

JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

PHYSICS
OF ELEMENTARY
PARTICLES
AND ATOMIC
NUCLEI

PARTICLES & NUCLEI

SCIENTIFIC REVIEW JOURNAL

Founded in December 1970

VOL.29

PART 5

Six issues per year

DUBNA 1998

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ФИЗИКА
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ
ЧАСТИЦ
И АТОМНОГО
ЯДРА

ЭЧАЯ

НАУЧНЫЙ ОБЗОРНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в декабре 1970 года
ТОМ 29
ВЫПУСК 5
Выходит 6 раз в год

ДУБНА 1998

Главный редактор

А.М.БАЛДИН

Редакционная коллегия:

В.Л.АКСЕНОВ

(зам. главного редактора),

П.Н.БОГОЛЮБОВ,

С.К.БРЕШИН,

В.В.БУРОВ,

В.В.ВОЛКОВ,

Ц.Д.ВЫЛОВ,

Ю.П.ГАНГРСКИЙ,

В.П.ДЖЕЛЕПОВ,

П.И.ЗРУБИН,

И.С.ЗЛАТЕВ,

П.С.ИСАЕВ

(ответственный секретарь),

В.Г.КАДЫШЕВСКИЙ

(зам. главного редактора),

К.КАУН,

Д.КИШ,

Н.Я.КРОО,

О.Н.КРОХИН,

Р.М.ЛЕБЕДЕВ,

И.Н.МИХАЙЛОВ,

НГУЕН ВАН ХЬЕУ

(зам. главного редактора),

Ю.Ц.ОГАНЕСЯН,

Ю.П.ПОПОВ,

А.Н.СИСАКЯН,

В.Г.СОЛОВЬЕВ

(зам. главного редактора),

А.Н.ТАВХЕЛИДЗЕ,

А.А.ТЯПКИН,

А.И.ХРЫНКЕВИЧ,

Ч.К.ШИМАНЕ

Редактор **Е.К.Аксенова**, тел. (09621) 65-165

©ОИЯИ, «Физика элементарных частиц и атомного ядра», 1998

КАНАЛИРОВАНИЕ ЧАСТИЦ В ИЗОГНУТОМ КРИСТАЛЛЕ

А.М.Таратин

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Каналирование заряженных частиц высоких энергий в изогнутых кристаллах находит все более широкое применение для управления пучками частиц в крупнейших ускорительных центрах, обеспечивая возможность вывода пучка или его гало из ускорителя и дробление выведенного пучка. Хорошие перспективы имеются для использования сильных внутрикристаллических полей изогнутых кристаллов в физике высоких энергий, например, для измерения магнитных моментов короткоживущих частиц по углу прецессии спина в изогнутом кристалле.

Дается обзор результатов исследований каналирования частиц высоких энергий в изогнутом кристалле. Рассматриваются особенности каналирования и квазиканалирования, ионизационные потери энергии и излучение каналированных частиц. Обсуждается возможность поляризационных эффектов для каналированных частиц.

The channeling of high energy charged particles in bent crystals finds wide use in particle beam steering at the largest accelerator centers to extract a beam or its halo from the accelerators and to split external beams. There are good perspectives to use strong electric fields of bent crystals in particle physics investigations, for example, to measure magnetic moments of short-lived particles by a spin precession angle in a bent crystal.

We review the results of investigations of high energy particle channeling in a bent crystal. The peculiarities of channeling and quasi-channeling, energy loss and radiation emitted by channeled particles are considered. The possibility of polarization effects for channeled particles is discussed.

1. ВВЕДЕНИЕ

Эффект каналирования проявляется при прохождении быстрых заряженных частиц через ориентированный монокристалл* [1]. Если смотреть на кристаллическую решетку, ее модель вдоль плотноупакованного направления, то возникает картина двумерной решетки, образованной атомными рядами. Положительно заряженная частица, входящая в кристалл под малым углом к плотноупакованному направлению, движется вдоль атомных рядов, не подходя к ним близко за счет отталкивания в коррелированных малоугловых столкновениях с атомами ряда. Плоскостное каналирование осуществляется,

*В ориентированных кристаллах наблюдается также эффект теней, см. А.Ф. Тулинов, УФН, 1965, т.87, в.4, с.585.

когда поперечный импульс падающей частицы направлен вдоль плотноупакованной плоскости кристалла. В этом случае частица движется, совершая колебания между соседними плоскостями кристалла. Для каналированных частиц значительно уменьшается выход процессов, требующих близких столкновений с атомами, уменьшаются ионизационные потери энергии и многократное рассеяние частиц, их пробеги увеличиваются.

Движение каналированных частиц управляется усредненным вдоль кристаллографических осей или плоскостей электрическим полем атомов кристалла. Идея использования внутрикристаллических полей для управления пучками заряженных частиц высоких энергий с помощью изогнутых монокристаллов была выдвинута Э.Н. Цыгановым (ОИЯИ) в 1976 году [2]. Предполагалось, что в режиме плоскостного каналирования положительно заряженные частицы будут следовать изгибу кристалла до некоторого критического радиуса изгиба каналов, который определяется максимальной напряженностью усредненного вдоль плоскостей электрического поля атомов кристалла $\mathcal{E}_{\max}$:

$$R_c = \frac{E}{e\mathcal{E}_{\max}}, \quad (1)$$

где E — энергия частицы. Например, для канала (110) кристалла кремния $\mathcal{E}_{\max} \simeq 6$ ГВ/см и для протонов с энергией 1 ТэВ $R_c = 1,6$ м.

В 1978 году эффект отклонения каналированных частиц изогнутым кристаллом был обнаружен в компьютерном эксперименте по модели бинарных столкновений, которая позволяет детально воспроизводить траектории частиц в кристалле [3]. Причем, кроме плоскостного режима каналирования для положительно заряженных частиц, эффект отклонения обнаружен также при осевом каналировании для положительно и отрицательно заряженных частиц.

В 1979 году возможность управления пучками заряженных частиц с помощью изогнутых кристаллов была впервые продемонстрирована в эксперименте по отклонению на выведенном из синхрофазотрона ЛВЭ ОИЯИ пучке протонов с энергией 8,4 ГэВ (см.рис.1) [4]. В то же время проведен эксперимент по отклонению электронов с энергией 900 МэВ в НИИЯФ ТПИ [5] и несколько позже на пучке вторичных частиц с импульсом до 12 ГэВ/с в ЦЕРН [6]. В 1984 году впервые с помощью изогнутого кристалла был осуществлен вывод циркулирующего протонного пучка из синхрофазотрона ЛВЭ ОИЯИ [7]. В дальнейшем явление отклонения и вывод пучка частиц из циклического ускорителя изогнутым кристаллом исследовались в ИФВЭ [8, 9], ЦЕРН [10, 11], ФНАЛ [12, 13]. Достигнутая эффективность вывода пучка составляет 20–30 %.

Проведенные исследования открыли перспективу практического использования кристаллов для управления пучками частиц. Так, на синхротроне в ИФВЭ система вывода кристаллом является постоянно функционирующей,

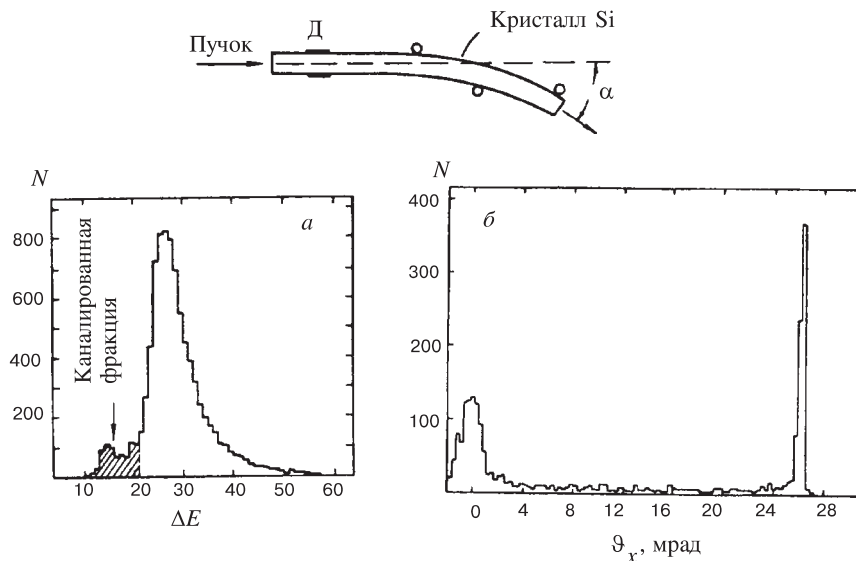


Рис. 1. Обнаружение эффекта отклонения частиц изогнутым кристаллом на пучке протонов с энергией 8,4 ГэВ синхрофазотрона ОИЯИ. Вверху схематически изображен изогнутый кристалл: Д — поверхностно-барьерный детектор, позволяющий производить отбор каналированных частиц по ионизационным потерям; а) полный спектр ионизационных потерь частиц, б) распределение углов отклонения протонов для каналированной фракции

что расширяет возможности для постановки экспериментов, а станция разделения выведенного протонного пучка на основе изогнутых кристаллов используется для организации одновременных исследований на нескольких экспериментальных каналах. Экспериментально показана возможность фокусировки пучков частиц изогнутым кристаллом, его использования для диагностики параметров пучка [9]. Изогнутый кристалл был использован для отклонения на экспериментальную установку выведенного из синхрофазотрона ОИЯИ пучка релятивистских ядер углерода [14].

Хорошие перспективы применения кристаллических дефлекторов имеются на сооружаемых протонных и ионных коллайдерах УНК, LHC, RHIC. Здесь есть возможность, не нарушая коллайдерного режима, выводить частицы из гало пучка для одновременных экспериментов на фиксированной мишени. При этом кристалл может работать как скрепер. Такой кристаллический скрепер-дефлектор в системе локализации потерь может радикально уменьшить радиационный фон коллайдерных экспериментов [15].

Кроме систем кристаллооптики, изогнутый кристалл может быть использован в практике физического эксперимента для измерения энергии частиц по синхротронному излучению [16], измерения магнитного момента короткоживущих частиц по прецессии их спина [17] и создания поляризованных электронных и позитронных пучков высоких энергий [18].

В обзоре рассматриваются основные особенности каналирования частиц в изогнутом кристалле. Рассмотрение ограничено плоскостным режимом каналирования из-за его важности для практического применения и большей изученности. Обсуждается влияние изгиба кристалла на деканалирование частиц, процессы, происходящие с квазиканалированными частицами, на излучение и ионизационные потери энергии каналированных частиц, а также на возможность поляризационных явлений для каналированных частиц в усредненном электрическом поле плоскостей кристалла. Подробное изложение экспериментальных исследований и практических применений изогнутых кристаллов для управления пучками частиц высоких энергий можно найти в обзорах [9, 19–21].

2. КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ КАНАЛИРОВАНИЯ

Линдхардом [1] в рамках классической механики была разработана теория ориентационных эффектов быстрых заряженных частиц в кристаллах, которая успешно объясняла наблюдавшиеся к тому времени экспериментальные результаты.

Правомочность использования классического описания процесса рассеяния частицы на отдельном атоме, то есть условие хорошо определенной классической траектории, когда поперечные размеры волнового пакета много меньше размеров рассеивающего поля $\Delta b \ll r_a$ и связанная с этим неопределенность угла рассеяния $\Delta\theta$ мала по сравнению с величиной угла рассеяния $\Delta\theta \ll \theta$, нарушается уже для протона с энергией ~ 1 МэВ. При прохождении через вещество ширина волнового пакета частицы в серии последовательных столкновений с атомами быстро увеличивается.

При каналировании частиц в кристалле ситуация изменяется. Канализованная частица движется под малым углом вдоль атомных рядов или плоскостей, испытывая коррелированные соударения с атомами, так что прицельный параметр в последовательных соударениях изменяется мало. В такой серии коррелированных соударений с атомами неопределенность угла рассеяния и поперечной координаты не растет аддитивно вкладом в индивидуальных соударениях, и ширина волнового пакета каналированной частицы остается примерно неизменной в большой серии столкновений [1]. Так, при рассеянии частицы цепочкой атомов уширение волнового пакета уменьшается с

ростом энергии частиц, что делает справедливым использование классической механики для релятивистских частиц [1].

При рассмотрении правомочности классического описания необходимо учесть еще одно обстоятельство. При каналировании частицы совершают финитное движение в поперечном направлении и их поперечные энергии квантованны. Расстояние между уровнями для положительно заряженных частиц в параболическом приближении для потенциала плоскостного канала (см. ниже) равно $\Delta E_x = \hbar\omega$, где ω — частота колебаний. Для числа уровней при глубине потенциальной ямы канала U_0 имеем [21]:

$$n^+ = U_0/\Delta E_x = \frac{d_p}{\hbar\sqrt{8}} \sqrt{U_0 m \gamma},$$

где d_p — расстояние между плоскостями, m , γ — масса и релятивистский фактор частицы. Когда число уровней велико и поперечная дебройлевская длина волны частицы много меньше ширины канала, квантовым туннелированием частиц в подбарьерную область можно пренебречь. Таким образом, классический подход вполне оправдан, $n^+ \gg 1$, для тяжелых релятивистских частиц, а также для позитронов (электронов) с энергиями выше ~ 100 МэВ.

2.1. Приближение непрерывного потенциала. Движение частиц в кристалле под малыми углами к атомным плоскостям в первом приближении описывается непрерывным плоскостным потенциалом [1], обладающим трансляционной симметрией в поперечном направлении:

$$Y(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Y_1(x - nd_p), \quad (2)$$

$$Y_1(x) = 2\pi N d_p \int_0^{\infty} V(\sqrt{x^2 + r^2}) r dr, \quad (3)$$

где $Y_1(x)$ — потенциал отдельной плоскости, усредненный по расположению атомов в предположении их равномерного распределения, N — объемная плотность атомов.

Одномерный периодический непрерывный потенциал системы атомных плоскостей может быть также получен из разложения трехмерного периодического потенциала кристалла в ряд Фурье [22]:

$$\begin{aligned} V(\vec{R}) &= \sum_{k_x, k_y, k_z=0} V_{k_x} e^{ik_x x} + \sum_{k_y, k_z \neq 0} e^{ik_y y + ik_z z} \sum_{k_x} V_{\vec{k}} e^{ik_x x} = \\ &= Y(x) + W(\vec{R}). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $V_{\vec{k}}$ — фурье-компоненты потенциала кристалла, слагаемое $W(\vec{R})$ учитывает отклонение полного потенциала от усредненного вдоль плоскостей.

При использовании атомного потенциала Мольера непрерывный потенциал системы плоскостей принимает вид [23]:

$$Y(x) = 2\pi Z_1 Z_2 e^2 N d_p \sum_{i=1}^3 \frac{\alpha_i}{\kappa_i} \frac{\cosh [\kappa_i (x - d_p/2)]}{\sinh (\kappa_i d_p/2)}, \quad (5)$$

где $\kappa_i = \beta_i/a$. На рис.2 показан потенциал плоскостного канала (110) кристалла кремния, полученный в результате усреднения (5) по тепловым колебаниям атомов для комнатной температуры.

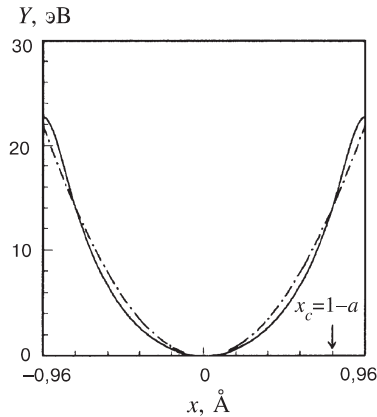


Рис. 2. Усредненный потенциал плоскостного канала (110) кристалла кремния при комнатной температуре в приближении Мольера для атомного потенциала. Пунктир — аппроксимация потенциала параболой

В аналитических расчетах характеристик каналированных в кристалле частиц используются более простые модельные потенциалы. Так, при каналировании положительно заряженных частиц потенциал плоскостного канала на расстоянии от стенок канала, большем амплитуды тепловых колебаний атомов, хорошо аппроксимируется параболой (см.рис.2)

$$U(x) = U_0(x/x_c)^2, \quad (6)$$

где $U_0 = Y(a)$, $x_c = l - a$, $l = d_p/2$ — полуширина плоскостного канала, a — длина экранирования, для полностью ионизированной налетающей частицы $a = 0,8853 a_0 Z_2^{-1/3}$, $a_0 = 0,529 \text{ Å}$ — радиус Бора.

Линдхардом было введено понятие критического приближения частицы к атомному ряду, плоскости, которое ограничивает область применимости приближения непрерывного потенциала. Для ча-

стиц высоких энергий усредненные потенциалы цепочек и плоскостей в значительной степени определяют их поведение и в надбарьерных состояниях. Понятие расстояния критического приближения в этом случае используется для определения области стабильности состояний каналированных частиц. Оно определяется размером области с повышенной плотностью ядер и пропорционально амплитуде тепловых колебаний атомов u_1 . Как показывают эксперимент [24] и компьютерное моделирование [25], хорошей оценкой для кремния является величина $r_c \simeq 2,5u_1 \simeq a$.

2.2. Уравнение движения. Основные характеристики. Уравнение движения релятивистской частицы в кристалле в направлении, поперечном плос-

костям, в приближении непрерывного потенциала имеет вид

$$\frac{dp_x}{dt} = -\frac{dY(x)}{dx}. \quad (7)$$

Движение частиц вдоль плоскостей является свободным, и соответствующие проекции импульса p_y, p_z являются интегралами движения, так же, как и полная энергия частицы $W = m\gamma c^2 + Y(x)$. Изменением релятивистского фактора при поперечном движении частицы можно пренебречь, и уравнение движения сводится к нерелятивистскому уравнению Ньютона с массой частицы, равной релятивистской массе:

$$m\gamma\ddot{x} = -Y'(x), \quad (8)$$

то есть поперечная энергия частицы

$$E_x = \frac{m\gamma}{2}v_x^2 + Y(x) = E^*\vartheta_x^2 + Y(x) \quad (9)$$

является интегралом движения. Здесь $v_x = v\vartheta_x$, ϑ_x — угол наклона импульса частицы к плоскостям, $E^* = pv/2 \simeq E/2$.

Если $E_x < Y_0$, где $Y_0 \equiv Y(0)$ — глубина потенциальной ямы канала, движение частицы по x является финитным. Оно ограничено двумя соседними плоскостями, между которыми частица совершает колебания. При $E_x > Y_0$ движение частиц по x инфинитно. Частицы, совершающие финитное движение, называют каналированными, инфинитное — надбарьерными или квази-каналированными.

При ориентации под углом ϑ_{x0} к плоскостям на входе в кристалл частица, пересекая входную грань в x_0 , приобретает добавку к поперечной энергии, обусловленную плоскостным потенциалом:

$$E_x(z = -0) = E^*\vartheta_{x0}^2 \rightarrow E_{x0} \equiv E_x(z = +0) = E^*\vartheta_{x0}^2 + Y(x_0). \quad (10)$$

При нулевом угле падения $E_{x0} = Y(x_0) \leq Y_0$, и практически все частицы захватываются в связанные состояния плоскостными каналами. При углах падения на кристалл $\vartheta_{x0} \geq \vartheta_c$, где ϑ_c определяется равенством $E^*\vartheta_c^2 = Y_0$, для всех частиц $E_{x0} \geq Y_0$, то есть все частицы являются надбарьерными. Угол

$$\vartheta_c = (Y_0/E^*)^{1/2} \simeq (2Y_0/E)^{1/2} \quad (11)$$

известен как критический угол каналирования Линдхарда. В кремнии для канала (110) при комнатной температуре $Y_0 = 22,7$ эВ и соответствующий критический угол каналирования для релятивистских протонов

$$\vartheta_c [\text{мкрад}] = 6,74 / \sqrt{p [\text{ТэВ/с}]} \quad (11a)$$

Часто используется другое определение критического угла, при котором вместо глубины потенциальной ямы плоскостного канала рассматривается критическая для существования стабильных траекторий каналированных частиц поперечная энергия $E_{xc} = Y(r_c)$. При $r_c = 2,5u_1$ имеем $E_{xc} = 14$ эВ, и соответствующий критический угол

$$\vartheta_c[\text{мкрад}] = 5,3/\sqrt{p[\text{ТэВ/с}]} . \quad (11)$$

В параболическом приближении для потенциала плоскостного канала частица совершает гармонические колебания в поперечной плоскости

$$x(t) = x_m \sin(\omega t + \varphi_0) , \quad (12)$$

где x_m, φ_0 — амплитуда и начальная фаза колебания, $\omega = c\vartheta_c/x_c$ — частота колебаний. Продольная скорость в приближении $\gamma = \text{const}$ изменяется как

$$v_z = \sqrt{v^2 - v_x^2} \simeq v \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\beta_m}{\beta} \right)^2 \cos^2 \omega t \right] . \quad (13)$$

Продольное положение частицы колеблется при этом около среднего $\bar{z} = \bar{v}t$ с удвоенной частотой

$$z(t) = \bar{\beta}ct - \Delta z_m \sin(2\omega t) , \quad (14)$$

$$\bar{\beta} = \beta \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\beta_m}{\beta} \right)^2 \right] , \quad \Delta z_m = \frac{v}{8\omega} \left(\frac{\beta_m}{\beta} \right)^2 ,$$

$$\beta_m = \frac{x_m \omega}{c} , \quad \frac{\beta_m}{\beta} = \frac{x_m}{l} \vartheta_c .$$

Соответствующий пространственный период осцилляций частицы в канале

$$\lambda \equiv z(t=T) = \frac{\pi d_p}{\vartheta_c} \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\beta_m}{\beta} \right)^2 \right] \simeq \frac{\pi d_p}{\vartheta_c} , \quad (15)$$

что для протонов в канале (110) кремния составляет

$$\lambda[\text{мкм}] = 114\sqrt{p[\text{ТэВ/с}]} . \quad (15)$$

Вероятность захвата частиц в режим каналирования при произвольном угловом распределении падающего на кристалл пучка $P(\vartheta_{x0})$ и равномерном распределении координат x_0 точек входа частиц в канал $P(x_0) = 1/d_p$ определяется как

$$P_c^0 = \frac{2}{d_p} \int_{r_c}^{d_p - r_c} dx_0 \int_0^{\vartheta_c(x_0)} P(\vartheta_{x0}) d\vartheta_{x0} , \quad \vartheta_c(x_0) = \left(\frac{E_{xc} - Y(x_0)}{E^*} \right)^{1/2} . \quad (16)$$

Для пучка с гауссовским угловым распределением

$$P_c^0 = \frac{2}{d_p} \int_{r_c}^l \text{Erf}[\tilde{\vartheta}_c(x_0)] dx_0, \quad \tilde{\vartheta}_c(x_0) = \frac{\vartheta_c(x_0)}{\sqrt{2}\bar{\vartheta}_x}, \quad (16)$$

где $\bar{\vartheta}_x$ — среднеквадратичное отклонение. Для равномерного распределения частиц в пучке в интервале углов $(-\Phi, \Phi)$ вероятность захвата определяется отношением фазового объема каналирования в пространстве (x, ϑ_x) , то есть площади $S = \pi x_c \vartheta_c$ фазового эллипса каналированной частицы с $E_x = E_{xc}$, ко всему фазовому объему пучка $2\Phi d_p$:

$$P_c^0 = \frac{\pi x_c \vartheta_c}{2\Phi d_p} = \frac{\pi \vartheta_c}{4\Phi} (1 - r_c/l). \quad (16)$$

Для мононаправленного пучка частиц, входящих в кристалл параллельно плоскостям, вероятность захвата определяется просто отношением полезной ширины канала $d_p - 2r_c$ к его полной ширине

$$P_c^0 = 1 - r_c/l. \quad (16)$$

3. КАНАЛИРОВАНИЕ В ИЗОГНУТОМ КРИСТАЛЛЕ

3.1. Основные особенности. Уравнение движения быстрых заряженных частиц при каналировании в изогнутых каналах кристаллической решетки было впервые рассмотрено в [26] в связи с изучением деканалирования частиц на дислокациях. Для практически реализуемого изгиба кристалла всегда выполняется условие $R \gg d_p$, где R — радиус изгиба, то есть на каналированную частицу всюду в поперечнике изогнутого канала действует одна и та же по величине центробежная сила $F_c = pv/R$. Таким образом, уравнение движения частицы в изогнутом кристалле имеет вид

$$x'' + \frac{1}{pv} Y'(x) = k, \quad (17)$$

где $k = 1/R$. В параболическом приближении для потенциала канала решение уравнения

$$x'' + \bar{\omega}^2 x = k \quad (17)$$

представляет собой гармоническое колебание, равновесный центр которого смещен в направлении радиуса изгиба на $x_0 = k/\bar{\omega}^2$, где $\bar{\omega} = \vartheta_c/x_c$.

В [27] для анализа доли частиц, увлекаемых изгибом кристалла, введен эффективный потенциал с центробежной добавкой, действующий на частицу в изогнутом кристалле:

$$Y_{\text{eff}}(x, R) = Y(x) \pm \frac{pv}{R} x + Y_{c0}(R). \quad (18)$$

Знак при центробежном члене зависит от направления отсчета поперечной координаты x , в направлении радиуса-вектора изгиба — минус, в противоположном — плюс. Постоянный член Y_{c0} выбирается так, чтобы в минимуме эффективный потенциал равнялся нулю. Эффективный потенциал изогнутого плоскостного канала показан на рис.3.

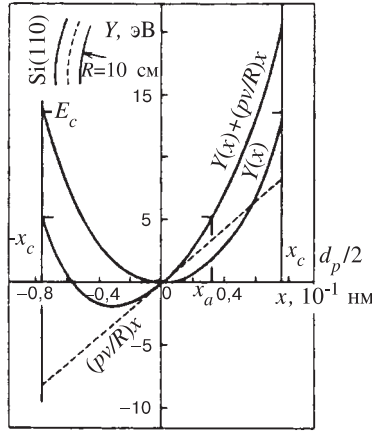


Рис. 3. Эффективный потенциал канала (110) кристалла кремния, изогнутого с радиусом 10 см, для протонов с энергией 10 ГэВ

В гармоническом приближении для потенциала плоскостного канала (6) эффективный потенциал можно представить в виде

$$U_{\text{eff}}(x, R) = U_0 \left(\frac{x - x_0}{x_c} \right)^2, \quad (19)$$

$$x_0 = \frac{E^*}{U_0} \frac{x_c^2}{R} = \frac{F_c}{2U_0} x_c^2.$$

Здесь через U_0 обозначена критическая поперечная энергия каналирования в прямом кристалле $U_0 = Y(r_c)$. При изгибе кристалла минимум эффективного потенциала смещается к внешней стенке канала на величину x_0 , что приводит к соответствующему смещению траекторий каналированных частиц. Одновременно величина потенциального барьера, разделяющего соседние плоскостные каналы, уменьшается. Следовательно, уменьшается критическая поперечная энергия каналирования [28, 29]:

$$E_{xc}(F_c) = U_{\text{eff}}(x_c, F_c) = U_0(1 - x_0(F_c)/x_c)^2. \quad (20)$$

Критический радиус изгиба плоскостных каналов R_c можно определить как радиус, при котором минимум эффективного потенциала достигает границы области стабильности x_c :

$$x_0(R_c, E) = x_c \rightarrow R_c(E) = x_c \frac{E^*}{U_0}. \quad (21)$$

Наряду с R_c существует критическая энергия частиц E_c для каналирования в кристалле с данным радиусом изгиба [28, 29]:

$$x_0(R, E_c) = x_c \rightarrow E_c^* = U_0 \frac{R}{x_c}. \quad (22)$$

Критическая поперечная энергия в прямом кристалле практически не зависит от энергии частиц. В изогнутом кристалле она уменьшается с ростом

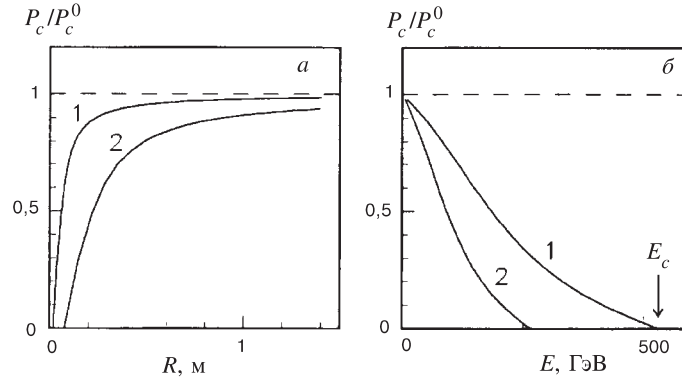


Рис. 4. Зависимость вероятности захвата протонов в режим каналирования каналом (110) кремния: *а*) от радиуса изгиба кристалла R для протонов с энергией 10 ГэВ (1) и 40 ГэВ (2), *б*) от энергии протонов E в кристалле, изогнутом с радиусом 100 см (1), 50 см (2)

энергии частиц из-за роста центробежной силы. Зависимость E_{xc} от R и E в изогнутом кристалле можно представить в виде

$$E_{xc}(R) = U_0 (1 - R_c/R)^2, \quad E_{xc}(E) = U_0 (1 - E/E_c)^2. \quad (23)$$

Соответственно изменяется критический угол каналирования

$$\vartheta_c(R) = \vartheta_c^0 (1 - R_c/R), \quad \vartheta_c(E) = \vartheta_c^0(E) (1 - E/E_c), \quad (24)$$

где $\vartheta_c^0 = (2U_0/E)^{1/2}$ — его значение в прямом кристалле.

Уменьшение критического угла каналирования и смещение траекторий к стенке канала с изгибом кристалла приводят к уменьшению вероятности захвата частиц в режим каналирования. Для параллельного пучка частиц, входящего по касательной к изогнутым плоскостям, уменьшение захвата происходит за счет уменьшения поперечника канала $2(x_c - x_0)$, где могут реализоваться стабильные траектории каналированных частиц. Для вероятности захвата имеем

$$P_c(R) = P_c^0 (1 - R_c/R), \quad P_c(E) = P_c^0 (1 - E/E_c). \quad (25)$$

Зависимость вероятности захвата частиц в режим каналирования плоскостным каналом (110) кремния от радиуса изгиба кристалла и энергии частиц представлена на рис.4. Вероятность захвата быстро уменьшается при $R < 10R_c$ (рис.4,*а*). В изогнутом кристалле захват падает с ростом энергии частиц, и происходит это тем быстрее, чем больше изгиб кристалла (рис.4,*б*).

Для широкого пучка с равномерным угловым распределением частиц зависимость вероятности захвата от R и E более сильная [30]:

$$P_c(R) = P_c^0 (1 - R_c/R)^2, \quad P_c(E) = P_c^0(E) (1 - E/E_c)^2. \quad (25)$$

Таким образом, при изгибе кристалла возникает сильная зависимость основных характеристик каналирования от энергии частиц [29].

3.2. Уравнение траектории частицы. В приближении непрерывного потенциала атомных плоскостей прохождение квазиканалированных частиц через кристалл, изогнутый с постоянным радиусом, есть процесс рассеяния участком аксиально-симметричного электрического поля, обладающего радиальной периодичностью [31]. Полагая для простоты скорость частицы вдоль оси поля (оси изгиба кристалла) равной нулю, для уравнений движения релятивистской частицы в аксиально-симметричном поле изогнутого кристалла в полярных координатах (r, φ) имеем

$$\frac{d}{dt}(m\gamma\dot{r}) = m\gamma r\dot{\varphi}^2 - \frac{dU}{dr}, \quad (26)$$

$$\frac{d}{dt}(m\gamma r^2\dot{\varphi}) = 0, \quad (27)$$

$$\frac{d}{dt}(m\gamma c^2) = -\dot{r} \frac{dU}{dr}. \quad (28)$$

Интегралами движения являются полная энергия и момент импульса частицы относительно центра поля

$$W = m\gamma c^2 + U(r), \quad (29)$$

$$M = m\gamma r^2\dot{\varphi}. \quad (30)$$

Из интегралов движения для уравнения траектории частицы имеем

$$\varphi(r) = \pm M \int \frac{r^{-2} dr}{[(W - U(r))^2/c^2 - M^2/r^2 - m^2 c^2]^{1/2}} + \varphi_0, \quad (31)$$

где φ_0 — константа. Интегралы движения W и M определяются начальными условиями $(\vec{r}_0, \vec{v}_0)$ влета частицы в кристалл

$$W = E_0 + U(r_0), \quad M = m\gamma_0 |[\vec{r}_0 \vec{v}_0]| = r_0 E_0 \beta_0 c^{-1} \cos \vartheta_0,$$

где $E_0 = m\gamma_0 c^2$, $\beta_0 = v_0/c$, ϑ_0 — угол между импульсом частицы $\vec{p}_0$ и направлением касательной к изогнутым плоскостям на входе в кристалл. Для кристаллов, размеры которых в радиальном направлении Δr много меньше

радиуса изгиба — $\Delta r \ll R_0$, отсчитывая радиальную координату r от точки с радиусом изгиба R_0 , для частиц высоких энергий $E_0 \gg U(r)$ имеем [31]:

$$\varphi(r) = \frac{\sqrt{E^*}}{R_0} \cos \vartheta_0 \int_{r_0}^r \frac{dr}{\left[E^* \sin^2 \vartheta_0 + \frac{2E^*}{R_0}(r - r_0) - (U(r) - U(r_0)) \right]^{1/2}}. \quad (32)$$

Таким образом, приходим к обычно используемому для рассмотрения каналирования частиц в изогнутом кристалле приближению, согласно которому изгиб кристалла учитывается введением постоянной центробежной силы $F_c = 2E^*/R_0$ и эффективного потенциала, действующего на частицу:

$$U_{\text{eff}}(r, R_0) = U(r) - \frac{2E^*}{R_0} r. \quad (33)$$

При этом интегралом движения является поперечная (радиальная) энергия частицы $E_r = E^* \sin^2 \vartheta_0 + U_{\text{eff}}(r, R_0)$. Характеризуя изгиб кристалла центробежной силой F_c , действующей на частицу, и измеряя углы в критических углах $\vartheta_c = (U_0/E^*)^{1/2}$, приходим для уравнения траектории частицы к виду, не зависящему от энергии частицы:

$$\bar{\varphi}(r, F_c) = \frac{F_c}{2U_0^{1/2}} \int_{r_0}^r \frac{dr}{[U_0 \bar{\vartheta}_0^2 + U_{\text{eff}}(r_0, F_c) - U_{\text{eff}}(r, F_c)]^{1/2}}, \quad (34)$$

где $\bar{\varphi} = \varphi/\vartheta_c$, $\bar{\vartheta}_0 = \vartheta_0/\vartheta_c$.

3.3. Деканалирование в изогнутом кристалле. 3.3.1. Кинетическое уравнение. В приближении непрерывного потенциала атомных рядов и плоскостей поперечная энергия частиц является интегралом движения. Однако отличие реального потенциала кристалла от непрерывного — слагаемое $W(\vec{R})$ в уравнении (4), рассеяние на электронах и дефектах кристалла приводят к изменению поперечной энергии частиц и их деканалированию. В полупроводниковых кристаллах кремния и германия, обычно используемых в экспериментах по каналированию, концентрация дефектов очень незначительна. Вклад катастрофических соударений с электронами кристалла, приводящих к рассеянию на угол больше критического угла каналирования, в деканалирование мал. Деканалирование частиц происходит в результате многократного рассеяния на электронах и ядрах с постепенным изменением их поперечной энергии. Эволюция изменения плотности каналированных частиц в фазовом пространстве вблизи E_x за счет многократного рассеяния описывается уравнением Фоккера — Планка

$$\frac{\partial f}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial E_x}(Af) + \frac{\partial^2}{\partial E_x^2}(Bf). \quad (35)$$

При определении диффузионных коэффициентов A, B усреднение проводится по сечениям соответствующих процессов (электронное, ядерное рассеяние) и по равновесному распределению каналированных частиц в кристалле $P_0(E_x, x)$ [1]:

$$P_0(E_x, x) = \begin{cases} 2/[T(E_x) \dot{x}(E_x, x)] , & E_x > U(x) , \\ 0 , & E_x < U(x) , \end{cases} \quad (36)$$

$$\dot{x}(E_x, x) = c[2(E_x - U(x))/E]^{1/2} ,$$

где $T(E_x)$ — период колебания частицы в канале.

Коэффициенты трения и диффузии каналированных частиц после проведения усреднения имеют вид

$$A(E_x) = \langle E \overline{\eta_z^2} \rangle , \quad (37)$$

$$B(E_x) = \langle 2(E_x - U(x)) E \overline{\eta_z^2} \rangle + \langle \frac{1}{2} E^2 \overline{\eta_z^4} \rangle , \quad (38)$$

где $\eta = \theta \cos \varphi$ — проекция угла рассеяния θ на ось x , индекс z означает, что рассматриваемые величины относятся к единице пути по z . Вторым членом в коэффициенте диффузии можно пренебречь для не очень малых поперечных энергий частиц, откуда следует связь между диффузионными коэффициентами [32]:

$$T A(E_x) = \frac{\partial}{\partial E_x} T B(E_x) . \quad (39)$$

Соотношение (39) преобразует уравнение Фоккера — Планка в уравнение диффузионного типа

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial E_x} \left[B T \frac{\partial}{\partial E_x} \left(\frac{f}{T} \right) \right] = A T \frac{\partial}{\partial E_x} \left(\frac{f}{T} \right) + B T \frac{\partial^2}{\partial E_x^2} \left(\frac{f}{T} \right) . \quad (40)$$

Первый член в уравнении приводит к монотонному росту поперечной энергии каналированных частиц за счет многократного рассеяния и хорошо описывает поведение частиц с большими поперечными энергиями. Для частиц с небольшими поперечными энергиями существенной является диффузия, описываемая вторым членом.

В прямом кристалле деканалированные частицы, оставаясь некоторое время вблизи угловой области захвата, могут в результате сильного многократного рассеяния на ядрах при пересечении атомных плоскостей вновь захватиться в режим каналирования [33]. Однако в изогнутом кристалле деканалированные частицы за счет изгиба плоскостных каналов быстро покидают область захвата, и, как показывают результаты моделирования [33], перезавхват практически отсутствует. Это обстоятельство делает вполне оправданным при решении уравнения (40) использование граничного условия

$$f(E_{xc}, z) = 0 , \quad (41)$$

исключающего обмен между каналированной и квазиканалированной фракциями пучка.

В гармоническом приближении для потенциала плоскостного канала, когда отсутствует зависимость периода колебаний частиц в канале от их поперечной энергии, уравнение упрощается:

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial E_x} \left[B \frac{\partial f}{\partial E_x} \right]. \quad (42)$$

Решение его с коэффициентом диффузии $B(E_x) = B_0 E_x^\alpha$ при граничном условии (41) и начальном

$$f(E_x, 0) = F_0(E_x), \quad (43)$$

где $F_0(E_x)$ — начальное распределение по поперечной энергии каналированных частиц, получено в работе [34]. Откуда для зависимости доли каналированных частиц от глубины проникновения пучка в кристалл имеем [28]

$$F_{ch}(z) = \int_0^{E_{xc}} f(E_x, z) dE_x = \sum_{n=1}^{\infty} q_n \exp(-z/\lambda_n), \quad (44)$$

$$\lambda_n = \left(\frac{2}{2-\alpha} \right)^2 \mu_{\nu,n}^{-2} \frac{E_{xc}^{2-\alpha}}{B_0},$$

где $\mu_{\nu,n}$ — нули функции Бесселя J_ν . Поскольку длина затухания n -члена разложения $\lambda_n \propto 1/\mu_n^2$ и быстро уменьшается с n , то для глубин проникновения $z > \lambda_2$ доля каналированных частиц определяется преимущественно первым членом и убывает экспоненциально. Проведенные экспериментальные исследования [24] и численные эксперименты по отклонению пучка изогнутым кристаллом [33] также указывают на экспоненциальную зависимость уменьшения числа каналированных частиц с глубиной проникновения в кристалл. Таким образом, для длины деканализации при $\alpha = 1$ имеем

$$z_{1/e} \simeq \lambda_1 = \frac{4E_{xc}}{\mu_{0,1}^2 A}. \quad (45)$$

Величина ее не зависит от начального распределения частиц по поперечной энергии на входе в кристалл.

Как отмечалось, при изгибе кристалла траектории каналированных частиц смещаются к внешней стенке канала. В результате частицы с той же поперечной энергией, двигаясь через области с более высокой плотностью электронов и ядер, испытывают более сильное рассеяние, чем в прямом кристалле. Кроме того, при изгибе кристалла уменьшается критическая поперечная энергия каналирования. Оба этих фактора приводят к уменьшению

длин каналирования при изгибе кристалла. Особенности деканалирования в равномерно изогнутом кристалле впервые рассмотрены в [28, 29].

3.3.2. *Роль снижения потенциального барьера.* При изгибе кристалла, далеком от критического, основной вклад в деканалирование вносит многократное рассеяние на электронах, плотность которых в центральной части плоскостного канала для кристалла кремния определяется преимущественно валентными электронами. В приближении постоянной по каналу плотности валентных электронов $\rho_v = NZ_v$ электронный коэффициент трения не зависит от поперечной энергии E_x каналированного протона, а коэффициент диффузии зависит от E_x линейно:

$$A = E^* \overline{\eta_z^2}, \quad B = A E_x, \quad (46)$$

то есть в степенной аппроксимации коэффициента диффузии $B_0 = A$ и $\alpha = 1$, и для длины деканалирования справедливо выражение (45). Средний квадрат угла рассеяния протона на электронах кристалла

$$\overline{\eta^2} = \frac{e^4}{E^{*2} b_{\max}^2} \ln(b_{\max}/b_{\min}) \quad (47)$$

можно оценить как в [35]. Максимальный прицельный параметр соударения $b_{\max}$ определяется из условия, что происходит передача импульса электрону кристалла, достаточная для ионизации (возбуждения) внешних электронов атома

$$\Delta p = \frac{2e^2}{vb} \geq \frac{\hbar}{r_a}, \quad b_{\max} = 2r_a \alpha / \beta, \quad (48)$$

где $\alpha = e^2/\hbar c$, r_a — атомный радиус, а минимальный $b_{\min}$ определяется из условия $\theta(b_{\min}) = \theta_c$:

$$b_{\min} = \frac{e^2}{\vartheta_c E^*} = \frac{e^2}{\sqrt{E_{xc} E^*}}, \quad (49)$$

отделяя область многократных (кратных) соударений от области однократных соударений с электронами кристалла в процессе деканалирования.

Для длины деканалирования в прямом кристалле $S_{1/e}^0$ имеем

$$S_{1/e}^0 = k_1 E^* / \ln(k_2 \sqrt{E}), \quad (50)$$

$$k_1 = \frac{4}{\mu_{0,1}^2} \frac{E_{xc}}{NZ_v \pi e^4}, \quad k_2 = \sqrt{2} \alpha \frac{r_a \sqrt{E_{xc}}}{e^2}.$$

При использовании $E_{xc} = 14$ эВ для каналов (110) кремния длины деканалирования, рассчитанные по (50), согласуются с точностью не хуже 15 % с экспериментально измеренными величинами [36].

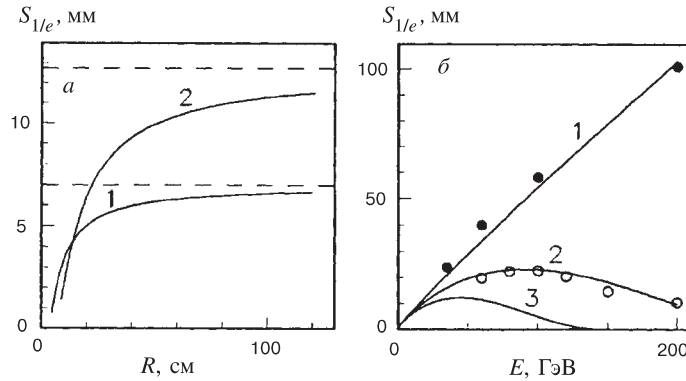


Рис. 5. Зависимость длины деканалирования в канале (110) кремния: *а*) от радиуса изгиба кристалла R для протонов с энергией 10 ГэВ (1) и 20 ГэВ (2), *б*) от энергии протонов E в прямом кристалле (1) и изогнутом с радиусом 80 см (2), 40 см (3). Пунктир — для прямого кристалла. Точки — эксперимент в FNAL (Батавия)

Изменение длины деканалирования при изгибе кристалла в рассматриваемом приближении определяется изменением критической поперечной энергии каналирования E_{xc} :

$$S_{1/e}(R) = S_{1/e}^0 (1 - R_c/R)^2. \quad (51)$$

На рис.5,а представлены рассчитанные согласно (50),(51) длины деканалирования протонов с энергией 10 и 20 ГэВ в канале (110) кристалла кремния от радиуса изгиба каналов. Длина деканалирования резко уменьшается при изгибе, который приводит к существенному уменьшению E_{xc} , то есть при $R \leq 10R_c$.

На рис.5,б показана рассчитанная зависимость длины деканалирования протонов в канале (110) кремния от энергии частиц. В прямом кристалле длина деканалирования растет приблизительно линейно с энергией частиц, так как коэффициент трения $A \sim 1/E$ (кривая 1). Здесь же показаны экспериментальные результаты [36]. Видно, что рассматриваемое приближение $\rho = \rho_v$ удовлетворительно описывает эксперимент. Сильная зависимость критической поперечной энергии E_{xc} от энергии частиц в изогнутом кристалле радикально изменяет зависимость от E длин деканалирования [28, 29]:

$$S_{1/e}(E) = S_{1/e}^0(E) [1 - E/E_c]^2, \quad (52)$$

пропорциональность нарушается (кривые 2,3). Начиная с некоторой энергии протонов $E_m(R)$ уменьшение коэффициента трения A с ростом энергии частиц перестает компенсировать снижение E_{xc} в изогнутом канале. Вследствие

этого длина деканалирования имеет максимум при E_m и затем уменьшается до нуля при достижении критической для каналирования в изогнутом кристалле энергии протонов $E_c(R)$.

В первом эксперименте, проведенном в Дубне, по отклонению протонов с энергией 8,4 ГэВ кристаллом кремния, изогнутым вдоль каналов (111), радиус изгиба кристалла превышал более чем в 20 раз критический радиус, поэтому существенного изменения длины деканалирования не происходило. По результатам эксперимента длина деканалирования составляла 0,82 см. Расчетная оценка с использованием приближения $\rho = \rho_v = \text{const}$ дает $S_{1/e} = 0,7$ см. Однако следует отметить, что измерения были выполнены на участке кристалла с уменьшающейся кривизной, где должно наблюдаться увеличение длин деканалирования (см. ниже). В дальнейшем эксперимент в FNAL (Батавия, США) для более высоких энергий частиц [24], проведенный в условиях равномерного изгиба кристалла, полностью подтвердил предсказанный в [28] ход зависимости длины деканалирования от энергии частиц (экспериментальные точки около кривой 2 на рис.5,б).

3.3.3. Изменение многократного рассеяния. При сильном изгибе кристалла траектории каналированных частиц заметно смещаются к внешней стенке канала, и модель постоянной электронной плотности не может описать увеличения при этом многократного рассеяния на электронах кристалла, вклад в которое начинают давать и электроны остова, плотность которых заметно возрастает при приближении к стенкам канала. Для корректного определения длин деканалирования протонов в этом случае необходим учет распределения плотности электронов по сечению канала и учет многократного рассеяния на ядрах.

В [28] было показано, как с изгибом кристалла изменяются электронные и ядерные диффузионные коэффициенты. В прямом кристалле ядерное рассеяние существенно лишь на периферии канала для частиц с большой поперечной энергией. С увеличением изгиба кристалла ядерный коэффициент диффузии растет для фиксированной поперечной энергии частиц и при достаточно сильном изгибе кристалла с $R \simeq 2R_c$ становится близким по величине к электронному коэффициенту диффузии. Таким образом, при сильном изгибе кристалла длины деканалирования в значительной степени определяются ядерным рассеянием в отличие от прямого кристалла [28]. Это обуславливает и большую температурную зависимость длин деканалирования в сильно изогнутом кристалле, что было впоследствии обнаружено в эксперименте [24].

3.3.4. Изгибное деканалирование. В кристалле, изогнутом неравномерно, на участке с нарастающей кривизной или при переходе из неизогнутой в изогнутую часть кристалла определенная доля пучка выбывает из режима каналирования за счет механизма, не связанного с многократным рассеянием, — центробежное или изгибное деканалирование [37–39]. При переходе из прямой в равномерно изогнутую часть кристалла выбывание частиц из режима

каналирования происходит на длине, не превышающей длины колебаний λ частиц в канале. Судьба частицы при переходе в пренебрежении незначительным многократным рассеянием однозначно определяется ее входными параметрами.

В изгибающих устройствах с тремя или четырьмя опорами, которые использовались в первых экспериментах по отклонению пучков заряженных частиц, кривизна изгиба изменяется по всей длине изогнутой части кристалла. Так, в устройстве с тремя опорами кривизна изгиба увеличивается примерно линейно с приближением к центральной точке кристалла. Центробежное деканалирование происходит в этом случае на всем протяжении участка кристалла с нарастающей кривизной, размеры которого значительно превышают λ , то есть представляет собой длительный процесс, обусловленный постепенным уменьшением глубины эффективной потенциальной ямы и смещением траекторий частиц к внешней стенке канала.

В [40] получена зависимость доли частиц, деканализованных за счет центробежного механизма на участке кристалла с нарастающей кривизной. В гармоническом приближении для потенциала канала $U(x) = \alpha x^2/2$ решение уравнения движения

$$\frac{d^2x}{dz^2} + \frac{1}{pv}U'(x) = \kappa(z) \quad (53)$$

на участке, кривизна которого растет линейно $\kappa(z) = \kappa_0 z$, имеет вид

$$x(z) = x_m \cos(\bar{\omega}z + \phi_0) + (\kappa_0/\omega^2)z, \quad (54)$$

где $\bar{\omega}^2 = \alpha/pv$. Второй член описывает смещение равновесной орбиты, увеличивающееся с z за счет роста кривизны канала. Частица деканализует при условии $x_m + (\kappa_0/\bar{\omega}^2)z \geq l$. Доля деканализованных частиц растет линейно с глубиной

$$F_d(z) = \frac{\kappa_0}{l\bar{\omega}^2} z. \quad (55)$$

Наряду с центробежным деканализованием на участке с нарастающей кривизной действует, конечно, и обычный механизм деканализования за счет многократного рассеяния.

В практически реализуемых случаях изменение кривизны изгиба кристалла на длине колебаний каналированных частиц мало, что позволяет рассматривать движение частиц в эффективном потенциале, параметры которого адиабатически медленно изменяются. Связанный с изменением кривизны дрейф поперечной энергии частицы описывается коэффициентом [21]

$$A_c = \left\langle \frac{\Delta E_x}{\Delta z} \right\rangle_c = k'(\langle x \rangle + x_c), \quad (56)$$

где $\langle x \rangle$ — средняя за период координата каналированной частицы, $k' = dk/dz$, $k = pv/R(z)$. При постоянной кривизне изгиба кристалла длина де-каналирования определяется через электронный коэффициент трения A_e (45). При неравномерном изгибе дрейф поперечной энергии вызывается как многократным рассеянием на электронах кристалла, так и изменением кривизны изгиба каналов

$$A = A_e + A_c. \quad (57)$$

В пренебрежении диффузией при многократном рассеянии длину деканалирования в неравномерно изогнутом кристалле можно оценить как [21]:

$$S_d(k' \neq 0) \sim \frac{S_d^{R=\text{const}}}{1 + A_c/A_e}. \quad (58)$$

При растущей кривизне кристалла, когда $k', A_c > 0$, длина деканалирования за счет дополнительного центробежного механизма дрейфа становится меньше, чем в равномерно изогнутом кристалле $S_d^{R=\text{const}}$.

3.3.5. Влияние уменьшения кривизны на деканалирование. Неравномерность изгиба кристалла может вызвать и обратный эффект. На участке с уменьшающейся кривизной изгиба, когда $k', A_c < 0$, увеличение глубины эффективной потенциальной ямы плоскостных каналов вдоль кристалла вызывает дрейф поперечной энергии частиц, замедляющий рост E_x за счет многократного рассеяния. В результате длина деканалирования становится больше, чем в равномерно изогнутом кристалле (58).

Это увеличение длины деканалирования было обнаружено в эксперименте [41]. Так, длина деканалирования протонов с энергией 100 ГэВ в прямом кристалле кремния вдоль направления (110) около 60 мм [36], тогда как вдоль направления (111) в изогнутом кристалле на участке с уменьшающейся кривизной 100 мм [41]. Хотя экспериментальные результаты получены при разной ориентации кристалла, наблюдавшееся различие длин деканалирования намного превосходило ожидаемое, около 20 %, и связано с градиентным механизмом "углубления" уровней поперечной энергии каналированных частиц при уменьшении кривизны каналов. Гораздо больший эффект наблюдался при энергии протонов 60 ГэВ, для которых длина деканалирования на участке с уменьшающейся кривизной превосходила более чем в три раза ее значение в прямом кристалле.

3.3.6. Угловая развертка деканалирования. Частицы, выбывающие из режима каналирования в изогнутой части кристалла при некотором значении продольной координаты z , отклоняются на угол

$$\vartheta(z) = \int_0^z \kappa(z') dz'. \quad (59)$$

Измеряемые в эксперименте распределения углов отклонения позволяют с хорошей точностью восстановить зависимость $F_d(z)$. Эта угловая развертка

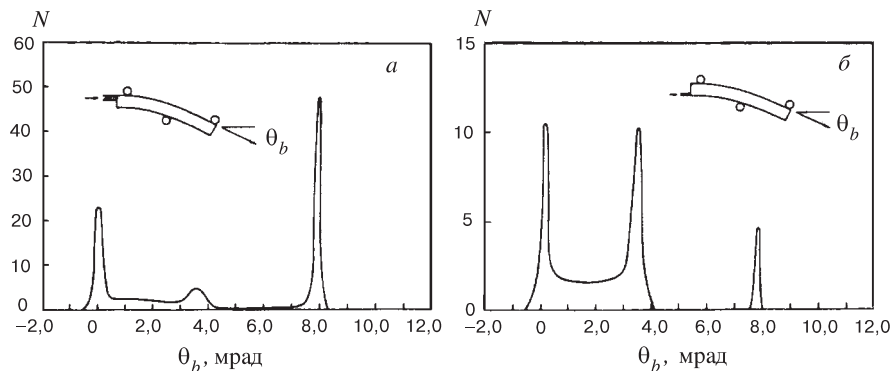


Рис. 6. Распределения углов отклонения протонов с энергией 60 ГэВ кристаллом кремния, изогнутым вдоль плоскостей (111) в изгибающем устройстве с тремя опорами, отдельно для фракций частиц, идущих вблизи внешней (а) и внутренней (б) граней кристалла (результаты эксперимента в Батавии)

процесса деканализирования в изогнутом кристалле — ”спектрометр деканализирования” [12] — дает удобный инструмент для изучения деканализирования частиц.

В эксперименте [12] по отклонению протонов с энергией до 180 ГэВ кристаллом кремния, изогнутым вдоль плоскостей (111), изгибное деканализирование проявилось очень отчетливо, так как кривизна изгиба кристалла была близка к критической при высоких энергиях. На рис.6 показаны распределения углов отклонения протонов с энергией 60 ГэВ, полученные отдельно для фракций частиц, идущих вблизи внешней и внутренней граней изогнутого кристалла.

Распределения содержат, кроме максимумов в направлении падающего пучка и при угле изгиба, еще один примерно посередине. Он формируется частицами, покинувшими режим каналирования вблизи центральной опоры, и проявляется более сильно для частиц, проходящих в слое кристалла, граничащем с опорой. Дело в том, что помимо изменения ”глобальной” кривизны вдоль кристалла при его изгибе на трех опорах имеются локальные искажения кристаллической решетки, вызванные давлением опор, которые для слоев кристалла, прилегающих к опорам, максимальны и постепенно уменьшаются с удалением слоя от опоры. Сильное локальное искривление каналов кристалла около центральной опоры вызывает центробежное деканализирование частиц, в результате чего в значительной степени и формируется центральный максимум в угловом распределении.

Максимум в направлении падающего пучка образован частицами, выбывшими из режима каналирования за счет многократного рассеяния в неизогну-

той части кристалла и за счет центробежного деканализирования около передней опоры. Отличительной особенностью угловых распределений является также наличие большого числа частиц, деканализированных в передней изогнутой части кристалла и практическое их отсутствие за центральной опорой. Выбывание частиц из режима каналирования в передней части кристалла с растущей глобальной кривизной каналов обусловлено как центробежным деканализированием, так и многократным рассеянием. Малые потери частиц за центральной опорой объясняются тем, что рост глубины потенциальной ямы с уменьшением кривизны каналов замедляет процесс выбывания частиц за счет многократного рассеяния.

В формировании центрального максимума, в силу малой протяженности участка кристалла около опоры с повышенной локальной кривизной, многократное рассеяние вносит небольшой вклад, то есть центробежное деканализирование здесь проявляется в наиболее чистом виде. Это обстоятельство было использовано для измерения зависимости фракции частиц, деканализированной за счет центробежного механизма, от "силы изгиба" pv/R [12].

3.4. Эффективность отклонения пучка кристаллом. При использовании изогнутых кристаллов для управления пучками заряженных частиц высоких энергий полезны предварительные оценки эффективности, с которой пучки могут отклоняться кристаллом. Эффективность отклонения пучка равномерно изогнутым кристаллом P_d определена в [28, 29]. Показано существование оптимальных параметров кристалла для отклонения пучка на заданный угол.

Эффективность отклонения определяется вероятностью захвата частиц в режим каналирования P_c и вероятностью для частиц пройти весь кристалл в режиме каналирования P_{ch} . Так, для эффективности отклонения частиц на заданный угол α имеем

$$P_d(\alpha, R) = P_c(R) \times P_{ch}(\alpha, R), \quad (60)$$

$$P_{ch}(\alpha, R) = \exp [-\alpha R / S_{1/e}(R)].$$

Поворот пучка на угол $\alpha = L/R$ можно осуществить при различных радиусах изгиба R и длине кристалла L .

На рис.7,а показана зависимость эффективности отклонения на угол 20 мрад параллельного пучка протонов с энергией 10 ГэВ от радиуса изгиба кристалла R . Здесь же приведены зависимости $P_c(R)$, $P_{ch}(R)$. Вероятность "проканализировать" через весь кристалл максимальна при изгибе кристалла с радиусом $R'_m \simeq 3R_c$. Уменьшение ее при $R < R'_m$ происходит за счет резкого уменьшения длины деканализирования, при больших R из-за увеличения требуемой для отклонения на угол α длины кристалла. Эффективность отклонения пучка имеет максимум при $R_m > R'_m$ из-за резкой зависимости вероятности захвата в режим каналирования в области $R < 10R_c$.

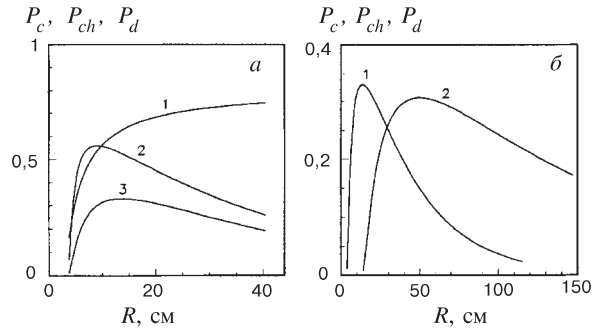


Рис. 7. *а*) Зависимость вероятности захвата в режим каналирования (1), вероятности пройти весь кристалл в режиме каналирования (2) и эффективности отклонения на угол 20 мрад (3) для протонов с энергией 10 ГэВ от радиуса изгиба кристалла кремния вдоль плоскостей (110). *б*) Сравнение эффективности отклонения на угол 20 мрад протонов с энергией 10 ГэВ (1) и 40 ГэВ (2)

Оптимальный радиус изгиба кристалла может быть определен из (60) согласно условию $\partial P_d / \partial R = 0$. При использовании в качестве переменной приведенной кривизны $\rho = R_c / R$ эффективность отклонения для пучка с равномерным угловым распределением принимает вид [30]:

$$P_d(\alpha, \rho) = P_c^0 (1 - \rho)^2 \exp \left(-\frac{\alpha / \theta_D}{\rho(1 - \rho)^2} \right), \quad (61)$$

и уравнение для поиска оптимального изгиба записывается в виде

$$\alpha / \theta_D = \frac{2\rho^2(1 - \rho)^2}{1 - 3\rho}, \quad (62)$$

где параметр $\theta_D = S_{1/e}^0 / R_c$ характеризует некоторый угол отклонения кристаллом, близкий к максимально возможному. Из (62) следует ограничение — $\rho_m > 1/3$, то есть оптимальный радиус изгиба всегда больше $3 R_c$.

На рис.7,б проводится сравнение эффективности отклонения протонов для двух значений энергии частиц. При одинаковом эффективном изгибе кристалла ρ вероятность захвата в режим каналирования и локализация траекторий каналированных частиц в поперечнике изогнутого канала одинакова. Однако слабая зависимость от E остается, $\theta_D \sim 1 / \ln(kE^{1/2})$, поэтому с ростом энергии частиц наряду с изменением масштаба по R происходит медленное уменьшение величины эффективности отклонения.

Естественно ожидать, что увеличение угла отклонения должно уменьшать эффективность отклонения пучка кристаллом, так как требует увеличения длины кристалла, либо его изгиба — и то, и другое приводит к росту де-каналирования частиц. На рис.8,а представлена зависимость максимальной

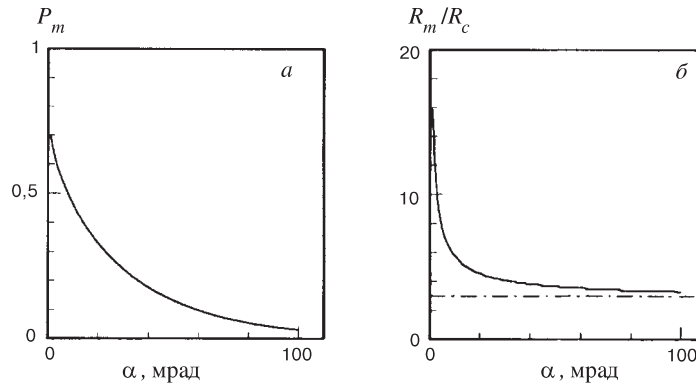


Рис. 8. Зависимости максимальной эффективности отклонения (а) параллельного пучка протонов с энергией 10 ГэВ кристаллом кремния, изогнутым вдоль плоскостей (110), и оптимального радиуса изгиба кристалла (б) от величины угла изгиба

эффективности отклонения параллельного пучка протонов с энергией 10 ГэВ изогнутыми плоскостными каналами (110) кремния от величины угла изгиба. Эффективность отклонения экспоненциально убывает с увеличением α . Зависимость от α оптимального радиуса изгиба R_m представлена на рис.8,б. Для больших углов $\alpha > 0,01$ рад оптимальным является сильный изгиб кристалла с $r < 5$, так как всякое увеличение R приводит к приращению длины кристалла, сопоставимому с длиной деканализирования.

3.5. Эффективность кристаллического дефлектора. До настоящего времени в качестве дефлектора для разделения и вывода пучка из ускорителя использовался только кристалл кремния. Это объясняется высоким совершенством получаемых монокристаллов с рекордно низким содержанием примесей и практически бездислокационных. Кроме того, кристалл кремния является полупроводником и позволяет создавать встроенные поверхностно-барьерные детекторы, которые делают кристалл "живой" мишенью, давая информацию о состоянии проходящих через кристалл частиц по производимой ими ионизации.

Использование кристаллов с более высоким атомным номером может существенно повысить эффективность кристаллических дефлекторов за счет увеличения внутрикристаллических полей. В последнее время предпринимались попытки использовать кристаллы германия ($Z_2 = 32$) в экспериментах по отклонению на протонных пучках [9,10]. В эксперименте в ЦЕРН на пучке протонов с энергией 450 ГэВ было отмечено увеличение эффективности отклонения по сравнению с кремниевым дефлектором для больших углов изгиба.

Благодаря малым амплитудам тепловых колебаний, высокой температуре плавления и высокой радиационной стойкости, вольфрам ($Z_2 = 74$) является одним из лучших возможных материалов для изготовления кристаллических дефлекторов [17]. Однако получение кристаллов вольфрама необходимых размеров с низкой плотностью дислокаций является серьезной проблемой [41].

Сечение деканалирования на дислокациях растет с энергией частиц. Как показывают оценки с учетом близких и далеких столкновений частиц с дислокациями, применение существующих кристаллов вольфрама с плотностью дислокаций ниже 10^4 см^{-2} может обеспечить значительный выигрыш в эффективности отклонения на пучках релятивистских ядер с энергией в несколько ГэВ/нуклон. Имеется проект исследования дефлекторов из вольфрама на пучке релятивистских ядер нуклотрона (ОИЯИ) [42].

В таблице представлены основные параметры плоскостных каналов (110) в кристаллах кремния и вольфрама (при $r_c = 2, 5 u_1$). Значительный рост глубины потенциальной ямы и напряженности электрического поля в вольфраме обеспечивают увеличение более чем вдвое критических углов каналирования, тогда как критические радиусы изгиба уменьшаются примерно в 7 раз, что позволяет сильнее изогнуть кристалл и получить большее угловое отклонение пучка при одинаковой длине кристалла. Сравнительно малые амплитуды тепловых колебаний атомов в вольфраме обеспечивают большую эффективную ширину каналов, $A_s = 1 - 2r_c/d_p$, что наряду с ростом углов каналирования увеличивает захват частиц в режим каналирования. Хотя электронная плотность в каналах вольфрама выше, длины деканалирования оказываются больше, чем в кремнии, из-за значительно большей критической поперечной энергии каналирования [42].

Таблица. Параметры плоскостных каналов (110) кристаллов кремния и вольфрама

Кристалл	$d_p, \text{\AA}$	$u_1, \text{\AA}$	A_s	$U_0, \text{эВ}$	$E_{xc}, \text{эВ}$	$\mathcal{E}_{\max}, \text{ГВ/см}$
Si	1,92	0,075	0,8	22,7	14,32	5,97
W	2,238	0,05	0,89	131,9	91,61	42,52

На рис.9 представлена зависимость эффективности отклонения ядер $^{12}_6\text{C}$ с энергией 6 ГэВ/нуклон кристаллами кремния (а) и вольфрама (б), изогнутыми на угол 100 мрад вдоль плоскостей (110), от радиуса изгиба. Точки показывают результаты компьютерного эксперимента [42] по модели системы атомных плоскостей. Эффективность отклонения кристаллом вольфрама более чем на порядок выше, чем кристаллом кремния. Однако следует отметить, что для небольших углов отклонения кристалл вольфрама не может дать значительного выигрыша в эффективности.

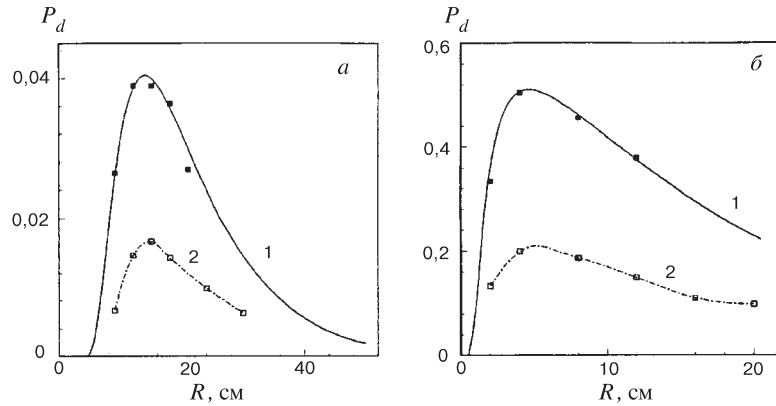


Рис. 9. Зависимость эффективности отклонения ядер $^{12}_6\text{C}$ с энергией 6 ГэВ/нуклон кристаллами кремния (а) и вольфрама (б), изогнутыми на угол 100 мрад вдоль плоскостей (110), от радиуса изгиба; 1 — параллельный пучок, 2 — пучок с равномерным угловым распределением в интервале $(-\vartheta_c, \vartheta_c)$. Точки — результаты моделирования

При использовании изогнутых кристаллов для вывода частиц гало пучка из коллайдера эффективность вывода в значительной степени определяется многократными прохождениями циркулирующих частиц через кристалл [11, 43, 44]. Вклад многократных прохождений сильно зависит от угла многократного рассеяния и потерь в ядерных неупругих взаимодействиях в кристалле, которые для вольфрама больше. Выбор оптимального кристалла и его параметров для вывода пучка из ускорителя должен проводиться для конкретной ситуации.

3.6. Каналирование релятивистских ядер. Возможность использования изогнутых кристаллов для управления пучками релятивистских ядер была успешно продемонстрирована в Дубне [14] и ЦЕРН [45]. При переходе от протонов к ядрам с увеличением заряда частиц увеличивается сила, действующая на частицу в канале, и глубина потенциальной ямы плоскостных каналов кристалла $U(x) = Z_1 U^1(x)$, где $U^1(x)$ — плоскостной потенциал для протонов. Соответственно увеличивается критическая поперечная энергия частиц E_{xc} . Однако параметры каналирования, определяемые усредненным потенциалом, такие как пространственный период колебаний частиц в плоскостном канале λ и критический угол каналирования ϑ_c , остаются инвариантными относительно величины $p_z = p/Z_1$, где p — полный импульс частицы [46].

Критический для каналирования радиус изгиба кристалла также инвариантен с p_z :

$$R_c(p_z) = \frac{p_z c}{e \mathcal{E}_{\max}}, \quad (63)$$

поэтому и в изогнутом кристалле при одинаковом радиусе изгиба R параметры каналирования инвариантны. Это означает одинаковую вероятность захвата частиц в режим каналирования, которая для пучка с гауссовским распределением по углам имеет вид (см.(16a))

$$P_c(p_z; R, \xi) = \frac{1}{d_p} \int_{r_c}^{x_{ch}} \text{Erf} \left[\frac{1}{\sqrt{2}\xi} \left(1 - \frac{U_{\text{eff}}^1(x_0, R)}{E_{xc}^1(R)} \right) \right] dx_0, \quad (64)$$

где $\xi = \bar{\vartheta}_x / \vartheta_c$, x_0 — координата точки входа частицы в канал, x_{ch} — координата, определяющая область каналирования в изогнутом канале, $U_{\text{eff}}(x_{ch}) = E_{xc}$.

Длина деканалирования частиц в кристалле определяется в основном рассеянием на электронах кристалла, и ее зависимость от параметров частицы не выражается только через p_z , имеется еще логарифмическая зависимость от Z_1 . Как следует из (50), (51), хорошей оценкой длины деканалирования является

$$S_{1/e}(p_z, Z_1; R) = \frac{2}{\mu_{0,1}^2} \frac{E_{xc}^1}{NZ_v \pi e^4} \frac{p_z c (1 - R_c/R)^2}{\ln(Z_1 r_a \sqrt{2p_z c E_{xc}^1 / \hbar c})}. \quad (65)$$

Однако зависимость от Z_1 слабая и, как показал эксперимент [14], длины деканалирования для протонов и ядер кислорода с $p_z = 9$ ГэВ/с в изогнутом кристалле кремния совпадают в пределах экспериментальной погрешности.

Таким образом, эффективность отклонения пучка изогнутым кристаллом также должна быть инвариантна относительно p_z . Действительно, проведенный недавно в ЦЕРН эксперимент по отклонению изогнутым кристаллом кремния ультрарелятивистских ядер свинца с импульсом 33 ТэВ/с [45] показал, что отклоненная кристаллом фракция приблизительно та же, что и для протонов с тем же p_z . Полученные в компьютерном эксперименте по модели системы атомных плоскостей величины эффективности отклонения совпали с экспериментальными с точностью 15 %.

