные функции матрицы плотности с ненулевыми собственными значениями, а запрещенные состояния отвечают нулевым собственным значениям. Аналитические результаты представлены для простейшей трехкластерной системы ${}^6\mathrm{He}({}^4\mathrm{He} + n + n)$ в состоянии с нулевым орбитальным моментом. Развит алгоритм вычисления матричных элементов гамильтониана на базисе разрешенных состояний. Получены матричные элементы операторов кинетической и потенциальной энергии указанной системы.

Библиогр.: 36.

УДК 539.17

Влияние оболочечных эффектов на динамику глубоконеупругих столкновений тяжелых ионов. *Адамян Г.Г., Антоненко Н.В., Джолос Р.В., Насиров А.К.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1994, том 25, вып.6, с.1379.

Дан обзор основных подходов к описанию диссипативных процессов в физике тяжелых ионов. Сформулирована микроскопическая модель авторов для описания процесса диссипации кинетической энергии относительного движения и распределения энергии возбуждения между продуктами глубоконеупругих столкновений тяжелых ионов. Расчеты позволяют сделать заключение, подтверждаемое экспериментально, — энергия возбуждения распределяется примерно поровну между взаимодействующими ядрами и даже может концентрироваться на легком партнере. Предложенная микроскопическая модель использована для нахождения коэффициентов мастер-уравнения, определяющего эволюцию двойной ядерной системы в зарядовом и массовом пространствах. Исследовано влияние оболочечной структуры ядер на процесс одновременной передачи протонов и нейтронов в глубоконеупругих столкновениях тяжелых ионов. Показано, что процесс установления N/Z-равновесия является монотонным. Получено хорошее согласие с экспериментальными данными. Рассчитанные сечения образования изотопов легких элементов находятся в согласии с Q_{gg}-систематикой. Развита оригинальная методика микроскопического расчета энергии («driving»-потен-

циала) двойной ядерной системы. Микроскопический «driving»-потенциал несет больше информации о путях эволюции двойной ядерной системы. Предложен достаточно простой метод вычисления одночастичных матричных элементов переходов нуклонов в двойной ядерной системе.

Табл.1. Ил.30. Библиогр.: 141.

УДК 539.172.4

Нарушение четности в ядерных реакциях с поляризованными нейтронами. *Крупчицкий П.А.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1994, том 25, вып.6, с.1444.

В обзоре рассмотрены общие свойства, присущие реакциям с поляризованными мечеными нейтронами, в которых не сохраняется пространственная четность. Последовательно описываются методика исследований и установки, с помощью которых изучались эффекты нарушения четности. Большое внимание уделено обоснованию компаунд-ядерного механизма смешивания волновых функций, обладающих противоположной по знаку четностью. Приведены теоретические предсказания величин эффектов нарушения четности. Дан обзор результатов для многих ядер и сравнение их с теоретическими предсказаниями.

Табл.5. Ил.6. Библиогр.: 96.

УДК 621.384.6

Электронное охлаждение: статус и перспективы. *Мешков И.Н.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1994, том 25, вып.6, с.1487.

Даны анализ современного состояния теории электронного охлаждения и обзор основных результатов, в том числе достижений последних лет на накопителях тяжелых ионов с электронным охлаждением (кулерах). Обсуждены особенности охлаждения многозарядных ионов, физика глубокоохлажденных пучков (в частности, проблема «кристаллических» пучков), физика холодных электронных пучков, необходимых для эффективной работы кулера. Описаны реализованные и возможные применения кулеров. Особое внимание уделено постановке качественно новых экспериментальных исследований в области ядерной физики. Возможность генерации интенсивных и остронаправленных потоков атомов антиводорода (до $2 \cdot 10^5$ $с^{-1}$) в антипротонных кулерах рассматривается в связи с задачей экспериментальной проверки *CPT*-теоремы.

Табл.7. Ил.23. Библиогр.: 76.

УДК 530.19+535.361

Качественная теория управления спектрами, рассеянием, распадами (Уроки квантовой интуиции). *Захарьев Б.Н., Чабанов В.М.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1994, том 25, вып.6, с.1561.

Обзор продолжает серию «уроков...» (см. ЭЧАЯ, 1990, т.21, № 4; 1992, т.23, № 5) и знакомит с алгоритмами построения квантовых систем с желаемыми спектральными параметрами и характеристиками рассеяния. На основе поучительных иллюстраций и их простых качественных объяснений показано, как нужно изменить потенциал, чтобы устранить из дискретного спектра произвольный уровень, не трогая остальных, или породить на заданном месте новый, сдвинуть локализацию отдельных состояний в конфигурационном пространстве и на энергетической шкале, изменить скорости рас-

падов избранных квазистационарных состояний (резонансов), обеспечить полную прозрачность в обычных пространствах (случаи одного и многих зацепленных уравнений Шредингера) и на решетках. Выяснена удивительная роль специальных потенциальных ям — «переносчиков» избранных состояний. С их помощью можно проносить сквозь потенциальные барьеры и квазисвязанные состояния, управляя тем самым ширинами резонансов. Причем такой механизм управления носит универсальный характер. Тем самым впервые отчетливо выявляется роль фундаментальных спектральных параметров — нормировочных констант как «рычагов», управляющих сдвигами связанных состояний. Все эти иллюстрации получены с помощью точно решаемых моделей обратной задачи. Данные модели составляют полный набор, что делает квантовую механику единой (устраняется асимметрия между прямой и обратной задачами). Обзор существенно обогащает квантовую интуицию, поднимает понимание волновой механики на более высокий уровень, позволяет взглянуть на квантовую теорию с новой стороны.

