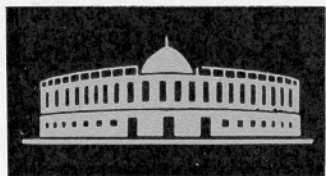


ISSN 0367-2026

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ



ЧАСТИЦ

И АТОМНОГО

ЯДРА

В
Ы
П
У
С
К

1997 том 28 выпуск 1



JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

PHYSICS
OF ELEMENTARY
PARTICLES
AND ATOMIC
NUCLEI

PARTICLES & NUCLEI

SCIENTIFIC REVIEW JOURNAL

Founded in December 1970

VOL.28

PART 1

Six issues per year

DUBNA 1997

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА

ЭЧАЯ

НАУЧНЫЙ ОБЗОРНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в декабре 1970 года

ТОМ 28

ВЫПУСК 1

Выходит 6 раз в год

ДУБНА 1997

Главный редактор

А.М.БАЛДИН

Редакционная коллегия:

В.Л.АКСЕНОВ

(зам. главного редактора),

П.Н.БОГОЛЮБОВ,

С.К.БРЕШИН,

В.В.БУРОВ,

В.В.ВОЛКОВ,

Ц.Д.ВЫЛОВ,

Ю.П.ГАНГРСКИЙ,

В.П.ДЖЕЛЕПОВ,

П.И.ЗРУБИН,

И.С.ЗЛАТЕВ,

П.С.ИСАЕВ

(ответственный секретарь),

В.Г.КАДЫШЕВСКИЙ

(зам. главного редактора),

К.КАУН,

Д.КИШ,

Н.Я.КРОО,

Р.М.ЛЕБЕДЕВ,

И.Н.МИХАЙЛОВ,

НГУЕН ВАН ХЬЕУ

(зам. главного редактора),

Ю.Ц.ОГАНЕСЯН,

Ю.П.ПОПОВ,

А.Н.СИСАКЯН,

В.Г.СОЛОВЬЕВ

(зам. главного редактора),

А.Н.ТАВХЕЛИДЗЕ,

А.А.ТЯПКИН,

А.И.ХРЫНКЕВИЧ,

Ч.К.ШИМАНЕ

Редакторы **Е.К.Аксенова**, тел. (09621) 65-165

Э.В.Ивашкевич

ПРОБЛЕМА СОЛНЕЧНЫХ НЕЙТРИНО И РАДИОХИМИЧЕСКИЙ ЛИТИЕВЫЙ ДЕТЕКТОР

*С.Н.Даньшин, Г.Т.Зацепин, А.В.Копылов,
В.В.Петухов, Е.А.Янович*

Институт ядерных исследований РАН, Москва

Рассмотрена проблема солнечных нейтрино по имеющимся в настоящее время экспериментальным данным, и показаны возможности радиохимического литиевого детектора для решения этой проблемы, в частности, для определения вклада от нейтрино промежуточных энергий и борных нейтрино в хлорном и галлиевом детекторах. Приведено краткое описание прототипа литиевого детектора с мишенью из 300 кг металлического лития, создаваемого в ГНЦ «ИЯИ РАН».

The problem of solar neutrinos is considered on the basis of the available experimental data and the possibilities of the radiochemical lithium detector for the solution of this problem are shown, in particular for the determination of the effect from the medium energy neutrinos and Boron neutrinos in chlorine and gallium detectors. Brief description is presented of the prototype of the lithium detector with the target of 300 kg of metal lithium, which is at the moment under construction at the INR RAS.

1. ВВЕДЕНИЕ

Прошло 25 лет с момента начала работы первого детектора солнечных нейтрино — хлор-аргонового детектора Р.Дэвиса, который впервые зарегистрировал солнечные нейтрино и впервые показал, что наблюдается существенный дефицит нейтрино высоких энергий (борные нейтрино) от Солнца [1]. Этот результат позднее получил подтверждение на установке KAMIOKANDE [2] в Японии. В настоящее время работают четыре установки, регистрирующие солнечные нейтрино, три радиохимических: HOMESTAKE [3], SAGE [4] и GALLEX [5] и одна электронная — водный черенковский детектор KAMIOKANDE. В работах [6—8] приведены предсказания теории по стандартной солнечной модели. Было отмечено [6], что предсказания различных авторов хорошо согласуются друг с другом, если

принимать одинаковые исходные параметры. Здесь мы будем использовать результаты работы [6].

Суммируя результаты, полученные к настоящему времени, следует отметить следующие существенные моменты: во-первых, надежно установлен сам факт более низкого потока борных нейтрино по сравнению с предсказаниями теории, во-вторых, суммарный эффект от нейтрино низких (pp -нейтрино) и промежуточных (pp -, ${}^7\text{Be}$, CNO) энергий ниже ожидаемого по стандартной солнечной модели. Чисто астрофизическое решение этой проблемы встречает серьезные затруднения, как это показано, например, в работах [9,10]. Предпринимались попытки найти объяснение возникшего противоречия, привлекая нейтринные осцилляции в вакууме [11-13] и резонансное превращение нейтрино в веществе (эффект Михеева — Смирнова — Вольфенштейна) [14—16]. В последнее время в ряде работ [17,18] приводятся достаточно серьезные аргументы в пользу возможной корреляции между магнитным полем на Солнце в области низких широт и наблюдаемым эффектом в хлор-аргоновом эксперименте, что означало бы спин-ароматные осцилляции нейтрино в магнитном поле на Солнце [19,20]. Однако мы все еще не в состоянии решить проблему солнечных нейтрино, т.к. для этого нам существенно недостает данных, которые позволили бы определить вклад от отдельных источников нейтрино.

Попробуем сформулировать основные вопросы, на которые нам необходимо получить ответ, чтобы можно было однозначно интерпретировать имеющиеся данные.

1. Какой вклад дают борные нейтрино и нейтрино от ${}^7\text{Be}$ в суммарный результат хлор-аргонового детектора и какой вклад от pp - pp нейтрино и нейтрино от ${}^7\text{Be}$ в галлиевом детекторе?
2. Если наблюдается подавление нейтрино от ${}^7\text{Be}$, является ли фактор подавления одинаковым для всех нейтрино промежуточных энергий?
3. Наблюдаются ли вариации солнечных нейтрино, связанные с 22- летним циклом Солнца и, возможно, с флуктуациями магнитного поля на Солнце?
4. Каков спектр борных нейтрино на Земле по сравнению со спектром генерации?
5. Имеется ли примесь нейтрино других ароматов, помимо электронных нейтрино, в потоке солнечных нейтрино на Земле?

Для решения проблемы солнечных нейтрино необходимо получить ответы на эти вопросы. Поэтому создание новых детекторов солнечных нейтрино нацелено на решение этой задачи. К 2000-му году планируется начать измерения еще на двух крупных установках: большом водном черенковском детекторе SUPERKAMIOKANDE [21] в Японии и SNO — черенковском детекторе с 1000 тонн тяжелой воды в Канаде [22]. Результаты,

полученные на этих установках, позволят, если проблемы фона будут успешно преодолены, ответить на 3, 4 и 5-й вопросы. Помимо этих установок в настоящее время активно ведется работа по созданию сцинтилляционного детектора солнечных нейтрино BOREXINO [23]. На наш взгляд, вопросы фона для сцинтилляционного детектора, который не обладает способностью выделять сигнал по направлению прилета нейтрино, как может, например, установка KAMIOKANDE, и нет возможности организовать «blank run» (который, в определенном смысле, является как бы измерением с «выключенным» Солнцем и позволяет определять фон для радиохимических установок), необычайно сложны. Нам представляется, что будет особенно трудно бороться с фоном от радиоактивных примесей с периодом полураспада от нескольких лет до нескольких сотен лет, в особенности, если это чистые бета-распадчики с формой бета-спектра, имитирующей сигнал от нейтрино от ${}^7\text{Be}$ (в качестве примера можно привести изотоп ${}^{113\text{m}}\text{Cd}$ с периодом полураспада 13,6 года). Сложность с этим источником фона обусловлена очень низкой (на уровне 10^{-25} г/г) допустимой концентрацией таких примесей в рабочем материале детектора, что чрезвычайно осложняет задачу. Однако, если проблемы фона будут решены, детектор BOREXINO сможет дать ответ на первый вопрос. Далее, в контексте всего сказанного, мы хотели бы определить место литиевого детектора в представленной нами схеме и показать его перспективность.

2. ЛИТИЕВЫЙ ДЕТЕКТОР СОЛНЕЧНЫХ НЕЙТРИНО

В работе [6] приведены расчеты потоков солнечных нейтрино, полученные из стандартной модели Солнца с учетом диффузии тяжелых элементов и гелия для уточненных данных, закладываемых в модель. Скорости захвата солнечных нейтрино для хлорного и литиевого детектора, согласно данным этой работы, представлены в табл.1.

Следует заметить, что нейтрино, рождающиеся на Солнце и дающие основной вклад в этих детекторах, ввиду близости порога регистрации для этих детекторов — 0,8 МэВ для хлорного и 0,86 МэВ для литиевого — можно условно разделить на две группы: нейтрино высоких энергий (борные нейтрино) и нейтрино промежуточных энергий с эффективной энергией, дающей основной вклад для лития, в районе 1 МэВ. Весьма актуальным, на наш взгляд, в особенности для выяснения, насколько реальным может быть эффект Михеева — Смирнова — Вольфенштейна (МСВ) [16], а также решения с вакуумными осцилляциями нейтрино [13], является выяснение степени подавления нейтрино высоких и низких энергий. По этой причине мы можем просуммировать эффект от нейтрино промежуточных

Таблица 1. Скорости захвата нейтрино от Солнца для хлорного и литиевого детекторов по стандартной солнечной модели

Источник нейтрино	Хлор, SNU	Литий, SNU
<i>реп</i>	0,22	9,2
${}^7\text{Be}$	1,24	10,2
${}^8\text{B}$	7,36	25,2
${}^{13}\text{N}$	0,11	2,1
${}^{15}\text{O}$	0,37	5,1
В сумме	$9,3^{+1,2}_{-1,4}$	$51,8^{+3,5}_{-4,2}$

энергий для этих двух детекторов, и тогда мы получаем систему из двух уравнений с двумя неизвестными (если измерена скорость захвата солнечных нейтрино в литии):

$$\begin{cases} 7,36 \cdot X + 1,94 \cdot Y = 2,55 \pm 0,25 \\ 25,2 \cdot X + 26,4 \cdot Y = P. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь P — скорость образования ${}^7\text{Be}$ в литии, X — фактор подавления борных нейтрино, Y — фактор подавления нейтрино промежуточных энергий. В уравнения входят только ошибки измерения, неопределенности теоретических предсказаний в основном взаимно погашаются за счет перехода в факторы X и Y . Остается небольшая непогашаемая часть за счет неоднородности величин от разных источников промежуточных энергий. Из первого уравнения этой системы, описывающей результат хлор-аргонового эксперимента, мы имеем ограничения на величины X и Y : $1 \geq Y \geq 0$; $0,40 \geq X \geq 0,05$.

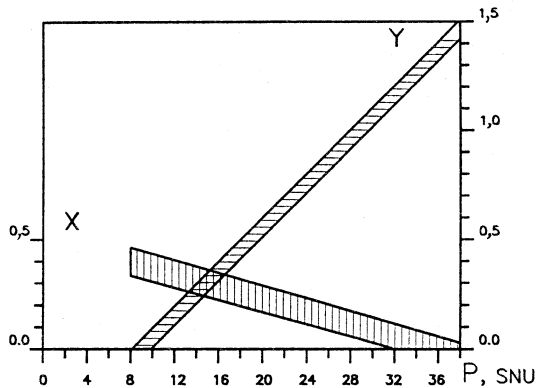
Следует отметить также, что для хлор-аргонового детектора мы приняли среднюю величину за все время измерения. Если указания на антикорреляцию с магнитным полем на Солнце найдут дальнейшее подтверждение, необходимо будет брать средние величины за более узкие интервалы времени. Однако, поскольку здесь нам важно описать в целом подход к проблеме, мы считаем излишним приводить анализ в деталях.

Система уравнений (1) имеет тривиальное решение:

$$\begin{cases} X = 0,46 \pm 0,045 - 0,013 \cdot P \\ Y = 0,05 \cdot P - 0,44 \pm 0,043. \end{cases} \quad (2)$$

На рис.1 изображены области, соответствующие этим уравнениям, откуда видно, что ожидаемый результат литиевого детектора, который можно

Рис.1. Факторы подавления для борных нейтрино и нейтрино промежуточных энергий (X , Y — отношение измеренных величин потоков к расчетным)



совместить с результатом хлорного детектора, в рассматриваемом сценарии находится в интервале от 8 до 38 SNU. Следует заметить также, что максимальная величина X , получаемая здесь, равна 0,4, что в пределах 1σ совпадает с результатом ($0,45 \pm 0,08$), полученным на установке KAMIOKANDE, при этом литиевый детектор должен дать 8—10 SNU от солнечных нейтрино. Этот случай, по-видимому, представляет особый интерес, т.к. означает глубокое подавление нейтрино промежуточных энергий с вытекающей отсюда возможностью зафиксировать параметры нейтринных осцилляций.

Литиевый детектор с 10 тоннами металлического лития, разрабатываемый нами в настоящее время, по оценкам позволит получить в одном измерении эффекта от солнечных нейтрино точность порядка 12%, если принять скорость захвата солнечных нейтрино равной 20 SNU. Конечно, это станет возможным, если будет успешно реализована регистрация ${}^7\text{Be}$ с помощью криогенного детектора. Мы рассчитываем на успех этой методики регистрации, имея в виду быстрый прогресс в этой области после пионерских работ Фиорини [24]; так, например, уже в настоящее время группой профессора Витале в Генуе (Италия) показана [25] надежная регистрация M -пика $M\mu$ от источника ${}^{55}\text{Fe}$ с энерговыведением 82 эВ. За один год на литиевом детекторе мы планируем выполнить четыре измерения, так что в результате мы сможем получить точность на уровне 6%. Как видно из рис.1, это позволит выделить весьма узкую область по X и Y .

Полученный результат позволит внести ясность в вопрос о корректности сопоставления результатов хлорного детектора и установки KAMIOKANDE, однозначно интерпретировать результаты галлиевого эксперимента и, если к тому времени заработает установка BOREXINO, даст возможность, сопоставляя результаты, полученные на этой установке и на литиевом детекторе, выяснить, равен ли фактор подавления нейтрино промежуточных энергий фактору подавления нейтрино от ${}^7\text{Be}$. Таким образом, при успешной работе упомянутых нами установок мы получим ответы на перечисленные выше вопросы, что существенно продвинет исследования в

этой области. Это еще раз показывает, что в изучении солнечных нейтрино получаемые результаты имеют взаимно дополняющее значение, и только успешная работа всех установок позволяет решить проблему солнечных нейтрино.

3. РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ И ТЕХНИКИ ЭКСПЕРИМЕНТА

В настоящее время на стадии отработки методики литиевого детектора нами создается прототип литиевого детектора на 300 кг металлического лития. Схема установки приведена на рис.2. На этой установке, помимо задачи чисто методического характера, планируется провести следующие измерения.

1. Измерить выход ${}^7\text{Be}$ от адронов космических лучей на уровне моря. Эта работа станет доказательством осуществимости извлечения из метал-

лического лития атомов бериллия, образованных в материале мишени под воздействием внешнего источника, а также позволит определить оптимальную глубину расположения этой установки для проведения последующих измерений. Это объясняется тем, что установка должна быть расположена достаточно глубоко, чтобы эффект от космических лучей не подавлял эффект от искусственного источника нейтрино, но не слишком глубоко, чтобы можно было получить калибровочную точку с хорошей статистикой для кривой фона от мюонов в зависимости от глубины.

2. Измерить выход ${}^7\text{Be}$ от мюонов космических лучей на этой глубине.

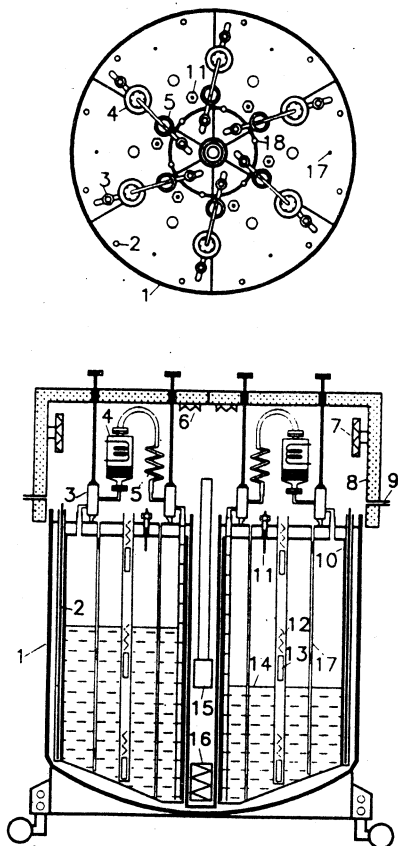


Рис.2. Упрощенная схема литиевого детектора: 1 — внешняя оболочка; 2 — нагреватели; 3 — вентили для расплавленного лития; 4 — ловушки; 5 — змеевики для теплообмена литий — воздух; 6 — термодатчики; 7 — нагреватели; 8 — термоизоляция; 9 — трубы для входа-выхода воздуха; 10 — секция для лития; 11 — индикатор уровня; 12 — термодатчики; 13 — нагреватели; 14 — расплавленный литий; 15 — нейтринный источник; 16 — нагреватель; 17 — каналы для термодатчиков

3. Провести калибровку литиевой мишени с помощью искусственного источника нейтрино на основе ^{65}Zn . Здесь следует отметить, что литиевый детектор выгодно отличается от других детекторов солнечных нейтрино малой массой мишени — всего лишь десять тонн. Это обстоятельство делает его также весьма привлекательным для проведения калибровки с помощью искусственного источника нейтрино. Даже на прототипе установки с массой всего лишь 300 кг лития такой эксперимент становится возможным. При этом точность измерения составит 5% для источника с активностью всего лишь 37 кКи, который может быть получен путем облучения ^{65}Zn цинка естественного изотопного состава потоком тепловых нейтронов $3,2 \cdot 10^{15} \text{ н/см}^2 \cdot \text{с}$ в течение 30 дней. В табл.2 приведены расчетные характеристики для калибровки литиевой мишени на установке из шести секций, из них пять секций заполнены литием, одна секция не заполнена, что позволяет последовательным передавливанием лития из полной секции в пустую, через ловушку, где собирается бериллий, производить извлечение.

Геометрический фактор, приведенный в табл.1, есть величина $G = \frac{1}{4\pi} \int \frac{dV}{r^2}$, при этом для скорости образования получаем $N = \sigma n S G$,

здесь σ — поперечное сечение (ν, e^-)-реакции, n — количество атомов мишени в 1 см^3 , S — мощность источника. Успешное проведение эксперимента с искусственным источником нейтрино, с учетом обстоятельства, что регистрация ^7Be будет проведена с помощью криогенного детектора, станет решающим свидетельством о готовности методики для проведения полномасштабного эксперимента по регистрации солнечных нейтрино.

В настоящее время работа находится на стадии сборки прототипа литиевого детектора. В конструктивном плане нами предложен и осуществляется вариант секционированного детектора в одном корпусе, позволяющий существенно ускорить процесс извлечения бериллия и имеющий ряд

Таблица 2. Основные характеристики калибровки

Масса мишени	300 кг металлического лития
Геометрический фактор	42,2 см
Активность источника	37 кКи
Сечение	$2,25 \cdot 10^{-44} \text{ см}^2$
Эффективность регистрации	71%
Время экспозиции	240(4 · 60) дней
Полное количество импульсов	400
Статистическая ошибка	5%

преимуществ в чисто техническом плане. Как уже упоминалось выше, существенным моментом здесь также является улучшение регистрации ^7Be с помощью криогенного детектора.

Данная работа была выполнена при частичной поддержке Международного научного фонда и Российского правительства (грант MSJ300).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Davis R.Jr.** — In: *Frontiers of Neutrino Astrophysics*, ed. by Y.Suzuki and K.Nakamura, Universal Academy Press, Stanford, 1993.
2. **Suzuki Y.** — Proc. of the 6th Int. Workshop «Neutrino Telescopes», Venice, February 22—24, 1994 (ed. M.Baldo Ceolin).
3. **Cleveland B.T. et al.** — *Nucl.Phys.B(Proc.Suppl.)*, 1995, vol.38, p.47.
4. **Abdurashitov J.N. et al. (SAGE Collaboration)** — *Phys.Lett.*, 1994, vol.328B, p.234.
5. **Anselmann P. et al. (GALLEX Collaboration)** — *Phys.Lett.*, 1995, vol.357B, p.237.
6. **Bahcall J.N., Pisonneault M.H.** — *Solar Models with Helium and Heavy Element Diffusion*, Preprint IASSNS-AST 95/24, May 1995, Institute for Advanced Study, Princeton.
7. **Turch-Chieze S., Lopes I.** — *Ap.J.*, 1993, vol.408, p.347.
8. **Shaviv G.** — *Nucl.Phys.B (Proc.Suppl.)*, 1995, vol.38, p.81.
9. **Bahcall J.N., Bethe H.A.** — *Phys.Rev.D*, 1993, vol.47, p.1298.
10. **Hata N., Bludman S., Langacker P.G.** — *Phys.Rev.D*, 1994, vol.49, p.3622.
11. **Понтекоров Б.** — *ЖЭТФ*, 1957, т.33, с.549, 1958, т.34, с.247.
12. **Bilenky S.M., Pontecorvo B.** — *Phys.Rep.*, 1978, vol.41, p.225.
13. **Krastev P.I., Petcov S.T.** — Preprint IASSNS-AST 95/40, October 1995, Institute for Advanced Study, Princeton.
14. **Wolfenstein L.** — *Phys.Rev.*, 1978, vol.D17, p.2369.
15. **Михеев С.П., Смирнов А.Ю.** — *ЯФ*, 1985, т.42, с.913.
16. **Krastev P.I., Smirnov A.Yu.** — *Phys.Lett.*, 1994, vol.338B, p.282.
17. **Oakley D.S., Snodgrass H.B., Ulrich R.K., VanDeKor T.L.** — *Astrophys.J.*, 1994, vol.437, p.63.
18. **Обритко В.Н., Ривин Ю.Р.** — *Изв. РАН (сер. физ.)*, 1995, т.59, с.110.
19. **Волошин М.Б., Высоцкий М.И.** — *ЖЭТФ*, 1986, т.44, с.845.
20. **Волошин М.Б., Высоцкий М.И., Окунь Л.Б.** — *ЖЭТФ*, 1988, т.64, с.1368.
21. **Kajita T.** — *Physics with the Super Kamiokande Detector*, ICRR Report 185-89-2, 1989.
22. **Ewan G. et al.** — *Sudbury Neutrino Observatory Proposal*, SNO-87-12, 1987.
23. **Arpesella C. et al.** — *BOREXINO proposal* (eds. G.Bellini, R.Raghavan, et al.), Univ. of Milano, 1992.
24. **Alessandrello A., Brofferio C., Camin D.V. et al** — In: *Proc. of Low Temperature Detectors for Neutrinos and Dark Matter III*, Gran Sasso, L'Aquila.
25. **Fontanelli F., Galeazzi M., Gatti F. et al.** — *Proc. of the Int. Conf. LTD-6*, Interlaken, Switzerland, 1995.

КУМУЛЯТИВНОЕ РОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ НА ПУЧКАХ ПРОТОНОВ И ЯДЕР (аспекты детального исследования)

В.К.Бондарев

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В обзоре представлены экспериментальные результаты систематического исследования кумулятивного рождения частиц $\pi^{\pm}$, $K^{\pm}$, p , d на пучках протонов, дейтронов, ядер гелия и углерода с импульсами на нуклон 4,5 ГэВ/с и пучке протонов 8,9 ГэВ/с. Измерена A -зависимость сечений для импульса 0,5 ГэВ/с и угла эмиссии $\vartheta = 120^{\circ}$. На пучке протонов 8,9 ГэВ/с измерены энергетическая и A -зависимости сечений $\pi^{\pm}$ -мезонов, протонов и дейтронов в интервале импульсов $0,3 \pm 0,7$ ГэВ/с на разделенных изотопах никеля, цинка, олова и свинца (естественная смесь изотопов). Фрагментирующими ядрами служили D, He, ${}^6\text{Li}$, ${}^7\text{Li}$, C, Al, Si, Cu, ${}^{58}\text{Ni}$, ${}^{64}\text{Ni}$, ${}^{64}\text{Zn}$, ${}^{114}\text{Sn}$, ${}^{124}\text{Sn}$, Pb. Обнаружены тонкие детали в поведении сечений в различных областях ядер. Полученные данные сравниваются с результатами других работ и теоретическими моделями кумулятивного рождения. Приведены таблицы инвариантных дифференциальных сечений и результаты фитирования энергетической зависимости сечений в различных представлениях.

The review presents experimental results of systematic investigation of cumulative production of $\pi^{\pm}$, $K^{\pm}$, p , d on proton, deuteron, helium, carbon beams with momenta per nucleon 4.5 GeV/c and on 8.9 GeV/c proton beam. The A -dependences of cross sections for momentum 0.5 GeV/c and emission angle of $\vartheta = 120^{\circ}$ are measured. The energy- and A -dependences of cross sections of $\pi^{\pm}$, protons, and deuterons within momentum range of $0,3 \pm 0,7$ GeV/c on separated isotopes of nickel, zinc, tin, and lead (natural mixture of isotopes) are measured for 8.9 GeV/c proton beam. Fragmented target were D, He, ${}^6\text{Li}$, ${}^7\text{Li}$, C, Al, Si, Cu, ${}^{58}\text{Ni}$, ${}^{64}\text{Ni}$, ${}^{64}\text{Zn}$, ${}^{114}\text{Sn}$, ${}^{124}\text{Sn}$, Pb. The fine details are discovered in behaviour of cross sections for different regions of mass number. Obtained data are compared with results of other papers and theoretical models of cumulative particle production. The tables with invariant differential cross sections and fit parameters of energy dependence of cross sections in different presentations are enclosed.

ВВЕДЕНИЕ

Систематические исследования процессов кумулятивного рождения частиц, т.е. частиц, рождение которых запрещено законами сохранения в столкновениях свободных нуклонов, были инициированы А.М.Балдиным

[1]. Экспериментальное обнаружение кумулятивного эффекта осуществлено группой В.С.Ставинского на синхрофазотроне ЛВЭ ОИЯИ в процессе $D(10 \text{ ГэВ}/c) + \text{Cu} \rightarrow \pi^-(0^\circ) + X$ [2]. В этом эксперименте наблюдались пионы с энергией, существенно превышающей энергию, приходящуюся на один нуклон дейтрона. Согласно гипотезе предельной фрагментации Янга [3], в такой постановке эксперимента источником высокоэнергетических пионов являются ускоренные ядра дейтерия, а вклад ядра-мишени незначителен, что нашло подтверждение в дальнейших экспериментах.

Первыми экспериментальными указаниями на необычные явления в процессах взаимодействия адронов с ядрами были результаты по упругому pd -рассеянию протонов с энергией 660 МэВ [4] и квазиупругому выбиванию дейтронов из легких ядер на пучке протонов 675 МэВ [5]. Данные обеих работ вполне определенно указывали на коллективный характер столкновения, когда два или более нуклонов могли находиться на малых расстояниях. Результаты этих работ послужили основой для гипотезы о существовании в ядрах кратковременных тесных скоплений нуклонов — флуктуаций плотности ядерного вещества, сформулированной Д.И.Блохинцевым [6]. Флуктуации получили в современной терминологии названия флуктонов или малонуклонных корреляций.

Ранний этап исследований кумулятивных процессов, охватывающий период 1971—1982 гг., отражен в обзорных работах [7—11]. В работе [7] содержатся обоснование и физическая аргументация исследований с релятивистскими ядрами, установлены масштабно-инвариантное поведение и специфическая A -зависимость сечений кумулятивного эффекта, дан краткий обзор программы исследований с релятивистскими ядрами в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ. Работа [8] суммирует экспериментальные данные, полученные в различных научных центрах, и характерные черты кумулятивного рождения частиц. Физическая природа флуктонов как многокварковых конфигураций в ядрах и оценка их существования в модели мешков рассмотрена в работе [9]. Модель малонуклонных корреляций и ее применение к процессам адрон-ядерных и ядро-ядерных столкновений изложены в работе [10]. Качественное сопоставление различных моделей кумулятивного рождения частиц с экспериментальными данными дано в работе [11]. Результаты исследований последнего десятилетия отмечены получением более точных экспериментальных данных и развитием теоретических моделей.

К настоящему времени имеется обширный экспериментальный материал по изучению кумулятивного рождения частиц. В большинстве случаев эксперименты организованы таким образом, что кумулятивные частицы регистрируются в угловом диапазоне $90^\circ + 180^\circ$ (задняя полусфера) в инклюзивных процессах $B + A \rightarrow c + \dots$. В этом случае источником куму-

лятивных частиц являются фрагментирующие ядра-мишени. Наиболее полные исследования проведены на пучках протонов в интервале энергий $1 + 400$ ГэВ. Наряду с этим имеются данные по кумулятивному рождению протонов на пучках γ , ν , $\bar{\nu}$, $\pi^{\pm}$, K^{-} , p и фрагментарные данные на пучках ядер D, He, C. Спектр кумулятивных частиц включает $\pi^{\pm}$ -мезоны, $K^{\pm}$ -мезоны Λ , p , n , $\bar{p}$ и ядерные фрагменты d , t , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$. Фрагментирующие ядра исследованы в широком диапазоне от дейтерия до урана, включая изотопически разделенные ядра лития, бора, никеля, цинка, олова, самария и вольфрама.

Отметим кратко характерные черты и основные результаты, полученные в исследованиях кумулятивных процессов, и введем необходимые определения.

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ КУМУЛЯТИВНОГО РОЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ

Энергетическая зависимость. Традиционное представление результатов по энергетической зависимости сечений сводится, в основном, к следующим выражениям:

$$\frac{1}{A} E \frac{d\sigma}{dp} = B_T \exp \left(-\frac{T}{T_0} \right), \quad (1)$$

$$\frac{1}{A} E \frac{d\sigma}{dp} = B_x \exp \left(-\frac{x}{x_0} \right), \quad (2)$$

$$\frac{1}{A} E \frac{d\sigma}{dp} = B_{\alpha} \exp \left(-\frac{\alpha}{\alpha_0} \right). \quad (3)$$

В этих выражениях E , p и A обозначают, соответственно, энергию, импульс вторичной частицы и массовое число фрагментирующего ядра. T — кинетическая энергия наблюдаемой частицы, T_0 , x_0 и α_0 — параметры наклонов спектров. Масштабная переменная x , как и в процессах глубоко-неупругого рассеяния, является переменной Бьеркена, модифицированной применительно к умеренным начальным энергиям [8]. Обозначая инклюзивный процесс в виде

$$I + II \rightarrow 1 + \dots, \quad (4)$$

где символы соответствуют первичным пучкам, фрагментирующим ядрам и вторичным частицам, имеем выражение для переменной x :

$$x = \frac{(P_I P_{II}) + M_I M_{II} + (M_2^2 - M_1^2)/2}{(P_I P_{II}) - (P_I P_{II}) - M_I M_{II} - M_2 M_{II}}. \quad (5)$$

Здесь P_I и P_{II} — 4-импульсы на нуклон снаряда и мишени соответственно, P_I — 4-импульс измеряемой частицы, M_I , M_{II} , M_1 — соответствующие массы; M_2 — дополнительная масса частицы, необходимая для удовлетворения законам сохранения (при вычислениях принимается, что $M_{2\pi} = 0$, $M_{2K} = M_A - M_p$, $M_{2p} = -M_p$ и т.д.). В отличие от масштабных переменных Фейнмана и Бьеркена, значения x изменяются от 0 до A (A — массовое число ядра) и в первом приближении обозначают число нуклонов, необходимое для рождения кумулятивной частицы с данными характеристиками (импульс, масса и т.д.).

Переменная светового фронта α определена выражением

$$\alpha = \frac{E - P \cos \vartheta}{M_n}, \quad (6)$$

где E , P , ϑ — это, соответственно, энергия, импульс и угол вылета частиц, M_n — масса нуклона. Отметим сразу, что используемая нами переменная x , переменные Фейнмана, Бьеркена и α совпадают при высоких начальных энергиях.

Для фиксированных углов эмиссии энергетические спектры различных частиц подобны на разных ядрах, сечения экспоненциально зависят от кинетической энергии кумулятивных частиц либо других переменных, параметры наклонов спектров в различных представлениях различны для легких и тяжелых ядер. Уже в ранних исследованиях кумулятивного рождения частиц [12,13] было установлено, что параметр наклона T_0 имеет одинаковые значения для различных ядер (C, Al, Cu, Pb) и равен приблизительно 60 МэВ для пионов под углом эмиссии 180° . В последующих работах [8,14,15], где исследования кумулятивного рождения проводились во всей задней полусфере, а спектр кумулятивных частиц дополнили каоны, протоны и барионные фрагменты, выяснилась общая закономерность в поведении сечений, характеризуемая одним параметром наклона $x_0 \simeq 0,14$ для средних и тяжелых ядер. Значительную роль в установлении масштабно-инвариантного поведения сечений кумулятивного рождения сыграли эксперименты ИТЭФ — университет Пенсильвании (США) на пучке протонов с

энергией 400 ГэВ [16—18]. По результатам работ [12,13,8,14—18] было сделано заключение, что в диапазоне начальных энергий $4 \div 400$ ГэВ реализуется режим предельной фрагментации ядер в функции масштабной переменной x . При этом значения x изменялись от 0,35 до 3,5 в соответствии с характеристиками наблюдаемых частиц (масса, импульс, угол эмиссии, начальная энергия). В указанном интервале значений x величины сечений для пионов изменяются на девять порядков величины.

Внутри отмеченного диапазона энергий первичных протонов имеются экспериментальные данные, полученные в последние годы. При начальной энергии 10 ГэВ это цикл работ [19—22], в диапазоне энергий $15 \div 65$ ГэВ — данные [23,24]. Кумулятивное рождение протонов на пучках π^- , K^- , $\bar{p}$ с импульсом 40 ГэВ/с изучалось в [25]. Эти работы подтверждают характерные свойства кумулятивного рождения частиц и, естественно, уточняют отдельные положения, способствующие более глубокому пониманию изучаемых процессов.

Поскольку свойства кумулятивных частиц оказались довольно консервативными относительно энергий и типов первичных пучков и вида фрагментирующих ядер, это нашло отражение в эмпирически установленных фактах. Приблизительная независимость формы спектров протонов, нормированных на полное неупругое сечение, от энергии и вида первичных частиц, иерархия выходов на скейлинг по мере роста массового числа фрагментирующих ядер известны как феноменологическая гипотеза ядерного скейлинга [26,27]. Универсальность формы спектров p , $\bar{p}$, $\pi^\pm$, $K^\pm$ -мезонов в любой из масштабных переменных названа авторами [22] суперскейлингом.

Анализ процессов кумулятивного рождения частиц привел к понятию кварк-партонной структурной функции [28], характеризующей вероятность конститuentу ядра иметь импульс, соответствующий импульсу группы нуклонов. Под конститuentом ядра понимается кварк, а группа нуклонов в малом объеме трансформируется в мультикварковую конфигурацию. Взаимодействие адронов (и ядер) выглядит как результат индивидуальных столкновений кварков фрагментирующего ядра с кварками и глюонами мишени. Кварк-спектатор, избежавший столкновения, несет долю импульса фрагментирующего адрона. Адронизация кварка считается мягкой, и распределение адронов-фрагментов предполагается соответствующим распределению кварка-спектатора.

А-зависимость. Пропорциональность сечения кумулятивного рождения пионов массовому числу ядра A была установлена в самых первых экспериментах по исследованию кумулятивного эффекта [13]. Этот факт получил название усиленной A -зависимости сечений, поскольку типичная зависимость сечений рождения пионов в адрон-ядерных взаимодействиях харак-

теризуется показателем степени $n \simeq 2/3$. Дальнейшие исследования [29,30,16] выявили, что показатель степени n превышает единицу в случае кумулятивного рождения протонов ($n \simeq 1,3$) и еще более возрастает для барионных систем типа d, t и т.д. Кроме того, было обнаружено, что сечение кумулятивного рождения протонов не зависит от числа нейтронов при одинаковом заряде ядра Z (изотопический эффект). Указанные значения n относятся к области средних и тяжелых ядер. Если рассматривать A -зависимость сечений, нормированных на массовые числа ядер, то ее поведение характеризуется резким ростом сечений в области легких ядер и выполаживанием по мере возрастания A . Причем выход на константу для различных частиц происходит в разных областях ядер. Так, для пионов этот режим наступает в районе значений $A \simeq 30$, а для протонов и барионных фрагментов при $A \simeq 100$.

Если характеризовать зависимость сечений от массового числа A степенной функцией $\left(E \frac{d\sigma}{dp} \sim A^n\right)$, то для протонов, дейтронов и трития показатель степени $n = 1,3, 1,6$ и 2 соответственно. Поскольку сечения рождения не зависят от избыточного содержания нейтронов, то более регулярной является Z -зависимость сечений, где Z — заряд ядра. Отмеченная регулярность в Z -зависимости [30] проявляется в области как легких, так и тяжелых ядер. Например, для протонов и дейтронов показатель степени $n = 2$ и $2,6$ в области ядер от Li до Al . В диапазоне ядер $Al-U$ $n = 1,5$ и $1,7$ для протонов и дейтронов соответственно. Эта зависимость была измерена для 20 ядер, включая изотопически обогащенные.

Превышение значения n над единицей обычно связывается с процессами перерасеяния рожденных частиц на внутриядерных нуклонах, взаимодействием в конечном состоянии и другими вторичными процессами. Другая точка зрения состоит в том, что, как и в случае кумулятивного рождения пионов, процесс образования протонов и других фрагментов равновероятен по всему объему ядра, но в этом случае может сказываться влияние граничного слоя. Если первичный акт взаимодействия происходит вблизи ядерной поверхности, то для образования массивного фрагмента в этом случае ядерной среды оказывается недостаточно. Тогда эффективно действует не весь объем ядра, а объем, уменьшенный на толщину поверхностного слоя, причем очевидно, что толщина поверхностного слоя должна коррелировать с массой фрагмента. Количественная оценка делается в предположении, что сечения рождения фрагментов пропорциональны

$$E \frac{d\sigma}{dp} \sim (r_0 A^{1/3} - \rho)^3. \quad (7)$$

Здесь $r_0 A^{1/3}$ — радиус ядра, $r_0 = 1,2$ фм. Величину ρ можно связать с размерами области эмиссии фрагментов. Вводя параметр $\xi = (\rho/r_0)$ и используя отношения сечений на различных ядрах к массовому числу ядра свинца, из выражения

$$\frac{E \frac{d\sigma}{dp}(A) A_{\text{Pb}}}{AE \frac{d\sigma}{dp}(A_{\text{Pb}})} = \left(\frac{1 - \xi A^{-1/3}}{1 - \xi A_{\text{Pb}}^{-1/3}} \right)^3 \quad (8)$$

можно определить значение параметра ξ . Полученные таким образом значения равны $\xi_p = 0,9$; $\xi_d = 1,6$; $\xi_t = 2$. Можно видеть, что, действительно, наблюдается корреляция с массой фрагментов. Учет параметра ξ приводит для рассматриваемых фрагментов к A -зависимости объемного типа в широком интервале импульсов и углов эмиссии кумулятивных частиц. Подробная процедура изучения A -зависимости на основе изложенных представлений содержится в [15].

В работе [19] объемный характер A -зависимости сечений связывался с влиянием правой кинематической границы процесса $pA \rightarrow p(\pi)X$. Обозначая инвариантное дифференциальное сечение через $f(x)$, можно записать $f(x) = f_0(x)(1 - x/A)^n$, где n — параметр. Это выражение удовлетворительно описывает данные с параметрами $n = 8 \pm 1$ для протонов и $n = 7 \pm 1$ для пионов. Функция f_0 хорошо аппроксимируется выражением $C \exp\left(-\frac{x}{x_0}\right)$ при значениях $x_0 = 0,135 \pm 0,001$ для протонов и $x_0 = 0,149 \pm 0,002$ для пионов. Величины f_0 оказались близкими для данных при начальных энергиях 10 и 400 ГэВ и одинаковыми для разных ядер.

Угловая зависимость. Спектры кумулятивных частиц под разными углами (задняя полусфера) измерены в работах [14,15] в pA - и dA -взаимодействиях. Параметр наклона спектров T_0 изменяется в зависимости от угла эмиссии частиц, а именно возрастает приблизительно в 1,5 раза в интервале углов $180^\circ + 90^\circ$. Измерения угловой зависимости сечений при фиксированных импульсах частиц показали подобное поведение на различных ядрах, в частности, на ядрах гелия и свинца [8], что может указывать на отсутствие или незначительный вклад процессов перерассеяния. На ядре ${}^6\text{Li}$ (импульс протонов и дейтронов 0,7 ГэВ/с) зависимости сечений протонов и дейтронов также подобны. В угловой зависимости сечений в pA -взаимодействии наблюдается ярко выраженная структура в области углов эмиссии $150^\circ + 180^\circ$, в частности, пик в направлении назад. Нерегулярности в этой

области углов изучались также в работе [31]. В dA -взаимодействии поведение сечений имеет иной характер. Как в pA -, так и в dA -взаимодействиях инвариантные сечения рождения кумулятивных частиц не следуют линейной зависимости от $\cos \vartheta$ в интервале углов эмиссии $180^\circ + 90^\circ$. Угловая зависимость сечений протонов и легких фрагментов анализировалась в работе [32] для pA -взаимодействий при энергии протонов 400 ГэВ.

Наличие данных для разных углов эмиссии дает возможность изучить зависимость сечений от $p_\perp^2$. В частности, для пионов была найдена следующая аппроксимация [14]:

$$\varphi(p_\perp^2) = 0,9 \exp(-2,7p_\perp^2) + 0,1. \quad (9)$$

С учетом зависимости от $p_\perp^2$ данные для пионов представляются одним параметром наклона в угловом диапазоне $90^\circ + 180^\circ$.

УСЛОВИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Несмотря на разнообразие первичных пучков, данные по кумулятивному рождению частиц на пучках ядер носят фрагментарный характер. Экспериментальная база Лаборатории высоких энергий позволяет восполнить этот пробел и провести систематические и детальные исследования на ядерных и протонных пучках синхрофазотрона. В программе эксперимента на пучках p , D , α -частиц и C с импульсами на нуклон 4,5 ГэВ/с был сделан акцент на детальном изучении A -зависимости сечений как наиболее интересном свойстве кумулятивных процессов. Энергетические спектры измерены на пучке протонов 8,9 ГэВ/с на изотопах никеля, цинка, олова и свинца (естественная смесь изотопов). В обоих случаях кумулятивные частицы $\pi^\pm$, $K^\pm$, p , d регистрировались под углом $\vartheta = 120^\circ$. Наиболее статистически обеспеченные данные получены для пионов, протонов и дейтронов. В эксперименте использовались ядра-мишени D , He , 6Li , 7Li , C , Al , Si , Cu , ${}^{58}Ni$, ${}^{64}Ni$, ${}^{64}Zn$, ${}^{114}Sn$, ${}^{124}Sn$, Pb . Эксперимент осуществлялся на установке ДИСК-2, представляющей собой спектрометр по времени пролета в сочетании с магнитным анализом вторичных частиц по импульсам. Схема установки представлена на рис.1. Первичный пучок ускоренных частиц транспортируется по вакуум-проводу и фокусируется магнитной оптикой на мишень (T) с дисперсией изображения $\simeq 7$ мм. Вторичные частицы (фрагменты мишени) анализируются по импульсу секторным магнитом H (2СП94), проходят счетчик S_1 , фокусируются дублетом квадрупольных линз

Q_1 и Q_2 (1МЛ15 и 2МЛ15)

на счетчик S_4 , проходя также через счетчики S_2 , S_3 , черенковские счетчики на твердых радиаторах $\check{C}_B$ и $\check{C}_H$ и через газовый черенковский счетчик $\check{C}_Г$. Счетчики S_4 , $\check{C}_B$ и $\check{C}_H$ конструктивно выполнены в едином блоке и на рис.1 не показаны. Магнитная оптика канала (H , Q_1 , Q_2) и счетчики вторичных частиц размещены на двух состыкованных подвижных фермах с общей осью вращения, проходящей через центр

мишени, расположенной в фокусе первичного пучка. Поворот канала производится дистанционно с точностью $0,1^\circ$ в диапазоне азимутальных углов $49^\circ + 180^\circ$ (угловой диапазон установки в интервале углов $49^\circ + 90^\circ$ при ограниченных размерах измерительной площадки достигается разворотом магнита H на специальной платформе вокруг своей оси на 180° совместно с перестыковкой ферм). Интервал импульсов, регистрируемых установкой, составляет $0,15 + 1,6$ ГэВ/с для однозарядных частиц. Установка позволяет вести одновременную регистрацию следующих частиц: $\pi^\pm$, $K^\pm$, p , $\bar{p}$, d , t , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$.

Используемые в эксперименте мишени разделяются на два вида. Твердые мишени имеют диаметр 30 мм и толщину $0,1 + 8$ г/см². Криогенные мишени диаметром 50 мм имеют размеры по пучку 50 и 140 мм. Оба вида мишеней конструктивно смонтированы в общем кожухе, способном перемещаться в вертикальном и горизонтальном направлениях. Установка мишени на пучок производится дистанционно и контролируется телевизионной системой по флюоресцирующему экрану. Относительное мониторирование первичного пучка осуществляется телескопом счетчиков S_5 , S_6 , S_7 , расположенным под углом 135° относительно направления первичного пучка (монитор M_p) на расстоянии 3 м от мишени. Телескоп M_p регистрирует частицы, возникающие от взаимодействия первичного пучка с заглушкой вакуум-провода (майлар). Телескоп счетчиков S_8 , S_9 , S_{10} (монитор M_π) на-

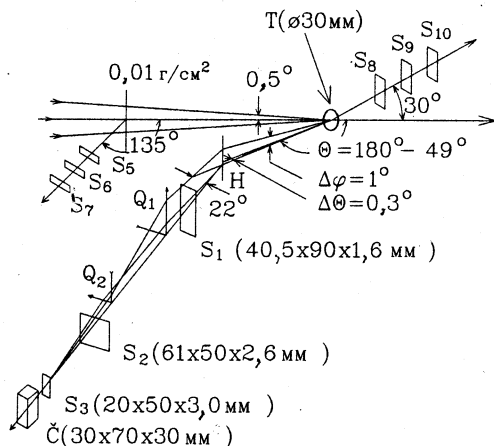


Рис.1. Схема установки ДИСК-2

целен на мишень и служит контролем сброса пучка. Величина и постоянство отношения $\frac{M_p}{M_\pi}$ в цикле сброса свидетельствуют о полном прохождении частиц первичного пучка через мишень. Градуировка телескопа M_p основана на измерении наведенной активности в реакции $^{12}\text{C}(p, pn)^{11}\text{C}$. С этой целью проводится облучение пластического сцинтиллятора в фокусе первичного пучка с последующим измерением наведенной активности на специально созданной установке.

Счетчик S_1 установлен вблизи магнита на расстоянии 2,4 м от мишени. Расстояние между счетчиками S_1 и S_3 составляет 3,8 м, между S_2 и S_3 — 0,97 м. В счетчиках $S_1 + S_4$ применяются фотоумножители XP1021, режим работы которых выбран из условия наилучшего временного разрешения (± 50 пс) при линейной зависимости выходного сигнала по заряду от числа фотоэлектронов. Черенковские счетчики $\check{C}_v$ и $\check{C}_n$ имеют радиаторы из полиэтилметакрилата специальной очистки, наклеенные на фотоумножители 56DVP. В мониторных телескопах M_p и M_π применяются фотоумножители ФЭУ-87 и сцинтилляторы с размерами $50 \times 10 \times 0,8$ мм. Калибровка магнитного спектрометра осуществлялась методом токнесущей нити [33] и позволила определить центральный импульс частиц в зависимости от тока в магните или от напряженности магнитного поля по датчику Холла. Импульсное разрешение спектрометра $\Delta p/p = 8\%$. Величина аксептанса установки составляет $3,4 \cdot 10^{-5}$ ср, абсолютная нормировка сечений 10—15% (последняя цифра относится к пучку ядер углерода).

Вторичные частицы, выделенные магнитом Н по заряду и импульсу и прошедшие счетчики $S_1 + S_4$, $\check{C}$, идентифицируются путем измерения следующих характеристик:

- 1) времени пролета частицы на базе $S_1 - S_3$ — (t_1);
- 2) времени пролета частицы на базе $S_2 - S_3$ — (t_2);
- 3) ионизационных потерь частиц в сцинтилляторах S_2, S_3, S_4 ;
- 4) интенсивности черенковского излучения частиц в радиаторах счетчиков $\check{C}_v$ и $\check{C}_n$.

Эффективным методом выделения полезных событий является алгоритм τ -критериев. Используя линейную связь времени пролета частиц на двух времяпролетных базах t_1 и t_2 , можно определить τ -координату:

$$\tau_{12} = t_1 - 2t_2 + 260.$$

События по этой координате, не связанные со случайными сигналами счетчиков, распределены независимо от скорости регистрируемых частиц и имеют распределение по τ_{i2} с одним максимумом. Задание границ для соответствующих полезных событий приводит к подавлению фоновых событий более чем в 20 раз. Аналогично, применяя критерий

$$\tau_{\Delta E3} = t_1 - 2,6t_2 + 150,$$

получаем распределение, на котором все события, не связанные со случайными, разделены по заряду и в первом приближении не различаются по скорости. Кроме разделения частиц по заряду, измерение ионизационных потерь повышает надежность идентификации частиц. Установка работает на линии с ЭВМ.

Совокупность величин t_1 , t_2 , Δ_{E2} , Δ_{E3} , Δ_{E4} , $I_{\text{с}}^{\text{г}}$, $I_{\text{н}}^{\text{г}}$ образует пространство событий. Область в пространстве событий задается условием одновременного наблюдения значений координат события в заданных интервалах каждой из координат. Организация программы многомерного анализа позволяет в процессе обработки данных выделять события в различных многомерных областях и строить одномерные и двумерные проекции содержимого этих областей на оси координат пространства событий. Анализ полученных распределений дает возможность оценить число событий определенного сорта, статистические характеристики спектров, оценить вклад случайных совпадений при больших нагрузках регистрирующей аппаратуры. Кроме того, в результате многомерного анализа для каждого сорта частиц формируется «банк интегральных характеристик полезных событий». Для каждого сорта частиц содержится информация о числе событий, эффективности границ по каждой из используемых координат, средней амплитуде распределения событий по каждой координате. Программы заполнения банка оптимизированы по времени и позволяют между циклами ускорителя обрабатывать весь объем поступающей информации для всех сортов вторичных частиц, регистрируемых одновременно. После каждой серии измерений информация, содержащаяся в банке, записывается в файл суммарных результатов, размещенный на диске. Подробное описание установки и процедура вычисления сечений по измеряемым величинам содержатся в работах [34—36].

Использованные в экспериментах мишени из разделенных изотопов имели следующие величины обогащения (в процентах к основному изотопу): ^6Li (90,3), ^7Li (99), ^{58}Ni (99,7), ^{64}Ni (93,1), ^{64}Zn (98,7), ^{114}Sn (92), ^{124}Sn (97,2). Поправка, связанная с отличным от 100% обогащением, составляет в среднем $\simeq 1\%$.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Протон-ядерные и ядро-ядерные взаимодействия. На рис.2—5 представлены данные по A -зависимости сечений дейтронов, протонов, положительных и отрицательных пионов на пучках протонов, дейтронов, ядер гелия и углерода [37]. Как уже отмечалось, наблюдается резкое увеличение сечений в области легких ядер и выполаживание по мере возрастания мас-

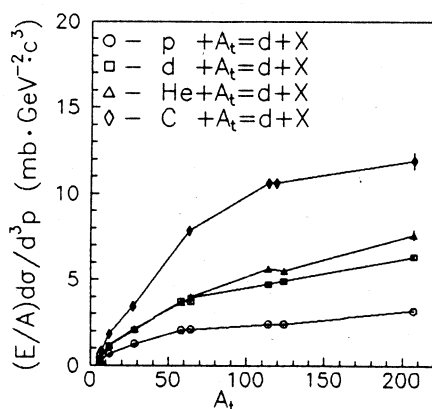


Рис.2. A -зависимость сечений дейтронов на разных пучках

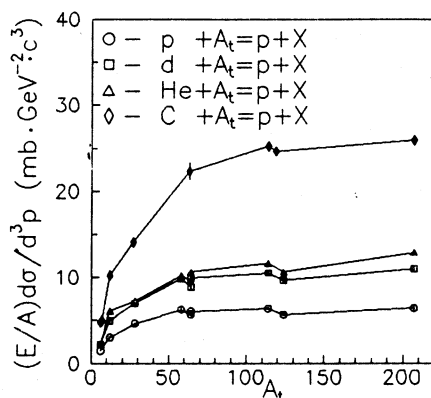


Рис.3. A -зависимость сечений протонов на разных пучках

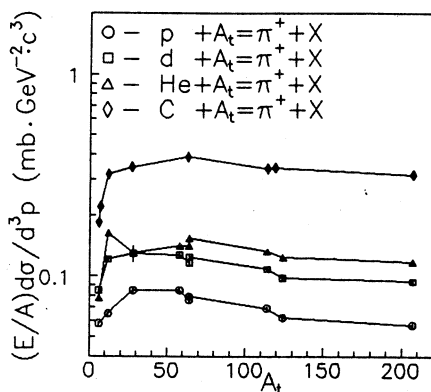


Рис.4. A -зависимость сечений π^+ -мезонов на разных пучках

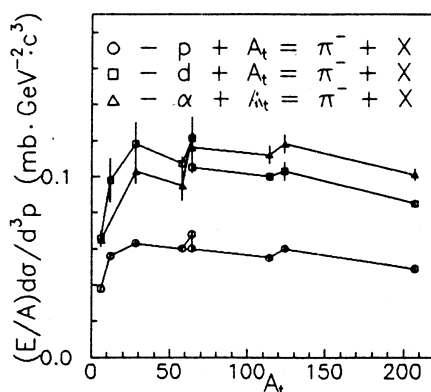


Рис.5. A -зависимость сечений π^- -мезонов на разных пучках

Рис.6. А-зависимость сечений кумулятивных частиц в процессе $D + A \rightarrow c + \dots$ ($\vartheta = 120^\circ$)

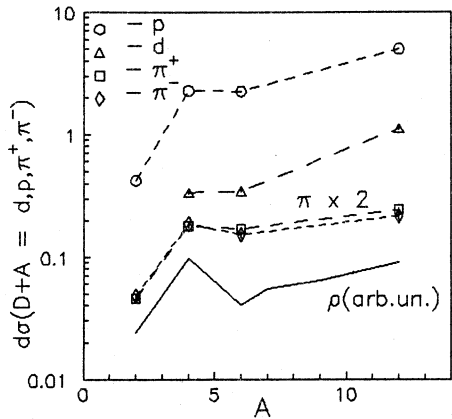
сового числа A . Такое поведение характерно для всех используемых пучков. Обращает на себя внимание тот факт, что сечения на пучках дейтерия и гелия близки по величине, а сечения для различных частиц подобны. Другая особенность, которую можно видеть на рисунках, проявляется на изотопах никеля, цинка и олова. Здесь имеются нерегулярности в поведении сечений,

проявляющиеся специфическим образом для протонов, π^+ - и π^- -мезонов.

Поведение сечений в зависимости от массового числа A подобно поведению таких характеристик ядер, как плотность, энергия связи, зарядовые радиусы. Эти свойства ядер хорошо известны (см., например, [38]). Имея в виду упомянутые свойства, рассмотрим по отдельности области легких и тяжелых ядер. Данные по А-зависимости сечений в интервале фрагментирующих ядер от дейтерия до углерода показаны на рис.6 в увеличенном масштабе [39]. Сплошная линия на рисунке отображает поведение плотности ядер, вычисленной по формуле

$$\rho(A) = \frac{A}{4/3\pi(5/3 \langle r^2 \rangle)^{3/2}}. \quad (10)$$

Значения среднеквадратичных радиусов ядер $\langle r^2 \rangle$ брались из работы [40]. Представляется вполне очевидным, что поведение сечений (рис.6) коррелирует с поведением ядерной плотности. Количественную оценку можно получить, сравнивая отношения плотностей с отношениями сечений. Так, увеличению плотности в 4,2 раза при переходе от дейтерия к гелию соответствуют отношения сечений $5,38 \pm 0,22$; $3,90 \pm 0,13$, соответственно, для протонов, π^+ - и π^- -мезонов. В то же время уменьшению плотности в 2,5 раза при переходе от гелия к литию отвечает равенство сечений для всех частиц. Переход от лития к углероду вновь демонстрирует корреляцию: отношению плотностей углерода и лития, равному 2,25, отвечают отношения сечений $2,22 \pm 0,06$ (p), $3,26 \pm 0,09$ (d), $1,43 \pm 0,04$ (π^+), $1,42 \pm 0,17$ (π^-). Как видно из приведенных числовых данных, корреляция



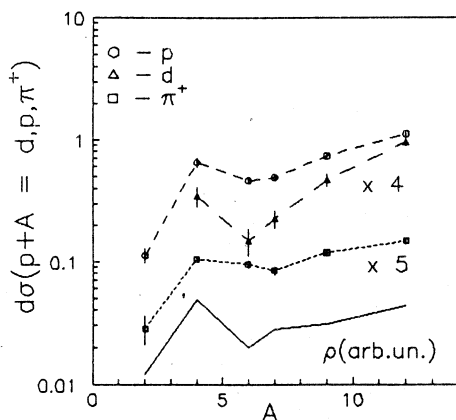


Рис. 7. А-зависимость сечений кумулятивных частиц в процессе $p + A \rightarrow c + \dots$ ($\vartheta = 180^\circ$)

сечений с плотностью действительно имеет место. На рис. 7 показаны данные для первичных протонов с импульсом 8,9 ГэВ/с и угла эмиссии 180° , взятые из работ [14,15]. Поведение сечений здесь такое же, как и на рис. 6, и даже область ядер ${}^4\text{He} - {}^4\text{Li}$ проявляется подобным образом, за исключением, возможно, дейтронных дан-

ных. Таким образом, рассмотренная область легких ядер указывает на корреляцию сечений кумулятивных частиц с ядерной плотностью, которая максимально изменяется на этих ядрах. Эта корреляция проявляется на пучках протонов и ядер, не зависит от угла эмиссии и сорта частиц и, по всей видимости, носит довольно общий характер.

Основываясь на данных [41], где представлены значения инвариантных дифференциальных сечений для исследованных в настоящей работе частиц, и [42], представим ряд соотношений, которые свойственны изучаемым процессам. Одной из интересных характеристик в кумулятивном рождении

Таблица 1. Отношения сечений π^+/π^- на разных пучках

A_t	$p + A_t$	$D + A_t$	${}^4\text{He} + A_t$
${}^6\text{Li}$	$1,21 \pm 0,03$	$1,12 \pm 0,06$	$1,05 \pm 0,07$
Pb	$0,96 \pm 0,03$	$0,99 \pm 0,04$	$1,05 \pm 0,03$

Таблица 2. Отношения сечений p/π^+ на разных пучках

A_t	$p + A_t$	$D + A_t$	${}^4\text{He} + A_t$	$C + A_t$
${}^6\text{Li}$	$25,3 \pm 0,7$	$26,4 \pm 0,8$	$27,6 \pm 1,2$	$26,0 \pm 0,9$
Pb	113 ± 3	117 ± 5	110 ± 5	82 ± 4

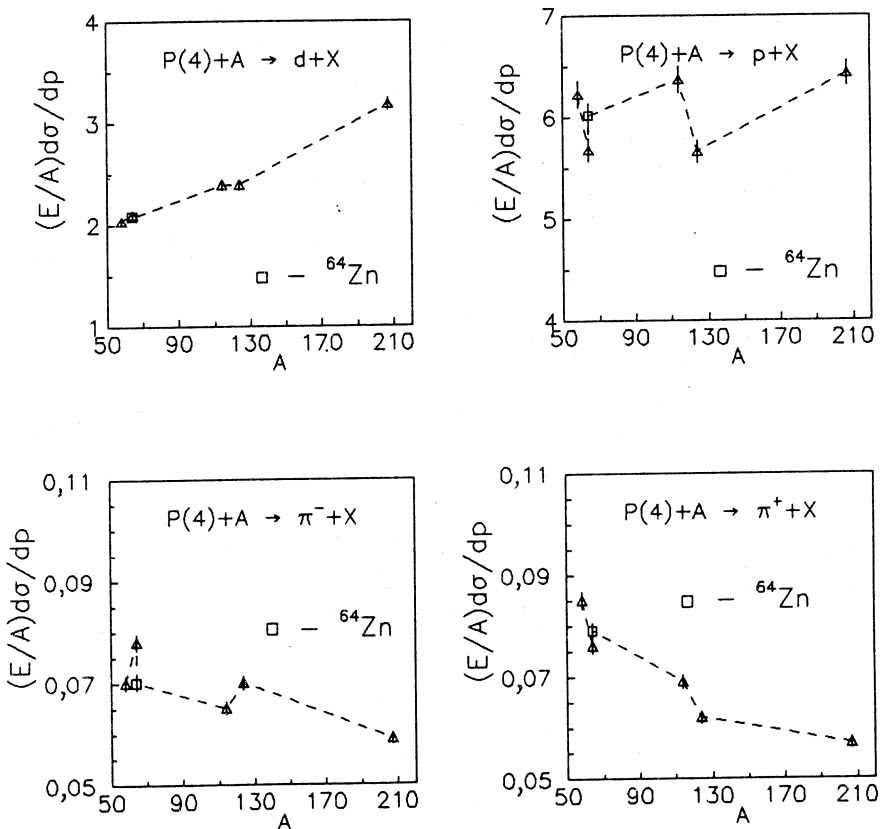


Рис.8. A-зависимость сечений дейтронов, протонов и пионов на пучке протонов

частиц является отношение сечений π^+/π^- . В табл.1 содержатся такие отношения на различных пучках для легкого (^6Li) и тяжелого (Pb) ядер.

Из данных табл.1 видно, что эти отношения практически равны единице в изотопически сопряженных процессах, что естественно, и равны единице для ядра свинца, имеющего большой избыток нейтронов. Заметим, что отношение сечений π^-/π^+ в элементарных процессах $p+p \rightarrow \pi^-$ и $p+p \rightarrow \pi^+$ составляет $\simeq 0,25$. То же отношение в процессе $p+D \rightarrow \pi$ равно $\simeq 1$. Этот вопрос специально изучался в работе [43]. В случае ядерных пучков представляет интерес проследить отношения сечений протонов и положительных пионов. Для сравнения снова выбраны ядра лития и свинца, результаты представлены в табл.2. По данным табл.2 можно заключить, что

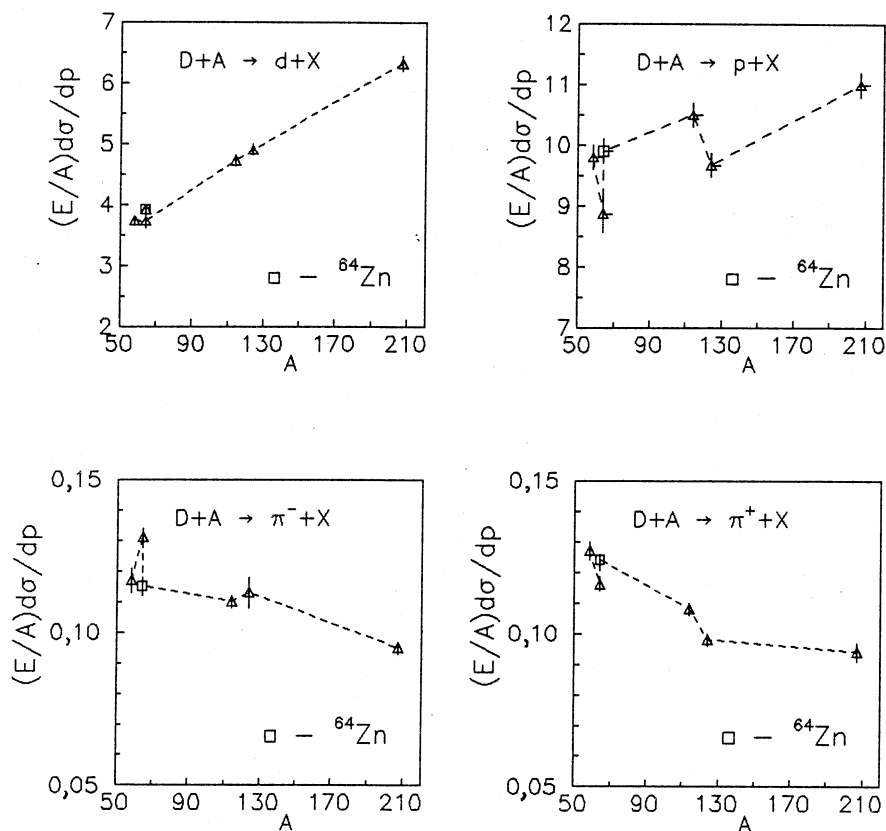


Рис.9. А-зависимость сечений дейтронов, протонов и пионов на пучке дейтронов

отношения сечений p/π^+ постоянны для всех пучков, различаются по величине приблизительно в четыре раза на свинце и литии, а на пучке углерода это отношение заметно падает. Уменьшение отношения сечений p/π^+ в процессе $C + \text{Pb}$ может быть связано с подавлением выхода протонов вследствие экранировки налетающим ядром углерода. Возможность проявления эффекта экранирования в ядро-ядерных взаимодействиях отмечалась в [44].

Обратимся к области средних и тяжелых ядер. В этой области ядер плотность приблизительно постоянна, однако изменяется зарядовая плотность. Впервые корреляция сечений с зарядовой плотностью ядер исследовалась нами в [37], хотя экспериментальные указания на такую возможность

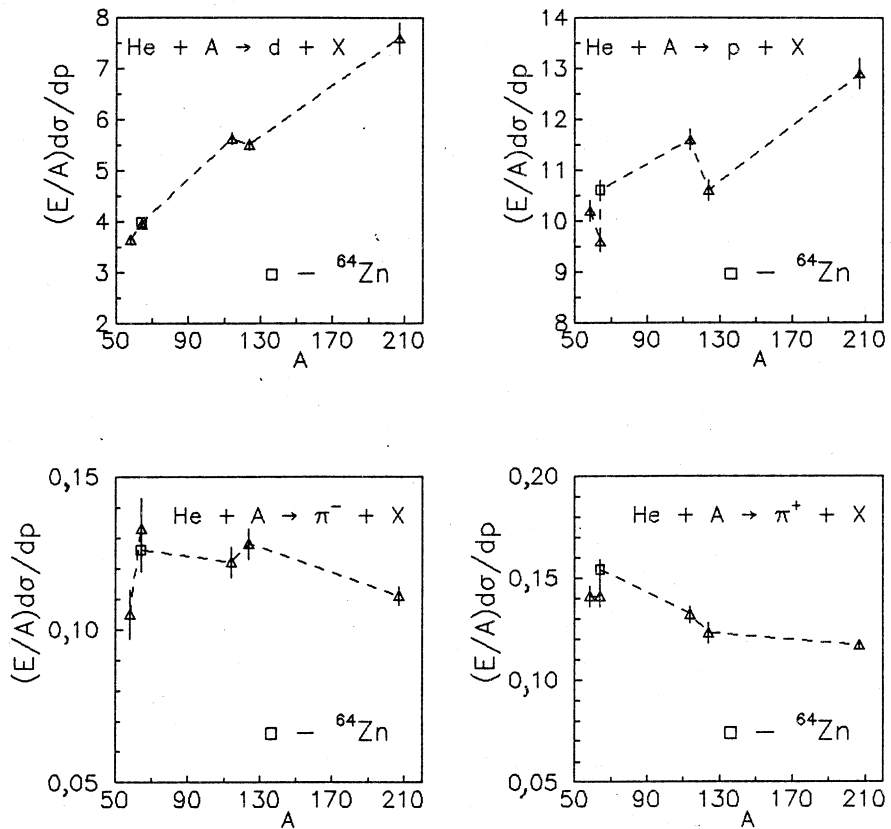


Рис.10. A-зависимость сечений дейтронов, протонов и пионов на пучке ядер гелия

имелись значительно раньше [29,30], но недостаточная статистическая обеспеченность данных не позволяла сделать конкретные выводы.

Рассмотрим данные [37,39]. Они представлены на рис.8 (первичные протоны), рис.9 (первичные дейтроны), рис.10 (пучок ядер гелия). В выбранном на рисунках масштабе хорошо видно нерегулярное поведение сечений для всех частиц и первичных пучков. Такая нерегулярность проявляется на изотопически обогащенных ядрах никеля, цинка и олова. Этот эффект был отмечен нами ранее [29] и получил название изотопического. Его проявление сказалось в том, что сечение кумулятивного рождения протонов не зависит от нейтронного избытка в ядрах. Затем в работе [45] на пучках протонов 7,5 ГэВ/с и отрицательных пионов с импульсом 5 ГэВ/с изо-

**Таблица 3. Отношения сечений (не нормированных на A)
в разных процессах**

Процесс	$^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}$	$^{124}\text{Sn}/^{114}\text{Sn}$	$^{64}\text{Zn}/^{64}\text{Ni}$
p	$1,00 \pm 0,03$	$0,97 \pm 0,03$	$1,06 \pm 0,03$
$p + A \rightarrow \pi^+$	$0,98 \pm 0,03$	$0,98 \pm 0,03$	$1,04 \pm 0,03$
π^-	$1,22 \pm 0,03$	$1,17 \pm 0,03$	$0,90 \pm 0,03$
p	$0,99 \pm 0,04$	$1,00 \pm 0,03$	$1,12 \pm 0,04$
$D + A \rightarrow \pi^+$	$1,00 \pm 0,03$	$0,99 \pm 0,03$	$1,07 \pm 0,02$
π^-	$1,24 \pm 0,06$	$1,12 \pm 0,05$	$0,88 \pm 0,03$
p	$1,04 \pm 0,03$	$0,99 \pm 0,03$	$1,10 \pm 0,03$
$^4\text{He} + A \rightarrow \pi^+$	$1,10 \pm 0,05$	$1,01 \pm 0,05$	$1,09 \pm 0,05$
π^-	$1,40 \pm 0,12$	$1,14 \pm 0,06$	$0,95 \pm 0,09$

топический эффект был подтвержден и обнаружен изотонический эффект, означающий независимость сечения рождения нейтронов от избытка протонов. Далее, в нашей работе [46] была установлена независимость сечений от нейтронного избытка для π^+ - и K^+ -мезонов. Настоящие данные (см. рисунки для π^+ , π^- , p) позволяют сделать заключение, что сечения положительно заряженных частиц чувствительны к содержанию протонов фрагментирующего ядра, отрицательно заряженных — к содержанию нейтронов. Количественная характеристика поведения сечений на изотопически обогащенных мишенях представлена в табл.3, где содержатся отношения сечений для исследованных частиц и пучков.

Из данных табл.3 непосредственно видно, что

— отношения сечений на ядрах с фиксированными зарядами и различным содержанием нейтронов ($^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}$, $^{124}\text{Sn}/^{114}\text{Sn}$) равны единице для положительно заряженных частиц в пределах экспериментальных ошибок;

— отношения сечений на тех же ядрах для отрицательно заряженных частиц превышают единицу и отслеживают нейтронный избыток ядер;

— отношения сечений на ядрах с различными зарядами ($^{64}\text{Zn}/^{64}\text{Ni}$) превышают единицу для положительно заряженных частиц и находятся в пределах единицы или менее для отрицательных;

— масштаб изменения величин сечений находится в пределах относительного содержания протонов и нейтронов в ядрах. Это новый и

Таблица 4. Значения показателя степени n в разных процессах

Процесс	d	p	π^+	π^-
$p + A$	$1,45 \pm 0,02$	$1,16 \pm 0,01$	$0,80 \pm 0,01$	$0,84 \pm 0,02$
$D + A$	$1,56 \pm 0,02$	$1,23 \pm 0,02$	$0,84 \pm 0,02$	$0,85 \pm 0,11$
${}^4\text{He} + A$	$1,64 \pm 0,02$	$1,29 \pm 0,02$	$0,95 \pm 0,05$	$0,99 \pm 0,07$
$C + A$	$1,61 \pm 0,02$	$1,30 \pm 0,02$	$1,00 \pm 0,06$	

необычный результат для адрон-ядерных и ядро-ядерных взаимодействий вообще и для кумулятивных процессов в частности, тем более, что для ядра свинца (отношение числа нейтронов к числу протонов $N/Z = 1,5$) сечения π^+ и π^- приблизительно равны. Последнее обстоятельство давно и хорошо известно.

Напомним, для удобства сравнения, что относительные содержания нейтронов на изотопах никеля и олова равны, соответственно, 1,2 и 1,16. Отношение зарядов ядер ${}^{64}\text{Zn}$ и ${}^{64}\text{Ni}$ равно 1,07.

Имеющиеся экспериментальные данные на пучках протонов и ядер дают возможность исследовать A -зависимость сечений от массового числа первичных пучков непосредственно. С этой целью были определены показатели степени n в A -зависимости сечений пионов, протонов и дейтронов на каждом из пучков. Показатель степени n определялся из выражения

$$n = \frac{\ln \left[E \frac{d\sigma}{dp} (A_1) / E \frac{d\sigma}{dp} (A_2) \right]}{\ln (A_1 / A_2)}.$$

В качестве ядер A_1 и A_2 брались, соответственно, Pb и Al. Численные значения показателя степени n приведены в табл.4.

На рис.11 изображена зависимость показателя степени n от сорта пучка. Данные табл.4 и рис.11 показывают подобие A -зависимости сечений на различных пучках для пионов, протонов и дейтронов. Выход на режим, где величины n принимают практически постоянные значения (свои для каждой из частиц), начинается с пучка ядер гелия.

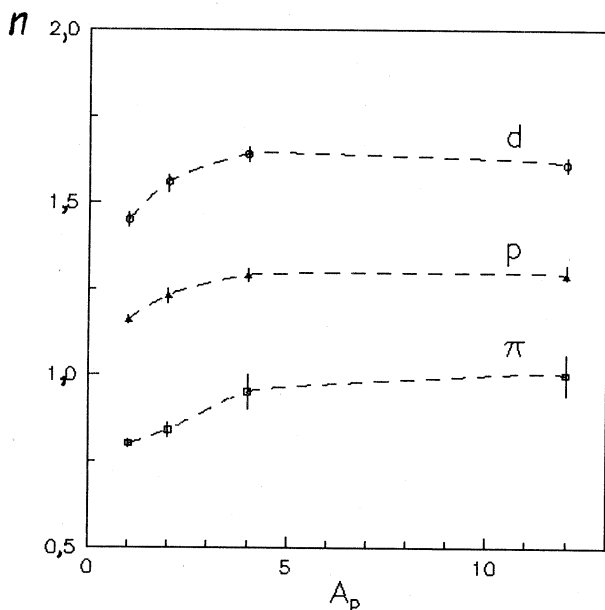


Рис.11. Значения показателя степени n на разных пучках

ПРОТОН-ЯДЕРНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ПУЧКЕ 8,9 ГэВ/с

A-зависимость. Результаты, полученные в исследованиях на пучках протонов и ядер с использованием изотопически обогащенных мишеней, стимулировали интерес к более детальному изучению этой области ядер. С этой целью были проведены измерения A-зависимости сечений кумулятивного рождения $\pi^\pm$, $K^\pm$, p и d (импульс 0,5 ГэВ/с, $\vartheta = 120^\circ$) на пучке протонов с импульсом 8,9 ГэВ/с и энергетической зависимости сечений $\pi^\pm$, p и d в интервале импульсов $0,3 \pm 0,7$ ГэВ/с. Фрагментирующими ядрами являлись ^{58}Ni , ^{64}Ni , ^{64}Zn , ^{114}Sn , ^{124}Sn , Pb . На рис.12—14 показаны данные по A-зависимости сечений для всех частиц этого цикла измерений. На рис.15 представлены данные работы [15] для угла эмиссии 180° . Кривая на рис.15 отображает поведение зарядовой плотности на этих ядрах. Особенно заметен скачок плотности между ядрами никеля и цинка, который проявляется постоянно на этой группе ядер. Общая картина в поведении сечений, как можно видеть из рисунков, аналогична рассмотренной в предыдущем разделе и подтверждает наши прежние результаты [46] о независимости се-

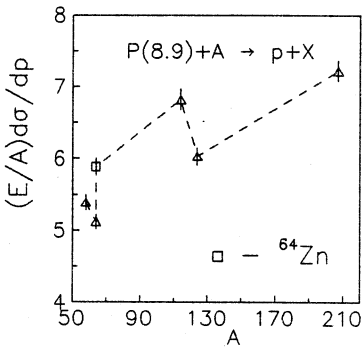
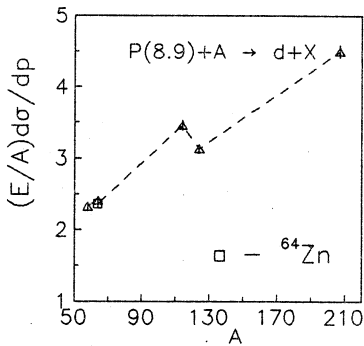


Рис.12. A-зависимость сечений дейтронов и протонов

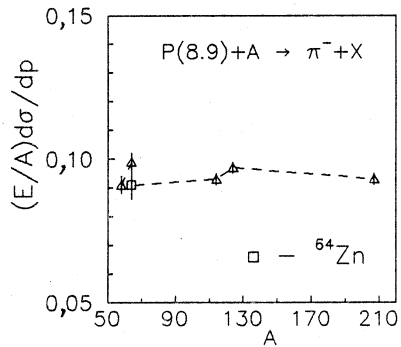
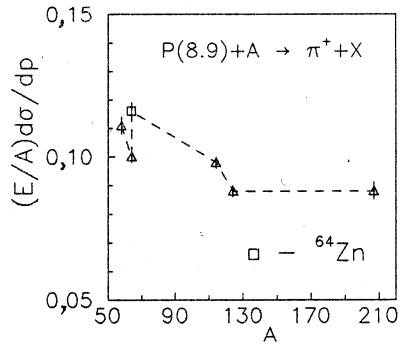


Рис.13. A-зависимость сечений пионов

чений положительно заряженных частиц от избыточного содержания нейтронов. К сожалению, недостаточная статистическая обеспеченность данных по K^- -мезонам не позволяет сделать определенных выводов.