Отметим, что в прямом кристалле наблюдаемые длины деканалирования для протонов в значительной степени определяются процессами перезавхвата в режим каналирования, тогда как для тяжелых ядер сильный рост сечения неупругих взаимодействий уменьшает вероятность перезавхвата. В результате инвариантность длин деканалирования с p_z в прямом кристалле нарушается [47].

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ЧАСТИЦ В КРИСТАЛЛЕ

Наиболее гибким и детальным методом исследования каналирования в кристаллах является моделирование траекторий частиц в кристалле. Кроме того, рассмотрение траекторий частиц позволяет исследовать более сложные

процессы, например, вывод частиц из ускорителя с помощью изогнутого кристалла. Используемая в первом компьютерном эксперименте [3] модель бинарных соударений, в которой траектория частицы формируется в результате взаимодействия с каждым атомом кристалла на пути частицы, не позволяет рассматривать кристаллы сантиметровых размеров из-за больших требуемых затрат компьютерного времени.

При моделировании прохождения заряженных частиц через вещество обычно используются методы группировки столкновений, одним из которых является модель отрезков [48]. В модели отрезков путь частицы разбивается на отрезки определенной длины. Изменение состояния частицы в конце отрезка определяется многократным рассеянием. Плотность вероятности перехода в фазовом пространстве

$$(\vec{r} = 0, \vec{\Omega} = \vec{\Omega}_0, E = E_0) \rightarrow (\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$$

представляется в виде произведения четырех сомножителей

$$P(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) = P(E|l) P(\vec{\Omega}|l) P(z|\vec{\vartheta}, l) P(\vec{\rho}|\vec{\vartheta}, l),$$

которые описывают, соответственно, распределение по энергии, по направлению $\vec{\Omega}$, распределение продольных смещений z и распределение поперечных смещений $\vec{\rho}$ частиц на отрезке l .

Обычно длина отрезка выбирается такой, что потерями энергии можно пренебречь. Для тяжелых частиц можно пренебречь также продольными смещениями в силу их относительной малости, при каналировании частиц в кристалле они значительно меньше по сравнению с длиной осцилляций частиц в канале, $z \ll \lambda$. Угловое распределение заряженных частиц при многократном рассеянии описывается теорией Мольера [49]. Распределение Мольера представимо в виде ряда, первый член которого является гауссианом. Распределение поперечных смещений также является нормальным [48]. Поперечное смещение и угол рассеяния частицы при многократном рассеянии коррелированы. Смещение и угол совместного распределения в одномерном случае моделируются следующим образом [50]:

$$\Delta x = \eta_1 l \bar{\theta} / \sqrt{12} + \eta_2 l \bar{\theta} / 2, \quad \Delta \vartheta_x = \eta_2 \bar{\theta}, \quad (66)$$

где η_1, η_2 — случайные числа из гауссовского распределения с нулевым средним значением и единичной дисперсией, $\bar{\theta}$ — среднеквадратичный угол многократного рассеяния частиц в рассматриваемом слое.

В ориентированном кристалле многократное рассеяние заряженных частиц на атомах разделяется на когерентную часть, среднее изменение направления импульса частицы в которой описывается непрерывным потенциалом плоскостей или цепочек атомов, и некогерентную, обусловленную рассеянием

на электронах и реальной дискретной структуре кристалла, учитывающей тепловые смещения атомов из узлов решетки. Именно рассеяние на электронах и рассеяние, обусловленное отличием реального потенциала кристалла от непрерывного, приводящие к изменению поперечной энергии частиц, имеются в виду, когда говорится о многократном рассеянии частиц при каналировании в кристалле [1]. Оно значительно отличается от обычного многократного рассеяния в аморфном веществе, обусловленного в основном кулоновским рассеянием на ядрах.

В [51] для расчета прохождения частиц через кристалл при плоскостной ориентации была создана быстродействующая компьютерная модель в рамках непрерывного приближения для потенциала системы изогнутых атомных плоскостей кристалла с пошаговым учетом многократного рассеяния на электронах и ядрах кристалла.

4.1. Модель системы атомных плоскостей. Когда частица входит в кристалл под малым углом к изогнутым атомным плоскостям, ее траектория в кристалле, в первом приближении, может быть рассчитана численным решением уравнения движения в эффективном потенциале (18) системы изогнутых атомных плоскостей

$$\ddot{x}(t) = -\frac{c^2}{E} \frac{d}{dx} U_{\text{эф}}(x, R). \quad (67)$$

При расчете прохождения частиц через кристалл изменением продольной скорости частиц можно пренебречь в силу его относительной малости, тогда каждому шагу интегрирования по времени уравнений движения соответствует продвижение частицы в кристалле на $\Delta z = v\Delta t$. В непрерывном приближении поперечная энергия частицы в кристалле $E_x = m\gamma\dot{x}^2/2 + U(x)$ является интегралом движения, поэтому шаг интегрирования Δt выбирался из условия сохранения E_x . Непрерывный потенциал системы атомных плоскостей рассчитывался в приближении Мольера для атомного потенциала (5) и усреднялся по тепловым колебаниям атомов.

После прохождения частицей в кристалле некоторого расстояния $\Delta z_s = v\Delta t_s$, где $\Delta t_s \geq \Delta t$, рассчитывалось изменение поперечной скорости частицы за счет многократного рассеяния на электронах и ядрах кристалла. Величина шага Δz_s ограничивалась снизу требованием правомерности использования теории многократного рассеяния. Обычное ограничение на Δz_s сверху, чтобы потери энергии частиц были пренебрежимо малыми, для тяжелых частиц высоких энергий в экспериментах по каналированию всегда выполняется. Однако в кристалле, когда движение частицы управляется непрерывным потенциалом, изменение поперечной скорости, приобретаемое частицей за счет многократного рассеяния в слое Δz_s , будет вызывать разное по величине изменение поперечной энергии в зависимости от локализации точки рассеяния в поперечнике канала. Поэтому величина шага Δz_s должна ограничиваться сверху требованием $\Delta z_s \ll \lambda$.

Средний квадрат угла отклонения частиц на единице длины пути при многократном рассеянии частиц на ядрах рассчитывался в приближении Оцуки — Китагавы [52]:

$$\frac{\overline{\Delta\vartheta^2}}{\Delta z_n}(x) = \frac{\overline{\Delta\vartheta^2}}{\Delta z_R} P_n(x), \quad (68)$$

$$\frac{\overline{\Delta\vartheta^2}}{\Delta z_R} = \frac{1}{L_r} \left(\frac{E_s}{pv} \right)^2, \quad P_n(x) = \frac{d_p}{(2\pi u_1^2)^{1/2}} \exp(-x^2/2u_1^2),$$

где $\overline{\Delta\vartheta^2}/\Delta z_R$ — соответствующая величина для аморфной среды, $P_n(x)$ — поперечное распределение атомов плоскости за счет теплового движения, $E_s = 21$ МэВ, L_r — радиационная длина. Учет нелокальности взаимодействия приводит к более медленному спаду многократного рассеяния на ядрах при больших расстояниях от плоскостей [53]. Однако этим можно пренебречь, так как в центральной области канала основную роль играет рассеяние на электронах.

В столкновениях с атомными электронами передача заметного поперечного импульса релятивистской тяжелой частице происходит в близких соударениях. Для среднего квадрата угла отклонения на единице длины пути, используя пропорциональность потерям энергии, имеем [1]:

$$\frac{\overline{\Delta\vartheta^2}}{\Delta z_e}(x) = \frac{m_e}{2m\gamma E^*} \left(-\frac{dE}{dz} \right) \frac{\rho(x)}{NZ_2}, \quad (69)$$

$$-\frac{dE}{dz} = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} NZ_2 \left[\ln \left(\frac{2m_e \gamma^2 c^2 \beta^2}{I} \right) - \beta^2 \right],$$

где $-(dE/dz)$ — удельные ионизационные потери энергии, I — средний ионизационный потенциал, для кремния нами использовалось значение $I = 165$ эВ, $\rho(x)$ — плотность электронов в плоскостном канале кристалла, которая определялась через плоскостной потенциал в приближении Мольера из уравнения Пуассона и рассчитывалась с учетом вклада двух соседних плоскостей.

Траектории частиц с большими поперечными энергиями, $E_x > E_{xr}$, рассчитывались как в аморфном веществе, для протонов в кремнии было принято $E_{xr} = 400$ эВ. При этом шаг прослеживания увеличивался, но ограничивался условием постепенного входа частицы в область, в которой $E_x < E_{xr}$.

На рис.10 показана зависимость среднего квадрата угла отклонения частиц на единице длины пути при многократном рассеянии на ядрах и электронах от их расстояния до стенки канала для протонов с энергией 1 ГэВ. Видно, что на расстоянии более $2u_1$ от стенок канала основной вклад в изменение поперечной энергии частиц дает рассеяние на электронах кристалла.

При расчете угла многократного рассеяния в (69) учитываются все близкие соударения с электронами с передачей энергии вплоть до максимально возможной $T_{\max}$, хотя верхняя граница области многократного рассеяния, соответствующая передаче энергии $T_c = T(\vartheta_c)$, расположена ниже $T_{\max}$ [54]. Это завышение верхнего предела в ионизационном логарифме компенсируется одновременным завышением его нижнего предела, в качестве которого используется средний ионизационный потенциал I , хотя основной вклад в деканалирование дает рассеяние на электронах внешних оболочек, ионизационный потенциал которых меньше среднего. Результаты компьютерных экспериментов с использованием описанной модели находятся в удовлетворительном согласии с имеющимися экспериментальными результатами. Более корректное рассмотрение требует учета вклада отдельных оболочек атомов кристалла в рассеяние.

Кроме изменения угла за счет многократного рассеяния на каждом шаге разыгрывалось неупругое ядерное взаимодействие частиц в кристалле, в результате которого первичная частица (протон, ядро) исчезает, и процесс моделирования ее прохождения через кристалл заканчивается. Вероятность ядерного взаимодействия в слое Δz_s для частицы определялась как

$$P_{in} = 1 - \exp(-\Delta z_s/L_{in}) \simeq \Delta z_s/L_{in}, \quad L_{in} = L_n/\langle P_n \rangle, \quad (70)$$

где L_{in} — длина свободного пробега между неупругими ядерными взаимодействиями, которая рассчитывается с учетом средней плотности ядер на траектории частицы в данном слое $N\langle P_n \rangle$, $L_n = 45,5$ см — длина пробега до взаимодействия в аморфном кремнии.

4.2. Моделирование деканалирования. Экспериментальное исследование деканалирования протонов и пионов с энергией от 60 до 200 ГэВ в изогнутом кристалле кремния были выполнены в Лаборатории им.Ферми [24]. В этом эксперименте производился отбор частиц по ионизационным потерям энергии в передней неизогнутой части кристалла с помощью встроенного поверхностно-барьерного детектора. Равномерный изгиб кристалла, который достигался за счет тонкого слоя ZnO, нанесенного с внешней стороны кристалла, исключал центробежное деканалирование частиц. Частицы деканалировали только за счет многократного рассеяния в кристалле. Равномерность изгиба кристалла позволяла установить простое соответствие между углом отклонения частицы ϑ_x и расстоянием вдоль кристалла S , которое проходила

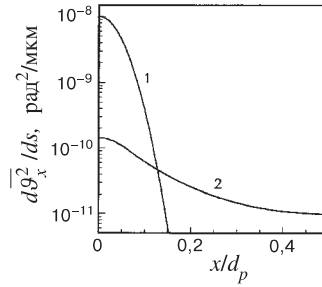


Рис. 10. Зависимость среднего квадрата угла отклонения протонов с энергией 1 ГэВ на единице длины пути за счет многократного рассеяния на ядрах (1) и электронах (2) в кристалле кремния от расстояния частицы до стенки канала (110)

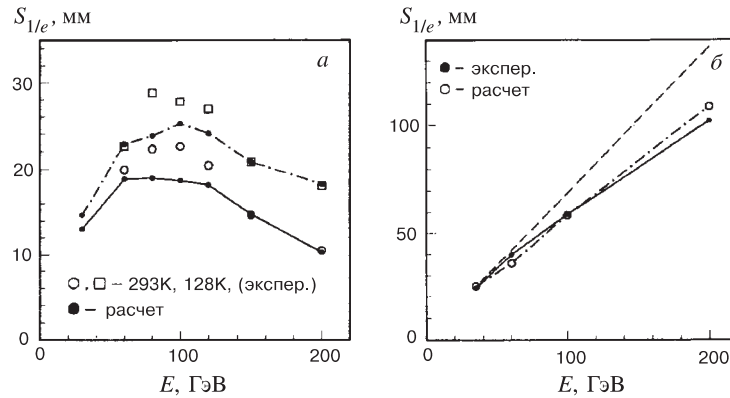


Рис. 11. Зависимость длины деканалирования от энергии частиц: а) для кристалла кремния, изогнутого вдоль плоскостей (110), при комнатной температуре и охлажденного до -145°C , б) для прямого кристалла

частица перед тем, как покинуть изогнутый плоскостной канал, $S = \vartheta_x R$. Таким образом, в эксперименте была детально исследована зависимость канализованной фракции от глубины проникновения пучка в кристалл. Она хорошо фитировалась экспоненциальной функцией.

Зависимость длины деканалирования от энергии частиц, полученная в эксперименте для кристалла кремния, изогнутого вдоль плоскостей (110), при комнатной температуре и охлажденного до -145°C , показана на рис.11,а. Экспериментальные результаты подтвердили отсутствие пропорциональности длины деканалирования с энергией частиц в изогнутом кристалле, что впервые было показано в работе [28]. Кроме того, в эксперименте было обнаружено значительное усиление температурной зависимости длины деканалирования с ростом энергии частиц.

На рис.11,а показаны также результаты компьютерного эксперимента, проведенного в рамках модели атомных плоскостей. Угловое распределение частиц на входе в кристалл полагалось равномерным, также проводился отбор частиц по ионизационным потерям энергии. Результаты моделирования хорошо воспроизводят величины длин деканалирования, их изменение с энергией частиц и отражают усиление температурной зависимости с переходом к более высоким энергиям частиц. Последнее объясняется тем, что увеличивается эффективный изгиб кристалла $\rho = R_c(E)/R$, вследствие чего большая близость траекторий канализованных частиц к стенке канала определяет больший вклад в деканалирование рассеяния на ядрах.

На рис.11,б показаны экспериментальная [36] и рассчитанная зависимости длины деканалирования от E в прямом кристалле. Согласие с экспери-

ментом хорошее. Отличие наблюдаемой зависимости от линейной (пунктир) за счет наличия логарифмического множителя в электронном коэффициенте трения составляет десятки процентов в рассмотренном диапазоне энергий.

5. КВАЗИКАНАЛИРОВАНИЕ В ИЗОГНУТОМ КРИСТАЛЛЕ

Поведение в кристалле квазиканалированных или надбарьерных частиц, обладающих поперечными энергиями выше критической для каналирования E_{xc} , но движущихся через кристалл под малыми углами к атомным плоскостям, $\vartheta_x \ll 1$, также в значительной степени определяется непрерывным потенциалом и имеет особенности в изогнутом кристалле.

Для квазиканалированных частиц в экспериментальных исследованиях был обнаружен захват изогнутыми плоскостными каналами в объеме кристалла — объемный захват [55,56], а в компьютерном эксперименте отклонение изогнутым кристаллом в сторону, противоположную изгибу, — объемное отражение [31]. Процесс объемного отражения и захвата частиц схематически показан на рис.12.

В [46,57] предложено кинетическое уравнение для квазиканалированных частиц в изогнутом кристалле, которое вместе с уравнением для каналированной фракции позволяет рассматривать процессы обмена между фракциями. В [25,31,33,51] процессы, происходящие с квазиканалированной фракцией пучка, исследовались в численном эксперименте по модели системы атомных плоскостей.

5.1. Объемное отражение. Расчет прохождения квазиканалированных частиц через изогнутый кристалл в приближении непрерывного потенциала плоскостей согласно (32) показал [31], что при радиусе изгиба кристалла $R \gg R_c$ частицы отклоняются в сторону, противоположную изгибу, на угол около $2\vartheta_c$, и разброс углов отклонения мал. Наблюдаемое отклонение можно рассматривать как отражение частиц изогнутыми атомными плоскостями, происходящее в объеме кристалла, — объемное отражение. Оно имеет место и для отрицательно заряженных частиц, но угол отражения для них меньше.

Отклонение частиц изогнутым кристаллом в приближении непрерывного потенциала представляет идеализированный случай. Отличие реального трехмерного потенциала кристалла от непрерывного и рассеяние частиц на электронах приводят к разбросу поперечного импульса отраженных частиц. Соотношение угла отражения частиц в непрерывном потенциале и углового разброса, вносимого многократным рассеянием, определяет возможность экспериментального наблюдения объемного отражения и изменяется с энергией частиц.

Размер области кристалла S_{vr} , в которой происходит объемное отражение частиц, определяется величиной критического угла каналирования и

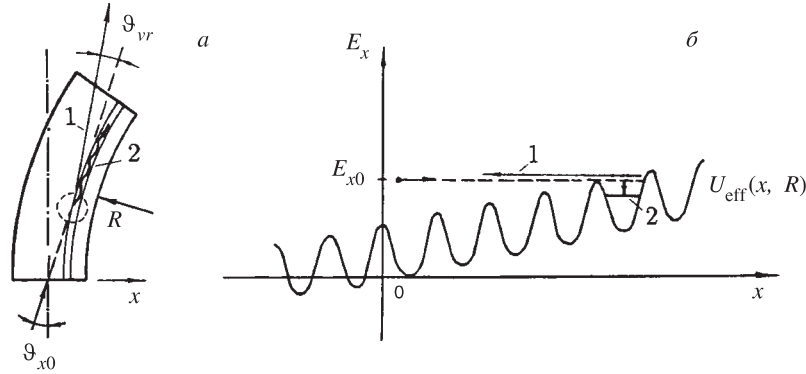


Рис. 12. а) Схематическое изображение для частицы, входящей в изогнутый кристалл под углом $\vartheta_{x0} > \vartheta_c$, процесса объемного отражения (1) и захвата (2) в режим плоскостного каналирования в области касания к плоскостям (показана пунктиром), б) то же в пространстве (x, E_x) вблизи точки поворота в эффективном потенциале $U_{\text{eff}}(x, R)$

радиусом изгиба кристалла, $S_{vr} \sim R\vartheta_c$. Так как рассеяние частиц в усредненном поле плоскостей изогнутого кристалла происходит одинаково при одном и том же относительном изгибе кристалла $r = R/R_c$, если угол отклонения выражается через критический угол каналирования [31], то при фиксированном r размер области объемного отражения увеличивается с энергией частиц, $S_{vr} \sim rR_c\vartheta_c \sim E^{1/2}$.

Уширение пучка при объемном отражении его в изогнутом кристалле на длине S_{vr} за счет многократного рассеяния можно оценить, предполагая для надбарьерных частиц рассеяние таким же, как в аморфной мишени:

$$\overline{\Delta\vartheta^2}_{vr} = S_{vr} \frac{\overline{\Delta\vartheta^2}}{\Delta z_R} \sim E^{-3/2}, \quad \frac{\langle \overline{\Delta\vartheta^2}_{vr} \rangle^{1/2}}{\vartheta_c} \sim E^{-1/4}.$$

Относительный угловой разброс отраженных в объеме кристалла частиц уменьшается с ростом их энергии пропорционально $E^{-1/4}$ и при некоторой энергии частиц становится меньше угла отражения.

Таким образом, при высоких энергиях частиц объемное отражение в изогнутом кристалле не затушевывается многократным рассеянием и отчетливо проявляется в угловых распределениях для параллельного пучка. На рис.13 представлены рассчитанные в [25] угловые распределения протонов с энергией 900 ГэВ на разных глубинах в кристалле кремния, изогнутом вдоль плоскостей (110) с радиусом $R \simeq 100R_c$, что составляет 150 м, для угла наклона падающего пучка $\vartheta_0 \simeq 2\vartheta_c$.

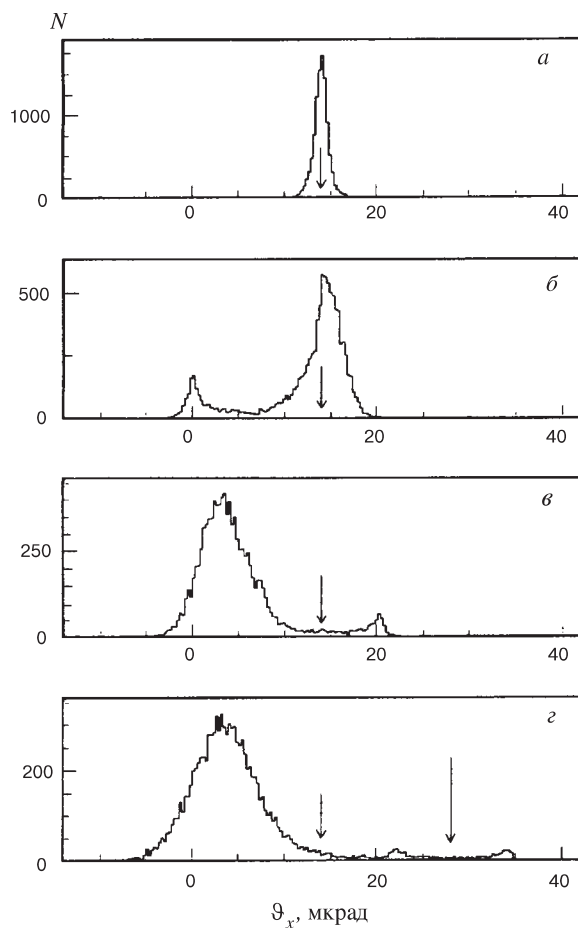


Рис. 13. Иллюстрация процесса объемного отражения частиц изогнутым кристаллом. Угловые распределения протонов с энергией 900 ГэВ на разных глубинах в кристалле кремния, изогнутом вдоль плоскостей (110). Маленькая стрелка — начальное направление пучка, длинная стрелка (z) — угол изгиба на данной глубине

На рис.13,а частицы еще не достигли области отражения. Центр углового распределения совпадает с начальным направлением (маленькая стрелка), а его ширина определяется многократным рассеянием частиц в кристалле. На рис.13,б часть пучка уже испытала объемное отражение, в угловом распределении появился максимум на расстоянии примерно $2\vartheta_c$ в стороне, противоположной изгибу. На рис.13,в распределение отвечает глубине, соответствующей геометрической точке касания изогнутых плоскостей падающими

частицами, $S = 2\vartheta_c R$. Это середина области отражения, на этой глубине большая часть пучка уже формирует хорошо выраженный максимум отраженных частиц, ширина которого меньше смещения относительно начального направления. На рис.13,2 представлены угловые распределения на выходе из области отражения длиной $S = 4\vartheta_c R$. Длинной стрелкой здесь показан угол изгиба $\alpha = 4\vartheta_c$. Хорошо различимые симметричные максимумы около угла изгиба на расстоянии, примерно равном ϑ_c , образованы частицами, которые были захвачены в режим каналирования в объеме кристалла (см. ниже) и отклонились кристаллом, следуя изогнутыми каналами.

Объемное отражение можно отчетливо обнаружить для частиц высокой энергии в эксперименте на коротком кристалле с длиной $\sim R\vartheta_c$, сформировав узкий пучок с угловыми размерами $\sim \vartheta_c$, что можно сделать с помощью дополнительного кристалла-формирователя. Объемное отражение частиц в изогнутом кристалле сказывается при работе его в качестве дефлектора для вывода пучков частиц высоких энергий из ускорителей. Так, в [58] с помощью моделирования показано, что объемное отражение приводит к асимметрии ориентационной зависимости эффективности вывода пучка из циклических ускорителей с помощью кристалла.

5.2. Объемный захват частиц. Когда пучок частиц пересекает изогнутый кристалл, то в области касания к изогнутым плоскостям большая часть пучка отражается. Однако имеются частицы, которые захватываются изогнутыми плоскостными каналами и могут отклониться кристаллом на угол изгиба.

Объемный захват в изогнутом кристалле был обнаружен в эксперименте [55] на пучке протонов с энергией 1 ГэВ. В кристалле кремния, изогнутом вдоль плоскостей (111), было создано три поверхностно-барьерных детектора, что позволяло по величине ионизационных потерь энергии выделять каналированные частицы на различных этапах прохождения пучка через кристалл. Полученные в эксперименте спектры ионизационных потерь показали, что происходит пополнение частиц с малыми потерями энергии, что убедительно свидетельствует о захвате частиц в режим каналирования из квазиканалированной фракции в объеме кристалла.

Предпринимались попытки разыскать специфические механизмы диссипации поперечной энергии частиц в изогнутом кристалле [59]. Однако механизмом объемного захвата частиц в равномерно изогнутом кристалле так же, как и в прямом [60], является многократное рассеяние, которое может вызывать переходы частиц не только из каналированной фракции в неканалированную, но и обратно. В работе [51] была показана достаточность этого механизма захвата для объяснения результатов эксперимента [55].

Необходимым условием объемного захвата частиц в режим каналирования является высокая плотность частиц с поперечными энергиями, близкими критической E_{xc} . В прямом кристалле эта плотность очень мала при углах ориентации падающего пучка, значительно больших критического, так как

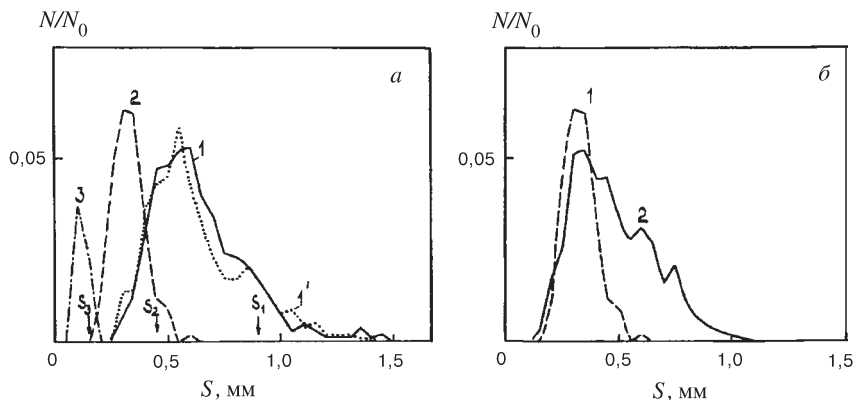


Рис. 14. Доля частиц, захватываемых впервые изогнутыми каналами (110) кремния в слое толщиной 50 мкм, от глубины проникновения пучка: *а*) для протонов с энергией 200 ГэВ при разном радиусе изгиба кристалла R , м: 30 (1), 15 (2), 5 (3); кривая 1' для $T = -145$ °C; *б*) для протонов с энергией 200 ГэВ (1) и 100 ГэВ (2) при $R = 15$ м

определяется только процессом диффузии частиц из начального состояния в результате многократного рассеяния, поэтому события объемного захвата являются редкими.

Изгиб кристалла значительно увеличивает апертуру углов ориентации, при которых возможен объемный захват частиц в кристалле. Она определяется углом изгиба, а не критическим углом каналирования. Направление импульса частиц на входе в кристалл определяет наличие области захвата, где оно становится близким к направлению касательных к плоскостям. Частица, двигаясь в изогнутом кристалле, приближается либо удаляется от области захвата. Это можно рассматривать как появление дополнительного механизма дрейфа частиц к области захвата в изогнутом кристалле.

Благодаря изгибу кристалла область захвата локализована, и относительно мала доля частиц, деканализованных и захваченных вновь [33]. В этом проявляется отличие от прямого кристалла, в котором повторный захват частиц в режим каналирования значителен, так как частицы долго находятся в околосбарьерной области поперечных энергий и покидают ее только за счет многократного рассеяния.

В компьютерном эксперименте по модели системы атомных плоскостей [33] было показано, что объемный захват уменьшается с уменьшением радиуса изгиба кристалла и ростом энергии частиц и слабо зависит от температуры кристалла. На рис.14 показана глубинная зависимость объемного захвата протонов изогнутыми каналами (110) кремния для разных радиусов изгиба и температуры кристалла (*а*) и для разных энергий частиц (*б*). Мак-

симум захвата смещается к входному торцу кристалла с уменьшением радиуса изгиба R и при этом располагается к нему ближе, чем точка касания $S_i = \vartheta_o R_i$ из-за интенсивного многократного рассеяния. Это различие увеличивается с ростом радиуса изгиба кристалла. Полное число захватываемых частиц, определяемое площадью под кривыми, уменьшается с уменьшением R . Изменение температуры кристалла оказывает очень слабое воздействие на объемный захват, что объясняется малым изменением характерных углов ϑ_c и ϑ_{ms} , см. кривые I и I' на рис.14,а. Уменьшение энергии частиц при сохранении радиуса изгиба кристалла, увеличивая многократное рассеяние $\vartheta_{ms} \sim 1/E$ и протяженность области захвата $S_{vc} \sim R\vartheta_c \sim E^{-1/2}$, где направление импульса частиц близко касательным к изогнутым плоскостям, приводит к увеличению объемного захвата (рис.14,б).

Впоследствии экспериментальные исследования объемного захвата в изогнутых кристаллах были выполнены в ИФВЭ на пучке протонов с энергией 70 ГэВ [61,62]. Было установлено, что вероятность объемного захвата растет пропорционально радиусу изгиба кристалла.

Вероятность объемного захвата частиц зависит от глубины захвата $\Delta E_{vc} = U_m - E_{xc}(r_c)$, где U_m — величина потенциального барьера, разделяющего соседние плоскостные каналы в изогнутом кристалле, то есть от выбора расстояния критического приближения к стенкам канала r_c [63]. В компьютерном эксперименте [25] вероятность захвата определялась как отношение суммарного по всей длине кристалла числа частиц, испытавших захват, к полному числу частиц в падающем пучке. Для энергии протонов 1 ГэВ при использовании $r_c = a$, что соответствует критической поперечной энергии $E_{xc} \simeq 14$ эВ, вероятность захвата составила $\sim 11\%$, что близко к значению, установленному в эксперименте [55].

В работе [62] было предложено простое выражение для оценки вероятности объемного захвата частиц в изогнутом кристалле. Авторы исходили из принципа обратимости [1], согласно которому вероятность перехода частицы из неканализованной фракции в канализованную равна вероятности деканализации частицы на длине dz . В предположении экспоненциального характера деканализации его вероятность $P_{dec} = |df_{ch}|/f_{ch} = dz/S_d$, где S_d — длина деканализации. Тогда на длине $R\vartheta_c$, которая характеризует протяженность области захвата, для вероятности объемного захвата имеем

$$P_{vc} \simeq \frac{R\vartheta_c}{S_d}. \quad (71)$$

Такое определение вероятности захвата может быть правомерным при не очень больших радиусах изгиба кристалла и для захвата частиц на глубокие уровни в потенциале канала, когда $R\vartheta_c \ll S_d$. Для изгиба, далекого от критического, когда критический угол и длина деканализации в изогнутом кристалле сохраняют зависимость от энергии, такую же, как и в прямом

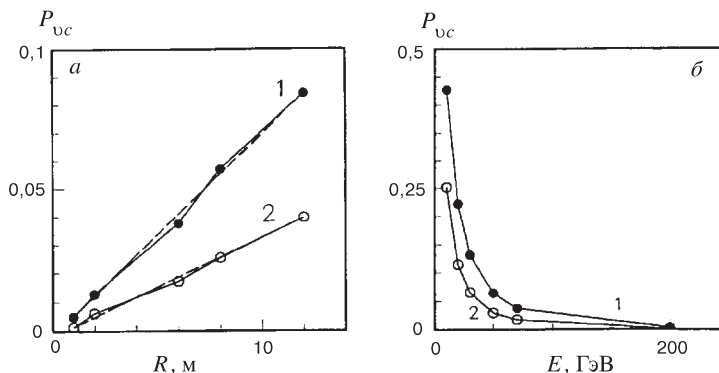


Рис. 15. Зависимость вероятности объемного захвата изогнутыми каналами (110) кремния от радиуса изгиба кристалла (а) для протонов с энергией 70 ГэВ, от энергии протонов (б) для $R = 6$ м. При разном выборе расстояния критического приближения частиц к плоскостям 1 — $r_c = 2u_1$; 2 — a

кристалле, и практически не зависят от R , из (71) следует, что $P_{vc} \sim RE^{-3/2}$ [62].

На рис.15 представлена полученная в численном эксперименте [25] зависимость вероятности объемного захвата от радиуса изгиба кристалла (а) и энергии частиц (б) для двух значений r_c . Действительно, вероятность захвата частиц на глубокие уровни потенциальной ямы канала увеличивается линейно с ростом радиуса изгиба. Фитирование зависимости захвата от энергии частиц показывает, что $P_{vc} \sim E^{-3/2}$ при фиксированном радиусе изгиба кристалла, также подтверждая правомерность (71) для оценки объемного захвата.

5.3. Градиентный объемный захват. В изогнутом кристалле наряду с появлением нового центробежного механизма деканалирования частиц на участке с нарастающей кривизной возникает возможность при уменьшающейся кривизне обратного процесса — "центробежного" или "градиентного" [9] объемного захвата частиц в режим каналирования. Градиентный захват частиц обусловлен увеличением глубины эффективной потенциальной ямы плоскостных каналов вдоль кристалла.

Градиентный объемный захват частиц был обнаружен в компьютерном эксперименте [64], обратном тому, в котором было впервые исследовано центробежное деканалирование [38]. Расчеты, выполненные в приближении непрерывного потенциала, показали, что определенная доля частиц захватывается в режим каналирования при переходе из равномерно изогнутой в неизогнутую часть кристалла.

Вероятность градиентного объемного захвата частиц в изогнутом кристалле с медленно уменьшающейся кривизной плоскостных каналов была

определена в [65]. Изменение поперечной энергии частицы E_x в результате уменьшения кривизны Δk на длине Δz определяется средней поперечной координатой частицы $\langle x \rangle$ на этом интервале $\Delta E_x = \Delta k \langle x \rangle$. Соответствующее изменение критической поперечной энергии $E_{xc} = U_{\text{eff}}(-x_c)$ составляет $\Delta E_{xc} = -\Delta k x_c$. Таким образом, изменение E_x частицы относительно изменившегося значения потенциального барьера на длине λ в приближении $k' = \text{const}$ равно

$$\delta E_x = \Delta E_x - \Delta E_{xc} = k'(\langle x \rangle + x_c)\lambda. \quad (72)$$

Средняя координата частицы за период колебаний определяется положением смещенной орбиты каналированных частиц $\langle x \rangle = x_0$ и на участке с уменьшающейся кривизной $\delta E_x < 0$. Это означает возможность для квазиканалированных частиц с E_x в интервале $(E_{xc}, E_{xc} + \delta E_x)$ быть захваченными в режим каналирования.

Полный разброс поперечных энергий квазиканалированных частиц около точки поворота в эффективном плоскостном потенциале изогнутого кристалла определяется величиной его приращения на ширине канала $\Delta U = d_p(pv/R)$. Полагая распределение частиц на интервале ΔU равномерным, для вероятности градиентного захвата имеем [65]:

$$P_{bc} = -\frac{\delta E_x}{\Delta U} = \frac{R'\lambda x_c}{R} \frac{d_p}{d_p} \left(1 + \frac{\langle x \rangle}{x_c}\right), \quad (73)$$

где $R' = dR/dz$. В приближении параболического потенциала

$$P_{bc} = \frac{R'\lambda x_c}{R} \frac{d_p}{d_p} \left(1 - \frac{R_c}{R}\right). \quad (73a)$$

Когда изгиб кристалла значительно меньше критического $R \gg R_c$,

$$P_{bc} \simeq \frac{R'\lambda}{2R} \sim \lambda/L_b, \quad (73b)$$

где L_b — длина участка с равномерно уменьшающейся кривизной. Вероятность центробежного захвата частиц растет с энергией как $E^{1/2}$, тогда как захват за счет многократного рассеяния уменьшается.

Полная вероятность захвата частиц в режим каналирования за счет градиентного механизма в кристалле с равномерно увеличивающимся в интервале (R_c, R) радиусом для широкого пучка совпадает с величиной вероятности торцевого захвата в канал с радиусом R [65], то есть создание на входе в кристалл области с уменьшающейся кривизной не приведет к увеличению эффективности кристаллического дефлектора.

6. ИОНИЗАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ

Известно, что ионизационные потери энергии быстрых заряженных частиц при каналировании в кристалле отличаются от потерь в разориентированном случае, когда направление их импульса отстоит далеко от плотноупакованных направлений и плоскостей. Потери в близких столкновениях пропорциональны локальной плотности электронов $\rho(x)$, которая для каналированных частиц отличается от средней по кристаллу NZ_2 и определяется траекторией частицы. Так как близкие и далекие соударения частицы с электронами вещества дают примерно одинаковый вклад в потери при высоких энергиях, то, полагая вклад далеких столкновений независимым от траектории частицы, для тормозной способности μ , согласно Линдхарду [1], имеем

$$\mu(x) = \mu_a [(1 - \alpha) + \alpha \rho(x)/(NZ_2)] , \quad (74)$$

где $\alpha \simeq 1/2$ — константа разделения. В разориентированном кристалле плотность электронов, усредненная вдоль траектории частицы, равна средней NZ_2 , и тормозная способность такая же, как в аморфном веществе μ_a . Положительно заряженные частицы при каналировании движутся в кристалле через области с пониженной электронной плотностью, и их тормозная способность обычно меньше μ_a . Согласно (74) минимальные потери для хорошо каналированных частиц, движущихся в центре канала, могут быть почти вдвое меньше потерь в разориентированном случае, $\mu(0) \simeq 0,5\mu_a$.

Измерения ионизационных потерь частиц с помощью встроенных поверхностно-барьерных детекторов позволяют исследовать их состояния при прохождении через кристалл [55, 66]. Такой детектор на входе кристалла используется для его ориентирования относительно пучка. При ориентации пучка вдоль плоскости или оси кристалла в спектре потерь, регистрируемом встроенным детектором, наблюдается дополнительный максимум с потерями, меньшими μ_a , за счет каналированных частиц. В [67] по спектрам потерь, регистрируемым встроенным детектором, добивались увеличения каналированной фракции в пучке, падающем на кристалл, изменяя размеры пучка в поперечной плоскости с помощью магнитных элементов канала и тем самым уменьшая его расходимость. Такой метод позволяет получать пучки с расходимостью много меньшей, чем обычные методы. Сформированный таким способом пучок протонов с энергией 450 ГэВ имел расходимость меньше 3 мкрад, что позволило получить рекордную эффективность отклонения изогнутым кристаллом, которая достигала 50 % для небольших углов отклонения.

Использование изогнутых кристаллов, которые выделяют отклоненную фракцию пучка, дает дополнительную возможность исследовать ионизационные потери энергии хорошо каналированных частиц, обладающих малыми поперечными энергиями на входе в кристалл, и полностью избежать вклада в

спектры потерь от неканализованных частиц, что было показано в эксперименте [67]. Используя ранее отбор частиц по углам входа и выхода из кристалла не позволял добиться этого [66].

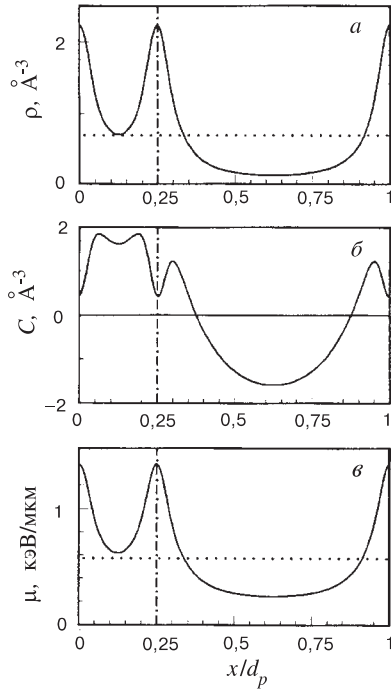


Рис. 16. Изменение средней электронной плотности (а), поправки C (б) и тормозной способности (в) в поперечнике канала (111) кремния. Штриховые линии — для разориентированного случая, штрихпунктирная разграничивает узкий и широкий каналы (111)

Для теоретического рассмотрения ионизационных потерь частиц в изогнутом кристалле с учетом эволюции их распределения по поперечным энергиям за счет многократного рассеяния в [68] предложено кинетическое уравнение отдельно для канализованной и квазиканализованной фракций пучка. В [69] спектры ионизационных потерь протонов при прохождении через кристалл кремния, изогнутый вдоль плоскостей (111), исследовались путем моделирования. Предложенный метод моделирования с использованием вычисляемых вдоль траекторий частиц тормозной способности и электронной плотности, не требуя высокой статистики, обеспечивает хорошее согласие с экспериментом в величине наиболее вероятных потерь энергии и их разбросе как для всего пучка, так и для отклоненной фракции.

Расчет траекторий частиц в кристалле в [69] проводился по модели системы атомных плоскостей. Для расчета средних потерь энергии частицы в каждом слое

$$\bar{\Delta}_{tr} = \frac{dE}{ds}(\rho_{tr}, C_{tr}) S_L \quad (75)$$

использовалась тормозная способность [70], зависящая от траектории частицы в кристалле:

$$\mu(x) \equiv -\frac{dE}{ds}(x) = \frac{2\pi Z_1^2 e^4}{mv^2} \{ [NZ_2 + \rho(x)] \times \\ \times \left[\ln \frac{2mv^2 \gamma^2}{I} - \beta^2 \right] + C(x) - NZ_2 \delta \}, \quad (76)$$

$$C(x) = \sum_{K_x \neq 0} \rho(K_x) e^{iK_x x} \ln (2mI/\hbar^2 K_x^2), \quad (77)$$

где $C(x)$ — поправка, учитывающая неоднородность распределения электронов в канале, $\rho(K_x)$ — коэффициент Фурье разложения электронной плотности $\rho(x)$, усредненной вдоль плоскостей кристалла, K_x — вектор обратной решетки кристалла, δ — поправка на эффект плотности, ρ_{tr} , C_{tr} — значения электронной плотности и поправки C , усредненные вдоль траектории частицы в слое.

На рис.16 показано изменение средней электронной плотности (a), поправки C (b) и тормозной способности (c) в поперечнике канала (111) кремния, рассчитанные при комнатной температуре в приближении Мольера. Поведение как электронной плотности, так и поправки обуславливает уменьшение тормозной способности для частиц, движущихся в широком канале, и, наоборот, ее увеличение при движении частиц в узком канале по сравнению с разориентированным случаем.

Рассчитанные вдоль траектории j -й частицы в слое кристалла средние потери энергии $\bar{\Delta}_{tr}^j$ и средняя электронная плотность ρ_{tr}^j определяют для нее распределение потерь энергии, которое, согласно Ландау, имеет вид

$$f^j(\Delta_i) = \frac{1}{\xi^j} \varphi(\lambda_i^j), \quad \int_0^\infty f(\Delta) d\Delta = 1, \quad (78)$$

$$\lambda_i^j = \frac{\Delta_i - \bar{\Delta}_{tr}^j}{\xi^j} - \beta^2 - 0,423 - \ln(\xi^j/T_{\max}),$$

$$\xi^j = \frac{2\pi e^4}{mv^2} \rho_{tr}^j S_L,$$

где $\varphi(\lambda)$ — универсальная функция Ландау, λ — ее параметр. Толщина слоя кристалла при моделировании составляла $S_L = 2,5$ мм, что обеспечивало выполнение условия применимости распределения Ландау $T_k \ll \xi \ll T_{\max}$, где T_k — энергия связи электрона, $T_{\max}$ — максимальная энергия, передаваемая электрону. Полное распределение ионизационных потерь энергии в слое получали путем суммирования вкладов от всех частиц пучка.

В эксперименте [67] кристалл кремния длиной 50 мм изгибался вдоль плоскостей (111) с помощью изгибающего устройства из трех опор, что дает неравномерный изгиб с максимальной кривизной около центральной опоры. При моделировании размеры кристалла и его форма задавались такими же, как в эксперименте.

На рис.17, a показан полученный путем моделирования спектр ионизационных потерь энергии протонов в первом слое кристалла, ориентированном вдоль плоскостей (111). В спектре имеются два максимума при $\Delta_{mp}^1 \simeq 0,6\Delta_{mp}^R$ и $\Delta_{mp}^2 \simeq 1,18\Delta_{mp}^R$, где Δ_{mp}^R — наиболее вероятные потери в разориентированном случае. Первый пик формируется частицами, каналированными в широких каналах с достаточно низкими поперечными энергиями.

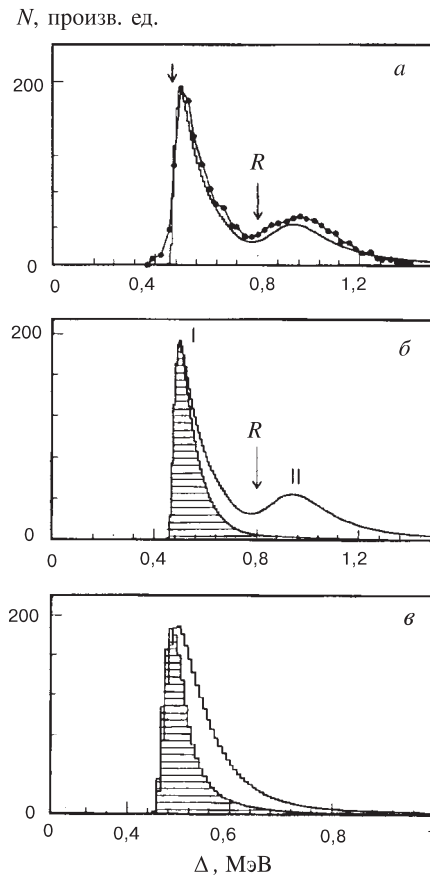


Рис. 17. *а)* Рассчитанный спектр ионизационных потерь энергии протонов с энергией 450 ГэВ на входе в кристалл Si, ориентированный плоскостями (111) параллельно оси пучка. Стрелка *R* — наиболее вероятные потери в разориентированном случае. Точки — эксперимент в ЦЕРН. *б)* То же, что и (*а*): заштрихованная гистограмма — спектр отклоненной фракции пучка для угла изгиба 1,4 мрад. *в)* Спектры отклоненной фракции для разных углов изгиба: 1,4 и 8,9 мрад (заштрихован)

Второй появляется за счет частиц, каналированных в узких каналах, плюс частиц, каналированных в широких каналах, но обладающих большими поперечными энергиями, а также за счет квазиканалированных околобарьерных частиц. Для всех этих фракций пучка средняя электронная плотность выше, чем в разориентированном случае, что обуславливает увеличение не только вероятных потерь, но и разброса, вследствие чего ширина максимума высоких потерь на 54 % превосходит ширину для разориентированного случая.

Рассчитанный спектр сравнивается с экспериментальным [67], наблюдается хорошее согласие в ширине и взаимном положении максимумов.

На рис.17,б кроме спектра всего пучка в первом слое показан отдельно спектр ионизационных потерь энергии для отклоненной фракции пучка. Отклоненная фракция состоит из частиц, обладавших на входе в кристалл поперечными энергиями, достаточно малыми для того, чтобы пройти среднюю точку кристалла, глубина эффективного потенциала в которой значительно меньше, чем в прямом кристалле. Эти частицы движутся в области пониженной электронной плотности, поэтому формируют максимум каналированных частиц со стороны низких потерь энергии.

Увеличение угла изгиба кристалла еще сильнее ограничивает поперечные энергии отклоненных частиц на входе в кристалл. На рис.17,в сравниваются спектры потерь энергии отклоненной фракции частиц для двух различных углов изгиба. Их поведение также хорошо согласуется с экспериментом [67]. Для большего угла изгиба кристалла ширина спектра меньше, так как, двигаясь с меньшими амплитудами в канале, эти частицы встречают меньшую электронную плотность и поэтому испытывают меньший разброс в потерях энергии.

7. ИЗЛУЧЕНИЕ КАНАЛИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ

Синхротронное излучение релятивистских заряженных частиц, совершающих в магнитном поле периодическое движение по круговой траектории, хорошо изучено и используется для научных и прикладных целей [71]. Оно имеет квазинепрерывный спектр и в основном происходит в области частот $0-5\omega_c$, где ω_c — характерная частота излучения:

$$\omega_c = 3\Omega_0\gamma^3/2, \quad \Omega_0 = v/R, \quad (79)$$

Ω_0 — круговая частота обращения частицы.

Излучение релятивистских частиц при движении по дуге окружности — излучение в коротком магните — было рассмотрено в [72]. При длине дуги $L \leq l_c$, где $l_c = R\gamma^{-1}$ — длина когерентности для излучения на частоте ω_c при движении частицы по дуге окружности радиуса R , максимум в спектре находится при $\omega = 0$ — спектр излучения в коротком магните. С ростом длины дуги спектр излучения трансформируется в синхротронный спектр. Полное формирование спектра синхротронного излучения с максимумом при $\omega \simeq \omega_c$ завершается при длине дуги, превышающей более чем на порядок l_c .

При каналировании релятивистских заряженных частиц в кристалле возникает излучение, обладающее высокой спектральной плотностью и направленностью [73]. Свойства излучения зависят от соотношения характерного угла излучения $\theta_{\text{eff}} = \gamma^{-1}$, определяющего ширину углового распределения

излучения в релятивистском случае, и углов отклонения при движении частиц. Максимальный угол отклонения для каналированных частиц определяется критическим углом каналирования ϑ_c . В условиях $\vartheta_c \gamma \ll 1$ излучение каналированных частиц носит дипольный характер и формируется всей траекторией частицы в кристалле. В противном случае, когда $\vartheta_c \gamma \gg 1$, излучение имеет синхротронный характер и формируется на участке траектории, меньшем длины осцилляций частиц в канале λ [74].

Излучение частиц при плоскостном каналировании в прямом кристалле по своим характеристикам сходно с излучением в ондуляторах, однако здесь частота поперечных колебаний частицы определяется плоскостным потенциалом кристалла и зависит от энергии частицы: $\omega_0 = c\vartheta_c/l \sim \gamma^{-1/2}$ [73]. Излучение каналированных частиц в заданном направлении θ происходит на частотах (гармоники излучения)

$$\omega_k(\theta) = \frac{k\omega_0}{1 - \bar{\beta} \cos \theta} \simeq \frac{k\omega_u}{1 + \gamma^2\theta^2 + 0.5\gamma^2\beta_m^2}, \quad (80)$$

$$\omega_u = 2\gamma^2\omega_0,$$

которые растут с энергией частиц как $\omega_u \sim \gamma^{3/2}$.

При плоскостном каналировании в равномерно изогнутом кристалле частица, совершая осцилляции в поле канала, движется вдоль равновесной орбиты, представляющей собой дугу окружности. Таким образом, в спектрах излучения каналированных частиц при изгибе кристалла возникают изменения за счет появления синхротронного излучения, формируемого при движении частиц по дуге окружности вдоль изогнутых плоскостных каналов. В [75] было определено в общих чертах влияние, оказываемое изгибом кристалла, на излучение каналированных частиц. Изгиб кристалла вносит принципиальные изменения в излучение каналированных частиц только в случае $\vartheta_c \gamma \leq 1$. При этом излучение каналированных частиц в изогнутом кристалле является квазиондуляторным, когда

$$l_c \gg \lambda. \quad (81)$$

При выполнении обратного неравенства излучение носит квазисинхротронный характер.

Особенности спектрального распределения излучения каналированных частиц в изогнутом кристалле за счет интерференции двух механизмов излучения — ондуляторного и синхротронного — были исследованы в [76, 77] методом компьютерного моделирования.

7.1. Интенсивность излучения. Полная интенсивность излучения при плоскостном каналировании частиц в кристалле определяется ускорением, приобретаемым ими в усредненном электрическом поле плоскостного канала:

$$I(x) = \frac{2e^2}{3m^2c^3} \gamma^2 |\nabla U(x)|^2. \quad (82)$$

Для интенсивности излучения каналированных частиц в изогнутом кристалле, усредненной по траекториям и ансамблю частиц, в случае, когда параллельный пучок входит в изогнутые плоскостные каналы по касательной, в параболическом приближении для потенциала канала имеем [76]:

$$I(R) = \frac{2e^2}{3m^2c^3}\gamma^2 \left(\frac{2U_0}{l^2}\right)^2 \left[\frac{l^2}{6} + \frac{x_0^2 - 2x_0l}{6} + x_0^2\right] = I_{st} + I_a(R) + I_s(R), \quad (83)$$

где I_{st} — интенсивность излучения каналированных частиц в прямом кристалле, I_a, I_s — члены, описывающие изменение в интенсивности излучения при изгибе кристалла за счет уменьшения максимальной амплитуды колебаний частиц в канале и смещения x_0 их равновесной орбиты к внешней стенке в область ненулевой напряженности электрического поля канала. Последний член определяет интенсивность синхротронного излучения частиц при движении вдоль дуги изогнутого канала

$$I_s(R) = \frac{2}{3} \frac{e^2c}{R^2} \beta^4 \gamma^4, \quad (84)$$

которая растет с уменьшением радиуса как R^{-2} . В результате изгиба кристалла уменьшается захват частиц в режим каналирования, поэтому увеличения выхода излучения от каналированной фракции пучка не происходит [76].

7.2. Спектр излучения. Общее выражение для спектрально-углового распределения энергии излучения частицы в волновой зоне [78, 79] может быть представлено в виде

$$\frac{d^2W}{d\hbar\omega d\Omega} = \frac{\alpha}{4\pi^2} |\vec{n} \times \vec{l}_f|^2, \quad (85)$$

$$\vec{l}_f = \vec{F}_k(t) \exp [iF_a(t)] \Big|_{t_1}^{t_2} - i\omega \int_{t_1}^{t_2} \vec{\beta}(t) \exp [iF_a(t)] dt,$$

$$\vec{F}_k(t) = \frac{\vec{\beta}(t)}{1 - \vec{n}\vec{\beta}(t)}, \quad F_a(t) = \omega[t - \vec{n}\vec{r}(t)/c],$$

где $\alpha = e^2/\hbar c$, $\vec{n}$ — единичный вектор в направлении излучения, $\vec{r}$ — радиус-вектор частицы, t_1, t_2 — моменты входа и выхода частицы из кристалла. Предполагается, что вне кристалла частица движется с постоянной скоростью. Уравнение траектории каналированной частицы в изогнутом кристалле в параболическом приближении для потенциала канала имеет вид

$$\mathbf{r}(t) = \{r_p(t) \cos \varphi_p(t), r_p(t) \sin \varphi_p(t), 0\}, \quad (86)$$

$$r_p(t) = R + x_m \sin \omega_0 t, \quad \varphi_p(t) = \frac{S(t)}{R} = \frac{v}{R} \left[\frac{\bar{\beta}}{\beta} t - \frac{1}{8\omega_0} \left(\frac{\beta_m}{\beta} \right)^2 \sin 2\omega_0 t \right],$$

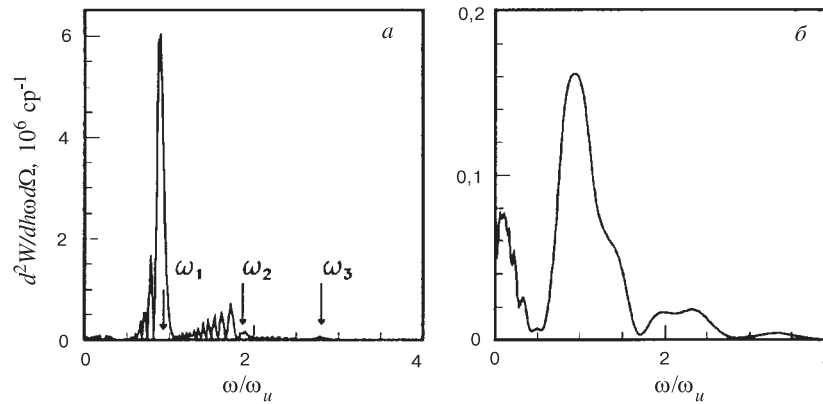


Рис. 18. Спектры излучения позитрона с $\gamma = 10^4$ в плоскости орбиты при каналировании в канале (110) изогнутого кристалла кремния с амплитудой колебаний $x_m = 0,4l$: а) $R = 76,4$ см, $l_c \geq 11\lambda$, $\omega_u/\omega_c = 100$; б) $R = 7,64$ см, $l_c \geq \lambda$, $\omega_u/\omega_c = 10$

где $S(t)$ — путь, проходимый частицей вдоль канала, остальные обозначения те же, что в (14). Интеграл в (85) разбивался на N интервалов длиной много меньше периода колебаний, на которых изменением скорости частицы можно пренебречь, и с использованием для $F_a(s)$ линейной аппроксимации на интервале вычислялся аналитически.

На рис.18 представлены рассчитанные спектры излучения позитрона с $\gamma = 10^4$ при каналировании в канале (110) изогнутого кристалла кремния с амплитудой колебаний $x_m = 0,4l$ в направлении, лежащем в плоскости орбиты. При небольшом изгибе кристалла (рис.18,а), когда $l_c \geq 10\lambda$ и $\omega_u/\omega_c = 100$, наблюдаемые в спектрах максимумы легко идентифицировать с гармониками излучения в прямом кристалле (отмечены стрелками). Однако появляются субгармоники на меньших частотах. При сильном изгибе кристалла (рис.18,б), когда $l_c \geq \lambda$ и $\omega_u/\omega_c = 10$, в спектре кроме основного максимума на первой гармонике излучения в прямом кристалле проявляется дополнительный максимум при низких частотах, обусловленный синхротронным излучением частицы, движущейся вдоль дуги изогнутого канала.

Радиальные колебания, совершаемые каналированной частицей в изогнутом кристалле на длине формирования спектра синхротронного излучения l_c , приводят к появлению осцилляций в спектрах. Причем период осцилляций в спектре синхротронного излучения каналированной частицы уменьшается с уменьшением радиуса изгиба кристалла, что связано с уменьшением числа колебаний частицы в канале, укладывающихся на длине формирования излучения.

Радиальные колебания каналированной частицы приводят также к появлению зависимости спектров синхротронного излучения от азимута наблюдения в пределах углового интервала $\Delta\varphi_\lambda = \lambda/R = \gamma^{-1}\lambda/l_c$, что обусловлено изменением фазы колебаний частицы в точке касания орбиты с направлением наблюдения. На рис.19 показаны спектры для двух направлений в плоскости орбиты, фазы колебаний частицы в которых разделены на $\Delta\phi = \pi$, когда реализуется максимальное положительное и отрицательное смещение частицы от орбиты. Осцилляции в спектрах излучения для них взаимнообратны. Это приводит к их погашению в значительной степени при усреднении по азимуту, когда либо детектор имеет азимутальные размеры больше $\Delta\varphi_\lambda$,

либо частицы в канале перемешаны по фазам колебаний. Такое перемешивание действительно происходит из-за ангармоничности потенциала плоскостного канала и многократного рассеяния. При возможности получения узкого пучка с расходимостью много меньшей критического угла каналирования и при использовании детектора с окном меньше $\Delta\varphi_\lambda$ можно было бы по спектрам квазисинхротронного излучения каналированных позитронов судить о процессе фазового перемешивания в ансамбле каналированных частиц.

На рис.20 показаны интегральные по углу спектры излучения позитрона с $\gamma = 10^4$ при каналировании с амплитудой $x_m = 0,4l$ в изогнутом кристалле. При небольшом изгибе кристалла спектр близок к спектру в прямом кристалле с максимумами, определяемыми излучением на первой и второй гармониках. Изгиб приводит лишь к осцилляциям в спектре. В случае сильного изгиба кристалла (рис.20,б) возникающее синхротронное излучение формирует максимум, примерно равный максимуму излучения на первой гармонике.

В дальнейшем излучение в изогнутом кристалле рассматривалось в рамках квазиклассического операторного формализма [80]. Также были обнаружены осцилляции в спектрах излучения, обусловленные взаимодействием двух механизмов излучения. При $R \rightarrow \infty$ полученные в [80] формулы переходят в известные выражения для излучения в прямом кристалле.

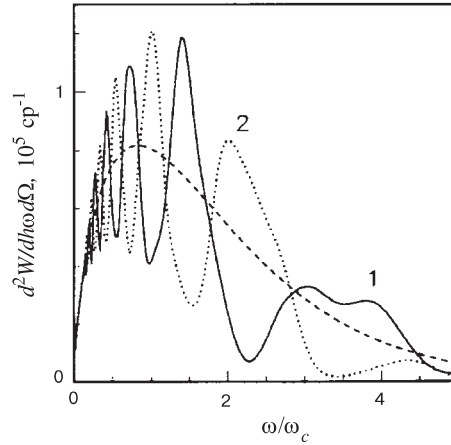


Рис. 19. Синхротронная часть спектра излучения позитрона с $\gamma = 10^4$ при каналировании с $x_m = 0,4l$ в канале (110) изогнутого кристалла кремния для двух азимутальных направлений в плоскости орбиты, $R = 7,64$ см. Пунктир — спектр обычного синхротронного излучения

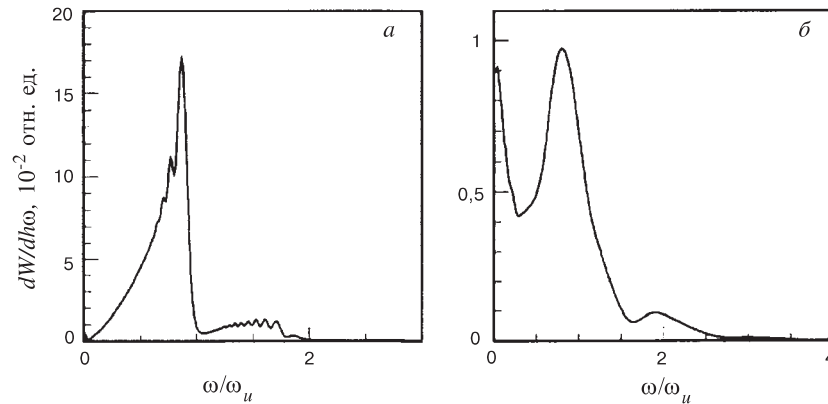


Рис. 20. Интегральный спектр излучения позитрона с $\gamma = 10^4$ при каналировании в канале (110) изогнутого кристалла кремния с $x_m = 0,4l$: а) $R = 76,4$ см, $l_c \geq 11\lambda$; б) $R = 7,64$ см, $l_c \geq \lambda$

Частота синхротронного излучения и его интенсивность сильно зависят от релятивистского фактора частиц, что может быть использовано для их идентификации. Возможность идентификации частиц путем регистрации синхротронного излучения, возникающего при каналировании частиц в изогнутом кристалле, обсуждалась в [16].

8. ПРЕЦЕССИЯ СПИНА КАНАЛИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ

В электрическом поле $\vec{E}$ вектор спина частицы прецессирует вокруг псевдовектора $\vec{v} = [\vec{E}\vec{v}]$, нормального плоскости движения [81]. При плоскостном каналировании в кристалле частица движется в сильном поперечном электрическом поле, которое, однако, сильно неоднородно и изменяет направление по разные стороны канала (плоскости). Для положительно заряженной частицы траектория осциллирует между плоскостями, и направление вращения ее импульса и магнитного момента периодически изменяется. При усреднении по ансамблю каналированных частиц отклонений импульса и спина частиц не происходит. Это следует и из того факта, что средняя вдоль траектории частиц напряженность поля в этом случае равна нулю.

Средняя напряженность электрического поля, действующего на каналированную частицу в изогнутом кристалле, отлична от нуля за счет смещения равновесной орбиты из центра канала. Это поле, перпендикулярное импульсу частицы, и вызывает отклонение частицы кристаллом на угол изгиба. Как впервые показано в [82], электрическое поле плоскостных каналов изогнутого

кристалла, имея в области каналирования частиц преимущественную направленность, приводит к значительным углам поворота спина каналированных частиц.

В работе [83] из рассмотрения уравнения Баргмана — Мишеля — Теллеги, которое описывает поведение спина релятивистской частицы в электромагнитном поле, установлено существование простой связи между угловой скоростью прецессии спина Ω и импульса частицы Ω_0 , движущейся в электрическом поле:

$$\Omega = \left[\frac{g-2}{2} \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma} + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right] \Omega_0, \quad (87)$$

где g — фактор Ланде. Когда энергия частицы при движении в поле практически не меняется, такая же связь существует и между углами поворота спина ϑ и импульса ϑ_0 частицы, то есть для $\gamma \gg 1$ имеем

$$\vartheta = \vartheta_0 \gamma (g - 2) / 2. \quad (88)$$

Соотношение (88) определяет угол прецессии спина частицы, прошедшей изогнутый кристалл в режиме плоскостного каналирования, через угол изгиба кристалла.

Разброс углов прецессии спина отклоненных кристаллом каналированных частиц обусловлен отличием реального потенциала кристалла от усредненного, а также рассеянием на электронах кристалла. На угол прецессии частиц, прошедших кристалл, существенное влияние оказывает возможность часть пути проходить, не находясь в режиме каналирования, — частицы могут захватываться в режим каналирования или деканализоваться в объеме кристалла. В работе [84] получены кинетические уравнения, которые описывают эволюцию распределения частиц по ориентациям спина при прохождении через изогнутый кристалл с учетом многократного рассеяния и позволяют оценить спектр углов поворота спина частиц за кристаллом.

Измерение угла прецессии спина частиц при отклонении изогнутым кристаллом может быть использовано для измерения магнитного момента короткоживущих частиц [85]. Метод уже успешно опробован в эксперименте по измерению угла прецессии спина Σ^+ -гиперонов в Лаборатории им.Ферми [86].

Напряженность электрического поля, действующего на каналированную частицу в кристалле, в системе покоя частицы $\mathcal{E}' = \gamma \mathcal{E}$ при высоких энергиях частиц может достигать критического значения $\mathcal{E}_0 = m^2 c^3 / e \hbar = 1,32 \cdot 10^{16}$ В/см. В таких полях квантовая электродинамика предсказывает изменение аномального магнитного момента частиц μ' . Эффект изменения μ' может быть обнаружен в результате измерения угла прецессии при прохождении через изогнутый кристалл каналированных позитронов с энергией больше 100 ГэВ, достижимой на вторичных пучках протонных ускорителей [87].

9. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Квантовые эффекты в синхротронном излучении электронов и позитронов высокой энергии позволяют получать поляризованные $e^\pm$ -пучки с энергиями ~ 10 ГэВ в электронных накопительных кольцах [71]. Радиационные переходы между состояниями с различными проекциями спина частиц на направление магнитного поля приводят к накоплению частиц на уровне с меньшей энергией, то есть спины позитронов ориентируются по полю, а электронов — против поля. Кроме того, квантовый характер синхротронного излучения проявляется в сильной зависимости интенсивности излучения без изменения поляризации от ориентации спина частицы относительно поля, что также может быть использовано для разделения частиц по спинам [88].

В электрическом поле $\vec{\mathcal{E}}$ зависимость вероятности излучения с переворотом спина от начальной ориентации спина относительно псевдовектора $\vec{U}$ также может приводить к возникновению поперечной поляризации $e^\pm$. При плоскостном каналировании в прямом кристалле направление преимущественной ориентации спина для каналированных частиц периодически изменяется, и средняя поляризация излучающих частиц будет равна нулю. В изогнутом кристалле каналированные частицы из-за смещения равновесной орбиты к внешней стенке канала движутся большую часть времени в областях с одним направлением усредненного поля плоскостей, благодаря чему может происходить радиационная поляризация каналированных $e^\pm$ [87].

Возникновение квантовых эффектов в излучении при движении частиц в электрическом поле определяется параметром $\chi = \gamma\mathcal{E}/\mathcal{E}_0$, равным отношению напряженности электрического поля в собственной системе частицы к критической напряженности поля. Вероятность излучения с переворотом спина увеличивается с ростом χ . В накопителях величина $\chi \ll 1$, процессы излучения с переворотом спина относительно редкие, и поляризация происходит в течение многих оборотов, что возможно благодаря компенсации общих радиационных потерь энергии, которые значительно превосходят потери на излучение с переворотом спина частиц.

При каналировании в изогнутом кристалле возможность для компенсации потерь отсутствует, и заметная поляризация может быть получена только для $e^\pm$ высоких энергий, когда $\chi \geq 1$. Так как при этом энергия излученных фотонов сопоставима с энергией $e^\pm$, то поляризация приобретает ценой значительного уменьшения энергии частиц, следовательно, длина кристалла должна быть максимально ограничена. Проблема поляризации $e^\pm$ при каналировании в изогнутом кристалле с учетом многократного рассеяния и радиационных потерь энергии частиц исследовалась в [89] в рамках кинетического подхода. Проведенные расчеты показали, что степень поляризации может достигать 15–30 % для $e^\pm$ -пучков с энергией $\sim$ ТэВ.

Изогнутый кристалл предлагается использовать не только для радиационной поляризации $e^\pm$, но и для конверсии фотонов в поляризованные e^+e^- -пары. При рождении электрон-позитронной пары фотоном в однородном электрическом поле частицы могут приобретать высокую степень поляризации, при которой спин позитрона параллелен псевдовектору $\vec{v}$, а электрона — антипараллелен [18]. В усредненном поле плоскостей кристалла $\mathcal{E}$ вклад этого процесса образования пар существен при $\kappa = \hbar\omega\mathcal{E}/(mc^2\mathcal{E}_0) \geq 1$, где ω — частота фотона. Как отмечалось, изгиб кристалла приводит к преобладанию в области каналирования $e^\pm$ в поперечнике канала электрического поля одного направления, поэтому частицы пары, рожденные фотоном в изогнутом кристалле и захваченные в режим каналирования, будут обладать высокой поляризацией [18]. Отклонение кристаллом на угол изгиба позволяет уверенно выделить поляризованные $e^\pm$. Этот процесс в [18] также предлагается использовать на вторичных фотонных пучках протонных ускорителей, например, на тэватроне, что, по оценкам, позволит получать на один фотон 10^{-3} – 10^{-2} поперечно поляризованных $e^\pm$ с энергиями ~ 100 ГэВ.

10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, идея отклонения каналированных частиц изогнутым кристаллом, казавшаяся многим слишком смелой, обрела реальность в эксперименте и оказалась весьма плодотворной. Кроме самого эффекта отклонения каналированных частиц, в эксперименте обнаружено и исследовано явление объемного захвата частиц в режим каналирования в изогнутом кристалле. Последнее стимулировало детальное изучение объемного захвата частиц в прямом кристалле, что позволило понять роль процессов объемного захвата и перезахвата в увеличении наблюдаемой длины деканалирования частиц. С помощью моделирования обнаружено отклонение квазиканалированных частиц изогнутым кристаллом в сторону, противоположную изгибу, — объемное отражение.

В изогнутом кристалле при плоскостном каналировании релятивистских позитронов реализуется ситуация, когда работают два механизма излучения: квазиондуляторный за счет колебаний частиц в канале и синхротронный за счет общей кривизны самого канала. Интерференция двух механизмов приводит к возникновению осцилляций в спектрах излучения.

При изгибе кристалла электрическое поле плоскостных каналов приобретает преимущественную направленность в области каналирования за счет смещения равновесной орбиты из центра канала. Это приводит к значительным углам поворота спина каналированных частиц и возможности радиационной поляризации каналированных электронов и позитронов высоких энергий.

Из многочисленных возможных применений изогнутых кристаллов для управления пучками заряженных частиц наиболее важным представляется их

использование в системе локализации потерь коллайдера, что наряду с реализацией вывода частиц гало пучка для одновременных экспериментов на фиксированной мишени позволит значительно уменьшить радиационный фон коллайдерных экспериментов.

Хорошие перспективы имеются для применений изогнутых кристаллов в физике высоких энергий. Одним из них является возможность измерения магнитных моментов короткоживущих частиц по углу прецессии спина в изогнутом кристалле.

