

JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

PHYSICS  
OF ELEMENTARY  
PARTICLES  
AND ATOMIC  
NUCLEI

---

PARTICLES & NUCLEI

---

SCIENTIFIC REVIEW JOURNAL

Founded in December 1970

VOL.29

PART 3

Six issues per year

DUBNA 1998

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ФИЗИКА  
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ  
ЧАСТИЦ  
И АТОМНОГО  
ЯДРА

---

ЭЧАЯ

---

НАУЧНЫЙ ОБЗОРНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в декабре 1970 года

ТОМ 29

ВЫПУСК 3

Выходит 6 раз в год

ДУБНА 1998

Главный редактор

**А.М.БАЛДИН**

Редакционная коллегия:

**В.Л.АКСЕНОВ**  
(зам. главного редактора),  
**П.Н.БОГОЛЮБОВ,**  
**С.К.БРЕШИН,**  
**В.В.БУРОВ,**  
**В.В.ВОЛКОВ,**  
**Ц.Д.ВЫЛОВ,**  
**Ю.П.ГАНГРСКИЙ,**  
**В.П.ДЖЕЛЕПОВ,**  
**П.И.ЗАРУБИН,**  
**И.С.ЗЛАТЕВ,**  
**П.С.ИСАЕВ**  
(ответственный секретарь),  
**В.Г.КАДЫШЕВСКИЙ**  
(зам. главного редактора),  
**К.КАУН,**  
**Д.КИШ,**  
**Н.Я.КРОО,**  
**О.Н.КРОХИН,**  
**Р.М.ЛЕБЕДЕВ,**  
**И.Н.МИХАЙЛОВ,**  
**НГУЕН ВАН ХЬЕУ**  
(зам. главного редактора),  
**Ю.Ц.ОГАНЕСЯН,**  
**Ю.П.ПОПОВ,**  
**А.Н.СИСАКЯН,**  
**В.Г.СОЛОВЬЕВ**  
(зам. главного редактора),  
**А.Н.ТАВХЕЛИДЗЕ,**  
**А.А.ТЯПКИН,**  
**А.И.ХРЫНКЕВИЧ,**  
**Ч.К.ШИМАНЕ**

Редактор **Е.К.Аксенова**, тел. (09621) 65-165  
**Э.В.Ивашкевич**

©ОИЯИ, «Физика элементарных частиц и атомного ядра», 1998



*Моисей Александрович Марков*

## РАЗМЫШЛЯЯ О ВСЕЛЕННОЙ\*

*М.А.Марков*

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Москва  
Институт ядерных исследований РАН, Москва

В настоящей работе, которая в заметной степени является обзором и критическим осмыслением ряда предшествующих работ автора, на широком литературном фоне проведено обсуждение проблем эволюции Вселенной на ее ранних стадиях, близких к точке сингулярности. Особое внимание было уделено анализу свойств вселенных де Ситтера и Фридмана и обсуждению физических условий, которые могли бы вызвать переход от одного типа вселенных к другому типу. Перечислены различные способы модификации обычных уравнений Эйнштейна, которые могли бы служить динамической основой такого перехода. Подробно рассмотрен вариант теории гравитации, когда гравитационная постоянная заменяется некоторой функцией плотности материи (энергии), стремящейся к нулю при увеличении плотности до ее предельного значения. Обсуждена возможная нетривиальная роль черных дыр в фазе инфляционного развития Вселенной, а также (для вселенных закрытого типа) в заключительной фазе коллапса. Особо отмечена возможность существенного изменения физических закономерностей в областях пространства, близких по своим размерам к планковским длинам, и, тем самым, возможность существования специфической физики ультрамикромра.

The present paper which is mainly a review and a critical analysis of the author's previous papers treats on a wide literature background a problem of Universe evolution at its early stages, close to a singularity point. A special attention is given to the analysis of properties of the de Sitter and Friedmann universes and the discussion of the physical conditions which are able to induce the transition from one type universe to another. Various modifications of the usual Einstein equations are presented, which could be a dynamical basis of such a transition. A variant of gravitation theory in which a gravitational constant is replaced by some function of matter (energy) density approaching zero when density reaches its limiting value is considered in detail. A possible non-trivial role of black

---

\*Препринт ФИАН-ИЯИ, М., 1994. Над предлагаемой вниманию читателей рукописью М.А.Марков работал до последнего дня своей жизни (1.10.94). Практически работа над ней была завершена. Но мы уже никогда не узнаем, какие изменения или дополнения он захотел бы внести в нее перед публикацией. Поэтому рукопись предстает перед читателем в своем первоначальном варианте. Работу по подготовке рукописи к печати взяли на себя ученики М.А.Маркова из ФИАН и ИЯИ РАН, и в этом плане они несут ответственность за все погрешности и технические неточности, которые в ней могут быть обнаружены.

holes in a Universe development at the inflation stage and also at the final stage of collapse (for universes of closed types) are discussed. A possibility of an essential change of the physical laws in space regions close in their sizes to Planck lengths is specially emphasized and, thus, a possibility of a specific ultra-microworld physics existence is noted.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Под термином «Вселенная» в данном случае понимается пространство, которое нас окружает, и вся содержащаяся в нем материя: галактики, звезды, планеты и все живые существа.

Всегда человечество интересовал вопрос, как и когда возникла Вселенная. Более того, возникло ли вначале пустое пространство, а затем материя, или пространство неизбежно существует вместе с материей. Появились соображения, что материя и вообще Вселенная могла бы возникнуть в пустом пространстве. Пустое пространство описывается уравнением\*

$$R_{ik} = 0. \quad (1)$$

Но это уравнение слишком общо и имеет слишком много решений. Другими словами, пустые пространства бывают существенно различны по своей кривизне.

Например, плоское пространство, в котором пара параллельных прямых при своем продолжении нигде не пересекается, удовлетворяет более жесткому условию равенства нулю тензора кривизны

$$R^i_{klm} = 0. \quad (2)$$

Другими словами, возникает проблема, которой могло бы не быть: каковы свойства пространства, пустого пространства, в котором возникает материя?

---

\*В общей теории относительности свойства пространства-времени полностью определяются метрическим тензором  $g_{ik}(x)$ , из которого по определенным правилам строится тензор кривизны Римана  $R^i_{klm}$ , а свертка тензора кривизны дает тензор Риччи  $R_{ik} = R^l_{ikl}$  и скалярную кривизну  $R = g^{ik}R_{ik}$  (по повторяющимся индексам подразумевается суммирование). Уравнения Эйнштейна имеют вид

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g^{ik}R = \frac{8\pi\kappa}{c^4}T_{ik},$$

где  $T_{ik}$  — тензор энергии-импульса материи,  $\kappa$  — гравитационная постоянная. В пустоте  $T_{ik} = 0$ , и мы имеем  $R = 0$ , откуда следует уравнение (1).

Альтернативное утверждение, которое может быть упомянуто в начале размышления о Вселенной, можно назвать постулатом или принципом существования Вселенной:

«Пространство существует, если только существует материя».

Эйнштейн пытался построить теорию Вселенной, которая представляла бы собой статическое замкнутое трехмерное пространство. Для этой цели Эйнштейну пришлось видоизменить первоначальные уравнения — добавить некоторую константу, которую он обозначил греческой буквой  $\Lambda$  (так называемый  $\Lambda$ -член), при этом ее величина однозначно определялась плотностью вещества во Вселенной.

Однако в 1922—1924 гг. А.А.Фридман показал, что уравнения Эйнштейна имеют решения, описывающие расширяющиеся вселенные, замкнутые или открытые, как в случае присутствия, так и в случае отсутствия  $\Lambda$ -члена. Вначале Эйнштейн считал работу Фридмана ошибочной, но, по видимому, после бесед с Крутковым признал работу Фридмана правильной. В дальнейшем экспериментальные наблюдения Хаббла показали, что мы живем в эволюционирующей расширяющейся Вселенной. Работа Хаббла подтвердила, что существует красное смещение спектральных линий света, приходящих к нам от далеких галактик. Это смещение есть следствие доплер-эффекта, связанного с тем, что эти галактики удаляются от нас.

Расширение современной Вселенной означает, что когда-то было начало Вселенной, и по современным данным время жизни нашей Вселенной оценивается величиной порядка 10 млрд. лет. В связи с этим возникло огромное количество различных проблем, которые необходимо решать в рамках расширяющейся Вселенной. Наша Вселенная не просто расширяется, меняя свои размеры, с ее расширением структура наполняющей ее материи должна была меняться со временем.

Расширение со временем Вселенной означает, что когда-то ее размеры были малыми, а плотность вещества большой. Это означает также, что когда-то не было галактик, звезд, планет, живой материи. Все это должно иметь свою историю. И лишь со временем должна была возникнуть материя в известной нам форме, в частности, в форме всех элементов таблицы Менделеева. Возникла целая область физики — физика так называемой сверхранней Вселенной, природа которой в настоящее время интенсивно теоретически изучается, чему уже посвящена обширная научная литература.

Природа сверхранней Вселенной, как оказалось, находится в тесной связи с глубокими фундаментальными проблемами природы элементарных частиц. Дело в том, что в условиях сверхранней Вселенной должен активно проявиться весь возможный спектр существующих элементарных частиц, все их взаимодействия, различные отношения между ними. Рассмотрение состояния сверхранней Вселенной оказывается как бы специальным теоретическим полигоном, существенным для изучения наиболее фундаменталь-

ных свойств материи. Однако следует подчеркнуть: то, что мы называем областью сверххранной Вселенной, органически не включает в себя то предельное состояние бесконечно большой плотности материи, которое в этом случае содержится в решениях уравнений Эйнштейна, когда речь идет о самом первом (нулевом) моменте существования Вселенной. Точнее говоря, область сверххранной Вселенной обычно отсчитывают от момента  $t_0$ , где величина  $t_0$  составлена из мировых констант: постоянной Планка  $h$ , гравитационной константы  $\kappa$  и постоянной скорости света  $c$ :

$$t_0 = \sqrt{h\kappa/c^5}.$$

Нами перечислено лишь очень немного из того, что скрывается за широко открытой дверью в современную космологию. Можно сказать, что в отличие от застывшей вселенной Эйнштейна вселенная после работы Фридмана наполнилась историей, она, можно сказать, ожила, вернее, стала в какой-то степени сродни живому организму: она рождается и проходит различные стадии жизни.

В сравнении вселенных Эйнштейна и Фридмана может быть уместна аналогия, взятая из легенды далекого прошлого. Царь Древнего Кипра Пигмалион пал жертвой любви к им же созданной прекрасной скульптуре Галатее. С помощью Афродиты Пигмалион вдохнул в скульптуру жизнь. Вселенная Эйнштейна — это аналог прекрасной, но безжизненной Галатее. Вселенная Фридмана — это ожившая Галатеея.

А.А.Фридман, открывая дверь в здание современной космологии, в то время не мог усмотреть многое, что содержится в этом здании. Правда, следуя научно-общественному мнению второго десятилетия текущего столетия, в частности, мнению Дэвида Гильберта\*, он полагал, что в рамках общей теории относительности, вернее, в рамках созданного в то время ее стройного математического аппарата, физика уже приближается или даже приблизилась к тому исчерпывающему совершенству, которым обладает, например, геометрия Евклида, и что в рамках общей теории относительности найдут исчерпывающее объяснение все фундаментальные свойства материи.

В книге А.А.Фридмана, написанной совместно с В.К.Фредериксом [2], комментируются слова Д.Гильберта о начавшейся аксиоматизации физики в

---

\*«Я убежден также, — писал Гильберт, — что основные уравнения (теории Эйнштейна — М.М.) дадут возможность проникнуть в самые сокровенные процессы, происходящие внутри атома, и, что особенно важно, станет существенным привести все физические постоянные к математическим константам, а это, в свою очередь, означает сделать из физики науку такого рода, как и геометрия [1]».

таким торжественно-мрачным стилем: «Нам, к счастью, не дано видеть будущего, и мы не знаем, явится ли эпоха аксиоматизации, эпоха скепсиса, предсмертными часами знания, но если бы даже это было так, то и тогда логическая красота конца заставила бы нас приветствовать появление Принципа относительности». Надо ли говорить о том, что природа оказалась намного богаче теории относительности Эйнштейна и фантастичнее фантазии Гильберта. Ведь совсем не теория относительности, а вначале нерелятивистская квантовая механика помогла раскрыть своеобразие закономерностей, господствующих внутри атома.

## 2. НАМ, К СЧАСТЬЮ, НЕ ДАНО ВИДЕТЬ БУДУЩЕГО

«К счастью» — предполагает возможность своей антитезы — «к несчастью». Знание того будущего, которое предполагалось авторами, означало бы конец знания, конец науки, который авторы вынуждены были бы приветствовать с печальным восторгом.

Но нам, к счастью, не дано видеть будущего. Эта фраза заслуживает быть окруженной драгоценной рамкой. Можно утверждать, что общность, содержащаяся в семи словах этой фразы, подтверждается (конечно, в крупном плане) как в науке, так и в истории человеческого общества.

Если наша Вселенная в ее сегодняшнем состоянии, по-видимому, достаточно хорошо описывается решениями уравнений Эйнштейна, найденными Фридманом, то так называемое сверхъестественное ее состояние — это пока закрытые страницы ее истории.

Фундаментальную проблему начальных условий для решений расширяющейся вселенной Фридман оставил для потомства.

Автор считает вместе с Фридманом, что «нам, к счастью, не дано видеть будущего». Это утверждение делается не только на основе исторического опыта времени работ А.А.Фридмана, но и на некотором собственном опыте автора. Дело в том, что в 1962 г. на очередной конференции по физике элементарных частиц (точнее, на так называемой конференции по физике высоких энергий) в Женеве я просил многих ее участников записать в моем блокноте, что существенное произойдет в теоретической физике в течение будущей четверти века. Пророков не оказалось... Записи не имеют никакого отношения к теоретической физике настоящего момента. Только страничка, заполненная американским теоретиком китайского происхождения Т.Д.Ли, написанная иероглифами, свидетельствует о силе китайской мудрости. Если мне правильно перевели ее на русский язык, то иероглифы гласят:

«Есть сто необыкновенных людей, есть сто необыкновенных путей».

Трудно предсказать, в каком виде теоретическая физика будет развиваться в будущем, но в каждый данный момент обычно формулируются в конкретной форме те задачи, которые кажется необходимым решить с точки зрения именно данного момента.

В 1956 г. П.А.Дирак в своем докладе на семинаре в Дубне сформулировал ряд конкретных проблем, стоявших в тот момент перед физикой будущего. Доску с написанными им формулами и перечнем задач я перенес в свой кабинет. Семь проблем были написаны Дираком в таком порядке:

**1. Бесконечности.**

2.  $\frac{e^2}{hc}$ .

**3. Нуклоны и мезоны.**

4.  $\frac{M}{m}$ .

**5. Фундаментальная длина.**

**6. Гравитационное поле.**

**7. Нейтрино.**

Этот список имеет теперь уже практически 40-летнюю давность. Что же по этому списку проблем можно сказать сегодня?

**Проблема 1 (бесконечности).** В настоящее время здесь возникло понимание того, что в рамках теории конкретного поля, взятого в отдельности, изгнать бесконечности, по-видимому, невозможно. Видимо, природа устроена так, что только взаимодействие всех существующих полей вместе способно решить эту проблему. Говоря конкретно, появились соображения в пользу того, что во всем семействе полей бесконечности, о которых идет речь, возможно, входят в вычисления с противоположными знаками, которые способны избавить от них только полную теорию полей. С другой стороны, появились также основания полагать, что, например, при учете во всех полях роли гравитационного поля в природе реализуется фундаментальная длина, именно длина Планка  $l_p = \sqrt{\hbar c^3 / \kappa} \sim 10^{-33}$  см, и что именно гравитационное поле определяет автоматически предельную длину в процессе ее измерения (**проблема 5 (фундаментальная длина)**) и, соответственно, предельную энергию излучаемого кванта поля минимальных пространственных размеров. Что касается спектра масс так называемых элементарных частиц (в списке Дирака это **проблема 3 (нуклоны и мезоны)**), то возникли представления, согласно которым нуклоны и мезоны построены из нового типа своеобразных фермионов (кварков), взаимодействующих с помощью целого класса новых безмассовых полей (глюонов).

**Проблема 6 (гравитация).** С ней связан старый вопрос о принципе Маха\*. Возможно, что более широкий принцип — «принцип существования пространства» ( $g_{ik} \neq 0$ , если только  $T_{ik} \neq 0$ ) в случае ограничения решений уравнений Эйнштейна решениями Фридмана и де Ситтера (см. ниже) представляет собой и реализацию принципа Маха, и решение проблемы сингулярности космологических метрик.

**Проблема 4**  $\left(\frac{M}{m}\right)$  в настоящее время представляет собой лишь часть проблемы 3 (нуклоны и мезоны).

**Проблема 2**  $\left(\frac{e^2}{hc}\right)$  остается интригующей проблемой:

$$\sqrt{hc} = \sqrt{137} e ?$$

**Проблема 7 (нейтрино)** к настоящему времени сильно усложнилась: возникли три различных по природе нейтрино. Случайно ли их число совпадает с числом измерений нашего пространства? Книгу «Нейтрино», изданную более четверти века назад (1964), я закончил словами: «Современнику трудно гадать, какое истинное место займет нейтрино в физике будущего. Но свойства этой частицы столь элементарны и своеобразны, что естественно думать, что природа создала нейтрино с какими-то глубокими, пока для нас не всегда ясными «целями» ...». Эти слова в полной мере остаются справедливыми до настоящего момента.

Но Дираку не было дано предвидеть воскрешение космологических идей де Ситтера, появление целой области теоретических исследований, связанных с теорией струн, роль симметрий в теории элементарных частиц и многое другое из «ста необыкновенных путей», что выпало на долю некоторым из «ста необыкновенных людей».

### 3. О ВОЗМОЖНЫХ МОДИФИКАЦИЯХ УРАВНЕНИЙ ЭЙНШТЕЙНА

Известно, что уравнения Эйнштейна удачно описывают современное состояние нашей Вселенной, точнее, части ее истории, и способны предсказать ее будущее в зависимости от знания точного значения средней плотности ее материи к данному моменту времени. Но теория в ее современном виде неспособна описывать самый начальный момент истории как откры-

---

\*Принцип, согласно которому метрическое поле  $g_{ik}$  полностью определяется материей,  $T_{ik}$ .

тых, так и закрытых вариантов вселенных, а также конечные судьбы коллапсирующих звезд, точнее, черных дыр, которые возникают в отдельных участках Вселенной. Точнее, речь идет о сингулярностях классической теории гравитации в начальный момент истории Вселенной и в конечные моменты коллапсирующих объектов.

Другая, как оказалось потом, серьезная проблема, возникшая в очень острой форме, заслуживает предварительного небольшого исторического экскурса, связанного с  $\Lambda$ -членом.

Уравнение Эйнштейна писалось в виде

$$R_k^i - \frac{1}{2} R \delta_k^i - \Lambda \delta_k^i = \frac{8\pi k}{c^4} T_k^i. \quad (3)$$

$\Lambda$ -член — константа с размерностью  $l^{-2}$ , где  $l$  — величина с размерностью длины. Согласно Фридману (1922—1924 гг.), это уравнение описывает как закрытые, так и открытые изотропные расширяющиеся вселенные.

С другой стороны,  $\Lambda$ -член мог бы быть отличным от нуля, независимо от истории его возникновения в теории, тем более что оказалась возможной экспериментальная оценка его величины. Во всяком случае, если  $\Lambda$ -член существует, то его численное значение в настоящее время очень мало:  $\Lambda \leq 10^{-55} \text{ см}^{-2}$ .

Уравнение вида

$$R_k^i - \frac{1}{2} R \delta_k^i - \Lambda \delta_k^i = 0 \quad (4)$$

носит название уравнения де Ситтера.

Многими авторами полагалось, что уравнение де Ситтера описывает один из вариантов пустых вселенных.

В одной из ранних работ Эйнштейна (1918 г.) можно прочесть такое утверждение: «Решение де Ситтера ни в коей мере не соответствует миру без материи, а, скорее, соответствует миру, в котором вся материя сосредоточена на поверхности, что, вероятно, можно было бы доказать, переходя от объемного распределения материи к поверхностному».

Наши попытки проверить предложения Эйнштейна не привели к определенным результатам.

Сам Эйнштейн, как некоторые утверждают, в дальнейшем стал считать введение  $\Lambda$ -члена самой большой своей ошибкой.

Напомним, что в книге Толмена «Относительность, термодинамика и космология» (с.359) сказано, что «модель де Ситтера — это такая модель, в которой давление и плотность связаны соотношением

$$p_{00} + p_0 = 0.$$

Собственная плотность материи  $\rho_{00}$  по своей физической природе может быть только положительной или нулевой величиной. Давление, в принципе, может быть и отрицательным, однако ни одна из существующих субстанций, которую мы здесь представляем себе как идеальную жидкость, даже если мы примем во внимание внутренние силы сцепления, не может создать такое отрицательное давление, которое в принятых единицах хотя бы отдаленно приближалось по абсолютной величине к плотности  $\rho_{00}$ .

Приведенное выше физическое толкование модели вселенной де Ситтера сохранилось, в сущности, без изменения в книге Хокинга и Дж.Эллиса, изданной в 1973 г. «Эти пространства (т.е. пространства де Ситтера) можно считать решениями уравнения в пустом пространстве  $\Lambda = R/4$  с или решением для идеальной жидкости с постоянной плотностью  $R/32\pi$  и постоянным давлением  $-R/32\pi$ . Однако эта трактовка, по-видимому, неприемлема, поскольку тогда или давление, или плотность должны быть отрицательными» (цитируется по русскому изданию 1977 г.).

В известных учебниках Ландау и Лифшица нет даже упоминания имени де Ситтера.

Если в настоящее время раскрыть любой журнал, посвященный вопросам теоретической физики, то не исключено, что имя де Ситтера на страницах данного журнала встретится десятки раз. Что же произошло такого, что так резко возрос интерес к вселенной де Ситтера? Дело в том, что в результате многих работ создалась довольно твердая уверенность, что очень ранняя Вселенная должна быть Вселенной типа деситтеровской с начальной плотностью энергии-импульса, близкой к планковской. Начало было положено соображениями Даукера и Критчли [3], которые обратили внимание на то, что с учетом конформной аномалии тензора энергии-импульса мир де Ситтера с плотностью энергии, близкой к планковской, оказывается согласованным с решением уравнения Эйнштейна с квантовыми поправками.

Далее внимание научной общественности привлекла к себе статья А.А.Старобинского под интригующим заглавием «Несингулярная модель с квантово-гравитационной стадией де Ситтера» [4].

Правда, хотя заглавие этой статьи себя не оправдывает, и статья проблеме сингулярности не решает, как это часто бывает со статьями такого рода, где не учитываются возможные возмущения, она продолжает быть объектом внимания теоретиков, так как некоторые ее положения и общее направление сохраняют свой интерес.

Совсем в другом духе, после работы Старобинского, построена статья Гуса [5], которая, не касаясь проблем начальных условий возникновения Вселенной, в дальнейшем инициировала ряд работ, особенно работу Линде [6,7], где рассматриваются, также исходя из деситтеровской фазы ранней

Вселенной, такие черты, которые необходимы для стыковки очень ранней Вселенной с ее фридмановской фазой.

Вернувшись по времени назад, не только к периоду забвения вселенной де Ситтера, но, более того, враждебного отношения к ней\*, необходимо добрым словом упомянуть Э.Б.Глинера. Глинер публикует статью под названием «Вакуумообразное состояние среды и фридмановская космология» [8]. «Цель данной заметки, — пишет Глинер, — показать, что вакуумоподобное состояние физической среды (тензор энергии  $T_{ik} = \Lambda g_{ik}$ ) может быть исходным пунктом любой из трех моделей Фридмана». Если вакуумоподобное состояние среды может стать исходным пунктом для любой из трех моделей Фридмана, то речь идет о вакуумоподобном состоянии среды как некоторой формы первоматерии. Это был «глас вопиющего в пустыне».

Мы видим, что Фридман оставил для далекого будущего как проблему ранней Вселенной, так и, что важнее, проблему начальных условий.

Стало ясно, что уравнения Эйнштейна требуют серьезных модификаций.

Функция действия в теории гравитации Эйнштейна пишется в виде

$$S = \frac{c^4}{16\pi\kappa} \int R \sqrt{-g} d^4x,$$

где  $R = R(x, y, z, t)$  — скалярная кривизна.

Вариация  $S$  по  $g_{ik}$  дает уравнения Эйнштейна

$$R_k^i - \frac{1}{2} R \delta_k^i = 0. \quad (5)$$

Уравнения (5) описывают свободное гравитационное поле в отсутствие гравитирующей материи. В присутствии материи в правой части уравнения появляется тензор материи  $T_k^i$ :

$$R_k^i - \frac{1}{2} R \delta_k^i = \frac{8\pi\kappa}{c^4} T_k^i, \quad (6)$$

где  $\kappa$  — гравитационная постоянная.

Как уже упоминалось, в космологии эти уравнения неприменимы в самые ранние моменты истории Вселенной. Спрашивается, возможна ли такая модификация уравнений (6) и соответствующего им выражения

---

\*«Трудно определить степень серьезности, с которой физик должен мыслить пространство де Ситтера физически» (Синг).

действия  $S$ , усложненного присутствием материи, которая остановила бы процесс гравитационного коллапса на некоей длине  $l_0$  при некотором значении плотности материи  $\epsilon_0 = c^2 \rho_0$ .

Для модификации классической функции действия и соответствующих уравнений (6) имеются три возможности.

**Возможность А.** Замена  $R$  в полном выражении функции действия, содержащего как гравитационное поле, так и материю, некоторой функцией от  $R$ ,  $R \rightarrow F(R)$ . В общем случае  $F$  может быть функцией всех кривизн. Проблема сингулярности решается, если такая модифицированная функция  $S$  приведет автоматически к конечным значениям всех кривизн в процессе гравитационного коллапса.

Например, если максимальное значение тензора Римана в этой теории дается выражением

$$R_{ijkl} R^{ijkl} = l_0^{-4},$$

где  $l_0$  — константа с размерностью длины.

Возможность А ведет к серьезному изменению левой части уравнения (6), но правая часть остается без изменения.

**Возможность В.** Вторая возможность — это модификация только правой части уравнения (6), где гравитационная константа  $\kappa$  заменяется на некоторую функцию от плотности энергии  $\epsilon$ , именно такую, чтобы  $\kappa \rightarrow \kappa_0 \psi(\epsilon/\epsilon_0)$  с  $\psi \rightarrow 0$  при  $\epsilon \rightarrow \epsilon_0$ .

В этом случае речь идет о существовании в природе асимптотической свободы гравитационных взаимодействий, которая действительно обеспечивает конечную максимальную плотность материи в процессе коллапса. Очевидно, что вариант В непосредственно не касается модификации левой части уравнений (6). Этот вариант может решать полностью проблему сингулярности в уравнении (6), содержащем материю.

Но он не имеет отношения к уравнению типа (5), описывающему поля типа казнеровских и т.п., если свободное гравитационное поле не превращается в процессе коллапса в гравитирующую материю, т.е. в материю, обладающую асимптотической свободой гравитационных взаимодействий. Сюда относится и гравитационное поле реликтовых гравитонов, видимо, существующих в нашей Вселенной. Это поле удовлетворяет свободному уравнению (5), и его «энергия» не учитывается членом  $T_k^i$ , стоящим в уравнении (6).

В нашем дальнейшем рассмотрении случаев А и В возникают основания полагать, что физическое содержание этих, казалось бы, столь различных формализмов на самом деле эквивалентно. Именно, как в случае А,

так и в случае В обязаны существовать предельные конечные плотности материи, а в случае А, что совсем неочевидно, материя должна обладать асимптотической свободой гравитационных взаимодействий.

**Возможность С.** Но, может быть, нет необходимости менять классические уравнения гравитации? Может быть, квантованная форма этих уравнений автоматически решит космологические трудности классических уравнений? Такие соображения законны, и они часто высказываются. Прежде всего целесообразно напомнить судьбу этих высказываний применительно к известным трудностям теорий других, негравитационных полей.

Как известно, все другие классические поля, взятые в отдельности, содержат в каждом случае трудность бесконечного значения энергии их точечных источников.

С появлением уравнений Дирака возник вопрос: сохраняются ли эти трудности в электродинамике Дирака? Проведенные исследования дали общий ответ: квантовая теория любого из известных полей не решает обсуждаемой нами трудности. Часто можно услышать утверждение, что, в отличие от других полей, у нас нет квантовой теории гравитационного поля. Строго говоря, у нас есть квантовая теория всех полей в отдельности, в том числе и гравитационного поля, но только в случае слабых полей. Это утверждение имеет тот смысл, что вблизи точечного источника, например, электромагнитного поля, когда оно становится сильным, необходимо учитывать взаимодействие электромагнитного поля электрона со всеми видами частиц, существующих в природе. Эти виртуальные процессы вносят свой вклад в собственную энергию электрона. Изложенную ситуацию можно сформулировать фразой: «Все, т.е. любая так называемая элементарная частица, в указанном смысле «состоит из всего» [8], т.е. из всего многообразия частиц».

Как известно, расходящиеся выражения, возникающие в теориях классических полей, во многих случаях пытались исключить различными модификациями классических уравнений полей, сохраняя их релятивистскую форму. Например, с помощью введения в соответствующие волновые функции релятивистски-инвариантных обрывающих факторов, которые соответственно уменьшали бы вклад высоких частот в собственную энергию источника поля.

Были и другие релятивистски-инвариантные рецепты избавления от обсуждаемых трудностей, начиная от так называемого «лямбда-лимитинг»-процесса до использования индефинитной метрики.

Все эти попытки решения проблемы расходимости в теории полей оказались неудачными. Они приводили к распространению сигнала в области сингулярности со сверхсветовыми скоростями. В области сингулярности как бы возникало бесконечно твердое ядро.

«Коварство» этих неудач вызвало недоумение - возникало противоречие с релятивизмом при, например, введении явно релятивистских выражений для формфакторов. Но, как выяснилось впоследствии, все недоразумения были связаны с использованием одного времени  $t$ , тогда как поле представляет собой систему, составленную из бесконечного числа частиц.

Как известно, последовательная релятивистски-инвариантная теория многих частиц требует введения многих времен. Такой многовременной формализм впервые был изложен в известной работе Дирака — Фока — Подольского для квантовой электродинамики конечного числа частиц. В классической (неквантовой) электродинамике многих тел этот формализм был изложен мной в [9,10].

Я пытался найти многовременной формализм для описания бесконечного числа фотонов (газ фотонов) для самого электромагнитного поля.

Такая проблема была решена Томонагой в 1947 г. [11]. В формализме Томонаги, а затем Швингера [12], каждой точке  $(x, y, z)$  пространственноподобной поверхности приписывалось свое время  $t(x, y, z)$ . Я же безуспешно искал обобщение формализма Дирака — Фока — Подольского на спектр фотонов (газ фотонов), который должен был иметь непрерывную структуру. Не исключено, что такой формализм, эквивалентный формализму Томонаги, существует.

Появление уравнения Томонаги — Швингера сделало понятным законную неудачу всех прежних попыток ликвидировать расходимости в теории полей в рамках одного времени для всех пространственноподобных точек.

В этом смысле историческое значение появления уравнения Томонаги — Швингера заключается в том, что все тем или иным образом модифицированные решения уравнений поля не являлись решениями уравнения Томонаги — Швингера — они не удовлетворяли условию интегрируемости уравнения Томонаги — Швингера, именно условию коммутативности соответствующих функций на пространственноподобной поверхности, иначе говоря, требованию конечного значения скорости распространения сигнала.

Другими словами, эти направления поисков решения проблемы бесконечностей в теории полей полностью закрываются требованиями последовательной релятивистской инвариантности много(бесконечно)временного формализма уравнений Томонаги — Швингера.

Как известно, в настоящее время широко развит и с большой практической пользой употребляется так называемый «метод перенормировок», с помощью которого из бесконечных выражений в теории полей выделяются конечные значения, которые с успехом используются в дальнейших вычислениях. К сожалению, этот способ выделения конечных величин из бесконечных их значений осуществляется лишь в рамках одного поля, т.е. пренебрегается вкладом всех других существующих полей. Но главное — эта процедура является процедурой, навязанной со стороны естественному фор-

мализму теории поля. Моя неприязнь к процедуре перенормировок поддерживается известным замечанием Дирака в предисловии к русскому изданию его книги, в котором он писал, что воздержался от изложения методов перенормировок, так как, по его мнению, они исчезнут в будущей последовательной теории поля. Более того, возникает подозрение в том, что, может быть, в законности метода перенормировок еще не до конца разобрались. Например, возникает вопрос, сохраняет ли формализм перенормировок локальность теории в областях, близких к области классической гравитационной сингулярности.

Выше содержалось замечание о том, что в собственную массу (энергию) источника любого поля вносят свой вклад все другие поля, не исключая и гравитацию. Но учет вклада гравитационного поля требует знания физических законов в области длины Планка  $l_{pl} \sim 10^{-33}$  см. Во всяком случае, возможно, что существование в природе асимптотической свободы гравитационных взаимодействий в сильных гравитационных полях, о которой речь пойдет в дальнейшем, кардинальным образом меняет всю ситуацию с проблемой перенормировок.

Для модификации функции действия  $S$  Эйнштейна были указаны три возможности А, В, С, каждая из которых имела и имеет многих сторонников и, вероятно, будет иметь их в будущем, развитие которого непредсказуемо.

Можно указать многих авторов, работавших и работающих над модификацией левой части уравнения Эйнштейна, также и многих авторов, в той или иной мере работавших над проблемами, обозначенными буквой С, но в дальнейшем мы ограничимся проблемами, обозначенными буквой В, т.е. попытками рассмотреть варианты уравнений Эйнштейна, в правой части которых гравитационная постоянная  $k$  заменена на некую функцию от плотности энергии.

#### 4. МЕНЯЮЩАЯСЯ ГРАВИТАЦИОННАЯ ПОСТОЯННАЯ

Впервые на изменение гравитационной постоянной решился Дирак (1938), потом Иордан (1948—1955), потом Бранс, Дикке (1961, 1962—1968). В некоторых из этих работ гравитационная постоянная  $k$  заменена функцией  $\text{const}/\varphi(x)$ , где  $\varphi$  — функция точки. Эти работы имеют и современное продолжение.

Вначале речь пойдет о некоторых «игрушечных» моделях в рамках классической (не квантовой) космологии. Потом речь пойдет о более отдаленном будущем, притом о таком будущем, характер которого автор предпочел бы обвести золотой рамкой: «Нам, к счастью, не дано видеть будущее». Но, видимо, есть глубокое и, возможно, естественное противоречие в

самой науке и, может быть, не надо себя ограничивать золотой рамкой. Видимо, научный риск просто необходим, как азарт спортивного стрелка, стремящегося из лука непременно попасть в десятку.

Выбор направления В в модификации уравнения Эйнштейна не случаен: возникли интуитивные соображения о возможном существовании в природе двух, скажем, законов, которые должны выполняться в уравнениях, адекватно ее описывающих. Возможно, что в природе существует

1) *асимптотическая свобода гравитационных взаимодействий* (гравитационная постоянная  $\kappa_0$  заменяется функцией  $\kappa = \kappa_0 \psi(\epsilon)$ , где  $\epsilon$  — плотность энергии в сопутствующей системе координат, а  $\psi$  стремится к нулю с ростом плотности энергии);

2) *предельно большое значение плотности энергии, а именно  $\epsilon_0$* . В дальнейшем обсуждаются свойства воображаемых вселенных, в которых выполняются эти интуитивные допущения автора. Вначале эти воображаемые (игрушечные) вселенные обсуждаются в рамках классической (не квантовой) космологии, т.е. их параметры берутся в пределах возможных классических измерений в нашей Вселенной.

В процессе размышлений над несовершенством современной теории Вселенной возник вопрос: нельзя ли найти макроскопическую модель, лишенную некоторых фундаментальных трудностей фридмановской вселенной, а именно:

1. Вселенная Фридмана при расширении в прошлом должна возникать из вселенной де Ситтера.

2.  $\Lambda$ -член в настоящий момент во вселенной Фридмана должен быть мал.

3. Вселенная де Ситтера не должна иметь особенность при любых возмущениях.

Если такая модель возможна, возникает вопрос, какие проблемы в ней не решаются и какие необходимо решать. Для простоты рассматривается вариант пылевидной изотропной вселенной. Естественно полагать, что в этих случаях предельная плотность массы  $\rho_0$  должна останавливать коллапс для пылевидной изотропной вселенной, а вместо гравитационной постоянной должна быть функция от безразмерной величины  $\rho/\rho_0$ .

Рука написала *ad hoc* следующее уравнение:

$$\left(\frac{\dot{a}}{ca}\right)^2 + \frac{1}{a^2} = \frac{8\pi\kappa_0}{3c^2} \left[ \rho \left(1 - \frac{\rho^2}{\rho_0^2}\right) + \Lambda' \frac{\rho^2}{\rho_0^2} \right], \quad (7)$$

где  $\rho$  — плотность массы пыли. Здесь  $a$  — масштабный фактор,  $\Lambda' = (3c^2/8\pi\kappa_0)\Lambda$ ,  $\Lambda$ -член =  $1/l_0^2$ , где  $l_0$  — какая-то постоянная длина.

Уравнение (7) обсуждается автором в ряде статей.

Присоединив к скобке  $(1 - \rho^2/\rho_0^2)$  гравитационную постоянную  $\kappa_0$ , можно сказать, что гравитационная константа в (7) заменена некоторой функцией  $\kappa = \kappa_0(1 - \rho^2/\rho_0^2)$ .

Физически это означает, что гравитационная постоянная заменяется некоторой функцией, численные значения которой падают с ростом плотности и которая при  $\rho = \rho_0$  обращается в нуль.

В современной теоретической физике рассматриваются возможности асимптотических взаимодействий, величины констант которых уменьшаются с ростом передаваемого импульса, в пределе стремясь к нулю.

Из (7) следует, что минимальное значение  $a$ , при котором останавливается коллапс (т.е. когда  $\dot{a} = 0$ ), равно

$$a_{\min} \sim 1/\sqrt{\Lambda} = l_0,$$

а  $l_0$  — константа с размерностью длины, которая пока не определена в нашей модели.

В этой игрушечной модели предельную плотность мы запишем в виде

$$\rho_0 \approx 10^{20} \text{ г/см}^3, \quad \Lambda_0 \approx 10^{-6} \text{ см}^{-2}, \quad l_0 \approx 10^3 \text{ см},$$

а полную массу вселенной примем равной  $M_0 \approx 10^{55}$  г.

Величина  $\rho_{\max}$ , при которой останавливается коллапс вселенной, т.е. при  $\dot{a} = 0$ , дается выражением  $\rho_{\max} = \rho_0(1 - m_0/M_0) \approx \rho_0(1 - 10^{29}/10^{55})$ , где  $m_0 = V_{\min} \rho_{\max} \sim 10^9 \cdot 10^{20} = 10^{29}$  г.

Величина  $a_{\min}$ , на которой останавливается коллапс,  $\sim l_0$ , вернее,

$$a_{\min} \sim l_0(1 + m_0/M_0).$$

Согласно (7) плотность массы, которая возникает в конце коллапса, равна почти предельной:

$$\rho_{\max} = \rho_0(1 - m_0/M_0).$$

В уравнении (7)  $\rho/\rho_0$  характеризует эффективный  $\Lambda$ -член.

Вследствие малого значения плотности масс в современную эпоху

$$\left(\frac{\dot{a}}{ca}\right)^2 + \frac{1}{a^2} = \frac{8\pi\kappa_0}{3c^2} \rho, \quad (8)$$

т.е. при  $\rho \ll \rho_0$  уравнение (7) принимает вид уравнения Фридмана. При  $\rho \approx \rho_0$  возникает уравнение де Ситтера:

$$\left(\frac{\dot{a}}{ca}\right)^2 + \frac{1}{a^2} - \Lambda = 0. \quad (9)$$

Но предложенное нами уравнение не получено из какой-либо функции действия  $S$ .

Последовательное изложение теории гравитации начинается с варьирования по  $g_{ik}$  функции действия

$$S = \frac{c^4}{16\pi\kappa} \int (R + 2\kappa\varepsilon) \sqrt{-g} d^4x.$$

Здесь  $\varepsilon = \rho c^2$  — плотность энергии.

Мы предположили, что  $\kappa$  — не константа и зависит от плотности энергии:

$$\kappa = \kappa_0 \Psi \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right). \quad (10)$$

В этой статье не приведены какие-либо конкретные соображения о характере функции  $\Psi$ , кроме замечания о том, что численное значение ее убывает с ростом плотности энергии. Вычисления ведутся в случае давления  $p \neq 0$ . Существенно заметить, что функция  $\Psi$  должна иметь аргументом безразмерную величину. Это значит, что она должна зависеть от  $\varepsilon/\varepsilon_0$ , где  $\varepsilon_0$  — пока неизвестная постоянная.

Для случая пылевидной материи

$$\kappa = \kappa_0 \Psi \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right), \quad (11)$$

где  $\rho$  — плотность массы.

Если писать уравнение для пылевидной изотропной вселенной, то после варьирования по метрике левая часть уравнения Эйнштейна останется без изменения, но в правой части его, к нашему удивлению и, скажем просто, радости, возникнет, добавочный  $\Lambda$ -образный член вида  $-\rho^2(\partial\kappa/\partial\rho)\delta_k^i$ . В случае  $p \neq 0$  он переходит в  $\varepsilon^2(\partial\kappa/\partial\varepsilon)\delta_k^i$ .

Первый же член правой части уравнения получил множителем при  $\rho$  скобку

$$\left( \rho \frac{\partial\kappa}{\partial\rho} + \kappa \right). \quad (12)$$

Попытка привести уравнение к виду, близкому к (7), привела к необходимости взять  $\kappa$  в виде

$$\kappa = \kappa_0 \left( 1 - \frac{\rho^2}{3\rho_0^2} \right), \quad (13)$$

и тогда получаем

$$\left( \frac{\dot{a}}{c} \right)^2 + 1 = \frac{8\pi\kappa a^2}{3c^2} \left[ \rho \left( 1 - \frac{\rho^2}{\rho_0^2} \right) + \Lambda' \frac{\rho^3}{\rho_0^3} \right]. \quad (14)$$

Добавочные  $\Lambda$ -образные члены сильно повысили интерес к нашей пока «игрушечной» модели.

В журнале «Успехи физических наук» [13], по существу, изложены идеи, связанные с предложением моей модификации уравнения Эйнштейна.

Но текст статьи подан под скромным названием «О возможности существования в природе асимптотической свободы гравитационных взаимодействий».

Текст статьи овеян некоей грустью, в частности, по поводу того, что асимптотическая свобода в предложенных примерах решает проблему гравитационной сингулярности только в изотропных моделях.

Существует много примеров, когда неизотропные возмущения, в частности, казнеровские, делают эти модели сингулярными.

Но конкретные выражения для реализации асимптотической свободы, т.е. функции  $\psi$ , писались мною *ad hoc*. Может быть, можно найти функции, которые еще до достижения значения предельной плотности  $\rho_0$  могли бы менять знак  $\kappa$  на обратный и создавать на каком-то участке коллапса замену сил притяжения на отталкивание, имитируя в правой части уравнения Эйнштейна появление отрицательной энергии, нарушающей энергодоминантность, что исключает сингулярность.

Оказывается, такие возможности, которые нарушают энергодоминантность, по существу, неограничены.

Например,

$$\kappa = \kappa_0 \left( 1 - \alpha_1 \frac{\rho}{\rho_0} \right), \quad (15)$$

где  $\alpha_1$  — константа, большая единицы ( $\alpha_1 > 1$ ).

Теперь видоизмененное уравнение Эйнштейна принимает вид

$$\left(\frac{\dot{a}}{ca}\right)^2 + \frac{1}{a^2} = \frac{8\pi\kappa_0}{3c^2} \left[ \rho \left( 1 - \alpha_1 \frac{2\rho}{\rho_0} \right) + \frac{\rho^2}{\rho_0^2} \alpha_1 \rho_0 \right]. \quad (16)$$

Если теперь набраться храбрости и составить  $\rho_0$  из мировых констант, т.е. если положить  $\rho_0 = c^5/h\kappa_0^2$ , то, перенося второй член из правой части уравнения в левую, мы получим при  $\rho \approx \rho_0$ :

$$\left(\frac{\dot{a}}{ca}\right)^2 + \frac{1}{a^2} - \frac{8\pi}{3} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2 \frac{\alpha_1}{l_{pl}^2} = \frac{8\pi\kappa_0}{3c^2} \rho(1 - 2\alpha_1), \quad (17)$$

т.е.  $\Lambda_0 = \frac{8\pi\alpha_1}{l_{pl}^2}$ , где  $l_{pl}$  — длина Планка\*.

Собирая в правой части уравнения (16) два члена в один, мы получаем уравнение

$$\left(\frac{\dot{a}}{ca}\right)^2 + \frac{1}{a^2} = \frac{8\pi\kappa_0}{3c^2} \rho \left( 1 - \alpha_1 \frac{\rho}{\rho_0} \right). \quad (17')$$

Если  $\alpha_1 > 1$ , то правая часть уравнения при  $\rho > \rho_0/\alpha_1$ , меняя знак, становится отрицательной. При  $\rho = \rho_0/\alpha_1$  она обращается в нуль.

Другими словами, в какой-то момент коллапса гравитационное притяжение сменяется на отталкивание. Иначе говоря, энергия правой части становится отрицательной, причем, что существенно, еще при плотности  $\rho < \rho_0$ . Старое же уравнение (14) меняет знак правой части только при  $\rho > \rho_0$ , что запрещено предельным значением  $\rho_0$ .

Возмущения типа казнеровских в случае перемены знака энергии в правой части уравнения Эйнштейна по общему объему обращаются в нуль.

---

\*Правда, в классической физике, в которой присутствуют две константы взаимодействия: гравитационная константа  $\kappa$  и константа электрического заряда  $e$ , предельная плотность могла бы быть взята в виде  $c^6/e^2\kappa^2 \sim 10^{97}$  г/см<sup>3</sup>, а предельная длина в виде  $\frac{e\sqrt{\kappa}}{c^2} \sim 10^{-34}$  см.

Несколько парадоксально выглядит следующая формулировка полученного нами результата. Если бы во время Фридмана (1922—1924) кому-либо пришла в голову идея непостоянной гравитационной константы, то, варьируя соответствующее действие по метрике, он мог бы решить проблему сингулярности и обнаружить, что ранняя Вселенная имеет деситтерообразную метрику. Мы будем находиться в таком же положении, если не осмелимся взять константу  $\rho_0$  из квантовой теории.

## 5. ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ И ЭВОЛЮЦИЯ РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ

После того как программа статьи [13] выполнена, было бы целесообразно рассмотреть, как модифицируется вселенная Фридмана в условиях существования асимптотической свободы гравитационных взаимодействий. Уравнение, рассмотренное нами в случаях возмущения изотропных вселенных, не приводит к коллапсу до точечных размеров. Но имеется еще один вопрос, который почему-то обычно не считается существенным. В статьях, описывающих очень ранние вселенные, речь идет о вселенных, история которых начинается с  $t > 10^{-43}$  с.

В этом присутствует элемент разумности, так как физика сверхранней Вселенной требует научной осторожности, которая, в какой-то мере, нарушается и в так называемой очень ранней Вселенной. Правда, пишут, что вначале ранняя Вселенная характеризуется, например, каким-то первоначальным энергетическим сверхвозбуждением, которое и ответственно затем за первоначальный толчок разлетающейся материи.

В существующей литературе нельзя получить какого-либо вразумительного описания начального состояния инфляционного периода, кроме пояснения основной идеи: «Основное положение, на котором базируются все существующие варианты раздувающейся Вселенной, состоит в том, что на самых ранних стадиях эволюции Вселенная могла бы находиться в неустойчивом вакуумообразном состоянии, обладающем большой плотностью энергии».

Не знаю, насколько описанная нами модель антигравитирующего вещества приемлема для возникновения расширения Вселенной после остановки ее коллапса.

Задача теории ранней Вселенной состоит в том, чтобы заполнить всеми существующими в природе частицами Вселенную в ее фридмановской фазе. Мы не можем выполнить эту задачу, т.к. полный спектр частиц пока нам неизвестен. Мы могли бы следовать другим авторам, ограничиваясь нуклонами и лептонами, используя судьбу симметрии. Мы бы решились на это, если бы к настоящему времени был экспериментально открыт бозон Хиггса.

В нашей модели Вселенная возникает, в сущности, из пустого пространства де Ситтера. Мы критиковали не саму идею возникновения Вселенной из пустого пространства, а способы выбора этого пространства. В моделях, которые мы описываем, материя возникает практически из пустого пространства де Ситтера, порождаясь  $\Lambda$ -образным членом модели в виде

$$\alpha_1 \frac{\rho}{\rho_0} \Lambda_0.$$

При этом  $\alpha_1 \frac{\rho}{\rho_0}$  есть величина, в начальный момент развития Вселенной настолько близкая к единице, что, в сущности, представляет собой призрачный символ, так как гравитирующая, т.е. наблюдаемая плотность массы

$$\rho \left( 1 - \alpha_1 \frac{\rho}{\rho_0} \right)$$

близка к нулю.

На современном этапе именно этот член правой части уравнения Эйнштейна дает гравитирующую (измеримую) плотность массы за счет уменьшения грандиозной величины константы  $\Lambda$ -члена. В каком-то смысле  $\Lambda$ -член можно рассматривать как некий вид первоматерии, трансформация которого порождает все разнообразие частиц мира Фридмана.

Не лишено исторического интереса представление, что подобная среда де Ситтера очень близка к понятию первичного мира по Анаксагору [14].

По Анаксагору первичная материя представляет собой какую-то измельченную смесь всех веществ, которые потом образуют все в этом мире. Эта форма материи лишена какой-либо способности движения. До начала космообразования бесконечно малые частицы этой среды первоначально покоились каждая на своем месте, ибо не было ничего, что вынуждало бы их изменяться и перемещаться.

В современных вариантах сверххранней Вселенной от первичной материи требуется, чтобы она имела свойства скаляра. Природа этого скаляра может быть, в принципе, различного происхождения. Нельзя, например, исключить, что этот скаляр является газом черных дыр. Холодный газ черных дыр в процессе хокинговского распада мог бы естественным образом создать горячую фазу фридмановского мира, для которой уравнение  $p = 0$  уже непригодно.

При реализации обсуждаемой черной дырной гипотезы существенно более подробное знание свойств черной дыры, а именно: исчезает ли черная дыра полностью в процессе хокинговского излучения? В частности, возможно ли существование черных дыр как угодно малых масс? Есть основания полагать, что предельно малая масса черной дыры определяется

мировыми константами  $h$ ,  $c$ ,  $\kappa_0$ , а именно  $m_0 = \sqrt{hc/\kappa}$  и радиусом  $l_0 = \sqrt{h\kappa/c^3} \sim 10^{-33}$  см. В статье [15] (1965) приведены соображения о возможном существовании верхней границы в спектре масс элементарных частиц. Если в природе существует фундаментальная длина  $l_0 = \sqrt{h\kappa/c^3}$ , то предельная энергия частицы с длиной волны  $l_0$  равна

$$E = \frac{hc}{l_0} = \sqrt{\frac{hc^5}{\kappa}} = m_{\max} c^2.$$

Таким образом, возникла гипотеза о существовании в природе максимально тяжелой элементарной частицы с массой  $m_0 = 10^{-5}$  г, которая была названа «максимоном». Появление этой гипотезы не имело никакого отношения к возникшей позднее теории черных дыр. Впоследствии ряд авторов обсуждал возможности существования в природе такой частицы и предлагал для нее различные названия. Появление теории хокинговского излучения черных дыр (препринт 1973 г. и более поздняя статья 1975 г. [16]) привело к пониманию того обстоятельства, что в процессе этого излучения неизбежно появится черная дыра с параметрами, характерными для максимона. Этот объект может быть назван и элементарной черной дырой. Он должен либо мгновенно исчезнуть, высвечивая в одном акте всю свою энергию, или оставаться стабильным. Существует ряд статей, обосновывающих стабильность элементарной черной дыры [17,20].

Имеется и, казалось бы, серьезное возражение против стабильности элементарных черных дыр, выдвинутое Хокингом. Согласно Хокингу [21], если в каком-либо замкнутом объеме возникает какое-либо число черных дыр, то при времени  $t \rightarrow \infty$  они все должны исчезнуть.

Не входя в детали термодинамических аргументов Хокинга, следует заметить, что в замкнутом объеме, наполненном как угодно большим числом стабильных элементарных черных дыр, они должны исчезать путем слияния двух или нескольких из них в большую черную дыру, которая должна высвечиваться затем до элементарной стабильной черной дыры. Таким образом, из как угодно большого начального числа элементарных стабильных черных дыр остается лишь одна элементарная черная дыра. Таким образом, в качестве первичной скалярной материи сверхранней Вселенной можно использовать и газ стабильных элементарных черных дыр (максимонов), так как имеется реальная возможность превращения газа стабильных элементарных черных дыр в процессе инфляции в горячую материю фридмановской вселенной. Газ черных дыр, как первичная скалярная материя, представляет собой наибольший интерес в случае закрытой Вселенной, для которой после фазы инфляции и конечного максимального расширения

предстоит фаза коллапса, которую можно назвать фазой очень поздней Вселенной. Естественно предполагать, что очень поздняя Вселенная должна вернуться в свою исходную, деситтеробразную фазу. Другими словами, все разнообразие полей и частиц во фридмановской фазе Вселенной снова должно вернуться к своей первичной скалярной форме. В условиях большой плотности всех форм материи в конечной фазе коллапса кажется возможной идея превращения всей материи снова в скалярный газ черных дыр. Асимптотическая свобода гравитационных взаимодействий дает формализм деситтеровской симметрии очень ранней и очень поздней закрытых вселенных. Первичная материя в форме черных дыр дает пример физики такой симметрии.

Выражения  $\sqrt{hc/k}$  и  $\sqrt{hk/c^3}$ , которые определяют свойства максимумов, могут, в принципе, содержать какие-то коэффициенты. При этом может оказаться, что материя максимона может не находиться под сферой Шварцшильда, и частицы максимальной массы не будут иметь основания называться черными дырами, а некоторые и стабильными частицами.

Две частицы, каждая с массой  $m_{\max}$ , могут образовывать заведомо нестабильную черную дыру, по массе большую, чем элементарная черная дыра, которая затем может излучить свои излишки энергии.

К сожалению, непосредственные данные о состоянии Вселенной в далекие в прошлом исторические эпохи могут быть только косвенными.

Может случиться, что наша Вселенная не является закрытой, тогда отсутствует проблема сингулярности поздней Вселенной.

Но массивная звезда, существующая как в открытой, так и в закрытой Вселенной, охлаждается в процессе излучения и со временем превращается в нейтронную звезду. При достаточно большой массе нейтронная звезда продолжает сжиматься гравитационными силами, и может наступить такой момент, когда вся ее масса окажется под сферой Шварцшильда. Таким образом, возникает черная дыра и вместе с тем проблема коллапса и сингулярности. Коллапс черной дыры существенно отличается от коллапса закрытой Вселенной. Если для закрытой Вселенной, хотя бы в принципе, мыслима вечно осциллирующая модель, в которой коллапс сменяется расширением, то такая возможность для черной дыры исключена. Дело в том, что полное описание пространства-времени Шварцшильда дается диаграммой Крускала [22]. В полной диаграмме пространства-времени Крускала траектория свободной частицы должна исходить из сингулярности или бесконечности и оканчиваться в бесконечности или сингулярности.

Диаграмма Крускала содержит под сферой Шварцшильда две области, одна из которых  $T_-$ -область, куда частица попадает, пересекая извне поверхность Шварцшильда. В этой области частица обязана закончить свое движение, двигаясь к сингулярности. Для частицы, возникшей в сингулярности,

имеется область  $T_+$ , в которой траектория частицы, рожденной в сингулярности, обязана двигаться в  $T_+$ -области от сингулярности изнутри к поверхности Шварцшильда и, пересекая ее, двигаться в пространстве вне сферы Шварцшильда.

Это так называемое второе пространство  $R''$ , отличное от пространства  $R'$ , в котором частица попадает под сферу Шварцшильда и движется к сингулярности в  $R'$ -области. Если бы каким-либо образом частица, пришедшая из  $T_-$ -пространства, могла бы появиться вблизи сингулярности в  $T_+$ -области, то, пересекая поверхность Шварцшильда, она оказывалась бы во втором пространстве, где время снова отсчитывается от нуля. Другими словами, второе пространство в таком случае находилось бы в абсолютном будущем по отношению к первому пространству.

Напомним, что более двадцати лет тому назад (точнее, в 1966 г.) в «Астрономическом журнале» появилась статья И.Д.Новикова под названием «Смена сжатия расширением и физические особенности при сжатии» [23]. В этой статье в рамках классической физики рассматривается судьба (т.е. «траектория») коллапсирующей электрически заряженной звезды. Именно электрическое поле материи останавливает ее коллапс. В этом случае автор пришел к выводу, что черная дыра после «остановки» коллапса в  $T_-$ -области диаграммы Крускала начнет расширяться в  $T_+$ -область и выйдет в другое  $R''$ -пространство, лежащее в абсолютном будущем к исходному шварцшильдовскому  $R'$ -пространству.

Но данный конкретный случай электрически заряженной звезды оказался неудачным, потому что в случае учета рождения частиц электромагнитным полем звезды остановка коллапса звезды просто не происходит.

Но если какая-нибудь модификация уравнений Эйнштейна сохраняет конечное значение всех кривизн в процессе коллапса, то черная дыра не продвигается в своем движении до сингулярности, и можно, воспользовавшись соображениями статьи [23], утверждать, что в этом случае материя черной дыры может оказаться в  $T_+$ -области и, двигаясь под сферой Шварцшильда в направлении от сингулярности, должна пересечь поверхность Шварцшильда и оказаться во втором  $R''$ -пространстве, образуя в нем новую Вселенную.

На конференции, посвященной столетию со дня рождения А.А.Фридмана (1988 г.), мой доклад на эту тему был озаглавлен «Коллапс звезд как возможный источник закрытых и полужакрытых Вселенных» [24].

В 1990 г. в журнале «Phys. Rev.» [25] появилась статья трех авторов с моим участием на ту же тему под заглавием «Black Holes as Possible Sources of Closed and Semiclosed Worlds». Следует иметь в виду, что развитие новых вселенных происходит в  $R''$ -пространствах во временах, абсолютно бу-

дущих по отношению к временам вселенных, где происходит образование черных дыр. Например, в статье [24] в этой связи сказано, что наша Вселенная, может быть, возникла из черной дыры, которая образовалась в некоей вселенной, существовавшей в абсолютно прошлом времени, т.е. которое было исчерпано в процессе существования черной дыры, и отсчет его в новой вселенной начинается снова с нуля. Так как в процессе существования вселенной в случае ее коллапса черных дыр образуется много, то мы несколько конкретизируем процесс распада очень поздней вселенной на множество вселенных, о котором шла речь в вечно осциллирующей модели Вселенной.

Если предыдущие соображения о возникновении вселенных справедливы, то много новых явлений может реализоваться в космологии. Можно напомнить, что еще в 1928 г. Джинс [26] высказал предположение, что в «центрах туманностей материя втекает в наш мир из иного постороннего пространства». Новиков [27] и Нееман [28] высказывали соображения, что галактики — это особые участки нашей Вселенной, которые по каким-то причинам отстали во времени в своем развитии от целой Вселенной. Это отставание во времени было бы объяснимо, если бы галактики вливались в нашу Вселенную из других вселенных в тех процессах, о которых речь шла выше.

В настоящее время, когда как будто успешно развивается теория галактик как результат возмущений в истории Вселенной, я бы опустил последние замечания о галактиках, если бы не возникло большое искушение напомнить о Джинсе.

Лет двадцать тому назад (1973), воодушевленный статьей О.Клейна [29] о возможности полузакрытых миров, я опубликовал статью под названием «Микромакросимметрическая Вселенная» [30], которой предпослал первые две строфы из стихотворения Брюсова «Мир электрона» (1922):

Быть может, эти электроны —  
Миры, где пять материков,  
Искусства, знания, войны, троны  
И память сорока веков.

Еще, быть может, каждый атом —  
Вселенная, где сто планет:  
Там — все, что здесь, в объеме сжатом,  
Но также то, чего здесь нет.

В основе статьи, о которой идет речь, лежит внутренне непротиворечивая возможность, напоминающая известное высказывание Дирака, которым заканчивается одна из его работ: «Было бы странным, если бы природа не использовала эту возможность». И вот такая возможность возникла.

Здесь речь идет о вселенной с как угодно большими горловинами, которая содержит внешнюю массу данной вселенной. Возможно, что эта масса могла бы излучаться объектом, как и в случае обычной черной дыры. В статье [30] этот объект был даже назван черной дырой второго рода. Если масса горловины может излучаться полностью, то возникла бы закрытая вселенная. Если при этом остается предельно малая масса горловины, то данная вселенная будет вести себя во внешнем пространстве, как есть основания предполагать, в виде максимона. Таким образом, не исключено, что наша вселенная наполнена огромным количеством частиц, часть из которых на самом деле является вселенными.

Подводя итог, можно сказать, что Вселенная в целом может оказаться своеобразной структурой, состоящей из множества вселенных, развивающихся в своих пространственных и временных координатах. Эту Вселенную нельзя изобразить на бумажном листе как множество вселенных [31]. Она скорее напоминает русскую куклу матрешку. Только внутри каждой из матрешек содержится множество других матрешек и т.д. Такой образ Вселенной в целом обсуждается в статье [32]. Естественно, такая Вселенная в целом не имеет ни начала, ни конца.

## 6. О ПРИНЦИПЕ МАХА. КАКИЕ ВСЕЛЕННЫЕ ВОЗМОЖНЫ?

*Что меня действительно интересует,  
это имел ли Бог выбор, когда он создавал мир.*  
А.Эйнштейн.

В цикле рассматриваемых нами работ по космологии в этом десятилетии стоит упомянуть обсуждение проблем, связанных с принципом Маха [33-36].

Как известно, уравнения Эйнштейна содержат большое количество разнообразных космологических решений. Современное состояние Вселенной довольно хорошо описывается решениями уравнений Эйнштейна, найденными А.А.Фридманом. Но эти решения непригодны для описания очень ранней Вселенной. Более того, для очень ранней Вселенной оказываются естественными решения типа де Ситтера. Спрашивается, нельзя ли ограничить божественные возможности этими двумя типами решений? Для исследования поставленной проблемы оказывается удобной запись уравнений Эйнштейна в виде, аналогичном интегральному уравнению Янга — Фельдмана в теории поля:

$$g_{ik} = \frac{8\pi\kappa}{c^4} \int G_{ik}^{jl} T_{jl} \sqrt{-g} d^4y + \Lambda_{ik}, \quad (18)$$

где  $G_{ik}^{jl}$  — аналог функции Грина,  $\Lambda_{ik}$  — свободное гравитационное поле. Если в этом уравнении положить  $\Lambda_{ik} = 0$ , то  $g_{ik}$  отлично от нуля, только если  $T_{ik} \neq 0$ .

Другими словами, в этой теории пространство существует лишь в том случае, когда  $T_{ik} \neq 0$ , т.е. само существование пространства связано с наличием материи. Этим принципом существования пространства сразу лишается смысла рождение Вселенной «из ничего», существование «пустых пространств», начиная с пространства Минковского, и даже асимптотически плоских метрик типа Шварцшильда. Много лет существовало мнение, что пространство де Ситтера представляет собой также пустое пространство. Это мнение основывалось на том, что соответствующая этому случаю материя должна обладать состоянием  $\epsilon + p = 0$ , где  $\epsilon$  — плотность энергии,  $p$  — давление. А такая материя не встречается в природе. Но постепенно пришли к пониманию, что речь идет об очень ранней Вселенной. Такое состояние материи возможно. Условие  $\Lambda_{ik} = 0$  не означает также отсутствие возникновения гравитационных волн. Но в данном четырехмерном мире они всегда должны иметь материальный источник своего возникновения.

Уравнение с  $\Lambda_{ik} = 0$  рассматривалось рядом авторов с точки зрения наличия или отсутствия в теории Эйнштейна принципа Маха. Вследствие математической сложности исследования уравнения (18), работы в этом направлении не дали определенных результатов. Мной было предложено В.К.Мальцеву ограничиться исследованием конформно-плоских пространств  $g_{ik} = \varphi^2(x) \eta_{ik}$ , где

$$\eta_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

В отличие от работ других авторов здесь вместо десяти величин  $g_{ik}$  требуется найти одну функцию  $\varphi(x)$ .

Для определения одной функции  $\varphi(x)$  нами использовалось уравнение Эйнштейна в виде [37]:

$$R = -\frac{8\pi k}{c^4} T, \quad T = T_{ik} g^{ik}.$$

В этих случаях удалось показать, что в числе допустимых метрик этого формализма существуют решения как фридмановского, так и деситтеровского типа [38]. Не исключено, что божественные возможности, о которых писал Эйнштейн, ограничиваются такой цепочкой вселенных Фридмана и де Ситтера.

Однако, наиболее интересным результатом этого упрощения (скалярного) формализма гравитации является то, что в случае  $\Lambda_{ik} = 0$  при наличии массивного центрального тела пробное тело не взаимодействует по закону Ньютона с массивным центральным телом  $M$ , т.е. движение пробного тела в этом случае не регистрирует существование как угодно большой массы  $M$  центрального тела. Значение массы просто выпадает из обычного уравнения движения пробного тела. Но если массу пробного тела  $\mu$  учесть наравне с массой центрального тела  $M$ , то тогда возникает между ними ньютоновское взаимодействие. Возможно, это одно из характерных свойств физики, в которой справедлив принцип Маха, правда, в очень обедненной «скалярной» теории гравитации. Но этот результат вселяет некоторую веру в то, что более основательное исследование интегрального уравнения (18) может привести к доказательству существования принципа Маха.

Реализация принципа Маха в интегральном формализме теории гравитации привлекательна тем, что свободное гравитационное поле возникает в этой теории только за счет материи.

Если в интегральном формализме ввести условие асимптотической свободы гравитационного поля, то возникновение свободных гравитационных волн за счет тензора материи может оказаться под влиянием фактора, характеризующего асимптотическую свободу.

А то обстоятельство, что возникающий псевдотензор энергии гравитационного поля в этом формализме автоматически интегрируется по всему четырехмерному пространству, оставляет надежду [39] на то, что появляющаяся таким образом энергия (масса) гравитационного поля действительно характеризуется асимптотической свободой. Другими словами, проблема сингулярности, которая нас занимала на предыдущих страницах и которую мы пытались решить, в частности, в рамках физических квантовых эффектов, при реализации принципа Маха может быть решена в общем виде еще в классической физике. Но эти интуитивные соображения пока не подтверждены математически и, скорее всего, не соответствуют действительности, если в этом случае не происходит «полная изааксонизация» гравитационного излучения, т.е. если псевдотензор излученного поля в каждом акте излучения не приобретает свойство тензора (во всяком случае, в уравнении типа (18), в котором  $k$  было бы задано функцией типа (15)).

## **7. О ВОЗМОЖНОМ СУЩЕСТВОВАНИИ ОСОБОЙ ФИЗИКИ «УЛЬТРАМИКРОМИРА» В ОБЛАСТИ ПЛАНКОВСКИХ ДЛИН**

На предыдущих страницах мы рассматривали проблему, предполагая, что в области, близкой к сингулярности, классические свойства пространст-

ва-времени полностью сохраняются для длин, меньших планковских, и времен, меньших  $10^{-43}$  с.

Еще полвека тому назад (1940 г.) для преодоления трудности с сингулярностью в теории полей была предложена идея нелокальности в форме некоммутативности полей  $\phi(x)$  и координаты  $x$ , другими словами, идея некоммутативности координат [40], что вело также к распространению сигнала со скоростью, большей скорости света. Может быть, целесообразно изменить точку зрения о недопустимости мгновенных сигналов в космологии на обсуждаемых планковских длинах. Эта возможность рассматривается в статье [25].

В случае бесконечной скорости сигнала на пути  $l_{\min}$  теряет свой смысл время как расстояние  $l$ , деленное на скорость  $v$ , т.е.  $t = l_{\min}/v = 0$ .

Если области  $T_+$  и  $T_-$  на диаграмме Крускала разделены абсолютно твердым ядром с радиусом, равным длине Планка, то материя черной дыры в процессе коллапса, достигая расстояния  $l_{\min}$  от сингулярности в  $T_+$ -области, оказывается мгновенно на расстоянии  $l_{\min}$  от сингулярности в  $T_-$ -области. Другими словами, обладая таким свойством, критическая длина  $l_{\min}$  как бы не существует в пространстве. И, вероятно, в этом случае нарушается закон сохранения энергии.

Необязательно пространство представлять в виде какой-то решетки. Например, классические свойства пространство могло бы терять только в области предельной плотности материи. Кстати, для измерения предельно малой длины наблюдатель неизбежно должен использовать соответствующую малую длину волны, т.е. квант энергии, отвечающей предельной плотности материи. Такое толкование физики предельной длины, по-видимому, не ведет к наблюдаемым нарушениям причинности в микромире, нарушения макроскопической связи между настоящим и будущим:  $\Delta t = 0$ .

На предыдущих страницах высказано, скорее, скептическое отношение к решению обсуждаемых проблем гравитационного коллапса в рамках будущей квантовой теории сильного гравитационного поля. Но естественное присутствие длины Планка  $l_{pl} = \sqrt{\hbar c^3}$  в конечном выражении тензора кривизны Римана

$$R_{ijkl} R^{ijkl} = \frac{1}{l_{pl}^4},$$

вернее, присутствие постоянной Планка в данном формализме, кажется, сильно свидетельствует не в пользу упоминаемого скепсиса. В [40] рассматривается возможность появления фундаментальной длины, связанной

с нарушением классических характеристик самого пространства, которые в квантовой теории не имеют места (можно допустить, например, некоммутативность координат, выражение для которых могло бы содержать  $\hbar$ ). Согласно предыдущему не исключено, что очень ранняя и очень поздняя вселенные описываются гидродинамической материей в форме холодного газа черных дыр.

Конечно, очень соблазнительно образ этой развиваемой нами теории классической вселенной, ее истории, расширить до предельно малых размеров, приняв в качестве предельной плотности выражение, состоящее из мировых констант:

$$\rho_0 = \frac{c^5}{\hbar \kappa^2}.$$

Тогда предельно малые размеры в истории вселенной действительно определяются длиной Планка:

$$l_{\min} = \sqrt{\frac{\hbar \kappa}{c^3}}.$$

Очевидно, и это следует подчеркнуть, что в этом случае мы вступаем в область гипотез, которые пока не подтверждены каким-либо формализмом. Конечно, повторяем, не исключено, что квантование сильного нелинейного гравитационного поля в будущей теории автоматически приведет к существованию в природе такой предельной длины, но также возможно, что эти надежды не оправдаются. Конечно, появление в выражении  $l_{\min}$  постоянной Планка делает естественной идею связать появление  $l_{pl}$  с формализмом квантовой механики. Но здесь нужна и некоторая осторожность: квантовая теория всех других полей не содержит такого рода предельную длину. Формализм квантовой механики формируется в рамках классических представлений о пространстве и справедлив при как угодно малых длинах.

С другой стороны, нужна известная смелость утверждать, что наше представление о пространстве справедливо до любых малых размеров. Нельзя исключить *a priori* такую ситуацию, когда физика квантовой механики существенно модифицируется при наличии в природе предельной длины. Обычно существование предельной длины связывается с представлением о пространстве, как о некоторой решетке. Здесь, скорее, идет речь о своеобразном отсутствии длин, меньших планковских, и лишь в областях, где возникает предельная плотность материи. Еще раз подчеркнем, что в классической интерпретации отсутствие длин, меньших планковских, могло бы иллюстрироваться малой областью типа бесконечно твердого шарика, в

которой сигнал распространяется с бесконечной скоростью, так что понятие длительности сигнала (времени его распространения) отсутствует [41]. В случае появления вселенных в результате эволюции черных дыр, в принципе, не исключается нарушение всех законов сохранения. Если угодно, в этом образе пространство вблизи классической сингулярности интерпретируется в духе черного ящика, о котором идет речь в известной статье [42] Уилера. Не исключено, что в «ультрамикромире» при возникновении предельной плотности царит «беззаконие», а сама постоянная Планка появляется как комбинация мировых констант:

$$h = \frac{c^5}{\kappa_0^2 \rho_0}.$$

Предлагаемая модель Вселенной в целом — совокупность вселенных, рождающихся и развивающихся в своих пространствах и временах. Если она в каком-то смысле соответствует действительности, то возникает вопрос о том, что представляют собой эти отдельные вселенные. Например, мы не знаем, является ли наша Вселенная открытой или закрытой. Не исключен также вопрос: возможно ли существование вселенной полностью закрытой, если, в принципе, возможно появление в ней материи черных дыр из вселенных, существовавших в абсолютно прошлом времени по отношению к временам данной вселенной, или просто потому, что существование предельной длины не позволяет вселенной полностью закрыться?

В статьях, посвященных развиваемой нами модели Вселенной в целом, часто используется в качестве первоматерии в инфляционной фазе очень ранней Вселенной газ черных дыр вместо обычно обсуждаемого скалярного поля. Такая первоматерия содержит ряд привлекательных черт, но эта гипотеза органически не связана с обсуждаемой нами моделью Вселенной в целом. Но, кажется, она имеет право на обсуждение. Также имеет право на обсуждение и «темная» (не светящаяся) материя в виде стабильных элементарных черных дыр или частиц, масса которых выражается в виде

$$m = \alpha \sqrt{\left(\frac{hc}{\kappa_0}\right)}.$$

Но  $\alpha$  такова, что материя этих частиц не находится, например, под сферой Шварцшильда. Любопытно, что такие частицы, в том числе и стабильные элементарные черные дыры, практически не взаимодействуют с обычной материей, но довольно сильно взаимодействуют друг с другом:

$$E = \frac{\kappa_0 m^2}{r} = \alpha^2 \frac{hc}{r}.$$

При  $\alpha = 1$  две такие частицы взаимодействуют друг с другом на два порядка сильнее, чем кулоновски взаимодействуют два электрона... Но наиболее интересное научное событие, которое привлекло внимание автора, — это появление препринта (В.П.Фролов и др. [43]), озаглавленного «Wormholes as Devices of Study of Black Hole Interior». Как известно, существуют возражения против применимости боровской интерпретации квантовой теории, например, для таких объектов, как закрытые вселенные, как физика материи под сферой Шварцшильда. Существование кротовых нор вписывается в общую картину той мыслимой модели, о которой речь шла выше, в том смысле, что множественные вселенные представляют собой некий связанный организм.

Следует также упомянуть, что если асимптотическая свобода гравитационных взаимодействий действительно ведет к конечному значению предельной кривизны, то на основании результатов статьи [25], в принципе, возможно создание новых вселенных в лаборатории, если в лаборатории можно получать черные дыры, сжимая какое-то количество материи за ее гравитационный радиус. Но также надо подчеркнуть, что эта возможность может реализоваться и в любой другой космологической теории, в которой существует предельное значение кривизны. Существование асимптотической свободы гравитационных взаимодействий может существенно изменить теорию элементарных частиц. Это, например, касается электродинамики, если сохранится современный характер этой теории с ее логарифмической расходимостью. Существование в природе предельной плотности энергии, естественно, меняет формализм электродинамики. И фундаментальная значимость роли гравитационного поля в этом плане была подчеркнута еще в статьях Маркова (1947 г.) [44], Ландау и Померанчука (1955 г.) [45].

Появление свободного гравитационного поля во Вселенной, заполненной материей, доставляло бы, как следует из статьи автора, много забот. При попытках решения этой проблемы возник ряд гипотез, которые пока имеют право на существование.

Как неполноту данного обзора, следует отметить отсутствие в нем даже упоминания о новых теориях — попытках искать новые возможности в теории гравитации на основе своеобразных свойств, в частности, теории струн.

Здесь мы имеем в виду, например, статью [41], в которой утверждается, что вблизи классической сингулярности возникает область не лоренцевой, а евклидовой метрики\*, и вся Вселенная представляет собой совокупность вселенных, связанных кротовыми норами. Не исключено, что при всем раз-

---

\*Этот результат, казалось бы, близок или даже аналогичен обсуждаемым нами возможностям существования своеобразной «субмикрופизики» при планковских или субпланковских длинах

личии «струнного» подхода и обсуждаемого нами формализма последующая полная картина Вселенной может иметь много общих черт.

Может быть, когда-нибудь окажется возможным и экспериментально обнаружить уменьшение гравитационной постоянной в условиях большой плотности материи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Hilbert D.** — Die Grundlage der Physik, Gett. Nacht. Nov., 1915.
2. **Фредерикс В.К., Фридман А.А.** — Основы теории относительности. Л., 1924.
3. **Douker S., Critchley R.** — Phys. Rev., 1976, v.D13, p.3224.
4. **Старобинский А.А.** — В сб.: Квантовая гравитация, М., 1982 (доклад на 2-м Межд. семинаре «Квантовая теория гравитации», Москва, 1981). Первые работы на эту тему: см. **Starobinskii A.A.** — JETP Lett., 1979, v.30, p.682; Phys. Lett., 1980, v.91B, p.99.
5. **Guth A.H.** — Phys. Rev., 1981, v.D23, p.347.
6. **Linde A.D.** — Phys. Lett., 1982, v.108B, p.389.
7. **Линде А.Д.** — Физика элементарных частиц и инфляционная космология, М.: Наука, 1990.
8. **Глинер Э.Б.** — ДАН СССР, 1970, т.192, с.771.
9. **Markov M.A.** — Phys. Zs. Sowjetunion, 1943, v.7, p.42.
10. **Марков М.А.** — О природе материи. М.: Наука, 1976.
11. **Tomonaga S.** — Progr. Theor. Phys., 1946, v.1, p.27.
12. **Schwinger J.** — Phys. Rev., 1948, v.74, p.1439.
13. **Марков М.А.** — УФН, 1994, т.164, №1, с.63.
14. **Рожанский И.Д.** — Анаксагор. М.: Мысль, 1983, с.29.
15. **Markov M.A.** — Progr. Theor. Phys. Suppl. 1: Commemoration Issue for 30th Anniversary of the Meson Theory by Dr.H.Yukawa. 1965.
16. **Hawking S.W.** — Comm. Math. Phys., 1975, v.43, p.199.
17. **Мальцев В.К., Марков М.А.** — Quantum Miniobjects in General Relativity. Preprint P-160, Inst. Nucl. Res., Moscow, 1980.
18. **Bauch T.S.** — J.Phys. A: Math. Gen., 1981, v.14, p.L39.
19. **Муханов В.Ф.** — Письма в ЖЭТФ, 1985, т.33, с.549.
20. **MacGibbon J.H.** — Nature (London), 1987, v.329, p.308.
21. **Hawking S.W.** — Phys. Rev., 1976, v.D14, p.2460.
22. **Kruskal M.D.** — Phys. Rev., 1960, v.119, p.1743.
23. **Новиков И.Д.** — Астрон. ж., 1966, т.43, с.911.
24. **Markov M.A.** — In: A.A.Friedmann: Centenary volume. Eds. M.A.Markov, V.A.Berezin, V.F.Mukhanov. World Scientific, Singapore, 1988.
25. **Frolov V.P., Markov M.A., Mukhanov V.F.** — Phys. Rev., 1990, v.D41, p.383.
26. **Jeans J.** — Astronomy and Cosmology. Cambridge Univ. Press, 1928.
27. **Новиков И.Д.** — Астрон. ж., 1964, т.41, с.1075.
28. **Ne'eman Y.N.** — A.S.J., 1969, v.141, p.1303.
29. **Klein O.** — In: W.Heisenberg und die Physik unserer Zeit, Brunswick, p.345.
30. **Марков М.А.** — В кн.: Будущее науки. М.: Знание, 1973.

31. См. [7], с.57.
32. **Markov M.A.** — Phys. Lett., 1990, v.A151, p.15; также см. [13].
33. **Sciama D.W.** — Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 1954, v.113, p.34.
34. **Альтшулер Б.** — ЖЭТФ, 1966, т.51, с.1143.
35. **Linden-Bell D.** — Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 1967, v.135, p.413.
36. **Gilman R.C.** — Phys. Rev., 1970, v.D2, p.1400.
37. **Mal'tsev V.K., Markov M.A.** — On Integral Formulation of Mach Principle in Conformally Flat Space. Preprint JINR, E-2977, Dubna, 1976. **Мальцев В.К., Марков М.А.** — Труды ФИАН, 1977, т.97, с.11.
38. **Мальцев В.К.** — Теор. и мат. физика, 1990, т.83, с.476.
39. **Isacson R.A.** — Phys. Rev., 1968, v.A166, p.1263.
40. **Марков М.А.** — ЖЭТФ, 1940, т.10, с.1311.
41. **Perry M.J., Teo E.** — Nonsingularity of the Exact Two-Dimensional String Black Hole. Preprint DAMTP R93/L.
42. **Wheeler J.A.** — In: Gravitation and Relativity. Eds. N.Y. Chin, W.F.Hoffman. Benjamin, N.Y. 1964.
43. **Frolov V.P. et al.** — Wormholes as Devices for Study of Black Holes Interior, NORDITA Preprint 93/8A, 1993.
44. **Марков М.А.** — ЖЭТФ, 1947, т.17(9), с.848.
45. **Ландау Л.Д., Померанчук И.Я.** — ДАН СССР, 1955, т.103, с.489.

