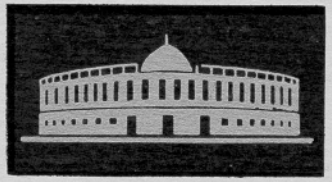
ISSN 0367-2026

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ и АТОМНОГО ЯДРА



1995 том 26 выпуск 1

JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

PHYSICS OF ELEMENTARY PARTICLES AND ATOMIC NUCLEI

PARTICLES & NUCLEI

SCIENTIFIC REVIEW JOURNAL

Founded in December 1970

VOL.26

PART 1

Six issues per year

DUBNA 1995

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА

ЭЧАЯ

НАУЧНЫЙ ОБЗОРНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в декабре 1970 года
ТОМ 26
ВЫПУСК 1
Выходит 6 раз в год

ДУБНА 1995

Главный редактор

А.М.БАЛДИН

Редакционная коллегия:

В.Л.АКСЕНОВ
(зам. главного редактора),
П.Н.БОГОЛЮБОВ,
С.К.БРЕШИН,
В.В.ВОЛКОВ,
Ц.Д.ВЫЛОВ,
Ю.П.ГАНГРСКИЙ,
В.П.ДЖЕЛЕПОВ,
И.С.ЗЛАТЕВ,
П.С.ИСАЕВ
(ответственный секретарь),
В.Г.КАДЫШЕВСКИЙ
(зам. главного редактора),
К.КАУН,
Д.КИШ,
Н.Я.КРОО,
Р.М.ЛЕБЕДЕВ,
И.Н.МИХАЙЛОВ,
НГУЕН ВАН ХЬЕУ
(зам. главного редактора),
Ю.Ц.ОГАНЕСЯН,
Ю.П.ПОПОВ,
А.Н.СИСАКЯН,
В.Г.СОЛОВЬЕВ
(зам. главного редактора),
А.Н.ТАВХЕЛИДЗЕ,
А.А.ТЯПКИН,
А.И.ХРЫНКЕВИЧ,
Ч.К.ШИМАНЕ

Редактор **Е.К.Аксенова, тел. 65-165**

©ОИЯИ, «Физика элементарных частиц и атомного ядра», 1995

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»,
1995, ТОМ 26, ВЫП. 1

УДК 539.12...142

ИНСТАНТОНЫ И ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КВАРКОВ В НУКЛОНЕ

А.Е.Дорохов, Н.И.Кочелев

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обзор посвящен последним достижениям в теории и эксперименте по глубоконеупругому процессу рассеяния поляризованных частиц. Приведены аргументы в пользу того, что основой решения проблемы «спинового кризиса» являются фундаментальные свойства вакуума КХД.

Recent achivements in the theory and experiment in deep inelastic scattering of polarized particles is reviewed. Arguments are given in favor of the idea that the answer to the «spin crisis» is to be found in fundamental nonperturbative properties of the QCD vacuum.

ВВЕДЕНИЕ

Вот уже несколько лет проблема спина нуклона является одним из самых интересных вопросов в современной теории сильных взаимодействий — квантовой хромодинамике (КХД) (см. обзоры [1]—[5]). Несмотря на то, что аномальные спиновые явления в сильных взаимодействиях были обнаружены уже давно [6]—[8], настоящий взрыв интереса к спиновым эффектам в КХД появился лишь после измерения EMC-коллаборацией [9] доли спиральности протона, которая переносится кварками:

$$\Delta\Sigma = 0{,}120 \pm 0{,}094 \pm 0{,}138. \qquad (1)$$

Анализ данных привел к выводу о том, что сумма спиральностей кварков внутри протона есть величина, сравнимая с нулем ($\Delta\Sigma \approx 0$). Этот результат привел к кризису наивной партонной модели нуклона, в которой вся спиральность протона переносится валентными кварками.

Настоящий обзор посвящен современному состоянию теории и эксперимента в спиновой физике высоких энергий. Мы понимаем, что невозможно сейчас дать некоторый законченный обзор по этому очень быстро

меняющемуся направлению в сильных взаимодействиях, и поэтому здесь мы постараемся рассказать лишь о нескольких, на наш взгляд, наиболее важных экспериментах и теоретических подходах в этой области.

ПОЛЯРИЗОВАННОЕ ГЛУБОКОНЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ (PDIS)

Кинематика PDIS. Сечение PDIS (рис.1) поляризованного лептона на поляризованном протоне записывается в виде

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{\pi q^4} L_{\mu\nu} W_{\mu\nu} \frac{d^3k'}{(pk)E'},$$

где $E(E')$ — энергии начального и конечного лептонов соответственно, $q^2 = -4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$,

$$L_{\mu\nu} = u_l(k)\,\gamma_\mu u_l(k')\,\bar{u}_l(k')\,\gamma_\nu u_l(k)$$

— известный лептонный тензор, а

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{4} \sum_n \langle p,\xi | J_\mu^{el}(0) | n \rangle \langle n | J_\nu^{el}(0) | p,\xi \rangle (2\pi)^4 \delta^4(p + q + p_n). \qquad (2)$$

В (2) ξ — вектор поляризации протона, суммирование идет по всем возможным промежуточным адронным состояниям n, и $J_\mu^{el}(x)$ — адронный электромагнитный ток.

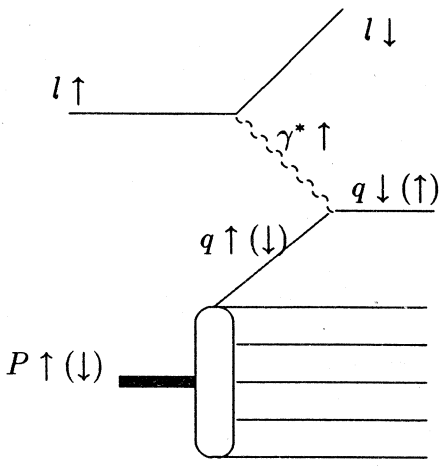


Рис.1. Вклад в $g_1(x)$ в рамках кварк-партонной модели рассеяния продольно-поляризованного лептона на продольно-поляризованном нуклоне

В кварковой модели $J_\mu^{\mathrm{el}}(x) = \sum_{i=u,d,s\ldots} e_i\, \bar{q}_i(x)\,\gamma_\mu q_i(x)$.

Наиболее общая форма $W_{\mu\nu}$, которая согласуется с требованиями калибровочной, а также P- и T-инвариантности, имеет вид

$$\frac{1}{\pi} W_{\mu\lambda}(q,p,s) = \left(-g_{\mu\lambda} + \frac{q_\mu q_\lambda}{q^2}\right) W_1(\nu, Q^2) + \frac{1}{M^2}\left(p_\mu - \frac{\nu q_\mu}{q^2}\right)\left(p_\lambda - \frac{\nu q_\lambda}{q^2}\right) W_2(\nu, Q^2) +$$

$$+ \frac{i}{M}\varepsilon_{\mu\lambda\rho\sigma} q_\rho \left(s_\sigma (G_1(\nu, Q^2) + \frac{\nu}{M^2} G_2(\nu, Q^2)) - \frac{(sq)p_\sigma}{M^2} G_2(\nu, Q^2)\right), \qquad (3)$$

где M — масса протона, s — его спин, $Q^2 = -q^2$, $\nu = (pq)$. Структурные функции W_1, W_2 определяют сечение DIS неполяризованных частиц, а спинзависимые структурные функции G_1, G_2 дают информацию о распределении спина между заряженными составляющими протона. В бьеркеновском пределе ($\nu, Q^2 \to \infty$, $x = Q^2/2\nu \to \mathrm{const}$) в КХД (с точностью до логарифмических поправок) должен выполняться скейлинг:

$$W_1(\nu, Q^2) \equiv F_1(x, Q^2) \overset{\nu, Q^2 \to \infty}{\Rightarrow} F_1(x),$$

$$\frac{\nu}{M^2} W_2(\nu, Q^2) \equiv F_2(x, Q^2) \overset{\nu, Q^2 \to \infty}{\Rightarrow} F_2(x),$$

$$\frac{\nu}{M^2} G_1(\nu, Q^2) \equiv g_1(x, Q^2) \overset{\nu, Q^2 \to \infty}{\Rightarrow} g_1(x),$$

$$\frac{\nu^2}{M^4} G_2(\nu, Q^2) \equiv g_2(x, Q^2) \overset{\nu, Q^2 \to \infty}{\Rightarrow} g_2(x).$$

Эксперимент. В экспериментах PDIS измеряется асимметрия рассеяния поляризованных лептонов на поляризованных адронных мишенях. Так, в эксперименте EMC [9] с помощью рассеяния продольно-поляризованных μ-мезонов на продольно-поляризованных протонах была измерена асимметрия:

$$A_1(x,Q^2) = \frac{d\sigma^{\uparrow\downarrow} - d\sigma^{\uparrow\uparrow}}{d\sigma^{\uparrow\downarrow} + d\sigma^{\uparrow\uparrow}}, \qquad (4)$$

где стрелки указывают относительные ориентации спинов протона и μ-мезона.

Эту асимметрию с помощью формул (2)—(4) легко связать с отношением спин-зависимых структурных функций протона к спин-независимой (см., например, [10]):

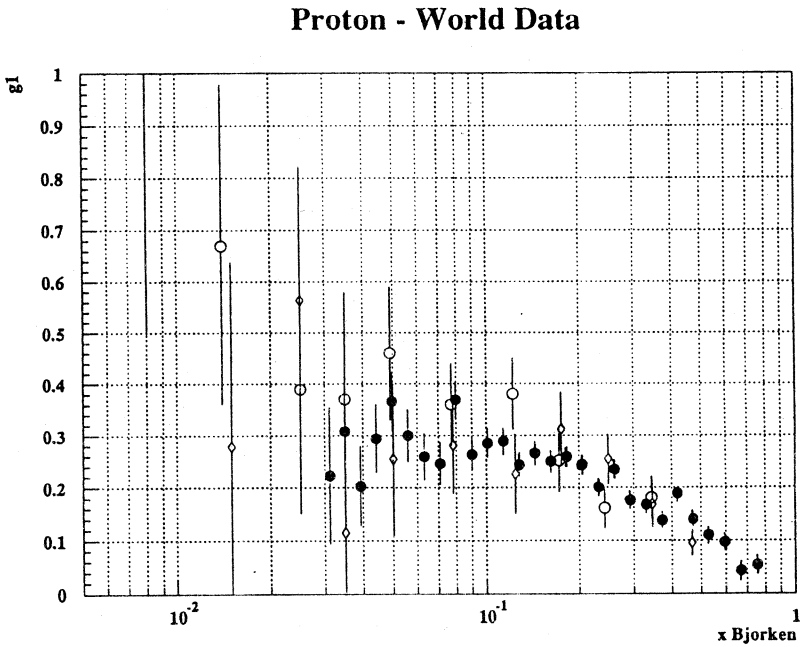


Рис. 2. Данные по измерению структурной функции $g_1^p(x)$, полученные EMC-, SMC- и E-143-коллаборациями

$$A_1(x,Q^2) = 2x(1 + R(x,Q^2)) \frac{g_1(x,Q^2) - \gamma^2 g_2(x,Q^2)}{F_2(x,Q^2)}, \qquad (5)$$

где $\gamma = Q^2/\nu^2$, а $R(x,Q^2)$ — отношение сечений поглощения продольных и поперечных фотонов на нуклоне. При высоких энергиях вкладом $g_2(x,Q^2)$ в (5) можно пренебречь, и соотношение (5) позволяет определить структурную функцию $g_1^p(x)$.

На рис.2 представлены данные по $g_1^p(x,Q^2)$, полученные EMC-, SMC- и E-143-коллаборациями [9, 11, 12]. При анализе экспериментальных результатов обычно обсуждается величина первого момента от структурной функции $g_1^p(x,Q^2)$:

$$\Gamma_1^p(Q^2) = \int_0^1 g_1^p(x,Q^2)dx, \qquad (6)$$

которую в рамках партонной модели (см. ниже) можно связать с величинами спиральностей кварков в адроне. При этом возникают две проблемы. Первая связана с необходимостью вычисления величины $g_1^p(x,Q^2)$ при

некотором фиксированном значении Q^2 из имеющихся экспериментальных данных по $A_1(x,Q^2)$ в различных интервалах по Q^2. Обычно используется предположение $A_1(x,Q^2) \approx \text{const}(Q^2)$, которое подтверждается вычислениями в пертурбативной КХД [13]. Однако экспериментальных данных SMC [11] по асимметриям в области малых x недостаточно, чтобы сделать определенное заключение относительно справедливости такого предположения.

Вторая проблема связана с экстраполяцией в недоступные для эксперимента области по x: $x \to 0$ и $x \to 1$. Неоднозначности в экстраполяции в область $x \to 1$ не дают больших ошибок в $\Gamma_1^p(Q^2)$, т.к., во-первых, в этой области хорошо работает простая кварковая модель нуклона с тремя валентными кварками, в которой $A_1(x,Q^2) \to 1$ при $x \to 1$ [14] и, во-вторых, сама структурная функция $g_1^p(x,Q^2)$ должна быстро убывать $\propto (1-x)^3$ при $x \to 1$.

Основная проблема связана с экстраполяцией в область $x \to 0$. Обычно в этой области используют редже-асимптотику для $g_1^p(x,Q^2)$:

$$g_1^p(x) \to \frac{1}{x^{\alpha_{A_1}}}, \tag{7}$$

где $\alpha_{A_1} \approx 0$ — пересечение траектории A_1-мезона. Однако последние данные SMC при малых значениях x не показывают выход на асимптотику $g(x)_1^p \to \text{const}$ при $x \to 0$ (рис.1). Имеются также теоретические указания [15] на возможные отклонения от (7) в области достаточно малых значений x.

С этими предположениями получены последние экспериментальные данные для первых моментов $g_1^p(x,Q^2)$ для протона, нейтрона и дейтрона:

$$\begin{aligned}
&\text{EMC:} \quad \Gamma_1^2(\langle Q^2\rangle = 10{,}7\ \text{ГэВ}^2) = 0{,}123 \pm 0{,}013 \pm 0{,}019,\\
&\text{SMC:} \quad \Gamma_1^p(\langle Q^2\rangle = 10\ \text{ГэВ}^2) = 0{,}136 \pm 0{,}011 \pm 0{,}011,\\
&\qquad\quad \Gamma_1^D(\langle Q^2\rangle = 4{,}6\ \text{ГэВ}^2) = 0{,}049 \pm 0{,}044 \pm 0{,}032,\\
&\text{E–143:} \quad \Gamma_1^p(\langle Q^2\rangle = 3\ \text{ГэВ}^2) = 0{,}129 \pm 0{,}004 \pm 0{,}010,\\
&\qquad\quad \Gamma_1^n(\langle Q^2\rangle = 3\ \text{ГэВ}^2) = -0{,}035 \pm 0{,}0096 \pm 0{,}011,\\
&\qquad\quad \Gamma_1^D(\langle Q^2\rangle = 3\ \text{ГэВ}^2) = 0{,}043 \pm 0{,}004 \pm 0{,}008,
\end{aligned} \tag{8}$$

где приведены статистическая и систематическая ошибки. Отметим здесь, что значения интеграла для нейтронной структурной функции были

извлечены из данных на дейтроне. В работах [16, 17] было показано, что при таком анализе требуется аккуратный учет ядерных эффектов.

СПИН ПРОТОНА В ПЕРТУРБАТИВНОЙ КХД

Идея, заложенная в EMC, SMC, E-142, E-143-экспериментах, простая. Мюон определенной спиральности испускает виртуальный γ^*-квант также определенной спиральности. Кварк в протоне, имеющий проекцию спина и направление движения мюона $\pm 1/2$, может в зависимости от знака проекции, поглотить γ^*-квант лишь определенной спиральности. Поэтому, измеряя разность сечений в (4), мы на самом деле измеряем распределение заряженных партонов по спиральности внутри протона. Следовательно, в кварк-глюонной модели структурную функцию $g_1^p(x)$ можно выразить через функции распределения кварков по спиральности внутри протона. Из рис.1 можно легко получить вклад рассеяния виртуального γ^*-кванта на безмассовом кварке со спиральностью $1/2S_i$ в антисимметричную часть тензора (3):

$$W_{\mu\lambda}^{i,A} = e_i^2 \delta((k+q)^2)\,\mathrm{Sp}((1-\gamma_5 S_i)\not{k}\,\gamma_\mu(\not{k}+\not{q})\,\gamma_\lambda) =$$

$$= ie_i^2 2\nu\,\delta(x - Q^2/2\nu)\,S_i\,\varepsilon_{\mu\lambda\rho\sigma} q_\rho k_\sigma .$$

Сравнивая с (3), получим

$$g_q^p(x) = \frac{1}{2}\sum_i e_i^2 (q_+^i(x) - q_-^i(x)) = \frac{1}{2}\sum_i e_i^2 \Delta q_i(x), \qquad (9)$$

где q_+^i, (q_-^i) — вероятность того, что кварк сорта i имеет спиральность по (против) спиральности протона.

Таким образом, в рамках кварк-партонной модели интеграл $\Gamma_i^p(Q^2)$ может быть выражен через спиральность, переносимую кварками различных сортов в протоне:

$$\Gamma_1^p(Q^2) = \frac{1}{12}(\Delta u - \Delta d) + \frac{1}{36}(\Delta u + \Delta d - 2\Delta s) + \frac{1}{9}(\Delta u + \Delta d + \Delta s), \qquad (10)$$

где

$$\Delta q_i = \int_0^1 \Delta q_i(x)dx. \qquad (11)$$

Для интеграла от нейтронной структурной функции $g_1^n(x,Q^2)$ получается аналогичное выражение, отличающееся только знаком перед первым членом в (10).

С другой стороны, величины (11) могут быть определены через матричные элементы от аксиально-векторного тока:

$$\Delta q_i S_\mu = \frac{1}{2}\left(\langle p,S|\bar{q}_i(1+\gamma_5)\gamma_\mu q_i|p,S\rangle - \right.$$

$$\left. - \langle p,S|\bar{q}_i(1-\gamma_5)\gamma_\mu q_i|p,S\rangle\right) = \langle p,S|\bar{q}_i\gamma_5\gamma_\mu q_i|p,S\rangle. \qquad (12)$$

Некоторые комбинации матричных элементов (12), в предположении справедливости $SU_f(3)$ симметрии волновых функций барионного октета, могут быть выражены через константы слабых распадов гиперонов:

$$\Delta u - \Delta d = g_A^3 = F + D, \quad \Delta u + \Delta d - 2\Delta s = g_A^8 = 3F - D. \qquad (13)$$

Последний фит этих констант дает значения:

$$F/D = 0{,}575 \pm 0{,}016, \quad F + D = 1{,}257 \pm 0{,}03. \qquad (14)$$

В КХД учет обменов пертурбативными глюонами между кварками меняет коэффициенты в (10). Недавно был достигнут значительный прогресс в вычислении поправок α_s к коэффициентным функциям первых моментов от $g_1^p(x,Q^2)$ [18]. Модифицированное выражение есть:

$$\int_0^1 g_1^{p,n}(x,Q^2)dx = \pm\frac{C_1(Q^2)}{12}(\Delta u - \Delta d) +$$

$$+\frac{C_1(Q^2)}{36}(\Delta u + \Delta d - 2\Delta s) + \frac{C_0(Q^2)}{9}(\Delta u + \Delta d + \Delta s), \qquad (15)$$

где

$$C_1(Q^2) = 1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} - 3{,}58\left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi}\right)^2 - 20{,}22\left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi}\right)^3,$$

$$C_0(Q^2) = 1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{3\pi} - 0{,}55\left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi}\right)^3. \qquad (16)$$

Эти поправки оказываются весьма значительными при малых значениях Q^2 и позволяют объяснить значительную долю разницы в результатах для

$\Gamma_1^p(Q^2)$ и $\Gamma_1^n(Q^2)$, полученную EMC, SMC и E-142, 143-коллаборациями [19].

Знание этих поправок к правилу сумм Бьеркена [20]:

$$\int_0^1 dx\,[g_1^p(x,Q^2) - g_1^n(x,Q^2)] = \frac{C_1(Q^2)}{6}\, g_A^3 \tag{17}$$

дает также метод для нахождения величины $\alpha_s(Q^2)$ из данных по поляризованным структурным функциям [21].

Из анализа экспериментальных данных (8) и выражений (15), (16) при использовании значений (14) для величины спиральности протона, переносимой кварками:

$$\Delta\Sigma = \Delta u + \Delta d + \Delta s, \tag{18}$$

получается мировое среднее значение [21]

$$\Delta\Sigma = 0{,}33 \pm 0{,}04, \tag{19}$$

что значительно меньше предсказаний наивной нерелятивистской кварковой модели

$$\Delta\Sigma = 1. \tag{20}$$

В работах [22] из анализа правил сумм Герасимова—Дрелла—Херна [23] был сделан вывод о возможном большом вкладе высших твистов в $\Gamma_1^p(Q^2)$, что позволило бы значительно уменьшить разницу между (19) и (20). К сожалению, модель, использованная в [22], не имеет прямого отношения к КХД, и поэтому данное утверждение нуждается в проверке. С другой стороны, расчет высших твистов по правилам сумм КХД [24] приводит к очень малому их вкладу в $\Gamma_1^p(Q^2)$.

Однако существенным недостатком этого вычисления было то, что оно совершенно не учитывало вклад аксиальной аномалии в Q^2-зависимость структурных функций. На наш взгляд, в настоящее время не только величина, но даже знак вкладов высших твистов в $\Gamma_1^p(Q^2)$ не определен, и этот вопрос требует более тщательного экспериментального и теоретического исследования.

Учет $SU(3)_f$-нарушения в волновых функциях барионного октета может также изменить значение (19). Недавнее рассмотрение этого вопроса [25] показало, что учет этого нарушения приводит к уменьшению величины $\Delta\Sigma$.

СПИН ПРОТОНА В НЕПЕРТУРБАТИВНОЙ КХД

Как было отмечено выше, результат (19) находится в противоречии с ожиданиями нерелятивистской кварковой модели, где весь спин протона переносится тремя валентными кварками. Учет релятивизма несколько изменяет величину $\Delta\Sigma$. Это связано с примесью состояния с орбитальным моментом $l=1$ в волновой функции релятивистского кварка. Так, волновая функция кварка, движущегося в скалярном сферически-симметричном потенциале, имеет вид

$$\Psi_m = \begin{pmatrix} f(r)U_m \\ ig(r)\,\hat{\sigma}\hat{r}U_m \end{pmatrix}, \tag{21}$$

где U_m — двухкомпонентный спинор, соответствующий проекции углового момента m, а f и g — функции, зависящие от конкретного вида потенциала. Две верхние компоненты четырехкомпонентного спинора отвечают значению $l=0$, а две нижние — $l=1$. Среднее значение проекции спина кварка равно

$$\Delta\Sigma_q = \langle q \mid \int d^3x\, \overline{\Psi}\gamma_3\gamma_5\Psi \mid q \rangle = \frac{\int (f^2 - \frac{1}{3}g^2)r^2dr}{\int (f^2+g^2)r^2dr}. \tag{22}$$

В нерелятивистском пределе $g=0$, и поэтому $\Delta\Sigma=1$. В релятивистском случае имеем $g\neq 0$, и значение (22) определяется уже видом потенциала конфайнмента. Например, ультрарелятивистский вариант популярной модели мешков [26, 27] с безмассовыми кварками и с функциями

$$f(r)=j_0(\chi r/R), \quad g(r)=j_1(\chi r/R), \quad \chi=2{,}043$$

дает величину

$$\Delta\Sigma^{\text{bag}} = 0{,}65, \tag{23}$$

при этом включение масс кварков приводит лишь к росту этого значения.

Таким образом, хотя учет релятивизма несколько редуцирует значение спиральности, переносимую валентными кварками протона, однако эта редукция не настолько большая, чтобы объяснить измеренную величину (19). Следовательно, спиральность протона не определяется спинами валентных кварков.

Этот вывод ставит под сомнение многие достижения составной кварковой модели (СКМ) в описании свойств адронов. Ситуация выглядела настолько серьезной, что получила название «спинового кризиса» [28].

Было предложено несколько путей решения проблемы. Выход был найден в работах [29], где показано, что малость матричного элемента от изосинглетного аксиально-векторного тока может быть связана с аксиаль-

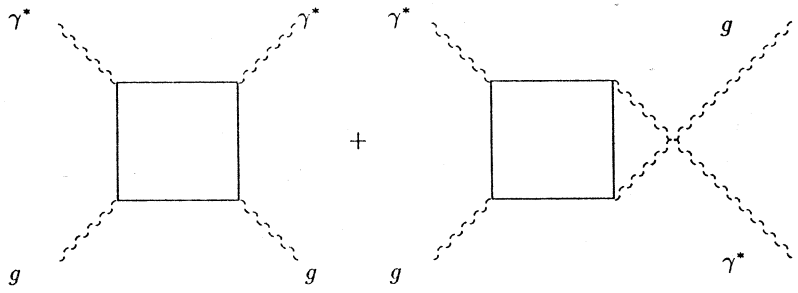


Рис. 3. Вклад глюонов в структурную функцию $g_1(x)$

ной аномалией Адлера—Белла—Джакива [30], которая нарушает его сохранение:

$$\partial_\mu j^0_{\mu 5} = 2\sum_{i=1}^{N_f} m_i \bar{q}_i \gamma_5 q_i + \frac{N_f \alpha_s}{4\pi} G^a_{\mu\nu} \tilde{G}^a_{\mu\nu}. \qquad (24)$$

Величина несохранения определяется матричным элементом

$$M = \langle p,s| \frac{\alpha_s}{8\pi} G^a_{\mu\nu} \tilde{G}^a_{\mu\nu} |p,s\rangle, \qquad (25)$$

который и является основным объектом изучения многих подходов, основанных на КХД.

Есть два подхода к проблеме учета вкладов глюонной аномалии в спинзависимые структурные функции. Один из них, который мы будем условно называть пертурбативным подходом, связывает вклад аксиальной аномалии с поляризацией глюонов в волновой функции адрона. В рамках этого подхода вклад аксиальной аномалии в структурную функцию $g_1^p(x)$ определяется диаграммами, изображенными на рис.3.

Этот вклад с помощью теоремы о факторизации больших и малых расстояний [31], представим в виде

$$\Delta g_1^p(x,Q^2) = \langle \frac{e^2}{2} \rangle A^{\text{hard}}(x,Q^2/\mu^2) \otimes \Delta g(x,\mu^2), \qquad (26)$$

где $A^{\text{hard}}(x,Q^2/\mu^2)$ — сечение пертурбативного подпроцесса, вычисляемое из диаграмм рис.3, $\Delta g(x,\mu^2)$ — функция распределения глюонов по спиральности в нуклоне, μ^2 — масштаб, на котором проведена факторизация больших и малых расстояний. В (26) значок $\otimes$ означает конволюцию:

$$A(x) \otimes \Delta g(x) \equiv \int_x^1 \frac{dy}{y} A\left(\frac{x}{y}\right) \Delta g(y).$$

В результате эффект аномалии сводится к замене кварковых распределений на комбинацию

$$\Delta\tilde{q} = \Delta q - \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta G. \tag{27}$$

К сожалению, более тщательное изучение [32] показало, что разбиение (26) зависит от параметра инфракрасного обрезания в интеграле (26), что затрудняет физическую интерпретацию выражения (27).

Другой подход к учету вкладов аксиальной аномалии в процессах взаимодействия поляризованных частиц активно развивается авторами этого обзора и связан с учетом вкладов мощных флуктуаций глюонных полей — инстантонов [33] в функции распределения кварков. Инстантонный механизм для решения «спинового кризиса» был предложен практически одновременно в работах [34, 35]. Идея состояла в том, что глюонный оператор в матричном элементе (25), который определяет степень несохранения изосинглетного аксиально-векторного тока

$$Q(x) = \frac{\alpha_s}{8\pi} G^a_{\mu\nu}(x) \tilde{G}^a_{\mu\nu}(x), \tag{28}$$

является оператором плотности топологического заряда, и поэтому ненулевой вклад в (25) могут давать только топологически нетривиальные флуктуации глюонных полей. В КХД хорошо известным примером таких флуктуаций являются инстантоны. Это решение описывает туннельные переходы между нетривиальными вырожденными вакуумными состояниями, имеющими разные значения топологического заряда. Из (24) можно легко получить, что изменение аксиального заряда связано с изменением топологического заряда на величину

$$\Delta Q_5 = 2N_f \Delta Q. \tag{29}$$

Поэтому при рассеянии кварков на инстантоне (антиинстантоне) с $\Delta Q = \mp 1$ происходит изменение их спиральности на величину

$$\Delta \Sigma_q = \Delta Q_5 = \mp 2N_f. \tag{30}$$

Чтобы найти матричный элемент (25) между нуклонными состояниями, необходимо знать динамику изменения кварковой спиральности в поле инстантона. Она определяется эффективным взаимодействием т'Хоофта [36], которое для малых инстантонов ($\rho \to 0$) и $N_f = 2$ имеет вид

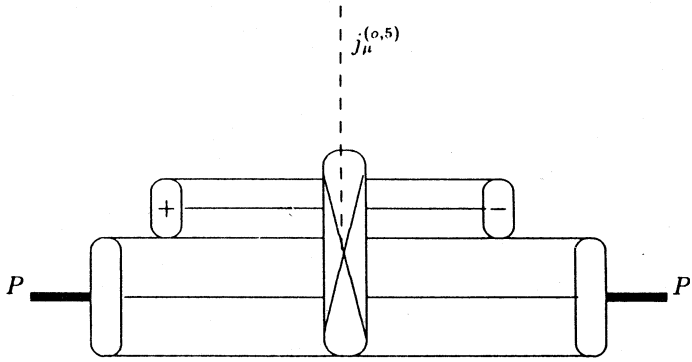


Рис. 4. Вклад инстантонов в матричный элемент синглетного аксиально-векторного тока $j_\mu^{(0,5)}$

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(x) = \int d\rho n(\rho)\left(\frac{4}{3}\pi^2\rho^3\right)^2 \bar{u}_R u_L \bar{d}_R d_L \left[1+\frac{3}{32}\left(1-\frac{3}{4}\sigma_{\mu\nu}^u \sigma_{\mu\nu}^d\right)\lambda_u^a \lambda_d^a\right]+$$

$$+(R \longleftrightarrow L)+(d \to s)+(u \to s). \qquad (31)$$

Вклад инстантонов в матричный элемент от аксиального тока определяется диаграммами, изображенными на рис.4. Этот вклад был впервые оценен с волновыми функциями модели мешков в работе [5]. При учете только пятикварковой компоненты в адронной волновой функции, индуцированной инстантонами, он получился равным

$$\Delta\Sigma_I^s = -4N_F\left(\frac{\rho_c}{R}\right)^4 I, \qquad (32)$$

где $\rho_c \approx 2$ ГэВ$^{-1}$ — средний размер инстантонов в вакууме КХД [37], $R \approx 5$ ГэВ$^{-1}$, и I — интеграл перекрытия волновых функций начального трехкваркового и промежуточного пятикваркового состояний.

Численно результат редукции спиральности кварков, индуцированной инстантонами, есть $\Delta\Sigma_{\text{bag}}^I = -0{,}04$. Хотя эта величина небольшая по абсолютной величине, она согласуется по знаку с экспериментально наблюдаемой отрицательной поляризацией морских кварков. Ответ, однако, чрезвычайно чувствителен к форме волновых функций, и использование волновых функций модели мешков с явным нарушением сохранения спиральности кварков на границе мешка, по-видимому, является плохим приближением.

В этой связи отметим результат работы [38], где была вычислена редукция спиральности свободного кварка в инстантонном вакууме для $N_f = 1$: $\Delta\Sigma^I_{N_f=1} = -1$. Вычисление спиральности кварков, индуцированной инстантонами, с реалистической волновой функцией протона, полученной в модели инстантонного вакуума [37], проводится в настоящее время [39].

Малая величина матричного элемента от синглетного аксиально-векторного тока была получена также в различных вариантах модели Скирма [40]. Она оказалась также связанной с нетривиальными топологическими свойствами теории.

Недавно был достигнут значительный прогресс в вычислении спиральности кварков в рамках правил сумм КХД [41]. Авторы вычислили константу распада синглетного η'_0-мезона $F_{\eta'_0}$ аналогично соотношению Гольдбергера—Треймана для синглетного канала [42]:

$$G_A^{(0)}(0,Q^2) = \frac{F_{\eta'_0} g_{\eta'_0 NN}}{2M}, \tag{33}$$

где $g_{\eta'_0 NN} \approx \sqrt{2}\, g_{\eta'_8 NN}$ — константа взаимодействия η'_0-мезона с нуклоном. В результате получена большая редукция спиральности кварков:

$$G_A^{(0)}(10 \ \text{ГэВ}^2) \equiv \Delta\Sigma = 0{,}353 \pm 0{,}052, \tag{34}$$

что связано с уменьшением величины F_{η_0} распада, вызванного аксиальной аномалией, относительно ее ОЦИ значения $F_{\eta'_0\, OZI} = \frac{f_\pi}{\sqrt{6}}$:

$$F_{\eta'_0}/F_{\eta'_0\, OZI} \approx 0{,}6. \tag{35}$$

Отметим, что ранее связь уменьшения величины со «спиновым кризисом» отмечалась в нашей работе [43], где было показано

$$F_{\eta'_0}/F_{\eta'_0\, OZI} \approx \frac{R_\pi}{R_{\eta'_0}} \approx 0{,}5. \tag{36}$$

В соотношении (36) R_π, $R_{\eta'_0}$ — радиусы конфайнмента кварков в π- и η'_0-мезонах. Разница в радиусах мезонов возникает из-за того, что инстантоны приводят к сильному притяжению кварков в π-мезоне и, наоборот, к сильному отталкиванию между кварками в η'-мезоне [44].

ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КВАРКОВ В ИНСТАНТОННОМ ВАКУУМЕ

Одним из достоинств инстантонного подхода является возможность вычисления не только величины первого момента от $g_1^p(x,Q^2)$, но, что более важно, зависимости от x функций распределений кварков по спиральности и аромату. Это открывает уникальный путь для одновременного анализа спин-зависимых и спин-независимых структурных функций в рамках одного и того же подхода, т.к. они связаны через соотношения:

$$\Delta q_i = q_+(x) - q_-(x),$$
$$q_i = q_+(x) + q_-(x). \tag{37}$$

В рамках пертурбативной КХД недавно была также сделана первая попытка одновременного анализа спин-зависимых и спин-независимых структурных функций [45]. Однако параметризация функций распределения кварков в [45] включает очень много свободных параметров, что уменьшает надежность предсказаний этой модели. То же самое можно сказать и о подходе [46], где, однако, в отличие от [45], была подчеркнута важность учета принципа Паули для морских кварков при параметризации структурных функций.

Уникальными особенностями взаимодействия, индуцированного инстантонами [36] (рис.5),

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{(N_f=2)}(x) = f(|k_1|)\,f(|k_2|)\,f(|k_3|)\,f(|k_4|)\bar{u}_R u_L \bar{d}_R d_L \times$$
$$\times\left[1+\frac{3}{32}\left(1-\frac{3}{4}\sigma_{\mu\nu}^u\sigma_{\mu\nu}^d\right)\lambda_u^a\lambda_d^a\right] + (R \longleftrightarrow L) + (d \to s) + (u \to s), \tag{38}$$

являются следующие. Во-первых, эта вершина приводит к очень большому изменению спиральностей кварков $\Delta\Sigma = \pm 2N_f$, что дает нам фундаментальный механизм нарушения правила сумм Эллиса—Джаффе [47] и решения «спинового кризиса». Во-вторых, оно возможно только между кварками различного аромата. Ниже мы покажем, что это свойство

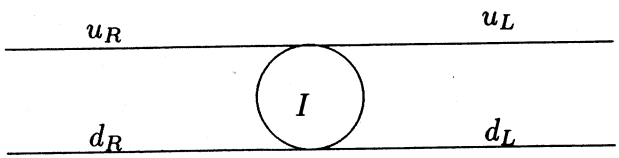


Рис. 5. Вершина, индуцируемая инстантонами в КХД

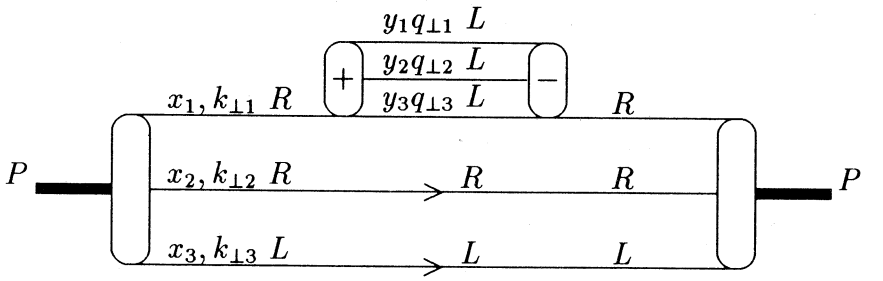


Рис. 6. Диаграмма, представляющая вклад пятикварковой конфигурации от взаимодействия, индуцированного инстантонами, в волновой функции протона

приводит к сильной асимметрии кваркового моря по ароматам и дает нам фундаментальный механизм нарушения правила сумм Готтфрида [48], которое было обнаружено недавно NMC [49]. Третье очень важное свойство вершины (38) состоит в том, что она точечноподобная для кварков на массовой оболочке. Это приводит к аномальному росту кварк-кварковых сечений, индуцированных инстантонами при высоких энергиях [50] и, соответственно, к аномальному поведению функций распределения кварков, индуцированных инстантонами, при малых значениях бьеркеновской переменной x [51].

Вклад инстантонов в функции распределения кварков в протоне дается диаграммами, изображенными на рис.6. Используя $SU(6)$ симметричную волновую функцию для валентных кварков в протоне

$$p\uparrow = \frac{5}{3}u\uparrow + \frac{1}{3}u\downarrow + \frac{1}{3}d\uparrow + \frac{2}{3}d\downarrow \tag{39}$$

и свойства инстантонной вершины (38), можно получить вклады инстантонов в спин-зависимые функции распределения морских кварков [52]:

$$2\Delta\bar{u}_I = f(x), \quad 2\Delta\bar{d}_I = -4f(x), \quad 2\Delta\bar{s}_I = -3\lambda_s f(x) \tag{40}$$

и валентных кварков

$$\Delta u_I^v = -4f(x), \quad 2\Delta d_I^v = f(x), \tag{41}$$

где $\lambda_s \approx (m_u^*/m_s^*)^2 \approx 0{,}32$ — фактор подавления взаимодействия, индуцированного инстантонами для странных кварков в модели инстантонной жидкости [37], $f(x)$ — функция, определяемая динамическими свойствами взаимодействия через инстантоны. Мы можем также найти ароматозависимые распределения морских кварков:

$$2\bar{u}_I = f(x), \quad 2\bar{d}_I = 2f(x), \quad 2\bar{s}_I = 3\lambda_s f(x). \tag{42}$$

Из этих соотношений мы получим

$$\frac{\bar{d}_I}{\bar{u}_I} = 2, \qquad \frac{2\bar{s}_I}{\bar{u}_I + \bar{d}_I} \approx 1, \tag{43}$$

поэтому инстантоны приводят к большому нарушению $SU(2)_f$ симметрии кваркового моря в протоне и к усилению его странности.

В настоящее время широко обсуждается причина большого нарушения правила суммы Готтфрида [48]:

$$\int_0^1 (F_2^p(x) - F_2^n(x))dx = \frac{1}{3}\int_0^1 (u_v(x) - d_v(x))dx - \frac{2}{3}\int_0^1 (\bar{d}(x) - \bar{u}(x))dx, \tag{44}$$

обнаруженного NMC [49]:

$$\int_0^1 (\bar{d}(x) - \bar{u}(x))dx = 0{,}11 \pm 0{,}02. \tag{45}$$

Аналогичное нарушение $\bar{d} = 2\bar{u}$ при $\langle x \rangle \approx 0{,}18$ было также обнаружено NA51-коллаборацией из анализа данных по рождению дрелл-яновских пар в *pp*- и *pD*-взаимодействиях [53].

Инстантонная модель для структурных функций позволяет объяснить эти результаты. Так, из соотношений (40), (42) следует, что величина поляризации кваркового моря и степень его ароматной асимметрии связаны между собой. Фактически это является проявлением принципа Паули для кварков на нулевых модах в поле инстантона, на которых строится лагранжиан (38). Используя эти соотношения, новое партонное правило сумм, которое связывает величины нарушений правил сумм Эллиса—Джаффе и Готтфрида, получили в работе [51]:

$$\int_0^1 g_1^p(x)dx - \frac{5g_A^8 + 3g_A^3}{36} = \int_0^1 \frac{dx}{x}(F_2^p(x) - F_2^n(x)). \tag{46}$$

Как было отмечено выше, наиболее интересно было бы вычисление зависимости вкладов аномалии от бьеркеновской переменной x. В рамках инстантонного подхода она определяется формой функции $f(x)$. В области $x \to 1$ доминирующий вклад вносит пятикварковая фоковская компонента волновой функции нуклона [52] (рис.6). В системе бесконечного импульса функции распределения кварков связаны с волновой функцией протона в системе бесконечного импульса соотношением [54]:

$$q_{f/p}(x, k_\perp, Q^2) = \int [dk_{\perp i}][dx_i]\delta(x - x_q)\cdot|\Psi_5(k_{\perp i}, x_i)|^2\Theta(k_{\perp i}^2 \le Q^2). \tag{47}$$

В модели вакуума КХД как жидкости инстантонов [37] есть два фундаментальных масштаба. Один из них есть средний размер инстантона в ваку-

уме $\rho_c \approx 2$ ГэВ$^{-1}$, второй — расстояние между ними $R \approx 3\rho_c$. Первый связан с радиусом конституентного кварка, а второй — с радиусом конфайнмента.

В работе [52] было получено, что существование этих двух сильно отличающихся между собой масштабов в КХД приводит к большой асимметрии по x_i и по $k_{\perp i}$ для кварковых конфигураций в адронной волновой функции, индуцированной инстантонами. Это можно показать следующим образом. Вклад диаграмм рис.6 в рамках теории возмущений в системе бесконечного импульса дается выражением [52]:

$$|\Psi_5(k_{\perp i},x_i;q_{\perp j},y_j)|^2 \sim \frac{\Gamma_p((k_{\perp i},x_i)\,\Gamma_I(q_{\perp j},y_j)\left(\sum_j q_{\perp j}^2\right)^{2I}}{\left(M_p^2-\sum_{i=1}^{3}\frac{k_{\perp i}^2+m_i^2}{x_i}\right)^2\left(\frac{k_{\perp 1}^2+m_1^2}{x_1}-\sum_{j=1}^{3}\frac{q_{\perp j}^2+m_j^2}{y_j}\right)^2}, \tag{48}$$

где Γ_p и Γ_I — протонный и инстантонный формфакторы, соответственно, аппроксимируются соотношениями:

$$\Gamma_p(k_{\perp i},x_i)=\exp\left\{-\frac{R^2}{6}\sum_{i=1}^{3}\frac{k_{\perp i}^2+m_i^2}{x_i}\right\} \qquad R\approx 5\ \text{ГэВ}^{-1}$$

$$\Gamma_I(q_{\perp j},y_j)=\exp\left\{-\frac{\rho_c^2}{6}\sum_{j=1}^{3}\frac{q_{\perp j}^2+m_j^2}{y_j}\right\} \qquad \rho_c\approx 2\ \text{ГэВ}^{-1}. \tag{49}$$

Подставляя (48) в (47), можно найти функции распределения кварков по x_i и по $k_{\perp i}$ в нуклоне.

Из соотношения $\langle q_\perp^2\rangle^{\text{inst}}/\langle k_\perp^2\rangle^{\text{conf}} \approx R^2/\rho_c^2 \approx 10$ немедленно следует, что средний поперечный импульс кварков, рожденных инстантонной флуктуацией, $\langle k_\perp^2\rangle_{\text{inst}} \sim 1$ ГэВ, значительно больше среднего поперечного импульса кварков в потенциале конфайнмента, $\langle k_\perp^2\rangle_{\text{conf}} \sim 0{,}1$ ГэВ^2.

Асимметрия в распределении по поперечным импульсам приводит, в свою очередь, к сильной асимметрии в распределении по продольным импульсам. Это связано с тем, что основной вклад в интеграл (47) дает область

$$\frac{q_{\perp j}^{\text{inst}}}{y_j^I}\approx\frac{k_{\perp i}^{\text{conf}}}{x_i}\approx\text{const}, \tag{50}$$

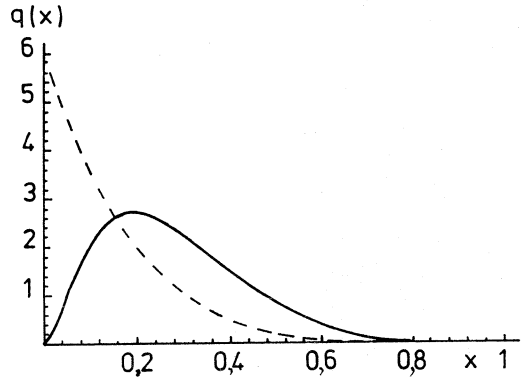


Рис. 7. Распределение по продольному импульсу «быстрых» (непрерывная линия) и «медленных» (пунктирная линия) кварков в асимметричной кварковой конфигурации протонной волновой функции, индуцированной инстантонами

что соответствует условию равенства быстрот кварков в мультикварковой конфигурации в нуклонной волновой функции. Другими словами, условие (50) соответствует такому когерентному движению кварков в нуклоне, при котором нуклон не разваливается. Из соотношения (50) следует $\langle y_j^{\text{inst}} \rangle \approx 3 \langle x_i \rangle^{\text{conf}}$ и вывод о жесткости кваркового моря, индуцированного инстантонами [52]. Конкретный вид функций распределения кварков в этой асимметричной конфигурации для кварков, рожденных инстантоном, следующий:

$$q^{\text{hard}}(x) = N\{(1-x)^2x^2/2 + 6(1-x)x^3 -$$

$$- 8(1-x)^{1/2}x^3(1+5x)\ \text{arctanh}\,[(1-x)^{1/2}/(1+3x)^{1/2}]/(1+3x)^{1/2} +$$

$$+ 24x^4\ \text{arctanh}[(1-x)^{1/2}/(1+3x)^{1/2}])^2\}, \qquad (51)$$

и для кварков, не проходящих через инстантон:

$$q^{\text{soft}}(x) = N[(1-x)^5(159 - 32\log 4)]/4860. \qquad (52)$$

Сравнение двух распределений представлено на рис.7.

Таким образом, инстантоны приводят к жестким морским функциям распределения кварков, которые должны давать большие вклады в инклюзивное рождение частиц при $x_F \to 1$ и $p_\perp \geq 1$ ГэВ, где вклады пертурбативного моря вымирают. В частности, чармированное море, индуцированное инстантонами, может служить моделью внутреннего чарма в нуклоне, необходимость введения которого в настоящее время активно обсуждается [58].

Дифракционная компонента в адронной волновой функции, индуцированной инстантонами, также должна приводить к аномальной ядерной зависимости адронных инклюзивных сечений при $x_F \to 1$ и $p_\perp \geq 1$ ГэВ и

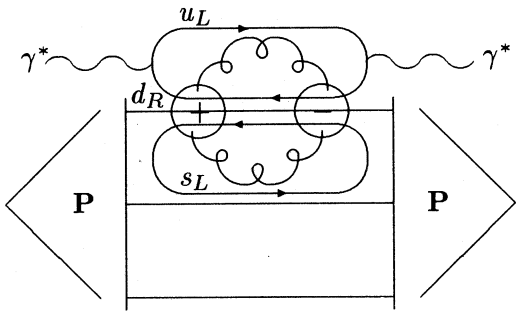


Рис. 8. Вклад в структурную функцию нуклона при $x \to 0$ за счет инстантонного механизма генерации кваркового моря («+» инстантон, «–» антиинстантон)

нарушению цветовой прозрачности [55]. Так как эта компонента является также спин-зависимой, то в работе [55] было показано, что спиновые асимметрии в процессе $p\uparrow A \to \pi X$ также должны иметь аномальную A-зависимость.

Для вычисления структурных функций требуется знание функций распределений кварков во всем интервале x. Однако в области $x \to 0$ ситуация значительно более сложная, чем в области $x \to 1$, так как здесь необходимо учитывать вклады мультиглюонных и мультикварковых конфигураций фоковского столбца в нуклонной волновой функции.

В этой области поведение функций распределений можно связать с поведением кварк-кварковых сечений при высоких энергиях (см. рис.8) [51]:

$$q(x) = C\frac{x}{1-x}\int dsdk_\perp^2 \,\mathrm{Im}\, T_R^N(s, \mu^2), \tag{53}$$

где $T_R^N(s, \mu^2)$ — кварк-нуклонная амплитуда рассеяния, а

$$\mu^2 = -x\frac{(s+k_\perp^2)}{1-x} + xM^2 - k_\perp^2. \tag{54}$$

Так, из этого соотношения следует, что если амплитуда факторизуется в виде

$$\mathrm{Im}\, T_R^N(s, \mu^2) \sim \sigma_{q\bar{q}}(s) f(\mu^2), \tag{55}$$

где $\sigma_{q\bar{q}} \sim s^{\alpha-1}$, то функция распределения в области малых x есть:

$$q(x \to 0) \sim \frac{1}{x^\alpha}. \tag{56}$$

Таким образом, аномальное поведение кварк-кварковых сечений при высоких энергиях приводит к аномальному поведению структурных функций при малых x.

В настоящее время широко обсуждается роль электрослабых инстантонов в процессах нарушения барионного числа в электрослабых теориях [50]. Так, было показано, что множественное рождение калибровочных бозонов из инстантонной вершины может приводить к аномальному росту сечений с несохранением барионного числа. Очевидно, это связано с точечно-подобной природой инстантонного взаимодействия, что отмечено выше.

Подобный механизм также приводит к аномальному росту сечений, индуцированных инстантонами, в КХД [56]. В работах [57] был вычислен вклад инстантонов малых размеров в коэффициентную функцию структурной функции F_2. Он определяется действием на инстантон-антиинстантонной конфигурации $S(x)$:

$$\delta F_2^I(x,Q^2) \sim \exp\,[-4\pi S(x)/\alpha_s(Q^2)], \tag{57}$$

где

$$S(x) \approx 1 - 3(1-x)^2/2(1+x)^2.$$

Хотя вклад инстантонов экспоненциально увеличивается при уменьшении x, однако при $Q_0 > 50$ ГэВ, когда вычисления в приближении разреженного газа инстантонов справедливы, этот вклад является вкладом очень высокого дробного твиста $\sim(\Lambda^2_{QCD}/Q^2)^{9S(x)}$ в структурную функцию, и поэтому, по-видимому, эти результаты представляют лишь академический интерес.

Однако в модели вакуума КХД как жидкости инстантонов [37] мы имеем при $Q_0 > Q > 1/\rho_c$ вклад инстантонов в функции распределения кварков, что соответствует замене в (57) $\alpha_s(Q^2) \to \alpha_s(\rho_c^{-2})$ и лидирующему твисту в структурных функциях [59]. К сожалению, точная зависимость сечения, индуцированного инстантонами, от энергии неизвестна. Это связано с тем, что при высоких энергиях инстантоны начинают перекрываться, и поэтому необходимо аккуратно учитывать их взаимодействие.

Простейшая параметризация [51, 59]:

$$\sigma_{qq} \sim s^{\alpha_A - 1} \quad \text{с} \quad \alpha_A \approx 1, \tag{58}$$

что соответствует быстрому выходу инстантонного сечения на геометрический предел

$$\sigma_{qq}^{\text{inst}} \approx \pi \rho_c^2. \tag{59}$$

При сверхвысоких энергиях мы ожидаем экспоненциального подавления взаимодействия, индуцированного инстантонами [57].

Используя связь (56) при малых x_0, получим следующее выражение для функции $f(x)$:

$$f(x) \sim \begin{cases} \dfrac{1}{x} & \text{при } x \geq x_0, \\ \exp(-x_0/x) & \text{при } x < x_0, \end{cases} \tag{60}$$

где x_0 — значение бьеркеновской переменной, при котором вклад инстантонов начинает быстро вымирать. По своему физическому смыслу он должен быть связан с высотой энергетического барьера, который разделяет два топологически нетривиальных вакуума КХД с $\Delta Q = \pm 1$ с так называемой энергией сфалерона E_{Sph}^{QCD} [59]:

$$x_0 \approx \frac{Q^2}{Q^2 + (E_{\text{Sph}}^{QCD})^2}. \tag{61}$$

Таким образом, окончательная форма для $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{N_1}{x}(1-x)^5 & \text{при } x \geq x_0, \\ N_2 \exp(-x_0/x) & \text{при } x < x_0. \end{cases} \tag{62}$$

Для вычисления структурных функций надо также задать валентные функции распределения кварков и пертурбативное кварковое море. Они были выбраны в стандартной форме:

$$u_v(x) = N_u x^{-\alpha_v}(1-x)^3, \quad d_v(x) = N_d x^{-\alpha_v}(1-x)^4,$$

$$\bar{q}(x) = N_s(1-x)^7/x^{\alpha_P(0)}, \tag{63}$$

где $\alpha_P(0)$ — интерсепт померона.

Поляризация валентных кварков была выбрана такая же, как и в модели Карлитц—Каура [60]:

$$\Delta u_v(x) = u_v(x) - \frac{2}{3} d_v(x), \quad \Delta d_v(x) = -\frac{1}{3} d_v(x). \tag{64}$$

Результаты расчета неполяризованных и поляризованных структурных функций представлены на рис.9—14. Отметим, что величины пяти свободных параметров определены из фита неполяризованных данных, и поэтому расчеты поляризованных структурных функций фактически свободны от параметров. Как видим, модель прекрасно описывает все экс-

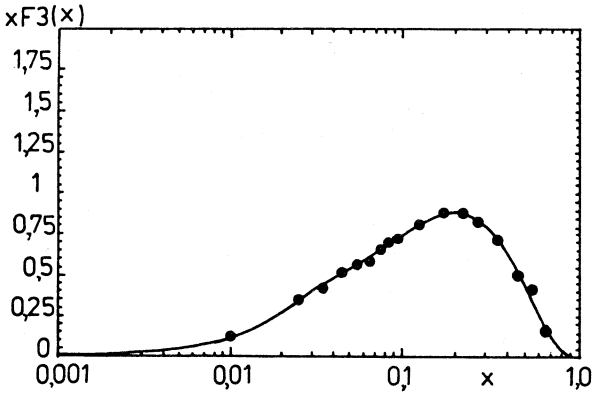


Рис. 9. Описание CCFR данных по структурной функции $xF_3^{\nu N}(x)$

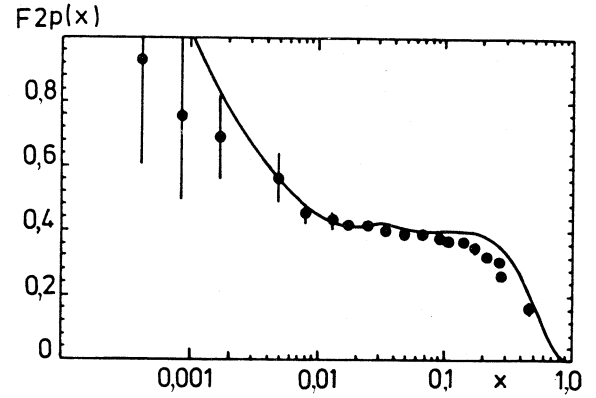


Рис. 10. Описание NMC и H1 данных по структурной функции $F_2^p(x)$ при $Q^2 = 5$ ГэВ^2

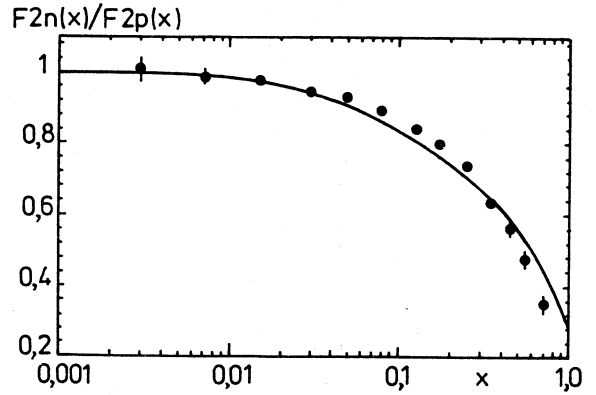


Рис. 11. Описание NMC данных для отношения структурных функций $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ при $Q^2 = 5$ ГэВ^2

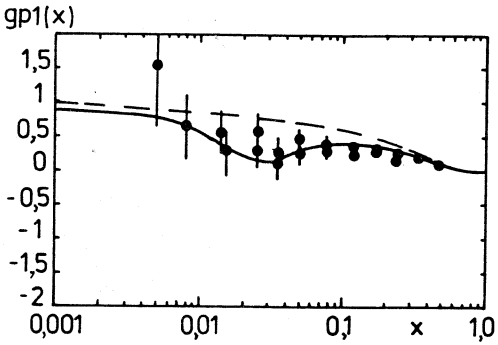


Рис. 12. Описание EMC и SMC данных по спин-зависимой структурной функции $g_1^p(x)$. Сплошная линия — результат расчета по инстантонной модели, штриховая линия — предсказание трехкварковой валентной модели

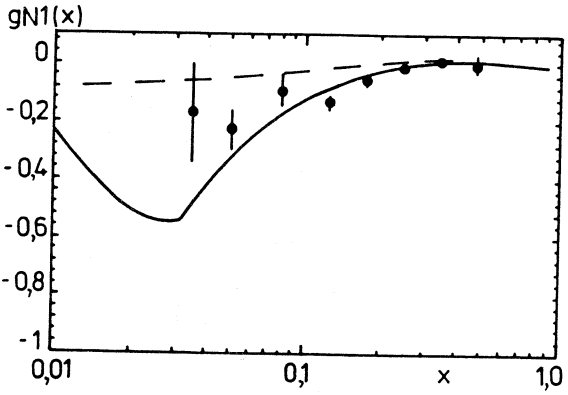


Рис. 13. Описание E-142 данных по спин-зависимой структурной функции $g_1^p(x)$. Сплошная линия — результат расчета по инстантонной модели, штриховая линия — предсказание трехкварковой валентной модели

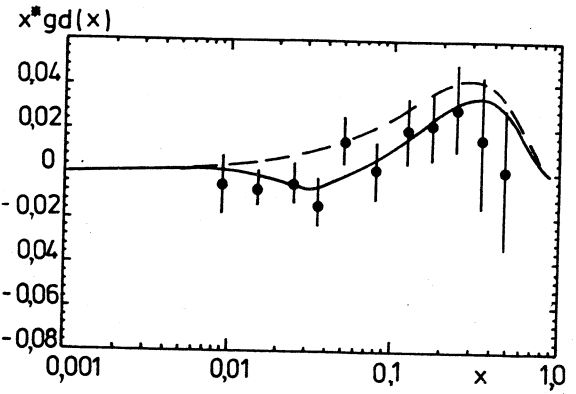


Рис. 14. Описание SMC данных по спин-зависимой структурной функции $g_1^D(x)$. Сплошная линия — результат расчета по инстантонной модели, штриховая линия — предсказание трехкварковой валентной модели

периментальные данные по структурным функциям. При этом инстантоны дают большой отрицательный вклад в спин-зависимую структурную функцию $g_1^p(x,Q^2)$, что позволяет объяснить аномальное отклонение экспериментальных точек от предсказания валентной кварковой модели. Величина спиральности, переносимая кварками в нуклоне, сильно зависит от величины параметра x_0, который определяется высотой потенциального барьера. При значении $x_0 = 0{,}032$, полученном из фита неполяризованных структурных функций, величина спиральности

$$\Delta\Sigma = 0{,}4. \tag{65}$$

При этом редукция величины (65) относительно ее ОЦИ значения $\Delta\Sigma^{\text{ОЦИ}} = 0{,}58$ определяется аномальной поляризацией кварков, индуцированной инстантонами $\Delta\Sigma^{\text{inst}} = -0{,}18$.

Таким образом, в рамках модели вакуума КХД как жидкости инстантонов получена параметризация функций распределения кварков в нуклоне, которая может быть использована не только для расчета структурных функций DIS, но также для расчета поляризованных и неполяризованных адронных процессов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментальные данные по спин-зависимым структурным функциям, полученные EMC-, SMC- и E-142,143-коллаборациями, привели к кризису наивной партонной модели для DIS. Мы показали, что в КХД этот кризис может быть решен при учете сложной структуры вакуума КХД. Так, модель вакуума КХД как жидкости инстантонов позволяет, по крайней мере качественно, объяснить эффекты аномальной поляризации кваркового моря и его сильной ароматной асимметрии.

При этом специфические ароматные и киральные свойства взаимодействия, индуцированного инстантонами, а также его аномальная зависимость от энергии и передач импульса делает его наиболее вероятным кандидатом на фундаментальный КХД-механизм спиновых и ароматных эффектов в DIS и в адронных процессах при высоких энергиях.

Авторы признательны и благодарны А.М.Балдину, Дж.Бансу, П.Н.Боголюбову, Дж.Брауну, С.Бродскому, С.Б.Герасимову, Б.Джаффе, А.В.Ефремову, Л.Каптарю, А.Котикову, Э.А.Кураеву, О.В.Теряеву, Т.Томасу, А.Умникову, Э.Шуряку за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Jaffe R.L., Manohar A.** — Nucl.Phys., 1990, vol.B337, p.509 (и ссылки в ней).
2. **Bass S.D., Thomas A.W.** — Adelaide University Preprint, 1993, ADP-93-218/T136.
3. **Reya E.** — Dortmund University Preprint, 1993, DO-TH 93/09.
4. **Ioffe B.L.** — ITEP Preprint, 1994, 61-94.
5. **Dorokhov A.E., Kochelev N.I., Zubov Yu.A.** — Int.J.Mod.Phys., 1993, vol.8A, p.603.
6. **Krisch A.D.** — Proc. 9th Int.Symp. on High Energy Spin Physics, Bonn, 1990, p.20.
7. **Yokosawa A.** — Proc. Polarized Collider Workshop, University Park, 1990, p.129.
8. **Bunce G. et al.** — Part. World, 1992, vol.3, p.1.
9. **EMC, Ashman J. et al.** — Phys.Lett., 1988, vol.B206, p.364; Nucl.Phys., 1990, vol.B328, p.1.
10. **Ioffe B.L., Khose V.A., Lipatov L.N.** — Hard Processes, North-Holland, Amsterdam, 1984, vol.1, p.61.
11. **SMC, Windmalders R.** — Report on SPIN'94 Conference. Bloomington, September, 1994.
12. **E-143, Day D.** — Report on SPIN'94 Conference. Bloomington, September, 1994.
13. **Altarelli G., Nason P., Ridolfi G.** — Phys.Lett., 1994, vol.B320, p.152.
14. **Close F.E., Roberts R.G.** — Phys.Lett., 1993, vol.B316, p.165.
15. **Close F.E., Roberts R.G.** — RAL Report, 1994, RAL-94-071;
    Dorokhov A.E., Kochelev N.I. — Phys.Lett., 1991, vol.B259, p.335.
16. **Kaptari L.P., Kazakov K.Yu., Umnikov A.Yu.** — Phys.Lett., 1992, vol.B293, p.219;
    Khanna F.C., Umnikov A.Yu. — Phys.Rev., 1994, vol.C49, p.2311.
17. **Thomas A.W.** — Report on SPIN'94 Conference. Bloomington, September, 1994.
18. **Larin S.A., Vermaseren J.A.M.** — Phys.Lett., 1991, vol.B259, p.345;
    Larin S.A. — Preprint CERN-TH 7208/94, 1994.
19. **Ellis J., Karliner M.** — Phys.Lett., 1993, vol.B313, p.131.
20. **Bjorken J.D.** — Phys.Rev., 1966, vol.148, p.1467; ibid. 1971, vol.D1, p.1376.
21. **Ellis J., Karliner M.** — Preprint CERN-TH 7324/94, 1994.
22. **Burkert V.D., Ioffe B.L.** — Phys.Lett., 1992, vol.B296, p.223; ZhTF, 1994, vol.105, p.1153.
23. **Gerasimov S.B.** — Yad.Fiz., 1965, vol.2, p.598; **Drell S.D., Hearn A.C.** — Phys.Rev.Lett., 1966, vol.16, p.908.
24. **Balitsky I.I., Braun V.M., Kolisnechenko A.V.** — Phys.Lett., 1990, vol.B242, p.245; — Errarta, 1993, vol.B318, p.648.
25. **Gerasimov S.B.** — Report on Relativistic Nuclear Physics and QCD Conference. Dubna, September, 1994.
26. **Bogoliubov P.N.** — Ann.Inst.H. Poincare, 1967, vol.8, p.163.
27. **Chodos A., Jaffe R.L., Thorn C.B., Weisskopf V.** — Phys.Rev., 1974, vol.D9, p.3471.
28. **Leader E., Anselmino M.** — Z.Phys., 1982, vol.C15, p.19.
29. **Lam C.S., Bing-An Li** — Phys.Rev., 1982, vol.D25, p.683;
    Efremov A.V., Teryaev O.A. — JINR Preprint E2-88-287, Dubna, 1988;
    Altarelli G., Ross G.G. — Phys.Lett., 1988, vol.B212, p.391;

Carlitz R.D., Collins J.C., Mueller A.H. — Phys.Lett., 1988, vol.B214, p.229.
30. **Adler S.L.** — Phys.Rev., 1969, vol.177, p.2426;
Bell J.S., Jackiw R. — Nuov.Cim., 1969, vol.60A, p.47.
31. **Efremov A.V., Radyushkin A.V.** — Phys.Lett., 1976, vol.B63, p.449.
32. **Libby S.B., Sterman G.D.** — Phys.Rev., 1978, vol.D18, p.3252;
Mueller A.H. — Phys.Rev., 1978, vol.D18, p.3705;
Ellis J., Karliner M., Shachrajda C.T. — Phys.Lett., 1989,vol.B231, p.497;
Berger E., Qiu J. — Phys.Rev., 1989, vol.D40, p.778, 3128;
Altarelli G., Lampe B. — Z.Phys., 1990, vol.C47, p.315;
Bodwin G.T., Qiu J. — Phys.Rev., 1990, vol.D41, p.2755.
33. **Belavin A.A., Polyakov A.M., Swartz A.S., Tyupkin Yu.S.** — Phys.Lett., 1975, vol.59B, p.85.
34. **Forte S.** — Phys.Lett., 1989, vol.B224, p.189; Nucl.Phys., 1990, vol.B331, p.1.
35. **Dorokhov A.E., Kochelev N.I.** — Mod.Phys.Lett., 1990, vol.A5, p.55; Phys.Lett., 1990, vol.B245, p.609;
Ioffe B.L., Karliner M. — Phys.Lett., 1990, vol.B247, p.387.
36. **'t Hooft G.** — Phys.Rev., 1976, vol.D14, p.3432; Phys.Reports, 1986, vol.142, p.357.
37. **Shuryak E.V.** — Phys.Reports, 1984, vol.115, p.151;
Dyakonov D.I., Petrov V.Yu. — Nucl.Phys., 1986, vol.B272, p.457.
38. **Forte S., Shuryak E.V.** — Nucl.Phys., 1991, vol.B357, p.153.
39. **Шуряк Е.В.** — Частное сообщение.
40. **Brodsky S.J., Ellis J., Karliner M.** — Phys.Lett., 1988, vol.B206, p.309;
Ellis J., Karliner M. — Phys.Lett., 1988, vol.B213, p.73;
Cohen T., Banerjee M.K. — Phys.Lett., 1989, vol.B230, p.129;
Li B.A. — Report on SPIN'94 Conference. Bloomington, September, 1994.
41. **Narison S., Shore G.M., Veneziano G.** — Preprint CERN-TH 7223/94, 1994.
42. **Veneziano G.** — Mod.Phys.Lett., 1989, vol.A4, p.1605;
Shore G.M., Veneziano G. — Phys.Lett., 1990, p.B224, p.75.
43. **Dorokhov A.E., Kochelev N.I.** — Proc. of SPIN'90 Conference. Bonn, September, 1990.
44. **Kochelev N.I.** — Sov.J.Nucl.Phys., 1985, vol.41, p.291;
Dorokhov A.E., Kochelev N.I. — Sov.J.Nucl.Phys., 1990, vol.92, p.214; — Sov.J.Nucl.Phys., 1992, vol.23, p.1192.
45. **Brodsky S.J., Burkardt M., Schmidt I.** — Preprint SLAC-Pub-6087, 1994.
46. **Bourrely C., Soffer J.** — Mod.Phys.Lett., 1993, vol.A8, p.3.
47. **Ellis J., Jaffe R.L.** — Phys.Rev., 1974, vol.D9, p.1444.
48. **Gottfried K.** — Phys.Rev.Lett., 1967, vol.18, p.1154.
49. **NMC, Allasia D. et al.** — Phys.Lett., 1990, vol.B249, p.366;
Allasia D. et al. — CERN Report CERN-EP/91-105, 1991.
50. **Ringwald A.** — Nucl.Phys., 1990, vol.B330, p.1;
Espinosa O. — Nucl.Phys., 1990, vol.B343.
51. **Kochelev N.I.** — Preprint Free University of Berlin FUB-PH 93-13, 1993.
52. **Dorokhov A.E., Kochelev N.I.** — Phys.Lett., 1993, vol.B304, p.167.
53. **Na51 Collab.** — Report on Rochester Conference. Glasgow, July, 1994.
54. **Brodsky S.J., Peterson C., Sakai N.** — Phys.Rev., 1981, vol.D23, p.2745.

55. **Kochelev N.I., Tokarev M.V.** — Phys.Lett., 1993, vol.B309, p.416.
56. **Balitsky I.I., Ryskin M.G.** — Phys.Lett., 1992, vol.B296, p.185.
57. **Balitsky I.I., Braun V.M.** — Phys.Rev., 1993, vol.D47, p.1879; Phys.Lett., 1993, vol.B314, p.237.
58. **Brodsky S.J.** — Preprint SLAC-PUB-6068, 1994.
59. **Kochelev N.I.** — Report on SPIN'94 Conference. Bloomington, September, 1994.
60. **Carlits R.D., Kaur J.** — Phys.Rev.Lett., 1977, vol.38, p.673.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»,
1995, ТОМ 26, ВЫП.1

УДК 539.125.17

УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ АДРОНОВ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

М.Бертини, М.Жиффон

Institute de Physique Nucleaire de Lyon IN2P3-CNRS et Universite Claude Bernarde 43 boulevard du 11 novembre 1918–F–69622 Villeurbanne Cedex, France

В обзоре представлены модели упругого рассеяния адронов, описывающие экспериментальные данные pp- и $\bar{p}p$-рассеяния в широкой области энергий и переданных импульсов.

The review presents the models of hadron elastic scattering for experimental data on pp- and $\bar{p}p$ scattering in a wide region of energies and transfer momenta.

1. ВВЕДЕНИЕ

Данный обзор посвящен физике дифракционного рассеяния адронов, в частности, упругому рассеянию протонов и антипротонов при высоких энергиях.

Дифракционные столкновения являются периферическими, т.е. они происходят при малых значениях переданного импульса или, что эквивалентно, при больших значениях прицельного параметра. Такие столкновения называют еще «мягкими», в отличие от «жестких», происходящих при малых значениях прицельного параметра.

Интерес к дифракционным процессам объясняется следующими причинами:

1) мягкие столкновения дают доминирующий вклад в полные сечения;

2) накоплен богатый экспериментальный материал об упругих столкновениях, особенно о pp- и $\bar{p}p$-рассеянии. По точности эти данные значительно превосходят данные о жестких процессах;

3) «мягкая» физика находится за пределами применимости пертурбативной хромодинамики, что стимулирует развитие непертурбативных методов в КХД.

В рамках теории полюсов Редже дифракционное рассеяние происходит с обменом вакуумной траектории — померона, природа которого во многом не ясна.

Обсуждению различных аспектов упругого и дифракционного рассеяния посвящен ряд великолепных обзоров [1]. С этой тематикой связана специальная серия конференций, названная «Блуа» — по месту проведения первой конференции из этой серии. Труды пяти конференций «Блуа» опубликованы в сборниках [2].

Основное внимание в своем обзоре мы уделяем моделям, претендующим на количественное описание экспериментальных данных в широкой кинематической области. Таких моделей оказалось не так уж много. Наиболее критичными для проверки справедливости различных теоретических построений является описание сложной зависимости от энергии и угловой переменной дифференциального сечения упругого рассеяния. Именно этому вопросу мы посвятим основное внимание в нашем обзоре, отсылая читателя по многим другим аспектам теории и феноменологии упругого и дифракционного рассеяния к цитируемым работам. В частности, мы не будем касаться (кроме отдельных случаев) спиновой структуры амплитуды рассеяния.

2. ОБЗОР ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

2.1. Полные сечения и отношения σ_{el}/σ_t и σ_t/B. Хорошо установлено, что полные сечения всех процессов рассеяния растут с увеличением энергии, начиная с энергий серпуховского ускорителя. На рис.1 приведены данные о полных сечениях pp- и $\bar{p}p$-рассеяния, для которых картина является наиболее полной. Отметим, что последние измерения на тевatроне при энергии 1,8 ТэВ указывают на возможное ускорение роста сечений [3].

На рис.2 приведены данные о проинтегрированном упругом сечении (рис.2,*а*), а также отношениях σ_{el}/σ_t и σ_t/B (рис.2,*б* и 2,*в*). Оба отношения растут с увеличением энергии, нарушая геометрический скейлинг.

Разность сечений $\Delta\sigma = \sigma_t^{\bar{p}p} - \sigma_t^{pp}$ убывает с энергией степенным образом (рис.3):

$$\Delta\sigma = 52(s/2m)^{-0,58} \text{ мб}. \qquad (2.1)$$

Поведение (2.1) обычно связывают с вкладом вторичных реджеонов в амплитуду рассеяния. В отсутствие асимптотического C-нечетного вклада разность (2.1) должна стремиться к нулю. В последнее время в литературе широко обсуждается [4, 5] возможное существование асимптотического C-нечетного обмена, названного оддероном.

Динамическое происхождение роста полного сечения и его предполагаемая асимптотика являются предметом исследования многих авторов. Предвосхищая более подробное обсуждение различных аспектов роста сечений,

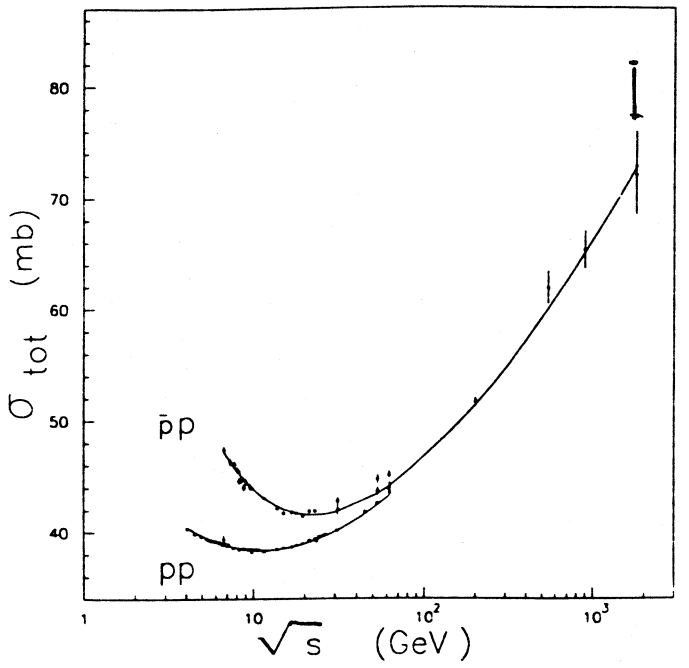


Рис. 1. Полные сечения pp- и $\bar{p}p$ -взаимодействий

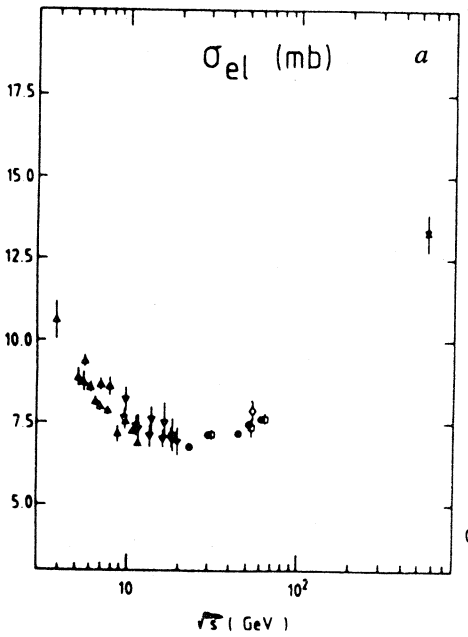
мы здесь отметим только простую и эффективную эмпирическую параметризацию, предложенную Доннаки и Ландсхофом [6]:

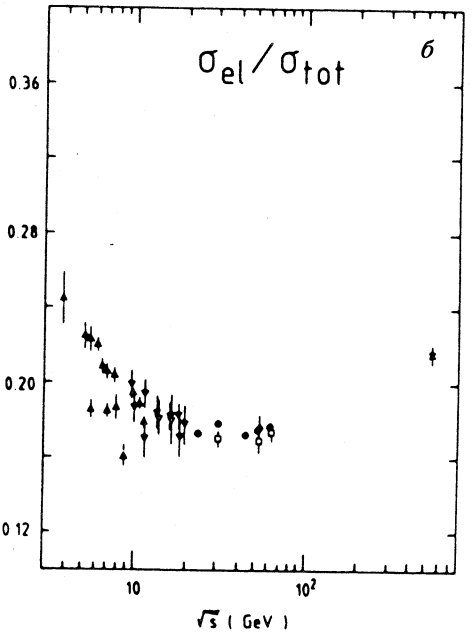
$$\sigma_t(\bar{p}p) - \sigma_t(pp) = 70s^{-0,56}, \tag{2.2а}$$

$$\frac{1}{2}[\sigma_t(\bar{p}p) + \sigma_t(pp)] = 150s^{-0,56} + 22,7s^{\varepsilon}. \tag{2.2б}$$

Член s^{ε} в (2.2б) соответствует вкладу «сверхкритичного» померона, однако значение параметра $\varepsilon \approx 0,08$ авторами [6] определялось из эксперимента, и оно оказалось значительно меньше оценок, основанных на результатах вычислений в рамках пертурбативной квантовой хромодинамики.

Параметризация (2.2) привлекательна прежде всего своей простотой. Разнообразные вклады от вторичных реджеонов и связанных с ними перерассеяний собраны в одну эффективную степень (2.2а). Вклад померона в (2.2б), несмотря на степенную зависимость, вследствие малости параметра ε, ближе к моделям умеренного роста, например, к модели дипольного померона. Только будущие измерения полных сечений смогут определить





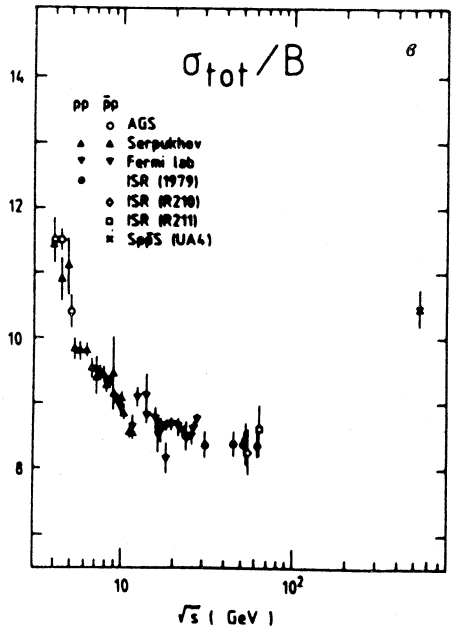


Рис. 2. Упругое сечение pp- и $\bar{p}p$-рассеяния (*а*). Отношение упругого сечения к полному σ_{el}/σ_t (*б*). Отношение полного сечения к наклону конуса σ_t/B (*в*)

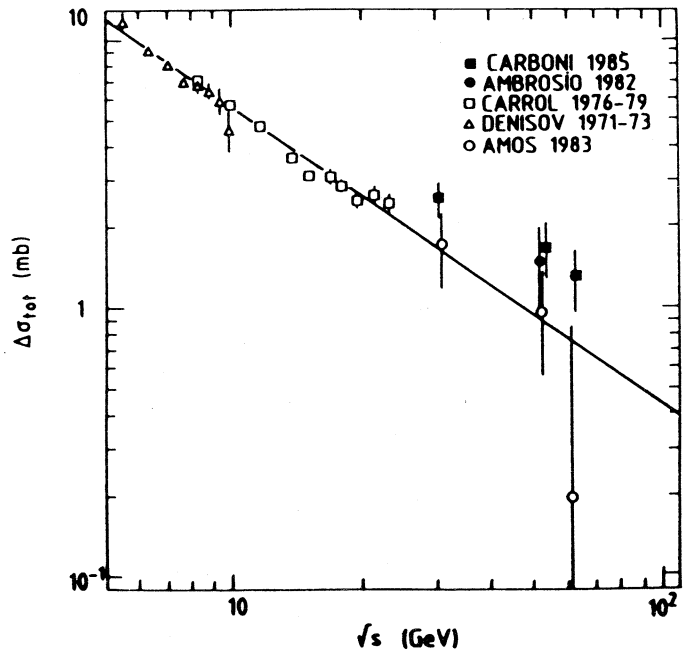


Рис. 3. Разность полных сечений pp- и $\bar{p}p$-взаимодействий

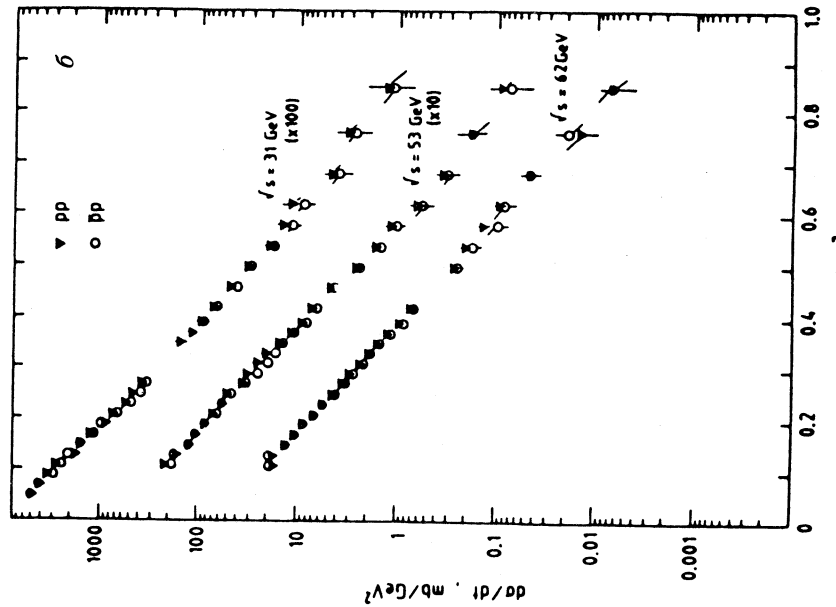
область применимости параметризации (3.2), а также ее возможную альтернативу.

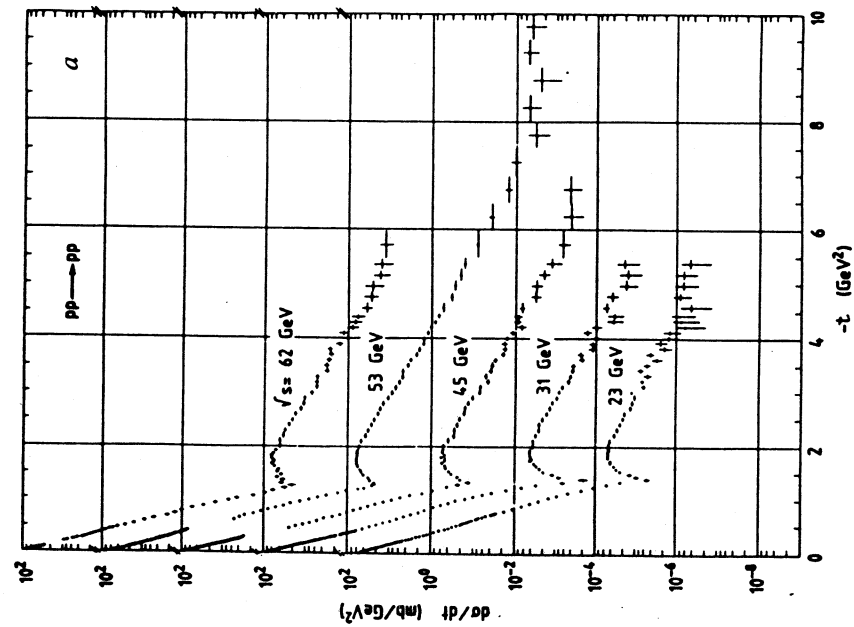
2.2. Упругое рассеяние. Рассеяние адронов при высоких энергиях носит явно выраженный дифракционный характер, аналогичный явлению дифракции в оптике. Такая аналогия была установлена уже в рассеянии ядер, и суть ее в том, что ядро можно рассматривать как поглощающую сферу, за которой происходит деструктивная интерференция между падающей и рассеянной волной, в результате которой за мишенью появляется ее «тень». Подобную картину подтверждают также данные об угловом распределении частиц в упругом рассеянии адронов при высоких энергиях. Измеренное дифференциальное сечение упругого pp- и $\bar{p}p$-рассеяния при высоких энергиях (рис.4) можно разбить на три области по передаче импульса:

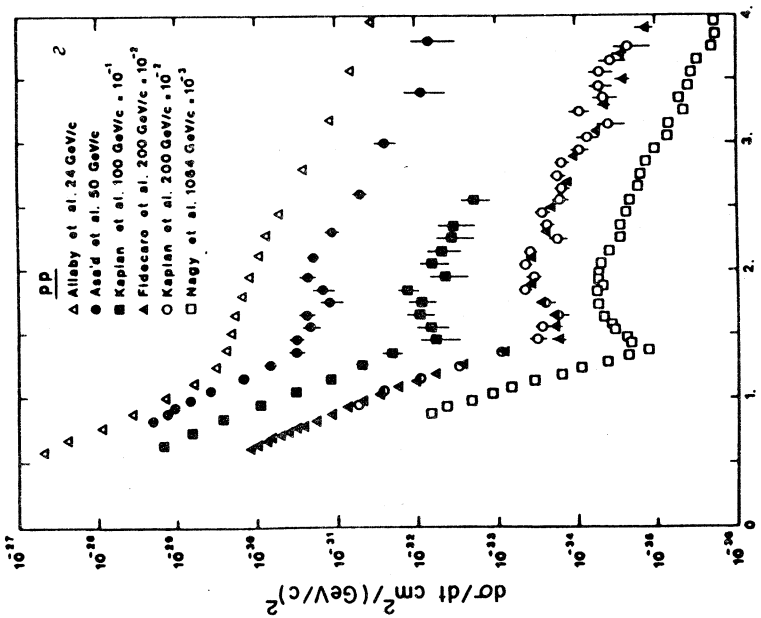
1) область дифракционного конуса с почти экспоненциальным убыванием сечения по t;

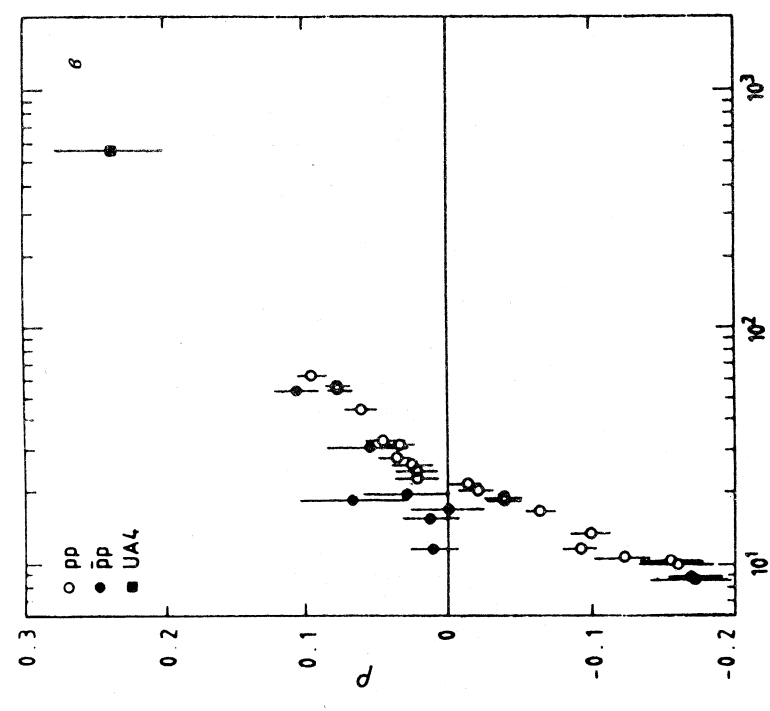
2) область провала и второго максимума;

3) область больших $|t|$.


б
▼ pp
○ p̄p
√s = 31 GeV (x100)
√s = 53 GeV (x10)
√s = 62GeV
dσ/dt , mb/GeV²
- t, GeV²


а
pp—pp
√s= 62 GeV
53 GeV
45 GeV
31 GeV
23 GeV
dσ/dt (mb/GeV²)
-t (GeV²)


pp
Allaby et al. 24 GeV/c
Asa'd et al. 50 GeV/c
Kaplan et al. 100 GeV/c · 10⁻¹
Fidecaro et al. 200 GeV/c · 10⁻²
Kaplan et al. 200 GeV/c · 10⁻³
Nagy et al. 1054 GeV/c · 10⁻³
dσ/dt cm²/(GeV/c)²
-t (GeV/c)²


pp
p̄p
UA4
ρ
√s (GeV)

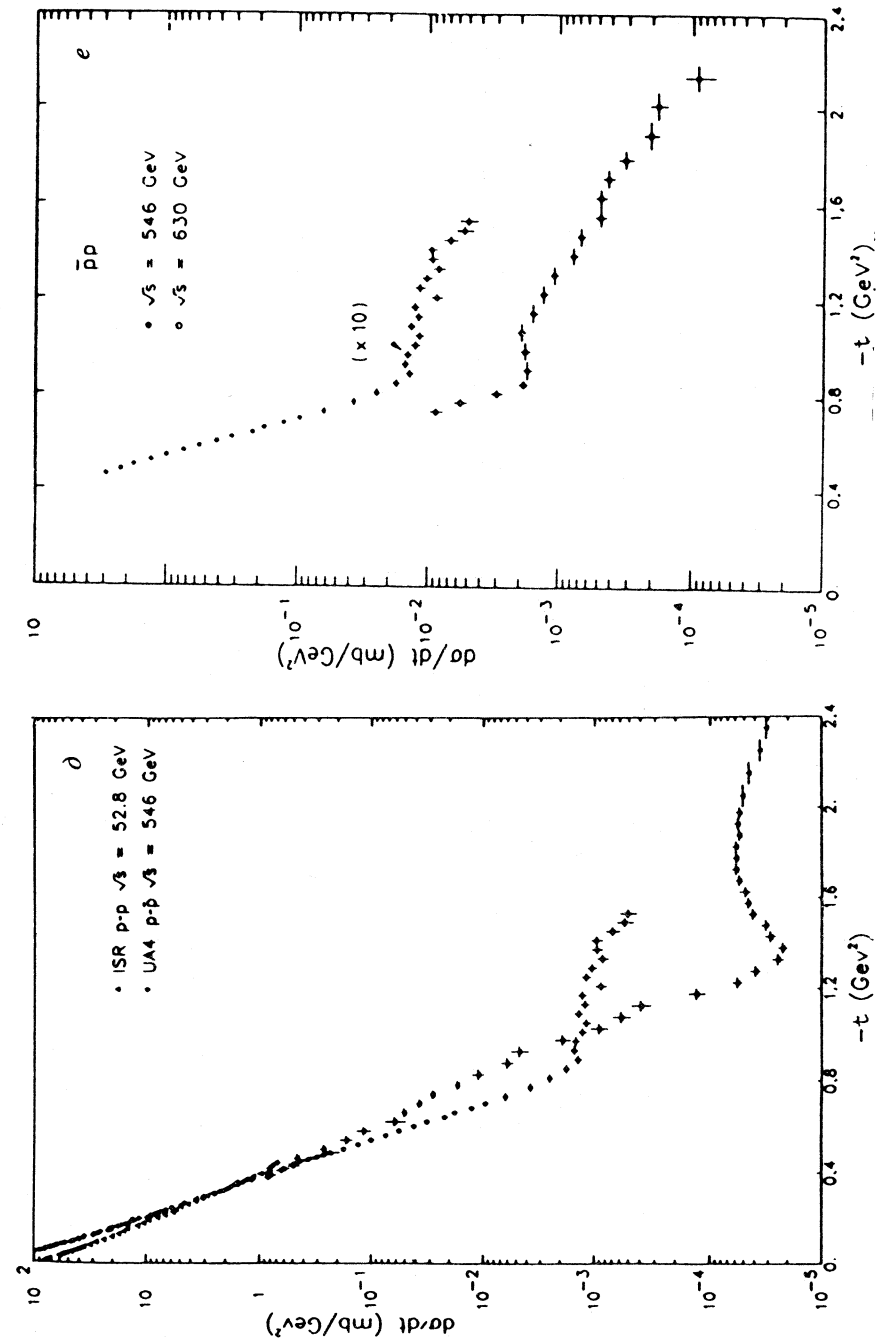
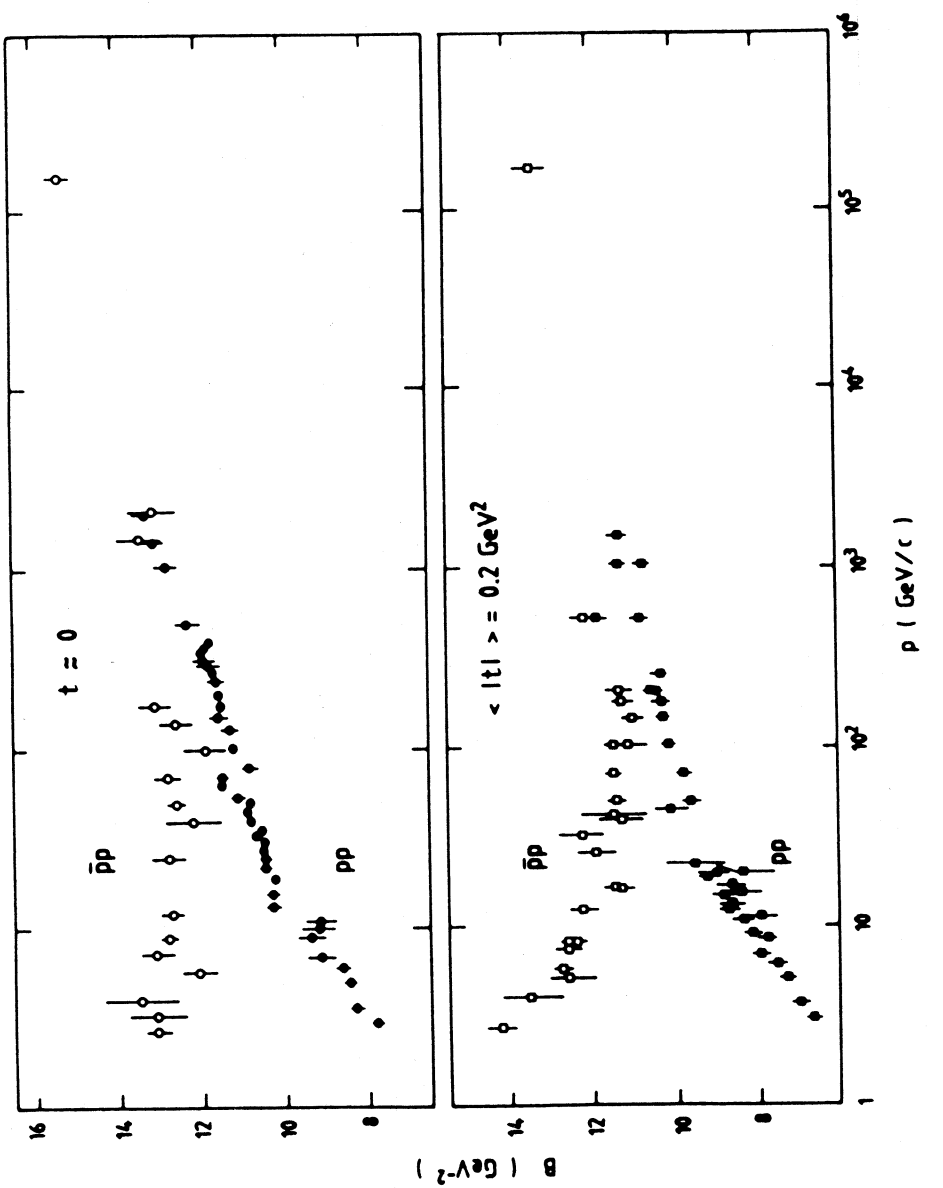


Рис. 4. Дифференциальные сечения pp- и $\bar{p}p$-рассеяния


t = 0
p̄p
pp
< |t| > = 0.2 GeV²
B (GeV-²)
p (GeV/c)

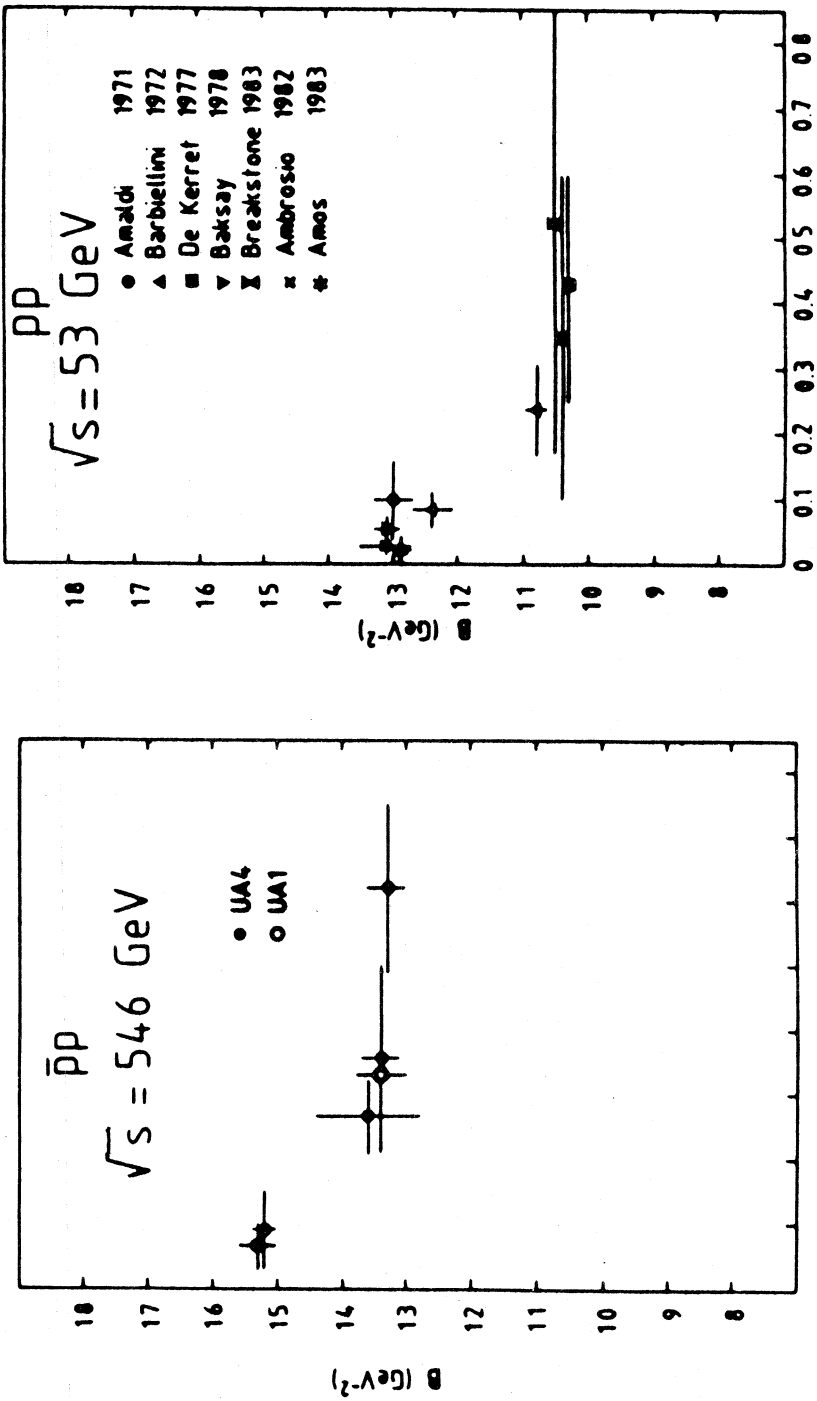


Рис. 5. Зависимость наклона дифракционного конуса упругого pp- и $\bar{p}p$-рассеяния от t

Указанное деление довольно условно (особенно, что касается «больших» $|t|$), кроме того, границы между областями, хотя и медленно (логарифмически), но меняются с энергией. Поведение наблюдаемых величин в этих областях показано на рисунках. Подробно мы остановимся на поведении сечения при очень малых $|t|$, в области кулон-ядерной интерференции, и проблеме определения реальной части амплитуды рассеяния, ставшей в последнее время предметом оживленной дискуссии.