В заключение хочу выразить глубокую благодарность Э.Н.Цыганову за плодотворное сотрудничество и стимулирующие дискуссии. Я очень признателен безвременному ушедшему С.А.Воробьеву, в совместных исследованиях с которым получены многие из обсуждавшихся в обзоре результатов. Благодарю А.М.Балдина, В.В.Глаголева и А.Д.Коваленко за поддержку и интерес к данной работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Линдхард Й. — УФН, 1969, т.99, с.249.
2. Tsyanov E.N. — Fermilab TM-682, TM-684, 1976.
3. Таратин А.М., Цыганов Э.Н., Воробьев С.А. — Письма в ЖТФ, 1978, т.4, с.947; Taratin A.M., Tsyanov E.N., Vorobiev S.A. — Phys.Letters A, 1979, v.72, p.145.
4. Водопьянов А.С., Головатюк В.М. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1979, т.30, в.7, с.474.
5. Адипцев Ю.Н. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1979, т.30, с.430.
6. Bak J. et al. — Phys.Lett. B, 1980, v.93, p.505.
7. Авдейчиков В.В. и др. — Краткие сообщения ОИЯИ №1-84, Дубна 1984, с.3.
8. Асеев А.А., Бавижев М.Д. и др. — Препринт ИФВЭ 89-57, Серпухов 1989.
9. Бирюков В.М., Котов В.И., Чесноков Ю.А. — УФН, 1994, т.164, №10, с.1017.
10. Bak J.F. et al. — Nucl.Phys. B, 1984, v.242, p.1; Baurichter A. et al. — Nucl.Instr.Meth.B, 1996, v.119, p.172.
11. Akbari H. et al. — Phys.Lett. B, 1993, v.313, p.491; Elsener K. et al. — Nucl.Inst.Meth.B, 1996, v.119, p.215.
12. Gibson W.M. et al. — Nucl.Inst.Meth.B, 1984, v.2, p.54.
13. Murphy C.T., Carrigan R. et al. — Nucl.Instr.Meth.B, 1996, v.119, p.231.
14. Бельзер Л.И., Бодягин В.А. и др. — Препринт ОИЯИ Р1-87-654, Дубна 1987; Бельзер Л.И., Бодягин В.А. и др. — Материалы Всесоюзного совещания "Проблемы применения эффектов каналирования частиц кристаллами в физике высоких энергий", Протвино 1991, с.45.
15. Tsyanov E., Taratin A., Zinchenko A. — ЭЧАЯ, 1996, т.27, в.3, с.675.
16. Bavizhev M., Biryukov V. — SSCL-N-774, September 1991.
17. Carrigan R.A. Jr., Gibson W.M., Sun C.R., Tsyanov E.N. — Nucl.Inst.Meth.B, 1982, v.194, p.205.
18. Барышевский В.Г., Тихомиров В.В. — УФН, 1989, т.159, в.3, с.455.
19. Carrigan R.A., Jr., Gibson W.M. — In: "Coherent Radiation Sources" (Eds. A.W.Saenz and H.Uberall) Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, Topics in Current Physics, v.38, p.61, 1985.
20. Carrigan R.A., Jr. — In: Relativistic Channeling (Eds.R.A. Carrigan, Jr., J. Ellison) New York: Plenum Press, 1987, p.339.

21. Biryukov V.M., Chesnokov Yu.A., Kotov V.I. — Crystal Channeling and Its Application at High-Energy Accelerators, Berlin: Springer-Verlag, 1997.
22. Калашников Н.П. — Когерентные взаимодействия заряженных частиц в монокристаллах. М.: Атомиздат, 1981.
23. Пивоваров Ю.Л., Воробьев С.А. — Доклады АН СССР, 1981, с.837.
24. Forster J.S. et al. — Nucl.Phys.B, 1989, v.318, p.301.
25. Таратин А.М. — Сообщения ОИЯИ P1-96-262, Дубна 1996.
26. Pathak A.P. — Phys.Rev.B, 1976, v.13, No. 11, p.4688.
27. Каплин В.В., Воробьев С.А. — Письма в ЖТФ, 1978, т.4, в.4, с.196.
28. Taratin A.M., Filimonov Yu.M., Vyatkin E.G., Vorobiev S.A. — Phys.Stat.Sol.B, 1980, v.100, p.273.
29. Taratin A.M., Vorobiev S.A. — Phys.Stat.Sol.B, 1981, v.107, p.521.
30. Бавижев М.Д., Бирюков В.М., Гаврилов Ю.Г. — ЖТФ, 1991, т.61, в.2, с.136.
31. Taratin A.M., Vorobiev S.A. — Phys.Lett. A, 1987, v.119, p.425;
Taratin A.M., Vorobiev S.A. — Nucl.Inst.Meth.B, 1987, v.26, p.512.
32. Белошицкий В.В., Кумахов М.А. — Доклады АН СССР, 1973, т.212, в.4, с.846.
33. Taratin A.M., Vorobiev S.A. — Nucl.Instrum.Meth.B, 1990, v.47, p.247.
34. Waho T. — Phys.Rev.B, 1976, v.14, No.11, p.4830.
35. Бонч-Осмоловский А.Г., Подгорецкий М.И. — Сообщения ОИЯИ, P2-11634, Дубна 1978.
36. Forster J.S. — In.: Relativistic Channeling (Eds.R.A. Carrigan, Jr., J. Ellison) New York: Plenum Press, 1987, p.39.
37. Kudo H. — Nucl.Instr.Meth.B, 1981, v.189, p.609.
38. Ellison J.A., Picrauh S.T. — Phys.Lett.A, 1981, v.83, p.271.
39. Ellison J.A. — Nucl.Phys.B, 1982, v.206, p.205.
40. Ellison J.A. et al. — Nucl.Inst.Meth.B, 1984, v.2, p.9.
41. Gibson W.M. — In.: Relativistic Channeling (Eds.R.A. Carrigan, Jr., J. Ellison) New York: Plenum Press, 1987, p.101.
42. Kovalenko A.D., Mikhailov V.A., Taratin A.V. et al. — JINR Rapid Communications, No.4[72], Dubna 1995, p.9.
43. Taratin A.M., Vorobiev S.A., Bavizhev M.D., Yazynin I.A. — Nucl.Instr.Meth.B, 1991, v.58, p.103.
44. Biryukov V.M. — Nucl.Instr.Meth.B, 1991, v.53, p.202.
45. Arduini G. et al. — Phys.Rev.Lett., 1997, v.79, No 21, p.4182.
46. Кудряшов Н.А., Петровский С.В., Стриханов М.Н. — ЯФ, 1988, т.48, в.3, с.666.
47. Taratin A.M. — JINR Preprint E1-97-320, Dubna, 1997.
48. Кольчужкин А.М., Учайкин В.В. — Введение в теорию прохождения частиц через вещество. М.: Атомиздат, 1978.
49. Bethe H.A. — Phys.Rev., 1953, v.89, No.6, p.1256.
50. Particle Data Group — Phys.Rev.D, 1994, v.50, p.1173.
51. Таратин А.М., Воробьев С.А. — ЖТФ, 1985, т.55, с.1598;
Taratin A.M., Vorobiev S.A. — Phys.Stat.Sol.B, 1986, v.133, p.511;
Taratin A.M., Vorobiev S.A. — Phys.Lett.A, 1986, v.115, p.398.
52. Kitagawa M., Ohtsuki Y.H. — Phys.Rev.B, 1973, v.8, p.3117.
53. Рябов В.А. — Эффект каналирования. М.: Энергоатомиздат, 1994.
54. Biryukov V. — Phys.Rev.E, 1995, v.51, p.3522.
55. Андреев В.А. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1982, т.36, в.9, с.340;
Samsonov V.M. — In.: Relativistic Channeling (Eds.R.A. Carrigan, Jr., J. Ellison) New York: Plenum Press, 1987, p.129.
56. Булгаков Н.К. и др. — Сообщения ОИЯИ 1-83-725, Дубна, 1983.

57. Белошицкий В.В., Старостин В.А. — Письма в ЖТФ, 1988, т.14, в.8, с.722.
58. Taratin A.M. — Nucl.Instrum.Meth.B, 1995, v.95, p.243.
59. Мазур Е.А., Стриханов М.Н. — В кн.: Труды 13 Всесоюзного совещания по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами. М.: Изд-во МГУ, 1984, с.8.
60. Кумахов М.А. — Препринт НИИЯФ МГУ, Л-122178, 1970.
61. Chesnokov Yu.A. et al. — Nucl.Instr.Meth.B, 1992, v.69, p.247.
62. Biryukov V.M. et al. — Nucl.Instr.Meth.B, 1993, v.73, p.153.
63. Сумбаев О.И. — Препринт ЛИЯФ №1201, Ленинград, 1986.
64. Mannami M. et al. — Nucl.Inst.Meth.B, 1988, v.33, p.62.
65. Biryukov V.M. et al. — Nucl.Inst.Meth.B, 1993, v.73, p.153;
Biryukov V.M. — Phys.Letters A, 1995, v.205, p.343.
66. Esbensen H. et al. — Phys.Rev.B, 1978, v.18, p.1039.
67. Moller S.P. et al. — Nucl.Instr.Meth.B, 1994, v.84, p.434.
68. Kudryashov N.A. et al. — Nucl.Phys.B, 1989, v.324, p.277;
Kudryashov N.A. et al. — Phys.Stat.Sol.B, 1990, v.157, p.531.
69. Taratin A.M. — Nucl.Instr.Meth.B, 1996, v.119, p.156.
70. Esbensen H., Golovchenko J. — Nucl.Phys.A, 1978, v.298, p.382.
71. Тернов И.М., Михайлин В.В. — Синхротронное излучение. Теория и эксперимент. М.: Энергоатомиздат, 1986.
72. Багров В.Г., Тернов И.М., Федосов Н.И. — ЖЭТФ, 1982, т.82, с.1442.
73. Кумахов М.А. — Излучение каналированных частиц в кристаллах. М.: Энергоатомиздат, 1986.
74. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. — Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных монокристаллах. Новосибирск: Наука, 1989.
75. Bashmakov Yu.A. — Radiation Effects, 1981, v.56, p.55.
76. Таратин А.М. — ЖТФ, 1989, т.59, с.138;
Taratin A.M., Vorobiev S.A. — Nucl.Instrum.Meth.B, 1988, v.31, p.551.
77. Taratin A.M., Vorobiev S.A. — Nucl.Instrum.Meth.B, 1989, v.42, p.41.
78. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Теория поля. М.: Наука, 1973.
79. Джексон Дж. — Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965.
80. Арутюнов В.А., Кудряшов Н.А., Стриханов М.Н., Самсонов В.М. — ЖТФ, 1991, т.61, с.32;
Arutyunov V.A. et al. — Nucl.Phys.B, 1991, v.363, p.283.
81. Берестецкий В.Г., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. — Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.
82. Барышевский В.Г. — Письма в ЖТФ, 1979, т.5, в.3, с.182.
83. Любошиц В.Л. — ЯФ, 1980, т.31, в.4, с.986.
84. Кудряшов Н.А. и др. — ЯФ, 1990, т.51, в.1, с.173.
85. Барышевский В.Г. — Материалы XIV Зимней школы ЛИЯФ. Л.: ЛИЯФ АН СССР, с.158, 1979.
86. Baublis V.V. et al. — Nucl.Inst.Meth.B, 1994, v.90, p.112.
87. Барышевский В.Г., Грубич А.О. — Письма в ЖТФ, 1979, т.5, в.24, с.1527.
88. Baier V.M., Katkov V.M., Strakhovenko V.M. — Phys.Lett.B, 1977, v.70, p.83.
89. Arutyunov V.A. et al. — Nucl.Inst.Meth.B, 1990, v.52, p.13.

ЗАДАЧА ДЖ.С.БЕЛЛА

С.С.Герштейн, А.А.Логунов

Институт физики высоких энергий, Протвино Московской обл.

В рамках специальной теории относительности рассматривается задача Дж.С.Белла в инерциальной и ускоренной системах координат.

The problem of J.S.Bell has been investigated within the frames of special relativity theory in the inertial and accelerated systems of coordinates.

В заметке [1] Дж.С.Белла «Как преподавать специальную теорию относительности» рассмотрена следующая задача.

«Три маленьких космических ракеты, А, В, и С, дрейфуют свободно в области пространства, удаленной от остального вещества, без вращения и без относительного движения, причем В и С равно удалены от А (рис.1).

По получении сигнала от А двигатели В и С запускаются, и они начинают плавно ускоряться (рис.2). Пусть ракеты В и С идентичны и имеют идентичные программы ускорения. Тогда (как считает наблюдатель на А) они будут в каждый момент времени иметь одинаковую скорость и, таким образом, оставаться смещенными друг относительно друга на фиксированное расстояние.

Предположим, что с самого начала В и С связаны тонкой нитью (рис.3). И если поначалу нить достаточно длинна, чтобы ее хватило на требуемое расстояние, то по мере того, как ракеты ускорятся, она станет слишком короткой, поскольку подвергается фицджеральдовскому сжатию, и в конце концов порвется. Она должна порваться, когда при до-



Рис.1



Рис.2

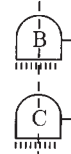


Рис.3

статочной большой скорости искусственное предотвращение естественного сжатия приведет к недопустимому натяжению.

Действительно ли это так? Эта старая задача оказалась однажды предметом обсуждения в столовой ЦЕРН. Один уважаемый физик-экспериментатор отказался согласиться с тем, что нить порвется, и счел мою уверенность в обратном моим собственным непониманием специальной теории относительности. Мы решили обратиться в теоретический отдел ЦЕРН за арбитражем и произвели (не очень систематический) опрос общественного мнения на этот счет. Образовался отчетливый консенсус в пользу того, что нить не порвется! Конечно, многие, кто поначалу дает этот неправильный ответ, приходят после некоторого размышления к правильному. Обычно они чувствуют необходимость посмотреть, как все это представляется наблюдателю В или С. Они обнаруживают, что В, например, видит С все дальше и дальше позади, так что данный кусок нитки не может больше покрыть расстояние между ними. Только проделав это и, возможно, с остаточным ощущением какой-то неловкости эти люди в конце-концов приходят к заключению, которое совершенно тривиально с точки зрения А, включая фицджеральдовское сокращение. *Мое впечатление, что те, у кого более классическое образование, кто знает кое-что из рассуждений Лармора, Лоренца и Пуанкаре, а также Эйнштейна, обладают более сильным и надежным инстинктом».*

Перейдем к анализу данной задачи. Пусть длина нити, которая соединяет ракеты В и С в покоящемся состоянии, равна расстоянию между ними, равному l_0 . При движении нити, в силу сокращения Лоренца, ее длина должна стать в неподвижной системе координат (где ее концы фиксируются в один и тот же момент времени по часам неподвижной системы) равной

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2}.$$

Поскольку, однако, концы нити скреплены с ракетами, расстояние между которыми (l_0) остается постоянным (т.к. они движутся по одному и тому же закону), нить должна разорваться. Такое объяснение даст наблюдатель, находящийся в неподвижной инерциальной системе координат.

С точки зрения наблюдателя, находящегося на одной из ракет, разрыв нити произойдет из-за того, что ракеты с течением времени удаляются друг от друга. Это легко усмотреть из инвариантности интервала в пространстве Минковского. Действительно, интервал между двумя событиями, соответствующими фиксации положения ракет В и С в один и тот же момент времени по часам неподвижной системы координат, пространственноподобен и равен $S_{12}^2 = -l_0^2$. Этот же интервал в системе координат, сопутствующий ракетами, должен иметь временную часть (т.к. события, одновременные в

неподвижной системе, неодновременны в сопутствующей). Поэтому пространственная часть интервала (определяющая расстояние между ракетами) должна быть больше l_0 и возрастать по мере увеличения скорости ракет.

В случае ускоренного движения, как видно из рассматриваемого примера, проявляется динамическая природа преобразования Лоренца. Сокращение Лоренца, как, впрочем, и сама геометрия плоского пространства-времени Минковского, имеют динамическую природу, поскольку они отражают общие динамические свойства материи — законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения. Именно эти общие законы, универсальные для любых взаимодействий, и приводят к единой для всех форм движения материи псевдоевклидовой геометрии.

Остановимся на этой задаче подробнее. Проведем сначала анализ движения ракет в «неподвижной» инерциальной системе координат, в которой стартовали ракеты B и C . Релятивистское ковариантное уравнение движения каждой из них происходит под действием постоянной силы f , создающей (в системе покоя ракеты) постоянное ускорение a , и имеет вид (если сила f направлена по оси x)

$$m \frac{dU_x}{d\tau} = F_x, \quad m \frac{dU_0}{d\tau} = F_0. \quad (1)$$

Здесь U_x, U_0 — компоненты четырехскорости:

$$U^\alpha = \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{v}{\sqrt{1-v^2}} \right); \quad (2)$$

F_x, F_0 — компоненты четырехсилы:

$$F^\alpha = \left(\frac{f_v}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{f}{\sqrt{1-v^2}} \right); \quad (3)$$

τ — собственное время. Скорость света $c = 1$.

На основании (2) имеем

$$U_0^2 - U_x^2 = 1. \quad (4)$$

Из формул (2) и (3) получим

$$F_0 = fU_x, \quad F_x = fU_0. \quad (5)$$

С помощью выражений (5) уравнение (1) запишем в виде

$$\frac{dU_x}{d\tau} = aU_0, \quad \frac{dU_0}{d\tau} = aU_x, \quad a = \frac{f}{m}. \quad (6)$$

Эти уравнения в силу (4) имеют простое решение

$$U_x = \frac{dx}{d\tau} = \sinh a\tau, \quad U_0 = \frac{dt}{d\tau} = \cosh a\tau. \quad (7)$$

На основании (2) и (7) имеем

$$v = \tanh a\tau, \quad \cosh a\tau = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}. \quad (8)$$

Если в начальный момент времени ($\tau=0$) одна из ракет (B) находилась на оси x в точке x_B^0 , а другая в точке x_C^0 , то траектория движения первой ракеты будет определяться из (7) параметрически (через собственное время τ):

$$x_B = \frac{1}{a} (\cosh a\tau - 1) + x_B^0, \quad (9)$$

$$t = \frac{1}{a} \sinh a\tau. \quad (10)$$

Аналогичным образом будет представляться и траектория второй ракеты C . Равноускоренное движение в релятивистской механике обычно называют гиперболическим движением.

На основании (8) и (10) имеем

$$\cosh a\tau = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} = \sqrt{1+a^2t^2}. \quad (11)$$

Используя (11), найдем явную зависимость координат и скорости ракет от времени t :

$$x_B = \frac{1}{a} \left(\sqrt{1+a^2t^2} - 1 \right) + x_B^0. \quad (12)$$

$$x_C = \frac{1}{a} \left(\sqrt{1+a^2t^2} - 1 \right) + x_C^0. \quad (13)$$

С помощью (8), (10) и (11) найдем

$$v_C(t) = v_B(t) = \frac{at}{\sqrt{1+a^2t^2}}. \quad (14)$$

Таким образом, в «неподвижной» инерциальной системе координат расстояние между двумя ракетами остается неизменным и равным первоначальному расстоянию:

$$l_0 = x_B(t) - x_C(t) = x_B^0 - x_C^0. \quad (15)$$

По-видимому, исходя из этого факта, большинство физиков, опрошенных Дж.Бэллом, и утверждали, что нить, связывающая ракеты, не должна порваться. Пространственно-временные соотношения в мире Минковского определяются интервалом между событиями. В задаче о движении ракет B и C «неподвижный» наблюдатель в инерциальной системе координат, по самой постановке задачи, имеет дело с пространственноподобным интервалом, равным

$$S_{BC}^2 = -(x_B(t) - x_C(t))^2 = -(x_B^0 - x_C^0)^2 = -l_0^2.$$

И он по постановке эксперимента не в состоянии определить: происходит ли при равномерно ускоренном движении ракет B и C в их системе координат взаимное удаление ракет друг от друга? Но если бы при подготовке данного эксперимента было создано специальное устройство, которое при разрыве нити создает световой импульс, то, увидев световой сигнал, «неподвижный» наблюдатель фиксировал бы разрыв нити. Но чтобы объяснить это явление, ему пришлось бы открыть псевдоевклидову геометрию пространства-времени. Для ответа на поставленный выше вопрос необходимо процесс движения ракет B и C рассмотреть в сопутствующей системе координат. Именно путем сравнения пространственноподобной части интервала в сопутствующей системе координат с l_0 и можно установить факт взаимного удаления ракет B и C друг от друга с течением времени.

С помощью (10) и (11) легко выразить τ через t :

$$\tau = \frac{1}{a} \ln \left(at + \sqrt{1 + a^2 t^2} \right).$$

Отсюда видно, что собственное время растет гораздо медленнее, чем время t в «неподвижной» инерциальной системе координат. Исходная инерциальная система координат, в которой имеется силовое поле F^α , сообщающее пробным телам постоянное в их системе координат ускорение a , может быть преобразована с помощью координатного преобразования в равномерно ускоренную систему координат. В «неподвижной» инерциальной системе координат интервал ds , характеризующий метрические свойства пространства-времени, имеет вид

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (16)$$

Именно в этой системе координат имеется силовое поле (3) с компонентами (F_0, F_x) . Для того чтобы наглядно увидеть, почему разрывается нить, перейдем в равномерно ускоренную систему координат [2]. Введем переменную ρ с помощью преобразования

$$\rho = x - \frac{1}{a} [\cosh a\tau - 1], \quad (17)$$

остальные координаты τ, y, z оставим без изменения. При таком преобразовании пробные тела в сопутствующей неинерциальной системе координат находятся в покое. Согласно формуле (10) имеем

$$dt = d\tau \cosh a\tau. \quad (18)$$

Учитывая (17) и (18), выражение (16) преобразуем к виду

$$ds^2 = d\tau^2 - d\rho^2 - 2d\rho d\tau \sinh a\tau - dy^2 - dz^2. \quad (19)$$

Мы видим, что инерциальную систему координат (16) с силовым полем F_x мы трансформировали в равномерно ускоренную систему координат (19) с метрическими коэффициентами

$$g_{00} = 1, \quad g_{\rho\rho} = -1, \quad g_{0\rho} = -\sinh a\tau, \quad g_{yy} = -1, \quad g_{xx} = -1.$$

Действие силового поля будет теперь проявляться в метрических свойствах пространства-времени. Для определения физического времени и расстояния в равномерно ускоренной системе координат выделим в ds^2 времениподобную и пространственноподобную части:

$$ds^2 = [d\tau - d\rho \sinh a\tau]^2 - d\rho^2 \cosh^2 a\tau - dy^2 - dz^2. \quad (20)$$

В этом выражении величина

$$d\sigma = d\tau - d\rho \sinh a\tau \quad (21)$$

определяет промежуток физического времени в равномерно ускоренной системе координат [2]. Следует отметить, что ход времени $d\sigma$ зависит от действия силового поля, сообщающего постоянное ускорение a . В неинерциальной системе координат величина $d\sigma$, как это видно и в данном примере, не является полным дифференциалом. Это означает, что в неинерциальной системе координат не может быть осуществлена сохраняющаяся с течением времени единая синхронизация часов, находящихся в разных точках пространства, поскольку она зависит от пути синхронизации. Такая синхронизация часов может быть осуществлена только в инерциальной системе координат. Именно в этом случае величина $d\sigma$ является полным дифференциалом. Метрические свойства трехмерного пространства, ортогонального времени $d\sigma$, определяются величиной

$$dl^2 = d\rho^2 \cosh^2 a\tau + dy^2 + dz^2. \quad (22)$$

Величина dl зависит от действия силового поля, сообщающего постоянное ускорение a . Таким образом, действие поля в инерциальной системе мы трансформировали в равномерно ускоренную систему координат прост-

ранства Минковского и тем самым перевели в метрические свойства пространства-времени. Равномерно ускоренная система координат не является «жесткой», поскольку в ней расстояние между фиксированными точками изменяется со временем. Учитывая (21) и (22), интервал (20) принимает вид

$$ds^2 = d\sigma^2 - dl^2. \quad (23)$$

Поскольку для света интервал ds равен нулю, то измерение длины dl сводится к измерению времени прохождения $d\sigma$ отрезка dl световым сигналом. Именно отсюда следует, что равными являются также отрезки, которые свет проходит в одно и то же время.

Из формулы (22) следует, что элемент длины вдоль оси ρ равен

$$dl_\rho = d\rho \cosh a\tau,$$

или, используя (11), найдем

$$dl_\rho = \frac{d\rho}{\sqrt{1-v^2}} = d\rho \sqrt{1+a^2 t^2}. \quad (24)$$

Именно эта формула и возникает из-за лоренцева сокращения длины отрезка. Таким образом, расстояние между ракетами B и C в равномерно ускоренной системе координат определяется выражением

$$l_\rho = (x_B - x_C) \sqrt{1+a^2 t^2} = l_0 \sqrt{1+a^2 t^2}. \quad (25)$$

Но это означает, что в инерциальной системе K имеет место (в противоположность выводу [4]) лоренцево сокращение длины стержня, покоящегося в системе K_N : $x_B - x_C = l_\rho \sqrt{1-v^2}$. Расстояние между ракетами l_0 , зафиксированное в одинаковый момент времени $(t_B - t_C)$ неподвижным наблюдателем в инерциальной системе координат, не может быть расстоянием в сопутствующей системе координат, так как моменты времени $t_B = t_C$ относятся к разным моментам времени в сопутствующей системе координат, поскольку физическое время $d\sigma$ не равно нулю. Выражение (25) показывает, что из-за наличия силового поля с ускорением a расстояние между ракетами B и C увеличивается со временем, что и приводит к обрыву нити, связывающей эти ракеты.

В общем случае ускоренного движения квадрат интервала будет иметь вид

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu.$$

Аналогично предыдущему выделим в квадрате интервала времениподобную и пространственноподобную части:

$$ds^2 = d\sigma^2 - dl^2,$$

где

$$d\sigma = \frac{g_{0\lambda} dx^\lambda}{\sqrt{g_{00}}}, \quad dl^2 = x_{ik} dx^i dx^k, \quad x_{ik} = -g_{ik} + \frac{g_{0i} g_{0k}}{g_{00}}.$$

Величина $d\sigma$ характеризует физическое время, которое не зависит от выбора переменной времени. Действительно, пусть, например, мы введем новую переменную x'^0 по закону

$$x'^0 = x'^0(x^0, x^i), \quad x'^i = x^i.$$

Тогда на основании тензорного преобразования

$$g'_{\mu\nu} = g_{\alpha\beta} \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\nu}$$

имеем в нашем случае

$$g'_{00} = g_{00} \left(\frac{\partial x^0}{\partial x'^0} \right)^2, \quad g'_{0\lambda} = g_{0\beta} \frac{\partial x^0}{\partial x'^0} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\lambda}, \quad dx'^\lambda = \frac{\partial x'^\lambda}{\partial x^\sigma} dx^\sigma,$$

учитывая

$$\frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\lambda} \frac{\partial x'^\lambda}{\partial x^\sigma} = \delta_\sigma^\beta,$$

найдем

$$d\sigma = \frac{g'_{0\lambda} dx'^\lambda}{\sqrt{g'_{00}}} = \frac{g_{0\sigma} dx^\sigma}{\sqrt{g_{00}}}.$$

Таким образом, мы установили, что физическое время $d\sigma$ не зависит от способа выбора координатной временной переменной. Координатная переменная времени не характеризует ход времени физического процесса, поскольку она зависит от произвола выбора часов. Физическое время определяет ход времени физического процесса, однако величина $d\sigma$ имеет локальный характер, поскольку в неинерциальной системе координат она не является полным дифференциалом, а поэтому не существует переменной σ . В инерциальной галилеевой системе координат $d\sigma$ совпадает с

дифференциалом координатной переменной и является полным дифференциалом. Величина dl^2 является квадратом расстояния между точками, она не зависит от выбора координатных переменных и имеет локальный характер.

В дополнение к ранее сказанному следует отметить, что преобразование (21) является неголомомным, а поэтому не существует переменной σ . В сопутствующей неинерциальной системе координат интервал (23) будет иметь вид

$$ds_c^2 = d\tau^2 - d\rho^2 \cosh^2 a\tau - dy^2 - dz^2. \quad (23a)$$

В силу неголомомности преобразования (21) этот интервал будет римановым [3]. На основании (23a) легко найти символы Кристоффеля:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2} g^{\lambda\rho} (\partial_{\mu} g_{\nu\rho} + \partial_{\nu} g_{\mu\rho} - \partial_{\rho} g_{\mu\nu}).$$

Они в нашем случае равны

$$\Gamma_{11}^0 = a \sinh a\tau \cosh a\tau, \quad \Gamma_{01}^1 = a \frac{\sinh a\tau}{\cosh a\tau}.$$

Отсюда следует, что компоненты тензора кривизны Римана

$$R_{\nu\rho\sigma}^{\lambda} = \partial_{\rho} \Gamma_{\nu\sigma}^{\mu} - \partial_{\sigma} \Gamma_{\nu\rho}^{\mu} + \Gamma_{\tau\rho}^{\mu} \Gamma_{\nu\sigma}^{\tau} - \Gamma_{\tau\sigma}^{\mu} \Gamma_{\nu\rho}^{\tau}$$

для метрики (23a) будут равны

$$R_{010}^1 = -a^2, \quad R_{110}^0 = -a^2 \cosh^2 a\tau.$$

Используя известную формулу для геодезической девиации

$$\frac{d^2 \delta x^{\mu}}{d\tau^2} + R_{\sigma\lambda\nu}^{\mu} U^{\sigma} U^{\nu} \delta x^{\lambda} = 0,$$

получим

$$\frac{d^2 \delta x^1}{d\tau^2} - a^2 \delta x^1 = 0,$$

что свидетельствует о взаимном удалении со временем пробных тел в сопутствующей неинерциальной системе координат.

Дополнительная иллюстрация характера относительного движения «ракет Белла» получится, если мы рассмотрим вопрос о том, смогут ли находящиеся в них наблюдатели поддерживать между собой радиосвязь. Для анализа данной задачи нам необходимо с помощью преобразований (9) и

(10) записать квадрат интервала в переменных ускоренной системы координат:

$$S_{12}^2 = (t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 =$$

$$= \left[\frac{2}{a} \sinh \frac{a(\tau_2 - \tau_1)}{2} - l_0 \sinh \frac{a(\tau_1 + \tau_2)}{2} \right]^2 - l_0^2 \cosh^2 \frac{a(\tau_1 + \tau_2)}{2},$$

здесь $l_0 = x_2^0 - x_1^2$.

Время прихода радиосигнала, испущенного одним из наблюдателей к другому, определяется условием $S_{12}^2 = 0$. Если сигнал испущен из головной ракеты B в момент времени τ_1 , то, как нетрудно показать из выражения для интервала, он будет получен наблюдателем в ракете C в момент времени τ_2 , определяемый уравнением

$$e^{a\tau_2} = e^{a\tau_1} + al_0.$$

Таким образом, радиосигнал, испущенный из ракеты B , всегда достигает ракеты C . С точки зрения неподвижного наблюдателя при $a\tau_1 \gg 1$ условие принимает простой вид:

$$t_2 \cong t_1 + \frac{l_0}{2}.$$

Совсем другой результат получается при рассмотрении распространения радиосигнала, испущенного задней ракетой C . Время прихода его в головную ракету τ_1 будет определяться из уравнения

$$e^{-a\tau_1} = e^{-a\tau_2}(1 - al_0 e^{a\tau_2}).$$

Это уравнение разрешимо, только если имеет место неравенство

$$al_0 e^{a\tau_2} < 1.$$

Если это условие не выполняется, то наблюдатель в ракете B не может получить никакой информации из ракеты C . Таким образом, для наблюдателя в головной ракете B задняя ракета C с течением времени должна исчезнуть за горизонтом событий. Для получения в ракете B информации из ракеты C необходимо выключить двигатели ракеты B . Сказанное выше будет реально проявляться при ускорении заряженных частиц в постоянном электрическом поле.

Пусть, например, электронный сгусток ускоряется в линейном ускорителе со средней напряженностью электрического поля E до энергии $\epsilon \gg m$. Тогда к концу процесса ускорения сгустка из условия

$$al_0 e^{a\tau_2} = al_0 \left(at_2 + \sqrt{1 + a^2 t_2^2} \right) < 1$$

имеем неравенство

$$l_0 \leq \frac{(mc^2)^2}{2eE\epsilon}.$$

Отсюда следует, что на головную часть сгустка будут влиять к концу ускорения только те заряженные частицы, которые в начале ускорения находились от него на расстояниях меньших, чем $\frac{(mc^2)^2}{2eE\epsilon}$. Для проектируемых линейных коллайдеров с $eE = 100$ МэВ/м и энергией $\epsilon = 200$ ГэВ величина l_0 составляет $l_0 \cong 6 \cdot 10^{-7}$ см.

Задача Дж.Белла указывает мысленный путь построения равномерно ускоренной системы координат. Пусть в инерциальной системе координат осуществлена единая синхронизация часов в каждой точке пространства. Тогда можно реализовать равномерно ускоренную систему координат с помощью бесконечного числа «ракет Белла», стартующих одновременно из разных точек «неподвижной» инерциальной системы координат с одинаковым и постоянным ускорением a . Так, мы мысленно можем создать в сколь угодно большом объеме пространства равномерно ускоренную систему координат. Именно такую систему координат и следует сравнивать с однородным гравитационным полем. Однако иногда используют «жесткую» равномерно ускоренную систему координат, в которой расстояние между фиксированными точками не зависит от времени. Такая система введена Меллером, в ней координаты (η, ρ) связаны с координатами инерциальной системы (t, x) соотношениями

$$t = \rho \sinh a\eta, \quad x = \rho \cosh a\eta \quad (26)$$

(чтобы не загромождать изложение, мы ограничимся одной пространственной координатой x). Интервал между событиями в системе Меллера, которую в соответствии с работой [4] будем обозначать K_a , равен

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 = a^2 \rho^2 d\eta^2 - d\rho^2. \quad (27)$$

Отсюда следует, что промежуток собственного времени в системе K_a равен $d\tau = a\rho d\eta$, а расстояние между соседними (фиксированными) точками постоянно и равно $d\rho$. В этом смысле система K_a является «жест-

кой». Для выявления ее различия с системой координат (9)—(10) (или, в обозначениях работы [4], с системой K_N), рассмотрим вопрос о том, какой совокупностью тел может осуществляться система K_a . Из (26) следует, что фиксированная в системе K_a точка $\rho = \rho_0$ движется в «неподвижной» инерциальной системе отсчета по закону

$$x = \rho_0 \sqrt{1 + \frac{t^2}{\rho_0^2}}, \quad (28)$$

т.е. стартует в момент $t = 0$ из точки $x_0 = \rho_0$ на оси x с постоянным ускорением $a_0 = \frac{1}{\rho_0}$. Это означает, что система K_a реализуется системой «ракет

Меллера», стартующих одновременно в «неподвижной» инерциальной системе координат с разными ускорениями $a(x)$, зависящими от их положения на оси x : $a(x) = \frac{1}{|x|}$. Если в «неподвижной» инерциальной системе

координат ракеты Меллера, находящиеся на расстоянии dx , стартуют одновременно, а расстояние между ними в ускоренной системе K_a равно $d\rho$, то в «неподвижной» системе координат расстояние dx будет уменьшаться со временем по закону

$$dx = \frac{d\rho}{\sqrt{1 + \frac{t^2}{\rho^2}}}, \quad (29)$$

что и соответствует сокращению Лоренца. Приведенные выше наглядные соображения показывают, что система K_a (в отличие от K_N) не может моделировать однородное силовое поле, все точки которого предполагаются движущимися по гиперболическому закону (9) с одинаковым постоянным ускорением a . В принципе невозможно построить «жесткую» систему координат, которая имитировала бы однородное силовое поле. Введение жесткой системы координат сопровождается не только тем, что она нарушает однородность силового поля, но и обязательно приводит к неполному отображению пространства-времени инерциальной системы координат в ускоренную систему. Поэтому предпочтение системы K_a по сравнению с K_N , которое делают авторы работы [4] при обсуждении принципа эквивалентности, представляется неоправданным.

На примере анализа задачи Дж.Бэлла мы ясно увидели, что специальная теория относительности применима и к неинерциальным системам ко-

ординат [2]. Все это естественно и очевидно, поскольку суть специальной теории относительности состоит только в том, что пространство и время образуют неразрывно связанный четырехмерный континуум, в котором мерой расстояния между событиями служит квадрат интервала между ними. Утверждение о том, что специальную теорию относительности нельзя использовать для описания явлений в неинерциальных системах координат, выглядит столь же нелепо, как и утверждение о том, что на плоскости можно использовать только декартову систему координат и нельзя применять криволинейную. Такое заблуждение произошло из-за того, что придавали неоправданно большое значение понятию одновременности в разных точках пространства и процессу синхронизации часов в разных точках пространства. Поскольку эти понятия ограничены и имеют смысл только в инерциальных системах координат, по-видимому, и казалось, что специальную теорию относительности нельзя применять в неинерциальных системах координат. Интервал (16) по самому построению не зависит от выбора системы координат в пространстве Минковского. Преобразование от координат инерциальной системы к координатам неинерциальной системы должно быть взаимно однозначным и притом таким, чтобы обратное преобразование покрывало все пространство Минковского. Только в этом случае физические процессы, протекающие в инерциальной системе координат могут быть полностью отражены при их описании в неинерциальной системе координат.

Следует особо отметить, что преобразования (26) не отражают все точки пространства Минковского в ускоренную систему координат, поскольку детерминант метрического тензора

$$g = -a\rho$$

обращается в нуль в точке $\rho = 0$. Но, поскольку, согласно (26),

$$x^2 - t^2 = (x - t)(x + t) = \rho^2,$$

это означает, что преобразования (26) отображают только часть пространства Минковского, заключенного между прямыми $x = t$, $x = -t$. На рис.4 это область I.

Отсюда следует, что описание физических процессов, которые в инерциальной системе (галилеевы координаты) захватывают области, выходящие за область I, в системе Меллера не может быть осуществлено.

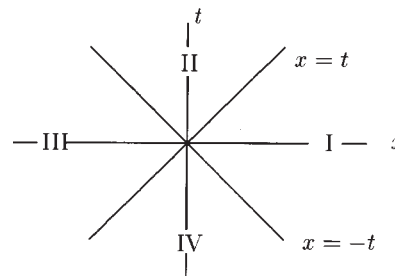


Рис.4

Авторы выражают благодарность М.А.Мествиришвили, В.А.Петрову и Н.Е.Тюрину за ценные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Bell J.S.** — Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics. Cambridge University Press, 1993, p.67.
2. **Логунов А.А.** — Лекции по теории относительности и гравитации. М.: Наука, 1987.
3. **Родичев В.И.** — Эйнштейновский сборник. 1971. М.: Наука, 1972, с.88—113.
4. **Гинзбург В.Л., Ерошенко Ю.Н.** — УФН, 1995, т.165, №2, с.205.

ДИАГОНАЛЬНЫЙ СПИНОВЫЙ БАЗИС И РАСЧЕТ ПРОЦЕССОВ С УЧАСТИЕМ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЧАСТИЦ

М.В.Галынский, С.М.Сикач

Институт физики им. Б.И.Степанова АНБ, Минск, Белоруссия

Обзор посвящен изложению развитого авторами за последние годы ковариантного метода вычислений матричных элементов процессов квантовой электродинамики (КЭД) в диагональном спиновом базисе (ДСБ) и его применению для расчета дифференциальных сечений актуальных процессов с участием поляризованных частиц. В ДСБ спиновые 4-векторы частиц до взаимодействия и после взаимодействия выражаются через их 4-импульсы. В нем реализуется малая группа Лоренца, общая для начального и конечного состояний. Это приводит к совпадению спиновых операторов для начальных и конечных частиц, что позволяет в ковариантной форме разделить взаимодействия без изменения и с изменением спиновых состояний частиц, участвующих в реакции и тем самым проследить за динамикой спинового взаимодействия. В отличие от метода группы CALCUL и др. развитый подход справедлив как в массивном, так и в безмассовом случае; в нем не возникает трудностей при расчете амплитуд с переворотом спина; он не требует введения вспомогательных векторов. Для построения математического аппарата, с помощью которого вычисляются матричные элементы в ДСБ, достаточно 4-импульсов частиц, участвующих в рассматриваемой реакции. С помощью развитого метода исследованы следующие процессы КЭД: 1) тормозное меллеровское и баба-рассеяние ($e^\pm e^- \rightarrow e^\pm e^- \gamma$) в ультрарелятивистском безмассовом пределе для случая, когда начальные частицы, а также фотон спирально поляризованы; 2) обратное комптоновское рассеяние фотонов интенсивной циркулярно поляризованной лазерной волны, сфокусированной на пучке продольно поляризованных ультрарелятивистских электронов ($e + n\gamma_0 \rightarrow e + \gamma$); 3) рождение e^+e^- -пар жестким фотоном при столкновении с несколькими лазерными фотонами одновременно ($\gamma + n\gamma_0 \rightarrow e^+ + e^-$); 4) бете-гайтлеровский процесс в случае излучения линейно поляризованного фотона электроном с учетом отдачи и формфакторов протона; 5) реакция $ep \rightarrow ep\gamma$ с учетом поляризуемости протона в кинематике, где доминирует протонное излучение; 6) процесс трехфотонной аннигиляции ортопозитрония ($e^+e^- \rightarrow 3\gamma$).

Обзор результатов, полученных с помощью развитого метода, свидетельствует о его эффективности при расчетах многочастичных процессов с участием поляризованных частиц.

The review of recently developed by the authors new techniques for covariant calculation of matrix elements in QED, the so-called "formalism of Diagonal Spin Basis" (DSB), is presented. It is applied to calculating of differential cross sections of processes when polarization of particles is to be taken into account. In DSB spin 4-vectors of *in*- and *out*-fermions are expressed just in terms of their 4-momenta. In this approach the little Lorentz group, common for the initial and final states, is being realized. This brings the spin operators of *in*- and *out*-particles to coincidence, allowing one to separate in a covariant way the spin-flip and nonspin-flip interactions and to follow in detail the whole dynamics of the spin interaction. In contrast to methods of CALCUL-group, etc., the developed approach is valid both for massive fermions and for massless ones. There occur no problems with accounting for spin-flip amplitudes in it. No auxiliary vectors are to be introduced in DSB. Just 4-momenta of particles participating in reaction are required in it to construct the

mathematical apparatus for amplitude calculation. We apply this formalism to the following processes: 1) Möhler's and Bhabha's bremsstrahlung ($e^\pm e^- \rightarrow e^\pm e^- \gamma$) in the ultrarelativistic (massless) limit when initial particles and photon are helicity polarized, 2) Compton back-scattering of photons of intensive circularly polarized laser wave focused on a beam of longitudinally polarized ultrarelativistic electrons ($e + n\gamma_0 \rightarrow e + \gamma$); 3) e^+e^- -pair production by a hard photon in simultaneous collision with several laser beam photons ($\gamma + n\gamma_0 \rightarrow e^+ + e^-$); 4) Bethe-Heitler process in the case of a linearly polarized photon emission by an electron with account for proton recoil and form factors; 5) the reaction $ep \rightarrow ep\gamma$ with proton polarizability being taken into account in a kinematics when proton bremsstrahlung dominates; 6) orthopositronium 3-photon annihilation ($e^+e^- \rightarrow 3\gamma$). The results obtained with the help of the developed DSB-formalism certify its efficiency for calculating the multiparticle processes when polarization is to be taken into account.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время физика спиновых явлений стала неотъемлемой частью программ многих больших ускорителей нового поколения [1—5]. Это объясняется, во-первых, успехами в развитии поляризационной техники, а именно способов получения поляризованных пучков, достижениями в создании поляризованных мишеней и поляриметров [3]. Во-вторых, в области энергий современных ускорителей важна роль электрослабых взаимодействий, нарушающих как Р- и С- [6,7], так и комбинированную СР-инвариантность [8], что приводит к поляризационным спиновым корреляциям, которые зачастую играют роль прецизионных тестов для стандартной модели с точностью, недостижимой в других экспериментах [1,5]. В-третьих, явное несовершенство стандартной модели требует поиска выхода за ее рамки, и на путях этого поиска спиновые эффекты должны сыграть заметную роль [1].

Достижения в ускорительной и поляризационной технике открывают новые возможности для изучения процессов взаимодействия поляризованных частиц. Поэтому в теоретическом плане все более актуальной задачей становится вычисление вероятностей различных процессов взаимодействий элементарных частиц с учетом их поляризаций и внутренней структуры, а также разработка новых методов расчета. При использовании стандартного подхода [9-12] для расчета вероятностей различных процессов (т.е. при вычислении квадратов модулей матричных элементов) учет поляризаций частиц приводит к резкому усложнению как самих вычислений, так и структуры получаемых выражений. При этом нередко утрачивается их ковариантность.

Естественным путем, позволяющим достичь упрощений при расчете реакций с участием поляризованных частиц, является переход от вычислений квадратов модулей матричных элементов к непосредственному вычислению самих матричных элементов, которое может быть сделано различными способами [13]. Одна из таких возможностей реализуется при использовании явного вида основных матриц и функций состояний, записанных в некотором

конкретном базисе пространства представлений группы Лоренца, в котором они определены. Такой нековариантный подход для частиц со спином 1/2 был применен еще в работе Поуэлла [14] (1949 г.). Общее теоретическое развитие этот метод получил в работах Соколова [15]. Этот же метод с успехом применяется и до настоящего времени [16,17], благодаря появлению мощных компьютерных программ для аналитических вычислений.

Однако наиболее широкое распространение для вычисления матричных элементов процессов КЭД получил ковариантный подход, не связанный с использованием явного вида матриц и волновых функций, который был предложен в 1961 г. независимо Белломо [18] и Богушем — Федоровым [19]. В основе этого подхода лежит метод проективных операторов в теории элементарных частиц, разработанный Федоровым [20].

В методе Белломо используется искусственный прием, заключающийся в домножении матричного элемента перехода $M_{31} = \bar{\Psi}_3 Q \Psi_1$ из начального состояния (Ψ_1) в конечное (Ψ_3), где Q – оператор взаимодействия, на величину $\bar{\Psi}_1 Z \Psi_3 / \bar{\Psi}_1 Z \Psi_3$, благодаря чему амплитуда M_{31} может быть сведена к вычислению следа *:

$$M_{31} = \text{Tr} (P_{31} Q), \quad P_{31} = \Psi_1 \bar{\Psi}_3, \quad (1)$$

$$P_{31} = \tau_1 Z \tau_3 / (|\bar{\Psi}_1 Z \Psi_3| e^{i\phi}), \quad \bar{\Psi}_1 Z \Psi_3 = |\bar{\Psi}_1 Z \Psi_3| e^{i\phi}. \quad (2)$$

Здесь τ_1 и τ_3 – проективные матрицы-диады начального и конечного состояний [20]: $\tau_i = \Psi_i \bar{\Psi}_i$, ($i = 1, 3$). В выражении (2) оператор Z может быть произвольным. В работе [18] для него был сделан следующий выбор: $Z = 1$. За прошедшие годы наибольший прогресс в развитии метода Белломо (в ультрарелятивистском безмассовом случае) был достигнут в работах группы CALCUL [21]. Достижения этой группы являются общепризнанными и широко используются международной научной общественностью. Обобщение метода группы CALCUL для фермионов с ненулевой массой было сделано в работах [22,23], однако оно требует введения дополнительных векторов, не связанных с кинематикой рассматриваемого процесса, и по этой причине неудобно в работе.

В методе, предложенном в работе [19], построение оператора $P_{31} = \Psi_1 \bar{\Psi}_3$ основано на использовании комплексной векторной параметризации группы Лоренца [24—26] и операторов представлений этой группы T_{31} в пространстве волновых функций частицы [27,28], играющих роль операторов перехода от начального состояния к конечному: $\Psi_3 = T_{31} \Psi_1$, $\bar{\Psi}_3 = \bar{\Psi}_1 T_{31}^{-1}$. При этом оператор $P_{31} = \Psi_1 \bar{\Psi}_3$ выражается следующим образом [13,19]:

$$P_{31} = \Psi_1 \bar{\Psi}_3 = \tau_1 T_{31}^{-1} = T_{31}^{-1} \tau_3. \quad (3)$$

*Выбор индексов связан с дальнейшим применением результатов к реакции $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$.

Первоначально этот вариант был разработан для продольно поляризованных дираковских частиц [29]. Дальнейшее развитие он получил в работах Федорова [30—32] и его учеников (см. [13] и приведенную там литературу). Метод, разработанный Федоровым ([13], §36), в принципе позволяет получить аналитические выражения для матричных элементов различных процессов КЭД в случае произвольно поляризованных дираковских частиц, как в массивном, так и в безмассовом случае, что и составляет главное, решающее преимущество по сравнению с подходом группы CALCUL. Однако стремление к общности рассмотрения не всегда способствует росту эффективности используемого подхода.

Для круга задач КЭД возможность развития подхода [13,19] при вычислении матричных элементов в случае многочастичных процессов в значительной степени обусловлена достижениями в развитии ковариантных методов описания спиновых свойств систем, состоящих из двух частиц, основанных на использовании векторной параметризации малых групп Лоренца [13,37].

В настоящее время наиболее популярным в физике высоких энергий является спиральный базис, введенный Джакобом и Вико [33]. Это связано с простотой физической интерпретации понятия спиральности (проекция спина на направление импульса частицы), выделенностью в спиральном базисе системы центра масс и с тем, что спиральные амплитуды допускают простой парциальный анализ на группе $SO(3)$ [33]. Кроме того, рассмотрение спиральностей движущихся частиц является аналогичным рассмотрению спина покоящихся частиц [13]. Однако существуют несколько существенных обстоятельств, которые лишают спиральность преимущественной роли при описании спиновых свойств частиц. Одно из них заключается в том, что спиральность не является характеристикой частицы, инвариантной по отношению к преобразованиям Лоренца [9,13]. Тем не менее в литературе еще появляются статьи с названием типа "A Covariant Method for Calculating Helicity Amplitudes" [34]. Нередко при интерпретации динамики спинового взаимодействия амплитуды с изменением и без изменения спиральности частицы называют амплитудами с переворотом и без переворота спина. Но поскольку в результате взаимодействия импульс частицы изменяется, то ясно, что такая классификация является весьма условной. И та, и другая амплитуды фактически описывают процесс с некоторым изменением спинового состояния частицы.

Выбор определенным образом спинового базиса реакции позволяет избежать многих перечисленных трудностей. Указанная возможность открывается при использовании диагонального спинового базиса (ДСБ), в котором спиновые 4-векторы частиц s_1 и s_3 с 4-импульсами p_1 и p_3 ($s_1 p_1 = s_3 p_3 = 0$, $s_1^2 = s_3^2 = -1$) принадлежат гиперплоскости, образованной 4-векторами

p_1 и p_3 [35,36]:

$$s_1 = -\frac{(v_1 v_3) v_1 - v_3}{\sqrt{(v_1 v_3)^2 - 1}}, \quad s_3 = \frac{(v_1 v_3) v_3 - v_1}{\sqrt{(v_1 v_3)^2 - 1}}, \quad (4)$$

где $v_1 = p_1/m_1$, $v_3 = p_3/m_3$. Очевидно, что спинные векторы (4) не изменяются при преобразованиях малой группы Лоренца, общей для частиц с 4-импульсами p_1 и p_3 : $L_{p_1, p_3} p_1 = p_1$, $L_{p_1, p_3} p_3 = p_3$. Отметим, что эта группа изоморфна однопараметрической подгруппе группы вращений с осью, направление которой определяется вектором [13,37]:

$$\vec{a} = c (\vec{p}_1/p_{10} - \vec{p}_3/p_{30}), \quad (5)$$

где c – произвольное вещественное число. Направление $\vec{a}$ (5) обладает также тем свойством, что проекции на него спина для обеих частиц будут иметь определенные значения даже в том случае, когда частицы имеют различные массы. Таким образом, ДСБ естественным образом приводит к возможности описывать спинные состояния систем из любых двух частиц (в том числе и с различными массами) с помощью проекций спина на одно общее направление*, задаваемое вектором (5).

Фундаментальный факт реализации в ДСБ малой группы Лоренца, общей для частиц с импульсами p_1 и p_3 , приводит к ряду замечательных особенностей [35–42]. Во-первых, в нем частицы с 4-импульсами p_1 (до взаимодействия) и p_3 (после взаимодействия) имеют общие спинные операторы [38–40], что позволяет в ковариантной форме разделить взаимодействия с изменением и без изменения спинных состояний частиц, участвующих в реакции, и тем самым проследить за динамикой спинного взаимодействия.

Во-вторых, в ДСБ (4) математическая структура амплитуд предельно упрощается, благодаря совпадению спинных операторов частиц, выделению из амплитуд вигнеровских вращений [35,36], уменьшению числа независимых скалярных произведений, образованных 4-векторами, характеризующих реакцию. В-третьих, в случае безмассовых частиц ($p_1^2 = p_3^2 = 0$) их спинные состояния в ДСБ с точностью до знака совпадают со спиральными [40–42].

При обращении к ДСБ не теряется общность рассмотрения, поскольку переход в произвольный спинный базис выполняется при помощи D -функций Вигнера [43]. Причем в новых выражениях для амплитуд исходные амплитуды наиболее адекватно отражают динамику спинных явлений, а D -функции имеют чисто кинематический характер.

*Геометрический образ разности двух векторов есть диагональ параллелограмма, что и объясняет происхождение названия ДСБ, которое было дано Ф.И.Федоровым.

Таким образом, ДСБ открывает новые возможности для развития методов вычисления матричных элементов и повышения их эффективности при использовании подхода Богуша – Федорова [13,19].

Отметим, что впервые вычисление матричных элементов в ДСБ проведено в работах [35,36] при использовании спинорного формализма, где был дан расчет амплитуд для полного набора из матриц Дирака Γ_i ($i = 1, 2 \dots 16$), по которым раскладывается произвольный оператор Q , входящий в (1). Отметим также, что между методами, предложенными в работах [18] и [19], существует довольно тесная связь, впервые установленная в [44], где была проведена классификация различных методов вычисления матричных элементов.

Используемые обозначения и сокращения

$\vec{x} = (x_a)$ – трехмерный вектор; x_a ($a = 1, 2, 3$) – его компоненты.
 $p = (p^k) = (p_0, \vec{p})$ – четырехмерный вектор в мире Минковского.
 $\vec{x}\vec{y}' = x_1 y_1' + x_2 y_2' + x_3 y_3'$ – скалярное произведение векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}'$.
 $pp' = p_\mu p'^\mu = p_0 p_0' - \vec{p}\vec{p}'$ – скалярное произведение 4-векторов p и p' .
 $[\vec{x}\vec{y}]$ – векторное произведение трехмерных векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$.
 ε_{abc} – трехмерный символ Леви-Чивита.
 $[\vec{x}\vec{y}]_a = \varepsilon_{abc} x_b y_c$.
 $(\vec{c})_{ab}^\times = \varepsilon_{adb} c_d$, $\vec{c}^\times \vec{x} = [\vec{c} \vec{x}]$, $\vec{x} \vec{c}^\times = [\vec{x} \vec{c}]$.
 $\vec{x} \cdot \vec{y} = (x_a y_b)$ – диада, образованная из векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$.
 $x \cdot y = (x_\mu y_\nu)$ – диада, образованная из 4- векторов $x = (x_\mu)$, $y = (y_\nu)$.
 $(\vec{x} \cdot \vec{y}) = \vec{x} \cdot \vec{y} + \vec{y} \cdot \vec{x}$, $(x \cdot y) = x \cdot y + y \cdot x$ — симметризованные диады.
 $[\vec{x} \cdot \vec{y}] = \vec{x} \cdot \vec{y} - \vec{y} \cdot \vec{x}$, $[x \cdot y] = x \cdot y - y \cdot x$ — альтернированные диады.
 $(\alpha^\times)_{\mu\nu} = 1/2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \alpha^{\rho\sigma}$, $\alpha^{\mu\nu} = -\alpha^{\nu\mu}$, $(\tilde{\alpha} = -\alpha)$.
 $([a \cdot b]^\times)_{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} a^\rho b^\sigma$.
 $[a, b, c]_\mu = ([a \cdot b]^\times c)_\mu = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} a^\nu b^\rho c^\sigma$.

$g_{\mu\nu}$ – метрический тензор, $g = (+, -, -, -)$
 $\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ – четырехмерный символ Леви-Чивита, $\varepsilon_{0123} = -1$.
 γ^μ – матрицы Дирака, $\hat{a} = a_\mu \gamma^\mu = (\gamma a)$,
 $\gamma^5 = -i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$, $\gamma^{5+} = \gamma^5$.
Алгебра матриц Дирака: $\hat{a}\hat{b} + \hat{b}\hat{a} = 2ab$.
 $\hat{a}\hat{b}\hat{c} = \hat{d} - i\gamma^5 \hat{f}$, $d = (ab + [a \cdot b])c$, $f = ([a \cdot b])^\times c$.
Для алгебраических операций используются обозначения:
* – комплексное сопряжение.
+ – эрмитовское сопряжение.
~ – транспонирование.
× – дуальное сопряжение.
· – диадное произведение.

КЭД – квантовая электродинамика.

ДСБ – диагональный спиновый базис.

ОВВ – ортонормированный базис векторов.

РКР – реальное комптоновское рассеяние.

ВКР – виртуальное комптоновское рассеяние.

ЭМВ – электромагнитная волна.

ОКР – обратное комптоновское рассеяние.

Система ЦИ – система центра инерции.

Везде используется система единиц, в которой скорость света c и постоянная Планка $\hbar$ равны единице: $c = \hbar = 1$.

1. СПИНОВЫЕ ОПЕРАТОРЫ В ДСБ

В описании спиновых свойств частиц мы будем использовать следующие подходы:

а) подход, предложенный Баргманом и Вигнером, в котором операторы проекции спина определяются с помощью генераторов малых групп Лоренца, известных в литературе как операторы Паули — Баргмана — Любанского [43,45].

б) Ковариантная теория спина, развитая Федоровым, на основе использования векторной параметризации малых групп Лоренца и их представлений [13].

По существу эти подходы эквивалентны. Однако векторная параметризация группы Лоренца позволяет не только упростить изложение теории спиновых свойств элементарных частиц, но и устранить (см.[13]) распространенные в литературе неверные утверждения, присущие некоторым подходам [9,10], о том, что "при заданном импульсе проекция спина на произвольную ось не может иметь определенного значения" (см.[9], с.114, а также [10], с. 110).

Будем исходить из того, что в импульсном представлении свободное состояние частицы с 4-импульсом p и проекцией спина δ на ось $\vec{c}$ описывается вектором состояния $|p, \delta\rangle$ (индексы, обозначающие спин j , массу m и другие характеристики частицы, мы опускаем). Спин частицы j определяется как величина ее момента количества движения в системе покоя, где орбитальный момент равен нулю. Поэтому удобно определить вектор состояния $|p, \delta\rangle$ через вектор состояния в системе покоя $|p^0, \delta\rangle$, где $p^0 = (m, 0)$. При этом будем считать, что вектор, на который проектируется спин (т.е. ось спиновых проекций $\vec{c}$), в системе покоя частицы является пространственной частью спинового 4-вектора $s^0 = (0, \vec{c})$, удовлетворяющего условиям: $s^0 p^0 = 0, s^{02} = -\vec{c}^2 = -1$. Пусть Λ_p – буст, т.е. преобразование Лоренца,

такое, что $p = \Lambda_p p^0$, $s = \Lambda_p s^0$, $sp = 0$, $s^2 = -1$, $s = (s_0, \vec{s})$, где

$$\vec{s} = \left(1 + \frac{\vec{p} \cdot \vec{p}}{m(p_0 + m)}\right) \vec{c}, \quad s_0 = \frac{\vec{p} \vec{c}}{m}. \quad (1.1)$$

Тогда

$$|p, \delta\rangle = T_p |p^0, \delta\rangle, \quad (1.2)$$

где $T_p = T(\Lambda_p)$ – соответствующий оператор этого преобразования, действующий в пространстве векторов состояний. Вектор состояния $|p, \delta\rangle$ удовлетворяет следующим уравнениям:

$$P^\mu |p, \delta\rangle = p^\mu |p, \delta\rangle, \quad (1.3)$$

$$\sigma |p, \delta\rangle = \delta |p, \delta\rangle, \quad (1.4)$$

$$w^2 |p, \delta\rangle = -j(j+1) |p, \delta\rangle. \quad (1.5)$$

Здесь P^μ и σ – операторы энергии-импульса и проекции спина:

$$\sigma = s^\mu w_\mu, \quad (1.6)$$

где w_μ – 4-вектор Паули — Любанского [43]:

$$w_\mu = -\frac{1}{2m} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho} M^{\nu\lambda} p^\rho, \quad (1.7)$$

а $M^{\nu\lambda}$ – операторы углового момента. С помощью формул (4), (1.6), (1.7) находим, что операторы проекций спина для начальной и конечной частиц $\sigma_1 = ws_1$ и $\sigma_3 = ws_3$ в ДСБ (4) совпадают и имеют вид [38,39]:

$$\sigma_1 = \sigma_3 = \frac{1}{2\sqrt{(v_1 v_3)^2 - 1}} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} M^{\mu\nu} v_1^\rho v_3^\sigma. \quad (1.8)$$

Следует отметить, что в любом другом базисе, отличном от диагонального, операторы σ_1 и σ_3 не совпадают и, следовательно, не коммутируют между собой.

Требование совпадения малых групп Лоренца для частиц с импульсами p_1 и p_3 накладывает жесткие ограничения не только на выбор спиновых векторов частиц s_1 и s_3 , но и осей спиновых проекций $\vec{c}_1$ и $\vec{c}_3$ (см. (1.1)). Как показано в работах [35,36], $\vec{c}_1$ и $\vec{c}_3$ имеют вид:

$$\vec{c}_1 = \frac{\vec{v}_{31}}{|\vec{v}_{31}|}, \quad \vec{c}_3 = -\frac{\vec{v}_{13}}{|\vec{v}_{13}|}, \quad (1.9)$$

где $\vec{v}_{13}$ ($\vec{v}_{31}$) – пространственная часть 4-вектора релятивистской разности скоростей первой и третьей (третьей и первой) частиц: $v_{ij} = v_i \ominus v_j =$

$(v_{ij0}, \vec{v}_{ij})$, которая определяется как скорость i -й частицы в системе покоя j -й частицы [36]:

$$v_{ij} = v_i \ominus v_j = \Lambda_{p_j}^{-1} v_i. \quad (1.10)$$

Здесь $\Lambda_{p_j}^{-1}$ – преобразование буста, $\Lambda_{p_j}^{-1} v_j = v_j^0 = (1, 0)$. При этом $v_{ij}^2 = v_{ji}^2 = 1$, $v_{ij0} = v_{ji0} = v_i v_j$, $|\vec{v}_{ij}| = |\vec{v}_{ji}| = \sqrt{(v_i v_j)^2 - 1}$. Векторы $\vec{v}_{13}$, $\vec{v}_{31}$ имеют вид [36]:

$$\vec{v}_{13} = \vec{v}_1 - \vec{v}_3 \left(v_{10} - \frac{\vec{v}_1 \vec{v}_3}{1 + v_{10}} \right), \quad \vec{v}_{31} = \vec{v}_3 - \vec{v}_1 \left(v_{30} - \frac{\vec{v}_1 \vec{v}_3}{1 + v_{30}} \right). \quad (1.11)$$

Для иллюстрации свойств ДСБ рассмотрим процесс взаимодействия в системах покоя начальной и конечной частиц. В первом случае ($p_1 = (m_1, 0)$) оси спиновых проекций $\vec{c}_1$ и $\vec{c}_3$ параллельны импульсу конечной частицы (это следует из (1.9), (1.11)):

$$\vec{c}_1 = \vec{c}_3 = \vec{v}_3 / |\vec{v}_3|. \quad (1.12)$$

В системе покоя конечной частицы ($p_3 = (m_3, 0)$) оси спиновых проекций антипараллельны импульсу начальной частицы:

$$\vec{c}_1 = \vec{c}_3 = -\vec{v}_1 / |\vec{v}_1|. \quad (1.13)$$

Очевидно, что в этих случаях малая группа Лоренца $L_{p_1 p_3}$ является подгруппой группы вращений вокруг направления импульса движущейся частицы, которое является осью спиновых проекций для обеих частиц, что представляет собой частный случай формулы (5).

Приведем еще одно эквивалентное представление для оператора проекции спина (1.6), выраженное через антисимметричную матрицу $\alpha(p) = [v \cdot s]^\times$, ($\alpha(p) p = 0$) и $M^{\mu\nu}$:

$$\sigma = \frac{1}{2} ([v \cdot s]^\times)_{\mu\nu} M^{\mu\nu}. \quad (1.14)$$

В ДСБ альтернанты $[v_1 \cdot s_1]$ и $[v_3 \cdot s_3]$ совпадают:

$$[v_1 \cdot s_1] = [v_3 \cdot s_3] = \frac{[v_1 \cdot v_3]}{\sqrt{(v_1 v_3)^2 - 1}},$$

что и обуславливает совпадение спиновых операторов σ_1 и σ_3 . Запишем матрицу $\alpha(p) = [v \cdot s]^\times$ в развернутом виде:

$$\alpha(p) = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} 0 & [\vec{c}\vec{p}] \\ -[\vec{c}\vec{p}] & p_0(1 - \vec{p} \cdot \vec{p} / ((p_0 + m)p_0)\vec{c})^\times \end{pmatrix}. \quad (1.15)$$

Нетрудно убедиться, что она имеет одинаковый вид как в системе покоя ($\vec{p} = 0$), так и при $\vec{c} \parallel \vec{p}$:

$$\alpha(p) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \vec{c} \times \end{pmatrix}, \quad (1.16)$$

где $\vec{c}$ – единичный произвольный вектор в первом случае, либо $\vec{c} = \vec{p}/|\vec{p}|$ во втором. Следовательно, рассмотрение спиральных состояний движущихся частиц является аналогичным рассмотрению спина покоящихся частиц, что и объясняет одну из причин популярности спирального базиса.

Перейдем к рассмотрению частиц со спином 1/2, состояние которых описывается биспинорами $u^\delta(p, s)$, удовлетворяющими уравнению Дирака:

$$(\hat{p} - m)u^\delta(p, s) = 0, \quad \bar{u}^\delta(p, s)(\hat{p} - m) = 0, \quad (1.17)$$

где $\bar{u} = u^\dagger \gamma^0$, при этом $\bar{u}^\delta(p, s)u^\delta(p, s) = m$. Для матриц Дирака справедливы перестановочные и рекуррентные соотношения:

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad (1.18)$$

$$\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho = g^{\mu\nu} \gamma^\rho + g^{\nu\rho} \gamma^\mu - g^{\mu\rho} \gamma^\nu + i\gamma^5 \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \gamma_\sigma, \quad (1.19)$$

$$\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu = g^{\mu\nu} \gamma^5 - i/2 \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \gamma_\rho \gamma_\sigma. \quad (1.20)$$

Представим эти соотношения в форме без индексов [13]:

$$\hat{a}\hat{b} + \hat{b}\hat{a} = 2ab, \quad \hat{a}\hat{b}\hat{c} = \hat{d} - i\gamma^5 \hat{f}, \quad (1.21)$$

$$\gamma^5 \hat{a}\hat{b} = ab\gamma^5 - i\overline{[a \cdot b]^\times}, \quad (1.22)$$

$$d = (ab + [a \cdot b])c, \quad f = [a \cdot b]^\times c = [a, b, c], \quad f_\mu = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} a^\nu b^\rho c^\sigma, \quad (1.23)$$

$$\overline{[a \cdot b]^\times} = 1/2 ([a \cdot b]^\times)_{\mu\nu} \gamma^\mu \gamma^\nu. \quad (1.24)$$

Приведем также некоторые формулы, полезные для дальнейшего [13]:

$$\overline{\alpha}\hat{a} - \hat{a}\overline{\alpha} = 2\widehat{\alpha a} = 2(\gamma\alpha a), \quad \overline{\alpha^\times}\hat{a} - \hat{a}\overline{\alpha^\times} = 2\widehat{\alpha^\times a} = 2(\gamma\alpha^\times a), \quad (1.25)$$

где $\overline{\alpha} = 1/2 \alpha_{\mu\nu} \gamma^\mu \gamma^\nu$, α – произвольная антисимметричная матрица. Первую из этих формул можно получить, умножая (1.19) на $1/2 \alpha_{\mu\nu} a_\rho$, затем на $1/2 a_\mu \alpha_{\nu\rho}$ и вычитая после этого результаты. (Вторая выводится аналогично.)

В биспинорном пространстве генераторы группы Лоренца $M^{\mu\nu}$ имеют вид [43]:

$$M^{\mu\nu} = i/4 (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu). \quad (1.26)$$

Тогда оператор проекции спина (1.14) для частицы со спином $1/2$ с помощью соотношений (1.26), (1.22) может быть представлен в виде [32]:

$$\sigma = \frac{i}{2} \overline{[v \cdot s]^\times} = \frac{1}{2} \gamma^5 \hat{s} \hat{v}, \quad \sigma \hat{p} = \hat{p} \sigma. \quad (1.27)$$

Таким образом, ковариантный оператор проекции спина электрона (1.14), непосредственно связанный с малой группой Лоренца [13], лишь множителем $\hat{v}$ отличается от широко используемого оператора σ' [9—12]:

$$\sigma' = \frac{1}{2} \gamma^5 \hat{s}, \quad [\sigma' \hat{p}]_- = 0, \quad s^2 = -1, \quad sp = 0. \quad (1.28)$$

При этом условие коммутации операторов σ и $\hat{p}$ выполняется автоматически, в чем нетрудно убедиться с помощью (1.25) и равенства $[v \cdot s]^\times p = 0$. Таким образом, в случае как покоящейся, так и движущейся частицы проекция спина на произвольную ось может иметь определенное значение [13]. Отметим, что действие операторов σ и σ' (1.27) и (1.28) на вектор состояния частицы совпадает в силу справедливости уравнения Дирака.

