

ISSN 0367-2026

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ
 ЧАСТИЦ
И АТОМНОГО
ЯДРА

ФЕИД

1995 том 26 выпуск 3



JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

PHYSICS
OF ELEMENTARY
PARTICLES
AND ATOMIC
NUCLEI

PARTICLES & NUCLEI

SCIENTIFIC REVIEW JOURNAL

Founded in December 1970

VOL.26

PART 3

Six issues per year

DUBNA 1995

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА

ЭЧАЯ

НАУЧНЫЙ ОБЗОРНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в декабре 1970 года

ТОМ 26

ВЫПУСК 3

Выходит 6 раз в год

ДУБНА 1995

Главный редактор

А.М.БАЛДИН

Редакционная коллегия:

В.Л.АКСЕНОВ

(зам. главного редактора),

П.Н.БОГОЛЮБОВ,

С.К.БРЕШИН,

В.В.ВОЛКОВ,

Ц.Д.ВЫЛОВ,

Ю.П.ГАНГРСКИЙ,

В.П.ДЖЕЛЕПОВ,

И.С.ЗЛАТЕВ,

П.С.ИСАЕВ

(ответственный секретарь),

В.Г.КАДЫШЕВСКИЙ

(зам. главного редактора),

К.КАУН,

Д.КИШ,

Н.Я.КРОО,

Р.М.ЛЕБЕДЕВ,

И.Н.МИХАЙЛОВ,

НГУЕН ВАН ХЬЕУ

(зам. главного редактора),

Ю.Ц.ОГАНЕСЯН,

Ю.П.ПОПОВ,

А.Н.СИСАКЯН,

В.Г.СОЛОВЬЕВ

(зам. главного редактора),

А.Н.ТАВХЕЛИДЗЕ,

А.А.ТЯПКИН,

А.И.ХРЫНКЕВИЧ,

Ч.К.ШИМАНЕ

Редактор **Е.К.Аксенова**, тел. 65-165

ПЕРСПЕКТИВЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА УСКОРИТЕЛЬНОМ КОМПЛЕКСЕ СИНХРОФАЗОТРОН—НУКЛОТРОН

П.И.Зарубин

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обзор написан на основе предложений экспериментов на ускорительном комплексе синхрофазотрон — нуклотрон в Дубне [1]. Эксперименты посвящены изучению переходного режима от протон-нейтронной к кварк-глюонной материи. Согласно предыдущим исследованиям этот режим находится в области энергий релятивистских ядер от сотен МэВ на нуклон до $3,5 \cdot A$ ГэВ, выше которой начинаются асимптотические режимы. Основное внимание уделяется изучению спиновых явлений, в том числе в кумулятивных процессах.

The present paper is review of the suggested experiments at the Dubna accelerator complex synchrophasotron — nuclotron [1]. The experiments are aimed at the study of the transition regime from proton-neutron to quark-gluon matter. According to previous investigations, this regime is situated at energies of relativistic nuclei from hundreds of MeV per nucleon to about $3.5 \cdot A$ GeV. At higher energies, asymptotic regimes set up. The main attention is paid to the study of spin phenomena, including spin phenomena in cumulative processes.

ВВЕДЕНИЕ

В 1993 году исполнилось 40 лет со времени основания Лаборатории высоких энергий ОИЯИ. Основу научной программы лаборатории в настоящее время составляют исследования на пучках синхрофазотрона, нацеленные на поиск и изучение ненуклонных степеней свободы в ядрах и спиновых эффектов в малонуклонных системах [1]. Синхрофазотрон — знаменитый и ныне функционирующий ускоритель — по-прежнему привлекает физиков со всего мира, заинтересованных в работе на пучках релятивистских ядер и поляризованных дейтронов. Созданный в конце 50-х годов как ускоритель протонов на энергию 10 ГэВ, синхрофазотрон претерпел качественную эволюцию и превратился в ускоритель релятивистских ядер. Важнейшими этапами на этом пути являются:

- создание набора ионных источников — электронно-лучевого, лазерного, поляризованных дейтронов;
- совершенствование системы инъекции пучка в кольцо синхрофазотрона, вакуума в кольце и системы медленного вывода;
- создание и развитие масштабных экспериментальных зон выведенных ядерных пучков высокой интенсивности.

В настоящее время синхрофазотрон позволяет получать пучки ядер с импульсом до $4,5 \cdot A$ ГэВ от дейтронов с интенсивностью 10^{12} част./цикл и при постепенном снижении интенсивности до серы — $4,5 \cdot 10^3$. Уникальными являются пучки поляризованных и выстроенных дейтронов, интенсивность которых достигает значения $5 \cdot 10^9$ част./цикл.

В 1987 году в ЛВЭ началось сооружение нуклотрона — специализированного сверхпроводящего ускорителя ядер на энергию 6 ГэВ/нуклон, который позволит получить достаточно интенсивные пучки ядер тяжелых элементов (около 10^7 ядер/цикл), таких как криптон, висмут, уран, при этом качественно улучшив пространственные и временные характеристики пучка. Кольцо нового ускорителя имеет периметр 251 м и вес около 80 тонн. Магнитная система синхрофазотрона состоит из 96 дипольных магнитов, 64 квадрупольных линз и 28 мультипольных корректоров, охлаждаемых жидким двухфазным гелием. Основу криогенного комплекса составляют три ожигителя типа КГУ-1600 с проектной производительностью 1,6 кВт при 4,5 К [2].

К концу 1992 года кольцо нуклотрона было полностью собрано в технологическом тоннеле, окружающем синхрофазотрон. Основной задачей в 1993-1994 гг. стала работа по адаптации ускорителя — сложного многокомпонентного комплекса — для работы с внутренним пучком. Уже в первом сеансе в марте 1993 г. получена устойчивая циркуляция дейтронов [3], а в начале 1994 г. нуклотрон заработал на эксперименты на внутренней мишени при импульсе $3,5 \cdot A$ ГэВ/с [4].

На новом ускорителе запланирована широкая программа исследований, основным направлением которой является изучение особенностей атомных ядер, выходящих за рамки протон-нейтронной модели ядра, и построение физической картины ядерной материи на языке кварков и глюонов. Напомним, что начало этим исследованиям было положено в 1971 г. на дубненском синхрофазотроне, когда впервые были получены пучки релятивистских дейтронов. Следует подчеркнуть, что все улучшения систем инъекции в синхрофазотрон и каналов выведенных пучков полностью будут использованы при работе на нуклотроне (рис.1). Активная работа на пучках старой машины позволит сохранить сложившееся сообщество физиков и развитые экспериментальные установки к моменту полного ввода нуклотрона. При таком плавном переходе потенциал нового ускорителя будет использован для исследований с самого начала.

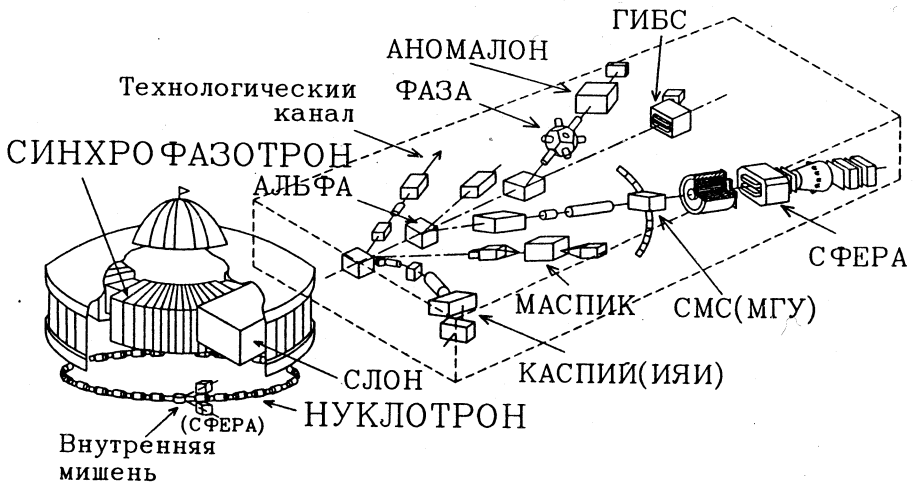


Рис.1. План размещения основных экспериментов на ускорительном комплексе синхрофазотрон — нуклотрон

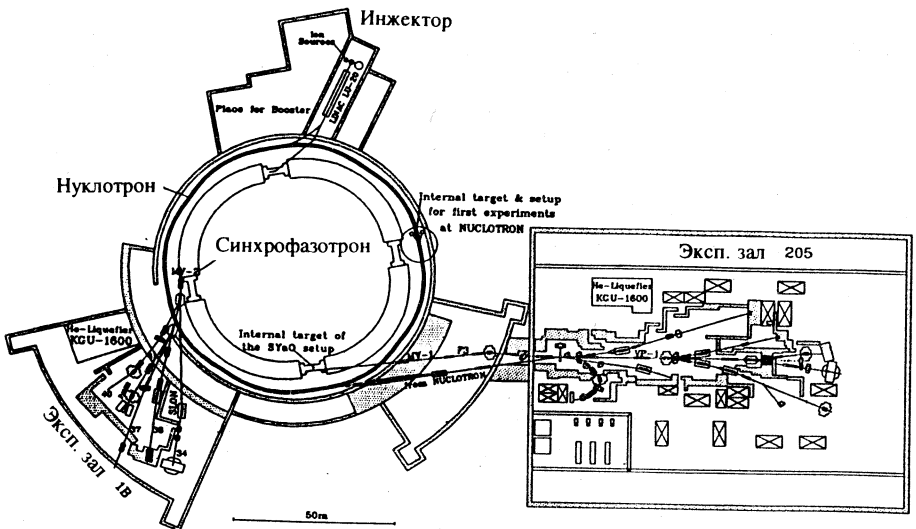


Рис.2. Детальная схема каналов выведенных пучков ускорительного комплекса ЛВЭ

Интерес к пучкам ускорительного комплекса ЛВЭ возрос и в связи с актуальностью проработки ядерно-физических аспектов электроядерного метода генерации энергии и трансмутации радиоактивных отходов. Обзор экспериментальных результатов и концепция гибридной энергоцентрали «ускоритель + реактор» даны в работе К.Д.Толстова [5].

Таким образом, следующей важнейшей задачей для лаборатории в плане развития ускорительного комплекса является создание системы медленного вывода пучка из камеры нуклотрона, чтобы сделать ядерные пучки новой машины доступными широкому кругу экспериментаторов. Кроме того, подготовлены первоочередные физические эксперименты на внутренней мишени нуклотрона. На нынешнем этапе важно дать обзор состояния экспериментальных исследований и проанализировать основные тенденции в развитии экспериментов на ускорительном комплексе ЛВЭ (рис.2).

КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССОВ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ

В настоящее время имеется понимание картины ядро-ядерных столкновений в весьма широком энергетическом диапазоне, позволяющее достаточно уверенно планировать развитие ускорительного комплекса ЛВЭ и экспериментальных установок в ядерных пучках. В подходе, который предложил А.М.Балдин (см., например, [6]), процессы множественного рождения в соударениях частиц или ядер I и II:

$$I + II \rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots$$

описываются в пространстве 4-скоростей $u_i = p_i/m_i$, где p_i — 4-импульсы частиц, участвующих в реакции: $i = I, II, 1, 2, 3, \dots$, а m_i — их массы. Процессы множественного рождения анализируются на основе безразмерных релятивистски-инвариантных величин

$$b_{ik} = - \left(\frac{p_i}{m_i} - \frac{p_k}{m_k} \right)^2 = - (u_i - u_k)^2 = 2[(u_i u_k) - 1].$$

Со времени начала экспериментов с релятивистскими ядрами был достигнут большой прогресс в классификации ядро-ядерных соударений при асимптотически малых и больших b_{ik} . Условия, при которых нуклоны и адроны в целом теряют свою идентичность, а субнуклонные степени свободы играют доминирующую роль, следующие:

$$b_{ik} > b^{\text{th}} = \frac{\Delta}{m} \left(4 + \frac{\Delta}{m} \right),$$

где $\Delta = m^* - m$ и m^* — масса возбужденного состояния. Диапазон $b_{ik} \sim 10^{-2}$ соответствует взаимодействию ядер как слабосвязанных систем, состоящих из нуклонов. Эта область является областью явлений классической ядерной физики. При $0,1 < b_{ik} \leq 1$ кварковые степени свободы становятся существенными в перестройке адронных систем. В области $b_{ik} \gg 1$ адроны, вовлеченные в процесс, теряют свою роль квазичастиц. Физическое значение критерия $b_{ik} \gg 1$ следующее: при достаточно больших относительных скоростях взаимодействие конstituентов частиц i и k ослабевает настолько, что они могут рассматриваться в рамках пертурбативной квантовой хромодинамики, и кварковые эффекты в ядрах проявляются как существенно релятивистские. Таким образом, связь адронной структуры и взаимодействий, описываемых КХД, является основной особенностью «области перехода». При помощи переменных b_{ik} становится возможным сформулировать достаточно общие закономерности множественных процессов, таких как принцип ослабления корреляций (факторизация), промежуточные асимптотики и другие. Один из наиболее важных выводов состоит в том, что распределения по b_{ik} убывают быстро и монотонно с ростом $b_{ik} \rightarrow \infty$. Такое свойство соответствует уменьшению силы взаимодействия между частицами i и k на малых расстояниях, т.е. асимптотической свободе.

Встречающиеся в литературе понятия и обозначения с помощью переменных b_{ik} унифицируются и приобретают явно релятивистски-инвариантный вид. Проиллюстрируем их применение на важных примерах.

1. Под кумулятивным эффектом понимаются процессы инклюзивного образования частицы 1 в области фрагментации, например, ядра II:

$$b_{I\text{II}} \sim b_{\text{II}} \gg b_{\text{III}} \quad \text{и} \quad X_{\text{II}} > 1.$$

Кумулятивным числом называется

$$X_{\text{II}} = \frac{m_1}{m} \frac{b_{\text{II}}}{b_{\text{I II}}} = \frac{E_1 - p_1^z}{m},$$

где m — масса протона, m, p, E_1 — масса, импульс и энергия образующейся частицы 1.

2. Общепринятые инварианты реакции приобретают вид

$$s = (P_{\text{I}} + P_{\text{II}})^2 = (m_{\text{I}} + m_{\text{II}})^2 + m_{\text{I}} m_{\text{II}} b_{\text{I II}},$$

$$t = (P_{\text{I}} - P_{\text{I}})^2 + (m_{\text{I}} - m_{\text{II}})^2 - m_{\text{I}} m_{\text{I}} b_{\text{II}}.$$

Введение b_{ik} вместо s и t исключает влияние масс, что особенно существенно для столкновения ядер.

3. «Внутренний импульс» нуклона в ядре k — величина, определение которой зависит от выбранной модели. Введение ее оправданно в области, где справедливо полюсное приближение, описываемое знаменателем S -матрицы. Например, для неоднократно обсуждаемой ниже реакции $d + A \rightarrow p(0^\circ) + X$ полюсный знаменатель имеет вид

$$Z = (P_d - P_p)^2 - m^2 \approx M_d^2 - 2(P_d P_p) = M_d^2 - 4 \left(m^2 + M_d m \frac{b_{dp}}{4} \right),$$

где $b_{dp} = 2 \left[\frac{(P_d P_p)}{M_d m} - 1 \right]$.

Отсюда следует выражение для «внутреннего импульса»:

$$k^2 = M_d m \frac{b_{dp}}{4}.$$

При этом знаменатель приобретает обычный нерелятивистский вид

$$Z = -4m \left(\epsilon + \frac{k^2}{m} \right),$$

где ϵ — энергия связи дейтрона. Релятивистское выражение полюсного знаменателя

$$Z = -M_d m \left[\frac{2\epsilon (M_d - m)}{M_d m} + b_{dp} \right].$$

При изменении b_{dp} от 0 до 0,1 вклад полюсного члена убывает в тысячи раз, а при $b_{dp} \approx -2 \cdot 10^{-3}$ сечение (в нефизической области отрицательных b_{dp}) обращается в бесконечность. В области $b_{dp} > 0,5$, согласно сформулированному выше критерию, начинают играть роль внутренние степени свободы нуклонов, и классические модели дейтрона перестают работать. Соответственно «внутренний импульс» нуклона теряет смысл.

В переменных светового конуса «внутренний импульс» выражается следующим образом. Учитывая, что $(E + p_z)(E - p_z) = m^2 + p_t^2$, где p_t — поперечный импульс, а p_z — проекция импульса на ось реакции, получаем

$$(P_d P_p) = \frac{1}{2} \left[\frac{m^2 + p_t^2}{\alpha} + \alpha M_d^2 \right],$$

где $\alpha = \frac{E_p + p_p^z}{E_d + p_d}$.

Полюсный знаменатель при этом принимает вид

$$\begin{aligned} Z &= (P_d - P_p)^2 - m^2 = M_d^2 (1 - \alpha) - \frac{m^2 + p_t^2}{\alpha} = \\ &= (1 - \alpha) \left[M_d^2 - \frac{m^2 + p_t^2}{\alpha (1 - \alpha)} \right]. \end{aligned}$$

Сравнивая с определениями k , сделанными выше, получаем

$$k^2 = \frac{m^2 + p_t^2}{4\alpha(1 - \alpha)} - m^2 = M_d m \frac{b}{4} \frac{dp}{dp} \approx m^2 \frac{b}{2} \frac{dp}{dp}.$$

Отсюда, согласно приведенному критерию, при $|k| > 500$ МэВ/с не следует ожидать согласия с экспериментом нуклонных моделей ядра.

Пучки нуклотрона могут быть использованы для исследования практически всех характеристик сильно возбужденной ядерной материи, включая и асимптотические, т.к. на нуклотроне

$$0,01 \leq b_{111} \leq 14.$$

Эксперименты, которые начинают проводиться на внутреннем пучке нуклотрона, позволят изучить ядро-ядерные соударения с вариацией в широких пределах начальной кинетической энергии $T_A = \frac{mA}{2} b_{111}$, где mA — масса ядра. В смысле практической реализации такой подход выдвигает перед экспериментаторами задачу создания установок, позволяющих проводить возможно более полный импульсный анализ и идентификацию частиц в полном телесном угле.

Ускорительный комплекс синхрофазотрон — нуклотрон является уникальным центром, где имеется высокоинтенсивный пучок тензорно- и векторно-поляризованных дейтронов с высокой степенью поляризации и с импульсом от 3 до 9 ГэВ/с. При развале ускоренных дейтронов возможно получение квазимоноэнергетических поляризованных нейтронов и протонов. В настоящее время на этом ускорительном комплексе может быть проведена новая генерация экспериментов.

ЭКСПЕРИМЕНТЫ НА ПУЧКАХ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ДЕЙТРОНОВ

Известные потенциалы нуклон-нуклонного взаимодействия теряют свою предсказательную силу в описании волновой функции дейтрона на расстояниях меньше размера нуклона, т.е. при перекрытии кварковых «мешков» нуклонов. При изучении природы таких мультикварковых состояний можно получать информацию о явлениях непертурбативной хромодинамики в ядерных системах. В качестве экспериментальной информации использует-

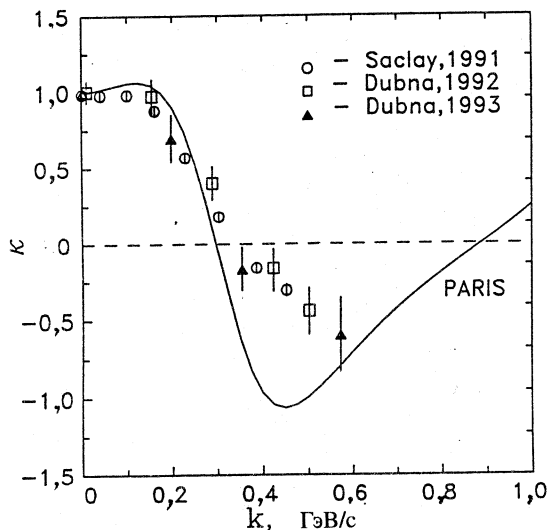


Рис.3. Экспериментальные данные коллаборации АЛЬФА по коэффициенту передачи в зависимости от внутреннего импульса в дейтроне, полученные при фрагментации векторно-поляризованных релятивистских дейтронов

ся дифференциальное сечение фрагментации под углом 0° , пропорциональное квадрату волновой функции, тензорная анализирующая способность T_{20} — относительная раз-

ность сечений на тензорно-поляризованном и неполяризованном пучках, а также коэффициент передачи поляризации K от векторно-поляризованного дейтрона к протону фрагментации в зависимости от «внутреннего импульса». Последние две зависимости характеризуют соотношение состояний с орбитальным моментом 0 и 2 (S - и D -волн). Если на «больших» расстояниях дейтрон представляет почти полностью S -волновое состояние, то при «сближении» предсказывается рост веса D -состояния.

1.1. В настоящее время на спектрометре АЛЬФА в Дубне и на ускорителе SATURNE в Сакле измерены дифференциальные сечения, тензорная анализирующая способность T_{20} и коэффициент передачи поляризации от дейтрона к протону K_0 в реакциях упругого дейтрон-протонного рассеяния «назад» в системе покоя дейтрона и во фрагментации дейтрона на ядрах с вылетом протона-фрагмента «вперед» практически во всем доступном на этих ускорителях диапазоне энергий (рис.3) [7]. Таким образом, получен набор наблюдаемых величин, возможный для этих реакций в коллинеарной геометрии при использовании неполяризованной мишени. Новые данные указывают на ограниченность традиционных представлений о структуре дейтрона, сложившихся на основе опытов при низких (несколько сотен МэВ) энергиях. Очевидна необходимость учета как дополнительных, ненуклонных степеней свободы в дейтроне, так и релятивистских эффектов и возможных механизмов реакций.

Дальнейшее развитие этого направления в Лаборатории высоких энергий требует существенного повышения интенсивности пучка поляризован-

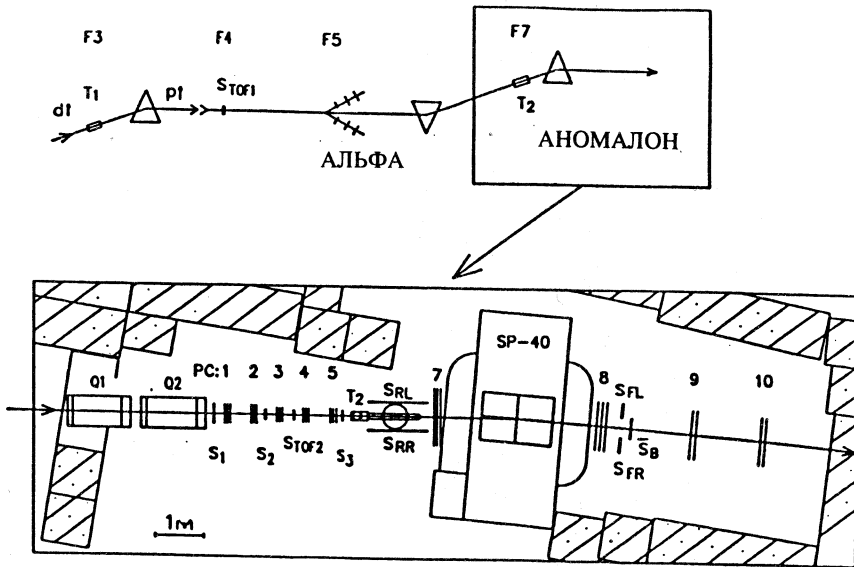


Рис.4. Схема эксперимента АНОМАЛОН: канал проводки стриппинговых протонов от мишени в фокусе F_3 (верхний рисунок) и протонный поляриметр на основе дипольного магнита и многопроволочных пропорциональных камер (SP-40 и PC1÷10 на нижнем рисунке)

ных дейтронов и применения поляризованных протонной и дейтронной мишеней.

1.2. Предложение группы из Университета штата Нью-Гэмпшир (США) направлено на поиск дополнительных степеней свободы в дейтроне — $\Delta\Delta$ -компоненты. Предполагается изучение $\Delta\Delta$ -дибарионной системы в реакциях $d(\vec{d}, \vec{d})X$ и $d(\vec{d}, d\pi)X$ на ускорительном комплексе ЛВЭ.

Теоретические исследования в КХД-подходах предсказывают сильное притяжение $\Delta\Delta$ -взаимодействий, в отличие от NN -рассеяния. Регистрация $\Delta\Delta$ -состояния с квантовыми числами $(T=0, S=1)$ и $(T=0, S=3)$ явилась бы существенным указанием на новую форму $6q$ -состояния адронной материи.

1.3. Данные по взаимодействию дейтрона, полученные на 100-см водородной пузырьковой камере ЛВЭ, позволяют в условиях 4π -геометрии восстанавливать полную кинематику событий.

Исследование сечений, пространственных корреляций, векторной анализирующей способности в различных каналах: канале перезарядки $dp \rightarrow pp(^1S_0)n$, прямом канале $dp \rightarrow ppn$, каналах с рождением пионов при

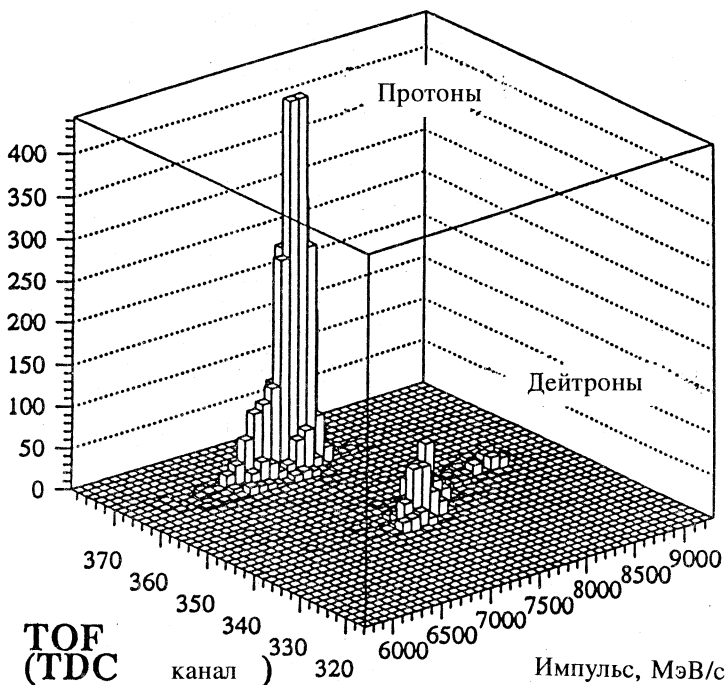


Рис.5. Эксперимент АНОМАЛОН: двумерное распределение по времени пролета и импульсу детектированных частиц при импульсах дейтронов 8,7 ГэВ/с и вторичных частиц 7,5 ГэВ/с. Масштаб по временной шкале 220 пс/канал

различных кинематических условиях дает возможность изучить механизмы взаимодействия в конечном состоянии, возбуждения изобары в промежуточном состоянии и т.д.

В рамках импульсного приближения из поляризационных данных можно извлечь с хорошей точностью интегральный вес D -состояния в дейтроне.

Анализ данных, полученных на водородной камере, важен с точки зрения как изучения структуры дейтрона и возможных механизмов реакции, так и определения оптимальных постановок электронных экспериментов, в том числе и на поляризованной мишени.

1.4. Коллаборацией АНОМАЛОН совместно с физиками Университета Нагоя выполнено исследование тензорной анализирующей способности реакции фрагментации дейтронов $\vec{d} + {}^{12}\text{C} \rightarrow p(0^\circ) + X$ (рис.4,5) до максимально высоких значений внутренних импульсов (1 ГэВ/с), доступных на

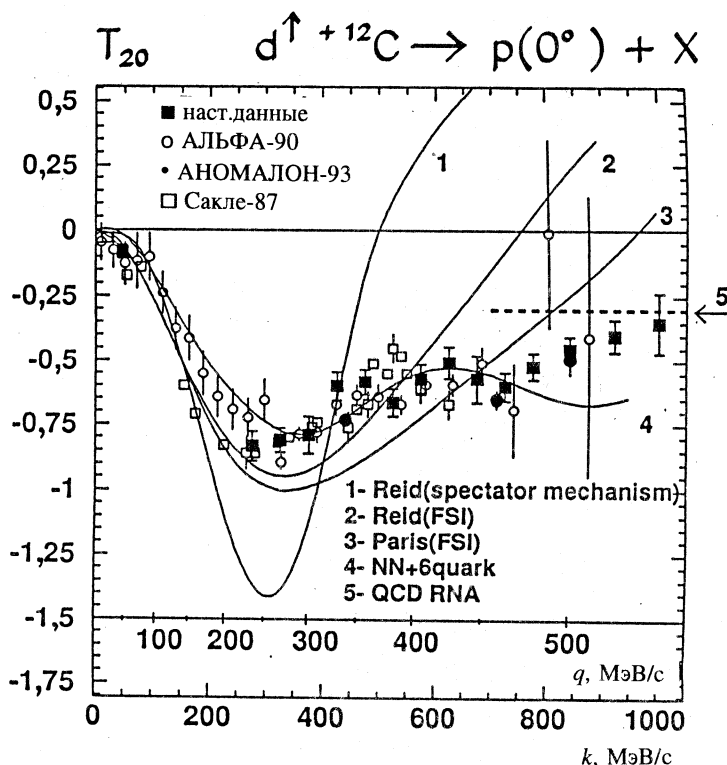


Рис.6. Экспериментальные данные коллаборации АНОМАЛОН по тензорной анализирующей способности передачи T_{20} в зависимости от внутреннего импульса в дейтроне, полученные при фрагментации тензорно-поляризованных релятивистских дейтронов

пучке дейтронов ЛВЭ $p_d = 9$ ГэВ/с (рис.6) [8]. Дальнейшее продвижение по шкале внутренних импульсов при исследовании спиновой структуры кора дейтрона будет возможно при ускорении в КЕК поляризованных дейтронов до импульса 11 ГэВ/с. Такие эксперименты планируется начать в 1995 г. Коллаборацией ОИЯИ—Нагоя подана заявка на измерение передачи поляризации в реакции $\vec{D} + A \rightarrow p(0^\circ) + X$ на векторно-поляризованном пучке дейтронов КЕК.

2. Исследование возбуждения нуклонных резонансов. Эти эксперименты являются продолжением исследований по перезарядке ядер ${}^3\text{He}$ в тритоны с возбуждением изобары в ядрах. Коллаборацией АЛЬФА начаты

эксперименты по изучению поляризационных характеристик реакции неупругого рассеяния дейтронов протонами и ядрами «вперед» с возбуждением Δ -изобары, роуперовского резонанса и, возможно, с когерентным рождением пионов. Важной частью этой программы являются измерения спектров неупруго рассеянных α -частиц протонами и ядрами «вперед» при нескольких начальных энергиях. Анализ этих данных совместно с данными по рассеянию дейтронов в аналогичной кинематике даст возможность разделить эффекты механизма взаимодействия и выявить особенности, определяемые свойствами резонансов, возбужденных в ядерной материи. В перспективе предусматривается сопоставление полученных данных с аналогичными результатами, полученными с помощью электромагнитных «зондов».

В будущем планируется исследование поляризационных характеристик реакции неупругого рассеяния дейтронов в эксклюзивной постановке с регистрацией пионов.

3. Исследование векторной анализирующей способности в кумулятивной области в реакции $d\uparrow + A \rightarrow hX$. Установка ДИСК является многоплечевым спектрометром, позволяющим вести исследования в глубококумулятивной области, что принципиально отличает ее от других установок. На установке ДИСК под руководством В.С.Ставинского был обнаружен целый ряд новых физических явлений: кумулятивный ядерный эффект, усиленная A -зависимость процессов с большим P_T , асимптотические свойства кумулятивного рождения $\pi^\pm$, $K^\pm$ -мезонов [9]. Перечисленные эффекты и данные по инклюзивным спектрам в реакции $pd \rightarrow pX$ стимулировали развитие моделей, учитывающих кварковую структуру ядер, и позволили ввести новый объект адронной физики — кварк-партонную структурную функцию ядра [10].

На установке ДИСК в 1994 г. проведены первые эксперименты по измерению векторной анализирующей способности A_N в реакциях

$$d\uparrow + p \rightarrow \pi^\pm + \dots,$$

$$d\uparrow + C \rightarrow \pi^\pm + \dots$$

в интервале энергий поляризованного дейтрона от 2 до 9 ГэВ с рождением пионов в области фрагментации мишени. Измерения показали, что в переходной области ($b_{I\text{II}} \sim 1$) величина $A_N \geq 20 + 50\%$ и уменьшается с ростом $b_{I\text{II}}$.

Впервые была измерена векторная анализирующая способность A_N в кумулятивной области. Установлено, что она отлична от нуля и составляет 7-10% при $X_{\text{II}} \approx 1,2$. Анализ результатов первого эксперимента показал, что возможности синхрофазотрона позволяют провести в дальнейшем измерение векторной анализирующей способности со статистической ошибкой

2-3% и продвинуться в область больших кумулятивных чисел. Программа дальнейших исследований на установке ДИСК предполагает измерение тензорной анализирующей способности реакций $\vec{d} - p \rightarrow hX$ и $\vec{d} - d \rightarrow hX$. Будут продолжены детальные исследования на легчайших ядрах (дейтерии, ядрах гелия, лития) основных механизмов адрон-ядерного взаимодействия, необходимые для создания теории ядерных систем в области, где существенны немассовые и релятивистские эффекты. Предполагается исследование процесса образования странных частиц при взаимодействии протонов высокой интенсивности с легчайшими ядрами и в ядро-ядерных взаимодействиях. Планируются исследования двухчастичных динамических корреляций кумулятивных частиц и частиц с $p_T > 1$ ГэВ/с.

4. Исследование механизмов рождения странных мезонов и антипротонов в $\vec{d}$ -А-взаимодействиях в околопороговой и кумулятивной областях. На установке КАСПИИ накоплен опыт экспериментального изучения рождения мезонов и антипротонов в p -А- и А-А-взаимодействиях (рис.7). Изучены редкие процессы подпорогового рождения К-мезонов и антипротонов и установлены резко усиленные А-зависимости рождения морских частиц в околопороговой области (см. рис.8) [11, 12]. Изучение таких процессов затрагивает фундаментальную проблему физики — изучение области перехода от нуклонных к кварковым степеням свободы в ядрах и установление пределов применимости стандартных представлений о нуклонной модели ядра. Экспериментальные исследования рождения частиц, состоящих из морских кварков, на пучках поляризованных дейтронов представляют существенный интерес для изучения непертурбативных эффектов, структуры вакуума и спиновых степеней свободы в ядрах.

На установке КАСПИИ планируется измерение асимметрии и тензорной анализирующей способности рождения $\pi^\pm$, $K^\pm$, $p^\pm$ в $\vec{d}$ -А-взаимодействиях в зависимости от энергии дейтронов, а также от угла и импульса вторичных частиц в условиях высокой светимости и надежной идентификации редких процессов. Совместный анализ данных на поляризованных и неполяризованных пучках в условиях одного эксперимента даст возможность экспериментально установить величину эффекта поляризации в процессах образования адронов, получить новую информацию, необходимую для построения теоретических моделей взаимодействия кварков и глюонов в переходной области.

5. Изучение спиновых эффектов во взаимодействии поляризованных протонов с ядрами. На установке СМС Московского университета начаты эксперименты по изучению спиновых эффектов во взаимодействии поляризованных протонов с ядрами. Для этих исследований был сформирован пучок поляризованных протонов в диапазоне энергий $T = 0,7 + 3,6$ ГэВ с поляризацией 60% и интенсивностью до $2 \cdot 10^6$ част./цикл. Диапазон энергий

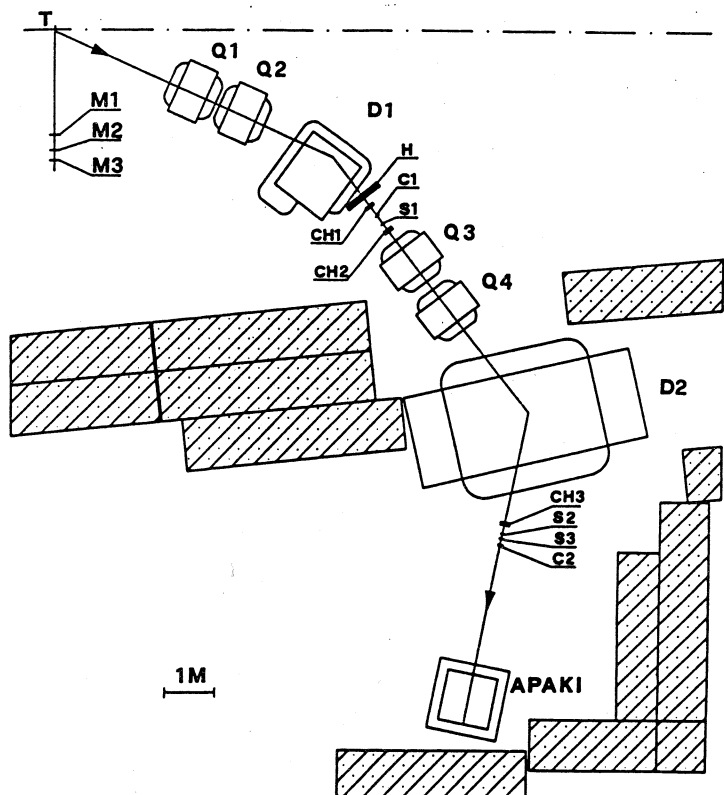


Рис.7. Схема магнитного спектрометра КАСПИЙ: D , Q — дипольные и квадрупольные магниты и набор многопроволочных камер, сцинтилляционных и черенковских счетчиков. АРАКИ — аннигиляционный многослойный детектор на основе стримерных трубок для идентификации антипротонов

первичного пучка протонов позволяет перекрыть энергетические диапазоны аналогичных пучков в LAMPF (Канада), SATURNE II (Франция) и КЕК (Япония) в условиях одного эксперимента. Накоплен опыт прецизионных измерений анализирующей способности в протон-углеродном рассеянии и в области квазиупругого рассеяния протонов на внутриядерных нуклонах.

На установке СМС предполагается провести измерения анализирующей способности в области квазиупругого рассеяния на ядрах с разделением вклада от внутриядерных протонов и нейтронов. Будут продолжены исследования анализирующей способности неупругого p -С-взаимодействия в

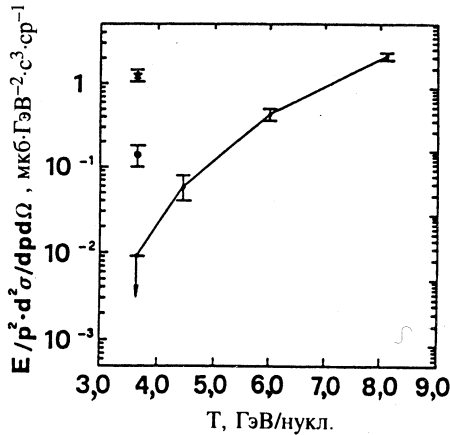


Рис.8. Энергетическая зависимость инвариантного дифференциального сечения образования антипротонов под углом 24° с импульсом 800 МэВ/с (данные эксперимента КАСПИЙ). Группа точек, объединенных линией, соответствует протон-углеродным соударениям; крайняя левая точка при 3,65 ГэВ — верхняя оценка сечения, (•) — дейтрон-углеродные соударения, (*) — углерод-углеродные соударения

зависимости от доли импульса, уносимого лидирующей частицей, в том числе с выделением каналов $\pi^\pm$ - и π^0 -мезонообразования.

6. Исследование спиновой структуры α -частицы. На установках АНОМАЛОН и КОНУС планируется провести измерения тензорной поляризации дейтронов в реакции $\alpha + A \rightarrow \vec{d} + X$ развала релятивистских α -частиц под углом 0° в области внутренних импульсов дейтронов 150+500 МэВ/с (предложение Л.Н.Струнова). Результаты таких измерений, совместно с данными по инвариантным сечениям исследуемого процесса, позволят разделить вклады S - и D -состояний в двухдейтронной компоненте волновой функции α -частицы. Для исследования вклада D -состояния в коре α -частицы планируется измерить импульс дейтрона-фрагмента и его тензорную поляризацию. Расчеты предсказывают значение тензорной поляризации дейтрона $\sim 0,6$ при значении внутреннего импульса дейтрона внутри α -частицы 300+500 МэВ/с.

ЭКСПЕРИМЕНТЫ С ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ПРОТОННОЙ МИШЕНЬЮ

Предполагается, что этот цикл исследований на ускорительном комплексе ЛВЭ, с использованием поляризованной протонной мишени на пучке поляризованных нейтронов и дейтронов, выполнит коллаборация физиков из Сакле и Дубны [13].

1. Измерение разности полных сечений $\Delta\sigma_{L,T}$ в нейтрон-протонном взаимодействии. Измерения планируется провести в 1995 г. на пучке стриппинговых нейтронов с продольной и поперечной поляризацией на поляризованной протонной мишени. Данные по $\Delta\sigma_{L,T}$ в нейтрон-протон-

ном взаимодействии ниже $T_{\text{kin}} = 1,1$ ГэВ, полученные в Сакле и Лос-Аламосе, показали необычное поведение по сравнению с предсказаниями фазового анализа для NN -рассеяния. Измерения $\Delta\sigma_{L,T}$ в ЛВЭ при более высоких энергиях могут дать ответ на природу этого расхождения. Эти измерения позволят восстановить мнимые части двух амплитуд np -упругого рассеяния до 4,5 ГэВ/с, что очень существенно для проведения фазового анализа.

2. Измерение спин-корреляционного параметра в дейтрон-протонном упругом рассеянии назад: $d + p \rightarrow p + d$. Измерения тензорной анализирующей способности T_{20} и коэффициента передачи поляризации κ_0 в дейтрон-протонном упругом рассеянии назад, проведенные физиками ЛВЭ в Дубне и Сакле в 1992-1994 гг., показали существенное отличие полученных экспериментальных данных от предсказаний, основанных на моделях нуклон-нуклонных потенциалов, в широком диапазоне внутренних импульсов нуклона в дейтроне.

Измерение спин-корреляционного параметра в дейтрон-протонном упругом рассеянии назад с использованием поляризованного пучка дейтронов и поляризованной протонной мишени планируется провести для диапазона внутренних импульсов нуклона в дейтроне $k = 300+600$ МэВ/с [14].

Совместный анализ данных, полученных в этом эксперименте, и существующих данных по сечению, тензорной анализирующей способности и коэффициенту передачи поляризации, позволит восстановить амплитуды процесса в случае, если они реальны, а также в рамках импульсного приближения оценить возможный P -волновой вклад в волновую функцию дейтрона.

3. Изучение образования ϕ -мезонов при взаимодействии поляризованных нуклонов. На накопительном кольце LEAR в ЦЕРН в рамках эксперимента PS 201 было обнаружено сильное нарушение правила Окубо—Цвейга—Иизуки. Отношение выходов образования ϕ/ω -мезонов оказалось существенно больше теоретического. Экспериментальную проверку модели нарушения правила ОЦИ за счет существования скрытой странности в нуклоне можно выполнить, изучая выход ϕ -мезонов при взаимодействии поляризованных нуклонов вблизи порога реакции (М.Г.Сапожников).

4. Измерение спин-корреляционных параметров в реакциях $d + p \rightarrow {}^3\text{He} + \pi^0$ и $d + p \rightarrow {}^3\text{He} + \eta^0$. Поляризационные наблюдаемые в процессах рождения и абсорбции мезонов, с одной стороны, обладают высокой чувствительностью к NN -корреляциям на малых расстояниях (< 1 фм), где существенную роль могут играть ненуклонные степени свободы, и, с другой стороны, несут уникальную информацию о свойствах резонансов (Δ -изобары, N^*) в поляризованной ядерной среде.

Измерения спин-корреляционных параметров в реакциях $dp \rightarrow {}^3\text{He}p^0$ и $dp \rightarrow {}^3\text{He}\eta^0$ в коллинеарной геометрии планируется провести на синхрофазотроне с использованием поляризованного пучка дейтронов и поперечно-поляризованной протонной мишени [71].

Совместный анализ данных, полученных в этих экспериментах, и существующих данных по сечениям и тензорной анализирующей способности для обеих реакций позволит восстановить амплитуды процесса с точностью до постоянной фазы, провести парциально-волновой анализ, оценить вклады двух- и трехчастичных нуклонных корреляций и т.д. Измерения этих параметров вблизи порога позволят прояснить вопросы относительно знака констант поглощения мезона на изоскалярных ($T=0$) и изовекторных ($T=1$) парах нуклонов, относительно вклада диаграмм с π - и ρ -обменами, возможного существования квазиосновного $\eta^3\text{He}$ -состояния, динамической роли $s\bar{s}$ -пары в волновой функции η -мезона.

Следует подчеркнуть, что создание поляризованной струйной мишени на внутреннем кольце нуклотрона позволит существенно расширить список новых предложений поляризационных экспериментов.

ПРОЕКТ СФЕРА

Физическая проблематика. В настоящее время твердо установлено такое свойство спектров вторичных адронов, рожденных в области фрагментации ядер, как выход на асимптотический режим [10, 9], начиная с начальной энергии соударения 4·А ГэВ, что соответствует разности быстрот $\Delta u \approx 2$ между сталкивающимися ядрами. Инвариантные дифференциальные сечения, представленные в зависимости от релятивистски-инвариантных масштабных переменных, становятся слабо зависящими от энергии соударения и сорта сталкивающихся адронов и ядер [15—18, 19]. По предположению их форма отражает универсальное импульсное распределение партонов в ядрах или кварк-партоновую структурную функцию ядра, в том числе в области 4-импульсов партонов, превышающих импульс на нуклон в ядре-фрагментаторе или значение масштабной переменной $X > 1$.

Переход к режиму предельной фрагментации ядер в области нескольких ГэВ тесно связан с переходом к рождению частиц с импульсами, кинематически запрещенными для свободных нуклон-нуклонных соударений, т.е. кумулятивных частиц. В этом случае обеспечивается, по крайней мере, такая же разность быстрот между ядром-фрагментатором и частицей-фрагментом. Отметим, что описанный выше релятивистски-инвариантный подход к множественному рождению [6] позволяет включить в эту картину

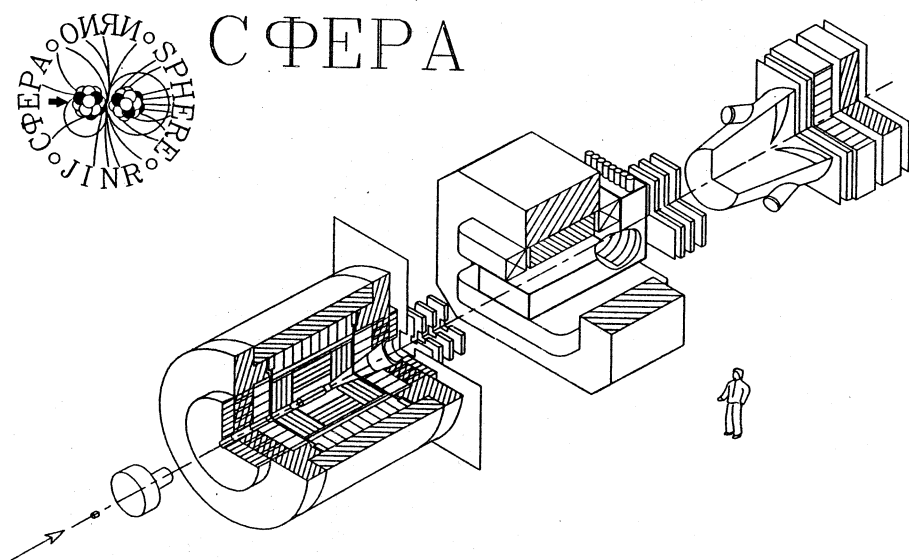


Рис.9. Проект многоцелевого 4π -спектрометра СФЕРА: первичный пучок (стрелка слева), центральный сверхпроводящий соленоидальный детектор, спектрометр переднего направления на основе дипольного магнита (дальний план)

и процессы образования кумулятивных частиц с большими поперечными импульсами.

Однако инклюзивный подход к изучению кумулятивных процессов имеет ограниченные возможности для ответа на вопросы об их механизме. В более общем подходе картина предельной фрагментации ядер должна быть дополнена одновременными измерениями характеристик других продуктов реакции. Это позволило бы сравнить спектры при разных степенях неупругости реакции и детально сравнить их с предсказаниями различных моделей. Например, эксклюзивный подход позволяет проверить идеи о кварковом механизме образования кумулятивных π -мезонов по длине формирования и прозрачности ядра [20].

В 1985 г. В.С.Ставинским с коллегами был предложен проект универсального двухступенчатого спектрометра СФЕРА с геометрией, близкой к 4π , центральной задачей которого является всестороннее исследование динамики кумулятивного эффекта (рис.9). В частности, планируется исследование двух или более частиц в кумулятивных процессах. Особый интерес представляет измерение образования кумулятивных векторных мезонов

(ρ , ω , ϕ , J/ψ) по лептонным модам распада и Δ -изобар, а также поиск модификации их параметров.

Возможность одновременной регистрации с кумулятивной частицей других продуктов реакции позволит существенно продвинуться в решении вопроса о зависимости инклюзивных спектров от сопровождающей множественности в различных быстройных интервалах. Другой аспект проблемы заключается в возможности наблюдения динамических корреляций. Для описания кумулятивного рождения мезонов существуют два подхода, исходящих из локальной природы процесса: это механизм жесткого рассеяния и кварковой фрагментации. 4 π -геометрия позволяет осуществить поиск «бинарной» реакции по наблюдению «нуклонной» струи отдачи. Частным случаем такого исследования является исследование азимутальных корреляций в образовании кумулятивных нуклонов на легких и тяжелых ядрах.

Совершенно новые возможности открываются при использовании пучков векторно- и тензорно-поляризованных дейтронов. Например, «мечение» кумулятивного рождения позволит выявить влияние спиновой структуры легких ядер на малых межнуклонных расстояниях по эффектам азимутальной асимметрии (ϕ -зависимости).

Концепция экспериментальной установки. Установка СФЕРА функционально состоит из спектрометра переднего направления для регистрации продуктов фрагментации налетающего ядра и центрального детектора, ориентированного, в основном, на регистрацию фрагментации ядра-мишени.

Магнитный анализ фрагментов ядра-мишени происходит в плоскости, поперечной к оси реакции в поле сверхпроводящего соленоида. На центральной оси находится распределенная мишень, позволяющая существенно снизить фон от наложения событий при высоких интенсивностях. Треки частиц в интервале углов от 5° до 175° регистрируются с помощью цилиндрической дрейфовой камеры и двух поперечных пакетов многопроволочных пропорциональных камер. Идентификация частиц происходит по ионизационным потерям и времени пролета. В перспективе планируется размещение электромагнитного калориметра за тонким соленоидом с малой радиационной длиной. Поле соленоида замыкается на стальное ярмо, которое является и несущим элементом.

Основу переднего спектрометра составляет широкоапертурный дипольный магнит и трехкоординатные сцинтилляционные годоскопы и многопроволочные пропорциональные камеры. Для идентификации π -мезонов и электронов служит 16-канальный пороговый черенковский счетчик. Завершает установку электромагнитный калориметр.

Очевидное преимущество изучения процессов фрагментации в центральном детекторе состоит в том, что импульсный анализ и идентификация частиц в нем существенно проще, чем в переднем. С другой стороны,

частицы от фрагментации налетающих ядер сколламированы в узком угловом конусе, что значительно снижает требование к числу каналов регистрации в переднем детекторе, делая его реализацию более доступной. Совместная работа двух спектрометров открывает возможность исследования дальнодействующих корреляций в пространстве релятивистских 4-скоростей.

Полный ввод в действие такого сложного спектрометрического комплекса должен осуществляться в несколько этапов, при реализации которых возможно получение новых физических результатов. Такой подход позволяет оптимизировать варианты и очередность построения установки, системы сбора информации, триггерной логики, а также оперативно уточнять постановки экспериментальных задач.

Первые эксперименты и перспективы. Первоочередное развитие переднего спектрометра установки СФЕРА позволило приступить к изучению импульсных спектров π^- -мезонов в области фрагментации ядер пучка. Ранее инклюзивные спектры кумулятивных адронов исследовались, в основном, в области фрагментации ядра-мишени (или «назад»). Постановка эксперимента, в которой «быстрая» кумулятивная частица летит «вперед», позволяет изучать скоррелированные явления в ядре-мишени в удобной для анализа области. Инвариантная масштабная переменная — кумулятивное число, используемое при анализе, имеет простое приближение $X_1 \approx P_L/P_0$, где P_L и P_0 — продольный импульс кумулятивного пиона и импульс на нуклон ядра-снаряда.

Для оценки неупругости реакции используется двухслойный цилиндрический годоскоп окружения мишени, позволяющий оценить полную и жесткую зарядовую множественность в угловом диапазоне от 20° до 90° . Внешний и внутренний слой годоскопа разделены стальным цилиндрическим поглотителем, подавляющим мягкую компоненту заряженной множественности до поперечных импульсов протонов $p_T < 600$ МэВ/с. Число сработавших счетчиков во внутреннем слое принимается за оценку полной зарядовой множественности в событии n_{ch} . Жесткая компонента зарядовой множественности N_{ch} оценивается по числу азимутальных совпадений во внутреннем и внешних слоях.

Зависимость сечения фрагментации ядра-снаряда от массового числа мишени, или A^α -зависимость, является наиболее простой характеристикой взаимодействия между π -мезоном и ядром-мишенью. В работе [21] был измерен показатель степени A -зависимости при фрагментации дейтронов с импульсом 4,5-А ГэВ/с на углероде, алюминии, меди, свинце. Для интервала X_1 от 0,8 до 1,2 получено значение $\langle \alpha \rangle = 0,27 \pm 0,09$.

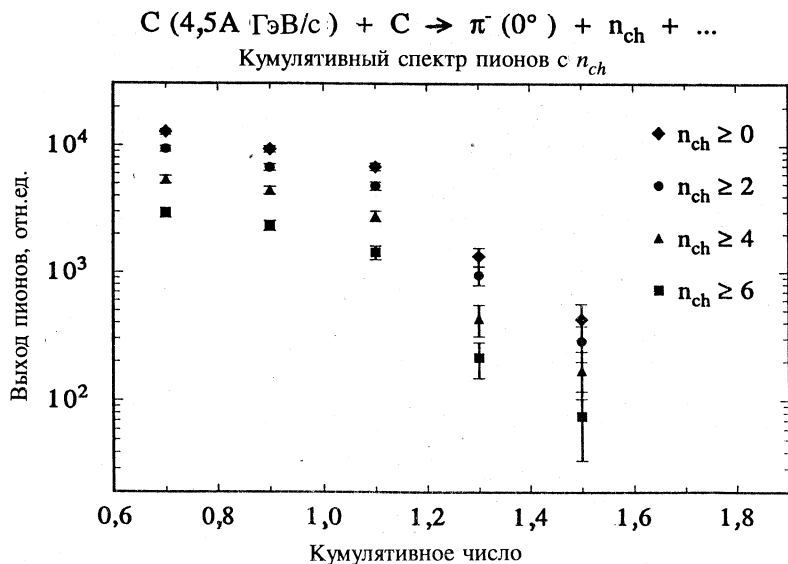


Рис.10. Экспериментальные данные сотрудничества СФЕРА по выходу кумулятивных пионов во фрагментации релятивистских ядер углерода в зависимости от кумулятивного числа X_1 при различных ограничениях на сопровождающую зарядовую множественность n_{ch} .

Такой характер зависимости качественно отличается от зависимостей «объемного» типа от массового числа ядра-фрагментатора [16], где получены значения α вблизи единицы. По-видимому, это значение указывает на периферический характер взаимодействия между ядром-мишенью и фрагментирующим дейтроном. Ранее аналогичный вывод был сделан группой из Беркли [24] для фрагментации α -частиц. Представляет особый интерес изучить разность выходов кумулятивных пионов на близких по массовому числу ядрах, но значительно различающихся по форме — сферически-симметричных и ориентированных.

Дополнительным критерием периферичности реакции служат средние значения множественности фрагментации и их среднеквадратичные отклонения: $\langle n_{ch} \rangle = 1,3$ при $\sigma_{ch} = 1,3$ для $d - C$ -соударений и 2,5 и 2,3 для $d - Pb$. Доля событий, содержащих кандидата в «жесткий» трек $N_{ch} > 0$, не превышает 16% как для углеродной, так и для свинцовой мишени [22]. Таким образом, и характеристики множественности указывают на периферическую картину взаимодействия.

Снижение α от $2/3$ для ядра-мишени и одновременный рост α для ядра-снаряда, как и слабая зависимость от множественности, согласуются с гипотезой предельной фрагментации. Однако представляется принципиально важным выяснить экспериментально, на основе какого механизма взаимодействия реализуется локальный характер кумулятивного эффекта и «дальнодействие» при передаче 4-импульса при периферическом взаимодействии.

В продолжение этого исследования были изучены эффекты модификации спектров кумулятивных пионов по сравнению с инклюзивными спектрами при фрагментации ядер углерода на протонах, углероде и свинце. Их характерной особенностью оказалось приблизительное подобие формы при нарастании отбора на неупругость реакции до предела, определяемого детектором множественности, т.е. $n_{ch} < 12$. Таким образом, получено указание о незначительном влиянии процесса фрагментации ядра-мишени на образование кумулятивных пионов (рис.10) [23]. Несмотря на быстрое снижение сечений с множественностью реакции, представляется важным продолжить измерение этих спектров до максимальной измеримой неупругости реакции, что, в принципе, позволит приступить к исследованию дважды кумулятивных процессов, т.е. процессов, в которых существенно высокоимпульсная компонента в обоих сталкивающихся ядрах [25].

Другой альтернативой в понимании природы кумулятивного эффекта является использование пучка векторно-поляризованных дейтронов для поиска эффектов азимутальной асимметрии зарядовой множественности, сопровождающей образование кумулятивных пионов. Это позволит прояснить вопрос о возможной связи между присутствием состояний с ненулевым орбитальным моментом в дейтроне и состояниями с «большими X».

ТЕНЗОРНАЯ АНАЛИЗИРУЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ В КУМУЛЯТИВНОМ РОЖДЕНИИ АДРОНОВ

Цели исследования. Основная цель эксперимента, предложенного Л.С.Золиным, — исследование спиновой зависимости сечений рождения кумулятивных мезонов и подпорогового рождения антипротонов при фрагментации релятивистских тензорно-поляризованных дейтронов. В экспериментах АЛЬФА и АНОМАЛОН, выполненных в ЛВЭ на пучке поляризованных дейтронов, были исследованы тензорная анализирующая способность и коэффициент передачи поляризации стриппинговому протону в реакции $\vec{d} + {}^{12}\text{C} \rightarrow \vec{p} + X$ при импульсах дейтронов до 9 ГэВ/с. Спиновые эффекты максимальны при внутридейтронных импульсах $k \parallel 0,3$ ГэВ/с, где D -состояние в волновой функции дейтрона становится существенным. Тен-

зорная анализирующая способность остается значительной при дальнейшем уменьшении межнуклонных расстояний ($< 0,5$ фм), т.е. в области, где в соответствии с кварковыми моделями кумулятивного эффекта должны проявляться мультикварковые конфигурации, ответственные за рождение кумулятивных частиц [9, 10, 26]. Таким образом, есть основание ожидать заметных спиновых эффектов в рождении кумулятивных мезонов. Один из теоретических подходов, предсказывающих наблюдение значительных спиновых эффектов осцилляционного типа при кумулятивном рождении пионов на поляризованных дейтронах, был изложен в [27, 28].

Рождение «морских» кумулятивных (или подпороговых) частиц ($K^-, \bar{p}$) имеет особое значение, поскольку оно несет информацию о кварковом море во флуктуациях плотности в ядерной материи (флуктонах). Энергия пучка поляризованных дейтронов в Дубне (до 9 ГэВ/с) достаточна для образования антипротонов в дейтрон-ядерных взаимодействиях.

В обоих процессах — в подпороговом рождении антибарионов и рождении кумулятивных мезонов — привлечение спиновых степеней свободы к исследованию механизма ядерных реакций должно значительно дополнить экспериментальную информацию о природе плотной ядерной материи и, в частности, о спиновой структуре флуктонов, которая должна, очевидно, анализироваться в связи со спиновым содержанием нуклона.

Теоретические подходы, привлекающие кварк-глюонные степени свободы в ядрах для анализа кумулятивных процессов, связывают рождение «морских» кумулятивных частиц, таких как $K^-, \bar{p}$ (т.е. частиц, не содержащих валентных кварков ядра), с характеристиками кваркового моря в ядрах [29, 30, 33]. Введение спиновых степеней свободы в анализ рождения «морских» кумулятивных частиц затрагивает многие взаимосвязанные проблемы КХД в ядрах, такие как особенности кваркового моря в нуклонных кластерах (флуктонах), спиновая структура этих кластеров, ее связь со спиновым содержанием изолированных нуклонов, влияние начальной выстроенности спинов на вероятность образования барион-антибарионных пар при фрагментации этих кластеров и т.д. Наличие новых экспериментальных данных такого сорта должно привести к более глубокому пониманию роли спина в малонуклонных системах.

Постановка эксперимента. Предлагается начать исследование с измерения тензорной анализирующей способности следующих двух реакций:

- инклюзивное рождение пионов под углом 0° с водородной, дейтериевой и углеродной мишенями:

$$\vec{d} + A \rightarrow \pi^\pm + X, \quad (1)$$

- подпороговое рождение антипротонов под углом 0° с дейтериевой и углеродной мишенями:

$$\vec{d} + A \rightarrow \bar{p} + X. \quad (2)$$

Измерения предполагается выполнить на пучке поляризованных дейтронов синхрофазотрона. Поляризация пучка может быть измерена с помощью двухплечевого поляриметра АЛЬФА [31]. Параметры пучка следующие:

- интенсивность $2 \cdot 10^9 \vec{d}/\text{сброс}$,
- продолжительность сброса пучка — около 500 мс,
- тензорная поляризация дейтронного пучка для «+» и «-» выстроенности: $pp_{zz}^+ \equiv 0,06$ и $pp_{zz}^- \equiv -0,75$. Знак поляризации может изменяться с каждым циклом ускорения (8 с).

Измерение анализирующей способности реакций (1) и (2) сводится к измерению разности сечений фрагментации дейтрона при различной выстроенности дейтронного пучка

$$T_{20} = \frac{2\sqrt{2}(\sigma^+ - \sigma^-)}{p_{zz}^+ \sigma^- - p_{zz}^- \sigma^+}. \quad (3)$$

Расчеты величины ожидаемого эффекта и чувствительности T_{20} к структуре дейтрона были выполнены М.В.Токаревым в рамках ковариантного формализма на основе релятивистской волновой функции дейтрона с одним нуклоном на массовой поверхности [32]. Для измерения T_{20} в качестве экспериментального оборудования используется канал 4В, включающий пять отклоняющих магнитов, и магнитный спектрометр СФЕРА (рис.11), расположенные в основном экспериментальном зале ускорителя ЛВЭ. Чтобы исследовать зависимость анализирующей способности от импульса p_h наблюдаемых адронов, необходимо измерить выход адронов для последовательности фиксированных p_h . Основная функция для извлечения $\pi, \bar{p}$ с импульсом $p_h \pm \delta p_h$ может быть реализована посредством 100-метрового участка проводки пучка до спектрометра СФЕРА. Используются следующие типы мишеней:

- жидководородная (дейтериевая) мишень длиной 100 см (7 г/см^2),
- углеродная мишень, толщина которой может быть увеличена до 50 г/см^2 при измерениях с импульсами, при которых сечение падает до минимального уровня ($\sim 10\text{--}100 \text{ нб}$).

Угловой аксептанс канала пучка составляет $0,4 \cdot 10^{-3}$ ср при импульсном разбросе $\delta p/p = 2,5\%$. Таким образом, безразмерная кумулятивная переменная X в реакции (1) может быть фиксирована без дополнительного импульсного анализа с точностью $\delta X = \pm 0,1$.

Наблюдаемые частицы ($\pi, \bar{p}$) будут селектированы в основном с помощью времяпролетного анализа (TOF) с временным разрешением $\sim 150 \text{ пс}$

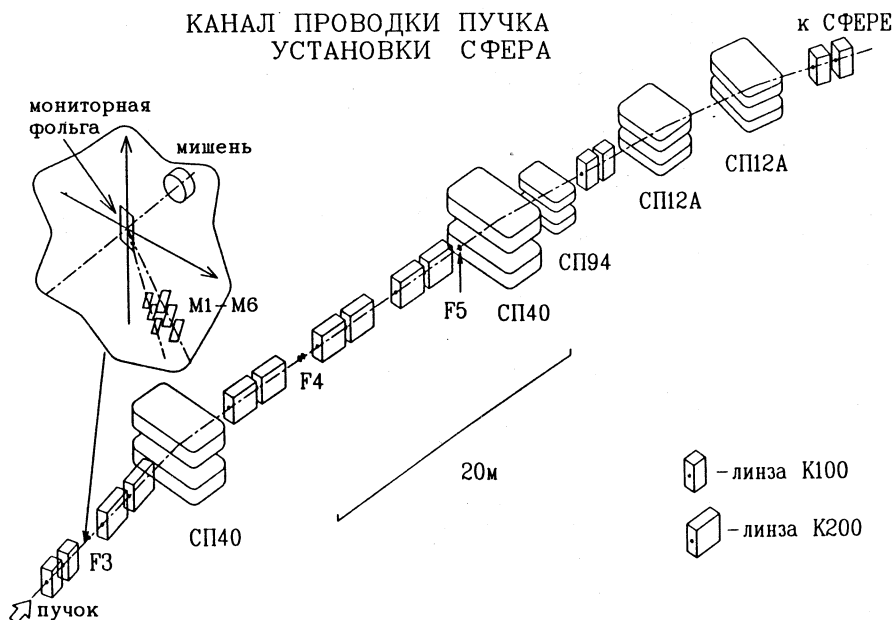


Рис.11. Канал проводки пучка к установке СФЕРА, используемый как спектрометр отрицательных частиц под углом 0° . СП — отклоняющие магниты

при использовании двух времяпролетных баз (30 и 60 м). Корреляции между двумя временами пролета позволяют значительно ослабить фон. Магнитный анализ с помощью спектрометра будет использован как дополнительное средство селекции частиц и для контроля знака частиц. В 1995 г. начаты измерения в зависимости от импульса $\pi(p)$ тензорной анализирующей способности следующих реакций:

- кумулятивное рождение $\pi^\pm$ в интервале кумулятивной переменной $1 \leq X_\pi \leq 1,8$,
- подпороговое рождение $\bar{p}$ с импульсом от 1,5 до 2,5 ГэВ/с.

Следует подчеркнуть, что исследование спиновых эффектов в подпороговом рождении антипротонов на ядрах может быть выполнено в настоящее время только на дубненском комплексе поляризованных дейтронов. В будущем это может быть сделано в КЕК (Япония) [34] и BNL (США) после ускорения поляризованных дейтронов в этих лабораториях.

Перспективы исследования. Исследование спиновых эффектов при фрагментации поляризованных дейтронов может быть продолжено при соответствующем усовершенствовании экспериментальной установки.

1. Измерение тензорной анализирующей способности реакций $\vec{d} + A \rightarrow K^\pm(0^\circ) + X$ дает возможность изучить зависимость сечения фрагментации дейтрона в странные адроны от выстройки спина дейтрона. Быстрое уменьшение потока каонов, обусловленное распадами каонов, диктует необходимость располагать детекторы близко к мишени и использовать более короткую базу для TOF-анализа. Это потребует усовершенствования экспериментальной установки с целью улучшения временного разрешения системы времени пролета и повышения надежности идентификации каонов.

2. С 1995 г. в ЛВЭ возможно проведение нового класса спиновых экспериментов (измерение спин-спиновых корреляций) после завершения реконструкции и монтажа передвижной поляризованной мишени в экспериментальном зале [13]. При использовании векторно-поляризованного пучка и продольно-поляризованной протонной мишени могут быть изучены спин-спиновые корреляции в процессе фрагментации дейтрона в кумулятивные адроны:

$$\vec{d} + \vec{p} \rightarrow p, \pi, K(0^\circ) + X.$$

Планируемые инклюзивные эксперименты в рамках сотрудничества СФЕРА должны дать новую ценную информацию, проясняющую роль спиновых степеней свободы в кумулятивных процессах, и принести существенную дополнительную информацию о спиновой структуре дейтронного кора и поведении кваркового моря в ядрах.

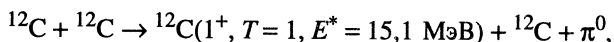
ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ ЯДЕР В РЕАКЦИЯХ ПЕРЕЗАРЯДКИ Сотрудничество ГИБС—ДЕЛЬТА—СФЕРА

Мотивация. Исследования инклюзивных спектров в зарядово-обменных реакциях ($^3\text{He}, t$) показали [35, 36], что пик в тритиевых спектрах смещается в сторону больших энергий и уширяется, если водородную мишень заменить на ядерную. В дальнейшем этот эффект был подтвержден для разных пучков [37] в широких пределах энергий пучка [38]. Чтобы объяснить такое свойство реакции, рассматривались различные возможные процессы, например, распад Δ -изобары без излучения пиона $\Delta N \rightarrow NN$ [39, 40] или коллективные эффекты, связанные с распространением Δh -системы (частица-дырка) в ядерной материи [41—44]. Эти теоретические исследования привели к предсказанию когерентного рождения пионов [44—46] как одного из важных каналов процесса перезарядки.

Существование этого канала экспериментально обнаружено в работе [47]. В [48, 49] рассмотрена возможность возбуждения пролетающего ядра и показано, что должны проявиться возбуждения при более низких энергиях, но без сдвига положения пика. Другими словами, пик должен стать существенно шире. Здесь приведен очень краткий перечень идей, объясняющих сложный процесс зарядово-обменных реакций с возбуждением резонансов и их распространением в ядерной материи. Следует, однако, отметить, что чаще рассматриваются модели, в которых процесс возбуждения ядра-мишени доминирует. Во всяком случае, в течение шести лет не было попыток специально исследовать механизм возбуждения пролетающего ядра в реакциях перезарядки. Осет, Шиино и Токи предложили [48] эксперимент $n(^3\text{He}, t)$ на нейтронной мишени или (см. [49]) на протонной мишени в пучке трития $p(t, ^3\text{He})$. В этой реакции механизмы возбуждения пролетающего ядра и ядра-мишени равновероятны, а форма спектров сильно отличается [48], что важно для экспериментального подтверждения гипотезы.

Цель предложенного в ЛВЭ эксперимента — проверить достоверность гипотезы о возбуждении Δ -изобары в пролетающем ядре и измерить интенсивность этого процесса, определяемого одной из основных диаграмм. Предлагается также одновременно исследовать характеристики процесса рождения нейтрального пиона в той же реакции перезарядки.

В рамках этого эксперимента предложено исследовать в эксклюзивной постановке процесс [72]



позволяющий изучать как когерентное пионообразование, так и Δ -резонансное возбуждение в налетающем ядре и в ядре-мишени. Здесь используется дополнительная информация, даваемая фотоном 15,1 МэВ от перехода Гамова — Теллера с поправкой на доплеровский сдвиг длины волны (Б.Еразмус).

Текущие эксперименты. В предыдущих экспериментах на стримерной камере ГИБС [50—52] исследовалась реакция перезарядки $(t, ^3\text{He})$ на углеороде и магнии. Экспериментальные спектры пионов сравнивались с расчетными, и было показано, что не более 50-70% пионов испускаются квазисвободными Δ -изобарами, возбужденными в ядре-мишени (рис. 12).

Импульсы остальных пионов значительно превышают импульсы пионов от распада резонансов. Источником таких пионов могут быть два процесса — возбуждение пролетающего ядра и когерентное рождение в мишени с изобарой $N(1440)$ и/или $N(1520)$ в качестве промежуточного состояния. Для более надежной идентификации таких необычных состояний и, тем более, определения их интенсивности, необходимы эксперименты с большей статистикой и анализом переданного импульса в каждом событии (в экспери-

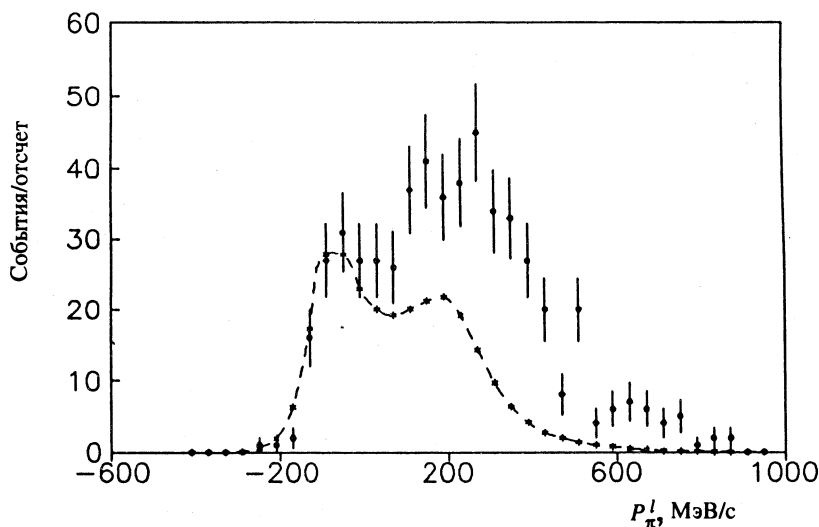


Рис.12. Спектры продольных импульсов отрицательных пионов P_{π}^l . (о) — эксперимент, (х) — расчет для рождения изобары на квазисвободном нуклоне в ядре магния. Энергия связи Δ -изобары в ядре Mg оценена в 40 МэВ

ментах [50—52] это было невозможно). Эта проблема может быть решена в специальном эксперименте на установке ГИБС и при изучении спектров π^0 в предложенном здесь эксперименте.

Экспериментальный метод. При постановке эксперимента с реакцией $p(t, {}^3\text{He})$ необходимо преодолеть проблему разброса импульсов трития. В ускорителе ускоряется ${}^4\text{He}$, а тритий получается как вторичный пучок с разбросом по импульсу порядка 0,7 ГэВ/с (полуширина на полувысоте) при среднем значении 9,0 ГэВ/с [50, 51].

Поэтому классический одночастичный спектрометр (СФЕРА) будет дополнен времяпролетным спектрометром установки ГИБС, это позволит измерять импульс трития с точностью 0,2-0,5%, что достаточно для предполагаемого эксперимента. В этом эксперименте спектрометры, предназначенные для измерения инклюзивных спектров (налетающего ядра и ядра после перезарядки), будут дополнены γ -спектрометром ДЕЛЬТА из свинцового стекла для регистрации π^0 -мезонов. Гамма-спектрометр окружает жидководородную мишень. Несмотря на относительно невысокую геометрическую эффективность (порядка нескольких процентов) γ -спектрометра,

будет накоплено несколько тысяч событий с π^0 -мезонами. Ожидаемая статистика позволит изучить свойства механизма рождения π^0 , в частности, выделить пионы, рождающиеся в пролетающем ядре.

ПРОГРАММА ИССЛЕДОВАНИЯ ГИПЕРЯДЕР

На синхрофазотроне в пучках ионов (${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$, ${}^6\text{Li}$) исследовались сечения рождения и время жизни гиперядер ${}^4_\Lambda\text{H}$ и ${}^3_\Lambda\text{H}$ при облучении стримерной камеры ГИБС [53, 54]. Как преимущество этих экспериментов, следует отметить безукоризненную идентификацию гиперядер, незначительный фон и хорошую эффективность триггера. Однако эксперименты были приостановлены из-за малой скорости набора статистики. Так как на нуклотроне качество пучков значительно выше [1] и скорость набора событий может быть увеличена более чем в 100 раз, предлагается новая программа исследований [70].

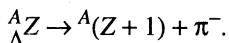
Программой предусмотрено измерить:

- время жизни ${}^3_\Lambda\text{H}$, ${}^4_\Lambda\text{H}$ и ${}^6_\Lambda\text{He}$;
- кулоновскую диссоциацию ${}^3_\Lambda\text{H}$ и ${}^6_\Lambda\text{He}$ в различных поглотителях.

Время жизни будет измерено с точностью 2-5%, т.е. значительно лучше, чем в предыдущих экспериментах [54—56], в которых достигнута точность порядка 10-20% (для ${}^3_\Lambda\text{H}$ до сих пор время жизни измерено с точностью около 50%).

В пучке ${}^3\text{He}$ впервые будут исследованы взаимодействия гиперядер. Ввиду того, что пробег гиперядер на нуклотроне порядка 45 см, родившиеся гиперядра можно использовать как «пучок ${}^3_\Lambda\text{H}$ » и, установив различные поглотители в «пучок», изучать электромагнитную диссоциацию ${}^3_\Lambda\text{H}$.

В экспериментах будет использован канал двухчастичного распада с испусканием π^- -мезона:



В качестве примера рассмотрим рождение и распад гипертрития:

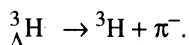
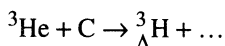


Таблица. Число ожидаемых событий за сутки работы

Пучок	Гиперядро	N
${}^3\text{He}$	${}^3_{\Lambda}\text{H}$	100
${}^4\text{He}$	${}^4_{\Lambda}\text{H}$	600
${}^6\text{Li}$	${}^6_{\Lambda}\text{He}$	400

В пучке ${}^3\text{He}$ размещается мишень, в которой рождаются гиперядра ${}^3_{\Lambda}\text{H}$. Трековые камеры измеряют направление движения π -мезона и дочернего ядра (если распалось гиперядро) и позволяют определить точку распада, а также изменение направления ядра в магните и, таким образом, определяют его импульс. Триггер разработан и

построен для регистрации прироста заряда пролетающего (распадающегося) ядра. Эксперимент [54] показал, что фон от случайных совпадений может быть подавлен на 5-6 порядков при хорошей геометрической эффективности. В таблице приведены оценки для ожидаемого числа событий за сутки работы нуклотрона. Ожидаемое число событий показывает, что измерения времени жизни с ошибкой порядка 2-5% вполне реальны.

Такая точность измерений вполне достаточна для проверки моделей гиперядер [57], в которых предсказываются разные скорости распада в зависимости от предположений о взаимодействии ΛN , но различия предсказаний могут составить всего 10%. Ввиду того, что модели зависят от целого ряда предположений о волновой функции ядра, гиперона, пиона и т.д., необходимо измерить время жизни нескольких гиперядер, чтобы исключить случайные совпадения (или несовпадения) теории и эксперимента.

Следует также отметить, что для теории весьма важны свойства гипертретия — наилегчайшей ядерной системы со странной частицей. Среди основных [58, 59, 63] параметров гипертретия — энергия связи B_{Λ} . Из экспериментальных данных [60] следует, что энергия связи $B_{\Lambda} = (0,13 \pm 0,05)$ МэВ, где ошибка статистическая. Оценка статистической ошибки дает $(0,04 \pm 0,02)$ МэВ.

В этой же работе измерялась масса Λ -частицы, и результат $m_{\Lambda} = (1115,57 \pm 0,03)$ МэВ отличается от недавних измерений [61] ($m_{\Lambda} = (1115,57 \pm 0,063 \pm 0,006)$ МэВ), что тоже свидетельствует о проблеме систематической ошибки в работе [60]. Во всяком случае энергия связи гипертретия может быть в пределах от 10—20 до 200—250 кэВ, в то время как систематические ошибки в традиционных экспериментах не позволяют существенно улучшить точность определения B_{Λ} .

Поэтому авторы этой программы предлагают определить энергию связи, исследуя кулоновскую диссоциацию гиперядра ${}^3_{\Lambda}\text{H}$. Расчеты показали [62], что сечение диссоциации вырастает от единиц до десятков барн, если пред-

положить, что энергия связи уменьшается от 200 до 10 кэВ. Столь сильная зависимость сечения диссоциации от энергии связи позволяет определить B_Λ достаточно точно даже при весьма грубых измерениях сечений кулоновской диссоциации. Отметим также, что метод наиболее чувствителен при малых значениях B_Λ , когда традиционные методы становятся нечувствительными.

Таким образом, предложенные эксперименты основаны на реалистичных оценках, что обеспечивает высокую вероятность реализации. Будут получены данные для проверки моделей структуры гиперядер и впервые исследованы взаимодействия гиперядер (диссоциация).

ЭКСПЕРИМЕНТЫ НА ВНУТРЕННЕЙ МИШЕНИ НУКЛОТРОНА

В рамках сотрудничества СФЕРА подготовлен двухплечевой электромагнитный калориметр и безмагнитный сцинтилляционный спектрометр для первого эксперимента на внутренней мишени нуклотрона (рис.13). Установка включает в себя мониторирующий телескоп, состоящий из сцинтилляционных счетчиков, два сцинтилляционных годоскопа площадью 1 м^2 , 36-канальный электромагнитный калориметр, $\Delta E - E$ и времяпролетные детекторы. Планируется размещение электромагнитного калориметра ДЕЛЬТА (Институт ядерных исследований РАН), обладающего высоким разрешением (В.А.Краснов):

материал — свинцовое стекло (45% PbO), $n = 1,629$;

светопоглощение — 0,05%/см в видимой части спектра;

число кристаллов — 300 (2 плеча $\times$ 150);

размер кристалла — призма $(22 \times 22) \times (36 \times 36) \times 400 \text{ мм}$ (12 радиационных длин);

измеренное энергетическое разрешение — $\sigma = 1,62 \times (E(\text{МэВ}))^{1/2}$;

измеренное координатное разрешение для γ -квантов — $\sigma_x = \sigma_y = 3 \text{ мм}$ (при 800 МэВ/с).

Предполагается решить следующие физические задачи:

- исследование взаимодействия η -мезонов с нуклонами и ядрами,
- изучение подпорогового образования ρ -, ω -, ϕ -, η -, K -мезонов и лептонных пар в ядро-ядерных соударениях,
- поиск глубокоподпорогового рождения J/ψ (рис.14),
- изучение узких двухпротонных корреляций,
- исследование процессов, в которых флуконы из двух сталкивающихся ядер играют доминирующую роль (дважды кумулятивный эффект).

В настоящее время широко признано, что область энергий столкновения частиц и ядер от нескольких сотен МэВ до нескольких ГэВ является

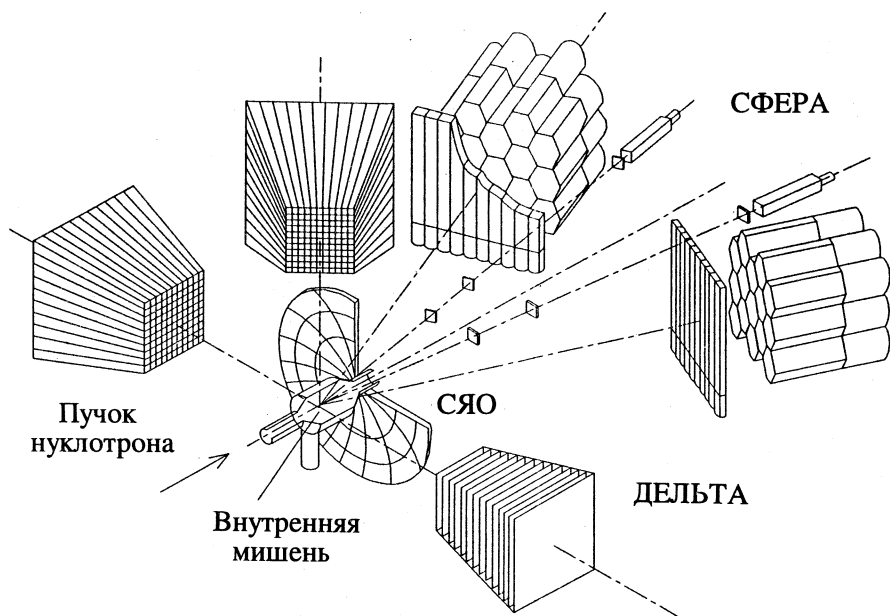
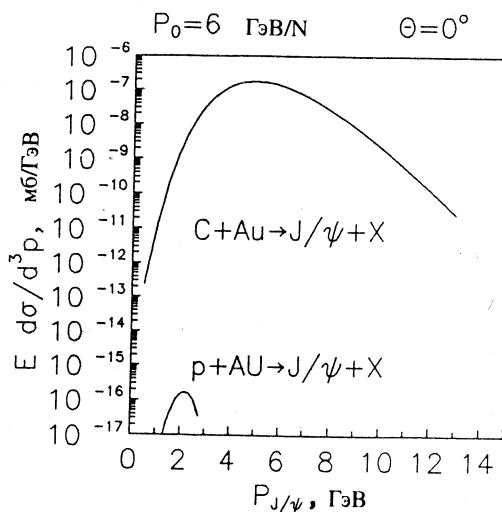


Рис.13. Размещение спектрометрической аппаратуры внутренней мишени на прямолинейном промежутке нуклотрона. Детекторы сотрудничества СФЕРА: двухплечевой многоканальный калориметр на свинцовом стекле, два ΔE - E сцинтилляционных спектрометра. Детекторы группы ДЕЛЬТА (ИЯИ РАН): 14-слойный сцинтилляционный ΔE - E -телескоп и 300-канальный двухплечевой электромагнитный калориметр на свинцовом стекле. Детекторы группы спектрометра ядер отдачи (СЯО): сцинтилляционный монитор множественности заряженных частиц, спектрометр на неорганическом сцинтилляторе и кремниевые ΔE -детекторы

исключительно плодотворной с точки зрения изучения переходных режимов от адронных к кварковым степеням свободы. До настоящего времени возможности проследить переход этих процессов из области энергий классической ядерной физики в область, характерную для физики высоких энергий, были крайне ограничены. На нуклотроне предоставляется хорошая возможность провести такое исследование в рамках единого экспериментального подхода.

В 1994 г. группами СФЕРА, ДЕЛЬТА (ИЯИ РАН), СЯО выполнен цикл экспериментальных измерений на внутренней мишени нуклотрона по изучению выхода π - и K -мезонов и ядерных фрагментов — от протонов до изотопов гелия и лития — в дейтрон-ядерных столкновениях при энергиях

Рис.14. Зависимость инвариантно-го дифференциального сечения рождения резонанса J/ψ в углерод-ядерных и протон-ядерных взаимодействиях от импульса при энергии 6 ГэВ/нуклон (расчет по модели [25])



Нуклотрон, ноябрь 1994

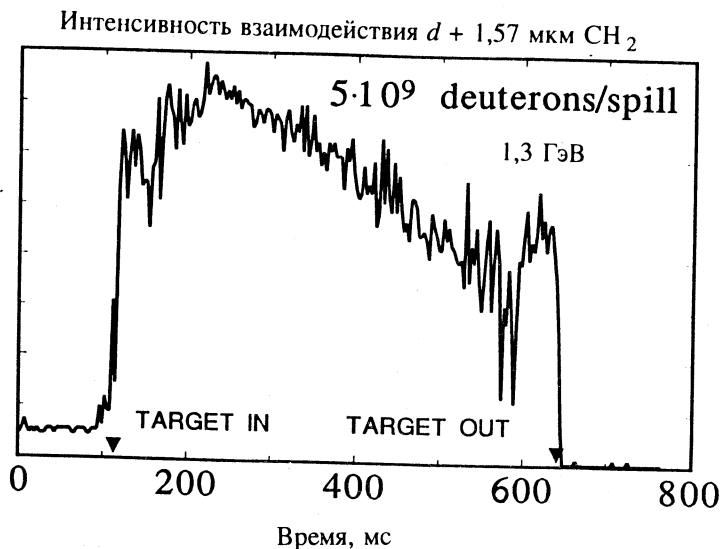


Рис.15. Временная структура взаимодействия дейтронного пучка нуклотрона с внутренней мишенью из полиэтилена толщиной 1,57 мкм при кинетической энергии дейтронов 1,3 ГэВ/нуклон (данные сотрудничества СФЕРА). Регистрируется ультрафиолетовое и рентгеновское излучение при возбуждении атомов мишени дейтронами. Моменты введения и выведения мишени отмечены треугольными указателями

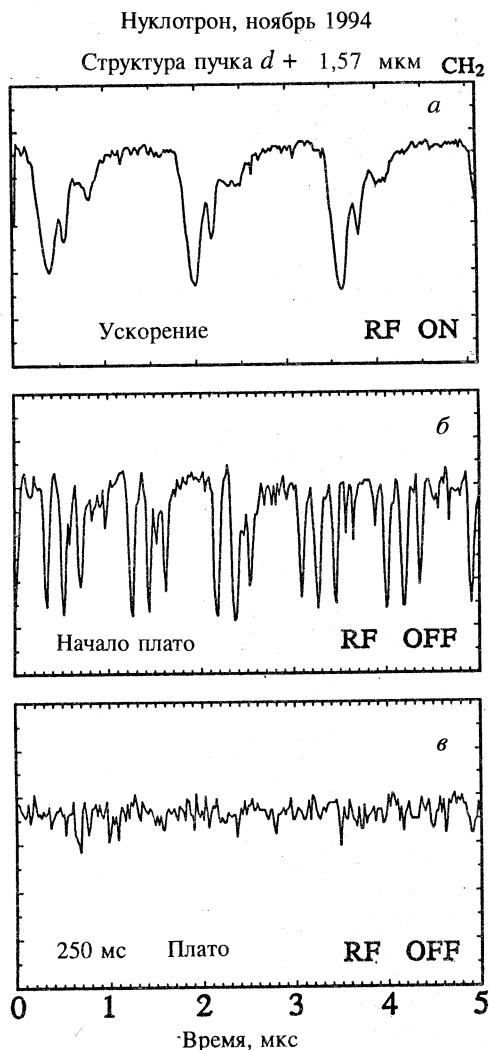


Рис.16. Высокочастотная структура пучка в нуклотроне в различных фазах по данным сотрудничества СФЕРА: начало ускорения (а); начало плато магнитного поля, ускоряющее напряжение снято (б); середина плато магнитного поля — исчезновение банчей (в)

от 0,7 до 2,5 ГэВ/нуклон. Исследованы методические вопросы применения различных типов детекторов, включая электромагнитные калориметры на свинцовом стекле, в фоновых условиях кольцевого туннеля нуклотрона. С помощью регистрации ультрафиолетового и рентгеновского излучения (рис.15), возникающего при взаимодействии пучка с веществом пленочной мишени, изучалась высокочастотная структура ускоряемого пучка (рис.16). В целом результаты этих измерений позволяют утверждать, что в 1995 г. исследовательская программа на ускорительном комплексе ЛВЭ будет качественно расширена в область более низких энергий.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЯДЕР С КРИСТАЛЛАМИ

В 1976 г. Э.Н.Цыганов выдвинул замечательную идею использования изогнутых кристаллов для отклонения пучка заряженных частиц. Вскоре эффект отклонения каналированных частиц изогнутым кристаллом был экспериментально обнаружен и исследован на выведенном пучке протонов

синхрофазотрона ЛВЭ. Вывод ускоренного пучка из циклического ускорителя с помощью кристалла был также впервые осуществлен на синхрофазотроне ЛВЭ. Здесь же были проведены первые эксперименты по отклонению релятивистских ядер изогнутыми кристаллами. На новом сверхпроводящем ускорителе релятивистских ядер могут успешно проводиться работы по исследованию эффектов взаимодействия ядер с кристаллами.

Прежде всего это изучение возможностей использования кристаллов для управления пучком нуклотрона: вывод пучка или его гало из нуклотрона, деление выведенного пучка с целью организации одновременной работы экспериментальных установок, требующих разной загрузки. Разработка и создание комплекса экспериментальной аппаратуры для вывода пучка из нуклотрона уже ведутся, в том числе: полупроводникового детектора, встроенного в кристалл-дефлектор, прецизионного гониометра для ориентации кристалла, системы наведения пучка или транспортировки его гало на кристалл [64].

На выведенном пучке нуклотрона можно исследовать динамику отклонения релятивистских ядер изогнутым кристаллом. Изгиб кристалла создает угловую развертку процесса деканалирования, что дает возможность исследовать зависимость деканалирования от энергии и заряда ядер, расходимости пучка [65]. Встроенные в кристалл полупроводниковые детекторы позволяют регистрировать потери энергии, а следовательно, и состояния релятивистских ядер при прохождении через кристалл (так называемая «живая мишень»).

В системе покоя движущейся через кристалл каналированной частицы электрическое поле кристалла трансформируется в сильное магнитное поле. При прохождении через кристалл каналированной частицы ее магнитный момент будет прецессировать, как в обычном магнитном поле, и, если пучок поляризован, то угол прецессии может быть измерен. Предлагается исследовать динамику вращения спина ядер, отклоняемых кристаллом. Так как угол отклонения спина пропорционален лоренц-фактору и для энергий нуклотрона слишком мал, следует предложить эксперимент с использованием высокоспиновых фрагментов [66].

Большой интерес представляет изучение на пучке нуклотрона зарядовых состояний релятивистских ионов в кристаллических мишенях, в том числе в условиях резонансного возбуждения электронных уровней релятивистских ионов периодическим полем кристалла, как функцией энергии ядра, ориентации мишени, и влияния динамики потери (подхвата) электронов в мишени на потери энергии ядер. Аналогичная программа обсуждалась и недавно началась в GSI (Дармштадт) [67]. Преимуществом исследований на нуклотроне является продвижение в область более высоких энергий релятивистских ионов.

На пучке нуклотрона могут проводиться исследования электромагнитного возбуждения низколежащих ядерных уровней релятивистских ядер при пролете через мишень и формирования пучка гамма-радиоактивных ядер, а также электромагнитной диссоциации каналированных в кристалле релятивистских ядер, прежде всего с низкой энергией связи — дейтрона, бериллия и нейтроноизбыточных изотопов типа ^{11}Li и т.д. [68,69]. Это даст возможность проверить теорию электромагнитного возбуждения и диссоциации ядер при релятивистских энергиях — экспериментальных данных по этим процессам в области энергий нуклона практически нет. Эффект каналирования служит здесь для подавления центральных ядро-ядерных столкновений, т.е. резкого улучшения фоновых условий.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получение в начале 70-х годов в Дубне и Беркли пучков релятивистских ядер с энергиями порядка нескольких ГэВ на нуклон создало предпосылки для становления нового раздела физики адронов — релятивистской теории атомных ядер. При этих энергиях становится кинематически разрешенным рождение легких адронов, странных частиц, антипротонов, а основные характеристики множественных процессов выходят на асимптотическое поведение. Следует подчеркнуть, что с самого начала релятивистская ядерная физика опирается как на теоретические концепции, так и на экспериментальные методы физики высоких энергий.

С вводом в действие нуклотрона действующие и развиваемые эксперименты на нуклотроне получают качественно новые возможности для изучения картины ядра на субнуклонном уровне. Снимаются многие из существующих в настоящее время ограничений на параметры пучка — заряд ускоряемых ионов, время вывода пучка, интенсивность, геометрические размеры пучка. Исследования расширяются и в область более низких энергий — до нескольких сот МэВ на нуклон.

В настоящее время широко признано, что установление связи между процессами, идущими на «больших» и «малых» по сравнению с размером нуклона расстояниях, становится наиболее актуальной задачей ядерной физики. В самом общем смысле ее решение позволит понять природу ядерных сил на существенно более глубоком уровне, например, сосуществование одночастичных и коллективных возбуждений в ядрах, природу сил «отталкивания», предотвращающих коллапс ядра в кварк-глюонную фазу, — все еще не решенные вопросы, связанные с самим фактом существования ядер в природе. И представляется очень вероятным, что ответы на эти фундаментальные для ядерной физики вопросы будут найдены за пределами «стандартной» протон-нейтронной модели.

В обзоре дана общая картина перспектив экспериментов на пучках релятивистских ядер в Дубне в ближайшие несколько лет. Решающую роль при его написании сыграла вдохновляющая поддержка академика А.М.Балдина, руководителей научных тем ЛВЭ А.Д.Коваленко, А.И.Малахова, Н.М.Пискунова, лидеров экспериментов Ю.Лукстиныша, Л.С.Золина, В.А.Краснова, А.С.Артемова, А.М.Таратина, С.А.Хорозова, И.М.Ситника. Всем им я бы хотел выразить самую теплую благодарность за предоставленные материалы и дискуссии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Baldin A.M., Malakhov A.I. — Nucl.Phys., 1994, vol.A566, p.611. Baldin A.M., Malakhov A.I. — JINR Rapid Communications No.3[60]-93, Dubna, 1993, p.52.
2. Baldin A.M., Agapov N.N., Belushkin V.A. et al. — Advances in Cryogenic Engineering, vol.39, p.501. Ed. by P.Kittel, Plenum Press, New York, 1994.
3. Baldin A.M., Kovalenko A.D. — CERN Bulletin 14/93, Geneva, 1993, p.4.
4. Baldin A.M. et al. — JINR Rapid Communications No.2[65]-94, Dubna, 1994, p.26.
5. Tolstov K.D. — JINR Rapid Communications No.5[62]-93, Dubna, 1993, p.5.
6. Baldin A.M. et al. — Z.Phys., 1987, vol.C33, p.363.
7. Azhgirey L.S. et al. — JINR Preprint E1-94-155, Dubna, 1994; in: Few Body XIV Conference, May, 1994, USA; Kühn B. et al. — Phys.Lett., 1994, vol.B334, p.298.
8. Nomofilov A.A. et al. — Phys.Lett., 1994, vol.B325, p.327.
9. Stavinsky V.S. — Sov.J.Part. and Nucl., 1979, vol.10, No.5, p.373.
10. Baldin A.M. — Prog. in Part. and Nucl. Phys., 1980, vol.4, p.95; Ed. by D.Wilkinson, Pergamon Press.
11. Baldin A.A. et al. — Nucl.Phys., 1990, vol.A519, p.407.
12. Baldin A.A. et al. — Nuovo Cim. In press.
13. Durand G. — Invited Talk at Int. Symposium «DUBNA DEUTERON-93» Sept. 14-18, 1993, Dubna, Russia.
14. Ситник И.М., Ладыгин В.П., Рекало М.П. — ЯФ, в печати (JINR Preprint E1-94-23, Dubna, 1994).
15. Benecke J., Chou T.T., Yang C.N., Yen E.E. — Phys.Rev., 1969, vol.188, p.2159.
16. Baldin A.M. et al. — Sov.J.Nucl.Phys., 1975, vol.20, p.629.
17. Schroeder L.S. et al. — Phys.Rev.Lett., 1979, vol.43, p.1787.
18. Nikiforov N.A. et al. — Phys.Rev., 1980, vol.C22, p.700.
19. Gavrishchuk O.P. et al. — Nucl.Phys., 1991, vol.A523, p.589.
20. Baldin A.M. — Nucl.Phys., 1985, vol.A434, p.695c.
21. Afanasiev S.V. et al. — Physica Scripta, 1993, vol.48, p.124.
22. Afanasiev S.V. et al. — JINR Rapid Communications, No.1[58]-93, Dubna, 1993, p.21.
23. Afanasiev S.V. et al. — JINR Rapid Communications, No.3[60]-93, Dubna, 1993, p.40.
24. Moeller E. et al. — Phys.Rev., 1983, vol.C28, p.1246.
25. Litvinenko A.G. et al. — JINR Rapid Communications, No.1[58]-93, Dubna, 1993, p.27.