Напомним, что в области кулон-ядерной интерференции дифференциальное сечение упругого рассеяния (без учета спиновой структуры амплитуды) имеет вид

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi |T_C + T_h|^2.$$

Здесь T_C — хорошо известная кулоновская амплитуда:

$$T_C = \pm 2\alpha\, G^2(t)\, \exp(\mp i\, \pi\, \phi)/|t|,$$

где α — постоянная тонкой структуры, а $G(t)$ — электромагнитный формфактор протона и $\phi = \ln(0{,}08/|t|) - 0{,}577$. Верхний и нижний знаки соответствуют $\bar{p}p$- и pp-рассеянию. Простейшая параметризация амплитуды сильного взаимодействия имеет вид

$$T_h = (\sigma_t/4\pi)(\rho + i)\, \exp(-b|t|/2)$$

и содержит три подгоночных параметра: σ_t, b и ρ — отношение действительной к мнимой части амплитуды рассеяния вперед. Иногда для полного сечения используется известное его значение (определенное из другого эксперимента), и тогда задача сводится к варьированию двух свободных параметров — b и ρ.

Отклонение от экспоненциального поведения дифракционного конуса (рис.5) обычно учитывается включением квадратичного члена в показатель экспоненты (коэффициент при котором оказывается примерно на порядок меньше соответствующего коэффициента при линейном члене). «Излом» или «тонкая структура» конуса связаны, как это было показано в работах [7, 8], с пороговым поведением амплитуды в нефизической области при $t = 4m_\pi^2$. Этот эффект подробно изучался в недавней работе [8]. Есть указания на то, что на тэватроне конус «выпрямляется», однако этот эффект пока нельзя считать установленным. Дальнейшее изучение энергетической зависимости «тонкой структуры» конуса представляет большой интерес как для теории, так и для приложений (например, для определениия реальной части амплитуды) [9].

Интерес к реальной части амплитуды возрос в связи с опубликованием в 1987 г. результатов измерения и обработки данных о рассеянии группой

UA4 [10], согласно которым этот результат выходит за рамки экстраполяций из области более низких энергий, и поэтому он породил различные теоретические спекуляции для его объяснения (пороговый эффект, вклад оддерона и др.). В то время, когда теоретики еще спорили о возможном происхождении аномально большой реальной части амплитуды, экспериментаторы получили возможность повторить в ЦЕРН опыт UA4. Согласно результатам группы UA4/2. [11] $\rho = 0{,}135 \pm 0{,}015$, что соответствует вполне «нормальному» значению, согласующемуся с большинством модельных предсказаний. Значительное расхождение результатов обработки экспериментальных данных при определении делает актуальной задачу дополнительного и независимого анализа этих данных с целью выявления причин расхождения и более достоверного определения реальной части амплитуды рассеяния вперед. Выше мы уже отмечали, что результат экстраполяции может зависеть от используемой параметризации «тонкой структуры» дифракционного конуса. Несмотря на то, что скрытая от «прямого измерения» кулоновским взаимодействием область мала, кривизна наклона конуса усугубляется по мере приближения к $t = 0$ (т.е. к точке ветвления при $t = 4m_\pi^2$).

Помимо хорошо известного и наблюдаемого «излома» вблизи точки, где наклон конуса (плавно) меняется примерно на 2 $ГэВ^{-2}$, не исключена возможность осцилляций наклона как функции t. Такой эффект был обнаружен при постепенном уменьшении интервала, в котором определяется локальный наклон экспоненциального конуса [12].

Интересны результаты анализа данных UA4/2, выполненного недавно О.Селюгиным с учетом амплитуды с переворотом спина [13], существование которых при столь высоких энергиях предсказывалось в [14]. Использовав и зафиксировав (как и в обработке UA4/2) значение $\sigma_t(1 + \rho^2) =$ $= (63{,}3 \pm 1{,}5)$ мб, определенное в предыдущем эксперименте UA4, автор получил практически такое же значение ρ, как и в анализе UA4/2. Однако такая же обработка данных эксперимента, но проведенная без условия о независимости параметра наклона при малых передачах импульса от t, приводит к существенно большему значению ρ. Было показано, что восстановление экспоненциальной формы амплитуды рассеяния с наклоном практически не зависящим от t, может быть достигнуто при учете вклада спинов амплитуды рассеяния. При этом ρ достигает значения $0{,}24 \pm 0{,}045$. Такой значительный эффект, однако, можно будет считать установленным лишь после подтверждения его при более низких энергиях, для чего требуется пересмотр прежних данных.

3. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ АНАЛИТИЧЕСКОЙ S-МАТРИЦЫ И МЕТОДА КОМПЛЕКСНЫХ УГЛОВЫХ МОМЕНТОВ

Нашей целью не является систематическое изложение теории аналитической S-матрицы и метода комплексных угловых моментов или полюсов Редже, поэтому мы только фрагментарно напомним основные положения и результаты, необходимые для дальнейшего обсуждения моделей высокоэнергетического взаимодействия адронов. Подробное изложение теории можно найти в обзорах [1] и книге [15].

3.1. Аналитичность, кроссинг. Основным объектом теории является S-матрица — оператор, преобразующий начальное состояние $|i\rangle$ в конечное. Амплитуда вероятности перехода из начального состояния в конечное есть матричный элемент этого оператора:

$$S_{fi} = \langle f|S|i\rangle,$$

а вероятность перехода равна квадрату модуля матричного элемента:

$$P_{fi} = |S_{fi}|^2.$$

S-матрица является унитарным оператором, что отражает полноту набора физических состояний свободных частиц.

S-матрицу удобно представить в виде суммы

$$S = I + i\tau, \tag{3.1}$$

где I — единичный оператор, а второе слагаемое описывает взаимодействие (в отсутствие последнего $\tau = 0$). С учетом нормировки состояний

$$\langle p|p'|\rangle = (2\pi)^3(2p_0)\,\delta^3(\mathbf{p}-\mathbf{p})$$

и закона сохранения полного 4-импульса равенство (3.1) для процесса $1+2 \to 3+4$ переписывается в виде

$$\langle p_3p_4|S|p_1p_2\rangle = \langle p_3p_4|p_1p_2\rangle + i(2\pi)^4\delta^4(p_1+p_2-p_3-p_4)\langle p_3p_4|T|p_1p_2\rangle,$$

где $T(p_1,p_2,p_3,p_4)$ есть функция лоренц-инвариантов, составленных из импульсов частиц, участвующих в процессе. Именно эту функцию обычно называют амплитудой взаимодействия. Используя общепринятые мандельстамовские переменные

$$s = (p_1+p_2)^2, \quad t = (p_1-p_3)^2, \quad u = (p_1-p_4)^2,$$

$$s+t+u = m_1^2+m_2^2+m_3^2+m_4^2,$$

где $m_1, ..., m_4$ — массы частиц, а также тот факт, что амплитуда процесса $1+2 \to 3+4$ зависит от двух переменных, представим ее в виде

$$T(p_1,p_2,p_3,p_4) = F(s,t).$$

В случае взаимодействия частиц равных масс (например, упругое нуклон-нуклонное рассеяние) физическая область изменения переменных

$$s = 4(k^2 + m^2) \geq 4m^2, \quad t = -2k^2(1 - \cos\theta), \quad u = -2k^2(1 + \cos\theta),$$

где k и θ — начальный импульс и угол рассеяния в системе центра масс частиц 1 и 2 (3 и 4), определяется неравенствами

$$\sqrt{s} > 4m^2, \quad |\cos\theta| < 1.$$

Экспериментально наблюдаемыми величинами являются дифференциальное сечение

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(1 + 2 \to 3 + 4) = \frac{q}{sk}\frac{1}{64\pi^2}|F(s,t)|^2,$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\pi sk^2}|F(s,t)|^2$$

и полное сечение взаимодействия начальных частиц, которое согласно оптической теореме выражается через мнимую часть амплитуды упругого рассеяния на нулевой угол:

$$\sigma_t = \frac{1}{2k\sqrt{s}}\,\mathrm{Im}\,F(s,t=0) = \frac{1}{4ik\sqrt{s}}[F(s + i\varepsilon) - F(s - i\varepsilon)].$$

Аналитические свойства амплитуды как функции комплексных переменных играют чрезвычайно важную роль как с точки зрения теории, так и в феноменологических построениях при анализе экспериментальных данных. Полагается, что амплитуда рассеяния является граничным значением аналитической функции мандельстамовских инвариантов, рассматриваемых как комплексные переменные, с теми и только с теми сингулярностями, которые допускаются условием унитарности. В общем случае амплитуда имеет полюсы, отвечающие стабильным (с точки зрения сильных взаимодействий) частицам, и разрезы, связанные с порогами рождения частиц в различных каналах.

Важным следствием аналитических и симметрийных свойств относительно пространственно-временных отражений и замены частиц на античастицы является соотношение между амплитудами различных процессов рассеяния, которое получило название «кроссинг». В частности, шесть

процессов, которые отличаются перестановкой частиц или заменой частиц на античастицы

$$1+2\to 3+4, \qquad \bar{3}+\bar{4}\to\bar{1}+\bar{2},$$
$$1+\bar{3}\to\bar{2}+4, \qquad 2+\bar{4}\to\bar{1}+3,$$
$$1+\bar{4}\to\bar{2}+3, \qquad 2+\bar{3}\to\bar{1}+4,$$

будут описываться одной и той же амплитудой, но с разными физическими областями переменных s, u и t. (Напомним, что мы рассматриваем упрощенную ситуацию, считая нуклоны бесспиновыми. Усложнения, связанные с учетом спина, подробно изложены в [15].)

3.2. Асимптотические ограничения. Амплитуда является полиномиально ограниченной функцией всех своих переменных и удовлетворяет дисперсионным соотношениям по одной и двум переменным. Эти свойства позволили строго доказать известное ограничение Фруассара на асимптотическое поведение полного сечения взаимодействия

$$\sigma_t(s) \le \frac{\pi}{m_\pi^2}\ln^2 s. \tag{3.2}$$

Важную роль в теории и феноменологических приложениях играет теорема Померанчука, которая устанавливает соотношение между сечениями взаимодействия частиц и античастиц:

$$\frac{\sigma_t^{\bar{A}B}(s)}{\sigma_t^{AB}(s)} \underset{s\to\infty}{\longrightarrow} 1.$$

При некоторых дополнительных предположениях (не доказанных строго) аналогичное соотношение выполняется для дифференциальных сечений (теорема Корнелла — Мартена):

$$\frac{d\sigma}{dt}(\bar{A}B) \Big/ \frac{d\sigma}{dt}(AB) \underset{s\to\infty}{\longrightarrow} 1.$$

Теорема Оберсона — Киношиты — Мартена. Если полное сечение при $s\to\infty$ растет пропорционально $\ln^2 s$, то

$$\frac{\mathrm{Im}F(s,t)}{\mathrm{Im}F(s,0)} \to \phi(\tau), \qquad \frac{\mathrm{Re}F(s,t)}{\mathrm{Re}F(s,0)} \to \frac{d}{d\tau}(\tau\,\phi(\tau)),$$

где

$$\tau = -t\ln^2 s.$$

3.3. Модель полюсов Редже. Метод комплексных угловых моментов исходит из возможности разложения амплитуды в ряд по парциальным амплитудам:

$$F(s,t) = 16\pi \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)\, F_l(t)\, P_l(z), \tag{3.3}$$

где $P_l(z)$ — полином Лежандра, а $z = 1 + 2s/(t - 4m^2)$.

Предположим, что $F_l(t)$ имеет полюс в j-плоскости, положение которого зависит от t:

$$F_l(t) \simeq \frac{\beta(t)}{l - \alpha(t)} \quad \text{при } l \approx \alpha(t).$$

Такое предположение находит обоснование в теории потенциального рассеяния, а в сильных взаимодействиях оправдывается прежде всего экспериментальными данными. Этот полюс называется полюсом Редже или реджеоном, а функция $\alpha(t)$ — его траекторией. Используя условие унитарности, можно показать, что вычет для амплитуды процесса $1 + 1 \to 3 + 4$ представляется в факторизованной форме

$$\beta(t) \sim \beta_{13}(t)\, \beta_{34}(t).$$

Это позволяет изобразить вклад полюса Редже в амплитуду $F_R(s,t)$ при $s \to \infty$:

$$F_R(s,t) \sim \beta_{13}(t)\, \beta_{34}(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha(t)} \frac{1 + \xi\, e^{-i\pi\alpha(t)}}{-\sin \pi\, \alpha(t)}, \tag{3.4}$$

где ξ — сигнатура реджеона, в виде диаграммы (см. рис.6).

Опуская множество интересных и нетривиальных свойств полюсов Редже (аналитические и асимптотические свойства траекторий $\alpha(t)$), их связь с резонансами, систематику по квантовым числам и т.п. (все это подробно изложено в [15]), остановимся на реджеонах, которые дают основной вклад в процессы упругого нуклон-нуклонного рассеяния при высоких энергиях.

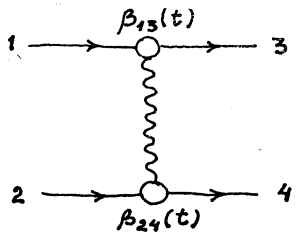


Рис. 6. Диаграмма с обменом полюсом Редже

Согласно оптической теореме и выражению (3.4) вклад реджеона в полное сечение степенным образом зависит от энергии

$$\sigma_t(s) \sim s^{\alpha(0)-1}.$$

С увеличением s в амплитуде «выживают» реджеоны, имеющие наибольший интерсепт. Из ограничения Фруассара (3.2) следует, что

$$\alpha(0) \leq 1.$$

Первоначально помероном назывался простой полюс Редже с единичным интерсептом $\alpha(0) = 1$. Такой померон обеспечивал асимптотическое постоянство полных сечений. Однако в настоящее время под влиянием экспериментальных данных и результатов пертурбативных вычислений в рамках КХД сложилось мнение, что померон — значительно более сложный объект (позднее мы вернемся к обсуждению этого вопроса). Померон имеет вакуумные квантовые числа, положительные сигнатуру $\xi = +1$ и C-четность, $C = +1$, его вклад в амплитуду при малых $|t|$ преимущественно мнимый. Что касается траектории $\alpha_P(t)$, то экспериментальные данные о рассеянии адронов хорошо описываются в предположении

$$\alpha_P(t) = \alpha_P(0) + \alpha'_P t.$$

В то же время из теории следует, что $\alpha_P(t)$ имеет точку ветвления при $t = 4m_\pi^2$ и не является, строго говоря, линейной функцией t. В соответствии с современными представлениями померон «составлен» из глюонов с возможной примесью кварк-антикварковых состояний.

Аналогичную природу должен иметь гипотетический партнер померона по C-четности и сигнатуре — оддерон. Он дает в основном вещественный вклад в амплитуду, т.к. имеет $\xi = -1$.

Следующие по важности и величине вклада в амплитуды упругого рассеяния — это f- и ω-реджеоны. Они, как и другие вторичные реджеоны, построены из кварк-антикварковых состояний, имеют, соответственно, положительную и отрицательную сигнатуры, интерсепты $\alpha_f(0) \gtrsim 1/2$, $\alpha_\omega(0) \lesssim 1/2$.

При небольших энергиях в сечениях взаимодействия адронов заметны вклады ρ- и A_2-реджеонов. Их учет существен при совместном изучении процессов с участием протонов, нейтронов, π- и K-мезонов.

3.4. Представление принципиального параметра. Очень удобным для исследования и построения высокоэнергетических моделей взаимодействия адронов является метод прицельных амплитуд. Разложив амплитуду в ряд по парциальным амплитудам s-, а не t-канала (как это сделано в (3.3)), используя связь прицельного параметра b и углового момента l

$$bk = l + 1/2,$$

а также асимптотическое свойство полинома Лежандра при больших l

$$P_l(\cos\theta_s) \simeq J_0[(2l+1)\sin\theta/2] = J_0\left[\left(l+\frac{1}{2}\right)\frac{\sqrt{-t}}{k}\right] \simeq J_0(b\sqrt{-t}),$$

легко получить новое представление для амплитуды рассеяния, справедливое при больших s:

$$F(s,t) = 8\pi s\int_0^\infty H(b,s)J_0(b\sqrt{-t})bdb = 4s\int_0^\infty H(b,s)\,e^{-i\,\mathbf{qb}}d^2b,$$

где $q^2 = -t$. Функция $H(s,b)$ называется прицельной амплитудой. Условие унитарности для прицельной амплитуды приобретает простой алгебраический вид

$$\operatorname{Im} H(s,b) = |H(s,b)|^2 + G_{\text{in}}(s,b), \tag{3.6}$$

где функция $G_{\text{in}}(b,s)$ описывает вклады неупругих процессов. Полное, упругое и неупругое сечения выражаются через прицельные амплитуды следующим образом:

$$\sigma_t(s) = 8\pi\int_0^\infty \operatorname{Im} H(s,b)bdb, \tag{3.7}$$

$$\sigma_{\text{el}}(s) = 8\pi\int_0^\infty |H(s,b)|^2 bdb, \tag{3.8}$$

$$\sigma_{\text{in}}(s) = 8\pi\int_0^\infty G_{\text{in}}(s,b)bdb. \tag{3.9}$$

3.5. Унитарность. История развития представлений о померона, которая насчитывает уже более 30 лет, — это история того, как под влиянием все новых экспериментальных данных при все более высоких энергиях модифицировались как затравочная сингулярность, так и схема ее унитаризации. В 60-е годы считалось, что полные сечения взаимодействия адронов стремятся при увеличении энергии к постоянным пределам. Доминировало мнение, что померон — это простой полюс в плоскости углового момента. Многопомеронные ветвления, которые, согласно реджеонной диаграммной технике, должны быть добавлены к померону, вымирают с увеличением энергии. Однако эта замечательная по своей простоте и красоте картина (так называемый вариант слабой связи в теории померона) оказалась в конфликте с экспериментальными данными. Обнаруженный в Серпухове и подтвержденный позднее в ЦЕРН рост полных сечений вынудил отказаться от померона как простого полюса с траекторией единичного интерсепта.

Приблизительно в это же время была сформулирована квантовая хромодинамика, которая, претендуя на роль теории сильных взаимодействий, не могла обойти вниманием померон. Наиболее существенным результатом большой работы по исследованию глюонных диаграмм (инициированной Л.Н.Липатовым с сотрудниками) является то, что померон в КХД — это сингулярность или набор сингулярностей амплитуды, расположенный в j-плоскости правее единицы. Конкретно вычисления показали, что [16]:

$$\alpha(0) - 1 = 12 \frac{\alpha_s}{\pi} \ln 2.$$

Однако такой померон, которому соответствуют лестничного типа глюонные диаграммы, очевидно, нарушает, начиная с некоторых энергий, условие унитарности и ограничение Фруассара. Следовательно, он должен быть каким-то образом унитаризован.

С другой стороны, померон с интерсептом больше единицы ранее рассматривался как одна из возможностей объяснить наблюдаемый рост полных сечений. При достаточно общих и очевидных предположениях в рамках реджеонной диаграммной техники было показано, что суммирование многопомеронных обменов восстанавливает корректное асимптотическое поведение амплитуды. При этом выяснилось, что в зависимости от значений затравочных интерсепта и трехпомеронной константы взаимодействия и их соотношения возможны различные асимптотические режимы упругого взаимодействия адронов с растущим полным сечением, а именно

$$\sigma_t(s) \sim (\ln s)^{\gamma}, \quad 0 < \gamma \leq 2.$$

Разнообразные подходы к проблеме унитаризации померона можно до некоторой степени условно объединить в три направления.

1. Померон в КХД. Основная трудность связана с исследованием померонного вклада в мягкой кинематической области. Требуется просуммировать поправки к липатовскому померону, которые обусловлены взаимодействием этих лестниц, т.е. учесть многопомеронное взаимодействие. В настоящее время надежды на успех в этой деятельности связаны с вычислениями вклада померона в структурные функции глубоконеупругого рассеяния лептонов на адронах $F_2(x,Q^2)$. Несмотря на заметный прогресс в вычислениях при больших x и Q^2, значительные трудности возникают при переходе именно в мягкую кинематическую область. Вполне вероятно, что задача унитаризации померона существенно непертурбативна. Возможно, она связана не только с суммированием обменов лестницами и их взаимодействием, но и с учетом диаграмм, не сводящихся к лестничным, а также с решением задачи конфайнмента кварков и глюонов внутри адрона.

2. Второе направление более феноменологическое и существенно опирается на общие принципы унитарности и аналитичности, а также на пертурбативные результаты КХД. Важным и необходимым ориентиром при этом являются экспериментальные данные о свойствах различных сечений. Остановимся на этом более подробно.

Положим, что вклад затравочного померона в амплитуду упругого рассеяния адронов есть $f(s,t)$. Унитаризованная амплитуда (не унитарная, но и не нарушающая унитарные ограничения

$$\operatorname{Im} H(s,b) \geq 0, \quad |H(s,b) \leq 1 \tag{3.10}$$

для прицельной амплитуды) может быть построена как сумма s-канальных перерассеяний следующим образом. Унитаризованная прицельная амплитуда представляется в виде ряда

$$H(s,b) = \frac{1}{2in} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G(n)}{n!} [2ih(s,b)]^n, \tag{3.11}$$

где $h(s,b)$ — затравочная прицельная амплитуда, связанная с $f(s,t)$-преобразованием (3.5). Функция $G(n)$ определяется амплитудами взаимодействия двух адронов с n померонами. В то же время конкретный выбор зависимости $G(n)$ от n задает способ унитаризации. Так, если $G(n) = C^{n-1}$, амплитуда унитаризуется квазиэйкональным способом. При $C = 1$ (3.11) совпадает с эйкональным представлением

$$H(s,b) = \frac{e^{2ih(s,b)} - 1}{2i}, \tag{3.12}$$

где затравочная прицельная амплитуда $h(s,b)$ играет роль комплексной фазы. Если же $G(n) = n!C^{n-1}$, то (3.11) описывает обобщенную u-матричную унитаризацию, а при $C = 1/2$ совпадает с оригинальной моделью u-матрицы [1, Саврин В.И. и др.]:

$$H(s,b) = \frac{h(s,b)}{1 - ih(s,b)}.$$

3. Многие модели конструируются таким образом, чтобы первоначально (по построению) не противоречить указанным ограничениям. Примером может служить модель максимальных померона и оддерона (она подробно рассмотрена далее), а также модель дипольного померона с интерсептом $\alpha_P(0) = 1$ (см. ниже).

3.6. Померон и оддерон при сверхвысоких энергиях. Как будет видно из следующего раздела, экспериментальные данные часто описываются в моделях с сверхкритическими померономи и оддероном. Мы уже говорили, что они нарушают унитарность при сверхвысоких энергиях, поэтому долж-

ны быть унитаризованы. Естественно, возникает вопрос, что представляют собой померон и оддерон при асимптотических энергиях?

При обсуждении этого вопроса мы не будем касаться квантовой хромодинамики, т.к. работа по исследованию поправок к липатовским померону и оддерону не завершена. Что-либо определенное об унитарных померо не и оддероне в КХД пока сказать нельзя.

Поскольку при сверхвысоких энергиях вклады вторичных реджеонов в амплитуды упругого рассеяния исчезают, померон (P_0) и оддерон (O_0) должны пониматься как кроссинг-четная и кроссинг-нечетная компоненты амплитуды. В итерационных моделях их свойства зависят от двух обстоятельств: во-первых, от вида затравочных померона (P_0) и оддерона (O_0), во-вторых, от процедуры унитаризации, поскольку последняя имеет модельный характер. Тем не менее удается установить некоторые факты и ограничения, не зависящие от деталей унитаризации.

Так, в работах [17, 18] на основании условия унитарности было показано, что в моделях затравочных сверхкритических (с интерсептами больше единицы) померона и оддерона

$$\alpha_-(0) \le \alpha_+(0), \quad \alpha'_-(0) \le \alpha'_+(0)$$

(индексами +, – отмечены, соответственно, померон и оддерон). Этот вывод справедлив для любого из рассмотренных выше способов s-канальной унитаризации, а не только для линейных траекторий P_0 и O_0. При этом

$$\left|\frac{F_-(s,0)}{F_+(s,0)}\right| \to 0, \quad s \to \infty.$$

Другие выводы зависят от того, вырождены ($\alpha_+(0) = \alpha_-(0)$, $\alpha'_-(0) = \alpha'_+(0)$) или нет траектории P_0 и O_0.

Для невырожденных P_0 и O_0 кроссинг-нечетные эффекты исчезают степенным образом с ростом энергии [18], при этом, если траектории P_0 и O_0 вырождены, то возможна ситуация, когда

$$\Delta\sigma = \sigma_t^{\bar{p}p} - \sigma_t^{pp} \to \text{const}, \quad \rho_{\bar{p}p} \to -\rho_{pp} \to \text{const},$$

а дифференциальные сечения pp- и $\bar{p}p$-рассеяния могут различаться при фиксированных t и $s \to \infty$.

В модели дипольных померона и оддерона с траекториями единичного интерсепта, унитаризованной квазиэйкональным методом [19], асимптотика амплитуд определяется параметрами O_0, а не P_0. Поскольку при достигнутых энергиях вклад P_0 в амплитуды доминирует, следует ожидать, что при

некоторых больших энергиях могут наблюдаться сильная интерференция померона и оддерона и, как следствие, большие различия в pp- и $\bar{p}p$-взаимодействиях.

Заключая этот раздел, хотим подчеркнуть, что задача унитаризации померона и оддерона остается чрезвычайно актуальной и важной. По-видимому, даже более остро она проявилась при изучении структурных функций в глубоконеупругом рассеянии. В настоящее время в этой проблеме существует больше вопросов, чем ответов, а значит, имеются хорошие возможности для новых исследований.

3.7. Полные сечения и модели померона. Прежде чем перейти к обзору моделей амплитуд упругого рассеяния, вернемся к экспериментальным данным о полных сечениях и отношениях реальной части амплитуды к мнимой и приведем результаты сравнительного анализа нескольких моделей амплитуд рассеяния на нулевой угол [20].

Амплитуды pp- и $\bar{p}p$-рассеяния были представлены в виде

$$A_{pp}^{\bar{p}p}(s,0) = P(s) + f(s) \pm \omega(s), \tag{3.13}$$

где $f(s)$ и $\omega(s)$ — вклады f- и ω-реджеонов:

$$R(s) = \eta_R(\tilde{s})^{\alpha_R(0)-1}, \quad \tilde{s} = -is/s_0, \quad s_0 = 1 \text{ ГэВ}^2,$$

$$R = f, \omega, \quad \eta_f = i, \quad \eta_\omega = 1.$$

Для померона $P(s)$ были рассмотрены четыре известные модели:

$$P_1(s) = i(p_1 + p_2 \tilde{s}^{\varepsilon}), \tag{3.14}$$

$$P_2(s) = i(p_1 + p_2 \ln \tilde{s}), \tag{3.15}$$

$$P_3(s) = i(p_1 + p_2 \ln \tilde{s} + p_3 \ln^2 \tilde{s}), \tag{3.16}$$

$$P_4(s) = i(p_1 + p_2 \ln^{\gamma} \tilde{s}). \tag{3.17}$$

Параметры определялись из сравнения с данными о σ_t и ρ при $\sqrt{s} \geq 5$ ГэВ.

Сделаны следующие выводы:

1. Обменное вырождение f- и ω-траекторий сильно нарушено. Подгонки с $\alpha_f \neq \alpha_\omega$ существенно лучше тех, где полагается $\alpha_f = \alpha_\omega$.

2. Использование выражения (3.14) с $p_1 \neq 0$ заметно уменьшает χ^2, при этом величина $\varepsilon = 0{,}0024$, что намного меньше $\varepsilon = 0{,}08$ и полученного в модели (2.2) с $p_1 = 0$ и $\alpha_f = \alpha_\omega$ [6].

3. Различие χ^2 в моделях (3.14)÷(3.17) составляет не более 0,5%, но значения параметров таковы, что для $\sqrt{s} > 10^5$ ГэВ выражения (3.14)–(3.16) практически сводятся к (3.15).

4. Минимальное значение χ^2 достигается в модели (3.17) с $\gamma = 0{,}407$.

Эти же модели использовались для совместного описания десяти процессов нуклон-нуклонных и мезон-нуклонных взаимодействий [21]. Были учтены вклады ρ- и A_2-реджеонов. Перечисленные выше выводы подтвердились.

Таким образом, в настоящее время нет веских оснований утверждать, что наблюдается фруассаровский или даже более быстрый рост полных сечений, хотя они и не противоречат существующим экспериментальным данным.

4. МОДЕЛИ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ

4.1. Модель быстрого роста. Введем комбинацию четных и нечетных по отношению к кроссингу амплитуд рассеяния

$$F_{pp} = F^{(+)} + F^{(-)},$$

$$F_{\bar{p}p} = F^{(+)} - F^{(-)},$$

каждое из которых разобьем на два слагаемых

$$F^{(\pm)} = F^{(\pm)}_{AS} + F^{(\pm)}_{N}$$

— асимптотическое (AS) и неасимптотическое (N). Следуя работам [22], определим эти амплитуды при $t = 0$, $s \to \infty$:

$$F^{(+)}_{AS} \to isF_1[\ln(s\, e^{-i\pi/2})]^2 = sF_1(i \ln^2 s + \pi \ln s),$$

$$F^{(-)}_{AS} \to sO_1[\ln(s\, e^{i\pi/2})]^2 = sO_1(-i\pi \ln s + \ln^2 s), \qquad (4.1)$$

где F_1 и O_1 — константы. Четная амплитуда называется померoном, а нечетная — оддероном. Зависимость от t авторы восстанавливают на основе теоремы Оберсона—Киношиты—Мартена, согласно которой (см. разд.3)

$$F^{(+)}(s,t) \to F^{(+)}(s,0)g^{(+)}(\tau),$$

$$F^{(-)}(s,t) \to F^{(-)}(s,0)g^{(-)}(\tau), \qquad (4.2)$$

где $g^{(\pm)}$ — целая функция порядка 1/2 по τ^2, а τ — масштабная переменная:

$$\tau = t \ln^2 s.$$

Для построения явного выражения для амплитуды рассеяния удобно перейти в комплексную плоскость углового момента J. Поведение (4.1) соответствует вкладу трехкратного и двухкратного полюсов в парциальной амплитуде при $t = 0$

$$f^{(+)}(J,t) = \frac{\beta^{(+)}(J,t)}{[(J-1)^2 - tR_+^2]^{3/2}},$$

$$f^{(-)}(J,t) = \frac{\beta^{(-)}(J,t)}{[(J-1)^2 - tR_-^2]},$$

где $R_\pm$ — действительные положительные константы.

Предполагается, что функции $\beta^\pm$ слабо зависят от J и экспоненциальным образом от t:

$$\beta^{(+)}(J,t) = \beta_0(t) + (J-1)\,\beta_1(t) + (J-1)^2\,\beta_2(t),$$

$$\beta^{(-)}(J,t) = \beta_0(t) + (J-1)\,\beta_1(t).$$

С помощью обратного преобразования Меллина получаем

$$\frac{1}{is} F_{AS}^{(+)}(s,t) = F_1 \ln^2 \tilde{s}\, \frac{2J_1(R_+\tilde{\tau})}{R_+\tilde{\tau}}\, e^{b_1^{(+)}t} + F_2 \ln \tilde{s} J_0(R_+\tilde{\tau})\, e^{b_2^{(+)}t} +$$

$$+ F_3[J_0(R_+\tilde{\tau}) - R_+\tilde{\tau} J_1(R_+\tilde{\tau})\, e^{b_3^{(+)}t},$$

$$\frac{1}{s} F_{AS}^{(-)}(s,t) = O_1 \ln^2 \tilde{s}\, \frac{\sin(R_-\tilde{\tau})}{R_-\tilde{\tau}}\, e^{b_1^{(-)}t} + O_2 \ln \tilde{s} \cos(R_-\tilde{\tau})\, e^{b_2^{(-)}t} + O_3\, e^{b_3^{(-)}t},$$

где J_i — функции Бесселя, а F_i, O_i, b_i, $b^{(\pm)}$, s_0, t_0 — константы.

Неасимптотические реджевские вклады (померон, двухпомеронный разрез PP, реджеоны R и разрезы RP, а также оддерон и соответствующий разрез OP) выбирались в виде

$$F_P^{(+)}(s,t) = C_P\, e^{\beta_P t}\left[i - \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi \alpha_P(t)}{2} \right)\right] s^{\alpha_P(t)},$$

$$F_{PP}^{(+)}(s,t) = C_{PP}\, e^{\beta_{PP} t}\left[i \sin\left(\frac{\pi\, \alpha_{PP}(t)}{2} \right) - \cos\left(\frac{\pi\, \alpha_{PP}(t)}{2} \right) \right] \frac{s^{\alpha_P(t)}}{\ln\left(s\, e^{-\frac{i\pi}{2}} \right)},$$

$$\alpha_P(t) = 1 + \alpha'_P\, t, \quad \alpha_{PP}(t) = 1 + \frac{\alpha'_{PP}\, t}{2},$$

$$F_R^{(\pm)}(s,t) = \pm C_R^{(\pm)} \gamma_R^{(\pm)}\, e^{\beta_R^{(\pm)} t} \left[i \mp \begin{matrix} \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi\, \alpha_R^{(+)}(t)}{2} \right) \\ \operatorname{tg}\left(\frac{\pi\, \alpha_R^{(-)}(t)}{2} \right) \end{matrix} \right] s^{\alpha_R^{(\pm)}(t)},$$

$$F_{RP}^{(\pm)}(s,t) = t^2 C_{RP}^{(\pm)}\, e^{\beta_{RP}^{(\pm)}} \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix} \left[\sin\left(\frac{\pi\, \alpha_{RP}^{(\pm)}(t)}{2} \right) + i \cos\left(\frac{\pi\, \alpha_{RP}^{(\pm)}(t)}{2} \right) \right] \frac{s^{\alpha_{RP}^{(\pm)}(t)}}{\ln(s\, e^{-i\,\pi/2})},$$

$$F_O^{(-)}(s,t) = C_O\, e^{\beta_O t} \left[i + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi\, \alpha_O(t)}{2} \right) \right] s^{\alpha_O(t)} (1 + \alpha_O(t))(1 - \alpha_O(t)),$$

$$F_{OP}^{(-)}(s,t) = C_{OP}\, e^{\beta_{OP}} \left[\sin\left(\frac{\pi\, \alpha_{OP}(t)}{2} \right) + i \cos\left(\frac{\pi\, \alpha_{OP}(t)}{2} \right) \right] \frac{s^{\alpha_{OP}(t)}}{\ln(s\, e^{-i\,\pi\,\alpha/2})}.$$

В итоге получается довольно громоздкая модель с большим числом (38) свободных параметров. Такова цена, которую приходится платить за достаточно хорошее описание экспериментальных данных.

4.2. Модель Доннаки—Ландсхофа. Эта модель основана на следующих предположениях.

1. Померон — простой полюс с интерсептом $\alpha(0) > 1$. Значение $\varepsilon = \alpha(0) - 1$ обеспечивает наблюдаемый рост сечений, при этом, однако, сечение остается ниже границы Фруассара с большим запасом, что избавляет авторов от необходимости процедуры унитаризации до энергий, далеко выходящих за пределы возможностей будущих поколений ускорителей.

2. Двухпомеронный обмен (перерассеяние) вводится для обеспечения дифракционной структуры в сечении (провал). Расположение этого провала корректируется дополнительным свободным параметром, возникновение которого можно связывать с эффективным учетом многократных перерассеяний.

3. Померон связывается с каждым кварком сталкивающихся нуклонов как изоскалярный фотон.

4. В области больших $|t|$ существен также вклад трех глюонов, C-нечетный, как и вклад оддерона.

5. В области низких и промежуточных энергий поведение амплитуды рассеяния определяется стандартным вкладом вторичных реджеонов.

4.3. Мультипольный померон. Исторически этот подход основан на предположении о выделенной роли двукратного полюса Померанчука (дипольный померон (ДП) [24—27]). Использование, наряду с простым полюсом, диполя — в некотором смысле альтернатива модели с простым полюсом с интерсептом больше единицы в том смысле, что обе модели обеспечивают рост сечений и положительную действительную часть амплитуды рассеяния вперед, как этого требуют экспериментальные данные. Есть, однако, и существенная разница: диполь, в отличие от простого «сверхкритичного» померона, не нарушает границу Фруассара (унитарность). Диполь с линейной траекторией обладает еще одним привлекательным свойством — геометрическим скейлингом (и возможностями его нарушения). В рамках стандартной реджистики максимальная кратность полюса, допустимая унитарностью, равна двум, причем в дипольной модели сечения растут логарифмически. Полюса более высокой кратности повышают степень логарифма, однако скорость сужения конуса в реджистике не меняется, оставаясь логарифмической, что уже в случае триполя приводит к неравенству $\sigma_t > B$, противоречащему унитарности.

Умеренный рост сечений и приближенный геометрический скейлинг, наблюдаемые при $10 \gtrsim \sqrt{s} \lesssim 100$ ГэВ, делают модель ДП [24—27] привлекательной для описания дифракционных явлений в области энергий ускорителей ISR—SPS.

Остается открытым вопрос о том, является ли ДП всего лишь простой и удобной параметризацией, отражающей свойства дифракции в ограниченной области энергий, или же в нем есть более глубокий смысл.

В простейшем рассмотрении при $t = 0$ вклад диполя можно отождествить со вторым членом разложения в ряд по степеням «сверхкритичного» померона:

$$s^{\varepsilon} \simeq 1 + \varepsilon \ln s + \ldots .$$

Если параметр ε мал, скажем, $\varepsilon \lesssim 0,1$, как в модели Доннаки—Ландсхофа (см. [6,23]), то в области энергий действующих ускорителей можно пренебречь вкладом членов выше линейного по $\ln s$, и в этом смысле модель ДП близка модели Доннаки—Ландсхофа (их можно назвать моделями умеренного роста, в отличие от моделей быстрого или фруассаровского роста). (Параметр ε, определенный независимо в работах [6,23] и [24—27], оказался близким по величине и намного меньше популярного значения $\varepsilon \geq 0,3$, полученного из пертурбативной КХД.)

Мультипольная модель приобретает более глубокий смысл при включении второй переменной — t или (на реджевском языке) определении явного вида вычета. При этом отнюдь не очевидно, что соответствующий ряд является степенным разложением по параметру, как это имело место в приведенном выше простейшем примере, скорее, наоборот, как это было обнаружено на примере модели ДП, воспроизводящем появление и движение дифракционного минимума в области энергий ускорителей ISR и SPS.

Вообще говоря, вычеты при полюсах различной кратности являются произвольными функциями, не связанными между собой. Для того, чтобы модель приобрела предсказательную силу, необходимы дополнительные соображения, ограничивающие произвол в t-зависимости.

Ряд теории перерассеяния Глаубера—Ситенко является известным примером из этой области, однако сравнение с экспериментальными данными говорит о том, что этот ряд приводит лишь к качественному согласию (появление многих минимумов в дифференциальном сечении), но требует корректировки (как это делается, например, в модели Доннаки—Ландсхофа) для количественного согласия с данными (положение, движение и заполнение дифракционных минимумов). Возможно, в этом заключается различие между дифракцией адронов и ядер — явлений, в общем-то, во многом схожих.

Такая связь удачным образом была найдена в работе для комбинации простого полюса и диполя. В дальнейшем эта модель развивалась и усовершенствовалась (см. [26,27] и цитированную литературу), однако ее суть, связанная с простым и эффективным механизмом дифракционного минимума, сохранилась и, по-видимому, еще послужит в качестве «минимальной модели» дифракции адронов.

Модель ДП основана на предположениях [24] о том, что зависимость в реджевском вычете входит только через траекторию, а также на простой (интегральной) связи между вычетами, к изложению которой мы переходим.

Предполагается, что померон определяется вкладом изолированного полюса второго порядка в плоскости углового момента

$$a(J,t)=\frac{\beta(J,t)}{[J-\alpha(t)]^2}=\frac{d}{d\alpha}\,\frac{\beta(J)}{J-\alpha(t)},$$

где функция $\beta(J)$ не зависит от t (эта зависимость, согласно дуальным моделям, полностью содержится в траектории). Выполнив преобразование Зоммерфельда—Ватсона, получим следующее выражение для упругой амплитуды рассеяния:

$$F(s,t)=\frac{d}{d\alpha}\,[e^{-i\pi\alpha/2}G(\alpha)(s/s_0)^{\alpha}]=e^{-i\pi\alpha/2}(s/s_0)^{\alpha}[G'+(L-i\pi/2)G],\quad L\equiv\ln\frac{s}{s_0}. \tag{4.3}$$

Вычеты G и G' — пока произвольные функции. Они будут определены ниже. Замечая, что первое слагаемое в (4.3) (без логарифма) имеет смысл простого полюса, естественно связать вычет с формой дифракционного конуса, т.е.

$$G'(\alpha - 1) = A \exp[b(\alpha - 1)]. \tag{4.4}$$

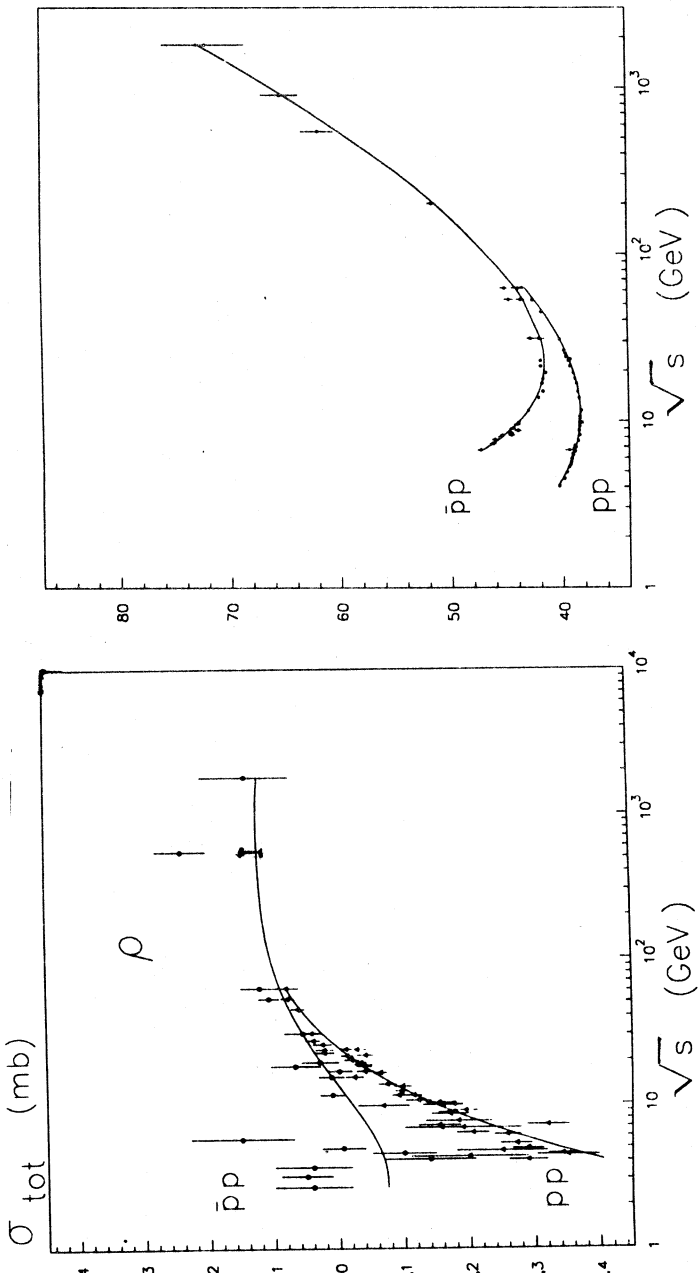
Тогда G находится путем интегрирования:

$$G(\alpha - 1) = A\,[\exp[b(\alpha - 1)]]/b - \gamma],$$

где γ — произвольная константа. Этот простой, но нетривиальный шаг, связанный с определением вычетов, является существенным для построения модели и имеет принципиальное значение для встроенного в нее механизма дифракционного минимума. В принципе в качестве «исходной» можно было бы задать функцию G, затем G' найти путем дифференцирования, однако таким путем мы бы не получили, как в этом легко убедиться, простой и эффективный механизм провала. А суть модели именно в том, что, помимо роста сечений, наличия действительной части в амплитуде рассеяния вперед (при единичном интерсепте траектории), модель приводит к появлению в дифференциальном сечении плеча, эволюционирующего с ростом энергий в углубляющийся и движущийся в сторону малых $|t|$ провал — в соответствии с картиной, наблюдаемой в упругом рассеянии адронов вплоть до энергий ускорителя SPS. Отметим еще, что обсуждаемый механизм провала в модели ДП не зависит от формы траекторий.

Детальное сравнение модели ДП с данными о pp- и $\bar{p}p$-рассеянии проводилось в целом ряде работ [28—32]. При этом включался стандартный набор вторичных реджеонов, и основное внимание уделялось роли померона (и оддерона). Наличие в модели ДП механизма дифракционного минимума (на «борновском уровне», т.е. без вычисления поправок на перерассеяние) делает эту модель особенно привлекательной с практической точки зрения (при процедуре минимизации), избавляя нас от необходимости вычисления двойного интегрального преобразования Фурье—Бесселя. Характерные результаты подгонок показаны на рис.7.

В целом эти подгонки по экономности и точности превосходят другие модели упругой дифракции. Модель ДП не нарушает явным образом унитарности, тем не менее процедура унитаризации для нее представляет смысл, и она была проведена в рамках так называемого U-матричного подхода, являющегося альтернативным эйкональному. В U-матричном подходе унитаризованная амплитуда в представлении прицельного параметра записывается в виде [1, Саврин В.И. и др.]:


σ tot (mb)
ρ
p̄p
pp
√s (GeV)
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
1
10
10²
10³
10⁴
80
70
60
50
40

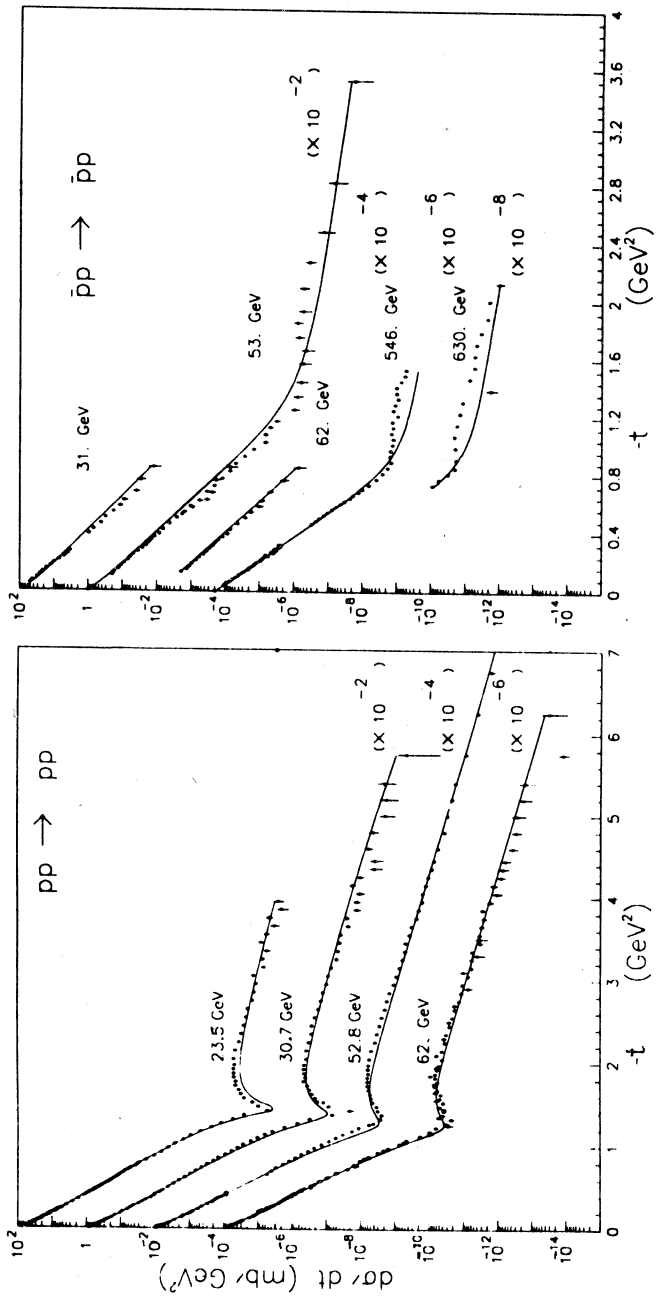


Рис. 7. Результаты вычислений сечений в модели ДП

$$T(\rho,s)=\frac{u(\rho,s)}{1-iu(\rho,s)},$$

u-матрица выбиралась в виде

$$u(\rho,s)=\frac{i\sigma_0}{16\pi\,\alpha' b}\sum_{i=1}^{2} c_i \exp(-\rho^2/4R_i^2), \tag{4.5}$$

соответствующем ДП (для простоты вкладом второго гауссиана в (4.5) пренебрегалось, т.е. полагалось $c_2=0$). Отсюда для полного, упругого, неупругого сечений, а также наклона дифракционного конуса было получено

$$\begin{aligned}
\sigma_t &= \frac{16\pi\,\alpha'}{\lambda}\ln(1+g)(1+\lambda L),\\
\sigma_{el} &= \frac{16\pi\,\alpha'}{\lambda}\left[\ln(1+g)-\frac{g}{1+g}\right](1+\lambda L),\\
\sigma_{in} &= \frac{16\pi\,\alpha'}{\lambda}\,\frac{g}{1+g}\,(1+\lambda L),\\
B(s,0) &= \frac{1}{8\pi}\,\frac{\Sigma}{\ln^2(1+g)}\,\sigma_t,\\
\Sigma &= g\sum_{n=0}^{\infty}(-g)^n(n+1)^{-2}.
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Замечательным свойством дипольного померона является его самовоспроизводимость по отношению к процедуре унитаризации: при единичном интерсепте (т.е., когда $g=\text{const}$) она приводит лишь к перенормировке констант. Отношение действительной к мнимой части амплитуды рассеяния в результате унитаризации вообще не меняется:

$$\frac{\operatorname{Re} T(s,0)}{\operatorname{Im} T(s,0)}=\frac{\pi\lambda}{2(1+\lambda L)}=\frac{\operatorname{Re} T_B(s,0)}{\operatorname{Im} T_B(s,0)}.$$

Важной динамической характеристикой модели является отношение упругого к полному сечению, которое в ДП после унитаризации принимает вид

$$\frac{\sigma_{el}}{\sigma_t}=1-\frac{g}{(1+g)\ln(1+g)},$$

где, напомним,

$$g = s^{\varepsilon} \frac{\sigma_0 \lambda}{16\pi \lambda'} .$$

Наблюдаемый рост отношения σ_{el}/σ_t однозначно фиксирует $\varepsilon = 0{,}06$ в данной формулировке ДП, в результате чего получается [27] «сверхкритичный» дипольный померон. Его принципиальное отличие от модели простого полюса в том, что в модели ДП рост сечений распределяется между показателем степени (интерсепт $\alpha(0)$) и логарифмическим множителем от диполя. За таким распределением стоит глубокий физический смысл, связанный с потемнением адронов и ростом их радиуса с энергией (более подробно об этом можно прочитать в [1, Саврин и др.]). Из условия унитарности (из функции перекрытия)

$$G(\rho,s) = \frac{g\, e^{-x}}{(1+g\, e^{-x})^2}, \quad x = \rho^2/(4\alpha' L)$$

и с помощью геометрических соображений модель ДП была обобщена для неупругих процессов множественного рождения [27,30]. Обсуждение этих процессов выходит за рамки данного обзора. Здесь мы отметим только, что умеренный рост сечения однократной дифракционной диссоциации, измеренного недавно на теватроне, свидетельствует в пользу модели ДП, исключая модели быстрого роста [30].

Перспективным направлением дальнейшего развития модели ДП является представление о достаточно быстро сходящемся ряде мультиполей [31,32], согласно которому, в дополнение к обсуждавшемуся выше простому и двукратному полюсу, при энергиях ближайшего поколения ускорителей может добавиться ощутимая поправка от трехкратного полюса Померанчука. Суть этого подхода в том, что вклад полюсов высшей кратности подавлен настолько, что они не нарушат унитарности в обозримом будущем (аналогичный «прагматичный» подход к условию унитарности уже обсуждался нами в связи с моделью Доннаки—Ландсхофа в разд.2). На языке диаграмм Фейнмана это означает, что нет нужды в вычислении бесконечной глюонной лестницы Липатова (реджизованный двухглюонный обмен в КХД) [16], который вследствие большого интерсепта требует унитаризации уже при нынешних энергиях. Вместо него достаточно шаг за шагом вычислять двухглюонный обмен с минимальным числом глюонов, испускаемых в прямом канале (один — для диполя, два — для триполя и т.д.). Такие вычисления были недавно выполнены в работах [31].

Изложенная перспектива может быть подтверждена следующими наблюдениями: 1) последние (по времени и энергии) точки полного сечения рассеяния, полученные на теватроне, лежат выше логарифмической экстраполяции из области более низких энергий; 2) заполнение дифракционного

минимума на теватроне трудно отнести только за счет оддерона. Возможно, это — вклад трехкратного полюса. Соответствующее обобщение модели мультипольного померона является сложной, но интересной задачей (см. [31,32]).

В заключение напомним, что реджевская модель содержит информацию только о зависимости амплитуды рассеяния от энергии. Дуальность расширила область ее предсказаний, наполнив ее идеями и ограничениями о зависимости от другой, кроссинг-симметричной переменной.

Плодотворным оказалось также использование геометрического или s-канального подхода, примеры которого мы приведем ниже, где мы обсудим также возможный синтез двух подходов.

4.4. s-канальный подход. Модель Чоу—Янга, ее обобщения и модификации. В этом подходе, инициированном работой Чоу и Янга [33], предполагается наличие у адронов структуры, описываемой распределением $\rho(x,y,z)$. Рассеяние двух адронов A и B вдоль оси рассматривается как столкновение двух дисков в системе их центра масс. Взаимодействие характеризуется прозрачностью или эйконалом:

$$\Omega(\mathbf{b}) = \int \rho_A(x,y,z)\, \rho_B(x',y',z') I_{AB}(b_x - x' + x,\, b_y - y' + y) d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{r}',$$

где I_{AB} определяет взаимодействие и в простейшем случае может быть выбрано в виде δ-функции. Тогда

$$\Omega(\mathbf{b}) = K_{AB} D_A(\mathbf{b}) \otimes D_B(\mathbf{b}),$$

где K_{AB} — константа, не зависящая от прицельного параметра и называемая параметром поглощения (абсорбции).

При высоких энергиях и малых углах рассеяния z-компонента импульса $\mathbf{q}$ пренебрежимо мала, и выражение для адронного формфактора

$$F(q^2) = \int \rho(\mathbf{r})\, e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} d^3\mathbf{r}$$

можно записать как

$$F(q^2) = \langle D(x,y) \rangle$$

или

$$\langle \Omega(\mathbf{b}) \rangle = K_{AB} F_A(q^2) F_B(q^2).$$

Чоу и Янг предположили, что распределение адронного вещества аналогично распределению электрического заряда, т.е., что они оба описываются электромагнитным формфактором

$$F_i(q^2) = \left(1 + \frac{q^2}{\mu_i^2}\right).$$

Знание эйконала позволяет вычислить амплитуду рассеяния и сечения.

Модель Чоу—Янга предсказала появление дифракционной структуры в сечениях упругого рассеяния при высоких энергиях, однако это предсказание является лишь качественным, хотя бы потому, что изначальная модель не содержала зависимости от энергии.

Различными авторами, в том числе и самими Чоу и Янгом, были предприняты попытки модификации исходной модели, прежде всего для введения в нее энергетической зависимости. Эта процедура далеко не однозначна. Среди многих возможностей отметим две, в некотором смысле диаметрально противоположные: модель факторизованного эйконала и модель геометрического скейлинга. В природе, по-видимому, в чистом виде не реализуется ни одна из этих возможностей, но обе проявляются в определенной кинематической области.

Другим важным недостатком геометрических моделей, в частности, модели Чоу и Янга, является отсутствие комплексной фазы, характерной для реджевских моделей.

К наиболее развитым, в смысле сравнения с экспериментальными данными и согласия с ними, модификациям геометрических моделей можно отнести модель Буррели, Соффера и Ву [34], в которой вклад померона определяется как

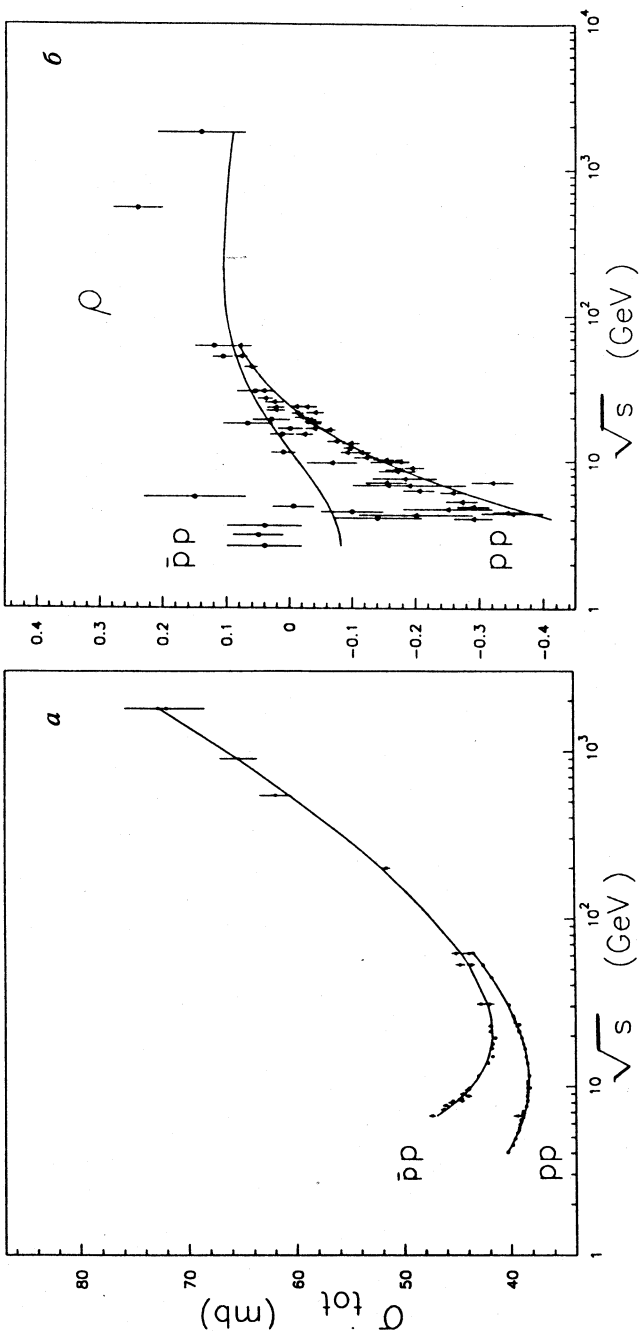
$$A_P^{(BSW)}(s,t) = csS_0(s)\left[\left(1 - \frac{t}{m_1^2}\right)\left(1 - \frac{t}{m_2^2}\right)\right]^{-2}\frac{a^2 + t}{a^2 - t},$$

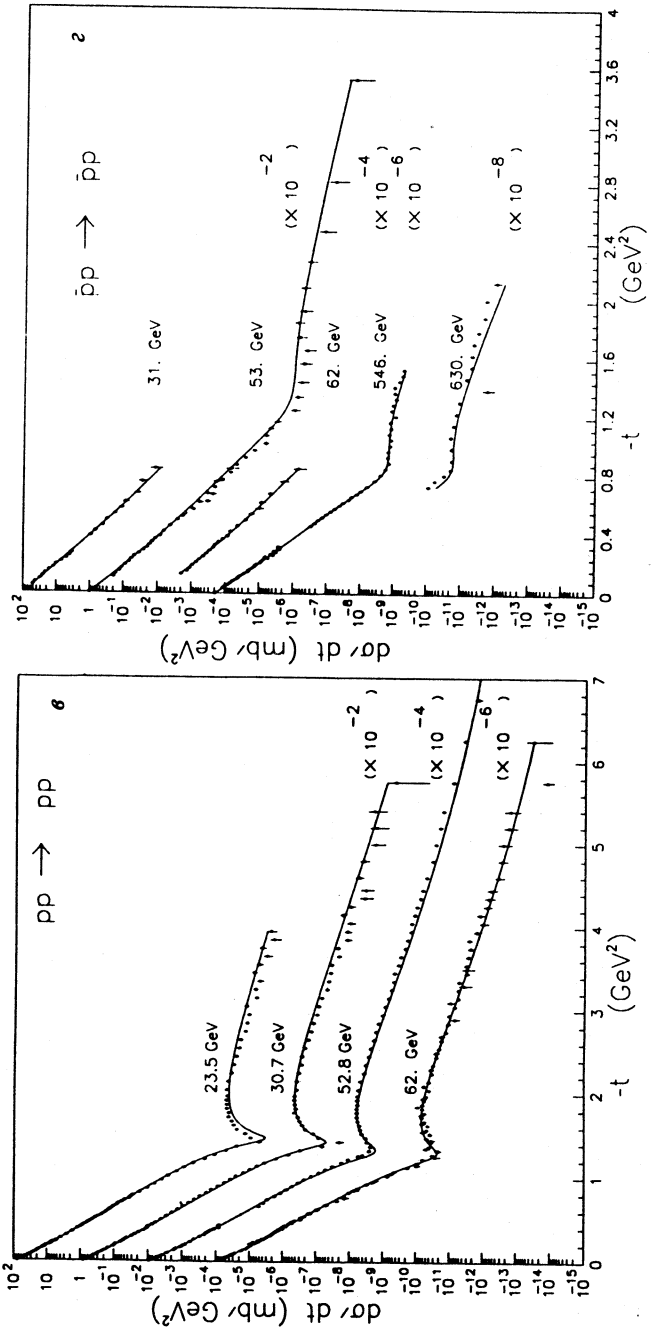
где c — константа, а $S_0(s)$ — комплексная функция:

$$S_0(s) = \frac{s^c}{(\ln s)^{c'}} + \frac{u^c}{(\ln u)^{c'}}.$$

В этой модели, в частности, формфактор является не диполем (как, например, в модели Чоу—Янга), а произведением двух простых полюсов. Модификация Буррели—Соффера—Ву представляет собой модель, в которой комплексность и энергетическая зависимость вводятся эмпирическим путем на основании сравнения с данными.

Значительный интерес представляют попытки соединения s- и t-канальных моделей, т.е. соединение достоинств реджевских (сигнатура, энергетическая зависимость) и геометрических (t-зависимость, физичность) моделей.


а
б
σ tot (mb)
ρ
p̄p
pp
√s (GeV)


pp → pp
б
23.5 GeV
30.7 GeV
52.8 GeV
62. GeV
(X 10^-2)
(X 10^-4)
(X 10^-6)
dσ/dt (mb/GeV²)
-t (GeV²)
p̄p → p̄p
г
31. GeV
53. GeV
62. GeV
546. GeV
630. GeV
(X 10^-2)
(X 10^-4)
(X 10^-6)
(X 10^-8)
dσ/dt (mb/GeV²)
-t (GeV²)

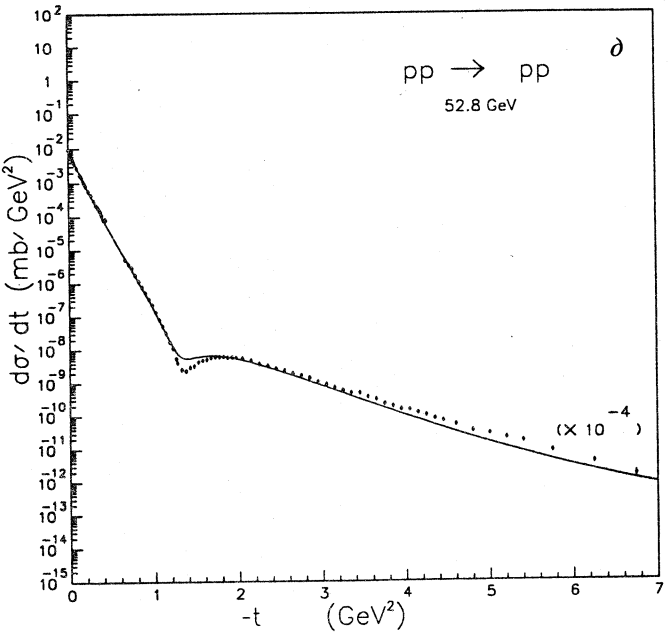


Рис. 8. Результаты вычислений сечений в модели [35]

Возможное решение этой проблемы было найдено в работах, идея которых состоит в том, что траектория Померанчука имеет вид

$$\alpha(t) = \alpha_0 - \gamma \ln(1 - \beta t),$$

при котором реджевский вычет совпадает с дипольным формфактором. Форма траектории $\alpha(t)$ отнюдь не случайна. Это простейший пример траектории, осуществляющей сшивку между областью малых и больших $|t|$. При малых — траектория почти линейна, что обеспечивает экспоненциальную форму дифракционного конуса, а при больших $|t|$ она ведет себя логарифмически, как этого требует автомодельная асимптотика дуальной модели [32].

Соответствующие вычисления и сравнение с данными были выполнены в работах [35]. Здесь мы отметим только принципиальную трудность введения в геометрическую модель реджевской сигнатуры. Это связано с вычислением интегралов Фурье—Бесселя с комплексным индексом.

Определенный таким образом вклад померона в работах был дополнен стандартным вкладом вторичных реджеонов с последующей минимизацией свободных параметров. Результаты подгонок приведены на рис.8.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В своем обзоре мы стремились обратить внимание читателя на богатство и сложность картины дифракционного рассеяния адронов, требующей построения адекватного теоретического аппарата. Существование разрыва между вычислениями в квантовой хромодинамике (ограниченными теорией возмущения) и реалистичными моделями, описывающими богатый набор данных, затрудняет прогресс в этой важной области физики высоких энергий. Следует отдавать себе отчет в том, что, как бы ни была привлекательна задача построения микроскопической теории рассеяния адронов (в рамках КХД), эта цель не оправдывает неуместного использования квантовой хромодинамики, которая останется привлекательной теорией, даже если она не найдет применения в описании мягких процессов.

Мы хотели показать также, что существует множество моделей, успешно описывающих ограниченный круг явлений дифракционного рассеяния адронов, например, структуру дифференциального сечения при одной заданной энергии, однако круг успешных моделей быстро сужается при проверке их в более широкой кинематической области. Это дает возможность критической оценки и отбора жизнеспособных моделей и теоретических идей.

Мы сознательно ограничились небольшим кругом вопросов — упругим дифракционным рассеянием протонов и антипротонов. Мы надеемся, что затронутые проблемы и приведенные решения их будут стимулировать развитие смежных с упругой дифракцией областей физики высоких энергий. Прежде всего это неупругие адронные процессы (дифракционные и недифракционные), а также глубоконеупругое рассеяние лептонов на адронах, важную роль в котором также играет дифракция. Последние стали предметом интенсивных исследований на ускорителе HERA.

Что же касается чисто адронных процессов, то следует ожидать, что новый импульс в их изучении возникнет в связи с запуском ускорителей УНК в Протвино и LHC в ЦЕРН.

Авторы благодарят М.Дегрола, Л.Л.Енковского, Е.С.Мартынова, Ф.Паккanони, Э.Предацци и М.Хагенауэра за сотрудничество и плодотворные обсуждения вопросов, затронутых в данном обзоре.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Foa L.** — Phys.Rep., 1975, vol.22C, p.1;
   Giacomelli G. — Phys.Rep., 1976, vol.23C, p.123;
   Predazzi E. — Rev. Nuovo Cim., 1976, vol.2, p.217;
   Predazzi E. — Rev. Nuovo Cim., 1979, vol.11, p.1;
   Alberi G., Goggi G. — Phys.Rep., 1981, vol.74, p.1;
   Kamran M. — Phys.Rep., 1984, vol.108, p.275;
   Giffon M., Predazzi E. — Rev. Nuovo Cim., 1984, vol.5, p.1;
   Castaldi R., Sanguinetti G. — Ann.Rev.Nucl.Part.Sci., 1985, vol.35, p.563;
   Jenkovszky L.L. — Rev. Nuovo Cim., 1987, vol.12, p.1;
   Giffon M., Predazzi E. — Can.J.Phys., 1989, vol.67, p.1113.
   Саврин В.И., Тюрин Н.Е., Хрусталев О.А. — ЭЧАЯ, 1976, т.7, с.21—54.
2. **First Blois Workshop.** Ed. Nicolescu B. and Tran Thanh Van. — Frontiers Editions, Gif-sur-Yvette, 1988.
   Second Blois Workshop. Ed. Goulianos K. Frontiers Ed., Gif-sur-Yvette, 1988.
   Third Blois Workshop. Ed. Block M.M. — Nucl.Phys.B (Proc.Suppl.), 1990, vol.12.
   Fourth Blois Workshop. Ed. Cervelli F. and Zucchelli S. — Nucl.Phys.B, (Proc.Suppl.), 1992, vol.25B.
3. **Abe F. et al.** — CDF Collaboration. Preprint FERMILAB-PUB-93/234-4.
4. **Gauron P., Leader E., Nicolescu B.** — Nucl.Phys., 1988, vol.B299, p.640.
5. **Desgrolard P., Giffon M., Jenkovszky L.** — Z.Phys.C, 1993, vol.58, p.109.
6. **Donnachie A., Landshoff P.V.** — Phys.Lett.B., 1992, vol.296, p.227.
7. **Cohen-Tannoudji G. et al.** — Lett. Nuovo Cim., 1972, vol.21, p.957.
8. **Jenkovszky L.L., Kontros J.E., Lengyel A.I.** — Preprint ITR-92-41, Kiev, 1992.
9. **Bloch M., Cahn R.N.** — Rev. of Mod.Phys., 1985, vol.57, p.563.
10. **UA4 Collaboration. Bozzo M. et al.** — Phys.Lett., 1984, vol.B14, p.392.
11. **UA4/2 Collaboration. Augier C.** — Phys.Lett., 1993, vol.B316, p.448.
12. **Lengyel A.I., Kontros J.E.** — Укр.физ.жур., (в печати).
13. **Goloskokov S.V., Kuleshov S.P., Selyugin O.V.** — Z.Phys.C, 1991, vol.50, p.445.
14. **Selyugin O.V.** — Phys.Lett., 1994, vol.B333, p.245.
15. **Коллинз П.** — Введение в реджевскую теорию и физику высоких энергий. М.: Атомиздат, 1980.
16. **Липатов Л.Н.** — ЖЭТФ, 1986, т.90, с.1536.
17. **Finkelstein J., Freid H.M., Kang K., Tan C.I.** — Phys.Lett., 1989, vol.232, p.257.
18. **Martynov E.S.** — Phys.Lett.B, 1989, vol.232, p.367.
19. **Аккелин С.В., Мартынов Е.С.** — ЯФ, 1991, т.53, с.1645.
20. **Martynov E.S.** — Phys.Lett.B, 1992, vol.284, p.417.
21. **Desgrolard P., Giffon M., Lengyel A., Martynov E.S.** — Nuovo Cim.A, 1994, vol.107, p.637.
22. **Gauron P., Leader E., Nicolescu B.** — Phys.Rev.Lett., 1985, vol.55, p.639; ibid., vol.54, p.2656.
23. **Donnachie A., Landshoff P.V.** — Nucl.Phys.B, 1984, vol.231, p.189; ibid., vol.244, p.322; ibid., vol.267, p.690.
24. **Jenkovszky L.L., Wall A.N.** — Czech.J.Phys., 1976, vol.B26, p.447.
25. **Vall A.N., Jenkovszky L.L., Struminsky B.V.** — ЯФ, 1987, т.46, с.15.

26. **Jenkovszky L.L.** — Fortschritte Phys.,1986, vol.34, p.702.
27. **Vall A.N., Jenkovszky L.L., Struminsky B.V.** — Sov.J.Part.Nucl., 1988, vol.19, p.77.
28. **Saleem M., Fazal-e-Aleem.** — Hadronic J., 1981, vol.5, p.71.
29. **Jenkovszky L.L., Struminsky B.V., Shelkovenko A.N.** — Z.Phys.C, 1987, vol.12, p.495.
30. **Енковский Л.Л., Струминский Б.В.** — В сб.: Проблемы квантовой теории поля. ОИЯИ, Р2-87-798, Дубна, 1987, с.160.
31. **Paccanoni F.** — In: HADRONS-1992, Kiev, 1992, p.39.
Енковский Л.Л., Пакканони Ф., Чиковани З.Е. — ЯФ, 1991, т.53, с.526.
32. **Bertini M. et al.** — Hadr. J. Suppl. (to be publ.).
33. **Chou T.T., Yang C.N.** — Phys.Rev., 1968, vol.170, p.1591.
34. **Bourreley C., Soffer J., Wu T.T.** — Phys.Rev., 1990, vol.D19, p.324.
35. **Covolan R.J.M. et al.** — Z.Phys., 1993, vol.58, p.109.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»,
1995, ТОМ 26, ВЫП.1

УДК 539.143.43

ТОРОИДНЫЙ ОТКЛИК В ЯДЕРНОМ МАГНИТНОМ РЕЗОНАНСЕ

В.М.Дубовик

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

И.В.Лунегов, М.А.Марценюк

Пермский государственный университет

Дан обзор развиваемой в последнее время теории магнитодипольного и тороидного откликов ядерной спиновой системы на воздействие переменными магнитными полями — однородным и вихревым. С помощью различных приближенных методов и численного моделирования подробно исследуется динамика системы взаимодействующих ядерных спинов с учетом неоднородного распределения ориентации спинов по пространству. Проанализированы условия возбуждения и наблюдения ядерного резонанса в рассматриваемом случае как в стационарном, так и в импульсном режимах. Показано, что введение новых функций отклика значительно повысит информационные возможности методов ЯМР для исследования структуры молекул, особенно молекул с асимметричным распределением ядер, что важно для биологических приложений.

The developed in recent times theory of magneto-dipolar and toroid responce of the nuclear spin system on the action of alternative uniform and vortex magnetic fields is observed. Detail consideration of spin-system dynamic is given by the different approximate approaches and by the computer simulation when the nonuniform distribution of spin orientations in space is taken into account. The conditions of magnetic resonance excitation by vortex field and observation of toroid polarization of nuclear system are discussed for steady-state and pulse experimental methods. It is shown that introduced new responce functions broaden the scope of applications of NMR method and its information possibilities what is especially important for the biological molecular structural investigations.

ВВЕДЕНИЕ

Современные методы ядерного магнитного резонанса (ЯМР) широко используются в физико-химических исследованиях [1]—[7]. Ядерные спины играют роль «меток», по которым можно выявить пространственное распределение ядер и их взаимодействие с окружением, что дает возможность

решать задачи определения внутренней структуры исследуемых веществ и изучать различные динамические процессы. Для этой цели исследуемый образец помещается в однородное магнитное поле, вызывающее зеемановское расщепление спектра энергии, и с помощью переменного однородного магнитного поля возбуждаются переходы в этом спектре. Так как ядерные спины взаимодействуют между собой, то сдвиги уровней энергии зависят от расположения спинов, что и позволяет получить информацию о положении ядер и о действующих на них полях. С помощью специально подобранной последовательности импульсов переменного поля удается исключить влияние тех или иных взаимодействий, что дополнительно повышает точность и информативность методов ЯМР. Для исследования пространственных перемещений ядер используются также методы наблюдения ЯМР в неоднородном магнитном поле (ЯМР-микроскопия [8,9]). Этот метод основан на том, что частота резонанса в неоднородном поле оказывается зависящей от местоположения спина даже в том случае, когда спины не взаимодействуют между собой. Метод ЯМР-микроскопии позволяет достигнуть пространственного разрешения порядка 10^{-2} см.

В качественном отношении дальнейшее развитие методов ядерного магнитного резонанса состоит в расширении круга измеряемых величин. Кроме суммарного дипольного магнитного момента системы спинов, который обычно наблюдается в ЯМР, могут быть измерены и другие мультипольные моменты ядерной подсистемы, рассматриваемой как система магнитных диполей, неоднородно распределенных в пространстве. С этой точки зрения наибольший интерес представляет тороидный момент спиновой системы, который может быть возбужден вихревым магнитным полем. Подробное изложение электродинамики тороидных моментов и некоторых ее приложений можно найти в работах [10,13] (см. также указанную там литературу). В соответствии с уравнениями Максвелла вихревое поле может быть создано токами смещения: $\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \dot{\mathbf{E}}/c$ (или токами проводимости, которые возможны только в проводящих образцах; далее мы ограничимся наиболее важным случаем непроводящих сред). Поэтому для возбуждения тороидных переходов необходимо произвести замену катушки с током, в которую помещают исследуемый образец в спектрометре ЯМР, на плоский конденсатор.

Тороидный момент является величиной, характеризующей вихревое распределение ориентации ядерных спинов в пространстве. Дипольное взаимодействие, которое дает основной вклад во взаимодействие ядерных спинов между собой при компактном расположении ядер в молекуле, стремится выстроить их спины именно в отдельные вихревые структуры. Поэтому наблюдение тороидного момента позволяет получить в принципе более полную информацию о структуре исследуемого объекта, чем обычные методы ЯМР. Естественно, что наблюдение мультиполей более высокого поряд-

ка, чем диполь, предъявляет повышенные требования к точности измерений. Однако она находится в пределах возможностей современных измерительных устройств, таких, например, как сквид, о чем свидетельствует постановка экспериментов по наблюдению косвенного влияния ядерных квадрупольных моментов на электронную подсистему, предпринятая недавно Ханом с сотр. [14].

Большой интерес представляет исследование «перекрестных» эффектов, то есть наблюдение тороидного отклика при возбуждении системы однородным переменным полем и, наоборот, наблюдение магнитодипольного отклика при возбуждении системы вихревым полем. Поскольку векторы магнитного дипольного и магнитного тороидного моментов имеют разные пространственные четности (магнитный момент — аксиальный вектор, а тороидный момент — полярный), то появление перекрестных откликов возможно только для асимметричного (например, хирального) распределения ядер, т.е. в этом случае по данным ЯМР можно получить прямую информацию о степени асимметрии молекул, что представляет большой интерес для химических и биологических приложений. Введение в число наблюдаемых новой величины — тороидного момента — требует пересмотра теории магнитного резонанса. В данной работе сделан обзор полученных к настоящему времени теоретических результатов, которые частично опубликованы в работах авторов [15,18]. С помощью различных приближенных методов, а также путем численного моделирования подробно исследуется динамика системы ядерных спинов с учетом неоднородного их распределения в пространстве. Анализируются условия возбуждения и наблюдения резонанса вихревым и однородным полями как в стационарном, так и в импульсном режимах. Обзор состоит из четырех частей. В первом разделе рассматривается динамика невзаимодействующих спинов. При этом анализируется взаимодействие системы спинов с переменным полем — как однородным, так и вихревым. Во втором разделе решается задача о поведении системы взаимодействующих спинов в отсутствие переменных полей. Выясняются условия формирования вихревой структуры спинов в зависимости от их начальных ориентаций и геометрии системы. В третьем разделе исследуется отклик системы на импульсное воздействие однородного и вихревого магнитного поля. Наконец, в четвертом разделе рассмотрена тороидная восприимчивость и обсуждены условия измерения тороидного отклика. В заключении суммированы основные результаты работы.

1. ДИНАМИКА СПИНОВ В ПЕРЕМЕННОМ ПОЛЕ

Основным объектом нашего рассмотрения будет система взаимодействующих спинов, находящихся в сильном однородном магнитном поле $\mathbf{H}_0$ и

подвергающихся воздействию переменного поля $\mathbf{h}(t)$. Однако в данном разделе мы будем пренебрегать взаимодействием спинов между собой, так как его можно считать слабым по сравнению с их взаимодействием с полем $\mathbf{H}_0$, и поэтому в момент действия импульсов переменного поля оно не успевает оказать заметного влияния на поведение спиновой системы. В теории ядерного магнитного резонанса обычно предполагается, что переменное поле $\mathbf{h}(t)$ перпендикулярно однородному $\mathbf{H}_0$. Однако при воздействии на систему переменного вихревого магнитного поля это условие в общем случае не может быть выполнено для каждого из спинов одновременно. Поэтому мы подробно рассматриваем приближенное решение задачи о динамике спина в переменном поле при произвольной взаимной ориентации полей $\mathbf{H}_0$ и $\mathbf{h}(t)$. В теории ЯМР очень часто используются так называемые классические спины, когда каждому спину сопоставляется единичный «классический» вектор. Обычно считается, что в таком подходе мы получаем приближенное «квазиклассическое» описание поведения спинов, далекое от квантового. В действительности каждому классическому спину может быть однозначно сопоставлено квантовое состояние, называемое когерентным. Вопрос о связи между классическим и квантовым описанием спиновых состояний в литературе по магнитному резонансу освещен недостаточно ясно, а последние исследования квантовых когерентных состояний дают возможность проследить за этой связью с необходимой полнотой.

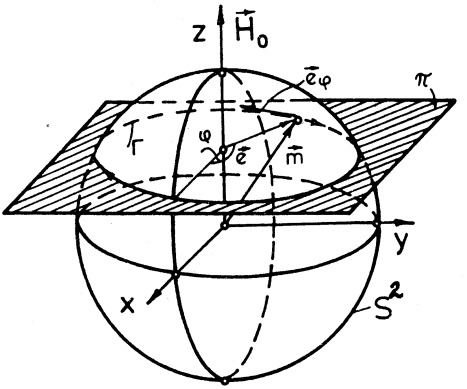


Рис. 1. Фазовое пространство классического спина

1.1. Классический спин в постоянном магнитном поле. Наиболее простое и наглядное представление о динамике ядерных спинов можно получить с помощью классической картины движения спинов. В этом подходе каждому спину системы сопоставляется некоторый единичный вектор $\mathbf{m}$, который движется по поверхности сферы S^2 (рис.1), играющей роль фазового пространства этой системы. Как известно (см., например, [23], гл.4), вектору $\mathbf{m}$ может быть сопоставлено квантовое когерентное состояние $|\mathbf{m}\rangle$, заданное в $(2S+1)$-мерном пространстве состояний спина S, натянутом на базисные векторы $|S, \mu\rangle$ (здесь $\mu = -S, -S+1, \ldots, S$). Поэтому решение классической задачи одновременно позволяет получить решение и квантовой.

Пусть классическая частица обладает механическим моментом импульса $\hbar \mathbf{S}$. Здесь $\mathbf{S}$ — безразмерный вектор фиксированной длины, что учитывает его спиновое происхождение. Спиновый момент связан с магнитным моментом частиц $\mathbf{m}$ гиромагнитным соотношением

$$\mathbf{m} = \gamma \hbar \mathbf{S}, \tag{1}$$

где γ — гиромагнитное отношение, которое в общем случае может быть тензорной величиной, но здесь для простоты мы считаем его скаляром. Уравнение движения классического механического момента имеет вид

$$\hbar \dot{\mathbf{S}} = \mathbf{K}, \tag{2}$$

где $\mathbf{K}$ — момент силы. Будем считать, что частица находится в магнитном поле $\mathbf{H}$, причем энергия взаимодействия с полем равна

$$U = -(\mathbf{mH}). \tag{3}$$

Момент силы $\mathbf{K}$ можно получить, дифференцируя энергию по $\mathbf{m}$ с учетом постоянства длины этого вектора:

$$\mathbf{K} = -\left[\mathbf{m} \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{m}}\right] U = \mathbf{m} \times \mathbf{H}. \tag{4}$$

Подставляя это выражение в уравнение (2) и используя связь (1) между $\mathbf{S}$ и $\mathbf{m}$, получаем

$$\dot{\mathbf{m}} = \gamma [\mathbf{mH}]. \tag{5}$$

В дальнейшем удобно перейти к системе единиц измерения, в которой вектор $\mathbf{m}$ имеет единичную длину и постоянная γ также равна единице. В этой системе уравнение (5) будет иметь вид

$$\dot{\mathbf{m}} = [\mathbf{mH}]. \tag{6}$$

Для обратного перехода к размерным единицам в окончательных формулах следует заменить $\mathbf{H}$ на $\gamma \mathbf{H}$, а $\mathbf{m}$ на $\gamma \hbar S\, \mathbf{m}$.

В постоянном магнитном поле $\mathbf{H}_0$ энергия спина U сохраняется. Поверхность постоянной энергии $U = \text{const} = -(\mathbf{mH}_0)$ в $\mathbf{m}$-пространстве представляет собой плоскость π, перпендикулярную вектору $\mathbf{H}_0$. Пересечение плоскости π со сферой S^2 определяет траекторию движения вектора $\mathbf{m}$ в фазовом пространстве, которая в данном случае представляет собой окружность (рис.1). Характер движения фазовой точки по траектории Г легко определить, решая уравнение движения (6). Спроектируем вектор $\mathbf{m}$ на оси цилиндрической системы координат:

$$\mathbf{m} = z\, \mathbf{k} + \rho\, \mathbf{e}, \tag{7}$$

где $\mathbf{k}$ и $\mathbf{e}$ — единичные векторы, ориентированные соответственно по оси z и по направлению проекции вектора $\mathbf{m}$ на плоскость π (рис.1). Дифференцируя (7) по времени и учитывая, что $\dot{\mathbf{e}} = \dot{\varphi}\,\mathbf{e}_\varphi$, где $\mathbf{e}_\varphi$ — единичный вектор касательной к окружности Г, получаем $\dot{\mathbf{m}} = \dot{z}\,\mathbf{k} + \dot{\rho}\,\mathbf{e} + \rho\,\dot{\varphi}\,\mathbf{e}_\varphi$. Подставляя выражение (7) в правую часть уравнения (6), находим

$$[\mathbf{mH}] = [(z\,\mathbf{k} + \rho\,\mathbf{e})H_0\mathbf{k}] = -\rho H_0\mathbf{e}_\varphi. \tag{8}$$

Используя полученное выше выражение для $\dot{\mathbf{m}}$, найдем уравнения движения в виде

$$\dot{z} = 0; \quad \dot{\rho} = 0; \quad \rho\,\dot{\varphi} = -\rho H_0, \tag{9}$$

имеющие решение $z = \text{const}$, $\rho = \text{const}$, $\dot{\varphi} = -H_0$. Это значит, что фазовая точка равномерно вращается по часовой стрелке (противоположно направлению отсчета угла φ) вдоль траектории Г, а вектор магнитного момента прецессирует вокруг направления магнитного поля. Отметим, что расстояние плоскости π от центра сферы S^2, которое определяется координатой $z = \cos\theta$, а также радиус окружности Г, равный цилиндрической координате $\rho = \sin\theta$, однозначно связаны с сохраняющейся энергией U (здесь θ — угол между направлением спина и полем H_0):

$$z = \cos\theta = -U/H_0; \quad \rho^2 + z^2 = 1. \tag{10}$$

Энергия минимальна при $z = 1$ (при этом $\theta = 0$, $\rho = 0$) и максимальна при $z = -1$ (при этом $\theta = \pi$, $\rho = 0$).

Решение рассмотренной задачи может быть также получено непосредственно в декартовых координатах вектора $\mathbf{m}$. Мы убедимся в дальнейшем, что этот метод наиболее удобен при исследовании динамики взаимодействующих спинов. Как и для всякого линейного уравнения, решение уравнения (6) можно искать в виде: $\mathbf{a}\exp\{-i\,\omega t\}$, где $\mathbf{a}$ — некоторый постоянный вектор. Подставляя это решение в уравнение, получим для $\mathbf{a}$ и ω уравнение на собственные значения

$$(iH_{jk} - \omega\,\delta_{jk})a_k = 0, \tag{11}$$

где $iH_{jk} = ie_{jkl}H_{0l}$ — эрмитова матрица 3x3. После простых вычислений можно найти три собственных значения этой матрицы: $\omega_{1,2} = \pm H_0$, $\omega_3 = 0$ и соответствующие им собственные векторы: $\mathbf{a}_{1,2} = c_{1,2}(\pm i\,\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$; $\mathbf{a}_3 = c_3\mathbf{e}_z$, где $c_1 = c_2^*$, $c_3 = c_3^*$ — постоянные, которые должны определяться из начальных условий, а $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$ и $\mathbf{e}_z$ — единичные векторы декартовой системы координат, показанной на рис.1. Общее решение можно представить в виде

$$\mathbf{m} = \sum_n \mathbf{a}_n e^{-i\omega_n t} = \sin\theta\,[\sin(H_0 t + \varphi_0)\,\mathbf{e}_x + \cos(H_0 t + \varphi_0)\,\mathbf{e}_y], \qquad (12)$$

где φ_0 — начальная фаза, а угол θ определяется начальной энергией спина (10). Очевидно, что это решение совпадает с приведенным выше решением уравнений (9).