Рассмотрим бинарную реакцию $p_1 + p_2 \rightarrow p_3 + p_4$, в которой однотипными являются частицы 1 и 3, а также 2 и 4 (например, электрон-нуклонное рассеяние $ep \rightarrow ep$ и т.д.). В этом случае спиновая структура матричных элементов процесса такова, что наиболее удобным оказывается ДСБ, в котором у частиц 1 и 3, а также у 2 и 4 общие операторы спиновых проекций. Для того, чтобы построить повышающие и понижающие спиновые операторы частиц, введем ортонормированный базис векторов (ОБВ) n_A , $n_A n_B = g_{AB}$ ($A, B = 0, 1, 2, 3$) [36]:

$$n_1 = [n_0 \cdot n_3]^\times n_2, \quad n_2 = [p_1 \cdot p_3]^\times r / \rho, \\ n_3 = \frac{(p_3 - p_1)}{\sqrt{-(p_3 - p_1)^2}}, \quad n_0 = \frac{(p_3 + p_1)}{\sqrt{(p_3 + p_1)^2}}, \quad (1.29)$$

где r — 4-импульс частицы, участвующей в реакции, отличный от p_1 и p_3 , ρ определяется из условий нормировки $n_1^2 = n_2^2 = n_3^2 = -n_0^2 = -1$. Таким образом, орты n_0 и n_3 принадлежат гиперплоскости, образованной 4-импульсами p_1 и p_3 , а n_1 и n_2 — ортогональны к ней. Для четырех векторов n_A справедливы соотношения [36]:

$$[n_A \cdot n_B]^\times = 1/2 \varepsilon_{AB}{}^{CD} [n_C \cdot n_D], \quad [n_A, n_B, n_C] = -\varepsilon_{ABC}{}^D n_D. \quad (1.30)$$

Для них также выполняется соотношение полноты:

$$n_0 \cdot n_0 - n_1 \cdot n_1 - n_2 \cdot n_2 - n_3 \cdot n_3 = g, \quad (1.31)$$

с помощью которого произвольный 4-вектор p может быть представлен в виде

$$p = pn_0 \cdot n_0 - pn_1 \cdot n_1 - pn_2 \cdot n_2 - pn_3 \cdot n_3 .$$

В ДСБ не только операторы проекции спина σ_1 и σ_3 (1.27), но и повышающие и понижающие операторы $\sigma_1^{\pm\delta}$ и $\sigma_3^{\pm\delta}$ для первой и третьей частиц совпадают. В ОБВ (1.29) они имеют вид [39,40]:

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_3 = 1/2\gamma^5 \hat{s}_1 \hat{v}_1 = 1/2\gamma^5 \hat{s}_3 \hat{v}_3 = 1/2\gamma^5 \hat{n}_0 \hat{n}_3 = i/2\hat{n}_1 \hat{n}_2 , \quad (1.32)$$

$$\sigma^{\pm\delta} = \sigma_1^{\pm\delta} = \sigma_3^{\pm\delta} = -1/2\gamma^5 \hat{n}_{\pm\delta} , n_{\pm\delta} = n_1 \pm i\delta n_2 , \delta = \pm 1 , \quad (1.33)$$

$$\sigma u^\delta(p_i) = \delta/2u^\delta(p_i) , \sigma^{\pm\delta} u^\mp(p_i) = u^{\pm\delta}(p_i) , \sigma^{\pm\delta} u^{\pm\delta}(p_i) = 0 , \quad (1.34)$$

$$[\sigma\sigma^{\pm\delta}]_- = \pm\delta\sigma^{\pm\delta} , [\hat{p}_1\sigma^{\pm\delta}]_- = [\hat{p}_3\sigma^{\pm\delta}]_- = 0 , \quad (1.35)$$

где $u^\delta(p_i) = u^\delta(p_i, s_i)$ – биспиноры 1-й и 3-й частиц.

Рассмотрим проективные операторы $\tau^\delta = u^\delta(p_i) \bar{u}^\delta(p_i)$ для частиц со спином 1/2 [13,20]:

$$\tau^\delta = 1/4(\hat{p} + m)(1 - \delta\gamma^5 \hat{s}) . \quad (1.36)$$

В ДСБ операторы τ_i^δ (1.36) имеют вид [39,40]:

$$\tau_1^\delta = 1/4 (m + (\xi_+ \hat{n}_0 - \xi_- \hat{n}_3) + \delta\gamma^5 (\xi_- \hat{n}_0 - \xi_+ \hat{n}_3 - m \hat{n}_3 \hat{n}_0)) , \quad (1.37)$$

$$\tau_3^\delta = 1/4 (m + (\xi_+ \hat{n}_0 + \xi_- \hat{n}_3) - \delta\gamma^5 (\xi_- \hat{n}_0 + \xi_+ \hat{n}_3 + m \hat{n}_3 \hat{n}_0)) , \quad (1.38)$$

где $\xi_\pm = \sqrt{(p_1 p_3 \pm m^2)/2}$. Спиновая часть проективных операторов для 1-й и 3-й частиц в ДСБ в силу (1.32) может быть сделана одинаковой, в результате будем иметь [46,47]:

$$\tau_i^\delta = -1/8 (\hat{p}_i + m) \hat{n}_\delta \hat{n}_\delta^* , \quad (1.39)$$

где $n_\delta^* = n_1 - i\delta n_2 = n_{-\delta}$, $n_\delta n_\delta^* = -2$.

Биспиноры начального и конечного состояний частиц $u^\delta(p_1)$ и $u^\delta(p_3)$ могут быть связаны друг с другом при помощи операторов перехода T_{31} и $T_{13} = T_{31}^{-1}$ [13,19]:

$$u^\delta(p_3) = T_{31} u^\delta(p_1) , \bar{u}^\delta(p_3) = \bar{u}^\delta(p_1) T_{13} , \quad (1.40)$$

которые в ДСБ имеют вид [39,40]:

$$T_{31} = \frac{1 + \hat{v}_3 \hat{v}_1}{\sqrt{2(v_1 v_3 + 1)}} , T_{13} = \frac{1 + \hat{v}_1 \hat{v}_3}{\sqrt{2(v_1 v_3 + 1)}} . \quad (1.41)$$

Перепишывая выражения (1.41) в ОБВ (1.29) и выделяя в них оператор проекции спина σ (1.32), получим [40]:

$$T_{31} = \xi'_+ - 2\xi'_- \gamma^5 \sigma , T_{13} = \xi'_+ + 2\xi'_- \gamma^5 \sigma , \quad (1.42)$$

откуда следует связь между биспинорами $u^\delta(p_3)$ и $u^\delta(p_1)$ [41]:

$$u^\delta(p_3) = (\xi'_+ - \delta\gamma^5\xi'_-) u^\delta(p_1), \quad u^\delta(p_1) = (\xi'_+ + \delta\gamma^5\xi'_-) u^\delta(p_3), \quad (1.43)$$

где $\xi'_\pm = \xi_\pm/m$. Отметим также, что операторы перехода T_{31} и T_{13} (1.41) при помощи уравнения Дирака могут быть приведены к одному и тому же виду [40]:

$$T_{31} = T_{13} = \hat{n}_0. \quad (1.44)$$

В безмассовом случае проективные операторы τ_1^δ и τ_3^δ (1.38), (1.39) принимают вид [40-42]:

$$\tau_1^\delta = \hat{p}_1 (1 - \delta\gamma^5)/4, \quad \tau_3^\delta = \hat{p}_3 (1 + \delta\gamma^5)/4. \quad (1.45)$$

Нетрудно убедиться, что операторы τ_1^δ и τ_3^δ (1.45) удовлетворяют соотношениям:

$$\gamma^5\tau_1^\delta = \delta\tau_1^\delta, \quad \gamma^5\tau_3^\delta = -\delta\tau_3^\delta, \quad (1.46)$$

$$\tau_1^\delta\gamma^5 = -\delta\tau_1^\delta, \quad \tau_3^\delta\gamma^5 = \delta\tau_3^\delta, \quad (1.47)$$

которые означают, что в безмассовом случае начальное состояние является спиральным, а конечное имеет отрицательную спиральность.

Таким образом, ДСБ обладает рядом замечательных особенностей, которые позволяют значительно упростить ковариантное вычисление матричных элементов процессов КЭД, к рассмотрению которых мы переходим в следующем разделе.

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ МАТРИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ДСБ

Изучение многочастичных реакций и исследование поляризационных явлений, возникающих при этом, требуют эффективных методов расчета. Один из таких методов реализуется при использовании ДСБ (4). В нем совпадают спинорные операторы частиц. Это позволяет в ковариантной форме разделить взаимодействия с изменением и без изменения спинорных состояний частиц, участвующих в реакции. В ДСБ происходит выделение из амплитуд вигнеровских вращений [36,38], имеющих чисто кинематический характер. Все это приводит к тому, что математическая структура диагональных амплитуд предельно упрощается, а получаемые при этом выражения наиболее адекватно отражают физическую сущность спинорных явлений.

Перейдем к вычислению матричных элементов процессов КЭД. Они имеют вид:

$$M^{\pm\delta,\delta} = \bar{u}^{\pm\delta}(p_3) Q u^\delta(p_1), \quad (2.1)$$

где Q – оператор взаимодействия, а $u^\delta(p_1)$ и $u^{\pm\delta}(p_3)$ – биспиноры начального и конечного состояний, $\bar{u}^\delta(p_i) u^\delta(p_i) = m$, $p_i^2 = m^2$, ($i = 1, 3$).

В ковариантном подходе Богуша — Федорова [13,19] вычисление матричных элементов, имеющих вид (2.1), сводится к операции нахождения шпура:

$$M^{\pm\delta,\delta} = \text{Tr} (P_{31}^{\pm\delta,\delta} Q), \quad P_{31}^{\pm\delta,\delta} = u^\delta(p_1) \bar{u}^{\pm\delta}(p_3), \quad (2.2)$$

$$P_{31}^{\delta,\delta} = u^\delta(p_1) \bar{u}^\delta(p_3) = u^\delta(p_1) \bar{u}^\delta(p_1) T_{13} = \tau_1^\delta T_{13}, \quad (2.3)$$

$$P_{31}^{-\delta,\delta} = u^\delta(p_1) \bar{u}^{-\delta}(p_3) = \sigma^{+\delta} u^{-\delta}(p_1) \bar{u}^{-\delta}(p_3) = \sigma^{+\delta} P_{31}^{-\delta,-\delta}. \quad (2.4)$$

Операторы $P_{31}^{\pm\delta,\delta}$ определяют структуру спиновой зависимости матричных элементов (2.1) в случае переходов без переворота $M^{\delta,\delta}$ и с переворотом спина $M^{-\delta,\delta}$. Их явный вид в ДСБ может быть легко получен с помощью (1.37) – (1.41), (1.33), (1.44) [39,40]:

$$4P_{31}^{\delta,\delta} = (\xi_+ + m \hat{n}_0 - \xi_- \hat{n}_3 \hat{n}_0 + \delta \gamma^5 (\xi_- - m \hat{n}_3 - \xi_+ \hat{n}_3 \hat{n}_0)), \quad (2.5)$$

$$4P_{31}^{-\delta,\delta} = -\delta (\xi_- + m \hat{n}_3 + \xi_+ \delta \gamma^5) \hat{n}_\delta. \quad (2.6)$$

С помощью выражений (2.5), (2.6) могут быть проведены расчеты матричных элементов, как без переворота, так и с переворотом спина в случае произвольных Q . В частности, если оператор взаимодействия сводится к виду

$$Q = \hat{a} + \gamma^5 \hat{b}, \quad (2.7)$$

где a и b – некоторые 4-векторы, то для матричных элементов (2.1) будем иметь [39,40]:

$$M^{\delta,\delta} = m (a n_0 + \delta b n_3), \quad (2.8)$$

$$M^{-\delta,\delta} = -\delta \xi_- a n_\delta + \xi_+ b n_\delta. \quad (2.9)$$

Выражениям (2.5), (2.6) можно также придать более компактный вид, воспользовавшись операторами (1.39), (1.44), а также следующими соотношениями [39,40]:

$$\hat{n}_3 \hat{n}_0 \hat{n}_\delta = -\delta \gamma^5 \hat{n}_\delta, \quad \gamma^5 \hat{n}_\delta \hat{n}_0 = \delta \hat{n}_3 \hat{n}_\delta, \quad \gamma^5 \hat{n}_\delta \hat{n}_3 = \delta \hat{n}_0 \hat{n}_\delta. \quad (2.10)$$

В результате для операторов $P_{31}^{\pm\delta,\delta}$ будем иметь [46,47]:

$$4P_{31}^{\delta,\delta} = (\hat{p}_1 + m) \hat{n}_\delta \hat{n}_0 \hat{n}_\delta^*/2, \quad (2.11)$$

$$4P_{31}^{-\delta,\delta} = \delta (\hat{p}_1 + m) \hat{n}_\delta \hat{n}_3. \quad (2.12)$$

Приведем еще одно представление для операторов $P_{31}^{\pm\delta,\delta}$ (2.3), (2.4) в ДСБ [42]:

$$4P_{31}^{\delta,\delta} = (\hat{p}_1 + m) \left(\frac{1}{\sqrt{2(p_1 p_3 + m^2)}} - \frac{\delta \gamma^5}{\sqrt{2(p_1 p_3 - m^2)}} \right) (\hat{p}_3 + m), \quad (2.5a)$$

$$4P_{31}^{-\delta,\delta} = - \frac{\delta(\hat{p}_1 + m)}{rn_1} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2(p_1 p_3 - m^2)}} \left(\hat{r} - m \frac{(p_1 + p_3)r}{p_1 p_3 + m^2} \right) - \right. \\ \left. - \frac{\delta \gamma^5}{\sqrt{2(p_1 p_3 + m^2)}} \left(\hat{r} + m \frac{(p_3 - p_1)r}{p_1 p_3 - m^2} \right) \right\} (\hat{p}_3 + m), \quad (2.6a)$$

где rn_1 вычисляется с помощью соотношения полноты (1.31):

$$(rn_1)^2 = (rn_0)^2 - (rn_3)^2 - r^2, \quad rn_2 = 0.$$

Таким образом, представление (2.5a), (2.6a) привлекательно тем, что фактически содержит дираковские операторы лишь от 4-импульсов частиц p_1, p_3, r , в отличие от (2.5), (2.6), (2.11), (2.12), построенных с помощью $\hat{n}_\delta, \hat{n}_\delta^*$. Кроме того, структура операторов $P_{31}^{\pm\delta,\delta}$ (2.5a), (2.6a) такова, что для них автоматически выполняются уравнения Дирака: $(\hat{p}_1 - m)P_{31}^{\pm\delta,\delta} = P_{31}^{\pm\delta,\delta}(\hat{p}_3 - m) = 0$. Эта идея была положена в основу вывода формул (2.5a), (2.6a) при помощи (2.5), (2.6).

Сделаем некоторые пояснения по поводу выбора 4-вектора r , через который определяются орты n_1, n_2 (1.29), входящие в (2.5), (2.6). Прежде всего отметим, что он выбирается из 4-импульсов частиц рассматриваемой реакции, в отличие от подхода CALCUL и др., причем этот выбор делается из соображений удобства. Проиллюстрируем сказанное на примере реакции $e^-(p_1) + \mu^-(p_2) \rightarrow e^-(p_3) + \mu^-(p_4) + \gamma(k)$, которой отвечают фейнмановские диаграммы, содержащие две фермионные линии. Для каждой из этих линий необходимо построить соответствующие операторы $P_{31}^{\pm\delta,\delta}$ и $P_{42}^{\pm\delta',\delta'}$ (2.5a), (2.6a), выраженные через p_1, p_3, r_1 и p_2, p_4, r_2 . Для рассматриваемого процесса очень удобно сделать следующий выбор: $r_1 = r_2 = k$, так как при этом $kn_2 = kn'_2 = 0$, $(kn_1)^2 = (kn_0)^2 - (kn_3)^2$. В качестве векторов r_1 и r_2 можно также выбрать 4-импульсы, принадлежащие другой фермионной линии: $r_1 = p_2, r_2 = p_1$ (при этом мы рассматриваем переходы $p_1 \rightarrow p_3, p_2 \rightarrow p_4$). Отметим, что произвол в выборе 4-вектора r в (1.29), т.е. замена r на r' приводит к соотношению [42]:

$$n'_1 + i\delta n'_2 = e^{i\delta\phi} (n_1 + i\delta n_2), \quad e^{i\delta\phi} = \frac{r(n_1 \cdot n_1 + i\delta [n_0 \cdot n_3]^\times) r'}{(rn_1)(r'n'_1)}$$

и сказывается лишь на фазовом множителе матричных элементов $M^{-\delta,\delta}$.

Процессам с участием тождественных частиц (например $ee \rightarrow ee$, $ee \rightarrow ee\gamma$ и т.д.) соответствуют прямые и обменные диаграммы [10]. Им отвечают матричные элементы M_1 и M_2 , имеющие вид

$$M_1 = \bar{u}^{\pm\delta}(p_3)Q_1u^\delta(p_1) \cdot \bar{u}^{\pm\delta'}(p_4)Q_2u^{\delta'}(p_2),$$

$$M_2 = \bar{u}^{\pm\delta}(p_3)Q_3u^{\delta'}(p_2) \cdot \bar{u}^{\pm\delta'}(p_4)Q_4u^\delta(p_1),$$

которые вычисляются следующим образом:

$$M_1 = \text{Tr}(P_{31}^{\pm\delta,\delta}Q_1) \text{Tr}(P_{42}^{\pm\delta',\delta'}Q_2), \quad M_2 = \text{Tr}(P_{31}^{\pm\delta,\delta}Q_3) \text{Tr}(P_{42}^{\pm\delta',\delta'}Q_4).$$

Таким образом, вычисление прямых диаграмм сводится к произведению шпуров, а обменных — к удлинению шпура из-за произведения соответствующих операторов [13].

Приведем ряд полезных соотношений, справедливых в ДСБ [40]:

$$\begin{aligned} \hat{a} u^\delta(p_1) &= (an_0 + an_3\delta\gamma^5) u^\delta(p_3) + an_\delta\gamma^5 u^{-\delta}(p_1), \\ \hat{a} u^\delta(p_3) &= (an_0 + an_3\delta\gamma^5) u^\delta(p_1) + an_\delta\gamma^5 u^{-\delta}(p_3), \\ \bar{u}^\delta(p_1) \hat{a} &= \bar{u}^\delta(p_3)(an_0 - an_3\delta\gamma^5) - an_\delta^* \bar{u}^{-\delta}(p_1) \gamma^5, \\ \bar{u}^\delta(p_3) \hat{a} &= \bar{u}^\delta(p_1)(an_0 - an_3\delta\gamma^5) - an_\delta^* \bar{u}^{-\delta}(p_3) \gamma^5, \end{aligned} \quad (2.13)$$

где a — произвольный 4-вектор ($n_\delta^* = n_{-\delta}$).

В ДСБ (4) спинорные векторы частиц выражаются через их 4-импульсы, что позволяет уменьшить число независимых скалярных произведений, входящих в конечные выражения для матричных элементов после вычисления шпуров (2.2). По этой же причине вектор круговой поляризации фотона e_λ с 4-импульсом k , испущенного частицей при переходе $p_1 \rightarrow p_3$, удобно определить с помощью 4-векторов p_1, p_3, k [21,40]:

$$e_\lambda = \frac{[n_0 \cdot n_3]k + i\lambda [n_0 \cdot n_3]^\times k}{\sqrt{2}\rho}, \quad [n_0 \cdot n_3] = \frac{[p_1 \cdot p_3]}{2\xi_+\xi_-}, \quad (2.14)$$

где $\rho = \sqrt{-([p_1 \cdot p_3]k)^2/2\xi_+\xi_-}$. Тогда для матрицы диады $e_\lambda \cdot e_\lambda^*$ нетрудно получить следующее выражение:

$$e_\lambda \cdot e_\lambda^* = \frac{1}{2} \left(-g + \frac{k \cdot n_1 + n_1 \cdot k}{kn_1} + \frac{k \cdot k}{kn_1^2} + i\lambda \frac{[k \cdot n_1]^\times}{kn_1} \right). \quad (2.15)$$

Операторы $\hat{e}_{\pm\lambda}$ ($\hat{e}_\lambda^* = \hat{e}_{-\lambda}$) с помощью (1.25), (1.22) можно представить в виде [40]:

$$\hat{e}_{\pm\lambda} = N_{13}(\hat{k}\hat{p}_3\hat{p}_1(1 \mp \lambda\gamma^5) - \hat{p}_3\hat{p}_1\hat{k}(1 \pm \lambda\gamma^5) \mp 2p_1p_3\lambda\gamma^5\hat{k}), \quad (2.16)$$

$$N_{13}^{-1} = 2^{1/2} (8p_1 p_3 \cdot p_1 k \cdot p_3 k - m^2 ((2p_1 k)^2 + (2p_3 k)^2))^{1/2}.$$

В безмассовом случае ($p_1^2 = p_3^2 = 0$) операторы $P_{31}^{\pm\delta,\delta}$ (2.5), (2.6) принимают вид [40]:

$$4P_{31}^{\delta,\delta} = \xi(1 + \delta\gamma^5)(1 + \hat{n}_0 \hat{n}_3), \quad 4P_{31}^{-\delta,\delta} = -\delta\xi(1 + \delta\gamma^5)\hat{n}_\delta, \quad (2.17)$$

где $\xi = \xi_+ = \xi_- = \sqrt{p_1 p_3 / 2}$. Аналогично, из (2.5a), (2.6a) имеем

$$4P_{31}^{\delta,\delta} = \frac{(1 + \delta\gamma^5) \hat{p}_1 \hat{p}_3}{\sqrt{2p_1 p_3}}, \quad 4P_{31}^{-\delta,\delta} = -\delta \frac{(1 - \delta\gamma^5) \hat{p}_1 \hat{r} \hat{p}_3}{rn_1 \sqrt{2p_1 p_3}}. \quad (2.17a)$$

С помощью (1.25) нетрудно убедиться, что представления (2.17) и (2.17a) эквивалентны. Как уже отмечалось выше, при расчете процессов с излучением либо поглощением реального фотона с 4-импульсом k в качестве 4-вектора r , входящего в (2.17a), удобен следующий выбор: $r = k$. При этом знаменатель оператора $P_{31}^{-\delta,\delta}$ в (2.17a) принимает вид: $rn_1 \sqrt{2p_1 p_3} = \sqrt{2p_1 k \cdot 2p_3 k}$, и мы получаем результат, аналогичный [23], с той лишь только разницей, что в наших выражениях фигурирует 4-импульс реального фотона, а не вспомогательного светового 4-вектора k . Отмеченные здесь моменты являются весьма существенными для излагаемого подхода, в котором используются только 4-импульсы частиц, участвующих в реакции.

С помощью соотношений (1.46), (1.47) выражения (2.13) можно представить в виде [40]:

$$\begin{aligned} \hat{a} u^\delta(p_1) &= (an_0 - an_3) u^\delta(p_3) - \delta an_\delta u^{-\delta}(p_1), \\ \hat{a} u^\delta(p_3) &= (an_0 + an_3) u^\delta(p_1) + \delta an_\delta u^{-\delta}(p_3), \\ \bar{u}^\delta(p_1) \hat{a} &= (an_0 - an_3) \bar{u}^\delta(p_3) - \delta an_\delta^* \bar{u}^{-\delta}(p_1), \\ \bar{u}^\delta(p_3) \hat{a} &= (an_0 + an_3) \bar{u}^\delta(p_1) + \delta an_\delta^* \bar{u}^{-\delta}(p_3). \end{aligned} \quad (2.18)$$

В безмассовом случае связь между биспинорами начального и конечного состояний имеет особенно простой вид (см. (1.44)):

$$u^\delta(p_3) = \frac{\hat{p}_3}{\sqrt{2p_1 p_3}} u^\delta(p_1), \quad u^\delta(p_1) = \frac{\hat{p}_1}{\sqrt{2p_1 p_3}} u^\delta(p_3). \quad (2.19)$$

В этом же безмассовом пределе члены, содержащие $\gamma^5 \hat{k}$ в выражении (2.16), в силу калибровочной инвариантности могут быть отброшены; в результате для операторов $\hat{e}_{\pm\lambda}$ получаем выражения, используемые группой CALCUL [21,48]:

$$\begin{aligned} \hat{e}_{\pm\lambda} &= N_{13} (\hat{k} \hat{p}_3 \hat{p}_1 (1 \mp \lambda \gamma^5) - \hat{p}_3 \hat{p}_1 \hat{k} (1 \pm \lambda \gamma^5)), \\ N_{13}^{-1} &= 4 (p_1 p_3 \cdot p_1 k \cdot p_3 k)^{1/2}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

С помощью (2.18)–(2.20) нетрудно убедиться в справедливости соотношений [21,40,48]:

$$\begin{aligned}\hat{e}_\lambda u^\delta(p_1) &= -(1 + \delta\lambda) 2p_1 k N_{13} \hat{p}_3 u^\delta(p_1) , \\ \bar{u}^\delta(p_3) \hat{e}_\lambda^* &= (1 - \delta\lambda) 2p_3 k N_{13} \bar{u}^\delta(p_3) \hat{p}_1 .\end{aligned}\quad (2.21)$$

Если излучение фотонов происходит при переходах $p_A \rightarrow p_B$, то, производя в (2.20) замены $(p_1, p_3) \rightarrow (p_A, p_B)$, получим операторы $\hat{e}_{\lambda AB}$, действие которых на биспиноры лишь фазовым множителем отличается от действия $\hat{e}_\lambda = \hat{e}_{\lambda 13}$ [21,40]:

$$\hat{e}_{\lambda 13} = \hat{e}_{\lambda AB} \exp(i\phi_{AB}) , \quad \exp(i\phi_{AB}) = i\lambda 2^{1/2} e_{\lambda 13} n_{2(AB)} , \quad (2.22)$$

где $n_{2(AB)}$ – единичные векторы

$$n_{2(AB)} = [p_A \cdot p_B]^\times k / \rho_{(AB)} , \quad \rho_{(AB)} = (2p_A p_B \cdot p_A k \cdot p_B k)^{1/2} .$$

До сих пор наше рассмотрение относилось к случаю, когда в начальном и конечном состояниях были только электроны. Если одно состояние является электронным, а второе позитронным, то амплитуда процесса будет иметь вид [9]:

$$M_{31}^{\pm\delta,\delta} = \begin{cases} \bar{u}^{\pm\delta}(-p_3) Q u^\delta(p_1) \\ \bar{u}^{\pm\delta}(p_3) Q u^\delta(-p_1) , \end{cases} \quad (2.23)$$

где $u^\delta(-p_1)$ и $\bar{u}^{\pm\delta}(-p_3)$ – биспиноры позитрона в конечном и начальном состояниях, $\bar{u}^\delta(-p_i) u^\delta(-p_i) = -m$ ($i = 1, 3$). При этом верхняя амплитуда в (2.23) соответствует процессу аннигиляции, а нижняя – образованию пары. Для построения операторов

$$P_{31}^{\pm\delta,\delta} = u^\delta(p_1) \bar{u}^{\pm\delta}(-p_3) , \quad P_{31}^{\pm\delta,\delta} = u^\delta(-p_1) \bar{u}^{\pm\delta}(p_3) , \quad (2.24)$$

с помощью которых нахождение матричных элементов (2.23) сводится к вычислению следов $M^{\pm\delta,\delta} = \text{Tr}(P_{31}^{\pm\delta,\delta} Q)$, необходимо воспользоваться связью между биспинорами позитрона и электрона в ДСБ [36,38]:

$$u^\delta(-p) = -\delta \gamma^5 u^{-\delta}(p) , \quad \bar{u}^\delta(-p) = \bar{u}^{-\delta}(p) \delta \gamma^5 . \quad (2.25)$$

В результате для операторов $P_{31}^{\pm\delta,\delta}$, с помощью которых вычисляются амплитуды процесса аннигиляции пары, получим следующие выражения:

$$4P_{31}^{\delta,\delta} = \delta (\hat{p}_1 + m) \hat{n}_0 \hat{n}_\delta , \quad 4P_{31}^{-\delta,\delta} = -(\hat{p}_1 + m) \hat{n}_\delta \hat{n}_3 \hat{n}_\delta^* / 2 . \quad (2.26)$$

Для операторов $P_{31}^{\pm\delta,\delta}$ в случае рождения пары могут быть получены аналогичные выражения.

Изложенный формализм вычисления матричных элементов в ДСБ был использован авторами для расчета сечений ряда актуальных процессов КЭД, к рассмотрению которых мы переходим ниже.

3. СЕЧЕНИЯ ПРОЦЕССОВ $e^\pm e^- \rightarrow e^\pm e^- \gamma$ В УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКОМ БЕЗМАССОВОМ СЛУЧАЕ

Процессы тормозного меллеровского и баба-рассеяния $e^\pm e^- \rightarrow e^\pm e^- \gamma$ являются фоновыми при изучении адронных состояний. Кроме того, их изучение дает возможность проверки КЭД в высших порядках теории возмущений. Сечения этих процессов представляют собой довольно громоздкие выражения даже в ультрарелятивистском пределе. Лишь сравнительно недавно их удалось записать в компактном виде в случае неполяризованных [49] и поперечно поляризованных начальных частиц [50]. В работе авторов [40] в ультрарелятивистском безмассовом пределе на основе методов, изложенных выше (с помощью формул (2.17)–(2.22)), получены компактные выражения для дифференциальных сечений процессов $e^\pm e^- \rightarrow e^\pm e^- \gamma$ для случая, когда не только начальные частицы, но и фотон являются спирально поляризованными. Как показано в [40], сечения этих процессов представляются в виде произведения двух сомножителей, один из которых универсален и совпадает с полученным ранее [49] для неполяризованных частиц. Рассмотрим процессы тормозного меллеровского и баба-рассеяния:

$$e^-(p_1) + e^\pm(p_2) \rightarrow e^-(p_3) + e^\pm(p_4) + \gamma(k), \quad (3.1)$$

считая начальные и конечные $e^\pm$ -частицы безмассовыми ($p_i^2 = 0, i = 1, 2, 3, 4$). Детали вычисления матричных элементов процесса (3.1), которому отвечают восемь фейнмановских диаграмм [9,10], довольно подробно изложены в [40], поэтому мы не будем здесь на них останавливаться. Введем инвариантные переменные [49,50]:

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2, \quad t = (p_1 - p_3)^2, \quad u = (p_1 - p_4)^2, \\ s' &= (p_3 + p_4)^2, \quad t' = (p_2 - p_4)^2, \quad u' = (p_2 - p_3)^2, \end{aligned} \quad (3.2)$$

а также обозначения δ, δ' и λ для спиральностей начальных частиц и фотона соответственно ($\delta = \pm 1, \delta' = \pm 1, \lambda = \pm 1$). Тогда дифференциальные сечения процессов $e^- e^\pm \rightarrow e^- e^\pm \gamma$ в случае спирально поляризованных начальных лептонов и фотона имеют следующий вид [40]:

$$d\sigma_M = \frac{\alpha^3}{\pi^2 s} A_M W_M d\Gamma, \quad d\sigma_B = \frac{\alpha^3}{\pi^2 s} A_B W_B d\Gamma, \quad (3.3)$$

$$A_M = A_{MB}/t' u u', \quad A_B = A_{MB}/t' s s', \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} A_{MB} &= 1/2 \{ s s' (s^2 + s'^2) + t t' (t^2 + t'^2) + u u' (u^2 + u'^2) + \\ &+ \delta \delta' (s s' (s^2 + s'^2) - t t' (t^2 + t'^2) - u u' (u^2 + u'^2)) + \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$+ \delta \lambda (-ss' (s^2 - s'^2) - tt' (t^2 - t'^2) - uu' (u^2 - u'^2)) + \\ + \delta' \lambda (-ss' (s^2 - s'^2) + tt' (t^2 - t'^2) + uu' (u^2 - u'^2)) \} ,$$

$$W_M = - \left(\frac{p_1}{p_1 k} + \frac{p_2}{p_2 k} - \frac{p_3}{p_3 k} - \frac{p_4}{p_4 k} \right)^2 , \quad (3.6)$$

$$W_B = - \left(\frac{p_1}{p_1 k} + \frac{p_4}{p_4 k} - \frac{p_3}{p_3 k} - \frac{p_2}{p_2 k} \right)^2 , \quad (3.7)$$

$$d\Gamma = \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - k) \frac{d^3 \vec{p}_3}{2p_{30}} \frac{d^3 \vec{p}_4}{2p_{40}} \frac{d^3 \vec{k}}{2\omega} ,$$

где $x_A = p_A k$ ($A = 1, 2, 3, 4$), α – постоянная тонкой структуры. Отметим, что выражение (3.5) для A_{MB} является инвариантным по отношению к преобразованиям кроссинга:

$$p_2 \leftrightarrow -p_4, \quad x_2 \leftrightarrow -x_4, \quad s \leftrightarrow u, \quad s' \leftrightarrow u', \quad \delta' \leftrightarrow -\delta'. \quad (3.8)$$

Выражения для A_{MB} , W_M и W_B можно представить в другом виде [40]:

$$A_{MB} = 1/2 \{ (1 + \delta\delta') ((1 + \delta\lambda)ss's'^2 + (1 - \delta\lambda)ss's^2) + \\ + (1 - \delta\delta') ((1 + \delta'\lambda)(tt't^2 + uu'u^2) + (1 - \delta'\lambda)(tt't'^2 + uu'u'^2)) \} , \quad (3.9)$$

$$-W_M = \frac{s}{x_1 x_2} + \frac{s'}{x_3 x_4} + \frac{t}{x_1 x_3} + \frac{t'}{x_2 x_4} + \frac{u}{x_1 x_4} + \frac{u'}{x_2 x_3} , \quad (3.10)$$

$$W_B = \frac{s}{x_1 x_2} + \frac{s'}{x_3 x_4} - \frac{t}{x_1 x_3} - \frac{t'}{x_2 x_4} + \frac{u}{x_1 x_4} + \frac{u'}{x_2 x_3} . \quad (3.11)$$

В случае излучения мягких фотонов ($s = s'$, $t = t'$, $u = u'$) величины A_M и A_B имеют вид [40]:

$$A_M = \frac{s^2 + u^2}{t^2} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} + \frac{2s^2}{tu} + \delta\delta' \left(\frac{s^2 - u^2}{t^2} + \frac{s^2 - t^2}{u^2} + \frac{2s^2}{tu} \right) , \quad (3.12)$$

$$A_B = \frac{u^2 + s^2}{t^2} + \frac{u^2 + t^2}{s^2} + \frac{2u^2}{st} - \delta\delta' \left(\frac{u^2 - s^2}{t^2} + \frac{u^2 + t^2}{s^2} + \frac{2u^2}{st} \right) . \quad (3.13)$$

Они лишь множителями отличаются от сечений упругих процессов $e^\pm e^- \rightarrow e^\pm e^-$ в случае, когда начальные частицы продольно поляризованы (см. [10], с. 373).

Для неполяризованных фотонов из (3.9) имеем

$$A_{MB} = (1 + \delta\delta') ss' (s^2 + s'^2) + (1 - \delta\delta') (tt' (t^2 + t'^2) + uu' (u^2 + u'^2)) . \quad (3.14)$$

Следовательно, отношение сечений для частиц с параллельными и антипараллельными спинами для обеих реакций $e^\pm e^- \rightarrow e^\pm e^- \gamma$ имеет одинаковый вид (как и в случае упругих процессов $e^\pm e^- \rightarrow e^\pm e^-$ (см. [10], с. 373)) [40]:

$$\frac{d\sigma_{\uparrow\uparrow}}{d\sigma_{\uparrow\downarrow}} = \frac{tt'(t^2 + t'^2) + uu'(u^2 + u'^2)}{ss'(s^2 + s'^2)} . \quad (3.15)$$

4. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ ТРЕХФОТОННОЙ АННИГИЛЯЦИИ ОРТОПОЗИТРОНИЯ

В последние годы процесс трехфотонной аннигиляции ортопозитрония $^3S_1 \rightarrow 3\gamma$ привлек к себе пристальное внимание исследователей, поскольку в опытах по измерению ширины распада ортопозитрония было обнаружено противоречие с теоретическими предсказаниями [51]. Для снятия этого противоречия был предпринят ряд попыток. Так, в работе [52] был проведен учет релятивистских поправок к сечению аннигиляции медленной e^+e^- -пары в два и три фотона, что, однако, не привело к решению проблемы. Оценка вклада пятифотонной моды распада ортопозитрония, проведенная в [53], показывает, что и этот механизм не может снять противоречия в его ширине. Все эти вопросы требуют дальнейшего анализа и подтверждения, в том числе и результаты работ [51,53]. Работа авторов [54] отнюдь не является одной из попыток решения отмеченной проблемы ортопозитрония. В ней получены почти все известные результаты, относящиеся к поляризационным явлениям в реакции $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$, но на основе вычисления матричных элементов в ДСБ. Целью этой работы была демонстрация эффективности разработанного метода на примере такого процесса, где метод группы CALCUL неприменим. Ключевым моментом их методики является весьма специфический выбор векторов поляризаций фотонов (2.20), справедливый лишь для безмассового случая.

Основным процессом, определяющим время жизни позитрония, является трехфотонная аннигиляция. При этом вероятность распада может быть связана с сечением процесса аннигиляции свободной пары [10]:

$$e^-(p_1) + e^+(p_3) \rightarrow \gamma(k_1) + \gamma(k_2) + \gamma(k_3) . \quad (4.1)$$

Поскольку импульсы электрона и позитрона в позитронии малы [10] ($|\vec{p}_1| = |\vec{p}_3| \sim m\alpha$, где α – постоянная тонкой структуры), то при вычислении сечения аннигиляции их можно считать покоящимися в начале координат (т.е. будем полагать, что $p_1 = p_3 = p = (m, 0, 0, 0)$). В таком случае матричный элемент реакции (4.1) принимает вид

$$M_{31}^{\pm\delta,\delta} = \bar{u}^{\pm\delta}(-p)Qu^\delta(p) , \quad (4.2)$$

где $u^\delta(\pm p)$ – биспиноры электрона и позитрона, $\bar{u}^\delta(\pm p)u^\delta(\pm p) = \pm m$, Q – оператор взаимодействия, которому отвечает шесть фейнмановских диаграмм [10]. Рассмотрим кинематику процесса $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ в системе ЦИ e^+e^- -частиц, в которой импульсы p_1 и p_3 имеют вид: $p_1 = (p_0, 0, 0, -m\alpha)$, $p_3 = (p_0, 0, 0, m\alpha)$, $p_0 = m\sqrt{1 + \alpha^2}$. Введем ОБВ a_A :

$$a_0 = (1, 0, 0, 0), \quad a_1 = (0, 1, 0, 0), \quad a_2 = (0, 0, 1, 0), \quad a_3 = (0, 0, 0, 1),$$

с помощью которых получим

$$p_1 = -\xi_- a_3 + \xi_+ a_0, \quad p_3 = \xi_- a_3 + \xi_+ a_0, \quad (4.3)$$

$$s_1 = \xi'_+ a_3 - \xi'_- a_0, \quad s_3 = \xi'_+ a_3 + \xi'_- a_0, \quad (4.4)$$

где $\xi'_\pm = \xi_\pm/m$, $\xi'_+ = \sqrt{1 + \alpha^2}$, $\xi'_- = \alpha$, при этом $s_1 p_1 = s_3 p_3 = 0$, $s_1^2 = s_3^2 = -1$. Следовательно, в предельном случае, когда $\alpha \rightarrow 0$, спиновые векторы электрона и позитрона s_1 и s_3 (4.4) в ДСБ (4) совпадают:

$$s_1 = s_3 = a_3, \quad (4.5)$$

т.е. в качестве общей оси спиновых проекций выступает направление движения позитрона. Закон сохранения импульса:

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 = 0 \quad (4.6)$$

определяет плоскость аннигиляции, в которой лежат импульсы фотонов. Будем также считать, что векторы $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_3$ принадлежат этой плоскости, а вектор $\vec{a}_2$ является нормалью к ней, т.е. что $\vec{a}_2 \vec{n}_i = 0$, $\vec{n}_i = \vec{k}_i/\omega_i$, $\vec{n}_i^2 = 1$, ($i = 1, 2, 3$). Построим векторы круговой поляризации фотонов $e_{\lambda i} = (0, \vec{e}_{\lambda i})$:

$$\vec{e}_{\lambda i} = ([\vec{a}_2 \vec{n}_i] + i\lambda_i \vec{a}_2)/\sqrt{2}, \quad \vec{e}_{\lambda i} \vec{n}_i = 0, \quad \vec{e}_{\lambda i} \vec{e}_{\lambda i}^* = 1, \quad (4.7)$$

где λ_i – спиральности фотонов, $\lambda_i = \pm 1$.

В рассматриваемом предельном случае операторы (2.26), с помощью которых вычисляются матричные элементы (4.2), имеют вид:

$$4P_{31}^{\delta, \delta} = \delta (m + \hat{p}) \hat{a}_\delta, \quad 4P_{31}^{-\delta, \delta} = - (m + \hat{p}) \hat{a}_\delta \hat{a}_3 \hat{a}_\delta^*/2, \quad (4.8)$$

где $a_{\pm\delta} = a_1 \pm i\delta a_2$, $\delta = \pm 1$ ($a_\delta^* = a_{-\delta}$).

Явный вид для матричных элементов $M^{\pm\delta, \delta}$ процесса (4.1) в случае циркулярно поляризованных фотонов был получен в [54]:

$$2^{3/2} M^{\delta, \delta} = \delta \sum_{i=1}^3 \alpha_i (\delta \lambda_i + c_i) (n_{jk} - 1)/m, \quad (4.9)$$

$$2^{3/2} M^{-\delta, \delta} = \sum_{i=1}^3 \alpha_i s_i (n_{jk} - 1)/m, \quad (4.10)$$

где α_i ($i=1, 2, 3$) – поляризационные множители:

$$\alpha_1 = (1 + \lambda_2 \lambda_3)(1 - \lambda_1 \lambda_2), \quad \alpha_2 = (1 + \lambda_1 \lambda_3)(1 - \lambda_2 \lambda_3), \quad (4.11)$$

$$\alpha_3 = (1 + \lambda_1 \lambda_2)(1 - \lambda_1 \lambda_3),$$

$$\alpha_1 \alpha_2 = \alpha_1 \alpha_3 = \alpha_2 \alpha_3 = 0, \quad \alpha_i^2 = 4 \alpha_i, \quad (4.12)$$

а величины $c_i, s_i, n_{jk} = n_{kj}$ ($i, j, k = 1, 2, 3$) равны: $n_{jk} = \vec{n}_j \vec{n}_k = c_j c_k + s_j s_k$, $c_i = \vec{a}_3 \vec{n}_i$, $s_i = \vec{a}_1 \vec{n}_i$, $s_i^2 + c_i^2 = 1$, при этом индексы i, j, k в (4.9), (4.10) образуют циклическую перестановку чисел 1, 2, 3.

Матричные элементы (4.9), (4.10) определяют процесс аннигиляции свободной e^+e^- -пары в случае параллельных ($M^{\delta, \delta}$) и антипараллельных ($M^{-\delta, \delta}$) спинов у электрона и позитрона. Они вещественны и обращаются в ноль, если спиральности у всех фотонов одинаковы, т.е. когда $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$.

Дифференциальное сечение процесса (4.1) выражается через матричные элементы $M^{\pm\delta, \delta}$ (4.9), (4.10) следующим образом:

$$d\sigma_{3\gamma} = \frac{\alpha^3 (M^{\pm\delta, \delta})^2}{(2\pi)^2 4m^2 v} \left(\prod_{i=1}^3 \frac{d^3 \vec{k}_i}{\omega_i} \right) \delta^4(2p - k_1 - k_2 - k_3), \quad (4.13)$$

где v – относительная скорость e^+ - и e^- -частиц в системе ЦИ ($v \sim \alpha$). Введем обозначение: $\sigma_{\delta e^+}^{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3} = 1/2 ((M^{\delta, \delta})^2 + (M^{\delta, -\delta})^2)$. Тогда для величины $\sigma_{\delta e^+}^{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3}$ будем иметь следующее выражение [54]:

$$\sigma_{\delta e^+}^{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3} = \sum_{i=1}^3 \alpha_i (1 + \delta \lambda_i c_i) (1 - n_{jk})^2 / 2m^2, \quad (4.14)$$

которое определяет сечение аннигиляции в случае, когда все частицы, за исключением электрона, спирально поляризованы. Для величин

$$\sigma^{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3} = 1/4 \sum_{\delta} ((M^{\delta, \delta})^2 + (M^{\delta, -\delta})^2),$$

$$\sigma_{\delta e^+}^{\lambda_1} = 1/2 \sum_{\lambda_2, \lambda_3} ((M^{\delta, \delta})^2 + (M^{\delta, -\delta})^2),$$

смысл которых понятен из обозначений, получим

$$\sigma^{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3} = (\alpha_1 (1 - n_{23})^2 + \alpha_2 (1 - n_{13})^2 + \alpha_3 (1 - n_{12})^2) / 2m^2, \quad (4.15)$$

$$\sigma_{\delta e^+}^{\lambda_1} = 2 ((1 + \delta \lambda_1 c_1)(1 - n_{23})^2 + (1 - \delta \lambda_1 c_2)(1 - n_{13})^2 +$$

$$+(1 - \delta\lambda_1 c_3)(1 - n_{12})^2/m^2 . \quad (4.16)$$

В случае неполяризованных частиц имеем известный результат [10]:

$$\bar{\sigma} = \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3} \sigma^{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3} = 4 \left((1 - n_{12})^2 + (1 - n_{13})^2 + (1 - n_{23})^2 \right) / m^2 . \quad (4.17)$$

Проведем расчет вероятности процесса (4.1) когда один из фотонов линейно поляризован в плоскости аннигиляции (σ_x) либо перпендикулярно к ней (σ_y) (при этом остальные два неполяризованы), а также степень линейной поляризации:

$$p_l = (\sigma_y - \sigma_x) / (\sigma_y + \sigma_x) . \quad (4.18)$$

Для этого перейдем от спиральных состояний фотона с импульсом $\vec{k}_1$

$$|+1\rangle = (|x\rangle + i|y\rangle) / \sqrt{2} , \quad |-1\rangle = (|x\rangle - i|y\rangle) / \sqrt{2} ,$$

к состояниям с линейной поляризацией

$$\langle x| = (\langle +1| + \langle -1|) / \sqrt{2} , \quad \langle y| = i(\langle +1| - \langle -1|) / \sqrt{2} .$$

Тогда для амплитуд и вероятностей имеем [54]:

$$\begin{aligned} M_x^\delta &= (M_{\lambda_2, \lambda_3}^{\delta, \delta} + M_{-\lambda_2, \lambda_3}^{\delta, \delta}) / \sqrt{2} , \quad M_x^{-\delta} = (M_{\lambda_2, \lambda_3}^{-\delta, \delta} + M_{-\lambda_2, \lambda_3}^{-\delta, \delta}) / \sqrt{2} , \\ M_y^\delta &= i(M_{\lambda_2, \lambda_3}^{\delta, \delta} - M_{-\lambda_2, \lambda_3}^{\delta, \delta}) / \sqrt{2} , \quad M_y^{-\delta} = i(M_{\lambda_2, \lambda_3}^{-\delta, \delta} - M_{-\lambda_2, \lambda_3}^{-\delta, \delta}) / \sqrt{2} , \\ \sigma_x &= 1/4 \sum_{\delta\lambda_2\lambda_3} (|M_x^\delta|^2 + |M_x^{-\delta}|^2) , \quad \sigma_y = 1/4 \sum_{\delta\lambda_2\lambda_3} (|M_y^\delta|^2 + |M_y^{-\delta}|^2) . \end{aligned}$$

Произведя необходимые вычисления величин σ_x , σ_y , p_l , найдем [54]:

$$\sigma_x = 2(A - B)/m^2 , \quad \sigma_y = 2(A + B)/m^2 , \quad p_l = B/A , \quad (4.19)$$

$$A = (1 - n_{12})^2 + (1 - n_{13})^2 + (1 - n_{23})^2 , \quad B = (1 - n_{12})(1 - n_{13})(1 - n_{23}) .$$

Выражения (4.19), полученные для σ_x , σ_y , p_l , также совпадают с результатами работ [55,56].

Построим с помощью (4.9), (4.10) амплитуды аннигиляции ортопозитрония [10]: $X_{1,1} = M^{++}$, $X_{1,0} = (M^{+-} + M^{-+}) / \sqrt{2}$, $X_{1,-1} = M^{--}$ ($X_{1,\pm 1} = X_{1,\delta}$), отвечающие проекциям полного спина системы на направление $\vec{a}_3$, равным +1, 0, -1, а также парапозитрония (с полным спином и проекцией, равными нулю): $X_{0,0} = (M^{+-} - M^{-+}) / \sqrt{2}$. В результате будем иметь [54]:

$$X_{1,\delta} = M^{\delta,\delta} , \quad X_{1,0} = \sqrt{2} M^{\delta,-\delta} , \quad X_{0,0} = 0 . \quad (4.20)$$

Просуммируем по поляризациям фотонов λ_2 и λ_3 величины $X_{1,\delta}^2$ и $X_{1,0}^2$:

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda_2, \lambda_3} X_{1,\delta}^2 &= 2 ((1 + \delta\lambda_1 c_1)^2 (1 - n_{23})^2 + (1 - \delta\lambda_1 c_2)^2 (1 - n_{13})^2 + \\ &\quad + (1 - \delta\lambda_1 c_3)^2 (1 - n_{12})^2) / m^2, \\ \sum_{\lambda_2, \lambda_3} X_{1,0}^2 &= 4 ((1 - c_1^2)(1 - n_{23})^2 + (1 - c_2^2)(1 - n_{13})^2 + (1 - c_3^2)(1 - n_{12})^2) / m^2. \end{aligned}$$

Проводя дальнейшие усреднения в квадратах последних амплитуд, опять получим известный результат [10]:

$$\sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3} (X_{1,+1}^2 + X_{1,0}^2 + X_{1,-1}^2) = 4 \bar{\sigma},$$

где $\bar{\sigma}$ определено выражением (4.17).

В работе [55] было показано, что амплитуды трехфотонной аннигиляции ортопозитрония H_{fi} ($X_{1,+1}$, $X_{1,0}$, $X_{1,-1}$) можно представить в виде

$$H_{fi} = \vec{t} \vec{u}, \quad \vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \vec{u}_3, \quad (4.21)$$

где вектор $\vec{u}_1$ является следующей функцией от векторов поляризаций фотонов:

$$\begin{aligned} \vec{u}_1 &= \vec{e}_1 (\vec{e}_2 \vec{e}_3 - \vec{e}_2' \vec{e}_3') + \vec{e}_1' (\vec{e}_2 \vec{e}_3' + \vec{e}_3 \vec{e}_2'), \\ \vec{e}_i &= \vec{e}_{\lambda_i}, \quad \vec{e}_i' = [\vec{e}_i \vec{n}_i] \quad (i = 1, 2, 3), \end{aligned} \quad (4.22)$$

а векторы $\vec{u}_2$ и $\vec{u}_3$ получаются из $\vec{u}_1$ циклической перестановкой индексов. Комплексный вектор $\vec{t}$ характеризует триплетное состояние ортопозитрония.

Построим тензор $\Phi = \vec{u} \cdot \vec{u}^*$, через который выражается вероятность трехфотонной аннигиляции. Согласно нашим расчетам, тензор Φ можно представить в виде трех слагаемых [54]:

$$\Phi = a_1 \Phi_1 + a_2 \Phi_2 + a_3 \Phi_3, \quad \Phi_t = a_1 + a_2 + a_3 = m^2 \sigma^{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3} / 2, \quad (4.23)$$

$$a_1 = \alpha_1 (1 - n_{23})^2, \quad a_2 = \alpha_2 (1 - n_{13})^2, \quad a_3 = \alpha_3 (1 - n_{12})^2, \quad (4.24)$$

где каждый из тензоров Φ_i ($i = 1, 2, 3$) есть не что иное, как тензор пучка (трехмерно-ковариантная поляризационная матрица плотности) соответствующего циркулярно поляризованного фотона [57]:

$$\Phi_i = \vec{e}_{\lambda_i} \cdot \vec{e}_{\lambda_i}^* = (1 - \vec{n}_i \cdot \vec{n}_i) / 2 + i / 2 \lambda_i \vec{n}_i^\times, \quad \Phi_i \vec{n}_i = 0, \quad (\Phi_i)_t = 1. \quad (4.25)$$

Поскольку тензор Φ соответствует сумме трех волн и его след $\Phi_t = a_1 + a_2 + a_3$ с точностью до множителя совпадает с вероятностью $\sigma^{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3}$, то каждая из величин a_i ($i = 1, 2, 3$) (4.24) определяет вероятность появления отдельного фотона, имеющего вектор поляризации $\vec{e}_{\lambda_i}$ и направление движения $\vec{n}_i$.

5. РЕАКЦИЯ $ep \rightarrow ep\gamma$ И ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ ПРОТОНА

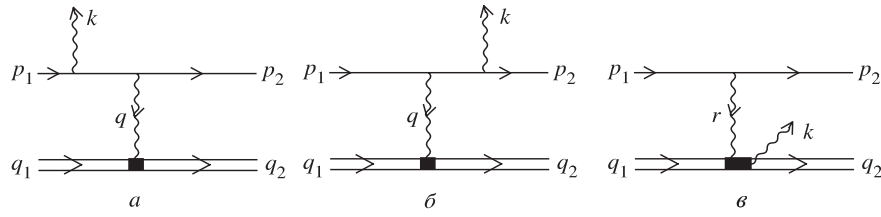
В последнее время значительно вырос интерес к изучению комптоновского рассеяния на нуклоне в области низких и средних энергий. Это обусловлено тем, что в рассматриваемом процессе могут быть определены фундаментальные структурные постоянные нуклонов — электрическая и магнитная поляризуемости. Поляризуемости нуклонов содержат важную информацию о структуре последних на больших и средних расстояниях, в частности, о радиусе кваркового кора, о мезонной шубе и т.д. (соответствующие вопросы подробно обсуждаются в обзорах [58,59]). Знание амплитуд комптоновского рассеяния на нуклонах требуется также для интерпретации данных по рассеянию фотонов на ядрах. Такого рода исследования могут, например, дать ответ на вопрос о том, насколько различаются электромагнитные свойства свободных и связанных нуклонов.

Все экспериментальные результаты для поляризуемостей протона были получены из данных по упругому γp -рассеянию ниже порога фоторождения пионов. Однако в последнее время появилась весьма перспективная возможность измерять поляризуемости протона на созданном в Новосибирске накопительном кольце с энергией электронного пучка в 200 МэВ с использованием внутренней струйной мишени. Эта возможность может быть реализована с помощью идеи, предложенной в работе [60], использовать реакцию

$$e^-(p_1) + p^+(q_1) \rightarrow e^-(p_2) + p^+(q_2) + \gamma(k) \quad (5.1)$$

в кинематике, соответствующей рассеянию электронов на малые, а фотонов на достаточно большие углы, что соответствует малой передаче 4-импульса от начального электрона к конечным γ - и p -частицам.

В наинизшем порядке теории возмущений процессу (5.1) соответствуют три диаграммы, представленные на рис.1. Из них первые две (*а* и *б*) отвечают тормозному излучению электронов (бете-гайтлеровские диаграммы), а третья (*в*) — излучению протона (диаграмма с виртуальным комптоновским рассеянием (ВКР) на протоне). Выбор указанной выше кинематики был обусловлен следующими причинами. Во-первых, в ней реализуется подпроцесс реального комптоновского рассеяния (РКР) на протоне, поскольку при малых углах рассеяния электронов виртуальный фотон с 4-импульсом $r = p_1 - p_2$ (см.рис.1) становится почти реальным. При этом величина $|r| = \sqrt{-(p_1 - p_2)^2}$ оказывается малой $|r| \sim m$, где m — масса электрона. Во-вторых, при рассеянии электронов на малые, а фотонов на достаточно большие углы, вклад диаграммы, соответствующей протонному излучению, оказывается доминирующим, т.е. он на несколько порядков превышает вклад бете-гайтлеровских диаграмм в сечение реакции (5.1) [61], что представляет собой главное требование, необходимое для выделения подпроцесса комптоновского рассеяния на протоне [60] из реакции $ep \rightarrow ep\gamma$.


 Рис. 1. Диаграммы, соответствующие реакции $ep \rightarrow ep\gamma$

Оценки, проведенные в [60] с использованием метода эквивалентных фотонов и скалярной модели, показали, что реакция (5.1) дает хорошую возможность для получения высокостатистических данных по сечению комптоновского рассеяния и поляризуемости протона. Отметим, что измерение электрической и магнитной поляризуемостей протона (α_p и β_p) с более высокой степенью точности, чем в предыдущих работах, представляет собой одну из наиболее приоритетных задач для экспериментов ближайшего будущего [62,63].

Однако для получения высокостатистических данных по сечению γp -рассеяния и поляризуемости протона должна быть использована более аккуратная, чем в [60], теоретическая модель, которая должна учитывать как спинные свойства частиц, так и главные структурные параметры, характеризующие электромагнитную структуру адрона. В основу такой модели могут быть положены результаты работы [64], в которой был проведен общий расчет реакции $ep \rightarrow ep\gamma$. При этом сечение было выражено через двенадцать формфакторов, соответствующих подпроцессу ВКР на протоне (т.е. вкладу диаграммы 1,б), и два формфактора, отвечающих бете-гайтлеровским диаграммам.

В работе [65] проведен расчет дифференциального сечения реакции $ep \rightarrow ep\gamma$ в указанной выше кинематике. Оно было выражено через шесть инвариантных амплитуд для РКР [58,66], а также электрический и магнитный формфакторы протона [10].

Рассмотрим амплитуды, соответствующие диаграммам, представленным на рис.1. Сумме двух бете-гайтлеровских диаграмм (а и б) отвечает матричный элемент

$$M_1 = \bar{u}(p_2) Q_e^\mu u(p_1) \cdot \bar{u}(q_2) \Gamma_\mu(q^2) u(q_1) \frac{1}{q^2}, \quad (5.2)$$

$$Q_e^\mu = \gamma^\mu \frac{\hat{p}_1 - \hat{k} + m}{-2p_1 k} \hat{e} + \hat{e} \frac{\hat{p}_2 + \hat{k} + m}{2p_2 k} \gamma^\mu, \quad (5.3)$$

$$\Gamma_\mu(q^2) = f_1 \gamma_\mu + \frac{\mu_p}{4M} f_2 (\hat{q} \gamma_\mu - \gamma_\mu \hat{q}), \quad (5.4)$$

где $u(p_i)$ и $u(q_i)$ – биспиноры электронов и протонов с 4-импульсами p_i и q_i , $p_i^2 = m^2$, $q_i^2 = M^2$, $\bar{u}(p_i) u(p_i) = 2m$, $\bar{u}(q_i) u(q_i) = 2M$, ($i = 1, 2$), μ_p , f_1 , f_2 – соответственно аномальный магнитный момент, дираковский и паулиевский формфакторы протона [10], $q = q_2 - q_1$ – переданный импульс, e – 4-вектор поляризации фотона с импульсом k , $ek = k^2 = 0$, M – масса протона.

В рассматриваемом предельном случае, когда $|r| \sim m$, матричный элемент, соответствующий диаграмме рис.1,б, выражается через шесть инвариантных амплитуд T_i ($i = 1, 2 \dots 6$) для РКР, полученных из теории дисперсионных соотношений и данных о фоторождении π -мезонов на нуклонах [66]. Он имеет вид [64]:

$$M_2 = \bar{u}(p_2)\gamma^\mu u(p_1) \cdot \bar{u}(q_2)M_{\mu\nu}e^\nu u(q_1) \frac{1}{r^2}, \quad (5.5)$$

$$M_{\mu\nu} = \frac{C_\mu C_\nu}{C^2} (T_1 + T_2 \hat{K}) + \frac{D_\mu D_\nu}{D^2} (T_3 + T_4 \hat{K}) + \\ + \frac{(C_\mu D_\nu - C_\nu D_\mu)}{D^2} \gamma^5 T_5 + \frac{(C_\mu D_\nu + C_\nu D_\mu)}{D^2} T_6 \hat{D}. \quad (5.6)$$

Тензор $M_{\mu\nu}$ строится с помощью четверки ортогональных между собой 4-векторов C , D , B , K :

$$K = 1/2 (r + k), \quad Q = 1/2(r - k), \quad R = 1/2(q_1 + q_2), \\ C = R - \frac{(RK)}{K^2} K - \frac{(RB)}{B^2} B, \quad B = Q - \frac{(QK)}{K^2} K, \\ D_\mu = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} K^\nu B^\rho C^\sigma. \quad (5.7)$$

Он удовлетворяет требованиям сохранения четности и условию калибровочной инвариантности:

$$M_{\mu\nu}k^\nu = r^\mu M_{\mu\nu} = 0. \quad (5.8)$$

Для вычисления матричных элементов (5.2), (5.5) в ДСБ построим два ОБВ a_A и b_A ($A = 0, 1, 2, 3$) с помощью 4-импульсов p_1 , p_2 , k и q_1 , q_2 , k :

$$a_0 = p_+/\sqrt{p_+^2}, \quad a_3 = p_-/\sqrt{-p_-^2}, \quad a_2 = [a_0 \cdot a_3]^\times k/\rho, \quad a_1 = [a_0 \cdot a_3]^\times a_2, \quad (5.9)$$

$$p_\pm = p_2 \pm p_1, \quad a_{\pm\delta} = a_1 \pm i\delta a_2, \quad \delta = \pm 1,$$

$$a_2 k = 0, \quad a_1^2 = a_2^2 = a_3^2 = -a_0^2 = -1,$$

$$b_0 = q_+/\sqrt{q_+^2}, \quad b_3 = q_-/\sqrt{-q_-^2}, \quad b_2 = [b_0 \cdot b_3]^\times k/\rho', \quad b_1 = [b_0 \cdot b_3]^\times b_2, \quad (5.10)$$

$$q_{\pm} = q_2 \pm q_1, \quad b_{\pm\delta'} = b_1 \pm i\delta' b_2, \quad \delta' = \pm 1, \\ b_2 k = 0, \quad b_1^2 = b_2^2 = b_3^2 = -b_0^2 = -1,$$

где ρ и ρ' определяются из условий нормировки. Тогда электронные и протонные операторы $P_{21}^{\pm\delta,\delta}$ и $Q_{21}^{\pm\delta',\delta'}$ (см. (2.11), (2.12)) имеют вид

$$P_{21}^{\delta,\delta} = 1/4 (m + \hat{p}_1) \hat{a}_{\delta} \hat{a}_0 \hat{a}_{\delta}^*, \quad P_{21}^{-\delta,\delta} = \delta/2 (m + \hat{p}_1) \hat{a}_{\delta} \hat{a}_3, \quad (5.11)$$

$$Q_{21}^{\delta',\delta'} = 1/4 (M + \hat{q}_1) \hat{b}_{\delta'} \hat{b}_0 \hat{b}_{\delta'}^*, \quad Q_{21}^{-\delta',\delta'} = \delta'/2 (M + \hat{q}_1) \hat{b}_{\delta'} \hat{b}_3, \quad (5.12)$$

а матричные элементы (5.2), (5.5) в случае различных комбинаций спиновых состояний электронов и протонов сводятся к произведению шпуров:

$$M_1 = \frac{1}{q^2} \text{Tr} (P_{21}^{\pm\delta,\delta} Q_e^{\mu}) \text{Tr} (Q_{21}^{\pm\delta',\delta'} \Gamma_{\mu}(q^2)), \quad (5.13)$$

$$M_2 = \frac{1}{r^2} \text{Tr} (P_{21}^{\pm\delta,\delta} \gamma^{\mu}) \text{Tr} (Q_{21}^{\pm\delta',\delta'} M_{\mu\nu} e^{\nu}). \quad (5.14)$$

В неполяризованном случае наиболее эффективным оказывается использование метода вычисления матричных элементов в ДСБ в сочетании с применением стандартного подхода [10]. Расчеты, проведенные как первым (т.е. по формулам (5.13), (5.14)), так и вторым способом дают одинаковые результаты. Тем не менее второй способ, который также будет изложен ниже, более предпочтителен, поскольку он значительно быстрее приводит к цели. При этом для нахождения вероятности процесса (5.1) достаточно вычислить лишь матричные элементы электронного и протонного токов:

$$(J_e^{\pm\delta,\delta})_{\mu} = \bar{u}^{\pm\delta}(p_2) \gamma_{\mu} u(p_1)^{\delta} = \text{Tr} (P_{21}^{\pm\delta,\delta} \gamma_{\mu}), \quad (5.15)$$

$$(J_p^{\pm\delta',\delta'})_{\mu} = \bar{u}^{\pm\delta'}(q_2) \Gamma_{\mu}(q^2) u(q_1)^{\delta'} = \text{Tr} (Q_{21}^{\pm\delta',\delta'} \Gamma_{\mu}(q^2)), \quad (5.16)$$

а также величину

$$X_{\mu}^{\pm\delta',\delta'} = \bar{u}^{\pm\delta'}(q_2) M_{\mu\nu} e^{\nu} u^{\delta'}(q_1) = \text{Tr} (Q_{21}^{\pm\delta',\delta'} M_{\mu\nu} e^{\nu}). \quad (5.17)$$

Вычисления дают [11,36,47]:

$$(J_e^{\delta,\delta})_{\mu} = 2m(a_0)_{\mu}, \quad (J_e^{-\delta,\delta})_{\mu} = -2\delta y_{-}(a_{\delta})_{\mu}, \quad (5.18)$$

$$(J_p^{\delta',\delta'})_{\mu} = 2g_e M(b_0)_{\mu}, \quad (J_p^{-\delta',\delta'})_{\mu} = -2\delta' y'_{-} g_m(b_{\delta'})_{\mu}, \quad (5.19)$$

где $y_{-} = \sqrt{-p_{-}^2}/2$, $y'_{-} = \sqrt{-q_{-}^2}/2$, а величины g_e и g_m есть не что иное, как электрический и магнитный формфакторы протона [10]:

$$g_e = f_1 + \mu_p \frac{q^2}{4M^2} f_2, \quad g_m = f_1 + \mu_p f_2. \quad (5.20)$$

Таким образом, в ДСБ матричные элементы протонного тока, соответствующие переходам без переворота спина, выражаются через электрический формфактор g_e , а взаимодействие с переворотом спина выражается через магнитный формфактор g_m .

После определения матричных элементов протонного тока (5.16) расчет вклада двух бете-гайтлеровских диаграмм сводится к вычислению процесса ВКР на электроны [47,65]:

$$|M_1^{\pm\delta',\delta'}|^2 = \frac{1}{q^4} |\bar{u}(p_2) \left(\hat{J}_p^{\pm\delta',\delta'} \frac{\hat{p}_1 - \hat{k} + m}{-2p_1 k} \hat{e} + \hat{e} \frac{\hat{p}_2 + \hat{k} + m}{2p_2 k} \hat{J}_p^{\pm\delta',\delta'} \right) u(p_1)|^2. \quad (5.21)$$

Обозначая результат усреднения и суммирования выражения $|M_1^{\pm\delta',\delta'}|^2$ по поляризациям начальных и конечных частиц через Y_{ee} , получим [47,65]:

$$Y_{ee} = 1/4 \sum_{\delta'e} \text{Tr} \{ (\hat{p}_2 + m) \hat{Q}_e^{\pm\delta',\delta'} (\hat{p}_1 + m) \hat{\bar{Q}}_e^{\pm\delta',\delta'} \} / q^4, \quad (5.22)$$

где $\hat{Q}_e^{\pm\delta',\delta'} = (Q_e^\mu) (J_p^{\pm\delta',\delta'})_\mu$ – оператор, стоящий в круглых скобках между биспинорами электронов $\bar{u}(p_2)$ и $u(p_1)$ в выражении (5.21), $\hat{\bar{Q}}_e^{\pm\delta',\delta'} = \gamma_0 (\hat{Q}_e^{\pm\delta',\delta'})^+ \gamma_0$. Отметим, что, благодаря факторизации электрического и магнитного формфакторов g_e и g_m в выражениях (5.19), бете-гайтлеровский член в сечении реакции $ep \rightarrow ep\gamma$ Y_{ee} (5.22) будет содержать только квадраты формфакторов Сакса (см. [36,47,65,67,68]).

Аналогичным образом расчет вклада диаграммы рис.1,б сводится к вычислению квазиреального комптоновского рассеяния на протоне. С помощью выражений для электронного тока (5.18), имеем:

$$|M_2^{\pm\delta,\delta}|^2 = \frac{1}{r^4} |\bar{u}(q_2) \hat{Q}_p^{\pm\delta,\delta} u(q_1)|^2, \quad (5.23)$$

где $\hat{Q}_p^{\pm\delta,\delta} = (J_e^{\pm\delta,\delta})^\mu M_{\mu\nu} e^\nu$. Обозначая результат усреднения и суммирования выражения (5.23) по поляризациям начальных и конечных частиц через Y_{pp} , получим [65]:

$$Y_{pp} = 1/4 \sum_{\delta e} \text{Tr} \{ (\hat{q}_2 + M) \hat{Q}_p^{\pm\delta,\delta} (\hat{q}_1 + M) \hat{\bar{Q}}_p^{\pm\delta,\delta} \} / r^4, \quad (5.24)$$

где $\hat{\bar{Q}}_p^{\pm\delta,\delta} = \gamma^0 (\hat{Q}_p^{\pm\delta,\delta})^+ \gamma^0$. Наконец, для вычисления интерференционного члена в случае неполяризованных частиц

$$Y_{ep} = 1/4 \sum_{\delta,\delta',e} 2\text{Re} M_1 M_2^* \quad (5.25)$$

используем матричные элементы протонного тока (5.19), а также 4-векторы $X_\mu^{\pm\delta',\delta'}$ (5.17), которые имеют вид [65]:

$$\begin{aligned} X_\mu^{-\delta',\delta'} &= -2\delta' y'_- b_1 k \left(\frac{C_\mu C_\nu}{C^2} T_2 + \frac{D_\mu D_\nu}{D^2} T_4 + \right. \\ &\quad \left. + i\delta' y'_+ y'_- \frac{(C_\mu D_\nu + C_\nu D_\mu)}{D^2} T_6 \right) e^\nu, \\ X_\mu^{\delta',\delta'} &= 2 \left(y'_+ \left(\frac{C_\mu C_\nu}{C^2} \left(T_1 + \frac{\nu_1 M}{1-\tau} T_2 \right) + \frac{D_\mu D_\nu}{D^2} \left(T_3 + \frac{\nu_1 M}{1-\tau} T_4 \right) \right) + \right. \\ &\quad \left. + \delta' y'_- \frac{(C_\mu D_\nu - C_\nu D_\mu)}{D^2} T_5 \right) e^\nu, \end{aligned} \quad (5.26)$$

где $y'_+ = \sqrt{q_+^2}/2 = M\sqrt{1-\tau}$, $\tau = q^2/4M^2$, $\nu_1 = kq_+/2M^2$. В результате для матричного элемента M_2 (5.5) имеем

$$M_2 = \bar{u}(p_2) \hat{X}^{\pm\delta',\delta'} u(p_1)/r^2, \quad (5.27)$$

а выражение (5.25) сводится к вычислению шпура [65]:

$$Y_{ep} = 1/4 \sum_{\delta,\delta',e} 2\text{Re} \{ \text{Tr} ((\hat{p}_2 + m) \hat{Q}_e^{\pm\delta',\delta'} (\hat{p}_1 + m) \hat{X}^{\pm\delta',\delta'}) \} / q^2 / r^2, \quad (5.28)$$

где $\hat{X}^{\pm\delta',\delta'} = \gamma^\mu X_\mu^{\pm\delta',\delta'}$, $\hat{\bar{X}}^{\pm\delta',\delta'} = (X_\mu^{\pm\delta',\delta'})^* \gamma^\mu$. Отметим, что интерференционный член Y_{ep} (5.28) представляет собой линейную комбинацию электрического и магнитного формфакторов протона, поскольку операторы $\hat{Q}_e^{\pm\delta',\delta'}$ линейным образом выражаются через матричные элементы протонного тока: $\hat{Q}_e^{\pm\delta',\delta'} = (Q_e)^\mu (J_p^{\pm\delta',\delta'})_\mu$, (см. (5.3), (5.19)).