26. Burov V.V., Lukyanov V.K., Titov A.I. — Phys.Lett., 1977, vol.B37, p.46.
27. Frankfurt L.L., Strikman M.I. — Nucl.Phys., 1983, vol.A405, p.557.
28. Frankfurt L.L., Strikman M.I. — Phys.Rep., 1981, vol.76, p.215.
29. Efremov A.V. et al. — Sov.J.Nucl.Phys., 1988, vol.47, p.1364.
30. Efremov A.V. et al. — Preprint JINR E2-93-224, Dubna, 1993.
31. Ableev V.G. et al. — Nucl.Instr. and Meth., 1991, vol.A306, p.73.
32. Tokarev M.V. — In.: Proc. of the Int. Workshop «DUBNA-DEUTERON-91», Dubna, 11-13 June 1991, p.84.
33. Baldin A.M. et al. — Preprint JINR E1-82-472, Dubna, 1982.
34. Chiba J. et al. — Nucl.Phys., 1993, vol.A553, p.771c.
35. Аблеев В.Г. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1984, 40, с.763.
36. Contardo D. et al. — Phys.Lett., 1986, vol.B168, p.331.
37. Bachelier D. et al. — Phys.Lett., 1986, vol.A172, p.23.
38. Аблеев В.Г. и др. — ЯФ, 1991, т.48, с.27.
39. Аблеев В.Г. и др. — ЯФ, 1991, т.53, с.457.
40. Gareev F.A., Ratis Yu.L. — JINR E2-89-876, Dubna, 1989.
41. Chanfray G., Ericson M. — Phys.Lett., 1984, vol.B141, p.163.
42. Delorme J., Guichon P.A.M. — Phys.Lett., 1991, vol.B263, p.157.
43. Udagava T., Hong S.-W., Osterfeld F. — Phys.Lett., 1990, vol.B245, p.1.
44. Oltmanns P., Osterfeld F., Udagava T. — Phys.Lett., 1993, vol.B299, p.194.
45. Dmitriev V.F. — Phys.Rev., 1993, vol.C48, p.357.
46. Fernandes de Cordoba P., Nieves J., Oset E., Vicente-Vacas M.J. — Phys.Lett., 1993, vol.B319, p.416.
47. Hennino T. et al. — Phys.lett., 1993, vol.B303, p.236.
48. Oset E., Shiino E., Toki H. — Phys.Lett., 1989, vol.B224, p.249. Fernandes de Cordoba P., Oset E. — Preprint IFIC/92-8-FTUV/92-8, Burjassot, 1992.
49. Oset E., Fernandes de Cordoba P., Vicente-Vacas M.J., Nieves J. — In.: Delta Excitation in Nuclei (Ed. by H.Toki, M.Ichimura, M.Ishihara) W.S.Singapore, 1994, p.159.
50. Avramenko S.A. et al. — JINR Rapid Communications No.6[63], Dubna, 1993, p.5.
51. Avramenko S.A. et al. — JINR Comm. E1-94-311, Dubna, 1994.
52. Avramenko S.A. et al. — In.: Delta Excitation in Nuclei (Ed. by H.Toki, M.Ichimura, M.Ishihara) World Scientific, Singapore, 1994, p.103.
53. Abdurakhimov A.U. et al. — Nuovo Cim., 1989, vol.A102, p.645.
54. Avramenko S.A. et al. — Nucl.Phys., 1992, vol.A547, p.95c.
55. Szymanski J. et al. — Phys.Rev., 1991, vol.C43, p.849.
56. Outa H. et al. — Nucl.Phys., 1992, vol.A547, p.109c.
57. Nieves J., Oset E. — Phys.Rev., 1993, vol.C47, p.1478.
58. Gibson B.F. — Nucl.Phys., 1986, vol.A450, p.243c.
59. Afnan I.R., Gibson B.F. — Phys.Rev., 1990, vol.C41, p.2787.
60. Juric M. et al. — Nucl.Phys., 1973, vol.B52, p.1.
61. Hartouni E.P. et al. — Phys.Rev.Lett., 1994, vol.72, p.1322.
62. Любощин В.И. — ЯФ, 1990, т.51, с.1013.
63. Davis D.H., Pniewski J. — Contemp.Phys., 1986, vol.27, p.91; Nucl.Instr. Meth., 1991, vol.B58, p.103.

64. Kovalenko A.D., Mikhailov V.A., Taratin A.M., Tsyganov E.N. — JINR Rapid Comm., No.6[63]-93, Dubna, 1993, p.13.
65. Taratin A.M., Vorobiev S.A. — Nucl.Instr.Meth., 1990, vol.B47, p.247.
66. Кривошеев О. — Изв. РАН, сер.физ., 1995, (в печати).
67. Pivovarov Yu., Andersen J.U., Forster J.S. et al. — GSI Scientific Report, 1991, p.207.
68. Pivovarov Yu.L., Shirokov A.A., Vorobiev S.A. — Nucl.Phys., 1990, vol.A509, p.800.
69. Пивоваров Ю.Л. — В сб.: «Проблемы применения эффектов каналирования частиц кристаллами в физике высоких энергий», Протвино, 1991, с.116.
70. Avramenko S.A. et al. — JINR Rapid Communications No. 5[68], 1994, p.14.
71. Ladygin V.P., Ladygina N.B. — JINR Rapid Communications No. 5[68], 1994, p.37.
72. Erasmus B. et al. — Phys.Rev., 1991, vol.C44, p.1212.

КИРАЛЬНАЯ ДИНАМИКА КАОННЫХ РАСПАДОВ И ПРОБЛЕМА CP -НАРУШЕНИЯ

А.А.Бельков, А.В.Ланёв

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Г.Бом, А.Шаале

Институт физики высоких энергий, ДЭЗИ-Цойтен, Германия

Обсуждаются экспериментальные данные по нелептонным ($K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 3\pi$) и радиационным ($K \rightarrow 2\pi\gamma$, $K \rightarrow \pi e^+e^-$) распадам и их описание в рамках нелинейных киральных мезонных лагранжианов, основанных на бозонизации сильных, слабых и слабоэлектромагнитных эффективных четырехкварковых взаимодействий. Рассмотрена роль различных поправок при описании каонных распадов: эффективные лагранжианы с высшими производными, $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -смешивание, перерасcеяние мезонов, вклады электромагнитных пингвиновых операторов. Детально исследованы модельные неопределенности в предсказаниях CP -нарушения в этих процессах, возникающие из мезонных матричных элементов слабых четырехкварковых операторов. Исследованы зависимости наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения от массы t -кварка.

We discuss the experimental data on the nonleptonic ($K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 3\pi$) and radiative ($K \rightarrow 2\pi\gamma$, $K \rightarrow \pi e^+e^-$) decays and their description within nonlinear chiral meson lagrangians based on bosonization of strong, weak and weak-electromagnetic effective four-quark interactions. The role of various corrections under description of kaon decays has been discussed: effective lagrangians with higher derivative terms, $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -mixing, meson rescattering, contributions of electromagnetic penguin operators. We investigate in details the model ambiguities in the predictions of CP violation in these decays arising from the meson matrix elements of weak four-quark operators. The dependence of observable effects of direct CP violation on t -quark mass has been studied.

ВВЕДЕНИЕ

Нарушение CP -симметрии, обнаруженное первоначально в распадах долгоживущих нейтральных каонов на два пиона [1], остается одним из наиболее загадочных явлений в физике элементарных частиц. До сих пор было возможно свести все проявления CP -нарушения к малому эффекту,

возникающему только в $(K^0 - \bar{K}^0)$ -смешивании*, — асимметрии по отношению к обращению времени $K^0 \rightarrow \bar{K}^0 \neq \bar{K}^0 \rightarrow K^0$, что эквивалентно CP -нарушению в силу CPT -теоремы. Это приводит к тому, что коротко- и долгоживущие K^0 -мезоны, являющиеся собственными массовыми состояниями, становятся смесью собственных состояний CP -оператора $K_1^0 (CP = +1)$ и $K_2^0 (CP = -1)$. Это смешивание описывается параметром ε :

$$K_S^0 \approx K_1^0 + \varepsilon K_2^0, \quad K_L^0 \approx K_2^0 + \varepsilon K_1^0,$$

хорошо измеренным в эксперименте (с ошибками около нескольких процентов) [2]:

$$\varepsilon = 2,27 \cdot 10^{-3} \cdot e^{i 43,7^\circ}.$$

С феноменологической точки зрения возможны два механизма нарушения CP -инвариантности. Один из них — специальное суперслабое взаимодействие Вольфенштейна [3], приводящее в первом порядке к процессам с $|\Delta S| = 2$, — наблюдался бы только в массовом смешивании нейтральных каонов**. Другой механизм, соответствующий стандартной модели с тремя поколениями кварков, должен приводить не только к $(K^0 - \bar{K}^0)$ -смешиванию во втором порядке электрослабой теории (диаграмма «ящичного» типа), но и к принципиальной возможности процессов с $|\Delta S| = 1$, нарушающих CP -инвариантность в первом порядке, — «прямое» CP -нарушение. Последнее должно проявляться в «прямых» переходах $K_2^0 \rightarrow 2\pi$ и асимметриях вероятностей некоторых каналов распадов частиц и античастиц.

Прямое CP -нарушение определяется «слабыми» фазами соответствующих амплитуд и характеризуется феноменологическим параметром ε' . В стандартной шестикварковой модели прямое CP -нарушение обусловлено появлением комплексной фазы $\exp(i\delta)$ в матрице смешивания Кобаяши — Маскавы, причем основной вклад в этот эффект дают диаграммы пингвинового типа для переходов с $|\Delta S| = 1$ в первом порядке электрослабой теории.

*Само по себе смешивание не является проявлением CP -нарушения, а только следствием несохранения странности в слабых взаимодействиях.

**Аналогичные эффекты в системе нейтральных B -мезонов широко обсуждаются в связи с новыми экспериментальными проектами. Ожидается, что первые экспериментальные результаты в этой области будут получены еще до конца нашего столетия.

Несмотря на значительные усилия, потраченные в последние годы экспериментаторами на поиск прямого CP -нарушения в распадах нейтральных каонов, результаты измерения отношения ϵ'/ϵ по-прежнему остаются весьма неудовлетворительными. Хотя существующие данные двух экспериментов по распадам $K_L^0 \rightarrow 2\pi$

$$\operatorname{Re} \frac{\epsilon'}{\epsilon} = \begin{cases} (2,3 \pm 0,7) \cdot 10^{-3} & \text{NA31 CERN[4],} \\ (0,6 \pm 0,7) \cdot 10^{-3} & \text{E731 FNAL[5],} \end{cases}$$

статистически не противоречат друг другу, а среднее значение совместимо с нулевым эффектом, результаты каждого эксперимента в отдельности приводят к противоположным выводам о существовании CP -нарушения. Эксперимент NA31 указывает на существование ненулевого эффекта на уровне трех стандартных отклонений, в то время как в данных E731 нет значимого эффекта.

При существующих неопределенностях в данных по $|\epsilon'/\epsilon|$ из распадов нейтральных каонов особенно актуальным становится поиск альтернативных источников информации о прямом CP -нарушении. Так, в распадах заряженных каонов возможно только прямое CP -нарушение, которое должно проявляться в зарядовых асимметриях вероятностей и дифференциальных распределений для $K^\pm$ -мезонов. Для теоретического изучения распадов каонов необходимо уметь вычислять мезонные матричные элементы слабых кварковых операторов, описывающих переходы с $|\Delta S| = 1, 2$. Главная трудность, возникающая при проведении таких расчетов, заключается в том, что область характерных для каонной физики энергий ($E < 1$ ГэВ) отвечает непертурбативному режиму КХД. Среди различных непертурбативных подходов к описанию низкоэнергетических процессов можно выделить три основные группы:

- эффективные киральные лагранжианы и $1/N_c$ -разложение,
- КХД на решетках,
- КХД-правила сумм.

Здесь мы рассмотрим результаты, полученные для распадов каонов с помощью эффективных киральных лагранжианов. Отметим, что впервые эффективные киральные лагранжианы были введены на основе динамического учета теоретико-групповых свойств сильных и слабых взаимодействий [6]. Позже они были выведены более фундаментальными методами из бозонизации кварков в низкоэнергетическом пределе КХД с помощью подхода функциональных интегралов, в котором мезоны рассматриваются как связанные состояния кварка и антикварка.

Недавние теоретические оценки [7,8] в рамках киральной теории с учетом p^4 -поправок предсказывают возможность значительного усиления (до

уровня 10^{-3}) зарядовой асимметрии наклона далитц-плота для распадов $K^\pm \rightarrow 3\pi$ по сравнению со старыми оценками в приближении мягких пионов [9]. Регистрация такого эффекта явилась бы проверкой не только фундаментальных представлений о механизме прямого CP -нарушения, но и современных киральных лагранжианов, основанных на динамике кварков. С этой точки зрения наряду с нелептонными распадами, большой интерес представляют также радиационные распады каонов $K \rightarrow \pi\gamma^*$ и $K \rightarrow 2\pi\gamma$.

Структура эффективного лагранжиана слабых нелептонных распадов с изменением странности $|\Delta S| = 1$ была установлена на кварковом уровне в КХД [10,11] при учете глюонных поправок в кварковых диаграммах, описываемых стандартным нелептонным лагранжианом. Последовательное применение теории возмущений в главном логарифмическом приближении КХД и уравнений ренормгрупп приводит к эффективному взаимодействию

$$\mathcal{L}_W^{|\Delta S|=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i c_i(\tilde{\mu}) \mathcal{O}_i,$$

где четырехкварковые операторы $\mathcal{O}_i$ выражаются через различные комбинации произведений левых или правых кварковых токов. Явная зависимость вильсоновских коэффициентов c_i от точки нормировки $\tilde{\mu}$ обусловлена необходимостью выделения пертурбативной области, отвечающей обмену жесткими глюонами (взаимодействие на малых расстояниях), в то время как физические амплитуды, вообще говоря, не должны зависеть от $\tilde{\mu}$.

При описании нелептонных распадов каонов особый интерес представляют диаграммы так называемого пингвинового типа. Их учет важен не только в связи со старой проблемой усиления переходов с $|\Delta I| = 1/2$, но прежде всего для описания прямого нарушения CP -симметрии, так как в соответствии с современными представлениями основной вклад в этот эффект дают мнимые части вильсоновских коэффициентов пингвиновых операторов $\text{Im } c_{5,8}$, обусловленные комплексной фазой в матрице смешивания шестикварковой модели Кобаяши — Маскавы.

При оценке наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения в нелептонных распадах каонов существуют два источника теоретических неопределенностей: вильсоновские коэффициенты и матричные элементы четырехкварковых операторов для мезонных переходов. Неопределенности, возникающие при вычислении вильсоновских коэффициентов в главном логарифмическом и в следующих за лидирующими логарифмами приближениях (зависимость от точки нормировки и масс тяжелых кварков), детально исследованы в работах [12,13]. При этом такие вопросы, как зависимость предсказаний от выбора схемы перенормировок, не поддаются теоретическому анализу. Мезонные матричные элементы четырехкварковых операторов

ров определяются эффектами больших расстояний, и их вычисление (бозонизация слабых взаимодействий) выходит за рамки пертурбативной КХД.

Несмотря на то, что программа бозонизации КХД была выдвинута на рассмотрение более 20 лет назад, ее реализация в строгом математическом смысле до сих пор остается вне наших настоящих возможностей. Тем не менее в этой области достигнут значительный прогресс в рамках эффективных билкальных подходов, основанных на применении методов функционального интегрирования к приближенным формам КХД (см. работы [14—24] и ссылки в них). В локальном пределе эти подходы приводят к модели Намбу — Иона-Лазинио (НИЛ) [25], бозонизация которой позволяет получить из кваркового детерминанта реалистические эффективные киральные мезонные лагранжианы [26—37], включающие члены с высшими производными и аномалии Весса — Зумино. Модель НИЛ включает в себя не только все необходимые ароматические симметрии, определяющие динамику кварков в низкоэнергетической КХД, но также обеспечивает простую схему спонтанного нарушения киральной симметрии массовыми кварковыми членами. В этой схеме токовые кварки переходят в составляющие кварки благодаря возникновению ненулевого кваркового конденсата. При этом легкие составные псевдоскалярные бозоны Намбу — Голдстоуна возникают вместе с более тяжелыми динамическими векторными и аксиальнo-векторными мезонами.

Методы функционального интегрирования можно применить также и для бозонизации эффективного четырехкваркового нелептонного слабого и электромагнитно-слабого взаимодействия с изменением странности $|\Delta S| = 1$. Для этого используется производящий функционал для функций Грина кварковых токов, введенный в работах [38,39]. Используя этот подход, можно получить соответствия между функциональными усреднениями кварковых и мезонных токов

$$\langle J_{\mu}^i \rangle_q = \langle J_{\mu}^i \rangle_{\text{mes}},$$

и между соответствующими произведениями токов

$$\langle J_{\mu}^i J^{\mu j} \rangle_q = \langle J_{\mu}^i J^{\mu j} - \frac{a_{ij}}{N_c} J_{\mu}^{Fi} J^{Fj\mu} \rangle_{\text{mes}},$$

где член $J_{\mu}^{Fi} J^{Fj\mu}$ описывает фирц-преобразованные вклады в эффективный киральный лагранжиан слабых нелептонных взаимодействий (см. [40]). В древесном приближении последнее соотношение воспроизводит результаты метода вакуумного насыщения, используемого при вычислении мезонных матричных элементов с помощью прокладывания кварковых токов в слабых четырехкварковых ток $\times$ ток-операторах адронными и вакуумными состояниями.

Следует отметить, что процедура получения эффективных мезонных лагранжианов из кваркового детерминанта модели НИЛ соответствует адронизации кварков в $1/N_c$ -разложении. Адронизация эффективного кваркового лагранжиана слабых взаимодействий $\mathcal{L}_W^{|AS|=1}$ проводится также в этом приближении. В этом случае ренормированными являются не только мезонные токи в операторах $\mathcal{O}_i^{(\text{mes})}$, но и коэффициенты c'_i при них. Действительно, все зависимости от аномальных размерностей в непингвиновых диаграммах исчезают при $N_c \rightarrow \infty$ (отношение $\gamma/b \rightarrow 0$ в этом пределе), а вклады пингвиновых диаграмм сами являются величинами порядка $1/N_c$. Поэтому коэффициенты c'_i можно рассматривать в качестве феноменологических параметров, извлекаемых из эксперимента. Они отличаются от вильсоновских коэффициентов $c_i(\bar{\mu})$ на некоторые поправки $O(1/N_c, \bar{\mu})$, не поддающиеся точному теоретическому учету.

Бозонизация слабых четырехкварковых операторов позволяет не только воспроизвести в древесном приближении результаты обычного метода факторизации с помощью вакуумного насыщения, но также вычислить унитарные поправки, отвечающие перерасеянию мезонов. Для этого используется стандартная киральная теория возмущений с мезонными петлями [41,42], а также суперпропагаторная (СП) регуляризация в прескрипции [43]. Все функции Грина и амплитуды рассеяния скалярных частиц в неперенормируемых теориях с существенно нелинейными лагранжианами выражаются во втором порядке теории возмущений через двухточечную функцию Грина, отвечающую бесконечной сумме двухвершинных мезонных петель по всем промежуточным состояниям. Используя интегральное представление Зоммерфельда — Ватсона, в СП-подходе удастся построить фурье-образ двухточечной функции Грина, свободный от УФ-расходимостей, и регуляризовать однопетлевые диаграммы без введения дополнительных параметров УФ-обрезания. Такой подход отличается от идеологии, развитой в работах [44,45], где вклады мезонных петель трактуются как часть $1/N_c$ -поправок, восстанавливающих ренорминвариантность физических амплитуд:

$$T_{K \rightarrow 2\pi} = \sum_i c_i(\bar{\mu}) \langle \pi\pi | \mathcal{O}_i(M) | K \rangle.$$

Зависимость от M в матричных элементах возникает от логарифмических обрезаний в однопетлевых фейнмановских интегралах.

Конечно, наш подход не позволяет в принципе получить абсолютные оценки параметров прямого CP -нарушения, вычисляемых на основе вильсоновского разложения в пертурбативной КХД (например, отношение $|\epsilon'/\epsilon|$).

Тем не менее с его помощью можно установить феноменологическую связь между параметрами наблюдаемых эффектов CP -нарушения в различных процессах и детально исследовать модельные неопределенности, возникающие из мезонных матричных элементов слабых четырехкварковых операторов. В частности, в данной работе мы рассматриваем зарядовые асимметрии в распадах $K^\pm$ -мезонов и даем оценки их величин относительно отношения $|\epsilon'/\epsilon|$, измеряемого в распадах нейтральных каонов на два пиона.

Настоящий обзор состоит из трех основных разделов. В первом разделе конспективно изложен формализм функционального интегрирования, применяемый при бозонизации сильных и слабых кварковых взаимодействий. Основными результатами метода функционального интегрирования являются эффективные лагранжианы и токи на мезонном уровне. Читатель, интересующийся в основном феноменологическими следствиями киральной динамики, может опустить этот раздел, не вникая в детали используемого математического аппарата. Второй раздел посвящен нелептонным распадам $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$. Подробно рассмотрена феноменология и экспериментальный статус этих процессов, а также прямое CP -нарушение в них. В последнем разделе обсуждается киральная динамика и CP -нарушение в радиационных распадах каонов $K \rightarrow \pi \gamma^* \rightarrow \pi e^+ e^-$ и $K \rightarrow 2\pi \gamma$. В заключении намечены перспективы дальнейшего теоретического и экспериментального исследования нелептонных и радиационных распадов каонов с точки зрения поиска прямого CP -нарушения и проверки киральной динамики.

1. БОЗОНИЗАЦИЯ СИЛЬНЫХ И СЛАБЫХ ЛАГРАНЖИАНОВ

1.1. Бозонизация модели Намбу — Иона-Лазинио. В основе обсуждаемого подхода лежит эффективный четырехкварковый лагранжиан сильных взаимодействий расширенной модели НИЛ, инвариантной относительно глобальной цветовой симметрии $SU(N_c)$ и $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ -симметрии ароматов [25]:

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = \bar{q}(i \hat{\partial} - m_0)q + \mathcal{L}_{\text{int}}, \quad (1.1)$$

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = 2G_1 \left[\left(\bar{q} \frac{\lambda^a}{2} q \right)^2 + \left(\bar{q} i \gamma_5 \frac{\lambda^a}{2} q \right)^2 \right] - 2G_2 \left[\left(\bar{q} \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} q \right)^2 + \left(\bar{q} \gamma_5 \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} q \right)^2 \right], \quad (1.2)$$

где G_1 и G_2 — феноменологические константы связи; $m_0 = \text{diag}(m_u^0, m_d^0, m_s^0)$ — массовая матрица токовых кварков, нарушающая явным образом киральную и диагональную $U(3)$ -симметрию ароматов; λ^a — генераторы $U(n)$ -группы ароматов, нормированные соотношениями

$$\text{tr } \lambda^a \lambda^b = 2\delta^{ab}, \quad a, b = 0, \dots, n^2 - 1; \quad \lambda_0 = \sqrt{2/n} \times 1.$$

Используя стандартный подход к бозонизации кварковых взаимодействий, основанный на технике функционального интегрирования, можно получить из лагранжиана модели НИЛ (1.1) эффективное мезонное действие. Прежде всего, введем обычным образом [14,15,23] коллективные мезонные поля, соответствующие скалярным (S), псевдоскалярным (P), векторным (V) и аксиально-векторным (A) мезонам, ассоциированным с кварковыми билинейными комбинациями:

$$S^a = -4G_1 \bar{q} \frac{\lambda^a}{2} q, \quad P^a = -4G_1 \bar{q} i \gamma^5 \frac{\lambda^a}{2} q,$$

$$V_\mu^a = i 4G_2 \bar{q} \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} q, \quad A_\mu^a = i 4G_2 \bar{q} \gamma_\mu \gamma^5 \frac{\lambda^a}{2} q.$$

После подстановки этих выражений в (1.1) лагранжиан модели НИЛ можно переписать в эквивалентном виде:

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = -\frac{1}{4G_1} \text{tr} (\Phi^\dagger \Phi) - \frac{1}{4G_2} \text{tr} (V_\mu^2 + A_\mu^2) + \bar{q} i \hat{\mathbf{D}} q, \quad (1.3)$$

где след (tr) берется по индексам ароматов, а $\hat{\mathbf{D}}$ — дираковский оператор в присутствии коллективных мезонных полей:

$$i \hat{\mathbf{D}} = i(\hat{\partial} + \hat{V} + \hat{A} \gamma^5) - P_R (\Phi + m_0) - P_L (\Phi^\dagger + m_0) =$$

$$= [i(\hat{\partial} + \hat{A}^R) - (\Phi + m_0)] P_R + [i(\hat{\partial} + \hat{A}^L) - (\Phi^\dagger + m_0)] P_L. \quad (1.4)$$

Здесь $\Phi = S + iP$, $\hat{V} = V_\mu \gamma^\mu$, $\hat{A} = A_\mu \gamma^\mu$; $P_{R/L} = \frac{1}{2} (1 \pm \gamma_5)$ — киральные правые/левые проекторные операторы; $\hat{A}^{R/L} = \hat{V} \pm \hat{A}$ — правые/левые комбинации полей, и

$$S = S^a \frac{\lambda^a}{2}, \quad P = P^a \frac{\lambda^a}{2}, \quad V_\mu = -i V_\mu^a \frac{\lambda^a}{2}, \quad A_\mu = -i A_\mu^a \frac{\lambda^a}{2}.$$

Поскольку лагранжиан (1.3) билинеен по кварковым полям, то в соответствующем ему производящем функционале можно проинтегрировать по кваркам, после чего он примет вид (кварковые источники опускаются):

$$Z = \int \mathcal{D}\Phi \mathcal{D}\Phi^\dagger \mathcal{D}V \mathcal{D}A \exp[i S(\Phi, \Phi^\dagger, V, A)], \quad (1.5)$$

где

$$S(\Phi, \Phi^\dagger, V, A) = \int d^4x \left[-\frac{1}{4G_1} \text{tr} (\Phi^\dagger \Phi) - \frac{1}{4G_2} \text{tr} (V_\mu^2 + A_\mu^2) \right] - i \text{Tr}' [\log (i \hat{\mathbf{D}})] \quad (1.6)$$

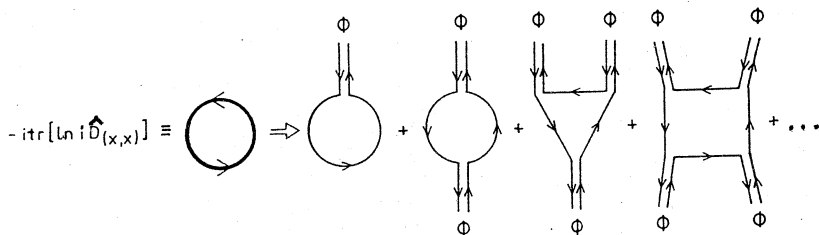


Рис.1. Графическое представление разложения кваркового детерминанта по кварковым полям

— эффективное действие для скалярных, псевдоскалярных, векторных и аксиально-векторных мезонов. Первый член в выражении (1.6), квадратичный по мезонным полям, возникает в результате линеаризации четырехкваркового взаимодействия; второй член есть кварковый детерминант, описывающий взаимодействие мезонов.

Кварковый детерминант можно вычислить либо с помощью разложения по кварковым петлям с внешними коллективными мезонными полями [26—28] (см. рис.1), либо методом коэффициентов ядра теплопроводности с регуляризацией «собственного времени» [46,47]. Заметим, что модуль кваркового детерминанта дает вклад в неаномальную часть эффективного лагранжиана, в то время как его комплексная фаза определяет аномальное эффективное действие Весса — Зумино [48], связанное с киральными аномалиями.

Модуль кваркового детерминанта в регуляризации «собственного времени» определяется в виде интеграла

$$\log |\det i \hat{D}| = -\frac{1}{2} \text{Tr}' \log (\hat{D}^\dagger \hat{D}) = -\frac{1}{2} \int_{1/\Lambda^2}^{\infty} d\tau \frac{1}{\tau} \text{Tr}' \exp (-\hat{D}^\dagger \hat{D} \tau), \quad (1.7)$$

где Λ — внутренний параметр регуляризации, и след Tr' берется по пространству-времени, цвету, аромату и дираковским индексам:

$$\text{Tr}' = \int d^4x \text{Tr}, \quad \text{Tr} = \text{tr}_\gamma \cdot \text{tr}_C \cdot \text{tr}.$$

Разлагая «ядро теплопроводности» $\langle x | \exp (-\hat{D}^\dagger \hat{D} \tau) | y \rangle$ около его непертурбативной части

$$\langle x | \exp (-(\square + \mu^2) \tau) | y \rangle = \frac{1}{(4\pi \tau)^2} e^{-\mu^2 \tau + (x-y)^2/(4\tau)}$$

по степеням «собственного времени» τ с коэффициентами разложения Сили — Де Витта $h_k(x, y)$, получим:

$$\langle x | \exp(-\hat{\mathbf{D}}^\dagger \hat{\mathbf{D}} \tau) | y \rangle = \frac{1}{(4\pi \tau)^2} e^{-\mu^2 \tau + (x-y)^2 / (4\tau)} \sum_k h_k(x, y) \tau^k.$$

В этих выражениях в явном виде выделен новый массовый масштаб μ , который, как будет показано ниже, возникает за счет ненулевого значения вакуумного ожидания скалярного поля S и соответствует усредненному по ароматам значению массы составляющего кварка. После интегрирования по τ в (1.7) получим

$$\log |\det i \hat{\mathbf{D}}| = -\frac{1}{2} \frac{\mu^4}{(4\pi)^2} \sum_k \frac{\Gamma(k-2, \mu^2/\Lambda^2)}{\mu^{2k}} \text{Tr } h_k, \quad (1.8)$$

где $\Gamma(n, x) = \int_x^\infty dt e^{-t} t^{n-1}$ — неполная гамма-функция. В отличие от стандартной регуляризации обрезанием, используемой в теории элементарных частиц, шкала обрезания рассматривается здесь как физический параметр, характеризующий радиус $\bar{q}q$ -сил и границу области спонтанного нарушения киральной симметрии.

Процедура получения коэффициентов Сили — Де Витта с помощью «уравнений теплопроводности» представляет собой рекурсивный процесс, который можно алгоритмизировать для систем аналитических вычислений на ЭВМ. В работе [47] были вычислены впервые коэффициенты h_k до порядка $k=6$. Здесь мы ограничимся только членами в выражениях для $h_1, \dots, h_6$, дающими вклад в импульсное разложение кваркового детерминанта, включая p^6 -порядок (члены, дающие $O(p^8)$ -вклады, опущены):

$$h_0 = 1,$$

$$h_1 = -a,$$

$$\text{Tr } h_2 = \text{Tr} \left\{ \frac{1}{12} (\Gamma_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2} a^2 \right\},$$

$$\begin{aligned} \text{Tr } h_3 = & -\frac{1}{12} \text{Tr} \left\{ 2a^3 - S_\mu S^\mu + a(\Gamma_{\mu\nu})^2 - \frac{2}{45} (\Gamma_{\alpha\beta\gamma})^2 - \frac{1}{9} (\Gamma_{\alpha\beta}^\alpha)^2 - \right. \\ & \left. - \frac{2}{45} \Gamma_{\mu\nu} \Gamma^{\nu\alpha} \Gamma_\alpha^\mu \right\}, \end{aligned}$$

$$\text{Tr } h_4 = \text{Tr} \left\{ \frac{1}{24} a^4 + \frac{1}{12} (a^2 S_\mu^\mu + a S_\mu S^\mu) + \frac{1}{720} (7(S_\mu^\mu)^2 - (S_{\mu\nu})^2) + \right.$$

$$+ \frac{1}{30} a^2 (\Gamma_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{120} (a \Gamma_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{144} a [\Gamma_{\mu\nu}^\mu, S^\nu] + \\ + \frac{1}{40} a \left(\Gamma_{\mu\nu} S^{\mu\nu} + \frac{11}{9} S_{\mu\nu} \Gamma^{\mu\nu} \right) \Bigg\}.$$

$$\text{Tr } h_5^{\min} = -\text{Tr} \left\{ \frac{1}{120} a^2 (a^3 - 3S_\mu S^\mu) - \frac{1}{60} (aS_\mu)^2 \right\},$$

$$\text{Tr } h_6^{\min} = \frac{1}{720} \text{Tr } a^6.$$

Здесь

$$\Gamma_{\mu\nu} = [d_\mu, d_\nu], \quad \Gamma_{\lambda\mu\nu} = [d_\lambda, \Gamma_{\mu\nu}], \quad S_\mu = [d_\mu, a], \quad S_{\mu\nu} = [d_\mu, S_\nu]$$

— коммутаторы операторов d_μ и a , определенных соотношениями

$$d_\mu = \partial_\mu + \Gamma_\mu, \quad \Gamma_\mu = V_\mu + A_\mu \gamma^5, \quad a(x) = i \hat{\nabla} H + H^\dagger H + \frac{1}{4} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \Gamma_{\mu\nu} - \mu^2.$$

Использованы следующие обозначения:

$$H = P_R(\Phi + m_0) + P_L(\Phi^\dagger + m_0) = S + m_0 + i \gamma_5 P,$$

$$\Gamma_{\mu\nu} = [d_\mu, d_\nu] = \partial_\mu \Gamma_\nu - \partial_\nu \Gamma_\mu + [\Gamma_\mu, \Gamma_\nu] = F_{\mu\nu}^V + \gamma^5 F_{\mu\nu}^A,$$

где

$$F_{\mu\nu}^V = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu + [V_\mu, V_\nu] + [A_\mu, A_\nu],$$

$$F_{\mu\nu}^A = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [V_\mu, A_\nu] + [A_\mu, V_\nu]$$

— тензоры напряженности поля и

$$\nabla_\mu H = \partial_\mu H + [V_\mu, H] - \gamma^5 \{A_\mu, H\}$$

— ковариантные производные. Для получения компактных выражений для $\text{Tr } h_i$ использовались тождества Якоби для коммутаторов и циклические перестановки некоммутирующих операторов под знаком Tr .

1.2. Нелинейные эффективные мезонные лагранжианы. Нелинейной параметризации киральной симметрии отвечает следующее представление поля Φ :

$$\Phi = \Omega \Sigma \Omega. \quad (1.9)$$

Матрица скалярных полей $\Sigma(x)$ относится к диагональной группе ароматов, в то время как матрица $\Omega(x)$ представляет псевдоскалярные степени

свободы Φ , остающиеся в пространстве $U(n)_L \times U(n)_R / U_V(n)$. Унитарную матрицу $\Omega(x)$ можно параметризовать в виде

$$\Omega(x) = \exp \left(\frac{i}{\sqrt{2}F_0} \varphi(x) \right), \quad \varphi(x) = \varphi^a(x) \frac{\lambda^a}{2},$$

где F_0 — затравочное значение константы распада $\pi \rightarrow \mu\nu$. При киральных поворотах

$$q \rightarrow \tilde{q} = (P_L \xi_L + P_R \xi_R) q$$

поля Φ и $A_\mu^{R/L}$ преобразуются следующим образом:

$$\Phi \rightarrow \tilde{\Phi} = \xi_L \Phi \xi_R^\dagger$$

и

$$A_\mu^R \rightarrow \tilde{A}_\mu^R = \xi_R (\partial_\mu + A_\mu^R) \xi_R^\dagger, \quad A_\mu^L \rightarrow \tilde{A}_\mu^L = \xi_L (\partial_\mu + A_\mu^L) \xi_L^\dagger.$$

Интеграл (1.5), зависящий теперь от $\Omega(\tilde{x})$ и $\Sigma(x)$, можно переписать в виде

$$Z = \int \mathcal{D}\mu(\Omega, \Sigma) \mathcal{D}V \mathcal{D}A \exp \left\{ i \int d^4x \left[-\frac{1}{4G_1} \text{tr} \Sigma^2 - \frac{1}{4G_2} \text{tr} (V_\mu^2 + A_\mu^2) \right] \right\} \times \\ \times \det (i \hat{\mathbf{D}}(\Omega, \Sigma, V, A)),$$

где $\mathcal{D}\mu(\Omega, \Sigma)$ — интегральная мера для преобразованных полей (1.9).

В простейшем случае, когда $\Omega = 1$ и $A_\mu^{R/L} = 0$, уравнение среднего поля для Σ -поля сводится к уравнению Швингера — Дайсона вида

$$\Sigma_0 = i 2G_1 N_c \text{tr}_\gamma \frac{1}{i \hat{\mathbf{D}}^{\Omega=1}}. \quad (1.10)$$

В приближении исчезающих масс токовых кварков это уравнение всегда имеет тривиальное решение $\Sigma_0 = 0$, отвечающее кирально-симметричной фазе. Однако при значении G_1 , превышающем некоторую критическую величину, решение $\Sigma_0 = 0$ становится нестабильным и возникает новый вакуум с ненулевым Σ_0 , который соответствует фазе спонтанного нарушения киральной симметрии (фаза Намбу — Голдстоуна).

Предполагая

$$\Sigma_0 = \text{diag} (\sigma_1^0, \sigma_2^0, \dots, \sigma_n^0),$$

получим из (1.10) «уравнение щели»

$$\sigma_i^0 = -i \frac{8G_1 N_c}{(2\pi)^4} \int^\Lambda d^4k \frac{\sigma_i^0 + m_i^0}{k^2 - (\sigma_i^0 + m_i^0)^2} \equiv -2G_1 \langle \bar{q}_i q_i \rangle, \quad (1.11)$$

где $\langle \bar{q}q \rangle$ — кварковый конденсат и Λ — тот же параметр обрезания, что и в формуле (1.7). Используя (1.11) и предполагая приближенную ароматическую симметрию кваркового конденсата, получим

$$\sigma_i^0 = -2G_1 \langle \bar{q}_i q_i \rangle \equiv \mu.$$

Такой выбор фиксирует нашу массовую шкалу μ . В дальнейшем мы всюду будем пренебрегать квантовыми флуктуациями скалярного поля Σ вокруг его вакуумного ожидания μ (т.е. полагать $\Sigma \sim \Sigma_0 \sim \mu \times 1$, где μ — значение массы составляющего кварка, усредненное по аромату).

Эффективные мезонные лагранжианы в терминах коллективных полей можно получить из кваркового детерминанта после вычисления следа по дираковским матрицам в $\text{Tr } h_i(x)$. «Расходящаяся» часть эффективного мезонного лагранжиана определяется коэффициентами h_0 , h_1 и h_2 разложения (1.8):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{div}} = & \frac{N_c}{16\pi^2} \text{tr} \left\{ \Gamma \left(0, \frac{\mu^2}{\Lambda^2} \right) \left[D^\mu (\Phi + m_0) \bar{D}_\mu (\Phi + \mu_0)^\dagger - \mathcal{M}^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{6} \left((F_{\mu\nu}^L)^2 + (F_{\mu\nu}^R)^2 \right) \right] + 2 \left[\Lambda^2 e^{-\mu^2/\Lambda^2} - \mu^2 \Gamma \left(0, \frac{\mu^2}{\Lambda^2} \right) \right] \mathcal{M} \right\}, \quad (1.12) \end{aligned}$$

где $\mathcal{M} = (\Phi + m_0)(\Phi + m_0)^\dagger - \mu^2$, $F_{\mu\nu}^{RL} = F_{\mu\nu}^V \pm F_{\mu\nu}^A$. Ковариантные производные D_μ и $\bar{D}_\mu$ определены следующим образом:

$$D_\mu * = \partial_\mu * + (A_\mu^L * - * A_\mu^R), \quad \bar{D}_\mu * = \partial_\mu * + (A_\mu^R * - * A_\mu^L).$$

Полагая $\Sigma \approx \mu$ и поэтому $\Phi = \mu \Omega^2 \equiv \mu U$, можно представить p^2 -часть мезонного лагранжиана (1.12) в виде

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{(2)} = -\frac{F_0^2}{4} \text{tr} (L_\mu L^\mu) + \frac{F_0^2}{4} \text{tr} (MU^\dagger + UM^\dagger), \quad (1.13)$$

где $L_\mu = D_\mu U U^\dagger$. Затравоочная константа F_0 и мезонная массовая матрица $M = \text{diag} (\chi_u^2, \chi_d^2, \dots, \chi_n^2)$ заданы соотношениями $F_0^2 = y N_c \mu^2 / (4\pi^2)$ и $\chi_i^2 = m_0^i \mu / (G_1 F_0^2) = -2m_0^i \langle \bar{q}q \rangle F_0^{-2}$, где $y = \Gamma(0, \mu^2/\Lambda^2)$. Параметры χ_i^2 , m_i^0 и

μ можно зафиксировать по спектрам псевдоскалярных и векторных мезонов. Мы будем использовать значения $\mu = 380$ МэВ и соотношение $m_s^0 = \hat{m}_0 \chi_s^2 / m_\pi^2$, где $\hat{m}_0 \equiv (m_u^0 + m_d^0) / 2 \approx 5$ МэВ, а также $\chi_u^2 = 0,0114$ ГэВ², $\chi_d^2 = 0,025$ ГэВ² и $\chi_s^2 = 0,47$ ГэВ².

Эффективный лагранжиан в p^4 -порядке кирального разложения возникает из логарифмически расходящейся части кваркового детерминанта и из коэффициентов h_3 и h_4 , дающих вклад в конечную часть. После тождественных преобразований ковариантных производных соответствующую конечную часть эффективного лагранжиана можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{fin}}^{(4)} = & \frac{N_c}{32\pi^2\mu^4} \text{tr} \left\{ \frac{1}{3} [\mu^2 D^2(\Phi + m_0) \bar{D}^2(\Phi + m_0)^\dagger - \right. \\ & - (D^\mu(\Phi + m_0) \bar{D}_\mu(\Phi + m_0)^\dagger)^2] + \\ & + \frac{1}{6} (D_\mu(\Phi + m_0) \bar{D}_\nu(\Phi + m_0)^\dagger)^2 + \\ & - \mu^2 [\mathcal{M} D_\mu(\Phi + m_0) \bar{D}^\mu(\Phi + m_0)^\dagger + \bar{\mathcal{M}} \bar{D}_\mu(\Phi + m_0)^\dagger D_\mu(\Phi + m_0)] + \\ & + \frac{2}{3} \mu^2 [D^\mu(\Phi + m_0) \bar{D}^\nu(\Phi + m_0)^\dagger F_{\mu\nu}^L + \\ & + \bar{D}^\mu(\Phi + m_0)^\dagger D^\nu(\Phi + m_0) F_{\mu\nu}^R] + \\ & \left. + \frac{1}{3} \mu^2 F_{\mu\nu}^R(\Phi + m_0)^\dagger F^{L\mu\nu}(\Phi + m_0) - \frac{1}{6} \mu^4 [(F_{\mu\nu}^L)^2 + (F_{\mu\nu}^R)^2] \right\}, \quad (1.14) \end{aligned}$$

где $\bar{\mathcal{M}} = (\Phi + m_0)^\dagger (\Phi + m_0) - \mu^2$. Мы используем здесь приближение $\Gamma(k, \mu^2/\Lambda^2) \approx \Gamma(k)$, которое хорошо выполняется при $k \geq 1$ и $\mu^2/\Lambda^2 \ll 1$.

Общая структура эффективного мезонного p^4 -лагранжиана соответствующая минимальному числу линейно независимых членов, была введена Гассером и Леутвилером в работах [42]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{(4)} = & \left(L_1 - \frac{1}{2} L_2 \right) (\text{tr} L_\mu L^\mu)^2 + L_2 \text{tr} \left(\frac{1}{2} [L_\mu, L_\nu]^2 + 3(L_\mu L^\mu)^2 \right) + \\ & + L_3 \text{tr} ((L_\mu L^\mu)^2) + L_4 \text{tr} (D_\mu U \bar{D}^\mu U^\dagger) \text{tr} (MU^\dagger + UM^\dagger) + \\ & + L_5 \text{tr} D_\mu U \bar{D}^\mu U^\dagger (MU^\dagger + UM^\dagger) + L_6 (\text{tr} (MU^\dagger + UM^\dagger))^2 + \\ & + L_7 (\text{tr} (MU^\dagger - UM^\dagger))^2 + L_8 \text{tr} ((M^\dagger U)^2 + (MU^\dagger)^2) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + L_9 \operatorname{tr} (F_{\mu\nu}^L D^\mu U \bar{D}^\nu U^\dagger + F_{\mu\nu}^R \bar{D}^\mu U^\dagger D^\nu U) - L_{10} \operatorname{tr} (U^\dagger F_{\mu\nu}^L U F_{\mu\nu}^R) - \\
& - H_1 \operatorname{tr} ((F_{\mu\nu}^L)^2 + (F_{\mu\nu}^R)^2) + H_2 \operatorname{tr} M M^\dagger.
\end{aligned} \quad (1.15)$$

Здесь L_i ($i = 1, \dots, 10$) и $H_{1,2}$ — структурные константы. С помощью уравнений движений, возникающих в p^2 -порядке из расходящейся части эффективного действия, p^4 -члены приводятся к виду (1.15) со структурными константами L_i и H_i , фиксированными следующим образом:

$$\begin{aligned}
L_1 - \frac{1}{2} L_2 &= L_4 = L_6 = 0, \\
L_2 &= \frac{N_c}{16\pi^2} \frac{1}{12}, \quad L_3 = -\frac{N_c}{16\pi^2} \frac{1}{6}, \quad L_5 = \frac{N_c}{16\pi^2} x(y-1), \\
L_7 &= -\frac{N_c}{16\pi^2} \frac{1}{6} \left(xy - \frac{1}{12} \right), \quad L_8 = \frac{N_c}{16\pi^2} \left[\left(\frac{1}{2} x - x^2 \right) y - \frac{1}{24} \right], \\
L_9 &= \frac{N_c}{16\pi^2} \frac{1}{3}, \quad L_{10} = -\frac{N_c}{16\pi^2} \frac{1}{6}, \\
H_1 &= -\frac{N_c}{16\pi^2} \frac{1}{6} \left(y - \frac{1}{2} \right), \quad H_2 = -\frac{N_c}{16\pi^2} \left[(x + 2x^2) y - \frac{1}{12} \right],
\end{aligned}$$

где $x = -\mu F_0^2 / (2 \langle \bar{q} q \rangle)$ и $y = 4\pi^2 F_0^2 / (N_c \mu^2)$.

Экспериментальный статус бозонизованного p^4 -лагранжиана уже обсуждался нами в работах [32,49] на основе анализа данных по d -волновым длинам $\pi\pi$ -рассеяния и параметров распадов $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$. Феноменологический анализ p^4 -поправок к широкому кругу низкоэнергетических мезонных процессов, был также проведен в работах [42]. В недавней работе [50] из бозонизации модели НИЛ нами был получен нелинейный лагранжиан в p^6 -порядке кирального разложения, общая структура которого с учетом уравнений движений и тождественных преобразований ковариантных производных приведена в [51].

1.3. Бозонизация токов и слабых нелептонных взаимодействий. Рассмотрим полный эффективный лагранжиан сильных и слабых взаимодействий, который можно представить на кварковом уровне в следующем общем виде:

$$\mathcal{L}_{\text{tot}} = \mathcal{L}_{\text{NJL}} + \mathcal{L}_{\text{W}}^{\text{nl}} = \bar{q}(i\hat{\partial} - m_0)q +$$

$$+ \sum_a \tilde{G}_a (\bar{q} K_a q) (\bar{q} K_a q) + \tilde{G}_F \sum_{ij} C_{ij} (\bar{q} O_i q) (\bar{q} O_j q). \quad (1.16)$$

Здесь первое суммирование выполняется по произведениям билинейных по кварковым полям операторов, диагональных по $\{K_a; a=1, \dots, 4\} = \left\{ \frac{1}{2} \lambda_i, i \gamma^5 \frac{1}{2} \lambda_i, \gamma^\mu \frac{1}{2} \lambda_i, \gamma^\mu \gamma^5 \frac{1}{2} \lambda_i \right\}$, и соответствует лагранжиану модели НИЛ (1.2) (причем $\tilde{G}_1 = \tilde{G}_2 = 2G_1$ и $\tilde{G}_3 = \tilde{G}_4 = -2G_2$). Вторая сумма в (1.16) отвечает эффективному лагранжиану слабого нелептонного взаимодействия с изменением странности $|\Delta S| = 1$, который был получен на кварковом уровне в работах [10, 11, 52] при учете поправок от жестких глюонов к нелептонному лагранжиану модели Вайнберга — Глэшоу — Салама. Эта сумма не диагональна по операторам $\{O_i; i=1, \dots, 4\} = \{P_L \gamma_\mu C_1^F, P_R \gamma_\mu C_2^F, P_L C_3^F, P_R C_4^F\}$, где C_i^F соответствует ароматическим матрицам; $\tilde{G}_F = \sqrt{2} G_F \sin \theta_C \cos \theta_C$; $G_F \approx 1,166 \cdot 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}$ — константа Ферми слабого взаимодействия. Слабая часть полного эффективного действия рассматривается как возмущение, при этом мы ограничимся первым порядком разложения по $\tilde{G}_F$.

Конкретная структура эффективного слабого нелептонного лагранжиана с изменением странности $|\Delta S| = 1$ определяется выражением

$$\mathcal{L}_W^{nl} = \tilde{G}_F \sum_{i=1}^8 c_i O_i, \quad (1.17)$$

где c_i — вильсоновские коэффициенты, а O_i — четырехкварковые операторы, состоящие из произведений левых или правых токов:

$$O_1 = \bar{u}_L \gamma_\mu u_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L - \bar{d}_L \gamma_\mu u_L \bar{u}_L \gamma^\mu s_L,$$

$$O_2 = \bar{u}_L \gamma_\mu u_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L + \bar{d}_L \gamma_\mu u_L \bar{u}_L \gamma^\mu s_L + 2 \bar{d}_L \gamma_\mu d_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L + 2 \bar{s}_L \gamma_\mu s_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L,$$

$$O_3 = \bar{u}_L \gamma_\mu u_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L + \bar{d}_L \gamma_\mu u_L \bar{u}_L \gamma^\mu s_L + 2 \bar{d}_L \gamma_\mu d_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L - 3 \bar{s}_L \gamma_\mu s_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L,$$

$$O_4 = \bar{u}_L \gamma_\mu u_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L + \bar{d}_L \gamma_\mu u_L \bar{u}_L \gamma^\mu s_L - \bar{d}_L \gamma_\mu d_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L,$$

$$O_5 = \bar{d}_L \gamma_\mu \lambda_c^a s_L \left(\sum_{q=u,d,s} \bar{q}_R \gamma^\mu \lambda_c^a q_R \right),$$

$$O_6 = \bar{d}_L \gamma_\mu s_L \left(\sum_{q=u,d,s} \bar{q}_R \gamma^\mu q_R \right),$$

$$\mathcal{O}_7 = \bar{d}_L \gamma_\mu s_L \left(\sum_{q=u,d,s} \bar{q}_R \gamma^\mu Q q_R \right),$$

$$\mathcal{O}_8 = \bar{d}_L \gamma_\mu \lambda_c^a s_L \left(\sum_{q=u,d,s} \bar{q}_R \gamma^\mu \lambda_c^a Q q_R \right)$$

и $q_{R/L} = P_{R/L} q$. Операторы $\mathcal{O}_{5,6}$, содержащие правые кварковые токи, порождаются так называемыми глюонными пингвиновыми диаграммами [10,11] (см. рис.2,а). Электромагнитные пингвиновые диаграммы [52] (рис.2,б) дают дополнительные операторы $\mathcal{O}_{7,8}$.

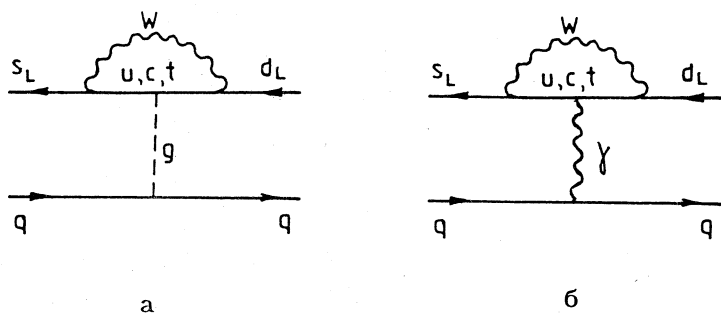


Рис.2. Глюонные (а) и электромагнитные (б) диаграммы пингвинового типа

Для бозонизации слабых взаимодействий удобно ввести производящий функционал $Z_q[\eta, \rho]$ для функций Грина кварковых токов

$$Z_q[\eta, \rho] = \mathcal{N}^{-1} \int \mathcal{D}q \mathcal{D}\bar{q} \exp \left\{ i \int d^4x \left(\mathcal{L}_{\text{NL}} + \sum_i \eta_i (\bar{q} O_i q) + \bar{q} \rho i \gamma_5 q \right) \right\}, \quad (1.18)$$

где η_i — внешние источники, связанные с кварковыми токами $j_i = \bar{q} O_i q$.

Для вычисления матричных элементов токов с псевдоскалярными мезонами необходимо ввести также дополнительные источники $\rho = \sum_k \rho_k \frac{\lambda_k}{2}$,

связанные с псевдоскалярными билинейными комбинациями кварковых полей (матричные элементы с векторными или аксиально-векторными мезонами могут рассматриваться аналогично). После перехода к коллективным полям в производящем функционале (1.18) получаем

$$Z_{\text{eff}}[\eta, \rho] = (\mathcal{N}')^{-1} \int \mathcal{D}\Phi \det(i\tilde{\mathbf{D}}) \exp \left[i \int d^4x \sum_a \frac{d_a}{2\tilde{G}_a} \text{tr}(\Phi_a + \rho \delta_{a2})^2 \right] \equiv \\ \equiv (\mathcal{N}')^{-1} \int \mathcal{D}\Phi e^{i \int d^4x [\mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi, \eta_i) + \Delta(\rho, \Phi)]},$$

где

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi, \eta_i) = \sum_a \frac{d_a}{2\tilde{G}_a} \text{tr} \Phi_a^2 - i \text{Tr}' \ln(i\tilde{\mathbf{D}})_{(x,x)}, \\ \Delta(\rho, \Phi) = \frac{d_2}{2\tilde{G}_2} (2\text{tr} \rho \Phi_2 + \text{tr} \rho^2) \quad (1.19)$$

и $i\tilde{\mathbf{D}} = i\hat{\partial} - m_0 + \Phi_a \tilde{K}_a + \eta_i O_i$. Здесь были использованы обозначения $\Phi \equiv \{\Phi_a\} = \{S, P, V, A\}$, $\dot{\mathcal{D}}\Phi \equiv \mathcal{D}S \cdot \mathcal{D}P \cdot \mathcal{D}V \cdot \mathcal{D}A$ и $d_a = \{-1 \text{ при } a = 1, 2; +1 \text{ при } a = 3, 4\}$, $\tilde{K}_a = \{-1, -i\gamma^5, i\gamma^\mu, i\gamma^\mu\gamma^5\}$. В уравнении (1.19) связь источника ρ с полями псевдоскалярных мезонов $\Phi_2 \equiv P$ осуществлялась посредством замены переменных $\Phi_2 - \rho = \Phi'$ с использованием $\mathcal{D}\Phi_2 \equiv \mathcal{D}\Phi'$ (далее штрих будет опускаться). Таким образом, для получения неаномальной части токов нужно рассмотреть $\text{ldet } i\tilde{\mathbf{D}}|$.

Очевидно, что производящий функционал токов определяется формулой типа (1.7), где теперь $i\hat{\mathbf{D}}$ нужно заменить выражением

$$i\tilde{\mathbf{D}} = i\hat{\mathbf{D}} + \eta_i O_i = i(\hat{\partial} + \tilde{V} + \tilde{A} \gamma_5) - (P_R(\tilde{\Phi} + m_0) + P_L(\tilde{\Phi}^\dagger + m_0)). \quad (1.20)$$

Здесь были использованы обозначения

$$\eta_i O_i = P_L \eta_{L\mu} \gamma^\mu + P_R \eta_{R\mu} \gamma^\mu + P_L \eta_L + P_R \eta_R,$$

где $\eta_{L,R\mu} = \eta_{1,2\mu} C_{1,2}^F$, $\eta_{L,R} = \eta_{3,4} C_{3,4}^F$; $\tilde{\Phi} = \tilde{S} + i\tilde{P}$, а $\tilde{V}_\mu = V_\mu - i(\eta_{R\mu} + \eta_{L\mu})$, $\tilde{A}_\mu = A_\mu - i(\eta_{R\mu} - \eta_{L\mu})$, $\tilde{S} = S - (\eta_R + \eta_L)$, $\tilde{P} = P - i(\eta_R - \eta_L)$ являются сокращенными формальными обозначениями. Уравнения (1.20), (1.21) показывают, что для вычисления $\text{det}(i\tilde{\mathbf{D}})$ достаточно заменить коллективные поля S, P, V и A в формулах для коэффициентов Сили — Де Витта h_k на формальные выражения $\tilde{S}, \tilde{P}, \tilde{V}, \tilde{A}$.

Основная идея бозонизации слабых (или, аналогично, электромагнитно-слабых) кварковых токов $j_i = \bar{q} O_i q$ заключается в том, что функциональное усреднение кваркового тока

$$\begin{aligned} \langle j_i(q) \rangle_q &= \frac{\int \mathcal{D}q \mathcal{D}\bar{q} (\bar{q} O_i q) \exp \left[i \int d^4x (\mathcal{L}_{\text{NJL}}(q) + \bar{q} \rho i \gamma_5 q) \right]}{\int \mathcal{D}q \mathcal{D}\bar{q} \exp \left[i \int d^4x (\mathcal{L}_{\text{NJL}}(q) + \bar{q} \rho i \gamma_5 q) \right]} \equiv \\ &\equiv Z_q[0, \rho]^{-1} \frac{\delta}{i\delta \eta_i} Z_q[\eta, \rho]_{\eta=0} \end{aligned} \quad (1.21)$$

должно переходить после бозонизации в функциональное усреднение мезонного тока $J_i(\Phi)$:

$$\begin{aligned} \langle J_i(\Phi) \rangle_{\text{mes}} &= \frac{\int \mathcal{D}\Phi J_i(\Phi) \exp \left[i \int d^4x (\mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi) + \Delta(\rho, \Phi)) \right]}{\int \mathcal{D}\Phi \exp \left[i \int d^4x (\mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi) + \Delta(\rho, \Phi)) \right]} \equiv \\ &\equiv Z_{\text{eff}}[0, \rho]^{-1} \frac{\delta}{i\delta \eta_i} Z_{\text{eff}}[\eta, \rho]_{\eta=0}, \end{aligned} \quad (1.22)$$

где $\mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi) \equiv \mathcal{L}_{\text{eff}}|(\Phi, \eta_i)|_{\eta_i=0}$. Поскольку эффективный лагранжиан $\mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi, \eta_i)$ в (1.19) можно разложить как

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi, \eta_i) = \mathcal{L}_{\text{eff}}(\Phi) - i \eta_i(x) \text{Tr} O_i S_{\Phi}(x, x) + O(\eta^2), \quad (1.23)$$

где $S_{\Phi}(x, y) = (i\hat{D})_{(x, y)}^{-1} = (i\hat{\partial} - m_0 + \Phi_a \tilde{K}_a)^{-1}$ — пропагатор движущихся в мезонных полях кварков, то, учитывая (1.19), (1.22) и (1.23), получаем

$$\langle J_i(\Phi) \rangle_{\text{mes}} = -i \langle \text{Tr} O_i S_{\Phi}(x, x) \rangle_{\text{mes}}. \quad (1.24)$$

Бозонизованные слабые токи J_i можно представить графически в виде разложения по кварковым петлям аналогично разложению для $\det(i\hat{D})$, показанному на рис.1. Полный пропагатор кварков $S_{\Phi}(x, x)$ во внешних полях представляется здесь, как обычно, в виде разложения по коллективным полям Φ , как это показано на рис.3. Отличие состоит только в том, что одно из коллективных мезонных полей заменяется внешним источником η_i в соответствии с переопределениями (1.21) (см. диаграммы рис.4).

Электромагнитные взаимодействия включаются в процедуру бозонизации с помощью замены

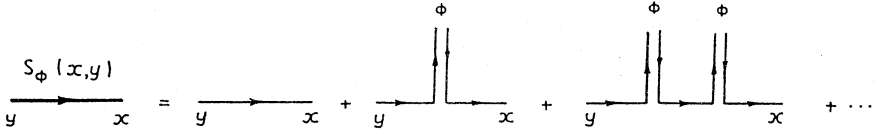
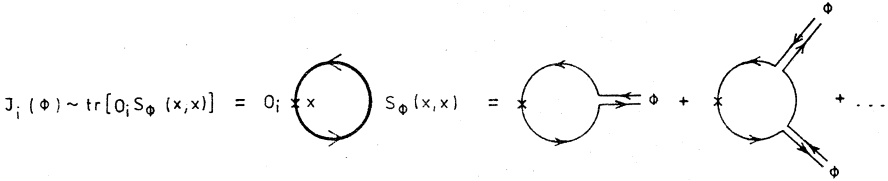


Рис.3. Разложение полного кваркового пропагатора во внешних полях


 Рис.4. Графическое представление разложения мезонного тока $J_i(\Phi)$ по кварковым петлям

$$i \tilde{\mathbf{D}} \rightarrow i \tilde{\mathbf{D}}_Q \equiv i(\tilde{\mathbf{D}} + ieQ\hat{\mathcal{A}}),$$

где $\mathcal{A}_\mu$ — электромагнитное поле, а Q — матрица электрических зарядов кварков.

Бозонизованный эффективный лагранжиан слабых нелептонных взаимодействий можно вычислить, используя очевидные соотношения [38,39]:

$$\lim_{y \rightarrow x} \langle j_i(x) j_j(y) \rangle_q = \lim_{y \rightarrow x} Z_{\text{eff}}[0, \rho]^{-1} \frac{\delta}{i \delta \eta_i(x)} \frac{\delta}{i \delta \eta_j(y)} Z_{\text{eff}}[\eta, \rho]_{\eta=0}. \quad (1.25)$$

Для вычисления этого выражения используем соотношение (1.19):

$$\frac{\delta}{i \delta \eta_j(y)} e^{i \int d^4 x \mathcal{L}_{\text{eff}}} = \frac{1}{i} \text{Tr} O_j (i \tilde{\mathbf{D}}_{(y,y)}^{-1}) e^{i \int d^4 x \mathcal{L}_{\text{eff}}}. \quad (1.26)$$

Кроме того,

$$\begin{aligned} & \frac{\delta}{i \delta \eta_i(x)} \left[\frac{\delta}{i \delta \eta_j(y)} e^{i \int d^4 x \mathcal{L}_{\text{eff}}} \right] = \\ & = \left[\frac{1}{i} \text{Tr} O_i (i \tilde{\mathbf{D}}_{(x,x)}^{-1}) \right] \left[\frac{1}{i} \text{Tr} O_j (i \tilde{\mathbf{D}}_{(y,y)}^{-1}) \right] e^{i \int d^4 x \mathcal{L}_{\text{eff}}} + \end{aligned}$$

$$+ \left[\frac{1}{i^2} \frac{\delta}{\delta \eta_i(x)} \text{Tr } O_j (i \tilde{\mathbf{D}}_{(y,y)}^{-1}) \right] e^{i \int d^4x \mathcal{L}_{\text{eff}}}. \quad (1.27)$$

Далее,

$$\frac{1}{i^2} \frac{\delta}{\delta \eta_i(x)} \text{Tr } O_j (i \tilde{\mathbf{D}}_{(y,y)}^{-1}) = - \frac{1}{i^2} \text{Tr} \left[O_j (i \tilde{\mathbf{D}}_{(y,x)}^{-1}) O_i (i \tilde{\mathbf{D}}_{(x,y)}^{-1}) \right].$$

Используя $(i \tilde{\mathbf{D}})^{-1}|_{\eta=0} = S_{\Phi}$ и (1.26)—(1.28), получим искомый результат:

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow x} \langle j_i(x) j_j(y) \rangle_q &= \langle \text{Tr} \left(\frac{1}{i} O_i S_{\Phi}(x,x) \right) \text{Tr} \left(\frac{1}{i} O_j S_{\Phi}(x,x) \right) - \\ &\quad - \text{Tr} \left(\frac{1}{i} O_i S_{\Phi}(x,x) \frac{1}{i} O_j S_{\Phi}(x,x) \right) \rangle_{\text{mes}}. \end{aligned}$$

Первый член последнего выражения изображен графически на диаграмме рис.5,а. Он соответствует факторизованному вкладу в бозонизованный слабый нелептонный лагранжиан типа ток $\times$ ток с токами $J_i(\Phi) = \text{Tr} \left(\frac{1}{i} O_i S_{\Phi}(x,x) \right)$ (ср. (1.24)). Дираковские и ароматические квантовые числа токов, включенных в это взаимодействие, определяются структурой матриц O_i и O_j . Второй член (ср. рис.5,б) можно переписать, используя преобразования Фирца для дираковских, ароматических и цветовых матриц, также в виде факторизованного взаимодействия типа ток $\times$ ток (рис.5,в):

$$\text{Tr} (O_i S_{\Phi}(x,x) O_j S_{\Phi}(x,x)) \xrightarrow{\text{Fierz}} \frac{a_{ij}}{N_c} \text{Tr} (O'_i S_{\Phi}(x,x)) \text{Tr} (O'_j S_{\Phi}(x,x)),$$

где O'_i и O'_j — ароматические и дираковские матрицы после преобразования Фирца, а a_{ij} — численные константы. Этот результат можно сформулировать в виде бозонизационной прескрипции

$$\langle j_i(x) j_j(x) \rangle_q = \langle J_i(\Phi(x)) J_j(\Phi(x)) - \frac{a_{ij}}{N_c} J_i^F(\Phi(x)) J_j^F(\Phi(x)) \rangle_{\text{mes}}. \quad (1.28)$$

Необходимо отметить, что, при отсутствии внешних источников ρ средние в смысле функциональных интегралов (1.22), (1.28), описывающие вакуум-вакуумные переходы токов или произведений токов, возникающих в $\mathcal{L}_W$ ($\Delta S = 1$), равны нулю. Это следует из сохранения вакуумом соответствующих квантовых чисел. Фактически в конкретных физических прило-

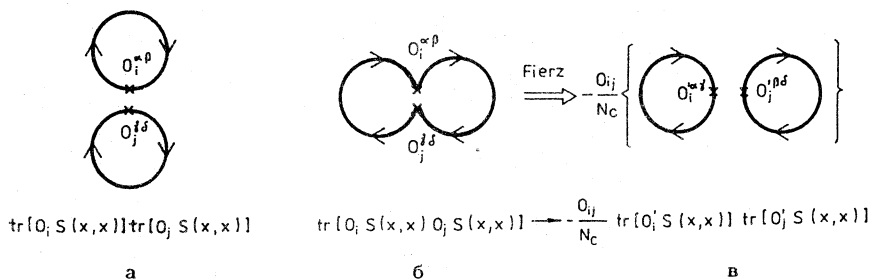


Рис.5. Графическое представление членов, дающих вклад в бозонизованное нелептонное взаимодействие ток $\times$ ток (1.28)

жениях нам потребуются не вакуум-вакуумные матричные элементы токов, а матричные элементы для переходов между мезонными состояниями. Их можно получить из средних (1.24), (1.28), выполняя для каждого появляющегося в начальном или конечном состояниях псевдоскалярного мезона соответствующее функциональное дифференцирование по источнику ρ с использованием стандартной процедуры ампутаций. Тот же результат можно воспроизвести на более удобном операторном языке с помощью простой замены $J_i(\Phi)J_j(\Phi) \rightarrow J_i(\hat{\Phi})J_j(\hat{\Phi})$, где $\hat{\Phi}$ — соответствующий оператор поля. В этом случае матричные элементы вычисляются с помощью обычных правил Фейнмана.

Полученные таким образом из (1.28) матричные элементы воспроизводят в древесном приближении известный метод факторизации матричных элементов четырехкварковых операторов (приближение вакуумного насыщения). Возьмем, например, оператор типа ток $\times$ ток с $(V-A)$ -токами j_μ^{ab} и j_μ^{cd} , введя обозначения $j_\mu^{ab} = \bar{q}_a \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_b$ и $\{O_i\}_{lm} \equiv \{O_\mu^{ab}\}_{lm}$, где $\{O_\mu^{ab}\}_{lm} = \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \delta_{al} \delta_{bm}$. Адронный матричный элемент оператора типа ток $\times$ ток выражается через факторизованные матричные элементы синглетных по цвету токов следующим образом:

$$\langle B | j_\mu^{ab} j_\mu^{cd} | A \rangle = \langle B | j_\mu^{ab} | 0 \rangle \langle 0 | j_\mu^{cd} | A \rangle + \frac{1}{N_c} \langle B | j_\mu^{ad} | 0 \rangle \langle 0 | j_\mu^{cb} | A \rangle. \quad (1.29)$$

Чтобы получить выражение (1.29), были использованы преобразования Фирца

$$[\bar{q}_a^i \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_b^i] [\bar{q}_c^j \gamma^\mu (1 - \gamma_5) q_d^j] = [\bar{q}_a^i \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_d^j] [\bar{q}_c^j \gamma^\mu (1 - \gamma_5) q_b^i],$$

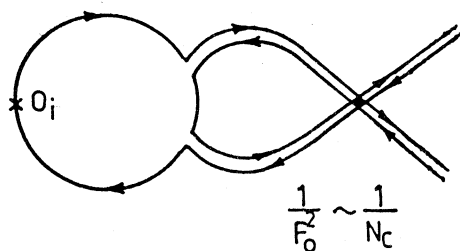


Рис.6. Петлевой вклад (взаимодействие в конечном состоянии) в мезонный ток в $(1/F_0^2)$ -порядке

где $i, j = 1, \dots, N_c$ — цветовые индексы.

Цветовой множитель $1/N_c$ в (1.28) возникает после фирцевского преобразования из проекции

получающегося оператора типа ток $\times$ ток на внешние синглетные по цвету мезонные состояния. В обычном $1/N_c$ -разложении приближение вакуумного насыщения включает только факторизуемую часть следующих по порядку членов, что не вполне самосогласованно. Указанная несамосогласованность устраняется, если учесть также другие $1/N_c$ -поправки, возникающие из мезонных петель. Например, петлевая поправка, необходимая для включения в первый член выражения (1.29) взаимодействий в конечном состоянии, имеет порядок $O(1/F_\pi^2) = O(1/N_c)$ (см. рис.6). Очевидно, что функциональное усреднение в (1.28) автоматически включает такие петлевые поправки.

Токи $J_i(\Phi) = -i \text{Tr}(O_i S_\Phi(x, x))$ вычисляются из кваркового детерминанта с использованием соотношений (1.22). Бозонизационную прескрипцию для слабого нелептонного лагранжиана (1.17) можно тогда сформулировать как замену

$$\mathcal{L}_W^{nl} = \tilde{G}_F \sum_{ij} C_{ij} (\bar{q} O_i q) (\bar{q} O_j q) \rightarrow \mathcal{L}_{\text{eff}}^{nl},$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{nl} = & \tilde{G}_F \left\{ (-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) \left[(J_{L\mu}^1 - iJ_{L\mu}^2)(J_{L\mu}^4 + iJ_{L\mu}^5) - \right. \right. \\ & \left. - \left(J_{L\mu}^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} J_{L\mu}^8 \right) (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7) \right] + \\ & + (\xi_1 + 5\xi_2) \sqrt{\frac{2}{3}} J_{L\mu}^0 (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7) + \frac{10}{\sqrt{3}} \xi_3 J_{L\mu}^8 (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7) + \\ & + \xi_4 \left[(J_{L\mu}^1 - iJ_{L\mu}^2)(J_{L\mu}^4 + iJ_{L\mu}^5) + 2J_{L\mu}^3 (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7) \right] - \\ & - 4\xi_5 \left[(J_R^1 - iJ_R^2)(J_L^4 + iJ_L^5) - \left(J_R^3 - \frac{1}{\sqrt{3}} J_R^8 - \sqrt{\frac{2}{3}} J_R^0 \right) (J_L^6 + iJ_L^7) - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\sqrt{\frac{2}{3}}(J_R^6 - iJ_R^7)(\sqrt{2}J_L^8 - J_L^0) \Big] + \\
 & + \xi_6 \sqrt{\frac{3}{2}}(J_{L\mu}^4 + iJ_{L\mu}^5)J_{R\mu}^0 + 6\xi_7(J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7)(J_{R\mu}^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}J_{R\mu}^8) - \\
 & - 16\xi_8 \left[(J_R^1 - iJ_R^2)(J_L^4 + iJ_L^5) + \frac{1}{2} \left(J_R^3 - \frac{1}{\sqrt{3}}J_R^8 - \sqrt{\frac{2}{3}}J_R^0 \right) (J_L^6 + iJ_L^7) + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{\sqrt{6}}(J_R^6 + iJ_R^7)(\sqrt{2}J_L^8 - J_L^0) \right] + \text{h.c.} \quad (1.30)
 \end{aligned}$$

Здесь $J_{L,R\mu}^i$ и $J_{L,R}^i$ — бозонизационные ($V \mp A$) и ($S \mp P$)-мезонные токи, соответствующие кварковым токам $\bar{q} \frac{1}{2} P_{L,R} \gamma_\mu \lambda^i q$ и $\bar{q} \frac{1}{2} P_{L,R} \lambda^i q$. Введены также удобные обозначения:

$$\begin{aligned}
 \xi_1 &= c_1 \left(1 - \frac{1}{N_c} \right), \quad \xi_{2,3,4} = c_{2,3,4} \left(1 + \frac{1}{N_c} \right), \\
 \xi_{5,8} &= c_{5,8} + \frac{1}{2N_c} c_{6,7}, \quad \xi_{6,7} = c_{6,7} - \frac{2}{N_c} c_{5,8}. \quad (1.31)
 \end{aligned}$$

Таким образом, в рамках функциональных методов обоснована эвристическая прескрипция бозонизации слабых токов и нелептонных взаимодействий, использованная нами в ранних работах [53,54].

Мезонные токи, соответствующие эффективным лагранжианам (1.12), (1.14), а также включающие дополнительные $O(p^6)$ -вклады из коэффициентов $h_{3,4}$ (см. [38,55]), имеют в псевдоскалярном секторе следующий вид:

$$J_{L\mu}^{a(\text{div})} = i \frac{F_0^2}{8} \text{tr} (\lambda^a \partial_\mu U \tilde{U}^\dagger) + \text{h.c.}, \quad (1.32)$$

$$J_L^{a(\text{div})} = i \frac{F_0^2}{4} \mu R \text{tr} (\lambda^a U^\dagger) + \frac{F_0^2}{8\mu} \text{tr} [\lambda^a (\partial^2 U^\dagger + 2U^\dagger \mathcal{M})], \quad (1.33)$$

$$\begin{aligned}
 J_{L\mu}^{a(\text{fin})} &= \frac{iN_c}{64\pi^2} \text{tr} \left\{ \lambda^a \left[\frac{1}{3} \partial_\nu U \partial_\mu U^\dagger \partial^\nu U \tilde{U}^\dagger - (\mathcal{M} \partial_\mu U + \partial_\mu U \overline{\mathcal{M}}) U^\dagger + \right. \right. \\
 &+ \frac{1}{6\mu^2} ((\mathcal{M} \partial_\mu \partial^2 U + \partial_\mu \partial^2 U \overline{\mathcal{M}} + \partial_\nu \mathcal{M} \partial_\mu \partial^\nu U + \partial_\mu \partial^\nu U \partial_\nu \overline{\mathcal{M}} + \\
 &\left. + \partial^2 \mathcal{M} \partial_\mu U + \partial_\mu U \partial^2 \overline{\mathcal{M}} U^\dagger + \right.
 \end{aligned}$$

$$+ (\mathcal{M} \partial^\nu U + \partial^\nu U \overline{\mathcal{M}}) \partial_\mu \partial_\nu U^\dagger + \partial_\nu U \partial^\nu U^\dagger \partial_\mu \mathcal{M} \Big] \Big\} + \text{h.c.}, \quad (1.34)$$

$$\begin{aligned} J_L^{a(\text{fin})} = & -\frac{N_c}{192\pi^2\mu} \text{tr} \left\{ \lambda^a \left[-\partial_\mu (\partial_\nu U^\dagger \partial^\mu U \partial^\nu U^\dagger) + U^\dagger \partial^2 \mathcal{M} + \partial^2 \overline{\mathcal{M}} U^\dagger - \right. \right. \\ & - 3(\mu^2 (U^\dagger \partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger + \partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U U^\dagger) - \partial^2 U^\dagger \mathcal{M} - \overline{\mathcal{M}} \partial^2 U^\dagger - \\ & - \partial_\mu U^\dagger \partial^\mu \mathcal{M} - \partial_\mu U^\dagger \overline{\mathcal{M}} \partial^\mu U) + \frac{1}{2} U^\dagger (2\{\mathcal{M}, \partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger\} + \\ & + 2\partial_\mu U \mathcal{M} \partial^\mu U^\dagger + \partial_\mu \partial_\nu U \partial^\mu \partial^\nu U^\dagger + \partial^\mu U \partial^2 \partial_\mu U^\dagger + \partial^2 \partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger) + \\ & + \frac{1}{2} (2\{\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U, \overline{\mathcal{M}}\} + 2\partial_\mu U^\dagger \overline{\mathcal{M}} \partial^\mu U + \partial^\mu \partial^\nu U^\dagger \partial_\mu \partial_\nu U + \\ & \left. \left. + \partial^2 \partial_\mu U^\dagger \partial_\mu U + \partial^\mu U^\dagger \partial^2 \partial_\mu U) U^\dagger \right] \right\}, \quad (1.35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{L\mu}^{a(\text{fin}), \gamma} = & -\frac{eN_c}{64\pi^2} \text{tr} \left\{ \lambda^a \left[Z_9 \frac{2}{3} \mathcal{F}_{\mu\nu} \tilde{U} [Q, \partial^\nu U^\dagger] + \right. \right. \\ & + \frac{1}{3} \partial_\nu \left(\mathcal{F}_{\mu\nu} \left(\frac{1}{\mu^2} Q \mathcal{M} - Z_{10} \tilde{U} Q \tilde{U}^\dagger \right) \right) - \\ & - \frac{1}{6\mu^2} \left(U (\mathcal{F}_{\mu\nu} [Q, \partial^\nu \partial^2 U^\dagger] + \partial_\alpha \mathcal{F}_{\mu\nu} [Q, \partial^\alpha \partial^\nu U^\dagger] + \partial^2 \mathcal{F}_{\mu\nu} [Q, \partial^\nu U^\dagger]) + \right. \\ & + 2\partial_\alpha \mathcal{F}_{\mu\nu} (\partial^\alpha U [Q, \partial^\nu U^\dagger] + Q \partial^\alpha U \partial^\nu U^\dagger) - \\ & - 2\partial^\alpha \mathcal{F}_{\alpha\nu} (\partial_\mu U [Q, \partial^\nu U^\dagger] + Q \partial_\mu U \partial^\nu U^\dagger) + \\ & + \partial_\mu \mathcal{F}_{\nu\alpha} \partial^\alpha U [Q, \partial^\nu U^\dagger] - \mathcal{F}_{\nu\alpha} (\partial_\mu \partial^\alpha U [Q, \partial^\nu U^\dagger] + 2Q \partial_\mu \partial^\alpha U \partial^\nu U^\dagger) + \\ & + \frac{1}{12} \mathcal{F}_{\mu\nu} (5\partial^\nu \partial_\alpha U \partial^\alpha U^\dagger Q + 12\partial^\nu \partial_\alpha U Q \partial^\alpha U^\dagger - 41\partial^\alpha U \partial^\nu \partial_\alpha U^\dagger Q) - \\ & - \frac{1}{12} \partial^\nu \mathcal{F}_{\mu\nu} (19\partial_\alpha U \partial^\alpha U^\dagger Q + 5\partial_\alpha U Q \partial^\alpha U^\dagger) - \\ & - 2\mathcal{F}_{\mu\nu} U (\partial^\nu U^\dagger \{\overline{\mathcal{M}}, Q\} - \{\mathcal{M}, Q\} \partial^\nu U^\dagger + \mathcal{M} \partial^\nu U^\dagger Q - Q \partial^\nu U^\dagger \overline{\mathcal{M}}) + \\ & \left. \left. + \frac{1}{6} \partial^\alpha \mathcal{F}_{\alpha\nu} U [Q, \partial_\mu \partial^\nu U^\dagger] - 2\mathcal{F}_{\mu\nu} (Q \partial^\nu U \partial^2 U^\dagger - \{Q, \partial^2 U\} \partial^\nu U^\dagger) \right] \right\} + \text{h.c.} \quad (1.36) \end{aligned}$$

$$J_L^{a(\text{fin}), \gamma} = \frac{ieN_c}{64\pi^2\mu} \text{tr} \left\{ \lambda^a \left[Z_9 \frac{2}{3} \partial^\mu (\mathcal{F}_{\mu\nu} [Q, \partial^\nu U^\dagger]) + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{6\mu^2} \left(\partial^\mu \left(2\mathcal{F}_{\mu\nu} (\{Q, \overline{\mathcal{M}}\} \partial^\nu U^\dagger - \partial^\nu U^\dagger \{Q, \overline{\mathcal{M}}\} + \right. \right. \\
& + Q \partial^\nu U^\dagger \mathcal{M} - \overline{\mathcal{M}} \partial^\nu U^\dagger Q) + \partial^2 \mathcal{F}_{\mu\nu} [Q, \partial^\nu U^\dagger] + \\
& + \frac{7}{6} \partial^\alpha \mathcal{F}_{\alpha\nu} [Q, \partial_\mu \partial^\nu U^\dagger] \Big) + \\
& + \frac{1}{6} \partial^\mu \mathcal{F}_{\mu\nu} (U^\dagger [Q, \partial^\nu \mathcal{M}] + [Q, \partial^\nu \overline{\mathcal{M}}] U^\dagger) \Big) + \\
& + \frac{1}{3} \mathcal{F}_{\mu\nu} (U^\dagger (\{Q, \partial^\mu U^\dagger \partial^\nu U\} - \partial^\mu U^\dagger Q \partial^\nu U) + \\
& + (\{Q, \partial^\mu U \partial^\nu U^\dagger\} - \partial^\mu U Q \partial^\nu U^\dagger) U^\dagger) \Big] \Big\}. \quad (1.37)
\end{aligned}$$

Здесь $\tilde{U} = U + m_0 \Lambda_\mu$, и выписаны только члены, имеющие непосредственное отношение к описанию распадов каонов, обсуждаемых в данной работе. Кроме того, мы ввели факторы $Z_{9,10}$, для того чтобы в явном виде различать вклады от p^4 -членов со структурными константами $L_{9,10}$. Эти факторы определены таким образом, что

$$Z_9 = Z_{10} = \frac{48\pi^2}{N_c} L_9 = -\frac{96\pi^2}{N_c} L_{10} = 1,$$

если $L_{9,10}$ имеют стандартные значения $L_9 = -2L_{10} = N_c/(48\pi^2)$, полученные для (1.15) из вычислений кваркового детерминанта.

Мезонные токи $J_{L\mu}^{a(\text{fin}), \gamma}$ и $J_L^{a(\text{fin}), \gamma}$, содержащие тензор напряженности электромагнитного поля $\mathcal{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathcal{A}_\nu - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu$, описывают электромагнитно-слабые переходы с излучением «структурных» фотонов. Эти токи возникают из так называемой «неминимальной» части кваркового детерминанта, исчезающей при нулевых векторных и аксиально-векторных коллективных полях. Этот неминимальный лагранжиан содержит как p^4 -, так и p^6 -члены, которые играют особенно важную роль при описании радиационных распадов каонов, обсуждаемых в данной работе. Излучение обычных тормозных фотонов можно включить в рассмотрение, используя стандартную замену $\partial_\mu * \rightarrow \partial_\mu * + ie \mathcal{A}_\mu [Q, *]$. Величины вкладов глюонного и электромагнитного пингвиновых операторов определяются параметром

$$R = \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{\mu F_0^2}.$$

Учитывая дополнительно гольдбергер-треймановские вклады в константы распадов $K, \pi \rightarrow \mu\nu$, возникающие из-за расщепления масс токовых кварков,

$$F_{K,\pi} = F_0 \left[1 + \frac{\bar{m}_u^0 + \bar{m}_{d,s}^0}{2} \left(1 - \frac{2\mu F_0^2}{\langle \bar{q}q \rangle} \right) \right], \quad \bar{m}_i^0 = \frac{m_i^0}{\mu},$$

получаем $F_0 = 89,8$ МэВ.

Аналогично, применив процедуру бозонизации [38] к аномальной части эффективного мезонного лагранжиана [48], связанной с фазой кваркового детерминанта, получим электромагнитно-слабый ток Весса — Зумино в виде

$$\begin{aligned} J_{La}^{(WZ,\gamma)} = & \frac{iN_c}{48\pi^2} \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \text{tr} \{ \lambda^a [e\mathcal{A}^\beta ((UQU^\dagger L^\mu + L^\mu Q)L^\nu + \\ & + UR^\mu R^\nu QU^\dagger - \{Q, \partial^\mu L^\nu\} - \partial^\mu (UQU^\dagger L^\nu)) + \\ & + e\partial^\nu \mathcal{A}^\beta (2\{Q, L^\mu\} + UR^\mu QU^\dagger + UQU^\dagger L^\mu)] \}, \end{aligned} \quad (1.38)$$

где $L_\mu = \partial_\mu UU^\dagger$ и $R_\mu = U^\dagger \partial_\mu U$.

2. НЕЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ КАОНОВ

2.1. Феноменология и экспериментальный статус распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$. Амплитуды распадов $K \rightarrow 2\pi$ удобно параметризовать с помощью изотопических соотношений в виде

$$\begin{aligned} T_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0} &= \frac{\sqrt{3}}{2} A_2, \\ T_{K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-} &= \sqrt{\frac{2}{3}} A_0 + \frac{1}{\sqrt{3}} A_2, \quad T_{K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0} = \sqrt{\frac{2}{3}} A_0 - \frac{2}{\sqrt{3}} A_2. \end{aligned}$$

Комбинаторные факторы $(n!)^{-1/2}$ для тождественных пионов в конечных состояниях распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ мы будем включать в фазовый объем. Изотопические амплитуды $A_{2,0}$ описывают переходы с изменением изоспина $|\Delta I| = 1/2, 3/2$ в состояния с изоспинами $I = 0, 2$:

$$A_2 = a_2 e^{i\delta_2}, \quad A_0 = a_0 e^{i\delta_0},$$

где $\delta_{2,0}$ — соответствующие фазы s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния.

Экспериментальный анализ [56] показывает, что переходы с $|\Delta I| = 1/2$ сильно доминируют над переходами с $|\Delta I| = 3/2$ (правило $|\Delta I| = 1/2$):

$$\omega \equiv \text{Re } a_2 / \text{Re } a_0 \approx 1/22.$$

CP -нарушение приводит к небольшой дополнительной «слабой» фазе между a_0 и a_2 . Разность «сильных» фаз $\Delta = (\delta_0 - \delta_2)$, извлеченная из вероятностей распадов $K \rightarrow 2\pi$ с учетом радиационных поправок, $\Delta = (48 \pm 4)^\circ$ [57] удовлетворительно согласуется с величиной $\Delta(m_{\pi\pi} = m_K) = (43 \pm 8)^\circ$ из фазового анализа реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ [58] с учетом уравнений Роя. В то же время в работе [59] без учета радиационных поправок из распадов $K \rightarrow 2\pi$ была получена существенно большая величина $\Delta = (56,5 \pm 3,0)^\circ$.

В отличие от распадов $K \rightarrow 2\pi$, где все определенные выше величины являются постоянными и не зависят от кинематических переменных, амплитуды распадов $K \rightarrow 3\pi$ зависят от двух инвариантных далитцевских переменных

$$X = \frac{s_2 - s_1}{m_{\pi^+}^2}, \quad Y = \frac{s_3 - s_0}{m_{\pi^+}^2},$$

где

$$s_i = (p_K - p_i)^2 \quad (i = 1, 2, 3), \quad s_0 = \frac{1}{3} (s_1 + s_2 + s_3) = \frac{m_K^2}{3} + m_{\pi^+}^2;$$

p_K, p_i — 4-импульсы каона и i -го пиона ($i = 3$ соответствует «дополнительному» π -мезону). Благодаря малому энергосвободению в распадах $K \rightarrow 3\pi$, их амплитуды можно разложить в окрестности центра далитц-плота по трем линейно зависимым переменным $r_i = s_i - s_0$. Рассмотрим следующие зарядовые каналы переходов $K \rightarrow \pi_1 \pi_2 \pi_3$:

$$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-: \quad A^+ = \sum A_{IJ}^+(r_1, r_2, r_3),$$

$$K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^+: \quad A^{+'} = \sum A_{IJ}^{+'}(r_1, r_2, r_3),$$

$$K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0: \quad A^0 = \sum A_{IJ}^0(r_1, r_2, r_3),$$

$$K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0: \quad A^{0'} = \sum A_{IJ}^{0'}(r_1, r_2, r_3).$$

Каждая амплитуда A представляет собой сумму изотопических вкладов, характеризуемых двумя квантовыми числами: I — изоспин конечного состояния, дающего вклад в данный канал, и J — удвоенное изменение

изоспина ΔI . Во втором порядке разложения амплитуды по r_i возможны состояния с $I=1$, либо $I=2$ при изменениях изоспина $\Delta I=1/2, 3/2$. Состояние $(3\pi)_{I=0}$ является полностью антисимметричным и, следовательно, описывается полностью антисимметричной собственной функцией импульса. Это означает, что соответствующий формфактор $f \sim (r_1 - r_2)(r_1 - r_3)(r_2 - r_3)$ может давать вклад только в третьем порядке разложения амплитуды по r_i и им можно пренебречь. Конечное состояние с $I=2$ полностью отсутствует в распаде K_L^0 , если строго выполняется CP -инвариантность ($CP = (-1)^I$ для S -состояния в 3π -системе).

В силу теоремы Вигнера — Эккерта существуют только три независимых формфактора f_{11}, f_{13}, f_{23} . Дополнительные ограничения на амплитуды возникают из их разложения до второго порядка по r_i включительно при классификации состояний относительно симметрий по переменным r_1, r_2, r_3 . Введем симметризованные по перестановкам двух переменных r_i формфакторы $f^{(1)}(r_1, r_2, r_3) = \frac{1}{2} [f(r_1, r_2, r_3) + f(r_1, r_3, r_2)]$ и т.д. Тогда разложение до второго порядка по $r_{1,2,3}$ можно переписать в следующем виде:

$$f^{(i)}(r_1, r_2, r_3) \approx a + br_i + c(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) + d(2r_i^2 - r_j^2 - r_k^2),$$

где i, j, k — циклические индексы (другие линейные и квадратичные члены могут быть включены с помощью переопределения параметров разложения b, c, d , так как $r_1 + r_2 + r_3 = 0$). Сконструировав из трехпионных состояний ($I_i = 1$) соответствующим образом симметризованные конечные состояния с $I = 1, 2$ (см. более детальное описание этой процедуры в работе [60]), получим

$$A_{1J}^+ = f_{1J}^{(1)} + f_{1J}^{(2)},$$

$$A_{1J}^0 = g_{1J}^{(3)},$$

$$A_{1J}^{+'} = f_{1J}^{(3)},$$

$$A_{1J}^{0'} = g_{1J}^{(1)} + g_{1J}^{(2)} + g_{1J}^{(3)} \quad (J = 1, 3),$$

$$A_{23}^+ = A_{23}^{+'} = 2f_{23}^{(3)} - f_{23}^{(1)} - f_{23}^{(2)},$$

где

$$-g_{1J} = \sqrt{2} \frac{\left(\frac{J}{2}, +\frac{1}{2}; \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \mid 1, 0 \right)}{\left(\frac{J}{2}, +\frac{1}{2}; \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \mid 1, +1 \right)} f_{1J} = \begin{Bmatrix} +1 \\ -2 \end{Bmatrix} f_{1J}$$

для $J = 1, 3$ (фактор $\sqrt{2}$ возникает из определения $\sqrt{2} K_L^0 \approx (1 - CP) K^0$).

Разлагая $f_{IJ}^{(i)}$ описанным выше образом и используя соотношения

$$r_3 \equiv Y, \quad r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 \equiv Y^2 + X^2/3, \quad 2r_3^2 - r_1^2 - r_2^2 \equiv Y^2 - X^2/3,$$

можно переписать амплитуды четырех зарядовых каналов распадов $K \rightarrow 3\pi$ в виде разложения по далитцевским переменным X и Y :

$$A = \sum [\mathcal{A}_{IJ} + \mathcal{B}_{IJ}Y + C_{IJ}(Y^2 + X^2/3) + \mathcal{D}_{IJ}(Y^2 - X^2/3)]. \quad (2.1)$$

Изотопические соотношения для коэффициентов разложения (2.1) представлены в виде табл.1, где для компактности обозначений использованы незначительные переопределения: $\sum \mathcal{A}_{IJ} \equiv \mathcal{A}$ и т.д. Относительный знак $(-)$ между амплитудами распадов K^0 - и K^+ -мезонов выбран в соответствии с [56]. На этом этапе мы не будем различать зарядово-сопряженные каналы распадов $K^\pm$ -мезонов и будем использовать для них усредненные экспериментальные данные.

Сильные взаимодействия, связанные с перерассеяниями мезонов в конечном и начальном состояниях, приводят к тому, что формфакторы f_{IJ} становятся комплексными функциями от r_i . Поэтому мы должны также рассматривать относительные фазы между различными коэффициентами разложения (2.1). Обычно коэффициент $\mathcal{A}_{11}$ выбирают действительным и положительным. Используя обычное определение параметров наклонов g, h, k далитц-плота распада $K \rightarrow 3\pi$, экспериментально измеряемых в каждом зарядовом канале, $|A|^2 \sim 1 + gY + hY^2 + kX^2$, получим соотношения

$$g = 2 \frac{\text{Re}(\mathcal{A}\mathcal{B}^*)}{|\mathcal{A}|^2}, \quad h = \frac{|B|^2 + 2\text{Re}[\mathcal{A}(\mathcal{C}^* + \mathcal{D}^*)]}{|\mathcal{A}|^2}, \quad k = \frac{2}{3} \frac{\text{Re}[\mathcal{A}(\mathcal{C}^* - \mathcal{D}^*)]}{|\mathcal{A}|^2}.$$

Из-за малости фазового объема в распадах $K \rightarrow 3\pi$ сильные фазы постоянных членов $\mathcal{A}$ разложения (2.1) в изотопических амплитудах должны быть малы. Тогда реальные части коэффициентов $\mathcal{B}$ (если полагать $\mathcal{A}$ чисто реальными величинами) определяются хорошо измеренными линейными параметрами наклона g . Однако, как это видно из изотопических соотношений, представленных в табл.1, только из параметров наклона g невоз-

Таблица 1. Изотопические амплитуды распадов $K \rightarrow 3\pi$

Канал	$++-$	$00+$	$+ - 0$	000
$\mathcal{A}$	$2(\mathcal{A}_{11} + \mathcal{A}_{13})$	$\mathcal{A}_{11} + \mathcal{A}_{13}$	$-(\mathcal{A}_{11} - 2\mathcal{A}_{13})$	$-3(\mathcal{A}_{11} - 2\mathcal{A}_{13})$
$\mathcal{B}$	$-(\mathcal{B}_{11} + \mathcal{B}_{13}) + \mathcal{B}_{23}$	$\mathcal{B}_{11} + \mathcal{B}_{13} + \mathcal{B}_{23}$	$-(\mathcal{B}_{11} - 2\mathcal{B}_{13})$	0
$\mathcal{C}$	$2(\mathcal{C}_{11} + \mathcal{C}_{13})$	$\mathcal{C}_{11} + \mathcal{C}_{13}$	$-(\mathcal{C}_{11} - 2\mathcal{C}_{13})$	$-3(\mathcal{C}_{11} - 2\mathcal{C}_{13})$
$\mathcal{D}$	$-(\mathcal{D}_{11} + \mathcal{D}_{13}) + \mathcal{D}_{23}$	$\mathcal{D}_{11} + \mathcal{D}_{13} + \mathcal{D}_{23}$	$-(\mathcal{D}_{11} - 2\mathcal{D}_{13})$	0

можно получить информацию о степени совместимости экспериментальных данных (мы имеем три измеренных параметра g для трех комплексных амплитуд $\mathcal{B}_{IJ}$). Чтобы получить информацию о фазах изотопических амплитуд $\mathcal{B}_{IJ}$ необходимо также учесть в анализе данных квадратичные параметры наклонов h, k . Точность определения последних неудовлетворительна как по чисто экспериментальным (статистика), так и теоретическим (радиационные поправки) причинам.

Если мы определим «сильную» фазу β следующим образом:

$$\mathcal{B} = |\mathcal{B}| e^{i\beta},$$

то для каждого зарядового канала получим соотношения вида

$$R(\beta) \equiv h + 3k - \frac{g^2}{4 \cos^2 \beta} = 4 \frac{\operatorname{Re}(\mathcal{A}\mathcal{C}^*)}{|\mathcal{A}|^2}. \quad (2.2)$$

Из представленных в табл.1 соотношений для изотопических компонент $\mathcal{A}_{IJ}, \mathcal{C}_{IJ}$ амплитуд $\mathcal{A}, \mathcal{C}$ ясно, что независимо от каких-либо предположений об их фазах левая часть соотношения (2.2) должна быть одна и та же для обоих каналов распадов как заряженных, так и нейтральных каонов. В соответствии с правилом $\Delta I = 1/2$ величины R должны также приблизительно совпадать для всех каналов, если $|\mathcal{C}_{13}| \ll |\mathcal{C}_{11}|$. В табл.2 приведены экспериментальные значения параметров наклонов g, h, k и величины R , вычисленные с помощью формулы (2.2) в предположении, что $\beta = 0$. В этой таблице в каждом отдельном канале отобраны данные наиболее значимых экспериментов, а не усредненные данные из [2]. Это сделано специально как из-за несамосогласованности некоторых экспериментальных данных (см. для сравнения [56] и [2]), так и для того, чтобы в последующем иметь возможность сравнить наши оценки кулоновских поправок с оценками,

Таблица 2. Экспериментальные данные по параметрам наклонов распадов $K \rightarrow 3\pi$ (a — с учетом, b — без учета кулоновских поправок)

Канал	$\pi^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{\mp}$		$\pi^0\pi^0\pi^+$	$\pi^+\pi^-\pi^0$	$\pi^0\pi^0\pi^0$
Эксперимент	[61], a	[61], b	[121]	[63]	[64]
g	$-0,2173 \pm 0,0026$	$-0,1866 \pm 0,0025$	$0,575 \pm 0,022$	$0,677 \pm 0,010$	0
h	$0,0156 \pm 0,0062$	$0,0125 \pm 0,0062$	$0,021 \pm 0,023$	$0,079 \pm 0,007$	$-0,0033 \pm 0,0013$
k	$-0,0079 \pm 0,0019$	$0,0029 \pm 0,0021$	$0,011 \pm 0,007$	$0,0097 \pm 0,0018$	$h/3$
$R(\beta=0)$	$-0,0199 \pm 0,0084$	$0,0013 \pm 0,0088$	$-0,029 \pm 0,032$	$-0,0065 \pm 0,0095$	$-0,0066 \pm 0,0026$

приведенными в оригинальной работе [61]*. В любом случае усредненные данные [2] не расходятся значительно с данными, использованными в табл.2.