1.2. Когерентные состояния. Как уже было отмечено выше, классическое описание динамики спина с помощью единичного вектора $\mathbf{m}$ однозначно связано с квантовым когерентным состоянием. В общем случае квантовое состояние спина S задается $(2S+1)$-мерным вектором $|\Psi\rangle$, который подчиняется уравнению Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}|\Psi\rangle = \hat{\mathcal{H}}|\Psi\rangle. \qquad (13)$$

Оператор Гамильтона $\hat{\mathcal{H}}$ можно получить из классического выражения для энергии (3) в виде

$$\hat{\mathcal{H}} = -\gamma\hbar\,(\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}\mathbf{H}), \qquad (14)$$

где $\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}$ — оператор спина. Подставляя это выражение в уравнение (13) и используя те же единицы измерения, что и в классическом уравнении движения (6), получаем

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\Psi\rangle = -(\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}\mathbf{H})|\Psi\rangle. \qquad (15)$$

В заданном базисе спиновых состояний $|S, \mu\rangle$, где $\mu = -S, -S+1, \ldots, S$, уравнение (15) соответствует системе $(2S+1)$ линейных уравнений для комплексных переменных $c_\mu(t) = \langle S, \mu|\Psi\rangle$, которые являются коэффициентами разложения вектора $|\Psi\rangle$ по базисным векторам:

$$|\Psi\rangle = \sum_\mu c_\mu(t)|S, \mu\rangle. \qquad (16)$$

Однако в этом общем подходе упускаются главные особенности динамики спиновой системы, которые связаны с ее групповой структурой. Операторы спина $\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}$ в уравнении Шредингера (15) являются образующими алгебры Ли группы $SU(2)$. Поэтому временная эволюция квантового состояния спина определяется изменением со временем небольшого числа параметров, задающих элемент группы $SU(2)$, которые можно считать «классическими» переменными. Наиболее последовательно групповая структура уравнений учитывается с помощью базиса когерентных состояний $|\mathbf{m}\rangle$ [23]. С одной стороны, когерентное состояние $|\mathbf{m}\rangle$ является $(2S+1)$-мерным вектором квантового состояния системы, и подобно лю-

бому вектору он может быть разложен по базисным векторам $|S, \mu\rangle$ (ср. с (16)):

$$|\mathbf{m}\rangle = \sum_{\mu} u_{\mu}(\mathbf{m})|S, \mu\rangle. \tag{17}$$

А с другой стороны, компоненты u_{μ} этого квантового вектора однозначно связаны с компонентами единичного 3-мерного («классического») вектора $\mathbf{m}$ [23]:

$$u_{\mu}(\mathbf{m}) = \langle S, \mu|\mathbf{m}\rangle = \left(\frac{(2S)!}{(S+\mu)!(S-\mu)!}\right)^{1/2}\left(-\sin\frac{\theta}{2}\right)^{S+\mu}\left(\cos\frac{\theta}{2}\right)^{S-\mu} e^{-i(S+\mu)\varphi}, \tag{18}$$

где θ и φ — сферические углы вектора $\mathbf{m}$:

$$m_x = \sin\theta\cos\varphi; \quad m_y = \sin\theta\sin\varphi; \quad m_z = \cos\theta. \tag{19}$$

Чтобы получить когерентное состояние $|\mathbf{m}\rangle$, задаются каким-либо базисным вектором $|\Phi_0\rangle$ (обычно вектором $|S, -S\rangle$, соответствующим минимальному значению проекции спина $\mu = -S$) и действуют на него оператором поворота $\hat{\mathcal{D}}_{\mathbf{m}}$, который параметризуется вектором $\mathbf{m}$:

$$|\mathbf{m}\rangle = \hat{\mathcal{D}}_{\mathbf{m}}|\Psi_0\rangle. \tag{20}$$

В явном виде оператор $\hat{\mathcal{D}}_{\mathbf{m}}$ может быть записан с помощью другого единичного вектора — $\mathbf{n}$, который имеет компоненты $n_x = \sin\varphi$, $n_y = -\cos\varphi$, $n_z = 0$:

$$\hat{\mathcal{D}}_{\mathbf{m}} = \exp\{i\,\theta\,(\mathbf{n}\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}})\}. \tag{21}$$

При повороте на угол θ вокруг вектора $\mathbf{n}$ вектор $\mathbf{m}_0$, направленный по оси Z, совмещается с вектором $\mathbf{m}$. Можно показать, что среднее значение оператора спина $\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}$ в когерентном состоянии имеет вид

$$\langle\mathbf{m}|\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}|\mathbf{m}\rangle = -S\,\mathbf{m}. \tag{22}$$

Совокупность когерентных состояний $\{|\mathbf{m}\rangle\}$, где конец единичного вектора $\mathbf{m}$ обегает все точки поверхности единичной сферы S^2, удовлетворяет условию полноты:

$$(2S+1)\int |\mathbf{m}\rangle\langle\mathbf{m}|d\,\mathbf{m} = \hat{I}, \tag{23}$$

где $\hat{I}$ — единичный оператор, а $d\,\mathbf{m}$ — элемент поверхности единичной сферы: $d\,\mathbf{m} = \sin\theta\,d\theta d\varphi/4\pi$. Это условие позволяет использовать когерентные состояния как базис, по которому можно разложить произвольный вектор состояния $|\Psi\rangle$:

$$|\Psi\rangle = (2S+1)\int \Psi(\mathbf{m})|\mathbf{m}\rangle d\,\mathbf{m}. \tag{24}$$

Коэффициенты $\Psi(\mathbf{m})$ в (24) могут быть выражены через коэффициенты разложения состояний $|\Psi\rangle$ и $|\mathbf{m}\rangle$ по базисным векторам $|S, \mu\rangle$:

$$\Psi(\mathbf{m}) = \langle \mathbf{m}|\Psi\rangle = \sum_{\mu} \langle \mathbf{m}|S, \mu\rangle \langle S, \mu|\Psi\rangle = \sum_{\mu} u_{\mu}^{*}(\mathbf{m}) c_{\mu}, \tag{25}$$

где c_{μ} и $u_{\mu}(\mathbf{m})$ определены соотношениями (16) и (18) соответственно.

При разложении (24) интегрирование по углам может быть заменено суммированием по некоторому набору $(2S+1)$ когерентных состояний $|\mathbf{m}_a\rangle$, где индекс a пробегает $(2S+1)$ значений. Дело в том, что система когерентных состояний $\{|\mathbf{m}\rangle\}$ является сверхполной. Это значит, что из них можно отобрать $(2S+1)$ состояний $|\mathbf{m}_a\rangle$, где векторы $\mathbf{m}_a$ не параллельны между собой; их можно считать базисом квантового пространства состояний. Таким образом, наряду с разложениями (16) и (24), мы можем также написать для произвольного вектора $|\Psi\rangle$:

$$|\Psi\rangle = \sum_{a} b_a |\mathbf{m}_a\rangle. \tag{26}$$

Базисные состояния $|\mathbf{m}_a\rangle$ не ортогональны между собой, поэтому для вычисления коэффициентов разложения b_a необходимо решить систему линейных уравнений, которую мы не будем здесь выписывать в явном виде. Преимущество этого базиса по сравнению с другими заключается в том, что, зная динамику классических векторов $\mathbf{m}_a$ и начальный вектор квантового состояния (то есть коэффициенты b_a в начальный момент времени), можно однозначно определить квантовое состояние во все последующие моменты для любого спина S.

Чтобы в этом убедиться, возвратимся к рассмотрению задачи о динамике квантового спинового состояния в магнитном поле. Будем считать, что в начальный момент времени $t = 0$ спин находится в некотором когерентном состоянии $|\mathbf{m}(0)\rangle$. Поскольку, согласно уравнению (15), гамильтониан $\hat{\mathcal{H}}$ линеен по операторам спина $\hat{\boldsymbol{S}}$, которые, как уже отмечалось, являются образующими алгебры Ли группы $SU(2)$, оператор временной эволюции системы совпадает с представлением $\hat{\mathcal{D}}(g_t)$ некоторого элемента g_t группы $SU(2)$. Таким образом, решение уравнения Шредингера (15) может быть записано в виде

$$|\Psi(t)\rangle = \hat{\mathcal{D}}(g_t)|\mathbf{m}(0)\rangle. \tag{27}$$

В соответствии с выражением (20) начальное состояние $|\mathbf{m}(0)\rangle$ можно представить в виде

$$|\mathbf{m}(0)\rangle = \hat{\mathcal{D}}(g_0)|\Psi_0\rangle, \tag{28}$$

где g_0 — некоторый элемент группы $SU(2)$. Учитывая, что по свойству представлений группы $\hat{\mathcal{D}}(g_t)\,\hat{\mathcal{D}}(g_0) = \hat{\mathcal{D}}(g_t\, g_0)$, а также принимая во внимание, что при действии на состояние $|\Psi_0\rangle$ любой оператор $\hat{\mathcal{D}}$ можно представить в виде $\exp(i\phi)\hat{\mathcal{D}}_{\mathbf{m}}$, где ϕ — некоторая фаза, а оператор $\hat{\mathcal{D}}_{\mathbf{m}}$ определен уравнением (21), после простых преобразований выражений (27), (28) получаем

$$|\Psi(t)\rangle = \hat{\mathcal{D}}(g_t\, g_0)|\Psi_0\rangle = e^{i\phi(t)}|\mathbf{m}(t)\rangle, \tag{29}$$

т.е., если в начальный момент времени состояние системы было когерентным, то с точностью до фазы ϕ оно остается когерентным и в любой последующий момент времени.

Подставляя функцию (29) в уравнение Шредингера, получаем уравнение для когерентного состояния

$$i|\dot{\mathbf{m}}\rangle = (\hat{\mathcal{H}} - \dot{\phi})|\mathbf{m}\rangle. \tag{30}$$

Продифференцируем по времени правую и левую части (22) и воспользуемся для преобразований уравнением (30), явным видом гамильтониана (14) и соотношениями коммутации операторов спина. В результате мы получим для вектора $\mathbf{m}$ уравнение движения, совпадающее с классическим:

$$\dot{\mathbf{m}} = [\mathbf{m}\mathbf{H}]. \tag{31}$$

Что касается фазы ϕ, то, как можно показать [23], она подчиняется уравнению движения

$$\dot{\phi} = S(\mathbf{H}(\mathbf{m} + \mathbf{m}_0)), \tag{32}$$

где единичный вектор $\mathbf{m}_0$ направлен по оси квантования, использованной для построения состояния $|\Psi_0\rangle$.

Возвратимся теперь к вопросу о динамике произвольного квантового вектора состояния $|\Psi(t)\rangle$, удовлетворяющего уравнению Шредингера (15). Пусть $|\Psi(0)\rangle$ — известное начальное значение этого вектора, которое разложено по некоторому базису когерентных состояний $|\mathbf{m}_a(0)\rangle$ в соответствии с выражением (26). Действуя на вектор $|\Psi(0)\rangle$ оператором временной эволюции $\hat{\mathcal{D}}(g_t)$, в соответствии с (27)—(29) мы можем представить вектор $|\Psi(t)\rangle$ в виде

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_a b_a e^{i\phi_\alpha(t)} |\mathbf{m}_a(t)\rangle, \tag{33}$$

где b_a — коэффициенты разложения начального состояния $|\Psi(0)\rangle$ по базису $|m_a(0)\rangle$, «классические» величины — векторы $\mathbf{m}_a$ и фазы ϕ_a — определяются путем решения уравнений (31) и (32) с начальными значениями $\mathbf{m} = \mathbf{m}_a(0)$ и $\phi = 0$ соответственно. При этом в уравнении (32) следует заменить $\mathbf{m}$ на $\mathbf{m}_a$.

Рассмотрим несколько подробнее вопрос о связи между «классическим» вектором $\mathbf{m}$ и когерентным квантовым состоянием $|\mathbf{m}\rangle$. Наиболее прост случай спина $S = 1/2$. Квантовое состояние описывается двухкомпонентным спинором $|\mathbf{m}\rangle = |\Psi\rangle = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix}$, причем в соответствии с общим выражением (18) эти компоненты имеют вид

$$\Psi_1 = u_{1/2} = -\sin\frac{\theta}{2} e^{-i\phi}; \qquad \Psi_2 = u_{-1/2} = \cos\frac{\theta}{2}. \tag{34}$$

Составляя из этих компонент симметричный спинорный тензор, который имеет вид $\{\psi_\mu \psi_\nu \ldots \psi_\rho\}$, где фигурные скобки $\{\}$ обозначают симметризацию по спинорным индексам $\mu, \nu, \ldots, \rho$, можно показать, что независимые компоненты этого тензора как раз совпадают с компонентами когерентного состояния для спина S. Таким образом, вместо классического вектора $\mathbf{m}$ можно пользоваться и более простым в математическом отношении объектом — двухкомпонентным спинором.

Физически прозрачный путь установления соответствия между классическим и квантовым описанием спина $S = 1/2$ состоит в следующем. Сопоставим вектору $\mathbf{m}$ спинорный тензор 2-го ранга (т.е. — матрицу плотности спина 1/2):

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}(\hat{1} + \mathbf{m}\hat{\sigma}), \tag{35}$$

где $\hat{\sigma}$ — матрицы Паули, $\hat{1}$ — единичная 2×2-матрица:

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \hat{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{36}$$

Так как в нашем случае вектор $\mathbf{m}$ — единичный, то нетрудно проверить, что оператор $\hat{\rho}$ является идемпотентом, т.е. $\hat{\rho}\hat{\rho} = \hat{\rho}$. Поэтому 2×2 матрицу $\hat{\rho}$ можно представить в виде прямого произведения 2-мерных нормированных векторов $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$ и $\langle\Psi| = (\psi_1^* \psi_2^*)$:

$$\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|, \quad \langle\psi|\psi\rangle = 1, \tag{37}$$

так как в этом случае условие идемпотентности выполняется автоматически: $\hat{\rho}\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi||\psi\rangle\langle\psi| = |\psi\rangle\langle\psi| = \hat{\rho}$. Связь между компонентами спинора $|\psi\rangle$ и вектора $\mathbf{m}$ задается соотношением, следующим из (35) и (37):

$$\mathbf{m} = \mathrm{Sp}\{\hat{\rho}\hat{\sigma}\} = \langle\psi|\hat{\sigma}|\psi\rangle. \tag{38}$$

Мы получим тождество, если в качестве компонент 2-спинора $|\psi\rangle$ используем здесь компоненты когерентного состояния, заданные формулами (34). Легко также убедиться, что соотношение (38) соответствует общей формуле (22), если под $|\psi\rangle$ понимать когерентное состояние спина.

1.3. Спин в переменном поле. Исследование спиновой динамики в переменном магнитном поле $\mathbf{h}(t)$ имеет важнейшее значение для магнитного резонанса, так как по отклику системы на переменное поле можно получить сведения о ее внутренней структуре. Обычно в ЯМР используется комбинация двух полей: большого по величине постоянного поля $\mathbf{H}_0$ и перпендикулярного ему вращающегося поля

$$\mathbf{h}(t) = h(\mathbf{e}_x \cos\omega t + \mathbf{e}_y \sin\omega t). \tag{39}$$

В системе координат K_{rot}, вращающейся вместе с переменным полем $\mathbf{h}$, на спин будет действовать постоянное эффективное поле $\mathbf{H}_{\mathrm{eff}} = \mathbf{H}_0 + h\,\mathbf{e}_x$. Поэтому в этой системе спин будет прецессировать вокруг $\mathbf{H}_{\mathrm{eff}}$, как это было описано выше. В лабораторной системе координат K_{lab} спин будет совершать сложное движение прецессии и вращения, так как в K_{lab} сама ось прецессии вращается вокруг постоянного поля $\mathbf{H}_0$.

В слабом поле $\mathbf{h}(t)$ его влияние на движение системы в общем случае будет незначительно. Оно сводится к некоторым небольшим искажениям траектории движения: она перестает быть плоской (см. рис.1), а само движение по траектории становится неравномерным. Значительной величины эффект влияния даже слабого переменного поля достигается в случае резонанса, когда частота вращения поля ω и частота $\omega_0 = -H_0$ ларморовской прецессии спина в поле H_0 совпадают между собой. В этом случае траектория спина на сфере S^2 представляет собой винтовую (спиральную) линию, которая «наматывается» на сферу сверху вниз, а затем в обратном направлении и т.д. Амплитуда поля h определяет шаг этой спирали.

Фактическое решение уравнений динамики спина во вращающемся магнитном поле $\mathbf{h}(t)$ легче всего провести в 2-спинорном представлении (ср. [21], с.547). Подставив в гамильтониан $\hat{\mathcal{H}}$ поле $\mathbf{H}$ в виде суммы $\mathbf{H}_0 + \mathbf{h}(t)$, мы

получим уравнение Шредингера в исходной лабораторной системе координат K_{lab} в виде

$$i|\dot{\psi}\rangle = \hat{\mathcal{H}}|\psi\rangle; \quad \hat{\mathcal{H}} = -H_0\hat{S}_z - h(\hat{S}_x \cos\omega t - \hat{S}_y \sin\omega t). \tag{40}$$

Перейдем во вращающуюся систему координат K_{rot}. Вектор состояния в этой системе $|\psi_{\text{rot}}\rangle$ связан с вектором $|\psi\rangle$ унитарным преобразованием вращения вокруг оси z: $\hat{\mathcal{U}}_z(\omega t) = \exp(i\,\omega\hat{S}_z t)$, $|\psi_{\text{rot}}\rangle = \hat{\mathcal{U}}_z(\omega t)|\psi\rangle$.

Дифференцируя это соотношение по времени и учитывая, что $\dot{\hat{\mathcal{U}}}_z = i\,\omega\hat{S}_z\hat{\mathcal{U}}_z$, можно найти, что вектор $|\psi_{\text{rot}}\rangle$ также удовлетворяет уравнению Шредингера, но с эффективным гамильтонианом

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{rot}} = \omega\hat{S}_z + \hat{\mathcal{U}}_z\hat{\mathcal{H}}\hat{\mathcal{U}}_z^{+} = -(H_0 + \omega)\hat{S}_z - h\hat{S}_x. \tag{41}$$

При выводе этого выражения учитывалось, что действие любого оператора поворота $\hat{\mathcal{U}}$ на спиновые операторы сводится к линейному преобразованию

$$\hat{\mathcal{U}}\hat{S}_i\hat{\mathcal{U}}^{+} = U_{ik}\hat{S}_k, \tag{42}$$

причем

$$\hat{\mathcal{U}}_z(\omega t) = \begin{pmatrix} e^{i\omega t/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega t/2} \end{pmatrix}; \quad U_{zik} = \begin{pmatrix} \cos\omega t & \sin\omega t & 0 \\ -\sin\omega t & \cos\omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{43}$$

Как можно заключить, анализируя выражение (41) для гамильтониана $\hat{\mathcal{H}}_{\text{rot}}$, в системе K_{rot} эффективное поле постоянно и имеет компоненты, равные $\mathbf{H}_{\text{eff}} = (h, 0, H_0 + \omega)$. Перейдем в новую систему координат K'_{rot}, в которой ось Z будет направлена по эффективному полю. Этот переход сводится к повороту системы K_{rot} вокруг оси Y на угол α, причем $\operatorname{tg}\alpha = h/(H_0 + \omega)$, т.е. α определен как угол между полями $\mathbf{H}_0$ и $\mathbf{H}_{\text{eff}}$. Оператор поворота $\hat{\mathcal{U}}_y(\alpha) = \exp(-i\hat{S}_y\alpha)$ в явной форме имеет вид

$$\hat{\mathcal{U}}_y(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos\dfrac{\alpha}{2} & -\sin\dfrac{\alpha}{2} \\ \sin\dfrac{\alpha}{2} & \cos\dfrac{\alpha}{2} \end{pmatrix}. \tag{44}$$

Гамильтониан в системе K'_{rot} равен

$$\hat{\mathcal{H}}'_{\text{rot}} = \hat{\mathcal{U}}_y(\alpha)\,\hat{\mathcal{H}}'_{\text{rot}}\,\hat{\mathcal{U}}_y^{+}(\alpha) = -\Omega\hat{S}_z; \quad \Omega = H_{\text{eff}} = \sqrt{h^2 + (H_0 + \omega)^2}\,. \tag{45}$$

Гамильтониан $\hat{\mathcal{H}}'_{\text{rot}}$ управляет динамикой вектора $|\psi'_{\text{rot}}\rangle = \hat{U}_y(\alpha)\,|\psi_{\text{rot}}\rangle$, а именно $i|\dot{\psi}'_{\text{rot}}\rangle = \hat{\mathcal{H}}'_{\text{rot}}|\psi'_{\text{rot}}\rangle$. Решение этого уравнения можно записать в виде $|\psi'_{\text{rot}}(t)\rangle = \hat{U}_z(\Omega t)|\psi'_{\text{rot}}(0)\rangle$, где оператор $\hat{U}_z(\Omega t)$ определен соотношениями (43), а $|\psi'_{\text{rot}}(0)\rangle$ — начальное значение вектора состояния в системе K'_{rot}.

Учитывая все полученные соотношения, можно записать решение уравнения Шредингера в исходной системе K_{lab} в виде

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}_z^{+}(\omega t)\,\hat{U}_y^{+}(\alpha)\,\hat{U}_z(\Omega t)\,\hat{U}_y(\alpha)|\psi(0)\rangle, \tag{46}$$

где $|\psi(0)\rangle$ — начальное состояние спина в системе K_{lab}. Перемножая матрицы в выражении (46), получим окончательно для компонент спинора $|\psi\rangle$:

$$\psi_1(t) = e^{-i\omega t/2}\left[\left(\cos\frac{\Omega}{2}t + i\cos\alpha\sin\frac{\Omega}{2}t\right)\psi_1(0) - i\sin\alpha\sin\frac{\Omega}{2}t\,\psi_2(0)\right];$$

$$\psi_2(t) = e^{i\omega t/2}\left[-i\sin\alpha\sin\frac{\Omega}{2}t\,\psi_1(0) + \left(\cos\frac{\Omega}{2}t - i\cos\alpha\sin\frac{\Omega}{2}t\right)\psi_2(0)\right]. \tag{47}$$

Рассмотрим начальное состояние $|\psi(0)\rangle$, в котором спин ориентирован по полю H_0, т.е. предположим, что $\psi_1(0) = 1$, $\psi_2(0) = 0$. Учитывая, что

$$\sin\alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2 + (H_0 + \omega)^2}}, \tag{48}$$

можно видеть, что вдали от резонанса, когда $(H_0 + \omega) \sim H_0 >> h$, имеем $\sin\alpha \sim h/H_0$ и поэтому $\alpha \to 0$. В этом случае при выбранных начальных условиях $\psi_2(t) \to 0$, и траектория будет в основном сосредоточена вблизи северного полюса сферы S^2 на рис.1 (напомним, что для получения зависимости $\mathbf{m}(t)$ следует использовать соотношение (38)). Вблизи резонанса имеем $\omega \approx \omega_0 = -H_0$, а потому $\sin\alpha \to 1$, т.е. $\alpha \to \pi/2$, частота Ω согласно выражению (45) будет иметь значение $\Omega \approx h$, и, следовательно, в данном случае из выражений (47) получим

$$\psi_1(t) = e^{-i\omega t/2}\cos\frac{h}{2}t; \quad \psi_2(t) = -i\,e^{i\omega t/2}\sin\frac{h}{2}t. \tag{49}$$

Вычисляя среднее значение спина по формулам (38), можно убедиться в том, что в резонансе зависимость вектора $\mathbf{m}$ от времени может быть выра-

жена через сферические углы θ, φ в виде (19), причем $\theta = ht$, $\varphi = \omega_0 t - \pi/2$. В условиях магнитного резонанса обычно $h << H_0$; отсюда следует, что средний магнитный момент быстро вращается вокруг оси Z и одновременно медленно увеличивается угол θ. При этом фазовая траектория будет представлять собой спираль с угловым шагом (по углу θ), равным амплитуде вращающегося поля h.

1.4. Возбуждение резонанса вихревым полем. Обсудим теперь условия возбуждения магнитного резонанса вихревым полем, по-прежнему пренебрегая взаимодействием между спинами. Рассмотрим систему N ядерных спинов, имеющих координаты $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N$. В дальнейшем будем считать, что начало координат находится в геометрическом центре системы, т.е. выполнено условие

$$\sum_a \mathbf{r}_a = 0. \tag{50}$$

Предположим, что спины взаимодействуют с неоднородным магнитным полем $\mathbf{H}(\mathbf{r})$. Энергия взаимодействия может быть записана в виде

$$U = \sum_a (\mathbf{m}_a \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}_a)). \tag{51}$$

Будем считать неоднородность поля слабой, т.е. масштаб изменения поля считаем большим по сравнению с размерами спиновой системы (мультипольное приближение). В этом случае поле $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ можно разложить в степенной ряд по координатам в окрестности центра системы спинов ($\mathbf{r} = 0$) и ограничиться первым приближением по $\mathbf{r}$:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}_a) \approx \mathbf{H}(0) + (\mathbf{r}_a \nabla)\,\mathbf{H}\Big|_{\mathbf{r}=0}. \tag{52}$$

Разложим тензор градиента магнитного поля $\nabla_i H_k$ на неприводимые части в соответствии с общей формулой такого разложения для произведения двух векторов a_i и b_k:

$$a_i b_k = \frac{1}{3}(\mathbf{ab})\,\delta_{ik} + \frac{1}{2} e_{ikj}\,[\mathbf{ab}]_j + \{\mathbf{ab}\}_{ik}, \tag{53}$$

где круглыми и квадратными скобками, как обычно, обозначены скалярное и векторное произведения векторов, а фигурные скобки использованы для обозначения тензорного произведения, т.е. неприводимого тензора второго ранга, составленного из компонент a_i и b_k:

$$\{\mathbf{ab}\}_{ik} = \frac{1}{2}\left(a_i b_k + b_k a_i - \frac{2}{3}(\mathbf{ab})\,\delta_{ik}\right). \tag{54}$$

Применяя эти формулы к тензору $\nabla_i H_k$ и учитывая, что в соответствии с уравнением Максвелла $\operatorname{div}\mathbf{H}=0$, можно записать разложение (54) в виде

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}_a)=\mathbf{H}+\frac{1}{2}[\mathbf{G}\mathbf{r}_a]+\mathbf{r}_a\cdot\{\nabla\mathbf{H}\}\Big|_{\mathbf{r}=0}, \tag{55}$$

где $\mathbf{H}=\mathbf{H}(0)$, $\mathbf{G}=\operatorname{rot}\mathbf{H}\Big|_{\mathbf{r}=0}$.

Таким образом, в этом приближении на каждый спин действуют: 1) однородное поле $\mathbf{H}$ и 2) неоднородное, которое в свою очередь состоит из двух частей — вихревого поля $\frac{1}{2}[\mathbf{G}\mathbf{r}_a]$ и симметричного градиентного поля $\mathbf{r}_a\cdot\{\nabla\mathbf{H}\}$. Каждое из этих полей создается «своим» источником: однородное поле — цилиндрической катушкой с током, вихревое поле — токами смещения в конденсаторе, а градиентное поле — системой катушек. Поэтому мы можем рассматривать каждое слагаемое в выражении (55) независимо. В дальнейшем нас будут интересовать только однородное и вихревое поля, т.е. считаем, что $\{\nabla\mathbf{H}\}=0$.

Подставляя поле $\mathbf{H}(\mathbf{r}_a)$ в виде (55) в выражение для энергии (51), получаем

$$U=-\sum_a(\mathbf{m}_a\mathbf{H})-\frac{1}{2}\sum_a(\mathbf{m}_a[\mathbf{G}\mathbf{r}_a]). \tag{56}$$

Это выражение можно также представить в виде

$$U=-(\mathbf{M}\mathbf{H})-(\mathbf{T}\mathbf{G}), \tag{57}$$

где введены магнитный и тороидный моменты спиновой системы:

$$\mathbf{M}=\sum_a\mathbf{m}_a;\quad \mathbf{T}=\frac{1}{2}\sum_a[\mathbf{r}_a\mathbf{m}_a]. \tag{58}$$

Моменты $\mathbf{M}$ и $\mathbf{T}$ имеют следующий геометрический смысл. Полный магнитный момент $\mathbf{M}$ описывает однородное распределение ориентации спинов в пространстве — он имеет максимальное значение, когда все спины параллельны между собой. Тороидный момент максимален, когда распределение спинов имеет вихревую конфигурацию [25].

Возвращаясь к выражению (56), можно видеть, что в вихревом поле на каждую частицу действует «свое» поле, которое зависит не только от амплитуды вихря поля $\mathbf{G}$, но также и от пространственного расположения ядер. В предыдущем разделе было рассмотрено возбуждение магнитного резонанса однородным переменным полем $\mathbf{H}=\mathbf{H}_0+\mathbf{h}(t)$, при этом счита-

лось, что $\mathbf{h}(t) \perp \mathbf{H}_0$. Здесь мы рассмотрим условия возбуждения резонанса переменным вихревым полем. В соответствии с выражением (55) мы считаем теперь, что на каждый спин действует поле $\mathbf{H}_a = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h}_a(t)$, причем

$$\mathbf{h}_a(t) = \frac{1}{2}\,[\mathbf{g}(t)\,\mathbf{r}_a], \tag{59}$$

где $\mathbf{g}(t)$ — переменный вихрь магнитного поля, который периодически меняется со временем:

$$\mathbf{g}(t) = \mathbf{g}\cos(\omega t + \delta). \tag{60}$$

Эта ситуация будет возникать, например, в плоском конденсаторе, где $\mathbf{g}(t) = (1/c)\mathbf{E}(t)$. Обращаясь к задаче о магнитном резонансе всей системы N спинов, мы видим, что в этих условиях переменное поле $\mathbf{h}_a(t)$, локализованное на a-м спине, во-первых, не перпендикулярно $\mathbf{H}_0$ (т.е. имеет параллельную $\mathbf{H}_0$ составляющую) и, во-вторых, оно имеет разную величину в разных точках пространства. В слабом поле ($h_a << H_0$) и вблизи резонанса в хорошем приближении можно учитывать только одну составляющую переменного поля, а именно перпендикулярную $\mathbf{H}_0$ и вращающуюся вместе со спином. Этот результат получен в [1] на основе теории возмущений для классических спинов. Поскольку в вихревом поле условия резонанса в обычной постановке ($\mathbf{H}_0 \perp \mathbf{h}$) принципиально не могут быть выполнены для всех спинов сразу, то мы покажем справедливость результата [1] другим способом — с помощью приближенного метода Капицы [16,22], решая уравнение Шредингера для частицы со спином 1/2. В дальнейшем эти результаты могут быть применены к частицам с произвольным спином, как это было показано в п.1.2.

В исходной лабораторной системе координат K_{lab} гамильтониан a-го спина (далее для упрощения записи мы опустим индекс a) имеет вид

$$\hat{\mathcal{H}} = -H_0\hat{S}_z - (\mathbf{h}\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}})\cos(\omega t + \delta), \tag{61}$$

где обозначено $\mathbf{h} = (1/2)[\mathbf{g}\mathbf{r}_a]$. Переходя во вращающуюся систему координат K_{rot}, как это было описано выше, в данном случае мы получаем эффективный гамильтониан

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{rot}} = -(H_0 + \omega)\hat{S}_z - h_i\,U_{zik}(\omega t)\hat{S}_k\cos(\omega t + \delta), \tag{62}$$

где $U_z(\omega t)$ — это 3×3-матрица, определенная выражением (43); при выводе формулы (62) было использовано соотношение (42). Таким образом, в отличие от выражения (41), в данном случае гамильтониан во вращающейся системе координат оказывается зависящим от времени. Будем считать,

что частота колебаний поля достаточно велика, т.е. ω порядка или больше H_0. Используя явный вид матрицы преобразования (43), представим гамильтониан (62) в виде суммы, состоящей из постоянной и осциллирующих частей:

$$\mathcal{H}_{\text{rot}} = -(\mathbf{H}_{\text{eff}} \cdot \hat{\mathcal{S}}) - \sum_n (\mathbf{h}_n(t) \cdot \hat{\mathcal{S}}), \tag{63}$$

здесь индекс n принимает два значения: $n = 1,2$, а поля $\mathbf{H}_{\text{eff}}$, $\mathbf{h}_n(t)$ имеют вид

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = (H_0 + \omega)\,\mathbf{e}_z + (h_x \cos\delta + h_y \sin\delta)\,\mathbf{e}_x + (h_y \cos\delta - h_x \sin\delta)\,\mathbf{e}_y;$$

$$\mathbf{h}_n(t) = \mathbf{h}_n^{(c)} \cos(n\omega t) + \mathbf{h}_n^{(s)} \sin(n\omega t), \tag{64}$$

где введены амплитуды $\mathbf{h}_n^{(c)}$ и $\mathbf{h}_n^{(s)}$:

$$\mathbf{h}_1^{(c)} = h_z \cos\delta\,\mathbf{e}_z; \quad \mathbf{h}_1^{(s)} = -h_z \sin\delta\,\mathbf{e}_z;$$

$$\mathbf{h}_2^{(c)} = \frac{1}{2}\left[(h_x \cos\delta - h_y \sin\delta)\,\mathbf{e}_x + (h_y \cos\delta + h_x \sin\delta)\,\mathbf{e}_y\right]; \tag{65}$$

$$\mathbf{h}_2^{(s)} = \frac{1}{2}\left[-(h_x \sin\delta + h_y \cos\delta)\,\mathbf{e}_x + (h_x \cos\delta - h_y \sin\delta)\,\mathbf{e}_y\right],$$

где h_x, h_y и h_z — проекции поля $\mathbf{h}$ на оси системы K_{lab}, а $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$ и $\mathbf{e}_z$ — единичные векторы, направленные по осям системы координат K_{rot}. Из этих формул видно, что поле $\mathbf{h}_1$ направлено по оси Z и осциллирует с частотой ω; поле $\mathbf{h}_2$ — перпендикулярно $\mathbf{H}_0$ и меняется с удвоенной частотой 2ω.

Представим решение уравнения Шредингера $i|\dot{\psi}_{\text{rot}}\rangle = \hat{\mathcal{H}}_{\text{rot}}|\psi_{\text{rot}}\rangle$ в виде суммы постоянной $|\psi_0\rangle$ и осциллирующих частей $|\psi_n\rangle$:

$$|\psi_{\text{rot}}\rangle = |\psi_0\rangle + |\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle \tag{66}$$

и, подставив его в уравнение Шредингера, получим

$$i|\dot{\psi}_0\rangle + i\sum_n |\dot{\psi}_n\rangle = -(\mathbf{H}_{\text{eff}} \cdot \hat{\mathcal{S}})|\psi_0\rangle - \sum_n (\mathbf{h}_n \cdot \mathcal{S})|\psi_0\rangle -$$

$$-\sum_n (\mathbf{H}_{\text{eff}} \cdot \hat{\mathcal{S}})|\psi_n\rangle - \sum_{nn'} (\mathbf{h}_n \cdot \hat{\mathcal{S}})|\psi_{n'}\rangle. \tag{67}$$

Для быстроосциллирующих частей в первом приближении получим (ср. [22], § 30):

$$i|\dot{\psi}_n\rangle = -\sum_n (\mathbf{h}_n \cdot \hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}})|\psi_0\rangle; \quad n = 1,2. \tag{68}$$

Считая в том же приближении, что в этих уравнениях $|\psi_0\rangle$ не зависит от времени, т.е. $|\psi_0\rangle = \text{const}$, после интегрирования находим

$$|\psi_n\rangle = \frac{i}{n\omega}((\sin(n\omega t)\,\mathbf{h}_n^{(c)} - \cos(n\omega t)\,\mathbf{h}_n^{(s)})\,\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}})|\psi_0\rangle. \tag{69}$$

Подставив последнее выражение в уравнение и усреднив по времени, получим

$$i|\dot{\psi}_0\rangle = -\left(\left(\mathbf{H}_{\text{eff}} + \sum_n [\mathbf{h}_n^{(c)}\,\mathbf{h}_n^{(s)}]\,\frac{1}{n\omega}\right)\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}\right)|\psi_0\rangle. \tag{70}$$

При выводе этого соотношения было использовано известное свойство матриц Паули

$$(\hat{\boldsymbol{\sigma}}\,\mathbf{a})(\hat{\boldsymbol{\sigma}}\,\mathbf{b}) = (\mathbf{ab}) + i(\hat{\boldsymbol{\sigma}}\,[\mathbf{ab}]). \tag{71}$$

Используя формулы (64), легко видеть, что $[\mathbf{h}_1^{(c)}\mathbf{h}_1^{(s)}] = 0$, а векторное произведение $[\mathbf{h}_2^{(c)}\mathbf{h}_2^{(s)}]$ направлено по оси Z. Таким образом, можно сказать, что под влиянием переменного вихревого поля каждый спин в среднем движется так, как будто на него в системе K_{rot} действует эффективное постоянное поле, которое направлено по оси Z и равно $\mathbf{H}_0 + [\mathbf{h}_2^{(c)}\mathbf{h}_2^{(s)}]$, и перпендикулярное ему эффективное вращающееся поле с амплитудой, равной проекции вектора $\mathbf{h} = (1/2)\,[\mathbf{g}\mathbf{r}_a]$ на плоскость XY л.с.к. Изменение продольного поля несколько меняет частоту резонанса, и при слабом вихревом поле им можно пренебречь. Что касается амплитуды и направления эффективного вращающегося поля, то, как можно было видеть из рассмотрения, проведенного выше, ими определяются, соответственно, скорость переориентации спина в вертикальном направлении (т.е. шаг спиральной траектории фазовой точки) и фаза вращения вокруг постоянного поля $\mathbf{H}_0$.

Рассмотрим два примера поведения спиновой системы в импульсном вихревом магнитном поле с резонансной частотой $\omega = -H_0$. Предположим сначала, что вихрь поля $\mathbf{g}$ ориентирован вдоль оси Z параллельно $\mathbf{H}_0$ (рис.2). Из выражений (59) и (60) следует, что силовые линии вихревого поля представляют собой окружности, центры которых лежат на оси Z, проходящей через начало координат (точка $\mathbf{r} = 0$). Пусть до начала действия поля спины были сориентированы по направлению поля $\mathbf{H}_0$ (по оси Z). Их начальные положения отмечены на рисунке цифрами *1*. При включении

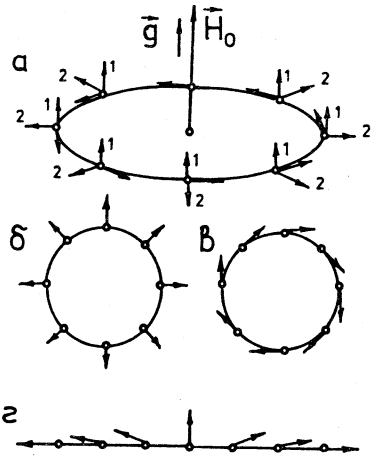


Рис. 2. Система спинов в вихревом магнитном поле. Вихрь поля **g** параллелен однородному полю $\mathbf{H}_0$

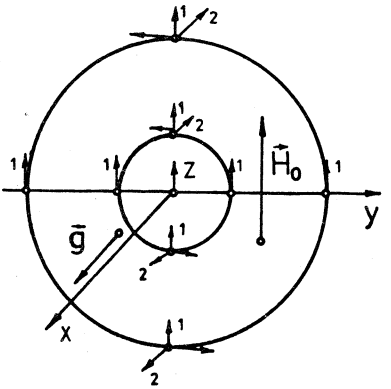


Рис. 3. То же, что на рис. 2. Вихрь поля **g** перпендикулярен однородному полю $\mathbf{H}_0$

поля каждый спин во вращающейся системе координат K_{rot} будет поворачиваться вокруг локального эффективного поля, которое в рассматриваемом случае направлено по касательным к окружности. Через некоторое время спины, лежащие на данной силовой линии, примут положения, отмеченные на рис.2 цифрами *2*, т.е. спиновая конфигурация будет иметь «веерную» (или «цветковую») структуру. Относительно л.с.к. каждый спин не только переориентируется в вертикальном направлении, но еще и вращается вокруг поля $\mathbf{H}_0$. Поэтому в системе K_{lab} веерная структура спинов будет периодически сменяться вихревой (рис.2,*б*,*в*). В то же время спины, которые находятся на разных расстояниях от центра системы (то есть на окружностях различных радиусов), за одно и то же время успевают повернуться на разные углы — чем дальше от центра, тем больше вихревое поле и тем больше угол поворота (рис.2,*г*).

Допустим теперь, что вихрь **g** ориентирован по оси *X*, т.е. перпендикулярно однородному полю $\mathbf{H}_0$ (рис.3), а спины, как и раньше, в начальный момент времени ориентированы по оси *Z*, как это отмечено на рисунке цифрами *1*. Окружности, лежащие в плоскости *YX*, изображают силовые линии вихревого поля. Как можно видеть из рисунка, для спинов, которые лежат в плоскости *XY*, вихревое поле не имеет компонент, перпендикулярных $\mathbf{H}_0$, и поэтому спины ядер, находящиеся в этой плоскости, не будут изменять свою ориентацию под действием переменного поля. В то же время

спины, лежащие над плоскостью XY (с положительной координатой Z) будут вращаться в сторону, противоположную вращению спинов, лежащих под плоскостью XY (с отрицательной координатой Z). Поэтому система спинов в целом будет описываться магнитным и тороидным моментами, причем относительно л.с.к. тороидный момент вращается в плоскости XY с частотой ω_0.

1.5. Спиновая релаксация. Для полного описания явления ЯМР необходимо учитывать магнитную релаксацию ядерных спинов. Действительно, в отсутствие релаксации спиновая система сначала поглощает энергию переменного магнитного поля, а затем снова возвращает ее. Это связано с компактностью фазового пространства, в котором движутся спины, что существенно отличает их от линейных осцилляторов, где амплитуда колебаний в резонансе может возрастать неограниченно. Благодаря релаксации спиновая система теряет часть своей энергии на «трение», и в результате устанавливается некоторый баланс между поглощаемой и диссипируемой энергией. Выявление релаксационных механизмов дает ценную информацию о внутренних процессах, идущих в системе [1—6].

В данном обзоре мы не ставим целью рассмотрение релаксационных процессов со всей полнотой и ограничиваемся только кратким описанием новых подходов к исследованию спиновой кинетики, основанных на использовании концепции когерентного состояния. Проблема введения диссипации в квантовые уравнения здесь решается особенно наглядно, так как параметры, описывающие квантовые состояния, подчиняются классическим уравнениям движения. Кроме того, эти методы позволяют легко включать новые переменные, к числу которых относится интересующий нас тороидный момент.

Рассмотрим квантовую систему, которая взаимодействует с «решеткой» (как принято называть все неспиновые степени свободы), имеющей только классические степени свободы. Состояния системы в целом описываются набором переменных $|\Psi\rangle$, $\langle\Psi|$ и X, где $|\Psi\rangle$ — квантовое состояние, а X — классические переменные. Отметим, что сопряженное состояние $\langle\Psi|$ также включено в набор переменных, так как в общем случае вектор $|\Psi\rangle$ имеет комплексные компоненты. Введем классическую функцию Гамильтона, которая зависит от всех указанных переменных:

$$\mathcal{H}(|\Psi\rangle, \langle\Psi|, X) = \langle\Psi|\hat{\mathcal{H}}(X)|\Psi\rangle + V(X), \tag{72}$$

где $\hat{\mathcal{H}}(X)$ — квантовый оператор Гамильтона, $V(X)$ — энергия классических степеней свободы. В принципе, в этом выражении, кроме координат X, могут быть учтены и сопряженные им импульсы, но в целях упрощения мы считаем классическое движение сильно демпфированным, т.е., что трение велико, а инерционными эффектами можно пренебречь.

Кроме того, допускаем, что на классическую систему действуют случайные силы (тепловые флуктуации). В результате уравнение движения для классических переменных может быть записано в виде

$$\dot{X} = -\frac{1}{\tau}\frac{\partial}{\partial X}\beta\,\mathcal{H} + K(t), \tag{73}$$

где $\beta = 1/kT$, причем произведение $\tau\,kT$ представляет собой коэффициент трения, в котором для удобства выделено время релаксации τ. Случайные силы считаются δ-коррелированными по времени (белый шум). В принципе, добавляя в число параметров состояния новые переменные, можно учитывать не только белый шум, но также и «цветной».

К квантовому уравнению Шредингера можно прийти с помощью функции Гамильтона (72). Оно получается как «классическое» уравнение Гамильтона путем дифференцирования функции (72) по сопряженным переменным:

$$|\dot{\Psi}\rangle = \frac{1}{i\hbar}\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\langle\Psi|}; \quad \langle\dot{\Psi}| = -\frac{1}{i\hbar}\frac{\partial S}{\partial|\Psi\rangle}. \tag{74}$$

Так как в уравнениях (73) присутствуют случайные силы, то все переменные состояния будут случайными функциями времени. Поэтому для вероятностного описания системы (спины плюс решетка) введем функцию распределения:

$$W = W(|\Psi\rangle, \langle\Psi|, X, t). \tag{75}$$

С помощью общих методов теории случайных процессов [30] из уравнений (73), (74) может быть получено кинетическое уравнение Фоккера — Планка для функции распределения W [27—29]:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial|\dot{\Psi}\rangle W}{\partial|\Psi\rangle} + \frac{\partial\langle\dot{\Psi}|W}{\partial\langle\Psi|} + \frac{\partial}{\partial X}\dot{X}W = 0, \tag{76}$$

которое имеет вид обычного уравнения непрерывности $\dfrac{\partial W}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial y}\dot{y}W = 0$.

Для получения замкнутого уравнения в это выражение следует подставить производные (73), (74) и, кроме того, сделать формальную замену

$$K(t) = -\frac{1}{\tau}\frac{\partial}{\partial X}\ln W. \tag{77}$$

Зная функцию распределения W, можно усреднить любую функцию от переменных $|\Psi\rangle$, $\langle\Psi|$ и X. Так, например, усредняя матрицу плотности чистого состояния $|\Psi\rangle\langle\Psi|$, получаем оператор

$$\hat{\rho}(X,t) = \int |\Psi\rangle\langle\Psi| W(|\Psi\rangle, X, t)\,d|\Psi\rangle\,d\langle\Psi|, \tag{78}$$

который носит название «не полностью усредненной матрицы плотности» и для которого с помощью кинетического уравнения (76) может быть получено так называемое стохастическое уравнение Лиувилля:

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{\rho}(X,t) = -i\,\omega\left[\hat{\mathcal{H}}(X), \hat{\rho}(X,t)\right] + \frac{1}{\tau}\hat{\mathcal{L}}_X\,\hat{\rho}(X,t)\,. \tag{79}$$

Это уравнение впервые было получено в [31] другим методом — путем редукции динамических уравнений при рассмотрении медленных движений классической системы (в пределе $\omega\tau >> 1$). В изложенном выводе не учитывается только обратное влияние спиновой системы на решетку (что справедливо в высокотемпературном приближении), а ограничений на временные интервалы не предполагается. Как можно показать [27], в пределе быстрых движений $\omega\tau << 1$ из уравнения (79) может быть получено известное уравнение Блоха — Редфилда [1—6].

Рассмотрим в качестве примера применение этой общей теории к релаксации спина [28]. Как было показано выше, квантовые состояния могут описываться единичным вектором $\mathbf{m}$, а уравнение Шредингера эквивалентно уравнению спиновой прецессии $\dot{\mathbf{m}} = [\mathbf{m}\times\mathbf{H}]$. Предположим, что классическая подсистема создает на ядре флуктуирующее магнитное поле

$$\dot{\mathbf{m}} = [\mathbf{m}\times(\mathbf{H} + H_1\mathbf{e})]\,, \tag{80}$$

где $\mathbf{e}$ — классический единичный вектор, который подчиняется уравнению движения

$$\dot{\mathbf{e}} = [\boldsymbol{\Omega}\,\mathbf{e}]; \quad \boldsymbol{\Omega} = -\frac{1}{\tau}\hat{\mathcal{R}}\beta V(\mathbf{e}) + \mathbf{K}(t), \tag{81}$$

здесь Ω — угловая скорость вращения единичного вектора $\mathbf{e}$, $V(\mathbf{e})$ — классический потенциал, $\mathbf{K}(t)$ — случайный момент сил, $\hat{\mathcal{R}} = \left[\mathbf{e}\frac{\partial}{\partial\,\mathbf{e}}\right]$ — оператор бесконечно малого поворота вектора $\mathbf{e}$.

Из уравнений (80) и (81) можно получить уравнение Фоккера — Планка для функции распределения $W(\mathbf{m},\mathbf{e},t)$:

$$\frac{\partial W}{\partial t} - \frac{1}{\tau}\hat{\mathcal{R}}(W\hat{\mathcal{R}}\beta V + \hat{\mathcal{R}}W) - ((\mathbf{H}_0 + H_1\mathbf{e})\,\hat{\mathcal{L}}\,)W = 0, \tag{82}$$

где $\hat{\mathcal{L}} = \left[\mathbf{m}\frac{\partial}{\partial\,\mathbf{m}}\right]$. Умножая это уравнение на $\mathbf{m}$ и интегрируя по переменным $\mathbf{m}$ и $\mathbf{e}$, получаем уравнение для момента $\langle\,\mathbf{m}\rangle = \mathbf{M}$:

$$\dot{\mathbf{M}} = [\mathbf{M}\mathbf{H}] + H_1\,\langle\,[\mathbf{m}\mathbf{e}]\rangle, \tag{83}$$

которое содержит момент более высокого порядка $\langle[\mathbf{m}\mathbf{e}]\rangle$. Расцепление системы уравнений для моментов можно провести с помощью обычной

для кинетической теории вариационной процедуры. Будем искать функцию распределения в виде:

$$W = W_0(1 + (\mathbf{p}(t)\,\mathbf{m})), \tag{84}$$

где $W_0 = c\exp(-\beta V)$ — равновесная функция распределения, $\mathbf{p}(t)$ — вариационный параметр, который связан с $\langle \mathbf{m} \rangle$ с помощью равновесных моментов. В пределе быстрой релаксации уравнение для $\mathbf{M}$ сводится к уравнению Блоха

$$\dot{\mathbf{M}} = [\mathbf{M}\mathbf{H}] - \mathbf{k}\,\frac{M_z - M_{z0}}{T_1} - \frac{1}{T_2}\,\mathbf{M}_\perp, \tag{85}$$

времена релаксации T_1 и T_2 зависят здесь от поля и температуры [29], причем эта зависимость выражается в явном виде через равновесные средние.

1.6. Порог поля возбуждения. Диссипативные процессы оказывают значительное влияние на динамику спиновой системы и служат причиной уширения линии магнитного резонанса и сдвига резонансных частот [1—8]. Кроме того, оказывается, что при наличии диссипации возбуждение магнитного резонанса возможно только в том случае, когда амплитуда переменного поля h превышает некоторое пороговое значение h_c. Этот вопрос освещен в литературе недостаточно подробно. В то же время оценка порогового поля представляется важной для выяснения общих условий наблюдения тороидного отклика спиновой системы, так как при возбуждении резонанса вихревым магнитным полем существуют физические ограничения на амплитуду локального переменного поля на ядре h_{loc}. Например, в диэлектрическом образце вихревое поле может быть создано только токами смещения, индуцируемыми переменным электрическим полем $E(t)$, которое ограничено по амплитуде, в частности, величиной поля электрического пробоя диэлектрика. Очевидно, что если $h_{\text{loc}} \sim \omega E/c$ будет меньше порогового поля ($h_{\text{loc}} < h_c$), то наблюдение тороидного отклика на вихревое поле вообще невозможно.

Для наших целей удобно учесть диссипацию в уравнении движения спина в форме известного релаксационного члена Ландау и Лифшица:

$$\dot{\mathbf{m}} = [\mathbf{m}\mathbf{H}] - \alpha\,[\mathbf{m}[\mathbf{m}\mathbf{H}]], \tag{86}$$

который описывает релаксацию спина к равновесному значению, определяемому направлением поля $\mathbf{H}$. При слабом отклонении магнитного момента $\mathbf{m}$ от равновесного значения $\mathbf{H}/H$ в линейном приближении по отклонению от равновесия $\delta\mathbf{m}$ уравнение (86) переходит в уравнение

Блоха (85): $\delta \dot{\mathbf{m}} \approx [\delta \mathbf{m}\mathbf{H}] - \alpha H \delta \mathbf{m}_{\perp}$, откуда можно видеть, что параметр α пропорционален обратному времени поперечной релаксации T_2:

$$\alpha = 1/T_2 H. \tag{87}$$

Для решения уравнения (86) удобно использовать стереографическую проекцию точек сферы S^2 (которая, напомним, играет роль фазового пространства классического спина) из ее южного полюса на плоскость комплексной переменной ζ, которая может быть выражена через сферические углы θ и φ вектора $\mathbf{m}$ (19) в виде: $\zeta = -\mathrm{tg}\,\frac{\theta}{2}\, e^{-i\varphi}$.

Переходя к циклическим компонентам векторов $\mathbf{m}$ и $\mathbf{H}$:

$$H_0 = H_z; \quad H_{\pm} = H_x \pm i H_y; \quad z = m_z; \quad x = m_x - i m_y, \tag{88}$$

переписываем сначала уравнение движения (86) в этих компонентах:

$$\dot{x} = x(i + \alpha z)H_0 + \frac{1}{2}(\alpha - 2iz + \alpha z^2)H_- - \frac{1}{2}\alpha x^2 H_+;$$

$$\dot{z} = \alpha(1 - z^2)H_0 + \frac{1}{2}x^*(i - \alpha z)H_- - \frac{1}{2}x(i + \alpha z)H_+. \tag{89}$$

Учитывая, что комплексная переменная ζ выражается через x и z:

$$\zeta = -\frac{x}{1+z} = -\frac{1-z}{x^*}, \tag{90}$$

после простых преобразований получаем уравнение движения спина

$$\frac{i}{1 + i\alpha}\dot{\zeta} = -\frac{1}{2}H_- - \zeta H_0 + \frac{1}{2}\zeta^2 H_+. \tag{91}$$

Таким образом, в этих переменных роль диссипации, описываемой нелинейным релаксационным членом Ландау и Лифшица сводится к перенормировке времени: $t \to (1 + i\alpha)t$, что подробно обсуждается в [33]. В постоянном поле H, направленном по оси Z (при условии $H_+ = H_- = 0$), уравнение (91) становится линейным и его решение имеет вид: $\zeta = \zeta_0 \exp((i - \alpha)H_0 t)$. Это значит, что в плоскости комплексной переменной ζ фазовая точка движется по спирали, приближаясь к началу координат $\zeta = 0$, которое отвечает положению равновесия, а фазовая точка на сфере S^2 будет приближаться к северному полюсу, который отвечает ее равновесному положению.

В общем случае уравнение (91) представляет собой нелинейное уравнение Риккати и его решение нельзя найти в квадратурах [34,35]. Важное исключение представляет случай, когда магнитное поле является суммой постоянного поля H_0 и перпендикулярного ему вращающегося поля **h** (39), т.е. $H_{\pm} = h\, e^{\pm i\omega t}$, $H_0 = \text{const}$. Введем новую переменную ν, связанную с ζ соотношением

$$\zeta = \frac{2i}{H_+(1+i\alpha)}\frac{\dot{\nu}}{\nu}. \tag{92}$$

Для этой переменной уравнение Риккати преобразуется в линейное уравнение второго порядка

$$\ddot{\nu} - (iH_0 + \dot{H}_+/H_+)(1+i\alpha)\dot{\nu} + \frac{1}{4}H_-H_+(1+i\alpha)^2\nu = 0, \tag{93}$$

которое для вращающегося поля становится уравнением с постоянными коэффициентами

$$\ddot{\nu} - i(H_0(1+i\alpha)+\omega)\dot{\nu} + \frac{1}{4}h^2(1+i\alpha)^2\nu = 0. \tag{94}$$

Вдали от области резонанса, то есть когда ω значительно отличается от H_0, роль слабого переменного поля $h << H_0$ незначительна, так как оно входит в уравнения квадратично. Предположим, что частота переменного поля находится в точном резонансе, то есть $\omega = -H_0$. В этом случае второе слагаемое в уравнении (94) принимает вид $\alpha H_0\dot{\nu}$. Ищем решение уравнения в виде $\nu \sim \exp(i\lambda t)$. Для декремента λ получаем характеристическое уравнение

$$\lambda^2 - i\alpha H_0\lambda - \frac{1}{4}h^2(1+i\alpha)^2 = 0, \tag{95}$$

которое имеет корни

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}H_0\left(i\alpha \pm \sqrt{\frac{h^2}{H_0^2}(1+i\alpha)^2 - \alpha^2}\right). \tag{96}$$

В отсутствие трения ($\alpha = 0$) корни характеристического уравнения действительны: $\lambda_{1,2} = \pm h/2$, что соответствует случаю резонансного воздействия переменного поля на спиновую систему, как это обсуждалось в п.1.3. Предполагая параметр α малым по сравнению с единицей ($\alpha << 1$) и считая, что α и h/H_0 имеют одинаковый порядок малости, корни уравнения можно представить в виде

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}H_0\alpha\left(i \pm \sqrt{\frac{h^2}{H_0^2\alpha^2} - 1}\right). \tag{97}$$

Таким образом, если h меньше, чем $h_c = \alpha H_0$, то декременты будут чисто мнимыми. При условии $h < h_c$ решение уравнения движения будет иметь характер чистого затухания (релаксации), т.е. при столь малой амплитуде переменного поля возбуждение резонанса оказывается невозможным. Переходя к размерным переменным и учитывая связь (87) параметра α с поперечным временем релаксации, окончательно получаем в этом приближении условие возбуждения резонанса

$$h > 1/\gamma T_2. \tag{98}$$

Полученные для декрементов соотношения (97) позволяют также проводить анализ решения и при других соотношениях между параметром α и h/H_0.

В заключение этого раздела обсудим кратко важный вопрос о связи диссипативного классического уравнения движения (86) с квантовым уравнением Шредингера. Поскольку уравнение (86) сохраняет нормировку вектора $\mathbf{m}$, то диссипативная система имеет то же фазовое пространство, что и система без диссипации, и мы можем по-прежнему сопоставлять вектору $\mathbf{m}$ квантовое когерентное состояние $|\mathbf{m}\rangle$, как это было описано выше в п.1.2. Однако встает вопрос: каков же квантовый гамильтониан, управляющий движением этой системы? Наиболее простой ответ можно получить, опираясь на полуклассическую теорию Джеймса [36]. В этой теории трение учитывается путем добавки к гамильтониану слагаемых, принимающих во внимание самодействие системы, возникающее из-за потери энергии на излучение. Очевидно, что этот подход находится в соответствии с феноменологической теорией Ландау и Лифшица. В рассматриваемом случае квантовую систему мы можем сопоставить классической системе с гамильтонианом

$$\hat{\mathcal{H}} = -(\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}(\mathbf{H} - \alpha\,[\mathbf{mH}])), \tag{99}$$

где под $\mathbf{m}$ следует понимать среднее значение момента $\mathbf{m} = \langle\Psi|\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}|\Psi\rangle$. Таким образом, уравнение Шредингера оказывается нелинейным уравнением относительно вектора состояния $|\Psi\rangle$.

2. ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИЕ СПИНЫ

В современных методах наблюдения сигналов ядерного магнитного резонанса используется та или иная последовательность импульсов переменного магнитного поля, с помощью которой можно привести систему спинов в некоторое начальное состояние. После этого начинается движение спинов в однородном поле, которое при наблюдении дает сигнал свободной

индукции. Слабое взаимодействие спинов между собой относительно медленно изменяет их состояния, поэтому во время действия коротких импульсов переменного поля им можно пренебречь, что обычно и делается при теоретическом рассмотрении [1—5]. Однако в дальнейшем, в процессе «свободной» прецессии спинов, пренебрегать взаимодействием уже нельзя, так как на достаточно больших временах оно успеет заметно проявиться.

На качественном уровне роль спин-спинового взаимодействия можно понять, рассматривая поведение спиновой системы после действия так называемого 90-градусного импульса переменного поля. Пусть, например, до прихода импульса спиновая система находилась в тепловом равновесии, так что все спины были в среднем ориентированы по полю $\mathbf{H}_0$, т.е. направлены на северный полюс фазовой сферы S^2 на рис.1. При наложении однородного вращающегося поля с резонансной частотой $\omega = \gamma H$ углы разворота конусов прецессии θ (рис.1) у всех спинов будут линейно увеличиваться со временем, как это было показано в п.1.3. Будем считать, что продолжительность импульса такова, что угол θ изменится от 0 до 90°. В результате после импульса спины будут прецессировать в плоскости, перпендикулярной полю $\mathbf{H}_0$, и в этой же плоскости будет лежать их суммарный магнитный момент $\mathbf{M}$.

С течением времени согласованная (когерентная) прецессия спинов разрушается, так как вследствие спин-спинового взаимодействия будет происходить расфазировка их вращения. (Здесь мы отвлекаемся от диссипативных процессов, которые также могут вызвать расфазировку.) Если учесть, что ядерные спины каким-то образом распределены в пространстве (попросту говоря, они находятся в разных точках), то можно прийти к выводу, что вследствие спин-спинового взаимодействия начальное (возникшее сразу после импульса) однородное распределение их ориентаций постепенно сменяется другим — пространственно неоднородным. Как известно [25], распределение диполей описывается мультипольными моментами, одним из которых, соответствующим однородному распределению, является магнитный момент $\mathbf{M}$, а следующими (по параметру мультипольности) — тороидный $\mathbf{T}$, квадрупольный и другие.

На языке мультипольных моментов мы можем описать рассмотренную выше картину поведения спинов следующим образом. Непосредственно после импульса система имеет максимальный магнитный момент, который с течением времени будет уменьшаться, а другие мультипольные моменты — увеличиваться. Очевидно, что наблюдение более высоких мультиполей даст ценную информацию о поведении и структуре спиновой системы. Однако обычно в магнитном резонансе они не учитываются. В этом разделе подробно рассматривается роль взаимодействия между спинами в формировании мультипольной структуры. При этом основное внимание уделяется

условиям возникновения тороидного момента, как наиболее близкого к магнитному моменту по условиям наблюдения.

Как будет показано далее, динамика системы взаимодействующих спинов определяется тремя основными факторами: 1) начальным состоянием; 2) симметрией расположения ядер и 3) ориентацией магнитного поля относительно системы. Так, рассмотренный выше случай возбуждения системы 90-градусным импульсом однородного поля $\mathbf{h}(t)$ приводит к начальному состоянию с максимальным магнитным моментом $\mathbf{M}$. Если воздействовать на систему импульсом вихревого поля $\mathbf{g}(t)$, то спиновая система будет иметь в начальный момент времени максимальный тороидный диполь. Но при определенной геометрии системы возможны и «перекрестные» эффекты — начальный тороидный момент может возникнуть и при воздействии однородным полем, так же как магнитный момент — при воздействии вихревым. Как мы увидим, уже само по себе существование перекрестных эффектов позволяет сделать важные заключения о симметрии системы. Мы обсуждаем здесь также вопрос о связи между классическим и квантовым описаниями системы взаимодействующих спинов.

2.1. Приближение классических спинов. Рассмотрим систему взаимодействующих «классических» спинов $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \ldots, \mathbf{m}_N$, находящихся в точках пространства $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \ldots, \mathbf{r}_N$. В дальнейшем предполагается, что начало координат выбрано в геометрическом центре системы, т.е. выполняется условие (50). Предположим, что спины находятся в сильном однородном магнитном поле и слабо взаимодействуют между собой. Энергия спиновой системы имеет вид

$$U = -(\mathbf{H} \cdot \sum_a \mathbf{m}_a) - \frac{1}{2} \sum_a {\sum_b}' (\mathbf{m}_a \cdot A(\mathbf{r}_{ab}) \cdot \mathbf{m}_b), \qquad (100)$$

где $A(\mathbf{r})$— тензор второго ранга, равный

$$A_{ik}(\mathbf{r}) = \frac{3x_i x_k - r^2 \delta_{ik}}{r^5}. \qquad (101)$$

Штрих у знака суммы по b означает, что в сумме исключено слагаемое с $b = a$. В выражении (100) во втором слагаемом использовано краткое обозначение умножения двух векторов на тензор, которым мы будем пользоваться и в дальнейшем:

$$(\mathbf{a} \cdot A \cdot \mathbf{b}) = a_i A_{ik} b_k. \qquad (102)$$

Это же правило будет использоваться и для сокращенной записи умножения тензора на вектор:

$$(A \cdot \mathbf{b})_i = A_{ik} b_k; \quad (\mathbf{b} \cdot A)_i = b_k A_{ki}. \qquad (103)$$

Получившийся в результате такого умножения вектор ($(A\cdot\mathbf{b})$ или $(\mathbf{b}\cdot A)$) будет далее рассматриваться как обычный вектор, и поэтому он может фигурировать, например, в выражениях вида $[\mathbf{a}(A\cdot\mathbf{b})]$ или $[\mathbf{a}(\mathbf{b}\cdot A)]$, где он векторно умножается на a.

Дифференцируя энергию (100) по $\mathbf{m}_a$ с учетом постоянства длины этого вектора (ср. с (4)), получаем уравнение движения a-го спина

$$\dot{\mathbf{m}}_a = [\mathbf{m}_a\mathbf{H}] + [\mathbf{m}_a \sum_b{}' (A(\mathbf{r}_{ab})\cdot\mathbf{m}_b]. \qquad (104)$$

Видно, что система уравнений нелинейная. В нулевом приближении по взаимодействию она описывает N спинов, независимо прецессирующих вокруг направления магнитного поля H с частотой $-\gamma H$. Если «включить» взаимодействие, то можно ожидать появления следующих эффектов. Во-первых, каждый спин создает на соседних спинах переменное магнитное поле резонансной частоты, что вызывает резонансную передачу энергии от одного спина к другому. Это явление аналогично колебаниям связанных осцилляторов с близкими частотами (сравните с описанием колебаний симпатических маятников в [32], § 20). Такого рода «внутренние резонансы» можно учесть уже в линейном приближении. Во-вторых, в силу нелинейности взаимодействия, могут появиться колебания на кратных частотах, а также зависимость частоты прецессии от энергии. Так как взаимодействие между спинами является слабым, то и нелинейные эффекты тоже будут малы, и поэтому в дальнейшем мы ограничимся в основном линейным приближением. В-третьих, следует отметить, что сам по себе потенциал диполь-дипольного взаимодействия имеет несколько минимумов, каждый из которых соответствует некоторой фиксированной ориентации спинов. В слабом внешнем поле H (порядка или меньше энергии взаимодействия) можно было бы наблюдать качественную перестройку движения спиновой системы в зависимости от величины и ориентации внешних полей. Однако, поскольку в ЯМР внешнее магнитное поле, как правило, очень велико (обычно энергия взаимодействия спинов на 2-3 порядка меньше их энергии взаимодействия с однородным полем), то все такого рода эффекты «перемагничивания» заведомо можно не учитывать.

Для линеаризации уравнений движения следует сначала найти равновесные ориентации спинов $\mathbf{m}_{10}, \mathbf{m}_{20},\ldots, \mathbf{m}_{N0}$, при которых потенциал U имеет минимум. Перепишем уравнения движения (104) в виде

$$\dot{\mathbf{m}}_a = [\mathbf{m}_a\mathbf{H}_a] + [\mathbf{m}_a \sum_b{}' (A(\mathbf{r}_{ab})\cdot(\mathbf{m}_b - \mathbf{m}_{b0}))], \qquad (105)$$

где введено

$$\mathbf{H}_a = \mathbf{H} + \sum_b{}' (A(\mathbf{r}_{ab})\cdot\mathbf{m}_{b0}) \qquad (106)$$

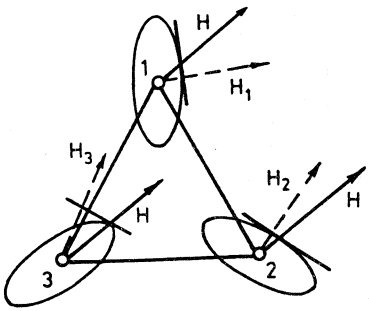


Рис. 4. Схема определения эффективных магнитных полей на ядрах с помощью построения Пуансо

— равновесное поле, действующее на a-й спин. По условию выбора равновесных значений $\mathbf{m}_{a0}$ они должны обращать правую часть уравнения (105) в нуль, что будет возможно, если векторы $\mathbf{m}_{a0}$ и $\mathbf{H}_a$ параллельны друг другу. Учитывая, что вектор $\mathbf{m}_{a0}$ имеет единичную длину, мы можем записать уравнение для его определения в виде $\mathbf{m}_{a0} = \mathbf{H}_a / H_a$. Это уравнение легко может быть решено методом итераций. В нулевом приближении $\mathbf{m}_{a0} = \mathbf{H}/H$, а в линейном приближении по взаимодействию получаем

$$\mathbf{m}_{a0} \approx \mathbf{H}_1 - [\mathbf{H}_1[\mathbf{H}_1\mathbf{A}_a]]; \quad \mathbf{H}_1 = \mathbf{H}/H; \quad \mathbf{A}_a = \sum_b{}' (A(\mathbf{r}_{ab})\cdot\mathbf{H}_1). \qquad (107)$$

Пользуясь уравнениями (106), (107), в том же приближении представим связь между полями $\mathbf{H}$ и $\mathbf{H}_a$ в виде

$$\mathbf{H}_a = (\beta^{(a)}\cdot\mathbf{H}); \quad \beta_{ik}^{(a)} = \delta_{ik} + \frac{1}{H}\sum_b{}' A_{ik}(\mathbf{r}_{ab}), \qquad (108)$$

где введен «тензор поляризуемости» $\beta^{(a)}$, который целиком определяется геометрическим расположением спинов. Это выражение позволяет находить ориентацию векторов $\mathbf{H}_a$ по заданной ориентации внешнего поля с помощью известного построения Пуансо (см., например, [32], § 24). Построим вокруг каждого ядра, как около центра, эллипсоид Пуансо, задаваемый уравнением $(\mathbf{r}\cdot\beta^{(a)}\cdot\mathbf{r}) = 1$ (рис.4). Если теперь из центра ядра провести вектор $\mathbf{H}$, и в точке его пересечения с эллипсоидом построить плоскость, касательную к поверхности эллипсоида, то, как следует из уравнения (108), вектор $\mathbf{H}_a$ будет направлен по нормали к этой плоскости. Изменение пространственного расположения ядер вызовет изменения «тензоров поляризации» $\beta^{(a)}$, что отразится на ориентации и форме эллипсоидов Пуансо.

Из уравнения движения (105) следует, что влияние взаимодействия сводится, во-первых, к перенормировке магнитного поля, действующего на каждую частицу ($\mathbf{H} \to \mathbf{H}_a$), и, во-вторых, к «перемешиванию» состояний

частиц, за что отвечает второе слагаемое в уравнении (105). При малом отклонении $\mathbf{m}_a$ от $\mathbf{m}_{a0}$ уравнение (105) можно линеаризовать по малым разностям $\mathbf{n}_a = \mathbf{m}_a - \mathbf{m}_{a0}$, для которых с помощью (105) получаем линейные уравнения вида

$$\dot{\mathbf{n}}_a = [\mathbf{n}_a \mathbf{H}_a] + [\mathbf{m}_{a0} \sum_b{}' (A(\mathbf{r}_{ab}) \cdot \mathbf{n}_b)] \tag{109}$$

Умножая это уравнение скалярно на $\mathbf{m}_{a0}$, легко убедиться, что продольные по полю $\mathbf{H}_a$ компоненты векторов $\mathbf{n}_a$ не изменяются со временем, а учитывая условие нормировки $|\mathbf{m}_a| = 1$, в соответствии с принятым линейным приближением можно считать эти компоненты вообще равными нулю. Таким образом, каждый вектор $\mathbf{n}_a$ изменяется, оставаясь в плоскости, перпендикулярной «своему» полю $\mathbf{H}_a$.

Для решения системы уравнений (109) введем на каждом (a-м) ядре свою систему координат K_a, у которой ось Z_a направлена по полю $\mathbf{H}_a$. Разложим вектор $\mathbf{n}_a$ по базисным векторам $\mathbf{e}_{ax}$, $\mathbf{e}_{ay}$, направленным по осям системы K_a: $\mathbf{n}_a = x_a \mathbf{e}_{ax} + y_a \mathbf{e}_{ay}$. Для компонент x_a и y_a с помощью (109) получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_a = y_a H_a - \sum_b{}' (A_{yx}(\mathbf{r}_{ab}) x_b + A_{yy}(\mathbf{r}_{ab}) y_b); \\ \dot{y}_a = -x_a H_a + \sum_b{}' (A_{xx}(\mathbf{r}_{ab}) x_b + A_{xy}(\mathbf{r}_{ab}) y_b). \end{cases} \tag{110}$$

При вычислении компонент тензора $A(\mathbf{r}_{ab})$ вида $(\mathbf{e}_{ai} \cdot A(\mathbf{r}_{ab}) \cdot \mathbf{e}_{bk})$ мы приближенно заменили базисные векторы $\mathbf{e}_{ai}$, $\mathbf{e}_{bk}$ систем K_a и K_b на базисные векторы $\mathbf{e}_i$ л.с.к. K_{lab}, у которой ось Z направлена по внешнему полю $\mathbf{H}$. Исключая переменную y_a из системы уравнений (110), для переменной x_a получаем уравнение

$$\ddot{x}_a + H_a^2 x_a + H \sum_b{}' A_{zz}(\mathbf{r}_{ab}) x_b = 0, \tag{111}$$

причем координаты y_a можно найти по известным x_a и $\dot{x}_a$ с помощью соотношения

$$y_a = \frac{1}{H} \left\{ \left(2 - \frac{H_a}{H} \right) \dot{x}_a + \sum_b{}' \left[A_{yx}(\mathbf{r}_{ab}) \frac{\dot{x}_b}{H} + A_{xx}(\mathbf{r}_{ab}) x_b \right] \right\}. \tag{112}$$

Таким образом, как можно видеть из уравнения (111), в линейном приближении систему N спинов можно рассматривать как колебательную систему с N степенями свободы. Поскольку поля H_a мало отличаются от H, то здесь мы имеем дело со случаем N слабо связанных одномерных осцилляторов с близкими частотами (ср. [32], § 20). Решение системы уравнений (111), как обычно (см., например, [22], § 23), можно записать в виде разложения по нормальным координатам. Учитывая связь (112), окончательно получаем

$$x_a = \sum_\gamma u_{a\gamma} Q_\gamma; \quad y_a = \sum_\gamma v_{a\gamma} Q_\gamma; \quad Q_\gamma = c_\gamma e^{i\omega_\gamma t}; \quad \gamma = 1,2,..., N, \qquad (113)$$

где Q_γ — так называемые нормальные координаты, а комплексные коэффициенты c_γ должны определяться из начальных условий. Что касается собственных частот нормальных колебаний ω_γ и элементов матрицы $u_{a\gamma}$, то они выражаются через коэффициенты уравнения (111).

С помощью простых преобразований полученное решение (113) уравнения (109) можно также представить в виде

$$\mathbf{n}_a = \sum_\gamma [\mathbf{u}_{a\gamma} \cos(\omega_\gamma t + \beta_\gamma) + \mathbf{v}_{a\gamma} \sin(\omega_\gamma t + \beta_\gamma)], \qquad (114)$$

где $\mathbf{u}_{a\gamma}$ и $\mathbf{v}_{a\gamma}$ — действительные взаимно перпендикулярные векторы, β_γ — начальные фазы. Таким образом, если возбуждено только одно нормальное колебание (одно слагаемое в сумме по γ в формуле (114)), то фазовые траектории векторов $\mathbf{n}_a$ представляют собой эллипсы, лежащие в плоскостях, перпендикулярных векторам $\mathbf{H}_a$. При этом все спины вращаются когерентно с фиксированным относительным сдвигом фазы. Если же одновременно возбуждены хотя бы две нормальные моды, то вращения спинов будут иметь характер биений, при которых энергия периодически перекачивается от одного спина к другому и обратно, что и приводит к расфазировке прецессии спинов.

Рассмотрим в качестве примера систему из двух спинов. В соответствии с общей формулой (100) энергия взаимодействия спинов

$$U = -(\mathbf{m}_1\mathbf{H}) - (\mathbf{m}_2\mathbf{H}) - (\mathbf{m}_1 \cdot A \cdot \mathbf{m}_2), \qquad (115)$$

откуда получим систему уравнений для спиновых векторов $\mathbf{m}_1$, $\mathbf{m}_2$:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{m}}_1 = [\mathbf{m}_1\mathbf{H}] + [\mathbf{m}_1(A \cdot \mathbf{m}_2)]; \\ \dot{\mathbf{m}}_2 = [\mathbf{m}_2\mathbf{H}] + [\mathbf{m}_2(A \cdot \mathbf{m}_1)]. \end{cases} \qquad (116)$$

Согласно (107) в равновесии спины параллельны между собой:

$$\mathbf{m}_0 = \mathbf{m}_{10} = \mathbf{m}_{20} \approx \mathbf{H}_1 - [\mathbf{H}_1[\mathbf{H}_1(A\cdot\mathbf{H}_1)]], \tag{117}$$

и также параллельны и равны между собой действующие на них эффективные поля: $\mathbf{H}_a = \mathbf{H} + (A\cdot\mathbf{H}_1) \equiv \mathbf{H}_e$, где $a = 1,2$.

В линейном приближении по отклонению от равновесных значений система уравнений (116) может быть представлена в виде

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{n}}_1 = [\mathbf{n}_1\mathbf{H}_e] + [\mathbf{m}_0(A\cdot\mathbf{n}_2)]; \\ \dot{\mathbf{n}}_2 = [\mathbf{n}_2\mathbf{H}_e] + [\mathbf{m}_0(A\cdot\mathbf{n}_1)]. \end{cases} \tag{118}$$

Записывая эти уравнения в переменных x_a, y_a, как это было сделано выше, можно представить решение этих уравнений в виде (113), причем частоты собственных колебаний и нормальные координаты определяются следующими выражениями:

$$\omega_{1,2} = H + A_{zz} \pm \frac{1}{2}A_{zz}; \quad Q_{1,2} = x_1 \pm x_2. \tag{119}$$

Более наглядная картина движения двух спинов может быть получена непосредственно из уравнений (118). Складывая и вычитая эти уравнения одно из другого, можно получить два не связанных между собой уравнения для переменных $\mathbf{n}_\pm = \mathbf{n}_1 \pm \mathbf{n}_2$:

$$\dot{\mathbf{n}}_\pm = [\mathbf{n} \pm \mathbf{H}_e] \pm [\mathbf{m}_0(A\cdot\mathbf{n}_\pm)]. \tag{120}$$

Отсюда следует, что если в начальный момент времени спины были параллельны между собой ($\mathbf{n}_-(0) = 0$), то они останутся параллельными и во все последующие моменты времени. Аналогично останется фиксированной относительная фаза, если возбуждена только лишь одна гармоника $\mathbf{n}_-$ и при этом $\mathbf{n}_+(0) = 0$. В обоих этих случаях фазовые траектории векторов $\mathbf{n}_a$ будут представлять собой эллипсы. Если же в начальный момент времени возбуждены оба нормальных колебания $\mathbf{n}_\pm$, то в системе будут наблюдаться «биения». Фазовые траектории спинов представляют собой спирали, которые периодически раскручиваются и скручиваются «до нуля». При этом в тот момент, когда один спин находится «в нуле», другой — на максимальном удалении от нуля, и наоборот. Качественно похожая на эту картина получена также и при численном решении нелинейных уравнений (116). Только в этом случае траектории лежат не в плоскости, а на поверхности фазовой сферы.

2.2. Мультипольное приближение. Выше были выяснены основные особенности движения взаимодействующих спинов во внешнем магнитном поле в рамках линейного приближения по взаимодействию и по отклонению от равновесия. Рассмотрим теперь в том же приближении поведение мультипольных моментов спиновой системы. Как было показано выше (см. (113)), компоненты векторов $\mathbf{n}_a$ выражаются в виде линейных комбинаций нормальных координат Q_γ, т.е. $\mathbf{n}_a = \sum_\gamma \mathbf{v}_{a\gamma} Q_\gamma$ С учетом этого соотношения магнитные моменты ядер могут быть представлены в виде

$$\mathbf{m}_a = \mathbf{m}_{a0} + \sum_\gamma \mathbf{v}_{a\gamma} Q_\gamma . \qquad (121)$$

Используя эти выражения для вычисления магнитного и тороидного моментов спиновой системы (58), получаем

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \sum_\gamma \mathbf{M}_\gamma Q_\gamma ; \quad \mathbf{T} = \mathbf{T}_0 + \sum_\gamma \mathbf{T}_\gamma Q_\gamma , \qquad (122)$$

где введены обозначения

$$\mathbf{M}_0 = \sum_a \mathbf{m}_{a0}, \ \mathbf{M}_\gamma = \sum_a \mathbf{v}_{a\gamma}, \ \mathbf{T}_0 = \frac{1}{2}\sum_a [\mathbf{r}_a \mathbf{m}_{a0}], \ \mathbf{T}_\gamma = \frac{1}{2}\sum_a [\mathbf{r}_a \mathbf{v}_{a\gamma}]. \qquad (123)$$

Коэффициенты $\mathbf{M}_\gamma$ и $\mathbf{T}_\gamma$ определяют вклады той или иной нормальной моды Q_γ в мультипольные моменты. Будем называть те моды, для которых эти коэффициенты отличны от нуля и которые, следовательно, дают вклад в **M** и **T**, «магнитными» и «тороидными» модами соответственно. Поскольку магнитный и тороидный моменты имеют разные пространственные четности, то множества «магнитных» и «тороидных» мод, вообще говоря, не совпадают между собой. Если для данной системы спинов эти множества не пересекаются, то, когда возбуждаются только «магнитные» моды, в системе не может возникнуть тороидный момент, и наоборот. Например, для рассмотренной выше системы из двух спинов находим: $\mathbf{M} = 2\mathbf{m}_0 + \mathbf{n}_+$; $\mathbf{T} = [\mathbf{r}_{12}\mathbf{n}_-]$, т.е. у этой системы магнитный и тороидный моменты зависят от разных нормальных координат ($\mathbf{n}_+$ и $\mathbf{n}_-$ соответственно) и поэтому возбуждаются независимо.

Присутствие тех или иных мод в суммах по γ в формулах (122) можно установить, пользуясь методами теории симметрии. Допустим, что расположение ядер в пространстве имеет симметрию, задаваемую группой G_0. При наложении магнитного поля H симметрия системы изменяется и будет описываться некоторой подгруппой G_H группы G_0. При определении груп-

пы G_H следует учитывать, что магнитное поле **H** входит в уравнение (111) квадратично, поэтому направления **H** и **–H** оказываются эквивалентными. Симметрию G_H будет иметь фигура, образованная 1) точками, в которых расположены ядра, и 2) прямой линией, параллельной магнитному полю. Так, например, система четырех спинов, расположенных в вершинах квадрата, имеет симметрию D_{4h}. При наложении магнитного поля в направлении, перпендикулярном плоскости квадрата, симметрия останется той же самой, т.е. $G_H = D_{4h}$. Если поле будет направлено по диагонали квадрата, то симметрия системы описывается уже группой $G_H = D_{2h}$. При произвольной ориентации поля относительно квадрата имеем $G_H = C_i$.

Каждое нормальное колебание Q_γ под действием преобразований группы G_H трансформируется по какому-либо неприводимому представлению группы. Таким образом, индекс γ соответствует номеру некоторого неприводимого представления, которое мы будем обозначать тем же символом. Классификацию нормальных колебаний (т.е. определение списка возможных значений γ на совокупности неприводимых представлений группы G_H) можно провести следующим образом. Будем считать точки расположения ядер $\mathbf{r}_a$ вершинами графа, который изображает матрицу «коэффициентов жесткости» K_{lab} в уравнении (111), если его записать в виде $\ddot{x}_a = -\sum_b K_{ab} x_b$. Каждой вершине $\mathbf{r}_a$ припишем число $K_{aa} = H_a^2$, а каждой связи a—b — число $K_{ab} = HA_{zz}(\mathbf{r}_{ab})$. Отметим, что этот граф будет иметь симметрию G_H. Операции симметрии группы G_H переставляют между собой некоторые вершины графа, которые считаются эквивалентными (принадлежат одной орбите). Рассмотрим набор скалярных функций $\{\phi_a\}$, заданных на ядрах, причем эквивалентные ядра имеют совпадающие между собой функции ϕ_a. Эти функции будем считать базисом представления, а колебательные координаты x_a — коэффициентами разложения вектора состояния ψ по базису. Набор базисных функций реализует некоторое, вообще говоря, приводимое представление Γ группы G_H. Характеры элементов группы в представлении Γ равны числам вершин графа, которые остаются неподвижными при действии этих элементов. Те неприводимые представления, которые войдут в разложение Γ на неприводимые части, как раз и будут соответствовать искомым значениям γ.

Рассмотрим в качестве примера систему, состоящую из семи ядерных спинов, расположенных в вершинах шестигранной пирамиды, показанной

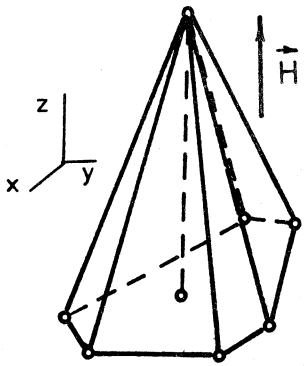


Рис. 5. Пример расположения ядер с симметрией C_{3v}

на рис.5. Магнитное поле считаем направленным перпендикулярно плоскости основания. Эта система имеет симметрию $G_H = C_{3v}$. Характеры представления Γ для элементов группы, принадлежащих классам E, $2C_3$ и $3\sigma_v$, равны, соответственно, 7, 1 и 1. Раскладывая это представление на неприводимые, получаем $\Gamma = 2A_1 + A_2 + 2E$. В данном случае из семи нормальных координат Q_γ две преобразуются по полностью симметричному представлению A_1, одна — по антисимметричному представлению A_2 и четыре — по двумерному представлению E.

Представление γ может давать вклад в разложение векторной (псевдовекторной) величины только в том случае, если оно входит в состав векторного (псевдовекторного) представления группы. Это условие позволяет определить, какие нормальные моды дают вклад в суммы (122). В частности, одна и та же мода Q_γ может давать вклад в магнитный и тороидный моменты только в том случае, если в группе G_H существует неприводимое представление γ, ей соответствующее, по которому преобразуются и вектор, и псевдовектор. В группах симметрии G_H, у которых преобразование инверсии $\hat{I}$ содержится в качестве одного из элементов симметрии, вектор и псевдовектор преобразуются по разным неприводимым представлениям. Поэтому у всех систем с такой симметрией (примерами могут служить группы C_i, C_{nh}, D_{nh}, T_d, T_h и O_h) заведомо не может наблюдаться перекрестный отклик при любой ориентации магнитного поля, поскольку множества «магнитных» и «тороидных» мод у них не пересекаются.

Пользуясь теми же рассуждениями, можно показать, что системы с симметрией G_H типа C_n, C_{nv}, S_4, D_2, T, O допускают существование перекрестного отклика. Так, в рассмотренном выше примере спиновой системы с симметрией C_{3v} (рис.5) две нормальные моды A_1 входят в разложение z-компоненты магнитного момента, а мода A_2 — в разложение z-компоненты тороидного. В то же время моды, преобразующиеся по представлению E, входят в разложение x, y-компонент как магнитного так и тороидного моментов. Поэтому начальное состояние, в котором магнитный момент имел компоненты x и y, вызовет также появление x,y-компонент тороидного момента, и наоборот.

2.3. Связь классического и квантового описания взаимодействующих спинов. До сих пор, исследуя динамику спиновой системы, мы использовали модель взаимодействующих классических спинов. С квантовой точки зрения, энергия (100) должна быть заменена оператором Гамильтона

$$\hat{\mathcal{H}}(1,2,\ldots,N) = -(\mathbf{H}\cdot\sum_a \hat{\mathcal{S}}_a) - \frac{1}{2}\sum_a{}' \sum_b (\hat{\mathcal{S}}_a \cdot A(\mathbf{r}_{ab})\cdot \hat{\mathcal{S}}_b), \qquad (124)$$

где $\hat{\mathcal{S}}_a$ — оператор спина a-го ядра. Вектор квантового состояния этой системы $|\psi(1,2,\ldots,N,t)\rangle$ удовлетворяет уравнению Шредингера

$$i|\dot{\psi}(1,2,\ldots,N,t)\rangle = \hat{\mathcal{H}}(1,2,\ldots,N)|\psi(1,2,\ldots,N,t)\rangle. \qquad (125)$$

Для дальнейших рассуждений удобно ввести матрицу (оператор) плотности $\hat{\rho}(t)$, которая имеет вид

$$\hat{\rho}(1,2,\ldots,N,t) = |\psi(1,2,\ldots,N,t)\rangle\langle\psi(1,2,\ldots,N,t)|. \qquad (126)$$

Дифференцируя этот оператор по времени, с помощью уравнения Шредингера получаем для него уравнение движения

$$i\frac{\partial}{\partial t}\hat{\rho}(1,2,\ldots,N,t) = [\hat{\mathcal{H}}(1,2,\ldots,N,), \hat{\rho}(1,2,\ldots,N,t)]. \qquad (127)$$

Покажем теперь, что представление классических спинов, использованное выше, соответствует приближенному одночастичному описанию квантовой системы в рамках метода самосогласованного поля Хартри. Представим приближенно оператор плотности в виде произведения одночастичных операторов:

$$\hat{\rho}(1,2,\ldots,N) = \hat{\rho}_1(1)\,\hat{\rho}_2(2)\ldots\hat{\rho}_N(N), \qquad (128)$$

где одночастичные матрицы плотности связаны с некоторыми одночастичными состояниями соотношением

$$\hat{\rho}(a) = |\psi_a(a)\rangle\langle\psi_a(a)|. \qquad (129)$$

В качестве одночастичных состояний выберем когерентные состояния отдельных спинов $|\mathbf{m}_a\rangle$, свойства которых обсуждались выше в п.1.2. Было показано, что ограничившись случаем, когда ядра обладают спинами, равными 1/2, мы можем затем построить когерентные состояния для произвольного спина. Когерентному состоянию спина $S = 1/2$ соответствует матрица плотности вида (ср. (35)):

$$\hat{\rho}_a(a) = \frac{1}{2}(\hat{1} + (\mathbf{m}_a\hat{\boldsymbol{\sigma}}_a)), \qquad (130)$$

где $\mathbf{m}_a$ — единичный вектор ($|\mathbf{m}_a| = 1$).

Выбор параметров $\mathbf{m}_a$, наилучшим образом описывающих многочастичные состояния, определяется известной вариационной процедурой (метод самосогласованного поля Хартри), которая сводится к следующим операциям. Подставляя в уравнение (127) вместо $\hat{\rho}(1,2,\ldots, N)$ его приближенное значение (128), причем одночастичные матрицы следует брать в виде (130), а гамильтониан — в виде (124), а затем умножая уравнение на оператор $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_a$ и вычисляя шпур по всем состояниям, мы получаем в данном приближении уравнения эволюции для векторов $\mathbf{m}_a$, которые, как оказывается, совпадают с классическими уравнениями движения (104). Отсюда следует, что модель «классических спинов», которая была использована выше, соответствует приближенному одночастичному квантовому описанию.

Соотношение между приближенной картиной и точной мы рассмотрим на примере системы из двух спинов. Как известно, в этом случае любой оператор может быть разложен по полному набору операторов $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1$, $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_2$, $\hat{\sigma}_{1i}\hat{\sigma}_{2k}$ и $\hat{1}$. Поэтому *точная* матрица плотности $\hat{\rho}(1,2)$ может быть записана в виде

$$\hat{\rho}(1,2) = \frac{1}{4}(\hat{1} + (\boldsymbol{\mu}_2\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1) + (\boldsymbol{\mu}_2\hat{\boldsymbol{\sigma}}_2) + (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 \cdot \nu \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}_2)), \tag{131}$$

где векторы $\boldsymbol{\mu}_1$ и $\boldsymbol{\mu}_2$, а также тензор второго ранга ν_{ik} — действительные параметры. Поскольку мы предполагаем, что в данном случае матрица плотности описывает чистое состояние, то (кроме условия нормировки) она также должна удовлетворять условию идемпотентности

$$\mathrm{Sp}\,\hat{\rho} = 1; \quad \hat{\rho}^2 = \hat{\rho}. \tag{132}$$

Смысл параметров $\boldsymbol{\mu}_1$, $\boldsymbol{\mu}_2$ и ν можно выяснить, вычисляя с помощью оператора (131) средние значения компонент спиновых операторов $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{1i}$, $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{2k}$, а также их произведение. Как нетрудно убедиться, векторы $\boldsymbol{\mu}_1$ и $\boldsymbol{\mu}_2$ представляют собой средние значения спинов $\langle \hat{\boldsymbol{S}}_a \rangle$ (далее, в отличие от векторов $\mathbf{m}_a$, которые были названы «классическими спинами», мы будем называть векторы $\boldsymbol{\mu}_a$ квантовыми векторами спина), а среднее произведения $\langle S_{1i}S_{2i} \rangle$ — это тензор ν_{ik}.

Перепишем точную матрицу плотности (131) в виде, наиболее близком к приближенному выражению (128):

$$\hat{\rho}(1,2) = \hat{\rho}_1(1)\,\hat{\rho}_2(2) + \frac{1}{4}(\nu_{ik} - \mu_{1i}\mu_{2k})\,\hat{\sigma}_i\,\hat{\sigma}_k, \tag{133}$$

где мы выделили произведение одночастичных матриц плотности $\hat{\rho}_a(a) = \frac{1}{2}(\hat{1} + \boldsymbol{\mu}_a \hat{\boldsymbol{\sigma}}_a)$. Таким образом, отличие приближенной матрицы плотности от точной описывается тензором квантовой корреляции спинов

$$\Delta_{ik} = \nu_{ik} - \mu_{1i}\mu_{2k} = \langle \hat{S}_{1i}\hat{S}_{2k}\rangle - \langle \hat{S}_{1i}\rangle\langle \hat{S}_{2k}\rangle. \qquad (134)$$

Запишем теперь уравнение Шредингера в терминах параметров $\boldsymbol{\mu}_a$ и ν_{ik}. Для этого подставим в уравнение $i\dot{\hat{\rho}} = [\hat{\mathcal{H}}, \hat{\rho}]$ матрицу плотности в виде (131) и умножим его последовательно на операторы $\hat{\sigma}_{1i}$, $\hat{\sigma}_{2i}$ и $\hat{\sigma}_{1i}\hat{\sigma}_{2k}$, а затем вычислим свертку этих произведений (при этом удобно пользоваться соотношением (71)), в результате получим систему линейных уравнений

$$\dot{\boldsymbol{\mu}}_1 = [\boldsymbol{\mu}_1\mathbf{H}] + [A\cdot\nu]; \quad \dot{\boldsymbol{\mu}}_2 = [\boldsymbol{\mu}_2\mathbf{H}] + [\nu\cdot A];$$

$$\dot{\nu} = [\nu\times\mathbf{H}] + [\mathbf{H}\times\nu] - [\boldsymbol{\mu}_1\times A] - [A\times\boldsymbol{\mu}_2]. \qquad (135)$$

Если в первых двух уравнениях выделить квантовую корреляционную функцию спиновых операторов, сделав замену $\nu_{ik} = \Delta_{ik} + \mu_{1i}\mu_{2k}$, то первые два уравнения могут быть переписаны в виде

$$\dot{\boldsymbol{\mu}}_1 = [\boldsymbol{\mu}_1\mathbf{H}] + [\boldsymbol{\mu}_1(A\cdot\boldsymbol{\mu}_2)] + [A\cdot\boldsymbol{\Delta}];$$

$$\dot{\boldsymbol{\mu}}_2 = [\boldsymbol{\mu}_2\mathbf{H}] + [\boldsymbol{\mu}_2(A\cdot\boldsymbol{\mu}_1)] + [\boldsymbol{\Delta}\cdot A]. \qquad (136)$$

Таким образом, эти уравнения переходят в классические, если пренебречь корреляциями между спинами, т.е. положить $\Delta = 0$. Как можно видеть из полученных уравнений, первое важное отличие квантовых векторов спина $\boldsymbol{\mu}_1$ и $\boldsymbol{\mu}_2$ от классических $\mathbf{m}_1$, $\mathbf{m}_2$ состоит в том, что длины этих векторов не сохраняются. Это видно также и из условия идемпотентности (132), которое накладывает на длины векторов связь $\mu_1^2 + \mu_2^2 + \nu_{ik}\nu_{ki} = 3$. Таким образом, в квантовом случае фазовые траектории взаимодействующих спинов уже не будут представлять собой линии на сфере S^2. Тем не менее при слабом вазимодействии мы можем по-прежнему пользоваться классической картиной движения спинов, учитывая, однако, что за счет взаимодействия фазовая сфера имеет разрыхленный (размазанный) поверхностный слой. Во избежание недоразумений отметим, что несохранение длины среднего спина $\mu_i^2 = \langle \hat{S}_i\rangle^2$ вовсе не означает, что среднее от квадрата спина $\langle \hat{S}_i^2\rangle$ тоже не сохраняется. Эта последняя величина, как и должно быть, имеет фиксированное значение.

Вторая (очевидная) особенность квантовых уравнений состоит в том, что, в отличие от приближенных классических, они линейны по переменным состояния и содержат значительно большее число неизвестных. Легко проверить, что это число экспоненциально растет с увеличением числа спинов N как $(2S+1)^N$. В то же время число «классических» переменных $\mathbf{m}_a$ растет пропорционально N, а в линейном приближении по взаимодействию оно равно самому N (см. уравнение (111)), что значительно упрощает исследование динамики взаимодействующих спинов и во многих случаях позволяет получать более наглядные результаты.