Количественная информация в виде отношений сечений (сечения здесь не нормированы на A) для различных фрагментирующих ядер и частиц содержится в табл.5.

Здесь, как и на пучке протонов вдвое меньшего импульса, прослеживаются те же закономерности. Положительно заряженные частицы отслеживают содержание протонов, отрицательно заряженные — содержание нейтронов. Отношения сечений для дейтронов занимают промежуточное положение.

Энергетическая зависимость. Исследования кумулятивного рождения частиц на ядрах с различным содержанием нейтронов при фиксированном

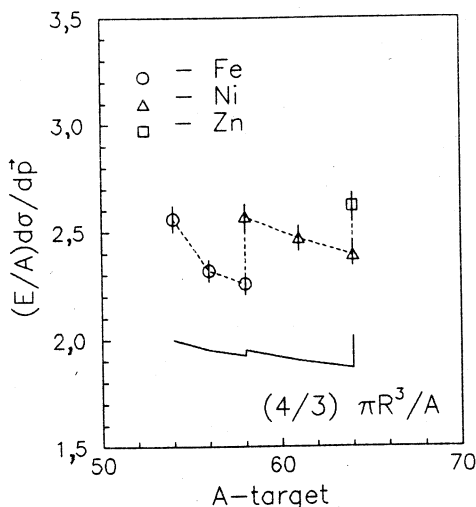
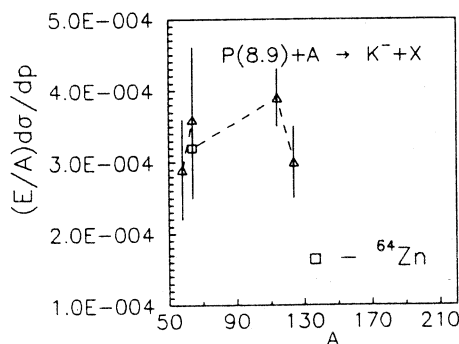
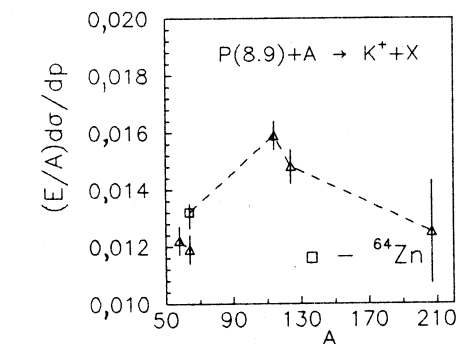


Рис.14. А-зависимость сечений каонов

заряде ядра (разделенные изотопы) имеют довольно давнюю историю и преследовали цель установить степень возможного вклада наиболее экзотических ядерных систем в кумулятивные процессы, поскольку исходная гипотеза кумулятивного эффекта [1] предполагала несущественность влияния ядерных формфакторов в жесткой части спектров. Первые результаты измерений [47] подтвердили исходное предположение [1] на уровне $\approx 10\text{--}15\%$, последующие, цитированные выше, выявили более тонкие особенности.

В настоящей работе впервые проведено детальное изучение изотопического эффекта в импульсном интервале $0,3 + 0,7$ ГэВ/с. Основные результаты изложены в работах [37,48]. Здесь мы будем пользоваться табличными данными и результатами их аппроксимации из [41], которые содержатся в приложении.

Энергетическая зависимость сечений кумулятивного рождения частиц под данным ($\vartheta = 120^\circ$) или близкими углами эмиссии изучалась в наших [14,15] и других работах [16—22,45,49] на разных ядрах и при различных начальных энергиях. Для одинаковых кинематических условий наши данные

Рис.15. А-зависимость сечений протонов, $p = 0,5$ ГэВ/с, $\vartheta = 180^\circ$

Таблица 5. Отношения сечений (не нормированных на A) на изотопических ядрах ($p = 0,5$ ГэВ/с, $\vartheta = 120^\circ$, $P_0 = 8,9$ ГэВ/с)

Процесс	$^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}$	$^{64}\text{Zn}/^{64}\text{Ni}$	$^{124}\text{Sn}/^{114}\text{Sn}$
$p + A \rightarrow d$	$1,03 \pm 0,03$	$0,98 \pm 0,03$	$0,98 \pm 0,03$
$p + A \rightarrow p$	$1,05 \pm 0,03$	$1,15 \pm 0,03$	$0,96 \pm 0,03$
$p + A \rightarrow \pi^+$	$0,99 \pm 0,03$	$1,16 \pm 0,04$	$0,99 \pm 0,03$
$p + A \rightarrow \pi^-$	$1,20 \pm 0,04$	$1,09 \pm 0,04$	$1,13 \pm 0,03$
$p + A \rightarrow K^+$	$1,07 \pm 0,06$	$1,11 \pm 0,05$	$1,01 \pm 0,05$

согласуются с результатами других работ в пределах экспериментальных ошибок и абсолютных нормировок сечений. Как отмечалось выше, энергетические спектры следуют экспоненциальной зависимости в различных представлениях с соответствующими параметрами наклонов. Поскольку спектры на разных ядрах подобны, приведем в иллюстративных целях энергетические спектры протонов и пионов на ядре Рб, изучавшемся вместе с изотопическими ядрами. Эти спектры изображены на рис.16. Данные по энергетической зависимости фитировались экспоненциальными выражениями (1)–(3), приведенными выше. Параметры фитирования для конкретных ядер приведены в соответствующих таблицах приложения. В измеренном интервале импульсов для протонов и π^- -мезонов данные лучше описываются двумя

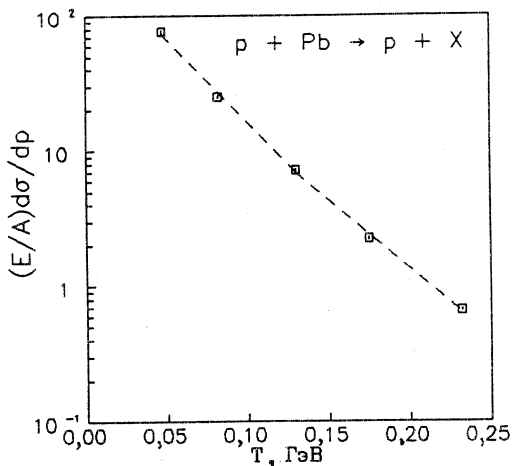
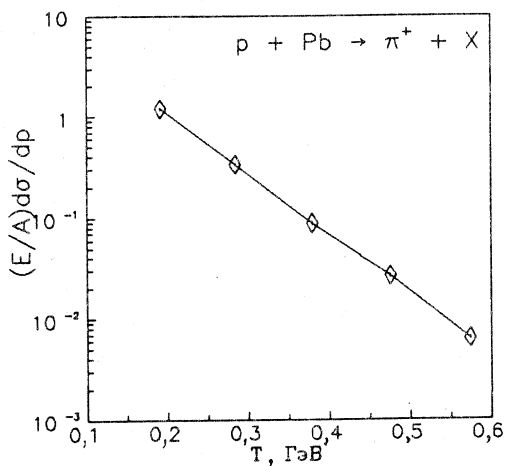


Рис.16. Энергетическая зависимость сечений пионов и протонов

Таблица 6. Средневзвешенные значения параметров наклона

Частицы	Интервал, ГэВ/с	T_0 , МэВ	x_0	α_0
p	0,3 + 0,5	$33,4 \pm 0,4$ $\chi^2 = 6$	$0,097 \pm 0,0012$ $\chi^2 = 9$	$0,081 \pm 0,001$ $\chi^2 = 6$
	0,5 + 0,7	$44,8 \pm 0,3$ $\chi^2 = 1,3$	$0,114 \pm 0,004$ $\chi^2 = 1$	$0,092 \pm 0,001$ $\chi^2 = 1$
π^-	0,3 + 0,5	$78,9 \pm 1,3$ $\chi^2 = 9$	$0,161 \pm 0,003$ $\chi^2 = 19$	$0,129 \pm 0,002$ $\chi^2 = 7$
	0,5 + 0,7	$72,5 \pm 0,4$ $\chi^2 = 1$	$0,153 \pm 0,001$ $\chi^2 = 1$	$0,117 \pm 0,001$ $\chi^2 = 1$
π^+	0,3 + 0,7	$72,6 \pm 0,2$ $\chi^2 = 1$	$0,150 \pm 0,005$ $\chi^2 = 1$	$0,118 \pm 0,001$ $\chi^2 = 1$
d	0,5 + 0,7	$29,3 \pm 0,3$ $\chi^2 = 2$	$0,102 \pm 0,001$ $\chi^2 = 2$	$0,082 \pm 0,001$ $\chi^2 = 3$

экспонентами, поэтому измеренный интервал импульсов разбивался на две части с условными названиями мягкой (0,3 + 0,5 ГэВ/с) и жесткой (0,5 + 0,7 ГэВ/с). Обобщенные результаты фита сведены в табл.6.

Из данных табл.6 видно, что имеются явные различия в параметрах наклона в мягкой и жесткой частях спектров. Кроме того, величины χ^2 , характеризующие параметры наклонов в мягкой части спектров, довольно большие. Это может быть связано с малой величиной ошибок и тогда экспоненциальная зависимость с такой точностью не имеет места. Другой причиной может являться тот факт, что параметры наклонов на конкретных ядрах несколько различны. В случае протонов, например, на ядре ^{124}Sn имеется увеличение параметра наклона $\simeq 4\%$ по сравнению с другими ядрами. Аналогично для π^- -мезонов параметр наклона увеличен на $\simeq 10\%$

на ядрах Pb и ^{124}Sn (см. приложение). Данные табл.6 для дейтронов имеются лишь в одном интервале импульсов, поскольку начальный импульс их регистрации составлял 0,5 ГэВ/с.

Сравнение данных на пучках протонов 4,5 и 8,9 ГэВ/с. Представляет интерес сравнить некоторые характеристики кумулятивного рождения на одних и тех же ядрах, которые использовались в измерениях на первичных пучках протонов, вдвое различающихся по импульсу. Во-первых, это отношения сечений π^+ - и π^- -мезонов, представленные в табл.7.

Как показывают данные табл.7, эти отношения практически совпадают в пределах экспериментальных ошибок на обоих пучках и демонстрируют еще один вид детального подобия в кумулятивном рождении пионов. Вторая интересная возможность — непосредственно сравнить сечения на обоих пучках для всех (достаточно статистически обеспеченных) частиц на тех же ядрах. Такие данные содержатся в табл.8.

Таблица 7. Отношения сечений π^+/π^- мезонов на различных пучках

A	$P_0 = 4,5 \text{ ГэВ/с}$	$P_0 = 8,9 \text{ ГэВ/с}$
^{58}Ni	$1,21 \pm 0,03$	$1,21 \pm 0,04$
^{64}Ni	$0,97 \pm 0,03$	$1,01 \pm 0,04$
^{64}Zn	$1,13 \pm 0,04$	$1,27 \pm 0,08$
^{114}Sn	$1,06 \pm 0,03$	$1,05 \pm 0,03$
^{124}Sn	$0,89 \pm 0,03$	$0,91 \pm 0,03$
Pb	$0,97 \pm 0,03$	$0,95 \pm 0,04$

Таблица 8. Отношения сечений на разных пучках протонов (8,9/4,5)

A	d	p	π^+	π^-
^{58}Ni	$1,14 \pm 0,03$	$0,86 \pm 0,03$	$1,31 \pm 0,03$	$1,30 \pm 0,03$
^{64}Ni	$1,15 \pm 0,03$	$0,90 \pm 0,03$	$1,32 \pm 0,03$	$1,27 \pm 0,04$
^{64}Zn	$1,13 \pm 0,03$	$0,98 \pm 0,03$	$1,47 \pm 0,05$	$1,30 \pm 0,06$
^{114}Sn	$1,45 \pm 0,03$	$1,07 \pm 0,03$	$1,42 \pm 0,05$	$1,43 \pm 0,04$
^{124}Sn	$1,31 \pm 0,03$	$1,06 \pm 0,03$	$1,42 \pm 0,05$	$1,30 \pm 0,04$
Pb	$1,41 \pm 0,03$	$1,12 \pm 0,03$	$1,54 \pm 0,04$	$1,58 \pm 0,05$

Из таблицы можно видеть, что сечения протонов на пучке 8,9 ГэВ/с наиболее близки к сечениям на вдвое меньшем импульсе, сечения пионов возрастают, сечения дейтронов ведут себя половинчатым образом, демонстрируя заметный рост, начиная с ядра олова. Здесь могут сказываться индивидуальные особенности ядер. Однако наблюдается своеобразная A -зависимость отношения сечений для всех частиц: отношения сечений возрастают приблизительно на 20% от ядра никеля к ядру свинца.

ОБСУЖДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Предварительные итоги. Как следует из результатов предыдущих разделов, A -зависимости сечений на пучках протонов и ядер оказались подобными для всех наблюдаемых в данной работе частиц. Более того, это подобие проявилось в тонких деталях поведения сечений. В области легких ядер обнаруживается корреляция сечений с плотностью ядер, которая одинаковым образом выглядит как в pA -взаимодействиях (импульс первичных протонов 8,9 ГэВ/с, угол эмиссии 180°), так и в DA -взаимодействиях (импульс на нуклон 4,5 ГэВ/с, угол эмиссии 120°).

В области средних и тяжелых ядер детальное подобие проявляется в поведении сечений на разделенных изотопах никеля, цинка и олова. Масштаб изменения сечений сравним с относительным содержанием протонов и нейтронов в этих ядрах, причем наблюдается корреляция в сечениях рождения положительно заряженных частиц с содержанием протонов независимо от нейтронного избытка, а отрицательно заряженных (пионы) — с содержанием нейтронов. Отмеченные свойства (изотопический эффект) имеют место и на пучках протонов, и на ядерных пучках. Изменение импульса первичных протонов в два раза не сказывается на масштабе изменения величин отношений сечений вторичных частиц, т.е. изотопический эффект в поведении сечений сохраняется.

Отношения сечений π^+/π^- на легком и тяжелом ядрах одинаковым образом выглядят на пучках протонов и ядер.

Отношения сечений p/π^+ на тех же ядрах и пучках демонстрируют подобное поведение, отличаясь лишь величиной отношения на легком и тяжелом ядрах (${}^6\text{Li}$ и Pb соответственно).

Энергетическое поведение сечений на разделенных изотопах никеля, цинка и олова следует экспоненциальной зависимости во всех представлениях и, кроме положительных пионов, характеризуется двумя экспонентами, которые выделяют мягкую и жесткую части спектров. Однако по критерию χ^2 экспоненциальное представление спектров в мягкой части на та-

ком уровне экспериментальных ошибок не является удовлетворительным, в особенности для протонов.

Значения показателя степени A -зависимости сечений для пионов, протонов и дейтронов имеют подобное поведение при изменении массового числа снаряда и выходят на константу (свою для каждой из частиц), начиная с пучка ядер гелия, т.е. имеется зависимость показателя степени n от массы снаряда при переходе от пучка протонов к пучку дейтронов (напомним, что пучки протонов и ядер в данном цикле экспериментов имели импульс 4,5 ГэВ/с на нуклон).

Непосредственное сравнение сечений на пучках протонов 8,9 ГэВ/с и 4,5 ГэВ/с (в обоих случаях импульс вторичных частиц 0,5 ГэВ/с) для одинаковых ядер и вторичных частиц показывает своеобразную A -зависимость отношений сечений: они возрастают приблизительно на 20% от ядра никеля к ядру свинца. Абсолютные величины сечений для протонов близки на обоих первичных пучках, сечения пионов возрастают при увеличении начального импульса.

Отношения структурных функций. Как было отмечено во введении, экспериментальные результаты по кумулятивному рождению частиц привели к понятию кварк-партонной структурной функции ядер. Сечение инклюзивного процесса (4) записывается следующим образом [28,50]:

$$E_1 \frac{d\sigma_1^{\text{II}}}{dp_1} = C_q^1 \sigma_q^1 G_{\text{II}/q}(x, p_{1\perp}^2). \quad (11)$$

Здесь E_1 и p_1 — энергия и импульс инклюзивной частицы 1; C_q^1 — константа, характеризующая адронизацию кварка q в адрон 1; σ_q^1 означает сечение процесса, в котором кварк q из ядра II проникает через мишень I, избежав столкновения. $G_{\text{II}/q}(x, p_{1\perp}^2)$ является кварк-партонной структурной функцией ядра II, имеющей смысл распределения кварков по импульсам в ядре. Из приведенного выражения для инклюзивного сечения следует, что отношение инклюзивных сечений различных фрагментирующих ядер II' и II равно отношению их структурных функций:

$$E_1 \frac{d\sigma_1^{\text{II}'}}{dp_1} / E_1 \frac{d\sigma_1^{\text{II}}}{dp_1} = \frac{G_{\text{II}'/q}(x, p_{1\perp}^2)}{G_{\text{II}/q}(x, p_{1\perp}^2)}. \quad (12)$$

Свойства структурных функций ядер были изучены в работах [14,15] в широком диапазоне фрагментирующих ядер и начальных энергий. Приме-

чательным результатом в исследовании кумулятивного рождения частиц было установление соотношений

$$E_1 \frac{d\sigma}{dp_1}(\pi^-) \simeq E_1 \frac{d\sigma}{dp_1}(\pi^+) \simeq E_1 \frac{d\sigma}{dp_1}(K^+) \gg E_1 \frac{d\sigma}{dp_1}(K^-). \quad (13)$$

Эти соотношения справедливы при одинаковых значениях масштабной переменной для всех частиц и подтверждают предположения [28,50]. Поскольку ядра преимущественно содержат валентные u - и d -кварки, равенство сечений K^+ - и π^+ -мезонов может рассматриваться как следствие того, что их структурные функции $G_{H/u}(x, p_\perp^2)$ одинаковы. Кроме того, можно предположить, что $C_d^{\pi^-} \simeq C_u^{\pi^+} \simeq C_u^{K^+}$. Существенно меньшее сечение K^- -мезонов есть следствие того, что они не содержат валентных кварков.

В работе [48] впервые изучены отношения структурных функций на ядрах разделенных изотопов никеля, цинка и олова для пионов и протонов в зависимости от масштабной переменной x или, можно сказать, энергетическая зависимость изотопического эффекта для этих частиц. Результаты представлены на рис.17 (пионы) и рис.18 (протоны).

Обратимся к пионным данным. Отношение сечений для комбинации $^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}$ практически равно единице для π^+ и превышает единицу на уровне 1,2 для π^- во всем интервале x . Эти ядра содержат одинаковое число протонов $Z=28$ и различные числа нейтронов, $N=36$ и 30 соответственно. Отношение сечений π^+ и π^- для комбинации $^{124}\text{Sn}/^{114}\text{Sn}$ ведет себя аналогичным образом. Эта пара ядер также содержит одинаковое число протонов $Z=50$ и, соответственно, числа нейтронов $N=74$ и 64 . Последняя комбинация $^{64}\text{Zn}/^{64}\text{Ni}$ показывает практическое равенство сечений для π^- и превышение над единицей сечения π^+ -мезонов. Содержание протонов и нейтронов в этих ядрах составляет 30 и 34 (Zn) и 28 и 36 (Ni). В последнем случае числа протонов и нейтронов в ядрах различны при одинаковых массовых числах (изобары), но видна преимущественная роль заряда ядра.

Те же комбинации ядер для отношения сечений протонов (рис.18) показывают независимость сечения рождения протонов от нейтронного избытка на изотопах никеля во всем интервале изменения x . На изотопах олова прослеживается x -зависимость отношения сечений в мягкой области спектра. Последняя комбинация (изотопы цинка и никеля) демонстрирует эффект влияния заряда ядра, сравнимый по величине с эффектом для пионов, и указание на x -зависимость в мягкой части спектра.

Тесная связь кумулятивных процессов и процессов глубоконеупругого рассеяния лептонов на ядрах проявилась еще в ранний период исследо-

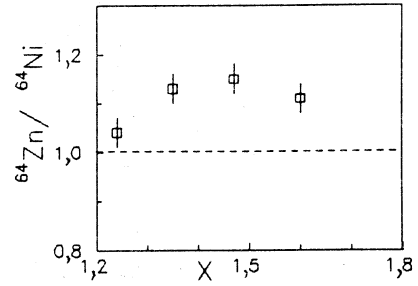
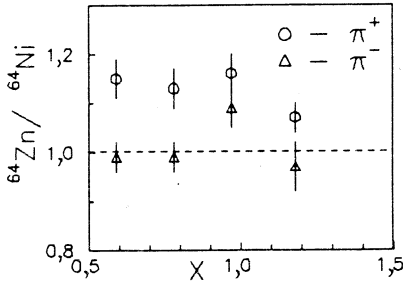
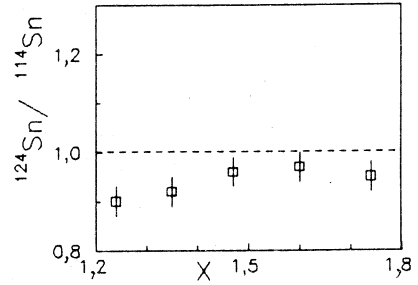
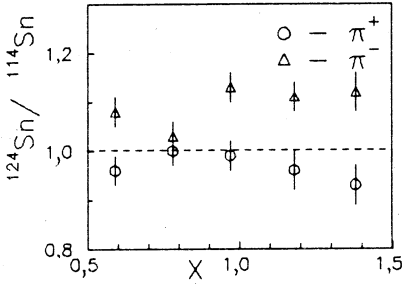
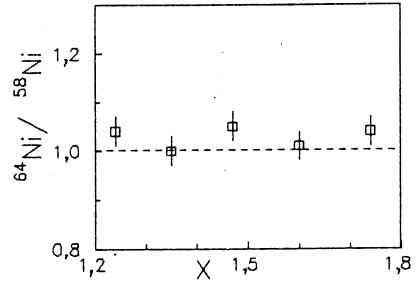
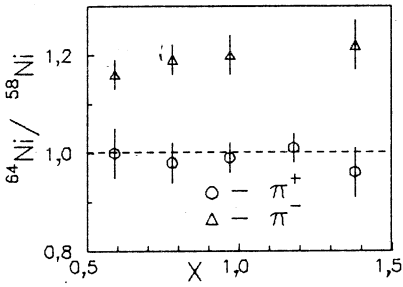


Рис.17. Отношение сечений π^+/π^- в зависимости от масштабной переменной x

Рис.18. Отношение сечений протонов в зависимости от масштабной переменной x

ваний. В частности, на подобное поведение структурных функций, изучаемых в кумулятивном рождении и лептон-ядерном рассеянии специально обращалось внимание в работах [46,50—52]. Универсальный характер

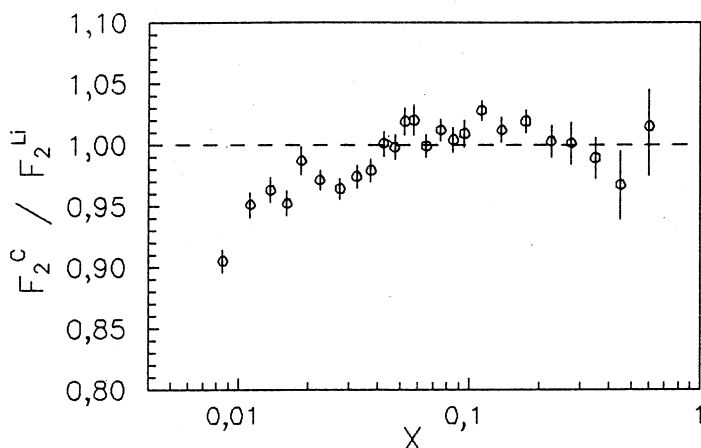


Рис.19. Отношение структурных функций глубоконеупругого рассеяния в процессе $\mu(90 \text{ ГэВ}) + A$ из работы [56]

структурных функций в адрон-адронных и лептон-адронных глубоконеупругих процессах при надлежащем учете структуры первичного адрона подчеркивался в работе [53], где суммируются результаты исследований инклюзивных процессов за большой промежуток времени.

Исследования процессов глубоконеупругого рассеяния лептонов на ядрах, предпринятые за последнее десятилетие в различных научных центрах, обнаружили интересные особенности в поведении структурных функций, которые оказались различными для свободных нуклонов и нуклонов в ядерной среде. История вопроса и результаты, полученные различными коллаборациями, отражены в содержательном обзоре [54]. Крайне интересными представляются последние данные коллаборации BCDMS [55], по-видимому, окончательно подтвердившие отличие от нуля структурной функции F_2^C в области $x \geq 1$ в процессе рассеяния мюонов с энергией 280 ГэВ на углероде.

Появившиеся сравнительно недавно экспериментальные данные Новой мюонной коллаборации (NMC, ЦЕРН) [56] по рассеянию мюонов 90 ГэВ на ядрах ${}^6\text{Li}$, ${}^{12}\text{C}$, ${}^{40}\text{Ca}$ указывают на интересные особенности в отношениях структурных функций. Выбранные ядра отличаются размерами и значениями плотностей:

$${}^6\text{Li}: r = 2,6 \text{ фм}, \rho = 0,04 \text{ фм}^{-3},$$

$$^{12}\text{C}: r = 2,5 \text{ фм}, \rho = 0,09 \text{ фм}^{-3},$$

$$^{40}\text{Ca}: r = 3,5 \text{ фм}, \rho = 0,11 \text{ фм}^{-3}.$$

Отношения структурных функций на этих ядрах оказываются чувствительными к размерам и плотности ядер в интервале $x \simeq 0,008 + 0,05$. В качестве иллюстрации на рис.19 приводится один из результатов работы [56].

СРАВНЕНИЕ С ЛИТЕРАТУРНЫМИ ДАННЫМИ

Приведенные в предыдущих разделах результаты вписываются в рамки общих закономерностей, свойственных кумулятивным процессам: абсолютные величины инвариантных дифференциальных сечений, поведение их A -зависимости, экспоненциальное изменение сечений в различных представлениях. Обнаруженная корреляция сечений с плотностью ядер является, на наш взгляд, первым экспериментальным фактом, указывающим причину резкого изменения сечений и их нерегулярное поведение в области легких ядер. Во всяком случае, это обстоятельство определяет значительную величину сечений для всех частиц, наблюдаемых в эксперименте. Интересная особенность в поведении сечений на ядрах ^4He и ^6Li (сечения на нуклон одинаковы), возможно, связана с тем, что в инклюзивном процессе мы получаем усредненную картину, в то время как ядро ^6Li в некоторых случаях представляется как остов ядра гелия с дейтроном вне замкнутой оболочки. А поскольку ядро ^7Li имеет несколько меньший радиус, чем ^6Li [57], то эта область ядер является весьма подходящим объектом для проведения корреляционных экспериментов, постановка которых вполне доступна с позиций выбора вида частиц, импульсных и угловых диапазонов регистрации.

В области легких ядер имеются интересные особенности, связанные с поведением сечений кумулятивного рождения частиц на различных пучках. В работе [58] изучался выход протонов и нейтронов из ядер ^6Li , ^7Li , Be, ^{10}B , ^{11}B , C на пучках протонов с импульсом 7,5 ГэВ/с и π^- -мезонов с импульсом 5 ГэВ/с, под углом 120° . В A -зависимости сечений отмечено нерегулярное поведение сечений на изотопах лития и бора, выход протонов увеличивается с ростом числа нейтронов, заметно проявляется заряд налетающей частицы на изоскалярных ядрах: нейтронов больше образуется в π^-A -взаимодействиях, в pA -взаимодействиях увеличивается выход протонов. На пучке протонов 8,9 ГэВ/с ($\vartheta = 180^\circ$, импульс 0,5 ГэВ/с) [14,15] для отношения сечений на изотопах лития были получены значения: $1,75 \pm 0,53$ (d), $1,24 \pm 0,04$ (p), $1,02 \pm 0,09$ (π^+). Из данных работы [41] на пучке ядер угле-

рода отношения сечений на изотопах лития (${}^7\text{Li}/{}^6\text{Li}$) составляют: $1,43 \pm 0,11$ (d), $1,22 \pm 0,03$ (p), $1,39 \pm 0,08$ (π^+), $3,2 \pm 2,4$ (K^+). Таким образом, изотопический эффект на легких ядрах проявляется в pA -взаимодействиях лишь для пионов. В SA -взаимодействии для всех частиц наблюдается рост сечений с увеличением числа нейтронов в ядре (см. таблицы сечений в приложении), т.е. изотопический эффект в смысле независимости сечений положительно заряженных частиц от нейтронного избытка не наблюдается. Здесь мы имеем вторую особенность, которая проявляется на пучке ядер углерода. В связи с этим отметим результаты работы [59] по измерению спектров протонов, дейтронов и трития в SA -взаимодействиях (угол эмиссии частиц 160°). Сравнение с данными pA -взаимодействия показало увеличение параметров наклона спектров дейтерия и трития на пучке ядер углерода. С другой стороны, в работе [60] исследование спектров π^- -мезонов в pC -, DC -, αC - и CC -взаимодействиях не обнаружило изменения формы спектров в пределах 10—15% погрешностей. Может оказаться, что более точные измерения в процессах столкновения ядро-ядро смогут выявить существенные детали механизма взаимодействия. Феноменологический подход к описанию процессов кумулятивного рождения частиц в столкновениях ядер, когда учитывается наличие флуктонов снаряда и мишени, развит в работе [61] и ждет экспериментального воплощения.

Характерные свойства кумулятивных протонов, а именно A -зависимость сечений и параметр наклона спектров на разных ядрах, изученные на пучке тормозных γ -квантов с максимальной энергией от 2 до 4,5 ГэВ [62], оказались такими же, как и на пучках протонов. Кинетическая энергия протонов измерена в интервале $65 + 280$ МэВ под углами $45^\circ + 280^\circ$.

Инклюзивные спектры протонов на стандартном наборе фрагментирующих ядер (Be , Al , Cu , Pb) измерялись в работе [25] на пучках π^- , K^- , $\bar{p}$ с импульсом 40 ГэВ/с. Интервал кинетических энергий протонов составлял $0,1 + 0,3$ ГэВ, средний угол регистрации $157,5^\circ$. В этих экспериментальных условиях проявляются общие закономерности кумулятивных процессов: экспоненциальное поведение сечений, подобное поведение сечений на разных пучках, независимость параметра наклона спектров от массового числа фрагментирующих ядер (для $A \geq 27$), отличие в поведении сечений на легком ядре.

Интересно отметить результаты на пучках нейтрино. В работе [63] исследовалось взаимодействие широкополосного пучка нейтрино (FNAL) с энергией $10 + 200$ ГэВ с ядрами фотоэмульсии с наблюдением кумулятивных протонов. Полученные данные по параметру наклона спектра протонов и A -зависимости сечений сравнивались с данными на пучках адронов и антинейтрино. В пределах экспериментальных ошибок результаты согласуются на различных пучках и подтверждают общие закономерности куму-

лятивных процессов. Наряду с инклюзивными данными, в работе [63] изучались корреляции множественности в событиях с кумулятивными протонами. Среди изученных взаимодействий авторы [63] отмечали события без кумулятивных частиц, с одной и более кумулятивными частицами (встречались и более трех). Оказалось, что среднее число релятивистских (s -частиц) не зависит от числа кумулятивных протонов и не зависит от их наличия. Средние множественности b - и g -частиц (протоны с импульсами $250 + 1000$ МэВ/с) пропорциональны числу кумулятивных протонов. Анализ данных в рамках моделей малонуклонных корреляций и среднего поля, предпринятый авторами, показал отсутствие корреляций между $\langle x_\alpha \rangle$ — средним значением x для событий с кумулятивными протонами и $\langle x \rangle$ — средним значением x для остальных событий, что противоречит названным моделям.

На том же пучке нейтрино в работе [64] исследовалась зависимость среднего выхода кумулятивных протонов (КП) от квадрата переданного 4-импульса Q^2 для событий с КП и без них. Было отмечено, что в интервале энергий нейтрино $10 \leq E_\nu \leq 30$ ГэВ величина $\langle Q^2 \rangle$ не зависит от наличия в событиях КП. В интервале $30 + 50$ ГэВ значение $\langle Q^2 \rangle$ больше для событий с КП, чем без них. При $E_\nu > 50$ ГэВ величина $\langle Q^2 \rangle$ меньше в событиях с КП, чем без КП. При $E_\nu > 50$ ГэВ и $Q^2 > 15$ (ГэВ/с)² средний выход КП резко падает (приблизительно в 4 раза). Этот факт приводит авторов [64] к заключению, что с увеличением E_ν и Q^2 увеличивается переданный партонной струе импульс и в соответствии с гипотезой о конечной длине формирования адронов уменьшается вклад их вторичных взаимодействий. При достаточно больших значениях переданного импульса адроны могут формироваться вне ядра, что приводит к вымиранию вклада вторичных взаимодействий.

Подобие характеристик кумулятивных протонов и нейтронов отмечено в работе [65], где на большой группе ядер изучались выходы протонов и нейтронов под действием пучков протонов (7,5 ГэВ/с) и $\pi^\pm$ -мезонов с импульсами 1,4 и 5 ГэВ/с. Кинетические энергии вторичных частиц измерены в интервале $60 + 200$ МэВ под углом 120° . Спектры протонов и нейтронов на разных ядрах и пучках подобны. Отношения сечений нейтронов и протонов близки для тяжелых ядер на различных пучках, имеют подобное поведение в зависимости от энергии вторичных частиц. Примечательно, что эти отношения меньше величины N/Z — относительного содержания нейтронов и протонов в исследованных ядрах.

Спектры кумулятивных частиц (протоны и пионы) в близких к настоящей работе кинематических условиях измерены [19] в интервале импульсов

вторичных частиц $0,6 + 1,8$ ГэВ/с (протоны) и $0,6 + 1,6$ ГэВ/с (пионы), угол эмиссии 119° . Это наиболее протяженный импульсный интервал для начальной энергии 10 ГэВ. Сравнение наших данных с результатами [19] проведены для близких по A ядер Рb и Та (сечения на нуклон фрагментирующего ядра) с учетом абсолютных нормировок данных. Фитирование протонных данных [19] дает среднее значение $\langle x_0 \rangle = 0,134 \pm 0,002$ во всем интервале x . Фит объединенных данных показывает две экспоненты с параметрами наклона $0,136 \pm 0,002$ и $0,08 \pm 0,006$. Аналогичным образом имеем для совместных данных по пионам: $\langle x_0 \rangle = 0,145 \pm 0,002$ (π^+) и $\langle x_0 \rangle = 0,150 \pm 0,002$ (π^-), однако в последнем случае значение χ^2 выше 30. Оригинальные значения параметров наклона в [19] для пионов составляют $0,140 \pm 0,002$ (π^+) и $0,137 \pm 0,002$ (π^-). Параметры наклонов спектров наших данных для пионов разных знаков заряда совпадают для импульсов больше 0,5 ГэВ/с и превышают аналогичные значения [19] приблизительно на 10%. Напротив, параметр наклона спектра протонов приблизительно на 15% меньше, чем в [19]. Отмеченное несоответствие определяется тем, что параметры наклона получены в нашей работе [41] путем раздельного фитирования областей с условными названиями мягкой и жесткой частей спектров, что не вполне корректно для небольшого числа точек. Наша цель состояла в наиболее точном определении параметров наклона для индивидуальных ядер (см. соответствующие таблицы приложения).

Отношения сечений π^+ - и π^- -мезонов в работе [19] одинаковы и в пределах экспериментальных ошибок (10%) не зависят от массового числа фрагментирующего ядра. В интервале импульсов пионов $0,6 + 1,4$ ГэВ/с эти отношения растут от 1,1 до 1,3. Возможными причинами отличия от единицы отношений сечений пионов разного знака назывались влияние заряда налетающей частицы, кулоновского поля ядра, избытка нейтронов в ядрах, различие структурных функций u - и d -кварков в изотоп-несимметричных ядрах. Все эти причины по-разному могут влиять на отношения сечений, однако удовлетворительное объяснение отсутствует.

По данным работы [24], суммирующей большой цикл исследований авторов, зависимость отношений сечений π^-/π^+ от импульса пионов показывает, что отклонение отношений от единицы не превышает 20%, существенная зависимость от импульса может быть отмечена лишь для ядра вольфрама.

Ряд интересных результатов получен в работе [66] при изучении процесса $p + A \rightarrow \pi^+(180^\circ) + X$ на ядрах C, Al, Cu, Sn, Pb. Измерения проводились на пучке протонов с энергиями 0,8; 1,05; 2,1; 3,5 и 4,89 ГэВ. Во-первых, отношение сечений π^-/π^+ растет с увеличением первичной энергии и

достигает единицы в области начальной энергии ~ 5 ГэВ. Аналогичным образом ведет себя параметр наклона спектра пионов T_0 в зависимости от энергии пучка протонов, достигая постоянного значения ~ 60 МэВ для энергии первичного пучка протонов ~ 5 ГэВ.

Поведение показателя степени A -зависимости сечений пионов имеет свои характерные черты при различных начальных энергиях протонов. Для энергий 0,8 и 1,05 ГэВ он имеет постоянное значение, равное приблизительно $2/3$, затем возрастает до единицы при значении используемой в [66] масштабной переменной $K = T_\pi / T_\pi^{\max} \geq 1$ (кумулятивная область), где $T_\pi^{\max}$ означает максимально возможную величину кинетической энергии рождения пиона в столкновении нуклонов. Энергетические спектры пионов имеют экспоненциальную форму в зависимости сечений от масштабной переменной $x' = p_\pi^{c.m.} / (p_\pi^{c.m.})_{\max}$. Параметры наклонов спектров различны для каждой энергии первичных протонов. Скейлинговое поведение сечений отрицательных пионов в функции переменной $(1 - x')^N$, следующее из модели жесткого рассеяния, не подтверждается экспериментальными данными. Результаты работы [66] подтверждают основные свойства кумулятивного рождения и, в том числе, демонстрируют наступление асимптотического режима с начальной энергии 4—5 ГэВ, в согласии с [13] и [7].

Рассмотрим отношения сечений π^+/π^- с позиций изотопической инвариантности сильных взаимодействий*. Обозначая инвариантное дифференциальное сечение $E \frac{d\sigma}{dp} = f$, для элементарного акта можно записать:

$$f(p \rightarrow \pi^+ n X) = f(n \rightarrow \pi^- p X) = f_N,$$

$$f(p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) = f(n \rightarrow \pi^+ \Delta^-) = f_\Delta,$$

$$f(p \rightarrow \pi^+ \Delta^0) = \frac{1}{3} f_\Delta,$$

$$\frac{f_\Delta}{f_N} = \xi \ll 1 \quad (\xi \simeq 0,1 - 0,01).$$

В случае ядер ^{58}Ni и ^{64}Ni с числами протонов и нейтронов Z , N и Z , $N + \Delta N$ соответственно имеем $y \equiv \Delta N / N = 0,2$. Аналогично для пары ядер

*Автор признателен С.Б.Герасимову за обсуждение этой темы.

^{64}Ni и ^{64}Zn $y' \equiv \Delta Z/Z \approx 0,07$. Тогда для отношения сечений на ядрах с различными числами протонов и нейтронов Z_1 , N_1 и Z_2 , N_2 получим

$$R(\pi^+) \approx \frac{Z_1^1 f_N^1 + N_1^1 f_N^1}{Z_2^2 f_N^2 + N_2^2 f_N^2} \approx \frac{Z_1}{Z_2};$$

$$R(\pi^-) \approx \frac{Z_1^1 f_A^1 + N_1^1 f_N^1}{Z_2^2 f_A^2 + N_2^2 f_N^2} \approx \frac{N_1}{N_2}.$$

Окончательно для отношения сечений на ядрах, являющихся изотопами и изотонами, получаем следующие соотношения:

$$R(\pi^+) \approx 1; \quad R(\pi^-) \approx 1 + \frac{N}{\Delta N} \approx 1 + y \quad (\text{изотопы}), \quad (14)$$

$$R(\pi^+) \approx 1 + \frac{Z}{\Delta Z} \approx 1 + y'; \quad R(\pi^-) \approx 1 \quad (\text{изотопы}). \quad (15)$$

Как видно из последних выражений, отношения сечений π^+ - и π^- -мезонов определяются только относительноым содержанием протонов и нейтронов в ядрах и не содержат никаких дополнительных факторов, которые могли бы учитывать другие характеристики. По масштабу величин отношения сечений имеется вполне удовлетворительное согласие с экспериментальными значениями, приведенными выше для пучков протонов и ядер с различными начальными энергиями и углами эмиссии (табл.3,5,7). Изложенная точка зрения сохраняет преемственность с элементарным актом и отражает общие законы сохранения. Но результаты на легких и тяжелых ядрах не вписываются в эту схему. Напомним, что на легких ядрах наблюдается рост сечений с ростом числа нейтронов, а на тяжелых ядрах сечение положительно и отрицательно по-разному приближается к одинаковому. В работе [37] нерегулярности в поведении сечений положительных частиц на изотопически обогатенных ядрах связывались с изменением зарядовых радиусов ядер, по известным значениям которых рассчитывалась плотность, приходящаяся на нуклон ядра (плотность зарядового распределения). Отмечалось, что имеется корреляция сечений с определенной таким образом плотностью зарядового распределения. На рис.15 показаны данные по сечению рождения протонов и значения величины $\frac{4\pi R^3}{3A}$ на изотопах железа, никеля и цинка (здесь R означает $\langle r^2 \rangle^{1/2}$). Слабый наклон на скачок кривой при переходе от ^{58}Fe к ^{58}Ni связан с тем, что имеется несколько значений среднеквадратичных радиусов для этих изотопов, рассчитанных

по различным моделям [40]. Поэтому было выбрано среднее значение радиуса, которое могло нивелировать результат. Сам факт наличия такой корреляции, одинаковой по величине для частиц с различными кинематическими и квантовыми характеристиками, представляется очень интересным для понимания процесса взаимодействия релятивистских ядер. Подчеркнем следующее обстоятельство: по условиям экспериментов параметр столкновения не контролировался.

Как можно видеть, основные характеристики кумулятивного рождения частиц довольно устойчивы к виду и энергии первичных пучков частиц. Данные настоящей работы демонстрируют эту устойчивость на ядерных пучках, причем в ряде случаев детальным образом. Прежде чем суммировать результаты, рассмотрим наиболее популярные модели кумулятивного рождения, не претендуя на полноту изложения и не входя в детали оригинальных работ. Отметим лишь основные моменты, которые можно непосредственно сопоставить с экспериментальными результатами.

ВОЗМОЖНЫЕ МЕХАНИЗМЫ КУМУЛЯТИВНОГО РОЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ

Неизбежными спутниками процессов с участием ядер являются фермиевское движение нуклонов и перерасеяние рожденных частиц на внутриядерных нуклонах, если они рождаются в объеме ядра. Естественно, что в связи с первым результатом по обнаружению кумулятивных пионов [2] в процессе $D + Cu \rightarrow \pi^- (0^\circ)$ возник вопрос о вкладе фермиевского движения. Расчеты, выполненные в работе [67], показали, что наблюдаемые на опыте сечения приблизительно на два порядка превосходят возможный вклад ферми-движения. Непосредственный расчет экспериментального спектра пионов из ядер [68] показал, что в жесткой части спектра эффект от вклада ферми-движения меньше наблюдаемого на 4—5 порядков. Здесь уместно заметить, что в работе [69] был, по сути, воспроизведен эксперимент [2]. Изучалась фрагментация налетающего дейтрона в π^- на ядрах C, Al, Cu, Pb с целью выяснения зависимости сечения фрагментации снаряда от вида мишени. Показатель степени $n = 0,27 \pm 0,09$, что указывает на периферический характер взаимодействия. Аналогичный вывод сделан в работе [70] при изучении фрагментации пучка ядер гелия в π^- (показатель степени $\alpha = 0,4$).

Вклад последовательных перерасеяний на нуклонах ядра рассчитывался в работе [71] для кумулятивного рождения протонов, и отмечалось качественное согласие с экспериментом. Характерными особенностями механизма многократных взаимодействий являются наличие нуклонов отдачи и

поляризация конечных протонов, которая должна накапливаться в последующих актах рассеяния. Последнее свойство не подтверждается в эксперименте. На пучке протонов 1 ГэВ измерения поляризации протонов на различных ядрах дали в среднем нулевой результат [72]. Поляризация кумулятивных протонов в pA -взаимодействиях в интервале энергий первичных протонов $16 + 64$ ГэВ имеет незначительную величину ($\simeq 10\%$) [73]. Роль образования больших масс в промежуточном состоянии в процессе неупругого перерассеяния на нуклонах дейтрона, приводящая к рождению кумулятивных пионов во всей кинематически доступной области, оценивалась в работе [74]. Авторы показали, что в таком подходе можно достичь экспериментально наблюдаемой величины из работы [12]. Цитируемые работы [71,74] относятся к ранней стадии исследований кумулятивных процессов и совсем не очевидно, впишутся ли в логику этих работ свойства подобия, детального подобия или суперскейлинга, которые характеризуют современные экспериментальные результаты по кумулятивному рождению.

В работе [75] впервые был предложен механизм рождения кумулятивных адронов, аналогичный рождению адронов с большими поперечными импульсами на ядрах [76]. Ядро рассматривается как тяжелая элементарная частица, состоящая из n_A кварков. Налетающая частица распадается на партон-кварки, один из которых (или более сложное образование кварков) сталкивается с партоном (или образованием кварков) ядра и рождает партон с большой передачей импульса, вылетающий в заднюю полусферу и адронизирующийся в регистрируемую частицу. Для налетающей частицы оказываются когерентными кварки, попавшие в объем радиуса $r_0 \simeq m_p^{-1}$. В системе покоя ядра этот объем растягивается γ -фактором и при достаточно большой начальной энергии E , когда $\gamma > R/r_0$, вырезает из ядра трубку. Вероятность попадания одного кварка в объем когерентности равна отношению площадей сечений трубки и ядра: $q \sim (r_0/R)^2 \ll 1$, а вероятность собрать в этот объем все $3A$ кварков равна $(q^2)^{3A}$ и факториально падает с ростом A . Более вероятным оказывается процесс на когерентных флуктонах с меньшим кварковым содержанием. Сечение рождения кумулятивных адронов в процессе $B + A \rightarrow C + X$ имеет вид

$$\varepsilon \frac{d^3\sigma}{d^3p} \simeq \left(\frac{E}{\varepsilon}\right)^{\alpha(0)-1} A^{2/3} \frac{\varphi(\varepsilon_\vartheta)}{\varepsilon^{k+1}} \exp \left[-\varepsilon_\vartheta B \left(\ln \frac{\varepsilon_\vartheta}{A^{1/3}} C \right) \right]. \quad (16)$$

Здесь E , ε , ϑ обозначают энергию налетающей частицы, энергию наблюдаемого адрона и угол эмиссии, $\alpha(0)$ — интерсепт ведущей траектории Редже в канале $B\bar{B}$, $\varphi(\varepsilon_\vartheta)$ — некоторая степенная функция ε_ϑ , C — посто-

янный параметр, $k = n_a + n_b + n_c - 2$, где n_i — кварковое содержание взаимодействующих образований флуктона налетающей частицы и наблюдаемого адрона соответственно. Функция $B(L)$ монотонна в области $L > 0$, $B(0) = 0$, и $B \sim L$ при $L \rightarrow \infty$. Конкретный вид этой функции зависит от кластеризации в ядре, т.е. от того, сколь большими партиями входят кварки в когерентные флуктоны. Приведенное выражение описывает характерные черты кумулятивных процессов: при $\alpha(0) = 1$ сечение не зависит от начальной энергии, с ростом A сечение растет приблизительно как A^n , где $n = \frac{2}{3} + \epsilon_\phi^{1/3} \langle B/L \rangle$. С ростом массы вылетающей частицы (ϵ_ϕ) и уменьшением A наклон B растет, сечение изотропно при малых импульсах ($p/\epsilon \ll 1$) и падает при $p \simeq \epsilon$. Количественное описание зависит от модели образования флуктонов.

Кварк-партонная модель рождения на ядрах при высоких энергиях развита в работе [77] и хорошо воспроизводит экспериментальные результаты по глубоконеупругому рассеянию лептонов на ядрах, рождению лептонных пар, кумулятивному рождению пионов и для процессов с большими значениями x и малыми $p_\perp$. Модель оперирует с понятием фрагментации группы нуклонов, лежащих внутри трубки сечением σ , направленной по траектории налетающей частицы. Нуклоны вне трубки считаются неактивными во время столкновения и являются зрителями, взаимодействием которых пренебрегается. Неупругое сечение на ядре имеет вид

$$\sigma_A(a \rightarrow b) = \frac{\sigma_A}{\sigma} \sum_{i=1}^A P(i, A) \sigma_i(a \rightarrow b), \quad (17)$$

где σ_A/σ — эффективное число нуклонов трубки, $P(i, A)$ — вероятность того, что трубка содержит в точности i нуклонов и $\sigma_i(a \rightarrow b)$ — сечение фрагментации такой трубки. Нуклонное содержание трубки можно заменить на кварковое в предположении, что $d_n = u_p$ и $u_n = d_p$ для содержащихся в трубке $(Z/A)_i$ протонов и $[(A-Z)/A]_i$ нейтронов. Тогда в системе большого импульса ядра валентные кварки нуклонов в трубке имеют следующие x -распределения:

$$u_i(x) = (Z/A) \tilde{u}_i(x) + [(A-Z)/A] \tilde{d}_i(x), \quad (18)$$

$$d_i(x) = (Z/A) \tilde{d}_i(x) + [(A-Z)/A] \tilde{u}_i(x). \quad (19)$$

В работе [77] приводится вид функций d_i , $\tilde{d}_i$, u_i , $\tilde{u}_i$, используемых в конкретных расчетах, и функций рекомбинации кварков в адроны.

В работе [11] в рамках фрагментационной модели [77] сделана оценка изотопического эффекта для протонов и π^+ -мезонов, который имеет место благодаря малости отношения $\tilde{d}_i/\tilde{u}_i \simeq 0,1$. Кроме того, предсказан изотопический эффект для K^+ -мезонов и изотонический эффект для π^- -мезонов и нейтронов. Эти предсказания действительно оправдались на опыте, по крайней мере на качественном уровне, и здесь интересно было бы иметь аккуратные расчеты. Как показано в [11], фрагментационная модель вполне успешно воспроизводит экспериментальные результаты для частиц, состоящих из валентных кварков. Однако для отношения сечений K^+/K^- вычисления дают фактор $\simeq 600$, что на порядок больше экспериментальных значений. Результаты настоящей работы для отношения K^+/K^- дают величину $40 \pm 20\%$, $x \simeq 1,2$ в диапазоне ядер Ni—Sn. В модели жесткого рассеяния [11] отношение K^+/K^- составляет величину $\simeq 80$ для ядра тантала (начальная энергия 400 ГэВ, $x \simeq 1$). Модель жесткого рассеяния приводит к слишком быстрому падению сечения кумулятивного процесса с ростом x и сомнительной возможности описания через механизм кварк-кваркового рассеяния рождения тяжелых фрагментов (p, d, t), поскольку даже в процессах с большими p_T поведение протонного сечения ($\sim p_T^{-12}$) сильно отличается от мезонного ($\sim p_T^{-8}$).

Исходная идея о флуктуации плотности ядерного вещества [6] была разработана в [9] на уровне современных представлений. Флуктуация плотности происходит в малом объеме корреляции $V_\xi \simeq (4/3)\pi r_\xi^3$, где r_ξ — радиус корреляции. Начальный протон может взаимодействовать с корреляцией как с единым объектом массой $M_k = km$, т.е. массой флуктона. Вероятность такого события по классической теории идеального газа (нормированная на A нуклонов ядра) оценивается как

$$\beta_k^A = \binom{A}{k} (V_\xi/V_0)^{k-1} A^{1-k} \simeq A \gg k(A/k!)(V_\xi/V_0)^{k-1} \quad (20)$$

при $A \gg k$. Здесь AV_0 — объем ядра, $V_0 = (4/3)\pi r_0^3$ — объем нуклона с эффективным радиусом $r_0 = 1,2$ фм. Такая флуктуация имеет время жизни τ_k , малое по сравнению с периодом движения нуклона по орбите t^A . Ве-

роятность $\beta_k^A \simeq \tau_k / t^A$. Сечение реакции и формфакторы рассеяния на ядре A определяются в виде

$$\sigma = \sum k \beta_k^A \sigma_k; \quad F = \sum k \beta_k^A F_k, \quad (21)$$

где σ_k и F_k — сечения и формфакторы взаимодействия падающей частицы с флуконом (k — число нуклонов флукона). Их вычисления проводятся либо феноменологически из анализа независимых экспериментов, либо микроскопически, на основе кварк-партонных представлений о механизме адрон- или лептон-флуконного взаимодействия.

Исходя из предположения, что нуклоны ядра теряют свою индивидуальность в области корреляции $r < r_\xi$, вероятность β_k^A переопределяется соотношением

$$\beta_k^A = b_k^A D_k, \quad (22)$$

где b_k^A — вероятность нахождения в ядре A обычного (не сжатого) кластера из k нуклонов, D_k — вероятность нахождения этого кластера в состоянии флуктуационного сжатия и, по существу, есть вероятность фазового перехода k нуклонов в состояние $3k$ кваркового объекта. Расчет величины b_k^A выполняется обычными методами ядерной физики. Вероятность D_k рассчитывается на основе одной из моделей квантовой хромодинамики. Расчет вероятностей многобарионных конфигураций показывает, что D_k сильно убывает с ростом k и, например, для $k = 4$ составляет величину $\sim 10^{-4}$. Вероятность двухбарионной системы в дейтроне составляет 8—9% в согласии с данными по глубоконеупругому рассеянию.

Расчет сечений кумулятивного рождения пионов и протонов на основе представлений о флуконах воспроизводит экспериментальные результаты при $p_\perp = 0$. При этом достаточно вводить флуконы с $k = 4$, причем в области кинематического предела для k -го флукона вклад в сечение дает следующий, $(k + 1)$ -й флукон в области средних значений своей переменной. Во всех рассмотренных случаях (разные k и A) радиус корреляции r_ξ во флулоне находится в пределах $0,5 + 0,7$ фм, т.е. сравним с радиусом кора NN -сил. Структура сечений $pA \rightarrow p$ и $pA \rightarrow \pi$ одинакова. Отношение сечений протонов и пионов в конкретной ситуации ($P_0 = 8,9$ ГэВ/с, $\vartheta = 180^\circ$, импульс вторичных частиц $0,5$ ГэВ/с, ядро Pb) составляет величину $30 + 150$, что находится в качественном согласии с экспериментом. В процессах с большими поперечными импульсами, в отличие от реакций

образования частиц назад, в механизме реакции наступает смена режима, когда партоны, составляющие нуклон и флуктон, испытывают жесткие соударения с большой передачей импульса.

В работах [78—81] развита и применена к различным процессам при высоких энергиях модель малонуклонных корреляций (МНК), основанная на гипотезе ядерного кора, существование которого приводит к заметной величине конфигураций, когда n нуклонов находятся на малых относительных расстояниях. Вероятность такой конфигурации для дейтрона оценивается величиной $(4 + 8) \cdot 10^{-2}$ и увеличивается с ростом атомной массы ядра. Последовательно рассмотрев пространственно-временную картину процесса рассеяния $\gamma + D \rightarrow p + X$, авторы пришли к рассмотрению адрон-ядерных процессов, основываясь на следующих допущениях.

Предполагается, что достаточно быстрый адрон h при прохождении через ядро выбивает медленные нуклоны, лежащие на одном прицельном параметре с налетающим адроном. Число таких нуклонов $\sim A^{1/3}$. Если на пути быстрого адрона h встречается коррелированная пара нуклонов, число которых $\sim A^{1/3}$, налетающий адрон разбивает эту пару и нуклон-спектатор вылетает назад с большим импульсом. В результате инклюзивный спектр кумулятивных нуклонов пропорционален $A^{1/3} \sigma_{\text{полн}} hA \sim A \sigma_{\text{полн}} hA$ для достаточно тяжелого ядра, где несущественны эффекты ядерной поверхности. Процесс разбивания коррелированной пары описывается, как и для дейтрона, с учетом экранировки. Принимается, что адрон h одинаково взаимодействует с протоном и нейтроном, которые распределены равномерно в центре ядра, т.е. корреляционные функции ρ_A^{pp} и ρ_A^{pn} равны. В рамках геометрической картины сечение взаимодействия адрона h с ядром $\sigma_{\text{полн}} hA = A \sigma h N / N_{\text{эф}}$, где $N_{\text{эф}}$ — среднее число нуклонов в трубке площадью πr_h^2 в предположении, что поперечный размер адрона r_h меньше характерных расстояний между нуклонами в ядре. Наглядной реализацией этой картины является глауберовская картина, в которой налетающий адрон взаимодействует с каждым из $N_{\text{эф}}$ нуклонов трубки независимо. Вероятность найти в ядре нуклон, коррелированный с любым из $N_{\text{эф}}$ нуклонов трубки, равна

$$\frac{1}{A} \rho_A^{NN}(M_{NN}^2) / (2 - \alpha), \quad (23)$$

а сечение инклюзивного процесса

$$E \frac{d^3 \sigma}{d^3 p} = \sigma_{\text{полн}} h A N_{\text{эф}} \frac{1}{A} \frac{\rho_A^{NN}(M_{NN}^2)}{2 - \alpha} \kappa_h = \sigma_{\text{полн}} \frac{\kappa_h \rho_A^{NN}(M_{NN}^2)}{2 - \alpha}. \quad (24)$$

Здесь $\alpha = \frac{\sqrt{m^2 + p^2} - p_3}{m}$ — скейлинговая переменная. При замене $\sigma_{\text{полн}} hN$ на $\sigma_{\text{ин}} hN$ параметр κ_h учитывает возможную экранировку при взаимодействии с парой и небольшое подавление вследствие взаимодействия в конечном состоянии. Приведенное выражение для сечения справедливо и для тяжелого ядра, когда с заметной вероятностью может выбиваться несколько пар. Условием его применимости является неравенство $E_h/N_{\text{эф}} > E_0$, где E_0 — энергия, начиная с которой сечение выбивания нуклона с импульсом p_N из дейтрона слабо зависит от энергии налетающей частицы. Для реального ядра имеется сравнительно широкое распределение по числу соударений и выход на скейлинговый режим затягивается. Приведенное уравнение применимо и в случае рождения кумулятивных π , K , Λ .

В случае образования фрагментов (d , t , ...) считается, что налетающий адрон в среднем разрушает несколько коррелированных пар нуклонов, расположенных с ним на одном прицельном параметре. Кумулятивные нуклоны от этих пар объединяются в наблюдаемые фрагменты в среднем поле ядра. Этот механизм приводит к соотношению между сечениями рождения фрагментов, которые выражаются через сечения рождения протонов. Например, для образования дейтронов имеется выражение:

$$E_D \frac{d^3 \sigma}{d^3 p_D} = \frac{\xi_D}{p_D^2} \left[\frac{E_p \frac{d^3 \sigma}{d^3 p_p} (p_D/2)}{A \sigma_{\text{ин}}^{hN}} \right]^2 A \sigma_{\text{ин}}^{hN}. \quad (25)$$

Это соотношение справедливо для $\vartheta = 180^\circ$. Множитель ξ_D имеет порядок величины 10^{-2} . Аналогичное выражение записывается для фрагментов трития.

В процессах столкновения ядер [44] универсальной величиной является (как и в γA -, hA -взаимодействиях)

$$f_B^{A/N}(\alpha, k_\perp) = G_B^{A/N}(\alpha, k_\perp) / \sigma_{\text{inel}BN} \kappa_B. \quad (26)$$

Здесь κ_B — фактор экранировки при взаимодействии NN -пары ядра A с ядром B ,

$$G_B^{A/N}(\alpha, \kappa_\perp) \equiv \alpha \frac{d\sigma^{B+A \rightarrow N+X}}{d\alpha d^2 k_\perp} \kappa_B. \quad (27)$$

Величина κ_B зависит только от массового числа ядра B , но не от A . Инклюзивное сечение выбивания нуклона из пары (тройки) практически не зависит от взаимодействия ядра B с нуклонами, не принадлежащими корреляции. Качественно зависимость κ_B от B определяется условием, чтобы взаимодействие ядра B с парой (но не с ядром A) было периферическим, т.е. малонуклонная корреляция должна взаимодействовать только с краем ядра B . В противном случае спектры не образуются, поскольку они потеряют свою энергию во взаимодействии с нуклонами ядра B . Так как толщина поверхностного слоя слабо зависит от массового числа ядра B , то $G_B^{A/N}(p_N) \sim B^{1/3}$ при больших B .

Конкретным выражением универсальности кумулятивного рождения частиц при столкновении ядер является формулировка закона подобия [44]:

$$G_B^{A_1/p}(p_N)/G_B^{A_2/p}(p_N) = \varphi(A_1, A_2), \quad (28)$$

т.е. отношение инклюзивных спектров не зависит от сорта налетающей частицы (отметим, что независимость характеристик кумулятивных процессов от вида сталкивающихся объектов предполагалась в исходной гипотезе кумулятивного эффекта). Пользуясь выражением для закона подобия, можно образовать отношения сечений следующего вида:

$$R_1 = \frac{\text{He} + A \rightarrow p + X}{\text{D} + A \rightarrow p + X}, \quad R_2 = \frac{\text{He} + A \rightarrow p + X}{\text{He} + C \rightarrow p + X}. \quad (29)$$

Здесь He и D означают первичные пучки, A и C — фрагментирующие ядра. Такие отношения показаны на рис.20. Из рассмотрения рисунков видно, что отношения R_1 для протонов, дейтронов и пионов практически не зависят от массового числа фрагментирующих ядер (исключая область легких ядер в случае пионов). Отношения R_2 для пионов являются константой, для протонов и дейтронов — растущими функциями A, различными в силу различия их A-зависимостей. Можно сказать, что полученные результаты находятся в разумном согласии с предположениями работы [44].

В работе [82] рассмотрены инклюзивные сечения в ядро-ядерных столкновениях при высоких энергиях в рамках теории многократного рассеяния Глаубера с учетом многонуклонных столкновений. Процесс AA-взаимодействия представляется как совокупность ряда взаимодействий одного или нескольких нуклонов снаряда одновременно с одним или несколькими нуклонами мишени. В нерелятивистском случае такая совокупность может быть представлена как последовательные взаимодействия. В области сверхвы-

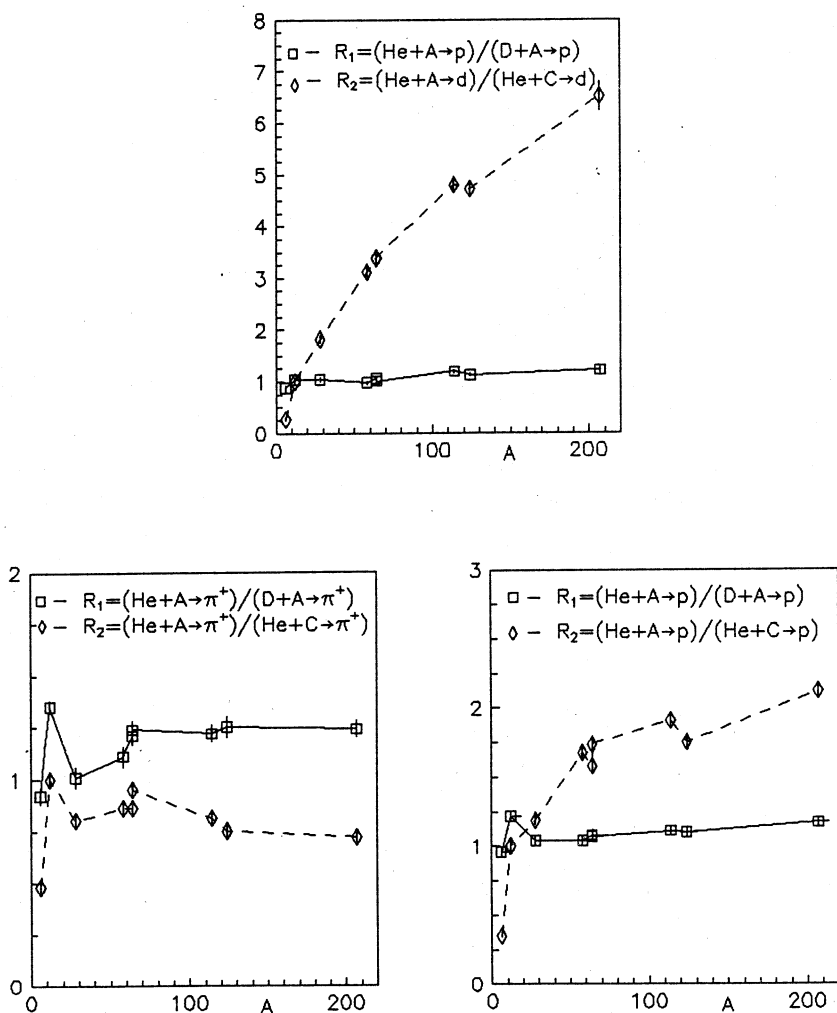


Рис.20. Отношения сечений для различных частиц согласно закону подобия

соких энергий скорее всего осуществляются параллельные взаимодействия, когда один или несколько нуклонов снаряда распадаются на виртуальные составляющие (партоны) задолго до взаимодействия, которые и взаимодействуют с одним или несколькими нуклонами или партонами мишени, образуя затем наблюдаемые конечные частицы. Инклюзивное сечение $I^{(1)}$ для

АА-столкновения выражается через инклюзивные сечения $\sigma_{ik}^{(1)}$ столкновения i нуклонов снаряда сразу с k нуклонами мишени:

$$I^{(1)} = \sum_{i=1}^A \sum_{k=1}^{A'} I_{ik}^{(1)}; \quad I_{ik}^{(1)} / AA' = \sigma_{ik}^{(1)} w_i w_k' (2m)^{2(i+k-2)}, \quad (30)$$

где w_i имеет смысл вероятности найти i нуклонов снаряда в одной точке:

$$Aw_i = i! C_A^i (2m)^{3(1-i)} \int d^3x \rho^i(x). \quad (31)$$

Аналогичное выражение записывается для мишени (w'). Формула (30) разделяет динамику процесса на малых расстояниях посредством $\sigma_{ik}^{(1)}$ и геометрическую картину его развития, связанную с ядерной структурой, которую отражают вероятности w_i и которыми определяется А-зависимость сечений. Чисто кинематически область спектров сечений $\sigma_{ik}^{(1)}$ при различных i и k различна. Область, где $\sigma_{ik}^{(1)} \neq 0$, а $\sigma_{il}^{(1)} = 0$, называется кумулятивной. Если считать $i = 1$, а k — минимально допустимым в заданной кинематике (приближение малонуклонных корреляций), то в кумулятивной области фрагментации мишени

$$I^{(1)} \simeq I_{1k}^{(1)} = AA' \sigma_{ik}^{(1)} w_k' (2m)^{2(k-1)}, \quad (32)$$

т.е. в А раз больше инклюзивного сечения рождения кумулятивных частиц на ядре A' одиночным нуклоном. В эксперименте (см. рис.2—5 и таблицы сечений в приложении) сечения СА-взаимодействия превосходят сечения рА-взаимодействия приблизительно в 4,5 раза.

Микроскопическая картина процесса образования легких фрагментов в адрон-ядерных взаимодействиях рассмотрена в работе [83] в центральной области и области фрагментации мишени. Изучался инклюзивный процесс $h + A \rightarrow F + X$, где F обозначает массовое число фрагмента ($F = 2 + 4$). В случае, когда импульс образующегося фрагмента $p_F = Fk$ направлен в переднюю полусферу (некумулятивная область), каждый партон взаимодействует лишь с одним нуклоном ядра-мишени ($n = 1$). В кумулятивной области в силу кинематических ограничений невозможно рождение нуклона фрагмента с нужным импульсом k на единичном нуклоне, поэтому учитывается взаимодействие каждого налетающего партона как минимум с двумя нуклонами ядра-мишени ($n \geq 2$). При столкновении партона с n нуклонами ядра-мишени возможно рождение нуклона фрагмента с импульсом k , принадле-

жащим кинематической области, границы которой задаются соотношением $k_-/m = n$, где m — масса нуклона, $k_- = k_0 - k_z$, $k_0 = (k^2 + m^2)^{1/2}$, $k_z = k \cos \vartheta$. Формула справедлива при ультрарелятивистских энергиях налетающего адрона. При $n = 2$ для случая рождения фрагмента точно назад из нее следует, что импульс фрагмента ограничен величиной $3/4m$ на нуклон.

В работе получены формулы для коэффициентов слияния (КС) в центральной области (нуклоны рождаются с большими импульсами под малыми углами, $n = 1$) и области фрагментации мишени (умеренные импульсы, область углов $90^\circ + 180^\circ$, $n = 2$). Для обеих областей содержатся предсказания относительно поведения КС при изменении массовых чисел фрагментов и мишеней, угловой и импульсной зависимостей. Зависимость КС только от k_- автоматически возникает при вычислении фейнмановской диаграммы процесса, причем, кроме характера зависимости КС от k_- , получена его абсолютная величина без свободных параметров. Однако отмечается, что расчетные значения КС критичны к характеру распределения ядерной плотности и значениям радиусов фрагментов. В более ранней работе [84] пропорциональность КС величине $1/k_-$ в дейтроне получена из чисто геометрических соображений при анализе пространственно-временной картины адрон-ядерных взаимодействий.

В работе [85] рассмотрен процесс образования кумулятивных протонов в адрон-ядерных взаимодействиях и вычислены вклады различных механизмов (спектаторного, прямого и перерассеяния) в инклюзивные сечения. Кинетические энергии протонов рассчитаны в интервале $70 + 230$ МэВ для углов 90° , 120° и 160° . Результаты численных расчетов показали, что в сечении под углом 90° и при $T_p < 160$ МэВ доминирует перерассеяние, свыше этих энергий начинает доминировать прямой механизм, вклад спектаторного механизма пренебрежимо мал. Под углом 160° основной вклад дает спектаторный механизм, вкладом прямого механизма можно пренебречь. Ситуация для угла 120° не столь ясна вследствие существенного вклада всех механизмов, исключая прямой.

Относительно кумулятивного рождения протонов сделаем некоторые замечания. Например, по данным настоящей работы масштабная переменная x для протонов в изученном интервале их импульсов ($0,3 + 0,7$ ГэВ/с) изменяется от значения 1,2 до 1,7. В том же интервале импульсов для пионов значения масштабной переменной изменяются в пределах $0,6 + 1,4$. Сечения протонов существенно превосходят сечения пионов при одинаковых значениях масштабной переменной. В то же время параметры наклонов спектров протонов и пионов близки в жесткой части спектров. Протоны изначально присутствуют в ядре как его структурные элементы и могут

получать достаточную энергию вследствие различных, упомянутых выше механизмов. Существует устоявшаяся точка зрения, которая полагает кумулятивными протоны, испущенные в заднюю полусферу с импульсом выше 300 МэВ/с, т.е. превосходящим средний импульс ферми-движения. Известно также, что в энергетическом спектре протонов имеется по крайней мере два значения параметра наклона (для углов, отличных от 180°). Результаты настоящей работы указывают, что эту границу следует отодвинуть до 500 МэВ/с, чтобы отстроиться от сложного механизма генерации мягких протонов.

В работе [86] дается более жесткое определение термина «кумулятивная частица», основанное на выделении кинематической области переменных, когда квазичастицами, характеризующими динамику взаимодействия, становятся кварки. Критерием выделения являются условия $b_{ik} \geq 5$, $x > 1$, где

$$b_{ik} = - \left(\frac{p_i}{m_i} - \frac{p_k}{m_k} \right)^2. \quad (33)$$

Величины b_{ik} являются квадратами разности 4-скоростей, p_i — 4-импульсы частиц с массой m_i , участвующих в реакции. В системе фрагментатора, согласно обозначениям (4), $b_{II,1} = 2T_1/m_1$, где T_1 — кинетическая энергия частицы. Границы по кинетической энергии различных частиц равны $T_\pi > 0,35$ ГэВ, $T_K > 1,23$ ГэВ, $T_p > 2,34$ ГэВ. Условие $b_{II,1} > 5$ означает, что энергия на нуклон взаимодействующих ядер должна превышать величину 4 ГэВ, начиная с которой наступает предельная фрагментация. Как видно из приведенных оценок, кинетическая энергия протонов, удовлетворяющая обоим условиям, не была достигнута в имеющихся к настоящему времени экспериментах. Отношения нормированных на A инклюзивных сечений в зависимости от x для различных частиц (K^+/π , K^+/K^- , $\pi^-/\bar{p}$) [87] различаются в областях $x < 1$ и $x > 1$, в последнем случае выходят на константу (свою для каждого вида отношений сечений). Отношения сечений p/π демонстрируют рост во всем интервале изменения x : от 0,3 до 2,5. Таким образом, ситуация с кумулятивным рождением протонов нуждается, на наш взгляд, как в теоретическом осмыслении, так и в дальнейших и весьма не простых экспериментах.

В работах [88—92] развита кластерная модель кумулятивного рождения частиц (модель ядерного фэйрбола). Такая система образуется в первом акте столкновения первичной частицы с ядром, причем образовавшаяся система не является совокупностью свободных частиц, а в течение некоторого времени τ ведет себя как единая адронная система. В системе покоя

кластера время $\tau \simeq 1/m_\pi$. Последующие столкновения кластера с нуклонами ядра приводят к его возбужденному состоянию, время жизни которого в системе покоя ядра $\tau_{\text{изл}}$. Время между двумя последовательными соударениями $\Delta t = \lambda/v$, где λ — средняя длина свободного пробега кластера в ядре, v — скорость кластера. Условие того, что кластер не будет излучать частицы между двумя последовательными столкновениями, $\tau_{\text{изл}} > \Delta t$ или

$$\frac{\tau_{\text{изл}}}{(1 - v^2)^{1/2}} > \lambda/v. \quad (34)$$

Излучение кластером вторичных частиц внутри ядра будет происходить тогда, когда его скорость за счет соударений с нуклонами ядра уменьшится до критической величины $v_{\text{кр}} = (1 + \tau_{\text{изл}}/\lambda)^{-1/2}$. Спектр пионов, излучаемых таким кластером, определяется выражением

$$f(p, \vartheta) = \text{const} \cdot \exp \left[- \frac{E - pv_{\text{кр}} \cos \vartheta}{T_0(1 - v_{\text{кр}}^2)^{1/2}} \right], \quad (35)$$

где $p = |\mathbf{p}|$, $\vartheta = \vartheta(\hat{\mathbf{p}}\hat{\mathbf{v}})$, T_0 — универсальная адронная температура $\simeq 160$ МэВ. Характерная «температура» спектра пионов

$$T_c = T_0[(1 - v_{\text{кр}})/(1 + v_{\text{кр}})]^{1/2}, \quad (36)$$

которую можно оценить, выбирая значение $\lambda \simeq (1 + 2)m_\pi^{-1}$. Это соответствует скорости $v_{\text{кр}} \simeq 0,7 + 0,8$ и, следовательно, дает значение $T_c = 67 + 53$ МэВ в хорошем согласии с экспериментом.