В то время как величины R для двух экспериментов по K_L^0 -распадам находятся в прекрасном согласии, ситуация для распадов заряженных каонов представляется менее ясной из-за существенно меньшей статистики в канале $\pi^0\pi^0\pi^+$. Если предположить, что $|C_{13}| \ll |C_{11}|$, и зафиксировать значение R из данных по каналу $\pi^0\pi^0\pi^0$ [64], где нет никаких радиационных поправок, то мы получим линейные соотношения между параметрами наклонов h и k для всех остальных каналов. Эти линейные соотношения показаны на рис.7 в виде соответствующих прямых линий. Измеренные точки (h, k) могут лежать выше прямой линии, если $\beta \neq 0$. Область значений (h, k) ниже прямой линии является нефизической. Совместимость данных по каналам $\pi^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{\mp}$ и $\pi^0\pi^0\pi^0$ довольно плохая, и чтобы согласовать их, мы должны предположить либо статистические флуктуации больше двух стандартных отклонений, либо отношение $|C_{13}|/|C_{11}| = 0,3 \pm 0,1$. Из сравнения рис.7,а и 7,б, показывающих результаты обработки одного и того же эксперимента с учетом и без учета кулоновских поправок, видно, что результаты для канала $\pi^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{\mp}$ очень чувствительны к этим поправкам. Более того,

*Следует отметить существенное различие, по крайней мере в параметрах k , между данными [61] ($k = -0,0205 \pm 0,0039$) и более позднего эксперимента [65] ($k = -0,0075 \pm 0,0019$) по распаду $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$. В то время как в эксперименте [65] измерялся импульс только нечетного пиона в конечном состоянии, в работе [61] определялись импульсы всех частиц. В обоих случаях учитывались кулоновские поправки. Однако в работе [65] не приводятся данные без кулоновских поправок, поэтому в табл.2 использованы только результаты [61].

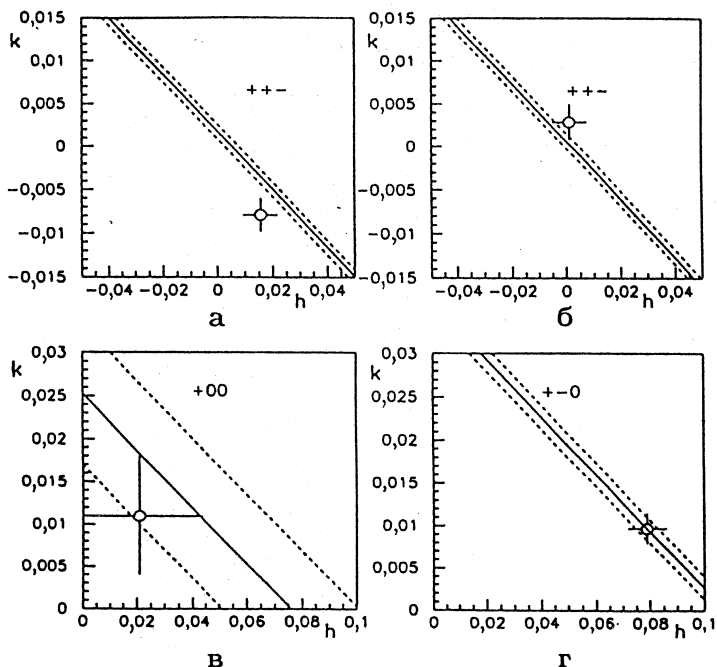


Рис.7. Плоты для квадратичных параметров наклонов k и h из табл.2. Прямые линии соответствуют линейным соотношениям (2.2) для различных каналов распадов $K \rightarrow 3\pi$ с учетом отклонений в пределах двух стандартных ошибок: а) канал $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{+}\pi^{-}$ с учетом кулоновских поправок (2.3); б) без учета радиационных поправок; в) канал $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}\pi^{0}$, радиационные поправки не учтены; г) канал $K_L^0 \rightarrow \pi^{+}\pi^{-}\pi^{0}$, радиационные поправки учтены (см. [63])

точка (h, k) , полученная с учетом кулоновских поправок, оказывается в нефизической области — ниже прямой линии, соответствующей линейной зависимости между параметрами наклона.

Стандартные кулоновские поправочные факторы вычисляются по формуле [66]:

$$\prod_{i < j} \eta_{ij} / (\exp(\eta_{ij}) - 1), \quad \eta_{ij} = 2\pi \alpha e_i e_j / |v_i - v_j|, \quad (2.3)$$

где e_i и $v_i = |p_i|/\epsilon_i$ — заряд и скорость i -го пиона. Несмотря на то, что формула (2.3) широко используется при обработке экспериментов, ее

справедливость во всей кинематической области вызывает серьезные сомнения. Вообще говоря, любые оценки радиационных поправок к адронным процессам сильно модельно-зависимы, особенно если речь идет о структурных эффектах [67]. Тем не менее уже в модели с простейшим локальным слабым взаимодействием

$$\mathcal{L}_W = c_W K \pi_1 \pi_2 \pi_3 \quad (2.4)$$

можно оценить лидирующие вклады в радиационные поправки, возникающие из диаграмм однофотонного обмена и излучения тормозных мягких фотонов для точечных мезонов. Такие вычисления в первом порядке по α были сделаны в работах [57,68]. На рис.8 показаны поправочные радиационные факторы для всех зарядовых каналов в зависимости от далитцевских переменных X , Y , вычисленные при обрезании по энергии мягких тормозных фотонов $\Delta E = 10$ МэВ. Радиационные поправки максимальны для распада $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ (для этого канала на рис.8,а также показаны результаты вычислений при $\Delta E = 50$ МэВ, а на рис.8,б для сравнения — стандартные кулоновские факторы (2.3)). Для других каналов поправки оказываются менее важными и зависящими только от Y . Для распада $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0$ кулоновский фактор (2.3) равен единице, так как в этом случае в конечном состоянии присутствует только одна заряженная частица.

Для канала $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ расхождение величины R со значением, измеренным в распаде $K_L^0 \rightarrow 3\pi^0$ (см. табл.2), исчезает, если вместо кулоновского фактора (2.3) для учета радиационных поправок используются модельные оценки работ [57,68] (ср. рис.7,а и рис.9). В этом случае

$$R_{\text{rad. corr}}^{\pm+-}(\beta = 0) = -0,0078 \pm 0,0089,$$

что указывает на то, что квадратичный коэффициент C разложения амплитуды (2.1) может быть малым по абсолютной величине и того же порядка по величине, что и в распадах K_L^0 -мезонов. Соответствующие поправки для канала $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0$ намного меньше, чем погрешности величин, приведенных в табл.2.

Воспользуемся соотношением

$$R(\beta) = R(0) - \frac{g^2}{4} \text{tg}^2 \beta,$$

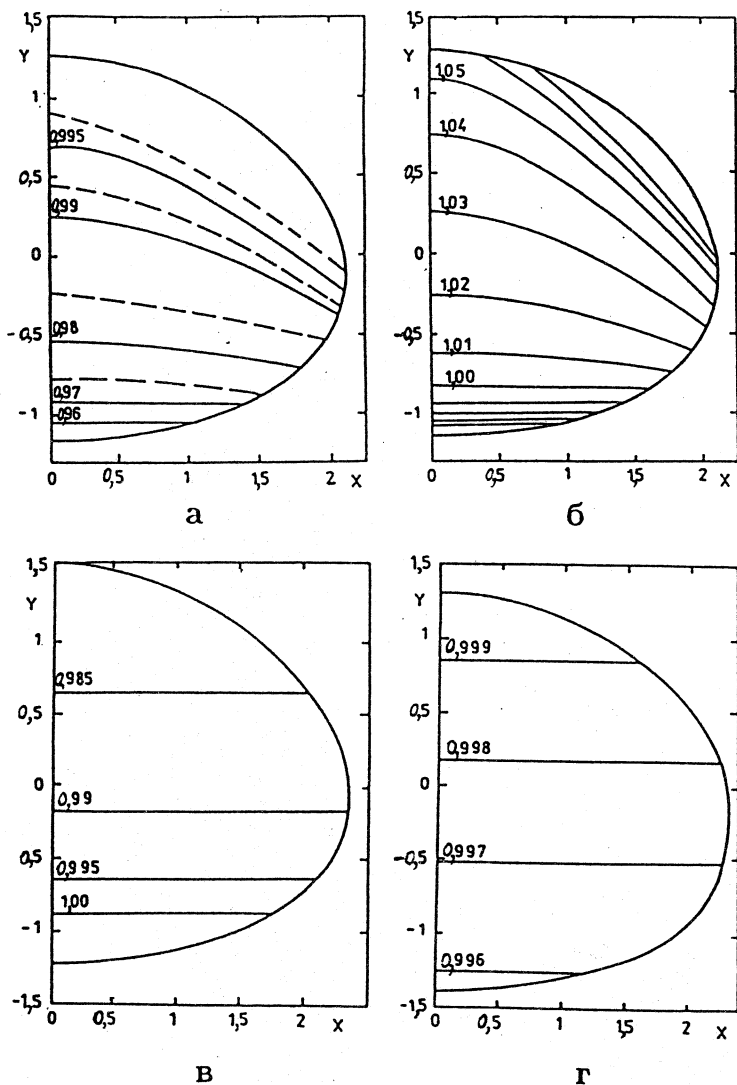


Рис.8. Плоты радиационных поправочных факторов в зависимости от X , Y :
 а) радиационные поправки для $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$, $\Delta\epsilon = 10$ МэВ, 50 МэВ (штриховая линия); б) кулоновские поправки для $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$; в) радиационные поправки для $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$; г) радиационные поправки для $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0$

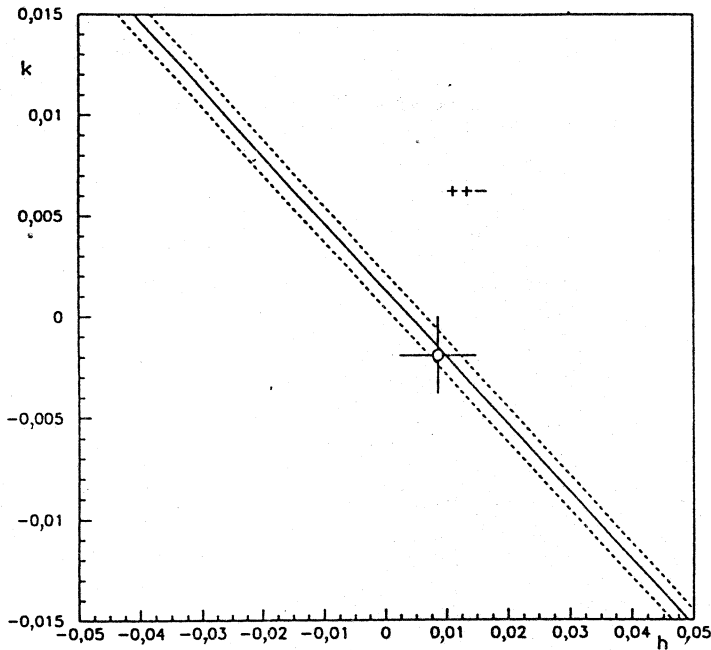


Рис.9. Плот, аналогичный рис.7, для канала $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ с учетом радиационных поправок в соответствии с работами [57,68]

чтобы извлечь некоторую первоначальную информацию о возможных значениях фаз β . Для канала $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ можно отождествить $R^{+-0}(\beta)$ с R^{000} . Тогда из данных табл.2 получим*

$$\operatorname{tg}^2 \beta = 0,0 \pm 0,086,$$

т.е. $\beta^{+-0} \leq 16^\circ$. Для распадов заряженных каонов $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$, предполагая $|C_{13}| \ll |C_{11}|$ и сравнивая R^{000} также с $R_{\text{rad. corr}}^{\pm+-}$, можно получить аналогичным образом ограничение $\beta^{\pm+-} \leq 43^\circ$.

Несмотря на сравнимые ошибки величин R для обоих случаев, ограничение на $\beta^{\pm+-}$ оказывается слабее, чем на β^{+-0} . Это связано с различием линейных параметров наклонов g . В связи с этим, а также благодаря су-

*В работе [63] радиационные поправки учтены.

щественно меньшему влиянию радиационных поправок, канал $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0$ ($g \approx 0,6$) заслуживает особого внимания экспериментаторов. Увеличение экспериментальной статистики для этого канала на один порядок (до уровня $\sim 5 \cdot 10^5$ событий) позволило бы определить фазу β с ошибкой $\leq 15^\circ$, аналогично распадам K_L^0 -мезонов.

Очевидно, что более точные данные по параметрам наклона распадов $K \rightarrow 3\pi$ позволили бы существенно ограничить модельные неопределенности, возникающие в подходе эффективных киральных лагранжианов при учете эффектов, возникающих в высших порядках (p^4 -поправки, петлевые диаграммы перерасеяния мезонов, пингвиновые вклады). В связи с этим особый интерес представляют также радиационные распады каонов, экспериментальное и теоретическое изучение которых будет продолжаться и в будущем.

2.2. Распады $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ в киральной теории. Вклады отдельных четырехкварковых операторов $\mathcal{O}_i$ в изотопические амплитуды $A_I^{(i)}$, $\mathcal{A}_{IJ}^{(i)}$ и $\mathcal{B}_{IJ}^{(i)}$ удобно определить с помощью соотношений

$$\begin{aligned} A_2 &= -i \sum_{i=1}^8 \xi_i \frac{\sqrt{3}}{2} \tilde{G} F_0(m_K^2 - m_\pi^2) A_2^{(i)}, \\ A_0 &= -i \sum_{i=1}^8 \xi_i \sqrt{\frac{3}{8}} \tilde{G} F_0(m_K^2 - m_\pi^2) A_0^{(i)}, \\ \mathcal{A}_{IJ} &= - \sum_{i=1}^8 \xi_i \left(\tilde{G} \frac{m_K^2 - m_\pi^2}{12} \right) \mathcal{A}_{IJ}^{(i)}, \\ \mathcal{B}_{IJ} &= - \sum_{i=1}^8 \xi_i \left(\tilde{G} \frac{m_\pi^2}{4} \right) \mathcal{B}_{IJ}^{(i)}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Непингвиновые операторы $\mathcal{O}_{1,2,3}$ описывают переходы с $|\Delta I| = 1/2$, а $\mathcal{O}_4$ — с $|\Delta I| = 3/2$. Глюонные пингвиновые операторы $\mathcal{O}_{5,6}$ описывают переходы с $|\Delta I| = 1/2$, в то время как электромагнитные пингвиновые операторы $\mathcal{O}_{7,8}$ дают вклады в переходы как с $|\Delta I| = 1/2$, так и с $|\Delta I| = 3/2$.

Перед тем как приступить к обсуждению результатов вычислений амплитуд нелептонных K -распадов с помощью бозонизованных эффективных лагранжианов, необходимо сделать несколько педагогических замечаний по поводу матричных мезонных элементов глюонного пингвинового оператора:

$$\mathcal{O}_5 = \bar{d}_L \gamma_\mu \lambda_c^a s_L \left(\sum_{q=u,d,s} \bar{q}_R \gamma^\mu \lambda_c^a q_R \right) \xrightarrow{\text{Fierz}} -4 \sum_q \bar{d}_L q_R \cdot \bar{q}_R s_L.$$

Мы можем получить все мезонные матричные элементы для скалярной комбинации кварковых полей $\bar{q}_L q'_R$ (кварковые плотности), используя, например, модифицированную версию лагранжиана КХД, в которой кварки связаны с внешними $U(3)_L \times U(3)_R$ калибровочными полями, а массовый кварковый член заменен с помощью подстановки

$$\sum_q m_q^0 \bar{q} q \rightarrow \sum_{q,q'} \kappa_{qq'}(x) \bar{q}_L q'_R + \text{h.c.}$$

Здесь $\kappa(x)$ — произвольная, зависящая от пространственно-временной координаты (3×3) -матрица внешних полей (детальное обсуждение см. в [69]). В таком подходе масса кварка m_q^0 заменяется на скалярный источник $\kappa_{qq'}(x)$ для кварковой плотности. Мезонный матричный элемент оператора $\mathcal{O}_5$ можно получить с помощью замены кварковой плотности $J_L^{(q)} = \bar{q}_L q'_R$ на мезонный скалярный ток $J_L^{(m)} = \frac{1}{4} \langle \bar{q} q \rangle U_{q'q}^\dagger$, который возникает из членов сильного мезонного лагранжиана, нарушающих киральную симметрию. Тогда, если ограничиваться только массовым p^2 -членом в (1.13), получим

$$\langle \mathcal{O}_5 \rangle_{\text{mes}} = -\frac{1}{4} \langle \bar{q} q \rangle^2 \sum_q U_{sq} U_{qd}^\dagger = 0,$$

так как $UU^\dagger = 1$, и поэтому $(UU^\dagger)_{sd} = 0$. Таким образом, при наивной трактовке пингвиновых операторов на языке киральных лагранжианов в p^2 -порядке возникает проблема: на кварковом уровне в простом приближении вакуумного насыщения мезонный матричный элемент оператора $\mathcal{O}_5$ равен нулю и никаких пингвиновых вкладов нет вообще. В то же время мезонные матричные элементы непингвиновых операторов $\mathcal{O}_{1,2,3,4}$, определяемые произведениями $(V-A)$ -токов, отличны от нуля уже в p^2 -порядке.

Чтобы решить эту проблему, в [69] к киральному лагранжиану добавлен член $\sim \text{tr}(m_0 D^2 U)$, нарушающий киральную симметрию в p^4 -порядке. Этот член приводит к ненулевым матричным элементам пингвинового оператора $\mathcal{O}_5$ благодаря появлению дополнительного вклада в скалярную плотность

$\sim \text{tr}(\partial^2 U)$. Этот дополнительный вклад автоматически возникает при бозонизации кварковых токов [38] из кинетического члена расходящейся части эффективного лагранжиана (1.12) при замене $(\Phi + m_0)^\dagger \rightarrow [(\Phi + m_0)^\dagger - 2\eta_L(x)]$, где η_L — внешний источник, связанный с соответствующим скалярным кварковым током. Обсуждаемые члены эффективного лагранжиана и скалярного тока содержат дополнительно к двум ковариантным производным также матрицу m_0 , и, с точки зрения общепринятых правил подсчета степеней разложения в киральной теории возмущений, их вклады соответствуют поправкам p^4 -порядка. Член $\sim \text{tr}(\partial^2 U)$ в бозонизованной скалярной плотности был использован в работах [70,71] и в наших вычислениях нелептонных K -распадов.

Используя только токи $J_{L\mu}^{a(\text{div})}$ (1.32), $J_L^{a(\text{div})}$ (1.33) и p^2 -часть сильного лагранжиана $\mathcal{L}_{\text{div}}$ (1.12), можно воспроизвести в борновском приближении соотношения между изотопическими амплитудами распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$, соответствующие так называемому пределу мягких пионов:

$$\mathcal{A}_{11}^{(i)} = \mathcal{B}_{11}^{(i)} = A_0^{(i)}, \quad \mathcal{A}_{13}^{(i)} = A_2^{(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, 6), \quad (2.6)$$

где для ненулевых амплитуд имеем

$$A_0^{(1)} = -A_0^{(2,3)} = -1 = -A_2^{(4)}, \quad A_0^{(5)} = 4R. \quad (2.7)$$

Кроме того,

$$\mathcal{A}_{11}^{(7)} = -\frac{1}{5} \mathcal{B}_{11}^{(7)} = A_0^{(7)} = -A_2^{(7)} = 2;$$

$$\mathcal{A}_{11}^{(8)} = -4A_0^{(8)} = 3\mathcal{A}_{13}^{(8)} = -32R(2\mu^2 R - m_K^2 - m_\pi^2)/(m_K^2 - m_\pi^2),$$

$$A_2^{(8)} = 8R(\mu^2 R - m_\pi^2)/(m_K^2 - m_\pi^2),$$

$$\mathcal{B}_{13}^{(4)} = -\frac{1}{4}(5m_K^2 - 14m_\pi^2)/(m_K^2 - m_\pi^2),$$

$$\mathcal{B}_{13}^{(7)} = -\frac{1}{2}(7m_K^2 + 2m_\pi^2)/(m_K^2 - m_\pi^2),$$

$$\mathcal{B}_{13}^{(8)} = -2R(9\mu^2 R - 8m_K^2 - m_\pi^2)/(m_K^2 - m_\pi^2);$$

$$\mathcal{B}_{23}^{(4)} = \frac{9}{4}(3m_K^2 - 2m_\pi^2)/(m_K^2 - m_\pi^2),$$

$$\mathcal{B}_{23}^{(7)} = \frac{9}{2}(m_K^2 - 2m_\pi^2)(m_K^2 - m_\pi^2),$$

$$\mathcal{B}_{13}^{(8)} = -18R(\mu^2 R - m_\pi^2)(m_K^2 - m_\pi^2).$$

Все остальные изотопические амплитуды, включая амплитуды $\mathcal{C}_{IJ}$ и $\mathcal{D}_{IJ}$, в этом приближении равны нулю.

Учет p^4 -членов кирального лагранжиана $\mathcal{L}_{\text{fin}}^{(4)}$ (1.14) и их вкладов в токи $J_{L\mu}^{a(\text{fin})}$ (1.34) и $J_L^{a(\text{fin})}$ (1.35) модифицирует мягкопионные соотношения между изотопическими амплитудами распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$. Эта модификация уже обсуждалась в работах [7]. В частности, дополнительные вклады в $\mathcal{A}_{11}^{(i)}$ и $\mathcal{B}_{11}^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3, 5$), обусловленные так называемыми скирмовским и нескирмовским структурными членами в сильном p^4 -лагранжиане и соответствующих $(V - A)$ - и $(S - P)$ -токах*, имеют вид

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{A}_{11}^{(1)} = -\Delta \mathcal{A}_{11}^{(2,3)} &= -\frac{m_K^2 - 3m_\pi^2}{12F_0^2\pi^2}, \quad \Delta \mathcal{A}_{11}^{(5)} = -4R \frac{m_K^2 - 3m_\pi^2}{12F_0^2\pi^2}; \\ \Delta \mathcal{B}_{11}^{(1)} = -\Delta \mathcal{B}_{11}^{(2,3)} &= \frac{m_K^2 + 3m_\pi^2}{12F_0^2\pi^2}, \quad \Delta \mathcal{B}_{11}^{(5)} = 4R \frac{m_K^2 + 3m_\pi^2}{12F_0^2\pi^2}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Из (2.6) и (2.7) легко заметить, что вклады лагранжиана $\mathcal{L}_{\text{div}}$ и токов $J_{L\mu}^{a(\text{div})}$, $J_L^{a(\text{div})}$ в амплитуды переходов с $|\Delta I| = 1/2$ пропорциональны $(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + 4R\xi_5)$. В то же время вклад, связанный с поправками (2.8), пропорционален $(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 - 4R\xi_5)$. Поэтому при учете $O(p^4)$ -поправок параметр ξ_5 нельзя поглотить простым переопределением ξ_i . Это позволяет разделить пингвиновые и непингвиновые вклады при совместном анализе распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ [7]. В табл.3 показаны модификации изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ при последовательном учете p^4 -взаимодействий, нарушения изотопической симметрии (диаграммы с (π^0, η, η') -смешиванием), а также перераспределения мезонов (диаграммы с

*В представлении эффективного p^4 -лагранжиана в форме Гассера — Леутвилера эти члены связаны со структурными константами L_2 и L_3 , причем они не дают вклада в распады $K \rightarrow 2\pi$.

Таблица 3. Изотопические амплитуды распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ при последовательном включении различных поправок

а) Предел мягких пионов (p^2 -лагранжиан)

	$\mathcal{O}_1$	$\mathcal{O}_2$	$\mathcal{O}_3$	$\mathcal{O}_4$	$\mathcal{O}_5$	$\mathcal{O}_6$	$\alpha\mathcal{O}_7$	$\alpha\mathcal{O}_8$
$\text{Re}A_0$	-1,000	1,000	1,000	0,000	-20,614	0,000	0,015	2,336
$\text{Re}A_{11}$	-1,000	1,000	1,000	0,000	-20,614	0,000	0,015	-9,343
$\text{Re}B_{11}$	-1,000	1,000	1,000	0,000	-20,614	0,000	-0,073	-0,903
$\text{Re}A_2$	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	-0,015	1,017
$\text{Re}A_{13}$	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	-0,015	-4,471
$\text{Re}B_{13}$	0,000	0,000	0,000	-1,068	0,000	0,000	-0,028	-2,891
$\text{Re}B_{23}$	0,000	0,000	0,000	6,932	0,000	0,000	0,030	-2,289

$$\text{Im}F_1 = 1,17 \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|, \text{Im}F_2 = -3,91 \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|, \text{Re}F_1 = 115,7, \text{Re}F_2 = 40,2$$

б) Дополнительное включение вкладов p^4 -лагранжиана

	$\mathcal{O}_1$	$\mathcal{O}_2$	$\mathcal{O}_3$	$\mathcal{O}_4$	$\mathcal{O}_5$	$\mathcal{O}_6$	$\alpha\mathcal{O}_7$	$\alpha\mathcal{O}_8$
$\text{Re}A_0$	-1,000	1,000	1,000	0,000	-22,613	0,000	0,015	2,382
$\text{Re}A_{11}$	-1,198	1,198	1,198	0,000	-19,339	0,000	0,017	-6,558
$\text{Re}B_{11}$	-0,687	0,687	0,687	0,000	-29,309	0,000	-0,078	-1,070
$\text{Re}A_2$	0,000	0,000	0,000	1,008	0,000	0,000	-0,015	1,026
$\text{Re}A_{13}$	0,000	0,000	0,000	1,198	0,000	0,000	-0,017	-3,418
$\text{Re}B_{13}$	0,000	0,000	0,000	-1,001	0,000	0,000	-0,029	-3,397
$\text{Re}B_{23}$	0,000	0,000	0,000	7,312	0,000	0,000	0,025	-2,648

$$\text{Im}F_1 = 9,54 \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|, \text{Im}F_2 = -3,87 \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|, \text{Re}F_1 = 121,9, \text{Re}F_2 = 47,1$$

в) Дополнительное включение (π^0 , η , η')-смешивания

	$\mathcal{O}_1$	$\mathcal{O}_2$	$\mathcal{O}_3$	$\mathcal{O}_4$	$\mathcal{O}_5$	$\mathcal{O}_6$	$\alpha\mathcal{O}_7$	$\alpha\mathcal{O}_8$
$\text{Re}A_0$	-1,005	0,987	0,969	-0,010	-22,335	0,004	0,015	2,421
$\text{Re}A_{11}$	-1,248	1,082	0,798	0,100	-18,721	0,041	0,018	-6,505
$\text{Re}B_{11}$	-0,745	0,637	0,381	0,023	-29,442	0,027	-0,076	-1,016

$\text{Re}A_2$	-0,004	0,021	0,040	1,018	-0,278	-0,004	-0,015	0,988
$\text{Re}A_{13}$	0,050	0,115	0,400	1,278	-0,617	-0,041	-0,020	-3,285
$\text{Re}B_{13}$	0,058	0,098	0,406	-0,980	-0,443	-0,039	-0,031	-3,399
$\text{Re}B_{23}$	0,001	0,048	0,099	7,356	-0,575	-0,012	0,024	-2,596

$$\text{Im}F_1 = 9,94 \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|, \text{Im}F_2 = -3,61 \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|, \text{Re}F_1 = 124,4, \text{Re}F_2 = 49,1$$

2) Дополнительное включение перерасеяния мезонов

	$\mathcal{O}_1$	$\mathcal{O}_2$	$\mathcal{O}_3$	$\mathcal{O}_4$	$\mathcal{O}_5$	$\mathcal{O}_6$	$\alpha\mathcal{O}_7$	$\alpha\mathcal{O}_8$
$\text{Re}A_0$	-1,271	1,254	1,063	-0,010	-28,086	0,004	0,039	4,311
$\text{Re}A_{11}$	-1,362	1,471	0,871	0,100	-15,867	-0,062	-0,012	-6,365
$\text{Re}B_{11}$	-0,992	0,510	0,652	0,023	-40,974	0,121	-0,031	-5,962
$\text{Re}A_2$	-0,004	0,021	0,040	0,857	-0,278	-0,004	-0,013	0,568
$\text{Re}A_{13}$	0,073	0,230	0,400	2,174	-0,617	-0,041	-0,049	-4,438
$\text{Re}B_{13}$	0,058	0,098	0,406	-1,611	-0,443	-0,039	-0,029	-4,353
$\text{Re}B_{23}$	0,001	0,048	0,099	4,579	-0,575	-0,012	0,003	-1,148

$$\text{Im}F_1 = 16,5 \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|, \text{Im}F_2 = -1,68 \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|, \text{Re}F_1 = 176,3, \text{Re}F_2 = 32,4$$

	$\mathcal{O}_1$	$\mathcal{O}_2$	$\mathcal{O}_3$	$\mathcal{O}_4$	$\mathcal{O}_5$	$\mathcal{O}_6$	$\alpha\mathcal{O}_7$	$\alpha\mathcal{O}_8$
$\text{Im}A_0$	-0,543	0,543	0,543	0,000	-10,991	0,000	0,007	1,170
$\text{Im}A_{11}$	-0,140	0,140	0,140	0,000	-2,412	0,000	0,002	-1,066
$\text{Im}B_{11}$	-0,818	0,818	0,818	0,000	-16,070	0,000	0,006	-5,207
$\text{Im}A_2$	0,000	0,000	0,000	-0,157	0,000	0,000	0,002	-0,161
$\text{Im}A_{13}$	0,000	0,000	0,000	0,141	0,000	0,000	-0,002	-0,551
$\text{Im}B_{13}$	0,000	0,000	0,000	0,640	0,000	0,000	-0,011	-2,828
$\text{Im}B_{23}$	0,000	0,000	0,000	-0,482	0,000	0,000	-0,002	0,176

$$\delta_0 = 22,5^\circ, \delta_{11} = 6,5^\circ, \delta'_{11} = 30,9^\circ, \delta_2 = -8,9^\circ, \delta_{13} = 5,7^\circ, \delta'_{13} = -15,9^\circ, \delta'_{23} = -5,8^\circ$$

д) Амплитуды нелептонных K -распадов, включающие $O(p^6)$ -вклады

	$\mathcal{O}_1$	$\mathcal{O}_2$	$\mathcal{O}_3$	$\mathcal{O}_4$	$\mathcal{O}_5$	$\mathcal{O}_6$	$\alpha\mathcal{O}_7$	$\alpha\mathcal{O}_8$
$\text{Re}A_0$	-1,264	1,264	1,291	-0,010	-27,723	0,004	0,041	4,115
$\text{Re}\mathcal{A}_{11}$	-1,273	1,129	1,187	0,080	-17,469	0,075	-0,009	-8,084
$\text{Re}\mathcal{B}_{11}$	-0,441	0,293	0,565	0,051	-48,383	0,037	0,003	-8,091
$\text{Re}A_2$	-0,004	0,021	0,039	0,862	-0,270	-0,004	-0,013	0,591
$\text{Re}\mathcal{A}_{13}$	0,056	0,109	0,467	1,798	-1,219	-0,081	-0,041	-5,592
$\text{Re}\mathcal{B}_{13}$	0,069	0,123	0,506	-0,710	-0,516	-0,048	-0,038	-4,967
$\text{Im}\mathcal{B}_{23}$	-0,019	0,063	0,134	1,625	-0,674	-0,011	-0,007	-0,515

$$\text{Im}F_1 = 22,18 \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|, \text{Im}F_2 = -0,62 \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|, \text{Re}F_1 = 146,5, \text{Re}F_2 = 14,1$$

	$\mathcal{O}_1$	$\mathcal{O}_2$	$\mathcal{O}_3$	$\mathcal{O}_4$	$\mathcal{O}_5$	$\mathcal{O}_6$	$\alpha\mathcal{O}_7$	$\alpha\mathcal{O}_8$
$\text{Im}A_0$	-0,871	0,871	0,871	0,000	-17,482	0,000	0,029	-3,352
$\text{Im}\mathcal{A}_{11}$	-0,087	0,087	0,087	0,000	-4,287	0,000	0,003	-1,167
$\text{Im}\mathcal{B}_{11}$	-1,104	1,104	1,104	0,000	-48,447	0,000	0,009	-7,063
$\text{Im}A_2$	0,000	0,000	0,000	-0,115	0,000	0,000	0,002	-0,068
$\text{Im}\mathcal{A}_{13}$	0,000	0,000	0,000	0,184	0,000	0,000	-0,003	-0,593
$\text{Im}\mathcal{B}_{13}$	0,000	0,000	0,000	0,956	0,000	0,000	-0,017	-3,444
$\text{Im}\mathcal{B}_{23}$	0,000	0,000	0,000	-0,509	0,000	0,000	-0,005	0,272

$$\delta_0 = 34,6^\circ, \delta_{11} = 6,6^\circ, \delta'_{11} = 54,2^\circ, \delta_2 = -7,6^\circ, \delta_{13} = 7,2^\circ, \delta'_{13} = -33,1^\circ, \delta'_{23} = -17,4^\circ$$

мезонными петлями)*. В следующем разделе будет показано, что различие в поведении пингвиновых и непингвиновых вкладов, возникающее при учете различных поправок высшего порядка к p^2 -амплитудам, может приводить к значительному усилению наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения в распадах $K^\pm \rightarrow 3\pi$.

* Для распадов $K \rightarrow 3\pi$ приведены только амплитуды $\mathcal{A}_H$ и $\mathcal{B}_H$, которые в дальнейшем потребуются нам при обсуждении прямого CP -нарушения.

Унитарные поправки, связанные с перерасеянием мезонов, соответствуют диаграммам с мезонными петлями. В своих расчетах мы ограничились пока однопетлевым приближением киральной теории поля, причем для регуляризации ультрафиолетовых расходимостей были использованы результаты суперпропагаторной (СП) регуляризации, предложенной впервые в [43] и далее развитой в [72]. Возникающую при этом неоднозначность можно параметризовать через единственную неопределенную константу, фиксируемую с помощью дополнительных требований (например, принципа минимальных сингулярностей).

СП-регуляризация приводит к эффективной замене расходящихся частей однопетлевых фейнмановских интегралов конечными величинами, определяемыми структурой разложения нелинейного лагранжиана по степеням мезонных полей. Можно показать, что в низшем порядке разложения по $1/F_0$ мезонный суперпропагатор в прескрипции работы [43] формально совпадает с соответствующим однопетлевым интегралом, вычисленным в размерной регуляризации, если зафиксировать шкалу $\bar{\mu}$ на характерном масштабе киральной теории, $\bar{\mu} = 4\pi F_0$, и заменить УФ-расходимости на конечные величины с помощью подстановки

$$\begin{aligned} (C - 1/\epsilon) \rightarrow C_{SP} &= 2C + 1 + \frac{1}{2} \left[\frac{d}{dz} (\log \Gamma^{-2}(2z + 2)) \right]_{z=0} = \\ &= -1 + 4C \approx 1,309, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где $C = 0,577$ — константа Эйлера и $\epsilon = (4 - D)/2$.

Следует также отметить, что поскольку в сильных и слабых лагранжианах всюду предполагается нормальное упорядочение мезонных операторов, то, в отличие от работ [45] и [71], никаких диаграмм с мезонными петлями тадпольного типа в нашем подходе не возникает. Роль тадполей в описании нелептонных распадов каонов была рассмотрена в работе [73], где было показано, что тадпольные вклады являются нефизическими и могут быть устранены с помощью соответствующих поворотов матриц мезонных полей U .

В нашем подходе коэффициенты c_i (соответственно ξ_i) рассматриваются как феноменологические параметры, фиксируемые из анализа экспериментальных данных по распадам $K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 3\pi$. Чтобы разделить вклады, соответствующие доминирующей комбинации коэффициентов $(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3)$ и коэффициентам ξ_4 , ξ_5 , мы использовали экспериментальные данные по параметрам распадов, приведенных в табл.4: парциальные

Таблица 4. Экспериментальные и теоретические значения параметров распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$

Параметр	Эксперимент [2]	Теория
B_{+0}	$0,2117 \pm 0,0015$	0,2125
B_{+-}	$0,6861 \pm 0,0024$	0,6965
B_{00}	$0,3139 \pm 0,0024$	0,3130
B_{++-}	$0,0559 \pm 0,0005$	0,0553
g_{++-}	$-0,2162 \pm 0,0031$	-0,2144
h_{++-}	$0,011 \pm 0,005$	0,016
B_{00+}	$0,0173 \pm 0,0004$	0,0176
g_{00+}	$0,594 \pm 0,019$	0,552
h_{00+}	$0,035 \pm 0,015$	0,014
B_{+-0}	$0,1238 \pm 0,0021$	0,1182
g_{+-0}	$0,670 \pm 0,014$	0,648
h_{+-0}	$0,079 \pm 0,007$	0,151

ширины B_i и параметры наклонов g_i , h_i . В результате такого анализа были получены следующие значения параметров:

$$(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) = 6,96 \pm 0,48,$$

$$\xi_4 = 0,516 \pm 0,025, \quad \xi_5 = -0,183 \pm 0,022. \quad (2.10)$$

Приведенные здесь ошибки масштабированы в соответствии со стандартной процедурой [2]. Параметр ξ_4 практически полностью определяется шириной распада $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$. Значения B_i , g_i и h_i , соответствующие полученным значениям вильсоновских коэффициентов, также представлены в табл.4. Если рассматривать C_{SP} как свободный параметр, то в этом случае при фитировании экспериментальных данных получается значение $C_{SP} = 1,36 \pm 0,54$, которое находится в хорошем согласии с (2.9).

При интерпретации результатов (2.10) нужно подчеркнуть, что необходимо отличать вильсоновские коэффициенты $c_i(\tilde{\mu})$, вычисленные в главном логарифмическом приближении КХД и явно зависящие от точки нормировки $\tilde{\mu}$, от физических коэффициентов (2.10). Как уже отмечалось во введении, на низкоэнергетической шкале $\tilde{\mu} = 4\pi F_0 \approx 1$ ГэВ вильсоновские коэффициенты $c_i(\tilde{\mu})$ получают поправки $O(1/N_c, \tilde{\mu})$, которые обусловлены эффектами больших расстояний на кварк-глюонном уровне и не поддаются точному теоретическому учету. Сравнение коэффициентов (2.10) с коэффициентами, вычисленными в главном логарифмическом приближении, могло бы дать некоторое представление о величине поправок $O(1/N_c, \tilde{\mu})$, однако детальное обсуждение этого вопроса выходит за рамки настоящей работы.

Как видно из табл.3, учет перерасеяния мезонов приводит к дополнительному увеличению амплитуды A_0 и подавлению A_2 примерно в полтора раза. Аналогичный эффект наблюдался в работах [45], где использовался другой подход к самосогласованному описанию эффектов больших и малых расстояний, основанный на $1/N_c$ -разложении. Влияние $\pi\pi$ -взаимодействий в конечном состоянии качественно можно понять, рассматривая соответствующий однопетлевой вклад как унитарную поправку к борновскому приближению. Фазы $\pi\pi$ -взаимодействий с $I = 0, 2$ имеют различные знаки ($\delta_0 > 0$, $\delta_2 < 0$), а полученные из однопетлевых диаграмм мнимые части амплитуд A_0 и A_2 имеют тот же знак, что и соответствующие фазы полной амплитуды. Следовательно, петлевые вклады в вещественную часть амплитуд A_0 и A_2 при получении их методом дисперсионных соотношений по соответствующим мнимым частям будут также иметь разные знаки. Это приводит к увеличению A_0 и подавлению A_2 .

Проведенный анализ демонстрирует значимый вклад правых адронных токов, генерируемых глюонными пингвиновыми диаграммами (коэффициент ξ_5), в переходы с $|\Delta I| = 1/2$. Однако этот вклад не превышает 40% от абсолютного значения амплитуды A_0 . Таким образом, глюонные пингвиновые диаграммы не доминируют, как это предполагалось ранее, в переходах с $|\Delta I| = 1/2$. Наши феноменологические оценки подтверждают результаты анализа правила $|\Delta I| = 1/2$, который был проведен [45, 70, 74] в рамках подхода, основанного на нелинейных киральных лагранжианах и вильсоновских коэффициентах, вычисленных в главном логарифмическом приближении КХД. Этот анализ показал, что в широком интервале изменений точки перенормировки $\tilde{\mu}$ вклад пингвиновых операторов в распады $K \rightarrow 2\pi$ оказывается существенно меньше непингвинового вклада (см. также

[13], где вильсоновские коэффициенты вычислены с учетом высших поправок к лидирующим логарифмам).

При учете диаграмм с мезонными петлями амплитуды распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ приобретают мнимые части, приводящие к появлению фаз взаимодействий в конечных состояниях. Получающиеся при этом амплитуды не являются в строгом смысле унитарными, а переход к унитарности (дополнительная унитаризация) означал бы выход за рамки p^4 -приближения. Тем не менее такую унитаризацию можно провести с помощью включения p^4 -взаимодействий в сильные вершины однопетлевых диаграмм и использования унитарных разложений для фаз [77,78]. В случае распада $K \rightarrow 2\pi$ последнее означает, что мнимую часть дополнительно унитаризованной амплитуды можно представить в виде

$$\text{Im } T_{K \rightarrow 2\pi}^{(p^6)} \approx \text{Im } T_{K \rightarrow 2\pi}^{(p^4)} \frac{T_{K \rightarrow 2\pi}^{(p^2)} + \text{Re } T_{K \rightarrow 2\pi}^{(p^4)}}{T_{K \rightarrow 2\pi}^{(p^2)}},$$

где $T_{K \rightarrow 2\pi}^{(p^2)}$ есть амплитуда в пределе мягких пионов, не содержащая мнимой части, а $T_{K \rightarrow 2\pi}^{(p^4)}$ включает в себя как борновские, так и однопетлевые p^4 -вклады.

Аналогичная ситуация с описанием фаз возникает и при вычислении амплитуд процесса $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$. В этом случае количественного описания фаз также удастся добиться только после дополнительной унитаризации изотопических амплитуд $\pi\pi$ -рассеяния A_I , которые можно представить в виде суммы p^2 - и p^4 -вкладов [32]:

$$A_I(\pi\pi \rightarrow \pi\pi) = \frac{\pi}{2} \alpha_0 A_I^{(p^2)} + \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 A_I^{(p^4)}, \quad (2.11)$$

где борновская амплитуда $A_I^{(p^2)}$ не содержит мнимой части, а $A_I^{(p^4)}$ включает в себя как борновские, так и однопетлевые вклады, причем абсорбционная часть этой амплитуды связана с $A_I^{(p^2)}$ соотношением

$$\text{Im } A_I^{(p^4)} = \frac{\pi}{2} \left(A_I^{(p^2)} \right)^2 \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{s} \right)^{1/2}.$$

Амплитуды рассеяния (2.11) унитарны только с точностью до порядка α_0 , где $\alpha_0 = 1/3 (m_\pi/(2\pi F_0))^2 \approx 0,019$. После дополнительной унитаризации фазы рассеяния могут быть вычислены с использованием соотношения

$$\operatorname{ctg}(\delta_I) = i + \sqrt{s/(s - 4m_\pi^2)} A_I^{-1},$$

где $s = m_\pi^2$. Разлагая по α_0 , мы получаем унитарную аппроксимацию для фаз

$$\operatorname{ctg}(\delta_I) = \frac{A_I^{(p^2)} - \alpha_0 A_I^{(p^4)}}{\frac{\pi}{2} \alpha_0 \sqrt{1 - 4m_\pi^2/s} (A_I^{(p^2)})^2},$$

что соответствует унитаризации фаз в работах [77,78]. Дополнительная унитаризация позволяет описать s - и p -волновые фазы $\pi\pi$ -рассеяния в области эффективных масс дипиона $2m_\pi < m_{\pi\pi} < m_K$, причем фазы и разности фаз в процессах $K \rightarrow 2\pi$ и $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ согласуются между собой в пределах точности киральной теории (10 + 15%).

В табл.3,2 при учете перерассеяния мезонов мы ограничились p^4 -порядком амплитуд распадов, что является общепринятым [76,75]. В лекциях [75] отмечено, что результаты работы [76] подтверждают наши более ранние вычисления амплитуд $K \rightarrow 2\pi$ [53] в p^4 -порядке. В этом случае для фаз $\pi\pi$ -рассеяния в конечном состоянии и их разности получим значения $\delta_0 = 22,5^\circ$, $\delta_2 = -8,9^\circ$ и $\Delta = 31,4^\circ$. После дополнительной унитаризации получим $\delta_0 = 34,6^\circ$, $\delta_2 = -7,6^\circ$ и $\Delta = 42,2^\circ$ (см. табл.3,2).

Аналогичным образом можно провести также дополнительную унитаризацию изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 3\pi$. В табл.3,2,2 также приведены оценки для фаз δ'_{IJ} , δ''_{IJ} , которые определены следующим образом:

$$A_{IJ} = a_{IJ} e^{i\delta_{IJ}}, \quad B_{IJ} = b_{IJ} e^{i\delta'_{IJ}}.$$

Фазы δ'_{IJ} оказываются особенно чувствительными к дополнительной унитаризации и другим поправкам, выходящим за рамки p^4 -порядка разложения киральных амплитуд.

2.3. Прямое CP -нарушение в распадах $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$. Для обсуждения прямого CP -нарушения в распадах $K^\pm \rightarrow 3\pi$ удобно ввести для 3π -системы фазы сильных взаимодействий α_1 , β_1 и β_2 , соответствующие

изоспиновым конечным состояниям $I = 1_s$ (симметризованным), $I = 1_m$ (со смешанной симметрией) и $I = 2$ [56]:

$$\mathcal{A}_{11} + \mathcal{A}_{13} = (a_{11} + a_{13}) e^{i\alpha_1},$$

$$\mathcal{B}_{11} + \mathcal{B}_{13} = (b_{11} + b_{13}) e^{i\beta_1}, \quad \mathcal{B}_{23} = b_{23} e^{i\beta_2}.$$

Мы будем использовать это представление амплитуд только для того, чтобы выделить в явном виде соотношения между основными вкладами в наблюдаемые эффекты CP -нарушения в распадах $K^\pm \rightarrow 3\pi$. В самом общем случае гамильтониан сильного взаимодействия не обязательно диагонален относительно изотопических состояний с $I = 1_s$ и $I = 1_m$, а при нарушении изотопической симметрии смешиваются даже состояния с $I = 1$ и $I = 2$. Это приводит к необходимости введения гораздо большего количества фаз. Точные оценки CP -асимметрий в распадах $K^\pm \rightarrow 3\pi$ можно получить, используя комплексные значения амплитуд $\mathcal{A}_{IJ}$ и $\mathcal{B}_{IJ}$ непосредственно, без введения в явном виде фаз $\alpha_1, \beta_{1,2}$.

Параметр ϵ' прямого CP -нарушения в распадах $K \rightarrow 2\pi$ и зарядовую асимметрию параметров наклонов $\Delta g (K^\pm \rightarrow 3\pi)$ можно выразить через изотопические амплитуды распадов с помощью формул

$$\epsilon' = -\frac{\omega}{\sqrt{2}} \frac{\text{Im } a_0}{\text{Re } a_0} \left(1 - \frac{1}{\omega} \frac{\text{Im } a_2}{\text{Im } a_0} \right) \exp [i (\pi'/2 + \delta_2 - \delta_0)], \quad (2.12)$$

$$\Delta g \left(K^\pm \rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \pi^\pm \pi^\pm \pi^\mp \\ \pi^0 \pi^0 \pi^\pm \end{array} \right\} \right) =$$

$$= \frac{\text{Im } F_1 \sin (\alpha_1 - \beta_1) \mp \text{Im } F_2 \sin (\alpha_1 - \beta_2)}{\text{Re } F_1 \cos (\alpha_1 - \beta_1) \mp \text{Re } F_2 \cos (\alpha_1 - \beta_2)}, \quad (2.13)$$

где $F_1 = (a_{11}^* + a_{13}^*) (b_{11} + b_{13})$, $F_2 = (a_{11}^* + a_{13}^*) b_{23}^*$.

Рассмотрим сначала только вклады операторов $\mathcal{O}_1, \dots, \mathcal{O}_6$, пренебрегая, в качестве первого приближения, электромагнитными пингвиновыми опера-

*При вычислении зарядовых асимметрий следует помнить, что зарядовое сопряжение инвертирует «слабые» фазы параметров ξ_i , но не затрагивает «сильные» фазы амплитуд $A_i^{(i)}$, $\mathcal{A}_{IJ}^{(i)}$, $\mathcal{B}_{IJ}^{(i)}$.

торами $\mathcal{O}_{7,8}$. Члены в числителе правой части формулы (2.13) удобно представить в более наглядной форме:

$$\text{Im } F_1 = \Delta^{(1/2, 1/2)} + \Delta^{(1/2, 3/2)},$$

$$\begin{aligned} \Delta^{(1/2, 1/2)} &= \text{Re } a_{11} \text{Im } b_{11} - \text{Im } a_{11} \text{Re } b_{11} = \\ &= \text{Im } \xi_5 [\text{Re } \mathcal{B}_{11}^{(5)} (\xi_{123} \text{Re } \mathcal{A}_{11}^{(1)} + \xi_5 \text{Re } \mathcal{A}_{11}^{(5)}) - \\ &\quad - \text{Re } \mathcal{A}_{11}^{(5)} (\xi_{123} \text{Re } \mathcal{B}_{11}^{(1)} + \xi_5 \text{Re } \mathcal{B}_{11}^{(5)})], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta^{(1/2, 3/2)} &= \text{Re } a_{13} \text{Im } b_{11} - \text{Im } a_{11} \text{Re } b_{13} = \\ &= \xi_4 \text{Im } \xi_5 (\text{Re } \mathcal{A}_{13}^{(4)} \text{Re } \mathcal{B}_{11}^{(5)} - \text{Re } \mathcal{A}_{11}^{(5)} \text{Re } \mathcal{B}_{13}^{(4)}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Im } F_2 &= -\text{Im } a_{11} \text{Re } b_{23} \equiv \Delta^{(1/2, 3/2)} = \\ &= \xi_4 \text{Im } \xi_5 \text{Re } \mathcal{A}_{11}^{(5)} \text{Re } \mathcal{B}_{23}^{(4)}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

где $\Delta^{(1/2, 1/2)}$ — вклад интерференции изотопических амплитуд a_{11} и b_{11} (обе амплитуды относятся к переходам с $|\Delta I| = 1/2$), а вклады $\Delta^{(1/2, 3/2)}$ и $\Delta^{(1/2, 3/2)}$ возникают из интерференций амплитуд a_{1J} и b_{1J} с $|\Delta I| = 1/2$ и $3/2$. При выводе соотношений (2.14) предполагалось, что прямое CP -нарушение полностью обусловлено мнимыми частями изотопических амплитуд с $|\Delta I| = 1/2$, возникающими из мнимой части вильсоновского коэффициента c_5 глюонного пингвинового оператора $\mathcal{O}_5$. Кроме того, были использованы соотношения $\mathcal{A}_{11}^{(1)} = \mathcal{B}_{11}^{(1)} = -\mathcal{A}_{11}^{(2,3)} = -\mathcal{B}_{11}^{(2,3)}$, которые выполняются всегда, если нет нарушения изотопической симметрии. В этом случае вклады непингвиновых операторов в переходы с $|\Delta I| = 1/2$ можно объединить в один член, пропорциональный комбинации вильсоновских коэффициентов $\xi_{123} = (-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3)$. Вклад оператора $\mathcal{O}_6$ мал, и поэтому мы будем им пренебрегать. Из соотношений (2.6) и (2.7) очевидно, что в пределе мягких пионов $\Delta^{(1/2, 1/2)} = 0$, и ненулевые вклады в зарядовую

асимметрию $\Delta g (K^\pm \rightarrow 3\pi)$ в этом случае могут давать только интерференции амплитуд с $|\Delta I| = 1/2$ и $3/2$.

Как уже отмечалось в предыдущем разделе, p^4 -взаимодействия, (π^0, η, η') -смешивание и перерассеяние мезонов модифицируют изотопические амплитуды распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$, что, в свою очередь, может приводить к качественно новым вкладам в наблюдаемые параметры CP -нарушения. Так, вклады диаграмм с (π^0, η, η') -смешиванием пропорциональны малой величине расщепления масс d - и u -кварков (нарушение изотопической симметрии), и ими можно пренебречь при оценке параметров распадов, определяемых абсолютными значениями амплитуд (вероятности слабых переходов, параметры наклонов).

В то же время поправки от (π^0, η, η') -смешивания в параметры прямого CP -нарушения в распадах $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ могут достигать 30% за счет того, что в результате нарушения изотопической симметрии вклад пингвинового оператора $\mathcal{O}_5$ в амплитуды $a_2, a_{13}, a_{23}, b_{13}$ и b_{23} (переходы с $|\Delta I| = 3/2$) становится ненулевым (ср. табл.3, а, б и 3, в), и появляются новые ненулевые вклады от «слабых» фаз этих амплитуд в ϵ' и зарядовые асимметрии распадов $K^\pm \rightarrow 3\pi$. Важность корректного учета унитарных поправок от диаграмм с мезонными петлями определяется тем обстоятельством, что при теоретических оценках эффектов прямого CP -нарушения необходимо также знать разности «сильных» фаз амплитуд, возникающих при перерассеянии мезонов (см. (2.12) и (2.13)).

Как показывает теоретический анализ вильсоновских коэффициентов c_i в главном логарифмическом приближении КХД, основной вклад в прямое CP -нарушение возникает из диаграмм пингвинового типа (рис.2). Если мы по-прежнему пренебрегаем вкладами электромагнитных пингвиновых операторов, мнимую часть коэффициента c_5 , полностью определяющую прямое CP -нарушение в этом случае, можно зафиксировать с помощью соотношений (2.12) и (2.10) в виде

$$\text{Im } c_5^{\text{exp}} = 0,053^{+0,015}_{-0,011} \text{ } \epsilon' / \epsilon.$$

Такая фиксация мнимой части коэффициента c_5 позволяет связать величины зарядовых асимметрий параметров наклона в распадах $K^\pm \rightarrow 3\pi$ с отношением ϵ' / ϵ :

$$\begin{aligned} |\Delta g (K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^\pm \pi^\mp)| &= 0,23 \pm 0,09 \text{ } \epsilon' / \epsilon, \\ |\Delta g (K^\pm \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^\pm)| &= 0,19 \pm 0,09 \text{ } \epsilon' / \epsilon. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Для полноты мы должны учесть в вычислениях также дополнительные эффекты, возникающие из учета электромагнитных пингвиновых операторов (см. ниже).

Для сравнения наших результатов с оценками [79] необходимо привести последние к форме, аналогичной (2.15): $\Delta g(K^\pm \rightarrow 3\pi) = 0,03 |e'/e|*$. Таким образом, полученные нами оценки (2.15) оказываются на один порядок выше, чем в работе [79]. Усиление зарядовой асимметрии параметра наклона $\Delta g(K^\pm \rightarrow 3\pi)$ на один порядок, по сравнению с оценками, полученными в p^2 -пределе мягких пионов [9] или в близком к нему приближении [79], вызвано дополнительным вкладом интерференции $\Delta^{(1/2, 1/2)}$, который становится ненулевым и доминирующим вследствие различий в поведении пингвиновых и непингвиновых вкладов в изотопические амплитуды $\mathcal{A}_{11}^{(i)}$ и $\mathcal{B}_{11}^{(i)}$ при учете $O(p^4)$ -поправок. Роль вкладов p^4 -лагранжиана в усилении наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения за счет интерференции различных амплитуд переходов с $|\Delta I| = 1/2$ можно продемонстрировать с помощью упрощенных оценок, учитывая только p^4 -поправки, возникающие из скирмовской и нескирмовской частей эффективного лагранжиана (1.15) и соответствующих токов. В этом случае получим

$$a_{11} = \xi_{123} \left(1 + \frac{m_K^2 - 3m_\pi^2}{12F_0^2\pi^2} \right) + \xi_5 4R \left(1 - \frac{m_K^2 - 3m_\pi^2}{12F_0^2\pi^2} \right),$$

$$b_{11} = \xi_{123} \left(1 - \frac{m_K^2 + 3m_\pi^2}{12F_0^2\pi^2} \right) + \xi_5 4R \left(1 + \frac{m_K^2 + 3m_\pi^2}{12F_0^2\pi^2} \right).$$

Отсюда становится очевидным, что в p^2 -пределе мягких пионов, когда исчезают p^4 -вклады, пропорциональные $1/(12F_0^2\pi^2)$, вклад интерференции амплитуд переходов с $|\Delta I| = 1/2$ равен нулю. При учете p^4 -поправок получим

*Очень малое численное значение $\Delta g(K^\pm \rightarrow 3\pi)$, приведенное в [79], частично связано с тем, что для отношения $|e'/e|$ использована малая величина, полученная из вычислений вильсоновских коэффициентов в главном логарифмическом приближении. Эта величина оказывается на один порядок меньше, чем экспериментальное значение, измеренное в эксперименте NA31 (CERN) [4].

$$\Delta^{(1/2, 1/2)} = \text{Im } \xi_5 \text{ Re } \xi_{123} 4R \frac{m_K^2}{3F_0^2 \pi^2} \approx 149,1 \cdot \text{Im } c_5 \approx 7,9 \text{ } \epsilon' / \epsilon$$

в хорошем согласии с табл.3,б*.

Различия в поведении пингвиновых и непингвиновых вкладов возникают не только при учете $O(p^4)$ -лагранжианов и генерируемых ими токов, но и при включении (π^0, η, η') -смешивания и перераспределения мезонов (см. табл.3). В конечном итоге вклад интерференции $\Delta^{(1/2, 1/2)}$ увеличивает значение $\text{Im } F_1$ на фактор 19 (см. табл.3,д) по сравнению с пределом мягких пионов (см. табл.3,а). С другой стороны, однопетлевые поправки от перераспределения мезонов значительно уменьшают $\text{Im } F_2$ из-за подавления $\mathcal{B}_{23}$. В результате обоих эффектов числитель формулы (2.13) увеличивается намного больше, чем ее знаменатель (см. значения $\text{Re } F_{1,2}$ в табл.3).

С помощью табл.3 можно проследить механизм дополнительного усиления зарядовых CP -асимметрий $\Delta g (K^\pm \rightarrow 3\pi)$ в результате влияния членов эффективных лагранжианов с высшими производными, перераспределения мезонов и (π^0, η, η') -смешивания. При анализе наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения в нелептонных распадах каонов необходимы детальные вычисления с включением всех перечисленных поправок (в [79] поправки от p^4 -лагранжианов были учтены не полностью, а однопетлевые поправки к реальным частям изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 3\pi$ в [79—81] не вычислялись вообще).

Следует подчеркнуть, что обсуждаемые здесь поправки к мягкопионным амплитудам распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ существенно модифицируют также известное соотношение Ли — Вольфенштейна [82], которое устанавливает связь между параметрами прямого CP -нарушения в распадах $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ и $K_L^0 \rightarrow 2\pi$:

$$\epsilon'_{+-0} = -2\epsilon'.$$

*Описание распада $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$ является наиболее впечатляющим примером того, насколько важным может стать учет поправок с высшими производными (см. [32,49]). В p^2 -порядке амплитуды распадов $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$ отличаются от нуля только благодаря вкладу нарушения киральной симметрии. Соответствующая полная ширина распадов, $\Gamma_{\eta' \rightarrow \eta 2\pi}^{(soft-\pi\pi)} = 4$ кэВ, оказывается намного меньше, чем экспериментальное значение $\Gamma_{\eta' \rightarrow \eta 2\pi}^{(exp)} = (189 \pm 32)$ кэВ. Однако p^4 -поправки сильно увеличивают полную ширину до величины $\Gamma_{\eta' \rightarrow \eta 2\pi}^{(p^4)} = 220$ кэВ, которая хорошо согласуется с экспериментом.

Как уже обсуждалось в [83,84,54], p^4 -вклады, (π^0, η, η') -смешивание и однопетлевые поправки могут усиливать эффекты прямого CP -нарушения в распаде $K^0 (\bar{K}^0) \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ по сравнению с распадами $K^0 \rightarrow 2\pi$, и величина отношения $|\epsilon'_{+-0}/\epsilon'|$ может оказаться значительно больше, чем предсказывается соотношением Ли — Вольфенштейна, которое соответствует в киральной теории пределу мягких пионов. В нашем подходе [54] мы получили оценку $|\epsilon'_{+-0}| \approx 6,8 |\epsilon'|$. В этом случае, как и в случае заряженных каонов, наиболее важную роль играет возникающее на уровне $O(p^4)$ -поправок различие в поведении мезонных матричных элементов пингвиновых и непингвиновых операторов. Таким образом, при оценке наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения необходимо явно разделять в каждом порядке пингвиновые и непингвиновые вклады.

В недавней работе [85] в рамках линейной σ -модели была предпринята попытка включить в рассмотрение p^4 -поправки, возникающие за счет диаграмм с промежуточными скалярными резонансами. Детальный анализ результатов такого подхода проведен нами в работе [8]. Для дальнейшего обсуждения и сравнения с предсказаниями нелинейной σ -модели удобно представить результаты различных вычислений изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 3\pi$ в численной форме в виде табл.5. Соответствующие изотопические амплитуды в пределе мягких пионов и результаты последующего включения p^4 -поправок, порождаемых в линейной σ -модели обменами скалярных резонансов, приведены в табл.5,6. Для того чтобы представить в численном виде вклады пингвинового оператора $\mathcal{O}_5$, мы использовали тот факт, что параметр $\beta = 2m_\pi^4 / [(m_u + m_d)^2 (m_\sigma^2 - m_\pi^2)] = 8,15$, введенный в работе [85], в наших обозначениях можно положить равным параметру $-R \approx 5,6$.*

Величины $\Delta^{(1/2, 1/2)}$, $\Delta^{(1/2, 3/2)}$ и $\Delta^{(1/2, 3/2)}$, соответствующие выражениям для амплитуд, взятых из работы [85], можно оценить после замены $\xi_i \rightarrow c_i$ в определениях (2.14). Используя феноменологические соотношения для вильсоновских коэффициентов [85]

$$\begin{aligned} (c_1 - c_2 - c_3 - c_4) &= -3,2, \quad c_4 = 0,328, \\ (c_1 - c_2 - c_3 + 4\beta c_5) &= -10,13, \end{aligned} \quad (2.16)$$

*Численное (относительное) различие между R и β исчезает, если для оценки β (соответственно R) используются значения $(m_u^0 + m_d^0)/2 = 6$ МэВ (соответственно 5 МэВ).

Таблица 5. Сравнение изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 3\pi$ в подходах нелинейных и линейных киральных лагранжианов (борновское приближение)

а) Нелинейные киральные лагранжианы

	Предел мягких пионов			Включение p^4 -поправок		
	$\mathcal{O}_1$	$\mathcal{O}_4$	$\mathcal{O}_5$	$\mathcal{O}_1$	$\mathcal{O}_4$	$\mathcal{O}_5$
Re $\mathcal{A}_{11}$	- 1,00		- 22,42	- 1,22		- 19,22
Re $\mathcal{B}_{11}$	- 1,00		- 22,42	- 0,70		- 30,45
Re $\mathcal{A}_{13}$		1,00			1,22	
Re $\mathcal{B}_{13}$		- 1,07			- 0,91	
Re $\mathcal{B}_{23}$		6,93			7,39	
$\Delta^{(1/2, 1/2)}$		0			165,4 Im c_5	
$\Delta^{(1/2, 3/2)}$		22,5 Im c_5			26,4 Im c_5	
$\Delta^{*(1/2, 3/2)}$		74,9 Im c_5			73,2 Im c_5	

б) Линейная σ -модель [85]

	Предел мягких пионов			Включение p^4 -поправок		
	$\mathcal{O}_1$	$\mathcal{O}_4$	$\mathcal{O}_5$	$\mathcal{O}_1$	$\mathcal{O}_4$	$\mathcal{O}_5$
Re $\mathcal{A}_{11}$	- 1,00		- 22,42	- 1,80		- 19,28
Re $\mathcal{B}_{11}$	- 1,00		- 22,42	- 1,63		- 26,19
Re $\mathcal{A}_{13}$		1,00			1,80	
Re $\mathcal{B}_{13}$		- 1,25			- 1,78	
Re $\mathcal{B}_{23}$		6,75			6,22	
$\Delta^{(1/2, 1/2)}$		0			45,6 Im c_5	
$\Delta^{(1/2, 3/2)}$		15,2 Im c_5			26,7 Im c_5	
$\Delta^{*(1/2, 3/2)}$		49,6 Im c_5			39,3 Im c_5	

можно зафиксировать параметры $(c_1 - c_2 - c_3)$, c_4 и $4\beta c_5$ и получить для $\Delta^{(1/2, 1/2)}$, $\Delta^{(1/2, 3/2)}$ и $\Delta^{(1/2, 3/2)}$ значения, которые также приведены в табл.5,а.

Сравнение результатов, приведенных в табл.5,а и 5,б, показывает, что поправки, обусловленные соответствующими p^4 -членами нелинейного эффективного лагранжиана и генерируемыми ими токами, как количественно, так и качественно отличаются от p^4 -поправок, возникающих в линейной σ -модели из обменов скалярными резонансами. В подходе нелинейных эффективных лагранжианов p^4 -поправки увеличивают амплитуды $\mathcal{A}_{11}^{(1)}$, $\mathcal{A}_{13}^{(4)}$, $\mathcal{B}_{11}^{(5)}$, $\mathcal{B}_{23}^{(4)}$ и в то же время уменьшают абсолютные значения амплитуд $\mathcal{A}_{11}^{(5)}$, $\mathcal{B}_{11}^{(1)}$, $\mathcal{B}_{13}^{(4)}$. С другой стороны, обмены скалярными резонансами увеличивают абсолютные значения амплитуд $\mathcal{A}_{11}^{(1)}$, $\mathcal{A}_{13}^{(4)}$, $\mathcal{B}_{11}^{(1,5)}$, $\mathcal{B}_{13}^{(4)}$ и уменьшают абсолютные значения амплитуд $\mathcal{A}_{11}^{(5)}$, $\mathcal{B}_{23}^{(4)}$. Кроме того, интерференции $\Delta^{(1/2, 1/2)}$ и $\Delta^{(1/2, 3/2)}$, соответствующие учету обменов скалярными резонансами, оказываются, соответственно, на факторы 4 и 2 меньше, чем в подходе нелинейных эффективных лагранжианов. Следовательно, в модели [85] подавлен не только обсуждаемый эффект усиления прямого CP -нарушения за счет $\Delta^{(1/2, 1/2)}$, но и вклад интерференции $\Delta^{(1/2, 3/2)}$, не исчезающий в пределе мягких пионов, также подавлен на фактор 2.

Относительные вклады пингвиновых и непингвиновых операторов в линейной σ -модели [85] определяются отношением $4\beta c_5 / (c_1 - c_2 - c_3) = 2,54$, при котором почти 80% от наблюдаемых величин амплитуд переходов с $|\Delta I| = 1/2$ в нелептонных K -распадах приходится на вклад пингвинового оператора $\mathcal{O}_5$. С другой стороны, при значениях параметров ξ_i (2.10), зафиксированных нами из совместного анализа экспериментальных данных по распадам $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$, мы получим отношение $4R\xi_5 / \xi_{123} = 0,58$, что соответствует относительному вкладу пингвинового оператора в переходы с $|\Delta I| = 1/2$, не превышающему 40%. Как уже отмечалось в предыдущем разделе, этот результат согласуется с анализом правила $|\Delta I| = 1/2$, проведенным в работах [70,74], где на основе вычислений вильсоновских коэффициентов также было показано, что пингвиновые вклады не доминируют в переходах с $|\Delta I| = 1/2$. Если для оценки интерференции $\Delta^{(1/2, 1/2)}$ в линейной σ -модели с учетом обменов скалярными резонансами использовать параметры ξ_i (2.10) вместо c_i (2.16), то в этом случае с теми же амплиту-

дами получим $\Delta^{(1/2, 1/2)} = 108,5 \text{ Im } c_5$. Это означает, что интерференция $\Delta^{(1/2, 1/2)}$ очень чувствительна не только к разнице в динамическом поведении пингвиновых и непингвиновых вкладов, возникающей на уровне $O(p^4)$ -поправок, но и к соотношению между ними в переходах с $|\Delta I| = 1/2$. В случае, когда в этих переходах сильно доминируют вклады пингвиновых операторов, интерференция $\Delta^{(1/2, 1/2)}$ оказывается сильно подавленной.

Таким образом, оцененный в рамках линейной σ -модели [85] интерференционный вклад $\Delta^{(1/2, 1/2)}$, который главным образом и отвечает за усиление зарядовой асимметрии, уже в борновском приближении оказывается почти на фактор 4 меньше нашей оценки в подходе нелинейных эффективных лагранжианов. Причины этого расхождения были рассмотрены выше. Вклады перерассеяния мезонов в реальные части изотопических амплитуд (см. табл.4,д) должны давать дополнительное усиление $\Delta^{(1/2, 1/2)}$ почти на фактор 3, однако в [85] вычислялись только абсорбционные части мезонных петель. В результате полученное нами значение зарядовой асимметрии Δg в распадах $K^\pm \rightarrow 3\pi$ должно быть по крайней мере в 12 раз больше, чем оценки [85], причем указанное расхождение связано как с тем, что в последней работе в σ -модели получают совершенно другие p^4 -поправки, так и с тем, что в нашем подходе петлевые поправки включены наиболее полным образом.

Прежде всего следует отметить, что, как это было показано в [42], простая линейная σ -модель обеспечивает правильную киральную структуру эффективного лагранжиана в низшем порядке, но в следующих высших порядках кирального разложения она приводит к неправильной феноменологии при любых значениях массы скалярного резонанса (см. также замечания по этому поводу в работе [86] и лекциях [75,87]). Кроме того, p^4 -поправки, возникающие из обменов скалярными резонансами в линейной σ -модели, не эквивалентны p^4 -поправкам, связанным с L_i -членами нелинейного лагранжиана (1.15) и порождаемыми ими токами. В работах [88,89] было показано, что структурные константы L_i эффективного кирального p^4 -лагранжиана в основном насыщаются обменами векторными резонансами из вершин p^2 -порядка. Наиболее исчерпывающий анализ этого вопроса проведен в [88], где были рассмотрены все возможные в низшем порядке кирального разложения линейные связи псевдоскалярных мезонов и резонансов. В частности, вклад обменов векторными резонансами полностью доминирует в структурных константах $L_{2,3}$, причем скалярные резонансы дают вклад только в L_3 , и он не превышает 20%. Получение эффективных p^4 -взаимо-

действий скирмовского типа с помощью интегрирования по векторным и аксиально-векторным резонансам также рассмотрено в работах [90]. Резонансные вклады в псевдоскалярный слабый лагранжиан и модификация его структуры после интегрирования по обменам тяжелыми мезонами (редукция) рассматривались в работе [92]. К выводу о доминировании вкладов векторных и аксиально-векторных резонансов в структурных константах эффективного нелинейного p^4 -лагранжиана и токов приводят также результаты нашей работы [93] по редукции тяжелых мезонов при бозонизации модели НИЛ.

Мы оставляем в стороне детальное обсуждение разностей «сильных» фаз изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 3\pi$. Вопрос о фазах амплитуд, вычисляемых в линейной σ -модели, рассмотрен подробно в работе [94], где было показано, что наивный учет ширины распада в пропагаторах скалярных мезонов не является адекватным приближением для физических амплитуд. В нашем случае фазы извлекаются из прямых вычислений однопетлевых диаграмм с использованием СП-регуляризации. Для распадов $K \rightarrow 2\pi$ наши вычисления амплитуд в p^4 -порядке согласуются с результатами работы [76], в которой для регуляризации УФ-расходимостей использован обычный метод введения эффективного лагранжиана контрчленов. Следует отметить, что в этой работе из однопетлевых расчетов также были получены значительные по величине мнимые части амплитуд β (см. табл.2 в [76]), но результирующие фазы были затем искусственно подавлены соответствующим выбором контрчленов. Однако, как отмечают сами авторы, такая процедура создает некоторые дополнительные трудности при фитировании экспериментальных данных. Конечно, было бы полезно зафиксировать разности «сильных» фаз изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 3\pi$ непосредственно из экспериментальных данных, но это до сих пор не удалось ни нам, ни другим авторам.

В заключение рассмотрим эффект от электрослабых пингвиновых операторов $\mathcal{O}_{7,8}$ при оценке зарядовой асимметрии Δg ($K^\pm \rightarrow 3\pi$). Вкладами оператора $\mathcal{O}_7$ можно пренебречь по сравнению с доминирующими вкладами оператора $\mathcal{O}_8$ (см. табл.3). Более того, вычисления вильсоновских коэффициентов $c_{5,8}$ в главном логарифмическом приближении КХД [12,71] показывают, что $\text{Re } c_8 \ll \text{Re } c_5$, и поэтому вкладами электрослабых пингвиновых операторов в абсолютные значения амплитуд нелептонных K -распадов также можно пренебречь. Наиболее важный эффект от электрослабого пингвинового оператора $\mathcal{O}_8$ проявляется в обсуждаемых нами параметрах прямого CP -нарушения. Так как, с одной стороны, $\text{Im } c_8$ сильно зависит от

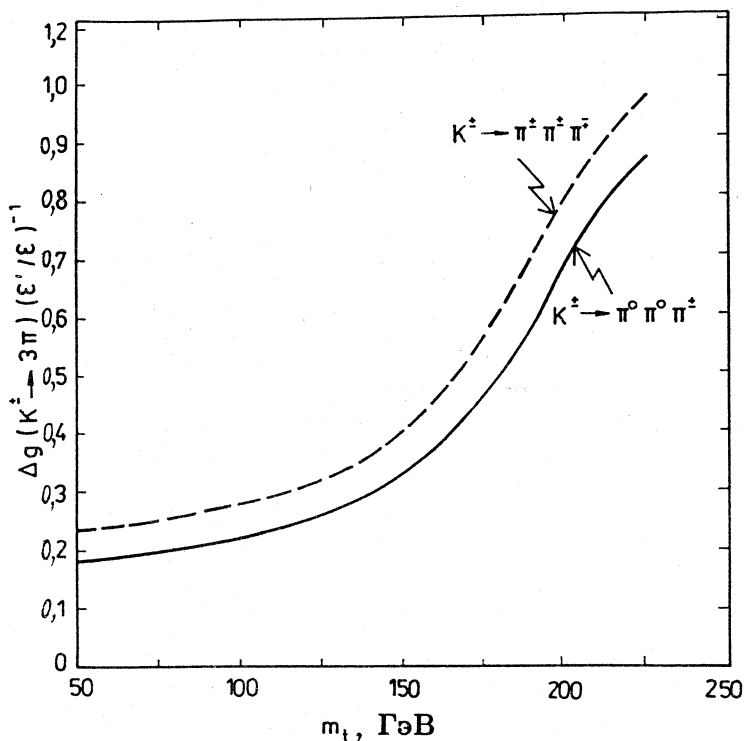


Рис.10. Зависимость CP -асимметрий параметров наклона Δg от массы t -кварка

массы t -кварка при $m_t \geq 100$ ГэВ, а с другой стороны, $\text{Im } c_5$ слабо зависит от m_t , то вклад в прямое CP -нарушение электрослабых пингвиновых операторов становится особенно важным для больших m_t . Используя вычисленную в работах [12,71] зависимость отношения $\eta(m_t) = \text{Im } c_8 / \text{Im } c_5$ от m_t , мы можем повторить уже описанную процедуру вычислений. В результате получим феноменологическую связь между $\Delta g(K^\pm \rightarrow 3\pi)$ и ϵ' , показанную на рис.10, который демонстрирует, что учет электрослабого пингвинового оператора $\mathcal{O}_8$ не только не подавляет эффекты прямого CP -нарушения в распадах $K \rightarrow 3\pi$, но может приводить к дополнительному усилению их по сравнению с тем, что наблюдается в распадах $K \rightarrow 2\pi$. В настоящее время эксперименты по поиску t -кварка, как и косвенные оценки на основе результатов LEP, позволяют сделать заключение, что его масса лежит в

области больших значений. Первые экспериментальные указания на существование t -кварка получены в [95] ($m_t = (174 \pm 10_{-12}^{+13})$ ГэВ). Поскольку все предсказания для наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения в нелептонных распадах каонов начинают сильно зависеть от массы t -кварка уже при $m_t \geq 100$ ГэВ, то это обстоятельство делает экспериментальное исследование распадов $K \rightarrow 3\pi$ при высокой статистике еще более интересным.

3. РАДИАЦИОННЫЕ РАСПАДЫ КАОНОВ

3.1. Формфакторы полулептонных и радиационных полулептонных распадов. Несмотря на большое количество теоретических работ, посвященных распадам $K \rightarrow \pi\gamma^* \rightarrow \pi e^+ e^-$ и $K \rightarrow \pi\pi\gamma$ (см. [96—111] и ссылки на них), феноменологическая трактовка этих процессов до сих пор остается неоднозначной. Это касается не только оценок эффектов CP -нарушения в них, но также и возможности самосогласованного описания нелептонных и связанных с ними радиационных распадов. Здесь мы рассмотрим результаты работы [55], где был впервые проведен такой самосогласованный анализ нелептонных и радиационных K -распадов.

Радиационные распады $K \rightarrow \pi\gamma^* \rightarrow \pi e^+ e^-$ и $K \rightarrow \pi\pi\gamma$ описываются тем же эффективным слабым лагранжианом (1.30), что и нелептонные распады каонов, только с тем различием, что в него, наряду с токами (1.32)—(1.35), входят также токи (1.36)—(1.38) с испусканием структурных фотонов. В частности, токи (1.32), (1.34) и (1.38) описывают распады $K, \pi \rightarrow \pi l\nu$. Адронная часть соответствующего матричного элемента обычно параметризуется в форме

$$T_\mu(K, \pi \rightarrow \pi l\nu) = f_+(t) (k + p)_\mu + f_-(t) (k - p)_\mu,$$

где k и p — 4-импульсы распадающегося и конечного мезонов. Формфакторы $f_\pm$ зависят от инвариантной переменной $t = (k - p)^2$, и их можно записать, включая члены до первого порядка по m_q^0 , в виде [55]:

$$\begin{aligned} f_+(\pi^+ \rightarrow \pi^0) &= \sqrt{2} (1 - \bar{m}_u^0 - \bar{m}_d^0) \left[1 + \frac{\bar{m}_u^0 + \bar{m}_d^0}{2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{N_c \mu^2}{4\pi^2 F_0^2} (\bar{m}_u^0 + \bar{m}_d^0) \left(1 + \frac{k^2 + p^2}{8\mu^2} \right) + \frac{3N_c}{16\pi^2 F_0^2} (\bar{m}_u^0 + \bar{m}_d^0) t \right], \\ f_-(\pi^+ \rightarrow \pi^0) &= -\sqrt{2} \frac{N_c}{48\pi^2 F_0^2} (1 - \bar{m}_u^0 - \bar{m}_d^0) (\bar{m}_u^0 + \bar{m}_d^0) (k^2 - p^2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_+^{(K^0 \rightarrow \pi^+)} &= \left(1 - \frac{\bar{m}_u^0 + 2\bar{m}_d^0 + \bar{m}_s^0}{2} \right) \left\{ 1 + \frac{\bar{m}_u^0 + 2\bar{m}_d^0 + \bar{m}_s^0}{4} - \frac{N_c \mu^2}{4\pi^2 F_0^2} \times \right. \\
&\quad \times \left[2\bar{m}_d^0 + \frac{1}{48\mu^2} (k^2 (11\bar{m}_s^0 - 3\bar{m}_u^0 + 4\bar{m}_d^0) - p^2 (\bar{m}_s^0 - 9\bar{m}_u^0 - 4\bar{m}_d^0)) \right] + \\
&\quad \left. + \frac{N_c}{16\pi^2 F_0^2} (3\bar{m}_s^0 + \bar{m}_u^0) t \right\}, \\
f_-^{(K^0 \rightarrow \pi^+)} &= \left(1 - \frac{\bar{m}_u^0 + 2\bar{m}_d^0 + \bar{m}_s^0}{2} \right) \left\{ \frac{\bar{m}_s^0 - \bar{m}_u^0}{4} - \frac{N_c \mu^2}{4\pi^2 F_0^2} \times \right. \\
&\quad \times \left[\bar{m}_s^0 - \bar{m}_u^0 + \frac{1}{48\mu^2} (k^2 (12\bar{m}_d^0 - \bar{m}_d^0 - 3\bar{m}_s^0) + p^2 (\bar{m}_s^0 - 12\bar{m}_d^0 + 3\bar{m}_u^0)) \right] + \\
&\quad \left. + \frac{3N_c}{16\pi^2 F_0^2} \bar{m}_u^0 t \right\}; \\
f_+^{(K^+ \rightarrow \pi^0)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\bar{m}_d^0 + 2\bar{m}_u^0 + \bar{m}_s^0}{2} \right) \left\{ 1 + \frac{\bar{m}_s^0 + 7\bar{m}_u^0}{8} - \right. \\
&\quad - \frac{N_c \mu^2}{4\pi^2 F_0^2} \left[2\bar{m}_u^0 + \frac{1}{48\mu^2} (3k^2 (3\bar{m}_u^0 + \bar{m}_s^0) + p^2 (13\bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0)) \right] + \\
&\quad \left. + \frac{N_c}{16\pi^2 F_0^2} (3\bar{m}_s^0 + \bar{m}_u^0) t \right\}, \\
f_-^{(K^+ \rightarrow \pi^0)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\bar{m}_d^0 + 2\bar{m}_u^0 + \bar{m}_s^0}{2} \right) \left\{ \frac{\bar{m}_s^0 - \bar{m}_u^0}{8} - \right. \\
&\quad - \frac{N_c \mu^2}{4\pi^2 F_0^2} \left[\bar{m}_s^0 - \bar{m}_u^0 + \frac{1}{48\mu^2} (k^2 (3\bar{m}_u^0 + 5\bar{m}_s^0) + p^2 (\bar{m}_s^0 - 9\bar{m}_u^0)) \right] + \\
&\quad \left. + \frac{3N_c}{16\pi^2 F_0^2} \bar{m}_u^0 t \right\}. \tag{3.1}
\end{aligned}$$

Для стандартной параметризации формфакторов $K_{13}^\pm$ -распадов

$$f_{\pm}(t) = f_{\pm}(0) \left(1 + \lambda_{\pm} \frac{t}{m_{\pi}^2} \right),$$

$$f_0(t) \equiv f_+(t) + \frac{t}{m_K^2 - m_{\pi}^2} f_-(t) = f_0(0) \left(1 + \lambda_0 \frac{t}{m_{\pi}^2} \right)$$

получим

$$\sqrt{2} f_+^{(K^{\pm})}(0) = 1,086, \quad \lambda_+^{(K^{\pm})} = 0,0305,$$

$$\sqrt{2} f_-^{(K^{\pm})}(0) = -0,371, \quad \lambda_-^{(K^{\pm})} = -0,0038,$$

$$\xi = f_-^{(K^+)}(0)/f_+^{(K^+)}(0) = -0,34, \quad \lambda_0^{(K^+)} = 0,0027,$$

что хорошо согласуется с экспериментом [2]:

$$\xi^{\text{exp}} = -0,35 \pm 0,15, \quad \lambda_+^{\text{exp}} = 0,028 \pm 0,004, \quad \lambda_0^{\text{exp}} = 0,004 \pm 0,007.$$

Электромагнитно-слабые токи (1.36) и (1.38) описывают векторные и аксиально-векторные формфакторы полулептонных радиационных распадов $K, \pi \rightarrow l\nu\gamma$ и $K, \pi \rightarrow \pi l\nu\gamma$. Формфакторы распадов $K, \pi \rightarrow l\nu\gamma$ определяются следующей параметризацией амплитуд:

$$T_{\mu}(K, \pi \rightarrow l\nu\gamma) = \sqrt{2}e [F_V \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k^{\nu} q^{\alpha} \varepsilon^{\beta} + iF_A (\varepsilon_{\mu}(kq) - q_{\mu}(k\varepsilon))],$$

где k есть 4-импульс распадающегося мезона, а q и ε — 4-импульс и 4-вектор поляризации фотона. Формфакторы $F_{V,A}$ можно записать, включая члены первого порядка по m_q^0 , в виде

$$F_V^{(K,\pi)} = \frac{1}{8\pi^2 F_0},$$

$$F_A^{(K,\pi)} = \frac{1}{4\pi^2 F_0} \left[Z_9(1 - \bar{m}_u - \bar{m}_{s,d}) - \frac{1}{2} Z_{10} \left(1 - \frac{2\bar{m}_u + \bar{m}_{s,d}}{3} \right) \right]. \quad (3.2)$$

Теоретическое значение отношения $\gamma \equiv F_A/F_V = 1$, возникающее из (3.2) в кирально-симметричном пределе ($m_0 = 0$), противоречит экспериментальным результатам:

$$\gamma = \begin{cases} 0,25 \pm 0,12 & [113], \\ 0,41 \pm 0,23 & [114]. \end{cases}$$

Очевидно, что m_0 -поправки слишком малы, чтобы улучшить описание эксперимента.

Указанное противоречие между теорией и экспериментом можно устранить, если учесть πA_1 -смешивание, возникающее из ковариантных производных в кинетическом члене эффективного лагранжиана (1.13). Роль πA_1 -смешивания уже обсуждалась в линейной реализации киральной симметрии в работе [29]. Эти результаты можно также легко воспроизвести и в нелинейной параметризации. Действительно, переопределение полей и константы распада

$$\Phi \rightarrow Z_{\pi A_1}^{-1} \tilde{\Phi}, \quad F_0 \rightarrow Z_{\pi A_1}^{-1} \tilde{F}_0, \quad V_\mu \rightarrow \frac{g_V^0}{\sqrt{1+\tilde{\gamma}}} \tilde{V}_\mu,$$

$$A_\mu \rightarrow \frac{g_V^0}{\sqrt{1-\tilde{\gamma}}} \tilde{A}_\mu + \frac{i}{\sqrt{2} \tilde{F}_0} (1 - Z_{\pi A_1}^2) \partial_\mu \tilde{\Phi},$$

требуемые для устранения πA_1 -смешивания, приводят в чисто псевдоскалярном секторе к замене прежних ковариантных производных:

$$D_\mu U \rightarrow \partial_\mu U - \frac{i}{\sqrt{2} \tilde{F}_0} (1 - Z_{\pi A_1}^2) \{\partial_\mu \tilde{\Phi}, U\},$$

$$\bar{D}_\mu U^\dagger \rightarrow \partial_\mu U^\dagger + \frac{i}{\sqrt{2} \tilde{F}_0} (1 - Z_{\pi A_1}^2) \{\partial_\mu \tilde{\Phi}, U^\dagger\}. \quad (3.3)$$

Здесь m_V^0 и g_V^0 — затравочные масса и константа связи векторного калибровочного поля; фактор $Z_{\pi A_1}$ определен соотношениями

$$Z_{\pi A_1}^2 \equiv 1 - \left(\frac{g_V^0 \tilde{F}_0}{m_V^0} \right)^2 = \frac{m_\rho^2}{m_{A_1}^2} \frac{1+\tilde{\gamma}}{1-\tilde{\gamma}},$$

а $\tilde{\gamma} = Z_{10} \frac{N_c (g_V^0)^2}{48\pi^2}$ — дополнительный фактор, возникающий из L_{10} -члена эффективного p^4 -лагранжиана (1.15). При специально выбранном значении фактора $Z_{\pi A_1}^2 = 1/2$ получим КСФР-соотношение $m_\rho^2 = 2g_{\rho\pi\pi}^2 \tilde{F}_0^2$, где $m_\rho = m_V^0 / \sqrt{1+\tilde{\gamma}}$ и $g_{\rho\pi\pi} = g_V^0 / \sqrt{1+\tilde{\gamma}}$.

Переопределения типа (3.3) приводят к появлению общего фактора $Z_{\pi A_1}^2$ в выражении для формфактора F_A , и отношение $\gamma = Z_{\pi A_1}^2$ приходит в согласие с экспериментальными данными по распаду $\pi \rightarrow e \nu \gamma$ при $Z_{\pi A_1}^2 = 1/2$. Вообще говоря, замена (3.3) нарушает нелинейные трансформационные свойства ковариантных производных для матриц псевдоскалярных мезонов U , так что ее можно рассматривать только как некоторую формальную процедуру, используемую для упрощения вычислений мезонных амплитуд с учетом промежуточных вершин с πA_1 -смешиванием. Бозонизованные нелинейные лагранжианы сильных и слабых взаимодействий, полученные в работе [93] из кваркового детерминанта после редукции векторных и аксиально-векторных степеней свободы, автоматически включают в себя обсуждаемое здесь влияние πA_1 -смешивания и приводят к тем же результатам, что и переопределения ковариантных производных (3.3). При этом также устраняется кажущееся противоречие при описании отношения γ и поляризуемости заряженного пиона, возникающее при использовании членов эффективного p^4 -лагранжиана (1.15) со структурными константами $L_{9,10}$ (см. детальное обсуждение этого вопроса в [93]).

В качестве еще одного примера применения электромагнитно-слабых токов (1.36) можно рассмотреть распады $K, \pi \rightarrow \pi l \nu \gamma$, амплитуды которых параметризуются в виде

$$T^\mu(K, \pi \rightarrow \pi l \nu \gamma) = \sqrt{2} e [i \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_\nu (h_A k_\alpha q_\beta + h'_A p_\alpha q_\beta) + \\ + h_V (\epsilon_\mu(kq) - q_\mu(k\epsilon)) + ((p\epsilon)(kq) - (k\epsilon)(pq)) (h'_V p_\mu + h''_V k_\mu + h'''_V q_\mu)],$$

где p есть 4-импульс π^0 -мезона в конечном состоянии. Соответствующие формфакторы можно записать в том же приближении как [55]:

$$h_A(\pi^+) = h'_A(\pi^+) = \frac{1}{8\pi^2 F_0^2}, \\ h_V(\pi^+) = \frac{1}{8\pi^2 F_0^2} \left\{ Z_9 \left(1 - \frac{5\bar{m}_u^0 + 4\bar{m}_d^0}{3} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{24\mu^2} [10(k^2 + 2p^2) - 23(kp) - 6(kp) + 12(pq)] \right\}, \\ h'_V(\pi^+) = -2h''_V(\pi^+) = -\frac{1}{16\pi^2 F_0^2 \mu^2}, \quad h'''_V(\pi^+) = 0; \\ h_A(K^+) = -\frac{1}{3} h'_A(K^+) = \frac{1}{16\pi^2 F_0^2},$$

$$h_V^{(K^+)} = \frac{1}{16\pi^2 F_0^2} \left\{ Z_9 \left(1 - \frac{13\bar{m}_u^0 + 8\bar{m}_s^0}{6} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{24\mu^2} [10(k^2 + 2p^2) - 23(kp) - \right. \\ \left. - 3(2 - \bar{m}_u^0 + \bar{m}_s^0)(kq) + (28 - 3(\bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0))(pq)] \right\},$$

$$h_V'^{(K^+)} = -\frac{7}{2} h_V''^{(K^+)} = -\frac{7}{192\pi^2 F_0^2 \mu^2},$$

$$h_V'''^{(K^+)} = -\frac{1}{192\pi^2 F_0^2 \mu^2} \left(1 - \frac{3}{2} (\bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0) \right);$$

$$h_A^{(K^0)} = -h_A'^{(K^0)} = -\frac{1}{8\sqrt{2}\pi^2 F_0^2},$$

$$h_V^{(K^0)} = \frac{1}{8\sqrt{2}\pi^2 F_0^2} \left\{ Z_9 \left(1 - \frac{5\bar{m}_u^0 + 3\bar{m}_d^0 + \bar{m}_s^0}{3} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{24\mu^2} [16m_K^2 + 14m_\pi^2 - (2 + 3(\bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0))(pq) - \right. \\ \left. - 6(1 - \bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0)(kp) + 3(\bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0)(kq)] \right\},$$

$$h_V'^{(K^0)} = -\frac{4}{5} h_V''^{(K^0)} = -\frac{1}{24\sqrt{2}\pi^2 F_0^2 \mu^2},$$

$$h_V'''^{(K^0)} = \frac{5}{96\sqrt{2}\pi^2 F_0^2 \mu^2} \left(1 + \frac{3}{10} (\bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0) \right).$$

Поскольку экспериментальных данных по формфакторам распадов $K, \pi \rightarrow \pi l \bar{\nu}$ до сих пор нет, вопрос о проверке тонкой структуры киральных лагранжианов в этих процессах остается открытым.

3.2. Распады $K \rightarrow \pi e^+ e^-$. Доминирующий вклад в распад $K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-$ дает диаграмма однофотонного обмена рис. 11,а. Этот распад может также идти за счет диаграммы рис. 11,б с двумя промежуточными фотонами, однако ее вклад подавлен как минимум на фактор $\alpha = 1/137$ по сравнению с однофотонным обменом. В распаде $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ двухфотонный механизм может конкурировать с однофотонным обменом, так как последний становится запрещенным в случае точной CP -симметрии, и переходы

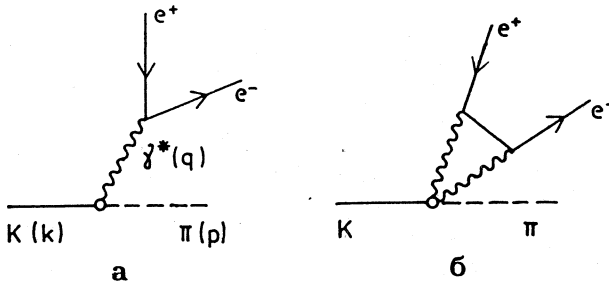


Рис.11. Диаграммы, описывающие вклады однофотонного обмена (а) и двухфотонного промежуточного состояния (б) в распады $K \rightarrow \pi e^+ e^-$

$K_L^0 \rightarrow \pi^0 \gamma^*$ могут возникать только вследствие CP -нарушения. Так как K_L^0 содержит в основном CP -нечетное состояние K_2^0 с малой примесью CP -четного состояния K_1^0 , то возможны два типа CP -нарушающих вкладов в однофотонный обмен:

1. Распад CP -четного состояния $K_1^0 \rightarrow \pi^0 \gamma^* \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ — «непрямое» CP -нарушение, связанное с $(K^0 - \bar{K}^0)$ -смешиванием в массовой матрице нейтральных каонов.
2. Распад CP -нечетного состояния K_2^0 — «прямое» CP -нарушение, связанное с CP -фазой в матрице Кобаяши — Маскавы.

В случае переходов $K_L^0 \rightarrow \pi^0 \gamma^*$ амплитуда прямого CP -нарушения может оказаться сравнимой с амплитудой непрямого CP -нарушения, в отличие от распадов $K^0 \rightarrow 2\pi$, в которых прямое CP -нарушение составляет лишь величину порядка 10^{-3} от непрямого CP -нарушения. Таким образом, особый интерес к механизму однофотонного обмена в распаде $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ [96—101] вызван возможностью получения новой экспериментальной информации о CP -нарушении в этом процессе. Основным условием для этого является требование, чтобы вклад CP -нарушающего однофотонного обмена в амплитуду этого распада превышал вклад от CP -разрешенного промежуточного состояния с двумя фотонами.

Амплитуду распада $K(k) \rightarrow \pi(p) e^+(p_+) e^-(p_-)$ удобно параметризовать в виде

$$T_{K \rightarrow \pi e^+ e^-} = e^2 \tilde{G} f_K(q^2) [q^2(p+k)_\mu - (q(p+k)) q_\mu] \frac{1}{q^2} \bar{u}(p_-) \gamma_\mu v(p_+),$$

где $q = k - p = p_+ + p_-$ — 4-импульс виртуального фотона; $f_K(q^2)$ — безразмерный формфактор перехода $K(k) \rightarrow \pi(p) \gamma^*(q)$:

$$T_{K \rightarrow \pi \gamma^*} = e \varepsilon_\mu \tilde{G} f_K [q^2(p+k)_\mu - (q(p+k)) q_\mu],$$

а ε_μ — 4-вектор поляризации фотона. Ширина распада $K \rightarrow \pi e^+ e^-$ связана с формфактором $f_{K \rightarrow \pi \gamma^*}$ соотношением

$$\Gamma(K \rightarrow \pi e^+ e^-) = e^4 \tilde{G}^2 \frac{m_K}{12\pi^3} \int_{m_\pi}^{(m_K^2 + m_\pi^2)/(2m_K)} dE_\pi (E_\pi^2 - m_\pi^2)^{3/2} |f_K|^2,$$

где $E_\pi = (m_K^2 + m_\pi^2 - q^2)/(2m_K)$ — кинетическая энергия пиона в системе покоя каона (массами электрона и позитрона мы пренебрегаем).

Очевидно, что на уровне древесных диаграмм тормозные фотоны не дают вклада в переход $K^0 \rightarrow \pi^0 \gamma^*$. В случае перехода $K^+ \rightarrow \pi^+ \gamma^*$ сокращение древесных диаграмм с тормозными фотонами вытекает из общих свойств калибровочной инвариантности и киральной симметрии. Ненулевые вклады в переходы $K \rightarrow \pi \gamma^*$ от тормозных фотонов возникают, начиная только с однопетлевого уровня [97]. Для упрощения вычислений мезонных петель в работе [55] мы применили метод, использованный в [97], где рассматривались только петлевые диаграммы, приводящие к членам, пропорциональным $q^2(p+k)_\mu$. Калибровочная инвариантность амплитуды перехода $K \rightarrow \pi \gamma^*$ восстанавливалась затем с помощью вычитания из амплитуды каждой однопетлевой диаграммы ее значения при $q^2 = 0$. Для фиксации УФ-расходимостей использовался СП-метод.

Следует особо отметить, что диаграммы, возникающие как на древесном, так и на однопетлевом уровне, тесно связаны с электромагнитными формфакторами π - и K -мезонов, которые играют главную роль в описании переходов $K \rightarrow \pi \gamma^*$. Квадрат электромагнитного радиуса заряженного мезона определяется как коэффициент q^2 -разложения электромагнитного формфактора $f_M^{\text{em}}(q^2)$, $M = \pi, K$:

$$\langle M(p_2) | V_\mu^{\text{em}} | M(p_1) \rangle = f_M^{\text{em}}(q^2) (p_1 - p_2)_\mu,$$

$$f_M^{\text{em}}(q^2) = 1 + \frac{1}{6} \langle r_{\text{em}}^2 \rangle_M q^2 + \dots$$

Для нейтрального мезона аналогичное разложение электромагнитного формфактора начинается сразу же с q^2 -члена.