2.4. Квантовая динамика спиновой системы. Динамика квантовой системы с гамильтонианом $\hat{\mathcal{H}}$, не зависящим от времени (а именно такой случай мы сейчас рассматриваем), целиком определяется его спектром энергии E_n и стационарными состояними $|\psi_n\rangle$:

$$\hat{\mathcal{H}}\,|\psi_n\rangle = E_n\,|\psi_n\rangle. \tag{137}$$

Зная эти величины, любой вектор состояния $|\psi(t)\rangle$ можно записать в виде

$$|\psi(t)\rangle = \sum C_n\, e^{-iE_n t}\,|\psi_n\rangle, \tag{138}$$

где коэффициенты C_n определяются начальным состоянием $|\psi(0)\rangle$: $C_n = \langle\psi_n|\psi(0)\rangle$. По этой причине здесь мы сосредоточим внимание на анализе спектра энергии и собственных состояний спиновой системы с гамильтонианом (124).

Так как взаимодействие между спинами мало, можно использовать теорию возмущений. Сложность, однако, заключается в том, что невозмущенный гамильтониан

$$\hat{\mathcal{H}}_0 = -(\mathbf{H}\sum_a \hat{\boldsymbol{s}}_a) \tag{139}$$

имеет вырожденный спектр. Действительно, сумма $\hat{\boldsymbol{S}} = \sum_a \hat{\boldsymbol{s}}_a$, стоящая в гамильтониане, представляет собой полный спин системы. Оператор $\hat{\mathcal{H}}_0$ коммутирует с оператором квадрата полного спина $\hat{\boldsymbol{S}}^2$. Считая, что поле направлено по оси Z, находим спектр невозмущенного гамильтониана в виде

$$E_M^{(0)} = -HM; \qquad M = S,\,(S-1),\ldots -(S-1),\,-S, \tag{140}$$

при этом собственные состояния нумеруются числами K, S, M (здесь K — все другие квантовые числа, кроме относящихся к полному спину). Таким образом, спектр энергии $E_M^{(0)}$ вырожден по числам K и S.

Значения полного спина S по заданным спинам ядер S_1, S_2,..., S_N определяются правилами сложения моментов. Например, для трех спинов $S_1 = S_2 = S_3 = 1/2$ сумма спинов первой и второй частиц S_{12} принимает два значения — 0 и 1, а при сложении спинов S_{12} и S_3 получаем следующие значения полного спина: $S = 1/2$ — дважды, при $S_{12} = 0$ и $S_{12} = 1$, и $S = 3/2$. Таким образом, в этом примере уровни энергии при $M = 0$ и $M = \pm 1/2$ вырождены трижды (т.е. каждому из них соответствует по три состояния), а при $M = \pm 3/2$ — не вырождены. Из этого следует, что при введении возмущения необходимо использовать теорию возмущений для вырожденного спектра.

Как правило [1,2], при решении задач магнитного резонанса дипольдипольное взаимодействие рассматривается в так называемом секулярном приближении, т.е. оператор дипольного взаимодействия $\hat{\mathcal{U}}_{dd}$ проектируется на подпространство с заданными значениями S, а всеми матричными элементами, не диагональными по S, пренебрегают. Отчасти это приближение оправдывается тем, что обычно в магнитном резонансе не наблюдают высшие мультиполи, а для описания магнитного момента оно может быть достаточным. Как показывают численные расчеты, в этом приближении средние значения спинов вращаются в постоянном поле, оставаясь параллельными или антипараллельными друг другу. Тороидный момент в этом случае может возникнуть только за счет изменения проекций спинов на общее направление. Чтобы учесть расфазировку вращения спинов, необходимо выйти за рамки секулярного приближения.

Построим приближение, которое позволяет выделить главный вклад дипольного взаимодействия в динамику спиновой системы. Для этого будем рассматривать тензор $A_{ik}(\mathbf{r}_{ab})$, которым определяется величина дипольного взаимодействия в гамильтониане (124), как квадратную матрицу B размером $3N \times 3N$:

$$B_{aibk} = A_{ik}(\mathbf{r}_{ab}), \tag{141}$$

и найдем собственные значения $\mathcal{E}_p$ и собственные векторы $u_{at}^{(p)}$ этой матрицы, которые удовлетворяют уравнению

$$B_{aibk}\, u_{bk}^{(p)} = \mathcal{E}_p\, u_{ai}^{(p)}. \tag{142}$$

Собственные векторы $u_{ai}^{(p)}$ при данном p мы можем рассматривать как набор трехмерных векторов $\mathbf{u}_a^{(p)}$, заданных на каждом a-ядре. Таким образом, все собственные состояния матрицы можно наглядно представить как наборы таких векторов, которые мы для краткости будем называть

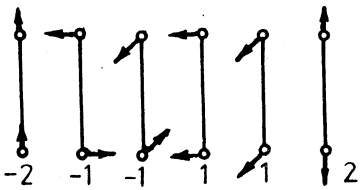


Рис. 6. Векторы собственных состояний дипольной матрицы для системы двух спинов. Цифры внизу указывают соответствующее значение энергии дипольного взаимодействия

дипольными конфигурациями или d-конфигурациями. Для примера на рис.6 показаны все d-конфигурации для системы двух спинов. Смысл векторов $\mathbf{u}_a^{(p)}$ состоит в том, что они определяют точки экстремума дипольного потенциала при заданном пространственном расположении спинов (магнитных диполей). Энергетически наиболее выгодную d-конфигурацию, с минимальной энергией $\mathcal{E}_p$, мы будем далее называть *основной* и обозначать $\mathbf{u}_a^{(0)}$, а ее энергию — $\mathcal{E}_0$. Для двух спинов основной конфигурацией является их параллельная ориентация (крайняя левая конфигурация на рис.6).

Качественное представление о направлениях векторов $\mathbf{u}_a^{(0)}$ в основной d-конфигурации можно получить, если предположить, что в точках расположения ядер находятся точечные магнитные диполи («магнитные стрелки»), которые за счет магнитного притяжения формируют некоторую ориентационную структуру. Для примера на рис.7 показаны основные конфигурации для трех и четырех диполей с различным пространственным расположением ядер.

Зная собственные значения и собственные векторы матрицы B, мы можем записать ее в виде

$$B_{aibk} = \sum_p \mathcal{E}_p \, u_{ai}^{(p)} \, u_{bk}^{(p)}, \tag{143}$$

что дает возможность переписать гамильтониан спиновой системы (124) в следующей форме:

$$\hat{\mathcal{H}} = -(\mathbf{H} \sum_a \hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}) - \frac{1}{2} \sum_p \mathcal{E}_p \, \hat{S}_p^2, \tag{144}$$

где введены линейные комбинации операторов спина на ядрах, соответствующие d-конфигурациям:

$$\hat{S}_p = \sum_a (\mathbf{u}_a^{(p)} \hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}_a). \tag{145}$$

Очевидно, что мы сможем учесть главный вклад дипольного взаимодействия, если оставим в выражении (122) только одно слагаемое в сумме

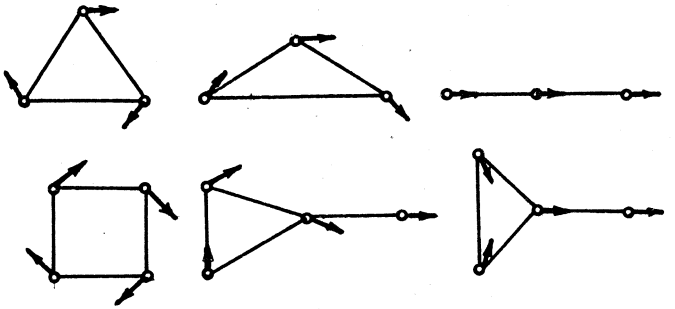


Рис. 7. Примеры основных конфигураций дипольной матрицы

по p, которое соответствует основной d-конфигурации $\mathbf{u}_a^{(0)}$. Таким образом, мы получаем приближенный гамильтониан

$$\hat{\mathcal{H}} \approx -(\mathbf{H}\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}) - \frac{1}{2}\mathcal{E}_0 \Big(\sum_a (\mathbf{u}_a^{(0)}\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}_a)\Big)^2, \qquad (146)$$

в котором ориентационный вклад дипольного взаимодействия полностью задается системой векторов $\mathbf{u}_a^{(0)}$.

Предположим сначала, что спиновая система представляет собой линейную цепочку. В этом случае все векторы $\mathbf{u}_a^{(0)}$ можно считать параллельными друг другу: $\forall\ \mathbf{u}_a^{(0)} = \mathbf{u}$ и гамильтониан (146) принимает вид

$$\hat{\mathcal{H}} = -(\mathbf{H}\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}) - \frac{1}{2}\mathcal{E}_0 (\mathbf{u}\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}})^2, \qquad (147)$$

где $\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}$ — оператор полного спина. Поскольку в этом случае гамильтониан зависит только от полного спина, секулярное приближение здесь вполне применимо. Формально гамильтониан (147) описывает квадрупольное ядро (с электрическим квадрупольным моментом), находящееся в неоднородном электрическом поле и однородном магнитном поле.

Предположим теперь, что d-конфигурация спинов в основном состоянии имеет кольцевую структуру, как это изображено на рис.7 на примерах правильного треугольника или квадрата. Очевидно, что в этом случае уже нельзя выносить векторы $\mathbf{u}_a^{(0)}$ из под знака суммы в выражении (146) и оператор диполь-дипольного взаимодействия уже не будет коммутировать с оператором квадрата полного спина. В этом случае полный спин не будет сохраняющейся величиной, взаимодействие заведомо «перепутает» вырожденные состояния невозмущенного гамильтониана с разными значениями S.

Это означает, что в данном случае будут возникать неоднородные конфигурации спинов.

Поясним эту ситуацию на следующем простом примере. Предположим, что спиновую систему можно представить себе состоящей из двух расположенных рядом взаимодействующих линейных цепочек со спинами $\hat{\mathcal{S}}_1$ и $\hat{\mathcal{S}}_2$ (считаем, что $S_1 = S_2 > 1/2$). Если цепочки расположены параллельно, эффективное диполь-дипольное взаимодействие имеет минимум при антипараллельной ориентации диполей, т.е. соответствующие спинам S_1, S_2 векторы основной d-конфигурации $\mathbf{u}_1^{(0)}$; $\mathbf{u}_2^{(0)}$ связаны между собой соотношением $\mathbf{u}_1^{(0)} = -\mathbf{u}_2^{(0)} = \mathbf{u}$. С учетом выражения (147) эффективный гамильтониан этой системы

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{eff}} = -(\mathbf{H}\hat{\mathcal{S}}) - \frac{1}{2}\mathcal{E}(\mathbf{u}(\hat{\mathcal{S}}_1 - \hat{\mathcal{S}}_2))^2. \tag{148}$$

Для упрощения предположим, что $\mathbf{H} \parallel \mathbf{u} \parallel OZ$, тогда оператор (148) даст следующий энергетический спектр:

$$E_{m_1 m_2} = -H(m_1 + m_2) - \frac{1}{2}\mathcal{E}(m_1 - m_2)^2. \tag{149}$$

В соответствующих состояниях этого гамильтониана полный спин не сохраняется, в то же время, как легко убедиться, отличен от нуля средний тороидный момент (имеющий компоненты в плоскости XY).

2.5. Квантовые мультиполи. Для качественного понимания условий возникновения тороидного отклика полезно ввести на квантовом уровне приближенное мультипольное описание спиновой системы. С этой целью будем раскладывать все функции координат в степенной ряд вблизи начала $\mathbf{r} = 0$ и ограничиваться только однородным и вихревым вкладами (напомним, что начало координат определено соотношением (50)). Так, например, собственные векторы матрицы дипольного взаимодействия $\mathbf{u}_a^{(p)}$ при данном p мы можем рассматривать как значения некоторой функции $\mathbf{u}^{(p)}(\mathbf{r})$ в точках $\mathbf{r}_a$, т.е. $\mathbf{u}_a^{(p)} = \mathbf{u}^{(p)}(\mathbf{r}_a)$. Раскладывая эту функцию в ряд, получаем

$$\mathbf{u}_a^{(p)} \approx \mathbf{u}^{(p)} + \frac{1}{2}[\mathbf{g}^{(p)}\,\mathbf{r}_a]. \tag{150}$$

Чтобы определить параметры $\mathbf{u}^{(p)}$ и $\mathbf{g}^{(p)}$ по заданным значениям $\mathbf{u}_a^{(p)}$, найдем сначала сумму правой и левой частей этого равенства по всем ядрам. Тогда с учетом формулы (50) получим для однородной части $\mathbf{u}^{(p)}$:

$$\mathbf{u}^{(p)} = \sum_a \mathbf{u}_a^{(p)}/N. \tag{151}$$

Умножим правую и левую части равенства (150) векторно на $\mathbf{r}_a$ и просуммируем по a. В результате получим

$$\mathbf{g}^{(p)} = (I^{-1}\cdot\sum_a [\mathbf{r}_a\mathbf{u}_a^{(p)}]); \qquad I_{ik} = \sum_a (r_a^2\delta_{ik} - x_{ai}x_{ak}), \tag{152}$$

где $(I)_{ik}^{-1}$ — тензор второго ранга, обратный тензору I_{ik}. Подставляя (150)—(152) в формулу (145), можно представить ее в виде

$$\hat{S}_p = (\mathbf{u}^{(p)}\cdot\hat{\boldsymbol{S}}) + (\mathbf{g}^{(p)}\cdot\hat{\boldsymbol{T}}), \tag{153}$$

где введены операторы полного спина $\hat{\boldsymbol{S}}$ и тороидного момента $\hat{\boldsymbol{T}}$:

$$\hat{\boldsymbol{S}} = \sum_a \hat{\boldsymbol{S}}_a; \qquad \hat{\boldsymbol{T}} = \frac{1}{2}\sum_a [\mathbf{r}_a\hat{\boldsymbol{S}}_a]. \tag{154}$$

С помощью этого представления операторов $\hat{S}_p$ гамильтониан (144) нетрудно преобразовать к следующей форме:

$$\hat{\mathcal{H}} = -(\mathbf{H}\hat{\boldsymbol{S}}) - k_{ik}\hat{S}_i\hat{S}_k - l_{ik}\hat{T}_i\hat{S}_k - l_{ki}\hat{S}_i\hat{T}_k + \frac{1}{2}n_{ik}\hat{T}_i\hat{T}_k. \tag{155}$$

Здесь тензоры второго ранга k_{ik}, l_{ik} и n_{ik} составлены из компонент векторов $\mathbf{u}^{(p)}$ и $\mathbf{g}^{(p)}$:

$$k_{ik} = \frac{1}{2}\sum_p \mathcal{E}_p u_i^{(p)}u_k^{(p)}; \quad l_{ik} = \frac{1}{2}\sum_p \mathcal{E}_p u_k^{(p)}g_i^{(p)}; \quad n_{ik} = -\sum_p \mathcal{E}_p g_i^{(p)}g_k^{(p)}. \tag{156}$$

Таким образом, если учитывать вихревую структуру d-конфигураций взаимодействия, мы получаем приближенный гамильтониан (155), квадратичный по операторам $\hat{\boldsymbol{S}}$ и $\hat{\boldsymbol{T}}$.

Заметим, что второе из выражений в (156) говорит о том, что для существования «перекрестного» тензора l_{ik}, ответственного в гамильтониане (155) за связь между полным спином и тороидным моментом, необходимо, чтобы пространственная конфигурация спинов допускала одновременное существование псевдовектора $\mathbf{g}^{(p)}$ и вектора $\mathbf{u}^{(p)}$. Например, как можно видеть из рис.6, ни одна из d-конфигураций системы из двух частиц таким свойством не обладает. А из основных d-конфигураций фигур, показанных на рис.7, отличным от нуля тензором l_{ik} описываются только «неправильные» фигуры — равнобедренный треугольник и изображенная под ним фигура из четырех ядер — правильный треугольник с четвертой частицей у вершины. Эти выводы имеют важное практическое значение: если для данного расположения спинов тензор l_{ik} отличен от нуля, то при возбуждении магнитного резонанса с помощью импульса однородного магнитного поля,

которое формирует начальное состояние с однородным намагничиванием, заведомо может наблюдаться тороидный отклик (на «чужое» поле). При этом предварительную оценку эффекта можно сделать с помощью формул (156). Анализ условий возникновения перекрестного эффекта на основании соображений симметрии был рассмотрен выше в п.2.2 на основе приближения классических спинов.

В том же приближении, которое предполагалось при выводе гамильтониана (155), могут быть найдены коммутационные соотношения между операторами $\hat{S}_i$ и $\hat{\mathcal{T}}_i$, определенными формулами (154). Исходя из точных соотношений коммутации:

$$[\hat{S}_i \hat{S}_j] = ie_{ijk}\hat{S}_k; \quad [\hat{S}_i \hat{\mathcal{T}}_j] = iK_{il}\, e_{jlm} I^{-1}_{mk} \hat{\mathcal{T}}_k; \quad [\hat{\mathcal{T}}_i \hat{\mathcal{T}}_j] = \frac{1}{4} e_{ijk} K_{lk} \hat{S}_k, \tag{157}$$

где $K_{ik} = \sum_a x_{ai} x_{ak} / N$, и ограничиваясь линейным приближением по $\mathbf{r}_a$, получаем

$$[\hat{S}_i, \hat{S}_k] = ie_{ikj}\hat{S}_j; \qquad [\hat{S}_i, \hat{\mathcal{T}}_k] = \frac{1}{4} ie_{ikl}\hat{\mathcal{T}}_l; \qquad [\hat{\mathcal{T}}_i, \hat{\mathcal{T}}_k] = 0. \tag{158}$$

Эти соотношения соответствуют алгебре Ли полной группы движений 3-мерного пространства [27]. При этом оператор тороидного момента соответствует оператору трансляций (аналог оператора импульса $\hat{\mathbf{p}}$). Заменяя формально в гамильтониане (155) $\hat{\mathcal{T}}$ на $\hat{\mathbf{p}}$, можно привести его к виду гамильтониана частицы с тензором обратной массы n_{ik}:

$$\hat{\mathcal{H}} = -(\mathbf{H}\hat{\mathcal{S}}) - k_{ik}\hat{S}_i\hat{S}_k - l_{ik}\hat{p}_i\hat{S}_k - l_{ki}\hat{S}_i\hat{p}_i + \frac{1}{2} n_{ik}\hat{p}_i\hat{p}_k. \tag{159}$$

Перекрестные члены (пропорциональные аксиальному тензору l_{ik}) описывают связь поступательного и вращательного движения этой «частицы» (аналог «спирального» взаимодействия релятивистской спиновой частицы). Несохранение полного спина на этом языке интерпретируется как возможность поляризации частицы при ее поступательном движении и, наоборот, обратного влияния поляризации на поступательное движение.

3. ТОРОИДНАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ

В предыдущих разделах подробно рассмотрена квантовая динамика системы ядерных спинов и показано, что при воздействии на нее переменных полей — вихревого или однородного — в общем случае возникает не-

однородное по пространству распределение ориентаций спиновых диполей. Очевидно, что кроме суммарного магнитного момента ядер, который обычно наблюдается в ЯМР, эта система должна описываться и другими мультиполями, среди которых по условиям наблюдения и возбуждения наиболее важен тороидный момент. В конечном счете все особенности поведения системы обнаруживаются по величине соответствующих наблюдаемых — частот и интенсивностей спектральных линий, поглощаемой мощности переменного поля, восприимчивостей и др.

В этом разделе развита теория поглощения с учетом реакции спиновой системы на вихревое магнитное поле. Основная цель состоит в том, чтобы показать, во-первых, что если переменное неоднородное поле использовать непосредственно для возбуждения резонанса (а не как дополнительный фактор, влияющий на параметры ЯМР), то это так же, как и метод ЯМР-микроскопии, дает возможность исследовать пространственное расположение спинов, но при этом упрощается схема проведения эксперимента: отпадает необходимость в устройстве для формирования импульсов переменного однородного поля. Во-вторых, если вихревое магнитное поле создается токами смещения с $\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \mathbf{E}$, то в условиях, близких к линейному эффекту Штарка, пространственное разрешение может быть увеличено до 10^{-4} см. Кроме того, поскольку тороидный момент, описывающий поляризацию частиц в вихревом поле, является полярным вектором, то вихревое поле возбуждает «запрещенные» переходы, что может служить источником дополнительных данных при расшифровке сложных спектров ЯМР.

3.1. Тороидное поглощение. Для построения теории поглощения энергии вихревого поля будем использовать схему вычислений, обычно применяемую для этих целей в теории магнитного резонанса. Представим оператор взаимодействия спиновой системы с внешними переменными полями — однородным и вихревым — в виде

$$\hat{\mathcal{V}} = -(\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}\mathbf{h}(t)) - (\hat{\boldsymbol{\mathcal{T}}}\mathbf{g}(t)). \tag{160}$$

При этом считаем зависимость полей от времени периодической:

$$\mathbf{h}(t) = \mathbf{h}e^{-i\omega t} + \mathbf{h}^* e^{i\omega t}; \qquad \mathbf{g}(t) = \mathbf{g}e^{-i\omega t} + \mathbf{g}^* e^{i\omega t}, \tag{161}$$

где $\mathbf{h}$ и $\mathbf{g}$ — комплексные амплитуды полей. Подставляя (161) в (160), получаем энергию взаимодействия

$$\hat{\mathcal{V}} = \hat{\mathcal{F}}e^{-i\omega t} + \hat{\mathcal{F}}^* e^{i\omega t}; \qquad \hat{\mathcal{F}} = -(\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}\mathbf{h}) - (\hat{\boldsymbol{\mathcal{T}}}\mathbf{g}). \tag{162}$$

Эта энергия, рассматриваемая как возмущение, вызывает переходы в спектре энергии системы $E_n \to E_m$. Вероятность перехода W_{nm} (в единицу времени) можно вычислить, пользуясь теорией возмущений, зависящих от времени:

$$W_{nm} = \frac{\pi}{2\hbar^2} |F_{nm}|^2 \{\delta(\omega + \omega_{nm}) + \delta(\omega + \omega_{mn})\}, \qquad (163)$$

где $\omega_{nm} = (E_n - E_m)/\hbar$. Учитывая, что при каждом переходе система поглощает (или отдает) квант энергии $\hbar\omega_{nm}$, можно вычислить поглощаемую мощность

$$Q = \sum_{nm} \rho_n W_{nm} \hbar\omega_{nm}, \qquad (164)$$

где ρ_n — равновесная функция распределения по состояниям:

$$\rho_n = Z e^{-\beta E_n}; \qquad Z^{-1} = \sum_n e^{-\beta E_n}, \qquad (165)$$

в которой Z — статистическая сумма, β — обратная температура в энергетических единицах.

Учитывая, что вероятность перехода (163) симметрична относительно перестановки индексов n и m, мы можем представить (164) в виде

$$Q = \frac{\pi}{2\hbar} \sum_{nm} |F_{nm}|^2 \delta(\omega + \omega_{nm})\, \omega_{nm}\, (\rho_n - \rho_m). \qquad (166)$$

Как известно, в ядерном магнитном резонансе с хорошей степенью точности можно использовать высокотемпературное приближение: $\beta E_n << 1$ (см. подробнее [1,2]), что позволяет приближенно представить разность $\rho_n - \rho_m$ в виде $Z\beta\hbar\omega_{nm}$. Используя это значение, в результате получаем

$$Q = \frac{1}{2} \pi \beta \omega^2 Z \sum_{nm} |F_{nm}|^2 \delta(\omega + \omega_{nm}). \qquad (167)$$

Согласно этой формуле, поглощение, как функция частоты ω, представляет собой совокупность резонансных «линий» на частотах перехода ω_{nm}, которые соответствуют δ-функциям в сумме (167). Квадраты модулей матричных элементов $|F_{nm}|^2$ определяют правила отбора резонансных частот: в сумме могут присутствовать только те частоты, для которых соответствующие матричные элементы отличны от нуля. В магнитном резонансе обычно учитываются только магнитодипольные правила отбора, а остальные переходы считаются запрещенными. Появление в энергии взаимодействия (160) нового оператора — тороидного момента — изменяет правила отбора, т.е., воздействуя на систему вихревым магнитным полем, можно возбудить переходы в спектре энергии спиновой системы, которые были запрещены в случае возбуждения системы однородным

полем. Матричные элементы $|F_{nm}|^2$ определяют, кроме того, относительные интенсивности спектральных линий.

Для дальнейшего анализа формулы поглощения (167) удобно ввести обобщенные восприимчивости (ср. [21], §123—126). Введем собирательные обозначения для амплитуд переменных полей $\mathbf{h}$ и $\mathbf{g}$ и для операторов спинового и тороидного моментов $\hat{\boldsymbol{S}}$ и $\hat{\boldsymbol{T}}$:

$$f_{\mathcal{J}} = (h_1, h_2, h_3, g_1, g_2, g_3); \qquad \hat{X}_{\mathcal{K}} = (\hat{S}_1, \hat{S}_2, \hat{S}_3, \hat{T}_1, \hat{T}_2, \hat{T}_3), \tag{168}$$

где индексы $\mathcal{J}$ и $\mathcal{K}$ пробегают значения от 1 до 6. Обобщенные восприимчивости определяются как коэффициенты связи между средними значениями операторов $\hat{X}_{\mathcal{K}}$ и переменными полями $f_{\mathcal{J}}$. Если предположить, что поле $f_{\mathcal{K}}(t)$ меняется со временем периодически, $f_{\mathcal{K}}(t) = f_{\mathcal{K}\omega}\, e^{-i\omega t}$, то *отклик* системы $\overline{X}_{\mathcal{J}}(t)$ также будет периодическим: $\overline{X}_{\mathcal{J}}(t) = \overline{X}_{\mathcal{J}\omega}\, e^{-i\omega t}$, а связь между полем и откликом определяется обобщенными восприимчивостями:

$$\overline{X}_{\mathcal{J}\omega} = \alpha_{\mathcal{J}\mathcal{K}}(\omega)\, f_{\mathcal{K}\omega}\,. \tag{169}$$

В этой формуле, как и ниже, по повторяющимся индексам $\mathcal{J}$, $\mathcal{K}$,... подразумевается суммирование от 1 до 6. Если же предположить, что возмущение меняется со временем, как в соотношении (161):

$$f_{\mathcal{J}}(t) = \frac{1}{2}\,(f_{\mathcal{J}}\, e^{-i\omega t} + f_{\mathcal{J}}^*\, e^{i\omega t}), \tag{170}$$

то, с одной стороны, связь между $\overline{X}_{\mathcal{J}}$ и $f_{\mathcal{K}}$ может быть записана в виде

$$\overline{X}_{\mathcal{J}}(t) = \frac{1}{2}\,[\alpha_{\mathcal{J}\mathcal{K}}(\omega)\, f_{\mathcal{K}}\, e^{-i\omega t} + \alpha^*_{\mathcal{J}\mathcal{K}}(\omega)\, f^*_{\mathcal{K}}\, e^{i\omega t}]. \tag{171}$$

С другой стороны, поглощаемая мощность выражается через внешнее возмущение согласно соотношению $Q = -\langle \dot{f}_{\mathcal{J}}\, \overline{X}_{\mathcal{J}} \rangle$, где угловые скобки обозначают усреднение по времени. Используя соотношения (170), (171), получаем окончательно

$$Q = \frac{i\omega}{4}\,(\alpha^*_{\mathcal{J}\mathcal{K}} - \alpha_{\mathcal{K}\mathcal{J}})\, f_{\mathcal{J}} f^*_{\mathcal{K}}\,. \tag{172}$$

Как известно [21], матрица $\alpha_{\mathcal{K}\mathcal{J}}$ обладает определенным свойством симметрии (аналогичным симметрии кинетических коэффициентов, определяющейся соотношениями Онзагера). Это свойство зависит от того, как ведут себя величины $X_{\mathcal{J}}$ и $X_{\mathcal{K}}$ при обращении времени — одинаково или противоположно. В нашем случае роль операторов $\hat{X}_{\mathcal{J}}$ играют магнитный и то-

роидный моменты спиновой системы, которые при обращении времени ведут себя одинаково, поэтому свойство симметрии имеет вид (см. [21], § 125):

$$\alpha_{\mathcal{JK}}(\omega, \mathbf{H}) = \alpha_{\mathcal{KJ}}(\omega, -\mathbf{H}), \tag{173}$$

где $\mathbf{H}$ — однородное магнитное поле. Разделим матрицу $\alpha_{\mathcal{JK}}$ на две части — четную и нечетную по полю $\mathbf{H}$:

$$\alpha_{\mathcal{JK}}(\mathbf{H}) = \alpha^{(0)}_{\mathcal{JK}}(\mathbf{H}) + \alpha^{(1)}_{\mathcal{JK}}(\mathbf{H}) \tag{174}$$

(для краткости здесь и ниже опущен аргумент ω), причем

$$\alpha^{(0)}_{\mathcal{JK}}(\mathbf{H}) = \alpha^{(0)}_{\mathcal{JK}}(-\mathbf{H}); \qquad \alpha^{(1)}_{\mathcal{JK}}(\mathbf{H}) = -\alpha^{(1)}_{\mathcal{JK}}(-\mathbf{H}). \tag{175}$$

Тогда, в соответствии с соотношениями симметрии (173), получаем

$$\alpha^{(0)}_{\mathcal{JK}}(\mathbf{H}) = \alpha^{(0)}_{\mathcal{KJ}}(\mathbf{H}); \qquad \alpha^{(1)}_{\mathcal{JK}}(\mathbf{H}) = -\alpha^{(1)}_{\mathcal{KJ}}(\mathbf{H}), \tag{176}$$

т.е. четная по полю матрица $\alpha^{(0)}$ симметрична по индексам $\mathcal{J}$ и $\mathcal{K}$, а нечетная — антисимметрична.

Представляя обобщенную восприимчивость в виде суммы действительной и мнимой частей:

$$\alpha_{\mathcal{JK}} = \mathrm{Re}\,\alpha_{\mathcal{JK}} + i\,\mathrm{Im}\,\alpha_{\mathcal{JK}} \tag{177}$$

и учитывая соотношения симметрии (176), мы можем представить поглощение (172) в виде

$$Q = \frac{1}{2}\omega\beta_{\mathcal{JK}} f_{\mathcal{J}} f^{*}_{\mathcal{K}}; \qquad \beta_{\mathcal{JK}} = \mathrm{Im}\,\alpha^{(0)}_{\mathcal{JK}} + i\,\mathrm{Re}\,\alpha^{(1)}_{\mathcal{JK}}. \tag{178}$$

Таким образом, поглощение определяется мнимой частью четной по полю восприимчивости $\alpha^{(0)}$ и действительной частью нечетной $\alpha^{(1)}$.

Возвратимся теперь к исходным обозначениям полей $f_{\mathcal{J}}$ в соответствии с их определением (168). Предварительно разобьем матрицу $\beta_{\mathcal{JK}}$, имеющую размер 6×6, на четыре тензорных блока размером 3×3 каждый:

$$\beta = \begin{pmatrix} \chi & \gamma \\ \gamma^{+} & \kappa \end{pmatrix}. \tag{179}$$

Тензоры χ и κ имеют смысл магнитной и тороидной восприимчивостей соответственно, а γ — перекрестная, магнитотороидная восприимчивость. Используя эти обозначения, мы можем представить поглощение (178) в виде

$$Q = \frac{1}{2}\omega\,\{(\mathbf{h}\cdot\chi\cdot\mathbf{h}^{*}) + (\mathbf{h}\cdot\gamma\cdot\mathbf{g}^{*}) + (\mathbf{g}\cdot\gamma^{+}\cdot\mathbf{h}^{*}) + (\mathbf{g}\cdot\kappa\cdot\mathbf{g}^{*})\}. \tag{180}$$

Обращаясь к полученной выше формуле для поглощения (167) и возвращаясь к исходным обозначениям (168) для операторов магнитного и

тороидного моментов, мы можем выразить восприимчивости χ, κ и γ через матричные элементы операторов $\hat{\boldsymbol{S}}$ и $\hat{\boldsymbol{T}}$:

$$\chi_{ik} = \frac{1}{2}\pi\beta\omega Z \sum_{nm} (S_i)_{nm}\,(S_k)_{mn}\,\delta(\omega + \omega_{mn});$$
$$\kappa_{ik} = \frac{1}{2}\pi\beta\omega Z \sum_{nm} (T_i)_{nm}\,(T_k)_{mn}\,\delta(\omega + \omega_{mn}); \qquad (181)$$
$$\gamma_{ik} = \frac{1}{2}\pi\beta\omega Z \sum_{nm} (S_i)_{nm}\,(T_k)_{mn}\,\delta(\omega + \omega_{mn}).$$

Из свойства симметрии (173), а также из общих свойств матричных элементов операторов $\hat{\boldsymbol{S}}$ и $\hat{\boldsymbol{T}}$ следует, что магнитная и тороидная восприимчивости — тензоры χ и κ — являются эрмитовыми матрицами. Если учесть, что магнитный и тороидный моменты имеют противоположные пространственные четности, то можно видеть, что тензор перекрестной восприимчивости γ_{ik} при инверсии координат меняет знак, т.е. является аксиальным (тензоры χ и κ — полярные).

3.2. Особенности тороидного поглощения. Как было отмечено выше, тороидная восприимчивость κ зависит от взаимного расположения спинов образца. Для выяснения характера этой зависимости предположим сначала, что спины не взаимодействуют друг с другом. В этом случае образец в целом можно рассматривать как совокупность односпиновых «систем», а учесть неоднородность возбуждающего поля можно, предполагая, что на каждый спин действует «свое» переменное поле $\mathbf{h}\,(\mathbf{r}_a, t)$ с амплитудой

$$\mathbf{h}\,(\mathbf{r}_a) = \mathbf{h} + \frac{1}{2}[\mathbf{g}\mathbf{r}_a]. \qquad (182)$$

В соответствии с полученной выше формулой (180) поглощение на отдельном спине имеет вид $Q_a = \frac{1}{2}\omega\,(\mathbf{h}_a\,\chi_1\,\mathbf{h}_a^*)$, где χ_1 — магнитная восприимчивость единичного спина. Суммируя Q_a по всем спинам образца и подставляя вместо $\mathbf{h}_a$ его значение (182), для полного поглощения на всем образце получаем

$$Q = \sum_a Q_a = \frac{1}{2}\omega N\,(\mathbf{h}\,\chi_1\,\mathbf{h}^*) + \frac{1}{8}\omega \sum_a ([\mathbf{g}\mathbf{r}_a]\cdot\chi_1\cdot[\mathbf{g}^*\mathbf{r}_a]). \qquad (183)$$

Сравнивая это выражение с общей формулой (180), можно видеть, что в данном случае магнитная и тороидная восприимчивости имеют вид

$$\chi = N\chi_1; \qquad \kappa = -\frac{1}{4}\sum_a \mathbf{r}_a \times \chi_1 \times \mathbf{r}_a. \qquad (184)$$

Что касается перекрестной восприимчивости γ, то для невзаимодействующих спинов она обращается в нуль. В данном разделе мы не будем обсуждать свойства этой величины, так как в стационарных экспериментах (или, как еще говорят, в условиях медленного прохождения линий ЯМР) эту величину, пропорциональную малому взаимодействию между спинами, трудно измерить на фоне относительно больших величин — магнитной и тороидной восприимчивостей.

Полученное выражение (184) показывает, что тороидная восприимчивость κ зависит от координат спинов и поэтому, измеряя поглощение энергии в вихревом магнитном поле, можно исследовать структурные изменения в системе. Предположим, например, что первоначально все спиновые частицы были равномерно распределены по объему образца, а сам образец имел сферическую форму. В этом случае тензор $\sum_a x_{ai}\, x_{ak}$ пропорционален δ-символу:

$$\sum_a x_{ai}\, x_{ak} = \frac{1}{3} N \langle r_a^2 \rangle \delta_{ik}, \tag{185}$$

где $\langle r_a^2 \rangle$ — средний квадрат расстояния спиновых частиц от начала координат. В результате для тороидной восприимчивости получаем

$$\kappa_{ik}^{(0)} = \frac{1}{3} N \langle r_a^2 \rangle (\chi_{1ik} - \chi_{1jj}\, \delta_{ik}). \tag{186}$$

Главные оси тензоров χ и κ совпадают между собой. Если же предположить, что распределение спинов несферическое (например, как следствие структурных изменений), то вместо выражения (185) мы будем иметь некоторый неизотропный тензор. Выделяя изотропную часть, мы можем записать его в виде

$$\sum_a x_{ai}\, x_{ak} = N \langle r_a^2 \rangle \left(K_{ik} + \frac{1}{3} \delta_{ik} \right), \tag{187}$$

где K_{ik} — неприводимый тензор 2-ранга («второй момент» распределения спинов в пространстве). Тороидная восприимчивость в этом случае может быть представлена в виде

$$\kappa = \kappa^{(0)} + \kappa^{(1)};$$

$$\kappa_{ik}^{(1)} = N \langle r_a^2 \rangle [2K_{ij}\, \chi_{1jk} - \chi_{1jj}\, K_{ik} - K_{jl}\, \chi_{1lj}\, \delta_{ik}]. \tag{188}$$

Обычно в теории ЯМР в невозмущенном гамильтониане ограничиваются секулярной частью диполь-дипольного взаимодействия. Тогда стационарные состояния $|\Psi_n\rangle$, переходы между которыми возбуждаются переменными

полями, могут быть охарактеризованы величиной полного спина S и его проекции M на направление постоянного магнитного поля (ось Z): $|\Psi_n\rangle \cong |KSM\rangle$, где символ K обозначает набор остальных квантовых чисел. В соответствии с теоремой Вигнера — Эккарта (см., например, [20]) матричные элементы оператора a-го спина $\langle K'S'M'|\hat{\boldsymbol{S}}_a|KSM\rangle$, как и любого векторного оператора, пропорциональны коэффициенту Клебша — Гордона $C^{1q}_{S'M'SM} = \langle S'M'|C^{1q}|SM\rangle$:

$$\langle K'S'M'|\hat{S}_{aq}|KSM\rangle = C^{1q}_{S'M'SM}\,\langle K'S'\|\hat{S}_a\|KS\rangle, \qquad (189)$$

где введены коэффициенты $\langle K'S'\|\hat{S}_a\|KS\rangle$, не зависящие от M, M', q, которые называются приведенными матричными элементами оператора. Коэффициенты Клебша — Гордона $C^{1q}_{S'M'SM}$ можно рассматривать как матричные элементы векторного оператора $\hat{C}^{1q}$. Далее удобно вместо сферических компонент, нумеруемых индексом $q = 0, \pm 1$, ввести декартовы компоненты этого вектора и иметь дело с оператором $\hat{\boldsymbol{C}}$. В соответствии с этим равенство (189) для оператора $\hat{\boldsymbol{S}}_a$ может быть записано в виде

$$\hat{\boldsymbol{S}}_a = \hat{S}_a\,\hat{\boldsymbol{C}}, \qquad (190)$$

где $\hat{S}_a$ — скалярный оператор приведенного матричного элемента оператора a-го спина. Подставив последнее выражение в определение операторов полного спина $\hat{\boldsymbol{S}} = \sum_a \hat{\boldsymbol{S}}_a$ и тороидного момента $\hat{\boldsymbol{T}} = (1/2)\sum_a [\mathbf{r}_a\,\hat{\boldsymbol{S}}_a]$, получим

$$\hat{\boldsymbol{S}} = \hat{S}\,\hat{\boldsymbol{C}}; \qquad \hat{\boldsymbol{T}} = [\hat{\boldsymbol{\mathcal{R}}}\hat{\boldsymbol{C}}]; \qquad \hat{S} = \sum_a S_a; \qquad \hat{\boldsymbol{\mathcal{R}}} = \sum_a \hat{S}_a \mathbf{r}_a, \qquad (191)$$

где матричные элементы операторов $\hat{S}$ и $\hat{\boldsymbol{\mathcal{R}}}$ являются приведенными матричными элементами операторов полного спина $\hat{\boldsymbol{S}}$ и тороидного момента $\hat{\boldsymbol{T}}$ соответственно.

В качестве конкретного примера рассмотрим систему трех ядер, обладающих спином $S_a = 1/2$. Матричные элементы операторов полного спина и тороидного момента легко могут быть найдены в представлении собственных векторов отдельных спинов. Затем, с помощью коэффициента Клебша

— Гордона можно перейти в представление базисных векторов полного спина, используя схему сложения моментов $j = S_1 + S_2$; $S = j + S_3$ (при $j = 0$, $S = 1/2$, а при $j = 1$, $S = 1/2, 3/2$). После вычислений получим приведенные матричные элементы для операторов $\hat{\boldsymbol{S}}$ и $\hat{\boldsymbol{T}}$:

$\langle S'j'|\hat{\mathcal{U}}|Sj\rangle =$

	S	$3/2$	$1/2$	$1/2$
S	$j'\backslash j$	1	1	0
$3/2$	1	$2\sqrt{15}$	0	0
$1/2$	1	0	$\sqrt{6}$	0
$1/2$	0	0	0	$\sqrt{6}$

(192)

$\langle S'j'|\hat{\mathcal{R}}|Sj\rangle =$

	S	$3/2$	$1/2$	$1/2$
S	$j'\backslash j$	1	1	0
$3/2$	1	0	$2\sqrt{6}\,\mathbf{r}_3$	$2\sqrt{2}\,\mathbf{r}_{12}$
$1/2$	1	$2\sqrt{6}\,\mathbf{r}_3$	$\sqrt{6}\,\mathbf{r}_3$	$-\sqrt{2}\,\mathbf{r}_{12}$
$1/2$	0	$2\sqrt{2}\,\mathbf{r}_{12}$	$-\sqrt{2}\,\mathbf{r}_{12}$	$-\sqrt{6}\,\mathbf{r}_3$

(193)

При вычислениях предполагалось, что начало координат выбрано в геометрическом центре системы и введен вектор $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$. Таким образом, для оператора $\hat{\mathcal{R}}$ выполняются следующие правила отбора по числу S: $S' = S$, $S \pm 1$, и он линейно выражается через радиусы-векторы спинов $\mathbf{r}_a$. Матричные элементы операторов $\hat{\boldsymbol{S}}$ и $\hat{\boldsymbol{T}}$ обладают различными правилами отбора, следовательно, при воздействии на систему вихревым магнитным полем могут возбуждаться переходы, запрещенные для обычного ЯМР. Хотя полярный вектор $\hat{\boldsymbol{T}}$ имеет в общем случае диагональные по числу S матричные элементы, это не означает нарушений правил отбора [20]: они должны выполняться только по отношению к значениям полного момента импульса системы (спин + орбита).

Как было показано выше, интенсивности спектральных линий I_{nm} пропорциональны (далее мы будем писать знак равенства, опуская коэффициент пропорциональности) квадратам соответствующих матричных эле-

ментов $|F_{nm}|^2$ оператора возмущения (162), а суммарная интенсивность $I = \sum_{nm} I_{nm}$ — шпуру от квадрата оператора возмущения:

$$I = \mathrm{Sp}_{KSM}\, \hat{\mathcal{F}} \cdot \hat{\mathcal{F}}^{+}. \tag{194}$$

Для дальнейших вычислений разобьем оператор возмущения (162) на дипольную и тороидную части $\hat{\mathcal{F}}_1$ и $\hat{\mathcal{F}}_2$ и выразим их через векторный оператор $\hat{\mathbf{C}}$, используя полученные выше формулы (191):

$$\hat{\mathcal{F}} = \hat{\mathcal{F}}_1 + \hat{\mathcal{F}}_2; \qquad \hat{\mathcal{F}}_1 = -\hat{S}\,(\mathbf{h}\hat{\mathbf{C}}), \qquad \hat{\mathcal{F}}_2 = -(\mathbf{g}\,[\hat{\mathcal{R}}\hat{\mathbf{C}}]). \tag{195}$$

Подставим в формулу (194) оператор $\hat{\mathcal{F}}_1$ и вычислим сначала суммарную интенсивность линий в обычном резонансе:

$$I_1 = h_i h_k\, \mathrm{Sp}_{KSM}\, \hat{S}\hat{S}^{+}\, \hat{C}_i \hat{C}_k\,. \tag{196}$$

Учитывая ортогональность коэффициентов Клебша — Гордона [20]:

$$\mathrm{Sp}_M\, \hat{C}_i \hat{C}_k = \delta_{ik}\,, \tag{197}$$

выражение (196) приводим к виду

$$I_1 = h^2\, \mathrm{Sp}_{KS}\, \hat{S}\hat{S}^{+}. \tag{198}$$

Подобные выкладки можно проделать и для оператора тороидного момента $\hat{\mathcal{T}}$. Расписав векторное произведение $[\hat{\mathcal{R}}\hat{\mathbf{C}}]$ покомпонентно с помощью символов e_{ijk}, получаем:

$$I_2 = g_i\, g_k\, \mathrm{Sp}_{KSM}\, \{e_{ilm}\, \hat{\mathcal{R}}_l \hat{C}_m\, e_{kjn}\, \hat{\mathcal{R}}_j^{+} \hat{C}_n\} \tag{199}$$

и, используя формулу (197), окончательно найдем

$$I_2 = g_i\, g_k\, \mathrm{Sp}_{KS}\, \{\hat{\mathcal{R}}_j\, \hat{\mathcal{R}}_j^{+}\, \delta_{ki} - \hat{\mathcal{R}}_k\, \hat{\mathcal{R}}_i\}. \tag{200}$$

Из последнего выражения следует, что в тороидном резонансе суммарная интенсивность резонансных линий определяется тремя факторами: 1) интенсивностью приложенного вихревого магнитного поля, 2) расположением частиц, а также 3) взаимной ориентацией поля и исследуемой спин-системы. Заметим для сравнения, что в обычном резонансе, согласно (198), эта величина определяется только величиной возмущающего поля.

Рассмотренные особенности тороидного поглощения могут быть проанализированы на примере системы трех спинов, расположенных в вершинах равнобедренного треугольника с углом α при вершине. Подставив в явном виде компоненты векторного оператора $\hat{\mathcal{R}}$, выраженные через координаты частиц $\mathbf{r}_{12}$ и $\mathbf{r}_3$, из (193), находим:

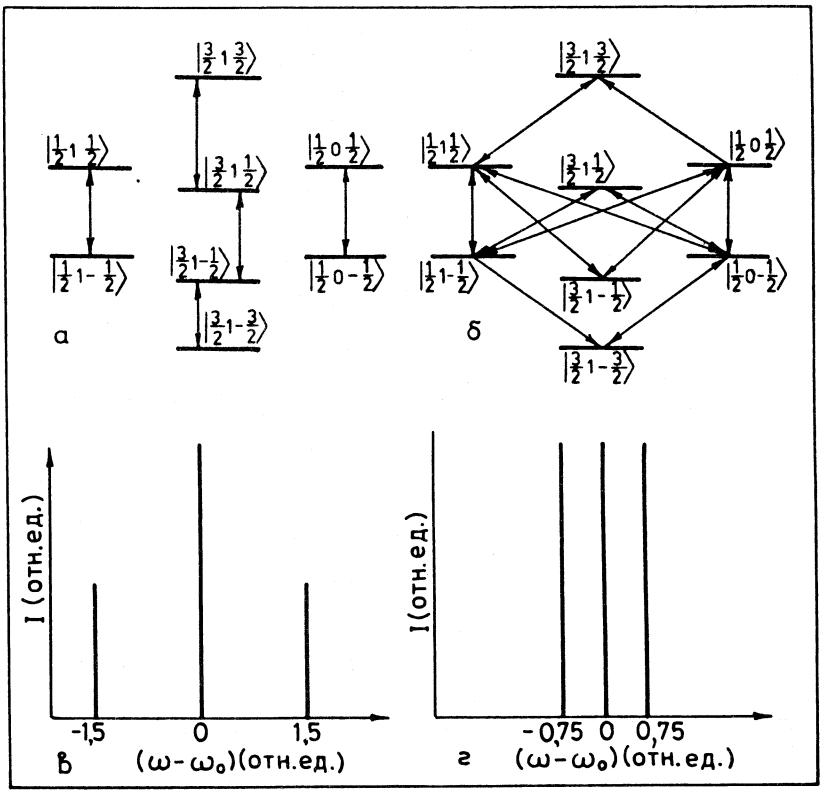


Рис.8. Схема переходов между уровнями энергии спиновой системы (обозначены стрелками), возбуждаемых однородным (*а*) и вихревым (*б*) магнитными полями. Относительные интенсивности спектральных линий для тех же случаев — (*в*) и (*г*) соответственно

$$I_2 = g_i\, g_k\, \{(3r_3^2 + r_{12}^2)\, \delta_{ik} - 3x_{3i}\, x_{3k} - x_{12i}\, x_{12k}\}. \qquad (201)$$

При рассмотрении равнобедренного треугольника координаты частиц удобно выражать через угол α; тогда в дальнейших вычислениях у нас будет фигурировать только одна переменная, хорошо описывающая качественные изменения, происходящие в геометрии системы.

Ориентируем ось Z, как это обычно делается, по направлению постоянного магнитного поля и рассмотрим ситуацию, когда все спины расположены в плоскости XY. Поскольку векторы $\mathbf{r}_{12}$ и $\mathbf{r}_3$ взаимно перпендикулярны, их удобно направить по осям X и Y соответственно; тогда их координаты примут вид:

$$\mathbf{r}_3=\left(0;\frac{2}{3}a\cos\frac{\alpha}{2};0\right),\qquad \mathbf{r}_{12}=\left(2a\sin\frac{\alpha}{2};0;0\right),\qquad (202)$$

где a — длина боковой стороны треугольника. Ориентацию вихревого магнитного поля $\mathbf{g}$ удобно задать в сферической системе координат:

$$\mathbf{g} = g\,(\sin\theta\cos\varphi;\ \sin\theta\sin\varphi;\ \cos\theta). \qquad (203)$$

Подставляя эти выражения в (201), получаем

$$I_2 = 4g^2a^2\left\{\left(1-\frac{2}{3}\cos^2\frac{\alpha}{2}\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{3}\cos^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\theta\sin^2\varphi-\sin^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\theta\cos^2\varphi\right\}. \qquad (204)$$

Найденные аналитические выражения хорошо согласуются с результатами численных экспериментов, в которых моделировалось возбуждение резонанса вихревым $\mathbf{g}(t)$ и однородным $\mathbf{h}(t)$ магнитными полями в системе трех спинов при наличии диполь-дипольного взаимодействия. На этом основании были сделаны следующие выводы.

1. При тороидном возбуждении в энергетическом спектре системы вызываются переходы между уровнями, которые «запрещены» для обычного ЯМР. Этот факт обусловлен тем, что, в отличие от аксиального вектора полного спина $\mathbf{S}$, тороидный момент $\mathbf{T}$ является полярным вектором и его матричные элементы подчиняются другим правилам отбора. Для примера на рис.8 представлены переходы, возбуждаемые в спиновой системе однородным полем ЯМР (*а*) и вихревым полем (*б*).

2. Определены частоты переходов $\omega_{nm} = E_n - E_m$ и относительные интенсивности спектральных линий I_{nm} «дипольного» (рис.8,*в*) и «тороидного» ЯМР (рис.8,*г*). При расчетах предполагалось, что отношение $H_0 d^3/\hbar\gamma = 10^3$, при этом $\mathbf{g}$ параллельно $\mathbf{H}_0$, а постоянное магнитное поле $\mathbf{H}_0$ направлено перпендикулярно плоскости треугольника. Спектр энергии системы спинов, расположенных в вершинах правильного треугольника, в обычном резонансе состоит из трех линий, с интенсивностями, удовлетворяющими отношению 1:2:1 (рис.8,*в*). Спектр «тороидного» резонанса имеет три линии, но, в отличие от обычного ЯМР, все три линии имеют одинаковые интенсивности и расположены на частотах, отличающихся от частот обычного ЯМР.

3. При изменении угла α происходит смещение линий относительно основной частоты, сопровождающееся изменением их относительной интенсивности. Вычисления суммарной интенсивности и средней частоты, проведенные по формулам

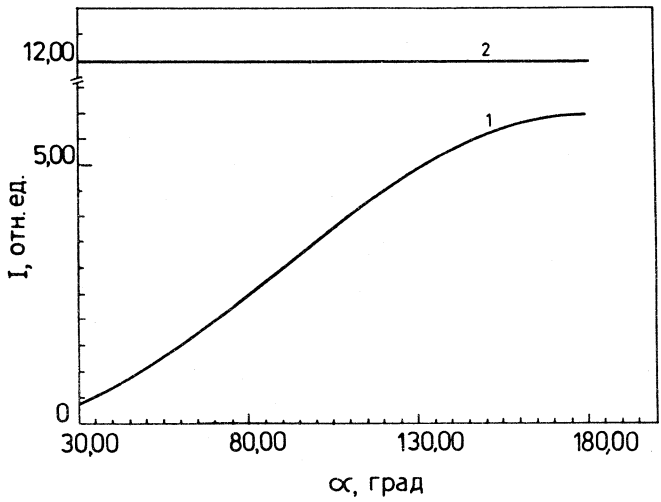


Рис.9. Зависимость суммарной интенсивности спектральных линий от пространственного расположения ядер в трехатомной молекуле (молекула имеет форму равнобедренного треугольника с углом α при вершине) для случаев возбуждения резонанса вихревым (*1*) и однородным (*2*) магнитными полями

$$I = \sum_{nm} I_{nm}, \qquad \overline{\omega} = \frac{\sum_{nm} \omega_{nm} I_{nm}}{I}, \tag{205}$$

показали, что с изменением угла α в обычном резонансе суммарная интенсивность и средняя частота остаются постоянными, не зависящими от α (рис.9(*1*)) и определяются только величиной приложенного переменного магнитного поля $\mathbf{h}(t)$. В «тороидном» резонансе происходят плавные изменения суммарной интенсивности (см. рис.9(*2*)), причем характер кривых $I(\alpha)$ зависит от взаимных ориентаций постоянного и переменного вихревого магнитных полей, а также расположения спинов в пространстве. При этом форма кривых хорошо согласуется с результатами расчетов с помощью формулы (204).

3.3. Условия тороидного возбуждения резонанса. При воздействии на систему переменным вихревым магнитным полем $\mathbf{g}(t)$ естественно говорить о тороидном возбуждении магнитного резонанса. Если пренебречь магнитной поляризацией среды как фактором, изменяющим величину магнитного поля на ядрах (т.е., попросту говоря, мы считаем образец диамагнитным или слабопарамагнитным), а также считать, что образец не

проводит электрического тока, то магнитное поле $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ удовлетворяет уравнениям Максвелла

$$\operatorname{div} \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0; \qquad \operatorname{rot} \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c}\dot{\mathbf{E}}. \tag{206}$$

Отсюда следует, что в рассматриваемом случае вихревое поле будет существовать только при наличии тока смещения.

Рассмотрим подробнее условия возбуждения тороидного резонанса электрическим полем. Будем считать, что образец находится в плоском конденсаторе, в котором создано переменное поле $\mathcal{E} \sim (3 \cdot 10^4$ В/см) на частоте магнитного резонанса $\omega \sim 10^9$ Гц. В этом случае амплитуда вихревого поля g оценивается как $\omega\mathcal{E}/c$ и составляет $g \sim 10$ Э/см. Переменное поле δh, действующее на каждый спин в некоторой «усредненной» молекуле, имеющей размер l, можно оценить как $\delta h \sim gl$. По условиям наблюдения резонанса это поле должно быть не меньше порога чувствительности метода ЯМР, который оценим как $\delta h \sim 1$ Э. Отсюда находим разрешающую способность метода, то есть характерный размер различаемой «молекулы» или «зерна»: $l \sim \delta h/g \sim 10^{-1}$ см. В общем случае эта оценка мало меняется и при учете поляризации электронов. Будем считать, что коэффициент поляризации пропорционален l^3, следовательно, электрический дипольный момент молекулы $P \sim l^3\mathcal{E}$. Поляризованные электроны создают на ядрах поле $E \sim P/l^3$, откуда находим, что $E \sim \mathcal{E}$.

Значительного увеличения разрешающей способности можно достичь в условиях, близких к линейному эффекту Штарка. А именно, предположим, что электроны в атомах могут занимать состояния Ψ_1 и Ψ_2, отделенные друг от друга по энергии на малую величину $\Delta\varepsilon = ea\mathcal{E}^*$, где e — заряд электрона, a — атомный размер, $\mathcal{E}^*$ — параметр порядка амплитуды внешнего поля $\mathcal{E}$ (в случае полного вырождения, когда $\Delta\varepsilon = 0$, в приведенных ниже оценках следует заменить $\Delta\varepsilon$ на тепловую энергию k_BT). Внешнее поле $\mathcal{E}(t)$ можно считать квазистатическим, причем, как легко подсчитать (ср. [20]), используя теорию возмущений для вырожденного спектра, в этом случае дипольный момент атома $P_a \sim (ea)^2\mathcal{E}/\Delta\varepsilon = ea\mathcal{E}/\mathcal{E}^*$, а электрическое поле, действующее на ядро, расположенное на расстоянии a, равно $E \sim P_a/a^3 \sim e\mathcal{E}/a^2\mathcal{E}^*$. При значениях $a \sim 10^{-8}$ см, $\mathcal{E}^* \sim 10^3$, получим $E \sim 10^3\,\mathcal{E}$. Следовательно, в этом случае внешнее поле $\mathcal{E}$ играет роль фактора, управляющего большим полем на ядрах, создаваемым электронами. Таким способом может быть достигнуто значительное увеличение пространственного разрешения $d \sim \frac{c}{\omega} 10^3\,\mathcal{E} \sim 10^{-4}$ см.

Рассмотренный способ возбуждения тороидного резонанса обладает очевидными ограничениями. Из-за малой чувствительности ЯМР приходится создавать поле достаточно большой амплитуды. Но в обычных условиях величина тока смещения ограничена сверху, так как электрическое поле, по крайней мере, не должно превышать величину поля пробоя диэлектрика, что для большинства диэлектрических материалов составляет максимум 10^5 В/см. Кроме того, ограничена и частота изменения поля, так как она равна резонансной частоте ЯМР, а последняя определяется величиной однородного магнитного поля, формирующего уровни энергии спиновой системы. Даже в современных ЯМР-спектрометрах, использующих сверхпроводящие магниты, эта частота не превышает $10^8 \div 10^9$ Гц. Таким образом, градиент магнитного поля ограничен по величине максимальным значением $g \sim 10^2$ Э/см.

Остановимся кратко на условиях измерения тороидной восприимчивости спиновой системы. В п.3.1 она была введена феноменологически как «обобщенная восприимчивость» системы [21] по отношению к вихрю магнитного поля $\mathbf{g}(t)$. Откликом системы на действие поля $\mathbf{g}(t)$ в соответствии с видом гамильтониана (160) является средний тороидный момент системы $\langle \hat{\boldsymbol{T}} \rangle$, причем между фурье-компонентами поля и отклика существует линейная связь вида

$$\langle \hat{\boldsymbol{T}} \rangle = \kappa(\omega)\, \mathbf{g}_\omega . \qquad (207)$$

Для упрощения мы ограничились здесь случаем изотропной среды. Мнимая часть тороидной восприимчивости $\kappa''(\omega)$ определяет поглощение энергии, а действительная часть $\kappa'(\omega)$ дает вклад в изменение реактивной части сопротивления переменному току того элемента электрической цепи, который содержит поляризующееся вещество.

Допустим, например, что поле создается на образце с помощью плоского конденсатора, имеющего электрическую емкость C и расстояние между обкладками d. Среднюю энергию образца в поле $\mathbf{g}$, в соответствии с видом гамильтониана (160) и выражением (207), можно записать как

$$U = -(\langle \mathbf{T} \rangle\, \mathbf{g}) = -\kappa g^2. \qquad (208)$$

Учитывая, что электрическое поле E в плоском конденсаторе выражается через заряд q на его обкладках, как $E = q/Cd$, а также принимая во внимание, что $\mathbf{g} = \mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \dot{\mathbf{E}}/c$, мы можем переписать выражение (208) в виде

$$U = -\frac{L_T \dot{q}^2}{2c^2}, \qquad (209)$$

где введен коэффициент эффективной «тороидной» индуктивности плоского конденсатора

$$L_T = \frac{2\kappa}{C^2 d^2}. \tag{210}$$

Таким образом, в цепи переменного тока конденсатор, заполненный тороидно-поляризующейся средой, будет обладать комплексным сопротивлением Z, которое выражается через его емкость C и эффективную индуктивность L_T следующим образом:

$$Z = -i\left(\omega L_T - \frac{1}{\omega C}\right). \tag{211}$$

Получившийся таким образом колебательный контур имеет частоту резонанса $\omega_0 = \sqrt{L_T C}$.

В том случае, когда эффективное вихревое поле создается системой проводников с текущими по ним токами J_A, среднее значение вихря магнитного поля на образце можно считать пропорциональным величинам токов J_A, а именно:

$$\mathbf{g} = \frac{1}{c}\sum_A \mathbf{K}_A J_A, \tag{212}$$

где $\mathbf{K}_A$ — некоторые обобщенные коэффициенты «вихревой индуктивности», которые определяются геометрическим расположением проводников. Подставляя выражение (212) в (208), мы можем представить тороидный вклад в энергию системы в виде

$$U = \frac{1}{2c^2}\sum L_{AB} J_A J_B, \tag{213}$$

где введены эффективные коэффициенты взаимной индуктивности проводников с током, связанные с наличием поляризующейся среды:

$$L_{AB} = 2\kappa\,(\mathbf{K}_A \mathbf{K}_B). \tag{214}$$

Таким образом, и в данном случае присутствие среды может быть замечено как изменение индуктивности цепи.

4. ТОРОИДНЫЙ ОТКЛИК СПИНОВОЙ СИСТЕМЫ

Как известно [1—7], существуют два основных метода наблюдения магнитного резонанса в ядерных спиновых системах — стационарный и импульсный. Первый метод (называемый также методом медленного про-

хождения) связан с получением кривой поглощения при долговременном воздействии на систему РЧ-поля $\mathbf{h}(t)$. Импульсные методы основаны на взаимодействии спиновой системы с импульсами РЧ-поля и наблюдением формы сигнала затухания свободной индукции, следующего за импульсами. В предыдущем разделе рассмотрен стационарный метод. Здесь будет исследован отклик системы на импульсное воздействие вихревого поля.

4.1. Теория отклика. Будем искать отклик спиновой системы на импульсное воздействие неоднородного по пространству переменного РЧ-поля $\mathbf{h}_a(t) = \mathbf{h}(t) + \mathbf{h}(\mathbf{r}_a, t)$. Как известно [1], состояние системы в произвольный момент времени описывается матрицей плотности $\hat{\rho}(t)$, которая удовлетворяет уравнению движения

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{\rho}(t) = i\,[\hat{\rho}(t), \hat{\mathcal{H}}], \tag{215}$$

где $\hat{\mathcal{H}}$ — гамильтониан системы спинов:

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_0 + \hat{\mathcal{H}}_{dd} + \hat{\mathcal{V}}(t); \quad \hat{\mathcal{H}}_0 = -H_0\hat{S}_z; \qquad \hat{\mathcal{V}}(t) = -\sum_a (\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}\,\mathbf{h}_a(t)). \tag{216}$$

Здесь $\hat{\mathcal{H}}_{dd}$ — оператор диполь-дипольного взаимодействия (146). Решение уравнения (215) может быть записано в виде

$$\hat{\rho}(t) = \hat{\mathcal{U}}(t, 0)\,\hat{\rho}(0)\,\hat{\mathcal{U}}^{+}(t, 0), \tag{217}$$

где $\hat{\mathcal{U}}(t, 0)$ — оператор эволюции, $\hat{\rho}(0)$ — матрица плотности в начальный момент времени:

$$\hat{\rho}(0) = \frac{1}{Z}\,e^{-\hat{\mathcal{H}}_0\beta}; \qquad Z = \mathrm{Sp}\,\{e^{-\hat{\mathcal{H}}_0\beta}\}; \qquad 1/\beta = k_B T^0. \tag{218}$$

На временной оси событий можно выделить два интервала: $(0, t_p)$ и (t_p, t). Первый из них соответствует периоду приготовления системы, а второй — периоду отклика или спада свободной прецессии. На стадии приготовления спиновая система подвергается воздействию импульса РЧ-поля, интенсивность которого обычно велика по сравнению с величиной диполь-дипольного взаимодействия $|\hat{\mathcal{V}}| >> |\hat{\mathcal{H}}_{dd}|$, при этом длительность импульса настолько мала, что эффекты, связанные с присутствием взаимодействия, не успевают проявиться и ими можно пренебречь. Следовательно, на стадии приготовления поведение спиновой системы будет определяться гамильтонианом $\hat{\mathcal{H}}_1(t) = \hat{\mathcal{H}}_0 + \hat{\mathcal{V}}(t)$.

От временной зависимости в операторе $\hat{\mathcal{H}}_1(t)$ можно избавиться, перейдя во вращающуюся систему координат K_{rot} (подробно процедура перехода описана в п.1.3, 1.4):

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{rot}} = \hat{\mathcal{U}}_z^{+}(t)\,\hat{\mathcal{H}}_1(t)\hat{\mathcal{U}}_z(t), \qquad \hat{\mathcal{U}}_z(t) = \mathrm{e}^{i\omega_0 \hat{S}_z t}. \tag{219}$$

Считая, что частота переменного поля ω совпадает с частотой резонанса $\omega_0 = -H_0$, получаем

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{rot}} = -\sum_a (\mathbf{H}_{a\,\text{eff}}\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}_a), \tag{220}$$

где эффективное магнитное поле $\mathbf{H}_{a\,\text{eff}} = \omega_{ai}\mathbf{e}_i$, действующее на a-й спин, определяется выражением (78).

Несмотря на большую величину постоянного магнитного поля $\mathbf{H}_0$, на интервале (t_p, t) взаимодействием пренебрегать нельзя, так как, действуя в течение длительного времени, оно проявляется в расфазировке спинов (подробно поведение системы взаимодействующих спинов было описано в разд.2), поэтому поведение системы во время спада свободной прецессии будет определяться гамильтонианом $\hat{\mathcal{H}}_2 = \hat{\mathcal{H}}_0 + \hat{\mathcal{H}}_{dd}$.

Так как поведение системы во время действия импульса и на стадии спада свободной прецессии определяется разными гамильтонианами $\hat{\mathcal{H}}_{\text{rot}}$ и $\hat{\mathcal{H}}_2$, следовательно, оператор $\hat{\mathcal{U}}(t, 0)$ в выражении (217) может быть представлен в виде произведения двух операторов эволюции $\hat{\mathcal{U}}(t_p, 0)$ и $\hat{\mathcal{U}}(t, t_p)$, действующих на интервалах $(0, t_p)$ и (t_p, t) соответственно:

$$\hat{\mathcal{U}}(t, 0) = \hat{\mathcal{U}}(t, t_p)\,\hat{\mathcal{U}}_z(t_p)\,\hat{\mathcal{U}}(t_p, 0), \tag{221}$$

где операторы $\hat{\mathcal{U}}(t_p, 0) \equiv \hat{\mathcal{U}}(t_p)$ и $\hat{\mathcal{U}}(t, t_p) = \hat{\mathcal{U}}(t - t_p) \equiv \hat{\mathcal{U}}(\tau)$ имеют вид

$$\hat{\mathcal{U}}(t_p) = \exp\{-i\hat{\mathcal{H}}_{\text{rot}} t_p\}; \quad \hat{\mathcal{U}}(\tau) = \exp\{-i\hat{\mathcal{H}}_2\tau\}; \quad \tau = t - t_p, \tag{222}$$

а $\hat{\mathcal{U}}_z(t_p)$ описывает переход из вращающейся системы координат в лабораторную по окончании действия импульса. Подставив явный вид оператора $\hat{\mathcal{U}}(t, 0)$ в выражение (217), получим

$$\hat{\rho}(t) = \hat{\mathcal{U}}(\tau)\,\hat{\mathcal{U}}_z(t_p)\hat{\mathcal{U}}(t_p)\,\hat{\rho}(0)\,\hat{\mathcal{U}}^{+}(t_p)\,\hat{\mathcal{U}}_z^{+}(t_p)\,\hat{\mathcal{U}}^{+}(\tau). \tag{223}$$

Используя высокотемпературное приближение $\omega_0 \beta << 1$ (которое обычно справедливо для системы ядерных спинов), матрицу плотности $\hat{\rho}(0)$ (218) можно представить в виде ряда, оставляя только первые члены разложения:

$$\hat{\rho}(0) = \frac{1}{\mathrm{Sp}\{\hat{1}\}} \{\hat{1} - \hat{\mathcal{H}}_0 \beta\}. \tag{224}$$

Подействовав операторами эволюции $\hat{U}(t_p)$ и $\hat{U}_z(t_p)$ на матрицу плотности (224), получим выражение для матрицы плотности в момент времени t_p:

$$\hat{\rho}(t_p) = \frac{1}{\mathrm{Sp}\{\hat{1}\}} \left\{ \hat{1} - H_0 \beta \sum_a \left[\hat{S}_{az} \cos \lambda_a t_p + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{\omega_{ai}}{\lambda_a} \sin \lambda_a t_p \, (e_{zik} \hat{S}_{ak} \cos \omega_0 t_p + \hat{S}_{ai} \sin \omega_0 t_p) \right] \right\}, \tag{225}$$

где введено обозначение $\lambda_a \equiv \sqrt{\omega_{ai}\, \omega_{ai}}$.

Чтобы получить наглядное представление о динамике спинов, рассмотрим секулярное приближение, в котором оператор дипольного взаимодействия $\hat{\mathcal{H}}_{dd}$ коммутирует с оператором $\hat{\mathcal{H}}_Z$; тогда, в соответствии с полученными формулами, средние значения операторов тороидного момента $\hat{\mathcal{T}}$ и $\hat{\mathcal{S}}$ на стадии свободной прецессии будут определяться выражениями

$$\langle \hat{S}_j \rangle = \frac{-H_0 \beta}{\mathrm{Sp}\{\hat{1}\}} \left\{ \sum_a \mathrm{Sp}\{\hat{S}^2_{az}\} \delta_{zj} \cos \lambda_a t_p + \right.$$

$$+ \sum_a \frac{\omega_{ai}}{\lambda_a} \sin \lambda_a t_p \, [e_{zik} \, \mathrm{Sp}\{\hat{S}'_{ak} \hat{S}_{aj}\} \cos \omega_0 t +$$

$$\left. + \mathrm{Sp}\{\hat{S}'_{ai} \hat{S}_{aj}\} \sin \omega_0 t] \right\}; \tag{226}$$

$$\langle \hat{\mathcal{T}}_j \rangle = \frac{H_0 \beta}{\mathrm{Sp}\{\hat{1}\}} \left\{ \sum_a e_{ljz} x_{al} \, \mathrm{Sp}\{\hat{S}^2_{az}\} \cos \lambda_a t_p + \right.$$

$$+ \sum_a \frac{\omega_{ai}}{\lambda_a} e_{jlm} x_{al} \sin \lambda_a t_p \, [e_{zik} \, \mathrm{Sp}\{\hat{S}'_{ak} \hat{S}_{am}\} \cos \omega_0 t +$$

$$\left. + \mathrm{Sp}\{\hat{S}'_{ai} \hat{S}_{am}\} \sin \omega_0 t] \right\}. \tag{227}$$

В данном и последующих выражениях для сокращения записи использовано обозначение $\hat{S}'_{ak} = e^{i\hat{\mathcal{H}}_{dd}t}\,\hat{S}_{ak}\,e^{-i\hat{\mathcal{H}}_{dd}t}$. Полученные выражения позволяют построить схему описания откликов в магнитном резонансе на базе магнитного и тороидного моментов; из нее следует, что любой из импульсов переменного поля, однородного или вихревого, формирует не только «собственный» (магнитный или тороидный) момент, но, благодаря взаимодействию между спинами, создает основу для формирования «перекрестных» моментов (подробно процесс формирования перекрестных моментов был рассмотрен в разд.2).

Рассмотрим процесс формирования тороидного момента по окончании действия импульса однородного магнитного поля, направленного вдоль оси Y, который имеет длительность, удовлетворяющую условию $\lambda t_p = \pi/2$ (положим также разность фаз $\delta = 0$ (78)). Тогда выражения (226) и (227) примут вид

$$\langle \hat{S}_x \rangle = -\frac{H_0\,\beta}{\mathrm{Sp}\,\{\hat{1}\}} \sum_a \mathrm{Sp}\,\{\hat{S}'_{ax}\,\hat{S}_{ax}\}\cos\omega_0 t\,;$$

$$\langle \hat{S}_y \rangle = \frac{H_0\,\beta}{\mathrm{Sp}\,\{\hat{1}\}} \sum_a \mathrm{Sp}\,\{\hat{S}'_{ay}\,\hat{S}_{ay}\}\sin\omega_0 t\,, \qquad (228)$$

$$\langle \hat{\mathcal{T}}_j \rangle = \frac{H_0\,\beta}{\mathrm{Sp}\,\{\hat{1}\}} \sum_a x_{al}\,\{e_{ljx}\,\mathrm{Sp}\,\{\hat{S}'_{ax}\,\hat{S}_{ax}\}\cos\omega_0 t +$$

$$+ e_{jly}\,\mathrm{Sp}\,\{\hat{S}'_{ay}\,\hat{S}_{ay}\}\sin\omega_0 t\}. \qquad (229)$$

На основе полученных выражений можно провести качественный анализ условий возникновения «перекрестного» тороидного отклика в экспериментах импульсного ЯМР. Как видно из выражения (229), основной причиной появления у исследуемого образца тороидного момента является наличие диполь-дипольного взаимодействия между спинами, которое разрушает первоначальную параллельную ориентацию спинов, заставляя их прецессировать с разной частотой вокруг постоянного магнитного поля. Если $\hat{\mathcal{H}}_{dd} = 0$ в выражении (229), то $\langle \hat{\mathcal{T}}_j \rangle = 0$. Так как шпур $\mathrm{Sp}\,\{\hat{S}_{ay}\,\hat{S}_{ay}\} = \mathrm{Sp}\,\{\hat{1}\}$ и не зависит от a, его можно вынести из под знака суммы. В этом случае остается суммирование только по координатам спинов, а эта сумма равна нулю, так как начало координат выбрано в геометрическом центре системы. Аналогичная ситуация сразу после окон-

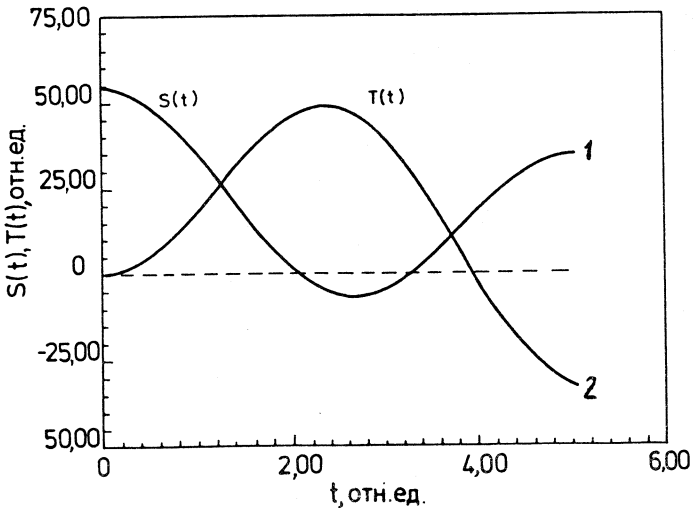


Рис. 10. Огибающие сигнала спада свободной прецессии магнитного (*1*) и тороидного (*2*) моментов после действия импульса. Для наглядности масштаб на кривой *2* увеличен по вертикали в 5 раз

чания импульса в момент времени $t = t_p$. Особенность тороидного отклика в том, что выражение для $\langle \hat{\mathcal{T}}_j \rangle$ содержит в явном виде координаты спинов, что позволяет значительно повысить информативность методов ЯМР, особенно при исследовании асимметричных «хиральных» систем.

Проводились аналитические (с помощью теории возмущений [17]) и численные расчеты тороидного отклика для модельных систем, состоящих из трех и четырех частиц, которые хорошо согласуются друг с другом. Для иллюстрации на рис.10 показаны огибающие спада свободной индукции магнитного и тороидного откликов для системы трех спинов, расположенных в вершинах равнобедренного треугольника с углом $\alpha = \pi/2$, ориентированного перпендикулярно постоянному магнитному полю (в этом случае отлична от нуля только z-компонента тороидного момента). На рис.11 и 12 приведены спектры, полученные после фурье-преобразования сигналов магнитного и тороидного отклика для $\alpha = \pi/2$. Для сравнения на рис.13 показан спектр тороидного поглощения при $\alpha = \pi/3$.

4.2. Оценка условий наблюдений тороидного отклика. При исследовании магнитного резонанса наблюдаемой величиной обычно является магнитный момент **M** некоторой выделенной системы спинов, который представляет собой среднее от полного суммарного оператора спина

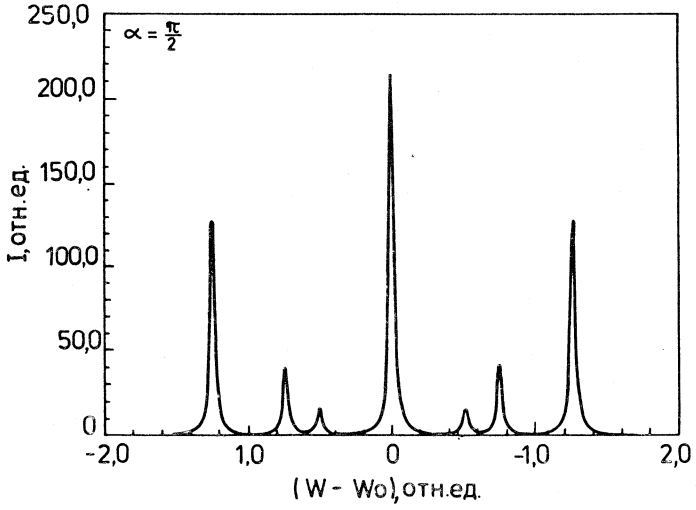


Рис. 11. Спектральные линии, полученные после фурье-преобразования сигналов свободной прецессии магнитного момента. Для наглядности в спектры искусственно введена ширина линии. Нуль соответствует основной частоте резонанса

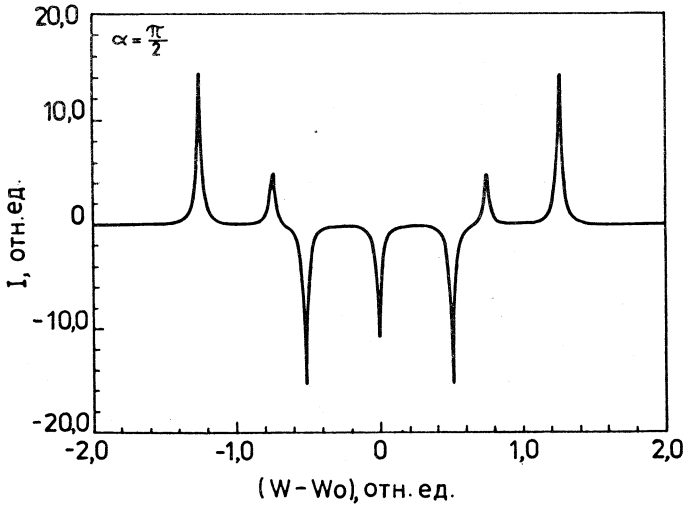


Рис. 12. Спектральные линии, полученные после фурье-преобразования сигналов свободной прецессии тороидного момента

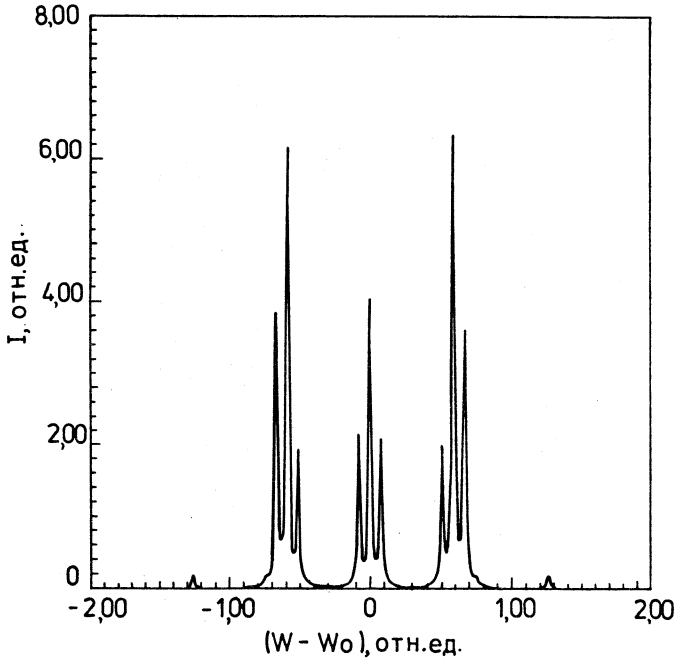


Рис. 13. Спектр поглощения для системы частиц, находящихся в вершинах равностороннего треугольника (тороидный резонанс)

$\hat{\boldsymbol{S}} = \sum_a \hat{\boldsymbol{S}}_a$: $\mathbf{M} = \langle \hat{\boldsymbol{S}} \rangle$; угловые скобки здесь обозначают усреднение как по квантовому состоянию, так и по «ансамблю» спиновых систем. Однако очевидно, что система спинов, распределенных в пространстве, каковой в действительности является ядерная подсистема (для определенности далее обсуждается система именно ядерных спинов), может описываться в дополнение к дипольному моменту **M** и другими мультиполями — квадрупольным, октупольным и т.д., которые более чувствительны к деталям пространственного распределения спинов. Тем не менее в ядерном резонансе поля высших мультиполей обычно не рассматриваются. Дело в том, что магнитное поле H_l мультиполя l-ранга падает с расстоянием как $1/r^{2+l}$. Рассматривая макроскопический образец размером L и суммируя поля, создаваемые каждым мультиполем, мы видим, что в дипольном случае (соответствующем $l = 1$) полный дипольный момент растет как ML^3 (здесь M — плотность дипольного момента), а его поле H_1 на границе образца, которое

обычно наблюдается в эксперименте, меняется как ML^3/L^3, т.е. оно оказывается пропорциональным намагниченности M. В то же время поле H_l мультиполя более высокого ранга $l > 1$, имеющего объемную плотность Q_l, на границе образца убывает как $H_l \sim Q_l / L^{l-1}$, что и позволяет пренебрегать этим полем.

Однако существует один важный случай, когда поле мультиполя, описывающего систему ядерных спинов, ведет себя подобно полю магнитного диполя. Мы имеем в виду поле тороидного момента, который был введен и подробно исследован в работах [13—15]. Будем рассматривать ядерные спины как совокупность классических магнитных диполей $\mathbf{m}_a = \langle \hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}_a \rangle$ (здесь подразумевается то же самое усреднение, что и при введении суммарного магнитного момента), расположенных в точках пространства $\mathbf{r}_a$. Тороидный момент системы определяется как сумма произведений вида

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \sum_a [\mathbf{r}_a \, \mathbf{m}_a]. \tag{230}$$

Как показано в работах [13—15], статический (то есть не меняющийся со временем) тороидный момент не создает ни электрического, ни магнитного полей, а только лишь поле векторного потенциала, которое имеет вид

$$\mathbf{A} = \frac{3\mathbf{r}\,(\mathbf{Tr}) - \mathbf{T}r^2}{r^5}. \tag{231}$$

Это выражение может быть получено путем суммирования потенциалов $\mathbf{A}_a$, которые создаются отдельными магнитными диполями $\mathbf{m}_a$, и последующим использованием обычного мультипольного разложения по степеням отношения размера системы к расстоянию до точки наблюдения. Один из вкладов в это разложение определяется тороидным моментом (230) и имеет вид (231). В ядерном магнитном резонансе средние значения спинов $\mathbf{m}_a$ являются функциями времени, и вместе с ними будет зависеть от времени тороидный момент $\mathbf{T}(t)$, а также создаваемое им поле векторного потенциала (231). Но, как известно, производная векторного потенциала по времени пропорциональна электрическому полю

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\dot{\mathbf{A}} = \frac{\dot{\mathbf{T}}r^2 - 3\mathbf{r}\,(\dot{\mathbf{T}}\mathbf{r})}{cr^5}. \tag{232}$$

Это поле формально эквивалентно полю электрического диполя $\mathbf{P}$, имеющего величину $\mathbf{P} = -\dot{\mathbf{T}}/c$, и может обнаруживать свое «тороидное происхождение» только в интерференционных опытах при изучении спектральных характеристик (см. [12], приложение 3). Как и у магнитного

дипольного момента, поле образца с макроскопическими размерами L не зависит от L и целиком определяется плотностью электрического дипольного момента **P**. Оценивая производную по времени в (232) как величину, пропорциональную частоте магнитного резонанса ω, можно видеть, что электрическая составляющая поля отличается от магнитной на множитель, равный безразмерному параметру $a\omega/c$, где a — размер спиновой системы, или, если учесть, что $\lambda = c/\omega$, на множитель a/λ. Частоты ЯМР обычно лежат в диапазоне $\omega \sim 10^6 \div 10^9$ Гц, что соответствует длинам волн $\lambda \sim 10 \div 10^4$ см. При размерах $a \sim 1$ см электрическое поле оказывается на несколько порядков меньше магнитного, но оно линейно растет с увеличением частоты резонанса.

Проведенные рассуждения ясно показывают, что следующим после магнитного момента **M** «претендентом» для наблюдения в ЯМР является тороидный момент спиновой системы **T**, причем он определяет электрическую составляющую электромагнитного поля, индуцируемого магнитодипольной системой в окружающем пространстве (здесь мы говорим о том, что поля именно индуцируются, а не излучаются, так как всюду рассматривается поле в «ближней зоне», которое обычно и измеряется в магнитном резонансе). Экспериментальная методика прецизионных измерений электрического поля в магнитном резонансе была недавно разработана и использована для измерения величины обратного влияния квадрупольного поля ядер на электронную подсистему Ханом с сотр. [14].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нами рассмотрен один из способов возбуждения магнитного резонанса в пространственно распределенной спиновой системе с помощью неоднородного магнитного поля, основанный на взаимодействии вихревого поля с тороидным моментом системы спинов. В этом случае пространственная конфигурация поля «сравнивается» с конфигурацией системы, что позволяет «распознавать» расположение ядер. Данный метод может оказаться полезным, например, при исследовании изменений формы ориентированных макромолекул в растворах или поведения микрочастиц суспензии под влиянием внешних воздействий. Очевидно, для той же цели могут учитываться различного типа мультипольные взаимодействия более высоких порядков, рассмотренные в [10—13]. При этом могут быть обнаружены более тонкие детали структуры молекул (более высокие моменты функции распределения спинов по пространству). Проведенное в работе детальное рассмотрение показывает, что в процессе свободной индукции можно наблюдать не только сигнал от прецессирующего магнитного момента образца, но также сигнал от его тороидного момента. Магнитный момент наблю-

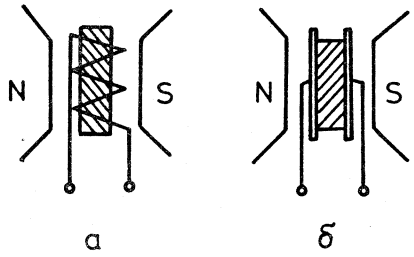


Рис. 14. Принципиальная схема устройства для наблюдения магнитного (*а*) и тороидного (*б*) откликов ядерной системы спинов

дается стандартными методами ЯМР, в основе которых лежит измерение ЭДС, индуцируемой в приемной катушке (рис.14,*а*). Как было показано в п.4.2, величина магнитного поля в этом случае пропорциональна намагниченности образца: $H \sim M$, а ЭДС в катушке — скорости изменения магнитного потока

$$\varphi_M \approx \frac{\omega}{c} ML^2, \tag{233}$$

где L^2 — площадь поперечного сечения катушки, которую мы считаем по порядку величины равной квадрату размера образца L. Вследствие переменной тороидной поляризации образца у поля возникает электрическая компонента, на что указывалось во введении. Нетрудно показать, что разность потенциалов на обкладках конденсатора (рис.14,*б*) по порядку величины составит

$$\varphi_T \approx 4\pi PL \approx 4\pi TL \frac{\omega}{c}. \tag{234}$$

С помощью полученных формул может быть оценено отношение магнитного и тороидного сигналов:

$$\frac{\varphi_T}{\varphi_M} = \frac{4\pi \frac{\omega}{c} TL}{\frac{\omega}{c} ML^2} \sim \frac{a}{L}, \tag{235}$$

где для оценки было принято, что $T \sim Ma$, где a — размер спиновой системы. Величина a определяется радиусом пространственной корреляции системы спинов. Если спины не коррелированы, то тороидный сигнал усредняется до нуля. Если же a увеличивается (например, при возрастании пространственных флуктуаций взаимодействующих частиц в процессе фазового перехода жидкость — твердое тело), то, соответственно, будет возрастать и величина сигнала тороидного отклика.

Таким образом, проведенное рассмотрение показывает, что наблюдение тороидного отклика дает новую возможность исследования пространственных корреляций в спиновой системе и тем самым расширяет сферу применения ЯМР.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Абрагам А.** — Ядерный магнетизм. М.: ИИЛ, 1969.
2. **Сликтер Ч.** — Основы теории магнитного резонанса: Пер. с англ. Изд. 2-е. М.: Мир, 1981.
3. **Лундин А.Г., Федин Э.И.** — ЯМР-спектроскопия. М.: Наука, 1986.
4. **Керрингтон А., Мак-Лечлан Э.** — Магнитный резонанс и его применение в химии: Пер. с англ. М.: Мир, 1970.
5. **Эрнст Р.Р., Боденхаузен Г., Вокаун А.** — Принципы ядерного магнитного резонанса в одном и двух измерениях: Пер. с англ. М.: Мир, 1990.
6. **Уо Дж.** — Новые методы ЯМР в твердых телах: Пер. с англ. М.: Мир, 1978.
7. **Pines A.** — Lectures on Pulsed NMR. Proc. of the 100th School of Physics «Enrico Fermi», North Holland, Amsterdam, 1988, p.43.
8. **Фаррар Р., Беккер Э.** — Импульсная и Фурье-спектроскопия ЯМР: Пер. с англ. М.: Мир, 1973.
9. **Holl L.D., Norwood T.J.** — J. Mag. Res., 1990, vol.88, p.192.
10. **Дубовик В.М., Чешков А.А.** — ЭЧАЯ, 1974, т.5, вып.3, с.791.
11. **Dubovik V.M., Shabanov S.V.** — In special issue «Essays on the Formal Aspects of Electromagnetic Theory». Ed. A.Lakhtakia, Singapore: WS, 1993, p.499.
12. **Дубовик В.М., Тосунян Л.А.** — ЭЧАЯ, 1983, т.14, вып.5, с.1193.
13. **Dubovik V.M., Tugushev V.V.** — Phys. Reports, 1990, vol.187, No.4, p.145.
14. **Sleator T., Hahn E.L., Heaney M.B. et al.** — Phys. Rev., 1988, vol.38B, No.13, p.8609.
15. **Дубовик В.М., Лунегов И.В., Марценюк М.А.** — Препринт ОИЯИ Р14-92-321, Дубна, 1992.
16. **Дубовик В.М., Лунегов И.В., Марценюк М.А.** — В сб.: «Радиоспектроскопия» (под ред. И.Г.Шапошникова). Пермь: Из-во Перм. ун-та, 1993, с.38.
17. **Дубовик В.М., Лунегов И.В., Марценюк М.А.** — Препринт ОИЯИ Р6-93-244, Дубна, 1993.
18. **Dubovik V.M., Lunegov I.V., Martsenuyk M.A.** — Toroid Excitation of Nuclear Magnetic Resonance. Ext. abstr. of XXVI Congress AMPERE (Athens, September 1992). Athens, 1992, p.587.
19. **Давыдов А.С.** — Квантовая механика. М.: Наука, 1963.
20. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** — Квантовая механика. М.: Наука, 1989.
21. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** — Статистическая физика. М.: Наука, 1976, ч.1.
22. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** — Механика. М.: Наука, 1984.
23. **Переломов А.** — Когерентные состояния. М.: Наука, 1987.
24. **Vuorimäki A.H., Punkkinen M.** — J. Phys.: Condens. Matter, 1989, vol.1, p.9219.
25. **Дубовик В.М., Марценюк М.А., Марценюк Н.М.** — ЭЧАЯ, 1993, т.24, вып.4, с.1056.
26. **Желобенко Д.П., Штерн А.И.** — Представления групп Ли. М.: Наука, 1983.
27. **Марценюк М.А., Ощепков А.Ю.** — В сб.: «Радиоспектроскопия» (под ред. И.Г.Шапошникова). Пермь: Из-во Перм. ун-та, 1985, с.205.
28. **Марценюк М.А., Ощепков А.Ю.** — В сб.: «Радиоспектроскопия» (под ред. И.Г.Шапошникова). Пермь: Из-во Перм. Ун-та, 1980, с.119.
29. **Martsenuyk M.A., Shaposhnikov I.G.** — J. of Mol. Structure, 1980, vol.58, p.323.

30. **Кляцкин В.И.** — Стохастическое описание динамики систем с флуктуирующими параметрами. М.: Наука, 1975.
31. **Корст Н.Н., Анциферова Л.И.** — УФН, 1978, т.126, вып.1, с.67.
32. **Зоммерфельд А.** — Механика. М.: Из-во ин. лит., 1947.
33. **Скроцкий Г.В.** — УФН, 1984, т.144, вып.4, с.681.
34. **Степанов В.В.** — Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1959.
35. **Тонков Е.М.** — Риккати-уравнение. Математическая энциклопедия. М.: Советская энциклопедия, т.4, 1984.
36. **Jaynes E.T.** — In: «Foundation of Radiation Theory and Quantum Electrodynamics». Ed. by A.Barut. N.Y.: Plenum, 1980.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»,
1995, ТОМ 26, ВЫП.1

УДК 539.12

ПОЛУЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ ТЯЖЕЛЫХ БАРИОНОВ

М.А.Иванов, Н.Б.Ладыгина, В.Е.Любовицкий

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В предлагаемом обзоре обсуждается современный статус физики адронов, содержащих один тяжелый кварк (b или c). Также представлены результаты исследований полулептонных распадов тяжелых барионов с $J^P = \frac{1}{2}^+$, проведенных в рамках релятивистской кварковой модели с учетом конфайнмента легких кварков. А именно нами описаны моды полулептонных распадов с изменением аромата: $b \to c$, $b \to u$, $c \to s$ и $c \to d$. Вычислены формфакторы этих распадов в пределе бесконечно больших масс тяжелых кварков $m_Q \to \infty$ (предел Изгура — Вайзе). Для $b \to c$ переходов получены выражения для барионных формфакторов в лидирующем порядке $1/m_Q$-разложения, а также поправки первого порядка к ним. Показано, что при равенстве скоростей начального и конечного барионов ($v^\mu = v'^\mu$) выполняется теорема Адемолло — Гатто. Полученные формфакторы используются в вычислении наблюдаемых характеристик полулептонных распадов тяжелых барионов: ширин распадов, дифференциальных распределений, лептонных спектров и параметров асимметрии. Проводится сравнение наших результатов с результатами других теоретических подходов.

We discuss present status of hadrons containing a single heavy quark (b or c). Also the results for semileptonic decays of heavy baryons with spin-parity $J^P = \frac{1}{2}^+$ obtained within the relativistic quark model with taking into account of light quark confinement are presented. Especially, semileptonic modes with flavour change $b \to c$, $b \to u$, $c \to s$ and $c \to d$ are described. We calculate form-factors of these decays in the heavy quark limit $m_Q \to \infty$ (Isgur — Wise limit). For $b \to c$ transitions form-factors in heavy quark limit and first $1/m_Q$ corrections to them are computed. We show when the velocities of initial and final baryon are equal to each other ($v^\mu = v'^\mu$) the well-known Ademollo — Gatto theorem is fulfilled. The obtained form-factors are used in the calculations of observables of heavy-baryon semileptonic decays: decay rates, differential distributions, leptonic spectra and asymmetry parameters. The comparison of our results with other theoretical results are carried out.