Ил.28. Библиогр.: 63.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП.6

Тематический указатель, том 25, 1994

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Акимов Ю.К. Детекторы ядерных излучений на основе неорганических сцинтилляторов. 1,229

Бандос И.А., Желтухин А.А. Твисторный подход в теории суперструн Грина-Шварца. 5, 1065

Болдышев В.Ф., Винокуров Е.А., Меренков Н.П., Пересунько Ю.П. Метод измерения линейной поляризации фотонных пучков по асимметрии электронов отдачи при фотообразовании e^+e^--пар на электронах. 3,696

Винокуров Е.А., см. Болдышев В.Ф. и др.

Двоеглазов В.В., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н. Уровни энергии водородоподобных атомов и фундаментальные константы. 1,144

Дорофеев О.Ф., см. Тернов И.М.

Ефимов Г.В., Неделько С.Н. Неэквивалентные представления и фазовая структура $(\varphi^4)_d$-теории поля. 3,779

Желтухин А.А., см. Бандос И.А.

Исаев П.С. Метод дисперсионных соотношений. 1,94

Иванов В.Г. Компьютерное и программное обеспечение систем обработки данных электронных экспериментов в физике высоких энергий. 5, 1279

Кравчук Н.П. Цилиндрические многопроволочные пропорциональные камеры в физических экспериментах (ОИЯИ, PSI). 5, 1244

Кувшинов В.И., Нгуен Вьен Тхо. Локальные вектор-параметры групп, формы Картана и приложения к теориям калибровочных и киральных полей. 3,603

Меренков Н.П., см. Болдышев В.Ф. и др.

Моисеев А.М. Адронные струи и струйная спектроскопия в коллайдерных экспериментах. 5, 1168

Нгуен Вьен Тхо, см. Кувшинов В.И.

Неделько С.П., см. Ефимов Г.В.

Пересунько Ю.П., см. Болдышев В.Ф. и др.

Прохоров Л.В. О конфайнменте в калибровочных теориях. 3, 559

Сисакян А.Н., Соловцов И. Л. Метод вариационной теории возмущений в квантовой теории поля. 5, 1127

Соловцов И.Л., см. Сисакян А.Н. и др.

Тернов И.М., Дорофеев О.Ф. Квантовые эффекты в экстремально сильном магнитном поле. 1,5

Ткачев Ф.В. Новые методы исследования радиационных поправок. Теория асимптотической операции. 3,649

Тюхтяев Ю.Н., см. Двоеглазов В.В. и др.

Фаустов Р.Н., см. Двоеглазов В.В. и др.

ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

Адамян Г.Г., Антоненко Н.В., Джолос Р.В., Насиров А.К. Влияние оболочечных эффектов на динамику глубоконеупругих столкновений тяжелых ионов. 6,1379

Акимов Ю.К. Детекторы ядерных излучений на основе пластических сцинтилляторов. 2,496

Антоненко Н.В., см. Адамян Г.Г. и др.

Гареев Ф.А., Строковский Е.А., Ратис Ю.Л. Зарядово-обменные реакции с участием нуклонов и легких ионов при низких и промежуточных энергиях. 4, 855

Джолос Р.В., см. Адамян Г.Г. и др.

Захарьев Б.Н., Чабанов В.М. Качественная теория управления спектрами, рассеянием, распадами (уроки квантовой интуиции). 6, 1561

Кореннов С.В., см. Филиппов Г.Ф. и др.

Крупчицкий П.А. Нарушение четности в ядерных реакциях с поляризованными нейтронами. 6, 1444

Мешков И.Н. Электронное охлаждение: статус и перспективы. 6, 1487

Насиров А.К., см. Адамян Г.Г. и др.

Нестеров А.В., см. Филиппов Г.Ф. и др.

Никитюк Н.М. Обработка сигналов, регистрируемых в калориметрах. 4, 1004

Ораевский В.Н., Семикоз В.Б., Смородинский Я.А. Электродинамика нейтрино в среде. 2,312

Пенионжкевич Ю.Э. Пучки радиоактивных ядер. 4,930

Ратис Ю.Л., см. Гареев Ф.А. и др.

Рыбкин И.Ю., см. Филиппов Г.Ф. и др.

Семикоз В.Б., см. Ораевский В.Н. и др.

Словински Б. Электронно-фотонные ливни, создаваемые гамма-квантами и электронами в плотных аморфных веществах. 2,417

Смородинский Я.А., см. Ораевский В.Н. и др.