Ограничиваясь рассмотрением только пионных петель и используя СП-регуляризацию [115, 41], получим

$$\begin{aligned} \langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{\pi^+}^{(I)} &\approx \langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^+}^{(I)} \approx - \langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^0}^{(I)} \approx \\ &\approx - \frac{1}{(4\pi F_0)^2} \left[3C + \ln \left(\frac{m_\pi}{2\pi F_0} \right)^2 - 1 \right] = 0,063 \text{ фм}^2. \end{aligned}$$

Так как главный вклад в эту величину возникает из логарифмического члена, вкладом каонных петель, содержащих малый логарифм $\ln(m_K/(2\pi F_0))^2$, можно пренебречь. На борновском уровне соответствующие вклады в электромагнитные радиусы π - и K -мезонов возникают из неминимальной $O(p^4)$ -части эффективного лагранжиана (1.14):

$$\langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{\pi^+}^{(B)} = \frac{N_c}{4\pi^2 F_0^2} Z_9 (1 - \bar{m}_u^0 - \bar{m}_d^0) \left(1 - \frac{2\bar{m}_u^0 + \bar{m}_d^0}{3} \right) = 0,352 \text{ фм}^2,$$

$$\langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^+}^{(B)} = \frac{N_c}{4\pi^2 F_0^2} Z_9 (1 - \bar{m}_u^0 - \bar{m}_s^0) \left(1 - \frac{2\bar{m}_u^0 + \bar{m}_s^0}{3} \right) = 0,218 \text{ фм}^2,$$

$$\langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^0}^{(B)} = - \frac{N_c}{12\pi^2 F_0^2} Z_9 (1 - \bar{m}_d^0 - \bar{m}_s^0) (\bar{m}_s^0 - \bar{m}_d^0) = -0,025 \text{ фм}^2.$$

Полные значения квадратов электромагнитных радиусов, отвечающие сумме борновских и однопетлевых вкладов,

$$\langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{\pi^+} = 0,415 \text{ фм}^2, \quad \langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^+} = 0,281 \text{ фм}^2, \quad \langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^0} = -0,088 \text{ фм}^2$$

находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными

$$\langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{\pi^+}^{(\text{exp})} = (0,439 \pm 0,030) \text{ фм}^2 \quad [116],$$

$$\langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^+}^{(\text{exp})} = (0,28 \pm 0,05) \text{ фм}^2 \quad [116],$$

$$\langle r_{\text{em}}^2 \rangle_{K^0}^{(\text{exp})} = (-0,054 \pm 0,026) \text{ фм}^2 \quad [117].$$

Однопетлевые вклады в амплитуды переходов $K \rightarrow \pi \gamma^*$ определяются выражениями

$$f_{K^+}^{(I)} = - [(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) + \xi_4 + 4(\xi_5 + 4\xi_8) R] (\mathcal{F}_K + \mathcal{F}_\pi),$$

$$f_{K^0}^{(I)} = \frac{1}{m_K^2 - m_\pi^2} \frac{1}{\sqrt{2}} \{ [(2(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) - \xi_4 + 6\xi_7 + 8(\xi_5 + \xi_8) R) m_K^2 -$$

$$- 2((-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) + 6\xi_7 - 2\xi_4 + 4(\xi_5 + 2\xi_8) R) m_\pi^2 -$$

$$- 24\mu^2 \xi_8 R^2] \mathcal{F}_K - [3(\xi_4 - 2\xi_7 + 8\xi_8 R) m_\pi^2 - 24\mu^2 \xi_8 R^2] \mathcal{F}_\pi \},$$

где

$$\mathcal{F}_{K, \pi} = \frac{1}{192\pi^2} \left\{ -\frac{1}{2} \left(C_{SP} + \ln \frac{m_{K, \pi}^2}{16\pi^2 F_0^2} - 1 \right) + \frac{5}{6} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{4m_{K, \pi}^2}{q^2} - 1 \right) J \left(\frac{4m_{K, \pi}^2}{-q^2} \right) - \frac{4m_{K, \pi}^2}{q^2} \right\},$$

и

$$J(\zeta) = \begin{cases} \frac{y}{2} \ln \left(\frac{y+1}{y-1} \right), & \zeta < 0, \quad y = \sqrt{1-\zeta}; \\ \frac{y}{2} \left[-i\pi + \ln \left(\frac{y+1}{y-1} \right) \right], & 0 < \zeta < 1; \\ \bar{y} \operatorname{arctg} \bar{y}^{-1}, & \zeta > 1, \quad \bar{y} = \sqrt{\zeta-1}. \end{cases}$$

В отличие от тормозного излучения, структурные фотоны вносят ненулевой вклад уже в древесном приближении [55]:

$$f_{K^+}^{(B)} = \frac{1}{32\pi^2} \left\{ (-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4) \left\{ \mathcal{Z}_9 \left(1 - \frac{\bar{m}_s^0}{3} \right) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + (2 + \bar{m}_s^0) \frac{5q^2 + 7(m_K^2 + m_\pi^2)}{48\mu^2} - \frac{\bar{m}_s^0}{2(m_K^2 - m_\pi^2)} \right\} \times \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[Z_9 \left(m_K^2 + \frac{5}{3} m_\pi^2 \right) - \frac{(m_K^2 + 6\mu^2)(m_K^2 + m_\pi^2)}{8\pi^2 F_0^2} \right] \Bigg\} - \\
& - 4(\xi_5 + 4\xi_8) \left\{ -R \left(1 + \frac{3\mu^2 \bar{m}_s^0}{8\pi^2 F_0^2} \right) \frac{5q^2}{48\mu^2} - \frac{3(m_K^2 + m_\pi^2) + 2\bar{m}_s^0 m_\pi^2}{6\mu^2} + \right. \\
& + \frac{\bar{m}_s^0 m_\pi^2}{m_K^2 - m_\pi^2} \left[\frac{4}{3} \left(R - \frac{m_\pi^2}{4\mu^2} \right) + \frac{m_\pi^2}{64\pi^2 F_0^2} \left(\frac{m_K^2 + m_\pi^2}{\mu^2} + \right. \right. \\
& \left. \left. + 12 \frac{m_K^4 + m_\pi^4 - m_K^2 m_\pi^2}{m_\pi^4} \right) \right] \Bigg\} - \\
& - 4\xi_5 \left\{ \frac{10}{3} R \left[Z_9 \left(1 + \frac{49}{80} \bar{m}_s^0 \right) - \frac{9}{40} \left(1 - \frac{7}{6} \bar{m}_s^0 \right) \frac{\mu^2}{\pi^2 F_0^2} - \right. \right. \\
& - \frac{7}{160} \left(1 + \frac{6\mu^2}{7\pi^2 F_0^2} \right) \frac{m_K^2 + m_\pi^2}{\mu^2} \Bigg] - \frac{\bar{m}_s^0}{384\pi^2 F_0^2 (m_K^2 - m_\pi^2)} R [80m_K^2 m_\pi^2 + \\
& + 43m_\pi^4 - 11m_K^4 + 48\mu^2 (3m_K^2 + 11m_\pi^2)] \Bigg\} - \\
& - 16\xi_8 \left\{ \frac{4}{3} R \left[Z_9 \left(1 - \frac{1}{64} \bar{m}_s^0 \right) + \frac{9}{32} \left(1 + \frac{\bar{m}_s^0}{3} \right) \frac{\mu^2}{\pi^2 F_0^2} - \right. \right. \\
& - \frac{7}{64} \left(1 - \frac{3\mu^2}{7\pi^2 F_0^2} \right) \frac{m_K^2 + m_\pi^2}{\mu^2} \Bigg] - \\
& - \frac{\bar{m}_s^0}{m_K^2 - m_\pi^2} \left[2R^2 \mu^2 \left(1 - \frac{3}{32} \frac{m_\pi^2 + 6\mu^2}{\pi^2 F_0^2} \right) - \right. \\
& - \frac{1}{384\pi^2 F_0^2} R (35m_K^4 - 32m_K^2 m_\pi^2 - 19m_\pi^4 + 24\mu^2 (3m_K^2 - 7m_\pi^2)) \Bigg] \Bigg\} , \\
& f_{K^0}^{(B)} = \frac{1}{96\sqrt{2}\pi^2} \left\{ (-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 - 2\xi_4 + 6\xi_7) Z_9 \bar{m}_s^0 \frac{m_K^2}{m_K^2 - m_\pi^2} + \right.
\end{aligned}$$

$$+ 4 (\xi_5 - 2\xi_8) \left[R Z_9 \left[\left(1 + \frac{3}{2} \bar{m}_s^0 \right) + \frac{3\mu^2 \bar{m}_s^0}{8\pi^2 F_0^2} + \frac{\bar{m}_s^0 m_\pi^2}{m_K^2 - m_\pi^2} \left(1 - \frac{2m_\pi^4 - m_K^4 + 12\mu^2 m_\pi^2}{16\pi^2 F_0^2 m_\pi^2} \right) \right] - \frac{\bar{m}_s^0 m_K^2 m_\pi^2}{4\mu^2 (m_K^2 - m_\pi^2)} \right] \Bigg\}.$$

Для простоты мы включили только доминирующие m_s^0 -вклады в первом порядке по m_q^0 . При вычислении $f_F^{(B)}$ мы также учли πA_1 -смешивание в Z_9 -членах с помощью фактора $Z_{\pi A_1}^2 = 1/2$. Вклад $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -смешивания в переход $K^0 \rightarrow \pi^0 \gamma^*$ мал, и им можно пренебречь.

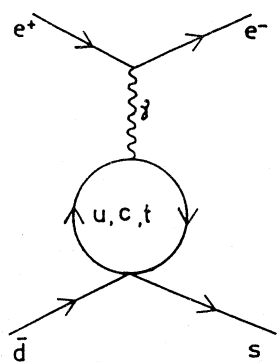
Новые вклады в распады $K \rightarrow \pi e^+ e^-$ возникают из электромагнитных пингвиновых диаграмм рис.12, которые генерируют два дополнительных кварк-лептонных оператора [118,96,99]:

$$\mathcal{O}'_7 = \frac{e^2}{4\pi} \bar{d}_L \gamma_\mu s_L \bar{l} \gamma^\mu l, \quad \mathcal{O}'_8 = \frac{e^2}{4\pi} \bar{d}_L \gamma_\mu s_L \bar{l} \gamma^\mu \gamma_5 l.$$

Операторы $\mathcal{O}'_{7,8}$ дают вклады в амплитуды переходов $K \rightarrow \pi e^+ e^-$ на уровне древесных мезонных диаграмм:

$$T_{K \rightarrow \pi e^+ e^-} = \frac{e^2}{8\pi} \tilde{G} [c'_7 f_+^{(K \rightarrow \pi)}(q^2) (k+p)_\mu \bar{u}(p_-) \gamma^\mu v(p_+) + c'_8 f_-^{(K \rightarrow \pi)}(q^2) (k-p)_\mu \bar{u}(p_-) \gamma^\mu \gamma_5 v(p_+)],$$

где $c'_{7,8}$ — вильсоновские коэффициенты, отвечающие операторам $\mathcal{O}'_{7,8}$, а формфакторы $f_\pm^{(K \rightarrow \pi)}$ определены как



$$f_\pm^{(K^+ \rightarrow \pi^+)} = f_\pm^{(K^0 \rightarrow \pi^+)} (m_u \leftrightarrow m_d),$$

$$f_\pm^{(K^0 \rightarrow \pi^0)} = -f_\pm^{(K^+ \rightarrow \pi^0)} (m_u \leftrightarrow m_d)$$

(см. выражения (3.1)).

Рис.12. Электромагнитные пингвиновые диаграммы, генерирующие дополнительные кварк-лептонные операторы $\mathcal{O}'_{7,8}$

Как показывает анализ вильсоновских коэффициентов в главном логарифмическом приближении КХД, основной вклад в абсолютные значения амплитуд распадов $K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-$ и $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ дают непингвиновые операторы $\mathcal{O}_i$ ($i = 1, \dots, 4$), отвечающие доминирующим комбинациям $(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3)$ и ξ_4 соответственно, и глюонный пингвиновый оператор $\mathcal{O}_5$ — соответственно ξ_5 . Вклады пингвиновых операторов $\mathcal{O}_{6,7,8}$ малы ($\text{Re } c_{6,7,8} \ll \text{Re } c_5$), и ими можно пренебречь. Вклады электромагнитных кварк-лептонных пингвиновых операторов $\mathcal{O}'_{7,8}$ в абсолютные значения амплитуд распадов оказываются также малыми. Соответствующие мезонные матричные элементы не усилены по сравнению с непингвиновыми четырехкварковыми операторами, как это было в случае глюонных пингвиновых операторов $\mathcal{O}_5$, динамическое усиление которых происходило за счет входящих в них правых кварковых токов.

Для оценки вероятностей распадов $K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-$, $K_S^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ и непрямого CP -нарушающего распада $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ мы можем использовать значения параметров (2.10), зафиксированные из совместного анализа данных по распадам $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$. Теоретические парциальные вероятности распадов $K \rightarrow \pi e^+ e^-$, соответствующие центральным значениям параметров (2.10), имеют следующие значения:

$$B(K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-) = 2,4 \cdot 10^{-7}, \quad B(K_S^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-) = 1,4 \cdot 10^{-9},$$

$$B(K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)_{\text{indir}} = 4,1 \cdot 10^{-12}.$$

Теоретическое значение $B(K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-)$ хорошо согласуется с экспериментом:

$$B(K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-) = \begin{cases} (2,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-7} & [119], \\ (2,75 \pm 0,23 \pm 0,13) \cdot 10^{-7} & [120]. \end{cases}$$

Верхняя экспериментальная граница для распада $K_S^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ [112]:

$$B(K_S^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-) < 1,1 \cdot 10^{-5}.$$

Относительные вклады древесных и однопетлевых диаграмм в формфакторы $f_{K \rightarrow \pi \gamma^*}$ показаны в табл. 6.

Таблица 6. Борновские и однопетлевые вклады
в амплитуды переходов $K \rightarrow \pi\gamma^*$

$K^+ \rightarrow \pi^+\gamma^*$				
E_π , МэВ	f (Born)	$\text{Re } f$ (loop)	$\text{Im } f$ (loop)	f (tot)
141	0,0276	- 0,0129	- 0,0021	0,0149
166	0,0264	- 0,0126	- 0,0009	0,0138
192	0,0251	- 0,0114	0	0,0137
217	0,0239	- 0,0105	0	0,0133
242	0,0226	- 0,0100	0	0,0127
265	0,0215	- 0,0096	0	0,0119

$K^0 \rightarrow \pi^0\gamma^*$				
E_π , МэВ	f (Born)	$\text{Re } f$ (loop)	$\text{Im } f$ (loop)	f (tot)
136	0,00637	0,00141	0,000021	0,00778
163	0,00637	0,00137	0,000012	0,00775
189	0,00637	0,00133	0,000001	0,00771
216	0,00637	0,00130	0	0,00767
242	0,00637	0,00126	0	0,00764
266	0,00637	0,00122	0	0,00757

Наш способ фиксации УФ-расходимостей при вычислениях мезонных петель отличается от подхода работы [97], в которой были получены две оценки для вклада непрямого CP -нарушения в распад $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$:

$$B(K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)_{\text{indir}} = \begin{cases} 1,5 \cdot 10^{-12}, \\ 1,5 \cdot 10^{-11}. \end{cases}$$

Эти две различающиеся на порядок величины соответствуют двум возможным значениям шкалы перенормировки w_s , которая возникает в качестве свободного параметра процедуры регуляризации, основанной на использовании контрчленов четвертого порядка. Два значения шкалы w_s были получены из экспериментальной вероятности распада $K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-$ как решения некоторого квадратичного уравнения. В таком подходе также

Таблица 7. Вклады операторов $\mathcal{O}_{5,8}$ и $\mathcal{O}'_7$ в относительные вероятности прямых CP -нарушенных переходов $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$

m_t , ГэВ	$B_{\mathcal{O}_{5,8}}^{\text{dir}} \text{ le}'/\text{el}^{-2}$	$B_{\mathcal{O}'_7}^{\text{dir}} \text{ le}'/\text{el}^{-2}$	$B_{\text{tot}}^{\text{dir}} \text{ le}'/\text{el}^{-2}$
50	$3,22 \cdot 10^{-8}$	$4,70 \cdot 10^{-7}$	$2,57 \cdot 10^{-7}$
75	$9,72 \cdot 10^{-8}$	$1,24 \cdot 10^{-6}$	$6,47 \cdot 10^{-7}$
100	$2,73 \cdot 10^{-7}$	$2,36 \cdot 10^{-6}$	$1,05 \cdot 10^{-6}$
125	$7,39 \cdot 10^{-7}$	$3,93 \cdot 10^{-6}$	$1,38 \cdot 10^{-6}$
150	$1,89 \cdot 10^{-6}$	$6,19 \cdot 10^{-6}$	$1,57 \cdot 10^{-6}$
175	$4,59 \cdot 10^{-6}$	$9,50 \cdot 10^{-6}$	$1,60 \cdot 10^{-6}$
200	$1,09 \cdot 10^{-5}$	$1,49 \cdot 10^{-5}$	$1,64 \cdot 10^{-6}$

предполагалось, что основной вклад в переходы $K^+ \rightarrow \pi^+ \gamma^*$ и $K^0 \rightarrow \pi^0 \gamma^*$ дают мезонные петли.

Парциальную вероятность прямого CP -нарушающего перехода $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$, обусловленного глюонным пингвиновым оператором $\mathcal{O}_5$, можно оценить, используя феноменологическое значение мнимой части вильсоновского коэффициента c_5 , фиксируемое из анализа данных по распадам $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$. При этом получим

$$B(K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)_{\mathcal{O}_5}^{\text{dir}} = 3,2 \cdot 10^{-8} \text{ le}'/\text{el}^2.$$

Используя ту же зависимость отношения $\eta_8(m_t) = \text{Im } c_8 / \text{Im } c_5$ от m_t , что и в конце предыдущей главы при обсуждении m_t -зависимости зарядовых асимметрий, мы получим аналогичную зависимость и для вклада пингвинового оператора $\mathcal{O}_{5,8}$ в $B(K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)_{\mathcal{O}_{5,8}}^{\text{dir}}$, которая представлена в табл. 7. В случае электромагнитных кварк-лептонных пингвиновых операторов вкладом $\mathcal{O}'_8$ можно пренебречь по сравнению с доминирующим вкладом оператора $\mathcal{O}'_7$. Аналогичным образом, используя вычисленную в работе [99] зависимость отношения $\eta'_7(m_t) = \text{Im } c'_7 / \text{Im } c_5$ от m_t , мы можем оценить вклады операторов $\mathcal{O}'_7$ в парциальную вероятность прямого CP -нарушающего перехода $B(K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)_{\mathcal{O}'_7}^{\text{dir}}$, а также полный эффект

$B(K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)_{\text{tot}}^{\text{dir}}$. Результаты этих оценок тоже приведены в табл.7. Из проведенных расчетов, таким образом, следует, что CP -нарушающий механизм однофотонного обмена в распаде $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ представляется вполне доступным для экспериментального изучения, причем вклад прямого CP -нарушения может конкурировать с непрямым CP -нарушающим вкладом при $m_t \geq 100$ ГэВ.

3.3. Распады $K \rightarrow \pi\pi\gamma$. Амплитуды распадов $K(k) \rightarrow \pi_1(p_1) \pi_2(p_2) \gamma(q)$ содержат вклады двух видов:

$$T_{K \rightarrow \pi\pi\gamma} = T^{\text{IB}} + T^{\text{DE}},$$

где T^{IB} — амплитуда тормозного (inner bremsstrahlung — IB) излучения, а T^{DE} описывает излучение структурных фотонов (direct emission — DE). В силу калибровочной инвариантности электромагнитных взаимодействий амплитуды тормозного излучения связаны с амплитудами распадов $K \rightarrow 2\pi$ соотношениями:

$$\begin{aligned} T_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \gamma}^{\text{IB}} &= -e \epsilon_\mu T_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0} \left(\frac{p_{1\mu}}{qp_1} - \frac{k_\mu}{qk} \right), \\ T_{K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma}^{\text{IB}} &= -e \epsilon_\mu T_{K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-} \left(\frac{p_{1\mu}}{qp_1} - \frac{p_{2\mu}}{qp_2} \right), \end{aligned} \quad (3.4)$$

где ϵ — поляризация фотона. Мультипольное разложение амплитуды структурного излучения приводит в низшем порядке к p -волновым $\pi\pi$ -состояниям, и соответствующие DE-амплитуды можно представить в виде суммы магнитного ($M1$) и электрического ($E1$) дипольных переходов:

$$T^{\text{DE}} = ie \epsilon_\mu [h_{M1} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_\nu p_{1\alpha} q_\beta + ih_{E1} ((qk) p_{1\mu} - (pq_1) k_\mu)] \exp(i\delta_1).$$

Здесь δ_1 — фаза p -волнового $\pi\pi$ -рассеяния, а h_{M1} и h_{E1} есть формфакторы соответствующих дипольных переходов. Их свойства относительно преобразований зарядового сопряжения описываются соотношениями

$$\begin{aligned} h_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \gamma}^{M1} &= -h_{K^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \gamma}^{M1}, & h_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \gamma}^{E1} &= h_{K^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \gamma}^{E1}; \\ h_{K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma}^{M1} &= h_{K^0 \rightarrow \pi^- \pi^+ \gamma}^{M1}, & h_{K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma}^{E1} &= -h_{K^0 \rightarrow \pi^- \pi^+ \gamma}^{E1}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Прямое CP -нарушение приводит к появлению малых «слабых» фаз у амплитуд $A_{2,0}$ и формфакторов h_{M1} , h_{E1} .

В случае распада $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$ тормозные вклады подавлены правилом $|\Delta L| = 1/2$, так как распад $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ является чистым переходом с $|\Delta L| = 3/2$. В то же время в DE -амплитуду дают вклады переходы как с $|\Delta L| = 3/2$, так и с $|\Delta L| = 1/2$. В распаде $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ тормозные вклады подавлены, так как переходы $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ могут возникать только за счет CP -нарушения, в то время как распад $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ идет в основном за счет тормозных переходов. Подавление IB -амплитуд в распадах $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$, $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ позволяет выделять в этих процессах DE -вклады из анализа экспериментальных данных. Изучение структурного излучения в распадах $K \rightarrow \pi\pi\gamma$ может дать дополнительную информацию, важную не только для более глубокой проверки киральных моделей, но и для понимания механизмов CP -нарушения (см., например, работы [103—110] и ссылки в них).

В борновском приближении киральной теории структурные $E1$ -переходы в распадах $K \rightarrow \pi\pi\gamma$ возникают из контактной диаграммы, отвечающей слабому взаимодействию (1.30) с токами (1.32)—(1.37). В контактную диаграмму для структурного $M1$ -перехода дает вклад весс-зуминовский ток (1.38). Вершины $(\Phi^3\gamma)$ в полюсных диаграммах описываются частью аномального взаимодействия Весса—Зумино

$$\mathcal{L}^{WZ, em} = -\frac{eN_c}{48\pi^2} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \mathcal{A}_\mu \text{tr} [Q (L^\nu L^\alpha L^\beta + R^\nu R^\alpha R^\beta)].$$

Магнитные и электрические дипольные формфакторы для различных каналов распадов $K \rightarrow \pi\pi\gamma$ имеют вид [55]:

$$\begin{aligned} h_{K^+}^{M1} = & \frac{\tilde{G}}{32\pi^2 F_0} \left\{ 6(\xi_1 - \xi_2 - \xi_3) \left[1 + \frac{1}{24\pi^2 F_0^2} (3m_K^2 + m_\pi^2 - \right. \right. \\ & \left. \left. - 2(p_1 p_2 + 2p_1 q + p_2 q)) \right] - \right. \\ & \left. - 8\xi_4 \left[1 - \frac{1}{32\pi^2 F_0^2} (m_K^2 - 5m_\pi^2 - 2(3p_1 p_2 + 2p_1 q - p_2 q)) \right] + \right. \\ & \left. + 2(2\xi_1 + 10\xi_2 + \xi_3 - 3\xi_6 - 12\xi_7) \left(1 + \frac{m_K^2 - m_\pi^2 - 2(p_1(p_2 + q))}{8\pi^2 F_0^2} \right) \right\} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -4(\xi_5 + 4\xi_8) \left(4R - \frac{m_K^2 + m_\pi^2}{\mu^2} \right) - 2(\xi_5 - 2\xi_8) \frac{3\bar{m}_s^0 \mu^2}{\pi^2 F_0^2} R \Big\}, \\
h_{K^+}^{E1} = & \frac{\tilde{G}}{96\pi^2 F_0} \left\{ 9(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4) \left[Z_9 - \frac{4}{3} \left(1 + \frac{2}{3} \bar{m}_s^0 \right) Z_{10} \right] - \right. \\
& - (-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + 13\xi_4 - 24\xi_7) Z_9 \bar{m}_s^0 + \\
& + 24\xi_5 Z_9 R \left(1 + \frac{3}{4} \bar{m}_s^0 \right) - 24\xi_8 Z_9 R \bar{m}_s^0 \Big\}; \\
h_{K^0}^{M1} = & \frac{\tilde{G}}{16\sqrt{2}\pi^2 F_0} \left\{ (-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) \left[(7 + 4\bar{m}_s^0) - \frac{m_K^2 (2 + \bar{m}_s^0)}{m_K^2 - m_\pi^2} + \right. \right. \\
& + \frac{1}{4\pi^2 F_0^2} (m_K^2 - 5m_\pi^2 + 8(3p_1 p_2 + p_2 q)) \Big] - \\
& - \xi_4 \left[(7 + \bar{m}_s^0) - \frac{2m_K^2 (2 + \bar{m}_s^0)}{m_K^2 - m_\pi^2} - \right. \\
& - \frac{1}{2\pi^2 F_0^2} (m_K^2 + 7m_\pi^2 - 4(3p_1 p_2 + p_2 q)) \Big] - \\
& - \frac{1}{3} (2\xi_1 + 10\xi_2 + \xi_3 + 3\xi_6) (2 + \bar{m}_s^0) - \\
& - 6\xi_7 \left[\frac{4}{3} (5 + \bar{m}_s^0) + \frac{m_K^2 (2 + \bar{m}_s^0)}{m_K^2 - m_\pi^2} + \frac{m_\pi^2 + p_1 p_2}{\pi^2 F_0^2} \right] - \\
& - 2(\xi_5 - 2\xi_8) \frac{\mu^2}{m_K^2 - m_\pi^2} \left[R^2 \bar{m}_s^0 + 4R \frac{m_K^2}{\mu^2} \left(1 + \frac{3\bar{m}_s^0 \mu^2}{8\pi^2 F_0^2} \right) - \frac{m_K^4}{\mu^4} \right] + \\
& + \frac{4}{\sqrt{3} F_0^2} \left[\frac{(\cos \varphi - \sqrt{2} \sin \varphi) (T^8 \cos \varphi - T^0 \sin \varphi)}{m_\eta^2 - m_K^2} + \right. \\
& + \left. \frac{(\sin \varphi + \sqrt{2} \cos \varphi) (T^8 \sin \varphi + T^0 \cos \varphi)}{m_{\eta'}^2 - m_K^2} \right] \Big\},
\end{aligned}$$

$$h_{K^0}^{E1} = \frac{\tilde{G}}{48\sqrt{2}\pi^2 F_0} \left\{ 9 (\xi_1 - \xi_2 - \xi_3 - \xi_4) \left[\left(1 - \frac{\bar{m}_s^0}{9} \right) Z_9 - \frac{4}{3} Z_{10} \right] + \right. \\ \left. + 4 (\xi_1 - \xi_2 - \xi_3 + 2\xi_4 + 6\xi_7) \bar{m}_s^0 Z_{10} - 24 (\xi_5 + \xi_8 \bar{m}_s^0) Z_9 R \right\}.$$

При вычислении электрических дипольных формфакторов было учтено также πA_1 -смешивание. Здесь мы опять ограничились доминирующими m_s^0 -вкладами в первом порядке по m_q^0 . Угол (η, η') -смешивания $\varphi = -19^\circ$ определен следующим образом:

$$\eta_8 = \eta \cos \varphi + \eta' \sin \varphi, \quad \eta_0 = -\eta \sin \varphi + \eta' \cos \varphi,$$

а $T^{8,0}$ — амплитуды переходов $K^0 \rightarrow \eta^{8,0}$ на массовой поверхности каонов:

$$T^8 = \frac{\tilde{G} F_0^2 m_K^2}{12\sqrt{3}} \left\{ (\xi_1 - \xi_2 - (1 - 10/\sqrt{3}) \xi_3 - 6\xi_7) (6 + 7\bar{m}_s^0) - \right. \\ \left. - 2(2\xi_1 - 15\xi_2 - 3\xi_6) \bar{m}_s^0 + 6(\xi_8 - 2\xi_5) \times \right. \\ \left. \times \left[6R^2 \bar{m}_s^0 \frac{\mu^2}{m_K^2} - R \left(8 + 15 \frac{\bar{m}_s^0 \mu^2}{\pi^2 F_0^2} \right) + \frac{2m_K^2}{\mu^2} \right] \right\}, \\ T^0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\tilde{G} F_0^2 m_K^2}{6} \left\{ -(\xi_1 - \xi_2 - (1 - 10/\sqrt{3}) \xi_3 - 6\xi_7) \bar{m}_s^0 + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} (2\xi_1 - 15\xi_2 - 3\xi_6) (6 + 5\bar{m}_s^0) + \right. \\ \left. + 6(\xi_8 - 2\xi_5) \left[4R \left(1 + \frac{3\bar{m}_s^0 \mu^2}{4\pi^2 F_0^2} \right) - \frac{m_K^2}{\mu^2} \right] \right\}.$$

Поскольку доминирующие УФ-части мезонных петель для распадов $K \rightarrow 2\pi\gamma$ дают вклад только в тормозные ИВ-амплитуды (см., например, соответствующее замечание в работе [103]), остающиеся вклады конечных частей однопетлевых диаграмм для распада $K \rightarrow 2\pi\gamma$ оказываются малыми, и ими в структурных переходах можно пренебречь.

Если в эксперименте производится усреднение по обоим поляризациям фотонов, то в этом случае квадрат матричного элемента распада $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \gamma$ можно записать в виде суммы

$$\left| T_{K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \gamma} \right|^2 = W_{IB} + W_{M1} + W_{E1} + W_{\text{int}}, \quad (3.6)$$

где

$$W_{IB} = 3\pi\alpha |A_2|^2 \frac{m_\pi^2 (qk)^2 + m_K^2 (qp_1)^2 - (p_1 k) (qp_1) (qk)}{(qp_1)^2 (qk)^2}$$

— чисто тормозной вклад;

$$\begin{aligned} W_{M1} &= 4\pi\alpha |h_{M1}|^2 [2 (qp_1) (qp_2) (p_1 p_2) - m_\pi^2 ((qp_1)^2 + (qp_2)^2)], \\ W_{E1} &= \pi\alpha |h_{E1}|^2 [(q(p_1 - p_2))^2 (p_1 + p_2)^2 + (q(p_1 + p_2))^2 (p_1 - p_2)^2] \end{aligned} \quad (3.7)$$

— вклады магнитного и электрического дипольных переходов соответственно;

$$W_{\text{int}} = 2\sqrt{3}\pi\alpha\tilde{R} [\text{Re} (A_2 h_{E1}^*) \cos (\delta_1 - \delta_2) \pm \text{Im} (A_2 h_{E1}^*) \sin (\delta_1 - \delta_2)],$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{R} &= (q (p_1 - p_2)) \left[\frac{m_K^2 - (qk)}{qk} - \frac{m_\pi^2 + (p_1 p_2)}{qp_1} \right] - \\ &- (q (p_1 + p_2)) \left[\frac{q (p_1 - p_2)}{qk} - \frac{m_\pi^2 - (p_1 p_2)}{qp_1} \right] \end{aligned}$$

— интерференция тормозной и электрической дипольной амплитуд (так как поляризация фотона не измеряется, то магнитный дипольный переход ни с чем не интерферирует).

Благодаря свойствам зарядового сопряжения (3.5) $E1$ -переходы дают вклад только в распад CP -четного состояния $K_1^0 \rightarrow 2\pi\gamma$, в то время как $M1$ -переходы дают вклад в распад CP -нечетного состояния $K_2^0 \rightarrow 2\pi\gamma$. Таким образом,

$$T_{K_L^0 \rightarrow 2\pi\gamma} = T_{M1} + \varepsilon T_{E1}, \quad T_{K_S^0 \rightarrow 2\pi\gamma} = T_{E1} + \varepsilon T_{M1}.$$

Квадраты матричных элементов распадов $K_{S,L}^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ можно представить в виде, аналогичном (3.6), причем W_{M1} и W_{E1} будут определяться

теми же выражениями, что и (3.7) после замены h_{M1} , h_{E1} на $h_{S,L}^{M1}$, $h_{S,L}^{E1}$ соответственно, а

$$W_{K_S^0}^{IB} = 4\pi\alpha \left| T(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) \right|^2 \frac{m_\pi^2 ((qp_1)^2 + (qp_2)^2) - 2(p_1p_2)(qp_1)(qp_2)}{(qp_1)^2 (qp_2)^2};$$

$$W_{K_S^0}^{int} = 4\pi\alpha\tilde{R}' \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{Re}(A_0^* h_{K_S^0}^{E1}) \cos(\delta_1 - \delta_0) + \frac{1}{\sqrt{6}} \operatorname{Re}(A_2^* h_{K_S^0}^{E1}) \cos(\delta_1 - \delta_2) \right],$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{R}' = & (q(p_1 - p_2))(m_\pi^2 + (p_1p_2)) \left(\frac{1}{qp_2} - \frac{1}{qp_1} \right) - \\ & - (q(p_1 + p_2))(m_\pi^2 - (p_1p_2)) \left(\frac{1}{qp_2} + \frac{1}{qp_1} \right). \end{aligned}$$

При этом

$$W_{K_L^0}^{IB} = \varepsilon^2 W_{K_S^0}^{IB}, \quad W_{K_L^0}^{int} = \varepsilon^2 W_{K_S^0}^{int}.$$

Результаты теоретических оценок различных вкладов в парциальные вероятности каналов распада $K \rightarrow \pi\pi\gamma$ при значениях параметров ξ_i (2.10) представлены в табл. 8. При интегрировании по фазовым объемам были учтены все обрезания, используемые в соответствующих экспериментах. Теоретические значения из табл. 8 хорошо согласуются с экспериментальными данными табл. 9. При оценке интерференционных вкладов с хорошей точностью можно использовать приближения $(\delta_1 - \delta_2) \approx 10^\circ$ и $(\delta_1 - \delta_0) \approx -\delta_0$. На рис. 13 показаны дифференциальные распределения по энергии γ -кванта в центре масс E_γ для распадов $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$ и $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$.

Интересно отметить, что в свое время распады $K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$ рассматривались в качестве наиболее перспективного источника экспериментальной информации о прямом CP -нарушении в распадах заряженных каонов. Так, в работах [128] были предсказаны большие зарядовые асимметрии для ширины и дифференциальных распределений распадов $K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$. Эти зарядовые асимметрии могут возникать только за счет интерференции тормозного и $E1$ -переходов. Однако в эксперименте до сих пор не обнаружены ни CP -асимметрии, ни интерференционные вклады [121—123]. Экспериментальную ситуацию легко понять, исходя из результатов для распада $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$, представленных в табл. 8. Действительно, в DE -амплитуде доминирует $M1$ -переход, возникающий из диаграмм с аномальными вершинами, а $E1$ -вклад в вероятность распада подавлен почти на три порядка по

Таблица 8. Теоретические вероятности распадов $K \rightarrow \pi\pi\gamma$

Распады	B (IB)	B ($E1$)	B ($M1$)	B (int)	B (IB + DE)
$K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$	$2,47 \cdot 10^{-4}$	$8,74 \cdot 10^{-8}$	$1,71 \cdot 10^{-5}$	$5,17 \cdot 10^{-6}$	$2,70 \cdot 10^{-4}$
$K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$	$1,64 \cdot 10^{-3}$	$4,88 \cdot 10^{-10}$	$2,90 \cdot 10^{-13}$	$-3,32 \cdot 10^{-6}$	$1,64 \cdot 10^{-3}$
$K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$	$1,27 \cdot 10^{-5}$	$1,54 \cdot 10^{-12}$	$3,37 \cdot 10^{-5}$	$-1,23 \cdot 10^{-8}$	$4,64 \cdot 10^{-5}$

Таблица 9. Экспериментальные вероятности распадов $K \rightarrow \pi\pi\gamma$

Распады	Эксперимент	B (IB + DE)	B (DE)
$K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$	Болотов (1987) [121]	$(2,71 \pm 0,45) \cdot 10^{-4}$	$(2,05 \pm 0,46^{+0,39}_{-0,23}) \cdot 10^{-5}$
	Smith (1976) [122]	$(2,87 \pm 0,32) \cdot 10^{-4}$	$(2,3 \pm 3,2) \cdot 10^{-5}$
	Abrams (1972) [123]	$(2,71 \pm 0,19) \cdot 10^{-4}$	$(1,56 \pm 0,35 \pm 0,5) \cdot 10^{-5}$
$K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$	Taureg (1976) [124]	$(1,84 \pm 0,10) \cdot 10^{-3}$	$< 0,11 \cdot 10^{-3}$
	Burgun (1973) [125]	$(1,9 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}$	$< 0,57 \cdot 10^{-3}$
	Ramberg (1992) [127]	$(1,76 \pm 0,06) \cdot 10^{-3}$	
$K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$	Caroll (1980) [126]	$(4,41 \pm 0,32) \cdot 10^{-5}$	$(2,89 \pm 0,28) \cdot 10^{-5}$
	Ramberg (1992) [127]	$(4,66 \pm 0,15) \cdot 10^{-5}$	$(3,19 \pm 0,16) \cdot 10^{-5}$

сравнению с $M1$ -вкладом. Именно по этой причине интерференция между $E1$ - и IB -амплитудами оказывается сильно подавленной, вследствие чего CP -асимметрия не может наблюдаться в эксперименте. Зарядовую асимметрию парциальной вероятности распада $K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$, связанной с мнимой частью вильсоновского коэффициента c_5 , можно представить в виде

$$|\Delta B(K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma)| = 1,52 \cdot 10^{-3} |\epsilon'/\epsilon|.$$

Зависимости зарядовых асимметрий парциальной вероятности и дифференциального распределения по E_γ от массы t -кварка показаны на рис.14. Следует особо подчеркнуть, что величина $E1$ -перехода в распаде $K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$ определяется разностью двух близких по величине членов,

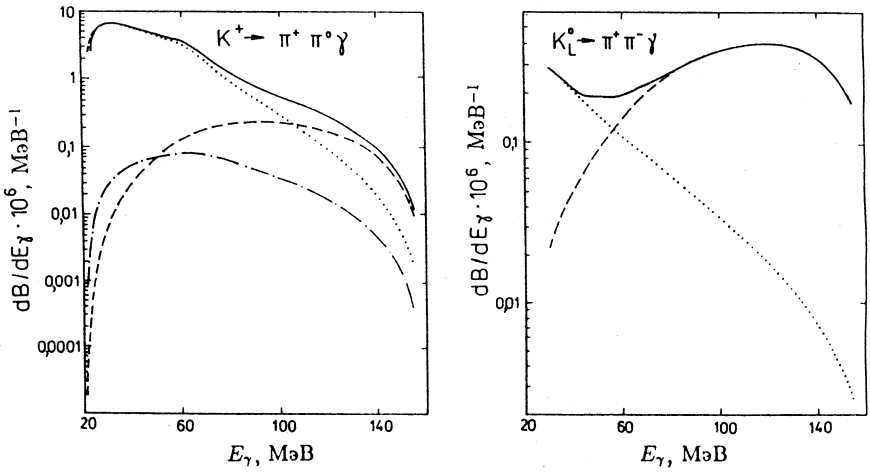


Рис.13. Распределения по энергии γ -кванта в системе центра масс для распадов $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$ и $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$. Штриховые линии — структурные $M1$ -вклады; пунктирные — тормозные вклады; штрихпунктирная линия — интерференция тормозной и структурной $E1$ -амплитуд. Сплошные линии соответствуют суммам всех вкладов

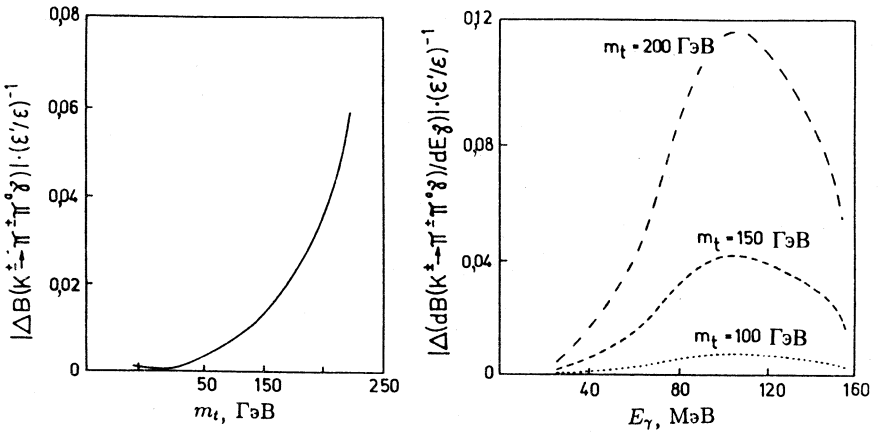


Рис.14. Зависимости от массы t -кварка для асимметрий парциальной вероятности и спектра по энергии γ -кванта в системе центра инерции распадов $K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$

поэтому оценки для B (int), так же, как и для зарядовых асимметрий, очень чувствительны к соотношению между пингвиновыми и непингвиновыми вкладами и другими специфическими особенностями используемых моделей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем обзоре представлены теоретические результаты для ряда величин, измеряемых в экспериментах по распадам каонов. Возрождение интереса к изучению этих процессов связано с поиском прямого CP -нарушения, что является одной из главных задач современной физики элементарных частиц. Новые каонные эксперименты с высокой статистикой, как уже завершённые, так и планируемые в CERN, DAΦNE и FERMILAB, а также в ИФВЭ (Протвино), позволяют ожидать значительного прогресса не только в изучении CP -нарушения, но и в проверке теоретических моделей для описания этой области физики элементарных частиц, до сих пор лежащей вне сферы применимости КХД, по крайней мере, в смысле строго дедуктивного подхода.

Рассмотренный в обзоре метод бозонизации позволяет проследить связь динамических свойств киральных мезонных лагранжианов с симметриями эффективных сильных и слабых кварковых взаимодействий и воспроизвести их общую структуру на мезонном уровне. Как уже отмечалось во введении, принципиальными отличиями нашего подхода являются фиксация вильсоновских коэффициентов непосредственно из экспериментальных данных и использование СП-регуляризации при вычислении мезонных матричных элементов бозонизованных четырехкварковых операторов в однопетлевом приближении киральной теории возмущений. В целом же этот подход не противоречит общепринятой идеологии. Выше мы провели детальное обсуждение его экспериментального статуса.

В результате в нашем подходе удастся самосогласованно описать данные по широкому кругу мезонных процессов с одним и тем же набором феноменологически фиксируемых параметров: F_0 , m_q^0 , μ , $(-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3)$, ξ_4 и ξ_5 . Используя также отношение $|\epsilon'/\epsilon|$ как входной параметр, мы получили предсказания для зарядовой CP -асимметрии параметра наклона Δg ($K^\pm \rightarrow 3\pi$), прямых и не прямых CP -нарушающих вкладов в распад $K_L^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$, а также для зарядовых асимметрий в распадах $K^\pm \rightarrow 2\pi\gamma$. Исследованы зависимости наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения от массы t -кварка.

При этом надо иметь в виду, что эти предсказания не являются модельно-независимыми. Это обусловлено тем, что несмотря на большое коли-

чество теоретических работ, посвященных нелептонным и радиационным распадам каонов, феноменологическая трактовка этих процессов до сих пор остается неоднозначной. В рамках p^4 -приближения киральной теории не удастся добиться одновременного описания нелептонных и связанных с ними радиационных распадов каонов, используя только некоторый неполный минимальный набор констант связей, вовлеченных в эти распады (некоторые общие аспекты такого подхода и возникающие при этом трудности обсуждаются, например, в [107] и других цитируемых в настоящем обзоре работах). Главной причиной этого является то, что в то время, как реальные части амплитуд $K \rightarrow 2\pi$ и линейных по Y коэффициентов разложений амплитуд $K \rightarrow 3\pi$ появляются уже в p^2 -порядке киральной теории возмущений, фазы и квадратичные параметры наклонов, как и сами амплитуды излучения структурных фотонов в радиационных распадах каонов, возникают только начиная с p^4 -уровня. Поэтому фазы, параметры наклонов нелептонных распадов и различные характеристики структурного излучения фотонов в радиационных распадах каонов оказываются чувствительными к различным поправкам: члены эффективных лагранжианов с высшими производными, $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -смешивание, перерассеяние мезонов, вклады электромагнитных пингвиновых операторов. Более того, для количественного описания нелептонных и радиационных распадов каонов необходим даже выход за рамки p^4 -приближения. Это относится и к оценкам наблюдаемых эффектов CP -нарушения в этих процессах. Следует также подчеркнуть, что из-за различия в поведении пингвиновых и непингвиновых вкладов в амплитуды каонных распадов, возникающего на $O(p^4)$ -уровне, их разделение в явном виде оказывается очень важным как для самосогласованного описания нелептонных и радиационных распадов каонов, так и для оценок эффектов CP -нарушения.

Таким образом, для более надежной оценки наблюдаемых эффектов CP -нарушения необходимы дополнительные исследования тонкой структуры эффективных киральных лагранжианов и их детальная феноменологическая проверка. Полученные недавно эффективные мезонные лагранжианы [50,51] позволяют провести наиболее полный анализ амплитуд широкого круга процессов в p^6 -порядке кирального разложения. Амплитуды p^6 -порядка определяют такие эффекты, как, например, электромагнитный радиус нейтрального каона, поляризуемости π^0 - и K^0 -мезонов, расщепление электрических и магнитных поляризуемостей заряженных мезонов, распад $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma\gamma$. Учет p^6 -поправок должен привести также к существенному улучшению описания квадратичных параметров наклонов распадов $K \rightarrow 3\pi$, сильных фаз изотопических амплитуд нелептонных K -распадов и формфак-

торов радиационных распадов каонов. В частности, можно ожидать, что именно учет ρ^6 -вкладов позволит, наконец, описать в подходе нелинейных лагранжианов экспериментальные данные по распаду $K_L^0 \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$, специальное рассмотрение которого выходит за рамки настоящего обзора (см. обсуждение этой проблемы в работах [129—132] и ссылки в них). В свою очередь, более точные измерения перечисленных выше величин позволят существенно уменьшить остающиеся теоретические неопределенности как в описании каонных распадов, так и в предсказаниях эффектов CP -нарушения. Детальный анализ амплитуд мезонных процессов в ρ^6 -порядке киральной теории будет проведен нами в специальных исследованиях, планируемых на ближайшее время.

Авторы благодарят А.Бураса, М.К.Волкова, Ю.Гассера, С.П.Денисова, М.Л.Некрасова, Ю.Ф.Пирогова, В.Е.Рочева и Г.Эккера за ценные обсуждения на разных этапах подготовки этой работы. Один из авторов (А.А.Бельков) благодарит DESY-IfH (Цойтен) за прекрасные рабочие условия, предоставленные ему для завершения этой работы. Эти исследования получили также финансовую поддержку со стороны Российского фонда фундаментальных исследований (проект №94-02-03973).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Christenson J.H., Cronin J.W., Fitch V.L., Turlay R. — Phys.Rev.Lett., 1964, vol.13, p.138.
2. Particle Data Group — Phys.Lett., 1990, vol.B239, p.1.
3. Wolfenstein L. — Phys.Rev.Lett., 1964, vol.13, p.562.
4. NA31 Collab. — Presented by G.Barr, in: Proc. Joint Intern. Lepton-Photon Symp. and Europhys. Conf. on High Energy Physics (Geneva, 1991), eds. S.Hegarty, K.Potter, E.Quercigh. Geneva, 1992, p.179.
5. Gibbons L.K., Barker A.O., Briere R.A. et al. — Phys.Rev.Lett., 1993, vol.70, p.1203.
6. Weinberg S. — Phys.Rev.Lett., 1967, vol.18, p.188; Phys.Rev., 1968, vol.166, p.1568; Coleman S., Wess J., Zumino B. — Phys.Rev., 1969, vol.177, p.2239; Gasiorowicz S., Geffen D.A. — Rev.Mod.Phys., 1969, vol.41, p.531.
7. Bel'kov A.A., Bohm G., Ebert D., Lanyov A.V. — Phys.Lett., 1989, vol.232B, p.118; Bel'kov A.A., Bohm G., Ebert D. et al. — Int.J.Mod.Phys., 1992, vol.7A, p.4757; Phys.Lett., 1993, vol.300B, p.283.
8. Bel'kov A.A., Bohm G., Lanyov A.V., Schaale A. — Preprint TRIUMF TRI-PP-93-78, Vancouver, 1993.
9. Avilez C. — Phys.Rev., 1981, vol.23D, p.1124; Grinstein B., Rey S.J., Wise M.B. — Phys.Rev., 1986, vol.33D, p.1495.
10. Вайнштейн А.И., Захаров В.И., Шифман М.А. — ЖЭТФ, 1977, т.72, с.1275; Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. — Nucl.Phys., 1977, vol.120B, p.316.

11. Gilman F.J., Wise M.B. — Phys.Rev., 1979, vol.20D, p.2392.
12. Buchalla G., Buras A.J., Harlander M.K. — Nucl.Phys., 1990, vol.337B, p.313.
13. Buras A.J., Jamin M., Lautenbacher M.E. — Nucl.Phys., 1993, vol.408B, p.209.
14. Kleinert H. — Phys.Lett., 1976, vol.62B, p.77; in: Understanding the Fundamental Constituents of Matter, ed. A.Zichichi (Plenum Publ. Corp., New York, 1978).
15. Первушин В.Н., Эберт Д. — ТМФ, 1978, т.36, с.313; Первушин В.Н., Райнхардт Х., Эберт Д. — ЭЧАЯ, 1979, т.10, с.1114.
16. Дьяконов Д.И., Эйдеес М.И. — Письма в ЖЭТФ, 1983, т.38, с.358; Dyakonov D., Petrov V. — Nucl.Phys., 1984, vol.245B, p.259; Nucl.Phys., 1986, vol.272B, p.457.
17. Карчев Н.И., Славнов А.А. — ТМФ, 1985, т.65, с.192.
18. Andrianov A., Novozhilov Yu. — Phys.Lett., 1985, vol.153B, p.422; Андрианов А.А., Новожилов Ю.В. — ТМФ, 1986, т.69, с.78.
19. Некрасов М.Л., Рочев В.Е. — ТМФ, 1988, т.74, с.171.
20. Balog J. — Phys.Lett., 1984, vol.149B, p.197.
21. Simic P. — Phys.Rev., 1986, vol.34D, p.1903.
22. McKay D., Munczek H. — Phys.Rev., 1988, vol.32D, p.266; McKay D., Munczek H., Young B. — Phys.Rev., 1988, vol.37D, p.195.
23. Cahill R.T., Praschifka J., Roberts C.D. — Phys.Rev., 1987, vol.36D, p.209; Ann.Phys., 1988, vol.188, p.20.
24. Ball R. — In: Proc. of the Workshop on Skyrmions and Anomalies, Mogilany, Poland, 1987.
25. Nambu Y., Jona-Lasinio G. — Phys.Rev., 1961, vol.122, p.345; vol.124, p.246.
26. Kikkawa K. — Progr. Theor.Phys., 1976, vol.56, p.947.
27. Eguchi T. — Phys.Rev., 1976, vol.14D, p.2755.
28. Волков М.К., Эберт Д. — ЯФ, 1982, т.36, с.1265; Volkov M.K., Ebert D. — Z.Phys., 1983, vol.16C, p.205; Volkov M.K. — Ann.Phys., 1984, vol.157, p.282.
29. Волков М.К. — ЭЧАЯ, 1986, т.17, с.433; 1993, т.24, с.81.
30. Dhar A., Wadia S.R. — Phys.Rev.Lett., 1984, vol.52, p.959.
31. Ebert D., Reinhardt H. — Nucl.Phys., 1986, vol.271B, p.188.
32. Бельков А.А., Первушин В.Н., Эберт Д. — ЭЧАЯ, 1991, т.22, с.5.
33. Weise W. — Preprint SNUTP-93-13, 1993.
34. Meissner U.-G., Bernard V. — Comments Nucl. Part. Phys., 1989, vol.19, p.67.
35. Klevansky S.P. — Rev.Mod.Phys., 1992, vol.64, p.649.
36. Андрианов А.А., Андрианов В.А. — ТМФ, 1992, т.93, с.67.
37. Bijnsens J., Bruno C., de Rafael E. — Nucl.Phys., 1993, vol.390B, p.501.
38. Bel'kov A.A., Ebert D., Lanyov A.V. — In: Standard Model and Beyond: From LEP to UNK and LHC. Proc. of First Int. Triangle Workshop, Dubna, October 1990, p.148 (World Scientific Publ., Singapore, 1991); Ebert D., Bel'kov A.A., Lanyov A.V., Schaale A. — Int. J. Mod. Phys., 1993, vol.8A, p.1313.
39. Pich A., de Rafael E. — Nucl.Phys., 1991, vol.358B, p.311.
40. Окунь Л.Б. — Лептоны и кварки. М.: Наука, 1990.
41. Волков М.К., Первушин В.Н. — Существенно нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика мезонов. М.: Атомиздат, 1978.
42. Gasser J., Leutwyler H. — Ann.Phys., 1984, vol.158, p.142; Nucl.Phys., 1985, vol.250B, p.465.

43. Волков М.К. — ЯФ, 1967, т.6, с.1100; 1968, т.7, с.445; Volkov M.K. — Ann.Phys., 1968, vol.49, p.202; Fortschr.Phys., 1974, vol.28, p.499.
44. Buras A.J., Gerard J.-M. — Nucl.Phys., 1986, vol.264B, p.371.
45. Gerard J.-M. — Preprint MPI-PAE/PTH 2/89, 1989; Bardeen W.A., Buras A.J., Gerard J.-M. — Phys.Lett., 1987, vol.192B, p.138.
46. Schwinger J. — Phys.Rev., 1951, vol.82, p.664; DeWitt B. — Dynamical Theory of Groups and Fields (Gordon and Breach, New York, 1965); Ball R.D. — Phys.Rep., 1989, vol.182, p.1; van de Ven A.E.M. — Nucl.Phys., 1985, vol.250B, p.593.
47. Bel'kov A.A., Ebert D., Lanyov A.V., Schaale A. — Int. J. Mod. Phys., 1993, vol.4C, p.775.
48. Wess J., Zumino B. — Phys.Lett., 1971, vol.37B, p.95; Witten E. — Nucl.Phys., 1983, vol.223B, p.422; Petersen J.L. — Acta Phys.Pol., 1985, vol.16B, p.271.
49. Бельков А.А., Ланев А.В. — ЯФ, 1987, т.45, с.496; 1988, т.47, с.516; Bel'kov A.A., Ebert D., Pervushin V.N. — Phys.Lett., 1987, vol.193B, p.315; Бельков А.А., Ланев А.В., Эберг Д. — ЯФ, 1989, т.50, с.1093.
50. Bel'kov A.A., Lanyov A.V., Schaale A., Scherer S. — Preprint TRIUMF TRI-PP-94-69, Vancouver, 1994; JINR, E2-94-368, Dubna, 1994.
51. Fearing H.W., Scherer S. — Preprint TRIUMF TRI-PP-94-68, Vancouver, 1994.
52. Bijnens J., Wise M.B. — Phys.Lett., 1984, vol.137B, p.245.
53. Bel'kov A.A., Bohm G., Ebert D., Lanyov A.V. — Phys.Lett., 1989, vol.220B, p.459.
54. Bel'kov A.A., Ebert D., Lanyov A.V. — Nucl.Phys., 1991, vol.359B, p.322.
55. Bel'kov A.A., Lanyov A.V., Schaale A. — Preprint DESY 93-060, Zeuthen, 1993.
56. Devlin T.J., Dickey J.O. — Rev.Mod.Phys., 1979, vol.51, p.237.
57. Бельков А.А., Костюхин В.В. — ЯФ, 1989, т.49, с.521.
58. Бельков А.А. и др. — Пион-пионное взаимодействие. М.: Энергоатомиздат, 1985.
59. Kamal A.N. — J.Phys.G, 1986, vol.12, p.L43.
60. Zemach C. — Phys.Rev., 1964, vol.133, p.1201.
61. Ford W.T., Pirone P.A., Rammel R.S. et al. — Phys.Lett., 1972, vol.38B, p.335.
62. Болотов В.Н. и др. — ЯФ, 1986, т.44, с.117.
63. Messner R. et al. — Phys.Rev.Lett., 1974, vol.33, p.1458.
64. Somalvar S.V., Barker A., Briere R.A. et al. — Phys.Rev.Lett., 1992, vol.68, p.2580.
65. Devaux B., Bloch P., Diamant-Berger A.M. et al. — Nucl.Phys., 1977, vol.126B, p.11.
66. Schiff L.I. — Quantum Mechanics. McGraw-Hill Book Co., New York, 1955, p.116.
67. Abbud F., Lee B.W., Yang C.N. — Phys.Rev.Lett., 1967, vol.18, p.980; Belavin A.A., Narodetsky I.M. — Phys.Lett., 1968, vol.26B, p.668.
68. Bel'kov A.A., Bohm G., Matthai F. et al. — Int.Report DESY—Zeuthen 93-05, 1993.
69. Chivikula R.S., Flynn J.M., Georgi H. — Phys.Lett., 1986, vol.171B, p.453.
70. Bardeen W.A., Buras A.J., Gerard J.-M. — Phys.Lett., 1986, vol.180B, p.133; Nucl.Phys., 1987, vol.293B, p.787.
71. Paschos E.A., Wu Y.L. — Mod.Phys.Lett., 1991, vol.2A, p.93; Heinrich J., Paschos E.A., Schwarz J.M., Wu Y.L. — Phys.Lett., 1992, vol.279B, p.140.
72. Арбузов Б.А., Атакишиев Н.М., Филиппов А.Т. — ЯФ, 1968, т.8, с.385; Salam A., Strathdee J. — Phys.Rev., 1971, vol.1D, p.3296; Lehman H.,

- Pohlmeier K.** — Comm.Math.Phys., 1971, vol.20, p.101. **Atakishiev N.M., Filippov A.T.** — Comm.Math.Phys., 1971, vol.24, p.74.
73. **Bernard C. et al.** — Phys.Rev., 1985, vol.32D, p.2343; **Guberina B.** — Nucl.Phys.B, Proc.Suppl., 1989, vol.7A, p.213; **Leurer M.** — Phys.Lett., 1988, vol.201B, p.128.
74. **Buras A.J.** — Preprint MPI-PAE/PTh 68/88, 1988; **Buras A.J.** — Preprint MPI-PAE/PTh 88/92 TUM-T31-33/92 (Proc. of the Workshop: QCD — 20 Years Later, June 1992, Aachen, eds. P.M.Zerwas and H.A.Kastrup, World Scientific Publ. Co., Singapore).
75. **Ecker G.** — Preprint CERN-TH.6660/92 UWThPh-1992-44, 1992.
76. **Kambor J., Missimer J., Wyler D.** — Phys.Lett., 1991, vol.261B, p.496.
77. **Gasser J., Meissner U.-G.** — Phys.Lett., 1991, vol.258B, p.219.
78. **Truong T.N.** — Preprint CPTH-A08-09-91, 1991; Nucl.Phys., (Proc. Suppl.), 1991, vol.24A, p.93; Phys.Rev.Lett., 1991, vol.67, p.2260.
79. **Cheng H.-Y.** — Phys.Rev., 1991, vol.44D, p.919.
80. **D'Ambrosio G., Isidori G., Paver N.** Phys.Lett., 1991, vol.273B, p.497; **Isidori G., Maiani L., Pugliese A.** — Nucl.Phys., 1992, vol.381B, p.522.
81. **Shabalín E.** — Preprint ITEP 6-92, Moscow, 1992.
82. **Li L.F., Wolfenstein L.** — Phys.Rev., 1980, vol.21D, p.178.
83. **Donoghue J.F., Holstein B.R., Valencia G.** — Phys.Rev., 1987, vol.36D, p.798.
84. **Fajfer S., Gerard J.-M.** — Z.Phys., 1989, vol.42C, p.425.
85. **Shabalín E.P.** — Nucl.Phys., 1993, vol.409B, p.87.
86. **Meissner U.-G.** — Comments Nucl.Part.Phys., 1991, vol.20, p.119.
87. **Pich A.** — Preprint CERN-TH.6978/93, 1993.
88. **Ecker G., Gasser J., Pich A., de Rafael E.** — Nucl.Phys., 1989, vol.321B, p.311; **Ecker G., Gasser J., Leutwyler H. et al.** — Phys.Lett., 1989, vol.223B, p.425.
89. **Donoghue J.F., Ramirez C., Valencia G.** — Phys.Rev., 1989, vol.39D, p.1947.
90. **Igarashi V., Johmura M., Kobayashi A. et al.** — Nucl.Phys., 1985, vol.259B, p.721.
91. **Bando M., Kugo T., Yamawaki K.** — Phys.Rep., 1988, vol.164, p.217.
92. **Ecker G., Pich A., de Rafael E.** — Phys.Lett., 1990, vol.237B, p.481; **Ecker G., Kambor J., Wyler D.** — Nucl.Phys., 1993, vol.394B, p.101.
93. **Bel'kov A.A., Lanyov A.V., Schaale A.** — Preprint TRIUMF TRI-PP-93-74, Vancouver, 1993.
94. **Ачасов Н.Н., Шестаков Г.Н.** — ЯФ, 1993, т.56, вып.9, с.206.
95. **Abe F., Albrow M.G., Amendolia S.R. et al.** — Phys.Rev.Lett., 1994, vol.73, p.225.
96. **Donoghue J.F., Holstein B.R., Valencia G.** — Phys.Rev., 1987, vol.35D, p.2769.
97. **Ecker G., Pich A., de Rafael E.** — Nucl.Phys., 1987, vol.291B, p.692; 1988, vol.303B, p.665.
98. **Sehgal L.M.** — Phys.Rev., 1988, vol.38D, p.808.
99. **Flynn J.M., Randall L.** — Nucl.Phys., 1989, vol.326B, p.31.
100. **Dib C.O., Dunietz I., Gilman F.** — Phys.Lett., 1989, vol.218B, p.487.
101. **Bruno C., Prades J.** — Z.Phys., 1993, vol.57C, p.585.
102. **Buras A.J., Lautenbacher M.E., Misiak M., Münz M.** — Preprint MPI-Ph/94-11, TUM-T31-60/94.

103. Бельков А.А., Калиновский Ю.Л., Первушин В.Н., Сариков Н.А. — ЯФ, 1986, т.44, с.690.
104. McGuigan M., Sanda A.I. — Phys.Rev., 1987, vol.36D, p.1413.
105. Lin Y.C.R., Valencia G. — Phys.Rev., 1988, vol.37D, p.143.
106. Fajfer S. — Z.Phys., 1989, vol.45C, p.293.
107. Cheng H.-Y. — Phys. Rev., 1990, vol. 42D, p.72. Preprint ITP-SB-93-32 IP-ASTP-20-93; Preprint ITP-SB-93-36 IP-ASTP-22-93.
108. Ko P., Truong T.N. — Phys.Rev., 1991, vol.1.43D, p.R4.
109. Ecker G., Neufeld H., Pich A. — Phys.Lett., 1992, vol.278B, p.337; Nucl.Phys., 1994, vol.413B, p.321; Bijnens J., Ecker G., Pich A. — Phys.Lett., 1992, vol.286B, p.341.
110. Picciotto C. — Phys.Rev., 1992, vol.45D, p.1569.
111. Donoghue J.F., Gabbiani F. — Preprint UMHEP-410, Amherst, 1994.
112. Barr G.D., Buchholtz P., Coward D. et al. — Phys.Lett., 1993, vol.309B, p.381.
113. Piilonen L.E., Bolton R.D., Cooper M.D. et al. — Phys.Rev.Lett., 1986, vol.57, p.1402.
114. Bolotov V.N., Gninenko S.N., Djilkibaev R.M. et al. — Phys.Lett., 1990, vol.243B, p.308.
115. Volkov M.K., Pervushin V.N. — Phys.Lett., 1975, vol.58B, p.177.
116. Dally E.B., Hauptman J.M., Kubic J. et al. — Phys.Rev.Lett., 1980, vol.45, p.232; 1982, vol.48, p.375.
117. Molzon W.R., Hoffnagle J., Roerhrig J. et al. — Phys.Rev.Lett., 1978, vol.41, p.1213.
118. Gilman F.J., Wise M.B. — Phys.Rev., 1992, vol.21D, p.3150.
119. Bloch P., Brehin S., Bunce G. et al. — Phys.Lett., 1975, vol.56B, p.201.
120. Alliegro C., Campagnari C., Chaloupka V. et al. — Phys.Rev.Lett., 1992, vol.68, p.278.
121. Болотов В.Н., Гниненко С.Н., Джилкибаев Р.М. и др. — ЯФ, 1987, т.45, с.1652.
122. Smith K.M., Booth P.S.L., Renschall H.R. et al. — Nucl.Phys., 1976, vol.109B, p.173.
123. Abrams R.J., Carroll A.S., Kycia T.F. et al. — Phys.Rev.Lett., 1972, vol.29, p.1118.
124. Taureg H., Zech G., Dydak F. et al. — Phys.Lett., 1976, vol.65B, p.92.
125. Burgun G., Bertranet P., Lesquoy E. et al. — Phys.Lett., 1973, vol.46B, p.481.
126. Carroll A.S., Chiang I.-H., Kycia T.F. et al. — Phys.Rev.Lett., 1980, vol.44, p.529.
127. Ramberg E.J., Bock G.J., Coleman R. et al. — Phys.Rev.Lett., 1993, vol.70, p.2525.
128. Burshay S. — Phys.Rev.Lett., 1967, vol.18, p.515; Costa G., Kabir P.K. — Phys.Rev.Lett., 1967, vol.18, p.429; Christ N. — Phys.Rev., 1967, vol.159, p.1292.
129. Cohen A.C., Ecker G., Pich A. — Phys.Lett., 1993, vol.304B, p.347.
130. Heiliger P., Sehgal L.M. — Phys.Rev., 1993, vol.47D, p.4920.
131. Kambor J., Holstein B. — Phys.Rev., 1994, vol.29D, p.2346.
132. Fajfer S. — Preprint IJS-TP-16-94 TUM-T31-63-94, 1994.

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ В ОСЦИЛЛЯТОРНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

М.Динейхан

Институт ядерной физики, Национальный ядерный центр Республики Казахстан,
Алма-Ата, Казахстан

Г.В.Ефимов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Изложен метод осцилляторного представления, который является регулярным методом описания и расчета уровней энергии как основного, так и возбужденных состояний для широкого класса потенциалов, допускающих существование связанного состояния. Полученный ряд теории возмущений является быстро сходящимся, т.е. поправки, связанные с гамильтонианом взаимодействия, оказываются достаточно малыми. Метод осцилляторного представления применен для вычисления энергии связи основного и орбитальных возбужденных состояний атома водорода с экранированным кулоновским потенциалом как функции от параметра экранировки. Вычислен спектр связанных состояний релятивизованного уравнения Шредингера. Результаты вычислений показывают, что нулевое приближение осцилляторного представления характеризуется высокой точностью. Установлены границы стабильности трехтельной кулоновской системы частиц с единичными зарядами в зависимости от масс частиц. Вычислены энергии основных состояний мезомолекул легких ядер.

The oscillator representation method is formulated. This method gives a regular way to describe and calculate the energy levels of ground and excited states for a wide class of potentials allowing the existence of a bound state. The perturbation series is rapidly converging, i.e., the highest perturbation corrections connected with the interaction Hamiltonian are small enough. The method of oscillator representation is used to calculate the bound state energy of a hydrogen atom in a shielded Coulomb field for the ground and orbital and radial excited states as a function of the screening parameter. The bound state spectra of the relativized Schrödinger equation is calculated. The results of our calculations show that the zeroth approximation of the oscillator representation is in a good agreement with exact values. The region of stability is determined for the three-body Coulomb systems with unit charges and arbitrary masses. The ground state energies of mesic molecules of light nuclei are calculated.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных математических проблем нерелятивистской квантовой механики является задача вычисления собственных значений и собственных функций заданного гамильтониана, т.е. решение уравнения Шредингера (УШ) для достаточно произвольных потенциалов. Однако точные решения УШ известны только для очень узкого класса потенциалов ([1—4]), таких как потенциал гармонического осциллятора, кулоновский потенциал и некоторые другие. Аналитические решения УШ для большинства интересных с физической точки зрения потенциалов не известны. Поэтому при исследовании реальных физических систем приходится прибегать к приближенным методам вычисления собственных значений и собственных функций заданного гамильтониана.

С развитием электронных вычислительных машин большое значение приобрели численные методы решения задач квантовой механики, и в этом направлении достигнуты большие успехи. Однако важное место на практике по-прежнему отводится аналитическим методам, поскольку они позволяют исследовать качественные закономерности, присущие данной системе, и являются базой для создания алгоритмов численных расчетов.

Аналитические методы реализуются в виде различного рода разложений по теории возмущений, в которых проблема сводится к представлению полного гамильтониана системы в форме $H = H_0 + H_r$, причем предполагается, что уравнение в нулевом приближении $H_0 \Psi^{(0)} = E^{(0)} \Psi^{(0)}$ решается точно, и поправки к нулевому приближению $E^{(0)}$ и $\Psi^{(0)}$ могут быть вычислены. Физическая и математическая идея поиска приближенного метода состоит в том, чтобы найти такое представление гамильтониана, в котором в аналитическом решении нулевого приближения были бы схвачены основные динамические свойства данной системы, а поправки, связанные с гамильтонианом взаимодействия H_r , были бы малы.

При наличии ярко выраженного малого параметра такими методами являются стандартная теория возмущений Рэлея — Шредингера [1—4], квазиклассическое разложение или ВКБ-приближение [1—4], метод $1/N$ -разложения [5,6]. Мы не будем останавливаться на детальном изложении этих методов, поскольку они хорошо описаны в литературе (см., например, [1—6]).

В данном обзоре основное внимание будет уделено технике решения квантово-механических задач на собственные значения в методе осцилляторного представления. Метод, названный осцилляторным представлением (ОП) [7,8], основан на идеях и методах квантовой теории скалярного поля и состоит в следующем. Любое основное связанное состояние системы

всегда может быть аппроксимировано волновой функцией некоторого осциллятора. Возникает вопрос, каким образом выбрать этот осциллятор, и здесь мы воспользуемся идеями квантовой теории поля.

Рассмотрим, например, квантовую теорию скалярного поля $\phi(x)$, описываемого гамильтонианом вида

$$H = H_0 + H_I = \frac{1}{2} \int dx [\pi^2(x) + (\nabla \phi(x))^2 + m^2 \phi^2(x)] + g \int dx \phi^4(x).$$

Естественно считать, что квадратичный «свободный» гамильтониан H_0 описывает основное состояние, если константа связи g мала. Однако в формировании основного состояния главный вклад, возникающий благодаря взаимодействию H_I при любой величине константы связи g , дают так называемые «диаграммы-головастики», или диаграммы «кактусного» типа на языке теории возмущений. Эти диаграммы пропорциональны

$$D(0) = \langle 0 | \phi(0) \phi(0) | 0 \rangle \sim \int \frac{d^4 k}{m^2 + k^2}$$

и в квантовой теории поля составляют наибольшую расходимость. Вклад этих диаграмм можно учесть перенормировкой массы скалярной частицы m и энергии вакуума. Только после выделения из гамильтониана взаимодействия этих вкладов можно считать, что квадратичный свободный гамильтониан описывает основное состояние системы, а гамильтониан взаимодействия, содержащий полевые операторы в степени три и более, дает малые добавки при малой константе связи.

В формализме квантовой теории поля эта задача решается путем введения понятия нормального произведения, если использовать представление полевых операторов через операторы рождения и уничтожения. Отсюда следует, что требование, чтобы гамильтониан взаимодействия, во-первых, содержал полевые операторы в степени более двух и, во-вторых, был записан в форме нормального произведения операторов, эффективно приводит к учету этих наибольших квантово-механических вкладов в формирование квантовой системы.

Таким образом, в квантовой теории самодействующего скалярного поля представление гамильтониана взаимодействия в форме нормального произведения операторов рождения и уничтожения означает учет главного квантового вклада, т.е. диаграмм Фейнмана «кактусного» типа, в формирование основного состояния системы, или вакуума.

Одно из существенных отличий квантовой теории поля (КТП) от квантовой механики состоит в том, что в КТП квантованное поле, представляющее набор бесконечного числа осцилляторов, и основное состояние, или вакуум, при квантово-полевым взаимодействии сохраняют свою осциллятор-

ную природу, в то время как в квантовой механике поведение собственных функций для большинства потенциалов, используемых для описания реальных взаимодействий, сильно отличается от гауссовского поведения осцилляторной волновой функции. Вообще говоря, если основное состояние квантовой системы является связанным, волновая функция этого состояния может быть разложена по осцилляторному базису в представлении, в котором канонические переменные координата и импульс выражены через операторы рождения и уничтожения a^+ и a в осцилляторном базисе. Однако в большинстве случаев асимптотическое поведение волновой функции (например, кулоновской) на больших расстояниях не совпадает с гауссовским асимптотическим поведением осцилляторной волновой функции. Поэтому разложение кулоновских волновых функций по осцилляторному базису, хотя и корректно математически, с практической точки зрения ведет к рядам, сходящимся недостаточно быстро. Наша исходная точка зрения состоит в том, что необходимо в исходном уравнении Шредингера провести замену переменных таким образом, чтобы преобразованное уравнение обладало решениями, имеющими гауссовскую асимптотику. В кулоновской системе такая замена $r \rightarrow s^2$ эффективно эквивалентна переходу к четырехмерному пространству, где волновая функция кулоновской системы становится осцилляторной. Напомним, что в одной из ранних своих работ [9] Шредингер отметил существование такого преобразования, при котором кулоновская система в трехмерном пространстве переходит в осцилляторную в четырехмерном пространстве. Кустаанхейм и Стиефел [10] выписали явный вид этого преобразования, которое будем называть КС-преобразованием, и использовали его при решении классической проблемы Кеплера. С помощью КС-преобразования кулоновская задача в трехмерном пространстве переходит в осцилляторную в четырехмерном вспомогательном пространстве.

Мы совершим следующий шаг в этом направлении и сделаем почти очевидное утверждение, что для любого потенциала, допускающего существование связанного состояния, всегда существует преобразование переменных, приводящее к гауссовой осцилляторной асимптотике волновой функции связанного состояния. Итак, мы получаем модифицированное уравнение Шредингера, у которого асимптотическое поведение собственной волновой функции является гауссовым. На следующем этапе необходимо представить гамильтониан системы в формализме операторов рождения a^+ и уничтожения a осцилляторного базиса. Возникает вопрос, как наилучшим образом определить частоту этого осциллятора. На языке гамильтонова формализма квантовой механики эта задача формулируется следующим образом. Пусть гамильтониан системы задан; из него выделим чисто осцилляторную часть с некоторой, пока неизвестной частотой ω и представим в форме $H_0 = \omega a^+ a$,

а оставшуюся часть, т.е. гамильтониан взаимодействия, — в форме нормального произведения по a^+ , a . Потребуем, чтобы гамильтониан взаимодействия не содержал слагаемых, линейных и квадратичных по каноническим переменным. Это условие определяет ω — частоту осциллятора и называется *условием осцилляторного представления*.

Идея введения понятия нормального произведения в нерелятивистскую квантовую механику не нова (см., например, [11]), однако вопрос состоит в том, какие принципы должны быть положены в основу реализации этой идеи. Все известные приближенные методы, основанные на использовании формализма операторов рождения и уничтожения, исходят из молчаливого предположения о том, что волновая функция основного состояния принадлежит осцилляторному базису, хотя более или менее очевидно, что асимптотическое поведение истинной волновой функции может сильно отличаться от осцилляторного.

В данном обзоре изложен метод осцилляторного представления. Работа построена следующим образом. Во втором разделе приведены основные формулы осцилляторного представления в d -мерном пространстве. Третий раздел посвящен преобразованию радиального уравнения Шредингера в трехмерном пространстве к виду, удобному для применения метода осцилляторного представления (ОП). Введен способ учета асимптотического поведения волновой функции как на больших, так и на малых расстояниях и переход к d -мерному вспомогательному пространству. Получены основные формулы вычисления энергии основных и возбужденных состояний в нулевом и втором приближениях ОП. В четвертом и пятом разделах ОП применено к вычислению энергетических спектров основного, орбитальных и радиальных возбужденных состояний для ангармонического, степенного и логарифмического потенциалов, основных и орбитально возбужденных состояний атома водорода, в экранированном кулоновском поле как функция от параметров экранировки, а также найдено критическое значение длины экранировки. В шестом разделе ОП использовано для вычисления энергетических спектров релятивизованных уравнений Шредингера. Седьмой раздел посвящен изучению трехтельных кулоновских систем. Установлена граница стабильности трехтельной кулоновской системы частиц с единичными зарядами в зависимости от масс частиц. Вычислены энергии основных состояний мезомолекул легких ядер.

2. ОСЦИЛЛЯТОРНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ R^d

В этом разделе получим основные формулы предлагаемого метода осцилляторного представления. В нерелятивистской квантовой механике любое связанное состояние системы всегда может быть аппроксимировано

волновыми функциями некоторого осциллятора. Возникает вопрос, каким образом выбрать этот осциллятор, и здесь мы воспользуемся идеями квантовой теории поля.

Прежде всего, приведем известные формулы квантового осциллятора в пространстве R^d ($d = 1, 2, \dots$). Гамильтониан записывается в стандартном виде

$$H = \sum_{j=0}^d \frac{1}{2} (p_j^2 + \omega^2 q_j^2) = \frac{1}{2} (p^2 + \omega^2 q^2), \quad [q_j, p_i] = i\delta_{ij}. \quad (2.1)$$

В представлении, где координаты q_j диагональны, сопряженный импульс имеет вид

$$p_j = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial q_j}.$$

Канонические переменные p, q выражаются через операторы рождения a_j^+ и уничтожения a_j следующим образом:

$$\begin{aligned} q_j &= \frac{a_j + a_j^+}{\sqrt{2\omega}} = \frac{Q_j}{\sqrt{\omega}}, \quad p_j = \sqrt{\frac{\omega}{2}} \frac{a_j - a_j^+}{i} = \sqrt{\omega} P_j, \\ a_j &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{\omega} q_j + \frac{i}{\sqrt{\omega}} p_j \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} (Q_j + iP_j) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(Q_j + \frac{\partial}{\partial Q_j} \right), \\ a_j^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{\omega} q_j - \frac{i}{\sqrt{\omega}} p_j \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} (Q_j - iP_j) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(Q_j - \frac{\partial}{\partial Q_j} \right), \\ [a_i, a_j^+] &= \delta_{ij}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Тогда гамильтониан (2.1) записывается

$$\begin{aligned} H &= \frac{\omega}{2} \sum_{j=1}^d (a_j a_j^+ + a_j^+ a_j) = \omega(a^+ a) + \frac{d\omega}{2} = H_0 + \epsilon_0, \\ H_0 &= \omega(a^+ a) = \omega \sum_{j=1}^d a_j^+ a_j, \quad \epsilon_0 = \frac{d\omega}{2}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Оператор $H_0 = \omega(a^+ a)$, представленный в нормальной форме, называется гамильтонианом свободного осциллятора. Параметр $\epsilon_0 = d\omega/2$ является энергией основного или вакуумного состояния гамильтониана (2.1). Волновая функция вакуумного состояния имеет вид

$$|0\rangle = \prod_{j=1}^d \frac{\omega^{1/4}}{\pi^{1/4}} e^{-\frac{\omega}{2} q_j^2} = \left(\frac{\omega}{\pi}\right)^{d/4} e^{-\frac{\omega}{2} q^2} \quad (2.4)$$

и удовлетворяет условиям

$$a_j |0\rangle = 0,$$

$$\langle 0|0\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} d^d q \left(\frac{\omega}{\pi}\right)^{d/2} e^{-\omega q^2} = 1. \quad (2.5)$$

Возбужденные состояния выражаются формулами

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} a_j^+ \dots a_j^+ |0\rangle, \quad H_0 |n\rangle = n \omega |n\rangle.$$

Радиальные возбуждения с нулевым угловым моментом в R^d

$$|n_r\rangle = C_{n_r} (a_j^+ a_j^+)^{n_r} |0\rangle, \quad C_{n_r}^{-2} = 2^{2n_r} n_r! \frac{\Gamma(d/2 + n_r)}{\Gamma(d/2)} \quad (2.6)$$

удовлетворяют соотношениям

$$\langle n_r | m_r \rangle = \delta_{n_r m_r}, \quad H_0 |n_r\rangle = 2n_r \omega |n_r\rangle.$$

2.1. Гамильтониан в осцилляторном представлении. Построим в пространстве R^d осцилляторное представление для гамильтониана

$$H = \frac{p^2}{2} + W(q^2). \quad (2.7)$$

Предполагается, что потенциал $W(q^2)$ допускает существование связанного состояния. Наша задача состоит в том, чтобы вычислить энергию основного состояния гамильтониана H . Для этого выделим чисто осцилляторную часть

$$H = \frac{1}{2} (p^2 + \omega^2 q^2) + [W(q^2) - \frac{\omega^2}{2} q^2], \quad (2.8)$$

где ω является пока произвольным параметром. Канонические переменные осциллятора p, q представим в форме (2.2), вакуумное состояние определяется формулами (2.4), (2.5).

Воспользуемся понятием нормального произведения. Подставляя представление (2.2) для канонических переменных p, q в потенциал $W(q)$ и проводя нормальное упорядочение операторов рождения и уничтожения, получим

$$\begin{aligned}
W(q^2) &= \int \left(\frac{dk}{2\pi} \right)^d \tilde{W}(k^2) e^{ikq} = \int \left(\frac{dk}{2\pi} \right)^d \tilde{W}(k^2) \exp \left(ik \frac{a+a^+}{\sqrt{2\omega}} \right) = \\
&= \int \left(\frac{dk}{2\pi} \right)^d \tilde{W}(k^2) \exp \left(-\frac{k^2}{4\omega} \right) \exp \left(ik \frac{a^+}{\sqrt{2\omega}} \right) \exp \left(ik \frac{a}{\sqrt{2\omega}} \right) = \\
&= \int \left(\frac{dk}{2\pi} \right)^d \tilde{W}(k^2) \exp \left(-\frac{k^2}{4\omega} \right) : \exp(ikq) :,
\end{aligned}$$

где $:$ — символ нормального упорядочения $(kq) = \sum_j k_j q_j$ и

$$\tilde{W}_d(k^2) = \int (dp)^d W(p^2) e^{i(kp)}.$$

Подставив представление (2.2) в (2.8) и проведя нормальное упорядочение операторов a_j^+ и a_j , получим

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} (p^2 + \omega^2 q^2) &= \omega \sum_j a_j^+ a_j + \frac{d}{2} \omega = \omega(a^+ a) + \frac{d}{2} \omega, \\
W(q) - \frac{\omega^2}{2} q^2 &= \int \left(\frac{dk}{2\pi} \right)^d \tilde{W}_d(k^2) \exp \left(-\frac{k^2}{4\omega} \right) : e^{i(kq)} : - \\
&\quad - \frac{\omega^2}{2} \left(: q^2 : + \frac{d}{2\omega} \right).
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Потребуем, чтобы гамильтониан взаимодействия, представленный в нормальной упорядоченной форме, не содержал каких-либо слагаемых, квадратичных по каноническим переменным, поскольку предполагается, что квадратичные члены определяют осцилляторный характер взаимодействия и полностью включены в свободный гамильтониан $\omega \sum_j a_j^+ a_j$. Это требование

будем называть *условием осцилляторного представления*. Отсюда возникает возможность получить уравнение для частоты осциллятора ω :

$$\omega^2 + \int \left(\frac{dk}{2\pi} \right)^d \tilde{W}_d(k^2) \exp \left(-\frac{k^2}{4\omega} \right) \frac{k^2}{d} = 0. \tag{2.10}$$

Используя эти соотношения, перепишем гамильтониан (2.8) в виде

$$H = H_0 + H_I + \varepsilon_0, \tag{2.11}$$

где

$$H_0 = \omega (a^+ a),$$

$$H_I = \int \left(\frac{dk}{2\pi} \right)^d \tilde{W}_d(k^2) \exp \left(-\frac{k^2}{4\omega} \right) : e_2^{i(kq)} : =$$

$$\begin{aligned}
 &= \int \left(\frac{d\rho}{\sqrt{\pi}} \right)^d e^{-\rho^2} W\left(\frac{\rho^2}{\omega}\right) : \exp(-Q^2 + 2(\rho Q)) - 1 + Q^2 \left(1 - \frac{2\rho^2}{d}\right) : , \\
 \varepsilon_0 &= \frac{d\omega}{4} + \int \left(\frac{dk}{2\pi} \right)^d \tilde{W}_d(k^2) \exp\left(-\frac{k^2}{4\omega}\right), \\
 e_2^z &= \exp_2(z) = e^z - 1 - z - \frac{z^2}{2}.
 \end{aligned}$$

Из (2.10) видно, что уравнение для ω , полученное из условия осцилляторного представления, совпадает с уравнением, определяющим минимум энергии ε_0 (2.11) по ω , т.е.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_0 &= \min_{\omega} \left\{ \frac{d\omega}{4} + \int \left(\frac{dk}{2\pi} \right)^d \tilde{W}_d(k^2) \exp\left(-\frac{k^2}{4\omega}\right) \right\} = \\
 &= \min_{\omega} \left\{ \frac{d\omega}{4} + \int \left(\frac{d\rho}{\sqrt{\pi}} \right)^d e^{-\rho^2} W\left(\frac{\rho^2}{\omega}\right) \right\} = \\
 &= \min_{\omega} \left\{ \frac{d\omega}{4} + \int_0^{\infty} \frac{du u^{d/2-1} e^{-u}}{\Gamma(d/2)} W\left(\frac{u}{\omega}\right) \right\} = \\
 &= \int_0^{\infty} \frac{du u^{d/2-1} e^{-u}}{\Gamma(d/2)} \frac{d}{du} \left[u W\left(\frac{u}{\omega}\right) \right], \tag{2.12}
 \end{aligned}$$

где ω вычисляется из (2.10), которое можно переписать в виде

$$\omega = \int_0^{\infty} \frac{du u^{d/2} e^{-u}}{\Gamma(d/2 + 1)} \frac{d}{du} W\left(\frac{u}{\omega}\right). \tag{2.13}$$

Таким образом, частота осциллятора ω есть функция исходных параметров потенциала $W(q^2)$.

Гамильтониан взаимодействия в форме нормального произведения (2.11) не приводит к появлению диаграмм кактусного типа в ряде теории возмущений; их вклад, как и в случае квантовой теории скалярного поля, включается в определение основного состояния, т.е. в частоту осциллятора ω . Таким образом, вклад диаграмм кактусного типа эффективно суммируется и определяет главный квантовый вклад взаимодействия в формирование основного состояния системы. Следующие поправки могут быть вычислены методом теории возмущений по H_I .

2.2. Поправки второго порядка. Вычислим поправку второго порядка к энергии основного состояния. Поправка первого порядка равна нулю тождественно:

$$\varepsilon_1 = \langle 0 | H_I | 0 \rangle \equiv 0.$$

Поправка второго порядка выражается стандартным образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= - \langle 0 | H_I \frac{1}{H_0} H_I | 0 \rangle = \\ &= - \frac{1}{\omega} \int \left(\frac{dk_1}{2\pi} \right)^d \int \left(\frac{dk_2}{2\pi} \right)^d \tilde{W}_d(k^2) \tilde{W}_d(k_2^2) \exp \left(- \frac{k_1^2 + k_2^2}{4\omega} \right) S \left(\frac{k_1 k_2}{2\omega} \right), \\ S(z) &= \int_0^1 \frac{dt}{t} \left[\cosh(tz) - 1 - \frac{1}{2} z^2 t^2 \right] = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{z^{2n}}{2n(2n)!}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_2 = - \frac{1}{2\omega} \sum_{n=2}^{\infty} B \left(\frac{d}{2}, \frac{d}{2} + n \right) A_n^2,$$

где $B(x, y)$ — бета-функция Эйлера и

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{(4\omega)^{d/2}}{n!} \int \left(\frac{dq}{2\pi} \right)^d \tilde{W}_d(4\omega q^2) (q^2)^n e^{-q^2} = \\ &= \left(\frac{\omega}{\pi} \right)^{d/2} \int_0^{\infty} \frac{du u^{d/2+n-1} e^{-u}}{n! \Gamma(d/2)} \tilde{W}_d(4\omega u) = \\ &= \left(- \frac{\partial}{\partial \alpha} \right)^n \int_0^{\infty} \frac{du u^{d/2-1} e^{-u}}{n! \Gamma(d/2)} W \left(\frac{\alpha u}{\omega} \right) \Big|_{\alpha=1}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Таким образом, энергия основного состояния исходного гамильтониана

$$E_0 = \varepsilon_0 + \varepsilon_2 + \dots = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} + \dots \right). \quad (2.16)$$

Точность вычислений в методе осцилляторного представления может быть оценена как

$$\delta \sim \left| \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \right|. \quad (2.17)$$

2.3. Общий случай. Введенное выше осцилляторное представление может быть обобщено следующим образом. Рассмотрим для простоты одномерную задачу. Пусть задан гамильтониан

$$H = \frac{p^2}{2} + V(q),$$

где p и q — канонические переменные и $W(q)$ — потенциал, допускающий существование связанного состояния. Введем потенциал $W_0(q, \xi)$, зависящий от некоторых параметров ξ , и перепишем гамильтониан в виде

$$H = \frac{p^2}{2} + W(q^2) = H_0 + H_I + \varepsilon_0,$$

$$H_0 = \frac{p^2}{2} + W_0(q^2, \xi) - \varepsilon(\xi), \quad (2.18)$$

$$H_I = (W(q^2) - \varepsilon_0) - (W_0(q^2, \xi) - \varepsilon(\xi)).$$

Предполагается, что уравнение Шредингера

$$\left(\frac{p^2}{2} + W_0(q^2, \xi) \right) \Psi_0 = \varepsilon(\xi) \Psi_0$$

может быть решено точно. Естественно, будем выбирать потенциал $W_0(q^2, \xi)$ «максимально близким» к потенциалу $W(q^2)$. Произведем вариационную оценку исходного гамильтониана по волновой функции $\Psi_0(q, \xi)$:

$$\varepsilon_0 = \min_{\{\xi\}} \langle \Psi_0 | H | \Psi_0 \rangle = \min_{\{\xi\}} \langle \Psi_0 | \frac{p^2}{2} + W(q^2) | \Psi_0 \rangle, \quad (2.19)$$

где минимизация проводится по параметрам ξ . В результате фиксируются параметры потенциала ξ и волновая функция $\Psi_0(q, \xi)$. Операторы H_0 и H_I в (2.18) будем рассматривать как свободный и взаимодействующий гамильтонианы. Будем вычислять энергию основного состояния по теории возмущений, где в качестве гамильтониана взаимодействия выбирается H_I . Полученное выражение представлено в (2.16), поскольку поправка первого порядка в теории возмущений равна нулю, т.к. $\varepsilon_1 = \langle \Psi_0 | H_I | \Psi_0 \rangle = 0$. Кроме того, отметим, что ε_0 является оценкой сверху для энергии основного состояния $E_0 < \varepsilon_0$.

Если выбрать в качестве потенциала $W_0(q^2, \xi)$ осциллятор с неизвестной частотой, то мы получим введенное выше осцилляторное представление, которое имеет несомненное преимущество, состоящее в том, что формализм операторов рождения и уничтожения значительно упрощает вычисления.

Рассмотрим в качестве примера гамильтониан, имеющий непосредственное отношение к трехтельной задаче (см. разд.7):

$$H = \frac{p^2}{2} + W(u) = -\frac{1}{2} \frac{d^2}{du^2} - \frac{B(u)}{\cosh^2 u}, \quad (2.20)$$

где $-\infty < u < \infty$ и $B(u)$ — некоторая положительная ограниченная функция. Проблема состоит в том, что для рассматриваемого гамильтониана асимптотика волновой функции пропорциональна $\exp(-\text{const}|u|)$, так что необходимо провести соответствующую замену переменных, чтобы получить осцилляторную асимптотику. Это приводит к довольно громоздким выражениям. Поэтому в данном случае удобнее поступить следующим образом. Имеем

$$H = H_0 + H_I + \varepsilon_0,$$

$$H_0 = -\frac{1}{2} \frac{d^2}{du^2} - \frac{\theta(\theta+1)}{2 \cosh^2 u} + \frac{\theta^2}{2},$$

$$H_I = -\frac{2W(u) - \theta(\theta+1)}{2 \cosh^2 u} - \frac{\theta^2}{2} - \varepsilon_0,$$

где θ — постоянная. Уравнение

$$H_0 \Psi_0 = \left(-\frac{1}{2} \frac{d^2}{du^2} - \frac{\theta(\theta+1)}{2 \cosh^2 u} \right) \Psi_0 = \varepsilon(\theta) \Psi_0$$

имеет решение

$$\Psi_0(u) = \frac{1}{N(\theta)(\cosh u)^\theta}, \quad \varepsilon(\theta) = -\frac{\theta^2}{2}.$$

Постоянная $N(\theta)$ вычисляется из условия нормировки и равна

$$N^2(\theta) = B\left(\frac{1}{2}, \theta\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}, \theta\right) \Gamma(\theta)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + \theta\right)}.$$

Далее необходимо действовать согласно изложенным выше правилам.

3. ОСЦИЛЛЯТОРНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ R^3

Основным объектом нашего исследования является радиальное уравнение Шредингера в трехмерном пространстве. Оно записывается стандартным образом:

$$\left[-\frac{1}{2r} \left(\frac{d}{dr} \right)^2 r + \frac{l(l+1)}{2r^2} + V(r) \right] \psi_{nl}(r) = E_{nl} \psi_{nl}(r). \quad (3.1)$$

Мы будем рассматривать такие потенциалы, как кулоновский или юкавский, т.е. на больших расстояниях

$$V(r) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad r \rightarrow \infty, \quad (3.2)$$

а также ангармонические потенциалы

$$V(r) \rightarrow r^{2\sigma}, \quad (\sigma > 0) \quad \text{при} \quad r \rightarrow \infty. \quad (3.3)$$

Поведение этих потенциалов на малых расстояниях может иметь отталкивательный характер.

Наша задача состоит в том, чтобы методом осцилляторного представления вычислить энергетические спектры E_{nl} и найти волновые функции $\psi_{nl}(r)$. Это означает, что волновые функции $\psi_{nl}(r)$ надо разложить по осцилляторному базису. Как сказано выше, эти разложения математически корректны, но они ведут к рядам, сходящимся недостаточно быстро с практической точки зрения. Основная причина состоит в том, что асимптотическое поведение истинной волновой функции на малых, $r \rightarrow 0$, и больших, $r \rightarrow \infty$, расстояниях не совпадает с гауссовским асимптотическим поведением осцилляторного базиса. Поэтому в исходном радиальном уравнении Шредингера следует провести замену переменных таким образом, чтобы преобразованное уравнение обладало решениями, имеющими необходимое асимптотическое поведение на больших и малых расстояниях. Такого сорта замена переменных проводилась в работах [12,13] с целью показать эквивалентность решений для различных степенных потенциалов в пространствах различной размерности. В частности, еще раз упомянем хорошо известную эквивалентность между кулоновским потенциалом в трехмерном пространстве и осцилляторным потенциалом в четырехмерном (см. [10,13]).

Наша идея состоит в следующем. Мы хотим провести замену переменных $r = r(s)$ таким образом, чтобы получить осцилляторное асимптотическое поведение волновой функции преобразованного уравнения, и затем идентифицировать преобразованное уравнение с радиальным уравнением Шредингера в пространстве с другой размерностью. Такого сорта преобразования изучались в работах [14] с целью показать эквивалентность уравнений Шредингера в пространствах различной размерности для ангармонических потенциалов определенного вида. Таким образом, вычисление собственной функции орбитальных возбуждений $\psi_{0l}(r)$ эквивалентно вычислению волновой функции основного состояния в пространстве другой размерности, где волновые функции имеют гауссовское асимптотическое поведение. В результате мы можем надеяться, что для таких функций будет эффективным разложение по осцилляторному базису. Волновые функции радиальных возбуждений $\psi_{nl}(r) = \ln_r$ будут определяться высшими осцилля-

торными возбужденными состояниями. После общих замечаний проведем все необходимые преобразования.

3.1. Большие расстояния. Рассмотрим поведение волновых функций на больших расстояниях. Обычно мы можем аналитически вычислить асимптотическое поведение волновой функции $\psi(r)$ при $r \rightarrow \infty$. Пусть эта асимптотика известна:

$$\psi(r) \sim \exp(-a(r)).$$

Например, для ангармонического потенциала (3.3) имеем

$$a(r) \sim r^{1+\sigma}. \quad (3.4)$$

Случай $\sigma = 0$ соответствует потенциалам кулоновского или юкавского типа (3.2).

Введем новую переменную $r = r(s)$ таким образом, что

$$a(r(s)) \sim s^2 \quad \text{для} \quad s \rightarrow \infty$$

и

$$\psi(r(s)) \sim \exp(-s^2).$$

Подстановки $r = r(s)$ и $\psi(r) = \sqrt{r'(s)} \phi(s)$ в (3.1) дают

$$\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{d}{ds} \right)^2 + \left\{ \frac{1}{8} \left(\frac{r''(s)}{r'(s)} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{r''(s)}{r'(s)} \right)' + \frac{l(l+1)}{2} \left(\frac{r'(s)}{r(s)} \right)^2 \right\} + (r'(s))^2 (V(r(s)) - E) \right] \phi(s) = 0. \quad (3.5)$$

Это уравнение в случае

$$r^{1+\sigma} = s^2 \quad \text{или} \quad r = s^{\frac{2}{1+\sigma}} = s^{2\rho}, \quad \rho = \frac{1}{1+\sigma}$$

после некоторых преобразований приобретает вид

$$\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{d}{ds} \right)^2 + \frac{L(L+1)}{2s^2} + W(s^2; E) \right] \phi(s) = 0, \quad (3.6)$$

где

$$\begin{aligned} W(s^2; E) &= \left(\frac{2}{1+\sigma} s^{\left(\frac{1-\sigma}{1+\sigma} \right)} \right)^2 \left(V \left(s^{\frac{2}{1+\sigma}} \right) - E \right) = \\ &= 4\rho^2 s^{2(2\rho-1)} [V(s^{2\rho}) - E], \\ L &= L(l, \rho) = \rho(2l+1) - 1. \end{aligned}$$

Приведем хорошо известные формулы в пространстве R^d :

$$\begin{aligned}\Delta_d &= \sum_{j=0}^d \left(\frac{\partial}{\partial x_j} \right)^2, \quad r^2 = \sum_{j=0}^d (x_j)^2, \\ \Delta_d f(r) &= \left[\left(\frac{d}{dr} \right)^2 + \frac{d-1}{r} \frac{d}{dr} \right] f(r) = \\ &= r^{-(L+1)} \left[\left(\frac{d}{dr} \right)^2 - \frac{L(L+1)}{r^2} \right] r^{(L+1)} f(r), \\ L &= L_d = \frac{d-3}{2}.\end{aligned}\quad (3.7)$$

Сравнивая уравнение (3.6) с уравнением (3.7) мы видим, что операторы в (3.6) могут быть отождествлены с радиальной частью оператора Δ_d в пространстве R^d , где

$$d = d(l, \rho) = 2L(l, \rho) + 3 = 2\rho(2l + 1) + 2. \quad (3.8)$$

В частности, для потенциала типа кулоновского, т.е. $\sigma = 0$ ($\rho = 1$), имеем $d = 4 + 4l$.

Таким образом, уравнение (3.6) можно записать

$$\left[-\frac{1}{2} \Delta_d + W(s^2; E) \right] \Phi(s) = 0, \quad (3.9)$$

причем мы ищем решение этого уравнения, зависящее только от радиальной переменной s .