1. ВВЕДЕНИЕ. СТАТУС ФИЗИКИ АДРОНОВ, СОДЕРЖАЩИХ ОДИН ТЯЖЕЛЫЙ КВАРК

Последние несколько лет ознаменованы бурным развитием физики адронов, состоящих из легких q (u, d, s) и тяжелых Q (c, b) кварков. К тяжелым кваркам относятся те кварки, массы которых удовлетворяют условию $m_Q >> \Lambda_{QCD}$, где $\Lambda_{QCD} \sim 0{,}2$ фм — масштабный параметр КХД. Сразу оговоримся, что в нашем обзоре о t-кварке мы речи вести не будем, т.к. его масса слишком велика для возникновения связанных адронных состояний. Слабые распады тяжелых адронов являются уникальным инструментом для определения элементов матрицы Кабиббо — Кабаяши — Маскава, исследования явлений, лежащих вне рамок стандартной модели, а также изучения внутренней структуры адронов.

Обострение интереса к такого рода процессам связано, в первую очередь, с появлением новых возможностей в экспериментальных исследованиях в области физики промежуточных энергий. В частности, на установках ARGUS [1] и CLEO [2] были исследованы полулептонные распады мезонов, содержащих тяжелые кварки как в начальном, так и в конечном состояниях: $B \to De\nu$, $B \to D^* e\nu$. В экспериментах E653 [3], E691 [4] и группой CLEO [5] наблюдались распады с переходом тяжелого мезона в легкий: $D \to Ke\nu$ и $D \to K^* e\nu$. Распад векторного D^*-мезона $D^* \to K^- \mu^+ \nu_\mu$ наблюдался на установке группы E687 [6]. Полулептонные распады D_s мезона $D_s \to X + \mu + \nu_\mu$ ($X = \Phi$, K^*, ρ, η, η') были исследованы коллаборацией Fermilab E653 [7].

Следует также отметить эксперимент по изучению нелептонного распада $D^0 \to K_s^0 \pi^+ \pi^-$ группой ARGUS [8]. Кабиббовски запрещенные моды двухчастичных распадов нейтрального D^0-мезона $D^0 \to \pi^+ \pi^-$ и $D^0 \to K^+ K^-$ были исследованы группой E687 [9]. Относительные ширины двухчастичных распадов векторного $D^*(2010)$-мезона $D^* \to D\pi$ и $D^* \to D\gamma$ [10] и разность масс D^*- и D-мезонов измерены коллаборацией CLEO [11]. Уникальные эксперименты по определению времен жизни $\overline{B}^0$-, B^-- и B^0-, B^+-мезонов выполнены коллаборациями ALEPH [12], DELPHI [13] и OPAL [14]. Прецизионные измерения времен жизни D^0- и D^+- мезонов проведены на установке E687 [15]. Масса B_s-мезона была впервые измерена коллаборацией ALEPH [16].

Длительное время экспериментальные исследования тяжелых барионов были направлены на изучение процессов с участием только очарованных

частиц. Так, полулептонные распады Λ_c^+-барионов $\Lambda_c^+ \to \Lambda e^+ X$ и $\Lambda_c^+ \to \Lambda\, \mu^+ X$ наблюдались на установке DORIS II группой ARGUS [17] и на установке CERS группой CLEO [18,19]. Нелептонные распады Λ_c-бариона $\Lambda_c \to \Lambda\, \pi$ и $\Lambda_c \to \Sigma\, \pi$ исследовались группами CLEO [18] и ARGUS [20]. Многочастичные нелептонные распады очарованного Λ_c-бариона $\Lambda_c \to pK^-\pi^+ X$ изучены на установке NA32 коллаборацией ACCMOR в CERN [21]. Редкий распад $\Lambda_c \to pK^+K^-$ наблюдался на установке группы E687 [22]. Группа ARGUS [23] обнаружила новый очарованный барион $\Lambda_c^{*+}(2627)$ в распаде $\Lambda_c^{*+} \to \Lambda_c^+ \pi^+ \pi^-$.

Однако за последние несколько лет наметился заметный прогресс в изучении процессов с участием прелестных барионов. В частности, в CERN на протон-антипротонном коллайдере впервые наблюдался Λ_b-барион в распаде $\Lambda_b \to J/\Psi\Lambda$ [24]. Группами ALEPH и OPAL на LEP исследовались полулептонные распады Λ_b-барионов: $\Lambda_b \to \Lambda_c\, Xe\nu$ [25,26]. Исследования процесса рождения Λ_b-бариона в распадах Z^0-бозона и измерение его времени жизни были выполнены коллаборацией DELPHI [13,27]. В рамках этих экспериментов удалось извлечь достаточно полезной информации о физических свойствах тяжелых адронов, а именно были измерены массы и времена жизни тяжелых адронов, а также относительные ширины слабых распадов и поляризационные характеристики.

С теоретической точки зрения столь живой интерес к исследованию слабых распадов тяжелых адронов связан, главным образом, с открытием нового вида симметрии сильных взаимодействий — спин-флэйворной симметрии в мире тяжелых кварков (симметрия Изгура — Вайзе) [28,29] и разработкой эффективной теории тяжелых кварков (HQET) [28—43] — пертурбативной вычислительной схемы для исследований свойств адронов, содержащих один тяжелый кварк.

В основе симметрии Изгура — Вайзе лежит следующая физическая картина. Рассмотрим систему, состоящую из тяжелого кварка, который окружен облаком легких кварков и глюонов. Такое облако с легкой руки Изгура получило название «brown muck» в силу того, что свойства данной конфигурации не могут быть описаны исходя из первых принципов, т.е. пертурбативным путем в рамках стандартной модели сильных взаимодействий. Характерный размер такой системы R сравним с радиусом сильных взаимодействий: $R \sim 1/\Lambda_{QCD} \sim 1$ фм, а средний импульс передачи между тяжелым кварком и легкими конституентами порядка Λ_{QCD}, т.е. их взаимодействие

осуществляется лишь за счет «мягких» глюонов. Однако «мягкие» глюоны не «чувствуют» квантовых чисел тяжелого кварка, и, таким образом, свойства легких степеней свободы в таких адронах не зависят от аромата (или массы) тяжелого кварка (флэйворная симметрия) и ориентации спина тяжелого кварка (спиновая симметрия). Следовательно, адроны, содержащие один тяжелый кварк и отличающиеся либо ориентацией его спина, либо его ароматом в пределе $m_Q \to \infty$ (пределе Изгура — Вайзе) имеют одну и ту же конфигурацию легких степеней свободы.

Проявление симметрии Изгура — Вайзе легко продемонстрировать на примере тяжелых мезонов. При этом имеется прямая аналогия со свойствами водородоподобных атомов. Действительно, рассмотрим мезон, состоящий из нерелятивистских тяжелого Q и легкого q кварков, взаимодействие которых описывается КХД-потенциалом, подобным кулоновскому в КЭД. В пределе $m_Q >> m_q$ волновые функции мезонов, содержащих c- или b-кварк, совпадают, а приведенная масса

$$\mu_{\text{red}} = \frac{m_Q m_q}{m_Q + m_q} \to m_q \tag{1}$$

не зависит от массы тяжелого кварка. Таким образом, имеет место $b \longleftrightarrow c$ флэйворная $SU(2)$-симметрия, несмотря на внушительное различие масс b- и c-кварков. В атомной физике аналогия с флэйворной симметрией Изгура — Вайзе проявляется в том, что различные изотопы, имеющие одинаковую электронную оболочку, обладают одинаковыми химическими свойствами.

В рассмотренной нами системе легко продемонстрировать и другой аспект симметрии Изгура — Вайзе — спиновую симметрию. Рассмотрим ту часть полного гамильтониана Qq-системы, которая отвечает за спин-спиновое взаимодействие тяжелого и легкого кварков, описывающую сверхтонкое расщепление:

$$\Delta H \propto \frac{l_Q l_q}{m_Q m_q} \mathbf{S}_Q \cdot \mathbf{S}_q \, \delta^3(\mathbf{x}). \tag{2}$$

Нетрудно заметить, что в пределе $m_Q \to \infty$ эта часть гамильтониана будет подавлена по сравнению с кинетической. Таким образом, ориентация спина тяжелого кварка не влияет на динамику легких степеней свободы. Так как полный спин системы сохраняется, то будет сохраняться и спин тяжелого кварка. Следовательно, оператор спина тяжелого кварка выступает как генератор группы $SU(2)$. Тем самым проявляется спиновая $SU(2)$-симметрия. И в этом аспекте имеется аналогия с водородоподобными атомами, у которых уровни энергии сверхтонкого расщепления практически вырождены.

Симметрия Изгура — Вайзе легла в основу эффективной теории тяжелых кварков (HQET) [28—44]. Чтобы пояснить основную идею данного подхода, рассмотрим адрон с массой M, движущийся со скоростью v, который содержит тяжелый кварк с массой m_Q, обладающий скоростью v_Q. Динамика тяжелого кварка описывается стандартным КХД-лагранжианом:

$$\mathcal{L}_Q = \overline{Q}\,(i\not{D} - m_Q)\,Q, \tag{3}$$

где D — ковариантная производная. Отправной точкой HQET является достаточно простая гипотеза о том, что скорости тяжелого кварка и адрона совпадают с точностью до $1/m_Q$-поправок:

$$v_Q^{\mu} = v^{\mu} + k^{\mu}/m_Q, \tag{4}$$

где k^{μ} — так называемый остаточный импульс, который много меньше массы тяжелого кварка. Очевидно, что в пределе Изгура — Вайзе $m_Q \to \infty$ имеем $v_Q \to v$. Таким образом, КХД-взаимодействия не меняют скорость тяжелого кварка — это так называемое *правило суперотбора скоростей Джорджи* [30]. Говоря другими словами, в HQET скорость приобретает смысл сохраняющейся физической величины, т.е. квантового числа. Выражая импульс тяжелого кварка p_Q через 4-скорость адрона, получим

$$p_Q^{\mu} = m_Q v_Q^{\mu} = m_Q v^{\mu} + k^{\mu}. \tag{5}$$

Последняя формула означает, что тяжелый кварк находится около своей массовой поверхности ($p_Q^2 \to m_Q^2$, т.к. $v^2 = 1$). Далее поля тяжелых кварков переопределяются таким образом, чтобы в пределе Изгура — Вайзе зависимость оператора кинетической энергии от массы кварка исчезла. Для этой цели вводятся дополнительные поля: оператор уничтожения h_v^+ тяжелого кварка с 4-скоростью v и оператор рождения h_v^- тяжелого антикварка с 4-скоростью v, которые связаны с исходными полями кварков следующими соотношениями:

$$h_v^+(x) = e^{im_Q v\cdot x} P_+ Q(x), \qquad h_v^-(x) = e^{im_Q v\cdot x} P_- Q(x), \tag{6}$$

где $P_{\pm} = (1 \pm \not{v})/2$ — операторы проецирования.

Новые поля удовлетворяют уравнениям движения

$$\not{v}\, h_v^{\pm}(x) = \pm h_v^{\pm}(x). \tag{7}$$

Очевидно, что в системе покоя тяжелого кварка $v = (1, \overrightarrow{0})$ оператор h_v^+ соответствует двум верхним компонентам поля Q, в то время как h_v^- — двум

нижним. В терминах новых полей КХД-лагранжиан для тяжелого кварка запишется в виде

$$\mathcal{L}_h = \bar{h}_v^+ iv\,Dh_v^+ - \bar{h}_v^-(iv\,D + 2m_Q)\,h_v^- + \bar{h}_v^+ i\,\not{D}_\perp h_v^- + \bar{h}_v^- i\,\not{D}_\perp h_v^+, \tag{8}$$

где $D_\perp^\mu = D^\mu - v^\mu v\,D$ — ковариантная производная, ортогональная скорости кварка v: $v\,D_\perp^\mu = 0$. В пределе Изгура — Вайзе $m_Q \to \infty$, т.е. когда тяжелый кварк близок к массовой поверхности, поле $h_v^-(x) \to 0$, и мы приходим к лагранжиану HQET в лидирующем порядке $1/m_Q$-разложения:

$$\mathcal{L}^{(0)}_{\text{HQET}} = \bar{h}_v^+ iv\,Dh_v^+. \tag{9}$$

Далее, проинтегрировав в функциональном интеграле

$$Z_h = \int \delta\bar{h}_v^+ \int \delta h_v^+ \int \delta\bar{h}_v^- \int \delta h_v^- \ \exp\,(i \int dx\ \mathcal{L}_h) \tag{10}$$

по полям антикварков $\bar{h}_v^-$ и h_v^-, получим

$$Z_h = \int \delta\bar{h}_v^+ \int \delta h_v^+ \ \exp\,(i \int dx\ \mathcal{L}_{\text{HQET}}), \tag{11}$$

где

$$\mathcal{L}_{\text{HQET}} = \bar{h}_v^+ iv\,Dh_v^+ + \lim_{\varepsilon \to +0} \bar{h}_v^+ \not{D}_\perp^\mu \frac{1}{2m_Q\ ivD - i\varepsilon} \not{D}_\perp^\mu h_v^+ \tag{12}$$

— искомый лагранжиан эффективной теории тяжелого кварка [43], который удобно записать в виде разложения в ряд по степеням $1/m_Q$, выделив при этом ведущий порядок и поправки порядка $1/m_Q$. Для этой цели воспользуемся тождеством

$$P_+ i\,\not{D}_\perp i\,\not{D}_\perp P_+ = P_+ \left[(iD_\perp)^2 + \frac{g_s}{2}\,\sigma_{\alpha\beta}\,G^{\alpha\beta} \right] P_+, \tag{13}$$

где $[iD^\alpha\ iD^\beta] = ig_s G^{\alpha\beta}$ — тензор напряженности глюонного поля, g_s — константа связи КХД. Тогда получим для HQET-лагранжиана

$$\mathcal{L}_{\text{HQET}} = \mathcal{L}^{(0)}_{\text{HQET}} + \mathcal{L}^{(1)}_{\text{HQET}} + O\,(1/m_Q^2),$$

$$\mathcal{L}^{(0)}_{\text{HQET}} = \bar{h}_v^+ iv\,Dh_v^+, \tag{14}$$

$$\mathcal{L}^{(1)}_{\text{HQET}} = \frac{1}{2m_Q} \bar{h}_v^+ (iD_\perp)^2 h_v^+ + \frac{g_s}{4m_Q} \bar{h}_v^+ \sigma_{\alpha\beta}\,G^{\alpha\beta} h_v^+.$$

Лидирующий член лагранжиана эффективной теории — лагранжиан $\mathcal{L}^{(0)}_{\text{HQET}}$ обладает новым типом симметрии — спин-флэйворной симметрией Изгура — Вайзе [28—30], которая не представлена в лагранжиане КХД. Спиновая симметрия ассоциируется с неабелевой группой $SU(2)$. Операторы спина S_i^+ ($i = 1, 2, 3$) полей h_v^+ вводятся следующим образом:

$$S_i^+ = i\varepsilon_{ijk}\,[\not{e}_j\,,\,\not{e}_k]\,(1+\not{v})\,/\,2, \tag{15}$$

где e_k^μ — ортонормированный набор пространственно-подобных векторов, ортогональных скорости тяжелого кварка v_μ: $e_{\mu j}\,e_k^\mu = -\,\delta_{jk}$, $v_\mu\,e_k^\mu = 0$. При этом операторы S_i^+ удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$[S_i^+,\,S_j^+] = i\varepsilon_{ijk}\,S_k^+, \tag{16}$$

т.е. являются генераторами группы $SU(2)$. Флэйворная симметрия лагранжиана $\mathcal{L}^{(0)}_{\text{HQET}}$ обусловлена тем фактом, что масса кварков в нем отсутствует. Если мы имеем ситуацию, когда N_h тяжелых кварков движутся с одинаковой скоростью v, то исходный лагранжиан может быть расширен до $\mathcal{L}^{h(0)}_{\text{HQET}}$:

$$\mathcal{L}^{h(0)}_{\text{HQET}} = \sum_{i=1}^{N_h} \bar{h}_v^{+i} iv\,D h_v^{+i}, \tag{17}$$

который, очевидно, инвариантен относительно группы вращений в флэйворном пространстве. Окончательно, объединяя два типа симметрии (спиновую и флэйворную), мы приходим к $SU(2N_h)$ спин-флэйворной симметрии Изгура — Вайзе в секторе тяжелых кварков.

Интерпретацию присутствующих в $\mathcal{L}_{\text{HQET}}$ операторов порядка $1/m_Q$ легко осуществить в системе покоя тяжелого кварка [43]. Оператор

$$O_{\text{kin}} = \frac{1}{2m_Q}\,\bar{h}_v^+\,(iD_\perp)^2\,h_v^+ \to -\,\frac{1}{2m_Q}\,\bar{h}_v^+\,(i\,\mathbf{D})^2\,h_v^+ \tag{18}$$

есть не что иное, как калибровочно-инвариантная добавка к оператору кинетической энергии, описывающая эффект схода тяжелого кварка с массовой поверхности. Оператор

$$O_{\text{mag}} = \frac{g_s}{4m_Q}\,\bar{h}_v^+\,\sigma_{\alpha\beta}\,G^{\alpha\beta}\,h_v^+ \to -\,\frac{g_s}{m_Q}\,\bar{h}_v^+\,\mathbf{S}\,\mathbf{B}_c\,h_v^+ \tag{19}$$

есть неабелевый аналог паулиевского слагаемого, описывающего хромомагнитное взаимодействие спина тяжелого кварка с глюонным полем, где

$\mathbf{S}$ — оператор спина, а $B_c^i = -\frac{1}{2}\varepsilon^{ijk} G^{jk}$ — компоненты хромомагнитного поля.

Спин-флэйворная симметрия приводит к многочисленным соотношениям между свойствами адронов, содержащих один тяжелый кварк [44]. Одно из наиболее четких проявлений симметрии Изгура — Вайзе — это спектроскопия тяжелых адронов. В силу данной симметрии адронные состояния с участием c- и b-кварков можно классифицировать по квантовым числам легких степеней свободы (аромат, спин J_l, пространственная четность P_l и т.д.). Таким образом, в силу спиновой симметрии каждому фиксированному значению спина легких кварков J_l соответствует пара вырожденных адронных состояний с суммарным значением спина $J = J_l \pm 1/2$. В качестве характерного примера следует привести экспериментальные значения разности масс векторных и псевдоскалярных состояний, содержащих очарованный $m_{D^*} - m_D \simeq 142$ МэВ и прелестный $m_{B^*} - m_B \simeq 46$ МэВ кварк. Очевидно, что эффект расщепления масс тяжелых адронов достаточно мал и имеет порядок $1/m_Q$. Флэйворная симметрия предсказывает, что разность масс адронов с различными квантовыми числами легких степеней свободы в c- и b-адронах приблизительно совпадает. Например, в силу данной симметрии можно ожидать выполнения следующих массовых формул: $m_{B_s} - m_B \simeq m_{D_s} - m_D \simeq 100$ МэВ, $m_{B_1} - m_B \simeq m_{D_1} - m_D \simeq 555$ МэВ и т.д. Первая массовая формула в 1993 г. получила восхитительное экспериментальное подтверждение. Группой ALEPH на LEP [16] впервые была измерена масса B_s-мезона: $m_{B_s} = (5{,}368 \pm 0{,}005)$ ГэВ, что находится в хорошем согласии с симметрией Изгура — Вайзе: $m_{B_s}^{\text{theor}} \simeq 5{,}379$ ГэВ.

Важным динамическим следствием симметрии Изгура — Вайзе явились групповые соотношения между релятивистскими формфакторами слабых распадов тяжелых адронов [28,29], [40,41]. В соответствии со спин-флэйворной симметрией при описании динамики перехода $H(Qq) \to H'(Q'q)$ происходит факторизация соответствующего матричного элемента, т.е. амплитуда $H \to H'$ перехода представляет собой произведение амплитуд перехода тяжелых $Q \to Q'$ и легких кварков. Переход одного тяжелого кварка в другой описывается матричным элементом оператора тока $J = \bar{Q}'\Gamma Q$. С помощью групповых $SU_L(2) \times SU_R(2)$ соотношений было показано [28], что формфакторы слабых распадов тяжелых мезонов типа $B \to Dl\nu$ описываются универсальной функцией $\xi(\omega)$ (где ω — скалярное произведение 4-скоростей начального и конечного адронов). Этот результат был получен

для случая, когда тяжелый кварк выступает как статический источник цветового поля. Обобщение этого метода на случай движущихся тяжелых кварков предложено в работе [29]. При этом использовался тот факт, что амплитуда легких степеней свободы не зависит от массы тяжелого кварка m_Q при $m_Q \to \infty$, в то время как отношение p_Q^{μ}/m_Q строго фиксировано. Однако все эти исследования проводились при условии малых, по сравнению с m_Q, 4-импульсов легких степеней свободы.

В работе [45] рассматривается возможность нарушения универсальности функции $\xi(\omega)$ при нарушении симметрии тяжелых кварков. Анализ проводится в рамках партонной модели при больших переданных импульсах. В этом подходе структура мезона H_i описывается парой валентных кварков: тяжелым кварком Q_i и легким антикварком $\bar{q}$. Причем связь между легкими степенями свободы и тяжелыми кварками осуществляется только через функцию распределения, связывающую квантовые числа кварков с квантовыми числами адрона.

Рассматриваются две возможности нарушения симметрии:

1) импульс легких степеней свободы зависит от массы тяжелого кварка m_Q, тогда как другие постоянные величины имеют порядок $\Lambda_{\text{КХД}}$ при $m_Q \to \infty$;

2) взаимодействие между тяжелыми и легкими кварками, вызванное большим импульсом p_T в функции Φ_i, имеет радиус действия порядка m_Q^{-1} и исчезает при $m_Q \to \infty$ (хромомагнитное взаимодействие).

Анализ обоих случаев показал, что соотношения, полученные для слабых формфакторов тяжелых мезонов, выполняются по всей кинематической области $b \to c$, а также $b \to u$, $c \to s$ и $c \to d$ переходов. К сожалению, не удается получить явный вид функции Изгура — Вайзе, используя только спин-флэйворную симметрию. Известно лишь, что функция $\xi(\omega)$ должна быть нормирована на единицу при максимальном переданном импульсе, т.е. при условии $v = v'$, $vv' = 1$ [28]:

$$\xi(\omega = 1) = 1. \tag{20}$$

Получено также верхнее ограничение (бьеркеновский предел) на $\xi(\omega)$ [31,46]:

$$\xi(\omega) \le \sqrt{\frac{2}{1+\omega}}. \tag{21}$$

Любые другие предсказания относительно этой функции являются модельно-зависимыми.

Явный вид функции Изгура — Вайзе получен методом правил сумм КХД [47] на основе вычислений трехточечной функции Грина $T(p, p')$. Массы начального (M) и конечного (M') мезонов были представлены в виде $M = m_b + \overline{\Lambda}$ и $M' = m_c + \overline{\Lambda}$, где параметр $\overline{\Lambda}$ имеет смысл энергии связи. Соответственно импульсы начального (P) и конечного (P') состояния выражаются через 4-скорости адронов следующим образом:

$$P^{\mu} = (m_Q + \overline{\Lambda})\, v^{\mu}, \qquad P'^{\mu} = (m_{Q'} + \overline{\Lambda})\, v'^{\mu}. \tag{22}$$

Пропагатор легкого кварка содержит как пертурбативный, так и непертурбативный вклады. Непертурбативный вклад определялся с помощью нелокального кваркового конденсата. Используя правила сумм для вершинной функции, получили следующий вид функции Изгура — Вайзе:

$$\xi(\omega) \approx \exp(-0{,}37\sqrt{\omega^2 - 1}). \tag{23}$$

Основная идея работы [48] состоит в том, что аргумент универсальной функции $\xi(\omega)$ может изменяться во всей кинематической области не только при изменении q^2, но и при варьировании отношения масс тяжелых мезонов. Следовательно, если известен адронный формфактор при $q^2 = 0$ для произвольных масс, можно получить явный вид функции Изгура — Вайзе. В этом случае формфакторы при максимальной передаче определяются соответствующими интегралами перекрытия мезонных волновых функций в системе бесконечного импульса

$$\langle M_2 | f(u) | M_1 \rangle = \int_0^1 du\, \varphi^*_{M_2}(u)\, f(u)\, \varphi_{M_1}(u), \tag{24}$$

где $u = k/p_T$ — отношение (бесконечного) мезонного импульса и переданного импульса p_T. В работе [48] интеграл (24) оценивался в рамках релятивистской осцилляторной модели, предложенной Бауэром, Стехом и Вирбелом [49].

Используя основное состояние релятивистского скалярного гармонического осциллятора

$$\varphi_M(u) = N_M \sqrt{u(u-1)} \exp\left\{ -\frac{M^2}{2\omega^2} \left(1 - u - \frac{\alpha}{M} \right)^2 \right\}, \tag{25}$$

где константа N_M определяется из условия нормировки волновой функции мезона $\langle M | M \rangle = 1$, параметр ω^2 представляет собой усредненный квадрат переданного импульса $\omega^2 = \langle p_T^2 \rangle$, а величина

$$\alpha = M - m_Q^{\text{const}} + O\left(\frac{1}{m_Q} \right) \tag{26}$$

определяет разность между мезонной массой и эффективной конституентной массой тяжелого кварка, авторы в работе [49] получили следующее выражение для функции Изгура — Вайзе:

$$\xi(\omega) = \frac{2}{\omega + 1} \exp\left[-(2\rho^2 - 1)\frac{\omega - 1}{\omega + 1} \right], \qquad \rho \simeq 1. \tag{27}$$

Функция Изгура — Вайзе получена также в модели конфайнмированных кварков — релятивистской кварковой модели, основанной на определенных предположениях об адронизации и конфайнменте легких кварков [50]:

$$\xi_{\text{МКК}}(\omega) = 0{,}4\ \Phi(\omega) + \frac{1{,}2}{1 + \omega}, \tag{28}$$

где

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 - 1}} \ln(\omega + \sqrt{\omega^2 - 1}). \tag{29}$$

Амплитуды полулептонных распадов барионов имеют более сложную спиновую структуру, чем амплитуды аналогичных процессов с участием тяжелых мезонов. В работе Изгура и Вайзе [40] впервые были получены модельно-независимые соотношения между формфакторами барионов, описывающие переходы $\frac{1^+}{2} \to \frac{1^+}{2}$ и $\frac{1^+}{2} \to \frac{3^+}{2}$. Показано, что в пределе Изгура — Вайзе формфакторы тяжелых барионов удовлетворяют групповым соотношениям и выражаются через три неизвестные универсальные функции: $\zeta(\omega)$, $\eta(\omega)$ и $\iota(\omega)$ [38].

В этом подходе матричный элемент полулептонных распадов тяжелых адронов определяется токами

$$\mathcal{V}_\nu^{ji} \equiv \overline{Q}^j \gamma_\nu Q_i; \qquad \mathcal{A}_\nu^{ji} \equiv \overline{Q}^j \gamma_\nu \gamma_5 Q_i, \tag{30}$$

которые связаны с обычными слабыми токами

$$V_\nu^{ji} \equiv \overline{Q}^j \gamma_\nu Q^i; \qquad A_\nu^{ji} \equiv \overline{Q}^j \gamma_\nu \gamma_5 Q^i \tag{31}$$

соотношением

$$J_\nu^{ij} = C_{ji}\, \mathcal{J}_\nu^{ji} + \ldots \tag{32}$$

Заметим, что в главном логарифмическом приближении коэффициентные функции C_{ji} зависят от скалярного произведения 4-скоростей начального и конечного адронов следующим образом:

$$C_{ji}(\omega) = \left[\frac{\alpha_s(m_i)}{\alpha_s(m_j)} \right]^{a_I} \left[\frac{\alpha_s(m_j)}{\alpha_s(\mu)} \right]^{a_L}. \tag{33}$$

В конкретном случае $b \to c$ переходов $a_l = -6/25$, $a_L = 8/27\ [\omega r(\omega) - 1]$, где

$$r(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 - 1}} \ln(\omega + \sqrt{\omega^2 - 1}). \tag{34}$$

Так, например, наиболее удобная параметризация матричного элемента тока J_μ^{ji} для полулептонного распада $\frac{1}{2}^+ \to \frac{1}{2}^+ + l + \nu_l$ имеет следующий вид:

$$M_{\text{inv},\,\mu}^{ji}(v, v') = \langle B_{Q_j}(v', s') | J_\mu^{ji} | B_{Q_i}(v, s) \rangle = \bar{u}(v', s')\, \Gamma_{J\,\mu}^{ji} u(v, s), \tag{35}$$

где для векторного тока

$$\Gamma_{V\,\mu}^{ji} = F_1^{ji}(\omega)\, \gamma_\mu + F_2^{ji}(\omega)\, v_\mu + F_3^{ji}(\omega)\, v_\mu', \tag{36}$$

для аксиального тока

$$\Gamma_{A\,\mu}^{ji} = G_1^{ji}(\omega)\, \gamma_\mu\, \gamma_5 + G_2^{ji}(\omega)\, v_\mu\, \gamma_5 + G_3^{ji}(\omega)\, v_\mu'\, \gamma_5. \tag{37}$$

Оказалось [38], что в распаде $\Lambda_b \to \Lambda_c\, e\nu$ только два формфактора F_1 и G_1 не обращаются в ноль в пределе $m_Q \to \infty$. Причем оба формфактора совпадают и выражаются через функцию $\zeta(\omega)$:

$$F_1^{ji}(\omega) = G_1^{ji}(\omega) \equiv C^{ji}(\omega)\, \zeta(\omega), \tag{38}$$

а соответствующий матричный элемент имеет вид

$$M_{\text{inv},\,\mu}^{ji}(v, v') = C^{ji}(\omega)\, \zeta(\omega)\, \bar{u}(v')\, \gamma_\mu (1 + \gamma_5)\, u(v). \tag{39}$$

Для распадов $\Omega_b\ (\Sigma_b) \to \Omega_c\ (\Sigma_c)\, e\nu$ и $\Omega_b(\Sigma_b) \to \Omega_c^*\ (\Sigma_c^*)\, e\nu$ соотношения между формфакторами носят более сложный характер. Тем не менее все формфакторы можно выразить через две функции: $\eta(\omega)$ и $\iota(\omega)$. Интерпретация результатов Изгура и Вайзе с использованием тензорного формализма для описания симметрийных свойств волновых функций барионов была дана Джорджи [41]. В работе [51] для полулептонных распадов Ω_b барионов $\Omega_b \to \Omega_c\ (\Omega_c^*)\, l\nu_l$ в пределе Изгура — Вайзе были получены правила сумм Бьеркена, которые позволяют дать модельно-независимые ограничения на поведение барионных формфакторов. В работе [35] в рамках HQET рассматривались полулептонные распады тяжелых барионов и их эксклюзивное рождение в результате реакции e^+e^--аннигиляции. Используя лагранжиан HQET (14), найдены соотношения между полулептонными форм-

факторами прелестных барионов с учетом $1/m_Q$-поправок [52—54]. Оказалось, что формфакторы, определяющие распад $\Lambda_b \to \Lambda_c\, e\nu$, выражаются через аксиальный формфактор $G_1(\omega)$ [52,53]. Нелептонные распады тяжелых барионов с позиций эффективной теории рассматривались в работе [38]. Показано, что симметрия Изгура — Вайзе позволяет связать матричные элементы распадов $\Lambda_b \to \Lambda_c\, D_s$ и $\Lambda_b \to \Lambda_c\, D_s^*$. Явный вид формфакторов полулептонных распадов прелестных барионов был получен методом правил сумм КХД [66].

Достаточно подробно рассматривались эксклюзивные полулептонные распады тяжелых барионов в рамках спектаторной кварковой модели [55—64]. В этом подходе при построении барионных волновых функций учитывался тот факт, что в пределе бесконечно большой массы тяжелого кварка спины тяжелых и легких степеней свободы «развязываются». В результате происходит факторизация вкладов тяжелых и легких кварков в волновую функцию бариона $B_{\alpha\beta\gamma}$, которая строится в виде прямого произведения волновых функций свободных кварков

$$B_{\alpha\beta\gamma} = \Psi_\alpha \Psi_\beta \Psi_\gamma \tag{40}$$

и подчиняется уравнению Дирака

$$\left(\frac{\not{p}}{m_Q} - 1 \right)_\alpha^{\alpha'} B_{\alpha'\beta\gamma} = 0. \tag{41}$$

В предположении, что скорости тяжелых кварков и тяжелых барионов являются равными: $p_Q / m_Q = P/M$, показано, что волновая функция тяжелого бариона подчиняется также и уравнению Баргмана — Вигнера

$$(\not{P} - M)_\alpha^{\alpha'} B_{\alpha'\beta\gamma} = 0. \tag{42}$$

Исходя из принципов симметрии и учитывая уравнения Баргмана — Вигнера, построены барионные волновые функции. Матричные элементы переходов $\frac{1^+}{2} \to \frac{1^+}{2}$, $\frac{1^+}{2} \to \frac{3^+}{2}$ и $\frac{3^+}{2} \to \frac{3^+}{2}$ записывались в терминах тензорной функции $L_{\mu\nu}$, которая определяется универсальными функциями эффективной теории $\zeta(\omega)$, $\eta(\omega)$ и $\iota(\omega)$.

В соответствии с результатами, полученными в эффективной теории тяжелых кварков [40], матричный элемент распада $\Lambda_b \to \Lambda_c$ в спектаторной кварковой модели описывается [55] единственной универсальной функцией $F_\Lambda(\omega)$, тогда как переходы $\Sigma_b \to \Sigma_c$, $\Sigma_b \to \Sigma_c^*$ определяются двумя независимыми формфакторами F_L и F_T. Однако спектаторная кварковая мо-

дель не позволяет найти явный вид функций F_Λ, F_L и F_T. Импульсная зависимость адронных формфакторов моделировалась в соответствии с правилами степенного счета КХД [65], т.е. зависимость барионных формфакторов от квадрата переданного импульса q^2 выбиралась в виде

$$F(q^2) = F(0)\left(\frac{m_{FF}^2}{m_{FF}^2 - q^2}\right)^n, \qquad (43)$$

где n варьируется в интервале от 2 до 4 в зависимости от сорта формфактора согласно правилам степенного счета [65], m_{FF} — масса соответствующего наилегчайшего резонанса в векторном канале с определенной структурой аромата. Либо это B_c^* (6,34 ГэВ)-мезон, если рассматривается слабый распад прелестного бариона с изменением аромата $b \to c$, либо D_s^* (2,11 ГэВ)-мезон, если речь идет о распаде с изменением аромата $c \to s$ и т.д. В спектаторной кварковой модели детально описаны полулептонные распады очарованных [58] и прелестных барионов [59] (ширины распадов, дифференциальные распределения и лептонные спектры), нелептонные распады очарованных барионов [61]. В связи с планируемыми экспериментами особо следует отметить работу [62], в которой даны предсказания для поляризационных эффектов в полулептонных распадах Λ_c- и Λ_b-барионов.

Полулептонные распады тяжелых барионов $\Lambda_b \to \Lambda_c\, e\nu$ и $\Sigma_b \to \Sigma_c\, e\nu$ рассматривались также в нерелятивистской кварковой модели [67]. Были вычислены ширины распадов и дифференциальные распределения.

Распаду $\Lambda_b \to \Lambda_c\, e\nu$ посвящены также работы [68,69], в которых расчеты проводились в рамках кварковых моделей, в основе которых лежит представление о барионе как о связанном состоянии, состоящем из кварка и дикварка. При этом в качестве волновых функций барионов брались волновые функции в так называемой *системе бесконечного импульса*. Различие подходов состояло в том, в работе [68] использовался формализм Дрелла — Яна [70], а в работе [69] в конкретных расчетах использовались волновые функции модели Байера — Вирбела — Стеха [49].

В данной работе проводится анализ полулептонных распадов тяжелых барионов в рамках модели конфайнмированных кварков (МКК) [71—83] — релятивистской кварковой модели с учетом конфайнмента легких кварков. МКК первоначально была предложена как инструмент для изучения свойств легких адронов [71—78]. Несколько лет назад было сделано обобщение модели на физику адронов, содержащих тяжелый кварк (b или c)

[50], [79—81]. Были описаны полулептонные распады очарованных и прелестных адронов (как мезонов, так и барионов).

В предлагаемом обзоре мы сконцентрируем свое внимание на барионной физике. Будут вычислены формфакторы полулептонных распадов тяжелых барионов с изменением аромата $b \to c$, $b \to u$, $c \to s$ и $c \to d$ в пределе бесконечно больших масс тяжелых кварков (пределе Изгура — Вайзе). Для полулептонных распадов $\Lambda_b \to \Lambda_c\, l\, \bar{\nu}_l$ и $\Sigma_b \to \Sigma_c\, l\, \bar{\nu}_l$ вычислены $1/m_Q$-поправки к лидирующему порядку асимптотического разложения. Полученные результаты согласуются с теоремой Адемолло — Гатто [84]. Функция Изгура — Вайзе распада $\Lambda_b \to \Lambda_c\, l\, \bar{\nu}_l$ используется в детальном анализе наблюдаемых характеристик каскадного распада $\Lambda_b \to \Lambda_c\, [\to \Lambda_s\, \pi] + W\, [\to l\nu_l]$: ширин распадов, дифференциальных распределений $d\Gamma/d\omega$, лептонных спектров $d\Gamma/dE_l$ и параметров асимметрии. Полученные результаты приводятся в сравнении с результатами других моделей.

2. КИНЕМАТИКА И ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛУЛЕПТОННЫХ РАСПАДОВ ТЯЖЕЛЫХ БАРИОНОВ

Ниже обсудим кинематику и динамические характеристики полулептонных распадов тяжелых барионов $B_i(p) \to B_f(p') + l(k_1) + \bar{\nu}_l(k_2)$, сопровождающиеся изменением аромата $i \to j$. Полный момент лептонной пары равен $q = k_1 + k_2$. В дальнейшем рассмотрении массой электрона будем пренебрегать. Массы барионов в начальном и конечном состояниях будем обозначать символами M_{B_i} и M_{B_j} соответственно. Для масс тяжелых кварков введем обозначения: m_Q, $Q = (b, c)$. Символом $\bar{\Lambda}$ обозначим величину энергии связи, т.е. разность масс тяжелого бариона и тяжелого кварка, входящего в его состав: $\bar{\Lambda} = M_{B_Q} - m_Q$. Соответствующий инвариантный матричный элемент записывается в стандартном виде

$$M\,(B_i \to B_f\, l\, \bar{\nu}_l) = \frac{G_F}{\sqrt{2}}\, V_{if}\, l^{\mu}(q)\, J_{\mu}(v, v'), \tag{44}$$

где $G_F \simeq 1{,}166\ \text{ГэВ}^{-2}$ — константа Ферми, $l^{\mu} = \bar{u}_{\nu}\, \gamma^{\mu}(1 - \gamma^5)\, u_l$ — лептонный ток, $J_{\mu}(v, v')$ — слабый адронный ток, V_{if} — соответствующий матричный элемент матрицы Кобаяши — Маскава, v и v' — 4-скорости тяжелых барионов в начальном и конечном состояниях соответственно.

Будем исходить из гипотезы о левой структуре (левой киральности) слабого заряженного кваркового тока (т.е. перехода $i \to f$) в полном соответствии с предсказанием стандартной модели электрослабых взаимодействий, т.е. слабую спиновую матрицу будем выбирать в виде

$$O_\mu = \gamma_\mu (1 + \gamma_5), \qquad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & -I \\ -I & 0 \end{pmatrix}. \tag{45}$$

В случае заряженных кварковых токов, состоящих из полей тяжелых и легких кварков, данная гипотеза стандартной модели получила убедительное подтверждение. Для перехода $b \to c$ этот вопрос остается открытым. Детальный анализ чувствительности поляризационных характеристик полулептонного распада $B \to D^* l\nu$ к знаку киральности $b \to c$ перехода был выполнен в работе [85]. Для этой цели группа симметрии стандартной модели была расширена до группы $SU_L(2) \times SU_R(2) \times U_Y(1)$, т.е. в теорию был введен правый W-бозон. Показано, что не исключена возможность смешивания левого и правого кваркового токов, причем вклад правокирального перехода $b \to c$ может быть очень существенным. При этом экспериментальное изучение полулептонного распада B-мезона $B \to D^* l\nu$ не привело к решению этой проблемы. В этой связи возлагаются большие надежды на теоретические и экспериментальные исследования аналогичного распада в секторе тяжелых барионов $\Lambda_b \to \Lambda_c\, l\nu$. Мы предполагаем провести анализ киральности перехода $b \to c$ в полулептонном распаде прелестного бариона в ближайшем будущем. В данной работе ограничимся выбором левой киральности $b \to c$ перехода.

Слабые адронные токи $J_\mu(v, v')$ представляют собой линейные комбинации релятивистских формфакторов, зависящих от кинематической переменной ω:

$$\omega = \frac{pp'}{M_i M_f} = \frac{M_i^2 + M_f^2 - q^2}{2M_i M_f}. \tag{46}$$

Для параметризации $J_\mu(v, v')$ будем использовать параметризацию, принятую в эффективной теории тяжелого кварка [40,41].

Переход $B_i \to B_f$.

$$J_\mu(v, v') = \bar{u}_f(v')\, \Lambda_\mu(v, v')\, u_i(v),$$

$$\Lambda_\mu(v, v') = F_1(\omega)\, \gamma_\mu + F_2(\omega)\, v_\mu + F_3(\omega)\, v'_\mu +$$

$$+ G_1(\omega)\, \gamma_\mu \gamma_5 + G_2(\omega)\, v_\mu \gamma_5 + G_3(\omega)\, v'_\mu \gamma_5. \tag{47}$$

Переход $B_i \to B_f^*$.

$$J_\mu(v, v') = \bar{B}_f^{*\alpha}(v')\, \Lambda_{\mu\alpha}(v, v')\, B_f(v),$$

$$\Lambda_{\mu\alpha}(v, v') = \gamma_\mu v_\alpha\, [K_1(\omega) + \gamma_5 N_1(\omega)] + v_\mu v_\alpha\, [K_2(\omega) + \gamma_5 N_2(\omega)] +$$

$$+ v'_\mu v_\alpha\, [K_3(\omega) + \gamma_5 N_3(\omega)] + g_{\mu\alpha}\, [K_4(\omega) + \gamma_5 N_4(\omega)]. \qquad (48)$$

В пределе Изгура — Вайзе формфакторы полулептонных $b \to c$ распадов тяжелых барионов удовлетворяют групповым соотношениям [40].

Переход $\Lambda_b \to \Lambda_c$.

$$F_1(\omega) = G_1(\omega) = \zeta\,(\omega), \quad F_2(\omega) = F_3(\omega) = G_2(\omega) = G_3(\omega) \equiv 0. \qquad (49)$$

Функция $\zeta\,(\omega)$ удовлетворяет условию нормировки $\zeta(1) = 1$. Она также носит название барионной функции Изгура — Вайзе (или функции Изгура — Вайзе распада $\Lambda_b \to \Lambda_c\, l\bar{\nu}_l$). Важно знать наклон этой функции в точке $\omega = 1$, который обычно характеризуется среднеквадратичным радиусом ρ:

$$\zeta\,(\omega) = 1 - \rho^2(\omega - 1) + \ldots\,. \qquad (50)$$

Переход $\Sigma_b \to \Sigma_c$ (Σ_c^*).

$$F_1(\omega) = G_1(\omega) = -\frac{\omega + 1}{\sqrt{3}} N_1(\omega) + \frac{1}{2\sqrt{3}} N_4(\omega) =$$

$$= -\frac{\omega - 1}{\sqrt{3}} K_1(\omega) + \frac{1}{2\sqrt{3}} K_4(\omega) = -\frac{1}{6}\,[2\omega\,\eta + (\omega - 1)\,\iota],$$

$$F_2(\omega) = F_3(\omega) = \frac{2}{\sqrt{3}} N_1(\omega) = \frac{2}{3}\,\eta, \qquad (51)$$

$$G_2(\omega) = -\,G_3(\omega) = \frac{2}{\sqrt{3}} K_1(\omega) = \frac{2}{3}\,[\eta + \iota],$$

$$N_2(\omega) = K_2(\omega) \equiv 0, \qquad N_i(\omega) = -\,K_i(\omega), \qquad i = 3, 4;$$

$$F_2(\omega) - G_2(\omega) = -\frac{2}{\sqrt{3}} N_3(\omega).$$

В работе [51] были получены модельно-независимые ограничения (правила сумм Бьеркена) на выбор формфакторов полулептонных распадов Ω_b бариона, который, как известно, эквивалентен Σ_b-бариону, т.к. имеет в своем составе пару легких кварков с идентичными квантовыми числами. Так, если ввести комбинации функций $\eta\,(\omega)$ и $\iota\,(\omega)$:

$$\xi_1 = \eta - \frac{\omega - 1}{2}\,\iota, \qquad \xi_2 = -\frac{1}{2}\,\iota, \tag{52}$$

то для функций $\xi_1(\omega)$ и $\xi_2(\omega)$ правила сумм дают следующие ограничения сверху:

$$1 \geq \frac{2+\omega^2}{3}\,|\xi_1|^2 + \frac{(\omega^2-1)^2}{3}\,|\xi_2|^2 + \frac{\omega-\omega^3}{3}\,(\xi_1\xi_2^* + \xi_2\xi_1^*). \tag{53}$$

Кроме того, для радиуса ρ_1 формфактора ξ_1 также возникает ограничение:

$$\rho_1^2 \geq \frac{1}{3} - \frac{2}{2}\,\xi_2(1). \tag{54}$$

В работе [52] в рамках HQET были найдены $1/m_Q$ поправки к формфакторам полулептонного распада $\Lambda_b \to \Lambda_c\, l\nu_l$. В частности, было показано, что пять формфакторов ($F_{i=1,2,3}$, $G_{i=2,3}$) можно выразить через один формфактор G_1 и размерный параметр $\bar{\Lambda} = M_{\Lambda_b} - m_b = = M_{\Lambda_c} - m_c$:

$$\begin{aligned}
F_1(\omega) &= G_1(\omega)\left[\,1 + \left(\frac{1}{m_b} + \frac{1}{m_c}\right)\frac{\bar{\Lambda}}{1+\omega}\,\right],\\
F_2(\omega) &= G_2(\omega) = -\,G_1(\omega)\,\frac{1}{m_c}\,\frac{\bar{\Lambda}}{1+\omega},\\
F_3(\omega) &= -\,G_3(\omega) = -\,G_1(\omega)\,\frac{1}{m_b}\,\frac{\bar{\Lambda}}{1+\omega}.
\end{aligned} \tag{55}$$

Поправки $1/m_c$ к полулептонным распадам Ω_b-бариона были получены в рамках HQET в работе [54]. Если в распаде Λ_b-бариона $\Lambda_b \to \Lambda_c\, l\nu_l$ соотношения между формфакторами имеют довольно универсальный вид, то для распадов $\Omega_b \to \Omega_c\, l\nu_l$ и $\Omega_b \to \Omega_c^*\, l\nu_l$ картина совершенно иная, а именно: к двум функциям η и ι, описывающим распады Ω_b-бариона в пределе Изгура — Вайзе, требуется еще пять дополнительных функций и один размерный параметр $\bar{\Omega} = M_{\Omega_b} - m_b = M_{\Omega_c} - m_c$.

Для полулептонных распадов Λ_Q-бариона в легкие барионы в пределе Изгура — Вайзе (т.е., когда масса тяжелого кварка $m_Q \to \infty$) соответствующая вершинная часть $\Lambda_\mu(v, v')$ [35,55].

Переход $\Lambda_Q \to \Lambda_q$.

$$\Lambda_\mu(v, v') = L(v, v')\,\gamma_\mu(1+\gamma_5),$$

$$L(v, v') = \zeta_1(\omega) + \not{v}\,\zeta_2(\omega). \qquad (56)$$

В пределе, когда масса легкого кварка $m_q \to \infty$, мы должны получить вершинную часть для $\Lambda_b \to \Lambda_c$ переходов, поэтому при $m_q \to \infty$ формфактор $\zeta_2(\omega) \to 0$, а $\zeta_1(\omega) \to \zeta(\omega)$. Это означает, что $\zeta_2(\omega) \propto 1/m_q$, а функция $\zeta_1(\omega)$ связана с функцией Изгура — Вайзе $\zeta(\omega)$ соотношением $\zeta_1(\omega) = \zeta(\omega) + O(1/m_q)$.

Наблюдаемые характеристики полулептонных распадов (ширины распадов, дифференциальные распределения, лептонные спектры и параметры асимметрии) из соображений удобства будем определять в терминах так называемых *спиральных амплитуд* $H^{\Gamma}_{\lambda_f \lambda_W}$ [59,62,67,69], где λ_f — спиральность бариона в конечном состоянии, а λ_W — спиральность слабого W-бозона, находящегося вне массовой поверхности. Спиральные амплитуды связаны с определенными выше формфакторами полулептонных распадов линейными соотношениями [59,62]. В данной работе ограничимся рассмотрением наблюдаемых в распаде Λ_b-бариона $\Lambda_b \to \Lambda_c\,[\to \Lambda_s\,\pi] + W\,[\to l\nu_l]$. В этом случае спиральные амплитуды $H^{\Gamma}_{\lambda_f \lambda_W}$ выражаются через формфакторы F_i и G_i, $i = 1, 2, 3$, следующим образом [62,69]:

$$H^{V}_{\pm\frac{1}{2}0} = \sqrt{\frac{\omega-1}{\omega_{\max}-\omega}}\,[(M_{\Lambda_b} + M_{\Lambda_c})\,F_1(\omega) +$$

$$+ M_{\Lambda_c}(\omega+1)\,F_2(\omega) + M_{\Lambda_b}(\omega+1)\,F_3(\omega)],$$

$$H^{A}_{\pm\frac{1}{2}0} = \pm\sqrt{\frac{\omega+1}{\omega_{\max}+\omega}}\,[(M_{\Lambda_b} - M_{\Lambda_c})\,G_1(\omega) -$$

$$- M_{\Lambda_c}(\omega-1)\,G_2(\omega) - M_{\Lambda_b}(\omega-1)\,G_3(\omega)],$$

$$H^{V}_{\pm\frac{1}{2}1} = -2\sqrt{M_{\Lambda_b} M_{\Lambda_c}(\omega-1)}\;F_1(\omega),$$

$$H^{A}_{\pm\frac{1}{2}1} = \mp 2\sqrt{M_{\Lambda_b} M_{\Lambda_c}(\omega+1)}\;G_1(\omega),$$

где

$$\omega_{\max} = \frac{M_{\Lambda_b}^2 + M_{\Lambda_c}^2}{2M_{\Lambda_b} M_{\Lambda_c}}.$$

Ширины полулептонных распадов вычисляются согласно формуле

$$\Gamma = \int_1^{\omega_{\max}} d\omega \, \frac{d\Gamma}{d\omega},$$

$$\frac{d\Gamma}{d\omega} = \frac{d\Gamma_{T_+}}{d\omega} + \frac{d\Gamma_{T_-}}{d\omega} + \frac{d\Gamma_{L_+}}{d\omega} + \frac{d\Gamma_{L_-}}{d\omega}, \tag{57}$$

где индексы T и L обозначают парциальные вклады поперечной ($\lambda_W = \pm 1$) и продольной ($\lambda_W = 0$) компонент адронного тока. Парциальные дифференциальные ширины равны

$$\frac{d\Gamma_{T_\pm}}{d\omega} = \frac{G_F^2}{(2\pi)^3} \left| V_{bc} \right|^2 \frac{M_{\Lambda_c}^3}{6} (\omega_{\max} - \omega) \sqrt{\omega^2 - 1} \left| H_{\pm \frac{1}{2} \pm 1} \right|^2,$$

$$\frac{d\Gamma_{L_\pm}}{d\omega} = \frac{G_F^2}{(2\pi)^3} \left| V_{bc} \right|^2 \frac{M_{\Lambda_c}^3}{6} (\omega_{\max} - \omega) \sqrt{\omega^2 - 1} \left| H_{\pm \frac{1}{2} 0} \right|^2, \tag{58}$$

где $H_{\lambda_f \lambda_w} = H^V_{\lambda_f \lambda_w} - H^A_{\lambda_f \lambda_w}$.

Дифференциальное распределение $d\Gamma / dE_l$ (или лептонный E_l-спектр), где E_l — энергия заряженного лептона, вычисляется согласно формуле

$$\frac{d\Gamma}{dE_l} = \frac{d\Gamma_{T_+}}{dE_l} + \frac{d\Gamma_{T_-}}{dE_l} + \frac{d\Gamma_{L_+}}{dE_l} + \frac{d\Gamma_{L_-}}{dE_l}. \tag{59}$$

Выражения для парциальных лептонных спектров имеют вид

$$\frac{d\Gamma_{T_\pm}}{dE_l} = \frac{G_F^2}{(2\pi)^3} \left| V_{bc} \right|^2 \frac{M_{\Lambda_c}^2}{8} \int_{\omega_{\min}(E_l)}^{\omega_{\max}} d\omega \, (\omega_{\max} - \omega) \times$$

$$\times (1 \pm \cos\Theta)^2 \left| H_{\pm \frac{1}{2} \pm 1} \right|^2,$$

$$\frac{d\Gamma_{L_\pm}}{dE_l} = \frac{G_F^2}{(2\pi)^3} \left| V_{bc} \right|^2 \frac{M_{\Lambda_c}^2}{4} \int\limits_{\omega_{\min}(E_l)}^{\omega_{\max}} d\omega \, (\omega_{\max} - \omega) \times$$

$$\times (1 - \cos^2 \Theta)^2 \left| H_{\pm \frac{1}{2} 0} \right|^2. \qquad (60)$$

Здесь Θ — полярный угол между Λ_c-барионом и заряженным лептоном l в $(l\nu_l)$-системе центра масс. Энергия заряженного лептона и $\cos\Theta$ связаны стандартным соотношением

$$\cos\Theta = \frac{E_l^{\max} - 2E_l + M_{\Lambda_c}(\omega_{\max} - \omega)}{M_{\Lambda_c}\sqrt{\omega^2 - 1}}, \quad E_l^{\max} = \frac{M_{\Lambda_b}^2 - M_{\Lambda_c}^2}{2M_{\Lambda_b}}, \qquad (61)$$

$$\omega_{\min}(E_l) = \omega_{\max} - 2\frac{E_l (E_l^{\max} - E_l)}{M_{\Lambda_c}(M_{\Lambda_b} - 2E_l)}. \qquad (62)$$

Отметим, что поляризационные эффекты в слабых распадах обусловлены нетривиальной спиновой структурой конечных состояний (продуктов распада). В силу данного обстоятельства соответствующие матрицы плотности $\rho_{\lambda_f \lambda_W; \lambda_f' \lambda_W'} = H_{\lambda_f \lambda_W} H^*_{\lambda_f' \lambda_W'}$ имеют нетривиальный вид. Матрица плотности, как мы знаем, играет важную роль в квантовой физике смешанных состояний, т.к. позволяет вычислить среднее значение любой физической величины, характеризующей систему (в том числе и состояние поляризации). Хорошими анализаторами структуры матрицы плотности $\rho_{\lambda_f \lambda_W; \lambda_f' \lambda_W'}$ являются угловые распределения продуктов распада W-бозона и конечного бариона. Динамика распада W-бозона $W \to l\nu_l$ хорошо определена в стандартной модели электрослабых взаимодействий и поэтому данный процесс имеет 100% анализирующую способность. С другой стороны, нелептонные распады очарованного Λ_c-бариона $\Lambda_c \to \Lambda_s \pi$ к настоящему времени вполне хорошо экспериментально изучены [18,20,86]. В частности, измерены параметры асимметрии в распадах Λ_c-бариона. Как правильно замечено в работе Кёрнера и Крёмера [62], в принципе в качестве «нелептонного анализатора» полулептонных распадов может быть использован распад не только с псевдоскалярным мезоном в конечном состоянии, но и с векторным мезоном.

Например, кандидатом на эту роль может служить нелептонный распад $\Lambda_c^+ \to \Lambda_s \rho^+$. В данной работе при исследовании поляризационных харак-

теристик слабых распадов тяжелых барионов мы ограничимся нелептонным распадом $\Lambda_c \to \Lambda_s\,\pi$.

Приступим к обсуждению поляризационных характеристик в слабом двухкаскадном распаде $\Lambda_b \to \Lambda_c\,[\to \Lambda_s\,\pi] + W\,[\to l\nu_l]$. Вначале рассмотрим распад неполяризованного Λ_b-бариона. Соответствующее 4-мерное угловое распределение имеет вид [62]:

$$\frac{d\Gamma}{d\omega\, d\cos\Theta\, d\chi\, d\cos\Theta_\Lambda} = \mathrm{Br}\,(\Lambda_c \to \Lambda_s + \pi)\,\frac{G_F^2}{2\pi^4}\,|V_{bc}|^2\,\frac{M_{\Lambda_c}^2}{12}\times$$

$$\times\,(\omega_{\max}-\omega)\sqrt{\omega^2-1}\left(\frac{3}{8}\,(1\pm\cos\Theta)^2\,\left|H_{1/2\,1}\right|^2\,(1+\alpha_\Lambda\cos\Theta_\Lambda)+\right.$$

$$+\frac{3}{8}\,(1\mp\cos\Theta)^2\,|H_{-1/2\,-1}|^2(1-\alpha_\Lambda\cos\Theta_\Lambda)+$$

$$+\frac{3}{4}\sin^2\Theta\,[|H_{1/2\,0}|^2(1+\alpha_\Lambda\cos\Theta_\Lambda)+|H_{-1/2\,0}|^2(1-\alpha_\Lambda\cos\Theta_\Lambda)]\mp$$

$$\mp\,\frac{3}{2\sqrt{2}}\,\alpha_\Lambda\cos\chi\sin\Theta\sin\Theta_\Lambda\,[(1\pm\cos\Theta)\,\mathrm{Re}\,(H_{-1/2\,0}\,H^*_{1/2\,1})+$$

$$\left.+\,(1\mp\cos\Theta)\,\mathrm{Re}\,(H_{1/2\,0}\,H^*_{-1/2\,-1})]\right). \qquad (63)$$

Здесь Θ_Λ — полярный угол между барионами Λ_s и Λ_b в системе покоя Λ_c-бариона, χ — угол между плоскостями $(l\nu_l)$ и $(\Lambda_s\,\pi)$ в системе покоя Λ_b. Верхний и нижний знаки в формуле (63) отвечают конечным лептонным состояниям $l^-\,\bar{\nu}_l$ и $l^+\,\nu_l$ соответственно. $\mathrm{Br}\,(\Lambda_c \to \Lambda_s + \pi)$ — относительная ширина нелептонного распада $\Lambda_c \to \Lambda_s + \pi$. α_Λ — параметр асимметрии нелептонного распада $\Lambda_c \to \Lambda_s\,\pi$.

Вместо исследования углового распределения (63) можно также рассмотреть распределения, зависящие от одного из сферических углов, определяющих геометрию каскадного распада: Θ_Λ, Θ или χ. Так, распределение в зависимости от полярного угла: Θ_Λ получается в результате интегрирования 4-мерного распределения (63) по двум углам Θ в интервале $0 \le \Theta \le \pi$ и χ в интервале $0 \le \chi \le 2\pi$:

$$\frac{d\Gamma}{d\omega\, d\cos\Theta_\Lambda} \propto 1 + \alpha\,\alpha_\Lambda\cos\Theta_\Lambda, \qquad (64)$$

где параметр асимметрии α определяется следующей формулой:

$$\alpha = \frac{|H_{1/2\,1}|^2 - |H_{-1/2\,-1}|^2 + |H_{1/2\,0}|^2 - |H_{-1/2\,0}|^2}{|H_{1/2\,1}|^2 + |H_{-1/2\,-1}|^2 + |H_{1/2\,0}|^2 + |H_{-1/2\,0}|^2}. \tag{65}$$

Чтобы получить распределение по полярному углу Θ, угловое распределение (63) проинтегрируем по полярному углу Θ_Λ в интервале $0 \le \Theta_\Lambda \le \pi$ и азимутальному углу χ в интервале $0 \le \chi \le 2\pi$:

$$\frac{d\Gamma}{d\omega\, d\cos\Theta} \propto 1 \pm 2\alpha' \cos\Theta + \alpha'' \cos^2\Theta, \tag{66}$$

где параметры асимметрии α' и α'' выражаются через спиральные амплитуды следующим образом:

$$\alpha' = \frac{|H_{1/2\,1}|^2 - |H_{-1/2\,-1}|^2}{|H_{1/2\,1}|^2 + |H_{-1/2\,-1}|^2 + 2\,(|H_{1/2\,0}|^2 + |H_{-1/2\,0}|^2)}, \tag{67}$$

$$\alpha'' = \frac{|H_{1/2\,1}|^2 + |H_{-1/2\,-1}|^2 - 2\,(|H_{1/2\,0}|^2 + |H_{-1/2\,0}|^2)}{|H_{1/2\,1}|^2 + |H_{-1/2\,-1}|^2 + 2\,(|H_{1/2\,0}|^2 + |H_{-1/2\,0}|^2)}. \tag{68}$$

Распределение по азимутальному углу χ получается из (63) в результате интегрирования по полярным углам в интервалах $0 \le \Theta_\Lambda \le \pi$ и $0 \le \Theta \le \pi$:

$$\frac{d\Gamma}{d\omega\, d\chi} \propto 1 \mp \frac{3\pi^2}{32\sqrt{2}}\,\gamma\alpha_\Lambda \cos\chi, \tag{69}$$

где параметр азимутальной асимметрии γ определяется формулой

$$\gamma = \frac{2\,\mathrm{Re}\,(H_{-1/2\,0}\,H^*_{1/2\,1} + H_{1/2\,0}\,H^*_{-1/2\,-1})}{|H_{1/2\,1}|^2 + |H_{-1/2\,-1}|^2 + |H_{1/2\,0}|^2 + |H_{-1/2\,0}|^2}. \tag{70}$$

В связи с планируемыми в CERN экспериментами по наблюдению полулептонных распадов поляризованных Λ_b- и Λ_c-барионов представляется интересным теоретическое описание поляризационных характеристик в таких распадах. В этом случае матрица плотности Λ_c-бариона состоит из следующих элементов:

$$\begin{aligned}
\rho_{1/2\,1/2} &= |H_{1/2\,1}|^2\,(1 - P\cos\Theta_P) + |H_{1/2\,0}|^2\,(1 + P\cos\Theta_P),\\
\rho_{1/2\,-1/2} &= \rho_{-1/2\,1/2} = -P\sin\Theta_P\,\mathrm{Re}\,(H_{1/2\,0}\,H^*_{-1/2\,0}),\\
\rho_{-1/2\,-1/2} &= |H_{-1/2\,-1}|^2\,(1 + P\cos\Theta_P) + |H_{-1/2\,0}|^2\,(1 - P\cos\Theta_P),
\end{aligned} \tag{71}$$

где P — степень поляризации начального бариона Λ_b, Θ_P — полярный угол между вектором поляризации бариона Λ_b и импульсом бариона Λ_c.

Соответствующее 4-мерное угловое распределение дается формулой [62]:

$$\frac{d\Gamma}{d\omega\, d\cos\Theta_P\, d\chi_P\, d\cos\Theta_\Lambda} =$$

$$= \mathrm{Br}\,(\Lambda_c \to \Lambda_s + \pi)\,\frac{G_F^2}{2\pi^4}\,|V_{bc}|^2\,\frac{M_{\Lambda_c}^2}{24}\,(\omega_{\max} - \omega)\,\sqrt{\omega^2 - 1}\,\times$$

$$\times\,(|H_{1/2\,0}|^2 + |H_{-1/2\,0}|^2 + |H_{1/2\,1}|^2 + |H_{-1/2\,-1}|^2 +$$

$$+ \alpha_\Lambda \cos\Theta_\Lambda\,(|H_{1/2\,0}|^2 - |H_{-1/2\,0}|^2 + |H_{1/2\,1}|^2 - |H_{-1/2\,-1}|^2) +$$

$$+ P\cos\Theta_P\,(|H_{1/2\,0}|^2 - |H_{-1/2\,0}|^2 - |H_{1/2\,1}|^2 + |H_{-1/2\,-1}|^2) +$$

$$+ P\alpha_\Lambda \cos\Theta_\Lambda \cos\Theta_P\,(|H_{1/2\,0}|^2 + |H_{-1/2\,0}|^2 - |H_{1/2\,1}|^2 -$$

$$- |H_{-1/2\,-1}|^2) - 2P\alpha_\Lambda \sin\Theta_\Lambda \sin\Theta_P \cos\chi_P\,\mathrm{Re}\,(H_{1/2\,0}\,H^*_{-1/2\,0})]), \quad (72)$$

где Θ_Λ — полярный угол между барионами Λ_s и Λ_b в системе покоя Λ_c-бариона, $(\pi - \chi_P)$ — угол между плоскостью, образованной вектором поляризации Λ_b и импульсом W-бозона, и плоскостью (Λ_s, π) в системе покоя Λ_b.

Как и в случае распадов неполяризованных барионов, определим двумерные угловые распределения. В частности, интегрируя (72) по углам Θ_Λ и χ_P в интервалах $0 \le \Theta_\Lambda \le \pi$ и $0 \le \chi_P \le 2\pi$, получим

$$\frac{d\Gamma}{d\omega\, d\cos\Theta_P} \propto 1 - \alpha_P\, P\cos\Theta_P, \quad (73)$$

где параметр асимметрии α определяется согласно формуле

$$\alpha_P = \frac{|H_{1/2\,1}|^2 - |H_{-1/2\,-1}|^2 - |H_{1/2\,0}|^2 + |H_{-1/2\,0}|^2}{|H_{1/2\,1}|^2 + |H_{-1/2\,-1}|^2 + |H_{1/2\,0}|^2 + |H_{-1/2\,0}|^2}. \quad (74)$$

Далее интегрирование распределения (72) по углам Θ_Λ и Θ_P в интервалах $0 \le \Theta_\Lambda \le \pi$ и $0 \le \Theta_P \le 2\pi$ приводит к угловому распределению в зависимости от угла χ_P:

$$\frac{d\Gamma}{d\omega\, d\chi_P} \propto 1 - \frac{\pi^2}{16}\, P\,\alpha_\Lambda\,\gamma_P \cos\chi, \quad (75)$$

где параметр азимутальной асимметрии γ_P определяется формулой

$$\gamma_P = \frac{2\,\mathrm{Re}\,(H_{1/2\,0}\,H^*_{-1/2\,0})}{|H_{1/2\,1}|^2 + |H_{-1/2\,-1}|^2 + |H_{1/2\,0}|^2 + |H_{-1/2\,0}|^2}\,. \tag{76}$$

В данной работе будем вычислять средние значения параметров асимметрии, которые определяются следующим образом. В выражениях для параметров асимметрии нужно числитель и знаменатель дроби проинтегрировать независимо по кинематической переменной ω с весом $(\omega_{max} - \omega)\sqrt{\omega^2 - 1}$ в интервале $1 \le \omega \le \omega_{max}$. Например, среднее значение параметра асимметрии α, характеризующего угловое распределение по углу Θ_Λ в распаде неполяризованного Λ_b-бариона, дается формулой:

$$\langle\alpha\rangle = \frac{\int_1^{\omega_{max}} d\omega\,(\omega_{max} - \omega)\sqrt{\omega^2 - 1}\,[|H_{1/2\,1}|^2 - |H_{-1/2\,-1}|^2 + |H_{1/2\,0}|^2 - |H_{-1/2\,0}|^2]}{\int_1^{\omega_{max}} d\omega\,(\omega_{max} - \omega)\sqrt{\omega^2 - 1}\,[|H_{1/2\,1}|^2 + |H_{-1/2\,-1}|^2 + |H_{1/2\,0}|^2 + |H_{-1/2\,0}|^2]} \tag{77}$$

и т.д. Средние значения параметров асимметрии будем обрамлять скобками $\langle \ldots \rangle$.

В заключение заметим, что эффектами нарушения *CP*- (или *T*) инвариантности мы пренебрегаем, поэтому все спиральные амплитуды в нашей работе вещественны.

3. СТРУКТУРА БАРИОНОВ В МКК

Исходной точкой при описании полулептонных распадов тяжелых барионов в МКК являются лагранжианы взаимодействий барионов с кварковыми полями

$$\mathcal{L}_B(x) = g_B\,\bar{B}_\alpha(x)\,J_B^\alpha(x) + h.c., \tag{78}$$

где α, a и i — спиновые, цветовые и ароматические индексы соответственно, g_B — константа связи, J_B^α — трехкварковый ток с соответствующими квантовыми числами бариона B [71,74,75,79]:

$$J_B^\alpha(x) = R^{i_1 i_2 i_3,\,\alpha}_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}\,q^{a_1}_{i_1\alpha_1}(x)\,q^{a_2}_{i_2\alpha_2}(x)\,q^{a_3}_{i_3\alpha_3}(x)\,\varepsilon^{a_1 a_2 a_3}, \tag{79}$$

здесь $R^{i_1 i_2 i_3,\,\alpha}_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}$ — произведение матриц спина и аромата.

Выпишем явный вид трехкварковых токов, которые потребуются в данной работе. Заметим, что для барионов с квантовыми числами $\frac{1^+}{2}$ существу-

ют два равноправных варианта трехкварковых токов, так называемые *тензорный* и *векторный* варианты (более подробно в работах [74,75,87]). Оба тока являются равноправными. В цикле работ, выполненных нашей группой (см. [71,74,75,79]), было показано, что более предпочтительным является тензорный вариант трехкваркового тока, которым мы и будем пользоваться в данной работе. В этом случае трехкварковые токи J_B для барионов $B = \Lambda_Q, \Sigma_Q, \Lambda_s, p$ и n имеют следующий вид:

$$
\begin{aligned}
J_{\Lambda_Q} &= \varepsilon^{abc} [Q^{\,a}(u^b\, C\, \gamma^5 d^c) + \gamma^5 Q^{\,a}(u^b C d^c)], \\
J_{\Sigma_Q} &= \varepsilon^{abc}\, \sigma^{\mu\nu}\, \gamma^5 Q^a\, (u^b C\, \sigma^{\mu\nu} u^c), \\
J_{\Lambda_s} &= \varepsilon^{abc} [s^a(u^b C\, \gamma^5 d^c) + \gamma^5 s^a(u^b\, C d^c)], \\
J_p &= \varepsilon^{abc} [u^a(u^b C\, \gamma^5 d^c) + \gamma^5 u^a(u^b\, C d^c)], \\
J_n &= \varepsilon^{abc} [d^{\,a}(u^b C\, \gamma^5 d^c) + \gamma^5 d^{\,a}(u^b\, C d^c)],
\end{aligned}
\tag{80}
$$

$C = \gamma^0\gamma^2$ — матрица зарядового сопряжения; $Q = b, c$.

В случае барионов с квантовыми числами $\frac{3^+}{2}$ существует единственный вариант трехкваркового тока. В данной работе ограничимся рассмотрением лишь тяжелых псевдовекторных барионов Σ_Q^*, которым соответствует ток вида [71,74]:

$$
J^{\mu}_{\Sigma_Q^*} = -\,\varepsilon^{abc}\, [\, Q^a(u^b C\, \gamma^{\mu} d^c) - \frac{i}{2}\, \gamma^{\nu} Q^a (u^b C\, \sigma^{\mu\nu} d^c)\,]. \tag{81}
$$

Полный лагранжиан, необходимый для описания полулептонных распадов тяжелых барионов, имеет вид

$$
\mathcal{L}_{\text{full}} = \sum_B \mathcal{L}_B + \mathcal{L}_{\text{weak}} + h.c., \tag{82}
$$

где $\mathcal{L}_{\text{weak}}$ — стандартный лагранжиан слабого взаимодействия кварков с лептонами:

$$
\mathcal{L}_{\text{weak}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}\, l^{\mu}\, \bar{q}_f^a\, V_{if}\, O_{\mu} q_i^a. \tag{83}
$$

Константа связи g_B может быть вычислена из так называемого *условия связности* [71], которое означает, что константа перенормировки волновой функции бариона равна нулю:

$$
Z_B = 1 + \frac{3g_B^2}{4\pi^2}\, \Pi_B'\,(m_B) = 0, \tag{84}
$$

где Π'_B — производная массового оператора бариона, m_B — масса бариона. Следует отметить, что в нашей модели спектр масс адронов не вычисляется исходя из соответствующих уравнений на связанные состояния (например, из уравнения Бете — Солпитера), т.к. последние содержат слишком много свободных параметров (см., например, [88]). Массы адронов рассматриваются как входные параметры модели и берутся из таблиц «Particle Data Group» [86].

Физически *условие связности* означает, что вероятность нахождения бариона в «голом» состоянии равна нулю. Говоря другими словами, барион представляет собой связанное состояние из трех кварков. Важно отметить, что *условие связности* полностью эквивалентно условию нормировки электромагнитного формфактора бариона $F_{em}(q^2 = 0) = 1$, обладающего электрическим зарядом ± 1.

Слабые распады тяжелых барионов в лидирующем порядке $1/N_c$-разложения описываются в МКК диаграммой, изображенной на рис.1,*а*. Данные диаграммы не содержат ультрафиолетовых расходимостей благодаря *анзацу конфайнмента* для легких (u, d, s) кварков. Под *анзацем конфайнмента* мы предполагаем существование определенной процедуры усреднения легких кварков по вакуумным глюонным конфигурациям. На языке фейнмановских диаграмм такое усреднение может быть записано в виде интеграла произведения пропагаторов легких кварков произвольной кварковой диаграммы по комплексной мере $d\sigma_z$. Например, в случае, когда кварковая диаграмма содержит только один пропагатор легкого кварка $G_z(p)$, имеем

$$G(p) = \int d\sigma_z G_z(p) = \int d\sigma_z \frac{1}{z\Lambda_q - \not{p}} = \frac{1}{\Lambda_q}\left[a\left(-\frac{p^2}{\Lambda_q^2} \right) + \frac{\not{p}}{\Lambda_q} b\left(-\frac{p^2}{\Lambda_q^2} \right) \right]. \qquad (85)$$

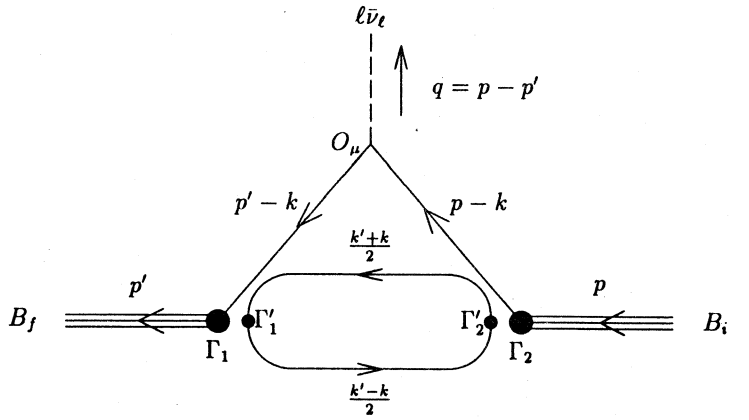
При этом конфайнмент пропагаторов, описывающих распространение легких кварков различного цвета, производится независимо.

Как известно, в эффективной теории тяжелого кварка в пределе Изгура — Вайзе [30] тяжелый кварк находится вблизи своей массовой поверхности, т.е. для тяжелого кварка наступает инфракрасный режим. Инфракрасная асимптотика одночастичной функции Грина исследована в абелевой теории (квантовая электродинамика) в целом ряде работ (см., например, [89,90]). Так называемый *инфрапропагатор* электрона имеет следующий вид:

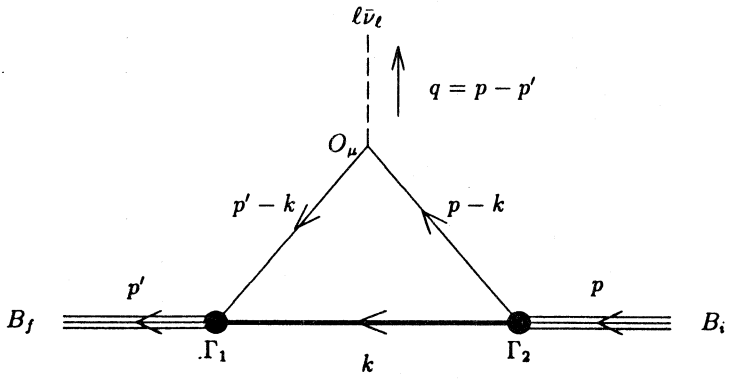
$$G(p, v) = G(p)\, s(p^2, v), \qquad (86)$$

где $G(p)$ обозначает стандартный пропагатор свободного фермионного поля:

$$G(p) = (m - \not{p})^{-1}. \qquad (87)$$



а



б

Рис.1

Функция $s(p^2, \nu)$ дается выражением

$$s(p^2, \nu) = (1 - p^2/m^2)^{-\nu}. \tag{88}$$

Здесь параметр ν связан с параметром d_l, фиксирующим калибровку, следующим соотношением:

$$\nu = (\alpha_{em}/4\pi)(3 - d_l), \tag{89}$$

α_{em} — постоянная тонкой структуры.

В работах [91,92] *инфрапропагатор* абелевой теории в качестве первого приближения использовался в вычислениях мезонной функции Изгура — Вайзе. Аналогичным образом поступим и мы, а именно: пропагатор тяжелого кварка будем брать в виде

$$S_Q(p, \nu) = \frac{m_Q + \not{p}}{m_Q^2} \left(\frac{1}{1 - p^2/m_Q^2} \right)^{1+\nu}, \qquad (90)$$

полагая параметр ν свободным параметром. Таким образом, обобщение МКК на физику тяжелых кварков влечет за собой появление двух дополнительных параметров: энергия связи $\bar{\Lambda} = M_{B_Q} - m_{B_Q}$ и инфракрасный параметр ν. Никаких экспериментальных ограничений на выбор параметра $\bar{\Lambda}$ не существует. Теоретические оценки величины энергии связи $\bar{\Lambda}$ проводились в рамках различных подходов: потенциальных моделей, правил сумм КХД и т.д. Так, исследуя коррелятор двух тяжело-легких кварковых токов в рамках эффективной теории, было получено, что $\bar{\Lambda} = (0{,}50 \pm 0{,}07)$ ГэВ [93]. В нашей модели при исследовании лептонных распадов тяжелых мезонов [92] получено ограничение на выбор параметров $\bar{\Lambda}$ и ν. Показано, что наилучшее согласие с экспериментальными результатами для слабых констант f_B и f_D достигается в том случае, когда параметры $\bar{\Lambda}$ и ν меняются в пределах: $0 \le \bar{\Lambda} \le 0{,}6$ МэВ, $0 \le \nu \le 1$.

В соответствии с правилами Фейнмана вершинная часть, описывающая полулептонный распад тяжелого бариона (см. рис.1,*а*) B_Q в тяжелый барион $B_{Q'}$ и лептонную пару $l\,\bar{\nu}_l$, выглядит следующим образом:

$$\Lambda_\mu^{QQ'}(v, v') \propto g_{B_Q} g_{B_{Q'}} \sum_{\Gamma_1\Gamma_2\Gamma_1'\Gamma_2'} K_{\Gamma_1\Gamma_2} \int \frac{d^4k}{\pi^2 i}\, \Gamma_1 S_{Q'}(p' - k, \nu) \times$$

$$\times\, O_\mu S_Q(p - k, \nu)\, \Gamma_2 \int \frac{d^4k'}{4\pi^2 i}\, \mathrm{Tr}\left[\Gamma_1' G\left(\frac{k' + k}{2} \right) \Gamma_2' G\left(\frac{k' - k}{2} \right) \right],$$

где $K_{\Gamma_1\Gamma_2}$ — соответствующие групповые коэффициенты.

Вершинная часть, описывающая полулептонный распад тяжелого бариона B_Q в легкий барион B_q и лептонную пару $l\,\bar{\nu}_l$, имеет вид

$$\Lambda_\mu^{Qq}(v, v') \propto g_{B_Q} g_{B_q} \sum_{\Gamma_1\Gamma_2\Gamma_1'\Gamma_2'} \int \frac{d^4k}{\pi^2 i}\, \Gamma_1 G(p' - k)\, O_\mu S_Q(p - k, \nu)\, \Gamma_2 \times$$

$$\times \int \frac{d^4k'}{4\pi^2 i} \mathrm{Tr}\left[\Gamma_1' G\left(\frac{k'+k}{2}\right)\Gamma_2' G\left(\frac{k'-k}{2}\right)\right].$$

Для того, чтобы в матричных элементах не возникало ультрафиолетовых расходимостей и особенностей, связанных с рождением свободных кварков, в МКК постулируется, что функция $G(p)$ является аналитической функцией в комплексной плоскости. Функции конфайнмента $a(u)$ и $b(u)$ определяются формулами

$$a(u) = \int d\sigma_z \frac{z}{z^2+u}, \qquad b(u) = \int d\sigma_z \frac{1}{z^2+u}. \tag{91}$$

Масштабный параметр Λ_q, имеющий размерность массы, характеризует область конфайнмента легких кварков соответствующего аромата $q = (u, d, s)$. Пренебрегая эффектами нарушения унитарной симметрии сильных взаимодействий в масштабе масс тяжелых адронов, будем исходить из универсального значения параметра Λ_q, одинакового для u-, d- и s-кварков: $\Lambda_q = \Lambda_u \equiv \Lambda_d \equiv \Lambda_s$. В работах [71—78] было показано, что физические характеристики легких адронов слабо зависят от явного вида функций $a(u)$ и $b(u)$, а зависят лишь от их интегральных характеристик. В нашей работе мы выбираем простейший набор функций $a(u)$ и $b(u)$, который использовался в цикле работ [71—76]:

$$a(u) = a_0 \exp(-u^2 - a_1 u), \qquad b(u) = b_0 \exp(-u^2 + b_1 u). \tag{92}$$

Параметры a_i, b_i и Λ_q найдены из условия наилучшего описания экспериментальных данных низкоэнергетической адронной физики [71]:

$$a_0 = b_0 = 2, \qquad a_1 = 1, \qquad b_1 = 0{,}4, \qquad \Lambda_q = 460 \text{ МэВ}. \tag{93}$$

Так как вычисление двухпетлевых диаграмм (рис.1,*а*) представляет определенные технические трудности, то в работе [75] была предложена *кварк-дикварковая аппроксимация* двухпетлевых кварковых диаграмм, описывающих формфакторы барионов. Основная идея кварк-дикварковой аппроксимации состоит в замене двухпетлевой кварковой диаграммы (рис.1,*а*) однопетлевой кварк-дикварковой диаграммой (рис.1,*б*). В соответствии с данной гипотезой вершинные части полулептонных распадов тяжелых барионов запишутся в следующем виде:

$$\Lambda_\mu^{QQ'}(v, v') \propto g_{B_Q} g_{B_{Q'}} \sum_{\Gamma_1\Gamma_2\Gamma_1'\Gamma_2'} K_{\Gamma_1\Gamma_2} \int \frac{d^4k}{\pi^2 i} \times$$

$$\times \int d\sigma_z \, \Gamma_1 S_{Q'}(p'-k, v)\, O_\mu S_Q(p-k, v)\, \Gamma_2 \, D_z^{\Gamma_1'\Gamma_2'}(k^2)$$

и

$$\Lambda_\mu^{Qq}(v, v') \propto g_{B_Q} g_{B_q} \sum_{\Gamma_1\Gamma_2\Gamma_1'\Gamma_2'} K_{\Gamma_1\Gamma_2} \int \frac{d^4k}{\pi^2 i} \times$$

$$\times \int d\sigma_z\, \Gamma_1 G_z(p' - k)\, O_\mu S_Q(p - k, v)\, \Gamma_2 D_z^{\Gamma_1'\Gamma_2'}(k^2),$$

где $D_z^{\Gamma_1'\Gamma_2'}(k^2)$ — пропагатор дикварка с соответствующим значением спина:

$$D_z^{\Gamma_1'\Gamma_2'}(k^2) = d^{\Gamma_1'\Gamma_2'} D_z(k^2), \qquad D_z(k^2) = \frac{1}{z^2\Lambda_D^2 - k^2}. \qquad (94)$$

Здесь $d^{\Gamma_1'\Gamma_2'}$ — лоренц-структуры, диктуемые видом матриц Γ_1' и Γ_2', а масштабный параметр Λ_D, имеющий размерность массы, характеризует область конфайнмента легких дикварков.

В конкретных вычислениях удобно определять параметры $d^{\Gamma_1'\Gamma_2'}$ в виде

$$d^{PP} = C_{PP}, \quad d^{SS} = C_{SS}, \quad d^{VV} = C_{VV}\, g_{\mu\nu}, \quad d^{AA} = C_{AA}\, g_{\mu\nu},$$
$$d^{TT} = C_{TT}\, g_{\mu\alpha}\, g_{\nu\beta}, \quad d^{AP} = -d^{PA} = C_{AP}(ik_\mu), \qquad (95)$$
$$d^{VT} = -d^{TV} = C_{VT}\,(ik_\alpha\, g^{\mu\beta} - ik_\beta\, g^{\nu\alpha}),$$

где $C_{\Gamma_1'\Gamma_2'}$ — численные коэффициенты, которые должны обеспечивать сохранение симметрийных свойств (например, градиентной инвариантности), которыми изначально обладала вершинная часть двухпетлевой диаграммы. Требование градиентной инвариантности устанавливает между параметрами $C_{\Gamma_1'\Gamma_2'}$ следующие соотношения:

$$C_{SS} = C_{PP} = C_{AA} = 3C_{VV} = \frac{1}{2} C_{TT}, \qquad C_{AP} = C_{PA} = 0. \qquad (96)$$

Коэффициент C_{VT} наряду с размерным параметром Λ_D остается свободным параметром вычислений. Параметр Λ_D был зафиксирован из условия наилучшего описания низкоэнергетической физики нуклона [75]: $\Lambda_D = 827{,}7$ МэВ.

Следует отметить, что кварк-дикварковая аппроксимация двухпетлевых диаграмм имеет тесную связь с физикой полулептонных распадов, в которых пара легких кварков не принимает участия в распаде и выступает в роли жесткого кора — дикварка. Таким образом, барионы в полулептонных распадах проявляют себя как связанное состояние из кварка и дикварка.

Техника вычислений матричных элементов в кварк-дикварковой аппроксимации продемонстрирована в приложении.

4. ФОРМФАКТОРЫ ПОЛУЛЕПТОННЫХ РАСПАДОВ ТЯЖЕЛЫХ БАРИОНОВ

Приведем результаты вычислений формфакторов полулептонных распадов тяжелых барионов $\frac{1^+}{2} \to \frac{1^+}{2}\, l\, \nu_l$ для различных мод (т.е. с изменением аромата $b \to c$, $b \to u$, $c \to s$, $c \to d$). При этом в распадах $\Lambda_b \to \Lambda_c\, l\, \bar{\nu}_l$ и $\Sigma_b \to \Sigma_c\, l\, \bar{\nu}_l$ формфакторы вычислены с учетом поправок.

А. Распад $\Lambda_b \to \Lambda_c\, l\, \bar{\nu}_l$.

$$F_1(\omega, \bar{\Lambda}, \nu) = G_1(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)\left[1 + \left(\frac{1}{m_b} + \frac{1}{m_c}\right)\frac{\bar{\Lambda}}{1+\omega}\,\tau(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)\right],$$

$$F_2(\omega, \bar{\Lambda}, \nu) = G_2(\omega, \bar{\Lambda}, \nu) = -G_1(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)\,\frac{1}{m_c}\,\frac{\bar{\Lambda}}{1+\omega}\,\tau(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)\,,$$

$$F_3(\omega, \bar{\Lambda}, \nu) = -G_3(\omega, \bar{\Lambda}, \nu) = -G_1(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)\,\frac{1}{m_b}\,\frac{\bar{\Lambda}}{1+\omega}\,\tau(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)\,.$$

Функция $\tau(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)$ описывает нетривиальную внутреннюю структуру тяжелых барионов. Отметим, что в HQET $\tau(\omega) \equiv 1$ [52]. Это объясняется тем фактом, что лагранжиан HQET представляет собой ряд по степеням $1/m_Q$, состоящий из локальных операторов. В нашей модели формфакторы описываются однопетлевой диаграммой (рис.1,*б*). При этом $1/m_Q$-поправки получаются при разложении в ряд по степеням $1/m_Q$ соответствующего петлевого интеграла. Таким образом, если HQET представляет собой древесное приближение к описанию физики тяжелых кварков, то наша модель позволяет учесть нелокальные поправки. Важно отметить, что МКК в пределе Изгура — Вайзе полностью воспроизводит групповые соотношения эффективной теории между формфакторами полулептонных распадов.

Формфактор $G_1(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)$ выражается через функцию Изгура — Вайзе $\zeta(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)$ следующим образом:

$$G_1(\omega, \bar{\Lambda}, \nu) = \zeta(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)\left[1 + \bar{\Lambda}\left(\frac{1}{m_b} + \frac{1}{m_c}\right)\rho(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)\right]. \qquad (97)$$

Функция Изгура — Вайзе ζ, а также функции τ и ρ выражаются в МКК через структурные интегралы Φ_i $(i = 1,2,3)$:

$$\zeta(\omega, \bar{\Lambda}, \nu) = \frac{\Phi_1(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)}{\Phi_1(1, \bar{\Lambda}, \nu)}, \quad \tau(\omega, \bar{\Lambda}, \nu) = \frac{\Phi_2(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)}{\Phi_1(1, \bar{\Lambda}, \nu)},$$

$$\rho(\omega, \bar{\Lambda}, \nu) = \frac{\Phi_3(1, \bar{\Lambda}, \nu)}{\Phi_1(1, \bar{\Lambda}, \nu)} - \frac{\Phi_3(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)}{\Phi_1(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)}. \tag{98}$$

Структурные интегралы $\Phi_i(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)$ имеют следующий вид:

$$\Phi_1(\omega, \bar{\Lambda}, \nu) = \int_0^\infty d\alpha \int_0^\infty d\beta \int d\sigma_z \frac{(\alpha\beta)^\nu}{[z^2 + \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta\omega - 2r(\alpha+\beta)]^{1+2\nu}},$$

$$\Phi_2(\omega, \bar{\Lambda}, \nu) = (\omega + 1) \int_0^\infty d\alpha \int_0^\infty d\beta \times$$

$$\times \int d\sigma_z \frac{\alpha(\alpha\beta)^\nu}{[z^2 + \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta\omega - 2r(\alpha+\beta)]^{1+2\nu}},$$

$$\Phi_3(\omega, \bar{\Lambda}, \nu) = \int_0^\infty d\alpha \int_0^\infty d\beta \int d\sigma_z \frac{(\alpha\beta)^\nu}{[z^2 + \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta\omega - 2r(\alpha+\beta)]^{1+2\nu}} \times$$

$$\times \left[\frac{1 + \alpha(1+\nu)}{2} + (1+2\nu)\alpha \frac{(\alpha+\beta-1)^2 + \alpha\beta(\omega-3) + \beta}{z^2 + \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta\omega - 2r(\alpha+\beta)} \right],$$

где $r = \bar{\Lambda}/\Lambda_D$.

При интегрировании по вакуумной мере $d\sigma_z$ для различных значений ν нужно воспользоваться тождеством

$$\int d\sigma_z \frac{1}{[z^2 + x]^{1+n}} = \frac{\sin(\pi n)}{\pi n} \int_0^\infty \frac{du}{u^n} \int d\sigma_z \frac{1}{[z^2 + u + x]^2} =$$

$$= -\frac{\sin(\pi n)}{\pi n} \int_0^\infty \frac{du}{u^n} b'(u + x).$$

Здесь $0 < n < 1$, $b'(s) = db(s)/ds$.

Функция $\rho(\omega, \bar{\Lambda}, \nu)$ удовлетворяет условию нормировки $\rho(1, \bar{\Lambda}, \nu) = 0$. Следовательно, в пределе одинаковых скоростей начального (ν) и конечно-

го (v') барионов $1/m_Q$-поправки в формфакторе G_1 исчезают. Кроме того, поскольку при $v = v'$

$$\bar{u}_f(v') = \bar{u}_f(v')v_\mu u_i(v) = \bar{u}_f(v')v'_\mu u_i(v), \quad \bar{u}_f(v')\gamma_5 u_i(v) \equiv 0, \qquad (99)$$

а значит и во всем матричном элементе распада $\Lambda_b \to \Lambda_c l \bar{\nu}_l$ поправки порядка $1/m_Q$ сокращаются, т.е. выполняется теорема Адемолло — Гатто.

Б. Распад $\Sigma_b \to \Sigma_c l \bar{\nu}_l$.

$$F_1(\omega, \bar{\Lambda}, v) = G_1(\omega, \bar{\Lambda}, v)\left[1 + \left(\frac{1}{m_b} + \frac{1}{m_c}\right)\frac{\bar{\Lambda}}{1+\omega}\tau(\omega, \bar{\Lambda}, v)\right],$$

$$F_2(\omega, \bar{\Lambda}, v) = F_3(\omega, \bar{\Lambda}, v) =$$

$$= -2G_1(\omega, \bar{\Lambda}, v)\left[1 + \left(\frac{1}{m_b} + \frac{1}{m_c}\right)\frac{\bar{\Lambda}}{4(1+\omega)}\tau(\omega, \bar{\Lambda}, v)\right],$$

$$G_2(\omega, \bar{\Lambda}, v) = -G_3(\omega, \bar{\Lambda}, v) =$$

$$= 2G_1(\omega, \bar{\Lambda}, v)\left[1 + \left(\frac{1}{m_b} + \frac{1}{m_c}\right)\frac{3\bar{\Lambda}}{4(1+\omega)}\tau(\omega, \bar{\Lambda}, v)\right],$$

$$G_1(\omega, \bar{\Lambda}, v) = \zeta(\omega, \bar{\Lambda}, v)\left[1 + \left(\frac{1}{m_b} + \frac{1}{m_c}\right)\bar{\Lambda}\rho(\omega, \bar{\Lambda}, v)\right].$$

Отметим, что формфакторы распадов $\Lambda_b \to \Lambda_c l \bar{\nu}_l$ и $\Sigma_b \to \Sigma_c l \bar{\nu}_l$ выражаются через одни и те же функции ζ, ρ, ρ. Так же, как и в случае распада Λ_b-бариона, в матричном элементе распада $\Sigma_b \to \Sigma_c l \bar{\nu}_l$ слагаемые, пропорциональные $1/m_Q$, сокращаются в полном соответствии с теоремой Адемолло — Гатто.

Результаты для полулептонных распадов Λ_b- и Λ_c-барионов в легкие барионы (Λ_s, p, n) получены в частном случае, когда $v = 0$.

В. Распад $\Lambda_Q \to \Lambda_s\{p,n\} l \bar{\nu}_l$.

$$F_1(\omega, \bar{\Lambda}, \mu_f) = G_1(\omega, \bar{\Lambda}, \mu_f)\left[1 + \frac{1}{m_f}\frac{\bar{\Lambda}}{1+\omega}\tau(\omega, \bar{\Lambda}, \mu_f)\right],$$

$$F_2(\omega, \bar{\Lambda}, \mu_f) = G_2(\omega, \bar{\Lambda}, \mu_f) = -G_1(\omega, \bar{\Lambda}, \mu_f)\frac{1}{M_f}\frac{\bar{\Lambda}}{1+\omega}\tau_{\text{light}}(\omega, \bar{\Lambda}, \mu_f),$$

$$F_3(\omega, \bar{\Lambda}, \mu_f) = G_3(\omega, \bar{\Lambda}, \mu_f) = 0, \quad G_1(\omega, \bar{\Lambda}, \mu_f) = \zeta_{\text{light}}(\omega, \bar{\Lambda}, \mu_f).$$

Здесь $\zeta_{\text{light}}(\omega, \overline{\Lambda}, \mu_f)$ — функция Изгура — Вайзе тяжело-легкого перехода, $\mu_f = M_f/\overline{\Lambda}$.