Таким образом, нахождение вероятности реакции $ep \rightarrow ep\gamma$ в используемом подходе свелось к вычислению шпуров (5.22), (5.24), (5.28), расчет которых был проведен с помощью программы REDUCE. В результате для дифференциального сечения получено следующее выражение [65]:

$$d\sigma = \frac{\alpha^3 |T|^2 \delta^4(p_1 + q_1 - p_2 - q_2 - k)}{2\pi^2 \sqrt{(p_1 q_1)^2 - m^2 M^2}} \frac{d^3 \vec{p}_2}{2p_{20}} \frac{d^3 \vec{q}_2}{2q_{20}} \frac{d^3 \vec{k}}{2\omega}, \quad (5.29)$$

$$|T|^2 = 1/4 \sum_{pol} |M_{fi}|^2 = Y_{ee} + Y_{ep} + Y_{pp}, \quad (5.30)$$

$$Y_{ee} = \frac{8M^2}{q^4} (g_e^2 Y_I + \tau g_m^2 Y_{II}), \quad (5.31)$$

$$Y_I = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \frac{m^2 q^2}{2} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)^2 - \frac{r^2 q^2}{2\lambda_1 \lambda_2} -$$

$$- \frac{m^2}{2M^2(1-\tau)} \left(\frac{p_1 q_+}{\lambda_2} - \frac{p_2 q_+}{\lambda_1} \right)^2 - \frac{\tau}{(1-\tau)} \frac{((p_1 q_+)^2 + (p_2 q_+)^2)}{\lambda_1 \lambda_2}, \quad (5.32)$$

$$Y_{II} = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \frac{m^2 q^2}{2} \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right)^2 - \frac{r^2 q^2}{2\lambda_1 \lambda_2} +$$

$$+ \frac{m^2}{2M^2(1-\tau)} \left(\frac{p_1 q_+}{\lambda_2} - \frac{p_2 q_+}{\lambda_1} \right)^2 + \frac{\tau}{(1-\tau)} \frac{((p_1 q_+)^2 + (p_2 q_+)^2)}{\lambda_1 \lambda_2} - \quad (5.33)$$

$$- 2 \left(\frac{m^2}{\lambda_1} - \frac{m^2}{\lambda_2} \right)^2 + 4 m^2 \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right),$$

$$Y_{ep} = -\frac{32M^3}{r^2 q^2 (4\nu_4^2 - \nu_2^2)} \left\{ g_e \operatorname{Re} \left[y_1 \left(T_1 + \frac{\nu_1 M}{1-\tau} T_2 \right) + y_2 \left(T_3 + \frac{\nu_1 M}{1-\tau} T_4 \right) \right] + \right.$$

$$\left. + \tau g_m \left[-\frac{\nu_1 M}{1-\tau} \operatorname{Re}(y_1 T_2 + y_2 T_4) + 4M \operatorname{Re}(z_1 T_2 + z_2 T_4 + z_3 T_6) \right] \right\}, \quad (5.34)$$

$$Y_{pp} = - \left\{ (\alpha_1^2 \alpha_3 + \nu_3) [(1-\tau)|T_1|^2 + 2\nu_1 M \operatorname{Re}(T_1 T_2^*) + M^2(\nu_1^2 - \nu_2^2)|T_2|^2] + \right.$$

$$+ (\alpha_2 + \nu_3) [(1-\tau)|T_3|^2 + 2\nu_1 M \operatorname{Re}(T_3 T_4^*) + M^2(\nu_1^2 - \nu_2^2)|T_4|^2] + \quad (5.35)$$

$$\left. + (\alpha_1^2 \alpha_3 + \alpha_2 + 2\nu_3) \tau \left(-\frac{|T_5|^2}{M^4 \nu_2^2} + \frac{M^2}{\alpha_3} |T_6|^2 \right) \right\} \frac{16M^4}{r^4}.$$

Для инвариантных переменных, через которые определяются бете-гайтлеровский (Y_{ee}), интерференционный (Y_{ep}) и член, соответствующий протонному излучению (Y_{pp}), в выражениях (5.30)—(5.35) используются обозначения, принятые в [64]:

$$y_1 = 2\alpha_1 [\alpha_1 \alpha_3 (\nu_2 \nu_5 - \nu_1 \nu_4) + 2\nu_4^2 + \nu_2 \nu_3], \quad \nu_1 = kq_+/2M^2, \quad \nu_2 = -kq_-/2M^2,$$

$$y_2 = 2\alpha_2 (\nu_2 \nu_5 - \nu_1 \nu_4) - \alpha_1 \nu_2^2, \quad \nu_3 = r^2/4M^2, \quad \nu_4 = kq_+/4M^2, \quad \nu_5 = p_+ q_+/4M^2,$$

$$y_3 = -(4\nu_3/\nu_2^2) [\alpha_1 \alpha_3 (\nu_1 \nu_2 (\nu_2 + \nu_3) - 2\nu_4 (\nu_1 \nu_4 - \nu_2 \nu_5)) + \nu_4 (4\nu_4^2 - \nu_2^2)],$$

$$\alpha_1 = \nu_5 + \nu_1 \nu_4 (2\nu_3 + \nu_2)/\nu_2^2, \quad \alpha_3 = \nu_2^2/(\nu_2^2 + (\nu_2 + \nu_3)(\nu_1^2 - \nu_2^2)),$$

$$\alpha_2 = m^2/M^2 - \nu_3 + M^6/D^2 [-(\nu_1 \nu_4 + \nu_2 \nu_5)^2 + 4\nu_3 (\nu_4^2 - \nu_1 \nu_4 \nu_5) - 4\nu_3 \nu_4^2 (\nu_2 + \nu_3)],$$

$$D^2 = M^6 (\nu_2^2 + (\nu_2 + \nu_3)(\nu_1^2 - \nu_2^2)) = M^6 \nu_2^2/\alpha_3, \quad \lambda_1 = p_1 k, \quad \lambda_2 = p_2 k,$$

$$z_1 = \nu_1 \nu_4 \alpha_1^2 \alpha_3, \quad z_2 = \nu_2 \nu_4 \alpha_2, \quad z_3 = 1/4 \alpha_1 (2\nu_2(2\alpha_2 + \nu_2 + \nu_3) + 4\nu_4^2 - \nu_2^2).$$

Отметим, что полученные выражения для дифференциального сечения (5.29) с точностью до определения исходных величин (тензора $M_{\mu\nu}$) совпадают с результатом, полученным в [64], если в последнем выразить f_1 и f_2 через g_e и g_m . Тем не менее бете-гайтлеровский Y_{ee} и интерференционный Y_{ep} члены имеют более компактный вид, благодаря факторизации электрического и магнитного формфакторов. Что касается области применимости формул (5.29)—(5.35), то она ограничена требованием квазиреальности виртуального фотона с 4-импульсом r , что реализуется при рассеянии электронов на малые углы вперед.

Рассмотрим эффекты, обусловленные вкладом всех трех диаграмм в сечение реакции (5.1) в выбранной кинематике в случае, когда начальный протон покоится ($q_1 = (M, 0)$), а энергия электронного пучка $E_e = 200$ МэВ. Производя необходимые интегрирования по фазовому объему в системе покоя начального протона, получаем [65]:

$$d\sigma = \frac{\alpha^3 \omega^2 |\vec{q}_2| T^2}{16\pi^2 M |\vec{p}_1| (p_2 k)} dE_{pk} d\Omega_{q_2} d\Omega_\gamma, \quad (5.36)$$

где $d\Omega_\gamma$ и $d\Omega_{q_2}$ — элементы телесных углов фотона и протона, E_{pk} — кинетическая энергия протона отдачи.

Проведем численный расчет дифференциального сечения (5.36) в области $5 \leq E_{pk} \leq 35$ МэВ для значений суммы и разности электрической (α_p) и магнитной (β_p) поляризуемостей, равных: $\alpha_p + \beta_p = 14$, $\alpha_p - \beta_p = 10$ [58—60] (в единицах 10^{-4} фм³). При этом будем считать кинематику реакции плоской, а углы вылета фотона ϑ_γ и протона ϑ_p выберем равными: $\vartheta_\gamma = 135^\circ$, $\vartheta_p = -20,5^\circ$. (Отсчет углов всех частиц ведется от направления движения начального пучка электронов.) Как показывают расчеты [65], во всей рассматриваемой области кинетической энергии протона $5 \leq E_{pk} \leq 35$ МэВ для выбранных углов $\vartheta_\gamma = 135^\circ$ и $\vartheta_p = -20,5^\circ$ угол рассеяния электрона ϑ_e и величина переданного 4-импульса $|r| = \sqrt{-(p_2 - p_1)^2}$ не превышают следующих значений: $|\vartheta_e| \leq 6,4^\circ$, $|r| \leq 7,3$ МэВ, причем минимальное значение $|r|$ соответствует рассеянию электрона вперед.

Результаты численных расчетов дифференциального сечения (5.36) $d\sigma/dE_{pk}/d\Omega_{q_2}/d\Omega_\gamma$ в описанной выше кинематике представлены графиком на рис.2. Как видно из этого рисунка, в рассматриваемой области углов сечение реакции $ep \rightarrow ep\gamma$ имеет острый пик, состоящий из двух максимумов. Происхождение этого пика обусловлено множителем $1/r^4$ в выражении (5.35) для Y_{pp} . Что касается двух максимумов, то они имеют кинематическое происхождение и получаются в результате интерференции двух полюсных диаграмм, отвечающих квазиреальному комптоновскому рассеянию. Сечение (5.36) имеет сильную угловую зависимость, которая приводит, в частности, к

тому, что при изменении угла вылета протона (или фотона) всего на полградуса (т.е. при $\vartheta_p = -20^\circ$) оба максимума исчезают, и мы имеем обычный пик при $E_{pk} = 15$ МэВ (на рисунке мы его не приводим).

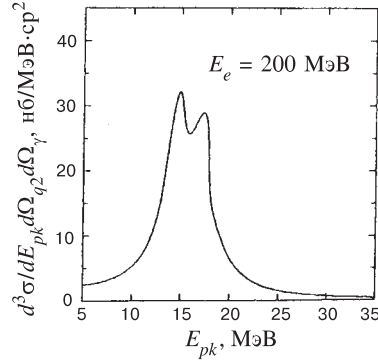


Рис. 2. Дифференциальное сечение реакции $ep \rightarrow ep\gamma$ в кинематике, соответствующей рассеянию электронов на малые, а фотонов на достаточно большие углы, где доминирует протонное излучение

тем самым выполняется главное требование (см. [60]), необходимое для выделения фона, в качестве которого выступает электронное излучение.

С целью выяснения чувствительности реакции $ep \rightarrow ep\gamma$ к поляризуемости протона проводились численные расчеты сечений (5.36) для одного и того же набора углов ($\vartheta_\gamma = 135^\circ$, $\vartheta_p = -20^\circ$) при неизменной сумме электрической и магнитной поляризуемостей $\alpha_p + \beta_p = 14$, но неодинаковых значениях их разностей: а) $\alpha_p - \beta_p = 10$ и б) $\alpha_p - \beta_p = 6$. Оказалось, что с уменьшением разности поляризуемостей сечение (5.36) увеличивается примерно на 8%. Таким образом, в рассматриваемой кинематике сечение реакции $ep \rightarrow ep\gamma$ обладает заметной чувствительностью к поляризуемости протона [65].

6. ИЗЛУЧЕНИЕ ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОГО ФОТОНА ЭЛЕКТРОНОМ В РЕАКЦИИ $ep \rightarrow ep\gamma$

Рассмотрим процесс излучения линейно поляризованного фотона электроном в реакции $ep \rightarrow ep\gamma$ с учетом отдачи и формфакторов протона. В этой

Полное сечение (5.36), приведенное на рис.2, представляет собой сумму бете-гайтлеровского (σ_{ee}), интерференционного (σ_{ep}) и протонного (σ_{pp}) членов (см. (5.30)), где символ (σ) обозначает сечение вида (5.36), в котором вместо $|T|^2$ стоят, соответственно, Y_{ee} , Y_{ep} и Y_{pp} . Численные расчеты показывают, что во всей рассматриваемой области кинетической энергии протона $5 \leq E_{pk} \leq 35$ МэВ отношения бете-гайтлеровского σ_{ee} и интерференционного σ_{ep} к члену, соответствующему протонному излучению σ_{pp} , не превышают следующих значений: $\sigma_{ee}/\sigma_{pp} < 0,02$, $|\sigma_{ep}|/\sigma_{pp} < 0,05$. Вычисления, проведенные для другого набора углов ($\vartheta_\gamma = 135^\circ$, $\vartheta_p = -20^\circ$), дают результаты, которые меняются незначительно: $\sigma_{ee}/\sigma_{pp} < 0,05$, $|\sigma_{ep}|/\sigma_{pp} < 0,075$. Поскольку эти отношения намного меньше единицы, то

связи наше рассмотрение будет ограничено вкладом двух бете-гайтлеровских диаграмм (*a* и *b*) на рис.1, которым отвечает матричный элемент (5.2). При этом вкладом диаграммы с ВКР на протоне можно пренебречь в случае, когда начальные электроны имеют ультрарелятивистскую энергию, а фотон и конечный электрон рассеиваются на малые углы вперед ($\vartheta_\gamma \sim m/E_e$, $\vartheta_e \sim m/E_e$, $m/E_e \ll 1$).

Наш интерес к рассматриваемым эффектам обусловлен следующими причинами. Во-первых, бете-гайтлеровский процесс, хотя и изучался ранее в случае излучения линейно поляризованных фотонов [69,70], широко используется для их получения на ускорителях [71], тем не менее до настоящего времени точный учет отдачи и формфакторов протона не был произведен (в отличие от неполяризованного случая). Во-вторых, как было показано в [72], их учет в случае неполяризованных фотонов приводит к сильному изменению дифференциального сечения бете-гайтлеровского процесса. Поскольку поляризационные характеристики рассеянного излучения выражаются через дифференциальное сечение процесса излучения неполяризованного фотона (см. ниже), то ясно, что учет отдачи и формфакторов необходим.

Ковариантное выражение для дифференциального сечения бете-гайтлеровского процесса (в борновском приближении) с учетом отдачи и формфакторов протона в случае излучения линейно поляризованного фотона было получено авторами в [73]. Оно имеет вид

$$d\sigma_{BH} = \frac{\alpha^3 |T_e|^2 \delta^4(p_1 + q_1 - p_2 - q_2 - k)}{2\pi^2 \sqrt{(p_1 q_1)^2 - m^2 M^2}} \frac{d^3 \vec{p}_2}{2p_{20}} \frac{d^3 \vec{q}_2}{2q_{20}} \frac{d^3 \vec{k}}{2\omega}, \quad (6.1)$$

$$|T_e|^2 = \frac{4M^2}{q^4} (g_e^2 Y_I^e + \tau g_m^2 Y_{II}^e), \quad (6.2)$$

$$Y_I^e = 2 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \frac{\tau}{1-\tau} \frac{(kq_+)^2}{\lambda_1 \lambda_2} + q^2 (ea)^2 + 4 (eA)^2, \quad (6.3)$$

$$Y_{II}^e = -2 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + \frac{\tau}{1-\tau} \frac{(kq_+)^2}{\lambda_1 \lambda_2} + (q^2 + 4m^2) (ea)^2 - 4 (eA)^2, \quad (6.4)$$

$$a = \frac{p_1}{\lambda_1} - \frac{p_2}{\lambda_2}, \quad A = b_0 + \frac{(b_0 p_2) p_1}{\lambda_1} - \frac{(b_0 p_1) p_2}{\lambda_2}. \quad (6.5)$$

Все величины, входящие в (6.1)–(6.5), определены в предыдущем разделе. Таким образом, дифференциальное сечение бете-гайтлеровского процесса в случае излучения линейно поляризованного фотона $d\sigma_{BH}$ (6.1) естественным образом распадается на сумму двух слагаемых, содержащих только квадраты формфакторов Сакса и отвечающих за вклад переходов без переворота ($\sim g_e^2 Y_I^e$) и с переворотом спина протона ($\sim \tau g_m^2 Y_{II}^e$).

Отметим свойства, которыми обладают как 4-вектор a , хорошо известный из теории излучения длинноволновых фотонов [10], так и 4-вектор A . Оба они удовлетворяют условию, которое является естественным результатом требования калибровочной инвариантности

$$a \cdot k = A \cdot k = 0 ,$$

и, кроме того, являются пространственноподобными: $a^2 < 0$, $A^2 < 0$. В этом нетрудно убедиться, если воспользоваться законом сохранения 4-импульса и явным видом для a^2 и A^2 :

$$a^2 = m^2 \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)^2 + \frac{r^2}{\lambda_1 \lambda_2} , \quad (6.6)$$

$$A^2 = 1 + \frac{m^2}{4M^2(1-\tau)} \left(\frac{q+p_1}{\lambda_2} - \frac{q+p_2}{\lambda_1} \right) + \frac{\tau}{1-\tau} \frac{q+p_1 \cdot q+p_2}{\lambda_1 \lambda_2} . \quad (6.7)$$

Отметим, что 4-вектор A впервые введен в работе [73].

С помощью 4-импульсов электронов p_1, p_2 и фотона k построим 4-векторы линейной поляризации фотона $e_{\parallel}$ и $e_{\perp}$ ($e_{\parallel} k = e_{\perp} k = e_{\parallel} e_{\perp} = 0$):

$$e_{\parallel} = \frac{(p_2 k) p_1 - (p_1 k) p_2}{\rho'} , \quad e_{\perp} = \frac{[p_1 \cdot p_2] \times k}{\rho'} , \quad (6.8)$$

где ρ' определяется из условий нормировки: $e_{\parallel}^2 = e_{\perp}^2 = -1$. Тогда степень линейной поляризации фотона будет определяться следующими выражениями [73]:

$$P_{\gamma} = \frac{|T_{\perp}|^2 - |T_{\parallel}|^2}{|T_{\perp}|^2 + |T_{\parallel}|^2} = \frac{A_1}{A_2} , \quad (6.9)$$

где

$$A_1 = \frac{16 M^2}{q^4} (g_e^2 A_{11} + \tau g_m^2 A_{12}) , \quad (6.10)$$

$$A_2 = \frac{8 M^2}{q^4} (g_e^2 Y_1 + \tau g_m^2 Y_2) , \quad (6.11)$$

$$A_{11} = A^2 + \tau M^2 a^2 + 2(e_{\perp} b_0)^2 , \quad (6.12)$$

$$A_{12} = -A^2 + \tau M^2 a^2 - 2(e_{\perp} b_0)^2 + m^2 a^2 , \quad (6.13)$$

$$(e_{\perp} b_0)^2 = - \frac{4(SD)^2}{M^2(1-\tau)a^2\lambda_1^2\lambda_2^2} , \quad (6.14)$$

$$SD = 1/2 \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} (p_1)^{\mu} (p_2)^{\nu} (q_1)^{\rho} (q_2)^{\sigma} , \quad (6.15)$$

$$Y_1 = 2 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \frac{\tau}{1-\tau} \frac{(kq_+)^2}{\lambda_1 \lambda_2} - 2 \tau M^2 a^2 - 2 A^2, \quad (6.16)$$

$$Y_2 = -2 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + \frac{\tau}{1-\tau} \frac{(kq_+)^2}{\lambda_1 \lambda_2} - 2 \tau M^2 a^2 + 2 A^2 - 2 m^2 a^2. \quad (6.17)$$

Нетрудно убедиться, что величина A_2 (6.11) совпадает с выражением для Y_{ee} (5.31), определяющим бете-гайтлеровское сечение в случае неполяризованных частиц: $A_2 = Y_{ee}$, а также $Y_1 = Y_I$, $Y_2 = Y_{II}$ (см. (5.32), (5.33)).

Таким образом, благодаря факторизации квадратов формфакторов g_e и g_m , а также использованию 4-векторов a и A (6.5), дифференциальное сечение бете-гайтлеровского процесса, как в случае линейно поляризованного (6.2), так и неполяризованного фотона (6.11), (5.31), можно представить в довольно компактном виде.

Проведем интегрирование выражения (6.1) по $d^3 \vec{q}_2$ и dp_{20} в системе покоя начального протона $q_1 = (M, 0)$. В результате имеем

$$\frac{d\sigma_{BH}}{d\omega d\Omega_\gamma d\Omega_e} = \frac{\alpha^3 \omega}{(2\pi)^2} \frac{|\vec{p}_2|}{|\vec{p}_1|} \frac{|T|^2}{q^4}, \quad (6.18)$$

$$|T|^2 = g_e^2 Y_I^e + \tau g_m^2 Y_{II}^e. \quad (6.19)$$

Рассмотрим предельный переход в сечении (6.18) для случая, когда протон является точечной (бесструктурной) частицей с бесконечной массой, т.е. будем считать, что $g_e = g_m = 1$, $q_2 = (M, \vec{q}) \simeq (M, 0)$, где $\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2 - \vec{k}$ — импульс, передаваемый протону. В этом пределе ($M \rightarrow \infty$) $E_{kp} = \vec{q}^2/2M \rightarrow 0$, $\vec{q}/2M \rightarrow 0$, $b_0 = (1, \vec{q}/2M) \simeq (1, 0)$. Для векторов поляризаций фотонов выберем кулоновскую калибровку: $e = (0, \vec{e})$, в результате имеем

$$eb_0 = 0, \quad ea = \frac{p_1 e}{\lambda_1} - \frac{p_2 e}{\lambda_2}, \quad eA = p_{20} \frac{p_1 e}{\lambda_1} - p_{10} \frac{p_2 e}{\lambda_2}, \quad \tau(q+k)^2 = \omega^2 q^2.$$

Делая с помощью этих соотношений аккуратный предельный переход в (6.19), получаем

$$|T|^2 = 2 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \frac{\omega^2 q^2}{\lambda_1 \lambda_2} + q^2 (ea)^2 + 4 (eA)^2, \quad (6.20)$$

или же в развернутом виде:

$$\begin{aligned} |T|^2 = & 2 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \frac{\omega^2 q^2}{\lambda_1 \lambda_2} + (4p_{20}^2 + q^2) \left(\frac{p_1 e}{\lambda_1} \right)^2 + \\ & + (4p_{10}^2 + q^2) \left(\frac{p_2 e}{\lambda_2} \right)^2 - 2 (4p_{10} p_{20} + q^2) \frac{p_1 e \cdot p_2 e}{\lambda_1 \lambda_2}. \end{aligned} \quad (6.21)$$

Полученные выражения (6.18), (6.21) для дифференциального сечения бете-гайтлеровского процесса $d\sigma_{BH}/d\omega/d\Omega_\gamma/d\Omega_e$ в пределе, когда протон является бесконечно тяжелой бесструктурной частицей, совпадают с аналогичными выражениями работы [69].

7. ПОЛЯРИЗАЦИЯ ВИРТУАЛЬНОГО ФОТОНА В РЕАКЦИИ

$$e p \rightarrow e p \gamma \quad (e p \rightarrow e X)$$

В последнее время значительно вырос интерес к изучению реакции $e p \rightarrow e p \gamma$ и к процессу ВКР на протоне в области не только низких и средних [60], но и больших энергий электронов и 4-импульсах, передаваемых протону [63,74—77]. Процесс ВКР дает гораздо больше возможностей для исследования структуры адрона, чем процесс РКР, поскольку в нем энергия и трехмерный импульс, передаваемые мишени, могут варьироваться независимо. Эти привлекательные свойства ВКР позволили сделать предположение об его использовании для экспериментального изучения структуры нуклона [74,75] и обусловили всестороннее теоретическое исследование реакции $e p \rightarrow e p \gamma$ (в том числе и с помощью нековариантного метода вычисления спиральных амплитуд (см.[63,76,77] и приведенную там литературу). Для расчета процесса ВКР на протоне необходимо знать адронный ($W_{\mu\nu}$) и лептонный ($L_{\mu\nu}$) тензоры [63,78]:

$$L_{\mu\nu} = J_\mu J_\nu^*, \quad J_\mu = \bar{u}(p_2) \gamma_\mu u(p_1), \quad (7.1)$$

где $u(p_i)$ – биспиноры электронов, $\bar{u}(p_i)u(p_i) = 2m$, m – масса электрона, ($i = 1, 2$). При этом интерпретация результатов значительно упрощается, если выразить тензор $L_{\mu\nu}$ через векторы продольной и поперечной поляризации виртуального фотона. Соответствующие выражения имеются в [63,78]. Следует, однако, отметить два недостатка таких выражений: 1) в них пренебрегают массой электрона, что, конечно, оправданно в случае ультрарелятивистских энергий электронов и при больших квадратах 4-импульса виртуального фотона; 2) они имеют нековариантный вид. В работе [79] был построен лептонный тензор, свободный от указанных недостатков.

Рассмотрим вопрос о состоянии поляризации виртуального γ -кванта с 4-импульсом $r = p_1 - p_2$, которым обмениваются между собой электрон и протон в реакции $e p \rightarrow e p \gamma$ (см. рис.1,б). С помощью векторов ортонормированного базиса a_A (5.9) ($A = (0, 1, 2, 3)$):

$$a_0 = p_+ / \sqrt{p_+^2}, \quad a_3 = p_- / \sqrt{-p_-^2}, \quad a_2 = [a_0 \cdot a_3]^\times q_1 / \rho, \quad a_1 = [a_0 \cdot a_3]^\times a_2, \quad (7.2)$$

$$p_\pm = p_2 \pm p_1, \quad a_2 q_1 = 0, \quad a_1^2 = a_2^2 = a_3^2 = -a_0^2 = -1, \quad (7.3)$$

для которых справедливо соотношение полноты:

$$a_0 \cdot a_0 - a_1 \cdot a_1 - a_2 \cdot a_2 - a_3 \cdot a_3 = g, \quad (7.4)$$

построим 4-векторы поперечной (e_1, e_2) и продольной (e_3) поляризации виртуального фотона с 4-импульсом r [79]:

$$e_1 = \frac{[a_0 \cdot a_1] q_1}{\sqrt{(a_3 q_1)^2 + q_1^2}}, \quad e_2 = a_2 = \frac{[a_0 \cdot a_3]^\times q_1}{\rho}, \quad e_3 = \frac{(1 + a_3 \cdot a_3) q_1}{\sqrt{(a_3 q_1)^2 + q_1^2}}, \quad (7.5)$$

где

$$\rho^2 = (a_1 q_1)^2 = \frac{2(p_1 p_2)(p_1 q_1)(p_2 q_1) - M^2((p_1 p_2)^2 - m^4) - m^2((p_1 q_1)^2 + (p_2 q_1)^2)}{(p_1 p_2)^2 - m^4}.$$

Нетрудно убедиться в том, что 4-векторы e_i ($i = 1, 2, 3$) ортогональны между собой ($e_i e_j = 0$, $i \neq j$), а также $e_i r = e_i a_3 = 0$, $e_1^2 = e_2^2 = -e_3^2 = -1$. Отметим, что 4-векторы e_i (7.5) не изменяются при замене вспомогательного 4-вектора q_1 на $q_1 + p_1 - p_2 = q_2 + k$ (поскольку $p_1 - p_2 = r = -2y a_3$, где $y = \sqrt{-r^2}/2$, и в силу ортогональности векторов a_A (7.2)). По этой причине рассмотрение векторов поляризации виртуального фотона e_i (7.5) в системе покоя начального протона, либо в системе ЦИ конечного протона и фотона, является эквивалентным и приводит к традиционным представлениям. Ниже мы ограничим свое рассмотрение в системе покоя начального протона ($q_1 = (M, 0, 0, 0)$), где 4-векторы e_i имеют вид

$$e_1 = (0, 1, 0, 0), e_2 = (0, 0, 1, 0), e_3 = \frac{1}{\sqrt{-r^2}}(|\vec{r}|, r_0 \vec{n}_3). \quad (7.6)$$

Здесь $\vec{n}_3$ – единичный вектор, направленный вдоль $\vec{r}$ ($\vec{n}_3^2 = 1$), r_0 – временная компонента 4-вектора $r = (r_0, \vec{r})$.

Для четверки ортогональных между собой векторов e_1, e_2, e_3, a_3 также справедливо соотношение полноты:

$$e_3 \cdot e_3 - e_1 \cdot e_1 - e_2 \cdot e_2 - a_3 \cdot a_3 = g, \quad (7.7)$$

которое позволяет выразить a_0 и a_1 через e_1 и e_3 :

$$a_1 = \alpha e_3 - \beta e_1, a_0 = \beta e_3 - \alpha e_1, \beta^2 = 1 + \alpha^2, \quad (7.8)$$

$$\alpha = e_3 a_1 = a_0 e_1 = \frac{a_1 q_1}{\sqrt{(a_3 q_1)^2 + q_1^2}}, \beta = e_1 a_1 = e_3 a_0 = \frac{a_0 q_1}{\sqrt{(a_3 q_1)^2 + q_1^2}}. \quad (7.9)$$

В ДСБ (4) матричные элементы электронного тока имеют вид (5.18):

$$(J_e^{\delta, \delta})_\mu = 2m(a_0)_\mu, (J_e^{-\delta, \delta})_\mu = -2\delta y (a_\delta)_\mu, \quad (7.10)$$

где $a_{\pm\delta} = a_1 \pm i\delta a_2$, $\delta = \pm 1$. Выразим их через 4-векторы e_i (7.5) [79]:

$$(J_e^{\delta, \delta})_\mu = 2m(\beta e_3 - \alpha e_1)_\mu, (J_e^{-\delta, \delta})_\mu = -2\delta y(\alpha e_3 - \beta e_1 + i\delta e_2)_\mu. \quad (7.11)$$

Таким образом, вектор поляризации виртуального фотона в случае перехода без переворота спина электрона ($J_e^{\delta, \delta}$) представляет собой суперпозицию векторов продольной (βe_3) и поперечной линейной ($-\alpha e_1$) поляризаций, а в случае переходов с переворотом спина ($J_e^{-\delta, \delta}$), соответственно, суперпозицию

продольной (αe_3) и поперечной эллиптической ($e_\delta = (0, \vec{e}_\delta) = -\beta e_1 + i\delta e_2$) поляризаций. При этом состояние фотона с вектором эллиптической поляризации $e_\delta = (0, \vec{e}_\delta)$ будет иметь степень линейной поляризации (равной отношению разности квадратов полуосей к их сумме [57]) [79]:

$$\kappa_\gamma = \frac{\beta^2 - 1}{\beta^2 + 1} = \frac{\alpha^2}{\beta^2 + 1} . \quad (7.12)$$

Обращая эту связь, получим

$$\beta^2 = \frac{1 + \kappa_\gamma}{1 - \kappa_\gamma} , \quad \alpha^2 = \frac{2\kappa_\gamma}{1 - \kappa_\gamma} . \quad (7.13)$$

Найдем квадраты модулей векторов $\vec{e}_\delta$ и $\vec{a}_\delta$:

$$|\vec{e}_\delta|^2 = 1 + \beta^2 = \frac{2}{1 - \kappa_\gamma} , \quad |\vec{a}_\delta|^2 = (1 + \beta^2)(1 + \kappa_L) , \quad (7.14)$$

$$\kappa_L = \kappa_\gamma \vec{e}_3^2 = \kappa_\gamma \frac{r_0^2}{(-r^2)} , \quad \vec{e}_3^2 = \frac{r_0^2}{(-r^2)} . \quad (7.15)$$

Введем нормированные векторы $\vec{e}_\delta'$ и $\vec{a}_\delta'$:

$$\vec{e}_\delta' = \frac{\vec{e}_\delta}{\sqrt{1 + \beta^2}} = \sqrt{\frac{1 - \kappa_\gamma}{2}} \vec{e}_\delta , \quad |\vec{e}_\delta'|^2 = 1 . \quad (7.16)$$

$$\vec{a}_\delta' = \frac{\vec{a}_\delta}{\sqrt{1 + \beta^2}} = \sqrt{\frac{1 - \kappa_\gamma}{2}} \vec{a}_\delta , \quad |\vec{a}_\delta'|^2 = 1 + \kappa_\gamma \vec{e}_3^2 = 1 + \kappa_L . \quad (7.17)$$

Следовательно, вектор эллиптической поляризации виртуального фотона $\vec{e}_\delta$ может быть нормирован на единицу ($|\vec{e}_\delta'|^2 = 1$), а наличие продольной поляризации делает эту нормировку одновременно невозможной для полного вектора $\vec{a}_\delta'$. Величина κ_L (7.15), отвечающая за неравенство $|\vec{a}_\delta'|^2 = 1 + \kappa_L \neq 1$, имеет смысл степени продольной поляризации виртуального фотона, испущенного при переходе с переворотом спина электрона. В ультрарелятивистском пределе, когда массой электрона можно пренебречь, величины κ_γ и κ_L будут иметь смысл полных величин степени линейной и продольной поляризации виртуального фотона. В рассматриваемом (безмассовом) случае

$$(a_3 q_1)^2 + q_1^2 = -M^2 \frac{\vec{r}^2}{r^2} , \quad (a_1 q_1)^2 = M^2 \operatorname{ctg}^2 \vartheta / 2 , \quad (7.18)$$

$$\kappa_\gamma^{-1} = 1 - 2 \frac{\vec{r}^2}{r^2} \operatorname{tg}^2 \vartheta / 2 , \quad (7.19)$$

где ϑ – угол между векторами $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$. Выражение (7.19) для κ_γ совпадает с результатом, приведенным в [78].

Вектор $\vec{a}_\delta$ ' (7.17) можно также представить в другом виде:

$$\vec{a}_\delta ' = \sqrt{\kappa_L} \vec{n}_3 - \sqrt{\frac{1+\kappa_\gamma}{2}} \vec{e}_1 + i\delta \sqrt{\frac{1-\kappa_\gamma}{2}} \vec{e}_2 , \quad (7.20)$$

с помощью которого легко построить поляризационную матрицу плотности для виртуального фотона в безмассовом пределе (как в поляризованном случае, которое для безмассовых частиц является спиральным, так и в неполяризованном, см. [78], с. 261).

Чтобы получить полные выражения для κ_γ и κ_L , обусловленные вкладами матричных элементов, как без переворота, так и с переворотом спина, построим лептонный тензор, усредненный по спиновым состояниям электрона. С помощью матричных элементов (7.10), (7.11) это делается довольно просто [79]:

$$\bar{L}_{\mu\nu} = 4m^2 (a_0)_\mu (a_0)_\nu + 4y^2 ((a_1)_\mu (a_1)_\nu + (a_2)_\mu (a_2)_\nu) . \quad (7.21)$$

Пользуясь условиями полноты (7.3) и калибровочной инвариантности, тензор $\bar{L}_{\mu\nu}$ можно представить в виде

$$\bar{L}_{\mu\nu} = 4x^2 (a_0)_\mu (a_0)_\nu - 4y^2 g_{\mu\nu} , \quad (7.22)$$

где $x^2 = m^2 + y^2$. Отметим, что с помощью тензора $\bar{L}_{\mu\nu}$ (7.22) вычисление вклада диаграммы с ВКР на протоне в сечение реакции $ep \rightarrow ep\gamma$ может быть сведено к вычислению следа от произведения тензоров:

$$Y_{pp} = \bar{L}_{\mu\nu} W_{\mu\nu} , \quad W_{\mu\nu} = V_\mu V_\nu^* , \quad V_\mu = \bar{u}(q_2) M_{\mu\nu} e^\nu u(q_1) \frac{1}{r^2} . \quad (7.23)$$

Выразим тензор $\bar{L}_{\mu\nu}$ (7.21) через векторы поляризаций виртуального фотона e_i (7.5). В результате он естественным образом распадется на сумму трех слагаемых, соответствующих вкладу поперечных состояний (L_T), продольного (L_L) и их интерференции (L_{LT}) [79]:

$$\bar{L} = 4y^2 (L_T + L_L + L_{LT}) , \quad (7.24)$$

$$L_T = e_1 \cdot e_1 (\beta^2 + \alpha^2 m^2 / y^2) + e_2 \cdot e_2 , \quad (7.25)$$

$$L_L = e_3 \cdot e_3 (\alpha^2 + \beta^2 m^2 / y^2) , \quad (7.26)$$

$$L_{LT} = - (e_1 \cdot e_3 + e_3 \cdot e_1) \alpha \beta (1 + m^2 / y^2) . \quad (7.27)$$

Тогда полная степень линейной поляризации виртуального фотона будет определяться следующими соотношениями:

$$\kappa'_\gamma = \frac{\beta^2 + \alpha^2 m^2 / y^2 - 1}{\beta^2 + \alpha^2 m^2 / y^2 + 1} = \frac{\alpha^2}{\beta^2 + 1 - 2m^2 / x^2} . \quad (7.28)$$

Поскольку в выражениях (7.12), (7.28) α и β одни и те же (см. (7.9)), то изменение величины κ_γ , обусловленное учетом массы электрона в ультра-релятивистском пределе, будет незначительным и произойдет в сторону ее увеличения [79]:

$$\kappa'_\gamma \simeq \kappa_\gamma \left(1 + \frac{2m^2}{x^2(1+\beta^2)} \right). \quad (7.29)$$

Обращая связь в выражении (7.28), получаем

$$\beta^2 + \alpha^2 m^2 / y^2 = \frac{1 + \kappa'_\gamma}{1 - \kappa'_\gamma}, \quad \alpha^2 + \beta^2 m^2 / y^2 = \frac{2\kappa'_\gamma}{1 - \kappa'_\gamma} + \frac{m^2}{y^2}. \quad (7.30)$$

В поперечном тензоре L_T (7.25) можно выделить полностью поляризованную и неполяризованную части [79]:

$$\begin{aligned} L_T &= e_1 \cdot e_1 (\beta^2 + \alpha^2 m^2 / y^2 - 1) + e_1 \cdot e_1 + e_2 \cdot e_2 = \\ &= \frac{2}{1 - \kappa'_\gamma} (\kappa'_\gamma e_1 \cdot e_1 + (1 - \kappa'_\gamma) (e_1 \cdot e_1 + e_2 \cdot e_2) / 2). \end{aligned} \quad (7.31)$$

Следовательно, поляризационная матрица плотности виртуального фотона ρ_{ij} получается из тензора $\bar{L}_{ij}$ (7.24) точно так же, как и в безмассовом случае (см. [78]):

$$\rho_{ij} = (1 - \kappa'_\gamma) \bar{L}_{ij} / 8y^2. \quad (7.32)$$

Таким образом, для степени продольной поляризации виртуального фотона имеем следующее выражение:

$$\kappa'_L = \frac{r_0^2}{(-r^2)} \kappa'_\gamma \left(1 + \frac{m^2}{y^2} \frac{(1 - \kappa'_\gamma)}{2\kappa'_\gamma} \right). \quad (7.33)$$

Очевидно, что выражения (7.28), (7.33) для κ'_γ и κ'_L при $m = 0$ переходят в κ_γ и κ_L (7.12), (7.15).

Отметим в заключение, что область применения тензора $\bar{L}_{\mu\nu}$ (7.24) не ограничивается только процессом ВКР на протоне. Поскольку в экспериментах на фиксированных мишенях сечение рассеяния заряженных лептонов при существующих энергиях определяется, в основном, обменом виртуальными фотонами, то тензор $\bar{L}_{\mu\nu}$ (7.24) может найти применение и при исследовании глубоконеупругих процессов рассеяния электронов ($e^\pm p \rightarrow e^\pm X$), а также мюонов ($\mu^\pm p \rightarrow \mu^\pm X$), где учет массы более существен.

8. ОБРАТНОЕ КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ ФОТОНОВ ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ЛАЗЕРНОЙ ВОЛНЫ НА ПУЧКЕ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ПРОДОЛЬНО ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

В работах [80,81] было показано, что на базе действующих (SLC) и проектируемых (ВЛЭПП) ускорителей со встречными e^+e^- -пучками можно реализовать встречные γe^- и $\gamma\gamma$ -пучки примерно с теми же энергиями и светимостями, что и для исходных e^+e^- -пучков. Необходимые для этого интенсивные пучки жестких γ -квантов предложено получать при обратном комптоновском рассеянии (ОКР) мощной лазерной вспышки, сфокусированной на электронном пучке [82]. При достаточной мощности вспышки в области конверсии [81] становятся существенными процессы, идущие за счет одновременного поглощения из волны нескольких лазерных фотонов:

$$e^- + n \gamma_0 \rightarrow e^- + \gamma, \quad n \geq 1, \quad (8.1)$$

$$\gamma + s \gamma_0 \rightarrow e^+ + e^-, \quad s \geq 1. \quad (8.2)$$

Первый из этих нелинейных процессов приводит к расширению спектра высокоэнергетических фотонов [83], а второй эффективно снижает порог рождения e^+e^- -пар [84].

Систематическое исследование процессов (8.1), (8.2) дано в [85]. В работе [16] они исследовались с точки зрения источников для получения поляризованных γ - и e^+e^- -пучков. В работе [86] был проведен анализ явлений, возникающих при столкновении поляризованных электронов с фотонами циркулярно поляризованной ЭМВ; изучались нелинейные эффекты в области значений не только $\xi^2 < 1$, но и $\xi^2 \geq 1$ параметра интенсивности волны

$$\xi^2 = n_\gamma \left(\frac{4\pi\alpha}{m^2\omega} \right), \quad (8.3)$$

где n_γ — плотность фотонов в волне, а ω — их энергия. Отметим, что численный расчет спектров излучения при больших интенсивностях ($\xi^2 \geq 1$) был впервые проведен в работе [83], при этом поляризации частиц не учитывались.

В настоящее время в области параметра $\xi \sim 1$ на ускорителе SLAC [87] закончилась серия экспериментов по проверке нелинейной КЭД, что стало возможным благодаря использованию сверхкоротких и жестко сфокусированных лазерных импульсов. В этой связи область нелинейных эффектов, определяемая условием $\xi^2 \geq 1$, является весьма актуальной и представляет наибольший интерес, поскольку в ней становятся существенными процессы излучения, идущие за счет одновременного поглощения из волны большого

количества фотонов, а их вероятности являются существенно нелинейными функциями напряженности поля.

В литературе для описания модели лазерной волны, как правило, используется поле плоской ЭМВ [85,86]. Вопрос о применимости такой модели в сильных полях исследовался в работе [88].

Согласно [10], элемент S -матрицы для перехода электрона из состояния $\psi_p = \psi^\delta(p, s)$ в состояние $\psi_{p'} = \psi^{\pm\delta}(p', s')$, $(\delta = \pm 1)$ с излучением фотона с 4-импульсом $k' = (\omega', \vec{k}')$ и вектором круговой поляризации $e_{\lambda'}$ определяется выражением

$$S_{fi} = -i e \int \bar{\psi}_{p'} \hat{e}_{\lambda'}^* \psi_p \exp(ik'x) (2\omega')^{-1/2} d^4x, \quad (8.4)$$

где ψ_p и $\bar{\psi}_{p'}$ – точные волновые функции электронов в поле циркулярно поляризованной ЭМВ, которой отвечает векторный потенциал:

$$A = a_1 \cos(kx) + \lambda a_2 \sin(kx), \quad \lambda = \pm 1, \quad (8.5)$$

где k – волновой вектор, $k^2 = 0$, $a_1 k = a_2 k = a_1 a_2 = 0$, $a_1^2 = a_2^2 = a^2$, λ, λ' – спиральности лазерного и конечного фотонов. Явный вид для матричных элементов (8.4) в ДСБ был получен в [38,86]:

$$S_{fi} = - \frac{ie (4\pi)^{1/2}}{(2\omega' 2q_0 2q'_0)^{1/2}} \sum_{n=1}^{\infty} M_{\pm\delta,\delta}^{(n)} (2\pi)^4 \delta^4(nk + q - q' - k'), \quad (8.6)$$

$$\begin{aligned} M_{-\delta,\delta}^{(n)} = & - \frac{1}{2} \lambda' (-\lambda)^n \xi \left\{ - \frac{2(1 - u/u_n)}{\sqrt{vv' - 1}} (J_{n-1} + J_{n+1}) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2(u+1)} \left(\frac{(u+2)^2}{\sqrt{vv' + 1}} - \delta \lambda' \frac{u^2}{\sqrt{vv' - 1}} \right) J_{n+\lambda\lambda'} \right\}, \end{aligned} \quad (8.7)$$

$$\begin{aligned} M_{\delta,\delta}^{(n)} = & - \frac{1}{2} \lambda' (-\lambda)^n \xi \sqrt{\frac{u}{u_n} \left(1 - \frac{u}{u_n} \right)} \left(\frac{u+2}{u} \sqrt{\frac{vv' - 1}{vv' + 1}} - \delta \lambda' \right) \times \\ & \times \left(\sqrt{\frac{vv' - 1}{1 + \xi^2}} (J_{n-1} + J_{n+1}) - \frac{uu_n \sqrt{1 + \xi^2}}{2(u+1)\sqrt{vv' - 1}} J_{n+\lambda\lambda'} \right), \end{aligned} \quad (8.8)$$

где

$$q = p + \frac{\xi^2 m^2}{2kp} k, \quad q' = p' + \frac{\xi^2 m^2}{2kp'} k, \quad q^2 = q'^2 = m_*^2 = m^2 (1 + \xi^2),$$

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{kk'}{kp'}, \quad u_n = \frac{2nkp}{m_*^2}, \quad 2(vv' - 1) = \frac{uu_n}{u+1} \left(1 + \xi^2 \left(1 - \frac{u}{u_n} \right) \right), \quad (8.9) \\
 J_{n+\lambda\lambda'} &= \frac{(1+\lambda\lambda')}{2} J_{n+1} + \frac{(1-\lambda\lambda')}{2} J_{n-1}, \quad nk + q = k' + q', \\
 z_n &= \frac{2n\xi}{\sqrt{1+\xi^2}} \sqrt{\frac{u}{u_n} \left(1 - \frac{u}{u_n} \right)}.
 \end{aligned}$$

Здесь $M_{\delta,\delta}^{(n)}$ и $M_{-\delta,\delta}^{(n)}$ – амплитуды излучения n -й гармоники, соответствующие переходам без переворота и с переворотом спина электрона, q и q' – 4-векторы квазиимпульсов электронов, $q = (q_0, \vec{q})$, $q' = (q'_0, \vec{q}')$, J_n – функции Бесселя n -го порядка от аргумента z_n . Нетрудно убедиться, что амплитуды $M_{\pm\delta,\delta}^{(n)}$ имеют следующие кинематические особенности: при $u = u_n$ и $n > 1$ они обращаются в ноль: $(M_{\pm\delta,\delta}^{(n)}(u = u_n) = 0)$. Причина такого поведения амплитуд будет объяснена ниже. Знание диагональных амплитуд (8.7), (8.8) позволяет перейти к спиральным. В результате для дифференциального сечения процесса излучения фотона электроном в поле циркулярно поляризованной ЭМВ получены следующие выражения [86]:

$$\frac{d\sigma_c}{du} = \frac{\pi\alpha^2}{xm^2\xi^2(u+1)^2} \sum_{n=1}^{\infty} (F_{1n} + \lambda\lambda_e F_{2n} + \lambda\lambda' F_{3n} + \lambda_e\lambda' F_{4n}), \quad (8.10)$$

$$\begin{aligned}
 F_{1n} &= -4 J_n^2 + \xi^2 \left(2 + \frac{u^2}{u+1} \right) (J_{n-1}^2 + J_{n+1}^2 - 2J_n^2), \\
 F_{2n} &= \xi^2 \frac{(2+u)u}{u+1} \left(1 - 2\frac{u}{u_n} \right) (J_{n-1}^2 - J_{n+1}^2), \\
 F_{3n} &= \xi^2 \left(2 + \frac{u^2}{u+1} \right) \left(1 - 2\frac{u}{u_n} \right) (J_{n-1}^2 - J_{n+1}^2), \\
 F_{4n} &= \frac{u}{u+1} (-4 J_n^2 + \xi^2 (2+u) (J_{n-1}^2 + J_{n+1}^2 - 2J_n^2)),
 \end{aligned} \quad (8.11)$$

где $x = 2kp/m^2$, $\lambda_e = \pm 1$. Выражение, стоящее под знаком суммы в (8.10), определяет вероятность излучения n -й гармоники в случае, когда поляризационные состояния лазерного и испущенного фотонов, а также начального электрона являются спиральными. Отметим, что при $\xi^2 = 0$ формула (8.10) совпадает с результатом, полученным в [89].

С помощью (8.10) степень циркулярной поляризации фотона в конечном состоянии λ_f определяется следующим образом:

$$\lambda_f = \sum_{n=1}^{\infty} (\lambda F_{3n} + \lambda_e F_{4n}) / \sum_{n=1}^{\infty} (F_{1n} + \lambda\lambda_e F_{2n}). \quad (8.12)$$

При $\xi^2 < 1$ главный вклад в вероятность процесса (8.1) дают несколько первых гармоник. Проведем разложение выражений (8.11) по параметру $\Delta = \xi^2/(1 + \xi^2)$, причем выполним разложение только для функций Бесселя, а для величин u_n будем использовать точные формулы. В результате для первых трех гармоник имеем [86]:

для первой гармоники:

$$\begin{aligned}
 \frac{F_{11}}{\xi^2} &= 2 + \frac{u^2}{1+u} - 4\frac{u}{u_1} \left(1 - \frac{u}{u_1}\right) + \\
 &+ 4\Delta \frac{u}{u_1} \left(1 - \frac{u}{u_1}\right) \left[1 + \frac{u^2}{1+u} - \frac{u}{u_1} \left(1 - \frac{u}{u_1}\right)\right] + \\
 &+ \Delta^2 \frac{u^2}{u_1^2} \left(1 - \frac{u}{u_1}\right)^2 \left[\frac{7}{2} + \frac{15}{4} \frac{u^2}{1+u} - \frac{5}{3} \frac{u}{u_1} \left(1 - \frac{u}{u_1}\right)\right], \\
 \frac{F_{21}}{\xi^2} &= \frac{u(2+u)}{1+u} \left(1 - 2\frac{u}{u_1}\right) \times \\
 &\times \left[1 - 2\Delta \frac{u}{u_1} \left(1 - \frac{u}{u_1}\right) + \frac{5}{4} \Delta^2 \frac{u^2}{u_1^2} \left(1 - \frac{u}{u_1}\right)^2\right], \\
 \frac{F_{31}}{\xi^2} &= \left(2 + \frac{u^2}{1+u}\right) \left(1 - 2\frac{u}{u_1}\right) \times \\
 &\times \left[1 - 2\Delta \frac{u}{u_1} \left(1 - \frac{u}{u_1}\right) + \frac{5}{4} \Delta^2 \frac{u^2}{u_1^2} \left(1 - \frac{u}{u_1}\right)^2\right], \\
 \frac{F_{41}}{\xi^2} &= \frac{u}{1+u} \left\{ 2 + u - 4\frac{u}{u_1} \left(1 - \frac{u}{u_1}\right) - \right. \\
 &- 4\Delta \frac{u}{u_1} \left(1 - \frac{u}{u_1}\right) \left[1 + u - \frac{u}{u_1} \left(1 - \frac{u}{u_1}\right)\right] + \\
 &+ \Delta^2 \frac{u^2}{u_1^2} \left(1 - \frac{u}{u_1}\right)^2 \left[\frac{7}{2} + \frac{15}{4} u - \frac{5}{3} \frac{u}{u_1} \left(1 - \frac{u}{u_1}\right)\right] \left. \right\},
 \end{aligned} \tag{8.13}$$

для второй гармоники:

$$\begin{aligned}
 F_{12} &= 4\xi^2 \Delta \frac{u}{u_2} \left(1 - \frac{u}{u_2}\right) \left\{ 2 + \frac{u^2}{1+u} - 4\frac{u}{u_2} \left(1 - \frac{u}{u_2}\right) - \right. \\
 &- 2 \Delta \frac{u}{u_2} \left(1 - \frac{u}{u_2}\right) \left(4 + \frac{3u^2}{1+u} - \frac{16}{3} \frac{u}{u_2} \left(1 - \frac{u}{u_2}\right)\right) \left. \right\}, \\
 F_{22} &= 4\xi^2 \Delta \frac{u}{u_2} \left(1 - \frac{u}{u_2}\right) \frac{u(2+u)}{1+u} \left(1 - 2\frac{u}{u_2}\right) \left[1 - 4\Delta \frac{u}{u_2} \left(1 - \frac{u}{u_2}\right)\right], \\
 F_{32} &= 4\xi^2 \Delta \frac{u}{u_2} \left(1 - \frac{u}{u_2}\right) \left(2 + \frac{u^2}{1+u}\right) \left(1 - 2\frac{u}{u_2}\right) \times
 \end{aligned} \tag{8.14}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left[1 - 4\Delta \frac{u}{u_2} \left(1 - \frac{u}{u_2} \right) \right], \\
 F_{42} &= 4\xi^2 \Delta \frac{u}{u_2} \left(1 - \frac{u}{u_2} \right) \frac{u}{1+u} \left\{ 2 + u - 4 \frac{u}{u_2} \left(1 - \frac{u}{u_2} \right) - \right. \\
 & \left. - 2\Delta \frac{u}{u_2} \left(1 - \frac{u}{u_2} \right) \left[4 + 3u - \frac{16}{3} \frac{u}{u_2} \left(1 - \frac{u}{u_2} \right) \right] \right\},
 \end{aligned}$$

для третьей гармоники:

$$\begin{aligned}
 F_{13} &= \frac{81}{4} \xi^2 \Delta^2 \frac{u^2}{u_3^2} \left(1 - \frac{u}{u_3} \right)^2 \left(2 + \frac{u^2}{1+u} - 4 \frac{u}{u_3} \left(1 - \frac{u}{u_3} \right) \right), \\
 F_{23} &= \frac{81}{4} \xi^2 \Delta^2 \frac{u^2}{u_3^2} \left(1 - \frac{u}{u_3} \right)^2 \frac{u(2+u)}{1+u} \left(1 - 2 \frac{u}{u_3} \right), \\
 F_{33} &= \frac{81}{4} \xi^2 \Delta^2 \frac{u^2}{u_3^2} \left(1 - \frac{u}{u_3} \right)^2 \left(2 + \frac{u^2}{1+u} \right) \left(1 - 2 \frac{u}{u_3} \right), \quad (8.15) \\
 F_{43} &= \frac{81}{4} \xi^2 \Delta^2 \frac{u^2}{u_3^2} \left(1 - \frac{u}{u_3} \right)^2 \frac{u}{1+u} \left(2 + u - 4 \frac{u}{u_3} \left(1 - \frac{u}{u_3} \right) \right).
 \end{aligned}$$

Дополнительный учет третьей гармоники, вероятность которой пропорциональна Δ^2 , приводит к появлению членов, содержащих Δ^2 в выражениях (8.13), (8.14). Это составляет главные отличия результатов, полученных в [86] для вероятностей излучения первых двух гармоник, от аналогичных выражений, имеющих в [16,85].

Рассмотрим случай лобового столкновения ультрарелятивистских электронов с фотонами лазерной волны. Для получения распределения по энергии образующихся фотонов $d\sigma_c/du$, где $u = \omega'/E$, E – энергия электронов, в выражении (8.10) необходимо произвести замену: $u \rightarrow y/(1-y)$ [85]. При этом изменению переменной u в пределах $0 \leq u \leq u_n$ соответствуют пределы изменения переменной y : $0 \leq y \leq y_n$, где

$$u_n = \frac{nx}{1+\xi^2}, \quad y_n = \frac{u_n}{1+u_n} = \frac{nx}{nx+1+\xi^2}, \quad x = \frac{2kp}{m^2} = \frac{4\omega E}{m^2}.$$

Сравнивая максимально возможную энергию фотонов, образующихся в обычном комптоновском рассеянии ($n=1, \xi^2=0$), с энергией, которая вычислена с учетом нелинейных эффектов ($\xi^2 \neq 0$), видно, что фотоны первой гармоники ($n=1$) обладают меньшей максимально возможной энергией. Энергия же γ -квантов, испущенных при поглощении нескольких фотонов ($n > 1 + \xi^2$), превышает энергию, достижимую в обычном комптоновском рассеянии. Производя замену: $u \rightarrow y/(1-y)$ в выражениях (8.10), (8.11)

получим распределение по энергии жестких γ -квантов $y = \omega'/E$ [86]:

$$\frac{d\sigma_c}{dy} = \frac{\pi\alpha^2}{xm^2\xi^2} \sum_{n=1}^{\infty} (F_{1n} + \lambda\lambda_e F_{2n} + \lambda\lambda' F_{3n} + \lambda_e\lambda' F_{4n}), \quad (8.16)$$

$$\begin{aligned} F_{1n} &= -4 J_n^2 + \xi^2 \left(1 - y + \frac{1}{1-y}\right) (J_{n-1}^2 + J_{n+1}^2 - 2J_n^2), \\ F_{2n} &= \xi^2 \left(-1 + y + \frac{1}{1-y}\right) \left(1 - 2 \frac{y}{y_n} \frac{(1-y_n)}{(1-y)}\right) (J_{n-1}^2 - J_{n+1}^2), \\ F_{3n} &= \xi^2 \left(1 - y + \frac{1}{1-y}\right) \left(1 - 2 \frac{y}{y_n} \frac{(1-y_n)}{(1-y)}\right) (J_{n-1}^2 - J_{n+1}^2), \\ F_{4n} &= -4y J_n^2 + \xi^2 \left(-1 + y + \frac{1}{1-y}\right) (J_{n-1}^2 + J_{n+1}^2 - 2J_n^2), \\ z_n &= \frac{2n\xi}{\sqrt{1+\xi^2}} \sqrt{\alpha_n}, \quad \alpha_n = \frac{y}{y_n} \left(1 - \frac{y}{y_n}\right) \frac{(1-y_n)}{(1-y)^2}. \end{aligned} \quad (8.17)$$

Перейдем к более детальному анализу влияния нелинейных эффектов в рассматриваемом процессе. Будем исходить из следующих начальных условий: столкновение считаем лобовым, электроны имеют энергию $E = 50$ и 300 ГэВ, $\omega = 1,17$ эВ (неодимовый лазер). При численных расчетах энергетических спектров $(1/W) dW/dy$ (где $W = \sum_{n=1}^{n_{\max}} W_n$ – полная вероятность излучения) и степени циркулярной поляризации испущенного фотона λ_f при $\xi^2 < 1$ будем использовать разложения (8.13)–(8.15). В то же время при $\xi^2 \geq 1$ воспользуемся точными выражениями (8.16), (8.17). Отметим, что в этом случае $n_{\max}$ определяется из условий сходимости ряда (8.16).

Результаты численных расчетов энергетических спектров для различных поляризаций начальных электронов (λ_e) и фотонов лазерной волны (λ) представлены графиками на рис. 3, а–в, построенными, соответственно, для значений параметра ξ^2 , равных 0,3, 1 и 3. Как видно из этих рисунков, учет нелинейных эффектов приводит к существенному отличию рассчитанных спектров от спектров обычного комптоновского рассеяния. Во-первых, одновременное поглощение из волны нескольких фотонов приводит к расширению спектра жестких γ -квантов, появлению дополнительных пиков, соответствующих излучению гармоник более высокого порядка. Это уширение для одной и той же энергии электрона тем больше, чем больше интенсивность волны. Так, для $E = 50$ ГэВ и при $\xi^2 = 0,3$ спектр ограничен сверху значением $y \simeq 0,67$, а при $\xi^2 = 1$ он практически обращается в ноль при $y \simeq 0,8$, хотя незначительная часть фотонов может уносить до 97% энергии электрона. Во-вторых, эффективное утяжеление электрона [85] $m^2 \rightarrow m_*^2 = m^2(1 + \xi^2)$ приводит к сжатию спектров в сторону меньших значений y , поскольку для

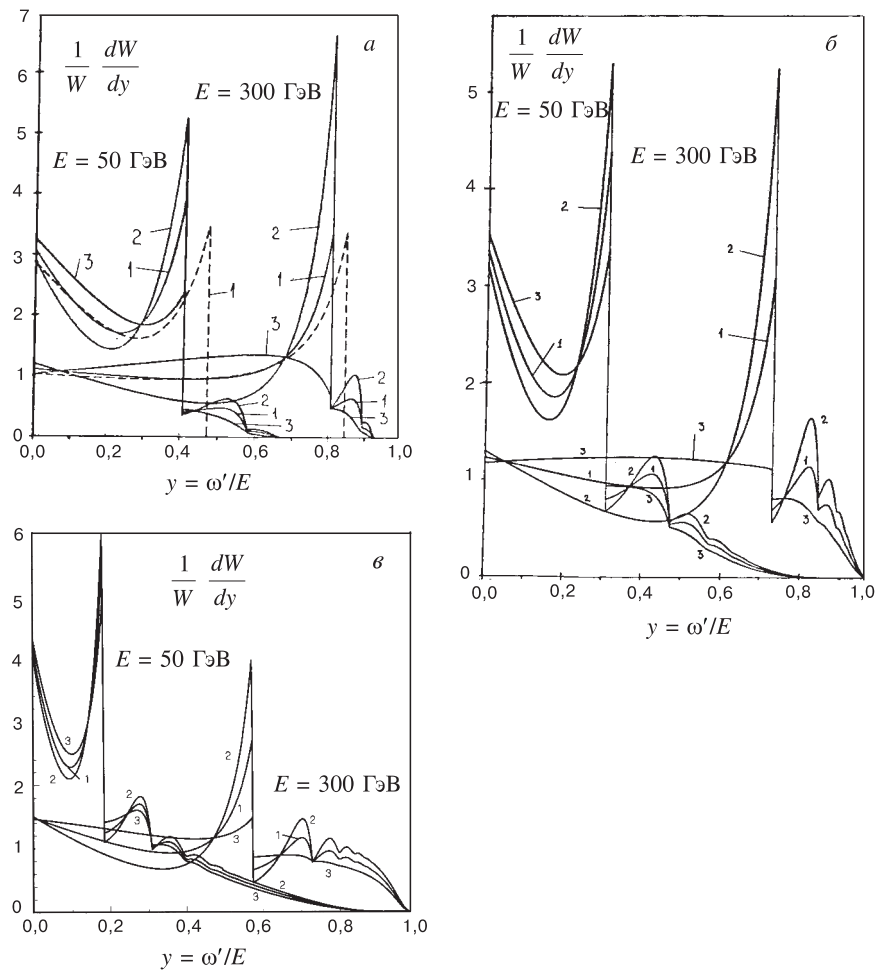


Рис. 3. Спектры ОКР, построенные для следующих значений параметра интенсивности: а) $\xi^2 = 0, 3$, б) $\xi^2 = 1$, в) $\xi^2 = 3$. Штриховые линии отвечают обычному комптоновскому рассеянию ($\xi^2 = 0$). Линии 1—3 соответствуют следующему выбору спиральностей электрона и фотона лазерной волны: 1) $\lambda_e = 0, \lambda = 1$, 2) $\lambda_e = 1, \lambda = -1$, 3) $\lambda_e = 1, \lambda = 1$

каждого n спектр ограничен сверху величиной $y_n = nx/(1 + nx + \xi^2)$, а не $nx/(1 + nx)$. Увеличение энергии электрона уменьшает относительное сжатие первой гармоники (см.рис.3,а). При сравнительно небольшой интенсивности лазерной волны ($\xi^2 = 0,3$) основной вклад в излучение дают фотоны первой гармоники, выход фотонов более высоких гармоник незначителен. При средних значениях интенсивности ($\xi^2 = 1$) уширение спектра за счет нелинейных эффектов сопровождается увеличением вероятности, выход более жестких фотонов становится существенным. И, наконец, при больших интенсивностях ($\xi^2 = 3$), как видно из рис.3,б, излучение за счет нелинейных процессов многофотонных поглощений становится сравнимым с однофотонным и даже преобладающим (при $E = 50$ ГэВ). Таким образом, в спектрах ОКР в поле циркулярно поляризованной ЭМВ при $\xi^2 = 0,3$ доминирует излучение первой гармоники, а при $\xi^2 = 3$ излучение в основном идет за счет более высоких гармоник, т.е. процесс излучения жесткого фотона электроном становится существенно нелинейным [86].

С целью изучения поляризационных эффектов при каждом значении энергии E построены энергетические спектры для следующих состояний поляризации электрона и лазерного фотона:

$$1 \rightarrow \lambda_e = 0, \lambda = 1; 2 \rightarrow \lambda_e = 1, \lambda = -1; 3 \rightarrow \lambda_e = 1, \lambda = 1.$$

На рис.3 им отвечают линии 1, 2 и 3 соответственно. Все сказанное выше о поведении энергетических спектров относилось сразу ко всем трем линиям 1, 2 и 3. Что касается их взаимного расположения, то, как видно из рис.3, наиболее интенсивные спектры соответствуют случаю, когда спины у электрона и лазерного фотона параллельны ($\lambda\lambda_e = -1$), а наименее интенсивные отвечают антипараллельным спинам ($\lambda\lambda_e = 1$), как и в случае обычного комптоновского рассеяния (см. [89]).

Отметим также, что разница между спектрами, построенными для трех рассмотренных случаев поляризации электрона и лазерного фотона, столь существенная при малых значениях параметра интенсивности ($\xi^2 = 0,3$), становится незначительной при $\xi^2 = 3$ ($E = 50$ ГэВ). Она вновь возникает лишь в связи с ростом энергии электрона (см.рис.3,б при $E = 300$ ГэВ).

Рассмотрим энергетическую зависимость степени круговой поляризации жесткого γ -кванта, представленную графиками на рис.4 и 5. Для этого укажем прежде всего на то, что отмеченные выше кинематические особенности поведения амплитуд $M_{\pm\delta,\delta}^{(n)}$ (8.7), (8.8) имеют спиновое происхождение [86]. Действительно, равенство $u = u_n$ соответствует излучению фотона в направлении движения начального пучка электронов. В случае поглощения из волны n фотонов ($n > 1$) и точного рассеяния назад жесткого фотона полная спиральность систем $e + n\gamma_0$ и $e + \gamma$ до и после взаимодействия не сохраняется. Именно этим обусловлено обращение в ноль всех амплитуд

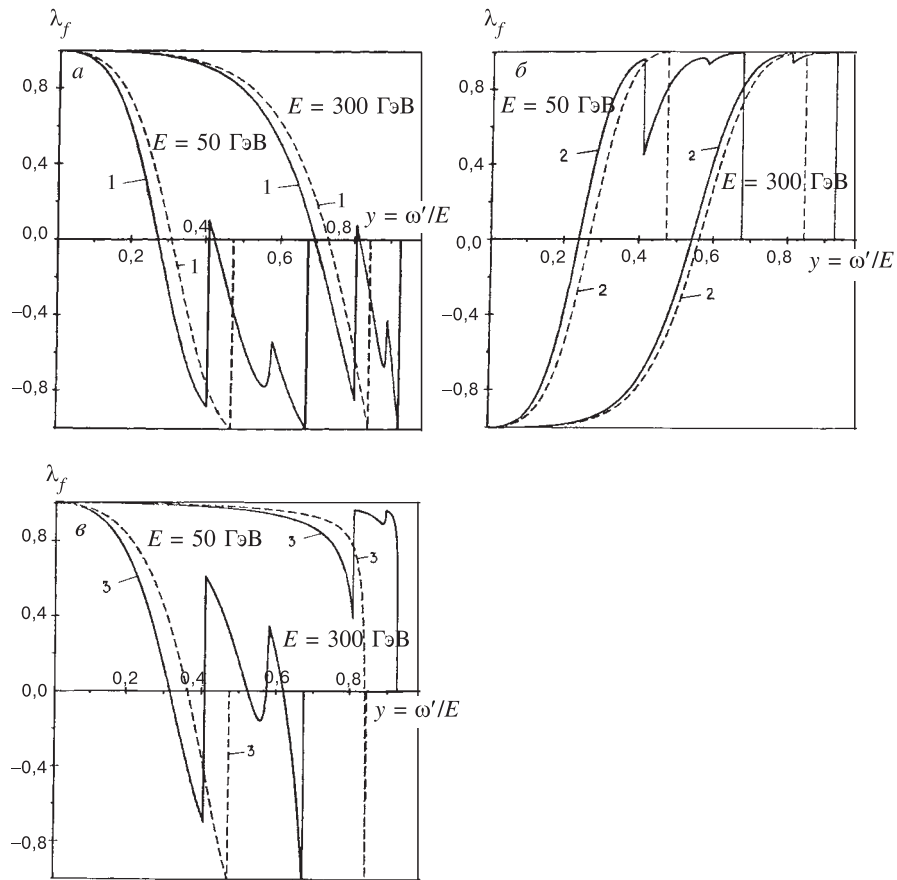


Рис. 4. Зависимости от энергии степени циркулярной поляризации высокоэнергетических фотонов, вычисленные при $\xi^2 = 0,3$ для следующих поляризационных состояний сталкивающихся частиц: *a*) $\lambda_e = 0$, $\lambda = 1$, *б*) $\lambda_e = 1$, $\lambda = -1$, *в*) $\lambda_e = 1$, $\lambda = 1$. Штриховые линии отвечают обычному комптоновскому рассеянию

$M_{\pm\delta,\delta}^{(n)}(u = u_n)$ при $n > 1$, а также $M_{\delta,\delta}^{(n)}(u = u_1)$. Требование сохранения спиральности приводит также к тому, что для обычного комптоновского рассеяния на границе спектра имеем: $\lambda_f = -\lambda$ [86].

Как видно из рис.4, 5, учет нелинейных эффектов ($\xi^2 \neq 0$) уменьшает степень круговой поляризации в первом пике. Вклад более высоких гармоник приводит к появлению дополнительных пиков, причем на границе спектра (при $n = n_{\max}$), как и в случае обычного рассеяния, справедливо соотношение: $\lambda_f = -\lambda$. Следует, однако, заметить, что выход таких фотонов незначителен, поскольку спектры практически обрываются при значениях y , намного меньших, чем $y_{n_{\max}}$. Наиболее благоприятной в этом отношении оказывается ситуация с $\lambda\lambda_e = -1$, когда велик интервал энергий жестких γ -квантов, в котором степень циркулярной поляризации $|\lambda_f|$ наиболее близка к единице.

9. РОЖДЕНИЕ e^+e^- -ПАР ЖЕСТКИМ ФОТОНОМ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ С ФОТОНАМИ ЛАЗЕРНОЙ ВОЛНЫ

В работе [84] было показано, что жесткий фотон γ , полученный в реакции (8.1), может породить e^+e^- -пары при столкновении с фотонами того же лазерного пучка. Порог такой реакции (8.2) при $s = 1$ очень высок. Наименьшее значение энергии комптоновского фотона ($s = 1$) в процессе (8.2) при использовании неодимового лазера с $\omega_0 = 1,17$ эВ равно $\omega = m^2/\omega_0 = 223$ ГэВ. На самом деле e^+e^- -пары будут рождаться в больших количествах и при значительно меньших энергиях за счет соударения жесткого фотона γ с несколькими лазерными фотонами γ_0 одновременно [84]. Наблюдение процесса (8.2) представляет несомненный интерес для проверки КЭД в новой области параметров. В то же время он представляет существенный фон для γe^- и $\gamma\gamma$ -соударений, возможный способ борьбы с которым описан в работе [84].

Реакция (8.2), так же, как и (8.1), представляет собой нелинейный по интенсивности поля процесс взаимодействия электронов и фотонов с полем ЭМВ. Нетрудно убедиться, что учет влияния нелинейных эффектов в процессе (8.1) на процесс (8.2) также ведет к существенному снижению порога рождения e^+e^- -пар и к увеличению их числа [90].

Максимальная энергия комптоновского фотона γ , полученного при поглощении электроном с энергией E из волны n лазерных фотонов с энергией ω_0 , равна

$$\omega_n = \frac{nx}{1+nx}E, \quad x = \frac{4\omega_0 E}{m^2}. \quad (9.1)$$

Пороговое значение энергии фотона γ для процесса (8.2) определяется из соотношения

$$(k + sk_0)^2 = 4m^2, \quad (9.2)$$

где k и k_0 – 4-импульсы фотонов γ и γ_0 .