Для эмиссии вторичных протонов предполагается, что их появление в кумулятивной области связано с формированием и распадом фэйрбола с отличным от нуля барионным числом. Спектр протонов, испускаемых барионным фэйрболом, определяется как

$$f(p, \vartheta) = \text{const} \cdot \exp [-\gamma(E - vp \cos \vartheta)/T_B], \quad (37)$$

где E, p , как и ранее, есть полная энергия и импульс вторичных частиц, $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$, T_B — температура фэйрбола. Величины v, T_B определяются из экспериментальных спектров при различных фиксированных углах. В частности, из данных по реакциям $\text{Ne} + \text{U}$ (400 МэВ/нуклон) и $\text{Au} + \text{Ar}$ (500 МэВ/нуклон) следуют значения $T_B \simeq 40 + 70$ МэВ, $v = 0,06 + 0,1$. Выражением (37) были описаны данные, полученные в

процессе $\gamma + A \rightarrow p + X$. Анализ данных для пионов и протонов при начальной энергии 400 ГэВ привел к двум значениям параметров T и v , характеризующих спектры. Для пионов из ядра тантала $T_\pi = 148$ МэВ и $v_\pi = 0,63$. Для протонов $T_p = 91$ МэВ и $v_p = 0,3$. Различные значения параметров для пионов и протонов могут свидетельствовать о существовании двух источников эмиссии частиц.

Рассмотрение фэйрбола как термодинамической системы идеального газа кварков, антикварков и глюонов (кварк-глюонная плазма) приводит к следующему выражению для спектров адронов при распаде фэйрбола в его системе покоя:

$$\Phi = \exp \left[- \frac{(m^2 + p^2)^{1/2} + \mu_h}{T} \right], \quad (38)$$

где химический потенциал адрона h равен сумме химических потенциалов составляющих его кварков. Для мезонов $\mu_m = \mu_{q1} - \mu_{q2}$. Для барионов $\mu_b = \mu_{b1} + \mu_{b2} + \mu_{b3}$. Для ядерной материи с равным числом протонов и нейтронов, содержащих u - и d -кварки, $\mu_u = \mu_d = \mu$ и $\mu_m = 0$ (мезоны), $\mu_b = 3\mu$ (барионы). Из (38) видно, что влияние большой массы протона компенсируется отличным от нуля значением μ_b . Согласно предложенной модели адрон-ядерные столкновения идут через образование фэйрбола, содержащего часть нуклонов трубки ядерной материи, лежащей на пути снаряда, и обладающего средними значениями параметров T_b и v_b , и некоторого фэйрбола с нулевым барионным числом с параметрами T_m и v_m . В этом подходе предсказывается различное поведение спектров кумулятивных K^- - и K^+ -мезонов. Кварковая структура K^- -мезона ($\bar{u}, s$), K^+ -мезона ($u, \bar{s}$), и K^- -мезон может рождаться в паре с K^+ -мезоном, источником которых является фэйрбол с максимальной температурой T и нулевым барионным числом. Для рождения K^+ -мезонов существует дополнительный источник из-за ассоциативного рождения странных барионов (Λ, Σ и т.д.). При этом рождение K^+ -мезонов определяется параметрами T_b и v_b . Данные эксперимента свидетельствуют об усилении выхода K^+ -мезонов и близости их A -зависимости к протонной [14,45].

В работах последних лет [93—97] отражен современный взгляд на проблему глубоконеупругих процессов на ядрах с участием как лептонов, так и адронов. Экспериментальным материалом являются результаты по кумулятивному рождению частиц и глубоконеупругому рассеянию (эффekte)

BCDMS и EMC). Как отмечено в [93], обнаруженные эффекты противостоят любым (нерелятивистским) представлениям о ядре как системе нуклонов, связанных какими-то потенциальными силами. Но оказываются вполне естественными, если рассматривать ядро как релятивистскую квантово-полевую связанную систему. Главная особенность такой системы состоит в том, что из-за поляризации вакуума ядро представляет собой не только систему A взаимодействующих нуклонов, но и море частиц-античастиц, несущих в системе бесконечного импульса некую долю полного импульса ядра. При этом доля импульса нуклонов должна уменьшаться. На кварковом языке это означает уменьшение средней доли импульса валентных кварков ядра в сравнении с системой свободных нуклонов. Анализ кварковых моделей образования кумулятивных частиц и EMC-эффекта содержится в работе [95].

Изложим основные моменты, следуя этой работе. Инвариантное сечение процесса $AB \rightarrow hX$ для частицы h в области фрагментации ядра A при малом поперечном импульсе и в пренебрежении внутренним поперечным движением кварков внутри ядра имеет вид

$$\rho_{A \rightarrow h}(x, y, p_{\perp}) \equiv \varepsilon \frac{d\sigma}{d^3 p_h} = \int_x^A f_h^B \left(\frac{x}{\alpha}, y, p_{\perp} \right) F_A(\alpha) d\alpha, \quad (39)$$

где F_A — структурная функция ядра, поделенная на барионное число A , f_h^B — некоторая функция, вид которой зависит от конкретного механизма образования адрона h , но не зависит от ядра. Для механизма предельной фрагментации [1,3,8] сечение просто пропорционально $F_A(x)$, т.е. $f_h^B(x/\alpha) \sim \delta(x/\alpha - 1)$. Здесь $x = -u/s$, $y = -t/s$.

В классической потенциальной картине ядра любая структурная функция выражается через распределение нуклонов в ядре T_A (определяемое однонуклонной волновой функцией) и структурную функцию нуклона $F_N(x)$:

$$F_A(x, Q^2) = \int_x^A T_A(\alpha) F_N \left(\frac{x}{\alpha}, Q^2 \right) d\alpha. \quad (40)$$

Распределение T_A нормируется на сохранение барионного числа, когда в качестве F_A берется распределение валентных кварков, и на сохранение энергии-импульса, если берется суммарное распределение всех кварков,

антикварков и глюонов. Подстановка (40) в (39) дает связь сечений процессов на ядре и нуклоне

$$\rho_{A \rightarrow h}(x, p_{\perp}) = \int_x^A T_A(\alpha) \rho_{N \rightarrow h}\left(\frac{x}{\alpha}, p_{\perp}\right) d\alpha, \quad (41)$$

справедливую и для кумулятивной области $x > 1$. Малонуклонные корреляции дают вклад в высокоимпульсную часть ($\alpha > 1$) функции T_A , поскольку ферми-движение не описывает эту часть спектра кумулятивных частиц. Исследования глубоконеупругого рассеяния на ядрах показывают, что структурная функция ядра не сводится к структурной функции нуклона в том смысле, что не существует связи типа (41) с единой функцией T_A для любого распределения кварков или глюонов.

Как показано в [93], для ядра A и нуклона в общем случае имеются связи типа (41) с тремя независимыми распределениями: одно для несинглетного канала (валентных кварков F_3) T_A^{NS} и два для синглетного канала $T_A^{\pm}$ (для суммы распределений всех кварков и антикварков F_2 и глюонов G). В предположении, что $T_A^+ = T_A^- = T_A^S$ и что T_A^S и T_A^{NS} интегрально различаются на 4—6% для средних и тяжелых ядер

$$\int_0^A (T_A^S - T_A^{NS}) d\alpha = \Delta_A \approx 0,04 + 0,06, \quad (42)$$

удаётся получить прекрасное количественное описание отношения структурных функций во всей экспериментально известной области x . Обеспечение той же величины эффекта ЕМС для валентных кварков в области $x > 0,4$ требует условия

$$\int_0^A (1 - \alpha) T_A^{NS}(\alpha) d\alpha = \int_0^A \alpha (T_A^S(\alpha) - T_A^{NS}(\alpha)) d\alpha \simeq \Delta_A, \quad (43)$$

т.е. чтобы полный импульс «валентных» нуклонов был меньше импульса ядра. Разности (42) и (43) приводят к тому, что в ядре наряду с $q\bar{q}$ и глюонными морями, заключенными в валентных нуклонах, должно существовать небольшое по величине ($\sim \Delta_A$), но столь же жесткое, как и распределение валентных кварков, «коллективное» море $q\bar{q}$ -пар.

Различие между T_A^S и T_A^{NS} приводит к новому элементу ядерной структуры — дополнительному коллективному ядерному кварк-антикварковому и

глюонному морю. Независимо от малости параметра Δ_A , оно имеет ту же жесткость спектра распределений, как и валентные кварки, что может играть определяющую роль для спектра кумулятивных K^- и $\bar{p}$, не содержащих валентных кварков ядра. В области $x > 1$ их спектр целиком должен определяться дополнительным морем ввиду более быстрого вымирания нуклонного. Изучение таких частиц открывает интересную возможность для понимания природы различия структурной функции ядра и нуклона. Это различие может возникать за счет перераспределения валентных и морских кварков в многокварковых флуктонах, тогда в области $x \simeq 1$, где вклад многокварковой компоненты в распределение валентных кварков еще невелик, а вклад антикварков коллективного моря доминирует, отношение выходов $K^+/K^- \simeq u_A(x)/\bar{u}_A(x)$ будет слабо зависеть от x и составлять величину $\simeq 2/\Delta_A \approx 30 + 40$ для средних и тяжелых ядер. В области $x \simeq 2$, где начинают доминировать многокварковые флуктоны и в валентной части, это отношение должно падать до величины $2/\Delta_2 \simeq 4 + 6$. Если перераспределение валентных и морских кварков происходит по всему ядру либо за счет их перераспределения в каждом нуклоне, либо за счет перекачки части импульса нуклонов в некие мезонную или NN -компоненты, такого падения не должно быть.

Согласно такому подходу, кумулятивное рождение антипротонов может дать сведения о возможной упаковке коллективного моря. Если оно упаковано в NN -пары, основным механизмом образования антинуклонов должна быть фрагментация антидикварков, и следует ожидать большей величины отношения $\bar{p}/p \approx \Delta_A/2$. Если такой упаковки нет, основным механизмом станет фрагментация антикварка ядерного моря в антипротон, что приведет к дополнительному подавлению выхода антипротонов.

Новый подход к описанию кумулятивного рождения частиц на основе модели кварк-глюонных струн (QGSМ) содержится в работах [96,97]. Модель дает более удачное описание явления фрагментации обычных адронов в предположении существования тяжелых мультикварковых состояний в фрагментирующих ядрах. Главная проблема состоит в объяснении кумулятивного рождения частиц типа K^- и $\bar{p}$, которые содержат только морские кварки. Интересный экспериментальный факт, упоминавшийся выше, состоит в том, что отношения выходов этих частиц к подобным, но содержащим валентные кварки ядра, не зависят от x для $x > 1$. В случае фрагментации нуклонов наблюдается резкое падение отношения выходов в зависимости от x . Такое поведение не может быть объяснено в простейших моделях фрагментации, использующих распределения валентных и морских кварков, измеренных в глубоконеупругом рассеянии, и в моделях ядер,

состоящих из нуклонов. Причина заключается в быстром падении распределения морских кварков в нуклоне по сравнению с валентными. Различие в этих распределениях в QGSM много меньше. В работах [96,97] продемонстрировано, что различие слишком мало, чтобы получить приблизительно постоянное поведение отношения K^+/K^- в зависимости от x , не впадая в противоречие с экспериментальными данными в нуклон-нуклонном рассеянии. Анализ спектров кумулятивных K^+ - и K^- -мезонов показал, что они подобны и находятся в согласии с имеющимися экспериментальными данными [21,24]. В модели предсказывается рост отношения выхода $K^-/\bar{p}$ в зависимости от x в адрон-ядерных взаимодействиях.

Рассмотренные теоретические подходы к проблеме кумулятивного рождения частиц можно условно разделить на горячие и холодные. Смысл этих терминов отражает условия возникновения источника кумулятивных частиц (флуктон, малонуклонная корреляция, фэйрбол, кластер и т.д.). Горячие модели исходят из предположения, что такой объект возникает в процессе взаимодействия и затем распадается на частицы с обусловленными характеристиками. Холодные модели предполагают существование этого объекта в исходном (фрагментирующем) ядре вне зависимости от налетающей частицы.

Как видно, исчерпывающего объяснения всей совокупности характеристик кумулятивного рождения частиц, тем более ряда тонких деталей в поведении сечений, не дает ни одна из рассмотренных моделей. Тем не менее все они с разной степенью успеха объясняют основные свойства кумулятивного рождения. Не все предсказания моделей согласуются с имеющимися экспериментальными данными, некоторые из них требуют дополнительной экспериментальной информации. Общим моментом теоретических подходов является привлечение ненуклонных степеней свободы, особенно для частиц, состоящих из морских кварков.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. В рамках единой экспериментальной процедуры впервые детально исследована A -зависимость сечений кумулятивного рождения частиц на пучках протонов и ядер в широкой области фрагментирующих ядер от дейтерия до свинца и показано, что эти зависимости подобны. Более того, обнаружено детальное подобие в поведении сечений на изотопически обогащенных ядрах, которое проявляется на всех использованных пучках.

2. Впервые детально исследована энергетическая зависимость сечений на изотопически обогащенных ядрах никеля, цинка и олова на пучке протонов с импульсом 8,9 ГэВ/с, определены значения параметров наклона в

представлениях, традиционных при изучении кумулятивных процессов. Столь же детально изучена A -зависимость сечений вторичных частиц с импульсами в интервале $0,3 + 0,7$ ГэВ/с. Широкий набор фрагментирующих ядер позволил выявить характерные особенности, присущие различным областям ядер.

3. В области легких ядер (D , He , 6Li , 7Li , C) обнаружена корреляция сечений с плотностью ядер. Именно с этим, в основном, связан резкий рост и нерегулярности в поведении сечений в указанной области ядер. Данные для угла эмиссии 180° показывают такое же поведение сечений в этой области ядер. Отношения сечений π^+/π^- -мезонов и p/π^+ на легком (6Li) и тяжелом (Pb) ядрах не зависят от массового числа ядра-снаряда. Причем отношения сечений π^+/π^- -мезонов близки по величине на легком и тяжелом ядрах, в то время как отношение нейтронов и протонов в ядре Pb равно 1,5.

4. В области средних и тяжелых ядер обнаружен изотопический эффект в поведении сечений — независимость сечения рождения положительно заряженных частиц (π^+ , K^+ , p) от избыточного содержания нейтронов при фиксированном заряде ядра. Напротив, сечение рождения π^- -мезонов коррелирует с избыточным содержанием нейтронов. Оба эффекта имеют место на пучках протонов, дейтронов и ядер гелия. По масштабу величины отмеченные свойства сравнимы с относительными содержаниями протонов и нейтронов фрагментирующих ядер.

5. На легких ядрах 6Li и 7Li изотопический эффект проявляется лишь для π^+ -мезонов в протон-ядерных взаимодействиях. На пучке ядер углерода изотопический эффект отсутствует — сечения рождения положительно заряженных частиц π^+ , K^+ , p возрастают при переходе от ядра 6Li к ядру 7Li .

6. Отношения структурных функций (отношения инклюзивных сечений) на изотопически обогащенных ядрах в зависимости от масштабной переменной x демонстрируют симметричное поведение для пионов разного знака заряда, обусловленное относительным содержанием протонов и нейтронов в ядрах. Аналогичные отношения сечений для протонов на тех же ядрах показывают заметную x -зависимость в мягкой (до 0,5 ГэВ/с) части спектра, особенно в случае изотопов олова.

7. Сравнение сечений положительно и отрицательно заряженных частиц на фрагментирующих ядрах, являющихся изобарами (${}^{64}Zn$ и ${}^{64}Ni$), показывает преимущественную роль заряда ядра в образовании положительных частиц.

8. Изотопический эффект в поведении сечений для частиц π^+ , π^- , p одинаковым образом проявляется на первичных пучках протонов с импульсами 4,5 ГэВ/с и 8,9 ГэВ/с.

9. Показатели степени A -зависимости сечений для пионов, протонов и дейтронов в функции массового числа первичных пучков имеют подобное поведение, возрастая по величине с изменением вида пучка, а начиная с пучка ядер гелия принимают постоянные значения, свои для каждой из частиц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели процессы кумулятивного рождения частиц при взаимодействии ядерных пучков с большой группой фрагментирующих ядер, охватывающих, по сути, всю периодическую таблицу элементов. Сопоставление с результатами исследований на пучках различных частиц с различными энергиями показывает, что основные черты кумулятивного рождения в значительной степени сохраняются и, в ряде случаев, детальным образом. При этом оказалось, что для изучения тонких деталей в поведении сечений кумулятивных частиц наиболее чувствительной характеристикой является A -зависимость сечений, которая специфически проявляется в различных областях фрагментирующих ядер.

A -зависимости сечений на пучках протонов и ядер измерены в данной работе при значении импульса вторичных частиц 0,5 ГэВ/с, которому соответствует значение масштабной переменной $x \simeq 1$ для пионов. В работах [45,98] A -зависимость сечений пионов изучалась при значениях $x = 1,3$ и 2,1. Измерения относились к различным углам эмиссии (90° и 168°) с использованием более 20 ядер и показали подобное поведение сечений.

Результаты настоящей работы получены на основе изучения инклюзивных процессов с максимальной по возможности конкретизацией начального состояния, что относится к виду выбранных фрагментирующих ядер. Статистические ошибки в измерении сечений составляют в большинстве случаев 2—5%. Именно эти обстоятельства определили термин «детальные исследования». Детальное подобие в поведении сечений как по результатам A -зависимости на пучках протонов и ядер, так и по энергетической зависимости сечений на пучке протонов вдвое большего импульса представляется веским аргументом, свидетельствующим о едином механизме развития процесса взаимодействия, вследствие которого возникают кумулятивные частицы, по крайней мере, в кинематических условиях данной работы. A -зависимость сечений, измеренная для фиксированного импульса наблюдаемых частиц, показывает подобное поведение в зависимости от ядерной плот-

ности в области легких ядер, не зависящее от знака заряда частиц. В области средних ядер имеется корреляция знака заряда частиц с относительным содержанием протонов и нейтронов. На тяжелом ядре эта корреляция исчезает. Таким образом, выделяются три по-своему интересных области фрагментирующих ядер. Одинаковый импульс частиц в изучении A -зависимости является единственной общей для них характеристикой. Различные по массам вторичные частицы обладают различными кинетическими энергиями и содержат указание на сохранение свойств детального подобия при изменении их кинетических энергий или начальных импульсов. На первичных пучках протонов (вдвое различающихся по импульсу) это оказалось справедливым.

Совокупность результатов, полученных в настоящей работе, представляет новый экспериментальный материал по исследованию процессов кумулятивного рождения частиц на пучках протонов и ядер. Спектр вторичных частиц содержит как структурные элементы ядер, так и структуры, возникающие в процессе взаимодействия. Детальное подобие в поведении сечений столь различающихся по кинематическим и квантовым характеристикам частиц может быть связано со специфическим поведением ядерной среды в случае изотопически обогащенных ядер или с воздействием электромагнитного поля налетающей частицы на исходное состояние фрагментирующего ядра. Не исключено и влияние обоих факторов.

Корреляция в рождении кумулятивных частиц с ядерной плотностью, которая максимально изменяется на легких ядрах, может быть определяющей причиной, ответственной за существование конфигураций, которые генерируют кумулятивные частицы. В области ядер, где плотность приблизительно постоянна, такого масштаба корреляций, естественно, не наблюдается. Изменяющейся величиной в этой области ядер является зарядовая плотность, обусловленная изменением зарядовых радиусов ядер. Приведенные выше оценки указывают на возможную корреляцию сечений с зарядовой плотностью. Поскольку в рождении π^- -мезонов наблюдается корреляция с содержанием нейтронов, можно было бы предположить, как и для положительно заряженных частиц, связь сечений с плотностью нейтронного распределения. Но в этом случае отсутствует такая экспериментально известная характеристика, как среднеквадратичный радиус, и можно только сделать гипотетическое предположение. С другой стороны, можно предположить, что протоны и нейтроны ядра неравноправны с точки зрения налетающей частицы, которая своим электромагнитным полем раньше и с большей силой может взаимодействовать с заряженными протонами (точнее, с областью, занимаемой зарядом ядра, поскольку в формировании этой области обязательно участвует некоторое число нейтронов). Такая ситуация может вызвать поляризацию ядерной среды, что, в свою очередь, может

привести к пространственному разделению источников, испускающих частицы с электрическим зарядом разного знака.

Из факта различного поведения сечений кумулятивных частиц на ядрах с различным содержанием нейтронов при одинаковых зарядах (равных числах протонов) видно, что исходные состояния ядер вносят определенный вклад в процесс взаимодействия, а вклад налетающих частиц нивелируется, поскольку изотопический эффект одинаков на разных пучках. Но во всех случаях мы имеем пучки заряженных частиц, и представляется интересным эксперимент по изучению этих эффектов на первичных пучках нейтральных частиц, например нейтронов от стриппинга дейтронов.

На наш взгляд, было бы интересно изучить поведение сечений морских частиц (K^- и $\bar{p}$) на группе ядер ^{58}Ni , ^{64}Ni , ^{64}Zn даже в инклюзивном опыте, чтобы определить масштаб величины изотопического эффекта или его отсутствие для таких частиц.

Практическое равенство сечений π^+ - и π^- -мезонов на ядрах с содержанием нейтронов, значительно превышающим содержание протонов, является хорошо установленным фактом; оно отмечалось в цитируемых выше работах. Возможной причиной, объясняющей это обстоятельство, является предположение о существовании нейтронного гало на периферии ядра, где может быть сосредоточено значительное число нейтронов, что сказывается на распределении их плотности. На этот счет в настоящее время имеется интересная информация, полученная в экспериментах с радиоактивными пучками [99]. Например, образующиеся в экспериментах ядра ^{11}Li имеют размер, сравнимый с размером ядра Pb, и тем не менее такой объект оказывается связанной системой, в которой «лишние» нейтроны вытеснены на периферию ядра. В этих экспериментах обнаружены интересные особенности в структуре ядер, связанные с избыточным содержанием нейтронов и протонов.

Результаты настоящей работы дают вполне определенные ориентиры для проведения корреляционных экспериментов. При этом достаточно произвольными могут быть область фрагментирующих ядер, вид и энергия первичных пучков и вторичных частиц, углы их эмиссии. Соответственно можно выбирать различные области значений масштабных переменных. Тип корреляций может быть достаточно разнообразным, начиная от измерения адронного сопровождения для конкретно выбранной кумулятивной частицы, до изучения интерференции тождественных частиц, как это делается, например, в работах группы ИТЭФ [100] на ядрах с естественным содержанием изотопов.

В цикле работ [101—107] развит и применен к обширному экспериментальному материалу релятивистски-инвариантный подход к описанию множественных процессов в пространстве относительных четырехмерных ско-

ростей $b_{ik} = -(u_i - u_k)^2$. Здесь $u_i = P_i/m_i$ — 4-импульс адрона, отнесенный к его массе. Индексы i, k принимают значения I, II, 1, 2, ... при обозначении инклюзивного процесса в виде $I + II \rightarrow 1, 2, \dots + X$. Инвариантное сечение образования n частиц рассматривается как функция распределения в пространстве b_{ik} : $F(b_{I\text{II}}, b_{I1}, b_{I2}, \dots, b_{II1}, b_{II2}, \dots, b_{12}, \dots)$. В этих переменных функция F монотонно и достаточно быстро убывает при $b_{ik} \rightarrow \infty$. Такое свойство F представляется как принцип ослабления корреляций, позволяющий определить адроны как кластеры партонов с малыми относительными скоростями b_{ik} , а деконфайнмент — как процесс, в результате которого возникают частицы с $b_{ik} \gg 5$.

Новый подход к исследованию корреляционных явлений в множественных процессах предложен в работе [102]. Например, выражение для коррелятора любых трех частиц 1, 2, 3, выглядит следующим образом:

$$C_3 = W(b_{12}, b_{13}, b_{23}) - W(b_{12}) W(b_{13}) W(b_{23}).$$

Здесь $W(b_{12})$, $W(b_{13})$, и $W(b_{23})$ обозначают одномерные распределения по переменным b_{12} , b_{13} и b_{23} , а $W(b_{12}, b_{13}, b_{23})$ — трехмерное распределение по тем же переменным. И те и другие распределения берутся из эксперимента. В [102] определены конкретные выражения для различного вида корреляторов.

Анализ множественного рождения частиц в пространстве относительных скоростей проведен для процесса π^- (40 ГэВ/с) + С $\rightarrow \pi^\pm + X$ (пропановая камера). Распределения пар пионов по величине b_{ik} оказались одинаковыми в областях фрагментации пучкового пиона и ядра углерода. Аналогичные зависимости для $\pi^\pm$ -мезонов и протонов в области фрагментации мишени существенно различаются по величинам b_{ik} , в частности, значениями b_{II1} . Свойства пионных струй, выраженные в этих переменных, оказались подобными в π^- -С-взаимодействиях как в области фрагментации пиона, так и в области фрагментации ядра-мишени. При изучении протонных распределений в процессах p С-, d С-, CC -, p Та-, d Та-взаимодействий (4 ГэВ/нуклон) и π^- -С-взаимодействий (40 ГэВ/с) [103] были обнаружены 4-мерные барионные кластеры, свойства которых не зависят от типа снаряда и его энергии. Показано также, что в релятивистских ядерных взаимодействиях существуют две области, характеризующиеся различными значениями b_{ik} . Значения $b_{ik} \sim 10^{-2}$ соответствуют процессам классической ядер-

ной физики; переходной области, где включаются кварк-глюонные степени свободы, отвечают значения $b_{ik} \sim 10^{-1}$.

Мы обозначили лишь общие контуры проблемы. В цитируемых работах с необходимыми деталями (определение оси струи, центра кластера и т.д.) демонстрируются возможности применения пространства переменных b_{ik} , обоснованы автомодельность и принцип ослабления корреляций в процессах взаимодействия различных объектов с ядрами в широком диапазоне энергий. Наиболее полно и последовательно эти вопросы изложены в работе [107].

Перспективы дальнейших исследований связаны с программой работ на установке нового поколения СФЕРА [108], предназначенной для изучения процессов множественного кумулятивного рождения частиц в близкой к 4π геометрии. Первоочередными задачами являются:

— Исследование реакций образования двух и более частиц (π , K , p , $\bar{p}$, ...), образования векторных мезонов (ρ , ϕ , ω) в кумулятивной области. Поиск узких резонансов, обусловленных явлением скрытого цвета, состояний кварковой экзотики, резонансных кварковых (мультикварковых) систем. Изучение этих реакций дает возможность исследовать двух- и, возможно, трехчастичные структурные функции.

— Изучение спиновых эффектов в реакциях с большими передачами, особенно в реакциях с поляризованными дейтронами.

— Исследование образования мюонных пар при столкновениях релятивистских ядер и адронного сопровождения мюонных пар.

— Изучение динамики процессов множественной генерации частиц на основе измерений коррелятора, азимутальных корреляций при рождении частиц на легких и тяжелых ядрах с целью выделения «элементарного акта», соответствующего локальному взаимодействию.

— Исследование x -зависимости структурных функций ядер отдельно для валентных и морских кварков в кумулятивной и некумулятивной кинематиках рождения мюонных пар. Изменяя изотопический состав фрагментирующих ядер (содержание протонов и нейтронов), можно получить данные об x -распределении моря отдельно для протона и нейтрона.

Кроме того, предусматривается продолжение исследований на внутренней мишени нуклотрона, что позволит изучать переходную область от нуклонных степеней свободы ядер к кварк-глюонным при изменении начальной энергии пучков. Эти задачи и возможности ускорительного комплекса Лаборатории высоких энергий ОИЯИ достаточно подробно рассмотрены в работах [109,110].

Настоящий обзор выполнен в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ, где было положено начало работам по релятивистской ядерной физике. Автор глубоко благодарен академику А.М.Балдину, который обосновал исследование в этой области и оказывает им активную поддержку.

В работах по эксплуатации установки на пучках синхрофазотрона, набору статистики, обработке и анализу экспериментальных результатов участвовали мои коллеги Г.С.Аверичев, Н.Гиордэнеску, П.И.Зарубин, О.Ю.Кульпина, Н.С.Мороз, Ю.А.Панебратцев, М.Пенця, В.Г.Перевозчиков, А.Н.Хренов. Всем им автор приносит глубокую благодарность. Особую признательность я выражаю А.Г.Литвиненко за многочисленные и плодотворные обсуждения вопросов, возникавших в процессе работы. Я благодарен безвременному ушедшему из жизни профессору В.С.Ставинскому, который обладал ясным пониманием связанных с работой проблем и всегда был готов поделиться своими знаниями.

Приношу глубокую благодарность А.И.Малахову за большую и разнообразную помощь в процессе работы. Мне приятно поблагодарить моих коллег по коллаборации СФЕРА Ю.С.Анисимова, С.В.Афанасьева, А.Ю.Исупова, В.И.Колесникова, Г.Л.Мелкумова, И.И.Мигулину, С.Г.Резникова, А.Ю.Семенова.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 95-02-050070, 96-02-17207).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Здесь приводятся табличные данные по инвариантным дифференциальным сечениям исследованных процессов

$$\frac{1}{A} E \frac{d\sigma}{dp} = \frac{1}{A} \frac{E}{p^2} \frac{d^2\sigma}{dp d\Omega} \quad (\text{мб} \cdot \text{ГэВ}^{-2} \cdot \text{с}^3 \cdot \text{ср}^{-1} \cdot \text{нуклон}^{-1}).$$

Таблицы 9—12 содержат данные по А-зависимости сечений на пучках протонов, дейтронов, гелия и углерода с импульсами на нуклон 4,5 ГэВ/с. В табл.13 представлены сечения рождения K^+ -мезонов на тех же пучках. Далее следуют данные на пучке протонов с импульсом 8,9 ГэВ/с. Таблица 14 содержит данные по А-зависимости сечений K^+ - и K^- -мезонов с импульсом 0,5 ГэВ/с. Энергетическая зависимость сечений в интервале импульсов 0,3 ÷ 0,7 ГэВ/с представлена в табл.15—19. Параметры аппроксимации сечений протонов, пионов и дейтронов в различных представлениях содержатся в табл.20—37.

Таблица 9. p (4,5 ГэВ/с) + A, $\vartheta = 120^\circ$, $p = 0,5$ ГэВ/с

A	d	p	$\pi^+ \cdot (10^{-1})$	$\pi^- \cdot (10^{-1})$
${}^6\text{Li}$	$0,212 \pm 0,004$	$1,47 \pm 0,03$	$0,58 \pm 0,012$	$0,48 \pm 0,01$
C	$0,67 \pm 0,02$	$3,02 \pm 0,06$	$0,65 \pm 0,013$	$0,66 \pm 0,013$
Si	$1,25 \pm 0,03$	$4,63 \pm 0,09$	$0,85 \pm 0,017$	$0,73 \pm 0,014$
${}^{58}\text{Ni}$	$2,04 \pm 0,04$	$6,23 \pm 0,13$	$0,85 \pm 0,017$	$0,70 \pm 0,014$
${}^{64}\text{Ni}$	$2,10 \pm 0,04$	$5,68 \pm 0,11$	$0,76 \pm 0,015$	$0,78 \pm 0,016$
${}^{64}\text{Zn}$	$2,08 \pm 0,04$	$6,02 \pm 0,12$	$0,79 \pm 0,016$	$0,70 \pm 0,014$
${}^{114}\text{Sn}$	$2,39 \pm 0,05$	$6,37 \pm 0,13$	$0,69 \pm 0,014$	$0,65 \pm 0,013$
${}^{124}\text{Sn}$	$2,39 \pm 0,05$	$5,66 \pm 0,11$	$0,62 \pm 0,012$	$0,70 \pm 0,014$
Pb	$3,18 \pm 0,06$	$6,43 \pm 0,12$	$0,57 \pm 0,011$	$0,59 \pm 0,012$

Таблица 10. D (4,5 ГэВ/с) + A, $\vartheta = 120^\circ$, $p = 0,5$ ГэВ/с

A	d	p	$\pi^+ \cdot (10^{-1})$	$\pi^- \cdot (10^{-1})$
D		$0,42 \pm 0,012$	$0,228 \pm 0,006$	$0,241 \pm 0,006$
${}^4\text{He}$	$0,334 \pm 0,009$	$2,26 \pm 0,07$	$0,890 \pm 0,018$	$0,93 \pm 0,02$
${}^6\text{Li}$	$0,344 \pm 0,007$	$2,24 \pm 0,05$	$0,848 \pm 0,017$	$0,76 \pm 0,04$
C	$1,12 \pm 0,02$	$4,97 \pm 0,1$	$1,21 \pm 0,02$	$1,08 \pm 0,12$
Si	$2,05 \pm 0,04$	$6,99 \pm 0,14$	$1,29 \pm 0,03$	$1,28 \pm 0,12$
${}^{58}\text{Ni}$	$3,74 \pm 0,07$	$9,8 \pm 0,2$	$1,27 \pm 0,03$	$1,17 \pm 0,04$
${}^{64}\text{Ni}$	$3,73 \pm 0,12$	$8,87 \pm 0,3$	$1,16 \pm 0,02$	$1,31 \pm 0,03$
${}^{64}\text{Zn}$	$3,92 \pm 0,08$	$9,9 \pm 0,2$	$1,24 \pm 0,02$	$1,15 \pm 0,03$
${}^{114}\text{Sn}$	$4,72 \pm 0,09$	$10,5 \pm 0,2$	$1,08 \pm 0,02$	$1,10 \pm 0,02$
${}^{124}\text{Sn}$	$4,90 \pm 0,09$	$9,67 \pm 0,19$	$0,98 \pm 0,02$	$1,13 \pm 0,05$
Pb	$6,32 \pm 0,13$	$11,0 \pm 0,2$	$0,94 \pm 0,03$	$0,95 \pm 0,02$

Таблица 11. He (4,5 ГэВ/с) + A, $\vartheta = 120^\circ$, $p = 0,5$ ГэВ/с

A	d	p	$\pi^+ \cdot (10^{-1})$	$\pi^- \cdot (10^{-1})$
${}^6\text{Li}$	$0,302 \pm 0,016$	$2,16 \pm 0,05$	$0,783 \pm 0,029$	$0,746 \pm 0,041$
C	$1,17 \pm 0,02$	$6,08 \pm 0,12$	$1,63 \pm 0,04$	
Si	$2,13 \pm 0,06$	$7,24 \pm 0,14$	$1,30 \pm 0,06$	$1,13 \pm 0,07$

Продолжение таблицы 11

<i>A</i>	<i>d</i>	<i>p</i>	$\pi^+ \cdot (10^{-1})$	$\pi^- \cdot (10^{-1})$
^{58}Ni	$3,65 \pm 0,07$	$10,2 \pm 0,2$	$1,41 \pm 0,05$	$1,05 \pm 0,08$
^{64}Ni	$3,95 \pm 0,08$	$9,6 \pm 0,2$	$1,41 \pm 0,05$	$1,33 \pm 0,10$
^{64}Zn	$3,98 \pm 0,08$	$10,6 \pm 0,2$	$1,54 \pm 0,05$	$1,26 \pm 0,07$
^{114}Sn	$5,62 \pm 0,11$	$11,6 \pm 0,2$	$1,32 \pm 0,04$	$1,22 \pm 0,05$
^{124}Sn	$5,51 \pm 0,11$	$10,6 \pm 0,2$	$1,23 \pm 0,05$	$1,28 \pm 0,05$
Pb	$7,6 \pm 0,3$	$12,9 \pm 0,3$	$1,17 \pm 0,02$	$1,11 \pm 0,03$

Таблица 12. $\text{C} (4,5 \text{ ГэВ/с}) + \text{A}, \vartheta = 120^\circ, p = 0,5 \text{ ГэВ/с}$

<i>A</i>	<i>d</i>	<i>p</i>	$\pi^+ \cdot (10^{-1})$	$K^+ \cdot (10^{-1})$
^6Li	$0,66 \pm 0,02$	$4,77 \pm 0,09$	$1,84 \pm 0,05$	$0,104 \pm 0,061$
^7Li	$0,81 \pm 0,06$	$4,97 \pm 0,09$	$2,20 \pm 0,11$	$0,28 \pm 0,13$
C	$1,81 \pm 0,04$	$10,21 \pm 0,42$	$3,18 \pm 0,04$	$0,15 \pm 0,04$
Al	$3,42 \pm 0,08$	$14,08 \pm 0,28$	$3,45 \pm 0,06$	$0,16 \pm 0,034$
Cu	$7,84 \pm 0,14$	$22,3 \pm 1,0$	$3,89 \pm 0,06$	$0,35 \pm 0,05$
^{114}Sn	$10,6 \pm 0,3$	$25,22 \pm 0,35$	$3,4 \pm 0,2$	$0,29 \pm 0,17$
^{119}Sn	$10,6 \pm 0,24$	$24,6 \pm 0,5$	$3,43 \pm 0,07$	$0,52 \pm 0,08$
Pb	$11,9 \pm 0,5$	$25,91 \pm 0,35$	$3,17 \pm 0,12$	$0,39 \pm 0,04$

Таблица 13. $B + A \rightarrow K^+ \dots, \vartheta = 120^\circ, p = 0,5 \text{ ГэВ/с}$

<i>A</i>	<i>B</i>			
	$p \cdot (10^{-3})$	$D \cdot (10^{-3})$	$^4\text{He} \cdot (10^{-3})$	$\text{C} \cdot (10^{-2})$
D		$0,16 \pm 0,08$		
^4He		$0,91 \pm 0,22$		
^6Li	$0,53 \pm 0,19$	$1,0 \pm 0,3$	$2,0 \pm 1,3$	$1,0 \pm 0,6$
^7Li				$2,8 \pm 1,3$
C	$0,70 \pm 0,22$	$2,2 \pm 0,3$	$3,0 \pm 0,9$	$1,5 \pm 0,4$
Al				$1,6 \pm 0,3$
Si	$3,0 \pm 0,5$	$4,3 \pm 0,7$	$3,9 \pm 2,0$	

Продолжение таблицы 13

A	B			
	$p \cdot (10^{-3})$	$D \cdot (10^{-3})$	${}^4\text{He} \cdot (10^{-3})$	$C \cdot (10^{-2})$
${}^{58}\text{Ni}$	$2,7 \pm 0,7$	$7,4 \pm 1,0$	$3,2 \pm 1,9$	
${}^{64}\text{Ni}$	$2,0 \pm 0,9$	$7,2 \pm 1,2$	$8,0 \pm 3,7$	
${}^{64}\text{Zn}$	$3,0 \pm 0,5$	$6,5 \pm 0,9$	$9,9 \pm 3,0$	
Cu				$3,5 \pm 0,5$
${}^{114}\text{Sn}$	$3,0 \pm 0,5$	$6,9 \pm 1,0$	11 ± 3	$2,9 \pm 1,7$
${}^{119}\text{Sn}$				$5,2 \pm 0,8$
${}^{124}\text{Sn}$	$3,7 \pm 0,8$	$8,2 \pm 0,9$	13 ± 6	
Pb	$2,6 \pm 0,8$	12 ± 4	12 ± 2	$3,9 \pm 0,4$

Таблица 14. $p (8,9 \text{ ГэВ/с}) + A, \vartheta = 120^\circ, p = 0,5 \text{ ГэВ/с}$

A	$K^+ \cdot (10^{-2})$	$K^- \cdot (10^{-4})$
${}^{58}\text{Ni}$	$1,22 \pm 0,05$	$2,9 \pm 0,7$
${}^{64}\text{Ni}$	$1,19 \pm 0,05$	$3,6 \pm 1,0$
${}^{64}\text{Zn}$	$1,32 \pm 0,03$	$3,2 \pm 0,7$
${}^{114}\text{Sn}$	$1,59 \pm 0,05$	$3,9 \pm 0,4$
${}^{124}\text{Sn}$	$1,48 \pm 0,06$	$3,0 \pm 0,5$
Pb	$1,25 \pm 0,18$	

Таблица 15. $p (8,9 \text{ ГэВ/с}) + A, \vartheta = 120^\circ, p = 0,3 \text{ ГэВ/с}$

A	p	π^+	π^-
${}^{58}\text{Ni}$	$61,0 \pm 1,2$	$1,43 \pm 0,06$	$1,05 \pm 0,02$
${}^{64}\text{Ni}$	$57,6 \pm 1,2$	$1,30 \pm 0,04$	$1,10 \pm 0,02$
${}^{64}\text{Zn}$	$59,7 \pm 1,2$	$1,49 \pm 0,03$	$1,09 \pm 0,02$
${}^{114}\text{Sn}$	$69,3 \pm 1,4$	$1,38 \pm 0,03$	$0,985 \pm 0,020$
${}^{124}\text{Sn}$	$57,3 \pm 1,2$	$1,22 \pm 0,02$	$0,971 \pm 0,020$
Pb	$77,3 \pm 1,5$	$1,20 \pm 0,04$	$0,907 \pm 0,019$

Таблица 16. p (8,9 ГэВ/с) + A , $\vartheta = 120^\circ$, $p = 0,4$ ГэВ/с

A	p	$\pi^+ \cdot (10^{-1})$	$\pi^- \cdot (10^{-1})$
^{58}Ni	$18,8 \pm 0,4$	$4,30 \pm 0,10$	$3,03 \pm 0,07$
^{64}Ni	$17,1 \pm 0,3$	$3,81 \pm 0,12$	$3,27 \pm 0,07$
^{64}Zn	$19,3 \pm 0,4$	$4,30 \pm 0,10$	$3,24 \pm 0,06$
^{114}Sn	$22,2 \pm 0,4$	$3,75 \pm 0,09$	$3,06 \pm 0,06$
^{124}Sn	$18,9 \pm 0,4$	$3,44 \pm 0,08$	$2,91 \pm 0,06$
Pb	$25,0 \pm 0,6$	$3,35 \pm 0,07$	$2,90 \pm 0,06$

Таблица 17. p (8,9 ГэВ/с) + A , $\vartheta = 120^\circ$, $p = 0,5$ ГэВ/с

A	d	p	$\pi^+ \cdot (10^{-1})$	$\pi^- \cdot (10^{-1})$
^{58}Ni	$2,33 \pm 0,05$	$5,39 \pm 0,11$	$1,11 \pm 0,03$	$0,91 \pm 0,03$
^{64}Ni	$2,41 \pm 0,05$	$5,12 \pm 0,10$	$1,00 \pm 0,02$	$0,99 \pm 0,03$
^{64}Zn	$2,36 \pm 0,05$	$5,88 \pm 0,12$	$1,16 \pm 0,03$	$0,91 \pm 0,05$
^{114}Sn	$3,46 \pm 0,07$	$6,82 \pm 0,14$	$0,98 \pm 0,02$	$0,93 \pm 0,02$
^{124}Sn	$3,13 \pm 0,06$	$6,03 \pm 0,12$	$0,88 \pm 0,02$	$0,97 \pm 0,02$
Pb	$4,50 \pm 0,09$	$7,22 \pm 0,14$	$0,88 \pm 0,03$	$0,93 \pm 0,02$

Таблица 18. p (8,9 ГэВ/с) + A , $\vartheta = 120^\circ$, $p = 0,6$ ГэВ/с

A	d	p	$\pi^+ \cdot (10^{-2})$	$\pi^- \cdot (10^{-2})$
^{58}Ni	$0,82 \pm 0,02$	$1,73 \pm 0,04$	$3,00 \pm 0,07$	$2,41 \pm 0,06$
^{64}Ni	$0,84 \pm 0,02$	$1,60 \pm 0,03$	$2,75 \pm 0,06$	
^{64}Zn	$0,86 \pm 0,02$	$1,78 \pm 0,04$	$2,95 \pm 0,07$	$2,61 \pm 0,07$
^{114}Sn	$1,24 \pm 0,03$	$2,05 \pm 0,04$	$2,84 \pm 0,12$	$2,51 \pm 0,06$
^{124}Sn	$1,15 \pm 0,03$	$1,82 \pm 0,05$	$2,50 \pm 0,06$	$2,57 \pm 0,06$
Pb	$1,69 \pm 0,04$	$2,25 \pm 0,05$	$2,66 \pm 0,08$	$2,60 \pm 0,06$

Таблица 19. p (8,9 ГэВ/с) + A, $\vartheta = 120^\circ$, $p = 0,7$ ГэВ/с

A	$d \cdot (10^{-1})$	$p \cdot (10^{-1})$	$\pi^+ \cdot (10^{-3})$	$\pi^- \cdot (10^{-3})$
^{58}Ni	$2,85 \pm 0,06$	$4,97 \pm 0,11$	$7,30 \pm 0,30$	$5,95 \pm 0,24$
^{64}Ni	$2,87 \pm 0,06$	$4,68 \pm 0,09$	$6,34 \pm 0,21$	$6,58 \pm 0,25$
^{64}Zn				$6,36 \pm 0,25$
^{114}Sn	$4,53 \pm 0,11$	$6,22 \pm 0,12$	$6,92 \pm 0,25$	$6,20 \pm 0,20$
^{124}Sn	$4,07 \pm 0,08$	$5,44 \pm 0,11$	$5,94 \pm 0,16$	$6,40 \pm 0,20$
Pb	$5,90 \pm 0,15$	$6,60 \pm 0,10$	$6,30 \pm 0,20$	$6,56 \pm 0,21$

**Параметры аппроксимации энергетической
зависимости сечений протонов**

Таблица 20. p в интервале импульсов 0,3 + 0,5 ГэВ/с

A	T_0	B_T	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$32,3 \pm 0,4$	252 ± 8	13
^{64}Ni	$32,5 \pm 0,4$	231 ± 8	30
^{64}Zn	$33,8 \pm 0,4$	231 ± 8	14
^{114}Sn	$33,8 \pm 0,4$	267 ± 9	18
^{124}Sn	$34,9 \pm 0,4$	211 ± 7	17
Pb	$33,0 \pm 0,4$	313 ± 10	6

Таблица 21. p в интервале импульсов 0,5 + 0,7 ГэВ/с

A	T_0	B_T	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$45,0 \pm 0,6$	86 ± 4	1,0
^{64}Ni	$44,9 \pm 0,5$	81 ± 4	2,4
^{64}Zn	$42,3 \pm 1,0$	113 ± 10	1,0
^{114}Sn	$45,0 \pm 0,5$	107 ± 5	10
^{124}Sn	$44,7 \pm 0,5$	97 ± 5	5
Pb	$44,9 \pm 0,5$	115 ± 5	2,4

**Параметры аппроксимации зависимости сечений протонов (p)
от кумулятивного числа x**

Таблица 22. p в интервале импульсов $0,3 \div 0,5$ ГэВ/с

A	x_0	B_x	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$0,093 \pm 0,001$	781 ± 36	1,4
^{64}Ni	$0,094 \pm 0,001$	718 ± 33	8
^{64}Zn	$0,098 \pm 0,001$	681 ± 31	2
^{114}Sn	$0,098 \pm 0,001$	788 ± 36	3
^{124}Sn	$0,101 \pm 0,001$	605 ± 28	3
Pb	$0,096 \pm 0,001$	941 ± 43	10

Таблица 23. p в интервале импульсов $0,5 \div 0,7$ ГэВ/с

A	x_0	B_x	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$0,115 \pm 0,001$	313 ± 21	1,0
^{64}Ni	$0,114 \pm 0,001$	300 ± 19	1,0
^{64}Zn	$0,110 \pm 0,003$	408 ± 50	1,0
^{114}Sn	$0,114 \pm 0,001$	394 ± 25	4,6
^{124}Sn	$0,114 \pm 0,001$	359 ± 23	2,0
Pb	$0,114 \pm 0,001$	422 ± 27	1,0

**Параметры аппроксимации зависимости сечений протонов
от переменной светового фронта (α)**

Таблица 24. p в интервале импульсов $0,3 \div 0,5$ ГэВ/с

A	α_0	B_α	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$0,078 \pm 0,001$	872 ± 41	1,0
^{64}Ni	$0,078 \pm 0,001$	802 ± 38	6,0
^{64}Zn	$0,082 \pm 0,001$	756 ± 35	1,0
^{114}Sn	$0,082 \pm 0,001$	875 ± 41	2,0
^{124}Sn	$0,084 \pm 0,001$	671 ± 32	2,0
Pb	$0,080 \pm 0,001$	1047 ± 49	1,0

Таблица 25. p в интервале импульсов $0,5 \div 0,7$ ГэВ/с

A	α_0	B_α	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$0,093 \pm 0,001$	398 ± 28	1,0
^{64}Ni	$0,092 \pm 0,001$	381 ± 25	1,0
^{64}Zn	$0,090 \pm 0,002$	501 ± 64	1,0
^{114}Sn	$0,092 \pm 0,001$	502 ± 34	3,0
^{124}Sn	$0,092 \pm 0,001$	457 ± 30	1,0
Pb	$0,092 \pm 0,001$	537 ± 35	1,0

**Параметры аппроксимации энергетической
зависимости сечений π^+ -мезонов**

Таблица 26. π^+ в интервале импульсов $0,3 \div 0,7$ ГэВ/с

A	T_0	B_T	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$72,4 \pm 0,6$	$21,0 \pm 0,1$	1,6
^{64}Ni	$72,5 \pm 0,5$	$18,8 \pm 0,8$	3,6
^{64}Zn	$72,8 \pm 0,5$	$21,0 \pm 0,7$	1,1
^{114}Sn	$72,4 \pm 0,5$	$19,0 \pm 0,6$	1,8
^{124}Sn	$72,3 \pm 0,4$	$17,3 \pm 0,5$	2,7
Pb	$73,6 \pm 0,5$	$16,0 \pm 0,6$	3,0

Таблица 27. π^- в интервале импульсов $0,3 \div 0,5$ ГэВ/с

A	T_0	B_T	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$76,5 \pm 1,0$	$12,7 \pm 0,7$	1,6
^{64}Ni	$78,0 \pm 1,0$	$12,8 \pm 0,6$	1,0
^{64}Zn	$75,8 \pm 1,0$	$13,7 \pm 0,7$	1,0
^{114}Sn	$79,6 \pm 1,0$	$11,0 \pm 0,5$	2,4
^{124}Sn	$86,6 \pm 2,0$	$7,8 \pm 0,7$	1,0
Pb	$82,7 \pm 1,0$	$9,1 \pm 0,4$	1,0

Таблица 28. π^- в интервале импульсов $0,5 \pm 0,7$ ГэВ/с

A	T_0	B_T	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$71,5 \pm 1,0$	$19,0 \pm 2,0$	1,0
^{64}Ni	$71,8 \pm 1,3$	$19,0 \pm 2,0$	1,2
^{64}Zn	$74,0 \pm 1,3$	$16,0 \pm 1,7$	4,7
^{114}Sn	$72,4 \pm 1,0$	$18,0 \pm 1,5$	1,7
^{124}Sn	$71,8 \pm 1,0$	$19,0 \pm 1,6$	1,0
Pb	$73,8 \pm 1,0$	$16,0 \pm 1,4$	2,3

Параметры аппроксимации зависимости сечений π^+ -мезонов
от кумулятивного числа x

Таблица 29. π^+ в интервале импульсов $0,3 \pm 0,7$ ГэВ/с

A	x_0	B_x	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$0,149 \pm 0,001$	78 ± 4	1,0
^{64}Ni	$0,150 \pm 0,001$	69 ± 3	1,8
^{64}Zn	$0,149 \pm 0,001$	82 ± 4	1,0
^{114}Sn	$0,149 \pm 0,001$	73 ± 3	4,8
^{124}Sn	$0,149 \pm 0,001$	65 ± 2	3,2
Pb	$0,152 \pm 0,001$	57 ± 3	3,3

Таблица 30. π^- в интервале импульсов $0,3 \pm 0,5$ ГэВ/с

A	x_0	B_x	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$0,155 \pm 0,002$	48 ± 4	2,5
^{64}Ni	$0,157 \pm 0,002$	48 ± 3	1,7
^{64}Zn	$0,153 \pm 0,002$	53 ± 4	1,5
^{114}Sn	$0,161 \pm 0,002$	39 ± 2	1,0
^{124}Sn	$0,176 \pm 0,002$	24 ± 3	1,0
Pb	$0,167 \pm 0,002$	31 ± 2	1,1

Таблица 31. π^- в интервале импульсов $0,5 \div 0,7$ ГэВ/с

A	x_0	B_x	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$0,150 \pm 0,003$	60 ± 9	1,0
^{64}Ni	$0,151 \pm 0,003$	62 ± 8	1,0
^{64}Zn	$0,155 \pm 0,002$	50 ± 6	3,0
^{114}Sn	$0,152 \pm 0,002$	57 ± 6	1,0
^{124}Sn	$0,151 \pm 0,002$	62 ± 6	1,0
Pb	$0,155 \pm 0,002$	50 ± 5	1,0

Параметры аппроксимации зависимости сечений $\pi^\pm$ -мезонов от переменной светового фронта (α)

Таблица 32. π^+ в интервале импульсов $0,3 \div 0,7$ ГэВ/с

A	α_0	B_α	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$0,117 \pm 0,001$	121 ± 7	2,0
^{64}Ni	$0,118 \pm 0,001$	106 ± 6	4,0
^{64}Zn	$0,118 \pm 0,001$	115 ± 5	1,8
^{114}Sn	$0,117 \pm 0,001$	107 ± 5	1,4
^{124}Sn	$0,117 \pm 0,001$	97 ± 4	3,0
Pb	$0,119 \pm 0,001$	88 ± 4	3,1

Таблица 33. π^- в интервале импульсов $0,3 \div 0,5$ ГэВ/с

A	α_0	B_α	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$0,125 \pm 0,002$	63 ± 5	1,1
^{64}Ni	$0,127 \pm 0,002$	62 ± 4	1,0
^{64}Zn	$0,124 \pm 0,002$	69 ± 5	1,0
^{114}Sn	$0,130 \pm 0,001$	51 ± 3	1,0
^{124}Sn	$0,140 \pm 0,003$	33 ± 4	1,0
Pb	$0,135 \pm 0,002$	40 ± 3	1,0

Таблица 34. π^- в интервале импульсов $0,5 + 0,7$ ГэВ/с

A	α_0	B_α	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$0,115 \pm 0,002$	112 ± 1	1,0
^{64}Ni	$0,116 \pm 0,002$	117 ± 1	1,0
^{64}Zn	$0,119 \pm 0,002$	90 ± 1	4,9
^{114}Sn	$0,117 \pm 0,002$	104 ± 1	1,9
^{124}Sn	$0,116 \pm 0,001$	115 ± 1	1,0
Pb	$0,119 \pm 0,002$	91 ± 1	2,5

Параметры аппроксимации зависимости сечений дейтронов
в различных представлениях

Таблица 35. d в интервале импульсов $0,5 + 0,7$ ГэВ/с

A	T_0	B_T	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$29,0 \pm 0,4$	$22,0 \pm 1$	7,0
^{64}Ni	$28,6 \pm 0,4$	$23,0 \pm 1$	6,0
^{64}Zn	$27,9 \pm 0,9$	$25,0 \pm 2$	1,0
^{114}Sn	$29,8 \pm 0,5$	$30,0 \pm 1$	9,0
^{124}Sn	$29,9 \pm 0,4$	$28,0 \pm 1$	4,0
Pb	$29,9 \pm 0,5$	$40,0 \pm 2$	2,0

Таблица 36. d в интервале импульсов $0,5 + 0,7$ ГэВ/с

A	x_0	B_x	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$0,101 \pm 0,001$	111 ± 8	1,0
^{64}Ni	$0,100 \pm 0,001$	121 ± 8	1,0
^{64}Zn	$0,101 \pm 0,003$	113 ± 1	1,5

Продолжение таблицы 36

A	x_0	B_x	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{114}Sn	$0,104 \pm 0,002$	146 ± 1	3,0
^{124}Sn	$0,104 \pm 0,001$	134 ± 9	1,0
Pb	$0,104 \pm 0,002$	191 ± 1	1,0

Таблица 37. d в интервале импульсов $0,5 + 0,7$ ГэВ/с

A	α_0	B_α	$\chi^2/\text{ст.св.}$
^{58}Ni	$0,081 \pm 0,001$	139 ± 1	1,0
^{64}Ni	$0,080 \pm 0,001$	151 ± 1	1,0
^{64}Zn	$0,082 \pm 0,003$	135 ± 1	1,0
^{114}Sn	$0,084 \pm 0,001$	181 ± 1	2,0
^{124}Sn	$0,084 \pm 0,001$	166 ± 1	1,0
Pb	$0,084 \pm 0,001$	236 ± 1	1,0

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балдин А.М. — Краткие сообщения по физике. ФИАН, 1971, №1, с.35.
2. Балдин А.М. и др. — ОИЯИ P1-5819, Дубна, 1971.
3. Benecke J. et al. — Phys. Rev., 1969, vol.188, p.2159.
4. Лексин Г.А. — ЖЭТФ, 1957, т.32, с.445.
5. Ажгирей Л.С. и др. — ЖЭТФ, 1957, т.33, с.1185.
6. Блохинцев Д.И. — ЖЭТФ, 1957, т.33, с.1295.
7. Балдин А.М. — ЭЧАЯ, 1977, т.8, вып.3, с.429.
8. Ставинский В.С. — ЭЧАЯ, 1979, т.10, вып.5, с.949.
9. Лукьянов В.К., Титов А.И. — ЭЧАЯ, 1979, т.10, вып.4, с.815.
10. Стрикман М.И., Франкфурт Л.Л. — ЭЧАЯ, 1980, т.11, вып.3, с.571.
11. Ефремов А.В. — ЭЧАЯ, 1982, т.13, вып.3, с.613.
12. Балдин А.М. и др. — ЯФ, 1973, т.18, с.79.
13. Балдин А.М. и др. — ЯФ, 1974, т.20, с.1201.
14. Baldin A.M. et al. — JINR, E1-82-472, Dubna, 1982.
15. Балдин А.М. и др. — ОИЯИ, P1-83-432, Дубна, 1983.

16. Bayukov Y.D. et al. — Phys. Rev., 1979, vol.C20, p.764.
17. Frankel S. et al. — Phys. Rev., 1979, vol.C20, p.2257.
18. Nikiforov N.A. et al. — Phys. Rev., 1980, vol.C22, 2, p.700.
19. Бояринов С.В. и др. — ЯФ, 1987, т.46, с.1472.
20. Бояринов С.В. и др. — ЯФ, 1989, т.50, с.1605.
21. Бояринов С.В. и др. — ЯФ, 1991, т.54, с.119.
22. Бояринов С.В. и др. — ЯФ, 1993, т.56, с.125.
23. Gavrishchuk O.P. et al. — Nucl. Phys., 1991, vol.A523, p.589.
24. Беляев И.М. и др. — ЯФ, 1993, т.56, вып.10, с.135.
25. Антипов Ю.М. и др. — ЯФ, 1991, т.53, с.439.
26. Лексин Г.А. — Ядерный скейлинг. Конспект лекций в сб.: Некоторые вопросы экспериментальных исследований в области физики высоких энергий. М.: МИФИ, 1975.
27. Лексин Г.А. — В сб.: Труды XVIII Международной конференции по физике высоких энергий, ОИЯИ, Дубна, 1977, т.I, А6-3.
28. Baldin A.M. — Proc. of the Int. Conf. on Extreme States in Nuclear Systems, Dresden, 1980, vol.2, p.1.
29. Балдин А.М. и др. — В сб.: IV Международный семинар по проблемам физики высоких энергий. ОИЯИ Д1,2-9224, Дубна, 1975, с.176.
30. Балдин А.М. и др. — ОИЯИ, P1-11302, Дубна, 1978.
31. Воробьев Л.С. и др. — ЯФ, 1986, т.44, с.1396.
32. Баюков Ю.Д. и др. — Препринт ИТЭФ-76, Москва, 1980.
33. Козодаев М.С., Тяпкин А.А. — ПТЭ, 1956, т.1, с.21.
34. Аверичева Т.В. и др. — ОИЯИ, 1-11317, Дубна, 1978.
35. Балдин А.М. и др. — ОИЯИ, P1-83-433, Дубна, 1983.
36. Балдин А.М. и др. — ОИЯИ, P1-83-434, Дубна, 1983.
37. Averichev G.S. et al. — In: Proc. of Xth Intern. Seminar on High Energy Physics Problems, World Scientific, 1991, p.90.
38. Бор О., Моттельсон Б. — Структура атомного ядра: Пер. с англ. М.: Мир, т.1, 1971.
39. Bondarev V.K. et al. — In: Relativistic Nuclear Physics & Quantum Chromodynamics (ed. A.M.Baldin and V.V.Burov), Dubna, 1994, p.235.
40. De Vries H. et al. — Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1987, vol.36, No.3, p.496.
41. Bondarev V.K. et al. — JINR, E1-93-84, Dubna, 1993.
42. Bondarev V.K. — In: Hadron Structure'94. Proceedings Košice, Slovakia, (edited by J.Urbán and J.Vrláková), p.177, Košice, 1994.
43. Балдин А.М. и др. — ОИЯИ, 1-82-28, Дубна, 1982.

44. Стрикман М.И., Франкфурт Л.Л. — ЯФ, 1980, т.32, с.1403.
45. Гаврилов В.Б. и др. — Препринт ИТЭФ-121, Москва, 1985.
46. Бондарев В.К. и др. — В сб.: Тр. VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. ОИЯИ, Д1,2-86-668, Дубна, 1986, с.234.
47. Балдин А.М. и др. — ЯФ, 1975, т.21, с.1008.
48. Bondarev V.K. et al. — JINR Rapid Communicatons, 1(58)-93, p.35, Dubna, 1993.
49. Баюков Ю.Д. и др. — Препринт ИТЭФ-148, Москва, 1983.
50. Baldin A.M. — JINR, E2-83-415, Dubna, 1983.
51. Балдин А.М. и др. — В сб.: Мультикварковые взаимодействия и квантовая хромодинамика. ОИЯИ, Д1,2-84-599, Дубна, 1984, с.195.
52. Baldin A.M. et al. — In: Second International Conference on Nucleus-Nucleus Collisions. (Edited by B.Jakobsson and K.Aleklett), Visby, Sweden, 1985, vol.1 p.75.
53. Логунов А.А. и др. — ЭЧАЯ, 1983, т.14, с.493.
54. Савин И.А., Смирнов Г.И. — ЭЧАЯ, 1991, т.22, с.1005.
55. Benvenuti A.C. et al. — BCDMS Collaboration, JINR, E1-93-133, Dubna, 1993.
56. Amaudruz P. et al. — CERN-PPE/91-147, 1991. Z. Phys. C, 1992, vol.53, p.73.
57. Хофштадтер Р. — В сб.: Электромагнитная структура ядер и нуклонов. М.: ИЛ, 1958.
58. Баюков Ю.Д. и др. — Препринт ИТЭФ-8, М., 1983.
59. Аникина М.Х. и др. — ОИЯИ, P1-85-208, Дубна, 1985.
60. Агакишиев Г.Н. и др. — ОИЯИ, P1-89-793, Дубна, 1989.
61. Litvinenko A.G. et al. — JINR Rapid Communications, 1(58)-93, Dubna, 1993, p.27.
62. Аланакян К.В. и др. — ЯФ, 1977, т.25, с.545.
63. Аммар Р. и др. — Препринт ФИАН 48, М., 1988.
64. Аммар Р. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1989, т.49, с.189.
65. Баюков Ю.Д. и др. — ЯФ, 1985, т.41, с.158.
66. Shroeder L.S. et al. — Phys. Rev. Lett., 1979, vol.43, No.24, p.1787.
67. Герасимов С.Б. и др. — ОИЯИ, P2-7687, Дубна, 1974.
68. Буров В.В. и др. — ОИЯИ, P2-10244, Дубна, 1976.
69. Afanasiev S.V. et al. — Phys. Scripta, 1993, vol.48, p.124.
70. Moeller E. et al. — Phys. Rev. C, 1983, vol.28, p.1246.
71. Копелиович В.Б. — ЯФ, 1977, т.26, с.168.
72. Вольнин Е.Н. — Материалы XVIII зимней школы ЛИЯФ, Л., 1983, с.63.
73. Бельев И.М. и др. — ОИЯИ, P1-89-463, Дубна, 1989.
74. Браун М.А., Вечернин В.В. — ЯФ, 1977, т.25, с.1276.
75. Ефремов А.В. — ЯФ, 1976, т.24, с.1208.
76. Cronin J.W. et al. — Phys. Rev., 1975, vol.D11, p.3105.

77. Berlad G. et al. — Phys. Rev. D, 1980, vol.22, p.1547.
78. Стрикман М.И., Франкфурт Л.Л. — Письма в ЖЭТФ, 1979, т.30, с.373.
79. Frankfurt L.L., Strikman M.I. — Phys. Lett. B, 1979, vol.83, p.407.
80. Frankfurt L.L., Strikman M.I. — Phys. Rep., 1981, vol.76, p.215.
81. Frankfurt L.L., Strikman M.I. — Phys. Rep., 1988, vol.160, p.235.
82. Браун М.А. — ЯФ, 1988, т.48, с.409.
83. Браун М.А., Вечернин В.В. — ЯФ, 1990, т.51, с.873.
84. Гаврилов В.Б. и др. — ЯФ, 1985, т.41, с.843.
85. Braun M.A., Vechernin V.V. — In: Relativistic Nuclear Physics & Quantum Chromodynamics (ed. A.M.Baldin and V.V.Burov), Dubna, 1994, p.294.
86. Балдин А.М. и др. — В сб.: Мультикварковые взаимодействия и квантовая хромодинамика. ОИЯИ, Д1,2-84-599, Дубна, 1984, с.195.
87. Ставинский В.С. — В сб.: Релятивистская ядерная физика и квантовая хромодинамика. ОИЯИ, Д1,2-88-652, Дубна, 1988, с.190.
88. Gorenstein M.I., Zinovjev G.M. — Phys. Lett. B, 1977, vol.67, p.100.
89. Горенштейн М.И. и др. — ЯФ, 1977, т.26, с.788.
90. Богацкая И.Г. и др. — ЯФ, 1978, т.27, с.856.
91. Bogatskaya I.G. et al. — Phys. Rev., 1980, vol.C22, p.209.
92. Anchishkin D.V. et al. — Preprint ИТР-81-75Е, Kiev, 1981.
93. Ефремов А.В. — ЯФ, 1986, т.44, с.776.
94. Ефремов А.В. — ОИЯИ, Р2-87-762, Дубна, 1987.
95. Ефремов А.В. и др. — ЯФ, 1988, т.47, с.1364.
96. Efremov A.V. et al. — JINR, E2-93-224, Dubna, 1993.
97. Efremov A.V. et al. — In: Relativistic Nuclear Physics & Quantum Chromodynamics (ed. A.M.Baldin and V.V.Burov), Dubna, 1994, p.309.
98. Baldin A.M. et al. — In: Second International Conference on Nucleus-Nucleus Collisions. Visby, Sweden (Edited by B.Jakobsson and K.Aleklett), 1985, vol.1, p.73.
99. Пенионжkevич Ю.Э. — ЭЧАЯ, 1994, т.25, с.930.
100. Власов А.В. и др. — Препринт ИТЭФ, 57-90, М., 1990; ЯФ, 1995, т.58, с.669.
101. Балдин А.М., Диденко Л.А. — Краткие сообщения ОИЯИ №3-84, Дубна, 1984, с.5.
102. Балдин А.М., Диденко Л.А. — Краткие сообщения ОИЯИ №8-85, Дубна, 1985, с.5.
103. Армутлийски Д., Балдин А.М. и др. — Краткие сообщения ОИЯИ №4[24]-87, Дубна, 1987, с.5.
104. Балдин А.М. и др. — ОИЯИ Р1-88-331, Дубна, 1988.
105. Bartke J. — Int. Journ. of Modern Phys. A, 1989, vol.4, No.6, p.1319.
106. Балдин А.М. и др. — ЯФ, 1990, т.52, с.14.

107. **Baldin A.M., Didenko L.A.** — Fortschr. Phys., 1990, vol.38, 4, p.261—332.
108. **Аверичев С.А. и др.** — ОИЯИ, Р1-85-512, Дубна, 1985.
109. **Baldin A.M., Malakhov A.I.** — JINR Rapid Communications No.3[60]-93, Dubna, 1993, p.52.
110. **Baldin A.M.** — In: Relativistic Nuclear Physics & Quantum Chromodynamics (ed. A.M.Baldin and V.V.Burov), Dubna, 1994, p.672.

THERMODYNAMICS OF STRONG INTERACTIONS

V.I.Yukalov, E.P.Yukalova

Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 141980 Russia
and Queen's University, Kingston, Canada

The state of art in studying thermodynamic properties of hot and dense nuclear matter is reviewed with the special emphasis on the confinement–deconfinement transition between hadron matter and quark–gluon plasma. The most popular models used for describing deconfinement are analysed, including statistical bootstrap models, pure phase models, the model of clustered quarks, and the string–flip potential model. Predictions of these models are compared with the lattice numerical simulations. It is concluded that precursor fluctuation effects must be taken into account in order to get a realistic description of deconfinement transition. The existence of precursor fluctuations is in line with the dynamical confinement scenario and suggests that deconfinement cannot be considered as a transition between pure hadron and quark–gluon phases. All this supports the concept of cluster coexistence advocated by the authors of this review: Quark–gluon plasma and hadron clusters are different quantum states of the same system, so that any statistical model pretending to treat nuclear matter under extreme conditions must incorporate into itself the probability of these different channels. The ways of constructing statistical models with plasma–cluster coexistence are discussed and thermodynamic properties of such models are analysed.

В обзоре изложены подходы к описанию термодинамических свойств горячей и плотной ядерной материи. Особое внимание уделяется переходу конфайнмент–деконфайнмент, происходящему между адронной материей и кварк–глюонной плазмой. Проанализированы наиболее известные модели описания деконфайнмента, включая модели статистического бутстрапа, модели чистых фаз, модель кластеризованных кварков и струнные потенциальные модели. Предсказания этих моделей сравниваются с решеточными вычислениями. Делается вывод, что для реалистического описания деконфайнмента необходимо учитывать предпереходные флуктуационные эффекты. Существование переходных флуктуаций согласуется со сценарием динамического конфайнмента и показывает, что деконфайнмент нельзя рассматривать как переход между чистыми адронной и кварк–глюонной фазами. Все это поддерживает концепцию сосуществования кластеров, пропагандируемую авторами данного обзора: кварк–глюонная плазма и адронные кластеры — это различные квантовые состояния одной системы, поэтому любая статистическая модель, претендующая на описание ядерной материи в экстремальных условиях, должна включать в себя вероятность этих различных каналов. Обсуждаются способы построения статистических моделей, учитывающих сосуществование плазмы и кластеров, и анализируются термодинамические свойства этих моделей.

1. INTRODUCTION

One of the most intriguing problems of high energy physics is the possibility of transforming the nuclear matter composed of hadrons into the phase consisting of their fundamental constituents, quarks and gluons. This phase, because of the apparent analogy with the electron–ion plasma, is called the quark–gluon plasma.

The transformation of the hadron matter into the quark-gluon plasma is named deconfinement; the inverse process, respectively, being called confinement. The deconfinement transition is somewhat similar to the ionization of atoms. The literature devoted to this phenomenon is so numerous that, not to overload the list of references, we shall cite here mainly review papers, when these are available, and in which the reader can find thousands of references to original works. The specific feature of the present review is that we concentrate on the statistical models of strongly interacting systems under extreme conditions, when non-hadronic degrees of freedom become important and deconfinement occurs.

The possibility that quark degrees of freedom can come into play in the process of relativistic nuclear collisions at already achieved accelerator energies was advanced by A.M. Baldin [1] who predicted and explained the commulative effect as a manifestation of the formation in the colliding nuclei of multi-quark droplets.

In order that quark-gluon degrees of freedom would be essential, special conditions are necessary, like high temperature or density. From quantum chromodynamics it is known that at asymptotically high temperature quarks and gluons are really deconfined forming the quark-gluon plasma [2-6]. We also know that at zero temperature and at the normal density of nuclear matter there is complete confinement so that only hadrons exist. But where is the intermediate region in which quark-gluon degrees of freedom become relevant? The characteristic parameters for this region can be estimated as follows.

Nuclear matter in the normal state has the baryon density $n_{0B} = 0.167/fm^3$. The corresponding normal quark density is $\rho_0 \equiv 3n_{0B} = 0.5/fm^3$. The characteristic quark interaction energy in the normal state can be presented as $E_0 = \hbar/\tau_0$, with the interaction time $\tau_0 = a_0/c$, where $a_0 = \rho_0^{-1/3}$ is the mean interquark distance in the normal state. Accepting the system of units in which $\hbar = c = 1$, with the conversion constant $\hbar c = 197.327 MeV/fm$, we have

$$E_0 = \rho_0^{1/3} = 157 MeV.$$

Note an interesting relation between this interaction energy and the characteristic baryon energy density $\varepsilon_B \equiv m_N n_{0B}$, in which $m_N \equiv \frac{1}{2}(m_p + m_n) = 939 MeV$ is the average nucleon mass. Since $\varepsilon_B = 157 MeV/fm^3$, therefore $E_0 = \varepsilon_B fm^3$. Thus, the normal nuclear matter should start to decompose being heated up to the temperature equal to the quark interaction energy E_0 , that is up to $\Theta_c \approx 160 MeV$.

If one wishes to destroy the hadron matter by compression, one has to reach a density of about the density of quarks inside a nucleon. This characteristic density is $\rho_c \equiv 3/v_N$, where $v_N \equiv (4\pi/3)r_N^3$ is the nucleon volume. Taking for the nucleon radius $r_N = 0.9 fm$, we get $v_N = 3 fm^3$. From here

$$\rho_c = 2\rho_0 = 1/fm^3.$$

This tells us that the hadron matter should start desintegrating being compressed up to the density $\rho_c \approx 2\rho_0$.

As we see, the expected critical temperature and density are fairly low. Such conditions certainly existed in the early Universe about $10^{-5} \div 10^{-4} \text{ sec}$ after the Big Bang and are likely to exist in the interior of neutron stars [7].

More important is the common belief that such conditions can be created in the process of relativistic heavy ion collisions, even with existing accelerators, thus opening the path for experimental observation of the quark-gluon plasma in the laboratory [8-14]. Analogous relativistic nuclear collisions can also be studied in cosmic ray experiments [8]. The density of matter inside a fireball formed by two collided ions can reach $10\rho_0$.

All models of the formation of the quark-gluon plasma in nuclear collisions require the information about its rate of thermalization. Does the matter inside a fireball thermalize sufficiently fast, so that a thermodynamic description makes sense? For this, the thermalization time must be shorter than the fireball lifetime $\tau_f \sim 10^{-22} \text{ sec}$. The thermalization time, or the time of local equilibration, τ_{loc} , can be estimated as follows [13-15]. The local equilibrium time writes as $\tau_{loc} = \lambda/c$, in which $\lambda = (\rho\sigma)^{-1}$ is the mean free path of a particle in a medium; $\rho = a^{-3}$, the density of matter; a , average interparticle distance; $\sigma \sim b^2$, cross section; b , interaction radius. Accepting the values $a \sim b \sim 1 \text{ fm}$ typical of nuclear matter, we have $\lambda \sim 1 \text{ fm}$ and $\tau_{loc} \sim 10^{-23} \text{ sec}$. Because of the inequality $\tau_{loc} \ll \tau_f$, the thermalization inside a fireball is likely to be reached.

The possibility of speaking about the thermodynamics of strong interactions, separately from electromagnetic and weak interactions, is based on the fact that it is just this type of interaction which in many cases plays the dominant role. Really, the dimensionless coupling constant of strong interactions $\alpha_s \approx 1$ is much larger than the coupling constants of electromagnetic interactions, $\alpha_e \approx 1/137 \sim 10^{-2}$, and of weak interactions, $\alpha_w \sim 10^{-5}$, to say nothing of the coupling constant of gravitational interactions, $\alpha_g \sim 10^{-12}$. The corresponding interaction times, at the energy 1 GeV characteristic of high-energy physics, are $\tau_s \sim 10^{-24} \text{ sec}$ for strong interactions, $\tau_e \sim 10^{-21} \text{ sec}$ for electromagnetic interactions, and $\tau_w \sim 10^{-10} \text{ sec}$ for weak interactions. Therefore, during the lifetime of a fireball $\tau_f \sim 10^{-22} \text{ sec}$ electromagnetic and weak interactions do not play any role. In the interval of time $\tau_{loc} < t < \tau_f$ inside a fireball there may exist an equilibrium state of strongly interacting particles.

The sole consistent way of calculating thermodynamic characteristics in the frame of quantum chromodynamics is perturbation theory, which is quite similar to that of quantum electrodynamics [16,17]. However, the effective coupling parameter of strong interactions becomes small only at asymptotically high temperatures. In the most interesting region of temperatures around $\Theta_c \approx 160 \text{ MeV}$, where deconfinement occurs, the coupling parameter is large and perturbation the-

ory does not work. For describing the whole range of thermodynamic variables several statistical models have been suggested .

2. STATISTICAL BOOTSTRAP MODELS

The usefulness of applying statistical methods for considering the heated and compressed nuclear matter has been understood long time ago. Let us mention, e.g., Fermi [18].