Функции $\zeta_{\text{light}}(\omega, \overline{\Lambda}, \mu_f)$ и $\tau_{\text{light}}(\omega, \overline{\Lambda}, \mu_f)$ выражаются в МКК через структурные интегралы следующим образом:

$$\zeta_{\text{light}}(\omega, \overline{\Lambda}, \mu_f) = \frac{\Phi_1^{\text{light}}(\omega, \overline{\Lambda}, \mu_f)}{\Phi_1^{\text{light}}(1, \overline{\Lambda}, \mu_f)}, \quad \tau(\omega, \overline{\Lambda}, \mu_f) = \frac{\Phi_2^{\text{light}}(\omega, \overline{\Lambda}, \mu_f)}{\Phi_1^{\text{light}}(1, \overline{\Lambda}, \mu_f)}, \qquad (100)$$

где

$$\Phi_1^{\text{light}}(\omega, \overline{\Lambda}, \mu_f) = \int_0^\infty d\alpha \int_0^{\mu_f} d\beta \times$$

$$\times \int d\sigma_z \frac{zs - \alpha - \beta + \mu_f}{z^2\left(s'^2 + \frac{\beta}{m_f}(s^2 - s'^2)\right) + \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta\omega - 2\alpha - \beta\mu_f},$$

$$\Phi_2^{\text{light}}(\omega, \overline{\Lambda}, \mu_f) = \int_0^\infty d\alpha \int_0^{\mu_f} d\beta \times$$

$$\times \int d\sigma_z \frac{2\alpha(\omega + 1)}{z^2\left(s'^2 + \frac{\beta}{m_f}(s^2 - s'^2)\right) + \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta\omega - 2\alpha - \beta\mu_f},$$

где $s = \Lambda_q/\overline{\Lambda}$ и $s = \Lambda_D/\overline{\Lambda}$.

5. ФУНКЦИЯ ИЗГУРА — ВАЙЗЕ

В данном разделе сконцентрируем свое внимание на вычислении фундаментальной характеристики физики тяжелых кварков — функции Изгура — Вайзе $\zeta(\omega)$ распада $\Lambda_b \to \Lambda_c\, l\, \nu_l$. В нашей модели функция Изгура — Вайзе зависит от параметров $\overline{\Lambda}$ и ν:

$$\zeta(\omega, \overline{\Lambda}, \nu) = \frac{\Phi_1(\omega, \overline{\Lambda}, \nu)}{\Phi_1(1, \overline{\Lambda}, \nu)}. \qquad (101)$$

Существенно отметить, что в дикварковой аппроксимации формфакторы распада $\Sigma_b \to \Sigma_c\, l\, \nu_l$ выражаются через функцию Изгура — Вайзе $\zeta(\omega, \overline{\Lambda}, \nu)$. С учетом правил сумм Бьеркена [51] это приводит к ограничению на выбор функции Изгура — Вайзе и ее радиус. Подставляя

в неравенство (52) наши результаты для ζ_1 и ζ_2: $\zeta_1 = \omega\,\zeta$ и $\zeta_2 = \zeta$, получим ограничение сверху на функцию Изгура — Вайзе:

$$\zeta^2(\omega, \bar{\Lambda}, \nu) \le \frac{3}{1+2\omega^2}, \tag{102}$$

и, следовательно, ограничение снизу на ее радиус

$$\rho^2 \ge \frac{2}{3}. \tag{103}$$

Приведем явные выражения для функции Φ_1 для различных значений ν из интервала $0 \le \nu \le 1$.

$\nu = 0$.

$$\Phi_1(\omega, \bar{\Lambda}, \nu = 0) = \int_0^\infty d\alpha \int_0^\infty d\beta b(\Delta),$$

где $\Delta = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\,\beta\,\omega - 2r\,(\alpha + \beta)$, $r = \bar{\Lambda}/\Lambda_D$.

$0 < \nu < 1/2$.

$$\Phi_1(\omega, \bar{\Lambda}, 0 < \nu < 1/2) = -\frac{\sin(2\pi\,\nu)}{2\pi\,\nu} \int_0^\infty d\alpha \int_0^\infty d\beta \int_0^\infty \frac{du}{u^{2\nu}}\, b'(u+\Delta).$$

$\nu = 1/2$.

$$\Phi_1(\omega, \bar{\Lambda}, \nu = 1/2) = -\int_0^\infty d\alpha \int_0^\infty d\beta\, b'(\Delta).$$

$1/2 < \nu < 1$.

$$\Phi_1(\omega, \bar{\Lambda}, 1/2 < \nu < 1) = \frac{\sin(\pi\,(2\nu-1))}{2\pi\,\nu\,(2\nu-1)} \int_0^\infty d\alpha \int_0^\infty d\beta \int_0^\infty \frac{du}{u^{2\nu-1}}\, b''(u+\Delta),$$

где $b''(s) = d^2 b(s)/ds^2$.

$\nu = 1$.

$$\Phi_1(\omega, \bar{\Lambda}, \nu = 1) = \frac{1}{2} \int_0^\infty d\alpha \int_0^\infty d\beta b''(\Delta).$$

В случае, когда $\bar{\Lambda} = 0$, функция Изгура — Вайзе имеет вид

$$\zeta(\omega, 0, \nu) = \frac{\Gamma(2+2\nu)}{\Gamma^2(1+\nu)} \int_0^\infty d\alpha\, \frac{\alpha^\nu}{(1+\alpha^2+2\alpha\,\omega)^{1+\nu}}. \tag{104}$$

В частности, для $\bar{\Lambda} = 0$ и $\nu = 0{,}1$ функция Изгура — Вайзе равна

$$\zeta(\omega, 0, 0) = \frac{\ln(\omega + \sqrt{\omega^2 - 1})}{\sqrt{\omega^2 - 1}},$$

$$\zeta(\omega, 0, 1) = \frac{3}{\omega^2 - 1}\left[\frac{\omega \ln(\omega + \sqrt{\omega^2 - 1})}{\sqrt{\omega^2 - 1}} - 1\right]. \qquad (105)$$

В результате проделанного анализа оказалось, что для значений инфракрасного параметра ν, варьируемого в пределах $0 \le \nu \le 1/2$, и при любых значениях параметра $\overline{\Lambda}$ значения радиуса функции Изгура — Вайзе не удовлетворяют правилам сумм Бьеркена. Данная ситуация проиллюстрирована на графике, изображенном на рис.2. Здесь приведены результаты для радиуса функции Изгура — Вайзе в зависимости от изменения параметров ν и $\overline{\Lambda}$. Цифрами обозначены графики функций $\rho^2(\nu)$ для конкретных значений параметра $\overline{\Lambda}$: *1*($\overline{\Lambda}$ = = 0 ГэВ); *2*($\overline{\Lambda}$ = 0,2 ГэВ); *3*($\overline{\Lambda}$ = = 0,4 ГэВ); *4*($\overline{\Lambda}$ = 0,6 ГэВ). В свою очередь функция Изгура — Вайзе для значений $0 \le \nu \le 1/2$ лежит выше бьеркеновского предела (101). Следовательно, анализ лептонных распадов *B*- и *D*-мезонов [92] и правила сумм Бьеркена для барионной функции Изгура — Вайзе [51] накладывают следующее ограничение на выбор параметра ν: $1/2 < \nu < 1$. Кроме того, фитируя функцию Изгура — Вайзе, мы старались получить наибольшее подавление этой функции при максимальном значении кинематической переменной ω. Это удалось сделать при $\nu = 1$. На графике, представленном на рис.3, приведены результаты для нижнего и верхнего предела функции Изгура — Вайзе, при условии, что $\nu = 1$, а параметр $\overline{\Lambda}$ принимает разумные значения из интервала $0{,}5 \le \overline{\Lambda} \le 0{,}6$ ГэВ.

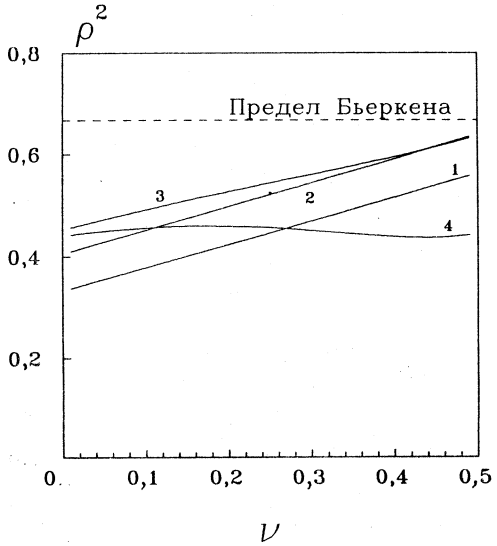


Рис.2

За лучший фит функции Изгура — Вайзе выберем результат, полученный при следующем выборе свободных параметров ν и $\overline{\Lambda}$: $\nu = 1$, $\overline{\Lambda} = 0{,}5$ ГэВ. Именно в этом случае достигается наилучшее согласие с результатами модели ИМФ [69], в которой при вычислении функции Изгура — Вайзе ис-

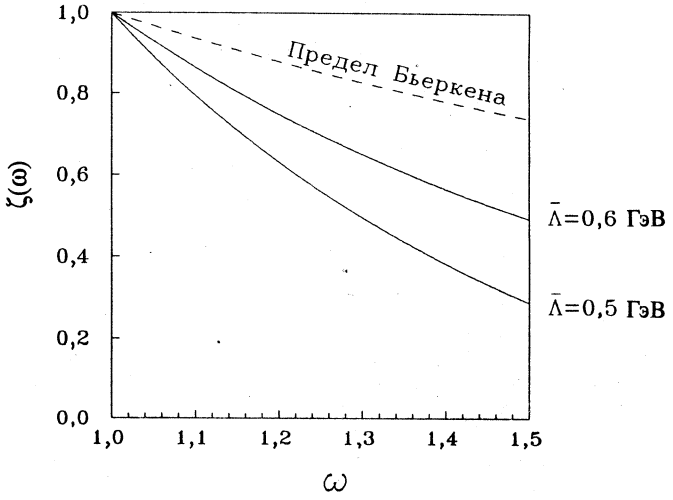


Рис.3

пользовались волновые функции барионов в системе бесконечного импульса.

На рис.4 для сравнения приведены результаты для функции Изгура — Вайзе, полученные в нашей модели ($\nu = 1$, $\bar{\Lambda} = 0{,}5$ ГэВ), в рамках правил сумм КХД [66] и в модели ИМФ [69]. Видно, что функция Изгура — Вайзе, полученная методом правил сумм КХД, расположена несколько выше нашей кривой и результата работы [69]. Это различие способно оказать существенное влияние на результаты для поляризационных характеристик полулептонного распада Λ_b-бариона.

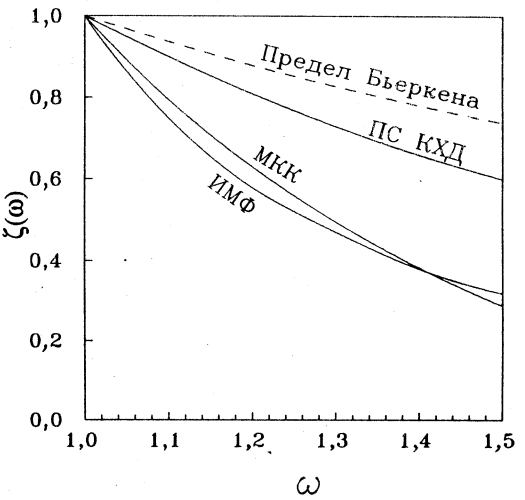


Рис.4

Далее обсудим результаты для радиуса функции Изгура — Вайзе. В тривиальном случае, когда $\bar{\Lambda} = 0$, радиус зависит лишь от параметра ν следующим образом:

$$\rho^2 = \frac{(1+\nu)^2}{3+2\nu} . \tag{106}$$

Очевидно, что в этом случае правила сумм Бьеркена накладывают на параметр ν следующеее ограничение снизу:

$$\nu \geq \frac{\sqrt{10}-1}{3} . \tag{107}$$

Таблица 1. Зарядовый радиус функции Изгура — Вайзе

$\bar{\Lambda}$, ГэВ	0,47	0,48	0,49	0,50	0,51	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58	0,59	0,60
ρ^2	3,03	2,67	2,43	2,25	2,10	1,99	1,89	1,81	1,73	1,67	1,61	1,56	1,50	1,45

Результаты для ρ^2, полученные в нашей модели при $\nu = 1$ и различных значениях $\bar{\Lambda}$, представлены в табл.1. Также сравним наши результаты для радиуса функции Изгура — Вайзе в случае лучшего фита ($\nu = 1$, $\bar{\Lambda} = 0{,}5$ ГэВ) с результатами других подходов: ИМФ-модели [69] и дипольной модели (ДМ) [69], в которой явный вид функции Изгура — Вайзе моделируется в виде диполя в соответствии с правилами степенного счета КХД [65] для асимптотик адронных формфакторов:

$$\rho^2 = \begin{cases} 2{,}25 & \text{МКК} \\ 3{,}04 & \text{ИМФ [69]} \\ 1{,}78 & \text{ДМ [69].} \end{cases}$$

6. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАСКАДНОГО РАСПАДА $\Lambda_b \to \Lambda_c\,[\to \Lambda_s \pi] + W\,[\to l\,\nu_l]$

В заключение сделаем предсказания для поляризационных характеристик распада $\Lambda_b \to \Lambda_c\,[\to \Lambda_s \pi] + W\,[\to l\,\nu_l]$. При этом в вычислениях соответствующих физических величин будем использовать функцию Изгура — Вайзе, вычисленную в предыдущем разделе при следующих значениях свободных параметров ν и $\bar{\Lambda}$: $\nu = 1$, $\bar{\Lambda} = 0{,}5$ ГэВ. Таким образом, мы будем работать в пределе Изгура — Вайзе, в котором, как известно, вершинная часть полулептонного распада $\Lambda_b \to \Lambda_c l\,\nu_l$ целиком определяется функцией Изгура — Вайзе. Все необходимые определения даны во втором разделе. Для масс Λ_b- и Λ_c-барионов будем использовать экспериментальные значения: $m_{\Lambda_b} = 5{,}64$ ГэВ, $m_{\Lambda_c} = 2{,}285$ ГэВ.

Таблица 2. Ширины распада $\Lambda_b \to \Lambda_c l \nu_l$ (в ед. 10^{10} $с^{-1}$)

Подход	Γ_{tot}	Γ_T	Γ_{T+}	Γ_{T-}	Γ_L	Γ_{L+}	Γ_{L-}
МКК	4,07	1,74	0,47	1,27	2,32	0,11	2,21
ИМФ (1) [69]	4,57	1,88	0,42	1,46	2,69	0,11	2,58
ИМФ (2) [68]	4,89	1,97	0,44	1,53	2,92	0,10	2,82
ДМ [69]	5,51	2,17	0,56	1,61	3,48	0,13	3,35
МСК [69]	11,73	3,90	0,94	2,96	11,73	4,09	7,64
СКМ [59]	4,99	1,93	0,50	1,43	3,06		
НКМ[67]	5,9	2,7			3,2		

Начнем с вычислений ширин полулептонного распада $\Lambda_b \to \Lambda_c e \nu_l$. Результаты наших расчетов приведены в табл.2. Для сравнения даны результаты других феноменологических подходов: кварковых моделей, в которых волновые функции барионов вычисляются в системе бесконечного импульса ИМФ(1) [68] и ИМФ(2) [69], дипольной модели (ДМ) [69], спектаторной кварковой модели (СКМ) [59], модели свободных кварков (МСК) [69] и нерелятивистской кварковой модели (НКМ) [67]. Видно, что наши результаты хорошо согласуются с результатами подходов [68] и [69]. Следует

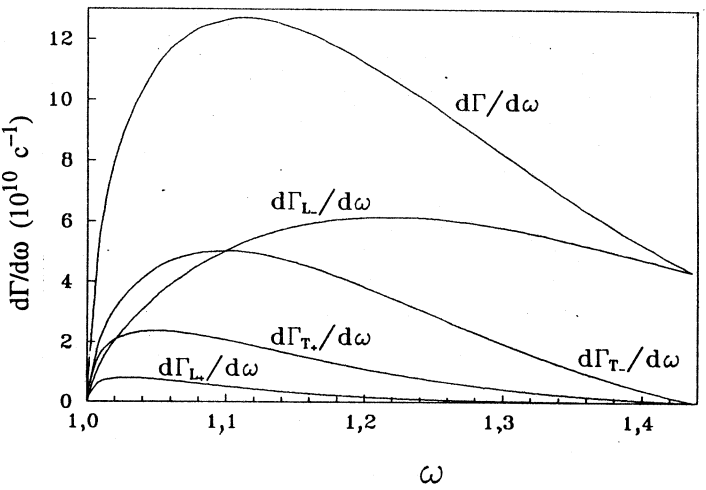


Рис.5

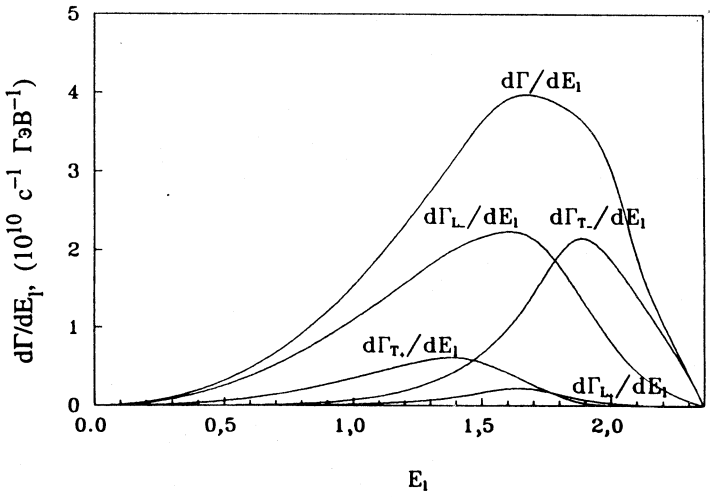


Рис.6

отметить, что полученные нами результаты для парциальных ширин Γ_{T_+}, Γ_{T_-}, Γ_{L_+} и Γ_{L_-} имеют вполне разумное объяснение [69]. В частности, в силу лево-киральной структуры слабого кваркового тока $\bar{c}O_\mu b$ отрицательные парциальные ширины Γ_{T_-} и Γ_{L_-} доминируют по сравнению с положительными парциальными ширинами Γ_{T_+} и Γ_{L_+} соответственно. Как и в других подходах, ширина Γ_{L_-} преобладает над ширинами Γ_{T_+} и Γ_{T_-}. И, наконец, величина Γ_{L_+} существенно подавлена по сравнению с остальными парциальными ширинами. На рис.5 и 6 приведены графики дифференциальных распределений $d\Gamma/d\omega$ ($d\Gamma_{L_\pm(T_\pm)}/d\omega$) и лептонных спектров $d\Gamma/dE_l$ ($d\Gamma_{L_\pm(T_\pm)}/dE_l$). Следует отметить, что наши результаты находятся в хорошем согласии с результатами ИМФ-модели [69]. Это объясняется тем, что в наших подходах поведение функции Изгура — Вайзе в кинематической области $1 \le \omega \le \omega_{max}$ имеет практически схожий характер. В табл.3 представлены результаты вычислений параметров асимметрии, которые могут служить предсказанием для планируемых экспериментов.

Таблица 3. Параметры асимметрии

Подход	$\langle\alpha\rangle$	$\langle\alpha'\rangle$	$\langle\alpha''\rangle$	$\langle\gamma\rangle$	$\langle\alpha_P\rangle$	$\langle\gamma_P\rangle$
МКК	-0,71	-0,13	-0,46	0,61	0,32	-0,19
ИМФ(1) [69]	-0,71	-0,12	-0,46	0,61	0,33	-0,19
ИМФ(2) [68]	-0,78	-0,14	-0,49	0,53	0,33	-0,15
ДМ [69]	-0,75	-0,12	-0,51	0,57	0,37	-0,17
МСК [69]	-0,81	-0,10	-0,60	0,50	0,46	-0,14

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, в рамках МКК рассмотрены полулептонные распады барионов, содержащих один тяжелый кварк. Получены следующие результаты.

— Вычислены формфакторы в пределе бесконечно больших масс тяжелых кварков (пределе Изгура — Вайзе), а также $1/m_Q$-поправки к формфакторам распадов $\Lambda_b \to \Lambda_c l \nu_l$ и $\Sigma_b \to \Sigma_c l \nu_l$.

— Показано, что в дикварковой аппроксимации в пределе Изгура — Вайзе формфакторы распадов $\Lambda_b \to \Lambda_c l \nu_l$ и $\Sigma_b \to \Sigma_c l \nu_l$ выражаются через универсальную функцию Изгура — Вайзе ζ.

— Вычислена барионная функция Изгура — Вайзе и ее среднеквадратичный радиус.

— При определенном выборе инфракрасного параметра ν получено подавление функции Изгура — Вайзе при максимальном значении кинематической переменной $\omega = vv'$, где v и v' — скорости начального и конечного барионов. При этом функция Изгура — Вайзе и ее радиус удовлетворяют правилам сумм Бьеркена [51].

— Сделаны предсказания для планируемых экспериментов по изучению динамических характеристик слабых распадов Λ_b-бариона. Вычислены ширины, дифференциальные распределения и лептонные спектры распада $\Lambda_b \to \Lambda_c l \nu_l$. Рассчитаны параметры асимметрии каскадного распада $\Lambda_b \to \Lambda_c[\to\Lambda_s\pi] + W[\to l \nu_l]$.

Полученные нами результаты хорошо согласуются с кварковой моделью [69], в которой волновая функция бариона вычисляется в системе бесконечного импульса. Мы надеемся, что наша работа будет полезна как для теоретиков, интересующихся физикой тяжелых кварков, так и для экспериментаторов, участвующих в экспериментах по изучению слабых распадов тяжелых барионов.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Г.В.Ефимову, С.Б.Герасимову, М.К.Волкову, Р.Н.Фаустову, N.Isgur, J.Körner, P.Kroll, T.Mizutani за плодотворные дискуссии и полезные замечания. Мы также благодарны Российскому фонду фундаментальных исследований за поддержку (грант № 94-02-03463).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Технику вычислений в кварк-дикварковой аппроксимации продемонстрируем на примере структурного интеграла:

$$R(v,v')=\int \frac{d^4k}{\pi^2 i}\int d\sigma_z \frac{1}{[m_{Q'}^2-(p'-k)^2]^{1+\nu}}\,\frac{1}{[m_Q^2-(p-k)^2]^{1+\nu}\,z^2\Lambda_D^2-k^2}\,.$$

Пользуясь α-параметризацией Фейнмана

$$\frac{1}{A_1^{m_1}}\cdots\frac{1}{A_n^{m_n}}=\frac{\Gamma(m_1+\ldots+m_n)}{\Gamma(m_1)\ldots\Gamma(m_n)}\int\limits_0^1 d\alpha_1\alpha_1^{m_1-1}\ldots\times$$

$$\times\int\limits_0^1 d\alpha_n\alpha_n^{m_n-1}\,\frac{\delta(1-\alpha_1-\ldots-\alpha_n)}{[A_1\alpha_1+\ldots+A_n\alpha_n]^{m_1+\ldots+m_n}}$$

и интегрируя по виртуальному импульсу k, получаем

$$R(v,v')=\frac{\Gamma(1+2\nu)}{\Gamma^2(1+\nu)}\int d\sigma_z\int\limits_0^1 d\alpha\,\alpha^\nu\int\limits_0^1 d\beta\beta^\nu\int\limits_0^1 d\gamma\,\frac{\delta(1-\alpha-\beta-\gamma)}{\Delta^{1+2\nu}}\,,$$

где

$$\Delta=z^2\Lambda_D^2\gamma+M_i^2\alpha^2+M_f^2\beta^2+2\omega M_i M_f\alpha\beta-$$
$$-2\bar{\Lambda}(M_i\alpha+M_f\beta)+\bar{\Lambda}^2(\alpha^2+\beta^2)\,.$$

Далее, обезразмеривая все размерные величины параметром $\bar{\Lambda}$, снимая интеграл по переменной γ и делая замену переменных $\alpha\to\alpha/\mu_i$ и $\beta\to\beta/\mu_f$, где $\mu_i=M_i/\bar{\Lambda}$ и $\mu_f=M_f/\bar{\Lambda}$, получим

$$R(v,v')=\frac{\Gamma(1+2\nu)}{\Gamma^2(1+\nu)}(\mu_i\mu_f)^{1+\nu}\int d\sigma_z\int\limits_0^{\mu_i} d\alpha\int\limits_0^{\mu_f} d\beta\left(1-\frac{\alpha}{\mu_i}\right)^{1+\nu}\frac{(\alpha\beta)^\nu}{S^{1+2\nu}}\,,$$

где

$$S = z^2 \frac{\Lambda_D^2}{\overline{\Lambda}^2}\left(1-\frac{\alpha}{\mu_i}\right)\left(1-\frac{\beta}{\mu_f}\right)+\alpha^2+\beta^2\left(1-\frac{\alpha}{\mu_i}\right)^2+2\omega\,\alpha\,\beta\left(1-\frac{\alpha}{\mu_i}\right)-$$

$$-2\left(\alpha+\beta\left(1-\frac{\alpha}{\mu_i}\right)\right)+\frac{\alpha^2}{\mu_i}+\frac{\beta^2}{\mu_f}\left(1-\frac{\alpha}{\mu_i}\right)^2.$$

В заключение рассмотрим предел Изгура — Вайзе ($\mu_i, \mu_f \to \infty$) в интеграле $R(v, v')$:

$$\lim_{\mu_i \mu_f \to \infty} R(v,v') = R_{IW}(v,v') =$$

$$= \frac{\Gamma(1+2\nu)}{\Gamma^2(1+\nu)}(\mu_i\,\mu_f)^{1+\nu}\int d\sigma_z \int_0^\infty d\alpha \int_0^\infty d\beta \;\frac{\alpha\,\beta)^\nu}{(S_{IW})^{1+2\nu}},$$

где

$$S_{IW} = z^2 \frac{\Lambda_D^2}{\overline{\Lambda}^2} + \alpha^2 + \beta^2 + 2\omega\,\alpha\,\beta - 2(\alpha+\beta).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **ARGUS Collab., Albrecht H. et al.** — Phys. Lett. B, 1989, vol.229, No.1,2, p.175; Phys. Lett. B, 1992, vol.275, No.1,2, p.195; Preprint DESY 92-46, 1991.
2. **CLEO Collab., Fulton R. et al.** — Phys. Rev. D, 1991, vol.43. No.3, p.651.
3. **E653 Collab., Kodama K. et al.** — Phys. Lett. B, 1992, vol.274, No.2, p.246.
4. **E691 Collab, Anjois J.C. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1992, vol.65, No.21, p.2630.
5. **CLEO Collab., Bean A. et al.** — Phys. Lett. B, 1993, vol.317, No.4, p.647.
6. **E687 Collab., Frabetti P. et al.** — Phys. Lett. B, 1993, vol.274, No.1,2, p.203.
7. **E653 Collab., Kodama K. et al.** Phys. Lett. B, 1993, vol.309, No.3,4, p.483; Phys. Lett. B, 1993, vol.316, No.2,3, p.455.
8. **ARGUS Collab., Albrecht H. et al.** — Phys. Lett. B, 1993, vol.308, No.3,4, p.435.
9. **E687 Collab., Frabetti P. et al.** — Phys. Lett. B, 1994, vol.321, No.3, p.295.
10. **CLEO Collab., Butler F. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1992, vol.69, No.14, p.2041.
11. **CLEO Collab., Bortoletto D. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1992, vol.69, No.14, p.2046.
12. **ALEPH Collab., Buskulic D. et al.** — Phys. Lett. B, 1993, vol.322, No.3, p.275.
13. **DELPHI Collab., Abreu P. et al.** — Phys. Lett. B, 1993, vol.312, No.1,2, p.253.
14. **OPAL Collab., Acton P.D. et al.** — Phys. Lett. B, 1993, vol.312, No.4, p.501.
15. **E687 Collab., Frabetti P. et al.** — Phys. Lett. B, 1994, vol.323, No.3,4, p.459.
16. **ALEPH Collab., Buskulic D. et al.** — Phys. Lett. B, 1993, vol.311, No.1,2,3,4, p.425.
17. **ARGUS Collab., Albrecht H. et al.** — Phys. Lett. B, 1991, vol.269, No.1,32, p.234.
18. **CLEO Collab., Avery P. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1990, vol.65, No.23, p.2842.
19. **CLEO Collab., Bergfeld T. et al.** — Phys. Lett., 1994, vol.323, No.2, p.219.
20. **ARGUS Collab., Albrecht H. et al.** — Phys. Lett. B, 1992, vol.274, No.2, p.239.

21. **ACCMOR Collab., Bozek A. et al.** — Phys. Lett., 1993, vol.312, No.1,2, p.247.
22. **E687 Collab., Frabetti P. et al.** — Phys. Lett. B, 1993, vol.314, No.3,4, p.477.
23. **ARGUS Collab., Albrecht H. et al.** — Phys. Lett. B, 1993, vol.317, No.1,2, p.227.
24. **UA1 Collab., Albajar C. et al.** — Phys. Lett. B, 1991, vol.273, No.4, p.540.
25. **ALEPH Collab., Buskulic D. et al.** — Phys. Lett. B, 1992, vol.294, No.1, p.145.
26. **OPAL Collab., Acton P.D. et al.** — Phys. Lett. B, 1992, vol.281, No.3,4, p.394.
27. **DELPHI Collab., Abreu P. et al.** — Phys. Lett. B, 1993, vol.311, No.1,4, p.379.
28. **Isgur N., Wise M.** — Phys. Lett. B, 1989, vol.232, No.1, p.113.
29. **Isgur N., Wise M.** — Phys. Lett. B, 1990, vol.237, No.3,4, p.527.
30. **Georgi H.** — Phys. Lett. B, 1990, vol.240, No.3,4, p.447.
31. **Bjorken J.D.** — Preprint SLAC-PUB-5278, 1990.
32. **Grinstein B.** — Nucl. Phys. B, 1990, vol.339, No.2, p.253.
33. **Eichten E., Hill B.** — Phys. Lett. B., 1990, vol.234, No.4, p.511.
34. **Falk A.F., Georgi H., Grinstein B., Wise M.B.** — Nucl. Phys. B, 1990, vol.343, No.1, p.1.
35. **Mannel T., Roberts W., Ryzak Z.** — Nucl. Phys. B, 1991, vol.355, No.1, p.38.
36. **Mannel T., Roberts W., Ryzak Z.** — Nucl. Phys. B, 1991, vol.368, No.1, p.204.
37. **Falk A.F., Grinstein B., Luke M.** — Nucl. Phys. B, 1991, vol.357, No.1, p.185.
38. **Grinstein B. et al.** — Nucl. Phys. B, 1991, vol.363, No.1, p.19.
39. **Körner J.G., Thompson G.** — Phys. Lett. B., 1991, vol.264, No.1,2, p.185.
40. **Isgur N., Wise M.** — Phys. Lett. B, 1991, vol.348, No.2, p.276.
41. **Georgi H.** — Nucl. Phys. B, 1991, vol.348, No.2, p.295.
42. **Hussain F.** — Phys. Lett. B, 1990, vol.249, No.2, p.295.
43. **Kilian W., Mannel T.** — Phys. Rev. D, 1994, vol.49, No.3, p.1534.
44. **Neubert M.** — Phys. Rev. D, 1994, vol.49, No.3, p.1542.
45. **Isgur N., Wise M.** — Phys. Rev. D, 1991, vol.43, No.3, p.810.
46. **Suzuki M.** — Phys. Lett. B., 1985, vol.162, No.4,5,6, p.392.
47. **Radyushkin A.V.** — Phys. Lett. B., 1991, vol.271, No.1,2, p.218.
48. **Neubert M., Rieckert V.** — Nucl. Phys. B, 1992, vol.382, No.1, p.97.
49. **Bauer M., Stech B., Wirbel M.** — Z. Phys. C, 1985, vol.29, No.4, p.637.
50. **Ivanov M.A., Khomutenko O.E., Mizutani T.** — Phys. Rev. D, 1992, vol.46, No.9, p.3817.
51. **Xu Q.P.** — Phys. Rev. D, 1993, vol.48, No.11, p.5429.
52. **Georgi H., Grinstein B., Wise M.** — Phys. Lett. B, 1990, vol.252, No.3, p.456.
53. **Cho P., Grinstein B.** — Phys. Lett. B, 1992, vol.285, No.1,2, p.153.
54. **Boyd C.G., Brahm D.** — Phys. Lett. B, 1991, vol.254, No.3,4, p.468.
55. **Hussain F. et al.** — Nucl. Phys. B, 1992, vol.370, No.2, p.259.
56. **Hussain F., Körner J.G., Thompson G.** — Ann Phys., 1991, vol.206, No.2, p.334.
57. **Korner J.G., Kramer G., Willrodt J.** — Z. Phys. C, 1979, vol.2, No.2, p.117.
58. **Hussain F., Körner J.G.** — Z. Phys. C, 1991, vol.51, No.4, p.607.
59. **Hussain F., Körner J.G., Migneron R.** — Phys. Lett. B, 1990, vol.248, No.3,4, p.406.
60. **Hussain F., Körner J.G., Krämer M., Thompson G.** — Z. Phys. C, 1991, vol.51, No.2, p.321.
61. **Körner J.G., Krämer M.** — Z. Phys. C, 1992, vol.55, No.4, p.659.
62. **Körner J.G., Krämer M.** — Phys. Lett. B, 1992, vol.275, No.3,4, p.495.
63. **Körner J.G., Siebert H.W.** — Mainz Preprint, MZ-TH/91-08, 1991.

64. **Körner J.G.** — Mainz Preprint, MZ-TH/92-40, 1992.
65. **Brodsky S.J., Lepage G.P.** — Phys. Rev. D, 1980, vol.22, No.9, p.2157.
66. **Grozin A.G., Yakovlev O.I.** — Phys. Lett. B, 1992, vol.291, No.3,4, p.441.
67. **Singleton R.Jr.** — Phys. Rev. D, 1991, vol.43, No.9, p.2939.
68. **Guo X.-H., Kroll P.** — Z. Phys. C, 1993, vol.59, No.4, p.567.
69. **König B., Körner J.G., Krämer M., Kroll P.** — Preprint DEZY 93-011, 1993.
70. **Drell S.D., Yan T.M.** — Phys. Rev. Lett., 1970, vol.24, No.4, p.181.
71. **Efimov G.V., Ivanov M.A.** — The Quark Confinement Model of Hadrons. IOP Publishing Bristol & Philadelphia, 1993.
72. **Efimov G.V., Ivanov M.A.** — Int. J. Mod. Phys. A, 1989, vol.4, No.8, p.2031.
73. **Ефимов Г.В., Иванов М.А.** — ЭЧАЯ, 1989, т.20, вып.5, с.1129.
74. **Efimov G.V., Ivanov M.A., Lyubovitskij V.E.** — Few-Body Systems, 1989, vol.6, No.1, p.17.
75. **Efimov G.V., Ivanov M.A., Lyubovitskij V.E.** — Z. Phys. C, 1990, vol.47, No.4, p.583.
76. **Avakyan E.Z., Avakyan S.L., Efimov G.V., Ivanov M.A.** — Forschr. Phys., 1990, vol.38, No.8, p.611.
77. **Efimov G.V., Ivanov M.A., Kulimanova N.B., Lyubovitskij V.E.** — Z. Phys. C, 1991, vol.52, No.1, p.129.
78. **Ivanov M.A., Mizutani T.** — Phys. Rev. D, 1992, vol.45, No.5, p.1580.
79. **Efimov G.V., Ivanov M.A., Lyubovitskij V.E.** — Z. Phys. C, 1991, vol.52, No.1, p.149.
80. **Efimov G.V., Ivanov M.A., Kulimanova N.B., Lyubovitskij V.E.** — Z. Phys. C, 1992, vol.54, No.4, p.349.
81. **Иванов М.А., Хомутенко О.Е.** — Письма в ЖЭТФ, 1992, т.56, 2, с.69.
82. **Efimov G.V., Ivanov M.A., Kulimanova N.B., Lyubovitskij V.E.** — JINR Preprint, E2-92-106, Dubna, 1992, p.24.
83. **Ivanov M.A., Kulimanova N.B., Lyubovitskij V.E.** — JINR Preprint, E2-92-437, Dubna, 1992, p.24.
84. **Ademollo M., Gatto R.** — Phys. Rev. Lett., 1964, vol.13, No.7, p.264.
85. **Gronau M., Wakaizumi S.** — Phys. Lett. B, 1992, vol.280, No.1,2, p.79.
86. **Particle Properties Data** — Phys. Lett. B, 1990, vol.239, No.1, p.1.
87. **Ioffe B.L.** — Z. Phys. C, 1983, vol.18, No.1, p.67.
88. **Ito H., Buck W.W, Gross F.** — Phys. Rev. C, 1992, vol.45, No.4, p.1918.
89. **Bogolubov N.N., Shirkov D.V.** — Introduction to the Theory of Quantized Fields, Interscience Publishers Inc., New York, 1959.
90. **Zwanziger D.** — Phys. Rev., 1975, vol.D11, p.3481.
91. **Karanikas A.I., Ktorides C.N., Stefanis N.G.** — Phys. Lett. B, 1993, vol.301, No.4, p.397.
92. **Ivanov M.A., Mizutani T.** — Preprint hep-ph/9406226.
93. **Neubert M.** — Phys. Rev. D , 1992, vol.45, No.7, p.2451.

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»,
1995, ТОМ 26, ВЫП.1

УДК 539.172.3

ИССЛЕДОВАНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ В ФОТО- И ЭЛЕКТРОРАСЩЕПЛЕНИИ ЛЕГЧАЙШИХ ЯДЕР ПРИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЭНЕРГИЯХ

В.В.Котляр, Ю.П.Мельник, А.В.Шебеко

Национальный научный центр
Харьковский физико-технический институт, Харьков, Украина

Изучаются асимметрии мишени и поляризация нуклонов в электрорасщеплении поляризованных и неполяризованных дейтронов, а также асимметрии пучка в расщеплении ядра ^{3}He линейно поляризованными фотонами в зависимости от выбора модели электромагнитного тока ядра (в частности, мезонных обменных токов (МОТ)). Большое внимание уделяется роли эффектов взаимодействий в конечных состояниях (ВКС) *np*-пары для $d\,(e, e'n)\,p$-реакции. Исследовано влияние спин-орбитального электромагнитного взаимодействия нуклонов и других релятивистских поправок к плотности электромагнитного тока ядра на формирование угловых и энергетических зависимостей поляризационных наблюдаемых в указанных процессах. Рассматриваются возможности извлечения электрического формфактора нейтрона из неупругого рассеяния продольно-поляризованных электронов на дейтроне и ядре ^{3}He в инклюзивных и эксклюзивных реакциях. Определяются кинематические области, в которых поляризационные наблюдаемые принимают значения, доступные для измерений на ускорителях электронов непрерывного действия типа CEBAF. Обсуждаются различные предложения для разделения (в частности, в кумулятивной области) структурных функций, характеризующих отклик адронной системы на ее взаимодействия с электромагнитными зондами. В этой связи проводится теоретический анализ расщепления легчайших ядер продольно-поляризованными электронами в экспериментах в МИТ-Бейтсе. Результаты вычислений сравниваются с данными, полученными в Амстердаме, Бонне, МИТ-Бейтсе, Новосибирске, Фраскати, Сакле и Харькове. В заключение рассматривается ряд идей, которые могут быть полезными для развития ковариантного и градиентно-независимого описания электромагнитного взаимодействия с ядрами.

Dependences are studied of the target asymmetry and nucleon polarization in the electrodisintegration of a polarized and an unpolarized deuteron, and of the beam

asymmetry in the disintegration of the nucleus ^{3}He by linearly polarized photons on the choice of the nuclear electromagnetic current (in particular, mesonic exchange currents). Great attention is paid to the investigation of the final-state interaction effects in the final np pair in d $(e, e'n)$ p reaction. The influence of the nucleon spin-orbital EM interaction and other relativistic corrections to the EM current density of nuclei on forming the angular and energy dependences of polarization observables in the above processes is investigated. The possibilities of extraction of the neutron electrical form factor from inelastic scattering of longitudinally polarized electrons off the deuteron and the nucleus ^{3}He in inclusive and exclusive reactions are considered. The kinematical regions are determined where the polarization observables take values acceptable for measurements at the accelerators with continuous beams (the so-called c.w. accelerators like CEBAF). Different proposals for separation (in particular, in the cumulative region) of the structure functions characterising the response of a hadron system to the interaction with the EM probes are discussed. In this connection, theoretical analysis of the disintegration of the lightest nuclei by longitudinally polarized electrons in the MIT-Bates experiments is carried out. The results of calculations are compared with the data obtained in Amsterdam, Bonn, MIT-Bates, Novosibirsk, Frascati, Saclay, and Kharkov. In conclusion several ideas are discussed which can be useful for development of the covariant and gauge independent description of the EM interaction with nuclei.

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение поляризационных явлений в электромагнитных взаимодействиях с ядрами находится на переднем крае современных исследований [1—21]. Оно предусмотрено программами сооружаемых ускорителей электронов непрерывного действия, таких как MAMI (Майнц), ELSA (Бонн), AmPS (Амстердам), SHR (МИТ-Бейтс) и CEBAF (Ньюпорт Ньюс), о которых можно получить достаточно полное представление из докладов [22—28]. Проблемы и достижения в измерениях, возможности теоретического описания поляризационных наблюдаемых для фоторасщепления малонуклонных систем при промежуточных энергиях фотонов обсуждались в [29—31]. Различные аспекты спиновой физики в электромагнитных взаимодействиях ядер (в частности, в электрорасщеплении поляризованных мишеней поляризованными электронами) рассматривались в докладах [32—35] и лекции [36].

Соответствующие спиновые наблюдаемые (например, асимметрии пучка и мишени) содержат более богатую информацию о механизмах реакций и ядерной структуре, чем та, которая приобретается с неполяризованными частицами. Они зависят от интерференции различных амплитуд реакции (так называемых структурных функций), и поэтому весьма чувствительны к вкладам ненуклонных степеней свободы и эффектам ВКС. Результаты исследований роли ВКС в $(e, e'N)$-реакции на ядрах обсуждались в [37,38].

Большое внимание уделяется изучению поляризации выбиваемых нуклонов в электрорасщеплении простейшей ядерной системы, дейтрона [4—7, 11—13,15,16,18,20,21]. Эта наблюдаемая в $d\,(e, e'\vec{N})\,N$-реакции с неполяризованными электронами и дейтронами выражается через структурные функции, которые не встречаются в сечении. Только одна из них выживает, если импульсы виртуального фотона и выбиваемого нуклона являются коллинеарными (случай так называемой параллельной кинематики). Такое свойство дает возможность извлекать интерференцию определенных амплитуд реакции, не обращаясь к сложным процедурам разделения структурных функций (например, в экспериментах с некомпланарной геометрией [33]). Отметим также, что эта поляризация полностью определяется ВКС, т.е. она исчезает, если пренебречь этим взаимодействием (по крайней мере, в описаниях без нарушения P- и T-инвариантности). Следовательно, можно ожидать, что исследование этой наблюдаемой в зависимости от угла нуклонной эмиссии при различных относительных энергиях в *пр*-паре может принести дополнительно информацию о *пр*-взаимодействиях.

В отличие от предыдущего случая в реакции $d\,(\vec{e}, e'\vec{N})\,N$ с поляризованными электронами наряду с нуклонной поляризацией, индуцированной ВКС, имеет место передача поляризации благодаря $\vec{e}\vec{d}$-взаимодействию во входном канале реакции [5,11]. Это различие отражается в появлении новых структурных функций. Благодаря слабой связи нуклонов в дейтроне можно ожидать, что для квазисвободного $\vec{e}\vec{d}$-рассеяния передача поляризации будет пропорциональна (подобно нуклонной поляризации в $\vec{e}\vec{N}$-рассеянии) произведению электрического и магнитного формфакторов нуклона $G_E^N G_M^N$. Таким образом, возникает идея получения дополнительной информации об электрическом формфакторе нейтрона G_E после анализа этой наблюдаемой в $d\,(\vec{e}, e'\vec{n})\,p$-реакции [4—6,11]. Конечно, информация об электромагнитных свойствах связанного нуклона может искажаться эффектами ВКС и МОТ [7,12,13,15,18]. Совместное влияние этих искажающих факторов детально обсуждается в данном обзоре.

Следует подчеркнуть, что истинную роль ВКС и МОТ трудно понять без определенной согласованности МОТ с NN-взаимодействием. В самом деле, как показано в [39] (см. также [12]), вклады ВКС и МОТ по отдельности могут быть значительными, но только вместе взятые они позволили получить (благодаря деструктивной интерференции между ними) удовлетворительное описание данных [40,41]. Этот результат отражает общее утверждение [42] (см. также [7,43,44]) о том, что выполнение уравнения непрерывности для оператора плотности электромагнитного тока системы заряженных частиц не является достаточным, чтобы обеспечить градиентную независимость амплитуд электромагнитных переходов в системе. Ниже мы

коснемся вопросов, связанных с калибровочно-независимым описанием электромагнитных процессов на ядрах.

Асимметрии в $d\,(e, e'p)\,n$-реакции с тензорно-поляризованными дейтронами могут быть источником дополнительной информации о структуре дейтрона (в частности, на малых расстояниях). В самом деле, соответствующие структурные функции, вычисленные в импульсном приближении, определяются интерференцией S- и D-волн дейтронной волновой функции (ВФ). Этот факт стал важной мотивацией для измерения сечений $\vec{D}\,(e, pn)\,e'$-реакции вблизи фотонной точки [8].

Эксперимент [8] был выполнен в Новосибирске на накопителе ВЭПП-2, где электроны с энергией $E = 180$ МэВ рассеивались на внутренней мишени — поляризованной дейтериевой струе. Затем эти исследования были продолжены на накопителе ВЭПП-3, $E = 2$ ГэВ [45], для извлечения высокоимпульсных компонент ВФ дейтрона. Отметим, что в CEBAF предполагается измерить асимметрии в реакции $\vec{D}\,(\vec{e}, e'p)\,n$ с векторно-поляризованными дейтронами и продольно-поляризованными электронами.

Разумеется, предсказания, основанные на импульсном приближении, нуждаются в коррекции за счет более сложных механизмов реакции (например, ВКС в np-системе). Кроме того, с увеличением передач энергии импульса приходится принимать во внимание вклады ненуклонных степеней свободы, в частности, изобарные конфигурации в дейтроне, а также МОТ и другие релятивистские эффекты [13,17,19].

Поиск релятивистских эффектов в расщеплении легчайших ядер фотонами и электронами и их проявлений в спиновых наблюдаемых представляет большой интерес для более глубокого понимания механизмов электромагнитных процессов и ядерной динамики. В матричных элементах от электромагнитного тока между начальным и конечным адронными состояниями различают релятивистские поправки к операторам тока и волновым функциям, причем для последнего случая подразумевают вклады двух типов, а именно происходящие от внутренней динамики ВФ в системе покоя и бустов, трансформирующих эту систему в движущуюся систему. Показано (см. [30,47—53,20,21] и ссылки там), что даже при умеренных передачах энергии-импульса релятивистские поправки могут оказывать существенное влияние на различные наблюдаемые в фоторасщеплении дейтрона и ядра ^{3}He, в инклюзивном и эксклюзивном рассеянии электронов на дейтроне. Соответствующие вычисления [47,52,53] продольно-поперечной (d,T) структурной функции подтверждаются данными по измерению азимутальной асимметрии (см. ниже) сечений $D\,(e, e'p)\,n$-реакции в NIKHEF (Нидерланды) [54] и Сакле [55].

Среди теоретических методов, учитывающих требования специальной теории относительности, выделим три подхода. В приложениях к описанию фото- и электрорасщепления дейтрона один из них развивается в рамках формализма Бете — Солпитера [53,56—60], с учетом в практических расчетах различных квазипотенциальных версий этого уравнения (в частности, трехмерной редукции Бланкенбеклера — Шугара [53,56]) и упрощенных ядер уравнения.

Другой, S-матричный подход оперирует с инвариантными функциями, через которые могут быть выражены элементы t-матрицы. В принципе эти функции определяются соответствующими дисперсионными соотношениями [61], но обычно можно ограничиться рассмотрением некоторого избранного класса диаграмм. Примером применений этого метода является работа [62], где используется $(p/m)^2$-разложение для вычисления амплитуд электрорасщепления дейтрона вблизи порога.

Наконец, весьма привлекательным представляется переход от теоретико-полевого описания в терминах *in*- и *out*-векторов из полного фоковского пространства адронных состояний и операторов, действующих в нем, к традиционному для ядерной физики. Этот переход, осуществляемый с помощью унитарного преобразования Окубо [63] (см. также [64]), ведет к трехмерному формализму с векторами состояний и эффективными операторами, имеющими правильные свойства преобразования относительно группы Пуанкаре. В отличие от амплитуд Бете — Солпитера эти векторы сохраняют вероятностную интерпретацию, поскольку, в конечном счете, приходится иметь дело только с частицами на их массовых оболочках. Мы покажем направление развития идей, заложенных в работах [65,66] (в частности, определенные предписания для построения внеоболочечной γNN-вершины).

Структура данного обзора такова. В разд.2 систематизированы определения рассматриваемых наблюдаемых относительно одной и той же системы ортов. Подчеркиваются следствия общих и дополнительных свойств симметрии. В разд.3 изложен метод Окубо, чтобы, во-первых, помочь читателю (особенно не работающему в данной области) проследить путь от описания с некоторым лагранжианом для взаимодействующих нуклонного и мезонного полей к формулировке теории с многочастичными операторами (гамильтонианами, токами и бустами), и во-вторых, чтобы дать рецепты для учета внеоболочечных эффектов в поглощении фотона связанным нуклоном, а также чтобы указать эффективные способы удовлетворения требованиям калибровочной и релятивистской инвариантности. В разд.4 обсуждаются различные аспекты спиновой физики взаимодействий малонуклонных систем в широких кинематических условиях как в области квазисвободного пика, так и вдали от него, включая результаты наших

вычислений [67] для $(e, e'N)$-реакции с кумулятивными нуклонами. В приложениях можно найти полезные кинематические соотношения.

В обзоре не обсуждаются спиновые явления в фоторасщеплении дейтрона, поскольку это уже было сделано в отдельной работе [30] с атласом поляризационных наблюдаемых [68] ниже порога рождения пионов.

2. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И СООТНОШЕНИЯ

Мы будем изучать сечения эксклюзивного и инклюзивного рассеяния электронов на дейтроне и ядре ^{3}He, а также двухчастичный развал ^{3}He линейно поляризованными фотонами. Однако многие наши результаты будут сохранять силу и для других реакций, например, для $A\,(e, e'X)\,B$, в которой рассеянный электрон детектируется на совпадение с фрагментом X, причем последний может быть совокупностью нуклонов, мезоном и т.д.

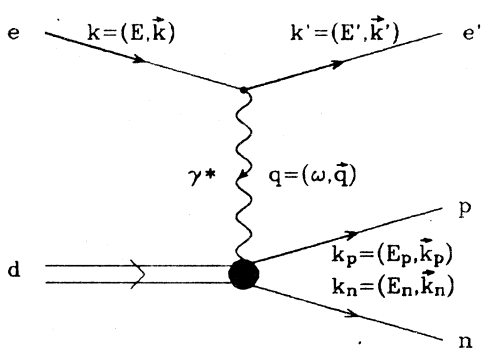


Рис.1. Диаграмма однофотонного обмена

2.1. Угловые распределения и поляризация протонов в реакции $d\,(e, e'p)\,n$. В приближении однофотонного обмена (рис.1) сечение реакции $d\,(e, e'p)\,n$ с неполяризованными частицами в л.с. может быть записано в виде

$$\sigma_0 \equiv \frac{d^3\sigma}{dE'\,d\Omega_e\,d\Omega_p} = \frac{4\alpha^2 E'^2 l^{\mu\nu} W_{\mu\nu}\,R}{(q_\lambda^2)^2}, \qquad (2.1)$$

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{3}\,\mathrm{Sp}\,[F_\mu\,(\mathbf{p}_0, \mathbf{q})\,F_\nu^+\,(\mathbf{p}_0, \mathbf{q})], \qquad (2.2)$$

где $l_{\mu\nu} = (k'_\mu k_\nu + k'_\nu k_\mu - g_{\mu\nu} k'k)/2E'E$ — лептонный тензор, $k = (E, \mathbf{k})$ и $k' = (E', \mathbf{k}')$ — 4-импульсы падающего и рассеянного электронов, $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ — переданный 3-импульс, α — постоянная тонкой структуры.

Кинематический фактор R равен

$$R = k_p E_p \left[\,1 - E_p \left(\frac{q}{k_p}\cos\hat{\mathbf{qk}}_p - 1\right)/E_n\,\right]^{-1}.$$

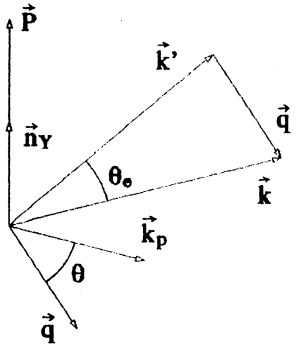


Рис.2. Вектор поляризации протонов в реакции $d(e,e'\vec{p})$ для компланарной геометрии

Входящие сюда энергии и импульсы показаны на рис.1.

Величина $F_\mu(\mathbf{p}_0, \mathbf{q})$ обозначает матричный элемент

$$F_\mu(\mathbf{p}_0, \mathbf{q}) = \langle \Psi^{(-)}_{\mathbf{p}_0 S M_S} | J_\mu(\mathbf{q}) | \Psi_{1 M_d} \rangle \qquad (2.3)$$

от оператора $J_\mu = (J_0, \mathbf{J})$ электромагнитного тока дейтрона между начальным $|\Psi_{1M_d}\rangle$ и конечным $|\Psi^{(-)}_{\mathbf{p}_0 S M_S}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_T |\Psi^{(-)}_{\mathbf{p}_0 S M_S T O}\rangle$ состояниями *np*-пары со спином S (его проекцией M_S), изоспином T и импульсом относительного движения $\mathbf{p}_0$.

Рассмотрим случай компланарной геометрии* и введем ортонормированный базис:

$$\mathbf{n}_Z = \frac{\mathbf{q}}{q}, \qquad \mathbf{n}_Y = \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{k}'}{|\mathbf{k} \times \mathbf{k}'|}, \qquad \mathbf{n}_X = \mathbf{n}_Y \times \mathbf{n}_Z,$$

полагая, что $\mathbf{n}_X$ и $\mathbf{n}_Z$ образуют плоскость рассеяния (рис.2). Согласно [69] имеем

$$\frac{4\alpha^2 E'^2 l^{\mu\nu} W_{\mu\nu}}{(q_\lambda^2)^2} =$$

$$= \sigma_M \left\{ \xi^2 W_C + \left(\frac{1}{2} \xi + \eta \right) W_T + (\xi + \eta)\, W_S + \xi \sqrt{\xi + \eta}\, W_I \right\},$$

$$\xi = q_\mu^2 / \mathbf{q}^2, \qquad \eta = \mathrm{tg}^2 \frac{\theta_e}{2}, \qquad (2.4)$$

где σ_M — моттовское сечение, θ_e — угол рассеяния электрона, $q_\mu^2 = \mathbf{q}^2 - \omega^2 \geq 0$, $\omega = E - E'$ — переданная энергия. W_i ($i = C, T, S, I$) представляют собой билинейные комбинации амплитуд (2.3): кулоновская функция $W_C = W_{00}$ определяется продольной компонентой тока,

*Более общая ситуация с некомпланарным расположением векторов $\mathbf{k}$, $\mathbf{k}'$ и $\mathbf{k}_p$ рассмотрена в п.2.3.

$W_T = 2W_{YY}$ и $W_S = W_{XX} - W_{YY}$ зависят только от его поперечных компонент, в то время как $W_I = -W_{X0} - W_{0X}$ является интерференционной и поэтому часто обозначается R_{LT} (см., например, [3]).

Важно подчеркнуть, что при выводе (2.4) было использовано условие градиентной независимости:

$$q_\mu F^\mu(\mathbf{p}_0, \mathbf{q}) = 0, \tag{2.5}$$

чтобы исключить матричные элементы с продольной компонентой тока.

В компланарной кинематике вектор поляризации протонов

$$\mathbf{P} = \mathrm{Sp}\ \{\sigma(1)\ FF^+\}/\ \mathrm{Sp}\ FF^+ \tag{2.6}$$

в реакции $d\,(e, e'\vec{p})\,n$ с неполяризованными электронами и дейтроном перпендикулярен к плоскости реакции (рис.2):

$$\mathbf{P} = P\,\mathbf{n}_Y\,. \tag{2.7}$$

Снова используя условие (2.5), можно показать, что

$$\sigma_0 P = 4\alpha^2 E'^2\ l^{\mu\nu}\,\Sigma_Y^{\mu\nu}\ R/\,(q_\mu^2)^2 =$$

$$= \sigma_M \left\{ \xi^2\,\Sigma_C + \left(\frac{1}{2}\,\xi + \eta\right)\Sigma_T + (\xi + \eta)\,\Sigma_S + \xi\,\sqrt{\xi + \eta}\,\Sigma_I \right\}, \tag{2.8}$$

где поляризационные структурные функции Σ_i $(i = C, T, S, I)$ связаны с компонентами спинового адронного тензора

$$\Sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{3}\ \mathrm{Sp}\ \{\sigma\,(1)\ F_\mu(\mathbf{p}_0, \mathbf{q})\ F_\nu^+(\mathbf{p}_0, \mathbf{q})\} \tag{2.9}$$

теми же соотношениями, что и W_i с $W_{\mu\nu}$. Очевидно, что новые структурные функции содержат вклады переходов с переворотом спина и, тем самым, отличаются от W_i.

Далее, в теории без нарушений P- и T-инвариантности, когда

$$U_P\,(U_T)\ J_\mu(\mathbf{q})\ (U_T^{-1})\ U_P^{-1} = -\,g_{\mu\mu}\ J_\mu(-\,\mathbf{q}), \tag{2.10}$$

можно показать, что поляризация протонов исчезает при выключении ВКС. Другими словами, для тока со свойствами (2.10), где $U_P\,(U_T)$ — преобразование в пространстве адронных состояний, отвечающее пространственной (временной) инверсии координат, вектор $\vec{P}$ обращается в нуль при замене искаженной волны $|\Psi^{(-)}_{\mathbf{p}_0 SM_S}\rangle$ плоской $|\mathbf{p}_0 SM_S\rangle$.

Таким образом, ненулевое значение P, которое могло быть измерено, прежде всего принесло бы информацию о свойствах *пр*-взаимодействия (точнее, об эффектах схода наполовину с энергетической оболочки). В са-

мом деле, наши исследования обнаружили, что ВКС в S, P, D и более высоких парциальных состояниях оказывают заметное влияние на величину поляризации (детали можно найти в [7,12,15], см. также разд.4).

2.2. Реакция $d(\vec{e}, e'\vec{p})n$ с поляризованными электронами. Передача поляризации. Вектор поляризации протонов в реакции $d(\vec{e}, e'\vec{p})n$

$$\mathbf{P}_e = \mathrm{Sp}\,\{\sigma(1)\, F\rho_e F^+\}/\,\mathrm{Sp}\, F\rho_e F^+ \tag{2.11}$$

зависит от матрицы плотности ρ_e падающих электронов. В компланарной кинематике при расщеплении неполяризованных дейтронов продольно-поляризованными электронами этот вектор приобретает компоненту, связанную со спиральностью пучка λ:

$$\mathbf{P}_\lambda = \mathbf{P} + \lambda\,\mathbf{P}', \tag{2.12}$$

где $\mathbf{P}$ — вектор поляризации протонов в $d(e, e'\vec{p})n$.

Как уже отмечалось, вектор $\mathbf{P}$ перпендикулярен плоскости реакции, тогда как вектор передачи поляризации $\mathbf{P}'$ лежит в этой плоскости. Согласно [18] имеем

$$\sigma_0 P'_{X,Z} = \sigma_M \sqrt{\eta}\,\{\xi\,\Sigma'^{X,Z}_I + \sqrt{\eta+\xi}\;\Sigma'^{X,Z}_T\}\,R, \tag{2.13}$$

$$\sigma_0 P_Y = \sigma_M R\left\{\xi^2\Sigma_C + \left(\frac{1}{2}\,\xi+\eta\right)\Sigma_T + (\xi+\eta)\,\Sigma_S + \xi\sqrt{\xi+\eta}\;\Sigma_I\right\}, \tag{2.14}$$

$$P'_Y = 0, \qquad P_{X,Z} = 0, \tag{2.15}$$

где по определению

$$\Sigma'_I = i\,[\Sigma_{0Y} - \Sigma_{Y0}], \tag{2.16}$$

$$\Sigma'_T = i\,[\Sigma_{YX} - \Sigma_{XY}], \tag{2.17}$$

или

$$\Sigma'_I = -\frac{2}{3}\,\mathrm{Im\ Sp}\,\{\sigma F_0(\mathbf{p}_0, \mathbf{q})\, F_Y^+(\mathbf{p}_0, \mathbf{q})\}, \tag{2.18}$$

$$\Sigma'_T = -\frac{2}{3}\,\mathrm{Im\ Sp}\,\{\sigma F_X(\mathbf{p}_0, \mathbf{q})\, F_Y^+(\mathbf{p}_0, \mathbf{q})\}. \tag{2.19}$$

Таким образом, рассматриваемая наблюдаемая зависит от комбинаций амплитуд реакции, которые не встречаются в так называемой индуцированной поляризации $\mathbf{P}$. В отличие от последней передача поляризации $\mathbf{P}'$, вообще говоря, не обращается в нуль, если ВКС выключено. Это обстоятельство может быть использовано для получения дополнительной информации об электромагнитных свойствах связанного нуклона (например, нейтрона) в ситуациях, когда эффекты ВКС пренебрежимо малы (ср.

мотивации эксперимента [4]* для извлечения электрического формфактора нейтрона из $D(\vec{e}, e'\vec{n})p$.

2.3. Электрорасщепление поляризованных дейтронов (случай эксклюзивного и инклюзивного рассеяния). Асимметрии мишени и пучка. Рассмотрим теперь реакцию $\vec{d}(e, e'p)n$ с поляризованной мишенью. Соответствующий адронный тензор

$$W_{\mu\nu} = F_{SM_S \mu M_d'} \rho_{M_d' M_d} F^*_{SM_S \nu M_d}, \tag{2.20}$$

где явно указана спиновая зависимость амплитуд

$$F_{SM_S \nu M_d} = \langle \Psi^{(-)}_{\mathbf{p}_0 SM_S} | J_\mu(\mathbf{q}) | \Psi_{1M_d} \rangle,$$

содержит матрицу плотности мишени, которая может быть выражена через так называемые ориентационные параметры P_{JM}, характеризующие степень векторной ($J = 1$) и тензорной ($J = 2$) поляризации дейтронов [13] (см. также [19]):

$$\rho_{M_d' M_d} = \sum_{JM} C^{JM}_{M_d' M_d} P^*_{JM},$$

$$C^{JM}_{M_d' M_d} = (-1)^{M_d'+1} (1 M_d\ 1 - M_d' \mid JM) / \sqrt{3},$$

$$P_{00} = 1,\ P^*_{JM} = (-1)^M P^M_{J-M}. \tag{2.21}$$

Обычно поляризованные дейтроны получают путем заселения атомных уровней с различными проекциями M_d на направление внешнего магнитного поля **H** (ось Z). При этом матрица ρ диагональна в базисе, образованном векторами $|\Psi_{1M_d}\rangle$,

$$\rho_{M_d' M_d} = n_{M_d} \delta_{M_d' M_d}, \tag{2.22}$$

где n_{M_d} — заселенность уровня с заданной проекцией на ось квантования, причем

$$n_{+1} + n_{-1} + n_0 = 1.$$

Тогда только два параметра в (2.21) являются независимыми:

$$P_1 \equiv P_{10} = \sqrt{\frac{3}{2}} (n_1 - n_{-1}), \qquad P_2 \equiv P_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - 3n_0).$$

Если **H** имеет произвольную ориентацию с углами θ_H и ϕ_H, тогда

*Насколько известно, соответствующие измерения завершены в МИТ-Бейтсе.

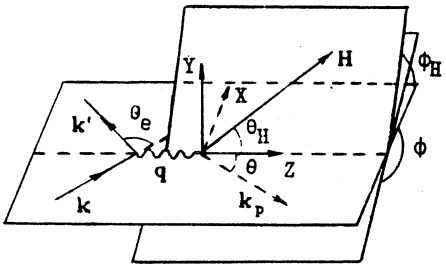
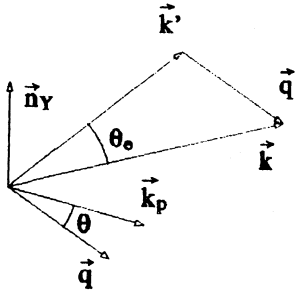
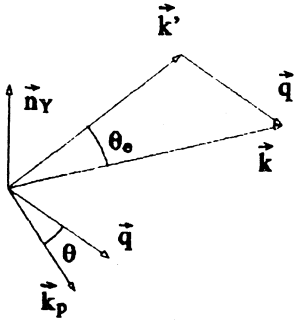


Рис.3. Взаимное расположение векторов в $\vec{d}(e,e'p)$ реакции для экспериментов с некомпланарной геометрией и направлением поляризующего магнитного поля **H**



L (φ=0)



R (φ=π)

Рис.4. Левосторонний (L) и правосторонний (R) варианты для реакции $d(e,e'p)n$

$$P_{JM} = P_J \, e^{iM\phi_H} \, d^J_{M0}(\theta_H), \qquad (2.23)$$

где $d^J_{M0}(\theta)$ — функция Вигнера.

Общий случай некомпланарной кинематики изображен на рис.3, где плоскость рассеяния электронов совпадает с плоскостью XZ. Угол между этой плоскостью и плоскостью реакции, образованной векторами **q** и $\mathbf{k}_p$, обозначен ϕ.

Подставляя (2.21) и (2.23) в (2.20) после выделения зависимости $F_{SM_S \mu M_d}$ от азимутального угла ϕ, получаем

$$W_{\mu\nu} = \sum_{JM} e^{iM(\phi - \phi_H)} \, P_J \, w^{JM}_{\mu\nu} \, d^J_{M0}(\theta_H), \qquad (2.24)$$

$$w^{JM}_{\mu\nu} = C^{JM}_{M_d' M_d} f^*_{SM_S \mu M_d'} f_{SM_S \nu M_d}, \qquad (2.25)$$

где $f_{SM_S \mu M_d}$ обозначены амплитуды реакции для компланарной геометрии при ϕ= 0 (вектор $\mathbf{k}_p$ лежит слева от **q**, если смотреть сверху на плоскость XZ (рис.4)).

Используя свойство симметрии этих амплитуд, можно показать, что дифференциальное сечение реакции $\vec{d}(e, e'p)\, n$

$$\sigma(\mathbf{H}) = d^3\sigma/\, dE'\, d\Omega_e\, d\Omega_p = K \sum_J \sigma^{(J)}, \qquad K = R\sigma_M\,, \tag{2.26}$$

где слагаемые $\sigma^{(J)}$ определяют вклады в это сечение, обусловленные расщеплением неполяризованных ($J = 0$), векторно ($J = 1$)- и тензорно ($J = 2$)-поляризованных дейтронов [19]:

$$\sigma^{(0)} = S^{00}, \tag{2.27}$$

$$\sigma^{(1)} = P_1 \sum_{M\geq 0} \{S^{1M} \sin [M(\phi - \phi_H)] + \\ + \bar{S}^{1M} \cos [M(\phi - \phi_H)]\}\, d^1_{M0}(\theta_H), \tag{2.28}$$

$$\sigma^{(2)} = P_2 \sum_{M\geq 0} \{S^{2M} \cos [M(\phi - \phi_H)] + \\ + \bar{S}^{2M} \sin [M(\phi - \phi_H)]\}\, d^2_{M0}(\theta_H). \tag{2.29}$$

Величины S^{JM} и $\bar{S}^{JM}$ выражаются через структурные функции W_i^{JM}: ($i = L, LT, T, TT$) и $\bar{W}_i^{JM}(i = LT, TT)$:

$$S^{JM} = \xi^2 W_L^{JM} + \left(\frac{1}{2}\xi + \eta\right) W_T^{JM} + \frac{1}{2}\xi\, W_{TT}^{JM} \cos 2\phi + \\ + \xi\sqrt{\xi + \eta}\; W_{LT}^{JM} \cos\phi, \tag{2.30}$$

$$\bar{S}^{JM} = \frac{1}{2}\xi\, \bar{W}_{TT}^{JM} \sin 2\phi + \xi\sqrt{\xi + \eta}\;\; \bar{W}_{LT}^{JM} \sin\phi, \tag{2.31}$$

где введены следующие обозначения:

$$W_T^{JM} = W_{XX}^{JM} + W_{YY}^{JM}, \qquad W_{TT}^{JM} = W_{XX}^{JM} - W_{YY}^{JM}, \qquad \bar{W}_{TT}^{JM} = \bar{W}_{XY}^{JM},$$
$$W_L^{JM} = W_{00}^{JM}, \qquad W_{LT}^{JM} = -2W_{X0}^{JM}, \qquad \bar{W}_{LT}^{JM} = -\bar{W}_{Y0}^{JM}.$$

Другими словами, структурные функции W_{LT} ($\bar{W}_{LT}$) определяются интерференцией продольной и поперечной компонент тока.

В свою очередь, имеем

$$W_{\mu\nu}^{JM} = b_{JM}\, \mathrm{Re}\,(i\, {}^J w_{\mu\nu}^{JM}), \tag{2.32}$$

$$\bar{W}_{\mu\nu}^{JM} = \bar{b}_{JM}\, \mathrm{Im}\,(i\, {}^J w_{\mu\nu}^{JM}), \tag{2.33}$$

где

$$b_{JM} = (1 - 2\delta_{J2})\,[2 - \delta_{M0}(1 + \delta_{J1})],$$
$$\bar{b}_{JM} = -2\,[2 - \delta_{M0}(1 + \delta_{J2})].$$

Для реакции $\vec{d}(\vec{e}, e'p)$ n с поляризованными пучком и мишенью подобно (2.12) можно написать

$$\sigma_\lambda(\mathbf{H}) \equiv d^3\sigma/\, dE'\, d\Omega_e d\Omega_p = K \sum_J (\sigma^{(J)} + \lambda\sigma'^{(J)}). \tag{2.34}$$

При этом появляются величины:

$$S'^{JM} = \xi \sqrt{\eta}\; W'^{JM}_{LT} \sin\phi, \tag{2.35}$$

$$\overline{S}'^{JM} = \xi \sqrt{\eta}\; \overline{W}'^{JM}_{LT} \cos\phi + \sqrt{\eta\,(\xi+\eta)}\; \overline{W}'^{JM}_{TT}, \tag{2.36}$$

через которые вклады $\sigma'^{(J)}(J = 0, 1, 2)$ выражаются с помощью (2.27)—(2.29) после замены S^{JM} на S'^{JM} и $\overline{S}^{JM}$ на $\overline{S}'^{JM}$. Новые структурные функции W'_{LT} и $\overline{W}'_i$ $(i = LT, TT)$ определяются следующим образом:

$$W'^{JM}_{LT} = -2W'^{JM}_{X0}, \qquad \overline{W}'^{JM}_{LT} = -\overline{W}'^{JM}_{Y0}, \qquad \overline{W}'^{JM}_{TT} = \overline{W}'^{JM}_{YX}.$$

Компоненты $W'^{JM}_{\mu\nu}$ получаем из $W^{JM}_{\mu\nu}$, вычисляя в (2.32) мнимую часть вместо вещественной и в (2.33) вещественную часть вместо мнимой.

Здесь отметим, что структурные функции, дающие вклады в $\sigma'^{(0)}$, $\sigma^{(1)}$ и $\sigma'^{(2)}$, обращаются в нуль при выключении ВКС. Таким же свойством обладают структурные функции Σ_i, определяющие поляризацию протонов в реакции $d\,(e, e'\vec{p})\,n$ с неполяризованными дейтронами. Это сходство является отражением общей связи между этой наблюдаемой и асимметрией для векторно-поляризованной дейтериевой мишени.

В отличие от этого, вклады $\sigma'^{(1)}$ и $\sigma^{(2)}$, вообще говоря, не равны нулю даже без учета ВКС, так что поляризационные свойства мишени и пучка передаются тем наблюдаемым, которые зависят от соответствующих структурных функций W'^{1M}_i, $\overline{W}'^{1M}_i$, W^{2M}_i и $\overline{W}^{2M}_i$.

Определим асимметрию пучка A'_e, а также асимметрии мишени $A_{v,t}$ и асимметрии смешанного типа $A'_{v,t}$, соответственно, для векторно- и тензорно-поляризованных дейтронов:

$$A'_e = \sigma'(0)/\,\sigma^{(0)}, \qquad A_{v,t} = \sigma^{(1,2)}/\,P_{1,2}\sigma^{(0)}, \qquad A'_{v,t} = \sigma'^{(1,2)}/\,P_{1,2}\sigma^{(0)}.$$

В этих обозначениях

$$\sigma_\lambda(\mathbf{H}) = \sigma_0\,[1 + P_1A_v + P_2A_t + \lambda\,(A'_e + P_1A'_v + P_2A'_t\,]. \tag{2.37}$$

Используя свойства преобразования

$$\sigma^{(J)}(-\mathbf{H}) = (-1)^J\,\sigma^{(J)}(\mathbf{H}),$$

$$\sigma'^{(J)}(-\mathbf{H}) = (-1)^J \sigma'^{(J)}(\mathbf{H}), \qquad (J = 1, 2), \tag{2.38}$$

относительно инверсии поляризующего магнитного поля, получаем

$$A_v = [\sigma(\mathbf{H}) - \sigma(-\mathbf{H})]/\, 2P_1\, \sigma_0, \tag{2.39}$$

$$A_t = [\sigma(\mathbf{H}) + \sigma(-\mathbf{H}) - 2\sigma_0]/\, 2P_2\, \sigma_0, \tag{2.40}$$

$$A'_{v(t)} = \{[\sigma_\lambda(\mathbf{H}) - \sigma_{-\lambda}(\mathbf{H})] - (+)\,[\sigma_\lambda(-\mathbf{H}) -$$

$$- \sigma_{-\lambda}(-\mathbf{H})]\}/\, 4\lambda\, P_{1(2)}\, \sigma_0 . \tag{2.41}$$

На этом пути появляются возможности разделения отдельных вкладов (более подробно об этом и других способах разделения структурных функций см. п.4.2).

Поляризация нуклонов в $\vec{d}(\vec{e},\vec{e'}\vec{N})$ N рассчитана недавно в [47], где показаны ее зависимости от основных ингредиентов теории (ВКС, МОТ и других релятивистских эффектов).

В заключение этого раздела рассмотрим рассеяние поляризованных электронов на поляризованных дейтронах с регистрацией только рассеянных электронов. Соответствующее дважды дифференциальное сечение может быть получено интегрированием эксклюзивного сечения (2.37) по телесному углу $d\Omega_p$ (разумеется, с учетом двух ветвей зависимости импульса выбитого нуклона от полярного угла θ):

$$d^2\sigma_\lambda/dE'\, d\Omega' = \sigma_{\text{inc}}\,[1 + P_1 a_v + P_2 a_t + \lambda\,(P_1 a'_v + P_2 a'_t)],$$

$$P_1 a_v = \xi\,\sqrt{\xi + \eta}\;\; \text{Im}\, P_{11} R_{LT}^{11}\, \sigma_M / \sigma_{\text{inc}},$$

$$P_1 a'_v = [\sqrt{\eta\,(\xi + \eta)}\, P_{10}\, R_T'^{10} + \xi\,\sqrt{\eta}\;\text{Re}\, P_{11}\, R_{LT}'^{11}]\, \sigma_M / \sigma_{\text{inc}},$$

$$P_2 a_t = \left[\left(\xi^2 R_L^{20} + \left(\frac{1}{2}\,\xi + \eta\right) R_T^{20}\right) P_{20} + \right. \tag{2.42}$$

$$\left. + \xi\,\sqrt{\xi + \eta}\;\text{Re}\, P_{21}\, R_{LT}^{21} + \frac{1}{2}\,\xi\;\text{Re}\, P_{22}\, R_T^{22}\right]\sigma_M / \sigma_{\text{inc}},$$

$$P_2 a'_t = \xi\,\sqrt{\eta}\;\text{Im}\, P_{21}\, R_{LT}'^{21}\, \sigma_M / \sigma_{\text{inc}},$$

с инклюзивным сечением для неполяризованных частиц

$$\sigma_{\text{inc}} = \sigma_M\,[\xi^2 R_L + (\frac{1}{2}\,\xi + \eta)\, R_T], \tag{2.43}$$

где введены функции отклика R_L, R_T, R_i^{JM} и R_i^{IJM}. Различные способы разделения этих функций обсуждаются в [16].

2.4. Неупругое рассеяние продольно-поляризованных электронов на поляризованных ядрах ^{3}He. В интересующем нас случае двухчастичного развала ядра продольно-поляризованными электронами сечение в л.с. может быть записано в виде

$$\sigma \equiv d^3\sigma/dE'd\Omega'\, d\Omega_p = \sigma_0\,[1 + \mathbf{S}\mathbf{A}^0 + \lambda\,(A^e + \mathbf{S}\mathbf{A}')], \qquad (2.44)$$

$\mathbf{S}$ — вектор, характеризующий ориентацию спина ^{3}He, $\mathbf{A}^0$ — асимметрия мишени, когда пучок неполяризован, $\mathbf{A}'(A^e)$ — асимметрия пучка в реакции $^3\vec{\text{He}}$ $(\vec{e},e'p)\,d$ (^{3}He $(\vec{e},e'p)\,d$) с поляризованной (неполяризованной) мишенью.

Входящее сюда сечение σ_0 реакции ^{3}He $(e, e'p)\,d$ выражается в терминах соответствующих структурных функций W_i $(i = C, T, S, I)$ с учетом (2.4). В отличие от (2.1) фактор R теперь равен

$$R = k_p\,E_p\left[\,1 - E_p\left(\frac{Q}{k_p}\cos\hat{\mathbf{Q}}\mathbf{k}_p - 1\right)\Big/ E_d\,\right]^{-1},$$

где $E_d = [(\mathbf{Q} - \mathbf{k}_p)^2 + m_d^2]^{1/2}$ — энергия дейтрона отдачи. Здесь и ниже в формулах, относящихся к расщеплению ^{3}He, импульс, переданный адронной системе, обозначен $\mathbf{Q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$, чтобы избежать пересечений с обозначениями для импульсов Якоби $\mathbf{p}$ и $\mathbf{q}$ в теории малонуклонных систем.

В данном случае амплитуда реакции

$$F_\mu(\mathbf{P}_0, \mathbf{Q}) = \langle\Psi^{(-)}_{\mathbf{P}_0}|J_\mu(\mathbf{Q})|\Psi\rangle \qquad (2.45)$$

представляет собой матричный элемент от оператора тока $J_\mu(\mathbf{Q})$ ядра ^{3}He между начальным $|\Psi\rangle$ и конечным $|\Psi^{(-)}_{\mathbf{P}_0}\rangle$ состояниями ^{3}He и pd-системы с импульсом относительного движения $\mathbf{P}_0$ соответственно.

Для компланарной геометрии, когда векторы $\mathbf{k}_p$ и $\mathbf{k}_d = \mathbf{Q} - \mathbf{k}_p$ лежат в плоскости XZ (см. рис.2), отличны от нуля только компоненты A^0_Y, A'_X и A'_Z. Снова используя условие градиентной независимости для амплитуды (2.45), можно показать (ср. (2.13)), что

$$\sigma_0\,A'_{X,Z} = \sigma_M\sqrt{\eta}\,\{\xi\,\Sigma_I'^{X,Z}\cos\phi + \sqrt{\eta + \xi}\;\Sigma_T'^{X,Z}\}\,R \qquad (2.46)$$

с $\phi = 0, \pi$. Структурные функции $\Sigma_{I,T}'^{X,Z}$ связаны с тензором

$$\mathbf{\Sigma}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Sp}\,\{\sigma F_\mu(\mathbf{P}_0, \mathbf{Q})\,F^+_\nu(\mathbf{P}_0, \mathbf{Q})\} \qquad (2.47)$$

таким же образом, как и структурные функции с тензором (2.2) в формуле (2.13) для передачи поляризации в реакции $d\ (\vec{e}, e'\vec{p})\ n$. Поэтому мы сохраняем прежние обозначения для других структурных функций.

Продолжая параллели между спиновыми наблюдаемыми для реакций $d\ (\vec{e}, e'\vec{p})\ n$ и ^{3}He $(\vec{e}, e'p)\ d$, хотелось бы отметить, что если пренебречь ВКС в *pd*-системе, то независимо от взаимного расположения плоскости рассеяния и плоскости реакции имеем $\mathbf{A}^0 = A^e = 0$.

Конечно, указанное сходство, будучи следствием определенных свойств симметрии рассматриваемых амплитуд, справедливо для инклюзивного канала с полным развалом ядра ^{3}He. В этом отношении партнерами являются реакции $d\ (\vec{e}, e'\vec{n})\ p$ и ^{3}He $(\vec{e}, e'n)\ pp$, в которых рассеянный электрон детектируется на совпадение с выбиваемым нейтроном. Первое измерение асимметрий $A'_{X,Z}$ в ^{3}He $(\vec{e}, e'n)\ pp$ было выполнено недавно на микротроне в Майнце [70]. Результаты этого и других экспериментов, предпринятых для извлечения электрического формфактора нейтрона, обсуждаются в разд.4.

В этой связи, следуя [71—73], введем асимметрию

$$A = \frac{\sigma(+) - \sigma(-)}{\sigma(+) + \sigma(-)} = \frac{\Delta(\theta_H\ \phi_H)}{\Sigma} \tag{2.48}$$

для сечения инклюзивной реакции ^{3}He $(\vec{e}, e')\ X$

$$\sigma\ (\lambda) \equiv \frac{d^{\,2}\sigma}{dE' d\Omega'} = \Sigma + \lambda\Delta(\theta_H,\ \phi_H), \tag{2.49}$$

которые содержат вклады, зависящие и не зависящие от спиральности пучка:

$$\Delta = -\ \sigma_M[v_T{}'\ R_T{}'(Q^{\,2},\ \omega)\ \cos\ \theta_H + v_{TL'}\ R_{TL'}(Q^{\,2},\ \omega)\ \sin\ \theta_H\ \cos\ \phi_H], \tag{2.50}$$

$$\Sigma = \sigma_M\ [v_L\ R_L(Q^{\,2},\ \omega) + v_T\ R_T(Q^{\,2},\ \omega)], \tag{2.51}$$

$$v_L = \xi^2, \quad v_T = \frac{1}{2}\ \xi + \eta, \quad v_T{}' = \sqrt{\eta\ (\xi + \eta)}, \quad v_{TL}{}' = -\ \xi\ \sqrt{\eta}/\sqrt{2}.$$

Определения функций отклика $R_i\ (Q^{\,2},\ \omega)$ с $Q^{\,2} = -\ q_\mu^2 < 0$ можно найти в [3].

2.5. Двухчастичное расщепление ядра ^{3}He линейно поляризованными фотонами. Амплитуда реакции

$$\vec{\gamma} + {}^3\text{He} \rightarrow p + d \tag{2.52}$$

для поглощения фотона с вектором поляризации $\boldsymbol{\varepsilon}_\lambda$ и импульсом $\mathbf{k}_\gamma$ в кулоновской калибровке имеет вид

$$T_\lambda = -\,e\,(2\pi/E_\gamma)^{1/2}\,\boldsymbol{\varepsilon}_\lambda\,\langle\Psi_{pd}^{(-)}|\mathbf{J}\,(\mathbf{k}_\gamma)|\Psi\rangle, \qquad (2.53)$$

здесь опущены дискретные индексы.

Соответствующее дифференциальное сечение

$$\frac{d\sigma_\lambda}{d\Omega_p} = \frac{d\sigma}{d\Omega_p}\,[1 + P\,\Sigma(\theta_p)\cos 2\phi_\lambda], \qquad (2.54)$$

где P — степень поляризации фотонного пучка, $d\sigma/d\Omega_p$ — сечение для неполяризованных фотонов, $\Sigma(\theta_p)$ — так называемый коэффициент асимметрии, θ_p (ϕ_λ) — угол протонной эмиссии (угол между вектором $\boldsymbol{\varepsilon}_\lambda$ ($\boldsymbol{\varepsilon}_\lambda \cdot \mathbf{k}_\gamma = 0$) и плоскостью реакции, образованной вектором $\mathbf{k}_\gamma$ и вектором $\mathbf{k}_p$ импульса испускаемого протона).

Коэффициент Σ определяется формулой:

$$\Sigma(\theta_p) = (d\sigma_{\|} - d\sigma_{\perp})/(d\sigma_{\|} + d\sigma_{\perp}), \qquad (2.55)$$

где $d\sigma_{\|} \equiv d\sigma_{\|}/d\Omega_p$ ($d\sigma_{\perp} \equiv d\sigma_{\perp}/d\Omega_p$) — угловое распределение протонов при $\phi_\lambda = 0$ ($\pi/2$) для полностью поляризованного фотонного пучка.

Наши вычисления [9,10,31,51,74—76] сечений $d\sigma_{\|}$ и $d\sigma_{\perp}$ были стимулированы в значительной степени первыми измерениями [77,78] с квазимонохроматическим фотонным пучком в ХФТИ (Харьков, Украина). Цель этих работ состояла в изучении механизмов двухчастичного расщепления ядра ^{3}He фотонами с энергиями выше гигантского резонанса ($E_\gamma \sim 10$ МэВ) вплоть до энергии образования Δ-изобары ($E_\gamma \approx 300$ МэВ). В этой связи исследовалась относительная роль прямого выбивания протонов и механизма отдачи, конкуренция одночастичного и двухчастичного механизмов фотопоглощения, обусловленных МОТ (см. разд.4).

Большое внимание уделялось нами эффектам ядерной структуры, в частности, из-за расхождения результатов расчетов в [79] и [80] сечений реакции ^{3}He (γ, p) d с неполяризованными фотонами, выполненных на базе фаддеевских волновых функций ядра ^{3}He для потенциала Рейда с мягким кором (РМК) [81]. Двухчастичные взаимодействия типа РМК (ср., например, парижский потенциал [82]) часто используются (см. [83] и ссылки там) в нерелятивистской задаче на собственные значения для ядерного гамильтониана:

$$H = K + V, \quad K = \sum_{\alpha=1}^{3} \mathbf{p}_\alpha^2/2m, \quad V = \sum_{\alpha<\beta=1}^{3} V(\alpha, \beta), \qquad (2.56)$$

где $\mathbf{p}_\alpha$ — оператор импульса нуклона с номером α, $V(\alpha, \beta)$ — оператор NN-взаимодействия, m — масса нуклона. В этом подходе волновые функции $\Psi_{pd}^{(-)}$ и Ψ являются собственными функциями H. Из-за больших вычислительных трудностей в [79,80] и в наших работах ВКС не учитывалось, т.е. функция pd-системы выбиралась в виде симметризованного произведения двух плоских волн. Конечно, при сравнении теории с экспериментом трудно заранее предугадать роль ВКС, однако можно надеяться, что она не столь велика при вычислении коэффициента Σ, поскольку он определяется отношением сечений (2.55) и эффекты ВКС «вычитаются». Существенным продвижением в решении этой сложной проблемы для непрерывного спектра являются результаты строгих численных расчетов в импульсном представлении, полученные в Бохуме [84] с реалистическими NN-силами (в частности, при описании двухчастичного расщепления ядра ^{3}He электронами [85]). Действительно, как подчеркивалось в [85], всякого рода приближения связаны с обрезанием расходящегося ряда* теории многократного рассеяния для конечного состояния $\langle\Psi_{pd}^{(-)}|$, что едва ли можно оправдать. В этом отношении не внушают доверия результаты работы [86] (ср. обсуждение в [87]). В таком же контексте следует рассматривать замену в рамках диаграммного подхода [88] матрицы перехода для pd-канала, включающую все перерассеяния в 3N-системе с испусканием протона и дейтрона в конечном состоянии, на амплитуду упругого pd-рассеяния на энергетической оболочке с некоторыми внеоболочечными продолжениями. Таким способом в теорию вводятся неконтролируемые факторы с параметрами для фитирования экспериментальных данных.

Наряду с проблемой ВКС весьма актуальным представляется изучение трехчастичных механизмов фотопоглощения в реакции ^{3}He (γ, p) d. Строго говоря, соответствующие вклады в электромагнитный ток ядра должны быть согласованы в смысле уравнения непрерывности для этого тока с 3N-силами, которые следует добавить к гамильтониану (2.56) (ср. [89]). Как известно, введение таких сил содержит много неопределенностей (см., например, [90,91]).

Излагаемый ниже формализм показывает возможный путь для получения различных n-частичных вкладов в ядерные силы и электромагнитный ток ядра.

*Этот ряд генерируется итерациями соответствующего интегрального уравнения по t-матрице для заданного $V(\alpha, \beta)$.

3. ИСПОЛЬЗУЕМЫЙ ФОРМАЛИЗМ

Часто употребляется тезис о том, что электромагнитные зонды являются точными инструментами для изучения ядерной структуры. На самом же деле теории электромагнитных взаимодействий с ядрами присущи многие трудности теории сильных взаимодействий [92]. Неотъемлемым атрибутом современных разработок в этой области является включение МОТ или токов взаимодействия. В нем находит отражение идея Юкавы о том, что ядерные силы обусловлены мезонным обменом. Электромагнитные зонды должны реагировать на обмены заряженными мезонами на расстояниях между нуклонами, меньшими или равными комптоновской длине волны пиона (наиболее легкого из мезонов). Принцип градиентной инвариантности, одним из следствий которого является закон сохранения электромагнитного тока для системы заряженных частиц (ядра), оказывается важным регулятором в установлении связей между мезонным обменом в *NN*-взаимодействии и МОТ.

Статусу МОТ в ядерной физике посвящена обширная литература (см. обзоры в [93,94], доклад [7] и [95,96]). Обычно эти токи вводятся либо в рамках *S*-матричного подхода (см. обзоры Чемптоба и Риски в [93]), либо с помощью метода Окубо [65]. Существуют другие способы построения двухчастичных и более сложных токов, согласованных с *NN*-взаимодействием (ср. [97,98] и нашу работу [99], в которой развивается подход Сакса [100] в феноменологической теории токов взаимодействия в ядрах). Отметим также наши работы [101,102], в которых идеи Окубо были распространены на случай одиночного фото- и электророждения пионов на ядрах.

3.1. Метод унитарного преобразования. Эффективные операторы. Для иллюстрации этого метода рассмотрим поглощение фотона (реального или виртуального) адронной системой, состоящей из взаимодействующих мезонов и нуклонов. Соответствующая амплитуда для перехода системы из состояния i в состояние f может быть записана в виде:

$$T_{\mathrm{if}} = \langle f | H_{\gamma MN} | i \rangle,$$

$$H_{\gamma MN} = \langle 0_\gamma | \mathcal{H}_{\gamma MN} | 1\gamma \rangle, \tag{3.1}$$

где $\mathcal{H}_{\gamma MN}$ — оператор взаимодействия электромагнитного поля с нуклонным и мезонными полями. Векторы $|i\rangle$ и $|f\rangle$, будучи собственными векторами гамильтониана $\mathcal{H}_S$:

$$\mathcal{H}_S = \mathcal{H}_N + \mathcal{H}_M + \mathcal{H}_{MN}, \tag{3.2}$$

где $\mathcal{H}_N$, $\mathcal{H}_M$ и $\mathcal{H}_{MN}$ — гамильтонианы нуклонного, мезонных полей и их взаимодействия, принадлежат фоковскому пространству R_{MN}-состояний системы.

Следуя [63], представим R_{MN} в виде прямой суммы подпространства R_0 без мезонов и дополнения к нему, т.е. для любого $|\Psi\rangle \in R_{MN}$ полагаем

$$|\Psi\rangle = P_0|\Psi\rangle + Q_0|\Psi\rangle,$$

где P_0 — проектор на R_0, $Q_0 = 1 - P_0$.

Вектору $|\Psi\rangle$ сопоставляется вектор $|\chi\rangle \in R_0$, такой, что

$$|\Psi\rangle = \Omega_0\{P_0\Omega_0^+\,\Omega_0 P_0\}^{-1/2}\,|\chi\rangle,$$

$$\Omega_0 = 1 + A_0, \tag{3.3}$$

где искомый оператор A_0 имеет структуру $A_0 = Q_0 A_0' P_0$ и удовлетворяет соотношению Окубо:

$$Q_0\{\mathcal{H}_S - [A_0, \mathcal{H}_S] - A_0\mathcal{H}_S A_0\}P_0 = 0. \tag{3.4}$$

Это нелинейное уравнение дает условие диагонализации $\mathcal{H}_S$ с помощью унитарного преобразования:

$$U_0 = \begin{Bmatrix} (1 + A_0^+A_0)^{-1/2} - A_0^+\,(1 + A_0A_0^+)^{-1/2} \\ A_0(1 + A_0^+A_0)^{-1/2} - (1 + A_0A_0^+)^{-1/2} \end{Bmatrix}. \tag{3.5}$$

Очевидно, имеем сохранение скалярного произведения

$$\langle\chi'|\chi\rangle = \langle\Psi'|\Psi\rangle \tag{3.6}$$

для двух пар (Ψ, χ) и (Ψ', χ'). Таким образом, сужение пространства состояний, осуществляемое в соответствии с (3.3), не нарушает вероятностной интерпретации, характерной для теоретико-полевого описания в более широком пространстве R_{MN}. Эта особенность подхода Окубо выгодно отличает его от метода проектирования (см. обзор Чемптоба в [93]).

В рамках такой алгебраической процедуры каждому оператору O в R_{MN} сопоставляется эффективный оператор O^{eff} в R_0:

$$O^{\text{eff}} = \Gamma_0^+ O\,\Gamma_0, \tag{3.7}$$

$$\Gamma_0 = \Omega_0\,\{P_0\,\Omega_0^+\,\Omega_0 P_0\}^{-1/2}. \tag{3.8}$$

Этот оператор является эрмитовым ($O^{\text{eff}+} = O^{\text{eff}}$), коль скоро таким свойством обладает O.

Далее, если $|\Psi\rangle$ является решением задачи на собственные значения в R_{MN}, т.е., например, $\mathcal{H}_S|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle$, то для соответствующего вектора $|\chi\rangle$ имеем

$$H^{\text{eff}} |\chi\rangle = E |\chi\rangle \tag{3.9}$$

с эффективным гамильтонианом

$$H^{\text{eff}} = \Gamma_0^+ \mathcal{H}_S \Gamma_0, \tag{3.10}$$

действующим в R_0. Разумеется, R_0 содержит нуклонные и антинуклонные компоненты. Последние можно исключить эффективным способом, используя снова процедуру Окубо.

Подход Окубо позволяет установить связи с квантово-механическим описанием, традиционным для ядерной физики. Но самое главное, он дает возможность избежать эмпиризма феноменологической теории, и уже известно несколько примеров его применений для развития трехмерного (ковариантного) формализма в теории взаимодействующих нуклонов [65,66,101—104]. Центральное место в нем занимает построение эффективных операторов (генераторов группы Пуанкаре и токов). Эти операторы являются многочастичными. Например,

$$H^{\text{eff}} = H^{[1]} + H^{[2]} + \ldots, \tag{3.11}$$

где $H^{[n]}$ обозначает n-частичный вклад (ср. (2.56)):

$$H^{[1]} = \sum_{\alpha=1}^{A} H_N(\alpha), \qquad H^{[2]} = \sum_{\alpha<\beta} V(\alpha, \beta), \tag{3.12}$$

где $H_N(\alpha)$ — гамильтониан свободного нуклона, $V(\alpha, \beta)$ — потенциал NN-взаимодействия. Последний может быть рассчитан (по крайней мере, для простейших механизмов мезонного обмена) на основе существующих моделей мезон-нуклонного взаимодействия. На этом пути естественным образом появляются $3N$-силы и более сложные взаимодействия.