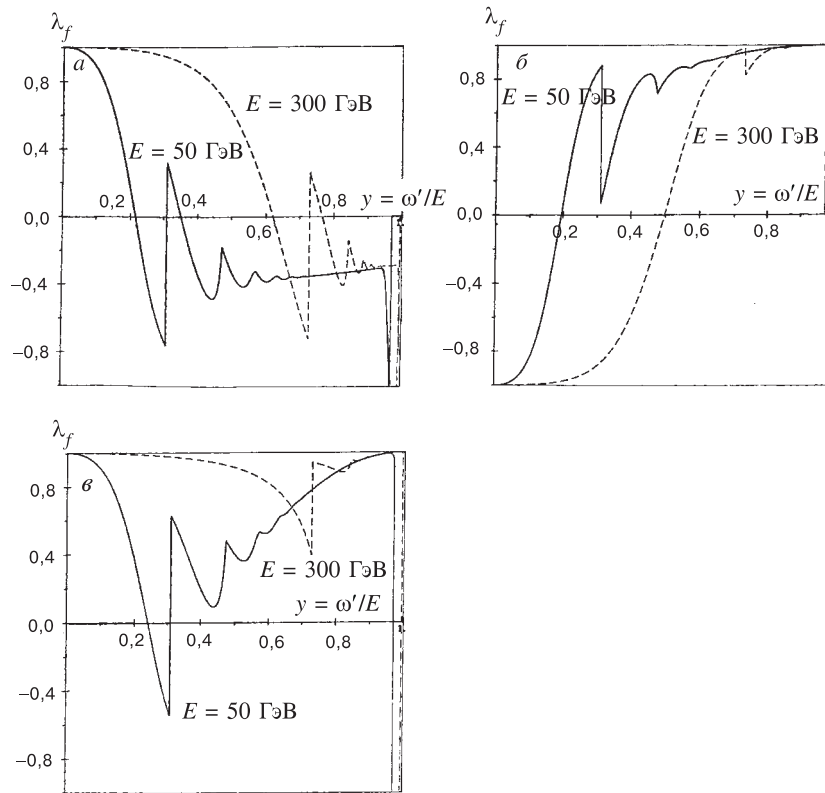


Рис. 5. Зависимости от энергии степени циркулярной поляризации высокоэнергетических фотонов, вычисленные при $\xi^2 = 1$ для следующих поляризационных состояний сталкивающихся частиц: *a*) $\lambda_e = 0, \lambda = 1$, *б*) $\lambda_e = 1, \lambda = -1$, *в*) $\lambda_e = 1, \lambda = 1$. Сплошные линии отвечают энергии электрона — $E = 50$ ГэВ, штриховые $E = 300$ ГэВ

Соответствующие пороговые значения энергии электронов в пучке ускорителя E_{ns} для рождения e^+e^- -пар за счет поглощения им из волны n фотонов и соударения с s лазерными фотонами определяются с помощью (9.1), (9.2) и равны

$$E_{ns} = \frac{m^2}{2\omega_0 s} (1 + (1 + s/n)^{1/2}). \quad (9.3)$$

При $n = 1$ мы получаем формулу (7) из работы [84]. С помощью (9.3) произведем расчет значений E_{1s} и E_{2s} для $\omega_0 = 1,17$ эВ при $1 \leq s \leq 6$, которые (в единицах ГэВ) приведены в таблице.

Таблица. Пороговые значения энергии электронов в пучке ускорителя E_{ns} (в ГэВ) для рождения e^+e^- -пар при различных n и s в случае неодимового лазера

s	1	2	3	4	5	6
E_{1s}	269	153	112	90	77	68
E_{2s}	248	135	96	76	64	56

Они наглядно свидетельствуют о том, что уширение спектра жестких γ -квантов за счет нелинейных эффектов также приводит к снижению порога рождения e^+e^- -пар.

Матричные элементы $M_{\pm\mu\mu}^{(s)} = M_{\pm\mu\mu}^{(s)\lambda\lambda'}$ и дифференциальная вероятность процесса (8.2) в поле циркулярно поляризованной ЭМВ определяется следующими выражениями [90]:

$$dW^{(s)} = \frac{e^2 m^2}{4\pi\omega} |M_{\pm\mu,\mu}^{(s)\lambda\lambda'}|^2 \delta^4(sk_0 + k - q - q') \frac{d^3q d^3q'}{q_0 q'_0}, \quad (9.4)$$

$$M_{\mu\mu}^{(s)} = (-\lambda)^s \{ -\lambda' \mu n_1 n'_3 J_s + \frac{\xi m s}{m_*^2 u_s} (u k n'_0 - \lambda' \mu \varepsilon \sqrt{u(u-1) k n'_3}) J_{s-\lambda\lambda'} \},$$

$$M_{-\mu\mu}^{(s)} = -\lambda' (-\lambda)^s (n_1 n'_1 + \lambda' \mu) \times \\ \times \{ \sqrt{(vv' + 1)/2} J_s + \frac{\xi m s u}{m_*^2 u_s} \sqrt{(vv' - 1)/2} k n'_1 J_{s-\lambda\lambda'} \},$$

где

$$n_1 n'_3 = -\frac{m_*^2 u_s}{m^2 u \sqrt{2(vv' - 1)}} \frac{z}{s\xi}, \quad k n'_0 = \frac{2m_*^2 u_s}{m s \sqrt{2(vv' + 1)}}, \\ k n'_3 = -\varepsilon \frac{2m_*^2 u_s \sqrt{(u-1)/u}}{m s \sqrt{2(vv' - 1)}}, \quad n_1 n'_1 = \varepsilon \sqrt{\frac{u-1}{u}} \sqrt{\frac{vv' + 1}{vv' - 1}}, \\ k n'_1 = -\frac{m_*^4 u_s^2}{s^2 m^3 u \sqrt{(vv')^2 - 1}} \frac{z}{\xi}, \quad \varepsilon = \text{sign} \sqrt{\frac{u_s(u-1)}{u(u_s-1)}},$$

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{(kk_0)^2}{4k_0q \cdot k_0q'}, \quad u_s = \frac{s}{s_0} = \frac{skk_0}{2m_*^2}, \quad z = \frac{2s\xi}{\sqrt{1+\xi^2}} \sqrt{\frac{u}{u_s} \left(1 - \frac{u}{u_s}\right)}, \\
 q &= p + \frac{\xi^2 m^2}{2k_0 p} k_0, \quad q' = p' + \frac{\xi^2 m^2}{2k_0 p'} k_0, \quad q^2 = (q')^2 = m_*^2 = m^2(1 + \xi^2), \\
 sk_0 + k &= q + q', \quad vv' - 1 = 2(u_s - 1 + \xi^2(u_s - u)).
 \end{aligned}$$

Здесь k_0 , λ и k , λ' есть 4-импульсы и спиральности лазерного и жесткого фотонов, μ – проекция спина позитрона на ось (1.9), q и q' – квазиимпульсы позитрона и электрона, s_0 – пороговое значение для числа поглощенных квантов, $J_s = J_s(z)$ – функции Бесселя от аргумента z , ξ^2 – параметр интенсивности волны (8.3).

Полная вероятность образования пары фотоном в процессе (8.2), рассчитанная на единицу объема и единицу времени, определяется следующими выражениями [90]:

$$W = \frac{\alpha m^2}{4\omega} \sum_{s>s_0}^{\infty} \int_1^{u_s} (F_{0s} + \lambda\lambda' F_{2s} + \mu\lambda G_{0s} + \mu\lambda' G_{2s}) \frac{du}{u\sqrt{u(u-1)}}, \quad (9.5)$$

$$\begin{aligned}
 F_{0s} &= J_s^2 + \xi^2 (2u-1) (-J_s^2 + (J_{s-1}^2 + J_{s+1}^2)/2), \\
 F_{2s} &= \xi^2 (2u-1)(2u/u_s-1)(J_{s-1}^2 - J_{s+1}^2)/2, \\
 G_{0s} &= \psi_+\psi_- \xi^2 u/u_s(u_s-1) (J_{s-1}^2 - J_{s+1}^2), \\
 G_{2s} &= \psi_+\psi_- \{u_s J_s^2 + \xi^2 [u_s J_s^2 + u(u-1)(J_{s-1}^2 + J_{s+1}^2)]\},
 \end{aligned}$$

где $\psi_{\pm} = 1/\sqrt{(vv' \pm 1)/2}$.

Полное число e^+e^- -пар, рожденных жестким фотоном, получается суммированием по энергетическому спектру комптоновских фотонов [84]:

$$N_{e^+e^-} = N_{\gamma} \frac{\tau}{4} \sum_{s_0}^{\infty} \int_0^{\omega_n} W^{(s)}(\omega, \omega_0, \xi) \frac{1}{\sigma_c(E)} \frac{d\sigma_c}{d\omega} d\omega,$$

где N_{γ} – полное число жестких фотонов, $\sigma_c(E)$ и $d\sigma_c/d\omega$ – полное и дифференциальное сечение ОКР, $W^{(s)}(\omega, \omega_0, \xi)$ – вероятность рождения пары жестким фотоном за единицу времени в процессе (8.2), τ – длительность лазерной вспышки. Результаты численных расчетов величины $\lg(N_{e^+e^-}/N_e)$ в зависимости от энергии электронов в пучке E для различных энергий лазерной вспышки A , поляризаций волны λ , спиральностей начального пучка электронов λ_e и проекций спина μ на ось $\vec{c}_3$ (1.9) для позитронов показаны на рис.6 [90]. Линии 1, 2, 3 соответствуют следующему выбору спиральностей:

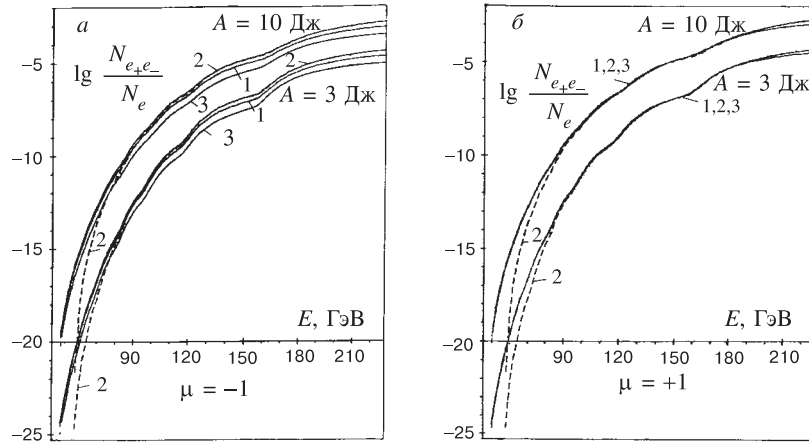


Рис. 6. Зависимость числа рожденных e^+e^- -пар жестким комптоновским фотоном от энергии электронного пучка для различных энергий лазерной вспышки A и поляризаций частиц. Линии 1–3 соответствуют следующему выбору спиральностей λ и λ_e начальных частиц в реакции (8.1): 1) $\lambda\lambda_e = 0$, 2) $\lambda\lambda_e = -1$, 3) $\lambda\lambda_e = 1$, сплошные линии отвечают $n = 2$, а штриховые – $n = 1$ в процессе (8.1); а) проекция спина позитрона $\mu = -1$, б) $\mu = 1$

1) $\lambda\lambda_e = 0$, 2) $\lambda\lambda_e = -1$, 3) $\lambda\lambda_e = 1$; сплошные линии — $n = 2$, штриховые — $n = 1$ в процессе (8.1). Из рис. 6 следует, что нелинейные эффекты в ОКР приводят к существенному увеличению числа e^+e^- -пар, рожденных жестким фотоном в области энергий современных ускорителей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Цель настоящего обзора — объяснить, что представляет собой ДСБ, что нового он дает для описания спиновых свойств частиц, а также для развития ковариантного метода вычислений матричных элементов в подходе Богуша — Федорова, и как этот метод соотносится с другими, такими, как метод группы CALCUL и т.д.

Из изложенного выше материала ясно, что ДСБ занимает особое положение среди всех остальных, поскольку в нем реализуется малая группа Лоренца, общая для частиц с 4-импульсами p_1 (до взаимодействия) и p_3 (после взаимодействия). ДСБ дает возможность описывать спиновые состояния систем, состоящих из двух частиц (в том числе и с различными массами) с помощью проекций спина на одно общее направление. Совпадение малых

групп Лоренца приводит к тому, что частицы до и после взаимодействия имеют общий набор спиновых операторов, коммутирующих между собой, что позволяет в ковариантном виде разделить взаимодействия с изменением и без изменения спиновых состояний частиц, участвующих в реакции, и тем самым проследить за динамикой спинowego взаимодействия. Благодаря совпадению спиновых операторов, а также выделению вигнеровских вращений, математическая структура диагональных амплитуд предельно упрощается.

Для вычисления матричных элементов в ковариантном подходе Богуша — Федорова необходимо знать проективные операторы состояний частиц, оператор перехода от начального состояния к конечному (и обратный к нему), а также повышающие и понижающие спиновые операторы в случае переходов с переворотом спина. В обзоре дано развитие этого ковариантного подхода за счет использования ДСБ. Построены операторы $u^\delta(p_1) \bar{u}^{\pm\delta}(p_3)$, с помощью которых вычисляются диагональные амплитуды в случае переходов без переворота и с переворотом спина. Они справедливы как в массивном, так и в безмассовом случае. Для них получено три эквивалентных представления, имеющих компактный вид. Рассмотрен также переход к безмассовому случаю, в котором ДСБ с точностью до знака совпадает со спиральным.

Отметим, что в методе CALCUL безмассовость фермиона является не-обходимой. Ключевым моментом их методики является весьма удобный выбор векторов поляризаций фотонов, в которых используются импульсы тех фермионов, из которых эти фотоны излучаются. Это обеспечивает калибровочную инвариантность, позволяет упростить структуру амплитуд и в конечном итоге вычислить их. Массу в методе CALCUL удастся учесть только в ультрарелятивистском случае и лишь в качестве громоздких массовых поправок. Обобщения этого метода на массивный случай, как правило, требуют введения вспомогательных векторов, не связанных с кинематикой задачи, и потому неудобны в работе. Тем не менее этот метод содержит привлекательную идею строить векторы поляризаций фотонов через 4-импульсы частиц, участвующих в реакции. Это позволяет уменьшить число независимых скалярных произведений в конечных выражениях для амплитуд и тем самым упростить расчеты. Таким образом, отказ от общности рассмотрения приводит к росту эффективности решения задачи. Это тем более справедливо по отношению к развитому методу вычисления диагональных амплитуд, поскольку в нем для построения математического аппарата используются только 4-импульсы частиц, участвующих в реакции. В ДСБ их вполне достаточно, благодаря использованию идей ковариантного подхода Богуша — Федорова.

Перечислим кратко основные результаты расчетов ряда конкретных актуальных процессов КЭД, полученных с помощью развитого метода вычисления матричных элементов в ДСБ.

Показано, что в ультрарелятивистском, (безмассовом) пределе дифференциальные сечения процессов тормозного меллеровского и баба-рассеяния

($e^\pm e^- \rightarrow e^\pm e^- \gamma$) в случае, когда не только начальные $e^\pm, e^-$ -частицы, но и фотон являются спирально поляризованными, могут быть представлены в виде произведения двух сомножителей, один из которых универсален и совпадает с полученным ранее группой CALCUL в случае отсутствия поляризаций.

Вычислены спиральные амплитуды процесса трехфотонной аннигиляции свободной пары $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$, а также амплитуды аннигиляции ортопозитрония, отвечающие проекциям полного спина $0, \pm 1$. Получены дифференциальные сечения с учетом поляризаций различных частиц. Рассчитана вероятность аннигиляции в случае, когда один из γ -квантов является линейно поляризованным, а остальные два неполяризованы. Полученное выражение для степени линейной поляризации фотона совпадает с результатами других авторов.

Для дифференциального сечения бете-гайтлеровского процесса излучения линейно поляризованного фотона электроном с учетом отдачи и формфакторов протона получено компактное выражение, благодаря факторизации квадратов электрического и магнитного формфакторов протона. В предельном случае, когда протон является точечной частицей с бесконечной массой, полученное выражение переходит в известное.

Проведено исследование реакции $ep \rightarrow ep\gamma$ с учетом поляризуемости протона в кинематике, соответствующей рассеянию электронов на малые, а фотонов на достаточно большие углы, где доминирует протонное излучение. Результаты численных расчетов, проведенных в системе покоя начального протона при энергии электронного пучка $E_e = 200$ МэВ в выбранной кинематике, показывают, что условия, необходимые для выделения подпроцесса $\gamma p \rightarrow \gamma p$ из реакции $ep \rightarrow ep\gamma$, выполняются, поскольку относительный вклад бете-гайтлеровского и интерференционного членов в сечение реакции не превышает 10 %, а сечение реакции $ep \rightarrow ep\gamma$ обладает заметной чувствительностью к поляризуемости протона.

Построено ковариантное выражение для лептонного тензора, в котором выделен вклад состояний с поперечной и продольной поляризацией виртуального фотона. Показано, что учет массы лептона приводит к увеличению степени линейной поляризации виртуального фотона.

Исследованы нелинейные эффекты при обратном комптоновском рассеянии фотонов интенсивной циркулярно поляризованной лазерной волны, сфокусированной на пучке продольно поляризованных ультрарелятивистских электронов ($e + n\gamma_0 \rightarrow e + \gamma$). Показано, что при больших интенсивностях процесс излучения жесткого фотона является существенно нелинейным, а влияние поляризаций заметно уменьшается.

Показано, что уширение спектра в обратном комптоновском рассеянии за счет нелинейных эффектов приводит к снижению порога рождения e^+e^- -пар и к увеличению их числа при столкновении жесткого комптоновского фотона с несколькими лазерными фотонами одновременно ($\gamma + n\gamma_0 \rightarrow e^+ + e^-$).

Таким образом, отсутствие трудностей, связанных с учетом массы и расчетом амплитуд с переверотом спина, а также красота и изящество полученных результатов, несомненно, являются свидетельством эффективности развитого метода вычисления матричных элементов.

Авторы благодарны создателям ковариантного подхода: члену.-корр. АНБ А.А.Богушу и академику Ф.И.Федорову. Их благотворные идеи и методы во многом определили направление исследований и характер работы. Авторы признательны В.И.Кувшинову, стимулировавшему написание настоящего обзора, а также И.Ф.Гинзбургу, Э.А.Кураеву, М.И.Левчуку, А.И.Львову и В.А.Петрунькину за постановку задач, полезные обсуждения и интерес к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Polarization at LEP, 1988, v.1, CERN 88-06, **Altarelli G.** — p.13; **Lynn B.W.** — p.24; **Hollik W.** — p.83.
2. **HERMES Collab.** — Technical Design Report, DESY-PRC 93/06, 1993.
3. **Lauber J.A.** — SLAC-Report - 413, February 1993, p.29.
4. **Haber H.** — Proceedings of the XXI SLAC Summer Institute on Particle Physics, 1994.
5. **Nurushev S.B.** — Polarization Experiments (review). Preprint IHEP 91-103, Protvino 1991.
6. **Wu C.S., Ambler E.et al.** — Phys. Rev., 1957, v.105, p.1413.
7. **Lee T.D., Yang C.N.** — Phys. Rev., 1957, v.105, p.1671.
8. **Cristinson I.H. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1964, v.13, p.138.
9. **Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б.** — Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1969.
10. **Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.** — Квантовая электродинамика. М.:Наука, 1989.
11. **Хелзен Ф., Мартин А.** — Кварки и лептоны. М.: Мир, 1987.
12. **Бьеркен Дж.Д., Дрелл С.Д.** — Релятивистская квантовая теория. М.: Мир, 1979.
13. **Федоров Ф.И.** — Группа Лоренца. М.: Наука, 1979.
14. **Powell J.L.** — Phys. Rev., 1949, v.75, p.32.
15. **Соколов А.А., Тернов И.М.** — Релятивистский электрон. М.: Наука, 1983.
16. **Tsai Yu. S.** — Phys. Rev., 1993, v.D48, p.96.
17. **Guichon P.A.M., Lui G.Q., Thomas A.W.** — Nucl. Phys. 1995, vol. A591, p.606.
18. **Bellomo E.** — Nuovo Cim., 1961, v.21, p.730.
19. **Богуш А.А., Федоров Ф.И.** — Весці АН БССР, сер. ф.т.н., 1962, No. 2, с.26.
20. **Федоров Ф.И.** — ЖЭТФ, 1958, т.35, с.493.
21. **CALCUL collaboration** — Phys. Lett., 1981, v.105B, p.215; Phys. Lett., 1982, v.114B, p.203; Nucl. Phys. 1982, v.B206, p.53; Nucl. Phys. 1982, v.B206, p.61; Nucl. Phys. 1984, v.B239, p.382; Nucl. Phys. 1984, v.B239, p.395;
22. **Kleiss R., Stirling W.J.** — Nucl. Phys. 1985, v.B262, p.235.

23. Ballestrero A., Maina E. — Phys. Lett., 1995, v.B350, p.225.
24. Федоров Ф.И. — ДАН БССР, 1958, т.2, с.408.
25. Федоров Ф.И. — ДАН БССР, 1961, т.5, с.101.
26. Федоров Ф.И. — ДАН СССР, 1962, т.143, с.56.
27. Богущ А.А., Федоров Ф.И. — ДАН БССР, 1961, т.5, с.327.
28. Тхарев Е.Е., Федоров Ф.И. — ЯФ, 1962, т.5, с.1112.
29. Богущ А.А. — Весці АН БССР, сер. ф.т.н., 1964, No.2, с.29.
30. Федоров Ф.И. — Весці АН БССР, сер.фіз.-мат.н., 1974, No.2, с.58.
31. Федоров Ф.И. — Весці АН БССР, сер.фіз.-мат.н., 1975, No.3, с.51.
32. Федоров Ф.И. — Изв. ВУЗов, физика, 1980, No.2, с.32.
33. Jacob M., Wick G. — Ann. Phys. 1959, v.7, p.404.
34. Vega R., Wudka J. — Phys. Rev., 1996, v.D53, p.5286.
35. Сикач С.М. — В сб.: Ковариантные методы в теоретической физике. Минск: ИФ АН БССР, 1981, с.91.
36. Сикач С.М. — Весці АН БССР, сер. фіз.-мат.н., 1984, No.2, с.84.
37. Федоров Ф.И. — ТМФ, 1970, т.2, No.3, с.343.
38. Сикач С.М. — Кандидатская диссертация. Минск., 1987.
39. Галынский М.В., Сикач С.М. — В сб.: Ковариантные методы в теоретической физике. Минск: ИФ АН БССР, 1986, с.121.
40. Галынский М.В., Жирков Л.Ф., Сикач С.М., Федоров Ф.И. — ЖЭТФ, 1989, т.95, No.6, с.1921.
41. Богущ А.А., Мороз Л.Г., Сикач С.М., Федоров Ф.И. — Труды XI семинара "Проблемы физики высоких энергий и теории поля". Протвино, 5-9 июля 1988 г, М.: Наука, 1989, с.308.
42. Sikach S.M. — Preprint No 658, Inst. of Phys. BAS, Минск, 1992; Preprint No 659 Inst. of Phys. BAS, Минск, 1992; В сб.: Ковариантные методы в теоретической физике. Минск: ИФ АН БССР, 1997, с.151.
43. Новожиллов Ю.В. — Введение в теорию элементарных частиц. М.: Наука, 1972.
44. Бондарев А.Л. — ТМФ, 1994, т.101, с.315.
45. Bargman V., Wigner E. — Proc. Ac. Nat. Sci. 1948, v.34, p.211.
46. Галынский М.В., Сикач С.М. — В сб.: Ковариантные методы в теоретической физике. Минск: ИФ АН БССР, 1991, с.52.
47. Галынский М.В., Сикач С.М. — ЯФ, 1991, т.54, No.4(10), с.1026.
48. Gausmaecker P.D., Gastmans R. et al. — Phys. Lett., 1981, vol. B105, p.215.
49. Berends F.A., Gastmans R. et al. — Nucl. Phys., 1982, v.B206, p.53; p.61.
50. Кураев Э.А. и др. — ЯФ, 1980, т.32, No.4(10), с.1059.
51. Westbrook C.I. et al. — Phys. Rev., 1989, v.A40, p.5489.
52. Кураев Э.А. и др. — ЯФ, 1990, т.51, с.1638.
53. Lepage G.p. et al. — Phys. Rev., 1983, v.A28, p.3090.
54. Галынский М.В., Метелица О.Н., Сикач С.М. — В сб.: Ковариантные методы в теоретической физике. Минск: ИФ АН БССР, 1991, с.43.

55. Drisco R.M. — Phys. Rev., 1956, v.102, p.1542.
56. Ye J.B., Yang B.Z. et al. — Phys. Lett., 1988, v.A133, p.309.
57. Федоров Ф.И. — Теория гиротропии. Минск: Наука и техника. 1976.
58. Петрунькин В.А. — ЭЧАЯ, 1981, т.12, No.3, с.692.
59. L'vov A.I., Petrun'kin V.A. — Lect. Notes Phys. 1990, V.365, p.123.
60. L'vov A.I., Petrun'kin V.A., Popov S.G. and Wojtsekhowski B.B. — Preprint INP, 1991, No. 91-24.
61. Isaev P.S., Zlatev I.S. — Nucl. Phys. 1960, v.16, p.608.
62. Wojtsekhowski B.B., L'vov A.I., Petrun'kin V.A. et al. — Project: Moscow-Novosibirsk-Gotttingen. Preprint Lebedev Physical Institute, Moscow, 1992.
63. Kroll P., Schurmann M., Guichon P.A.M. — Preprint WU B 95-09.
64. Berg R.A., Lindner C.N. — Nucl. Phys. 1961, v.26, p.259.
65. Галынский М.В. — Препринт 695, ИФ АНБ, Минск, 1994.
66. Львов А.И. — ЯФ, 1981, т.34, с.1075.
67. Ахундов А.А., Бардин Д.Ю., Шумейко Н.М. — ЯФ, 1986, т.44, с.1517.
68. Akhundov A.A., Bardin D.Yu. et al. — Z. Phys. C. 1990, v.45, p.645.
69. Gluckstern R.L., Hull M.H., Breit G. — Phys. Rev., 1953, v.90, p.1026.
70. Olsen H., Maximon L.C. — Phys. Rev., 1959, v.114, p.887.
71. Asai J71, Caplan H.S., Maximon L.C. — Can. J. Phys. 1988, v.66, p.1079.
72. Isaev P.S., Zlatev I.S. — Nuovo Cim., 1959, v.13, p.1.
73. Галынский М.В. — ЯФ, 1995, т.58, с.701.
74. Audit C. et. al. — CEBAF proposal PR 93-050, 1993.
75. Van den Brand J.F.J. — CEBAF proposal PR 94-011, 1994.
76. Scherer S., Korchin A.Yu., Koch J.H. — Mainz Report MKPH-T-96-4.
77. Fearing H.W., Scherer S. — Mainz Report TRI-PP-96-28, MKPH-T-96-18.
78. Ахизер А.И., Рекало М.П. — Электродинамика адронов. Киев: Наукова думка. 1977.
79. Галынский М.В., Кример Д.О., Левчук М.И. — В сб.: Ковариантные методы в теоретической физике. Минск: ИФ АНБ, 1997, с.56.
80. Гинзбург И.Ф., Коткин Г.Л., Сербо В.Г., Тельнов В.И. — ЯФ, 1983, т. 38, с.372.
81. Гинзбург И.Ф., Коткин Г.Л., Сербо В.Г., Тельнов В.И. — Письма в ЖЭТФ, 1981, т.34, с.514.
82. Арутюнян Ф.Р., Туманян В.А. — ЖЭТФ, 1963, т.44, с.2100.
83. Гинзбург И.Ф., Коткин Г.Л., Политыко С.И. — ЯФ, 1984, т.40, с.1495.
84. Гинзбург И.Ф., Коткин Г.Л., Политыко С.И. — ЯФ, 1983, т.37, с.368.
85. Никишев А.И., Ритус В.И. — Труды ФИАН. 1979, т.111.
86. Галынский М.В., Сикач С.М. — ЖЭТФ, 1992, т.101, с.828.
87. Bula C. et al. — E-144 Collaboration, SLAC-PUB-7220, SLAC-PUB-7221, 1996; SLAC-PUB-7564, 1997.
88. Нарожный Н.Б., Фофанов М.С. — ЖЭТФ, 1996, т.110, с.26.
89. Гинзбург И.Ф., Коткин Г.Л., Панфиль С.Л., Сербо В.Г. — ЯФ, 1983, т.38, с.1021.
90. Galynskii M.V., Sikach S.M. — Proceedings of the V Annual seminar "Nonlinear phenomena in complex system". February 1996, Minsk, Belarus; in: Advances in Synergetics, 1997, v.8, p.60, Edited by V.Kuvshinov, G.Krylov.

ПЛАЗМЕННЫЙ МЕХАНИЗМ РАЗРЯДА В ПРОВОЛОЧНЫХ КАМЕРАХ В РЕЖИМЕ БОЛЬШОГО ГАЗОВОГО УСИЛЕНИЯ

Б.Ж.Залиханов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Изложены результаты исследований проволочных камер в области газового усиления, соответствующего образованию в электронной лавине стримера.

Впервые экспериментально продемонстрирована динамика развития лавины и ее трансформирование в плазменное образование, в котором проявляются качественно новые характеристики, позволяющие определить необходимые условия для формирования стримера и его прорастания в направлении к катоду.

Полученные результаты могут быть использованы для развития методики физического эксперимента и в физике газового разряда.

The paper reports the results of investigating wire chambers in the gas amplification region corresponding to formation of a streamer in the electron avalanche.

The avalanche development dynamics and transformation of the avalanche into a plasma stuff is shown for the first time. This plasma stuff exhibits qualitatively new characteristics that allow one to determine the necessary conditions for the formation of a streamer and the mechanism for its spreading towards the cathode.

The results of this investigation can be used for developments of physics experiment techniques and in gas discharge physics.

1. ВВЕДЕНИЕ

Из классификации различных типов и областей газового разряда в неоднородных электрических полях следует, что таунсендовский разряд переходит либо в коронный разряд (режим Гейгера — Мюллера), либо в самогасящийся стримерный разряд. Переход разряда в тот или иной режим зависит как от состава газа, в котором происходит разряд, так и от геометрических параметров камеры [1—4].

Известно, что для перехода таунсендовского разряда в коронный решающую роль в развитии лавины играет фотоионизация. В этом случае полный коэффициент газового усиления, выражаемый соотношением [5]:

$$M_{\gamma} = M + M^2\gamma + M^3\gamma^2 + \dots = \frac{M}{1 - M\gamma}, \quad (1)$$

может значительно превосходить коэффициент газового усиления таунсендовской лавины M , так как вероятность появления фотоэлектрона γ на один вторичный электрон растет с повышением напряжения.

С увеличением количества гасящих примесей и повышением напряжения таунсендовский разряд в камере переходит в самогасящийся стримерный разряд. В отличие от стримерного разряда в однородном поле стример, образующийся в неоднородном поле вблизи анодной проволоки, в процессе движения к катоду достигает области с низкой напряженностью электрического поля и прекращает свое существование. В отношении механизма перехода таунсендовской лавины в стримерный разряд в неоднородном поле мы можем представить себе лишь качественную картину развития разряда, которая базируется в основном на стримерной теории, предложенной Лебом и Миком для однородного электрического поля [6]. Предполагается, что здесь, так же, как и для области Гейгера — Мюллера, решающую роль в создании вторичных лавин играют фотоны, образующиеся в процессе развития первичной лавины и способные ионизировать молекулы газа. Если электрическое поле лавины оказывается порядка внешнего поля, то их суперпозиция даст поле, существенно более сильное на оси лавины, чем сбоку от нее. Поэтому преимущественно будут развиваться лавины, возникающие вблизи оси первичной лавины. Эти вторичные лавины будут вливаться в первичную и образовывать стример [7].

Реальность такого механизма как для однородного, так и для неоднородного электрического поля до сих пор не получила экспериментального подтверждения и постоянно подвергается сомнению. Факт ионизации газа коротковолновым излучением лавины с числом носителей заряда, близким к критическому ($N_{кр} \approx 10^8$), был зарегистрирован Петером [8]. Последующие исследования фотоионизации светом от лавин [9,10] показали, что коротковолновое излучение характеризуется очень высоким коэффициентом поглощения $\mu = (200 \div 600) \text{ см}^{-1}$ и относительно низким выходом фотонов на один вторичный электрон ($N_{\phi} \leq 10^{-3}$ при $E/p \leq 100 \text{ В/см} \cdot \text{Торр}$). При этом с увеличением давления газа наблюдается уменьшение N_{ϕ} , связанное с тушением возбужденных атомов и молекул [11]. Очевидно, что данные значения, характеризующие выход ионизирующего излучения из разряда и поглощение его в газе, свидетельствуют не в пользу механизма фотоионизации. Для создания вторичных электронов фотоны должны пролететь из головки первичной лавины в направлении к катоду на расстояние не меньше, чем длина лавины, т.е. $\sim 200 \text{ мкм}$, в то время как длина их поглощения в газе составляет $(20 \div 40) \text{ мкм}$.

Высокая степень локализации лавины в СГС-режиме относительно оси лавины, продемонстрированная в работе [12], также свидетельствует о сильном подавлении процесса фотоионизации: в противном случае перед пере-

ходом лавины в стример фотоны с большей вероятностью образовали бы вторичные электроны вдоль анодной проволоки, т.к. в этом случае требуется в 2—3 раза меньшая длина пробега. Возможность такого механизма следует из результатов исследования характеристик камеры, работающей в предстримерном режиме [13]. Было показано, что электрическое поле возле анодной проволоки за пределами развивающейся лавины не испытывает экранировки пространственным зарядом и практически сохраняет свое значение.

Предполагают, что затравочные электроны для вторичных лавин, формирующих катодонаправленный стример, могут рождаться и в результате реакций ассоциативной ионизации типа $A + A^* = A_2^+ + e^-$, протекающей в хвосте лавины. Ионизация такого типа наиболее эффективна, когда потенциал ионизации атома сравним с энергией диссоциации молекулярного иона [14]. Источником вторичных лавин может быть и ступенчатая ионизация при столкновениях электронов с возбужденными атомами, число которых растет с увеличением электрического поля в камере [15]. В результате ионизация атомов или молекул совершается многочисленными медленными электронами, содержащимися в сильной лавине. Возможность включения такого механизма следует из того, что сечение ионизации возбужденных атомов и молекул электронами велико по сравнению с сечением ионизации атомов и молекул, находящихся в основном состоянии [15].

Протекание приведенных выше процессов в мощных лавинах с газовым усилением $> 10^7$ вполне реально [14]. Однако рассмотрение их в качестве источников, обеспечивающих вторичные электроны за головкой лавины, требует экспериментального подтверждения.

2. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью настоящей работы является получение и анализ данных о развитии электронной лавины в области между ограниченно пропорциональным и самогасящимся стримерным режимами в различных газовых молекулярных смесях. Присутствие в камере сложных газов приводит к тому, что разряд идет только в одну стадию за счет ионизации электронным ударом, а влияние фотонного механизма устраняется.

Данная область интересна по следующим соображениям: развитие лавины в проволочных камерах имеет очень малую, но конечную длительность, и до тех пор, пока электроны не уйдут на анод, концентрация положительного и отрицательного заряда в лавине практически одинакова. С ростом газового усиления плотность заряда в лавине растет, и, когда она достигает определенной величины, начинают проявляться электрические силы, связывающие заряды противоположных знаков. Поскольку ионы и электроны в лавине дрейфуют в противоположных направлениях с разной скоростью, то дрейф в

лавине неизбежно приводит к разделению зарядов и к возникновению электрического поля, стремящегося устранить возникшее разделение. Влияние внешнего электрического поля, стремящегося разделить связанные заряды, с ростом усиления будет существенно ослабляться из-за возрастающего экранирования зарядов внутри лавины. Глубина проникновения внешнего электрического поля в область, занятую зарядами, определяется выражением [16]:

$$E = E_0 e^{-\frac{x}{r_D}}, \quad (2)$$

где E_0 – напряженность поля вне лавины; E – напряженность поля на расстоянии x от границы лавины; r_D – радиус Дебая, характеризующий расстояния, на которых возможны разделения зарядов в лавине с плотностью и тепловой энергией электронов n и kT_e соответственно (T_e – температура электронов, понимаемая не в строгом смысле, а, скорее, как величина, характеризующая среднюю тепловую энергию электронов, т.к. лавина в неоднородном поле не может находиться в термодинамическом равновесии).

Чем выше плотность лавины, тем меньше масштабы разделения зарядов в пространстве и во времени и тем сильнее проявляется автоматический механизм для выравнивания зарядов противоположных знаков. Движение частиц в ней происходит таким образом, что ионы не могут оторваться от электронов [17]. Динамика развития лавины в таких условиях должна носить качественно иной характер, поскольку лавина начинает трансформироваться в состояние плазмы [18]. Это означает, что в лавине с газовым усилением $10^7 - 10^8$ должны проявляться чисто плазменные процессы, такие как торможение электронов, электронейтрализация зарядов, а также электростатические плазменные колебания ионной ветви и другие процессы [17,19,20], отсутствующие в таунсендовской лавине.

3. ОБЩИЕ СООБРАЖЕНИЯ

Следуя анализу, проведенному автором монографии [21] относительно сущности явления газового разряда, представляется полезным коротко передать его содержание с некоторыми дополнениями применительно к разряду в проволочных камерах.

Электронная лавина в многопроволочных камерах начинается с небольшого количества первичных центров ионизации, которые образуются вдоль трека регистрируемых частиц. Одновременно с ионизацией, обеспечивающей размножение электронов под действием электрического поля камеры, имеются процессы, которые препятствуют развитию лавины.

Лавину ограничивают в основном три процесса: потери энергии электронов, потери самих электронов и уход электронов из области лавинообразования вблизи анодной проволоки в результате диффузии. Первый процесс

замедляет приобретение электроном в электрическом поле камеры энергии, достаточной для ионизации. Два других процесса приводят к полному или частичному обрыву цепочек в цепной реакции размножения. Поэтому судьба лавины решается на ее ранней стадии, когда вероятность потери электронов за счет их рекомбинации с ионами практически еще равна нулю.

Энергетические потери электронов в молекулярных газах расходуются в основном на возбуждение колебательных и электронных уровней. Роль этих процессов в разрядах известна. Первый из них служит для передачи энергии электронов молекулам и тем самым повышает температуру газа. Второй процесс приводит к возбуждению молекул, которые затем могут быть ионизованы многочисленными относительно медленными электронами, находящимися в сильноточной лавине. Протекание этих процессов ведет в итоге к замедлению развития лавин. Поэтому для достижения в молекулярном газе большого значения газового усиления и ускорения протекания процесса лавинообразования необходимо, чтобы газ обладал достаточной диэлектрической прочностью с целью обеспечения высоких значений напряженности электрического поля. При соответствующем выборе рабочего газа электрическое поле вблизи анода в проволочных камерах может достигать значения $(3 \div 5) \cdot 10^5$ В/см с резко выраженной неоднородностью. Причем на длине свободного пробега электрона ($l \approx 10^{-4}$ см) поле может меняться в направлении к аноду до 10%. По этой причине при движении электрона вблизи анода он не успевает приобретать равновесную скорость, соответствующую данному значению поля, т.е. электрон не успевает преобразовать энергию, полученную от поля, в энергию хаотического движения. Благодаря этому некоторая часть электронов лавины в области сильной неоднородности электрического поля переходит в режим ускорения, и интенсивность ионизации, возрастая, смещается в сторону направления движения [22]. Переход части электронов в режим ускорения резко ослабляет тормозящее действие на них ионов из-за сильного падения кулоновского взаимодействия [17].

На потерю электронов в лавине можно влиять, в некоторой степени, выбором газовой смеси, в которой отсутствуют электроотрицательные примеси. Если газ все же содержит такие примеси, то используют "гасящие" добавки для "охлаждения" электронов путем уменьшения их средней энергии в столкновениях с молекулами "гасящего" газа и перевода этой энергии в область минимума Рамзауэра — Таунсенда в сечении рассеяния электронов [15].

Уход электронов из области лавинообразования вблизи анода в результате диффузии можно значительно уменьшить путем увеличения этой области. Увеличение области лавинообразования может быть достигнуто двояким путем, а именно: либо изготовлением анодной плоскости из "толстых" проволок диаметром ≥ 50 мкм в камерах с зазором анод — катод $(5 \div 8)$ мм [4], либо уменьшением зазора анод — катод и шага сигнальных проволок до $(1 \div 2)$ мм. В этом случае анодная плоскость может быть изготовлена из проволоки диа-

метром ($10 \div 20$) мкм [23]. Использование в узкоазорных камерах анодных проволок диаметром ≥ 50 мкм значительно увеличивает область лавинообразования, но при этом амплитуда импульсов будет сильно зависеть от места попадания и направления движения регистрируемых частиц [13].

Таким образом, как в узкоазорных камерах, так и в стандартных камерах с "толстой" анодной проволокой при соответствующем выборе газовой смеси можно достигать весьма высокого газового усиления (порядка $(5 \div 10) \cdot 10^7$ [13,24,28]), при котором реализуется известное условие пробоя Леба и Мика [6] $\alpha(E_0) \cdot d = 18 \div 19$ для однородного электрического поля напряженностью E_0 ; d – межэлектродное расстояние; α – коэффициент ионизации. Выполнение этого условия, если следовать теории Леба и Мика, отождествляется с фактом возникновения стримера. В узкоазорных камерах с малым шагом анодных проволок значение E/p , усредненное вдоль силовых линий существенно выше, чем в стандартных камерах. Именно поэтому узкоазорные камеры являются хорошим инструментом для получения информации о развитии лавины в момент формирования стримера.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ АППАРАТУРА

Данные о развитии электронного ливня в области между ограниченно пропорциональным и самогасящимся стримерным режимами были получены с помощью двух узкоазорных камер со следующей геометрией:

камера 1 – шаг сигнальных проволок 1,1 мм; расстояние анод — катод $\pm 1,5$ мм; чувствительная площадь $150 \times 140,8$ мм; число анодных проволок 128;

камера 2 – шаг анодных проволок 2,2 мм; расстояние анод — катод ± 2 мм; чувствительная площадь $220 \times 211,2$ мм; число анодных проволок 96.

Анодная плоскость в камерах выполнена из золоченого вольфрама диаметром 20 мкм фирмы "Luma Metals" [25]. Катоды камер изготовлены из лавсановой пленки с углеродным покрытием. Толщина лавсана 20 мкм, углеродного покрытия — 5 мкм. Сопротивление проводящего слоя катодов равно 400 Ом/см^2 . Камеры изготовлены по технологии, описанной в работе [26].

Измерения проводились на стенде (рис.1) с помощью радиоактивных источников ^{90}Sr и ^{55}Fe . Прохождение β -частиц через камеру регистрировалось сцинтилляционным счетчиком, просматриваемым с торцов двумя фотоумножителями, включенными на совпадение. Сигналы со схемы совпадения использовались для управления блоком "Заряд-код" при анализе амплитудных характеристик и в качестве сигнала "Старт" при измерении временных характеристик камер.

Электронный пучок и его интенсивность формировались с помощью регулируемых щелевых коллиматоров, установленных перед камерой и непосредственно на сцинтилляционном счетчике. Частичное подавление регистрации рассеянных на веществе камеры электронов достигалось путем варьирования ширины щелевых коллиматоров и расстояния от них до камеры.

Изучение камер проводилось с газовой смесью 80% CF_4 + 20% C_4H_{10} .

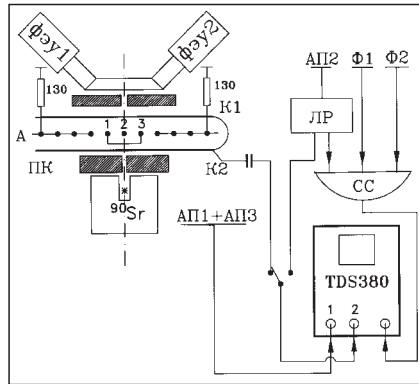


Рис. 1. Схема измерения характеристик камер и электронной лавины

Высокое напряжение подавалось на катоды камер через ограничивающее сопротивление, равное 3 МОм. Информация с катодов снималась через высоковольтный конденсатор емкостью 220 пФ×6 кВ. Эти каналы использовались также для контроля камеры и электроники, для этого по ним на катоды камер подавались от генератора прямоугольные импульсы длительностью 10 нс и амплитудой 0,7 В, которые через емкость анод — катод поступали по сигнальным проволокам на входы усилителей.

5. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В КАМЕРАХ

Картина поля в камерах (рис.1) определялась широко распространенным методом изображений. Поле в камере в точке (x,z) имеет вид

$$E_x = \frac{2\pi U_0}{z_0 C_0} \sum_{k=-m}^{k=m} \frac{\text{sh} \frac{\pi(x - ks)}{z_0} \cos \frac{\pi z}{z_0}}{\text{ch} \frac{2\pi(x - ks)}{z_0} - \cos \frac{2\pi z}{z_0}}, \quad (3)$$

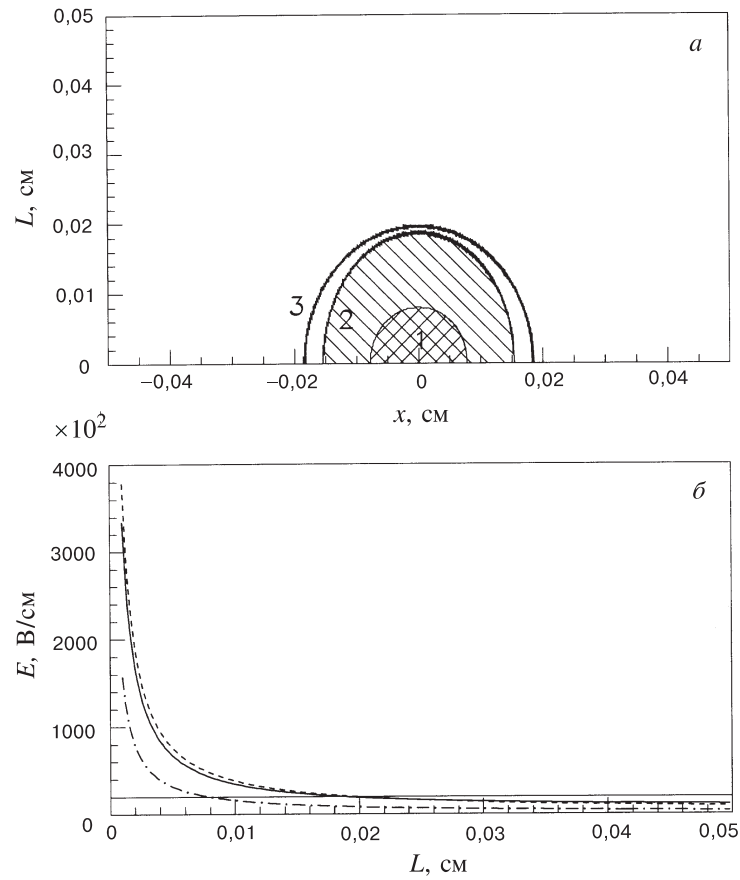


Рис. 2. а) Область лавинообразования вокруг анодной проволоки, ограниченная значением напряженности поля 20 кВ/см: 1) $L_0/2 = 8$, $S = 2$, $d = 0,02$; 2) $L_0/2 = 1,5$, $S = 1$, $d = 0,02$; 3) $L_0/2 = 2$, $S = 2$, $d = 0,02$; и б) распределение электрического поля в направлении к катоду: (—) — $L_0/2 = 15$, $S = 1$, $d = 0,02$; (---) — $L_0/2 = 2$, $S = 2$, $d = 0,02$; (-·-·-) — $L_0/2 = 8$, $S = 1$, $d = 0,02$. Геометрические параметры камер даны в мм. Напряжение на камерах 2500 В

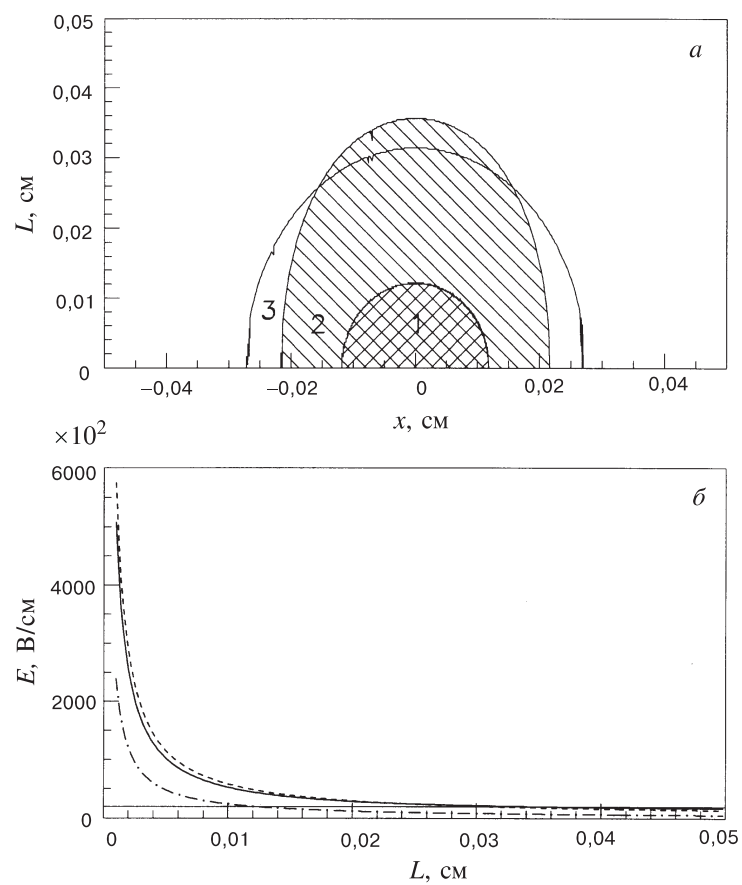


Рис. 3. То же, что на рис.2, при напряжении на камерах 3800 В

$$E_z = \frac{2\pi U_0}{z_0 C_0} \sum_{k=-m}^{k=m} \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi(x - ks)}{z_0} \sin \frac{\pi z}{z_0}}{\operatorname{ch} \frac{2\pi(x - ks)}{z_0} - \cos \frac{2\pi z}{z_0}}, \quad (4)$$

$$C_0 = \sum_{k=-m}^{k=m} \operatorname{arcth} \left(\frac{\cos \frac{\pi z_0}{z_0}}{\operatorname{ch} \frac{\pi ks}{z_0}} \right), \quad (5)$$

где z_0 — удвоенное расстояние анод-катод; s — шаг анодных проволок; $2m + 1$ — число анодных проволок в камере.

На рис.2,а и 3,а показаны распределения электрического поля при напряжении на камере 2,5 и 3,8 кВ в направлении оси z от анодной проволоки к катоду для камер 1 и 2, а также для стандартной камеры. Расчеты распределения электрического поля показали, что приведенное значение E/p , усредненное по пути дрейфа для камер 1 и 2, выше, чем в стандартной камере, более чем в 5—8 раз. Если за пороговое значение лавинообразования принять величину поля, равную 20 кВ/см (потенциал ионизации CF_4 равен 17 эВ, а длина свободного пробега электрона в данном газе равна $\sim 10^{-3}$ см), то при напряжении на камере 3,8 кВ данное поле создается для камеры 1 на

расстоянии $d = 0,35$ мм, для камеры 2—0,3 мм, а для стандартной камеры — 0,12 мм от анодной проволоки. Форма и площадь областей лавинообразования, ограниченных значением электрического поля в 20 кВ/см, изображены на рис. 2,б и 3,б. Такая же расширенная область лавинообразования (рис.4) реализуется в камерах с "толстой" анодной проволокой, описанных

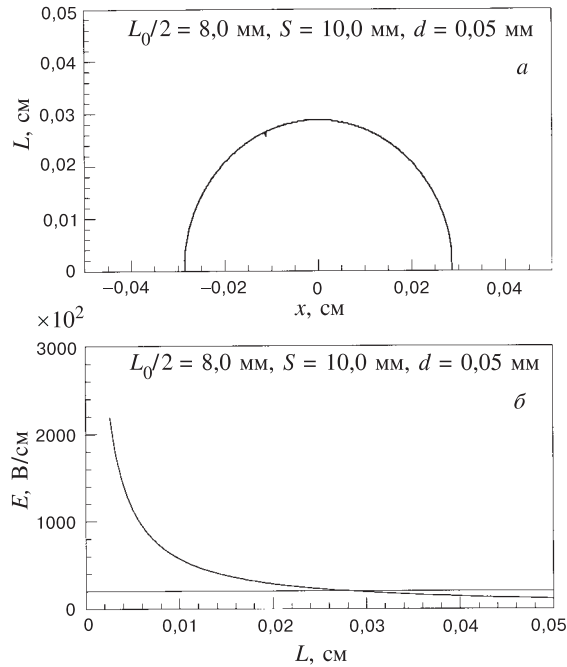


Рис. 4. То же, что на рис.2, для камеры с "толстой" проволокой: а) $L_0/2 = 8$, $S = 10$, $d = 0,05$; б) $L_0/2 = 8$, $S = 10$, $d = 0,05$. Размеры даны в мм. Напряжение на камере 3500 В

в работах [1—4], в которых исследовались характеристики самогасящегося стримерного режима.

6. ХАРАКТЕРИСТИКИ КАМЕР

В связи с тем, что все характеристики, измеренные для камер 1 и 2, практически совпадают (за исключением временного джиттера и быстродействия), ниже приводятся результаты измерений, полученные на камере 1. Имеющиеся различия в камерах 1 и 2 будут специально отмечены в п. 6.2, посвященном временным характеристикам. То, что характеристики камер 1 и 2 будут практически идентичными, следовало ожидать, если сравнить распределения электрического поля в камерах и величины областей лавинообразования. Как видно из рис. 2 и 3, эти значения практически совпадают во всем диапазоне напряжений.

Выбор узкозазорной камеры 1 продиктован следующими соображениями. По поводу работы таких камер в режиме газового усиления ($>5 \cdot 10^6$) высказываются самые противоречивые мнения. В работе [28], выполненной в ЦЕРН, предполагается, что камера работает в ограниченном стримерном режиме. В то же время исследования, проведенные в Институте экспериментальной физики Варшавского университета [29], показали наличие амплитудной зависимости сигналов с камеры от первичной ионизации. В исследованиях [30,31], выполненных на ускорителе TRIUMF (Канада) и в Институте физики высоких энергий (Серпухов), показана возможность работы камер данного типа при высоких скоростях счета, сохраняющих при этом высокую радиационную стойкость. И, наконец, авторы работ [32,33] выражают сомнение в принципиальной возможности стабильной работы узкозазорных камер с анодной проволокой >10 мкм, намотанной с малым шагом.

С учетом изложенных выше противоречий в оценках работы узкозазорных камер в области большого газового усиления, целесообразно провести более детальное исследование работы камеры в указанной области. Тем более, что, как отмечалось ранее, данная область является исходной для перехода лавины в стример.

Основные характеристики камер в области пропорционального усиления $2200 \div 2600$ В хорошо согласуются с результатами, полученными в работе [30] для камеры, обозначенной там №2. Поэтому в статье приведены в основном результаты для области напряжений больше 2600 В, которая как в приведенной работе [30], так и в работах [28—32] изучена недостаточно подробно.

6.1. Амплитудные характеристики. На рис.5 приведены амплитудные спектры для прошедших через камеру β -частиц и γ -квантов, поглотившихся в газовом зазоре камеры. Спектры под номером 1 измерены при напряжении на камере 2400 В и иллюстрируют ее работу в пропорциональном режиме. Амплитудный спектр 1 от ^{90}Sr имеет форму распределения Ландау, а спектр 1

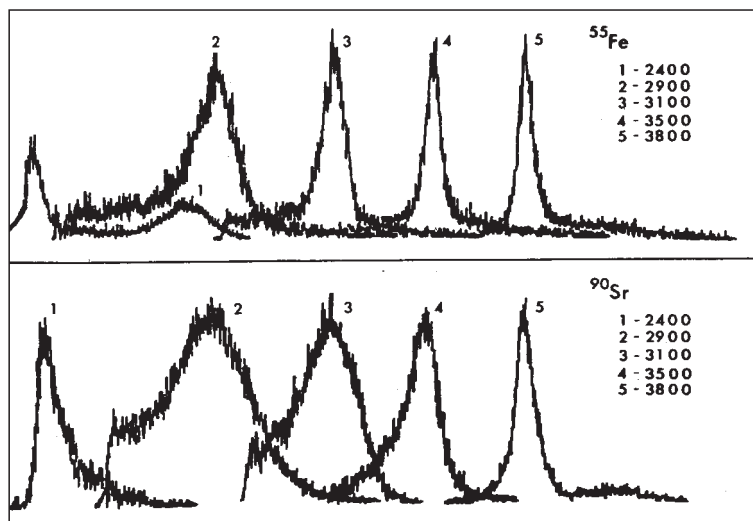


Рис. 5. Изменение формы амплитудных спектров, полученных от источников ^{55}Fe и ^{90}Sr , в зависимости от высокого напряжения на камере

от ^{55}Fe определяет энергетическое разрешение камеры, равное 21% (ПШПВ). С ростом напряжения пропорциональность в камере нарушается. Непрерывное, но отличное по характеру изменение формы амплитудных спектров, полученных от разных источников, тем не менее завершается на конце плато эффективности почти полным их совпадением. Причем амплитудный разброс последних спектров равен 10%, а зарядовое усиление при этом превышает $5 \cdot 10^7$. Сильное насыщение сигналов с анодных проволок свидетельствует о стабильной работе камеры и определяется в основном конфигурацией камеры, рабочим газом и высоким средним значением E/p в расширенной области лавинообразования вокруг анодных проволок.

Расширенная область лавинообразования проявляется также в поведении амплитуд импульсов при облучении камеры источниками ^{90}Sr и ^{55}Fe (рис.6). Даже при большой разнице в количестве первичных пар ионов, образуемых в камере этими источниками ($\approx 2,2$ раза), начиная с напряжения 3500 В, амплитуда сигналов от ^{90}Sr превышает амплитуду от ^{55}Fe . Несмотря на перенасыщенный режим работы камеры при больших напряжениях, приведенные на рис.6 зависимости имеют тенденцию к постоянному росту амплитуды. Кроме того, из рисунка видно, что, начиная с напряжения 3300 В, характер поведения газового усиления претерпевает очевидное изменение – проявляется более резкий его рост. Для наглядной демонстрации степени газового усиления в камере правая шкала на рис.6 соответствует значениям амплитуд, измеренных

непосредственно с сигнальных проволок с помощью осциллографа с входным сопротивлением 50 Ом.

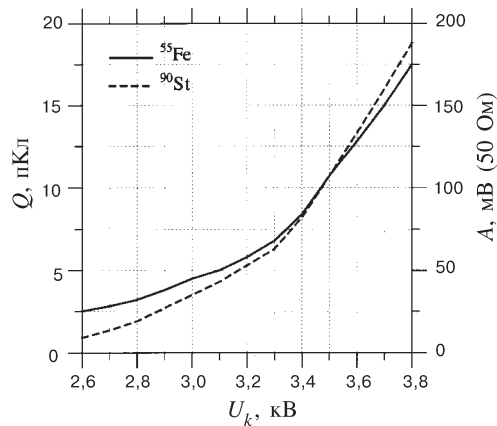


Рис. 6. Изменение средней амплитуды сигнала на аноде камеры от источников ^{55}Fe и ^{90}Sr в зависимости от напряжения на камере

зарядов существенно меньше времени развития лавины, то в ней с ростом плотности зарядов возможны процессы, приводящие к связыванию зарядов за счет кулоновских сил. Проявление этого механизма приводит к тому, что все медленные электроны остаются практически внутри ионного облака лавины, которая развивается за счет электронов, находящихся на ее фронте. Поэтому часть ионов, замыкаясь на медленные электроны и образуя некоторое подобие диполя, будет экранироваться ими от анодной проволоки и тем самым производить меньшую поляризацию на аноде, чем на катоде, т.е. действие этого механизма должно проявиться в различии амплитудных распределений, измеренных на аноде и катоде с ростом газового усиления.

Результаты таких измерений приведены на рис.7 с указанием величины напряжения на камере и величины ослабления сигналов. Видно, что при низком усилении ($< 10^5$) амплитуды импульсов на аноде и катоде имеют почти одинаковую форму распределения, при этом средняя амплитуда на аноде в 2,4 раза превышает среднюю амплитуду на катоде. При напряжении на камере, равном 3300 В, форма распределений начинает меняться. Это проявляется в том, что на амплитудном спектре импульсов с катода четко вырисовывается второй пик. Отношение средних амплитуд, определенное по первым пикам, составляет 2,2. С повышением напряжения на камере до 3800 В амплитуда второго пика возрастает, а отношение средних амплитуд (по первым пикам) становится равным 1,6. Наблюдаемое скачкообразное увеличение амплитуды

Как известно, поле пространственного заряда оказывает существенное влияние на развитие лавины. Ограничение области пропорциональности в проволочных камерах как раз и вызвано проявлением этого заряда, действие которого растет с ростом лавины. В сильноточном газовом разряде всегда присутствует большое количество медленных электронов, образовавшихся в результате потери энергии при неупругих соударениях с молекулами газа, торможения их полем ионного облака, и от лавин, образовавшихся от последующих кластеров ионизации. Так как временные масштабы релак-

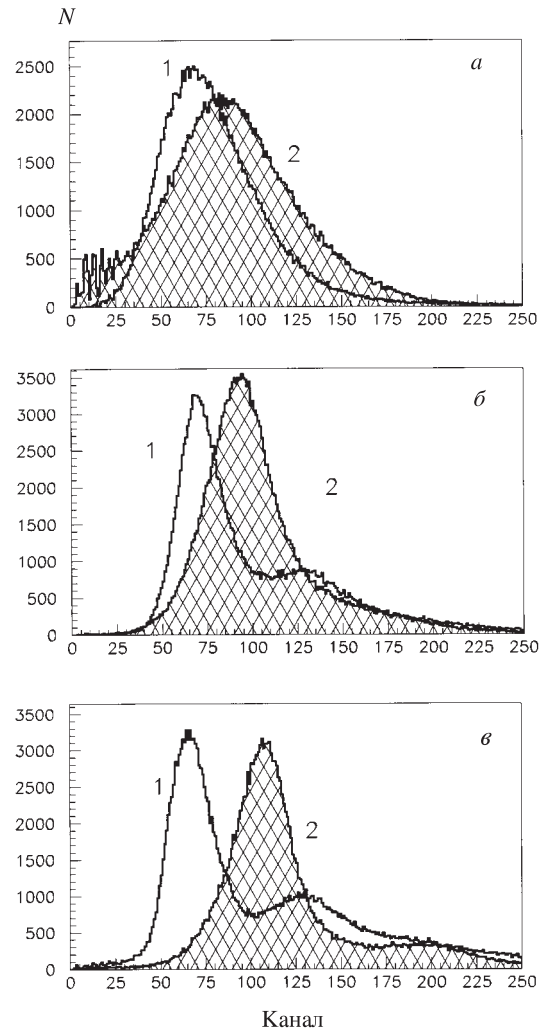


Рис. 7. Амплитудное распределение сигналов, измеренное при напряжении на камере
a) 2400 В: 1 – спектр катодных сигналов ослаблен на 6 дБ, 2 – спектр анодных сигналов ослаблен на 12 дБ; *б*) 3300 В: 1 – спектр катодных сигналов ослаблен на 34 дБ, 2 – спектр анодных сигналов ослаблен на 38 дБ; *в*) 3800 В: 1 – спектр катодных сигналов ослаблен на 40 дБ, 2 – спектр анодных сигналов ослаблен на 40 дБ

(примерно в два раза), согласно работе [3], связано с формированием в лавине катодонаправленного стримера.

Таким образом, различие амплитудных спектров с анода и катода камеры, проявляющееся с ростом усиления, может служить указанием на сложный механизм действия пространственного заряда внутри лавины, приводящий к возрастанию электрического поля на катодном конце ионного облака. Дополнительные экспериментальные данные, подтверждающие предположение о включении автоматического механизма для выравнивания зарядов противоположных знаков с ростом газового усиления, приводятся в п.8.1, 8.2, и 8.3.

6.2. Временные характеристики. Соотношение между дрейфовой $v_{др}^-$ и хаотической $\bar{v}$ скоростями электронов определяется выражением [21]:

$$\frac{v_{др}^-}{\bar{v}} = \frac{\sqrt{3\pi}}{4} \sqrt{\delta} \approx 0,8\sqrt{\delta}, \quad (6)$$

где δ – средние энергетические потери электрона в газе в отдельном акте столкновения. Из данного соотношения следует, что для повышения скорости дрейфа необходимо, чтобы дрейфующий электрон, испытывая значительные неупругие потери на возбуждение молекул газа, уменьшал свою среднюю энергию. "Охлаждение" дрейфующих электронов обычно достигается в столкновениях с молекулами "гасящего" газа. Этот процесс особенно эффективен в сильных электрических полях, когда электрон на длине свободного пробега способен получить значительную энергию, которую затем быстро потеряет на возбуждение электронных состояний молекул. При этом его направленная составляющая по полю резко возрастает.

Однако относительно проволочных камер этот прием повышения дрейфовой скорости необходимо связать с геометрией камеры, поскольку с добавлением "гасящей" примеси изменяется среднее значение E/p . Поэтому газовые смеси следует оптимизировать по минимуму временного джиттера для каждой геометрии отдельно [32].

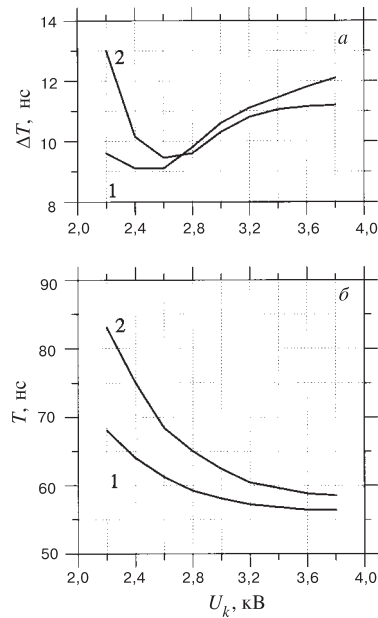


Рис. 8. Временные характеристики камеры: а) зависимость временного джиттера от напряжения на камере для анодных (1) и катодных (2) сигналов; б) изменение положения максимума во временных спектрах в зависимости от напряжения на камере для анодных (1) и катодных (2) сигналов

Согласно рекомендациям указанной работы, количество изобутана, добавляемого в CF_4 , оптимизировалось по минимальному джиттеру и составило 20%.

Изменение временного джиттера для камеры 2 (полная ширина на полувысоте) в зависимости от напряжения на камере показано на рис.8,а. Для анодного сигнала наблюдается очень слабое уменьшение величины джиттера с увеличением напряжения. После достижения минимума величина джиттера постоянно растет с ростом напряжения. Наблюдаемое поведение джиттера с изменением напряжения указывает, что, начиная с напряжения, соответствующего минимуму джиттера, скорость дрейфа электронов в области большого газового усиления постоянно снижается [32]. Аналогичные характеристики для камеры 1 можно найти в работе [13].

Несколько отличное поведение джиттера проявляется при временном анализе сигналов с катодов. Более крутое уменьшение джиттера и сдвиг его минимального значения вправо по напряжению определяется пороговыми эффектами компараторов из-за того, что амплитуда этих сигналов меньше амплитуды анодных сигналов более чем в два раза. Дополнительным фактором сдвига является большая емкость катода относительно земли, что приводит к интегрированию сигналов. С повышением напряжения величина джиттера катодных сигналов достигает минимального значения и затем выходит на плато.

На рис.8,б показано изменение положения среднего значения временных спектров для анодных (1) и катодных (2) сигналов в зависимости от напряжения на камере. Такой же эффект, связанный со смещением положения временных спектров в сторону меньших времен с повышением напряжения на камере, приведен в работе [34].

В заключение отметим, что измеренный минимальный джиттер полностью определяется флуктуациями во времени дрейфа первых электронов, образовавшихся вблизи плоскости анода, на длине, равной половине шага между анодами [32].

Весьма поразительным является поведение временных распределений сигналов с анодных проволок в зависимости от напряжения на камерах. На рис.9

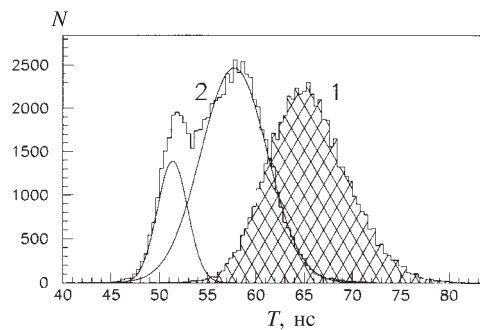


Рис. 9. Временные распределения сигналов с анода камеры: 1 — $U_k = 2400$ В; 2 — $U_k = 3700$ В

приведены два временных спектра, измеренных при 2400 и 3700 В. Обращает на себя внимание не только их сдвиг относительно друг друга во времени, но и сильное изменение формы распределений. Спектр 1, полученный при напряжении 2400 В, хорошо описывается распределением Гаусса и свидетельствует о том, что распределение электронов по скоростям приближается к максвелловскому. Спектр 2, полученный при напряжении 3700 В, говорит о явном нарушении максвелловского распределения и свидетельствует о наличии в лавине по крайней мере двух групп электронов – “быстрых” и “медленных”.

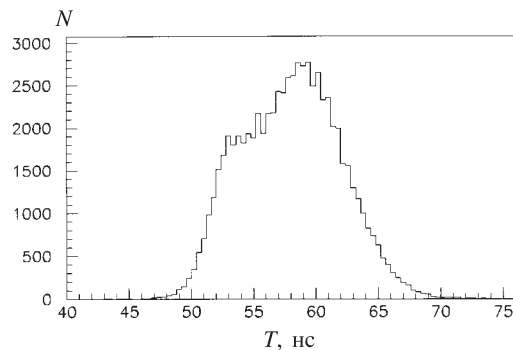


Рис. 10. Временной спектр сигналов с анода камеры при $U_K = 3100$ В

Разделение электронных лавин по скоростям начинает проявляться во временных спектрах при напряжении 2700 В (рис.10) и усиливается с повышением напряжения. Разность между средними значениями (рис.9) для спектра 1 и “медленными” электронами спектра 2 составляет 8 нс, а для “быстрых” – 12 нс. То, что “быстрые” электроны опережают основную часть электронов лавины более чем на 7 нс (рис.9), означает, что скорость дрейфа “медленных” электронов в области лавинообразования падает. Наблюдаемое увеличение временного джиттера в области больших усилений (рис.8,а) обусловлено постоянным ростом временного интервала между “медленными” и “быстрыми” электронами с ростом напряжения на камере. Смещение временных спектров (рис.8.б и 9) с повышением напряжения на камере не может быть объяснено за счет повышения скорости дрейфа электронов, так как при этом величина джиттера должна уменьшаться. На самом же деле в поведении джиттера проявляется обратный эффект (рис.8). Причина такой зависимости связана с процессом развития лавины и будет объяснена в п.8.2. Доля “быстрых” лавин, содержащихся в спектре 2, может быть определена, если спектр представить в виде суммы двух спектров, описываемых распределением Гаусса. Такая операция показана на рис.9, из которого следует, что доля “быстрых” электронных лавин при напряжении 3700 В составляет 31%. Следует отметить, что временные распределения сигналов с катода аналогичны временным распределениям сигналов с анода камеры.

Отметим, что с ростом газового усиления в камерах наблюдается постепенное укорочение длительности анодных сигналов. Если в пропорциональ-

ном режиме длительность анодных сигналов на уровне 0,1 от максимума амплитуды равна примерно 20—40 нс, то в сильноточном режиме длительность сигналов уменьшается до 5—10 нс. Форма укороченных сигналов полностью повторяет форму сигнала, приведенного в [28] на рис.8.

6.3. Счетные характеристики. Стендовые испытания камер с помощью радиоактивного источника ^{90}Sr проводились при пороге регистрации 1 мкА. Рабочее плато эффективности составило 1600 В и находилось в интервале 2200÷3800 В. Эффективность регистрации равнялась 99%. В области низких напряжений использовались усилители с коэффициентом усиления 500, специально разработанные для работы камер в условиях больших нагрузок. В области усиления 10^6 эти усилители были заменены на другие, с коэффициентом усиления 10. При пороге регистрации 5 мкА рабочее плато находится в интервале 2200÷3800 В для камеры 1 и 2100÷3900 В для камеры 2.

Эффективность регистрации, измеренная на пучке мюонов с интенсивностью 10^5 с^{-1} при пороге срабатывания усилителей-формирователей 1,5 мкА, составила 99,6% [23]. Измерение шумов камер проводилось во время остановки ускорителя. При напряжении 2900 В шумы с камер составляли 1 Гц на проволоку. В конце плато шумы с проволоки не превышали 10 Гц. Это положительное качество можно объяснить удачной конструкцией камеры, в которой отсутствует диэлектрик между анодом и катодами. В этом случае устраняется возможность накопления на диэлектрике электрических зарядов, утечка которых на электроды и является основным источником шумовых сигналов.