## К ВОПРОСУ О КОНЕЧНОСТИ СПЕКТРА МАСС ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

*В.Г.Кадышевский*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обсуждается нестандартный подход к построению квантовой теории поля, навеянный идеей М.А.Маркова о конечности спектра масс элементарных частиц.

A non-standard approach to construction of quantum field theory is discussed which was inspired by M.A.Markov's idea of finiteness of the elementary-particle mass spectrum.

1. В 1956 г. М.А.Марков выдвинул идею о **конечности** спектра масс элементарных частиц, связав верхнюю границу этого спектра с «планковской массой» [1]:

$$M_p = \sqrt{\frac{hc}{G}} \simeq 10^{19} \text{ ГэВ} \quad (1)$$

( $G$  — гравитационная постоянная).

Частицам предельной массы  $m = m_p$ , названным автором «максимонами», отводилась особая роль в мире элементарных частиц [2]. Концепция максимона была положена в основу марковского сценария ранней Вселенной [3].

Само понятие «элементарная частица» предполагает, что данный объект не имеет составной структуры. Однако этот экспериментальный факт, как неоднократно подчеркивал Моисей Александрович, может быть установлен лишь с определенной точностью.

На сегодняшний день кварки и лептоны, безмассовые фотоны и глюоны, массивные векторные бозоны  $W$  и  $Z^0$  вплоть до расстояний  $10^{-16} - 10^{-17}$  см не обнаруживают сложного строения. Поэтому все эти частицы с указанной точностью рассматриваются как элементарные и в рамках известной стандартной модели (СМ) описываются локальными квантовыми полями.

Кварки и лептоны, будучи фермионами, выступают в роли фундаментальных составляющих материи. Как известно, они группируются в три се-

мейства — поколения. Чем выше номер поколения, тем массивнее соответствующие фермионы. Самым тяжелым из них, и, вообще, самой тяжелой из известных ныне элементарных частиц, является  $t$ -кварк:

$$m_t \simeq 175 \text{ ГэВ}. \quad (2)$$

В список элементарных частиц, фигурирующих в СМ, входит также хиггсовский бозон  $H$ , массу которого модель не предсказывает. По последним экспериментальным данным

$$m_H > 77 \text{ ГэВ}. \quad (3)$$

Не исключено, что данная частица может оказаться значительно тяжелее  $t$ -кварка. Заметим в этой связи, что центральным пунктом программы исследований на Большом адронном колориметре (LHC) в ЦЕРН является поиск хиггсовского бозона в диапазоне значений масс до 1 ТэВ.

Можно сказать, что в СМ реализуется марковская идея о конечности спектра масс частиц, однако максимум при этом оказывается примерно в  $10^{16}$  раз легче, чем «планковская масса» (1)\*.

Спектр масс обрывается и в ряде вариантов теории, являющихся обобщением стандартной модели, например, в ее минимальном суперсимметричном расширении. А что если конечность этого спектра представляет собой **фундаментальный физический принцип**, который, подобно релятивистскому и квантовому постулатам, должен быть положен в основу теории элементарных частиц? Оригинальное условие М.А.Маркова фактически имело чисто феноменологический характер, и даже для описания максимона он использовал стандартный теоретико-полевой аппарат. Мы, как было сказано, предлагаем более радикальный подход. Представляя условие конечности спектра масс частиц в виде

$$m \leq M, \quad (4)$$

где параметр  $M \geq 1 \text{ ТэВ}$  — некая **фундаментальная масса**, можно попытаться **заново** развить формализм квантовой теории поля (КТП), согласуя его с требованием (4).

Данная программа частично реализована в [4—13]. Оказалось, что новая формулировка КТП, несмотря на присутствие в ней фундаментальной массы  $M$ , остается локальной схемой, допускающей использование калибровочных групп симметрии.

---

\*Формально в СМ и в других моделях, не учитывающих гравитацию,  $m_p = \infty$ .

В полном лагранжиане новой версии СМ возникает ряд новых членов с константами связи, пропорциональными  $\frac{1}{M}$  и  $\frac{1}{M^2}$ , что кардинально меняет картину взаимодействия частиц при высоких энергиях  $E \geq M$ . Стоит подчеркнуть, что в силу (5) комптоновская длина волны частицы  $\lambda_c = \frac{h}{mc}$  не может быть меньше **фундаментальной длины**  $\frac{h}{Mc} = 1$ . Согласно Ньютону и Вигнеру [14] параметр  $\lambda_c$  характеризует размеры области пространства, в которой можно локализовать релятивистскую частицу с массой  $m$ . Следовательно, фундаментальная длина  $l$  вносит в теорию универсальное ограничение на точность пространственной локализации элементарных частиц.

В настоящей статье мы обсудим некоторые характерные особенности нового подхода, используя простые модельные примеры.

2. Пусть  $\phi(p_0, \mathbf{p})$  — скалярное поле, описывающее в стандартной теории бесспиновые частицы с массой  $m$ . В свободном случае, очевидно, имеем

$$(p_0^2 - \mathbf{p}^2 - m^2) \phi(p_0, \mathbf{p}) = 0, \quad (5)$$

откуда следует, что  $\phi(p_0, \mathbf{p}) \neq 0$  лишь на массовой поверхности

$$p_0^2 - \mathbf{p}^2 = m^2. \quad (6)$$

С геометрической точки зрения (6) есть двуполостный гиперboloид, погруженный в импульсное 4-пространство. В стандартной КТП это пространство псевдоевклидово, т.е. однородно и бесконечно. Следовательно, в нем можно разместить гиперboloиды (6) с произвольно большим радиусом  $m$ . Другими словами, кванты поля  $\phi$  могут быть как угодно тяжелыми.

Если, однако, пожертвовать псевдоевклидовостью  $p$ -пространства и постулировать, что в аппарате КТП импульсное 4-пространство представляет собой пространство де Ситтера с радиусом кривизны  $M$ , то ограничение (4) может быть заложено в такую теорию с самого начала.

Действительно, рассмотрим 5-гиперboloид

$$p_0^2 - p_1^2 - p_2^2 - p_3^2 + p_5^2 = M^2, \quad (7)$$

поверхность которого представляет собой реализацию 4-пространства постоянной кривизны, или пространства де Ситтера. Для свободной частицы, в силу (6),  $m^2 + p_5^2 + M^2$ , т.е. (4) выполняется автоматически.

После перехода от  $p$ -пространства Минковского к  $p$ -пространству де Ситтера (7) удобно вместо  $\varphi(p_0, \mathbf{p})$  работать с величиной

$$\delta(p_0^2 - \mathbf{p}^2 + p_5^2 - M^2) \varphi(p_0, \mathbf{p}, p_5). \quad (8)$$

Ясно, что задание в (8) одной функции  $\varphi(p_0, \mathbf{p}, p_5)$  пяти переменных  $(p_\mu, p_5)$  эквивалентно заданию двух независимых функций  $\varphi_1(p)$  и  $\varphi_2(p)$  от 4-импульса  $p_\mu$ :

$$\varphi(p, p_5) = \begin{pmatrix} \varphi(p, |p_5|) \\ \varphi(p, -|p_5|) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \varphi_1(p) \\ \varphi_2(p) \end{pmatrix}, \quad |p_5| = \sqrt{M^2 - p^2}. \quad (9)$$

Появление новой дискретной степени свободы  $\frac{p_5}{|p_5|}$  и связанное с ней удвоение числа полевых переменных — важнейшая особенность развиваемого подхода. Ее нужно учитывать уже при отыскании уравнения движения для свободного поля в  $p$ -пространстве де Ситтера. С одной стороны, поскольку нет никаких оснований теоретического или экспериментального характера для отказа от стандартного релятивистского соотношения (6) между энергией, импульсом и массой, прежнее уравнение Клейна — Гордона (5) должно выполняться и для поля  $\varphi(p_0, \mathbf{p}, p_5)$ :

$$(p_0^2 - \mathbf{p}^2 - m^2) \varphi(p_0, \mathbf{p}, p_5) = 0. \quad (10)$$

С другой стороны, уравнение (10) обладает двумя очевидными дефектами:

- 1) в нем не отражено условие (4);
- 2) из этого уравнения нельзя определить зависимость поля от нового квантового числа  $\frac{p_5}{|p_5|}$ , чтобы различать компоненты  $\varphi_1(p)$  и  $\varphi_2(p)$ .

Заметим, однако, что в силу (7) уравнение (10) может быть представлено как

$$(M \cos \mu + p_5)(M \cos \mu - p_5) \varphi(p, p_5) = 0, \quad \cos \mu \equiv \sqrt{1 - \frac{m^2}{M^2}}. \quad (11)$$

Теперь, подражая классическому приему Дирака, постулируем искомое уравнение движения в виде

$$2M(M \cos \mu - p_5) \varphi(p, p_5) = 0. \quad (12)$$

Ясно, что в (12) уже нет дефектов, присущих уравнению (10), хотя последнее по-прежнему продолжает выполняться.

Из (12) и (9) следует, что

$$2M(M \cos \mu - |p_5|) \varphi_1(p) = 0, \quad (13)$$

$$2M(M \cos \mu + |p_5|) \varphi_2(p) = 0, \quad (14)$$

откуда находим

$$\varphi_1(p) \simeq \delta(m^2 - p^2) \tilde{\varphi}_1(p), \quad (15)$$

$$\varphi_2(p) = 0. \quad (16)$$

Таким образом, свободное поле  $\varphi(p, p_5)$ , заданное в  $p$ -пространстве де Ситтера (7), описывает те же самые скалярные частицы с массой  $m$ , что и поле  $\varphi(p)$  в  $p$ -пространстве Минковского, с той лишь разницей, что теперь обязательно  $m \leq M$ . Двухкомпонентная структура (9) нового поля в силу (16) на массовой поверхности не проявляется. Эта структура, однако, играет важную роль при рассмотрении взаимодействия полей, т.е. вне массовой поверхности.

Теперь нашей задачей является построение интеграла действия, отвечающего уравнению (12), и переход к конфигурационному построению. Из соображений удобства мы будем использовать далее евклидову формулировку теории, возникающую при аналитическом продолжении к чисто мнимым энергиям

$$p_0 \rightarrow -ip_4. \quad (17)$$

При этом вместо (7) будем иметь

$$p_5^2 - p_n^2 = M^2, \quad n = 1, 2, 3, 4, \quad (18)$$

откуда

$$p_5 = \pm \sqrt{M^2 + p_n^2}. \quad (19)$$

Евклидов оператор Клейна — Гордона ( $m^2 + p_n^2$ ) с учетом (18) представляется в следующем факторизованном виде (ср. (11)):

$$m^2 + p_n^2 = (p_5 + M \cos \mu)(p_5 - M \cos \mu). \quad (20)$$

Ясно, что неотрицательный функционал

$$S = 2\pi M \int \frac{d^4 p}{|p_5|} [\varphi_1^+(p) 2M(|p_5| - M \cos \mu) \varphi_1(p) + \\ + \varphi_2^+(p) 2M(|p_5| + M \cos \mu) \varphi_2(p)],$$

где

$$\varphi_{1,2}(p) = \varphi(p, \pm |p_5|), \quad (21)$$

может претендовать на роль интеграла действия свободного евклидова поля  $\varphi(p, p_5)$ . Он легко представляется и в виде 5-интеграла:

$$S = 4\pi M \int \varepsilon(p_5) \delta(p_L p^L - M^2) d^5 p [\varphi^+(p, p_5) \times \\ \times 2M(p_5 - M \cos \mu) \varphi(p, p_5)], \\ L = 1, 2, 3, 4, 5, \quad (22)$$

где

$$\varepsilon(p_5) = \frac{p_5}{|p_5|}.$$

Преобразование Фурье и конфигурационное представление в развиваемом подходе имеют свою специфику. Прежде всего обратим внимание на то, что в основном уравнении (18), определяющем  $p$ -пространство де Ситтера, все компоненты 5-импульса выступают как равноправные. Поэтому выражение  $\delta(p_L p^L - M^2) \varphi(p, p_5)$ , заменяющее теперь (8), можно подвергнуть 5-преобразованию Фурье:

$$\frac{2M}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{-ip_K x^K} \delta(p_L p^L - M^2) \varphi(p, p_5) d^5 p \equiv \varphi(x, x_5), \\ K, L = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (23)$$

Очевидно, (23) удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению в **конфигурационном 5-пространстве**:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x_5^2} - \square + M^2 \right) \varphi(x, x_5) \equiv 0. \quad (24)$$

Интеграция в (23) по  $p_5$  дает

$$\varphi(x, x_5) = \frac{M}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{ip_n x_n} \frac{d^4 p}{|p_5|} [e^{-i|p_5| x_5} \varphi_1(p) + e^{i|p_5| x_5} \varphi_2(p)], \quad (25)$$

откуда

$$\frac{i}{M} \frac{\partial \varphi(x, x_5)}{\partial x_5} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{ip_n x_n} d^4 p [e^{-i|p_5| x_5} \varphi_1(p) - e^{i|p_5| x_5} \varphi_2(p)]. \quad (26)$$

Четырехмерные интегралы (25), (26) играют роль преобразований Фурье, переводящих поля  $\varphi_1(p)$  и  $\varphi_2(p)$  в конфигурационное представление. Обратные преобразования имеют вид

$$\varphi_1(p) = \frac{-i}{2M(2\pi)^{5/2}} \int d^4 x e^{-ip_n x_n} \left[ \varphi(x, x_5) \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x_5}} e^{i|p_5| x_5} \right], \quad (27)$$

$$\varphi_2(p) = \frac{i}{2M(2\pi)^{5/2}} \int d^4 x e^{-ip_n x_n} \left[ \varphi(x, x_5) \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x_5}} e^{-i|p_5| x_5} \right], \quad (28)$$

где использовано обозначение  $f_1 \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x_5}} f_2 \equiv f_1 \frac{\partial f_2}{\partial x_5} - \frac{\partial f_1}{\partial x_5} f_2$ . Правые части (27), (28) не зависят от  $x_5$  в силу (24). Отметим, что независимые полевые переменные

$$\varphi(x, 0) \equiv \varphi(x) = \frac{M}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{ip_n x_n} d^4 p \frac{\varphi_1(p) + \varphi_2(p)}{|p_5|}, \quad (29)$$

$$\frac{i}{M} \frac{\partial \varphi(x, 0)}{\partial x_5} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{ip_n x_n} d^4 p [\varphi_1(p) - \varphi_2(p)] \quad (30)$$

мы вправе толковать как начальные данные Коши на плоскости  $x_5 = 0$  для уравнения гиперболического типа (24).

Подставляя теперь (27), (28) в интеграл (21), имеем

$$S = \int d^4 x \left[ \left| \frac{\partial \varphi(x, x_5)}{\partial x_n} \right|^2 + m^2 |\varphi(x, x_5)|^2 + \right. \\ \left. + \left| i \frac{\partial \varphi(x, x_5)}{\partial x_5} - M \cos \mu \varphi(x, x_5) \right|^2 \right] \equiv \int L(x, x_5) d^4 x. \quad (31)$$

Нетрудно убедиться, что благодаря (24) действие (31) не зависит от  $x_5$ :

$$\frac{\partial S}{\partial x_5} = 0. \quad (32)$$

Следовательно, переменную  $x_5$  в (31) можно фиксировать произвольным образом и рассматривать  $S$  как функционал от соответствующих начальных данных Коши. Например, при  $x_5 = 0$

$$S = \int d^4 x \left[ \left| \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x_n} \right|^2 + m^2 |\varphi(x)|^2 + \right. \\ \left. + M^2 |\chi(x) - \cos \mu \varphi(x)|^2 \right] \equiv \int L(x) d^4 x. \quad (33)$$

Итак, мы убедились в том, что в рассматриваемом подходе свойство локальности теории не только не исчезает, но становится даже более **глубоким**, т.к. оно распространяется на зависимость от дополнительного пятого измерения  $x_5$ .

Новая лагранжева плотность  $L(x, x_5)$  (см. (31)) является эрмитовой формой, которая строится из  $\varphi(x, x_5)$  и компонент 5-градиента  $\frac{\partial \varphi(x, x_5)}{\partial x_L}$  ( $L = 1, 2, 3, 4, 5$ ). И хотя  $L(x, x_5)$  явно зависит от  $x_5$ , развиваемая теория по своей сути остается **четырёхмерной** (см. (32), (33)).

Как видно из проведенных преобразований, зависимость действия (33) от двух функциональных аргументов  $\varphi(x)$  и  $\chi(x)$  есть прямое следствие того факта, что в импульсной картине из-за двузначности  $p_5$  поле имеет дублет-

ную структуру  $\begin{pmatrix} \varphi_1(p) \\ \varphi_2(p) \end{pmatrix}$ .

Поскольку лагранжиан  $L(x)$  из (33) не содержит кинетического члена, отвечающего полю  $\chi(x)$ , эта переменная носит вспомогательный характер, и ее значение полностью определяется значением **физического** поля  $\varphi(x)$ .

Конфигурационному 5-пространству в новом формализме принадлежит особо важная роль, ибо именно в нем теперь локализуются калибровочные преобразования симметрии. Указанным преобразованиям подвергаются начальные данные основного уравнения (24):

$$\begin{pmatrix} \varphi_1(x, x_5) \\ \frac{i}{M} \frac{\partial \varphi}{\partial x_5}(x, x_5) \end{pmatrix},$$

$$x_5 = \text{фикс.} \quad (34)$$

Рассмотрим этот вопрос более детально. При наличии группы внутренней симметрии каждому полю сопоставляется некоторый закон глобального преобразования\*

$$\varphi' = U\varphi.$$

При локализации группы в 5-мерном  $x$ -пространстве

$$U \rightarrow U(x, x_5) \quad (35)$$

для начальных данных (29), (30) на плоскости  $x_5 = 0$  возникает следующий закон калибровочных преобразований:

$$\varphi'(x) = U(x, 0) \varphi(x),$$

$$\chi'(x) = \frac{i}{M} \frac{\partial U(x, 0)}{\partial x_5} \varphi(x) + U(x, 0) \chi(x). \quad (36)$$

Групповые свойства (36) являются очевидными. Конкретный вид матрицы  $U(x, x_5)$  может быть установлен в теории векторных полей, являющейся обобщением стандартной теории в духе нового подхода (см. разд.3).

---

\*Не теряя общности, мы ограничиваемся здесь скалярным случаем.

3. Убедимся теперь, что развитый в разд.2 формализм легко может быть приспособлен для описания векторного поля. Мы рассмотрим здесь лишь абелев случай. Соответствующая версия теории полей Янга — Миллса обсуждается в [7].

Пусть  $A_\mu(p, p_5)$  — электромагнитный 4-потенциал, заданный в  $p$ -пространстве де Ситтера (7) и подчиняющийся стандартным уравнениям Максвелла:

$$p^2 A_\mu(p, p_5) - p_\mu(p \cdot A(p, p_5)) = 0. \quad (37)$$

Ясно, что из (37) невозможно определить зависимость поля от нового квантового числа  $\frac{p_5}{|p_5|}$  (ср.с (10)). По аналогии с (11), представим (37) в факторизованной форме:

$$(M + p_5) \left[ (M + p_5) A_\mu(p, p_5) - \frac{p_\mu(p \cdot A(p, p_5))}{M + p_5} \right] = 0.$$

Вводя далее обозначение  $\frac{p \cdot A(p, p_5)}{M + p_5} \equiv A_5(p, p_5)$ , постулируем искомое обобщение уравнений Максвелла в следующем виде:

$$2M[(M - p_5) A_\mu(p, p_5) - p_\mu A_5(p, p_5)] = 0, \\ p \cdot A(p, p_5) - (p_5 + M) A_5(p, p_5) = 0. \quad (38)$$

Таким образом, на сцене появился электромагнитный 5-потенциал:

$$A_L(p, p_5) = (A_\mu(p, p_5), A_5(p, p_5)). \quad (39)$$

Его четырехмерная составляющая  $A_\mu(p, p_5)$ , как видно из нашего построения, по-прежнему удовлетворяет классическим максвелловским уравнениям (37). Для поперечного поля

$$A_\mu^\perp(p, p_5) = A_\mu(p, p_5) - \frac{p_\mu(p \cdot A)}{p^2}$$

из (38) находим новое уравнение Даламбера (ср. (12) при  $\mu = 0$ ):

$$2M(M - p_5) A_\mu^\perp(p, p_5) = 0.$$

Пятая компонента  $A_5(p, p_5)$  в (39), подобно продольному полю  $p_\mu \frac{(p \cdot A)}{p^2}$ , является чисто калибровочной степенью свободы. Сама группа калибровочных преобразований, оставляющих инвариантными уравнения (38), выглядит так:

$$\begin{aligned} A_\mu(p, p_5) &\rightarrow A_\mu(p, p_5) - ip_\mu \lambda(p, p_5), \\ A_5(p, p_5) &\rightarrow A_5(p, p_5) - i(M - p_5) \lambda(p, p_5). \end{aligned} \quad (40)$$

Перейдем теперь к построению интеграла действия, отвечающего уравнениям (38) для 5-потенциала  $A_L(p, p_5)$ . Здесь нам снова будет удобно совершить переход (17) к евклидовой формулировке и рассматривать в качестве  $p$ -пространства поверхность (18). Нетрудно убедиться далее, что искомый интеграл действия имеет вид (ср. (22)):

$$\begin{aligned} S = 2\pi M \int \varepsilon(p_5) \delta(p_L p^L - M^2) d^5 p 2M(p_5 - M) \left| A_n(p, p_5) - \frac{p_n A_5(p, p_5)}{p_5 - M} \right|^2, \\ n = 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (41)$$

Инвариантность (41) относительно калибровочных преобразований

$$\begin{aligned} A_n(p, p_5) &\rightarrow A_n(p, p_5) - ip_n \lambda(p, p_5), \\ A_5(p, p_5) &\rightarrow A_5(p, p_5) - i(M - p_5) \lambda(p, p_5) \end{aligned} \quad (42)$$

совершенно очевидна.

Применяя преобразование Фурье (23) к каждой из компонент  $A_L(p, p_5)$ , находим 5-потенциал  $A_L(x, x_5)$  в конфигурационном 5-пространстве. Разумеется,

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x_5^2} - \square + M^2 \right) A_L(x, x_5) = 0. \quad (43)$$

Преобразования (42) приобретают следующую форму:

$$e^{iMx_5} A_L(x, x_5) \rightarrow e^{iMx_5} A_L(x, x_5) - \frac{\partial}{\partial x^L} (e^{iMx_5} \lambda(x, x_5)), \quad (44)$$

при условии, что

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x_5^2} - \square + M^2 \right) \lambda(x, x_5) = 0. \quad (45)$$

Полезно иметь в виду калибровочно-инвариантный «5-тензор напряженностей»

$$F_{KL}(x, x_5) = \frac{\partial(e^{iMx_5} A_K(x, x_5))}{\partial x^L} - \frac{\partial(e^{iMx_5} A_L(x, x_5))}{\partial x^K}, \quad (46)$$

который выражается, очевидно, через коммутатор 5-мерных «ковариантных производных»

$$D_L = \frac{\partial}{\partial x^L} - iq e^{iMx_5} A_L(x, x_5), \quad (47)$$

$q$  — электрический заряд.

После несложных вычислений интеграл (41) приобретает следующий вид (ср. (31)):

$$S = \int d^4 x L(x, x_5) = \frac{1}{4} \int d^4 x \left[ F_{KL}^*(x, x_5) F^{KL}(x, x_5) + 2 \left| \frac{\partial(e^{iMx_5} A_L(x, x_5))}{\partial x_L} - 2iM e^{iMx_5} A_5(x, x_5) \right|^2 \right]. \quad (48)$$

Калибровочная инвариантность второго слагаемого в подынтегральном выражении (48) обеспечивается условием (45).

В полной аналогии со скалярным случаем действие (48) не зависит от  $x_5$ , если выполняется уравнение (43). Следовательно, в роли независимых функциональных переменных в (48) выступают начальные данные Коши для (43):

$$\left( \begin{array}{c} A_L(x, x_5) \\ \frac{i}{M} \frac{\partial A_L}{\partial x_5}(x, x_5) \end{array} \right). \quad x_5 = \text{фикс.} \quad (49)$$

4. Теперь подведем некоторые итоги. Развитый в разд.2—3 аппарат позволяет сформулировать **однозначный** рецепт построения интеграла действия для евклидовой скалярной электродинамики в нашем подходе, согласующийся с требованиями локальности и калибровочной инвариантности. Этот рецепт сводится к следующему:

1. В интеграле (31) необходимо произвести **минимальную подстановку** (см. (47)):

$$\frac{\partial}{\partial x^L} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x^L} + iq e^{iMx_5} A_L(x, x_5)$$

и затем положить  $x_5 = 0$ .

2. К полученному выражению нужно добавить интеграл действия электромагнитного поля (48), предварительно положив  $x_5 = 0$ .

Полный интеграл действия остается инвариантным при одновременных калибровочных преобразованиях (36) и (44)\*. Зависимость полного лагранжиана от вспомогательных полей  $\chi(x)$  и  $\frac{i}{M} \frac{\partial A_L(x, 0)}{\partial x^5}$  в принципе и есть причина появления нестандартных взаимодействий, о которых шла речь выше (см. разд.1).

Автор выражает искреннюю благодарность А.М.Балдину и Д.И.Казакову за полезные обсуждения ряда вопросов, затрагиваемых в статье.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Markov M.A.** — Supplement of the Progress of Theoretical Physics, Commemoration Issue for 30<sup>th</sup> Anniversary of Meson Theory by Dr. H.Yukawa, 1965, p. 85; **Марков М.А.** — ЖЭТФ, 1966, т.51, с. 878.
2. **Markov M.A.** — Preprint INR P-0208, 1981.
3. **Markov M.A.** — Preprint INR, P-0207, 1981; P-0286, 1983; **Markov M.A., Mukhanov V.F.** — Preprint INR, P-0331, 1984.
4. **Kadyshevsky V.G.** — Nucl. Phys., 1978, v.B141, p.477; **Kadyshevsky V.G.** — In: Proceedings of International Integrative Conference on Group Theory and Math. Physics, Austin, Texas, 1978; **Kadyshevsky V.G.** — FERMILAB-Pub. 78/70-THY, Sept. 1978; **Кадышевский В.Г.** — ЭЧАЯ, 1980, т.11, вып.1, с.5.
5. **Kadyshevsky V.G., Mateev M.D.** — Phys.Lett., 1981, v.106B, p.139.
6. **Kadyshevsky V.G., Mateev M.D.** — Nuovo Cimento, 1985, v.A87, p. 324.
7. **Chizhov M.V. et al.** — Nuovo Cimento, 1985, v.A87, p. 350.

\*Соотношение (44) нужно рассматривать на плоскости  $x_5 = 0$ .

8. **Ибадов Р.М., Кадышевский В.Г.** — Препринт ОИЯИ P2-86-830, Дубна, 1986.
9. **Кадышевский В.Г., Фурсаев Д.В.** — ДАН СССР, 1989, т. 306, с. 856.
10. **Кадышевский В.Г., Фурсаев Д.В.** — ТМФ, 1990, т.83, с.197.
11. **Fursaev D.V., Kadyshevsky V.G.** — JINR Rapid Communications, No. 6(57), 1992.
12. **Fursaev D.V., Kadyshevsky V.G.** — Difference Equations and Gauge Symmetry. CRM Proceedings and Lecture Notes, 1995, v.9, p.125.
13. **Baldin A.M., Kadyshevsky V.G.** — High-Energy Physics and the Problem of the Mass Spectrum in Elementary Particle Physics International Symposium. The 50<sup>th</sup> Anniversary of the Discovery of Phase Stability Principle. 1994, Dubna, p.18.
14. **Newton T.D., Wigner E.P.** — Rev. Mod. Phys., 1949, v.21, p.400. (пер. на русск. см. в кн.: «Этюды о симметрии», М.: Мир, 1971, с.277).

## РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА: ПРОСТРАНСТВО ОТНОСИТЕЛЬНЫХ 4-СКОРОСТЕЙ, СИММЕТРИИ РЕШЕНИЙ, ПРИНЦИП ОСЛАБЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИЙ, ПОДОБИЕ, ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ АСИМПТОТИКИ

*А.М.Балдин, А.А.Балдин*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Излагается подход, основанный на применении в релятивистской ядерной физике законов подобия, симметрии решений и других методов, не опирающихся на лагранжев метод, но позволяющий конструировать модели (решения, законы природы), исходя из первых принципов. Наш подход позволил: 1) установить область ядерных столкновений, в которой нуклоны утрачивают свою тождественность и наступают асимптотические по энергии режимы, 2) предсказать и обнаружить кумулятивные процессы, демонстрирующие наблюдаемость многочастичных взаимодействий, 3) дать единое описание глубокоподпороговых, околопороговых и кумулятивных процессов, 4) сделать количественное описание конечных состояний ядерных столкновений (множественных процессов) на основе понятий «промежуточная асимптотика» и «принцип ослабления корреляций» в пространстве относительных 4-скоростей, 5) обнаружить локальную автомодельность (самоподобие) конечных состояний ядерных столкновений, 6) дать количественное описание образования антиматерии в релятивистских ядерных столкновениях. Положения данного подхода иллюстрируются наиболее характерными экспериментальными данными, обосновывающими справедливость наших утверждений.

An approach is given in relativistic nuclear physics which is based on the application of the similarity laws, symmetry of solutions and other methods, not resting upon the Lagrange method, to the construction of models (solutions, laws of Nature) starting from the first principles. Our approach makes it possible to 1) define the region of nuclear collisions in which nucleons lose their identity and the asymptotic in energy regimes are setting up, 2) predict and discover cumulative processes manifesting observability of multiparticle interactions, 3) give the common description of deep subthreshold, near threshold and cumulative processes, 4) give the quantitative description of the final states of nuclear collisions (multiparticle processes) on the basis of the notions — the intermediate asymptotics and the correlation depletion principle in the relative four-velocity space, 5) discover a local automodelity (self-similarity) of the final states, 6) give the quantitative description of the antimatter production in relativistic nuclear collisions. The statements of this approach are illustrated by the most characteristic experimental data giving ground for our assertions.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Количественное изучение процессов многочастичных ядерных взаимодействий в релятивистской области началось около 25 лет тому назад после получения в Дубне и Беркли пучков ядер, движущихся с околосветовыми скоростями [1]. До этого релятивистские ядра изучались как составная часть исследований космических лучей.

Возникла релятивистская ядерная физика — область исследования процессов, в которых частицы, составляющие ядерную материю, движутся с относительными скоростями, близкими к скорости света. Для описания таких процессов необходим учет ненуклонных степеней свободы, да и само понятие «нуклон» становится неадекватным задаче. Особое внимание привлекала проблема перехода протон-нейтронной материи в кварк-глюонную.

В конце 80-х годов появились данные, полученные при энергиях выше 10 А ГэВ на существующих ускорителях (Брукхейвен и ЦЕРН). Программы исследований по релятивистской ядерной физике потребовали создания новых крупных экспериментальных установок и ускорителей. В Дубне был построен сверхпроводящий ускоритель релятивистских ядер — нуклотрон (1992 г.), на котором проводятся эксперименты по исследованию переходного режима от нуклонных к цветовым степеням свободы в ядрах. Успешно идет сооружение релятивистского коллайдера тяжелых ионов (RHIC) в США. В настоящее время реализуется большая экспериментальная программа исследований с тяжелыми ионами при энергии 159 А ГэВ в ЦЕРН и разрабатывается программа ядерных исследований на большом адронном коллайдере (LHC).

Большой и всевозрастающий интерес к релятивистской ядерной физике мотивирован надеждами на установление законов, описывающих релятивистские многочастичные системы. Изучение этих законов имеет большое значение для астрофизики, космологии, для понимания явлений, протекавших в момент Большого Взрыва. Установление таких законов важно также для создания электроядерной энергетики, которая в последние годы привлекла большое внимание энергетиков, специалистов в области реакторостроения, экологов. Для прикладных целей также важно накопление экспериментальных данных по взаимодействию релятивистских ионов с веществом.

Теория релятивистских разреженных многочастичных систем\* привлекла внимание специалистов на самой заре создания теории относительности. Рассмотрение релятивистского варианта уравнений переноса поз-

---

\*Разреженными называются такие системы, в которых преобладающим динамическим механизмом является двухчастичный.

волило провести наиболее общее описание термодинамических свойств разреженных систем [2]. Применению термодинамики и гидродинамики [3] к описанию многочастичных конечных состояний в столкновениях адронов и ядер при высоких энергиях посвящено большое число теоретических работ и тематических международных конференций\*. Эти подходы широко эксплуатируются для обоснования создания крупных экспериментальных установок и ускорителей [4]. Особые надежды возлагаются на возможность наблюдения кварк-глюонной плазмы, существование которой в природе следует из рассмотрения ядерной материи как сплошной среды при предельно высоких давлениях и температурах. По определению уравнение состояния ядерной материи рассматривается для макроскопически протяженной среды. Ядерное уравнение состояния — очень важная информация, необходимая для количественного описания таких астрофизических явлений, как взрывы сверхновых звезд, образование и свойства нейтронных звезд... Однако вопрос о том, насколько даже самые тяжелые ядра при наивысших планируемых энергиях смогут имитировать сплошную среду, остается открытым. Кроме того, неясно, насколько изучаемая на ускорителях динамика мультиадронных систем описывается теми же законами, что и адронная термодинамика, которая применяется для описания внутризвездных процессов, ранней Вселенной и т.п.

Стремление найти простые фундаментальные законы природы, на основе которых можно объяснить максимально возможное число явлений, сыграло весьма прогрессивную роль руководящего принципа фундаментальной науки. В результате невероятного успеха применения идей калибровочной симметрии, определяющей лагранжианы взаимодействия, возникло впечатление, что стандартная модель может претендовать на роль таких законов. В 1970-х годах казалось, что все основные элементы мироздания (кварки, глюоны, калибровочные поля и взаимодействия между ними) выяснены, и все физические явления можно рассчитать путем чистой дедукции, используя подходящие лагранжианы. Квантовая хромодинамика (КХД), базирующаяся на принципах современной теории поля как составная часть стандартной модели, является основой теории сильных взаимодействий.

Квантовая хромодинамика, трактующая адроны как составные объекты, содержащие более фундаментальные составляющие — кварки и глюоны, должна, в принципе, описывать как асимптотические состояния, так и соответствующие фазовые переходы (например, переход от протон-нейтронной к кварк-глюонной модели ядра). С экспериментальной точки зрения одним

---

\*Из наиболее цитируемых в последнее время работ по применению гидродинамических методов в релятивистской ядерной физике отметим: Bjorken J.D. — Phys. Rev., 1983, v.D27, No.1, p.140.

из основных объектов изучения КХД являются кварк-глюонные структурные функции адронов и ядер. Однако применение КХД к ядро-ядерным столкновениям, особенно в области, где как кварк-глюонные, так и нуклонные степени свободы играют существенную роль, затруднительно, а природа деконфайнмента и, соответственно, перехода обычной (нуклонной) ядерной материи в хромоплазму пока не ясна. Релятивистская ядерная физика оказалась принципиально новой областью исследований не только в теории ядра, но и в квантовой теории поля.

Использование методов как статистической физики, так и квантовой теории поля не внесло ясность в вопрос о применимости макроскопического описания ядерной среды к свойствам столкновений релятивистских ядер.

Эти вопросы относятся к принципам построения математических моделей (законов природы), соответствующих физическим процессам и состояниям. Авторы настоящей статьи считают, что описание многочастичных состояний релятивистской ядерной физики в терминах макроскопических переменных (температура, давление, плотность, энтропия и т.п.), противоречит важному принципу, который особенно подчеркивал Гейзенберг: *физические законы и утверждения должны выражаться только через наблюдаемые величины*. При изучении столкновений релятивистских ядер большинство из упомянутых макроскопических переменных *не являются наблюдаемыми*.

Настоящая статья посвящена систематическому изложению основных результатов подхода, основанного на применении в релятивистской ядерной физике законов симметрии, подобия и других методов, не опирающихся на метод Лагранжа, но позволяющих конструировать модели (решения, законы природы), исходя из первых принципов.

Наш подход позволил:

- 1) установить область ядерных столкновений, в которой нуклоны утрачивают свою тождественность, и наступают асимптотические по энергии режимы;
- 2) предсказать и обнаружить кумулятивные процессы, демонстрирующие наблюдаемость многочастичных взаимодействий;
- 3) дать единое описание глубокоподпороговых, околороговых и кумулятивных процессов;
- 4) дать количественное описание конечных состояний ядерных столкновений (множественных процессов) на основе понятий «промежуточная асимптотика» и «принцип ослабления корреляций в пространстве относительных 4-скоростей»;
- 5) обнаружить локальную автомодельность (самоподобие) конечных состояний ядерных столкновений;
- 6) дать количественное описание образования антиматерии в релятивистских ядерных столкновениях.

Положения данного подхода иллюстрируются наиболее характерными экспериментальными данными, обосновывающими справедливость наших утверждений.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ. СИММЕТРИЯ В СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКЕ

Релятивистские ядерные столкновения, как и все другие физические процессы, описываются в терминах операций (наблюдений, экспериментов), связывающих измеряемые физические параметры. Сложность подлинных физических ситуаций требует упрощенных описаний с помощью словесных, символических и даже физических моделей. Упрощение подразумевает определение области применимости вводимых понятий.

Приведем важный для предмета этой статьи пример: определим область применимости понятия «элементарная частица». Традиционно элементарными частицами называют не разложимые далее структурные составляющие материи. Это понятие сформировалось в тесной связи с представлением о дискретном строении вещества на микроскопическом уровне. При построении моделей элементарные частицы рассматриваются как абсолютно тождественные, и их ансамблям сопоставляется квантовое поле, которое и соответствует модели.

Однако квантовая теория поля успешно применяется и к частицам, обладающим внутренней структурой, например, к атомам гелия при низких температурах. В атомной физике критерием, ограничивающим применимость такого рассмотрения, является кинетическая энергия относительного движения частиц. Количественно это означает, что кинетическая энергия относительного движения должна быть много меньше энергии первого возбужденного уровня атома. В противном случае в результате взаимодействия атомов друг с другом может быть нарушена их тождественность.

Релятивистское обобщение критерия применимости понятия «элементарная частица» можно получить на основе закона сохранения 4-импульса  $P_1 + P_2 = P_3 + P^*$ :

$$(P_1 + P_2)^2 = (P_3 + P^*)^2.$$

Рассмотрим порог образования возбужденного состояния одной из сталкивающихся частиц:

$$(P_3 + P^*)^2 = (m + m^*)^2.$$

Отсюда

$$b_{12} = - (U_1 - U_2)^2 = \frac{(m^* - m)}{m} \left[ 4 + \frac{(m^* - m)}{m} \right] \ll 1, \quad (1)$$

здесь  $m$  и  $m^*$  — массы тождественных частиц и масса возбужденного состояния, а  $P_1, P_2, P_3$  и  $P^*$  — их 4-импульсы соответственно,  $U_i = P_i/m_i$  — векторы 4-скоростей.

Пространство 4-скоростей является основным для описания релятивистских многочастичных процессов (см. разд.3).

Отметим, что критерий (1) сформулирован через инвариантные, безразмерные и измеримые величины (в него не входят такие параметры, как размеры частиц, степень их точечности, расстояния и т.п.)

Из критерия (1) получаем следующую классификацию ядерных систем.

— Области  $0 \leq b_{ik} \leq 10^{-2}$  соответствует нерелятивистская ядерная физика. Нуклоны с адекватной задаче точностью можно рассматривать как элементарные частицы.

— Области  $b_{ik} \sim 1$  соответствует возбуждение внутренних степеней свободы адронов (изобары, резонансы). Необходимо введение ненуклонных степеней свободы, эффективных лагранжианов.

— Области  $b_{ik} \gg 1$  соответствует преобладание цветовых степеней свободы. Взаимодействие должно описываться квантовой хромодинамикой.

Для атомной физики характерные  $b_{ik} \sim 10^{-9}$ . При этом, например, атомы гелия теряют электроны и превращаются из бозонов в фермионы.

Важно подчеркнуть, что для построения моделей в каждой из обозначенных областей метод Лагранжа должен быть дополнен гипотезами относительно начальных и краевых условий. Эти гипотезы, как и гипотезы о структуре лагранжиана (например, массы, константы связи, групповая структура и т.п.), должны быть проверяемы экспериментально.

Для многих случаев построения моделей оказывается достаточным использовать только дополнительные гипотезы без привлечения метода Лагранжа. В этой связи для построения моделей в релятивистской ядерной физике хорошим примером послужили методы, разработанные в гидродинамике.

Любая математическая модель, претендующая на описание физического явления, должна быть оценена с точки зрения непротиворечивости набора определяющих аксиом (гипотез), при этом непротиворечивость аксиоматического определения должна быть доказана. Первым условием применимости модели является однозначное соответствие физического (измеримого) и математического объектов.

Известна такая шутка: «Гидродинамики разделились на инженеров-гидравликов, которые наблюдали то, что нельзя было объяснить, и математиков, которые объясняли то, что нельзя наблюдать». Аналогичные тенденции просматриваются и в современной физике.

Известный своими работами в области алгебры и топологии математик Г.Биркгоф показал, как многочисленные противоречия между экспериментально наблюдаемыми фактами и заключениями теоретической гидродинамики (так называемые парадоксы) обусловлены тем, что явно не выделены все аксиомы (гипотезы) и не учтен тот ущерб в строгости, который обусловлен их применением. Относительно гидродинамики Г.Биркгоф [5] пришел к заключению, что строгая математика, на которой основана теоретическая гидродинамика, должна быть дополнена *правдоподобными интуитивными гипотезами*:

1) Определяя, какие физические переменные необходимо рассматривать, можно полагаться на интуицию.

2) Эффект малых воздействий мал, а эффект бесконечно малых воздействий бесконечно мал.

3) Симметрия взаимодействия обуславливает симметрию эффекта.

4) Топологию течения можно уловить интуитивно.

5) Операции анализа применимы без ограничений: функции, рассматриваемые в теоретической гидродинамике, можно свободно интегрировать, дифференцировать, представлять в виде рядов (Тейлора, Фурье) или интегралов (Лапласа, Фурье).

6) Математические задачи, поставленные на основе интуитивных физических представлений, считаются корректными.

Теоретическая гидродинамика стремится приближенно предсказать движение реальной жидкости путем решения *краевых* задач для соответствующих дифференциальных уравнений в частных производных. Однако даже в случае успешного решения таких уравнений не всегда понятно, как сопоставить полученные решения с наблюдаемыми макроскопическими характеристиками явления.

Инженеры-гидравлики широко используют методы теории размерности и подобия. По сути, определяются инвариантные соотношения между измеримыми параметрами задачи. В теоретической гидродинамике также широко используются методы подобия, которые часто являются единственным средством анализа уравнений.

Универсальность методов подобия для теории и эксперимента далеко не случайна. Дело заключается в том, что преобразования подобия определяют инвариантные отношения, которые характерны для структуры всех законов природы, в том числе и для закономерностей релятивистской ядерной физики. Обобщенный принцип относительности можно сформулировать так: законы природы должны представлять собой соотношения между инвариантами групп.

Физическое подобие является обобщением геометрического подобия. Геометрические фигуры подобны, если простым умножением всех размеров одной геометрической фигуры на один и тот же коэффициент подобия (масштаб) получаются все размеры другой фигуры. Аналогично геометриче-

скому подобию для физических явлений используются инвариантные безразмерные комбинации (параметры подобия), составленные из определяющих задачу размерных величин.

Рассмотрим простые поясняющие примеры.

1) При планировании больших дорогостоящих сооружений (самолеты, корабли, плотины и т.д.) инженеры-гидравлики широко используют физическое моделирование. Использование моделирования предполагает знание законов, по которым можно пересчитать результаты опытов, сделанных с моделями, на реальные объекты. Геометрически тело-модель делается подобной телу-натуре. Рассмотрим моделирование установившегося движения вязкой несжимаемой жидкости, обтекающей твердое тело. Направления скоростей в модели и натуре одинаковы. В качестве определяющих задачу параметров берутся:  $l$  — характерный размер тела-модели,  $l^0$  — размер тела-натуры,  $l_i^0/l_i$  — коэффициент геометрического подобия,  $U$  — скорость натекающего потока,  $\mu$  — вязкость жидкости,  $\rho$  — плотность жидкости. Указанные определяющие задачу параметры в системе единиц  $L$  — длина,  $M$  — масса,  $T$  — время имеют следующие размерности:

$$[l] = L; \quad [U] = L \cdot T^{-1}; \quad [\mu] = M \cdot L^{-1} \cdot T; \quad [\rho] = M \cdot L^{-3}.$$

Из определяющих параметров можно составить только один динамический параметр подобия (безразмерную комбинацию, не зависящую от выбора единиц измерения):

$$\Pi_1 = \rho U l / \mu = \text{Re}.$$

Этот инвариант называется числом Рейнольдса. Для обеспечения подобия необходимо равенство данного параметра для модели и натуре. Если расстояние  $r$  измерять в единицах  $l$ , а скорость  $V$  в единицах  $U$ , то решения гидродинамических уравнений для распределения скоростей имеют вид

$$\frac{V}{U} = f \left( \frac{r}{l}, \text{Re} \right).$$

Из этого выражения следует, что поля скоростей обтекания геометрически подобных тел описываются одной и той же функцией, зависящей от  $r/l$ , если числа Рейнольдса для этих течений одинаковы.

Если поток жидкости или газа обладает некоторым полем скоростей (например, в трубе скорость вблизи стенок меньше, чем в центре трубы, и т.п.), то вводят *локальное число Рейнольдса*.

2) Рассмотрим задачу о точечном взрыве. Примем следующие упрощающие задачу положения:

1. В некотором малом объеме выделяется большая энергия  $E$  ( атомный взрыв).

2. От центра взрыва в воздухе возникает быстро расширяющаяся сферически-симметричная область, давление за которой вначале составляет сотни тысяч атмосфер.

Для определения распространения по радиусу всех характеристик такого состояния и скорости движения частиц газа необходимо решить задачу с интегрированием нелинейных уравнений в частных производных\*. Применим к данной задаче анализ размерностей. Радиус фронта ударной волны  $r_f$  через промежуток времени  $t$  после взрыва с энергией  $E$  и начальной плотностью воздуха  $\rho_0$  есть функция

$$r_f = r_f(E, t, \rho_0).$$

Размерности определяющих задачу параметров:

$$[r_f] = L; \quad [t] = T; \quad [E] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}; \quad [\rho_0] = M \cdot L^{-3}.$$

Из указанных определяющих задачу параметров можно сконструировать безразмерный инвариант (параметр подобия):

$$\Pi = r_f (Et^2 / \rho_0)^{-1/5}.$$

Поскольку  $\Pi$  — инвариант, то

$$r_f = C \cdot (Et^2 / \rho_0)^{1/5}.$$

Безразмерная константа  $C$  в этом законе, полученном только из краевых и начальных условий, как показали детальные расчеты, порядка единицы.

Используя этот закон, Дж.И.Тейлор проанализировал кинофильм, снятый во время первых американских ядерных испытаний, и с хорошей точностью определил совершенно секретное число: энергию взрыва  $E$ . Фильм был не секретный и широко демонстрировался. Соответствующая публикация произвела сенсацию в военных и правительственных кругах США.

В книге Г.И.Баренблатта\*\* разобрано большое число гидродинамических задач и показана удивительная универсальность методов теории подобия для самых разнообразных разделов физики, механики и математики. Конечно, теория размерности не дает возможности установить связи между

\*Полное решение этой задачи дано в книге Л.И.Седова «Методы подобия и размерности в механике (8-е изд., М.: Наука, 1981). Приводимый ниже результат, полученный на основе анализа размерностей, и закон  $r_f \propto t^{2/5}$  были получены Л.И.Седовым — Прикладная математика и механика, 1946, т.10, №2, с.241—250.

\*\*Г.И.Баренблатт — Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Л.: Гидрометеоздат, 1982. Недавно опубликована существенно усовершенствованная английская версия этой уникальной книги [6].

безразмерными величинами. Однако несомненным достоинством теории размерности и подобия является методика изучения физических закономерностей в безразмерном виде, что существенно сокращает количество экспериментов, необходимых для описания явления. Функциональная зависимость от параметров подобия подчиняется более простым уравнениям и может быть найдена путем численных расчетов и введением дополнительных начальных и краевых условий. Для установления таких зависимостей достаточно ограниченного числа расчетов или экспериментов при конкретных условиях. Так, если провести расчет (или эксперимент) для случая искрового разряда в воздухе, то результат позволит определить размерные величины для атомного взрыва.

Следует особо отметить, что анализ размерностей с точки зрения математического аппарата имеет групповую структуру, а коэффициенты пересчета (параметры подобия) являются инвариантами групп. На групповом языке анализ размерностей можно представить следующим образом. Определим операцию преобразования  $T_\alpha$  над определяющими параметрами  $Q_j$  как

$$T_\alpha(Q_j) = \alpha_1^{n_{j1}} \dots \alpha_m^{n_{jm}} Q_j. \quad (2)$$

В рассмотренных примерах  $\alpha_1 = M$ ,  $\alpha_2 = L$ ,  $\alpha_3 = T$ . Показатели  $n_{ik}$  называются показателями размерности величин  $Q_j$  в данной системе основных единиц измерения. Например:  $T(E) = M^1 \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot E$ .

Преобразованию  $T$  взаимно однозначно соответствуют векторы  $\alpha = \{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ . Определим

$$(\alpha \cdot \beta) = \{\alpha_i \cdot \beta_i, \dots, \alpha_n \cdot \beta_n\}, \quad \alpha^{-1} = \{\alpha_1^{-1}, \dots, \alpha_n^{-1}\}.$$

Из этих определений следует

$$\begin{aligned} T_\alpha(T_\beta(Q_j)) &= T_\beta(T_\alpha(Q_j)) = T_{\alpha\beta}(Q_j), \\ T_{\alpha^{-1}}(T_\alpha(Q_j)) &= Q_j. \end{aligned} \quad (3)$$

На математическом языке формула (2) определяет представление мультипликативной группы положительных  $n$ -векторов. Соотношения (3) определяют группу линейных преобразований пространства векторов  $Q_j$ . Если все  $n_{ik}$  равны нулю, величина  $Q_j$  безразмерна и является инвариантом группы (параметром подобия).

Концепция группы является математическим представлением концепции симметрии — одной из наиболее фундаментальных концепций современной физики.

«Насколько я могу судить, — писал Вейль, — все априорные суждения физики имеют своим источником симметрию». Гипотезы о симметрии, которой обладает система, являются аксиомами, определяющими ее состояние и поведение. Исходя из принципов симметрии, можно выводить новые законы природы дедуктивно, а не только в результате наблюдения над физическими объектами или в результате решения уравнений.

Многие из получаемых таким образом закономерностей значительно шире законов, вытекающих из симметрии гамильтонианов. Было даже время, когда гамильтонов метод предлагалось похоронить, настолько негамильтоновы методы казались более эффективными в фундаментальной науке. В 70-80-е годы физики впали в противоположную крайность: калибровочные теории и, в особенности, стандартную модель объявили «теорией всего». Стандартная модель, однако, содержит только те определяющие аксиомы, которые касаются симметрии лагранжианов, а этого недостаточно для описания физических процессов. Необходимы дополнительные экспериментально проверяемые гипотезы: начальные и краевые условия, предположения о константах, входящих в лагранжианы, и т.п. Необходимы гипотезы о симметриях, которым эти условия удовлетворяют. Например, предположение о существовании ренормгруппы является гипотезой о симметрии решений, а не лагранжиана.

Понятие ренормгруппы возникло в квантовой теории поля при анализе классической проблемы устранения ультрафиолетовых расходимостей. Процедура перенормировки — это некоторое предписание, применяемое к решениям квантовых уравнений. Предписание уточняет структуру законов и устраняет бессмысленные бесконечные выражения. В основном речь шла о переопределении массы и заряда электрона.

По аналогии с понятием «эффективного заряда» в среде в электродинамике вводятся «одетые заряды», экранированные поляризацией вакуума, который играет роль поляризуемой среды. В квантовой электродинамике роль поляризуемых молекул играют виртуальные электрон-позитронные пары. Эффективный заряд зависит от расстояния между частицей, несущей заряд, и пробным телом. При стремлении расстояния к нулю величина заряда возрастает и стремится к его затравочной, «истинной» величине, которая в электродинамике оказалась бесконечно большой. Ренормгруппа — это настолько фундаментальное и простое понятие, что для его определения не требуется вникать в чрезвычайно сложный математический аппарат квантовой теории поля. Вместо расстояния рассматривается экспериментально измеряемая релятивистски-инвариантная передача импульса  $Q^2/\mu^2$  частице, несущей заряд. Величина  $\mu$  — обезразмеривающий множитель, имеющий размерность массы.

В реально измеряемые величины (сечения, квадраты матричных элементов и т.п.) входит квадрат эффективного заряда  $\bar{\alpha}(Q^2/\mu^2, \alpha)$ , зависящий от  $Q^2/\mu^2$  и затравочного заряда  $\alpha$  (например, константы, входящей в лагранжиан). Обнаруженная симметрия заключается в том, что одновременное выполнение двух операций — изменения масштабной переменной  $\mu^2 \rightarrow \mu^2 t$  и специального вида преобразования величины квадрата заряда  $\alpha \rightarrow \bar{\alpha}(t, \alpha)$  — не приводит к каким-либо наблюдаемым следствиям.

Иными словами, квадрат эффективного заряда  $\bar{\alpha}$  должен быть инвариантом преобразования:

$$T_t = \{Q^2/\mu^2 \rightarrow Q^2/\mu^2 t; \alpha \rightarrow \bar{\alpha}(t, \alpha)\}.$$

Величина

$$\bar{\alpha}\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha\right) = \bar{\alpha}\left(\frac{Q^2}{\mu^2 t}, \bar{\alpha}(t, \alpha)\right) \quad (4)$$

была введена Н.Н.Боголюбовым и Д.В.Ширковым и названа ими инвариантным зарядом [7]. Она является центральным объектом аппарата квантово-полевой ренормгруппы. Легко проверить, что преобразования  $T_t$  образуют группу, т.к. функция  $\bar{\alpha}$  удовлетворяет требованию  $T_t T_\tau = T_{t\tau}$ :

$$\bar{\alpha}(t, \bar{\alpha}(\tau, \alpha)) = \bar{\alpha}(t\tau, \alpha). \quad (5)$$

Соотношение (5) представляет собой функциональное уравнение для  $\bar{\alpha}$  и служит основой для вычислений величин, измеряемых экспериментально. Наиболее важный результат квантовой теории поля, полученный с помощью метода ренормгруппы, это явление асимптотической свободы в квантовой хромодинамике. Как показали относительно простые вычисления, эффективный заряд хромодинамики ( $g^2/4\pi$  — аналог постоянной тонкой структуры  $\alpha$ ) не растет как в электродинамике до бесконечности при  $Q^2 \rightarrow \infty$ , а убывает. При  $Q^2 \rightarrow \infty$  происходит «самовыключение» взаимодействия. Инвариантный заряд, зависящий от  $Q^2$ , получил внутренне противоречивое название «бегущая константа связи».

Малость взаимодействия в области больших  $Q^2$  позволила применять теорию возмущений, сделать в этой области хромодинамику количественной теорией, проверить ее  $SU(3)$  групповую структуру. Например, оказалось возможным измерить цветовые заряды кварков и глюонов, измерить значения таких инвариантов, как операторы Казимира\*. Иначе говоря, была экспериментально реализована проверка симметрии лагранжиана квантовой хромодинамики.

\*DELPHI Collaboration — Z.Phys., 1993, v.C59, p.357—368.

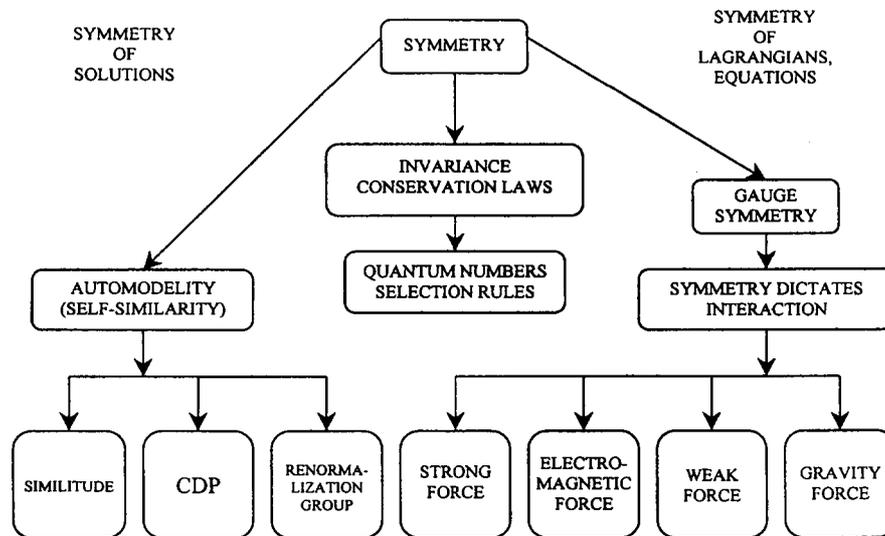


Рис.1. Схематическая диаграмма, иллюстрирующая роль симметрии в фундаментальной физике

Схематическая диаграмма на рис.1 иллюстрирует роль симметрии в фундаментальной физике, в определении математических моделей и структуры законов природы. Правая сторона диаграммы показывает существенно новую роль симметрии: симметрию и инвариантность, определяющие гамильтониан взаимодействия. Чен Нинг Янг — один из открывателей калибровочной симметрии — определяет эту роль так: «Симметрия диктует взаимодействие». Этот принцип лег в основу построения законов для всех четырех фундаментальных взаимодействий. Средняя часть диаграммы включает то, что называется кинематикой и не нуждается в комментариях. Левая часть, которую естественно назвать симметрией решений, содержит принципы симметрии, дополняющие симметрию лагранжианов. Этот тип симметрии, как было показано выше, давно используется инженерами, физиками, механиками и начинает использоваться математиками.

Вигнер неоднократно высказывал интересные методологические идеи о соотношении между тремя категориями: явлениями, служащими сырьем для второй категории — для законов природы, и принципами симметрии (третьей категорией). Он особенно подчеркивал, что для принципов симметрии сырьем служат законы природы. Принципы симметрии обнаруживаются в результате анализа структуры универсальных соотношений (законов природы) между экспериментально наблюдаемыми величинами и наоборот:

исходя из принципов симметрии, можно вывести новые законы природы дедуктивно, а не только на основе наблюдений над физическими объектами. Принципы симметрии в этой связи иногда называют сверхзаконами природы, фундаментом науки.

Некоторые из принципов симметрии решений имеют фундаментальный характер и играют решающую роль в построении новых законов природы. В качестве примера можно привести ренормгруппу. Один из авторов этой описанной выше симметрии (Д.В.Ширков) отнес ренормгруппу к симметрии самоподобия, введя термин «функциональная автомодельность» [8], в отличие от степенной автомодельности, к которой приводит анализ размерностей и принципы подобия (формула (2)). Термин «автомодельность» заимствован из гидроаэродинамики, он обобщает широкий класс закономерностей в различных областях физики. «Автомодельными называют такие решения, в которых уменьшение числа аргументов искомых функций достигается за счет существенности только некоторых комбинаций из независимых переменных» (Л.И.Седов).

Таким образом, автомодельность — это особая симметрия физической системы, состоящая в том, что изменение масштабов независимых переменных может быть скомпенсировано преобразованием подобия других динамических переменных.

Автомодельные решения всегда получаются для так называемых вырожденных задач, в которых параметры задачи, имеющие размерности независимых переменных (характерная длина, характерное время и т.д.), стремятся к нулю или бесконечности. В противном случае среди аргументов фигурировали бы отношения независимых переменных к этим параметрам. Это значит, что при переходе от невырожденных постановок задач, отвечающих конечным значениям параметров (безразмерным комбинациям  $\Pi_1, \Pi_2, \dots$  из независимых размерных переменных  $(a_1, a_2, \dots)$ ), к вырожденным автомодельное решение  $\Pi = \Phi(\Pi_1, \Pi_2, \dots)$  может:

- 1) стремиться к конечному пределу, отличающемуся от нуля;
- 2) стремиться к нулю, к бесконечности или вообще не стремиться ни к какому пределу, но иметь при малых (больших)  $\Pi_1, \Pi_2, \dots$  степенную асимптотику:

$$\Pi = \Phi = \Pi_1^\alpha \Phi_1(\Pi_2 / \Pi_1^\beta, \dots),$$

- 3) не стремиться к конечному пределу и не иметь при малых (больших)  $\Pi_1, \Pi_2, \dots$  степенной асимптотики.

В случае 1 функцию  $\Phi$  можно просто заменить ее предельным выражением, отвечающим значениям параметров  $\Pi_1, \Pi_2, \dots$ , равным нулю (бесконечности). При этом число аргументов  $\Phi$  уменьшается, а соответствующую

шие размерные параметры оказываются несущественными и выпадают из рассмотрения. Этот случай называется *полной автомодельностью*.

В случае 2 решение  $\Phi$  при малых (больших)  $\Pi_1, \Pi_2, \dots$  представляется в виде

$$\Pi^* = \Phi_1(\Pi^{**}, \Pi_3, \dots), \quad \text{где } \Pi^* = \Pi \Pi_1^{-\alpha}; \quad \Pi^{**} = \Pi_2 \Pi_1^{-\beta}.$$

Таким образом, число аргументов  $\Phi$  уменьшается. Параметры  $\Pi^*$  и  $\Pi^{**}$  аналогичны параметрам подобия. Однако их нельзя получить при помощи анализа размерностей. Величины  $\alpha$  и  $\beta$  необходимо определить из теории или экспериментально. Этот случай называется *неполной автомодельностью* по параметрам  $\Pi_1, \Pi_2$ . Соответствующее решение называют *автомодельным решением второго рода* [6], в отличие от случая полной автомодельности, который соответствует решениям *первого рода*. Трудность классификации состоит в том, что методы подобия применяются, когда полное решение задачи неизвестно. Практически поступают так: сначала пробуют построить автомодельное решение первого рода. В случае неудачи (противоречия) возвращаются к исходной невырожденной задаче, предполагают неполную автомодельность и строят автомодельное решение второго рода. Этот подход применяется ниже для установления закономерностей релятивистской ядерной физики.

Функция  $\Phi$  при убывании или возрастании параметра подобия  $\Pi_i$  не обязательно стремится к пределу, и притом конечному, отличному от нуля. Пусть при  $\Pi_i \rightarrow 0$   $\Phi$  стремится к нулю или бесконечности. В этом случае величина  $\Pi_i$  остается существенной, как бы мала или велика она ни была: замена функции  $\Phi$  ее предельным значением  $\Pi = 0$  или  $\Pi = \infty$  бессодержательна. Тем не менее, вводя переменные  $\Pi^*$  и  $\Pi^{**}$ , как это сделано выше, можно уменьшить число аргументов. Введение  $\Pi^{**}$  необходимо в том случае, когда два безразмерных параметра подобия являются малыми или большими. Обобщение этого случая на большее число переменных очевидно.

Широко распространено представление о том, что получение автомодельных решений связано только с анализом размерностей и свойствами подобия. Как видно из изложенного, понятие автомодельности включает еще и гипотезы об аналитических свойствах решений, их асимптотическом поведении. Этот анализ необходим и при выборе системы определяющих параметров. Обычно считается, что если значение некоторого параметра много больше или много меньше единицы, то им можно пренебречь. Однако такое пренебрежение может оказаться нефизичным, и тогда необходимо рассматривать неполную автомодельность (случай 2) — степенное убывание (возрастание) решения  $\Phi$ . Решение, обладающее таким аналитическим свойством, называется *«промежуточной асимптотикой»* [6]. Промежуточную асимптотику определяют следующим образом. Пусть в задаче имеются

две характерные постоянные величины с размерностью независимой переменной  $a_i: A_i^{(1)}$  и  $A_i^{(2)}$ . Промежуточной асимптотикой называется представление решения при  $\Pi_i^{(1)} = a_i/A_i^{(1)} \rightarrow \infty$ , но  $\Pi_i^{(2)} = a_i/A_i^{(2)} \rightarrow 0$ . Интервал  $\Pi_i^{(2)} \ll \Pi_i \ll \Pi_i^{(1)}$ , в котором справедлива закономерность  $\Pi = (1/\Pi_i^\alpha) \Phi_1$ , определяется требуемой точностью измерения величины  $\Pi$ .

В квантовой теории поля под автомодельными асимптотиками понимается независимость асимптотической формы амплитуд и сечений при больших энергиях и больших передачах импульса от размерных динамических параметров, включая массы частиц. Зависимость от безразмерных отношений импульсных переменных получила название *масштабной инвариантности* или *скейлинга*.

Принцип автомодельности в физике элементарных частиц впервые был сформулирован В.А.Матвеевым, Р.М.Мурадяном и А.Н.Тавхелидзе [9] для процессов глубоконеупругого взаимодействия лептонов с адронами в бьеркеновском пределе  $q^2 \approx \nu = 2pq \gg p^2 = m^2$  ( $m$  — масса адрона,  $p$  — его импульс,  $q^2$  — квадрат передаваемого импульса от лептона к адрону, как известно,  $Q^2 = -q^2$ ).

Структурная функция адрона  $F(q^2, \nu)$  (квадрат амплитуды рассеяния) в соответствии с принципом автомодельности имеет общий вид

$$F(q^2, \nu) = (1/(q^2)^\alpha) f(\nu/q^2).$$

Параметр  $\alpha$  определяется физической размерностью структурной функции. Функция  $f$ , остающаяся неопределенной, находится из модельных соображений. В силу симметрии, определяемой ренормгруппой,  $f$  зависит от «бегущих констант связи», а не от зарядов, входящих в лагранжиан, что приводит к нарушению скейлинга: в дополнение к зависимости от  $\nu/q^2$  появляется логарифмическая зависимость от  $Q^2/\mu^2$ . В частности, эксперименты на ЛЕР показали, что инвариантный электромагнитный заряд (постоянная тонкой структуры) при  $Q^2 = (90 \text{ ГэВ})^2$  возрастает примерно на 7% и оказывается равным  $\bar{\alpha} = 1/128$  вместо  $\alpha = 1/137$  при  $Q^2 = 0$ . Бегущая константа связи КХД при больших  $Q^2$  убывает и становится величиной порядка 0,1, что дает возможность провести расчеты по теории возмущений, т.е. воспользоваться асимптотической свободой.

Доказанное теоретически явление асимптотической свободы позволило качественно понять так называемую партонную модель структурных функций. Согласно этой модели структурную функцию нуклона можно представить как сумму квадратов амплитуд рассеяния на невзаимодействующих точечных частицах-партонах (кварках).

### 3. ПРИНЦИП ОСЛАБЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИЙ. ПРОСТРАНСТВО ОТНОСИТЕЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ

Симметрия понималась древнегреческими философами как частный случай гармонии, т.е. согласования частей внутри целого. Среди принципов, которые позволяют исследовать и сравнивать части больших систем, особое значение имеет принцип ослабления корреляции, помеченный буквами CDP (the Correlation Depletion Principle) на рис.1.

В статистической физике CDP был предложен Н.Н.Боголюбовым [10]. Принцип основан на интуитивной идее о том, что корреляция между пространственно отдаленными группами частиц макроскопической системы практически исчезает. Асимптотическая форма функций Грина как универсальных (не зависящих от специфики системы) линейных форм из средних значений типа

$$F(t_1, x_1; \dots; t_n, x_n) = \langle \dots, \Psi^+(t_j, x_j), \dots \Psi(t_s, x_s) \dots \rangle,$$

где  $x(\mathbf{r}, \sigma)$  — трехмерные координаты и спины частиц,  $t$  — моменты времени, рассматривается Боголюбовым в пределе, когда все моменты времени  $t_1, \dots, t_n$  фиксированы, а расстояния между точками из различных групп  $\{\dots, t_\alpha x_\alpha, \dots\}$  и  $\{\dots, t_\beta x_\beta, \dots\}$  стремятся к бесконечности. В квантовой теории поля все полевые функции  $\Psi(t_i, x_i)$ ,  $\Psi(t_k, x_k)$ , как известно, должны точно коммутировать или антикоммутировать, если интервал  $-(t_i - t_k)^2 + (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k)^2$  пространственноподобен. При фиксированных  $t_i, t_k$  и  $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k \rightarrow \infty$  для нахождения асимптотической формы  $F$  можно переставлять полевые функции из *различных* групп и тем самым добиться такого положения, когда полевые функции для каждой группы аргументов оказываются в одном комплексе (кластере). Таким образом, получается

$$F(t_1, x_1; \dots; t_n, x_n) - \eta \langle U_1(\dots, t_\alpha, x_\alpha, \dots), U_2(\dots, t_\beta, x_\beta, \dots) \dots \rangle \rightarrow 0, \quad \eta = \pm 1,$$

где  $U_1(\dots, t_\alpha, x_\alpha, \dots)$  — произведение полевых функций с аргументами только из первой группы,  $U_2(\dots, t_\beta, x_\beta, \dots)$  — соответствующее произведение с аргументами только из второй группы и т.д.

Так как корреляция между динамическими величинами  $U_1, U_2$  должна ослабевать и практически исчезать для достаточно больших расстояний, асимптотическая форма выражения:

$$\langle U_1(\dots, t_\alpha, x_\alpha, \dots) U_2(\dots, t_\beta, x_\beta, \dots) \rangle$$

распадается на произведения вида

$$\langle U_1(\dots, t_\alpha, x_\alpha, \dots) \rangle \langle U_2(\dots, t_\beta, x_\beta, \dots) \rangle \dots$$

В этой формулировке принципа ослабления корреляции Н.Н.Боголюбов обращает внимание на фундаментальную роль вырождения состояний, по которым производится усреднение. Рассмотрим, например, кристаллическое состояние. Применяя предыдущее рассуждение к этому случаю, мы, естественно, подразумеваем, что кристаллическая решетка как целое фиксирована в пространстве хотя и произвольно, но одинаково при вычислении  $\langle U_1 \rangle$ ,  $\langle U_2 \rangle$  и т.д. Иначе говоря, считается, что все рассматриваемые в этом случае средние относятся к одному и тому же фиксированному расположению решетки, т.е. мы имеем дело с квазисредними, а не с обычными средними, которые получаются из квазисредних дополнительным усреднением по всем возможным положениям и ориентациям кристаллической решетки. Множители  $\langle U_1 \rangle$ ,  $\langle U_2 \rangle$ ... оказываются не вполне независимыми — они зависят от параметров, по которым необходимо провести дополнительное усреднение. В качестве примеров параметров, остающихся одинаково фиксированными для всех частей макроскопической системы, Боголюбов приводит магнитный момент (случай ферромагнетизма), фазовый угол (сверхтекучесть или сверхпроводимость) и др.

Интересно отметить, что известная попытка Дирака сформулировать релятивистскую теорию динамических систем [11] привела его к признанию, что удалось сформулировать лишь необходимые, но не достаточные условия существования такой теории. В конце своей знаменитой статьи [11] Дирак пишет: «Some further condition is needed to ensure that the interaction between two physical objects becomes small when the objects become far apart. It is not clear how this condition can be formulated mathematically».

Как видим, принцип ослабления корреляции Боголюбова решает и эту классическую проблему физики, поставленную Дираком в 1949 году.

Применение метода квазисредних в нерелятивистской теории ядра хорошо изложено в монографии В.Г.Соловьева [12]. Ниже излагается формулировка принципа ослабления корреляции в пространстве относительных 4-скоростей [13]. Особенно продуктивным оказалось применение этого принципа в квантовой хромодинамике больших расстояний (или, точнее, малых относительных скоростей), при описании множественных процессов и особенно в релятивистской ядерной физике. В этих областях физики необходимы гипотезы фундаментального характера, не вытекающие из метода Лагранжа и подлежащие экспериментальной проверке.

В результате столкновения релятивистских ядер образуется много частиц, и картина взаимодействия носит сложный характер. В одном столкновении участвуют как нуклонные, так и кварк-глюонные степени свободы.

Число параметров задачи чрезвычайно велико, и выделение параметров подобия (инвариантов) особенно актуально.

Множественное рождение частиц осложнено специфическими ядерными процессами, и описание их в подавляющем большинстве работ основано на инклюзивном подходе. В этой связи далеко не всегда удается разделить различные механизмы, определить, в каких случаях преобладают нуклонные, а в каких — кварк-глюонные степени свободы. Постановка задач об изучении инклюзивных спектров была сформулирована А.А.Логуновым с сотрудниками [14], ими же были получены следствия, вытекающие из общих принципов квантовой теории поля для таких спектров. Принципиальная неполнота инклюзивного подхода для описания огромного объема информации, которую получают на современных экспериментальных установках, требует разработки более общих подходов.

В данной главе описывается метод, в котором используется наибольшая часть доступной экспериментальной информации о множественных процессах.

Описанная выше релятивистски-инвариантная классификация ядерных процессов в пространстве относительных четырехмерных скоростей была предложена в работах [13,15]. Точками такого пространства являются четырехмерные скорости. Предполагается, что основными величинами, от которых зависят распределения вероятностей (сечений), являются параметры  $b_{ik} = -(u_i - u_k)^2$ , где  $u_i = P_i/m_i$ ,  $u_i$  — векторы 4-скорости,  $m_i$  — массы,  $P_i$  — 4-импульсы. Индексы  $i, k$  принимают значения 1,2,3,4,...., а сами величины  $b_{ik}$  имеют смысл относительных расстояний в пространстве 4-скоростей. Очевидно, что определение всех  $b_{ik}$  для всех частиц процесса множественного образования частиц содержит наиболее полную информацию об этом процессе.

Использование кинематических комбинаций вида  $\gamma_{ij} = u_i u_j = P_i P_j / M_i M_j$  (лоренц-факторы относительного движения частиц) достаточно естественно при рассмотрении релятивистских ядерных соударений. Так, например, лоренц-фактор относительного движения входит непосредственно в определение инвариантного сечения, а именно в определение потока, записанного в инвариантном виде. По определению сечение записывается в виде

$$\Delta N = \sigma j_{01} n_{02} \Delta V \Delta t,$$

где  $\Delta N$  — число взаимодействий рассматриваемого типа, происшедших в элементе объема мишени  $\Delta V$  за время  $\Delta t$ ,  $j_{01}$  — плотность потока налетающих частиц,  $n_{02}$  — плотность частиц мишени,  $\sigma$  — сечение. Для того чтобы

сечение было выражено в инвариантном виде, следует записать в инвариантном виде поток:

$$j_{01}n_{02} = n_{01}n_{02}\gamma_{01}\beta_{01} = n_{01}n_{02}\sqrt{\gamma_{01}^2 - 1}.$$

Рассматривая множественное рождение частиц в переменных  $b_{ik}$ , легко увидеть, что общее число всех  $b_{ik}$  превосходит число степеней свободы. На рис.2 поясняется данное утверждение. Выберем базис из трех точек в пространстве относительных скоростей, например, точки 1, 2, 3. Можно для определенности считать, что точки 1 и 2 соответствуют скоростям сталкивающихся объектов, а 3, 4, 5,... соответствуют частицам, образованным в результате множественного рождения. Поскольку данное рассмотрение релятивистски-инвариантно, то не имеет значения, какие именно точки взяты за базис. Состояние каждой из частиц полностью задается тремя числами, например,  $P_{ix}, P_{iy}, P_{iz}$ . Число степеней свободы для всей системы из  $N$  частиц определяется соответственно  $(3N - 6)$  величинами. Шесть чисел определяют положение и ориентацию системы как целого (например, 3 координаты и 3 угла). Число же переменных  $b_{ik}$ , как видно, равно  $N(N - 1)/2$ , т.е. может значительно превышать число степеней свободы. Это означает, что полный набор переменных  $b_{ik}$  переопределен и его необходимо разделить на две группы, в одну из которых войдут  $(3N - 6)$  величин, полностью определяющих конфигурацию системы, а в другую — оставшиеся  $N(N - 1)/2 - (3N - 6)$  величин. Последние (на рис.2 это  $b_{45}$ ) можно выразить через первые  $(3N - 6)$  величин. В силу симметрии задачи разбиение на группы можно провести произвольно. При этом каждое разбиение определяет новую конфигурацию, что резко увеличивает количество информации о событии. Для установления связей между различными наборами

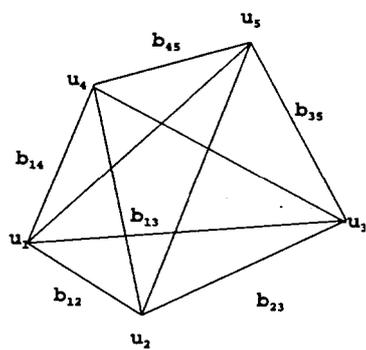


Рис.2

$b_{ik}$  логично применить триангуляцию в пространстве относительных скоростей. Термин «триангуляция» в геодезии и математике обозначает метод создания сетей, состоящих из примыкающих друг к другу треугольников и в определении на этой основе положения их вершин. Для общего случая поверхностей треугольники должны быть криволинейными. Пространство, в котором проводятся экспериментальные измерения, трехмерно. При этом пространство скоростей соответствует трехмерному пространству Лобачевского. Простейшим

элементом (симплексом) трехмерного пространства скоростей являются тетраэдры. Вершинам тетраэдров соответствуют точки со скоростями  $u_i, u_j, u_k, \dots$ , а сторонам — соответствующие величины  $b_{ij}, b_{ik}, b_{jk}, \dots$ . При этом, как уже отмечалось выше,  $(3N - 6)$  величин полностью определяют конфигурацию системы, а остальные расстояния между вершинами могут быть вычислены (отметим, что в эксперименте все  $b_{ik}$  измеряются). Переопределенность рассматриваемых систем — большое преимущество данного метода анализа множественных процессов.

Описание релятивистских многочастичных систем на основе инвариантов  $b_{ik}$  позволяет сформулировать принцип ослабления корреляции как строгое релятивистски-инвариантное утверждение, позволяющее получить много важных экспериментально наблюдаемых следствий, которые делают многие постановки задач излишними. Принцип ослабления корреляции налагает строгие ограничения на большинство обсуждаемых в литературе моделей, показывая бесперспективность некоторых из них. Необходимо, однако, отметить, что обсуждать следует только те модели, которые сформулированы в виде соотношений между инвариантными и наблюдаемыми величинами.

Для определенности будем рассматривать как функцию относительных скоростей  $b_{ik}$  плотность вероятности числа частиц:

$$\sum_{n \geq m} \frac{dW_n}{d\tau^n} = \rho_{mCX} = W(\dots b_{ik} \dots), \quad (6)$$

которую можно получить в результате измерений сечений, 3-импульсов частиц и их масс. Из этих величин образуем инварианты:

$$b_{ik} = 2 \left[ \frac{E_i E_k - \mathbf{p}_i \mathbf{p}_k}{m_i m_k} - 1 \right].$$

Аналогично формулировке принципа ослабления корреляций Н.Н.Боголюбова разобьем совокупность величин  $b_{ik}$  на группы  $\{\dots b_{ik}^\alpha \dots\}$  и  $\{\dots b_{je}^\beta \dots\}$ . В это разбиение входят как частицы конечного состояния, так и частицы начального состояния. Рассмотрим асимптотический случай, когда  $b_{\alpha\beta} = -(V_\alpha - V_\beta)^2 \rightarrow \infty$ ,  $V_\alpha$  — средняя точка в группе  $\alpha$ ,  $V_\beta$  — средняя точка в группе  $\beta$ . Иначе говоря,

$$(U_i^\alpha V_\alpha) \approx (U_j^\beta V_\beta) \ll (U_i^\alpha V_\beta) \approx (U_j^\beta V_\alpha) \approx (V_\alpha V_\beta) \rightarrow \infty, \quad (7)$$

то есть, средние интервалы внутри групп частиц малы, а интервал между группами частиц стремится к бесконечности.

Наша исходная гипотеза состоит в том, что корреляция между отдельными по  $b_{ik}$  (или по  $\rho_{ik}$ ) частями системы частиц исчезает. Рассматриваемое пространство относительных скоростей является дополнительным (в квантово-механическом смысле). Малые расстояния  $|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|^2$  соответствуют большим  $b_{ik}$ , и наоборот. Свойство убывания распределений (матричных элементов, сечений) с ростом  $b_{ik}$  отражает асимптотическую свободу, т.е. исчезновение взаимодействия на асимптотически малых расстояниях при  $b_{ik} \rightarrow \infty$ . В этом смысле наша гипотеза противоположна принципу ослабления корреляций Боголюбова.