3.2. Малые расстояния. Гамильтониан (3.6) содержит слагаемое, описывающее орбитальное отталкивание, но в представлении (3.9) оно как бы поглощается размерностью пространства d (3.8). Кроме того, сам потенциал на малых расстояниях может содержать отталкивательную часть. Поэтому волновая функция $\psi(s)$ при $s \rightarrow 0$ должна убывать. Волновую функцию представим в виде

$$\Psi(s) = s^{(L_D+1)} \Phi(s),$$

где параметр L_D обеспечивает убывание волновой функции на малых расстояниях. Согласно (3.7), преобразования

$$\Delta_d \rightarrow \left(\frac{d}{ds} \right)^2 - \frac{L_d(L_d+1)}{s^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left[\left(\frac{d}{ds} \right)^2 - \frac{L_D(L_D+1)}{s^2} \right] + \left[\frac{L_D(L_D+1)}{s^2} - \frac{L_d(L_d+1)}{s^2} \right] \rightarrow \\ \rightarrow \Delta_D + \frac{(D-d)(D+d-4)}{4} \frac{1}{s^2}$$

справедливы в том случае, когда операторы Δ_d и Δ_D действуют на функцию, зависящую только от радиуса s .

Окончательно перепишем уравнения (3.9) в следующем виде:

$$\left[-\frac{1}{2} \Delta_D + W_{ID, \rho}(s^2, E) \right] \Phi(s) = 0, \\ W_I(s^2, E) = W_{ID, \rho}(s^2, E) = -\frac{K(l, \rho, D)}{2s^2} + W(s^2, E), \\ K(l, \rho, D) = \frac{(D-d(l, \rho)(D+d(l, \rho)-4))}{4}, \quad (3.10)$$

где $s_j \in R^D$ и D являются дополнительными параметрами. Мы видим, что потенциал $W_{ID, \rho}(s, E)$ содержит слагаемое, описывающее притяжение, и это слагаемое может компенсировать отталкивательную часть потенциала $W(s, E)$. Еще раз подчеркнем, что волновая функция зависит только от радиуса s .

В случае потенциала кулоновского или юкавского типа (3.2), т.е. при $\rho = 1$, уравнение (3.10) принимает вид

$$\left[-\frac{1}{2} \Delta_D + W_I(s^2, E) \right] \Phi(s) = 0, \\ W_I(s^2, E) = -\frac{K(l, D)}{2s^2} + 4s^2(V(s^2) - E), \\ K(l, D) = \frac{(D-4l-4)(D+4l)}{4}. \quad (3.11)$$

3.3. Формулировка задачи. Подчеркнем еще раз, что энергия исходной системы E входит в уравнение Шредингера (3.10) и (3.11) как параметр. Таким образом, наша задача формулируется следующим образом. Имеется гамильтониан H в D -мерном пространстве:

$$H(E) = -\frac{1}{2} \Delta_D + W_I(s^2, E) = \frac{p^2}{2} + W_I(s^2, E). \quad (3.12)$$

Задача состоит в том, чтобы решить уравнение Шредингера

$$H(E)\Phi = \left[\frac{p^2}{2} + W_I(s^2, E) \right] \Phi = \epsilon(E)\Phi \quad (3.13)$$

только для радиальных возбуждений. Энергетический спектр исходной системы E_{nl} (3.1) входит как параметр в спектр $\epsilon^{[n]}$ гамильтониана (3.12):

$$H(E)\Phi^{[n]}(s) = \epsilon^{[n]}(E)\Phi^{[n]}(s), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.14)$$

и определяется из уравнений

$$\epsilon^{[n]}(E) = 0. \quad (3.15)$$

Уравнение (3.14) будем решать методом осцилляторного представления. Формулы (2.11) для гамильтониана (3.12) принимают вид

$$H = H_0(E) + H_I(E) + \epsilon_0(E) = H_0 + H_I + \epsilon_0, \quad (3.16)$$

где

$$H_0 = \omega(a^\dagger a),$$

$$H_I = \int \left(\frac{dk}{2\pi} \right)^D \tilde{W}_I(k^2, E) e^{-k^2/(4\omega)} : e^{ikq} :,$$

$$\epsilon_0(E; \omega, D) = \frac{D\omega}{4} + \int_0^\infty \frac{du u^{D/2-1} e^{-u}}{\Gamma(D/2)} W_I\left(\frac{u}{\omega}, E\right).$$

Параметр

$$\omega = \omega(E, D)$$

как функция от энергии E , D и других параметров потенциала $V(r)$ в (3.1) вычисляется из уравнения, следующего из условия осцилляторного представления:

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \epsilon_0(E; \omega, D) = 0. \quad (3.17)$$

Вычислим энергию основного состояния $\epsilon(E, D)$ гамильтониана H в теории возмущений по степеням гамильтониана взаимодействия H_I и в N -м порядке:

$$\epsilon_N(E, D) = \epsilon_0(E, D) + \epsilon_2(E, D) + \dots + \epsilon_N(E, D).$$

Тогда энергия E основного состояния исходной системы в N -м порядке теории возмущений в методе осцилляторного представления находится из уравнения (3.17) и

$$\epsilon_N(E, D) = \epsilon_0(E, D) + \epsilon_2(E, D) + \dots + \epsilon_N(E, D) = 0.$$

Эти уравнения определяют энергию $E_{(N)}(D)$ в N -м порядке теории возмущений как функцию параметра D и других параметров потенциала $V(r)$ в (3.1). Параметр D может быть найден из условия

$$E_{(N)} = \min_{\{D\}} E_{(N)}(D). \quad (3.18)$$

3.4. Энергия основного состояния в нулевом и втором приближении.

В данном обзоре применим метод осцилляторного представления только для вычисления нулевого и второго приближений по теории возмущений. Приведем формулы для вычисления энергии основного состояния.

Функция $\varepsilon(E; \omega, D)$ в (3.16) зависит от двух параметров: D и ω . В принципе могут быть введены и другие вспомогательные параметры. Обозначим их $\{\alpha_j\}$, тогда энергия основного состояния во вспомогательном пространстве записывается

$$\varepsilon_2(E; \omega, \alpha_j) = \varepsilon_0(E; \omega, \alpha_j) + \varepsilon_2(E; \omega, \alpha_j).$$

Согласно (3.16) функция $\varepsilon_0(E; \omega, \alpha_j)$ имеет вид

$$\varepsilon_0(E; \omega, \alpha_j) = A(\omega, \alpha_j) - EB(\omega, \alpha_j),$$

где $A(\omega, \alpha_j)$ и $B(\omega, \alpha_j)$ являются известными функциями.

В нулевом приближении энергия (3.16)

$$\varepsilon_0(E_0; \omega, \alpha_j) = A(\omega, \alpha_j) - E_0 B(\omega, \alpha_j) = 0.$$

Условие (3.17) дает

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{A(\omega, \alpha_j)}{B(\omega, \alpha_j)} \right) = 0. \quad (3.19)$$

Уравнения

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_k} E_0(\omega, \alpha_j) = \frac{\partial}{\partial \alpha_k} \left(\frac{A(\omega, \alpha_j)}{B(\omega, \alpha_j)} \right) = 0 \quad \text{для всех } k$$

определяют параметры $\{\alpha_j\}$ как функции от E_0 :

$$\alpha_j = \alpha_j(E_0). \quad (3.20)$$

В нулевом приближении

$$E_0 = \min_{\{\omega, \alpha_j\}} \frac{A(\omega, \alpha_j)}{B(\omega, \alpha_j)} = \frac{A(\omega_0, \alpha_j^0)}{B(\omega_0, \alpha_j^0)}, \quad (3.21)$$

где параметры ω_0 и α_j^0 определяют минимум.

Во втором приближении решим уравнение (3.17), тогда

$$\varepsilon_{(2)}(E; \omega, \alpha_j) = \varepsilon_0(E; \omega, \alpha_j) + \varepsilon_2(E; \omega, \alpha_j) = 0. \quad (3.22)$$

Если вторая поправка мала, то во втором приближении энергия $E_{(2)} = E_0 + E_2$ и

$$\varepsilon_0(E_{(2)}; \omega_0, \alpha_j^0) = A(\omega_0, \alpha_j^0) - E_{(2)} B(\omega_0, \alpha_j^0) = -E_2 B(\omega_0, \alpha_j^0) + O(E_2^2),$$

где $\omega_0 = \omega(E_0)$. Таким образом, для второй поправки имеем

$$E_2 = \frac{\varepsilon_2(E_0; \omega_0, \alpha_j^0)}{B(\omega_0, \alpha_j^0)} + O(E_2^2).$$

Окончательно:

$$\begin{aligned} E_{(2)} &= E_0 + E_2 = \\ &= \min_{\{\omega, \alpha_j\}} \frac{A(\alpha_j)}{B(\alpha_j)} + \frac{\varepsilon_2(E_0; \omega_0, \alpha_j(E_0))}{B(\omega_0, \alpha_j(E_0))} + E_0 O\left(\left|\frac{E_2}{E_0}\right|^2\right) = \\ &= \frac{A(\omega_0, \alpha_j^0) + \varepsilon_2(E_0; \omega_0, \alpha_j^0)}{B(\omega_0, \alpha_j^0)} + E_0 O\left(\left|\frac{E_2}{E_0}\right|^2\right). \end{aligned} \quad (3.23)$$

Эти формулы более просты и удобны по сравнению с (3.18) и (3.19).

3.5. Радиальные возбуждения. В методе осцилляторного представления волновые функции радиальных возбуждений даны в (2.6). Спектр энергий E_n ($n = 0, 1, \dots$) исходной системы (3.1) для основного и радиальных возбужденных состояний вычисляется из уравнений (3.15), и поэтому нам необходимо найти функции $\varepsilon^{[n]}(E)$. Имеем

$$\langle n | H_f | n \rangle = A^{[n]}(\omega, \alpha_j) - E_0 B^{[n]}(\omega, \alpha_j) \neq 0, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Энергия $\varepsilon^{[n]}$ в низшем приближении имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^{[n]}(E) &= \langle n | H_f | n \rangle = \varepsilon_0(E) + 2n\omega(E) + \langle n | H_f | n \rangle = \\ &= A_1^{(n)}(\omega, \alpha_j) - EB_1^{(n)}(\omega, \alpha_j), \end{aligned} \quad (3.24)$$

где

$$\begin{aligned} A_1^{(n)}(\omega, \alpha_j) &= (\varepsilon_0(E) + 2n\omega(E) + A^{[n]}(\omega, \alpha_j), \\ B_1^{(n)}(\omega, \alpha_j) &= B(\omega, \alpha_j) + B^{[n]}(\omega, \alpha_j). \end{aligned}$$

Параметры $\omega(\alpha_j)$ и $E(\alpha_j)$ как функции от α_j вычисляются из уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \omega} A(\omega, \alpha_j) - E \frac{\partial}{\partial \omega} B(\omega, \alpha_j) &= 0, \\ A_1^{(n)}(\omega, \alpha_j) - E B_1^{(n)}(\omega, \alpha_j) &= 0. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Энергия n -го радиального возбужденного состояния в первом приближении осцилляторного представления равна

$$E_1^{[n]} = \min_{\{\alpha_j\}} \frac{A_1^{[n]}(\omega(\alpha_j), \alpha_j)}{B_1^{[n]}(\omega(\alpha_j), \alpha_j)}.$$

Во втором приближении для энергии имеем

$$\begin{aligned} \epsilon_{(2)}^{[n]}(E) &= \epsilon_0(E) + 2n \omega(E) + \langle n | H_I | n \rangle - \\ &- \langle n | (H_I - \langle n | H_I | n \rangle) \frac{1}{H_0 - 2n \omega(E)} (H_I - \langle n | H_I | n \rangle) | n \rangle. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Волновая функция во втором приближении дается

$$\Phi_2^{[n]} = \left\{ 1 - \frac{1}{H_0 - 2n \omega(E)} (H_I - \langle n | H_I | n \rangle) \right\} | n \rangle.$$

3.6. Оценка сверху. Энергия исходной системы в нулевом приближении определяется уравнением

$$\epsilon_0(E_0) = 0, \quad (3.27)$$

точное значение энергии — уравнением

$$\epsilon(E) = \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n(E) = 0. \quad (3.28)$$

Покажем, что

$$E \leq E_0. \quad (3.29)$$

Другими словами, энергия в нулевом приближении по теории возмущений является верхней вариационной оценкой для точного значения энергии. Рассмотрим функцию $\epsilon_0(E)$ (3.16). Учитывая (3.17) и (3.11), получим

$$\frac{\partial}{\partial E} \epsilon_0(E, D(E), \omega(E)) = - \langle 0 | s^2 | 0 \rangle < 0, \quad (3.30)$$

т.е. $\epsilon_0(E)$ является убывающей функцией параметра E . С точки зрения уравнения Шредингера (3.13) $\epsilon_0(E)$ является верхней вариационной оценкой для энергии гамильтониана (3.12), так что для любых E

$$\epsilon(E) \leq \epsilon_0(E).$$

Поскольку E_0 является корнем уравнения (3.20) и для любых $E > E_0$ функция $\varepsilon(E) \leq \varepsilon(E_0) < 0$, то решение уравнения (3.22) может быть только при $E \leq E_0$, и неравенство (3.29) выполнено, что и требовалось доказать.

3.7. Параметр D и осцилляторный базис. Сделаем замечание, касающееся связи пространства R^D , для которого D может быть нецелым, с алгеброй операторов рождения и уничтожения, подразумевающей, что число D должно быть целым.

Исходное уравнение Шредингера (3.1) представим в форме

$$\int d^3\mathbf{r} \Psi(\mathbf{r}) \left[-\frac{1}{2} \Delta + V(r) - E \right] \Psi(\mathbf{r}) = 0.$$

Если $\Psi(\mathbf{r}) = r \psi_{nl}(r) Y_{nl}(\theta, \phi)$, то уравнение для волновой функции в l -м орбитальном возбуждении имеет вид

$$\int_0^\infty dr (r \psi_{nl}(r)) \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{d}{dr} \right)^2 + \frac{l(l+1)}{2r^2} + (V(r) - E) \right] (r \psi_{nl}(r)) = 0.$$

Волновая функция $\psi_{nl}(r)$ зависит только от радиальной переменной r . Проведем замены переменных

$$r = s^{2\rho} \quad \text{и} \quad r \psi_{nl}(r) = s^a \Phi(s), \quad (3.31)$$

где ρ и a являются параметрами. После некоторых преобразований это уравнение записывается

$$\int_0^\infty ds s^{D-1} \Phi(s) \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{d}{ds} \right)^2 + \frac{D-1}{s} \frac{d}{ds} + W_l(s^2, E) \right] \Phi(s) = 0, \quad (3.32)$$

здесь

$$W_l(s^2, E) = \overline{W}(s^2; l, \rho, D; E) = -\frac{K(l, \rho, D)}{2s^2} + 4\rho^2 (s^2)^{2\rho-1} (V(s^{2\rho}) - E),$$

$$D = 2a - 2\rho + 2, \quad K(l, \rho, D) = \frac{1}{4} ((D-2)^2 - 4\rho^2 (2l+1)^2).$$

С другой стороны, видно, что в случае, когда функция $\Phi(s) = \Phi(s)$ зависит только от s^2 , это уравнение можно отождествить с уравнением в пространстве R^D при

$$D = 2a - 2\rho + 2,$$

причем волновая функция $\Phi(s)$ зависит только от радиуса s . Тогда уравнение можно переписать в виде

$$\int d^D s \Phi(s) \left[-\frac{1}{2} \Delta_D + W_f(s^2, E) - \epsilon(E) \right] \Phi(s) = 0,$$

где функцию

$$\epsilon(E) = \epsilon(l, \rho, D; E)$$

можно рассматривать как собственное значение уравнения Шредингера в D -мерном пространстве

$$\left[-\frac{1}{2} \Delta_D + W_f(s^2, E) \right] \Phi(s) = \epsilon(E) \Phi(s). \quad (3.33)$$

Исходная энергия E определяется из уравнения

$$\epsilon(E) = \epsilon(l, \rho, D; E) = 0.$$

Параметры ρ и D являются свободными, и их следует выбрать подходящим образом. Эти параметры можно рассматривать как добавочные вариационные параметры, которые могут быть найдены, например, из минимума энергии в нулевом приближении

$$\epsilon_0(E) = \min_{(\rho, D)} \epsilon(l, \rho, D; E).$$

С другой стороны, параметр ρ может быть связан с асимптотическим поведением волновой функции $\Psi_{nl}(r)$ на больших расстояниях. Например, для потенциала (3.3) мы можем выбрать параметр $\rho = 1/(1 + \sigma)$, так что для волновой функции имеем

$$\Psi(r) \sim \exp(-r^{1+\sigma}) \sim \exp(-r^{1/\rho}) \sim \exp(-s^2) \sim \Phi(s).$$

Параметр a , или D , может быть связан с поведением волновой функции на малых расстояниях. Если потенциал $V(r)$ имел отталкивательный характер при $r \rightarrow 0$, то мы выбираем $K(l, \rho, D) = 0$ и $D = 2 + 2\rho(2l + 1)$.

В принципе параметр D можно выбрать таким образом, чтобы полностью компенсировать отталкивание на малых расстояниях. Например, этого можно достигнуть, вычисляя минимум энергии исходной системы в нулевом приближении. Подразумевается, что D может быть любым положительным числом. Другими словами, размерность D пространства R^D может рассматриваться как добавочный параметр, который выбирается с целью улучшить нулевое приближение.

Мы видим, что уравнение Шредингера (3.33) не содержит радиальное квантовое число в явной форме. Орбитальное квантовое число l , фигурирующее в (3.33), поглощается параметром D . С точки зрения пространства R^D функция

$$\Phi_n(s) = s^{2\rho - a} \psi_{nl}(s^{2\rho}), \quad \text{или} \quad \psi_{nl}(r) = r^{\frac{D-2\rho-2}{4\rho}} \Phi_n(r^{1/(2\rho)}),$$

при любых n и фиксированном l является собственной функцией радиального возбуждения в пространстве R^D с радиальным квантовым числом n и нулевым орбитальным моментом.

Таким образом, решение уравнения в трехмерном пространстве для l -го орбитального возбуждения эквивалентно решению уравнения Шредингера в пространстве R^D для состояния с нулевым угловым моментом.

В результате исходное уравнение Шредингера может быть представлено в форме (3.33), и волновая функция $\Phi(s)$ основного состояния имеет гауссовское асимптотическое поведение на больших расстояниях $\Phi(s) \sim \exp(-s^2)$, максимум в точке $s = 0$.

В методе осцилляторного представления решение уравнения Шредингера (3.33) имеет вид

$$\Phi_n(s) = \exp\left(-\frac{\omega}{2}s^2\right) \sum_m c_{nm} P_m^{(D)}(s^2\omega),$$

где $\{P_m^{(D)}(t)\}$ — полиномы, ортонормированные на интервале $0 < t < \infty$ с весовой функцией

$$\rho_D(t) = t^{\frac{D}{2}-1} \exp(-t),$$

т.е.

$$\int_0^\infty dt t^{\frac{D}{2}-1} e^{-t} P_n^{(D)}(t) P_m^{(D)}(t) = \delta_{nm}.$$

Эти ортогональные полиномы можно построить, используя формализм операторов рождения и уничтожения a_j и a_j^+ в пространстве R^D (см. разд. 2). Основное состояние, или вакуум, пропорционально

$$|0\rangle \sim \exp\left(-\frac{\omega}{2}s^2\right).$$

Радиальные возбуждения определяются следующим образом:

$$\Phi_n \sim (a^+ a^+)^n |0\rangle \sim P_n^{(D)}(\omega s^2) e^{-\frac{\omega}{2}s^2} \sim P_n^{(D)}(\omega r^{1/\rho}) \exp\left(-\frac{\omega}{2} r^{1/\rho}\right), \quad (3.34)$$

где $P_n^{(D)}(t)$ является полиномом n -го порядка. Параметр D в этом представлении можно рассматривать как любое положительное число. Эти полиномы удовлетворяют условию ортогональности:

$$\begin{aligned} \langle \Psi_n, \Psi_m \rangle &\sim \langle 0 | (aa)^n (a^+ a^+)^m | 0 \rangle \sim \int_0^\infty ds S^{D-1} \exp(-s^2) P_n^{(D)}(s^2) P_m^{(D)}(s^2) \sim \\ &\sim \int_0^\infty dt t^{D/2-1} \exp(-t) P_n^{(D)}(t) P_m^{(D)}(t) \sim \delta_{nm}. \end{aligned}$$

Таким образом, параметр D может быть любым положительным числом.

Итак, алгебра операторов рождения и уничтожения представляет собой не что иное, как математический метод работы с ортонормированными полиномами. Кроме того, явный вид этих полиномов определяется формулой (3.34).

4. АНГАРМОНИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ

Ангармонические осцилляторные модели играли и играют важную роль в эволюции многих направлений в квантовой физике. Несмотря на кажущуюся простоту, проблема вычисления спектра и собственных функций в случае ангармонического взаимодействия не является простой. Имеется многочисленная литература, в которой разработаны различные аналитические и численные методы для решения этой проблемы (см., например, [15—21]). С другой стороны, ангармонический потенциал является хорошим оселком для проверки любого нового метода.

Бендер и Ву [16] сделали существенный вклад в исследование ангармонического осциллятора, который, в частности, представляет теоретический интерес, поскольку может рассматриваться как одномерная теория поля. Главная надежда состоит в том, что необычные и неожиданные свойства этой нелинейной модели могут привести к некоторым догадкам об аналитической структуре более реалистических полевых теорий. Тем не менее развитая техника оказалась достаточно сложной даже для этого простого случая.

Стандартный путь исследования состоит в использовании теории возмущений. В случае ангармонического потенциала ряды теории возмущений являются асимптотическими, т.е. имеют нулевой радиус сходимости. Далее должны быть применены методы суммирования, чтобы вычислить поправки высших порядков. В результате мы получаем достаточно громоздкую процедуру. Обсуждение этих трудностей можно найти в статье Стефенсона [17].

Квазиклассическое приближение применялось к трехмерному ангармоническому осциллятору [18]. Проблема вычисления спектра сводилась к решению достаточно громоздкого трансцендентного уравнения, включая полные эллиптические интегралы. Однако оказалось, что точность невелика для низколежащих уровней.

Другое известное приближение для исследования систем с сильным взаимодействием — это модифицированная теория возмущений [19]. Соотношение точности этой теории с принципом минимальной чувствительности было проанализировано для случая ангармонического осциллятора в работе [20]. Можно сказать, что этот метод хорош, когда известен точный ответ.

$1/N$ -разложение для ангармонического осциллятора было использовано в [21]. В работе [6] $1/N$ -разложение применялось для вычисления спектра ангармонического осциллятора.

Здесь нам хотелось бы внести свой вклад в эти многочисленные исследования. Мы продемонстрируем эффективность метода осцилляторного представления на примере вычисления спектров ангармонических осцилляторов [22].

4.1. Ангармонический потенциал в R^1 . Вычислим энергию основного состояния одномерного ангармонического осциллятора. Гамильтониан этой системы записывается в стандартном виде

$$H = \frac{p^2}{2m} + mv^2 \frac{v^2}{2} q^2 + \lambda q^4. \quad (4.1)$$

В случае симметричного потенциала $V(q^2)$ волновая функция основного состояния зависит только от q^2 , т.е.

$$\Psi = \Psi(q^2), \quad \Psi'(0) = 0,$$

так что имеем

$$\int_{-\infty}^{\infty} dq \Psi(q^2) \left[-\frac{1}{2} \frac{d^2}{dq^2} + V(q^2) - mE \right] \Psi(q^2) = 0$$

или

$$\int_0^{\infty} dq \Psi(q^2) \left[-\frac{1}{2} \frac{d^2}{dq^2} + V(q^2) - mE \right] \Psi(q^2) = 0, \\ V(q^2) = \frac{m^2 v^2}{2} q^2 + m \lambda q^4. \quad (4.2)$$

Таким образом, будем рассматривать волновое уравнение на положительной полуоси $0 \leq q \leq \infty$.

Теперь можно применить метод осцилляторного представления к этому гамильтониану. Прежде всего необходимо произвести замену переменной таким образом, чтобы согласовать асимптотическое поведение волновой функции с осцилляторным базисом. Легко получить, что при больших q асимптотическое поведение истинной волновой функции определяется ангармоническим слагаемым λq^4 и пропорционально

$$\Psi(q^2) \sim \exp(-q^3) \quad \text{при } q \rightarrow \infty.$$

Тем не менее при малых λ поведение волновой функции ближе к гауссову поведению волновой функции гармонического осциллятора. Таким образом, мы можем ожидать, что поведение волновой функции

$$\Psi(q^2) \sim \exp(-q^\alpha) \quad \text{для } q \rightarrow \infty,$$

где $2 \leq \alpha \leq 3$ является параметром, может быть наиболее приемлемым приближением. Теперь введем новую переменную

$$q = s^{2/\alpha} = s^{2\rho}, \quad \rho = \frac{1}{\alpha}.$$

После некоторых преобразований интеграл в (4.2) можно переписать в виде

$$\int_0^\infty ds s^{1-2\rho} \Psi(s) \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{d^2}{ds^2} + \frac{1-2\rho}{s} \frac{d}{ds} \right] + W(s^2, E) \right] \Psi(s) = 0,$$

где

$$W(s^2, E) = 4\rho^2 \left[\frac{m^2 v^2}{2} (s^2)^{4\rho-1} + m\lambda (s^2)^{6\rho-1} - mE (s^2)^{2\rho-1} \right]. \quad (4.3)$$

Теперь мы можем отождествить оператор

$$\frac{d^2}{ds^2} + \frac{1-2\rho}{s} \frac{d}{ds} = \frac{d^2}{ds^2} + \frac{d-1}{s} \frac{d}{ds} \rightarrow \Delta_d, \quad d = 2 - 2\rho,$$

и меру

$$ds s^{1-\rho} = ds s^{d-1} \rightarrow (ds)^d$$

с «лапласианом» Δ_d и «мерой» $(ds)^d$ во вспомогательном пространстве R^d . При этом следует помнить, что этот оператор действует на функции, зависящие только от радиуса. Используя соотношения (3.7), уравнения (4.3) представим в виде

$$\int (ds)^d \Psi(s) \left[-\frac{1}{2} \Delta_d + W(s^2, E) \right] \Psi(s) = 0. \quad (4.4)$$

Волновую функцию $\Psi(s)$ в (4.4) будем рассматривать как волновую функцию основного состояния, удовлетворяющего следующему уравнению Шредингера:

$$\left[-\frac{1}{2} \Delta_d + W(s^2, E) \right] \Psi(s) = H \Psi(s) = \varepsilon(E) \Psi(s),$$

$$H = \frac{p^2}{2} + W(s^2, E). \quad (4.5)$$

Энергия исходной системы определяется из уравнения

$$\varepsilon(E) = 0. \quad (4.6)$$

Теперь метод осцилляторного представления применим к гамильтониану (4.5). Согласно (3.16), уравнение Шредингера и гамильтониан (4.5) в осцилляторном представлении записываются в виде

$$(H_0 + H_I + \varepsilon_0) \Psi = \varepsilon(E) \Psi,$$

$$H = \frac{p^2}{2} + W(s^2, E) = H_0 + H_I + \varepsilon_0, \quad (4.7)$$

где H_0 и H_I дается (2.11), и величина ε_0 в (2.12) равна

$$\varepsilon_0(E) = \min_{\{\omega, \rho\}} \varepsilon_0(E; \omega, \rho),$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_0(E; \omega, \rho) &= \frac{d\omega}{4} + \int_0^\infty \frac{du u^{\frac{d}{2}-1} e^{-u}}{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)} W\left(\frac{u}{\omega}, E\right) = \\ &= A(\omega, \rho) - EB(\omega, \rho), \\ A(\omega, \rho) &= \frac{1-\rho}{2} \omega + \frac{4\rho^2 m \omega}{\Gamma(1-\rho)} \left[\frac{mv^2}{2x^2} \Gamma(3\rho) + \frac{\lambda}{x^3} \Gamma(5\rho) \right], \\ B(\omega, \rho) &= \frac{4\rho^2 m \omega}{x} \frac{\Gamma(\rho)}{\Gamma(1-\rho)}, \end{aligned}$$

и использовано обозначение $x = \omega^{2\rho}$. Параметры $\omega(E)$ и $\rho(E)$ как функции от E определяются из уравнений

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \varepsilon_0(E, \omega, \rho) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \rho} \varepsilon_0(E, \omega, \rho) = 0.$$

Энергия основного состояния $\varepsilon_2(E)$ во втором порядке теории возмущений после некоторых вычислений записывается

$$\varepsilon_2(E; \omega, \rho) = -\frac{8\rho^2 m^2 \omega}{\Gamma(1-\rho)} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R_n}{n!} \right)^2 \frac{\Gamma(n+1-\rho)}{\Gamma(n+2-2\rho)}, \quad (4.8)$$

где

$$R_n = \frac{mv^2}{6x^2} \frac{\Gamma(n+1-4\rho)\Gamma(1+3\rho)}{\Gamma(1-4\rho)} + \frac{\lambda}{5x^3} \times \\ \times \frac{\Gamma(n+1-6\rho)\Gamma(1+5\rho)}{\Gamma(1-6\rho)} - \frac{E}{x} \frac{\Gamma(n+1-2\rho)\Gamma(1+\rho)}{\Gamma(1-2\rho)}.$$

Энергия основного состояния E в нулевом порядке по теории возмущений вычисляется из уравнения (3.21) и равна

$$E_0 = \min_{\{\omega, \rho\}} \frac{A(\omega, \rho)}{B(\omega, \rho)} = \frac{A(\omega_0, \rho_0)}{B(\omega_0, \rho_0)}, \quad (4.9)$$

где ω_0 и ρ_0 определяются из минимума энергии. Энергия во втором порядке теории возмущений

$$E_{(2)} = E_0 + E_2, \quad (4.10)$$

где

$$E_0 = \min_{\{x, \rho\}} \left[\frac{\Gamma(2-\rho)}{8m\rho\Gamma(1+\rho)} x + \frac{mv^2}{6} \frac{\Gamma(1+3\rho)}{\Gamma(1+\rho)} \frac{1}{x} + \frac{\lambda}{5} \frac{\Gamma(1+5\rho)}{\Gamma(1+\rho)} \frac{1}{x^2} \right], \\ E_2 = \frac{\varepsilon_2(E_0; \omega_0, \rho_0)}{B(\omega_0, \rho_0)} = -\frac{2}{\Gamma(\rho)} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R_n}{n!} \right)^2 \frac{\Gamma(n+1-\rho)}{\Gamma(n+2-2\rho)}.$$

В табл.1 приведены результаты вычислений энергии ангармонического осциллятора.

Точность нулевого приближения определяется формулой

$$\delta = \frac{|E^{(0)} - E^{(2)}|}{E^{(0)}} \times 100\%.$$

Из табл.1 видно, что точность менее 1%, т.е. ряд теории возмущений быстро сходится.

Если $v = 0$ и $m = 1$, то энергия основного состояния

$$E = c \lambda^{1/3}.$$

Таблица 1. Энергия основного состояния одномерного ангармонического осциллятора в случае $m = \frac{1}{2}$ и $mv = 1$ как функция параметра λ . $E^{(0)}$ и $E^{(2)}$ — энергии в нулевом и втором порядках, E^{ex} — точное значение из [23]

λ	α	Энергия		
		$E^{(0)}$	$E^{(2)}$	E^{ex}
0,02	2,02	1,015	1,015	1,118
0,1	2,07	1,065	1,065	
0,2	2,12	1,119	1,118	
0,5	2,18	1,243	1,242	
1,0	2,23	1,394	1,393	
1,5	2,25	1,511	1,510	1,608
2,0	2,27	1,610	1,609	
5,0	2,31	2,022	2,020	
10,0	2,32	2,454	2,452	3,010
20,0	2,34	3,016	3,014	
100	2,36	5,009	5,008	

Постоянная c в нулевом порядке теории возмущений вычисляется из уравнения (4.9):

$$c_0 = \min_{\{\rho\}} \frac{3}{4\Gamma(1+\rho)} \left[\frac{\Gamma(5\rho)\Gamma^2(2-\rho)}{4\rho} \right]^{1/3} = 0,66933\dots$$

Второе приближение дает

$$c_{(2)} = c_0 + c_2 = 0,66846\dots, \quad c_2 = -0,00087\dots$$

Точное численное значение получено в [15]: $c = 0,667986\dots$

4.2. Ангармонические потенциалы в R^3 . Рассмотрим трехмерный ангармонический потенциал. Уравнение Шредингера записывается в виде

$$\left[-\frac{1}{2mr} \left(\frac{d}{dr} \right)^2 r + \frac{l(l+1)}{2mr^2} + \frac{mv^2}{2} r^2 + \lambda r^4 \right] \psi(r) = E\psi(r). \quad (4.11)$$

Согласно (3.31), проведем преобразование $r = s^{2\rho}$ и получим представление

$$\begin{aligned} H(E)\Phi(s) &= \varepsilon(E)\Phi(s), \\ H(E) &= \frac{1}{2} p^2 + W(s^2, E), \\ W(s^2, E) &= 4\rho^2 m \left[\frac{mv^2}{2} (s^2)^{4\rho-1} + \lambda (s^2)^{6\rho-1} - E (s^2)^{2\rho-1} \right], \end{aligned} \quad (4.12)$$

где $s \in R^d$ и $d = 2\rho(2l+1) + 2$.

Теперь применим метод осцилляторного представления к вычислению энергии трехмерного ангармонического потенциала. Гамильтониан имеет вид

$$H = \frac{p^2}{2} + W(s^2, E) = H_0 + H_I + \varepsilon_0, \quad (4.13)$$

где H_0 и H_I даются (2.11) и функция ε_0 , согласно (2.12), равна

$$\varepsilon_0(E) = \min_{\{\omega, \rho\}} \varepsilon_0(E; \omega, \rho),$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_0(E; \omega, \rho) &= \frac{d\omega}{4} + \int_0^\infty \frac{du u^{\frac{d}{2}-1} e^{-u}}{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)} W\left(\frac{u}{\omega}, E\right) = \\ &= A(l, \omega, \rho) - EB(l, \omega, \rho), \\ A(l, \omega, \rho) &= \frac{\rho(2l+1)+1}{2} \omega + \frac{4\rho^2 m \omega}{\Gamma(\rho(2l+1)+1)} \times \\ &\times \left[\frac{mv^2}{2x^2} \Gamma(\rho(2l+5)) + \frac{\lambda}{x^3} \Gamma(\rho(2l+7)) \right], \\ B(l, \omega, \rho) &= \frac{4\rho^2 m \omega}{x} \frac{\Gamma(\rho(2l+3))}{\Gamma(\rho(2l+1)+1)} \end{aligned}$$

и введено обозначение $x = \omega^{2\rho}$.

Энергия основного состояния E_{0l} в нулевом порядке теории возмущений

$$E_{0l} = \min_{\{\omega, \rho\}} \frac{A(l, \omega, \rho)}{B(l, \omega, \rho)} = \min_{\{x, \rho\}} \left[\frac{\Gamma(\rho(2l+1)+2)}{\Gamma(\rho(2l+3))} \frac{x}{8m\rho^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{mv^2}{2x} \frac{\Gamma(\rho(2l+5))}{\Gamma(\rho(2l+3))} + \frac{\lambda}{x^2} \frac{\Gamma(\rho(2l+7))}{\Gamma(\rho(2l+3))} \right]. \quad (4.14)$$

Энергия основного состояния ангармонического осциллятора исследовалась многими авторами как аналитическими, так и численными методами. Точный результат численного вычисления [6] для E_{00} при значениях параметров $\lambda = 1$, $m = 1/2$ и $v = 2$:

$$E_{00}^{\text{ex}} = 4,64881 \dots$$

Для этого случая из формулы (4.14) получаем

$$E_{00} = 4,6511 \dots$$

Отсюда видно, что метод осцилляторного представления в нулевом приближении дает хорошее согласие с точным результатом.

4.3. Степенные потенциалы. В этом разделе метод осцилляторного представления применим к вычислению энергетических спектров основного, орбитального и радиального возбужденного состояний трехмерного степенного потенциала:

$$V(r) = \lambda r^v. \quad (4.15)$$

Соответствующее уравнение Шредингера записывается стандартным образом:

$$\left[-\frac{1}{2mr} \left(\frac{d}{dr} \right)^2 r + \frac{l(l+1)}{2mr^2} + \lambda r^v \right] \psi(r) = E \psi(r). \quad (4.16)$$

После замены переменных $r = s^{2\rho}$ имеем

$$\begin{aligned} H(E)\Phi(s) &= \varepsilon(E)\Phi(s), \\ H(E) &= \frac{1}{2} p^2 + W(s^2, E), \\ W(s^2, E) &= 4\rho^2 m \left[\lambda(s^2)^{\rho(2+v)-1} - E(s^2)^{2\rho-1} \right], \end{aligned} \quad (4.17)$$

где $s \in R^d$ и $d = 2\rho(2l+1) + 2$.

Гамильтониан в осцилляторном представлении имеет вид

$$H = \frac{p^2}{2} + W(s^2, E) = H_0 + H_I + \varepsilon_0, \quad (4.18)$$

где H_0 и H_I определены в (2.11), и функция ε_0 , согласно (2.12), равна

$$\varepsilon_0(E) = \min_{\{\omega, \rho\}} \varepsilon_0(E; \omega, \rho);$$

$$\varepsilon_0(E; \omega, \rho) = \frac{d\omega}{4} + \int_0^\infty \frac{du u^{\frac{d}{2}-1} e^{-u}}{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)} W\left(\frac{u}{\omega}, E\right) =$$

$$= A(l, \omega, \rho) - EB(l, \omega, \rho),$$

$$A(l, \omega, \rho) = \frac{\rho(2l+1)+1}{2} \omega + \frac{4\rho^2 m \lambda \omega}{y^{2+\nu}} \frac{\Gamma(\rho(2l+3+\nu))}{\Gamma(\rho(2l+1)+1)},$$

$$B(l, \omega, \rho) = \frac{4\rho^2 m \omega}{y^2} \frac{\Gamma(\rho(2l+3))}{\Gamma(\rho(2l+1)+1)}.$$

Здесь введено обозначение $y = \omega^\rho$.

Энергия основного состояния E_{0l} в нулевом порядке теории возмущений

$$\begin{aligned} E_{0l} &= \min_{\{\omega, \rho\}} \frac{A(l, \omega, \rho)}{B(l, \omega, \rho)} = \\ &= \min_{\{y, \rho\}} \left[\frac{\Gamma(\rho(2l+1)+2)}{\Gamma(\rho(2l+3))} \frac{y^2}{8m\rho^2} + \frac{\lambda}{y^\nu} \frac{\Gamma(\rho(2l+3+\nu))}{\Gamma(\rho(2l+3))} \right] = \\ &= \min_{\{\rho\}} \frac{2+\nu}{\Gamma(\rho(2l+3))} \left[\frac{\Gamma(\rho(2l+1)+2)}{8\nu m \rho^2} \right]^{\frac{\nu}{2+\nu}} \left[\frac{\lambda}{2} \Gamma(\rho(2l+3+\nu)) \right]^{\frac{2}{2+\nu}}. \quad (4.19) \end{aligned}$$

Теперь рассмотрим радиальные возбуждения. Учитывая (3.24), получаем в первом приближении

$$\varepsilon_1^{(n)} = \varepsilon_0 + 2n\omega + \langle n|H_I|n \rangle,$$

где

$$\langle n|H_I|n \rangle = \int \left(\frac{dk}{2\pi} \right)^d \tilde{W}_d(k^2) \exp\left(-\frac{k^2}{4\omega}\right) \langle n| : e_2^{ikq} : |n \rangle.$$

Введем полиномы

$$\begin{aligned} e_n(t, d) &= \langle n| : e_2^{ikq} : |n \rangle = \sum_{m=2}^{2n} c_m(n, d) t^m, \quad t = -\frac{k^2}{4\omega}, \\ c_m(n, d) &= \frac{n! \Gamma\left(\frac{d}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{d}{2}+n\right) \Gamma\left(\frac{d}{2}+m\right)} \sum_p^{\left[\frac{m}{2}\right]} \frac{2^{m-2p} \Gamma\left(\frac{d}{2}+n+p\right)}{(n-m+p)!(m-2p)!(p!)^2}, \end{aligned}$$

где

$$p = \max(0, m-n).$$

Таблица 2. Энергия основного состояния степенных потенциалов как функция ν для значений параметров $n=l=0$ и $2m=1$. E_{00} — нулевое приближение осцилляторного представления. Численные результаты взяты из [24] и метода $1/N$ -разложения [6]

ν	Энергия		
	$1/N$	Числ.результат	E_{00}
-1,5	-0,29888	-0,29609	-0,29703
-1,25	-0,22035	-0,22029	-0,22027
-1,0	-0,25	-0,25	-0,25
0,15	1,32795	1,32795	1,3279
0,5	1,83341	1,83339	1,8335
0,75	2,10815	2,10814	2,1082
1,5	2,70806	2,70809	2,7081
2,0	3,0	3,0	3,0
3,0	3,45111	3,45056	3,4511
4,0	3,80139	3,79967	3,8024
5,0	4,09146	4,08916	4,0962
6,0	4,33801	4,33860	4,3524
7,0	4,54690	4,55866	4,5815
8,0	4,71772	4,75587	4,7901
10	4,92220	5,09786	5,1607

Коэффициенты $c_m(n,d)$ для $n=1$ и $n=2$:

$$c_2(1,d) = \frac{2}{d}, \quad c_2(2,d) = \frac{4(d+8)}{d(d+2)},$$

$$c_3(2,d) = \frac{16}{d(d+2)}, \quad c_4(2,d) = \frac{2}{d(d+2)}.$$

Первые три полинома записываются следующим образом:

$$e_0(t,d) = 0,$$

Таблица 3. Энергетические спектры для различных потенциалов в нулевом приближении. Численные результаты взяты из [6] и [24] (в скобках)

Квантовые числа		$-\frac{2^{1,7}}{r^{0,2}}$ $2m = 1$	$V(r)$ $-\frac{2^{0,8}}{r^{0,8}}$ $2m = 1$	$2^{3,5}r$ $2m = 1$	$\ln r$ $m = 1$
$n = 0$	$l = 0$	-2,686 (-2,686)	-1,2186 (-1,218)	9,353 (9,35243)	1,045 (1,0443)
	$l = 1$	-2,345 (-2,345)	-0,5004 (-0,500)	13,445	1,641 (1,643)
	$l = 2$	-2,156 (-2,156)	-0,2947 (-0,295)	16,993	2,014 (2,015)
	$l = 3$	-2,029 (-2,029)	-0,2019 (-0,202)	20,204	2,284 (2,286)
$n = 1$	$l = 0$	-2,253 (-2,253)	-0,462 (-0,462)	16,355 (16,3518)	1,848 (1,8474)
	$l = 1$	-2,101 (-2,101)	-0,281 (-0,281)	19,540	2,151 (2,151)
	$l = 2$	-1,990 (-1,990)	-0,195 (-0,195)	22,521	2,388 (2,388)
	$l = 3$	-1,905	-0,146	25,330	2,580
$n = 2$	$l = 0$	-2,044 (-2,044)	-0,265 (-0,265)	22,084 (22,08224)	2,290 (2,290)
	$l = 1$	-1,951 (-1,951)	-0,187 (-0,187)	24,833	2,491 (2,491)
	$l = 2$	-1,875 (-1,875)	-0,142 (-0,142)	27,478	2,663 (2,663)
	$l = 3$	-1,812	-0,113	30,021	2,811

$$e_1(t, d) = \frac{2}{d} t^2,$$

$$e_2(t, d) = \frac{4}{d(d+2)} \left[(d+8)t^2 + 4t^3 + \frac{1}{2}t^4 \right].$$

Если потенциалы представить в виде

$$W(s^2) = \sum_k w_k (s^2)^{\sigma_k},$$

то получим

$$\begin{aligned} \langle nl | H_l | nl \rangle &= \int \left(\frac{dk}{2\pi} \right)^d \tilde{W}_d(k^2) \exp \left(-\frac{k^2}{4\omega} \right) \langle nl : e_2^{ikq} : nl \rangle = \\ &= \sum_k \frac{w_k}{\omega^{\sigma_k}} C_k(d, \sigma_k), \end{aligned}$$

$$C_k(d, \sigma_k) = \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2} + \sigma_k\right)}{\Gamma\left(\frac{d}{2} + 1\right)} \sum_{s=2}^{2n} c_s(n, d) \frac{\Gamma(\sigma_k + 1)}{\Gamma(\sigma_k + 1 - s)}.$$

Следующий шаг состоит в решении уравнения (3.25). В результате вычислений имеем

$$E_{nl} = \lambda \min_{\{\rho\}} \frac{\Gamma(\rho(2l+3+v))}{\Gamma(\rho(2l+3))} \frac{F(v)}{F(0)} \left[\frac{F(0)}{8\rho^2 m \lambda J} \frac{\Gamma(\rho(2l+1)+1)}{\Gamma(\rho(2l+3+v))} \right]^{\frac{v}{2+v}},$$

где

$$F(v) = 4n[\rho(2+v)-1] + [\rho(2l+1)+1][\rho(2+v)+C_n(d, \rho(2+v)-1)],$$

$$J = \rho v + [\rho(2+v)-1]C_n(d, 2\rho-1) - (2\rho-1)C_n(d, \rho(2+v)-1),$$

здесь $d = 2\rho(2l+1) + 2$. Численные результаты наших вычислений представлены в табл.2 и 3.

4.4. Логарифмический потенциал. Теперь рассмотрим логарифмический потенциал

$$V(r) = \lambda \ln(r). \quad (4.20)$$

Это один из потенциалов, который широко используется для описания спектроскопии кваркония [24]. Проводя стандартные вычисления согласно (3.16), получаем для энергии E_{nl} в низшем приближении следующее выражение:

$$E_{nl} = \lambda \min_p \left\{ \frac{\partial}{\partial \sigma} \ln \left[\left(\frac{d}{2} + 4n \right) \sigma + \frac{d}{2} (1 + C_n(d, \sigma)) \right] + \psi \left(\frac{d}{2} + \sigma \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2p} \ln \left[\frac{1}{(\sigma + 1)^3 m \lambda} \frac{\Gamma \left(\frac{d}{2} \right)}{\Gamma \left(\frac{d}{2} + \sigma \right)} \frac{\left(\frac{d}{2} + 4n \right) \sigma + \frac{d}{2} (1 + C_n(d, \sigma))}{1 + C_n(d, \sigma) - \sigma \frac{\partial}{\partial \sigma} C_n(d, \sigma)} \right] \right\}, \\ \frac{d}{2} = p(2l + 1) + 1, \quad \sigma = 2p - 1, \quad \psi(x) = \frac{d}{dx} \ln \Gamma(x).$$

Функция $C_n(d, \sigma)$ определена выше.

Численные результаты приведены в табл.3. Видно, что нулевое приближение совпадает с точным до четырех знаков.

Таким образом, наши вычисления говорят о том, что

— метод осцилляторного представления дает возможность единого описания одно- и трехмерного ангармонического осциллятора;

— нулевое приближение метода ОП обладает высокой точностью, так что высшие поправки по гамильтониану взаимодействия достаточно малы;

— для степенных потенциалов энергетические уровни для орбитальных и радиальных возбужденных состояний в нулевом приближении совпадают с точными в четырех знаках.

5. ПОТЕНЦИАЛЫ КУЛОНОВСКОГО ТИПА

Кулоновский потенциал и потенциалы, связанные с кулоновским взаимодействием, играют фундаментальную роль в понимании динамики атомных и молекулярных явлений. Решения уравнения Шредингера с этими потенциалами рассматривались разными методами (см. [1—6]).

В этом разделе в рамках метода осцилляторного представления [8,25] вычислим энергетические спектры кулоновского и экранированного кулоновского потенциалов.

5.1. Кулоновский потенциал. Радиальное уравнение Шредингера для кулоновского потенциала записывается стандартным образом:

$$\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{l(l+1)}{2r^2} - \frac{m\alpha}{r} \right] \Psi_{nl}(r) = mE_{nl} \Psi_{nl}(r), \quad (5.1)$$

где l — орбитальное квантовое число, m — масса электрона. Проведя необходимые вычисления, как в предыдущих разделах для $r = s^2$, получим для этого радиального уравнения

$$\left[-\frac{1}{2} \Delta_d + \frac{(-8mE)}{2} s^2 - 4m\alpha \right] \Phi = 0. \quad (5.2)$$

Это уравнение определено в пространстве R^d размерности $d = 4 + 4l$. Полученное уравнение Шредингера является чисто осцилляторным, т.е.

$$\left[\frac{1}{2} p^2 + \frac{1}{2} \Omega^2 s^2 \right] \Phi = \left[\Omega(a^+ a) + \frac{d}{2} \Omega \right] \Phi = 4\alpha m \Phi, \quad (5.3)$$

где $\Omega^2 = -8mE$.

Согласно (2.6) радиальные возбуждения

$$\Phi_{n_r} = |n_r\rangle = C_{n_r} (a^+ a^+)^{n_r} |0\rangle, \quad (5.4)$$

так что имеем

$$\Omega \left(2n_r + \frac{d}{2} \right) \Phi_{n_r} = 4\alpha m \Phi_{n_r},$$

и, наконец, получаем кулоновский спектр

$$E_{n_r l} = -\frac{\alpha^2 m}{2(1+n_r+l)^2} = -\frac{\alpha^2 m}{2(1+n)^2}. \quad (5.5)$$

Здесь $n = n_r + l$. Кулоновские волновые функции выписываются по формуле (5.4) и равны

$$\Psi_{n_r l}(r) \sim \Phi_{n_r}(s^2) = C_{n_r} \left[\frac{1}{2} \left(s_j - \frac{\partial}{\partial s_j} \right) \right]^{n_r} e^{-\frac{1}{2} s^2}, \quad (5.6)$$

где $s_j \in R^d$ с $d = 4 + 4l$ и $s^2 = r$.

5.2. Экранированный кулоновский потенциал. Вычислим энергию связи основного и орбитальных возбужденных состояний для атома водорода в экранированном кулоновском поле как функцию параметра экранировки Дебая. Экранированный кулоновский потенциал удовлетворительно описывает эффективные взаимодействия в многотельных атомных явлениях. Однако уравнение Шредингера для таких потенциалов точно не решается, и поэтому используются различные приближенные методы, как численные [26—28], так и аналитические [29]. В [26—28] с помощью численного метода энергетические спектры определены как функции от длины экранировки для $1s-3d$ -состояний.

В рамках осцилляторного представления рассмотрим зависимость энергетического спектра основного и орбитального возбужденного состояний как функцию параметра длины экранировки в нулевом приближении метода ОП.

Экранированный кулоновский потенциал записывается стандартным образом:

$$V(r) = -\frac{Ze^2}{r} \exp(-Ar), \quad (5.7)$$

где $1/A$ является длиной экранировки. Соответствующее уравнение Шредингера имеет вид

$$\left[-\frac{1}{2} \frac{1}{r} \left(\frac{d}{dr} \right)^2 r + \frac{l(l+1)}{2r^2} + \frac{U}{2} - \frac{1}{2r} \exp(-\mu r) \right] \psi(r) = 0, \quad (5.8)$$

где введены следующие безразмерные переменные:

$$\mu = \frac{A}{2Zme^2}, \quad E = -2m Z^2 e^4 U.$$

Наша задача состоит в том, чтобы определить энергию связи E или U как функцию параметров μ для основного и возбужденного состояний. После подстановки $r = s^{2\rho}$ уравнение (5.8) имеет следующий вид:

$$\left[-\frac{1}{2} \Delta_d + W(s^2, U) \right] \Phi(s) = 0, \quad (5.9)$$

где

$$W(s^2, U) = 2\rho^2 \left[-(s^2)^{\rho-1} e^{-\mu(s^2)^\rho} + U(s^2)^{2\rho-1} \right],$$

$$d = 2\rho(2l+1) + 2.$$

Гамильтониан в осцилляторном представлении определен в (2.19), и в данном случае энергия

$$\epsilon_0(U, \rho) = \min_{\omega} \epsilon_0(U, \omega, \rho),$$

где

$$\epsilon_0(U, \omega, \rho) = A(\omega, \rho) + U \cdot B(\omega, \rho).$$

Здесь

$$A(\omega, \rho) = \frac{\rho(2l+1)+1}{2} \omega -$$

$$- \frac{2\rho^2}{\omega^{2\rho-1}} \int_0^\infty \frac{du u^{\rho(2l+2)-1}}{\Gamma(\rho(2l+1)+1)} \exp\left(-u - \frac{\mu}{\omega^\rho} u^\rho\right),$$

$$B(\omega, \rho) = \frac{2\rho^2}{\omega^{2\rho-1}} \frac{\Gamma(\rho(2l+3))}{\Gamma(\rho(2l+1)+1)}.$$

Таблица 4. Энергия как функция длины экранировки
для 1s- и 2p-состояний

μ	1s		2p	
	$U^{(0)}$	[28]	$U^{(0)}$	[27]
0,001	0,24900	0,24900	0,061500	0,061500
0,01	0,24015	0,24015	0,05298	0,05298
0,0125	0,237743	0,23773	0,05075	0,05075
0,025	0,225908	0,22590	0,04037	0,040375
0,05	0,20354	0,20353	0,02326	0,02368
0,1	0,16342	0,16340	0,001999	0,00205
0,125	0,14547	0,14546		
0,25	0,07399	0,07395		
0,357	0,03357	0,03377		
0,5	0,004645	0,00515		

Согласно (3.17), параметры ω и U как функции от ρ вычисляются из уравнений

$$\begin{aligned} \epsilon_0(U, \omega, \rho) &= A(\omega, \rho) + UB(\omega, \rho) = 0, \\ \omega \frac{d}{d\omega} \epsilon_0(U, \omega, \rho) &= \omega \frac{d}{d\omega} A(\omega, \rho) + U\omega \frac{d}{d\omega} B(\omega, \rho) = 0. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Вводя новую переменную $x = \mu/\omega^\rho$, после некоторых упрощений получаем

$$U = U(\mu) = \max_{F(\rho, x) = \mu} \frac{\rho^2 I_+(\rho, x) I_-(\rho, x)}{\Gamma(\rho(2l+3))\Gamma(\rho(2l+1)+2)}, \quad (5.11)$$

где

$$I_{\pm}(\rho, x) = \int_0^{\infty} du u^{\rho(2l+2)-1} \exp(-u - xu^\rho) [1 \pm xu^\rho],$$

здесь параметры ρ и x связаны соотношением

$$\mu = F(\rho, x) = \frac{2\rho^2 x I_+(\rho, x)}{\Gamma(\rho(2l+1)+2)}. \quad (5.12)$$

Эти формулы дают возможность определить U как функцию параметров μ и l в низшем приближении. Полученные результаты представлены в табл.4.

5.3. Критическая длина экранировки. Одной из характеристик экранированного кулоновского потенциала является критическая длина экранировки, равная параметру μ , при котором энергия связанного состояния равна нулю. Этот параметр вычислялся разными методами. В [26, 27] численными методами получены значения критической длины экранировки для одноэлектронных (n, l) -состояний.

Вычислим критическую длину экранировки для двухтельной системы. Критическая длина экранировки в нулевом приближении осцилляторного представления определяется условием

$$U(\mu_c) = 0. \quad (5.13)$$

Согласно (5.11), это уравнение эквивалентно

$$I_-(\rho, x) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \rho} I_-(\rho, x) = 0.$$

Из этих уравнений параметры x и ρ вычисляются как функции l . Критическое значение μ_c дается уравнением (5.12). Результаты вычислений представлены в табл.5.

Таблица 5. Критическая длина экранировки μ_c для (n, l) -состояний

l	$n_r = 0$	
	$\mu_c^{[0]}$	[27]
0	0,579	0,59530
1	0,109023	0,11011
2	0,04531	0,04567
3	0,024698	0,02492
4	0,015522	0,015672
5	0,010654	0,01076
6	0,007764	0,00784
7	0,005909	0,00597

6. РЕЛЯТИВИЗОВАННОЕ УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА

Стандартное уравнение Шредингера описывает поведение нерелятивистских систем. Нерелятивистские потенциальные модели успешно применяются как в физике тяжелых кваркониев, так и в физике адронов. Однако кварк-кварковая система является релятивистской, поэтому вычисление релятивистских поправок к кварковому связанному состоянию является одной из основных проблем. Релятивистский характер кварк-кварковых взаимодействий исследовался в работах [30—33].

Релятивистский характер взаимодействия учитывается различными способами. Релятивистские поправки могут быть связаны со спиновым взаимодействием или кинематическими эффектами, т.е. с движением кварков относительно их общего центра масс.

Основным теоретическим инструментом для изучения релятивистских поправок в потенциальных моделях является уравнение Бете — Солпитера и Брейта — Ферми. Учет релятивистских взаимодействий, связанных со спинами кварков (см., например, [31]), дает возможность понять природу взаимодействия кварков и позволяет описывать существующие экспериментальные результаты.

Попытки учета релятивистских взаимодействий, не зависящих от спинов, делались разными авторами [33] и основывались на замене в нерелятивистском уравнении Шредингера нерелятивистской энергии на релятивистскую

$$\frac{p^2}{2m} \rightarrow \sqrt{p^2 + m^2}.$$

Таким образом, предполагается, что кварк-кварковая система описывается релятивизованным уравнением Шредингера в пространстве R^3 :

$$\left[\sqrt{p^2 + m^2} + V(r^2) \right] \Psi = E \Psi. \quad (6.1)$$

Обычно это уравнение решается с помощью численных или вариационных методов (см., например, [30—32]).

Мы будем решать это уравнение с помощью метода осцилляторного представления [22]. Волновая функция записывается в виде

$$\Psi(r, \theta, \phi) = Y_{lm}(\theta, \phi) \Psi_{nl}(r), \quad (6.2)$$

где l — орбитальный момент.

Радиальное уравнение Шредингера имеет вид

$$\left[\sqrt{-\frac{1}{r} \left(\frac{d}{dr} \right)^2} r + \frac{l(l+1)}{r^2} + m^2 + V(r^2) \right] \Psi_{nl} = E_{nl} \Psi_{nl}. \quad (6.3)$$

Введем функции

$$\Psi_{nl}(r) = r^l \Phi(r),$$

$$L_d = \frac{d-3}{2} = l, \quad d = 3 + 2l.$$

Уравнение (6.3) принимает вид

$$\left[\sqrt{-\frac{1}{r^{(d-1)/2}} \left(\frac{d}{dr} \right)^2} r^{d-1/2} + \frac{L_d(L_d+1)}{r^2} + m^2 + V(r^2) \right] \Psi_{nl} = E_{nl} \Psi_{nl}.$$

Это уравнение совпадает с уравнением Шредингера в пространстве R^d :

$$\left[\sqrt{-\Delta_d + m^2} + V(r^2) \right] \Phi(r) = E \Phi(r). \quad (6.4)$$

Теперь применим метод осцилляторного представления к следующему гамильтониану в пространстве R^d :

$$H = \sqrt{p^2 + m^2} + V(r^2).$$

Гамильтониан перепишем в виде:

$$H = \frac{1}{2\mu} (p^2 + \vartheta r^2) + \left[\sqrt{p^2 + m^2} - \frac{p^2}{2\mu} \right] + \left[V(r^2) - \frac{\vartheta}{2\mu} r^2 \right], \quad (6.5)$$

где μ и ϑ являются параметрами. Введем осцилляторные канонические переменные

$$r_j = \frac{Q_j}{\sqrt{\vartheta}}, \quad Q_j = \frac{a_j + a_j^+}{\sqrt{2}};$$

$$p_j = \sqrt{\vartheta} P_j, \quad P_j = \frac{a_j - a_j^+}{i\sqrt{2}}; \quad (j = 1, \dots, d). \quad (6.6)$$

Вакуумное состояние определяется стандартным образом:

$$\langle 0|0\rangle = 1, \quad a_j|0\rangle = 0,$$

$$\langle 0|r_i r_j|0\rangle = \frac{\delta_{ij}}{2\vartheta}, \quad \langle 0|p_i p_j|0\rangle = \delta_{ij} \frac{\vartheta}{2}.$$

Подставим представление (6.6) в (6.5), проведем нормальное упорядочение гамильтониана по операторам a_j, a_j^+ и потребуем, чтобы гамильтониан взаимодействия H_I не содержал слагаемые с $:p^2:$ и $:r^2:$.

После некоторых упрощений получим

$$H = H_0 + E_0 + H_I,$$

где

$$\begin{aligned}
 H_0 &= \omega a_j^+ a_j, & \omega &= \frac{\vartheta}{\mu}; \\
 H_I &= \int \left(\frac{d\rho}{\sqrt{\pi}} \right)^d e^{-\rho^2} \left[\sqrt{\rho^2 \vartheta + m^2} : \exp(-2\rho\rho - \rho^2) - 1 + \rho^2 \left(1 - \frac{2}{d} \rho^2 \right) : + \right. \\
 &\quad \left. + V \left(\frac{\rho^2}{\vartheta} \right) : \exp(-2Q\rho - Q^2) - 1 + Q^2 \left(1 - \frac{2}{d} \rho^2 \right) : \right] = \\
 &= \int \left(\frac{du}{\sqrt{\pi}} \right)^d \left[\tilde{K}(u^2) \exp \left(-\frac{u^2 \vartheta}{4} \right) : e_2^{iup} : + \tilde{V}(u^2) \exp \left(-\frac{u^2}{4\vartheta} \right) : e_2^{iur} : \right], \quad (6.7)
 \end{aligned}$$

здесь

$$\begin{aligned}
 \tilde{K}(u^2) &= \int (d\rho)^d \sqrt{\rho^2 + m^2} e^{iup}; \\
 \tilde{V}(u^2) &= \int (d\rho)^d V(\rho^2) e^{iup}; \\
 e_2^z &= e^z - 1 - z - \frac{z^2}{2}; \\
 E_0 &= \min_{\{\vartheta\}} \int \left(\frac{d\rho}{\sqrt{\pi}} \right)^d e^{-\rho^2} \left[\sqrt{\rho^2 \vartheta + m^2} + V \left(\frac{\rho^2}{\vartheta} \right) \right] = \\
 &= \min_{\{\vartheta\}} \int_0^\infty \frac{du u^{d/2-1} e^{-u}}{\Gamma \left(\frac{d}{2} \right)} \left[\sqrt{u\vartheta + m^2} + V \left(\frac{u}{\vartheta} \right) \right].
 \end{aligned}$$

Параметры μ и ϑ определяются из условия осцилляторного представления, т.е. гамильтониан взаимодействия H_I не должен содержать слагаемые с $:p^2:$ и $:r^2:$. Уравнения имеют вид

$$\begin{aligned}
 \int_0^\infty du u^{d/2} e^{-u} \frac{d}{du} \left[\sqrt{u\vartheta + m^2} - V \left(\frac{u}{\vartheta} \right) \right] &= 0, \\
 \omega &= \frac{2}{\Gamma \left(\frac{d}{2} + 1 \right)} \int_0^\infty du u^{d/2} e^{-u} \frac{d}{du} V \left(\frac{u}{\vartheta} \right). \quad (6.8)
 \end{aligned}$$

Используя эти формулы, можно вычислить спектр релятивизованного гамильтониана.

6.1. Примеры. Рассмотрим корнеловский потенциал для кварков с массой $m = 0$. В этом случае все интегралы вычисляются аналитически. Корнеловский потенциал дает простейшую интерполяцию от кулоновского режима взаимодействия к линейно растущему поведению:

$$H = \sqrt{p^2} - \frac{\kappa}{r} + hr. \quad (6.9)$$

Этот потенциал использовался для описания полурелятивистских связанных кварк-кварковых систем на малых и больших расстояниях. Первое слагаемое связано с одноглюонным обменным взаимодействием, а второе обеспечивает конфайнмент кварков на больших расстояниях.

Из уравнения (6.8) для ϑ и ω получаем:

$$\begin{aligned} \vartheta &= \frac{h}{1 - \kappa_l}, & \kappa_l &= \frac{\kappa}{1 + l}, \\ \omega &= \sqrt{\frac{h}{1 - \kappa_l}} \frac{\Gamma(l + 2)}{\Gamma(l + 5/2)}. \end{aligned} \quad (6.10)$$

Мы видим, что 1) если $h = 0$, т.е. в случае чистого кулоновского потенциала, релятивизованное уравнение Шредингера не имеет решений для связанных состояний; 2) для $\kappa \geq 1$ имеет место «падение на центр», т.е. не существует стабильных состояний в системе.

Гамильтониан в осцилляторном представлении

$$H = \omega a_j^\dagger a_j + H_l + \epsilon_0,$$

где

$$\begin{aligned} H_l &= -\sqrt{\frac{h}{1 - \kappa_l}} \frac{\Gamma(2 + l)}{\pi^{2+l}} \int \frac{(du)^d}{u^{2(2+l)}} \exp\left(-\frac{u^2}{4}\right) \times \\ &\times \left[:e_2^{iuP}: + \left(1 - \kappa_l + \frac{1}{2} \kappa_l u^2\right) :e_2^{iuQ}: \right], \\ E_0 &= 2 \sqrt{h(1 - \kappa_l)} \frac{\Gamma(l + 2)}{\Gamma(l + 3/2)}. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Вторая поправка вычисляется стандартным образом, и в случае $\kappa = 0$

$$\begin{aligned} E &= E_0 + E_2 = E_0 (1 - \delta_l) = 2 \sqrt{h} \frac{\Gamma(l + 2)}{\Gamma(l + 3/2)} (1 - \delta_l), \\ \delta_l &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma(l + 2) \Gamma(2n + 1/2)}{\Gamma(2n + l + 1/2)} \frac{2^{4n-1} \Gamma^2(2n - 1/2)}{\Gamma(4n + 2)}. \end{aligned}$$

Приведем некоторые численные значения для δ_l :

$$\delta_0 = 0,006, \quad \delta_1 = 0,004, \quad \delta_l < 0,003 \quad \text{для } l \geq 2.$$

Для асимптотически больших l получаем

$$E = E_{0l} \approx 2 \sqrt{hl}. \quad (6.12)$$

В этом пределе энергия E_{0l} для линейного потенциала в случае нерелятивистского гамильтониана ведет себя как

$$E = E_{0l} \approx \frac{3}{2} (hl)^{2/3}. \quad (6.13)$$

Явление «падения на центр» для $\kappa \geq 1$ ведет к тому, что собственные значения гамильтониана чувствительно зависят от массы m в кинетическом члене. В частности, если κ близко к единице, то нерелятивистский предел наступает для достаточно больших m . Продemonстрируем это утверждение. Рассмотрим два гамильтониана:

$$H_{\text{rel}} = (\sqrt{p^2 + m^2} - m) - \frac{\kappa}{r} + hr,$$

$$H = \frac{p^2}{2m} - \frac{\kappa}{r} + hr.$$

Наша цель найти значения μ как функции от κ , для которой основные значения энергии этих двух гамильтонианов практически совпадают. Удобно сделать следующие подстановки:

$$r \rightarrow \frac{r}{\sqrt{h}}, \quad \mu = \frac{m}{\sqrt{h}}, \quad H \rightarrow H/\sqrt{h}.$$

Имеем

$$H_{\text{rel}} = (\sqrt{p^2 + \mu^2} - \mu) - \frac{\kappa}{r} + r,$$

$$H = \frac{p^2}{2\mu} - \frac{\kappa}{r} + r.$$

Энергия основного состояния для обоих случаев дается формулами

$$E_{00}^{\text{rel}} = \min_{\{x\}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ \int_0^\infty dt \sqrt{t} e^{-t} [\sqrt{\mu^2 + tx^2} - \mu] - \kappa x + \frac{1}{x} \right\},$$

$$E_{00} = \min_{\{\rho, x\}} \left\{ \frac{\Gamma(2+\rho)}{\Gamma(3\rho)} \frac{x^2}{8\rho^2 \mu} - \kappa x \frac{\Gamma(2\rho)}{\Gamma(3\rho)} + \frac{1}{x} \frac{\Gamma(4\rho)}{\Gamma(3\rho)} \right\}.$$

Таблица 6. Энергия основного состояния для релятивизованного и нерелятивистского гамильтонианов как функция параметров κ и μ

μ	$\kappa = 0$		$\kappa = 0,1$		$\kappa = 0,5$		$\kappa = 0,9$	
	рел.	нерел.	рел.	нерел.	рел.	нерел.	рел.	нерел.
0,01	2,247	8,614	2,131	8,591	1,586	8,500	0,704	8,409
0,1	2,162	3,998	2,046	3,949	1,500	3,749	0,616	3,543
0,5	1,878	2,338	1,757	2,254	1,186	1,896	0,256	1,503
1,0	1,654	1,856	1,523	1,749	0,902	1,279	- 0,134	0,730
2,0	1,396	1,473	1,246	1,337	0,517	0,702	- 0,802	- 0,114
5,0	1,068	1,085	0,877	0,896	- 0,168	- 0,120	-2,526	-1,706
10	0,857	0,861	0,616	0,614	- 0,934	- 0,968	-5,226	- 3,885
40					- 4,607	- 4,925	- 21,127	- 16,158
100							- 52,850	- 40,483

Результаты вычислений приведены в табл.6. Можно видеть, что для $\kappa = 1/2$ нерелятивистское поведение наступает при $\mu^2 = m^2/h \approx 100 + 500$.

7. КУЛОНОВСКИЕ СИСТЕМЫ ТРЕХ ТЕЛ

Задача трех тел с кулоновским взаимодействием является одной из классических проблем квантовой механики. Фок первым предложил метод [34] решения уравнения Шредингера для трехтельной системы с кулоновским взаимодействием на примере атома гелия. Этот метод стал одним из основных современных подходов к решению уравнения Шредингера в проблеме трех тел. В настоящее время существуют два метода решения уравнения Шредингера для трехтельной системы: метод адиабатического представления и вариационный метод (см., например, [35—36]).

Вариационный метод, позволяющий выполнять высокоточные расчеты трехтельной кулоновской системы, алгоритмизирован и реализован в виде комплекса пакетов программ на ЭВМ. В рамках вариационного метода успешно вычисляются неадиабатические поправки к уровню энергии мезомолекул, с высокой точностью определяется энергия связи и другие параметры квантово-механических систем, таких как атом, молекула и ядро. Для улучшения сходимости при любых значениях масс и зарядов трехтельной системы используются разложения волновых функций по различным базисным

состояниям: метод хиллерасовского базиса [37], метод экспоненциального разложения [38], метод разложения в сфероидальных координатах [39] и др.

Главная цель этих исследований в большинстве случаев — построение высокоточного численного решения уравнения Шредингера для кулоновской системы трех тел при заданных значениях масс и зарядов. С усовершенствованием вычислительной техники точность определения энергии связанных состояний, т.е. решение уравнения Шредингера для трехтелных кулоновских нерелятивистских систем, достигла очень высокого уровня. Однако пока не удалось их описать единым образом.

Определение собственных значений гамильтониана трехтельной кулоновской системы численными методами с высокой точностью, конечно, важно. Однако для понимания динамики образования связанных состояний трехтельной кулоновской системы немаловажную роль играет качественное изучение зависимости собственных значений гамильтониана от масс и зарядов частиц системы. Так что продолжает оставаться актуальным создание аналитических методов, позволяющих с хорошей точностью качественно и полуколичественно исследовать эти зависимости, а также численных расчетов, дающих новые идеи для создания более эффективных алгоритмов.

В этом разделе мы применим метод осцилляторного представления для вычисления энергии основного состояния квантовых систем трех тел с кулоновским взаимодействием.

Мы будем действовать согласно следующему сценарию. Прежде всего в радиальном уравнении Шредингера для основного состояния трехтельной системы проведем замену переменных таким образом, чтобы получить гауссовское поведение волновой функции основного состояния. В результате получим модифицированное уравнение Шредингера с гамильтонианом осцилляторного типа. Затем запишем этот гамильтониан в осцилляторном представлении и получим уравнения, определяющие энергию основного состояния в нулевом приближении.

Результаты численных расчетов показали, что отклонение энергии основного состояния от точных значений оказалось менее одного процента, так что можно считать, что ряд теории возмущений сходится достаточно быстро. В принципе метод осцилляторного представления позволяет вычислять энергию основного состояния с произвольной точностью, учитывая высшие поправки теории возмущений. Здесь мы будем рассматривать только нулевое приближение. В качестве задач, представляющих реальный физический интерес, рассмотрим область стабильности трехтелных кулоновских систем с единичными зарядами и произвольными массами, а также вычислим энергии связанных состояний мезонных молекул легких ядер (He, Li, Be), найдем зависимость этих связанных состояний от масс и зарядов и

определим границу стабильности мезонных молекул с массами $m_N = 2Zm_p$, где m_p — масса протона и Z — заряд ядра.

7.1. Гамильтониан трех тел для основного состояния. Рассмотрим трехтелую систему с кулоновским взаимодействием в трехмерном пространстве. Пусть m_1, m_2 и m_3 — массы, а $Z_1e, -Z_2e$ и Z_3e — заряды частиц, где Z_j — одновременно или положительные, или отрицательные числа, так что $Z_i Z_j > 0$. Уравнение Шредингера для этой системы записывается стандартным образом:

$$H = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \frac{(\mathbf{p}_j)^2}{m_j} - \frac{Z_1 Z_2 e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} + \frac{Z_1 Z_3 e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3|} - \frac{Z_2 Z_3 e^2}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3|}. \quad (7.1)$$

Введем координаты Якоби $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$:

$$\mathbf{r}_1 = a_1 \mathbf{x} + b_2 \mathbf{y} + \mathbf{R},$$

$$\mathbf{r}_2 = -b_1 \mathbf{y} + \mathbf{R},$$

$$\mathbf{r}_3 = b_2 \mathbf{y} - a_3 \mathbf{x} + \mathbf{R}.$$

Удобно работать с безразмерными переменными

$$\mathbf{x} = \frac{1}{Me^2} \mathbf{r}; \quad \mathbf{y} = \frac{1}{\sqrt{M\mu}} \mathbf{s}.$$

Здесь введены обозначения:

$$a_3 = \frac{m_1}{m_1 + m_3},$$

$$a_1 = \frac{m_3}{m_1 + m_3},$$

$$b_1 = \frac{m_1 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3},$$

$$b_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2 + m_3},$$

$$M = \frac{m_1 m_3}{m_1 + m_3},$$

$$\mu = \frac{(m_1 + m_3) m_2}{m_1 + m_2 + m_3},$$

$$a_1 + a_3 = 1,$$

$$b_1 + b_2 = 1.$$

После ряда упрощений гамильтониан (7.1) записывается в виде

$$H = Me^4 \left\{ \frac{1}{2} p_r^2 + \frac{1}{2} p_s^2 + \frac{Z_1 Z_3}{r} - \frac{Z_1 Z_2 c}{|s + c_1 \mathbf{r}|} - \frac{Z_2 Z_3 c}{|s - c_3 \mathbf{r}|} \right\}, \quad (7.2)$$

где член кинетической энергии полной системы опущен и

$$c = c_1 + c_3;$$

$$c_1 = \frac{1}{m_1} \sqrt{\frac{m_1 m_2 m_3}{m_1 + m_2 + m_3}}; \quad c_3 = \frac{1}{m_3} \sqrt{\frac{m_3 m_2 m_1}{m_1 + m_2 + m_3}}.$$

Энергия связи трехтельной системы с кулоновским взаимодействием в единицах $\frac{1}{2} Me^4$ имеет вид

$$E = -\frac{1}{2} Me^4 U. \quad (7.3)$$

Таким образом, в этой энергетической шкале безразмерный параметр U определяет энергию системы.

Наша задача состоит в том, чтобы вычислить энергию основного состояния E гамильтониана (7.2). В этом случае волновая функция системы $\Psi = \Psi(r, s, \phi)$ зависит только от трех переменных:

$$r = \sqrt{\mathbf{r}^2}, \quad s = \sqrt{\mathbf{s}^2}, \quad \phi,$$

где ϕ является углом между векторами $\mathbf{r}$ и $\mathbf{s}$. В этих переменных уравнение Шредингера записывается в форме:

$$h\Psi = 0, \quad (7.4)$$

где

$$\begin{aligned} h = & -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{2}{s} \frac{\partial}{\partial s} \right) - \\ & - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{s^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \operatorname{ctg} \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right) + V_1, \\ V_1 = & \frac{Z_1 Z_3}{r} + \frac{U}{2} - \frac{c Z_3 Z_2}{\sqrt{s^2 + c_3^2 r^2 - 2c_3 r s \cos \phi}} - \\ & - \frac{c Z_2 Z_1}{\sqrt{s^2 + c_1^2 r^2 + 2c_1 r s \cos \phi}}. \end{aligned} \quad (7.5)$$

Будем рассматривать переменные r, s и ϕ в гамильтониане h (7.5) как независимые. При таком предположении гамильтониан h является неэрмитовым по переменной ϕ , поскольку оператор

$$\Delta_\phi = \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \operatorname{ctg} \phi \frac{\partial}{\partial \phi} = \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\sin \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right)$$

является неэрмитовым на интервале $\phi \in [0, \pi]$. Для восстановления эрмитовости гамильтониана по переменной ϕ проще всего рассмотреть матричный элемент гамильтониана

$$\begin{aligned}
 (\Psi, h\Phi) &= \int dr \int ds \Psi^* (r, s, \phi) h\Phi(r, s, \phi) = \\
 &= 8\pi^2 \int_0^\infty dr r^2 \int_0^\infty ds s^2 \int_0^\pi d\phi \sin \phi \Psi^* (r, s, \phi) h\Phi (r, s, \phi),
 \end{aligned}$$

где Ψ и Φ зависят только от r, s и ϕ . Часть этого интеграла, зависящая от угла ϕ , может быть записана как

$$\begin{aligned}
 &\int_0^\pi \frac{d\phi}{\sin \phi} \Psi (\phi) \left(-\frac{1}{2} \left(\sin \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right)^2 + \sin^2 \phi V_1 (\cos \phi) \right) \Phi (\phi) = \\
 &= \int_{-\infty}^\infty du \Psi(u) \left(-\frac{1}{2} \frac{d^2}{du^2} + \frac{1}{\cosh^2 u} V_1 (\tanh u) \right) \Phi (u),
 \end{aligned}$$

где введена переменная $u = \ln \left(\operatorname{tg} \frac{\phi}{2} \right)$. Таким образом, оператор $\left(\sin \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right)^2 = \frac{\partial^2}{\partial u^2}$ является эрмитовым.

Эрмитов гамильтониан имеет вид:

$$\begin{aligned}
 h = &-\frac{1}{2 \cosh^2 u} \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{2}{s} \frac{\partial}{\partial s} \right) \right] - \\
 &-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{s^2} \right) \frac{d^2}{du^2} + V,
 \end{aligned} \tag{7.6}$$

где

$$\begin{aligned}
 V = &V (r, s, u) = \\
 = &\frac{1}{\cosh^2 u} \left[\frac{Z_1 Z_3}{r} \frac{U}{2} - \frac{c Z_3 Z_2}{\sqrt{s^2 + c_3^2 r^2 - 2c_3 r s \tanh u}} - \right. \\
 &\left. - \frac{c Z_2 Z_1}{\sqrt{s^2 + c_1^2 r^2 + 2c_1 r s \tanh u}} \right]
 \end{aligned}$$

и r, s и u — независимые переменные.

Согласно процедуре, изложенной в разд.3 и 5, произведем замену переменных

$$r = Q^2, \quad s = q^2.$$

При этой замене для кинетической части гамильтониана (7.6) имеем

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{2}{s} \frac{\partial}{\partial s} \right) \right] \Phi(r, s) = \\ = \left[\frac{1}{4Q^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial Q^2} + \frac{3}{Q} \frac{\partial}{\partial Q} \right) + \frac{1}{4q^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial q^2} + \frac{3}{q} \frac{\partial}{\partial q} \right) \right] \Phi(Q, q).$$

Операторы

$$X_Q = \left(\frac{\partial^2}{\partial Q^2} + \frac{3}{Q} \frac{\partial}{\partial Q} \right), \quad X_q = \left(\frac{\partial^2}{\partial q^2} + \frac{3}{q} \frac{\partial}{\partial q} \right)$$

могут рассматриваться как радиальная часть четырехмерных лапласианов $\square_Q$ и $\square_q$. Волновая функция системы зависит только от переменных Q , q и u . Следовательно, операторы X_Q и X_q , действующие на функцию $\Psi(Q, q, u)$, могут быть идентифицированы с радиальными частями операторов $\square_Q$ и $\square_q$, и переменные Q_μ и q_μ можно рассматривать как векторы четырехмерного пространства.

Итак, эрмитов гамильтониан кулоновской трехтельной системы для основного состояния после замены

$$\begin{aligned} 0 < \phi < \pi, & \quad \phi \rightarrow u = \ln \left(tg \frac{\phi}{2} \right), & \quad -\infty < u < \infty, \\ 0 < s < \infty, & \quad s \rightarrow q = \sqrt{s}, & \quad 0 < q < \infty, \\ 0 < r < \infty, & \quad r \rightarrow Q = \sqrt{r}, & \quad 0 < Q < \infty \end{aligned} \quad (7.7)$$

имеет вид

$$h = \frac{1}{2 \cosh^2 u} \left(q^2 \frac{P_Q^2}{4} + Q^2 \frac{P_q^2}{4} \right) + \left(\frac{Q^2}{q^2} + \frac{q^2}{Q^2} \right) P_u^2 + V, \quad (7.8)$$

где

$$\begin{aligned} V = \frac{1}{\cosh^2 u} & \left[2q^2 Z_1 Z_3 + UQ^2 q^2 - 2c Q^2 q^2 Z_2 \times \right. \\ & \times \left(\frac{Z_1}{\sqrt{q^4 + c_1^2 Q^4 - 2c_1 q^2 Q^2 \tanh u}} + \right. \\ & \left. \left. + \frac{Z_3}{\sqrt{q^4 + c_3^2 Q^4 + 2c_3 q^2 Q^2 \tanh u}} \right) \right], \end{aligned}$$

где $Q = \sqrt{Q_\mu^2}$, $q = \sqrt{q_\mu^2}$ и Q_μ , q_μ — векторы в четырехмерном вспомогательном пространстве, $\square_Q = -P_Q^2$, $\square_q = -P_q^2$. Волновая функция

основного состояния зависит только от трех независимых переменных Q, q и u , т.е. $\Psi = \Psi(Q, q, u)$.

Волновая функция в осцилляторном представлении должна правильно описывать поведение системы как на больших, так и на малых расстояниях. Остановимся теперь на проблеме малых расстояний. Из выражения (7.6) видно, что потенциал взаимодействия трехтельной кулоновской системы содержит потенциал отталкивания по переменной r . Минимум потенциала взаимодействия не находится в точке $r = 0$, и волновая функция имеет максимум по r в некоторой точке $r_{\max} > 0$. В методе осцилляторного представления учет отталкивания в нуле осуществляется переходом к пространству высшей размерности, о чем говорилось в разд.3. При переходе в d -мерное пространство потенциал отталкивания эффективно превращается в потенциал притяжения, а размерность пространства d рассматривается как добавочный вариационный параметр.

Окончательно гамильтониан для основного состояния кулоновской трехтельной системы имеет вид

$$h = \frac{1}{\cosh^2 u} \left(q^2 \frac{P^2}{4} + Q^2 \frac{P^2}{4} \right) + \left(\frac{Q^2}{q^2} + \frac{q^2}{Q^2} \right) P_u^2 + W \quad (7.9)$$

с

$$W = - \frac{d(d-4)}{16 \cosh^2 u} \frac{q^2}{Q^2} + V,$$

где $q_\mu \in R^4$, $Q_j \in R^d$, $u \in R^1$ и потенциал V представлен в (7.6).

Величина U , определяющая энергию основного состояния исходной системы, входит как параметр в гамильтониан h (7.9), поэтому наша задача формулируется следующим образом. Мы должны найти основное состояние гамильтониана h , т.е. решить уравнение Шредингера

$$h\Psi = \epsilon\Psi \quad (7.10)$$

и найти энергию основного состояния, которая является функцией параметра U :

$$\epsilon = \epsilon(U).$$

Согласно уравнению Шредингера (7.4), эта энергия равна нулю, так что уравнение

$$\epsilon(U) = 0 \quad (7.11)$$

определяет параметр U и, следовательно, энергию трехтельной системы с кулоновским взаимодействием согласно формуле (7.3).

7.2. Гамильтониан в осцилляторном представлении. Применим метод осцилляторного представления к вычислению функции $\varepsilon(U)$ как энергии основного состояния гамильтониана (7.9). Для этого перепишем гамильтониан (7.9) в виде

$$h = h_0 + h_I + \varepsilon_0. \quad (7.12)$$

Здесь h_0 — осцилляторная часть гамильтониана:

$$h_0 = \frac{1}{2\kappa_Q} \left[\frac{1}{2} (P_Q^2 + \Omega^2 Q^2) - \frac{d\Omega}{2} \right] + \frac{1}{2\kappa_q} \left[\frac{1}{2} (P_q^2 + \omega^2 q^2) - 2\omega \right] + \frac{1}{\kappa_u} \left[\frac{1}{2} P_u^2 - \frac{\theta(\theta+1)}{2 \cosh^2(u)} \frac{\theta^2}{2} \right], \quad (7.13)$$

где κ_Q , κ_q , κ_u , Ω , ω , θ — свободные положительные параметры. Согласно правилам построения осцилляторного представления, рассмотрим уравнение Шредингера:

$$h_0 \Psi_0(Q, q, u) = 0.$$

Решение этого уравнения для основного состояния имеет вид

$$|0\rangle = \Psi_0(Q, q, u) = N \frac{1}{[\cosh u]^\theta} \exp \left\{ -\frac{\Omega}{2} Q^2 - \frac{\omega}{2} q^2 \right\}, \quad (7.14)$$

где N — постоянная, которая определяется из условия нормировки волновой функции.

Учитывая (7.8, 9, 13), получаем для $h_I + \varepsilon_0$:

$$\begin{aligned} h_I + \varepsilon_0 = & \frac{1}{2\kappa_Q} \left(\frac{d\Omega}{2} - \frac{\Omega^2 Q^2}{2} \right) + \frac{1}{2\kappa_q} \left(\frac{4\omega}{2} - \frac{\omega^2 q^2}{2} \right) + \\ & + \frac{1}{2\kappa_u} \left(\frac{\theta(\theta+1)}{2 [\cosh u]^2} - \frac{\theta^2}{2} \right) + \frac{P_Q^2}{4} \left(\frac{q^2}{[\cosh u]^2} - \frac{1}{\kappa_Q} \right) + \\ & + \frac{P_q^2}{4} \left(\frac{Q^2}{[\cosh u]^2} - \frac{1}{\kappa_q} \right) + \frac{P_u^2}{2} \left(\frac{2Q^2}{q^2} + \frac{2q^2}{Q^2} - \frac{1}{\kappa_u} \right) - \\ & - \frac{d(d-4)}{16 [\cosh u]^2} \frac{q^2}{Q^2} + V, \end{aligned} \quad (7.15)$$

где потенциал V имеет вид (7.8).

Теперь выделим гамильтониан взаимодействия и энергию основного состояния в нулевом приближении. Введем определение:

$$: A : = A - \langle 0|A|0 \rangle = A - (\Psi_0 A \Psi_0),$$

где A — произвольный оператор. Имеем

$$\begin{aligned} : P_Q^2 : &= P_Q^2 - (\Psi_0 P_Q^2 \Psi_0) = P_Q^2 - \frac{d\Omega}{2}, \\ : Q^2 : &= Q^2 - (\Psi_0 Q^2 \Psi_0) = Q^2 - \frac{d}{2\Omega}, \\ : P_q^2 : &= P_q^2 - (\Psi_0 P_q^2 \Psi_0) = P_q^2 - 2\omega, \\ : q^2 : &= q^2 - (\Psi_0 q^2 \Psi_0) = q^2 - \frac{2}{\omega}, \\ : P_u^2 : &= P_u^2 - (\Psi_0 P_u^2 \Psi_0) = P_u^2 - \frac{\theta^2}{2\theta + 1}. \end{aligned} \quad (7.16)$$

Подставим соотношения (7.16) в (7.15) и потребуем выполнения условия осцилляционного представления, т.е. потребуем, чтобы полученное выражение для гамильтониана взаимодействия не содержало квадратичных слагаемых по $: Q^2 :$, $: q^2 :$, $: P_Q^2 :$, $: P_q^2 :$, $: P_u^2 :$. Из условия равенства нулю коэффициентов при $: P_Q^2 :$, $: P_q^2 :$ и $: P_u^2 :$ определяются параметры κ_Q , κ_q и κ_u :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\kappa_Q} &= \left(\Psi_0 \frac{q^2}{[\cosh u]^2} \Psi_0 \right) = \frac{4}{\omega} \frac{\theta}{2\theta + 1}, \\ \frac{1}{\kappa_q} &= \left(\Psi_0 \frac{Q^2}{[\cosh u]^2} \Psi_0 \right) = \frac{d}{\Omega} \frac{\theta}{2\theta + 1}, \\ \frac{1}{\kappa_u} &= \left(\Psi_0 \left[\frac{2Q^2}{q^2} + \frac{2q^2}{Q^2} \right] \Psi_0 \right) = \frac{d\omega}{\Omega} + \frac{8}{d-2} \frac{\Omega}{\omega}. \end{aligned} \quad (7.17)$$

Учитывая эти значения параметров, получим для энергии основного состояния в нулевом приближении:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0(U) &= \min_{\{\Omega, \omega, \theta, d\}} (\Psi_0 h \Psi_0) = \\ &= \min_{\{\Omega, \omega, \theta, d\}} \left\{ \frac{2\theta}{2\theta + 1} \left[\frac{d}{4} \left(\frac{\Omega}{\omega} + \frac{\omega}{\Omega} \right) + \frac{\theta}{2} \left(\frac{4}{d-2} \frac{\Omega}{\omega} + \frac{d\omega}{2\Omega} \right) + \frac{4Z_1 Z_3}{\omega} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{Ud}{\omega\Omega} - \frac{d(d-4)}{4(d-2)} \frac{\Omega}{\omega} \right] - \frac{c}{2} \frac{d(d+2)(d+4)}{4^\theta \Gamma^2(\theta)} f(\Omega, \omega, \theta, d) \right\}, \end{aligned} \quad (7.18)$$

где

$$f = \int_0^1 dy y^{d/2} (1-y)^2 \int_{-1}^1 d\tau (1-\tau^2)^\theta \times$$

$$\times \left[\frac{Z_2 Z_3}{\sqrt{(1-y)^2 \Omega^2 + c_3^2 y^2 \omega^2 - 2c_3 y (1-y) \tau \omega \Omega}} + \right.$$

$$\left. + \frac{Z_2 Z_1}{\sqrt{(1-y)^2 \Omega^2 + c_1^2 y^2 \omega^2 + 2c_1 y (1-y) \tau \omega \Omega}} \right].$$

Гамильтониан взаимодействия h_I имеет вид:

$$h_I = \frac{\theta}{2\theta+1} \left(\frac{1}{2} : P_Q^2 : q^2 : + \frac{1}{2} : P_q^2 : Q^2 : + \theta : \frac{1}{q^2} : Q^2 : + \right.$$

$$\left. + \theta : \frac{1}{Q^2} : q^2 : + 2U : q^2 : Q^2 : - \frac{d(d-4)}{8} : \frac{1}{Q^2} : q^2 : \right) +$$

$$+ : P_u^2 : \left(: \frac{1}{q^2} : Q^2 : + : \frac{1}{Q^2} : q^2 : + \omega : Q^2 : + \frac{2\Omega}{d-2} : q^2 : + \right.$$

$$\left. + \frac{d}{2\Omega} : \frac{1}{q^2} : + \frac{2}{\omega} : \frac{1}{Q^2} : \right) + \left(2Z_1 Z_3 : q^2 : + U : Q^2 : q^2 : + \right.$$

$$+ \frac{d}{2\Omega} U : q^2 : + \frac{2}{\omega} U : Q^2 : + \frac{1}{4} : P_Q^2 : q^2 : + \frac{1}{4} : P_q^2 : Q^2 : +$$

$$+ \frac{1}{2\omega} : P_Q^2 : + \frac{d}{8\Omega} : P_q^2 : + \frac{d\Omega}{8} : q^2 : + \frac{\omega}{2} : Q^2 : -$$

$$\left. - \frac{d(d-4)}{4\omega} : \frac{1}{Q^2} : - \frac{d(d-4)\Omega}{8(d-2)} : q^2 : \right) : \frac{1}{[\cosh u]^2} : - : W : , \quad (7.19)$$

здесь

$$W = \frac{2cQ^2 q^2 Z_3 Z_2}{\cosh^2 u \sqrt{q^4 + c_3^2 Q^4 - 2c_3 q^2 Q^2 \tanh u}} +$$

$$+ \frac{2cQ^2 q^2 Z_2 Z_1}{\cosh^2 u \sqrt{q^4 + c_1^2 Q^4 + 2c_1 q^2 Q^2 \tanh u}}.$$

7.3. Точность нулевого приближения. В методе осцилляторного представления в принципе есть возможность определить энергию основного со-

стояния трехтельной кулоновской системы с любой точностью, учитывая высшие порядки теории возмущений по степеням гамильтониана взаимодействия h_I . Здесь мы не будем вычислять следующую поправку к энергии основного состояния, а определим точность метода, сравнивая результат расчета в нулевом приближении с точными значениями энергии, полученными численными методами. Для этого вычислим энергии основного состояния следующих кулоновских систем:

$$H^- = (pee), \quad H_2^+ = (ppe), \quad (e^+e^-e^-), \quad (pp\mu), \quad (dd\mu), \quad (d\mu).$$

Энергии этих трехтельных систем вычислялись многими авторами разными методами (см., например, [35—39,43]). С усовершенствованием вычислительной техники точность вычисления энергии трехтельной кулоновской системы достигла очень высокого уровня. Поэтому эти численные результаты можно считать точными значениями уровней энергии трехтельной системы.

Выражение (7.18) для энергии основного состояния в нулевом приближении и уравнение $\epsilon_0(U) = 0$ определяют параметр U как функцию масс и зарядов частиц. При этом энергия системы вычисляется по формуле (7.3).

В наших вычислениях мы использовали следующие значения масс:

$$m_\mu = 206,77m_e, \quad m_p = 1836,15m_e, \quad m_d = 3670,48m_e, \quad m_t = 5496,9m_e,$$

где m_e — масса электрона. Результаты вычислений приведены в табл.7 и 8. Для сравнения результатов наших вычислений в таблицах приведены точные значения уровней энергии этих систем из работы [40].

В табл.7 приведены результаты вычислений параметра U для трехтельной атомной системы. $U^{\text{оп}}$ — нулевое приближение осцилляторных представлений и $U^{\text{точн}}$ — точное значение согласно [40], а $\Delta U = |U^{\text{точн}} - U^{\text{оп}}| / U^{\text{точн}} \cdot 100\%$ определяет точность нулевого приближения.

Таблица 7. Результаты вычислений параметра U

Система	ω	Ω	θ	d	$U^{\text{оп}}$	$U^{\text{точн}}$	$\Delta U, \%$
e^+e^-e	5,076	0,1034	0,1022	4,102	0,520	0,52399	0,762
μe^-e^-	4,833	0,1102	0,103	4,106	1,050	1,05011	0,011
pe^-e^-	4,835	0,1105	0,104	4,107	1,050	1,0547	0,446
ppe^-	0,0852	0,1113	0,102	4,101	1,190	1,1943	0,360

Таблица 8. Результаты вычислений термов мезомолекул

Система	ω	Ω	θ	d	$E^{\text{оп}}, \text{эВ}$	$E^{\text{точн}}, \text{эВ}$	$\Delta E, \%$
$pp\mu$	5,339	0,1048	0,1031	4,1195	- 2781	- 2782	0,036
$dd\mu$	8,750	0,895	0,100	4,104	- 2987	- 2988	0,034
$dt\mu$	0,0867	0,8325	0,100	4,128	- 3028	- 3029	0,033

В табл.8 приведены значения термов мезомолекул, где $E^{\text{оп}}$ — термы в нулевом приближении осцилляторного представления, вычисленные по формуле (41), $E^{\text{точн}}$ — точные значения [40] и $\Delta E = |E^{\text{точн}} - E^{\text{оп}}| / E^{\text{точн}} \cdot 100\%$.

Уровни энергии кулоновской трехтельной системы вычислены для основного состояния. Из табл.7 и 8 видно, что отклонение результатов наших вычислений в нулевом приближении от точных значений составляет менее одного процента.

7.4. Граница стабильности. Исследование зависимости энергии связи системы от масс частиц и зарядов крайне важно для понимания особенностей энергетических спектров трехтельных кулоновских систем.

Определение границ стабильности трехтельной кулоновской системы является одной из ключевых проблем кулоновской задачи трех тел (см. подробности в [40,41]). Зависимость энергии связи системы от масс частиц исследовалась в [40,41], а в [42] проведены численные расчеты, касающиеся установления границ стабильности. Более детальное исследование по установлению границ стабильности трехтельной кулоновской системы проведено в [40].

Наша задача формулируется следующим образом. Рассмотрим трехтельную кулоновскую систему ($A^{\pm}, B^{\mp}, C^{\pm}$) с единичными электрическими зарядами, т.е. $\pm, \mp, \pm$ и массами m_A, m_B, m_C . Пусть $m_A \geq m_C$. Стабильность данной системы определяется относительно канала распада

$$(A, B, C) \rightarrow (A, B) + C, \quad (7.20)$$

где (A, B) — двухчастичный атом, а C является свободной частицей.

В рамках нашего метода исследуем зависимость энергии трехтельной системы от масс частиц и определим границу стабильности. Согласно [40] вместо масс частиц используем переменные

$$\alpha_j = \frac{1}{m_j} \left(\frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B} + \frac{1}{m_C} \right), \quad (j = A, B, C)$$

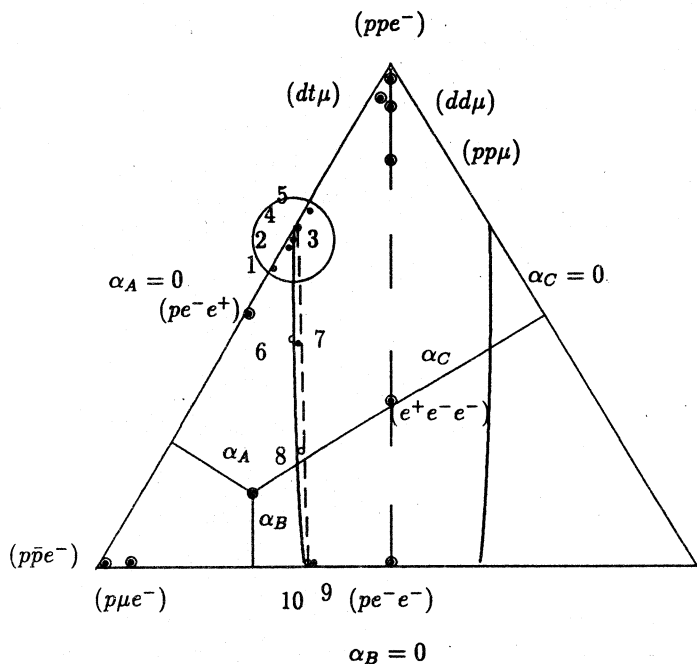


Рис.1. Треугольник стабильности. Система (pe^-C^+) обозначена точками: 1 — $M_C = 1,51m_e$, 2 — $1,57m_e$, 3 — $1,9m_e$ и 5 — $M_C = 2,2m_e$, а при $M_C = 1,945m_e$ — кружком 4. Система (pB^-e^-) обозначена точкой 9 — $M_B = 1,57m_e$, 10 — $M_B = 1,575m_e$. Система $(A^+e^-e^-)$ отмечена точкой 7 — $M_A = 4,19m_e$, а при $M_A = 4,35m_e$ — кружком 6. $(A^+A^-e^-)$ -система обозначена кружком 8 — $M_A = 2,45m_e$

$$\alpha_A + \alpha_B + \alpha_C = 1. \quad (7.21)$$

Построим равносторонний треугольник, высота которого равна единице, так что последнее равенство можно трактовать как сумму высот, проведенных из некоторой внутренней точки треугольника (см. рис.1). Тогда каждой внутренней точке этого треугольника соответствует некоторая трехтельная система. Назовем его *треугольником стабильности*.