The first statistical model of nuclear matter under extreme conditions, such as being realized inside fireballs, has been proposed by Hagedorn [19] (see also [20]) and called the statistical bootstrap model. In this approach it is assumed that, at zero baryon density $n_B = 0$, various hadrons can be generated from vacuum with the mass distribution

$$\rho(m) = \rho_{dis}(m) + \rho_{con}(m); \quad m \in [0, \infty),$$

in which the first and the second terms correspond to discrete and to continuous mass spectra respectively,

$$\rho_{dis}(m) = \sum_i \zeta_i \delta(m - m_i) [1 - \Theta(m - m_0)],$$

$$\rho_{con}(m) = \Theta(m - m_0) \frac{a_0}{m^{5/2}} \exp\left(\frac{m}{\Theta_0}\right),$$

where $\Theta(\cdot)$ is the unit-step function; ζ_i , a degeneracy number for spin-isospin states; and the parameters are

$$m_0 = 1000 \text{ MeV}, \quad a_0 = 6.5 \times 10^3 \text{ MeV}^{3/2}, \quad \Theta_0 = 160 \text{ MeV}.$$

The pressure for the ideal hadron gas is written in the classical Boltzmann approximation,

$$p = \Theta \int \rho(m) \exp\left(-\beta \sqrt{k^2 + m^2}\right) \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} dm,$$

where Θ is temperature in energy units, and β is inverse temperature, $\beta\Theta \equiv 1$.

As can be easily checked, the pressure in this model diverges for all $\Theta \geq \Theta_0$. From here it was concluded [19] that Θ_0 is the limiting temperature of the Universe. The concept of the existence of a maximal temperature of the Universe is, of course, quite artificial, therefore another interpretation of this divergency of pressure has been proposed [20] treating Θ_0 as the deconfinement temperature.

After Collins and Perry [21], the geometrical scenario of the deconfinement became popular [22]. According to this, the increase of temperature or baryon density leads to the rising number of hadrons. The latter are assumed to have finite volumes [23]. When the number of hadrons becomes so high that their close packing occurs, then they fuse into one gigantic hadron occupying the whole system. The Hagedorn temperature Θ_0 is interpreted as the fusion temperature, and the gigantic hadron cluster is identified with the system in the quark-gluon-plasma state. This geometric scenario reminds the percolation transition [24].

Following the geometric interpretation, the bootstrap model was modified [20] invoking the excluded-volume approximation. In this, one considers N particles having the volumes $v_1, v_2, \dots, v_N$ as moving in the free volume

$$V_N \equiv V - \sum_{j=1}^N v_j,$$

where V is the total volume of the system. The pressure in the excluded-volume approximation becomes

$$p = \frac{\Theta}{V} \ln \left\{ \sum_{N=1}^{\infty} \frac{1}{N!} \Theta(V_N) \left[V_N \int \rho(m) \exp \left(-\beta \sqrt{k^2 + m^2} \right) \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} dm \right]^N \right\},$$

where again the Boltzmann approximation is also used. The mass distribution for discrete spectrum is taken in the same form as above, and for continuous spectrum it is slightly modified as

$$\rho_{con}(m) = \Theta(m - m_0) \frac{a_0}{m^\alpha} \exp \left(\frac{m}{\Theta_0} \right),$$

with $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{7}{2}$. Now, the pressure is everywhere finite and positive becoming zero at the same temperature $\Theta_d \approx \Theta_0$. The temperature Θ_d , where $p(\Theta_d) = 0$, is interpreted as the temperature of hadron fusion into a gigantic cluster. However, the thermodynamics of the system at $\Theta \rightarrow \infty$ has nothing to do with that of the ideal quark-gluon plasma.

To overcome the latter deficiency of the model, it has been argued that taking into account hadron compression can save the situation. This can be done [25] by complicating the mass distribution writing its continuous part as

$$\begin{aligned} \rho_{con}(m, v) = & \Theta(m - b_0 v - m_0) \Theta(v - v_0) a_0 (m - b_0 v)^\alpha \times \\ & \times v^\gamma \exp \left\{ \frac{4}{3} (\sigma_0 v)^{1/4} (m - b_0 v)^{3/4} \right\}, \end{aligned}$$

which contains now seven fitting parameters: $m_0, a_0, \alpha, b_0, v_0, \gamma, \sigma_0$.

Now, in accordance with the geometrical scenario, the number of hadrons at low temperature $\Theta < \Theta_d$ is proportional to the free volume, and at high temperatures $\Theta \rightarrow \infty$ this number tends to one symbolizing the formation of a gigantic cluster. However, at the 1st order transition temperature Θ_d the number of hadrons $N(\Theta_d, V)$ diverges for any finite volume V , which is unreasonable.

The bootstrap models, in addition to the arbitrariness in postulating the mass distribution, contain internal deficiencies leading to the existence of instabilities contradicting the necessary stability conditions for statistical systems [26,27].

3. PURE PHASE MODELS

An evident idea would be to follow the standard Gibbs prescription for considering phase transitions between two phases. Treating the deconfinement as such a phase transition, one assumes the existence of two types of pure phases. At low temperatures and baryon densities this is a pure hadron phase with features typical of the normal nuclear matter [28], and at high temperature or baryon density this is the quark–gluon phase described by perturbative QCD [17]. Let Ω_1 be the grand potential of the quark–gluon plasma, and Ω_2 , that of the hadron matter. According to the Gibbs rule, a phase transition occurs when $\Omega_1(\Theta, \mu_B) = \Omega_2(\Theta, \mu_B)$, where μ_B is the baryon chemical potential. This equality gives a transition line $\Theta_d = \Theta_d(\mu_B)$. Expressing here the baryon potential $\mu_B = \mu_B(n_B)$ through the baryon density, we may write $\Theta_d = \Theta_d(n_B)$.

The possibility of using perturbation theory for the high–temperature quark–gluon plasma is based on the property of asymptotic freedom. According to this property, the running coupling constant

$$\alpha_s(q) \simeq \frac{6\pi}{(11N_c - 2N_f) \ln(q/\Lambda)} \left[1 - \frac{51 \ln \ln(q/\Lambda)}{121 \ln(q/\Lambda)} \right],$$

in which N_c and N_f are the number of quark colours and flavours, respectively, $\Lambda \approx 200 \text{ MeV}$ is a scale parameter, and q is momentum, tends to zero as $q \rightarrow \infty$. In the integral over momenta, defining the grand potential, the main contribution, when $\Theta \rightarrow \infty$, comes from $q \approx \Theta$. Hence, it is possible to get an expansion in powers of $\alpha_s(\Theta) \equiv g^2(\Theta)/4\pi$ with the effective coupling parameter

$$g^2(\Theta) \simeq \frac{24\pi^2}{(11N_c - 2N_f) \ln(\Theta/\Lambda)}.$$

As a result of this expansion [29], neglecting quark masses, one has for the grand potential

$$\frac{\Omega_1}{V} = -A\Theta^4 + B,$$

in which a nonperturbative term B is included and the notation

$$A \equiv A_0 + A_2 g^2 + A_3 g^3 + A_4 g^4 \ln g$$

is used, where

$$A_0 = \frac{\pi^2}{45} \left[N_c^2 - 1 + \frac{7}{4} N_c N_f + 15 N_c \sum_f \frac{\mu_f^2}{2\pi^2 \Theta^2} \left(1 + \frac{\mu_f^2}{2\pi^2 \Theta^2} \right) \right],$$

$$A_2 = -\frac{N_c^2 - 1}{144} \left[N_c + \frac{5}{4} N_f + 9 \sum_f \frac{\mu_f^2}{2\pi^2 \Theta^2} \left(1 + \frac{\mu_f^2}{2\pi^2 \Theta^2} \right) \right],$$

$$A_3 = \frac{N_c^2 - 1}{12\pi} \left(\frac{1}{3} N_c + \frac{1}{6} N_f + \frac{1}{3} \sum_f \frac{\mu_f^2}{2\pi^2 \Theta^2} \right)^{3/2},$$

$$A_4 = \frac{N_c^2 - 1}{16\pi^2} N_c \left(\frac{1}{3} N_c + \frac{1}{6} N_f + \sum_f \frac{\mu_f^2}{2\pi^2 \Theta^2} \right),$$

μ_f being the chemical potential of an f -flavour quark. Note that the term $O(g^6)$ cannot be calculated by perturbation theory because of unrenormalizable infrared divergences.

Take into account that the number of quark colours is $N_c = 3$, and consider for simplicity the case of zero baryon density $n_B = 0$, so that $\mu_f = 0$. Then the pressure of the quark-gluon plasma is

$$p_1 \equiv -\frac{\Omega_1}{V} = A\Theta^4 - B,$$

with the expansion coefficients of A being

$$A_0 = \frac{8\pi^2}{45} \left(1 + \frac{21}{32} N_f \right), \quad A_2 = -\frac{1}{6} \left(1 + \frac{5}{12} N_f \right),$$

$$A_3 = \frac{2}{3\pi} \left(1 + \frac{1}{6} N_f \right)^{3/2}, \quad A_4 = \frac{3}{2\pi^2} \left(1 + \frac{1}{6} N_f \right).$$

The low-temperature hadron phase is often modeled [4,7,30] by a gas of massless noninteracting pions, which for the grand potential yields

$$\frac{\Omega_2}{V} = -\frac{\pi^2}{30} \Theta^4.$$

The corresponding pressure is

$$p_2 \equiv -\frac{\Omega_2}{V} = \frac{\pi^2}{30} \Theta^4.$$

Equating Ω_1 with Ω_2 , or p_1 with p_2 , one obtains the deconfinement temperature

$$\Theta_d = \gamma B^{1/4}; \quad \gamma \equiv \left(A - \frac{\pi^2}{30} \right)^{-1/4}.$$

To check the phase transition order, let us find the latent heat at the transition temperature.

Define the energy density

$$\varepsilon = s\Theta - p + \mu_B n_B$$

and the entropy density

$$s = -\frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\frac{\Omega}{V} \right) = \frac{\partial p}{\partial \Theta}.$$

The latent heat density is

$$\Delta \varepsilon_d \equiv \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \Theta_d \Delta s_d \quad (\Theta = \Theta_d),$$

where $\Delta s_d \equiv s_1 - s_2$ is the entropy density jump at $\Theta = \Theta_d$.

For the considered case we have

$$s_1 = (4A + C)\Theta^3, \quad s_2 = \frac{2\pi^2}{15}\Theta^3,$$

with the notation

$$C \equiv \Theta \frac{\partial A}{\partial \Theta} = -\frac{33 - 2N_f}{24\pi^2} g^4 \left[A_2 + \frac{3}{2} A_3 g + \frac{1}{2} A_4 (1 + 4 \ln g) g^2 \right],$$

where the equation

$$\frac{\partial g^2}{\partial \Theta} = -\frac{33 - 2N_f}{24\pi^2 \Theta} g^4$$

is taken into account. The energy densities are

$$\varepsilon_1 = (3A + C)\Theta^4 + B, \quad \varepsilon_2 = \frac{\pi^2}{10}\Theta^4.$$

Thus, for the latent heat one gets

$$\Delta \varepsilon_d = 4B \left(1 + \frac{C}{4} \gamma^4 \right).$$

The nonperturbative term B is usually treated as the bag constant, with $B^{1/4}$ ranging in the interval $(150 \div 300) \text{ MeV}$. For estimates, we may accept the value $B^{1/4} = 225 \text{ MeV}$ from the middle of this interval.

One often assumes that the quark-gluon plasma is an ideal gas of free quarks and gluons, that is $g = 0$. If this is so, then for $N_f = 2$ we have $\gamma = 0.72$. The deconfinement occurs at $\Theta_d = 162 \text{ MeV}$ being a first-order transition with the latent heat $\Delta\varepsilon_d = 4B \approx 1 \text{ GeV/fm}^3$. The found deconfinement temperature Θ_d almost coincides with the characteristic energy $E_0 = 157 \text{ MeV}$ discussed in Introduction. This picture would seem quite reasonable if it would not be absolutely wrong. Really, the effective coupling $g(\Theta) \rightarrow \infty$ for temperatures Θ close to the scale parameter $\Lambda \approx 200 \text{ MeV}$. Therefore, the assumption that, in the vicinity of the deconfinement point, the quark-gluon plasma is an ideal gas of quarks and gluons is senseless. This would happen only at temperatures at which $g^2(\Theta) \ll 1$, that is, when

$$\Theta \gg \Lambda \exp\left(\frac{24\pi^2}{33 - 2N_f}\right).$$

The latter inequality becomes valid only at very high temperatures $\Theta \gg 10^6 \text{ MeV}$.

In this way, nonperturbative effects around the deconfinement transition are very strong, and it is not correct to try taking account of them by the simple addition to the grand potential of a term B .

Some nonperturbative effects can be included into consideration by resorting to the effective-spectrum approximation [31,32], when one postulates for the spectra of quarks and gluons the form $\varepsilon_i(k) = \sqrt{k^2 + m_i^2} + U_i$, in which k is the modulus of momentum; m_i , a mass; U_i , an effective mean field; and $i = q, g$ enumerates quarks and gluons. This approximation yields the results similar to the ideal gas picture: the deconfinement is a first-order transition occurring at $\Theta \approx 160 \text{ MeV}$.

The reason why the effective-spectrum and ideal-gas approximations are close to each other can be understood as follows. The effective-spectrum approximation may be interpreted as a result of a renormalization of perturbative series. As an example, we may use the self-similar renormalization [33-36] differing from other resummation techniques by the possibility of checking its range of applicability at each step. Consider the coefficient A in the grand potential Ω_1 of the quark-gluon plasma as an effective limit of the sequence $\{f_k(g)\}$ with the initial approximation $f_0(g) = A_0 + A_2 g^2$, the first approximation $f_1(g) = f_0(g) + A_3 g^3$, and so on. The simplest variant of the self-similar renormalization [33-36] gives the renormalized coefficient

$$A^* = A_0 + \frac{4A_2^3 g^2}{(A_3 g - 2A_2)^2}.$$

This quantity, as $A_2 < 0$, is finite for all g including $g \rightarrow \infty$. In the whole diapason of $g \in [0, \infty)$ the deconfinement temperature does not change much: for $g = 0$, with $N_f = 2$, it is $\Theta_d = 162 \text{ MeV}$, while for $g \rightarrow \infty$ it is $\Theta_d = 176 \text{ MeV}$. However, the renormalized value A^* is truthful only when the self-similar renormalization is stable [37-40]. For this we need that the corresponding mapping multiplier $M_1(g)$ and the Lyapunov exponent $\Lambda_1(g)$ would satisfy the stability conditions: $|M_1(g)| < 1$ and $\Lambda_1(g) < 0$. In the considered case

$$M_1(g) = 1 + \Lambda_1(g), \quad \Lambda_1(g) = \frac{3A_3}{2A_2}g.$$

The Lyapunov exponent, since $A_2 < 0$ and $A_3 > 0$, is always negative. The condition $|M_1(g)| < 1$ holds only for $g < 4|A_2|/3A_3$, that is for $g \leq 1$.

Thus, the renormalization of the grand potential, starting from the perturbative expression, does not essentially change the results. And it is clear why: Really, the ideal-gas picture, which makes the basis of the perturbative expansion, contains no information on bound states that should appear as the coupling constant g increases. The situation with the quark-gluon plasma is somewhat similar to that of the electron-ion plasma in which there can exist bound as well as free electron states [41].

The value of the deconfinement temperature obtained in pure-phase models can be quite reasonable, in the same way as the simple estimate of Introduction is such. However, it would be hard to believe that these models can correctly describe the character of the deconfinement transition and the behaviour of thermodynamic functions.

4. LATTICE NUMERICAL SIMULATION

The idea of using a discrete space-time lattice to regularize quantum field theories opened the entire repertory of statistical physics for the analysis of non-perturbative properties of these theories. The application of Monte Carlo simulation techniques turned out to be a powerful approach allowing to perform a quantitative study of nonperturbative aspects of quantum chromodynamics. The lattice reformulation of *QCD* has been described in several surveys (e.g., [4,29,42]), therefore below we only slightly touch the principal points of this approach. We shall mainly discuss the predictions of the lattice *QCD* and its simplified variants for the deconfinement transition.

The first step towards the finite temperature study of *QCD* consists of introducing the imaginary time $t = -i\tau$ and of rewriting the partition function as a path integral of the exponential of the Euclidean Lagrangian density over all fields in the problem. The second step defines the cubic four-dimensional lattice

with the sites $x = \{\vec{x}, \tau\}$, where $\vec{x} \in \mathbf{Z}_3$ is a real-space lattice vector and $\tau \in \mathbf{Z}_1$ is conventionally called the temporal variable. The lattice spacings in the spatial and temporal directions are denoted by a_σ and a_τ , respectively. If N_σ and N_τ are the number of sites in the corresponding directions, then the volume V and the temperature Θ of the system are given by $V \equiv (N_\sigma a_\sigma)^3$ and $\beta \equiv N_\tau a_\tau$, where $\beta \equiv \Theta^{-1}$.

A gauge-invariant theory on the lattice is usually formulated in terms of link variables U_x^μ and site variables $\psi(x)$ and $\bar{\psi}(x)$. The link variable U_x^μ is associated with a link leaving site x in a direction $\mu = 1, 2, 3, 4$ and it is a matrix $U_x^\mu \in SU(N_c)$ in the space of colour indices, N_c being the number of colours. The site variables $\psi(x)$ and $\bar{\psi}(x)$ are associated with each site x of the lattice and they carry colour, flavour and spin indices. Also, $\psi(x)$ and $\bar{\psi}(x)$, representing fermion fields, are treated as Grassman variables. The link and the site variables satisfy the periodicity conditions

$$U_{\vec{x},0}^\mu = U_{\vec{x},\beta}^\mu, \quad \psi(\vec{x}, 0) = -\psi(\vec{x}, \beta).$$

Then, in terms of these variables, the partition function is written in the form of a path integral

$$Z = \int \prod_x \prod_\mu \prod_{x'} e^{-S} dU_x^\mu d\psi(x') d\bar{\psi}(x'),$$

in which the action

$$S = S(U_x^\mu, \psi(x') \bar{\psi}(x')) = S_G + S_F$$

consists of a gauge action S_G and a fermionic action S_F . The partition function and other thermodynamic functions are calculated by using the Monte Carlo procedure on a finite lattice of $N_\sigma^3 \times N_\tau$ sites, the maximal number of sites in each direction being around $N_\sigma = 24$ and $N_\tau = 24$.

The deconfinement transition has been studied, in the frame of the lattice QCD or its pure gauge variants, by many authors. Here we cite only some review-type papers [43-52]. Note, that, in addition to the confinement transition, another transition related to the spontaneous breaking of chiral symmetry can occur. The mechanisms leading to these transitions are seemingly unrelated and it thus has been speculated that QCD may undergo two separate phase transitions. However, the Monte Carlo data for pure gauge models and for the variants with massless quarks suggest that these two transitions coincide. And if the finite masses of quarks are taken into account then the chiral symmetry, strictly speaking, happens only in the limit $\Theta \rightarrow \infty$. In what follows we shall speak solely about the deconfinement transition. One of the main discoveries of

the lattice simulation has been the fact that the deconfinement can be of quite different character for different systems.

SU(2) Pure Gauge Model

The common convention is that the deconfinement for such quarkless models is a *second-order transition* occurring at $\Theta_d \approx 210 \text{ MeV}$. The errors in calculating the pressure and energy density, related to the finiteness of the used lattice, are around 5% above and 30% below Θ_d .

SU(3) Pure Gauge Model

The deconfinement has been found to be a *first-order transition* at $\Theta_d \approx 225 \text{ MeV}$ with the latent heat $\Delta\epsilon_d \approx \frac{1}{4}\epsilon_1(\Theta_d)$. The errors of calculating the pressure, energy density and entropy are about 10% above and 30% below Θ_d .

SU(3) Model with Quarks

In the presence of dynamical fermions the situation is by far more complicated as it is difficult to perform high statistics analysis of full *QCD* on large lattices that would allow a detailed finite size study as it has now been done in the pure gauge sector. Monte Carlo simulations for full *QCD* with dynamical quarks have by now been performed only for the case of zero baryon density. The transition has been found to be rather sensitive to the choice of quark masses and the number of flavours. It seems that for $N_f > 4$ the transition is first order for all quark masses. For $N_f \leq 4$ the situation is still to some extent uncertain. Nonetheless, there are strong indications that for physical quark masses and $N_f = 3$ the transition is likely to be a continuous crossover, occurring at $\Theta_d \approx 150 \text{ MeV}$. However, one should once again stress the uncertainties in the determination of the order of the transition in Monte Carlo simulations, with quarks, even at zero baryon density.

What has been found in the lattice simulations with certainty [52,53] is that nonperturbative effects are quite strong around the deconfinement transition persisting till about $2\Theta_d$. Also, as is seen, no statistical bootstrap or pure phase model is able to describe the variety of different transition orders discovered in the lattice simulations, since these models always predict a sharp first-order transition.

5. DYNAMICAL CONFINEMENT SCENARIO

Correlation functions and related susceptibilities are one of the key tools used for investigating phase transitions [54]. This concerns as well *QCD* correlation functions [55]. The latter have been intensively studied in lattice numerical

simulations [56-60]. The results of these studies revealed nontrivial effects in the high temperature phase connected with strong quark-antiquark correlations, which was interpreted [56-60] as the existence of hadronic modes, even at high $\Theta > \Theta_d$. De Tar [56] proposed that the high temperature phase might be dynamically confined, in the sense that the long range fluctuations are colour singlet modes, and that the poles and cuts in the linear response functions of the hadronic phase go over smoothly into those of the high temperature one. This scenario of dynamical confinement presupposes that, actually, there is no transition at all, and that there is only a smooth crossover between hadronic matter and the quark-gluon plasma.

It is conjectured [56] that the characterization of the plasma as a weakly interacting gas of quarks and gluons is valid only for short distances and short time scales of the order $1/\Theta$, but that at the scales larger than $1/g^2\Theta$, where g^2 is the running QCD coupling, the plasma exhibits confining features similar to that of the low-temperature hadronic phase. The confinement scale, for instance, at $\Theta \approx 200 \text{ MeV}$, is expected to be of order 1 fm and 10^{-24} sec .

Hatsuda and Kunihiro [61-64] considered the density-density correlation functions of quarks for the Nambu-Jona-Lasinio model with a QCD -motivated effective Lagrangian. They found precursory collective excitations existing in the high-temperature phase and corresponding to correlated $q\bar{q}$ pairs. This means that meson modes do exist above as well as below transition temperature. Really, all poles and cuts of the correlation functions in the momentum-energy representation are the same at all temperatures. Thus, quarks, antiquarks, and gluons should also exist in the low-temperature as well as in high-temperature phase. Such precursor effects are analogous to pretransitional fluctuations in superconductors [65] or superfluid He^3 [66].

The gradual change of the excitation spectrum from hadronic states to quarks and gluons, and the survival of hadronic modes above the transition temperature, have been confirmed for QCD in the instanton-liquid approach [67] and in the magnetic-current approximation [68]. In the latter case, quarks are assumed to interact at high temperature solely through magnetic current-current interactions, the electric ones being screened.

The following picture [68] may serve as an intuitive illustration of the dynamical confinement [56-60]: The current-current interactions persist above Θ_d and force any quark-antiquark pair (and, maybe, every three-quark state) to correlate into colour singlets. As the quarks are moving in the heat bath, the strings connecting them for colour neutrality are constantly breaking and reforming, which can be interpreted as hadrons going in and out of the heat bath.

If the transition between the hadron matter and the quark-gluon plasma is a gradual crossover, as follows from the dynamical confinement scenario, then why in many lattice simulations this transition is found to be of first order? The answer to this question was suggested by Kogut et al. [69] explaining the first

order of this transition merely as due to the finite size of the lattice. Calculating thermodynamic characteristics, such as energy densities, and correlation functions for several lattices with the sizes $8^3 \times 4$, $12^3 \times 4$, $12^3 \times 6$, and $16^3 \times 4$, it has been found [69] that the quark–gluon plasma transition becomes less abrupt as the lattice size increases and the evidence for a first order transition becomes weaker. Lengthy runs for $N_\sigma = 16$ showed no evidence for metastability, so that Kogut et al. [69] concluded that their results suggest that there is no abrupt transition at all, but only a smooth crossover phenomenon.

To describe the coexistence of gluons and glueballs above Θ_d for a quarkless $SU(2)$ system, De Grand and De Tar [57,58] proposed to write the grand potential as the sum

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2,$$

$$\Omega_1 = -\Theta V \frac{\zeta_1}{2\pi^2} \int_{k_0}^{\infty} k^2 \ln[1 + n_1(\vec{k})] dk,$$

$$\Omega_2 = -\Theta V \frac{\zeta_2}{2\pi^2} \int_0^{k_0} k^2 \ln[1 + n_2(\vec{k})] dk,$$

where Ω_1 corresponds to gluons and Ω_2 , to glueballs; ζ_i is a degeneracy factor; the Bose distribution $n_i(\vec{k}) = [\exp\{\beta\varepsilon_i(\vec{k})\} - 1]^{-1}$ contains the spectrum $\varepsilon_i(\vec{k}) = \sqrt{k^2 + m_i^2}$ with the mass $m_1 = 0$ for gluons and the mass $m_2 \approx 1000 \text{ MeV}$ for glueballs. The cut-off momentum k_0 is postulated, to fit lattice data, to be $k_0 \rightarrow \infty$ below Θ_d and $k_0 = 2.86\Theta_d[\Theta_d/(\Theta - \Theta_d)]^{0.3}$ above Θ_d . This phenomenological model describes only the second-order transition in pure $SU(2)$ systems. The temperature dependence of the cut-off momentum k_0 is too arbitrary to permit a straightforward generalization to systems containing quarks as well as various hadrons.

The main value of the dynamical confinement scenario is the clear understanding that hadron and quark–gluon degrees of freedom, generally, coexist.

6. CLUSTERED QUARK MODEL

A model in which quarks could coexist with three-quark clusters, that is, nucleons has been suggested by Clark et al. [70] for zero temperature and considered by Bi and Shi [71] at finite temperatures. Nucleons and quarks in this model are intermixed inside the same system. This kind of mixture should be distinguished from the Gibbs mixture, in which different phases are separated in space having only a common interphase boundary (see [15]). The quark–nucleon

mixture is rather similar to a binary liquid mixture [72]. A two-component system can, generally, stratify in space if there are no chemical reactions between components. The quark–nucleon mixture does not stratify because of the possibility of formation and decay of nucleon clusters, which is taken into account by the relation $\mu_N = 3\mu_q$ between the nucleon, μ_N , and quark, μ_q , chemical potentials. Since it is assumed that inside a nucleon bag and outside it the QCD vacuum is different, the nonstratified mixture corresponds to nonuniform, or inhomogeneous, vacuum. In some sense it reminds the twinkling vacuum discussed with respect to the instanton–liquid picture of the QCD vacuum [29]. A nucleon can be interpreted as a droplet of a denser phase inside the rarified plasma phase. Nucleons among quarks are alike fog drops in air. Another analogy is magnetic bubbles in magnets [73].

Clark et al. [70] used the excluded-volume approximation when particles move not in the whole volume V but only in the free volume $V_0 = V - N_N v_N$, where N_N is the number of nucleons of the volume v_N each, defined by the bag model. This renormalizes the volume $V \rightarrow \xi V$ by the factor $\xi \equiv V_0/V = 1 - \rho_N v_N$, where $\rho_N \equiv N_N/V$ is the nucleon density. Then, e.g., the baryon density takes the form

$$n_B = \xi \int \left[\frac{1}{3} \zeta_q \left(1 - \frac{2\alpha_s}{\pi} \right) n_q(\vec{k}) + \zeta_N n_N(\vec{k}) \right] \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3},$$

in which, in addition to the geometrical interaction taken into consideration by the factor ξ , the perturbative quark–quark interaction is simulated by the factor $1 - 2\alpha_s/\pi$. The Fermi distributions $n_i(\vec{k})$ contain the free spectra $\omega_i(\vec{k}) = \sqrt{k^2 + m_i^2} - \mu_i$. The energy density reads

$$\varepsilon = \varepsilon_q + \varepsilon_N + B,$$

$$\varepsilon_q = \xi \zeta_q \left(1 - \frac{2\alpha_s}{\pi} \right) \int \varepsilon_q(\vec{k}) n_q(\vec{k}) \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3},$$

$$\varepsilon_N = \xi \zeta_N \int \varepsilon_N(\vec{k}) n_N(\vec{k}) \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3},$$

where the nonperturbative energy is given by a bag constant B .

Comparing the grand potentials for this model with $B^{1/4} = 171 \text{ MeV}$ and those of pure quark and of pure nucleon phases, it was found that the mixed clustered matter is more profitable at $n_B > 8n_{0B}$ and $\Theta \leq 50 \text{ MeV}$. Of course, one should not take too seriously the numerical predictions of this model which is too oversimplified to be realistic. For instance, pions and gluons are not considered here although they should play an important role in the deconfinement

transition. Thus, pion fields make a nucleon bag unstable at quite moderate density and temperature [74,75] close to those discussed in Introduction.

The most valuable in the clustered quark model is the idea of nonuniform vacuum containing such local fluctuations that nucleons can be formed floating in the surrounding quark matter.

7. STRING-FLIP POTENTIAL MODEL

An extreme realization of the dynamical confinement scenario is given by the string-flip potential model [76-81] based on the quantum-mechanical Hamiltonian

$$H(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = \sum_{i=1}^N \left(-\frac{\nabla_i^2}{2m} \right) + V(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)$$

of nonrelativistic quarks. In the interaction term

$$V(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = \min_{\langle ij \rangle} \sum \Phi(r_{ij}) \quad (r_{ij} \equiv |\vec{r}_i - \vec{r}_j|)$$

the minimum is taken over all ways to group N quarks into hadrons, so that the summation actually goes only over $\langle i, j \rangle$ pertaining to the same hadron consisting of 2, 3, 6, 9, 12 or 15 quarks. Using the variational wave function

$$\Psi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = \exp\{-\beta V(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)\} D(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N),$$

in which β is a variational parameter and $D(\dots)$ is a free Fermi gas Slater determinant, one minimizes the energy $E(\beta) = (\Psi, H\Psi)/(\Psi, \Psi)$ with respect to β . This gives $\beta = \beta(\rho)$ as a function of density.

Variational Monte Carlo calculations for this model have been accomplished with the harmonic, $\Phi(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$, and linear, $\Phi(r) = \sigma r$, confining potentials. The wave function has been symmetrized with respect to all of the quark coordinates, including these pertaining to different hadrons. This takes into consideration the exchange quark energy which is found [82] to be about 100 MeV.

The results show that the quarks always coalesce into the lowest energy set of flux tubes, which is characteristic of an adiabatic approximation to the strong coupling limit of QCD . At low densities $\rho < \rho_0$ quarks cluster into isolated hadrons. As the density increases, the value of $\beta(\rho)$ decreases, first slowly, but at $\rho \approx 1.5\rho_0$ exponentially. For $\rho \geq 2\rho_0$ the wave functions of separate hadrons strongly overlap, which may be interpreted as a transition to the quark matter, although formally all quarks are yet confined. The complete

deconfinement occurs at asymptotically high densities, when $\beta(\rho) \rightarrow 0$, and the wave function becomes that of a free Fermi gas of quarks.

The quark-quark pair correlation function was calculated [76,79] using Monte Carlo techniques and the longitudinal response function, using molecular dynamics simulations [83]. At low densities these functions have the properties typical of a set of isolated hadrons. For instance, the pair correlation function has a sharp peak displaying strong correlations between quarks. The form of this function is similar to that of liquids [84,85]. As the density increases, the peak in the pair correlation function relaxes smoothly to that of a Fermi gas of quarks, disappearing completely as $\rho \rightarrow \infty$.

Thus, the string-flip model demonstrates a smooth transition from hadron matter at low densities to a free Fermi gas of quarks at high densities. Quarks at all densities are to some extent confined becoming an absolutely free gas only in the limit $\rho \rightarrow \infty$.

The main difficulty in dealing with this model is the necessity of the minimization of the Hamiltonian interaction term over all strings connecting quarks, which involves complicated Monte Carlo calculations. This procedure is necessary for eliminating colour van der Waals forces between colour singlet hadrons. These forces are present in confining two-body potentials and, if not eliminated, produce large spurious energies in nuclear matter.

However, in a consistent statical approach this kind of divergence can be automatically cancelled if one takes into account the corresponding correlation functions, called smoothing or screening functions, which smooth the interaction potentials in the regions of their divergence [86-88]. It is possible, starting with divergent interaction potentials, to construct regular iterative theory [35,89] for Green functions, whose each step involves only smoothed potentials containing no divergencies. In the lower orders of this correlated iteration theory [35] the situation is such that could be obtained by replacing from the beginning the bare interaction potential by a smoothed one, that is by defining an effective Hamiltonian with a pseudopotential instead of the initial potential [86]. Such a replacement is an approximation neglecting some double and all triple correlations [35].

The Hamiltonian of the string-flip model including the minimization over strings is an effective Hamiltonian, in which this minimization plays the role of smoothing. In lieu of this complicated minimization requiring Monte Carlo techniques, it is equivalent to replace the confining potential by a smoothed one.

Röpke et al. [90-93] have developed a many-body approach to quark-nuclear matter generalizing and simplifying the string-flip model. This approach starts with an effective Hamiltonian

$$H_{eff}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = \sum_{i=1}^N \left(m_i - \frac{\nabla_i^2}{2m_i} \right) + \frac{1}{2} \sum_{i,j}^N V_{eff}(\vec{r}_{ij}),$$

in which m_i stands for the quark masses, and the effective interaction $V_{eff}(\vec{r}) \equiv s(r)\Phi(r)$ is screened by a function $s(r)$ defining the probability that two quarks at distance r are next neighbours. The screening function is to be found from some additional equations. In the case of independent particles with density ρ , one has $s(r) = \exp(-\frac{4\pi}{3}\rho r^3)$. Inside a hadron, when $r \ll a$, where $a \equiv \rho^{-1/3}$ is an average interquark distance in the system, we have $s(r) \simeq 1$, so quarks interact through a bare confining potential. For the quarks pertaining to different hadrons, i.e., when $r \gg a$, we get $s(r) \simeq 0$, which is called the saturation property [91].

The many-body approach to clustering quark matter [90-93] makes it possible to give a unique description of both the clustered hadrons as well as the free-quark phase in the same way as it has been done for the nuclear matter whose nucleons could form the deuteron, triton, and α -particle bound states [94,95]. The total density of clustering matter is a sum $\rho = \sum_i z_i \rho_i$, in which z_i is a compositeness factor and ρ is the density of an i -component of clusters composed of z_i particles each.

In the many-body approach the quark system may contain both quasifree quarks (scattering states) and various clusters (bound states). At zero temperature, nucleons start dissolving at $n_B \approx 4.3n_{0B}$. At zero baryon density the transition of hadron matter to free-quark phase starts at $\Theta_d \approx 200 \text{ MeV}$, where some of meson states are already dissolved. But other bound quark states do exist yet at this temperature. The dissolution of the bound states occurs gradually with temperature. Some mesons survive up to $\Theta \approx 2\Theta_d$. The gradual dissociation of bound states above Θ_d is in agreement with the dynamical deconfinement scenario.

Although the many-body approach provides the principal possibility of treating bound states together with quasifree ones, it has the following technical obstacles. Each bound state is described by a Bethe-Goldstone-type equation for a two- or three-particle Green function, depending on the compositeness of this bound state. This type of equations, as is known, is very difficult to deal with. When there are many bound states interacting with each other as well as with unbound particles, then one has to deal with a system of many interrelated Bethe-Goldstone equations, in addition to several equations for one-particle Green functions. In such a case the problem becomes practically as difficult as chromodynamics itself.

8. CONCEPT OF CLUSTER COEXISTENCE

As follows from the previous Sections, there is need of such a statistical model that could provide a realistic description of clustering matter being at the same time treatable. One almost evident simplification would be, instead

of suffering with a system of Bethe–Goldstone equations, to consider bound clusters as separate objects. This can be understood as a kind of renormalization by integrating out the internal degrees of freedom corresponding to the motion of particles inside each of clusters, so that only the center-of-mass degrees of freedom are left.

Enumerate all possible cluster states, including those of unbound, or free, particles, by the index i . Let $\psi_i(\vec{r}) = [\psi_i^\alpha(\vec{r})]$ be the field operator of an i -cluster; this operator being a column in the space of quantum degrees of freedom indexed by α . The quantum degrees of freedom include spin, isospin, colour and flavour indices. The field operators satisfy the commutation relations.

$$[\psi_i^\alpha(\vec{r}), \psi_j^\gamma(\vec{r}')]_{\mp} = 0, \quad [\psi_i^\alpha(\vec{r}), \psi_j^\gamma(\vec{r}')^\dagger]_{\mp} = \delta_{ij} \delta_{\alpha\gamma} \delta(\vec{r} - \vec{r}'),$$

where the upper sign stands for Bose and the lower, for Fermi statistics.

Take an effective Hamiltonian in the form

$$H = \hat{E} - \sum_i \mu_i \hat{N}_i, \quad (1)$$

in which the energy operator

$$\hat{E} = \sum_i \hat{E}_i + \sum_{i,j} \hat{E}_{ij} \quad (2)$$

consists of the single-cluster energies

$$\hat{E}_i = \int \psi_i^\dagger(\vec{r}) K_i(\vec{\nabla}) \psi_i(\vec{r}) d\vec{r}, \quad (3)$$

where $K_i(\vec{\nabla})$ is a kinetic-energy operator, and of the interaction energies

$$\hat{E}_{ij} = \frac{1}{2} \int \psi_i^\dagger(\vec{r}) \psi_j^\dagger(\vec{r}') \Phi_{ij}(\vec{r} - \vec{r}') \psi_j(\vec{r}') \psi_i(\vec{r}) d\vec{r} d\vec{r}', \quad (4)$$

with the interaction potentials $\Phi_{ij}(\vec{r})$ having the symmetry property

$$\Phi_{ij}(\vec{r}) = \Phi_{ij}(-\vec{r}) = \Phi_{ji}(\vec{r}). \quad (5)$$

In the second term of (1), μ_i is the chemical potential of i -clusters and

$$\hat{N}_i = \int \psi_i^\dagger(\vec{r}) \psi_i(\vec{r}) d\vec{r} \quad (6)$$

is a number-of-cluster operator.

The grand potential

$$\Omega = -\Theta \ln \text{Tr } e^{-\beta H} \quad (7)$$

defines the pressure

$$p \equiv -\frac{\Omega}{V} = \frac{\Theta}{V} \ln \text{Tr } e^{-\beta H}. \quad (8)$$

The energy density is given by

$$\varepsilon \equiv \frac{1}{V} \langle \hat{E} \rangle, \quad (9)$$

where $\langle \dots \rangle$ denotes the statistical averaging.

For each kind of clusters we may define their density

$$\rho_i(\vec{r}) = \langle \psi_i^\dagger(\vec{r}) \psi_i(\vec{r}) \rangle, \quad (10)$$

the number of clusters

$$N_i \equiv \langle \hat{N}_i \rangle = \int \rho_i(\vec{r}) d\vec{r}, \quad (11)$$

and the average density

$$\rho_i \equiv \frac{N_i}{V} = \frac{1}{V} \int \rho_i(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (12)$$

The number of constituents of an i -cluster is called the compositeness factor z_i . The total number of elementary particles is

$$N = \sum_i z_i N_i, \quad (13)$$

so that the average density of the system can be written as

$$\rho \equiv \frac{N}{V} = \sum_i z_i \rho_i. \quad (14)$$

The chemical potentials μ_i can be defined from the conservation laws accepted for the given system. For example, if the numbers N_i for each sort of clusters are fixed, then (12) gives $\mu_i(\Theta, \rho_i)$. If the total number of constituents (13) is fixed, then from the equilibrium condition $\delta\Omega = 0$ we have

$$\frac{\mu_i}{z_i} = \frac{\mu_j}{z_j}, \quad (15)$$

which, together with (14), defines $\mu_i(\Theta, \rho)$. When neither N_i nor N are fixed, then $\mu_i = 0$.

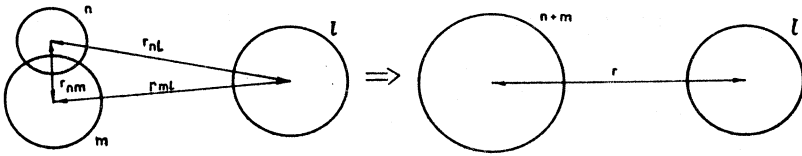


Fig.1. Illustration of a cluster fusion

An important quantity is the *cluster probability*

$$w_i \equiv z_i \frac{\rho_i}{\rho} = z_i \frac{N_i}{N} \quad (16)$$

enjoying the conditions

$$0 \leq w_i \leq 1, \quad \sum_i w_i = 1, \quad (17)$$

following from (14). With (12), we may rewrite (16) as

$$w_i = \frac{z_i}{N} \int \rho_i(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (18)$$

If the system of particles can form a number of bound states, then how could we define numerous interactions between clusters? The number of such interactions can be drastically reduced for those clusters whose interaction potentials $\Phi_{ij}(\vec{r})$ have the same type of behaviour at large distance, for example, diminishing as r increases. Consider such clusters with a similar behaviour of $\Phi_{ij}(\vec{r})$. Let two clusters, m and n , coalesce into one, i , so that the compositeness numbers involved in the reaction $m + n \rightarrow i$ satisfy the obvious relation $z_m + z_n = z_i$. And let aside be another cluster-spectator, j , as is shown in Fig.1. Assume that the coalescence of the cluster-actors does not influence the cluster-spectator, in the sense that its interaction with the initial two clusters is the same as with that one formed after the coalescence:

$$\Phi_{mj}(\vec{r}) + \Phi_{nj}(\vec{r}) = \Phi_{ij}(\vec{r}). \quad (19)$$

From this assumption, using the conservation law $z_m + z_n = z_i$, we find the relation

$$\frac{\Phi_{ij}(\vec{r})}{z_i z_j} = \frac{\Phi_{mn}(\vec{r})}{z_m z_n}, \quad (20)$$

permitting to express the interaction potentials of different clusters through one calibration potential.

9. SCREENING OF INTERACTION POTENTIALS

The interaction potential $\Phi_{ij}(\vec{r})$ may be divergent for some regions of $\vec{r}$. However, it would not be correct to replace this potential by a smoothed, or screened, one just in the Hamiltonian (1). Such a screening appears in the process of decoupling of binary propagators with taking account of interparticle correlations, as is done in the correlated iteration theory [35]. If one wishes to write an effective Hamiltonian corresponding to a given correlated approximation, it is not sufficient to merely rearrange the operator terms of the Hamiltonian, but a nonoperator correcting term must be added.

Let us illustrate this for the correlated mean-field approximation [35] when the Hamiltonian (1) may be presented in the form

$$H = \sum_i H_i + CV,$$

$$H_i = \int \psi_i^\dagger(\vec{r}) \left[K(\vec{\nabla}) + U_i(\vec{r}) - \mu_i \right] \psi_i(\vec{r}) d\vec{r}, \quad (21)$$

in which the correlated mean field

$$U_i(\vec{r}) = \sum_j \int \bar{\Phi}_{ij}(\vec{r} - \vec{r}') \rho_j(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (22)$$

contains the screened potential

$$\bar{\Phi}_{ij}(\vec{r}) = s_{ij}(\vec{r}) \Phi_{ij}(\vec{r}) \quad (23)$$

smoothed by the smoothing function having the symmetry property

$$s_{ij}(\vec{r}) = s_{ji}(\vec{r}) = s_{ij}(-\vec{r}). \quad (24)$$

The nonoperator correcting term in (21) is CV , and this cannot be put zero, as will be shown below.

Since the exact Hamiltonian (1) does not depend on cluster densities, varying the grand potential (7) with respect to $\rho_i(\vec{r})$ we have

$$\frac{\delta \Omega}{\delta \rho_i(\vec{r})} = \left\langle \frac{\delta H}{\delta \rho_i(\vec{r})} \right\rangle = 0. \quad (25)$$

In order that the exact Hamiltonian (1) would be correctly represented by the approximate Hamiltonian (21) requires that the latter must satisfy (25), which yields

$$\frac{\delta C}{\delta \rho_i(\vec{r})} + \frac{1}{V} \sum_j \left\langle \frac{\delta H_j}{\delta \rho_i(\vec{r})} \right\rangle = 0. \quad (26)$$

Substituting here

$$\left\langle \frac{\delta H_i}{\delta \rho_i(\vec{r})} \right\rangle = \int \frac{\delta U_j(\vec{r}')}{\delta \rho_i(\vec{r})} \rho_i(\vec{r}') d\vec{r}',$$

transforms (26) into

$$\frac{\delta C}{\delta \rho_i(\vec{r})} + \frac{1}{V} \sum_j \int \frac{\delta U_j(\vec{r}')}{\delta \rho_i(\vec{r})} \rho_j(\vec{r}') d\vec{r}' = 0. \quad (27)$$

If the smoothing function $s_{ij}(\vec{r})$ does not depend on $\rho_i(\vec{r})$, then (22) gives

$$\frac{\delta U_i(\vec{r})}{\delta \rho_j(\vec{r}')} = \bar{\Phi}_{ij}(\vec{r} - \vec{r}'),$$

and Eq.(27) becomes

$$\frac{\delta C}{\delta \rho_i(\vec{r})} + \frac{1}{V} \sum_j \int \bar{\Phi}_{ij}(\vec{r} - \vec{r}') \rho_j(\vec{r}') d\vec{r}' = 0.$$

The solution of the latter variational equation, up to a constant that can be omitted, is

$$C = -\frac{1}{2V} \sum_{i,j} \int \bar{\Phi}_{ij}(\vec{r} - \vec{r}') \rho_i(\vec{r}) \rho_j(\vec{r}') d\vec{r} d\vec{r}'.$$

Note that the Hamiltonian (21) with the obtained correcting term could be derived from (1) with the substitution

$$\begin{aligned} & \psi_i^\dagger(\vec{r}) \psi_j^\dagger(\vec{r}') \psi_j(\vec{r}') \psi_i(\vec{r}) \rightarrow \\ & \rightarrow s_{ij}(\vec{r} - \vec{r}') \left\{ \psi_i^\dagger(\vec{r}) \psi_i(\vec{r}) \rho_j(\vec{r}') + \rho_i(\vec{r}) \psi_j^\dagger(\vec{r}') \psi_j(\vec{r}') - \rho_i(\vec{r}) \rho_j(\vec{r}') \right\}, \end{aligned}$$

corresponding to the correlated Hartree approximation [35].

In general, the smoothing function $s_{ij}(\vec{r})$ is dependent on $\rho_i(\vec{r})$. Therefore, the correcting term is to be found from Eq.(26) or (27). In any case, the correcting term depends on thermodynamic variables through the densities $\rho_i(\vec{r})$. Thus, neglecting this term would disfigure the correct statistical description, and the behaviour of thermodynamic functions could be completely spoiled.

Let us pass to a uniform system when $\rho_i(\vec{r}) = \rho_i$. In principle, a multicomponent system can display a variety of nonuniform states related to the solidification of one or several components. For example, an ensemble of fully

ionized nuclei can form a crystalline lattice immersed in a uniform electron background, which models the high-density matter of white dwarfs [96]. It may be that some heavy cluster components crystallize while others are liquid-like as it happens in superionic conductors [97]. It also may be that heavy clusters form an amorphous solid while light ones move in a conduction band as in glassy metals [98]. In the cores of neutron stars a Gibbs mixture can exist when in some volumes of space a lattice structure appears while others are filled by a liquid-like nuclear matter [99]. We leave aside all these possibilities considering in what follows only uniform systems.

In the uniform case, the mean field (22) becomes

$$U_i(\vec{r}) = \sum_j \Phi_{ij} \rho_j \equiv U_i \quad (28)$$

with the interaction integral

$$\Phi_{ij} \equiv \int \bar{\Phi}_{ij}(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (29)$$

Instead of (25), we have

$$\left\langle \frac{\delta H}{\delta \rho_i} \right\rangle = 0. \quad (30)$$

The correcting equation (27), defining the correcting term, changes to

$$\frac{\delta C}{\delta \rho_i} + \sum_j \frac{\delta U_j}{\delta \rho_i} \rho_j = 0. \quad (31)$$

The field operators, for a uniform system, can be expanded in plane waves,

$$\psi_i(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k a_i(\vec{k}) e^{i\vec{k}\vec{r}}; \quad a_i(\vec{k}) = [a_i^\alpha(\vec{k})].$$

Then an i -cluster Hamiltonian in (21) transforms to

$$H_i = \sum_k \omega_i(\vec{k}) a_i^\dagger(\vec{k}) a_i(\vec{k}), \quad (32)$$

with the effective spectrum

$$\omega_i(\vec{k}) \equiv \varepsilon_i(\vec{k}) - \mu_i, \quad \varepsilon_i(\vec{k}) \equiv K_i(\vec{k}) + U_i. \quad (33)$$

The number of clusters (11) reads

$$N_i = \sum_k \langle a_i^\dagger(\vec{k}) a_i(\vec{k}) \rangle = \zeta_i \sum_k n_i(\vec{k}), \quad (34)$$

where ζ_i is a degeneracy factor, i.e., the number of quantum states, and

$$n_i(\vec{k}) = \left\{ \exp \left[\beta \omega_i(\vec{k}) \right] \mp 1 \right\}^{-1} \quad (35)$$

is the Bose (upper sign) or Fermi (lower sign) momentum distribution. The cluster density (12) is

$$\rho_i = \zeta_i \int n_i(\vec{k}) \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}. \quad (36)$$

For the grand potential (7) one gets

$$\Omega = \sum_i \Omega_i + CV, \quad \Omega_i = \mp \Theta V \zeta_i \int \ln \left[1 \pm n_i(\vec{k}) \right] \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}. \quad (37)$$

The pressure (8) writes

$$p = \sum_i p_i - C, \quad p_i = \pm \Theta \zeta_i \int \ln \left[1 \pm n_i(\vec{k}) \right] \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}. \quad (38)$$

The energy density (9) is

$$\varepsilon = \sum_i \varepsilon_i + C, \quad \varepsilon_i = \zeta \int \varepsilon_i(\vec{k}) n_i(\vec{k}) \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}. \quad (39)$$

The cluster probability (18) becomes

$$w_i = \frac{z_i}{\rho} \zeta_i \int n_i(\vec{k}) \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}. \quad (40)$$

An additional simplification comes for isotropic systems, which is usually assumed, when $\varepsilon_i(\vec{k}) = \varepsilon_i(k)$, where $k \equiv |\vec{k}|$. Then $\omega_i(\vec{k}) = \omega_i(k)$ and $n_i(\vec{k}) = n_i(k)$. If the spectrum $\omega_i(k)$ is such that the asymptotic properties

$$k^3 \ln \omega_i(k) \rightarrow 0 \quad (k \rightarrow 0),$$

$$\omega_i(k) \rightarrow \infty \quad (k \rightarrow \infty)$$

hold true, then the cluster pressure and the cluster energy density reduce to

$$p_i = \frac{\zeta_i}{6\pi^2} \int_0^\infty k^3 \varepsilon'_i(k) n_i(k) dk,$$

$$\varepsilon_i = \frac{\zeta_i}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 \varepsilon_i(k) n_i(k) dk,$$

where $\varepsilon'_i(k) \equiv d\varepsilon_i(k)/dk$.

These are the basic formulas which we shall use in what follows.

10. COEXISTING MULTIQUARK CLUSTERS

The concept of cluster coexistence has been applied first to nuclear matter consisting of different multiquark clusters. The interest to this problem was motivated by the A.M.Baldin cumulative effect [1] and the related discussion of the possible existence of multiquark clusters in nuclei [100,101].

Since at high density or temperature relativistic effects play an important role, the kinetic term of the cluster spectra is taken in the relativistic form $K_i(\vec{k}) = \sqrt{k^2 + m_i^2}$, where m_i is the cluster mass. A system of 3-, 6-, 9-, and 12-quark clusters has been considered in the excluded-volume approximation [102-106]. The 3- and 9-quarks are Fermions, and the 6- and 12-quarks are Bosons. The Bosons with the lowest mass, that is the 6-quarks, can drop down in the Bose-Einstein condensate, when $\omega_6(0) = 0$, which fixes μ_6 . The chemical potentials always satisfy (15).

In the excluded-volume approximation the interaction between clusters is considered geometrically by putting Φ_{ij} zero, but replacing the total volume V by the free volume V_0 ,

$$V \rightarrow V_0 \equiv V - \sum_i N_i v_i, \quad (41)$$

where v_i are cluster volumes. This reduces the volume

$$V \rightarrow \xi V; \quad \xi \equiv \frac{V_0}{V} = 1 - \sum_i \rho_i v_i, \quad (42)$$

by a factor $\xi \in [0, 1]$. Equivalently, this can be interpreted as a reduction of the degeneracy factor

$$\zeta_i \rightarrow \tilde{\zeta}_i \equiv \xi \zeta_i. \quad (43)$$

The reduction factor in (42) and (43) can also be written as

$$\xi = \left(1 + \sum_i \rho_i^{(0)} v_i \right)^{-1}; \quad \rho_i^{(0)} \equiv \zeta_i \int n_i(k) \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}.$$

Thus, for the density of clusters, pressure, and energy density one has

$$\begin{aligned}\rho_i &= \tilde{\zeta}_i \int n_i(k) \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}, \\ p &= \pm \Theta \sum_i \tilde{\zeta}_i \int \ln [1 \pm n_i(k)] \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}, \\ \varepsilon &= \sum_i \tilde{\zeta}_i \int \varepsilon_i(k) n_i(k) \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}.\end{aligned}\quad (44)$$

The volumes of clusters are supposed to be related by the equation

$$\frac{v_i}{m_i} = \frac{v_j}{m_j}.\quad (45)$$

This permits to express all cluster volumes $v_i = m_i v_3 / m_3$ through the 3-quark volume $v_3 = 4\pi r_3^3 / 3$ with the radius $r_3 = 0.4 \text{ fm}$ of the nucleon core.

The used multiquark parameters are given in Table 1. The 3-quark is a nucleon. The 6-quark mass $m_6 = 1944 \text{ MeV}$ corresponds to an average value over the masses of several light narrow dibaryons that are claimed to be observed in experiments [107]. The mass $m_6 = 2163 \text{ MeV}$ is taken from the bag-model calculation of Jaffe [108] and the 9- and 12-quark parameters are elicited from the bag model of Matveev and Sorba [109].

The 6-quark probability depends on the value of the mass m_6 as is illustrated in Fig.2. The results for other cluster probabilities are displayed in Figs.3 and 4, where $m_6 = 2163 \text{ MeV}$. The probabilities of heavy clusters are always very small: $w_9 < 0.1$, $w_{12} < 0.01$.

As far as we limited here by the length of this review, we shall not discuss in detail the results of our calculations, which can be found in the cited papers. We think that the presented figures speak for themselves: it is better to see once than to listen hundred times.

The coexistence of nucleons with 6-quark clusters has been considered as well in the mean-field approximation [110] with the effective interaction potential

$$\Phi_{ij}(\vec{r}) = 2\pi \frac{a_{ij}}{m_{ij}} \delta(\vec{r}) - \frac{\alpha_\pi}{r} \exp(-m_\pi r).$$

The first term here is the Fermi pseudopotential for the core interaction with the scattering length $a_{ij} \equiv \frac{1}{2}(a_i + a_j)$, where $a_i \equiv a_{ii}$, and the reduced mass $m_{ij} \equiv m_i m_j / (m_i + m_j)$. The second term is caused by the one-pion exchange; $\alpha_\pi = 0.08$ being the pion coupling parameter and $m_\pi = 140 \text{ MeV}$, the pion mass. Again, to reduce the number of model parameters, the relation

Table 1. Multiquark parameters

Mass m_i (MeV)	Compositeness number z_i	Degeneracy factor ζ_i
939	3	4
1944	6	9
2163	6	3
3521	9	4
4932	12	1

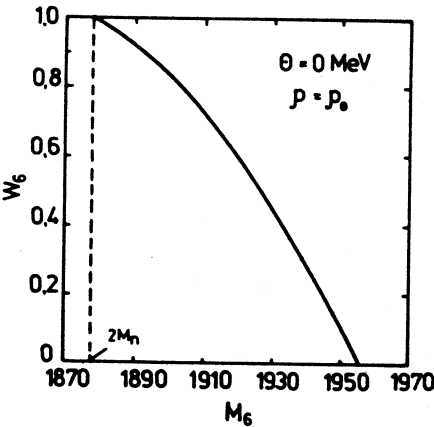


Fig.2. 6q-probability vs. the mass of a 6q-cluster at $\Theta = 0$ and $\rho = \rho_0$

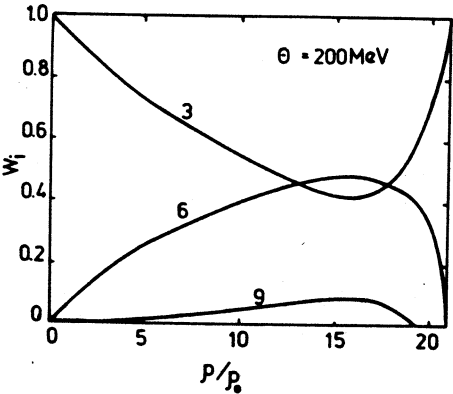


Fig.3. Cluster probabilities as functions of the relative density at $\Theta = 200 \text{ MeV}$

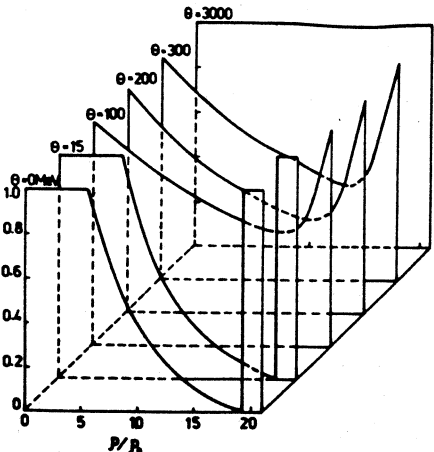


Fig.4. Nucleon probability as a function of the relative density at different temperatures

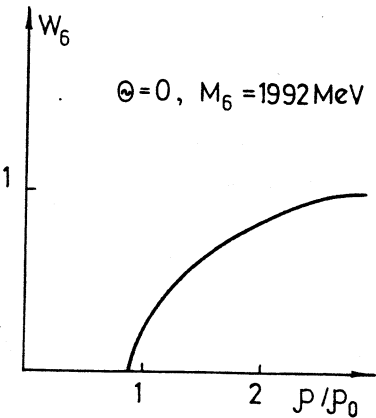


Fig.5. 6q-probability vs. relative density at $\Theta = 0$

$a_i^3/m_i = a_j^3/m_j$, similar to (45), is accepted. Then, all scattering lengths $a_i = a_3(m_i/m_3)^{1/3}$ are expressed through the nucleon scattering length $a_3 = 1.6 fm$. The $6q$ -probability is shown in Fig.5.

Note that the mean-field approximation is valid if $|U_i| \ll m_i$, which is true for the densities up to about $10\rho_0$.

The models of this Section serve rather as a qualitative illustration of cluster coexistence. They can have sense only at temperatures and densities much lower than those characteristic of deconfinement, as unbound quarks are not included here.

11. BARYON RICH MATTER

Include into consideration unbound (quasifree) quarks that can, in principle, coexist with multiquark clusters. Whether and when quasifree quarks really coexist should be determined in a self-consistent way from the conditions of thermodynamic advantageousness and stability. To compare the results with those of the previous section, consider again the case of baryon rich matter, when $\rho = 3n_B$, that is when the generation of particles from vacuum can be neglected.

Denote the chemical potential of a quark by $\mu \equiv \mu_q$. Then relation (15) yields $\mu_i = z_i\mu$.

The strengths of characteristic interactions between baryons and between quarks are of the order of or higher than the expected deconfinement temperature, so these interactions must be taken into account. The mean field acting on quarks may be written in a bag-model-motivated form [32] as $U_q = BV/N = B/\rho$. This gives for quarks the spectrum

$$\varepsilon_q(k) = \sqrt{k^2 + m_q^2} + \frac{B}{\rho}. \quad (46)$$

The mean-field term in (46) contains the total quark density ρ , which means that each quasifree quark interacts in the same way with other unbound quarks as well as with quarks entering into bound clusters. The interaction potentials between different baryons can be expressed, basing on relation (20), through the nucleon-nucleon interaction potential $\Phi_{33}(\vec{r})$,

$$\Phi_{ij}(\vec{r}) = \frac{z_i z_j}{9} \Phi_{33}(\vec{r}). \quad (47)$$

There are several such effective potentials obtained from nucleon-nucleon scattering experiments [111] or from analysing the deuteron properties [112]. We opt for the Bonn potential [113]. The common consensus is that thermodynamics of nuclear matter does not depend on the mutual orientation of spins of interacting nucleons. Averaging over spin directions nullifies the spin terms of the interaction

potential. The so-called cut-off terms of the Bonn potential can be neglected, since they start playing an essential role only for very short distances $\leq 0.1 fm$, which would correspond to the baryon density $n_B \geq 10^3 n_{0B}$. We assume that the interaction between any pair of nucleons is the same, because of which in the isospin term of the Bonn potential we put the total isospin $I_1 + I_2 = 1$ describing the interaction between protons or neutrons. The so-obtained radial part of the Bonn potential [113] reads

$$\Phi_{33}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^4 \frac{\alpha_i}{r} \exp(-\gamma_i r) \quad (48)$$

with the parameters

$$\alpha_1 = 16.7, \quad \alpha_2 = 2.7, \quad \alpha_3 = -7.8, \quad \alpha_4 = -2.7,$$

$$\gamma_1 = 738 \text{ MeV}, \quad \gamma_2 = 769 \text{ MeV}, \quad \gamma_3 = 550 \text{ MeV}, \quad \gamma_4 = 983 \text{ MeV}.$$

The interaction potential (48) is integrable, thus, it does not necessarily require the smoothing procedure [35,88,114]. For the interaction-energy density (29) we have

$$\Phi_{33} = \int \Phi_{33}(\vec{r}) d\vec{r}, \quad (49)$$

which yields $\Phi_{33} = 4.1 \times 10^{-5} \text{ MeV}^{-2} = 315 \text{ MeV}/fm^3$. Note that $\Phi_{33}\rho_0 = 164 \text{ MeV}$, hence $\Phi_{33}\rho_0 \approx E_0 = \rho_0^{1/3}$, from where $\Phi_{33} \approx \rho_0^{-2/3}$.

For the spectra of baryons we take

$$\varepsilon_i(k) = \sqrt{k^2 + m_i^2} + \frac{z_i}{9} (\rho - \rho_q) \Phi_{33}, \quad (50)$$

where ρ_q is the quark density and i enumerates multi-quark clusters: $3q, 6q, 9q, 12q$, and so on. The masses of bound clusters up to $z_i = 12$ are taken from Table 1, with the six-quark mass $m_6 = 1944 \text{ MeV}$. For $z_i \geq 15$ we use the formula $m_i \approx (z_i/3)m_3$ for the masses of heavy multi-quark clusters [22].

For quarks we accept the mass $m_q = 7 \text{ MeV}$ and the degeneracy factor $\zeta_q = 12$ corresponding to spin $1/2$, $N_c = 3$, and $N_f = 2$. The bag constant $B^{1/4} = 235 \text{ MeV}$.

The results of numerical calculations [115-119] are presented in Figs.6-13. At $\Theta = 0$ and $\rho = \rho_0$, the $6q$ -probability is $w_6 = 0.18$, which agrees with the estimates of the $6q$ -admixture in nuclei [120]. The heavy-multi-quark probabilities are always small: $w_9 < 10^{-3}$, $w_{12} < 10^{-5}$, and $w_{15} < 10^{-7}$. At zero temperature, only the Bose-condensed $6q$ -clusters exist, the probabilities of heavier ones being strictly zero. Unbound quarks, at $\Theta = 0$, are absent below the density $\rho_q^{nuc} \approx 2\rho_0$ when they start appearing. This is why the characteristic

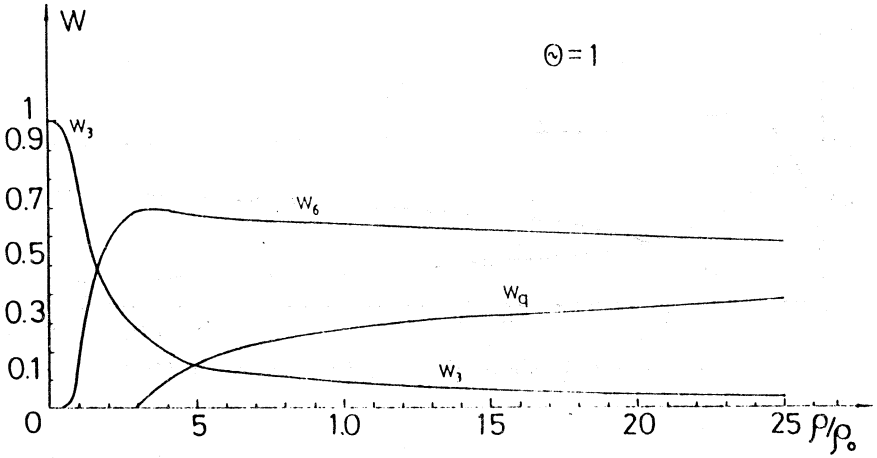


Fig.6. Nucleon, $6q$ -cluster, and unbound quark probabilities as functions of the relative density at $\Theta = 0$

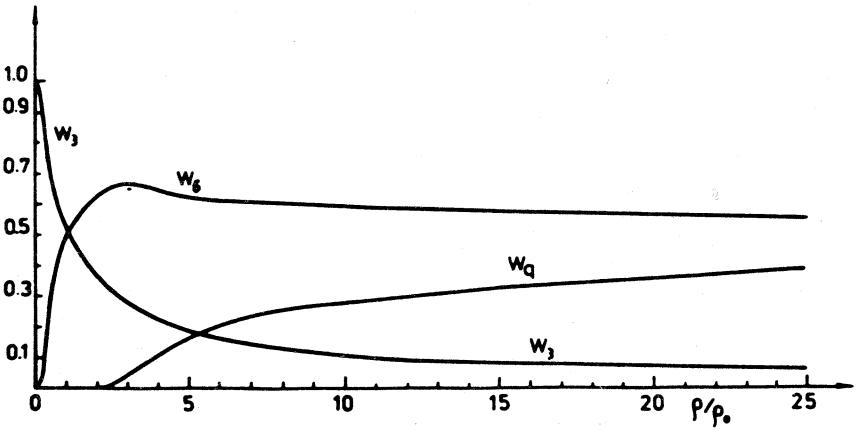


Fig.7. Probabilities of unbound quarks and of bound clusters vs. relative density at $\Theta = 30 \text{ MeV}$

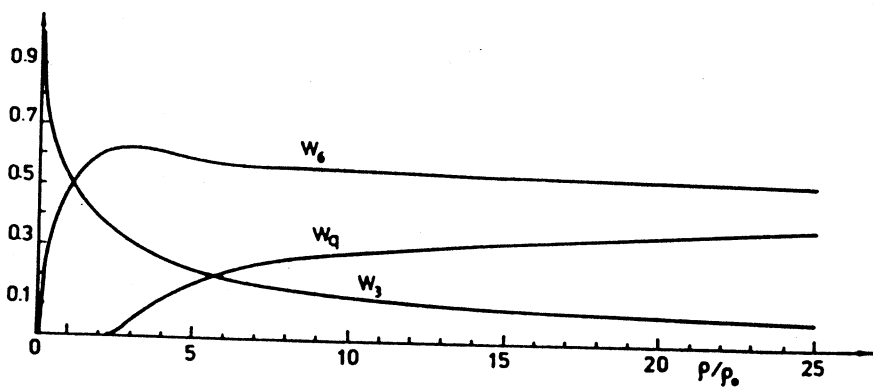


Fig.8. Cluster probabilities vs. relative density at $\Theta = 50 \text{ MeV}$

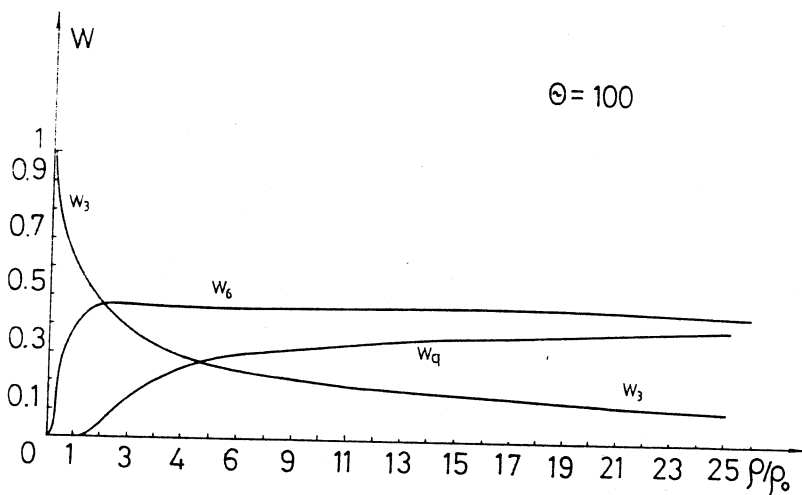


Fig.9. Cluster probabilities at $\Theta = 100 \text{ MeV}$

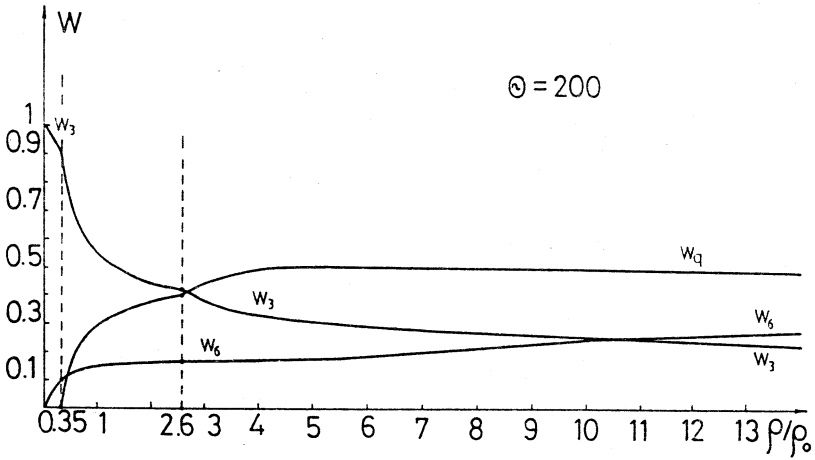


Fig.10. Cluster probabilities at $\Theta = 200$ MeV. Dashed lines show the points of first order phase transitions. Between these points the matter is a stratified gas-liquid mixture

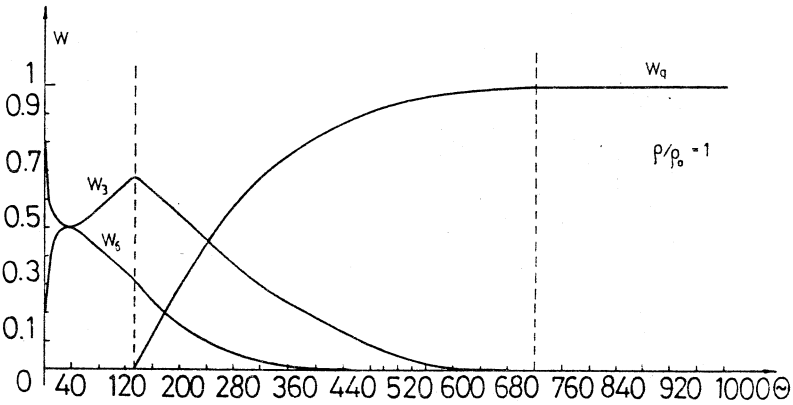


Fig.11. Nucleon, $6q$ -cluster, and quark probabilities as functions of temperature in MeV at the normal density $\rho = \rho_0$

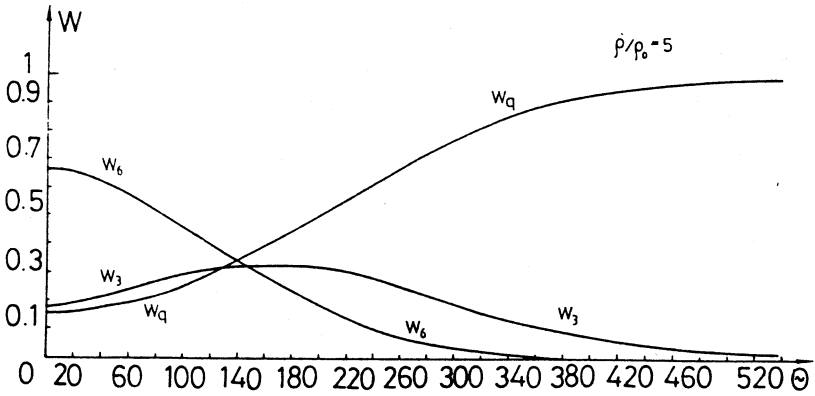


Fig.12. Cluster probabilities vs. temperature at the fixed density $\rho = 5\rho_0$

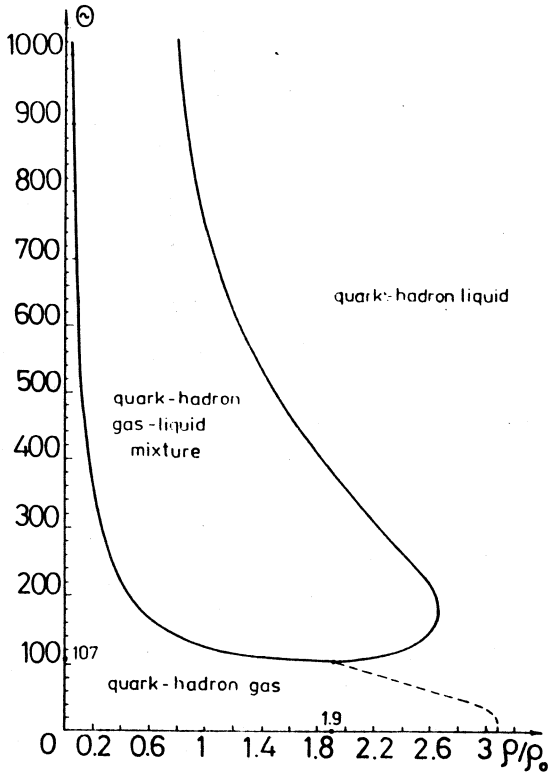


Fig.13. Phase portrait for the baryon rich quark-hadron matter. Along the dashed line the compressibility is divergent

density ρ_q^{nuc} may be called the *nucleation density*. As we see, the value of the latter agrees with the corresponding estimates from Introduction.

The stability of the quark-baryon mixture is controlled by checking the minimum of the free energy $F = \Omega + \sum_i \mu_i N_i$ whose density can be written as

$$f \equiv \frac{F}{V} = \frac{\Omega}{V} + \sum_i \mu_i \rho_i = -p + \mu \rho,$$

and also by requiring the validity of the stability conditions [54]

$$-\Theta \frac{\partial^2 f}{\partial \Theta^2} > 0, \quad \rho \frac{\partial p}{\partial \rho} > 0.$$

The probability of unbound quarks increases, with temperature or density monotonically showing that the deconfinement is a gradual crossover but not a sharp transition. This is in agreement with numerical simulations [121] on $16^3 \times 24$ lattice, for $N_f = 2$, which has demonstrated that quark-quark correlation functions at $\Theta \approx 1.5\Theta_d$ are very similar to the zero-temperature wave functions of the corresponding particles.

12. ZERO BARYON DENSITY

The case opposite to that of the previous section is when the baryon density is zero, $n_{0B} = 0$, and all particles are generated from vacuum. Then $\mu_i = 0$. In this case, we can compare our calculations with the lattice numerical simulations that are available only for $n_B = 0$.

The spectra of gluons and quarks are again taken in the form

$$\omega_g(k) = k + \frac{B}{\rho}, \quad \omega_q(k) = \sqrt{k^2 + m_q^2} + \frac{B}{\rho} \quad (51)$$

with the bag-motivated mean fields.

The interaction of hadrons is considered in the excluded-volume approximation. The cluster volumes $v_i = m_i v_2 / m_2$, according to (45), are expressed through the volume $v_2 \equiv 4\pi r_2^3 / 3$ of the lightest cluster with $z_i = 2$. The bag constants for the $SU(2)$ and $SU(3)$ systems are to be different [122] with the relation $B_{SU(2)} \approx 0.4 B_{SU(3)}$.