Изучение нагрузочных характеристик камер показало, что они не теряют эффективности при плотностях пучка вплоть до максимально достижимой ($2,3 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$) на канале 4А ускорителя У-70 [23].

Эффективность камеры в интервале газового усиления ($10^6 \div 10^7$) уменьшается с 99% до 97% и практически не меняется до нагрузок $10^5 \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$. Изменение порога регистрации до 50 мкА также не приводит к потере эффективности.

Все приведенные выше амплитудные, временные и счетные характеристики очень стабильны во времени. Длительное испытание камер при напряжении, соответствующем концу плато (3800 В), ни разу не привело к искровому пробою. Со временем, вследствие старения камеры из-за высокого газового усиления, наблюдается уменьшение амплитуды сигналов в среднем на 20% при создании на проволоках суммарного заряда с линейной плотностью 0,5 Кл/см. При дальнейшей работе изменений в камере не наблюдается вплоть до зарядов 5 – 6 Кл/см. Такое поведение камеры практически полностью совпадает с поведением описанной в работе [30] камеры №2.

Приведенные выше основные характеристики сильноточного режима вызывают ряд вопросов, к наиболее важным из которых могут быть отнесены следующие.

1. Какова природа механизма газового разряда, позволяющего достичь усиления электронной лавины до $(5 \div 10) \cdot 10^7$?
2. Что является причиной укорочения длительности сигналов до $5 \div 10$ нс по основанию на уровне 0,1 от максимума амплитуды?
3. Почему при газовом усилении 10^7 эффективная работа камеры сохраняется вплоть до плотности пучка, равной $10^5 \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$?
4. Следствием каких причин является наблюдаемое постоянное "уменьшение времени пролета" фронтальных электронов лавины к аноду с увеличением напряжения на камере?
5. Чем вызвано изменение распределения электронов по скоростям, проявляющееся в провалах во временных спектрах при высоких значениях газового усиления?

Ни один из известных в настоящее время механизмов газового разряда не дает основания полностью ответить на эти вопросы.

Если предположить, как авторы работы [28], что с повышением напряжения на камере газовый разряд плавно переходит в самогасящийся стримерный режим, то тогда достигаются большие импульсы тока. Но при этом указанный механизм не дает ответа на остальные вопросы и, в частности, на причины укорочения длительности сигналов и высокого быстродействия, которое более чем на два порядка превосходит скорость счета камеры, работающей в СГС-режиме [35].

Если же в основе сильноточного режима лежит таунсендовский лавинный механизм [11], то почему с повышением газового усиления вместо увеличения времени пролета электронов к аноду из-за тормозящего действия пространственного заряда [11] наблюдается его уменьшение и одновременное изменение в распределении электронов по скоростям (см. рис.9, 10 и рис.5 в работе [34]).

Относительно ответа на два последних вопроса, приведенных выше, можно найти указание на возможные причины в работах [36,37] и монографиях [21,38], из которых следует, что, начиная с определенного числа носителей в лавине ($\simeq 10^8$), поле пространственного заряда создает условия для непрерывного ускорения электронов, движущихся во фронте лавины. Это становится возможным благодаря тому, что фронтальные электроны лавины экранируются от положительного заряда медленными электронами, находящимися позади фронта и не способными оторваться от ионов. Именно поэтому для фронтальных электронов, находящихся в режиме ускорения, нарушается баланс между ускоряющим действием электрического поля, усиленного самими электронами, и тормозящими столкновениями их с нейтральными частицами газа, что и приводит к изменению распределения электронов по скоростям.

Принимая такое объяснение, следует отметить, что в настоящей работе эффект ускорения и изменения распределения электронов по скоростям начинает проявляться при числе носителей заряда в лавине, равном 10^7 , что находится значительно ниже значений, при которых электронная лавина переходит в стример. Наличие подобных эффектов при малом числе частиц в лавине требует дополнительного объяснения.

7. ИЗМЕРЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЛАВИНЫ ОСЦИЛЛОГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Ввиду важности изучения перехода лавины в стример, область перехода исследовалась более подробно. Насколько нам известно, разряды в неоднородных полях ранее не исследовались с привлечением сигналов, индуцированных на многих электродах камеры зарядом лавины у анодной проволоки.

Для получения более подробной информации о развитии электронной лавины во времени использовалась схема измерений, приведенная на рис.1. В логике выделения акта прохождения электрона через камеру использовалась одна анодная проволока 2, включенная на совпадение со сцинтилляционным счетчиком. Синхронизирующий сигнал для осциллографа вырабатывался схемой совпадения при поступлении сигнала с анодной проволоки 2. Это позволяло зафиксировать положение анализируемых сигналов с камеры на развертке осциллографа. Анализу подвергались индуцированные сигналы с объединенных анодных проволок 1 и 3 (в дальнейшем эти проволоки будут называться контрольными), с объединенных катодных плоскостей и анодный сигнал с проволоки 2. Сигналы с контрольных проволок измерялись одновременно либо с катодными, либо с анодными сигналами. При этом катодные и анодные сигналы ослаблялись на 20 дБ непосредственно перед входом в осциллограф. Все сигналы прямо с измеряемых каналов поступали на осциллограф через согласованные на обоих концах коаксиальные кабели с волновым сопротивлением 50 Ом. Время распространения сигналов с катода и анодных проволок до осциллографа было выравнено с точностью $\pm 0,2\%$ и составляло $(50 \pm 0,1)$ нс. Измерения проводились с помощью цифрового двухканального осциллографа фирмы "Tektronix", модель TDS 380 (частота оцифровки 2 ГГц).

Цель измерений состояла в получении данных о моментах появления анализируемых сигналов во времени относительно друг друга, а также в наблюдении за изменением временных и амплитудных характеристик сигналов при увеличении напряжения на камере.

Измерения проводились для шести различных газовых наполнений камеры. Газовая смесь приготавливалась в различных соотношениях и комбинациях с помощью ротаметров из следующего ассортимента: CF_4 , C_4H_{10} , Ar

и насыщенные при температуре 25 °С пары ацетона, изопропилового спирта и ртути. Чистота газов соответствовала промышленным стандартам и составляла для CF_4 – 99,7%, Ar – 99,997%, C_4H_{10} – 99,99%. В каждой серии измерений, соответствующей конкретному газовому наполнению, минимальное напряжение на камере определялось возможностью наблюдать сигналы непосредственно с контрольных проволок при чувствительности осциллографа 2 мВ/дел. Результаты проведенных измерений показаны на рис.11—14. Осциллограммы, приведенные на рисунках, получены путем усреднения 256 событий. Форма одиночных событий практически ничем не отличается от формы сигналов, полученных усреднением. Сигналы отличаются только амплитудами, имеющими распределение, связанное с флуктуациями в наблюдаемых процессах.

Осциллограммы, представленные в левых квадратах, содержат информацию о развитии электронной лавины и анализируемых сигналов в интервале 100 нс, а на правых – за первые 30 нс этого интервала. Различные временные масштабы позволяют наблюдать амплитудные и временные характеристики сигналов, а также изменение их формы с изменением газового усиления. С другой стороны, это позволяет более точно контролировать и измерять моменты появления сигналов относительно друг друга. По оси ординат отложены амплитуды анализируемых сигналов в милливольтках, измеренные на нагрузке 50 Ом. Из-за различия значений амплитуд с катода и анода масштаб по оси ординат для этих величин в некоторых случаях имеет разные значения. Для каждой серии осциллограмм указаны состав газа и значение высокого напряжения, при котором они получены.

8. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис.11—14 представлены осциллограммы, иллюстрирующие практически все характеристики развития лавины, и их зависимость от режима работы камеры.

8.1. Временная корреляция сигналов. Из осциллограмм на рис.11—14 хорошо видно, что при работе камеры с малым газовым усилением (до 10^5) все анализируемые сигналы индуцируются на соответствующие электроды практически одновременно. С ростом газового усиления эта корреляция нарушается и, начиная с усиления 10^5 , сигнал на катоде начинает появляться с задержкой относительно момента появления сигналов на других электродах. Например, при работе камеры с газовым наполнителем $80\%\text{CF}_4 + 20\%\text{C}_4\text{H}_{10}$ (рис.11,а–в) эффект задержки катодного сигнала проявляется практически при работе камеры в пропорциональном режиме ($V = 2300$ В). Видно, что величина задержки имеет сильную зависимость от напряжения на камере. Максимальное значение задержки достигается при напряжении 2600 В и равно

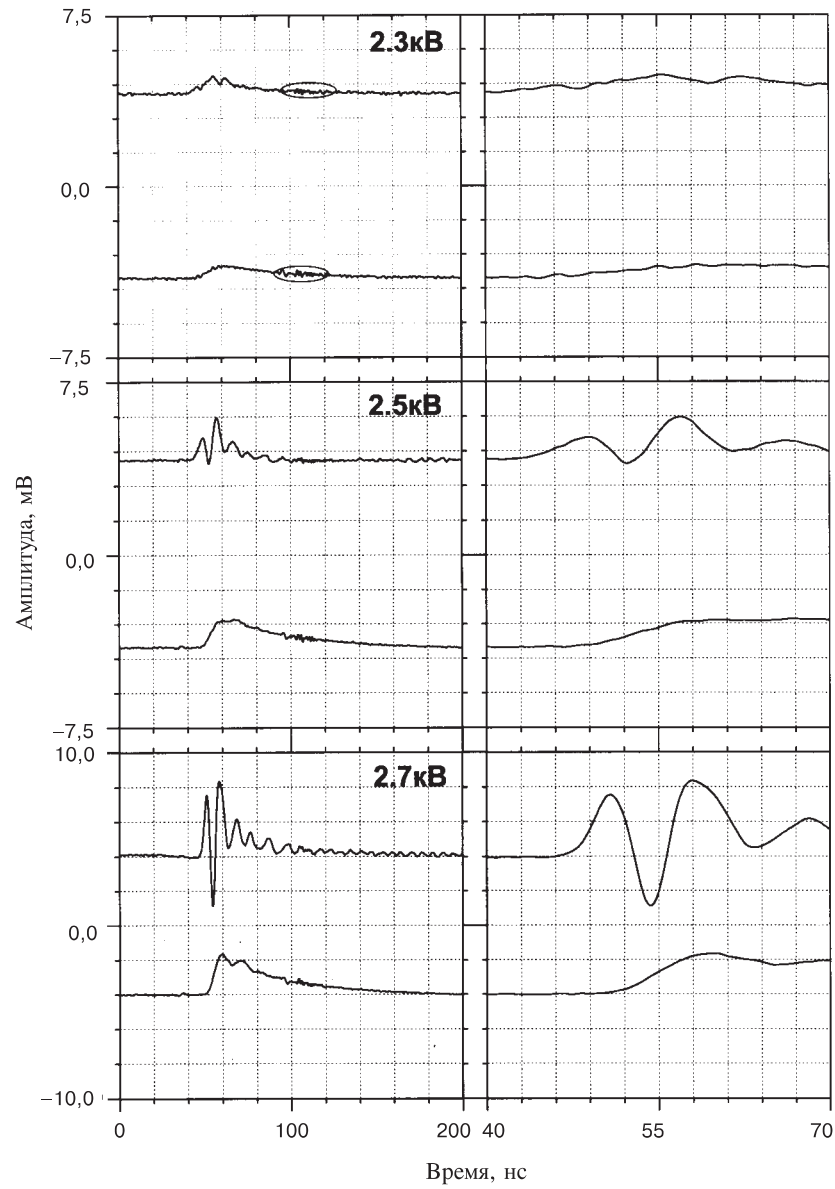


Рис. 11. Осциллограммы сигналов с контрольных проволок (верхние) и с катода (а–г) или анода (д) при наполнении камеры газовой смесью 80% CF_4 + 20% C_4H_{10} (а, б, в) или 95% CF_4 + 5% C_4H_{10} (г, д). Напряжение на камере указано на осциллограммах. Ослабление катодных сигналов (нижние осциллограммы) 20 дБ (а, б, в) и 10 дБ (г), анодных (д) — 12 дБ

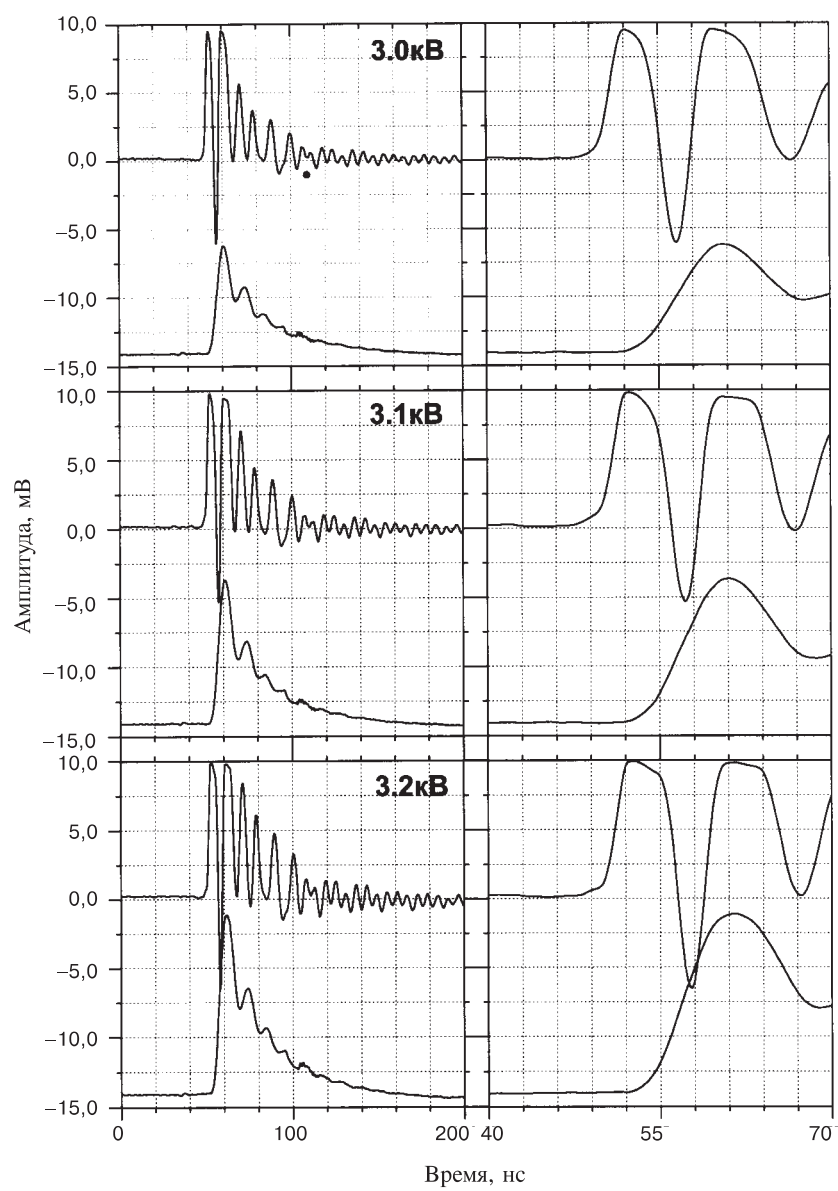


Рис. 116

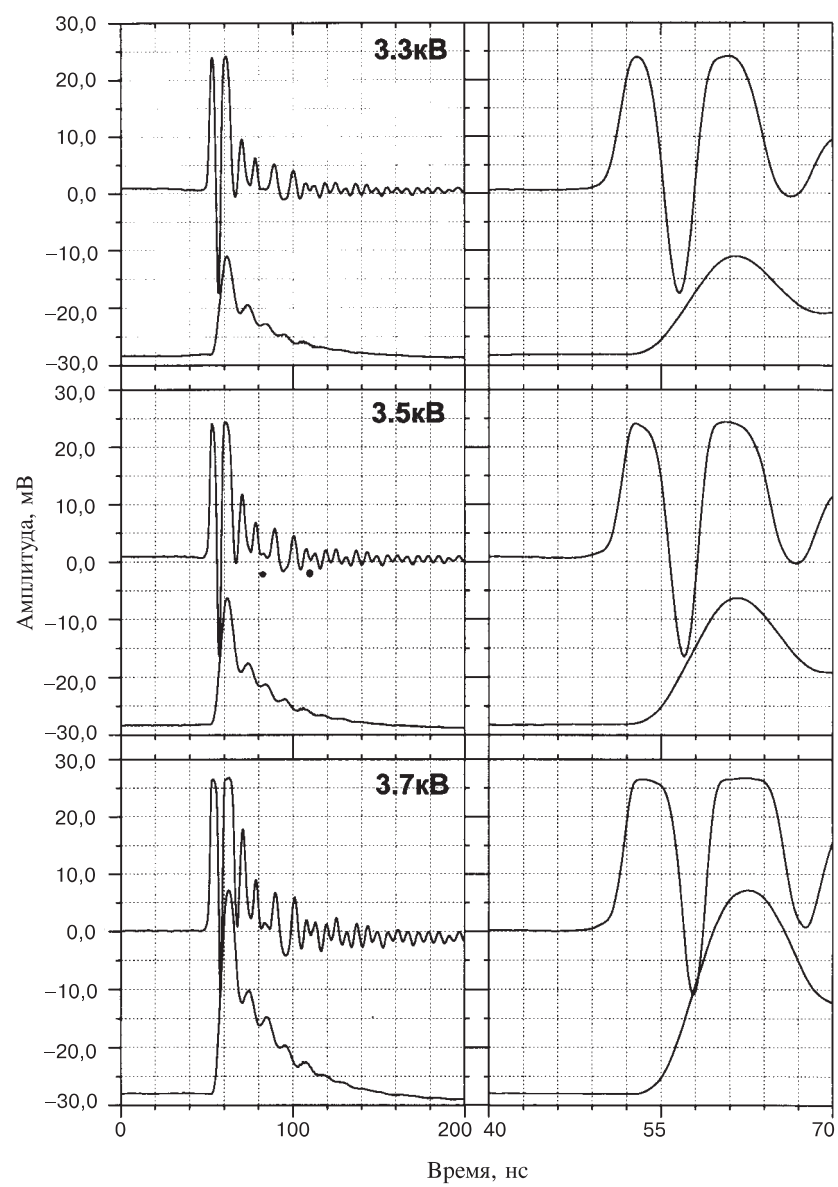


Рис. 116

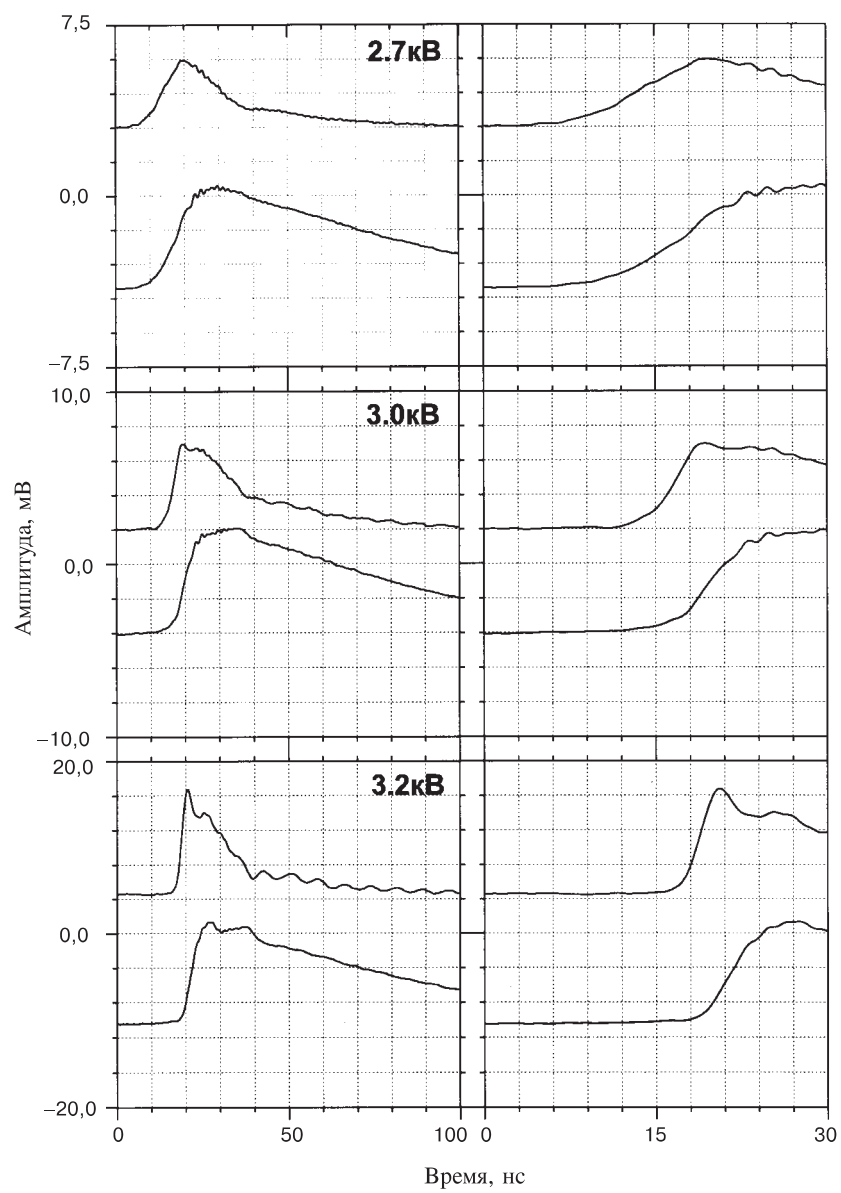


Рис. 11г

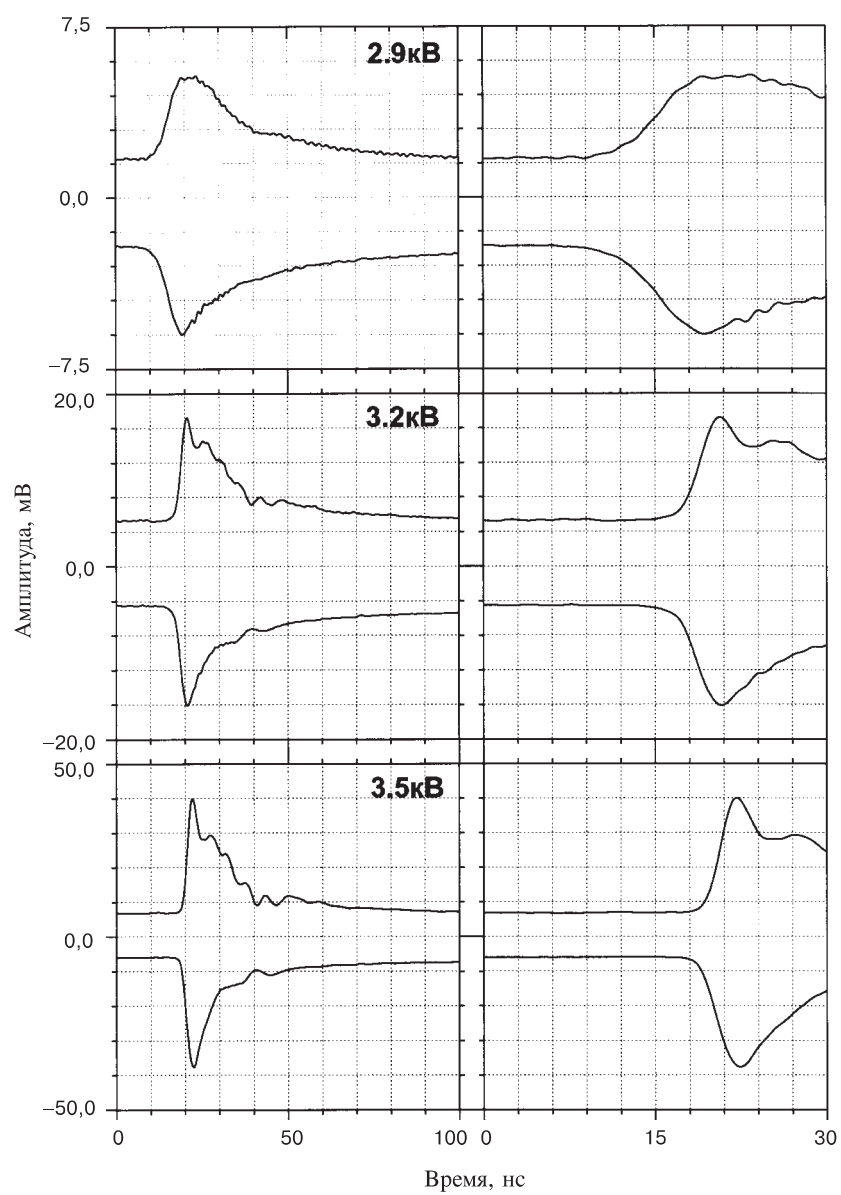


Рис. 110

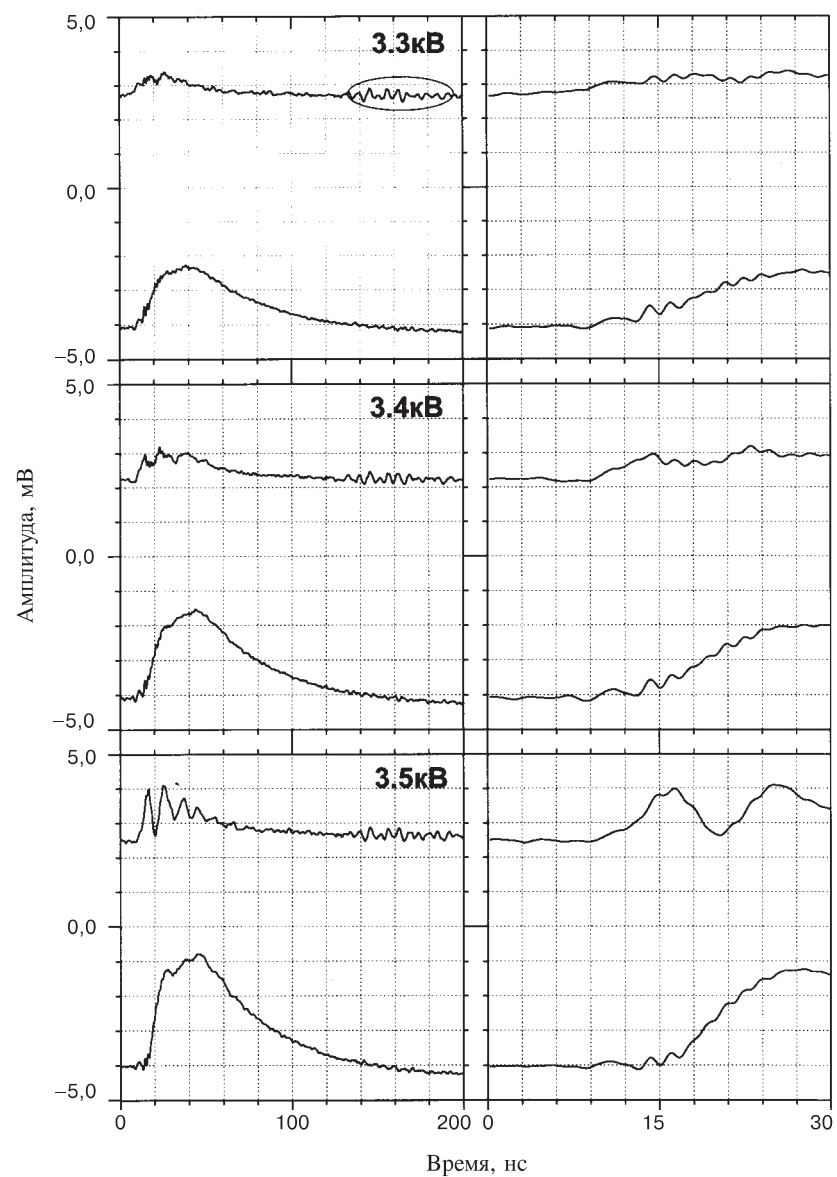


Рис. 12. Осциллограммы сигналов с контрольных проволок (верхние) и с катода (а) или анода (б) при наполнении камеры газовой смесью 70%Ar + 30%С₄Н₁₀. Напряжение на камере указано на осциллограммах. Ослабление катодных сигналов 20 дБ (а), анодных (б) — 12 дБ (нижние осциллограммы)

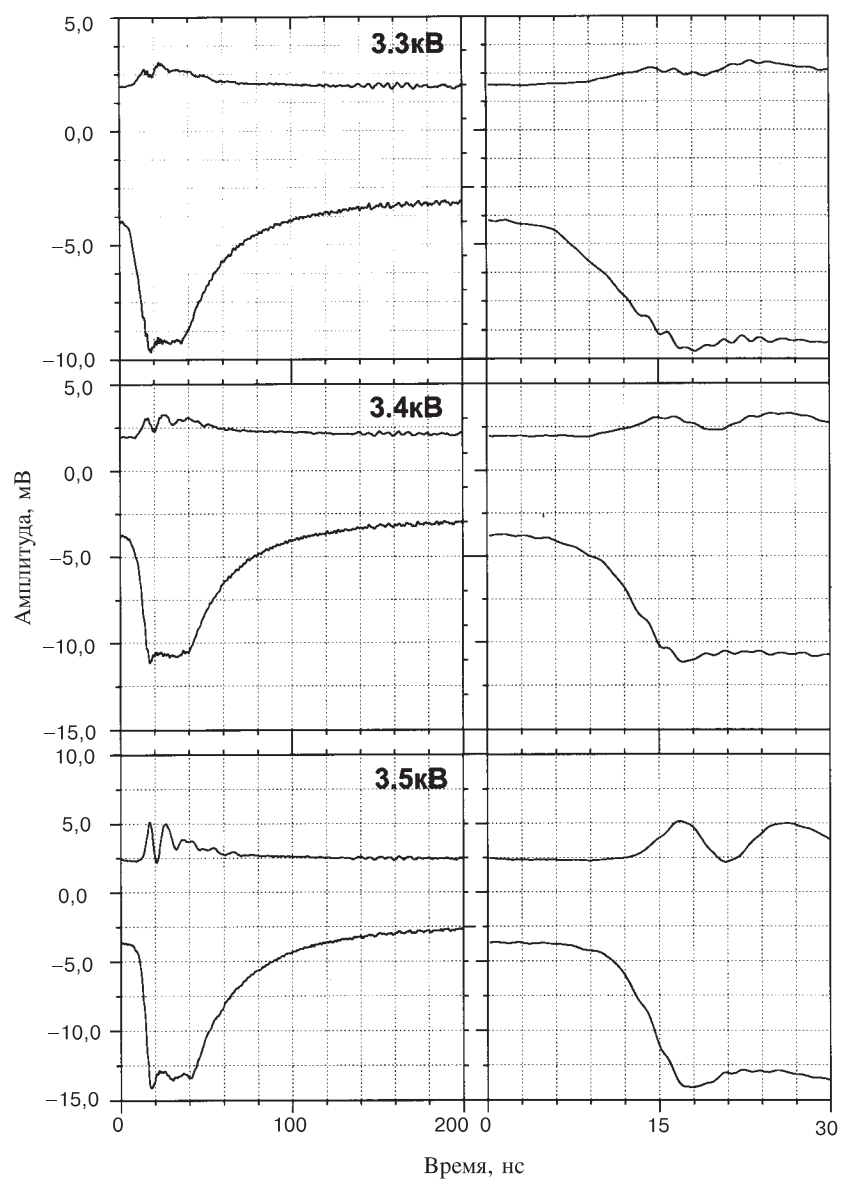


Рис. 126

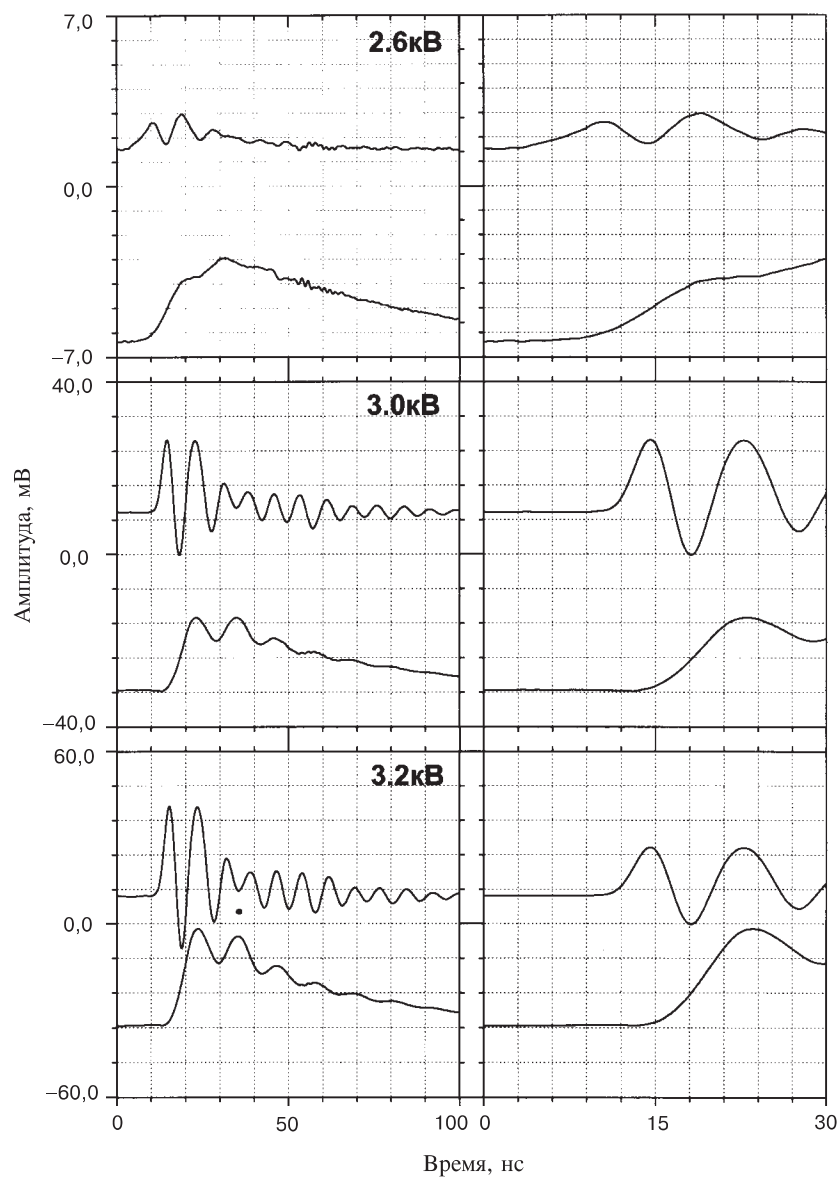


Рис. 13. Осциллограммы сигналов с контрольных проволок (верхние) и с катода (а) или анода (б) при наполнении камеры газовой смесью $85\% \text{CF}_4 + 13\% \text{C}_4\text{H}_{10} + 2\% \text{CO}(\text{CH}_3)_2$. Напряжение на камере указано на осциллограммах. Ослабление катодных сигналов (а) 10 дБ и анодных (б) 12 дБ (нижние осциллограммы)

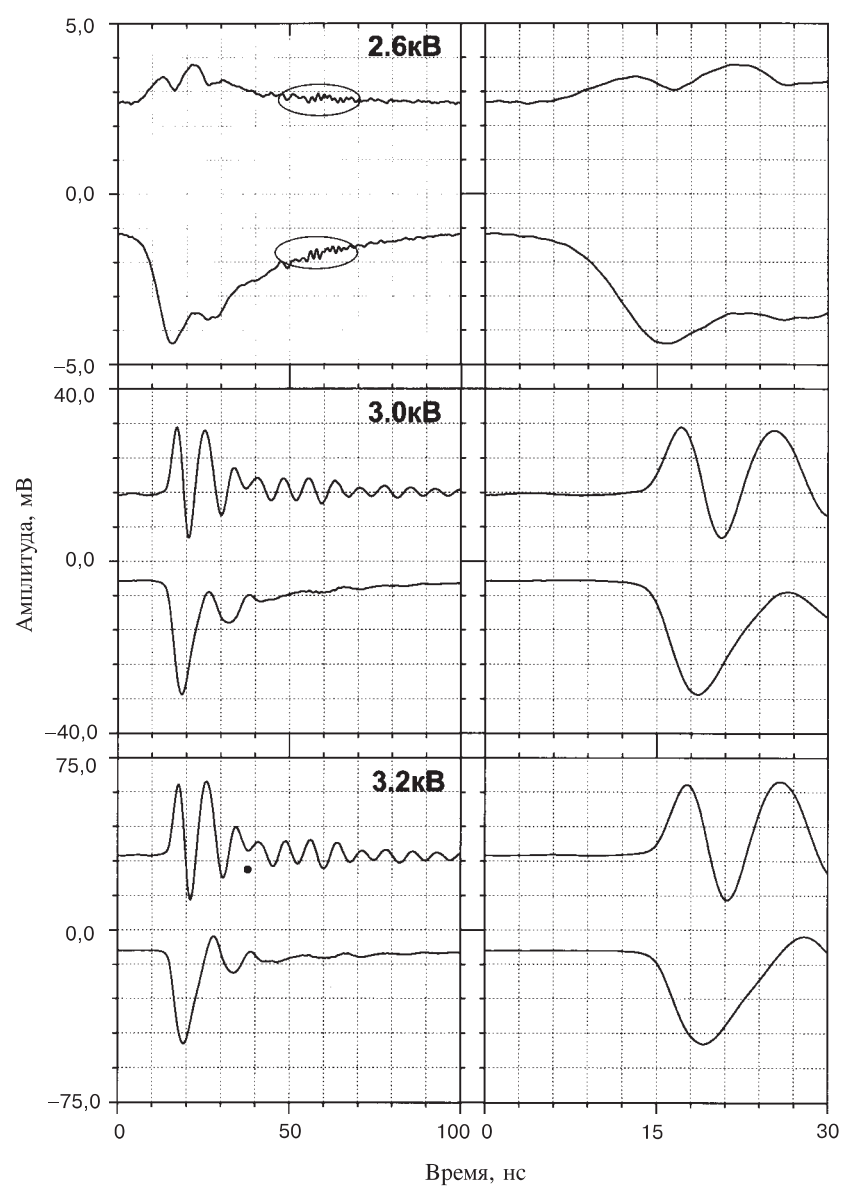


Рис. 136

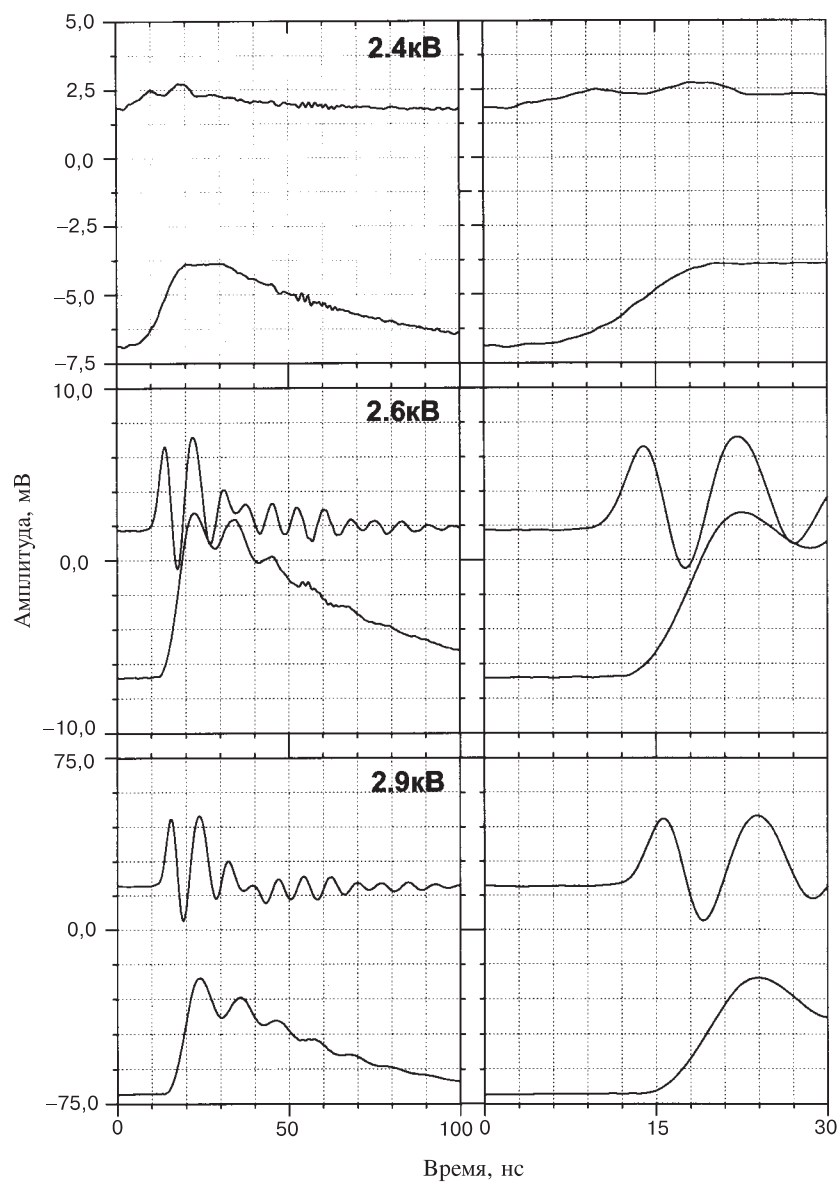


Рис. 14. Осциллограммы сигналов с контрольных проволок (верхние) и с катода (а) или анода (б) при наполнении камеры газовой смесью $90\%CF_4 + 10\%C_4H_{10} + 2,5 \cdot 10^{-4}Hg$. Напряжение на камере указано на осциллограммах. Ослабление катодных сигналов (а) 10 дБ и анодных (б) 12 дБ (нижние осциллограммы)

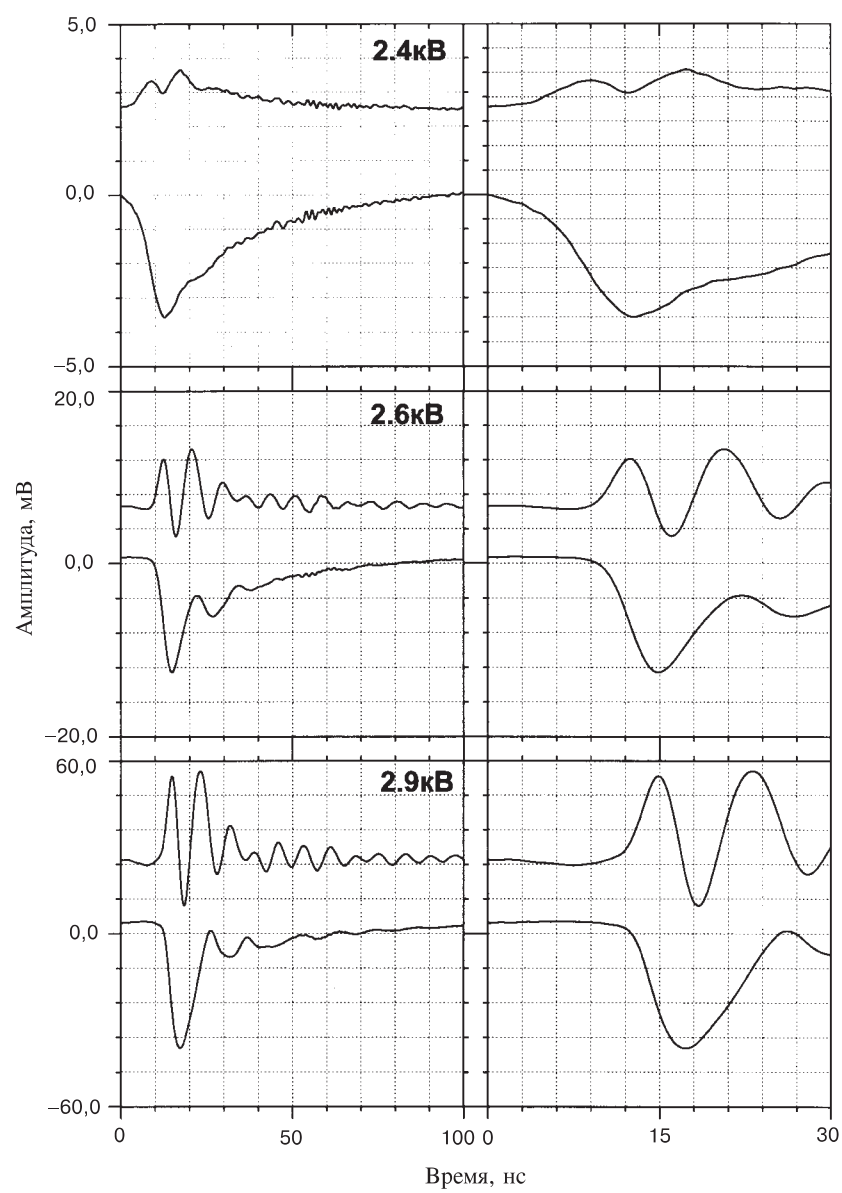


Рис. 146

времени нарастания амплитуды первого пика на контрольных проволоках до максимального значения. При напряжении на камере ≥ 2600 В величина задержки не меняется. Аналогичная зависимость в различной степени имеет место и для других газовых составов. Сильное отклонение в поведении задержек катодного сигнала наблюдается при работе камеры с газовыми составами $95\%CF_4 + 5\%C_4H_{10}$ и $70\%Ar + 30\%C_4H_{10}$. Для первого из них (рис.11,2,d) задержка проявляется только при напряжении 3100 В, а при 3200 В задержка составляет всего 2,3 нс, хотя при данных напряжениях камера работает в ограниченно пропорциональном режиме с усилением $> 10^6$. Для второго состава газа (рис.12) задержка катодного сигнала практически отсутствует.

Из сравнения моментов появления сигналов на аноде и контрольных проволоках видно, что во всем диапазоне изменения высокого напряжения на камере данные сигналы образуются одновременно (рис.11d, 12б, 13б, 14б).

Наблюдаемую закономерность появления сигнала на катоде можно объяснить следующим образом. При напряжениях на камере, соответствующих газовому усилению $< 10^5$, лавина имеет еще низкую плотность n_+ и n_- заряженных частиц, поэтому взаимодействие заряженных частиц в лавине ничтожно и заряды разных знаков свободно дрейфуют к соответствующим электродам независимо друг от друга. В результате движения зарядов в цепи начинает течь ток, представляющий собой сумму электронного и ионного тока [39]:

$$i = i_+ + i_- = \frac{E}{V} (n_+ v_{др}^+ + n_- v_{др}^-) . \quad (7)$$

Отношение напряженности электрического поля E к разности потенциалов V , приложенной к камере, определяется геометрией камеры. В этом случае под воздействием движущихся зарядов лавины на электродах камеры одновременно индуцируются сигналы соответствующей полярности. Появление задержки в индукции сигнала на катод означает, что скорость дрейфа ионов $v_{др}^+$ в течение этого времени практически равна нулю. При низкой плотности лавины это может быть только в случае, когда ионы, находящиеся в хвосте лавины, замыкаясь на электроны, испытывают сильное взаимное торможение и одновременно экранируют катод от электронов, движущихся к аноду.

Однако это не единственный процесс в лавине, приводящий к торможению ионов. В сильноточной лавине уменьшение эффективной скорости дрейфа ионов может проходить при столкновениях с возбужденными молекулами, а также в процессах перезарядки [22]. Направленное движение ионов в электрическом поле может быть также нарушено в процессе столкновения с молекулами газа. Понятно, что действие этих процессов на развитие лавины проявляется только при высоких плотностях, когда число носителей заряда в лавине близко к критическому значению, равному 10^8 [38]. Когда же лавина имеет низкую плотность, торможение ионов может осуществляться только при включении в развитие лавины амбиполярной диффузии [40] за счет дей-

ствия кулоновских сил, которые проявляются в связывании зарядов противоположного знака. Включение этого процесса проявляется прежде всего в том, что начинается торможение электронов лавины, а самосогласованное поле электронов [20] начинает влиять на скорость дрейфа ионов. Как известно из физики газового разряда, при высоких плотностях лавины ($\geq 10^{12} \text{ см}^{-3}$) амбиполярная диффузия способна привести не только к полному уничтожению скорости дрейфа ионов, но и к изменению направления движения ионов [21].

Поскольку ионы и электроны в лавине перекрываются и дрейфуют с разной скоростью в противоположных направлениях, то дрейф в лавине неизбежно приведет к разделению зарядов и к возникновению электрического поля, стремящегося устранить возникшее разделение. Чем выше плотность лавины, тем меньше масштабы разделения зарядов в пространстве и во времени и тем сильнее проявляется автоматический механизм для выравнивания зарядов противоположных знаков. Движение частиц в ней происходит таким образом, что ионы не могут оторваться от электронов [17]. Если разность потенциалов на длине разделения становится сравнимой по абсолютной величине с разностью потенциалов, создаваемой на этой длине внешним источником, то скорость ионов и электронов будет близка к нулю. По мере развития лавины подобный процесс будет нарастать и распространяться в направлении к аноду вследствие роста плотности зарядов и более интенсивного проявления торможения электронов. Стремление к установлению квазинейтральности приведет к тому, что с развитием лавины все большая часть медленных электронов будет тормозиться как внутри положительно заряженного облака, так и на фронте лавины. Естественно, что этот процесс приведет к ослаблению действия внешнего поля внутри лавины из-за кулоновского экранирования (2) [42]. В то же время для части передних электронов, вследствие роста поля между ними и анодом, условия резко изменяются: электроны переходят в режим непрерывного ускорения (см. рис.9) и интенсивно ионизуют молекулы газа, так как затормозившиеся ионным облаком электроны, находящиеся перед облаком, будут замыкать на себя ионы, образованные быстрыми электронами [21].

Описанная выше картина есть часть динамики развития лавины, и она важна с точки зрения процесса образования сигналов на электродах камеры. Действительно, почему сигнал на катоде появляется при низком усилении в камере одновременно с другими сигналами, а с повышением газового усиления он начинает задерживаться? Если все анализируемые сигналы отвечают одному и тому же току через камеру и внешнюю цепь, то, согласно теореме Рамо — Шокли [5], эти сигналы должны появляться всегда одновременно. С другой стороны, как было сказано выше, движение зарядов к аноду экранируется от катода практически неподвижным ионным слоем. Если это так, то в цепи вообще не может течь ток до тех пор, пока экранировка существует.

Но, тем не менее, сигналы на анодных электродах образуются. Причина состоит в следующем: в проволочных камерах плотность частиц лавины в направлении к аноду сильно неоднородна, а высокая плотность лавины создает сильное экранирование зарядов от внешнего электрического поля. Это обстоятельство обязательно вызовет диффузионный ток, который стремится устранить создавшийся градиент плотности. Полный ток, как правило, должен состоять из дрейфовых и диффузионных частей. При этом плотности потоков электронов и ионов представляются выражением [21]:

$$\Gamma_{\pm} = \pm n_{\pm} \mu_{\pm} E - D_{\pm} \nabla n, \quad (8)$$

где μ , D – коэффициенты подвижности и диффузии для электронов и ионов; E – электрическое поле, равное сумме внешнего поля и поля поляризации, вызванного разделением зарядов и градиентом плотности; n – плотность частиц в единице объема.

Плотность тока j в этой ситуации на основании (8) будет равна [21]:

$$j = e(\Gamma_{-} - \Gamma_{+}) = (D_{-} - D_{+})e \nabla n + (\mu_{-} + \mu_{+})Een, \quad (9)$$

а электрическое поле, равное сумме внешнего поля, ответственного за ток через камеру, и поля поляризации, вызванного наличием градиентов в лавине, представляется выражением

$$E = \frac{j}{e(\mu_{-} + \mu_{+})n} - \frac{D_{-} - D_{+}}{\mu_{-} + \mu_{+}} \frac{\nabla n}{n}. \quad (10)$$

Так как $D_{-} \gg D_{+}$, то при сильной экранировке внешнего поля в лавине плотность тока согласно (9) будет определяться в основном диффузионной частью $j \approx eD_{-} \nabla n$, т.е. главным переносчиком тока становится свободная диффузия электронов [21]. Поэтому, возвращаясь к нашей проблеме, можно понять, что если тока в цепи нет, то внешний источник питания не совершает работы по разделению связанных зарядов, и что электроны внутри лавины не получают энергию от поля и не могут тянуть за собой ионы. Образно говоря, динамическая система, бурно развивавшаяся в течение нескольких наносекунд, начинает консервироваться. Процесс продолжается до тех пор, пока не пойдет диффузионный ток. Заряд, приобретенный анодной проволокой 2 (рис.1) по мере достижения ее дрейфующими фронтальными и диффундирующими электронами, вызовет за счет электростатической индукции перераспределение зарядов обратного знака на всех соседних проволоках, электрическое поле которых уменьшает потенциал проволоки 2. Потенциалы же проволок 1, 3 и других повысятся. Возникшее при этом электрическое поле изменяется во времени в соответствии с изменением заряда, поступающего на анодную проволоку 2 из лавины. Анодные проволоки связаны между

собой емкостной связью и, как правило, соединены через нагрузочные сопротивления с общим проводом, идущим к "плюсу" высоковольтного источника. Так как ток через источник и камеру отсутствует, то диффузионный электронный ток благодаря изменяющемуся электрическому полю замыкается на соседние анодные проволоки через межанодные емкости и нагрузочные сопротивления. Причем ток, протекающий через сопротивление проволоки 2, равен сумме токов, идущих через остальные сопротивления.

Практически с началом протекания электронного тока начнется усиление экранирования анода пространственным зарядом ионов, что вызовет понижение внешнего поля вблизи анода и повышение его в направлении к катоду. Под действием градиента плотности и усиленного электрического поля ионы облака и связанные с ними электроны начнут перемещаться из области с более высокой плотностью и более слабым полем в область с пониженной плотностью и более сильным полем, т.е. начнется амбиполярная диффузия и амбиполярный дрейф зарядов вдоль неоднородного электрического поля. Амбиполярный поток зарядов характеризуется отношением [21]:

$$\frac{D_E}{D_a} = \frac{E^2}{4\pi n k T} = \frac{\{E[\text{В/см}]\}^2}{1,8 \cdot 10^{-6} n T[\text{эВ}]}, \quad (11)$$

где D_E – эффективный коэффициент диффузии при амбиполярном дрейфе; D_a – коэффициент амбиполярной диффузии.

Из (11) видно, что в проволочных камерах амбиполярный дрейф начинает преобладать над амбиполярной диффузией, если поле пространственного заряда $E > 10^2$ В/см, а концентрация частиц в лавине $n = 10^{10}$ см⁻³. Данные значения реализуются в проволочной камере уже при газовом усилении 10^5 .

Скорость перемещения амбиполярного потока будет равна [43]:

$$v = \mu_+ E - \frac{D_+}{n_+} \frac{dn_+}{dx}, \quad (12)$$

где E – электрическое поле вдоль движения ионов, равное сумме внешнего поля и поля пространственного заряда.

Перекачивание пространственного заряда в направлении хвоста лавины приведет в движение электроны, удерживаемые экранирующим ионным слоем, что, в свою очередь, позволит этому слою начать движение к катоду и, производя его поляризацию, вызвать ток во всей цепи. Электроны же, освободившиеся от ионного слоя, будут частично заторможены в плотном ионном облаке.

В заключение приведем оценку масштаба разделения зарядов в экранирующем слое. При напряжении на камере 2,5 кВ и газовом наполнении 80% CF₄ + 20% C₄H₁₀ величина задержки катодного сигнала равна $t \approx 6$ нс (рис.11,а). Временной джиттер сигналов на аноде в этом случае равен

$\Delta t = 9,2$ нс (рис.8,*a*). Так как джиттер полностью определяется флуктуациями во времени дрейфа первых электронов, образовавшихся вблизи плоскости анода, на длине, равной половине шага S между анодами [32], то скорость дрейфа электронов будет равна

$$\frac{S}{2\Delta t} = \frac{0,1}{9,2 \cdot 10^{-9}} = 1,1 \cdot 10^7 \text{ см/с.} \quad (13)$$

При данной скорости электронный слой за первую наносекунду задержки катодного сигнала сместится относительно ионного слоя на расстояние $10^{-9} \cdot 1,1 \cdot 10^7 = 1,1 \cdot 10^{-2}$ см. На самом деле реальная длина разделения должна быть существенно меньшей, т.к. электроны при своем движении испытывают влияние сдерживающих кулоновских сил. Поэтому их скорость дрейфа будет падать и полностью прекратится, когда, как отмечалось выше, на длине разделения установится равенство разности потенциалов. С этого момента состояние и конфигурация электронного слоя будут определяться состоянием ионного слоя.

8.2. Время развития лавины. Информацию об этой очень важной характеристике лавины дают сигналы, образующиеся на контрольных проволоках. Согласно приведенным осциллограммам на рис.11—14, время развития лавины $\tau_{\text{Л}}$ равно времени нарастания первого пика (верхние осциллограммы) до максимальной амплитуды. То, что иллюстрируется на осциллограммах за первым пиком, отвечает другим процессам, возникающим в лавине после ее завершения. Эти процессы будут рассмотрены в п. 8.3.

На осциллограммах хорошо видно, что время развития лавины зависит как от величины газового усиления в камере, так и от состава газовой смеси. Общим для всех газовых смесей и практически не зависящим от величины газового усиления является очень низкая скорость развития лавины на ее начальном этапе, связанная с диффузионным током (см. п. 8.1). Время этого этапа составляет почти половину от полного времени развития лавины и находится в интервале от 2,5 нс для смеси 80% CF_4 + 20% C_4H_{10} при $\tau_{\text{Л}} = 5$ нс до 5 нс для смеси 95% CF_4 + 5% C_4H_{10} при $\tau_{\text{Л}} = 12$ нс. С другой стороны, с ростом усиления во всех газовых смесях $\tau_{\text{Л}}$ стремится к пределу, равному 4,5 нс. Однако достигается этот предел в каждой смеси при разных значениях газового усиления (рис.15).

Интересной стороной полученных результатов является то, что предельное значение $\tau_{\text{Л}}$ в каждой газовой смеси достигается при газовом усилении, которое соответствует установлению максимальной задержки катодных сигналов.

Если лавина достигла своего минимального времени развития, то это означает, что скорость движения основной части электронов в процессе торможения объемным зарядом достигла своего минимального значения, вслед

за которым электроны эффективно связываются ионами. Именно с этого момента дальнейшее усиление в лавине происходит главным образом за счет фронтальных электронов, которые, как отмечалось в п. 8.1, имеют для этого благоприятные условия.

Из рис.15 видно, что необходимая плотность лавины, при которой завершается торможение и связывание зарядов, в разных смесях достигается при разных газовых усилениях: чем тяжелее газ, тем при меньшем усилении и времени она достигается. Дальнейшее изменение плотности частиц в лавине будет определяться только оставшимся расстоянием до анода, которое должны будут пройти фронтальные электроны. Очень полезной является информация о времени развития лавины до того, как оно достигнет насыщения (рис.15), так как это время хорошо отражает поведение скорости дрейфа электронов в области лавинообразования в условиях возрастающего действия на них пространственного заряда.

Кажущееся уменьшение времени сбора электронов на анод камеры (рис.8,б) объясняется на самом деле сильным уменьшением фронта сигналов с повышением напряжения. Из осциллограмм хорошо видно, что с повышением напряжения до 3,5 кВ длительность фронта анодных сигналов на рис.13,б и 14,б уменьшилась более чем в два раза и составила 6 и 11 нс соответственно. По этой же причине с повышением напряжения все осциллограммы сдвигаются вправо.

8.3. Электростатические колебания ионов и ионный звук. В п. 8.1 было отмечено, что движение электронов, удерживаемых экранирующим ионным слоем, связано с перекачиванием ионного облака в направлении катода. Этот процесс протекает в течение времени, определяемого временем задержки катодного сигнала. Если время задержки t_3 меньше времени развития лавины $\tau_{\text{Л}}$, то развитие лавины продолжается. Равенство $t_3 = \tau_{\text{Л}}$ означает, что процесс ионизации электронами, движущимися во фронте лавины, через время t_3 завершился. Причем, пока лавина развивается, часть электронов лавины уходит на анод за счет диффузионного тока, а в области лавинообразования остается нейтрализованное облако ионов.

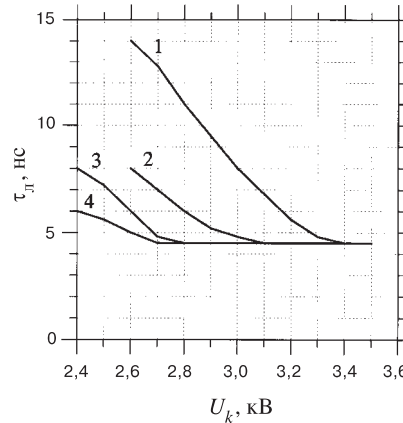


Рис. 15. Зависимость времени развития лавины при различном газовом наполнении камеры от напряжения на камере: 1) 95%CF₄ + 5%С₄Н₁₀, 2) 85%CF₄ + 13%С₄Н₁₀+2%CO(CH₃)₂, 3) 90%CF₄+10%С₄Н₁₀+2,5 · 10⁻⁴Hg, 4) 80% CF₄+20% С₄Н₁₀

Перекачивание ионного облака к катоду за счет амбиполярной диффузии и амбиполярного дрейфа вызывает увеличение внешнего поля между облаком и анодом. Медленные электроны, находящиеся в облаке, начинают испытывать из-за роста поля амбиполярный дрейф к аноду. Этот дрейф неизбежно приведет к возникновению возвращающей силы, пропорциональной смещению электронов, пытающихся прорваться к аноду. Однако электроны, получая на своем пути все большую энергию от возрастающего внешнего поля, будут вынуждены затрачивать часть этой энергии на ионы, чтобы тянуть их за собой и тем самым группировать их в плотный сгусток. После ухода данных электронов на анод произойдет резкое возрастание расталкивающей силы между анодом и плотным ионным облаком. Заметим, что действие этой силы на электроны и ионы облака будет проявляться в противоположных направлениях. Эти процессы как раз и иллюстрируют верхние осциллограммы, полученные с контрольных проволок.

Резкое уменьшение амплитуды первого пика (т.е. изменение направления тока) после достижения максимального значения свидетельствует о том, что нейтрализованное облако ионов под действием теплового электронного давления и поля разделения движется за дрейфующими электронами в направлении к аноду. На высокую степень нейтрализации ионного облака также указывает слабое изменение амплитуды сигналов на аноде камеры. Как видно из осциллограмм, в течение периодически изменяющихся сигналов на контрольных проволоках амплитуда анодных сигналов увеличивается всего на 10–20%, в то время как на катоде наблюдается сильная зависимость амплитуды сигналов от периодического изменения индукционного заряда. По всей видимости, это связано с нейтрализацией облака в основном вдоль оси лавины. Во всех других направлениях индукция заряда, связанная в основном с движением ионов, дает заметный вклад.

Под действием расталкивающей силы ионы начнут двигаться в направлении к катоду, а электроны, находящиеся в облаке, по мере вытягивания их внешним полем, будут дрейфовать к аноду. Разделение зарядов приведет к действию возвращающей силы. Однако электроны, обладая большой подвижностью и при поддержке анода, адиабатически приспосабливаются к перемещениям ионов, оказывая влияние на их движение. В результате совместное действие сил давления как электронов в ионном облаке, так и электрического поля разделения приведет к волновому движению ионов [16,17,20].

Прежде чем продолжить дальнейшее обсуждение полученных результатов, будет полезно коротко напомнить основные сведения об электростатических колебаниях в плазме [16,17,41].

Из физики плазмы известно, что смещение разноименно заряженных частиц в противоположных направлениях, т.е. их разделение, ведет к возникновению локального электрического поля, которое и создает колебания зарядов. Совместное же смещение зарядов обоих знаков в одном направлении

приводит к локальному возникновению области повышенного давления, что порождает упругие (или по аналогии звуковые) колебания.

Обычно в физике плазмы, говоря о плазменных колебаниях, имеют в виду высокочастотные электронные колебания, в которых движением ионов пренебрегается. Выражение для электронной плазменной частоты имеет вид

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m}}; \quad f = \frac{\omega_0}{2\pi} = 8960\sqrt{n}, \quad (14)$$

где n – плотность электронов. Например, при $n = 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ частота электростатических плазменных колебаний электронной ветви будет равна $f_0 = 4 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1} = 40 \text{ ГГц}$. Дисперсионное уравнение для низкочастотной ветви плазменных колебаний, возникающих за счет движения ионов, имеет вид

$$\omega^2 = \frac{k^2 \omega_0^2 \frac{\gamma_e T_e + \gamma_i T_i}{M_i} + k^4 \gamma_e \gamma_i \frac{T_e T_i}{m_e M_i}}{\omega_0 + k^2 (\gamma_e \frac{T_e}{m_e} + \gamma_i \frac{T_i}{M_i})}, \quad (15)$$

где k – волновое число; T_e и T_i – электронная и ионная температуры в энергетических единицах; γ_e и γ_i – показатели адиабаты. Уравнение (15) записано для однозарядных ионов.

В предельных случаях для волнового числа, когда $k \rightarrow 0$ или ∞ , низкочастотная ветвь (15) дает ионный звук с несколько различными дисперсионными уравнениями:

1) для длинных волн ($k \rightarrow 0$)

$$\omega^2 \approx k^2 \frac{\gamma_e T_e + \gamma_i T_i}{M_i}; \quad (16)$$

2) для коротких волн ($k \rightarrow \infty$)

$$\omega^2 \approx k^2 \gamma_i \frac{T_i}{M_i}. \quad (17)$$

Разница между (16) и (17) заключается в том, что в случае длинных волн в распространении ионного звука принимают участие и электроны, но движутся они так, как если бы каждый из них имел массу M_i .

3) Пусть $T_i \rightarrow 0$, а волновое число и температура электронов постоянны (следует отметить, что в электронной лавине, образующейся в проволочных камерах, условия случая 3 хорошо выполняются). В этом предельном случае для коротких волн уравнение (15) принимает вид

$$\omega^2 \approx \frac{m_e}{M_i} \omega_0^2, \quad (18)$$

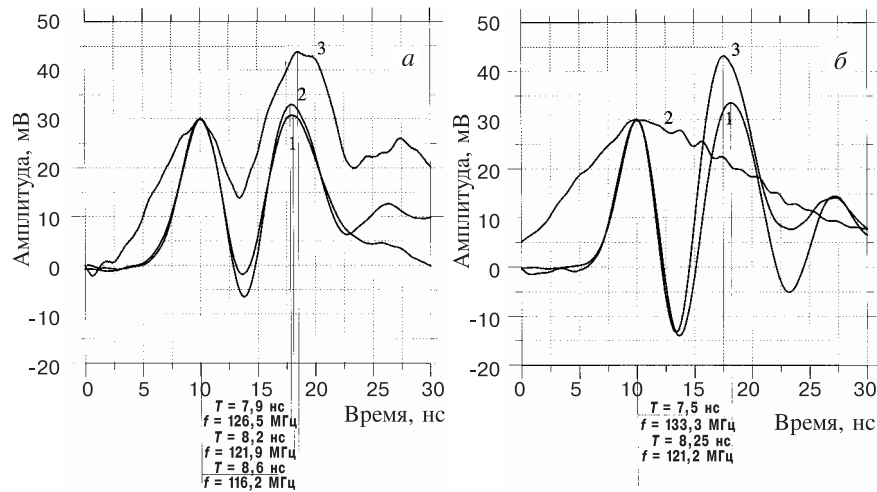


Рис. 16. Частота плазменных колебаний ионов в различных газовых смесях при напряжении на камере: а) 2,6 кВ, 1) 95%CF₄ + 5%CH₃CH₂(OH)CH₃, 2) 96%CF₄ + 4%CO(CH₃)₂, 3) 85%CF₄ + 13%C₄H₁₀ + 2%CO(CH₃)₂, б) 2,9 кВ, 1) 90%CF₄ + 10%C₄H₁₀ + 2,5 · 10⁻⁴Hg, 2) 95% CF₄ + 5% C₄H₁₀, 3) 80% CF₄ + 20% C₄H₁₀

то есть вместо ионного звука имеют место чисто электростатические колебания ионов:

$$\omega = \sqrt{\frac{4\pi ne^2}{M_i}}. \quad (19)$$

Выражением (19) и определяется ионная плазменная частота, которая возникает в результате смещения ионов в самосогласованном электрическом поле электронов и определяется дальнедействующим кулоновским взаимодействием ионов.

Таким образом, при достаточно холодных ионах, но горячих электронах в широком интервале длин волн, ионная ветвь имеет чисто электростатический характер. В этом интервале ионы колеблются с постоянной электростатической частотой. Но при выходе из него как в сторону длинных, так и в сторону коротких волн электростатические колебания ионов переходят в ионный звук [17,41].

Частота электростатических колебаний холодных ионов такова, как если бы смещение ионов происходило при неподвижных электронах. В действительности, электроны всегда намного подвижнее ионов, но если электроны горячие, то тепловое движение "размывает" концентрацию электронов равномерно по пространству. В этом случае ионные колебания происходят на однородном электронном фоне [17,41].

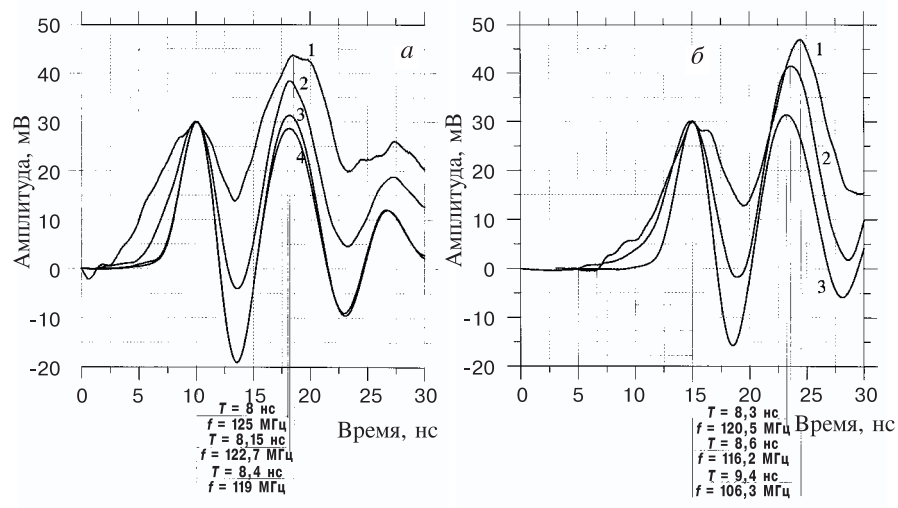


Рис. 17. Частота плазменных колебаний ионов при наполнении камеры газовой смесью а) 90%CF₄ + 10%C₄H₁₀ + 2,5 · 10⁻⁴Hg при напряжениях на камере: 1 — 2,6 кВ, 2 — 2,8 кВ, 3 — 3,0 кВ, 4 — 3,2 кВ, б) 85%CF₄ + 13%C₄H₁₀ + 2%CO(CH₃)₂ при напряжениях на камере: 1 — 2,45 кВ, 2 — 2,5 кВ, 3 — 2,9 кВ

На рис.16 приведены осциллограммы с контрольных проволок в интервале до 30 нс, измеренные при напряжении на камере 2,6 кВ и 2,9 кВ соответственно, но для различных газовых составов. На рис.17 показано поведение сигналов на контрольных проволоках в зависимости от напряжения на камере при газовом наполнении 90%CF₄ + 10%C₄H₁₀ + 2,5 · 10⁻⁴Hg и 85%CF₄ + 13%C₄H₁₀ + 2%CO(CH₃)₂. Для удобства проведения сравнения частотных характеристик и их зависимости от газового состава и напряжения на камере амплитуды сигналов изменены пропорциональным образом так, чтобы амплитуды первого пика для разных осциллограмм совпадали. Поэтому амплитудные характеристики осциллограмм на рис.16,17 передают только временные и частотные характеристики и значения периодов колебаний, а также длительность времени развития лавины. Из сравнения осциллограмм видно, что частота ионных колебаний зависит от газового состава и изменяется в пределах 116÷133 МГц (рис.16). С изменением напряжения на камере при фиксированном наполнении также наблюдается изменение частоты колебаний от 119 до 125 МГц (рис.17,а) и от 106 до 120 МГц (рис.17,б). Данное поведение частоты колебаний свидетельствует о том, что в разных газовых составах при данном напряжении на камере обеспечивается разная средняя энергия электронов. Изменение электрического поля в камере приво-

дит к тому, что средняя энергия электронов в фиксированной газовой смеси изменяется.