Совокупность точек в пространстве скоростей образуют кластеры. Под кластерами мы понимаем совокупность точек  $U_k$  в пространстве скоростей, средний интервал между которыми  $b_{\alpha k} = -(V_\alpha - U_k)^2$  много меньше средних интервалов между центрами кластеров  $b_{\alpha\beta} = -(V_\alpha - V_\beta)^2$ . Здесь и в дальнейшем

$$V_\alpha = \frac{\sum U_k^\alpha}{\sqrt{(\sum U_k^\alpha)^2}}, \quad V_\beta = \frac{\sum U_j^\beta}{\sqrt{(\sum U_j^\beta)^2}} \dots \quad (8)$$

Так как, согласно гипотезе, корреляция между динамическими величинами, относящимися к различным кластерам, должна исчезать, то при  $b_{ik} \rightarrow \infty$  асимптотическая форма распределений (квадратов матричных элементов, инклюзивных распределений, сечений) распадается на произведения вида

$$W(b_{\alpha k}, b_{\alpha\beta}, b_{\beta k}, \dots) \rightarrow W^\alpha W^\beta \dots$$

Так же, как и в случае рассмотренного выше описания кристаллического состояния, множители  $W^\alpha, W^\beta, W^\gamma, \dots$  оказываются не вполне независимыми. Величины  $b_{\alpha\beta}, b_{\beta k}, b_{\alpha k}$  являются сторонами треугольника в неевклидовом пространстве. При  $b_{\alpha\beta} \rightarrow \infty$  в системе  $\mathbf{V}_\alpha = 0$  имеем

$$\begin{aligned} b_{\alpha\beta} &= 2(V_\beta^0 - 1) \rightarrow \infty, & b_{\alpha k} &= 2(U_k^0 - 1), \\ b_{\beta k} &\rightarrow 2V_\beta^0(U_k^0 - U_k^L) = b_{\alpha\beta} x_k \rightarrow \infty, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $x_k$  — известная переменная светового конуса:  $x_k = U_k^0 - U_k^L = U_k^0 - \sqrt{(U_k^0)^2 - 1} \cos \theta_k$ . Таким образом, в факторизации распределений при  $b_{\alpha\beta} \rightarrow \infty$  остается зависимость  $W^\alpha$  от направления на бесконечно

удаленную точку. Эта анизотропия распада кластера в собственной системе ( $\mathbf{V}_\alpha = 0$ ) носит чисто геометрический характер. При переходе к нерелятивистскому приближению, т.е. от геометрии Лобачевского к геометрии Евклида, зависимость  $W^\alpha$  от угла  $\theta$  пропадает (вырождается в изотропию). Зависимость  $W^\alpha$  от переменной  $x_k$  исчезает, т.к.  $x_k \rightarrow 1$ . Это замечание показывает несостоятельность попыток обнаружить квазистационарные объекты, образующиеся в множественном рождении частиц по признаку изотропии распадов в их системе покоя. В релятивистской динамике такие распады *всегда анизотропны*.

Следствия принципа ослабления корреляций для описания множественных процессов необычайно плодотворны и многочисленны. Объединение принципа ослабления корреляции с принципом автомодельности второго рода [15] позволило предложить метод анализа, с помощью которого были обнаружены простые и универсальные закономерности множественного рождения частиц, установлена их связь с КХД, продемонстрирована наблюдаемость цветных зарядов [16].

Принцип автомодельности второго рода (встречается также под названием «неполная автомодельность») нашел широкое применение в механике сплошных сред, гидродинамике, теории горения и т.п. [6]. С математической точки зрения этот принцип состоит в дополнении принципов теории размерности и инвариантности определенными свойствами асимптотического поведения решений уравнений математической физики, распределений. В рассматриваемом случае при  $b_{\alpha\beta} \rightarrow \infty$  он формулируется так:

$$W(b_{\alpha k}, b_{\alpha\beta}, b_{\beta k}) \rightarrow \frac{1}{b_{\alpha\beta}^n} W^\alpha \left( b_{\alpha\beta} \frac{b_{\beta k}}{b_{\alpha\beta}} \right), \quad \frac{b_{\beta k}}{b_{\alpha\beta}} \rightarrow x_k. \quad (10)$$

Как показано выше,  $x_k$  — переменная светового конуса. Закон справедлив с определенной точностью и в определенных пределах изменения  $b_{\alpha\beta}$ . В механике сплошных сред он носит название *промежуточной асимптотики* [6]. Величина  $W^\alpha = b_{\alpha\beta}^n W$  при фиксированных  $b_{\alpha k}$  и  $x_k$  (параметрах подобия) остается неизменной при изменении всех остальных параметров, включая  $b_{\alpha\beta}$ , подобной самой себе (автомодельной).

Итак, используя теорию подобия, принцип ослабления корреляций для двух кластеров в адронной физике формулируется в виде следующей закономерности:

$$W(b_{\alpha\beta}, b_{\alpha k}, b_{\alpha j}, b_{\beta k}, b_{\beta j}) = \frac{1}{b_{\alpha\beta}^n} W^\alpha \left( b_{\alpha k} \frac{b_{\beta k}}{b_{\alpha\beta}} \right) W^\beta \left( b_{\beta j} \frac{b_{\alpha j}}{b_{\alpha\beta}} \right). \quad (11)$$

Аргументы  $W^\alpha$ ,  $W^\beta$  содержат зависимость от проекций скоростей на ось, соединяющую центры кластеров (формула (9)).

Формула (11) и аналогичные ей, полученные на основе симметричного подхода, определяют структуру законов множественного рождения частиц. Сильно ограничивая модельные представления, они позволяют упорядочить огромный экспериментальный материал по множественным процессам.

Анализ экспериментальных данных по множественным процессам в разных реакциях на разных ускорителях [16] обнаружил универсальный характер функций  $W^\alpha$ ,  $W^\beta$ ..., описывающих распределения частиц по двум инвариантным переменным  $b_k = -(V_\alpha - U_k)^2$  и  $x_k$ :

$$F(b_k) = \int W^\alpha d\Omega_k, \quad d\Omega_k = \sin \Theta_k d\Theta_k d\varphi_k,$$

$$W^\alpha = \frac{1}{N_0} \frac{2}{m_k^2} \frac{d^3N}{\sqrt{b_k + b_k^2/4} db_k d\Omega_k} = \frac{1}{N_0} \frac{2}{m_k^2} \frac{d^3N}{db_k dx_k d\varphi_k}.$$

В основном изучались одномерные распределения:

$$F(b_k) = \frac{1}{N_0} \int \frac{dN}{d\tau_k} d\Omega_k, \quad (12)$$

$$F(x_k) = \frac{1}{N_0} \int \frac{dN}{d\tau_k} \frac{m_k^2}{2} db_k d\varphi_k. \quad (13)$$

Экспоненциально спадающие функции (12) и (13) описывают релятивистски-инвариантные распределения частиц в кластерах.

Прямой проверке наиболее общих закономерностей принципа ослабления корреляции и автомодельности в виде формулы (11) было посвящено много работ. Первые работы, в которых было положено начало изучению кластеров в пространстве относительных скоростей, отражены в обзоре [16]. Рисунок 3 иллюстрирует обнаруженную в этих работах универсальность пионных кластеров. Как видно из рис.3, распределения по  $b_k = -(V_\alpha - U_k)^2$  не зависят ни от энергии столкновения, ни от типа реакции. Этой универсальности можно придать еще более убедительный вид, если вместо  $\frac{1}{N} \frac{dN}{db_k}$  воспользоваться функциями  $F(b_k)$  и  $F(x_k)$  согласно формулам (11) и (12), т.е. учесть неевклидовость пространства скоростей и соответствующие якобианы. Эти зависимости представлены на рис.4 и 5. Поскольку в качестве центров кластеров  $V_\alpha$  может быть любая точка пространства скоростей, а не только  $U_I$  и  $U_{II}$ , как в случае предельной

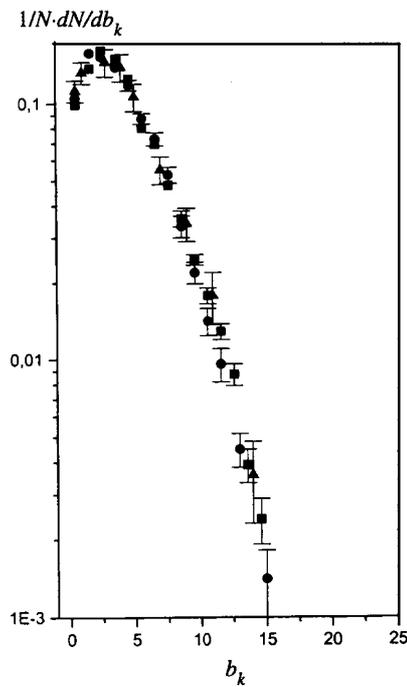


Рис.3. Распределение в пионных кластерах по параметру  $b_k$

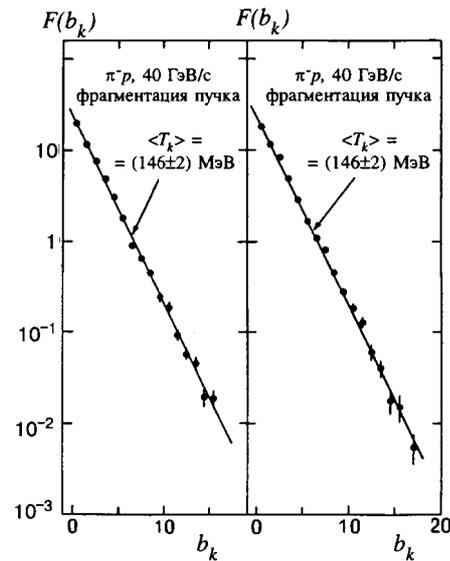


Рис.4. Распределение в пионных кластерах по параметру  $b_k$  с учетом соответствующих якобианов (см. текст и приложение)

фрагментации, то мы говорим о *локальной автомодельности*. Подчеркнем, что расстояние между кластерами  $b_{\alpha\beta}$  должно быть много больше размера кластера  $\langle b_k \rangle = 2 \langle T_k \rangle / m_k$ . Здесь  $\langle T_k \rangle$  — средняя кинетическая энергия пионов в системе покоя кластера ( $V_\alpha = 0$ ). Анализ распределения кластеров по  $b_{\alpha\beta}$  позволил применить понятие *промежуточная асимптотика* к экспериментальным данным по множественному рождению частиц при высоких энергиях (или  $b_{\text{III}} \approx b_{\alpha\beta} \geq 10$ ). Полученные распределения  $\frac{dN}{db_{\alpha\beta}^n}$  для

$\pi^-p$ ,  $\pi^-C$  и  $pp$ -столкновений приведены на рис.6. Таким образом, асимптотические свойства распределений (сечений), выражаемые формулой (11), были подтверждены экспериментально. Величина параметра  $n$  оказалась независимой в пределах ошибок эксперимента от типа взаимодействия и энергии в диапазоне  $40 \div 205$  ГэВ.

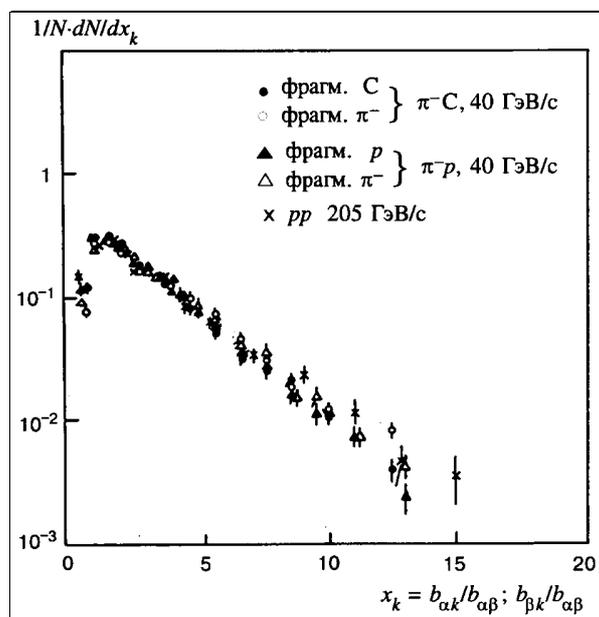


Рис.5. Распределение в пионных кластерах по параметру  $x_k$  с учетом соответствующих якобианов (см. текст и приложение)

Сопоставление данного метода выделения струй как кластеров в пространстве скоростей с существующими ранее неинвариантными методами позволило называть эти кластеры струями. Исходя из этого отождествления оказалось возможным проверить промежуточную асимптотику в виде формулы (11) в коллайдерной области энергий. Распределение по массе двухструйной системы  $M^2 = (p_{\text{jet}}^\alpha + p_{\text{jet}}^\beta)^2$ , измеренное недавно экспериментально [28], показано на рис.7. Здесь  $p_{\text{jet}}^\alpha$  и  $p_{\text{jet}}^\beta$  — 4-импульсы струй  $\alpha$  и  $\beta$ ,  $M$  — масса струи-кластера. Учитывая связь  $M^2 = m^2 b_{\alpha\beta}$ , и, следовательно,  $dN/MdM = \text{const}/M^{2n}$ , из распределения по  $M$  нетрудно получить показатель  $n$ . На том же рис.7 изображена кривая, соответствующая показателю  $n = 3$ .

Таким образом, пионные кластеры в области  $b_{\alpha\beta} > 50$  оказались интенсивно изучаемыми струями. Определение струй как кластеров в пространстве скоростей [17] дало возможность отказаться от таких неинвариантных понятий как «сферисити», «траст». В нашем описании струи являются

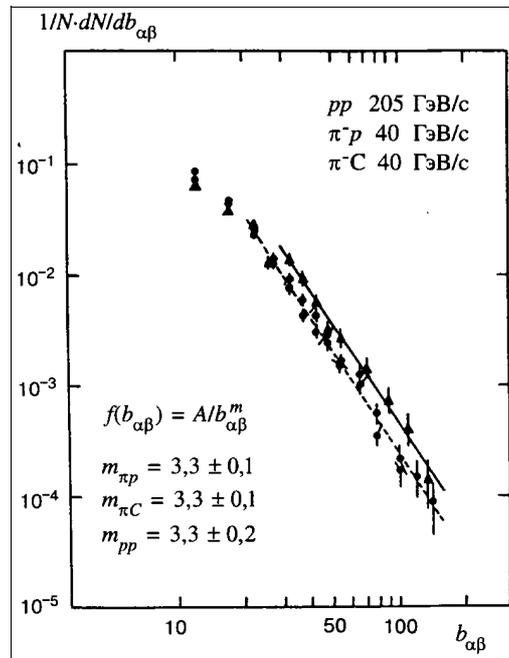


Рис.6. Распределение пионных кластеров по расстояниям между кластерами в пространстве относительных 4-скоростей — параметру  $b_{\alpha\beta}$

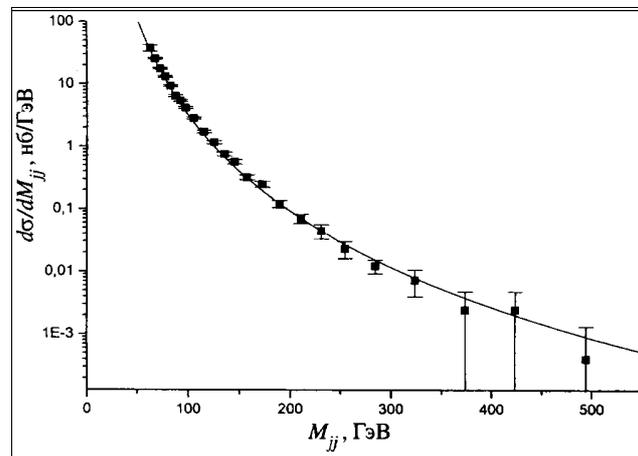


Рис.7. Распределение по массе двухструйной системы при энергии столкновения 1,8 ТэВ. Точки — эксперимент [28], кривая — расчет (см. текст)

четырёхмерными инвариантными объектами, аналогичными адронам. Возможность такого описания струй была проверена на большом экспериментальном материале [16,17].

Трековые снимки множественных процессов релятивистской ядерной физики вызывают «ночные кошмары» у физиков, планирующих эксперименты на ядерных коллайдерах. Однако нет необходимости изучать *все* параметры множественного рождения. Достаточно проверить, что локальные свойства этих распределений не зависят от энергии столкновения ядер и совпадают с изученными ранее на пузырьковых камерах [17]. Универсальность функций  $W^\alpha, W^\beta \dots$  во всем фазовом пространстве позволяет говорить о *локальной автомодельности* распределений частиц в пространстве скоростей. Принципы симметрии решений, выраженные формулой (11), предельно упрощают картину ультрарелятивистских ядерных столкновений: все пространство покрыто универсальными кластерами, расстояния между которыми  $b_{\alpha\beta}$  удовлетворяют промежуточной асимптотике:

$$\frac{dN}{db_{\alpha\beta}} = \frac{A}{b_{\alpha\beta}^n}.$$

Параметр  $n$ , измеренный в широкой области изменения  $20 < b_{\alpha\beta} < 10^5$ , оказался равным 3 с точностью лучшей 10%.

Сформулированная в виде формулы (11) гипотеза о локальной автомодельности сечений множественных процессов получила свое подтверждение и для барионных кластеров. Барионные кластеры (исследовались в основном протонные кластеры) тоже являются универсальными релятивистски-инвариантными объектами, расположенными в малой окрестности точек  $U_I$  и  $U_{II}$ . Это находится в хорошем согласии с известной гипотезой предельной фрагментации Ч.Н.Янга и его коллег [18], которая является частным случаем закона (11) при  $\alpha = I, \beta = II$  и  $n = 0$ .

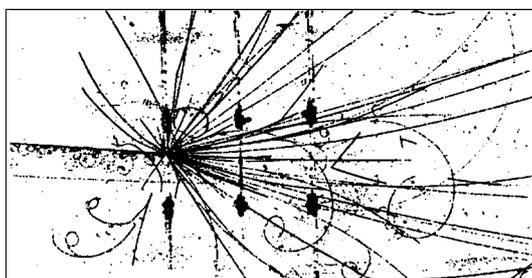


Рис.8. Фотография взаимодействия ядра углерода с танталом, полученная на пропановой пузырьковой камере

Для анализа барионных кластеров использовались экспериментальные данные в области  $7 < b_{\alpha\beta} < 20$ . Данные были получены с помощью пропановой пузырьковой камеры, облученной в пучках протонов и ядер на синхрофазотроне ЛВЭ ОИЯИ. Кроме того, использовались камерные данные на пучке пионов при  $b_{I\Pi} = 570$  на ускорителе ИФВЭ (Протвино). Для исследования взаимодействий протонов и ядер с ядрами Та в пропановой камере устанавливались танталовые пластинки. На рис.8 показано событие при взаимодействии ядра углерода с танталом в пузырьковой камере. Методические особенности этих экспериментов описаны в работах [24—26]. Рисунок 9 иллюстрирует универсальность барионных кластеров, выделенных по вышеописанной методике, и справедливость формулы (11) для таких событий [23].

Многочисленные результаты, относящиеся к барионным кластерам: их параметры, распределения в пространстве скоростей и др., изложены в обзоре [16]. Универсальность барионных кластеров следует рассматривать как проявление автомодельности и обобщение явления, известного под названием «ядерный скейлинг» [27]. Ядерный скейлинг — это инвариантность сечений при изменении энергии столкновения ( $b_{I\Pi}$ ), автомодельность же подразумевает независимость сечений и от переменных  $b_{\alpha\Pi}$ ,  $b_{\beta\Pi}$ ,  $b_{\alpha\beta}$  и других больших  $b_{ik}$ .

Различие размеров барионных кластеров  $\langle b_k \rangle$  по отношению к пионным кластерам составляет порядок величины. Универсальность барионных кластеров справедлива как в области классической ядерной физики, так и в переходной области, где уже проявляются кварк-глюонные степени свободы. Кинетическая энергия относительного движения нуклонов в кластере  $\langle T_k \rangle = \langle b_k \rangle m_0 / 2$  на порядок величины больше энергии ферми-движения.

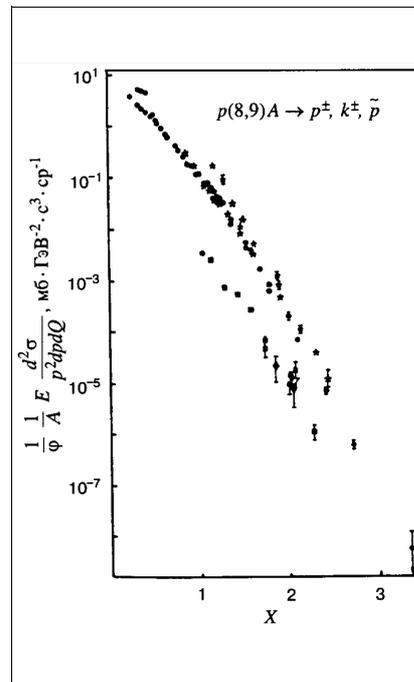


Рис.9. Распределение в барионных кластерах по параметру  $b_k$ : ( $\Delta$ )  $pC$ , 10 ГэВ/с; ( $\square$ )  $pC$ , 4,2 ГэВ/с; ( $\circ$ )  $CC$ , 4,2 ГэВ/с; ( $\bullet$ )  $\pi^-C$ , 40 ГэВ/с; (---)  $dC$ , 4,2 ГэВ/с

В этом смысле о кластерах можно думать как о предельном возбуждении ядерной материи, пытаться определить их время жизни [23], изотопический спин и другие квантовые числа.

#### 4. ИНКЛЮЗИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ

В 1971 году была выдвинута идея [21] о том, что, начиная с некоторой критической энергии, ядро можно рассматривать как сплошную среду, в которой кварки, относящиеся к различным нуклонам, обобщаются. В этой же работе были сделаны оценки вероятностей обобществления кварков группой нуклонов и предсказаны эффекты, лежащие за пределами протон-нейтронной модели ядра. Экспериментальные исследования на дубненском синхрофазотроне, ускорителе ИТЭФ, а также на серпуховском ускорителе автомоделных свойств спектров вторичных частиц подтвердили указанные закономерности и предсказания. Группой В.С.Ставинского (см. обзор [19]) было обнаружено кумулятивное рождение мезонов — первое проявление кварковых степеней свободы атомных ядер. Особое значение приобрело обнаружение раннего выхода сечений релятивистских ядерных столкновений на асимптотический режим при  $b_{I\Pi} \geq 5$ , что соответствует энергии релятивистских ядер 3,5 А ГэВ. Переходный режим и ранний выход на асимптотику был получен группой Ли Шредера [20] (Беркли, США). Эти результаты имели определяющее значение для окончательного выбора параметров нуклотрона, для разработки программы исследований в области релятивистской ядерной физики и определения пределов применимости протон-нейтронной модели ядра.

Был введен параметр «кумулятивное число»  $X$ , исходя из законов сохранения энергии-импульса, записанных в виде

$$(X_1 P_1 + P_{II} - P_1)^2 = \left( \sum P_i \right)^2 = \left( \sum m_i \right)^2 + \sum_{i>j} m_i m_j b_{ij}. \quad (14)$$

Единственной гипотезой является возможность пренебрежения последним членом в правой части формулы (14). Это означает, что при образовании инклюзивной частицы 1, отдачу воспринимает барионный кластер, для которого  $\langle b_{ij} \rangle \ll 1$ .

Кумулятивный эффект определялся как образование частиц в кинематической области:

$$(U_1 U_1) > (U_1 U_{II}) \gg 1, \quad X_1 \geq \frac{m_1}{m_0} \frac{(U_1 U_1)}{(U_1 U_{II})} \frac{m_1}{m_0} x_1 \geq 1, \quad (15)$$

$x_1$  — определенная выше переменная светового конуса,  $X_1$  — имеет смысл эффективного числа нуклонов ядра I, участвующих в реакции.

Первые эксперименты по обнаружению кумулятивных пионов были выполнены в 1971 году. В реакции  $d + \text{Cu} \rightarrow \pi^- + \dots$  пион, испущенный под  $0^\circ$ , уносил энергию в 1,5 раза большую, чем энергия, которая приходится на один нуклон релятивистского дейтрона.

Как показала большая серия экспериментов, проведенных в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ [19], предельная фрагментация ядер с хорошей точностью реализуется уже при  $b_{I\Pi} \geq 5$ , и сечения факторизуются на два релятивистски-инвариантных множителя  $W^I$  и  $W^\Pi$ . Это означает, что условия наблюдения кумулятивного эффекта (15) для угла  $0^\circ$  в лабораторной системе совпадают с условиями наблюдения в антилабораторной системе для угла  $180^\circ$ . Иначе говоря, для изучения функций  $W^I(b_{I\Pi}, x_1)$  нет необходимости ускорять ядра I до энергий выше  $\simeq 5 A$  ГэВ. В соответствии с принципом ослабления корреляций эти функции практически не зависят от свойств и энергии ядра II. Совокупность экспериментальных данных по кумулятивному рождению для всех ядер от гелия до урана удовлетворяет следующей закономерности [22]:

$$W^I \propto A^{m(X)} \exp \left[ \frac{X_1}{\langle X \rangle} \right]. \quad (16)$$

Кумулятивный эффект был изучен в области  $0,5 < X < 3,5$  и в широком диапазоне  $b_{I\Pi}$ . Это было первым убедительным подтверждением автономности ядерных столкновений и принципа ослабления корреляций в пространстве относительных скоростей.

С помощью одного числового параметра  $\langle X \rangle = 0,65$  удалось описать сложное многопараметрическое явление. Необходимо подчеркнуть, что закон (16) описывает изменение сечений инклюзивного образования адронов на девять порядков величины. На рис.10 представлены экспериментальные данные группы В.С.Ставинского по кумулятивному рождению  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ -мезонов в виде зависимости сечений от переменной  $X$ .

Первым применением промежуточной асимптотики в пространстве скоростей в нуклонной физике было использование полюсного приближения [29] для описания фрагментационных процессов. Под фрагментационными понимаются такие процессы, когда регистрируется осколок ядра I при столкновении ядер I и II при условиях:  $b_{I\Pi} \geq 1$ ,  $0,3 \geq b_{I1} \geq 0$ ,  $0,3 \geq b_{\Pi 1} \geq 0$ .

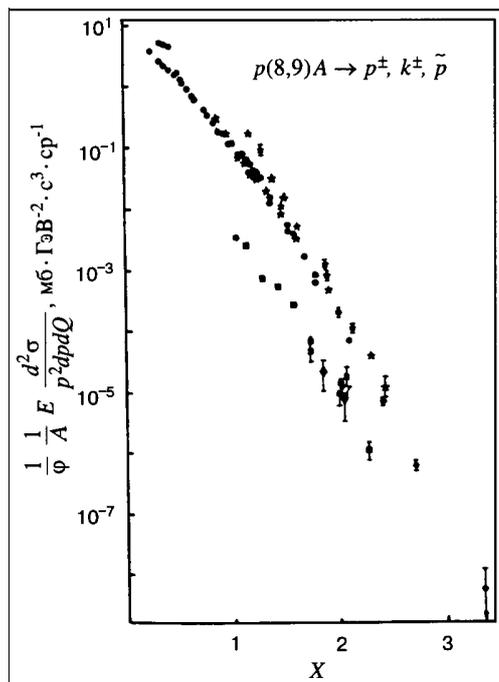


Рис.10. Экспериментальные данные, полученные группой В.С.Ставинского, по кумулятивному рождению пионов, каонов и антипротонов в зависимости от введенного им параметра  $X$

Сечения таких процессов описываются автомодельным решением:

$$\frac{1}{\sqrt{b_{\Pi 1} + \frac{b_{\Pi 1}^2}{4}}} \frac{d\sigma}{db_{\Pi 1}} = \frac{1}{(b_{\Pi 1} + \alpha_{\Pi 1})^2} C, \quad (17)$$

где  $\alpha_{\Pi 1} = \frac{2\varepsilon_{\Pi 1}(m_{\Pi} - m_1)}{m_{\Pi} m_1}$ ,  $m_{\Pi}$ ,  $m_1$  — массы ядер,  $\varepsilon_{\Pi 1}$  — энергия связи фрагмента 1 в ядре  $\Pi$ ,  $C$  — константа. Для всех фрагментационных ядерных процессов величина  $\alpha_{\Pi 1} \approx 10^{-2}$ . Ее малость обусловлена малостью энергии связи, приходящейся на нуклон, по сравнению с массой самого нуклона. Закономерности (17) можно придать явный вид промежуточной асимптотики:

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{b_{\Pi 1} + \frac{b_{\Pi 1}^2}{4}}} \frac{d\sigma}{db_{\Pi 1}} (\Pi)}{\frac{1}{\sqrt{b_{\Pi 1} + \frac{b_{\Pi 1}^2}{4}}} \frac{d\sigma}{db_{\Pi 1}} (\Pi = 0)} = \frac{1}{(\Pi + 1)^2}. \quad (18)$$

Зависимость от  $b_{\Pi 1}$ , атомных номеров  $A_1, A_{\Pi}$  и от энергии связи  $\epsilon_{\Pi 1}$  свелась к универсальной зависимости от одного параметра  $\Pi = b_{\Pi 1} / \alpha_{\Pi 1}$ .

В интервале  $1 \geq b_{\Pi 1} \geq 0$  отношение (18) меняется на четыре порядка величины и в нефизической области  $\Pi = -1$  обращается в бесконечность.

Обобщение описанных выше закономерностей связано со снятием ограничений на область их применимости. Более всего это касается кумулятивного эффекта. Введение обобщенного параметра подобия [30] вместо  $X$  позволяет рассматривать кумулятивный эффект как частный случай процессов многочастичных взаимодействий, включая глубокоподпороговые, околопороговые и некоторые надпороговые ядерные процессы. Это же обобщение позволяет дать количественное описание образования антиматерии в релятивистских ядерных столкновениях.

Общий вид автомодельного решения для инклюзивных процессов адронобразования записывается через измеримые параметры в виде [30]:

$$E \frac{d^3 \sigma}{d^3 p} = C_1 A_1^{\alpha(X_1)} A_2^{\alpha(X_2)} f(\Pi), \quad (19)$$

здесь  $C_1$  — константа, определяющая размерность инвариантного дифференциального сечения,  $A$  — атомные номера сталкивающихся ядер,  $\alpha$  и  $f$  — функции, определяемые из эксперимента. Обобщенный параметр подобия имеет вид

$$\Pi = \frac{1}{2} (X_1^2 + X_2^2 + 2X_1 X_2 \gamma_{12})^{1/2}, \quad (20)$$

здесь  $\gamma_{ij} = u_i u_j = P_i P_j / M_i M_j$  — лоренц-фактор относительного движения сталкивающихся ядер;  $X_1$  и  $X_2$  имеют физический смысл долей 4-импульсов, необходимых для образования регистрируемой частицы, а также эффективного числа нуклонов, участвующих в реакции. В области релятивистских столкновений относительные скорости сталкивающихся нуклонов много больше относительных скоростей нуклонов внутри ядра, т.е. можно пренебречь различием в относительных скоростях отдельных нуклонов в ядре. Импульс эффективного числа нуклонов в ядре 1, принимающих участие в реакции, имеет вид  $X_1 m_0 u_1$ , где  $u_1$  — скорость ядра 1 как целого,  $m_0$  — масса одного нуклона. Величины  $X_1$  и  $X_2$  становятся измеримыми, если принять гипотезу о минимальности массы  $m_0^2 (u_1 X_1 + u_2 X_2)^2$  и учесть закон сохранения 4-импульса, записанный в виде:  $m_0 (u_1 X_1 + u_2 X_2) \sum P_i$ . Таким образом, процедура определения  $X_1$  и  $X_2$ , а следовательно, и  $\Pi$  состоит в определении минимума  $\Pi$  на основе законов сохранения энергии-импульса, записанного в виде

$$(X_1 m_0 u_1 + X_2 m_0 u_2 - M_3 u_3)^2 = (X_1 m_0 u'_1 + X_2 m_0 u'_2 + \sum_{k=4} M_k u_k)^2. \quad (21)$$

Единственная гипотеза — возможность пренебречь относительным движением всех остальных *не регистрируемых частиц*, а именно членом  $2 \sum_{k>1} (\gamma_{kl} - 1) M_k M_l$  в правой части уравнения (21). Данная гипотеза

хорошо согласуется с принципом ослабления корреляций и экспериментально подтвержденными свойствами распределения вторичных частиц, описанных в разд.3.

Связь между  $X_1$  и  $X_2$  удобно записать в релятивистски-инвариантном и безразмерном виде:

$$X_1 X_2 (\gamma_{12} - 1) - X_1 \left( \frac{M_3}{m_0} \gamma_{13} + \frac{M_4}{m_0} \right) - \left( \frac{M_3}{m_0} \gamma_{23} + \frac{M_4}{m_0} \right) = \frac{M_4^2 - M_3^2}{2m_0^2}. \quad (22)$$

Анализ экспериментальных данных показал [31], что функция  $\alpha$  хорошо параметризуется в виде:  $\alpha = 1/3 + X/3$ , где  $X = X_1$  и  $X_2$  соответственно.

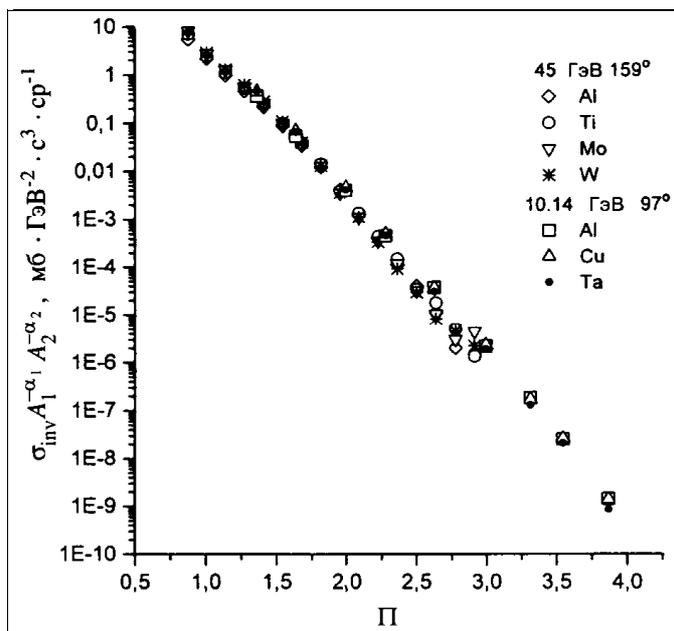


Рис.11. Экспериментальные данные по кумулятивному образованию пионов, полученные на ускорителях ИТЭФ [32] и ИФВЭ [37], в зависимости от параметра подобия  $\Pi$ . Экспериментальные данные нормированы на вычисленные  $A$ -зависимости (см. текст)

Следует отметить, что в правую часть уравнения (22) входят массы частиц, обеспечивающие сохранение барионного числа, странности и других «внутренних» квантовых чисел. В случае инклюзивного образования антиматерии правая часть (22) равна нулю. Под термином «антиматерия» понимаются частицы и ядра, состоящие преимущественно из антикварков.

На рис.11 показана зависимость сечений кумулятивного образования пионов от параметра подобия  $\Pi$ . Экспериментальные данные [32,37] нормированы на вычисленные в соответствии с вышеуказанной процедурой  $A$ -зависимости. Таким образом, зависимость от энергии столкновения, импульса и угла вылета регистрируемой частицы сводится к зависимости от одной переменной — параметра подобия  $\Pi$ . На рис.12, 13 показаны зависимости образования частиц антиматерии в глубокоподпороговых и околопороговых реакциях [32,33,35,39—41] в зависимости от параметра  $\Pi$ . Анализ экспериментальных данных, полученных на разных ускорителях, в

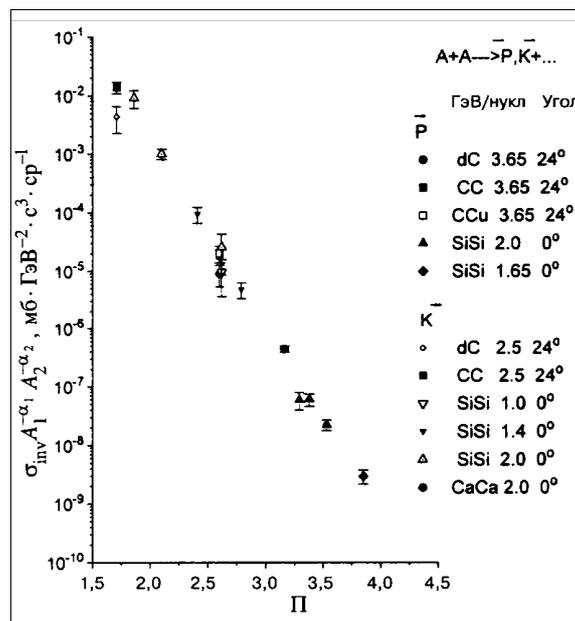


Рис.12. Экспериментальные зависимости по глубокоподпороговому рождению каонов и антипротонов, полученные на пучках синхрофазотрона (ОИЯИ) [35,36] и Бевалак (США) [33,34], в зависимости от параметра подобия  $\Pi$ . Экспериментальные данные нормированы на вычисленные  $A$ -зависимости (см. текст)

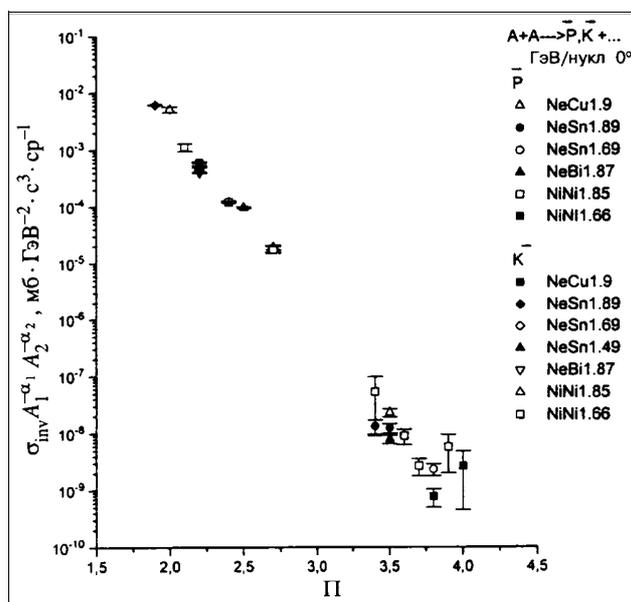


Рис.13. Экспериментальные зависимости по глубокоподпороговому рождению каонов и антипротонов, полученные при взаимодействии тяжелых ядер [40,41] (GSI, Германия), в зависимости от параметра подобия  $\Pi$ . Экспериментальные данные нормированы на универсальные вычисленные  $A$ -зависимости

различных кинематических постановках экспериментов позволяет записать явный количественный вид автомодельного решения:

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = C_1 A_1^{1/3 + X_1/3} A_2^{1/3 + X_2/3} \exp(-\Pi/C_2) \quad (23)$$

и определить универсальные константы  $C_1$  и  $C_2$ :  $C_1 = 0,125 + (-0,002)$  и  $C_2 = 19000$  [ $\mu\text{b} \cdot \text{GeV}^{-2} \cdot \text{c}^3 \cdot \text{sr}^{-1}$ ].

В работах по исследованию кумулятивного эффекта [19] отмечалась несимметричная  $A$ -зависимость от налетающего ядра и ядра-мишени. Экспериментально была показана слабая (периферическая) зависимость от налетающего ядра и резко усиленная от ядра-мишени в случае исследования области фрагментации мишени. Для примера на рис.14 показаны зависимости параметра, определенного формулой (20), как функции  $X_1$  и  $X_2$  в

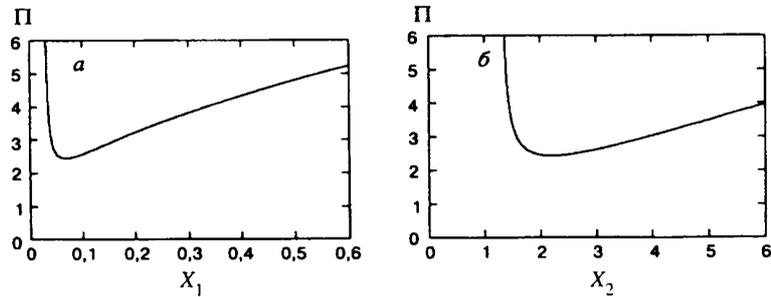


Рис.14. Зависимость параметра подобия Π от  $X_1$  (а) и  $X_2$  (б) в случае кумулятивной кинематики

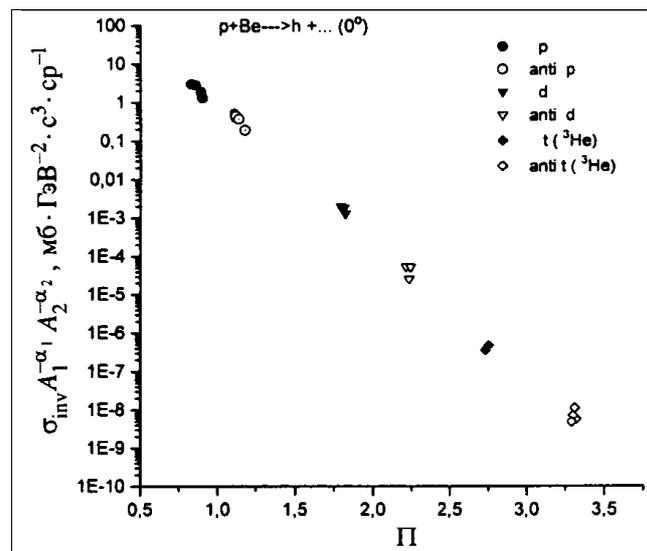


Рис.15. Экспериментальные данные по образованию антиматерии и ядерных фрагментов при энергии 200 и 240 ГэВ, полученные на ускорителе SPS (CERN) [38] в зависимости от параметра подобия Π

случае кумулятивного ( $180^\circ$  в лабораторной системе) рождения  $K^-$  с импульсом 1 ГэВ/с при энергии налетающих протонов 60 ГэВ. Из рис.14 видно, что минимум параметра подобия Π реализуется, когда  $X_1 \ll X_2$ . В случае подпороговых реакций, представленных на рис.12, 13,  $X_1 \approx X_2$ , при этом оба X больше единицы, что и обеспечивает резко усиленные

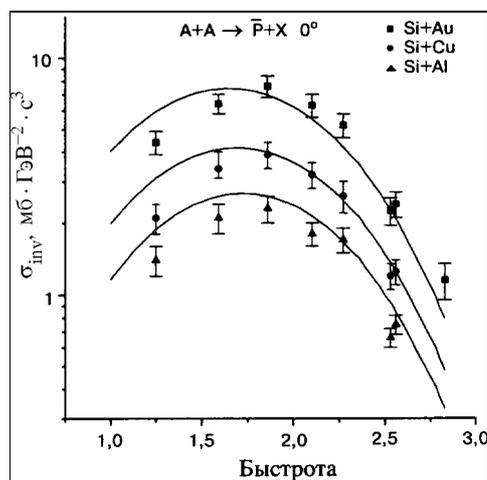


Рис.16. Релятивистски-инвариантное описание данных по формуле (23) околопорогового рождения антипротонов [38] (Брукхейвен, США) при взаимодействии тяжелых ядер с кинетической энергией 13,7 ГэВ/нуклон

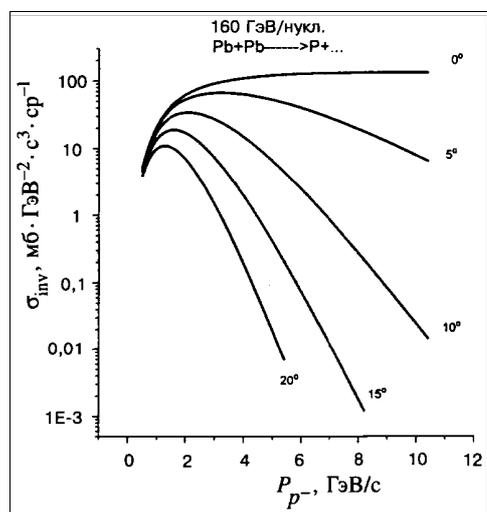


Рис.17. Предсказание зависимостей инвариантных инклюзивных сечений образования антипротонов от импульса и угла их образования при энергиях SPS (CERN)

$A$ -зависимости как от налетающего ядра, так и от ядра-мишени. Первые эксперименты, в которых было обнаружено, что сечение образования антипротонов в ядро-ядерных взаимодействиях на порядки величин больше, чем в протон-ядерных (в условиях одинаковой кинематики), были выполнены на пучках дубненского синхрофазотрона [35].

Параметр  $\Pi$  зависит также от лоренц-фактора относительного движения сталкивающихся ядер. Следовательно, наблюдение усиленных ядерных эффектов при высоких энергиях маловероятно, т.е. соответствует малым сечениям согласно формуле (23).

На рис.15 показаны экспериментальные данные [38] по образованию  $p, d, t, \bar{p}, \bar{d}, \bar{t}$  в протон-ядерных реакциях при энергиях 200 и 240 ГэВ в зависимости от параметра подобия  $\Pi$ . Различие в вычислениях  $\Pi$  для ядер и антиядер заключается в знаке  $M_4$  (формула (22)). В случае образования антиядер знак у  $M_4$  положительный, поскольку для рождения ядра необходимо по крайней мере рождение такого же антиядра. Ядерный фрагмент может образоваться в результате перераспределения импульсов (необходимое количество нуклонов имеется в начальном состоянии), поэтому в формулу (22)  $M_4$  входит с отрицательным зна-

ком. Интересно отметить экспериментально наблюдаемую и количественно описываемую формулой (23) особенность — сечение образования антинейтрона (антипротона) на несколько порядков величины больше сечения образования обычного ядра трития (дейтерия).

На рис.16 представлены экспериментальные данные по рождению антипротонов при взаимодействии релятивистских ядер с кинетической энергией 13,7 ГэВ/нуклон [39] и расчет по формуле (23). В этой же работе [39] было измерено сечение образования антинейтронов в реакции Si + Au, которое согласуется с расчетом по формуле (23).

Принимая во внимание экспериментальные исследования, выполненные недавно в CERN с пучками релятивистских ядер свинца при энергиях 160 ГэВ/нуклон, можно сделать предсказания об угловых и энергетических зависимостях сечений образования антипротонов и антинейтронов (рис.17, 18).

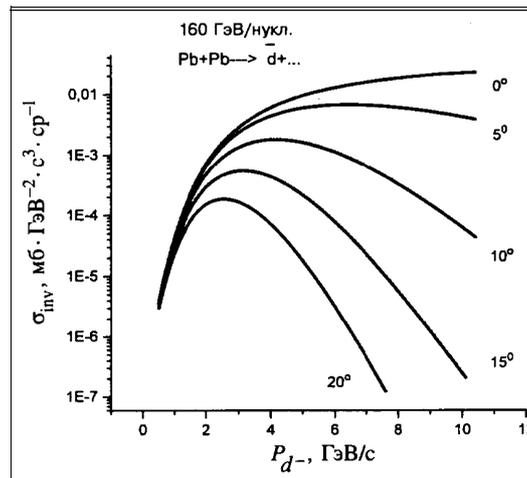


Рис.18. Предсказание зависимостей инвариантных инклюзивных сечений образования антинейтронов от импульса и угла их образования при энергиях SPS (CERN)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

*«Главной целью исследований внешнего мира является обнаружение гармонии и рационального порядка, который Всевышний ниспослал миру и открыл нам на языке математики».*

*Кеплер.*

Обнаружение законов релятивистской ядерной физики является частью общей цели поиска законов, описывающих релятивистские многочастичные системы, включая макроскопические. Эти проблемы изучались крупнейшими физиками XX века. Первые работы были посвящены уравнениям переноса, что позволило сформулировать термодинамические свойства реляти-

вистских многочастичных разреженных систем. Разработка квантово-механического описания релятивистских многочастичных систем — квантовой теории поля и, особенно, стандартной модели создала впечатление о завершенности фундаментальной науки в этой области. Огромный успех квантовой теории поля в описании явлений микромира обусловлен осознанием фундаментальной роли принципа калибровочной инвариантности при полном определении гамильтонианов взаимодействующих полей.

В настоящей статье мы подчеркиваем, что в основе дедуктивного получения законов природы лежат *не только симметрии гамильтонианов*. «Гармония и рациональный порядок» мира в значительной степени обусловлены симметрией решений, т.е. симметрией самих законов природы. Многие из них не являются следствиями гамильтоновского метода, а обнаруживаются в результате экспериментальной проверки дополнительных свойств симметрии, не вытекающих из симметрии гамильтонианов.

В разд.2 продемонстрированы некоторые законы механики сплошных сред, которые получены без использования гамильтоновского метода, и применены методы симметрии решений для обнаружения законов релятивистской физики.

Методы симметрии решений состоят в следующем.

1. Выделяются параметры, описывающие проблему, — пространство определяющих параметров.

2. Усматривается, угадывается симметрия этого пространства и определяются соответствующие инварианты.

3. Законы природы рассматриваются как соотношения между инвариантами. Математический язык симметрии — теория групп — при этом необычайно эффективен.

4. Используются дополнительные принципы: принцип ослабления корреляции (разд.3), промежуточная асимптотика, гипотеза об аналитичности физических законов, локальная автомодельность (разд.4).

В случае релятивистской ядерной физики определяющими параметрами являются сечения, производные от них величины и инвариантные безразмерные интервалы (расстояния) в пространстве относительных 4-скоростей:

$$b_{ik} = -(U_i - U_k)^2 = 2[(U_i U_k) - 1] = 2 \left[ \frac{E_i E_k - \mathbf{p}_i \mathbf{p}_k}{m_i m_k} - 1 \right] = 2[\text{ch } \rho_{ik} - 1].$$

Частицы  $i$  и  $k$ , входящие в ансамбль, рассматриваются как элементарные в соответствии с критерием (1). Число параметров  $b_{ik} = N(N - 1)/2$ . Такое большое число измеримых параметров требует дальнейших поисков «гармонии» и простоты. Наиболее полное описание конечных состояний ядерных столкновений связано с триангуляцией и построением многогранников (полиэдров) в пространстве скоростей (см. [15]). Однако данный подход к

поиску новых закономерностей у релятивистских многочастичных систем пока не нашел своего применения при обработке полученных экспериментальных данных.

Крупным шагом в обнаружении закономерностей релятивистской ядерной физики стала формулировка принципа ослабления корреляций в пространстве скоростей (разд.3). Наиболее существенным было обнаружение асимптотического характера закономерностей при  $b_{ik} \rightarrow \infty$ . Это позволило ввести понятие кластеров, показать, что при больших  $b_{ik}$  кластеры переходят в струи. Универсальность свойств кластеров позволила, в свою очередь, ввести понятие локальной автомодельности, а изучение расстояний (интервалов) между кластерами  $b_{\alpha\beta}$  дало возможность связать обнаруженные закономерности с квантовой хромодинамикой (измеримость цветного заряда, экспериментальное доказательство  $SU_c(3)$ , отдельное изучение кварковых и глюонных струй и др.).

Очень плодотворным оказалось использование заимствованного из механики сплошных сред понятия промежуточной асимптотики (разд.3). Особенно это касается упорядочения информации о барионных кластерах, которые сосредоточены в областях пространства скоростей, где расположены скорости сталкивающихся ядер. Выяснено, что барионные кластеры (струи) представляют собой максимально достижимые в ядерных столкновениях возбуждения ядерной материи. Размеры кластеров  $\langle b_k \rangle$  и их распределения в пространстве скоростей по  $b_{\alpha\beta}$  асимптотически не зависят от энергии столкновения. Из обнаруженного асимптотического характера зависимости сечений от инвариантов  $b_{ik}$  можно извлечь много предсказаний для планируемых экспериментов по ядерным столкновениям вплоть до коллайдерных энергий.

Анализ экспериментальных данных показал, что кластеры располагаются в малой окрестности сталкивающихся ядер  $b_{I\alpha} < 5$ ,  $b_{II\alpha} < 5$ . Таким образом, для экспериментального изучения сильновозбужденной ядерной материи достаточно проведения исследований с пучками ядер при кинетической энергии  $\approx 5$  А ГэВ. При более высоких энергиях, включая коллайдерные, реализуется асимптотический режим — картина сильновозбужденной ядерной материи не зависит от энергии столкновения.

Несмотря на то, что перечисленные выводы основаны на таких общих принципах, как принцип ослабления корреляций и автомодельность второго рода, экспериментальная проверка их важна. Сопоставление картин ядро-ядерных столкновений при  $b_{I\Pi} \approx 10$  и при  $b_{I\Pi} \approx 10^4 \div 10^6$  должно выявить логарифмические отклонения от простых асимптотических закономерностей.

Анализ экспериментальных данных при существующих на сегодняшний день энергиях сталкивающихся частиц показал, что зависимость сечений от среднего интервала между центрами кластеров-струй имеет степенную зависимость:  $\frac{dN}{db_{\alpha\beta}} = \frac{A}{b_{\alpha\beta}^n}$ , константа  $n = 3$  с 10% точностью.

Весьма продуктивным оказалось введение переменных, характеризующих эффективное число нуклонов  $X_I$  и  $X_{II}$ , принимающих участие в реакции столкновения ядер. Нуклоны в покоящемся ядре движутся с относительными скоростями  $b_{ik} \leq 10^{-2}$ , т.е. согласно критерию (1) сохраняют свою индивидуальность, что и объясняет успех протон-нейтронной модели ядра.

В области релятивистских столкновений  $b_{I\ II} \gg b_{ik}$ , т.е. можно пренебречь различием в относительных скоростях отдельных нуклонов в ядре. Импульс эффективного числа нуклонов в ядре I, принимающих участие в реакции, имеет вид  $X_I m_0 u_I$ , где  $u_I$  — скорость ядра I как целого,  $m_0$  — масса одного нуклона. Величины  $X_I$  и  $X_{II}$  становятся измеримыми, если принять гипотезу о минимальности массы  $m_0^2(u_I X_I + u_{II} X_{II})^2$  и учесть закон сохранения 4-импульса:  $m_0(u_I X_I + u_{II} X_{II}) = \sum P_i$ .

Эффективное число нуклонов было использовано на раннем этапе предсказания и обнаружения кумулятивного эффекта. В дальнейшем введение единого инвариантного параметра подобия  $\Pi = \frac{1}{2}(X_1^2 + X_2^2 + 2X_1 X_2 \gamma_{12})^{1/2}$  и использование вычисляемых  $X_1$  и  $X_2$  для единой параметризации  $A$ -зависимостей позволило количественно описать, кроме кумулятивного эффекта, глубокоподпороговые, околопороговые явления и образование антиматерии в ядро-ядерных столкновениях (разд.4).

Автомодельное решение

$$E \frac{d^3 \sigma}{d^3 p} = C_1 A_1^{\alpha(X_1)} A_2^{\alpha(X_2)} f(\Pi)$$

описывает разнообразные ядерные реакции при изменении сечения на восемь порядков величины. Однако определение границ его справедливости нуждается в исследовании. Зависимости от атомных номеров сталкивающихся ядер, от множественностей вторичных частиц и от ароматов регистрируемых частиц также требуют изучения, в особенности для реакций с поперечными импульсами больше 2,5 ГэВ/с.

Как видно из изложенного, подход к релятивистской ядерной физике, основанный на геометрии пространства скоростей и гипотезах об асимптотическом характере закономерностей в этом пространстве, позволяет упо-

рядочить огромный экспериментальный материал и сделать количественные предсказания.

Методы симметрии решений впервые были применены Кеплером при построении его знаменитых законов движения планет. Это хорошо известно. Однако менее известен его трактат «О шестиугольных снежинках», где впервые сформулирована идея о связи свойств кристаллов с геометрией. Эта великая идея лежит также в основе подхода Е.С.Федорова, положившего начало классификации кристаллов и минералов задолго до создания рентгеноструктурного анализа. Установленные еще при жизни Е.С.Федорова при помощи этого экспериментального метода атомные структуры строго подчиняются федоровским группам симметрии.

Лобачевский, открыв неевклидову геометрию, поставил проблему описания на ее основе картины мира. Гипотеза о том, что на больших расстояниях соотношения между сторонами и углами треугольников могут удовлетворять новой геометрии, не подтвердилась в результате анализа Лобачевским астрономических данных. Однако для описания сложных систем в пространстве релятивистских скоростей геометрия Лобачевского оказалась успешно применимой.

Применение геометрии и методов симметрии решений содержит большой потенциал открытий новых законов природы как в классической, так и в квантовой физике, которые в этом смысле являются столь же фундаментальными науками, как квантовая теория поля и физика элементарных частиц.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Этот раздел содержит сводку и краткое описание соотношений между инвариантами и измеримыми параметрами релятивистской ядерной физики. Соотношения могут быть использованы при обработке данных и планировании экспериментов.

В столкновениях релятивистских ядер участвуют как нуклонные, так и кварк-глюонные степени свободы. Число параметров задачи чрезвычайно велико, поэтому выделение параметров подобия (инвариантов) особенно актуально. Определяющими параметрами задачи для процессов

$$I + II \rightarrow n_1 C_1 + n_2 C_2 + \dots + n_j C_j \quad (\text{П.1})$$

являются  $p_i, m_i$  — 4-импульсы и массы частиц, участвующих в реакции ( $i = I, II, 1, 2, \dots$ ). Канал реакции задается набором чисел  $n = \{n_1, n_2, \dots, n_j\}$ , где  $n_i$  — число тождественных частиц сорта  $C_i$ .

Основными определяющими параметрами задачи являются сечения и производные от них величины.

Сечение осуществления канала  $n$  имеет, как известно, вид

$$d\sigma = \frac{4\pi^2}{\sqrt{(p_1 p_{II})^2 - m_1^2 m_{II}^2}} \delta(p_f - p_1 - p_{II}) |T^n|^2 d\tau^n,$$

$$d\tau^n = \prod_{i=1}^n \frac{d\mathbf{p}}{E_i} p_f = \sum_{l=1}^{n_j} p_l c_j, \quad (\text{П.2})$$

где  $T^n$  — амплитуда ( $S$ -матрица).

Полное сечение неупругих процессов

$$\sigma_{in} = \sum_n \int \frac{d\sigma}{d\tau^n} d\tau^n. \quad (\text{П.3})$$

Вероятность осуществления канала  $n$  по отношению ко всем открытым каналам:

$$W_n = \frac{1}{\sigma_{in}} \int \frac{d\sigma}{d\tau^n} d\tau^n, \quad \sum W_n = 1. \quad (\text{П.4})$$

Соответствующая плотность вероятности равна

$$\frac{dW_n}{d\tau^n} = \frac{1}{\sigma_{in}} \frac{d\sigma}{d\tau^n}. \quad (\text{П.5})$$

Плотность вероятности по отношению к каналу  $n$ :

$$\frac{1}{W^n} \frac{dW_n}{d\tau^n}. \quad (\text{П.6})$$

Величины (П.3), (П.4), (П.5) позволяют определить среднее значение определяющих параметров, от которых зависит сечение (импульсы, число частиц, квантовые числа, характеризующие  $C_i$  — сорт частиц). Например, среднее число частиц вида  $C_i$ :

$$\langle n_i \rangle = \sum_n n_i W_n. \quad (\text{П.7})$$

Исходя из  $\frac{d\sigma^n}{d\tau^n}$ , можно определить дифференциальные сечения по меньшему числу переменных:

$$\frac{d\sigma^n}{d\tau^m} = \int d\tau^{n-m} \frac{d\sigma^n}{d\tau^n}, \quad (\text{П.8})$$

где  $m = (m_1, \dots, m_j)$  и  $0 < m_j \leq n$ .

А.А.Логуновым и сотрудниками (см. обзор [14] и цитируемую там литературу) было введено понятие инклюзивных процессов. Если следить за некоторым фиксированным набором частиц  $mC = m_1 C_1 + \dots + m_j C_j$  в конечном состоянии реакции

$$I + II \rightarrow mC + X, \quad (\text{П.9})$$

то дифференциальное сечение имеет вид

$$\frac{d\sigma_{mCX}}{d\tau^m} = \sum_{n \geq m} \frac{d\sigma^n}{d\tau^n}. \quad (\text{П.10})$$

Интегрируя, получим полное сечение инклюзивного процесса:

$$\sigma_{mCX} = \sum \sigma^n.$$

Частный случай  $m = (0, 0, \dots, 0)$  соответствует полному сечению

$$\sigma^{\text{tot}} = \sum^n \sigma^n.$$

Величина  $\sum_{n \geq m} \frac{dW^m}{d\tau^n} = \rho_{mCX}$  является плотностью вероятности распределения импульсов частиц системы  $mC$ , детектируемой в инклюзивном процессе (П.9):

$$\int d\tau^m \rho_{mCX} = 1.$$

Среднее значение компоненты импульса детектируемой частицы вида  $C$ :

$$\langle p_C^y \rangle = \int d\tau_C p_C^y \rho_{mCX}. \quad (\text{П.11})$$

Можно определить среднюю плотность частиц вида  $C$  в импульсном пространстве  $\frac{dn_C}{d\tau_C}$  (см. [14]):

$$\int \frac{dn_C}{d\tau_C} d\tau_C = n_C.$$

Общий случай

$$\frac{d \left[ \frac{n!}{(n-m)!} \right]}{d\tau^m} = \frac{n!}{(n-m)!} \int d\tau^{n-m} \frac{1}{W_n} \frac{dW_n}{d\tau^n},$$

$$\int d\tau^m \frac{d \left[ \frac{n!}{(n-m)!} \right]}{d\tau^m} = \frac{n!}{(n-m)!} \quad (\text{П.12})$$

определяется как инклюзивный спектр для процесса (П.9):

$$f_{mCX} = \sum_n \frac{n!}{(n-m)!} \frac{d\sigma^n}{d\tau^m} \quad (\text{П.13})$$

с нормировкой

$$\int d\tau^m f_{mCX} = \left\langle \frac{n!}{(n-m)!} \right\rangle \sigma_{mCX}$$

Описанные выше измеримые инвариантные величины  $W_n$ ,  $\rho$ ,  $f_{mCX}$  и производные от них зависят от трехмерных импульсов  $\mathbf{p}_i$  и энергий  $E_i$ , которые связаны известным соотношением

$$E_i^2 - \mathbf{p}_i^2 = m_i^2, \quad (\text{П.14})$$

или, вводя 4-скорости, получаем

$$(U_i^0)^2 - (\mathbf{U}_i)^2 = 1. \quad (\text{П.15})$$

Компоненты  $U_i^0 = E_i/m_i$ ;  $\mathbf{U}_i = \mathbf{p}_i/m_i$  рассматриваются как декартовы координаты в четырехмерном пространстве (конечные точки 4-векторов).

За начальную точку может быть принята *любая точка пространства скоростей*. В литературе за начальную точку обычно принимается  $U_I$  или  $U_{II}$  и, соответственно, используются такие координаты:

$$d\tau_i = \frac{d\mathbf{p}_i}{E_i} = \frac{d\mathbf{p}_{iT} dp_{iL}}{E_i} = \frac{d\varphi_i p_{iT} dp_{iT} dp_{iL}}{E_c} = p_{iT} dp_{iT} d\varphi_i dy_i, \quad (\text{П.16})$$

$p_L$  — проекция импульса на ось реакции;  $\mathbf{p}_T$  — проекция импульса на плоскость, перпендикулярную оси реакции;  $y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_L}{E - p_L}$  — продольная быстрота, часто выводится также «поперечная масса»:

$$\begin{aligned} m_T &= \sqrt{m^2 + p_T^2}, & dm_T^2 &= dp_T^2, & e^y &= \frac{E + p_L}{m_T}; \\ e^{-y} &= \frac{E - p_L}{m_T}; & E &= m_T \operatorname{ch} y; & p_L &= m_T \operatorname{sh} y. \end{aligned} \quad (\text{П.17})$$

Дубненские физики уже более 20 лет используют инвариантные безразмерные положительные переменные:

$$b_{ik} = -(U_i - U_k)^2 = 2[(U_i U_k) - 1] = 2 \left[ \frac{E_i E_k - \mathbf{p}_i \mathbf{p}_k}{m_i m_k} - 1 \right]. \quad (\text{П.18})$$

Эти инварианты являются основой для рассмотрения симметрии конечных состояний релятивистской ядерной физики.

Условие (П.15) позволяет вместо 4-мерного пространства Минковского ввести 3-мерное, выразив четвертую координату через три других:  $U_0 =$

$$= \pm \sqrt{1 + U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}. \text{ Это}$$

уравнение двухполостного гиперboloида. Используется верхняя часть гиперboloида, сечение которой при  $U_y = U_z = 0$  изображено на рис.19. При больших скоростях относительного движения гиперboloид совпадает с конусом  $U_0 = \pm \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}$ , который называется световым конусом (рис.19). Видно, что асимптотические режимы наступают при  $P/m \geq 5$ .

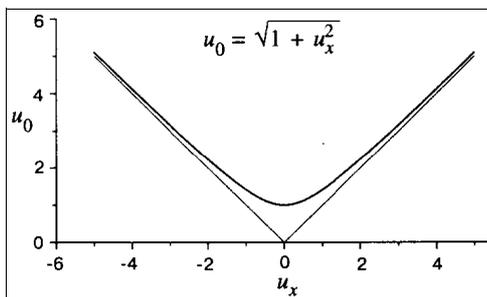


Рис.19

$$U_0 = \text{ch } \rho; \quad |\mathbf{U}| = \text{sh } \rho; \quad \rho = \frac{1}{2} \ln \frac{E + |\mathbf{p}|}{E - |\mathbf{p}|}.$$

Геометрия на поверхности гиперboloида — геометрия трехмерного пространства Лобачевского — аналогична геометрии на поверхности сферы. Интервал между точками на поверхности сферы задан косинусом угла большого круга, интервал на поверхности гиперboloида — гиперболическим косинусом быстроты  $\rho$ . Применениям геометрии Лобачевского в физике, механике и теории гравитации посвящены многолетние исследования Н.А.Черникова (см. например, [42]). Эти исследования оказали существенное влияние на научные программы ОИЯИ.

Связь этого интервала с (П.18) имеет вид

$$b_{ik} = 2[(U_i U_k) - 1] = 2[\text{ch } \rho_{ik} - 1].$$

В любой системе координат связь этих инвариантов равна

$$(U_i U_k) = \text{ch } \rho_{ik} = U_i^0 U_k^0 - \mathbf{U}_i \mathbf{U}_k = \text{ch } \rho_i \text{ch } \rho_k - \text{sh } \rho_i \text{sh } \rho_k \cos \theta_{ik}. \quad (\text{П.19})$$

Связь с переменными (П.17) нетрудно получить:  $\text{ch } \rho_{Ik} = \frac{m_T}{m} \text{ch}(y_I - y_k)$ ,  $\text{ch } \rho_{IIk} = \frac{m_T}{m} \text{ch}(y_{II} - y_k)$ , например, в системе покоя  $\mathbf{U}_I = 0$ :

$$\operatorname{ch} \rho_{ik} = \operatorname{ch} y_k \frac{m_k^T}{m_k}.$$

Вводя переменную  $\frac{m_k^T}{m} = \operatorname{ch} \xi$ , получаем теорему Пифагора в пространстве Лобачевского, которая в области  $\rho \ll 1$  переходит в  $\rho^2 = y^2 + \xi^2$  — теорему Пифагора в пространстве Евклида. Метрика этого пространства — трехмерного пространства Лобачевского — в сферических координатах имеет вид

$$g^{11} = 1, \quad g^{22} = \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \rho}; \quad g^{33} = \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \rho \sin^2 \Theta},$$

$$g_{11} = 1, \quad g_{22} = \operatorname{sh}^2 \rho; \quad g_{33} = \operatorname{sh}^2 \rho \sin^2 \Theta,$$

$$D\sqrt{\|g_{ik}\|} = \operatorname{sh}^2 \rho \sin \Theta, \quad (\text{П.20})$$

или  $g_{ik} = 0$  при  $i \neq k$ ,

$$db = -(dU^0)^2 + (d\mathbf{U})^2 = d\rho^2 + \operatorname{sh}^2 \rho (\sin \Theta d\varphi^2 + d\Theta^2). \quad (\text{П.21})$$

Здесь  $\Theta$  и  $\varphi$  — полярные углы.

Инвариантные элементы фазового объема имеют вид

$$d\tau = \frac{d\mathbf{p}}{E} = m^2 \frac{d\mathbf{U}}{U^0} = m^2 D d\rho d\Theta d\varphi = \frac{m^2}{2} \sqrt{b + \frac{b^2}{4}} db \sin \Theta d\Theta d\varphi. \quad (\text{П.22})$$

В нерелятивистском пределе  $\rho \ll 1$  формулы геометрии Лобачевского переходят в известные формулы геометрии Евклида:

$$D = \operatorname{sh}^2 \rho \sin \Theta \rightarrow \rho^2 \sin \Theta.$$

Совокупности точек в пространстве скоростей образуют кластеры. Центры кластеров определяются так:

$$V_\alpha = \frac{\sum U_k^\alpha}{\sqrt{(\sum U_k^\alpha)^2}}, \quad V_\beta = \frac{\sum U_j^\beta}{\sqrt{(\sum U_j^\beta)^2}} \dots \quad (\text{П.23})$$

Кластеры можно выделить, если средний интервал между центрами кластеров  $b_{\alpha\beta} = -(V_\alpha - U_\beta)^2$  много больше интервалов между частицами внутри

кластеров  $b_k = -(V_\alpha - U_k)^2$ ,  $b_j = -(V_\beta - U_j)^2$ . Согласно принципу ослабления корреляций при  $b_{\alpha\beta} \rightarrow \infty$  асимптотическая форма распределений (квадратов матричных элементов, инклюзивных распределений, сечений) распадается на произведения вида

$$W(b_{\alpha k}, b_{\alpha\beta}, b_{\beta k}, \dots) \rightarrow W^\alpha W^\beta \dots$$

Множители  $W^\alpha$ ,  $W^\beta$ ,  $W^\gamma, \dots$  не вполне независимы. Величины являются сторонами треугольника в неевклидовом пространстве. При  $b_{\alpha\beta} \rightarrow \infty$  в системе  $\mathbf{V}_\alpha = 0$  имеем

$$\begin{aligned} b_{\alpha\beta} &= 2(V_\beta^0 - 1) \rightarrow \infty, & b_{\alpha k} &= 2(U_k^0 - 1), \\ b_{\beta k} &\rightarrow 2V_\beta^0(U_k^0 - U_k^L) = b_{\alpha\beta} x_k \rightarrow \infty, \end{aligned} \quad (\text{П.24})$$

где  $x_k$  — переменная светового конуса:  $x_k = U_k^0 - U_k^L = U_k^0 - \sqrt{(U_k^0)^2 - 1} \cos \theta_k$ . При использовании пространства скоростей необходимо учитывать границы изменения интервалов, следующие из свойств самой геометрии. Интервалы между любыми из трех точек пространства  $\text{ch } \rho_{12}$ ,  $\text{ch } \rho_{13}$  и  $\text{ch } \rho_{23}$  связаны соотношениями:

$$\text{ch } \rho_{23} = \text{ch } \rho_{12} \text{ch } \rho_{13} - \text{sh } \rho_{12} \text{sh } \rho_{13} \cos \theta_{23}, \quad |\cos \theta_{23}| \leq 1.$$

Отсюда следуют границы изменения интервала  $\text{ch } \rho_{23}$ :

$$(\text{ch } \rho_{23})_{\min}^{\max} = \text{ch } \rho_{12} \text{ch } \rho_{13} \pm \text{sh } \rho_{12} \text{sh } \rho_{13} = \text{ch } (\rho_{12} \pm \rho_{13}).$$

Объединяя условия  $|\cos \theta_{12}| \leq 1$ ;  $|\cos \theta_{13}| \leq 1$ ;  $|\cos \theta_{23}| \leq 1$ , получаем условие для границ изменения переменных:

$$\text{ch}^2 \rho_{12} + \text{ch}^2 \rho_{13} + \text{ch}^2 \rho_{23} - 2 \text{ch } \rho_{12} \text{ch } \rho_{13} \text{ch } \rho_{23} = 1,$$

или в переменных  $b_{ik}$ :

$$b_{12}^2 + b_{13}^2 + b_{23}^2 - b_{12}b_{13}b_{23} - 2(b_{12}b_{13} + b_{12}b_{23} + b_{13}b_{23}) = 0.$$

Это уравнение геометрически представляет собой гиперboloид в системе координат  $b_{12}$ ,  $b_{13}$ ,  $b_{23}$ , поверхность которого касается координатных

плоскостей вдоль линий  $b_{12} = b_{13}$ ,  $b_{12} = b_{23}$ ,  $b_{13} = b_{23}$ . В радиальных быстрах граница выражается особенно просто:

$$(\rho_{23})_{\min}^{\max} = |\rho_{12} \pm \rho_{13}|; \quad (\rho_{13})_{\min}^{\max} = |\rho_{12} \pm \rho_{23}|; \quad (\rho_{12})_{\min}^{\max} = |\rho_{23} \pm \rho_{13}|.$$

Принцип автомодельности второго рода формулируется так:

$$W(b_{\alpha k}, b_{\alpha\beta}, b_{\beta k}) \rightarrow \frac{1}{b_{\alpha\beta}^n} W^\alpha \left( b_{\alpha\beta} \frac{b_{\beta k}}{b_{\alpha\beta}} \right), \quad \frac{b_{\beta k}}{b_{\alpha\beta}} \rightarrow x_k, \quad (\text{П.25})$$

$x_k$  — переменная светового конуса. Границы применимости закона (П.25) и показатель степени  $n$  определяются экспериментально. В механике сплошных сред (П.25) носит название «промежуточная асимптотика». Величина  $W = b_{\alpha\beta}^n W$  при фиксированных  $b_{\alpha k}$  и  $x_k$  (параметрах подобия) остается неизменной при изменении всех остальных параметров, включая  $b_{\alpha\beta}$ , подобной самой себе (автомодельной).

Объединение принципа ослабления корреляций и (П.25) приводит к общей закономерности для двух кластеров:

$$W(b_{\alpha\beta}, b_{\alpha k}, b_{\alpha j}, b_{\beta k}, b_{\beta j}) = \frac{1}{b_{\alpha\beta}^n} W^\alpha \left( b_{\alpha k} \frac{b_{\beta k}}{b_{\alpha\beta}} \right) W^\beta \left( b_{\beta j} \frac{b_{\alpha j}}{b_{\alpha\beta}} \right). \quad (\text{П.26})$$

Формула (П.26) и аналогичные ей, полученные на основе симметричного подхода, определяют структуру законов множественного рождения частиц, сильно ограничивая модельные представления.

В разд.4 приведены характерные экспериментальные данные по распределению частиц в зависимости от переменной  $b_k = -(V_\alpha - U_k)^2$  внутри кластеров:

$$F(b_k) = \int W^\alpha d\Omega_k, \quad F(x_k) = \int W^\alpha db_k d\varphi_k,$$

$$T_k = \frac{m_k b_k}{2}, \quad d\Omega_k = \sin \Theta_k d\Theta_k d\varphi,$$

$$W^\alpha = \frac{1}{N_0} \frac{2}{m_k^2} \frac{d^3 N}{\sqrt{b_k + b_k^2/4} db_k d\Omega_k} = \frac{1}{N_0} \frac{2}{m_k^2} \frac{d^3 N}{db_k dx_k d\varphi_k},$$

нормировка

$$\frac{1}{N_0} \int \frac{dN}{d\tau_k} d\tau_k = 1.$$

Универсальность функций  $W^\alpha$ ,  $W^\beta$ ... в широкой области  $b_{ik}$  позволяет говорить о локальной автомодельности распределений в пространстве скоростей. Однако параметризация экспериментальных данных на основе формулы (П.26) в области  $b_{I\Pi} \leq 15$  нуждается в дальнейшем изучении, т.к. в этой области параметры кластеров отличаются от асимптотических значений  $b_{I\Pi} \geq 20$ .

Помимо инвариантов, выражаемых через скалярные произведения векторов скорости  $(U_i, U_k)$ , можно ввести антисимметричные тензоры — комбинации векторов скорости, в частности, векторные произведения:

$$A_{jk}^{\gamma\delta} = U_i^\gamma U_k^\delta - U_i^\delta U_k^\gamma.$$

Векторная алгебра в пространстве скоростей\* пока не получила широкого применения для анализа экспериментальных данных. Однако у этих применений хорошая перспектива как для создания геометрических образов (например, относительные ориентации линий, плоскостей, тетраэдров), так и для обнаружения новых закономерностей, особенно в области поляризационных явлений на кварк-глюонном уровне.

Авторы благодарны за дополнительную поддержку данной работы отделом физики многочастичных систем ФИАН и грантами РФФИ №96-02-18728, №96-15-96423.

\* \* \*

Настоящая статья подводит итог нашим работам за последние 10—15 лет. Однако становление и развитие релятивистской ядерной физики, которой недавно исполнилось четверть века, протекало в крупнейших лабораториях мира, и этому направлению посвящено количество статей, измеряемое четырехзначными цифрами. Это касается не только экспериментов, но и многочисленных теоретических работ, особенно по ядерной хромодинамике, которой мы здесь практически не касаемся.

---

\*Изложение применений грасмановой алгебры для векторов в пространстве скоростей, ориентированное на физиков, представлено в препринте: G.C.Wick — «Visual aids to relativistic kinematics», CERN 73-3, 1973, Geneva.

Журнал ЭЧАЯ уделял релятивистской ядерной физике постоянное внимание с момента ее зарождения в Дубне. Направляя эту статью в выпуск ЭЧАЯ, посвященный М.А.Маркову, отметим постоянную поддержку им релятивистской ядерной физики. В качестве академика-секретаря Отделения ядерной физики Академии наук СССР и как государственный человек, он оказал сильное влияние на создание первых основных сооружений и установок релятивистской ядерной физики. М.А.Марков, как человек широких взглядов на науку и философского склада ума, был родоначальником школ и многих направлений в современной физике. Он был первым физиком-теоретиком, который еще в середине 40-х годов понял, что прогресс квантовой теории поля будет обусловлен физикой высоких энергий, и предложил еще до создания ускорителей программы экспериментов для первых синхротронов и для дубненского синхрофазотрона. Эти программы и сейчас вызывают чувство восхищения его прозорливостью, силой предвидения путей развития теоретической физики. Среди идей М.А.Маркова, оказавших влияние на работы по релятивистской ядерной физике, необходимо отметить следующие.

— Еще в 1935 году он с помощью теории групп впервые получил все законы сохранения теории Дирака. Эти работы высоко оценил В.Паули.

— М.А.Марков — один из пионеров составных моделей элементарных частиц. Он развил представление о гиперонах как возбужденных состояниях нуклонов и предложил одну из первых систематик элементарных частиц. На основе этой модели предсказал существование тяжелых мезонов и барионных резонансов.

— Дал принцип описания релятивистских протяженных систем (концепция Маркова — Юкавы).

— Впервые выдвинул гипотезу о том, что полные сечения рассеяния лептонов на нуклонах с ростом энергии стремятся к сечениям рассеяния точечных частиц (1964 г.). Это предсказание лежит в основе современных партон-кварковых представлений.

И, наконец, впечатления от личного общения с этим высокоинтеллигентным человеком, имевшим оригинальные точки зрения не только на судьбы науки, но и на судьбы человечества, на деятельность научной общественности по развитию идей в борьбе за мир, не поддаются кратким характеристикам. К счастью, М.А.Марков успел написать последнюю свою книгу «Размышляя о физиках... о физике... о мире...» (М.: Наука, 1993), которая дает представление об этой многогранной личности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Балдин А.М.** — ЭЧАЯ, 1977, т.8, вып.3, с.429.
2. **De Groot S.R., van Leeuwen W.A., van Weert Ch.G.** — Relativistic Kinetic Theory. Principles and Applications. North-Holland Publ. Company. Amsterdam — New-York — Oxford, 1980 (пер. с англ. М.: Мир, 1983).
3. **Ландау Л.Д.** — Изв. АН СССР, сер. физ., 1953, т.17, с.51.
4. См., например, **Schmidt H.R., Schukraft J.** — Preprint GSI-92-19, Maerz, 1992.
5. **Birkhoff G.** — HYDRODYNAMICS. A Study in Logic, Fact and Similitude. Princeton University Press. 1960 (пер. с англ. М.: ИИЛ, 1963).
6. **Barenblatt G.I.** — Scaling, Selfsimilarity, and Intermediate Asymptotics. Cambridge University Press, 1996.
7. **Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.** — ДАН СССР, 1955, т.103, с.391; Nuovo Cimento, 1956, v.3, p.845.
8. **Ширков Д.В.** — ДАН СССР, 1982, т.263, с.64.
9. **Матвеев В.А., Мурадян Р.М., Тавхелидзе А.Н.** — Препринт ОИЯИ, P2-4578, Дубна, 1969; Lett. Nuovo Cimento, 1973, v.7, p.719.
10. **Bogolubov N.N.** — JINR Communication, JINR D-781, Dubna, 1958.
11. **Dirac P.A.M.** — Rev. Mod. Phys., 1949, v.21, No.3, p.392.
12. **Соловьев В.Г.** — Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971, с.214.
13. **Baldin A.M.** — Nucl. Phys., 1985, v.A447, p.203c.
14. **Логунов А.А., Мествиришвили М.А., Петров В.А.** — ЭЧАЯ, 1983, т.14, вып.3.
15. **Балдин А.М., Балдин А.А.** — Краткие сообщения ОИЯИ 17-86, Дубна, 1986, с.19.
16. **Baldin A.M., Didenko L.A.** — Fortsch. Phys., 1994, v.38, p.261.
17. **Baldin A.M. et al.** — Z. Phys. C, 1989, v.33, p.363.
18. **Benecke J. et al.** — Phys. Rev., 1969, v.33, p.2159.
19. **Ставинский В.С.** — ЭЧАЯ, 1979, т.10, с.949.
20. **Schroeder L.S.** — Phys. Rev. Lett., 1979, v.43, p.1787.
21. **Балдин А.М.** — Краткие сообщения по физике ФИАН, 1971, №1, с.35.
22. **Балдин А.М., Панебратцев Ю.А., Ставинский В.С.** — ДАН СССР, 1984, т.279, с.1352.
23. **Балдин А.М. и др.** — Ядерная физика, 1990, т.52, вып.5(11), с.1427.
24. **Ангелов Н. и др.** — ОИЯИ P1-1224, Дубна, 1979.
25. **Ахабабян Н. и др.** — ОИЯИ P1-82-536, Дубна, 1982.
26. **Армутлийски Д. и др.** — ОИЯИ P1-86-263, Дубна, 1986.
27. **Гаврилов В.Б., Лексин Г.А.** — В сб.: X школа по физике ИТЭФ. Элементарные частицы. М.: Энергоиздат, 1983, вып.1, с.46.
28. **Abe F. et al.** — FERMI LAB-Pub-89/229-E [E-741/CDF].
29. **Балдин А.М.** — Доклады АН СССР, 1975, т.222, № 5, с.1064.
30. **Baldin A.A.** — Yad. Fiz., 1993, v.56, p.174.
31. **Baldin A.A.** — JINR Rapid Comm., No.4[78]-96, Dubna, 1996, p.61.
32. **Boyarinov S.V. et al.** — Yad. Fis., 1994, v.57, No.8, p.1452.
33. **Carroll J.** — Nucl. Phys., 1989, v.A488, p.2192.
34. **Shor A. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1989, v.62, p.2192.