The presentation of results is convenient to perform in relative quantities reduced to these of a reference system. The role of such a system is naturally played by the Stefan-Boltzmann quark-gluon gas. The latter, by definition, is an ensemble of free massless quarks, antiquarks, and gluons. The pressure and energy density of the Stefan-Boltzmann quark-gluon plasma are, respectively,

$$p_{SB} = p_q^{(0)} + p_{\bar{q}}^{(0)} + p_g^{(0)}, \quad \varepsilon_{SB} = \varepsilon_q^{(0)} + \varepsilon_{\bar{q}}^{(0)} + \varepsilon_g^{(0)}, \quad (52)$$

where

$$p_i^{(0)} = \pm \Theta \zeta_i \int \ln [1 \pm n_i^{(0)}(k)] \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3},$$

$$\varepsilon_i^{(0)} = \zeta_i \int k n_i^{(0)}(k) \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}, \quad (53)$$

the index $i = q, \bar{q}, g$ enumerates quarks, antiquarks, and gluons with the momentum distribution

$$n_i^{(0)}(k) = \{\exp[\beta(k - \mu_i)] \mp 1\}^{-1}, \quad (54)$$

in which the upper sign is for Bosons (gluons) and the lower one, for Fermions (quarks and antiquarks); the chemical potentials being

$$\mu_q = -\mu_{\bar{q}} \equiv \mu, \quad \mu_g = 0. \quad (55)$$

Eqs. (54) and (55) permit to write down (53) as

$$p_i^{(0)} = \frac{\zeta_i}{6\pi^2} \int_0^\infty \frac{k^3 dk}{\exp[\beta(k - \mu_i)] \mp 1}, \quad \varepsilon_i^{(0)} = 3p_i^{(0)}. \quad (56)$$

An exact integration yields

$$p_q^{(0)} + p_{\bar{q}}^{(0)} = \frac{\zeta_q}{12} \left(\frac{7\pi^2}{30} \Theta^4 + \mu^2 \Theta^2 + \frac{\mu^4}{2\pi^2} \right),$$

$$p_g^{(0)} = \frac{\pi^2}{90} \zeta_g \Theta^4. \quad (57)$$

Thus, the Stefan–Boltzmann pressure is

$$p_{SB} = \frac{\pi^2}{90} \left(\zeta_g + \frac{7}{4} \zeta_q \right) \Theta^4 + \frac{\zeta_q}{12} \mu^2 \Theta^2 \left(1 + \frac{\mu^2}{2\pi^2 \Theta^2} \right). \quad (58)$$

This is to be compared with the QCD pressure corresponding to the QCD grand potential, given in Section 3, for zero coupling $g = 0$,

$$p_{QCD} = \frac{\pi^2}{45} \left(N_c^2 - 1 + \frac{7}{4} N_f N_c \right) \Theta^4 + \frac{N_f N_c}{6} \mu^2 \Theta^2 \left(1 + \frac{\mu^2}{2\pi^2 \Theta^2} \right). \quad (59)$$

Due to the relations for the degeneracy factor of gluons, $\zeta_g = 2 \times (N_c^2 - 1)$, and for that of quarks, $\zeta_q = 2 \times N_f \times N_c$, and antiquarks, $\zeta_{\bar{q}} = \zeta_q$, we see that (58) and (59) coincide with each other. Therefore, the Stefan–Boltzmann plasma is the asymptotic high-temperature limit of quantum chromodynamics.

The baryon density for the Stefan–Boltzmann plasma is

$$n_B \equiv \frac{1}{3} (\rho_q - \rho_{\bar{q}}) = \frac{\zeta_q}{3} \int [n_q(k) - n_{\bar{q}}(k)] \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}. \quad (60)$$

Either calculating (60) directly or using the derivative $n_B = \partial p / \partial \mu_B$, with $\mu_B = 3\mu$ we have

$$n_B = \zeta_q \frac{\mu}{18\pi^2} (\mu^2 + \pi^2 \Theta^2). \quad (61)$$

From here, one gets the equation

$$\mu^3 + \pi^2 \Theta^2 \mu - \frac{18\pi^2}{\zeta_q} n_B = 0 \quad (62)$$

defining $\mu = \mu(n_B)$. At zero baryon density $n_B = 0$, as is clear from (62), one has $\mu = 0$.

When the chemical potential is zero, the density of quarks becomes

$$\rho_q = \zeta_q \frac{3\Theta^3}{4\pi^2} \zeta(3) \quad (\mu = 0), \quad (63)$$

where $\zeta(3) = 1.20206$. For gluons, the chemical potential is always zero, so their density is

$$\rho_g = \zeta_g \frac{\Theta^3}{\pi^2} \zeta(3). \quad (64)$$

Finally, for the specific heat of the Stefan–Boltzmann plasma we find

$$C_{SB} \equiv \frac{\partial \varepsilon_{SB}}{\partial \Theta} = \frac{2\pi^2}{15} \left(\zeta_g + \frac{7}{4} \zeta_q \right) \Theta^3 + \frac{1}{2} \zeta_q \mu^2 \Theta^2 \frac{\mu^2 - \pi^2 \Theta^2}{3\mu^2 + \pi^2 \Theta^2}. \quad (65)$$

The results of numerical calculations [123–125] for the mixed system, consisting of the quark–gluon plasma with the spectrum (51) and of hadrons in the excluded–volume approximation, will be presented below for three different situations.

12.1. SU(2) Quarkless System. The system consists of unbound gluons and of glueballs that are bound gluon clusters. The experimental status of glueballs is yet uncertain, though there are suggestions [126,127] to interpret a narrow resonance appearing in proton–proton collisions as a scalar glueball. Pure gluodynamics is often studied because it is easier, than the full chromodynamics, for Monte Carlo lattice simulations.

Glueball masses have been computed in the lattice gauge theory for both $SU(2)$ [43,46] as well as for $SU(3)$ [128–130] cases. The lattice results are close to the bag–model calculations [131–133]. Here we accept the glueball

masses found in the bag-model approach [132,133]. The corresponding glueball characteristics are given in Table 2. The radius r_2 of the lightest glueball with $m_2 = 960 \text{ MeV}$ is a fitting parameter which is taken as $r_2 = 1.2 \text{ fm}$. The constant B in (51) is chosen to be $B = (165 \text{ MeV})^4$. The gluon degeneracy factor is $\zeta_g = 6$ for the $SU(2)$ case.

The results of our calculations are displayed in Figs.14-18, where the glueball probability w_G and the gluon probability w_g are defined by

$$w_G \equiv \sum_i^{\text{glueballs}} z_i \frac{\rho_i}{\rho}, \quad w_g \equiv \frac{\rho_g}{\rho} = 1 - w_G.$$

The relative energy density is compared with the lattice data [134,135]. The reference Stefan-Boltzmann plasma here corresponds also to the quarkless case, $N_f = 0$. Deconfinement occurs at $\Theta_d = 215 \text{ MeV}$ as a second-order transition, which is in agreement with the lattice simulations.

12.2. $SU(3)$ Quarkless System. The glueball parameters are taken from Table 2. The constant B in spectra (51) is $B = (235 \text{ MeV})^4$. The gluon degeneracy factor for the $SU(3)$ case is $\zeta_g = 16$.

Varying the radius r_2 of the lightest glueball, we have three possibilities: (i) $r_2 < r_c$, where $r_c = 0.8 \text{ fm}$; then deconfinement is a gradual crossover. (ii) $r_2 = r_c$; in this case deconfinement is a 2-order transition. (iii) $r_2 > r_c$; then 1-order transition occurs. These possibilities are illustrated in Figs.19-23, where the entropy density at $\mu_i = 0$ is $s = \beta(\varepsilon + p)$ and the reference Stefan-Boltzmann entropy density is $s_{SB} = \beta(\varepsilon_{SB} + p_{SB}) = 4\beta p_{SB}$. The relative entropy density is compared with the lattice numerical simulations [136]. The latter agrees with our results if $r_2 > r_c$, so that deconfinement becomes a 1-order transition at about $\Theta_d = 230 \text{ MeV}$.

Emphasize the importance of taking into consideration glueball interactions: When these are absent, that is $r_2 = 0$, the behaviour of the system is unphysical.

12.3. $SU(3)$ System with Quarks. The constituents of the system are taken as follows. Consider quarks of two flavours, $q = \{u, d\}$, and the corresponding antiquarks $\bar{q} = \{\bar{u}, \bar{d}\}$ with the masses $m_q = m_{\bar{q}} = 7 \text{ MeV}$. The degeneracy factor for each pair of up and down quarks is $\zeta_q = 2 \times N_f \times N_c = 12$, and the same for antiquarks, $\zeta_{\bar{q}} = 12$. Gluons have the degeneracy factor $\zeta_g = 2 \times (N_c^2 - 1) = 16$. From the long list of the known hadrons, we include only those with the lightest masses, which mainly contribute to thermodynamics. These are unflavoured mesons (Table 3), strange mesons (Table 4) and light baryons (Table 5).

For the radius of the lightest hadron, that is of a pion, we take $r_2 = r_\pi = 0.56 \text{ fm}$. The radii of all other clusters are expressed through r_π using (45). For the mean-field parameter in (51), we accept $B^{1/4} = 210 \text{ MeV}$. The results

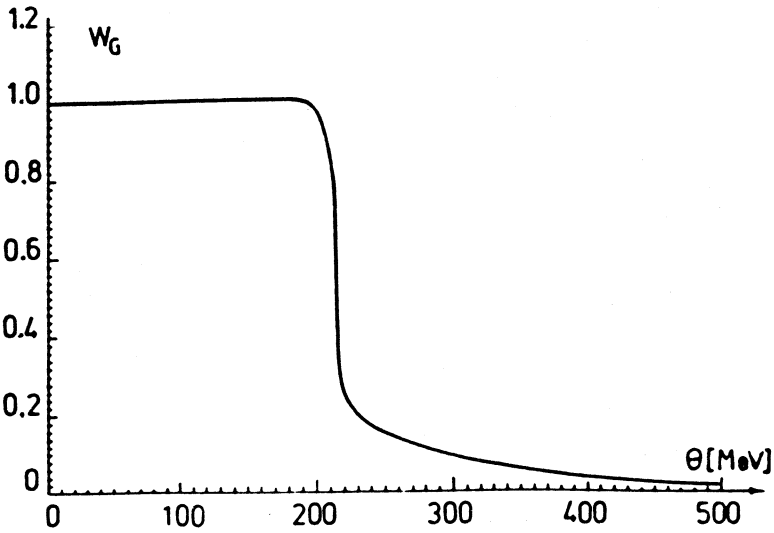


Fig.14. Glueball probability for the $SU(2)$ quarkless system as a function of temperature

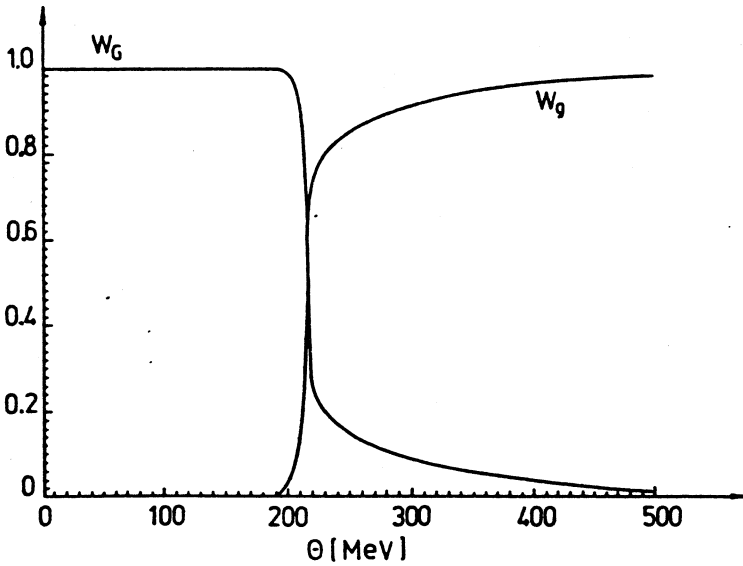


Fig.15. Comparison of glueball and gluon probabilities for the $SU(2)$ quarkless system

Table 2. Glueball parameters

Mass m_i (MeV)	Compositeness number z_i	Degeneracy factor ζ_i
960	2	6
1290	2	6
1590	2	6
1460	3	11
1800	3	39

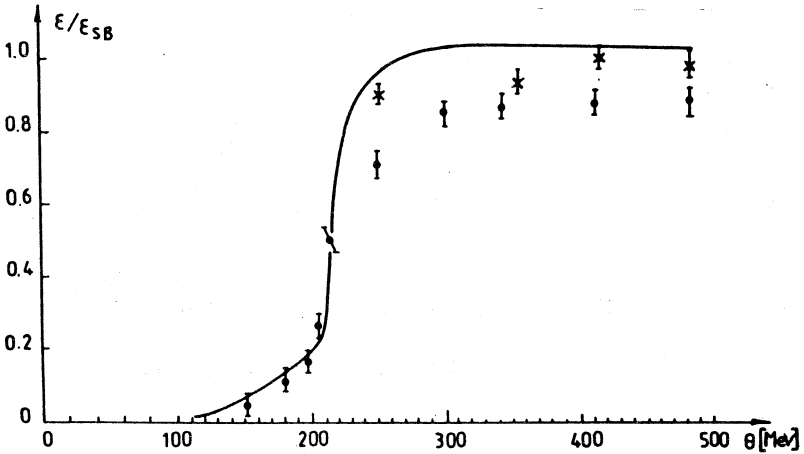


Fig.16. Relative energy density for the $SU(2)$ quarkless system (solid line) as compared with the lattice Monte Carlo data (Engels et al., 1981)

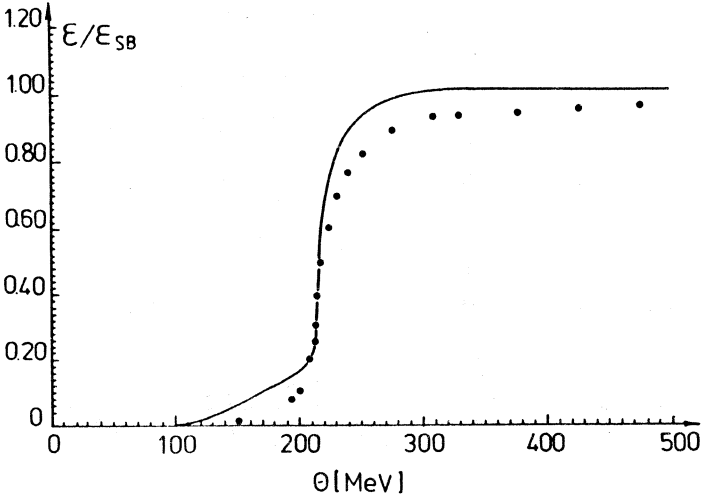


Fig.17. Relative energy density for the $SU(2)$ quarkless system (solid line) compared with the lattice numerical simulations (Engels et al., 1989)

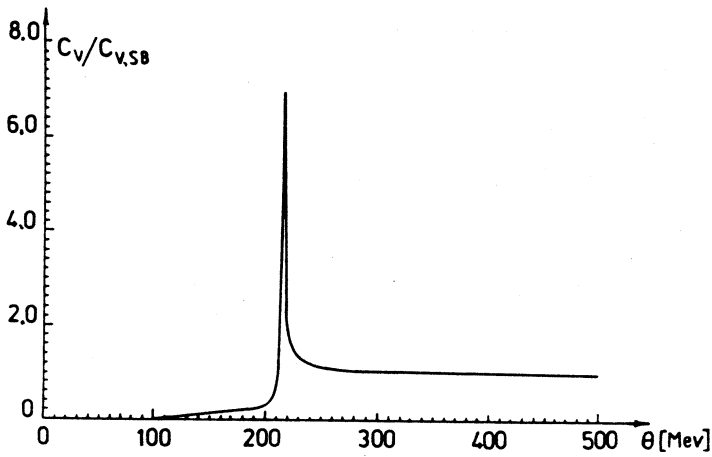


Fig.18. Reduced specific heat for the $SU(2)$ gluon-gluon mixture. At the deconfinement temperature, specific heat diverges

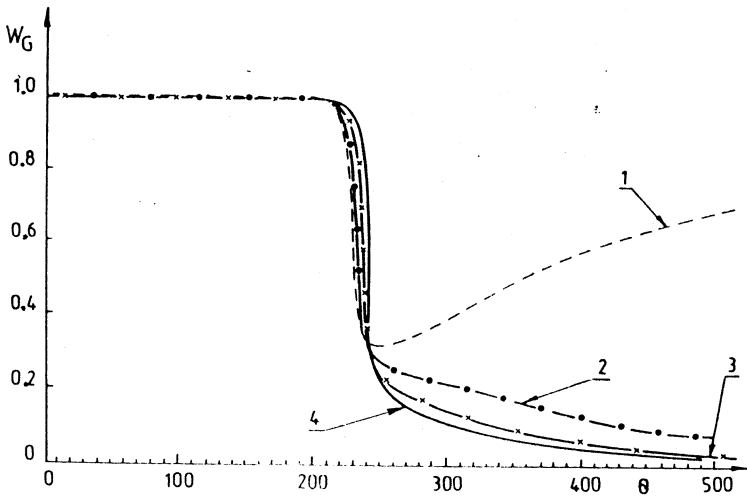


Fig.19. Glueball probability for the $SU(3)$ quarkless system at several values of the lightest glueball radius: (1) $r_2 = 0$; (2) $r_2 = 0.5 \text{ fm}$; (3) $r_2 = 0.7 \text{ fm}$; (4) $r_2 = 0.8 \text{ fm}$

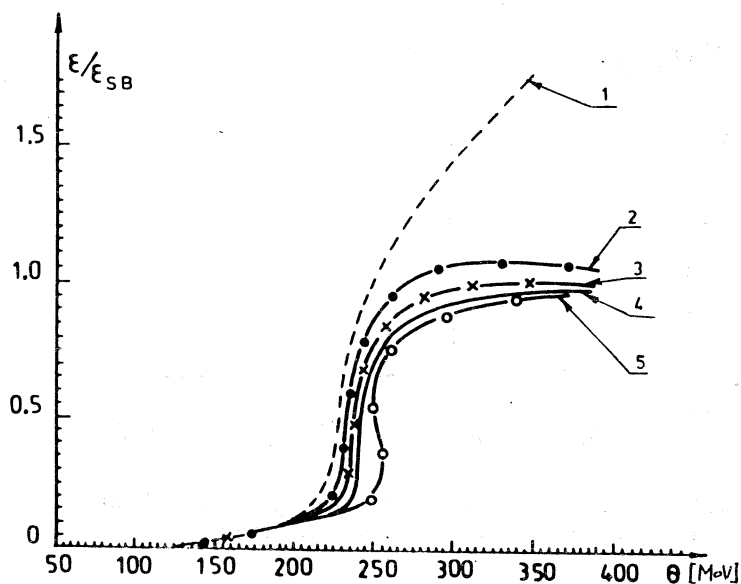


Fig.20. Relative energy density for the $SU(3)$ quarkless system at:
 (1) $r_2 = 0$; (2) $r_2 = 0.5 \text{ fm}$; (3) $r_2 = 0.7 \text{ fm}$; (4) $r_2 = 0.8 \text{ fm}$; (5) $r_2 = 1 \text{ fm}$

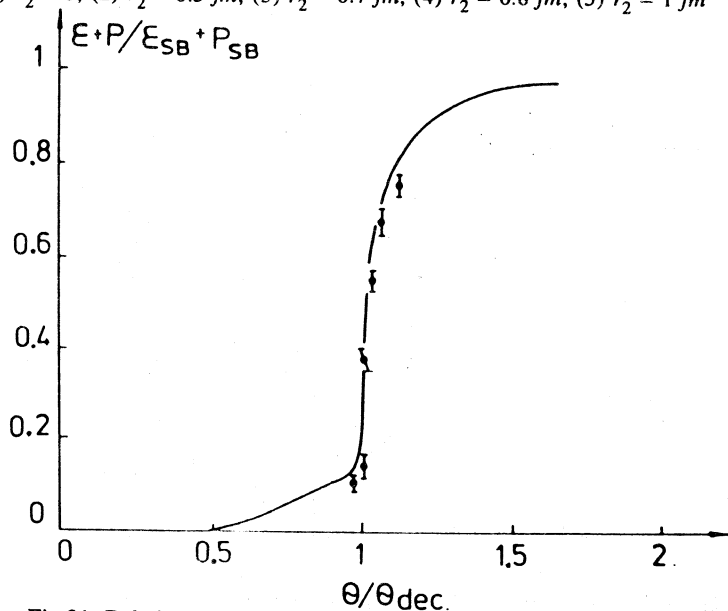


Fig.21. Relative entropy density for the $SU(3)$ quarkless system at
 $r_2 = 0.82 \text{ fm}$ compared with the lattice numerical data (Brown et al., 1988)

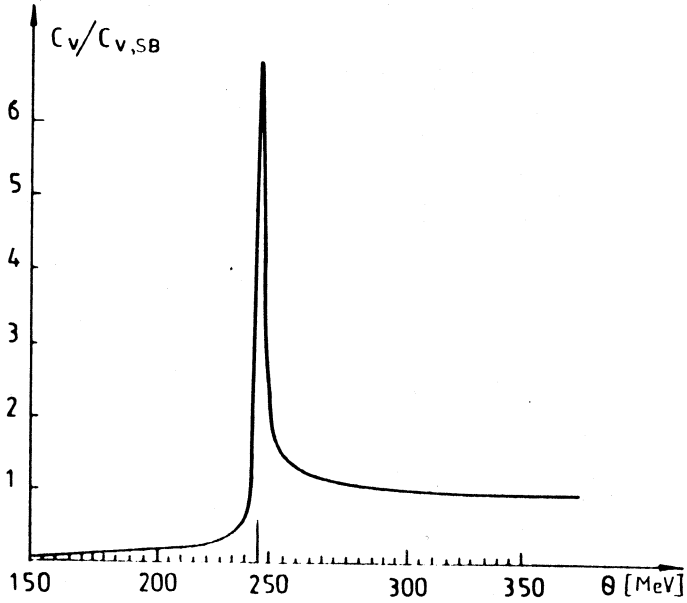


Fig.22. Reduced specific heat for the $SU(3)$ gluon-gluon mixture at $r_2 = 0.8 \text{ fm}$

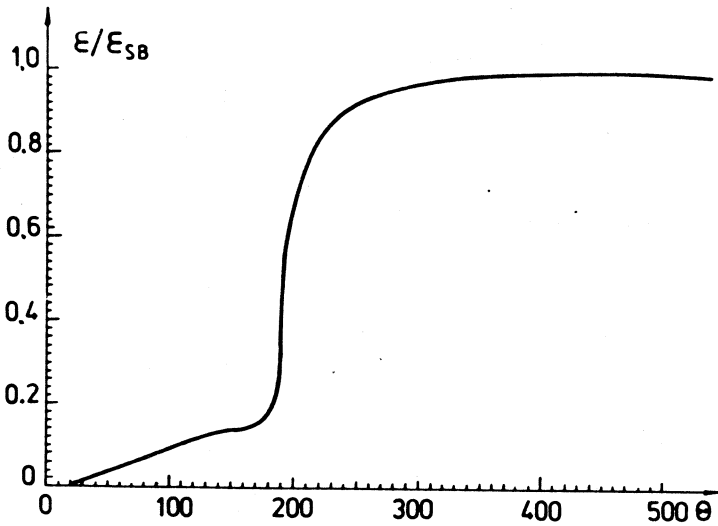


Fig.23. Relative energy density for the $SU(3)$ quarkless system at $B^{1/4} = 210 \text{ MeV}$ and $r_2 = 0.6 \text{ fm}$

Table 3. Unflavoured meson parameters

Mesons	Mass m_i (MeV)	Compositeness number z_i	Degeneracy factor ζ_i
π^+	140	2	1
π^-	140	2	1
π^0	135	2	1
η	548	2	1
ρ^+	770	2	3
ρ^-	770	2	3
ρ^0	770	2	3
ω	782	2	3

Table 4. Strange meson parameters

Mesons	Mass m_i (MeV)	Compositeness number z_i	Degeneracy factor ζ_i
K^+	494	2	1
K^-	494	2	1
K^0	498	2	2
$\bar{K}^0$	498	2	2

Table 5. Baryon parameters

Baryons	Mass m_i (MeV)	Compositeness number z_i	Degeneracy factor ζ_i
N	939	3	4
$\bar{N}$	939	3	4
Δ	1232	3	16
$\bar{\Delta}$	1232	3	16

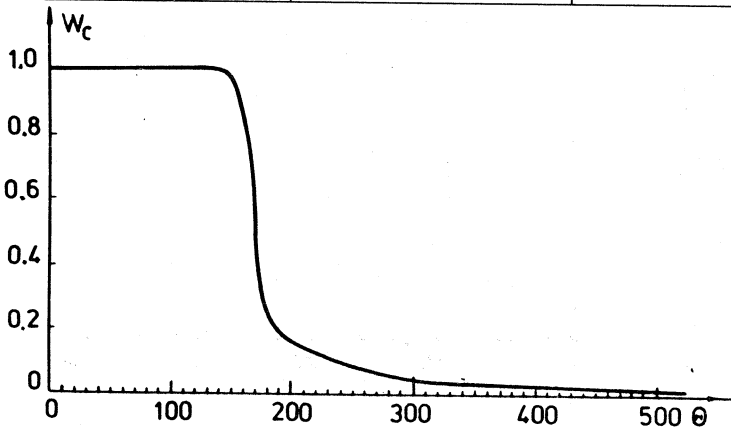


Fig.24. Hadron cluster probability for the mixture of quark-gluon plasma and hadrons at zero baryon density

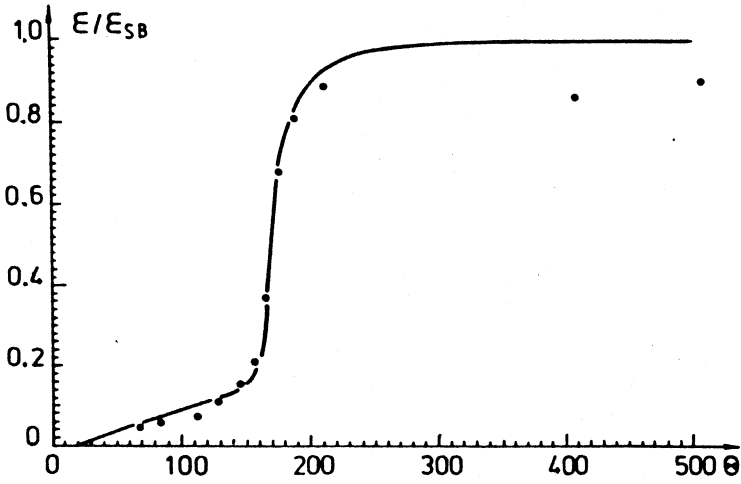


Fig.25. Relative energy density for the mixture compared with the lattice numerical calculations (Çelik et al., 1985)

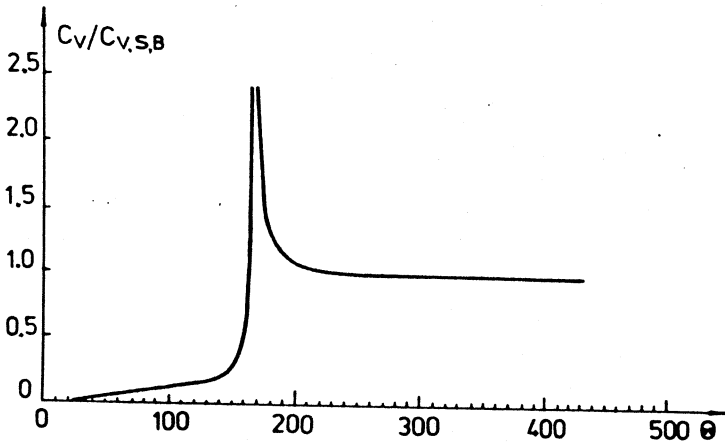


Fig.26. Reduced specific heat for the mixture of quark-gluon plasma and hadrons at zero baryon density

of calculations are shown in Figs.24-26, where the hadron cluster probability is defined as

$$w_c \equiv \sum_i^{\text{clusters}} z_i \frac{\rho_i}{\rho}.$$

Deconfinement is found to be rather a continuous crossover-like transition at $\Theta_d = 166 \text{ MeV}$, which is close to lattice data [137].

13. THERMODYNAMIC RESTRICTION RULE

Invoking this or that approximation, one gets an effective thermodynamic potential, for instance, an effective grand potential $\Omega = \Omega(\Theta, V, \mu, \varphi)$, involving some auxiliary functions $\varphi = \{\varphi_j\}$ depending on thermodynamics parameters, temperature Θ , volume V , and a set $\mu = \{\mu_i\}$ of chemical potentials. Thus, effective spectra in (51) contain the mean field $\varphi \equiv B/\rho$. In the excluded-volume approximation, the free volume of the system is factored with the quantity $\xi = 1 - \sum_i \rho_i v_i$, as is seen from (42). Both ρ and ρ_i are functions of Θ, V, μ . In the cut-off model of Section 5, the effective cut-off momentum k_0 is a function of Θ .

Effective thermodynamic potentials are to be handled with great caution. Really, if one calculates, e.g., the pressure

$$p = -\frac{\partial \Omega}{\partial V} = -\frac{\Omega}{V} = \frac{\Theta}{V} \ln \text{Tr} e^{-\beta H} \quad (66)$$

in two different ways, as the derivative $(-\partial \Omega / \partial V)$ or as the ratio $(-\Omega / V)$, then the answers can be different when Ω includes auxiliary functions depending on V . This would mean that the relation (66) breaks. The same concerns the energy density, entropy density, and the cluster densities, respectively,

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \Theta \frac{\partial p}{\partial \Theta} - p + \sum_i \mu_i \rho_i = \frac{1}{V} \langle \hat{E} \rangle, \\ s &= \frac{\partial p}{\partial \Theta} = \beta \left(\varepsilon + p - \sum_i \mu_i \rho_i \right), \\ \rho_i &= \frac{\partial p}{\mu_i} = \frac{1}{V} \langle \hat{N}_i \rangle, \end{aligned} \quad (67)$$

which may be defined in two ways, as first derivatives of pressure or as the corresponding statistical averages. Definition (67) can also become broken when

auxiliary functions depend on thermodynamic variables. This kind of inconsistency occurs as well for the second derivatives, such as the specific heat

$$C_V = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \Theta} = \frac{\beta^2}{V} \left(\langle \hat{E}^2 \rangle - \langle \hat{E} \rangle^2 \right) \quad (68)$$

or the isothermic compressibility

$$\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)^{-1} = \frac{\beta}{\rho^2 V} \left(\langle \hat{N}^2 \rangle - \langle \hat{N} \rangle^2 \right). \quad (69)$$

These inconsistencies in defining thermodynamic characteristics in two ways, thermodynamic and statistical, of course, are not pleasant. Moreover, the difference between these two ways is not only quantitative, but can also become drastic, especially for systems with phase transitions. It is even possible to give examples when the definition through the derivatives yields unphysical divergencies in the energy and entropy densities at the phase transition point. This, for instance, happens, as is easy to check, for a pure gluon model in the effective spectrum approximation.

The simplest procedure for avoiding the described troubles can be formulated as follows. Let x be any of the thermodynamic variables Θ, V or μ . If Ω is an effective grand potential including auxiliary functions depending on these thermodynamic variables, then

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x} = \left(\frac{\partial \Omega}{\partial x} \right)_\varphi + \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x}.$$

It is just the second term here which causes all unpleasant problems. So, the decision is evident: the derivatives $\partial \Omega / \partial x$ are to be understood in the restricted sense as

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x} \rightarrow \left(\frac{\partial \Omega}{\partial x} \right)_\varphi. \quad (70)$$

The consent (70) may be called the *thermodynamic restriction rule*. We always employ this rule dealing with effective thermodynamic potentials. If the derivatives in (66)-(69) are understood in the sense of (70), then both ways of calculating thermodynamic characteristics yield the same answers.

Although with the restriction rule (70) we avoid the appearance of spurious terms so that all relations (66)-(69) become self-consistent, another problem can arise when dealing with effective thermodynamic potentials. This is the occurrence of instability regions around a transition point, where either the specific heat C_V or the isothermic compressibility κ_T are negative. Below we illustrate this for the $SU(3)$ quarkless system of subsection 12.2 with the mean-field parameter $B = (225 \text{ MeV})^4$. The results are shown in Figs.27-34. The

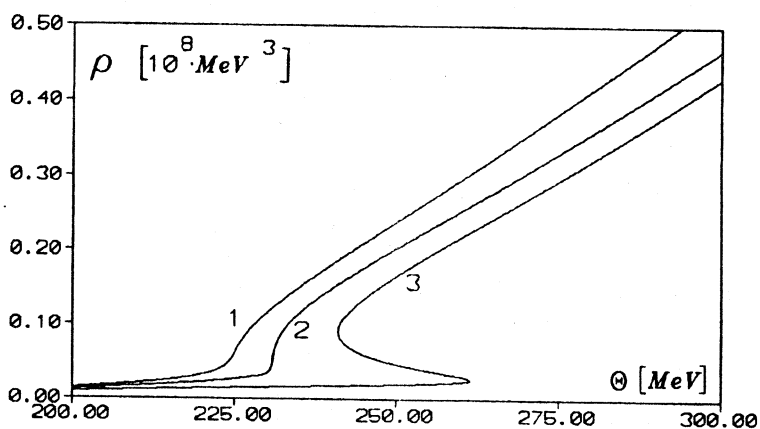


Fig.27. Total density as a function of temperature for the $SU(3)$ gluon-glueball mixture at different values of the lightest glueball radius: (1) $r_2 = 0.6 \text{ fm}$; (2) $r_2 = 0.8 \text{ fm}$; (3) $r_2 = 1 \text{ fm}$

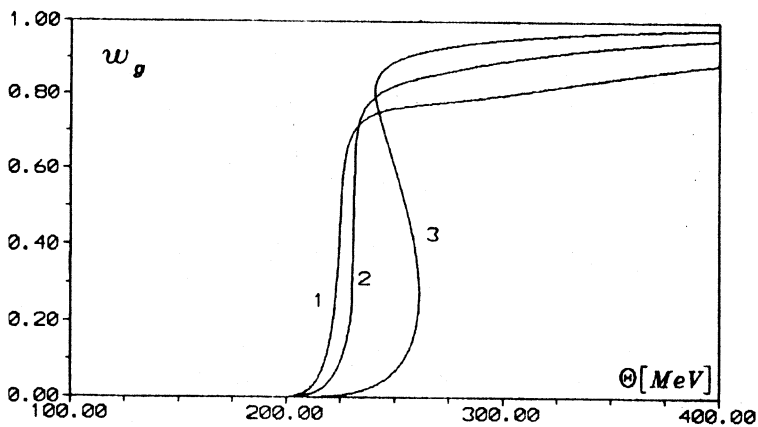


Fig.28. Gluon probability vs. temperature for the values of r_2 as in Fig.27

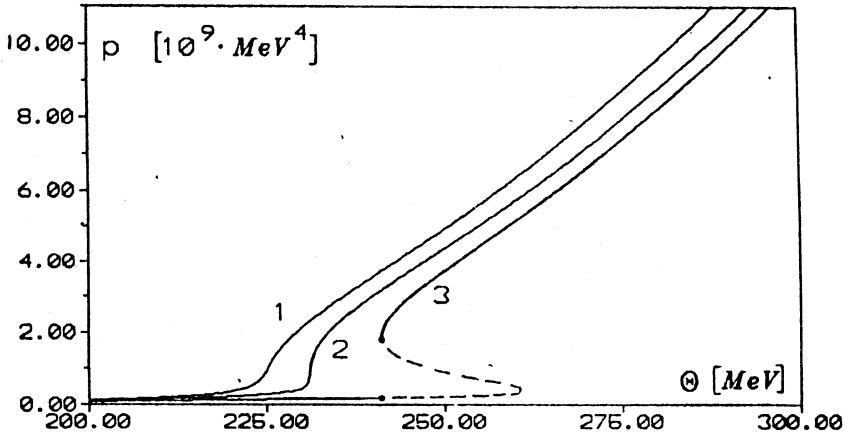


Fig.29. Pressure of the gluon-gluon mixture vs. temperature for the same values of r_2 as in Fig.27

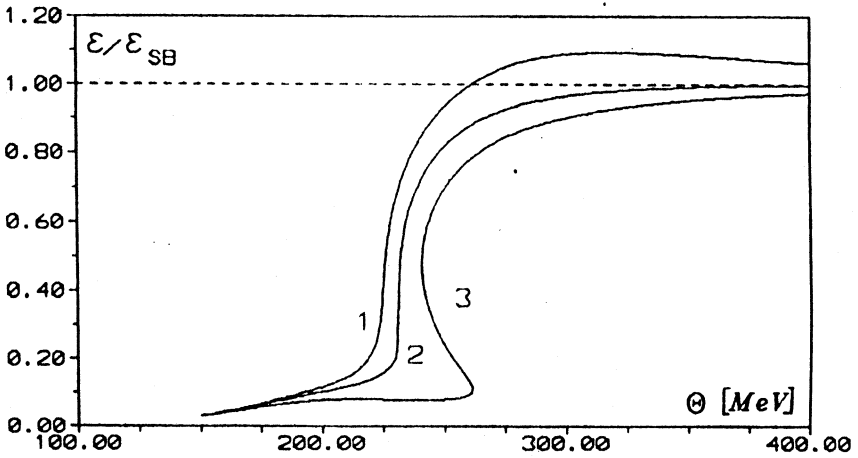


Fig.30. Relative energy of the mixture for the values of r_2 as in Fig.27

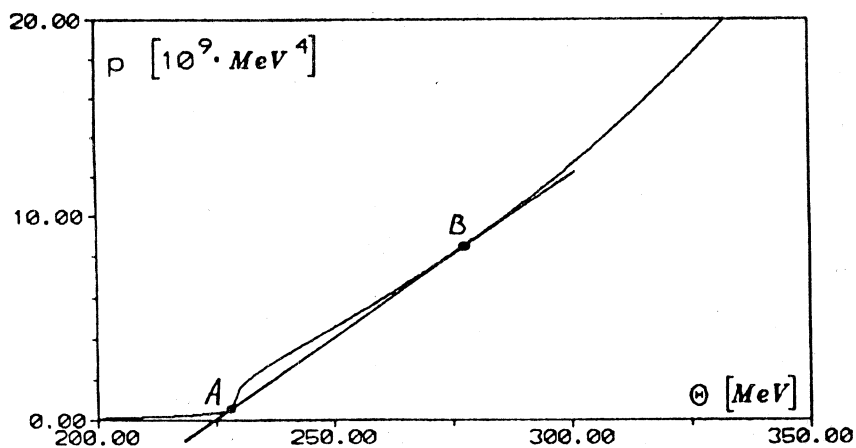


Fig.31. Smoothing of pressure in the unstable crossover region at $r_2 = 0.7 \text{ fm}$

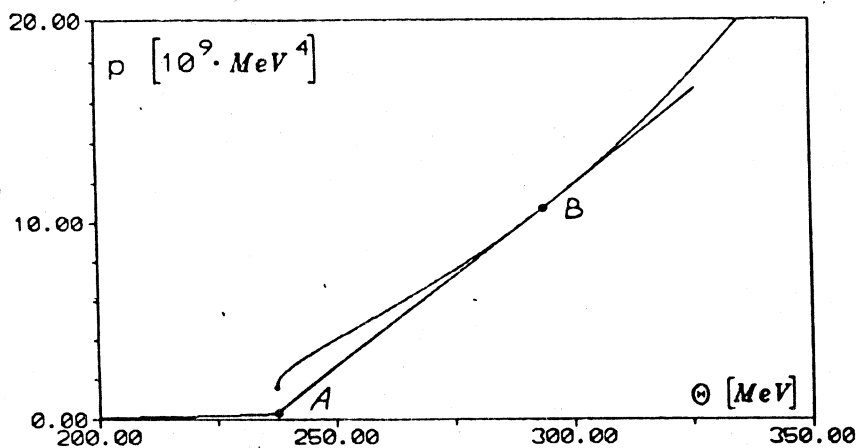


Fig.32. Smoothing of pressure in the region of first-order phase transition at $r_2 = 1 \text{ fm}$

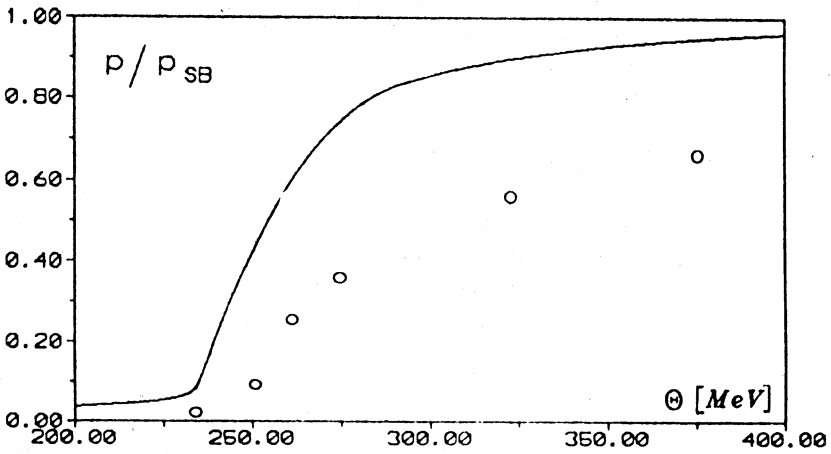


Fig.33. Relative smoothed pressure for the gluon-gluon system at $r_2 = 0.9$ fm (solid line) as compared with the lattice simulation data (Engels, 1991)

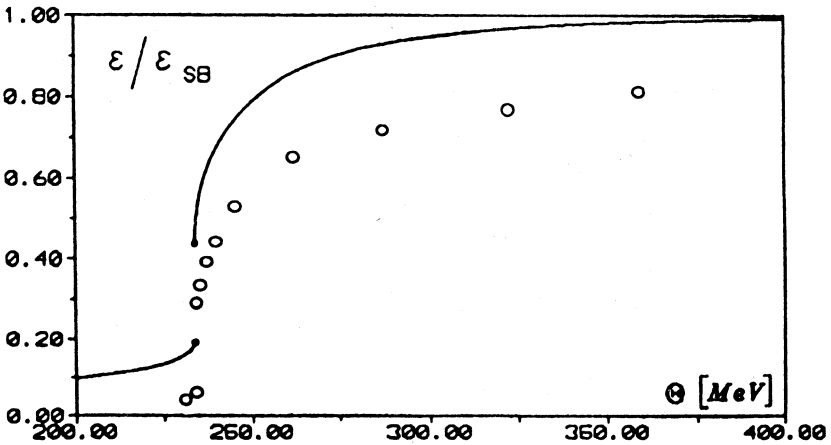


Fig.34. Relative smoothed energy at $r_2 = 0.9$ fm (solid line) compared with the lattice data (Engels, 1991)

unstable solutions appearing in the vicinity of transition points are related to the loss of convexity of pressure. To restore the convexity, we may resort to the Maxwell construction smoothing the corresponding thermodynamic potential [138]. Such a smoothing is shown in Figs.31 and 32. The behaviour of the resulting pressure and energy density is in a reasonable agreement with lattice simulations [50]. Nevertheless, a slight dissatisfaction rests with the fact that instability regions occur not only around a 1-order transition, where this would be more or less natural, but also in the vicinity of a continuous transition.

Instead of relying on the restriction rule (70), it would seem rational to define an effective thermodynamic potential, from the beginning, in such a way that all necessary thermodynamic relations would be automatically valid. This goal can be achieved [139] by redefining thermodynamic characteristics with the help of the shifts of the chemical potentials, $\mu_i \rightarrow \mu_i - u_i$, pressure, $p \rightarrow p + p'$, energy density, $\varepsilon \rightarrow \varepsilon + \varepsilon'$, and entropy density, $s \rightarrow s + s'$ requiring that the shifting functions u_i, p', ε' , and s' guarantee the validity of (66) and (67). The latter then are named the self-consistency conditions [139]. In this case, (66) and (67) is a system of nonlinear differential equations, for the functions u_i, p', ε' and s' , in partial derivatives with respect to the variables Θ, V and μ_i . Such a system has no unique solution, especially when boundary conditions are not known. To extract a solution from the self-consistency equations needs several additional heuristic assumptions and fitting parameters. Some simplification comes from the guideline prescribed by mean-field approximations [140-142].

14. PRINCIPLE OF STATISTICAL CORRECTNESS

In this section we present a new principle allowing a correct construction of effective thermodynamic potentials. This principle, as compared to the self-consistency conditions, is: (i) more general, yielding these conditions but not conversely; (ii) much simpler to deal with; (iii) unambiguous, providing a unique solution.

Let an effective thermodynamic potential $\Omega_{eff} = \Omega_{eff}(\varphi)$ include a set $\varphi = \{\varphi_i(x)\}$ of auxiliary functions depending on arbitrary variables x . The latter, in particular, may incorporate space and thermodynamic variables. First of all, it is necessary to understand that not any effective potential can have sense, however reasonable it may look. Each thermodynamic potential, to be accepted as such, must have the properties formulated below.

Property 1. Statistical Representability:

An effective thermodynamic potential Ω_{eff} represents an equilibrium statistical system if and only if it has the Gibbs form

$$\Omega_{eff}(\varphi) = \Omega[H_{eff}(\varphi)], \quad (71)$$

where

$$\Omega[H] \equiv -\Theta \ln \text{Tr } e^{-\beta H}, \quad (72)$$

depending on auxiliary functions only through an effective Hamiltonian $H_{eff} = H_{eff}(\varphi)$. Such a thermodynamic potential is called *statistically representable*.

In this way, if one invents an effective thermodynamic potential, even pronouncing seemingly plausible words, this does not mean that the invented potential describes some statistical system. If the potential is not statistically representable, it represents no equilibrium statistical system. For example, a thermodynamic potential in the excluded-volume approximation is not statistically representable. Although the latter approximation may occasionally give a reasonable description, but in general it is not trustworthy. The excluded-volume approximation may be used, because of its simplicity, as a first attempt of understanding the qualitative behaviour of a system, but it should be always followed by a more reliable approximation.

Property 2. Thermodynamic Equivalence:

A statistical system described by a given Hamiltonian H_{giv} is thermodynamically equivalent to a system modeled by an effective Hamiltonian H_{eff} if and only if their thermodynamic potentials are statistically representable,

$$\Omega_{giv} = \Omega[H_{giv}], \quad \Omega_{eff} = \Omega[H_{eff}], \quad (73)$$

and are equal to each other,

$$\Omega[H_{giv}] = \Omega[H_{eff}]. \quad (74)$$

The corresponding Hamiltonians are called *thermodynamically equivalent*.

For the case of infinite matter, such as nuclear matter, the equality (74) can be softened by requiring the validity of the asymptotic, in the thermodynamic limit, equality

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} (\Omega[H_{giv}] - \Omega[H_{eff}]) = 0.$$

Property 3. Statistical Equilibrium:

The necessary condition for an equilibrium statistical system modelled by an effective Hamiltonian $H_{eff}(\varphi)$ to be thermodynamically equivalent to a given statistical system with H_{giv} is the equilibrium condition

$$\left\langle \frac{\delta}{\delta \varphi} H_{eff}(\varphi) \right\rangle = 0, \quad (75)$$

where the variation over φ implies a set of variations with respect to each φ_i and

$$\langle \hat{A} \rangle \equiv \frac{\text{Tr} \hat{A} \exp(-\beta H_{eff})}{\text{Tr} \exp(-\beta H_{eff})}.$$

The proof of (75) is straightforward basing on the statistical representability (71), thermodynamic equivalence (74) and the fact that Ω_{giv} does not depend on φ .

Now we can formulate the central notion:

Principle of Statistical Correctness:

An effective thermodynamic potential is statistically correct if it is statistically representable with an effective Hamiltonian satisfying the condition (75) of statistical equilibrium.

As is evident, the self-consistency conditions for the first-order derivatives (66) and (67) immediately follow from (75). Moreover, the self-consistency conditions for the second-order derivatives (68) and (69) also follow from (75) as well as such conditions for the derivatives of arbitrary order. While if one finds the shifting functions from the first-order self-consistency conditions (66) and (67), the second-order conditions (68) and (69) are not necessarily fulfilled.

We shall also say that an effective Hamiltonian is statistically correct if it satisfies (75). The same can be said about an approximation leading to a statistically correct Hamiltonian. For instance, the correlated mean-field approximation of Section 9, involving conditions (26) or (27), or (31), is statistically correct.

15. CLUSTERING QUARK-HADRON MATTER

To obtain a statistically correct description of the quark-gluon plasma clustering into hadron states, let us use the correlated mean-field approximation [35] leading to the Hamiltonian

$$H = \sum_i H_i + CV,$$

$$H_i = \sum_k \omega_i(k) a_i^\dagger(\vec{k}) a_i(\vec{k}),$$

$$\omega_i(k) = \sqrt{k^2 + m_i^2} + U_i - \mu_i \quad (76)$$

discussed in Section 9.

Consider the case of the conserved baryon number $N_B = \sum_i N_i^B$ with $N_i^B \equiv B_i N_i$, where B_i is the baryon number of an i -cluster. For an equilibrium system, the relation

$$\mu_i = B_i \mu_B \quad (77)$$

holds between the chemical potential μ_i and the baryon potential μ_B . The latter may be defined as a function $\mu_B(n_B)$ of the baryon density

$$n_B \equiv \frac{N_B}{V} = \sum_i B_i \rho_i. \quad (78)$$

The index i enumerates the constituents. The total set $\{i\}$ of these indices consists of two different groups, $\{i\} = \{i\}_{pl} \cup \{i\}_{cl}$. The first group $\{i\}_{pl}$ corresponds to the plasma constituents, quarks, antiquarks, and gluons, which are elementary particles, thus, having the compositeness number $z_i = 1$. The second group $\{i\}_{cl}$ enumerates hadron clusters that are bound states with compositeness number $z_i \geq 2$. Respectively, the total density of matter

$$\rho = \sum_i z_i \rho_i = \rho_{pl} + \rho_{cl}, \quad (79)$$

consists of two terms

$$\rho_{pl} = \sum_{\{i\}_{pl}} \rho_i, \quad \rho_{cl} = \sum_{\{i\}_{cl}} z_i \rho_i$$

corresponding to the plasma density ρ_{pl} and the cluster density ρ_{cl} .

Define the plasma mean fields U_i , when $i \in \{i\}_{pl}$, as

$$U_i = U(\rho) = \rho \int V(r) s(r) d\vec{r}, \quad (80)$$

where $V(r)$ is a confining potential and $s(r)$, screening function. Before substituting into (80) a concrete confining potential, let us emphasize the general properties which the plasma mean field $U(\rho)$ must satisfy to. These properties are

$$\begin{aligned} U(\rho) &\rightarrow \infty & (\rho \rightarrow 0), \\ U(\rho) &\rightarrow 0 & (\rho \rightarrow \infty). \end{aligned} \quad (81)$$

The upper line in (81) means that quarks and gluons cannot exist as unbound particles at low density, that is, the colour confinement must occur as $\rho \rightarrow 0$. Or one may say that quarks and gluons cannot exist as free particles outside dense nuclear matter. The lower line in (81) reflects the phenomenon of asymptotic freedom.

There are different types of confining potentials, linear, quadratic, logarithmic, and with noninteger powers. For example, the interaction between a heavy quark and its antiquark is usually taken in the form of the Cornell potential [143,144] with the linear confining term. This form of the potential is confirmed by QCD calculations [145] and by lattice simulations [146]. The quadratic confining potential is also quite popular [77,80,91]. In addition, the intensity of mutual interactions between three plasma constituents, quarks, antiquarks, and gluons, is different [145,147]. The confining potential $V(r)$ in (80) is assumed to be an averaged potential of the form

$$V(r) = Ar^\nu \quad (0 \leq \nu \leq 2). \quad (82)$$

The screening function $s(r) = c(r/a)$ is usually [91] scaled with the mean interparticle distance $a \equiv \rho^{-1/3}$. Therefore, the plasma mean field (80) with the confining potential (82) can be written as

$$U(\rho) = J^{1+\nu} \rho^{-1/3}, \quad (83)$$

where

$$J^{1+\nu} \equiv 4\pi A \int_0^\infty c(x) x^{2+\nu} dx.$$

We can calculate the constant J if A and $c(x)$ are known. Alternatively, we may treat J as a free parameter. The value of J can be estimated as follows. Accept that at the normal quark density ρ_0 the plasma mean field (83) becomes

$$U(\rho_0) = 3E_0 = 3\rho_0^{1/3}, \quad (84)$$

where the factor 3 stands for the three plasma constituents. Then from (83) and (84) we obtain

$$J = 3^{1/(1+\nu)} \rho_0^{1/3}. \quad (85)$$

Thus, for the linear confinement, $\nu = 1$, we get $J = 272 \text{ MeV}$, while for the quadratic confinement, $\nu = 2$, we have $J = 226 \text{ MeV}$.

For the mean field of an i -cluster we may write

$$U_i = \sum_{\{j\} \in i} \Phi_{ij} \rho_j + z_i [U(\rho) - U(\rho_{cl})], \quad (86)$$

where the first term describes the interaction of the given cluster with other clusters, and the second term corresponds to the interaction of this cluster with the quark–gluon plasma. The interaction potentials between clusters can be scaled according to (20), which permits to express the interaction integrals (29) through one scaling integral as

$$\Phi_{ij} = z_i z_j \Phi. \quad (87)$$

Taking into account (83) and (87) reduces (86) to

$$U_i = z_i \Phi \rho_{cl} + z_i J^{1+\nu} \left(\rho^{-\nu/3} - \rho_{cl}^{-\nu/3} \right). \quad (88)$$

In the effective Hamiltonian (76) with the mean fields (83) and (88) the role of auxiliary functions is played by the densities ρ and ρ_{cl} . So, for the equilibrium conditions (75) we have

$$\left\langle \frac{\partial H}{\partial \rho} \right\rangle = 0, \quad \left\langle \frac{\partial H}{\partial \rho_{cl}} \right\rangle = 0. \quad (89)$$

From (89) we have two variational equations of the type (31), whose solution, up to a constant, is easy to find:

$$C = \frac{\nu}{3-\nu} J^{1+\nu} \left(\rho^{1-\nu/3} - \rho_{cl}^{1-\nu/3} \right) - \frac{1}{2} \Phi \rho_{cl}^2. \quad (90)$$

In this way, the effective Hamiltonian is completely defined and we can pass to particular calculations.

15.1. Pure Gluon System. Imagine an extreme situation when only gluons can exist. This case may be obtained from the general model by putting all degeneracy factors zero except that of gluons, $\zeta_g \neq 0$. Then $\rho = \rho_g$ and $\rho_{cl} = 0$. Employing the Boltzmann approximation, we find [148] that there occurs a first order transition vacuum–gluon plasma at

$$\Theta_d = J \left[\frac{\nu}{3-\nu} \exp \left(1 - \frac{\nu}{3} \right) \left(\frac{\pi^2}{\zeta_g} \right)^{\nu/3} \right]^{1/(1+\nu)}.$$

Below Θ_d there is exactly vacuum, empty space, with zero energy density $\varepsilon = 0$. Gluons appear at Θ_d with a jump. The relative latent heat at Θ_d is

$$\frac{\Delta \varepsilon_d}{\varepsilon_{SB}} = \frac{1+\nu}{\nu} \exp \left(1 - \frac{3}{\nu} \right).$$

The degeneracy of gluons for the $SU(3)$ case is $\zeta = 16$. For the linear confinement with $\nu = 1$, we get $\Theta_d = 248 \text{ MeV}$ and $\Delta \varepsilon_d / \varepsilon_{SB} = 0.27$. For the harmonic confinement, when $\nu = 2$, the vacuum–gluon transition happens at a higher temperature $\Theta_d = 285 \text{ MeV}$ and the latent heat is larger, $\Delta \varepsilon_d / \varepsilon_{SB} = 0.91$.

15.2. $SU(2)$ Gluon–Glueball System. The gluon degeneracy factor for the $SU(2)$ case is $\zeta = 6$. As the scaling integral we take $\Phi = \Phi_{22}/4$. So that the interactions between glueballs are found from (87). We consider the glueballs listed in Table 2. There are two fitting parameters for which we accept

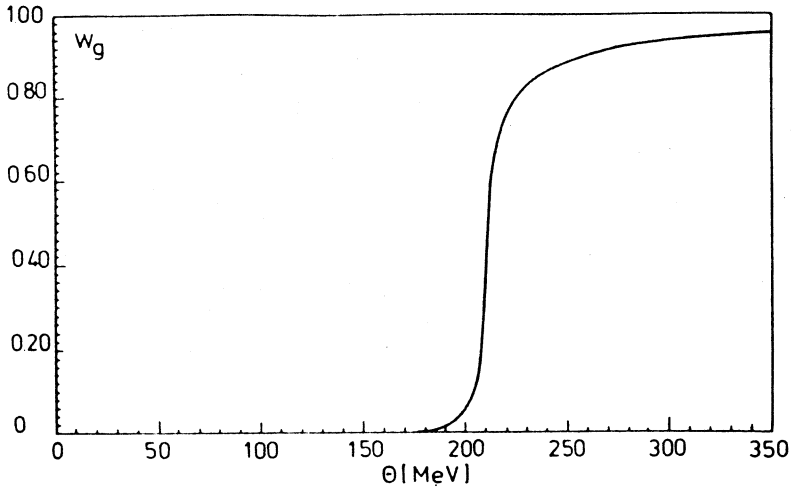


Fig.35. Gluon probability for the corrected $SU(2)$ quarkless model

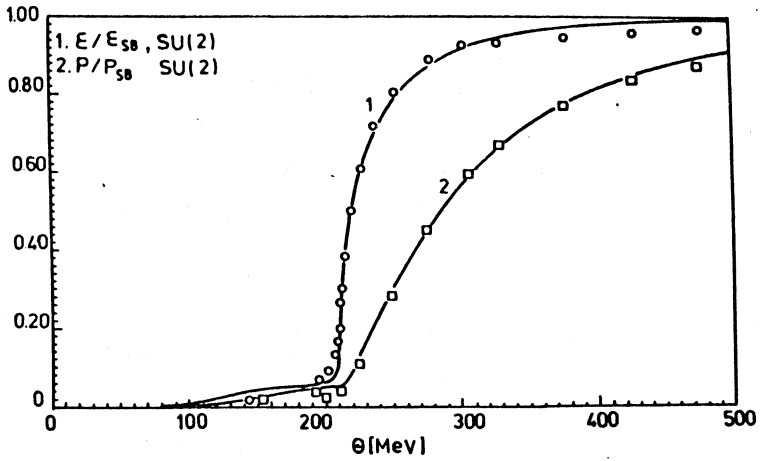


Fig.36. Relative energy and pressure for the corrected $SU(2)$ gluon-gluon model. Circles and squares are lattice simulation data (Engels, 1989)

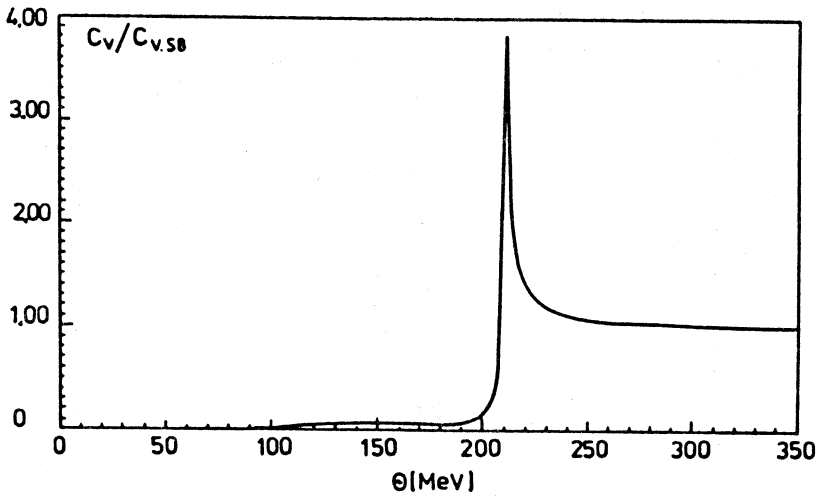


Fig.37. Reduced specific heat for the corrected $SU(2)$ quarkless model

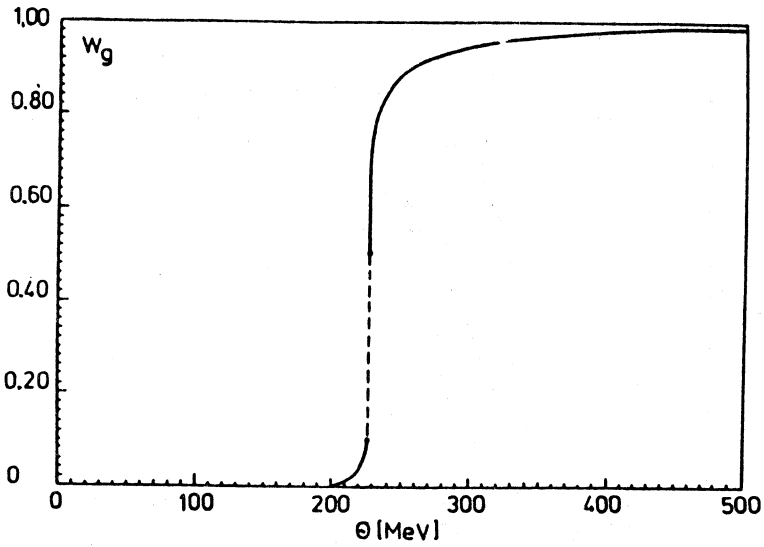


Fig.38. Gluon probability for the corrected $SU(3)$ gluon-gluon model

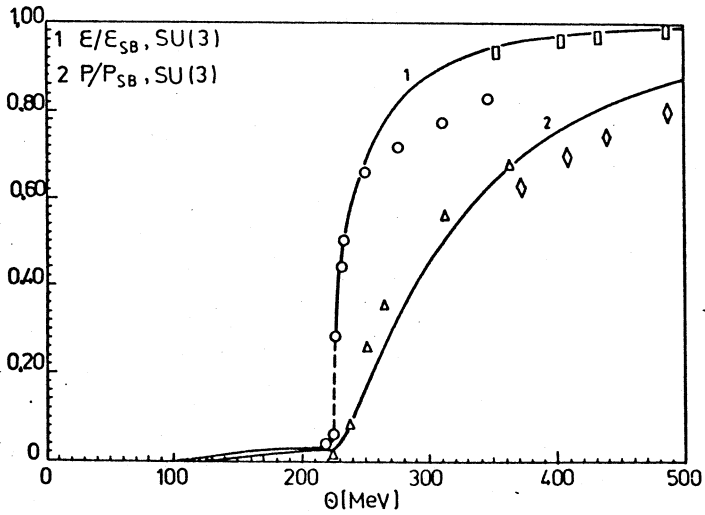


Fig.39. Relative energy and pressure for the corrected $SU(3)$ quarkless model compared with the lattice Monte Carlo calculations (Brown et al., 1988; Karsch, 1989; Engels, 1991; Petersson, 1991)

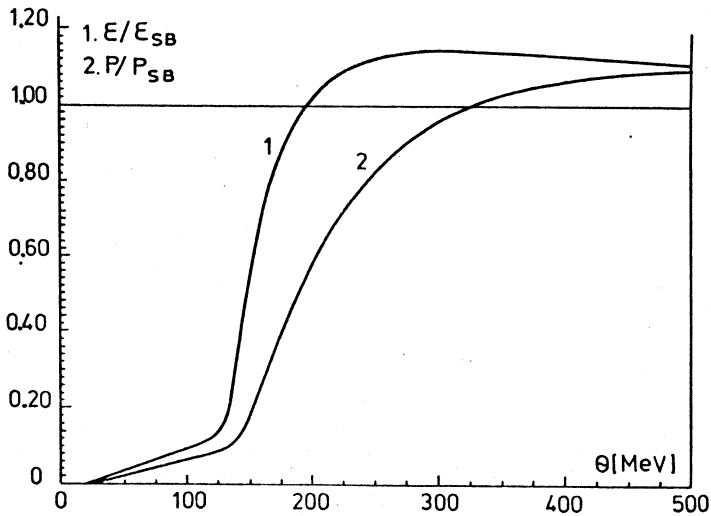


Fig.40. Relative energy and pressure for the mixed quark-gluon-meson system

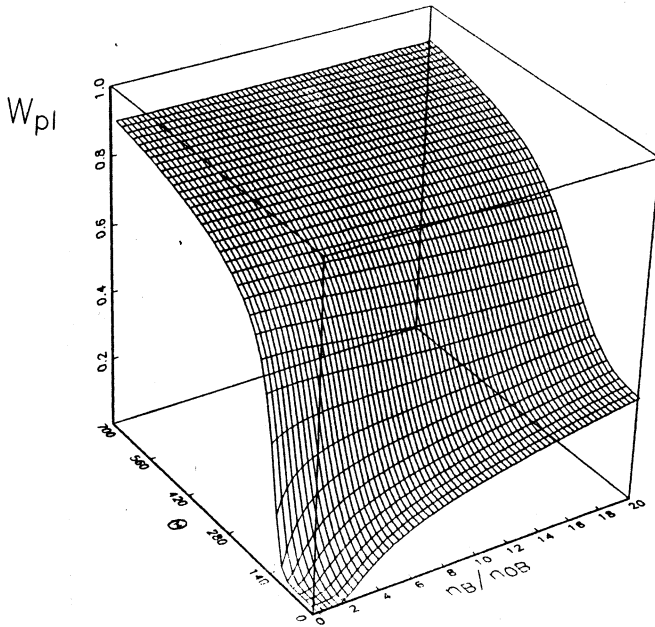


Fig.41. Quark-gluon plasma probability on the temperature-baryon density plane

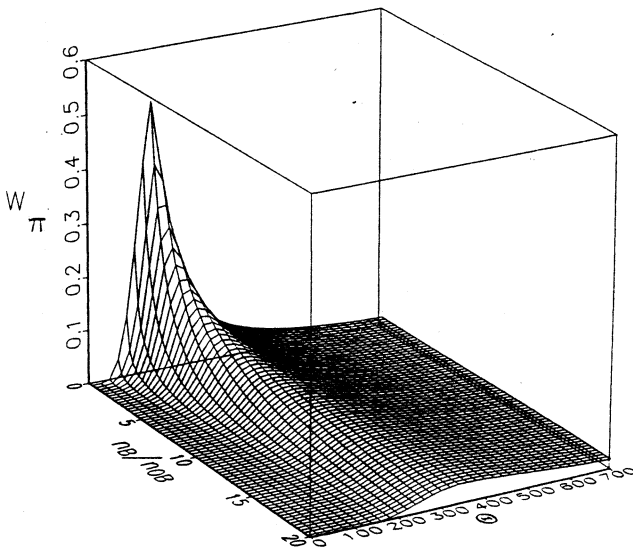


Fig.42. The probability of π -mesons

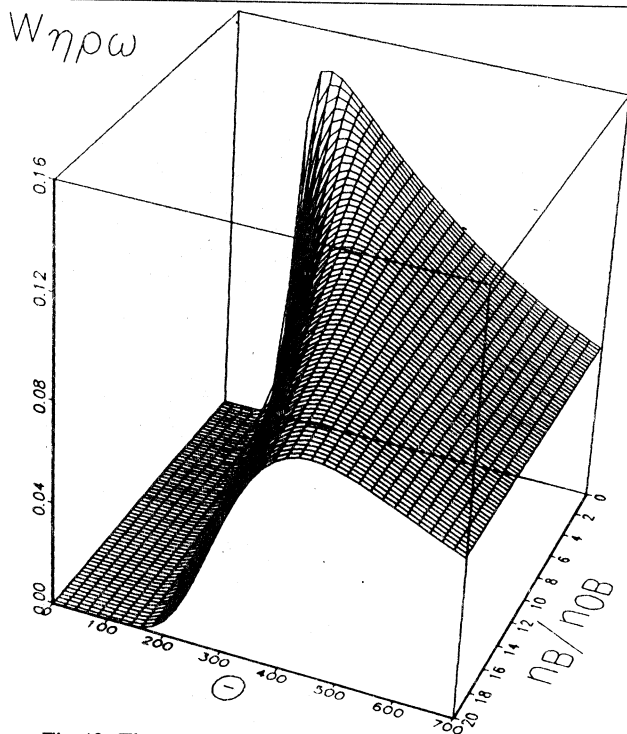


Fig.43. The total probability of η -, ρ -, and ω -mesons

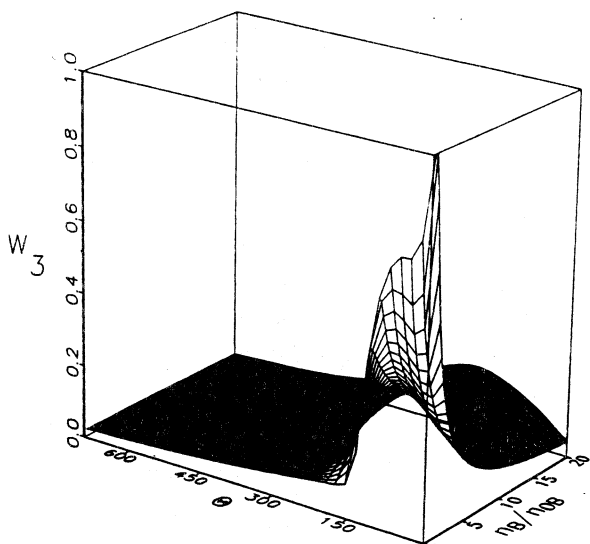


Fig.44. Nucleon probability

Fig.45. The probability of six-quark clusters

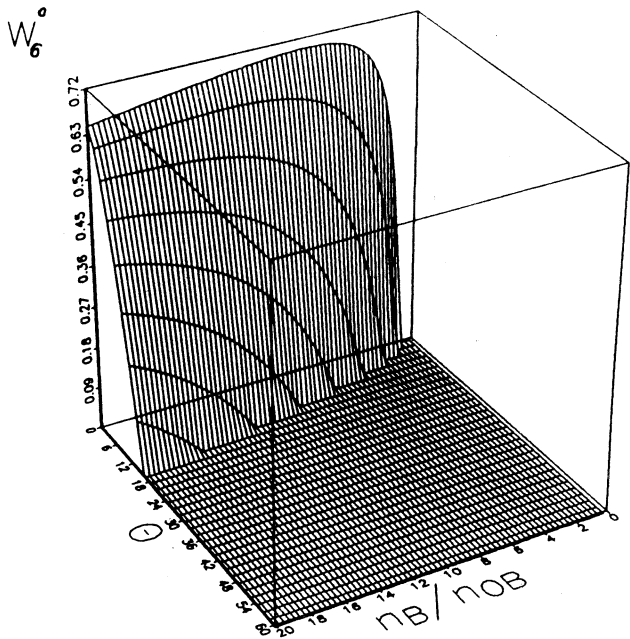
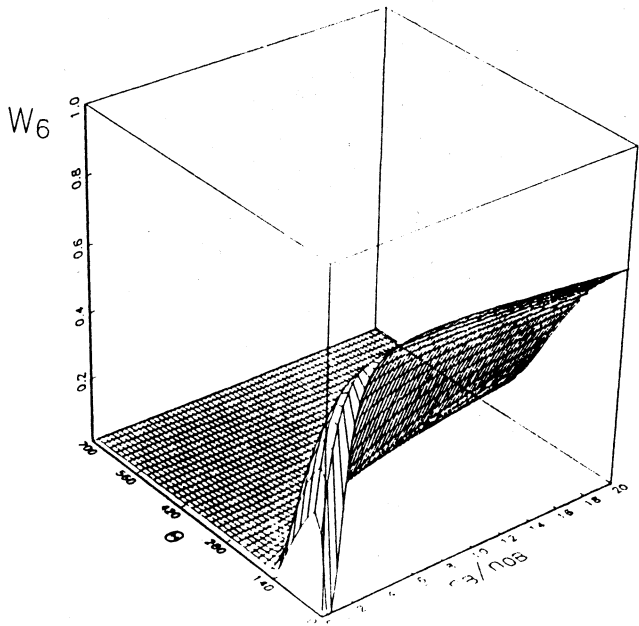


Fig.46. The probability of condensed six-quark clusters

Pressure\Energy

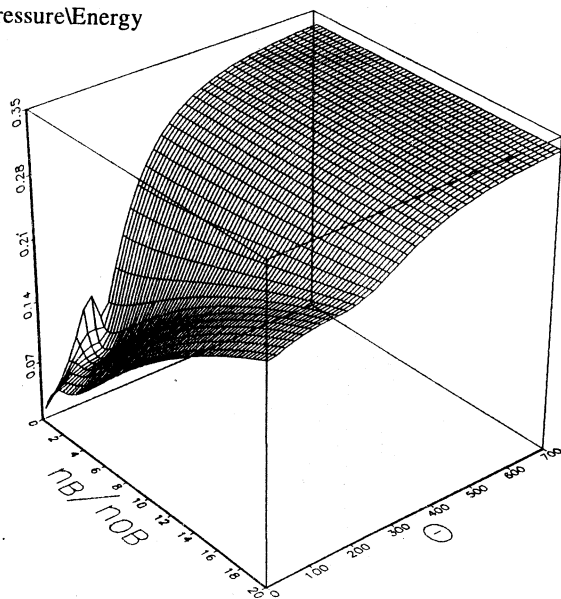


Fig.47. Pressure-to-energy ratio on the temperature-baryon density plane

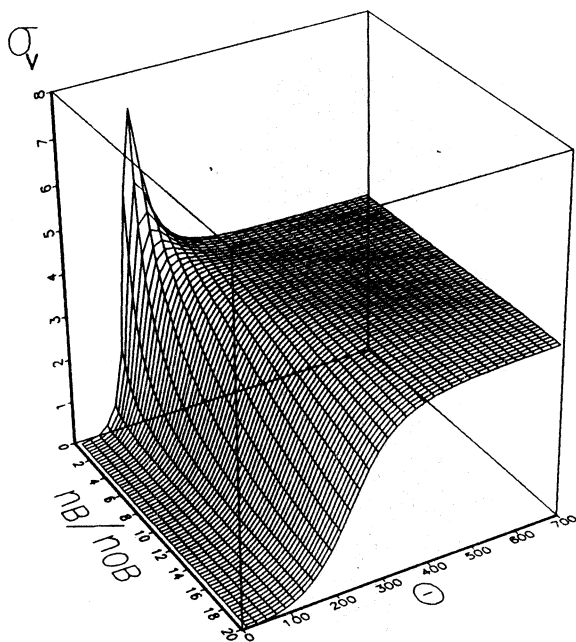


Fig.48. Reduced specific heat

Fig.49. Dimensionless compressibility coefficient

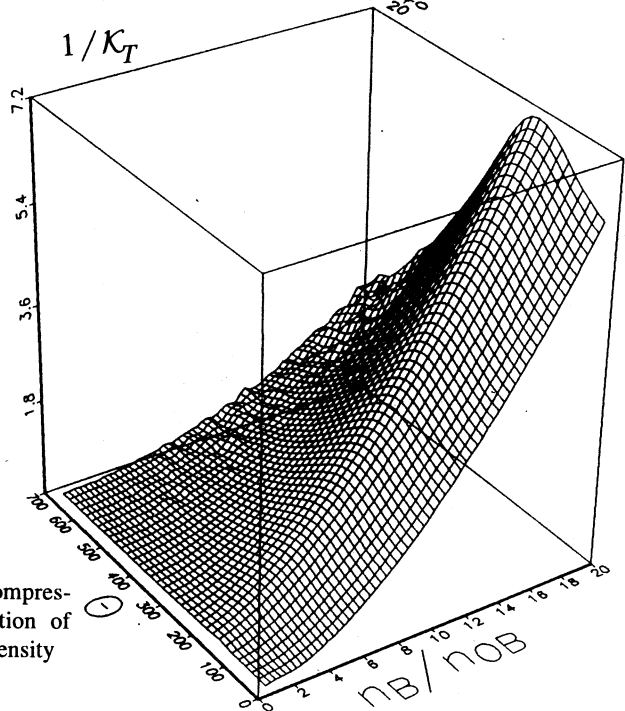
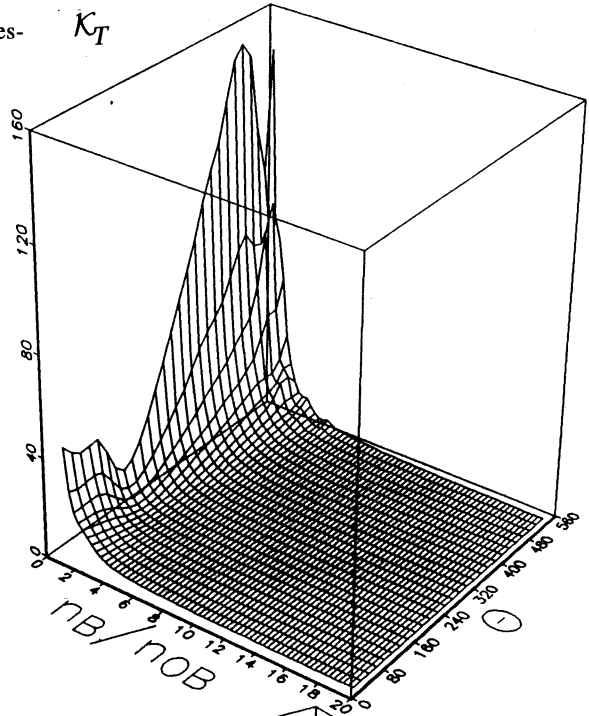


Fig.50. Dimensionless compression modulus as a function of temperature and baryon density

$J = 175 \text{ MeV}$ and $\Phi_{22} = 38.42 \text{ GeV}/fm^3$, so that $\Phi = 9.61 \text{ GeV}/fm^3$. The results of our calculations [148-151] are shown in Figs.35-37 for the quadratic confinement, $\nu \approx 2$. Actually, the results do not change much in the interval $1.5 \leq \nu \leq 2$. We have mainly used $\nu = 1.86$. Deconfinement is a second-order transition at $\Theta_d = 210 \text{ MeV}$. As is seen, the agreement with the lattice simulations [135] is beautiful.