Наша задача состоит в том, чтобы в треугольнике стабильности найти границу, разделяющую устойчивые и неустойчивые состояния трехтельной системы. Для этого рассмотрим молекулу (A, B, C) с единичными

электрическими зарядами, т.е. ($q_B = \mp 1$, $q_A = q_C = \pm 1$) и массами M_A , M_B , M_C относительно канала распада (7.20). Энергия связи системы вычисляется по формуле

$$\Delta E = -\frac{1}{2} e^4 \frac{M_A M_B}{M_A + M_B} (U - 1), \quad (7.22)$$

где параметр U как функция масс частиц α_j вычисляется по формуле (7.18). Из условия $\Delta E = 0$ или $U = 1$ определяется граница стабильности. Массы частиц, найденные из этого условия, будем называть *критическими массами*.

Прежде всего отметим соответствующими точками на треугольнике стабильности некоторые хорошо известные системы

$$H_2 = (ppe^-), \quad H^- = (pe^-e^-), \quad (e^+e^-e^-), \quad (pe^-\mu^-), \quad (pe^-e^+).$$

Система $(e^+e^-e^-)$ изучена в [47,48] и является стабильной. Молекулы $(ppe^-) = H_2^+$ и $(pe^-e^-) = H^-$ — обычный ион молекулы водорода — также являются стабильными ([47,49]), а система $(pe^-\mu^-)$ является несвязанной [50]). Остался открытым вопрос, стабильна или нет молекула (pe^-e^+) (подробности см. в [40]).

Вычислим по формулам (7.18) и (7.22) критическую массу для трехтельной системы в нашем подходе.

Молекулы (pe^-e^+) и (pe^-p) отличаются массами позитрона и протона. Исследуем энергию связи системы (pe^-C^+) как функцию от M_C — массы C -частицы, т.е. будем изменять массу M_C в пределах от m_e до m_p . В результате оказывается, что при значении $M_C = m_e$ имеем $U = 0,901$, т.е. (pe^-e^+) -система является нестабильной, а при $M_C = 1,945m_e$ параметр $U = 1,0$, и система переходит в стабильное состояние. Таким образом, значение $M_C = 1,945m_e$ для системы (pe^-C^+) является критической массой, или границей перехода от нестабильного к стабильному состоянию. Ограничения на критическое значение M_C для системы рассмотрены разными авторами. В частности, в [44] получено верхнее ограничение: $M_C < 2,20m_e$, а в работе [45] — нижнее ограничение $M_C > 1,51m_e$ при $m_p = \infty$, в [46] — $M_C \geq 1,57m_e$, в [40] — $M_C \geq 1,9m_e$.

Молекулы (pe^-e^+) и $(e^+e^-e^+)$ отличаются также массами позитрона и протона. Рассмотрим систему $(A^+e^-e^+)$. При значении массы A -частицы

Таблица 9. Результаты вычисления границ стабильности (см. рис.1)

α_A	0,000	0,103	0,225	0,388
α_B	0,662	0,440	0,229	0,002

$M_A = m_p$ система нестабильна, а при $M_A = m_e$ — стабильна. Уменьшая массу А-частицы до $M_A = 4,35m_e$, имеем $U = 1$, т.е. система $(A^+e^-e^+)$ становится связанной. В [40] для системы $(A^+B^-B^+)$ установлено нижнее ограничение для критической массы частицы А: $M_A > 4,19M_B$.

Вычислена зависимость энергии основного состояния систем (pe^-C^+) и $(A^+e^-e^+)$ от масс частиц С и А и установлены границы стабильности, т.е. найдены значения критических масс для этих систем: $M_C = 1,945m_e$ и $M_A = 4,35m_e$. Эти системы рассматривались в работах [40,44—46], где установлены лишь ограничения на значения критических масс.

Рассмотрим молекулу $(p\mu^-e^-)$ и ион атома водорода (pe^-e^-) . Эти системы различаются только массами мюона и электрона. При увеличении масс В-частицы в системе (pB^-e^-) оказалось, что для $M_B = 1,575m_e$ параметр $U = 1$. Таким образом, для (pB^-e^-) критическое значение массы $M_B = 1,575m_e$. В [40,46] для молекулы (pB^-e^-) получено ограничение на критическое значение массы $M_B \geq 1,57m_e$.

Обратимся к системе $(A^+A^-e^-)$. При увеличении массы А-частиц от m_e до m_p оказалось, что критическая масса составляет $M_A = 2,45m_e$.

Граница стабильности, полученная по формуле (7.22), изображена кружками на рис.1. В [40,44—46] установлены лишь ограничения на значения критических масс систем (pe^-C^+) , (pB^-e^-) и $(A^+e^-e^+)$. Наши результаты согласуются с результатами этих работ и представлены в табл.9. Приближенное уравнение границы стабильности имеет вид

$$\left(\frac{\alpha_A}{0,391} \right)^{0,89} + \left(\frac{\alpha_B}{0,662} \right)^{0,89} = 1. \quad (7.23)$$

Высота треугольника к оси $\alpha_1 = 0$, на которой любая молекула стабильна, является осью зарядовой симметрии трехтельной системы. Внутренняя часть треугольника, ограниченная линиями границы стабильности, является областью стабильности (см. рис.1), т.е. молекула, соответствующая любой точке этой области, является стабильной.

7.5. Мезомолекулы легких ядер в осцилляторном представлении. В рамках метода осцилляторного представления рассмотрим мезомолекулы легких ядер.

Исследование зависимости энергии связи ($\text{H}\mu N_Z$)-мезомолекулы от массы и заряда частиц является одной из фундаментальных проблем как теоретических, так и экспериментальных исследований малотельных кулоновских систем [51—59]. Это является одним из центральных пунктов понимания молекулярного механизма перехода мюона от мезоатома водорода к другому ядру, а также понимания динамики формирования малотельной кулоновской системы. Решая эту проблему, мы получаем детальную информацию о сильном взаимодействии $\text{H}-N_Z$ -системы при очень низких энергиях (несколько кэВ), которая имеет отношение к астрофизическим проблемам, например, к $p\text{-}p$ -циклам на Солнце.

Переход мюона от мезоатома изотопа водорода $\text{H}(p, d, t)$ к легким ядрам ($\text{He}, \text{Li}, \text{Be}$) рассматривался в работах [54—59]. Взаимодействие мезоатома водорода с легкими ядрами может привести к образованию мезоводород-ядерных молекул [52]. Подобные системы нестабильны и распадаются, причем эти распады могут сопровождаться распадом (диссоциацией) молекулы на ядро водорода (и возможные изотопы p, d, t) и мезомолекулы легких ядер, поскольку связанные состояния для низших термов отсутствуют.

Молекулярный механизм перехода мюона из основного состояния мезоводорода в гелий подтвержден экспериментально [53,54]. Герштейн и др. [55] и Кравцов и др. [56] вычислили энергии связи систем ($\text{H}\mu {}^3\text{He}$) и ($\text{H}\mu {}^4\text{He}$).

Переход мюона из мезоводорода в литий представляет особый интерес (см., например, [57]). Энергии связи мезомолекул легких ядер (например, для лития) впервые были рассчитаны в приближении Борна — Оппенгеймера в [58], а в работе [59] это было сделано на основе метода поверхностных функций. В [59] также определена энергия связи системы ($\text{H}\mu {}^7\text{Be}$). Основная цель этих исследований состоит в нахождении решения уравнения Шредингера для трехтельной кулоновской системы с высокой точностью.

В рамках метода осцилляторного представления [60] вычислим энергию связи мезомолекулы легких ядер ($\text{He}, \text{Li}, \text{Be}$). Цель состоит в исследовании зависимости энергии основного состояния кулоновской трехтельной системы от массы и заряда легкого ядра.

7.6. Энергия связи мезомолекулы легких ядер. Энергия связи ($\text{H}\mu N_Z$)-мезомолекул определяется относительно энергии ($\text{H}\mu$)-атома (подробно см. в [55—61]):

$$E_{\text{bin}} = E_{\text{H}\mu N_Z} - E_{\text{H}\mu}. \quad (7.24)$$

Энергию основного состояния $(H\mu N_Z)$ -мезомолекулы представим в виде

$$E = -\frac{1}{2} \alpha^2 \frac{m_H m_N}{m_H + m_N} U,$$

где m_H и m_N — массы изотопа водорода и ядра соответственно. Согласно (7.24), энергия связи мезомолекулы $(H\mu N_Z)$ записывается следующим образом:

$$E_{\text{bin}} = -\frac{\alpha^2}{2} \frac{m_H m_\mu}{m_H + m_\mu} \left(\frac{m_N}{m_\mu} \frac{m_H + m_\mu}{m_H + m_N} U - 1 \right), \quad (7.25)$$

где m_μ — масса мюона. Энергетический параметр U есть функция от масс и заряда частиц и является корнем уравнения

$$\varepsilon_0(U) = 0, \quad (7.26)$$

где $\varepsilon_0(U)$, согласно (7.18), в нулевом приближении осцилляторного представления имеет вид

$$\varepsilon_0(U) = \min_{\{\Omega, \omega, \theta, d\}} \left\{ \frac{2\theta}{2\theta + 1} \left[\frac{d}{4} \left(\frac{\Omega}{\omega} + \frac{\omega}{\Omega} \right) + \frac{\theta}{2} \left(\frac{d}{d-2} \frac{\Omega}{\omega} + \frac{d\omega}{2\Omega} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{4Z}{\omega} + \frac{Ud}{\omega\Omega} - \frac{d(d-4)}{4(d-2)} \frac{\Omega}{\omega} \right] - \right. \\ \left. - \frac{c}{2} \frac{d(d+2)(d+4)}{4^{\theta} \Gamma^2(\theta)} f(\Omega, \omega, \theta, d) \right\}, \quad (7.27)$$

$$f = \int_0^1 dy y^{d/2} (1-y)^2 \int_{-1}^1 d\tau (1-\tau^2)^{\theta} \times$$

$$\times \left[\frac{Z}{\sqrt{(1-y)^2 \Omega^2 + c_N^2 y^2 \omega^2 - 2c_N y(1-y) \tau \omega \Omega}} + \right. \\ \left. + \frac{Z}{\sqrt{(1-y)^2 \Omega^2 + c_H^2 y^2 \omega^2 + 2c_H y(1-y) \tau \omega \Omega}} \right].$$

Здесь введены обозначения

$$\lambda = \sqrt{\frac{m_H m_\mu m_N}{m_H + m_\mu + m_N}}, \quad M = \frac{m_H m_N}{m_N + m_H},$$

Таблица 10. Значения параметров в методе ОП

Система	Ω	ω	d	θ	U
($p\mu$ ^3He)	0,23719	0,10957	4,1001	0,10297	0,13863
($d\mu$ ^3He)	0,19336	0,10621	4,1000	0,10215	0,09128
($t\mu$ ^3He)	0,17423	0,10195	4,1028	0,10016	0,07448
($p\mu$ ^4He)	0,23029	0,10771	4,1000	0,10233	0,13035
($d\mu$ ^4He)	0,18513	0,10531	4,1052	0,10199	0,08245
($t\mu$ ^4He)	0,17210	0,10789	4,1000	0,10198	0,06542
($p\mu$ ^6Li)	0,21706	0,10740	4,1018	0,10236	0,11929
($d\mu$ ^6Li)	0,17335	0,10730	4,1045	0,10141	0,07191
($t\mu$ ^6Li)	0,16302	0,11148	4,1138	0,1001	0,05509
($p\mu$ ^7Li)	0,21394	0,10686	4,1000	0,10241	0,11698
($d\mu$ ^7Li)	0,17053	0,11041	4,1000	0,10377	0,06944
($t\mu$ ^7Li)	0,15821	0,11075	4,1040	0,10000	0,05252
($p\mu$ ^7Be)	0,21226	0,10777	4,1007	0,10226	0,11616
($d\mu$ ^7Be)	0,17113	0,10950	4,1020	0,10065	0,06900
($t\mu$ ^7Be)	0,15231	0,11059	4,1033	0,10001	0,05215

Таблица 11. Абсолютное значение энергии связи мезомолекулы изотопа гелия (в эВ)

Система	Энергия			
	[55]	[56]	[61]	ОП
($p\mu$ ^3He)	67,70	69,0	70,74	67,4
($d\mu$ ^3He)	69,96	70,6		70,0
($t\mu$ ^3He)	71,91	72,3		73,8
($p\mu$ ^4He)	74,36	75,4	76,0	73,0
($d\mu$ ^4He)	77,96	78,4		76,0
($t\mu$ ^4He)	80,76	81,3		79,0

Таблица 12. Абсолютные значения энергии связи систем (Hμ Li) и (Hμ Be) (в эВ)

Система	Энергия связи		
	[59]	[58]	ОП
(pμ ⁶ Li)	24,3	17,6	24,1
(dμ ⁶ Li)	23,8	18,5	27,0
(tμ ⁶ Li)	35,3	19,8	33,0
(pμ ⁷ Li)	20,8	21,0	20,0
(dμ ⁷ Li)	25,9	22,0	23,0
(tμ ⁷ Li)	37,5	23,3	29,0
(pμ ⁷ Be)	11,7		9,0
(dμ ⁷ Be)	29,3		14,0
(tμ ⁷ Be)			17,0

$$c_j = \frac{\lambda}{m_j}, \quad c = c_H + c_N, \quad j = H, N,$$

Z — электрический заряд легкого ядра.

При вычислении использованы следующие значения масс частиц:

$$m_\mu = 206,77m_e, \quad m_p = 1836,15m_e, \quad m_d = 3670,48m_e, \quad m_t = 5496,9m_e,$$

$$m_{^3\text{He}} = 5495,92815m_e, \quad m_{^4\text{He}} = 7294,3561m_e, \quad m_{^6\text{Li}} = 10961,91216m_e,$$

$$m_{^7\text{Li}} = 12786,40853m_e, \quad m_{^7\text{Be}} = 12787,17851m_e.$$

Результаты вычислений представлены в табл.10.

В табл.11 представлены абсолютные значения энергии связи (в эВ) мезомолекулы изотопа гелия, полученные в работах ([55,56]), и наш результат. В табл.12 представлены абсолютные значения энергии связи (в эВ) мезомолекул (Hμ ⁶Li), (Hμ ⁷Li) и (Hμ ⁷Be).

7.7. Стабильность мезомолекул легких ядер. Рассмотрим систему (Hμ N_Z), где N_Z обозначено ядро с зарядом Z и массой

$$m_N = 2Z m_p, \quad (7.28)$$

здесь m_p — масса протона. Для этой системы энергетический параметр U есть функция заряда ядра Z . При этом энергия связи системы ($\text{Нм } N_Z$) определяется как функция от Z . Полученные результаты представлены на рис.2.

Критическое значение величины Z_{cr} определяется из уравнения

$$E_{\text{bin}}(Z_{\text{cr}}) = 0. \quad (7.29)$$

На рис.2 показано, что критические значения заряда Z_{cr} для мезомолекул ($p\mu N_Z$), ($d\mu N_Z$) и ($t\mu N_Z$) различны и находятся в интервале

$$5,5 < Z_{\text{cr}} < 7,3.$$

Верхняя и нижняя оценки критического значения Z являются качественными. В принципе метод осцилляторного представления позволяет улучшить точность вычислений, с учетом высших поправок теории возмущений.

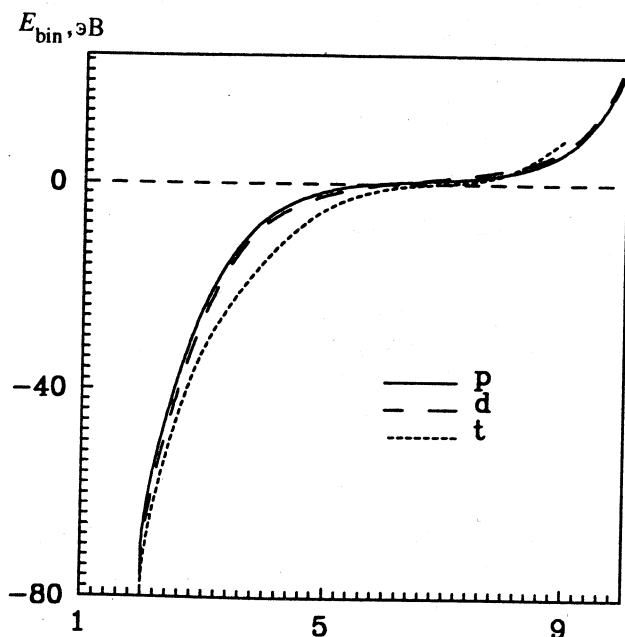


Рис.2. Зависимость энергий связи мезомолекул легких ядер ($\text{Нм}N$) от заряда ядра

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Landau L.D., Lifschitz E.M. — Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory. Pergamon, Oxford, 1977.
2. Блохинцев Д.И. — Квантовая механика. М.: Атомиздат, 1981.
3. Messiah A. — Quantum Mechanics. John Wiley and Sons Inc., New York, 1961.
4. Fröman N., Fröman P.O. — JWKB Approximation. North Holland, Amsterdam, 1965.
5. Mlodinow L., Papanicolaou N. — Ann. Phys. N.Y., 1980, vol.128, p.314; Bander C., Mlodinow L., Papanicolaou N. — Phys. Rev., 1983, vol.A25, p.1305; Ader J. — Phys. Lett., 1983, vol.97A, p.178; Yaffe L. — Rev. Mod. Phys., 1982, vol.54, p.497; Witten E. — Nucl. Phys., 1979, vol.B160, p.57.
6. Sukhatme U., Imbo T. — Phys. Rev., 1983, vol.D28, p.418; Imbo T., Pagnamenta A., Sukhatme U. — Phys. Rev., 1984, vol.D29, p.418.
7. Efimov G.V. — Preprint IC/91/31, Miramare-Trieste, 1991; Preprint IC/90/23. Miramare-Trieste, 1990.
8. Dineykhan M., Efimov G.V. — Few-Body Systems, 1994, vol.16, p.59; ЯФ, 1994, т.57, с.220.
9. Schrödinger E. Proc. R. Irish Acad., 1941, vol.46, p.183.
10. Kustaanheimo P., Stiefel E. — J. Reine Angew. Math., 1965, vol.218, p.204.
11. Caswell W.E. — Ann. Phys., 1979, vol.123, p.153; Feranchuk I.D., Komarov L.I. — Phys. Lett., 1982, vol.A88, p.211.
12. Duru I.H., Kleinert H. — Fortsch. der Phys., 1982, vol.30, p.401.
13. Mlodinow L.D., Papanicolaou N. — Ann. Phys., 1981, vol.131, p.1; Сергеев А.В. — ЯФ, 1989, т.50, с.945.
14. Johnson R. — J. Math. Phys., 1980, vol.21, p.2640; Papp E. — Phys. Rev., 1988, vol.A38, p.5910.
15. Hioe F.T., Don Mae Millen, Montrall E.W. — Phys. Rep., 1978, vol.C43, p.307.
16. Bender C.M., Wu T.T. — Phys. Rev., 1969, vol.184, p.1231; Phys. Rev., 1973, vol.D7, p.1620.
17. Stevenson P.M. — Nucl. Phys., 1984, vol.B231, p.65.
18. Seetharaman M., Raghavan S., Vason S. — J. Phys. 1982, vol. A15, p.1537; J. Phys., 1984, vol.A17, p.2493; J. Phys., 1985, vol.A18, p.1041.
19. Юкалов В.И. — ТМФ, 1976, т.28, с.652; Killingbeck J. — J. Phys., 1981, vol.A14, p.1005.
20. Stevenson P.M. — Phys. Rev., 1981, vol.D23, p.2916.
21. Koudinov A.V., Smondyrev M.A. — Czech. J. Phys., 1982, vol.32, p.556; ТМФ, 1982, т.56, с.357.
22. Dineykhan M., Efimov G.V. — Preprint JINR, E4-94-75, Dubna, 1994.
23. Banerjee K. et al. — Proc. Roy. Soc., London, 1978, vol.360, p.575.
24. Quigg C., Rosner J. — Phys. Rep., 1979, vol.56, p.206; Richardson J., Blankenbecler R. — Phys. Rev., 1979, vol.D19, p.469; Dumont-Le Page M. et al. — J. Phys., 1980, vol.A13, p.1243.
25. Динейхан М., Ефимов Г.В. — ЯФ, 1993, т.56, с.89.

26. **Harris M.** — Phys. Rev., 1962, vol.125, p.1131; **Iafrate G.J., Mendelsohn L.B.** — Phys. Rev., 1969, vol.182, p.244; **de Mayer H. et al.** — J. Phys., 1985, vol.A18, p.L849.
27. **Rogerc F.J. et al.** — Phys. Rev., 1970, vol.A1, p.1577.
28. **Belyaev V.B., Kartavtsev O.I.** — J. Comput. Phys., 1985, vol.59, p.493.
29. **Gerry C.C., Laub J.** — Phys. Rev., 1984, vol.A20, p.1229; **Lam C.S., Varshni Y.P.** — Phys. Rev., 1972, vol.A6, p.139; **Becher A.** — Ann. Phys., 1977, vol.108, p.49; **Dutt R. et al.** — J. Phys., 1985, vol.A18, p.1379; **Sever R., Tezcan C.** — Phys. Rev., 1987, vol.A36, p.1045.
30. **Basdevant J.L., Boukraa S.** — Z. Phys., 1985, vol.C28, p.413; **Goldfrey S.** — Phys. Rev., 1985, vol.D31, p.2375.
31. **Eichten E., Feinberg F.** — Phys. Rev., 1981, vol.D23, p.2724; **Sebastian J.** — Phys. Rev., 1982, vol.D26, p.2295.
32. **Martin A.** — Z. Phys., 1986, vol.C32, p.359.
33. **Gupta S.N. et al.** — Phys. Rev., 1982, vol.D26, p.3305; **Goldfrey S., Isgur N.** — Phys. Rev., 1983, vol.D32, p.189; **Golangelo P., Nardulli G., Pietroni M.** — Preprint, BARI TH/90-70; Phys. Lett., 1989, vol.B220, p.265.
34. **Фок В.А.** — Изв. АН СССР, сер. физич., 1954, т.18, с.161 (Norsk. Vidensk. Selsk. Forh., 1958, vol.31, p.138).
35. **Беляев В.Б. и др.** — ЖЭТФ, 1959, т.37, с.1652 (Sov. J. JETP, 1960, vol.37, p.1171); **Масек J.** — J. Phys., 1968, vol.B1, p.831; **Vinitsky S.I., Ponomarev L.I.** — ЭЧАЯ, 1982, т.13, с.1336; Few-Body Problems in Physics. Ed. H.W.Fearing, North-Holland Publishing Co., 1990; **Gusev V.V. et al.** — Few-Body Systems, 1990, vol.9, p.137.
36. **Kohn W.** — Phys. Rev., 1947, vol.71, p.902; **Bishop D., Cheung L.** — Phys. Rev., 1977, vol.16, p.640; **Alexander S.A., Monkhorst H.J.** — Phys. Rev., 1988, vol.38, p.26.
37. **Bhatia A.K., Drachman R.J.** — Phys. Rev., 1984, vol.A30, p.2138; **Hu C.Y.** — Phys. Rev., 1985, vol.A32, p.1245.
38. **Фролов А.М., Эфрос В.Д.** — Письма в ЖЭТФ, 1984, т.39, с.449; JETP Lett., 1984, vol.39, p.545; J. Phys., 1985, vol.B18, p.265; **Фролов А.М.** — ЯФ, 1986, т.44, с.1367 (Sov. J. Nucl. Phys., 1986, vol.44, p.88).
39. **Halpern A.** — Phys. Rev. Lett., 1964, vol.13, p.660; **Виницкий С.И. и др.** — ЖЭТФ, 1986, т.64, с.417; Phys. Lett., 1987, vol.B196, p.272.
40. **Martin A. et al.** — Phys. Rev., 1992, vol.A46, p.3697; **Martin A.** — Preprint CERN-TH 6376/92, Geneve, 1992.
41. **Thirring W.** — A Course in Mathematical Physics, vol.3, Springer-Verlag, 1981.
42. **Bhatia A.K., Drachman R.J.** — Phys. Rev., 1989, vol.A35, p.4051; **Papovic Z.S., Vukajlovic F.R.** — Phys. Rev., 1987, vol.A36, p.1936.
43. **Poshusta R.D.** — J. Phys., 1985, vol.B18, p.1887.
44. **Rotenberg M., Stein J.** — Phys. Rev., 1969, vol.182, p.1.
45. **Armour E.A.G., Schrader D.M.** — Can. J. Phys., 1982, vol.60, p.581.
46. **Glaser V. et al.** — In: Mathematical Problems in Theoretical Physics, Proc. Int. Conf. Math. Phys., Lausanne, 1979, ed. K.Osterwalder (Lectures Notes in Physics, vol.116, Springer-Verlag, Berlin, 1980).

47. **Cohen S., Hiskes J.R., Riddell R.J.** — Phys. Rev., 1960, vol.119, p.1025; **Wind H., Chem J.** — Phys., 1965, vol.42, p.2371; 1965, vol.43, p.2956; **Kolos W.** — Acta Phys. Acad. Sci. Hung., 1969, vol.27, p.241; **Beckel C.L., Hausen B.D., Peek J.M.** — J. Chem. Phys., 1970, vol.53, p.3681; **Struensee M.C., Cohen J.S., Pack R.T.** — Phys. Rev., 1986, vol.A34, p.3605; **Fonseca A.C., Pena A.** — Phys. Rev., 1988, vol.A38, p.4967.
48. **Mills A.P.** — Phys. Rev. Lett., 1981, vol.46, p.717.
49. **Hill R.N.** — J. Math. Phys., 1977, vol.18, p.2316.
50. **Wightman A.S.** — Thesis, Princeton University, 1949.
51. **Gershtein S.S., Ponomarev L.I.** — In: Muon Physics. Hughes V., Wu C.S. (eds.), vol.3, p.141, N.Y. (1975).
52. **Аристов Ю.А. и др.** — ЯФ, 1981, т.33, с.1066.
53. **Matsuzaki I., Ishida K., Nagamine K. et al.** — Muon Catalyzed Fusion, 1988, vol.2, p.217.
54. **Von Arb H.P. et al.** — Muon Catalyzed Fusion, 1989, vol.4, p.61.
55. **Gershtein S.S., Gusev V.V.** — Preprint IHEP 92-129, Protvino, 1992.
56. **Kravtsov A.V., Mikhailov A.I., Savichev V.I.** — Preprint №1819, St. Petersburg, 1992.
57. **Niinikoski T.O.** — Progress in Polarized Targets in High-Energy Physics with Polarized Beams and Polarized Targets. Joseph C., Soffer J. (eds.) 1981, p.191. Basel Birkhäuser.
58. **Kravtsov A.V., Popov N.P., Solyakin G.E.** — Sov. J. Nucl. Phys., 1982, vol.35, p.876.
59. **Belyaev V.B. et al.** — Few-Body Systems, 1992, Suppl.6, p.332.
60. **Dineykhan M., Efimov G.V.** — Mod. Phys. Lett. A, 1994, vol.9, p.2083.
61. **Hara S., Ishihara T.** — Phys. Rev., 1989, vol.A39, p.5633.

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ С ТРЕКОВЫХ ДЕТЕКТОРОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Н.М.Никитюк

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Рассмотрены методы обработки трековой информации. Кратко описаны назначение и общие характеристики трековых детекторов заряженных частиц высоких и сверхвысоких энергий. Рассмотрены способы и средства, используемые для реконструкции треков с большой кривизной и множественностью больше 100: программные методы, аппаратные трековые процессоры и комбинированные методы, использующие сочетание программных и аппаратных средств. В обзоре описаны также перспективные методы обработки трековой информации, в которых используются эффективные алгоритмы и аппаратные средства, применяемые в информатике для распознавания образов и компрессии данных: нейронные сети, различного рода трансформации координат, ассоциативные методы обработки данных, транспьютерные сети и др. Приведены конкретные примеры построения трековых процессоров и многоуровневых мультипроцессорных систолических систем, применяемых для обработки трековой информации. Обсуждаются вопросы архитектуры и требования к триггерным системам, которые предполагается использовать в будущих экспериментах на большом адронном коллайдере.

The methods of track data processing are considered. Purposes and general characteristics of track detectors of charged particles used in high energy physics are described. The following methods and means used for track reconstruction with a high momentum (curvature) and a multiplicity of more than 100 are considered: on-line methods, hardware track processors and combined methods. The perspective methods of tracking processing using effective algorithms and hardware processors, applied in computer technique for pattern recognition, are described: transformation coordinates, associative methods of data processing, nets of transputers, etc. Concrete examples of the tracking processors and multilevel multiprocessor systolic systems are presented. The problems of architecture and peculiarities of trigger systems, supposed to be used in future on the LHC, are discussed.

ВВЕДЕНИЕ

Создание и совершенствование ускорителей на встречных пучках способствует бурному развитию физики высоких энергий. В разрабатываемых

коллайдерах величина светимости достигнет $10^{33}—10^{34}$ см⁻².с⁻¹ при энергии частиц порядка нескольких ТэВ. В создаваемом большом адронном коллайдере (LHC) с энергией протонов 10 ТэВ ожидается, что частота событий будет равна 100 МГц. При этом число полезных событий может составлять $10+100$ с⁻¹ при множественности 100 и более. Кроме того, бурно развивается новое методическое направление в физике высоких энергий, связанное с изучением короткоживущих частиц (10^{-13} с и менее). Топология событий с такими частицами может содержать одну первичную или несколько вторичных вершин распада, из которых исходят десятки треков частиц; требуется быстро, с микронной точностью определить координаты вершин распада.

Типичная физическая установка, как правило, состоит из крупных спектрометров, содержащих десятки тысяч каналов регистрации. Количество данных, регистрируемых на одно событие, может составлять единицы и десятки мегабайт. В условиях конкуренции задача заключается в том, чтобы с максимальной достоверностью и за минимально возможное время обработать огромное количество данных, записанных на магнитные ленты. В этих условиях, наряду с эффективными программными способами фильтрации полезных событий, возникает сложная задача фильтрации треков и топологий событий на уровне значительных помех за минимально возможное время (единицы и десятки микросекунд) аппаратными методами. В ряде работ отмечается, что эта часть триггерной системы является в настоящее время наиболее уязвимой, и дальнейший успех в развитии электронных методов физики высоких энергий во многом будет зависеть от прогресса в создании быстродействующих трековых процессоров, способных за короткое время в основном аппаратными средствами восстановить треки сложных событий и тем самым резко ускорить процесс обработки экспериментальных данных.

Цель данного обзора состоит в том, чтобы в краткой и доступной форме рассмотреть современное состояние и перспективы развития методов обработки координатной информации и восстановления треков и топологий сложных событий, изучаемых с помощью электронных методов. Описаны также способы и алгоритмы, используемые для построения быстродействующих трековых процессоров, и блок-схемы мультипроцессорных систем, используемых для окончательной обработки трековой информации. Обсуждаются вопросы построения многоуровневых триггерных систем для будущих экспериментов.

Во введении обоснована актуальность тематики и дано содержание обзора по разделам. Первый раздел посвящен краткому изложению свойств трековых детекторов, применяемых в электронных методах физики высоких энергий. Во втором разделе обзора рассмотрены методы обработки

трековой информации в режиме «оф-лайн». В третьем разделе описана методика восстановления событий, сочетающая в себе как программные, так и аппаратные способы. В частности, подробно описан способ построения трекового процессора на основе трансформации координат в соответствии с алгоритмом Гофа. Аппаратной реализации алгоритма «дерева» посвящен четвертый раздел обзора. Этот метод имеет широкие перспективы применения в сочетании с ассоциативными запоминающими устройствами. В пятом разделе показана перспективность применения для обработки трековой информации нейронных сетей и нейроноподобных процессоров, обеспечивающих высокую степень параллелизма вычислений и хорошее качество распознавания сложных событий с большой множественностью. В шестом разделе кратко изложен эластичный алгоритм, предложенный для обработки данных с большой множественностью треков на уровне значительных помех. Структура эффективного процессора, в котором реализован метод непрерывной маски, рассмотрена в седьмом разделе. В ряде экспериментов нередко применяются специализированные трековые процессоры, создаваемые для эффективного решения задач конкретного эксперимента. Такие процессоры будут использоваться и в будущем. Описание характерного специализированного процессора приведено в восьмом разделе. Метод параллельной компрессии данных на основе способа синдромного кодирования обсуждается в девятом разделе. Десятый раздел посвящен краткому изложению структур используемых многоуровневых мультипроцессорных систем, применяемых для обработки трековой информации на высоких уровнях триггерной иерархии, где выполняется окончательная обработка трековых данных. В одиннадцатом разделе обсуждаются вопросы архитектуры многоуровневых триггерных систем, которые предполагается использовать в будущих экспериментах на большом адронном коллайдере.

1. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ТРЕКОВЫХ ДЕТЕКТОРОВ

Известно большое количество типов трековых детекторов, применяемых в электронных методах физики высоких энергий. Отчасти это можно объяснить тем широким набором задач, которые решают физики, разнообразием параметров элементарных частиц, которые можно измерять электронными методами, сложностью топологий изучаемых событий, требуемой высокой точностью и бурным развитием методики детекторов, которая, в частности, базируется на достижениях полупроводниковой технологии, оптоэлектроники и технологии газонаполненных детекторов. Типичные характеристики трековых детекторов, применяемых в экспериментах, приведены в табл.1. Широкий разброс некоторых параметров, относящихся к однотипным детекторам, можно объяснить тем, что применяемые в экспериментах детекторы, как правило, являются уникальными приборами, и их

Таблица 1. Сравнительные характеристики трековых детекторов

Детектор	Пространственное разрешение, мкм	Временное разрешение, нс	Загрузочная способность, Гц	Разрешение двух треков, мкм
МПК	200	100	10^6	600
Дрейфовые камеры	30÷150	100÷1000	10^7	120÷600
Сцинтилляторы	5÷10	1÷10	10^7	20÷50
Полупроводниковые детекторы	3÷10	1÷5	10^6	40
Стримерные камеры	200	10^3	10^5	40
Пузырьковые камеры	100÷200	10^6	10^4	2000

характеристики нередко зависят от уровня технологии, применяемого материала и т.д. Причем приведены лучшие параметры, достигнутые в настоящее время. Это касается прежде всего детекторов, создаваемых на базе сцинтилляционных волоконных оптических световодов. Такой параметр, как временное разрешение, определяет скорость детектирования событий. В то же время набор статистики может в ряде случаев ограничиваться методами считывания информации. Это относится прежде всего к таким детекторам, как сцинтилляционные волоконные световоды и ПЗС-матрицы, которые входят в класс полупроводниковых детекторов. Рассмотрим кратко свойства трековых детекторов. Наиболее популярными как в проводимых, так и во вновь планируемых экспериментах являются газонаполненные детекторы, и, прежде всего, широкую известность получили многопроволочные пропорциональные камеры (МПК) [1]. Однако с ростом множественности регистрируемых событий и сложности топологий использование МПК для создания больших спектрометров в 80-х годах стало проблематичным, прежде всего, из-за трудностей, возникающих в процессе реконструкции событий и усложнения спектрометров в целом. Поэтому в дальнейшем более перспективными оказались дрейфовые камеры. В [2] рассмотрены параметры классических дрейфовых камер, которые послужили прототипами для создания многослойных дрейфовых камер цилиндрической формы. При создании таких детекторов были использованы лучшие достижения методики МПК (высокая точность, возможность регистрации второй координаты с помощью катодных стрипов). С созданием дрейфовых камер появилась возможность точной регистрации одной из координат путем измерения времени дрейфа электронов от точки взаимодействия до чувствительной проволоки. Достижения в методике классических дрейфовых камер с учетом используемой электроники отражены в [3].

Начиная с середины 70-х гг. методика дрейфовых камер, и прежде всего камер цилиндрической формы, бурно прогрессирует. Типичная цилиндрическая дрейфовая камера [4] имеет 15—20 слоев (точек на трек). Отдельная дрейфовая ячейка имеет простую структуру: сигнальную проволочку и триплет из потенциальных электродов, а типичный дрейфовый промежуток составляет 1—2 см. Дальнейшее развитие методики многослойных дрейфовых камер цилиндрической формы выразилось в создании трехкоординатных газовых детекторов [5].

В экспериментах используются три типа таких детекторов: времяпроекционные камеры (ВПК) [6], струйные (джет) камеры и векторные дрейфовые камеры. ВПК — это фактически большая ионизационная камера, на торцах которой расположены МПК круглой формы с катодным считыванием. Используя многоканальную регистрирующую электронику, мультистоповые преобразователи время — цифра и геометрию детектора, можно измерять в пространстве сотни координат r , z и ϕ вдоль одного трека (в цилиндрической системе координат) при множественности 200 и более. Современная ВПК описана в [7]. Трехкоординатные детекторы типа «джет» содержат в объеме камеры в радиальном направлении чувствительные проволочки, а в ряде конструкций — и дрейфовые ячейки, что позволяет улучшить пространственное разрешение двух треков, особенно в той области, где велика их плотность (область струй) [8]. По сравнению со струйными камерами векторные камеры [9] отличаются тем, что в их объеме содержится большее количество высокопрецизионных дрейфовых ячеек, образующих концентрические слои. Причем камера состоит из нескольких таких слоев, но с различными размерами дрейфовых ячеек (ближе к центру плотность ячеек наибольшая). Все эти и другие усовершенствования направлены на то, чтобы по возможности упростить поиск треков и повысить точность регистрации.

Узким местом рассмотренных выше трехмерных газовых детекторов является относительно невысокое быстродействие (десятки микросекунд), так как типичное время дрейфа электронов равно 50 мкм/нс. Стремление повысить скорость работы таких детекторов в тех экспериментах, где частота полезных событий может составлять сотни килогерц и более, привело к разработке трехмерных газовых детекторов, создаваемых на основе мультидрейфовых трубок и трубок типа «straw» (соломка) [10], у которых максимальное время дрейфа не превышает 100 нс, а точность регистрации координат составляет порядка 20 мкм. Отдельная трубка состоит из одной анодной проволочки и покрытого алюминием пластического цилиндра. В обзоре [11] содержится подробное описание таких детекторов и приводятся примеры применения в экспериментах.

В связи с широким развитием методики вершинных детекторов, с помощью которых изучаются свойства короткоживущих частиц, большие пер-

спективы развития имеют такие высокопрецизионные трековые детекторы, как кремниевые микрополосковые детекторы [12,13], ПЗС-матрицы [14], полупроводниковые дрейфовые камеры [15] и двумерные (pixel) кремниевые детекторы [16]. Последние два типа детекторов находятся в стадии экспериментальных разработок. Высокое быстродействие, присущее сцинтилляционным счетчикам и годоскопам, обеспечивают трековые детекторы, создаваемые на основе сцинтилляционных волоконно-оптических световодов, обеспечивающих микронную точность [17]. Следует отметить, что применение оптических методов регистрации и обработки сигналов в экспериментах по физике высоких энергий несет в себе ряд новых качеств, присущих световым сигналам: отсутствие заряда у фотона, компактность и существенное упрощение систем считывания трековой информации [18]. Известна разработка оптического трекового процессора, который предназначен для обработки данных, регистрируемых в МПК [19].

В [20] дан обзор современных достижений в области трековых детекторов, которые предполагается использовать в будущих экспериментах на большом адронном коллайдере. Некоторые из этих детекторов, которые предполагается использовать в центральном детекторе, и их параметры приведены в табл.2.

Таблица 2. Параметры некоторых используемых трековых детекторов

Тип	Функция	Комментарии
Si-пиксель 30×300 мкм $> 10^7$ элементов	Координаты вторичных вершин распада	Требуется много электроники считывания
Микростриповые Si-детекторы Ширина — 50 мкм Длина — несколько сантиметров, 10^6 стрипов	Измерение импульса	Требуется много электроники и точная установка — несколько мкм
Микростриповые газовые лавинные камеры 50 мкм $\times$ 5 см	Измерение импульса	
Сцинтилляционные оптические световоды 0,8 мм $\times$ 3 см, 10^6 элементов	Измерение импульса Триггерные системы	Требуются малогабаритные, малошумящие и быстрые фотодетекторы
Минидрейфовые («соломенные») трубки 4 $\times$ 3000 мм, 10^6 элементов	Измерение импульса Триггерные системы	Требуется электроника, точная механика

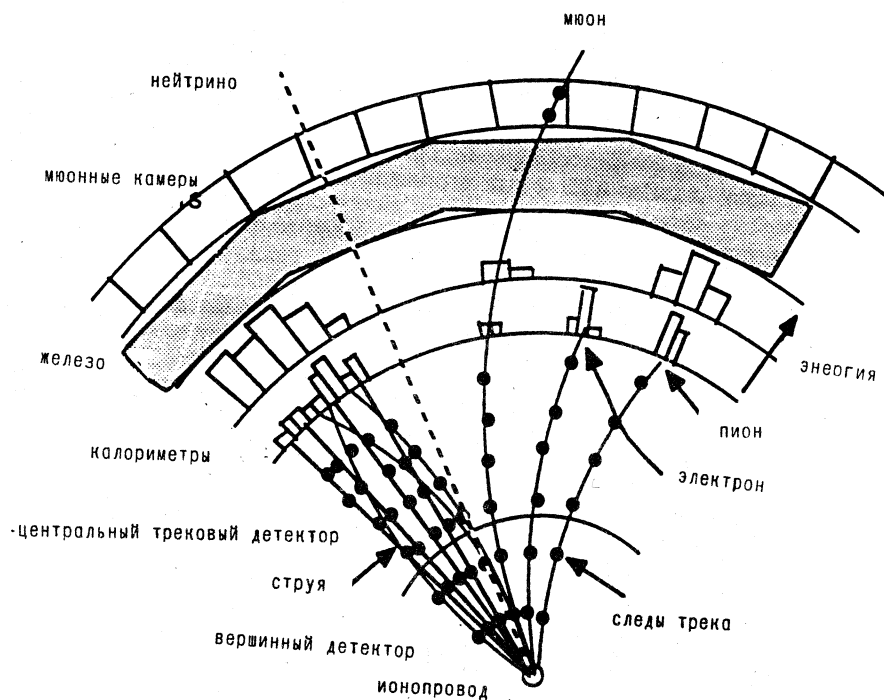


Рис.1. Характер прохождения различных частиц в детекторной системе

Измерение треков заряженных частиц с помощью центрального детектора, располагающегося в области встречи пучков, дает следующую информацию: электронный заряд; более точное измерение импульсов мюонов; идентификация адронов с большими импульсами p_t на триггерном уровне; распознавание b - и τ -распадов путем детектирования вторичных вершин распада.

На рис.1 схематически изображена детекторная система, которую предполагается использовать в будущих экспериментах на коллайдере, содержащая вершинный и центральный детектор, калориметр с электромагнитной и адронной секцией, мюонный железный экран, за которым следуют мюонные трековые камеры, покрывающие большую часть установки. Кроме того, иллюстрируется реакция детекторов на четыре наиболее характерные частицы и струи (B.Denby). Пучок расположен перпендикулярно плоскости калориметров, выделяя небольшую часть энергии в каждой секции, а также сквозь железный экран, и в конце концов детектируются с помощью мюон-

ных камер. Электроны полностью отдают всю энергию в локальной области электромагнитного калориметра. В свою очередь, пионы отдают энергию, взаимодействуя с обеими секциями калориметра. Струи, состоящие из множества различных частиц (в основном из пионов), выделяют свою энергию в обширных областях обеих секций калориметра. Нейтрино, как и следовало ожидать, свободно проходит всю детекторную систему.

2. ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ АППАРАТНЫХ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ ТРЕКОВОЙ ИНФОРМАЦИИ

Можно отметить следующие этапы развития методики поиска и реконструкции трековой информации с помощью специализированных процессоров.

Специализированные процессоры, используемые для изучения (одно-) двухчастичных событий. Следует выделить пионерские разработки, выполненные в начале 70-х гг. Применение нашли как аналоговые [21], так и цифровые процессоры [22]. В качестве источников информации использовались сцинтилляционные годоскопы и МПК. Данный этап развития специализированных процессоров подробно рассмотрен в обзоре [23]. Появление быстродействующих модулей памяти и программируемых логических матриц в середине 70-х гг. создало предпосылки для создания аппаратно-программируемых специализированных процессоров с широкими функциональными возможностями. Однако такие процессоры создавались для решения узкоспециализированных задач и прежде всего для экспериментов с малой регистрируемой множественностью, для отбора частиц по углу рассеяния [24] или для вычисления импульсов частиц. Для нахождения треков полезных событий с большой множественностью, сложной топологией и значительной кривизной треков широкое применение нашли микро-ЭВМ с высокой производительностью и различного рода эмуляторы больших и малых ЭВМ [25]. Использование такой техники позволило в реальном времени выполнить предварительный отбор трековой информации с последующей обработкой этих данных на больших ЭВМ. Время обработки трехлучевого события составляло единицы секунд. Однако в связи с бурным развитием физики высоких и сверхвысоких энергий задача ставится таким образом, чтобы обеспечить отбор сложных событий с множественностью более 100 за единицы микросекунд. Для решения столь непростой проблемы в настоящее время ведутся интенсивные разработки новых методов и подходов, основанных на алгоритмах, применяемых в информатике для распознавания образов, и прежде всего таких, как нейронные сети, матричные автоматы, ассоциативные методы обработки, различного рода трансформации переменных и др.

3. ПРОГРАММНЫЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ТРЕКОВОЙ ИНФОРМАЦИИ

Традиционно в электронных методах физики высоких энергий развиваются два направления в обработке физической информации: программные и аппаратные методы. В некоторых экспериментах эти направления могут использоваться совместно, что позволяет существенно повысить эффективность работы специализированных процессоров. Естественно, что программные методы, в свою очередь, базируются на математических алгоритмах и методах распознавания образов.

Уравнение движения заряженной частицы в магнитном поле. Модель трека. Исходным для определения траектории заряженной частицы в статическом магнитном поле является уравнение Лоренца. Пренебрегая потерей энергии и влиянием электрического поля и предполагая, что абсолютная величина импульса $\mathbf{p}$ остается неизменной в вакууме, уравнение движения заряженной частицы с учетом многократного рассеяния можно представить в виде [26]:

$$d^2\mathbf{r}/ds^2 = (q/|\mathbf{p}|)(d\mathbf{r}/ds \times \mathbf{B}(\mathbf{r})) + \mathbf{R}(s),$$

где $\mathbf{r}$ — декартовы координаты вектора (x, y, z) ; s — длина пути, $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$; q — константа, пропорциональная заряду; $\mathbf{B}$ — магнитная индукция; $\mathbf{R}(s)$ — белый шум (стохастический процесс), описывающий многократное рассеяние.

Чаще всего вместо величины s в уравнениях движения присутствует заведомо известная (независимая) координата z , направленная перпендикулярно плоскостям детекторов или совпадающая с осью цилиндра, если детектор имеет цилиндрическую форму. Таким образом, для определения траектории заряженной частицы в магнитном поле необходимо знать пять параметров: три координаты — (x, y) при фиксированной координате z около мишени, направления косинусов $(dx/ds, dy/ds)$ и некоторую функцию от импульса (например, $1/p$). Эти пять координат образуют пятимерное пространство, которое называется фазовым. Тогда траектория заряженной частицы может быть представлена как точка на фазовой поверхности. Для получения этих пяти величин на ЭВМ выполняются сложные вычисления параметров трека с помощью программ реконструкции событий. Проблема заключается в том, чтобы вычислить эти величины с возможно большей точностью и в конечном итоге восстановить топологии событий с высоким разрешением и за возможно короткое время, иначе результаты эксперимента могут потерять научную новизну.

Фитирование треков. Фитирование треков и вершин распада частиц является важной частью анализа экспериментальных данных. Если рассматривать процесс фитирования треков, то в общем он заключается в том,

чтобы с помощью статистических методов обработать информацию, зарегистрированную с помощью трековых детекторов. При этом используются также дополнительные данные, такие как величина магнитного поля, калибровочные константы и т.д. В результате фитирования получаем коэффициенты, направление и кривизну трека. Если пренебречь ошибками измерений и взаимодействием частицы с веществом, то измеренный вектор V является функцией пяти исходных величин P [27]:

$$V = f(P), \quad (1)$$

функция f называется моделью трека; она получается путем решения уравнения движения заряженной частицы. Модель трека единственным образом определяется магнитным полем, особенностями трековых детекторов и методами представления параметров трека. Уравнение (1) интерпретируется следующим образом. Если V рассматривать как точку в n -мерном пространстве, то функция f задает так называемую ограничивающую (constraint) поверхность, состоящую из всех точек, соответствующих точному решению уравнения движения. Причем в отсутствие магнитного поля траектория частицы представляет собой прямую линию, и поэтому модель трека является линейной функцией. В однородном магнитном поле (B — константа) траектория заряженной частицы представляет собой винтовую линию, ось которой параллельна вектору магнитной индукции. При этом точки пересечения траектории частицы с плоскостями (цилиндрами) детекторов вычисляются аналитически. В неравномерном магнитном поле уравнения движения решаются численными методами, например, методом Рунге — Кутты.

Методы выбора модели трека. Путем выбора подходящей модели трека можно существенно сократить машинное время, необходимое для фитирования треков. С этой целью широко используется метод параметризации модели трека. Так называется алгоритм, который позволяет представить координаты в виде функции геометрических размеров детекторов и их позиций [28]. Естественно, что эти функции зависят также от пяти кинематических параметров. В результате из M измеренных координат на трек получается гораздо меньшее число параметров N . Такой подход при фитировании треков дает выигрыш во времени, если сравнивать его с прямым методом реконструкции трека отдельной частицы путем вычисления и анализа отдельных координат, записанных на магнитную ленту. Нередко с целью параметризации функция V аппроксимируется с помощью подходящей аналитической функции. Более детально различные модели треков, применяемые в экспериментах, описаны в [29].

Оценки параметров трека. В процессе фитирования рассматриваются три типа треков.

1. Идеальный трек, который соответствует точному решению уравнения движения заряженной частицы.

2. Физический трек, который соответствует траектории частицы с учетом многократного кулоновского рассеяния.

3. Измеряемый трек, который определяется с помощью координат, регистрируемых трековыми детекторами. В отличие от физического трека в измеренном треке учитываются ошибки, возникающие в процессе регистрации координат, а также вследствие многократного рассеяния. С целью определения качества фитирования (т.е. степени приближения измеренного трека к идеальному) чаще всего используется оценочная функция χ^2 (глобальный метод оценки) и алгоритм Кальмана. Оба способа оценки базируются на методе наименьших квадратов. Функция χ^2 вычисляется путем анализа на минимум следующего выражения [30]:

$$S(\gamma) = \sum [x_i - x_i(\gamma)] W_{ij} [x_j - x_j(\gamma)],$$

где x_i и x_j — измеренные (наблюдаемые) и теоретически вычисленные координаты соответственно; W_{ij} — взвешенная матрица, которая является инверсной к ковариантной матрице и матрице ошибок. Однако функция χ^2 дает хорошие результаты фитирования при следующих условиях.

1. Должно иметь место гауссово распределение ошибок в измеренных координатах.

2. Требуется тщательная оценка взвешенной матрицы.

3. Функция $x_j(\gamma)$ должна быть линейной по параметру γ .

В процессе фитирования значение χ^2 сравнивается с теоретическим χ^2 -распределением с $M-N$ степенями свободы, где M — множество измеренных координат x_i и N — параметры трека, полученные после параметризации (трансформации) зарегистрированных данных с помощью трековых детекторов. Как отмечается в [27], существенным недостатком глобального метода оценок является то, что параметры трека оцениваются в одной точке поверхности. При наличии эффекта многократного рассеяния реальный трек при такой оценке может существенно отличаться от идеального. Имеется много экспериментов, где в процессе соединения отдельных, и прежде всего кривых, сегментов трека требуется более точная экстраполяция и интерполяция трека.

В ряде работ отмечается перспективность применения как фитирования параметров трека, так и фитирования треков с оценкой качества фитирования методом так называемого алгоритма Кальмана. Этот алгоритм первоначально использовался для анализа дискретных линейных динамических систем. При этом предполагается выполнение трех процедур. 1) Фильтрация (оцен-

ка) текущего состояния вектора на основе всех предыдущих измерений. 2) На основе текущего состояния вектора предсказывается оценка состояния в следующий отрезок времени. 3) Сглаживание (smoothing) оценки состояния вектора в заданный момент в «прошлом» на базе измерений, полученных в «настоящем».

Применительно к обработке трековой информации алгоритм Кальмана имеет ряд преимуществ по сравнению с другими методами фитирования [31].

1. Возможно одновременное проведение таких процедур, как фитирование треков и поиск и реконструкция треков.

2. Не требуется вычисления инверсий больших матриц. При этом время вычисления на ЭВМ пропорционально числу измерений на трек.

3. Оцениваемые параметры трека близки к параметрам физического трека. Суть алгоритма Кальмана применительно к обработке трековой информации заключается в следующем [27]. Если имеется оценка состояния вектора в момент времени t_{k-1} , то она экстраполируется к моменту времени t_k с помощью системы уравнений. Причем оценка в момент времени t_{k-1} затем вычисляется как взвешенное значение предсказанного состояния вектора и измеренного в момент времени t в соответствии с уравнениями, относящимися к измеренным значениям. Затем оценочные данные снова могут применяться к предыдущим оценкам, или над ними проводится процедура сглаживания. Алгоритм Кальмана нашел применение для реконструкции сложных событий в вершинном детекторе ZEUS [32]. При множественности треков 10—20 требуется всего 10—20 мс для реконструкции трека с помощью процессора VAX8800.

Поиск и восстановление треков. Фитирование параметров треков является процессом более или менее определенным, так как при этом используется хорошо развитый математический аппарат. Более сложным является процесс нахождения «кандидатов» в полезные треки. В отличие от фитирования параметров трека различные алгоритмы и методы реконструкции чаще всего наиболее эффективно применяются к конкретному эксперименту. Рассмотрим некоторые наиболее характерные алгоритмы, применяемые для фитирования треков, которые более подробно описаны в [28,33].

1. *Комбинаторный метод.* Множество измеренных координат, в том числе и координат, относящихся к фоновым событиям, по определенным признакам разделяются на подмножества. Далее, для каждого подмножества выполняется процедура фитирования с целью определения, относятся ли данные фитируемого подмножества к траектории, или нет. Если решение удовлетворительно, то данные о кандидате в полезный трек запоминаются. В противном случае такая информация записывается в файл, предназначенный для фоновых данных. Недостатком такого метода фитирования является невысокая скорость, требующая большого количества переборов даже

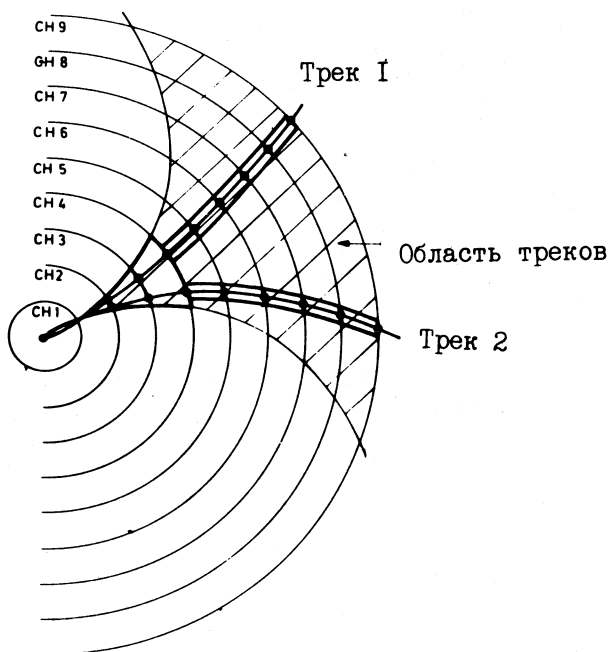


Рис.2. Метод окон: SN1+SN9 — цилиндрические дрейфовые камеры

при небольшой множественности. Так, для пяти треков при наличии десяти координатных плоскостей получается до 5^{10} комбинаций.

2. *Локальный метод.* Используются три модификации:

а) Следование по треку. Этот метод можно применять также в тех случаях, когда обработка выполняется при участии оператора путем наблюдения кандидатов в полезные события на экране дисплея. При этом выбирается сегмент трека, состоящий из трех или четырех точек, и ищутся наиболее подходящие треки. Время вычисления пропорционально n^2 , где n — число измеренных координат.

б) Метод «окон». Окно задается с помощью двух или трех опорных точек, которые систематически выбираются среди координат, и далее модель трека (прямая или окружность) интерполируется между точками (рис.2). Затем ищутся координаты, близкие к этому окну. Ширина окна определяется разрешением камер, их эффективностью и т.д. Время вычисления пропорционально n^3 . Данный метод оказался перспективным, по-

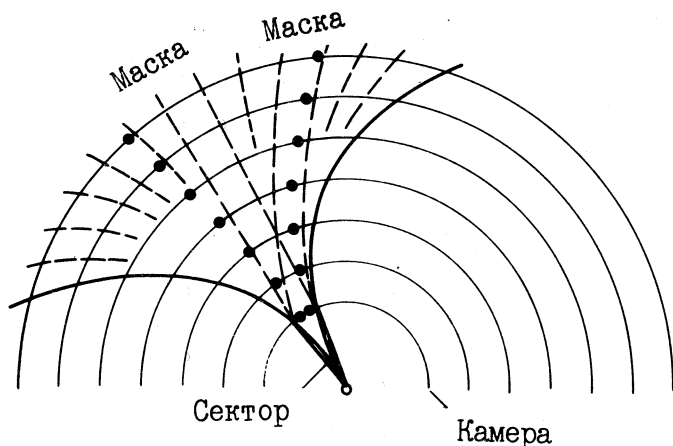


Рис.3. Метод масок

сколько он использовался также для реконструкции отрезков треков аппаратными способами (см. ниже).

в) Выбор элементов трека. Кандидат в треки получается в два шага: выбирается короткий отрезок трека и выполняется интерполяция или экстраполяция вдоль прямой или параболы. На втором шаге отрезки сшиваются. Данный метод удобен тем, что упрощается разрешение проблемы неопределенности типа «слева-справа», и, кроме того, он хорошо приспособлен для поиска треков в случае большой плотности зарегистрированных координат, которая имеет место при использовании трехкоординатных детекторов в условиях большого фона и высокой светимости.

3. *Глобальный метод.* Дает хорошие результаты при анализе трековой информации с большой плотностью и в процессе идентификации таких событий, при которых от одной частицы срабатывает подряд несколько позиционно-чувствительных датчиков в плоскости детектора. Метод отличается высоким быстродействием, поскольку отсутствует необходимость в проверке множества комбинаций координат. Поэтому глобальный метод имеет широкие перспективы реализации аппаратными способами. Здесь также возможны несколько модификаций.

а) *Гистограммирование.* Использование такого метода предполагает определение различных функций от координат и ввод их в гистограмму. Затем позиции треков определяются по пикам или по кластерам на гистограмме. Отмечается также, что данный метод дает хорошие результаты, если модель трека представляется в одной или двух проекциях.

Рис.4. Прямой трек, зарегистрированный с помощью дрейфовой камеры (а) и идентифицированный методом окон (б)

б) Метод шаблонов (масок). Дает хорошие результаты, если используются цилиндрические многослойные дрейфовые камеры. Для реализации метода шаблонов необходимо иметь словарь (набор масок) наиболее вероятных полезных событий (рис.3). Метод масок эффективно реализуется, если использовать ассоциативные запоминающие устройства.

в) Метод дерева (хорошо известный из теории распознавания образов). Эффективно реализуется, если в эксперименте используются многослойные дрейфовые камеры. Суть метода лучше всего проиллюстрировать с помощью серии рисунков [34]. На рис.4,а приведен след прямого трека. Для наглядности масштаб по горизонтали вы-

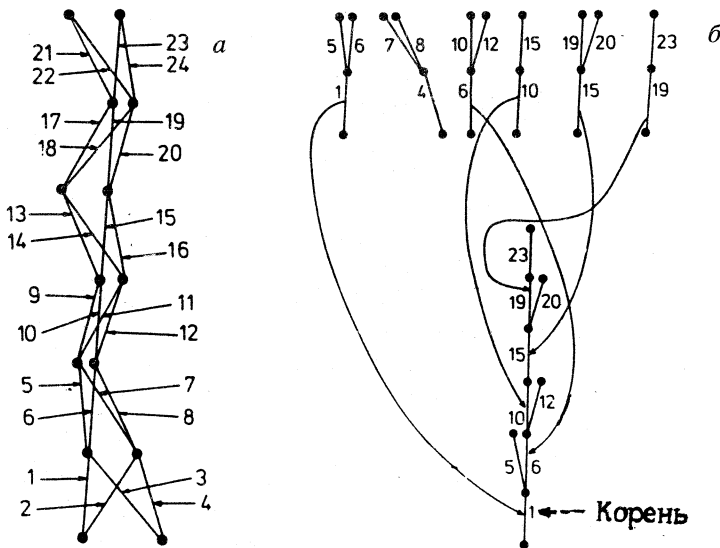
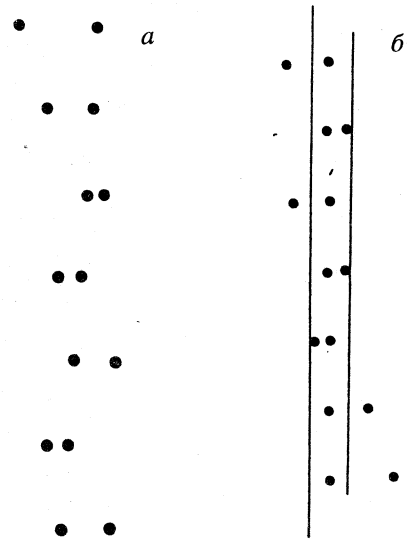


Рис.5. Идентификация трека с помощью метода дерева. Цифры обозначают индексы звеньев

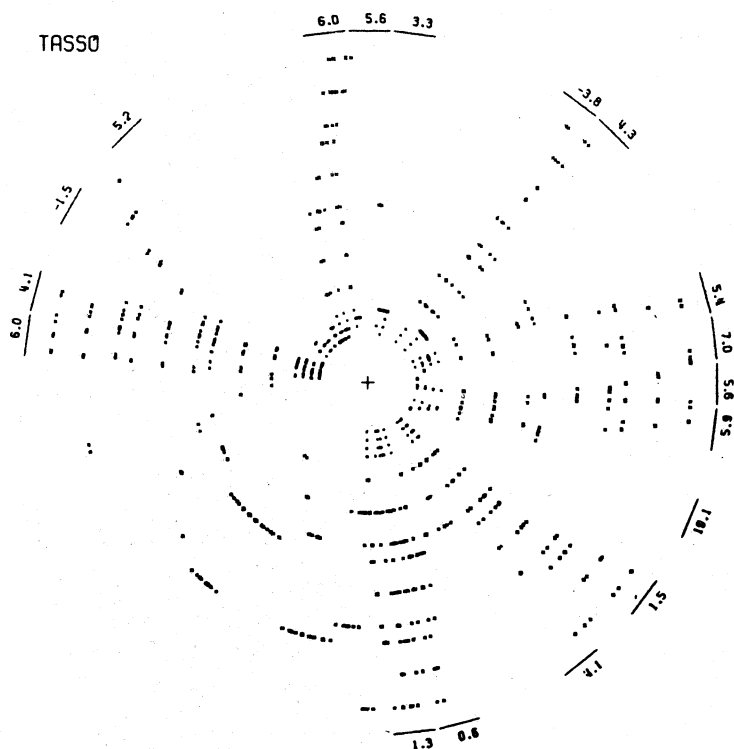


Рис.6. Реальное событие, зарегистрированное с помощью многослойной дрейфовой камеры

бран намного больше, чем по вертикали. Если использовать метод окон, то, как видно из рис.4,б, ряд координат, с помощью которых устраняется неопределенность типа «слева-справа», остаются вне коридора, поскольку для протяжки трека выбраны две крайние, расположенные на вертикали координаты. Видно, что треки с большой кривизной не восстанавливаются. Использование метода дерева предполагает, что протяжка трека выполняется многоступенчато путем соединения отдельных звеньев (рис.5,а) (каждому звену принадлежат две ближайшие координаты). Отдельное звено может принадлежать как прямому, так и изогнутому треку. Связи между несколькими соседними звеньями определяют «ствол элементарного дерева», который, в свою очередь, может рассматриваться как ветвь другого дерева. Элементарные деревья комбинируются с целью формирования полного дерева, являющегося кандидатом в полезные события (рис.5,б). После нахож-

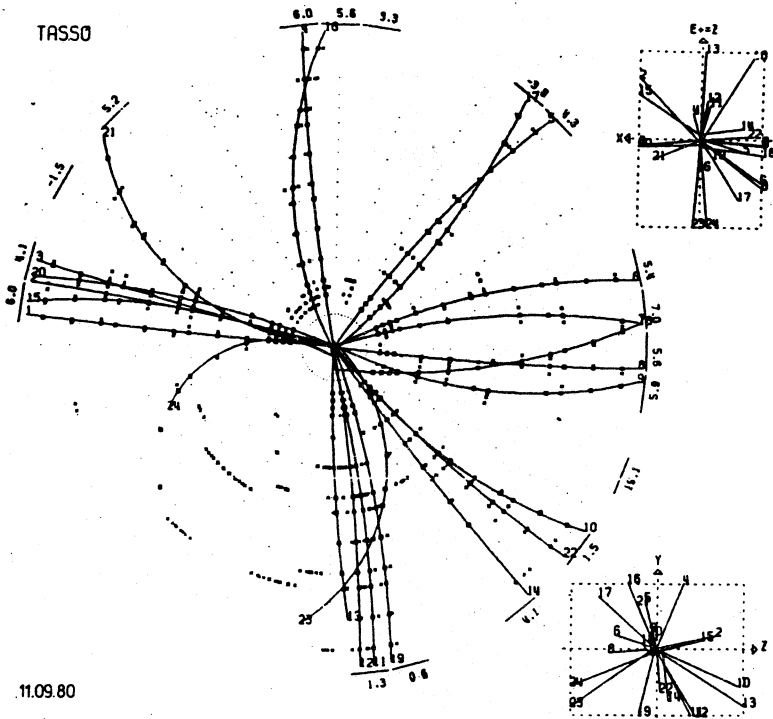


Рис.7. То же событие, что на рис.6, после реконструкции

дения подходящих треков используется глобальный метод статистических оценок. Результаты обработки иллюстрируются с помощью рис.6 и 7.

Большинство применяемых для восстановления трековых событий алгоритмов требуют выполнения арифметических операций, они трудоемки и поэтому для их реализации необходимо много машинного времени. Поэтому ведутся поиски новых программных методов, исключая такие операции. Особенностью описанного в [35] алгоритма является возможность восстановления сложных топологий событий с большими импульсами довольно быстро и весьма качественно. В памяти ЭВМ хранится 12832 различных образца трековой информации, которые могут регистрироваться с помощью векторной дрейфовой камеры. Регистрация полезных треков выполняется путем сравнения данных, поступающих от детектора с образцами, записанными в словаре (памяти). Основные преимущества данного способа обработки информации заключаются в следующем: 1) вместо арифметических операций используются такие простые процедуры, как сдвиг и

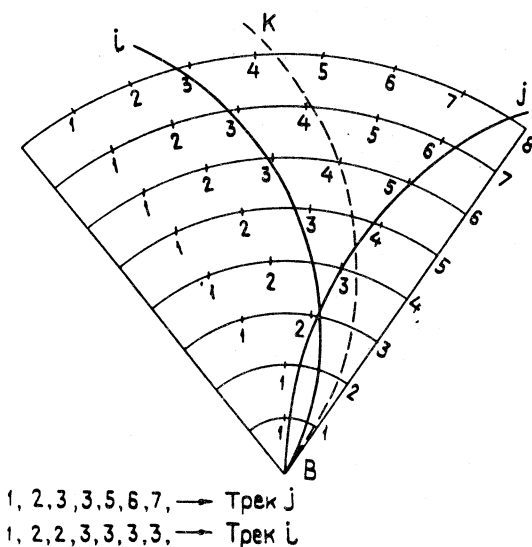


Рис.8. Применение метода сгенерированных масок для реконструкции сложных треков с помощью векторной дрейфовой камеры. Идентификация трека k требует дополнительной проверки

манипуляция над отдельными битами данных; 2) алгоритм хорошо приспособлен для его реализации на быстродействующих векторных машинах; 3) метод не критичен к геометрии детектора (цилиндрического или симметричного); 4) более эф-

фективно распознаются треки, которые проходят через несколько общих ячеек камеры (рис.8) или в случае малой эффективности срабатывания. Достигается это тем, что в памяти ЭВМ содержится дополнительный список отрезков треков, который используется в тех случаях, когда после прохода не распознаются штатные ситуации. Однако такой подход дает эффект в случае небольшой (порядка 3—4) множественности событий.

Проверка кандидатов в полезные треки и фитирование вершин распада. Следующим этапом после поиска кандидатов в полезные треки является процедура проверки полезности трека. Разработано большое количество алгоритмов, с помощью которых (с учетом особенностей детекторов) восстанавливаются полезные треки [29]. В частности, с этой целью применяется фитирование аналитической модели трека, такой как прямая линия или парабола, и исключение треков, которые имеют недопустимо большую величину χ^2 . В некоторых алгоритмах, когда требуется распознавание и сшивание коротких изогнутых сегментов [36], используется локальная проверка кривизны трека и ее знака. Если известна координата вершины распада, что имеет место в экспериментах с фиксированной мишенью, то проверяется направление или ближайшее расстояние от экстраполированного трека до вершины распада. В экспериментах на коллайдерах, где мишенью являются встречные пучки частиц, даже координата первичной вершины распада неизвестна. Поэтому после нахождения полезных треков выполняется фитирование вершин распада. Подробно эта процедура описана в [37]. Вначале кратко рассмотрим процесс обработки со-

бытия с одной общей вершиной. Для фитирования общей (первичной) вершины распада, из которой исходит m треков, выполняются следующие операции. Для каждого индивидуального трека фитируются его параметры и ковариантная матрица по отношению к точным значениям. Для m треков получается $5m$ фитируемых величин, которые рассматриваются как виртуальные измерения с известной ковариантной матрицей, в которой только пять параметров коррелируют с данным треком. Вершина, из которой исходят треки, считается вычисленной, если известны величины трех координат в пространстве и трех величин импульсов (кривизны) для каждого трека. Этот параметр вычисляется в два этапа. Вначале фитирование выполняется с целью нахождения точки, наиболее близко расположенной к восстановленным m трекам, причем учитываются также различные веса параметров трека. На втором этапе параметры треков определенным способом модифицируются с учетом значения ковариантной матрицы при условии, что вершина является общей точкой m треков.

Проблема реконструкции многовершинных событий. Поскольку короткоживущие частицы имеют длину пробега несколько сотен микрометров, то проблема реконструкции событий с многими вершинами является непростой задачей, даже если ее решать с помощью программных методов. Во-первых, требуется высокая точность определения координат первичной и вторичных вершин распада. Во-вторых, точное количество треков, исходящих из вершин распада, не всегда известно. Кроме того, среди распавшихся частиц могут быть также нейтральные частицы. Для реконструкции таких событий требуется также знание размеров пучка и точное его положение [27]. Кроме того, с ростом регистрируемой множественности резко (в третьей степени от множественности) возрастает время, требуемое для вычислений на ЭВМ. В [38] обсуждаются вопросы применения алгоритма Кальмана для определения координат первичной и вторичных вершин распада. Отмечается, что этот метод дает хорошие результаты в экспериментах с тяжелыми ионами на фиксированной мишени (при большой множественности порядка 100—150) по определению координат первичной вершины распада. При этом расход счетного времени пропорционален множественности треков. Для реконструкции многовершинных событий алгоритм Кальмана используется для обработки данных, зарегистрированных с помощью микровершинных детекторов на установке ДЕЛФИ. Если описать кратко, то реконструкция вершин распада выполняется с помощью следующих процедур. Вначале фитируются все треки и аппроксимируется первичная вершина распада. Затем каждый трек оценивается с помощью функции χ^2 и выполняется сортировка по трем признакам: «хороший», «неопределенный» и «плохой» (по отношению к первичной вершине распада). После дополнительной проверки определен-

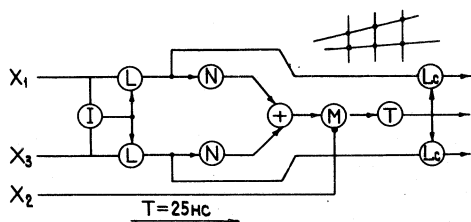


Рис.9. Пример вычислительного модуля конвейерного типа для трех плоскостей. x_1, x_2, x_3 — координаты; I — генератор двоичных индексов, $L-x_i \rightarrow x_i$; $N: x \rightarrow Ax + B$; $(+)$ — сумматор, $T-x \rightarrow T(x)$ (операция с таблицами); L_c — стробирование в стекковую память; M — операция отображения пути

ная часть второго типа треков может попасть в «хорошие». Остальная часть треков вместе с «плохими» треками затем фитируется для обнаружения вторичной вершины распада и т.д.

В заключение следует отметить, что не существует универсальных программных методов для обработки физической информации, и поэтому трудно рекомендовать, какой из них является наиболее перспективным, так как свои коррективы могут внести аппаратные методы обработки. Именно с этой точки зрения надо, скорее всего, рассматривать эффективность того или иного метода обработки физической информации. Однако накопленный за 25 лет опыт может быть успешно использован, с учетом особенностей того или иного эксперимента, как основа для создания эффективных методов обработки, удовлетворяющих строгим требованиям как современных, так и будущих экспериментов.

Сочетание программных и аппаратных методов. Использование программных и аппаратных методов предполагает применение оригинальных и эффективных алгоритмов. В [39] развивается перспективное направление, связанное с обработкой данных, регистрируемых в многослойных дрейфовых камерах. В обзоре [22] отмечалось, что для восстановления треков, регистрируемых в МПК, в лаборатории им. Резерфорда [40] разработано специализированное арифметическое устройство, выполняющее быстро (за 200 нс) такую часто встречающуюся в процессе фитирования треков процедуру, как $R = MX + C$, где M , C и X — шестнадцатиразрядные числа. В рассматриваемой работе процесс обработки трековой информации выполняется с помощью относительно простых процессоров конвейерным способом и с высокой степенью параллелизма. В качестве вычислительных блоков используются модули памяти, сдвиговые регистры и т.д., с помощью которых выполняются простейшие подпрограммы, операции ветвления, индексирования и передачи на следующий уровень обработки. На рис.9 в качестве примера приведена часть вычислительного модуля, предназначенного для обработки данных, поступающих от трех плоскостей. При этом процесс регистрации и обработки трековой информации выполняется в реальном времени.

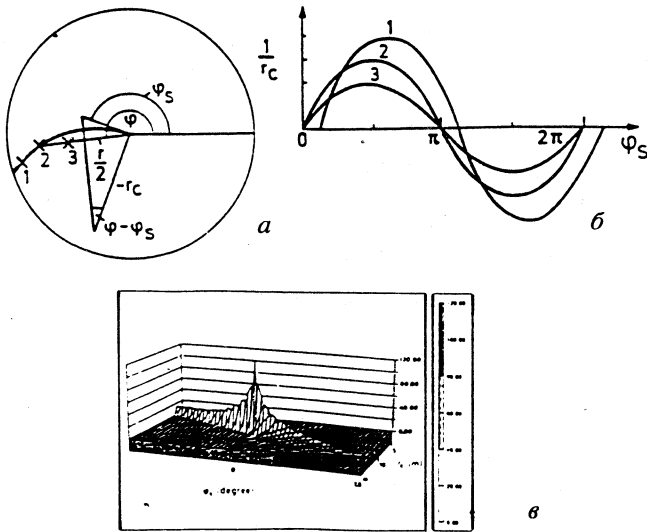


Рис.10. а) Отображение параметров (r, φ) и $(1/r_c, \varphi_s)$; б) гоф-пространство; в) трек в $(1/r_c, \varphi_s)$ -плоскости

Ведутся исследования, направленные на использование эффективных алгоритмов, применяемых в информатике для распознавания образов. Суть проблемы заключается в том, что в экспериментах, которые будут выполняться на пучках высокоэнергетических частиц с помощью прецизионных детекторов, физическую информацию можно рассматривать как дискретный образ сложной картины (рис.10). В [41] показана возможность применения для построения трекового процессора метода трансформации координат, предложенного Гофом. Нередко этот метод называется еще методом гистограммирования с переменным наклоном. Суть метода заключается в том, что любая кривая, принадлежащая какому-либо образу в декартовой системе координат, описывается множеством точек $[x_1, y_1, \dots, (x_n, y_n)]$ или параметрическим представлением кривой на мультипараметрической поверхности. Различные параметризации кривой могут быть использованы для установления связи между декартовыми координатами и параметрами поверхности. Важно, что заданная параметризация является единственной. Это значит, что данная кривая в декартовой системе координат представляется точкой на параметрической поверхности, и точка в декартовой системе координат представляется с помощью определенной кривой (поверхности) на параметрической поверхности. Такая дуальная взаимосвязь приводит к

тому, что система точек кривой в декартовой системе координат может быть отображена в множество кривых (поверхностей), расположенных на параметрической поверхности с общей точкой пересечения, которая представляет параметры кривой в декартовой системе координат. Такое свойство трансформации Гофа эффективно используется для распознавания кривых линий на фоне сложного изображения. Данные о параметрической поверхности записываются в матрице аккумуляторов (гоф-матрица), и значение каждой точки (x, y) оригинального изображения инкрементируется в системе аккумуляторов в гоф-матрице в соответствии с выбранной параметризацией. Наличие локального максимума после обработки гоф-матрицы говорит о наличии интересующей нас кривой в оригинальном изображении. Практическая реализация такого метода предполагает выполнение следующих процедур: 1) выбор соответствующей параметризации кривой; 2) задание величины квантования параметров поверхности; 3) для каждой точки образа (x, y) вычисляется система параметрических точек на мультимерной параметрической поверхности в соответствии с выбранной параметризацией и добавляется к содержимому матрицы аккумуляторов. После вычисления всех точек выполняется расчет гоф-матрицы с целью получения данных о кривых. В цитируемой работе дается также описание процессора, с помощью которого время обработки 1000 точек изображения, соответствующих 10 трекам (128×128 на изображении), составит 6,45 мс для первого трека.

Конкретное применение преобразование Гофа нашло при реконструкции треков частиц, зарегистрированных в детекторе OPAL [42]. Детектор разделен на 24 сектора. Каждый трек i задается множеством координат $(r, \varphi)_i$. Поскольку полезные треки исходят из вершины распада, то каждый из них определяется стартовым углом φ_s и радиусом r_c . Таким образом, вместе с координатами вершины распада каждый пиксель (r, φ) , относящийся к событию, зарегистрированному в детекторе, определяет класс треков с различными φ_c и r_c . Из рис.10,а следует уравнение

$$\frac{r/2}{r_c} = \sin(\varphi - \varphi_s).$$

Гистограммный метод, используемый для идентификации треков частиц, базируется на аккумулировании количества пикселей, принадлежащих данному треку (φ_s, r_c) . Как видно из приведенного выше соотношения, каждый пиксель (r, φ) отображается на синусоиду с амплитудой $2/r$ и фазой со сдвигом φ . Такая трансформация и есть специфический тип преобразования Гофа. Применяя это преобразование к каждому пикселю детектора, получим соответствующую ему кривую в $(1/r_c, \varphi_c)$ -плоскости, как

это показано на рис.10,б. Причем, пиксели, принадлежащие данному треку с параметрами $(1/r_c, \varphi_s)$, имеют общую точку пересечения. Применение преобразования Гофа дает большую вероятность наличия треков. На рис.10,в показано представление идеального трека на $(1/r_c, \varphi_s)$ -плоскости.

В связи с развитием электронно-оптических методов обработки данных определенный интерес представляет предложенный в [43] метод поиска трековой информации, основанный на преобразовании Фурье с фильтром или корреляционной функцией. Использование такого метода позволяет применить векторные или оптические процессоры для восстановления треков.

4. АППАРАТНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ДЕРЕВА

Алгоритм дерева, успешно используемый для реконструкции треков с помощью ЭВМ, оказался эффективным и для построения параллельных специализированных процессоров. Как уже отмечалось выше на конкретных примерах, образ события, регистрируемого в трехкоординатных газовых и других детекторах, имеет сходство с деревом или нейронной сетью. С развитием полупроводниковой технологии больших успехов достигла техника интегральных микросхем, с помощью которых можно осуществлять высокую степень параллелизма выполнения логических и арифметических операций, что позволяет быстро реализовать такие эффективные алгоритмы, как метод дерева и метод масок. Эти алгоритмы успешно использованы в [44] и других работах (см. ссылки ниже). Описываемый метод отличается универсальностью и может быть использован для обработки трековой информации, регистрируемой в многослойных дрейфовых камерах, микрополосковых полупроводниковых детекторах и др. Предполагается, что детектор состоит из определенного количества слоев, каждый из которых, в свою очередь, разделен на заданное количество бинов. Причем заряженная частица, проходящая сквозь детектор, инициирует сигнал только в одном бине на слой. При таком подходе проблема реконструкции треков частиц сводится к поиску совпадений треков события с масками, хранящимися в памяти ЭВМ. Этот банк данных имеет структуру дерева. Основная идея заключается в применении метода последовательной аппроксимации в сочетании с алгоритмом дерева к событиям, которые «просматриваются» последовательно с различным значением величины пространственного разрешения. При практической реализации алгоритма такой подход позволяет сократить количество электронного оборудования. Загрубление разрешающей способности выполняется путем объединения на схемах ИЛИ соседних бинов. На рис.11 показано событие с четырьмя треками, проходящими через четыре слоя детектора. Разрешающая способ-

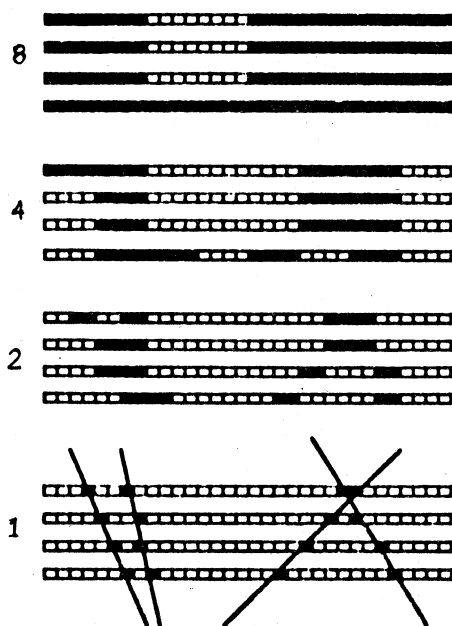


Рис.11. Вид одного четырехлучевого события в зависимости от разрешающей способности детектора

ность детектора при переходе от верхнего слоя к нижнему улучшается в два раза. Видно, что по мере улучшения разрешающей способности эффективность распознавания треков, как и следовало ожидать, существенно повышается. На рис.12,а показано, как смотрится единичный трек при условии, что каждый слой детектора состоит из двух бинов.

Для распознавания таких событий достаточно, чтобы в памяти имелось восемь масок. Если же разрешение увеличить вдвое, то получится схема, представленная на рис.12,б, где маска 3, изобра-

женная на рис.12,а, отображается уже двумя подмасками и т.д. С ростом разрешающей способности детектора количество масок, хранимых в памяти, существенно растет. Теперь возникает вопрос: «Как же реально организовать банк памяти и какой тип памяти лучше всего применить?» Как показано в данной работе, процесс сравнения реального события с масками наиболее эффективно реализуется с помощью алгоритма дерева, а банк памяти должен иметь иерархическую структуру определенной глубины L , как это показано на рис.13, где $L = 5$. Среднее число масок подсчитывается из формулы

$$N_m = k \log_2 n,$$

где n — число бинов в плоскости (слое) детектора и k — среднее число масок, «приписанных» к узлу дерева. Как видно из рис.13, количество масок растет экспоненциально с ростом глубины дерева. С целью повышения эффективности поиска в [45] предлагается разделить глубину дерева на две части, и в нижней части дерева, где еще требуемая емкость памяти не так велика, использовать ассоциативную память, что позволяет существенно ускорить время восстановления событий не только за счет параллельного обращения к памяти, но и путем выбора наиболее вероят-

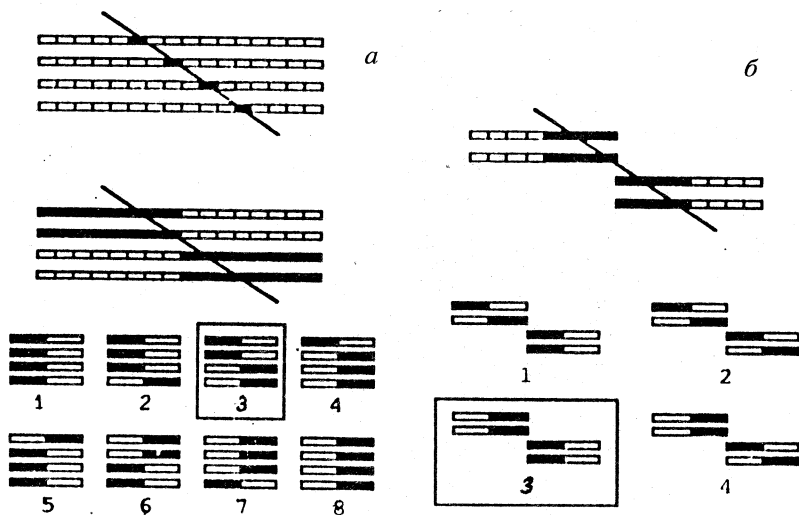


Рис.12. а) Одиночный трек, регистрируемый в плоскости, содержащей только два бина. Требуется восемь согласующих масок для одного прямого трека. б) Картина события, изображенного на рис.12,а, с увеличенным вдвое разрешением

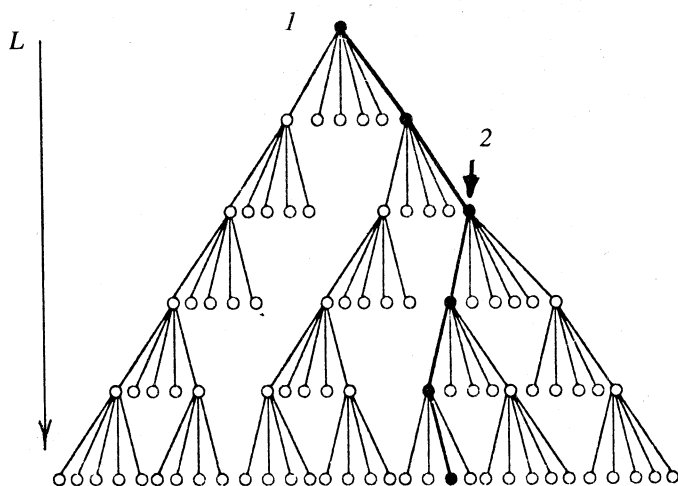


Рис.13. Структура банка масок, выполненная в виде дерева: 1 — корневой узел, 2 — субдерево, L — глубина дерева

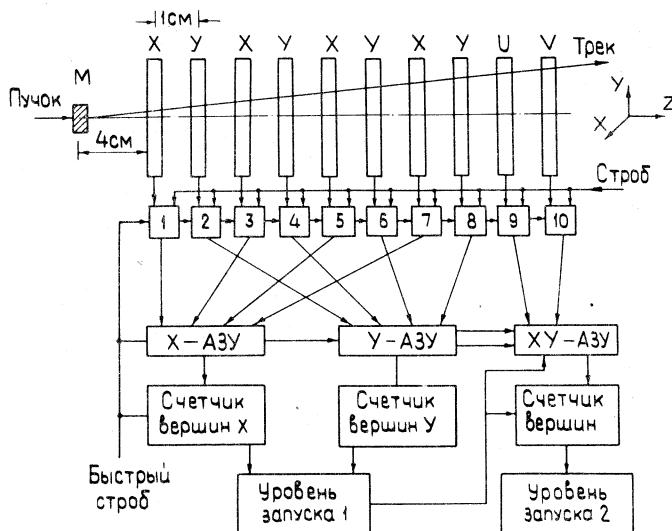


Рис.14. Структурная схема специализированного процессора для отбора событий в вершинном детекторе. *М* — мишень, АЗУ — ассоциативные запоминающие устройства, $1 \div 10$ — усилители-дискриминаторы

ных путей поиска отрезков треков на следующем уровне обработки, как это показано на рис.14. Реализация такого алгоритма облегчается тем, что для этих целей разработан модуль ассоциативной памяти.

Следует отметить, что использование ассоциативных запоминающих устройств в физических экспериментах началось еще в 60-х годах. В обзоре [46] описаны методы сортировки статистической информации с использованием ассоциативных запоминающих устройств. Еще один обзор [47] посвящен рассмотрению методов ассоциативного поиска информации с использованием адресных систем запоминания применительно к построению многомерных анализаторов импульсов для накопления информации в широком диапазоне признаков. Читателю, интересующемуся более подробно принципами построения ассоциативных запоминающих устройств, можно рекомендовать монографию [48]. Применительно к обработке трековой информации основные требования к такой памяти следующие [49]: а) емкость ячейки должна быть достаточной для запоминания хотя бы одной маски; б) наличие логического устройства для сравнения двоичных кодов. Каждая строка в матрице памяти представляет одну ячейку ассоциативной памяти, и поэтому в ней содержится образ события. Каждая ячейка [50]

содержит несколько слов (по одному слову на плоскость или на слой детектора). В свою очередь, в каждом слове имеется адрес (координата) сработавшей позиции в плоскости (слое) детектора. Таким образом, все слова, записанные в одной ячейке, задают маску, соответствующую срабатыванию одной координаты в каждой плоскости (слое) детектора. С помощью магистралей данные, соответствующие данной плоскости, в начале работы используются для записи масок. Поиск и регистрация события выполняются следующим образом. Все координаты, зарегистрированные в различных плоскостях, передаются на соответствующие им магистрали данных, и затем выполняется операция сравнения. В случае положительного ответа устанавливается в единицу соответствующий триггер, и адреса всех кандидатов в полезные треки последовательно считываются на выходную магистраль. С целью ускорения этой операции используется приоритетный регистр-шифратор. Расчеты показывают, что для типичного эксперимента требуется память емкостью 100К. Для получения такой емкости строится вычислительная сеть, состоящая из аналогичных модулей, каждый из которых имеет 256 32-разрядных ячеек [51]. В работе [52] описана трехуровневая триггерная система, которая предназначена для отбора трековой информации, регистрируемой в микростриповом вершинном детекторе (рис.14). Использование ассоциативной памяти позволяет весьма быстро и с высокой эффективностью регистрировать кандидаты в полезные события. Достаточно отметить, что по входам данные в память заносятся с частотой 25 МГц, а время сравнения составляет несколько наносекунд, так что информация на выходах появляется с частотой 20 МГц. Каждый из модулей памяти подключен к 5 детекторным плоскостям (4096 стрипов). Отмечается, что регистрация одного события, состоящего из 20 лучей, не превышает 2 мкс!

5. ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОНОПОДОБНЫХ СЕТЕЙ

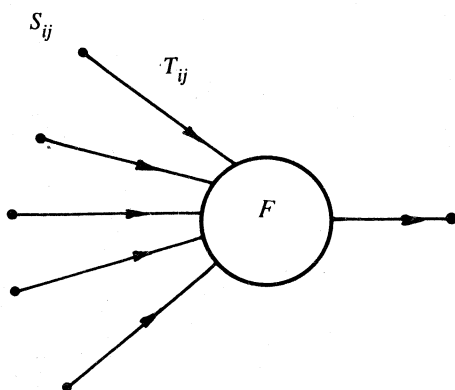
Общие вопросы. Недостатком большинства используемых алгоритмов для фильтрации событий является то, что они приспособлены для решения специфических задач, определяемых типом геометрии детекторов и постановкой физической проблемы, и поэтому трудно перестраиваются на решение других задач. Кроме того, высокая точность, присущая современным трековым детекторам, и наличие больших массивов цифровых данных приводят к необходимости просчета большого количества комбинаций чисел, прежде чем находится полезный отрезок трека или образ целого события. В последнее время наметилась тенденция к унификации как алгоритмов, так и аппаратных средств фильтрации трековой информации. При этом основное внимание уделяется высокой степени параллелизма поиска треков как во времени, так и в пространстве, а также представлению исходных данных

в аналоговой и цифровой форме. Одним из таких перспективных направлений является применение теории и практики регулярных автоматов и нейронных сетей, которые являются типичными параллельными вычислительными системами. Этим вопросам посвящен ряд исследований. Три параметра характеризуют степень параллелизма обработки данных: 1) количество процессоров; 2) вычислительная мощность процессора и 3) степень связности между ними. При этом для решения задач поиска и реконструкции треков частиц достаточно, чтобы процессорные элементы были по возможности простыми, имели высокое быстродействие и малую потребляемую мощность. Ряд исследований посвящен возможности применения нейронных сетей и матричных автоматов, известных в вычислительной технике, для обработки трековой информации в экспериментах по физике высоких энергий. Показано, что не только имеется определенное внешнее сходство между простейшими моделями нейронов и топологиями типичных событий, но и, с учетом достижений полупроводниковой технологии, появилась реальная возможность создания эффективных процессоров для распознавания сложных физических событий. По современным понятиям мозг представляет собой совершенный компьютер, но, в отличие от последнего, он обрабатывает не числовые данные, представленные чаще всего в виде двоичных цифр, а целые образы. Другими словами, в мозге реализуется «картинная» логика, что существенно повышает как скорость вычислений, так и эффективность работы на уровне больших помех. Так, например, он с невероятной быстротой интерпретирует неточную информацию, поступающую от органов чувств: различает шепот в шумной комнате, лицо в полутемном переулке, улавливает скрытый смысл в политическом заявлении [55]. Читателю, интересующемуся основами теории нейронов, можно рекомендовать книгу [53]. Ряд интересных статей, посвященных психике мозга и вопросам обучения нейронных сетей, опубликован в известном журнале «Scientific American» [54,55]; в отечественной литературе вопросам применения нейронных сетей в экспериментальной физике посвящен обзор [56].

Матричный автомат имеет следующие отличия от нейронной сети: 1) прежде всего, это устройство дискретного действия, и поэтому для его построения используются логические элементы; 2) каждая ячейка автомата соединяется только с ограниченным числом соседних ячеек; 3) матричные автоматы, как правило, работают в синхронном режиме (используются тактирующие импульсы).

Более подробно описание однородных вычислительных сред можно найти в монографии [57]. Сборник трудов [58] посвящен современному состоянию и развитию такого важного направления в современной информатике, как использование теории нейронных сетей для построения компьютеров. Ряд теоретических вопросов рассматривается также в цитируемых ниже статьях. Отметим, что нейрон (рис.15) — это элемент вычислительной

Рис.15. Упрощенная схема нейрона:
 S_{ij} — входы, T_{ij} — вес входа



техники, обладающий следующими свойствами: 1) он имеет n входов S_j и один выход, 2) каждый вход и единственный выход могут находиться только в двух состояниях — возбужденном или невозбужденном; 3) нервные волокна от некоторого входа могут разветвляться, но не могут объединяться с волокнами другого входа; 4) волокна могут быть возбужденными и заторможенными. Нейронное волокно

может также запирает сигнал, идущий по другому волокну; 5) сигналы могут проходить через нейрон только в одном направлении; 6) имеется некоторое запаздывание в передаче сигнала от входа к выходу нейрона; 7) при правильной работе нейрон возбуждается, если алгебраическая сумма возбуждающих и тормозящих сигналов превосходит некоторый определенный порог; 8) каждый вход нейрона имеет свой вес, задаваемый матрицей связей.

Из отдельных искусственных нейронов создаются нейронные сети. Например, в нейронной сети, работающей в дискретные моменты времени, состояние S_i -го нейрона в момент времени $t + 1$ задается уравнением

$$S_i(t + 1) = g \left[\sum T_{ij} S_j(t) \right],$$

где g — пороговая функция и T_{ij} — матрица связей. Решение конкретной задачи достигается путем модификации матрицы связей. Основная трудность заключается в том, что настройка нейронной сети и ее обучение — это трудоемкий и длительный процесс, поскольку для N нейронов возможны N^2 оптимальных параметров.

Рассмотрим кратко базовые параметры и соотношения, характеризующие нейронную сеть [59]. Она состоит из N двоичных нейронов $S_i = \pm 1$ и синапсов T_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N$), с помощью которых осуществляются связи нейронов между собой. Знак связности T_{ij} может быть как положительным, так и отрицательным, причем в большинстве моделей полагается, что $T_{ij} = T_{ji}$. Динамика процессов в нейронной сети оценивается из соотношения, которое носит локальный характер:

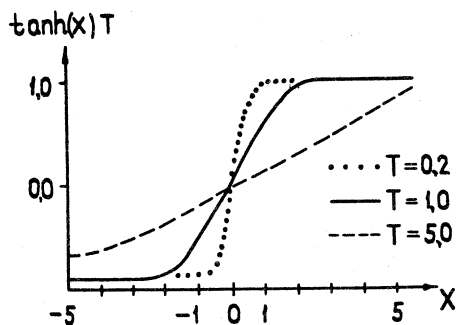


Рис.16. Вид сигмоидной функции при различных температурах

$$S = \sin \left(\sum T_{ij} S_j \right). \quad (1')$$

Положительное значение T_{ij} обеспечивает действие сигнала, а отрицательное — запрещает его. Далее, в заданный момент времени

состояние сети задается с помощью вектора $S = (S_1, S_2, \dots, S_N)$, а динамика системы определяется с помощью T -матрицы. Оказывается, что правило (1') фактически описывает уменьшение градиента «энергетической функции»:

$$E(S) = -1/2 \sum_{ij}^N T_{ij} S_i S_j. \quad (2)$$

Другими словами, для начальных условий, задаваемых (1'), имеется локальный минимум энергетической функции. Давно замечено, что между нейронной сетью, статистической, механической и термодинамической системами имеется ряд аналогий, и поэтому вектор состояния S подчиняется распределению Больцмана:

$$P(S) = (1/Z) e^{-E(S)/kT}, \quad (3)$$

где функция распределения Z получается из

$$Z = \sum e^{-E(S)/kT}. \quad (4)$$

В уравнениях (3) и (4) величина T — шум и k — постоянная Больцмана. В конце концов после ряда преобразований получается важное уравнение, описывающее сигмоидную функцию (рис.16):

$$V_i = \tanh \left(\sum_j T_{ij} V_j / T \right), \quad (5)$$

где V_i — средняя «температура» S_i . Следует отметить, что поведение отдельного нейрона также описывается аналогичной функцией. Таким образом, поведение нейронной сети при «температуре» T может быть эмулировано с помощью соотношения (5), и его решение выполняется методом итераций до тех пор, пока обучаемая система (путем выбора T_{ij}) станет оптимальной и стабильной. Применительно к обработке трекowej инфор-

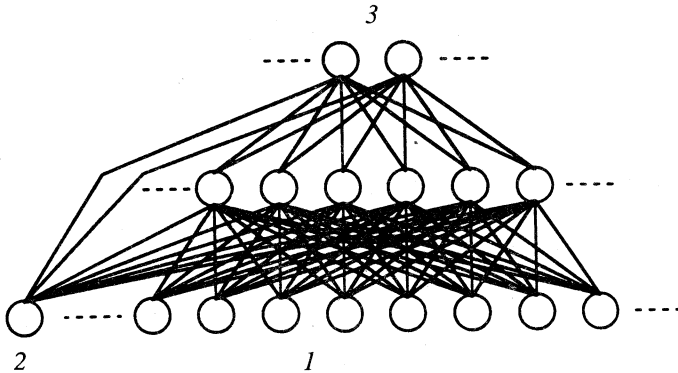
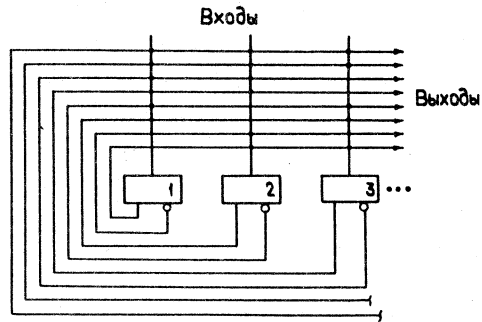


Рис.17. Упрощенная схема трехслойной нейронной сети без обратных связей. 1 — входы, 2 — элемент смещения, 3 — выходы

Рис.18. Структурная схема искусственной нейронной сети с обратными связями: 1÷3... — усилители ($V_i \rightarrow U_i$), $V_i = \tanh(U_i/T)$, о — резисторы $[T_{ij}^+, T_{ij}^-]$



мации используются более сложные выражения для энергии и сигмоидной функции, которые составляются с учетом геометрии детектора, длины и кривизны сегментов трека, их плотности и др. Вводится также ряд членов с отрицательным знаком.