35. **Baldin A.A. et al.** — Nucl. Phys., 1990, v.A519, p.407.
36. **Baldin A.A. et al.** — JINR Rapid Comm., 3-92, Dubna, 1992, p.20.
37. **Gavrishchuk O.P. et al.** — Nucl. Phys., 1991, v.A523, p.589.
38. **Bussiere A. et al.** — Nucl. Phys., 1980, v.B174, p.1.
39. **Stankus P. et al.** — Nucl. Phys., 1992, v.A544, p.603c.
40. **Schroter A. et al.** — Z. Phys., 1994, v.A350, p.101.
41. **Guettler K. et al.** — Phys. Lett., 1976, v.B64, p.111.
42. **Черников Н.А.** — ЭЧАЯ, 1973, т.4, с.773; Сообщение ОИЯИ Р2-92-549, Дубна, 1992.

## БАКСАНСКИЙ ПОДЗЕМНЫЙ СЦИНТИЛЛЯЦИОННЫЙ ТЕЛЕСКОП

*Е.Н.Алексеев, Л.Н.Алексеева, В.Н.Бакатанов,  
М.М.Болиев, А.В.Воеводский, В.А.Догужаев,  
В.Н.Закидышев, В.А.Козярицкий, Ю.Ф.Новосельцев,  
Р.Н.Новосельцева, В.Я.Поддубный, В.Я.Петков,  
О.В.Суворова, А.К.Цябук, А.Е.Чудаков*

Институт ядерных исследований РАН, Москва

Дан краткий обзор экспериментальных результатов, полученных на Баксанском подземном сцинтилляционном телескопе. Осуществлено исследование потоков нейтрино от галактических источников и установлено ограничение на их поток. При поиске медленных ионизирующих частиц установлен верхний предел на поток тяжелых магнитных монополей. Зарегистрирован сигнал от нейтринного импульса от процесса рождения сверхновой. Установлено ограничение на распад протона. При регистрации мюонов от широких атмосферных ливней установлено постоянство их химического состава до  $5 \cdot 10^{15}$  эВ.

Experimental results obtained at the Baksan underground scintillation telescope are reviewed. Galactic source neutrino fluxes were investigated. In slow ionizing particle searches an upper limit was established on a heavy magnetic monopole flux. A neutrino pulse from a supernovae birth was registered. An upper limit on a proton decay time was established. By means of a muon registration originated from wide atmospheric showers and absence of a variation of their chemical composition was established up to  $5 \cdot 10^5$  eV.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Использование потока атмосферных нейтрино высокой энергии для изучения характеристик слабых взаимодействий было предложено М.А.Марковым [1,2]. Для этого предлагалось регистрировать возникающий в результате взаимодействия нейтрино с веществом в толще Земли поток мюонов, приходящих из нижней полусферы. В работе М.А.Маркова и И.М.Железных [3] была рассмотрена возможность регистрации в таких экспериментах нейтрино от галактических источников. Эти идеи были реализованы на подземном сцинтилляционном телескопе Баксанской нейтрин-

ной обсерватории ИЯИ РАН. Возможности созданной установки оказались значительно шире. В данной статье кратко описаны основные результаты, полученные на телескопе.

## 2. ИЗУЧЕНИЕ НЕЙТРИНО ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Телескоп находится в подземной выработке объемом  $24 \times 24 \times 16$  м под склоном горы Андырчи на расстоянии 550 м от входа в горизонтальную штольню. Он представляет собой четырехэтажное здание размером  $16,7 \times 16,7 \times 11,1$  м. Расстояние между этажами равно 3,6 м. Все шесть внешних и две внутренние плоскости здания сплошь покрыты сцинтилляционными детекторами. Площадь каждого детектора  $0,5 \text{ м}^2$ . Общее число детекторов равно 3150, а вес сцинтиллятора в них — 330 тонн. Глубина заложения телескопа 850 м.в.э.

Для отбора мюонов, идущих снизу, была использована времяпролетная методика. За более чем 10 лет «чистого» времени наблюдений на телескопе зарегистрировано около 700 событий прохождения через телескоп мюонов из нижней полусферы от взаимодействия нейтрино с веществом или  $(0,177 \pm 0,006)$  событий в сутки, что соответствует потоку:

$$I(E > 1 \text{ ГэВ}) = (2,72 \pm 0,16) \cdot 10^{-13} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}.$$

В пределах неопределенностей измеренный темп счета находится в согласии с ожидаемым, что позволило установить на 90% доверительном уровне следующие ограничения на параметры  $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\tau}$  осцилляций:

$$\Delta m^2 < 2,73 \cdot 10^{-4} \text{ эВ}^2 \text{ при } \sin^2(2\theta) = 1$$

$$\sin^2(2\theta) < 0,23 \text{ при } \Delta m^2 > 3,20 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}^2$$

и, соответственно,  $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_e$ :

$$\Delta m^2 < 3,12 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2 \text{ при } \sin^2(2\theta) = 0,95,$$

$$\sin^2(2\theta) < 0,03 \text{ при } \Delta m^2 > 3,03 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2.$$

В предположении, что осцилляции нейтрино отсутствуют, можно сделать ограничение на поток нейтрино внеатмосферного происхождения, или провести поиск потоков нейтрино от локальных источников. Для поиска источников было использовано несколько методов.

В таблице приведены результаты обработки данных для 11 наиболее известных источников, видимых в гамма-диапазоне, доступных для наблюдения нашей установкой.

Таблица

Источник	Координаты		Число событий в окне	Фон	Ограничения на поток $\times 10^{-14} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$
	$\alpha$	$\delta$			
SMC X-1	1:15	- 73	3	2,9	0,81
LMC X-4	5:32	- 66	2	2,3	0,70
LMC X-3	5:38	- 64	1	2,0	0,53
Cen X-3	11:19	- 60,3	1	2,0	0,56
Cir X-1	15:16	- 57	0	2,1	0,41
Cen A	13:25	- 42,8	4	1,7	3,8
Vela X-1	9:02	- 40,5	1	1,5	0,77
Gal Cen	17:42	- 30	0	1,8	0,67
Sco X-1	16:19	- 15	2	1,3	1,5
3C273	12:28	+ 2,1	2	1,1	2,0
Crab Psr	5:32	+ 22	0	0,7	1,9

Из таблицы видно, что по данным телескопа нет никаких указаний на существование значимых потоков нейтрино высоких энергий от источников, видимых в гамма-диапазоне.

Относительно небольшая глубина заложения телескопа позволяет решать задачи, связанные как с низким фоном (поиск магнитного монополя, регистрация нейтрино от коллапса звезд и др.), так и с мюонами космических лучей, поток которых на данной глубине достаточно велик (14 в секунду).

### 3. ПОИСК ТЯЖЕЛОГО МАГНИТНОГО МОНОПОЛЯ

В 1974 году было показано, что магнитные монополи с необходимостью возникают в широком классе теорий великого объединения. В этих теориях предсказывается не только заряд, совпадающий с зарядом монополя Дирака, но и масса частицы, достигающая величины  $10^{16} - 10^{17}$  ГэВ. Очевидно, что

частицы с такой массой могли рождаться только на ранней стадии образования Вселенной и в дальнейшем, ускоряясь в галактических магнитных полях, приобретать скорости порядка  $10^{-3} - 10^{-2}$  с.

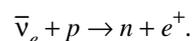
Для наблюдения монополей производился поиск медленных ионизирующих частиц, проходящих через телескоп, в диапазоне скоростей  $2 \cdot 10^{-4} \div 10^{-1}$  с по времени пролета. При анализе данных, набранных за 63030 часов живого времени, не было найдено кандидатов, удовлетворивших критериям отбора. Это позволило установить верхний предел на поток сверхтяжелых магнитных монополей:

$$f < 2,0 \cdot 10^{-16} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \text{ ср}^{-1}.$$

Следует отметить, что этот предел также справедлив и для любых медленных ионизирующихся частиц, способных проникать глубоко под землю.

#### 4. РЕГИСТРАЦИЯ ВСПЛЕСКОВ НЕЙТРИННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, СОПРОВОЖДАЮЩИХ ГРАВИТАЦИОННЫЙ КОЛЛАПС ЗВЕЗД

Согласно современным представлениям коллапсирующая в конце своей эволюции массивная звезда может дать короткий, но мощный всплеск энергетичных ( $\sim 10$  МэВ) нейтрино. Сцинтиллятор детекторов телескопа с высоким содержанием водорода используется для обнаружения электронных антинейтрино по реакциям их захвата протонами:



Поскольку пробег образовавшегося позитрона мал, он полностью укладывается в объеме детектора. Серия одиночных сработавших детекторов в течение короткого периода времени, определяемого длительностью нейтринной вспышки, позволяет отличить эффект от фона случайно распределенных шумовых сигналов.

Эффективность регистрации нейтрино больше 80%, если спектр — тепловой с «температурой» нейтрино, равной 3,5 МэВ.

Проверкой готовности телескопа явилась регистрация нейтринного сигнала от сверхновой SN 1987A, вспыхнувшей в соседней галактике Большое Магелланово Облако 23 февраля 1987 года, находящейся на расстоянии 50 кпс. Одновременно с японским детектором *Kamiokande II* и американским детектором IMB, был обнаружен сигнал из 5 событий в течение 9,1 с в массе мишени 200 т.

Непрерывный набор информации был начат в 1980 г. В 1997 г. полное время наблюдения составило 15 лет. За это время не было обнаружено ни одного сигнала, который достоверно можно было бы интерпретировать как всплеск галактических электронных антинейтрино. Отсюда можно получить нижнее ограничение на средний интервал между гравитационными коллапсами в Галактике, допуская, что их частота подчиняется закону Пуассона. Принимая вероятность пропуска сигнала, равной 10%, получаем следующее ограничение на 90% уровне достоверности:  $T > 6,5$  лет.

## 5. ПОИСК РАСПАДА ПРОТОНА

Из теорий великого объединения следует, что протон нестабилен и должен распадаться с нарушением закона сохранения барионного числа. Наблюдение такого процесса на опыте явилось бы прямым экспериментальным подтверждением идеи объединения.

Телескоп не предназначался специально для изучения нестабильности нуклона, поэтому при постановке и проведении этого эксперимента нужно было исходить из имеющихся возможностей уже действующей установки.

Реально в эксперименте измерялось общее энерговыделение в одном из двух внутренних слоев сцинтилляторов при условии, что ни в одном из наружных, а также в других внутренних слоях нет сигнала на уровне 5 МэВ. Второе требование состояло в том, чтобы число сработавших в данном слое детекторов (обычно смежных) было не менее двух. Далее полученное энергетическое распределение сравнивалось с расчетным.

Из сравнения экспериментального и теоретического распределений был получен нижний предел на время жизни протона (нейтрона)  $1,25 \cdot 10^{30}$  лет (90% доверительный уровень) для всех безнейтринных мод распада.

## 6. ИЗУЧЕНИЕ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА ПЕРВИЧНЫХ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

При энергии выше  $10^5$  ГэВ/нуклон единственным источником сведений о химическом составе космических лучей становятся косвенные методы измерений: широкие атмосферные ливни и изучение их остатков в подземных экспериментах, какими являются мюонные группы.

Конструкция телескопа и его расположение на относительно небольшой глубине позволяют исследовать характеристики групп мюонов в широком диапазоне зенитных углов и расстояний между мюонами в группах.

Анализ спектров кратностей мюонов для глубин  $1000 \div 5000$  гт/см<sup>2</sup> совместно с анализом данных, полученных на других установках, показал, что существующие данные по мюонным группам не противоречат постоянному химическому составу до энергий  $5 \cdot 10^{15}$  эВ. Статистические ошибки в экспериментах при наибольших энергиях не позволяют увидеть предполагаемый излом энергетического спектра первичного излучения при энергии  $3 \cdot 10^{15}$  эВ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Марков М.А., Железныкх И.М.** — Nuclear Phys., 1961, v.27, p.385.
2. **Марков М.А., Зацепин Г.Т.** — Изв. АН, сер. физ., 1962, т.25, с.738.
3. **Марков М.А., Железных И.М.** — Препринт ОИЯИ Д-677, Дубна, 1960, с.17.

## A SIMULTANEOUS SOLUTION TO BARYOGENESIS AND DARK MATTER PROBLEMS\*

*V.A.Kuzmin*

Institute for Nuclear Research of Russian Academy of Sciences,  
60th October Anniversary Prosp. 7a, Moscow 117312, Russia  
and Max-Planck-Institut für Physik, Föhringer Ring 6, 80805 München, Germany

A new concept of generation of the cosmological baryon excess along with the cold dark matter (CDM) in the Universe is proposed and corresponding scenarios are outlined, in particular, possible realizations of the idea in the framework of supersymmetric models. Among numerous consequences of the idea, there is the prediction of a quite natural existence of a charge-asymmetric component of CDM, in particular, an  $\sim 10^{-2}$  part of CDM might exist in the form of negatively electrically charged relic particles with masses  $m \simeq 1$  TeV, dressed by protons. The charge-asymmetric component of CDM might be represented by very light,  $m \approx 2$  GeV, very weakly interacting particles like right-handed sneutrinos, so that expected recoils in the target material are rare and have quite small energies,  $E_{\text{recoil}} \sim 1$  keV. Some new opportunities of nontraditional experimental search for predicted CDM particles are mentioned.

Предлагается новая концепция образования космологического барионного избытка (барионной асимметрии) совместно с холодной темной материей (ХТМ) во Вселенной и очерчены соответствующие сценарии, в частности, возможные реализации идеи в рамках суперсимметричных моделей. Среди многочисленных следствий концепции интересно предсказание вполне естественного существования зарядово-асимметричной компоненты холодной темной материи — конкретно,  $\sim 10^{-2}$  часть ХТМ может существовать в форме отрицательно электрически заряженных реликтовых частиц с массой  $m \sim 1$  ТэВ, одетых протонами. Зарядово-симметричная компонента реликтовой ХТМ может существовать в форме очень легких,  $m \approx 2$  ГэВ, очень слабо взаимодействующих частиц, подобных правым sneutrino, так что столкновения с ядрами мишени

---

\*Talk presented at the International Workshop on Future Prospects of Baryon Instability Search in  $p$  Decay and  $n - \bar{n}$  Oscillation Experiments, Oak Ridge, Tennessee, March 28—30, 1996; at the Workshop «Aspects of Dark Matter in Astro- and Particle Physics», Heidelberg, Germany, September 16—20, 1996; at the International Workshop «Non-Accelerator New Physics», Dubna, July 7—11, 1997; hep-ph/9701269.

детектора являются редкими, а энергия отдачи ядра составляет  $E_{\text{recoil}} \sim 1$  кэВ. Отмечаются некоторые новые экспериментальные возможности нетрадиционного поиска предсказываемых частиц ХТМ.

## FOREWORD

Moissei Alexandrovich Markov, one of my Teachers, was among the first people who understood the fundamental importance of the problem of the Baryon Asymmetry of the Universe (BAU) and long ranging consequences of its possible solution. He was always interested in the corresponding efforts and contributed himself in finding the ways (very original and unusual ones) for solution of the BAU problem [1]. Another key modern problem, that of the dark matter in the Universe, interested M.A.Markov very much also, and here he proposed his own original way of solving the problem, too. According to him, superheavy maxims might constitute the cold dark matter in the Universe [2].

As I remember him, he knew and admired numerous wonderful details and achievements in rapidly progressing physics of the 20th century, but his own dream was always to penetrate and learn the very basics of the World Construction.

## INTRODUCTION

Starting with the papers by Sakharov [3] and Kuzmin [4] where the principal ways of solving the problem of the BAU were outlined, there was a long list of various attempts of elaboration of the main concepts, most convincing in the framework of Grand Unified Theories (GUT) [5] which naturally provide all the necessary conditions for the creation of charge asymmetric state of the matter in the Universe starting with the symmetric one at high temperature. This is a beautiful concept, indeed. And, indeed everything seemed to be O.K. with the origin of the baryon asymmetry of the Universe in the framework of grand unified theories until 1985. However, after the discovery was made in 1985 in the paper by Kuzmin, Rubakov and Shaposhnikov [6] that electroweak sphaleron-induced baryon and lepton number nonconserving transitions might have been not suppressed in the  $SU(2) \times U(1)$  unbroken phase at high temperatures  $T \geq T_{EW} \sim M_W$ , the GUT-based realizations of the scenario of the BAU generation were re-examined in view of this potentially dangerous washing-out of the baryon excess phenomenon and ideas were proposed of just exploration of sphaleron-mediated transitions for generation of the BAU. Of particular interest are mechanisms of sphaleron re-processing of a previously generated lepton-number excess considered by Fukugita and Yanagida [7] and by Langacker

et al. [8] exploring the see-saw mechanism of effective lepton-number non-conservation. Efforts of generation of the BAU within the framework of the Standard Model (SM) started with the paper by Shaposhnikov [9] are being made as well. Hopefully, these efforts will result in a plausible explanation of the cosmological baryon excess. However, at present it seems quite problematic to solve the problem within the framework of the minimal standard model (SM).

And by the way, there is yet another problem which was under consideration after observation of presence of dark matter in the Universe, just the problem of its nature as well as of the origin. There is no room, I mean, no elementary particle candidate in the particle spectrum of the standard model which may serve as a candidate for the CDM in the Universe. The axion is the only possible exception. This is definitely still a good candidate.

It seems being taken at present (see, e.g., the paper by Primack [10]) that it is just the cold dark matter rather than the hot one which populates the Universe predominantly,  $\Omega_{\text{CDM}} h_0^2 \sim 0.7$ , the most popular version of dark matter content being given by the mixed model, cold dark matter plus hot dark matter, something like  $\Omega_{\text{CDM}} \sim 0.7$ ,  $\Omega_{\text{HDM}} \sim 0.2$ .

It is our impression that after all one has to extend the particle content beyond the standard model in order to find solution to both these problems, the BAU and CDM.

There was already a number of papers devoted to a combined solution of both the problems, of the BAU and of the CDM altogether (see, e.g., the papers by Barr et al. [11], Kaplan et al. [12], Kuzmin et al. [13]), etc.) We would like to take part in the race, too, and again.

### ELECTROWEAK SPHALERONS AND ANOMALOUS FERMION NUMBER NONCONSERVATION

In this Section we would like to remind shortly some properties of electroweak sphalerons and their role in fast anomalous baryon and lepton number nonconservation at high temperatures. As one will see, electroweak sphalerons are by themselves the very powerful tool for a solution of cosmological problems rather than destruction of nice constructions.

The crucial points for the anomalous fermion number nonconservation in the electroweak theory with the gauge symmetry  $SU(2) \times U(1)$  are:

1. The anomaly in the fermionic currents discovered by Adler, Bell and Jackiw [14]

$$\partial_\mu J_\mu^B = \partial_\mu J_\mu^L = \frac{n_f}{32\pi^2} (-g^2 F_{\mu\nu}^a \tilde{F}_{\mu\nu}^a + g^2 F_{\mu\nu}^0 \tilde{F}_{\mu\nu}^0), \quad (1)$$

where  $J_\mu^B$  and  $J_\mu^L$  are the baryon and lepton currents, respectively,  $F_{\mu\nu}^a$  is the  $SU(2)$  field strength and  $n_f$  is the number of fermionic generations, which at the moment is known to be  $n_f \geq 3$ .

2. The nontrivial vacuum structure in non-Abelian gauge theories observed by Christ, Dashen and Jackiw [15].

Topologically distinct vacua are separated by the potential barrier of the minimal height  $E_{\text{sph}} = 2M_W/\alpha_W B(\lambda/\alpha_W) = 8-14$  TeV for  $\lambda$  varying from 0 to infinity [16] ( $\lambda$  is the Higgs self-coupling constant,  $\alpha_W \sim (1/30)$  is the  $SU(2)$  fine structure constant). The label (sph) refers to the sphaleron, i.e., the static unstable solution to the classical equations of motion found by Klinkhamer and Manton [16]. This configuration belongs to the minimal energy path from one vacuum to the other.

The selection rules for the anomalous processes are:

$$\Delta n_f = 3n_f, \quad \Delta n_l = n_f, \quad \Delta B = \Delta L = n_f. \quad (2)$$

If bosonic configuration changes from one vacuum configuration to another one, there always takes place the creation of a net number of fermions (or antifermions!) proportional to the change of the Chern-Simons number [17].

In the case of zero temperature, low fermionic densities and low energies of colliding particles, the initial state of the system as well as the final state are close to the vacuum configurations. So, in order to provide the fermion number nonconservation the system has to tunnel through the energy barrier. This process might be described by instantons (see the paper by Belavin et al. [18]) and is strongly suppressed by the semiclassical exponent as was first shown by 't Hooft [19],  $\exp(-2\pi/\alpha_W)$ .

At nonzero temperature, the system experiences thermal fluctuations. Due to the equipartition distribution, every degree of freedom is excited and the average energy stored in it is of order of temperature. In particular, the sphaleron mode is excited as well.

If the energy of excitation is greater than the potential barrier height, then the system travels *classically*, from the vicinity of one topological vacuum to the other. The rate of these transitions leading to fermionic number nonconservation is proportional to the Boltzmann exponent  $\exp(-E_{\text{sph}}(T)/T)$  determining the density of negative mode excitations with energies higher than the barrier energy [6]. Here  $E_{\text{sph}}(T) = 2M_W(T)/\alpha_W B(\lambda/\alpha_W)$  is the effective sphaleron mass accounting for the temperature dependence of the Higgs vacuum expectation value,  $M_W^2(T) = M_W^2(1 - T^2/T_c^2)$  at  $T < T_c$ , where  $T_c$  is the tempe-

rature of the electroweak phase transition as conjectured by Kirzhnits and Kirzhnits and Linde [20]. The calculations of the prefactor by Arnold and McLerran and Shaposhnikov [21, 9] give for the rate of the topological transitions per unit volume per unit time

$$\Gamma = \frac{T^4 \omega_-}{M_W(T)} \left( \frac{\alpha_W}{4\pi} \right)^4 N_{\text{tr}} N_{\text{rot}} \left( \frac{2M_W(T)}{\alpha_W T} \right)^7 \kappa \exp \left( - \frac{E_{\text{sph}}(T)}{T} \right), \quad (3)$$

where the factors  $N_{\text{tr}} \sim 26$ ,  $N_{\text{rot}} \simeq 5$  are due to the zero modes normalizations [21],  $\kappa \sim 1$  is the determinant of nonzero modes around the sphaleron and  $\omega_- \sim M_W(T)$  is the magnitude of the sphaleron negative mode. At  $T < M_W$  quantum tunneling is more efficient than the classical transitions while for  $T > E_{\text{sph}}$  the saddle point approximation for the rate is not applicable. Moreover, at temperatures greater than the critical temperature  $T_c$  the  $SU(2)$  symmetry is restored, the vacuum expectation value of the Higgs field is zero and the sphaleron saddle point solution does not exist anymore.

It is quite clear, however, that the rate of topological transitions changing fermion (baryon and lepton) number is not suppressed by any exponent in the temperature range  $T > T_c$  due to the absence of the energy barrier between topologically different vacua.

With the use of scaling arguments it may be shown [9, 21] that

$$\Gamma = A(\alpha_W T)^4, \quad (4)$$

where  $A$  is some factor which cannot be found by semiclassical methods. The real time numerical simulations give the value  $A \approx 0.1-1.0$ .

At temperatures larger than the critical one,  $T > T_c$ , the rate (Eq.(3)) of the anomalous processes with baryon number nonconservation greatly exceeds the rate of the Universe expansion rate,  $t_U$ ,

$$t_U^{-1} = T^2 / M_0, \quad M_0 = M_{Pl} / 1.66 N_{\text{eff}}^{1/2}, \quad (5)$$

where  $N_{\text{eff}} \sim 100$  in the case of the SM is the effective number of massless degrees of freedom at this temperature.

Therefore, the anomalous reactions violating baryon and lepton numbers are in thermal equilibrium till the time of the electroweak phase transition. After the phase transition the Higgs field develops the nonvanishing vacuum expect-

tation value and as a result the rate of baryon and lepton number violating processes decreases rapidly due to the Boltzmann exponential suppression.

Summarizing, one may say that at high temperatures,  $T > T_c$ , there are very fast transitions (we shall call them 'sphaleron-mediated' transitions) which result exactly in the following

$$|\text{vacuum}\rangle \rightarrow 9(\text{quarks}) + 3(\text{leptons}) \quad (6)$$

and

$$|\text{vacuum}\rangle \rightarrow 9(\text{antiquarks}) + 3(\text{antileptons}). \quad (7)$$

These are the processes which re-process any  $B$ - or  $L$ -excess in the normal SM fermionic sector distributing it correspondingly between quarks and leptons. The net  $B-L$  remains, of course, intact since in the SM  $B-L$  is conserved both perturbatively and nonperturbatively. Sphalerons do respect  $B-L$  conservation as well.

Now we are going to describe a possible scheme of the simultaneous genesis of the cosmological baryon excess and the CDM in the Universe.

### THE MECHANISM

Let there exist in nature some new kind of baryon (lepton) number bearing particles (called in what follows  $R_q$  and  $R_l$ ), interacting with the SM quarks and leptons. We are not going to assume *a priori* that there exist any new interactions in addition to the standard  $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$  ones, i.e., we extend just the particle content of the SM.

As Abdus Salam said: «We have to be economical in principles rather than in structures».

The crucial requirement to these new baryon (lepton) number bearing  $R$  particles is that unlike normal (left-handed) fermions they are to be 'EW-sphaleron-blind', i.e., the  $R$  currents are to be EW nonanomalous. This means that  $R$  particles should be either bosons (case 1) or  $SU(2)_L$ -singlet fermions with the ineffective enough, at least at some temperature, chirality equilibration rate (case 2). At present, let us restrict ourselves by the case 1, the  $R$  particles being just bosons (like sfermions in supersymmetric models).

Now our basic idea is as follows.

Let the state of cosmological plasma with  $(B-L) \equiv (B-L)_{\text{init}} \neq 0$  in the normal SM sector and  $(B-L) = -(B-L)_{\text{init}}$  in the  $R$  sector be somehow created at some

temperature  $T^* > T_{EW} \sim 10^2$  GeV,  $T_{EW}$  being the effective temperature of switching-off unsuppressed electroweak transitions violating baryon, lepton and fermion numbers (see Fig.1).

In other words, let there occur in the Universe an *asymmetrization* of plasma with respect to  $B-L$  distribution between the normal SM fermionic sector and the new sector  $R$ . For definiteness, let the normal left-handed fermionic sector acquire some  $(B-L)_{init} < 0$  and the  $R$  sector  $(B-L)_{init} > 0$ , the

overall  $B-L$  of plasma being exactly preserved. If such a phenomenon took place, then this might be all one needs to understand the origin of the baryon excess and the dark matter in the Universe.

We would like to emphasize that we want that in all the processes resulting in such an asymmetrization of plasma  $B$ ,  $L$ ,  $(B-L)$  and any other global additive quantum numbers (or multiplicative quantum numbers like  $R$  parity or matter parity in supersymmetry) to be strictly conserved both globally and locally. Thus, after the asymmetrization the plasma remains fairly neutral with respect to electric charge, lepton and baryon numbers,  $B-L$ , etc. The only exception is obviously the fermion number which is not conserved perturbatively. However, this might have been not an expense at all if there were in the particle spectrum of the model the Majorana fermions coupled to standard fermions and  $R$  particles.

Concerning the possible mechanism of such an asymmetrization of cosmological plasma one might expect that it might have been provided by CP-violating out-of-equilibrium decays of some massive Majorana fermions ( $X$  fermions in what follows) onto SM fermions (antifermions) and anti- $R$  bosons ( $R$  bosons) at some effective freezing-out temperature  $T^*$ ,  $T^* > T_{EW}$ , without violating any quantum number except for fermion number,

$$X \rightarrow qR_q^c, q^cR_q \quad (8)$$

and

$$X \rightarrow lR_l^c, l^cR_l. \quad (9)$$

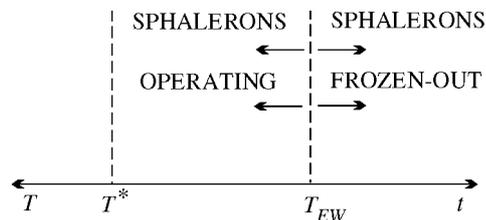


Fig.1. A schematic picture of a temperature evolution of the  $B(L)$  distribution in cosmological plasma. At  $T \simeq T^*$  plasma is symmetric with respect to  $B-L$  distribution between two sectors, the normal fermionic one and the new  $R_q$  sector. When temperature fell below  $T < T^*$ , plasma became asymmetric,  $(B-L) \neq 0$  in both sectors

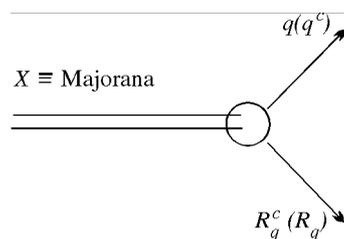


Fig.2. A scheme of ( $B-L$ ) asymmetrization of plasma in charge asymmetric decays of  $X$  particles onto quarks (antiquarks) and  $R_q$  ( $R_q^c$  particles). The charge asymmetry might have taken place also in the decays  $X \rightarrow lR_l^c, l^cR_l$

The charge asymmetry in  $X$  decays, for example,

$$\Gamma(X \rightarrow qR_q^c) \equiv \Gamma_1 \neq \Gamma(X \rightarrow q^cR_q) \equiv \Gamma_2, \quad (10)$$

and/or

$$\Gamma(X \rightarrow lR_l^c) \neq \Gamma(X \rightarrow l^cR_l), \quad (11)$$

might have arisen due to CP noninvariance in the interference of the tree-level diagrams and loop radiative corrections (see Fig.2), as usual (see, e.g., the book by Kolb and Turner [22] and the paper by Kuzmin and Shaposhnikov [23]).

In general, the amplitudes of charge-conjugated decays of  $X$  particles take on the form [24]:

$$A(X \rightarrow a_i, b_i, \dots) = g_i + \Sigma g'_{ik} A_{ik}, \quad (12)$$

$$A(X \rightarrow \bar{a}_i, \bar{b}_i, \dots) = g_i^* + \Sigma g'_{ik}{}^* A_{ik}, \quad (13)$$

$g_{ik}$  being the product of corresponding coupling constants, generically  $g_{ik} \sim f^3$  for one loop radiative corrections ( $f$  being the corresponding coupling constants in vertices),  $A_{ik}$  being radiative corrections to the tree diagram of the decay taken at unity values of coupling constants. From Eqs.(12) one obtains for the microscopic asymmetry  $\varepsilon$ ,

$$\varepsilon \equiv (\Gamma - \Gamma_{CP}) / \Gamma_{\text{tot}}, \quad (14)$$

$$\varepsilon = \left( \frac{1}{\Gamma_X} \right) (\Gamma_i B_i + \Gamma_{\bar{i}} B_{\bar{i}}) = (4\Sigma B_i \text{Im}(g_i^* g'_{ik}) \text{Im} A_{ik}) / (\Sigma(g_i g_i^*)), \quad (15)$$

where  $\Gamma_i$  ( $\Gamma_{\bar{i}}$ ) are the partial decay widths of  $X$  into the channel  $i$  ( $\bar{i}$ ) and  $B_i$  ( $B_{\bar{i}}$ ) is the baryon number of normal fermion (or  $R$  particles) secondaries in the  $i$ -th ( $\bar{i}$ -th) channel.

The sign of the asymmetry is determined by the unknown CP-violating phase. One may take at the moment  $\Gamma_1 < \Gamma_2$ .

The protection of the created charge asymmetric component of  $R$  particles from disappearance due to the SM exchanges between two sectors might be achieved by the expense of attributing to new particles ( $X$  and  $R$ ) some new conserved multiplicative quantum number  $R$ .

The net  $-(B-L) \neq 0$  excess in the normal left-handed SM fermionic sector is now becoming a subject of re-processing in the usual way by unsuppressed electroweak transitions in the temperature range  $T^* > T > T_{EW}$  resulting at  $T < T_{EW}$  in some baryon and lepton number asymmetries of plasma. The corresponding  $B-L$  excess in the  $R$  sector contained in  $R_q$  particles remained intact by sphalerons and got transported to the epoch  $T < T_{EW}$  just as it was created at  $T^*$ .

Having assumed that  $R$  particles bear the conserved quantum number  $R$  one may observe immediately that the lightest  $R$ -carrying particles might have survived until present epoch and serve as a candidate for the CDM population of the Universe.

Clearly, the number densities of excess quarks (antiquarks) and  $R_q^c$  ( $R_q$ ) particles are equal at the production time,  $T = T^*$ , while at the end of sphaleron operating epoch at  $T = T_{EW}$  the relation between them becomes  $n_R \approx a n_B$ , the factor  $a$  lying in between the extreme values  $a = 4/3$  (if  $B_{init} \neq 0$ ,  $L_{init} = 0$ ) and  $a = 4$  (if  $B_{init} = 0$ ,  $L_{init} \neq 0$ ). At present the relation between corresponding number densities is given by

$$n_R \approx a(1 - b) n_B, \quad (16)$$

the factor  $b$  accounting for possible depletion of asymmetric  $R$  particle abundance on the way from  $T = T_{EW}$  to the present time. If the thermal charge symmetric component of  $R$  particle content of plasma completely annihilated in the course of the Universe expansion similarly to quarks and leptons, then identifying survived relic  $R$  particles with the CDM content of the Universe one arrives at the following estimate of their mass

$$m_R \approx (1/a(1-b))(c/d) m_p (\Omega_{CDM}/\Omega_B), \quad (17)$$

$m_p$  being proton mass and the factors  $c \leq 1$  and  $d \leq 1$  accounting for the fractions of the  $\Omega_{\text{CDM}}$  and the total observed  $\Omega_B$ , respectively, attributed to our particular mechanism of the CDM and BAU generation. Clearly, it might be well not a unique one.

Taking  $\Omega_{\text{CDM}}/\Omega_B \approx 0.7/0.05 = 14$  in the mixed (CDM plus HDM) models one arrives in the extreme case  $b=0$ ,  $c=1$ ,  $d=1$  to the estimate

$$m_R \approx (14/a) \text{ GeV}. \quad (18)$$

What is very important is the following. The ratios of the produced in such a way cosmological baryon excess and CDM content seem to be insensitive to the character of the electroweak phase transition (1st or 2nd order), in contrast to the common case when efforts are made to solve the cosmological baryon excess problem within the framework of the SM itself.

Thus, the essence of our scenario of a possible common genesis of the BAU and the CDM in the Universe is a preparation of a state of plasma with  $(B-L) \neq 0$  in the fermionic sector of the SM and  $-(B-L)$  in the new particle sector  $R$ , the standard fermions being involved in sphaleron-mediated  $(B-L)$ -nonconserving processes while the baryon or lepton number bearing  $R$  particles are sphaleron-blind. No violation of  $B$  and/or  $L$  other than that provided by sphalerons is necessary. Subsequent sphaleron re-processing of the  $B-L$  excess in SM sector gives rise to the BAU and the lightest stable massive  $R$  particles contribution to the CDM.

Masses of  $X$  particles necessary to provide generation of the observed BAU,

$$\Delta \equiv n_B/n_\gamma \sim 10^{-10}, \quad (19)$$

might be found from consideration of the process of generation of the asymmetry and its washing-out [28]. The resulting macroscopic asymmetry in the out-of-equilibrium decay mechanism is known to be given generically by [28]

$$\Delta \sim (45\zeta(3)/4\pi^4 N) \Sigma N^i \epsilon_i S_i, \quad (20)$$

where  $N$  is the effective number of degrees of freedom of massless at the given temperature  $T$  particles,  $\zeta$  is the Riemann function,  $\epsilon$  is the microscopic asymmetry in the decay of a parent particle, and  $S$  is the macroscopic suppression factor [28] arising due to baryon number dissipation in decay and inverse decay processes as well as scattering of the product particles. It is generically

$$S \leq 10^{-2}. \quad (21)$$

One may conjecture that the asymmetry  $\varepsilon$  might be small enough in order to be able to explain the observed baryon asymmetry of the Universe. This might be just the case, indeed. However, even in this case the proposed mechanism of asymmetrization of cosmological plasma may provide the origin of a charge asymmetric CDM component of the Universe. This latter might be electrically neutral as well as (negatively) charged. This case is obviously of a special interest.

### REALIZATIONS OF THE SCENARIO IN THE FRAMEWORK OF SUPERSYMMETRIC MODELS

Let us examine in this respect a supersymmetric extension of the standard model, for example, let us consider the Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM) in order to clarify its resources. One finds that there seems to be quite enough room even within this simplest supersymmetric model for a realization of the scheme, at least in a sense of some asymmetrization of plasma. Indeed, our  $R$  particles could be nothing but sfermions which bear baryon or lepton number. However, they are the Lorentz scalars and therefore are not affected by sphalerons. Further, there are Majorana fermions in the supersector, just gauginos,  $\tilde{B}^0$  (bino),  $\tilde{W}_3^0$  (wino) and  $\tilde{g}$  (gluino) before  $SU(2)_L \times U(1)$  breaking, so

$$X \equiv \tilde{B}^0, (\tilde{W}_3^0, \tilde{g}). \quad (22)$$

After  $SU(2) \times U(1)$  breaking at electroweak scale,  $T \sim M_W$ , these become

$$\tilde{\gamma}, \tilde{Z}^0, \tilde{g} \quad (23)$$

in mixtures. There are also  $\tilde{H}_1$  and  $\tilde{H}_2$ . In supergravity case it might be also that it is just gravitino which plays a role of a parent particle in baryogenesis and CDM genesis,

$$X \equiv \tilde{G}, \quad (24)$$

where  $\tilde{G}$  denotes gravitino.

As an example, we shall consider just bino  $\tilde{B}^0$  decays, the cases of  $\tilde{W}_3^0$ ,  $\tilde{g}$  or  $\tilde{G}$  being quite similar.

It goes without saying that these gauginos are to be massive at  $T > T^*$ ,

$$m_{\tilde{B}^0} > T^*, \quad (25)$$

i.e., we assume here that supersymmetry is broken at scales higher than  $T^*$ .

It is clear that there might have taken place two extreme cases, namely, the maximal  $B$ - $L$  asymmetry in the normal sector being due to leptonic decays of  $X$  particles, or due to decays of  $X$  onto squarks (antisquarks) and  $R_q(R_q^c)$ , depending on the amount of CP violation, i.e., coupling constants and CP angles. This does not make any principal difference but two cases deserve detailed analysis. We shall restrict ourselves for demonstration purposes by the quite short description of the case when all the  $B$ - $L$  asymmetry comes from decays of  $X$  into baryonic sector (i.e.,  $B_{\text{initial}} \neq 0$ ,  $L_{\text{initial}} = 0$ , see below.) Clearly, this is an oversimplifying description of what might have occurred. In fact, both asymmetries took place simultaneously and are to be taken into account.

By obvious reasons of the largest couplings to Higgs bosons of top quarks and top-squarks, one may expect that this will result in the largest radiative corrections to the tree-level diagrams of bino decays and therefore in the largest asymmetry in just these decays. We shall therefore be interested mainly just in the processes like

$$\tilde{B}^0 \rightarrow t\tilde{t}^c, t^c\tilde{t}. \quad (26)$$

All other decay channels of all the gauginos onto quarks of the 1st and 2nd generations,

$$\tilde{B}^0 \rightarrow q\tilde{q}^c, q^c\tilde{q}, q \equiv u, d, c, s, \quad (27)$$

or lepton decays,

$$\tilde{B}^0 \rightarrow \tilde{l}^c, l^c\tilde{l}, \quad (28)$$

might be expected to be less efficient. We are not going though to overestimate the validity of such kind of arguments. This is simply an example of our line of reasoning. As soon as the model is specified, one needs not any further assumptions.

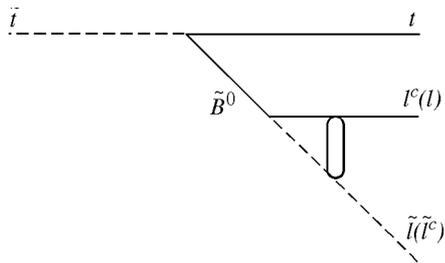
Clearly, one has to assume

$$m_B^0 > m_{\tilde{t}}. \quad (29)$$

In fact, as one can see, we have to require masses of all gauginos to be bigger than those of all the sfermions,

$$m_{\text{gaugino}} > m_{\text{sfermion}}. \quad (30)$$

Fig.3. A diagram showing the return of the baryon number excess contained in supersymmetric sector to the normal quark sector of the standard model and creation of the final CDM content of the Universe in the form of sleptons (antisleptons)



This is not a commonly taken point of view. However, it might be not quite stupid while taking into account the renormalization group equation of evolution of coupling constants with proper values of  $m_0$  and  $m_{1/2}$ .

We emphasize that no violation of  $R$  parity or  $B$  and/or  $L$  is necessary in these processes.

As soon as one does not assume any  $R$  parity violation, neither explicit nor spontaneous, the lightest sparticles (LSP) are stable, as usually.

What happened to the originated at  $T=T^*$  charge asymmetric spartner component depends upon which of all sparticles is the LSP. There *is a priori* a number of possibilities. However, according to the very idea of the scenario, one has to require that after the temperature has fallen down to  $T=T^*$  any  $B$  and  $L$  transfer from one sector to another was to be effectively switched off. Therefore, not only gauginos but higgsinos as well are to be heavier than sfermions,

$$m_{\tilde{H}} > m_{\tilde{f}}, \quad \tilde{H} \equiv \tilde{H}_1, \tilde{H}_2. \quad (31)$$

Otherwise there might have taken place too fast decays of squarks into ordinary quarks,

$$\tilde{q} \rightarrow q\tilde{H}, \quad (32)$$

before sphalerons got frozen-out of equilibrium. Such decays would just mean some returning of baryon number back to the normal sector. Choosing between two possibilities, a squark or a slepton being the LSP, one definitely prefers by several reasons the latter one. Therefore, the squark excess after  $T=T_{EW}$  is to be converted into sleptons. This might have been fairly naturally provided by squark decays like (see Fig.3)

$$\tilde{t} \rightarrow t\tilde{l}^c, t\tilde{l}^c. \quad (33)$$

Thus, there takes place a quite remarkable total return of the «temporarily loaned» baryon number from the supersector to the normal SM quark sector.

However, it does not anymore compensate exactly the  $B$  excess in the normal sector since the latter has suffered from partial sphaleron re-processing.

The resulting output overall baryon excess (contained exclusively in the normal quark sector) is positive,  $B_{\text{final}} > 0$ , and is given by

$$B_{\text{final}} \approx (1/4)B_{\text{initial}}. \quad (34)$$

This completes the story.

One can easily see that the freezing-out temperature of  $\tilde{t}$  is to be lower than  $T_{\text{EW}}$  (i.e.,  $\tilde{t}$  should disappear from plasma after temperature had fallen down  $T_{\text{EW}}$ ) in order not to return the baryon excess contained in the supersector to the normal quark sector too early. This means that  $\tilde{t}$  must be light enough,

$$m_{\tilde{t}} \leq 20 T_{\text{EW}} \approx 2 \text{ TeV}, \quad (35)$$

and there are sleptons in the spectrum which are light enough,

$$m_{\tilde{l}} < ((1/2) m_{\tilde{\nu}} - m_t) \leq 1 \text{ TeV}. \quad (36)$$

#### CHARGE SYMMETRIC SLEPTON COMPONENT OF CDM

If decays of  $\tilde{t}$ , Eq.(33), are charge symmetric and sleptons are the lightest (stable) superparticles then this will result in creation of charge symmetric (slepton) cold dark matter component of the Universe with their number density twice as large as the  $\tilde{t}$ 's. This will result in the very low estimate of their mass, Eq.(18),  $m_{\tilde{l}} \sim 2 \text{ GeV}$ .

This is by no means acceptable for any left-handed sleptons due to corresponding contribution to the total  $Z^0$  width.

Therefore, the charge symmetric component of these decays cannot represent the CDM. Having originated from these decays, it effectively disappears from plasma due to subsequent annihilation.

#### CHARGE ASYMMETRIC SLEPTON COMPONENT OF CDM

The very interesting point is however the following. The slepton-antislepton component originated from decays of squark excess might have had again a tiny charge asymmetry  $\delta$  due to radiative corrections to the (virtual) bino vertex

$l^c \tilde{l} \tilde{B}^0$ . The most promising asymmetric decay channels are presumably the ones with  $\nu_\tau, \tilde{\nu}_\tau^c$  due to the largest Higgs couplings,

$$\tilde{t} \rightarrow t \tilde{\nu}_\tau \nu_\tau^c, t \tilde{\nu}_\tau^c \nu_\tau, \quad (37)$$

and decays with charged sleptons  $\tau \tilde{\tau}^c$  in the final state

$$\tilde{t} \rightarrow t \tau \tilde{\tau}^c, t \tau^c \tilde{\tau}. \quad (38)$$

One may expect that this charge asymmetry,  $\delta$ , might be presumably of order  $\delta \leq 10^{-6}$ . Hence, the relation between the excess baryon and asymmetric slepton number densities becomes

$$n_{\tilde{l}} \sim 4\delta n_B. \quad (39)$$

It is worth noting that this would-be CDM asymmetric slepton component has a nonthermal momentum spectrum.

Neglecting the depletion of slepton number density due to two slepton pair-annihilation processes after temperature has dropped below  $T_{EW}$

$$\tilde{l} \tilde{l} \rightarrow ll, \quad (40)$$

which is possible because of  $R$  parity being a multiplicative quantum number, one obtains an estimate of the possible CDM content due to this asymmetric component using Eqs.(34) and (39):

$$\Omega_{\text{CDM}}/\Omega_B \sim 4.10^{-3}, \quad (41)$$

in the case of all the observed BAU,  $\Omega_B \approx 0.1$ , being due to our mechanism,  $\delta \leq 10^{-6}$  and  $m_{\tilde{l}} \leq 1$  TeV.

Yet, two possibilities are now in turn in this charge asymmetric dark matter scenario, namely, the LSP being either 1) the left-handed sneutrino, or 2) the charged slepton. None of these seems to be excluded *a priori*.

**1. Neutral  $SU(2)_L$ -Doublet Slepton as LSP.** If just the  $(SU(2)_L$ -doublet) sneutrino is the LSP, then the overall output of the charge asymmetric CDM scenario is quite similar to the commonly used one except for the smallness of

the corresponding CDM content,  $\Omega_{\text{CDM}}/\Omega_B \sim 4 \cdot 10^{-3}$ , Eq.(41), which being natural does not pretend nevertheless to explain all the CDM content of the Universe.

The estimate  $m_{\tilde{\nu}} \leq 1 \text{ TeV}$  does not come into contradiction with any known constraints on sneutrino mass. The counting rate in experiments devoted to direct searches of the flux of weakly interacting massive particles (WIMP) from the galactic halo is smaller than is usually expected.

**2. Charged Slepton as LSP.** Quite a different and exciting possibility might have been realized if just a charged slepton is the LSP. The possibility that stable charged particles, in particular, sleptons might constitute the CDM, was analyzed in the paper by De Rujula et al. [26] (where these particles were called champs). An exciting story of the evolution of the relic champs content in the Universe was pictured out and it was argued that the case of champs might be not excluded by current observations. We would like to add few remarks.

In our case, the CDM is assumed to be charge asymmetric and consists of negatively charged sleptons. It is interesting to note that our estimate of slepton mass, Eq.(36),  $m_{\tilde{l}} \leq 1 \text{ TeV}$ , does not stay catastrophically apart from the window of allowed champ masses 10—1000 TeV obtained by De Rujula et al. [26] from different arguments. Thus, we would consider our negative slepton (asymmetric component) as a reasonably good candidate for champs.

Starting with the time of origination from the excess squark decay at  $T < T_{\text{EW}}$  and down to the temperature of order  $T \sim \text{few hundreds keV}$  nothing essential happened to  $\tilde{l}$  excess. Drastic phenomena occurred [26] after  $T$  had fallen down to  $T \sim \text{few hundreds keV}$  when the primordial nucleosynthesis began to proceed. Now  $\tilde{l}$  came into play. They took part in nucleosynthesis processes catalyzing them to some extent as well as got starting to proceed through complicated kinetics of recombination processes. They were getting «dressed» by protons and  $\alpha$ 's and forming atoms like  $(\tilde{l}p)$  (superhydrogen in what follows) with binding energy

$$E_b \approx 25 \text{ keV}, \quad (42)$$

as well as ions like  $(\tilde{l}\alpha)$ , ( $E_b \approx 311 \text{ keV}$  [26]), and atoms of superhelium  $(\tilde{l}\tilde{l}\alpha)$ , with the binding energy of about 800 keV, etc. According to De Rujula et al. [26] «negative champs overwhelmingly bind to protons to pose as superheavy neutrons» called in [26] neutrachamps. In our case a neutrachamp is  $(\tilde{l}p)$ . For definiteness, let us take selectron,  $\tilde{e}$ , as the LSP.

Atoms ( $\tilde{e}\tilde{\alpha}$ ) in which two  $\tilde{e}$  are getting dressed by  $\alpha$  particle are in any case unstable and have short lifetimes in cosmological scales due to pair-annihilation process of two  $\tilde{e}$  into ordinary leptons.

After finishing the  $\tilde{e}$  recombination period and formation of superhydrogen atoms ( $\tilde{e}p$ ) and then the recombination period for (normal) hydrogen and helium, the next important stage in the evolution is met right at formation of galaxies and clusters of galaxies. The gas of superhydrogen will presumably share the fate of all other gases at this stage, so it will be as abundant in the galactic matter at this time as it does in cosmological plasma.

Further, of all the neutral gases (hydrogen, helium, superhydrogen, etc.) the gas of neutral superhydrogen is the most collisionless because of compactness of the atom, the mean size of it being  $r \sim 2 \cdot 10^{-12}$  cm.

Therefore, one might expect that at the next important stage of the evolution, namely, star formation inside galaxies, superhydrogen atoms were not effectively involved in contraction processes due to lack of time and were left not clustered inside the Galaxy constituting a widely distributed CDM content with velocities  $v \sim 10^{-3}$  and the local density somewhat about

$$\rho_{\tilde{e}p} \sim 4 \cdot 10^{-3} \rho_{\text{local}} \sim 10^{-3} \text{ GeV/cm}^3, \quad (43)$$

according to Eq.(41). Here  $\rho_{\text{local}} \approx 0.3 \text{ GeV/cm}^3$  is usually taken local dark matter density. The number density of superhydrogen atoms will be then

$$n_{\tilde{e}p} = \rho_{(\tilde{e}p)} / m_{\tilde{e}} \sim 10^{-6} \text{ cm}^{-3} \quad (44)$$

if the mass of ( $\tilde{e}$ ) is about 1 TeV, Eq.(41). Hence, the local flux intensity of our superhydrogen atoms in the space might be expected to be of order

$$F_{(\tilde{e}p)} \sim 30 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}. \quad (45)$$

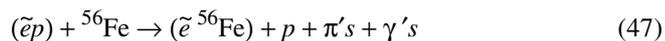
If so, there would be quite small *primordial* abundance of superhydrogen inside the Sun and the Earth. These bodies got to start absorbing the flux of superhydrogen from the space as soon as would-be-star clouds became condensed enough.

The total amount of ( $\tilde{e}p$ ) accumulated by the Earth through all the terrestrial history as condensed body might then be about  $10^{36}$ , their average (over the Earth) relative abundance being about

$$n_{\tilde{e}p} / n_{\text{nucl}} \sim 10^{-15}. \quad (46)$$

This is quite an admixture of wild isotopes to normal element abundances even on average!

Note that there takes place a quite remarkable phenomenon of fast enough changing by  $\tilde{e}$ 's their host nuclei from protons in superhydrogen to nuclei with larger atomic numbers. The energy release in this process is about  $E \sim \sim 25Z^2/A$  keV, i.e., for example, in the case of iron  $^{56}\text{Fe}$



it is about  $E \sim 800$  MeV while in the case of oxygen it is about 1 MeV. Therefore, all the superhydrogen atoms falling down the Earth's atmosphere are captured by nuclei of nitrogen, oxygen, carbon, etc. Clearly, this will result in emission of quite characteristic hard Roentgen  $\gamma$ 's from the top of the atmosphere with well determined energies. Obviously, this radiation is to be searched for.

The situation is even more exciting in case of the Moon. Here all the accumulated amount of  $\tilde{e}$  transferred from superhydrogen atoms to heavier nuclei is contained in a quite thin layer of the Moon ground just near the surface, so the relative abundance of wild heavy isotopes should be larger by orders of magnitude than Eq.(46). It seems therefore that search of relic selectron abundance might be most promising by analysis of chemical content of samples of the Moon ground. Methods of laser spectroscopy providing sensitivity to contamination up to  $10^{-16}$  might be well adequate.

Being binded to protons very strongly,  $E_b = 25$  keV, selectrons are not probably taking part in acceleration processes resulting in cosmic-ray production in objects like supernovae, since temperatures are hardly high enough for ionization of superhydrogen atoms. However, nevertheless there should be some flux of bare negative selectrons in cosmic rays due to interaction of primary cosmic rays with the superhydrogen gas during their travel for  $\sim 20$  million years inside the Galaxy. Clearly, the flux of bare selectrons from the space will be superpenetrative even in comparison with muons produced in the atmosphere because of selectrons' larger mass and stability. They might be looked for very deep underground.

The very intriguing at first sight issue, why the flux  $F_{(\tilde{e}p)} \sim 30 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  of superhydrogen atoms from the outer space was not observed in experiments devoted to the CDM searches, is quite easy to explain. The flux of superhydrogen atoms is expected to be about  $10^3$  times less intensive than usually expected one in case of WIMPS with masses of the order of 100 GeV but the cross-section of interaction with nuclei is much bigger since they are interacting

strongly and electromagnetically rather than weakly. So, the effect per ingoing particle is orders of magnitude bigger than in the case of WIMP's.

However, the main possible reason for nonobservation of superhydrogen atoms might be related to absorption of superhydrogen atoms en route to detectors. (One has to take into account that being aimed to look for rare events of nuclei getting small recoils due to weakly interacting particles of CDM these experiments are being carried out usually in underground laboratories. One has presumably to explore small or shallow depths, not to say satellites, where the effect itself would be bigger by the ratio of cross-sections, i.e., by many orders of magnitude since superhydrogen atoms are interacting with matter electro-magnetically and strongly and do not penetrate too far deep.)

### MSSM PLUS $\nu_R$ AND $\tilde{\nu}_R$

Until now we considered the case of the supersymmetrized version of the standard model without right-handed neutrinos and sneutrinos. If one takes into account possible existence of these particles, then one may arrive at the possible explanation of *all* the baryon excess and *all* the CDM content in the Universe,  $\Omega_{\text{CDM}} \sim 0.7$ , as being produced simultaneously according to our mechanism.

In this case the number densities of ( $\tilde{\nu}_R$  and  $\tilde{\nu}^c$ ) are equal and each is about

$$n(\tilde{\nu}_R) \approx 4n_B, \quad (48)$$

so, the mass of each of these species is

$$m(\tilde{\nu}_R) \approx 1.8 \text{ GeV}. \quad (49)$$

Note that in this case one arrives not at the constraint on the mass but just at the prediction of the concrete value of it according to Eq.(18). The uncertainty in Eq.(49) is only related with the ratio ( $\Omega_{\text{CDM}}/\Omega_B$ ). It is a very striking and straightforward consequence of the very concept.

It does not however seem to be quite an absurd from the point of view of renormalization group evolution of coupling constants with proper values of  $m_0$  and  $m_{1/2}$ .

We have to note by the way that with this estimate of  $\tilde{\nu}_R$  mass one should care about the see-saw mass for neutrino, lepton number violation due to Majorana neutrino mass, and so on. We will consider all this stuff in the forthcoming paper [29].

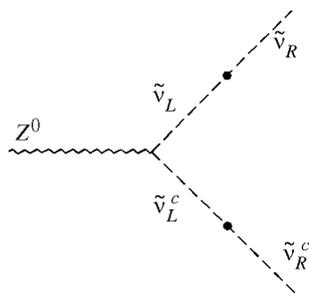


Fig.4. A diagram of decay  $Z^0 \rightarrow \tilde{\nu}_R \tilde{\nu}_R^c$  (or  $Z^0 \rightarrow \tilde{\nu}_L \tilde{\nu}_R^c$  if  $m_{\tilde{\nu}_L} < m_Z - m_{\tilde{\nu}_R}$ ; in the latter case there is only one  $(\tilde{\nu}_L, \tilde{\nu}_R)$  mixing insertion). All the same refers to  $\nu_R$  and  $\nu_L$

Being  $SU(2)_L$  singlets they do not suffer any significant depletion of their number densities due to annihilation.

The contribution of  $\tilde{\nu}_R$  and/or  $\nu_R$  to  $Z^0$  total width (see Fig.4) might have been dangerous in the case of large  $\tilde{\nu}_R \tilde{\nu}_L$  and  $\nu_R \nu_L$  mixing. Fortunately, such mixing is small enough and is not excluded by measurements of the total  $Z^0$  width.

Two obvious circumstances make  $\tilde{\nu}_R$  as a candidate for CDM very hard to observe.

1. The smallness of the  $\tilde{m}_{\tilde{\nu}_R}$  mass, Eq.(49), will lead to much smaller nuclei recoil energies,  $E_{\text{recoil}} \sim 1$  keV, in comparison with usually expected  $E_{\text{recoil}} \sim 50 - 100$  keV in underground experiments devoted to the searches for weak interacting particles with masses of an order of 100 GeV. Therefore, the signal from light  $\tilde{\nu}_R$  scattering off nuclei will require very low thresholds.

2. In addition, the very rate of scatterings of  $\tilde{\nu}_R$  should be very low because  $\tilde{\nu}_R$  neutral  $SU(2)_L$  singlet.

The partial width  $Z^0 \rightarrow \tilde{\nu}_R \tilde{\nu}_R^c$  is proportional to  $\sin^4 \theta$ ,  $\theta$  being the  $\tilde{\nu}_R \tilde{\nu}_L$  mixing angle. The mixing is due to the  $SU(2)_L \times U(1)$  breaking. The  $\theta$  might be expressed in terms of coupling constants and the Higgs' boson vacuum expectation value.

If  $\tilde{\nu}_R$  is the lightest sparticle indeed, then we predict that there will be quite long-living spartners in the spectrum. This follows obviously from the fact of necessary mixing of left-handed and right-handed components of sneutrinos in this case which is small. Of particular interest is the prediction of existence of charged long-living sleptons. This should be taken into account in the searches for sparticles in accelerator experiments and, possibly, in deep underground cosmic-ray experiments. This is by itself a very striking consequence of the scenario.

## CONCLUSIONS

In this paper we presented the new concept of a possible origin of the simultaneous production of the baryon excess and cold dark matter in the Universe. The basic expense is the assumption on the existence in Nature of particles ( $R$  particles) which bear baryon or lepton numbers but are sphaleron-blind. As an example, we considered the case of  $R$  particles being Lorentz scalars using for illustrative purposes supersymmetric models with their generic particle content.

It is interesting that generically any version of our scenario of simultaneous production of the cosmological baryon excess and cold dark matter in the Universe leads presumably to the prediction of the cold dark matter content in the form of superweak interacting and hard-to-observe in direct CDM search experiments for very light particles with masses of about 2 GeV.

In the case of supersymmetric realization of the basic idea, the CDM is nothing but right-handed sneutrinos with  $m_{\nu_R} \approx 2$  GeV.

The very interesting version of the scenario is the one with the charge asymmetric CDM content, more specifically with charged sleptons as the LSP which got dressed by protons forming compact stable neutral superhydrogen atoms. The estimated masses are  $m_{\tilde{l}} \leq 1$  TeV. These are not abundant very much, however, it is worthwhile to look for them.

## ACKNOWLEDGEMENTS

The author is grateful to A.Bottino, D.Cline, J.Ellis, A.Yu.Ignatiev, H.V.Klapdor-Kleingrothaus, N.V.Krasnikov, S.A.Kuzmina, V.M.Lobashev, V.A.Matveev, R.N.Mohapatra, L.B.Okun, J.Pati, V.A.Rubakov, S.Ruby, G.Senjanovic, M.E.Shaposhnikov, A.Yu.Smirnov, G.Steigman, L.Stodolsky, A.N.Tavkhelidze, P.G.Tinyakov, I.I.Tkachev, and V.I.Zakharov for helpful discussions, as well as to E.Kh.Akhmedov, D.Tommasini and especially J.F.W.Valle for stimulating discussions at the beginning of this work. The author is thankful very much to L.Stodolsky for his extreme hospitality extended to him during his stay at Max-Planck Institut für Physik, München, and H.V.Klapdor-Kleingrothaus for hospitality at Max-Planck Institut für Kernphysik, Heidelberg. This work was supported in part by the Russian Foundation for Basic Research, Grant No.95-02-04911a.

## REFERENCES

1. **Markov M.A.** — On Baryon Asymmetry of the Universe, preprint INR, 1980, P-0162.
2. **Markov M.A.** — Maximon-Type Scenario of the Universe. Big Bang, Small Bang, Micro Bang, preprint INR, 1981, P-0207.
3. **Sakharov A.D.** — ZhETF Pis. Red., 1967, v.5, p.32 (JETP Letters, 1967, v.5, p.24).
4. **Kuzmin V.A.** — ZhETF Pis. Red., 1970, v.12, p.335.
5. **Ignatiev A.Yu., Krasnikov N.V., Kuzmin V.A., Tavkhelidze A.N.** — Proc. Int. Conf. Neutrino-77, M.: Nauka, 1978, v.2, p.293; Phys. Lett., 1978, v.76B, p.436; **Yoshimura M.** — Phys. Rev. Lett., 1978, v.41, p.281; 1979, v.(E)42, p.476; **Weinberg S.** — Phys. Rev. Lett., 1979, v.42, p.850; **Ignatiev A.Yu., Kuzmin V.A., Shaposhnikov M.E.** — Phys. Lett., 1979, v.87B, p.114. For a review see, e.g., **Langacker P.** — Phys. Rep., 1981, v.72, p.185; **Dolgov A.D.** — Phys. Rep., 1992, v.222, p.309, and most recently **Rubakov V.A., Shaposhnikov M.E.** — Sov. Fis. Usp., 1996, v.166, p.493.
6. **Kuzmin V.A., Rubakov V.A., Shaposhnikov M.E.** — Phys. Lett., 1985, v.B155, p.36.
7. **Fukugita M., Yanagida T.** — Phys. Lett., 1986, v.B174, p.45.
8. **Langacker P., Peccei R., Yanagida T.** — Mod. Phys. Lett., 1986, v.A1, p.541.
9. **Shaposhnikov M.E.** — JETP Lett., 1986, v.44, p.465; Nucl. Phys., 1987, v.B287, p.757; 1988, v.B299, p.797.
10. **Primack J.**, talk at this Workshop.
11. **Barr S.M., Chivukula R.S., Farhi E.** — Phys. Lett., 1990, v.B241, p.387; **Barr S.M.** — Phys. rev., 1991, v.D44, p.3062.
12. **Kaplan D.B.** — Phys. Rev. Lett., 1992, v.68, p.741.
13. **Kuzmin V.A., Shaposhnikov M.E., Tkachev I.I.** — Phys. Rev., 1992, v.D45, p.466.
14. **Adler S.** — Phys. Rev., 1969, v.177, p.2426; **Bell J.S., Jackiw R.** — Nuovo Cimento, 1969, v.51, p.47; **Bardeen W.A.** — Phys. Rev., 1969, v.184, p.1841.
15. **Jackiw R., Rebbi C.** — Phys. Rev. Lett., 1976, v.37, p.172; **Callan C.G., Dashen D.F., Gross D.** — Phys. Lett., 1976, v.63B, p.374.
16. **Klinkhamer F.R., Manton M.S.** — Phys. Rev., 1984, v.D30, p.2212.
17. **Christ N.H.** — Phys. Rev., 1980, v.D21, p.1591.
18. **Belavin A., Polyakov A., Schwarz A., Tyupkin Yu.** — Phys. Lett., 1975, v.58B, p.85.
19. **'t Hooft G.** — Phys. Rev. Lett., 1976, v.37, p.8.
20. **Kirzhnits D.A.** — JETP Lett., 1972, v.153, p.529; **Kirzhnits D.A., Linde A.D.** — Phys. Lett., 1972, v.42B, p.471.
21. **Arnold P., McLerran L.** — Phys. Rev., 1987, v.D36, p.581.
22. **Kolb E.W., Turner M.S.** — The Early Universe, Addison-Wesley Publ. Comp., 1990.
23. **Kuzmin V.A., Shaposhnikov M.E.** — Preprint INR-P-0213, 1981.
24. **Ignatiev A.Yu., Kuzmin V.A., Shaposhnikov M.E.** — ZhETF Pis. Red., 1979, v.30, p.726.
25. **Ellis J., Nanopoulos D.V., Olive K.A.** — CERN preprint TH.6721/92, 1992.
26. **De Rujula A., Glashow S.L., Sarid U.** — Nucl. Phys., 1990, v.B333, p.173.
27. **Campbell B.A., Davidson S., Ellis J., Olive K.A.** — Preprint CERN-TH-6642/92, 1992.
28. **Kuzmin V.A., Shaposhnikov M.E.** — Phys. Lett., 1981, v.105B, p.163; preprint INR, P-0190, 1981.
29. **Kuzmin V.A.**, work in progress.

## PROSPECTS FOR RADIOWAVE AND ACOUSTIC DETECTION OF ULTRA- AND SUPERHIGH ENERGY COSMIC NEUTRINOS (CROSS SECTIONS, SIGNALS, THRESHOLDS)

*A.V.Butkevich, L.G.Dedenko, S.Kh.Karaevsky,  
A.A.Mironovich, A.L.Provorov, I.M.Zheleznykh*

Institute for Nuclear Research of Russian Academy of Sciences, Moscow

In the framework of the Standard Model the neutrino-nucleon cross section is calculated for the energy range  $10^2$ — $10^{12}$  GeV. At neutrino energy of  $10^6$  GeV the new result is 50 % above the previous results. The amplitude of acoustic signal caused by the electron-hadron cascade induced by neutrino interacting with electrons and nucleons in water was recalculated in terms of the quark-gluon string model at energies of  $10^6$ — $10^8$  GeV. This amplitude is about twice as much as the foregoing estimates. It is shown that a  $1 \text{ km}^2$  radiowave neutrino detector (RAMAND) set up in Central Antarctica (at the South Pole or Vostok Station) should be sensitive to the predicted diffuse fluxes of AGN neutrinos at energies above a hundred TeV. Another planning cubic kilometer-scale (KM3) neutrino telescope — the deep underwater neutrino detector SADCO in the Mediterranean Sea — could search for cosmic neutrinos of energies higher than  $10^7$ — $10^8$  GeV.

В рамках стандартной модели рассчитано поперечное сечение взаимодействия нейтрино с нуклонами в области энергий  $10^2$ — $10^{12}$  ГэВ. Для энергии нейтрино  $10^6$  ГэВ новый результат на 50 % выше результатов предыдущих расчетов. Рассчитана амплитуда акустического сигнала от электрон-адронного каскада с энергией  $10^6$ — $10^8$  ГэВ, производимого в воде нейтрино, которые взаимодействуют с электронами и нуклонами, и описываемого моделью кварк-глюонных струн. Эта амплитуда в два раза выше результата более ранних оценок. Показано, что радиоволновой нейтринный детектор РАМАНД площадью  $1 \text{ км}^2$ , установленный в центральной Антарктиде (на Южном полюсе или станции «Восток») может быть чувствителен к предсказанным диффузным потокам нейтрино с энергиями выше 100 ТэВ из ядер активных галактик. Акустический нейтринный телескоп САДКО в Средиземном море с объемом детектирования более  $1 \text{ км}^3$  может быть предназначен для поиска космических нейтрино с энергией выше  $10^7$ — $10^8$  ГэВ.

## 1. INTRODUCTION

The search for neutrino fluxes from the cosmic space and their detection in the wide energy interval  $10\text{--}10^{11}$  GeV can be carried out if to construct large-scale neutrino telescopes — detectors with effective registration volumes of  $10^7\text{--}10^{10}$  m<sup>3</sup>. Deep underwater optical neutrino telescopes, BAIKAL, NESTOR (Mediterranean), and Antarctic ice detector AMANDA (South Pole) are under construction now. However the neutrino induced electron-photon and hadron cascades could be registered not only by optical but the acoustic emission in water and the radiowave emission in cold ice.

Energy thresholds for the radiowave and acoustic detection are a few orders of value higher than  $E_{\text{thr}} \sim 10\text{--}50$  GeV for the optical underwater detection. But due to weak absorption of acoustic (radiowave) signals in water (Antarctic ice) effective volumes of acoustic (radiowave) neutrino targets could be of an order of the cubic kilometer and larger (KM3-detectors) that is very important for goals of the superhigh energy neutrino astrophysics.

The study of the  $\nu N$ -interaction cross section at high and ultrahigh energies is important from a theoretical as well as experimental point of view. In order to solve an interesting problem, namely — what is the maximal energy of cosmic ray neutrinos — one has to know these cross sections for neutrino energies greater than  $10^{11}$  GeV, because there exist some arguments that the upper bound of the neutrino energy spectrum can reach  $10^{19}$  GeV [1]. Knowledge of these cross sections is also necessary for the interpretation of underground, future underwater and Antarctic ice neutrino experiments. In the present work neutrino-nucleon cross sections for neutrino energy  $E_\nu \leq 10^{12}$  GeV are considered. The comparison of the  $\nu N$  cross section and the cross section of the reaction  $\nu_e + e^- \rightarrow W^- \rightarrow X$  near resonant energy  $6 \cdot 10^6$  GeV is made.

The acoustic detection of elementary particles was suggested by G.A.Askaryan in the 50's [2]. A possibility of deployment of the deep ocean acoustic detector to search for ultrahigh-energy (UHE) neutrinos (with energies above 10 PeV) had been discussed almost 20 years ago by G.A.Askaryan and B.A.Dolgoshein [3], T.Bowen [4] and J.G.Learned [5]. The prediction of considerable UHE neutrino fluxes from the active galactic nuclei (AGN) by Stecker et al. [6] supported much the idea of deployment of the large-scale cosmic neutrino detectors and in particular, the acoustic neutrino telescope [7]. The deep underwater acoustic neutrino telescope SADCO (Sea Acoustic Detector of Cosmic Objects) with the threshold energy above 5 PeV was recently suggested to be deployed at the depth of 3.5—4 km in the Ionian Sea near Pylos (Greece)

just at the site of the optical neutrino telescope NESTOR [8—10]. The search for UHE neutrinos via a detection of an acoustic bipolar pulse caused by water heating due to energy deposits in the electron-hadron cascades initiated by interactions of these neutrinos of all flavors with nucleons in matter and particularly by the resonance interactions of electron-antineutrino with electrons is the main goal of the SADCO project. The sensitive volume of the SADCO neutrino telescope should be not less than  $10^8 \text{ m}^3$  if dozens of events per year caused by neutrinos with the resonance energy are expected. Thus new estimates of an acoustic signal are of importance. The sound pressure level and the duration of the acoustic bipolar pulse produced by the electron-hadron cascades are of great interest. The results of calculations of characteristics of acoustic pulse produced by the electron-hadron cascade with the energy of 10 PeV in sea water are presented in this paper. Estimations of effective detection volumes of SADCO for cascade energies of  $10^7$ — $10^8$  GeV as functions of acoustic signal and hydrophone numbers are also given.

About 30 years ago Askaryan proposed a new method for detection of high-energy particles by means of the Cherenkov coherent radiowave emission from the negative charge excess of electromagnetic showers generated in air or dense media [11]. The charge imbalance of a shower is created by the Compton scattering of shower photons on atomic electrons, the annihilation of shower positrons in flight and the knock-on process. The percentage of negative charge excess amounts to ~20% at the shower maximum. The resulting Cherenkov emission by excess electrons is coherent at wavelengths larger than the shower lateral dimension, i.e., in the radiowave region. In spite of the very low frequencies compared with visible light, this emission should be observable for sufficiently high primary energy because the radiated power scales with the square of the shower size.

After a while, interest in the idea of Askaryan was renewed by the suggestion to detect high-energy (HE) neutrinos in cold Antarctic ice, which has very low radiowave absorption at temperatures below  $-50 \text{ }^\circ\text{C}$  [12]. It was argued that a radioantenna array placed on the glacier surface in Central Antarctica could provide an effective target volume of the order of  $10^9$ — $10^{10} \text{ m}^3$  for cosmic neutrinos with energies above  $\sim 100 \text{ TeV}$  [12—14].

In this paper we present the results of a detailed threshold analysis for such a detector, taking account of radiowave absorption in ice, the results of calculations of an expected neutrino event rate in a radiowave detector for different anticipated HE neutrino fluxes.

## 2. NEUTRINO-NUCLEON CROSS SECTION AT ENERGIES OF $10^2$ — $10^{12}$ GeV

**2.1. Neutrino-Nucleon Cross Section in the Standard Model.** The cross section for deep inelastic charged current neutrino-nucleon process in the standard model of electroweak interaction is given by

$$\frac{d\sigma^{\nu, \bar{\nu}}}{dx dy} = \frac{G^2}{2\pi} \frac{s}{(s_\omega xy + 1)^2} \left[ \frac{y^2}{2} 2xy F_1(x, Q^2) + (1-y) F_2(x, Q^2) \right. \\ \left. \pm y \left( 1 - \frac{y}{2} \right) xF_3(x, Q^2) \right], \quad (1)$$

where  $s = (p_\nu + p_N)^2$ ,  $s_\omega = s/3m_\omega^2$  ( $m_\omega$  is the  $W$ -boson mass),  $x$  is the fraction of the nucleon momentum carried by the quark which interacts with neutrino,  $y$  is the fraction of the neutrino energy which is transferred to the quark,  $Q^2 = -t$  is the transferred four-momentum squared. The nucleon structure functions (SF)  $F_2(x, Q^2)$ ,  $2xF_1(x, Q^2)$ , and  $xF_3(x, Q^2)$  can be expressed in terms of the parton distribution functions (PDF) in the nucleon. The main contribution to the total cross section at  $s \geq m_\omega^2$  comes from the region  $s_\omega xy < 1$ , i.e.,  $Q^2 \leq m_\omega^2$  and hence  $x \leq m_\omega^2/s$  due to the presence in (1) of the  $W$ -boson propagator. Because of the very weak dependence of  $F_i(x, Q^2)$  on  $Q^2$  for estimation one can make the substitutions  $F_2(x, Q^2) \approx F_2(x, m_\omega^2)$ ,  $2xF_1(x, Q^2) \approx 2xF_1(x, m_\omega^2)$ , and  $xF_3(x, Q^2) \approx xF_3(x, m_\omega^2)$ . For  $x \rightarrow 0$ ,  $xF_3(x, m_\omega^2) \rightarrow 0$  and if  $F_2(x, m_\omega^2) \rightarrow \text{const}$  at  $x \rightarrow 0$ , then in LO approximation the asymptotic behaviour of total cross section will be  $\sim F_2(0, m_\omega^2) \ln(s_\omega)$ . So, at  $s_\omega \gg 1$  the neutrino and antineutrino cross sections for scattering on an isoscalar target become equal and are determined by the value of  $F_2(x, Q^2)$  at  $x \rightarrow 0$ .

**2.2. Parton Distribution in Nucleon at  $x > 10^{-5}$  and the Neutrino-Nucleon Cross Section.** The fixed target lepton-nucleon scattering experiments and the H1 and ZEUS [15—16] detectors of HERA have measured the proton SF  $F_2(x, Q^2)$  covering the very large kinematic range of  $0.3 \leq Q^2 \leq 10^4$  GeV and  $2 \cdot 10^{-4} < x < 1$ . The steep rise (as  $\sim x^{-\lambda}$  with  $\lambda \sim 0.3$ – $0.4$ ) of the SF  $F_2$  with  $x$  decreasing is observed at  $x$  value below  $10^{-1}$  and up to  $Q^2$  values of about

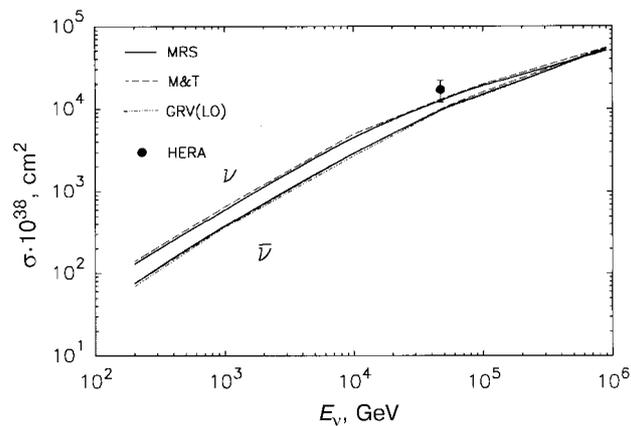


Fig.1. Using the PDF of GRV [17], MT [18] and MRS(A) [19] the  $\nu N$ - and  $\bar{\nu}N$ -interaction cross sections for energies up to  $10^6$  GeV have been calculated. The results of these calculations are given in the figure

$10^3$  GeV<sup>2</sup>. These results have generated considerable theoretical interest in small- $x$  physics. Several sets of the PDF [13—15] were obtained from a global analysis of these data. These sets are based on NLO QCD calculations and are valid for  $x > 10^{-5}$  and  $4-5 \leq Q^2 \leq 10^6-10^8$  GeV<sup>2</sup>. Using the PDF of GRV [17], MT [18] and MRS(A) [19] we have calculated the  $\nu N$ - and  $\bar{\nu}N$ -interaction cross sections for energies up to  $10^6$  GeV. The results of these calculations are given in Fig.1.

At low energies ( $E_\nu < 10^3$  GeV) these results accord well with experimental data. At energies  $E_\nu = 10^6$  GeV the discrepancy between cross sections calculated for different sets is not more than of 12%. The  $\sigma_{\nu N}$  (MRS) calculated with the MRS(A) PDF are shown in Fig.2;  $\nu N$  cross sections which have been obtained in [20] are given in the same figure for comparison. The results of the previous works [21—23] that have been obtained using the EHLQ PDF[24] are shown in this figure, too. At energy  $E_\nu = 10^6$  GeV the  $\sigma_\nu$  (MRS) is 45% above the old results [21—24] and less than the cross section of [20] by a factor of 1.60. So, the appreciable increase of the  $\nu N$  cross sections in the range  $E_\nu = 10^5-10^6$  GeV is due to the steeper rise of the MRS(A) PDF respect to the EHLQ PDF with decreasing  $x$ .

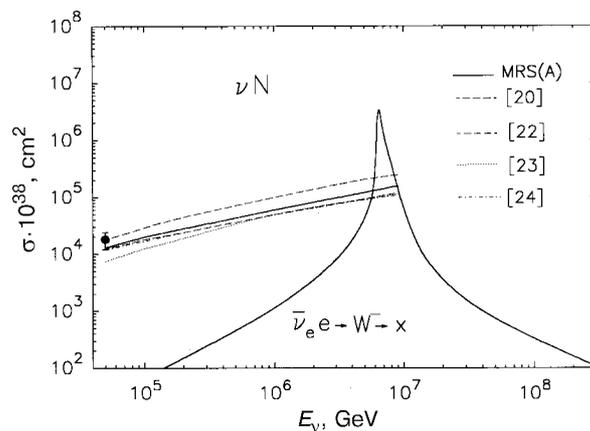


Fig.2. Comparison of the present neutrino-nucleon cross sections with previous results and resonant cross section

### 2.3. Possible Parametrizations of the PDF in the Small- $x$ Region and the $\nu N$ Cross Section at Ultrahigh Energy.