15.3. SU(3) Gluon–Glueball Mixture. For the gluon degeneracy factor we have $\zeta_g = 16$. The power ν of the confining interaction is, as in the previous subsection, close to quadratic. But the fitting parameters are $J = 225 \text{ MeV}$ and $\Phi = 3.84 \text{ GeV}/fm^3$. The glueball characteristics are again taken from Table 2. Calculations show [148,149] that a first-order transition occurs at $\Theta_d = 225 \text{ MeV}$ with the relative latent heat $\Delta\epsilon_d/\epsilon_{SB} = 0.23$. The agreement with the Monte Carlo lattice simulations [50,51,152] is also very good (Figs.38,39).

15.4. Mixed Quark–Gluon–Meson System. Consider the case of zero baryon density, $n_B = 0$. Take the quarks of two flavours, u and d , and the related antiquarks, $\bar{u}$ and $\bar{d}$. Assume, for simplicity, that all their masses are equal, $m_u = m_d = 7 \text{ MeV}$. The degeneracy factor for each kind of quarks is $\zeta_u = \zeta_d = 2N_c = 6$. This factor for gluons is $\zeta_g = 16$. Hadrons are represented by mesons from Tables 3 and 4. Following Section 11, we accept $\Phi_{33} = 315 \text{ MeV}/fm^3$, so that $\Phi = \Phi_{33}/9 = 35 \text{ MeV}/fm^3$. The plasma interaction parameter $J = 225 \text{ MeV}$ is the same as in the previous subsection, as well as $\nu \approx 2$ corresponding to quadratic confinement. So, here we do not add any new fitting parameters.

Our calculations [148,149] displayed in Fig.40 prove that there is no sharp phase transition but there is a gradual crossover. The deconfinement transition can be attributed to the temperature $\Theta_d = 150 \text{ MeV}$ where the relative specific heat C_V/C_{SB} has a maximum. The latter is finite and look rather as a Schottky anomaly [153] than as a narrow divergent peak typical of a second-order phase transition. The agreement of our results with the lattice-simulation data [137] is again quite good. The lattice results [137] indicate that the deconfinement transition is really continuous. From the point of view of *QCD* this can be understood as follows. The role of the quark term in the *QCD* Lagrangian is similar to that of an external magnetic field applied to a spin system. In the presence of a magnetic field, the ferromagnet–paramagnet transition in simple spin systems becomes a continuous crossover.

15.5. Finite Baryon Density. Here we extend the consideration to nonzero baryon density. The parameters J and Φ are the same as in the previous subsection. Again, we study the two-flavour case with the same characteristics. We take mesons from Table 3, protons and neutrons from Table 5, and multi-quarks from Table 1. For a six-quark cluster we accept $m_6 = 1944 \text{ MeV}$. The Bose–Einstein condensate of six-quarks occurs when $\omega_6(0) = 0$. Then, the

baryon potential is

$$\mu_B = \frac{1}{2}m_6 + 3\Phi\rho_{cl} + 3J^{1+\nu} \left(\rho^{-\nu/3} + \rho_{cl}^{-\nu/3} \right),$$

and the density of six-quarks consists of two terms:

$$\rho_6 = \frac{\zeta_6}{(2\pi)^3} \int n_6(k) d\vec{k} + \rho_6^0.$$

We have analysed the behaviour of several probabilities [154-157] as functions of temperature Θ and relative baryon density n_B/n_{0B} . This is demonstrated in Fig.41 for the plasma probability

$$w_{pl} = \frac{1}{\rho} (\rho_g + \rho_u + \rho_{\bar{u}} + \rho_d + \rho_{\bar{d}}),$$

in Fig.42 for the pion probability

$$w_{\pi} = \frac{2}{\rho} (\rho_{\pi^+} + \rho_{\pi^-} + \rho_{\pi^0}),$$

in Fig.43 for a summarized, excluding pions, probability of other mesons

$$w_{\eta\rho\omega} = \frac{2}{\rho} (\rho_{\eta} + \rho_{\rho^+} + \rho_{\rho^-} + \rho_{\rho^0} + \rho_{\omega}) \equiv w_{mes},$$

in Fig.44 for the nucleon probability

$$w_3 = \frac{3}{\rho} (\rho_p + \rho_{\bar{p}} + \rho_n + \rho_{\bar{n}}),$$

in Fig.45 for the six-quark probability

$$w_6 = \frac{6}{\rho} (\rho_6 + \rho_{\bar{6}}),$$

and in Fig. 46 for the probability of condensed six-quark clusters

$$w_6^0 = \frac{6}{\rho} \rho_6^0.$$

In addition, we present here some other thermodynamic characteristics permitting to better understand the features of the deconfinement transition. The ratio of pressure over energy density, which has the meaning of the effective sound velocity squared,

$$c_{eff}^2 = \frac{p}{\varepsilon},$$

is given in Fig. 47. At $n_B = 0$ the temperature dependence of c_{ef}^2 agrees with that reconstructed from the lattice data [158]. The reduced specific heat

$$\sigma_V = \frac{\Theta}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \Theta}$$

and the dimensionless compressibility coefficient

$$\kappa_T = \left(\frac{n_B}{J^4} \frac{\partial p}{\partial n_B} \right)^{-1}$$

are depicted in Figs. 48 and 49, respectively. The transition line can be ascribed to the maximum of the inverse compressibility coefficient κ_T^{-1} which can be called [111] the compression modulus (see Fig.50).

We shall not discuss in detail the peculiarities of the calculated thermodynamic functions. This is because, as we think, the presented figures already give a good visual demonstration, and also in order not to make this review too long. Let us only emphasize that the deconfinement transition is a continuous crossover becoming smoother and smoother with increasing baryon density. The deconfinement at a fixed low temperature and rising baryon density is due to the disintegration of hadrons into unbound quarks. When both temperature and baryon density increase, the deconfinement is a result of the hadron disintegration as well as of the generation from vacuum of quarks and gluons.

Concluding we may state that taking into account the coexistence of hadrons and of the quark–gluon plasma is vitally important for constructing a unified approach being in agreement with the lattice–simulation data. The gradual character of the deconfinement transition, occurring through a mixed hadron–plasma state, rules out those predictions that have been based on a sharp first–order phase transition. This concerns the interpretation of signals of the quark–gluon plasma at heavy ion collisions [8-14,159] and the hadronization scenario related to the evolution of early universe after the Big Bang [4]. The quantitative predictions of our approach can be improved in several ways, for instance, by including more kinds of particles or by invoking more elaborate interaction potentials [160]. However, we do hope that qualitatively the picture will remain the same.

Acknowledgements

We are greatly indebted to A.M.Baldin for sparking one of the authors (V.I.Y.) by the problem considered, permanent support and many valuable advices. We acknowledge, with pleasure and gratitude, a number of fruitful discussions with our colleagues from the Relativistic Nuclear Physics Group at Dubna, especially to V.V.Burov, V.K.Lukyanov, and A.I.Titov. We appreciate the help of our coauthors collaborating with us at different stages of our work.

REFERENCES

1. **Baldin A.M.** – Phys. Part. Nucl., 1977, vol.8, p.429.
2. **Shuryak E.V.** – Phys. Rep., 1980, vol.61, p.71.
3. **Gross D.J., Pisarski R.D., Yaffe L.G.** – Rev. Mod. Phys., 1981, vol.53, p.43.
4. **Cleymans J., Gavai R., Suhonen E.** – Phys. Rep., 1986, vol.130, p.217.
5. **McLerran L.** – Rev. Mod. Phys., 1986, vol.58, p.1021.
6. **Müller B.** – Rep. Prog. Phys., 1995, vol.58, p.611.
7. **Reeves H.** – Phys. Rep., 1991, vol.201, p.335.
8. **Halzen F.** – Contemp. Phys., 1983, vol.24, p.591.
9. **Csernai L.P., Kapusta J.I.** – Phys.Rep., 1986, vol.131, p.233.
10. **Stöck R.** – Phys. Rep., 1986, vol.135, p.260.
11. **Stöcker H., Greiner W.** – Phys. Rep., 1986, vol.137, p.277.
12. **Clare R., Strottman D.** – Phys. Rep., 1986, vol.141, p.177.
13. **Koch P., Müller B., Rafelski J.** – Phys. Rep., 1986, vol.142, p.167.
14. **Geiger K.** – Phys. Rep., 1995, vol.258, p.237.
15. **Yukalov V.I.** – Phys. Rep., 1991, vol.208, p.395.
16. **Isaev P.S.** – Quantum Electrodynamics at High Energies, Am. Inst. Phys., New York, 1989.
17. **Sterman G. et. al.** – Rev. Mod. Phys., 1995, vol.67, p.157.
18. **Fermi E.** – Prog. Theor. Phys., 1950, vol.5, p.570.
19. **Hagedorn R.** – Nuovo Cimento Suppl., 1965, vol.3, p.147.
20. **Hagedorn R., Montvay I., Rafelski J.** – Hadronic Matter at Extreme Energy Density, eds. Cabibbo N., Sertorio L., Plenum, New York, 1980, p.49.
21. **Collins J.C., Perry M.J.** – Phys. Rev. Lett., 1975, vol.34, p.1353.
22. **Wong C.W.** – Phys. Rep., 1986, vol.136, p.1.
23. **Baacke J.** – Acta Phys. Pol. B, 1977, vol.8, p.625.
24. **Stauffer D.** – Introduction to Percolation Theory, Taylor and Francis, London, 1985.
25. **Gorenstein M.I., Lipskikh S.A., Zinovjev G.M.** – Z. Phys. C, 1984, vol.18, p.13.
26. **Lieb E.H.** – Bull. Am. Math. Soc., 1990, vol. 22, p.1.
27. **Jackson A., Wetting T.** – Phys. Rep., 1994, vol.237, p.325.
28. **Negele J.W.** – Rev. Mod. Phys., 1982, vol.54, p.913.
29. **Shuryak E.V.** – Phys. Rep., 1984, vol.115, p.151.
30. **Emelyanov V.M., Nikitin Y.P., Vanyashin A.V.** – Fortschr. Phys., 1990, vol.38, p.1.
31. **Källman C.G.** – Phys. Lett. B, 1984, vol. 134, p.363.
32. **Moskalenko I.V., Kharzeev D.E.** – Yad. Fiz., 1988, vol.48, p.1122.
33. **Yukalov V.I.** – Int. J. Mod. Phys. B, 1989, vol.3, p.1691.
34. **Yukalov V.I.** – Physica A, 1990, vol.167, p.833.
35. **Yukalov V.I.** – Phys. Rev. A, 1990, vol.42, p.3324.
36. **Yukalov V.I.** – J. Math. Phys., 1991, vol.32, p.1235.

37. Yukalov V.I. – J. Math. Phys., 1992, vol.33, p.3994.
38. Yukalov V.I., Yukalova E.P. – Nuovo Cimento B, 1993, vol.108, p.1017.
39. Yukalov V.I., Yukalova E.P. – Physica A, 1994, vol.206, p.553.
40. Yukalov V.I., Yukalova E.P. – Laser Phys., 1995, vol.5, p.154.
41. Godwal B., Sikha S., Chidambaram R. – Phys. Rep., 1983, vol.102, p.121.
42. Kogut J.B. – Phys. Rep., 1980, vol.67, p.67.
43. Engels J., Karsch F., Satz H., Montvay I. – Nucl. Phys. B, 1982, vol.205, p.545.
44. Brown F.R. – Nucl. Phys. B Proc. Suppl., 1989, vol.9, p.311.
45. Deng Y. – Nucl. Phys. B Proc. Suppl., 1989, vol.9, p.334.
46. Engels J., Fingberg J., Weber M. – Nucl. Phys. B Proc. Suppl., 1989, vol.9, p.378.
47. Peterson B. – Nucl. Phys. A, 1991, vol.525, p.237.
48. Gottlieb S. – Nucl. Phys. B Proc. Suppl., 1991, vol. 20, p.247.
49. Vaccarino A. – Nucl. Phys. B Proc. Suppl., 1991, vol.20, p.263.
50. Engels J. – Nucl. Phys. B Proc. Suppl., 1991, vol.20, p.325.
51. Karsch F., Laermann E. – Rep. Prog. Phys., 1993, vol.56, p.1347.
52. Engels J., Karsch F., Redlich K. – Nucl. Phys. B, 1995, vol.435, p.295.
53. Rischke D. H. – Nucl. Phys. A, 1995, vol.583, p.663.
54. Yukalov V.I., Shumovsky A.S. – Lectures on Phase Transitions, World Scientific, Singapore, 1990.
55. Shuryak E.V. – Rev. Mod. Phys., 1993, vol.65, p.1.
56. DeTar C. – Phys. Rev. D, 1985, vol.32, p.276.
57. DeGrand T.A., DeTar C.E. – Phys. Rev. D, 1986, vol.34, p.2469.
58. DeGrand T.A., DeTar C.E. – Phys. Rev. D, 1987, vol.35, p.742.
59. DeTar C.E., Kogut J.B. – Phys. Rev. D, 1987, vol.36, p.2828.
60. DeTar C. – Phys. Rev. D, 1988, vol.37, p.2328.
61. Hatsuda T., Kunihiro T. – Phys. Lett. B, 1984, vol.145, p.7.
62. Hatsuda T., Kunihiro T. – Phys. Rev. Lett, 1985, vol.55, p.158.
63. Hatsuda T., Kunihiro T. – Prog. Theor. Phys., 1985, vol.74, p.765.
64. Hatsuda T., Kunihiro T. – Phys. Lett. B, 1987, vol.185, p.304.
65. Ivlev B.I., Kopnin N.B. – Usp. Fiz. Nauk, 1984, vol.142, p.435.
66. Volovik G.E. – Usp. Fiz. Nauk, 1984, vol.143, p.73.
67. Schäfer T., Shuryak E.V. – Phys. Lett. B, 1995, vol.356, p.147.
68. Adami C., Brown G.E. – Phys. Rep., 1993, vol.234, p.1.
69. Kogut J.B., Sinclair D.K., Wang K.C. – Phys. Lett. B, 1991, vol.263, p.101.
70. Clark J., Cleymans J., Rafelski J. – Phys. Rev. C, 1986, vol.33, p.703.
71. Bi P.Z., Shi Z.P. – Phys. Rev. C., 1988, vol.38, p.1069.
72. Kumar A., Krishnamurthy H., Gopal E. – Phys. Rep., 1983, vol.98, p.58.
73. De Leeuw F., Van den Doel R., Enz U. – Rep. Prog. Phys., 1980, vol.43, p.689.

74. Bunatyan G.G. – *Yad. Fiz.*, 1986, vol.43, p.294.
75. Bunatyan G.G. – *Yad. Fiz.*, 1990, vol.51, p.1243.
76. Horowitz C.J. – *Phys. Lett. B*, 1985, vol.162, p.25.
77. Oka M., Horowitz C.J. – *Phys. Rev. D*, 1985, vol.31, p.2773.
78. Watson P.J.S. – *Nucl. Phys. A*, 1989, vol.494, p.543.
79. Horowitz C.J., Piekarewicz J. – *Phys. Rev. C*, 1991, vol.44, p.2753.
80. Horowitz C.J., Piekarewicz J. – *Nucl. Phys. A*, 1992, vol.536, p.669.
81. Gardner S., Horowitz C.J., Piekarewicz J. – *Phys. Rev. C*, 1994, vol.50, p.1137.
82. Nzar M., Hoodbhoy P. – *Phys. Rev. C*, 1990, vol.42, p.1778.
83. Melendez W., Horowitz C.J. – *Comp. Phys.*, 1995, vol.9, p.450.
84. Enderby J.E., Neilson G.W. – *Adv. Phys.*, 1980, vol.29, p.323.
85. Enderby J.E. – *Contemp. Phys.*, 1983, vol.24, p.561.
86. Yukalov V.I. – *Theor. Math. Phys.*, 1973, vol.17, p.1244.
87. Yukalov V.I. – *Problems in Quantum Field Theory*, ed. Bogolubov N.N., Joint Inst. Nucl. Res., Dubna, 1987, p.62.
88. Yukalov V.I. – *Int. J. Theor. Phys.*, 1989, vol.28, p.1237.
89. Yukalov V.I. – *Nuovo Cimento A*, 1990, vol.103, p.1577.
90. Blaschke D., Reinholz F., Röpke G., Kremp D. – *Phys. Lett. B*, 1985, vol.151, p.439.
91. Röpke G., Blaschke D., Schulz H. – *Phys. Rev. D*, 1986, vol.34, p.3499.
92. Röpke G., Blaschke D., Schulz H. – *Phys. Lett. B*, 1988, vol.202, p.479.
93. Röpke G., Blaschke D., Schulz H. – *Phys. Rev. D*, 1988, vol.38, p.3589.
94. Röpke G., Münchow L., Schulz H. – *Nucl. Phys. A*, 1982, vol.379, p.536.
95. Röpke G., Schmidt M., Münchow L., Schulz H. – *Nucl. Phys. A*, 1983, vol.399, p.587.
96. Glyde H.R., Keech G.H. – *Ann. Phys.*, 1980, vol.127, p.330.
97. Boyce J.B., Huberman B.A. – *Phys. Rep.*, 1979, vol.51, p.189.
98. Chen H.S. – *Rep. Prog. Phys.*, 1980, vol.43, p.353.
99. Glendenning N.K. – *Phys. Rev. D*, 1992, vol.46, p.1274.
100. Burov V.V., Lukyanov V.K., Titov A.I. – *Phys. Part. Nucl.*, 1984, vol.15, p.1249.
101. Bakker B.L., Narodetskii I.M. – *Adv. Nucl. Phys.*, 1994, vol.21, p.1.
102. Baldin A.M., Nazmitdinov R.G., Chizhov A.V., Shumovsky A.S., Yukalov V.I. – *Phys. Dokl.*, 1984, vol.29, p.952.
103. Baldin A.M., Nazmitdinov R.G., Chizhov A.V., Shumovsky A.S., Yukalov V.I. – *Multiquark Interactions and Quantum Chromodynamics*, ed. Baldin A.M., Joint Inst. Nucl. Res., Dubna, 1984, p.531.
104. Chizhov A.V., Nazmitdinov R.G., Shumovsky A.S., Yukalov V.I. – *JINR Rapid Commun.*, 1985, N7, p.45.
105. Baldin A.M., Shumovsky A.S., Yukalov V.I. – *Phys. Many-Part. Syst.*, 1986, vol.10, p.10.
106. Chizhov A.V., Nazmitdinov R.G., Shumovsky A.S., Yukalov V.I. – *Nucl. Phys. A*, 1986, vol.449, p.660.

107. Troian Y.A., Nikitin A.V., Pechenov V.N., Beznogikh Y.D., Doroshenko A.G., Tsarenkov A.P. – *Yad. Fiz.*, 1991, vol.54, p.1301.
108. Jaffe R.L. – *Phys. Rev. Lett.*, 1977, vol.38, p.195.
109. Matveev V.A., Sorba P. – *Nuovo Cimento A*, 1978, vol.45, p.257.
110. Shanenko A.A., Shumovsky A.S., Yukalov V.I. – *Int. J. Mod. Phys. A*, 1989, vol.4, p.2235.
111. Blaizot J.P. – *Phys. Rep.*, 1980, vol.64, p.171.
112. Kukulin V.I., Pomerantsev V.N. – *Prog. Theor. Phys.*, 1992, vol.88, p.159.
113. Mchleidt R., Holinde K., Elster C. – *Phys. Rep.*, 1987, vol.149, p.1.
114. Yukalov V.I. – *Rep. Inst. Sci. Tech. Inf.*, 1975, N3684, p.1.
115. Shanenko A.A., Yukalov V.I. – *Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics*, ed. Baldin A.M., Joint Inst. Nucl. Res., Dubna, 1988, vol.1, p.445.
116. Kadantseva E.P., Shanenko A.A., Yukalov V.I. – *Selected Topics in Statistical Mechanics*, ed. Logunov A.A., World Scientific, Singapore, 1990, p.412.
117. Kadantseva E.P., Shanenko A.A., Yukalov V.I. – *Phys. Lett. B*, 1991, vol.255, p.427.
118. Kadantseva E.P., Shanenko A.A., Yukalov V.I. – *Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics*, eds. Baldin A.M., Burov V.V., Kaptari L.P., World Scientific, Singapore, 1991, p.602.
119. Yukalov V.I., Kadantseva E.P., Shanenko A.A. – *Nuovo Cimento A*, 1992, vol.105, p.371.
120. Vary J.P. – *Nucl. Phys. A*, 1984, vol.418, p.195.
121. Bernard C. et al. – *Phys. Rev. Lett.*, 1992, vol.68, p.2125.
122. Yukalov V.I., Yukalova E.P., Shanenko A.A. – *Symmetry Methods in Physics*, eds. Sissakian A.N., Pogosyan G.S., Vinitzky S.I., Joint Inst. Nucl. Res., Dubna, 1994, vol.2, p.592.
123. Kadantseva E.P., Shanenko A.A., Yukalov V.I. – *Standard Model and Beyond*, eds. Dubnicka S., Ebert D., Sazonov A., World Scientific, Singapore, 1991, p.201.
124. Kadantseva E.P., Shanenko A.A., Yukalov V.I. – *Phys. At. Nucl.*, 1992, vol.55, p.435.
125. Shanenko A.A., Yukalova E.P., Yukalov V.I. – *Hadronic J.*, 1993, vol.16, p.1.
126. Au K.L., Morgan D., Pennington M.R. – *Phys. Lett. B*, 1986, vol.167, p.229.
127. Boutemer M., Peigneux J. – *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.*, 1991, vol.21, p.159.
128. Kogut J., Sinclair D., Susskind L. – *Nucl. Phys. B*, 1976, vol.114, p.199.
129. Berg B., Billoire A. – *Nucl. Phys. B*, 1983, vol.221, p.109.
130. Gupta R., Patel A., Baillie C., Kilcup G., Sharpe S. – *Phys. Rev. D*, 1991, vol.43, p.2301.
131. Fritzsche H., Minkowski P. – *Nuovo Cimento A*, 1975, vol.30, p.393.
132. Jaffe R., Johnson K. – *Phys. Lett. B*, 1975, vol.60, p.201.
133. Donoghue J., Johnson K., Li B. – *Phys. Lett. B*, 1981, vol.99, p.416.
134. Engels J., Karsch F., Montvay I., Satz H. – *Phys. Lett. B*, 1981, vol. 101, p.89.
135. Engels J., Finberg J., Redlich K., Satz H., Weber M. – *Z. Phys. C*, 1989, vol.42, p.341.
136. Brown F., Christ N., Deng Y., Gao M., Woch T. – *Phys. Rev. Lett.*, 1988, vol.61, p.2058.
137. Çelik T., Engels J., Satz H. – *Nucl. Phys. B*, 1985, vol.256, p.670.
138. Ter Haar D. – *Elements of Statistical Mechanics*, Rinehart, New York, 1954.
139. Zimányi J., Lukács B., Lévai P., Bondorf J., Balazs N. – *Nucl. Phys. A*, 1988, vol.484, p.647.

140. Rischke D.H., Friman B.L., Stöcker H., Greiner W. – J.Phys. G, 1988, vol.14, p.191.
141. Shanenko A.A., Yukalova E.P., Yukalov V.I. – Physica A, 1993, vol.197, p.629.
142. Shanenko A.A., Yukalova E.P., Yukalov V.I. – Symmetry and Structural Properties of Condensed Matter, eds. Florek W., Lipinski D., Lulek T., World Scientific, Singapore, 1993, p.237.
143. Eichten E., Gottfried K., Kinoshita T., Lane K., Yan T. – Phys. Rev. D, 1978, vol.17, p.3090.
144. Eichten E., Gottfried K., Kinoshita T., Lane K., Yan T. – Phys. Rev. D, 1980, vol.21, p.203.
145. Simonov Y.A. – Yad. Fiz., 1991, vol.54, p.192.
146. Ding H.Q. – Int. J. Mod. Phys. C, 1991, vol.2, p.637.
147. Mukherjee S., Nag R., Sanyal S., Morii T., Morishita J., Tsuge M. – Phys. Rep., 1993, vol.231, p.201.
148. Shanenko A.A., Yukalova E.P., Yukalov V.I. – Phys. At. Nucl., 1993, vol.56, p.372.
149. Shanenko A.A., Yukalova E.P., Yukalov V.I. – Nuovo, Cimento A, 1993, vol.106, p.1269.
150. Shanenko A.A., Yukalova E.P., Yukalov V.I. – Proceedings of Workshop on Soft Physics, eds. Bugrij G., Jenkovsky L., Martynov E., Ukr. Acad. Sci., Kiev, 1993, p.111.
151. Shanenko A.A., Yukalova E.P., Yukalov V.I. – Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics, eds. Baldin A.M., Burov V.V., Joint Inst. Nucl. Res., Dubna, 1994, p.191.
152. Brown F.R. et al. – Phys. Rev. Lett., 1990, vol.65, p.2491.
153. Barron T.H., Collins J.G., White G.K. – Adv. Phys., 1980, vol.29, p.609.
154. Shanenko A.A., Yukalova E.P., Yukalov V.I. – Hadrons and Nuclei from Quantum Chromodynamics, eds. Fujii K., Akaishi Y., Reznik B., World Scientific, Singapore, 1994, p.109.
155. Shanenko A.A., Yukalova E.P., Yukalov V.I. – Phys. Dokl., 1995, vol.40, p.291.
156. Shanenko A.A., Yukalova E.P., Yukalov V.I. – Phys. At. Nucl., 1995, vol.58, p.335.
157. Shanenko A.A., Yukalova E.P., Yukalov V.I. – JINR Rapid Commun., 1995, N69, p.19.
158. Mornas L., Ornik U. – Nucl. Phys. A, 1995, vol.587, p.828.
159. Singh C.P. – Phys. Rep., 1993, vol.236, p.147.
160. Hjorth-Jensen M., Kuo T., Osnes E. – Phys. Rep., 1995, vol.261, p.125.

ДРОЖАЩЕЕ ДВИЖЕНИЕ И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ СКОРОСТИ И УСКОРЕНИЯ В ТЕОРИИ ДИРАКА

С.В.Вонсовский

Институт физики металлов УрО РАН, Екатеринбург

М.С.Свирский

Государственный педагогический университет, Челябинск

Обзор посвящен рассмотрению результатов, полученных авторами на основе теории Дирака, в которых главную роль играют неопределенности скорости и ускорения свободно движущейся частицы. Показано, что эти неопределенности являются неотъемлемым свойством релятивистской квантовой механики частицы со спином $1/2$. Обсуждается магнитная аналогия дрожащего движения.

The review is devoted to the description of results, obtained by the authors on the basis of Dirac theory, in which the main role play the velocity and acceleration uncertainties of a free moving particle. It is shown that these uncertainties are an inseparable property of relativistic quantum mechanics of a particle with spin $1/2$. The magnetic analogy of «Zitterbewegung» is discussed.

1. ВВЕДЕНИЕ

Применение уравнения Дирака [1] привело к результатам, которые определили развитие релятивистской квантовой теории. Вместе с тем изучение гамильтониана Дирака приводит к выводу, который обычно квалифицируется как «довольно неожиданный» [2, с.361], «физически несостоятельный» [3, с.60], «недочет теории Дирака» [4, с.311]. Этот вывод заключается в том, что, в отличие от классической теории, а также нерелятивистской квантовой механики, скорость не пропорциональна импульсу. Оператор скорости $\mathbf{u}$ оказывается связанным не с импульсом, а с матрицами Дирака $\boldsymbol{\alpha}$ равенством

$$\mathbf{u} = c\boldsymbol{\alpha}, \quad (1)$$

где c — скорость света. Из (1) следует, что проекция скорости на любое направление имеет значение $\pm c$. Это, на первый взгляд, противоречит тому, что наблюдаемые электроны имеют скорость меньше скорости света.

По мнению Дирака [2, с.361—362], указанное противоречие является кажущимся, так как собственные значения оператора u из (1) являются «теоретическими» для фиксированного момента времени. В отличие от них наблюдаемые значения скорости являются средними величинами, которые определяются путем деления изменения координаты в течение малого промежутка времени на этот интервал. Чтобы получить хорошее приближение к мгновенному значению скорости, следует взять бесконечно малое изменение координаты. Это приводит, согласно соотношению неопределенностей, к полной неопределенности импульса u , следовательно, к возможности бесконечного импульса. Согласно СТО, это возможно при $u = c$. Поэтому мгновенные значения скорости в соответствии с (1) равны по величине c .

Это мнение было подвергнуто критике Фоком (см. [2, прим. на с.362]). В [2] отмечено, что в отсутствие обычной связи между скоростью частицы и ее импульсом нельзя применять для определения скорости соотношение неопределенностей между импульсом и координатой. Кроме того, если применить рассуждение Дирака к теории Шредингера, то оно привело бы к неправильному выводу о том, что скорость электрона всегда является бесконечной.

Другой подход был предложен Шредингером [5] в 1930 г. Проинтегрировав по времени уравнение движения для u_z (ось z направлена вдоль импульса), Шредингер показал, что оператор продольной импульсу скорости может быть представлен в виде суммы

$$u_z = \frac{1}{2} i\hbar (a_z)_0 e^{-\frac{2iHt}{\hbar}} H^{-1} + c^2 p_z H^{-1}, \quad (2)$$

где первое слагаемое в правой части осциллирует с течением времени. В (2) $(a_z)_0$ — оператор продольной импульсу проекции ускорения частицы при $t=0$, $\hbar$ — постоянная Планка, H — гамильтониан, p — импульс частицы. Шредингер ввел понятие о дрожащем движении (Zitterbewegung).

Согласно (2) в стационарном состоянии среднее значение осциллирующей части u_z равно нулю, а среднее значение постоянной части u_z определяется выражением

$$\overline{u_z} = \frac{c^2 p_z}{E}, \quad (3)$$

где энергия частицы

$$E = \pm [m_0^2 c^4 + c^2 p^2]^{1/2}, \quad (4)$$

m_0 — масса покоя частицы.

Выражение (3) согласуется с равенством

$$u_z = \frac{c^2 p_z}{E}, \quad (5)$$

к которому приводит СТО.

В нестационарном состоянии, представляющем собой суперпозицию состояний с $E > 0$ и $E < 0$, среднее значение осциллирующей части u_z из (2) отлично от нуля и содержит $\exp\left[\pm \frac{i 2 |E| t}{\hbar}\right]$ (см., например, [6, с.547]). Это соответствует дрожащему движению с частотой

$$\omega_D = \frac{2 |E|}{\hbar}, \quad (6)$$

которое накладывается на постоянную часть u_z .

Следует отметить, что, как указал Паули [6, с.548], в состояниях, в которых содержатся собственные функции, соответствующие только одному знаку энергии, это «дрожание» отсутствует.

Тем не менее предлагались различные пути исключения дрожащего движения, рассматриваемого как нежелательное следствие теории Дирака.

Было, например, выдвинуто требование представления всех физических величин только четной частью соответствующих им операторов (см., например, [6,7] и др.). При этом было учтено, что оператор L физической величины можно представить в виде суммы его четной части $[L]$ (превращающей состояние с данным знаком энергии в состояние с тем же знаком энергии) и нечетной части $\{L\}$ (превращающей состояние с данным знаком энергии в состояние с противоположным знаком энергии). Так как состояния с противоположными знаками энергии взаимно ортогональны, то для всех состояний с данным знаком энергии среднее значение $\{L\}$ обращается в нуль.

Привлекательность такого подхода определяется тем, что при этом в релятивистской квантовой теории соотношения между операторами физических величин оказываются аналогичными соотношениям между соответствующими физическими величинами в классической теории.

Этот подход обладает, однако, как нам представляется, следующими недостатками. При вычислении среднего значения $\bar{L}$ в состоянии с определен-

ным знаком энергии действительно дает вклад только $[L]$. Если же необходимо определить среднее значение $\overline{L^2}$ (например, при вычислении среднеквадратичной неопределенности $[(\Delta L)^2]^{1/2}$, что важно для квантовой механики), то, поскольку $\{L\}^2$ является четным оператором, выполняется равенство

$$\overline{L^2} = \overline{[L]^2} + \overline{\{L\}^2}. \quad (7)$$

Таким образом, в $\overline{L^2}$ появляется вклад не только от четной части $[L]$ оператора L , но также вклад от его нечетной части $\{L\}$. Это приводит к выводу о том, что требование оставить в операторах всех физических величин только их четные части не всегда является правомерным.

Существует также мнение, что дрожащее движение можно устранить из теории Дирака путем унитарного преобразования. Так, например, в [8] было предложено каноническое преобразование, целью которого является исключение из гамильтониана Дирака матриц α , связывающих две «верхние» и две «нижние» компоненты волновой функции ψ , и обращение в нуль двух ее компонент (см., например, [3, 7, 9] и др.). При этом гамильтониан Дирака принял вид

$$H_{FW} = K\beta, \quad (8)$$

где модуль энергии

$$K = [m_0^2 c^4 + c^2 p^2]^{1/2}, \quad (9)$$

β — четвертая матрица Дирака. Исключение матриц α из (8) интерпретируется как «устранение шредингеровского дрожания» (см., например, [3, с.160] или [10, с.256]).

Следует, однако, учесть, что при переходе к представлению FW из [8] меняется вид не только гамильтониана Дирака, но также оператора скорости, который, в отличие от (1), принимает согласно табл.1 [8] следующий вид:

$$u_{z, FW} = \frac{c^2 p_z}{K} \beta + \frac{m_0 c^3}{K} \alpha_z. \quad (10)$$

Соответственно в представлении [8] в операторе скорости содержится осциллирующая часть

$$\frac{m_0 c^3}{K} (\alpha_z)_0 e^{-\frac{i 2 H_{FW} t}{\hbar}}.$$

Таким образом, в представлении [8] дрожащее движение не устраняется. Это согласуется с тем, что физические следствия не должны зависеть от представления (см. [13, с.246]).

Учитывая изложенное выше, представляется, что дрожащее движение следует рассматривать как, может быть, необычное с точки зрения классических представлений, но все же неотъемлемое свойство теории Дирака.

В данном обзоре приводятся результаты исследований, проведенных с такой точки зрения. Основой этих исследований явилась наша работа [11], в которой показано, что вытекающее из (1), на первый взгляд, парадоксальное равенство модулей собственных значений операторов проекций скорости частицы и скорости света не следует рассматривать изолированно от характерной для теории Дирака неопределенности скорости частицы с $s = 1/2$. В стационарном состоянии частицы с $m_0 \neq 0$ волновая функция представляет собой, согласно [11], суперпозицию двух состояний, в одном из которых продольная импульсу проекция скорости равна c , а в другом $\sim c$. При этом среднее значение $\bar{u}_z$ определяется равенством вида (3), а неопределенность продольной импульсу проекции скорости — равенством

$$\sqrt{(\Delta u_z)^2} = \frac{m_0 c^3}{K}. \quad (11)$$

Таким образом, в отличие от импульса, который является в стационарном состоянии свободной частицы определенным, скорость частицы в таком состоянии является неопределенной. Отмеченная выше трудность, связанная с равенством (1), разрешается в том смысле, что квадрат собственного значения оператора проекции скорости, равный квадрату скорости света, определяется в соответствии с (7) суммой квадрата среднего значения проекции скорости и квадрата ее неопределенности. При этом наблюдаемая скорость, равная среднему значению скорости, имеет при $m_0 \neq 0$ значение, меньшее скорости света.

2. НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ ПРОЕКЦИЙ СКОРОСТИ И ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ЧЕТВЕРТОЙ МАТРИЦЫ ДИРАКА

Гамильтониан Дирака в случае свободного движения имеет следующий вид:

$$H = c(\alpha p) + \beta m_0 c^2. \quad (12)$$

Согласно теореме Гельмана — Фейнмана [12] выполняются равенства

$$\frac{\partial \bar{H}}{\partial p_x} = \frac{\partial E}{\partial p_x}, \quad \frac{\partial \bar{H}}{\partial p_y} = \frac{\partial E}{\partial p_y}, \quad \frac{\partial \bar{H}}{\partial p_z} = \frac{\partial E}{\partial p_z}, \quad \frac{\partial \bar{H}}{\partial m_0} = \frac{\partial E}{\partial m_0}. \quad (13)$$

Из (13), с учетом (12) и (4), следует

$$\bar{\alpha}_x = \frac{cp_x}{E}, \quad \bar{\alpha}_y = \frac{cp_y}{E}, \quad \bar{\alpha}_z = \frac{cp_z}{E}, \quad (14)$$

$$\bar{\beta} = \frac{m_0 c^2}{E}. \quad (15)$$

Средние значения проекции скорости определяются, согласно (1) и (14), равенствами

$$\bar{u}_x = \frac{c^2 p_x}{E}, \quad \bar{u}_y = \frac{c^2 p_y}{E}, \quad \bar{u}_z = \frac{c^2 p_z}{E}. \quad (16)$$

Так как $\alpha_x^2 = \alpha_y^2 = \alpha_z^2 = 1$, то из (1) следует

$$u_x^2 = u_y^2 = u_z^2 = c^2. \quad (17)$$

Из (17) и (16) получаем выражения для среднеквадратичных неопределенностей проекций скорости:

$$\begin{aligned} \sqrt{(\Delta u_x)^2} &= \frac{c^2}{K} [m_0^2 c^2 + p_y^2 + p_z^2]^{1/2}, \\ \sqrt{(\Delta u_y)^2} &= \frac{c^2}{K} [m_0^2 c^2 + p_x^2 + p_z^2]^{1/2}, \\ \sqrt{(\Delta u_z)^2} &= \frac{c^2}{K} [m_0^2 c^2 + p_x^2 + p_y^2]^{1/2}. \end{aligned} \quad (18)$$

В частном случае, когда импульс направлен вдоль оси z (т.е. $p_x = p_y = 0$, $p_z = p$), из (18) следуют равенства

$$\sqrt{(\Delta u_x)^2} = \sqrt{(\Delta u_y)^2} = c \quad (19)$$

и равенство (11). Из (19) видно, что неопределенности поперечных импульсу проекций скорости являются лоренц-инвариантными.

В системе покоя (СП), в которой $p = 0$, из (19) и (11) следует

$$\sqrt{(\Delta u_x)^2} \big|_{\text{СП}} = \sqrt{(\Delta u_y)^2} \big|_{\text{СП}} = \sqrt{(\Delta u_z)^2} \big|_{\text{СП}} = c. \quad (20)$$

При переходе в инерциальную систему отсчета (ИСО), движущуюся относительно СП, с увеличением p (следовательно, согласно (4), с увеличением модуля энергии) неопределенность продольной импульсу проекции скорости, согласно (11), уменьшается.

Согласно (1) средние значения первых трех матриц Дирака α_x , α_y , α_z определяют в стационарном состоянии средние значения трех проекций скорости u_x , u_y , u_z . Физический смысл четвертой матрицы Дирака β остается при этом неясным (см., например, [13, с.256]). Из (15) и (11) следует

$$\bar{\beta} = \pm \sqrt{(\Delta u_z)^2}. \quad (21)$$

Это проясняет физический смысл четвертой матрицы Дирака. Среднее значение четвертой матрицы определяет относительную (по отношению к c) среднеквадратичную неопределенность продольной импульсу проекции скорости. Так как $\beta^2 = 1$, то с учетом (15) среднеквадратичная неопределенность β равна

$$\sqrt{(\Delta \beta)^2} = c \left| \frac{p_z}{E} \right|. \quad (22)$$

По третьему равенству из (16) можно представить (22) в виде

$$\sqrt{(\Delta \beta)^2} = \frac{1}{c} |\bar{u}_z|. \quad (22')$$

Таким образом, среднеквадратичная неопределенность β равна модулю относительного (в указанном выше смысле) среднего значения продольной импульсу проекции скорости. В связи с установленными неопределенностями (11) и (19) следует отметить, что они обусловлены нечетными частями операторов α и β . Действительно, четная часть оператора L определяется равенством $[L] = \frac{1}{2}(L + \Lambda L \Lambda)$, где $\Lambda = \frac{H}{K}$ — знаковый оператор

(см., например, [27, ф-ла (62)]). При этом $[\alpha] = \frac{cp}{K} \Lambda$ и $[\beta] = \frac{m_0 c^2}{K} \Lambda$. Так как $\Lambda^2 = 1$ (см., например, [6, ф-ла (20.22)]) и $\Lambda = \pm 1$ [7, с.268]), то сред-

неквадратичные неопределенности $\{\alpha\}$ и $\{\beta\}$ равны нулю. Нечетная часть оператора L определяется равенством $\{L\} = \frac{1}{2}(L - \Lambda L \Lambda)$ [27, ф-ла (63)].

При этом $\{\alpha\} = \alpha - \frac{cp}{K} \Lambda$ и $\{\beta\} = \beta - \frac{m_0 c^2}{K} \Lambda$. Поэтому выполняются равенства

$$\begin{aligned}\{\alpha\} &= \frac{1}{K^2} [K^2 \alpha - c^2 p(\alpha p) - m_0 c^3 p \beta], \\ \{\beta\} &= \frac{c^2}{K^2} [p^2 \beta - m_0 c(\alpha p)].\end{aligned}\quad (23)$$

Соответственно среднеквадратичные неопределенности нечетных частей α и β определяются выражениями

$$\begin{aligned}\sqrt{(\Delta \{\alpha_x\})^2} &= \frac{1}{K} \sqrt{E^2 - c^2 p_x^2}, \quad \sqrt{(\Delta \{\alpha_y\})^2} = \frac{1}{K} \sqrt{E^2 - c^2 p_y^2}, \\ \sqrt{(\Delta \{\alpha_z\})^2} &= \frac{1}{K} \sqrt{E^2 - c^2 p_z^2}, \quad \sqrt{(\Delta \{\beta\})^2} = \frac{cp}{K},\end{aligned}\quad (24)$$

что и согласуется с (18) и (22).

Нечетная часть $\{L\}$ оператора L осциллирует [27, с.49] с течением времени с частотой (6). Это приводит к выводу, что установленные нами неопределенности α и β и дрожащее движение соответствующих им операторов обусловлены одной и той же причиной — наличием у этих операторов нечетной части.

С учетом (1), (7), (14) и (23) выполняются равенства

$$(\bar{u}_x)^2 + \overline{(\Delta u_x)^2} = c^2, \quad (\bar{u}_y)^2 + \overline{(\Delta u_y)^2} = c^2, \quad (\bar{u}_z)^2 + \overline{(\Delta u_z)^2} = c^2. \quad (7')$$

Эти же равенства следуют из (16) и (18). Согласно (7') и (17) квадрат собственного значения оператора проекции скорости, равный квадрату скорости света, представляет собой сумму квадратов среднего значения проекции скорости, определяемого четной частью оператора проекции скорости, и квадрата неопределенности проекции скорости. Таким образом, в собственные значения оператора скорости (1), равные по величине c , дают вклад как среднее значение проекции скорости, так и ее неопределенность.

3. СВЯЗЬ МЕЖДУ ЭНЕРГИЕЙ ЧАСТИЦЫ И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ ПРОДОЛЬНОЙ ИМПУЛЬСУ ПРОЕКЦИИ СКОРОСТИ

Из (11) с учетом (21) получаем следующую связь между энергией частицы и среднеквадратичной неопределенностью продольной ее импульсу проекции скорости, а также средним значением четвертой матрицы Дирака β :

$$|E| = \frac{m_0 c^3}{\sqrt{(\Delta u_z)^2}} = \frac{m_0 c^2}{|\beta|}. \quad (25)$$

Согласно (25) в СП, в которой выполняется (20), энергия частицы имеет наименьшее по модулю значение $|E_0| = m_0 c^2$. При переходе в другую ИСО, движущуюся относительно СП, с увеличением p неопределенность продольной импульсу проекции скорости (см. разд.2) уменьшается, и согласно (25) модуль энергии увеличивается.

Сопоставление (25) с известной из СТО связью между энергией частицы, ее массой покоя и скоростью

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (26)$$

показывает, что (25) можно рассматривать как квантово-механический аналог (26). При этом выполняется равенство

$$\frac{1}{c} \sqrt{(\Delta u_z)^2} = \bar{\beta} = \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (27)$$

Это согласуется с сопоставлением скаляра $\sqrt{1 - v^2/c^2}$, характеризующего лоренцево сокращение, и четвертой матрицы Дирака β [3, с.139].

Согласно (12), (1) и (21) энергия частицы в стационарном состоянии может быть представлена в виде суммы

$$E = \bar{u}_z p \pm m_0 c \sqrt{(\Delta u_z)^2}. \quad (4')$$

Это равенство также указывает на важность учета в теории Дирака не только среднего значения скорости, но и ее среднеквадратичной неопределенности.

4. ОПЕРАТОР УСКОРЕНИЯ ЧАСТИЦЫ И ЕГО СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

Наличие в осциллирующей части полученного Шредингером [5] выражения (2) оператора ускорения указывает на целесообразность более детального рассмотрения этого оператора. Согласно (1) и выражения для $d\alpha/dt$, приведенного в [7, Ф-ла (60.30)], оператор ускорения $\mathbf{a}$ определяется равенством

$$\mathbf{a} = \frac{2c^2}{\hbar} [\mathbf{p}\Sigma] + \frac{i 2m_0 c^3}{\hbar} \gamma, \quad (28)$$

где Σ — оператор спина, а

$$\gamma = \beta\alpha. \quad (29)$$

В случае, когда ось z направлена вдоль импульса, из (28) следует

$$\begin{aligned} a_x &= -\frac{2c^2 p}{\hbar} \Sigma_y + \frac{i 2m_0 c^3}{\hbar} \gamma_x, & a_z &= \frac{i 2m_0 c^3}{\hbar} \gamma_z, \\ a_y &= \frac{2c^2 p}{\hbar} \Sigma_x + \frac{i 2m_0 c^3}{\hbar} \gamma_y, & a_x a_y - a_y a_x &= i 2c^2 \omega_D^2 \Sigma_z. \end{aligned} \quad (30)$$

Так как $\gamma_x^2 = \gamma_y^2 = \gamma_z^2 = -1$ и

$$\Sigma_x \gamma_y + \gamma_y \Sigma_x = \Sigma_y \gamma_x + \gamma_x \Sigma_y = 0,$$

то из (29) следуют равенства

$$a_x^2 = a_y^2 = \left(\frac{2cE}{\hbar} \right)^2, \quad (31)$$

$$a_z^2 = \left(\frac{2m_0 c^3}{\hbar} \right)^2. \quad (32)$$

Согласно (31) и (32) операторы проекций ускорения имеют собственные значения

$$a_x = \pm \frac{2c|E|}{\hbar}, \quad a_y = \pm \frac{2c|E|}{\hbar}, \quad (33)$$

$$a_z = \pm \frac{2m_0 c^3}{\hbar}. \quad (34)$$

Таким образом, мы приходим к выводу о том, что удвоение состояний, характерное для частиц со спином $1/2$, распространяется в теории Дирака не только на собственные значения проекции скорости, но также на таковые для операторов проекций ускорения.

Количественно собственные значения (33) поперечных импульсу проекций ускорения отличаются от собственных значений поперечных импульсу проекций скорости u_x и u_y множителем, равным частоте ω_D из (6). Собственные значения (34) оператора продольной импульсу проекции ускорения отличаются от таковых для оператора продольной импульсу проекции скорости u_z множителем, равным частоте

$$\omega_0 = \frac{2m_0c^2}{\hbar}. \quad (35)$$

Согласно (34) и (35) выполняются равенства

$$a_z = \pm \omega_0 c. \quad (36)$$

Качественное отличие собственных значений операторов проекций ускорения от таковых для проекций скорости заключается в том, что в правые части (33) и (34) входит постоянная Планка. Таким образом, мы приходим к выводу: собственные значения операторов проекции ускорения являются не только релятивистскими, но и квантовыми величинами. В этой связи отметим, что перестановочное соотношение для проекций ускорения, поперечных импульсу из (30), также зависит, в отличие от перестановочного соотношения для поперечных импульсу проекций скорости (см., например, [10, ф-ла (4.197)])

$$u_x u_y - u_y u_x = i2c^2 \Sigma_z, \quad (37)$$

не только от c и Σ_z , но и от постоянной Планка.

Согласно (34) собственные значения a_z увеличиваются по модулю прямо пропорционально массе покоя частицы. Так, например, для электрона $|a_z| \sim 5 \cdot 10^{31}$ см/с², для мюона $|a_z| \sim 10^{34}$ см/с², для протона $|a_z| \sim 10^{35}$ см/с². Модуль собственных значений a_z из (34) связан с критической напряженностью электрического поля

$$\mathcal{E}_k = \frac{m_0 c^3}{e \hbar}$$

(см. [27, с.6], [40, гл.6], [41, с.382]), при которой вакуум становится не-стабильным по отношению к рождению электрон-позитронных пар, равенством

$$2e\mathcal{E}_k = m_0 |a_z|. \quad (38)$$

На первый взгляд, выражения (33) и (34) противоречат первому закону динамики Ньютона, согласно которому свободная частица движется по инерции без ускорения. Следует, однако, учесть, что оператор ускорения $\mathbf{a}$, определенный в (28), является нечетным. Действительно, нетрудно убедиться, что в случае $p_z = p$ выполняются равенства

$$\begin{aligned} \Lambda \gamma_x \Lambda &= \frac{1}{K^2} [(c^2 p^2 - m_0^2 c^4) \gamma_x - 2im_0 c^3 p \Sigma_y], \\ \Lambda \gamma_y \Lambda &= \frac{1}{K^2} [(c^2 p^2 - m_0^2 c^4) \gamma_y + 2im_0 c^3 p \Sigma_x], \\ \Lambda \gamma_z \Lambda &= -\gamma_z, \\ \Lambda \Sigma_x \Lambda &= \frac{1}{K^2} [(-c^2 p^2 + m_0^2 c^4) \Sigma_x - 2im_0 c^3 \gamma_y], \\ \Lambda \Sigma_y \Lambda &= \frac{1}{K^2} [(-c^2 p^2 + m_0^2 c^4) \Sigma_y + 2im_0 c^3 \gamma_x]. \end{aligned} \quad (39)$$

Так как $[\gamma_z] = \frac{1}{2} (\gamma_z + \Lambda \gamma_z \Lambda)$ (см. разд.2), то с учетом третьего из равенств (39) выполняется условие $[\gamma_z] = 0$. Следовательно, согласно (30),

$$a_z = \{a_z\}. \quad (40)$$

Аналогично из (39) и (30) следуют равенства

$$a_x = \{a_x\}, \quad a_y = \{a_y\}. \quad (40')$$

Таким образом, оператор ускорения является нечетным.

Так как в стационарном состоянии с определенным знаком энергии среднее значение нечетной части $\{L\}$ оператора L обращается в нуль (см. разд.1), то с учетом (40) и (40') выполняются равенства

$$\bar{a}_x = \bar{a}_y = \bar{a}_z = 0. \quad (41)$$

Из этих равенств следует, что в теории Дирака первый закон динамики Ньютона выполняется в среднем.

С учетом четвертого и пятого равенств (39) нечетные части операторов Σ_x и Σ_y определяются выражениями

$$\{\Sigma_x\} = \frac{p}{K^2} (c^2 p \Sigma_x + i m_0 c^3 \gamma_y), \quad \{\Sigma_y\} = \frac{p}{K^2} (c^2 p \Sigma_y - i m_0 c^3 \gamma_x). \quad (42)$$

Нетрудно убедиться, что эти выражения удовлетворяют уравнению (64) из [27] для дрожащего движения спина.

Согласно (42) и (30) a_x , a_y и $\{\Sigma_x\}$, $\{\Sigma_y\}$ связаны равенствами

$$\{\Sigma_x\} = \frac{\hbar p}{2K^2} a_y, \quad \{\Sigma_y\} = -\frac{\hbar p}{2K^2} a_x. \quad (43)$$

Из (33), (34) и (41) следует, что среднеквадратичные неопределенности проекций ускорения определяются равенствами

$$\sqrt{(\Delta a_x)^2} = \sqrt{(\Delta a_y)^2} = \frac{2cK}{\hbar}, \quad \sqrt{(\Delta a_z)^2} = \frac{2m_0 c^3}{\hbar}. \quad (44)$$

Это приводит к выводу о том, что, хотя в стационарном состоянии ускорение свободной частицы в среднем отсутствует, среднеквадратичная неопределенность ускорения отлична от нуля. Согласно (44) в СП имеем

$$m_0 = \frac{\hbar}{2c^3} \sqrt{(\Delta a_x)^2} \big|_{\text{СП}} = \frac{\hbar}{2c^3} \sqrt{(\Delta a_y)^2} \big|_{\text{СП}} = \frac{\hbar}{2c^3} \sqrt{(\Delta a_z)^2} \big|_{\text{СП}}. \quad (45)$$

Эти равенства отражают, как нам представляется, связь массы покоя частицы с ее внутренним движением.

Как известно, начиная с первых работ [1] по релятивистской квантовой механике, Дирак неоднократно высказывал мнение, что матрицы α и β описывают некоторое внутреннее движение точечного заряженного электрона, связанное с его спином, существование которого постулировалось прежними теориями (см., например, [28, с.113 и 129], [2, с.351]). Фейнман отметил [38], что Дирак сначала предполагал ключевую роль спина (или внутреннего углового момента), вытекающего из его уравнения, однако самым существенным оказалось наличие отрицательных энергий и существование античастиц. Вопрос о внутренних степенях свободы электрона, связанных с его спином и отрицательными энергиями, обсуждался также в ряде других работ [4, §12, гл.1, ч.V], [36, §7, гл.14]. Установленные нами неопределенности скорости и ускорения позволяют сопоставить внутреннему

движению точечного электрона виртуальные переходы из начального состояния в промежуточное и обратно, сопровождаемые изменением знака энергии покоя. Действительно, согласно (12), в СП стационарные состояния являются собственными состояниями матрицы β . Им соответствуют собственные значения энергии, равные $\pm m_0 c^2$. В СП четная часть оператора α , равная $\frac{c}{K} \mathbf{p} \cdot \mathbf{A}$ [27, с.49], обращается в нуль. Поэтому в СП оператор α является нечетным и переводит собственную функцию оператора β , соответствующую определенному знаку энергии покоя, в другую собственную функцию оператора β , соответствующую противоположному знаку энергии покоя. При этом, например, для неопределенности u_z выполняется равенство

$$\overline{(\Delta u_z)^2} |n\rangle = c \langle n | \alpha_z | k \rangle \langle k | \alpha_z | n \rangle,$$

где в промежуточном состоянии $|k\rangle$ знак энергии покоя противоположен знаку энергии покоя в конечном и начальном стационарном состоянии $|n\rangle$. Для неопределенностей u_x и u_y в промежуточном состоянии $|k\rangle$ и начальном состоянии $|n\rangle$ противоположны не только знаки энергии, но также проекции спинов. Отметим, что аналогичные матричные элементы, описывающие виртуальные переходы, при которых импульс сохраняется, а знак энергии меняется, рассматриваются, например, при выводе формулы Клейна — Нишины [39, §49].

Согласно (28) и (29), в СП оператор ускорения пропорционален $\beta\alpha$. Поэтому такое же «внутреннее движение» соответствует среднеквадратичной неопределенности ускорения в СП. Из (45) с учетом (20) и (35) следуют равенства

$$\begin{aligned} \sqrt{(\Delta a_x)^2} |_{\text{СП}} &= \omega_0 \sqrt{(\Delta u_x)^2} |_{\text{СП}}, \\ \sqrt{(\Delta a_y)^2} |_{\text{СП}} &= \omega_0 \sqrt{(\Delta u_y)^2}, \quad \sqrt{(\Delta a_z)^2} |_{\text{СП}} = \omega_0 \sqrt{(\Delta u_z)^2}. \end{aligned} \quad (46)$$

Таким образом, среднеквадратичные неопределенности проекций скорости, ускорения и частота дрожащего движения в СП оказываются взаимосвязанными.

5. НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ СКОРОСТИ И УСКОРЕНИЯ ЧАСТИЦЫ С МАССОЙ ПОКОЯ, РАВНОЙ НУЛЮ

При $m_0 = 0$ получаем из (16), (19), (20), (30) и (44)

$$\bar{u}_x = \bar{u}_y = 0, \quad \bar{u}_z = \pm c,$$

$$\sqrt{(\Delta u_\perp)^2} = c, \quad \sqrt{(\Delta u_\parallel)^2} = 0,$$

и

$$a_x = -\frac{2c^2 p}{\hbar} \Sigma_y, \quad a_y = \frac{2c^2 p}{\hbar} \Sigma_x, \quad a_z = 0,$$

$$(a_x)_{c.3} = \pm \frac{2c^2 p}{\hbar}, \quad (a_y)_{c.3} = \pm \frac{2c^2 p}{\hbar}, \quad (a_z)_{c.3} = 0,$$

$$\sqrt{(\Delta a_x)^2} = \frac{2c^2 p}{\hbar}, \quad \sqrt{(\Delta a_y)^2} = \frac{2c^2 p}{\hbar}, \quad \sqrt{(\Delta a_z)^2} = 0, \quad (47)$$

где учтено, что, согласно (4), при $m_0 = 0$ выполняется равенство

$$|E| = cp.$$

Из (47) видно, что при $m_0 = 0$ в стационарном состоянии неопределенности скорости и ускорения полностью не исчезают. Поперечные импульсу проекции скорости флуктуируют около нулевого среднего значения. При этом среднеквадратичные их неопределенности равны скорости света. Согласно (47) флуктуируют также поперечные импульсу проекции ускорения. Здесь выполняется аналогичное (46) равенство

$$\sqrt{(\Delta a_\perp)^2} = \omega_D \sqrt{(\Delta u_\perp)^2}. \quad (46')$$

Это позволяет считать, что неопределенности скорости и ускорения имеются в стационарном состоянии по теории Дирака не только у электрона или других частиц со спином $1/2$ и отличной от нуля массой покоя, но и у частиц с $m_0 = 0$ и спином $1/2$, в частности, у нейтрино и антинейтрино.

6. СВЯЗЬ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ СКОРОСТИ С ПОЛЯРИЗАЦИОННЫМИ СВОЙСТВАМИ ЧАСТИЦ В ТЕОРИИ ДИРАКА

Как известно, поляризационные состояния частицы характеризуются в теории Дирака [4] псевдовектором поляризации с компонентами [14, ф-ла (29,8)]

$$a_0 = \frac{p}{m_0 c} \zeta_{\parallel}, \quad a_{\perp} = \zeta_{\perp}, \quad a_{\parallel} = \frac{E}{m_0 c^2} \zeta_{\parallel}, \quad (48)$$

где ζ — трехмерный вектор поляризации в СП, индексы $\parallel$ и $\perp$ означают слагаемые векторов, параллельных и перпендикулярных импульсу p . Из (48) с учетом (11) получаем

$$a_{\parallel} = \frac{c}{\sqrt{(\Delta u_{\parallel})^2}} \zeta_{\parallel} = \frac{\zeta_{\parallel}}{\beta}. \quad (49)$$

Согласно (49), соотношение между $a_{\parallel}$ и $\zeta_{\parallel}$ определяется относительной среднеквадратичной неопределенностью продольной импульсу проекции скорости или средним значением четвертой матрицы Дирака. В этом проявляется связь поляризационных свойств движущейся частицы с неопределенностью ее скорости.

При кулоновском рассеянии первоначально полностью правополяризованных электронов после рассеяния поляризация определяется, как известно, равенством [9, ф-ла (7.97)]

$$p_R = 1 - \frac{2m_0^2 c^4}{E^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\theta}{2} + m_0^2 c^4}. \quad (50)$$

С учетом (11) его можно преобразовать к виду

$$p_R = 1 - \frac{\overline{2(\Delta u_{\parallel})^2}}{(\Delta u_{\parallel})^2 + c^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\theta}{2}}. \quad (51)$$

Таким образом, и в этом случае поляризационные свойства оказываются связанными с неопределенностью продольной импульсу проекции скорости. Из (49) и (51) следует, что неопределенность скорости может быть вычислена путем исследования поляризационных свойств.

7. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРОЕКЦИЙ СКОРОСТЕЙ И ИХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ В ТЕОРИИ ДИРАКА

Релятивистское преобразование четырехмерного вектора плотности тока-заряда [29, с.300], вытекающее из лоренц-ковариантности уравнения непрерывности, приводит к следующей теореме сложения средних значений проекций скорости в теории Дирака:

$$u_x = \frac{u_{x,0} \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{v}{c^2} u_{z,0}}, \quad u_y = \frac{u_{y,0} \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{v}{c^2} u_{z,0}}, \quad (52)$$

$$u_z = \frac{u_{z,0} + v}{1 + \frac{v}{c^2} u_{z,0}}, \quad (53)$$

где индексом 0 отмечены значения проекций скорости в ИСО K_0 , движущейся относительно ИСО K с постоянной скоростью v вдоль оси z . Равенства (52) и (53) согласуются с (1), (14) и релятивистским преобразованием четырехмерного вектора импульса-энергии.

Согласно (52), (53) и (17) неопределенности проекций скорости преобразуются следующим образом:

$$\sqrt{(\Delta u_x)^2} = \sqrt{(\Delta u_{x,0})^2} = c, \quad \sqrt{(\Delta u_y)^2} = \sqrt{(\Delta u_{y,0})^2} = c, \quad (54)$$

$$\sqrt{(\Delta u_z)^2} = \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{v}{c^2} \bar{u}_{z,0}} \sqrt{(\Delta u_{z,0})^2}. \quad (55)$$

Таким образом, неопределенности поперечных импульсу проекций скорости являются лоренц-инвариантными. Неопределенность продольной импульсу проекции скорости преобразуется как среднее значение поперечной импульсу проекции скорости.

8. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОСТОЯНИЙ С ПРОДОЛЬНОЙ ИМПУЛЬСУ ПРОЕКЦИЕЙ СКОРОСТИ, РАВНОЙ ПО ВЕЛИЧИНЕ СКОРОСТИ СВЕТА

Вероятностная интерпретация, характерная для современной квантовой механики, приводит к целесообразности рассмотрения преобразований ве-

роятностей $W(c)$ и $W(-c)$ состояний с продольной импульсу проекцией скорости, равной c и, соответственно, $-c$.

Согласно (9) и (10) из [11] следуют равенства

$$W(\pm c) = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{cp_z}{E} \right). \quad (56)$$

С учетом (16) равенство (56) можно представить в виде

$$W(\pm c) = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{\bar{u}_z}{c} \right). \quad (57)$$

Из (57) с учетом (53) получаем для преобразования вероятностей

$$W_k(\pm c) = \frac{1 \pm \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c^2} \bar{u}_{z,0}} W_{K_0}(\pm c), \quad (58)$$

где, согласно (57), индексы K_0 и K соответствуют системам отсчета СП и ИСО:

$$W_{K_0}(\pm c) = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{\bar{u}_{z,0}}{c} \right). \quad (59)$$

Вероятности $W_{K_0}(c)$ и $W_{K_0}(-c)$ удовлетворяют по (59) условию нормировки

$$W_{K_0}(c) + W_{K_0}(-c) = 1. \quad (60)$$

При выполнении (60) вероятности $W_K(c)$ и $W_K(-c)$ из (58) также удовлетворяют в ИСО K -условию нормировки

$$W_K(c) + W_K(-c) = 1. \quad (61)$$

Согласно (58) и (59), при $v=c$ выполняются равенства $W_K(c)=1$ и $W_K(-c)=0$, а при $v=-c$ — равенства $W_K(c)=0$ и $W_K(-c)=1$. Равенства $W_K(c)=1$ и $W_K(-c)=0$ выполняются также при $\bar{u}_{z,0}=c$, а равенства $W_K(c)=0$ и $W_K(-c)=1$ при $\bar{u}_{z,0}=-c$. Это является квантово-механическим

вероятностным выражением, вытекающим из ТСС СТО равенства $u_z = c$ при $v = c$ или $u_{z,0} = c$ и равенства $u_z = -c$ при $v = -c$ или $u_{z,0} = -c$.

Таким образом, преобразования вероятностей (58) согласуются с предельным характером скорости света.

9. СВЯЗЬ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СРЕДНИХ ЗНАЧЕНИЙ ПРОЕКЦИЙ СКОРОСТИ В ТЕОРИИ ДИРАКА С ГЕОМЕТРИЕЙ ЛОБАЧЕВСКОГО

При учете предельного характера скорости света удобно использовать не скорость, а быстроту (см. [15, с.249], [16, с.105], [17, с.82; 18], [37, с.32] и др.). Полагая

$$u_z = c \operatorname{th} \varphi, \quad u_{z,0} = c \operatorname{th} \varphi_0, \quad v = c \operatorname{th} \psi, \quad (62)$$

где φ , φ_0 и ψ — быстроты, определяющие u_z , $u_{z,0}$ и v , можно, как известно, представить ТСС из СТО в виде прямого сложения быстрот

$$\varphi = \varphi_0 + \psi. \quad (63)$$

Аналогично, полагая в теории Дирака

$$\bar{u}_z = c \operatorname{th} \varphi, \quad \bar{u}_{z,0} = c \operatorname{th} \varphi_0, \quad v = c \operatorname{th} \psi, \quad (64)$$

получаем из (52) и (53) преобразования средних значений проекций скорости в виде

$$\operatorname{th} \varphi \cdot \cos \alpha = \frac{\operatorname{th} \varphi_0 \cos \alpha_0 + \operatorname{th} \psi}{1 + \operatorname{th} \psi \operatorname{th} \varphi_0 \cos \alpha_0}, \quad (65)$$

$$\operatorname{th} \varphi \cdot \sin \alpha = \frac{\operatorname{th} \varphi_0 \sin \alpha_0}{\operatorname{ch} \psi + \operatorname{sh} \psi \operatorname{th} \varphi_0 \cos \alpha_0}, \quad (66)$$

где α — угол между $\mathbf{p}$ и осью z . Используя (65) и (66), нетрудно убедиться, что лоренц-преобразование средних значений проекций скорости (52) и (53) согласуется (так же, как теорема сложения скоростей в СТО) с теоремами [19, с.1162] синуса и косинуса в плоскости Лобачевского.

10. СВЯЗЬ МЕЖДУ СКОРОСТЬЮ И СПИНОМ

Как известно, в случае частиц с массой покоя, равной нулю, уравнение Дирака для четырехкомпонентной волновой функции может быть представлено в виде двух уравнений Вейля [20]:

$$H_L \psi_L = E \psi_L, \quad H_R \psi_R = E \psi_R \quad (67)$$

для двухкомпонентных волновых функций ψ_L и ψ_R , где

$$H_L = -c(\sigma \mathbf{p}), \quad H_R = c(\sigma \mathbf{p}), \quad (68)$$

σ — спинные матрицы Паули [21, ф-лы (7.140), (7.141)]. В двухкомпонентной теории нейтрино [22—24] гамильтонианы нейтрино H_ν и антинейтрино $H_{\bar{\nu}}$ определяются равенствами

$$H_\nu = H_L, \quad H_{\bar{\nu}} = H_R. \quad (69)$$

С учетом уравнения движения

$$\mathbf{u} = \frac{1}{i\hbar} [\mathbf{r}H]_-, \quad (69')$$

где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор, получаем в случае H_L из (68) следующее выражение для оператора скорости:

$$\mathbf{u} = -c\sigma. \quad (70)$$

В случае H_R из (68) оператор скорости определяется по (69') так:

$$\mathbf{u} = c\sigma. \quad (71)$$

Из (70) и (71) видно, что в случае частиц с $m_0 = 0$, так же, как в случае частиц с $m_0 \neq 0$ (см. (1)), оператор скорости $\mathbf{u}$ (в отличие от скорости в СТО) не связан с импульсом. При этом в случае частиц с $m_0 = 0$ оператор скорости, в отличие от (1), прямо пропорционален оператору спина. Отсюда следует, что свойства проекций скорости u_x, u_y, u_z определяются свойствами спинных операторов $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$. Так, например, из равенств $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 1$ следует, что в случае частиц с $m_0 = 0$ также выполняются равенства (17), по которым u_x, u_y и u_z имеют собственные значения, рав-

ные $\pm c$. Из перестановочных соотношений для $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ следуют аналогичные перестановочные соотношения для u_x, u_y, u_z . При этом неопределенности (см. (47)) поперечных импульсу проекций скорости оказываются непосредственно связанными с неопределенностями σ_x и σ_y в случае определенного собственного значения σ_z .

Из уравнения движения

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\sigma H]_- \quad (72)$$

и (68) следует

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pm \frac{2c}{\hbar} [p\sigma], \quad (73)$$

где верхний знак для гамильтониана H_L , нижний — для гамильтониана H_R . Уравнение (73), с учетом вытекающего из (71) равенства

$$a = c \frac{d\sigma}{dt}, \quad (74)$$

согласуется с уравнением (28) при $m_0 = 0$.

Если ось z направить вдоль p , то из (73) получим

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_x}{dt} &= \pm \frac{2}{\hbar} cp\sigma_y, \\ \frac{d\sigma_y}{dt} &= \mp \frac{2}{\hbar} cp\sigma_x, \\ \frac{d\sigma_z}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (75)$$

Тогда по (75) проекция σ_z имеет определенное значение (что соответствует определенной спиральности частиц с $m_0 = 0$, в частности, для нейтрино и антинейтрино). При этом из перестановочных соотношений для спиновых матриц Паули получаются равенства $\overline{\sigma}_x = \overline{\sigma}_y = 0$. Поэтому по первым двум равенствам (75) имеем

$$\frac{d\overline{\sigma}_x}{dt} = \frac{d\overline{\sigma}_y}{dt} = 0, \quad (76)$$

$$\left(\frac{d\sigma_{\perp}}{dt} \right)^2 = \frac{4c^2}{\hbar^2} p^2. \quad (77)$$

Из (76) и (77) следует

$$\sqrt{\left(\Delta \frac{d\sigma_{\perp}}{dt} \right)^2} = \frac{2c}{\hbar} p, \quad (78)$$

что с учетом (74) согласуется с (47). Таким образом, при $m_0 = 0$ неопределенность поперечной импульсу проекции ускорения оказывается непосредственно связанной с неопределенностью производной по времени от поперечной импульсу проекции спина.

Это позволяет считать, что в случае частиц с $m_0 = 0$ необычные с точки зрения классических представлений неопределенности скоростей и ускорений связаны с описанием в теории Дирака частиц, обладающих спином.

В случае частиц с $m_0 \neq 0$ вместо (70) и (71) выполняется равенство [2, ф-лы (24) из §69 и (9) из §67]:

$$\mathbf{u} = c\rho_1 \Sigma, \quad (79)$$

где

$$\rho_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (80)$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix}. \quad (81)$$

Таким образом, здесь оператор скорости $\mathbf{u}$ связан не только с оператором спина Σ , но также с матрицей ρ_1 . Так как ρ_1 коммутирует с четырехмерной матрицей спина Σ и, кроме того, $\rho_1^2 = 1$, то перестановочные соотношения проекций скорости u_x , u_y , u_z определяются, так же, как и для частиц с $m_0 = 0$, перестановочными соотношениями для Σ_x , Σ_y , Σ_z . Собственные значения u_x , u_y , u_z остаются, так же, как в случае с $m_0 = 0$, равными по величине скорости света c . Однако, так как матрица ρ_1 антикоммутирует с четвертой матрицей Дирака β , то для частиц с $m_0 \neq 0$

возникают, в соответствии с (11), (30) и (44), зависящие от m_0 члены в неопределенности продольной импульсу проекции скорости, операторах ускорения и их неопределенностях.

11. МАГНИТНАЯ АНАЛОГИЯ ДРОЖАЩЕГО ДВИЖЕНИЯ

Операторы Паули были впервые применены в микроскопической теории сверхпроводимости Н.Н.Боголюбовым [30] в 1958 г. Эти операторы связаны, как известно, со спинowymi матрицами Паули. Метод псевдоспина и псевдомагнитного поля был затем использован при рассмотрении теории сверхпроводимости БКШ [26] — Боголюбова [31,32] в ряде других работ (см., например, [25,33—36]). В [11] нами отмечено, что этот метод применим также в теории Дирака.

В этом случае состоянию псевдоспина $|\uparrow\rangle$ следует сопоставить волновую функцию $f_\uparrow(c)$ состояния с $u_z = c$, а состоянию псевдоспина $|\downarrow\rangle$ — волновую функцию состояния $f_\downarrow(-c)$ с $u_z = -c$. Эти функции определяются, согласно [11], следующим образом:

$$f_\uparrow(c) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad f_\downarrow(-c) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (82)$$

Движение магнитного момента $\boldsymbol{\mu} = g\boldsymbol{\sigma}$ в магнитном поле с напряженностью $\mathbf{B} = iB_x + kB_z$, где B_x и B_z не зависят от времени, определяется гамильтонианом

$$H = -g(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{B}) \quad (83)$$

в плоскости (x, z) .

В стационарном состоянии собственные функции и собственные значения гамильтониана (83) имеют вид

$$\begin{aligned} \Psi_- &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{1 + \frac{\omega_1}{K_1}} |\uparrow\rangle + \sqrt{1 - \frac{\omega_1}{K_1}} |\downarrow\rangle \right), \quad E_- = -gB, \\ \Psi_+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{1 - \frac{\omega_1}{K_1}} |\uparrow\rangle - \sqrt{1 + \frac{\omega_1}{K_1}} |\downarrow\rangle \right), \quad E_+ = gB, \end{aligned}$$

$$\omega_1 = gB_z, \quad \omega_2 = gB_x, \quad K_1 = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}. \quad (84)$$

Используя знаковый оператор $\Lambda = \frac{H}{gB}$, где H — гамильтониан из (83), нетрудно убедиться, что четные и нечетные части σ_x , σ_y , σ_z определяются равенствами

$$\begin{aligned} [\sigma_x] &= -\frac{B_x}{B} \Lambda, \quad \{\sigma_x\} = \frac{B_z}{B^2} [B\sigma]_y, \\ [\sigma_y] &= 0, \quad \{\sigma_y\} = \sigma_y, \\ [\sigma_z] &= -\frac{B_z}{B} \Lambda, \quad \{\sigma_z\} = -\frac{B_x}{B^2} [B\sigma]_y. \end{aligned} \quad (85)$$

Соответственно средние значения σ_x , σ_y , σ_z и их среднеквадратичные неопределенности даются выражениями

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_x|_{\mp} &= \pm \frac{\omega_2}{k_1}, \quad \bar{\sigma}_y = 0, \quad \bar{\sigma}_x|_{\mp} = \pm \frac{\omega_1}{K_1}, \\ \sqrt{(\Delta\sigma_x)^2} &= \frac{\omega_1}{K_1}, \quad \sqrt{(\Delta\sigma_y)^2} = 1, \quad \sqrt{(\Delta\sigma_z)^2} = \frac{\omega_2}{K_1}. \end{aligned} \quad (86)$$

Согласно (86) в стационарном состоянии прецессия («дрожащее движение») магнитного момента отсутствует. В этом состоянии имеются неопределенности проекций спина, обусловленные нечетными частями соответствующих им операторов, обладающих отличными от нуля недиагональными матричными элементами между стационарными состояниями ψ_+ и ψ_- из (84), с равными по величине и противоположными по знаку энергиями.

Сравнение (83) и (12) показывает, что переход к теории Дирака можно осуществить путем следующего сопоставления:

$$\begin{aligned} gB_z &\rightarrow -cp, \quad gB_x \rightarrow -m_0c^2, \\ \sigma_z &\rightarrow \alpha_z, \quad \sigma_x \rightarrow \beta. \end{aligned} \quad (87)$$

При этом волновые функции (84) переходят в волновые функции (7) из [11], нечетные выражения из (85) $\{\sigma_x\}$ и $\{\sigma_z\}$ в $\{\beta\}$ и $\{\alpha_z\}$ из (23) при

$p_z = p$, а (86) — в выражения (15), (41) и (16) для $\bar{\beta}$, $\bar{a}_z$, $\bar{u}_z$ и в выражения (22), (44) и (11) для $\sqrt{(\Delta\beta)^2}$, $\sqrt{(\Delta a_z)^2}$ и $\sqrt{(\Delta u_z)^2}$.