Применение нейронных сетей. Независимо от решаемой с помощью нейронной сети проблемы вид сигмоидной функции практически не меняется, и только коэффициенты в линейной комбинации входных переменных и тип связей позволяют решать проблему распознавания тех или иных образов. Вид сигмоидной функции характеризуется наличием двух плато в начале, в конце и в середине линейной части. Степень сложности нейронной сети определяется не только количеством нейронов, но и числом слоев. На практике получили применение трехслойные нейронные сети (рис.17) как без обратной связи, так и рекуррентные с обратными связями (рис.18) [60]. Трехслойная сеть состоит из выходного слоя, содержащего отдельный нейрон для задания напряжения смещения в процессе обучения, внутренний и выходной слоев. В нейронной сети реализуется принцип ассоциативной па-

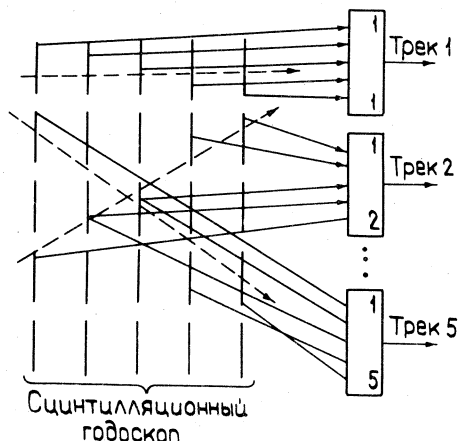


Рис.19. Схема нейроноподобного сцинтилляционного годоскопа. 1+5 — элементы ИЛИ

ной памятью [60]. Поскольку для каждого из треков на выходах дискриминаторов вырабатываются отдельные сигналы, задача состоит в том, чтобы создать вычислительные сети из элементов, содержащих десятки и сотни тысяч формальных нейронов.

Следует отметить, что промышленность начала выпускать довольно сложные нейроноподобные схемы в интегральном исполнении. В работе [61] описаны два устройства, с помощью которых можно моделировать работу простых нейронных сетей. Эти устройства состоят из матрицы тонкопленочных резистивных нейронов с постоянным чтением и матрицы программируемых нейронов (около 3000), выполненных по К-МОП-технологии. В связи с широким развитием оптических методов детектирования и регистрации информации, определенный интерес представляют оптические нейронные сети. Одна из таких экспериментальных сетей описана в [61].

Рассматривая вопросы применения нейронных сетей в экспериментальной физике, можно выделить две задачи: решение комбинаторных проблем и обработка трековой информации [62] (хотя вторая задача тоже может быть сведена к комбинаторике). Аналогом первой задачи является проблема нахождения кратчайшего пути между N городами (рис.20) [63]. Здесь на рисунке по горизонтали позиции нейронов в матрице определяют номер города, а по вертикали отложены номера городов, которые следует посетить. Сплошными линиями показаны всевозможные ближайшие связи только одного нейрона с координатами (4,5) и коэффициентами связи, пропорциональными $(A - d_{ij})$, где d_{ij} — расстояние между городами i и j и A — положительная константа. Если нейрон i имеет на выходе значение E_i , то должен присутствовать на входе нейрона j сигнал, пропорциональный $(A - d)F_i$. Для того чтобы путешествие было оптимальным, необходимо

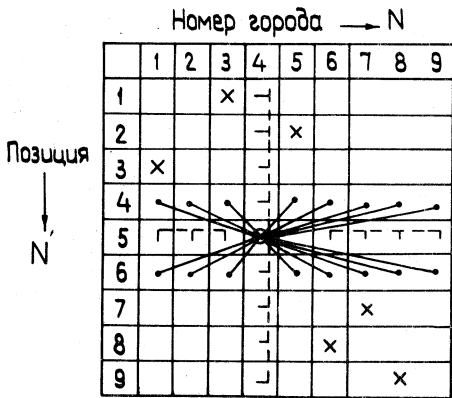


Рис.20. Нахождение оптимального пути между городами. Сплошные линии — разрешенные связи, (—) — запрещенные связи. Связи нейрона (4,5) обозначены (•), другие связанные нейроны обозначены (x)

$\gamma_1 = \gamma_2 =$	1	2	3	4	5	6
1	\	—	—	—	—	—
2	π^0 0,74	\	—	—	—	—
3	0,1	0,1	\	—	—	—
4	η^0 0,36	0,1	η^0 0,36	\	—	—
5	0,1	0,1	π^0 0,83	—	\	—
6	0,1	0,1	0,1	0,1	π^0 0,97	\

Рис.21. Возможные $\gamma\gamma$ -взаимодействия для гипотетического события с множественностью $t = 6$. Жирным шрифтом обозначены истинные фотонные пары

вести запрещающие коэффициенты B между каждым нейроном, расположенным в соответствующей строке и столбце. Если в уравнении (2) положить $T_{ij} = (A - d_{ij})$, то минимальное значение энергии E для реального путешествия будет в том случае, когда сумма d_{ij} также равна минимальной величине.

В работе [64] показано, каким образом можно применить нейронную сеть для корректного решения проблемы идентификации пары фотонов, порождаемых такими частицами, как π^0 и η , в условиях больших помех. На рис.21 приведены комбинации для гипотетических событий с множественностью $t = 6$. В данном примере три пары вычисленных инвариантных масс соответствуют π^0 -частицам и две — η -частицам. Жирным шрифтом обозначены истинные фотонные пары, а остальные пары соответствуют фоновым событиям. Числа в квадратах показывают относительные вероятности того, насколько пара истинна. В нейронной сети каждой комбинации пары фотонов обеспечивается соответствующая стимуляция на входе нейрона, а их выходы подключены к входам других нейронов таким образом, чтобы обеспечить получение необходимых параметров сети. Принципиальным отличием нейронных сетей является то, что данные на входах и выходах представлены, в основном, в естественной аналоговой форме. Кроме того, нейронная сеть способна «обучаться». Результаты такого «обучения» применительно к

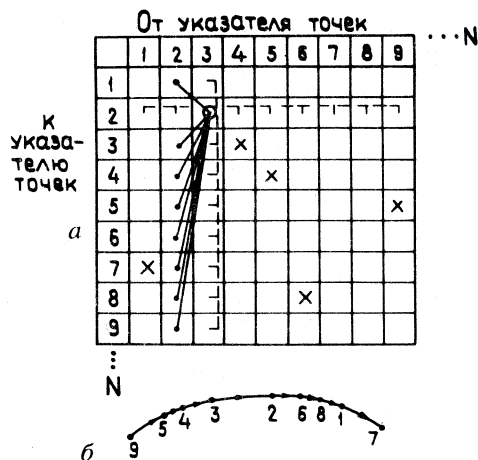


Рис.22. Нахождение отрезков треков с помощью нейронной сети. а) Связи для нейрона $3 \rightarrow 2$ обозначены (●). Разрешенные связи изображены сплошными линиями, а запрещенные (—). б) Сегмент трека $9 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 1 \rightarrow 7$ изображен на верхнем рисунке знаком (●), а другие связи обозначены (×)

распознаванию треков, регистрируемых в мультидрейфовых трубках, приведены в [65]. В качестве модели использовалась сеть без обратных связей. При этом ставилась задача нахождения наклонных треков и точек их пересечений. Показано, что применяемая модель нейронной сети позволяет 1) настраиваться на поиск наклонных единичных треков, 2) находить вершины распада для двухтрековых событий на фоне шумов, 3) обеспечить высокую точность, присущую мультидрейфовым трубкам.

В [66] приводятся опытные результаты по настройке трехслойной нейронной сети для регистрации координат первичной вершины распада с помощью многослойной дрейфовой камеры. Конструкция современных трехкоординатных газонаполненных детекторов, содержащих множество дрейфовых ячеек с подключенными к ним каналами усиления и формирования сигналов, довольно близко напоминают нейронную сеть, и поэтому вполне естественным является использование таких сетей для распознавания сложных физических событий. Ограниченное число входов искусственных нейронных сетей приводит к необходимости разделения выходов камеры на отдельные перекрывающиеся секции, содержащие по 18 выходов. Для камеры, имеющей разрешение по координате, полученной путем измерения времени дрейфа — 500 мкм, получено для каждой субсекции вполне удовлетворительные параметры: разрешение одного трека 0,72 см и двух треков — 2,1 см. Путем объединения данных от всех субсекций получена удовлетворительная точность регистрации координаты вершины распада 1,4 см. С помощью рис.22 иллюстрируется методология поиска отрезков треков с помощью нейронной сети, которая является аналогом рассмотренной выше методики поиска наикратчайшего пути между N городами. Прежде всего накладываются определенные ограничения на длину отрезков трека $L < R_c$.

Причем величина R_c в несколько раз меньше расстояния между двумя пространственными точками. В результате каждая точка может считаться лежащей на треке в радиусе меньше чем R_c . Решение проблемы состоит в том, чтобы при настройке сети соединить все сегменты трека. Причем кандидатом в полезный считается трек, который состоит из такой непрерывной цепи сегментов, при которой из любой точки трека можно было попасть на его концы. В качестве дополнительных ограничений, влияющих на выбор коэффициентов T_{ij} , является

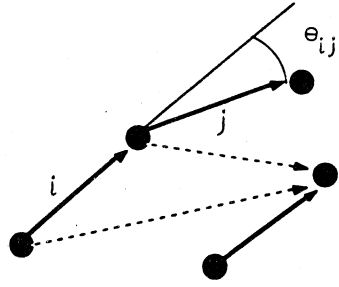


Рис.23. Определение сегментов и угла между ними

условие, что только одна точка пространства принадлежит данному треку. Запрещающие коэффициенты выбираются так же, как и в примере на рис.20. Коэффициенты матрицы связей имеют вид

$$T_{ij} = \alpha \frac{\cos^n \gamma_{ij}}{r_{ij}}, \quad (6)$$

где γ_{ij} — угол между сегментами i и j , r_{ij} — длина вектора, равного сумме сегментов i и j , α — коэффициент пропорциональности и n — небольшие числа (рис.23).

Следует отметить, что использование нейронных сетей пока носит сугубо исследовательский характер. Пожалуй, наиболее впечатляющие результаты опубликованы в [67], где разработан алгоритм реконструкции сложных событий с множественностью выше 100, регистрируемых с помощью времяпроекционной камеры установки ALEPH. Наиболее трудоемким процессом остается пока процесс обучения сети, который состоит из ряда итераций. Прежде всего необходимо наложить ряд ограничений на сложность треков и количество точек на трек. Так, если число координат на трек выбрать равным 500 (что вполне реально), потребуется $2,5 \cdot 10^5$ нейронов, имеющих более чем $6 \cdot 10^{10}$ связей между собой. Поэтому были введены следующие ограничения.

1) Учитывались координаты, расположенные в коридоре $\sigma_{XY} < 0,3$ см и $\sigma_Z < 1,0$ см, где X, Y и Z — координаты данного трека. Это позволило исключить около 5% координат.

2) Наложены также ограничения на связи по углу между сегментами трека и др.

В процессе обучения модели сети использовалась матрица связей (6). Результаты процесса обучения приведены на рис.24,25. На рис.24,а и б при-

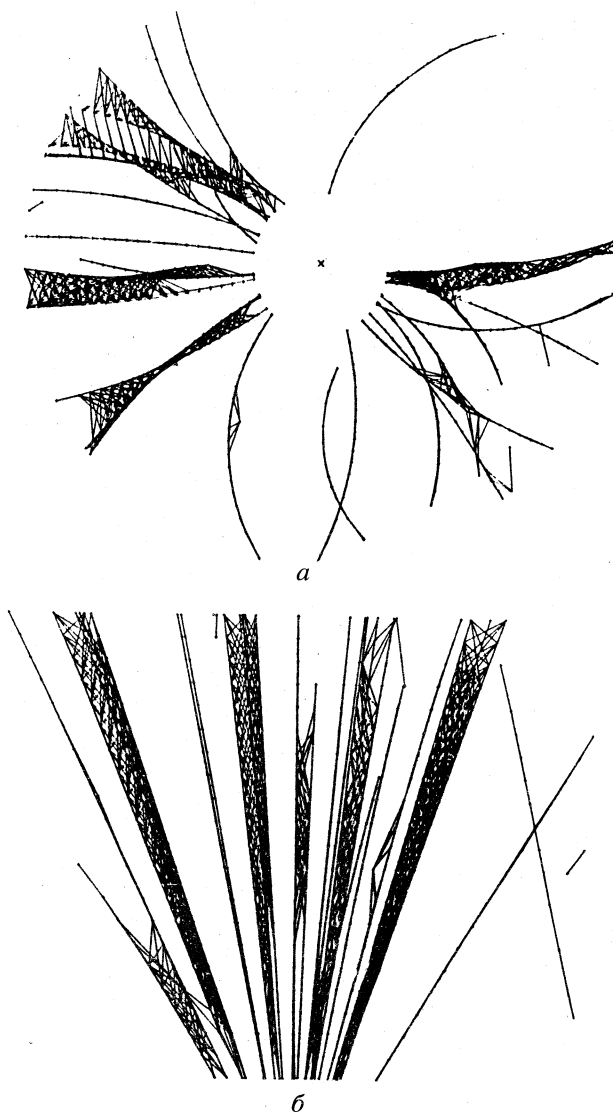


Рис.24. Дисплейные картинки сгенерированных линий для реального события $Z^0 \rightarrow$ адроны в плоскостях XY и RZ до конвергенции

ведены дисплейные картинки всех сгенерированных линий для реального распада $Z^0 \rightarrow$ адроны в плоскостях XY и Z соответственно, полученные после первого этапа тренировки до процесса конвергенции. Видно, что хо-

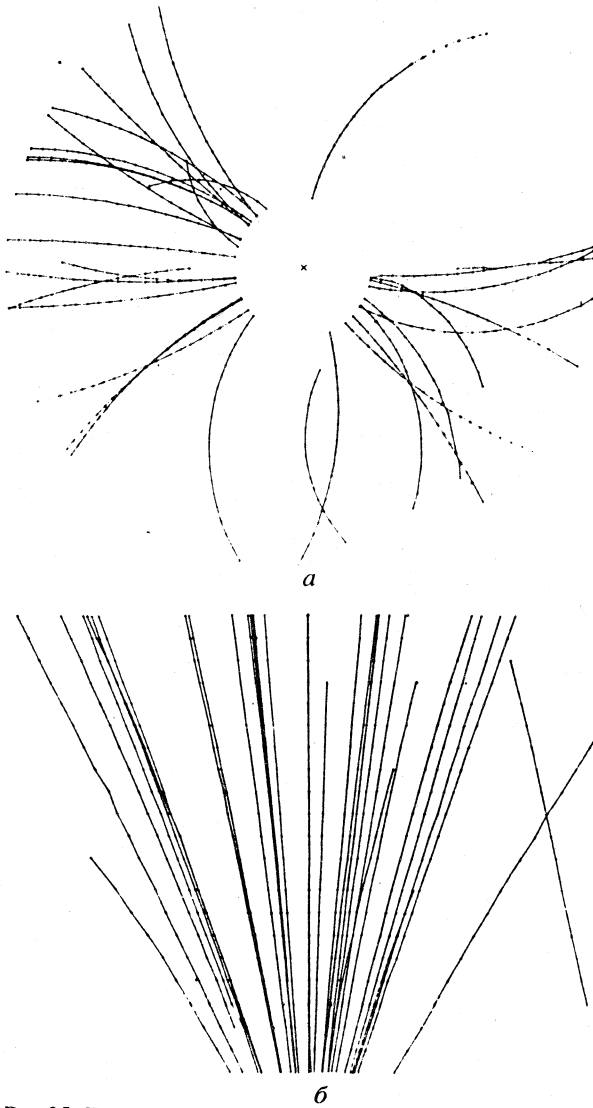


Рис.25. То же событие после конвергенции методом Монте-Карло в проекциях XY и RZ

рошо разделенные треки реконструируются довольно эффективно, но существуют коридоры неопределенности там, где имеются пересечения треков и фоновые точки и отрезки. На рис.25, *a* и *б* приведено то же событие, но после шести итераций (конвергенций). Проведено сравнение эффективно-

сти реконструкции треков с помощью нейронной сети с эффективностью использованной ранее обычной программы и получены числа 99% и 99,7% соответственно. Подсчитано, что время реконструкции события в первом случае на порядок меньше. Исследована также возможность распознавания и гораздо более сложных гипотетических событий с большой множественностью треков (более 100), которые будут регистрироваться на вновь создаваемом ускорителе LHC (большой адронный коллайдер).

В [68] исследована возможность использования нейронных сетей еще в одном важном направлении физики элементарных частиц — идентификации глюонных и кварковых струй. Исследовались генерируемые методом Монте-Карло события $e^+e^- \rightarrow$ адроны. Единице на выходе сети соответствовал глюон, а нулю — кварк. При этом использовались две программы: одна для обучения непосредственно сети, а другая — для идентификации струй. Эффективность распознавания такова, что впервые наблюдалось 90% струй, которые ранее с помощью обычной программы не распознавались. В [69] исследована аналогичная проблема распознавания струй в $p\bar{p}$ -взаимодействиях с целью отделения распадов Z - и W -бозонов на уровне фона КХД. Информация регистрировалась с помощью калориметра. Однако проблема распознавания событий с помощью таких детекторов, не являющихся трековыми, не входит в тему данного обзора.

Следует отметить, что в рассмотренных выше исследованиях, связанных с применением нейронных сетей, использовались такие алгоритмы, которые эффективно применялись для распознавания относительно несложных событий и адаптировались на использование данных, регистрируемых обычными способами (без применения сетей). Другими словами, известные алгоритмы обработки трековой информации уже не удовлетворяют возрастающим требованиям экспериментальной физики сверхвысоких энергий. Один из таких перспективных алгоритмов, который, по мнению автора, может дать хорошие результаты при большой множественности событий, рассмотрен ниже.

6. ЭЛАСТИЧНЫЙ АЛГОРИТМ

В работе [70] отмечается, что используемые для обработки трековой информации алгоритмы и методы, и в том числе широко используемые локальные и глобальные методы, дают неплохие результаты при относительно небольшой множественности и плотности треков (порядка 5—10). Определенный интерес представляет разработка более совершенного алгоритма, позволяющего эффективно применить также нейронные сети для обработки трековой информации. Ниже кратко описан алгоритм, который авторы называли «эластичный алгоритм для обработки сложной трековой информа-

ции». Показано, что он может быть использован для более эффективного распознавания сложных событий на уровне значительных помех, с большой плотностью треков и с учетом ошибок в измерении координат, а также с целью идентификации вторичных вершин распада, которые будут регистрироваться в экспериментах на B -фабрике, на большом коллайдере и в опытах с тяжелыми ионами. Под плотностью трека ρ_r понимается усредненное отношение расстояния между измеренными точками вдоль трека к расстоянию между точками, принадлежащими другим трекам или фоновым точкам.

В разработанном эластичном алгоритме комбинируется динамический подход к эластичному алгоритму сети с целью решения сложных проблем оптимизации геометрических проблем с глобальными методами восстановления треков, основанных на методах Радона или трансформации Гофа, применяемых в практике распознавания образов. Важно, что фитирование и восстановление треков происходит одновременно путем решения уравнений движения аналогичной динамической системы. Математически трансформация Радона плотности трека $\rho(x)$ задается линейным интегралом по заданному классу траекторий:

$$R(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \int d\tau \rho(r_p(\tau) + \mathbf{x}), \quad (7)$$

где $r_p(\tau)$ — траектория, задаваемая параметром $\mathbf{p}$, так что $r_p(0) = 0$, и $\mathbf{x}$ — координата трека. Если рассматривать (7) применительно к распознаванию физических событий в однородном магнитном поле, то $r_p(\tau)$ описывает винтовую линию, а в отсутствие поля имеем прямые, идущие в направлении $\mathbf{p}$. Кроме того, если фазовую поверхность представить в дискретной форме, то преобразование Радона переходит в рассматриваемое выше преобразование Гофа, и если каждый отсчет (пиксель) представляет собой двоичное число, то подсчитывается количество пикселей, принадлежащих кривой. Основным недостатком данного преобразования является существенный рост данных, требуемых для нахождения максимума в процессе суммирования дискретных точек, с ростом требуемого разрешения и плотности треков. В новом алгоритме преобразование Радона обобщается на динамическую систему. При этом величина R интерпретируется как энергия взаимодействия внешне измеренной (отрицательной) плотности заряда $\rho(\mathbf{x})$ с положительной плотностью трека T , определяемой из выражения

$$\rho_T(\mathbf{x}) = \int d\tau \delta(\mathbf{x} - r_{p_T}(\tau) - \mathbf{x}_T). \quad (8)$$

Путем ограничения предела интегрирования до $\tau > 0$ $\mathbf{x}_T$ можно интерпретировать как начало траектории с импульсом p_T . Наконец, в рассматрива-

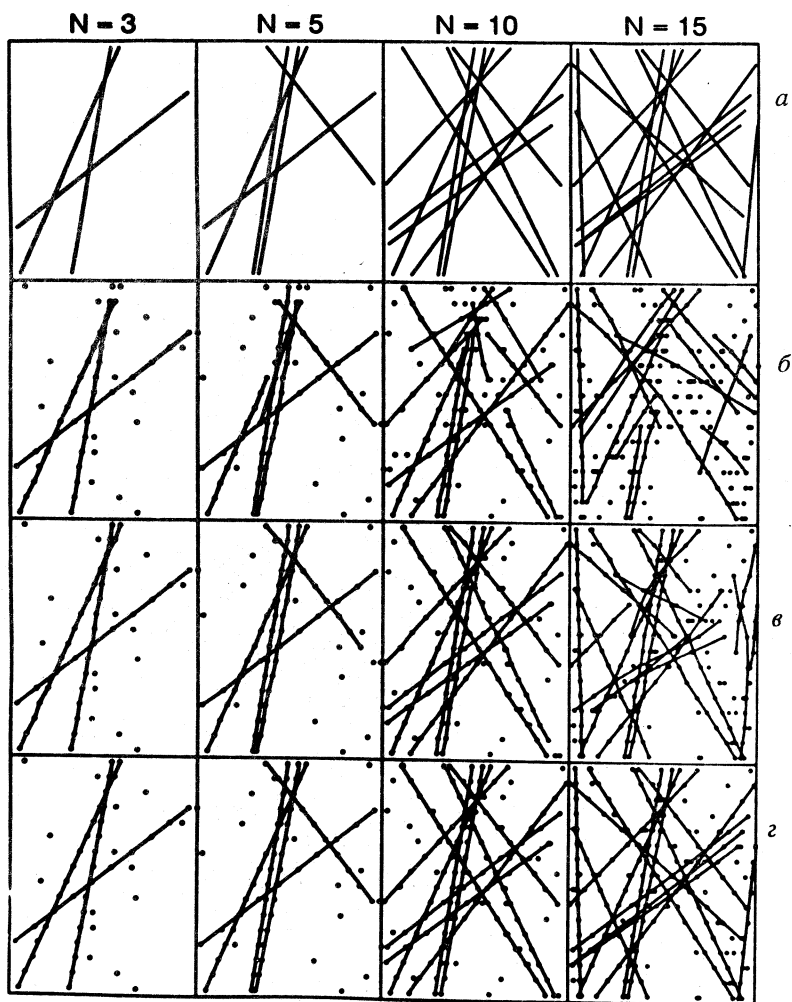


Рис.26. Примеры эффективности работы трех методов реконструкции прямых треков в зависимости от множественности треков N : а) условное изображение событий без фона; б) метод коридоров; в) метод Денби—Петерсона для нейронных сетей; г) эластичный алгоритм

емой работе приводится следующее уравнение энергии взаимодействия трека:

$$R_V(\mathbf{x}_T, \mathbf{p}_T, t) = \int d\mathbf{x} d\mathbf{x}' \rho(\mathbf{x}) V(\mathbf{x} - \mathbf{x}', t) \rho_T(\mathbf{x}'), \quad (9)$$

где $V(x, t)$ — зависящий от времени t потенциал. В пределе $V(x, t) = \delta(x)$, и уравнение (9) переходит в (7), для статических состояний уравнение (9) трансформируется в преобразование Гофа. Таким образом, суть эластичного алгоритма заключается в том, что путем сведения отрицательного заряда к плотности заряда ионизации ρ , а положительного заряда — к плотности трека ρ_T проблема нахождения полезных треков превращается в задачу нахождения минимума эффективной энергии взаимодействия, который находится путем решения динамических уравнений

$$\begin{aligned} d\mathbf{p}_T/dt &= -\lambda \Delta_{\mathbf{p}_T} R_V(\mathbf{x}_T, \mathbf{p}_T, t), \\ d\mathbf{x}_T/dt &= -\lambda \Delta_{\mathbf{x}_T} R_V(\mathbf{x}_T, \mathbf{p}_T, t), \end{aligned} \quad (10)$$

где λ — малый оценочный параметр.

На конкретных примерах показано преимущество данного алгоритма по сравнению с методом коридоров и алгоритмом обработки трековой информации, разработанным на базе нейронных сетей, который был рассмотрен выше. Эластичный алгоритм выполняет адаптивное нелинейное фитирование к помехам с большим числом треков. В отличие от преобразований Гофа здесь исключается необходимость в дискретизации (использовании бинов) фазовой поверхности и трудоемкий поиск минимума.

На рис.26 приведены картинки, иллюстрирующие эффективность трех алгоритмов при различных значениях множественности треков с учетом наличия 20% фона и ошибок измерения координат с точностью 3%. В верхней части рисунка условно изображены треки без помех. При этом с ростом множественности N в пределах 3, 5, 10, 15 средняя плотность треков возрастает как 0,5; 1; 2; 3. Как видно из рис.26, при $N=3$ все три метода дают правильный результат. С удвоением плотности треков метод коридоров при $N=5$ один из треков идентифицирует как два с различным наклоном. С ростом N эффективность метода коридоров резко ухудшается. Рассмотренный выше алгоритм Петерсона — Денби, разработанный для нейронных сетей, дал сбой при $N=15$. В цитируемой работе обсуждается также вопрос реализации эластичного алгоритма с помощью нейронных сетей.

7. МЕТОД НЕПРЕРЫВНОЙ МАСКИ

Данный метод прежде всего интересен тем, что он разработан и применен в реальном опыте. Предложенный в [71] способ непрерывной маски и созданные для его реализации аппаратные средства [72] в некотором приближении можно считать нейроноподобным методом обработки трековой информации. Впервые нейроноподобный процессор был использован в

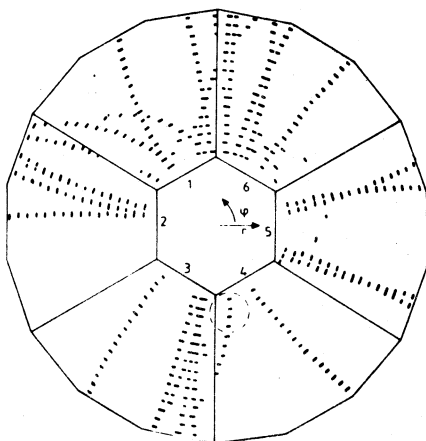


Рис.27. Проекция события $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ в плоскости $r\phi$ времяпроекционной камеры установки ДЕЛФИ

эксперименте ДЕЛФИ [73] для обработки данных, регистрируемых с помощью времяпроекционной камеры. В цилиндрической системе координат каждая координата характеризуется тремя величинами: z , r и ϕ . На рис.27 приведена проекция события $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ в плоскости $r\phi$. Для каждого из 10 z бинов r и ϕ данные отображаются на прямоугольной

программно-управляемой матрице, называемой еще памятью изображений. В качестве примера на рис.28 приведена часть непрерывной маски, которая имеет следующие свойства: каждый узел имеет связь с соседним, расположенным снизу и сверху, и, кроме того, с правой стороны каждый из узлов аналогично может соединяться с соседними узлами. Около каждого из узлов

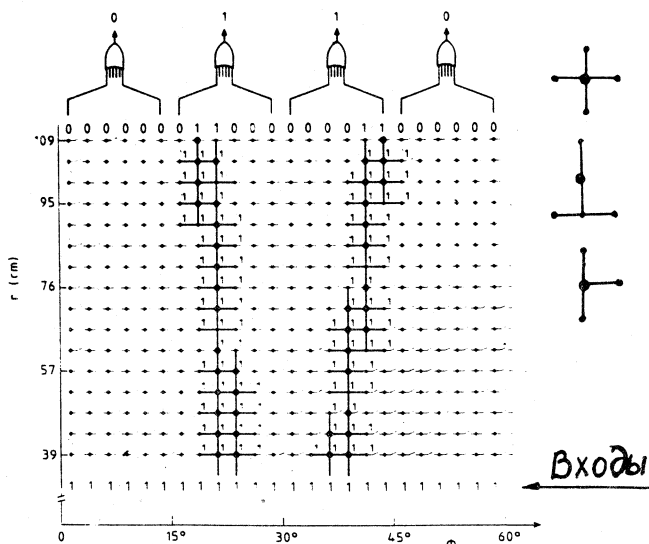


Рис.28. Метод непрерывной маски. Справа сверху показаны возможные связи между соседними ячейками

расположены вертикальные и горизонтальные ключи. Как видно из рис.28, некоторые из ключей, расположенных вдоль трека, включены, поскольку в эти узлах хранятся зарегистрированные координаты трека. Трек находится путем подачи управляющих сигналов одновременно на все входы памяти. На рис.28 показан пример, когда было зарегистрировано два трека, один из которых (справа) фиксируется, а другой нет, поскольку отсутствуют непрерывные связи в маске. Наряду с памятью изображений в процессоре имеются еще две триггерные памяти одинаковой емкости: вертикальная коммутирующая память и горизонтальная коммутирующая память, которые совместно с памятью изображений обеспечивают коммутацию ключей в непрерывной маске. Коммутирующие памяти загружаются содержимым памяти изображений с помощью специальных команд. Кроме того, имеются также команды сдвига, с помощью которых содержимое коммутирующих запоминающих устройств может сдвигаться не только во всех четырех направлениях, но и в случае необходимости циклически, в том числе и вокруг одной ячейки. Все эти особенности процессора позволяют вести его настройку на выполнение широкого круга задач, например: поиск только в вертикальном направлении, реконструкция треков определенной кривизны, обеспечение поиска треков даже в тех случаях, когда вследствие неэффективности работы детектора возникают «разрывы» в треках. Операция поиска треков выполняется за 1 мкс. Программируемая непрерывная маска имеет трехступенчатую структуру. Все блоки, за исключением блока непрерывной маски, представляют собой $n \times m$ матрицы (16×24), элементами которых являются сдвиговые регистры.

8. СПЕЦИАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ПОИСКА И РЕКОНСТРУКЦИИ ТРЕКОВ

Описанный выше быстродействующий трековый процессор является практически универсальным и поэтому не привязан к конкретной геометрии детектора и решаемой физической задачи. Однако универсальные алгоритмы, как правило, требуют для реализации много аппаратуры. Поэтому как в современных, так и во вновь создаваемых экспериментах широко используются специализированные трековые процессоры. Создаваемые специально для конкретного эксперимента и с учетом геометрии используемых детекторов, такие разработки могут более эффективно решать поставленные задачи, и поэтому они могут представлять определенный интерес для разработчиков аппаратуры. Как уже отмечалось выше, большинство опытов делятся на два класса: эксперименты с фиксированной мишенью и эксперименты, проводимые на встречных пучках. Первый класс экспериментов может выполняться с помощью спектрометра, основу которого составляют годоскопические плоскости (МПК, полупроводниковые микро-

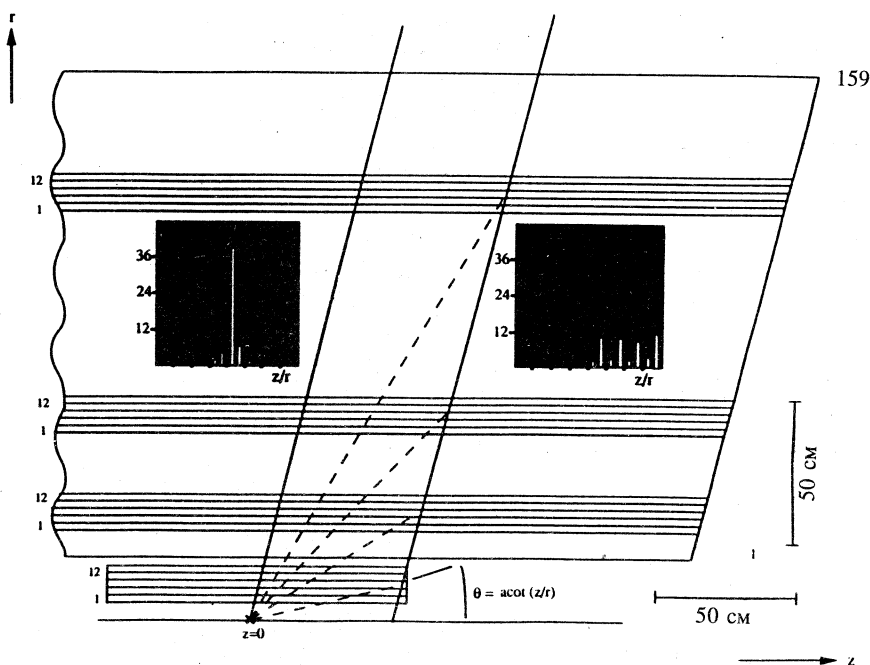
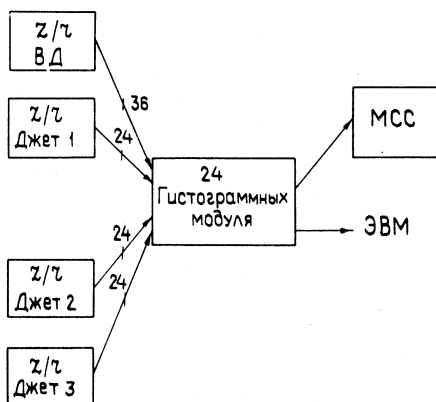


Рис.29. Нахождение координаты первичной вершины взаимодействия в эксперименте OPAL. Слева в окне виден пик на гистограмме для трека, исходящего из вершины взаимодействия. Справа в окне приведена картина для фоновых треков. 1+12 — детекторы джет-камеры

стриповые детекторы, сцинтилляционные годоскопы и проч.). Для второго типа экспериментов создаются более сложные центральные детекторы — установки цилиндрической формы, в центре которых проходит ионопровод. Рассмотрим характерный пример.

Трековый процессор установки OPAL [74]. Установка OPAL представляет собой центральный детектор, состоящий из нескольких спектрометров-детекторов. Вокруг ионопровода расположен прецизионный вершинный детектор, состоящий из дрейфовых камер. Он имеет длину 1 м и разделен на 36 секторов по азимуту. Точность регистрации координат в плоскости $r-\phi$ равна 50 мкм. Вершинный детектор окружен системой больших дрейфовых камер, образующих джет-детектор длиной 4 м, и разделен по азимуту на 24 сектора, каждый из которых содержит по 159 чувствительных проволоочек. Точность регистрации в плоскости $r-\phi$ составляет 120 мкм. Третий concentрический слой состоит из z -камер, ко-

Рис.30. Блок-схема гистограммного процессора. МСС — мажоритарная схема совпадений; джет1 + джет3 — дрейфовые камеры; ВД — модули для вершинного детектора



торые, по существу, представляют собой обычные дрейфовые камеры. При этом z -координата определяется методом деления заряда. Все описанные детекторы расположены внутри магнита, за пределами которого имеются времяпролетные счетчики, электромагнитный калориметр, мюонный детектор и проч. Поскольку время между банчами составляет 22 мкс, то этим параметром прежде всего задается скорость работы триггерной системы. Для поиска треков в плоскости r — z впервые применен аппаратно реализуемый гистограммный метод. Если трек исходит из первичной вершины распада, то отношение z/r для всех точек, принадлежащих данному треку, должно быть одинаковым. При этом предполагается, что в плоскости r — z треки представляют собой прямые линии. Таким образом, если для данного малого угла ϕ получается пик на гистограмме, то трек исходит из точки взаимодействия, как это показано на рис.29 [75]. Для получения высокого быстродействия каждый из секторов имеет свой процессор. На рис.30 приведена блок-схема гистограммного процессора. Прежде всего, вычисляется отношение z/r . По истечении максимального времени дрейфа, равного 7 мкс для джет-камеры, процессор считывает данные от ϕ -сектора. Требуется всего 36 модулей для получения отношения z/r , которое вычисляется табличным способом. Далее, каждый из 24 гистограммных модулей, получая соотношение z/r , строит свои гистограммы. После построения четырех гистограмм выполняется проверка на наличие пика. Основу гистограммного процессора составляет модуль памяти с произвольной выборкой. В связи с этим представляет интерес разработка в интегральном исполнении построителя гистограмм на 512×512 ячеек с возможностью каскадирования [76].

9. МЕТОД СИНДРОМНОГО КОДИРОВАНИЯ

Суть метода синдромного кодирования впервые была изложена в [77]. Информация, считываемая с плоскости детектора, содержащего n каналов регистрации, предварительно сжимается до величины $N \leq t \log g_2 n$, и только

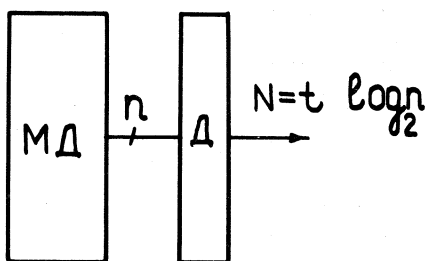


Рис.31. Метод синдромного кодирования: МД — многоканальный детектор; Д — декодирующее устройство (шифратор)

после этого данные подлежат обработке (t -множественность). Суть метода поясняется с помощью рис.31 [78]. Многоканальный детектор заряженных частиц рассматривается как

система, состоящая из n позиционно-чувствительных датчиков. В отсутствие события считывается n -разрядный унитарный позиционный код. Данные о событии представляются как вектор ошибки, который добавляется к нулевому вектору. Далее, в соответствии с методами теории корректирующих кодов, быстро вычисляется синдром N . Использование метода синдромного кодирования дает выигрыш во времени и в количестве аппаратуры при условии, что число t одновременно сработавших позиционно-чувствительных датчиков относительно невелико, по сравнению с их общим количеством n в годоскопической плоскости. На практике это условие, как правило, выполняется. Способы построения устройств сжатия данных описываются с помощью методов алгебраической теории кодирования. При этом важно, что в коде синдрома N в заданных пределах содержится информация как о количестве сработавших позиционно-чувствительных датчиков t , так и об их координатах. Поскольку разрядность кода синдрома $N < n$, то появляется возможность использовать более эффективно табличные методы для определения множественности и координат событий. Сказанное поясним с помощью конкретного примера. Допустим, что считываемое с плоскости детектора слово n имеет 15 бит. В отсутствие события с детектора считывается 15-разрядное слово 000000000000000. Предположим, что сигналы от трех частиц возникли на 4-й, 9-й и 13-й позиции (счет позиций ведется слева направо). Тогда получим слово 000100001000100.

Важным этапом является процесс кодирования, который выполняется с помощью кодирующей матрицы для кода, исправляющего три ошибки. На рис.32 изображены две равноценные матрицы. В первой матрице (слева) приведены элементы поля Галуа $GF(2^4)$. Причем в первой колонке матрицы содержатся все ненулевые элементы поля в порядке возрастания их степеней. Вторая колонка состоит из кубов соответствующих им элементов поля первой колонки, а в третьей колонке содержатся пятые степени элементов поля, расположенных в первой колонке. Справа на рис.32 изображена матрица, состоящая из двоичных эквивалентов поля Галуа $GF(2^4)$. Причем два последних столбца в матрице H^T можно отбросить, поскольку один из них равен нулю, а два других одинаковы. Количество колонок в кодирующей

Рис.32. Кодирующая матрица для $n = 15$ и $t = 3$. * — сработавшие датчики, + — сумма по модулю два

шей матрице в общем виде может быть равно $t \leq n/2$. С помощью такой матрицы можно построить схему параллельного шифратора на три сигнала, так как позиции единиц в матрице определяют связи между входами схем проверки на четность, которые выполняют функции сумматоров по модулю два, и выходами формирователей сигналов. Процесс кодирования при заданных позициях сработавших датчиков иллюстрируется с помощью

			Датчики		
a^0	a^0	a^0	1	1000	1000
a^1	a^3	a^5	2	0100	0001
a^2	a^6	a^{10}	3	0010	0011
a^3	a^9	a^0	* 4	0001	0101
a^4	a^{12}	a^5	5	1100	1111
a^5	a^0	a^{10}	6	0110	1000
a^6	a^3	a^0	= 7	0011	0001
a^7	a^6	a^5	8	1101	0011
a^8	a^9	a^{10}	* 9	1010	0101
a^9	a^{12}	a^0	10	0101	1111
a^{10}	a^0	a^5	11	1110	1000
a^{11}	a^3	a^{10}	12	0111	0001
a^{12}	a^6	a^0	* 13	1111	0011
a^{13}	a^9	a^5	14	1011	0101
a^{14}	a^{12}	a^{10}	15	1001	1111
				↓	↓
				0 0 0 1	0 1 0 1
				+ 1 0 1 0	0 1 0 1
				1 1 1 1	0 0 1 1
				$S_1 =$	$S_3 =$
				0 1 0 0	0 0 1 1
					$S_5 =$
					1 1 1 0

рис.32 (внизу), причем знак «+» обозначает сумму по модулю два. Важно, что код синдрома несет в себе данные как о множественности сигналов $t \geq 3$, так и об их координатах X_1 , X_2 и X_3 . В результате после шифрации вместо 15-разрядного кода, над которым трудно выполнять логические и арифметические операции, получается 10-разрядный код синдрома, состоящий из элементов поля Галуа. В свою очередь, код синдрома можно обработать двумя способами: 1) прямое декодирование с помощью ПЗУ позволяет быстро определить величины t и X_i ; 2) если длина слова велика (свыше 20 бит), можно использовать табличные методы решения координатных уравнений, исходя из того, что, как это следует из алгебраической теории кодирования [79], между значениями S_1 , S_3 и S_5 имеют место соотношения

$$X_1 + X_2 + X_3 = S_1, \quad X_1^3 + X_2^3 + X_3^3 = S_3 \quad \text{и} \quad X_1^5 + X_2^5 + X_3^5 = S_5. \quad (11)$$

Табличные методы решения нелинейных уравнений (11) и блок-схемы быстрых координатных процессоров приведены в [78,80]. В [81] описан способ построения мажоритарных схем совпадений на большое число входов ($n > 30$), выполненный по методу синдромного кодирования. Высокое быстродействие и экономичность достигаются за счет того, что

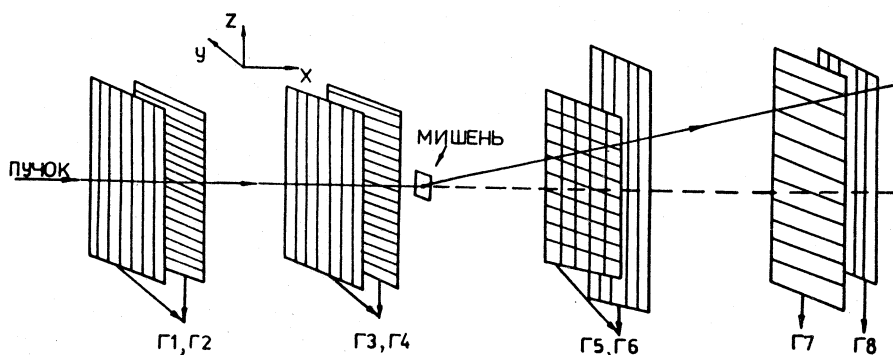


Рис.33. Схематическое изображение годоскопической системы эксперимента NA28 (ЦЕРН). Г1, Г2, Г3 и Г4 содержат по 60 сцинтилляционных полосок, Г5 содержит 144 ячейки Г1, Г6 — $13 + 2$ и Г7, Г8 содержат по $24 + 2$ полоски

логические операции выполняются не над n -разрядным словом, а над кодом синдрома.

Выбор той или иной схемы кодирования определяется постановкой физической задачи и прежде всего величиной регистрируемой множественности t , от которой зависит длина кода синдрома N . Использование итеративного кода Хэмминг — ИЛИ в сочетании с быстродействующими программируемыми логическими матрицами позволило создать эффективный одотрековый процессор для отбора частиц по углу рассеяния. В качестве детекторов использовались сцинтилляционные годоскопы. На рис.33 приведено схематическое изображение годоскопической системы. С целью уверенного разрешения «духов», возникающих в процессе регистрации частиц (больше чем одной), один из годоскопов имеет ячеистую структуру. Время решения не превышает 80 нс [82]. Кодовое расстояние кода Хэмминг — ИЛИ $d = 3 \times 2 = 6$. Если использовать простое соотношение, известное из теории кодирования: $t = (d - 1) / 2$, то получается, что с помощью такой схемы кодирования можно однозначно регистрировать двухтрековые события. Для построения трекового процессора с большей множественностью по методу синдромного кодирования необходимо использовать более мощные корректирующие коды. В [83] описан трековый процессор, предназначенный для отбора прямых треков частиц, зарегистрированных в МПК. Число треков, выделяемых с помощью такого процессора, может достигать до восьми. Причем для компрессии данных использовалось правило вычисления синдрома N в соответствии с кодами Боуза — Чаудхури — Хоквингема.

10. ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОУРОВНЕВЫХ МУЛЬТИПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМ

Применение транспьютеров. Транспьютеры представляют собой высокопроизводительные однокристальные микропроцессоры с RISC-архитектурой, имеющие наряду с параллельным интерфейсом четыре быстрых интерфейса последовательного действия, с помощью которых можно построить как одномерные, так и многомерные сети для обработки трековой информации, содержащие несколько сотен и тысяч транспьютеров. На рис.34 приведены три различные топологии вычислительных систем, создаваемых на базе транспьютеров. Современные транспьютеры, описанные в обзоре [84], имеют 32-разрядный процессор и четыре независимых дуплексных интерфейса. Применение сети, состоящей из транспьютеров, для обработки физических данных описано в [85]. Наличие последовательного интерфейса в такой системе не ограничивает быстродействия сети в целом, вследствие независимой работы каждого транспьютера, поэтому сети из транспьютеров весьма перспективны для обработки трековой информации. Особенно широко транспьютеры и транспьютерные сети используются на установке ZEUS (см. ниже).

Использование высокопроизводительных микро-ЭВМ. Обычная обработка трековой информации выполняется в два этапа. После того как определены отрезки треков или выявлены кандидаты в полезные треки, данные записываются на магнитную ленту с целью их дальнейшей обработки на мощных ЭВМ, нередко содержащих эмуляторы. Однако, в силу известных причин, потребность в более мощных вычислительных системах, предназначенных для обработки трековой информации, непрерывно возрастает. Появление 32-разрядных микропроцессоров 68020 фирмы MOTOROLA в сочетании со стандартом BME

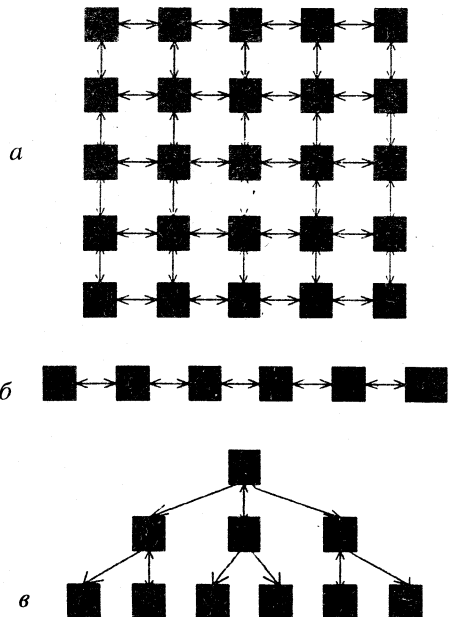


Рис.34. Различные конфигурации вычислительных систем, создаваемых на базе транспьютеров: а) матричная система; б) линейная система; в) сеть типа «дерево»

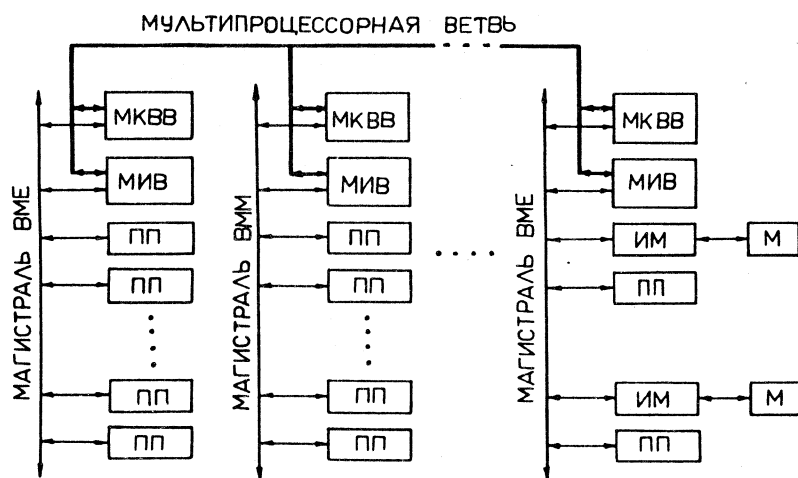


Рис.35. Блок-схема вычислительного многопроцессорного модуля: МКВВ — мультипроцессорный контроллер ветви ВМЕ; МИВ — мультипроцессорный интерфейс ВМЕ; ИМ — интерфейс магнитофона; М — магнитофон

позволило в 1986 г. создать первую микро-ЭВМ [86]. В настоящее время для будущих экспериментов создается еще более мощная система, которая по своей структуре существенно отличается от первой версии. Эти отличия заключаются в следующем.

1) Процесс вычисления и обмен данными носит многоуровневый характер.

2) Вместо микропроцессора 68020 используется более мощный микропроцессор нового поколения с циклом менее 10 нс, с большим количеством регистров (RISC-процессоры), выполняющий десятки миллионов одноцикловых операций. Более подробно описание таких процессоров дано в [87].

3) Для коммутации различных ветвей используются специальные коммутаторы событий. Другими словами, такая система по своей организации напоминает вычислительную сеть с соответствующим математическим обеспечением.

4) Вместо накопителей на магнитной ленте могут использоваться оптические диски или видеоленты емкостью до 2 Мбайт.

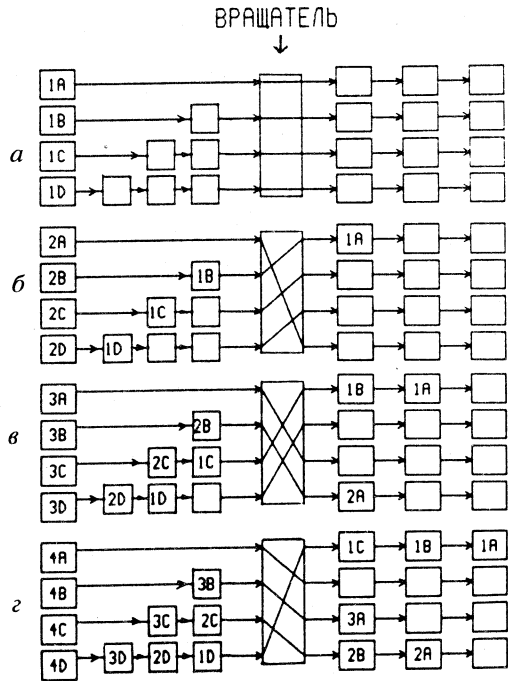
5) В систему включается множество блоков оперативных запоминающих устройств с прямым доступом к процессорам.

На рис.35 приведена структура мультипроцессорной системы обработки трековой информации. Отдельные звенья системы состоят из вычислительных модулей, объединенных с помощью магистрали ВМЕ, которая управля-

Рис.36. Схема работы циклического вращателя. 1А + 1D — данные, относящиеся к однотипным событиям

ется контроллером МИВ (мультипроцессорный интерфейс ВМЕ). В свою очередь, каждый модуль через мультипроцессорный контроллер ветви — ВМЕ (МКВВ) подключен к магистрали ветви, которая организована таким образом, что каждый модуль может работать в режиме «ведущий — ведомый», или наоборот. Кроме того, к одному из модулей через интерфейс магнитофона (ИМ) подключены накопители на магнитной ленте (М) для ввода и вывода данных [88].

Параллельные построители событий. Как уже отмечалось выше, современные системы обработки данных имеют сходство с сетями ЭВМ. Необходимость в такой организации диктуется тем, что информация, регистрируемая в крупных физических установках, поступает параллельно от различных детекторов. При этом процесс обработки данных выполняется конвейерным способом и после обработки передается от одной ступени к другой. Причем информация о событиях может находиться в различных каналах передачи, а в конце концов они должны быть записаны в наперед заданных запоминающих устройствах или в процессорах. Причем все каналы одновременно являются активными, а связи между детекторами и процессорами динамически меняются с каждым тактом [89]. Для обеспечения высокой скорости переключения событий в будущих экспериментах тактовая частота должна составлять порядка 100 МГц. Основными логическими узлами в построителях событий являются коммутаторы. Наиболее простым из них, получившим широкое применение, является циклический вращатель. Работа циклического вращателя иллюстрируется с помощью рис.36, где буквами А, В, С и D обозначены фрагменты событий. Чтобы обеспечить поступление этих фрагментов к нужному приемнику (процессору), в каждом канале предусмотрено определенное количество цифровых задержек, функ-



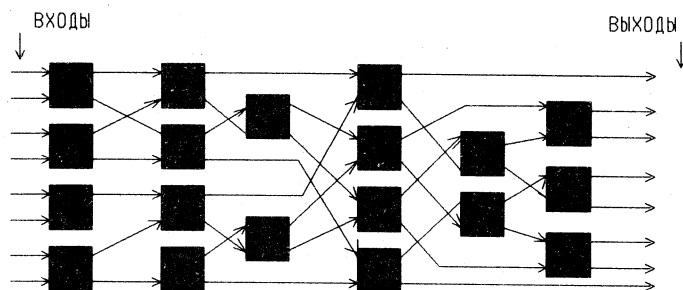


Рис.37. Блок-схема параллельного коммутатора, создаваемого на базе 2×2 -коммутатора

ции которых выполняют запоминающие устройства типа FIFO. В [90] обсуждается вопрос об использовании в качестве построителей событий быстрых коммутационных сетей, с помощью которых можно мультиплексировать данные от источников к приемникам. В настоящее время разработан ряд коммутаторов с оптическими каналами передачи и пропускной способностью 100 Гбайт/с. Однако такие сети имеют высокую стоимость, и, кроме того, протокол данных не учитывает специфики экспериментов по физике высоких энергий. И, наконец, в сетях возможны конфликтные ситуации. Имеются также предложения об использовании в качестве бесконфликтного параллельного коммутатора двухпортовых запоминающих устройств. Однако при большом числе каналов коммутации требуются матрицы, состоящие из дорогостоящих ЗУ. Поэтому практическое применение в качестве коммутаторов нашли параллельные 2×2 -коммутаторы, с помощью которых методами каскадирования создаются многоканальные параллельные коммутаторы и циклические вращатели [91]. В [92] описан циклический вращатель с оптическими каналами передачи, изготовленный в стандарте ВМЕ, основу которого составляет 2×2 -коммутатор, выполненный в виде интегральной микросхемы. Используя такие коммутаторы, можно создавать параллельные коммутаторы на большее число входов, как это показано на рис.37. На установке ZEUS [93] построитель событий создан на базе транзьютерной сети. При этом события от триггерной системы второго уровня на третий передаются со скоростью 24 Мбайт/с.

11. ОБРАБОТКА ТРЕКОВОЙ ИНФОРМАЦИИ НА БОЛЬШОМ АДРОННОМ КОЛЛАЙДЕРЕ

Детальные исследования показали, что система регистрации и обработки сигналов в будущих экспериментах может состоять из трех триггер-

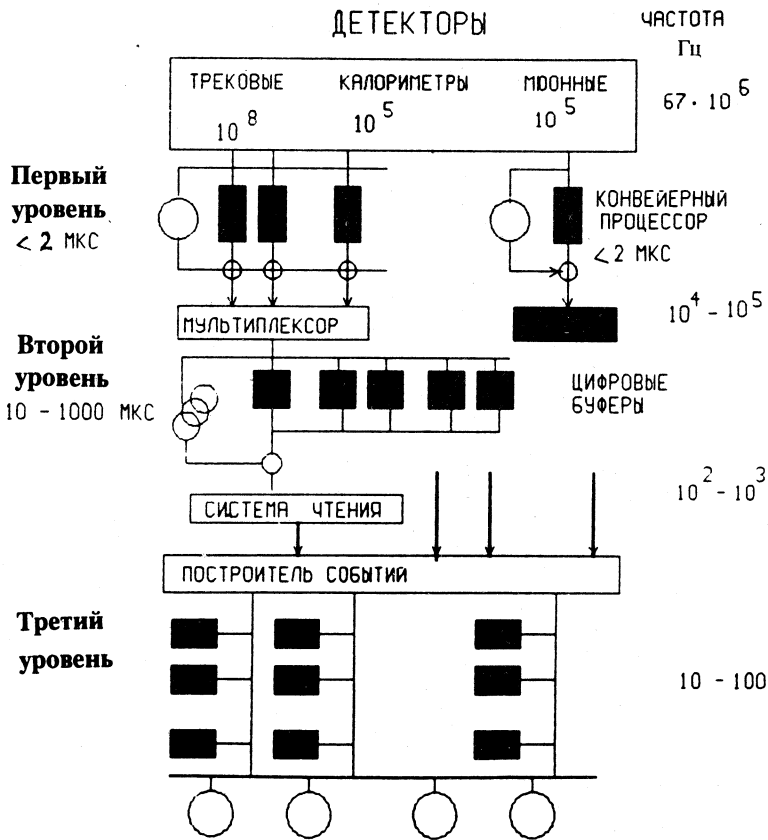


Рис.38. Обобщенная блок-схема триггерной системы, предлагаемой для экспериментов на LHC

ных уровней. Рассмотрим кратко их характеристики [94]. Обобщенная схема триггерной системы приведена на рис.38 [95].

Первый уровень. С учетом короткого периода встречи банчей (15 нс) логические устройства и простейшие процессоры должны работать с частотой 67 МГц и временем решения не более 15 нс. Практически это значит, что если в канале регистрации содержится несколько ступеней конвейера, то промежуточный результат решения должен передаваться на следующую ступень конвейера в каждом такте. Поэтому в каждом канале регистрации необходимо предусмотреть аналоговые, а при необходимости и цифровые задержки. Эти вопросы детально рассмотрены в обзоре [96]. В калоримет-

рическом канале требуется еще и быстрая оцифровка сигналов. Максимально допустимое время решения не должно превышать 1 мкс. Это время определяется количеством ступеней конвейерных процессоров. Кроме того, первый уровень триггера может состоять из определенного количества предварительных триггеров, каждый из которых решает свои специфические задачи на основе данных, получаемых от «приписанных» к ним детекторов. Частота поступления событий на второй уровень должна понизиться в 100—1000 раз.

Высокое быстродействие предъявляется к мюонным триггерным системам, поскольку требуется с высокой точностью измерять изолированные треки с большим импульсом (малой кривизной). В [97] предлагается использовать в составе триггера первого уровня конвейерный трековый процессор на базе сцинтилляционного волоконно-оптического годоскопа цилиндрической формы, с помощью которого предполагается выполнять поиск треков методом «окон» в плоскости r и ϕ . Годоскоп должен быть расположен внутри центрального детектора. Кроме того, высокое быстродействие системы может обеспечить также регистрацию актов встречи банчей. Сигналы, поступающие от световодов, регистрируются с помощью мультианодных ФЭУ. В проекте ATLAS [98] регистрацию мюонов с большим импульсом предлагается выполнять с помощью более дешевых высокопрецизионных дрейфовых трубок. В [99] разработаны алгоритмы и структура вычислительной среды на базе систолических матриц в однородной вычислительной среде, реализующие конвейерную быструю обработку трековой информации, регистрируемой с помощью дрейфовых трубок.

Второй уровень. Полная программируемость с временем решения 10—20 мкс — основное требование к триггерной системе второго уровня. Однако программируемость должна касаться в основном изменения параметров. Частота событий с 10^4 — 10^5 Гц понижается до 10^2 — 10^3 Гц. При этом анализ трековой информации выполняется приближенно с помощью грубых топологических критериев и данных, получаемых в калориметрическом триггере. Для построения триггерной системы второго уровня предполагается использовать лучшие достижения вычислительной техники и полупроводниковой технологии. Будут широко использоваться программируемые логические матрицы, цифровые задержки в виде запоминающих устройств типа FIFO с целью увеличения допустимого времени решения, коммерческие матричные процессоры на базе транспьютеров, цифровых сигнальных процессоров, а также создаваемые для этих целей специализированные процессоры. Следует отметить, что функции триггерной системы второго уровня носят двойкий характер: специализированный отбор и глобальный отбор событий. При специализированном отборе данные о таких кандидатах для регистрации, как электроны, фотоны, мюоны или струны, параметризуются путем использования данных от одного или нескольких детекто-

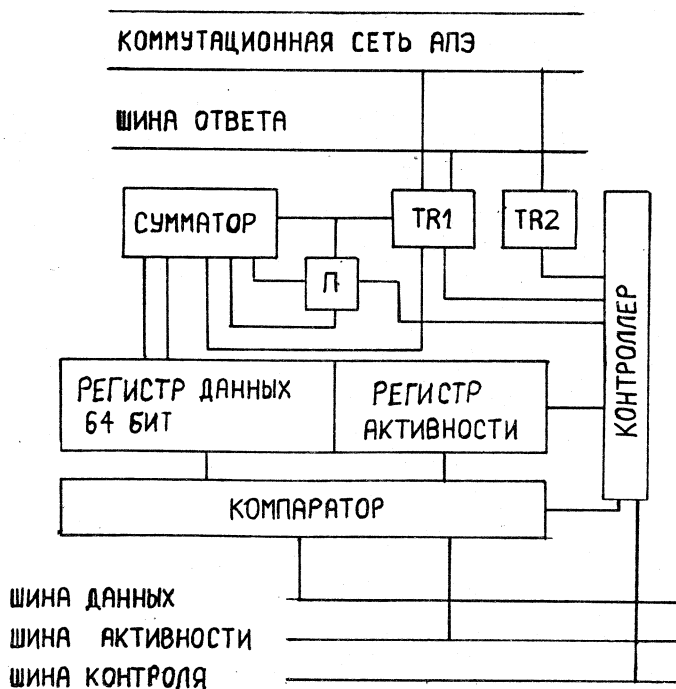


Рис.39. Блок-схема ассоциативного процессорного элемента.
TR1, TR2 — триггеры

ров. В процессе глобальных вычислений используется комбинация полученных решений с целью выработки сигнала о полезности события.

Третий уровень. На выходах третьего уровня триггерной системы получают данные, которые с частотой порядка $1 \div 10$ Гц записываются в массивный накопитель для окончательной обработки. При этом данные на входы поступают от выходов построителя событий. Наряду с мультипроцессорными системами общего назначения предполагается использовать также и специализированные процессоры, содержащие на одной стандартной плате 1000—5000 быстродействующих микропроцессоров. С целью уменьшения стоимости и увеличения быстродействия эти микропроцессоры имеют специализированную архитектуру, ориентированную на обработку трековой информации. В связи с этим представляет интерес реализуемый проект MPPC (Massively Parallel Collaboration), который был предложен еще в 1988 г. [100]. Основу проекта составляет ассоциативный процессорный элемент (АПЭ), структурная схема которого приведена на рис.39. АПЭ со-

держит два регистра, один из которых — регистр данных — имеет емкость 64 бит и связь с магистралью данных для записи и чтения трековой и другой информации о событиях, а другой — регистр активности — имеет емкость 6 бит. Этот регистр имеет связь только с магистралью записи. Важно, что содержимое этих регистров может сравниваться с данными, которые в определенные моменты времени появляются на соответствующих магистрях. Результаты сравнения запоминаются на двух триггерах TR1 и TR2. Кроме того, каждый АПЭ имеет собственную локальную память, необходимую для хранения заранее записанных данных, а также для выполнения небольшого числа простых команд. Матрица из аналогичных АПЭ, смонтированных на одной стандартной плате, по принципу действия относится к классу так называемых SIMD-компьютеров (одна команда — много данных). Это значит, что одна и та же команда одновременно исполняется всеми процессорами, содержащими различные данные. Например, это может быть информация, поступающая от триггера второго уровня, а также данные, предварительно записанные в локальные запоминающие устройства. Таким образом, в отличие от обычного вычислительного процесса с последовательной адресацией с помощью АПЭ выполняется параллельное обращение к данным в соответствии с их содержимым.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Большие затраты материальных и интеллектуальных ресурсов, вкладываемых в развитие физики высоких и сверхвысоких энергий, приводят к необходимости тщательного исследования эффективных методов обработки трековой информации в реальном времени. Ряд экспериментаторов отмечают, что успехи в получении полезной информации, регистрируемой в многоканальных детекторах заряженных частиц на коллайдерах со светимостью 10^{33} — 10^{34} , будут зависеть прежде всего от возможностей систем регистрации, отбора и восстановления топологий сложных событий в условиях значительного фона и большой множественности детектируемых частиц. Поставленная цель достигается путем развития и совершенствования следующих направлений, используемых в экспериментальной физике высоких и сверхвысоких энергий.

1. Совершенствование и создание новых типов двух- и трехкоординатных высокопрецизионных детекторов с высоким пространственным разрешением и большим числом чувствительных ячеек в детектируемой области.
2. Широкое внедрение оптических методов регистрации и обработки физической информации.
3. Разработка и внедрение специализированных микросхем.

4. Разработка новых программных способов сшивания треков и сочетание программных методов обработки с аппаратными в реальном времени.

5. Проектирование и использование быстродействующих специализированных процессоров на базе программируемых логических матриц, ассоциативных запоминающих устройств и др., позволяющих вести одновременно обработку трековой информации по трем координатам.

6. Проведение исследовательских работ, направленных на внедрение в методику физических экспериментов ряда способов и аппаратных средств, используемых для распознавания образов: различного рода трансформации переменных, ассоциативных методов обработки данных, матричных автоматов и нейронных (синергетических) сетей, синдромного кодирования и др.

7. Создание мощных вычислительных систем и сетей для окончательной обработки трековой информации в режимах «он-лайн» и «оф-лайн».

Если сравнивать различные аппаратные методы реконструкции трековой информации, то в ближайшее время перспективными являются нейроноподобные устройства, реализующие эффективные математические алгоритмы и включающие также аппаратные средства на основе ассоциативных запоминающих устройств и программируемых логических матриц. Такие процессоры в сочетании с программными методами обработки данных могут решать трудные проблемы распознавания не только трековой информации, но и относительно нового феномена — струй частиц, который трудно идентифицируется традиционными методами.

В заключение следует отметить, что ряд проблем, в той или иной степени относящихся к теме данного обзора, более подробно описаны в обзорах, опубликованных ранее в журнале ЭЧАЯ. В [101] детально изложены физические свойства приборов с переносом заряда и их характеристики. Описаны применения ПЗС-матриц в системах считывания изображений, запоминающих устройствах и др. В [102] приведен анализ характеристик детекторов излучений с измерением координат треков частиц по центру тяжести распределений, возникающих после прохождения частицы через чувствительный объем детектора. Применению цилиндрических многопроволочных пропорциональных камер посвящена работа [103]. В обзоре [104] рассмотрено современное состояние и перспективы развития электронных методов в физике высоких и сверхвысоких энергий. Более подробно суть метода синдромного кодирования изложена в работе [105]. В обзоре [106] описано современное состояние методики регистрации и обработки электрических и световых сигналов, регистрируемых в калориметрах. И, наконец, в работе [107] рассмотрено компьютерное и программное обеспечение систем обработки данных электронных экспериментов в физике высоких энергий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Заневский Ю.В. и др. — Многопроволочные пропорциональные камеры. М.: Атомиздат, 1975.
2. Sauli F. — Preprint CERN 77-09, Geneva, 1977.
3. Hientze J. — Nucl. Instr. and Meth., 1978, vol.156, p.228.
4. Boerner H., Ficsher H.M., Hartmann H. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1978, vol.176, p.151.
5. Saxon D.H. — Preprint Ral-87-022, Chilton, 1987.
6. Fancher D., Hilke J.H., Loken S. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1979, vol.161, p.383.
7. Rai G., Arthur A., Bieser F. et al. — Preprint LBL-28141, Berkeley, 1990.
8. Carter A.A., Carter J.R., Hill J.C. — Nucl. Instr. and Meth., 1990, vol.A286, p.107.
9. Bernstein D., Berstein J., Bunnell K. — Nucl. Instr. and Meth., 1984, vol.226, p.30.
10. Bouclier R., Charpak G., Erskine G.A. — Preprint CERN-EP/87-89, Geneva, 1987.
11. Toki W.H. — Preprint SLAC-Pub-5232, Stanford, 1990.
12. Manfredi P.F., Rogusa F. — Nucl. Instr. and Meth., 1986, vol.A252, p.208.
13. Чилингаров А.Г. — Препринт НИИЯФ 90-113, Новосибирск, 1990.
14. Bocciolini M., Conti A., Caparicco G.D. — Nucl. Instr. and Meth., 1985, vol.A240, p.36.
15. Hall G. — Nucl. Instr. and Meth., 1988, vol.A273, p.559.
16. Diericx B. — Nucl. Instr. and Meth., 1989, vol.A275, p.542.
17. Angelini C., Beusch W., Bloodworth I.J. — Nucl. Instr. and Meth., 1989, vol.A277, p.132.
18. Atkinson M.N., Crennel D.J., Fisher C.M. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1988, vol.A263, p.333.
19. Clealand W.E., Krans D.E., Thomson J.A. — Nucl. Instr. and Meth., 1983, vol.216, p.405.
20. Fabjan C.W. — CERN-PPE-193-124, 1993.
21. Guzik Z., Hajduk Z., Krasowski R. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1972, vol.104, p.337.
22. Guzik Z., Basiladze S.G. — Nucl. Instr. and Meth., 1974, vol.114, p.83.
23. Никитюк Н.М. — ПТЭ, 1983, № 2, с.7.
24. Kashchuk A.P., Madjar N. — CERN CAMAC News, 1978, No.13, p.13.
25. Verkerk C. — In: Proc. of the 1980 CERN School of Computing, CERN 81-03, Geneva, 1981; SLAC-PUB-4611, 1988.
26. Billoir P., Frühwirth R., Regler M. — Nucl. Instr. and Meth., 1985, vol.A241, p.115.
27. Frühwirth R. — 1989 CERN School of Computing, 1990, CERN 90-06, 217.
28. Crote H. — Rep. Prog. in Phys., 1987, vol.50, p.475.
29. Crote H., Zanella P. — Nucl. Instr. and Meth., 1980, vol.176, p.29.
30. Bugge L. — Nucl. Instr. and Meth., 1981, vol.179, p.365.
31. Frühwirth R. — Nucl. Instr. and Meth., 1987, vol.A262, p.444.
32. Billoir P., Qian S. — Nucl. Instr. and Meth., 1990, vol.A294, p.219.
33. Eichinger H. — Nucl. Instr. and Meth., 1980, vol.176, p.417.
34. Gassel D.G., Kowalski H. — Nucl. Instr. and Meth., 1981, vol.185, p.235.

35. Becker J.J., Brown J.S., Coffman D. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1985, vol.A235, p.502.
36. Crote H. — In: Proc. of the 1980 CERN School of Computing, CERN 81-03, Geneva, 1981.
37. Eichinger H. — Preprint CERN 81-06, Geneva, 1981.
38. Frühwirth R., Liko D., Mitaroff W., Regler M. — Preprint HEPHY-PUB-532/90, Vienna, 1990.
39. Knapp B. — Nucl. Instr. and Meth., 1990, vol.A289, p.561.
40. Maclean C., McPherson G., Wilde P. — Preprint RAL-74-049, Chilton, 1974.
41. Ermolin Y., Ljuslin C. — Nucl. Instr. and Meth., 1990, vol.A289, p.592.
42. Klefenz F., Cohen W., Zoz R. et al. — In: Proc. Int. Conf. «Computing in High Energy Physics'92». CERN 92-07, Geneva, 1992, p.251.
43. Underwood D. — Preprint ANL-HEP-CP-86-98, Illinois, 1986.
44. Dell'Orso M. — Nucl. Instr. and Meth., 1990, vol.A297, p.436.
45. Battaiotto P., Budinich M., Dell'Orso M. — Nucl. Instr. and Meth., 1990, vol.A287, p.431.
46. Офенгенден Р.Г. — ПТЭ, 1986, № 4, с.84.
47. Офенгенден Р.Г., Березин Ф.Н. — ПТЭ, 1967, № 2, с.5.
48. Кохенен Т. — Ассоциативные запоминающие устройства. М.: Мир, 1982.
49. Battaiotto P., Budinich M., Dell'Orso M. — Nucl. Instr. and Meth., 1990, vol.A293, p.531.
50. Dell'Orso M. — In: Proc. Int. Conf. «The Impact of Digital Microelectronics and Microprocessors on Particle Physics». Trieste, March, 1988.
51. Dell'Orso M. — Nucl. Instr. and Meth., 1989, vol.A278, p.436.
52. Amendolia S.R., Bedeschi F., Bellettini G. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1990, vol.A289, p.539.
53. Принципы самоорганизации. (Под ред. Лернера А.Я.) М.: Мир, 1966.
54. Шифбах Д. — В мире науки, 1992, № 11,12, с.10.
55. Хинтон Д.Е. — В мире науки, 1992, № 11,12, с.103.
56. Кисель И.В., Нескоромный В.Н., Ососков Г.А. — ЭЧАЯ, 1993, т.24, вып.6, с.1551.
57. Евреинов Э.В. — Однородные вычислительные структуры и среды. М.: Радио и связь, 1981.
58. Neural and Synergetic Computers. Proc. of Int. Symposium (Ed. H.Haken), Springer-Verlag, Berlin, 1988.
59. Peterson C. — Nucl. Instr. and Meth., 1989, vol.A279, p.537.
60. Denby B. — Preprint Fermilab-Conf-90/94, Batavia, 1990.
61. Jakel L.D., Graf H.P., Howard R.E. — Appl. Optics, 1987, vol.26, No.23, p.5077.
62. Denby B., Campbell M., Bedeschi F. et al. — Preprint Fermilab-Conf-90/20, Batavia, 1990.
63. Denby B. — Comp. Phys. Comm., 1988, vol.49, No.3, p.429.
64. Awes C.T. — Nucl. Instr. and Meth., 1989, vol.A276, p.468.
65. Denby B., Lessner F., Lindsey C.S. — Preprint Fermilab-Conf-90/68, Batavia, 1990.
66. Lindsay C.S., Denby B. — Preprint Fermilab-Conf-90/n92, Batavia, 1990.
67. Stimpfl-Abele G., Grido L. — Comp. Phys. Comm., 1991, vol.64, No.1, p.46.

68. Lonnblad L., Peterson C., Rognvaldsonn L. — Phys. Rev. Lett., 1990, vol.65, No.11, p.1321.
69. Bhat P., Lonnblad L., Meier K et al. — Preprint DESY 90-144, Hamburg, 1990.
70. Gyulassy M., Harlander M. — Comp. Phys. Comm., 1991, vol.66, No.1, p.31.
71. Darbo G., Vitale S. — Nucl. Instr. and Meth., 1981, vol.190, p.81.
72. Darbo G., Heck B.W. — Nucl. Instr. and Meth., 1987, vol.257, p.567.
73. Darbo G., Heck B.W. — IEEE Trans. on Nucl. Sci., 1987, vol.NS-34, No.1, p.227.
74. Carter A.A., Carter J.R., Heuer R.D. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1986, vol.A250, p.503.
75. Arignon M., Ball A.H., Bell K.W. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1992, vol.A313, p.103.
76. Slorach F., Alsford J.R. — IEEE Trans on Nucl. Sci., 1988, vol.NS-35, No.1, p.209.
77. Nikityuk N.M., Radzhabov R.S., Schafranov M.D. — Nucl. Instr. and Meth., 1977, vol.155, p.485.
78. Nikityuk N.M. — In: Proc. of 6th Int. Conf. AAECC-6, Rome, July 1988, vol.357, p.324, Springer-Verlag.
79. Питерсон У. — Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1964.
80. Nikityuk N.M. — Preprint JINR E10-89-362, Dubna, 1989.
81. Никитюк Н.М., Селиков А.В. — ПТЭ, 1987, 6, с.55.
82. Gustafsson L., Hagberg E. — Nucl. Instr. and Meth., 1988, vol.A265, p.521.
83. Калинин В.А., Крастев В.Р., Чудаков У.К. — ПТЭ, 1986, 3, с.105.
84. Woeniger T. — Preprint DESY 90-024, Hamburg, 1990.
85. Devenish R.C.E., Gingrich D.M., Hallam-Backer P.M. et al. — Preprint Oxford University, OUNP-90-5, Oxford, 1990.
86. Gaines I., Areti H., Atac R. et al. — Comp. Phys. Comm., 1987, vol.45, p.331.
87. Wilson R. — Comp. Design, Sept., 1988, p.68.
89. Lankford A.J., Barsotti E., Gaines I. — Nucl. Instr. and Meth., 1990, vol.A289, p.597.
90. Graiman W.H., Loken S.C., Mc Porland C.P. — In: Computing in High Energy Physics'92. CERN 92-07, Geneva, 1992, p.184.
91. Nomashi M., Sasaki O., Fujii H., Oshka T.K. — In: Computing in High Energy Physics'92. CERN 92-07, Geneva, 1992, p.188.
92. Sasaki O., Nomashi M., Oshka T.K., Fujii H. — KEK Preprint 93-9, Ibaraki-ken, 1993.
93. Kowalski H. — In: Computing in High Energy Physics'92. CERN 92-07, Geneva, 1992, p.33—50.
94. Elis N. — In: Computing in High Energy Physics'92. CERN 92-07, Geneva, 1992, p.51.
95. Mapelli L. — In: Computing in High Energy Physics'92. CERN 92-07, Geneva, 1992, p.237.
96. Никитюк Н.М. — ПТЭ, 1993, № 6, с.8.
97. Curatolo M., Esposito B., Franchi G., Teodoli A. — Preprint CERN-PPE/92-168, Geneva, 1992.
98. ATLAS, CERN/LHCC/92-4, LHCC/12, October, 1992.
99. Kotov V., Aleksandrov I., Pose R., Yatsunenکو Yu. — JINR, E10-93-191, Dubna, 1993.

100. Anvar S., Auge E., Basso A. et al. — Preprint CERN 93-07, Geneva, 1993.
101. Сороко Л.М. — ЭЧАЯ, 1979, т.10, вып.5, с.1038.
102. Барабаш Л.С. — ЭЧАЯ, 1991, т.22, вып.3, с.716.
103. Кравчук Н.П. — ЭЧАЯ, 1994, т.25, вып.5, с.1244.
104. Никитюк Н.М. — ЭЧАЯ, 1992, т.23, вып.5, с.1470.
105. Никитюк Н.М. — ЭЧАЯ, 1993, т.24, вып.1, с.180.
106. Никитюк Н.М. — ЭЧАЯ, 1994, т.25, вып.4, с.1004.
107. Иванов В.Г. — ЭЧАЯ, 1994, т.25, вып.5, с.1279.

СТОЛКНОВЕНИЯ БЫСТРЫХ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ С АТОМАМИ

В.И.Матвеев

Ташкентский государственный университет,
Научно-исследовательский институт прикладной физики, Ташкент, Узбекистан
E-mail: victor@aph.silk.glas.apc.org

Рассматриваются неупругие процессы при столкновениях быстрых, в том числе релятивистских, многозарядных ионов с атомами в области скоростей столкновения v и зарядов ионов $Z \sim v \leq c$ (ат. ед. $\hbar = m = e = 1$, $c = 137$ — скорость света), когда борновское приближение неприменимо. Описываются следующие процессы: одноэлектронные и многоэлектронные возбуждения и ионизация атомов, торможение и потери энергии многозарядных ионов при столкновениях с атомами и при движении в среде.

There are reviewed the inelastic processes at collisions of fast, including relativistic, multicharged ions with atoms in the range collision velocities v and ions charge z such that $Z \sim v \leq c$ (atomic units are used, $\hbar = m = e = 1$, $c = 137$ is the light velocity), in cases in which the Born approximation is inapplicable. Single and multielectron excitations and ionization of atoms, stopping power and energy losses of multicharged ions at collisions with atoms and in continuous medium are considered.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование поведения вещества в сверхсильных электромагнитных полях является одной из актуальных задач современной физики. Поэтому значительный интерес, проявляемый во всем мире к исследованиям неупругих процессов, сопровождающих столкновения атомов с многозарядными ионами, объясняется прежде всего тем, что напряженности полей, создаваемых многозарядными ионами, могут достигать значений $\geq 10^{11}$ В/см (для сравнения: характерная атомная напряженность электрического поля $\approx 5 \cdot 10^9$ В/см). Получение таких значений напряженности поля другими методами в настоящее время невозможно. Таким образом, столкновительные эксперименты с участием многозарядных ионов представляют собой, по сути дела, пока единственную возможность исследовать поведение атомов и молекул в сверхсильных электромагнитных полях. Сечения неупругих процессов в столкновениях такого типа довольно велики, поэтому такие иссле-

дования интересны и в прикладном плане. Особый интерес проявляется в последнее время к многоэлектронным неупругим процессам, сопровождающим столкновения многозарядных ионов с атомами и молекулами. Это одноэлектронные и многоэлектронные возбуждения, ионизация и перезарядка. В экспериментах обычно используют ионы с большим зарядом $Z \leq 90$ (например, частично или полностью ободренные ядра урана), движущиеся с энергиями до 10^3 МэВ/нуклон. Обычно измеряются сечения многоэлектронных возбуждений, ионизаций и перезарядки. Причем при столкновениях, например, с атомами аргона или криптона измеряют сечения частичной или полной обдирки атома-мишени. Теоретические исследования подобного рода эффектов, т.е. возбуждения, ионизации и перезарядки столь высокой кратности, требуют разработки специальных схем описания и расчета влияния сверхсильного поля многозарядного иона на поведение атома или молекулы. Сильное поле иона не позволяет в данных случаях использовать теорию возмущений (которая применима при $Ze^2/\hbar v \ll 1$, Ze — заряд иона, v — скорость столкновения, e — заряд электрона, $\hbar$ — постоянная Планка), что существенно усложняет расчеты. Расчеты из первых принципов — на основе эйконоального приближения и его модификаций, а также приближение внезапных возмущений, как правило, ограничиваются, из-за громоздкости, лишь столкновениями быстрых многозарядных ионов с атомами водорода. Трудности еще более возрастают при расчетах столкновений со сложными атомами и в области релятивистских скоростей столкновения.

В настоящем обзоре рассматриваются неупругие процессы при столкновениях быстрых, в том числе релятивистских, многозарядных ионов с легкими (нерелятивистскими) атомами в довольно широкой области относительных скоростей столкновения $v: v_a \ll v \leq c$, где v_a — характерная атомная скорость, c — скорость света. При этом на заряды ионов Z не накладываются ограничения, связанные с применимостью теории возмущений. Таким образом, в обзоре рассмотрена область значений параметров столкновения $Z/v \leq 1$, $Z \gg 1$, $v \leq c$ (здесь и далее используются атомные единицы: $\hbar = e = m = 1$), активно исследуемая в настоящее время на ускорителях тяжелых ионов и не нашедшая необходимого отражения в известной монографии [1], а также в обзоре [2]. Изложены основные механизмы, ответственные за неупругие процессы при столкновениях быстрых, в том числе релятивистских, многозарядных ионов с атомами, и наиболее распространенные теоретические методы их описания. Рассмотрены следующие основные процессы: одноэлектронные и многоэлектронные возбуждения и ионизация атомов, их полные сечения; потери энергии, эффективное торможение. Экспериментальный материал привлечен лишь для иллюстрации и сравнения с результатами расчетов. Особое внимание уделе-

но методам получения оценок характерных для рассматриваемых эффектов величин, что, несомненно, полезно при постановке и проведении экспериментов.

Следует отметить, что столкновения с участием многозарядных ионов характеризуются естественным и дополнительным большим параметром $Z \gg 1$, что позволяет надеяться на возможное развитие асимптотического подхода, справедливого для всех практически интересных относительных скоростей столкновений. Подобная программа, предложенная в пионерской работе [3] на примере столкновения атома водорода с многозарядным ионом, до настоящего времени так и не реализована.

Общий план изложения следующий: в разд.2 и 3 изложена методика оценок сечений неупругих столкновений атомов с быстрыми, в том числе и релятивистскими, многозарядными ионами. Для иллюстрации приведен ряд конкретных расчетов и сравнение с экспериментом. В разд.4 на основе материала разд.2 и 3 рассмотрены потери энергии при столкновениях релятивистских многозарядных ионов с атомами, а также поляризационные потери при движении в веществе. В разд.5 изложены строгие, из первых принципов методы расчета, которые позволяют, несмотря на их громоздкость и значительный объем численного счета, рассчитать все неупругие процессы, сопровождающие столкновения быстрых многозарядных ионов с атомами.

2. НЕУПРУГИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ БЫСТРЫХ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ С АТОМАМИ

Обычно сечения неупругих процессов при столкновениях атомов с быстрыми заряженными частицами рассчитываются в борновском приближении (см., например, обзор [4]), которое справедливо при выполнении неравенства $Z/v \ll 1$ (Z — заряд частицы, v — относительная скорость столкновения, ат. ед.). При столкновении же с быстрыми многозарядными ионами это неравенство не выполняется (из-за высоких значений $Z \gg 1$, несмотря на то, что $v \gg 1$), так что часто оказывается $Z/v \sim 1$. В таких случаях предлагается использовать либо приближение Глаубера [5,6], либо приближение внезапных возмущений [7—9]. Связь между ними обсуждается в [7]. Однако получающиеся в этих приближениях выражения для амплитуд неупругих процессов громоздки, затруднено их применение для оценок, тогда как представляется необходимым иметь возможность простых оценок сечений для экспериментов с участием быстрых многозарядных ионов. Именно такой метод предлагается ниже. Показано, что результат рассеяния быстрого многозарядного иона сводится к внезапной передаче импульса атомным электронам. Предложенный механизм ионизации и возбуждения допускает

непосредственное обобщение на столкновения, приводящие к одновременному возбуждению или ионизации двух или нескольких электронов.

2.1. Механизм неупругого столкновения. Рассмотрим для простоты столкновение атома водорода с быстрой ($v \sim Z$) тяжелой частицей с зарядом $Z \gg 1$. Для удобства считаем ион неподвижным и помещенным в начало системы координат, а атом водорода — движущимся со скоростью $\mathbf{v}$ по прямолинейной траектории $\mathbf{R}_0(t) = \mathbf{b} + \mathbf{v}t$, где $\mathbf{b}$ — вектор прицельного параметра. Тогда до столкновения волновая функция атома водорода имеет вид

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \Phi(\mathbf{r} - \mathbf{R}_0(t)) \exp(i \mathbf{v} \mathbf{r} - i \epsilon t - i v^2 t / 2), \quad (2.1)$$

где $\Phi(\mathbf{r})$ — волновая функция основного состояния покоящегося атома водорода, ϵ — энергия этого состояния.

Окружим ион сферой с радиусом d , такой, что при движении атома водорода внутри этой сферы взаимодействие электрона атома водорода с протоном (ядром атома) намного меньше взаимодействия электрона с ионом, т.е. $d \ll Z$. Тогда при движении атома по траектории с прицельным параметром $b < d$ можно (в течение времени столкновения $\tau \sim b/v \ll 1$) пренебречь полем протона и считать, что на тяжелой частице с зарядом Z рассеивается свободный электрон, волновая функция которого представляет собой пакет (2.1). Характерное время расплывания такого пакета ~ 1 , поэтому в течение времени τ можно считать его нерасплывающимся. Но тогда можно считать (за исключением траекторий с очень малыми $b < 1$, вносящих малый вклад в сечение), что пакет (2.1) движется как целое по классической кулоновской траектории $\mathbf{R}_c(t)$ в поле заряда Z (мы предполагаем, что, несмотря на то, что $d \ll Z$, из-за $Z \gg 1$ можно считать $d \gg 1$). Поэтому после рассеяния волновая функция электрона

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \Phi(\mathbf{r} - \mathbf{R}_c(t)) \exp\left(i \mathbf{v}_c \mathbf{r} - i \epsilon t - i \frac{v_c^2 t}{2}\right), \quad (2.2)$$

где $\mathbf{v}_c = v \mathbf{R}_c(t) / |\mathbf{R}_c(t)|$ — есть просто повернутый на угол рассеяния χ в кулоновском поле вектор скорости $\mathbf{v}$, причем [10] $b^2 = Z^2 \operatorname{ctg}^2(\chi/2) / v^4$. Протон же в рассматриваемой области значений прицельных параметров в течение всего времени продолжает двигаться по прямолинейной траектории $\mathbf{R}_0(t)$. Поэтому амплитуда перехода атома водорода в какое-либо состояние Φ_n с энергией ϵ_n , по истечении времени столкновения τ , имеет вид

$$A_n = \int d^3r \Phi(\mathbf{r}) \Phi_n^*(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{R}) \exp\{i \Delta \mathbf{v}(\mathbf{r} + \mathbf{R}_c(\tau)) + i(\epsilon_n - \epsilon_0) \tau\}, \quad (2.3)$$

где $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_c - \mathbf{v}$, $\Delta \mathbf{R} = \mathbf{R}_c(\tau) - \mathbf{R}_0(\tau) \sim \tau \Delta \mathbf{v}$, причем $\Delta v = 2v \sin \frac{\chi}{2} \sim v \chi \sim 2Z/vb$, поэтому $\tau \Delta v \sim 2Z/v^2 \ll 1$.

Поскольку в (2.3) $r \sim 1$, то величиной $\Delta R \sim \tau \Delta v \ll 1$ можно пренебречь, и, опустив зависящий от времени несущественный фазовый множитель, получим выражение для амплитуды

$$A_n = \int d^3r \varphi_n^*(\mathbf{r}) \exp(i \mathbf{r} \Delta \mathbf{v}) \Phi(\mathbf{r}). \quad (2.4)$$

Интерпретация: за время столкновения атома с многозарядным ионом атомный электрон приобретает относительно ядра импульс Δv , однако не успевает заметно изменить свое положение относительно ядра атома (конечно, изменение положения относительно иона велико). Подобное выражение использовалось Мигдалом [11] для вычисления вероятности ионизации атома при соударении нейтрона с ядром. Сечение перехода атома водорода из состояния Φ в φ_n получается путем умножения $|A_n|^2$ на сечение резерфордского рассеяния $d\sigma_R$ пакета (2.1) в поле иона: $d\sigma = |A_n|^2 d\sigma_R$ и интегрирования по прицельному параметру или углу рассеяния. Вводя вместо угла рассеяния переданный импульс q , получаем

$$\sigma_n = 8\pi \frac{Z^2}{v^2} \int_{q_0}^{q_1} \frac{dq}{q^3} |A_n|^2, \quad q = \Delta v = 2v \sin \frac{\chi}{2}, \quad (2.5)$$

где пределы интегрирования $q_0 = 2/v$, $q_1 = 2Z/v$ определены из условий применимости подхода. Верхний предел соответствует малым значениям прицельных параметров $b \sim 1$ (порядка размера состояния Φ), до которых еще можно говорить о движении пакета как целого в поле иона, или большим переданным импульсам $q \sim 2Z/v$. При таких q неупругий формфактор мал [4], поэтому интеграл (2.5) слабо зависит от верхнего предела, и, следовательно, можно считать $q_1 = 2Z/v$. Нижний предел соответствует малым переданным импульсам или большим прицельным параметрам b_0 , до этих значений еще можно пренебречь полем протона по сравнению с полем иона; причем, поскольку квадрат модуля неупругого формфактора (2.4) при малых q ведет себя как q^2 , интеграл (2.5) зависит от нижнего предела логарифмически, т.е. слабо. Поэтому мы можем считать, что $b_0 \sim Z$, поскольку именно на этих расстояниях от иона, поле иона становится равным полю протона (на расстоянии 1 ат. ед. от протона); таким образом, $q_0 = 2/v$.

Аналогичный способ обрезания интеграла по переданным импульсам применяется в теории рассеяния быстрых заряженных частиц на атоме при использовании дипольного приближения [12]. В принципе, к сечению (2.5) необходимо добавить вклады от траекторий с прицельными параметрами

$b < 1$ и $b > Z$. В области $b < 1$ (т.е. для прицельных параметров удара, меньших размеров пакета (2.1)) при столкновении происходит развал пакета, и поэтому наиболее вероятна ионизация (это подтверждается расчетами [13]). Таким образом, вклад этой области в сечение есть $\Delta\sigma = \pi \xi$, где $\xi = 1$ для ионизации и $\xi = 0$ для возбуждения. В области больших прицельных параметров применимо борновское приближение (формула (25) из [3]). Однако добавки от областей $b < 1$ и $b > Z$ малы в силу неравенства $Z \gg 1$, и их можно не учитывать.

Отметим, что сделанные нами приближения при выводе формул (2.4) или (2.5) не являются специфическими. Например, при использовании приближения Глаубера предполагается, что атомный электрон не меняет своего положения в течение всего времени столкновения, что, конечно же, требует выделения области существенного действия потенциала многозарядного иона и краткости времени пребывания атома водорода в этой области; по сути дела, аналогичные предположения приходится делать при использовании приближения внезапных возмущений. Оба приближения, строго говоря, применимы только для потенциалов с конечным радиусом действия или достаточно быстро убывающих с расстоянием.

Естественное обобщение амплитуды (2.4) на случай столкновения многозарядного иона со сложным атомом, в результате которого атом из начального состояния $\Phi_0 = \Phi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$, где $\mathbf{r}_i$ — координаты атомных электронов, переходит в состояние $\Phi_n = \Phi_n(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$, имеет вид

$$A_n = \int d^3r_1 \dots d^3r_N \Phi_n^*(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) \Phi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) \exp(i\Delta v \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i). \quad (2.6)$$

При этом Φ_n может соответствовать ионизации или возбуждению одного или нескольких электронов. Выражение (2.6) справедливо, если относительная скорость столкновения $v \gg v_a$ — характерная скорость атомных электронов, $Z \gg Z_a$ — заряд ядра атома, причем $Z/v \sim 1$, а также если в течение времени столкновения τ можно пренебречь межэлектронным взаимодействием по сравнению с взаимодействием атомных электронов с многозарядным ионом. В этом случае Δv в (2.6) — то же самое, что и в (2.4). Другими словами, результат рассеяния быстрого многозарядного иона сводится к внезапной передаче импульса каждому из атомных электронов.

Отметим также следующее: может случиться, что скорость столкновения больше скорости внешних электронов, но меньше скорости внутренних, либо Z больше эффективного заряда ядра атома для внешних электронов, но меньше эффективного заряда ядра атома для внутренних электронов.

нов; в этом случае многозарядный ион «сдувает» только внешние оболочки (ср. [11]). Таким образом, формулу (2.5) с амплитудой (2.6) можно использовать для оценок сечений ионизации и возбуждения при столкновениях быстрых многозарядных ионов со сложными атомами, необходимо только переопределить пределы интегрирования.

Для простоты рассмотрим ионизацию или возбуждение K -оболочки. Введем Z_a — эффективный заряд ядра атома для K -оболочки. Тогда $b_1 \sim 1/Z_a$ и, соответственно, $q_1 = 2ZZ_a/\nu$, а b_0 определяется из равенства полей ядра атома (на расстоянии $1/Z_a$ от ядра) и многозарядного иона (на расстоянии b_0 от иона), т.е. $b_0 \sim Z/Z_a^2$ и, следовательно, $q_0 = 2Z_a^2/\nu$. Подчеркнем, что формула (2.5) (лишь для атома водорода) формально отличается по виду от первого борновского приближения [12] только пределами интегрирования по переданному импульсу, но имеет совершенно другую, по сравнению с борновским приближением, область применимости.

Используя данные [4] о неупругом формфакторе атома водорода, получаем из (2.5) оценку сечения ионизации атома водорода из $1s$ -состояния при соударении с быстрым многозарядным ионом ($Z/\nu \sim 1$):

$$\sigma \approx 8\pi \frac{Z^2}{\nu^2} 0,3 \ln(2\nu) \approx \frac{\ln(2\nu)}{\ln(9,1\nu)} \sigma_B, \quad (2.7)$$

где σ_B — сечение ионизации, вычисленное в первом борновском приближении (асимптотика Бете):

$$\sigma_B = 4\pi \frac{Z^2}{\nu^2} 0,285 \ln \frac{\nu^2}{0,012}. \quad (2.8)$$

Приведем также оценку сечения ионизации водородоподобного иона из $1s$ -состояния при соударении с быстрым многозарядным ионом:

$$\sigma \approx 8\pi \nu^{-2} (Z/Z_a)^2 0,3 \ln(2\nu/Z_a).$$

То, что сечение ионизации (2.7) в интересующей нас области скоростей меньше σ_B , обусловлено применением унитарного подхода, тогда как известно, что борновское приближение неунитарно. Заметим, что часто используемое «перенормированное» борновское приближение типа [14], соответствующее «унитаризации» борновского приближения, получено на основе феноменологических рассуждений.