The ultrahigh energy ( $E_\nu > 10^6$  GeV) neutrino-nucleon cross section depends on the behaviour of the SF in the small- $x$  region. In the present work we have used two approaches to estimate the SF at  $x \rightarrow 0$ . In the first approach (case A) the MRS(A) PDF were extrapolated from the region  $x > 10^{-5}$  and  $Q^2 \leq 10^6$  GeV<sup>2</sup> into the region of smaller  $x$ 's and greater  $Q^2$ 's. The  $\sigma_{\nu N}$  (A) obtained with these PDF are listed in Table 1. In the second approach (case B) we used the solutions of the Altarelli-Parisi equations for moments of the singlet and nonsinglet SF and for the gluon distribution in LO approximation [25] with input distributions  $g(x, Q_0^2)$ ,  $q_s(x, Q_0^2) \sim x^{-0.3}$  (as in the case of the MRS(A) PDF). The leading singularity of input moments, corresponding to a simple pole at  $n=1.3$ , controls the behaviour of the

Table 1. The ultrahigh energy neutrino-nucleon cross section  $\sigma_{\nu N} \cdot 10^{38}$  cm<sup>2</sup>

$E$ (GeV)	$10^7$	$10^8$	$10^9$	$10^{10}$	$10^{11}$	$10^{12}$
Case (A)	$1.77 \cdot 10^5$	$4.73 \cdot 10^5$	$1.19 \cdot 10^6$	$2.83 \cdot 10^6$	$6.41 \cdot 10^6$	$1.40 \cdot 10^7$
Case (B)	$1.77 \cdot 10^5$	$4.75 \cdot 10^5$	$1.21 \cdot 10^6$	$2.99 \cdot 10^6$	$7.15 \cdot 10^6$	$1.67 \cdot 10^7$

$F_i^{as}(x, Q^2)$  at small  $x$ . Besides we took into account the standard QCD singularity at  $n=1$ . The cross sections  $\sigma_{vN}$  (B) obtained by using the SF  $F_i$ (MRS) at  $x > 10^{-5}$  and the SF  $F_i^{as}$  at  $x < 10^{-5}$  (they have been smoothly 'sewn' at  $x = 10^{-5}$ ) are listed in Table 1.  $\sigma_{vN}$  (A) is  $\sim 20\%$  above the  $\sigma_{vN}$  (B) at energy  $E = 10^{12}$  GeV.

### 3. THE ACOUSTIC PULSE CAUSED BY THE CASCADE WITH THE ENERGY OF 10 PeV

The bipolar acoustic signal was calculated taking into account the energy deposits by the electron-hadron cascade estimated in terms of the quark-gluon string model [10]. Figure 3 shows the bipolar acoustic pulses caused by the cascade with the energy of 10 PeV at a distance of 400 m from the cascade core allowing for the sound absorption in the sea water.

Curve 1 was taken from [5], curve 2 — from [26] and curve 3 displays our calculations [27]. All signals were recalculated to the parameters of the NESTOR polygon (4 km depth and 14 °C temperature of water). It should be noted that in paper [28] the new estimate of the acoustic pressure of 250  $\mu\text{Pa}$

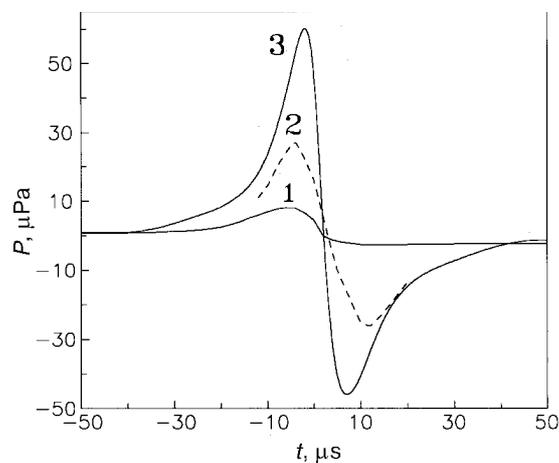


Fig.3. The acoustic pulse in sea water at a distance of 400 m from a cascade with the energy of 10 PeV. 1 — Learned J. [5]; 2 — Askaryan G. et al. [26]; 3 — Denenko L. et al. [27]

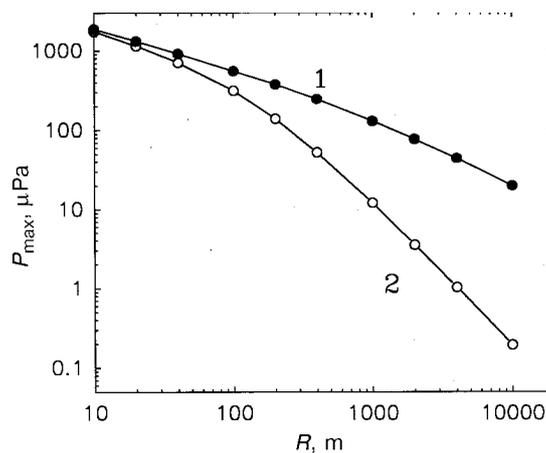


Fig.4. The dependence of an acoustic signal maximal amplitude on a distance from the cascade shower without absorption (1) and with absorption taken into account (2)

at a distance of 40 m from the cascade core was given. This value corresponds to the pressure of 80  $\mu\text{Pa}$  at a distance of 400 m but not allowing for the absorption of the sound. Figure 3 displays that the amplitude of our signal (3) is approximately twice as much as the pulse (2) [26]. This can be accounted for the more narrow radial distribution of electrons in the cascade [10] in comparison with an approximation used in [26].

Thus according to different estimates the amplitude of acoustic pulse caused by the electron-hadron cascade with the energy of 10 PeV in sea water can vary from 25 up to 60  $\mu\text{Pa}$  at a distance of 400 m from the cascade core allowing for the sound absorption. The main fraction of the acoustic signal energy is distributed inside the frequency band of 2-30 kHz in [26] and inside the band of 4-50 kHz in case of our pulse (3) [27]. Figure 4 illustrates the dependence of the maximal acoustic pressure  $P_{\max}$  on the distance from the cascade with the energy of 10 PeV. Curve 1 is calculated disregarding absorption of sound in water and curve 2 takes into account this absorption. Figure 5 shows the dependence of acoustic pulse on displacement of hydrophone along cascade axis for perpendicular distances of 100 m (1), 400 m (2), 1,000 m (3), 2,000 m (4), and 3,000 m (5) from the cascade axis.

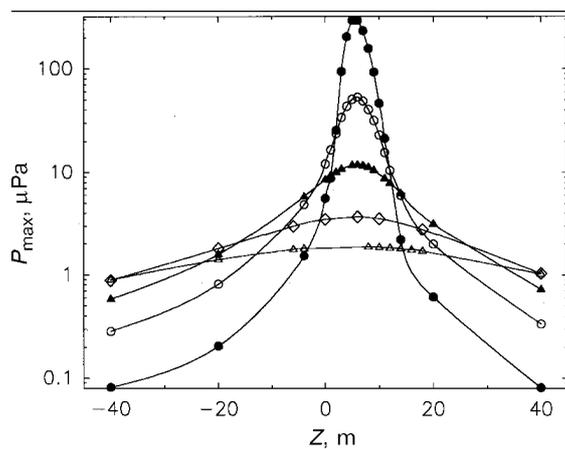


Fig.5. The dependence of an acoustic signal amplitude on a displacement  $Z$  along the cascade axis. Symbols  $\bullet$ :  $R = 100$  m;  $\circ$ :  $R = 400$  m;  $\blacktriangle$ :  $R = 1000$  m;  $\diamond$ :  $R = 2000$  m;  $\triangle$ :  $R = 3000$  m.  $E_0 = 10$  PeV

#### 4. ESTIMATIONS OF SADCO EFFECTIVE VOLUME

A cascade produces an acoustic signal localized in a thin divergent disk which is perpendicular to cascade axis (e.g., see Fig.6). Acoustic detection effective volume  $V_{\text{eff}}$  may be evaluated as the volume of region where the acoustic signal from cascade is higher than the chosen threshold (see Fig.7). The ratio of this effective volume to the geometrical one (which is  $\sim R^3$ ) is rather small (e.g., 0.6—1 %, see Table 2).

Table 2 shows this effective volume as a function of maximal distance of detection  $R_{\text{max}}$ , acoustic signal level  $P$  and number of hydrophones  $n$  for signal-to-noise ratio  $S/N = 1$  and noise level of  $400 \mu\text{Pa}$ .

It can be seen from this table that the effective volume  $V_{\text{eff}} \sim 5 \cdot 10^7 \text{ m}^3$  may be got for cascade energy of  $10^{16}$  eV if hydrophones number in compact array would be not less than 2,000 (for  $S/N = 1$ ). In case of cascade energy above  $10^{17}$  eV hydrophones number would be considerably less ( $\sim 400$ ) and an effective volume will increase up to  $10^9 \text{ m}^3$ .

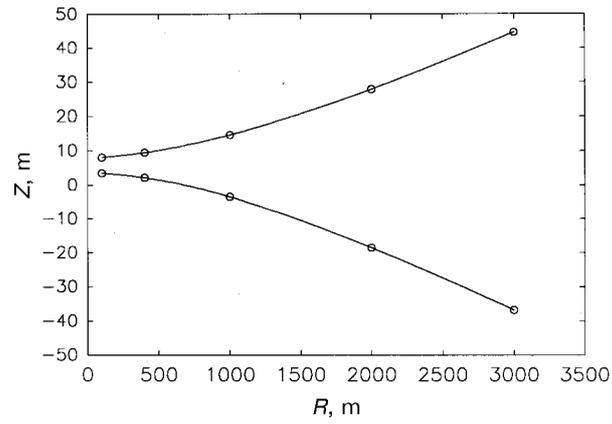


Fig.6. Cross section of divergent disk of acoustic radiation at -6 dB level for 10 PeV cascade.  $R$  is the distance from cascade axis in perpendicular direction

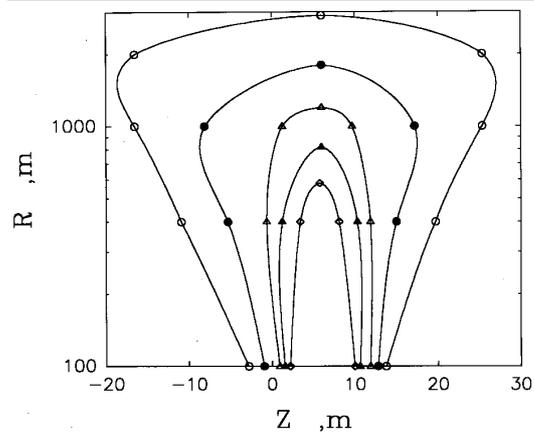


Fig.7. Contours of constant level of acoustic signal for 10 PeV cascade. Symbols  $\circ$ : 2  $\mu\text{Pa}$ ,  $\bullet$ : 20  $\mu\text{Pa}$ ,  $\triangle$ : 10  $\mu\text{Pa}$ ,  $\blacktriangle$ : 20  $\mu\text{Pa}$ ,  $\diamond$ : 40  $\mu\text{Pa}$

**Table 2. Dependence of acoustic detection effective volumes upon distance, min level of signal, number of hydrophones and ratio of effective volume to geometrical one**

Effective volumes, $V_{\text{eff}} \cdot 10^{-7}, \text{m}^3$	0.53	1.6	4.3	21	95
Max, distance, $R, \text{m}$	600	800	1200	1800	2900
Min level of signal, $P, \mu\text{Pa}$	40	20	10	4	2
Number of hydrophones, $n$	100	400	1600	10000	40000
Ratio, $V_{\text{eff}}/V_g, \%$	0.59	0.75	0.59	0.86	0.93

## 5. RESULTS OF THE RAMAND THRESHOLD ANALYSIS

We consider a radiowave antarctic neutrino detector RAMAND as a number of downward-looking antennae disposed on several dozen meters triangular grid enclosing a glacier area of the order of  $1 \text{ km}^2$ . The antennae sample Cherenkov radio pulses from ice, which would provide well-defined conic-type images on the grid (the Cherenkov angle is equal to  $56^\circ$  in ice) [12—14].

A numerical real time computation of the radiowave emission from electromagnetic showers developed in the totally transparent ice [29] gives the following parametrization of the electric field spectrum at the Cherenkov angle:

$$R |\mathbf{E}(\omega, R, \theta_c)| = \frac{0.55 \cdot 10^{-7} (\nu/\nu_0)}{1 + 0.4(\nu/\nu_0)^2} \frac{E_0}{1 \text{ TeV}} (\text{V/MHz}). \quad (2)$$

Here  $\nu$  is the frequency,  $R$  is the distance from the shower,  $E_0$  is the incident electron (photon) energy,  $\nu_0 = 500 \text{ MHz}$  (the result of [29] was divided by 2 to define the Fourier transform as  $\mathbf{E}(\omega) = \int dt \mathbf{E}(t) \exp(i\omega t)$ ).

Radiowave attenuation in the real ice strongly depends on the wavelength, as well as on the ice temperature. Therefore, we have used the original data on radiowave absorption in ice [30] together with the results of temperature profile measurements in a superdeep bore hole at the Vostok Antarctic Station [31] to calculate the total attenuation of a shower radio pulse after vertical propagation from a given depth to the ice surface (Fig.8).

To obtain the threshold energy for the one-channel radiowave detection of electromagnetic showers we need to consider in some detail a process of radio-

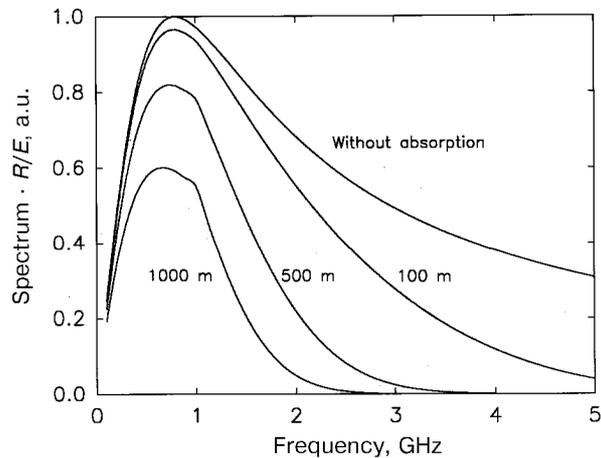


Fig.8. Radio pulse spectrum after vertical propagation from a given depth (the maximum value is equal to 43.5 nV/(MHz · TeV))

pulse transformations by a receiving antenna and its preamplifier (active filter). The relation between output antenna voltage  $V(\omega)$  and incident electric field  $\mathbf{E}(\omega)$  is given by

$$V(\omega) = \mathbf{R}_A(\omega) \mathbf{E}(\omega), \quad (3)$$

where  $\mathbf{R}_A(\omega)$  is the reception transfer function of antenna. As is recognized, the so-called TEM horn is the most promising broad-band antenna for impulsive field measurements (for instance, see Ref.32). Its reception transfer function has approximately constant magnitude and linear phase dependence over the frequency range from a hundred MHz to several GHz. As one can see (Fig. 8), the shower radio pulse spectrum has the same band of wavelengths. Therefore, the TEM horn will produce an output voltage that is a high fidelity replica of the shower electric field in the time domain. For example, the  $1 \times 1 \text{ m}^2$  arcsine TEM horn specially designed for the neutrino radiowave experiments has  $R_A \approx 0.14 \text{ V}/(\text{V}/\text{m})$  for a normal incident field in air. The reception pattern of this antenna is rather broad with the half-amplitude beamwidths of about  $90^\circ$  in both  $E$  and  $H$  planes for an incident electromagnetic pulse of 1 ns duration [14].

The conventional definition of a signal-to-noise ratio at the filter output is [33]

$$\frac{S}{N} = \frac{\text{peak instantaneous output signal power}}{\text{output noise power}}. \quad (4)$$

The maximum of (4) occurs when the filter transfer function is proportional to the complex conjugation of the input filter voltage  $V^*(\omega)$  («matched filter»). The maximum value is

$$[S/N]_{\max} = \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} |V(\omega)|^2, \quad (5)$$

where  $N_0$  is the one-sided white noise power density at the filter input. From (3) and (5) we obtain for the normal incident shower radio pulse received by a TEM horn in ice:

$$[S/N]_{\max} = \frac{2}{N_0} \varepsilon R_A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} |\mathbf{E}(\omega, R, \theta_c)|^2, \quad (6)$$

where  $\varepsilon$  is the relative permeability of ice ( $R_A$  rises by a factor of  $\sqrt{\varepsilon}$  in medium). If the antenna impedance is equal to the load (filter) one,

$$N_0 = kT_N Z_L. \quad (7)$$

Here  $k = 1.381023$  J/K is the Boltzmann constant,  $T_N$  is the noise temperature and  $Z_L$  is the load impedance. Using the parametrization (2) and taking into account the radiowave absorption in ice for vertical pulse propagation from 100 m depth, we find for  $Z_L = 50$  Ohm and  $\sqrt{\varepsilon} = 1.8$  (ice refraction coefficient):

$$[S/N]_{\max} \cong 0.1 \frac{E_0^2(\text{TeV})}{T_N(\text{K})} \left( \frac{R_A}{0.14\text{m}} \right)^2. \quad (8)$$

For the signal-to-noise ratio of unity,  $T_N = 300$  K (according to the antarctic noise measurements [34]) and  $R_A = 0.14$  V/(V/m) the shower threshold energy  $E_{th}$  is approximately equal to 55 TeV. This is a factor of 7 lower than the result obtained by Zas, Halzen, and Stanev [29]. They performed the threshold estimation for a half-wave dipole antenna adapted for the narrow-band receiving technique of EAS radio detection experiments. Hence, the use

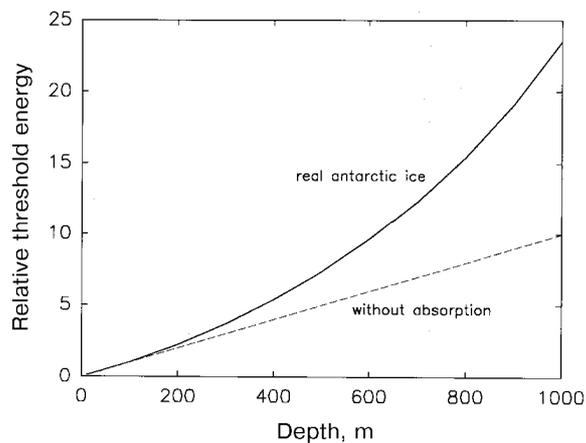


Fig.9. Relative threshold dependence on depth ( $E_{100}$  is taken to be unity)

of a broad-band TEM horn together with a matched filter results in the significant decrease of the threshold energy.

Figure 9 shows the calculated dependence of the relative threshold energy on the shower production depth.

## 6. RAMAND DETECTION OF AGN NEUTRINOS

We calculated the expected event rate in a  $1 \text{ km}^2$  radiowave detector for the different existing models of AGN neutrino production, assuming  $E_{100} = 55 \text{ TeV}$  and  $R_{\min} = 100 \text{ m}$  (for comparative discussion of the models see Refs. 35,36). The results are given in Table 3. The expected background from atmospheric neutrinos [37] will be  $\sim 20$  events per year.

These figures can be compared with the predicted muon event rate in a  $10^4 \text{ m}^2$  optical underwater neutrino telescope, such as DUMAND II, NESTOR or NT-200, which are under construction now. According to [36] at muon energies above 1 TeV the rate will be for Ref.38  $\sim 30$  per year and for Ref.39 from 160 to 800, decreasing by several times at 10 TeV. Ultrahigh energy neutrinos from AGN can be detected by DUMAND II due to the Glashow resonance reaction with the rate for Ref.38 about several dozen events per year [40].

**Table 3. Expected event rate for the different models of AGN neutrino production**

Diffuse neutrino fluxes from AGN by	Expected event rates ( $S/N = 1$ ), $\text{year}^{-1} \text{ km}^{-2}$
Stecker et al., 1992	110
Szabo and Protheroe, 1992 (max)	2800
Szabo and Protheroe, 1992 (min)	730
Biermann, 1992	110
Siroka and Begelman, 1992	100

## 7. CONCLUSIONS

The charged current neutrino-nucleon cross sections have been calculated for incoming neutrino energies in the range of  $10^2$ – $10^{12}$  GeV. At  $s_\omega \gg 1$  the  $\sigma_N^{\nu}(E) = \sigma_N^{\bar{\nu}}(E)$ . Their behavior is determined by the behavior of SF  $F_2(x, Q^2)$  for  $x \rightarrow 0$ . Using the PFD of the GRV, MT and MRS we have calculated  $\sigma^{\nu, \bar{\nu}}$  up to  $E_\nu = 10^6$  GeV. The appreciable  $\nu N$  cross section increase (compared with previous results) at energies  $E_\nu = 10^5$ – $10^6$  GeV is due to the steeper rise of these PDF for  $x \rightarrow 0$ . The ultrahigh energy neutrino-nucleon cross sections have been calculated for two cases of the behaviour of the SF at  $x \rightarrow 0$ . The results are different not more than by 20 % at  $E_\nu = 10^{12}$  GeV.

The results of the measurements [8,9,10] carried out in the Ionian Sea near Pylos (Greece) in 1991 and 1992 displayed the relatively low level of acoustic noises of  $12 \mu\text{Pa}/\text{Hz}^{0.5}$  at the frequency band of 15–30 kHz and rather high temperature of water of about  $14^\circ\text{C}$  at depths of 0.2–4 km, that makes this polygon near Pylos very attractive for deployment of the acoustic neutrino telescope SADCO.

Our calculations of the acoustic signal yield the amplitude of pulse of  $60 \mu\text{Pa}$  for the electron-hadron cascade with the energy of 10 PeV at the distance of 400 m from the cascade core allowing for the sound absorption in the sea water. This amplitude is a few times as much as the foregoing estimates [5,26]. The calculated frequency spectrum of the acoustic pulse is localized inside the range of 4–50 kHz which is rather attractive from the point of view both of a detection and the minimal noise level in the sea.

In our calculations of acoustic signal we have not taken into account the LPM effect which is small at energies below  $10^{16}$  eV. But at higher energies the

LPM effect becomes significant in case of electron-photon cascades in water. This is particularly important for the neutrino reactions with electron (positron) production. Our calculations show that the cascade length in water increases proportionally to  $(E/10^{16} \text{ eV})^{0.5}$  due to the LPM effect and density of energy deposits also grows with the same factor. Especially it should be stressed that the sensitive volume in the near field also grows with the same factor —  $(E/10^{16} \text{ eV})^{0.5}$ . Thus both the results of measurements [8,9,10] and of calculations of the acoustic signal are of interest for investigations of UHE neutrino fluxes from the active galactic nuclei by the acoustic method. In particular the search for resonant interactions of cosmic electron-antineutrino with electrons in water at the energy of 6.4 PeV is of importance.

In this paper we have shown that a 1 km<sup>3</sup> radiowave neutrino detector established in Central Antarctica (at the South Pole or Vostok Station) should be sensitive to the predicted diffuse fluxes of AGN neutrinos at energies above a hundred TeV. For some production models AGN neutrinos would be effectively detected in the broad energy region up to 1 PeV, that gives, in principle, a possibility of determining the spectrum shape.

The Russian Foundation for Basic Research is thanked for a support (Grant No.96-02-18594).

#### REFERENCES

1. **Markov M.A., Zheleznykh I.M.** — Proc. 1979 Dumand Summer Workshop at Khabarovsk and Lake Baikal, Ed. J.Learned, 1980, p.177.
2. **Askaryan G.A.** — Atomnaya energiya (in Russian), 1957, v.3, p.152.
3. **Askaryan G.A., Dolgoshein B.A.** — Report on the 1976 DUMAND Summer Workshop, Hawaii, September, 1976; Preprint P.N.Lebedev Physical Institute (in Russian) No.160; ZhETF Pis. Red., 1977, v.25, p.232.
4. **Bowen T.** — Conference Papers, 15th Intern. Cosmic Ray Conf., Plovdiv, 1977, v.6, p.277.
5. **Learned J.** — Phys. Rev., 1979, v.D19, p.3293.
6. **Stecker F.W. et al.** — Proc. 3d Int. Workshop on Neutrino Telescopes, Venezia, 1991, p.487.
7. **Learned J., Stanev T.** — Proc. 3d Int. Workshop on Neutrino Telescopes, Venezia, 1991, p.473.
8. **Butkevich A. et al.** — Proc. 2nd Int. Conf. on Trends in Astroparticle Physics, 1991, Aachen, Germany, Tubner-Texte für Physik, 1994, v.B28, p.128.
9. **Butkevich A. et al** — Proc. 2nd NESTOR Int. Workshop, Pylos, Greece, 1992, p.345; **Trenikhin A.**, ibidem, 1992, p.354.
10. **Karaevsky S. et al.** — XXIII Int. Cosmic Ray Conf., Calgary, 1993, v.4, p.550.
11. **Askaryan G.A.** — Zh. Exp. Teor. Fiz., 1961, v.41, p.16; ibid, 1965, v.48, p.988.
12. **Gusev G.A., Zheleznykh I.M.** — ZhETF Pis. Red., 1983, v.38, p.505; **Markov M.A., Zheleznykh I.M.** — Nucl. Inst. Methods, 1986, v.A248, p.242.

13. **Ralston J.P., McKay D.W.** — Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.), 1990, v.14A, p.356.
14. **Boldyrev I.N. et al.** — In: Proc. 3rd Int. Workshop on Neutrino Telescopes, Ed. Milla Baldo Ceolin, Venezia, 1991, p.337.
15. **Abt I. et al.** — Nucl.Phys., 1993, v.B407, p.515 [11].
16. **Derrick M. et al.** — Phys.Lett., 1993, v.B136, p.412
17. **Gluck M. et al.** — Preprint DO-TH 90/07, 1990.
18. **Morfin J.G. et al.** — Z.Phys.C, 1991, v.52, p.13
19. **Martin A.M. et al.** — Preprint RAL-94-055, 1994.
20. **Ralston J.P. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1994, v.12, p.21.
21. **Eichten E. et al.** — Rev.of Mod. Phys., 1984, v.56, p.579.
22. **Reno M.N. et al.** — Phys.Rev., 1988, v.D37, p.657.
23. **McKay W. et al.** — Phys.Lett., 1986, v.B167, p.103.
24. **Butkevich A.V. et al.** — Z.Phys., 1988, v.C39, p.241.
25. **Altarelli G.** — Phys. Reports, 1982, v.C81, p.1.
26. **Askaryan G.A., Dolgoshein B.A., Kalinovsky A.N., Mokhov N.V.** — Nucl. Inst. Meth., 1979, v.164, p.267.
27. **Dedenko L.G. et al.** — Izv. RAN (ser. fiz.), 1994, v.58, p.146.
28. **Learned J., Wilkes R.J.** — XXIII Int. Cosmic Ray Conf., Calgary, 1993, v.4, p.538.
29. **Zas E., Halzen F., Stanev T.** — Phys. Lett., 1991, v.B257, p.432; Phys. Rev., 1992, v.D45, p.362.
30. **Bogorodsky V.V., Gavrilov V.P.** — Ice: Physical Properties. Modern Methods of Glaciology, Leningrad, 1980.
31. **Vostretsov R.N. et al.** — In: Data of Glaciological Studies, Moscow, 1984, v.51, p.172.
32. **Lawton R.A., Ondrejka A.R.** — NBS Technical note 1008, U.S. Department of Commerce, 1978.
33. **Cook C.E., Bernfeld M.** — Radars Signals. An Introduction to Theory and Application, New York — London, 1967.
34. **Bogomolov A.F. et al.** — In: Proc. 20th Int. Cosmic Ray Conf., Moscow, 1987, v.6, p.472.
35. **Berezinsky V.** — Phil. Trans. R. Soc. Lond., 1994, v.A346, p.93.
36. **Stanev T.** — In: Proc. 23rd Int. Cosmic Ray Conf., Calgary, 1993, Invited, rapporteur and highlight papers, p.503.
37. **Volkova L.V., Zatsepin G.T.** — Yad. Fiz., 1983, v.37, p.353; Izv. Acad. Nauk SSSR (Fiz. Ser.), 1985, v.49, p.1386; **Volkova L.V.**, 1994, private communication.
38. **Stecker F.W., Done C., Salamon M.H., Sommers P.** — In: Proc. Workshop High Energy Neutrino Astronomy, Eds. Stenger V.J., Learned J.G., Pakvasa S., Tata X., Singapore, 1992, p.1.
39. **Szabo A.P., Protheroe R.J.**, *ibid.* p.24.
40. **Learned J.G., Stanev T.** — In: Proc. 3rd Int. Workshop on Neutrino Telescopes, Ed. Milla Baldo Ceolin, Venezia, 1991, p.473.

#### M.A.MARKOV AND HIGH-ENERGY NEUTRINO ASTRONOMY

In 1960 at the 10th Rochester Conference Moisey Alexandrovich Markov had suggested an idea of the underground experiments for the detection of the high energy atmospheric and extraterrestrial neutrinos to study a number of the

fundamental problems of particle physics and astrophysics. The possibility of the neutrino detection using Cherenkov light radiation from the muons and cascades produced in neutrino reactions «in an underground lake or deep in an ocean» was also pointed out [1].

During the last several decades a new branch of physics and astrophysics — neutrino astronomy — initiated by Markov has been developed. Since the first detection of the atmospheric neutrinos with energies 1—100 GeV in underground neutrino experiments in gold mines of the South Africa and India, the target mass scale of the instruments — underground neutrino telescopes — has grown to  $5 \times 10^4$  tons (Super-Kamiokande). An artificial water target was used for SuperK instead of the «underground lake». In fact neutrino telescopes have become universal instruments for the investigation of the microworld (e.g., in the search for the proton decay), as well as searching for cosmic objects (e.g., solar neutrinos, supernova neutrinos, WIMPS, monopoles, etc.). The Baksan neutrino telescope with 300 tons of scintillator is one of such instruments.

However to search for the ultrahigh energy (greater than  $10^6$  GeV) astrophysical neutrino sources, i.e., sites of the activity of the specific cosmic accelerators in the Universe, neutrino telescopes of the effective detection volume of a cubic kilometer or more are necessary [2]. In the Soviet Union (Russia) the R&D program for the large-scale neutrino telescopes in the Ocean and in Antarctica was developed under the leadership of M.A.Markov since 1981. A few prototype modules for the deep underwater neutrino telescope NESTOR and the hydroacoustic neutrino telescope SADCO were designed, constructed and tested in the Mediterranean Sea in 1987—1992 [3]. Four expeditions to Antarctica in 1985—1990 had shown good possibilities for radiowave neutrino telescope RAMAND [4].

In this paper the prospects for the large-scale neutrino telescopes — acoustic and radiowave ones — are discussed. Such detectors could compliment the optical Cherenkov neutrino detectors to search for the neutrinos from the AGN or even from the topological defects. Some of the results were presented earlier at the Conferences EPS HEP-95 in Brussels and ICHEP-96 in Warsaw.

#### REFERENCES

1. **Markov M.A.** — Proc. 10th Int. Conf. High-Energy Physics, Rochester, 1960, p.579; **Markov M.A., Zheleznykh I.M.** — In: High-Energy Neutrino Physics, D-577, Dubna, 1960; **Markov M.A., Zheleznykh I.M.** — Nucl. Phys., 1961, v.27, p.385.
2. **Markov M.A., Zheleznykh I.M.** — NIM, 1986, v.A248, p.242.
3. **Butkevich A.V., Karaevsky S.K., Markov M.A. et al.** — Tubner-Texte für Physik, 1994, v.B28, p.128.
4. **Boldyrev I.N., Gusev G.A., Markov M.A. et al.** — Proc. 3rd Int. Workshop on Neutrino Telescopes, Ed. Milla Baldo Ceolin, Venezia, 1991, p.337.

I.Zheleznykh, Oct. 7, 1997.

## МАКСИМОН М.А.МАРКОВА И КВАНТОВЫЕ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ

*В.А.Березин*

Институт ядерных исследований РАН, Москва

e-mail: berezin@ms2.inr.ac.ru

Показано, что современная теория предсказывает существование минимума массы квантовых черных дыр. Такие минимальные черные дыры являются естественными кандидатами на роль максимона — частицы, существование которой М.А.Марков предсказал еще в 1966 году.

It is shown that the modern theory predicts an existence of the minimal possible mass for quantum black holes. These minimal black holes serve as natural candidates for the maximons. The existence of such a particle was predicted by M.A.Markov in 1966.

Моисей Александрович Марков неоднократно говорил о том, что наиболее волнующая его проблема современной теоретической физики — это проблема спектра масс элементарных частиц. В 1966 году он высказал смелое и далеко идущее предположение: спектр масс элементарных частиц ограничен сверху массой Планка  $\sim 10^{-5}$  г.

Моисей Александрович рассуждал примерно следующим образом.

Специальная теория относительности ввела в науку максимальную скорость — скорость света  $c$ . С появлением квантовой механики физика получила еще одну предельную величину — минимальное действие  $\hbar$  (постоянная Планка) и предел точности одновременного измерения координаты и импульса материальных тел.

Но, между тем, в течение уже трехсот лет известна третья фундаментальная константа — гравитационная постоянная  $G$ . Что за пределы она определяет? Из трех фундаментальных констант  $\hbar, G, c$  можно составить выражения, имеющие три основные размерности — длины, времени и массы:

$$l_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \sim 10^{-33} \text{ см}, \quad (1)$$

$$t_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \sim 10^{-43} \text{ с}, \quad (2)$$

$$m_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \sim 10^{-5} \text{ г} \quad (3)$$

(заметим, что фундаментальные постоянные входят в эти выражения неаналитически и, следовательно, не могут быть получены методами теории возмущений), а вместе с ними и выражения для величин любой другой размерности. Если ввести планковский импульс

$$p_{Pl} = m_{Pl}c = \sqrt{\frac{\hbar c^3}{G}}, \quad (4)$$

то, оказывается,

$$l_{Pl} \cdot p_{Pl} = \hbar. \quad (5)$$

Сравнение с соотношением неопределенности Гейзенберга  $\Delta x \Delta p \geq \hbar$  приводит к выводу (сейчас общепринятому) о невозможности измерения длин, меньших  $l_{Pl} \sim 10^{-33}$  см, и интервалов времени, меньших  $t_{Pl} \sim 10^{-43}$  с. Другими словами, планковские расстояния — предел применения классической теории гравитации и наших представлений о пространстве-времени.

Естественно предположить, что и планковская масса  $m_{Pl} \sim 10^{-5}$  г должна играть фундаментальную роль в физике. Но какую?

Известно, что в квантовой теории частице с массой  $m$  соответствует комптоновская длина волны

$$l_c = \frac{\hbar}{mc} \quad (6)$$

— своеобразный "квантовый радиус" этой частицы. С другой стороны, в классической теории гравитации (общей теории относительности) частице с массой  $m$  соответствует гравитационный радиус (радиус Шварцшильда):

$$l_{gr} = \frac{2Gm}{c^2}. \quad (7)$$

Если сжать любое сферически-симметричное распределение вещества до таких размеров, то оно сколлапсирует, образовав черную дыру.

М.А.Марков первым заметил, что для частицы с массой Планка квантовый радиус  $l_c$  примерно совпадает с гравитационным радиусом. Частицы с массой, большей  $m_{Pl}$ , должны превращаться в черные дыры. Отсюда и следует вывод о существовании максимума в спектре масс элементарных частиц.

Но М.А.Марков пошел еще дальше. Он предположил, что элементарная частица с максимальной массой  $m_{Pl}$  может реально существовать в природе. Это предположение имеет далеко идущие космологические последствия, о чем не раз писал Моисей Александрович. Гипотетическую частицу с массой  $\sim m_{Pl}$  он назвал максимоном.

Объединение теории гравитации и теории элементарных частиц открыло еще одну необычную и интересную возможность: трехмерная геометрия пространства может представлять собой полужамкнутый мир, связанный с внешним миром узкой горловиной (иначе называемой мостом Эйнштейна — Розена). При этом полная масса такого мира может быть сколь угодно малой

(для электрически нейтральной частицы и в классической теории гравитации), а объем внутренней части — сколь угодно большим. Такие образования получили название кротовых нор. М.А.Марков и В.П.Фролов построили классическую модель электрически заряженных частиц, представляющую полужамкнутый мир с минимально возможной для заданного заряда массой

$$m_f = \frac{|e|}{\sqrt{G}}. \quad (8)$$

Эти частицы были названы фридмонами. Для заряда, равного заряду электрона,  $m_f \sim 10^{-6}$  г.

В настоящее время возможность существования частиц с массой  $m_{Pl}$  связана с вопросом о существовании черных дыр с минимальной массой. Дело в том, что после открытия С.Хокингом квантового испарения черных дыр встал вопрос об их конечной судьбе — или они испаряются до конца, или существует основное состояние с наименьшей возможной массой (аналогично основному состоянию водородного атома в квантовой механике). Полное решение этого вопроса возможно только в рамках квантовой теории гравитации (которая еще не создана) или более общей теории (как, например, теория струн).

Тем не менее в случае сферической симметрии, когда отсутствуют гравитационные волны и, следовательно, нет динамических гравитационных степеней свободы, возможно построение моделей, допускающих квантование и получение спектра масс квантовых черных дыр.

Ниже мы кратко опишем одну из таких моделей, построим соответствующий гамильтониан, решим уравнение Шредингера и найдем спектр масс.

Наша модель — это самогравитирующая тонкая сферически-симметричная оболочка, "голая" масса которой равна  $M$  (т.е. это сумма масс составляющих оболочку пылинок без учета гравитационного дефекта массы). Полная же шварцшильдовская масса (полная энергия) равна (мы работаем в системе единиц, в которой  $\hbar = c = 1$ ):

$$m = M\sqrt{\dot{\rho}^2 + 1} - \frac{GM^2 - e^2}{2\rho}, \quad (9)$$

где  $\rho$  — радиус оболочки,  $\dot{\rho}$  — производная радиуса по собственному времени на оболочке,  $e$  — электрический заряд. Мы будем рассматривать только случай финитного движения, следовательно,  $m < M$ .

Пусть радиус оболочки в момент покоя равен  $\rho_0$ , тогда

$$m = M - \frac{GM^2 - e^2}{2\rho_0} \quad (10)$$

и

$$\frac{\partial m}{\partial M} = 1 - \frac{GM}{\rho_0}. \quad (11)$$

Кривая  $m(M)$  имеет две ветви: возрастающую и убывающую. С ростом голой массы полная масса сначала растет с  $m = |e|/\sqrt{G}$  до  $m = \rho_0/2G + e^2/2\rho_0$ , а затем убывает до первоначального значения. Растущая ветвь соответствует оболочке, которая, стартуя из состояния покоя, коллапсирует, образуя черную дыру. Убывающая же ветвь соответствует кротовой норе, когда оболочка находится по другую сторону моста Эйнштейна — Розена (полузамкнутый мир). В этом случае чем больше голая масса, тем уже горловина и, следовательно, меньше полная масса. Отметим, что если при нулевом электрическом заряде горловина в конце концов исчезает и образуется замкнутый мир с нулевой полной массой, то при ненулевом заряде горловина остается разомкнутой, а предельный случай описывает фридмон. Максимум же кривой  $m(M)$  приходится на такое значение голой массы  $M$ , при котором в точке покоя оболочка находится как раз на горизонте событий — границе черной дыры.

Обратимся теперь к процедуре квантования.

Выражение для полной массы (уравнение (9)) есть не что иное, как закон сохранения энергии самогравитирующей заряженной пылевой оболочки. Зная выражение для энергии, мы можем восстановить лагранжиан, найти импульс, сопряженный радиусу, и построить гамильтониан. Действительно,

$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{\rho}}, \quad (12)$$

$$H = p\dot{\rho} - L = \dot{\rho} \frac{\partial L}{\partial \dot{\rho}} - L, \quad (13)$$

$$L = \dot{\rho} \int H \frac{d\dot{\rho}}{\dot{\rho}^2} = \dot{\rho} \int \frac{\partial H}{\partial \dot{\rho}} \frac{d\dot{\rho}}{\dot{\rho}} - H, \quad (14)$$

откуда получаем следующее выражение для импульса:

$$p = \int \frac{\partial H}{\partial \dot{\rho}} \frac{d\dot{\rho}}{\dot{\rho}}. \quad (15)$$

Подставляя сюда вместо  $H$  выражение для полной массы (9), имеем

$$p = M \log(\dot{\rho} + \sqrt{\dot{\rho}^2 + 1}) + F(\rho), \quad (16)$$

$$L = M(\dot{\rho} \log(\dot{\rho} + \sqrt{\dot{\rho}^2 + 1}) - \sqrt{\dot{\rho}^2 + 1}) + \dot{\rho}F(\rho), \quad (17)$$

где  $F(\rho)$  — произвольная функция. Выбор этой функции не влияет на уравнения движения, и в дальнейшем мы положим  $F(\rho) = 0$ . Разрешая уравнение (16) относительно  $\dot{\rho}$ , получаем

$$\dot{\rho} = \sinh \frac{p}{M}, \quad (18)$$

а после подстановки этого выражения в уравнение (9) получаем гамильтониан

$$H = M \cosh \frac{p}{M} - \frac{GM^2 - e^2}{2\rho}, \quad (19)$$

или, в безразмерных переменных  $x = M\rho, \Pi = p/M$ ,

$$H = M \left( \cosh \Pi - \frac{GM^2 - e^2}{2x} \right). \quad (20)$$

Считая импульс и координату операторами, наложим квантовое коммутационное соотношение

$$[\Pi, x] = -i. \quad (21)$$

В координатном представлении  $\Pi = -i\partial/\partial x$  и, используя известное соотношение

$$e^{-i\frac{\partial}{\partial x}}\Psi(x) = \Psi(x - i), \quad (22)$$

получаем следующее стационарное уравнение Шредингера:

$$H\Psi(x) = E\Psi(x), \quad (23)$$

$$\frac{M}{2} \left( (\Psi(x + i) + \Psi(x - i) - \frac{GM^2 - e^2}{x}\Psi(x)) \right) = m\Psi(x). \quad (24)$$

Вводя обозначения  $\epsilon = m/M$  и  $\alpha = GM^2 - e^2$ , перепишем это уравнение в виде

$$\Psi(x + i) + \Psi(x - i) = \left( 2\epsilon + \frac{\alpha}{x} \right) \Psi(x). \quad (25)$$

Необычным здесь является то, что полученное уравнение — не привычное дифференциальное, а уравнение в конечных разностях. Кроме того, сдвиг аргумента происходит не по действительной, а по мнимой оси, что приводит к требованию аналитичности решений, по крайней мере, в некоторой полосе плоскости комплексного переменного.

Прежде чем двигаться дальше, рассмотрим нерелятивистский предел нашего уравнения.

Восстанавливая все размерные константы, получаем для сдвинутого аргумента

$$x \pm i \rightarrow M \left( \rho \pm \frac{1}{M}i \right) \rightarrow \rho \pm \frac{\hbar}{Mc}i. \quad (26)$$

Раскладывая уравнение (25) в ряд по параметру  $\hbar/Mc$  до второго порядка включительно, получаем нерелятивистское уравнение Шредингера для  $s$ -волновой радиальной функции

$$-\frac{1}{2M} \frac{d^2\Psi}{d\rho^2} - \frac{GM^2 - e^2}{2\rho} \Psi = (E - M)\Psi, \quad (27)$$

где  $E - M$  — нерелятивистская энергия системы. Накладывая обычные граничные условия (волновая функция должна быть равна нулю в начале координат и интегрируема с квадратом на положительной полуоси), получаем для отрицательных значений энергии (финитное движение!) дискретный спектр

$$(E - M)_n = -\frac{M(GM^2 - e^2)^2}{8n^2}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (28)$$

Если  $G = 0$ , то это — известная формула Ридберга для атома водорода.

Вернемся к полному уравнению. Вводя новые параметры  $\epsilon = \cos \lambda$ ,  $\alpha = GM^2 - e^2 = 2\beta \sin \lambda$ , получаем

$$\Psi(x+i) + \Psi(x-i) = 2 \left( \cos \lambda + \frac{\beta \sin \lambda}{x} \right) \Psi(x). \quad (29)$$

Это уравнение обладает интересным свойством. Если известно одно решение, скажем,  $\Psi_0$ , мы можем построить целый класс новых решений, умножая  $\Psi_0$  на любую функцию  $C(x)$ , периодическую с мнимым периодом,  $i$ , то есть,

$\Psi_0(x)$  — решение,

$\Psi_1(x) = C(x)\Psi_0(x)$  — решение, если

$$C(x+i) = C(x). \quad (30)$$

Будем называть  $\Psi_0$  фундаментальным решением. Если мы будем знать все фундаментальные решения, то, очевидно, сможем легко построить общее решение. Сколько же существует фундаментальных решений?

Можно показать, что существует только одно фундаментальное решение, которое может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \Psi_\beta &= \left( -4\pi\beta e^{-i\lambda(\beta+1)} \sin \lambda \right) x \times \\ &\times \left\{ \frac{\Gamma(ix + \beta) e^{i\lambda\beta} e^{-\lambda x}}{\Gamma(1 + ix)\Gamma(1 + \beta)} F(1 - ix, 1 - \beta; 1 - ix - \beta; e^{-2i\lambda}) + \right. \end{aligned}$$

$$+ \frac{\Gamma(-ix - \beta)e^{-i\lambda\beta} e^{\lambda x}}{\Gamma(1 - ix)\Gamma(1 - \beta)} F(1 + ix, 1 + \beta; 1 + ix + \beta; e^{-2i\lambda}) \Big\}, \quad (31)$$

где  $\Gamma(z)$  — гамма-функция Эйлера, а  $F(\alpha, \beta; \gamma; z)$  — гипергеометрическая функция Гаусса. Отметим, что наша переменная  $x$  входит в параметры гипергеометрической функции, а наш параметр  $\lambda$  — наоборот, входит в переменную функции.

Фундаментальное решение  $\Psi_0$  имеет следующие асимптотики при  $x \rightarrow 0$ :

$$x^r, \quad r = 1, 2, \dots \quad (32)$$

и

$$\Psi_\beta = -2\pi i \beta e^{-i\lambda\beta} e^{i\pi\beta} \left\{ \frac{(2 \sin \lambda)^\beta}{\Gamma(1 + \beta)} x^\beta e^{-\lambda x} - \frac{(2 \sin \lambda)^{-\beta}}{\Gamma(1 - \beta)} x^{-\beta} e^{\lambda x} \right\} \phi\left(\frac{1}{x}\right). \quad (33)$$

$x \rightarrow \infty$

Общее же решение

$$\Psi_{\text{general}}(x) = \left( \sum_{-\infty}^{\infty} c_k e^{-2\pi k x} \right) \Psi_\beta(x), \quad (34)$$

где  $c_k$  — коэффициенты разложения в ряд Фурье периодической функции с мнимым периодом. Отметим, что такой вид разложения отражает также тот факт, что первоначальное уравнение инвариантно относительно замены  $\lambda \rightarrow \lambda + 2\pi k$ .

Гамильтониан (20) не является самосопряженным оператором на положительной полуоси. В нерелятивистской квантовой механике, когда гамильтониан есть дифференциальный оператор второго порядка, достаточно было для достижения самосопряженности наложить на волновые функции одно граничное условие в нуле ( $\Psi(0) = 0$ ) и одно условие на бесконечности (интегрируемость с квадратом), и это приводило к дискретному спектру для стационарных состояний. Кроме того, волновые функции должны были быть дважды дифференцируемы. Теперь же мы имеем дело с уравнением в конечных разностях, что соответствует дифференциальному уравнению бесконечного порядка. Можно показать, что для достижения самосопряженности гамильтониана, помимо условия спадания на бесконечности, не только сама функция должна быть равна нулю в начале координат, но также все ее четные производные, то есть функция должна быть нечетной. Кроме того, мы должны потребовать аналитичности волновой функции на положительной действительной полуоси.

Из асимптотического разложения на бесконечности (уравнение (33)) ясно, что должно быть

$$\beta = n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (35)$$

Это приводит к дискретному спектру для полной массы  $m$ . Действительно,

$$\begin{aligned} \beta = \frac{\alpha}{2 \sin \lambda} = n, \quad \alpha = GM^2, \\ \epsilon = \frac{m}{M} = \cos \lambda, \\ \epsilon = \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4n^2}} \end{aligned} \quad (36)$$

и

$$m = M \sqrt{1 - \frac{(GM^2 - e^2)^2}{4n^2}}. \quad (37)$$

Очевидно, полученный спектр воспроизводит формулу Ридберга для больших значений  $n$  (нерелятивистский предел), если положить  $G = 0$ . Но интереснее то, что этот спектр является частью дираковского спектра для электрона, если в последнем положить равным нулю так называемое радиальное квантовое число. Другими словами, наш спектр (для  $s$ -волны!) совпадает с дираковским спектром для критического углового момента (в реальном атоме водорода минимальный угловой момент — спин электрона — гораздо больше соответствующего критического, и именно благодаря этому факту мы и существуем).

Но полученный спектр не является спектром масс черных дыр! Это спектр масс самогравитирующей оболочки с заданной голой массой  $M$ . Так же, как и в случае атома водорода, оболочка, вообще говоря, не коллапсирует без излучения (в отличие от классического гравитационного коллапса!) или без изменения голой массы. Следовательно, излучение (на квазиклассическом этапе — излучение Хокинга) не просто сопровождает квантовый коллапс, но сам этот квантовый коллапс невозможен без излучения.

Чтобы выделить спектр черных дыр из общего спектра оболочек, рассмотрим зависимость полной массы  $m$  от голой массы  $M$  при фиксированном квантовом числе  $n$ . Мы уже рассматривали подобную зависимость для классической оболочки, но при фиксированном значении максимального радиуса  $\rho_0$ . Фиксирование квантового числа  $n$  означает фиксирование среднего значения радиуса оболочки. Как и в классическом случае, мы снова имеем возрастающую и убывающую ветви. Как и раньше, убывающая ветвь соответствует кротовой норе (полузамкнутому миру). Но квантовые оболочки, соответствующие возрастающей ветви, не коллапсируют! Единственная возможность образовать квантовую черную дыру — попасть точно на максимум кривой.

Максимум кривой  $m(M)$  достигается при значении голой массы

$$M^2 = \frac{1}{2G} \left( 2e^2 + \sqrt{e^4 + 12n^2} \right). \quad (38)$$

Подставляя это значение в спектр (37), получаем спектр масс квантовых черных дыр:

$$m_{BH} = M_{Pl} \sqrt{\frac{4\sqrt{3}}{9} n \left( 1 + \frac{e^4}{12n^2} \right)^{3/2} + \frac{2}{3} e^2 - \frac{e^6}{54n^2}}. \quad (39)$$

$n = 1, 2, 3, \dots$

Для незаряженных черных дыр ( $e = 0$ ) имеем

$$m = \frac{2}{\sqrt[4]{27}} \sqrt{n} M_{Pl}. \quad (40)$$

Интересно, что подобная зависимость от  $n$  для спектра масс черных дыр была давно предсказана на основе квазиклассических соображений и термодинамики черных дыр.

Основное состояние ( $n = 1$ ) имеет массу

$$m \simeq 0,9 M_{Pl}. \quad (41)$$

Вполне вероятно, что это и есть максимон Маркова.

## КЭД-ПРОЦЕССЫ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ ААРОНОВА–БОМА

*Ю.Аудреч*

Факультет физики Университета Констанц, ФРГ  
e-mail: Juergen.Audretsch@uni-konstanz.de

*В.Д.Скаржинский*

Физический институт им.П.Н.Лебедева РАН, Москва  
e-mail: vdskarzh@sgi.lpi.msk.su

Представлен обзор наших недавних исследований КЭД-процессов в магнитном поле бесконечно тонкого и длинного соленоида (магнитной струны). Используются точные электронные и позитронные решения уравнения Дирака в потенциале Ааронова–Бома для вычисления матричных элементов и нахождения дифференциальных вероятностей процессов тормозного излучения электрона, пролетающего около магнитной струны, и рождения электронно-позитронной пары одиночным фотоном. Получена зависимость эффективных сечений процессов от энергий, углов вылета и поляризаций рожденных частиц для различных энергий падающей частицы.

We present here a review of our recent results obtained for QED processes in the presence of an infinitely thin and infinitely long straight magnetic flux tube (the magnetic string). Based on the exact electron and positron solutions to the Dirac equation in the external Aharonov–Bohm potential we evaluate matrix elements and differential probabilities of the bremsstrahlung from an electron passing by the magnetic string, and of the electron-positron pair production by a single photon. The dependence of the resulting cross sections on energies, directions and polarizations of involved particles is analysed at different energy regimes.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Влияние магнитного потока на заряженные частицы — эффект Ааронова–Бома (АБ) [1] (см. также [2, 3]) подробно исследован теоретически и убедительно подтвержден рядом интерференционных экспериментов (подробнее см. [4–6]).

Однако для детального исследования АБ-эффекта и его физических следствий важно рассмотреть не только рассеяние заряженных частиц, что было сделано ранее, но и другие родственные эффекты. Наиболее очевидным среди них является тормозное излучение, которое сопровождает рассеяние. Впервые оно обсуждалось для нерелятивистских частиц в дипольном приближении в [7], где были рассчитаны энергетические и угловые распределения. Поляризационные свойства для релятивистских скалярных частиц рассматривались

в [8]. Тормозное излучение дираковских частиц подробно исследовано в недавней работе [9]. Процесс рождения электронно-позитронной пары одиночным фотоном в АБ-поле [10] представляется несколько более таинственным, так как только рожденные частицы, а не падающий фотон, взаимодействуют непосредственно с магнитным полем.

Эти квантовые процессы в отсутствие какого-либо внешнего поля безусловно запрещены законами сохранения энергии и импульса. Внешнее поле воспринимает избыток импульса, как это происходит в кулоновском поле [11] или в однородном магнитном поле [12–14], когда на заряженные частицы действует внешняя локальная сила. В АБ-поле процессы происходят скорее по топологическим причинам и в этом отношении напоминают квантовые процессы вблизи космических струн [15, 16].

Целью настоящего обзора является подробное обсуждение процессов тормозного излучения и рождения электронно-позитронной пары в АБ-потенциале. Возможно, они представляют некоторый интерес для экспериментального исследования в поляризованных электронных и фотонных пучках.

Для простоты мы рассматриваем идеализированную ситуацию с сингулярным магнитным полем в бесконечно длинном и тонком прямом соленоиде, расположенном вдоль оси  $z$ . За это приходится расплачиваться появлением некоторой проблемы, как корректно описать поведение волновых функций вблизи струны. Математически это следствие того факта, что оператор Дирака перестает быть самосопряженным при такой идеализации [17–20]. Мы лишь коснемся этой проблемы при обсуждении точных решений уравнения Дирака с АБ-потенциалом в разд. 2, следуя предписаниям работ [17, 18, 20]. Заметим, что взаимодействие магнитного момента частиц с магнитным полем струны приводит к волновым функциям, которые не исчезают на струне, лишая тем самым АБ-эффект его нелокальной чистоты. В разд. 3 вычисляются матричные элементы и эффективные сечения процессов тормозного излучения, испускаемого электроном, пролетающим около струны, и рождения электронно-позитронной пары одиночным фотоном. В разд. 4 и 5 исследуется поведение дифференциальных и полных эффективных сечений в различных энергетических режимах и обсуждаются особенности этих процессов для дираковских частиц. В заключении суммируются полученные результаты.

Мы используем единицы, в которых  $\hbar = c = 1$ , а заряд электрона отрицателен:  $e < 0$ .

## 2. ЭЛЕКТРОННЫЕ И ПОЗИТРОННЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ДИРАКА В ПОТЕНЦИАЛЕ ААРОНОВА — БОМА

Уравнение Дирака во внешнем магнитном поле в цилиндрических координатах  $(\rho, \varphi, z)$  имеет вид

$$i\partial_t\psi = H\psi, \quad H = \alpha_i(p_i - eA_i) + \beta M, \quad (1)$$

где кинетические импульсы равны

$$\pi_\rho = p_\rho = -i\partial_\rho, \quad \pi_\varphi = p_\varphi - eA_\varphi = -\frac{i}{\rho}\partial_\varphi - eA_\varphi, \quad p_z = -i\partial_z,$$

а матрицы  $\alpha$  и  $\beta$  определены как в [11] через цилиндрические матрицы Паули:

$$\sigma_\rho = \sigma_1 \cos \varphi + \sigma_2 \sin \varphi, \quad \sigma_\varphi = -\sigma_1 \sin \varphi + \sigma_2 \cos \varphi.$$

Вектор-потенциал для магнитной струны [1] имеет ненулевую угловую компоненту

$$eA_\varphi = \frac{e\Phi}{2\pi\rho} = -\frac{\Phi}{\Phi_0\rho} = \frac{\phi}{\rho}, \quad (2)$$

где  $\Phi$  — магнитный поток в струне, а  $\Phi_0 = 2\pi\hbar c/|e|$  — квант магнитного потока. Потенциал (2) описывает магнитное поле, сосредоточенное на оси  $z$ :

$$B_z = \frac{\phi}{e\rho} \delta(\rho) \quad (3)$$

и направленное по (против) оси  $z$  для  $\phi < 0$  ( $\phi > 0$ ). Известно, что целое число  $N$  магнитных квантов не приводит к каким-либо физическим эффектам и появляется в решениях уравнения Дирака в виде фазового множителя  $\exp(iN\varphi)$ . Только дробная часть  $\delta$  магнитного потока  $\phi = N + \delta, 0 < \delta < 1$  влияет на поведение квантовых заряженных частиц.

Любое точное решение уравнения Дирака во внешнем АБ-поле можно представить в виде суперпозиции цилиндрических мод — собственных функций следующего полного набора коммутирующих операторов:

$$\begin{aligned} \hat{H}\psi &= E\psi, \\ \hat{p}_z\psi &= p_z\psi, \\ \hat{J}_z\psi &= (L_z + \frac{1}{2}\Sigma_z)\psi = (-i\partial_\varphi + \frac{1}{2}\Sigma_z)\psi = j_z\psi, \quad j_z = l + N + \frac{1}{2}, \\ \hat{S}_z\psi &= s\psi, \quad \hat{S}_z = \beta\Sigma_z + \gamma \frac{p_z}{M}, \quad \gamma = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $E = \sqrt{p_\perp^2 + p_z^2 + M^2}$  — энергия частицы,  $p_z$  и  $j_z$  —  $z$ -компоненты линейного импульса и полного углового момента,  $p_\perp$  — радиальный импульс. Вместо полуцелого квантового числа  $j_z$  удобно использовать целое число  $l$ , добавляя к нему целое число магнитных квантов  $N$ . Квантовое число  $s = s_3\sqrt{1 + p_z^2/M^2}$ ,  $s_3 = \pm 1$ , описывает поляризацию спина электрона в магнитном поле — в нерелятивистском пределе это  $z$ -компонента спина.

Решение этих уравнений приводит к радиальным функциям, содержащим линейные комбинации с произвольными коэффициентами функций Бесселя

первого рода с положительными и отрицательными индексами. Условие нормировки для парциальных мод с квантовыми числами  $j = (p_{\perp}, p_3, l, s)$

$$\int dx \psi^{\dagger}(j, x) \psi(j', x) = \delta_{j, j'} = \delta_{s, s'} \delta_{l, l'} \delta(p_3 - p_{3'}) \frac{\delta(p_{\perp} - p'_{\perp})}{\sqrt{p_{\perp} p'_{\perp}}}$$

позволяет фиксировать решения (электронные состояния с положительной энергией  $E > 0$ ) для значений  $l$  вне интервала  $-1 < l - \delta < 0$ , так что нормированные решения с  $l \neq 0$  содержат только регулярные функции Бесселя с положительными индексами. Полным решением для  $l = 0$  является сумма регулярной функции Бесселя и сингулярной, но квадратично интегрируемой функции Бесселя с индексами  $-\delta$  или  $-1 + \delta$ . Невозможно устранить сингулярную компоненту при любом выборе коэффициентов. Ее появление связано с дополнительным притяжением, вызванным взаимодействием спина с магнитным полем, и является частью общей проблемы построения самосопряженного расширения оператора Дирака в присутствии сингулярного АБ-потенциала, которая подробно обсуждена в [20]. Корректный выбор моды с  $l = 0$  можно сделать с помощью предельного перехода от более реалистической модели с регулярным потенциалом [9, 17, 18].

Учитывая ориентацию магнитного поля (3), мы получаем

$$\psi_e(j, x) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} e^{-iE_p t + i p_3 z} e^{i N \varphi} e^{i \frac{\pi}{2} |l|} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где

$$u = \frac{1}{\sqrt{2s}} \begin{pmatrix} \sqrt{E_p + sM} \sqrt{s+1} J_{\nu_1}(p_{\perp} \rho) e^{il\varphi} \\ i \epsilon_3 \epsilon_l \sqrt{E_p - sM} \sqrt{s-1} J_{\nu_2}(p_{\perp} \rho) e^{i(l+1)\varphi} \end{pmatrix},$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{2s}} \begin{pmatrix} \epsilon_3 \sqrt{E_p + sM} \sqrt{s-1} J_{\nu_1}(p_{\perp} \rho) e^{il\varphi} \\ i \epsilon_l \sqrt{E_p - sM} \sqrt{s+1} J_{\nu_2}(p_{\perp} \rho) e^{i(l+1)\varphi} \end{pmatrix}$$

и

$$p_{\perp} = \sqrt{p^2 - p_3^2} = \sqrt{E_p^2 - M^2 - p_3^2}, \quad s = \pm \sqrt{1 + \frac{p_3^2}{M^2}}, \quad \epsilon_3 = \text{sign}(s p_3),$$

$$\nu_1 = \begin{cases} l - \delta \\ -l + \delta \end{cases}, \quad \nu_2 = \begin{cases} l + 1 - \delta \\ -l - 1 + \delta \end{cases}, \quad \epsilon_l = \begin{cases} 1 & \text{при } l \geq 0 \\ -1 & \text{при } l < 0 \end{cases}.$$

Полный набор решений уравнения Дирака включает электронные состояния с отрицательной энергией  $E < 0$ . Вместо них мы введем позитронные состояния с положительной энергией  $\psi_p$ ,  $E > 0$ . Они получаются из электронных состояний с отрицательной энергией операцией зарядового сопряжения

$$\psi \rightarrow \psi_c = C \bar{\psi}_{\text{transp}}, \quad C = \alpha_2.$$

$\psi_c$  удовлетворяет такому же уравнению Дирака, что и  $\psi$ , но с противоположным знаком электрического заряда, является собственной функцией того же набора операторов и имеет квантовые числа  $E, -p_z, -j_z, s$ . Для того чтобы получить позитронное состояние с квантовыми числами  $E, p_z, j_z, s$ , нужно произвести замену  $p_z \rightarrow -p_z, j_z \rightarrow -j_z$  в электронном состоянии с отрицательной энергией.

Тогда оператор электронно-позитронного поля можно записать в виде

$$\psi(x, t) = \int d\mu_j [\psi_e(j, x) a_j + \psi_p^c(j, x) b_j^\dagger],$$

где  $a_j$  и  $b_j$  — операторы уничтожения электрона и позитрона с данными квантовыми числами. Он содержит положительно-частотную функцию  $\psi_e$  (электронное состояние) и отрицательно-частотную функцию  $\psi_p^c$  (позитронное состояние):

$$\psi_p^c(j, x) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} e^{iEt - ip_z z} e^{iN\varphi} e^{i\frac{\pi}{2}|l|} \begin{pmatrix} y \\ w \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где

$$y = \frac{1}{\sqrt{2s}} \begin{pmatrix} i\epsilon_1 \sqrt{E_p - sM} \sqrt{s+1} J_{\nu'_2}(p_\perp \rho) e^{-i(l+1)\varphi} \\ \epsilon_3 \sqrt{E_p + sM} \sqrt{s-1} J_{\nu'_1}(p_\perp \rho) e^{-il\varphi} \end{pmatrix},$$

$$w = -\frac{1}{\sqrt{2s}} \begin{pmatrix} i\epsilon_3 \epsilon_l \sqrt{E_p - sM} \sqrt{s-1} J_{\nu'_2}(p_\perp \rho) e^{-i(l+1)\varphi} \\ \sqrt{E_p + sM} \sqrt{s+1} J_{\nu'_1}(p_\perp \rho) e^{-il\varphi} \end{pmatrix}$$

с

$$\nu'_1 = \begin{cases} l + \delta \\ -l - \delta \end{cases}, \quad \nu'_2 = \begin{cases} l + 1 + \delta, & \text{при } l \geq 0 \\ -l - 1 - \delta, & \text{при } l < 0 \end{cases}.$$

Функции (5) и (6) представляют парциальные цилиндрические моды волновых функций электрона и позитрона. Эти состояния не описывают падающие и уходящие частицы с определенным импульсом на бесконечности. Для расчета дифференциальных поперечных сечений процессов нужно найти электронную и позитронную функции рассеяния. Имеются два независимых точных решения уравнения Дирака во внешнем поле  $\Psi^{(\mp)}(J, x)$ , которые асимптотически переходят в плоскую волну, распространяющуюся в направлении вектора  $\vec{p}$  с  $p_x = p_\perp \cos \varphi_p, p_y = p_\perp \sin \varphi_p, p_z = p_z$ , и падающую или уходящую цилиндрические волны. Они могут быть получены суперпозицией цилиндрических мод. Для падающих частиц нужно взять функцию  $\Psi^{(+)}(J, x)$ , а для уходящих частиц  $\Psi^{(-)}(J, x)$  [11]. Для рожденных электрона и позитрона мы имеем

$$\Psi_e^{(-)}(J, x) = \sum_l c_l^{(-e)} \psi_e(j_p, x) \quad (7)$$

и

$$\Psi_p^{(-)c}(J, x) = \sum_n c_n^{(-p)} \psi_p^c(j_q, x) \quad (8)$$

с коэффициентами

$$c_l^{(-e)} = e^{-il\varphi_p} e^{-i\frac{\pi}{2}\epsilon_l\delta}, \quad c_n^{(-p)} = e^{i(n+1)(\varphi_q+\pi)} e^{i\frac{\pi}{2}\epsilon_n\delta}. \quad (9)$$

Волновая функция рассеяния для падающего электрона

$$\Psi_e^{(+)}(J, x) = \sum_l c_l^{(+e)} \psi_e(j_p, x) \quad (10)$$

содержит коэффициент

$$c_l^{(+e)} = e^{-il\varphi_p} e^{i\frac{\pi}{2}\epsilon_l\delta}. \quad (11)$$

$J$  — коллективный индекс состояния с линейным импульсом на бесконечности и  $s$ .

Волновая функция фотона

$$A_\mu^\lambda(\vec{k}, x) = \frac{e_\mu^{(\lambda)}}{\sqrt{2\omega_k}} e^{-i\omega_k t + ik_3 z} e^{ik_\perp \rho \cos(\varphi - \varphi_k)} \quad (12)$$

содержит поперечные векторы линейной поляризации

$$\vec{e}^{(\sigma)} = (0, -\sin \varphi_k, \cos \varphi_k, 0), \quad \vec{e}^{(\pi)} = \frac{1}{\omega_k} (0, -k_3 \cos \varphi_k, -k_3 \sin \varphi_k, k_\perp).$$

В системе координат с  $k_3 = 0$  вектор поляризации  $\vec{e}^{(\pi)}$  направлен вдоль оси  $z$ , а  $\vec{e}^{(\sigma)}$  перпендикулярен магнитной струне.

### 3. МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И РОЖДЕНИЯ ПАРЫ

Дифференциальные поперечные сечения определяются потоками частиц на бесконечности и поэтому связаны с состояниями рассеяния (7), (8) и (10). Цилиндрические моды имеют исчезающие радиальные потоки и не описывают падающие и уходящие частицы. Они, однако, очень удобны при расчете матричных элементов, и мы будем использовать их как исходную позицию при расчете дифференциальных поперечных сечений.

**3.1. Матричные элементы для цилиндрических мод.** Матричный элемент процесса тормозного излучения падающим электроном с квантовыми числами  $j_p = (p_\perp, p_z, l, s)$ , который переходит в уходящий электрон с квантовыми числами  $j_q = (q_\perp, q_z, n, r)$ , излучая фотон с квантовыми числами  $(\vec{k}, \lambda)$ , имеет обычный вид

$$\widetilde{M}_\lambda(j_q, \vec{k}, \lambda; j_p) = -e \int d^4x \bar{\psi}_e(j_q, x) A_\mu^{*\lambda}(\vec{k}, x) \gamma_\mu \psi_e(j_p, x), \quad (13)$$

где матрицы  $\gamma_\mu$  определены согласно [11].

Матричный элемент рождения электрона с квантовыми числами  $j_p = (p_\perp, p_z, l, s)$  и позитрона с квантовыми числами  $j_q = (q_\perp, q_z, n, r)$  одиночным фотоном с квантовыми числами  $(\vec{k}, \lambda)$  для физических состояний  $\lambda = \sigma, \pi$ , равен

$$\widetilde{M}_\lambda(j_p, j_q; \vec{k}, \lambda) = -e \int d^4x \bar{\psi}_e(j_p, x) A_\mu^\lambda(\vec{k}, x) \gamma_\mu \psi_p^c(j_q, x). \quad (14)$$

Эти матричные элементы были вычислены в [9] и [10]. Здесь мы хотим обратить внимание только на ряд специфических моментов этого расчета. Матричные элементы содержат две  $\delta$ -функции, соответствующие законам сохранения энергии и  $z$ -компоненты импульса.  $J_z$ -компонента полного углового момента также сохраняется. Напротив, импульс в плоскости, перпендикулярной магнитной струне (радиальный импульс), не сохраняется. Более того, процессы происходят, когда радиальный импульс падающей частицы превышает сумму радиальных импульсов уходящих частиц, что следует из закона сохранения энергии. Избыток радиального импульса принимает струна.

В таком случае матричные элементы выражаются аналитически через табличные интегралы типа 6.578(3), 6.522(14) [21]:

$$\begin{aligned} J(\alpha, \beta) &= \int_0^\infty \rho d\rho J_\alpha(x\rho \sin A \cos B) J_\beta(x\rho \cos A \sin B) J_{\beta-\alpha}(x\rho) = \\ &= \frac{2 \sin \pi \alpha}{\pi x^2 \cos(A+B) \cos(A-B)} \left( \frac{\sin A}{\cos B} \right)^\alpha \left( \frac{\sin B}{\cos A} \right)^\beta, \end{aligned}$$

которые возникают после интегрирования по  $\varphi$  и  $\rho$ . (Здесь  $x$  обозначает импульс падающей частицы).

Парциальный анализ выявил довольно неожиданную особенность этих процессов: они оказываются запрещенными, если орбитальные квантовые числа  $l$  и  $n$  заряженных частиц имеют одинаковые знаки. Это, в свою очередь, предполагает, что ожидаемые значения проекций кинетических угловых моментов частиц,  $\langle -i\partial_\varphi - \phi \rangle$ , имеют противоположные знаки для всех значений  $l, n \neq 0$ . В рамках квазиклассического описания это означает,

что заряженные частицы должны обойти струну с противоположных сторон, охватывая магнитный поток. Только в этом случае АБ-эффект и родственные ему эффекты проявляют себя. Очевидно, это необходимо для того, чтобы падающая частица могла передать избыток своего радиального импульса струне и родить реальные уходящие частицы из вакуумных флуктуаций. Отметим также появление в матричных элементах характерного множителя  $\sin \pi \delta$ .

**3.2. Матричные элементы для состояний рассеяния и дифференциальные поперечные сечения.** Матричные элементы для состояний рассеяния (7), (8) и (10) нетрудно выразить через матричные элементы (13), (14) для цилиндрических мод и затем найти поперечные сечения процессов.

Для тормозного излучения электрона с импульсом  $\vec{p}$  и спиновым числом  $s$ , который при рассеянии на струне испускает фотон с импульсом  $\vec{k}$  и поляризацией  $\lambda$ , переходя в состояние с импульсом  $\vec{q}$  и спиновым числом  $r$ , матричный элемент имеет вид

$$M_\lambda = -i \langle \vec{q}, r; \vec{k}, \lambda | S^{(1)} | \vec{p}, s \rangle = \sum_{l,n} c_l^{(+e)} c_n^{(-e)*} \widetilde{M}_\lambda(j_q, \vec{k}, \lambda; j_p).$$

Вычисляя парциальный матричный элемент, мы получаем эффективное дифференциальное поперечное сечение на единицу длины струны:

$$\frac{d\sigma_\lambda}{d\omega_k d\Omega_k d\varphi_q} = \frac{e^2 \sin^2 \pi \delta}{64\pi^4 \omega E_p^2} \times \frac{P_\lambda^{(+)} a^{2\delta} + P_\lambda^{(-)} a^{-2\delta} + P_\lambda^{(0)}}{(1 - v^2 x^2)(1 - vx \cos \varphi_{pk}) (1 - \omega v x^2 - vx \sqrt{1 - 2\frac{\omega}{v} + \omega^2 x^2} \cos \varphi_{qk})}, \quad (15)$$

где  $d\Omega_k = d \cos \vartheta_k d\varphi_k$ ,  $v$  — скорость падающего электрона,  $P_\lambda^{(\pm,0)}$  — некоторые функции  $\omega$ ,  $x$ ,  $s$ ,  $r$ , причем  $P_\lambda^{(\pm)}$  зависит также от углов  $\varphi$ , и введены обозначения

$$\omega = \frac{\omega_k}{p_\perp} = \frac{p_\perp^2 - q_\perp^2 + k_\perp^2}{2p_\perp \sqrt{p_\perp^2 + M^2}}, \quad x = \sin \vartheta_k = \frac{2k_\perp \sqrt{p_\perp^2 + M^2}}{p_\perp^2 - q_\perp^2 + k_\perp^2},$$

$$a = \frac{1 - \frac{\omega}{v} - \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - v^2 x^2}}{\sqrt{1 - 2\frac{\omega}{v} + \omega^2 x^2}}.$$

Уравнение Дирака во внешнем АБ-поле (1) ковариантно при бусте вдоль струны. Поэтому достаточно рассмотреть случай нормального падения электрона на магнитную струну,  $p_z = 0$ . При этом никакой информации не будет потеряно, а расчеты становятся намного проще. В этом случае  $\omega$  равна безразмерной энергии фотона, а  $\vartheta_k$  — углу между импульсом фотона и струной.

В реальных экспериментах наблюдают распределения рассеянного электрона и излученного фотона по энергии, импульсам и поляризациям. Эффективное дифференциальное сечение (15) содержит полную информацию об этих распределениях.

Для рождения электронно-позитронной пары с импульсами  $\vec{p}$ ,  $\vec{q}$  и спиновыми числами  $s$ ,  $r$ , падающим фотоном с импульсом  $\vec{k}$  и поляризацией  $\lambda$  мы находим

$$M_\lambda = -i \langle \vec{q}, r; \vec{p}, s | S^{(1)} | \vec{k}, \lambda \rangle = \sum_{l,n} c_l^{(-e)*} c_n^{(-p)} \widetilde{M}_\lambda(j_p, j_q; \vec{k}, \lambda).$$

Тогда эффективное дифференциальное сечение рождения пары записывается в системе координат  $k_3 = 0$  (без потери информации) в виде

$$\frac{d\sigma_\lambda}{dE_q d\varphi_q d\varphi_p dq_3} = \frac{e^2 \sin^2 \pi\delta}{128\pi^4} \frac{c^\delta S_\lambda^{(+)} + c^{-\delta} S_\lambda^{(-)} + S_\lambda^{(0)}}{\omega_k^3 (q_3^2 + M^2) (E_p - p_\perp \cos \varphi_{pk}) (E_q - q_\perp \cos \varphi_{qk})}, \quad (16)$$

где  $S_\lambda^{(\pm,0)}$  — некоторые функции  $E_p$ ,  $E_q$ ,  $q^3$ ,  $s$ ,  $r$ , причем  $S_\lambda^{(\pm)}$  зависит также от углов  $\varphi$ , и

$$c = \frac{(E_p - \sqrt{q_3^2 + M^2})(E_q - \sqrt{q_3^2 + M^2})}{(E_p + \sqrt{q_3^2 + M^2})(E_q + \sqrt{q_3^2 + M^2})},$$

Дифференциальное поперечное сечение (16) содержит полную информацию об энергетических, угловых и поляризационных распределениях рожденных электронов и позитронов, которые можно экспериментально наблюдать. Эти распределения, очевидно, связаны законами сохранения энергии, и компоненты импульса:  $E_p + E_q = \omega_k$ ,  $p_3 + q_3 = 0$ .

#### 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ ПРИ МАЛЫХ И ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

В этом разделе мы рассмотрим угловые и поляризационные распределения уходящих частиц при различных энергиях падающей частицы.

**4.1. Тормозное излучение.** При малой энергии фотона  $\omega \rightarrow 0$  в сечении процесса тормозного излучения имеется инфракрасная сингулярность. Причина ее появления общая для всех процессов рассеяния заряженных частиц — неприменимость теории возмущений для излучения мягких фотонов.

Для электрона малой энергии,  $v \ll 1$ , мы имеем  $\omega \leq \frac{v}{2}$ ,  $a^2 \approx 1 - \omega_k / (E_p - M)$  и  $s, r = \pm 1$ . Тогда

$$P_\sigma^{(\pm)} = 2\Theta(sr) \left( 1 - \frac{\omega}{v} \mp s \frac{\omega}{v} \right), \quad P_\pi^{(\pm)} = \cos^2 \vartheta_k P_\sigma^{(\pm)},$$

$$P_{\sigma}^{(0)} = 2\Theta(sr)a \cos(\varphi_{pk} + \varphi_{qk}), \quad P_{\pi}^{(0)} = -\cos^2 \vartheta_k P_{\sigma}^{(0)},$$

и дифференциальное поперечное сечение принимает вид

$$\frac{d\sigma_{\lambda}}{d\omega_k d\Omega_k d\varphi_q} = \frac{e^2 \sin^2 \pi\delta}{32\pi^4 M \omega_k} v \Theta(sr) S^{(s)} \left( \frac{1}{\cos^2 \vartheta_k} \right) \quad \text{для} \quad \begin{cases} \lambda = \sigma \\ \lambda = \pi \end{cases}, \quad (17)$$

с

$$S^{(s)} = \left(1 - \frac{\omega_k}{E_p - M}\right)^{1+s\delta} + \left(1 - \frac{\omega_k}{E_p - M}\right)^{-s\delta} + 2\epsilon_{\lambda} \left(1 - \frac{\omega_k}{E_p - M}\right)^{\frac{1}{2}} \cos(\varphi_{pk} + \varphi_{qk}),$$

где  $\epsilon_{\lambda} = 1$  для  $\lambda = \sigma$  и  $\epsilon_{\lambda} = -1$  для  $\lambda = \pi$ .

Сечение процесса тормозного излучения пропорционально классическому радиусу электрона  $r_0 = e^2/4\pi M$  и скорости падающего электрона  $v$ .

Отметим особенности процесса тормозного излучения, характерные для дираковских частиц, которые можно увидеть из выражения (17).

— При малых энергиях электрона сохраняется проекция спина на направление струны; при излучении мягких фотонов она сохраняется при любых энергиях.

— Появление дополнительного множителя  $\cos^2 \vartheta_k$  для  $\pi$ -поляризованного фотона типично для излучения нерелятивистских частиц. Однако угловые распределения рассеянного электрона и излученного фотона зависят от азимутальных углов  $\varphi_q$  и  $\varphi_k$  в плоскости, перпендикулярной струне, в отличие от излучения скалярных частиц. Эта асимметрия возникает из-за взаимодействия магнитного момента электрона с магнитной струной.

— После интегрирования по углу  $\varphi_q$  уходящего электрона последний член в  $S^{(s)}$  исчезает и мы получаем

$$S^{(s)} = 2\pi \left\{ \left(1 - \frac{\omega_k}{E_p - M}\right)^{1+s\delta} + \left(1 - \frac{\omega_k}{E_p - M}\right)^{-s\delta} \right\}.$$

Это сечение при  $s = -1$  совпадает с сечением для нерелятивистских бесспиновых частиц [7]. В этом случае оно инвариантно при замене  $\delta \rightarrow 1 - \delta$  и при  $\Phi \rightarrow -\Phi$ . Однако для поляризации  $s = 1$  притяжение за счет взаимодействия спина с магнитным полем приводит к усилению волновой функции вблизи струны и изменяет сечение.

— Излучение фотона с переворотом спина электрона происходит при более высоких энергиях. В результате рассеяния спин электрона ориентируется преимущественно против направления магнитного поля струны, что приводит к слабому эффекту самополяризации электронного пучка, хорошо известному в случае синхротронного излучения [22].

Рассмотрим угловое распределение для электрона высокой энергии, когда  $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2} \gg 1$ . Благодаря множителям

$$(1 - vx \cos \varphi_{pk}) \sim E_p \omega_k - \vec{p} \vec{k}$$

и

$$(1 - \omega v x^2 - vx \sqrt{1 - 2\frac{\omega}{v} + \omega^2 x^2 \cos \varphi_{qk}}) \sim E_q \omega_k - \vec{q} \vec{k}$$

в знаменателе (15) сечение тормозного излучения имеет острый максимум в направлении вперед, и излучение происходит в узком конусе с апертурой порядка  $\sim 1/\gamma$ . В том же конусе распространяется рассеянный электрон. Вне конуса вероятность процесса быстро убывает.

**4.2. Рождение пары.** Угловые распределения рожденных электрона и позитрона имеют очень сложный вид. Они существенно упрощаются для малых и высоких энергий.

При небольшой энергии фотона, слегка превышающей порог рождения пары  $\omega_k - 2M \ll M$ , мы имеем

$$p_{\perp} \sim q_{\perp} \sim q_3 \ll M, \quad c \ll 1$$

и

$$S_{\sigma}^{(\mp,0)} \sim S_{\pi}^{(0)} \ll S_{\pi}^{(\mp)} \approx 4M^4(1 - s_3 r_3)(1 \pm s_3).$$

Отсюда видно, что пары малой энергии рождаются преимущественно от  $\pi$ -поляризованных фотонов, а дифференциальное поперечное сечение рождения пар над порогом равно

$$\frac{d\sigma_{\pi}}{dE_q d\varphi_q d\varphi_p dq_3} \approx \frac{e^2 \sin^2 \pi \delta}{256\pi^4} (1 - s_3 r_3) \frac{c^{-\delta}(1 + s_3) + c^{\delta}(1 - s_3)}{M^3}. \quad (18)$$

Угловые распределения электронов и позитронов малой энергии однородны в плоскости, перпендикулярной магнитной струне, но их зависимость от полярного угла  $\vartheta$  довольно сложная.