В нестационарных состояниях возникает, как известно, прецессия («дрожащее движение») магнитного момента вокруг результирующей напряженности B магнитного поля. Если для определенности принять начальное условие $\psi|_{t=0} = |\uparrow\rangle$, то волновая функция будет равна [42]:

$$\psi = \left(\cos K_1 t + i \frac{\omega_1}{K_1} \sin K_1 t \right) |\uparrow\rangle + \frac{i\omega_2}{K_1} \sin K_1 t |\downarrow\rangle. \quad (88)$$

В состоянии (88) средние значения проекции спина даются выражениями

$$\begin{aligned} \sigma_z &= 1 - \frac{2\omega_2^2}{K_1^2} \sin^2 K_1 t, \\ \sigma_x &= \frac{2\omega_1\omega_2}{K_1^2} \sin^2 K_1 t, \\ \sigma_y &= \frac{\omega_2}{K_1} \sin 2K_1 t. \end{aligned} \quad (89)$$

По аналогии с (89) с учетом (87) волновая функция нестационарного состояния определяется, согласно теории Дирака, выражением (с K из (9)):

$$\psi_{\uparrow} = \left(\cos \frac{K}{\hbar} t - \frac{icp}{K} \sin \frac{Kt}{\hbar} \right) f_{\uparrow}(c) - i \left(\frac{m_0 c^2}{K} \sin \frac{K}{\hbar} t \right) f_{\uparrow}(-c). \quad (90)$$

В этом состоянии выполняются равенства

$$\begin{aligned} u_z &= c \left(1 - \frac{2m_0^2 c^4}{K^2} \sin^2 \frac{K}{\hbar} t \right), \\ \beta &= \frac{2m_0 c^3 p}{K^2} \sin^2 \frac{K}{\hbar} t, \\ \bar{a}_z &= - \frac{2m_0^2 c^5}{\hbar K} \sin \frac{2Kt}{\hbar}, \end{aligned} \quad (91)$$

$$\bar{u}_x = \bar{u}_y = 0, \quad \sqrt{(\Delta u_x)^2} = \sqrt{(\Delta u_y)^2} = c,$$

$$\bar{a}_x = \bar{a}_y = 0, \quad \sqrt{(\Delta a_x)^2} = \sqrt{(\Delta a_y)^2} = \frac{2cK}{\hbar}.$$

Таким образом, дрожащему движению в нестационарном состоянии соответствует, согласно теории Дирака, прецессия вектора $i\bar{\beta} + j\bar{a}_z + k\bar{u}_z$ в пространстве $(\bar{\beta}, \bar{a}_z, \bar{u}_z)$.

В нестационарном состоянии $\Psi_{\uparrow}$ из (90) среднее значение оператора $c^2 p_z H^{-1}$ определяется выражением

$$\overline{c^2 p_z H^{-1}} = \frac{1}{c} \left(\frac{c^2 p}{E} \right)^2. \quad (92)$$

Таким образом, мы приходим к выводу, что в нестационарном состоянии, в котором имеется дрожащее движение [5], сходство неосциллирующей части оператора скорости u_z из (2) с соответствующим выражением (5) из СТО является только внешним и для среднего значения этого оператора не выполняется.

12. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Все изложенное выше приводит к выводу о том, что неопределенности скорости и ускорения являются неотъемлемыми свойствами теории Дирака, описывающей частицы со спином 1/2. Неопределенности величин α и β и дрожащее движение соответствующих им операторов обусловлены одной и той же причиной — наличием у этих операторов нечетной части, превращающей состояние с данным знаком энергии в состояние с противоположным знаком энергии. В собственные значения операторов проекций скорости, равные по величине скорости света, дают вклад как среднее значение проекции скорости, обусловленное четной частью оператора проекции скорости, так и неопределенность проекции скорости, обусловленная нечетной частью оператора проекции скорости.

Средние значения первых трех матриц Дирака в стационарном состоянии определяют средние значения продольной и поперечной импульсу проекций скорости. Среднее значение четвертой матрицы Дирака определяет относительную среднеквадратичную неопределенность продольной импульсу проекции скорости частицы со спином $1/2$ и отличной от нуля массой покоя. Она же определяет связь энергии такой частицы с ее энергией покоя.

Удвоение состояний, характерное для частиц со спином $1/2$, распространяется в теории Дирака не только на собственные значения проекций скорости, которые равны либо c , либо $-c$, но также на собственные значения проекций оператора ускорения. При этом собственные значения операторов проекций ускорения оказываются не только релятивистскими, но и квантовыми величинами.

В стационарном состоянии средние значения проекций ускорения равны нулю. Соответственно первый закон динамики Ньютона выполняется в теории Дирака в случае свободного движения в среднем. При этом в стационарном состоянии среднеквадратичные неопределенности проекций ускорения отличны от нуля. Они связаны с массой покоя частиц. Таким образом, выявляется связь массы покоя частицы с ее внутренним движением, характеризуемым неопределенностью ее ускорения в СП. Модуль собственных значений оператора продольной импульсу проекции ускорения связан с критической напряженностью электрического поля, при которой вакуум становится неустойчивым по отношению к рождению электрон-позитронной пары.

Лоренц-преобразование средних значений проекций скорости имеет в теории Дирака внешне такой же вид, как теорема сложения скоростей в СТО. Соответственно указанное преобразование обладает такими же свойствами, как сложение определенных значений проекции скорости в СТО.

Неопределенности поперечных импульсу проекций скорости являются лоренц-инвариантными. Неопределенность продольной импульсу проекции скорости преобразуется как среднее значение поперечной импульсу проекции скорости.

Неопределенности поперечных импульсу проекций скорости и ускорения имеются также у частиц со спином $1/2$ и массой покоя, равной нулю. Это связано с тем, что такие частицы обладают аксиальной симметрией относительно направления импульса (см., например, [14, с.138]). При этом проекция спина на направление импульса имеет определенное значение, а поперечные импульсу проекции спина являются (в соответствии с переста-

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dirac P.A.M. — Proc. Roy. Soc. A. 1928, vol.117, p.610; 1928, vol.118, p.351.
2. Дирак П.А.М. — Принципы квантовой механики. М.: ГИФМЛ, 1960.
3. Соколов А.А., Тернов И.М. — Релятивистский электрон. М.: Наука, 1983.
4. Фок В.А. — Начала квантовой механики. М.: Мир, 1976.
5. Schrodinger E. — Sitzungsab. d. Berlin Akad., 1930, p.418.
6. Паули В. — Труды по квантовой теории. М.: Наука, 1975.
7. Давыдов А.С. — Квантовая механика. М.: Наука, 1973.
8. Foldy L.L., Wouthuysen S.A. — Phys. Rev., 1950, vol.78, p.29.
9. Бьеркен Дж.Д., Дрелл С.Д. — Релятивистская квантовая теория. М.: ИИЛ, 1978.
10. Швебер С. — Введение в релятивистскую квантовую теорию. М.: ИИЛ, 1962.
11. Вонсовский С.В., Свирский М.С. — Проблемы теоретической физики. Сб. памяти И.Е.Тамма. М.: Наука, 1972, с.389.
12. Feynman R.P. — Phys. Rev., 1939, vol.56, p.340.
13. Бете Г. — Квантовая механика. М.: Мир, 1965.
14. Берестецкий Б.В., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. — Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.
15. Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю.П. — Электродинамика. М.: Высшая школа, 1990.
16. Гибсон У., Поллард Б. — Принципы симметрии в физике элементарных частиц. М.: Атомиздат, 1979.
17. Эллиот Дж., Добер П. — Симметрия в физике. М.: Мир, 1983, т.2.
18. Вонсовский С.В., Свирский М.С., Свирская Л.Н. — ФММ, №1, 1992, с.51.
19. Черников Н.А. — ЭЧАЯ, 1992, т.23, вып.5, с.1155.
20. Weyl H. — Zs. f. Phys., 1929, bd.56, s.330.
21. Нишиджима К. — Фундаментальные частицы. М.: Мир, 1951.
22. Lee T.D., Yang C.N. — Phys. Rev., 1957, vol.105, p.1671.
23. Salam A. — Nuovo Cimento, 1957, vol.5, p.209.
24. Ландау Л.Д. — ЖЭТФ, 1957, т.32, с.405.
25. Anderson P.W. — Phys. Rev., 1959, vol.112, p.1900.
26. Bardeen J., Cooper L.N., Schrieffer — Phys. Rev., 1957, vol.108, p.1175.
27. Тернов И.М., Дорофеев О.Ф. — ЭЧАЯ, 1994, т.25, вып.1, с.5.
28. Дирак П.А.М. — К созданию квантовой теории поля. М.: Наука, 1990.
29. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч. — Квантовая механика. М.: Наука, 1979.
30. Боголюбов Н.Н. — ЖЭТФ, 1958, т.34, вып.1, с.73.
31. Боголюбов Н.Н. — ЖЭТФ, 1958, т.34, вып.1, с.58.
32. Боголюбов Н.Н., Толмачев В.В., Ширков Д.В. — Новый метод в теории сверхпроводимости. М.: Наука, 1958.
33. Корпе Н., Mülschlegel B. — Zs. f. Phys., 1958, bd.151, s.613.
34. Таулес Д. — Квантовая механика систем многих частиц. М.: ИИЛ, 1963.
35. Vonsovskii S.V., Svirskii M.S. — phys. stat. sol. (b), 1976, vol.77, p.403.
36. Липкин Г. — Квантовая механика. М.: Мир, 1977.
37. Фейнман Р. — Теория фундаментальных процессов. М.: Наука, 1978.
38. Фейнман Р. — УФН, 1989, т.157, вып.1, с.163.
39. Мак Коннел Дж. — Квантовая динамика частиц. М.: ИИЛ, 1962.
40. Вонсовский С.В. — Магнетизм микрочастиц. М.: Наука, 1973.
41. Зоммерфельд А. — Строение атома и спектры. М.: ГИТТЛ, 1956, т.2.
42. Галицкий В.М., Карнаков Б.М., Когден В.И. — Задачи по квантовой механике. М.: Наука, 1981.

ПРЕЦИЗИОННЫЕ МИКРОВЕРШИННЫЕ ДЕТЕКТОРЫ

Н.М.Никитюк

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В обзоре рассмотрено современное состояние и перспективы развития высокопрецизионных микровершинных детекторов. Описаны характеристики, принципы действия и методы считывания сигналов от микровершинных детекторов, создаваемых на основе полупроводниковой технологии и методики световых волоконно-оптических световодов. Приводятся таблицы с параметрами наиболее известных микровершинных детекторов, используемых в экспериментах с фиксированной мишенью и на коллайдерах. Описаны специализированные процессоры, применяемые для быстрого вычисления прицельного параметра и отбора событий, содержащих вершины распада.

The present-day status and prospect for the development of microvertex detectors are considered. The characteristics, operation methods and data reading way from silicon and scintillation fibers are described. The tables with parameters of the most well-known microvertices detectors are given. Special purpose processors used for impact parameter calculation and event selection having vertex decays are described.

ВВЕДЕНИЕ

Полупроводниковые детекторы известны более 40 лет. В 1951 г. в одной из пионерских работ [1] показано, что α -частицы, пролетающие сквозь обратный смещенный p - n -переход в германии, порождают заметный сигнал. На этом принципе фактически функционируют все современные полупроводниковые детекторы. Однако, как отмечается в [2], вплоть до конца 70-х гг. полупроводниковые детекторы использовались для измерения энергии проходящих частиц. Вследствие такого положительного качества, как возможность работы при комнатной температуре, в экспериментах по физике высоких энергий, за небольшим исключением, было отдано предпочтение кремниевым детекторам, создаваемым методами современной технологии на основе высокорезистивного кремния (порядка несколько кОм/см). Дальнейшие исследования, направленные на повышение разрешающей способности трековых детекторов, привели к разработке микрополосковых полупровод-

никовых детекторов. Ниже будет дан краткий обзор работ, посвященных полупроводниковым детекторам и их применению.

В [3] приведен обзор литературы по полупроводниковым детекторам, начиная с 1951 и вплоть до конца 70-х гг. В соответствии с классификацией [4] полупроводниковые детекторы разделяются на две группы:

1. Классические детекторы: фотодиоды, детекторы рентгеновского излучения, полупроводниковые счетчики, микрополосковые детекторы, а также некоторые типы двумерных детекторов.

2. Детекторы с памятью: ПЗС-матрицы, кремниевые дрейфовые камеры и двухкоординатные детекторы с запоминающими элементами.

В данном обзоре мы будем рассматривать вопросы применения в качестве вершинных детекторов полупроводниковых счетчиков, микрополосковых детекторов и ПЗС-матриц, получивших широкое применение в экспериментах. По сравнению с газовыми детекторами кремниевые полупроводниковые микрополосковые детекторы имеют на порядок лучшую

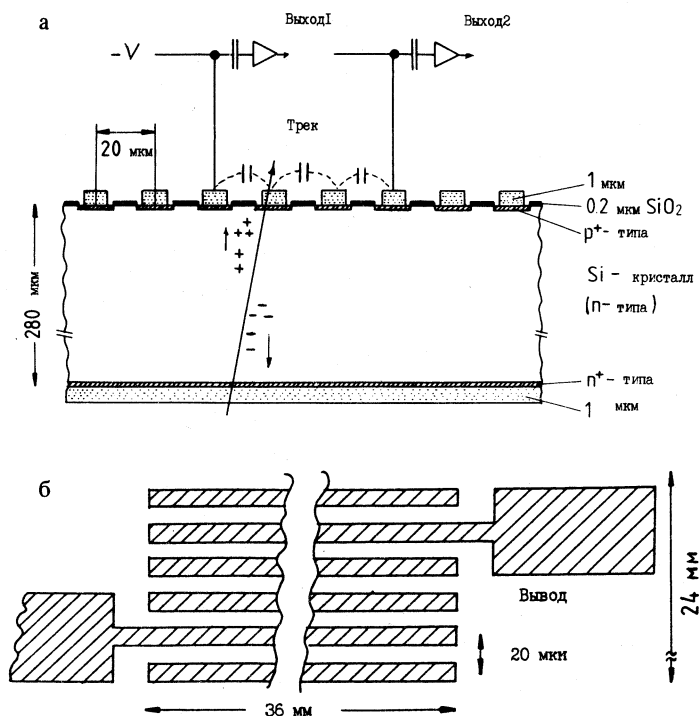


Рис.1. а) Структура микрополоскового полупроводникового детектора; б) геометрия микрополосок

точность, отличаются высоким быстродействием, а их изготовление базируется на хорошо отработанной планарной технологии (точность лучше 1 мкм), что позволяет на одном кристалле изготовить сотни и более каналов регистрации. В обзоре [5] детально рассмотрены вопросы физики, технологии и описаны различные типы кремниевых полупроводниковых детекторов. Типичная структура и геометрия электродов одного из первых микрополосковых детекторов приведены на рис.1 [6]. Он изготавливается на полностью обедненном кремниевом кристалле с диодной структурой и высоким удельным сопротивлением (больше 10 кОм·см). Одна сторона поверхности кристалла разделяется проводящими полосками (стрипами) с шагом 20–50 мкм, которые используются для сбора зарядов. Типичное время сбора электронов равно 4 нс. Чтение сигналов осуществляется как от каждой микрополоски, так и от определенным образом соединенных групп стрипов. С целью повышения точности регистрации координат событий и уменьшения количества используемых усилителей широко используется метод деления заряда. Применение этого метода позволяет использовать метод интерполяции при вычислении значения координаты заряженной частицы. В более совершенных микрополосковых детекторах имеется возможность считывать сигналы от противоположных плоскостей детектора [7]. Следует отметить, что кремниевые детекторы не обладают свойством внутреннего усиления сигналов, и поэтому к регистрирующей электронике предъявляются жесткие требования, прежде всего по такому параметру, как помехоустойчивость.

Полупроводниковые счетчики. Счетчики используются в качестве активных мишеней. В эксперименте NA14 (ЦЕРН) [8] первая версия мишени состоит из 43 тонких ($300 \times 100 \times 100$ мкм) пластин с расстоянием 200 мкм между ними. Малые размеры мишени позволяют получить высокую точность регистрации событий. Реконструкция треков осуществляется путем анализа потерь на ионизацию в различных счетчиках мишени. Измеренное время жизни очарованного мезона составило $9,5 \cdot 10^{-13}$ с. С целью повышения чувствительности к частицам с меньшим временем жизни была создана комбинированная мишень, состоящая из миниатюрной германиевой мишени и телескопа, изготовленного из тонких кремниевых счетчиков [9]. С целью уменьшения входной емкости кремниевые счетчики разделены на секторы. Применение мишени из германия позволило увеличить чувствительность в области первичной вершины распада в 2,5 раза. Особенно эффективно активные мишени используются в сочетании с микрополосковыми детекторами. Основной недостаток активных кремниевых детекторов — трудности, возникающие при идентификации множественных процессов. Наряду с полупроводниковыми детекторами и ПЗС-матрицами для построения прецизионных микровершинных детекторов находят применение

ние также микрополосковые газовые детекторы и детекторы, создаваемые на основе волоконно-оптических сцинтилляционных световодов (ВОС).

Цель данного обзора состоит в том, чтобы в краткой форме изложить современное состояние методики и перспективы развития и применения прецизионных вершинных детекторов. Первые три раздела посвящены полупроводниковым микровершинным детекторам. В первом разделе рассмотрены параметры и методы построения прецизионных вершинных детекторов для экспериментов с фиксированной мишенью. Второй раздел обзора содержит описание специализированных процессоров, применяемых для восстановления вершин распада. В третьем разделе рассмотрены вопросы построения и параметры прецизионных вершинных детекторов, предназначенных для проведения экспериментов на коллайдерах. В четвертом разделе обсуждается использование микрополосковых газовых детекторов для построения микровершинных детекторов и, в частности, для будущего детектора CMS. Свойства кремниевых двумерных регистраторов кратко описаны в пятом разделе. В шестом разделе рассматриваются вопросы использования световых волоконно-оптических световодов для построения микровершинных детекторов.

1. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ МИКРОПОЛОСКОВЫЕ МИКРОВЕРШИННЫЕ ДЕТЕКТОРЫ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С ФИКСИРОВАННОЙ МИШЕНЬЮ

Как отмечается в [10], при изучении физики прелестных частиц эксперименты с фиксированной мишенью имеют некоторые преимущества по сравнению с экспериментами на коллайдерах: 1) прелестные частицы разлетаются вперед от мишени, где расположен детектор; 2) более просто восстанавливается первичная вершина распада. Впервые микрополосковые детекторы начали использоваться начиная с 80-х годов в экспериментах с фиксированной мишенью. Ниже будут рассмотрены характеристики наиболее известных прецизионных детекторов, которые использовались в экспериментах с фиксированной мишенью.

Микровершинный детектор для спектрометра ACCMOR. В [10] описан микровершинный детектор, с помощью которого получено разрешение 5 мкм и разрешение двух треков 60 мкм. Детектор состоит из пучкового телескопа и активной мишени. Пучковый телескоп имеет шесть микрополосковых плоскостей. Полоски в первых четырех плоскостях с шагом 50 мкм расположены горизонтально и объединены в пары. Микрополоски с шагом 20 мкм в других плоскостях наклонены к горизонтали под углами $\pm 14^\circ$. Телескоп используется для определения положения пучка π^- с энергией 200 ГэВ. Активная мишень состоит из 10 детекторов толщиной 280 мкм, расположен-

ных на расстоянии 500 мкм друг от друга. За мишенью имеется несколько детекторов с шагом 400 мкм, которые используются для выработки триггер-импульса. Вершинный телескоп (активная мишень) состоит из шести детекторов, имеющих толщину 280 мкм и активную поверхность 24×30 мм. Сигналы, регистрируемые от вершинного телескопа, считываются экономичным методом деления заряда и используются для измерения прицельного параметра с рекордным разрешением. С помощью такого детектора зарегистрировано $4 \cdot 10^6$ событий с указанием на наличие очарованных частиц.

Микрополосковый вершинный детектор для эксперимента E687. Детектор был создан для измерения времени жизни тяжелых прелестных частиц в эксперименте по фоторождению на ускорителе в Лаборатории им.Ферми (Батавия, США) [11]. Он позволяет реконструировать топологии таких событий и идентифицировать вершины распада. На рис.2 приведена схема микровершинного детектора, который состоит из германиевой мишени, содержащей 40 микрополосок и 12 микрополосковых кремниевых плоскостей с возможностью чтения сигналов от каждой микрополоски. Подложка микрополоскового детектора имеет толщину 300 мкм и площадь 5×5 см. Параметры отдельных групп микрополосковых детекторов приведены в табл.1. В каждой группе первые три детектора дают X-, Y- и U-координаты. При этом плоскости X, Y и U повернуты относительно горизонтальной плоскости на -45° , -135° и -90° соответственно. Наряду с событиями, содержащими прелестные частицы, с помощью такого телескопа зарегистрировано свыше миллиона событий с очарованными частицами.

Точность установки детекторных плоскостей 3 мкм. Особый интерес представляет организация триггерной системы (рис.3). С целью упрощения

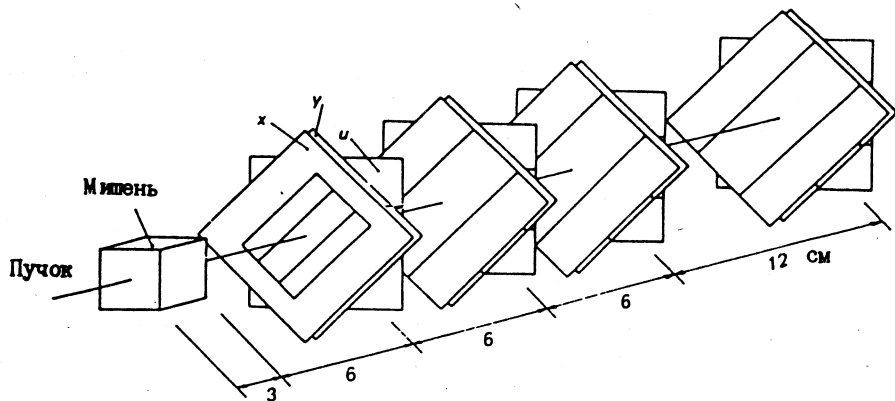


Рис.2. Схематическое изображение телескопа E687

Таблица 1. Параметры микрополоскового детектора E687

Номер группы	1	2,3 и 4
Общая площадь, см ²	2,5 × 3,5	5 × 5
Общее число микрополосок (1 + 2 + 3 + 4)		8400
Центральная область:		
площадь, см ²	1 × 3,5	2 × 5
шаг, мкм	25	50
Внешняя область:		
площадь, см ²	0,75 × 3,5	1,5 × 5
шаг, мкм	50	100

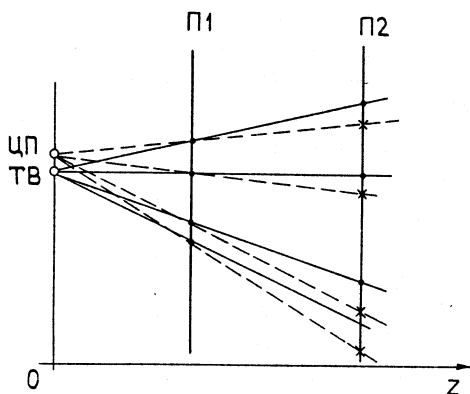


Рис.3. Алгоритм работы простого триггера: П1, П2 — детекторные плоскости. ЦП — центр проекции, ТВ — вершина распада

принят простой алгоритм, позволяющий всего лишь обнаруживать наличие в зарегистрированном событии хотя бы одной вершины распада. После запоминания сигналов на триггерных регистрах данные от передней плоскости записываются (накладываются) на регистр, относящийся ко второй плоскости. Затем с помощью мажоритарных схем совпадений определяется наличие вершины распада.

Микрополосковый детектор для эксперимента Beatrice (WA92). Детектор разработан для проведения экспериментов с прелестными частицами в ЦЕРН [10]. Он позволяет точно восстанавливать события с *B*-распадами. Детектор состоит из 16 микрополосковых плоскостей с шагом 10 мкм и имеет общую толщину 3,2 см вдоль оси. Первые 13 *Z*-плоскостей, расположены ближе к мишени. Из них шесть детекторов имеют толщину 150 мкм, и остальные плоскости имеют толщину по 300 мкм. Четырнадц-

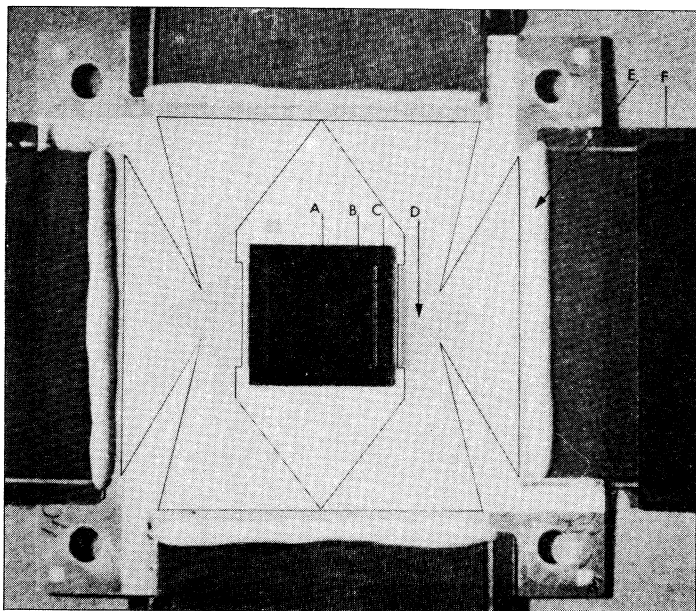


Рис.4. Общий вид микровершинного детектора: А — активная область, В — печатные проводники; С — проводники, соединяющие микрополоски и керамическую подложку; D — проводники, расположенные на керамике; E — связи между керамической подложкой и гибким кабелем; F — связь между керамической подложкой и электронной системой считывания

цатая Y -плоскость повернута на 90° по отношению к предыдущим плоскостям. Плоскости 15 и 16 (U и V) повернуты на $10,14^\circ$. С помощью такого телескопа достигнуто рекордное пространственное разрешение 3 мкм. На рис.4 приведен общий вид детектора, смонтированного на керамической подложке. Для данного эксперимента разработан эффективный процессор, который описан в следующем разделе.

2. ТРИГТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ ДЛЯ ВЕРШИННЫХ ДЕТЕКТОРОВ

В работе [12] приведен оригинальный алгоритм отбора событий с очарованными частицами, сочетающий в себе как аппаратные, так и программные средства фильтрации сложных событий. Суть алгоритма заключается в следующем. Микрополосковые детекторы располагаются в пространстве таким образом, чтобы отношение ширины стрипа к расстоянию от мишени

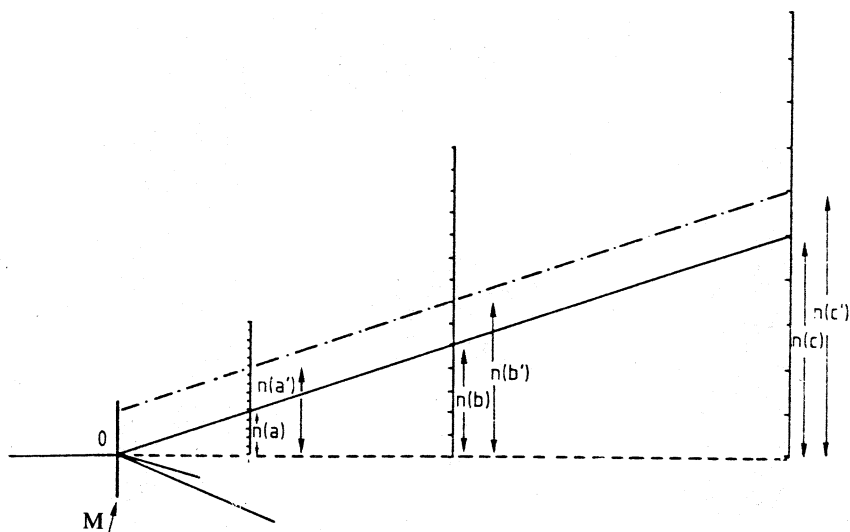


Рис.5. Телескоп, используемый для выработки триггера в эксперименте WA82:
 М — мишень; $n(a)$, $n(b)$, $n(c)$ — детекторные плоскости

между соседними микрополосками было постоянной величиной. Тогда для всех треков, исходящих из точки 0, где находится вершина первичного взаимодействия, выполняется условие

$$n(a) = n(b) = n(c),$$

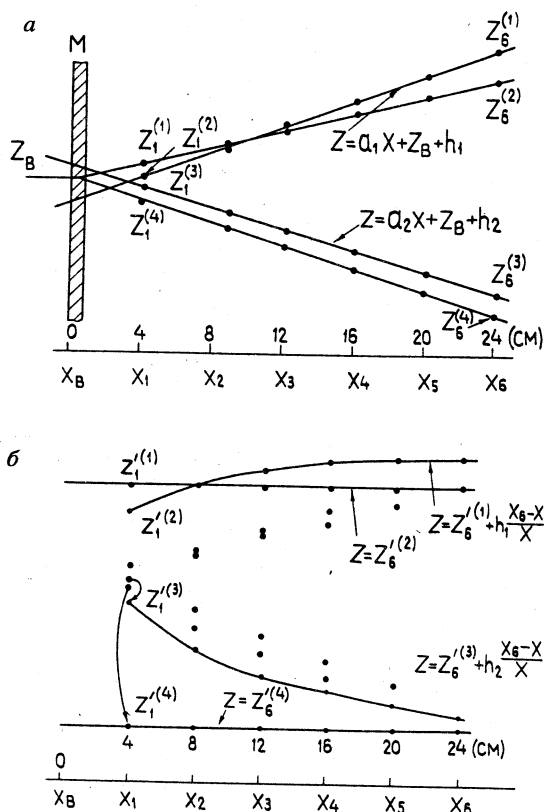
где n — номер сработавшей микрополоски (рис.5). Если же трек не «смотрит» в точку 0, то в пределах точности имеет место соотношение

$$n(a') \neq n(b') \neq n(c').$$

Практически это значит, что после регистрации события в памяти достаточно стереть все координаты, имеющие одинаковые адреса, относящиеся к первым трем детекторам, и по оставшимся данным можно вычислить значение прицельного параметра и восстановить треки частиц. Поскольку часть информации в такой триггерной системе обрабатывается программным способом, то оставляет желать лучшего скорость отбора событий. В работе [13] описана быстродействующая триггерная система, с помощью которой события, содержащие вторичные вершины распада, отбираются за 10 мкс. В этой системе используется двумерный трековый процессор, разработанный для установки DELPHI и детально описанный в работе [14]. Алгоритм работы триггерной системы, по существу, является усовершенствованным

Рис.6. а) Пример события с двумя первичными вершинами распада; б) это же событие после трансформации

вариантом алгоритма, описанного выше. Суть его заключается в следующем (рис.6). Обозначим (X_v, Y_v) — координаты вершин и $(X_i, Z_i^{(j)})$ — координаты треков, зарегистрированных с помощью микрополосковых детекторов: X_i ($i = 1, 2, \dots, 6$ — число детекторов) — есть позиция i -го микрополоскового детектора и $Z_i^{(j)}$ — j -я координата данного детектора. Тогда в плоскости XZ (рис.6,а) уравнение прямого трека имеет вид



$$Z = bX + Z_v + h, \quad (1)$$

где Z_v — представляет собой Z -координату вершины и h — прицельный параметр, который для всех треков, исходящих из первичной вершины распада, равен нулю. Реконструкция треков выполняется в четыре этапа.

Шаг 1. Трансформация координат. Для всех точек $(X_i, Z_i^{(j)})$ выполняется трансформация типа

$$Z_i^{(j)} = \frac{X_6}{X_i} (Z_i^{(j)} - Z_v). \quad (2)$$

Тогда уравнение (1) можно представить в виде

$$Z = Z_6^{(j)} - Z_v + h \frac{X_6 - X}{X} = Z_6^{(j)} + h \frac{X_6 - X}{X}. \quad (3)$$

Следует отметить, что с помощью трансформации (2) прямые треки, у которых прицельный параметр $h = 0$, превращаются в параллельные прямые (см. рис.6,б), а треки, относящиеся к вторичным вершинам взаимодействия, становятся гиперболами.

Шаг 2. Как следует из уравнения (3), первичные треки имеют по шесть точек с равными абсциссами, поэтому эти координаты, записанные в памяти, стираются, и тем самым облегчается процесс вычисления прицельного параметра.

Шаг 3. Сдвиг и определение прицельного параметра. Если ко всем значениям $Z_i^{(j)}$ добавить величину

$$n_i(h)w = h \frac{X_i - X_0}{X}, \quad (4)$$

где w — шаг микрополоскового детектора и n_i — число, зависящее от h , которое лучшим образом аппроксимирует уравнение (4), то после такой трансформации треки, имеющие отличный от нуля прицельный параметр, сводятся к постоянной функции от X . После нахождения таких треков можно вычислить значение прицельного параметра путем подсчета числа сдвигов в первом детекторе

$$h_i = n_1 l \frac{X_1}{X_1 - X_6}, \quad \text{где } l = 25 \text{ мкм.}$$

Шаг 4. Нахождение координат соответствующих вершин распада. Как уже отмечалось выше, для восстановления топологий событий используются

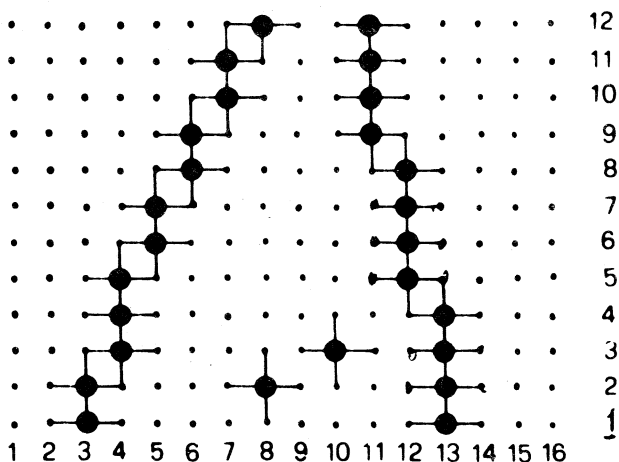


Рис.7. Алгоритм непрерывной маски

быстрый аппаратно-программируемый процессор, работа которого основана на так называемом алгоритме непрерывной маски [15]. Суть алгоритма поясняется с помощью рис.7. Данные с детекторов запоминаются на триггерных регистрах. Программируемая память в первом приближении представляет собой матрицу, состоящую из горизонтальных и вертикальных ключей, которые замыкаются теми триггерами регистров, на которых записаны единицы. Более детально модернизированный вариант специализированного процессора, используемого в эксперименте WA92, описан в [16].

Применение ассоциативной памяти и аналоговой нейронной сети. В триггерной системе, предназначенной для быстрого отбора событий, содержащих тяжелые цветные кварки, использованы модули ассоциативной памяти емкостью 4096 ячеек в каждом модуле [17]. В более современном варианте триггерной системы используется аналоговая нейронная сеть [18]. Необходимость в применении таких сложных процессорных устройств объясняется тем, что нахождение вершины вторичного распада даже в режиме «оф-лайн» представляет собой довольно сложную проблему. На рис.8 приведена блок-схема микровершинного детектора. Она состоит из мишени М, восьми микрополосковых детекторов, повернутых друг относительно друга на 90° , электронной системы считывания, модулей ассоциативной памяти (АЗУ) и аналоговой нейронной сети. Поиск вторичной вершины распада происходит в два этапа. На первом этапе в модули АЗУ предварительно заносятся данные о наиболее вероятных полезных событиях. Такими данными могут быть, например, количество треков в событии, их наклоны и т.д. Кроме того, из общих соображений известно, что треки (в идеальном случае), исходящие из первичной вершины распада, представляются как множество точек на горизонтальной прямой, а вторичные вершины распада отображаются в виде множества точек на наклонной прямой, которая пересекает эту прямую. После регистрации данных происходит параллельный поиск треков с помощью АЗУ в течение нескольких микросекунд, и в случае положительного ответа данные передаются на входы аналоговой нейронной сети.

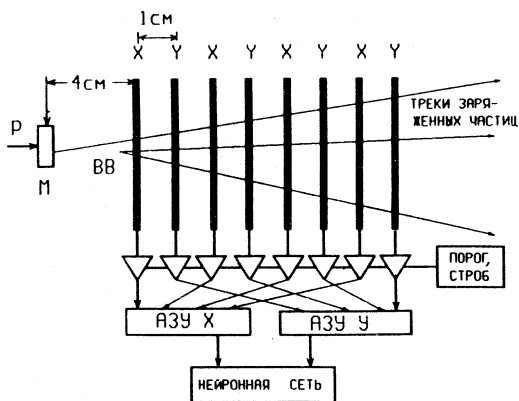


Рис.8. Блок-схема вершинного детектора: АЗУ — ассоциативное запоминающее устройство; Р — пучок; ВВ — вторичная вершина распада; М — мишень

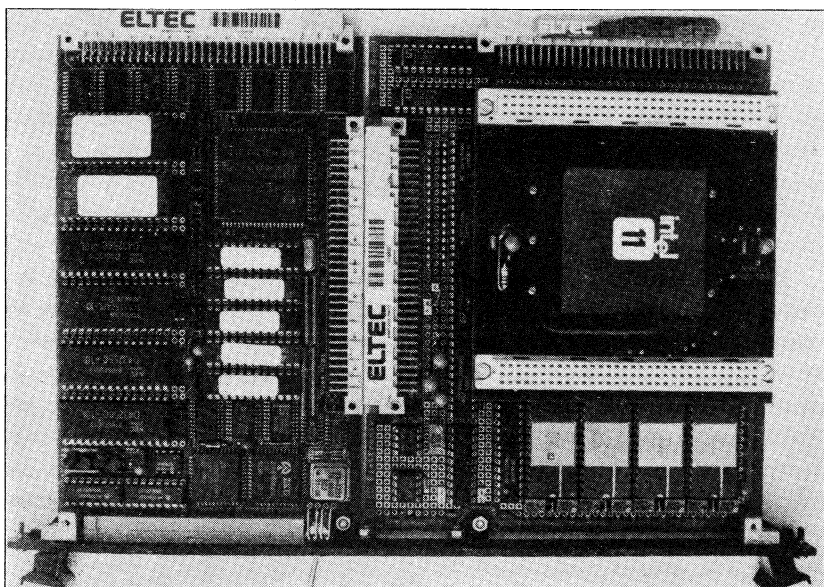


Рис.9. Вычислительная плата с аналоговой нейронной сетью

Аналоговая нейронная сеть представляет собой большую интегральную микросхему, разработанную фирмой «Intel». Она имеет 64 входа, 64 нейронных элемента в скрытом слое и 64 выхода. Для того чтобы нейронная сеть могла использоваться непосредственно в эксперименте, в стандарте VME создан гибридный процессор, общий вид которого приведен на рис.9. На плате расположены цифровая микро-ЭВМ 68070, аналоговая нейронная сеть 80170, модули памяти и соответствующие интерфейсы. Кроме того, с целью обмена данными между процессорами на плате имеются также модули АЦП и ЦАП. В целом гибридный процессор управляется с помощью персонального компьютера. Одной из трудоемких процедур, связанной с использованием нейронной сети, является ее обучение с помощью специальной программы. Использование аналоговой нейронной сети позволило существенно улучшить отбор полезных событий.

3. ВЕРШИННЫЕ ДЕТЕКТОРЫ, СОЗДАВАЕМЫЕ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА КОЛЛАЙДЕРАХ

Вершинные детекторы, создаваемые для экспериментов на коллайдерах имеют не только своеобразную конфигурацию в виде цилиндра, в центре которого проходит ионопровод (рис.10), но также более сложную меха-

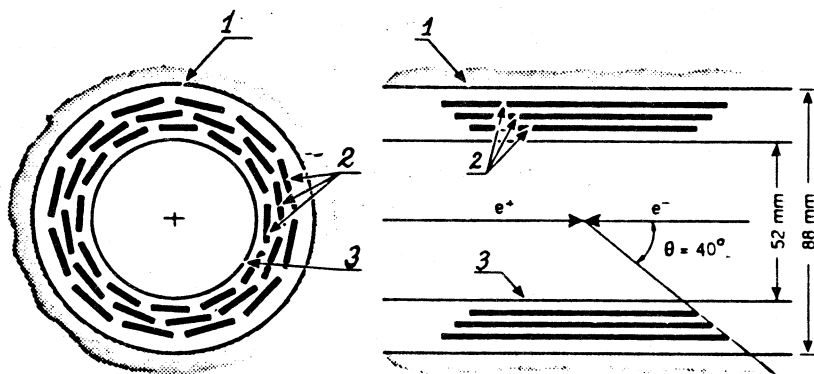


Рис.10. Схематическое изображение микровершинного детектора Mark II с ионопроводом: 1 — внутренняя стенка вершинной дрейфовой камеры; 2 — кремниевые детекторы, 3 — ионопровод

ническую конструкцию и большее число каналов регистрации (порядка 10^5). С целью повышения точности регистрации координат вершин распада типичный детектор имеет несколько слоев, покрытых микрополосковыми детекторами или другими типами полупроводниковых детекторов. Для упрощенной детекторной системы, состоящей из двух слоев, расположенных на расстояниях L_1 и L_2 от точки распада, с собственным разрешением σ_1 и σ_2 величина разрешения прицельного параметра σ_i может быть вычислена из следующего выражения [19]:

$$\sigma_i^2 = \sigma_1^2 + R^2 \alpha_{ms}^2 + R^2 \alpha_{track}^2,$$

где σ_1 — пространственное разрешение ближайшей детекторной плоскости, R — расстояние от первой детекторной плоскости до центра пучка, α_{ms} отражает эффект многократного рассеяния и α_{track} — точность по углу трековой системы. С целью упрощения вещество ионопровода рассматривается как часть внутреннего слоя детектора. Основные требования к вершинным детекторам, создаваемым для экспериментов на Большом адронном коллайдере, заключаются в следующем: 1) точность внутреннего детектора (ближайшего к ионопроводу) должна быть весьма высока (порядка нескольких микрометров); 2) необходимо обеспечить минимум вещества детектора и ионопровода; 3) угловое разрешение всей трековой системы должно быть порядка 100 мкрад.

Таблица 2. Микрополосковые вершинные детекторы [20]

Эксперимент	Коллайдер	Энергия коллайдера, ГэВ
MARK II	SLC (e^+e^-)	$94/Z^0$
DELPHI	LEP (e^+e^-)	$94/Z^0$
ALEPH	LEP (e^+e^-)	$94/Z^0$
OPAL	LEP (e^+e^-)	$94/Z^0$
CDF	TEVATRON ($p\bar{p}$)	1800
L3	LEP (e^+e^-)	$94/Z^0$
ARGUS	DORIS-II (e^+e^-)	$10/\Upsilon(4S)$
CLEO-II	CESR (e^+e^-)	$10/\Upsilon(4S)$
KEDR	VEPP-4 (e^+e^-)	$10/\Upsilon(4S)$

$Z^0, (4S)$ — частицы.

В [19] приведено краткое описание и параметры вершинного детектора, создаваемого для коллаборации ATLAS. Рассматривается вопрос об использовании двухкоординатных (pixel) детекторов для внутренних слоев вершинного детектора. В [20] приведено описание конструкций и параметры наиболее известных микрополосковых детекторов, электронных систем считывания и регистрации данных. В табл.2 приведены установки, предназначенные для проведения экспериментов на коллайдерах. Большинство из этих детекторов уже используется в экспериментах.

Более подробная информация о детекторах содержится в соответствующих литературных ссылках. Ниже будут описаны наиболее известные микровершинные детекторы.

Микровершинный детектор Mark II. Микровершинный детектор Mark II был предложен для эксперимента в 1985 г. на линейном коллайдере SLAC и начал использоваться с 1990 г. [21]. До этого измерения времени жизни $\tau^\pm$ -лептонов и среднее время жизни B -адронов проводилось с помощью вершинных дрейфовых камер. Помимо ожидаемого повышения точности регистрации координат частиц до 5 мкм, использование микровершинного детектора позволит также увеличить на порядок точность измерения прицельного параметра и улучшить такой важный параметр, как разрешение двух треков до 5 мрад. Схематический вид детектора изображен на рис.10. Он состоит из трех концентрических цилиндрических поверхностей, на которых смонтировано 36 модулей (ladders) с односторонним считыванием. Большое внимание было уделено точности установки вершинного

детектора и отдельных его частей. Так, для получения точности установки 40 мкм использовался трехмерный микроскоп. Для ориентации микрополосковых детекторов с точностью 2 мкм применялся коллимированный пучок рентгеновской трубки. Кроме того, в процессе эксперимента дополнительно использовался емкостный пробник с целью устранения отклонений внешнего слоя детектора с медными шинами «земли», принадлежащими дрейфовой вершинной камере, окружающей полупроводниковую микровершинную камеру. В свою очередь, каждый детектор (модуль) содержит по 512 микрополосок с переменным шагом 25, 29 и 33 мкм для внутреннего, среднего и внешнего слоя соответственно. Длина стрипов тоже переменная, что позволяет получить размах покрываемого детекторами полярного угла до 40° . Микрополоски ориентированы параллельно пучку (ось z), что позволяет измерять координаты в плоскости $\pi\phi$. На рис.11 приведен общий вид одного модуля микрополоскового детектора. Каждый модуль состоит из микрополоскового детектора и двух микросхем Н1 и Н2, выполненных по гибридной технологии. Эти устройства обеспечивают передачу сигналов от микрополосок к входам усилителей чтения. В свою очередь, каждому детектору соответствуют по две пары больших 128-канальных больших интегральных микросхем типа «Microplex» (см. табл.3). Такие микросхемы обеспечивают усиление и чтение сигналов от 18432 микрополосок. На рис.12 приведен снимок с дисплея реконструированного с помощью микровершинного детектора Mark II двухструйного Z^0 -распада. Треки заряженных частиц,

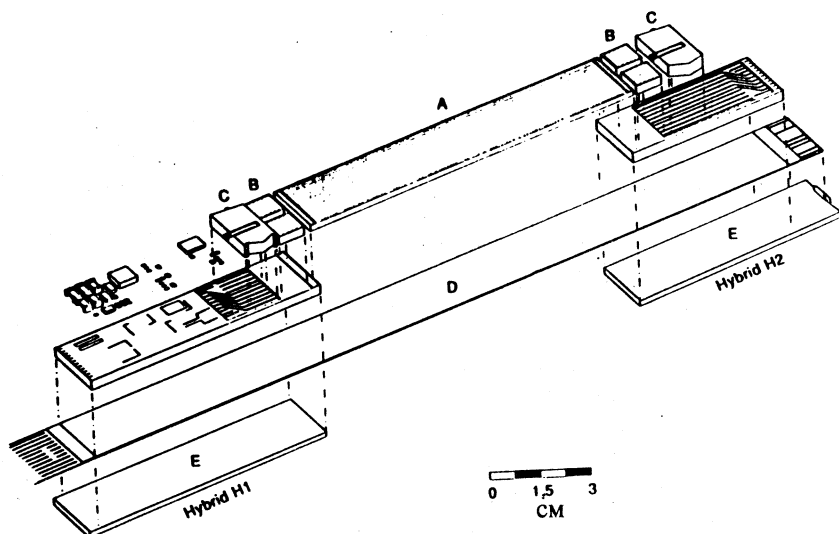


Рис.11. Общий вид микрополоскового модуля: А — микрополоски; В — микросхемы; С — буферные блоки; D — тонкий кабель; Е — стальная пластинка

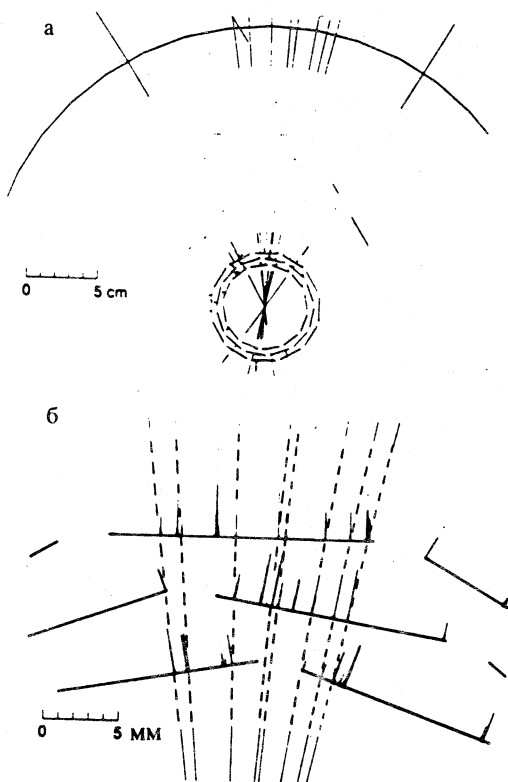


Рис.12. а) Реконструированный с помощью микровершинного детектора Mark II Z^0 -распад; б) более детальная часть картины

мишенью. Микрополосковые детекторы с шагом 25 мкм расположены параллельно пучку и магнитному полю. Плоскости содержат по 24 модуля, каждый из которых, в свою очередь, состоит из четырех микрополосковых детекторов. Вершинный детектор покрывает угол $\pm 45^\circ$ и содержит в общем 165888 микрополосок. Трудности заключаются с тем, что здесь используются одномерные детекторы со считыванием сигналов только от одной плоскости. В более совершенном варианте микрополоскового детектора шаг микрополоски равен 16,6 мкм, что позволило получить высокое пространственное разрешение порядка 5 мкм и разрешение двух треков 100 мкм.

Уменьшение радиуса ионопровода в 1991 г. позволило установить еще дополнительный внутренний цилиндр с радиусом 6,3 см при длине 24 см.

проходящих через детектор, обозначены как прямые линии, исходящие из точки взаимодействия.

Микровершинный детектор DELPHI. Детектор DELPHI является одной из четырех универсальных установок, используемых на ускорителе LEP и предназначенных для изучения e^+e^- взаимодействий при энергиях, близких к массе Z^0 -бозона. Около 130000 адронных событий зарегистрированы в 1990 г. и вдвое больше в 1991 г. В установке DELPHI [22] использовались две модификации вершинных детекторов. Установленный на пучке LEP в 1989 г. детектор состоял из двух концентрических плоскостей с радиусами 9 и 11 см, на которых смонтированы микрополосковые детекторы. Ранее аналогичные детекторы использовались в эксперименте с фиксированной

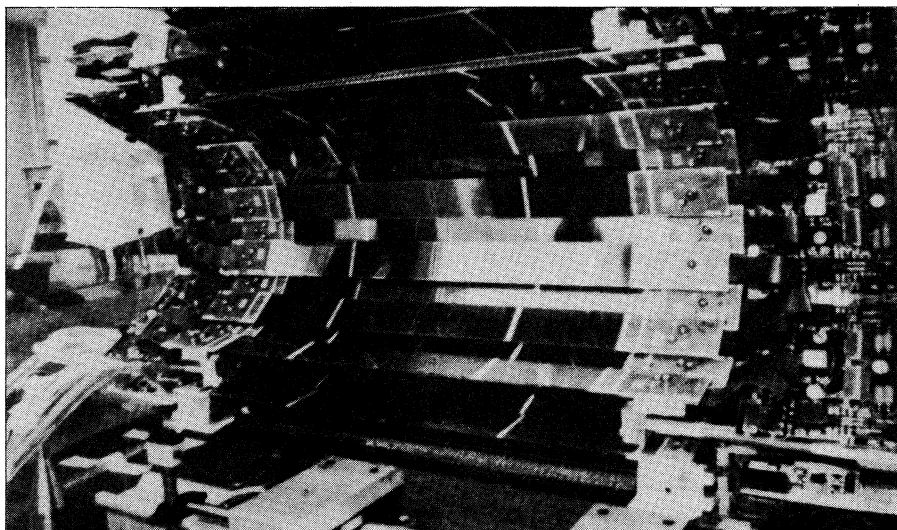


Рис.13. Общий вид половины микровершинного детектора DELPHI

Поскольку радиусы концентрических плоскостей различны, то активная длина модулей вершинного детектора также переменная и находится в пределах от 1,92 до 3,20 см. Характеристики окончательного варианта детектора описаны в [22]. На рис.13 приведен общий вид одной половины микровершинного детектора. Использование третьей плоскости позволяет проводить измерения координат частиц непосредственно у ионопровода. При этом удалось повысить неопределенность в вычислении прицельного параметра от $((80 \text{ мкм})^2 + (120 \text{ мкм}/p_t)^2)^{1/2}$ до $(24 \text{ мкм})^2 + (69 \text{ мкм}/p_t)$ для треков с импульсом p_t , измеренным в единицах ГэВ/с. Приблизительная оценка дает разрешение для прицельного параметра для $\sigma_b(\mu^+\mu^-) = 21 \text{ мкм}$. На рис.14 приведен снимок с дисплея, где изображен кандидат в событие $Z^0 \rightarrow b\bar{b}$.

Рассмотрим кратко параметры микрополоскового детектора. Ширина детектора меняется от 19,2 (384 микрополоски) до 32 мм (640 микрополосок) для внешнего слоя. Средний слой имеет 512 микрополосок при ширине 25,6 мм. Используется полупроводниковый детектор с интегрированной емкостной связью и смещающим резистором. На рис.15,а приведен общий вид модуля микрополоскового детектора. Электронная система усиления и чтения приведена на рис.15,б. Плата, на которой монтируются

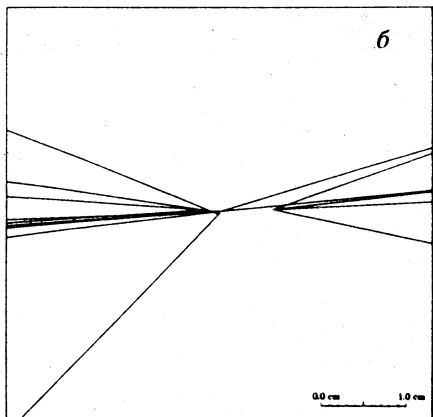
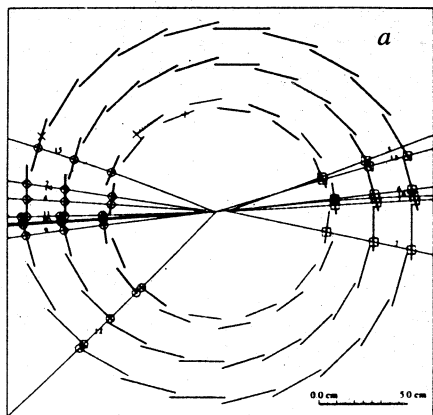


Рис.14. Снимок с дисплея кандидата в событие $Z^0 \rightarrow b\bar{b}$, зарегистрированного с помощью микровершинного детектора DELPHI

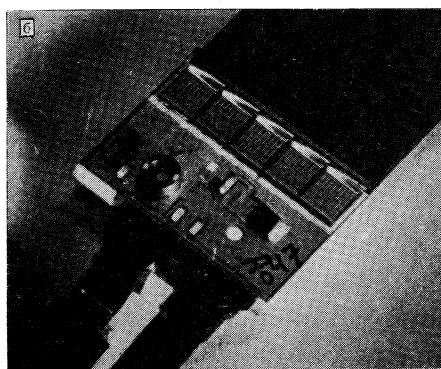
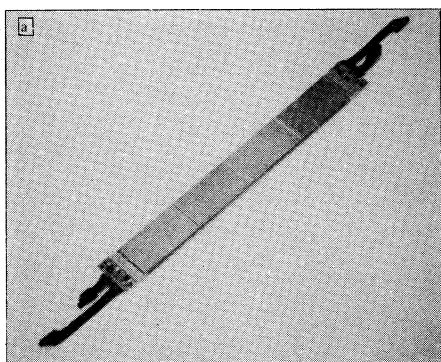


Рис.15. а) Общий вид внешнего модуля детектора. б) Модуль считывания данных

микросхемы MX3, одновременно является частью механической конструкции микровершинного детектора. После поступления общего триггерного сигнала импульсы с выходов детектора последовательно считываются с помощью системы модулей FASTBUS, оцифровываются и обрабатываются с помощью сигнального процессора DSP56001.

В табл.3 приведены параметры четырех типов наиболее известных микровершинных детекторов, используемых на ускорителях LEP и SLC.

Таблица 3. Параметры полупроводниковых микрополосковых детекторов

Установка	Mark II	DELPHI	ALEPH	OPAL	L3
Литература	[21]	[22]	[23–26]	[27,28]	[29–31]
Количество слоев	3	3	2	2	2
Радиусы, см					
r_1	2,9	6,3	6,3	6,2	6,1
r_2	3,4	9,0	—	—	—
r_3	3,8	11,0	10,7	7,7	7,8
Покрываемый угол, %	0,65 0,65 0,65	0,86 0,80 0,73	0,87 — 0,75	0,82 — 0,76	0,92 — 0,88
Перекрытие плоскостей, %	—	14	4	—	12
Количество детекторов	36	288	96	75	96
Площадь кремния, м ²	0,05	0,42	0,25	0,15	0,30
Количество БИС чтения	144	576	1152	125	576
Количество каналов чтения	18432	73728	73728	16000	73728
Отношение сигнал/шум	18	14	17	22	—
Собственное разрешение, мкм	7	7–9	12($r\phi$) 12(r_z)	5	7($r\phi$) 14(r_z)
Прицельный параметр, мкм	25 $\mp$ 5		15 ($r\phi$) 25 (r_z)		

— Нет информации.

Чтение информации организовано таким образом, что данные считываются через каждые 50 мкм (три микрополоски на один усилитель), а значения координат вычисляются методом деления заряда. При этом используется большая многоканальная интегральная микросхема МХЗ, параметры которой приведены в табл.4.

**Таблица 4. Параметры БИС,
используемых в полупроводниковых вершинных детекторах [20]**

Эксперимент	Mark II	DELPHI	ALEPH	OPAL	L3
БИС	Microplex	MX3	CAMEX64A	MX5	SVX-H3
Тип	5 мкм NMOS	3 мкм CMOS	3,5 мкм CMOS	1,5 мкм CMOS	3 мкм CMOS
Количество каналов	128	128	64	128	128
Поверхность, мм ²	6,3 × 54	6,5 × 6,8	6,4 × 5,0	6,5 × 6,8	6,3 × 6,8
Стрип, мкм	47,5 (4 ряда)	50 (2 ряда)	100	550 (2 ряда)	48 (2 ряда)
Мощность рассеяния, мВт	14	0,75	1	2	1,3
ENC, e ⁻	280 + 97C _{ВХ}	350(C _{ВХ} + 3,5) ^{1/2}	335 + 35C _{ВХ}	325 + 23C _{ВХ}	350 + 58C _{ВХ}
Радиационная стойкость, крад	20	15	12	5	20

Более детально характеристики ряда БИС, разработанных для микрополосковых детекторов, приведены в [20].

Микровершинный детектор ALEPH. Это первый микровершинный детектор с двусторонним считыванием, который используется в эксперименте на коллайдере с 1991 г. Общий вид детектора приведен на рис.16. Для детектора ALEPH [23] по специальной технологии разработан микрополосковый детектор с двусторонним чтением, что позволяет с помощью одной детекторной плоскости регистрировать две координаты — X и Z [24]. Детектор ALEPH состоит из двух концентрических плоскостей с радиусами 6,3 и 10,7 см, покрытых микрополосковыми детекторами площадью 0,25 м², керамических держателей и электронной системы считывания, содержащей 74000 каналов регистрации. В микрополосковом детекторе с двусторонним чтением идеально решается проблема регистрации второй координаты. Такое решение позволяет оптимизировать величину сигнала при минимальной толщине материала и осуществить корреляцию амплитуд импульсов, получаемых от собираемых зарядов с двух сторон микрополоскового детектора. Естественно, что использование двустороннего считывания приводит

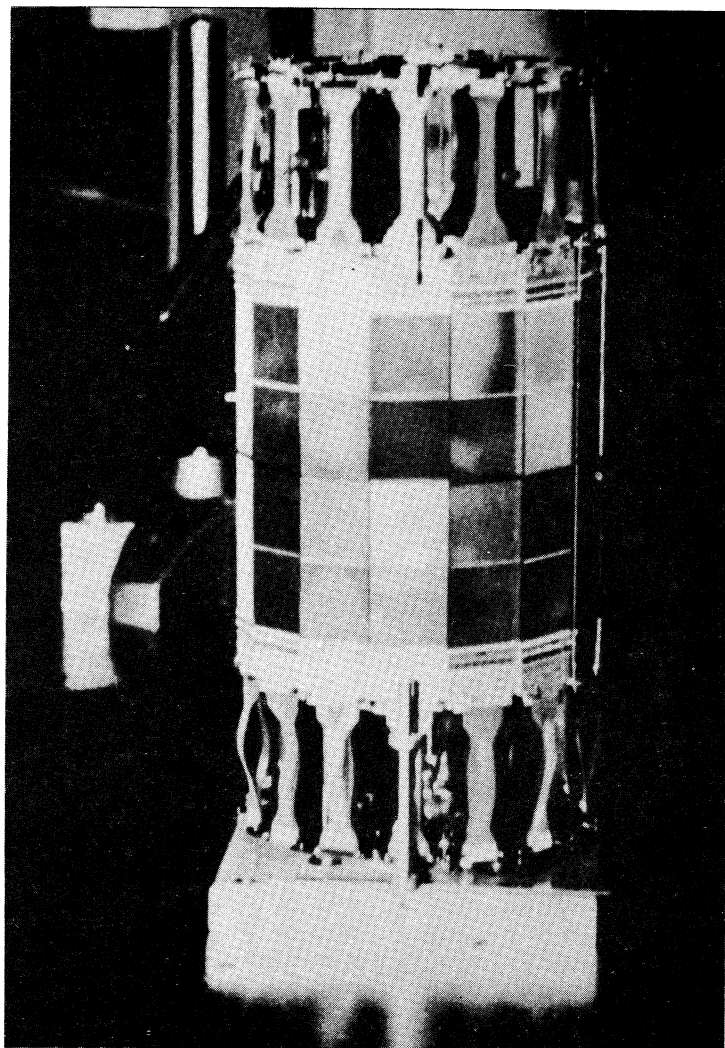


Рис.16. Общий вид микровершинного детектора ALEPH, смонтированного на графитовой подставке. Около торцов видны гибкие печатные проводники

к существенному упрощению вершинного детектора и уменьшению эффекта многократного рассеяния частиц. Поэтому вершинный детектор для данной установки содержит всего две концентрические поверхности, покрытые модулями из микрополосковых детекторов. На рис.17 схематически

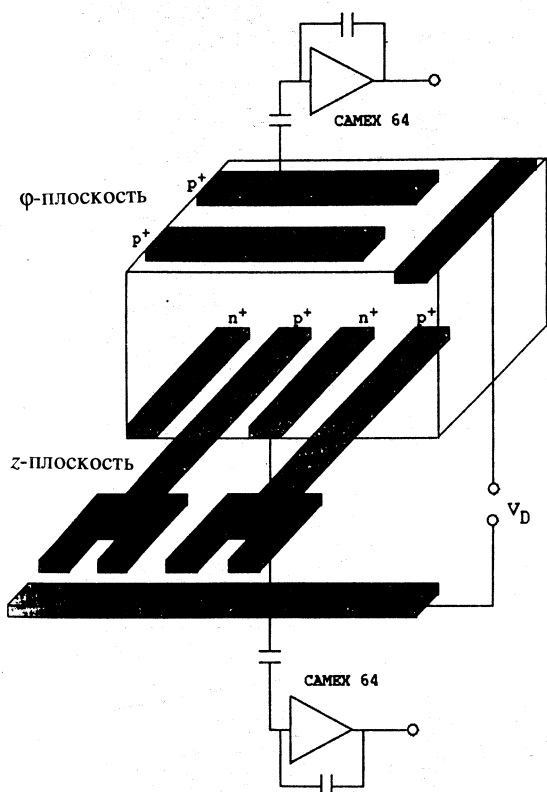


Рис.17. Структура подложки микрополоскового детектора ALEPH с двусторонним считыванием. CAMEX 64 — микросхема

показана структура подложки микрополоскового детектора. Она имеет размеры $5,12 \times 5,12$ см и толщину 300 мкм. Подложка выполнена из высокоомного кремния, в котором на ϕ -плоскости имплантированы p^+ -микрополоски с шагом 25 мкм. На противоположной z -плоскости и ориентированной перпендикулярно n^+ микрополоски имплантированы с шагом 50 мкм. Сигнал на ϕ -плоскости считывается от каждой четвертой микрополоски, а на z -плоскости — от каждой второй, так что шаг считывания на каждой из сторон составляет 100 мкм. Микровершинный детектор состоит из 28 модулей, расположенных в двух слоях. В свою очередь, каждый модуль

состоит из двух микрополосковых детекторов с двусторонним считыванием сигналов. На p^+ -плоскости полоски обоих детекторов соединены последовательно. Длина полосок на этой стороне 46,1 мм, число каналов равно 483 на каждый детектор. Полное число каналов считывания с одного базового модуля равно 1442, а общее количество каналов регистрации составляет 81000. Большая интегральная схема CAMEX64, используемая для чтения и регистрации данных, имеет 64 независимых канала, каждый из которых содержит зарядочувствительный предусилитель с управляемой обратной связью, второй усилитель вместе с переключаемыми конденсаторами обеспечивает выполнение двойной корреляционной выборки и дополнительное

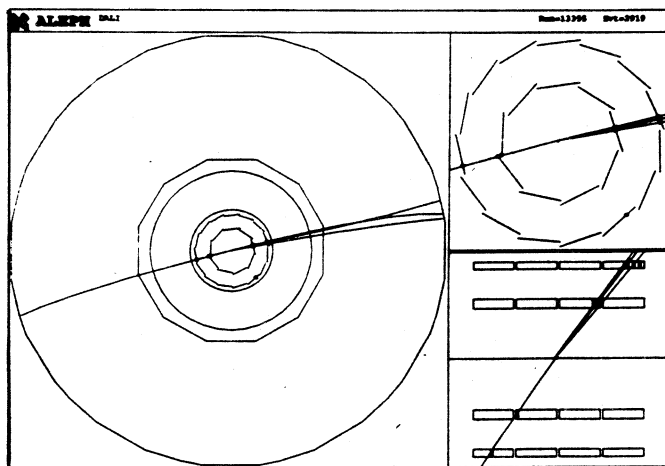


Рис.18. Распад Z^0 -бозона на пару τ -лептонов, содержащий одно-лучевые и трехлучевые моды. Слева видны в разрезе микровершинная, внутренняя и времяпроекционная камеры. Справа сверху приведены более детально треки, проходящие через микровершинный детектор в плоскости x, y . Справа внизу то же событие, но в плоскости r, z

усиление. В 1991 г. с помощью вершинного детектора ALEPH было зарегистрировано около 300000 адронных Z^0 -распадов. На рис.18 приведены типичные адронные события от Z^0 -распада в проекциях r, ϕ и r, z . Координаты частиц определяются методом деления заряда.

Микровершинный детектор OPAL. Известны две модификации микровершинных детекторов OPAL. В первой модификации используются микрополосковые детекторы с однокоординатным чтением. Во втором варианте, благодаря специальной технологии, стало возможным создание двухкоординатного детектора. Разработка высокопрецизионного микровершинного детектора первой модификации [27] совпала со временем реконструкции ионпровода на ускорителе LEP, в результате чего радиус ионпровода в 1991 г. был уменьшен с 8,5 до 5,5 см. Общие параметры микровершинного детектора приведены в табл.3. Детектор состоит из двух концентрических поверхностей с радиусами 6,2 и 7,7 см. Микрополоски ориентированы по азимуту (в ϕ -направлении) с шагом 50 мкм. По этой причине возможна регистрация только одной координаты сработавшей частицы. Особенностью микрополоскового детектора является использование полевого транзистора в качестве источника смещения для отдельных

имплантированных микрополосок (FOXFET-структура) [28], что позволяет менять динамическое сопротивление от 10 до 40 МОм и улучшить отношение сигнал/шум до 22:1. Микрополосковый модуль детектора состоит из трех полупроводниковых детекторов длиной 6 см, соединенных в виде последовательной цепочки, причем каждый такой детектор состоит из 629 микрополосок. Выходы микрополосок соединены с входами усилителей по переменному току. Общее число каналов считывания аналоговых сигналов составляет 16000. Регистрация сигналов выполняется с помощью 128-канальной БИС МХ5 (см. табл.4), выполненной по 1,5 К-МОП-технологии. Каждый канал микросхемы имеет на входе зарядочувствительный усилитель, выход которого подключен к запоминающему конденсатору. Сигналы от конденсаторов всех каналов считываются с помощью 128-разрядного сдвигового регистра. Параметры микровершинного детектора OPAL приведены в табл.6. В 1991 г. с помощью вершинного детектора было зарегистрировано порядка 250000 адронных Z^0 -распадов. Получено высокое разрешение прицельного параметра порядка 15 мкм.

В [28] описан модифицированный вариант микровершинного детектора OPAL с двухкоординатным считыванием. Однако используемая система считывания принципиально отличается от системы, применяемой в детекторе ALEPH. Отчасти это объясняется трудностями технологического характера. Поэтому для чтения второй z-координаты было принято простое решение путем склеивания двух плоскостей микрополосковых детекторов, ориентированных в ϕ - и z-направлениях соответственно. Для прохождения сигналов, соответствующих z-координате, к усилителям, расположенным в той же области, где находятся усилители считывания, соответствующие ϕ -координатам, используются печатные золоченые контакты, расположенные на стеклянной подложке. В табл.5 приведены параметры микрополоскового модуля.

**Таблица 5. Параметры микрополоскового модуля
модифицированного детектора OPAL**

Параметр	ϕ -плоскость	z-плоскость
Толщина кремния, мкм	250	250
Шаг микрополоски, мкм	25	25
Шаг микрополоски чтения, мкм	50	100
Собственное разрешение, мкм	5,0	13
Число каналов чтения	629	584
Отношение сигнал/шум	24	20

Таблица 6. Параметры микровершинного детектора OPAL

Параметр	Величина
Число слоев	2
Количество микрополосковых детекторов:	
внутренний слой	11
внешний слой	14
Эффективный радиус слоя, мм:	
внутренний	61
внешний	75
φ-аксептанс:	
внутренний слой	88%
внешний слой	91%
Количество каналов	30325
Система охлаждения	Водяная

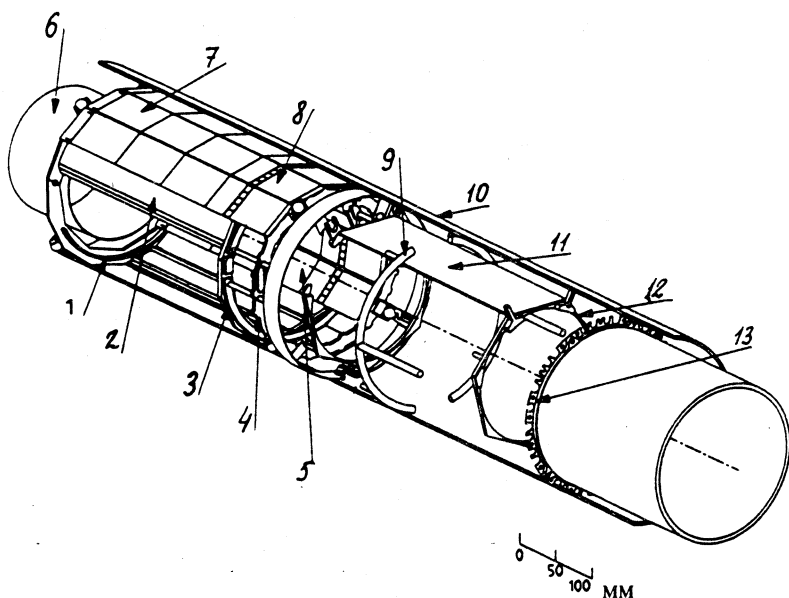


Рис.19. Общий вид конструкции детектора OPAL: 1 — опорное кольцо, 2 — бериллиевая оболочка, 3 — опорное и охлаждающее кольца, 4 — опорное кольцо, 5 — внутренние детекторные платы, 6 — пучковая бериллиевая трубка, 7 — внешние детекторные платы, 8 — микросхемы, 9 — система охлаждения, 10 — трубки давления, 11 — платы для регистрирующей электроники, 12 — опорное кольцо, 13 — направляющие для кабелей

Вместо БИС MX5 в модифицированном варианте детектора используется большая интегральная микросхема MX7, где, в частности, существенно повышена радиационная стойкость и на 20% повышена помехоустойчивость. Получено собственное координатное разрешение 5 и 13 мкм по координатам φ и z соответственно. Общие параметры микровершинного детектора OPAL приведены в табл.6.

На рис.19 приведена фотография микровершинного детектора OPAL, установленного вокруг ионопровода на ускорителе LEP.

Микровершинный детектор L3 [29—31]. Этот детектор был введен в эксперимент сравнительно недавно (в начале 1993 г.). В целом детектор состоит из двух концентрических слоев цилиндрической формы с радиусами 6,1 и 7,8 см соответственно. В каждом слое содержится по 12 микрополосковых модулей толщиной 300 мкм и площадью 7×4 см. Модуль, в свою очередь, состоит из двух микрополосковых детекторов с двусторонним считыванием, что позволяет измерять две координаты частицы: z и r , φ . Ожидаемое разрешение для одного трека составляет 7 и 14 мкм в плоскостях $r\varphi$ и rz соответственно. Особенностью конструкции микровершинного детектора L3 является сдвиг во внешнем слое модулей по отношению к оси z на стереоугол 3° , что позволяет идентифицировать многотрековые события. Более подробно конструкция и характеристики модулей описаны в [29]. Микровершинный детектор обеспечивает реконструкцию треков частиц в полярном угле 22° и 158° и по азимуту 360° . Большая интегральная 128-канальная микросхема SVX, используемая для считывания данных, содержит все необходимые схемы, позволяющие усиливать, запоминать и мультиплексировать данные на один выходной канал, который подключен к входу оптического передатчика. Функциональная плата с оптической развязкой содержит также 8-разрядный параллельный АЦП, с помощью которого оцифровываются сигналы, поступающие от детектора, и 8-разрядные ЦАП, используемые для установки порога АЦП и калибровки модуля SVX. Выходы функциональных плат с оптической развязкой подключены к входам системы сбора и обработки данных в стандарте VME на основе микропроцессора TSM 99105.

Микровершинный детектор CDF [32—34]. Микровершинный детектор CDF предназначен для проведения экспериментов на pp -коллайдере в Лаборатории им.Ферми. Он был введен в эксплуатацию в 1992 г. Задача состояла в том, чтобы обеспечить точность регистрации треков порядка 10 мкм. Общий вид детектора приведен на рис.20. Он состоит из четырех концентрических слоев. Внутренний и внешний слой имеют радиусы 3,005 и 7,866 см соответственно. Детектор помещен внутри вершинной время-проекционной камеры. В табл.7 приведены параметры микровершинного детектора.

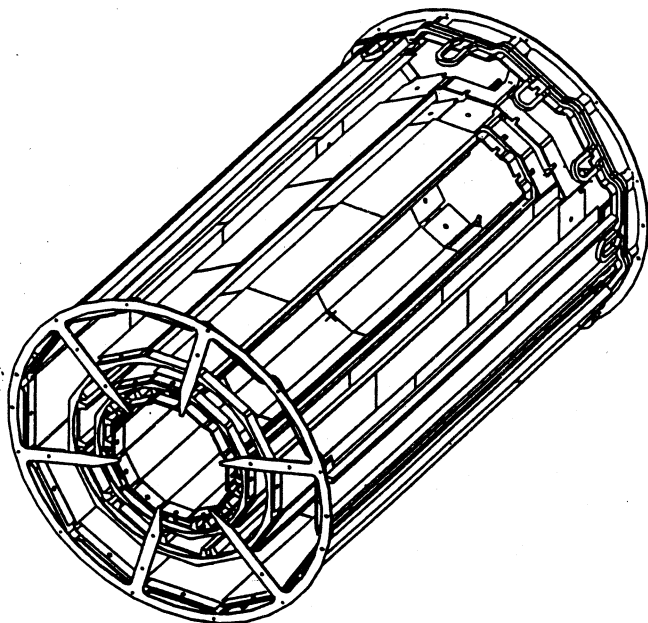


Рис.20. Общий вид конструкции детектора CDF

Таблица 7. Параметры микровершинного детектора CDF

Параметр	Значение
Количество слоев	4
Внутренний/внешний радиус, см	3,005/7,866
Микрополоски, мкм	60, слой 0–2; и 55 — слой 3
Активная длина, см	51 (2 × 25,5)
Разрешение, мкм	10 (прицельный параметр)
Технология	одностороннее считывание
Отношение сигнал/шум	9–10
Число каналов	46080
Количество микросхем	360
Мощность рассеяния, мВт/микросхема	175
Общая мощность рассеяния, Вт	100
Время считывания, мс	1–2
Охлаждение	водяное, 14°C
Период встречи пучков, мкс	3,5

Детектор CDF состоит из четырех слоев микрополосковых детекторов с односторонним считыванием (порядка 40000 каналов). Размер микрополоски 25 мкм, шаг между микрополосками 60 мкм у внутреннего слоя и 110 мкм у внешнего, длина 8,5 см, толщина 300 мкм. Модули микрополосковых детекторов имеют максимальную длину 510 мм; каждый модуль состоит из трех микрополосковых детекторов. В [32] приводятся также характеристики 128-канальной микросхемы, используемой для усиления и регистрации сигналов. На одно событие приходится 60–100 Кбайт данных.