На рис.1 приведено сечение ионизации атома водорода шестизарядными ионами углерода: кривая 1 — формула (2.7); 2 — расчет [13] в приближении внезапных возмущений [7] (видно, что сечение по формуле

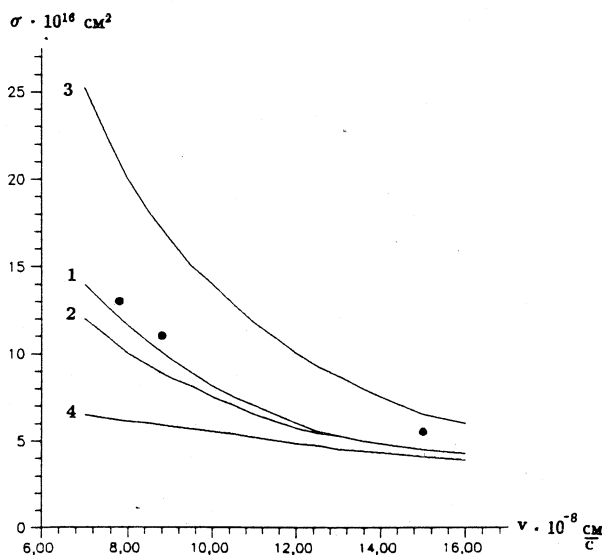


Рис.1. Сечение ионизации атома водорода ионами C^{6+} в зависимости от относительной скорости столкновения

(2.7) лишь немного превышает результаты [13]); кривая 3 — σ_B ; кривая 4 — сечение [3]:

$$\sigma = 7,2 \frac{Z^2}{v^2} \ln \frac{1,43v^2}{Z}, \quad (2.9)$$

рассчитанное на основе борновского приближения; точки — эксперимент [15,16]. Как видно из рисунка, согласие с экспериментом хорошее для столь простого метода расчета. В таком же согласии находятся расчеты по формуле (2.7) и остальные экспериментальные данные [16] ($\sigma_{H_2} \approx 2\sigma_H$).

В табл.1 приведены данные для ионизации молекулярного водорода при соударении с быстрым многозарядным ионом, а также теоретические результаты. Видно, что с ростом заряда налетающего иона наши результаты приходят в хорошее согласие с экспериментом, тогда как борновское приближение и формула (2.9) существенно от него отличаются, причем σ_B систематически больше (примерно в 1,5 раза) экспериментального сечения.

**Таблица 1. Сечения ионизации ($\times 10^{16}$ см²) молекулярного водорода
быстрыми многозарядными ионами**

Ион	Энергия, МэВ/нукл.	Эксперимент $\frac{1}{2} \sigma_{H_2}$	Наши результаты, ф-ла (2.7)	Борновское прибл. (асимп. Бете) σ_B	Сечение ионизации, ф-ла (2.9)
C ⁴⁺	0,31	7,0	5,32	9,45	3,88
C ⁴⁺	1,14	2,6	1,93	3,05	1,98
C ⁵⁺	0,31	9,5	8,31	14,8	5,16
C ⁵⁺	1,14	3,6	3,01	4,77	2,85
C ⁶⁺	0,31	12,5	12,0	21,3	6,36
C ⁶⁺	1,14	5,0	4,33	6,87	3,81
C ⁶⁺	4,75	2,4*	1,32	1,93	1,46
Nb ²³⁺	3,6	28,8	24,6	36,4	16,3
Nb ²⁸⁺	3,43	36,0	38,1	56,4	22,5
Nb ³¹⁺	3,43	44,0	46,7	69,1	26,1
Nb ³⁴⁺	3,43	54,0	56,2	83,2	29,9
Nb ³⁵⁺	3,43	55,0	63,0	93,3	32,4
Pb ⁵²⁺	4,65	110	102	149	48,0
Pb ⁵³⁺	4,65	110	106	154	49,3
Pb ⁵⁵⁺	4,65	115	114	166	59,1
Pb ⁵⁷⁺	4,65	125	122	179	54,5
Pb ⁵⁹⁺	4,65	130	131	191	57

*Этот результат плохо объясняется и другими авторами, см., например, [15].

В заключение приведем еще раз границы применимости рассмотренного механизма неупругого столкновения атома с быстрым многозарядным ионом.

1. Представление о внезапном возмущении справедливо, если время столкновения $\tau \sim b/v$ существенно меньше характерного атомного времени τ_a , что накладывает ограничение на область значений прицельного параметра: $b \ll v\tau_a$.

2. Смещение ΔR атомных электронов относительно ядра атома за время столкновения должно быть много меньше r_a — характерного атомного размера: $\Delta R \ll r_a$. Согласно (2.3) $\Delta R \sim 2Z/v^2$, в результате получаем ограничение снизу на относительную скорость столкновения: $v^2 \gg 2Z/r_a$.

3. Рассматриваемые полные неупругие сечения должны быть существенно больше характерного атомного сечения $\sigma_a \sim \pi r_a^2$.

2.2. Двойная ионизация атома гелия. Согласно (2.5), (2.6) сечение двойной ионизации атома гелия при его столкновении с быстрым многозарядным ионом имеет вид

$$\sigma^{2+} = 8\pi \frac{Z^2}{v^2} \int_{q_0}^{q_1} \frac{dq}{q^3} \int d^3k_1 d^3k_2 \langle \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2 | \exp \{ i\mathbf{q}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \} | 0,0 \rangle|^2, \quad (2.10)$$

где $|0,0\rangle$ — основное состояние атома гелия, $|\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2\rangle$ — состояние с двумя электронами в непрерывном спектре, $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ — импульсы электронов в континууме, при интегрировании по которым необходимо следить, чтобы конечное состояние не учитывалось дважды, $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ — координаты атомных электронов, $\mathbf{q}$ — переданный импульс, а пределы интегрирования q_0 и q_1 определяются из условий применимости подхода. Состояния атома гелия описываются в виде симметризованных произведений водородоподобных одноэлектронных волновых функций, причем в основном состоянии эффективный заряд ядра атома гелия $Z_c = 2 - 5/16$, а в двухэлектронном континууме эффективный заряд $Z_a = 2$. При этом состояния $|0,0\rangle$ и $|\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2\rangle$ оказываются неортогональными. Для того, чтобы избежать процедуры ортогонализации (обычно неоднозначно определенной, т.к., строго говоря, следует ортогонализировать все состояния непрерывного и дискретного спектров), состояния $|\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2\rangle$ и $|0,0\rangle$ описываются симметризованными произведениями одноэлектронных водородоподобных волновых функций в поле ядра с одним и тем же эффективным зарядом Z^* , значения которого должны находиться между близкими по величине $Z_a \approx 1,7$ и $Z_c = 2$. Мы выбрали $Z^* = (Z_a + Z_c)/2$. В результате сечение двойной ионизации принимает вид

$$\sigma^{2+} = 8\pi (Z/Z^*)^2 \int_{q_0}^{q_1} q^{-3} dq \left\{ \int_0^\infty k^2 dk \Phi_k(q) \right\}^2, \quad (2.11)$$

где

$$\Phi_k(q) = \frac{2^8 q^2 [q^2 + (1 + k^2)/2] \exp \left\{ -2 \arctg \left(\frac{2k}{q^2 + 1 - k^2} \right) / k \right\}}{k [1 - \exp \{-2\pi/k\}] [(q^2 + 1 - k^2)^2 + 4k^2]^3} \quad (2.12)$$

— квадрат модуля неупругого формфактора водородоподобного атома с зарядом ядра Z^* , проинтегрированный по углом вылета электрона; здесь $k \equiv k/Z^*$, $q \equiv q/Z^*$, тогда $q_0 = 2Z^*/v$, $q_1 = 2Z/v$.

Как чувствительны наши вычисления $\sigma^{2+} = \sigma^{2+}(Z^*)$ к выбору $Z^* = (Z_a + Z_c)/2$? Для $v \sim Z \gg 1$ и $Z^* \ll Z$ имеем $q_0 = 2Z^*/v \ll 1$, и в (2.11) $\Phi_k(q)$ мал для малых q , поэтому основной вклад в зависимость $\sigma^{2+} = \sigma^{2+}(Z^*)$ вносит нижний предел интегрирования в (2.11). Для $\Delta Z^* \ll Z$ имеем из (2.11):

$$\Delta \sigma^{2+} = \sigma^{2+}(Z^* \pm \Delta Z^*) - \sigma^{2+}(Z^*) \approx \mp 2\sigma^{2+}(Z^*) \Delta Z^*/Z^*,$$

в нашем случае $\Delta Z^* \leq (Z_a - Z_c)/2 \approx 0,15 \ll Z^* \approx 2$. Следовательно, $|\Delta \sigma^{2+}/\sigma^{2+}| \approx 2\Delta Z^*/Z^* \ll 1$.

В табл.2 приведены экспериментальные данные для сечения двойной ионизации гелия при столкновении с быстрым многозарядным ионом, а также теоретические результаты, полученные по формуле (2.11). Аналогичные данные приведены в табл.3, но для экспериментальных σ^{2+} , взятых из работы [18], иногда приводятся два значения, первое из которых соответствует сечению двойной ионизации атома гелия при столкновении с многозарядным ионом углерода, а второе — с ионом кислорода. Видно, что наши результаты систематически находятся в хорошем (учитывая простоту подхода) согласии с экспериментом, что подтверждает вывод работы [17] о преимущественно (при $Z \geq 5$) прямом механизме возбуждения сложного атома полем многозарядного иона.

Аналогично могут быть проведены расчеты [19] для других неупругих процессов, сопровождающихся столкновениями быстрых многозарядных ионов с атомом гелия: одноэлектронных и двухэлектронных возбуждений (в том числе и в автоионизационные состояния) и одноэлектронной ионизации.

2.3. Многократная ионизация. В последнее время выполнено много работ по исследованиям многократной ионизации сложных атомов при столкновениях с быстрыми многозарядными ионами (см., например, [20] и имеющиеся там ссылки). Обычно использовались ионы с большим зарядом ($Z \gg 1$), движущиеся со скоростью $v \gg 1$, причем $Z/v \geq 1$ (ат. ед.). При расчетах таких процессов многоэлектронная ионизация сложного атома объясняется на основе так называемого прямого возбуждения атома сильным

Таблица 2. Сечения двойной ионизации атома гелия

Энергия налетающего иона, МэВ/нукл.	Заряд иона	$\sigma^{2+} \cdot 10^{16}, \text{см}^2$ эксперимент [17]	$\sigma^{2+} \cdot 10^{16}, \text{см}^2$ теория (наши рез.)
1,4	6	0,276	0,252
1,4	15	2,91	2,73
1,4	18	4,50	4,05
1,4	20	5,41	5,06
1,4	36	16,0	17,0
1,4	37	16,8	17,9
1,4	44	23,0	25,4

Таблица 3. Сечения двойной ионизации атома гелия при столкновении с многозарядными ионами углерода и кислорода

Энергия, МэВ/нукл.	Заряд иона	$\sigma^{2+} \cdot 10^{16}, \text{см}^2$ эксперимент [18]		$\sigma^{2+} \cdot 10^{16}, \text{см}^2$ теория
0,64	5	0,340	0,49	0,442
0,64	6	0,59	0,64	0,737
0,64	8		1,32	1,50
1,00	8		1,06	0,911
1,44	5	0,107	0,164	0,123
1,44	6	0,183	0,221	0,239
1,44	7		0,34	0,392
1,44	8		0,45	0,576
2,26	5		0,101	0,056
2,26	6		0,120	0,119
2,26	7		0,189	0,209
2,26	8		0,31	0,325
2,31	5		0,052	0,0494
2,31	6		0,092	0,106

полем многозарядного иона [17]. Феноменологически это соответствует обычно используемой в таких случаях модели независимых электронов [21,30]. На механизме прямого возбуждения основан и наш подход, согласно которому возбуждение сложного атома в столкновении с быстрым мно-

гозарядным ионом происходит в результате внезапной передачи импульса атомным электронам. Здесь показано, что формулы модели независимых электронов при естественных упрощениях следуют из нашего подхода; установлены соотношения между сечениями ионизаций различной кратности. В качестве примера рассмотрена многократная (до восьми) ионизация атома неона, проведено сравнение с экспериментом.

Согласно (2.6) вероятность перехода сложного атома из состояния $\Phi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$ в состояние $\Phi_f(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$, $i = 1, \dots, N$ — координаты атомных электронов, в результате столкновения с быстрым многозарядным ионом имеет вид

$$W(\mathbf{q}) = \left| \int \prod_{i=1}^N d^3 r_i \Phi_f^*(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) \exp(i\mathbf{q} \sum_{j=1}^N \mathbf{r}_j) \Phi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) \right|^2, \quad (2.13)$$

где переданный импульс $\mathbf{q} = 2Z \mathbf{b}/(vb^2)$, $\mathbf{b}$ — прицельный параметр, соответственно W — функция прицельного параметра. Будем считать атомные электроны различимыми и каждому электрону приписывать одноэлектронную водородоподобную волновую функцию. Тогда

$$\Phi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) = \prod_{i=1}^N \varphi_i(\mathbf{r}_i), \quad \Phi_f(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) = \prod_{i=1}^N \psi_i(\mathbf{r}_i). \quad (2.14)$$

Поэтому полная вероятность $(N_0 - N)$ -кратной ионизации N_0 -электронного атома, соответствующая попаданию каких-либо $N_0 - N$ электронов в состояние континуума, а остальных N электронов — в любое из состояний дискретного спектра, с учетом унитарности вероятности (2.13) имеет вид

$$W(\mathbf{q}) = \frac{N_0!}{(N_0 - N)!N!} \prod_{i=1}^{N_0 - N} \int d^3 k_i \left| \int d^3 r_i \psi_{\mathbf{k}_i}^*(\mathbf{r}_i) \exp\{i\mathbf{q}\mathbf{r}_i\} \varphi_i(\mathbf{r}_i) \right|^2 \times \\ \times \prod_{j=N_0 - N + 1}^{N_0} (1 - \int d^3 k_j \left| \int d^3 r_j \psi_{\mathbf{k}_j}^*(\mathbf{r}_j) \exp\{i\mathbf{q}\mathbf{r}_j\} \varphi_j(\mathbf{r}_j) \right|^2), \quad (2.15)$$

$\mathbf{k}$ — импульс электрона в континууме, $\prod_{j=N_0 - N + 1}^{N_0} (\dots) = 1$ для $N = 0$.

В дальнейшем рассмотрим ионизацию с высокой кратностью: $N_0 \gg 1$, $N_0 - N \gg 1$. Вероятность (2.15) зависит от вектора $\mathbf{q}$, однако после усреднения по проекции полного орбитального момента начального состояния атома вероятность есть функция только $|\mathbf{q}|$. Сечение ионизации рассчитыва-

ется путем интегрирования по прицельному параметру b либо по переданному импульсу $q = 2Z/vb$ в пределах от q_0 до q_1 , определяемых из условий применимости подхода. Необходимость такого обрезания определяется недостаточной скоростью убывания (в общем случае, например, при произвольных N_0 , $N_0 - N$) неупругого формфактора (2.13) при $q \rightarrow 0$ и $q \rightarrow \infty$. При ионизации (либо возбуждении) высокой кратности многоэлектронный формфактор (2.13) сводится к многократным произведениям (2.15) одноэлектронных формфакторов, такие произведения быстро убывают при $q \rightarrow 0$ и $q \rightarrow \infty$, и необходимость в обрезании отпадает, что позволяет считать $q_0 = 0$ и $q_1 = \infty$. Таким образом, сечение $(N_0 - N)$ -кратной ионизации имеет вид

$$\sigma^{(N_0 - N)+} = 8\pi (Z/v)^2 \int_0^{\infty} q^{-3} dq W(q). \quad (2.16)$$

В дальнейшем для простоты рассмотрим ионизацию одной оболочки, когда N_0 — число электронов в оболочке. Введем среднее по орбитальному моменту l и его проекции m значение одноэлектронного неупругого формфактора для каждого электрона оболочки:

$$p(q) = M_n^{-1} \sum_{l,m} \int d^3k \int d^3r \phi_k^*(\mathbf{r}) \exp\{i\mathbf{q}\mathbf{r}\} \phi_{nlm}(\mathbf{r})^2, \quad (2.17)$$

где суммирование ведется по всем возможным значениям l и m для данной n -оболочки, M_n — число таких значений, n — главное квантовое число. Кроме того, в (2.17) интегрирование по импульсу вылетевшего электрона $\mathbf{k}$ проводится в области, ограниченной некоторым $k_0 \ll v$, поскольку применимость приближения внезапных возмущений предполагает малость собственных скоростей системы по сравнению со скоростью столкновения. Очевидно, что $p(\mathbf{q}) = p(|\mathbf{q}|)$ не зависит от углов вектора $\mathbf{q}$. Если считать, что эффективный заряд ядра Z^* для всех электронов данной оболочки имеет одно и то же значение, то $p(q)$ имеет смысл средней вероятности ионизации одного электрона. Тогда, заменяя в (2.15) каждый одноэлектронный формфактор на среднее (2.17), получаем для вероятности ионизации $N_0 - N$ электронов обычное для приближения независимых электронов выражение [21]:

$$W(q) = \frac{N_0!}{(N_0 - N)!N!} [p(q)]^{N_0 - N} [(1 - p(q))]^N. \quad (2.18)$$

Таким образом, широко используемая модель независимых электронов является естественным следствием нашего подхода.

Однако эффективный заряд ядра зависит от степени ионизации. Чтобы учесть это, сделаем в (2.17) замену $\mathbf{k} = \mathbf{k}/Z^*$, $\mathbf{q} = \mathbf{q}/Z^*$, $\mathbf{r} = \mathbf{r}Z^*$, соответствующую переходу к кулоновским единицам [12]. Тогда правую часть (2.17) можно вычислить, используя волновые функции атома водорода с зарядом, равным единице, а вся зависимость от Z^* заключается в замене $q = q/Z^*$. Везде ниже $p(q)$ — формфактор атома водорода, усредненный в соответствии с формулой (2.17). Такая замена позволит вычислить сечение ионизации при более общих, чем при выводе (2.18), предположениях.

Рассмотрим сначала сечение полной ионизации оболочки (ионизации всех N_0 электронов), тогда в (2.15) $N = 0$, и W сводится к произведению N_0 одноэлектронных формфакторов. Введем эффективный заряд ядра, соответствующий полной ионизации оболочки $Z_{N_0}^*$. Заменяя каждый одноэлектронный формфактор на средний (2.17), получаем вероятность полной ионизации

$$W_{N_0}^{N_0+} = [p(q)]^{N_0}, \quad (2.19)$$

где $q = q/Z_{N_0}^*$. Интеграл (2.16) с вероятностью (2.19) можно взять асимптотически ($N_0 \gg 1$) по методу Лапласа в предположении, что $p(q)$ имеет один максимум на интервале интегрирования. В существовании максимума легко убедиться из (2.17): при $q \rightarrow 0$ $p(q) \rightarrow 0$ из-за ортогональности Φ_{nlm} и Ψ_k ; при $q \rightarrow \infty$ $p(q) \rightarrow 0$ из-за осцилляций $\exp\{i\mathbf{q}\mathbf{r}\}$, при этом необходимо учитывать, что, как уже отмечалось, интегрирование в (2.17) по d^3k ведется по ограниченной сверху области. В результате сечение полной N_0 -кратной ионизации оболочки

$$\sigma_{N_0}^{N_0+} = 8\pi \frac{Z^2}{(vZ_{N_0}^*)^2} q_0^{-3} \left[\frac{-2\pi}{p''(q_0)N_0} \right]^{1/2} [p(q_0)]^{N_0+1/2}, \quad (2.20)$$

здесь и ниже q_0 — точка максимума функции $p(q)$, $p''(q_0)$ — значение второй производной в этой точке.

В случае $(N_0 - 1)$ -кратной ионизации вероятность (2.15) — разность двух членов, причем первый член содержит произведение $N_0 - 1$ одноэлектронных формфакторов и соответствует $N_0 - 1$ электрону в континууме (соответствующий эффективный заряд $Z_{N_0-1}^*$), а второй член содержит произведение N_0 одноэлектронных формфакторов и соответствует N_0 электронам

в континууме (соответствующий заряд ядра $Z_{N_0}^*$). Тогда, вводя средний формфактор (2.17), получаем вероятность $(N_0 - 1)$ -кратной ионизации:

$$W^{(N_0-1)+} = N_0 \{ \{p(q')\}^{N_0-1} - \{p(q'')\}^{N_0} \}, \quad (2.21)$$

где $q' = q/Z_{N_0-1}^*$ и $q'' = q/Z_{N_0}^*$. Подставляя (2.21) в (2.16) и интегрируя каждый член в отдельности, получаем сечение $(N_0 - 1)$ -кратной ионизации

$$\sigma^{(N_0-1)+} = N_0 \sigma^{N_0+} \left[\left(\frac{Z_{N_0}^*}{Z_{N_0-1}^*} \right)^2 \left(\frac{N_0}{N_0-1} \right)^{1/2} \frac{1}{p(q_0)} - 1 \right]. \quad (2.22)$$

В общем случае $(N_0 - N)$ -кратной ионизации, действуя аналогично, получаем

$$\begin{aligned} \sigma^{(N_0-N)+} &= \frac{N_0! \sigma^{N_0+}}{(N_0 - N)! N!} \sum_{m=0}^N (-1)^m \left(\frac{Z_{N_0}^*}{Z_{N_0-N+m}^*} \right)^2 \times \\ &\times \frac{N! \sqrt{N_0/(N_0 - N + m)}}{(N - m)! m!} \{p(q_0)\}^{-N+m}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

где $Z_{N_0-N+m}^*$ — эффективный заряд при $(N_0 - N + m)$ -кратной ионизации.

Формулы (2.20), (2.22), (2.23) позволяют, в принципе, получить сечения ионизации любой кратности (при условии $N_0 \gg 1$, $(N_0 - N) \gg 1$) или по известным из эксперимента каким-либо двум сечениям восстановить остальные. Проще всего считать известными σ^{N_0+} и $\sigma^{(N_0-1)+}$, тогда из (2.22) легко найти $p(q_0)$ и подставить в (2.23); в результате сечение произвольной $(N_0 - N)$ -кратной ионизации выражается через σ^{N_0+} и $\sigma^{(N_0-1)+}$. Результат такого расчета для многократной (до восьми) ионизации неона приведен на рис.2, при расчете эффективный заряд принимался равным степени ионизации, т.е. $Z_N^* = N$. Как видно из рисунка, согласие расчета с экспериментом [20] хорошее даже для ионизации малой кратности, формально лежащей вне границы $(N_0 - N \gg 1)$ применимости формул (2.20), (2.22), (2.23).

Таким образом, предложенный простой подход, основанный на наглядной качественной картине столкновения, в достаточной мере заменяет сложные численные расчеты сечений ионизации и возбуждения атомов быстрыми многозарядными ионами в случае, когда борновское приближение неприменимо. Особенно удобна предложенная схема для оценок се-

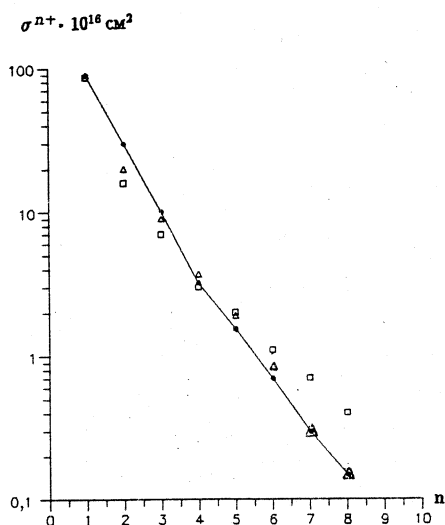


Рис.2. Сечение многократной ионизации атома неона многозарядными ионами U^{32+} с энергией 1,4 МэВ/нукл. в зависимости от степени ионизации n : • — эксперимент, □ — расчет из работы [20], Δ — наши результаты

чений одновременного возбуждения или ионизации двух или нескольких электронов при столкновении сложного атома с быстрыми многозарядными ионами. В изложении данного раздела мы следовали в основном работам [22—26].

3. НЕУПРУГИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ С АТОМАМИ

Сильное поле иона не позволяет использовать борновское приближение, что существенно усложняет расчеты, даже в случае нерелятивистских столкновений быстрых многозарядных ионов с атомами водорода. Расчеты тем более усложняются при распространении на область релятивистских скоростей столкновения [27]. Хотя последнее необходимо, вследствие того, что в экспериментах (см., например, работы [28,29,35] и имеющиеся там ссылки) часто используются тяжелые ионы с большим зарядом, для которых область применимости борновского приближения не достигается даже при релятивистских скоростях $v \sim c \approx 137$ ат. ед. Исходя прежде всего из потребностей эксперимента — иметь простые оценки сечений неупругих процессов, сопровождающих столкновения быстрых многозарядных ионов с атомами, в предыдущем разделе мы рассмотрели подход [22], согласно которому в результате неупругого столкновения быстрого нерелятивистского многозарядного иона (при $Z/v \sim 1$) с атомом происходит внезапная передача импульса атомным электронам. Результаты расчетов сечений неупругих процессов, полученные на основе этого простого подхода, хорошо согласуются с экспериментом.

В настоящем разделе рассматривается обобщение метода [22] расчетов сечений неупругих процессов, сопровождающих столкновения многозарядных ионов с атомами, на область релятивистских скоростей столкновения при таких зарядах иона $Z \gg 1$ и относительных скоростях столкновения

$v \gg 1$, что $Z/v \sim 1$, причем $v \leq c$. Сделаны оценки сечения ионизации атома водорода и проведено распространение на случаи столкновений многозарядных ионов со сложными атомами. Особенно удобен предложенный подход при рассмотрении многократной ионизации и возбуждения сложного атома.

3.1. Общий формализм. Мы будем использовать приближение внезапных возмущений, которое применяется в задачах квантовой механики в случаях, когда время действия возмущения $U(t)$ значительно меньше характерных собственных периодов времени невозмущенной системы [31,32]. В этом случае при решении уравнения Шрёдингера

$$i \dot{\Psi} = (H_0 + U(t)) \Psi, \quad (3.1)$$

где H_0 — невозмущенный гамильтониан, можно (в течение времени действия возмущения $U(t)$) пренебречь эволюцией волновой функции под действием собственного гамильтониана H_0 и решить уравнение

$$i \dot{\Psi} = U(t) \Psi. \quad (3.2)$$

Поэтому амплитуда перехода нерелятивистского атома из состояния $|0\rangle$ в состояние $|n\rangle$ под действием внезапного возмущения $U(t)$ имеет вид [7,8,31]:

$$a_n = \langle n | \exp \left\{ -i \int_{-\infty}^{+\infty} U(t) dt \right\} | 0 \rangle. \quad (3.3)$$

Рассмотрим сначала столкновение многозарядного иона, движущегося с релятивистской скоростью, с атомом водорода. Будем считать атом водорода покоящимся в начале системы координат, а ион — движущимся по прямолинейной траектории $\mathbf{R}(t) = \mathbf{b} + \mathbf{v}t$, где $\mathbf{b}$ — прицельный параметр, $\mathbf{v}$ — скорость иона. В этом случае применимость приближения внезапных возмущений может быть обоснована следующим образом: время столкновения можно оценить как $\tau \sim b \sqrt{1 - \beta^2} / v$, $\beta = v/c$ (в нерелятивистском случае мы имели бы $\tau \sim b/v$, фактор $\sqrt{1 - \beta^2}$ появляется из-за релятивистского сплющивания поля иона [33] (см. также ф-лу (3.11)). При столкновении электрон атома водорода движется под действием поля иона с ускорением $a \sim Z/(b^2 \sqrt{1 - \beta^2})$ и сдвигается на расстояние $l \sim a\tau^2 \sim Z \sqrt{1 - \beta^2} / v^2$. Таким образом, должны выполняться следующие условия:

а) Внезапность действия возмущения: $\tau \ll 1/\omega \sim$ характерного времени атома водорода, то есть $b \ll v / \sqrt{1 - \beta^2}$, что накладывает ограничение на область значений прицельного параметра.

б) Малость искажения квадрата модуля волновой функции атомного электрона: $l \ll 1$, т.е. $v^2 / \sqrt{1 - \beta^2} \gg Z$.

Отметим, что в нерелятивистском случае (см. п.2.1, при $\tau_a = 1$, $r_a = 1$) условия (а) и (б) принимают вид $b \ll v$ и $v \gg \sqrt{Z}$.

Движущийся равномерно и прямолинейно ион создает поле [33], описываемое скалярным φ и векторным $\mathbf{A}$ потенциалами:

$$\varphi = \frac{Z}{R^*}, \quad \mathbf{A} = \frac{\mathbf{v}}{c} \varphi, \quad R^* = \sqrt{(x - vt)^2 + (1 - \beta^2)(s - b)^2}, \quad (3.4)$$

где c — скорость света, $(x, y, z) = (x, s) = \mathbf{r}$ — координаты точки наблюдения, ось x направлена по вектору $\mathbf{v}$, тогда s — проекция $\mathbf{r}$ на плоскость прицельного параметра. Соответственно, поведение электрона нерелятивистского атома водорода описывается уравнением Шредингера (3.1), где H_0 — невозмущенный гамильтониан атома водорода, а возмущение $U(t)$ (заряд электрона равен -1 ат. ед.):

$$U(t) = \frac{1}{2c} (\mathbf{p}\mathbf{A} + \mathbf{A}\mathbf{p}) + \frac{1}{2c^2} A^2 - \varphi. \quad (3.5)$$

Теперь в (3.4) $\mathbf{r} = (x, s)$ — координаты электрона атома водорода с ядром, помещенным в начале системы координат, $\mathbf{p}$ — оператор импульса электрона. Размер атома водорода ~ 1 ат. ед., поэтому $s \sim 1$, и для больших параметров ($b \gg 1$) имеем из (3.4)

$$\varphi \approx \frac{Z}{R_0(t)} + \frac{Z(1 - \beta^2)bs}{R_0^3(t)}, \quad \mathbf{A} = \frac{\mathbf{v}}{c} \varphi, \quad (3.6)$$

где

$$R_0(t) = \sqrt{(x - vt)^2 + (1 - \beta^2)b^2}. \quad (3.7)$$

Разложение (3.6) соответствует поперечной (перпендикулярной $\mathbf{v}$) однородности поля иона (при $b \gg 1$) на размере атома водорода. Поскольку атом водорода является нерелятивистской системой, то, в принципе, ясно, что взаимодействие электрона атома водорода с многозарядным ионом можно выбрать в виде запаздывающего кулоновского скалярного потенциала, т.е. $U(t) \approx -\varphi$. Однако в этом можно убедиться и непосредственно. Для этого приведем калибровочное преобразование потенциалов (3.6):

$$\varphi' = \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t}; \quad \mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla f,$$

где

$$f = -\frac{Zv}{c} \ln |(x - vt) + R_0(t)|.$$

В результате

$$\begin{aligned}\phi' &= \frac{(1-\beta^2)Z}{R_0(t)} + \frac{Z(1-\beta^2)bs}{R_0^3(t)}, \\ \Lambda' &= \frac{v}{c} \frac{Z(1-\beta^2)bs}{R_0^3}.\end{aligned}\quad (3.8)$$

Но тогда в возмущении (3.5) линейные (по размерам атома водорода) члены будут содержаться только в скалярном потенциале ϕ' . Поэтому можно считать $U(t) \approx -\phi'$.

При таком выборе возмущения имеем

$$\int_{-\infty}^{+\infty} U(t)dt = -Z \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(1-\beta^2)dt}{R_0(t)} - Z \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(1-\beta^2)bs}{[R_0(t)]^3} dt. \quad (3.9)$$

При подстановке этого интеграла в (3.3) первое слагаемое из правой части (3.9) приводит к появлению не зависящего от координат атомного электрона постоянного фазового фактора, который (хотя и бесконечен) не влияет на вероятности переходов и поэтому может быть опущен. Без потери общности при использовании приближения внезапных возмущений вместо (3.5) мы можем применить возмущение

$$U(t) = \frac{Z(1-\beta^2)bs}{[(x-vt)^2 + (1-\beta^2)b^2]^{3/2}}. \quad (3.10)$$

Этот потенциал уже может рассматриваться как действующий в течение конечного времени τ ; действительно,

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty} U(t)dt &= \frac{2Z}{v} \frac{bs}{b^2} = qs = 2U(t=x/v)\tau, \\ q &= \frac{2Zb}{vb^2}, \quad \tau = b\sqrt{1-\beta^2}/v,\end{aligned}\quad (3.11)$$

где τ имеет смысл времени действия потенциала (3.10), q — переданный атомному электрону импульс. Отметим, что именно такая процедура (связанная с опусканием постоянного фазового фактора и позволяющая ввести время столкновения τ) и оправдывает применение приближения внезапных возмущений к дальнедействующему кулоновскому полю (ср. аналогичную вычитательную процедуру в [7]). Таким образом, при условии внезапности возмущения, т.е. при $\tau \ll 1 \sim$ характерного времени для атома водорода — амплитуда перехода (3.3) имеет вид

$$a_n = \langle n | \exp(-iqr) | 0 \rangle, \quad (3.12)$$

где, согласно (3.11), $\mathbf{qr} = \mathbf{qs}$, $\mathbf{s}$ — проекция $\mathbf{r}$ на плоскость прицельного параметра. Таким образом, результат столкновения многозарядного релятивистского иона с атомом сводится к внезапной передаче импульса атомному электрону. Такая интерпретация справедлива в области значений прицельных параметров, для которых справедливо разложение (3.6), т.е. $b \gg 1$, и выполняется неравенство $\tau \ll 1$ (отсюда $b \ll v/\sqrt{1-\beta^2} \sim Z/\sqrt{1-\beta^2}$ при $v \sim Z$) или для таких b , что

$$1 = b_1 \ll b \ll b_0 = Z/\sqrt{1-\beta^2}. \quad (3.13)$$

Сечение перехода атома водорода из состояния $|0\rangle$ в состояние $|n\rangle$ получается путем умножения квадрата модуля амплитуды перехода из состояния $|0\rangle$ в состояние $|n\rangle$ на $2\pi b db$ и интегрирования по всем параметрам b . При этом по тем же причинам, что и в нерелятивистском случае (подробно изложенным в п.2.1), вкладом от областей $b_1 > b$ и $b > b_0$ можно пренебречь и считать, что

$$\sigma_n = \int_{b_1}^{b_0} 2\pi b db |a_n|^2 = 8\pi \frac{Z^2}{v^2} \int_{q_0}^{q_1} |a_n|^2 \frac{dq}{q^3}, \quad (3.14)$$

где из (3.11) следует $q = 2Z/(vb)$ и, соответственно,

$$q_0 = 2Z/(vb_0) = 2\sqrt{1-\beta^2}/v, \quad q_1 = 2Z/(vb_1) = 2Z/v. \quad (3.15)$$

Отметим, что, согласно (3.15), переданный импульс q мал по сравнению с mc ($m = 1$ ат. ед. — масса электрона, $c = 137$ ат. ед. — скорость света). Вследствие этого в области $b_1 < b < b_0$ (прицельных параметров, вносящих основной вклад в сечения) атом водорода и в конечном состоянии (в том числе в непрерывном спектре) можно считать нерелятивистским. Дальнейшие расчеты по формуле (3.14) можно провести лишь численным образом. Однако в случае ионизации атома водорода (аналогично п.2.1), может быть предложена следующая аппроксимационная формула для полного сечения ионизации при столкновении с многозарядным ионом, движущимся с релятивистской скоростью v ($Z/v \sim 1$):

$$\sigma = 8\pi \frac{Z^2}{v^2} 0,3 \ln \frac{2v}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (3.16)$$

В табл.4 приведены результаты расчета сечения ионизации атома водорода при столкновении с релятивистским многозарядным ионом. В 3-м столбце даны значения сечения в борновском приближении (асимптотика Бете) [34]:

$$\sigma_n = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \left\{ 0,283 \left[\ln \frac{\beta^2}{1-\beta^2} - \beta^2 \right] + 4,0364 \right\}. \quad (3.17)$$

**Таблица 4. Сечения ионизации атома водорода
в зависимости от относительной скорости столкновения**

$\beta = v/c$	Энергия налетающего иона, МэВ/нуклон	$\sigma_B/Z^2(10^{+3})$ ат. ед., ф-ла (3.17)	$\sigma/Z^2(10^{+3})$ ат. ед., ф-ла (3.16)
0,20	19,30	52,30	40,10
0,30	45,30	25,00	19,90
0,40	85,40	14,70	12,00
0,50	145,00	9,79	8,14
0,60	234,00	7,02	5,94
0,70	375,00	5,31	4,59
0,80	615,00	4,20	3,70
0,90	1213,00	3,49	3,14
0,91	1323,00	3,43	3,10
0,92	1454,00	3,39	3,07
0,93	1613,00	3,34	3,04
0,94	1810,00	3,30	3,01
0,95	2064,00	3,27	2,99
0,96	2410,00	3,25	2,985
0,97	2918,00	3,24	3,00
0,98	3773,00	3,25	3,03
0,99	5707,00	3,32	3,10

Видно, что борновское приближение систематически завышает на 30—10% величину сечения, что связано, как и в п.2.1, с неунитарностью борновского приближения. Столь небольшое отличие от борновского приближения возможно лишь при одноэлектронных переходах, тогда как при многоэлектронных переходах в сложных атомах ситуация совершенно меняется.

3.2. Возбуждение и ионизация сложного атома. Естественное обобщение формулы (3.14) на случай столкновения быстрого релятивистского многозарядного иона со сложным N -электронным нерелятивистским атомом может быть сделано непосредственно путем замены в (3.5) $U(t)$ на оператор взаимодействия многозарядного иона с атомными электронами, с последующим очевидным повторением выкладок, приведшим нас к формуле (3.14). В результате сечение перехода атома из состояния $|0\rangle$ в состояние $|n\rangle$ при

столкновении с движущимся с релятивистской скоростью многозарядным ионом имеет вид

$$\sigma_n = 8\pi \frac{Z^2}{v^2} \int_{q_0}^{q_1} \frac{dq}{q^3} |\langle 0 | \exp \left(-iq \sum_{a=1}^N \mathbf{r}_a \right) | n \rangle|^2, \quad (3.18)$$

где состояние $|n\rangle$ может соответствовать возбуждению или ионизации одного или нескольких электронов, $\mathbf{r}_a$ — координаты атомных электронов. Формула (3.18) справедлива, если относительная скорость столкновения $v \gg v_a$ (характерная атомная скорость), заряд иона $Z \gg Z_a$ (заряд ядра атома) и $Z/V \sim 1$, $v \leq c$; а также если в течение времени τ пренебречь межэлектронным взаимодействием по сравнению с взаимодействием атомных электронов с многозарядным ионом. Пределы интегрирования в (3.18) по переданному импульсу $q = 2Z/(vb)$, как и в случае атома водорода, определяются из границ применимости подхода; для этого, согласно (3.15), достаточно переопределить b_0 и b_1 , причем значение b_0 находится из равенства $\tau = \tau_a$ (характерное атомное время), а b_1 — из равенства $b_1 = r_a$ (характерный атомный размер). В качестве примера рассмотрим K -оболочку. Введем Z_a — эффективный заряд ядра для K -оболочки. Тогда $b_1 = 1/Z_a$ и, соответственно, $q_1 = 2ZZ_a/v$, далее $\tau_a \sim 1/Z_a^2$, $\tau = b\sqrt{1-\beta^2}/v$, и из $\tau = \tau_a$ имеем $b_0\sqrt{1-\beta^2}/v = 1/Z_a^2$ или $b_0 = v/(Z_a^2\sqrt{1-\beta^2})$. Соответственно, для $v \sim Z$ имеем $b_0 = Z/(Z_a^2\sqrt{1-\beta^2})$, тогда $q_0 = 2Z/(vb_0) = 2\sqrt{1-\beta^2} Z_a^2/v$ (ср. п.2.1).

Таким образом, механизм неупругого столкновения релятивистского иона, как и в нерелятивистском случае, сводится (при $Z/v \sim 1$) к внезапной передаче импульса атомным электронам. Поэтому и для релятивистских столкновений справедливы результаты п.2.3, в частности, из (3.18) легко получить приближение независимых электронов [21,36].

Формула (3.18), как и механизм возбуждения или ионизации сложного атома в результате действия внезапного возмущения, нуждается в дополнительных комментариях, которые в равной степени относятся и к нерелятивистским столкновениям быстрых многозарядных ионов со сложными атомами. Обычно при расчетах сечений неупругих столкновений быстрых заряженных частиц со сложными атомами используется теория возмущений. При этом одноэлектронное возбуждение, или ионизация, является эффектом первого порядка при взаимодействии налетающей частицы с атомными электронами. Двухэлектронный переход (например, двойная ионизация)

является эффектом второго порядка, причем из-за малости взаимодействия атомных электронов с налетающей частицей доминирующий вклад в амплитуду двухэлектронного перехода вносит межэлектронное взаимодействие. Таким образом, двухэлектронный переход соответствует второму порядку теории возмущений, когда один раз учитывается взаимодействие налетающей частицы с атомными электронами и один раз — межэлектронное взаимодействие. Аналогичным образом рассчитываются и многоэлектронные переходы [37]: взаимодействие налетающей частицы с атомными электронами всегда учитывается один раз, а все остальное соответствует учтенному необходимому числу раз межэлектронному взаимодействию. Однако ситуация, очевидно, меняется, когда взаимодействие атомных электронов с налетающей частицей много больше межэлектронного взаимодействия. В этом случае многоэлектронный переход следует рассматривать как результат действия сильного поля налетающей частицы [17]. Именно такому механизму соответствует формула (3.3) для амплитуды перехода в быстроменяющемся поле $U(t)$, наглядно это продемонстрировано в п.2.1, но формально в этом можно убедиться, разлагая экспоненту (3.3) в ряд. Очевидно, что такое разложение соответствует ряду теории возмущений по потенциалу $U(t)$. При этом необходимо помнить, что τ — время действия возмущения $U(t)$ — существенно меньше характерных обратных собственных частот возбуждаемой системы. Именно при этом условии формула (3.3) соответствует точному учету сильного поля $U(t)$ во всех порядках теории возмущений. Поэтому, как следует из (3.3),

$$\sum_n |a_n|^2 = 1,$$

или сумма вероятностей переходов во все состояния полного набора $ln >$ равна единице, что позволяет из (3.18) легко получить полное неупругое сечение:

$$\sigma_{in} = \sum_{n \neq 0} \sigma_n = 8\pi \frac{Z^2}{v^2} \int_{q_0}^{q_1} \frac{dq}{q^3} \left(1 - \left| \langle 0 | \exp \left\{ -iq \sum_{a=1}^N \mathbf{r}_a \right\} | 0 \rangle \right|^2 \right), \quad (3.19)$$

где суммирование ведется по всему полному набору за исключением основного состояния. В свою очередь, σ_{in} представляет собой сумму сечений ионизации и возбуждения:

$$\sigma_{in} = \sigma_i + \sigma_{ex},$$

что позволяет по любой известной паре сечений узнать третье.

Таким образом, изложенное в разд.2 и 3 дает возможность оценить все необходимые сечения неупругих процессов при столкновениях быстрых, в том числе релятивистских, многозарядных ионов с атомами. В изложении данного раздела мы, в основном, следовали работе [36].

4. ИОНИЗАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ

Обычно для расчетов ионизационных потерь при столкновениях релятивистских заряженных частиц с атомами используют борновское приближение (см. [39,82]), область применимости которого требует выполнения неравенства $Z/v \ll 1$, где Z — заряд налетающей частицы, v — относительная скорость столкновения. Однако в последнее время проведены эксперименты, в которых исследовались потери энергии ионов с такими большими зарядами, что для них область применимости борновского приближения, строго говоря, не достигается даже при $v \approx c$ (c — скорость света), так что часто оказывается $Z/v \sim 1$ (см., например, [40,41] и указанные там ссылки).

В настоящем разделе на основе подхода п.2.1 и его обобщения на случай релятивистских столкновений (п.3.1), рассмотрены потери энергии тяжелых релятивистских многозарядных ионов при столкновениях с легкими (нерелятивистскими) атомами при $Z \sim v \leq c$ ($Z \gg 1$, $v \gg 1$, $c \approx 137$), а также поляризационные потери при движении тяжелых релятивистских многозарядных ионов в веществе. Получены простые формулы, описывающие эффективное торможение. Проведено сравнение с экспериментом и результатами расчетов других авторов.

4.1. Столкновения с отдельными атомами. Согласно [12, §49] средние потери энергии при столкновениях характеризуются эффективным торможением

$$\kappa = \sum_n (\epsilon_n - \epsilon_0) \sigma_n, \quad (4.1)$$

где ϵ_n и ϵ_0 — энергии возбужденного $|n\rangle$ и основного $|0\rangle$ состояний атома, σ_n — сечение возбуждения состояния $|n\rangle$. Рассмотрим сначала для простоты столкновение релятивистского многозарядного иона с атомом водорода.

Согласно п.3.1 весь интервал $0 < b < \infty$ возможных значений прицельного параметра b можно разбить на три области:

$$\text{А) } 0 < b < b_1; \text{ В) } b_1 < b < b_0; \text{ С) } b_0 < b < \infty, \quad (4.2)$$

соответствующие малым, средним и большим прицельным параметрам. Границы областей следующие:

$$b_1 \sim 1; \quad b_0 \sim v/\sqrt{1-\beta^2}; \quad \beta = v/c.$$

Мы вычислим κ в каждой из областей (4.2) и получим полное эффективное торможение, сложив вклады каждой области. При этом точные значения границ для нас несущественны, поскольку зависимость κ в каждой

области от параметров b_1 и b_0 оказывается логарифмической, что приводит к корректной сшивке вкладов смежных областей и отсутствию в окончательном ответе зависимости к от параметров сшивки b_1 и b_0 .

А) Область малых параметров удара — это область больших передач импульса, и мы, следуя [39, §82], будем пренебрегать связью электрона в атоме и считать, что происходит упругое рассеяние многозарядного иона на первоначально покоившемся электроне. Тогда эффективное торможение выражается через $\sigma(\epsilon)$ — сечение передачи энергии ϵ :

$$\kappa = \int_{\epsilon_{\min}}^{\epsilon_{\max}} \epsilon \sigma(\epsilon) d\epsilon, \quad (4.3)$$

но, в отличие от [39], где предполагается $Z/v \ll 1$, мы не можем использовать $\sigma(\epsilon)$ в борновском приближении, так как в нашем случае возможно $Z/v \sim 1$. Далее, как и в [39], мы будем считать налетающий ион бесконечно тяжелой частицей, не меняющей своего движения при столкновении. Тогда сечение рассеяния первоначально покоившегося электрона на двигающемся с постоянной скоростью ионе можно вычислить при помощи преобразования к системе, где двигающийся электрон рассеивается на неподвижном ионе. Соответствующий угол рассеяния обозначим θ . Согласно [39] можно считать (исключая область сверхвысоких энергий), что потеря энергии $\epsilon = \epsilon(\theta)$ и

$$\epsilon(\theta) = \frac{2v^2}{(1 - \beta^2)} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (4.4)$$

а значения $\epsilon_{\max}$ и $\epsilon_{\min}$ достигаются при $\theta = \pi$ и $\theta = \theta_{\min}$ соответственно. В результате формулу (4.3) можно переписать в виде

$$\kappa = 2\pi \frac{Z^2}{v^2} \int_{\theta_{\min}}^{\pi} \frac{\sigma(\theta)}{\sigma_R(\theta)} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} d\theta, \quad (4.5)$$

где $\sigma(\theta)$ — сечение рассеяния электрона на неподвижном ионе с зарядом Z при произвольной скорости электрона v , полученное (см. [42, §11.5]) в результате точного решения задачи рассеяния для уравнения Дирака, $\sigma_R(\theta)$ — сечение Резерфорда:

$$\sigma_R = \frac{Z^2(1 - \beta^2)}{c^4 \beta^4 (1 - \cos \theta)^2}. \quad (4.6)$$

Согласно [42, 43] при $\theta \rightarrow 0$ отношение точного сечения к сечению Резерфорда $\sigma(\theta)/\sigma_R(\theta) \rightarrow 1$, поэтому для определения угла рассеяния θ мы мо-

жем воспользоваться квазиклассической связью ([33, задача к §39]) угла рассеяния с прицельным параметром (см. также наглядную качественную картину столкновения, предложенную в п.2.1):

$$\theta_{\min} = \frac{2Z}{v^2 b_1} \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (4.7)$$

Далее нетрудно убедиться, что при малых θ интеграл (4.5) зависит от угла θ логарифмически, поэтому (4.5) можно представить в виде

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \ln \frac{v^2 b_1}{Z \sqrt{1 - \beta^2} a(Z, v)}, \quad (4.8)$$

где функция $a(Z, v)$ определяется из сравнения (4.8) с результатами численных расчетов по формуле (4.5), которые выполнены нами с использованием значений $\sigma(\theta)$, взятых из [43]. В результате $a(Z, v)$ можно аппроксимировать формулой

$$a(Z, v) = (-0,23016 \cdot \alpha - (1,00832 \cdot \alpha - 0,32388) \beta^2 + 1)^2, \quad (4.9)$$

здесь $\alpha = Z/c$. Для подтверждения аппроксимации (4.9) в табл.5 и 6 приведены значения эффективного торможения, рассчитанные (при $b_1 = 1$) по формулам (4.5) (табл.5) и (4.8) (табл.6) с использованием $a(Z, v)$ из (4.9): в первом столбце — энергия многозарядного иона, соответствующая относительным скоростям, для которых приведены данные [43]. Как видно из таблиц, предложенная аппроксимация достаточно хорошая, во всяком случае, в пределах изменения Z и v , для которых приведены данные [43]. Отметим также, что в нерелятивистском пределе ($\beta \rightarrow 0$, $\alpha \rightarrow 0$), согласно (4.9), $a(Z, v) \rightarrow 1$ в соответствии с тем, что $\sigma/\sigma_R \rightarrow 1$ при $\beta \rightarrow 0$, $\alpha \rightarrow 0$.

В) Область средних значений параметров $b_1 < b < b_0$ — это область средних передач импульса, вносящая (пп. 2.1, 3.1) основной вклад в сечения неупругих процессов. В этой области передаваемая энергия $\epsilon \leq 1$ — потенциала ионизации атома водорода, и вклад этой области, как отмечалось в разд.3, не может быть учтен по теории возмущений. Отметим также, что в этой области электрон атома водорода до и после столкновения остается нерелятивистским (см. п.3.1). Вклад этой области в эффективное торможение может быть получен из формулы (4.1) путем подстановки сечения неупругих процессов (3.18):

$$\sigma_n = \int_{b_1}^{b_0} 2\pi b | \langle n | \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) | 0 \rangle |^2 db, \quad (4.10)$$

Таблица 5. Эффективное торможение (ат. ед.), результат численного интегрирования по ф-ле (4.5) с использованием σ/σ_R из [43]

Энергия иона, МэВ/нуклон	Заряды иона					
	6	13	29	50	82	92
91,8	0,894	3,714	16,247	44,368	110,067	135,497
183,6	0,554	2,333	10,411	29,185	75,125	93,469
367,2	0,372	1,580	7,160	20,452	53,402	68,540
734,4	0,280	1,200	5,495	15,893	43,418	55,109
1285,2	0,245	1,056	4,872	14,181	39,220	49,993
1836	0,235	1,015	4,697	13,705	38,063	48,618
3672	0,231	1,003	4,670	13,671	38,079	48,701
7344	0,239	1,043	4,879	14,310	40,246	50,941
18360	0,257	1,129	5,311	15,595	43,308	55,302

 Таблица 6. Эффективное торможение (ат. ед.), рассчитанное по формуле (4.8) с использованием функции $\alpha(Z, v)$, определенной в (4.9)

Энергия иона, МэВ/нуклон	Заряды ионов					
	6	13	29	50	82	92
91,8	0,891	3,697	16,056	43,666	110,134	137,246
183,6	0,552	2,319	10,268	28,454	73,567	92,369
367,2	0,370	1,570	7,066	19,922	52,838	66,916
734,4	0,278	1,192	5,439	15,559	42,255	53,985
1285,2	0,244	1,051	4,834	13,951	38,430	49,379
1836	0,234	1,010	4,666	13,520	37,462	48,252
3672	0,230	0,999	4,647	13,529	37,685	48,636
7344	0,238	1,040	4,860	14,185	39,523	50,991
18360	0,256	1,125	5,291	15,475	43,018	55,405

с дальнейшим повторением выкладок [12, с.728], с упрощением, обусловленным тем, что верхний предел интегрирования в (4.10) не зависит от конечного состояния атома:

$$\kappa = \sum_n (\epsilon_n - \epsilon_0) \sigma_n = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \ln \frac{q_1}{q_0}, \quad (4.11)$$

где $q_0 = 2Z/vb_0$; $q_1 = 2Z/vb_1$.

С) Область больших параметров: $b_0 < b < \infty$. В этой области взаимодействие налетающего иона с атомом может быть учтено по теории возмущений. Запишем амплитуду перехода атома из состояния $|0\rangle$ в состояние $|n\rangle$, следуя [44]:

$$A_n = \frac{2iZ}{v^2} \Omega_n r_{0n} \left[i \frac{v}{v} (1 - \beta^2) K_0(\xi) + \frac{b}{b} \sqrt{1 - \beta^2} K_1(\xi) \right], \quad (4.12)$$

где $\Omega_n = \varepsilon_n - \varepsilon_0$; $\xi = \Omega_n b \sqrt{1 - \beta^2}/v$; $K_0(\xi)$, $K_1(\xi)$ — функции Макдональда, $r_{0n} = \langle 0 | r | n \rangle$.

Сечение, соответствующее амплитуде (4.12),

$$\sigma_n(b_0 < b < \infty) = \int d^2b |A_n|^2$$

получается путем интегрирования по параметру b в следующих пределах: угол вектора b меняется от 0 до 2π и $b_0 < b < \infty$. В результате имеем*

$$\sigma_n = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} |x_{0n}|^2 \left(\ln \frac{4v^2}{\eta^2 b_0^2 \Omega_n^2 (1 - \beta^2)} - \beta^2 \right), \quad (4.13)$$

где $\eta = e^B = 1,781$ ($B = 0,5772$ — постоянная Эйлера), $x_{0n} = \langle n | x | 0 \rangle$. Вклад этой области в эффективное торможение получаем подстановкой (4.13) в (4.1):

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \left\{ \ln \frac{2v}{\eta b_0 \sqrt{1 - \beta^2}} - \beta^2/2 \right\}, \quad (4.14)$$

где, следуя [39, §82], мы ввели «среднюю атомную энергию» I такую, что

$$\ln I = \frac{\sum_n (\varepsilon_n - \varepsilon_0) |x_{0n}|^2 \ln (\varepsilon_n - \varepsilon_0)}{\sum_n (\varepsilon_n - \varepsilon_0) |x_{0n}|^2}. \quad (4.15)$$

Полное эффективное торможение релятивистского многозарядного иона на атоме водорода получаем, складывая (4.14), (4.11) и (4.8):

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \left\{ \ln \frac{2v^3}{\eta I Z (1 - \beta^2) a(z, v)} - \beta^2/2 \right\}. \quad (4.16)$$

*Строго говоря, формула (4.13) получена в предположении, что $\xi = \Omega_n b \sqrt{1 - \beta^2}/v \ll 1$ (где $\Omega_n \sim 1$), тогда $b < v\sqrt{1 - \beta^2} \sim b_0$, так что последующая сшивка может быть проведена именно при таких b .

Приведем для сравнения значение κ из [39, §82], вычисленное в борновском приближении:

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \left\{ \ln \frac{2v^2}{I(1 - \beta^2)} - \beta^2 \right\}. \quad (4.17)$$

На рис.3 для иллюстрации показано эффективное торможение для $Z = 92$: сплошная линия — наш расчет (4.16), пунктир — борновское приближение (4.17). Как видно из рисунка, борновское приближение систематически завышает значения κ в области малых энергий, тогда как при больших энергиях борновское приближение дает меньшее, по сравнению с (4.16), значение κ .

Отметим, что нерелятивистский предел для ионизационных потерь (4.16), с учетом $a(Z, v) \rightarrow 1$ при $\beta \rightarrow 0$ и $\alpha \rightarrow 0$,

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \ln \frac{2v^3}{I\eta Z}$$

имеет вид, аналогичный известной формуле Бора [45, статья 4], полученной на основе классических представлений. Кроме того, подчеркнем, что наши результаты (4.16), полученные на основе подхода, справедливого только при $Z \sim v \gg 1$, не допускают перехода (как и формула Бора) к борновскому приближению, справедливому при $Z/v \ll 1$.

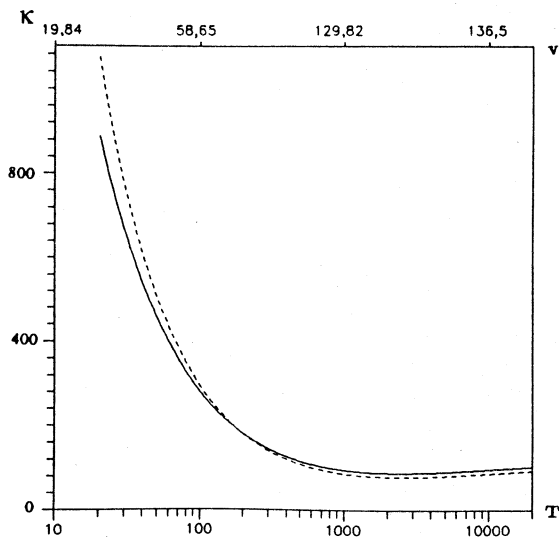


Рис.3. Эффективное торможение κ (ат.ед.) в зависимости от энергии налетающего иона T (МэВ/нукл.) для иона с зарядом $Z = 92$. На верхней горизонтальной шкале для удобства отмечены несколько значений скорости иона v (ат.ед.). Рисунок приведен с целью иллюстрации, поэтому выбран более широкий, чем формальные границы применимости, интервал скоростей

Как следует из нашего вывода формулы (4.16), ее обобщение, так же, как и обобщение борновских потерь (4.17), на случай столкновений релятивистских многозарядных ионов со сложными, но нерелятивистскими атомами (для которых характерная скорость атомных электронов $v_a \ll v$ — относительной скорости столкновения), получается умножением правой части (4.16) на Z_a с заменой I на средний атомный потенциал I_a (4.15) с ϵ_n , ϵ_0 и $|x_{0n}|^2$, вычисленными для сложного атома:

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} Z_a \left\{ \ln \frac{2v^3}{\eta I_a Z (1 - \beta^2) a(Z, v)} - \beta^2/2 \right\}. \quad (4.18)$$

4.2. Потери энергии в веществе. Рассмотрим потери энергии релятивистского многозарядного иона при его движении в среде, представляющие собой сумму макроскопических (поляризационных) потерь и потерь энергии при столкновении с отдельными атомами. При этом скорость иона предполагается много больше характерных скоростей атомных электронов (или, по крайней мере, большинства из них). Согласно Ферми [46, статья 85] поляризационные потери при движении заряженной частицы в среде определяются вектором Пойнтинга через боковую поверхность цилиндра радиусом b'_0 , построенного вокруг траектории частицы. Выражение для потерь энергии на единицу длины пути, или эффективного торможения, получается после деления потока энергии на скорость частицы:

$$\kappa = \frac{Z^2 b'^2_0}{\pi v^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega K_0(b'_0 \xi) K_1(b'_0 \xi^*) \left(\frac{1}{\epsilon(\omega)} - \beta^2 \right) i\omega \xi^*, \quad (4.19)$$

где $\xi^2 = \omega^2(v^{-2} - c^{-2}\epsilon(\omega))$, $\epsilon(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость. При достаточно малых радиусах цилиндра b'_0 , т.е. при

$$|b'_0 \xi| \ll 1, \quad (4.20)$$

имеем

$$\kappa = \frac{iZ^2}{\pi v^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \left\{ \frac{1}{\epsilon(\omega)} - \beta^2 \right\} \omega \ln \frac{2}{\eta b'_0 \xi}, \quad (4.21)$$

где, как и в (4.13), $\eta = 1,781$. С другой стороны, согласно Ландау [47], потери энергии могут быть представлены как работа поля на единицу длины пути:

$$\kappa = \frac{iZ^2}{\pi} \int_0^{q_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega d\omega q dq \frac{(v^{-2} - c^{-2}\epsilon(\omega))}{\epsilon(\omega)(q^2 + \xi^2)}. \quad (4.22)$$

Формулы (4.21) и (4.22) совпадают при выполнении условия (4.20) и при $q_0 = 2/(\eta b'_0)$, действительно,

$$\ln \frac{2}{\eta \xi b'_0} \approx \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2^2}{\eta^2 \xi^2 b_0'^2} + 1 \right) = \int_0^{q_0} \frac{q dq}{q^2 + \xi^2}.$$

Далее, обычно отдельно рассматриваются два случая: $v^2 < c^2/\epsilon_0$ (где $\epsilon_0 = \epsilon(0)$ — диэлектрическая проницаемость в статическом поле) и $v^2 > c^2/\epsilon_0$. В первом случае [47]:

$$\kappa = 4\pi \frac{NZ^2}{v^2} \left[\ln \frac{q_0 v}{\bar{\omega} \sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{\beta^2}{2} \right], \quad q_0 = 2/(\eta b'_0), \quad (4.23)$$

где $\bar{\omega}$ — среднее значение частоты движения атомных электронов:

$$\ln \bar{\omega} = \frac{\int_0^\infty \omega \eta''(\omega) \ln \omega d\omega}{\int_0^\infty \omega \eta''(\omega) d\omega}, \quad \eta'' = \text{Im}(\epsilon^{-1}(\omega)).$$

Во втором случае ($v^2 > c^2/\epsilon_0$) для частиц с не слишком большими энергиями (энергия движения меньше энергии покоя иона) обычно используют ту же формулу (4.23), тогда как в ультрарелятивистском случае [47]:

$$\kappa = 2\pi \frac{NZ^2}{c^2} \ln \frac{q_0^2 c^2}{4\pi N}. \quad (4.24)$$

Далее следует «сшить» макроскопические потери с потерями энергии на отдельных атомах, для этого перепишем условие (4.20) следующим образом:

$$b'_0 \ll v/\omega \sqrt{1 - \beta^2 \epsilon} \leq v/\sqrt{1 - \beta^2} \sim b_0,$$

где для оценок положено $\omega \sim \omega_a \sim 1$ (характерная атомная частота). Условие применимости макроскопического подхода имеет вид: $b'_0 \gg b_1 \sim 1$. Таким образом, нижняя граница b' находится в пределах

$$b_1 \ll b'_0 \ll b_0. \quad (4.25)$$

Сравнивая это условие с условиями (4.2), приходим к выводу о том, что для получения полных потерь при движении релятивистского многозаряд-

ного иона в среде следует сложить вклады областей А и В из (4.2) (причем в области В верхний предел равен b'_0) с поляризационными потерями. Сумма вкладов областей А и В, согласно (4.8) и (4.11), равна

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2 N}{v^2} \ln \frac{v^2 b'_0}{Z a(Z, v) \sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (4.26)$$

где мы заменили число атомных электронов Z_a на число электронов в единице объема N , как принято в [47]. Складывая (4.23) и (4.26), получаем полные потери энергии релятивистского многозарядного иона в веществе в случае $v^2 < c^2/\epsilon_0$:

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2 N}{v^2} \left[\ln \frac{2v^3}{Z\eta(1 - \beta^2) a(Z, v) \bar{\omega}} - \beta^2/2 \right]. \quad (4.27)$$

Как уже говорилось, эта формула применяется часто для случая $v^2 > c^2/\epsilon_0$ и не слишком быстрых частиц. Отметим, что (4.27) отличается от формулы (4.18) (особенности поведения показаны на рис.3), описывающей потери на отдельных атомах, лишь заменой среднего потенциала I_a на $\bar{\omega}$ (ср. аналогичную ситуацию в [47]). В ультрарелятивистском случае, действуя аналогично, получаем полное эффективное торможение

$$\kappa = 2\pi \frac{Z^2 N}{c^2} \ln \frac{4c^6}{Z^2 \eta^2 (1 - \beta^2)^2 a^2(Z, v) 4\pi N}. \quad (4.28)$$

Таким образом, в этом случае учет поляризационных потерь приводит к более медленному росту эффективного торможения с ростом скорости, по сравнению с потерями на отдельных атомах (4.18). Для удобства перепишем формулу (4.27) в виде

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2 N}{v^2} \left[\ln \frac{2v^3}{Z\eta(1 - \beta^2) a(Z, v) I_a} - \beta^2/2 - \delta/2 \right], \quad (4.29)$$

где значения среднего ионизационного потенциала I_a и поправки Ферми $\delta/2$ на плотностные потери могут быть взяты из [48,49].

В табл.7 приведены теоретические и экспериментальные значения эффективного торможения (в МэВ/(мг/см²)) для различных ионов (мы ограничились Кг и Хе, имеющими достаточно большие заряды ядер) и мишеней из работы [40], а также наши результаты. В 3-м столбце — результаты расчетов [40] по ф-ле Бете с учетом поправки Ферми на поляризационные потери, в 4-м столбце — результаты расчетов [40] по ф-ле Бете с учетом поправок Ферми, Мотта [50] и Блоха [51]. Видно, что наши результаты неплохо согласуются с экспериментом, что подтверждает вывод авторов [40] о систе-

матических отклонениях от теории торможения Бете для релятивистских тяжелых ионов.

Таблица 7. Экспериментальные и теоретические значения потерь энергии в МэВ/(мг/см²) для различных комбинаций ион — мишень

Ион	Мишень	Расчеты [40]	Наши результаты	Эксперимент [40]
⁸⁶ Kr 36 900 МэВ/нукл. ($\beta = 0,861$)	Be	2,346 2,438	2,55200	2,432±0,037
¹³⁶ Xe 54 780 МэВ/нукл. ($\beta = 0,839$)	Be	5,488 5,812	5,86187	5,861±0,076
	C	6,014 6,378	6,43478	6,524±0,084
	Al	5,404 5,755	5,80985	5,806±0,121
	Cu	4,703 5,036	5,08741	5,077±0,066
	Pb	3,654 3,942	3,98736	3,959±0,063

Рассмотренный в разд.2 и 3 простой подход позволяет сделать оценки эффективного торможения релятивистских высокозарядных ионов при столкновениях с отдельными атомами и при движении в веществе во многих практически важных случаях, поскольку полученные в настоящем разделе формулы для эффективного торможения дают возможность применить широко распространенную методику введения феноменологических поправок, обычно используемую в прикладных расчетах. Область применимости наших формул $Z \sim v \leq c$ не допускает непосредственного перехода в борновское приближение ($Z/v \ll 1$), однако это не представляется слишком существенным ограничением, поскольку для ионов с достаточно большими зарядами (например, $Z = 92$) область борновского приближения не достигается даже при $v \approx c$.

5. СЕЧЕНИЯ НЕУПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ В ПРИБЛИЖЕНИИ ГЛАУБЕРА И ВНЕЗАПНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Наиболее последовательным способом расчета сечений неупругих процессов при столкновениях быстрых многозарядных ионов с атомами является использование применимого при $Z/v \leq 1$ приближения Глаубера, основанного на очень старом и близком к квазиклассическому эйкональном приближении [52]. Это приближение обычно используют в задачах потенциального рассеяния в случаях, когда энергия рассеиваемой частицы E

везде значительно превышает потенциальную энергию U . При этом решение уравнения Шредингера

$$\left(-\frac{\nabla^2}{2M} + U\right)\Psi = E\Psi, \quad (5.1)$$

M — масса падающей частицы, ищется в виде $\Psi_i = \exp(i \mathbf{k}_i \mathbf{R})\Phi(\mathbf{R})$, где $\mathbf{k}_i$ — импульс частицы до рассеяния ($k_i = \sqrt{2ME}$), $\mathbf{R}$ — ее координата. Выбираем ось x по направлению вектора $\mathbf{k}_i$ и, учитывая, что $\Phi(\mathbf{R})$ меняется медленно по сравнению с $\exp(i \mathbf{k}_i \mathbf{R})$, получаем для Φ уравнение

$$\left(-iv \frac{\partial}{\partial x} + U\right)\Phi(\mathbf{R}) = 0, \quad (5.2)$$

где $\mathbf{v} = \mathbf{k}/M$ — скорость частицы. Решая уравнение (5.2), находим

$$\Psi = \exp(i \mathbf{k}_i \mathbf{R})\Phi(\mathbf{R}) = \exp(i \mathbf{k}_i \mathbf{R} - \frac{i}{v} \int^x U dx). \quad (5.3)$$

В уравнении (5.2) опущен член $\nabla^2\Phi$, подобное пренебрежение возможно только при условии $x \ll ka^2$ (a — радиус действия потенциала U). Поэтому решение (5.3) неприменимо на слишком больших расстояниях и не может быть использовано непосредственно для получения амплитуды рассеяния из асимптотического выражения

$$\Phi \approx \exp(ik_f x) + \frac{f(\theta)}{R} \exp(ik_f R). \quad (5.4)$$

Однако в этом нет необходимости, поскольку выражение для амплитуды может быть получено путем использования формулы для T -матрицы:

$$f(\theta) = -\frac{M}{2\pi} T_{if} = -\frac{M}{2\pi} \langle \Phi_f | U | \Psi_i \rangle. \quad (5.5)$$

Интегрирование по координатам рассеиваемой частицы эффективно ведется в области действия потенциала U , и поэтому в качестве точного решения $|\Psi_i\rangle$ может быть выбрана функция (5.3), тогда как $|\Phi_f\rangle$, как обычно, — плоская волна $\exp(i \mathbf{k}_f \mathbf{R})$, причем $|\mathbf{k}_i| = |\mathbf{k}_f| = k$. Рассеяние быстрых частиц происходит, в основном, на малые углы, при этом изменение импульса $\mathbf{q} = \mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i$ относительно мало ($q \ll k$), и поэтому вектор $\mathbf{q}$ можно считать перпендикулярным $\mathbf{k}_i$, т.е. лежащим в плоскости (y, z) . В результате с учетом (5.2) амплитуду (5.5) можно представить в виде

$$f(\mathbf{q}) = i \frac{k}{2\pi} \int \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{b}) \left\{ 1 - \exp\left\{-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x, \mathbf{b}) dx\right\} \right\} d^2b, \quad (5.6)$$

где $(x, \mathbf{b}) \equiv \mathbf{R}$ и $\mathbf{b}$ обычно интерпретируется как вектор прицельного параметра. Если скорость частицы настолько велика, что $|U|a/v \ll 1$, то (5.6) переходит в борновское приближение. Эйкональное приближение для потенциального рассеяния может быть обобщено на случай столкновения быстрой частицы с системой частиц при дополнительном условии, что скорость падающей частицы много больше характерных скоростей атомной системы: $v \gg v_a$.

Отметим, что для рассеяния на атомах заряженных частиц с небольшим зарядом ($Z \sim Z_a$) условие $v_a \ll v$ совпадает [12] с условием применимости борновского приближения: действительно, атомный электрон обычно имеет скорость $v_a \sim Z_a$, поэтому $v_a/v \sim Z_a/v$, и для $Z \sim Z_a$ из условия $v_a \ll v$ получаем неравенство $Z/v \ll 1$. При столкновениях атомов с многозарядным ионом ($Z \gg Z_a$) условие $v_a \ll v$ не означает автоматического выполнения неравенства $Z/v \ll 1$.

Однако предположение, что скорость падающей частицы (иона) существенно больше характерных скоростей внутри рассеивающей системы (атома), позволяет рассматривать движение иона при заданных положениях атомных электронов. Поэтому естественное обобщение выражения (5.6) на случай упругого рассеяния быстрого иона на атоме приводит к выражению [12]:

$$f_f(\mathbf{q}) = \frac{ik_i}{2\pi} \int \left[1 - \exp \left\{ -\frac{i}{v} \int U(x, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\}) dx \right\} \right] |\Phi_0(\{\mathbf{r}_a\})|^2 \prod_{n=1}^N d^3 r_n e^{-i\mathbf{q}\mathbf{b}} d^2 b, \quad (5.7)$$

где рассеивающий потенциал есть функция не только координаты иона $\mathbf{R} = (x, \mathbf{b})$, но и мгновенных положений атомных электронов, совокупность координат которых обозначим $\{\mathbf{r}_a\}$, т.е. $U = U(x, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\})$. Интегрирование по координатам атомных электронов (общее число которых N) соответствует усреднению по внутреннему (основному) состоянию атома, описываемому волновой функцией $\Phi_0 \equiv \Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N)$. Общее выражение для амплитуды неупругого столкновения с переходом атома из состояния $|\Phi_i\rangle$ в состояние $|\Phi_f\rangle$ в приближении Глаубера имеет вид [12]:

$$f_{if}(\mathbf{q}) = \frac{ik_i}{2\pi} \int \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{b}) \langle \Phi_f | \left[1 - \exp \left\{ -\frac{i}{v} \int U(X, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\}) dx \right\} \right] | \Phi_i \rangle d^2 b, \quad (5.8)$$

где, как и в (5.6), (5.7), изменение импульса снаряда $\mathbf{q} = \mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i$, причем из закона сохранения энергии следует $k_i^2/2M = k_f^2/2M - \epsilon_i + \epsilon_f$ (ϵ_i, ϵ_f — энергии начального и конечного состояний атома). Ион должен остаться быстрым и после столкновения, т.е. $|\epsilon_i - \epsilon_f| \ll k_i^2/2M$, таким образом, формула

(5.8) применима при малой разности энергий состояний i и f [12]. Кроме того, следует сделать следующее замечание: при столкновении иона, движущегося со скоростью v , с покоящимся электроном последний получит скорость $\Delta v = 2Z/vb$ и сместится за время столкновения $\tau \sim b/v$ на расстояние $l = \tau \Delta v$. Положение электрона можно считать фиксированным в течение столкновения, если $l \ll r_a \sim 1$, или $v^2 \gg Z$. Формула (5.8) применима, если $v \gg v_a$ и $v \gg \sqrt{Z}$. Если $Z/v \ll 1$, то (5.8) и (5.7) переходят в борновское приближение.

Сечение неупругого столкновения можно вычислить с помощью известной формулы

$$\sigma \equiv \int \frac{k_i}{k_f} |f_{if}|^2 d\Omega_{\mathbf{k}_f}, \quad (5.9)$$

где $\Omega_{\mathbf{k}_f}$ — телесный угол рассеяния иона.

В приближении Глаубера вычисления сечений возбуждения и ионизации при столкновении заряженной частицы даже с такой простой системой, как атом водорода, приводят к громоздким выражениям. Рассмотрим в качестве примера амплитуду ионизации атома водорода в столкновении с быстрой заряженной частицей [5, 38]:

$$f(\mathbf{q}, \mathbf{k}_e) = \frac{4\pi \mu Z}{(2\pi)^{3/2} q^2} \sum_{l=1}^{\infty} k_e^l C_l \sum_{m=-l}^l (-1)^{\frac{l+m}{2}} \frac{\Gamma(m-i\eta)}{\Gamma(-i\eta)m!} \exp(-im\varphi) \sum_{p=0}^{l+2} I_{lm}^p Y_{lm}(\hat{\mathbf{k}}_e).$$

Здесь μ и Z — масса и заряд снаряда; $\mathbf{k}_e$ — импульс выбитого электрона; φ — угол вектора $\mathbf{q}$; $\eta = -Z/v$; v — скорость столкновения;

$$C_l = \frac{2^\gamma \exp(-\pi\gamma/2) \Gamma(l+1+i\eta)}{(2l+1)!}, \quad \gamma = -1/k_e.$$

$$I_{lm}^p = (l+3-p)! q^{-2} \int_0^\infty db G(q/b) \times$$

$$\times \{ A_{lm}^p c^{-p-4} (c/d)^p {}_2F_1(l+1+i\gamma, l+4-p, 2l+2, -2ik_e/c) + \\ + (-1)^{m+p+1} A_{lm}^p d^{-p-4} (d/b)^p {}_2F_1(l+1+i\gamma, l+4-p, 2l+2, -2ik_e/d) \},$$

здесь

$$G(z) = \begin{cases} z^m {}_2F_1(-i\eta, m-i\eta, m+1; z^2) & \text{при } z \leq 1 \\ z^{-m+2i\eta} {}_2F_1(-i\eta, m-i\eta, m+1; z^{-2}) & \text{при } z \geq 1, \end{cases}$$

$$A_{lm}^p = \sum_{j=0}^p (2j-1)!! (c_{lm}^j - c_{lm}^{j-1}) a_{m+j}^{p-j},$$

где c_{lm}^j и a_{m+j}^n — коэффициенты разложений сферических функций

$$Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) = \frac{(-1)^m}{2\sqrt{\pi}} \sin^m \theta e^{-im\varphi} \sum_{j=0}^{(j-m)/2} c_{lm}^j \cos^{2j} \theta, \quad l+m \text{ четное,}$$

и сферических функций Бесселя

$$j_{j+m}(qb) = (2qb)^{-1} \sum_{n=0}^{j+m} \frac{a_{l+j}^n}{qb^n} [e^{iqb} + (-1)^{m+j-n+1} e^{-iqb}].$$

Некоторые упрощения могут быть сделаны следующим образом: для малых углов рассеяния имеем $d\Omega \approx d^2q/(k_i k_f) \approx d^2q/k^2$, далее, подставив $|f_{if}|^2$ из (5.8) в виде двойного интеграла по d^2b и d^2b' , интегрируем по d^2q с помощью интегрального представления для δ -функции, после чего последняя устраняется интегрированием по d^2b' . В результате получаем

$$\sigma = \int d^2b \langle \Psi_f | 1 - \exp \left\{ -\frac{i}{v} \int dx U(x, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\}) \right\} | \Psi_i \rangle \rangle^2. \quad (5.10)$$

Учитывая ортогональность функций Ψ_f и Ψ_i , а также соотношение $dt = dx/v$, запишем выражение для сечения неупругого процесса в виде, который может быть получен непосредственно из приближения внезапных возмущений:

$$\sigma = \int d^2b \langle \Psi_f | \exp \left\{ -i \int dx U(vt, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\}) \right\} | \Psi_i \rangle \rangle^2. \quad (5.11)$$

Подынтегральное выражение интерпретируется как вероятность перехода атома из состояния $|\Psi_i\rangle$ в состояние $|\Psi_f\rangle$ при столкновении с прицельным параметром $\mathbf{b}$.

Описанные процедуры получения формул (5.10), (5.11) из приближения Глаубера, включающие перестановку порядка интегрирования, корректны лишь в случае потенциалов с ограниченным радиусом действия. Для дальнедействующих потенциалов эти процедуры приводят к расходимости интегралов в (5.10), (5.11) при больших прицельных параметрах. Подобная расходимость, однако, несущественна [7], поскольку при больших прицельных параметрах применимо борновское приближение, причем области применимости борновского приближения и приближения внезапных возмущений перекрываются, что позволяет провести корректную сшивку по прицельному параметру. При расчетах [13] сечений ионизации атома водорода из

1s-состояния вероятность ионизации рассчитывалась в приближении внезапных возмущений в ограниченной сверх области прицельных параметров. При больших прицельных параметрах применялось борновское приближение. В качестве точки сшивки использовалось значение прицельного параметра, при котором вероятность ионизации в приближении внезапных возмущений совпадает с вероятностью в борновском. Технически такие расчеты не намного проще расчетов в эйкональном приближении.

Однако существенного упрощения можно добиться, если учесть, что при $v \sim Z \gg 1$ сечения неупругих процессов велики, и основной вклад вносит область больших прицельных параметров. Поэтому потенциал $U(x, b; r_a)$ в (5.11) может быть разложен по эффективному малому параметру lr_a/b , и если ограничиться дипольными членами, то мы возвращаемся к методике, изложенной в разд.2 и 3, где сечения неупругих процессов выражаются формулами (2.5) и (3.18).

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вне нашего рассмотрения остались такие важные процессы, сопровождающие неупругие столкновения быстрых многозарядных ионов с атомами, как одноэлектронные и многоэлектронные перезарядки, а также перезарядки с возбуждением и ионизацией, которые требуют, во-первых, развития несколько другой идеологии, во-вторых, характеризуются в данном интервале скоростей существенно меньшими сечениями. Кроме того, опущен ряд эффектов, таких как, например, оже-переходы и излучение света при столкновениях, которые в настоящее время интенсивно исследуются — экспериментально и теоретически. Однако нам удалось изложить единым образом схему расчетов, позволяющую оценивать сечения таких эффектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пресняков Л.П., Шевелько В.П., Янев Р.К. — Элементарные процессы с участием многозарядных ионов. М.: Энергоатомиздат, 1986.
2. McGuire J.H. — Advanced in Atomic, Molecular and Optical Physics. 1992, p.217.
3. Думан Е.Л., Меньшиков Л.И., Смирнов Б.М. — ЖЭТФ, 1979, т.76, с.516.
4. Inokuti M. — Rev. Mod.Phys., 1971, vol.43, p.297.
5. McGuire J.H. — Phys. Rev. A, 1982, vol.26, p.143.
6. Crothers D.S.F., McCann S.H. — J. Phys. B: At. Mol. Phys., 1983, vol.16, p.3229.
7. Eichler J.H. — Phys. Rev. A, 1977, vol.15, p.1856.
8. Юдин Г.Л. — ЖЭТФ, 1981, т.80, с.1026.
9. Юдин Г.Л. — ДАН СССР, 1985, т.282, с.874.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Механика. М.: Наука, 1975.

11. Мигдал А.Б. — Качественные методы в квантовой теории. М.: Наука, 1975.
12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Квантовая механика (нерелятивистская теория). М.: Наука, 1989.
13. Salop A., Eichler J.H. — J. Phys. B: At. Mol. Phys., 1979, vol.12, p.257.
14. Vanstein L.A., Vinogradov A.V. — J. Phys. B: At. Mol. Phys., 1970, vol.3, p.1090.
15. Shan M.B., Gilbody H.B. — J. Phys. B: At. Mol. Phys., 1983, vol.16, p.L447.
16. Schlahter A.S., Barkner K.H., Graham W.G. et al. — Phys. Rev. A, 1981, vol.29, p.1110.
17. McGuire J.H., Mueller A., Shuch B. et al. — Phys. Rev. A, 1987, vol.35, p.2479.
18. Knudsen H., Andersen L.H., Hvelplund P. et al. — J. Phys. B: At. Mol. Phys.; 1984, vol.17, p.3445.
19. Алимов Р.А., Матвеев В.И. — ЖТФ, 1994, т.64, с.7.
20. Ullrich J., Horbatsch M., Dangendorf V. et al. — J. Phys. B: At. Mol. Phys., 1988, vol.21, p.611.
21. Ben-Itzak I., Groy T.J., Legg J.C., McGuire J.H. — Phys. Rev. A., 1988, vol.37, p.3685.
22. Матвеев В.И. — ЖЭТФ, 1985, т.89, с.2021.
23. Matveev V.I. — J. Phys. B, 1991, vol.24, p.3589.
24. Матвеев В.И. — ЖТФ, 1987, т.57, с.1176.
25. Матвеев В.И. — Письма в ЖТФ, 1991, т.17, с.36.
26. Алимов Р.А., Матвеев В.И. — ЖТФ, 1989, т.59, с.158.
27. Yudin G.L. — Phys. Rev. A, 1991, vol.44, p.7355.
28. Kelbch S., Ullrich J., Rauch W. et al. — J. Phys. B, 1986, vol.19, p.147.
29. Reinhold C.O., Olson R.E., Fritsch W. — Phys. Rev. A, 1990, vol.41, No.9, p.4837.
30. McGuire J.H., Weaver L. — Phys. Rev. A, 1977, vol.16, p.41.
31. Дыхне А.М., Юдин Г.Л. — УФН, 1978, т.125, с.377.
32. Дыхне А.М., Юдин Г.Л. — УФН, 1977, т.121, с.157.
33. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Теория поля. М.: Наука, 1973.
34. Мотт Н., Мессси Г. — Теория атомных столкновений. М.: Мир, 1969.
35. Berg H., Ullrich J., Bernstein E. et al. — J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., 1992, vol.25, p.3655.
36. Матвеев В.И., Мусаханов М.М. — ЖЭТФ, 1994, т.105, с.280.
37. Матвеев В.И., Парилис Э.С. — УФН, 1982, т.138, с.583.
38. McGuire J.H., Straton J.C. — Phys. Rev. A, 1990, vol.43, p.5184.
39. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. — Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989.
40. Scheidenberger C., Geissel H., Mikkelsen H.H. et al. — Phys. Rev. Lett., 1994, vol.73, p.50.
41. Scheidenberger C., Geissel H., Stohlker Th. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1994, vol.B90, p.36.
42. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. — Квантовая электродинамика. М.: Наука (изд. третье, перераб.), 1969.
43. Doggett J.A., Spenser L.V. — Phys. Rev., 1956, vol.103, p.1597.
44. Moiseiwitsch B.L. — Phys. Reports, 1985, vol.118, p.133.
45. Бор Н. — Избранные труды, т.1, М.: Наука, 1970.
46. Ферми Э. — Научные труды, т.II, М.: Наука, 1972.

- 47. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
- 48. Sternheimer R.M., Berger M.J., Seltzer S.M. — Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1984, vol.30, p.261.
- 49. Inokuti M., Smith D.Y. — Phys. Rev. B, 1982, vol.25, p.61.
- 50. Mott N.F. — Proc. Roy. Soc., 1929, vol.A124, p.425.
- 51. Bloch F. — Ann. der Phys., 1933, vol.16, p.285.
- 52. Гольдбергер М., Ватсон К. — Теория столкновений. М.: Мир, 1967.

УДК 539:172.8

Перспективы экспериментов на ускорительном комплексе синхрофазотрон — нуклотрон. Зарубин П.И. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1995, том 26, вып.3, с. 523.

Основу научной программы на пучках ускорительного комплекса синхрофазотрона — нуклотрон составляют исследования, нацеленные на поиск и изучение ненуклонных степеней свободы в ядрах и спиновых эффектов в малонуклонных системах. С вводом в действие нуклотрона действующие и развиваемые эксперименты получают качественно новые возможности для изучения картины ядра на субнуклонном уровне. Снимаются многие из существующих в настоящее время ограничений на параметры пучка — заряд ускоряемых ионов, время вывода пучка, интенсивность, геометрические размеры пучка. Исследования будут расширены и в область более низких энергий — до нескольких сотен МэВ на нуклон.

Приведена классификация множественных процессов в релятивистской ядерной физике в пространстве 4-скоростей, и даны примеры применения для конкретных постановок экспериментов. Сделан вывод о том, что пучки нуклотрона могут быть использованы для исследования практически всех характеристик сильно возбужденной ядерной материи, включая и асимптотические.

Ускорительный комплекс синхрофазотрон — нуклотрон является уникальным центром, где имеется высокоинтенсивный пучок тензорно- и векторно-поляризованных дейтронов с высокой степенью поляризации и импульсом от 3 до 9 ГэВ/с. При развале ускоренных дейтронов возможно получение квазимоноэнергетических поляризованных нейтронов и протонов. В настоящее время новая генерация экспериментов может быть проведена на этом ускорительном комплексе с передвижной поляризованной мишенью.

В экспериментах по фрагментации релятивистских дейтронов в протоны исследуется структура дейтрона в зависимости от «внутреннего» импульса нуклона. В качестве экспериментальной информации используется дифференциальное сечение фрагментации под 0° , пропорциональное квадрату волновой функции, тензорная анализирующая способность T_{20} — относительная разность сечений на тензорно-поляризованном и неполяризованном пучке, а также коэффициент передачи поляризации K от векторно-поляризованного дейтрона к протону фрагментации.

Дано описание проекта универсального двухступенчатого спектрометра СФЕРА с геометрией, близкой к 4 π , центральной задачей которого является всестороннее исследование динамики кумулятивного эффекта. Установка СФЕРА функционально состоит из спектрометра переднего направления для регистрации продуктов фрагментации налетающего ядра и центрального детектора, ориентированного, в основном, на регистрацию фрагментации ядра-мишени. Описаны первые выводы по влиянию ядра-мишени на процесс фрагментации в кумулятивные пионы, и предложено продолжение исследований на пучке векторно-поляризованных дейтронов, а также исследование спиновой зависимости сечений кумулятивных мезонов и подпорогового рождения антипротонов при фрагментации релятивистских тензорно-поляризованных дейтронов.

Дан анализ экспериментальных предложений по исследованию на нуклотроне когерентных эффектов, рождения гиперядер и новых явлений при каналировании релятивистских ядер в изогнутых кристаллах.

В заключении сделан вывод о том, что установление связи между процессами, идущими на «больших» и «малых» по сравнению с размером нуклона расстояниях, становится наиболее актуальной задачей ядерной физики. В самом общем смысле ее решение позволит понять природу ядерных сил на существенно более глубоком уровне. Например, сосуществование одночастичных и коллективных возбуждений в ядрах, природу сил «отталкивания», предотвращающих коллапс ядра в кварк-глюонную фазу, — все еще не решенные вопросы, связанные с самим фактом существования ядер в природе. Представляется очень вероятным, что ответы на эти фундаментальные для ядерной физики вопросы будут найдены за пределами «стандартной» протон-нейтронной модели.

Табл.1. Ил.16. Библиогр.: 72.

УДК 539.126

Киральная динамика каонных распадов и проблема CP -нарушения. Бельков А.А., Ланёв А.В., Бом Г., Шаале А. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1995, том 26, вып.3, с. 562.

Обсуждаются экспериментальные данные по нелептонным ($K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 3\pi$) и радиационным ($K \rightarrow 2\pi\gamma$, $K \rightarrow \pi e^+ e^-$) распадам и их описание в рамках нелинейных киральных мезонных лагранжианов, основанных на бозонизации сильных, слабых и слабоэлектромагнитных эффективных четырехкварковых взаимодействий. Рассмотрена роль различных поправок при описании каонных распадов: эффективные лагранжианы с высшими производными, $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -смешивание, перерассеяние мезонов, вклады электромагнитных пингвиновых операторов. Детально исследованы модельные неопределенности в предсказаниях CP -нарушения в этих процессах, возникающие из мезонных матричных элементов слабых четырехкварковых операторов. Исследованы зависимости наблюдаемых эффектов прямого CP -нарушения от массы t -кварка.

Табл.9. Ил.14. Библиогр.: 132.

УДК 530.145.6

Квантовая механика связанных состояний в осцилляторном представлении. Динейхан М., Ефимов Г.В. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1995, том 26, вып.3, с. 651.

Изложен метод осцилляторного представления, который является регулярным методом описания и расчета уровней энергии как основного, так и возбужденных состояний для широкого класса потенциалов, допускающих существование связанного состояния. Полученный ряд теории возмущений является быстро сходящимся, т.е. поправки, связанные с гамилтонианом взаимодействия, оказываются достаточно малыми. Метод осцилляторного представления применен для вычисления энергии связи основного и орбитальных возбужденных состояний атома водорода с экранированным кулоновским потенциалом как функции от параметра экранировки. Вычислен спектр связанных состояний релятивизованного уравнения Шредингера. Результаты вычислений показывают, что нулевое приближение осцилляторного представления характеризуется высокой точностью.

Установлены границы стабильности трехтельной кулоновской системы частиц с единичными зарядами в зависимости от масс частиц. Вычислены энергии основных состояний мезомолекул легких ядер.

Табл.12. Ил.2. Библиогр.: 61.

УДК 681.518.3

Методы обработки информации с трековых детекторов заряженных частиц высоких энергий. Никитюк Н.М. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1995, том 26, вып.3, с. 719.

Обзор посвящен методам обработки трековой информации. Кратко описаны назначение и общие характеристики трековых детекторов заряженных частиц высоких и сверхвысоких энергий. Рассмотрены способы и средства, используемые для реконструкции треков с большой кривизной и множественностью больше 100: программные методы, аппаратные трековые процессоры и комбинированные методы, использующие сочетание программных и аппаратных средств. Описаны также перспективные методы обработки трековой информации, в которых используются эффективные алгоритмы и устройства, применяемые в информатике для распознавания образов и компрессии данных: нейронные сети, различного рода трансформации координат, ассоциативные методы обработки данных, транспьютерные сети и др. Приводятся конкретные примеры построения трековых процессоров и многоуровневых мультипроцессорных систолических систем, применяемых для обработки трековой информации. Обсуждаются вопросы архитектуры и требования к триггерным системам, которые предполагается использовать в будущих экспериментах на большом адронном коллайдере.

Табл.2. Ил. 39. Библиогр.: 107.

УДК 539.1.01

Столкновения быстрых многозарядных ионов с атомами. Матвеев В.И. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1995, том 26, вып.3, с. 780.

В обзоре рассматриваются процессы при столкновениях быстрых, в том числе релятивистских, многозарядных ионов с легкими (нерелятивистскими) атомами в довольно широкой области относительных скоростей столкновения $v: v_a \ll v \leq c$. При этом на заряды ионов Z не налагаются ограничения, связанные с применимостью теории возмущений. Рассматривается область значений параметров столкновения $Z/v \leq 1$, $Z \gg 1$, $v \leq c$ (ат. ед. $\hbar = e = m = 1$), активно исследуемая в настоящее время на ускорителях тяжелых ионов и не нашедшая необходимого отражения в известной монографии Л.П.Преснякова, В.П.Шевелько, Р.К.Янева «Элементарные процессы с участием многозарядных ионов». Энергоатомиздат, 1986, 200 с., а также в обзоре J.H.McGuire — Adv. in At. Mol. and Opt. Phys., 1992, vol.29, p.217. Излагаются основные механизмы, ответственные за неупругие процессы при столкновениях быстрых, в том числе релятивистских, многозарядных ионов с атомами, и рассматриваются наиболее распространенные теоретические методы их описания. Рассмотрены следующие основные процессы: одноэлектронные и многоэлектронные возбуждения и ионизация атомов; эффективное торможение и потери энергии многозарядных ионов при столкновениях с атомами и при движении в среде. Экспериментальный материал привлекается только для иллюстрации и сравнения с результатами расчетов. Особое внимание уделяется методам получения оценок характерных для рассматриваемых эффектов величин, что, несомненно, полезно при постановке и проведении экспериментов.

Табл.7. Ил.3. Библиогр.: 52.

СОДЕРЖАНИЕ

Зарубин П.И.

Перспективы экспериментов на ускорительном комплексе синхрофазотрон—нуклотрон	523
--	-----

Бельков А.А., Ланёв А.В., Бом Г., Шаале А.

Киральная динамика каонных распадов и проблема <i>CP</i> -нарушения	562
--	-----

Динейхан М., Ефимов Г.В.

Квантовая механика связанных состояний в осцилляторном представлении	651
---	-----

Никитюк Н.М.

Методы обработки информации с трековых детекторов заряженных частиц высоких энергий	719
--	-----

Матвеев В.И.

Столкновения быстрых многозарядных ионов с атомами	780
--	-----

CONTENTS

Zarubin P.I.

New Trends in Experiments at Dubna Accelerator Complex Synchrophasotron—Nuclotron	523
--	-----

Bel'kov A.A., Lanyov A.V., Bohm G., Schaale A.

Chiral Dynamics of Kaon Decays and the Problem of <i>CP</i> Violation	562
--	-----

Dineykhan M., Efimov G.V.

Quantum Mechanics of Bound State Systems in the Oscillator Representation	651
--	-----

Nikityuk N.M.

Methods of Data Processing from Track Detectors of High Energy Charged Particles	719
---	-----

Matveev V.I.

Collisions of Multiply Charged Ions with Atoms	780
--	-----

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале «Физика элементарных частиц и атомного ядра» (ЭЧАЯ) печатаются обзоры по актуальным проблемам теоретической и экспериментальной физики элементарных частиц и атомного ядра, проблемам создания новых ускорительных и экспериментальных установок, автоматизации обработки экспериментальных данных. Статьи печатаются на русском и английском языках. Редакция просит авторов при направлении статьи в печать руководствоваться изложенными ниже правилами.

1. Текст статьи должен быть напечатан на машинке через два интервала на одной стороне листа (обязательно представляется первый машинописный экземпляр). Поля с левой стороны должны быть не уже 3—4 см, рукописные вставки не допускаются. Экземпляр статьи должен включать аннотации и название на русском и английском языках, реферат на русском языке, УДК, сведения об авторах: фамилия и инициалы (на русском и английском языках), название института, адрес и телефон. Все страницы текста должны быть пронумерованы. Статья должна быть подписана всеми авторами. Текст статьи может быть напечатан на принтере с соблюдением тех же правил.

2. Формулы и обозначения должны быть вписаны крупно, четко, от руки темными чернилами (либо напечатаны на принтере и обязательно размечены). Желательно нумеровать только те формулы, на которые имеются ссылки в тексте. Номер формулы указывается справа в круглых скобках. Особое внимание следует обратить на аккуратное изображение индексов и показателей степеней: нижние индексы отмечаются знаком понижения $\subscript$, верхние — знаком повышения $\superscript$; штрихи необходимо четко отличать от единицы, а единицу — от запятой. Следует, по возможности, избегать громоздких обозначений и упрощать набор формул (например, применяя $\exp$, дробь через косую черту).

Во избежание недоразумений и ошибок следует делать ясное различие между прописными и строчными буквами, одинаковыми по начертанию (V и v , U и u , W и w , O и o , K и k , S и s , C и c , P и p , Z и z), прописные подчеркивают двумя чертами снизу, строчные — двумя чертами сверху ($\underline{S}$ и $\bar{s}$, $\underline{C}$ и $\bar{c}$). Необходимо делать четкое различие между буквами e , l , O (большой) и o (малой) и 0 (нулем), для чего буквы O и $\bar{o}$ отмечают двумя черточками, а ноль оставляют без подчеркивания. Греческие буквы подчеркивают красным карандашом, векторы — синим, либо знаком $\underline{}$ снизу чернилами. Не рекомендуется использовать для обозначения величин буквы готического, рукописного и других малоупотребимых в журнальных статьях шрифтов, однако если такую букву нельзя заменить буквой латинского или греческого алфавита, то ее размечают простым карандашом (обводят кружком). В случае, если написание может вызвать сомнение, необходимо на полях дать пояснение, например: ζ — «дзета», ξ — «кси», k — лат., k — русск.

3. Рисунки представляют на отдельных листах белой бумаги или кальки с указанием на обороте номера рисунка и названия статьи. Тоновые фотографии должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте карандашом указать: «верх», «низ». Графики должны быть тщательно выполнены тушью или черными чернилами; не рекомендуется загромождать рисунок ненужными деталями: большинство надписей выносится в подпись, а на рисунке заменяется цифрами или буквами. Желательно, чтобы рисунки были готовы к прямому воспроизведению. Подписи к рисункам представляются на отдельных листах.

4. Таблицы должны быть напечатаны на отдельных листах, каждая таблица должна иметь заголовок. Следует указывать единицы измерения величин в таблицах.

5. Список литературы помещается в конце статьи. Ссылки в тексте даются с указанием номера ссылки на строке в квадратных скобках. В литературной ссылке должны быть указаны: для книг — фамилии авторов, инициалы, название книги, город, издательство (или организация),

год издания, том (часть, глава), цитируемая страница, если нужно; для статей — фамилии авторов, инициалы, название журнала, серия, год издания, том (номер, выпуск, если это необходимо), первая страница статьи. Если авторов более пяти, то указать только первые три фамилии.

Например:

1. Лезнов А.Н., Савельев М.В. — Групповые методы интегрирования нелинейных динамических систем. М.: Наука, 1985, с.208.
2. Годен М. — Волновая функция Бете: Пер. с франц. М.: Мир, 1987.
3. Turbiner A.V. — Comm.Math.Phys., 1988, vol.118, p.467.
4. Ушверидзе А.Г. — ЭЧАЯ, 1989, т.20, вып.5, с.1185.
5. Endo I., Kasai S., Harada M. et al. — Hiroshima Univ. Preprint, HUPD-8607, 1986.

6. Редакция посылает автору одну корректуру. Изменения и дополнения в тексте и рисунках не допускаются. Корректурa с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в минимальный срок.

Редактор Е.К.Аксенова.

Художественный редактор А.Л.Вульфсон.

Корректор Т.Е.Попеко.

Сдано в набор 30.01.95. Подписано в печать 28.04.95. Формат 60×90/16.

Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Усл.печ.л. 19,0. Уч.-изд.л. 23,25.

Тираж 600. Заказ 48184. Цена 800 р.

141980 Дубна Московской области
ОИЯИ, Издательский отдел, тел. (09621) 65-165.

ISSN 0367—2026. Физика элементарных частиц и атомного ядра
1995. Том 26. Вып.3. 519—826.