Поляризация электронов и позитронов сильно зависит от поляризации фотона. Рожденные частицы имеют проекции спинов противоположных знаков, и электроны с положительной проекцией (против поля) рождаются преимущественно  $\pi$ -поляризованными фотонами, так как  $c \ll 1$ . Их доля растет с увеличением параметра магнитного потока  $\delta$ . В этом случае взаимодействие магнитных моментов с магнитным полем струны приводит к притяжению к струне как электрона, так и позитрона. Их волновые функции локализованы вблизи струны, что усиливает эффект.  $\sigma$ -поляризованные фотоны с векторами поляризации, перпендикулярными струне, рожают частицы с проекциями  $s_3$  и  $r_3$  одинаковых знаков, так что их магнитные моменты имеют

противоположные направления. Поэтому взаимодействие со струной приводит к локализации вблизи струны только одной из волновых функций, так что волновые функции слабо перекрываются, и процесс рождения пары подавлен. С увеличением энергии фотона эта корреляция ослабляется, так как более высокие орбитальные моменты дают вклад в сечение.

При высоких энергиях фотона,  $\omega_k \gg M$ , угловые распределения становятся простыми — электрон и позитрон испускаются преимущественно вперед в направлении ( $\varphi_{pk} \sim \varphi_{qk} \sim 0$ ,  $\vartheta \sim \pi/2$ ) в узком конусе с апертурой порядка  $M/\omega_k$ . Этот вывод следует из присутствия множителей  $E_p - p_{\perp} \cos \varphi_{pk}$ ,  $E_q - q_{\perp} \cos \varphi_{qk}$  и  $q_3^2 + M^2 \sim E_q^2 \cos^2 \vartheta$  в знаменателе выражения (16).

## 5. ПОЛНЫЕ ПОПЕРЕЧНЫЕ СЕЧЕНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЭНЕРГИЯХ

**5.1. Тормозное излучение.** Для того, чтобы найти полное поперечное сечение тормозного излучения, нужно проинтегрировать выражение (15) по конечным состояниям. При интегрировании по углу  $\varphi_q$  член с  $P_{\lambda}^{(0)}$  исчезает, и, суммируя по поляризациям уходящего электрона (отмечено чертой), мы находим

$$\frac{\overline{d\sigma_{\lambda}}}{d\omega_k d\Omega_k} = \frac{e^2 \sin^2 \pi \delta}{32\pi^3 \omega_k} \frac{v}{E_p} \frac{\overline{P_{\lambda}^{(+)}} a^{2\delta} + \overline{P_{\lambda}^{(-)}} a^{-2\delta}}{(1 - v^2 x^2)^{\frac{3}{2}} (1 - vx \cos \varphi_{pk})},$$

где  $\overline{P_{\lambda}^{(\pm)}}$  — усредненные по поляризациям функции  $P_{\lambda}^{(\pm)}$ . Интегрирование по углу  $\varphi_k$  излученного фотона дает дополнительно множитель  $2\pi(1 - v^2 x^2)^{-\frac{1}{2}}$ , и мы получаем

$$\frac{\overline{d\sigma_{\lambda}}}{d\omega_k d \cos \vartheta_k} = \frac{e^2 \sin^2 \pi \delta}{16\pi^2 \omega_k} \frac{v}{E_p} \frac{\overline{P_{\lambda}^{(+)}} a^{2\delta} + \overline{P_{\lambda}^{(-)}} a^{-2\delta}}{(1 - v^2 x^2)^2}.$$

Остающиеся интегралы по  $d\omega_k$  и  $d\vartheta_k$  нельзя найти в аналитическом виде при произвольной энергии электрона.

При малой энергии электрона мы имеем

$$\frac{\overline{d\sigma_{\sigma}}}{d\omega_k} = 3 \frac{\overline{d\sigma_{\pi}}}{d\omega_k} = \frac{r_0 \sin^2 \pi \delta}{\pi} \frac{v}{\omega_k} \left[ \left(1 - \frac{\omega_k}{E_p - M}\right)^{1+s\delta} + \left(1 - \frac{\omega_k}{E_p - M}\right)^{-s\delta} \right].$$

При высокой энергии,  $\gamma = (1 - v^2)^{-\frac{1}{2}} \gg 1$ , основной вклад в поперечное сечение возникает от значений  $\vartheta_k \sim \frac{\pi}{2}$ , или  $x \sim 1$ . В этом случае  $a \approx 1$ ,

если тормозной фотон не слишком жесткий,  $\omega < \omega_{\max}$ , и мы получаем для поперечного сечения

$$\frac{d\sigma_\lambda}{d\omega_k} \sim \frac{r_0 \sin^2 \pi \delta}{\omega_k} f_\lambda(\omega_k),$$

где  $f_\lambda(\omega_k)$  — некоторая функция энергии фотона. Это означает, что форма энергетического спектра тормозного излучения не зависит от энергии и поляризации падающего электрона. Для жестких фотонов,  $\omega \sim \omega_{\max}$ , параметр  $a^2 \sim (\omega_{\max} - \omega)/2\sqrt{1 - v^2 x^2}$ , и поперечное сечение равно асимптотически

$$\frac{d\sigma_\lambda}{d\omega_k} \sim \frac{r_0 \sin^2 \pi \delta}{\omega_k} \gamma^\delta \left(1 - \frac{\omega_k}{E_p}\right)^\delta (a \mp bs),$$

где  $a$  и  $b$  — некоторые коэффициенты, а знаки  $\mp$  соответствуют поляризации  $\lambda = \sigma$  и  $\pi$  соответственно. Это означает, что доля жестких фотонов в спектре растет с энергией падающего электрона, т.е. тормозной спектр становится более жестким. Отметим также наличие некоторой корреляции между спином электрона и поляризацией фотона.

**5.2. Рождение пары.** Проанализируем энергетическое поведение поперечного сечения рождения электронно-позитронной пары. Интегрирование дифференциального сечения (16) по азимутальным углам  $\varphi_p, \varphi_q$  дает дополнительный множитель  $4\pi^2/(q_3^2 + M^2)$  и устраняет член с  $S_\lambda^{(0)}$ . Суммируя по поляризациям рожденных электрона и позитрона, мы получаем

$$\frac{d\sigma_\lambda}{dE_q dq_3} = \frac{e^2 \sin^2 \pi \delta}{32\pi^2} \frac{c^\delta + c^{-\delta}}{\omega_k^3 (q_3^2 + M^2)^2} S_\lambda,$$

где  $S_\lambda = \Sigma_{s,r} S_\lambda^\pm$ . Так как переменные  $p_\perp$  и  $q_\perp$  обе положительны, переменная  $q_3$  меняется в пределах от  $-q_3^{\max}$  до  $q_3^{\max}$ , где  $q_3^{\max} = \min\left(\sqrt{E_q^2 - M^2}, \sqrt{E_p^2 - M^2}\right)$ . Вводя новые переменные  $\varepsilon = |E_p - E_q|$  и  $x = \sqrt{q_3^2 + M^2}$ , мы получаем общее выражение для полного поперечного сечения рождения электронно-позитронной пары фотоном с энергией  $\omega_k$  и поляризацией  $\lambda$ :

$$\sigma_\lambda = \frac{e^2 \sin^2 \pi \delta}{16\pi^2} \frac{1}{\omega_k^3} \int_M^{\frac{\omega_k}{2}} dx \frac{1}{x^3 \sqrt{x^2 - M^2}} \int_0^{\omega_k - 2x} d\varepsilon (c^{-\delta} + c^\delta) S_\lambda(\varepsilon, x) \quad (19)$$

где

$$c = \frac{(\omega_k - 2x)^2 - \varepsilon^2}{(\omega_k + 2x)^2 - \varepsilon^2}.$$

Остающиеся интегралы по  $\varepsilon$  и  $x$  нельзя найти аналитически.

Это общее выражение для полного поперечного сечения существенно упрощается при надпороговой и высокой энергиях фотона.

При надпороговой энергии,  $\omega_k - 2M \ll M$ , величины  $S_\sigma \ll S_\pi \approx 4M^2$  и  $c \ll 1$ . Опуская в (19) член  $c^\delta \ll c^{-\delta}$  и вводя новые безразмерные переменные  $t$  и  $y$ :

$$\varepsilon = (\omega_k - 2x)t, \quad x = M + \frac{\omega_k - 2M}{2}y,$$

мы получаем

$$\sigma_\pi = \frac{r_0 \sin^2 \pi \delta}{\sqrt{2\pi}} \left( \frac{\omega_k - 2M}{2M} \right)^{\frac{3}{2} - 2\delta} B(\delta),$$

где  $B(\delta)$  — некоторая постоянная  $\sim 1$ . Интегрируя по малому интервалу энергий  $\Delta$  над порогом,  $2M \geq \omega_k \leq 2M(1 + \Delta)$ , мы находим интегральное поперечное сечение

$$I = \int_{2M}^{2M(1+\Delta)} \sigma_\pi(\omega_k) d\omega_k \approx \frac{e^2 \sin^2 \pi \delta}{2\sqrt{2\pi}} \frac{\Delta^{\frac{5}{2} - 2\delta}}{\frac{5}{2} - 2\delta} B(\delta).$$

Эта величина определяет выход электронно-позитронных пар, рожденных фотоном на единице длины струны в единицу времени в данном интервале энергий. При  $\delta = \frac{1}{2}$  мы получаем

$$I = \frac{e^2 \sqrt{2}}{3\pi} \Delta^{\frac{3}{2}}.$$

При высоких энергиях фотона,  $\omega_k \gg M$ , основной вклад в поперечное сечение возникает от значений  $x \sim M$ . В этом случае параметр  $c \sim 1$ . Интегрируя по  $\varepsilon$  и  $x$ , мы находим

$$\sigma_\lambda \sim \frac{e^2 \sin^2 \pi \delta}{4\pi M} a_\lambda = r_0 a_\lambda \sin^2 \pi \delta$$

с  $a_\sigma = \frac{2}{3}$  и  $a_\pi = 1$ .

При высоких энергиях фотона полное поперечное сечение рождения пар стремится асимптотически к постоянным значениям при любой поляризации фотона. Эта энергетическая зависимость совместима с унитарностью (можно было ожидать, что сингулярный АБ-потенциал приведет к растущему сечению и нарушению теории возмущений при высоких энергиях, как это происходит в случае бесконечно тонкой космической струны [15]).

Однако мы не рассматриваем рождение пар при высокой энергии фотона как эффект, подходящий для экспериментального исследования. Для такого исследования потребовалось бы создать когерентный пучок фотонов высокой энергии.

Для этой цели более интересен случай надпорогового рождения пары. Известно [12], что процесс рождения электронно-позитронной пары в однородном магнитном поле  $B$  может происходить с заметной вероятностью

только для ультрарелятивистских энергий или в интенсивных магнитных полях, когда характерный параметр [23, 24]:

$$\frac{B}{B_0} \frac{E}{Mc^2} \sim 1, \quad B_0 = \frac{M^2 c^3}{e\hbar}.$$

Таких ограничений нет для рождения пары в АБ-поле, напряженность которого формально бесконечна. Основной проблемой здесь является выяснение условий, при которых АБ-режим может быть реализован на практике. Для этого необходимо рассмотреть реалистическую модель магнитной струны в виде соленоида конечного радиуса. Тогда очевидно, что длина волны рожденных электрона и позитрона должна превышать радиус соленоида, чтобы реализовался АБ-режим. Энергия фотона при этом должна быть близка к пороговой энергии  $2M$ .

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы проанализировали КЭД-процессы в присутствии магнитной струны, которые родственны АБ-эффекту и обсудили характерные особенности этих процессов для дираковских частиц. Тормозное излучение электрона на струне представляется совсем естественным, так как любое рассеяние электронов неизбежно сопровождается излучением фотонов. Рождение электронно-позитронной пары одиночным фотоном кажется довольно неожиданным, так как только рожденные заряженные частицы чувствуют внешнее магнитное поле. В любом случае эти процессы происходят из-за возбуждения вакуума магнитной струной. Они родственны АБ-эффекту в том отношении, что происходят только в случае, если волновые функции заряженных частиц охватывают магнитный поток.

Кроме обычного АБ-взаимодействия, которое испытывают все заряженные частицы из-за появления неинтегрируемого фазового множителя [25], дираковские частицы взаимодействуют с магнитной струной через свои магнитные моменты. Это взаимодействие влияет на поведение волновых функций вблизи струны и тем самым на поперечные сечения процессов. Кроме того, нелокальный характер АБ-эффекта слегка утрачивается, так как волновые функции не исчезают на струне.

Мы вычислили дифференциальные и полные поперечные сечения процессов, которые оказались неожиданно большими. По-видимому, это является следствием чрезмерной идеализации модели струны и требует дополнительного исследования, которое сейчас проводится. В этом отношении особенно интересен процесс надпорогового рождения электронно-позитронной пары фотоном, так как в однородном поле его сечение экстремально мало. Полу-

ченные результаты могут представлять определенный интерес для возможной экспериментальной проверки эффекта.

Мы посвящаем эту работу памяти Моисея Александровича Маркова, который в свое время интересовался проблемой монополя Дирака и связанным с ней АБ-эффектом. Именно он стимулировал наш интерес к этому эффекту.

Работа выполнена в рамках проекта (96-02-16053-а) Российского фонда фундаментальных исследований и при поддержке Немецкого научно-технического общества (Deutsche Forschungsgemeinschaft).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Aharonov Y., Bohm D.** — Phys. Rev., 1959, v. 119, p.485.
2. **Franz W.** — Verh. Deutsch. Physik. Ges., 1939, v. 20, p.65.
3. **Ehrenberg W., Siday R.E.** — In: Proc. Phys. Soc. London B, 1949, v. 62, p. 8.
4. **Olariu S., Popescu I.I.** — Rev. Mod. Phys., 1985, v. 47, p.339.
5. **Скаржинский В.Д.** — Эффект Ааронова–Бома: Теоретические расчеты и интерпретация. — В кн.: Труды ФИАН СССР, М.: Наука, 1985, т.167, с.139.
6. **Peshkin M., Topomura A.** — The Aharonov-Bohm effect, Springer-Verlag, Berlin, 1989.
7. **Серебряный Е.М., Скаржинский В.Д.** — Краткие сообщения по физике ФИАН, 1988, т.6, с.45.; Тормозное излучение при рассеянии Ааронова–Бома. В кн.: Труды ФИАН СССР, М.: Наука, 1989, т.197, с.181.
8. **Гальцов Д.В., Воропаев С.А.** — Ядерная физика, 1990, т.51, с.1811.
9. **Audretsch J., Jasper U., Skarzhinsky V.D.** — Phys. Rev. D, 1996, v. 53, p. 2178.
10. **Skarzhinsky V.D., Audretsch J., Jasper U.** — Phys. Rev. D, 1996, v.53, p.2190.
11. **Ахизер А.И., Берестецкий В.Б.** — Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1969.
12. **Клепиков Н.П.** — ЖЭТФ, 1954, т. 26, с.19.
13. **Гинзбург В.Л., Жарков Г.Ф.** — ЖЭТФ, 1965, т. 20, с.1525.
14. **Жарков Г.Ф.** — Ядерная физика, 1965, т.1, с.173.
15. **Skarzhinsky V.D., Harari D., Jasper U.** — Phys.Rev. D, 1994, v. 49, p.755.
16. **Audretsch J., Jasper U., Skarzhinsky V.D.** — Phys.Rev. D, 1994, v. 49, p.6576.
17. **Hagen C.R.** — Phys. Rev. Lett., 1990, v.64, p.503.
18. **Hagen C.R.** — Int. J. Mod. Phys. A, 1991, v.6, p.3119.
19. **Gerbert Ph.S.** — Phys. Rev. D., 1989, v.40, p.1346.
20. **Audretsch J., Jasper U., Skarzhinsky V.D.** — J. Phys. A, 1995, v. 28, p.2359.
21. **Градштейн И.С., Рыжик И.М.** — Таблицы интегралов. М.: Физматгиз, 1963.
22. **Sokolov A.A., Ternov I.M.** — Synchrotron radiation. Akademie-Verlag, Berlin, 1968.
23. **Schwinger J.** — Phys.Rev., 1951, v.82, p.664.
24. **Ригус В.И.** — Квантовые эффекты взаимодействия элементарных частиц с интенсивным электромагнитным полем. В кн.: Труды ФИАН СССР, 1963, т.111, с.5.
25. **Wu T.T., Yang C.N.** — Phys. Rev. D, 1975, v.12, p.3864.

## ЭФФЕКТЫ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В НЕЛЕПТОННЫХ РАСПАДАХ $K$ -МЕЗОНОВ

А.А.Пенин, А.А.Пивоваров

Институт ядерных исследований РАН, Москва

Дан обзор последних результатов анализа нелептонных распадов мезонов в стандартной модели. Основное внимание уделено эффектам сильных взаимодействий на больших расстояниях. Получено согласованное описание правила  $\Delta I = 1/2$  и "прямого" нарушения CP-инвариантности в распадах  $K \rightarrow \pi\pi$ .

A review of recent development of the theoretical analysis of nonleptonic  $K$ -meson decays within the Standard Model is presented. Attention is focused on large distance effects of strong interactions. A consistent description of the  $\Delta I = 1/2$  rule and "direct" CP-violation in  $K \rightarrow \pi\pi$  decays is obtained.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время стандартная модель (СМ) электрослабых и сильных взаимодействий, основанная на калибровочной группе  $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U(1)$  [1–3], дает согласованное описание практически всех имеющихся экспериментальных данных в физике элементарных частиц и, по-видимому, является реальным прототипом для будущих теорий великого объединения. В то же время существуют некоторые явления, попытки объяснить которые в рамках СМ наталкиваются на серьезные трудности. Исследование подобных явлений представляет особый интерес, поскольку может привести либо к открытию новой физики, выходящей за пределы СМ, либо к созданию новых теоретических методов, адекватно описывающих данные явления в СМ. Один из наиболее ярких с этой точки зрения примеров представляет собой система  $K$ -мезонов и, в частности, нелептонные распады  $K$ -мезонов.

Распады  $K \rightarrow \pi\pi$  описываются двумя изотопически неприводимыми амплитудами  $A_0$  и  $A_2$ , отвечающими переходам с изменением изоспина  $\Delta I = 1/2$  и  $\Delta I = 3/2$ . Амплитуды наблюдаемых распадов выражаются через  $A_0$  и  $A_2$  следующим образом:

$$A(K^0 \rightarrow \pi^0\pi^0) = \sqrt{\frac{2}{3}}e^{\delta_0}A_0 - 2\sqrt{\frac{1}{3}}e^{\delta_2}A_2, \quad (1.1)$$

$$A(K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) = \sqrt{\frac{2}{3}}e^{\delta_0}A_0 + \sqrt{\frac{1}{3}}e^{\delta_2}A_2, \quad (1.2)$$

$$A(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0) = \sqrt{\frac{3}{2}} e^{\delta_I} A_2. \quad (1.3)$$

Наличие фазовых множителей  $e^{\delta_I}$  следует из унитарности матрицы рассеяния. Фазы  $\delta_I$  описывают взаимодействие  $\pi$ -мезонов в конечном состоянии.

До настоящего времени предметом интенсивных теоретических исследований является известное эмпирическое правило отбора по изотопическому спину “ $\Delta I = 1/2$ ”, согласно которому амплитуда  $A_0$  значительно усилена по сравнению с амплитудой  $A_2$ . Проблема “ $\Delta I = 1/2$ ” состоит в следующем. На фундаментальном уровне СМ-распады с изменением странности на единицу ( $\Delta S = 1$ ) обусловлены взаимодействием двух слабых заряженных кварковых токов с калибровочным  $W$ -бозоном. При энергиях, характерных для распадов  $K$ -мезонов в ведущем (древесном) приближении по сильному взаимодействию, оно сводится к эффективному четырехкварковому взаимодействию, описываемому гамильтонианом [4]:

$$H_{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* \bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u \bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d + \text{э.с.}, \quad (1.4)$$

где  $G_F$  — постоянная Ферми и  $V_{ij}$  — элементы матрицы смешивания кварковых ароматов Кабиббо — Кобаяши — Маскава (ККМ) [5, 6]. Амплитуды распадов задаются матричными элементами эффективного низкоэнергетического гамильтониана по соответствующим мезонным состояниям:

$$A_I = \langle (\pi\pi)_I | H_{\Delta S=1} | K \rangle. \quad (1.5)$$

Если пренебречь сильными взаимодействиями кварковых токов (гипотеза факторизации [7–9]), матричные элементы  $\langle (\pi\pi)_I | H_{\Delta S=1} | K \rangle \equiv \langle H_{\Delta S=1} \rangle_I$ , соответствующие распадам  $K \rightarrow \pi\pi$  в состоянии с изотопическим спином  $I = 0, 2$ , могут быть вычислены на основании алгебры токов [10] и гипотезы о частичном сохранении аксиального тока (ЧСАТ) [11]. Однако вычисленное таким способом отношение изотопически неприводимых амплитуд  $A_0/A_2$  в двадцать пять раз (!) меньше экспериментально наблюдаемого значения [12]. Возникает вопрос, можно ли на основании квантовой хромодинамики (КХД) получить количественное описание этих распадов и объяснить правило  $\Delta I = 1/2$ . Впервые эффекты сильных взаимодействий в нелептонных распадах  $K$ -мезонов изучались в работах [9, 13], где было обнаружено, что учет жестких глюонов при выводе эффективного низкоэнергетического действия приводит к усилению амплитуды  $A_0$  и подавлению амплитуды  $A_2$ . Открытые в дальнейшем в работах [14, 15] так называемые глюонные “пингвины” вызывают дополнительный рост амплитуды  $A_0$ . Однако учет влияния сильных взаимодействий только на малых расстояниях в рамках теории возмущений не смог привести теоретические оценки в согласие с экспериментом.

Последовательный ренормгрупповой анализ эффективного низкоэнергетического действия, включающий кварки третьего поколения [16, 17], а также учет большой массы  $t$ -кварка [18–20], не привели к значительному изменению теоретических результатов. В последние годы усилия, направленные на решение проблемы  $\Delta I = 1/2$ , прилагались в двух направлениях. С одной стороны, достигнут прогресс в анализе эффектов малых расстояний за счет вычисления поправок к главному логарифмическому приближению для эффективного низкоэнергетического гамильтониана [21–27]. С другой стороны, разработаны новые методы анализа эффектов больших расстояний, в том числе основанные на киральной эффективной теории [28–30],  $1/N_c$ -разложении КХД в пределе большого количества цветов  $N_c \rightarrow \infty$  [31–35], адронных правилах сумм [35–38], а также на решеточных моделях теории поля [39–44]. Несмотря на значительные усилия, окончательное решение проблемы  $\Delta I = 1/2$  в настоящее время отсутствует.

Другой фундаментальной теоретической проблемой, связанной с нелептонными распадами  $K$ -мезонов, является нарушение СР-инвариантности в этих распадах. Как известно [6], в СМ с тремя поколениями кварков наличие СР-неинвариантной фазы  $\delta$  в матрице ККМ приводит к нарушению СР-инвариантности в распадах  $K_L \rightarrow \pi\pi$ , где  $K_L$  — долгоживущее состояние нейтральных  $K$ -мезонов. Различают сверхслабый [45] и “прямой” [46] механизмы этого нарушения.

Из-за наличия СР-неинвариантной части в амплитуде переходов  $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$  физические состояния долгоживущего  $K_L$ - и короткоживущего  $K_S$ -мезонов являются суперпозициями СР-четной

$$K_{\text{even}} = \frac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}} \quad (1.6)$$

и СР-нечетной

$$K_{\text{odd}} = \frac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2}} \quad (1.7)$$

комбинаций нейтральных  $K$ -мезонов:

$$K_S = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} (K_{\text{even}} + \varepsilon K_{\text{odd}}) , \quad (1.8)$$

$$K_L = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} (K_{\text{odd}} + \varepsilon K_{\text{even}}) . \quad (1.9)$$

Наличие примеси  $K_{\text{even}}$  в состоянии  $K_L$  приводит к возможности распадов  $K_L \rightarrow \pi\pi$  и известно как сверхслабое нарушение СР-инвариантности [45].

Распады  $K_L \rightarrow \pi\pi$  могут также идти за счет прямых СР-неинвариантных переходов  $K_{\text{odd}} \rightarrow \pi\pi$ . Вводя параметр прямого нарушения СР-инвариант-

ности [46]:

$$\varepsilon' \equiv \frac{A(K_{\text{odd}} \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{A(K_{\text{even}} \rightarrow \pi^+ \pi^-)}, \quad (1.10)$$

для полной относительной вероятности распадов  $K_L \rightarrow \pi\pi$  в линейном приближении по  $\varepsilon$  и  $\varepsilon'$  мы имеем

$$\frac{A(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{A(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)} = \varepsilon + \varepsilon', \quad (1.11)$$

$$\frac{A(K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{A(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)} = \varepsilon - 2\varepsilon'. \quad (1.12)$$

Сверхслабый механизм нарушения СР-инвариантности достаточно хорошо изучен как на теоретическом, так и на экспериментальном уровне (обзор последних результатов может быть найден в работе [24]). В то же время теоретические оценки параметра  $\varepsilon'$  на протяжении последних лет значительно менялись. До конца восьмидесятых годов считалось, что значение параметра  $\varepsilon'$  в основном определяется вкладом глюонного “пингвина” [17,47–50], в то время как так называемые электрослабые “пингины” играют лишь второстепенную роль. В работе [51], однако, было обнаружено, что при массе  $t$ -кварка, большей массы  $W$ -бозона, вклад электрослабых “пингинов” становится достаточно большим. По отношению к вкладу глюонного “пингвина” он имеет противоположный знак и, следовательно, может привести к существенному подавлению величины  $\varepsilon'$  [19, 20, 52–55]. Недавнее экспериментальное открытие  $t$ -кварка [56, 57] и весьма точное измерение его массы  $m_t = (176 \pm 8_{\text{(стат.)}} \pm 10_{\text{(сист.)}})$  ГэВ позволило значительно понизить неопределенность теоретических предсказаний для параметра  $\varepsilon'$ . Основная неопределенность в оценках в настоящий момент связана с вычислением матричных элементов эффективного низкоэнергетического гамильтониана [27].

Цель данной работы — обзор последних результатов теоретического анализа нелептонных распадов  $K$ -мезонов в СМ. Основное внимание в статье уделено анализу эффектов сильных взаимодействий на больших расстояниях.

В разд. 2 рассмотрены возможные обобщения канонического четырехкваркового эффективного  $\Delta S = 1$  гамильтониана.

В разд. 3 представлены различные методы вычисления адронных матричных элементов локальных КХД-операторов, образующих эффективный гамильтониан.

В разд. 4 рассмотрен непертурбативный вклад в амплитуды распадов  $K \rightarrow \pi\pi$  за счет переходов с глюонами в промежуточном состоянии.

В разд. 5 даны новые оценки параметров распадов  $K \rightarrow \pi\pi$ .

В приложении приведены экспериментальные данные [12] и результаты численного анализа [27], которые использовались при исследовании распадов  $K \rightarrow \pi\pi$ .

## 2. НОВЫЕ СТРУКТУРЫ В ЭФФЕКТИВНОМ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ $\Delta S = 1$ ГАМИЛЬТониАНЕ

**2.1. Четырехкварковый эффективный  $\Delta S = 1$  гамильтониан.** Древесный эффективный  $\Delta S = 1$  гамильтониан в области асимптотической свободы [58, 59] при энергиях порядка массы  $W$ -бозона  $M_W$  имеет вид [16]:

$$H_{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* ((Q_2^u - Q_2^c) + \tau(Q_2^c - Q_2^t)) + \text{э.с.}, \quad (2.1)$$

где  $Q_2^q = (\bar{s}q)_{V-A}(\bar{q}d)_{V-A}$  и  $\tau = -V_{td}V_{ts}^*/V_{ud}V_{us}^*$ . Применяя операторное разложение (ОР) [4, 60] к произведению заряженных слабых кварковых токов и используя метод ренормализационной группы [61–63], эффективный гамильтониан можно найти при энергиях, характерных для слабых распадов легких адронов [9, 14–20, 22–26, 51, 64–70]. Учет сильных и электрослабых поправок приводит к появлению новых операторов в эффективном гамильтониане. Четырехкварковый низкоэнергетический эффективный гамильтониан имеет следующий вид: [19]

$$H_{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* \sum_{i=1}^{10} [z_i(\mu) + \tau y_i(\mu)] Q_i + \text{э.с.}, \quad (2.2)$$

где  $y_i(\mu)$  и  $z_i(\mu)$  — коэффициенты Вильсона, взятые в точке нормировки  $\mu < m_c$ . В уравнении (2.2)  $Q_i$  ( $i = 3, \dots, 10$ ) — полный базис  $\Delta S = 1$  локальных четырехкварковых операторов, включающих легкие  $u$ -,  $d$ - и  $s$ -кварки:

$$\begin{aligned} Q_1 &= (\bar{s}_a u_b)_{V-A} (\bar{u}_b d_a)_{V-A}, \\ Q_2 &= (\bar{s}u)_{V-A} (\bar{u}d)_{V-A}, \\ Q_3 &= (\bar{s}d)_{V-A} \sum_{q=u, d, s} (\bar{q}q)_{V-A}, \\ Q_4 &= (\bar{s}_a d_b)_{V-A} \sum_{q=u, d, s} (\bar{q}_b q_a)_{V-A}, \\ Q_5 &= (\bar{s}d)_{V-A} \sum_{q=u, d, s} (\bar{q}q)_{V+A}, \\ Q_6 &= (\bar{s}_a d_b)_{V-A} \sum_{q=u, d, s} (\bar{q}_b q_a)_{V+A}, \\ Q_7 &= \frac{3}{2} (\bar{s}d)_{V-A} \sum_{q=u, d, s} e_q (\bar{q}q)_{V+A}, \\ Q_8 &= \frac{3}{2} (\bar{s}_a d_b)_{V-A} \sum_{q=u, d, s} e_q (\bar{q}_b q_a)_{V+A}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned}
 Q_9 &= \frac{3}{2} (\bar{s}d)_{V-A} \sum_{q=u, d, s} e_q (\bar{q}q)_{V-A} , \\
 Q_{10} &= \frac{3}{2} (\bar{s}_a d_b)_{V-A} \sum_{q=u, d, s} e_q (\bar{q}_b q_a)_{V-A} ,
 \end{aligned}$$

где  $a, b$  — индексы группы цветов  $SU_c(3)$ ,  $e_q$  — заряды кварков и  $(\bar{q}q)_{V\pm A}$  обозначает  $\bar{q}\gamma_\mu(1 \pm \gamma_5)q$ .

Операторы (2.3) не являются независимыми. Между ними существуют линейные связи:

$$\begin{aligned}
 Q_4 &= Q_3 + Q_2 - Q_1 , \\
 Q_9 &= \frac{1}{2} (3Q_1 - Q_3) , \\
 Q_{10} &= Q_2 + \frac{1}{2} (Q_1 - Q_3) .
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Оператор  $Q_2$  определяет ведущее приближение по сильному и электрослабому взаимодействию. Оператор  $Q_1$  смешивается с оператором  $Q_2$  за счет обмена виртуальными глюонами между кварковыми линиями [9, 13]. Операторы  $Q_i$  ( $i = 3, \dots, 6$ ) (так называемые глюонные “пингины”) возникают в эффективном гамильтониане благодаря аннигиляционным диаграммам с виртуальным глюоном [14, 15]. Операторы  $Q_i$  ( $i = 7, \dots, 10$ ) (так называемые электрослабые “пингины”) возникают за счет аналогичных диаграмм с виртуальным фотоном или  $Z^0$ -бозоном и сильных поправок к этим диаграммам [51, 67].

Полный эффективный  $\Delta S = 1$  гамильтониан, однако, включает в себя также операторные структуры, отличные от (2.3). Возникает вопрос — насколько хорошо четырехкварковый эффективный гамильтониан описывает нелептонные распады  $K$ -мезонов. В следующих параграфах мы рассмотрим наиболее важные обобщения четырехкваркового эффективного гамильтониана и оценим вклады соответствующих (нечетырехкварковых) операторов в амплитуды распадов  $K$ -мезонов.

**2.2. Кварк-глюонный оператор в эффективном  $\Delta S = 1$  гамильтониане при  $m_t > M_W$ .** При эволюции эффективного гамильтониана от энергий порядка  $M_W$  до некоторой шкалы  $\mu < M_W$  в стандартном подходе делаются следующие упрощения:

- i) все кварки с массами  $m_q < \mu$  считаются безмассовыми,
- ii) массы тяжелых ( $m_q > \mu$ ,  $q \neq t$ ) кварков считаются пренебрежимо малыми по сравнению с  $M_W$ , то есть коэффициенты Вильсона как функции отношения  $x_q = m_q^2/M_W^2$  берутся в точке  $x_q = 0$ .

Последнее приближение не работает в случае  $t$ -кварка, поскольку  $m_t \sim M_W$ , и зависимость коэффициентов Вильсона от массы  $t$ -кварка необ-

хидимо учитывать точно. Последовательный ренормгрупповой анализ эффективного гамильтониана с учетом большой массы  $t$ -кварка был проведен в работах [18–20]. В этих работах, однако, не был рассмотрен вклад в эффективный гамильтониан кварк-глюонного оператора  $m_s Q^{(5)} = m_s \bar{s}_R g_s G_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} d_L$ . Здесь  $q_{L(R)}$  обозначает левый (правый) кварк,  $G_{\mu\nu} \equiv G_{\mu\nu}^a t^a$  — тензор напряженности глюонного поля,  $t^a$  — генератор группы цветов  $SU_c(3)$  и  $\sigma_{\mu\nu} = i[\gamma_\mu, \gamma_\nu]/2$ . Если бы массы всех кварков были много меньше массы  $W$ -бозона, то в главном логарифмическом приближении вклад кварк-глюонного оператора отсутствовал бы [14, 16] из-за сокращения ГИМ [71], что на протяжении долгого времени было причиной пренебрежения этим оператором. Анализ второго порядка теории возмущений по  $\alpha_s$  в предположении  $m_t \ll M_W$  также обнаружил сильное подавление коэффициента Вильсона этого оператора [14, 21].

Рассмотрим вклад кварк-глюонного оператора в случае  $m_t > M_W$  [72, 73]. Интересующий нас вклад генерируется аннигиляционными диаграммами с внешней глюонной линией и  $t$ -,  $c$ - и  $u$ -кварками в петле. Соответствующее аналитическое выражение есть

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* ((E_u - E_c) + \tau(E_c - E_t)) , \quad (2.5)$$

$$E_q = 4 \int \bar{s}_L \gamma_\mu \hat{S}(p+l, m_q) \hat{A} \hat{S}(p+l+k, m_q) \gamma_\nu d_L D_{\mu\nu}(p) \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} , \quad (2.6)$$

где  $\hat{S}(p, m_q) = S^\mu(p, m_q) \gamma_\mu$  — пропагатор  $q$ -кварка,  $D_{\mu\nu}(p)$  — пропагатор  $W$ -бозона и  $\hat{A} \equiv A_\mu^a \gamma_\mu t^a$  — внешнее глюонное поле.

Выделив калибровочно-инвариантную структуру, положив внешние импульсы  $k$  и  $l$  равными нулю и удерживая величины первого порядка по  $m_s$ , получаем дополнительный вклад в эффективный гамильтониан (при  $\mu \sim M_W$ ):

$$\Delta H_{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* \tau C^{(5)}(M_W) m_s Q^{(5)}(M_W) + \text{э.с.} , \quad (2.7)$$

$$C^{(5)}(M_W) = \frac{1}{16\pi^2} (F(0) - F(x_t)) ,$$

$$F(x_q) = -\frac{1}{3} \frac{1}{(x_q - 1)^4} \left( \frac{5}{2} x_q^4 - 7x_q^3 + \frac{39}{2} x_q^2 - 19x_q + 4 - 9x_q^2 \ln x_q \right) , \quad (2.8)$$

$$F(0) = -\frac{4}{3} .$$

Величины  $x_c$  и  $x_u$  в уравнении (2.7) считаются равными нулю. Вклады петель с  $c$ - и  $u$ -кварками сокращают друг друга, поэтому вклад оператора пропорционален  $\tau$ . Таким образом, оператор  $m_s Q^{(5)}$  играет роль при анализе мнимой

части эффективного гамильтониана, где смешивание с  $t$ -кварком имеет решающее значение. Для того чтобы найти этот вклад на шкале  $\mu \sim 1$  ГэВ, воспользуемся методом ренормализационной группы. В главном логарифмическом приближении оператор  $m_s Q^{(5)}$  не смешивается с четырехкварковыми операторами и перенормируется мультипликативно [74].

Ренормгрупповое уравнение для коэффициента Вильсона имеет простой вид:

$$\left( \mu \frac{d}{d\mu} + \frac{\alpha_s}{4\pi} \gamma^{(5)} \right) C(\mu) = 0, \quad (2.9)$$

где  $\gamma^{(5)} = -28/3$  — аномальная размерность оператора  $m_s Q^{(5)}$  [74]. Решая уравнение (2.9), получаем

$$C(\mu) = \eta(\mu) C(M_W). \quad (2.10)$$

Ренормгрупповой фактор  $\eta(\mu)$  имеет вид

$$\eta(\mu) = \left( \frac{\alpha_s(m_b)}{\alpha_s(M_W)} \right)^{\gamma^{(5)}/2\beta_5} \left( \frac{\alpha_s(m_c)}{\alpha_s(m_b)} \right)^{\gamma^{(5)}/2\beta_4} \left( \frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(m_c)} \right)^{\gamma^{(5)}/2\beta_3}, \quad (2.11)$$

где  $\beta_{n_f} = 11 - \frac{2}{3}n_f$  — однопетлевая  $\beta$ -функция для  $n_f$  кварковых ароматов. В результате вместо уравнения (2.7) при  $\mu \sim 1$  ГэВ получаем

$$\Delta H_{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* \tau C^{(5)}(\mu) m_s Q^{(5)}(\mu) + \text{э.с.} \quad (2.12)$$

Численное значение коэффициента  $C^{(5)}$  оказывается малым по сравнению с коэффициентами Вильсона четырехкварковых операторов, поскольку  $F(x)$  слабо меняется при изменении аргумента от нуля до единицы, и  $\eta(\mu) < 1$  при  $\mu < M_W$ . Так, в точке  $\Lambda_{\overline{MS}} = 0,3$  ГэВ,  $\mu = 1$  ГэВ,  $m_t = 176$  ГэВ мы имеем  $C^{(5)} = -0,001$ , в то время как соответствующий коэффициент Вильсона, например, оператора  $Q_6$ , имеет значение  $y_6 = -0,102$  [19]. Однако в работе [75] были вычислены поправки к результату (2.12) за счет смешивания оператора  $m_s Q^{(5)}$  с четырехкварковыми операторами во втором порядке теории возмущений и было обнаружено, что благодаря этому смешиванию коэффициент Вильсона оператора  $m_s Q^{(5)}$  значительно усиливается. В указанной точке нормировки с учетом смешивания в работе [75] было получено значение  $C^{(5)} = -0,004$ , что сравнимо со значениями коэффициентов Вильсона четырехкварковых операторов.

**2.3. Операторы размерности восемь в эффективном  $\Delta S = 1$  гамильтониане.** При выводе четырехкваркового эффективного гамильтониана в ОР учитываются операторы ведущей размерности, в то время как члены вида

$Q^{(6+d)}/m_q^d$ , где  $Q^{(6+d)}$  — операторы размерности  $(6+d)$  и  $m_q$  — масса тяжелого кварка, отбрасываются. Это приближение хорошо работает в случае  $t$ - и  $b$ -кварков, поскольку адронный матричный элемент оператора  $Q^{(6+d)}$  имеет порядок  $\langle Q^{(6+d)} \rangle_I \sim \langle Q^{(6)} \rangle_I \times (1 \text{ ГэВ})^d$  (1 ГэВ есть характерная шкала масс в секторе легких кварков), и эффективный параметр разложения оказывается порядка  $(1)/m_q$ . Однако  $c$ -кварк не является достаточно тяжелым по сравнению с характерной шкалой масс в секторе легких кварков. Из-за этого поправки по обратной массе  $c$ -кварка могут быть существенны и требуют детального анализа [76].

До отщепления  $c$ -кварка древесный низкоэнергетический  $\Delta S = 1$  гамильтониан имеет вид

$$H_{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* (Q_2^u - (1-\tau)Q_2^c) + \text{э.с.} \quad (2.13)$$

Применяя ОР и ограничиваясь ведущими членами по  $\alpha_s$  и  $1/m_c$ , мы получаем эффективный гамильтониан вида

$$H_{\Delta S=1} = H^{(6)} + H^{(8)}. \quad (2.14)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.14) соответствует ведущим вкладам по обратной массе  $c$ -кварка и совпадает с правой частью уравнения (2.2). Второе слагаемое в уравнении (2.14) представляет собой ведущие поправки по  $1/m_c$ . Для вычисления слагаемого  $H^{(8)}$  удобно использовать метод фонового поля. Интересующий нас вклад генерируется аннигиляционной диаграммой с  $c$ -кварком в петле. Соответствующее аналитическое выражение есть

$$4 \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* (1-\tau) \int \bar{s}_L \gamma_\mu \hat{S}_A(q, m_c) \gamma_\mu d_L \frac{d^4 q}{(2\pi)^4}, \quad (2.15)$$

где  $\hat{S}_A(q, m_c) = (\hat{q} + \hat{P} - m_c)^{-1}$  — пропагатор  $c$ -кварка во внешнем поле,  $P_\mu$  — оператор импульса в присутствии внешнего глюонного поля  $A_\mu$ ,  $P_\mu = i\partial_\mu + A_\mu$ ,  $A_\mu \equiv A_\mu^a t^a$ . Разложим нелокальный оператор  $\hat{S}_A(q, m_c)$  в ряд из локальных операторов

$$\hat{S}_A(q, m_c) = \frac{1}{\hat{q} - m_c} - \frac{1}{\hat{q} - m_c} \hat{P} \frac{1}{\hat{q} - m_c} + \dots \quad (2.16)$$

После интегрирования по виртуальному импульсу ряд (2.16) превращается в разложение по обратной массе  $c$ -кварка. Ведущие поправки определяются членом, который содержит пятую степень оператора  $P_\mu$ :

$$\frac{1}{m_c^2} \bar{s}_L P_{\mu_1} P_{\mu_2} P_{\mu_3} P_{\mu_4} P_{\mu_5} \Gamma^{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_4 \mu_5} d_L, \quad (2.17)$$

где величина  $\Gamma^{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4\mu_5}$  построена из произведений матриц Дирака и метрического тензора. Коммутационные соотношения  $[P_\mu, P_\nu] = iG_{\mu\nu}$  и уравнения движения

$$\begin{aligned}\bar{s}\hat{P} &= m_s\bar{s}, & \hat{P}d &= 0, \\ [P_\mu, G_{\mu\nu}] &= -iJ_\nu,\end{aligned}\tag{2.18}$$

$$J_\mu \equiv g_s^2 \sum_{q=u,d,s} (\bar{q}\gamma_\mu t^a q)t^a$$

позволяют переписать выражение (2.17) в терминах  $G_{\mu\nu}$  и  $J_\mu$ . В результате мы получаем следующее представление для поправок порядка  $1/m_c^2$ :

$$H^{(8)} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* (1 - \tau) \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{1}{m_c^2} \left( \sum_{i=1}^7 C_i^{(8)} Q_i^{(8)} + \sum_{i=1}^4 C_i^{(7)} m_s Q_i^{(7)} \right) + \text{э.с.},\tag{2.19}$$

где базис  $Q_i^{(8)}$  ( $i = 1, \dots, 7$ ),  $m_s Q_i^{(7)}$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) локальных  $\Delta S = 1$  операторов размерности восемь выбран следующим образом:

$$\begin{aligned}Q_1^{(8)} &= \bar{s}_L(\hat{D}G_{\mu\alpha}G_{\nu\mu}\sigma_{\alpha\nu} + G_{\nu\mu}\sigma_{\alpha\nu}\hat{D}G_{\mu\alpha})d_L, \\ Q_2^{(8)} &= ig_s\bar{s}_L(J_\mu\gamma_\alpha G_{\alpha\mu} - \gamma_\alpha G_{\alpha\mu}J_\mu)d_L, \\ Q_3^{(8)} &= \bar{s}_L(P_\alpha G_{\mu\alpha}\gamma_\nu G_{\nu\mu} + \gamma_\nu G_{\nu\mu}G_{\mu\alpha}P_\alpha)d_L, \\ Q_4^{(8)} &= g_s\bar{s}_L(G_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu}\hat{J} + \hat{J}G_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu})d_L, \\ Q_5^{(8)} &= i\bar{s}_L(G_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu}\gamma_\alpha G_{\alpha\beta}P_\beta - P_\beta\gamma_\alpha G_{\alpha\beta}G_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu})d_L, \\ Q_6^{(8)} &= \bar{s}_L(D^2\hat{J})d_L, \\ Q_7^{(8)} &= i\bar{s}_L(\hat{D}G_{\nu\mu}G_{\nu\mu} - G_{\nu\mu}\hat{D}G_{\nu\mu})d_L, \\ Q_1^{(7)} &= \bar{s}_R(G_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu}G_{\alpha\beta}\sigma_{\alpha\beta})d_L, \\ Q_2^{(7)} &= \bar{s}_R(G_{\mu\nu}G_{\nu\mu})d_L, \\ Q_3^{(7)} &= i\bar{s}_R(G_{\nu\alpha}G_{\alpha\mu}\sigma_{\nu\mu})d_L, \\ Q_4^{(7)} &= \bar{s}_R(J_\mu P_\mu + P_\mu J_\mu)d_L.\end{aligned}\tag{2.20}$$

Коэффициенты  $C_i^j$  в ведущем порядке по  $\alpha_s$  конечны и имеют следующие значения:

$$\begin{aligned}
C_1^{(8)} &= \frac{8}{15}, & C_2^{(8)} &= -\frac{16}{15}, & C_3^{(8)} &= -\frac{4}{5}, \\
C_4^{(8)} &= \frac{2}{15}, & C_5^{(8)} &= 0, & C_6^{(8)} &= -\frac{8}{15}, \\
C_7^{(8)} &= -\frac{2}{15}, & C_1^{(7)} &= -\frac{2}{5}, & C_2^{(7)} &= -\frac{2}{5}, \\
C_3^{(7)} &= \frac{6}{5}, & C_4^{(7)} &= 0.
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Эти значения соответствуют точке нормировки  $\mu = m_c$ . При  $m_c > \mu \sim 1$  ГэВ коэффициенты Вильсона операторов размерности восемь могут быть получены методом ренормализационной группы. Численно, однако, относительный сдвиг коэффициентов Вильсона при таком изменении точки нормировки, очевидно, будет мал (порядка  $\frac{\alpha_s(\mu)}{\pi} \ln(\frac{\mu}{m_c})$ ).

**2.4. Новые вклады в амплитуды распадов  $K \rightarrow \pi\pi$ .** Формулы (2.12), (2.19) и (2.2) представляют собой замкнутое выражение для эффективного  $\Delta S = 1$  гамильтониана в главном логарифмическом приближении с точностью до членов первого порядка по  $1/m_c^2$  и  $m_s$  при учете большой массы  $t$ -кварка.

Для оценки новых вкладов в амплитуды распадов нам необходимо получить оценки матричных элементов  $\langle Q_i^j \rangle_0$  операторов  $Q_i^{(8)}$ ,  $m_s Q_i^{(7)}$  и  $m_s Q_i^{(5)}$  (очевидно,  $\langle Q_i^j \rangle_2 = 0$ ).

Для начала рассмотрим операторы  $m_s Q_i^{(7)}$  и  $m_s Q_i^{(5)}$ . Эти операторы содержат явно массу  $s$ -кварка и, следовательно, в ведущем порядке кирального разложения соответствуют “головастикам” (tadpoles) в киральном электрослабом лагранжиане. Более подробно “головастики” будут рассмотрены в следующем разделе. Здесь мы отметим, что подобные структуры не приводят к наблюдаемым эффектам в ведущем порядке кирального разложения (в первом порядке по  $m_s$ ) в распадах  $K$ -мезонов. В то же время их вклады в амплитуды распадов странных гиперонов оказываются не подавленными [77].

Таким образом, при оценке амплитуд распадов  $K$ -мезонов проблема свелась к вычислению матричных элементов операторов  $Q_i^{(8)}$ . Ограничим нашу задачу оценкой ведущих  $1/m_c$  поправок по порядку величины. Для этого используем простую модель:

i) Рассмотрим только те операторы, которые имеют ненулевые матричные элементы в рамках гипотезы факторизации.

ii) Выберем операторы, которые имеют структуру  $(V - A) \times (V + A)$  и могут быть записаны как

$$(\bar{s}_L G_{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} q_R)(\bar{q}_R d_L) \text{ или } (\bar{s}_L q_R)(\bar{q}_R G_{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} d_L). \tag{2.23}$$

Этот шаг кажется оправданным, поскольку в случае операторов размерности шесть матричные элементы операторов подобной структуры значительно усилены по сравнению с матричными элементами  $(V - A) \times (V - A)$  операторов [14].

iii) Последнее упрощение состоит в замене

$$\bar{\psi} g_s G_{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} \psi \rightarrow m_0^2 \bar{\psi} \psi, \quad (2.24)$$

где величина  $m_0$  определена следующим образом [78, 79]:

$$\begin{aligned} \langle \bar{\psi} g_s G_{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} \psi \rangle &= m_0^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle, \\ m_0^2 (1 \text{ ГэВ}) &= 0,8 \pm 0,2 \text{ ГэВ}^2. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Эта замена справедлива для оператора  $\bar{\psi} g_s G_{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} \psi$  размерности пять. Мы полагаем, что она оправдана и в случае операторов размерности восемь, по крайней мере, для оценок по порядку величины.

Все указанные предположения становятся точными в пределе большого числа цветов  $N_c \rightarrow \infty$ .

В рамках описанной модели единственным оператором размерности восемь, дающим вклад в амплитуду  $A_0$ , является оператор  $Q_4^{(8)}$ . Соответствующий матричный элемент может быть выражен через матричный элемент оператора  $Q_6$  (2.3):

$$\langle Q_4^{(8)} \rangle_0 = \frac{m_0^2}{4} \langle Q_6 \rangle_0. \quad (2.26)$$

Таким образом, учет поправок порядка  $1/m_c^2$  свелся к эффективному сдвигу коэффициентов Вильсона оператора  $Q_6$  в гамильтониане (2.2):

$$z_6 \rightarrow \left( z_6 + \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{m_0^2}{4m_c^2} C_4^{(8)} \right), \quad y_6 \rightarrow \left( y_6 - \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{m_0^2}{4m_c^2} C_4^{(8)} \right). \quad (2.27)$$

Используя численные значения  $z_6 = -0,013$ ,  $y_6 = -0,102$  в точке  $\Lambda_{\overline{MS}} = 0,3 \text{ ГэВ}$ ,  $\mu = 1 \text{ ГэВ}$ ,  $m_t = 176 \text{ ГэВ}$  [19], мы находим относительные поправки к коэффициентам Вильсона

$$z_6 \rightarrow z_6(1 - 0,1), \quad y_6 \rightarrow y_6(1 + 0,01). \quad (2.28)$$

Наибольшие поправки возникают в действительной части амплитуды  $A_0$ . Параметрически их относительная величина оказывается порядка  $m_0^2/m_c^2 \sim 0,5$ . Однако из-за малости численного коэффициента поправки порядка  $1/m_c^2$  составляют приблизительно 10% от ведущих вкладов. Следует отметить, что этот результат получен с помощью наивной факторизации адронных матричных элементов операторов размерности восемь. Реальный масштаб этих вкладов может быть найден при более надежной оценке матричных элементов,

например, в решеточных моделях. Однако ясно, что поправки за счет операторов высших размерностей вряд ли могут существенно изменить значения амплитуд распадов  $K$ -мезонов, вычисленных при помощи четырехкваркового эффективного гамильтониана (2.2). Таким образом, решение проблем теоретического анализа нелептонных распадов  $K$ -мезонов в СМ связано, по-видимому, с более аккуратной оценкой адронных матричных элементов четырехкварковых операторов.

### 3. АДРОННЫЕ МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

**3.1. Методы вычисления адронных матричных элементов.** Одной из основных проблем анализа нелептонных распадов  $K$ -мезонов является оценка адронных матричных элементов четырехкварковых операторов (2.3), образующих эффективный  $\Delta S = 1$  гамильтониан (2.2). Значения матричных элементов определяются динамикой сильных взаимодействий на больших расстояниях, и их вычисление требует применения непertурбативных методов. Из имеющихся подходов следует отметить следующие.

1. *Вычисления на решетках* [40–44] являются, по-видимому, единственным методом вычисления матричных элементов, целиком основанным на первых принципах. Однако в настоящее время точность и надежность решеточных методов недостаточна для того, чтобы их результаты могли быть использованы в анализе распадов  $K \rightarrow \pi\pi$ . Кроме того, следует отметить такие недостатки метода, как отсутствие явного аналитического решения и трудности определения киральных фермионов на решетке.

2. *Факторизация матричных элементов* [7–9]. Как уже было отмечено, наивная факторизация приводит к катастрофическому расхождению теоретических результатов и данных эксперимента. Кроме того, в рамках процедуры факторизации возникают трудности с согласованием схем вычисления коэффициентов Вильсона и матричных элементов четырехкварковых операторов. В самом деле, амплитуды распадов не должны зависеть от точки нормировки. Следовательно, зависимость коэффициентов Вильсона от  $\mu$  должна компенсироваться аналогичной зависимостью матричных элементов. В то же время факторизованные матричные элементы, например, оператора  $Q_2$ , ренорминвариантны (вследствие ренорминвариантности  $(V - A)$ -токов).

3. *Эффективные модели.* Различные эффективные приближения (дикварки [81], подобные модели Намбу — Иона-Лазинио [38, 82–84] и т.д.), приводят к улучшению теоретических оценок амплитуд распадов. Связь этих моделей с КХД, однако, не вполне ясна.

4. *Киральная эффективная теория* [28, 29] в настоящее время является наиболее мощным средством исследования взаимодействия псевдоскалярных мезонов при низких энергиях.

Ниже мы рассмотрим принципы построения эффективного кирального действия.

**3.2. Киральная эффективная теория.** Форма кирального лагранжиана определяется [85–91]:

i) трансформационными свойствами относительно киральной группы  $SU_L(3) \times SU_R(3)$ ,

ii) отождествлением псевдоскалярных мезонов с голдстоуновскими бозонами, соответствующими спонтанному нарушению симметрии  $SU_L(3) \times SU_R(3)$  до  $SU_V(3)$ .

Физическим полем кирального лагранжиана является октет псевдоскалярных мезонов

$$\phi = \begin{pmatrix} \pi^0/\sqrt{2} + \eta/\sqrt{6} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\pi^0/\sqrt{2} + \eta/\sqrt{6} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -2\eta/\sqrt{6} \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

который содержится в унитарной матрице

$$U = \exp\left(i\frac{2\phi}{f_\pi}\right). \quad (3.2)$$

Матрица  $U$  преобразуется относительно киральной группы следующим образом:

$$U \rightarrow V_R U V_L^\dagger, \quad (3.3)$$

где  $V_L$  ( $V_R$ ) — элемент группы  $SU_L(3)$  ( $SU_R(3)$ ).

Поле  $U$  взаимодействует с векторным  $v_\mu$ , аксиальным  $a_\mu$ , скалярным  $s$  и псевдоскалярным  $p$  источниками. Поле  $\chi = s + ip$  относительно киральной группы преобразуется аналогично полю  $U$ , в то время как поля  $r_\mu = a_\mu + v_\mu$  и  $l_\mu = a_\mu - v_\mu$  преобразуются неоднородно:

$$r_\mu \rightarrow V_R r_\mu V_R^\dagger + iV_R \partial_\mu V_R^\dagger, \quad (3.4)$$

$$l_\mu \rightarrow V_L l_\mu V_L^\dagger + iV_L \partial_\mu V_L^\dagger.$$

Явное нарушение киральной симметрии кварковыми массами может быть получено путем фиксирования ненулевого значения поля  $\chi$ . Удобно переопределить это поле:

$$\chi \rightarrow \chi = \frac{2m_{\pi^\pm}}{m_d + m_u}(s + ip). \quad (3.5)$$

Тогда при  $p = 0$  и

$$s = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & m_s \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

матрица  $\chi$  является матрицей масс псевдоскалярных мезонов.

Эффективный киральный лагранжиан с заданными трансформационными свойствами строится из объектов, линейно преобразующихся относительно группы  $SU_L(3) \times SU_R(3)$ , а именно:

i) левых и правых токов

$$\begin{aligned} R_\mu &= iU\nabla_\mu U^\dagger, \\ L_\mu &= iU^\dagger\nabla_\mu U, \end{aligned} \quad (3.7)$$

где  $\nabla_\mu$  — ковариантная производная  $\nabla_\mu U = \partial_\mu U - ir_\mu + iUl_\mu$ ,

ii) тензора напряженности полей  $l_\mu$  и  $r_\mu$ ,

iii) скалярных плотностей  $\chi^\dagger U$ ,  $U\chi^\dagger$ ,  $U^\dagger\chi$  и  $\chi U^\dagger$  в виде ряда по  $\nabla_\mu$ ,  $l_\mu$ ,  $r_\mu$ ,  $\chi$  и  $\chi^\dagger$  (разложение по  $p^2$ ). Реальным параметром кирального разложения является безразмерная величина  $p^2/\Lambda_\chi^2$  [89,90], где  $p^2$  — импульс псевдоскалярного мезона или внешнего поля и

$$\Lambda_\chi^2 = 8\pi^2 f_\pi^2 \sim 1 \text{ ГэВ}^2. \quad (3.8)$$

Коэффициенты ряда не фиксируются симметриями лагранжиана, а определяются динамикой сильных взаимодействий. В общем виде связь между лагранжианом СМ и эффективным киральным лагранжианом можно записать, используя представление континуального интеграла для производящего функционала функций Грина:

$$\begin{aligned} Z(v_\mu, a_\mu, s, p) &= \int DA_\mu D\bar{\psi} D\psi \exp\left(i \int L^{\text{КХД}}(v_\mu, a_\mu, s, p) dx\right) = \\ &= \int DU \exp\left(i \int L^\chi(v_\mu, a_\mu, s, p) dx\right), \end{aligned} \quad (3.9)$$

где  $L^{\text{КХД}}$  — лагранжиан (эффективный) СМ, содержащий кварковые и глюонные степени свободы, и  $L^\chi$  — соответствующий киральный лагранжиан. В принципе уравнение (3.9) полностью определяет киральный лагранжиан.

Древесный киральный лагранжиан не удовлетворяет условию унитарности. Восстановление унитарности требует учета петлевых вкладов. Хотя киральный лагранжиан не является перенормируемым, необходимые для перенормировки контрчлены могут быть полностью определены в любом конечном порядке кирального разложения.

После того как киральный лагранжиан определен, амплитуды процессов вычисляются стандартными методами теории поля.

Приведем явные выражения для сильного и электрослабого кирального лагранжиана в ведущем порядке кирального разложения. Киральный лагранжиан сильного взаимодействия псевдоскалярных мезонов имеет вид [91]:

$$L_{\text{сил}}^{\chi} = \frac{f_{\pi}^2}{8} (\text{tr}_{fl} (\nabla_{\mu} U^{\dagger} \nabla^{\mu} U) + \text{tr}_{fl} (U^{\dagger} \chi + \chi^{\dagger} U)) + O(p^4). \quad (3.10)$$

Во втором порядке кирального разложения киральный лагранжиан сильного взаимодействия состоит из слагаемого Весса–Зумино, которое описывает киральную аномалию [88], и кирально-инвариантного слагаемого, которое параметризуется двенадцатью независимыми константами. Численные значения этих констант могут быть определены из экспериментальных данных [91].

Трансформационные свойства кирального лагранжиана, описывающего  $\Delta S = 1$  взаимодействие псевдоскалярных мезонов, определяются эффективным гамильтонианом (2.2). Он представляет собой сумму  $(8_L \times 1_R) + (27_L \times 1_R)$  неприводимых представлений киральной группы [28]:

$$L_{\Delta S=1}^{\chi} = L_{\Delta S=1}^8 + L_{\Delta S=1}^{27}, \quad (3.11)$$

где

$$L_{\Delta S=1}^8 = c_8 f_{\pi}^2 (\nabla_{\mu} U^{\dagger} \nabla^{\mu} U)_{23} + c'_8 f_{\pi}^2 (U^{\dagger} \chi + \chi^{\dagger} U)_{23} + \text{э.с.} + O(p^4), \quad (3.12)$$

$$L_{\Delta S=1}^{27} = c_{27} f_{\pi}^2 \left( \frac{2}{3} (U^{\dagger} \nabla_{\mu} U)_{21} (U^{\dagger} \nabla^{\mu} U)_{13} + (U^{\dagger} \nabla_{\mu} U)_{23} (U^{\dagger} \nabla^{\mu} U)_{11} \right) + \text{э.с.} + O(p^4), \quad (3.13)$$

и  $c_f$  — некоторые числа. Структура полного электрослабого кирального лагранжиана, который описывает как нелептонные, так и радиационные распады  $K$ -мезонов, в порядке  $O(p^4)$  значительно более сложна и включает 78 независимых параметров [29]. Имеющиеся экспериментальные данные недостаточны для определения этих параметров.

Рассмотрим второе слагаемое в октетной части электрослабого кирального лагранжиана (3.12), которое включает матрицу  $\chi$  ( $\chi^{\dagger}$ ). Это слагаемое содержит первую степень поля  $\phi$  и относится к так называемым “головастикам”. “Головастики” уже упоминались нами в разд. 2 при оценке матричных элементов операторов  $m_s Q^{(5)}$  и  $m_s Q_i^{(7)}$ . Эти операторы содержат явно кварковую массу и, следовательно, в ведущем порядке кирального разложения соответствуют “головастикам” в киральном лагранжиане.

Известно, что вклады “головастиков” являются следствием использования неправильного вакуумного состояния. Действительно, наличие в лагранжиане линейных по полю членов говорит о том, что условие

$$\frac{\delta}{\delta \phi} S_{\chi} |_{\phi=\phi_0} = 0, \quad (3.14)$$

где  $S_\chi$  — киральное действие, определяет вакуум  $\phi_0 \neq 0$ . Однако из-за спонтанного нарушения симметрии вакуум является вырожденным. Различные вакуумы связаны между собой преобразованиями группы  $SU_A(3)$ . Наблюдаемые амплитуды не зависят от конкретного выбора одного из эквивалентных вакуумов. Поэтому, если возможно переопределить поля  $\phi \rightarrow \phi'$  с помощью  $SU_A(3)$ -преобразования таким образом, что  $\phi'_0 = 0$ , то “головастики” не приводят к наблюдаемым эффектам. В порядке  $O(p^2)$  кирального разложения явное выражение для  $SU_A(3)$ -преобразования, которое определяет правильный вакуум при учете “головастика” в электрослабом лагранжиане, было найдено в работе [92]. С помощью этого преобразования “головастик” поглощается массовым членом кирального лагранжиана сильного взаимодействия (3.10). Таким образом, линейный по полю  $U$  ( $U^\dagger$ ) член в уравнении (3.12) не дает вклад в амплитуды распадов  $K \rightarrow \pi\pi$  в порядке  $O(p^2)$ . В работе [93] было предложено другое доказательство этого факта. Авторы [93] показали, что в первом порядке по  $p^2$  и  $G_F$  “головастик” является полной дивергенцией и, следовательно, не дает вклад в амплитуды распадов на массовой оболочке (в отсутствие внешнего поля).

Приведенные рассуждения, однако, относятся только к псевдоскалярным мезонам, которые являются голдстоуновскими бозонами. В случае распадов, например, странных гиперонов дополнительное киральное подавление операторов, содержащих явно массу кварка, отсутствует [77].

Проблема описания взаимодействия псевдоскалярных мезонов в рамках киральной эффективной теории свелась, таким образом, к определению параметров эффективного кирального действия на основании КХД. Для этой цели используются различные подходы.

i) В работах [33,34] электрослабый киральный лагранжиан исследовался с помощью  $1/N_c$ -разложения. Авторами [33,34] были получены согласованные оценки матричных элементов четырехкварковых операторов, и, таким образом, значительно уменьшено расхождение теоретических оценок амплитуд распадов и экспериментальных данных. Вопрос о надежности результатов  $1/N_c$ -разложения, тем не менее, остается открытым. Кроме того, в рамках этого метода не удалось до конца решить проблему согласования схем вычисления коэффициентов Вильсона и матричных элементов операторов.

ii) В работах [35–38] была сделана попытка вычислить параметры электрослабого кирального лагранжиана, используя правила сумм для двухточечной функции Грина  $\langle 0|TQ_i(x)Q_j(y)|0\rangle$ . Однако из-за больших адронных и КХД-поправок и нестабильности правил сумм в рамках этого метода оказалось невозможным связать адронное и КХД-представления функции Грина и получить определенные предсказания для параметров кирального лагранжиана и матричных элементов операторов  $Q_i$ .

iii) В работе [30] была сделана попытка оценить параметры электрослабого кирального лагранжиана, насыщая их вкладами низколежащих резонан-

сов. Этот метод является феноменологическим и не имеет прямой связи с КХД, поскольку константы взаимодействия псевдоскалярных мезонов с низколежащими резонансами определяются из эксперимента. С другой стороны, таким образом можно получить важную информацию о структуре неведущих порядков электрослабого кирального лагранжиана. Подобный анализ кажется вполне обоснованным, поскольку известно, что параметры сильного кирального лагранжиана существенным образом определяются вкладами низколежащих резонансов [94, 95]. Однако недостаточные экспериментальные данные и сложная структура электрослабого кирального лагранжиана препятствуют полному проведению этой программы.

iv) В работах [96, 97] для определения параметров электрослабого кирального лагранжиана был предложен метод, основанный на исследовании трехточечной функции Грина методом КХД-правил сумм. Рассмотрим его более подробно.

**3.3. Правила сумм для трехточечной функции Грина.** В СМ эффективный низкоэнергетический  $\Delta S = 1$  гамильтониан задан выражением (2.2). Эффективный киральный  $\Delta S = 1$  лагранжиан имеет вид (3.11). Наша задача — связать эти два представления согласно уравнению (3.9) и выразить параметры кирального лагранжиана через параметры КХД.

Практически задача сводится к построению кирального представления четырехкварковых операторов (2.3). Удобно перейти к базису изотопически неприводимых операторов  $Q_i^f$ , принадлежащих представлению  $(f_L \times 1_R)$  ( $f = 8, 27$ ) киральной группы, который связан с базисом (2.3) линейным преобразованием. Явный вид этого базиса нам не понадобится. Представим операторы  $Q_i^f$  в виде ряда по  $p^2$ :

$$Q_i^8 = (Q_i^8)_\chi \equiv g_8^i f_\pi^4 (\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U)_{23} + g_8^i f_\pi^4 (U^\dagger \chi + \chi^\dagger U)_{23} + O(p^4), \quad (3.15)$$

$$Q_i^{27} = (Q_i^{27})_\chi \equiv g_{27}^i f_\pi^4 \left( \frac{2}{3} (U^\dagger \partial_\mu U)_{21} (U^\dagger \partial^\mu U)_{13} + (U^\dagger \partial_\mu U)_{23} (U^\dagger \partial^\mu U)_{11} \right) + O(p^4). \quad (3.16)$$

Коэффициенты  $g_f^i$  рядов (3.15), (3.16) определяются условием

$$\langle Q_i^8 \rangle_I = \langle (Q_i^8)_\chi \rangle_I, \quad (3.17)$$

$$\langle Q_i^{27} \rangle_I = \langle (Q_i^{27})_\chi \rangle_I. \quad (3.18)$$

Определив эти коэффициенты для всех операторов  $Q_i^f$ , мы полностью определим параметры  $c_f$  кирального лагранжиана в порядке  $O(p^2)$ .

Получить полную информацию о параметрах  $g_f^i$  мы можем, вычислив матричные элементы операторов  $Q_i^8$  между одномезонными состояниями.

В самом деле, матричные элементы между состояниями, например,  $K^+$ - и  $\pi^+$ -мезонов

$$\langle \pi^+(p_1) | Q_i^8 | K^+(p_2) \rangle = -4f_\pi^2 (g_8^i(p_1 p_2) + g_8^i m_K^2), \quad (3.19)$$

$$\langle \pi^+(p_1) | Q_i^{27} | K^+(p_2) \rangle = \frac{8}{3} g_{27}^i f_\pi^2(p_1 p_2) \quad (3.20)$$

однозначно определяют величины  $g_f^i$ . Вклады, пропорциональные  $g_8^i$  и  $g_8^i$ , в уравнении (3.19) могут быть легко разделены благодаря различной зависимости от импульсов мезонов.

Таким образом, задача вычисления произвольных матричных элементов операторов  $Q_i^f$  в ведущем порядке кирального разложения свелась к вычислению матричных элементов между одномезонными состояниями. Для этой цели мы предлагаем исследовать методом КХД-правил сумм трехточечную функцию Грина [98, 99] вида

$$\begin{aligned} G^i(p, q) &= i^2 \int \langle 0 | T j_\pi(x) Q_i^f(0) j_K(y) | 0 \rangle e^{ip_2 x - ip_1 y} dx dy = \\ &= i^2 \int \langle 0 | T j_\pi(x) Q_i^f(y) j_K(0) | 0 \rangle e^{i(p - \frac{q}{2})x - iqy} dx dy, \end{aligned} \quad (3.21)$$

где  $p_1 = p + q/2$ ,  $p_2 = p - q/2$  и  $j_K(j_\pi)$  — некоторый интерполирующий ток для поля  $K$ -мезона ( $\pi$ -мезона).

Используя дисперсионные соотношения, мы находим низкоэнергетическое представление функции Грина (3.21):

$$\begin{aligned} G^i(p, q) &= \frac{\langle j_\pi | \pi(p_2) \rangle \langle \pi(p_2) | Q_i^f | K(p_1) \rangle \langle K(p_1) | j_K \rangle}{p_2^2 (p_1^2 - m_K^2)} + \\ &+ \frac{R_L}{p_2^2} + \frac{R_R}{p_1^2 - m_K^2} + \dots, \end{aligned} \quad (3.22)$$

где многоточие обозначает вклады, в которых  $K$ -мезонный и  $\pi$ -мезонный полюсы отсутствуют. Подставляя киральное представление (3.15), (3.16) в уравнение (3.22) и вычисляя явно матричный элемент  $\langle \pi(p_2) | Q_i^f | K(p_1) \rangle$ , мы получаем низкоэнергетическое представление (3.22) как функцию параметров  $g_f^i$ . Таким образом, в порядке  $O(p^2)$  резонансная часть функции Грина (3.21) для оператора  $Q_i^f$  параметризуется одной константой при  $f = 27$  и двумя константами при  $f = 8$ .

Для того чтобы извлечь из уравнения (3.22) информацию об этих параметрах, необходимо отделить резонансный вклад от смешанных вкладов. Это возможно, поскольку в отличие от остальных вкладов резонанс приводит к полюсу второго порядка в дисперсионном соотношении. В уравнении (3.22)

этого можно достичь, накладывая кинематическое условие  $(pq) = m_K^2/2$ . Полагая  $(pq) = m_K^2/2$  и умножая (3.22) на  $(p^2 + q^2/4 - m_K^2/2)$ , мы получаем

$$\frac{\langle j_\pi | \pi(p_2) \rangle \langle \pi(p_2) | Q_i^f | K(p_1) \rangle \langle K(p_1) | j_K \rangle}{(p^2 + \frac{q^2}{4} - \frac{m_K^2}{2})} + R_L + R_R + \dots, \quad (3.23)$$

где резонансный вклад явно выделен как полюс первого порядка. Выражение (3.23) далее может быть обработано стандартными методами правил сумм. Возможность разделения резонансных и нерезонансных вкладов является существенным преимуществом нашего метода по сравнению с методом [35–38], в котором для определения параметров электрослабого кирального лагранжиана используются правила сумм для двухточечной функции Грина  $\langle 0 | T Q_i(x) Q_j(y) | 0 \rangle$ . В случае двухточечной функции Грина интересующие нас матричные элементы по состояниям псевдоскалярных мезонов дают вклад в континуум спектральной плотности, и выделить его на фоне вкладов других состояний сложно. В результате вклады высших состояний приходится учитывать явно, что значительно снижает надежность получаемых оценок.

Вычислим функцию Грина (3.21) в КХД. При большом евклидовом импульсе  $p^2 \rightarrow -\infty$  и  $q \sim 0$  функция Грина (3.21) имеет асимптотическое разложение вида [100, 101]:

$$G^i(p, q) = \sum_n K_n(p, q) \langle 0 | O_n | 0 \rangle + \sum_n C_n(p_2) B_n(q), \quad (3.24)$$

где коэффициенты  $C_n(p_2)$  определяются ОР двухточечной функции Грина:

$$i \int T j_\pi(x) j_K(0) e^{ip_2 x} dx = \sum_n C_n(p_2) O'_n, \quad (3.25)$$

и

$$B_n(q) = i \int \langle 0 | T O'_n(0) Q_i^f(y) | 0 \rangle e^{-iqy} dy \quad (3.26)$$

есть вакуумные ожидания билакальных операторов. В уравнениях (3.24), (3.25)  $O_n$  и  $O'_n$  — локальные КХД-операторы с соответствующими квантовыми числами.

К достоинствам предлагаемого метода следует отнести возможность гибкого выбора интерполирующих токов. Интерполирующие токи для анализа каждого оператора выбираются таким образом, чтобы свести к минимуму влияние плохо контролируемых вкладов билакальных операторов, “прямых” инстантонов [102, 103] и т.д., а также сделать вычисления технически более простыми.

Разложение (3.24) хорошо определено и может быть построено таким образом, что коэффициентные функции  $K_n(p, q)$  являются аналитическими

функциями импульса  $q$  при  $q \sim 0$ . Поэтому мы можем положить  $q^2 = 0$  и работать в ведущем порядке разложения по степеням  $q^2$  с однопараметрическим асимптотическим разложением по  $1/p^2$ . В то же время скалярное произведение  $(pq)$  остается фиксированным условием  $(pq) = m_K^2/2$ .

Мы получили представления функции Грина (3.21) при малых (3.22) и больших (3.24) импульсах. Параметры  $g_f^i$  могут быть определены как функции параметров КХД, если связать эти представления с помощью борелевских правил сумм [99]:

$$\int_0^\infty \rho_i^{\text{адр}}(s) \exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) ds = \int_0^\infty \rho_i^{\text{КХД}}(s) \exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) ds \quad (3.27)$$

или правил сумм при конечной энергии (ПСКЭ) [98, 104–106]

$$\int_0^{s_0} s^k \rho_i^{\text{адр}}(s) ds = \int_0^{s_0} s^k \rho_i^{\text{КХД}}(s) ds, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (3.28)$$

где  $\rho_i^{\text{адр}}(s)$  и  $\rho_i^{\text{КХД}}(s)$  — соответственно адронное и КХД-представления спектральной плотности функции (3.21),  $s = p^2$ ,  $M$  — переменная Бореля и  $s_0$  — интервал дуальности. Если операторное разложение (3.24) сходится и не содержит больших вкладов плохо контролируемых экспоненциальных членов, правила сумм позволяют с хорошей точностью определить параметры кирального представления (3.15), (3.16).

Продемонстрируем действие описанного выше метода на примере вычисления матричного элемента глюонного ”пингвина” [97].

**3.4. Матричный элемент глюонного ”пингвина”.** Глюонный ”пингвин” — оператор  $Q_6$  — представляет большой интерес, поскольку:

i) несет изотопический спин  $I = 1/2$  и, по-видимому, играет важную роль для решения проблемы  $\Delta I = 1/2$  [14],

ii) дает доминирующий вклад в мнимую часть амплитуд распадов и, следовательно, определяет значение параметра  $\varepsilon'$  прямого нарушения CP-инвариантности [47],

iii) существуют значительные расхождения в имеющихся теоретических оценках матричного элемента этого оператора [14, 15, 33–35, 38, 41, 53, 107].

Трудности при вычислении матричного элемента оператора  $Q_6$  связаны с тем, что наивная оценка ”факторизация + ЧСАТ” приводит к нулевому значению этого матричного элемента. Для того чтобы получить первое не исчезающее приближение, необходимо учитывать поправки к соотношениям ЧСАТ. Отсутствие надежного начального приближения приводит к сильной зависимости результата от используемой модели.

Параметризуем матричный элемент оператора  $Q_6$  следующим способом:

$$\langle Q_6 \rangle_0 = -\sqrt{\frac{3}{2}} f_K m_K^2 B_6^{(1/2)}, \quad (3.29)$$

где множитель  $f_K m_K^2$  фиксирует характерную шкалу масс, множитель  $-\sqrt{\frac{3}{2}}$  введен для удобства и  $B_6^{(1/2)}$  — безразмерный параметр, который необходимо вычислить.

Оператор  $Q_6$  принадлежит  $(8_L \times 1_R)$  неприводимому представлению киральной группы. В порядке  $O(p^2)$  его киральное представление параметризуется двумя константами  $g \equiv g_8^6$  и  $g' \equiv g_8^{\prime 6}$  (3.15):

$$(Q_6)_\chi = g f_\pi^4 (\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U)_{23} + g' f_\pi^4 (U^\dagger \chi + \chi^\dagger U)_{23} + O(p^4) \quad (3.30)$$

(для простоты обозначений мы опускаем индексы  $i = 6$  и  $f = 8$ ).

Параметр  $B_6^{(1/2)}$  связан с параметром  $g$  соотношением

$$B_6^{(1/2)} = 4 \frac{f_\pi}{f_K} g. \quad (3.31)$$

Слагаемое, параметризуемое константой  $g'$  (“головастик”), не дает вклада в амплитуды распадов.

Для того чтобы определить параметры  $g$  и  $g'$ , рассмотрим функцию Грина

$$\begin{aligned} G_\mu(p, q) &= (p + q)_\mu G(p, q) = i^2 \int \langle 0 | T j_\mu^5(x) Q_6(0) j^5(y) | 0 \rangle e^{ip_2 x - ip_1 y} dx dy = \\ &= i^2 \int \langle 0 | T j_\mu^5(x) Q_6(y) j^5(0) | 0 \rangle e^{i(p - \frac{q}{2})x - iqy} dx dy. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Интерполирующие токи

$$j_\mu^5 = \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 u, \quad j^5 = \bar{u} \gamma_5 s \quad (3.33)$$

имеют проекции на мезонные состояния

$$\langle 0 | j_\mu^5 | \pi^+(p_2) \rangle = i f_\pi p_{2\mu}, \quad \langle K^+(p_1) | j^5 | 0 \rangle = -i \frac{f_K m_K^2}{m_s}. \quad (3.34)$$

Причины такого несимметричного выбора токов станут ясны из дальнейшего анализа.

Используя уравнения (3.30), (3.34), получаем резонансную часть адронного представления функции Грина (3.32):

$$\begin{aligned} G(p, q) &= -4 \frac{f_\pi^3 f_K m_K^2}{m_s} \left( \frac{g(p_1 p_2) + g' m_K^2}{p_2^2 (p_1^2 - m_K^2)} \right) = \\ &= -4 \frac{f_\pi^3 f_K m_K^2}{m_s} \left( \frac{g(pq) + g' m_K^2}{(p^2 - \frac{m_K^2}{2})^2} \right) + O(q^2), \end{aligned} \quad (3.35)$$

где мы использовали равенство  $(p_1 p_2) = (pq) - q^2/2$ , справедливое при  $(pq) = m_K^2/2$  и  $p^2 = m_K^2/2$ .

С другой стороны, КХД дает для функции  $G(p, q)$  следующее асимптотическое разложение:

$$G(p, q) = -\frac{3}{\pi^2} \frac{(pq)}{p^2} \ln \left( \frac{-p^2}{\mu^2} \right) \langle \bar{\psi} \psi \rangle + \frac{3}{4\pi^2} \gamma \ln \left( \frac{-p^2}{\mu^2} \right) \langle \bar{\psi} \psi \rangle + O(p^{-6}) + O(q^2) + (\text{бислокальные вклады}), \quad (3.36)$$

где  $\langle \bar{u} u \rangle = \langle \bar{d} d \rangle \equiv \langle \bar{\psi} \psi \rangle$ ,  $\gamma = \langle \bar{s} s \rangle / \langle \bar{\psi} \psi \rangle - 1 \neq 0$ . Поскольку нас интересует первый порядок кирального разложения, при выводе уравнения (3.36) в ОР мы ограничились величинами первого порядка по  $m_s$ ,  $(pq) = m_K^2/2$  и  $\gamma = O(m_s)$ . В соответствии с киральной структурой оператора  $Q_6$  все члены нулевого порядка по  $m_s$  в уравнении (3.36) сократили друг друга. Независимость от импульса  $q$  слагаемого, пропорционального величине  $\gamma$  в уравнении (3.36), говорит о том, что это слагаемое определяет вклад “головастика” в представление (3.30).