Микровершинные полупроводниковые детекторы для эксперимента ATLAS [35]. Для будущего эксперимента ATLAS предлагается сложная система трековых детекторов, включающая несколько типов полупроводниковых микровершинных детекторов. На рис.21 приведена схема трековой системы, причем рассматриваются две концепции установки, которые находятся в стадии исследования. Здесь мы рассмотрим краткое описание микровершинных полупроводниковых детекторов. Основные требования к внутреннему микровершинному детектору заключаются в следующем.

1. Высокое пространственное разрешение порядка 5–10 мкм.
2. Высокое быстродействие: полное время сбора зарядов должно составлять 20–30 нс для детекторов толщиной 300 мкм.
3. Высокое разрешение двух треков: типичная величина — 150 мкм.
4. Высокая радиационная стойкость.

Внутренний микровершинный детектор состоит из трех concentрических плоскостей, расположенных на расстоянии от 10 + 30 см от ионпровода. Предполагается, что будут использованы микрополосковые детекторы с двусторонним считыванием или двухкоординатные (pixel) детекторы,

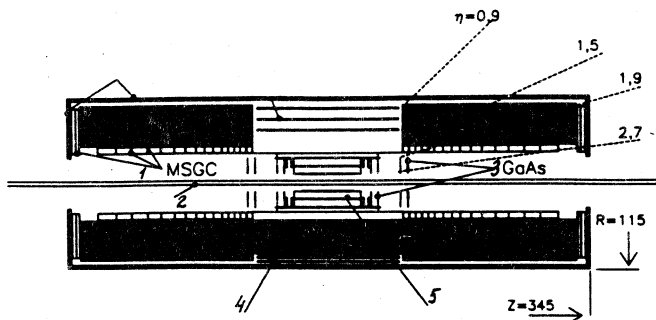


Рис.21. Система трековых детекторов установки ATLAS в разрезе: 1 — микрополосковые газовые счетчики, 2 — ионпровод, 3 — полупроводниковые детекторы на основе GaAs, 4, 5 — полупроводниковые детекторы

которые позволяют измерить величину прицельного параметра с точностью до 25 мкм.

Микрополосковый детектор на основе GaAs позволит улучшить импульсное разрешение в области с большим уровнем радиации. Третий внешний полупроводниковый детектор в сочетании с внутренним детектором обеспечивает точное измерение импульсов заряженных частиц в центральной области трековой системы и выработку данных для триггера второго уровня.

Микровершинный полупроводниковый детектор для эксперимента CMS [36]. Структура цилиндрической части детектора CMS, состоящей в основном из микрополосковых газовых детекторов, будет рассмотрена ниже. Основные требования к микровершинному детектору заключаются в том, чтобы обеспечить пространственное разрешение r , ϕ -координат с точностью до 25 мкм и высокое разрешение по импульсу. Детальные исследования показали, что микрополоски длиной 125 и с шагом 50 мкм обеспечивают качественное восстановление треков и удовлетворительное импульсное разрешение. Такой важный параметр, как емкость детектора, влияющий на уровень шумов, должен быть менее 10–20 пФ.

Требования к электронике микровершинных детекторов. Кремниевый детектор не обладает свойством внутреннего усиления, поэтому на вход усилителя поступает заряд, равный числу электронно-дырочных пар, возникающих при прохождении заряженной частицы. От стандартного кристалла толщиной 300 мкм можно получить сигнал, эквивалентный $25 \cdot 10^3$ электронам. Поэтому для кремниевых детекторов необходимы высококачественные малошумящие усилители. В [37] показано, что среди трех схем предусилителей (зарядочувствительный, усилители тока и напряжения) для экспериментов в физике высоких энергий наиболее предпочтительным является усилитель напряжения. Вследствие стабильности выходной емкости детектора имеется возможность выполнять интегрирование выходного сигнала непосредственно на входе усилителя. Кроме того, усилитель напряжения имеет лучшую помехоустойчивость по сравнению с зарядочувствительным усилителем. Обычно усилители для микрополосковых детекторов выполняются по гибридной технологии. В данной работе рассмотрены также способы формирования и стробирования сигнала, необходимые для фильтрации шумов и оцифровки с помощью АЦП.

Большое число каналов регистрации в вершинных детекторах приводит к необходимости создания экономичной схемы считывания данных от детекторных плоскостей. Проблема состоит в трудности согласования минимальных размеров кристалла детектора с реальными размерами регистрирующей электроники. Поэтому такие устройства выполняются в виде отдельных микросхем. Эффективная монолитная микросхема описана в

работе [38]. Она выполнена по К-МОП-технологии и содержит 128 каналов регистрации. С целью повышения помехоустойчивости в схеме предусилителя используется метод выборки с двойной корреляцией. Модуль имеет один выход от сдвигового регистра. Важно, что потребляемая мощность на канал не превышает 1,6 мВт. В работе [39] описана двухмодульная 64-канальная система с буферной памятью типа «FIFO», что позволяет существенно повысить скорость считывания информации. В первом модуле содержатся усилители и компараторы, а вторая микросхема предназначена для хранения данных. Память работает в режиме «первый записан — первый считан», что позволяет по мере поступления триггерных сигналов регистрировать только полезные события.

Весьма перспективным направлением в электронных системах считывания для микрополосковых детекторов является использование конденсаторов, переключаемых с помощью транзисторных ключей, работающих в конвейерном режиме. В такой памяти сигнал передается (сдвигается) от одного конденсатора к другому с большой скоростью. Суть проблемы заключается в том, что для будущих экспериментов на коллайдерах, где число каналов считывания в микровершинных детекторах может составлять 10^5 и более, требуется создание помехоустойчивых микросхем с малой потребляемой мощностью. Кроме того, существенным недостатком используемых микросхем, параметры которых перечислены в табл.4, является то, что они не приспособлены для работы в конвейерном режиме, характерном для экспериментов на коллайдерах с малым периодом встречи сгустков (банчей) частиц. Как известно, это время ($16 + 96$ нс) намного меньше, по сравнению с временем работы триггерной системы первого уровня (порядка 1–2 мкс). В [40] описана аналоговая задержка-буфер, выполненная по 1,2 мкм К-МОП-технологии и предназначенная для регистрации данных от полупроводниковых детекторов. После усиления с помощью зарядочувствительного усилителя сигналы поступают на вход CR-RC формирователя с пиковым временем 45 нс. Далее сформированные сигналы сдвигаются в аналоговый буфер, обеспечивающий задержку 1,2 мкс. После поступления триггерного сигнала первого уровня аналоговые выборки поступают на следующий уровень конвейера, где сигналы обрабатываются с частотой 100 кГц.

Поскольку аналоговые запоминающие устройства используются также и в двухкоординатных детекторах (см. ниже), рассмотрим кратко принцип действия такого устройства [41]. На рис.22 приведена блок-схема одного канала аналоговой памяти на переключаемых конденсаторах. Аналоговый сигнал поступает на вход памяти через низкоомный ключ K1. Запоминающая ячейка состоит из комплементарного ключа (из n - и p -канальных транзисторов, стоки которых включены параллельно) и двойного поликрем-

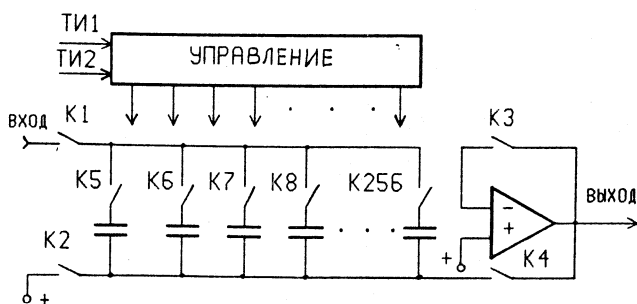


Рис.22. Канал аналоговой памяти на переключаемых конденсаторах: $K_1 + K_{256}$ — ключи; $TI1, TI2$ — тактовые импульсы

нивого конденсатора емкостью 1,5 пФ с толщиной диэлектрика 700 Å. Сдвиг входных сигналов происходит в момент поступления тактового импульса на оба транзистора (на рис.22 ключи изображены упрощенно). Внешнее напряжение смещения прикладывается к нижним пластинам конденсаторов с помощью ключа K_2 . В результате напряжение, запоминаемое в каждом конденсаторе в момент сдвига, соответствует разнице между напряжением входного сигнала и напряжением смещения. Перед чтением закрываются ключи K_1 и K_2 . Тем самым от входа памяти отключается входная магистраль и нижние пластины конденсаторов, и с помощью ключа K_4 подключается выходной усилитель. Частота записи сигналов может составлять 100 МГц. Концепция переключаемых конденсаторов эффективно используется также при создании 32-канальной аналоговой памяти [42].

4. МИКРОПОЛОСКОВЫЕ ГАЗОВЫЕ ДЕТЕКТОРЫ

Впервые микрополосковые газовые детекторы были описаны в [43,44]. Прототипами таких детекторов являются многопроволочные пропорциональные камеры и микрополосковые полупроводниковые детекторы. На рис.23 приведена схема детектора [45]. Он имеет подложку из изоляционного материала, на которой сформированы тонкие металлические анодные и катодные полоски толщиной несколько микрометров. Типичные размеры анодных и катодных микрополосок составляют 10 и 80 мкм. Они расположены с шагом 100 мкм. Разность потенциалов между анодными и катодными электродами создает электрическое поле около анодных микрополосок в достаточной степени, чтобы обеспечить газовое усиление электронов. Катодные электроды располагаются на расстоянии в несколько миллимет-

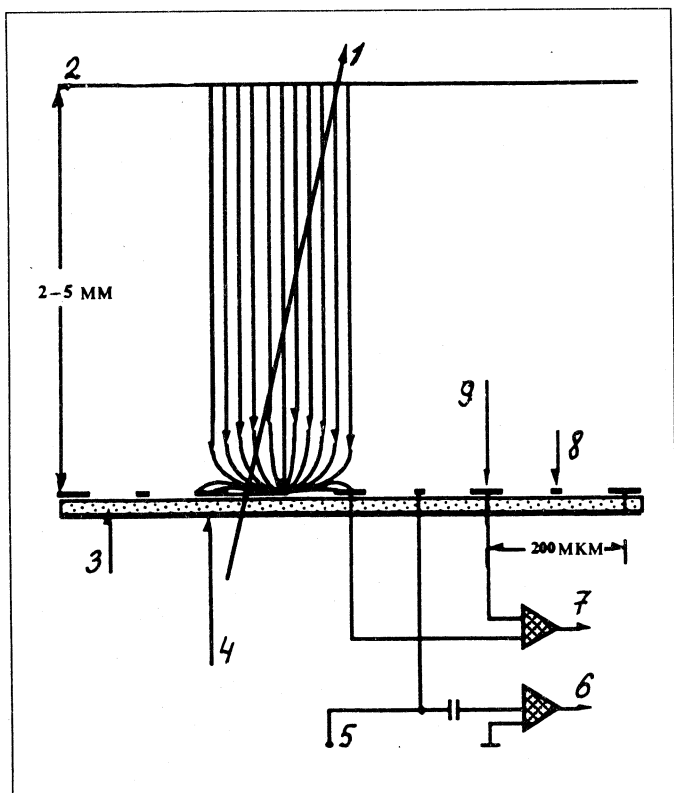


Рис.23. Схема микрополоскового газового детектора: 1 — трек заряженной частицы, 2 — катодная плоскость, 3 — подложка, 4 — электрод, 5 — высоковольтное напряжение, 6 — цифровой выход, 7 — аналоговый выход, 8 — анодные полоски, 9 — полевые полоски. Толщина подложки 150 + 500 мкм

ров над поверхностью для того, чтобы гарантировать дрейф электронов в направлении анодных микрополосок и обеспечить формирование заметного сигнала. Так же, как и в обычной многопроволочной пропорциональной камере, наряду с отрицательным сигналом, который формируется в области облака электронов, на соседних катодных электродах наводится импульс положительной полярности, что позволяет улучшить пространственное разрешение детектора и дает возможность регистрировать вторую координату частицы.

Методика микрополосковых газовых детекторов рассматривается как одно из перспективных направлений для будущих экспериментов на кол-

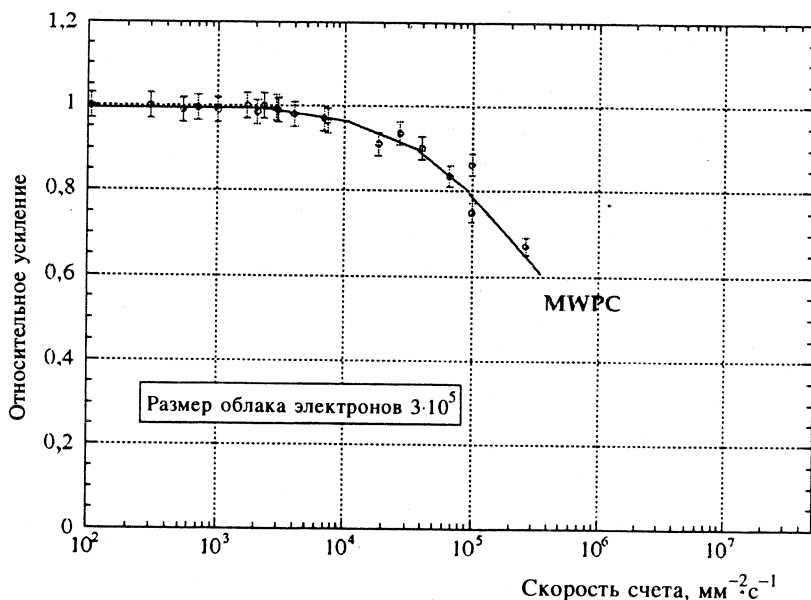


Рис.24. Загрузочная характеристика многопроволочной пропорциональной камеры

лайдерах. Отмечаются следующие положительные качества новых детекторов: относительная простота конструкции, низкая стоимость, высокая радиационная стойкость, и, что весьма важно, наличие газового усиления позволяет упростить электронную систему считывания. Еще одним важным качеством таких детекторов является более высокое быстродействие по сравнению с МПК. На рис.24 приведена кривая, характеризующая относительное усиление в зависимости от скорости счета. Для сравнения на рис.25 приведены значения этого же параметра для микрополоскового газового детектора [46]. Таким образом, микрополосковая газовая камера может работать в условиях потоков, превышающих 10^6 частиц на $\text{мм}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$.

В последнее время ведется большое количество исследований, направленных на совершенствование микрополосковых газовых детекторов. Так, работа [45] посвящена исследованию влияния различных газовых смесей на характеристики камеры. Показано, что с целью достижения высокого разрешения весьма перспективными являются две газовые смеси: Xe/DME/CO_2 30/30/40 и DME/CO_2 60/40 (DME — диметилэфир). Получена хорошая эффективность и разрешение 30 мкм в газовом объеме толщиной 2,8 мм. В [47] описано устройство и конструкция микрополосковой газовой камеры,

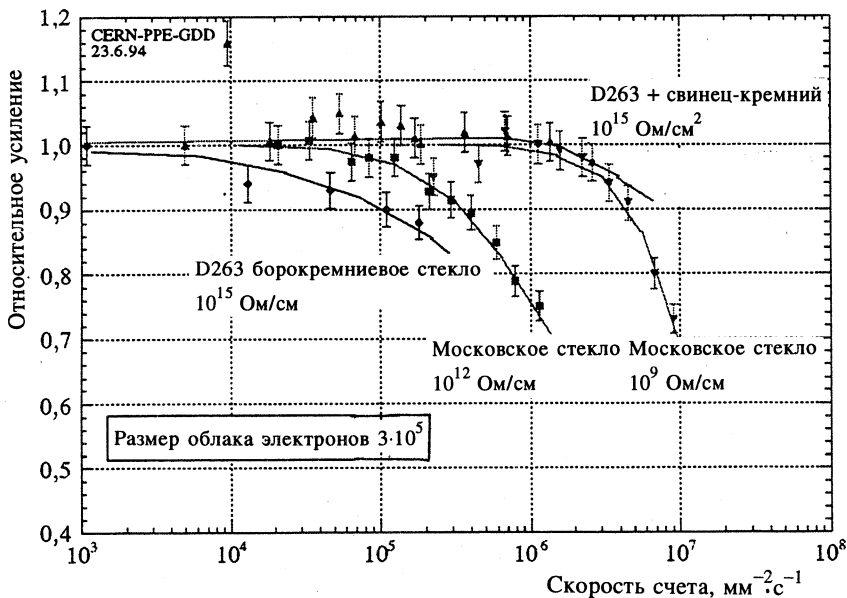


Рис.25. Скоростные характеристики микрополоскового газового детектора в зависимости от проводимости подложки

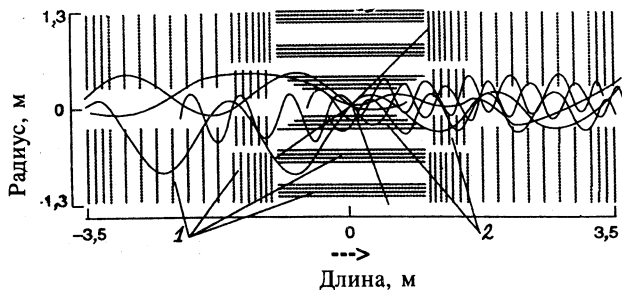
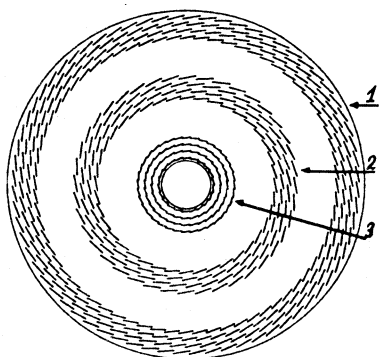


Рис.26. Вид соленоидального детектора (CMS) в плоскости rz : 1 — микрополосковые газовые счетчики, 2 — кремниевые детекторы

отличающейся большой поверхностью ($10 \times 10 \text{ см}$), с возможностью чтения сигналов как от анодных микрополосок, так и от катодных. В [48] обобщаются достижения в области методики таких детекторов: точность определения координаты для минимально ионизирующей частицы составляет

Рис.27. Вид соленоидального детектора (CMS) в плоскости $r\phi$: 1 — внешние микрополосковые газовые счетчики (камеры); всего имеется 68 счетчиков на один слой; 2 — внутренние микрополосковые газовые счетчики; всего имеется 40 счетчиков на один слой; 3 — полупроводниковые микрополосковые детекторы



30 мкм, что лучше, чем точность дрейфовых камер, и приближается к точности полупроводниковых микрополосковых детекторов, высокая скорость счета (свыше $10^6 \text{ мм}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$) и хорошее энергетическое разрешение. В [49] приведены результаты применения микрополосковых газовых детекторов в эксперименте NA12. Было использовано восемь плоскостей с общим числом каналов считывания 1100. В [50] описан проект применения в качестве центрального детектора микрополосковых газовых плоскостей в компактном мюонном соленоиде (CMS). Трековая система состоит из двух частей: передней секции и многослойного детектора цилиндрической формы, вид которого в разрезе в плоскости $r\phi$ показан на рис.26. Центральный слой установки представляет собой полупроводниковый микрополосковый детектор, где детекторные элементы расположены параллельно оси пучка. Второй и третий слои состоят из микрополосковых газовых детекторов, имеющих линейные размеры $100 \times 100 \text{ мм}$ и толщиной 2–3 мм. В свою очередь, каждый слой разделен на отдельные суперслои, как это видно из рис.27. Точность регистрации координат при считывании дискретным способом должна составлять 40 мкм, а при считывании с катодных микрополосок — не менее 30 мкм. В передней части микрополоскового газового детектора CMS детекторные элементы расположены радиально по отношению к оси пучка. Использование детектора с большой дискретностью по всему объему позволит повысить импульсное измерение заряженных частиц, улучшить точность регистрации координат частиц и упростить конструкцию детектора в целом. На рис.27 приведена схема детектора CMS в разрезе в плоскости $r\phi$.

Двухкоординатные микровершинные детекторы. Двухкоординатный (пиксель) детектор представляет собой полупроводниковый прибор с большим количеством детекторных элементов, расположенных на двумерной плоскости. Двухкоординатные микровершинные детекторы имеют более широкие перспективы развития по сравнению с однокоординатными детек-

торами. Так, в процессе определения координат n частиц с помощью однокоординатной детекторной плоскости порождаются столько же неопределенностей («духов»). Если же микрополосковый детектор имеет две плоскости, то при реконструкции треков частиц получается n^2 «духов». Для однозначной реконструкции многотрековых событий требуется детектор, состоящий из шести плоскостей [51]. Такой подход является неприемлемым вследствие следующих факторов: толщина материала, мощность рассеяния, время считывания и т.д. Поэтому более перспективными являются двухкоординатные детекторы. Наиболее широкое применение в качестве таких детекторов находят ПЗС-матрицы и кремниевые детекторы.

Двухкоординатные детекторы, создаваемые на основе ПЗС-матриц. Пионерские исследования приборов с зарядовой связью (ПЗС) [52] показали, что ПЗС-матрицы можно успешно использовать для создания прецизионных детекторов элементарных частиц, в том числе и в качестве

вершинных детекторов. Типичные ПЗС-матрицы, используемые в качестве детекторов, имеют следующие характеристики: пространственная точность составляет 3 мкм; разрешение двух треков 60 мкм; временное разрешение 500 нс; время чтения 4–5 мс и радиационная стойкость $3 \cdot 10^5$ рад, что эквивалентно работе в течение года на пучке с интенсивностью 10^6 в банче. Так же, как и микрополосковые детекторы, ПЗС-матрицы используются как в экспериментах с фиксированной мишенью, так и на коллайдерах. Подробное описание принципа действия ПЗС-матриц содержится

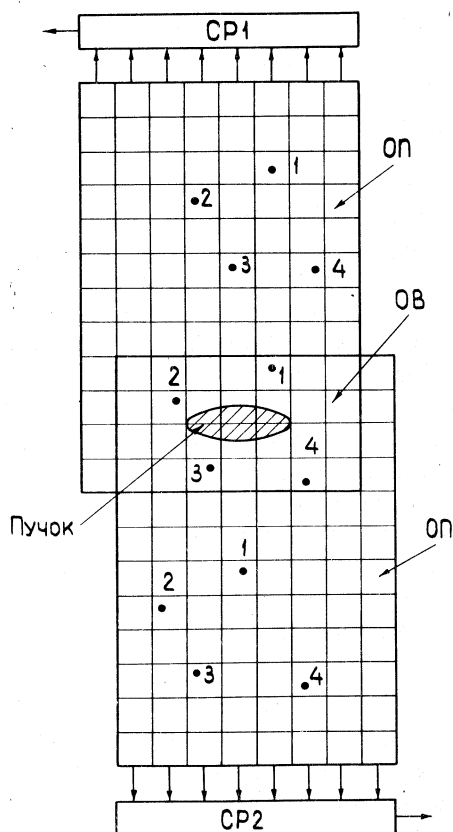


Рис.28. Метод совмещения регистрации запоминания данных, применяемый в микровершинных детекторах на основе ПЗС-матриц: CP1 и CP2 — сдвиговые регистры; ОП — область памяти; ОВ — область детектора; 1 + 4 — сработавшие ячейки

в обзоре [53]. Активная поверхность матрицы обычно равна 1 см^2 , а размеры одной ячейки — $22 \times 22 \text{ мкм}$. В эксперименте NA32 вершинный детектор, наряду с ПЗС-матрицами, содержит также восемь микрополосковых детекторов. Поскольку ПЗС-матрицы могут работать при большей плотности треков, то они помещаются ближе к мишени. Точность регистрации первичной вершины распада в таком детекторе составляет 2 мкм [54].

В экспериментах с фиксированной мишенью телескоп из ПЗС-матриц используется совместно с активной мишенью. Минимально ионизирующая частица порождает в детекторе заряд, равный 1000 электронам, и для уменьшения уровня шумов детектор помещается в криостат при температуре азота. Известны два метода чтения данных от ПЗС-матриц, используемых в качестве детекторов. В первом методе [55] две ПЗС-матрицы располагаются так, что они только частично перекрываются (рис.28). В результате получаются две зоны. Общая зона используется как детектор, а оставшаяся часть — в качестве памяти. Причем считывание выполняется с частотой 1 МГц и в противоположных направлениях, что упрощает идентификацию треков. Во время банча данные сдвигаются в область памяти и после поступления триггерного сигнала подача тактовых импульсов прекращается. Далее выполняется чтение информации во внешнюю память. Применяется также схема отделения треков, не связанных с триггерным сигналом [56]. Данные из четных и нечетных матриц считываются в противоположных направлениях. В процессе реконструкции треков предполагается что сигналы, поступившие от нужной частицы, имеют равное время чтения (в единицах тактовой частоты). В данной работе ПЗС-матрица, имеющая тактовую частоту $6,75 \text{ МГц}$, функционирует при комнатной температуре и содержит $2,3 \cdot 10^5$ ячеек (576 столбцов по 385 ячеек в каждом столбце).

Микровершинный детектор SLD. Детектор предназначен для использования в экспериментах, проводимых на линейном коллайдере [51]. В настоящее время известны две модификации детектора, которые условно назовем SLD1 [51] и SLD2 [57]. Общий вид двух половинок детектора SLD1 приведен на рис.29. Детектор состоит из четырех концентрических слоев, покрытых с обеих сторон ПЗС-матрицами. Радиусы внешнего и внутреннего слоев равны $41,5$ и $29,5 \text{ мм}$. Всего смонтировано 480 ПЗС-матриц, содержащих $120 \cdot 10^6$ пикселей. ПЗС-матрицы смонтированы на 60 модулях по 8 ПЗС-матриц на каждом модуле. Модули смонтированы на двух полуцилиндрах, изготовленных из бериллия. Что касается непосредственно ПЗС-матрицы, то она изготовлена на подложке из кремния и имеет размер пикселя 20 мкм^2 . Всего на подложке расположено $16 \cdot 10^6$ пикселей. Будучи на порядок тоньше микрополоскового детектора, SLD, изготавливаемый на основе ПЗС-матриц, дает лучшее разрешение наклонных треков (порядка 5 мкм). С целью оптимизации радиационных потерь и уменьшения шумов

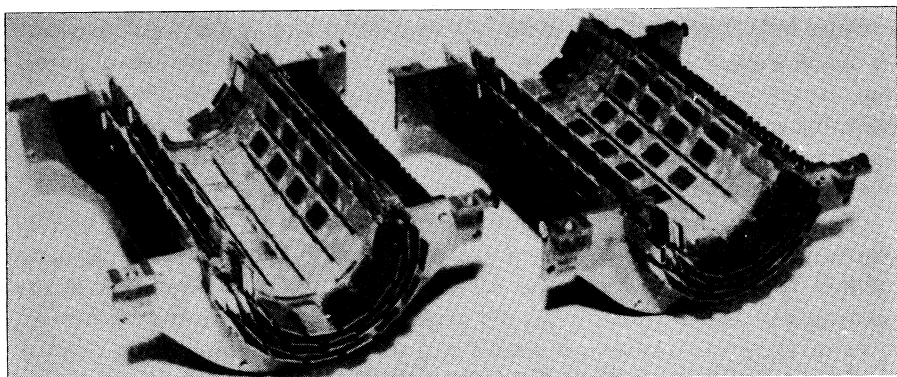
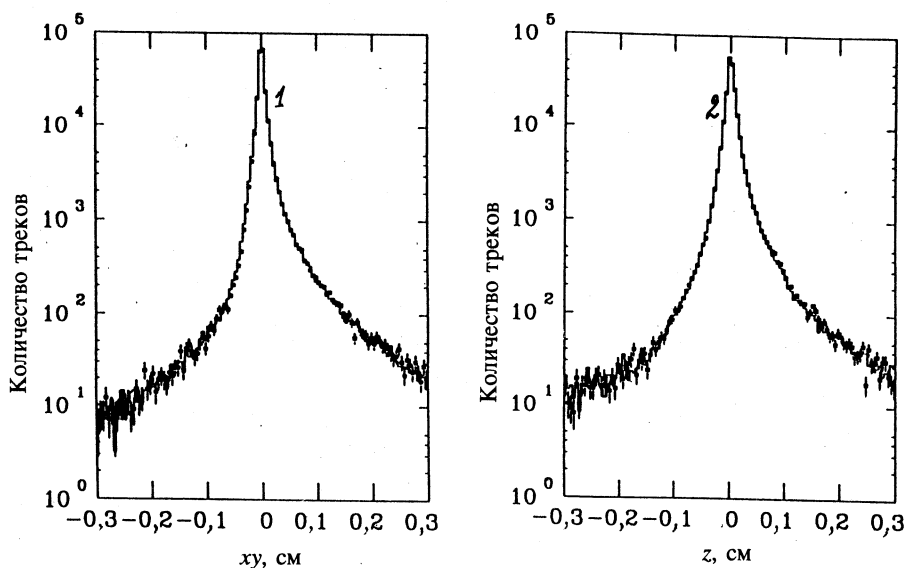


Рис.29. Общий вид двух половин микровершинного детектора SLD

Рис.30. Распределение прицельного параметра в плоскостях xu и rz для треков, принадлежащих адронному Z^0 -распаду: 1 — прицельный параметр в плоскости xu , 2 — прицельный параметр в направлении rz

детектор помещен в криостат при температуре 180°K . Отмечаются следующие положительные качества таких детекторов [57].

1. Высокая дискретность ячеек и отсутствие высокого напряжения питания или какого-либо способа умножения зарядов. Как следствие этого, детектор имеет высокую помехоустойчивость.

2. Практическое отсутствие кластеров облегчает фитирование треков.
3. На каждую точку трека получается по две координаты.
4. Эксплуатация в течение трех лет показала, что детектор отличается высокой стабильностью во времени.

На рис.30 приведено распределение прицельного параметра в плоскостях xu и rz для треков от Z^0 -распада. Получены следующие основные параметры: пространственное разрешение 5 и 6 мкм в плоскости xu и в направлении z соответственно. Величина прицельного параметра измерялась для двух треков с большой кривизной. При этом использовалась мюонная пара от Z^0 -распада. Гауссовское фитирование дало такие величины для разрешения одного трека: 11 мкм для xu и 38 мкм для rz .

В табл.8 приведены сравнительные параметры микровершинных детекторов SLD1 и SLD2 [57].

Микровершинный детектор SLD2 должен быть введен в эксперимент в 1995 г. Как видно из табл.8, для создания детектора были использованы специально разработанные ПЗС-матрицы больших размеров и с повышенными временными параметрами, что позволило уменьшить время считывания и улучшить разрешение прицельного параметра. Поскольку на ускорителе SLAC частота встречи банчей составляет всего 120 Гц, то большое время считывания сигналов от детектора порядка 160 мс не сказывается на эффективности работы ПЗС-матриц.

Таблица 8. Сравнительные параметры детекторов SLD1 и SLD2

Параметр	SLD1	SLD2
Количество слоев	4	3
Количество модулей	60	48
Количество ПЗС-матриц	480	96
Количество пикселей	$110 \cdot 10^6$	$307 \cdot 10^6$
Активные размеры ПЗС-матрицы, см	1,3-0,9	8,0-1,6
Активная длина (z), см	9,2	15,9
Количество пикселей на трек	2,3	3,2
Частота считывания, МГц	2	10
Время считывания, мс	160	100
Прицельный параметр (xu), мкм	$11 + 70/p$	$9 + 29/p$
Прицельный параметр (rz), мкм	$39 + 70/p$	$14 + 29/p$

Знак + означает сложение в квадрате; p — импульс, Гэв/с.

5. КРЕМНИЕВЫЕ ДВУМЕРНЫЕ РЕГИСТРАТОРЫ

Задача ставится таким образом, чтобы разработать двумерный регистратор, сочетающий одновременно все преимущества микрополосковых кремниевых детекторов и ПЗС-матриц и содержащий не только усилители, но и преобразователи информации.

Возникающие при этом технологические проблемы обсуждаются в работе [58]. Используя современную технологию, нетрудно сформировать на одном кристалле 10^6 диодов, расположенных в виде матрицы. Проблема заключается в создании адекватной по размерам и обладающей высоким быстродействием регистрирующей электроники при малой рассеиваемой мощности. Описанный в [59] прототип кремниевых регистраторов имеет детектор, содержащий 1024 диода (32×32), параллельный АЦП и шифратор координат. Шифратор координат построен на компараторах и поэтому возникают неопределенности при шифрации множественных событий. В более сложной разработке для выборки сработавших столбцов и строк с последующей шифрацией координат сработавших ячеек используется приоритетный шифратор [60]. В работе [61] проблема быстрой и экономичной системы считывания сигналов решается путем применения мат-

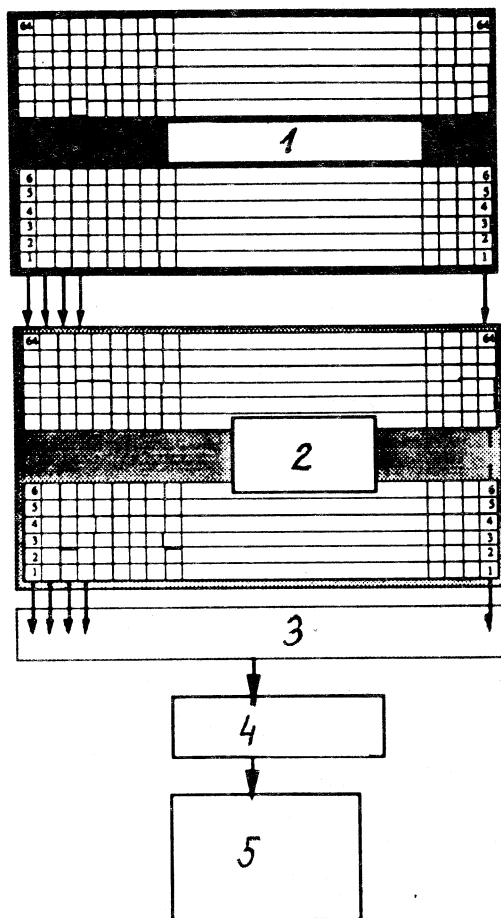


Рис.31. Применение памяти конвейерного типа для считывания сигналов с двухкоординатного детектора: 1 — двухкоординатный детектор, 2 — запоминающее устройство конвейерного типа, 3 — мультиплексор, 4 — оптическая связь, 5 — накопительное запоминающее устройство

рицы переключаемых конденсаторов, работающих в конвейерном режиме. Такая память, по существу, представляет собой микроэлектронный аналог обычной схемы задержки. При этом работа такой памяти разделяется на две фазы: чувствительную фазу, во время которой детектор облучается, и фазу чтения данных. На рис.31 приведена блок-схема двухкоординатного детектора с памятью на переключаемых конденсаторах. Данные в память записываются после процесса экспозиции детекторной части модуля. Запись выполняется по колонкам, в то время как считывание идет по строкам с частотой 100 МГц с помощью мультиплексора. Далее по оптической линии связи информация передается в общую память.

В последнее время был разработан ряд модулей двухкоординатных полупроводниковых детекторов с хорошими параметрами. В [62] описан гибридный двухкоординатный детектор, содержащий матрицу из 96×378 (36288) чувствительных элементов, расположенных на площади 75×500 мкм. Модуль предназначен для эксперимента WA97 (ЦЕРН). На рис.32 приведен общий вид шести модулей вместе с процессорной платой и соответствующими соединительными проводниками. В одной микросхеме содержится

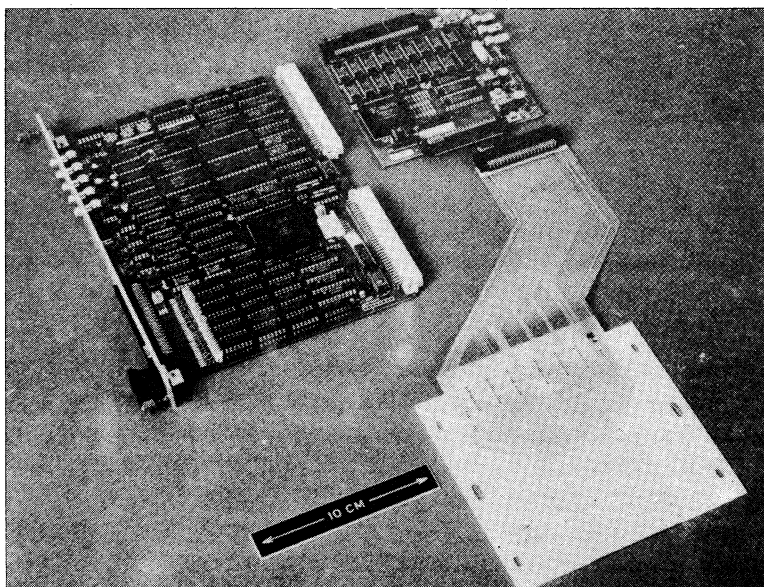


Рис.32. Матрица из шести модулей, содержащая 32288 детекторных элементов, вместе с процессорными платами

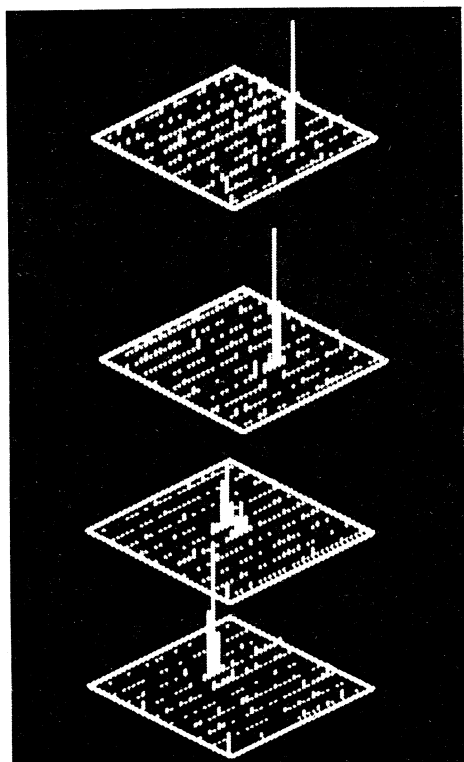


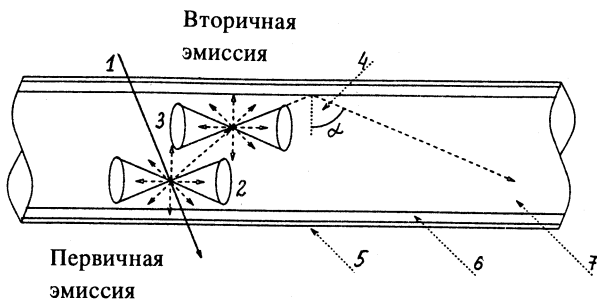
Рис.33. Дисплейная картина прохождения заряженной частицы сквозь четыре плоскости двухкоординатных детекторов

шесть матриц. Получено разрешение двух треков не хуже 10 мкм. Каждый чувствительный элемент имеет свой канал усиления, дискриминации и запоминания сигналов. С помощью рис.33 иллюстрируются методические возможности двухкоординатных полупроводниковых детекторов в процессе восстановления трека частицы. Для точного определения координат частиц при наличии кластеров используется известная формула определения координаты методом вычисления центра тяжести сигнала [62,63].

6. ВЕРШИННЫЕ ДЕТЕКТОРЫ, СОЗДАВАЕМЫЕ НА ОСНОВЕ СЦИНТИЛЛЯЦИОННЫХ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ СВЕТОВОДОВ

Развитие технологии обычных волоконно-оптических световодов (СВОС), микроэлектроники и оптоэлектроники создало предпосылки для разработки быстродействующих и прецизионных вершинных детекторов на основе СВОС. Детекторы элементарных частиц, использующие пучки тонких сцинтилляторов, впервые использовались в конце 50-х гг. [64]. Однако они не получили широкого применения вследствие разработки более эффективных трековых детекторов, таких как пузырьковые и искровые камеры. В обзорах [65,66] рассмотрены вопросы технологии и различные аспекты применения СВОС в качестве детекторов элементарных частиц, активных мишеней, трековых детекторов, а также для создания калориметров и пр. Отдельный СВОС (рис.34) состоит из сердечника, выполненного на основе

Рис.34. Геометрические и оптические параметры типичного СВОС: 1 — трек частицы; 2 — первичная эмиссия, 3 — вторичная эмиссия, 4 — критический угол отражения, 5 — внешняя оболочка, 6 — внутренняя оболочка, 7 — сердечник



пластического или стеклянного сцинтиллятора, покрытого материалом с меньшим коэффициентом преломления света. Кроме того, СВОВ имеет еще внешнюю тонкую оболочку из черного стекла. Пластические СВОВ имеют следующие преимущества по сравнению со СВОВ из стекла: более высокий (4–5 раз) световыход; на порядок меньшее время высвечивания (3 нс и 55 нс соответственно); более высокая радиационная стойкость; простота изготовления. Однако используемые в экспериментах СВОВ на основе стекла имеют внутренний диаметр порядка 10 мкм против $50 + 500$ мкм у пластиковых. Разработаны пластиковые СВОВ с диаметром 30 мкм [67]. Более подробно сравнительные характеристики обоих типов СВОВ приведены в [68]. Показано, что, используя в качестве активной мишени СВОВ диаметром 30 мкм, можно получить разрешение двух треков порядка 20 мкм.

В поперечном разрезе СВОВ могут иметь круглую, прямоугольную и даже шестиугольную форму. Последние два типа СВОВ позволяют создавать детекторы с большой плотностью сцинтиллирующего материала [69]. Для построения активной мишени отдельные СВОВ собираются в пучки цилиндрической или прямоугольной формы сечением $15\text{--}20\text{ мм}^2$ и длиной несколько сантиметров. В зависимости от физики изучаемых событий (угла разлета частиц) пучок СВОВ располагается либо перпендикулярно, либо параллельно пучку (рис.35,б,в) [70]. При этом световое изображение события как бы проецируется на выходную светочувствительную поверхность первого каскада оптоэлектронной системы, где оно усиливается и передается на систему считывания. В качестве примера рассмотрим использование СВОВ в составе прецизионного вершинного детектора в эксперименте WA84 (ЦЕРН) [71]. Задача состоит в измерении времени жизни заряженных и нейтральных B -мезонов (рис.36). Распадная длина B -мезона $L = 400$ мкм. Сложность топологии изучаемых событий и короткое время жизни частиц ставят следующие требования к вершинному детектору: эффективная работа в интенсивном пучке как минимум 10^6 частиц/с; высокая

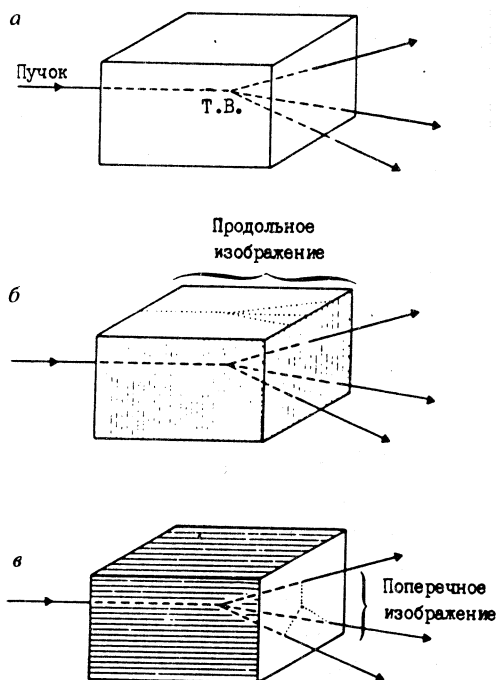


Рис.35. Сцинтилляционные мишени: а) твердый сцинтиллятор; б, в) мишени на основе СВОС, расположенные перпендикулярно и параллельно пучку

радиационная стойкость; точность регистрации треков 5 мкм; работа в триггерном режиме; возможность измерения кривизны треков.

Описываемый вершинный детектор удовлетворяет этим условиям, так как он выполнен на основе СВОС со стробируемой оптоэлектронной системой усиления и считывания данных с помощью ПЗС-матрицы. Кроме того, в состав вершинного детектора входит также телескоп из микрополосковых полупроводниковых детекторов, с помощью которого более эффективно восстанавливаются топологии событий. Из-за слабого световыхода, получаемого от активной мишени, между последней и ПЗС-матрицей помещается система усиления света, схематическое изображение которой приведено на рис.37. Большинство усилителей света не могут эффективно работать в магнитном

поле, поэтому активная мишень располагается в передней части магнитного спектрометра. Она состоит из параллельного жгута СВОС диаметром 30 мкм, расположенных вдоль пучка частиц. Вертикальная составляющая магнитного поля в области мишени равна 1,8 Тл, поэтому пятикаскадная оптоэлектронная система разделена на две части. Первая часть системы с коэффициентом усиления 20 расположена около мишени. С помощью световода длиной 2,5 м световое изображение события передается в область с магнитным полем 0,1 Тл. Вторая часть системы, помещенная в магнитный экран, используется для усиления изображения события примерно в 10^4 раз и передачи его на ПЗС-матрицу. Как это следует из рис.37, мишень оптически соединена непосредственно с оптоволоконным световодом, за которым следует пара электронно-оптических усилителей с электростатической фокусировкой. Вторая часть системы усиления состоит из трех микро-

канальных пластин, которые работают в стробируемом режиме. Заканчивается оптоэлектронная система ПЗС-матрицей емкостью $16 \cdot 10^4$ ячеек, которая разделена на две зоны: зону изображения и зону памяти. Триггерная система вершинного детектора состоит из двух уровней. На первом уровне с помощью сцинтилляционного телескопа формируется строб-импульс для оптоэлектронной системы. Этот сигнал появляется через 80 нс после взаимодействия. Триггерный сигнал второго уровня, поступающий через 400 нс, вырабатывается с помощью сцинтилляционных годоскопов и используется как стартовый импульс для чтения данных из ПЗС-матрицы. Чувствительная поверхность ПЗС-матрицы равна 1 см^2 и поэтому хорошо согласуется с раз-

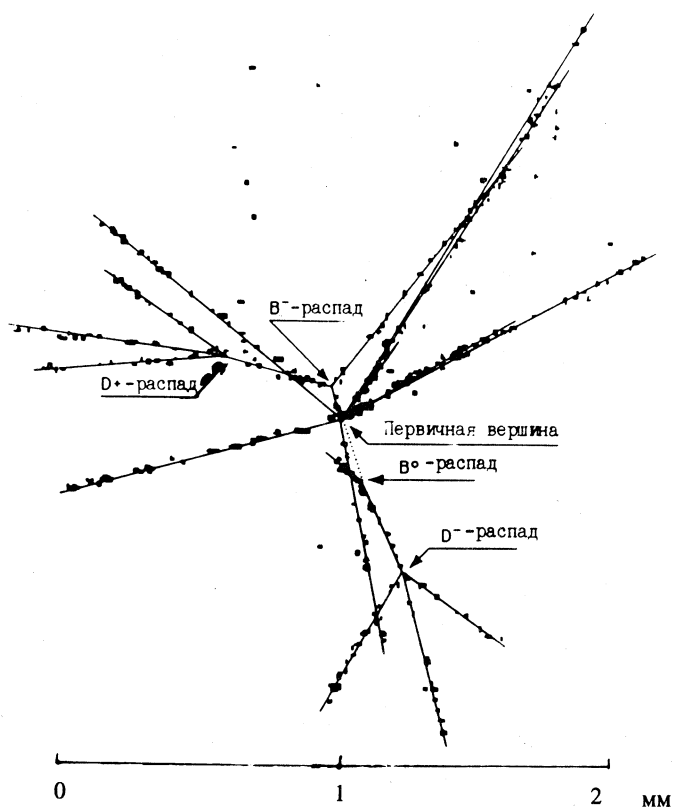


Рис.36. Общий вид BB^- -продуктов распада в плоскости, поперечной пучку частиц, полученный путем моделирования методом Монте-Карло. Наряду с первичной вершиной распада видны также четыре вторичные вершины

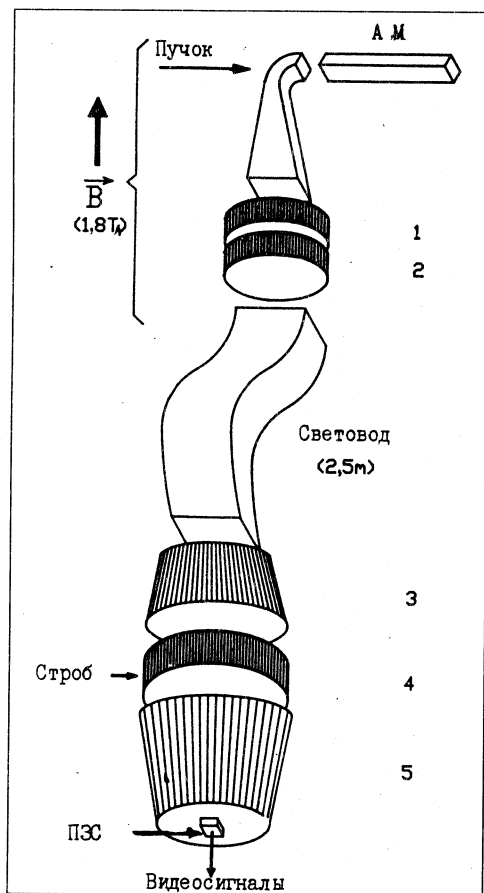


Рис.37. Схематическое изображение активной мишени вершинного детектора WA84: АМ — активная мишень; 1 ÷ 5 — электронно-оптические усилители

Совершенствование параметров оптоэлектронной системы может быть достигнуто путем как повышения световыхода СВОС, так и улучшения квантовой эффективности электронно-оптических преобразователей. В описанном в [74] трековом детекторе получено разрешение двух треков на уровне 52 мкм и точность измерения прицельного параметра 9 мкм. Фильтрация и реконструкция событий выполняется в следующей последовательности:

мерами активной мишени. Аналогичное согласование имеет место между отдельными СВОС и ячейками ПЗС-матрицы (20 × 20 мкм).

Разработанный вершинный детектор на основе СВОС был протестирован на пучке ускорителя. Были получены следующие данные: средняя плотность зарегистрированных точек составляла 0,7 на мм; разрешение двух точек 33 мкм; на фоне полезных событий имеется существенный фон, который возникает от всех составляющих вершинного детектора [72].

В работе [73] проведен детальный анализ шумов, возникающих в вершинных детекторах, создаваемых на базе СВОС, как с теоретической точки зрения, так и с учетом данных эксперимента. Основными источниками шумов являются оптические перекрестные связи в мишени, рассеяние электронов в усилителях света и помехи от ПЗС-матрицы. На рис.38 приведено событие, зарегистрированное в пучке частиц с энергией 200 ГэВ: а) без фильтрации и б) с обработкой с помощью программы, учитывающей значение порога и пьедестала в ПЗС-матрице.

1) Восстановление наиболее вероятных точек трека. Например, точки, ассоциированные менее чем с тремя бинами, отбрасываются.

2) Через центры восстановленных точек проводятся кандидаты в треки событий.

3) Используя заданные критерии, восстанавливаются полезные треки и топологии событий.

Если сравнивать вершинные детекторы, создаваемые на базе СВОС, с микрополосковыми детекторами, то при практически одинаковом разрешении первый тип детектора имеет всего одну плоскость считывания, что существенно упрощает систему регистрации информации. Единственным, пожалуй, слабым местом остается время считывания данных. Однако в связи с бурным развитием и совершенствованием мультианодных и позиционно-чувствительных ФЭУ с рабочей частотой до 100 МГц [75–77]

оптоэлектронные вершинные детекторы получают еще более широкое применение, особенно в экспериментах на коллайдерах. Создаваемый для таких экспериментов вершинный детектор на основе СВОС имеет цилиндрическую форму с четырьмя концентрическими детекторными плоскостями. Предполагается, что точность измерения прицельного параметра будет не хуже 20 мкм [78]. Ценные качества СВОС стимулируют дальнейшие исследования, направленные на улучшение такого важного параметра, как длина затухания λ — величина, при которой амплитуда сигнала уменьшается в e раз. В [79] описана разработка пластикового СВОС с $\lambda = 2,8$ м. Такое достижение существенно расширяет область применения СВОС в физике высоких энергий.

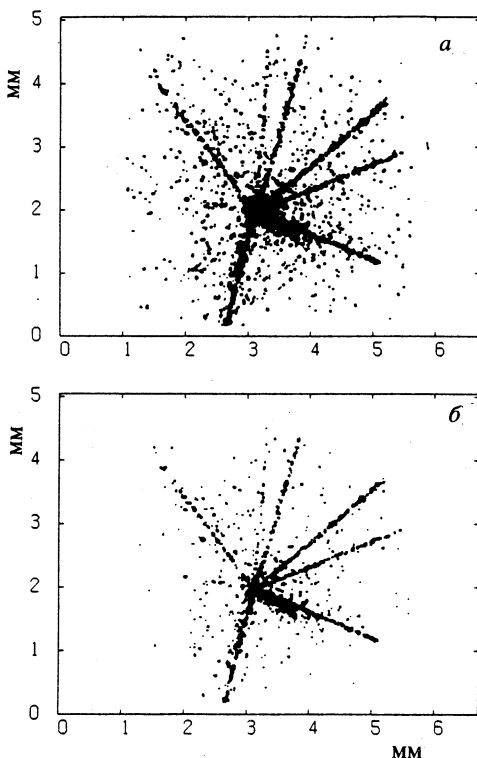


Рис.38. Топология события: а) до фильтрации шумов; б) после фильтрации

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полупроводниковые детекторы обеспечивают точность регистрации координат событий в микрометровом диапазоне и с учетом хорошо разработанной технологии имеют широкие перспективы массового изготовления и применения в качестве высокопрецизионных вершинных детекторов. Однако микрополосковые кремниевые детекторы с чтением данных с одной стороны кристалла имеют такой же недостаток, что и многопроволочные пропорциональные камеры — трудность реконструкции событий с большой множественностью, и их использование в экспериментах требует большого количества электроники и усложняет конструкцию вершинных детекторов. Поэтому разработка кремниевых микрополосковых детекторов с двусторонним считыванием обеспечивает дальнейшее развитие и использование этого типа детекторов в будущих экспериментах.

ПЗС-матрицы классического типа оказались во многих отношениях отличными двумерными регистраторами с памятью. Кроме того, малые размеры чувствительной ячейки хорошо согласуются с размерами СВОС. Поэтому ПЗС-матрицы широко используются в качестве монитора световых изображений в прецизионных детекторах, создаваемых на основе СВОС. Единственный, пожалуй, недостаток применяемых ПЗС-матриц — малая скорость считывания (десятки миллисекунд).

Новым этапом в развитии двумерных регистраторов следует считать разработку двухкоординатных кремниевых детекторов, в которых на одной подложке наряду с чувствительными ячейками изготавливается как регистрирующая электроника, так и устройства оцифровки и шифрации данных.

Микрополосковые газовые детекторы, которые уже начали использоваться в экспериментах, имеют широкие перспективы применения в будущих экспериментах.

Разработка прецизионных вершинных детекторов на основе СВОС несет в себе новое качество: применение для детектирования сложных событий оптических методов. В результате в вершинном детекторе используется только одна плоскость считывания данных — ПЗС-матрица. Как следствие, резко уменьшается число каналов считывания. В свою очередь, разработка мультянодных ФЭУ, содержащих до 1024 дискретных светочувствительных ячеек, позволит в будущем резко повысить быстродействие вершинных детекторов, создаваемых на основе СВОС [80].

В будущих экспериментах в качестве вершинных детекторов предполагается использовать также микрополосковые газовые детекторы.

Бурное развитие методики прецизионных вершинных детекторов стимулирует развитие специализированных интегральных микросхем и методики регистрации полезных событий и реконструкции треков в реальном времени. Наряду со специализированными процессорами, разрабатываемыми непосредственно для данного типа детектора, наметилась тенденция в создании трековых процессоров универсального типа на основе быстродействующих программируемых логических матриц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **McKey K.G.** — *Phys. Rev.*, 1951, vol.84, p.829.
2. **Hall G.** — *Reports on Progress in Physics*, 1994, vol.57, p.49.
3. **McKenzie J.M.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1979, vol.162, p.49.
4. **Rehak P., Gatti E.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1990, vol.A289, p.410.
5. **Radeka V.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1984, vol.226, p.209.
6. **Klanner R.** — Preprint Max-Planck-Institut, MPI-PAE/Exp. E1. 135, Munchen, 1984.
7. **Batignini G., Bosi F., Basis L. et al.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1989, vol.A274, p.147.
8. **Barate R., Bolamy P., Borgeaud P. et al.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1985, vol.A235, p.235.
9. **Amendolia S.R., Batignini G., Gimmarchi M. et al.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1984, vol.226, p.78.
10. **Adinolfi M., Angelini C., Barney D. et al.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1993, vol.A329, p.117.
11. **Bellini C., Gimmarchi M., Manfredi P.F.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1986, vol.A252, p.366.
12. **Boland J.F., Beusch W., Dameri M. et al.** — *Nucl. Physics (Proc. Suppl.)*, 1B, 1988, p.303.
13. **Darbo G., Rossi L.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1990, vol.A289, p.584.
14. **Darbo G., Heck B.W.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1987, vol.A257, p.567.
15. **Darbo G.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1981, vol.190, p.81.
16. **Beer A., Coree A., Forthaut Ph. et al.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1994, vol.A337, p.280.
17. **Amendolia S.R., Bedeshi F., Belletini G. et al.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1990, vol.A289, p.539.
18. **Denby B., Linblad Th., Lindsey G.S. et al.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1993, vol.A335, p.296.
19. **Gadomski S., Turala M.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1994, vol.A344, p.125.
20. **Schwarz A.S.** — Preprint Max-Planck-Institut. MPI-PhE/92-05. Munchen, 1992.
21. **Adolphsen C., Jacobsen R.G., Luth V. et al.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1992, vol.A313, p.63.
22. **Bingefors N., Borner H., Boulter R. et al.** — *Nucl. Instr. and Meth.*, 1993, vol.A328, p.447.

23. **Holl P., Dietl H., Fent J. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1987, vol.A257, p.587.
24. **Batignini G., Bauer C., Becker H. et al.** — Preprint INFN, INFN PI/AE 90/17, Pisa, 1990.
25. **Batignini G., Bauer C., Becker H. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1993, vol.A326, p.183.
26. **Brener R., Harr R., Rudge A. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1993, vol.A326, p.189.
27. **Allport P.P., Batley J.R., Beck G.A. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1993, vol.A324, p.34.
28. **Allport P.P., Batley J.R., Beck G.A. et al.** — Preprint CERN, CERN-PRE/94-16, Geneva, 1994.
29. **Alpat B., Ambrosi G., Barbagli G. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1992, vol.A315, p.197.
30. **Acciarri M., Adam A., Adriani O. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1994, vol.351, p.300.
31. **Ambrosi G., Babucci E., Battiston R. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1994, vol.A344, p.133.
32. **Carithers W.C., Ely R.P., Haber C. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1990, vol.A289, p.388.
33. **Barnet B., Boswell C., Mathews J. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1992, vol.A315, p.125.
34. **Tkaczuk S., Carter H., Flaughner B. et al.** — Preprint CDF/PUB/SEC/VTX/PUBLIC/2274, Fermilab-Conf-93/290-E, 1993.
35. **ATLAS Letter to Intent.** CERN/LHCC/92-4, LHCC-12, Geneva, 1992.
36. **CMS. The Compact Muon Solenoid.** CERN/LHCC 92-3, LHCC/11, Geneva, 1992.
37. **Gatti E., Manfredi P.F.** — Nucl. Instr. and Meth., 1984, vol.226, p.142.
38. **Butter W., Lutz G., Bergman V. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1988, vol.A273, p.778.
39. **Dorfan D.E.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, vol.279, p.186.
40. **Brener R., Von der Lippe H. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1994, vol.A339, p.564.
41. **Kleinfelder S.A.** — IEEE Trans. on Nucl. Sci., 1990, vol.NS-37, p.1230.
42. **Munday D., Parker A., Anghinolfi F. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1993, vol.A326, p.100.
43. **Oed A.** — Nucl. Instr. and Meth., 1988, vol.A283, p.351.
44. **Angelini F., Belazzini R., Brez A. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, vol.A283, p.755.
45. **Sauli F.** — Preprint CERN. CERN-PRE/94-150, Geneva, 1994.
46. **Geijsberts M., Hartes F.G., Pannekoek J.G. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1992, vol.A313, p.377.
47. **Angelini F., Belazzini R., Brez A. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1993, vol.A336, p.106.

48. **Bouclier R., Million G., Ropelevski L. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1993, vol.A332, p.100.
49. **Angelini F., Belazzini R., Brez A. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1992, vol.A315, p.21.
50. **Bedjidian M., Contardo D., Evangelov I. et al.** — Nucl. Physics (Proc. Suppl.), 1993, vol.32, p.189.
51. **Damarell C.J.S.** — Preprint Rutherford Appleton Laboratory. RAL-94-096. Daresbery, 1994.
52. **Damarell C.J.S., Farley F.J.M., Gillman A.R. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1981, vol.185, p.33.
53. **Сопоко Л.М.** — ЭЧАЯ, 1979, т.10, вып.10, с.33.
54. **Damarel C.J.S., English C.L., Gillman A.R. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, vol.A275, p.484.
55. **Manfredi P.F., Ragusa F.** — Nucl. Instr. and Meth., 1986, vol.A252, p.208.
56. **Bacciolini M., Conti A., Caporiacco D. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1985, vol.A240, p.36.
57. **Strauss M.G.** — Preprint SLAC-PUB-6686, Stanford, 1994.
58. **Heine H.M., Jarron P.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, vol.A275, p.467.
59. **Dierickx B.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, vol.A275, p.542.
60. **Parker S.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, vol.A275, p.494.
61. **Hall G.** — Preprint Blackett Lab. IC/HEP/94-9, London, 1994.
62. **Heijne E.H., Antinori F., Arnold R. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1994, vol.A349, p.138.
63. **Kenney C., Parker S., Snoeys W. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1993, vol.A326, p.144;
Kenney C., Parker S. — Nucl. Physics B (Proc. Suppl.), 1993, vol.32, p.460.
64. **Reynholds G.T., Condon P.E.** — Rev. Science Instr., 1957, vol.28, p.1098.
65. **Kirby J.** — Preprint CERN-EP/87-60, Geneva, 1987.
66. **Simon A.** — Preprint CERN/PRE 92-95, Geneva, 1992.
67. **Angelini C., Beush W., Cardini A. et al.** — Preprint CERN-EP/89-120, Geneva, 1989.
68. **Angelini C., Beush W., Cardini A. et al.** — Preprint CERN-EP/89-112, Geneva, 1989.
69. **Angelini C., Beush W., Cardini A. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1990, vol.A289, p.342.
70. **Fisher C.** — Nucl. Instr. and Meth., 1988, vol.A263, p.159.
71. **Angelini C., Beush W., Bloodworth I.J.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, vol.A277, p.132.
72. **Angelini C., Beush W., Cardini A.** — Nucl. Instr. and Meth., 1990, vol.A289, p.342.
73. **Angelini C., Beush W., Cardini A.** — Nucl. Instr. and Meth., 1990, vol.A289, p.356.
74. **Atkinson M.N., Crennell D.J., Fisher C.M. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1988, vol.A263, p.333.

75. **Salomon M., Coombes H., Nissen M. et al.** — IEEE Trans. on Nucl. Science, 1987, vol.NS-34, p.525.
76. **Bahr J., Hiller K., Hoffmann et al.** — Preprint DESY 93-201, Zeuten, 1993.
77. **Agoritas V., Akchurin N.N., Bergdolt A.M. et al.** — Preprint CERN-PRE/94-126, Geneva, 1994.
78. **Atkinson M., Crennell D., Fisher C.M. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1985, vol.A237, p.505.
79. **Takasaki F., Saito H., Shimizu T.** — Nucl. Instr. and Meth., 1987, vol.A262, p.224.
80. **Timothi J.G.** — IEEE Trans. on Nucl. Science, 1985, vol.NS-32, p.427.

РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ, ПОМЕЩЕННЫХ В ВЫПУСКЕ

УДК 539.1.074

Проблема солнечных нейтрино и радиохимический литиевый детектор. *Даньшин С.Н., Зацепин Г.Т., Копылов А.В., Петухов В.В., Янович Е.А.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1997, том 28, вып.1, с.5.

Рассмотрена проблема солнечных нейтрино по имеющимся в настоящее время экспериментальным данным и показаны возможности радиохимического литиевого детектора для решения этой проблемы, в частности, для определения вклада от нейтрино промежуточных энергий и борных нейтрино в хлорном и галлиевом детекторах. Приведено краткое описание прототипа литиевого детектора с мишенью из 300 кг металлического лития, создаваемого в ГНЦ «ИЯИ РАН».

Табл.2. Ил.2. Библиогр.: 25.

УДК 539.172.1; 539.172.8

Кумулятивное рождение частиц на пучках протонов и ядер (аспекты детального исследования). *Бондарев В.К.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1997, том 28, вып.1, с.13.

В обзоре представлены экспериментальные результаты систематического исследования кумулятивного рождения частиц $\pi^{\pm}$, $K^{\pm}$, p , d в инклюзивном процессе $B + A \rightarrow c + X$. Пучками B являлись протоны, дейтроны, ядра гелия и углерода с импульсами на нуклон 4,5 ГэВ/с. На этих пучках измерена A -зависимость сечений для фиксированного импульса вторичных частиц 0,5 ГэВ/с и угла эмиссии $\vartheta = 120^{\circ}$. Фрагментирующими ядрами A служили D, He, ${}^6\text{Li}$, ${}^7\text{Li}$, C, Al, Si, Cu, ${}^{58}\text{Ni}$, ${}^{64}\text{Ni}$, ${}^{64}\text{Zn}$, ${}^{114}\text{Sn}$, ${}^{124}\text{Sn}$, Pb. На пучке протонов 8,9 ГэВ/с измерена энергетическая зависимость сечений $\pi^{\pm}$ -мезонов, протонов и дейтронов в интервале импульсов $0,3 + 0,7$ ГэВ/с ($\vartheta = 120^{\circ}$) на ядрах ${}^{58}\text{Ni}$, ${}^{64}\text{Ni}$, ${}^{64}\text{Zn}$, ${}^{114}\text{Sn}$, ${}^{124}\text{Sn}$, Pb. Обнаружены тонкие детали в поведении сечений в различных областях фрагментирующих ядер. Изучено поведение показателя степени A -зависимости сечений протонов, дейтронов и пионов от массового числа ядер первичных пучков. Результаты сравниваются с имеющимися литературными данными. Рассмотрены различные модели кумулятивного рождения частиц в процессах взаимодействия адронов и ядер с ядрами при различных энергиях пучков. Приведены таблицы инвариантных дифференциальных сечений и результаты фитирования энергетической зависимости сечений в различных представлениях.

Табл.37. Ил.20. Библиогр.: 110.

УДК 539.12.01

Термодинамика сильных взаимодействий. *Юкалов В.И., Юкалова Е.П.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1997, том 28, вып.1, с.89.

В обзоре изложены подходы к описанию термодинамических свойств горячей и плотной ядерной материи. Особое внимание уделяется переходу конфайнмент-деконфайнмент, происходящему между адронной материей и кварк-глюонной плазмой. Проанализированы наиболее известные модели описания деконфайнмента, включая модели статистического бутстрапа, модели чистых фаз, модель кластеризованных кварков и струнные потенциальные модели. Предсказания этих моделей сравниваются с решеточными вычислениями. Делается вывод, что для реалистического описания деконфайнмента необходимо учитывать предпереходные флуктуационные эффекты. Существование предпереходных флуктуаций согласуется со сценарием динамического конфайнмента и показывает, что деконфайнмент нельзя рассматривать как переход между чистыми адронной и кварк-глюонной фазами. Все это поддерживает концепцию

существования кластеров, пропагандируемую авторами данного обзора: кварк-глюонная плазма и адронные кластеры — это различные квантовые состояния одной системы, поэтому любая статистическая модель, претендующая на описание ядерной материи в экстремальных условиях, должна включать в себя вероятность этих различных каналов. Обсуждаются способы построения статистических моделей, учитывающих существование плазмы и кластеров, и анализируются термодинамические свойства этих моделей.

Табл.5. Ил.50. Библиогр.: 160.

УДК 530.145

Дрожащее движение и неопределенности скорости и ускорения в теории Дирака.

Вонсовский С.В., Свицкий М.С. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1997, том 28, вып.1, с.162.

В обзоре рассматриваются результаты, полученные авторами на основе теории Дирака, в которых главную роль играют неопределенности скорости и ускорения свободно движущейся частицы со спином $1/2$. Установлено, что неопределенности скорости и ускорения и дрожащее движение соответствующих им операторов по Шредингеру обусловлены одной и той же причиной — наличием у этих операторов нечетной части, превращающей состояние с данным знаком энергии в состояние с противоположным знаком энергии. Выясняется физический смысл четвертой матрицы Дирака, среднее значение которой оказывается связанным с неопределенностью продольной импульсу проекции скорости. Установлена связь модуля собственных значений оператора продольной импульсу проекции ускорения с критической напряженностью электрического поля, при которой вакуум становится нестабильным по отношению к реальному процессу образования электрон-позитронных пар. Рассматривается дрожащее движение частиц со спином $1/2$ и массой покоя, равной нулю. Кроме того, обсуждается магнитная аналогия дрожащего движения. Таким образом, дрожащее движение, открытое Шредингером в 1930 г., есть действительное свойство релятивистской частицы со спином $1/2$ в нестационарных состояниях. А в стационарных состояниях имеет место неопределенность скорости, которая, в отличие от соотношений неопределенностей Гейзенберга, не связана с неопределенностью сопряженного с ней параметра.

Библиогр.: 42.

УДК 681.518.3

Прецизионные микровершинные детекторы. *Никитюк Н.М.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1997, том 28, вып.1, с.191.

В обзоре рассмотрено современное состояние и перспективы развития высокопрецизионных микровершинных детекторов. Описаны характеристики, принципы действия и методы считывания сигналов от микровершинных детекторов, создаваемых на основе полупроводниковой технологии и методики световых волоконно-оптических световодов. Приведены таблицы с параметрами наиболее известных микровершинных детекторов, применяемых в экспериментах с фиксированной мишенью и на коллайдерах.

Описаны специализированные процессоры, применяемые для быстрого вычисления прицельного параметра и отбора событий, содержащих вершины распада. Приводятся краткие характеристики вновь создаваемых детекторов ATLAS и CMS для экспериментов на LHC.

Табл.8. Ил.38. Библиогр.: 80.

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Даньшин С.Н., Зацепин Г.Т., Копылов А.В., Петухов В.В., Янович Е.А.</i> Проблема солнечных нейтрино и радиохимический литиевый детектор	5
<i>Бондарев В.К.</i> Кумулятивное рождение частиц на пучках протонов и ядер (аспекты детального исследования)	13
<i>Юкалов В.И., Юкалова Е.П.</i> Термодинамика сильных взаимодействий	89
<i>Вонсовский С.В., Свирский М.С.</i> Дрожащее движение и неопределенность скорости и ускорения в теории Дирака	162
<i>Никитюк Н.М.</i> Прецизионные микровершинные детекторы	191

CONTENTS

<i>Danshin S.N., Zatsepin G.T., Kopylov A.V., Petukhov V.V., Yanovich E.A.</i> The Problem of Solar Neutrinos and Radiochemical Lithium Detector	5
<i>Bondarev V.K.</i> Cumulative Particle Production on Proton and Nuclei Beams (aspects of detailed investigation)	13
<i>Yukalov V.I., Yukalova E.P.</i> Thermodynamics of Strong Interactions	89
<i>Vonsovskii S.V., Svirskii M.S.</i> Zitterbewegung and Uncertainties of Velocity and Acceleration in Dirac Theory	162
<i>Nikityuk N.M.</i> Microvertex Detectors	191

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале «Физика элементарных частиц и атомного ядра» (ЭЧАЯ) печатаются обзоры по актуальным проблемам теоретической и экспериментальной физики элементарных частиц и атомного ядра, проблемам создания новых ускорительных и экспериментальных установок, автоматизации обработки экспериментальных данных. Статьи печатаются на русском и английском языках. Редакция просит авторов при направлении статьи в печать руководствоваться изложенными ниже правилами.

1. Текст статьи должен быть напечатан на машинке через два интервала на одной стороне листа (обязательно представляется первый машинописный экземпляр). Поля с левой стороны должны быть не уже 3—4 см, рукописные вставки не допускаются. Экземпляр статьи должен включать аннотации и название на русском и английском языках, реферат на русском языке, УДК, сведения об авторах: фамилия и инициалы (на русском и английском языках), название института, адрес и телефон. Все страницы текста должны быть пронумерованы. Статья должна быть подписана всеми авторами. Текст статьи может быть напечатан на принтере с соблюдением тех же правил.

2. Формулы и обозначения должны быть вписаны крупно, четко, от руки темными чернилами (либо напечатаны на принтере и обязательно размечены). Желательно нумеровать только те формулы, на которые имеются ссылки в тексте. Номер формулы указывается справа в круглых скобках. Особое внимание следует обратить на аккуратное изображение индексов и показателей степеней: нижние индексы отмечаются знаком понижения $\subscript$, верхние — знаком повышения $\superscript$; штрихи необходимо четко отличать от единицы, а единицу — от запятой. Следует, по возможности, избегать громоздких обозначений и упрощать набор формул (например, применяя $\exp$, дробь через косую черту).

Во избежание недоразумений и ошибок следует делать ясное различие между прописными и строчными буквами, одинаковыми по начертанию (V и v, U и u, W и w, O и o, K и k, S и s, C и c, P и p, Z и z), прописные подчеркивают двумя чертами снизу, строчные — двумя чертами сверху ($\underline{S}$ и $\overline{s}$, $\underline{C}$ и $\overline{c}$). Необходимо делать четкое различие между буквами e, l, O (большой) и o (малой) и 0 (нулем), для чего буквы $\underline{O}$ и $\overline{O}$ отмечают двумя черточками, а ноль оставляют без подчеркивания. Греческие буквы подчеркивают красным карандашом, векторы — синим, либо знаком $\underline{}$ снизу чернилами. Не рекомендуется использовать для обозначения величин буквы готического, рукописного и других малоупотребимых в журнальных статьях шрифтов, однако если такую букву нельзя заменить буквой латинского или греческого алфавита, то ее размечают простым карандашом (обводят кружком). В случае, если написание может вызвать сомнение, необходимо на полях дать пояснение, например: ζ — «дзета», ξ — «кси», k — лат., k — русск.

3. Рисунки представляют на отдельных листах белой бумаги или кальки с указанием на обороте номера рисунка и названия статьи. Тоновые фотографии должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте карандашом указать: «верх», «низ». Графики должны быть тщательно выполнены тушью или черными чернилами; не рекомендуется загромождать рисунок ненужными деталями: большинство надписей выносится в подпись, а на рисунке заменяется цифрами или буквами. Желательно, чтобы рисунки были готовы к прямому репродуцированию. Подписи к рисункам представляются на отдельных листах.

4. Таблицы должны быть напечатаны на отдельных листах, каждая таблица должна иметь заголовок. Следует указывать единицы измерения величин в таблицах.

5. Список литературы помещается в конце статьи. Ссылки в тексте даются с указанием номера ссылки на строке в квадратных скобках. В литературной ссылке должны быть указаны: для книг — фамилии авторов, инициалы, название книги, город, издательство (или организация),

год издания, том (часть, глава), цитируемая страница, если нужно; для статей — фамилии авторов, инициалы, название журнала, серия, год издания, том (номер, выпуск, если это необходимо), первая страница статьи. Если авторов более пяти, то указать только первые три фамилии.

Например:

1. Лезнов А.Н., Савельев М.В. — Групповые методы интегрирования нелинейных динамических систем. М.: Наука, 1985, с.208.
2. Годен М. — Волновая функция Бете: Пер. с франц. М.: Мир, 1987.
3. Turbiner A.V. — Comm.Math.Phys., 1988, vol.118, p.467.
4. Ушверидзе А.Г. — ЭЧАЯ, 1989, т.20, вып.5, с.1185.
5. Endo I., Kasai S., Harada M. et al. — Hiroshima Univ. Preprint, HUPD-8607, 1986.

6. Редакция посылает автору одну корректуру. Изменения и дополнения в тексте и рисунках не допускаются. Корректура с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в минимальный срок.

Редакторы **Е.К.Аксенова, Э.В.Ивашкевич.**

Художественный редактор **А.Л.Вульфсон.**

Корректор **Т.Е.Попеко.**

Сдано в набор 10.10.96. Подписано в печать 15.01.97. Формат 60×90/16.

Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Усл.печ.л. 15,5. Уч.-изд.л. 18,8.

Тираж 500. Заказ 49641. Цена 4500 р.

141980 Дубна Московской области
ОИЯИ, Издательский отдел, тел. (09621) 65-165.

ISSN 0367—2026. Физика элементарных частиц и атомного ядра
1997. Том 28. Вып.1. 1—248.