Собичевский А. Успехи в теоретическом объяснении свойств самых тяжелых ядер. 2,295

Строковский Е.А., см. Гареев Ф.А. и др.

Соловьев В.Г., Сушков А.В., Ширикова Н.Ю. Версия квазичастично-фононной модели ядра для четно-четных деформированных ядер. 2, 377

Сушков А.В., см. Соловьев В.Г. и др.

Филиппов Г.Ф., Нестеров А.В., Рыбкин И.Ю., Кореннов С.В. Реализация алгебраической версии метода резонирующих групп для трехкластерных систем. 6, 1347

Чабанов В.М., см. Захарьев Б.Н. и др.

Ширикова Н.В., см. Соловьев В.Г. и др.

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ, Т.25, 1994

А

Адамян Г.Г., 6, 1379
Акимов Ю.К., 1, 229; 2 ,496
Антоненко Н.В., 6, 1379

Б

Бандос И.А., 5, 1065
Болдышев В.Ф., 3, 696

В

Винокуров Е.А., 3, 696

Г

Гареев Ф.А., 4, 855

Д

Двоеглазов В.В., 1, 144

Джолос Р.В., 6, 1379
Дорофеев О.Ф., 1, 5

Е

Ефимов Г.В., 3, 779

Ж

Желтухин А.А., 5, 1065

З

Захарьев Б.Н., 6, 1561

И

Иванов В.Г., 5, 1279
Исаев П.С., 1, 94

К

Кореннов С.В., 6, 1347
Кравчук Н.П., 5, 1244
Крупчицкий П.А., 6, 1444
Кувшинов В.И., 3, 603

М

Меренков Н.П., 3, 696
Мешков И.Н., 6, 1487
Моисеев А.М., 5, 1168

Н

Насиров А.К., 6, 1379
Нгуен Вьен Тхо, 3,603
Неделько С.Н., 3,779
Нестеров А.В., 6,1347
Никитюк Н.М., 4,930

О

Ораевский В.Н., 2, 312

П

Пенионжкевич Ю.Э., 4, 930
Пересунько Ю.П., 3, 696
Прохоров Л.В., 3, 559

Р

Ратис Ю.Л., 4, 855
Рыбкин И.Ю., 6, 1347

С

Семикоз В.Б., 2, 312
Сисакян А.Н., 5, 1127
Словински Б., 2, 417
Смородинский Я.А., 2, 312
Собичевский А., 2, 295
Соловьев В.Г., 2, 377
Соловцов И.Л., 5, 1127
Строковский Е.А., 4, 855
Сушков А.В., 2, 377

Т

Тернов И.М., 1, 5
Ткачев Ф.В., 3, 649
Тюхтяев Ю.Н., 1, 144

Ф

Фаустов Р.Н., 1, 144
Филиппов Г.Ф., 6, 1347

Ч

Чабанов В.М., 6, 1561

Ш

Ширикова Н.В., 2,377

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП.6

СОДЕРЖАНИЕ

Филиппов Г.Ф., Нестеров А.В., Рыбкин И.Ю., Кореннов С.В.
Реализация алгебраической версии метода резонирующих групп для трехкластерных систем 1347

Адамян Г.Г., Антоненко Н.В., Джолос Р.В., Насиров А.К.
Влияние оболочечных эффектов на динамику глубоконеупругих столкновений тяжелых ионов 1379

Крупчицкий П.А.
Нарушение четности в ядерных реакциях с поляризованными нейтронами 1444

Мешков И.Н.
Электронное охлаждение: статус и перспективы 1487

Захарьев Б.Н., Чабанов В.М.
Качественная теория управления спектрами, рассеянием, распадами (Уроки квантовой интуиции) 1561

CONTENTS

Filippov G.F., Nesterov A.V., Rybkin I.Yu., Korennov S.V.
The Realization of the Resonating Group Method Algebraic Version for Three-Cluster Systems 1347

Adamian G.G., Antonenko N.V., Jolos R.V., Nasirov A.K.
Influence of Shell Effects on the Dynamics of Deep Inelastic Heavy Ion Collisions 1379

Krupchitsky P.A.
Parity Violation in Nuclear Reactions with Polarized Neutrons 1444

Meshkov I.N.
Electron Cooling: Status and Perspectives 1487

Zakhariev B.N., Chabanov V.M.
Qualitative Theory of Spectral, Scattering and Decay Management . . . 1561

Редакторы: **Е.К.Аксенова, Э.В.Ивашкевич**.
Художественный редактор **А.Л.Вульфсон**
Корректор **Т.Е.Попеко**

Сдано в набор 15.07.94. Подписано в печать 10.11.94. Формат 60×90/16.
Бумага типографская № 1. Печать офсетная. Усл.печ.л. 16,4. Уч.-изд.л. 19,78.
Тираж 800. Заказ 47718. Цена 800 р.

141980 Дубна Московской области
ОИЯИ, Издательский отдел, тел. 926—22—32 (моск.), 65—165 (дубн.)

ISSN 0367—2026. Физика элементарных частиц и атомного ядра
1994. Том 25. Вып.6. 1343—1606.