Рассмотрим биллокальную часть ОР. Разложение (3.25) имеет вид

$$\sum_n C_n(p_2) O_n = p_{2\mu} \left( \frac{\bar{d}s}{p_2^2} + O(p_2^{-6}) \right). \quad (3.37)$$

Покажем, что биллокальные операторы не дают вклад в резонансную часть спектральной плотности до порядка  $O(p^{-6})$ . В самом деле, при выделении резонансного вклада мы умножаем функцию  $G_\mu(p, q)$  на  $p_2^2 = (p^2 + q^2/4 - m_K^2/2)$ . Но после умножения на  $p_2^2$  первый член разложения (3.37) становится аналитичным по  $p^2$  при  $p^2 = 0$  и не дает вклад в спектральную плотность. Это является следствием несимметричной формы функции Грина (3.32). Как уже было отмечено, киральная симметрия требует сокращения членов нулевого порядка по  $m_s$  в разложении (3.36). Если бы в уравнении (3.32) мы взяли два аксиальных или два псевдоскалярных тока, это сокращение имело бы место только при учете биллокальных вкладов, что привело бы к сильной зависимости результата от значений вакуумных ожиданий биллокальных операторов. Это явление нежелательно, поскольку в настоящее время численная оценка биллокальных вкладов связана со значительными ошибками. Выбор несимметричной формы функции Грина позволяет избежать указанных трудностей. Более того, при таком выборе в разложении (3.36) отсутствуют четырехкварковые операторы, и не возникают погрешности, связанные с факторизацией при оценке вакуумных ожиданий этих операторов.

Найдем спектральную плотность функции

$$G(p) = \left( p^2 - \frac{m_K^2}{2} \right) G(p, q) \Big|_{q^2=0, (pq)=\frac{m_K^2}{2}}. \quad (3.38)$$

Из уравнения (3.35) получаем адронное представление спектральной плотности

$$\rho^{\text{адр}}(s) = 2 \frac{f_\pi^3 f_K m_K^2}{m_s} (g + 2g') \delta(s - m_K^2) + \dots \quad (3.39)$$

Уравнение (3.36) дает КХД-представление спектральной плотности

$$\rho^{\text{КХД}}(s) = \frac{3}{4\pi^2} \langle \bar{\psi}\psi \rangle (2m_K^2 + s\gamma) \theta(s) + \dots \quad (3.40)$$

Применяя ПСКЭ (3.28) при  $k = 0$  к выражениям (3.39), (3.40), для параметров  $g$  и  $g'$  мы получаем

$$g = -\frac{3}{4\pi^2} \frac{m_s \langle \bar{\psi}\psi \rangle s_0}{f_K f_\pi^3 m_K^2}, \quad g' = -\frac{3}{32\pi^2} \frac{m_s \langle \bar{\psi}\psi \rangle s_0^2}{f_K f_\pi^3 m_K^4} \gamma. \quad (3.41)$$

Используя соотношения ЧСАТ  $2m_s \langle \bar{\psi}\psi \rangle = -f_K^2 m_K^2$ , перепишем уравнения (3.41) в виде

$$g = \frac{3}{8\pi^2} \frac{f_K s_0}{f_\pi f_\pi^2}, \quad g' = \frac{3}{64\pi^2} \frac{f_K s_0^2}{f_\pi f_\pi^2 m_K^2} \gamma. \quad (3.42)$$

Для интервала дуальности  $s_0$  мы используем значение интервала дуальности  $\pi$ -мезона  $s_0^\pi = 0,8 \text{ ГэВ}^2$  [105]. Поясним наш выбор. Значение  $s_0^\pi$  фитирует ПСКЭ двухточечной функции Грина

$$G_\mu^\pi(p_2) = i \int \langle 0 | T j_\mu^5(x) \bar{u}_R d_L(0) | 0 \rangle e^{ip_2 x} dx, \quad (3.43)$$

которая получается при факторизации трехточечной функции Грина (3.32). При таком выборе интервала дуальности мы эффективно учитываем все факторизуемые вклады высших порядков ОР (в данном случае они имеют порядок  $O(p^{-6})$  и выше) в соответствующую часть факторизованной функции Грина (3.32) [80]. Если пренебречь разностью масс легких кварков и рассмотреть  $SU_V(3)$  симметричный предел  $m_s = m_u = m_d$ , то значение  $s_0^\pi$  фитирует также ПСКЭ второй двухточечной функции Грина

$$G^K(p_1) = i \int \langle 0 | T \bar{s}_L u_R(0) j^5(y) | 0 \rangle e^{-ip_1 y} dy, \quad (3.44)$$

которая получается при факторизации функции (3.32). С другой стороны, ПСКЭ для функции Грина (3.44) с учетом большой массы  $s$ -кварка фитируется значением  $s_0^K = 1,2 \text{ ГэВ}^2$  интервала дуальности  $K$ -мезона [105]. Поскольку нашей задачей является выделение ведущих членов кирального разложения, следует использовать значение интервала дуальности в киральном пределе, то есть интервал дуальности  $\pi$ -мезона, а содержащие массу  $s$ -кварка

факторизуемые члены разложения (3.36), которые определяются разложением функции (3.44) и являются причиной неравенства  $s_0^K \neq s_0^\pi$ , учитывать явно.

Точное значение интервала дуальности может быть определено из ПСКЭ (3.28) для  $k > 0$  при учете степенных поправок в разложении (3.36). Однако ведущие степенные поправки порядка  $O(p^{-4})$  отсутствуют и, следовательно, полученное таким образом значение слабо отличается от  $s_0^\pi$ .

Окончательно для параметра  $B_6^{(1/2)}$  в точке нормировки  $\mu^2 = s_0^\pi$  из уравнений (3.31), (3.42) получаем

$$B_6^{(1/2)}(s_0^\pi) = \frac{3}{2\pi^2} \frac{s_0^\pi}{f_\pi^2} = 7. \quad (3.45)$$

Учитывая мультипликативную перенормировку, которая в основном определяет ренормализационные свойства оператора  $Q_6$ , в произвольной точке нормировки  $\mu < m_c$  получаем

$$B_6^{(1/2)}(\mu^2) = B_6^{(1/2)}(s_0^\pi) \left( \frac{\alpha_s(s_0^\pi)}{\alpha_s(\mu^2)} \right)^{-\gamma_6/2\beta_3}, \quad (3.46)$$

где  $\gamma_6 = -14$  — аномальная размерность оператора  $Q_6$  [14]. Ренормгрупповой фактор  $\left( \frac{\alpha_s(s_0^\pi)}{\alpha_s(\mu^2)} \right)^{-\gamma_6/2\beta_3}$  значительно сглаживает зависимость результата от выбора интервала дуальности  $s_0$ . В самом деле, если в уравнение (3.45) мы подставим значение  $s_0^K$  интервала дуальности  $K$ -мезона [105], значение параметра  $B_6^{(1/2)}$  (1 ГэВ) увеличится только на  $\sim 25\%$  (при  $\Lambda_{\overline{MS}} = 0,3$  ГэВ).

Определим погрешности полученного результата. Для оператора  $Q_6$  мы используем киральное представление (3.30), в котором пренебрегаем членами порядка  $O(p^4)$ . Относительная величина погрешности, связанной с отбрасыванием членов высоких порядков кирального разложения, строго говоря, не известна. Однако существуют как экспериментальные, так и теоретические основания считать, что она определяется отношением [89, 90]:

$$\frac{m_K^2}{\Lambda_\chi^2} \sim 0,25, \quad (3.47)$$

то есть составляет  $\sim 25\%$  от ведущих вкладов.

КХД-представление спектральной плотности включает неопределенности, связанные с непертурбативными вкладами высших членов ОР и пертурбативными поправками к коэффициентным функциям ведущих операторов. Ведущие степенные поправки в разложении (3.36) сократились, и непертурбативные поправки, включая бислокальные вклады, имеют порядок  $O(p^{-6})$ . Следовательно, они не могут привести к значительному изменению нашего

результата. Коэффициент Вильсона оператора  $Q_6$  имеет порядок  $O(\alpha_s)$ , поэтому поправки  $\alpha_s$  к матричному элементу оператора  $Q_6$  соответствуют поправкам порядка  $O(\alpha_s^2)$  к амплитудам распадов. Корректный учет этих вкладов требует согласованного вычисления всего эффективного гамильтониана в порядке  $O(\alpha_s^2)$ .

Таким образом, для матричного элемента оператора  $Q_6$  мы получаем

$$\langle Q_6(1 \text{ ГэВ}) \rangle_0 = -(0,31 \pm 0,08) \text{ ГэВ}^3, \quad (3.48)$$

или в терминах параметра  $B_6^{(1/2)}$ :

$$B_6^{(1/2)}(1 \text{ ГэВ}) = 7,4 \pm 1,9, \quad (3.49)$$

где указанные погрешности оценивают вклады высших порядков кирального разложения. Проведенный анализ показывает, что остальные погрешности относительно малы. Поскольку применяемый метод основан на фундаментальных свойствах сильных взаимодействий — дуальности и киральной симметрии, и не используются необоснованные модели или приближения, результат (3.49), по-видимому, достаточно надежен.

#### 4. ПЕРЕХОДЫ $K \rightarrow \pi\pi$ С ГЛЮОНАМИ В ПРОМЕЖУТОЧНОМ СОСТОЯНИИ

**4.1. Локальный вклад в амплитуду распада.** В предыдущем разделе был представлен регулярный метод вычисления поправок к результату факторизации для адронных матричных элементов. Данный метод удобен для вычисления параметров кирального лагранжиана в порядке  $O(p^2)$ . При анализе следующего порядка кирального разложения возникают некоторые трудности.

i) Из-за сложной структуры электрослабого кирального лагранжиана в порядке  $O(p^4)$  возникает проблема разделения вкладов при определении различных параметров.

ii) Приходится иметь дело с более высокими порядками ОР, что делает вычисления технически сложными, а результаты менее надежными.

Существует, однако, возможность получить информацию о некоторой части нарушающих факторизацию вкладов порядка  $O(p^4)$  в адронные матричные элементы другим способом [96, 108]. Рассмотрим процесс, при котором пара легких кварков из четырехкваркового оператора аннигилирует в облако мягких глюонов, причем пара пионов в конечном состоянии формируется из глюонного облака. Другими словами, рассмотрим переходы  $K \rightarrow \pi\pi$  с глюонами в промежуточном состоянии. Поскольку глюоны несут нулевой изотопический спин, эти переходы дают вклад только в амплитуду  $A_0$  и могут быть важны для решения проблемы  $\Delta I = 1/2$ .

Наибольший интерес представляет собой ведущий оператор  $Q_2$ , для которого коэффициент Вильсона имеет порядок  $O(1)$ . Перед тем, как перейти к анализу непертурбативных вкладов в матричный элемент оператора  $Q_2$ , полезно рассмотреть аннигиляцию пары кварков  $c\bar{c}$  из оператора  $Q_2^c$  в древесном эффективном гамильтониане (2.13). В ведущем порядке разложения аннигиляционной диаграммы по степеням обратной массы  $c$ -кварка вклад в эффективный гамильтониан дают локальные операторы размерности восемь (2.20). Эти операторы содержат как кварковые, так и глюонные поля и, следовательно, могут описывать взаимодействие мезонных и глюонных степеней свободы. Ограничим анализ скалярной бесцветной конфигурацией глюонного поля  $G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a$ . Операторы  $Q_3^{(8)}$ ,  $m_s Q_1^{(7)}$  и  $m_s Q_2^{(7)}$  из базиса (2.20) включают в себя эту конфигурацию. Пренебрегая остальными операторами и выделяя явно структуру  $G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a$ , перепишем добавку (2.19) к эффективному гамильтониану в виде

$$H_{\Delta S=1}^G = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* (1 - \tau) \left( \frac{1}{120} \frac{1}{m_c^2} m_s \bar{s}_R d_L \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \right) + \text{э.с.} \quad (4.1)$$

Для того чтобы определить вклад (4.1) в амплитуды распадов, построим киральное представление КХД- оператора

$$m_s \bar{s}_R d_L \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a. \quad (4.2)$$

Оператор (4.2) содержит явно массу  $s$ -кварка и принадлежит  $(8_L \times 1_R)$  неприводимому представлению киральной группы. Следовательно, его киральное представление имеет вид

$$(m_s \bar{s}_R d_L \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a)_\chi = A f_\pi^6 (U^\dagger \chi)_{23} + B f_\pi^4 (U^\dagger \chi)_{23} \text{tr}_{fl} (\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U) + \\ + (\text{другие } O(p^4) \text{ члены}) + O(p^6), \quad (4.3)$$

где  $A$  и  $B$  — безразмерные параметры. Второй член в представлении (4.3) отделен от других членов порядка  $O(p^4)$  по причине, которая станет ясна из дальнейшего анализа. Слагаемое порядка  $O(p^2)$  в уравнении (4.3) представляет собой “головастик” и может быть отброшено. Таким образом, вклад оператора (4.2) в физические амплитуды задается членами порядка  $O(p^4)$ . Простейший способ определить эти члены состоит в том, чтобы факторизовать оператор (4.2) и рассмотреть его как произведение невзаимодействующих  $(S-P)$  кваркового тока и скалярного бесцветного глюонного оператора. Далее кварковый ток заменяется на киральный оператор в соответствии с гипотезой ЧСАТ и алгеброй токов:

$$m_s \bar{s}_R d_L \rightarrow -\frac{f_\pi^2}{8} (U^\dagger \chi)_{23}. \quad (4.4)$$

С другой стороны, существует низкоэнергетическая теорема, основанная на общих свойствах тензора энергии импульса, которая определяет киральное представление глюонного оператора [109, 110]:

$$\left(\frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a\right)_\chi = -\frac{2}{\beta_3} f_\pi^2 \text{tr}_{fl}(\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U) + O(p^4), \quad \beta_3 = 9. \quad (4.5)$$

Уравнения (4.4), (4.5) позволяют определить константу  $B$ :

$$B = \frac{1}{4\beta_3}, \quad (4.6)$$

которая, в нашей модели, параметризует ведущий член кирального разложения оператора (4.2). В результате мы получили вклад в киральный лагранжиан

$$L_{\Delta S=1}^G = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* (1-\tau) \left( \frac{1}{480\beta_3} \frac{f_\pi^4}{m_c^2} (U^\dagger \chi)_{23} \text{tr}_{fl}(\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U) \right) + \text{э.с.}, \quad (4.7)$$

который определяет поправку к амплитуде  $A_0$ :

$$\Delta A_0 = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* (1-\tau) \frac{1}{30\beta_3} \frac{m_K^2}{m_c^2} f_K m_K^2. \quad (4.8)$$

Рассмотренное приближение соответствует простейшей физической картине распада  $K \rightarrow \pi\pi$ , в которой  $K$ -мезон аннигилируется псевдоскалярным кварковым током и пара  $\pi$ -мезонов рождается глюонным оператором. Другими словами, киральный лагранжиан (4.7) описывает канал распада с глюонами в промежуточном состоянии. Численно относительная поправка к амплитуде  $A_0$  оказывается порядка  $\frac{1}{30\beta_3} \frac{m_K^2}{m_c^2} \sim 10^{-3}$ .

**4.2. Нарушающий факторизацию нелокальный вклад в матричный элемент оператора  $Q_2$ .** Выше был рассмотрен случай, когда глюоны, из которых формируется пара  $\pi$ -мезонов, образуются в результате аннигиляции пары кварков  $c\bar{c}$  из оператора  $Q_2^c$ . Благодаря относительно большой массе  $c$ -кварка, взаимодействие, отвечающее за переходы  $K \rightarrow G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a$ , может быть описано локальным гамильтонианом (4.1). Аннигиляция пары кварков  $u\bar{u}$  из оператора  $Q_2$  из-за малой массы  $u$ -кварка не может быть представлена локальной вершиной. Для того, чтобы определить вклад переходов  $K \rightarrow \pi\pi$  с простейшей конфигурацией глюонного поля  $G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a$  в промежуточном состоянии в матричный элемент оператора  $Q_2$ , требуется непертурбативный метод. Мы воспользуемся общим методом, описанным в разд. 3, то есть используем киральную эффективную теорию и КХД-правила сумм.

Задача состоит в построении части кирального представления оператора  $Q_2$ , которая определяется переходами  $K \rightarrow G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \rightarrow \pi\pi$ . На основании

результатов предыдущего пункта эта часть кирального представления может быть записана в виде

$$(Q_2)_\chi^G = g^G f_\pi^2 (U^\dagger \chi)_{23} \text{tr}_{fl} (\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U), \quad (4.9)$$

где  $g^G$  — безразмерный параметр. В самом деле, полное киральное представление оператора  $Q_2$  в порядке  $O(p^4)$  содержит единственный член вида (4.9), который дает вклад в амплитуды распадов  $K \rightarrow \pi\pi$  и включает в себя конфигурацию  $\text{tr}_{fl} (\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U)$ , как этого требует уравнение (4.5) [29]. Для определения параметра  $g^G$  используем правила сумм для подходящей функции Грина. Технически более удобно работать с двухточечной функцией Грина. Естественным выбором является функция Грина вида

$$G(p) = \int \langle 0 | T \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a(x) Q_2(0) | K^0(q) \rangle e^{ipx} dx |_{q=0}, \quad (4.10)$$

где в качестве интерполирующего оператора для  $\pi$ -мезонов используется оператор  $G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a$ . Насыщая функцию Грина (4.10) состояниями  $\pi^+ \pi^-$  и  $\pi^0 \pi^0$  (низшими состояниями с подходящими квантовыми числами), используя полное киральное представление оператора  $Q_2$  и низкоэнергетическую теорему (4.5), при малом импульсе  $p \sim 0$  получаем адронное представление для этой функции

$$G(p) = -g^G \frac{32}{\pi^2 \beta_3} \frac{m_K^2}{f_\pi} p^4 \ln \left( \frac{-p^2}{\mu^2} \right) + O(p^6) \quad (4.11)$$

и для спектральной плотности этой функции

$$\rho^{\text{адр}}(s) = g^G \frac{32}{\pi^2 \beta_3} \frac{m_K^2}{f_\pi} s^2 \theta(s). \quad (4.12)$$

Благодаря специальному выбору функции Грина, члены порядка  $O(p^2)$  не дают вклад в уравнение (4.11). Таким образом, мы можем исследовать вклад порядка  $O(p^4)$ , параметризуемый константой  $g^G$ , непосредственно, а не как поправку к некоторому ведущему результату. Это делает результаты гораздо более надежными. Следует сделать замечание относительно кирального предела для  $K$ -мезона в уравнении (4.10). Представление (4.9) фиксирует правильный порядок амплитуды рассматриваемого процесса, причем слагаемое  $(Q_2)_\chi^G$  не зависит (явно) от импульса  $K$ -мезона. Сохранение в уравнении (4.10) ненулевого импульса  $K$ -мезона приведет к сдвигу амплитуды на величину порядка  $O(p^6)$ , что находится за пределами точности нашего метода. Поэтому мы можем положить  $q = 0$  и работать с функцией одного аргумента  $p$ .

При большом евклидовом импульсе  $p^2 \rightarrow -\infty$  операторное разложение для функции Грина (4.10) имеет вид

$$G(p) = i \frac{1}{2\pi^2} \ln \left( \frac{-p^2}{\mu^2} \right) \frac{\alpha_s}{\pi} \langle 0 | m_s \bar{s} R g_s G_{\mu\nu}^a t^a \sigma_{\mu\nu} d_L | K^0(q) \rangle |_{q=0} +$$

$$+O(\alpha_s^2 p^2) + O(p^{-2}). \quad (4.13)$$

Множитель  $m_s$  в уравнении (4.13) обеспечивает правильное поведение функции Грина в киральном пределе. Редуцируя  $K$ -мезон, преобразуем уравнение (4.13) к следующему виду:

$$G(p) = -\frac{1}{4\pi^2} \ln\left(\frac{-p^2}{\mu^2}\right) \frac{\alpha_s}{\pi} f_K m_K^2 m_0^2. \quad (4.14)$$

Соответствующая спектральная плотность имеет вид

$$\rho^{\text{КХД}}(s) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{\alpha_s}{\pi} f_K m_K^2 m_0^2 \theta(s). \quad (4.15)$$

Для того чтобы определить значение  $g^G$ , используем уравнения (4.12), (4.15) и стандартную процедуру ПСКЭ. Результат имеет вид

$$g^G = \frac{3\beta_3}{128} \frac{f_K}{f_\pi} \frac{f_\pi^2 m_0^2}{s_0^2} \frac{\alpha_s(s_0)}{\pi}. \quad (4.16)$$

Остается вопрос о выборе значения интервала дуальности  $s_0$ . Покажем, что результат (4.16) является самосогласованным в достаточно узком интервале значений  $s_0$ . В самом деле, для того чтобы подавить вклады высших состояний, например, вклад скалярного мезона  $\sigma(0, 9 \text{ ГэВ})$  в адронное представление (4.11), мы должны положить  $s_0 < (0, 9 \text{ ГэВ})^2$ . Кроме того, выражение (4.11) получено нами в ведущем порядке разложения по  $p^2$  и оправдано до тех пор, пока отношение  $s_0/\Lambda_\chi^2$  остается малым. С другой стороны, на шкале  $\mu < 0, 8 \text{ ГэВ}$  пертурбативные  $\alpha_s$ -поправки к эффективному гамильтониану становятся плохо контролируруемыми [25], что ограничивает возможное значение интервала дуальности снизу  $s_0 > (0, 8 \text{ ГэВ})^2$ . Таким образом, наиболее обоснованным кажется выбор  $s_0 \sim (0, 8 \text{ ГэВ})^2$ .

Попробуем оценить погрешность полученного результата. Рассмотрим поправки к КХД-представлению функции Грина (4.10). Пертурбативные поправки к ОР (единичный оператор в разложении (4.13)) подавлены петлевым фактором  $\alpha_s/4\pi \sim 10^{-3}$ . Непертурбативные поправки за счет операторов высших размерностей, по-видимому, более важны. Ведущие степенные поправки в ОР (4.13) определяются операторами размерности восемь. Для численной оценки степенных поправок необходимо оценить матричные элементы этих операторов между вакуумом и состоянием  $K$ -мезона. Если для вычисления матричных элементов использовать простую факторизацию, то относительная величина степенных поправок оказывается порядка 10%.

Характерная величина погрешности, связанной с отбрасыванием высших членов кирального разложения, имеет порядок  $\sim 25\%$ . Однако в адронном представлении (4.11) мы не можем выделить интересующий нас вклад как резонанс, в отличие от адронного представления (3.35) функции Грина (3.32).

Это значительно снижает надежность получаемого результата. В самом деле, при интегрировании спектральной плотности (3.39) из-за наличия  $\delta$ -функции матричный элемент оператора  $Q_6$  берется в точке  $p^2 = m_K^2/2$ , где киральное разложение хорошо сходится. В то же время при интегрировании спектральной плотности (4.12) по интервалу дуальности нам приходится затягивать киральную теорию возмущений в область  $p^2 \sim s_0$ . Таким образом, относительный вклад следующих членов кирального разложения в интеграл от спектральной плотности имеет порядок  $3s_0/4\Lambda_\chi \sim 0,5$  (фактор  $3/4$  дает интегрирование различных степеней  $s$ ). Уменьшая величину  $s_0$ , можно сделать киральные поправки менее значительными. При этом, однако, ухудшается сходимость ОР (4.13). Подобная проблема возникает при вычислении параметров электрослабого кирального лагранжиана методом правил сумм для двухточечной функции Грина  $\langle 0|TQ_i(x)Q_j(y)|0 \rangle$  [35–38]. Авторы [35–38], однако, упускают из вида эту проблему, хотя она может являться причиной значительных ошибок в теоретических оценках. Мы ограничиваемся грубой оценкой величины нового вклада. Более точное определение этой величины является хорошей задачей для вычисления на решетках.

Используя уравнения (4.9), (4.16), получаем дополнительный вклад в матричный элемент оператора  $Q_2$ :

$$\Delta\langle Q_2(s_0) \rangle_0 = \frac{3\beta_3}{8} \frac{m_0^2 m_K^2}{s_0^2} \frac{\alpha_s(s_0)}{\pi} \sim 0,018 \text{ ГэВ}^3. \quad (4.17)$$

Параметризуем матричный элемент оператора  $Q_2$  аналогично параметризации (3.29) матричного элемента оператора  $Q_6$ :

$$\langle Q_2 \rangle_0 = \frac{5}{9} \sqrt{\frac{3}{2}} f_K m_K^2 B_2^{(1/2)}. \quad (4.18)$$

Нормировка параметра  $B_2^{(1/2)}$  выбрана таким образом, что при факторизации мы имеем  $B_2^{(1/2)} = 1$ . В терминах параметра  $B_2^{(1/2)}$  результат (4.17) принимает вид

$$\Delta B_2^{(1/2)}(1 \text{ ГэВ}) \sim 0,67. \quad (4.19)$$

Уравнения (4.17), (4.19) определяют вклад переходов  $K \rightarrow \pi\pi$  с простейшей конфигурацией глюонного поля  $G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a$  в промежуточном состоянии в матричный элемент оператора  $Q_2$ . В отношении данного вклада необходимо сделать следующие замечания:

і) Вклад имеет порядок  $O(p^4)$ . Несмотря на это, численно он оказывается сравнимым с результатом наивной факторизации для всего матричного элемента. Этот факт говорит о значительном нарушении факторизации в порядке  $O(p^4)$  кирального разложения и необходимости дальнейшего исследования  $\Delta S = 1$  кирального лагранжиана в порядке  $O(p^4)$ .

- ii) Вклад не учитывается в ведущем порядке  $1/N_c$ -разложения.
- iii) Вклад не учитывается при факторизации матричного элемента, а также в любом подходе, где кварковые токи заменяются их мезонными реализациями независимо, например, в рамках метода [34].
- iv) Глюоны в промежуточном состоянии не образуют связанное состояние. Поэтому вклад в амплитуду не подавлен обратной массой одного из скалярных резонансов.
- v) В отличие от аннигиляции пары кварков  $c\bar{c}$  в операторе  $Q_2^c$  в данном случае вклад в амплитуду определяет смешанная кварк-глюонная компонента волновой функции  $K$ -мезона.
- vi) В принципе более сложные конфигурации глюонного поля, например

$$f^{abc} G_{\mu\nu}^a G_{\nu\lambda}^b G_{\lambda\mu}^c, \quad (4.20)$$

где  $f^{abc}$  — структурная константа группы  $SU_c(3)$ , могут играть роль промежуточного состояния. Однако низкоэнергетическая теорема (4.5) говорит о том, что матричный элемент таких операторов между вакуумом и состоянием  $\pi\pi$  имеет порядок  $O(p^4)$ . Действительно, теорема (4.5) устанавливает эквивалентность представлений следа тензора энергии-импульса через КХД и мезонные степени свободы. В киральном пределе, в порядке  $O(p^2)$  существует единственный кирально-симметричный лоренц-инвариантный мезонный оператор (4.5). Он пропорционален следу тензора энергии-импульса. С другой стороны, известно, что поправки к конформной аномалии отсутствуют и операторы вида (4.20) не дают вклад в след тензора энергии-импульса. Поэтому киральное представление оператора (4.20) начинается с членов порядка  $O(p^4)$ . Следовательно, вклад переходов  $K \rightarrow \pi\pi$  с подобными конфигурациями глюонного поля в промежуточном состоянии имеет, по крайней мере, порядок  $O(p^6)$ .

## 5. ФЕНОМЕНОЛОГИЯ РАСПАДОВ $K \rightarrow \pi\pi$

**5.1. Адронные матричные элементы.** Для того чтобы получить амплитуды распадов, необходимо знать матричные элементы четырехкварковых операторов (2.3). С учетом линейной зависимости операторов (2.4) мы можем записать матричные элементы операторов в следующем виде:

$$\begin{aligned} \langle Q_1 \rangle_0 &= -\frac{1}{9} \sqrt{\frac{3}{2}} f_K m_K^2 B_1^{(1/2)}(\mu), \\ \langle Q_2 \rangle_0 &= \frac{5}{9} \sqrt{\frac{3}{2}} f_K m_K^2 B_2^{(1/2)}(\mu), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle Q_3 \rangle_0 &= \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3}{2}} f_K m_K^2 B_3^{(1/2)}(\mu), \\
\langle Q_4 \rangle_0 &= \langle Q_3 \rangle_0 + \langle Q_2 \rangle_0 - \langle Q_1 \rangle_0, \\
\langle Q_5 \rangle_0 &= \frac{1}{3} \langle Q_6 \rangle_0 B_5^{(1/2)}(\mu), \\
\langle Q_6 \rangle_0 &= -\sqrt{\frac{3}{2}} f_K m_K^2 B_6^{(1/2)}(\mu), \\
\langle Q_7 \rangle_0 &= -\frac{2}{3} \sqrt{\frac{3}{2}} \left( \frac{m_K^2}{m_s^2(\mu)} \right) f_K m_K^2 B_7^{(1/2)}(\mu), \\
\langle Q_8 \rangle_0 &= -2 \sqrt{\frac{3}{2}} \left( \frac{m_K^2}{m_s^2(\mu)} \right) f_K m_K^2 B_8^{(1/2)}(\mu), \quad (5.1) \\
\langle Q_9 \rangle_0 &= \frac{3}{2} \langle Q_1 \rangle_0 - \frac{1}{2} \langle Q_3 \rangle_0, \\
\langle Q_{10} \rangle_0 &= \langle Q_2 \rangle_0 + \frac{1}{2} \langle Q_1 \rangle_0 - \frac{1}{2} \langle Q_3 \rangle_0, \\
\langle Q_1 \rangle_2 &= \langle Q_2 \rangle_2 = \frac{4}{3\sqrt{3}} f_K m_K^2 B_1^{(3/2)}(\mu), \\
\langle Q_i \rangle_2 &= 0, \quad i = 3, \dots, 6, \\
\langle Q_7 \rangle_2 &= -\frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{m_K^2}{m_s^2(\mu)} \right) B_7^{(3/2)}(\mu), \\
\langle Q_8 \rangle_2 &= -\sqrt{3} \left( \frac{m_K^2}{m_s^2(\mu)} \right) B_8^{(3/2)}(\mu), \\
\langle Q_9 \rangle_2 &= \langle Q_{10} \rangle_2 = \frac{3}{2} \langle Q_1 \rangle_2.
\end{aligned}$$

Безразмерные параметры  $B_j^i$  ( $j \neq 6$ ) нормированы таким образом, что, используя процедуру факторизации, мы получаем  $B_j^i = 1$  (как было отмечено в разд. 3, факторизация не дает однозначной оценки для матричного элемента оператора  $Q_6$ ).

В работе [97] при помощи правил сумм для трехточечной функции Грина и киральной эффективной теории был вычислен адронный матричный элемент оператора  $Q_6$  (см. разд. 3). В настоящее время анализ остальных операторов в рамках этого метода отсутствует. Из других имеющихся методов вычисления матричных элементов наиболее самосогласованным выглядит ме-

тод, основанный на  $1/N_c$ -разложении [34]. В терминах параметров  $B_j^i$  для матричных элементов операторов (2.3) в работах [19,34] были получены следующие результаты:

$$\begin{aligned}
 B_1^{1/2} &= 3,92, & B_2^{1/2} &= 1,66, & B_3^{1/2} &= 0,42, \\
 B_3^{1/2} &= 0,75, & B_5^{1/2} &= 1,00, & B_6^{1/2} &= 4,49, \\
 B_7^{1/2} &= 1,09, & B_8^{1/2} &= 1,00, & B_1^{3/2} &= 0,75, \\
 B_7^{3/2} &= 0,61, & B_8^{3/2} &= 0,79.
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

Как было отмечено, в рамках  $1/N_c$ -разложения не решена проблема согласования схемы вычисления (точки нормировки) коэффициентов Вильсона и матричных элементов операторов. В частности, значения (5.2) соответствуют точке нормировки порядка  $\mu \sim m_K$ , причем при больших энергиях метод неприменим из-за неконтролируемых поправок киральной теории возмущений. В то же время ренормгрупповой анализ коэффициентов Вильсона на энергиях, меньших 0,8 ГэВ, неприменим из-за неконтролируемых поправок  $\alpha_s$  [25]. Согласованное вычисление коэффициентов Вильсона и матричных элементов операторов, вероятно, может быть проведено в рамках метода [97]. На данный момент кажется наиболее последовательным использовать для феноменологического анализа распадов  $K \rightarrow \pi\pi$  результат (3.45) разд. 3 для матричного элемента оператора  $Q_6$  и результаты  $1/N_c$ -разложения (5.2) для матричных элементов остальных операторов, причем значения всех коэффициентов Вильсона брать в точке нормировки  $\mu \sim 0,8$  ГэВ. Кроме того, необходимо учесть вклад в матричный элемент оператора  $Q_2$  за счет переходов  $K \rightarrow \pi\pi$  с глюонами в промежуточном состоянии, который был вычислен в разд. 4. Как было отмечено, этот вклад не учитывается в рамках метода [34]. Следовательно, параметр  $B_2^{1/2}$  для матричного элемента оператора  $Q_2$  может быть представлен как сумма

$$B_2^{1/2} = \left( B_2^{1/2} \right)_{1/N_c} + \Delta B_2^{1/2} = 2,3,
 \tag{5.3}$$

где  $\Delta B_2^{1/2}$  дается выражением (4.19) и  $\left( B_2^{1/2} \right)_{1/N_c}$  — результат  $1/N_c$ -разложения (5.2).

**5.2. Правило  $\Delta I = 1/2$ .** Удобно ввести следующую параметризацию амплитуд распадов:

$$\text{Re } A_0 = \frac{5}{9} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* f_K m_K^2 g_0,
 \tag{5.4}$$

$$\text{Re } A_2 = \frac{4\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* f_K m_K^2 g_2.
 \tag{5.5}$$

Безразмерные параметры  $g_0$  и  $g_2$  нормированы таким образом, что, пренебрегая сильными поправками к эффективному гамильтониану (полагая  $z_i = 0$  при  $i \neq 2$  и  $z_2 = 1$ ) и используя процедуру факторизации (полагая  $B_2^{1/2} = 1$ ), получаем

$$g_0 = g_2 = 1. \quad (5.6)$$

Экспериментальные значения амплитуд соответствуют следующим значениям этих параметров [12]:

$$g_0^{\text{эк}} = 6,87, \quad g_2^{\text{эк}} = 0,276. \quad (5.7)$$

Последние из имеющихся теоретических оценок амплитуд распадов  $K \rightarrow \pi\pi$  были даны в работе [25]. Авторы [25] учитывали поправки первого порядка к главному логарифмическому приближению для коэффициентов Вильсона (табл. 1) и использовали результаты  $1/N_c$ -разложения (5.2) для адронных матричных элементов. Для параметров  $g_0$  и  $g_2$  ими были получены значения

$$g_0 = 4,0, \quad g_2 = 0,23, \quad (5.8)$$

при  $\Lambda_{\overline{MS}} = 0,3$  ГэВ,  $\mu = 0,8$  ГэВ. Точка нормировки выбрана таким образом, что относительная величина поправок к главному логарифмическому приближению для амплитуд распадов не превосходит 20%, так что мы не выходим за границы применимости теории возмущений. Как мы видим, оценка амплитуды  $A_2$  в пределах 15% погрешности совпадает с данными эксперимента, в то время как оценка амплитуды  $A_0$  приблизительно на 40% меньше экспериментального значения.

Для новой оценки амплитуды  $A_0$  подставим в выражение (1.5) значение параметра  $B_6^{1/2}$  из уравнений (3.45), (3.46) и значение параметра  $B_2^{1/2}$  из уравнения (5.3). В результате получим

$$g_0 = 6,1. \quad (5.9)$$

Причем приблизительно по 20% от теоретического значения амплитуды  $A_0$  составляют вклады оператора  $Q_6$  и  $\Delta\langle Q_2 \rangle_0$ . Таким образом, новая теоретическая оценка амплитуды  $A_0$  также находится в пределах 15% погрешности от экспериментального значения. Как известно, такая точность характерна для полуфеноменологических методов анализа сильных взаимодействий. С другой стороны, для отношения амплитуд мы получаем

$$\frac{A_0}{A_2} \sim 23, \quad (5.10)$$

что прекрасно согласуется с экспериментом:

$$\left(\frac{A_0}{A_2}\right)^{\text{эк}} = 22,2. \quad (5.11)$$

Следует отметить, что этот результат получен благодаря более аккуратному учету непертурбативных вкладов, а не за счет традиционного затягивания формул теории возмущений в область больших расстояний. Дальнейшее повышение точности описания нелептонных распадов  $K$ -мезонов требует качественного скачка в оценках адронных матричных элементов.

**5.3. Параметр  $\varepsilon'/\varepsilon$ .** Параметр  $\varepsilon'$  (1.10) может быть выражен через изотопически-неприводимые амплитуды и фазы распадов:

$$\varepsilon' = -\frac{\omega}{\sqrt{2}} \xi (1 - \Omega) e^{i\phi}, \quad (5.12)$$

где

$$\xi = \frac{\text{Im } A_0}{\text{Re } A_0}, \quad \omega = \frac{\text{Re } A_2}{\text{Re } A_0}, \quad \Omega = \frac{1}{\omega} \frac{\text{Im } A_2}{\text{Im } A_0}, \quad (5.13)$$

и  $\phi = \pi/2 + \delta_2 - \delta_0 \approx \pi/4$ . Принято работать с величиной  $\varepsilon'/\varepsilon$ , которая характеризует относительное отклонение от сверхслабого механизма нарушения CP-инвариантности. Мы рассматриваем модель, в которой единственной причиной нарушения CP-инвариантности является наличие CP-неинвариантной фазы  $\delta$  в матрице ККМ. Из уравнений (1.5), (5.12), (5.13) получаем

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \text{Im} (V_{ts}^* V_{td}) \left( r \sum y_i \langle Q_i \rangle_0 (1 - \Omega_{\eta+\eta'}) + \frac{r}{\omega} \sum y_i \langle Q_i \rangle_2 \right), \quad (5.14)$$

где

$$r = \frac{G_F \omega}{2 |\varepsilon| \text{Re } A_0} = 350 \text{ ГэВ}^{-3}. \quad (5.15)$$

Поскольку  $\arg(\varepsilon) \approx \pi/4$ , фаза отношения  $\varepsilon'/\varepsilon$  близка к нулю. Параметр  $\Omega_{\eta+\eta'}$  описывает  $\pi - \eta - \eta'$ -смешивание из-за нарушения изотопической симметрии за счет ненулевой разности масс  $u$ - и  $d$ -кварков

$$\Omega_{\eta+\eta'} = \frac{1}{\omega} \frac{(\text{Im } A_2)_{I.B.}}{\text{Im } A_0}. \quad (5.16)$$

Вычисление этого параметра в киральной теории возмущений [111] и в рамках  $1/N_c$ -разложения [112] приводит к результату

$$\Omega_{\eta+\eta'} = 0,25 \pm 0,05. \quad (5.17)$$

В первое слагаемое в правой части уравнения (5.14) доминирующий вклад дают операторы  $Q_4$  и  $Q_6$ , во второе слагаемое — операторы  $Q_8$ ,  $Q_9$  и  $Q_{10}$ . Оказывается, что вклады различных операторов сокращают друг друга. В результате относительная точность теоретических предсказаний снижается, и ответ сильно зависит от способа оценки адронных матричных элементов.

Частично эту проблему удалось решить в работе [27], где при вычислении параметра  $\varepsilon'/\varepsilon$  использовалась точка нормировки  $\mu = m_c$ . Дело в

том, что при  $\mu = m_c$  в действительную часть амплитуд распадов определяющий вклад дают операторы  $Q_1$  и  $Q_2$ . Действительно, в этой точке вклад КХД-“пингвинов” отсутствует из-за сокращения ГИМ. С другой стороны, вклады операторов, содержащих  $c$ -кварк в этой точке, подавлены множителем  $\alpha_s/4\pi$ , происходящим из петли, которая описывает переходы пары  $c\bar{c}$  в легкие кварки. Таким образом, оказывается возможным извлечь значения матричных элементов  $\langle Q_{1,2}(m_c) \rangle_{0,2}$  из экспериментальных данных по  $CP$ -разрешенным распадам  $K \rightarrow \pi\pi$ :

$$\begin{aligned} B_1^{1/2} &= 16 \pm 3, \\ B_2^{1/2} &= 4, 4 \pm 0, 8, \\ B_1^{3/2} &= 0, 35. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Используя соотношения между операторами, удастся получить также оценки матричных элементов операторов  $Q_i(m_c)$  ( $i = 4, 9, 10$ ). Вклады остальных операторов, за исключением операторов  $Q_6$  и  $Q_8$ , слабо влияют на конечный результат. Таким образом, точность теоретических оценок параметра  $\varepsilon'/\varepsilon$  в основном определяется точностью вычисления матричных элементов  $\langle Q_6 \rangle_0$  и  $\langle Q_8 \rangle_2$ .

Различные методы вычисления, включая решетки и  $1/N_c$ -разложение, дают значения матричного элемента оператора  $Q_8$ , близкие к результату факторизации [19, 53–55, 107]:

$$B_8^{3/2} = 1 \pm 0, 2. \quad (5.19)$$

Согласованность оценок является следствием особой структуры электрослабых “пингвинов”, благодаря которой матричные элементы этих операторов не исчезают в киральном пределе в отличие от операторов  $Q_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ) [113, 114].

Оценка матричного элемента оператора  $Q_6$ , как уже отмечалось, оказывается более неопределенной, что до настоящего времени являлось основным препятствием для определения величины  $\varepsilon'/\varepsilon$  [27]. Результат (3.45) для матричного элемента оператора  $Q_6$  позволяет значительно снизить неопределенность теоретически предсказываемого значения.

Для новой оценки параметра  $\varepsilon'/\varepsilon$  подставим в выражение (5.14) значение параметра  $B_6^{1/2}$  из уравнений (3.45), (3.46), значение параметра  $B_8^{3/2}$  из уравнения (5.19) и “экспериментальные” значения (5.18). Для определения матричных элементов операторов  $Q_i(m_c)$  ( $i = 4, 9, 10$ ) мы используем соотношения между операторами (2.4), для прочих матричных элементов — результаты  $1/N_c$ -разложения (5.2). Поскольку в точке  $\mu = m_c$  неведущие  $\alpha_s$ -поправки несущественны, мы используем коэффициенты Вильсона в главном

логарифмическом приближении (табл. 2). В результате для параметра  $\varepsilon'/\varepsilon$  получаем

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \begin{cases} (6, 8 \pm 2, 5_{(\text{ККМ})} \pm 1, 7_{(Q_6)} \pm 1, 4_{(m_t)} \pm 1, 1_{(Q_8)}) \cdot 10^{-4}, & 0 < \delta < \frac{\pi}{2}, \\ (4, 6 \pm 2, 2_{(\text{ККМ})} \pm 1, 2_{(Q_6)} \pm 1, 1_{(m_t)} \pm 1, 0_{(Q_8)}) \cdot 10^{-4}, & \frac{\pi}{2} < \delta < \pi. \end{cases} \quad (5.20)$$

Два интервала в уравнении (5.20) соответствуют двум возможным значениям фазы  $\delta$  матрицы ККМ, следующим из экспериментальных данных по сверхслабому нарушению СР-инвариантности [115]. Указанные погрешности отражают, соответственно, неопределенности в значениях элементов матрицы ККМ, матричного элемента оператора  $Q_6$ , массы  $t$ -кварка и матричного элемента оператора  $Q_8$ , в то время как погрешности, связанные с неопределенностью матричных элементов операторов  $Q_i$  ( $i \neq 6, 8$ ), предполагаются менее значительными.

Наш результат согласуется с данными экспериментов на установке E731 [116]:

$$\text{Re} \left( \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right) = (7, 4 \pm 6, 0) \cdot 10^{-4} \quad (5.21)$$

и несколько меньше значения, полученного на установке NA31 [117]:

$$\text{Re} \left( \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right) = (23 \pm 7) \cdot 10^{-4}. \quad (5.22)$$

Как и в случае СР-разрешенных распадов, мы обнаруживаем согласие между экспериментом и предсказаниями СМ, хотя существует некоторое расхождение между нашими оценками и результатами, полученными на установке NA31. Какие-либо выводы о значении этого расхождения можно будет сделать после того, как будет повышена точность экспериментального измерения параметра  $\varepsilon'/\varepsilon$  и определено значение фазы  $\delta$  матрицы ККМ.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В обзоре рассмотрены последние результаты анализа нелептонных распадов  $K$ -мезонов в СМ. Обсуждаются операторные поправки к каноническому четырехкварковому эффективному  $\Delta S = 1$  гамильтониану. Даны оценки вкладов новых операторных структур, входящих в полный эффективный гамильтониан, в амплитуды распадов  $K \rightarrow \pi\pi$ . Представлен регулярный метод вычисления адронных матричных элементов локальных КХД-операторов, образующих эффективный  $\Delta S = 1$  гамильтониан, вне рамок гипотезы факторизации. Рассмотрен непертурбативный вклад в амплитуды распадов  $K \rightarrow \pi\pi$  за счет переходов с глюонами в промежуточном состоянии. Получены новые оценки для значений СР-инвариантных и СР-неинвариантных амплитуд

распадов  $K \rightarrow \pi\pi$ , и показано, что при имеющемся уровне точности теоретического анализа предсказания СМ для параметров нелептонных распадов  $K$ -мезонов как для СР-инвариантных, так и для СР-неинвариантных амплитуд находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

Авторы благодарны В.А.Матвееву, В.А.Рубакову и А.Н.Тавхелидзе за постоянное внимание, поддержку и полезные обсуждения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант N 97-02-17065) и Международного научного фонда (грант N 6NJ000). А.А.Пенин благодарит за финансовую поддержку Международный центр фундаментальной физики в Москве и Королевскую шведскую академию наук.

## 7. ПРИЛОЖЕНИЕ

Массы кварков:

$$\begin{array}{llll} m_b & \sim 4,8 \text{ ГэВ} & m_t & = (176 \pm 15) \text{ ГэВ} \\ m_s (1\text{ГэВ}) & = (199 \pm 33) \text{ МэВ} & m_c & = (1,35 \pm 0,05) \text{ МэВ} \\ m_d (1 \text{ ГэВ}) & = (9,9 \pm 1,1) \text{ МэВ} & m_u (1\text{ГэВ}) & = (5,6 \pm 1,1) \text{ МэВ}. \end{array}$$

Массы и константы распадов псевдоскалярных мезонов:

$$\begin{array}{ll} m_K & = 498 \text{ МэВ} & f_K & = 161 \text{ МэВ} \\ m_\pi & = 135 \text{ МэВ} & f_\pi & = 132 \text{ МэВ}. \end{array}$$

Параметры электрослабых и сильных взаимодействий:

$$\begin{array}{ll} \Lambda_{\overline{MS}} & = (300 \pm 100) \text{ МэВ} & G_F & = 1,166 \cdot 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2} \\ \alpha & = 1/128 & M_W & = 80,0 \text{ ГэВ}. \end{array}$$

Элементы матрицы ККМ:

$$\begin{array}{llll} |V_{us}| & = 0,221 & |V_{ud}| & = 0,9753 \\ |V_{cb}| & = 0,043 \pm 0,004 & |V_{ub}/V_{cb}| & = 0,10 \pm 0,03 \\ \text{Im} (V_{ts}^* V_{td}) & = (1,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-4} & \text{при} & 0 < \delta < \frac{\pi}{2} \\ \text{Im} (V_{ts}^* V_{td}) & = (1,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-4} & \text{при} & \frac{\pi}{2} < \delta < \pi. \end{array}$$

$K \rightarrow \pi\pi$  распады и  $K^0 - \bar{K}^0$  смешивание:

$$\begin{array}{ll} \text{Re} A_0 & = 3,33 \cdot 10^{-7} \text{ ГэВ} & \text{Re} A_2 & = 1,50 \cdot 10^{-8} \text{ ГэВ} \\ \omega & = 1/22,2 & \Omega_{\eta\eta'} & = 0,25 \\ \varepsilon & = (2,258 \pm 0,018) \cdot 10^{-3} & \Delta M_K & = 3,5 \cdot 10^{-15} \text{ ГэВ}. \end{array}$$

Численные значения коэффициентов Вильсона [27]:

**Таблица 1. Коэффициенты Вильсона  $z_i$  ( $i = 1, 2, 6$ ) при  $\mu = 0,8$  ГэВ в главном логарифмическом приближении (l.o.) и с учетом поправок первого порядка (n.l.),  $z_i \sim 10^{-5}$  при  $i > 6$**

	$\Lambda_{\overline{MS}}$ , МэВ	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	$z_6$
l.o.	200	-0,668	1,369	0,007	-0,017	0,005	-0,019
n.l.	200	-0,812	1,479	0,021	-0,047	0,012	-0,053
l.o.	300	-0,839	1,494	0,010	-0,025	0,008	-0,028
n.l.	300	-1,197	1,778	0,040	-0,081	0,018	-0,098
l.o.	400	-1,045	1,654	0,015	-0,035	0,011	-0,042
n.l.	400	-1,964	2,428	0,093	-0,159	0,026	-0,216

**Таблица 2. Коэффициенты Вильсона  $y_i$  ( $i = 4, 6, 7$ ) при  $\mu = m_c, m_t = 176$  ГэВ в главном логарифмическом приближении,  $y_i = 0$  при  $i = 1, 2$**

$\Lambda_{\overline{MS}}$ , МэВ	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7/\alpha$	$y_8/\alpha$	$(y_9 + y_{10})/\alpha$
200	0,024	-0,047	0,013	-0,068	-0,029	0,084	-0,929
300	0,029	-0,055	0,014	-0,085	-0,037	0,107	-0,886
400	0,035	-0,063	0,015	-0,102	-0,044	0,133	-0,846

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Glashow S.L.** — Nucl.Phys., 1961, v.22, p.579.
2. **Weinberg S.** — Phys.Rev.Lett., 1967, v.19, p.1264.
3. **Salam A.** — In: Elementary Particle Theory, ed. N.Svartholm, Stockholm, Almqvist and Wiksel, 1968.
4. **Wilson K.J.** — Phys.Rev., 1969, v.179, p.1499.
5. **Cabibbo N.** — Phys.Rev.Lett., 1963, v.10, p.531.
6. **Kobayashi M., Maskawa C.** — Prog.Theor.Phys., 1973, v.49, p.652.
7. **Schwinger J.** — Phys.Rev.Lett., 1964, v.12, p.630.
8. **Feynman R.P.** — In: Symmetries in Elementary Particle Physics, ed. A.Zichichi, Acad.Press, New York and London 1964.
9. **Gaillard M.K., Lee B.W.** — Phys.Rev., 1974, v.D10, p.897.
10. **Adler S.L., Dashen R.F.** — Current Algebra and Applications to Particle Physics, Benjamin, New York, 1968.

11. Gell-Mann M., Levy M. — *Nuovo Cim.*, 1960, v.A16, p.705.
12. Particle Data Group — *Phys.Rev.*, 1992, v.D45.
13. Altarelli G., Maiani L. — *Phys.Lett.*, 1974, v.52B, p.351.
14. Вайнштейн А.И., Захаров В.И., Шифман М.А. — *ЖЭТФ*, 1977, т. 45, с.670.
15. Vainshtein A.I., Zakharov V.I., Shifman M.A. — *Nucl.Phys.*, 1977, v.B120, p.316.
16. Gilman F.J., Wise M.B. — *Phys.Rev.*, 1979, v.D20, p.2392.
17. Guberina B., Peccei R.D. — *Nucl.Phys.*, 1980, v.B163, p.289.
18. Paschos E.A., Shnaider T., Wu Y.L. — *Nucl.Phys.*, 1980, v.B332, p.285.
19. Buchalla G., Buras A.J., Harlander M.K. — *Nucl.Phys.*, 1990, v.B337, p.3131.
20. Paschos E.A., Wu Y.L. — *Mod.Phys.Lett.*, 1991, v.A6, p.93.
21. Hill C., Ross G. — *Nucl.Phys.*, 1980, v.B171, p.141.
22. Altarelli G., Curci G., Martinelli G., Petrarca S. — *Nucl.Phys.*, 1981, v.B187, p.461.
23. Tracas N., Vlachos N. — *Phys.Lett.*, 1982, v.115B, p.419.
24. Buras A.J., Weisz P.H. — *Nucl.Phys.*, 1990, v.B333, p.66.
25. Buras A.J., Jamin M., Lautenbacher M.E. — *Nucl.Phys.*, 1992, v.B370, p.69.
26. Buras A.J., Jamin M., Lautenbacher M.E., Weisz P.H. — *Nucl.Phys.*, 1992, v.B375, p.501.
27. Buras A.J., Jamin M., Lautenbacher M.E. — *Nucl.Phys.*, 1993, v.B408, p.209.
28. Cronin J.A. — *Phys.Rev.*, 1967, v.161, p.1483.
29. Kambor J., Missimer J., Wyler D. — *Nucl.Phys.*, 1990, v.B346, p.17.
30. Ecker G., Kambor J., Wyler D. — *Nucl.Phys.*, 1993, v.B394, p.101.
31. 't Hooft G. — *Nucl.Phys.*, 1974, v.B72, p.461.
32. Witten E. — *Nucl.Phys.*, 1979, v.B160, p.57.
33. Bardeen W.A., Buras A.J., Gérard J.M. — *Phys.Lett.*, 1986, v.180B, p.133.
34. Bardeen W.A., Buras A.J., Gérard J.M. — *Phys.Lett.*, 1987, v.192B, p.138.
35. Pich A., de Rafael E. — *Nucl.Phys.*, 1991, v.B358, p.311.
36. Guberina B., Pich A., de Rafael E. — *Phys.Lett.*, 1985, v.163B, p.198.
37. Pich A., Guberina B., de Rafael E. — *Nucl.Phys.*, 1986, v.B277, p.197.
38. Pich A., de Rafael E. — *Phys.Lett.*, 1987, v.189B, p.369.
39. Wilson K.J. — *Phys.Rev.*, 1974, v.D10, p.2445.
40. Martinelli G. — *Phys.Lett.*, 1984, v.141B, p.395.
41. Sharpe S., Patel A., Gupta R. et al. — *Nucl.Phys.*, 1987, v.B286, p.253.
42. Maiani L., Martinelli G., Rossi G., Testa M. — *Nucl.Phys.*, 1987, v.B289, p.505.
43. Gavela M.B., Maiani L., Martinelli G. et al. — *Nucl.Phys.*, 1988, v.B306, p.677.
44. *Nucl.Phys.*, 1994, v.B34 (Proc. Suppl.).
45. Wolfenstein L. — *Phys.Rev.Lett.*, 1964, v.13, p.562.
46. Wu T.T., Yang C.N. — *Phys.Rev.Lett.*, 1964, v.13, p.380.
47. Gilman F.J., Wise M.B. — *Phys.Lett.*, 1979, v.83B, p.83.
48. Gilman F.J., Hagelin J.S. — *Phys.Lett.*, 1983, v.126B, p.111.

49. **Buras A.J., Gérard J.-M.** — Phys.Lett., 1988, v.203B, p.272.
50. **Paschos E.A., Turke U.** — Phys.Rep., 1989, v.178, p.145.
51. **Flynn J.M., Randall L.** — Phys.Lett., 1989, v.224B, p.221; Erratum — Phys.Lett., 1990, v.235B, p.412.
52. **Lusignoly M., Maiani L., Martinelli G., Reina L.** — Nucl.Phys., 1992, v.B369, p.139.
53. **Frohlich J., Heinrich J., Paschos E.A., Schwarz J.-M.** — University of Dortmund Preprint DO-TH 02/91, 1991.
54. **Heinrich J., Paschos E.A., Schwarz J.-M., Wu Y.L.** — Phys.Lett., 1992, v.279B, p.140.
55. **Ciuchini M., Franco E., Martinelli G., Reina L.** — Phys.Lett., 1993, v.301B, p.263.
56. **Abe F. et al. (CDF)** — Phys.Rev.Lett., 1995, v.74, p.2626.
57. **Abachi S. et al. (D0)** — Phys.Rev.Lett., 1995, v.74, p.2632.
58. **Gross D.J., Wilczek F.** — Phys.Rev.Lett., 1973, v.30, p.1343.
59. **Politzer H.D.** — Phys.Rev.Lett., 1973, v.30, p.1346.
60. **Zimmermann W.** — Lectures on Elementary Particles and Quantum Field Theory, Brandeis Summer Inst., v.1, MIT Press, 1970.
61. **Stueckelberg E.G.G., Peterman A.** — Helv.Phys.Acta, 1953, v.26, p.499.
62. **Gell-Mann M., Low F.E.** — Phys.Rev., 1954, v.95, p.1300.
63. **Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.** — Введение в теорию квантованных полей, М., Наука, 1984.
64. **Witten E.** — Nucl.Phys., 1977, v.B122, p.109.
65. **Wise M.B., Witten E.** — Phys.Rev., 1979, v.D20, p.1216.
66. **Miller R.D.C., McKellar B.H.J.** — Phys.Rep., 1984, v.106, p.170.
67. **Bijnens J., Wise M.B.** — Phys.Lett., 1984, v.137B, p.245.
68. **Sharpe S.R.** — Phys.Lett., 1987, v.194B, p.551.
69. **Бут О.** — ЯФ, 1988, т.47, с.1073.
70. **Lusignoli M.** — Nucl.Phys., 1989, v.B325, p.33.
71. **Glashow S.L., Iliopoulos J., Maiani L.** — Phys.Rev., 1970, v.D2, p.1285.
72. **Пенин А.А., Пивоваров А.А.** — Письма в ЖЭТФ, 1991, т.54, с.121.
73. **Penin A.A., Pivovarov A.A.** — Nuovo Cim., 1993, v.A106, p.19.
74. **Морозов А.Ю.** — ЯФ, 1984, т.40, с.788.
75. **Bertolini S., Fabbrichesi M., Gabrielli E.** — Phys.Lett., 1994, v.327B, p.136.
76. **Penin A.A., Pivovarov A.A.** — Phys.Rev., 1994, v.D49, p.256.
77. **Deshpande N.G., He X.-G., Pakvasa S.** — Phys.Lett., 1994, v.326B, p.307.
78. **Беляев В.М., Иоффе Б.Л.** — ЖЭТФ, 1982, т.83, с.876.
79. **Овчинников А.А., Пивоваров А.А.** — ЯФ, 1988, т.48, с.1135.
80. **Chetyrkin K.G., Kataev A.L., Krasulin A.B., Pivovarov A.A.** — Phys.Lett., 1986, v.174B, p.174.
81. **Neubert M., Stech B.** — Phys.Lett., 1989, v.231B, p.477.
82. **Bel'kov A.A., Ebert D., Pervushin V.N.** — Phys.Lett., 1987, v.193B, p. 314.

83. Волков М.К. — ЭЧАЯ, 1993, т.24, с. 35.
84. Bijnens J. — NORDITA Preprint 95/10 N/P, 1995.
85. Weinberg S. — Phys.Rev., 1968, v.166, p.1568.
86. Coleman S., Wess J., Zumino B. — Phys.Rev., 1969, v.177, p.2239.
87. Callan C.G., Coleman S., Wess J., Zumino B. — Phys.Rev., 1969, v.177, p.2247.
88. Wess J., Zumino B. — Phys.Lett., 1971, v.37B, p.95.
89. Manohar A., Georgi H. — Nucl.Phys., 1984, v.B234, p.189.
90. Donoghue J.F., Golowich E., Holstein B.R. — Phys.Rev., 1984, v.D30, p.587.
91. Gasser J., Leutwyler H. — Nucl.Phys., 1985, v.B250, p.465.
92. Crewther R.J. — Nucl.Phys., 1986, v.B264, p.277.
93. Bernard C., Draper T., Soni A. et al. — Phys.Rev., 1985, v.D32, p.2343.
94. Ecker G., Gasser J., Pich A., de Rafael E. — Nucl.Phys., 1989, v.B321, p.311.
95. Donoghue J.F., Ramirez C., Valencia G. — Phys.Rev., 1989, v.D39, p.1947.
96. Penin A.A., Pivovarov A.A. — Int.J.Mod.Phys., 1995, v.A10, p.4065.
97. Penin A.A., Pivovarov A.A. — Phys.Rev., 1993, v.D48, p.4168.
98. Logunov A.A., Soloviev L.D., Tavkhelidze A.N. — Phys.Lett., 1967, v.24B, p.181.
99. Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. — Nucl.Phys., 1979, v.B147, p.385.
100. Balitsky I.I., Yung A.V. — Phys.Lett., 1983, v.129B, p.388.
101. Chetyrkin K.G., Gorishny S.G., Krasulin A.B. et al. — INR Preprint P-0337, 1984.
102. Novikov V.A., Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. — Nucl.Phys., 1981, v.B191, p.301.
103. Shuryak E. — Rev.Mod.Phys., 1993, v.65, p.1.
104. Chetyrkin K.G., Krasnikov N.V., Tavkhelidze A.N. — Phys.Lett., 1978, v.76B, p.83.
105. Krasnikov N.V., Pivovarov A.A. — Phys.Lett., 1982, v.112B, p.397.
106. Krasnikov N.V., Pivovarov A.A., Tavkhelidze A.N. — Z.Phys., 1983, v.C19, p.301.
107. Wu Y.L. — Int.J.Mod.Phys., 1992, v.A4, p.2863.
108. Penin A.A., Pivovarov A.A. — Nuovo Cim., 1994, v.A107, p.1211.
109. Voloshin M., Zakharov V. — Phys.Rev.Lett., 1980, v.45, p.688.
110. Novikov V., Shifman M. — Z.Phys., 1981, v.C8, p.43.
111. Donoghue J.F., Golowich E., Holstein B.R., Trampetic J. — Phys.Lett., 1986, v.179B, p.361.
112. Buras A.J., Gérard J.-M. — Phys.Lett., 1987, v.192B, p.156.
113. Donoghue J.F. — Phys.Rev., 1984, v.D30, p.1499.
114. Gavela M., Le Yaouanc A., Oliver L. et al. — Phys.Lett., 1984, v.148B, p.225.
115. Buras A.J., Slominski W., Steger H. — Nucl.Phys., 1984, v.B238, p.529.
116. Gibbons L.K. et al. (EFI) — Phys.Rev.Lett., 1993, v.70, p.1203.
117. Barr G. et al. (NA31) — Phys.Lett., 1993, v.317B, p.233.

## МОИСЕЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ МАРКОВ (к 90-летию со дня рождения)

*П.С.Исаев*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Дано краткое представление научных и философских взглядов академика М.А.Маркова. Относительно детально рассмотрен ранний период его научного творчества (1945—1960 гг.)

Brief representation of scientific and philosophical outlook of Academician M.A.Markov is given. Earlier period (1945—1960) of his creative work is considered relatively in detail.

Впервые я увидел Моисея Александровича Маркова в начале 1952 года в Физическом институте им. П.Н.Лебедева Академии наук СССР (ФИАН). Это было во второй половине февраля или в начале марта.

Главный инженер технической дирекции строительства 533 (ТДС-533) Кузьма Иванович Блинов набирал на работу в ТДС молодых специалистов, физиков-ядерщиков, окончивших физический факультет МГУ 31 декабря 1951 года, и они временно оседали в Москве, в ФИАНе. Организация ТДС-533 занималась созданием знаменитого впоследствии протонного ускорителя на энергию 10 ГэВ в д.Ново-Иваньково Калининской области (будущий город Дубна Московской области). Молодых специалистов-физиков постепенно, по несколько человек переводили из ФИАНа в д.Ново-Иваньково. Так, я пробыл в ФИАНе с середины февраля по 4 сентября 1952 года.

Уже на последнем курсе физфака МГУ ходили слухи, что М.А.Маркова сильно критиковали за опубликованную в 1947 году в журнале «Вопросы философии» (1947, №2, с.140) статью «О природе физического знания». Тогда же среди студентов ходили слухи, что М.А.Марков был советником В.М.Молотова по науке. Эти два слуха были несовместимы, но все это было от нас — студентов — «далеко», и я не придавал им значения.

Теперь, встретив М.А.Маркова в ФИАНе, я вспомнил эти разговоры о нем, пошел в библиотеку и внимательно прочитал статью «О природе физического знания», но не понял, за что можно было ругать его, какие философские суждения могли бы стать предметом критики. Статья написана не философом, а физиком-теоретиком, который пытался объяснить процесс познания природы не с позиций философских определений и суждений, а с позиции активно действующего исследователя-физика, который не отрывает сущности физико-теоретических работ от их философского осмысле-

ния. Это производило впечатление естественно-научного подхода к рассмотрению проблемы: что видит и что делает физик, как думает и как описывает физическую реальность — так он и излагал процесс исследования. М.А.Марков писал в своей статье: «...Физики вынуждены философствовать, ибо для современной физики особенно характерно, что ее нельзя излагать, не затрагивая глубокие вопросы теории познания, — эти вопросы тесно связаны с конкретным содержанием новой теории. ...Мы ограничимся «одним» вопросом: действительно ли точное знание внешнего мира становится для нас невозможным?..»

Или еще один пример этого подхода к изложению материала из той же статьи. Представив себе, что мыслящее существо имеет внутриядерные размеры, М.А. писал: «Внутриядерное «существо», к зависти современных физиков, было бы буквально «как у себя дома» в вопросах ядерных сил... «Наглядные», «модельные» представления этих физиков были бы атомные и ядерные. Атомное и ядерное бытие их наложило бы свой отпечаток на определение физических понятий и, вероятно, на характер самой математики. Во всяком случае, они не построили бы квантовую теорию, т.е. такую теорию, однозначное толкование которой относилось бы «к предсказанию результатов, получаемых при помощи данной установки, описываемой чисто классическим образом»... В этой части статьи речь шла о том, что физики используют представления и понятия классической физики и большие макроскопические приборы для описания явлений, происходящих в микромире.

Надо отметить, что М.А.Марков до самых последних дней всегда смотрел на окружающий его физический мир с единой точки зрения: мир был для него един, он не делил его на отдельные явления, считал бессмысленным описание отдельно вырванного из микромира физического явления. Он обязательно задавался вопросом: а как Вселенная будет реагировать на это явление? Ему, например, нравилось представление о Вселенной, заключенной в одну «элементарную частицу». Он, видимо, глубоко чувствовал всю физическую относительность понятий: большое, вселенское и малое, микроскопическое. Он не хотел различать их с позиций человеческих размеров, привычных представлений. Он хотел проникнуть в суть физических явлений как в микроскопически малых, так и во вселенско-больших размерах, хотел увидеть либо похожесть, либо различие, если бы оно наблюдалось. Он был физиком-натуралистом, мыслителем, и в своих новых смелых моделях был слишком открыт и поэтому уязвим для критики во многих положениях. Всегда можно было сказать ему: «Моисей Александрович, но ведь возможна и другая, альтернативная модель», на что он с улыбкой отвечал: «Да, но это уже Ваша модель».

Истоки его стремления дать модельное представление явлению можно увидеть из упомянутой выше философской работы. Он писал в ней: «...Крупнейшие физики прошлых столетий утверждали, что они не понимают явле-

ния до тех пор, пока не построят его модель... Утверждение это... представляет собой резюме научного мировоззрения целой эпохи...» Он сам был и остался до конца своих дней приверженцем тех же представлений крупнейших физиков прошлого столетия — для Моисея Александровича физическая модель была главным направлением всей его творческой деятельности.

Я вполне допускаю мысль, что это было связано с тем, что свою научную деятельность он начинал как физик-экспериментатор, а не как молодой специалист-теоретик, оснащенный университетскими курсами высшей математики и высшей геометрии. В своей книге «Размышляя о физиках... о физике... о мире...» (М.: Наука, 1993) статью «Юрий Борисович Румер» он начинает словами: «Я начал научную работу у Сергея Ивановича Вавилова в качестве экспериментатора. Вскоре Сергей Иванович был избран академиком, занял пост директора Ленинградского оптического института, переселился из Москвы в Ленинград. Моя экспериментальная деятельность прекратилась...»

Он перешел к Ю.Б.Румеру, который предложил Маркову рассчитать энергию связи молекулы бензола. «Помню, как Юрий Борисович подошел к доске, стал излагать теорию валентных связей Лондона — Гайтлера — Румера, рисовать спиновые штрихи и говорить о теории групп, о различных типах симметрий. Юрий Борисович по своему складу ума был скорее математиком. Я мало разбирался в том, о чем говорил Юрий Борисович: на физическом факультете в то время теория групп в преподавании практически не встречалась...» Видимо, от «экспериментатора» у Моисея Александровича осталось представление о том, что понимание явления есть, если есть его модельное представление. Он, конечно, понимал выдающуюся роль математики в физике: «Конечно, физика становится все более и более математической, но математика в ней играет некоторую новую, специфическую роль, роль, которая тесно связана с ненаглядностью физических образов новой физики...» («О природе физического знания», с.157). Или, в одной из своих ранних работ, посвященных модели протяженной частицы, «О «четырёхмерном протяженном» электроны в релятивистской квантовой области», опубликованной примерно за год до начала Великой Отечественной войны (июль 1940 г., ЖЭТФ, т.10, с.130), он в конце статьи писал: «Быть может, даже несущественно, каким путем мы пришли к такой «модели» электрона, быть может, нет на первых порах большой необходимости уточнять и анализировать математическую строгость того или иного положения в предыдущем изложении, так как мы можем взять найденную модель «протяженного» электрона за отправной путь исследования и выяснить те серьезные требования, которые предъявляются к понятиям теории при построении соответствующего математического аппарата...»

Идея, или логически непротиворечивая, выраженная словами, понятиями модель, всегда шла у Маркова впереди математического аппарата. Я думаю, что некоторое внутреннее противоречие в научном творчестве

М.А.Маркова состояло в том, что, с одной стороны, решающее значение в теории он придавал физической модели, физической идее и, с другой — недооценивал значение математики, методов расчета явлений до конца, до сравнения цифры с экспериментом. Но при этом он сам знал, что «...модельные представления, которые дают ориентацию в современной физике, часто служат источником заблуждения, что случается всякий раз, когда макроскопическая модель «применяется» вне границ ее применимости...» («О природе физического знания», с.157). Но ведь только математический метод расчета, корректно решенная математическая задача дают вполне определенные границы применимости той или иной модели. М.А.Марков не всегда мог указать корректные математические пределы применимости своих модельных суждений.

Кстати, отметим, что в современной теоретической физике элементарных частиц, основные идеи которой идут из США и Западной Европы, модельные представления играют подчиненную роль. Главное — это умение рассчитать предсказываемый экспериментальный результат. Как иногда говорил Н.Н.Боголюбов: «Зачем вы произносите так много слов? Вы напишите нам формулы, а что они выражают, мы разберемся сами».

Как правило, Марков был одинок в своих идейных работах и не мог увлечь молодежь новизной, необычностью своих суждений. Думаю, поэтому он не создал научной школы, подобно Н.Н.Боголюбову или Л.Д.Ландау, так как идейно «не укладывался» в современные направления теоретической физики. В рамках современной, богатой математикой теории надо вести сложные, по известным схемам, математические расчеты, что дает возможность молодым теоретикам идти в фарватере сиюминутных, проведенных на «злобу дня» исследований, принимать участие в научных конференциях, обсуждать современные проблемы со «знатоками», защищать кандидатские и докторские диссертации, тоже становиться «знатоками» проблем современной теории и... не оставлять «следов» после ухода с научной работы.

Марков сам не давал математического решения своих проблем, указывал лишь возможные пути их решения, а молодежь не всегда понимала его — может быть, не обладала достаточным научным кругозором, может быть, не умела совместить марковскую идею с математическим аппаратом, не умела подступиться к решению сформулированной задачи, да, иногда, и не видела резона, почему надо уходить с широкой столбовой дороги теоретической физики на лесную, а может быть, и болотистую тропу новой идеи Маркова, у которой в начале пути не видно ни решения, ни конца.

В книге «Воспоминания о Векслере» есть короткие воспоминания М.А.Маркова о Владимире Иосифовиче: «У Владимира Иосифовича было очень своеобразное, почти художественное мышление. Он подходил к проблеме, мне кажется, так, как будто заранее знал, что он решит ее. Он не знал, как это сделает, но знал, что он это сделает. Такое у меня было впечатление. Путь решения был нелегкий, часто долгий, он приходил и говорил:

«Моисей Александрович, есть вот такая идея...». Мне казалась она неясной и странной, критически уязвимой. Говорю ему: «А вот поэтому невозможно, и поэтому невозможно...». «Нет, — отвечает, — видимо, я Вам не так объяснил». Через некоторое, может быть, долгое время он приходил снова. Мне казалось, что он говорит совсем о чем-то другом. Говорю ему опять: «Нет, вот тут не так». «Нет, видимо, я не так Вам объяснил». Потом он приходил и формулировал мысль очень четко и ясно, и, оказывается, он находил новые возможности и новые идеи. Меня всегда поражало вот такое своеобразное мышление...».

Я думаю, что по складу научного творчества Марков был похож, близок к описанному выше В.И.Векслеру. Посудите сами. Мне вспомнилась одна из дружеских встреч Маркова с нами, молодыми теоретиками, уже здесь в Дубне. Он с юмором воспринимал «уловки» молодых, не желавших посвящать годы своей жизни последовательной разработке его идей. Он вспомнил, как в ФИАНе один из его аспирантов — назовем его Юрий — никак не мог начать делать диссертационную работу: «Даю ему задание — Юра исчезает. Проходит неделя, другая, третья — появляется и говорит: «Моисей Александрович, Ваша задача не может быть решена, потому что...» — и излагает возражения. Даю ему вторую задачу. Он опять пропадает на две-три недели, опять приходит и говорит, что она не решается... Даю ему третью.. И тот же результат. В чем дело? Оказывается, Юра проводил все дни и ночи напролет за игрой в преферанс или в шахматы...». При этом Моисей Александрович с лукавой, доброй улыбкой поглядывал на нас. Но вполне возможно, что в этом примере Марков, как и Векслер, давал не до конца додуманные задачи, и Юре удавалось доказать Маркову, почему они не решаются.

Тогда в ФИАНе его научные интересы были сосредоточены на исследовании структуры элементарных частиц. Наиболее полное отражение своих взглядов по этой проблеме он выразил в обзоре «О нелокальных полях и сложной природе «элементарных» частиц. (Динамически деформируемый формфактор)», опубликованном в журнале «Успехи физических наук» (т. LI, вып. 3, ноябрь 1953 г.). Почеркнув, что «в теории поля имеются два резко отличных друг от друга направления», он дал критику первого направления, в основе которого лежала общепринятая концепция точечных размеров элементарных частиц и посвятил остальную часть обзора другому направлению, в основе которого лежала концепция протяженности элементарных частиц: «Все известные попытки строить теорию поля, свободную от трудностей, связанных с расходимостями, рассматривая элементарные частицы протяженными, приводят в конце концов к использованию некоторого формфактора, характеризующего протяженность элементарной частицы».

Моисей Александрович Марков рассмотрел сначала «динамически недеформируемый формфактор». Хорошо известно, что в подобных подходах протяженная частица обладает абсолютно жесткой структурой, и сигнал внутри частицы в этом случае распространяется с бесконечно большой ско-

ростью. Введение формфакторов подобного рода имело целью уничтожить расходимости, возникающие в теории частиц с точечными размерами. Формфакторы при больших значениях импульсов должны достаточно быстро стремиться к нулю. Но такое поведение формфакторов приводило к тому, что сечения процессов, например, сечение процесса рождения пи-мезонов, в области высоких энергий стремились бы к нулю, что противоречило данным, полученным в то время в исследованиях с космическими лучами. В связи с этим Марков далее пишет: «Естественно, возникает вопрос, существует ли такой класс формфакторов, который приводил бы к скорости распространения сигнала по протяженной частице, меньшей или равной скорости света. Ответ на этот вопрос имеется, но он влечет за собой совершенно иное, по сравнению с обычным, толкование понятия элементарной частицы. Формфакторы, характеризующие подобные модели распределенных зарядов, должны меняться под влиянием внешних сил. В согласии с этой идеей для самих формфакторов должны быть написаны соответствующие «уравнения движения».

Интересно отметить, что в начале XX века Пуанкаре решал задачу устойчивости электрона — проблему устойчивости заряда, распределенного внутри объема электрона. Для обеспечения устойчивости электрона Пуанкаре понадобилось ввести внешние силы — в полной аналогии с вышеприведенной цитатой М.А.Маркова. Оказалось, что попытка написать уравнения движения для динамически деформируемого формфактора ведет к необходимости введения нового поля. Правильно написанные уравнения движения должны быть совместными и не противоречить теории относительности. Корректно, последовательно осуществляемая процедура введения нового поля ведет к сложным нелинейным взаимодействиям и нелинейным уравнениям вообще.

Таким образом, «...перед нами только начало очень длинного пути создания последовательной теории взаимодействия полей, число которых быстро возрастает... Опыт развития науки показывает, что в тех случаях, когда задача усложняется существенным образом, то она практически решается другими, более адекватными методами.., а строгая последовательная постановка задачи остается лишь идеальным случаем правильно сформулированной проблемы...». Здесь Моисей Александрович делает ссылку на нерешенную классическую проблему взаимодействия многих тел.

В 1958 году Марков издал монографию «Гипероны и К-мезоны», в которой (ч.III, §33) он заключает: «К сожалению, в настоящее время нет ни одного последовательно развитого варианта теории с динамически деформируемым формфактором...» (с.191). После 1958 г. Моисей Александрович более не возвращался к этой теме. Одной из возможных приближенных моделей динамически деформируемого формфактора по предложению М.А.Маркова я занимался в 1954—1955 гг. К этому времени я был переведен из ФИАНа в Ново-Иваньково, строительная организация ТДС-533 была

переименована в Электрофизическую лабораторию АН СССР (ЭФЛАН), директором которой оставался В.И.Векслер. М.А.Марков возглавил в ЭФЛАНе теоретический сектор, в который, кроме меня, в 1955 году входили: Р.А.Асанов, Б.Н.Валуев, Л.Г.Заставенко, А.С.Мартынов, В.И.Огиевецкий, И.В.Полубаринов и М.И.Широков. В методических целях мною рассматривались возможности одного класса уравнений с внутренними степенями свободы для описания  $\Lambda^0$ -частицы как возбужденного состояния нуклона. Вид этого уравнения для элементарных частиц с растущим спектром масс был рассмотрен в отдельной работе Маркова (ДАН СССР, 1955, т.101, с.51). К концу 1954 года расчет по модели был завершен, и в конце января или начале февраля 1955 г. работа была сдана в редакцию ЖЭТФ (см. П.С.Исаев, М.А.Марков. «К теории  $\Lambda^0$ -частиц», ЖЭТФ, 1955, т.101, с.51). В модели радиусы возбужденных состояний нуклона зависят от степени возбуждения, характеризуемого целым числом  $n$ . При  $n = 1$  ( $\Lambda^0$ -частица) радиус  $\Lambda^0$ -частицы оказывался равным  $\sim 10^{-19}$  см, а при  $n = 6$  достигал критических размеров  $\sim 10^{-13}$  см. В модели рассматривалась возможность одиночного рождения  $\Lambda^0$ -частиц (не в паре с  $K$ -мезоном). Вероятно, Моисей Александрович видел в результатах нашей совместной работы много больше меня, так как он придавал ее результатам большое значение. Краткое описание этой работы приведено в его монографии «Гипероны и  $K$ -мезоны». Однако я не был увлечен идеей динамических формфакторов элементарных частиц. Она была слишком далека от столбовой дороги теоретической физики тех дней. После создания Лаборатории теоретической физики в ОИЯИ вся теоретическая группа ЭФЛАН, руководимая М.А.Марковым, в середине 1956 г. была переведена в ЛТФ. Я был назначен научным секретарем ЛТФ, сблизился с группой теоретиков, возглавляемых Н.Н.Боголюбовым, и стал заниматься приложением метода дисперсионных соотношений сначала к электромагнитным взаимодействиям (процесс тормозного излучения  $e + p \rightarrow e + p + \gamma$ ) совместно с И.С.Златевым, а затем к процессу рассеяния пи-мезонов на нуклонах (совместно с В.А.Мещеряковым). Остальные теоретики группы М.А.Маркова вошли отдельным сектором в состав ЛТФ и остались работать под его руководством. За все время руководства сектором в ЛТФ М.А.Марков не написал ни одной совместной работы ни с одним сотрудником своего сектора.

М.А.Марков не раз возвращался (как он выражался, «в методических целях») к нашей совместной работе. Так, на ранней стадии разработки этой идеи он уделил этой статье место в работе «О систематике элементарных частиц» (М.: Изд-во АН СССР, 1955). Потом в жизни Маркова наступило «творческое затишье» на один-два года. Мне кажется, что именно в это время он писал свою монографию «Гипероны и  $K$ -мезоны». Эта, наиболее крупная по своим масштабам, работа Маркова настолько живо отображает

«брожение умов» в период 1948—1957 гг., что его современники, ныне читая монографию, заново переживают все перипетии становления сегодняшней квантовой хромодинамики. Кажется, что он не пропустил ни одной из гипотез в теории элементарных частиц, обсуждавшихся в те годы в научном мире — все они прошли через его сознание, получили его критическую оценку значимости и перспективности.

А затем его интересы ушли в область нейтринной физики и, особенно, космологии. К примеру, приведу названия нескольких работ, написанных в последнее десятилетие его жизни:

1. On Baryon Asymmetry of the Universe (Препринт ИЯИ АН СССР, P-0162, 1980).
2. Maximon-Type Scenario of the Universe (Big Bang, Small Bang, Micro Bang) (Препринт ИЯИ АН СССР, P-0207, 1981).
3. Предельная плотность материи как универсальный закон природы (Письма в ЖЭТФ, 1982, т.36, с. 215).
4. Макро-микроскопическая Вселенная (Теоретико-групповые методы в физике — Труды третьего семинара, Юрмала, 22—24 мая 1985. М.: Наука, 1986, т.1, с.8).
5. О возможном числе различных нейтрино (совместно с В.Манько; Письма в ЖЭТФ, 1986, т.43, с.453).
6. О «максимоне» и «минимоне» в свете возможной формулировки понятия «элементарной частицы» (Письма в ЖЭТФ, 1987, т.45, с.115).