То же самое относится к эффективному току

$$J_\mu^{\text{eff}}(\mathbf{x}) = \Gamma_0^+ J_\mu(\mathbf{x}) \Gamma_0, \tag{3.13}$$

где $J_\mu(\mathbf{x})$ — затравочный (нетеровский) ток, входящий в каноническую форму записи:

$$\mathcal{H}_{\gamma MN} = \int \langle 0_\gamma | A_\mu(\mathbf{x}, 0) | 1\gamma \rangle J^\mu(\mathbf{x})\, d\mathbf{x}. \tag{3.14}$$

Ток $J^\mu(\mathbf{x}) \equiv J^\mu(\mathbf{x}, 0)$ сохраняется:

$$i\,[J^0(\mathbf{x}), \mathcal{H}_S] = \operatorname{div} \mathbf{J}(\mathbf{x}) \tag{3.15}$$

и состоит из неминимальной части, сохраняющейся в отдельности, и части, которая получается из адронного лагранжиана с помощью рецепта минимальной подстановки. Например, в схеме псевдоскалярной связи для нуклонного (Ψ) и пионного ($\vec{\phi}$) полей эта последняя часть равна

$$J^{\mu}(\mathbf{x}) = J_N^{\mu}(\mathbf{x}) + J_{\pi}^{\mu}(\mathbf{x}),$$

$$J_N^{\mu}(\mathbf{x}) = e\,\overline{\Psi}(\mathbf{x})\,\gamma^{\mu}\pi_p\Psi(\mathbf{x}), \tag{3.16}$$

$$J_{\pi}^{\mu}(\mathbf{x}) = e\,[\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}) \times \partial^{\mu}\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})]_3,$$

где π_p — проектор на протонное состояние.

Операторы $J^{[n]}(\mathbf{x})$, входящие в разбиение

$$J^{\text{eff}}(\mathbf{x}) = J^{[1]}(\mathbf{x}) + J^{[2]}(\mathbf{x}) + \ldots, \tag{3.17}$$

могут быть классифицированы по количеству мезонов, участвующих в обмене, по типу промежуточных состояний для виртуальных процессов в адронной системе, и другим физическим признакам. Таким образом, возникает целая иерархия МОТ (см. [93]).

Сохранение тока $J^{\text{eff}}(\mathbf{x})$ является следствием (3.15):

$$i\,[J_0^{\text{eff}}(\mathbf{x}), H^{\text{eff}}] = \operatorname{div}\mathbf{J}^{\text{eff}}(\mathbf{x}). \tag{3.18}$$

Для амплитуды фотопоглощения с безмезонными каналами находим:

$$T_{if} = \int \langle\, 0_{\gamma}|A^{\mu}(\mathbf{x}, 0)|1\gamma\,\rangle\,\langle\, \chi_f|J_{\mu}^{\text{eff}}(\mathbf{x})|\chi_i\,\rangle\, d\mathbf{x}, \tag{3.19}$$

где по определению $|i\,\rangle = \Gamma_0|\chi_i\,\rangle$ и $|f\,\rangle = \Gamma_0|\chi_f\,\rangle$, или для фотонных состояний, удовлетворяющих условию Ферми,

$$T_{if} = [2\,(2\pi)^3\,E_{\gamma}]^{-1/2}\,\langle\, \chi_f|\varepsilon(\mathbf{k}_{\gamma})\,J^{\text{eff}}(\mathbf{k}_{\gamma})|\chi_i\,\rangle, \tag{3.20}$$

где $\varepsilon(\mathbf{k}_{\gamma})$ — вектор поляризации фотона с импульсом $\mathbf{k}_{\gamma}$ и энергией E_{γ} (ср. (2.53)).

Мы видим, что независимость интересующей нас амплитуды радиационного перехода от выбора калибровки электромагнитного поля, т.е. обращение (3.20) в нуль при замене $\varepsilon \to k_{\gamma}$, обеспечивается в том случае, когда, во-первых, выполняется (3.18), и, во-вторых, состояния χ_i и χ_f являются собственными состояниями эффективного гамильтониана H^{eff}. Более общее обсуждение вопросов, связанных с обеспечением градиентной инвариантности и градиентной независимости в теории электромагнитных взаимодействий с ядрами, дано в п. 3.3.

К сожалению, точное решение уравнения (3.4) до сих пор получить не удалось и удовлетворить первому требованию можно лишь приближенно. Эту проблему принято решать в рамках теории возмущений, т.е. путем разложения оператора A_0 по степеням констант сильного взаимодействия

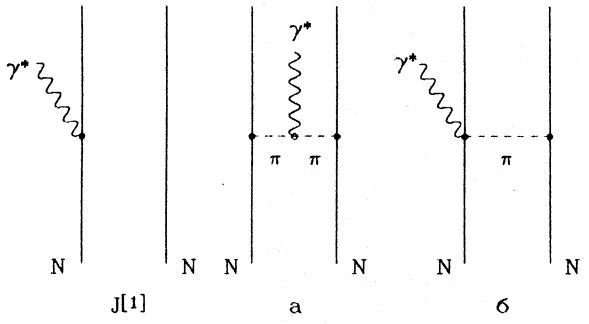


Рис.5. Различные вклады в электромагнитный ток ядра

[65]*. Однако даже после построения операторов H^{eff} и J^{eff}, согласованных в смысле (3.18), остаются вычислительные трудности с решением уравнения на собственные значения (3.9). Исключение составляет двухнуклонная задача, для которой разработан эффективный метод численного решения уравнения Липпмана — Швингера с нелокальным взаимодействием (см., например, [106] и ссылки там).

3.2. Модель электромагнитного тока ядра. Внеоболочечные эффекты. Простейшие МОТ. Эффекты МОТ, генерируемых π- и ρ-обменами, изучаются нами в течение ряда лет [7,9,10,12,15,18,19,31,38,67, 74—76]. Используемый оператор тока

$$J_\mu(\mathbf{q}) \equiv \int \exp(i\,\mathbf{qx})\, J_\mu^{\text{eff}}(\mathbf{x})\, d\mathbf{x} \tag{3.21}$$

состоит из одночастичного тока $J_\mu^{[1]}(\mathbf{q})$ и двухчастичного МОТ $J_\mu^{[2]}(\mathbf{q})$:

$$J_\mu = J_\mu^{[1]} + J_\mu^{[2]}. \tag{3.22}$$

Обычно нуклонный ток $J^{[1]}(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha=1}^{A} J_\alpha(\mathbf{x})$ (рис.5), включающий кулоновский, конвекционный, спиновый и спин-орбитальный вклады, получают, применяя преобразование Фолди — Ваутхойзена к уравнению Дирака для нуклона во внешнем электромагнитном поле. Результирующие выражения [107,108] содержат дираковский $F_1(q_\mu^2)$ и паулиевский $F_2(q_\mu^2)$ формфакторы нуклона. Сходом с массовой оболочки нуклона, поглощающего фотон, пренебрегают. Хотя расчеты, которые обсуждаются ниже, сделаны в этом приближении, следует отметить, что в рамках процедуры Окубо проблема учета внеоболочечных эффектов имеет простое решение.

*В приложении А задача диагонализации «сильного» гамильтониана исследуется в рамках точно решаемой модели теории поля [105].

В самом деле, следуя п.3.1, находим для матричного элемента от оператора плотности тока $J_\mu(x)$ при $x = (\mathbf{x}, 0) = 0$ между *in* (*out*)-состояниями нуклона в R_{MN}:

$$\langle\, p',\, out \mid J_\mu(0) \mid p;\, in \,\rangle = \langle\, \mathbf{p}' \mid J_\mu^{[1]}(0) \mid \mathbf{p} \,\rangle, \tag{3.23}$$

где $|\mathbf{p}\rangle \equiv |\chi_{\mathbf{p}}\rangle$ и $|\mathbf{p}'\rangle \equiv |\chi_{\mathbf{p}'}\rangle \in R_0 \subset R_{MN}$ (спиновые и изоспиновые индексы опущены). Другие пояснения, касающиеся различий между *in* (*out*)-векторами и их Окубо-партнерами можно найти в приложении А.

По определению (см., например, [109], с.242) для левой части (3.23) имеем

$$\langle\, p';\, out|J_\mu(0)|p;\, in \,\rangle = \bar{u}'(p')\, \Gamma_\mu(p', p)\, u(p) \tag{3.24}$$

с γNN-вершинной функцией на массовой оболочке $p'^2 = p^2 = m^2$:

$$\Gamma_\mu(p', p) = F_1[(p' - p)^2]\, \gamma_\mu + iF_2[(p' - p)^2]\, \sigma_{\mu\nu}(p' - p)^\nu / 2m. \tag{3.25}$$

Дираковские спиноры в (3.24) выражаются через двухкомпонентные паулиевские спиноры φ:

$$u(p) = \left[\frac{E_{\mathbf{p}} + m}{2E_{\mathbf{p}}}\right]^{1/2} \begin{pmatrix} 1 \\ \dfrac{\sigma\,\mathbf{p}}{E_{\mathbf{p}} + m} \end{pmatrix} \varphi,$$

$$E_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}\,. \tag{3.26}$$

В сочетании с (3.24) — (3.25) соотношение (3.22) дает рецепт построения искомого одночастичного вклада во всех порядках по константам сильного взаимодействия (ср. процедуру внеоболочечного продолжения в [69]). Это построение лишено каких-либо неоднозначностей и его логично использовать в расчетах с ядерными волновыми функциями. Оно достаточно конструктивно, поскольку для нуклонов на массовой оболочке имеем $(p' - p)^2 = \mathbf{q}^2 - (E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}} - E_{\mathbf{p}})^2 \geq 0$, т.е. формфакторы $F_{1,2}$ определены в физической (пространственноподобной) области.

Результаты нерелятивистской редукции выражения (3.24) сравниваются с теми, которые были получены в [107,108], а также в нашей работе [110]. Различия между ними могут оказаться существенными вдали от квазисвободной области, когда разность $E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}} - E_{\mathbf{p}}$ может заметно отличаться от значения $\omega_{\max} = q_\mu^2 / 2m$. Поскольку эта редукция основана на предположениях, что $p/m << 1$ и $p'/m << 1$, то по мере зондирования высокоимпульсных компонент волновых функций и продвижения в область больших переданных импульсов, когда приходится рассматривать не столь сильные неравенства, полезными могут быть формулы приложения Б для коэффициентов

разложения (3.24) по полному набору матриц $\{1, \vec{\sigma}\}$ в спиновом пространстве нуклона.

Отметим, что закон сохранения

$$(p' - p)_\mu \, \bar{u}(p') \, \Gamma^\mu(p', p) \, u(p) = 0 \tag{3.27}$$

равносилен четырем независимым условиям для этих коэффициентов. При нерелятивистской редукции (3.27) порождает цепочку соотношений для компонент $\langle p'|J(0)|p \rangle = (\rho, \mathbf{J})$:

$$\mathbf{q}\mathbf{J}^{(l)} = \sum_{m+n=l} (E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}} - E_{\mathbf{p}})^{(m)} \, \rho^{(n)} \qquad (l = 1, 3, \ldots), \tag{3.28}$$

где верхние индексы обозначают порядок вклада в разложение по обратным степеням массы нуклона. Например,

$$E' - E = (E' - E)^{(1)} - (E' - E)^{(3)} + \ldots .$$

$$(E' - E)^{(1)} = \mathbf{P}\mathbf{q} / 2m, \qquad (E - E')^{(3)} = -\mathbf{P}\mathbf{q}\,(\mathbf{P}^2 + \mathbf{q}^2)/\,16m^3,$$

где $\mathbf{P} = \mathbf{p}' + \mathbf{p} = 2\mathbf{p} + \mathbf{q}$.

Очевидно, каждое из соотношений (3.28) выполняется в отдельности для F_1- и F_2-частей тока. Кроме того, конвекционная и спин-орбитальная части тока, а также его часть, отвечающая взаимодействию Дарвина — Фолди, сохраняются независимо.

Ядерные матричные элементы от оператора $J^{[1]}$ не удовлетворяют условию градиентной независимости, т.е., вообще говоря,

$$\omega \langle f|J_0^{[1]}(0)|i \rangle \neq \mathbf{q} \langle f|\mathbf{J}^{[1]}(0)|i \rangle. \tag{3.29}$$

Исключения обсуждаются в [111].

Рассмотрим теперь МОТ, порождаемые однопионным обменом:

$$J^{[2]}(\mathbf{q}) = J_{\pi NN}(\mathbf{q}) + J_{\pi CC}(\mathbf{q}),$$

где $J_{\pi CC}$ — пионный ток (рис.5,*а*), $J_{\pi NN}$ — так называемый контактный ток (рис.5,*б*) («seagull current»).

После нерелятивистской редукции находим, что

$$J_0^{[2]}(\mathbf{q}) = 0, \tag{3.30}$$

$$\mathbf{J}_{\pi NN} = \sum_{\alpha < \beta} \mathbf{J}_{SG}(\alpha, \beta), \tag{3.31}$$

где в импульсном представлении

$$\langle \mathbf{p}'_\alpha, \mathbf{p}'_\beta \,|\, \mathbf{J}_{SG}(\alpha, \beta) \,|\, \mathbf{p}_\alpha, \mathbf{p}_\beta \rangle = \delta(\mathbf{p}'_\alpha + \mathbf{p}'_\beta - \mathbf{p}_\alpha - \mathbf{p}_\beta - \mathbf{q})\, \mathbf{J}_{SG}(\mathbf{k}_\alpha, \mathbf{k}_\beta),$$

$$\mathbf{J}_{SG}(\mathbf{k}_\alpha, \mathbf{k}_\beta) = \frac{i}{2}\left(\frac{f}{\pi m_\pi}\right)^2 [\boldsymbol{\tau}(\alpha) \times \boldsymbol{\tau}(\beta)]_3 \, F_1^V(q_\mu^2) \times$$

$$\times \left\{ \frac{\boldsymbol{\sigma}(\alpha)\,\mathbf{k}_1}{\omega_\alpha^2}\,\boldsymbol{\sigma}(\beta)\,F_{\pi NN}^2(\mathbf{k}_\alpha^2) - \boldsymbol{\sigma}(\alpha)\,\frac{\boldsymbol{\sigma}(\beta)\,\mathbf{k}_2}{\omega_\beta^2}\,F_{\pi NN}^2(\mathbf{k}_\beta^2) \right\}, \qquad (3.32)$$

$$\omega_{\alpha,\beta}^2 = \mathbf{k}_{\alpha,\beta}^2 + m_\pi^2, \qquad \mathbf{k}_{\alpha,\beta} = \mathbf{p}'_{\alpha,\beta} - \mathbf{p}_{\alpha,\beta},$$

где f — константа псевдовекторной πN-связи, m_π — масса пиона, $\tau(i)$ — изоспиновый вектор Паули, $F_1^V(q_\mu^2)$ — изовекторный формфактор нуклона. Мы видим также, что (3.32) содержит «сильный» πNN-формфактор, введение которого позволяет учесть эффекты конечности размера нуклона. Для этого формфактора использовалась монопольная форма параметризации:

$$F_{\pi NN}(\mathbf{k}^2) = (\Lambda^2 - m_\pi^2)/(\Lambda^2 + \mathbf{k}^2), \qquad (3.33)$$

где $\mathbf{k}$ — импульс пиона.

Оператор $J_{\pi CC}$ удовлетворяет уравнению непрерывности (см. [112] и ссылки там):

$$\mathbf{q}\,(\mathbf{J}_{\pi CC}(\mathbf{k}) + \mathbf{J}_{\pi NN}(\mathbf{q}) = [J_0^{[1]}(\mathbf{q}), V_{OPEI}], \qquad (3.34)$$

где взаимодействие V_{OPEI} получается из потенциала однопионного обмена путем введения формфактора (3.33) в πNN-вершины. Как подчеркивалось в [112], при некотором оптимальном выборе $\Lambda = 4m_\pi$ радиальная зависимость V_{OPEI} напоминает поведение потенциала Рейда с мягким кором (РМК) (особенно его тензорной части) на расстояниях $r \geq (4m_\pi)^{-1}$. Более тщательно свойства V_{OPEI} изучались в [51]. Таким образом, используемый в наших расчетах электромагнитный ток ядра удовлетворяет уравнению непрерывности с NN-взаимодействием, близким к реалистическому потенциалу РМК.

3.3. Критерий Вейля. Условия градиентной инвариантности теории. Градиентная независимость *S*-матрицы. Обобщенное тождество Уорда — Такахаши. Говоря о трудностях, присущих теории электромагнитных взаимодействий ядер, хотелось бы выделить две проблемы, которым в последнее время уделяется все большее внимание:

1) обеспечение градиентной инвариантности и градиентной независимости электромагнитных процессов на ядрах;

2) удовлетворение требованиям специальной теории относительности.

Свойства градиентной инвариантности для системы заряженных частиц (полей), взаимодействующих с электромагнитным полем, можно сформулировать, обращаясь к критерию Вейля [113]:

$$H\{A'_\mu\} = UH\{A_\mu\}U^+ + iU^+\frac{\partial U}{dt}, \tag{3.35}$$

где функционал $H\{A_\mu\}$ — гамильтониан системы (ядра) в электромагнитном поле с потенциалом

$$A_\mu(\mathbf{x}, t) = (A^0(\mathbf{x}, t), \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)).$$

Условие (3.35) выражает инвариантность уравнения Шредингера

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = H\{A_\mu\}\Psi$$

при градиентном преобразовании

$$A'_\mu(\mathbf{x}, t) = A_\mu(\mathbf{x}, t) + \partial_\mu G(\mathbf{x}, t) \tag{3.36}$$

с произвольной функцией G $(\mathbf{x}, t)$, которому, по определению, может быть сопоставлено некоторое унитарное преобразование U: $\Psi' = U\Psi$.

Существование U доказывается прямым построением (см., например, [42], где это демонстрируется в задачах нерелятивистской квантовой механики и квантовой теории поля). Так, для системы взаимодействующих нерелятивистских нуклонов, когда $H\{A_\mu\}$ получают из ядерного гамильтониана с помощью рецепта минимальной подстановки $\partial_\mu \to \partial_\mu + ieA_\mu$, искомое преобразование может быть определено следующим образом:

$$U = e^{i\chi}, \qquad \chi = \int \rho(\mathbf{x})\, G(\mathbf{x}, t)d\mathbf{x}, \tag{3.37}$$

где $\rho(\mathbf{x})$ — оператор зарядовой плотности. Выделим в H невозмущенную часть H_0 и взаимодействие H_I ядра с электромагнитным полем:

$$H = H_0 + H_I, \qquad H_I = H^{(1)}\{A_\mu\} + H^{(2)}\{A_\mu\} + \ldots . \tag{3.38}$$

Здесь верхний индекс обозначает порядок по e. В канонической форме имеем:

$$H^{(1)}\{A_\mu\} = \int A_\mu(\mathbf{x})\, J^\mu(\mathbf{x})d\mathbf{x},$$

где $J^\mu(\mathbf{x}) = (\rho(\mathbf{x}), \mathbf{J}(\mathbf{x}))$ — оператор плотности электромагнитного тока ядра.

Выражение для H_I без разложения по степеням заряда e в случае NN-сил, произвольным образом зависящих от скорости, можно найти в [99].

Соответствующий ток* представляет собой сумму одночастичного $J^{[1]}$ и двухчастичного $J^{[2]}$ токов:

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}^{[1]}(\mathbf{x}) + \mathbf{J}^{[2]}(\mathbf{x}),$$

$$\mathbf{J}^{[1]}(\mathbf{x}) = (2m)^{-1} \sum_{\alpha=1}^{A} \{\mathbf{p}_\alpha \rho_\alpha(\mathbf{x}) + \rho_\alpha(\mathbf{x})\, \mathbf{p}_\alpha\},$$

$$\mathbf{J}^{[2]}(\mathbf{x}) = -\frac{i}{2} \sum_{\alpha<\beta} \int d\mathbf{y} \int_0^1 ds \left[\rho_\alpha\left(\mathbf{x} + \frac{1}{2}\mathbf{y}s\right) - \rho_\beta\left(\mathbf{x} - \frac{1}{2}\mathbf{y}s\right)\right] \times \tag{3.39}$$

$$\times\, \mathbf{y} \exp\left[-\frac{i}{2}(\mathbf{p}_\alpha - \mathbf{p}_\beta)\,\mathbf{y}\right] V(\mathbf{r}_\alpha - \mathbf{r}_\beta + \mathbf{y}, \mathbf{r}_\alpha - \mathbf{r}_\beta),$$

где $\mathbf{r}_\alpha$ ($\mathbf{p}_\alpha$) — оператор координаты (импульса) нуклона с номером α, оператор $\rho_\alpha(\mathbf{x}) = e(\alpha) f(\mathbf{x} - \mathbf{r}_\alpha)$ с функцией $f(\mathbf{y})$, характеризующей распределение заряда в нуклоне, $\rho(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha=1}^{A} \rho_\alpha(\mathbf{x})$. Операторная функция $V(\mathbf{r}_\alpha - \mathbf{r}_\beta + \mathbf{y}, \mathbf{r}_\alpha - \mathbf{r}_\beta)$ определяет *NN*-взаимодействие:

$$V(\alpha, \beta) = \int \exp\left[-\frac{i}{2}(\mathbf{p}_\alpha - \mathbf{p}_\beta)\mathbf{y}\right] V(\mathbf{r}_\alpha - \mathbf{r}_\beta + \mathbf{y}, \mathbf{r}_\alpha - \mathbf{r}_\beta) d\mathbf{y}\,.$$

Тем самым устанавливается непосредственная связь между свойствами тока $J^{[2]}$ (в частности, его поведением на малых расстояниях) и свойствами *NN*-сил. Особенно наглядной эта связь становится в случае сил майорановского типа:

$$V_M(\alpha, \beta) = P_M(\alpha, \beta)\, V(\mathbf{r}_{\alpha\beta}),$$

для которых

$$V(\mathbf{r} + \mathbf{y}, \mathbf{r}) = V(\mathbf{r})\, \delta(2\mathbf{r} + \mathbf{y}).$$

Более детально этот случай рассмотрен в [99] (см. также [38]).

Критерий Вейля важен с практической точки зрения, т.к. налагает определенные ограничения на $H^{(n)}\{A_\mu\}$. Например, для калибровочных преобразований, не зависящих от времени, он дает

$$H^{(1)}\{A'_\mu\} = i\,[\chi, H_0] + H^{(1)}\{A_\mu\}, \tag{3.40}$$

$$H^{(2)}\{A'_\mu\} = \frac{i^2}{2!}[\chi, [\chi, H_0]] + H^{(2)}\{A_\mu\} + i\,[\chi, H^{(1)}\{A_\mu\}]. \tag{3.41}$$

*Для простоты мы опускаем неминимальные вклады.

Из первого соотношения следует уравнение непрерывности для тока

$$\mathrm{div}\ \mathbf{J}(\mathbf{x}) = i\,[\rho\,(\mathbf{x}),\, H_0] \tag{3.42а}$$

или, в эквивалентной форме,

$$[\mathbf{P},\, \mathbf{J}(0)] = [H_0,\, \rho(0)], \tag{3.42б}$$

а второе может быть полезным при изучении роли МОТ в процессах с участием двух (комптоновское рассеяние) и более фотонов.

Итак, мы показали, что критерий Вейля порождает условия градиентной инвариантности в разных порядках по e на операторном уровне. Важно подчеркнуть, следуя [42], что даже при выполнении соответствующих операторных соотношений типа (3.40), (3.41) приходится заботиться о независимости амплитуды какого-либо электромагнитного перехода от выбора калибровки.

В самом деле, условие градиентной независимости для однофотонного процесса с передачей энергии ω и импульса $\mathbf{q}$ дает

$$\omega\,\langle f|\,\rho\,(0)\,|\,i\,\rangle = \mathbf{q}\,\langle f|\,\mathbf{J}(0)\,|\,i\,\rangle. \tag{3.43}$$

Очевидно, это соотношение является следствием (3.42б) для матричных элементов между точными состояниями системы:

$$H_0\,|\,i\,\rangle = E_i\,|\,i\,\rangle,\ \ H_0\,|f\,\rangle = E_f|f\,\rangle$$

на энергетической оболочке; $\omega = E_f - E_i$ для фотопоглощения.

Другими словами, выполнение (2.7) не является достаточным для градиентной независимости амплитуд электромагнитных переходов: его следует дополнить требованием, чтобы начальная и конечная волновые функции были собственными функциями гамильтониана H_0. Ясно, что удовлетворить этому условию в практических расчетах (особенно ядерных) с многочастичными волновыми функциями весьма затруднительно.

Интересно отметить, что условия (3.42), (3.43) можно объединить в одном операторном обобщении тождества Уорда — Такахаши, если, используя уравнение непрерывности для тока, написать

$$q^{\mu} J_{\mu}(\mathbf{q}) = \omega\,\rho(\mathbf{q}) - [H,\, \rho(\mathbf{q})] = G\,(z_f)\,\rho(\mathbf{q}) - \rho(\mathbf{q})\,G^{-1}(z_i), \tag{3.44}$$

где $G(z)$ есть пропагатор $G(z) = (z - H)^{-1}$ для заданного гамильтониана H*, а произвольные параметры z_i и z_f подчинены условию $z_f - z_i = \omega$.

Усредняя теперь обе части (3.44) по собственным состояниям H и полагая $z_i = E_i$ и $z_f = E_f$, немедленно получим условие градиентной независимости;

$$q^{\mu} \langle f | J_{\mu}(\mathbf{q}) | i \rangle = 0. \tag{3.45}$$

3.4. Об эффективных способах обеспечения градиентной независимости. Расширение теоремы Зигерта. Используя уравнение непрерывности, можно выразить вклад продольной части тока через матричный элемент от зарядовой плотности $\rho(\mathbf{x})$, которая подвержена влиянию МОТ в меньшей степени по сравнению с другими компонентами тока (см. обсуждение в [7]). Благодаря этому такой прием является одним из эффективных средств включения МОТ в описание инклюзивных и эксклюзивных реакций, вызываемых электронами (см., например, [115]).

В контексте кажется полезным следующее обобщение теоремы Зигерта [116], которое по существу было сделано давно в работах Сакса [100] и Фолди [117] и переоткрыто сравнительно недавно [118]. Как показано в [118], амплитуда радиационного процесса с испусканием (поглощением) одного фотона может быть записана следующим образом в терминах напряженности электрического $\mathbf{E}$ и магнитного $\mathbf{H}$ полей:

$$T_{if} = \mathbf{E}(\mathbf{k}_{\gamma}) \langle f | \mathbf{D}(\mathbf{k}_{\gamma}) | i \rangle + \mathbf{H}(\mathbf{k}_{\gamma}) \langle f | \mathbf{M}(\mathbf{k}_{\gamma}) | i \rangle, \tag{3.46}$$

где $\mathbf{D}(\mathbf{k}_{\gamma})$ ($\mathbf{M}(\mathbf{k}_{\gamma})$) — обобщенный дипольный электрический (магнитный) момент ядра:

$$\mathbf{D}(\mathbf{k}) = \int_0^1 d\lambda \int e^{i\lambda \mathbf{k}\mathbf{x}}\, \mathbf{x}\, \rho(\mathbf{x})\, d\mathbf{x}, \tag{3.47}$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{k}) = \int_0^1 \lambda d\lambda \int \mathbf{x} \times \mathbf{J}(\mathbf{x})\, e^{i\lambda \mathbf{k}\mathbf{x}}\, d\mathbf{x}. \tag{3.48}$$

Очевидно, выражение (3.46) является явно калибровочно-независимым. Отметим также, что $\mathbf{D}(\mathbf{k} = 0)$ ($\mathbf{M}(\mathbf{k} = 0)$) совпадает с оператором дипольного электрического (магнитного) момента системы. Нетрудно видеть, что в длинноволновом пределе ($\mathbf{k}_{\gamma} \to 0$) формула (3.46) дает результат Зигерта,

*В отличие от [114], где результат (3.44) был получен с акцентом на нерелятивистскую задачу ($H = K + V$), мы видим, что он справедлив в более общем случае (например, для нетеровского тока и соответствующего $\mathcal{H}$).

широко используемый в теории фотоядерных реакций. В отличие от его обобщения на уровне различных форм разложения электромагнитного тока по мультиполям (см. [119] и ссылки там) соотношение (3.46) позволяет обойтись без таких разложений, что упрощает рассмотрение в области промежуточных энергий, когда начинают давать вклады сразу много мультиполей.

В нашей работе [120] выражение, подобное (3.46), было установлено без традиционного разбиения электромагнитного тока на конвекционный ток, связанный с движением ядра как целого, и внутренний ток. Соответствующий результат на импульсной оболочке выглядит следующим образом:

$$T_{if}^{\text{об}} = \mathbf{E}(\mathbf{k}_\gamma)\, \mathbf{D}_{if}(\mathbf{k}_\gamma) + \mathbf{H}(\mathbf{k}_\gamma)\, \mathbf{M}_{if}(\mathbf{k}_\gamma), \tag{3.49}$$

$$\mathbf{D}_{if}(\mathbf{k}) = (E^f_{\mathbf{P}_f} - E^i_{\mathbf{P}_i}) \int_0^1 \nabla_{\mathbf{k}} \times \{(E^f_{\mathbf{P}_i + \lambda\mathbf{k}} - E_{\mathbf{P}_i}) \times$$

$$\times \langle\, \mathbf{P}_i + \lambda\mathbf{k}, f\, |\mathbf{J}(0)|\mathbf{P}_i\,,\, i\,\rangle\} \frac{d\lambda}{\lambda}\,, \tag{3.50}$$

$$\mathbf{M}_{if}(\mathbf{k}) = i \int_0^1 \nabla_{\mathbf{k}} \times \langle\, \mathbf{P}_i + \lambda\mathbf{k}, f\, |\mathbf{J}(0)|\mathbf{P}_i\,,\, i\,\rangle\, d\lambda, \tag{3.51}$$

где $E^i_{\mathbf{P}}$ ($E^f_{\mathbf{P}}$) — энергия начального (конечного) состояния адронной системы с импульсом $\mathbf{P}$.

Соотношение (3.44) пригодно для обеспечения градиентно-независимых вычислений как в нерелятивистском описании, так и в релятивистских подходах (например, в формализме Бете — Солпитера).

3.5. Условия ковариантности описания электромагнитных взаимодействий адронной системы. Локальный аналог теоремы Зигерта. Выше уже использовалось свойство преобразования оператора $J_\mu(x)$ относительно трансляций системы отсчета. Свойства преобразования этого оператора относительно группы Лоренца можно сформулировать с помощью соотношения:

$$U^+(\Lambda)\, J_\mu(0) U(\Lambda) \Lambda^\mu_\nu = J_\nu(0), \tag{3.52}$$

где $U(\Lambda)$ — оператор, отвечающий преобразованию Лоренца:

$$x' = \Lambda x \quad (x'_\mu = \Lambda^\nu_\mu (x_\nu).$$

Из (3.52) следуют также соотношения с генераторами группы Лоренца $\mathcal{M}^{\mu\nu}$ (ср. [121]):

$$i\,[\mathcal{M}^{\mu\nu}, J_\lambda(0)] = I^{\mu\nu\rho}_\lambda J_\rho(0),$$

$$I_{\rho}^{\mu\nu\lambda} = g^{\nu\lambda}\delta_{\rho}^{\mu} - g^{\mu\lambda}\delta_{\rho}^{\nu}, \tag{3.53}$$

где метрический тензор $g_{\mu\nu}$, как и всюду в данной работе (см., например, (2.10)), имеет компоненты

$$g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1.$$

Отсюда для генератора бустов $\mathcal{K} = (\mathcal{M}^{10}, \mathcal{M}^{20}, \mathcal{M}^{30})$ находим

$$i\,\mathbf{J}(0) = [\mathcal{K}, J^{0}(0)] \tag{3.54}$$

или

$$\langle f \mid J^{l}(0) \mid i \rangle = \frac{\partial}{\partial \beta_{l}} \langle f' \mid J^{0}(0) \mid i' \rangle \Big|_{\beta_{l}=0} \qquad (l = 1,2,3), \tag{3.55}$$

где преобразованные состояния при движении системы отсчета вдоль l-й оси со скоростью v зависят от параметра $\beta_{l} = v/c$.

Сравнивая (3.55) с условием градиентной независимости (3.43), мы видим, что в то время, как это условие позволяет выразить матричный элемент от продольной компоненты тока через матричный элемент от его временной компоненты, пространственная часть тока с правильными свойствами преобразования относительно группы Лоренца может быть целиком восстановлена по этой компоненте.

Соотношение (3.54) позволяет получить локальный аналог теоремы Зигерта [122]:

$$\mathbf{J}(0) = i\,[\mathcal{H}_{S}(0), \mathbf{D}], \tag{3.56}$$

где $\mathbf{D} = \int \mathbf{x}\, J^{0}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$ есть оператор дипольного электрического момента системы. Напомним, что, как в п.3.1, рукописные буквы используются здесь для операторов, действующих в фоковском пространстве состояний системы взаимодействующих полей.

Доказательство (3.56) может быть основано на канонической форме записи для нетеровского углового момента:

$$\mathcal{K} = \int \mathbf{x}\, \mathcal{H}_{S}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \tag{3.57}$$

где гамильтонова плотность $\mathcal{H}_{S}(\mathbf{x})$ равна компоненте $\tau^{00}(\mathbf{x})$ симметризованного тензора энергии-импульса $\tau^{\mu\nu}(\mathbf{x}) = \tau^{\nu\mu}(\mathbf{x})$ (тензора Белинфанте).

Подставляя (3.57) в (3.54) и замечая, что

$$\left[\int \mathbf{x}\, \mathcal{H}_{S}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, J^{0}(0) \right] = -\int \mathbf{x}\, e^{-i\mathcal{P}\mathbf{x}} [\mathcal{H}_{S}(0), J^{0}(\mathbf{x})]\, e^{-i\mathcal{P}\mathbf{x}} d\mathbf{x},$$

для собственных векторов импульса $\mathcal{P}$ находим

$$\langle f \mid \mathbf{J}(0) \mid i \rangle = i \langle f \mid [\mathcal{H}_S(0), \mathbf{D}(\mathbf{q})] \mid i \rangle ,$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{q}) = \int e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}} \mathbf{x}\, J^0(\mathbf{x}) d\mathbf{x},$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{P}_f - \mathbf{P}_i .$$

Далее, можно показать, что для любого $\mathbf{q}$

$$i\,[\mathcal{H}_S(0), \mathbf{D}(\mathbf{q})] = i\,[\mathcal{H}_S(0), \mathbf{D}] = \mathbf{J}(0).$$

Ряд следствий (3.56) для ковариантного и градиентно-инвариантного описания электромагнитных взаимодействий с ядрами рассматривается в [122]. В частности, имеем в нуклонном секторе R_0

$$\mathbf{J}^{\text{eff}}(0) = [\mathcal{H}^{\text{eff}}(0), \mathbf{D}^{\text{eff}}]. \tag{3.58}$$

Эта формула справедлива, если выполняется условие диагонализации для $\mathcal{H}_S(0)$, т.е.

$$Q_0(\mathcal{H}_S(0) - [A_0, \mathcal{H}_S(0)] - A_0\mathcal{H}_S(0)A_0)P_0 = 0, \tag{3.59}$$

что равносильно (3.4), коль скоро искомый оператор A_0 обладает свойством трансляционной инвариантности (ср. обсуждение в [66]).

Не менее важно то, что при выполнении (3.59) некоммутирующие операторы одновременно приводятся к квазидиагональной форме, например

$$U_0^+ \mathcal{K} U_0 = \begin{Vmatrix} \mathcal{K}_{P_0P_0} & 0 \\ 0 & \mathcal{K}_{Q_0Q_0} \end{Vmatrix},$$

$$U_0^+ \mathcal{H}_S U_0 = \begin{Vmatrix} H_{P_0P_0} & 0 \\ 0 & H_{Q_0Q_0} \end{Vmatrix}.$$

Генератор $\mathbf{K}^{\text{eff}}\mathbf{K}_{P_0P_0}$ определяет преобразования относительно бустов векторов $\in R_0$.

Далее, комбинируя (3.59) и (3.42б), получаем соотношение

$$[H_S^{\text{eff}}, \rho(0)] = i\,[\mathbf{P}, [H_S^{\text{eff}}(0), \mathbf{D}^{\text{eff}}]]$$

или

$$\omega \langle f \mid \rho(0) \mid i \rangle = i\,\mathbf{q} \langle f \mid [H_S^{\text{eff}}(0), \mathbf{D}^{\text{eff}}] \mid i \rangle,$$

которые накладывают определенные ограничения на оператор плотности $\rho(\mathbf{x})$ зарядового распределения нуклонов в ядре, входящий в

$$\mathbf{D}^{\text{eff}} = \int \mathbf{x}\, \rho(\mathbf{x}) d\mathbf{x}.$$

Приложение результатов, полученных в пп.3.4 и 3.5, будет сделано в других работах.

4. МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

4.1. Реакция $d(e, e'p)n$. Поляризация протонов в кинематиках Сакле. Наши вычисления отличаются от тех, которые были выполнены Аренховелом и др. [13,39]. В частности, мы обходимся без стандартных разложений тока по мультиполям, электрическая часть которых рассчитывалась этими авторами посредством рецепта Зигерта*. Благодаря этому нам не приходится вычислять и контролировать одновременно вклады многих парциальных переходов между начальным и конечным состояниями. Кроме того, наше рассмотрение проводилось в импульсном представлении. Не останавливаясь на всех деталях, которые можно найти в [12,15], отметим, что парциальные волны $\Psi^{(-)JST}_{P\,ll'\,0}(p)$ в разложении конечного состояния были рассчитаны с использованием так называемого метода обращения матрицы [106,123]. Характерная черта этого метода — отделение «радиальной» зависимости искаженной волны:

$$\Psi^{a}_{ll'}(p) = \sum_{k=1}^{k=N+1} B^{a}_{ll'}(k)\, \delta(p - p_k)/p_k^2 \,, \qquad (4.1)$$

где коэффициенты $B^{a}_{ll'}(k)$ являются решениями системы алгебраических уравнений, приближенно эквивалентной исходному интегральному уравнению задачи рассеяния (в данном случае для R-матрицы np-рассеяния), N — размерность этой системы, $\{p_k\}$ — совокупность точек в p-пространстве, связанных с узлами Гаусса в области $[-1, 1]$.

Структура (4.1) позволяет существенно продвинуться в аналитическом вычислении амплитуд (2.3) (например, свести шестикратные интегралы перекрытия с МОТ к однократным интегралам [12,15]).

В [12,15] угловые распределения и поляризация протонов в $d(e,e'\vec{p})n$ были рассчитаны, прежде всего, вдали от квазисвободного пика в сечениях инклюзивной (e, e')-реакции на дейтроне (рис.6). В такой кинематике можно ожидать, что ВКС и МОТ играют важную роль. Эти расчеты были выполнены с парижским потенциалом [82]. ВКС искажения были учтены в парциальных np-состояниях со значениями полного углового момента

*На наш взгляд, такой прием не является необходимым, поскольку при выводе рабочих формул (2.4) и (2.8) продольная компонента тока исключалась дважды.

Рис.6. Схематическое изображение характерных областей в энергетических спектрах электронов для инклюзивной $d(e,e')$-реакции (КСП — квазисвободный пик)

$J \le J_{max} = 2$. Сходимость результатов относительно включения ВКС в более высоких парциальных волнах обсуждается в [15].

Были рассмотрены прямой механизм выбивания протонов (импульсное приближение с плоскими волнами (PWIA)) и механизм отдачи, обусловленный электромагнитным взаимодействием с нейтроном-спектатором (борновское приближение — BA).

На рис.7—8 результаты наших вычислений показаны вместе с данными Сакле [40,41]. Мы видим, что влияние механизма отдачи увеличивается с ростом импульса n' спектатора. В кинематике Сакле III соответствующий вклад становится сравнимым с тем, который происходит от прямого механизма. Как видно на рис.7, результаты борновского приближения отличаются (иногда заметно) от данных Сакле. Те же самые тенденции наблюдались в предыдущих нерелятивистских вычислениях [39].

Сопоставляя эти работы с исследованиями [124], выполненными в рамках так называемого релятивистского импульсного приближения (RIA), отметим, что сечения* из [124] отличаются от наших и рассчитанных в [39]: кривые на рис.1 [124], отвечающие t-полюсному вкладу в амплитуду реакции $d(e,e'p)n$, лежат гораздо ниже PWIA кривых на рис.7 при $n' > 200$ МэВ/с. Кроме того, конкуренция вкладов прямого механизма и механизмов отдачи, установленная в [124], противоположна показанной на рис.7, а именно согласно [124] учет u-полюсного вклада, т.е. взаимодействия виртуального фотона с нейтроном-спектатором, уменьшает вычисленные сечения.

Пожалуй, главной причиной этих расхождений является процедура вычитания

$$J_\mu \to J_\mu - q_\mu (qJ/q_\mu^2), \tag{4.2}$$

*Поляризация нуклонов в RIA обращается в нуль (ср. обсуждение после (2.10)).

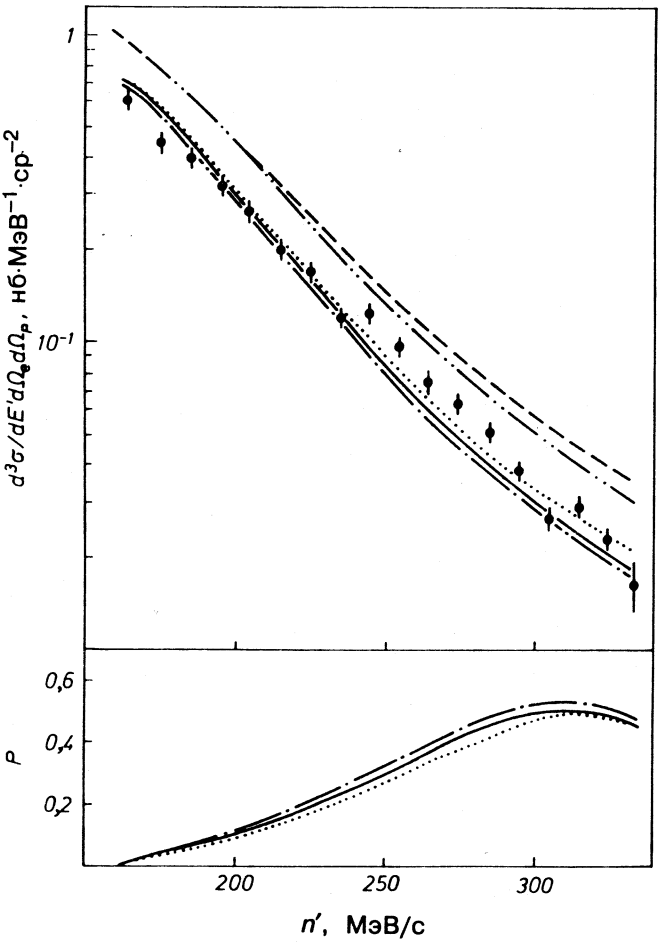


Рис.7. Зависимость дифференциальных сечений (вверху) и поляризации протонов (внизу) для $d(e,e'p)n$-реакции от импульса нейтрона-спектатора для кинематики Сакле II. Расчеты в PWIA (– • • –), BA (– – –), DWBA (– • –), с включением ВКС и МОТ для двух значений параметра обрезания $\Lambda = 4m_\pi$ и ∞ (——— и • • •)

использованная авторами [124] в их попытке дать градиентно-независимое описание *ed*-взаимодействия. Очевидно, эта процедура не свободна от недостатков:

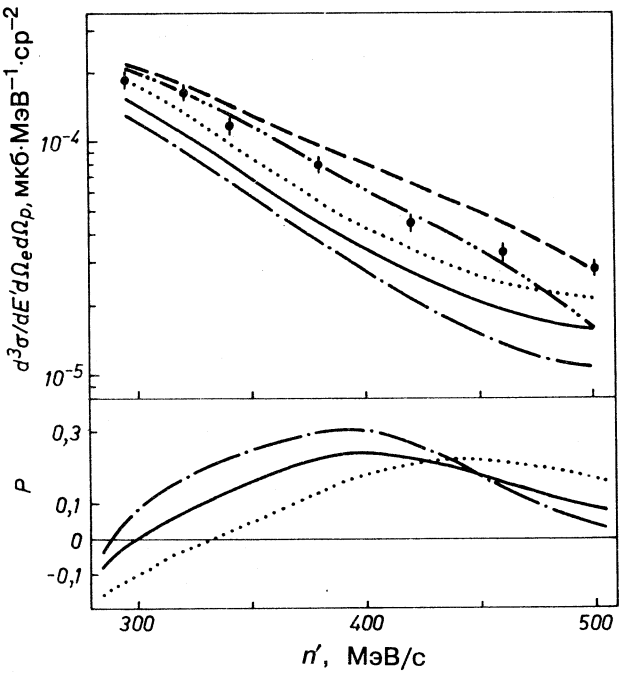


Рис.8. То же, что на рис.7, для кинематики Сакле III

а) она не является однозначной, поскольку вычитание $p_\mu(qJ/pq)$ с любым вектором p_μ, для которого $pq \neq 0$, ведет к сохраняющемуся току;

б) ее применение к некоторому одночастичному оператору снова дает одночастичный оператор, тогда как упомянутая выше согласованность ядерного тока с *NN*-взаимодействием подразумевает введение, по меньшей мере, двухчастичных вкладов в оператор электромагнитного взаимодействия.

Прием, основанный на замене (4.2), является слишком искусственным для того, чтобы заменить истинное решение сложной проблемы, стоящей перед теорией.

Включение ВКС в рамках борновского приближения с искаженными волнами (DWBA) уменьшает сечения по сравнению с борновским приближением, благодаря чему получается удовлетворительное описание данных для кинематики Сакле II. Видно также, что поляризация протонов для этих условий может быть значительной. Следует подчеркнуть, что ВКС играет важную роль в кинематике Сакле III, хотя энергия относительного движения в конечных состояниях является довольно большой ($E_{пр} = 179$ МэВ в с.ц.м.).

Далее, учет МОТ приводит к увеличению сечений реакции $d(e,e'p)n$ для этих кинематик. Интерференция вкладов в сечения МОТ и ВКС носит деструктивный характер, и это подтверждает заключение, сделанное в [39]. На рис.8 показано, что предсказания моделей МОТ с модифицированными πNN-вершинами и точечными нуклонами заметно отличаются (в частности, поляризация протонов изменяется качественно). Это обстоятельство может быть полезным при тестировании различных моделей электромагнитного тока дейтрона.

Остающиеся расхождения в условиях кинематики III могут быть уменьшены, если принять во внимание МОТ, порождаемые ρ-обменом и возбуждением Δ-изобары в промежуточных состояниях. Последний механизм дает вклады в поперечные структурные функции. Имеющийся опыт [96], однако, показывает, что здесь требуется изучение взаимно компенсирующих вкладов от токов j_Δ^π и j_Δ^ρ с сильными формфакторами. Конечно, релятивистские эффекты, о которых речь шла во введении, также необходимо учитывать.

Вероятно, следует отметить, что описание данных Сакле III, достигнутое уже в борновском приближении, ухудшается при включении более сложных механизмов реакции. Чтобы понять их истинную роль в подобных ситуациях, измерения спиновых наблюдаемых являются крайне желательными.

4.2. Разделение структурных функций. Параллельная кинематика. Одной из важных задач анализа поляризационных явлений в электрорасщеплении ядер является разделение структурных функций. Полное разделение может быть сделано в экспериментах с некомпланарной геометрией (см., например, [33]). Однако частично эта цель может быть достигнута в компланарном случае, когда некоторые структурные функции определяются сравнительно простым образом.

Рассмотрим параллельную кинематику, когда импульсы виртуального фотона и выбитого протона коллинеарны ($\mathbf{p}_0 \parallel \mathbf{q}$). Тогда число структурных функций уменьшается, поскольку теперь

$$\sigma_0 = \sigma_M \left\{ \xi^2 W_C + \left(\frac{1}{2}\xi + \eta \right) W_T \right\} R, \tag{4.3}$$

$$\sigma_0 P = \sigma_M \xi \sqrt{\xi + \eta}\, \Sigma_I R. \tag{4.4}$$

Таким образом, во-первых, измеряя сечения $e'p$-совпадения в такой кинематике, можно разделить продольную W_C и поперечную W_T структурную функцию (the Rosenbluth plot), и во-вторых, измеряя $\mathbf{P}_y \parallel \mathbf{k}' \times \mathbf{k}$, можно

извлечь интерференционную структурную функцию Σ_I. Последнюю процедуру уместно сравнить с измерением азимутальной лево-правой асимметрии сечений (см. рис.4):

$$A_\phi \equiv [\sigma_0(\phi=0)-\sigma_0(\phi=\pi)][\sigma_0(\phi=0)+\sigma_0(\phi=\pi)]^{-1} =$$

$$= \xi\sqrt{\xi+\eta}\, W_I\left[\xi^2 W_C + \left(\frac{1}{2}+\eta\right)W_T + (\xi+\eta)W_S\right]^{-1}, \qquad (4.5)$$

которая пропорциональна W_I, зависящей от интерференции тех же самых компонент тока J_0 и J_X, что и Σ_I. В отличие от A_ϕ величина P_Y несет информацию о переходах с переворотом спина в *np*-системе.

Разделение структурных функций $W_L = W_C$ и W_T в сечениях реакции $d(e,e'p)n$ было осуществлено недавно в NIKHEF [125]. Измерения были сделаны в параллельной кинематике, в интервале $0{,}05 \le q_\mu^2 \le 0{,}27$ (ГэВ/с)^2 для значений недостающего импульса $p_m \lesssim$ 100 МэВ/с. Подобные эксперименты были выполнены также в Сакле [55,126], где изучалась q-зависимость ($200 \le q \le 670$ МэВ/с) тех же структурных функций для двух значений $p_m = 20$ и 100 МэВ/с.

Следующим продвижением было разделение трех структурных функций в компланарной геометрии W_L, W_T и $W_{LT} = W_I$ для реакции $d(e,e'p)n$ в [54,127] при значении $q_\mu^2 = 0{,}21$ (ГэВ/с)^2 для более широкого интервала $p_m \lesssim$ 200 МэВ/с и в [126] при $q = 400$ МэВ/с и $p_m = 50$, 100 и 150 МэВ/с. Эти исследования были проведены в условиях квазисвободной кинематики, когда бьеркеновская переменная $x = q_\mu^2 / 2m\omega = 1$, т.е. вблизи максимума квазисвободного пика (рис.6). Азимутальная асимметрия A_ϕ была измерена в Бонне [128] и Стэнфорде [129]. Некоторые результаты этих измерений мы обсудим в п.4.8.

На рис.9—10 приведены результаты наших вычислений [15] при энергиях падающих электронов $E = 1$ ГэВ. Значения других переменных указаны в табл.1. Из рисунков видно, что сечения $e'p$-совпадений имеют ярко выраженную азимутальную асимметрию. Заметной азимутальной асимметрией обладает также поляризация выбитых протонов.

Это нетрудно объяснить, рассматривая свойства преобразования

$$R_Z(\pi) J_{X,Y}(\mathbf{q}) R_Z^{-1}(\pi) = -J_{X,Y}(\mathbf{q}) \qquad (4.6)$$

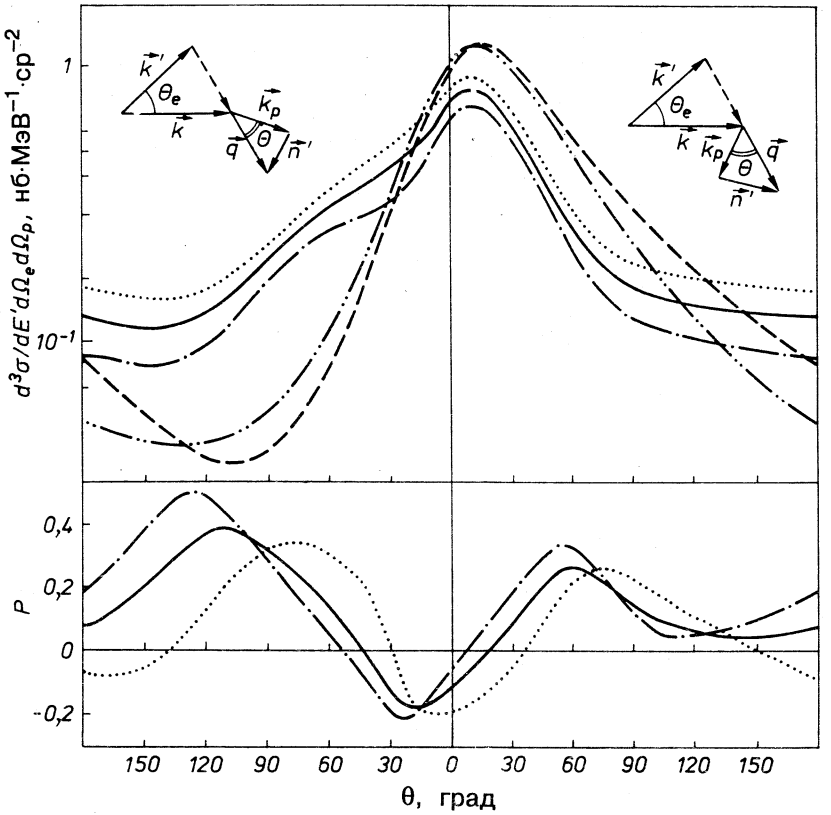


Рис.9. То же, что на рис.7, но при углах θ между векторами $\mathbf{k}_p$ и $\mathbf{q}$ для правого крыла квазисвободного пика

Таблица 1. Значения кинематических параметров при $E = 1$ ГэВ

	E', МэВ	θ_e, град	q, МэВ/с	E^*_{np}, МэВ	T_p, МэВ	θ, град	n', МэВ/с
Правое крыло	830	10	233	154,5	128,4	0	274,8
					39,45	180	507,5
Левое крыло	827	50	788	13,2	131,8	0	273,4
					71,1	16,58	444,2

В этой таблице указаны только крайние значения для θ, импульса нейтрона n' и кинетической энергии протона T_p.

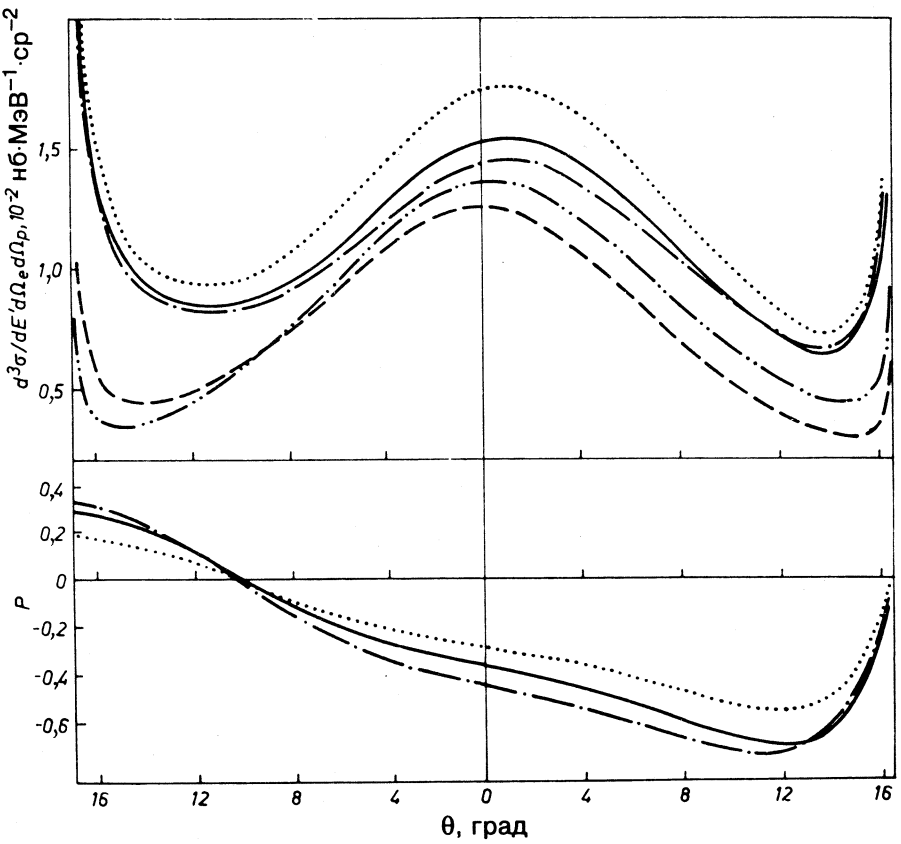


Рис.10. То же, что на рис.9, для левого крыла квазисвободного пика

с поворотом системы отсчета $R_Z(\pi)$ вокруг вектора $\mathbf{n}_Z$ на 180°. Из (4.6) следует, что

$$W_{C,T,S}(\phi = 0) = W_{C,T,S}(\phi = \pi), \quad W_I(\phi = 0) = -W_I(\phi = \pi) \tag{4.7}$$

и

$$\Sigma_{C,T,S}(\phi = 0) = -\Sigma_{C,T,S}(\phi = \pi), \quad \Sigma_I(\phi = 0) = \Sigma_I(\phi = \pi)\,. \tag{4.8}$$

Значения поляризации более чувствительны к выбору модели тока. При переходе от одной к другой мы наблюдаем качественные изменения в угловой зависимости поляризации.

На левом крыле квазисвободного пика вылет протонов возможен только в переднюю полусферу. Предельный угол протонной эмиссии определяется формулой

$$\cos\theta_{\lim} = \left\{(\omega + m_d)^2 - [(\omega + m_d)^2 + m_p^2 - m_n^2 - \mathbf{q}^2]^2/4m_p^2\right\}^{1/2}/q, \qquad (4.9)$$

где $m_p(m_n)$ — масса протона (нейтрона).

Соответствующее сечение (рис.10) имеет характерную особенность: при $\theta \to \theta_{\lim}$ (в данном случае $\theta_{\lim} \simeq 16{,}6°$) происходит резкое возрастание сечения. Этот рост обусловлен поведением кинематического фактора R: $R \to \infty$, если $\theta \to \theta_{\lim}$. Однако эта особенность является достаточно слабой, так что в эксперименте (с конечным угловым разрешением) сечение принимает конечное значение.

Кривые, отвечающие различным моделям тока, сближаются при $\theta \to \theta_{\lim}$. Наиболее заметные различия между ними видны при $\theta = 0$.

Как видно на рис.10, поляризация протонов, вылетающих в направлении вектора $\mathbf{q}$, достигает заметной величины $\simeq 40\%$. Зависимость поляризации от θ существенно изменяется при переходе от $\phi = 0°$ к $\phi = 180°$.

Соотношения (4.7), (4.8) позволяют определить θ-зависимость структурных функций Σ_I:

$$\Sigma_I = \frac{\sigma_0(\phi = 0)P(\phi = 0) + \sigma_0(\phi = \pi)P(\phi = \pi)}{2\sigma_M R\,\xi\sqrt{\xi + \eta}}\,. \qquad (4.10)$$

Результаты вычислений [130] по формуле (4.10) представлены на рис.11,12. По нашему мнению, измерения этой азимутальной асимметрии могли бы быть хорошим тестом на понимание механизмов электрорасщепления дейтрона.

4.3. Поляризационные наблюдаемые для реакции $d(\vec{e},e'\vec{p})n$. Передача поляризации. Эксперименты в МИТ-Бейтсе. Рассмотрим расщепление неполяризованных дейтронов продольно-поляризованными электронами в условиях, когда бьеркеновская переменная $x = 1$. Теоретические исследования [6,18,131] в такой постановке были стимулированы в известной степени предложениями [4,11] для программы МИТ. Предполагается, что измерения [11] передачи поляризации в реакции $d(\vec{e},e'\vec{p})n$ будут выполнены при начальной энергии электронов $E = 880$ МэВ. Другие параметры можно найти в табл.2.

Прежде чем комментировать наш расчет (рис.13), отметим, что в параллельной кинематике из двух структурных функций для каждой компоненты $P'_{X,Z}$ выживает только одна, поскольку

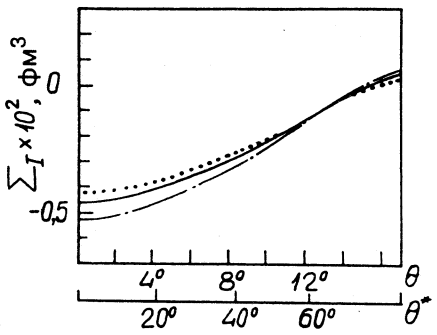


Рис.11. Угловая зависимость интерференционной (продольно-поперечной) структурной функции для поляризации протонов в реакции $d(e,e'\vec{p})n$ на левом крыле квазисвободного пика, θ^* — угол между импульсом выбитого протона и переданным импульсом в с.ц.и.

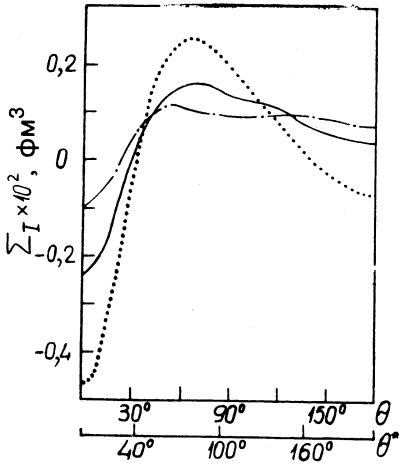


Рис.12. То же, что на рис.11, для правого крыла квазисвободного пика

$$\Sigma'^{Z}_{I} = \Sigma'^{X}_{T} = 0. \qquad (4.11)$$

Угловые зависимости структурных функций в (2.13), (2.14) можно изучать, построив функции асимметрии передачи поляризации, подобные (4.10) [18].

Как показано на рис.13, компоненты вектора поляризации протонов могут принимать большие значения, доступные для измерений. В параллельной кинематике эффекты ВКС и МОТ оказываются незначительными. То же самое справедливо вблизи $\theta_{\text{lim}} = 90°$ (параллельная кинематика для нейтронов с $\mathbf{k}_n = \mathbf{q}$). В области промежуточных углов влияние ВКС является существенным, вклады МОТ малы.

Таблица 2. Кинематические условия эксперимента в МИТ-Бейтс

	ω, МэВ	θ_e, град	q, МэВ/с	E^*_{np}, МэВ	T_p, МэВ	θ_p,град
I	142	-56,8	531	69	140	37,0
II	210	-49,1	659	101	208	48,0
III	282	- 41,6	779	136	281	60,1

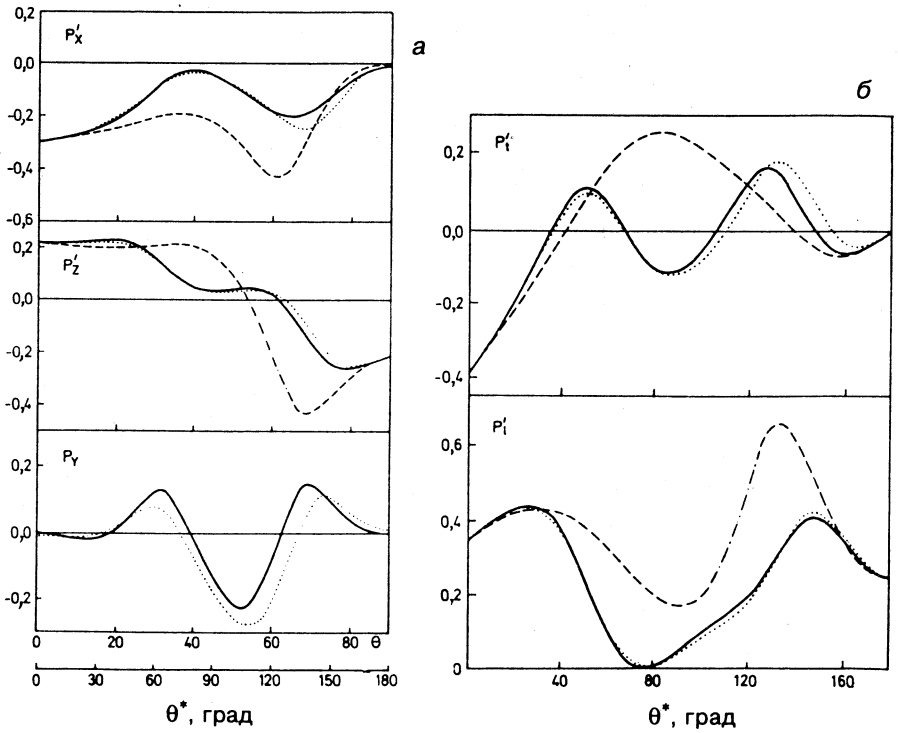


Рис.13. Поляризационные наблюдаемые в реакции $d(\vec{e},\vec{e'p})n$ для кинематики МИТ. Кривые взяты из [18]: (– – –) — расчет в борновском приближении, (———) — с включением ВКС и МОТ для $\Lambda = 4m_\pi$ и (• • •) — с ВКС без МОТ. Кривые *б* получены из кривых *а* с использованием (4.12)

Детальный анализ показывает, что при углах эмисии протонов $\theta \leq 45°$ доминирующий вклад в сечения $e'p$-совпадений вносит механизм прямого выбивания протонов (например, для кинематики МИТ-1, когда $\theta = 45°$, этот вклад соответствует $\simeq 75\%$). С увеличением θ все возрастающую роль играет электромагнитное взаимодействие с нейтроном, так что при значениях $\theta \simeq \theta_{\text{lim}}$ сечения полностью определяются вкладом этого механизма отдачи (ср. наши результаты [132] в изучении реакций $^4\text{He}(\vec{\gamma},\vec{p})^3\text{H}$ и $^4\text{He}(\vec{\gamma},\vec{p})^3\text{He}$ с линейно поляризованными фотонами). То же самое относится к наблюдаемым $P'_{X,Z}$. Без учета этого механизма они слабо зависят от θ.

Требуют пояснений соотношения между величинами в л.с. ($\mathbf{P}_d = 0$) и системе центра масс конечной np-пары (с.ц.м.), в которой, в соответствии с

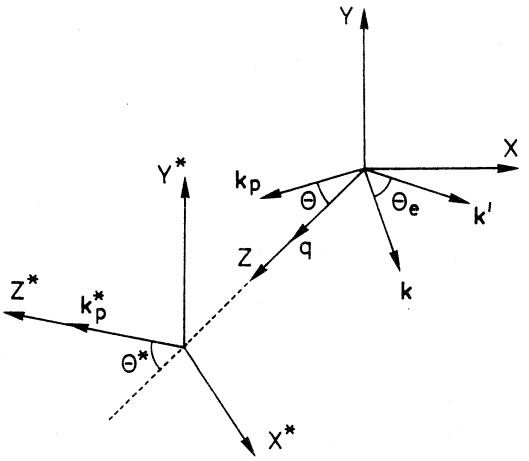


Рис.14. Импульсы частиц $d(\vec{e},\vec{e}'\vec{p}')n$ для компланарной геометрии. Все обозначения со звездочкой (без нее) относятся к с.ц.м. (л.с.). Для данного расположения векторов угол $\phi(\phi^*)$ равен 180°

мэдисоновским соглашением, ось Z^* направлена вдоль импульса $\mathbf{k}_p^*$ (рис.14, приложения Б и Г).

В частности, как показано в приложении Г, с точностью до членов порядка q/m_d имеем при $\phi^* = 180°$

$$P'_l = P'_Z \cos\theta^* - P'_X \sin\theta^*,$$
$$P'_t = P'_Z \sin\theta^* - P'_X \cos\theta^*, \qquad (4.12)$$
$$P_n = P_Y,$$

где P'_l, P'_t и P_n — продольная (вдоль $\mathbf{k}_p^*$), поперечная (вдоль оси X^*, т.е. перпендикулярная $\mathbf{k}_p^*$ и лежащая в плоскости реакции) и нормальная (вдоль $\mathbf{k}_p^* \times \mathbf{q}$) компоненты вектора $\mathbf{P}_\lambda^*$ поляризации в с.ц.м. Эти определения эквивалентны часто используемым [11]. Соображения в пользу представления результатов в л.с. (особенно при больших передачах импульса) можно найти в [18].

4.4. Извлечение электрического формфактора нейтрона из поляризационных экспериментов. Эксклюзивные и инклюзивные реакции.

Известно, что имеющаяся информация об электромагнитных свойствах нейтрона весьма скудна. Как подчеркивалось в наших работах [7,12,15], изучение индуцированной поляризации P может установить ее зависимость от электрического формфактора нейтрона G_E^n. В самом деле, как видно на рис.15, эта наблюдаемая заметно изменяется при переходе от модели тока с $G_E^n = 0$ к модели с масштабной версией [133] для G_E^n: $G_E^n = \tau\kappa_n G_E^p$, где $\tau = q_\mu^2/4m^2 < 0$, κ_n — аномальный магнитный момент нейтрона. Соответст-

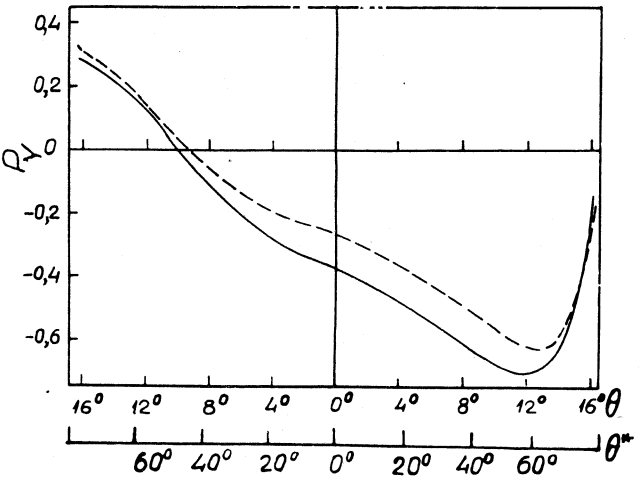


Рис. 15. Зависимость поляризации протонов в $d(e, e'\vec{p})n$ от выбора G_E^n на правом крыле квазисвободного пика (табл.1). Кривые рассчитаны в модели МОТ с $\Lambda = 4m_\pi$; сплошные — для G_E^n из [133], пунктирные —$G_E^n = 0$

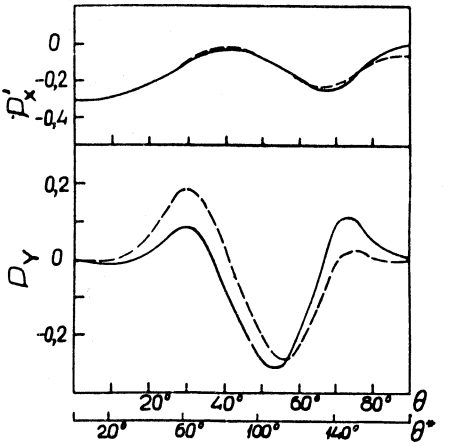


Рис. 16. То же, что на рис.15, для кинематики МИТ-I

вующие вариации особенно велики в параллельной кинематике, где они составляют почти 30%. Еще один расчет (рис.16) демонстрирует качественные изменения в угловой зависимости $P_Y(\theta)$ для реакции $d(\vec{e}, e'\vec{p})n$ при замене $G_E^n = 0$ на G_E^n из [133].

Как показано в [18], компонента P'_X передачи поляризации протону также чувствительна к такой замене при углах, близких к $\theta_{\text{lim}} = 90°$. Это обусловлено усилением относительной роли механизма отдачи, о котором шла речь в п.4.3. В этом отношении предпочтительным является измерение передачи поляризации непосредственно нейтрону в реакции $d(\vec{e}, e'\vec{n})p$*.

Действительно, в приближении PWIA, которое хорошо выполняется в кинематике $\mathbf{k}_n \parallel \mathbf{q}$, находим (подобно случаю $\vec{en} \to e'\vec{n}'$ рассеяния):

*Насколько нам известно, данные соответствующего эксперимента в МИТ-Бейтсе в настоящее время анализируются (R.Madey, частное сообщение).

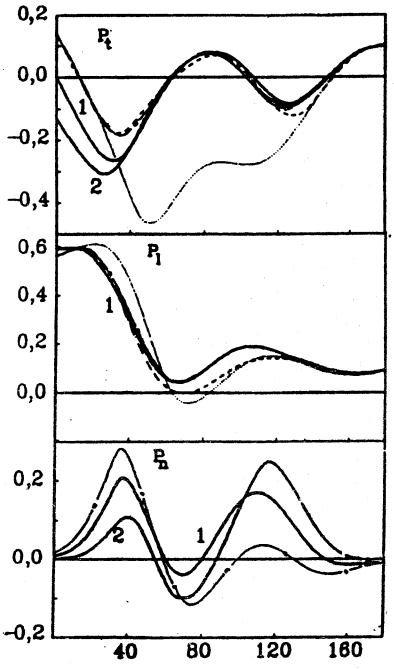


Рис. 17. Угловая зависимость компонент вектора поляризации нейтронов в $d(\vec{e},e'\vec{n})p$. Показаны расчеты [21] в PWBA (точечные), DWBA (пунктирные), DWBA+MOT+РП (штрихпунктирные) с $F_1^n = 0$, т.е. G_E^n из [133], DWBA+MOT+РП (сплошные *1*) и DWBA+ +MOT (сплошные *2*) с $F_1^n = -\tau\kappa_n G_E^p (1-\tau)^{-1}$, т.е $G_E^n = 0$

$$I_0 P'_X = -\xi\sqrt{\eta}\, G_E^n G_M^n \frac{q}{m},$$

$$I_0 P'_Z = \sqrt{\eta(\xi+\eta)}\,[G_M^n]^2 \frac{\mathbf{q}^2}{2m^2}, \qquad (4.13)$$

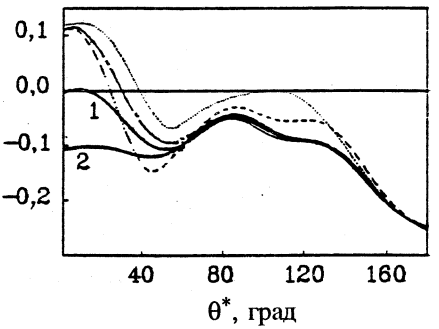
$$I_0 = \xi^2 [G_E^n]^2 + \left(\frac{1}{2}\xi + \eta\right)[G_M^n]^2 \frac{\mathbf{q}^2}{2m^2}.$$

Другими словами, наблюдаемая P'_X в этом приближении определяется произведением $G_E^n G_M^{n*}$. Отметим также, что эти компоненты вектора поляризации в данном случае не зависят от эффектов ядерной структуры (волновой функции дейтрона).

Смешанная асимметрия $A'_v\left(\theta_H = \frac{\pi}{2}, \phi_H = 0\right)$ для реакции $\vec{d}(\vec{e},e'n)p$, которая в параллельной кинематике зависит от одной структурной функции:

*Предварительные результаты первых измерений поляризации нейтронов (протонов) в реакции $d(\vec{e},e'\vec{n})p(d(\vec{e},e'\vec{p})n)$ на микротроне в Майнце были представлены в Амстердаме [134].

Рис. 18. Смешанная асимметрия $A_v'(\frac{\pi}{2}, 0)$ в $\vec{d}(\vec{e}, e'n)p$ для случая с $\phi = 0$. Обозначения те же, что на рис. 17



$$\sigma_0 A'_v\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) = -\sigma_M \sqrt{\eta/2}\,\xi\, W'^{11}_{LT} R, \tag{4.14}$$

в PWIA связана с P'_X простым соотношением

$$A'_v\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) = \sqrt{\frac{2}{3}}\, P'_X. \tag{4.15}$$

Таким образом, она зависит от такой же комбинации формфакторов нейтрона.

Компоненты вектора поляризации нейтрона P'_l, P'_t и P_n и асимметрия $A'_v\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ из [21], рассчитанные для кинематических условий эксперимента в МИТ [4] (табл.3), показаны на рис.17,18. Из рисунков видно, что наблюдаемые P_t и A'_v сильно зависят от модели электрического формфактора нейтрона при углах вылета нейтронов, близких к $\theta^* = 0$ (ср. штрихпунктирные и сплошные кривые *1*). Мы наблюдаем также их слабую чувствительность к эффектам ВКС для нейтронов, вылетающих вдоль **q**. Что касается вкладов МОТ, то их влияние в рассматриваемом случае с $x = 1$ является незначительным во всем угловом интервале.

Сильные зависимости от G_E^n демонстрируют (рис.19,20) расчеты [20] передачи поляризации нейтрону $P_{1z}(n)$ в реакции $\vec{d}(e, e'\vec{n})p$ и двойной пере-

Таблица 3. Значения кинематических параметров для $d(e,e'n)p$

E, МэВ	E', МэВ	θ_e, град	q, МэВ/с	E^*_{np}, МэВ
868	730	37	524	68

E^*_{np}— относительная энергия *np*-пары в с.ц.м.

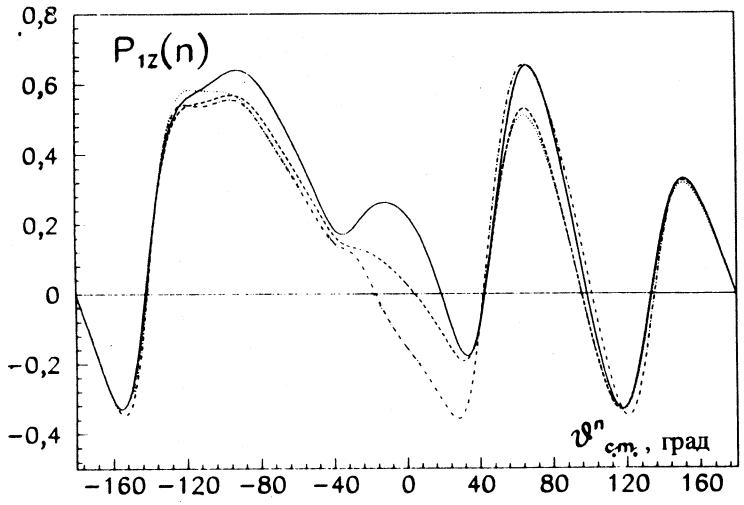


Рис. 19. Передача поляризации в $\vec{d}(e, e'\vec{n})$ p. Представлены результаты [20], полученные в DWBA (штрихпунктирная кривая), DWBA+MOT+ вклады изобарных конфигураций (ИК) (точечная), DWBA+MOT+ ИК+РП (сплошная) в модели [135] и DWBA+MOT+ИК+РП (штриховая) с $G_E^n = 0$

дачи поляризации протону $P_{2x}^n(p)$ в реакции $\vec{d}(\vec{v}, e'\vec{p})n$. Снова соответствующие структурные функции зависят от G_E^n через произведение $G_E^n G_M^n$.

Это произведение входит в одну из формул импульсного приближения для спиновых функций отклика в (2.50) [72]:

$$R_{TL'}(Q^2, \omega_{max}) = -2\sqrt{2\xi^{-1}(\xi^{-1} - 1)} \left\{ P_n G_E^n G_M^n + 2P_p G_E^p G_M^p \right\} F(\omega_{max}), \qquad (4.16)$$

$$R_{T'}(Q^2, \omega_{max}) = 2(\xi^{-1} - 1) \left\{ P_n [G_m^n]^2 + 2P_p [G_M^p]^2 \right\} F(\omega_{max}), \qquad (4.17)$$

где $F(\omega_{max})$ — скейлинговая функция для квазисвободного рассеяния на ядре ^{3}He в максимуме квазисвободного пика с $x = 1$. Нуклонная поляризация $P_p(P_n)$ есть усредненная по импульсам разность вероятностей того, что нуклон имеет спин «вверх» и спин «вниз».

Если, следуя [73], считать, что в поляризованном ^{3}He спины нуклонов выстраиваются таким образом, что спин нейтрона направлен в среднем вдоль спина ^{3}He, а спины двух протонов почти компенсируют друг друга

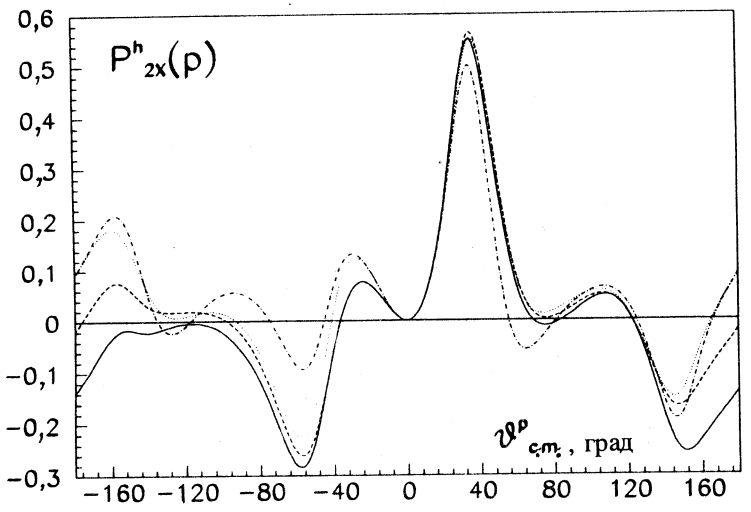


Рис. 20. Двойная передача поляризации в $\vec{d}(\vec{e},\vec{e'}\vec{p})$ *n*. Различия между кривыми указаны в подписи к рис. 19

($|P_p| << |P_n|$), то можно создать благоприятные условия для выделения нейтронных вкладов (4.16) и (4.17). Такая аргументация была главной для экспериментов «одного плеча» [71,72].

Как и выше, привлекательным объектом исследований является функция $R_{TL'}$, зависящая линейно от G_E^n, т.е. не только от модуля этого формфактора, но и его знака.

В отличие от этого, в продольную и поперечную функции отклика для неполяризованных частиц

$$R_T(Q^2,\omega_{max}) = 2(\xi^{-1}-1)\left\{[G_M^n]^2+2[G_M^p]^2\right\} F(\omega_{max}) \qquad (4.18)$$

$$R_L(Q^2,\omega_{max}) = \xi^{-1}\left\{[G_E^n]^2+2[G_E^p]^2\right\} F(\omega_{max}) \qquad (4.19)$$

нуклонные формфакторы входят квадратично.

Для разделения различных вкладов измерены [72] две величины: асимметрия $A_{T'} \sim R_{T'}$ (для $\theta_H = 0, \pi$) и асимметрия $A_{TL'} \sim R_{TL'}$ (для $\theta_H = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$). Значение $A_{TL'} = (+1{,}75 \pm 1{,}2 \pm 0{,}3)\ \%$ при $Q^2 = -0{,}2(\text{ГэВ/с})^2$ не обладает большой точностью. Используя предсказание [73] для поляризации протона и нейтрона в поляризованном ^{3}He и принимая во внимание существующие

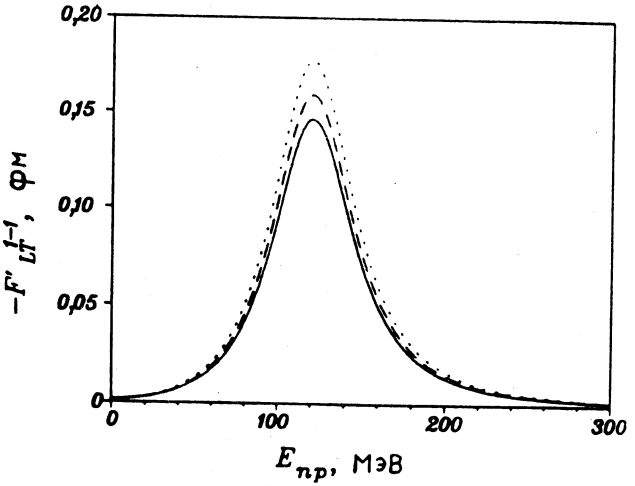


Рис. 21. Продольно-поперечная функция отклика для реакции $\vec{d}(\vec{e},e')np$ при $q^{*2}=$ 12 фм$^{-2}$. Кривые рассчитаны [16]: с G_E^n =0 (точечная), [135] (пунктирная) и G_E^n [136] (сплошная). Остальные пояснения можно найти в [16]

неопределенности (например, для G_M^n), авторы [72] приходят к результату: $G_E^n = 0{,}44 \pm 0{,}074$, который, разумеется, нельзя считать удовлетворительным. Точность измерения G_E^n может возрасти по мере увеличения $|Q^2|$, когда в (4.16) следует ожидать уменьшения относительного вклада слагаемого, пропорционального P_p.

Некоторые неопределенности, упомянутые выше, происходят из предположений, сделанных при выводе формул (4.16)—(4.19). Наряду с импульсным приближением, среди них:

1) пренебрежение ВКС выбитого нуклона в реакции $^3\vec{\text{He}}(\vec{e},\vec{e}'N)$ с остаточной системой*;

2) использование условия полноты для векторов конечных $2N$-состояний после введения средней (подгоночной) массы (приближение замкнутости);

3) ограничение только одночастичным механизмом поглощения виртуального фотона без включения МОТ.

*Адронный тензор в [73] получают интегрированием спектральной функции для этой эксклюзивной реакции по телесному углу выбитого нуклона.

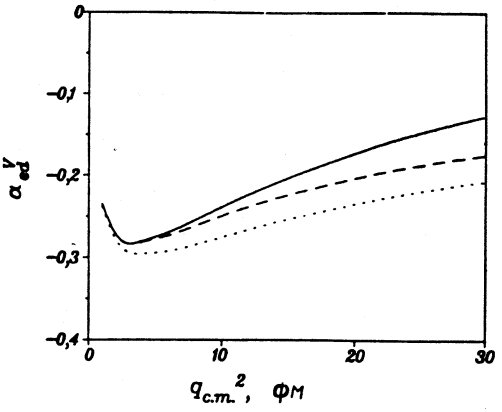


Рис. 22. Влияние G_E^n на смешанную асимметрию $\alpha_{ed}^V(\frac{\pi}{2}, 0)$ в $\vec{d}(\vec{e},e')np$ для квазисвободной кинематики при $\theta_l = 60°$. Различия между кривыми такие же, как на рис.21

Эти приближения дают скейлинговое поведение инклюзивных сечений относительно так называемой переменной y_1, отличной от переменной Веста (см. [137]). Выход за рамки такого упрощенного подхода был предметом последующих исследований [35, 138].

Безусловно, большим достижением в изучении спиновой физики для ядра ^{3}He был эксперимент в Майнце [70]. Там при $\bar{q}_\mu^2 = 0{,}31$ (ГэВ/с)^2 две асимметрии $\bar{A}_\perp(\mathbf{S}_{He} \perp \mathbf{q})$ и $\bar{A}_\parallel(\mathbf{S}_{He} \parallel \mathbf{q})$ были измерены со значениями $\bar{A}_\perp = \bar{A}'_X = (0{,}89 \pm 0{,}30)$ % и $\bar{A}_\parallel = \bar{A}'_Z = (-7{,}40 \pm 0{,}73)$ %. Отношение $\bar{A}_\perp / \bar{A}_\parallel$ не зависит от степени поляризации пучка электронов и мишени и дает $G_E^n = 0{,}035 \pm 0{,}012 \pm 0{,}005$. Конечно, следует иметь в виду, что анализ данных и в этом случае был сделан в импульсном приближении, которое далеко не безупречно с теоретической точки зрения. Для получения более надежной информации о роли эффектов ядерной структуры и электромагнитных свойствах связанного нейтрона ориентиром могут служить работы бохумской группы [84,85].

Укажем на еще одно предложение [16] для извлечения G_E^n в инклюзивном рассеянии поляризованных электронов на поляризованных дейтронах. Как видно из рис.21, в максимуме квазисвободного пика структурная функция F'^{1-1}_{LT}* изменяется на 10% и 17% при переходе от модели с $G_E^n = 0$ к параметризациям [135] и [136] соответственно. На фоне слабой зависимости от вкладов ненуклонных степеней свободы и моделей np-взаимодействия этот результат делает реакцию $\vec{d}(\vec{e},e')np$ весьма перспективной для решения рассматриваемой проблемы.

*Связь F'^{1-1}_{LT} с R'^{11}_{LT}, через которую выражается асимметрия $a'_y(\theta_H = \frac{\pi}{2}, \phi_H = 0)$, и другие соотношения между различными обозначениями можно найти в приложении Д.

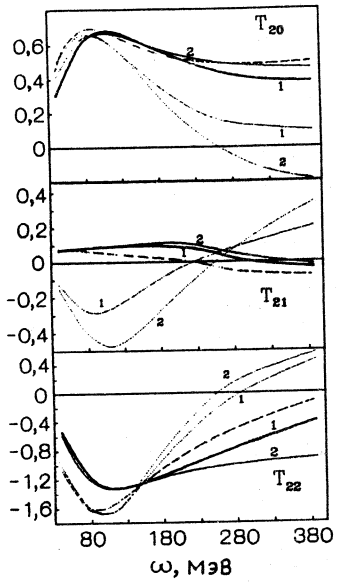


Рис. 23. Тензорные асимметрии для $^2\vec{H}(e, pn)\, e'$ в условиях ВЭПП-3. Кривые представляют наши результаты [19] в приближениях PWBA (PWIA) — точечные $1(2)$, DWBA — пунктирные, DWBA+MOT ($\Lambda = 4m_\pi$) — сплошные

Из рис.22 видно, что даже при небольших значениях q^* выбор G_E^n оказывает заметное влияние на асимметрию α_{ed}^V. С ростом q^* этот эффект становится еще более сильным.

В этой связи отметим, что согласно нашим расчетам [139] сечения реакции $d(e, e')np$ у порога, т.е. вдали от квазисвободного пика, при $q_\mu^2 \gtrsim$ 20 фм$^{-2}$ изменяются в несколько раз при переходе от одной модели электрического формфактора нейтрона к другой. Правда, значение этого наблюдения несколько снижается из-за доминирующих вкладов МОТ, которые могут быть рассчитаны модельно-зависимыми методами.

4.5. Эффекты МОТ и ВКС в электрорасщеплении поляризованных дейтронов. Эксперимент ВЭПП-3 в Новосибирске. Результаты наших исследований асимметрий мишени и азимутальных асимметрий для реакции $\vec{d}(e,e'p)n$ в зависимости от модели электромагнитного тока дейтрона и эффектов ВКС были представлены на конференции в Аделаиде [140] и опубликованы в [19]. Там было показано, что ВКС в np-паре играет важную роль в формировании угловых и энергетических зависимостей этих асимметрий. Наши расчеты были выполнены как вблизи максимума квазисвободного пика, так и вдали от него. Некоторые из асимметрий существенно зависят от G_E^n и спин-орбитального электромагнитного взаимодействия с нуклонами.

На рис.23—24 наши результаты показаны для условий эксперимента [45] с тензорно-поляризованной (внутренней) дейтериевой мишенью при энергии электронов в кольце накопителя E = 2 ГэВ. В этом эксперименте рассеянный электрон не детектировался, а регистрировались np-совпадения. При этом отбирались события, когда электроны рассеиваются на нулевой угол, т.е. для значений $\theta_e \simeq 0°$. Другими словами, измерялись сечения реакции $\vec{d}(e,pn)e'$ вблизи фотонной точки ($q_\mu^2 = 0$, $q = \omega$). В [45] была

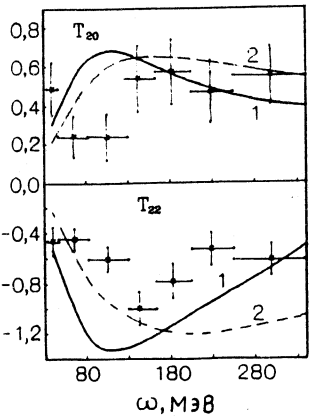


Рис. 24. Сравнение вычисленных асимметрий T_{20} и T_{22} с данными [45]. Сплошные (пунктирные) кривые рассчитаны с учетом эффектов ВКС и МОТ с $\Lambda = 4m_\pi$ ($\Lambda =$ 1,2 ГэВ)

достигнута средняя степень тензорной поляризации дейтериевой струи $P_{ZZ} = \pm(0{,}778 \pm 0{,}075)$. Заметим, что $P_2 = P_{ZZ}/\sqrt{2}$. Другие детали и пояснения можно найти в [19] и [45].

В рассматриваемом случае из формул (2.27)—(2.29) следует, что

$$\sigma^{(0)} = W_T,$$

$$\sigma^{(2)} = P_2 \sum_{M \geq 0} W_T^{2M} \cos\,[M(\phi - \phi_H)] d^2_{MO}(\theta_H).$$

Интересующие нас величины определяются как отношения

$$T_{2M} = W_T^{2M}/W_T \tag{4.20}$$

поперечных структурных функций.

В приближении PWIA получаем

$$T_{20} = 2u(k_n)d^2_{00}(\theta_H), \quad T_{22} = 4u(k_n)d^2_{20}(\theta_H), \tag{4.21}$$

$$u(k_n) = [u_0(k_n) - \frac{1}{\sqrt{8}}\, u_2(k_n)]\, \frac{u_2(k_n)}{u_0^2(k_n) + u_2^2(k_n)}, \tag{4.22}$$

где $u_0(u_2) - S(D)$-компоненты волновой функции дейтрона, θ_n — угол эмиссии нейтрона в л.с. по отношению к $\mathbf{q}$.

В известной степени формулы (4.21), (4.22) были основой для мотиваций подобных измерений, открывая прямой путь к зондированию свойств дейтрона. Однако, как видно на рис.23, простые предсказания PWIA сильно искажаются эффектами ВКС и МОТ (особенно с увеличением импульса нейтрона в дейтроне). В то же время эти факторы необходимо учитывать при описании экспериментальных данных (рис.24). Конечно, данные [45] содержат большие неопределенности. Будущие изме-

рения на ускорителях электронов с высокой скважностью позволят обеспечить качественно новый уровень исследований.

4.6. Механизмы реакции ^{3}He$(\vec{\gamma}, p)d$. Расчет с фаддеевскими волновыми функциями. Важным элементом, определяющим амплитуду (2.53), является выбор волновой функции ядра ^{3}He. Эта функция может быть выражена через фаддеевскую компоненту $\Psi^{(1)}$:

$$|\Psi\rangle = [1 - (1,2) - (1,3)]|\Psi^{(1)}\rangle, \qquad (4.23)$$

где (α, β) — оператор перестановки нуклонов с номерами α и β.

В наших расчетах вектор $|\Psi\rangle$ проектируется на базис из векторов $|\mathbf{p}, \mathbf{q}; SM_S m; (Tt)\mathcal{T}\mathcal{T}_Z\rangle$ (см. [9,10]). Каждый такой вектор есть произведение пространственной, спиновой и изоспиновой частей. Относительные импульсы $\mathbf{p}$ и $\mathbf{q}$ связаны с импульсами нуклонов в ^{3}He соотношениями

$$\mathbf{p} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3), \quad \mathbf{q} = \frac{1}{3}(2\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3).$$

Спиновая часть базисного вектора является собственным состоянием коммутирующих операторов

$$\mathbf{S}^2 = (\mathbf{s}_2 + \mathbf{s}_3)^2, \quad \mathbf{s}_1^2, \mathbf{s}_2^2, \mathbf{s}_3^2, \quad S_Z \text{ и } s_{1Z},$$

а изоспиновая часть — операторов

$$\mathbf{T}^2 = (\mathbf{t}_2 + \mathbf{t}_3)^2, \quad \mathbf{t}_1^2, \mathbf{t}_2^2, \mathbf{t}_3^2, \quad \mathcal{T}^2 = (\mathbf{T} + \mathbf{t})^2 \text{ и } \mathcal{T}_Z,$$

где $\mathbf{s}_\alpha$ $(\mathbf{t}_\alpha)$ — оператор спина (изоспина) нуклона. Волновая функция ядра ^{3}He в таком базисе определяется совокупностью из 16 комплексных чисел в каждой точке фазового пространства

$$\Psi_{SMmT}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \langle \mathbf{p}, \mathbf{q}; SMsm; (Tt)\ \mathcal{T}\mathcal{T}_Z|\Psi_{J=J_Z=\frac{1}{2}}\rangle,$$

где $J(J_Z)$ — полный момент (его проекция на ось Z) ядра ^{3}He.