Но самое удивительное в Маркове открылось мне после ознакомления с «Послесловием» к книге «Размышляя...». В нем он пишет: «Просматривая верстку данной книги, я пришел к выводу, что в этой книге, носящей, в сущности, автобиографический характер, было бы неправильно даже не упомянуть о моей статье «О природе физического знания» (Вопросы философии, 1947 г.). По моим представлениям, эта статья занимает, может быть, центральное место в моей научной биографии. В ней идет речь, в сущности, о физическом толковании квантовой теории. Следует заметить, что и до сих пор не затухают научные дискуссии по физическому и философскому содержанию квантовой теории...» (с.246). Это было написано в 1993 году, перед самым выходом в свет его книги. И далее: «Дело в том, что Гейзенберг... сделал, с моей точки зрения, две фундаментальные ошибки... Одна из них — чисто физическая, другая — чисто философская. Физическая ошибка заключается в том, что квантовая механика запрещает предсказывать будущее движение частицы, но не противоречит описанию прошлого. По моим соображениям, должна быть симметрия в описании прошлого и будущего... Философская ошибка Гейзенберга, с моей точки зрения, заключается в утверждении, что частица (скажем, электрон) на самом деле имеет точное одновременное значение координаты и импульса. Но мы макро-приборами не в состоянии их одновременно измерять. Такое утверждение, думаю, ведет к философскому агностицизму...» (с.247).

И последнее. Марков утверждает, что в природе реализуются случайные события, «...которые представляют собой абсолютные случайности, которые нельзя интерпретировать как еще «непознанные нами необходимости» (с.250).

В конце 1996 года я делал доклад в Институте философии РАН на тему «Некоторые проблемы физики элементарных частиц в области высоких энергий», в котором в качестве одного из двух основных принципов развития форм материи во Вселенной выдвинул принцип «случайного отклонения от рождения себе подобных, что обеспечивает динамику развития Вселенной, сохраняет ту вечную тайну, которая составляет вечную сущность научно-исследовательского труда...». Сейчас я могу только выразить сожаление, что не знал подобной точки зрения Моисея Александровича на философскую категорию «случайности» и не сослался на его «Послесловие» в книге «Размышляя...». Как видно, оценка значимости своего научного творчества самим автором и его современниками может сильно расходиться: мы ценим Маркова за его вклад в решение конкретных физических проблем и научно-административную работу на посту академика-секретаря АН СССР, а Моисей Александрович на первое место в своем творчестве поставил статью «О природе физического знания».

Моисей Александрович Марков в душе был гуманистом. Это особенно понимаешь, когда знакомишься с главой «Из далекого прошлого» из книги «Размышляя...». Читая первые воспоминания «Пророк», «Гожие», «За что Каин убил Авеля», «Граждане свободной России», я был крайне удивлен языком этих воспоминаний, глубинным, «черноземным», ибо я родился и вырос в одном из сел Воронежской области. Но из той же главы выяснилось, что Марков — мой «земляк». Он родился 13 мая 1908 года в с. Рассказово Тамбовской области. Сегодня Рассказово — город областного подчинения, расположенный в 40 км к востоку от Тамбова, в 10 км от железной дороги. Конечно же, в старой России Рассказово было «черноземной» глушью.

Он был сыном сельского комиссара, помогал борьбе советской власти с антоновским движением на тамбовщине (см. его автобиографические рассказы: «День сельского комиссара», «Комиссар»). Летом 1922 года Марков с семьей был уже в Москве. В Москве он поступил на физический факультет МГУ.

Мне неизвестно, знал ли Моисей Александрович, что лауреат Нобелевской премии Павел Алексеевич Черенков родился в с.Новая Чигла Воронежской области (в 20 км от моего родного села Коршево), что член-корреспондент М.Г.Мещеряков родился в донском селе Самбек Ростовской области — не так уж далеко от Тамбовщины по российским масштабам. Как видим из этих частных примеров, Октябрьская революция дала мощный стимул развития молодежи из старой царской деревни. Я думаю, что гуманистические тенденции деревенского образа жизни, впитанные Марко-

вым с детства, стали одной из отличительных черт его характера. Его участие в Пагуошском движении не было формальным — он принимал его всей душой, ибо оно отвечало его мировоззренческим взглядам.

В ФИАНе теоретики днем, а иногда и вечерами, любили играть в шахматы — в блиц или без часов короткие, быстрые партии. Играли многие: Володя Файнберг, Виталий Гольданский и другие. Заходил и Марков. Играл он хорошо, на уровне первого разряда, но, бывало, проигрывал, чего он не любил и, может быть, поэтому не был таким азартным игроком, какими были Файнберг или Гольданский. Когда мы из ФИАНа переехали в Ново-Иваньково и здесь тоже образовалась небольшая «шахматная колония», М.А.Марков заходил посмотреть, как мы играем, но уже не садился за шахматную доску. После того как М.А.Марков был избран академиком и стал активным членом Пагуошского движения, мои встречи с ним стали совсем редкими. При встрече с нами, молодыми, он обычно приветствовал словами: «Добрый день, как протекает молодая жизнь?»

Восприятие Моисея Александровича Маркова как ученого по периоду творчества, связанному с его пребыванием в Дубне (приблизительно 1953—1970 гг.), конечно, весьма неполно. В течение примерно двадцати лет Моисей Александрович довольно регулярно посещал Дубну, принимал участие в работе научных семинаров в Лаборатории теоретической физики и в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ. Однако с 1957 года он стал активным участником Пагуошского движения и его совета, из которого решил выйти (по состоянию здоровья) лишь в марте 1987 года. В 1967 году, после смерти В.И.Векслера, он был избран академиком-секретарем Отделения ядерной физики Академии наук СССР. Как академик-секретарь, он внес большой вклад в создание Баксанской нейтринной станции, добыв для нее весь стратегический запас галлия в СССР (около 60 тонн), был в числе основателей Института ядерных исследований в Пахре, оказывал большую помощь в финансировании строительства мезонной фабрики в Пахре и реактора ПИК в Ленинградском институте ядерной физики, поддерживал создание проекта «Дюманд» на озере Байкал. И все это время он был сильно увлечен исследованиями по нейтринной физике и космологии, руководил группой московских ученых, занимавшихся этими исследованиями. С 1970 года он уже редко бывал в Дубне.

Моисей Александрович Марков не оставил методов решения физических проблем, не довел до конца решение крупных физических проблем, им же сформулированных. Но он оставил большое идейное наследие и в области изучения структуры элементарных частиц, и в области систематики элементарных частиц, и в области нейтринной физики высоких энергий и космологии. И это наследие будет еще долго привлекать внимание физиков всего мира своим богатством.

## ВОСПОМИНАНИЯ О М.А. МАРКОВЕ

*Д.А.Киржниц*

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Москва

В статье содержатся воспоминания об одном из наиболее видных специалистов в области физики высоких энергий и фундаментальных взаимодействий, теории тяготения и космологии академике М.А.Маркове.

The article contains reminiscences about one of the most prominent experts in a high energy and fundamental interactions physics, gravitation and cosmology Academician M.A.Markov.

Мое знакомство с Моисеем Александровичем Марковым длилось почти полвека. Нашим контактам способствовали принадлежность к одной научной школе Манделштама — Тамма, совпадение научных интересов, близость взглядов на многие общечеловеческие проблемы. Сюда, конечно, нужно добавить уважение и симпатию, которые я неизменно испытывал к Моисею Александровичу, и доброе отношение ко мне с его стороны, ощущаемое мной все эти годы. Такие контакты много дали мне и в чисто научном, и в человеческом отношении, показали пример преданности науке, укрепили мои жизненные позиции. Я многому научился у Моисея Александровича и считаю его одним из своих учителей. Этим небольшим очерком я хотел бы почтить его память.

О М.А.Маркове я, как и большинство физиков моего поколения, услышал в первые послевоенные годы, когда он опубликовал в журнале "Вопросы философии" (№ 2, 1947) замечательную статью "О природе физического знания". В ней ясно и образно была изложена суть того, что называется копенгагенской интерпретацией квантовой механики, и о чем мы, начинающие в ту пору физики-теоретики, имели самое смутное и примитивное представление. Статья вызвала ожесточенные нападки на ее содержание и травлю ее автора. Эта кампания влилась (наряду с историческими постановлениями ЦК) в широкомасштабный послевоенный идеологический прессинг, который имел целью укрепить единомыслие советского общества и задавить вызванные войной и победой хилые ростки надежды на ослабление державного натиска на личность.

В кампании, развязанной против М.А., задавали тон философы-естественники типа Максимова, Львова и др., "оголодавшие" за время войны, а тут почувствовавшие, что снова наступает их время. Выступления против М.А.

были сфабрикованы в лучших традициях соответствующего малопочтенного литературного жанра и не имели, разумеется, ничего общего с честной и объективной критикой. Соответствующим статьям любезно предоставила свои страницы одна из наиболее подлых газет того (и не только того) времени — «Литературная газета». От философов не отставал и свой брат-физик, точнее говоря, те обладатели физических дипломов, которые не были отягощены моральными принципами, рвались к доступным им формам власти и, как правило, не блистали профессионально. Их методы борьбы с идеологическими противниками включали, в частности, проведение специальных совещаний, на которых этих противников клеймили, разоблачали, пригвождали к позорному столбу, а они сами должны были бить себя в грудь, отмежевываться, каяться и т.п.

На одном из таких совещаний, где прорабатывалась статья М.А., мне довелось присутствовать. Оно проходило в Б.Физической аудитории в старом здании физфака на Моховой и собрало довольно много публики, в том числе и студентов. Как обычно, вначале были выступления администрации, а также рвавшихся с цепи философов и физиков упомянутого выше типа. Затем, сознавая несовершенство этого вида оружия, начальство выпустило одного из «настоящих» физиков, выступление которого, однако, мало отличалось от предыдущих. Горько сознавать, что это был однокашник и старый товарищ М.А. по работе, делавший в те годы административную карьеру. Наконец, слово было предоставлено самому М.А. Он начал с ритуального самоубийства и произнес традиционную формулу покаяния, так что мы, сидящие на галерке студенты, поначалу решили, что все пойдет обычным образом. Однако потом произошла незаметная смена знака — перейдя к существу дела, М.А. увлекся, забыл, где он находится, и начал излагать именно то, что содержалось в крамольной статье. Хорошо помню сдавленный восторг галерки и беспокойное перешептывание сидящих в президиуме партийных бонз. В общем, желанного для начальства покаяния не получилось, и М.А. остался с поднятой головой. Вероятно, это подхлестнуло аудиторию: слова попросил молодой человек (это был, как я почти уверен, тогдашний аспирант И.Е.Тамма Петр Евгеньевич Кунин). Он выразил недоумение по поводу использованной против М.А. аргументации и дал честную оценку его статьи (позднее я узнал, что он против своей воли покинул ФИАН и Москву и долгие годы работал в Риге). Это выступление было столь необычно для того времени, что надолго врезалось в память.

Начальство располагало, по-видимому, и другими, более прямыми инструментами давления на М.А. Я и мои однокашники, слушавшие в те годы его курс, хорошо помним, как не один раз вдруг в середине лекции появлялась испуганная секретарь кафедры, что-то шептала М.А., и он, изменившись в лице, поспешно уходил, частенько забывая взять свой портфель. Очень жалею, что впоследствии постеснялся спросить М.А. о том, куда и зачем его

вызывали. А, наверное, стоило это сделать, хотя бы для того, чтобы нынешняя молодежь узнала о тогдашних нравах.

Нужно сказать, что лекции М.А. были для меня первым настоящим современным курсом теории элементарных частиц, где глубина постановки физических проблем гармонично сочеталась с изложением математического аппарата (в духе традиций школы, к которой принадлежал М.А. и членом которой позднее стал я). Здесь употреблено слово "настоящий", потому что прослушанные мной до этого курсы на ту же тему в МГУ отличались либо суесловием, либо, напротив, сугубой математичностью. Многое, о чем говорил М.А. в своих лекциях, не просто осталось надолго в памяти, но и предопределило мои будущие научные интересы. Это относится частично к теории вакуума Дирака и в полной мере — к нелокальной теории поля, о чем еще пойдет речь ниже. И даже внешняя сторона лекций, сама манера изложения, характер контакта лектора с аудиторией были удивительно располагающими и доверительными, способствуя в то же время пробуждению мысли слушателей. Обычно я никогда до этого не докучал лекторам, а тут не мог удержаться и частенько донимал М.А. вопросами (надеюсь, не очень глупыми).

Нужно сказать, что первоначально при распределении по специальностям на физфаке МГУ я был приписан к кафедре теоретической физики. Однако осенью 1947 г. группу будущих теоретиков насильственно перевели на отделение строения вещества для специализации по ядерной физике. Будучи к тому времени вполне определившимся теоретиком (мною была уже сдана половина минимума Ландау), я безуспешно пытался остаться на теоретической кафедре, посчитав, что моей будущей профессии физика-теоретика угрожает непоправимый урон. А в действительности дело обстояло как раз наоборот! После травли и изгнания с физфака лучших профессоров там остался в целом весьма слабый профессорский состав. Между тем на заново формируемое отделение строения вещества были приглашены такие люди, как В.И.Векслер, С.Н.Вернов, Г.Т.Зацепин, М.А.Марков, И.Я.Померанчук, Д.В.Скобельцын, И.М.Франк и др. Я могу лишь поблагодарить судьбу, подарившую мне возможность у них поучиться. Впрочем, в этой жизни за все приходится платить, и за пребывание на отделении я заплатил пятью годами заводской инженерной работы...

Сдав экзамен М.А., я еще раз встретился с ним в студенческие годы на защите своей дипломной работы, где он действовал как член экзаменационной комиссии. По-видимому, у него осталось обо мне общее благоприятное впечатление, поскольку, как мне говорили, он предложил комиссии оставить меня в аспирантуре, а позднее поддержал меня при обсуждении возможности моего перевода с завода в ФИАН, что Игорю Евгеньевичу Тамму в конце концов и удалось сделать. Во всяком случае, когда через пять лет, вернувшись в Москву, я вновь встретился с М.А. в ФИАНе, он не ограничился

поздравлениями, а стал регулярно (примерно раз в неделю) заходить в кабинет Тамма, где, из-за вопиющей тесноты в теоретическом отделе, я занимал его стол. Там в течение часа-двух происходило наше общение с М.А., с разговорами большей частью о науке, а также об изменениях в нашем обществе, позволяющих безбоязненно говорить о них, или о животрепещущих в те годы космических проблемах. Эти контакты имели для меня особенно большое значение. Дело в том, что пять лет, в течение которых я был оторван от науки, были периодом бурного развития физики элементарных частиц в связи с возникновением и развитием современной квантовой электродинамики. Поэтому я появился в ФИАНе, имея огромный пробел в своем образовании, который нужно было быстро ликвидировать. Между тем сам Игорь Евгеньевич и его сотрудники не обращали на меня особого внимания, то ли переоценивая мои возможности, то ли считая, что я должен выплыть самостоятельно. При этих условиях возможность регулярно общаться со старшим товарищем, каким для меня был М.А., сильно смягчила для меня трудности этого нелегкого периода моей жизни.

Я упомянул выше об изменениях в обществе, а между тем для России тогда действительно наступили поистине великие дни — я имею в виду весну 1956 года, время XX съезда. С самой высокой в стране трибуны прозвучало то, о чем мы позволяли себе говорить лишь шепотом, лишь у себя дома, лишь с самыми близкими людьми. Начался долгий и мучительный процесс возвращения страны в лоно нормального цивилизованного мира. О немонотонности этого процесса хорошо знают люди старшего поколения и интересующаяся историей своей страны молодежь, а его далекий от завершения нынешний этап у всех на виду.

Одним из показателей сдвигов в обществе после XX съезда стало участие советских ученых в крупных международных конференциях. В частности, физики, работающие в области высоких энергий, впервые получили возможность послать представительную делегацию в США на Рочестерскую конференцию — наиболее значительное совещание специалистов, на котором подводились ежегодные итоги достижений в области физики элементарных частиц. В состав советской делегации на эту конференцию входил и М.А. Незадолго до его отлета в США у нас с ним состоялся очень знаменательный для меня разговор. Однако, чтобы стало понятным все последующее, нужно несколько отклониться в сторону и дать пояснения по поводу одной физической проблемы, которой я перед этим занимался.

Во второй половине 50-х годов в кругах советских теоретиков — специалистов по теории элементарных частиц начался бум по поводу так называемой проблемы "нуль-заряда" (на Западе ее называли проблемой "московского нуля", чем, мне кажется, выражали несколько скептическое к ней отношение). Постановка этой проблемы связана с именами Л.Д.Ландау и И.Я.Померанчука, а также молодого в ту пору фиановского теоретика Е.С.Фрадкина.

Дело сводилось к следующему утверждению. Хотя радиус электрона равен (и по тогдашним и по сегодняшним представлениям) нулю, будем на промежуточных этапах рассуждений считать его малой, но конечной величиной, и лишь в конце выкладок устремим к нулю. Заряд такого электрона столь сильно экранируется виртуальными частицами вакуума, что уже на микроскопических расстояниях от электрона его эффективный заряд исчезает в пределе стремящегося к нулю радиуса, каким бы ни было исходное, "затравочное" значение заряда. Если бы дело действительно обстояло таким образом, то это означало бы отсутствие в природе электромагнитных взаимодействий и полный крах физики как науки о неживой природе: само существование атома, не говоря уже о более высокоорганизованной материи, было бы невысказано в отсутствие кулоновских сил на относительно больших расстояниях между частицами.

Вывод о существовании "нуль-заряда" был получен в рамках некоторого приближения, применимого тем хуже, чем меньше радиус частицы. Поэтому, казалось бы, обсуждаемые трудности не заслуживали чрезмерно серьезного к себе отношения, по крайней мере, до тех пор, пока они не найдут подтверждения при использовании более точных методов. Однако Ландау и Померанчук привели полукачественные аргументы в пользу "нуль-заряда", а позднее Померанчук ввел специальный предельный процесс стремления радиуса электрона к нулю, ведущий к тому же результату. После этого существующая квантовая теория поля с точечными (имеющими нулевой радиус) частицами была объявлена несостоятельной ("Гамильтонов метод труп, но мы должны похоронить его со всеми почестями, которые он заслужил" (Л.Д.Ландау, 1959 г.)). Имелись люди (и я в том числе), кому такой радикальный вывод казался необоснованным и неправдоподобным. Еще работая на заводе, я возился с предельным процессом Померанчука и воочию видел, насколько результаты чувствительны к характеру стремления радиуса частицы к нулю. Когда проблема "нуль-заряда" встала во весь рост, я вернулся к своим старым бумажкам и показал, что при подходящем выборе предельного процесса можно получить практически любой наперед заданный результат (важно, что процесс Померанчука ничем физически не оправдан и не выделен!). Я не могу пожаловаться на отношение к моей деятельности самого Исаака Яковлевича Померанчука — он много раз обсуждал со мной эти темы, повторяя (к моему большому удивлению) в свойственной ему темпераментной манере: "Но если Вы правы, нужно все бросить и заниматься только этим!" Однако молодые ученики Ландау, для которых я был зеленым юнцом, только год как появившимся на теоретическом небосклоне, в свойственном им стиле безжалостно меня осмеяли.

Именно об этом моем труде и шла речь в нашем разговоре с М.А. перед его отъездом в Америку. Он попросил у меня рукопись моей работы с целью попытаться рассказать о моих результатах на Рочестере. Вернувшись через

две недели, он с улыбкой сказал мне: "А Ваша фамилия была написана на доске большими буквами". И далее он поведал о событиях, показавшихся мне поначалу неправдоподобными. Оказывается, председатель теоретической секции (им был один из творцов современной квантовой электродинамики Фримен Дайсон) в ответ на вопрос о возможности доложить мои результаты познакомился с ними и сказал, что, зная русский язык, он сам изложит содержание моей рукописи. Короткий доклад Дайсона состоялся на самом деле. К сожалению, когда информация об этих событиях дошла до Москвы, она не изменила позиции противников квантовой теории поля (последняя, к слову сказать, возродилась и вновь стала фундаментом теории элементарных частиц спустя каких-нибудь 15—20 лет). Несмотря на это, описанные события существенно укрепили мою уверенность в себе, за что я глубоко благодарен Моисею Александровичу.

Выше уже говорилось, что в своих лекциях во второй половине 40-х годов М.А. познакомил меня и моих товарищей с проблематикой нелокальной теории поля и с тех пор на протяжении ряда лет эта проблематика стояла передо мной как навязчивая идея. Здесь не место вдаваться в детали, относящиеся к этой теории, и я ограничусь некоторым минимумом. Говоря очень грубо, нелокальная теория — это теория частиц, имеющих конечный радиус (см. выше), и именно поэтому Ландау говорил, что квантовую теорию поля нужно либо похоронить, либо заменить нелокальной теорией. М.А. был, без преувеличения, самым крупным специалистом в этой области (и именно к нему в этом качестве меня отсылал И.Я.Померанчук при обсуждении проблемы "нуль-заряда"). В 1940 г. М.А. опубликовал замечательную работу "О четырехмерном протяженном" электроны в релятивистской квантовой области" (она, если я не ошибаюсь, была его докторской диссертацией), которая вместе с его более поздними работами по теории динамически деформируемого формфактора предвосхитила в ряде аспектов работы Х.Юкавы по теории внутренней структуры частиц, работы Й.Намбу по теории струн и даже в некоторых отношениях современные исследования по суперструнам.

Уже в этой работе ярко проявилось свойственное М.А. пророческое начало — его работы часто настолько опережали свое время, что воспринимались современниками с недоверием, и должно было пройти немало времени, чтобы соответствующие идеи заиграли в полную силу. Вспоминаю, что когда М.А. исполнилось 50 лет, мы выпустили юбилейную стенгазету, где в числе прочих материалов была картинка, изображающая пророка Моисея, который ведет избранный народ в землю обетованную. Из картинке было ясно, что избранный народ — это физики-теоретики, земля обетованная — Дубна (на картинке красовался ускоритель на 10 ГэВ), а пророк — это сам М.А. Хотя этот сюжет был подсказан просто созвучием имен юбиляра и пророка, через некоторое время стало ясно, что сам этот сюжет представляет в некотором роде пророчество: одна за другой старые идеи М.А. приобретали

актуальность и завладевали умами физиков. Достаточно назвать такие его результаты, как разработка теории составных фундаментальных частиц, идеи нейтринного эксперимента, гипотеза о двух сортах нейтрино и, наконец, пророческая идея о решающей роли тяготения в физике микромира, казавшаяся в то время безумной, а сегодня ставшая общепризнанной.

Возвращаясь к нелокальной теории поля, надо отметить, что в числе выводов М.А. было утверждение о несостоятельности простейшего варианта нелокальной теории (так называемой теории с "жестким формфактором") вследствие нарушения некоторых обязательных математических соотношений. Мне очень не нравился этот вывод, который был необычным в том смысле, что математика, как правило, не препятствует обобщению физической теории (именно поэтому история физики насчитывает такое количество неправильных, но математически непротиворечивых теоретических схем). Существовало и множество других утверждений о трудностях нелокальной теории, относящихся к различным сторонам описания частиц и их взаимодействий. Все это побудило меня в самом конце 50-х годов бросить все другие дела и вплотную засесть за нелокальную теорию в надежде, что ее трудности (в том числе и указанная М.А.) не присущи ей органически, а возникают в результате неудачного обобщения обычной теории. После нескольких лет напряженного труда можно было сказать, что эти надежды оправдались. В частности, трудность, на которую указал М.А., оказалась присущей весьма узкому классу теорий, отвечающих весьма специальному (и совершенно необязательному) способу обобщения обычной теории.

Я завел разговор о нелокальной теории с единственной целью – рассказать о восхищающем меня до сих пор отношении М.А. к человеку, который, по существу, претендовал на опровержение его собственных результатов. Мы с М.А. много раз обсуждали мои утверждения, но я его до конца в своей правоте не убедил. Несмотря на это, он всячески меня поддерживал, организовывал семинары в Дубне с моими докладами, предложил меня в качестве вступительного докладчика на первой международной конференции по нелокальной теории и т.д. М.А. с готовностью согласился быть моим оппонентом по докторской диссертации (ее темой была как раз нелокальная теория) и нашел для своего отзыва очень теплые слова в мою поддержку, высказав незаслуженно высокую оценку ее содержания. Вместе с тем в своем отзыве он не поступился и собственным мнением: "В отзывах оппонента принято говорить и о недостатках работы. В случае такого высокого класса диссертации можно говорить лишь о точках зрения оппонента, отличных от точки зрения автора, которая также имеет право на существование". В общем, поведение М.А. в описанной ситуации кажется мне безупречным, и пришлось бы здорово потрудиться в поисках людей, кто поступил бы таким же образом.

В процессе работы над нелокальной теорией (и позднее, когда М.А. повернулся лицом к теории тяготения и космологии, а я вместе со своим

тогдашним молодым сотрудником Андреем Линде разрабатывал картину фазовых переходов во Вселенной) у нас с М.А. было множество чисто профессиональных контактов. Я с благодарностью вспоминаю, в частности, неоценимую помощь с его стороны, когда я мучительно разбирался в пограничных с философией вопросах нелокальной теории, а именно в проблеме причинности (нарушение условия причинности, точнее "микрочинности", как раз и служит главным признаком нелокальной теории). Именно Моисей Александрович с его философским складом ума и опытом в этой области (о чем свидетельствует уже упомянутая выше статья 1947 года) помог мне четко сформулировать ряд проясняющих проблему причинности утверждений, в частности, о принципиальной возможности нарушения условия "будущее не влияет на прошлое", о логической недопустимости замкнутого цикла причинно-следственной связи ("нельзя убить собственную бабушку до того, как она оставила потомство") и т.п. Лишь много позже мне удалось достать книгу Рейхенбаха (с грифом "для научных библиотек"), где многие из вопросов, причинивших мне такие мучения, были уже рассмотрены философско-профессионалом. Кстати, именно в процессе этой работы я прочувствовал необходимость философии (настоящей, конечно, а не той трепотни, которой нас кормили в университете) для действующего физика-теоретика. Адресую эти слова молодежи, которая частенько лихо отвергает эту необходимость, памятуя о насильственном внедрении диамата в советское время.

На этом мне хотелось бы закончить воспоминания о Моисее Александровиче Маркове. Они охватывают двадцатилетие с середины 40-х до середины 60-х годов — весьма бурное и в общественно-политическом, и в чисто научном отношении. Конечно, мне есть что вспомнить и о связанных с М.А. событиях, которые относятся к более позднему времени, тем более, что наши контакты продолжались до последних дней его жизни (последнюю рукопись М.А. послал мне буквально за неделю до своей кончины). Однако, я думаю, что лучше меня это сделают другие люди.

**ФИЗИКА ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ  
В ФИЗИЧЕСКОМ ИНСТИТУТЕ  
ИМ. П.Н.ЛЕБЕДЕВА АКАДЕМИИ НАУК  
(выступление на собрании, посвященном  
юбилею ФИАН, 26 декабря 1994 г.)\***

*А.М.Балдин*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Физический институт им. П.Н.Лебедева Академии наук, имеющий глубокие корни в научно-техническом наследии России, свой современный облик приобрел в 30—50-е годы. Это были годы становления и бурного развития ядерной физики в широком смысле и особенно физики высоких энергий. В выступлении отмечен вклад Института в эту область науки, получивший широкое международное признание.

The Lebedev Physical Institute of the Academy of Sciences, whose deep roots lie in the scientific-technical heritage of Russia, assumed its present look in the thirties-fifties. These were the years of formation and rapid development of nuclear physics in a wide sense and especially of high energy physics. The contribution of the Institute to this field of science, that won a wide international recognition, is emphasized in the talk.

Физика высоких энергий и ядерная физика в широком смысле этого понятия были необычайно плодотворной областью деятельности ФИАН, сыгравшей большую роль в мировой науке.

В 1938 году С.И.Вавилов пригласил на постоянную работу в ФИАН Д.В.Скобельцына, признанного основоположника физики высоких энергий\*\* и экспериментального обоснования квантовой электродинамики\*\*\*. В классической монографии Э.Резерфорда, Дж.Чадвика и К.Д.Эллиса («Radiation from Radioactive Substances», Cambridge, 1930) содержатся, пожалуй, самые авторитетные оценки работ Д.В.Скобельцына:

---

\*Сообщение ОИЯИ Р1-95-199, Дубна, 1995.

\*\*См., например, отчет о симпозиуме по истории физики в «Physics Today» (апрель 1982 г.).

\*\*\*См. книгу «The Concept of the Positron» by N.R.Hanson (Cambridge Univ. Press, 1963).

1) Скобельцын создал оригинальный и мощный метод изучения взаимодействия гамма-квантов с веществом — камеру Вильсона в магнитном поле.

2) Прямая и достоверная проверка существования импульса у фотона была проведена Скобельцыным.

3) Первый строгий результат квантовой электродинамики хорошо согласуется с экспериментальными данными Скобельцына, полученными ранее.

Нобелевская премия 1927 года была присуждена А.Комптону «за эффект, названный его именем», и Ч.Вильсону «за его метод, делающий видимыми пути электрически заряженных частиц посредством конденсации пара». Однако первые наблюдения электронов отдачи, положившие начало новой области физики — экспериментальной физике взаимодействий элементарных частиц, безусловно, принадлежат Д.В.Скобельцыну. Об этом свидетельствует и переписка Д.В.Скобельцына с У.Нишиной, одним из авторов первой количественной закономерности электродинамики Максвелла — Дирака. Первые наблюдения пар электрон — позитрон также принадлежат Д.В.Скобельцыну. Эти наблюдения позволили впервые определить массу позитрона. Следует также отметить, что именно Д.В.Скобельцын превратил камеру Вильсона из демонстрационного прибора в прибор для количественных измерений.

Однако самым выдающимся открытием Д.В.Скобельцына было первое наблюдение частиц с энергией, намного большей энергии частиц из радиоактивных источников. Он приписал эти частицы космическому излучению и количественно объяснил геофизическое явление — распределение в атмосфере ионизации, наблюдавшейся В.Гессом. Не случайно открытие Д.В.Скобельцыным природы космических лучей считается началом физики высоких энергий. Многие фундаментальные открытия были сделаны при изучении взаимодействия частиц космических лучей с веществом.

Д.В.Скобельцын обнаружил также, что частицы космического излучения появляются генетически связанными группами. Это были первые наблюдения множественных процессов, составляющих одно из основных явлений физики высоких энергий.

Нобелевская премия 1936 года была поделена между В.Гессом «за открытие космической радиации» и К.Андерсоном «за открытие позитрона». Вклад Д.В.Скобельцына в оба эти открытия весьма значителен. Д.В.Скобельцын как руководитель ядерно-физического направления и как директор ФИАН уделял большое внимание созданию ускорителей. Открытие в 1944 году учеником Д.В.Скобельцына Владимиром Иосифовичем Векслером принципа автофазировки, лежащего в основе всех релятивистских ускорителей, обусловило революцию в физике, сравнимую по своим масштабам с созданием теории электромагнетизма, квантовой механики или теории структуры атома. Имеется в виду открытие и разработка

принципов симметрии, которые позволили объединить электромагнитные и слабые взаимодействия, сформулировать теорию сильных взаимодействий, объяснить структуру таких фундаментальных частиц, как протон, изменить основные представления об атомном ядре.

Поразительный факт: уже в 1947 году в ФИАН был запущен первый ускоритель — электронный синхротрон на энергию 30 МэВ, а в 1949 году удалось запустить электронный синхротрон на энергию 250 МэВ, на котором было открыто фоторождение мезонов и положено начало физике электромагнитных взаимодействий адронов. Это чудо в тяжелые послевоенные годы оказалось возможным благодаря глубокому стратегическому мышлению и огромному авторитету президента Академии наук С.И.Вавилова, оказавшего неоценимую поддержку созданию ускорителей для физики высоких энергий. Понимание центральной роли этого направления в фундаментальной науке правительствами многих стран пришло много позже кончины Сергея Ивановича.

Под руководством В.И.Векслера было сооружено четыре действующих до сих пор ускорителя. Создание ускорительных центров представлялось физикам предыдущих поколений чем-то безумно смелым, невероятным, не стоящим таких огромных затрат. Можно привести высказывания Бора, Гейзенберга, Капицы. Необходимо вспомнить, в каких условиях Вавиловым, Скобельцыным и Векслером принимались столь ответственные решения и чем они могли обернуться в сороковых и начале пятидесятых годов.

В.И.Векслер был, конечно, творческой личностью, лидером мировой науки в ускорительной физике, выдающимся инженером-изобретателем. Но он также обладал чрезвычайно редкими в то время качествами: он умел взаимодействовать с очень большим количеством крупнейших специалистов — был коллективистом.

*«В этот период мне посчастливилось воспользоваться опытом и поддержкой многих выдающихся инженеров нашей страны, которые внесли большой вклад в дело создания ускорителей и экспериментальной базы физики высоких энергий. Здесь я в первую очередь должен назвать ученых и инженеров Ленинградского института электрофизической аппаратуры им. Ефремова и Московского радиотехнического института».*

(Из речи В.И.Векслера при получении премии «Атом для мира» в США в 1963 году.)

Без организации коллективов различных специалистов с общим числом, превышающим весь ФИАН середины сороковых годов, создание ускорительных центров было невозможно. Еще более трудная проблема — выбрать ясную цель деятельности такого коллектива, разработать программу экспериментов. И здесь определяющую роль сыграл Моисей Александрович Марков. Он, видимо, был первым теоретиком, разрабатывавшим программы экспериментов для решения принципиальных проблем физики

элементарных частиц на ускорителях, и первым лидером, создавшим школу физиков-теоретиков, понимавших возможности эксперимента. (Знаменитый фиановский тезис: «Постановка задачи составляет более половины результата».)

Нобелевская премия «за открытие и интерпретацию эффекта Черенкова» является законной гордостью ФИАН, и об этом уже было сказано на этом заседании. Однако необходимо отметить еще вклад Павла Алексеевича Черенкова в физику высоких энергий. Я имею в виду не столько многолетнее руководство им лабораторией фотомезонных процессов, имеющей достижения, отмеченные государственными премиями СССР и международным признанием, сколько принадлежащую П.А.Черенкову идею использования эффекта для регистрации релятивистских частиц и, в особенности, для измерения их скорости (1937 г.). В трудах международных конференций, в литературе по самым актуальным проблемам современной физики нет более часто упоминаемого имени, чем имя Черенкова. Особенно, если учесть символ  $\check{C}$  (латинское С с перевернутой шляпкой), который обозначает разновидности черенковских детекторов и служит в качестве важного логического элемента мышления экспериментаторов в области физики высоких энергий...

Несколько слов о дубненском синхрофазотроне на 10 ГэВ, который очень тяжело дался В.И.Векслеру. Гигантский электромагнит этого ускорителя (36 тысяч тонн) до сих пор является крупнейшим в мире и входит в книгу рекордов Гиннеса. Проект ускорителя был разработан в ФИАН. Основы теории синхрофазотрона созданы М.С.Рабиновичем и его сотрудниками. На титульном листе каждого тома технического проекта синхрофазотрона и его физического обоснования заготовлена подпись «Утверждаю. Директор ФИАН, академик С.И.Вавилов», но подписано «За. Д.Скобельцын. 5 января 1951 года». Дата почти совпадает с датой смерти С.И.Вавилова. Это был самый трудный период в истории ФИАН, когда его пытались расчленивать и когда решительные и энергичные действия Дмитрия Владимировича буквально спасли Институт.

Масштаб сооружений синхрофазотрона потребовал предварительного изучения технических решений и некоторых принципиальных вопросов. Было решено создать действующую модель-ускоритель, способную ускорять протоны до энергий 180 МэВ. В дальнейшем она была переделана в электронный синхротрон на энергию 680 МэВ, который до сих пор работает в ФИАН. На этой модели были проверены основные идеи, а также подготовлены специалисты, которые составили ядро ускорительщиков Лаборатории высоких энергий Дубны. Некоторые из них принимали руководящее участие в запуске серпуховского и ереванского ускорителей.

Разработка и сооружение ускорителей — неоценимый вклад в научно-технический потенциал страны. Однако мощные ускорители оказались слишком дорогими. Возникла необходимость международной кооперации. Первая межправительственная организация социалистических государств — Объединенный институт ядерных исследований в Дубне — была образована в 1956 году на основе принадлежащих Академии наук СССР двух ускорительных комплексов — синхрофазотрона на 10 ГэВ и синхроциклотрона на 0,68 ГэВ. В.И.Векслер стал одним из основателей Института. Первым директором и организатором ОИЯИ был ученик И.Е.Тамма, тоже сотрудник ФИАН в период с 1935 по 1947 гг., Д.И.Блохинцев.

Дмитрий Иванович являлся крупным специалистом в области квантовой физики, включая квантовую теорию поля, ядерную физику, физику элементарных частиц, а также физику твердого тела, акустику. Он много сделал для развития атомной науки и техники. Руководил проектированием и сооружением первой в мире атомной электростанции (Ленинская премия 1957 года). Выдвинул идею (1955 г.) и построил в Дубне импульсные быстрые реакторы ИБР-1 (1960 г.) и ИБР-2 (1981 г.), обладающие и по настоящее время уникальными и рекордными пучками нейтронов. На этой основе была создана Лаборатория нейтронной физики ОИЯИ (ныне Лаборатория нейтронной физики им. И.М.Франка) и организовано широкое международное сотрудничество. Илья Михайлович Франк вместе с другими сотрудниками ФИАН в середине 40-х годов осуществил важные для создания ядерных реакторов нейтронные исследования. Он вместе с Е.Л.Фейнбергом, Л.Е.Лазаревой и Ф.Л.Шапиро предложил оригинальные методы нейтронной спектроскопии. Необходимо отметить, что соединение фиановской культуры нейтронных исследований с уникальными возможностями ИБРов привело к важным открытиям (например, к открытию резонансного несохранения четности), обусловило лидирующие в мире позиции ОИЯИ как в области ядерной нейтронной физики, так и в области физики конденсированных сред.

Теперь о Лаборатории высоких энергий ОИЯИ, дочерней организации ФИАН в полном смысле этого слова. После кончины ее первого директора В.И.Векслера директором ЛВЭ был И.В.Чувило, а в 1968 году руководство лабораторией было поручено мне. Как соавтору упомянутого проекта синхрофазотрона мне было глубоко не безразлично его плачевное состояние в конце 60-х годов. Кроме того, я считал и считаю себя до сих пор фиановцем, потому что я сформировался здесь как научный работник и проработал с 1949 по 1969 гг. У меня навсегда остались в памяти яркие впечатления от творческой атмосферы старого ФИАН, демократичности обсуждений, неожиданности идей и необыкновенной решительности В.И.Векслера, глубины мышления и интуиции моего учителя М.А.Маркова, обширных знаний и умения схватывать суть любой проблемы И.Е.Тамма, который руководил теоретическим семинаром, имевшим общемосковское значение.

Я бережно храню письма Д.В.Скобельцына, в одном из которых он пишет:

*«...Коллектив Вашей лаборатории, отмечающий 25-летнюю дату своего существования, ведет начало от той небольшой ячейки старого ФИАН, о которой я сейчас вспомнил. Думаю, что уже тогда сложились и те традиции, которые в настоящее время, надо полагать, сохраняет детище ФИАН — ныне руководимая Вами Лаборатория высоких энергий ОИЯИ».*

В 70-е годы коллектив ЛВЭ нашел новое научное направление — релятивистскую ядерную физику\*, получив впервые на синхрофазотроне пучки ядер, движущихся со световыми скоростями. Это направление позднее получило развитие на крупнейших ускорителях мира. Однако лидирующие позиции ЛВЭ удалось сохранить благодаря созданию нового ускорителя — нуклотрона, основанного на технике сверхпроводимости, с использованием зданий и сооружений синхрофазотрона. Сейчас работают оба ускорителя. Происходит плавный переход исследований с синхрофазотрона на нуклотрон. Уникальность пучков ускорительного комплекса ЛВЭ привлекает (с серьезными материальными вкладами) физиков США, Франции, Японии, ФРГ, Италии и многих других стран. В общей сложности исследования на комплексе ведут более 120 институтов. Обнаружены новые явления и закономерности перехода протон-нейтронной материи в кварк-глюонную. Так что «детищу ФИАН» есть чем отчитаться перед родительской организацией даже в это гибельное для науки время.

---

\*См., например, Балдин А.М. — ЭЧАЯ, 1977, т.8, вып.3, с.429.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ФИЗИКА ЧАСТИЦ НА ПОРОГЕ XXI ВЕКА

*А.Л.Любимов*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обсуждаются перспективы развития экспериментальной физики частиц. Отмечено появление внешних факторов, неблагоприятных для этого развития, и указаны некоторые необходимые действия для противостояния им.

The nearest future of experimental particle physics is discussed. Some external factors which slow down the development of this science and what is to be done to resist them are stressed.

Моисей Александрович Марков был физиком широчайшего диапазона научных интересов, простиравшегося от фундаментальных проблем теории до конкретных экспериментов, где он также был автором многих идей и предложений. В то же время его занимали актуальные вопросы развития науки (этому соответствовала его многолетняя деятельность в должности академика-секретаря Отделения ядерной физики АН СССР), волновали общие проблемы, стоящие перед человечеством, и роль интеллигенции в их решении (этому соответствовало его активное участие в Пагуошском движении, где он представлял Советский Союз).

Поэтому мне представляется уместным в этом сборнике, посвященном памяти Моисея Александровича, коснуться некоторых вопросов развития экспериментальной физики частиц, притом не только научных.

Первая элементарная частица — электрон — была открыта 100 лет назад, в 1897 году.

Как развивалась с тех пор наука об элементарных частицах, и что ждет ее в недалеком будущем?

В классических опытах по атомной и ядерной физике были открыты фотоны, протоны и нейтроны, а также ряд важнейших свойств частиц, в частности, спин.

С исследования космических лучей началась физика высоких энергий. Были открыты позитроны, мюоны, пионы, электромагнитные каскадные ливни, множественное рождение, странные частицы, барионная асимметрия Вселенной и многое другое.

Полвека назад, благодаря созданию ускорителей на высокие энергии, наступила новая эра физике элементарных частиц. Она стала наиболее фунда-

ментальным разделом современной физики, ее "передним краем". Темпы и масштаб развития физики частиц были удивительными даже для XX века\*.

Не буду перечислять сделанные за этот период крупнейшие открытия: они общеизвестны.

Проведенные исследования привели к созданию Стандартной модели, охватывающей совокупность экспериментальных данных и их интерпретацию теорией электрослабого взаимодействия и квантовой хромодинамикой. Эта модель — веха на пути развития физики частиц, обозначающая границу ее нынешнего состояния, за которой начинается область качественно новых явлений, представлений и моделей.

Поэтому главными задачами экспериментальной физики частиц в настоящее время являются, с одной стороны, проверка лежащей в основе стандартной модели гипотезы о механизме возникновения масс частиц в процессе спонтанного нарушения симметрии электрослабого взаимодействия, т.е. поиск предсказываемых этой гипотезой бозонов Хиггса, с другой — выход за пределы Стандартной модели.

Возможно, что эти задачи смогут быть частично решены на существующих ускорителях (прежде всего на LEP2 и тэватроне), но более вероятным представляется, что для этого необходимы значительно большие энергии, и ответ на поставленные вопросы сможет быть получен только на LHC.

Физика частиц стала не только наукой о микромире на субъядерном уровне, но и наукой о наиболее общих законах и принципах построения нашего мира, призванной ответить не только на вопрос, как он устроен, но и на вопрос, почему он такой, какой он есть.

Эти два аспекта физики частиц — обращенный в микромир и глобальный — связаны естественным образом, ибо чем проще исследуемые объекты и явления, тем четче проявляются в них наиболее общие законы, поскольку закономерности более сложных систем на них не действуют. На уровне элементарных частиц остается действие лишь самых основных законов, более того — свойства этих частиц (в том числе сам факт их существования) являются проявлением таких законов\*\*.

Как сказал С.Вайнберг, "... изучение элементарных частиц представляет на сегодня самый верный — а возможно, и единственный — путь к пониманию фундаментальных законов природы".

Глобальный характер физики частиц часто недостаточно осознается физиками-экспериментаторами, занятыми решением конкретных задач о свой-

---

\*Показательно, что за вторую половину XX века треть всех Нобелевских премий по физике была присуждена за работы в области физики частиц.

\*\*Здесь есть аналогия с биологическими исследованиями, где экспериментируют на микробах или дрожжах для выявления общих свойств и закономерностей устройства живой материи.

ствах частиц, и тем более недостаточно — людьми, не связанными с этой наукой, в том числе теми, от кого зависит ее финансирование.

Физика частиц во многом изменила устоявшиеся представления о характере фундаментальной науки, ее организации и потребляемых ею ресурсах. На смену экспериментам, осуществляемым учеными-одиночками или небольшими группами в тиши университетских лабораторий, физика частиц ввела индустриальные масштабы сооружаемых установок, исследования на которых осуществляются большими коллективами, насчитывающими иногда много сотен человек из разных институтов, университетов и лабораторий.

Именно для исследований по физике частиц были созданы крупнейшие международные научные центры — ЦЕРН в Женеве и ОИЯИ в Дубне. Это позволило объединить на основе международного сотрудничества интеллектуальные, материальные и финансовые ресурсы стран-участниц этих институтов.

Драматическим подтверждением необходимости, более того, неизбежности международного сотрудничества в физике высоких энергий стала история сооружения трех самых больших ускорителей.

В ЦЕРН создается *pp*-коллайдер LHC с энергией пучков 7 ТэВ.

В США в конце 80-х годов началось осуществление амбициозного проекта создания в рамках национальной программы суперколлайдера SSC с энергией пучков 20 ТэВ. Однако осенью 1993 г. оно было прекращено по решению конгресса США. К этому времени на сооружение SSC было уже затрачено около двух миллиардов долларов, проложено 23 км туннеля (из 87) и т.д. На прекращение работ пришлось выделить 640 миллионов долларов.

Огромные трудности испытывает другой национальный проект — сооружение ускорительно-накопительного комплекса в ИФВЭ (Протвино). Из-за переживаемого Россией финансового кризиса и резкого сокращения ассигнований на науку работа по проекту была почти приостановлена, и пришлось отказаться от намерения создать коллайдер на энергии пучков по 3 ТэВ и ограничиться планами создания ускорителя с энергией 600 ГэВ.

В то же время работы по сооружению LHC в ЦЕРН ведутся успешно и в них, помимо стран-участниц этой организации, приняли участие целый ряд других стран, в том числе США и Россия, а также Япония, Канада, Израиль, Индия, страны-участницы ОИЯИ и т.д. Так что сотрудничество по созданию этого ускорителя стало всемирным.

Экспериментальная база физики частиц развивается также за счет ряда проектов меньшего масштаба: сооружаются новые ускорители "среднего калибра", увеличивается светимость тэватрона, создается целый ряд новых детекторов, как универсальных, так и нацеленных на решение отдельных задач. Таким образом, можно надеяться, что в планируемом будущем (охватывающем две стадии — "до LHC" и "LHC и другие") в распоряжении мирового сообщества физиков будет иметься необходимый минимум ускорите-

лей, детекторов и других технических средств для решения основных экспериментальных задач и выхода физики частиц на ожидаемый следующий уровень.

Тем не менее в последние годы видны и неблагоприятные тенденции, тормозящие развитие этой науки. Престиж физики частиц падает, уменьшается приток в нее способной молодежи: происходит смена приоритетов в фундаментальных науках, общество все более склоняется к первоочередному развитию наук, более близких к повседневным нуждам человека (экология, биология и т.д.). Доля финансирования физики частиц в национальных программах сокращается, что наиболее чувствительным образом проявилось в решении конгресса США о прекращении работ по проекту SSC.

Этим тенденциям противостоит расширяющееся международное сотрудничество, ставшее формой существования физики высоких энергий, а в России и ряде других стран, где финансирование фундаментальной науки катастрофически сократилось, также основным средством выживания этой науки.

Однако общий баланс факторов, влияющих на дальнейшее развитие физики частиц, все же неблагоприятен.

Даже в условиях всемирного сотрудничества вряд ли сможет быть сооружен коллайдер следующего после LHC поколения, основанный на существующих принципах. Затраты на его сооружение, хотя и небольшие по сравнению с военными расходами крупных государств (порядка стоимости нескольких атомных подводных лодок), превышали бы реальный "потолок" возможных вложений в такой проект.

Для обеспечения перспективы экспериментальных исследований в области физики частиц нужны новые идеи и новые технологии создания ускорителей и детекторов, которые могли бы значительно снизить их стоимость.

Необходимо расширить использование ускорителей и другого оборудования, применяемого в экспериментальной физике частиц, для прикладных задач (например, создание пучков частиц для лучевой терапии, получение синхротронного излучения и т. д.).

Следует пропагандировать роль экспериментальной физики частиц как стимула технического прогресса, поскольку для создания все более совершенных установок, находящихся нередко за гранью возможностей современной техники, требуется разработка новых технических устройств и тончайших технологий (не случайно проводились международные конференции "Передовые технологии и физика частиц", собиравшие вместе физиков и представителей фирм, разрабатывающих наукоемкие технологии.)

Поскольку снижению интереса общества к физике частиц способствовало, наряду с другими причинами, отсутствие в последние годы ярких, а тем более сенсационных результатов, при появлении в дальнейшем таких результатов их нужно будет широко пропагандировать, даже, не побоюсь этого слова, рекламировать.

Необходимо существенно усилить пропаганду физики частиц как глобальной науки об устройстве мира, в котором мы живем\*. Следует ввести ее основные представления (а также непосредственно связанную с ними историю ранней Вселенной) в программы обучения в старших классах средней школы. Ознакомление общества с этими представлениями будет не только способствовать созданию благоприятной атмосферы для проведения дальнейших исследований по физике частиц, но и повысит интеллектуальный уровень самого общества.

---

\*К сожалению, название "физика частиц" не отражает глобальный характер этой науки. Может быть, ввести более точное название?

## РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В ВЫПУСКЕ

УДК 524.8

**Размышляя о Вселенной.** *Марков М.А.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.3, с.529.

В настоящей работе, которая в заметной степени является обзором и критическим осмыслением ряда предшествующих работ автора, на широком литературном фоне проведено обсуждение проблем эволюции Вселенной на ее ранних стадиях, близких к точке сингулярности. Особое внимание было уделено анализу свойств вселенных де Ситтера и Фридмана и обсуждению физических условий, которые могли бы вызвать переход от одного типа вселенных к другому типу. Перечислены различные способы модификации обычных уравнений Эйнштейна, которые могли бы служить динамической основой такого перехода. Подробно рассмотрен вариант теории гравитации, когда гравитационная постоянная заменяется некоторой функцией плотности материи (энергии), стремящейся к нулю при увеличении плотности до ее предельного значения. Обсуждена возможная нетривиальная роль черных дыр в фазе инфляционного развития Вселенной, а также (для вселенных закрытого типа) в заключительной фазе коллапса. Особо отмечена возможность существенного изменения физических закономерностей в областях пространства, близких по своим размерам к планковским длинам, и, тем самым, возможность существования специфической физики ультрамикромира.

Библиогр.: 45.

УДК 539.12.01

**К вопросу о конечности спектра масс элементарных частиц.** *Кадышевский В.Г.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.3, с.563.

Обсуждается нестандартный подход к построению квантовой теории поля, навеянный идеей М.А.Маркова о конечности спектра масс элементарных частиц.

Библиогр.: 14.

УДК 539.171.1

**Релятивистская ядерная физика: пространство относительных 4-скоростей, симметрии решений, принцип ослабления корреляций, подобие, промежуточные асимптотики.** *Балдин А.М., Балдин А.А.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.3, с.577.

Излагается подход, основанный на применении в релятивистской ядерной физике законов подобия, симметрии решений и других методов, не опирающихся на лагранжев метод, но позволяющий конструировать модели (решения, законы природы), исходя из первых принципов. Наш подход позволил: 1) установить область ядерных столкновений, в которой нуклоны утрачивают свою тождественность и наступают асимптотические по энергии режимы, 2) предсказать и обнаружить кумулятивные процессы, демонстрирующие наблюдаемость многочастичных взаимодействий, 3) дать единое описание глубокоподпороговых, околпороговых и кумулятивных процессов, 4) сделать количественное описание конечных состояний ядерных столкновений (множественных процессов) на основе понятий «промежуточная асимптотика» и «принцип ослабления корреляций» в пространстве относительных 4-скоростей, 5) обнаружить локальную автомодельность (самоподобие) конечных состояний ядерных столкновений, 6) дать количественное описание образования антиматерии в релятивистских

ядерных столкновениях. Положения данного подхода иллюстрируются наиболее характерными экспериментальными данными, обосновывающими справедливость наших утверждений.

Ил. 19. Библиогр.: 42.

УДК539.123 + 52

**Баксанский подземный сцинтилляционный телескоп.** *Алексеев Е.Н., Алексеева Л.Н., Баитанов В.Н., Болиев М.М., Воеводский А.В., Догужаев В.А., Закидышев В.Н., Козьринский В.А., Новосельцев Ю.Ф., Новосельцева Р.Н., Поддубный В.Я., Петков В.Я., Суворова О.В., Цябук А.К., Чудаков А.Е.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.3, с.631.

Дан краткий обзор экспериментальных результатов, полученных на Баксанском подземном сцинтилляционном телескопе. Осуществлено исследование потоков нейтрино от галактических источников и установлено ограничение на их поток. При поиске медленных ионизирующих частиц установлен верхний предел на поток тяжелых магнитных монополей. Зарегистрирован сигнал от нейтринного импульса от процесса рождения сверхновой. Установлено ограничение на распад протона. При регистрации мюонов от широких атмосферных ливней установлено постоянство их химического состава до  $5 \cdot 10^{15}$  эВ.

Табл. 1. Библиогр.: 3.

УДК 539 + 524.8

**Одновременное решение проблем бариогенезиса и темной материи.** *Кузьмин В.А.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.3, с.637.

Предложена новая концепция образования космологического барионного избытка (барионной асимметрии) совместно с холодной темной материей (ХТМ) во Вселенной и очерчены соответствующие сценарии. Рассмотрены возможные реализации идеи в рамках суперсимметричных моделей и получены ограничения (предсказания) на массы суперпартнеров, совместимые с реалистичностью сценария. Из концепции следуют многочисленные предсказания. В частности, мы предсказываем вполне естественное существование зарядово-асимметричной компоненты холодной темной материи. Конкретно,  $\sim 10^{-2}$  часть ХТМ может существовать в форме электрически заряженных реликтовых частиц с массой  $m \sim 1$  ТэВ. Они отрицательно заряжены и одеты протонами. Эта гипотеза приводит к богатому спектру возможностей непосредственного поиска этих частиц. Зарядово-симметричная компонента ХТМ может существовать в форме очень легких,  $m \approx 2$  ГэВ, очень слабо взаимодействующих частиц, подобных правым нейтрино, так что столкновения с ядрами являются редкими, а энергия отдачи ядра составляет  $E_{\text{recoil}} \sim 1$  кэВ. Это приводит, в частности, к предсказанию существования долгоживущих суперпартнеров. Мы отмечаем некоторые новые экспериментальные возможности нетрадиционного поиска частиц ХТМ.

Ил. 4. Библиогр.: 29.

УДК 537.591.8

**Перспективы радиоволнового и акустического детектирования космических нейтрино сверх- и супервысоких энергий (поперечные сечения, сигналы, пороги).** *Буткевич А.В., Деденко Л.Г., Караевский С.Х., Миронович А.А., Проворов А.Л., Железных И.М.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.3, с.659.

В статье обсуждаются перспективы развития акустических и радиоволновых нейтринных телескопов.

В рамках стандартной модели рассчитано поперечное сечение взаимодействия нейтрино с нуклонами в области энергий  $10^2 \div 10^{12}$  ГэВ. При низких энергиях  $E_\nu < 10^3$  ГэВ расчетные поперечные сечения хорошо согласуются с экспериментальными данными. При  $E_\nu = 10^6$  ГэВ новые результаты на 45% превосходят старые данные (1984—1988 гг.), но в 1,6 раза меньше поперечного сечения, полученного в работе Ральстона и др. (1994 г.).

Проведены вычисления амплитуды акустического сигнала на базе расчетов в рамках модели кварк-глюонных струн для электрон-адронного каскада с энергией  $10^7$  ГэВ, производимого в воде нейтрино, которые взаимодействуют с электронами и нуклонами. Расчеты проведены для различных расстояний от каскада (до 10 км) с учетом затухания звука в морской воде. Полученная амплитуда в два раза выше результата более ранних оценок.

Показано, что радиоволновой нейтринный детектор РАМАНД площадью  $1 \text{ км}^2$ , созданный и установленный в центральной Антарктиде (на Южном полюсе или станции «Восток»), может быть чувствительным к предсказанным диффузным потокам нейтрино с энергиями выше 100 ТэВ из ядер активных галактик. Акустический нейтринный телескоп САДКО в Средиземном море с объемом детектирования более  $1 \text{ км}^3$  может быть предназначен для поиска космических нейтрино с энергией выше  $10^7\text{--}10^8$  ГэВ.

Табл. 3. Ил. 9. Библиогр.: 40.

УДК 539.12.01

**Максимон М.А. Маркова и квантовые черные дыры.** *Березин В.А.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.3, с.677.

В работе приводятся свидетельства того, что гипотетическая элементарная частица максимально возможной массы, предсказанная М.А.Марковым в 1966 году и названная им максимомом, есть не что иное, как черная дыра минимально возможной массы. Рассуждения М.А.Маркова основывались на соображениях размерностей. Введение в физику элементарных частиц гравитационных взаимодействий и, следовательно, размерной константы связи в виде гравитационной постоянной позволяет построить из трех размерных мировых констант величину с размерностью массы. М.А.Марков предположил, что эта масса является максимально возможной для элементарных частиц. После открытия С.Хокингом явления испарения черных дыр стало ясно, что если спектр масс черных дыр ограничен снизу, то эта минимальная масса  $K$  есть масса максимона, т.е. граница между элементарными частицами и черными дырами. Исчерпывающее решение вопроса о минимальных черных дырах может быть дано только в рамках квантовой теории гравитации, которая еще не построена. Однако в последнее время появились конкретные модели, которые допускают процедуру квантования. Одна из таких моделей кратко описана в данной работе. Это точно решаемая модель квантовой сферически-симметричной самогравитирующей тонкой оболочки. Получен спектр масс этой оболочки, и из него выделен спектр масс невращающейся черной дыры. Выяснилось, что спектр масс квантовых черных дыр действительно ограничен снизу, а минимальная масса оказалась равной массе максимона с точностью до коэффициента порядка единицы.

УДК 530.145

**КЭД-процессы во внешнем поле Ааронова — Бома.** Аудреч Ю., Скаржинский В.Д. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.3, с.686.

Настоящий обзор посвящен исследованию процессов тормозного излучения и рождения электронно-позитронной пары в магнитном поле тонкой струны, описываемом потенциалом Ааронова — Бома. Найдены точные электронные и позитронные решения уравнения Дирака в потенциале Ааронова — Бома как собственные функции полного набора коммутирующих операторов. Особое внимание уделено проблеме правильного выбора сингулярных мод, возникающей вследствие несамосопряженности оператора Дирака в таком потенциале. На основе полученных решений вычислены матричные элементы и получены дифференциальные вероятности процессов тормозного излучения электрона, пролетающего около магнитной струны, и рождения электронно-позитронной пары одиночным фотоном. Обсуждаются особенности этих процессов для дираковских частиц. Получены и проанализированы распределения рожденных частиц по энергиям, углам вылета и поляризациям для различных энергий падающей частицы. Вычислены полные сечения процессов. Возможно, эти процессы представляют некоторый интерес для экспериментального исследования в поляризованных электронных и фотонных пучках.

Библиогр.: 25.

УДК 539.12.01

**Эффекты сильных взаимодействий в нелептонных распадах  $K$ -мезонов.** Пенин А.А., Пивоваров А.А. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.3, с.702.

В обзоре рассмотрены последние результаты анализа нелептонных распадов  $K$ -мезонов в стандартной модели. Обсуждаются операторные поправки к каноническому четырехкварковому эффективному  $\Delta S = 1$  гамильтониану. Даны оценки вкладов новых операторных структур, входящих в полный эффективный гамильтониан, в амплитуды распадов  $K \rightarrow \pi\pi$ . Представлен регулярный метод вычисления адронных матричных элементов локальных КХД-операторов, образующих эффективный  $\Delta S = 1$  гамильтониан, вне рамок гипотезы факторизации. Для вычисления используются КХД-правила сумм и киральная эффективная теория взаимодействий псевдоскалярных мезонов. Метод основан на фундаментальных свойствах дуальности и киральной симметрии сильных взаимодействий и не включает дополнительные модели для описания сильных взаимодействий на больших расстояниях, что позволяет значительно повысить надежность теоретических оценок адронных матричных элементов и параметров распадов  $K$ -мезонов. Рассмотрен непертурбативный вклад в амплитуды распадов  $K \rightarrow \pi\pi$  за счет переходов с глюонами в промежуточном состоянии. Новый вклад в амплитуды не учитывается в рамках гипотезы факторизации и отсутствует в ведущих порядках  $1/N_c$ -разложения и киральной теории возмущений. Получены новые оценки для значений  $CP$ -инвариантных и  $CP$ -неинвариантных амплитуд распадов  $K \rightarrow \pi\pi$ , и показано, что при имеющемся уровне точности теоретического анализа предсказания стандартной модели для параметров нелептонных распадов  $K$ -мезонов как для  $CP$ -инвариантных, так и для  $CP$ -неинвариантных амплитуд находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

Табл.: 2. Библиогр.: 117.

УДК 530.1

**Моисей Александрович Марков (к 90-летию со дня рождения).** *Исаев П.С.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.3, с.745.

Моисей Александрович Марков внес заметный вклад в развитие физики элементарных частиц в СССР. Настоящая статья посвящается его научным и философским взглядам в ранний период творчества (1945—1960 гг.).

УДК 541.091

**Воспоминания о М.А.Маркове.** *Киржниц Д.А.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.3, с.755.

Статья представляет собой краткий очерк воспоминаний о выдающемся советском ученом-физике, специалисте в области физики высоких энергий и фундаментальных взаимодействиях, теории тяготения и космологии, видном организаторе науки, много лет возглавлявшем Отделение ядерной физики АН СССР, академике Моисее Александровиче Маркове (1908—1994). Воспоминания охватывают 20-летний период с середины 40-х до середины 60-х годов.

УДК 539.171.1

**Физика высоких энергий в Физическом институте им. П.Н.Лебедева Академии наук (выступление на собрании, посвященном юбилею ФИАН, 26 декабря 1994 г.).** *Балдин А.М.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.3, с.763.

Физический институт им. П.Н.Лебедева Академии наук, имеющий глубокие корни в научно-техническом наследии России, свой современный облик приобрел в 30—50-е годы. Это были годы становления и бурного развития ядерной физики в широком смысле и особенно физики высоких энергий. В выступлении отмечен вклад Института в эту область науки, получивший широкое международное признание.

УДК 539.171.1

**Экспериментальная физика частиц на пороге XXI века.** *Любимов А.Л.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.3, с.769.

В статье рассмотрены перспективы развития экспериментальной физики частиц. Отмечается появление внешних факторов, неблагоприятных для этого развития, и обсуждаются некоторые возможности противодействия им.

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Марков М.А.</i> <b>Размышляя о Вселенной</b> .....	529
<i>Кадышевский В.Г.</i> <b>К вопросу о конечности спектра масс элементарных частиц</b> .....	563
<i>Балдин А.М., Балдин А.А.</i> <b>Релятивистская ядерная физика: пространство относительных 4-скоростей, симметрии решений, принцип ослабления корреляций, подобие, промежуточные асимптотики</b> .....	577
<i>Алексеев Е.Н., Алексеева Л.Н., Бакатанов В.Н., Болиев М.М., Воеводский А.В., Догужаев В.А., Закидыев В.Н., Козярицкий В.А., Новосельцев Ю.Ф., Новосельцева Р.Н., Поддубный В.Я., Петков В.Я., Суворова О.В., Цябук А.К., Чудаков А.Е.</i> <b>Баксанский подземный сцинтилляционный телескоп</b> .....	631
<i>Кузьмин В.А.</i> <b>Одновременное решение проблем бариогенезиса и темной материи</b> .....	637
<i>Буткевич А.В., Деденко Л.Г., Караевский С.Х., Миронович А.А., Проворов А.Л., Железных И.М.</i> <b>Перспективы радиоволнового и акустического детектирования космических нейтрино сверх- и сверхвысоких энергий (поперечные сечения, сигналы, пороги)</b> .....	659
<i>Березин В.А.</i> <b>Максимон М.А.Маркова и квантовые черные дыры</b> .....	677
<i>Аудреч Ю., Скаржинский В.Д.</i> <b>КЭД-процессы во внешнем поле Ааронова — Бома</b> .....	686
<i>Пенин А.А., Пивоваров А.А.</i> <b>Эффекты сильных взаимодействий в нелептонных распадах К-мезонов</b> .....	702
<i>Исаев П.С.</i> <b>Моисей Александрович Марков (к 90-летию со дня рождения)</b> .....	745
<i>Киржниц Д.А.</i> <b>Воспоминания о М.А.Маркове</b> .....	755

<i>Балдин А.М.</i> <b>Физика высоких энергий в Физическом институте им. П.Н.Лебедева Академии наук (выступление на собрании, посвященном юбилею ФИАН, 26 декабря 1994 г.)</b> . . . . .	763
<i>Любимов А.Л.</i> <b>Экспериментальная физика частиц на пороге XXI века</b> . . . . .	769

## CONTENTS

<i>Markov M.A.</i> <b>Reflecting on Universe</b> . . . . .	529
<i>Kadyshevsky V.G.</i> <b>On the Question of Finiteness of the Elementary-Particle Mass Spectrum</b> . . . . .	563
<i>Baldin A.M., Baldin A.A.</i> <b>Relativistic Nuclear Physics: Relative 4-Velocity Space, Symmetries of Solutions, Correlation Depletion Principle, Similitude, Intermediate Asymptotics</b> . . . . .	577
<i>Alekseev E.N., Alekseeva L.N., Bakatanov V.N., Boliev M.M., Voevodskii A.V., Doguzhaev V.A., Zakidyshev V.N., Kozyarivskii V.A., Novoseltsev Yu.F., Novoseltseva R.N., Poddubny V.Ya., Petkov V.Ya., Suvorova O.V., Tsyabuk A.K., Chudakov A.E.</i> <b>Baksan Underground Scintillation Telescope</b> . . . . .	631
<i>Kuzmin V.A.</i> <b>A Simultaneous Solution to Baryogenesis and Dark Matter Problems</b> . . . . .	637
<i>Butkevich A.V., Dedenko L.G., Karaevsky S.Kh., Mironovich A.A., Provorov A.L., Zheleznykh I.M.</i> <b>Prospects for Radiowave and Acoustic Detection of Ultra- and Superhigh Energy Cosmic Neutrinos (Cross Sections, Signals, Thresholds)</b> . . . . .	659
<i>Berezin V.A.</i> <b>Markov's Maximon and Quantum Black Holes</b> . . . . .	677
<i>Audretsch J., Skarzhinsky V.D.</i> <b>QED Processes in the External Aharonov — Bohm Field</b> . . . . .	686
<i>Penin A.A., Pivovarov A.A.</i> <b>Strong Interaction Effects in Non-Leptonic Decays of K-Mesons</b> . . . . .	702

<i>Isaev P.S.</i> <b>Moisey Alexandrovich Markov (to 90-th Birthday) . . . . .</b>	<b>745</b>
<i>Kirzhniz D.A.</i> <b>Reminiscences about M.A.Markov . . . . .</b>	<b>755</b>
<i>Baldin A.M.</i> <b>High Energy Physics at the Lebedev Physical Institute of the Academy of Sciences (The Talk at the Meeting Devoted to the Anniversary of the Institute Held on 26 December 1994) . . . . .</b>	<b>763</b>
<i>Lubimov A.L.</i> <b>Experimental Particle Physics at the Threshold of the XXI Century . . . . .</b>	<b>769</b>

## К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале «Физика элементарных частиц и атомного ядра» (ЭЧАЯ) печатаются обзоры по актуальным проблемам теоретической и экспериментальной физики элементарных частиц и атомного ядра, проблемам создания новых ускорительных и экспериментальных установок, автоматизации обработки экспериментальных данных. Статьи печатаются на русском и английском языках. Редакция просит авторов при направлении статьи в печать руководствоваться изложенными ниже правилами.

1. Текст статьи должен быть напечатан на машинке через два интервала на одной стороне листа (обязательно представляется первый машинописный экземпляр). Поля с левой стороны должны быть не уже 3—4 см, рукописные вставки не допускаются. Экземпляр статьи должен включать аннотации и название на русском и английском языках, реферат на русском языке, УДК, сведения об авторах: фамилия и инициалы (на русском и английском языках), название института, адрес и телефон. Все страницы текста должны быть пронумерованы. Статья должна быть подписана всеми авторами. Текст статьи может быть напечатан на принтере с соблюдением тех же правил.

2. Формулы и обозначения должны быть вписаны крупно, четко, от руки темными чернилами (либо напечатаны на принтере и обязательно размечены). Желательно нумеровать только те формулы, на которые имеются ссылки в тексте. Номер формулы указывается справа в круглых скобках. Особое внимание следует обратить на аккуратное изображение индексов и показателей степеней: нижние индексы отмечаются знаком понижения  $\subscript$ , верхние — знаком повышения  $\superscript$ ; штрихи необходимо четко отличать от единицы, а единицу — от запятой. Следует, по возможности, избегать громоздких обозначений и упрощать набор формул (например, применяя exp, дробь через косую черту).

Во избежание недоразумений и ошибок следует делать ясное различие между прописными и строчными буквами, одинаковыми по начертанию (V и v, U и u, W и w, O и o, K и k, S и s, C и c, P и p, Z и z), прописные подчеркивают двумя чертами снизу, строчные — двумя чертами сверху (S и s, C и c). Необходимо делать четкое различие между буквами e, l, O (большой) и o (малой) и 0 (нулем), для чего буквы O и o отмечают двумя черточками, а ноль оставляют без подчеркивания. Греческие буквы подчеркивают красным карандашом, векторы — синим, либо знаком  $\vec{\phantom{x}}$  снизу чернилами. Не рекомендуется использовать для обозначения величин буквы готического, рукописного и других малоупотребимых в журнальных статьях шрифтов, однако если такую букву нельзя заменить буквой латинского или греческого алфавита, то ее размечают простым карандашом (обводят кружком). В случае, если написание может вызвать сомнение, необходимо на полях дать пояснение, например:  $\zeta$  — «дзета»,  $\xi$  — «кси», k — лат., k — русск.

3. Рисунки представляют на отдельных листах белой бумаги или кальки с указанием на обороте номера рисунка и названия статьи. Тоновые фотографии должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте карандашом указать: «верх», «низ». Графики должны быть тщательно выполнены тушью или черными чернилами; не рекомендуется загромождать рисунок ненужными деталями: большинство надписей выносится в подпись, а на рисунке заменяется цифрами или буквами. Желательно, чтобы рисунки были готовы к прямому репродуцированию. Подписи к рисункам представляются на отдельных листах.

4. Таблицы должны быть напечатаны на отдельных листах, каждая таблица должна иметь заголовок. Следует указывать единицы измерения величин в таблицах.

5. Список литературы помещается в конце статьи. Ссылки в тексте даются с указанием номера ссылки на строке в квадратных скобках. В литературной ссылке должны быть указаны: для книг — фамилии авторов, инициалы, название книги, город, издательство (или организация),

год издания, том (часть, глава), цитируемая страница, если нужно; для статей — фамилии авторов, инициалы, название журнала, серия, год издания, том (номер, выпуск, если это необходимо), первая страница статьи. Если авторов более пяти, то указать только первые три фамилии.

Например:

1. **Лезнов А.Н., Савельев М.В.** — Групповые методы интегрирования нелинейных динамических систем. М.: Наука, 1985, с.208.
2. **Годен М.** — Волновая функция Бете: Пер. с франц. М.: Мир, 1987.
3. **Turbinec A.V.** — Comm.Math.Phys., 1988, vol.118, p.467.
4. **Ушверидзе А.Г.** — ЭЧАЯ, 1989, т.20, вып.5, с.1185.
5. **Endo I., Kasai S., Harada M. et al.** — Hiroshima Univ. Preprint, HUPD-8607, 1986.

6. Редакция посылает автору одну корректуру. Изменения и дополнения в тексте и рисунках не допускаются. Корректура с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в минимальный срок.

Редакторы **Е.К.Аксенова, Э.В.Ивашкевич.**  
Художественный редактор **А.Л.Вульфсон.**  
Корректор **Т.Е.Попеко.**

Сдано в набор 9.02.98. Подписано в печать 28.04.98. Формат 60×90/16.  
Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Усл.печ.л. 16,3. Уч.-изд.л. 19,7.  
Тираж 400. Заказ 50618. Цена 8 р.

---

141980 Дубна Московской области  
ОИЯИ, Издательский отдел, тел. (09621) 65-165.

---

ISSN 0367—2026. Физика элементарных частиц и атомного ядра  
1998. Том 29. Вып.3. 525—784.

## РАЗМЫШЛЯ О ВСЕЛЕННОЙ\*

*М.А.Марков*

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Москва  
Институт ядерных исследований РАН, Москва

ВВЕДЕНИЕ	530
НАМ, К СЧАСТЬЮ, НЕ ДАНО ВИДЕТЬ БУДУЩЕГО	533
О ВОЗМОЖНЫХ МОДИФИКАЦИЯХ УРАВНЕНИЙ ЭЙНШТЕЙНА	535
МЕНЯЮЩАЯСЯ ГРАВИТАЦИОННАЯ ПОСТОЯННАЯ	542
ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ И ЭВОЛЮЦИЯ РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ	548
О ПРИНЦИПЕ МАХА. КАКИЕ ВСЕЛЕННЫЕ ВОЗМОЖНЫ?	554
О ВОЗМОЖНОМ СУЩЕСТВОВАНИИ ОСОБОЙ ФИЗИКИ «УЛЬТРАМИКРОМИРА» В ОБЛАСТИ ПЛАНКОВСКИХ ДЛИН	556
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	561

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»  
1998, ТОМ 29, ВЫП.3

УДК 539.12.01

К ВОПРОСУ О КОНЕЧНОСТИ  
СПЕКТРА МАСС  
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

*В.Г.Кадышевский*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

575

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА:  
ПРОСТРАНСТВО ОТНОСИТЕЛЬНЫХ  
4-СКОРОСТЕЙ, СИММЕТРИИ РЕШЕНИЙ,  
ПРИНЦИП ОСЛАБЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИЙ,  
ПОДОБИЕ,  
ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ АСИМПТОТИКИ

*А.М.Балдин, А.А.Балдин*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ	578
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ. СИММЕТРИЯ В СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКЕ	581
ПРИНЦИП ОСЛАБЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИЙ. ПРОСТРАНСТВО ОТНОСИТЕЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ	593
ИНКЛЮЗИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ	606
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	615
ПРИЛОЖЕНИЕ	619
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	629

## БАКСАНСКИЙ ПОДЗЕМНЫЙ СЦИНТИЛЛЯЦИОННЫЙ ТЕЛЕСКОП

*Е.Н.Алексеев, Л.Н.Алексеева, В.Н.Бакатанов,  
М.М.Болиев, А.В.Воеводский, В.А.Догужаев,  
В.Н.Закидышев, В.А.Козяривский, Ю.Ф.Новосельцев,  
Р.Н.Новосельцева, В.Я.Поддубный, В.Я.Петков,  
О.В.Суворова, А.К.Цябук, А.Е.Чудаков*

Институт ядерных исследований РАН, Москва

ВВЕДЕНИЕ	631
ИЗУЧЕНИЕ НЕЙТРИНО ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ	632
ПОИСК ТЯЖЕЛОГО МАГНИТНОГО МОНОПОЛЯ	633
РЕГИСТРАЦИЯ ВСПЛЕСКОВ НЕЙТРИННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, СОПРОВОЖДАЮЩИХ ГРАВИТАЦИОННЫЙ КОЛЛАПС ЗВЕЗД	634
ПОИСК РАСПАДА ПРОТОНА	635
ИЗУЧЕНИЕ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА ПЕРВИЧНЫХ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ	635
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	636

# A SIMULTANEOUS SOLUTION TO BARYOGENESIS AND DARK MATTER PROBLEMS

*V.A.Kuzmin*

Institute for Nuclear Research of Russian Academy of Sciences,  
60th October Anniversary Prosp. 7a, Moscow 117312, Russia  
and Max-Planck-Institut für Physik, Föhringer Ring 6, 80805 München, Germany

FOREWORD	638
INTRODUCTION	638
ELECTROWEAK SPHALERONS AND ANOMALOUS FERMION NUMBER NONCONSERVATION	639
THE MECHANISM	642
REALIZATIONS OF THE SCENARIO IN THE FRAMEWORK OF SUPERSYMMETRIC MODELS	647
CHARGE SYMMETRIC SLEPTON COMPONENT OF CDM	650
CHARGE ASYMMETRIC SLEPTON COMPONENT OF CDM	650
Neutral $SU(2)_L$ -Doublet Slepton as LSP	651
Charged Slepton as LSP	652
MSSM PLUS $\nu_R$ AND $\tilde{\nu}_R$	655
CONCLUSIONS	657
ACKNOWLEDGEMENTS	657
REFERENCES	658

PROSPECTS FOR RADIOWAVE  
AND ACOUSTIC DETECTION  
OF ULTRA- AND SUPERHIGH ENERGY  
COSMIC NEUTRINOS (CROSS SECTIONS,  
SIGNALS, THRESHOLDS)

*A.V.Butkevich, L.G.Dedenko, S.Kh.Karaevsky,  
A.A.Mironovich, A.L.Provorov, I.M.Zheleznykh*

Institute for Nuclear Research of Russian Academy of Sciences, Moscow

INTRODUCTION	660
NEUTRINO-NUCLEON CROSS SECTION	
AT ENERGIES OF $10^2$ — $10^{12}$ GeV	662
Neutrino-Nucleon Cross Section in the Standard Model	662
Parton Distribution in Nucleon at $x > 10^{-5}$ and the Neutrino-Nucleon Cross Section	662
Possible Parametrizations of the PDF in the Small- $x$ Region and the $\nu N$ Cross Section at Ultrahigh Energy	664
THE ACOUSTIC PULSE CAUSED BY THE CASCADE WITH THE ENERGY OF 10 PeV	665
ESTIMATIONS OF SADCO EFFECTIVE VOLUME	666
RESULTS OF THE RAMAND THRESHOLD ANALYSIS	667
RAMAND DETECTION OF AGN NEUTRINOS	672
CONCLUSIONS	672
REFERENCES	674
M.A.MARKOV AND HIGH-ENERGY NEUTRINO ASTRONOMY	675
REFERENCES	676

## КЭД-ПРОЦЕССЫ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ ААРОНОВА–БОМА

*Ю.Аудреч*

Факультет физики Университета Констанц, ФРГ  
e-mail: Juergen.Audretsch@uni-konstanz.de

*В.Д.Скаржинский*

Физический институт им.П.Н.Лебедева РАН, Москва  
e-mail: vdskarzh@sgi.lpi.msk.su

ВВЕДЕНИЕ	686
ЭЛЕКТРОННЫЕ И ПОЗИТРОННЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ДИРАКА В ПОТЕНЦИАЛЕ ААРОНОВА — БОМА	687
МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И РОЖДЕНИЯ ПАРЫ	691
Матричные элементы для цилиндрических мод	692
Матричные элементы для состояний рассеяния и дифференциальные поперечные сечения	693
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ ПРИ МАЛЫХ И ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ	694
Тормозное излучение	694
Рождение пары	696
ПОЛНЫЕ ПОПЕРЕЧНЫЕ СЕЧЕНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЭНЕРГИЯХ	697
Тормозное излучение	697
Рождение пары	698
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	700
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	701

## ЭФФЕКТЫ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В НЕЛЕПТОННЫХ РАСПАДАХ $K$ -МЕЗОНОВ

*А.А.Пенин, А.А.Пивоваров*

Институт ядерных исследований РАН, Москва

ВВЕДЕНИЕ	702
НОВЫЕ СТРУКТУРЫ В ЭФФЕКТИВНОМ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ $\Delta S = 1$ ГАМИЛЬТониАНЕ	706
Четырехкварковый эффективный $\Delta S = 1$ гамильтониан	706
Кварк-глюонный оператор в эффективном $\Delta S = 1$ гамильтониане при $m_t > M_W$	707
Операторы размерности восемь в эффективном $\Delta S = 1$ гамильтониане	709
Новые вклады в амплитуды распадов $K \rightarrow \pi\pi$	712
АДРОННЫЕ МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ	714
Методы вычисления адронных матричных элементов	714
Киральная эффективная теория	715
Правила сумм для трехточечной функции Грина	719
Матричный элемент глюонного "пингвина"	722
ПЕРЕХОДЫ $K \rightarrow \pi\pi$ С ГЛЮОНАМИ В ПРОМЕЖУТОЧНОМ СОСТОЯНИИ	727
Локальный вклад в амплитуду распада Нарушающий факторизацию нелокальный вклад в матричный элемент оператора $Q_2$	727 729
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ РАСПАДОВ $K \rightarrow \pi\pi$	733
Адронные матричные элементы	733
Правило $\Delta I = 1/2$	735
Параметр $\varepsilon'/\varepsilon$	737
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	739
ПРИЛОЖЕНИЕ	740
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	741