Значения волновой функции $\Psi_{SMmT}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ вычислялись по формулам [10], с использованием параметризации [141] для решений уравнений Фаддеева с потенциалом Рейда с мягким кором. Хорошее согласие между значениями зарядового формфактора $F_{ch}(Q)$ ядра ^{3}He, полученными с точными и параметризованными функциями в области переданных импульсов $Q \lesssim 8$ фм$^{-1}$, т.е. до второго минимума (см. рис.1 в [141]), говорит о достаточно высоком качестве этой параметризации. Расчеты, выполненные нами, подтверждают это заключение.

Амплитуда (2.53) без учета ВКС имеет вид:

$$T_\lambda\,(m_p\,M_d\,J_Z) = -\,e\,(6\pi/E_\gamma)^{1/2}\,\varepsilon_\lambda \times$$

$$\times\,\langle\,\varphi^{(1)}_{\mathbf{k}_p m_p}\,\varphi_{\mathbf{k}_d M_d}\,(2,3)|\mathbf{J}\,(\mathbf{k}_\gamma)|\Psi_{1/2\,J_Z}\,\rangle, \qquad (4.24)$$

где плоская волна $\varphi_{\mathbf{k}m_p}(1)$ ($\varphi_{\mathbf{k}_d M_d}(2,3)$) относится к испускаемому протону (дейтрону).

Используя свойства тока (2.10), нетрудно видеть, что

$$T_\lambda = (-m_p, -M_d, -J_Z) = (-1)^{m_p + M_d + J_Z}\,T^*_\lambda\,(m_p\,M_d\,J_Z). \qquad (4.24')$$

Другими словами, для каждого λ только шесть матричных элементов из (4.24) являются независимыми.

Далее, принимая во внимание свойство симметрии амплитуд при отражении относительно плоскости реакции, находим [9]

$$T_{\|}\,(m_p\,M_d\,J_Z) = T^*_{\|}\,(m_p\,M_d\,J_Z), \qquad (4.25)$$

$$T_{\perp}\,(m_p\,M_d\,J_Z) = -\,T^*_{\perp}\,(m_p\,M_d\,J_Z). \qquad (4.26)$$

Таким образом, в случае, когда ε_λ лежит в плоскости реакции (перпендикулярен к ней) амплитуды реакции (2.52) без учета ВКС являются вещественными (чисто мнимыми). В частности, эти соотношения являются хорошими тестами для сложных численных расчетов с фаддеевскими волновыми функциями.

Из (4.24′) следует, что

$$\sigma_\lambda \equiv d\sigma_\lambda/d\Omega_p = R\sum_{m_p M_d} |T_\lambda\,(m_p M_d)|^2, \qquad (4.27)$$

где $T_\lambda\,(m_p\,M_d) = T_\lambda\left(m_p\,M_d\,J_Z = +\frac{1}{2}\right)$.

Более того, в плосковолновом приближении сечение есть сумма двух некогерентных частей:

$$\sigma_\lambda = \sigma_\lambda\,(\text{КТ} + \text{МОТ}) + \sigma_\lambda\,(\text{ТН} + \text{СО}), \qquad (4.28)$$

где введены обозначения КТ (ТН) для вкладов конвекционного тока (тока намагниченности), СО — спин-орбита. Эти свойства упрощают не только вычисления, но и оценки различных вкладов в сечения.

Наши результаты сравниваются с экспериментом и расчетами других авторов (см. рис.25—30). Все расчеты были выполнены с фаддеевскими волновыми функциями ядра ^{3}He для потенциала РМК [31,51,75,76,79, 110,148] и парижского потенциала [89]. Количественные расхождения между результатами наших вычислений и [79] обусловлены, скорее всего,

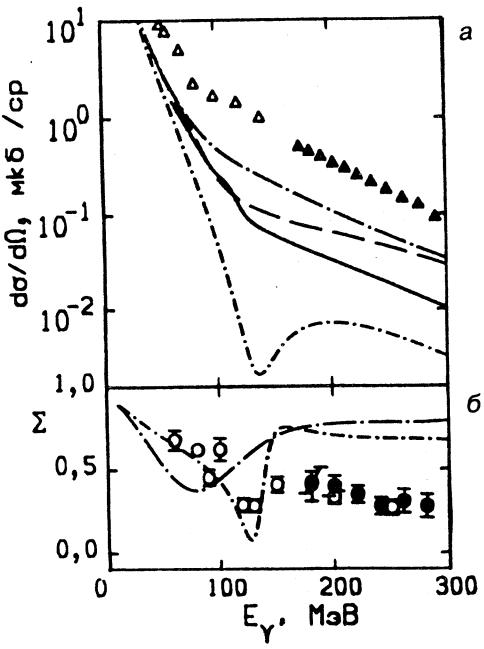


Рис. 25. Дифференциальное сечение и коэффициент асимметрии для двухчастичного фоторасщепления ядра ^{3}He для энергий фотонов при угле протонной эмиссии в с.ц.м. $\theta_p^* = 90°$. Показаны результаты вычислений только с КТ и ТН (см. текст). Сплошная (штриховая) кривая взята из [79] ([89]). Штрихпунктирные кривые с короткими (длинными) штрихами рассчитаны в [75,110] с $S(S+D)$-волнами в $\Psi^{(1)}$ и $S+D$ -волнами в волновой функции дейтрона. (Δ), (▲), (○) и (●) — данные из [142], [143], [144] и [145] соответственно

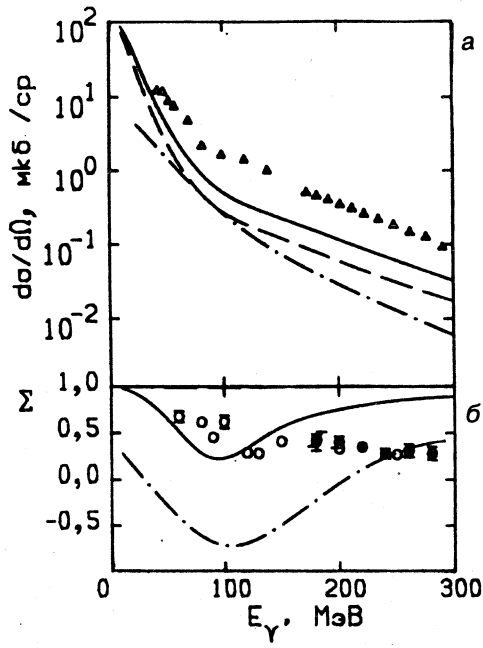


Рис. 26. То же, что на рис.25. Штриховая (штрихпунктирная) кривая рассчитана с КТ (МОТ), сплошные — с КТ+МОТ

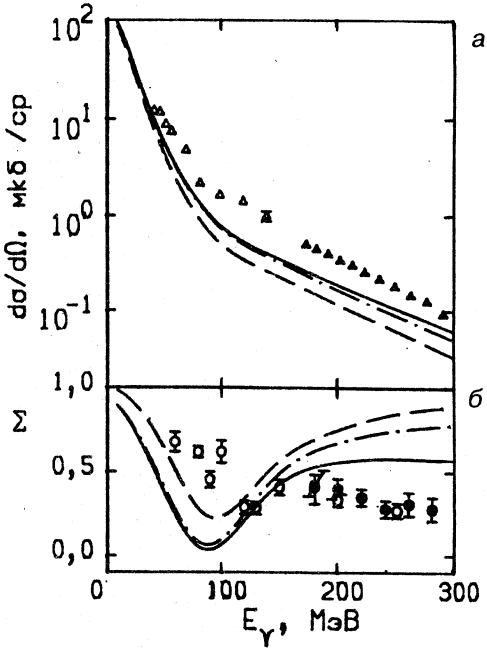


Рис. 27. Угловые зависимости дифференциального сечения при $E_\gamma = 240$ МэВ и коэффициента асимметрии при $E_\gamma = 200$ МэВ. Вычисления с теми же токами, что на рис.26. Точки Δ, ▲ и ○ взяты из [146], [147] и [144] соответственно

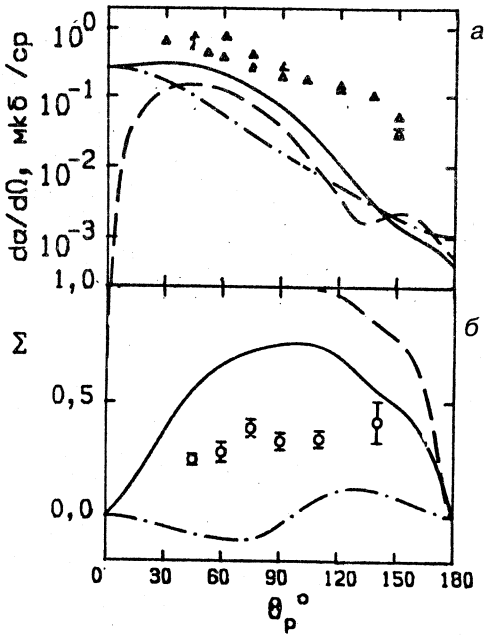


Рис. 28. То же, что на рис. 26. Штриховые (штрихпунктирные) кривые рассчитаны с КТ+МОТ (КТ+МОТ+ТН), сплошные — с КТ+МОТ+ТН+СО током

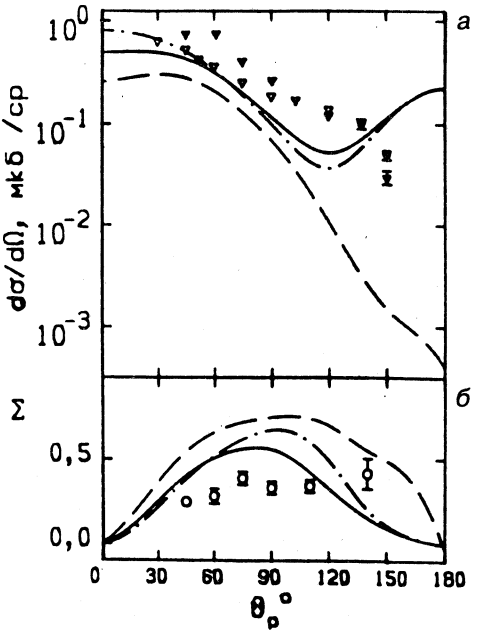


Рис. 29. То же, что на рис. 27. Различия между кривыми указаны в подписи к рис. 28

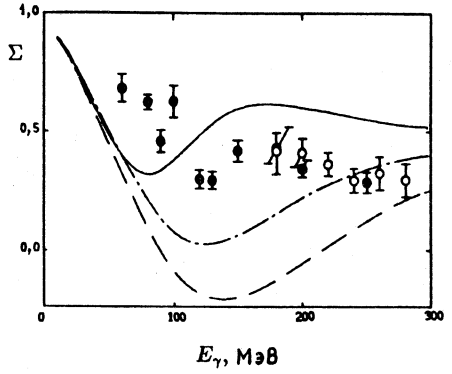


Рис. 30. То же, что на рис. 25,*б*. Сплошная кривая рассчитана с КТ+ТН+СО током, штриховая (штрихпунктирная) — с π-МОТ (π + ρ-МОТ) при значениях $\Lambda_\pi = 1{,}2$ ГэВ, $\Lambda_\rho = 1{,}5$ ГэВ и тензорного связующего параметра $\chi_\rho = 6{,}6$ [96]

различиями в используемых волновых функциях ядра ^{3}He: если в [79] эта волновая функция содержит 11 компонент с относительными угловыми моментами L, $l \leq 3$, то в нашем подходе Ψ конструируется по формуле (4.23) для пяти парциальных компонент $\Psi^{(1)}$ [141] с L, $l \leq 2$. Отметим, что в [79] ([141]) были использованы решения уравнений Фаддеева, полученные в [149] ([150]).

Из рис.25 видно, что добавление трех D-волн к двум S-волнам в парциальном разложении $\Psi^{(1)}$ [141] значительно увеличивает сечение в области $E_\gamma \gtrsim 100$ МэВ, делая энергетические зависимости и асимметрии более плавными, и приводит к заполнению провала, положение которого определяется линией узлов в волновой функции ^{3}He (ср. [10]). Причина больших расхождений с вычислениями Лаже [89] остается неясной.

Вклады МОТ почти всегда увеличивают дифференциальное сечение. Как показано на рис.26,*а*, это усиление составляет около 50%, начиная с $E_\gamma = 30$ МэВ*. Включение МОТ примерно так же влияет на угловое распределение протонов вплоть до углов $\theta_p \simeq 120°$ (рис.27,*а*). В области $\theta_p \gtrsim 150°$ наблюдается деструктивная интерференция вкладов КТ и МОТ, приводящая к уменьшению значений сечения. Кроме того, более детальный анализ (см., например, [110]) обнаруживает сильное взаимное сокращение вкладов от контактного и пионного токов. Их суммарный вклад может быть усилен посредством увеличения значения Λ (например, полагая $\Lambda = 1{,}2$ ГэВ). Однако, как показывают наши вычисления, это изменение приводит к еще большим расхождениям между теорией и экспериментом для асимметрии. Еще раз мы приходим к выводу о необходимости определенного согласования МОТ и NN-взаимодействия и важности совместных исследований с неполяризованными и поляризованными частицами.

Что касается конкуренции вкладов контактных токов (КТ) и МОТ, то следует отметить, что всюду выполняется неравенство $\sigma_{\parallel}$ (КТ) >> $\sigma_{\perp}$ (КТ) за исключением некоторых интервалов углов протонной эмиссии вперед и назад, где асимметрия быстро падает от единицы до нуля, поскольку мы приближаемся к коллинеарной кинематике. Как видно на рис.27,*б*, соответствующий интервал в передней полусфере является весьма узким. Вклады МОТ вызывают заметные отклонения Σ от единицы за пределами показанных интервалов. При $\theta_p = 90°$ асимметрия Σ (МОТ) является знакопеременной функцией E_γ (рис.26,*б*).

Добавление к КТ и МОТ тока намагниченности увеличивает дифференциальное сечение, поскольку его вклад, рассчитанный без ВКС, является, как уже отмечалось, некогерентным по отношению к этим токам. Как следовало ожидать, магнитное взаимодействие наиболее сильно проявляет себя при углах θ_p, близких к 0° и 180°. При углах вылета протонов в заднюю полусферу доминирует механизм отдачи, который отвечает погло-

*Наши результаты на рис. 25—29 приведены для модели МОТ из п.3.2 с параметром $\Lambda = 4m_\pi$.

щению фотона нуклонами-спектаторами. Аналогичный результат был получен при изучении реакций ^{4}He $(\vec{\gamma},\vec{p})$ ^{3}H и ^{4}He $(\vec{\gamma},\vec{n})$ ^{3}He [132].

Отметим, что в то время, как вклад механизма отдачи, связанный с КТ, определяется компонентами волновой функции Ψ со значениями $S = 1$ и $T = 0$, 1^*, в случае с током намагниченности (ТН) соответствующая амплитуда зависит от всей совокупности компонент этой волновой функции. Наш анализ формирования угловой зависимости сечения на рис.28,*а* показал, что вклад механизма отдачи для ТН зависит от компоненты ВФ ядра ^{3}He с $T = 1{,}0$. Однако, благодаря неравенству $(\mu_p - \mu_n)^2 >> (\mu_p + \mu_n)^2$, где μ_p (μ_n) — магнитный момент протона (нейтрона), относительная роль переходов через промежуточные состояния с $T = 1$ заметно усиливается. Таким образом, этот результат не соответствует представлениям о квазидейтронном механизме фотоядерных реакций при промежуточных энергиях [151].

Ток намагниченности оказывает заметное влияние на коэффициент асимметрии. Взаимодействие фотонов с магнитными моментами нуклонов увеличивает значения $\sigma_\perp$, так что $\sigma_\perp$ (ТН) > $\sigma_\parallel$ (ТН) при $10 \le E_\gamma \le 110$ МэВ. Равенство $\sigma_\perp$ (ТН) = $\sigma_\parallel$ (ТН) имеет место, если ограничиться рассмотрением только *S*-волн в $\Psi^{(1)}$, и нарушается при включении *D*-волн в $\Psi^{(1)}$ или в волновую функцию ^{3}He.

Стремясь улучшить согласие между теорией и экспериментом, мы исследовали другие механизмы поглощения фотонов ядром ^{3}He, т.е. включили π-мезонный ток с возбуждением Δ-изобары в промежуточном состоянии, ρ-мезонный обменный ток (ρ-МОТ) и спин-орбитальное электромагнитное взаимодействие нуклонов. Роль последнего обсуждается в п.4.7, а здесь отметим, что включение Δ-изобарного тока [96] не отражается сколько-нибудь заметно на энергетических зависимостях на рис.25. Это связано с тем, что его вклад подавлен, например, по отношению к контактному току фактором ~ k/m, где k — импульс виртуального пиона. Эффекты ρ-МОТ демонстрирует рис.30.

4.7. Релятивистские поправки в электрорасщеплении дейтрона и двухчастичном развале ^{3}He линейно поляризованными фотонами. Обсуждение роли релятивистских поправок (РП) в этих процессах начнем с определения спин-орбитального тока, о котором говорилось в пп.3.2 и 4.6. Ранее было показано [152,153], что включение спин-орбитального тока улучшает описание сечений и поляризационных наблюдаемых для фоторасщеп-

*Здесь $S(T)$ — спин (изоспин) *пр* -пары, из которой в конечном состоянии образуется дейтрон.

ления дейтрона ниже и выше порога рождения пионов. Обычно этот вклад рассматривается в результате нерелятивистской редукции одночастичного тока $J_{\mu}^{[1]}(\mathbf{q})$:

$$\rho_{SO}^{[1]}(\mathbf{q}) = \mathbf{q}\mathbf{g}(\mathbf{q}), \tag{4.29}$$

$$\mathbf{J}_{SO}^{[1]}(\mathbf{q}) = [K,\mathbf{g}(\mathbf{q})], \tag{4.30}$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = -\frac{i}{4m^2}\sum_{\alpha}(F_{1\alpha} + 2F_{2\alpha})\, e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_{\alpha}}\,[\sigma_{\alpha}\times\mathbf{p}_{\alpha}].$$

Следуя [153], определим пространственные компоненты спин-орбитального тока:

$$\mathbf{J}_{SO}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_{SO}^{[1]}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}_{SO}^{[2]}(\mathbf{q}) = [H,\mathbf{g}(\mathbf{q})]. \tag{4.31}$$

Ток $J_{SO}(\mathbf{q}) = (\rho_{SO}^{[1]}(\mathbf{q}), \mathbf{J}_{SO}(\mathbf{q}))$ сохраняется, поскольку

$$\mathbf{q}\mathbf{J}_{SO}(\mathbf{q}) = [H, \rho_{SO}^{[1]}(\mathbf{q})], \tag{4.32}$$

т.е. такое включение спин-орбитального электромагнитного взаимодействия не нарушает градиентной инвариантности.

Можно убедиться, что матричный элемент на энергетической поверхности от $\mathbf{J}_{SO}(\mathbf{q})$ совпадает с известным результатом [107] для спин-орбитального вклада.

Отметим также, что ток (4.31) по классификации, принятой в [154], имеет порядок m^{-3} и является, таким образом, релятивистской поправкой к КТ и ТН, которые пропорциональны m^{-1}. Как показано на рис.28,*а*, вклад $\mathbf{J}_{SO}$ в дифференциальное сечение при $\theta_p = 90°$ мал по сравнению с МОТ при $E_{\gamma} \lesssim 300$ МэВ. Относительная роль этого тока возрастает с энергией фотонов.

В угловом распределении протонов вклад спин-орбитального тока сосредоточен в передней полусфере, причем $\sigma_{CO}(\theta_p = 0°) >> \sigma_{CO}(\theta_p = 180°)$. Это объясняется тем, что вклад механизма отдачи, обусловленный $\mathbf{J}_{SO}$, не проявляет себя сколько-нибудь заметно на фоне прямого выбивания протонов во всем интервале углов θ_p.

Спин-орбитальное взаимодействие оказывает гораздо большее влияние на Σ-асимметрию. В частности, значения Σ на рис.28,*б* заметно уменьшаются при $E_{\gamma} > 150$ МэВ. При $E_{\gamma} = 300$ МэВ этот релятивистский эффект достигает примерно 30%, приближая рассчитанную энергетическую зависи-

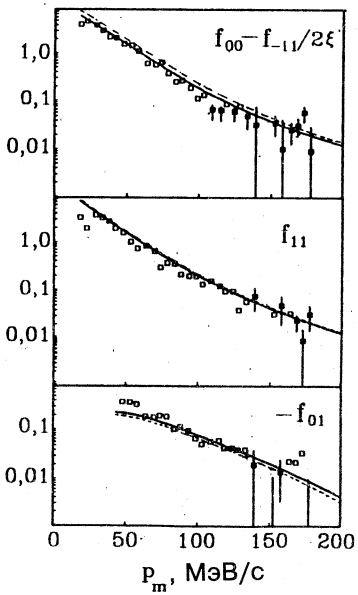


Рис. 31. Зависимость структурных функций, разделенных в эксперименте [54], от потерянного импульса. Сплошные (пунктирные) кривые рассчитаны с ВКС+МОТ ($\Lambda = 1{,}2$ ГэВ), включая (пренебрегая) релятивистские поправки

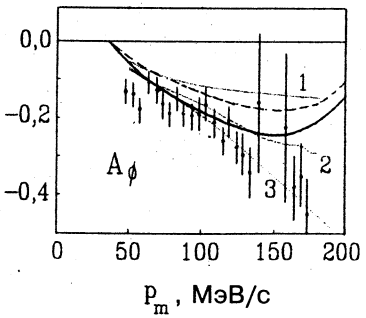


Рис. 32. Азимутальная (лево-правая) асимметрия относительно p_m. Пунктирные кривые *1*, *2* и *3* представляют результаты вычислений в подходах [39], [53] и [156] соответственно. Различия между пунктирной и сплошной кривыми такие же, как на рис. 31. Точки взяты из [54]

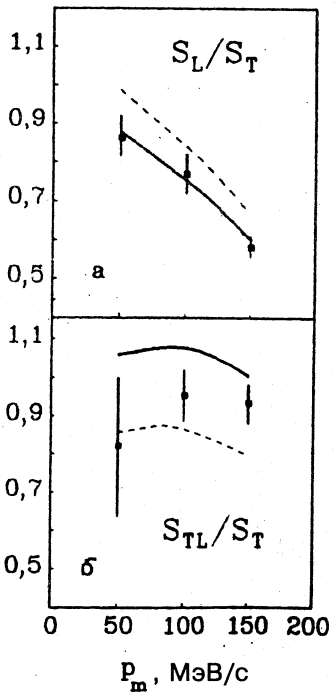


Рис. 33. Отношения S_L/S_T (*а*) и S_{TL}/S_T (*б*) относительно p_m при $q = 400$ МэВ/с. Различия между кривыми указаны на рис.31. Точки взяты из [157]

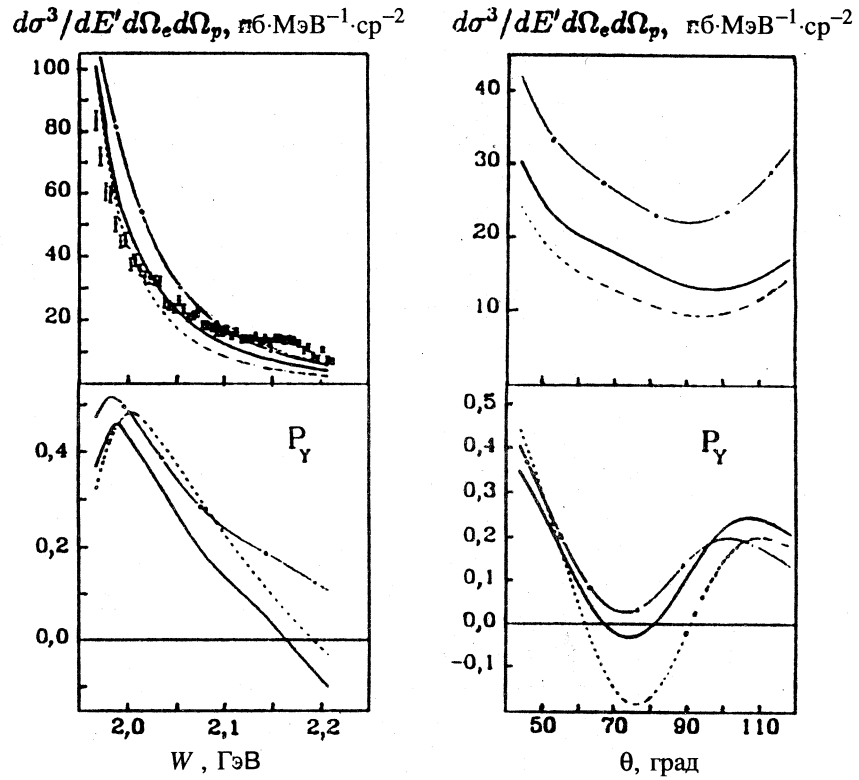


Рис. 34. Дифференциальные сечения (вверху) и поляризация протонов (внизу) для реакции H $(e, e'\vec{p})$ n в зависимости от инвариантной массы W конечной np-пары (слева) и угла θ между $\vec{k}_p$ и $\vec{q}$ при $W = 2{,}03$ ГэВ (справа). Пунктирные, сплошные и штрихпунктирные кривые представляют наши вычисления [155] в рамках DWBA, DWBA+MOT+РП и DWBA+MOT соответственно. Экспериментальные данные получены в Бонне [158]

мость Σ к экспериментальным данным. Как показано на рис.31—34, релятивистские поправки могут влиять на различные наблюдаемые в электрорасщеплении дейтрона. В частности, наши вычисления A_ϕ, в которых наряду со спин-орбитальным взаимодействием учитывались поправки Дарвина — Фолди к оператору зарядовой плотности, улучшают согласие теории с экспериментом (ср. пунктирную и сплошную кривые на рис.32). Рассчитанная нами зависимость A_ϕ практически не отличается при небольших $p_m \leq 150$ МэВ/с от кривой, полученной в релятивистском описании [53]. Основными ингредиентами последнего являются:

а) использование полного тока $J_{\mu}^{[1]}(q)$ на массовой оболочке с дираковскими формфакторами F_1 и F_2 (ср. (3.25));

б) решения квазипотенциальных уравнений для начального и конечных состояний *пр*-пары с релятивистским *пр*-взаимодействием, генерируемым π-, ρ-, ε-, ω-, η- и δ-обменами.

Мезонные обменные токи в [53] не рассматривались.

В целом заметное расхождение результатов различных групп, с одной стороны, предъявляет к теории высокие требования и, с другой стороны, требует более прецизионных измерений с продвижением в область больших p_m.

Расчеты на рис.33 отношений

$$S_L / S_T = W_L\, w_T / W_T\, w_C\,, \qquad S_{TL} / S_T = W_{LT}\, w_T / W_T\, w_I\,,$$

где величины w_C, w_T и w_I определены согласно CC1-приближению из [69], обнаруживают различные тенденции в их поведении после учета РП. В частности, включение РП на рис.32,*в* ведет к переоценке данных Сакле [157]. Такое превышение наблюдалось также другими авторами (см. рис.5 из [126]).

Отличительная черта измерений в Бонне [158] состоит в том, что в них зондировались высокоимпульсные компоненты волновой функции дейтрона, $314 \le p_m \le 653$ МэВ/с . В этих условиях релятивистские эффекты играют все возрастающую роль, улучшая, как показывают наши расчеты (сплошная кривая на верхней части рис.34,*а*), согласие теории с экспериментом, и вызывая качественные изменения поляризации выбитых протонов (особенно в области больших W). Конечно, чтобы понять истинную роль релятивистской динамики при таких значениях инвариантной массы, необходимо согласованное ковариантное описание механизмов реакции и структуры дейтрона.

Релятивистские эффекты отчетливо видны в условиях, близких к параллельной кинематике (ср. сплошные линии *1* и *2* на рис.17,18), когда затрагиваются небольшие импульсы нуклонов внутри дейтрона. При этом, как показывает наш анализ, доминирующий вклад происходит от РП Дарвина — Фолди.

4.8. Угловые распределения и поляризация кумулятивных протонов в реакции $d\,(e, e'\vec{p})\,n$.

Изучение поляризационных явлений в электрорасщеплении дейтрона для больших углов вылета ($\gtrsim 90°$) нуклонов по отношению к направлению падающего пучка электронов, т.е. в так называемой кумулятивной кинематике, запрещенной для *eN*-рассеяния на свободном нуклоне в покое, мо-

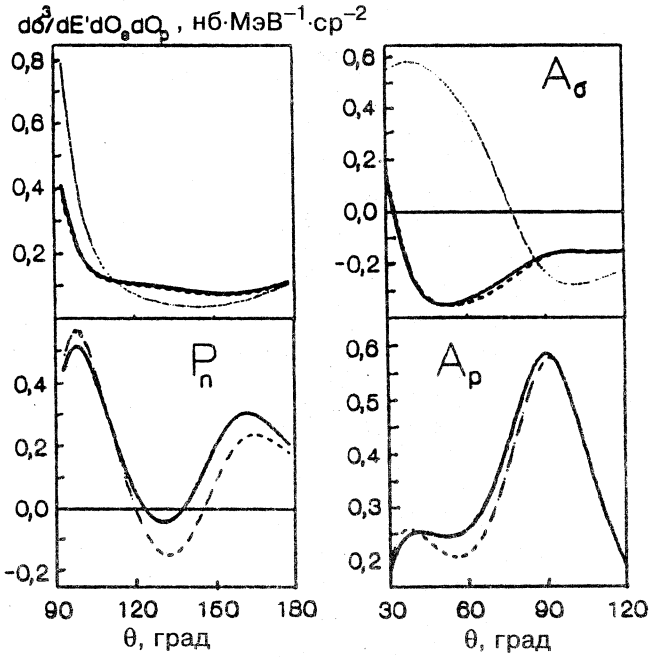


Рис. 35. Угловые зависимости дифференциального сечения σ_0 в $d\,(e, e'p)\,n$ и поляризации P в $d\,(e, e'\vec{p})\,n$ относительно угла θ_p между $\vec{k}_p$ и $\vec{k}$ для случая с $\phi = \pi$ (A_σ и A_P относительно угла θ между $\vec{k}_p$ и $\vec{q}$) показаны слева (справа). Расчеты в PWBA (DWBA) — точечные кривые (штриховые). DWBA+π-МОТ с $\Lambda = 4m_\pi$ — сплошные

жет быть дополнительным тестом для механизмов рождения частиц под большими углами (см., например, обзоры [159,160] и ссылки там).

Здесь представлены (рис.35) результаты наших первых расчетов [67] угловых зависимостей сечений и поляризации кумулятивных протонов в случае электрорасщепления дейтрона. Показаны также лево-правые асимметрии $A_\sigma \equiv A_\phi$ и A_p:

$$A_i = [F_i\,(\pi) - F_i\,(0)]\;[\sigma_0\,(\pi) + \sigma_0\,(0)]^{-1}, \qquad (4.33)$$

где $F_\sigma(\phi) = \sigma_0(\phi)$, $F_p = \sigma_0(\phi)\,P(\phi)$. Эти исследования представляют не только самостоятельный интерес, поскольку кумулятивные процессы на простейшей связанной системе нуклонов являются чувствительными инструментами в поисках проявлений короткодействующих корреляций в мало-

частичных кластерах, погруженных в ядерную среду [161,162]. Мы предпочитаем использовать мезон-нуклонную картину, полагая, что ее возможности далеко не исчерпаны.

Расчеты на рис.35 выполнены при фиксированных значениях энергии E = 1,8 ГэВ и E' = 1,64 ГэВ падающего и рассеянного электронов и угле рассеяния $\theta_e = 15°$. Эта ситуация соответствует так называемой области провала с $x < 1$, где можно ожидать проявлений ненуклонных степеней свободы.

Как видно, эффекты ВКС играют важную роль в формировании угловых распределений кумулятивных протонов. Вероятно, искажения ВКС можно имитировать, добавляя ненуклонные примеси в волновую функцию дейтрона. Однако при одновременном рассмотрении поляризации кумулятивных протонов такая процедура подвергается серьезным испытаниям. Включение МОТ, порождаемых π-обменом, слегка изменяет предсказания DWBA.

Работа по изучению внеоболочечных и релятивистских эффектов в этой области продолжается.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Завершая этот обзор проблем и достижений в современных исследованиях поляризационных явлений в фото- и электрорасщеплении малонуклонных систем, отметим следующее.

1) Измерения с поляризованными дейтериевой и гелиевой мишенями и пучками поляризованных фотонов и электронов высокой интенсивности представляют одно из главных направлений в исследовательских программах многих научных центров. Фронт таких исследований, которые уже принесли богатую информацию о свойствах связанных нуклонов, неуклонно расширяется (особенно с вводом в эксплуатацию ускорителей электронов с малой скважностью).

2) Имеющиеся теоретические результаты в изучении спиновой физики легчайших ядер с помощью неполяризованных и поляризованных фотонов и электронов (в частности, в реакциях с регистрацией рассеянных электронов на совпадение с ядерными фрагментами) создают солидный базис для будущих, еще более информативных поляризационных экспериментов. Это объединение усилий теоретиков и экспериментаторов может дать более глубокое понимание влияния ядерного окружения на электромагнитные взаимодействия связанного нуклона (например, внеоболочечных эффектов в γNN-вершине, которые до сих пор слабо изучены), роли мезонного обмена в формировании спиновых функций отклика малонуклонных систем и

поведения ядерных волновых функций на малых расстояниях по мере продвижения к значениям переданного импульса ~ 1 ГэВ/с.

3) Важное значение для достижения этих целей имеет удовлетворение требованиям градиентной независимости. В частности, как показывают наши расчеты, поляризация протонов для реакции $d\,(e, e'\,\vec{p})\,n$, тензорные асимметрии мишени для $\vec{d}\,(e, e'\,p)\,n$ и асимметрия пучка в реакции ^{3}He $(\vec{\gamma}, p)\,d$ с линейно поляризованными фотонами, весьма чувствительны к несогласованностям электромагнитного тока ядра и модели NN-взаимодействия (особенно при зондировании высокоимпульсных компонент дейтрона и ядра ^{3}He).

4) Сильное взаимодействие продуктов расщепления ядер фотонами (реальными или виртуальными) является существенным ингредиентом описания различных спиновых наблюдаемых. В частности, в теории без нарушений P- и T-инвариантности поляризация протонов в реакциях $d\,(e, e'\,\vec{p})\,n$ и ^{3}He $(\gamma, \vec{p})\,d$ тождественно равна нулю, если ВКС выключено. Поэтому сравнение соответствующих теоретических предсказаний и результатов измерений могло быть источником дополнительной информации о зависимостях функций непрерывного спектра $2N$- и $3N$-систем от модели ядерных сил. Во многих случаях искажения, вносимые ВКС, необходимо учитывать для надежного тестирования механизмов электромагнитного взаимодействия нуклонов и эффектов ядерной структуры. Они могут быть весьма заметными не только вдали от квазисвободной кинематики (ср. наш анализ асимметрий сечений расщепления тензорно-поляризованных дейтронов электронами вблизи фотонной точки с $q_\mu^2 = 0$), но и в области квазисвободного пика, когда бьеркеновская переменная $x \cong 1$. Как мы видели, эффекты ВКС ярко проявляют себя в формировании угловых распределений и поляризации кумулятивных протонов в реакции $d\,(e, e'\vec{p})\,n$. Для фото- и электрорасщепления $3N$-ядер при промежуточных энергиях проблема включения ВКС в расчетах с реалистическими NN-потенциалами остается открытой для теоретиков.

5) Спиновые наблюдаемые в электрорасщеплении дейтерия и ядра представляют большой интерес для извлечения электрического формфактора нейтрона. Среди предложений в этом направлении, которые либо осуществлены недавно, либо предназначены для машин нового поколения (AmPS, SHR, ELSA, CEBAF), выделим измерения передач поляризации нуклону в реакциях $\vec{d}\,(\vec{e}, e'\vec{n})\,p$, $\vec{d}\,(e, e'\vec{n})\,p$ и $\vec{d}\,(\vec{e}, e'\vec{p})\,n$, смешанной асимметрии в реакции $\vec{d}\,(\vec{e}, e'n)\,p$ с векторно-поляризованной мишенью, асимметрии пучка для реакций $^3\vec{\text{He}}\,(\vec{e}, e'n)\,pp$ (эксперименты в Майнце) и ^{3}He $(\vec{e}, e')$ (эксперименты в лаборатории МИТ-Бейтс). Как показывают обширные теоретические исследования, наиболее благоприятные кинематические условия

для эксклюзивных реакций такого типа реализуются в параллельной кинематике, где эффекты ВКС и МОТ малы, так что приходится иметь дело с квазисвободным eN–$e'N'$ рассеянием. Поляризация протонов, индуцированная ВКС в реакции $d\ (e, e'\vec{p})\ n$, испытывает качественные изменения при переходе от одной модели к другой, что делает эту реакцию (без поляризованного пучка электронов) еще одним кандидатом для извлечения этой фундаментальной величины.

6) Мы находим две области, отвечающие левому и правому крыльям квазисвободного пика, где поляризация протонов в реакции $d\ (e, e'\vec{p})\ n$ принимает значения, доступные для измерений на ускорителях типа CEBAF. С физической точки зрения было бы интересно осуществить такие измерения в параллельной кинематике, когда эта поляризация описывается наиболее простым образом, т.е. одной структурной функцией, зависящей от LT-интерференции компонент тока дейтрона.

7) Заметные расхождения между результатами теоретических исследований двухчастичного развала ядра ^{3}He фотонами с энергией $E_\gamma > 100$ МэВ делают необходимыми дополнительные (может быть, более тщательные) вычисления высокоимпульсных компонент волновой функции этой $3N$-системы. Следует подчеркнуть, что все эти результаты, полученные без учета ВКС в pd-системе, не дают удовлетворительного описания данных о сечениях реакции ^{3}He $(\gamma, p)\ d$ и коэффициенте асимметрии. Включение МОТ улучшает описание сечений, но в то же время увеличивает различия между рассчитанными и измеренными значениями асимметрии.

8) Как показывают расчеты, некоторые наблюдаемые в рассматриваемых процессах сильно зависят от релятивистских поправок к электромагнитному току ядра и ядерных ВФ. Так, в условиях квазисвободной кинематики соответствующие эффекты в угловых зависимостях A_ϕ-асимметрии, передачи поляризации $P'_t\ (n)$, $P_{1Z}(n)$, $P^h_{2X}\ (p)$ и смешанной асимметрии $A'_v\ (\pi/2, 0)$ для эксклюзивного расщепления дейтрона проявляются при сравнительно небольших q^2_μ. Поскольку в таких ситуациях эти наблюдаемые определяются продольно-поперечными структурными функциями, разделение структурных функций может дать новую информацию о роли релятивистских эффектов в ядрах.

Разумеется, при зондировании высокоимпульсных компонент ядерных ВФ необходима дальнейшая релятивизация теории, включающая, например, эффекты запаздывания в МОТ и решения релятивистских уравнений для состояний адронной системы либо в подходе Окубо, который оперирует с частицами на массовых оболочках, либо в рамках формализма Бете — Солпитера с частицами вне массовых оболочек в промежуточных состояниях.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Покажем, что метод Окубо, описанный в п.3.1, является примером решения общей алгебраической задачи о диагонализации эрмитовской матрицы с помощью унитарного преобразования.

С этой целью обратимся к модели взаимодействующих полей, нейтрального скалярного поля (скалярного мезонного поля) и бесспинового фермионного поля, в которой пренебрегают отдачей «тяжелого» фермиона:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_I, \tag{A.1}$$

$$\mathcal{H}_0 = m_0 \int \psi^+(\mathbf{p})\, \psi(\mathbf{p})\, d\mathbf{p} + \int \omega(\mathbf{k})\, a^+(\mathbf{k})\, a(\mathbf{k})\, d\mathbf{k}, \tag{A.2}$$

$$\mathcal{H}_I = \frac{g}{(2\pi)^{3/2}} \int d\mathbf{p} \int d\mathbf{k}\, \frac{f(\mathbf{k}^2)}{\sqrt{2\omega(\mathbf{k})}}\, \psi^+(\mathbf{p}+\mathbf{k})\, \psi(\mathbf{p})\, [a(\mathbf{k}) + a^+(-\mathbf{k})], \tag{A.3}$$

где $\omega(\mathbf{k}) = \sqrt{\mathbf{k}^2 + \mu^2}$, μ — масса мезона, $f(\mathbf{k}^2)$ — обрезающий фактор и m_0 — затравочная («голая») масса фермиона.

Нетривиальные соотношения коммутации для фермионных полей $\psi^+(\mathbf{p})$ ($\psi(\mathbf{p})$) и $a^+(\mathbf{k})$ ($a(\mathbf{k})$) операторов рождения (уничтожения) выглядят обычным образом:

$$\{\psi(\mathbf{p}), \psi^+(\mathbf{p})\} = \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}'),$$
$$[a(\mathbf{k}), a^+(\mathbf{k}')] = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'). \tag{A.4}$$

Рассмотрим унитарное преобразование

$$V = \exp(iS), \tag{A.5}$$

$$iS = \frac{g}{(2\pi)^{3/2}} \int \frac{f(\mathbf{k}^2)}{\sqrt{2\omega^3(\mathbf{k})}} \{B(\mathbf{k})\, a(\mathbf{k}) - B^+(\mathbf{k})\, a^+(\mathbf{k})\} \equiv$$
$$\equiv g(X - X^+), \tag{A.6}$$

где введено обозначение $B(\mathbf{k})$ для фурье-преобразования барионной плотности:

$$B(\mathbf{k}) = \int e^{i\mathbf{kx}}\, \psi^+(\mathbf{x})\, \psi(\mathbf{x})\, d\mathbf{x} = \int \psi^+(\mathbf{p}+\mathbf{k})\, \psi(\mathbf{p})\, d\mathbf{p}. \tag{A.7}$$

Используя соотношения коммутации, в частности, тождество

$$[AB, CD] = A\,[B, C]\,D + C\,[A, D]\,B,$$

которое справедливо, когда $[A, C] = [B, D] = 0$, находим

$$[X, X^+] = \int \frac{f^2(\mathbf{k}^2)}{2\omega^3(\mathbf{k})} \frac{B(\mathbf{k})\, B^+(\mathbf{k})}{(2\pi)^3}\, d\mathbf{k}, \tag{A.8}$$

$$[X, [X, X^+]] = 0. \tag{A.9}$$

Но при выполнении (А.9) можно показать, что

$$V = e^{g(X - X^+)} = e^{-gX^+} e^{gX}\, e^{g^2/2\,[X, X^+]}.$$

Отсюда получаем

$$V^+ a(\mathbf{k})\, V = a(\mathbf{k}) - g \frac{f(\mathbf{k}^2)}{\sqrt{2}\,(2\pi)^3\, \omega^3(\mathbf{k})} B^+(\mathbf{k}) \tag{A.10}$$

и

$$\mathcal{H}_V \equiv V^+ \mathcal{H} V = m\, B(0) - \delta m\, B(0) - \int \omega(\mathbf{k})\, a^+(\mathbf{k})\, a(\mathbf{k})\, d\mathbf{k} -$$

$$- \frac{g^2}{(2\pi)^3} \int \frac{f^2(\mathbf{k}^2)}{2\omega^2(\mathbf{k})} B^+(\mathbf{k})\, B(\mathbf{k})\, d\mathbf{k}. \tag{A.11}$$

В (А.11) выделен массовый контрчлен с $\delta m = m - m_0$. Он возникает естественным образом, коль скоро нас интересует потенциальная часть без самодействия:

$$\int \frac{f^2(\mathbf{k}^2)}{2\omega^2(\mathbf{k})} B^+(\mathbf{k})\, B(\mathbf{k})\, d\mathbf{k} = \int \frac{f^2(\mathbf{k}^2)}{2\omega^2(\mathbf{k})} d\mathbf{k}\, B(0) -$$

$$- \int d\mathbf{k} \frac{f^2(\mathbf{k}^2)}{2\omega^2(\mathbf{k})} \int d\mathbf{p} \int d\mathbf{p}'\, \psi^+(\mathbf{p} + \mathbf{k})\, \psi^+(\mathbf{p}')\, \psi(\mathbf{p})\, \psi(\mathbf{p}' + \mathbf{k}), \tag{A.12}$$

откуда

$$\delta m = - \frac{g^2}{(2\pi)^3} \int \frac{f^2(\mathbf{k}^2)}{2\omega^2(\mathbf{k})} d\mathbf{k}. \tag{A.13}$$

Второе слагаемое в (А.12) может быть записано в канонической форме для потенциальной энергии (двухчастичный оператор):

$$V = \int d\mathbf{x} \int d\mathbf{x}'\, \psi^+(\mathbf{x})\, \psi^+(\mathbf{x}')\, V(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\, \psi(\mathbf{x})\, \psi(\mathbf{x}'), \tag{A.14}$$

$$V(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = - \frac{g^2}{(2\pi)^3} \int \frac{f^2(\mathbf{k}^2)}{2\omega^2(\mathbf{k})} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{x} - \mathbf{x}')}\, d\mathbf{k}. \tag{A.15}$$

Итак,

$$\mathcal{H}_V = m\, B(0) + H_M + V,$$

$$H_M = \int \omega(\mathbf{k})\, a^+(\mathbf{k})\, a(\mathbf{k})\, d\mathbf{k}. \tag{A.16}$$

Мы видим, что существенным отличием $\mathcal{H}_V$ от $\mathcal{H}$ является разделение его на часть H_M, действующую в мезонном секторе, и остальную, в фермионном секторе R_0. Тогда получаем:

$$H^{\text{eff}} \equiv P_0 \mathcal{H}_V P_0 = m P_0 B(0) P_0 + P_0 V P_0, \tag{A.17}$$

где, следуя обозначениям п.3.1, введен оператор проектирования на подпространство P_0 без мезонов:

$$P_0 = |0\rangle \langle 0| + |N; 0\rangle \langle N; 0| + |NN; 0\rangle \langle NN; 0| + \dots .$$

По определению имеем

$$a(\mathbf{k})\,|0\rangle = 0, \qquad \psi(p)\,|0\rangle = 0 \tag{A.18}$$

для «голого» вакуума и

$$|N; 0\rangle = \psi^{+}(p)\,|0\rangle \tag{A.19}$$

для однофермионных состояний. Отсюда следует, что

$$\mathcal{H}_0\,|0\rangle = 0.$$

Кроме того, в данной модели $\mathcal{H}|0\rangle = 0$*, но

$$\mathcal{H}|N; 0\rangle \neq \lambda\,|N; 0\rangle.$$

В этой связи отметим, что решению задачи на собственные значения

$$H^{\text{eff}}\,|\chi\rangle = E\,|\chi\rangle \tag{A.20}$$

сопоставляется унитарный партнер

$$\mathcal{H}|\Psi\rangle = E\,|\Psi\rangle, \qquad |\Psi\rangle = V\,|\chi\rangle. \tag{A.21}$$

Мы видим, что

$$H^{\text{eff}}\,|0\rangle = 0, \tag{A.22}$$

т.е. голый вакуум является собственным состоянием H^{eff} с нулевой энергией. Далее, согласно (A.20)—(A.21), имеем

$$\mathcal{H}|\Psi_0\rangle = 0, \qquad |\Psi_0\rangle = V\,|0\rangle.$$

Но в данной модели

$$V\,|0\rangle = |0\rangle,$$

*,Это было бы не так, если бы в модель были включены антифермионы.

т.е.

$$|\Psi_0\rangle = |0\rangle. \tag{A.23}$$

Из

$$H^{\text{eff}}\,|N;\,0\rangle = m\,|N;\,0\rangle \tag{A.24}$$

получаем, что

$$\mathcal{H}\,|\psi_N\rangle = m\,|\psi_N\rangle, \tag{A.25}$$

$$|\psi_N\rangle = V\,|N;\,0\rangle = \psi_d^+(\mathbf{p})\,|\Psi_0\rangle = \psi_d^+(\mathbf{p})\,|0\rangle, \tag{A.26}$$

где $\psi_d^+(\mathbf{p}) = V\,\psi^+(\mathbf{p})\,V^+$ — «одетый» фермионный оператор. Заметим также, что

$$H^{\text{eff}}\,|N;\,0\rangle = H_0(m)\,|N;\,0\rangle,$$

$$H_0(m) = m\,B(0),$$

в то время как

$$\mathcal{H}_0\,|N;\,0\rangle = m_0\,|N;\,0\rangle. \tag{A.27}$$

Другими словами, можно положить

$$|\psi_N\rangle = |N;\,\mathrm{m}\rangle = |N;\,out\rangle = V\,|N;\,0\rangle. \tag{A.28}$$

Это соотношение подчеркивает различия между описаниями фермионных состояний в *in (out)*-формализме (вектора в фоковском пространстве R) и подходе Окубо (вектора в секторе $R_0 \subset R$). Точно таким образом можно построить эффективный генератор бустов $\mathbf{K}^{\text{eff}}$ с иллюстрацией утверждения о том, что два некоммутирующих эрмитовых оператора $\mathcal{H}$ и $\mathbf{K}$ приводятся одним унитарным преобразованием (в данном случае (А.5)) к квазидиагональному виду (см. обсуждение в [122]).

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Коэффициенты разложения

$$\bar{u}\,(p')\,\Gamma_\mu(p',\,p)\,u\,(p) = \varphi^+(A_\mu + \mathbf{B}_\mu\,\boldsymbol{\sigma})\,\varphi \tag{Б.1}$$

определяются соотношениями

$$A_\mu = \frac{1}{2}\,\mathrm{Sp}\left\{(\not{p}' + m)\,\Gamma_\mu\,(p',\,p)\,(\not{p} + m)\,\frac{1+\gamma_0}{2}\right\}, \tag{Б.2}$$

$$\mathbf{B}_\mu = \frac{1}{2}\,\mathrm{Sp}\left\{(\not{p}' + m)\,\Gamma_\mu\,(p',\,p)\,(\not{p} + m)\,\frac{1+\gamma_0}{2}\,\boldsymbol{\gamma}\,\gamma_5\right\}. \tag{Б.3}$$

После несложных вычислений находим

$$A_\mu = N_{\mathbf{p}'} N_{\mathbf{p}} \left\{ G_M [m^2 + p'p]\, \delta_{\mu 0} - i [p'_\mu (E_{\mathbf{p}} + m) + p_\mu (E_{\mathbf{p}'} + m)] + \right.$$

$$\left. + \frac{i}{2m} F_2 (p' + p)_\mu [m^2 - pp' + m (E_{\mathbf{p}'} + E_{\mathbf{p}})] \right\}, \qquad \text{(Б.4)}$$

$$\mathbf{B}_\mu = N_{\mathbf{p}'} N_{\mathbf{p}} \left\{ -\frac{F_2}{2m} (p' + p)_\mu [\mathbf{p}' \times \mathbf{p}] + G_M \left[i [\mathbf{p}' \times \mathbf{p}]\, \delta_{\mu 0} - \right. \right.$$

$$\left. \left. - (1 - \delta_{\mu 0}) \left(\left[\hat{\mathbf{n}}^{(\mu)} \times \mathbf{p}' \right] (E_{\mathbf{p}} + m) - \left[\hat{\mathbf{n}}^{(\mu)} \times \mathbf{p} \right] (E_{\mathbf{p}} + m) \right) \right] \right\},$$

$$N_{\mathbf{p}} = [2E_{\mathbf{p}} (E_{\mathbf{p}} + m)]^{-1/2}, \qquad G_M = F_1 + F_2, \qquad \text{(Б.5)}$$

где $\hat{\mathbf{n}}^{(k)}$ $(k = 1, 2, 3)$ обозначены единичные векторы с компонентами: $\hat{n}_i^{(k)} = \delta_{ik}$. Аргументы $(p' - p)^2$ в формфакторах F_1, F_2 и G_M опущены.

Из (3.27) следует, что

$$(p' - p)^\mu A_\mu = 0, \qquad \text{(Б.6)}$$

$$(p' - p)^\mu \mathbf{B}_\mu = 0. \qquad \text{(Б.7)}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Рассмотрим более детально выражение

$$x = \frac{\mathbf{q}^2 - \omega^2}{2m\omega} = 1. \qquad \text{(В.1)}$$

В этом случае, полагая $m_p = m_n = m$, имеем для инварианта $s = (\omega + m_d)^2 - \mathbf{q}^2$:

$$s = 4m^2 \left(1 + \frac{\omega}{2m} \right) \left[1 - \frac{\varepsilon_d}{m} + O\left(\frac{\varepsilon_d^2}{m^2} \right) \right], \qquad \text{(В.2)}$$

где $\varepsilon_d > 0$ — энергия связи дейтрона. Предельный угол θ_{lim} определяется соотношением

$$\sin^2 \theta_{\text{lim}} = \left(\frac{\gamma_p^* v_p^*}{\gamma v} \right)^2 = \frac{s k_p^{*2}}{m^2 q^2} \le 1, \qquad \text{(В.3)}$$

где v (v_p^*) — скорость с.ц.м. относительно л.с. (выбитого протона в с.ц.м.). γ и γ_p^* — соответствующие лоренц-факторы.

Из (В.2) находим

$$\sin^2 \theta_{\text{lim}} = \left(1 - \frac{\varepsilon_d}{m} \right) \left[1 - \frac{2\varepsilon_d}{\omega} \left(1 + \frac{\omega}{2m} \right) \right]. \qquad \text{(В.4)}$$

Таким образом, при условии (В.1) $\theta_{\text{lim}} = \pi/2$ с точностью до членов $\sim \varepsilon_d / m$ и $\varepsilon_d / \omega << 1$. Более того, используя преобразование Лоренца

$$\mathbf{k}_p^* = \mathbf{k}_p + \left[\frac{\mathbf{k}_p \mathbf{q}}{\omega + m_d + \sqrt{s}} - E_{\mathbf{p}} \right] \frac{\mathbf{q}}{\sqrt{s}} \qquad \text{(В.5)}$$

и пренебрегая членами $\sim \varepsilon_d / m_d$, ε_d / ω и $\omega^2 / m^2 << 1$, можно показать, что

$$\cos \theta^* = \cos 2\theta - \frac{\omega}{4m} \sin^2 2\theta, \qquad \text{(В.6)}$$

т.е. в хорошем приближении $\theta^* = 2\theta$, если бьеркеновская переменная $x = 1$ и $\omega / 4m << 1$.

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Здесь нас будут интересовать свойства преобразования вектора

$$\mathbf{P} = \frac{\text{Sp} \{ \boldsymbol{\sigma}(1) T_{\rho_e} T^+ \}}{\text{Sp} \{ T_{\rho_e} T^+ \}}, \qquad \text{(Г.1)}$$

где ρ_e — поляризационная матрица плотности для электронов, относительно группы Лоренца.

По определению T-матрица имеет следующие свойства:

$$\langle \mathbf{k}_p \sigma_p \mathbf{k}_n \sigma_n \mathbf{k}' \sigma' | T | \mathbf{k} \sigma \mathbf{k}_d \sigma_d \rangle =$$

$$= \langle \mathbf{k}_p \sigma_p \mathbf{k}_n \sigma_n \mathbf{k}' \sigma' | V^+(\Lambda) T V(\Lambda) | \mathbf{k} \sigma \mathbf{k}_d \sigma_d \rangle.$$

Соответствие $\Lambda \to V(\Lambda)$ реализует некоторое унитарное представление группы Лоренца. Имея в виду известную независимость следа матриц от выбора базиса, удобно выбрать канонический базис $|p\sigma\rangle \equiv |[ms]\ \mathbf{p}\sigma\rangle$. Каж-

дый из векторов последнего описывает состояние частицы с массой m, спином s, импульсом $\mathbf{p}$ и проекцией спина σ на ось квантования.

По определению

$$V(\Lambda) \mid \mathbf{p}\sigma \rangle = D^{(s)}_{\sigma'\sigma} (R(\Lambda\, \mathbf{p}, \mathbf{p})) \mid \Lambda\, \mathbf{p}\, \sigma' \rangle, \tag{Г.3}$$

где вигнеровское вращение $R(\Lambda\, \mathbf{p}, \mathbf{p})$ может быть записано в виде

$$R(\Lambda\, \mathbf{p}, \mathbf{p}) = L^{-1}(\Lambda\, \mathbf{p})\, \Lambda\, L(\mathbf{p}). \tag{Г.4}$$

Буст $L(p)$ преобразует m (1, 0, 0, 0) в $p = (\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}, \mathbf{p})$. Теперь можно показать, что

$$\mathbf{P} = R(\Lambda\, \mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p)\, \mathbf{P}(\Lambda), \tag{Г.5}$$

$$\mathbf{P}(\Lambda) = \frac{\mathrm{Sp}\,\{\boldsymbol{\sigma}(1)\, T(\Lambda)\, \rho_e(\Lambda)\, T^{+}(\Lambda)\}}{\mathrm{Sp}\,\{T(\Lambda)\, \rho_e(\Lambda)\, T^{+}(\Lambda)\}}, \tag{Г.6}$$

где $\rho_e(\Lambda) = V(\Lambda)\, \rho_e V^{+}(\Lambda)$ и $T(\Lambda)$ обозначает T-матрицу, в которой 4-импульсы всех частиц заменены трансформированными: $k_p \to \Lambda\, k_p$, $k' \to \Lambda\, k'$ и т.д.

Итак, при переходе от одной системы отсчета к другой вектор поляризации (Г.1) подвергается вигнеровскому повороту (Г.5).

Если Λ есть буст L со скоростью v, то соответствующее преобразование $R(L\, \mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p)$ есть вращение вокруг $\mathbf{v} \times \mathbf{k}_p$ — направления на угол ψ, который определяется соотношением

$$\left(1 + \gamma + \frac{E^{*}_{\mathbf{p}}}{m} + \frac{E_{\mathbf{p}}}{m}\right) \mathrm{tg}\,\frac{\psi}{2} = \frac{\gamma\, |\mathbf{v} \times \mathbf{k}_p|}{m}. \tag{Г.7}$$

В рассматриваемом случае, когда

$$\gamma\, \mathbf{v} = \mathbf{q}/\sqrt{s}, \tag{Г.8}$$

получаем

$$\mathrm{tg}\,\frac{\psi}{2} < \frac{1}{4}\,\frac{q}{\sqrt{s}}\,\frac{k_p}{m}\,\sin\theta. \tag{Г.9}$$

Другими словами, компоненты поляризации протонов заметно изменяются при вращении (Г.5) в ультрарелятивистском пределе, когда 3-импульс k_p сравним с массой протона. Этот эффект становится более существенным с возрастанием θ. Кроме того, в компланарной геометрии компонента P_Y остается неизменной.

Тщательное рассмотрение преобразования $\rho_e \to \rho_e(\Lambda)$ можно найти в нашей статье [18].

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Структурные функции W_i^{JM} и $\overline{W}_i^{JM}$ в л.с. связаны со структурными функциями f_i^{JM} из [13] следующим образом:

$$W_i^{JM} = d_i f_i^{JM} \qquad (i = L, T), \tag{Д.1}$$

$$W_k^{JM} = d_k f_k^{JM(+)}, \qquad \overline{W}_k^{JM} = d_k (1 - 2\delta_{y_2}) f_k^{JM(-)},$$

$$f_k^{JM(\pm)} = \frac{1}{2}(2 - \delta_{M0}) [f_k^{JM} \pm (-1)^{J-M} f_k^{J,-M}],$$

$$(k = LT, TT). \tag{Д.2}$$

Здесь введены обозначения

$$d_i = \frac{c\,\overline{\rho}_i}{\sigma_M R} \frac{d\Omega_{np}^*}{d\Omega_p}, \tag{Д.3}$$

$$\overline{\rho}_L / \beta^2 = \overline{\rho}_T = -\overline{\rho}_{TT} = \sqrt{2}\,\overline{\rho}_{LT}/\beta = q_\mu^2/2\eta, \tag{Д.4}$$

где кинематический фактор C определен в [13], $\beta = |\mathbf{q}|/|\mathbf{q}^*|$.

Якобиан перехода из с.ц.м. в л.с. равен

$$\frac{d\Omega_{np}^*}{d\Omega_p} = k_p \left[k_p^* \gamma \left(1 - \frac{E_p}{k_p} v \cos\theta \right) \right]^{-1}. \tag{Д.5}$$

Инклюзивная функция отклика $R_{LT}^{\prime 11}$ в (2.42) пропорциональна функции отклика $F_{LT}^{\prime 1-1}$ из [16]:

$$R_{LT}^{\prime 11} = -\frac{6c}{\sigma_M} \overline{\rho}_{LT} F_{LT}^{\prime 1-1}. \tag{Д.6}$$

Что касается асимметрий (2.39)—(2.41), то имеют место равенства:

$$A_{v,t} = A_d^{V,T}, \tag{Д.7}$$

$$A'_{v,t} = A_{ed}^{V,T}, \tag{Д.8}$$

где величины в правых частях определены в [17].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Meyer W.** — Nucl. Phys., 1985, vol.A446, p.381.
2. **Andresen H.G.** — Proc. 6th Seminar Electr. Interactions Nuclei at Low and Medium Energies, Moscow, 1986, p.318.
3. **Donnelly T.W., Raskin A.S.** — Ann Phys., 1986, vol.169, p.247.
4. **Madey R., Kowalski S.** — Proposal 85-05 to MIT-Bates Research Program, 1985.
5. **Рекало М.П., Гах Г.И., Рекало А.П.** — УФЖ, 1986, т.31, с.1293.
6. **Arenhövel H.** — Phys. Lett., 1987, vol.B199, p.13.
7. **Шебеко А.В.** — Proc. Int. Conf. Theory of Few-Body and Quark-Hadronic Systems, JINR, Dubna, 1987, p.183.
8. **Mostovoy M.V., Nikolenko D.M., Ospanov K.T. et al.** — Phys. Lett., 1987, vol.B188, p.181.
9. **Котляр В.В., Шебеко А.В.** — ЯФ, 1987, т.45, с.984.
10. **Kotlyar V.V., Shebeko A.V.** — Z. Phys., 1987, vol.A327, p.301.
11. **Finn J.M., Lourie R.W., Perdrisat C.F., Ulmer P.E.** — Proposal 88-21 to MIT-Bates Research Program, 1988.
12. **Корчин А.Ю., Мельник Ю.П., Шебеко А.В.** — ЯФ, 1988, т.48, с.387.
13. **Arenhövel H., Leidemann W., Tomusiak E.L.** — Z. Phys., 1988, vol..A331, p.123; 1989, vol.A334, p.363 (E).
14. **Буров В.В., Достовалов В.Н., Суськов С.Э.** — ЭЧАЯ, 1992, том 23, вып.3, с.721.
15. **Korchin A.Yu., Mel'nik Yu.P., Shebeko A.V.** — Few-Body Systems, 1990, vol.9, p.211.
16. **Leidemann W., Tomusiak E.L., Arenhövel H.** — Phys. Rev., 1991, vol.C43, p.1022.
17. **Arenhövel H., Leidemann W., Tomusiak E.L.** — Phys. Rev., 1992, vol.C46, p.455.
18. **Mel'nik Yu.P., Shebeko A.V.** — Few-Body Systems, 1992, vol.13, p.59.
19. **Mel'nik Yu.P., Shebeko A.V.** — Phys. Rev., 1993, vol.C48, p.1259.
20. **Mosconi B., Pauschenwein J., Ricci P.** — Phys. Rev., 1993, vol.C48, p.332.
21. **Mel'nik Yu.P.** — Proc. Nat. Conf. Physics of Few-Body and Quark-Hadronic Systems. Eds. Boldyshev V., Kotlyar V., Shebeko A. (Kharkov, 1992), 1994, p.293.
22. **Walcher Th.** — Proc. 13th European Conf. Few-Body Problems in Physics. Eds. Ciofi degli Atti C., Pace E., Salme G., Simula S. (Isola d'Elba, 1991), Few-Body Systems, Suppl.6, Springer-Verlag, 1992, p.393.
23. **de Witt Huberts P.K.A.** — ibid, p.408.
24. **Mougey J.** — ibid, p.421.
25. **Bernstein A.** — ibid, p.485.
26. **Hersman W.F.** — ibid, p.499.
27. **Gilman R.** — Proc. Nat. Conf. Physics of Few-Body and Quark-Hadronic Systems. Eds. Boldyshev V., Kotlyar V., Shebeko A. (Kharkov, 1992), 1994, p.273.
28. **Saha A.** — ibid, p.416.
29. **Sorokin P.V.** — Proc. 6th Seminar Electr. Interactions of Nuclei at Low and Medium Energies, Moscow, 1986, p.318.
30. **Arenhövel H., Sanzone M.** — Few-Body Systems, Suppl.3, Springer-Verlag, 1991.

31. **Kotlyar V.V., Shebeko A.V.** — Proc. 10th Int. Seminar of High Energy Physics Problems. Eds. Baldin A.M., Burov V.V., Kaptari L.P. (Dubna, 1990). World Scientific Publ. Co., 1991, p.392.
32. **Boffi S.** — Proc. CEBAF Summer Workshop. Eds. Gross F., Mineghart R. Newport News, SURA 1986, p.133.
33. **Gross F.** — Research Program at CEBAF (III), Newport News, SURA 1988, p.183.
34. **McKeown R.D.** — Proc. 14th European Conf. Few-Body Problems in Physics. Eds. Bakker B.L.G., van Dantzig R. (Amsterdam, 1993). Springer-Verlag, 1994, p.104.
35. **Ciofi degli Atti C., Scopetta S., Pace E., Salme G.** — ibid, p.458.
36. **Шебеко А.В.** — В сб.: Материалы XXVII Зимней школы ПИЯФ. Санкт-Петербург, 1993, с.89.
37. **Shebeko A.V.** — Proc. 6th Seminar Electr. Interactions of Nuclei at Low and Medium Energies, Moscow, 1986, p.200.
38. **Шебеко А.В.** — Лекция на всесоюзной Школе по теоретической ядерной физике им. В.М.Галицкого. М.: МИФИ, 1991, с.56.
39. **Arenhövel H.** — Nucl. Phys., 1982, vol.A384, p.287.
40. **Bernheim M., Bussiere A., Mougey J. et al.** — Nucl. Phys., 1981, vol.A365, p.349.
41. **Turk-Chieze S., Barreau P., Bernheim M. et al.** — Phys. Lett., 1984, vol.B142, p.145.
42. **Kazes E., Feuchtwang T.E., Cutler P.H. et al.** — Ann. Phys. 1982, vol.142, p.80.
43. **Шебеко А.В.** — Лекция на всесоюзной Школе по теоретической ядерной физике им. В.М.Галицкого М.: МИФИ, 1991, с.40.
44. **Шебеко А.В.** — ВАНТ, серия: Ядерно-физические исследования (теория и эксперимент), вып. 2/20/, Харьков , 1991, с.3.
45. **Mishnev S.I., Nikolenko D.M., Popov S.G. et al.** — Phys. Lett., 1993, vol.B302, p.23.
46. **Day D.** — CEBAF proposal 89-018, 1989.
47. **Mosconi B., Pauschenwein J., Ricci P.** — Few-Body Systems. 1992, Suppl. 6, p.223.
48. **Tamura K., Niwa T., Sato T., Ohtsubo H.** — Nucl. Phys., 1992, vol.A536, p.597.
49. **Beck G., Arenhövel H.** — Few-Body Systems, 1992, Suppl. 13, p.165.
50. **Arenhövel H., Göller H., Beck G.** — Proc. Nat. Conf. Physics of Few-Body and Quark-Hadronic Systems. Eds. Boldyshev V., Kotlyar V., Shebeko A. (Kharkov, 1992), 1994, p.132.
51. **Kotlyar V.V.** — ibid, p.145.
52. **Wilbois T., Back G., Arenhövel H.** — Preprint-T-93-10, Mainz, 1993.
53. **Hummel E., Tjon J.A.** — Phys. Rev., 1994, vol.C49, p.21.
54. **van der Schaar M., Arenhövel H., Block H.P. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1992, vol.68, p.776.
55. **Ducret J.E.** — PhD thesis, Orsay: Univ. de Paris — Sud, 1992.
56. **Jaus W., Woolcock W.S.** — Helv. Phys. Acta., 1984, vol.57, p.644.
57. **Gross F., Riska D.O.** — Phys. Rev., 1987, vol.C36, p.1928.
58. **Korchin A.Yu., Shebeko A.V.** — Preprint KFTI 88-56, Kharkov, 1988.
59. **Корчин А.Ю., Шебеко А.В.** — ЯФ, 1991, т.54, с.357.
60. **Korchin A.Yu.** — Proc. Nat. Conf. Physics of Few-Body and Quark-Hadronic Systems. Eds. Boldyshev V., Kotlyar V., Shebeko A. (Kharkov, 1992), 1994, p.105.

61. **Renard F.M., Tran Thanh Van, Bellac M.** — Nuovo Cim., 1965, vol.38, p.565,1688.
62. **Adam Jr.J., Truhlik E., Adamova D.** — Nucl. Phys., 1989, vol.A492, p.556.
63. **Okubo S.** — Progr. Theor. Phys., 1954, vol.12, p.603.
64. **Fukuda N., Sawada K., Taketani M.** — ibid., p.156.
65. **Gari M., Hyuga H.** — Nucl. Phys., 1976, vol.A274, p.333.
66. **Glöckle W., Müller L.** — Phys. Rev., 1981, vol.C23, p.1183.
67. **Mel'nik Yu.P., Shebeko A.V.** — PANIC XIII, Perugia (Italy), 1993, Book of Abstracts vol.1, p.322.
68. **Schmitt K.-M., Arenhövel H.** — Few-Body Systems, Suppl.4, Springer-Verlag, 1991.
69. **de Forest T.** — Nucl. Phys., 1983, vol.A392, p.232.
70. **Meyerhoff M.E., Eyl D., Frey A. et al.** — Phys. Lett., 1994, vol.B327, p.201.
71. **Jones-Woodward C.E., Beise E.J., Belz J.E. et al.** — Phys. Rev., 1991, vol.C44, p.R571;
Jones C.E., Beise E.J., Belz J.E. et al. — Phys. Rev., 1993, vol.C47, p.110.
72. **Thompson A.K., Bernstein A.M., Chupp T.E. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1992, vol.68, p.2901.
73. **Blankleider B., Woloshyn R.M.** — Phys. Rev., 1984, vol.C29, p.538.
74. **Kotlyar V.V., Shebeko A.V.** — Contr. P4 to Europhysics Conference Nuclear Physics with Electromag. Probes, Paris, 1985, Conf. Abstracts, p.290.
75. **Котляр В.В, Шебеко А.В.** — ЯФ, 1990, т.51, с.1008.
76. **Котляр В.В., Шебеко А.В.** — ЯФ, 1990, т.52, с.1320.
77. **Беляев А.А., Гетьман В.А., Горбенко В.Г. и др.** — Письма в ЖЭТФ, 1984, т.40, с.448.
78. **Беляев А.А., Гетьман В.А., Горбенко В.Г. и др.** — ЯФ, 1986, т.44, с.289.
79. **Craver B.A., Kim Y.E., Tubis A.** — Nucl. Phys., 1977, vol.A276, p.237.
80. **Aufleger S., Drechsel D.** — Nucl. Phys., 1981, vol.A364, p.81.
81. **Reid R.V.** — Ann. Phys., 1968, vol.50, p.411.
82. **Lacombe M., Loiseau B., Richard J.M. et al.** — Phys. Rev., 1980. vol.C21, p.861.
83. **Sasakawa T.** — Few-Body Systems, Suppl.1, Springer-Verlag, 1986, p.558.
84. **Glöckle W., Kamada H., Witala H.** — Proc. Nat. Conf. Physics of Few-Body and Quark-Hadronic Systems. Eds. Boldyshev V., Kotlyar V., Shebeko A. (Kharkov, 1992), 1994, p.132.
85. **Ishikawa S., Kamada H., Glöckle W. et al.** — Preprint of Institut für Theoretische Physick II, Ruhr-Universitat Bochum, 1992.
86. **Laget J.M.** — Phys. Lett., 1985, vol.B151, p.325; ibid, 1987, vol.B199, p.493.
87. **van Meijgaard E., Tjon J.A.** — Phys. Rev. Lett., 1986, vol.57, p.3011 11; Phys. Rev., 1990, vol.C42, p.74; ibid, p.96.
88. **Нагорный С.И., Касаткин Ю.А., Золенко В.А., Кириченко И.К.** — ЯФ, 1992, т.55, с.2835.
89. **Laget J.M.** — Phys. Rev., 1988, vol.C38, p.2993.
90. **Coon S.A.** — Few-Body Systems, Suppl. 1, Springer-Verlag, 1986, p.41.
91. **Stadler A., Glöckle W., Sauer P.U.** — Phys. Rev., 1991, vol.C44, p.2319.
92. **Шебеко А.В.** — ВАНТ, Серия: Общая и ядерная физика, вып. 2/27/, Харьков, 1984, с.6.

93. Mesons in Nuclei. Rho M., Wilkinson D.H. (eds.), North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1979.
94. Proc. the XIth Europhys. Conf. Nucl. Phys. with Electr. Probes. Gerard A., Samour C. (eds.), North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1985.
95. **Mathiot J.-F.** — Phys. Rep., 1989, vol.173, p.63.
96. **Riska D.O.** — Phys. Rep., 1989, vol.181, p.207.
97. **Brown V.R., Franklin J.** — Phys. Rev., 1973, vol.C8, p.1706.
98. **Ohta K.** — Nucl. Phys., 1989, vol.A495, p.564.
99. **Корчин А.Ю., Шебеко А.В.** — ЯФ, 1984, т.40, с.1114.
100. **Sachs R.G.** — Phys. Rev., 1948, vol.74, p.433.
101. **Левчук Л.Г., Шебеко А.В.** — ЯФ, 1989, т.50, с.974.
102. **Левчук Л.Г., Шебеко А.В.** — ВАНТ, Серия: Ядерно-физические исследования (теория и эксперимент), вып. 2/20/, Харбков 1991, с.66; Доклад на межд. симп. «Мезоны-94», ОИЯИ, Дубна, 1984; ЯФ, 1995 (в печати).
103. **Deister S., Gari M.F., Krumpelmann W., Mahlke M.** — Few-Body Systems, 1991, vol.10, p.1.
104. **Корчин А.Ю., Шебеко А.В.** —ЯФ, 1993, т.56, с.77.
105. **Greenberg O.W., Schweber S.S.** — Nuovo Cim., 1958, vol.8, p.378.
106. **Корчин А.Ю., Шебеко А.В.** — Препринт ХФТИ 77-35, Харьков, 1977.
107. **McVoy K.W., van Hove L.** — Phys. Rev., 1962, vol.125, p.1034.
108. **Giusti C., Pacati F.D.** — Nucl. Phys., 1980, vol.A336, p.247.
109. **Бьеркен Дж., Дрелл С.Д.** — Релятивистская квантовая теория поля. М.: Наука, 1978, т.1.
110. **Котляр В.В., Шебеко А.В.** — ВАНТ, Серия: Ядерно-физические исследования (теория и эксперимент), вып. 2/20/, Харьков, 1991, с.83.
111. **Burov V.V., Dorkin S.M., Korchin A.Yu. et al.** — JINR Preprint E2-93-467, Dubna, 1993.
112. **Maize M.A., Kim Y.E.** — Nucl. Phys., 1984, vol.A420m, p.365.
113. **Weyl H.** — Gruppentheorie and Quantenmechanik, Leipzig, 1928.
114. **Friar J.L., Fallieros S.** — Phys. Rev., 1992, vol.C46, p.2393.
115. **Arenhövel H.** — Nuovo Cim., 1983, vol.76A, p.256.
116. **Siegert A.J.F.** — Phys. Rev., 1937, vol.52, p.787.
117. **Foldy L.L.** — Phys. Rev., 1953, vol.92, p.178.
118. **Friar J.L., Fallieros S.** — Phys. Rev., 1984, vol.C29, p.1645; ibid, 1986, vol.C34, p.2029.
119. **Шебеко А.В.** — ЯФ, 1989, т.49, с.46.
120. **Левчук Л.Г., Шебеко А.В.** — ЯФ, 1993, т.56, с.145.
121. **Close F.E., Osborn H.** — Phys. Lett., 1971, vol.34B, p.400.
122. **Шебеко А.В.** — ЯФ, 1990, т.52, с.1535.
123. **Браун Дж.Е., Джексон А.Д.** — Нуклон-нуклонные взаимодействия. М.: Атомиздат, 1979.
124. **Рекало М.П., Гах Г.И., Рекало А.П.** — УФЖ, 1985, т.30, с.1125.
125. **van der Schaar M., Arenhövel H., Bauer Th.S. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1991, vol.66, p.2855.
126. **Ducret J.E., Bernheim M., Danel J.F. et al.** — Phys. Rev., 1994, vol.C49, p.1783.

127. **de Witt Huberts P.K.A.** — Proc. 8th Seminar Electr. Interactions of Nuclei at Low and Medium Energies, Moscow, 1991, p.96.
128. **Schoch B.H.** — Proc. 14th European Conf. Few-Body Problems in Physics. Eds, Bakker B.L.G., van Dantzig R. (Amsterdam, 1993), Springer-Verlag, 1994, p.144.
129. **van den Brand J.F.J.** — ibid., p.151.
130. **Korchin A.Yu., Mel'nik Yu.P., Shebeko A.V.** — Contr. T-43 to PANIC XII, MIT, Cambridge, 1990.
131. **Korchin A.Yu., Mel'nik Yu.P., Shebeko A.V.** — Coll. de Physique, 1990, vol.51, p.6-499.
132. **Мельник Ю.П., Шебеко А.В.** — Препринт ХФТИ 84-27, М.: ЦНИИ Атоминформ, 1984.
133. **Barut A.O., Corrigan D., Kleinert H.** — Phys. Rev. Lett., 1968, vol.20, p.167.
134. **Walcher Th.** — Invited talk at the 14th European Conf. Few-Body Problems in Physics, Few-Body XIV Conference Handbook. Ed. Kok L.P. Amsterdam, 1993, p.46.
135. **Galster S., Klein H., Moritz J.** — Nucl. Phys., 1971, vol.B32, p.221.
136. **Gari M., Krümpelmann W.** — Z. Phys., 1985, vol.A322, p.689.
137. **Korchin A.Yu., Shebeko A.V.** — Z. Phys., 1985, vol.A321, p.687.
138. **Schülze R.-W., Sauer P.U.** —Phys. Rev., 1993, vol. C48, p.38.
139. **Корчин А.Ю., Шебеко А.В.** — ЯФ, 1984, т.39, с.12.
140. **Mel'nik Yu.P., Shebeko A.V.** — Contr. to the XIII Intern. Conf. on Few-Body Problems, Book of Contributions, Flinders Univ., Adelaide, 1992, pp. 212,214,218.
141. **Hajduk Ch., Green A.M., Sainio M.E.** — Nucl. Phys., 1980, vol.A337, p.13.
142. **O'Fallon N.M., Koester L.J., Smith J.H.** — Phys. Rev., 1972, vol.C5, p.1926.
143. **Argan P.E., Audit G. de Botton N. et al.** — Nucl. Phys., 1975, vol.A237, p.447.
144. **Ганенко В.В., Гетьман В.А., Гущин В.А. и др.** — ВАНТ, сер.: ИЯФ, 1988, вып. 1(41), с.17.
145. **Fabbri F.L., Picozza, P., Schaerf C.** — Lett. Nuovo Cim., 1972, vol.3, p.63.
146. **Gassen H.J., Hegerath A., Loers W. et al.** — Z. Phys., 1981, vol.A303, p.35.
147. **Cameron J.M., Kitching P., McDonald W.J. et al.** — Nucl. Phys., 1984, vol.A424, p.549.
148. **Kotlyar V.V., Shebeko A.V.** — Proc. IV Workshop on High Energy Spin Physics, Protvino, 1991, p.346.
149. **Brandenburg R.A., Kim Y.E., Tubis A.** — Phys. Rev., 1975, vol.C12, p.1368.
150. **Hajduk Ch., Sauer P.U.** — Nucl. Phys., 1979, vol.A322, p.329.
151. **Ricco J.** — Proc. 6th Seminar Electr. Interactions of Nuclei at Low and Medium Energies, Moscow, 1986, p.78.
152. **Cambi A., Mosconi B., Ricci P.** — Phys. Rev. Lett., 1982, vol.48, p.462.
153. **Wilhelm P., Leidemann W., Arenhövel H.** — Few-Body Systems, 1988, vol.3, p.111.
154. **Friar J.** — Phys. Rev., 1983, vol.C27, p.2078.
155. **Mel'nik Yu.P.** — Preprint KFTI 93-40, Kharkov, 1993.
156. **Nagorny S.I., Kasatkin Yu.A., Zolenko V.A.** — Preprint KFTI 92-46, Kharkov, 1992.
157. **Ducret J.E., Bernheim M., Brussel M.K. et al.** — INPC 92, Book of Abstracts, Wiesbaden, 1992, p.2.2.15.

158. **Breuker H., Burkert V., Ehses E. et al.** — Nucl. Phys., 1986, vol.A455, p.641.
159. **Lukyanov V.K., Titov A.I.** — Phys. of Elem. Part. and Atomic Nuclei, 1979, vol.10, p.815/
160. **Frankfurt L.L., Strikman M.I.** — Phys. Rep., 1988, vol.160, p.235.
161. **Leksin G.A. et al.** — CEBAF Proposal 89-036, 1989.
162. **Egiyan K. et al.** — CEBAF Proposal 89-032, 1989.

РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ, ПОМЕЩЕННЫХ В ВЫПУСКЕ

УДК 539.12...142

Инстантоны и функции распределения кварков в нуклоне. *Дорохов А.Е., Кочелев Н.И.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1995, том 26, вып.1, с.5.

Обсуждаются последние экспериментальные данные по измерению доли спина нуклона, которая переносится кварками. Дается краткий обзор новых теоретических подходов к проблеме спина нуклона. Отмечается, что выход из «спинового кризиса», связанного с аномально малой долей спина нуклона, переносимого кварками, возможен только при учете сложной структуры вакуума квантовой хромодинамики. В рамках конкретной модели вакуума как жидкости инстантонов получена новая параметризация функций распределения кварков в нуклоне. С ее помощью рассчитаны спин-независимые и спин-зависимые структурные функции нуклона.

Ил.14. Библиогр.: 60.

УДК 539.125.17

Упругое рассеяние адронов при высоких энергиях. *Бертини М., Жиффон М.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1995, том 26, вып.1, с.32.

Рассеяние адронов, особенно в «мягкой» области, т.е. при малых значениях переданного импульса, выходит за рамки пертурбативной хромодинамики. В обзоре представлены альтернативные методы количественного описания этих процессов на примере упругого pp- и $\bar{p}p$-рассеяния. Приведены результаты подгонок различных моделей и их сравнение с экспериментальными данными.

Ил.8. Библиогр.: 35.

УДК 539.143.43

Тороидный отклик в ядерном магнитном резонансе. *Дубовик В.М., Лунегов И.В., Марценюк М.А.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1995, том 26, вып.1, с.72.

Обычно при рассмотрении явления ЯМР берется во внимание только магнитный дипольный момент системы, зная который, можно восстановить лишь среднюю однородную плотность распределения ориентаций спинов в пространстве. Известно, что в присутствии постоянного магнитного поля данное однородное распределение возможно только в состоянии теплового равновесия. В то же время в состоянии свободной прецессии, например, после действия импульсов РЧ-поля, вследствие взаимодействия между спинами системы постепенно происходит их взаимная разориентация. Вследствие этого систему приходится описывать с помощью более широкого набора мультипольных моментов, среди которых наиболее весомым оказывается тороидный дипольный момент.

Цель работы — теоретическое описание условий возникновения, возбуждения и наблюдения тороидного момента ядерной системы на основе понятий тороидного отклика, тороидного эха, тороидной восприимчивости. Тороидный момент может возбуждаться непосредственно переменным вихревым магнитным полем, создаваемым токами смещения или токами проводимости, а также формироваться за счет взаимодействия между спинами после импульса переменного однородного магнитного поля. В последнем случае, подробно рассмотренном в данном обзоре, по пространственной конфигурации поля восстанавливаются источники магнитного поля системы, что, в

свою очередь, позволяет установить взаимные расположения (топографию) ядер исследуемого вещества (например, в молекуле). Детальный анализ, проведенный в обзоре, показывает, что в процессе свободной индукции можно наблюдать не только сигнал от прецессирующего магнитного момента образца, но также сигнал от его тороидного момента. Это наблюдение значительно повышает информативность ЯМР, благодаря возможности возбуждения «запрещенных» переходов в энергетическом спектре спиновой системы, а также благодаря большой чувствительности тороидного отклика к пространственному расположению ядер. Таким образом, найдена новая возможность изучения пространственных корреляций в спиновых системах и существенно расширена сфера применения ЯМР. Например, этот подход может существенно продвинуть изучение структуры асимметричных (хиральных) молекул.

Ил.14. Библиогр.: 36.

УДК 539.12

Полулептонные распады тяжелых барионов. *Иванов М.А., Ладыгина Н.Б., Любовицкий В.Е.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1995, том 26, вып.1, с.146.

Обзор посвящен одной из актуальных проблем современной физики элементарных частиц — физике тяжелых кварков. Как известно, последние несколько лет ознаменованы бурным развитием физики адронов, состоящих из легких $q(u, d, s)$ и тяжелых $Q(c, b)$ кварков. Слабые распады тяжелых адронов являются уникальным инструментом для определения элементов матрицы Кабиббо — Кабаяши — Маскава, исследования явлений, лежащих вне рамок стандартной модели, а также изучения внутренней структуры адронов. Обострение интереса к такого рода процессам связано, в первую очередь, с появлением новых возможностей в экспериментальных исследованиях в области физики промежуточных энергий. С теоретической точки зрения столь живой интерес к исследованию слабых распадов тяжелых адронов связан, главным образом, с открытием нового вида симметрии сильных взаимодействий — спин-флэйворной симметрии в мире тяжелых кварков (симметрия Изгура — Вайзе) и разработкой эффективной теории тяжелых кварков (HQET) — пертурбативной вычислительной схемы для исследований свойств адронов, содержащих один тяжелый кварк. В предлагаемой работе обсуждается современный статус физики адронов, содержащих один тяжелый кварк (b или c). Также представлены результаты исследований полулептонных распадов тяжелых барионов $J^P = \frac{1^+}{2}$, проведенных в рамках релятивистской кварковой модели с учетом конфайнмента легких кварков. А именно описаны моды полулептонных распадов с изменением аромата: $b \to c$, $b \to u$, $c \to s$ и $c \to d$. Вычислены формфакторы этих распадов в пределе бесконечно больших масс тяжелых кварков $m_Q \to \infty$ (предел Изгура — Вайзе). Для $b \to c$ переходов получены выражения для барионных формфакторов в лидирующем порядке $1/m_Q$-разложения, а также поправки первого порядка к ним. Показано, что при равенстве скоростей начального и конечного барионов ($v^\mu = v'^\mu$) выполняется теорема Адемолло — Гатто. Полученные формфакторы используются в вычислении наблюдаемых характеристик полулептонных распадов тяжелых барионов: ширин распадов, дифференциальных распределений, лептонных спектров и параметров асимметрии.

Табл.3. Ил.6. Библиогр.: 93.

УДК 539.172.3

Исследования поляризационных явлений в фото- и электрорасщеплении легчайших ядер при промежуточных энергиях. *Котляр В.В., Мельник Ю.П., Шебеко А.В.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1995, том 26, вып.1, с.192.

Дан обзор результатов и предложений в изучении спиновой физики малонуклонных систем с помощью их расщепления фотонами и электронами. Изучаются зависимости асимметрий мишени и поляризаций нуклонов в электрорасщеплении поляризованных и неполяризованных дейтронов и асимметрии пучка для расщепления ядра ^{3}He линейно поляризованными фотонами от выбора модели электромагнитного тока ядра (в частности, мезонных обменных токов). Большое внимание уделяется исследованию эффектов взаимодействия в конечных состояниях *np*-пары для $d(e, e'n)p$-реакции. Показано влияние спин-орбитального электромагнитного взаимодействия нуклонов и других релятивистских поправок к плотности электромагнитного тока ядра на формирование угловых и энергетических зависимостей поляризационных наблюдаемых в указанных процессах.

Рассматриваются возможности извлечения электрического формфактора нейтрона из неупругого рассеяния продольно-поляризованных электронов на дейтроне и ядре ^{3}He в инклюзивных реакциях. Определяются кинематические области, в которых поляризационные наблюдаемые принимают значения, доступные для измерений на ускорителях электронов непрерывного действия (типа CEBAF). Обсуждаются различные предложения для разделения (в частности, в кумулятивной области) структурных функций, характеризующих отлик адронной системы на ее взаимодействия с электромагнитными зондами. В этой связи проводится теоретический анализ расщепления легчайших ядер продольно-поляризованными электронами в условиях экспериментов в MIT (США). Результаты вычислений сравниваются с данными, полученными в Амстердаме, Бонне, MIT, Новосибирске, Фраскати, Сакле и Харькове. В заключение рассматривается ряд идей, которые могут быть полезными для развития ковариантного и градиентно-независимого описания электромагнитного взаимодействия с ядрами.

Табл.3. Ил.35. Библиогр.: 162.

СОДЕРЖАНИЕ

Дорохов А.Е., Кочелев Н.И.
Инстантоны и функции распределения кварков в нуклоне 5

Бертини М., Жиффон М.
Упругое рассеяние адронов при высоких энергиях 32

Дубовик В.М., Лунегов И.В., Марценюк М.А.
Тороидный отклик в ядерном магнитном резонансе 72

Иванов М.А., Ладыгина Н.Б., Любовицкий В.Е.
Полулептонные распады тяжелых барионов 146

Котляр В.В., Мельник Ю.П., Шебеко А.В.
Исследования поляризационных явлений в фото- и электрорасщеплении легчайших ядер при промежуточных энергиях 192

CONTENTS

Dorokhov A.E., Kochelev N.I.
Instantons and Quark Distribution Functions in Nucleon 5

Bertini M., Giffon M.
High-Energy Hadron Elastic Scattering 32

Dubovik V.M., Lunegov I.V., Martsenuyk M.A.
Theory of Toroid Responce Observation in Nuclear Magnetic Resonance 72

Ivanov M.A., Ladygina N.B., Lyubovitskij V.E.
Semileptonic Decays of Heavy Baryons 146

Kotlyar V.V., Mel'nik Yu.P., Shebeko A.V.
Studies of Polarization Phenomena in Photo- and Electrodisintegration of the Lightest Nuclei at Intermediate Energies 192

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале «Физика элементарных частиц и атомного ядра» (ЭЧАЯ) печатаются обзоры по актуальным проблемам теоретической и экспериментальной физики элементарных частиц и атомного ядра, проблемам создания новых ускорительных и экспериментальных установок, автоматизации обработки экспериментальных данных. Статьи печатаются на русском и английском языках. Редакция просит авторов при направлении статьи в печать руководствоваться изложенными ниже правилами.

1. Текст статьи должен быть напечатан на машинке через два интервала на одной стороне листа (обязательно представляется первый машинописный экземпляр). Поля с левой стороны должны быть не уже 3—4 см, рукописные вставки не допускаются. Экземпляр статьи должен включать аннотации и название на русском и английском языках, реферат на русском языке, УДК, сведения об авторах: фамилия и инициалы (на русском и английском языках), название института, адрес и телефон. Все страницы текста должны быть пронумерованы. Статья должна быть подписана всеми авторами. Текст статьи может быть напечатан на принтере с соблюдением тех же правил.

2. Формулы и обозначения должны быть вписаны крупно, четко, от руки темными чернилами (либо напечатаны на принтере и обязательно размечены). Желательно нумеровать только те формулы, на которые имеются ссылки в тексте. Номер формулы указывается справа в круглых скобках. Особое внимание следует обратить на аккуратное изображение индексов и показателей степеней: нижние индексы отмечаются знаком понижения $\cap$, верхние — знаком повышения $\cup$; штрихи необходимо четко отличать от единицы, а единицу — от запятой. Следует, по возможности, избегать громоздких обозначений и упрощать набор формул (например, применяя exp, дробь через косую черту).

Во избежание недоразумений и ошибок следует делать ясное различие между прописными и строчными буквами, одинаковыми по начертанию (V и v, U и u, W и w, O и o, K и k, S и s, C и c, P и p, Z и z), прописные подчеркивают двумя чертами снизу, строчные — двумя чертами сверху ($\underline{\underline{\mathrm{S}}}$ и $\bar{\bar{\mathrm{s}}}$, $\underline{\underline{\mathrm{C}}}$ и $\bar{\bar{\mathrm{c}}}$). Необходимо делать четкое различие между буквами e, *l*, O (большой) и o (малой) и 0 (нулем), для чего буквы $\underline{\underline{\mathrm{O}}}$ и $\bar{\bar{\mathrm{o}}}$ отмечают двумя черточками, а нуль оставляют без подчеркивания. Греческие буквы подчеркивают красным карандашом, векторы — синим, либо знаком $\smile$ снизу чернилами. Не рекомендуется использовать для обозначения величин буквы готического, рукописного и других малоупотребимых в журнальных статьях шрифтов, однако если такую букву нельзя заменить буквой латинского или греческого алфавита, то ее размечают простым карандашом (обводят кружком). В случае, если написание может вызвать сомнение, необходимо на полях дать пояснение, например: ζ — «дзета», ξ — «кси», k — лат., к — русск.

3. Рисунки представляют на отдельных листах белой бумаги или кальки с указанием на обороте номера рисунка и названия статьи. Тоновые фотографии должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте карандашом указать: «верх», «низ». Графики должны быть тщательно выполнены тушью или черными чернилами; не рекомендуется загромождать рисунок ненужными деталями: большинство надписей выносится в подпись, а на рисунке заменяется цифрами или буквами. Желательно, чтобы рисунки были готовы к прямому репродуцированию. Подписи к рисункам представляются на отдельных листах.

4. Таблицы должны быть напечатаны на отдельных листах, каждая таблица должна иметь заголовок. Следует указывать единицы измерения величин в таблицах.

5. Список литературы помещается в конце статьи. Ссылки в тексте даются с указанием номера ссылки на строке в квадратных скобках. В литературной ссылке должны быть указаны: для книг — фамилии авторов, инициалы, название книги, город, издательство (или организация),

год издания, том (часть, глава), цитируемая страница, если нужно; для статей — фамилии авторов, инициалы, название журнала, серия, год издания, том (номер, выпуск, если это необходимо), первая страница статьи.

Например:

1. Лезнов А.Н., Савельев М.В. — Групповые методы интегрирования нелинейных динамических систем. М.: Наука, 1985, с.208.
2. Годен М. — Волновая функция Бете: Пер. с франц. М.: Мир, 1987.
3. Turbiner A.V. — Comm.Math.Phys., 1988, vol.118, p.467.
4. Ушверидзе А.Г. — ЭЧАЯ, 1989, т.20, вып.5, с.1185.

6. Редакция посылает автору одну корректуру. Изменения и дополнения в тексте и рисунках не допускаются. Корректура с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в минимальный срок.

Редактор **Е.К.Аксенова.**
Художественный редактор **А.Л.Вульфсон.**
Корректор **Т.Е.Попеко.**

Сдано в набор 11.10.94. Подписано в печать 29.12.94. Формат 60 90/16.
Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Усл.печ.л. 17,0. Уч.-изд.л. 21,28.
Тираж 600. Заказ 47834. Цена 800 р.

141980 Дубна Московской области
ОИЯИ, Издательский отдел, тел. (09621) 65-165.

ISSN 0367—2026. Физика элементарных частиц и атомного ядра
1995. Том 26. Вып.1. 1—280.