Приведенные зависимости предоставляют полезную информацию для физики газового разряда в молекулярных газах, так как из них можно получить сведения о средней тепловой скорости электронов, которая связана со скоростью дрейфа и с энергетическими потерями электронов в данном газе (см. выражение (6)).

Зная частоту ионных колебаний, на основании (19) можно определить плотность ионов в ионном облаке. Например, для газовой смеси 80% CF_4 + 20% C_4H_{10} (рис.16,б) линейная частота ионных колебаний $f = 133$ МГц. Круговая частота равна $\omega = 2\pi f = 837,5$ МГц. Из выражения (19) для плотности ионов имеем $n_i = 2,1 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$.

Знание плотности лавины позволяет провести оценку пространственного размера лавины. Прямые измерения амплитуды анодного сигнала на сопротивлении 50 Ом дают средние значения 50 мВ при напряжении на камере 3,2 кВ (рис.6). При ширине сигнала на полувывсоте, равной $5 \cdot 10^{-9}$ нс, число частиц в лавине составит $n = It/e = 3,1 \cdot 10^7$. Объем лавины при данном числе носителей заряда будет равен $n/(n_i + n_e) = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3$. Длина области лавинообразования (рис.3) из условия, что пороговое значение электрического поля равно 20 кВ/см, составляет 0,03 см. Следовательно, $0,03(\Delta y \cdot \Delta z) = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3$, или $\Delta y \cdot \Delta z = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2$. Считая лавину симметричной относительно оси x , имеем $\Delta y = \Delta z = 0,7 \cdot 10^{-2} \text{ см}$. Так как лавина в процессе развития постепенно расширяется и принимает сигарообразную форму, то, зная объем лавины, можно легко трансформировать параллелепипед в примерную форму лавины.

Полученные выше значения позволяют провести оценку таких важных параметров сильноточной лавины, как радиус Дебая и электрическое поле в области разделения зарядов.

Если линейные размеры области разделения масштаба x , а концентрация заряженных частиц в лавине n , то [40]:

$$\text{div } E \approx \frac{E}{x} = 4\pi n e, \quad E = 4\pi n e x. \quad (20)$$

С возникновением электрического поля разделения зарядов диффузия имеет амбиполярный характер, если заметный перепад плотности зарядов происходит на расстояниях, больших дебаевского радиуса экранирования [39]. Это условие выражается соотношением [21]:

$$\frac{\delta n}{n} \approx \frac{kT_e}{4\pi n e^2} \frac{1}{R} = \left(\frac{r_D}{R}\right)^2, \quad r_D = \left(\frac{kT_e}{4\pi n e^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 6,9 \left(\frac{T_e}{n}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad (21)$$

где R – характерный размер области сильного перепада плотности зарядов (т.е. длина лавины); r_D – дебаевский радиус экранирования; T_e – температура

электронов (средняя тепловая энергия); n – концентрация носителей заряда в лавине.

Если через внешнюю цепь тока нет или он есть, но мал по сравнению с диффузионным током электронов (поле разделения в (10) сравнимо с внешним), то лавина будет квазинейтральной в случае $R \gg r_D$, а следовательно, $\delta n/n \ll 1$. Поэтому критерием квазинейтральности будет отношение [21]:

$$\left(\frac{r_D}{R}\right)^2 \ll 1, \quad (22)$$

которое означает, что возникшее поле разделения зарядов препятствует нарушению квазинейтральности на расстояниях, больших дебаевского радиуса экранирования.

Оценим радиус Дебая для нашего случая. Согласно работе [44] средняя тепловая энергия электронов в газовой смеси 80% CF_4 + 20% C_4H_{10} , соответствующая минимуму в сечении рассеяния электронов в CF_4 , равна 0,2 эВ. Радиус Дебая согласно (21) равен $r_D = 1,8 \cdot 10^{-4}$ см. При разделении зарядов на величину радиуса Дебая r_D возникает поле, равное $E = 4\pi n e r_D \approx 7000$ В/см. Если масштаб разделения возрастает за счет действия градиентов плотности, внешнего поля и большой подвижности электронов до $10r_D = 18 \cdot 10^{-4}$ см, то поле разделения равно $7 \cdot 10^4$ В/см и составит 35% от поля в камере на расстоянии $18 \cdot 10^{-4}$ см от анода. При таком разделении зарядов квазинейтральность лавины, согласно (22), сохраняется:

$$\left(\frac{10r_D}{R}\right)^2 = \left(\frac{18 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 10^{-2}}\right)^2 = 3,6 \cdot 10^{-3} \ll 1. \quad (23)$$

В использованных газовых смесях средние тепловые энергии электронов слабо отличаются друг от друга. Поэтому с понижением плотности лавины длина экранирования, увеличиваясь, приближается к длине волны ионных колебаний. Из выражения коэффициента затухания для ионных колебаний

$$\delta \approx \frac{\sqrt{\pi}\omega}{2\sqrt{2}} \left(\frac{\lambda}{2\pi r_D}\right)^3 e^{-\frac{\lambda^2}{8\pi^2 r_D^2}} \quad (24)$$

следует, что если величина r_D приближается или равна длине волны $\lambda \approx \left(\frac{\pi T_e}{n e^2}\right)^{\frac{1}{2}}$, то затухание происходит за время порядка периода колебаний [17]. Иллюстрируемые на осциллограммах ионные колебания хорошо согласуются с этим выводом. Видно, что колебания, протекающие в газовых смесях, за исключением 80% CF_4 + 20% C_4H_{10} , длятся не более двух периодов. В указанной смеси продолжительность колебаний составляет шесть периодов.

Представляет интерес также поведение колебаний относительно положения "равновесия". Здесь тоже наблюдается зависимость от плотности лавины.

При наполнении камеры смесью $85\%CF_4 + 13\%C_4H_{10} + 2\%CO(CH_3)_2$ положительные и отрицательные фазы колебаний практически симметричны (рис.13). Замена насыщенных паров ацетона парами ртути (рис.14) приводит к росту положительной и уменьшению отрицательной фаз колебаний. В газовой смеси на рис.11,а–в отчетливо видна практически полная асимметрия в сторону положительной фазы. Скорее всего, асимметрия связана с направлением электронного давления в лавине и проявлением силы торможения (кулоновское трение), вызванной возрастающими электронными взаимодействиями в момент сжатия волны, а также действием поля волны на заряженные частицы ионного облака.

Частицы в лавине имеют скорости как меньшую, так и большую, чем фазовая скорость волны. На частицы с меньшей скоростью действие поля опережающей их волны состоит в передаче им импульса, т.е. волна увлекает частицы за собой. Частицы же, движущиеся быстрее волны, теряют импульс, отдавая его волне. Как правило, число частиц, увлекаемых волной, превышает число частиц, передающих импульс волне [20]. В итоге наступает быстрое затухание плазменных колебаний ионов и переход их в ионный звук. Как следует из физики плазмы, распространение ионного звука без затухания возможно только в случае, когда температура электронов значительно превышает температуру ионов [17].

Момент перехода ионных колебаний в ионный звук отмечен на некоторых осциллограммах жирной точкой. Для газовых смесей с содержанием паров ацетона и ртути продолжительность колебаний ионного звука в квазинейтральном облаке равна примерно $60 \div 65$ нс. Для наполнения $80\% CF_4 + 20\% C_4H_{10}$ колебания ионного звука (рис.11,б) продолжаются более 100 нс. Причем частота колебаний в этом случае примерно на 25% выше, чем в других газах. Как видно из осциллограмм (рис.11,д и 12,а), в газовых смесях $95\%CF_4 + 5\%C_4H_{10}$ и $70\%Ar + 30\%C_4H_{10}$ ионные и звуковые колебания практически отсутствуют.

Привлекает к себе внимание зависимость длительности анодного и катодного сигналов от степени раскачки ионных колебаний. Как видно из рис.11—14, по мере роста амплитуды колебаний наблюдается укорочение длительности анодного и катодного сигналов с одновременным изменением их формы. Причем эти изменения ярко выражены в газовых смесях, в которых возникают плазменные колебания ионов и четко с ними связаны. В процессе раскачки колебаний длительность анодного сигнала становится равной примерно периоду колебаний в области с максимальной амплитудой. Из-за малости последующих колебаний влияние их на форму сигналов незначительно. Что касается катодных сигналов, то из-за большой емкости катода относительно "земли" влияние ионных колебаний на них интегрируется.

Для сравнения влияния первичной ионизации на характеристики плазменного образования были проведены измерения с γ -источником ^{55}Fe . Из-

мерения показали, что плазменные колебания ионов в лавине в этом случае начинаются примерно на 300 В раньше. Никаких других особенностей, характерных для данного типа источника, в сравнении с радиоактивным β -источником ^{90}Sr , зарегистрировано не было.

В заключение покажем, что ионные колебания в квазинейтральном облаке являются малыми. В п. 8.4 будет показано, что в процессе колебаний средняя энергия ионов достигает значения 0,2 эВ, что соответствует скорости ионов $8,5 \cdot 10^4$ см/с. При данной скорости отклонение колеблющихся ионов относительно положения равновесия при частоте колебаний 133,5 МГц за половину периода будет равно $v \cdot T/2 = 3,2$ мкм. Из-за асимметричности колебаний (рис.11,б,в) ионы будут колебаться в основном между анодом и положением равновесия.

8.4. Формирование стримера и механизм его прорастания к катоду.

В п. 6.1 было показано, что с увеличением газового усиления наблюдается тенденция к скачкообразному увеличению анодного и катодного сигналов. Согласно работе [35] появление скачка в амплитудах сигналов связано с проявлением стримера. Однако ясного описания механизма формирования стримера в указанной работе, да и во многих других [7,18,36,45], не представлено. В основном нет четкого объяснения условия перехода электронной лавины в стример и возникновения вторичных электронов впереди фронта распространения стримера.

Динамика этих сложных процессов может быть получена только при тщательном изучении всех явлений, способствующих данному переходу. Как следует из предыдущего раздела, пространственная структура лавины при газовом усилении 10^6 не может рассматриваться как совокупность двух противоположно заряженных облаков в связи с тем, что действие дальнедействующих кулоновских взаимодействий приводит в итоге к перемешиванию зарядов, что, в свою очередь, способствует переходу лавины в квазинейтральную плазму. В новом состоянии квазинейтральной плазмы между частицами лавины более интенсивно протекают процессы теплообмена, выравниваются значения ускорений во внешнем поле, резче проявляется зависимость в движении частиц друг от друга.

Однако трансформирование лавины в квазинейтральную плазму еще не является достаточным условием для начала формирования стримера. Необходимо еще, чтобы плотность носителей заряда в плазменном облаке превысила некоторое пороговое значение. Если последнее условие не выполняется, то в лавине практически не образуются ускоренные электроны. Их отсутствие сказывается на низкой степени нейтрализации ионного облака, так как медленные электроны не будут заэкранированы от анода. В итоге плазменные колебания ионов быстро затухают, и плазма становится неустойчивой даже при малых пространственных перераспределениях заряженных частиц. Примером этого могут служить осциллограммы, приведенные на рис.13,а и

14,а. Видно, что даже незначительное увеличение плотности газовой смеси путем замены паров ацетона парами ртути (более активных в плане развития лавины и более тяжелых) приводит к очевидному изменению характеристик плазменного облака, выражающемуся в росте положительной фазы колебаний. Наиболее полно требуемым условиям удовлетворяет газовая смесь 80% CF_4 + 20% C_4H_{10} . В этом газе достигаются большие значения газового усиления. Высокая плотность лавины, проявляющаяся в задержке электронов полем ионов (режим амбиполярной диффузии), реализуется практически в начале пропорционального режима. С ростом усиления увеличивается продолжительность плазменных колебаний ионов и, начиная с усиления примерно $4 \cdot 10^7$ ($U_K = 3,5$ кВ), развитие лавины переходит в новую стадию. Это выражается в четком разделении электронов в лавине на две группы (рис.9), начале амплитудного скачка (рис.7,б) и начале второй стадии плазменных колебаний ионов. Временной интервал второй серии колебаний отмечен на рис.11,в двумя жирными точками.

Наиболее поразительным является наличие задержки между моментом завершения первой лавины и началом второй (рис.11,в), равной примерно 27 нс. Величина этой задержки имеет сильную зависимость от степени локализации лавины. Если щелевой коллиматор с зазором 0,15 мм расположить прямо напротив анодной проволоки 2 (рис.1), то в этом случае обеспечивается максимальная плотность лавины, и задержка равна примерно 10 нс. Перемещение коллиматора влево или вправо от проволоки приводит к размытию лавины, так как кластеры от ионизации, дрейфуя вдоль разных силовых линий, образуют менее плотную лавину, чем в первом случае. По этим измерениям интервал изменения задержки для данного газа оказался равным $10 \div 30$ нс. Практически такие же времена между моментом завершения лавины и моментом образования стримера получены в работах [46,47].

Следует отметить, что от степени локализации лавины сильно зависит доля лавин с быстрыми электронами. В случае высокой локализации (источник напротив проволоки 2) количество лавин с быстрыми электронами составляет примерно 45%. С понижением плотности лавины (источник сдвинут влево от проволоки на 0,8 мм) доля лавин с быстрыми электронами падает до 20%.

По-видимому, в плане формирования стримера наличие задержки между лавинами играет очень важную роль. Необходимость этого временного интервала может быть вызвана неравновесным состоянием плазменного облака, в котором неизбежно должны возникнуть самопроизвольные процессы перехода в состояние равновесия. В первую очередь, в изучаемой среде, как следует из динамики образования лавины в неоднородном поле, наиболее выраженными являются градиенты плотности, давления и температуры. Как было показано выше, в результате наличия градиентов внутри лавины возникают макроскопические движения, приводящие к колебаниям ионов. С началом

этих колебаний к тепловому давлению электронов ($p = n_- kT_-$), которое действует на ионы, добавляется давление со стороны распространяющейся волны вдоль плазменного облака. Приведенные на рис.11,а–в осциллограммы колебаний наглядно отражают динамику процессов, протекающих в лавине в зависимости от высокого напряжения на камере. Из рисунков видно, что в области напряжений на камере до 3,0 кВ амплитуда ионно-звуковых волн в плазменном облаке линейно нарастает. Колебания поддерживаются в результате притока к ним энергии от внешнего поля. Переносчиками энергии являются электроны. Увеличение притока энергии к волне за счет размножения электронов приводит к росту амплитуды колебаний.

В п. 8.1 было отмечено, что устранение экранирующего слоя в направлении катода медленным диффузионным током вызовет ток через камеру. Этот ток приведет к смещению в распределении электронов по скоростям в сторону более высоких скоростей дрейфа. Декремент затухания ионно-звуковых колебаний в плазме с направленным потоком электронов равен [53]:

$$\gamma_s^e(\mathbf{k}) \left(1 - \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}_d}{kv_s} \right) = \gamma_{s0}(\mathbf{k}) , \quad (25)$$

где $\gamma_s^e(\mathbf{k})$ – декремент линейного затухания Ландау для ионно-звуковых волн, обусловленный электронами; $\mathbf{v}_d$ – средняя дрейфовая скорость электронов и v_s – скорость ионного звука. Из выражения (25) видно, что при $v_d > v_s$ $\gamma_{s0} < 0$ и взаимодействие ионно-звуковых волн с дрейфующими электронами приведет к нарастанию амплитуд волн. Нарастание будет продолжаться до проявления нелинейных эффектов, вызванных взаимодействием между волной и частицами плазмы. В результате этих взаимодействий происходит обмен энергией между колебаниями и частицами, который приведет в итоге к тому, что нарастающие волны, достигая конечной амплитуды, изменят параметры плазмы. В этих условиях становится необходимым учет нелинейного затухания ионно-звуковых колебаний.

В работе [53] показано, что основной вклад в функцию, характеризующую нелинейное взаимодействие ионно-звуковых волн с частицами плазмы, вносит взаимодействие этих волн с ионами. При нелинейном взаимодействии двух ионно-звуковых колебаний с волновыми векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}_1$ возникают биения с фазовой скоростью [53]:

$$v_{ph} = \frac{v_s}{\sqrt{1 + 4kk_1(k - k_1)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}} , \quad (26)$$

где θ – угол между векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}_1$. Если частоты взаимодействующих волн близки друг к другу, так что $(k - k_1)/\sqrt{kk_1} \sim \sqrt{\frac{T_i}{T_e}} \sin \frac{\theta}{2}$, то скорость v_{ph} становится равной по порядку величины тепловой скорости ионов v_i . Такие

биения интенсивно поглощаются ионами, приводя тем самым к затуханию исходных ионно-звуковых волн и к повышению тепловой энергии ионов. На повышение температуры ионов указывает также осциллограмма на рис.18, из которой видно, что плазменные колебания ионов переходят в ионный звук в сторону коротких волн с частотой 162 МГц. Для коротковолнового ионного звука предельный вид дисперсионного уравнения (15) переходит в выражение (17), из которого можно определить температуру ионов. Принимая в выражении (17) значение показателя адиабаты для ионов равным показателю адиабаты для тяжелых молекулярных газов $\gamma = 1,4$, определим температуру ионов:

$$T_+ \sim \frac{\omega^2 T_- M_+}{4\pi n_+ e^2 \gamma} \sim 0,2 \text{ эВ}; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \lambda = \left(\frac{\pi T_-}{n_+ e^2} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad \omega = 2\pi f. \quad (27)$$

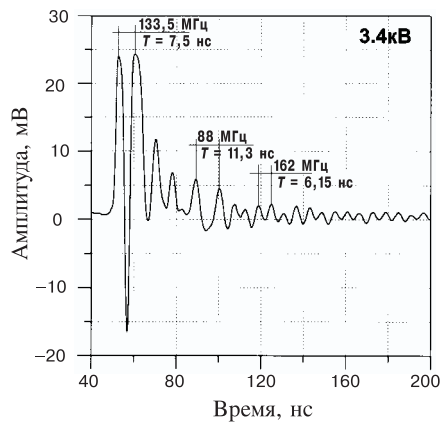


Рис. 18. Частота плазменных колебаний ионов в первой и второй лавинах и ионного звука при наполнении камеры газовой смесью 80% CF_4 + 20% C_4H_{10}

Полученное значение температуры ионов (вернее, их средняя тепловая энергия) в плазменном режиме примерно на порядок превосходит температуру ионов, образующихся в пропорциональном режиме ($\sim 0,025$ эВ).

То, что с началом дрейфового тока через камеру колебания достигают конечной амплитуды за время, меньшее полупериода (рис.11,б), свидетельствует, что процесс передачи энергии от дрейфующих электронов волне имеет характер фазового резонанса. В интервале напряжений $3,0 \div 3,2$ кВ (рис.11,б) увеличение плотности лавины не приводит к росту амплитуды колебаний первых двух положительных пиков, равной 10 мВ. Изменению подвержены лишь длительности вершинок этих пиков,

которые, удлиняясь с ростом напряжения, становятся сравнимыми с временем развития лавины.

Как отмечалось выше, конечная амплитуда, достигаемая волной в процессе раскачки, определяется взаимодействием волны с плазменным облаком, которое и приводит к изменению его параметров. В интервале напряжений $3,0 \div 3,2$ кВ эти изменения связаны с тем, что устанавливается максимальная задержка катодного сигнала, в течение которой происходит интенсивное

связывание зарядов и после которой начинается дрейфовый ток через камеру. Включение нелинейных процессов взаимодействия волны с частицами приведет к повышению температуры ионов. Но, в первую очередь, изменения параметров плазменного облака приводят к началу образования в лавине ускоренных электронов и к началу развития второй лавины, приводящей к амплитудному скачку (см. рис.7,б и 10).

При повышении напряжения до 3,3 кВ начинается вторая серия более мощной раскачки колебаний, которая сопровождается ростом тока через камеру, вызванным, по-видимому, ступенчатой ионизацией. Характер поведения газового усиления также претерпевает изменения, что проявляется в его более резком росте (рис.6). Средняя энергия ионов возрастает до 0,2 эВ. Начинается вторая очередь плазменных колебаний ионов (рис.11,б) во второй лавине. В результате второй раскачки достигается конечная амплитуда колебаний 24 мВ (рис.11,б), которая не изменяется до напряжения 3,8 кВ.

Что касается асимметрии колебаний в первой лавине в сторону положительной фазы, то она увеличилась в 1,4 раза при напряжении 3,7 кВ по сравнению с асимметрией колебаний, соответствующих напряжению 3,5 кВ (рис.11,б). Заметим, что в интервале $3,5 \div 3,8$ кВ амплитудные и частотные характеристики ионных колебаний во второй лавине практически не изменились. Причем частота плазменных колебаний ионов во второй лавине (рис.18) равна 88 МГц и, по-видимому, определяется низкой энергией электронов.

Как следует из физики плазмы, при достижении конечной амплитуды колебаний в плазме может быть возбуждено большое число волн, в которых сосредоточена энергия, сравнимая с тепловой энергией плазмы. При таких условиях начинают заметно проявляться нелинейные эффекты, обусловленные взаимодействием между волнами и частицами плазмы. Особенно существенны эти эффекты в случае коротковолнового возмущения в плазме, когда ширина переднего фронта волны сравнивается с дебаевским радиусом. Поэтому становится необходимым учет дисперсии плазменных колебаний ионов, определяющей зависимость скорости распространения возмущений от длины волны. При этом зависимость скорости распространения возмущения от его амплитуды и от длины волны могут взаимно компенсироваться, и становится возможным возбуждение в плазме стационарных волн [53]. Наиболее важными с точки зрения распространения возмущения в плазме являются уединенные и квазиударные волны, которые могут быть, в зависимости от условий образования, волнами сжатия или разрежения. Что же касается образования стримера, то, по-видимому, предпочтительнее уединенные волны сжатия, так как их основная особенность состоит в том, что отвечающие им возмущения не размываются в пространстве со временем, а сохраняют свою форму [20,48].

Совершенно ясно, что стример является результатом интенсивных процессов, протекающих в плазменном облаке. То, что он обладает некоторым временем жизни даже в отсутствие внешнего электрического поля [11], свиде-

тelleствует о том, что стример есть плотное, квазинейтральное образование с достаточной внутренней энергией для самостоятельного существования. Поэтому в процессе его образования весьма вероятно возбуждение уединенной волны сжатия.

Возвращаясь к физике плазмы отметим, что взаимодействие возбужденных волн с плазмой и друг с другом приводит к нерегулярному поведению электрических полей, возникающих в плазме, а также к нарушению симметрии пространственного распределения плотности частиц. Если плотность энергии, заключенной в плазменных колебаниях, имеет заметную величину, то колебания могут сосредоточиться в ограниченной области пространства и оказаться связанными [48]. Как известно, такое стационарное образование называется солитоном или уединенной волной [20].

Уединенная волна — это локализованный, самоподдерживающийся волновой пакет. В ней существует баланс между двумя конкурирующими тенденциями. С одной стороны, волновой пакет стремится расплываться из-за дисперсии, потому что более короткие волны, в соответствии с дисперсионным соотношением

$$\omega = v_{gr} k \left(1 - \frac{r_D^2 k^2}{2} \right), \quad (28)$$

распространяются с меньшей скоростью (v_{gr} — групповая скорость волны). С другой стороны, вследствие нелинейности, волновой пакет испытывает сжатие и тем самым компенсирует влияние дисперсии [48]. Следует отметить, что дисперсионное соотношение (28) написано применительно к плазменным колебаниям ионов.

Система уравнений, позволяющая исследовать распределение плотности электронов $n_e(r, t)$, ионов $n_i(r, t)$, их скоростей $v_e(r, t)$ и $v_i(r, t)$ в электростатическом поле с меняющимся в пространстве и времени потенциалом $\varphi(r, t)$, а также проследить за развитием нелинейных возмущений конечной амплитуды, приведена в монографии [53]. Подробный анализ распространения нелинейных ионно-звуковых волн на базе уравнения Кортевега–де Вриза дан в монографиях [20, 48]. Поэтому здесь ограничимся выражениями, связывающими амплитуды плотности электронов и ионов $n_{e\max}$, $n_{i\max}$ с максимальным электростатическим потенциалом уединенной волны $\varphi_{\max}$ [53]:

$$n_{e\max} = n_{e0} \exp \left(\frac{e\varphi_{\max}}{T_e} \right), \quad n_{i\max} = n_{i0} \left(1 - \frac{2e\varphi_{\max}}{M_i V} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (29)$$

где n_{e0} и n_{i0} — плотности электронов и ионов в точке $\varphi = 0$; V — скорость уединенной волны, превышающая скорость ионно-звуковых волн. Из выражений (29) видно, что $n_{e\max} > n_{e0}$ и $n_{i\max} > n_{i0}$, из чего следует, что уединенная волна в квазиравновесной плазме с максвелловским распределением электронов по скоростям всегда является волной сжатия.

Связь между максимальным потенциалом в уединенной волне $\varphi_{\max}$ и скоростью ее распространения V определяется уравнением [48]:

$$1 - e^{\psi} + 2\eta(1 - \sqrt{1 - \psi/\eta}) = 0, \quad (30)$$

где $\psi = e\varphi_{\max}/T_e$, $\eta = M_i V^2/2T_e$. Если амплитуда уединенной волны мала ($e\varphi_{\max} \ll T_e$), то скорость ее распространения стремится к фазовой скорости ионно-звуковой волны $V = \sqrt{T_e/M_i}$. В противном случае максимальной амплитуды будем иметь

$$e\varphi_{\max} = 1, 3T_e, \quad V = 1, 6\sqrt{T_e/M_i}. \quad (31)$$

То, что в результате развития неустойчивостей, приводящих к нелинейным явлениям в рассматриваемой плазме, действительно происходит постепенное сжатие плазменного облака, иллюстрируют осциллограммы, приведенные на рис.11,б,в. Видно, что с ростом плотности плазменного облака возрастает асимметрия колебаний в сторону положительной фазы, что свидетельствует об увеличении связывающей электростатической силы и усилении коллективного эффекта, т.е. ионы в процессе колебания тянут за собой электроны. Совместное движение разноименных зарядов, вызванное колеблющимися ионами, приведет к удлинению насыщения положительных амплитуд и к возникновению упругих (звуковых) колебаний. Из сравнения осциллограмм на рис.11,б,в видно, что в интервале напряжений $3,0 \div 3,2$ кВ, в котором достигается конечная амплитуда, равная 10 мВ, поведение плазменных колебаний существенно отличается от плазменных колебаний, измеренных в интервале $3,3 \div 3,7$ кВ. В последнем интервале напряжений, в результате второго этапа раскачки колебаний, достигается конечная амплитуда 24 мВ. Если в первом интервале напряжений нелинейные эффекты еще очень малы и затухание плазменных волн пропорционально малому параметру [20] $\sqrt{m_e/M_i}$, то во втором интервале картина резко меняется из-за возрастающей роли развития возмущения нелинейных эффектов. Наблюдается не только уменьшение продолжительности плазменных колебаний ионов, но также после первого периода колебаний их амплитуды заметно ослабляются. Для того чтобы это имело место, необходимо, чтобы для амплитуды возмущения плотности частиц в плазменном облаке δn_e выполнялось условие [53] $\delta n_e/n_e \gg \sqrt{m_e/M_i}$.

К сожалению, наличие в газе CF_4 электроотрицательных примесей (сравните рис.11,а-в,г,д), не позволяет в пределах рабочих напряжений достигнуть критической плотности заряда в лавине и перевести камеру в самогасящийся стримерный режим, чтобы проследить до конца этапы формирования стримера. Однако на основании приведенных выше данных можно считать, что из основной части квазинейтрального ансамбля заряженных частиц с ростом его плотности постепенно в процессе сжатия формируется плотное образование, являющееся зародышем стримера.

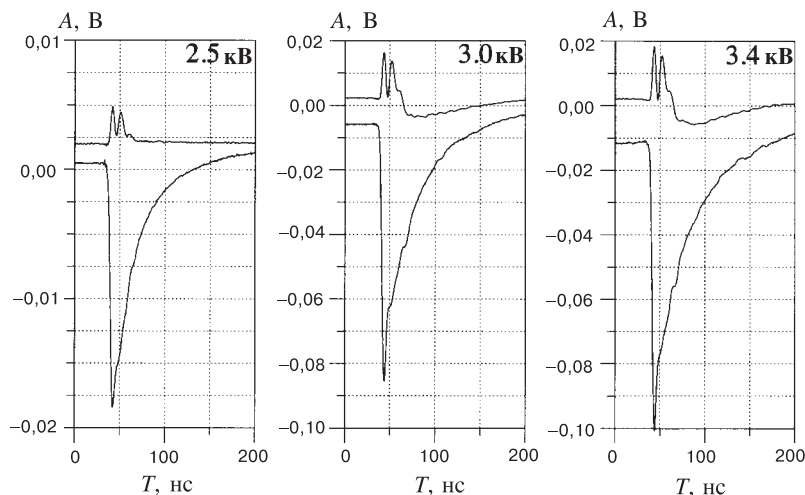


Рис. 19. Осциллограммы сигналов, усредненных по 256 событиям, с контрольных проволок (верхние) и с анода при наполнении камеры газовой смесью $80\%CF_4 + 20\%C_4H_{10} + 2,5 \cdot 10^{-4}Hg$. Напряжение на камере указано на осциллограммах

Чтобы убедиться в сделанных выше предположениях, исследования формирования стримера были продолжены с газовым наполнением камер $80\%CF_4 + 20\%C_4H_{10} + 2,5 \cdot 10^{-4}Hg$. Использование паров ртути было продиктовано большим сечением ионизации атомов метастабильными молекулами, а также наличием ассоциативной ионизации с участием двух возбужденных атомов [21]: $Hg(6^3P_1) + Hg(6^3P_0) \rightarrow Hg_2^+ + e$. Включение этих процессов в электронной лавине позволило увеличить ее плотность, о чем свидетельствуют осциллограммы, приведенные на рис.19 и 20. Осциллограммы, приведенные на рис.19, получены путем усреднения 256 событий. Осциллограммы для одиночных событий при фиксированном напряжении на камере 2,6 кВ приведены на рис.20. На осциллограмме (рис.19), полученной при напряжении на камере 2,5 кВ, наблюдается только положительная фаза плазменных колебаний ионов, продолжающихся в течение одного периода. Колебания ионного звука отсутствуют вследствие интенсивных нелинейных эффектов в плазменном облаке. При понижении напряжения на камере наблюдается слабое проявление звуковых колебаний. Такое поведение лавины связано с тем, что диапазон плазменного режима из-за быстрого роста плотности плазменного облака и интенсивного развития нелинейных процессов сильно ограничивается, так как он все быстрее и раньше переходит в стримерный режим. На осциллограммах, полученных при напряжениях на камере 3,0 и 3,4 кВ, четко видны моменты образования и профиль уединенной волны, распростра-

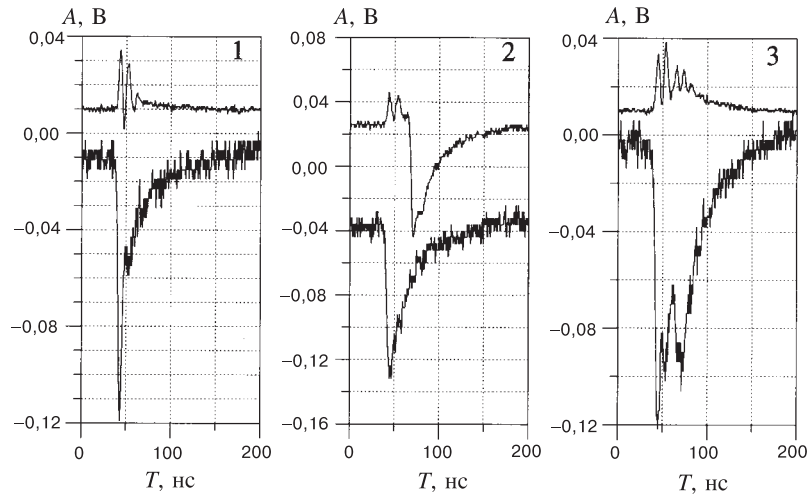


Рис. 20. Осциллограммы сигналов с контрольных проволок (верхние) и с анода при наполнении камеры газовой смесью $80\%CF_4 + 20\%C_4H_{10} + 2,5 \cdot 10^{-4}Hg$. Напряжение на камере 2,5 кВ

няющейся в направлении катода, потому что сжатие плазменного облака осуществляется продольными колебаниями ионов. Так как электростатический потенциал уединенной волны сжатия всегда положительный, то индуцированные им сигналы на контрольных проволоках и аноде при движении волны к катоду будут иметь обратную полярность.

Из сравнения осциллограмм на рис.19 видно, что момент появления уединенной волны сдвигается влево с ростом напряжения. При этом амплитуда анодного сигнала из-за сильного насыщения, связанного с ростом электрического поля объемного заряда до величины внешнего поля, практически не меняется. Что касается длительности анодного сигнала, то она соответствует длительности сигнала, образующегося в СГС-режиме [35], и более чем в пять раз превосходит длительность сигнала, образующегося в плазменном режиме.

Более информативными являются осциллограммы одиночных сигналов, приведенные на рис.20. Первая осциллограмма иллюстрирует возбуждение и быстрое затухание уединенной волны с низким потенциалом внутри стримера. Информация об этом содержится в анодном сигнале и проявляется в изменении его заднего фронта, вызванного наложением на него индуцированного сигнала от уединенной волны, движущейся внутри стримера в направлении к катоду.

Основную роль в затухании уединенной волны в стримере играют ионы, т.к. их средняя тепловая скорость практически сравнима со скоростью рас-

пространения уединенной волны. Согласно (31) амплитуда и скорость уединенной волны могут принимать ограниченные значения, поэтому уединенные волны, образовавшиеся в стримере ближе к аноду, будут затухать. Если волна образуется в стримере ближе к катоду, то при достаточном его потенциале она может выйти из стримера в область с низкой плотностью заряда. Именно такая ситуация иллюстрируется на второй осциллограмме рис.20. На данной осциллограмме четко виден профиль уединенной волны. Временные характеристики анодного сигнала в точности повторяют профиль уединенной волны. Отметим, что амплитуда сигналов, наведенных на контрольных проволоках вышедшей из стримера уединенной волной, меняется в очень широких пределах и иногда практически достигает амплитуды анодного сигнала. С ростом амплитуды волна сужается, и размер области, занятой возмущением, обратно пропорционален корню квадратному из амплитуды уединенной волны [48].

Третья осциллограмма иллюстрирует образование двух стримеров. На верхней осциллограмме четко разделяются две группы плазменных колебаний с сильной асимметрией в область положительной фазы. Причем величина асимметрии второй группы плазменных колебаний относительно положения равновесия выше, чем в первой группе. По-видимому, это указывает на то, что плотность второго стримера несколько больше, чем плотность первого. Уединенные волны, свидетельствующие об образовании стримеров, затухают в них, но информация об их движении хорошо видна на нижней осциллограмме анодного сигнала. Перенеся временные точки, в которых достигаются максимальные амплитуды сигналов, индуцированных уединенными волнами на аноде, на верхнюю осциллограмму, получим примерное время, необходимое для достижения в каждом плазменном облаке критической плотности. Как видно из рисунка, эта плотность достигается после завершения лавины за период плазменных колебаний, т.е. примерно за 7,5 нс.

Но самое главное, что третья осциллограмма отражает, по-видимому, механизм образования вторичных электронов в головке первого стримера. Благодаря тому, что поле внутри стримера практически равно нулю, а потенциал первой уединенной волны выше средней энергии электронов (31), она может увлечь за собой некоторую часть электронов. Двигаясь с ускорением в область усиленного поля в головке стримера, электроны могут набрать большую энергию направленного движения и выйти за пределы стримера. Оценим число таких электронов. Предположим, что объем стримера равен половине объема лавины, оценка которого приведена в п. 8.3, т.е. $0,75 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3$, а число электронов в нем 10^8 . Если ширина фронта волны равна радиусу Дебая, т.е. $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ см}$, и она образовалась на расстоянии $2 \cdot 10^{-3} \text{ см}$ от головки стримера, то в полоске объемом $1,8 \cdot 10^{-4} \times 1,8 \cdot 10^{-4} \times 2 \cdot 10^{-3} = 6,5 \cdot 10^{-11} \text{ см}^3$ будет содержаться примерно $8 \cdot 10^3$ электронов. Поэтому, даже если волна увлечет за собой 1% от этих электронов на 10—20 длин их свободного пробега в область сильного суммарного поля, то, дрейфуя к головке стримера,

они способны развить мощную лавину. Последовательное протекание таких процессов в суммарном поле обеспечивает непрерывное распространение стримера в направлении к катоду. Так как движение происходит в неоднородном поле, то вследствие падения суммарного поля прорастание стримера остановится, как только электронный ток от последней лавины будет недостаточен для поддержания квазинейтральности стримера, что приведет к его распаду.

Проведенный анализ экспериментальных данных позволяет получить ответы на следующие вопросы:

1. Что такое анодонаправленный стример?
2. Соприкасается ли стример с анодом?
3. Почему мертвое время многопроволочной камеры, работающей в самогасящемся стримерном режиме, имеет большое значение?

1. Согласно приведенным выше данным, а также данным из работ [46,47], на формирование стримера (в зависимости от условий) необходимо $10 \div 30$ нс. Причем стример формируется после завершения лавины, этапы которого хорошо отражаются на осциллограммах. Что касается анодонаправленного стримера [11], никаких указаний на его образование в полученных данных нет. Время развития лавины при усилениях, соответствующих началу образования стримера, очень мало и равно 4,5 нс. В течение этого времени в направлении к аноду образуются только ускоренные электроны, которые из-за высокой скорости дрейфа за доли наносекунды уходят в анод. Поэтому говорить о переходе лавины в анодонаправленный стример в проволочной камере нет оснований.

По-видимому, эффективная ионизация, производимая довольно большим числом постоянно ускоряющихся и не испытывающих торможения электронов, создает в узком телесном угле очень плотную лавину, которая с высокой скоростью прорастает к аноду и создает тем самым впечатление стримера.

2. Используя выражение для проводимости в слабоионизированной плазме [21] $\sigma \sim 10^{-16} n_e / P [\text{атм}] \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$, оценим его значение для нашего случая. При давлении газа в камере $P = 1$ атм и $n_e = 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $\sigma = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$. Отсюда следует, что наличие плазменных и ионно-звуковых колебаний в стримере указывает на отсутствие соприкосновения его с анодом. В противном случае при контакте стримера с анодом электроны, находящиеся в объеме стримера, за время порядка $1 - 2$ нс из-за высокой проводимости плазмы ушли бы на анод и колебания прекратились. Согласно осциллограммам на рис.11,а, мы видим колебания не только в первой лавине, в которой образуется стример, но и во второй очереди плазменных колебаний, переходящих в продолжительные ионно-звуковые колебания.

3. В камерах, работающих в СГС-режиме, после прохождения частицы "омертвляется" участок сигнальной проволоки. Эффективная величина произведения длины этого участка на время, в течение которого он остается нечувствительным, составляет 33 мкс·см [35]. Связано это с тем, что после протекания второй лавины стример оказывается запертым между ионным облаком, созданным "быстрыми" электронами и анодом, и квазинейтральным ионным облаком второй лавины. Амбиполярная диффузия и амбиполярный дрейф заряженных частиц стримера в направлении к катоду будет возможен только после растекания основной части ионного облака второй лавины. Поэтому мертвое время камеры будет определяться, главным образом, временем жизни стримера. Причем эффективная скорость дрейфа ионов в стримере будет резко подавлена из-за их высокой подвижности.

Это время можно оценить двумя способами: либо как время, необходимое для перемещения стримера за пределы области лавинообразования, используя для его определения скорость движения амбиполярного потока (12) и распределение ионов в стримере, либо по уменьшению плотности зарядов в стримере в результате электронно-ионной рекомбинации с помощью выражения [21]:

$$\frac{dn_e}{dt} = -\beta n_e n_+ , \quad n_e = \frac{n_e^0}{1 + \beta n_e^0 t_{\text{рек}}} \longrightarrow \frac{1}{\beta t_{\text{рек}}} . \quad (32)$$

Для примера: из-за отсутствия значения коэффициента электронно-ионной рекомбинации для газа CF_4 воспользуемся коэффициентом рекомбинации β для инертных газов, значение которого для плазмы с температурой электронов 0,2 эВ находится в интервале $(0,2 \div 0,3) \cdot 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$. При $n_e = 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ время рекомбинации (или время распада стримера) будет равно $17 \div 25 \text{ мкс}$. Так как в молекулярной плазме коэффициент рекомбинации имеет несколько меньшее значение, чем в атомарной, то приведенная оценка указывает на хорошее согласие с экспериментом.

9. ВОЗМОЖНЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ПЛАЗМЕННОГО РЕЖИМА

На основании полученных результатов можно выделить несколько основных свойств, проявляющихся при трансформировании электронной лавины в плазму, которые могут быть использованы в практических целях.

1. В п. 8.3 было отмечено, что при использовании γ -источника ^{55}Fe плазменные колебания ионов начинаются примерно на 300 В раньше, чем от β -источника. Это связано с тем, что требуемая плотность лавины для перехода ее в плазменное состояние достигается при меньшем усилении в камере из-за большой ионизирующей способности данного γ -источника. Чувствительность к ионизации плазменных и ионно-звуковых колебаний ионов может быть использована для идентификации релятивистских заряженных

частиц. В основном данный метод аналогичен методу измерения первичной ионизации, который, как известно, имеет ряд преимуществ по сравнению с измерением полной ионизации. Вместе с тем предлагаемый метод в сравнении с методом первичной ионизации, предложенным А. Валентой [49], существенно проще, так как счет колебаний производится в обычных узкозазорных камерах. На рис.11,б видно, что при усилении $\geq 5 \cdot 10^6$ (напряжение на камере 3,0 – 3,2 кВ) амплитуды положительной фазы колебаний, измеренные прямо с анодных проволок, расположенных слева и справа от сработавшей, на нагрузке 50 Ом, находятся в интервале $1 \div 15$ мВ, а наблюдаемое число колебаний равно ~ 25 , что порядка числа кластеров, образующихся в данном газе на длине 4 мм. При указанных усилениях узкозазорная камера с шагом сигнальных электродов 2 мм способна работать в пучках с плотностью $5 \cdot 10^5 - 10^6 \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$. Для усиления сигналов может быть использован высокочастотный твердотельный усилитель MAR 8 [27]. Электронный канал должен содержать усилитель, компаратор и восьмиразрядный счетный элемент с быстродействием 200 МГц. Одновременно такая организация электроники позволит по числу зарегистрированных колебаний в левом и в правом каналах относительно сработавшей проволоки уточнить в два раза координату частицы.

Таким образом, при числе колебаний в одном зазоре камеры, равном $N_K(1) = 25$, можно создать идентификатор, содержащий 40 слоев узкозазорных камер (или стандартных камер с "толстой" анодной проволокой) с разрешением $\sigma_K/N_K(40) \approx 3\%$, где $N_K(40)$ – среднее число зарегистрированных колебаний в 40 слоях, а σ_K – среднеквадратичное отклонение распределения $N_K(40)$. Указанное разрешение обеспечит надежную идентификацию (π, k, p) -частиц в области импульсов $5 \div 30$ ГэВ/с. Предлагаемый идентификатор на основе узкозазорных камер будет иметь длину до 25–30 см, что в 15 раз короче идентификатора, работающего на основе измерения первичной ионизации [50] и в 50 раз короче идентификатора, измеряющего полные ионизационные потери частиц [51,52].

2. Широкие возможности применения плазменного режима в технике физического эксперимента следуют из его основных характеристик. Для наглядности приведем эти характеристики вместе с характеристиками СГС-режима [7], которые даны в скобках:

- амплитуда сигнала: $A = 0,2 \div 4$ мА ($0,2 \div 4$ мА);
- стабильность работы или ширина счетной характеристики: 1400 В (1000 В);
- амплитудный разброс: $\Delta A/A \sim 15\%$ ($\sim 40\%$);
- длительность сигнала на полувисоте: $t_{1/2} \sim 5$ нс (~ 40 нс);

- длительность сигнала на уровне 10% от максимума амплитуды:
 $t_{0,1} \sim 10 \text{ нс} (\sim 100 \text{ нс});$
- скорость счета: $10^5 \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$ ($10^3 \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$);
- радиационная стойкость: 5 Кл/см (0,5 Кл/см).

Видно, что в плазменном режиме достигаются существенно лучшие параметры, что позволяет успешно использовать его в адронных калориметрах и мюонных идентификаторах вместо применяемого в настоящее время СГС-режима.

Благодаря высокой скорости счета и малому амплитудному разбросу в камерах может быть легко реализован эффективный и быстрый триггер на множественность регистрируемых частиц на аналоговом уровне. Электронные лавины, образующиеся у анодных проволок, создадут на катоде суммарный индуцированный заряд, равный $n\Delta q$ (n – число лавин; Δq – заряд, индуцированный на катоде от анодной лавины). Суммарный сигнал поступит на дискриминатор и, в случае превышения установленного порога регистрации, вызовет его срабатывание.

Узкозонарные камеры, работающие в плазменном режиме, могут быть использованы для измерения числа частиц в ливне и их распределения в пространстве в компактном и быстром электромагнитном калориметре [28].

3. Так как ионы и электроны лавины дрейфуют в камере в противоположных направлениях, то с включением амбиполярной диффузии скорость дрейфа частиц будет падать. Начало действия сил торможения можно определить по появлению задержки в образовании сигнала на катоде. Использование этого способа позволит оптимизировать "быструю" газовую смесь для широкого интервала значений приведенной напряженности электрического поля E/p в проволочных камерах, работающих в условиях больших нагрузок. Оптимизация газового состава заключается в устранении задержки катодного сигнала путем подбора "гасящих" добавок в рабочем диапазоне камеры по высокому напряжению.

4. Колебания ионной компоненты происходят в самосогласованном электрическом поле электронной компоненты. Поэтому, если измерить частоту ионных колебаний до того, как амплитуда колебаний достигнет насыщения, то можно будет оценить среднюю энергию электронов. Возможность проведения таких оценок особенно важна для молекулярных газов при моделировании и расчетах физических процессов, протекающих в лавине. Так как ионные плазменные колебания переходят в коротковолновую область ионно-звуковых колебаний, то частота этих колебаний определяет среднюю энергию ионов в момент перехода ионных колебаний в ионный звук. Знание температуры ионов в стримере позволит довольно точно рассчитать его собственную энергию.

Для приближенной оценки размеров лавины можно использовать плотность носителей заряда, которая определяется из частоты плазменных ионных колебаний.

5. Из рис.11,а–в видно, что пространственное распределение заряженных частиц плазмы устойчиво по отношению к малым перемещениям в течение времени, необходимого для формирования стримера. С ростом тока через камеру малые колебания нарастают и достигают в итоге амплитуды, при которой происходит изменение параметров плазмы. В п. 8.4 было отмечено, что в газовой смеси 80% CF_4 + 20% C_4H_{10} реализуются два этапа раскачки ионных колебаний. В результате этих процессов в колебаниях ионов концентрируется все большая энергия, которая может оказать влияние на процессы установления равновесия и усреднения характеристик плазмы [48]. В связи с этим представляет интерес подбор газовой смеси, в которой имелась бы возможность достичь большего числа этапов раскачки колебаний. В результате этих процессов должен образоваться очень плотный стример, в головке которого электрическое поле должно быть сравнимо с полем у анодной проволоки. Основанием для этого является различное проявление колебаний плазмы в разных газовых смесях. Из этого следует, что параметрами плазмы можно управлять путем соответствующего подбора "гасящих", полярных и электроотрицательных добавок.

10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги экспериментального исследования развития лавины в проволочных камерах, можно утверждать следующее:

- при работе камер в режиме большого газового усиления электронная лавина трансформируется в плазменное образование с проявлением основных свойств, характеризующих плазму;
- применение физики плазмы позволяет объяснить не только условия формирования стримера и его прорастание к катоду, но также отдельные элементарные процессы и их взаимное влияние и взаимодействие в газовом разряде;
- новый подход к проблеме изучения газового разряда является плодотворным как для исследования самого механизма газового разряда, так и для его технического приложения.

Анализ экспериментальных данных, проведенный на основе нового подхода, позволяет представить следующие этапы развития лавины.

1. Действие кулоновских сил, стремящихся связать заряды противоположных знаков, начинает проявляться при низкой плотности лавины, когда число носителей заряда в лавине достигает $\sim 5 \cdot 10^5$.

2. С ростом плотности лавины действие автоматического механизма для связывания зарядов растет, а пространственные масштабы разделения зарядов уменьшаются. Это приводит к тому, что ионы и электроны не могут оторваться друг от друга. Проявляется это в том, что на время действия связывающих сил дрейфовый ток через камеру отсутствует, и сигналы на анодных электродах образуются благодаря диффузионному току, вызванному наличием градиентов в лавине.

3. При усилении в камере $\geq 10^6$ электрическое поле разделения зарядов таково, что ток через камеру отсутствует в течение времени развития лавины. За это время происходит эффективная нейтрализация пространственного заряда лавины путем торможения и связывания медленных электронов и одновременно создаются условия для перехода электронов, находящихся во фронте лавины, в режим непрерывного ускорения.

4. С ростом плотности лавины возмущения, вызванные разделением или макроскопическим перемещением зарядов, не остаются локализованными: вследствие дальнедействующих кулоновских взаимодействий они приводят к малым плазменным колебаниям ионов и распространяются в виде волны вдоль всей лавины. Причем продолжительность колебаний растет как от плотности первичной ионизации, так и от плотности и состава рабочего газа.

5. В результате передачи энергии электронами плазменным волнам происходит последовательная раскачка колебаний, амплитуда которых, нарастая, достигает насыщения. Протекающее при этом взаимодействие колебаний плазменного облака с самим плазменным облаком ведет к изменению его состояния за счет изменения параметров плазмы и выражается прежде всего в повышении температуры ионов.

6. Взаимодействие интенсивных нелинейных волн друг с другом и с плазменным облаком приводит к образованию плотного квазинейтрального сгустка с конечным временем жизни, который принято называть стримером. Возмущение, вызванное нарушением симметрии пространственного распределения плотности частиц плазменного облака, проявляется в образовании уединенной волны, электростатический потенциал которой определяет размер области, занятой возмущением плотности.

7. Так как электрическое поле внутри стримера близко к нулю, то при условии, что потенциал уединенной волны выше средней энергии электронов, она может увлечь за собой в направлении к катоду некоторую часть электронов. Двигаясь с ускорением в область усиленного поля в головке стримера, электроны могут набрать большую энергию направленного движения и выйти за пределы стримера в область более слабого поля. Дрейфуя в область сильного поля перед головкой стримера, равного сумме внешнего поля и поля

ионов, электроны начнут новый процесс лавинообразования. В результате самоподдерживающегося механизма, обеспечивающего вторичные электроны из лавины, разряд начнет приобретать характер стримера, прорастающего в направлении катода.

8. Никаких указаний на образование анодонаправленного стримера в течение времени развития лавины в проведенных измерениях не получено. В течение этого времени на конечном участке области лавинообразования возникают постоянно ускоряющиеся электроны, движущиеся к аноду со скоростью, которая примерно в три–четыре раза превышает скорость дрейфа “медленных” электронов в лавине.

9. Возмущение, вызванное нарушением пространственного распределения плотности частиц, будет распространяться в противоположных направлениях [20]. Поэтому, в однородных полях, когда стример образуется вдали от анода, причиной быстрого образования электронов впереди лавины может быть уединенная волна. Распространяясь в направлении анода, она может увлечь за собой электроны. Двигаясь с ускорением в область усиленного поля в головке лавины, электроны могут набрать большую энергию направленного движения.

10. Различное проявление плазменных колебаний ионов в разных газовых смесях указывает на возможность управления параметрами плазмы в лавине путем подбора “гасящих” или электроотрицательных добавок.

11. Мертвое время проволочной камеры, работающей в самогасящемся стримерном режиме, определяется временем жизни стримера, которое зависит от интенсивности электронно-ионной рекомбинации в используемом рабочем газе.

12. При работе в СГС-режиме с газовым наполнением, содержащим инертный газ, процессы, предшествующие формированию стримера, будут протекать практически в течение времени развития лавины, что и обеспечит высокую скорость его прорастания к катоду.

13. Практическое использование плазменного (предстримерного) режима вместо самогасящегося стримерного режима является более предпочтительным, так как при равных токовых характеристиках первый обладает существенно меньшим мертвым временем, более высокой радиационной стойкостью и лучшим временным разрешением.

В завершение данной работы надо особо подчеркнуть, что ее следует воспринимать, в первую очередь, как попытку продемонстрировать экспериментальные результаты, отражающие сложность и разнообразие процессов, протекающих в электронной лавине. Применение в качестве основного рабочего газа CF_4 , содержащего электроотрицательные примеси, позволило растянуть по высокому напряжению область перехода электронной лавины в стример и в “замедленном” виде при помощи контрольных проволок (зондов) наблюдать динамику процессов, приводящих в итоге к данному переходу. Не-

льзя не согласиться, что динамика очень сложная. Особенно в той области, где формируется стример, о которой в наших знаниях имеется существенный пробел. Поэтому настоящая работа не претендует на полноту и точность интерпретации многих экспериментальных данных, полученных впервые. В одной, даже большой работе это сделать невозможно, так как, в виду сложности и важности проблемы, требуется проведение многочисленных исследований, расчетов и моделирования, чтобы можно было сделать какие-то выводы. И все же основной вывод, следующий из данной работы, необходимо выделить: из представленного круга проблем следует, что информацию о газовом разряде можно получить не из отдельных элементарных процессов, а только лишь из динамики его развития.

Автор считает своим приятным долгом выразить искреннюю благодарность члену-корреспонденту РАН В.П.Джелепову, члену-корреспонденту РАН И.Н.Мешкову, профессорам Ю.К.Акимову, В.Г.Зинову, В.И.Комарову, А.А.Тяпкину, В.Б.Флягину за ценные замечания и советы, а также за внимание и поддержку в работе.

Автор глубоко благодарен А.Ю.Петрусу и И.Н.Потрапу за полезные обсуждения, выполнение расчетов распределения электрического поля в камерах и помощь в проведении измерений и подготовке данной работы.

В заключение автор пользуется случаем выразить свою признательность сотруднику Института Пауля Шерера (PSI, Швейцария) доктору Д.Егеру за большой интерес и полезные дискуссии по проблемам работы проволочных камер в режиме большого газового усиления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bonclier R., Charpak G., Dimčovski Z. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1970, v.88, p.149.
2. Brehin S., Diamant Berger A., Marel G. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1975, v.123, p.225.
3. Alekseev G.D., Kruglov V.V., Khasins D.M. — Nucl. Instr. and Meth., 1978, v.153, p.157.
4. Алексеев Г.Д., Круглов В.В., Хазинс Д.М. — Препринт ОИЯИ, Р13–80–653, Дубна, 1980.
5. Абрамов А.И., Казанский Ю.А., Матусевич Е.С. — Основы экспериментальных методов ядерной физики. М.: Атомиздат, 1970.
6. Мик Дж., Крэгс Дж. — Электрический пробой в газах. Пер. с англ.: М.: ИЛ., 1960.
7. Хазинс Д.М. — Обнаружение, исследование и применение самогасящегося стримерного разряда в проволочных детекторах частиц. Дисс. докт. физ.-мат. наук. Дубна, 1985.
8. Raerthen H. — Z. Phys., 1938, Bd. 110, h.6, p.611.
9. Przybylsky A. — Z. Phys., 1958, Bd. 151, h.3, p.264.
10. Teich T.H. — Z. Phys., 1967, Bd. 199, h.4, p.378.
11. Петер Г. — Электронные лавины и пробой в газах. Пер. с англ.: М.: Мир, 1968.
12. Алексеев Г.Д., Круглов В.В., Хазинс Д.М. — Препринт ОИЯИ, Д13–12027, Дубна, 1978.

13. **Kalmar H., Komissarov E.V., Kurbatov V.S. et al.** — Third Workshop "Physics of UNK". Protvino, September 25—28, 1990, p.31.
14. **Лозанский Э.Д., Фирсов О.Б.** — Теория искры. М.: Атомиздат, 1964.
15. **Смирнов Б.М.** — Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме. М.: Атомиздат, 1964.
16. **Френсис Г.** — Ионизационные явления в газах. Пер. с англ.: М.: Атомиздат, 1964.
17. **Франк-Каменский Д.А.** — Лекции по физике плазмы. М.: Атомиздат, 1964.
18. **Омаров О.А., Рухадзе А.А., Шнеерсон Г.А.** — Журнал технической физики, 1997, т.49, в.9.
19. **Александров А.А., Богданкевич А.С., Рухадзе А.А.:** — Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа, 1988.
20. **Лифшиц Е.М., Питаевский А.П.** — Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
21. **Райзер Ю.П.** — Физика газового разряда. М.: Наука, 1992.
22. **Энгель А.** — Ионизованные газы. Пер. с англ.: М.: ГФМЛ, 1959.
23. **Gushin E.M., Komisarov E.V., Musienko Yu.V. et al.** — Nucl.Instr.and Meth., 1994, v.A351, p.345.
24. **Алексеев Г.Д., Круглов В.В., Хазинс Д.М.** — III Международное совещание по пропорциональным и дрейфовым камерам. ОИЯИ, Д13-11807, Дубна, 1978.
25. Gold plated tungsten alloy wires type 861, No.60 finish made by Luma Lampan AB, Kalmar, Sweden; Distributor: SAES Getters/USA, Inc.
26. **Kalmar H., Ketikjan A.G., Komissarov E.V. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1991, v.A307, p.279.
27. Industrial Electronics. GMBH. em Mini-Circuits Catalog.
28. **Majewski S., Charpak G., Breskin A., Mikenberg G.** — Nucl. Instr. and Meth., 1983, v.217, p.265.
29. **Genser K., Walczak R.** — Nucl. Instr. and Meth., 1984, v.A253, p.264
30. **Henderson R.** — IEEE Trans. on Nucl. Sci., 1987, v.NS-34, No.1, p.528.
Henderson R. — IEEE Trans. on Nucl. Sci., 1988, v.NS-35, No.1, p.477.
31. **Курчанинов Л.Л.** — Препринт ИФВЭ 89-131, Серпухов, 1989.
32. **Fischer J., Hrisoho A., Radeka V., Rehak P.** — Nucl. Instr. and Meth., 1985, v.A238, p.249.
33. **Oed A.** — Nucl.Instr. and Meth., 1988, v.A263, p.351.
34. **Lachin Y.Y., Miasoedov L.V., Morozov I.V. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1995, v.A361, p.77.
35. **Алексеев Г.Д., Круглов В.В., Хазинс Д.М.** — ЭЧАЯ, 1982, т. 13, вып.3.
36. **Kunhardt E.E., Byszewski W.W.** — Phys. Rev. A, 1980, v.21, No.6.
37. **Павловский А.И., Бабич Л.П., Лойко Т.В., Тарасов Л.В.** — ДАН СССР, 1985, т.281, №6, с.1359.
38. **Королев Ю.Д., Месяц Г.А.** — Физика импульсного пробоя газов. М.: Наука, 1991.
39. **Ляпидевский В.К.** — Методы детектирования излучений. М.: Энергоатомиздат, 1987.
40. **Браун С.** — Элементарные процессы в плазме газового разряда. Пер. с англ.: М.: Атомиздат, 1978.
41. **Франк-Каменский Д.А.** — Плазма – четвертое состояние вещества. М.: Атомиздат, 1963.

-
42. Митчнер М., Кругер Ч. — Частично ионизированные газы. М.: Мир, 1976.
 43. Швылкин Б.Н. — Газовая электроника и физика плазмы в задачах. М.: Наука, 1978.
 44. Yamamoto Kohji, Ikuta Nobuaki — J. Phys. Soc. Jpn., 1994, v.63, No.6, p.2157.
 45. Руденко Н.С., Сметанин В.И. — Известия вузов, сер. физ., 1977, т.7, с.34.
 46. Толль Х. — Развитие электронной лавины в азоте при перенапряжении. В кн.: Г.Петер. "Электронные лавины и пробой в газах". М.: Мир, 1968.
 47. Вагнер К. — Изучение развития электронной лавины с помощью электронно-оптических преобразователей. В кн.: Г.Петер. "Электронные лавины и пробой в газах". М.: Мир, 1968.
 48. Смирнов Б.М. — Физика слабоионизированного газа в задачах с решениями. М.: Наука, 1985.
 49. Walenta A.H. — Physica Scripta, 1981, v.23, p.354.
 50. Будагов Ю.А., Глинка В., Нагайцев Ф.П. — Препринт ОИЯИ, 13–84–337, Дубна, 1984.
 51. Allison W.W.M., Brooks C.B., Lyons L. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1979, v.163, p.331.
 52. Baruzzi V., Carosio R., Crijns F. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1983, v.207, p.339.
 53. Ахиезер А.И., Ахиезер И.А., Половин Р.В. и др. — Электродинамика плазмы. М.: Наука, 1974.

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В (2+1)-МЕРНЫХ ТЕОРИЯХ С ЧЕТЫРЕХФЕРМИОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

А.С.Вишивцев, **Б.В.Магницкий**

Московский институт радиотехники, электроники и автоматики, Москва

В.Ч.Жуковский

Московский государственный университет им.М.В.Ломоносова, Москва

E-mail: zhukovsk@th180.phys.msu.su

К.Г.Клименко

Институт физики высоких энергий, Протвино, Московская обл.

E-mail: kklm@mx.ihep.su

В обзоре рассмотрены критические свойства простейших (2+1)-мерных моделей теории поля с четырехфермионным взаимодействием при наличии температуры, химического потенциала и внешних калибровочных полей. Показано, что внешнее магнитное поле является катализатором спонтанного нарушения симметрии. Хромомагнитный глюонный конденсат в КХД₃ также обладает способностью спонтанным образом нарушать киральную симметрию. В работе детально изучена термодинамика этих эффектов. Получены условия, при которых в трехмерных моделях типа Гросса – Неве возможны сверхпроводящие фазовые переходы, а также динамическая генерация члена Черна – Саймонса.

The critical behaviour of some of the (2+1) - dimensional models with four fermionic interactions at nonzero temperature, chemical potential and external gauge fields is investigated in this review. It is shown that external magnetic field is a good catalyst for the spontaneous breaking of symmetry. Chromomagnetic gluonic condensate in QCD also promotes the spontaneous breaking of chiral symmetry. The catalysis effect has been studied in detail in the presence of temperature and chemical potential. The existence of superconductive phase transitions in some three dimensional Gross – Neveu type models is proved. Sufficient conditions for the dynamical generation of the Chern – Simons term are derived.

ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что в основе многих явлений природы лежат фазовые превращения. Поэтому задача по исследованию вакуума еще долго будет определяющей при выборе важнейших направлений развития современной физики, включая физику элементарных частиц (ФЭЧ). Следует отметить,

что существование ФЭЧ в настоящее время немыслимо без феномена спонтанного нарушения симметрии, при котором также происходит перестройка основного состояния.

Прогресс в современной ФЭЧ в значительной мере основан на осознании принципов симметрии и, пожалуй, в еще большей степени на механизмах нарушения симметрии в моделях элементарных частиц. Одним из важных этапов построения калибровочной теории поля явилось понимание роли механизма Хиггса – спонтанного нарушения симметрии, сопровождаемого возникновением массы у калибровочных бозонов. Этот эффект положен в основу единой теории электрослабых взаимодействий, моделей Великого объединения и т.д. Вместе с тем одного этого механизма нарушения симметрии, который влечет за собой необходимость введения в теорию фундаментальных скалярных полей, явно недостаточно для построения последовательной теории. Существует еще один, динамический, способ нарушить симметрию спонтанным образом, впервые рассмотренный в работах [1]. В этом случае в качестве фундаментальных выступают спинорные поля, связанные состояния которых образуют бозоны. Динамический способ нарушения симметрии реализуется, как правило, в моделях с четырехфермионным взаимодействием, одной из особенностей которых является неперенормируемость в (3+1)-мерном пространстве-времени. (Справедливости ради нужно отметить, что для этих моделей существуют попытки провести осмысленные вычисления динамических величин вне рамок обычной теории возмущений, несмотря на их неперенормируемость [2].) В силу этого их удобно привлекать для построения эффективных моделей адронов [3]. Кроме того, динамическое нарушение киральной инвариантности с помощью четырехфермионных лагранжианов лежит в основе описания спиновых эффектов в физике сильных взаимодействий [4] и т.д.

Особо выделим цикл работ (см. обзор [5]) по изучению калибровочных теорий поля при наличии внешних сверхкритических кулоноподобных сил. Такая ситуация может возникнуть при столкновении тяжелых релятивистских ионов. Оказывается, что в этом случае также происходит динамическое нарушение симметрии, и фермионы приобретают массу.

С точки зрения построения последовательной КТП более интересными по сравнению с четырехмерными являются (1+1) - и (2+1)-мерные варианты четырехфермионных моделей. Лагранжиан одной из них, называемой моделью Гросса – Невье (ГН), имеет вид [6]:

$$L_{\psi} = \sum_{k=1}^N \bar{\psi}_k i \hat{\partial} \psi_k + \frac{g_0}{2N} \left(\sum_{k=1}^N \bar{\psi}_k \psi_k \right)^2. \quad (1)$$

В двумерии модель (1) перенормируема, очевидно, по теории возмущений, однако перенормируемость ее в (2+1)-мерном (трехмерном) пространстве-

времени была доказана сравнительно недавно [7] в рамках непертурбативного метода $1/N$ -разложения. Двумерную модель ГН в силу ее простоты можно использовать для иллюстрации асимптотической свободы, спонтанного нарушения киральной инвариантности и других фундаментальных свойств квантовой хромодинамики. Однако интерес к этой модели обусловлен не только методическими, но и практическими соображениями, поскольку ее можно использовать для описания квазиодномерных проводящих соединений, получивших название пайерлсовских диэлектриков [8]. Свойства вакуума (1+1)-мерной модели ГН уже исследовались при ненулевых значениях температуры и химического потенциала [9–11], во внешних электрическом и гравитационном полях [12]. Недавно в целом ряде работ [13] фазовые превращения в этой теории поля были рассмотрены в двумерном пространстве-времени с топологией $R^1 \times S^1$.

Трехмерная модель ГН стала объектом изучения сравнительно недавно в связи с открытием явления высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) (см. обзор [14]), а также необходимостью объяснения квантового эффекта Холла [15]. Эффект Холла наблюдается в плоских образцах, помещенных в сильное магнитное поле, а ВТСП происходит в материалах типа La_2CuO_4 , в которых электроны проводимости сконцентрированы в плоскостях, образованных атомами Си и О. Вот почему в последнее десятилетие многие физики-теоретики интенсивно исследуют (2+1)-мерные теории поля, тем самым используя методы квантовой теории поля в физике конденсированных состояний. К наиболее модным сейчас моделям можно отнести трехмерную квантовую электродинамику, нелинейную σ -модель и особенно (2+1)-мерную модель ГН (1).

Дело в том, что в трехмерных теориях с четырехфермионным взаимодействием довольно надежно установлены факты спонтанного нарушения симметрии [7], а также динамической генерации масс полей, поэтому на основе моделей этого типа уже делались попытки объяснить явление ВТСП [16]. Кроме того, их можно использовать для описания свойств планарных антиферромагнетиков, т.к. некоторые решеточные твердотельные модели этих веществ в непрерывном пределе имеют лагранжианы вида (1) [17]. Как и любые другие трехмерные теории, модели типа ГН могут служить хорошей основой для объяснения физических процессов, происходящих в тонких пленках. Наконец, теория поля (1) является отличной лабораторией, позволяющей предсказывать новые эффекты четырехмерного мира.

Предлагаемый обзор посвящен систематическому изложению свойств вакуума некоторых (2+1)-мерных теорий с четырехфермионным взаимодействием в зависимости от T, μ и внешних калибровочных полей, а также связанным с этим новым динамическим эффектам.

Ключевым моментом, объединяющим рассматриваемые здесь модели, является их общее свойство, которое можно продемонстрировать на следую-

щем простом примере. Рассмотрим систему свободных фермионов в R^{2+1} пространстве-времени, взаимодействующих с внешним однородным магнитным полем. Ее лагранжиан имеет вид

$$L = \bar{\psi}(i\hat{\partial} - e\hat{A} - m)\psi.$$

В безмассовом пределе для конденсата $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ можно получить

$$\lim_{m \rightarrow 0} \langle \bar{\psi}\psi \rangle = -eH/\pi.$$

(Этот же результат получается из метода эффективного потенциала и связи его абсолютного минимума с квазисредними Боголюбова [18], т.к. введенный в рассматриваемый лагранжиан массовый член фермионов явно нарушает киральную симметрию, а конденсат является квазисредней, которая в нашем случае не обращается в нуль при $m \rightarrow 0$.) Отсюда видно, что в присутствии внешнего однородного магнитного поля основное состояние квантово-полевой системы безмассовых фермионов в R^{2+1} вырождено, а киральная симметрия спонтанно нарушена. (Причины этого явления мы обсудим ниже.)

В разд.1 непертурбативным методом $1/N$ -разложения детально исследуются критические свойства трехмерной теории Гросса – Невье при наличии внешнего магнитного поля, температуры T и химического потенциала μ . Здесь описано неизвестное ранее явление динамического нарушения киральной и симметрии по ароматам сколь угодно малым внешним магнитным полем H . Построены фазовые портреты модели в переменных (T, μ) , (H, T) и (H, μ) , а также найдены критические значения параметров, при которых происходит восстановление исходной симметрии. Кроме того, показано, что в плоскости (T, μ) существует трикритическая точка, где кривая фазовых переходов первого рода превращается в критическую кривую второго рода.

В разд.2 доказано, что модель ГН с $SU(3)$ фермионными полями точно решаема в главном порядке $1/N$ -разложения во внешнем хромомагнитном поле. Данную модель можно рассматривать как трехмерный аналог теории, эффективно описывающей низкоэнергетическую область квантовой хромодинамики. Внешнее неабелево поле здесь выступает в качестве поля глюонного конденсата, на фоне которого идут процессы с участием кварков. Мы показали, что внешние постоянные хромомагнитные как абелевоподобные, так и неабелевы поля служат катализатором спонтанного нарушения киральной инвариантности. (Заметим, что выбор полей, моделирующих основное состояние КХД, не исчерпывается рассмотренными нами конфигурациями, что продемонстрировано в цикле работ [19,20], в которых детально обсуждаются (анти-)самодуальные поля, а также другие возможные конфигурации полей [21], являющихся решениями уравнений Янга – Миллса.) Следовательно, в КХД ненулевой хромомагнитный глюонный конденсат является одной из

причин нарушения киральной симметрии. Найдено также критическое значение температуры, при которой происходит восстановление киральной симметрии.

В разд.3 детально исследуются две трехмерные модели с более сложной структурой взаимодействия фермионов. Показано, что в них возможны как киральные фазовые переходы, так и переходы сверхпроводящего типа со спонтанным нарушением $U(1)$ -группы. Кроме того, в этом разделе уделяется особое внимание возможности динамической генерации члена Черна – Саймонса (топологической массы калибровочного поля), благодаря которому у частиц появляются дробные спин и статистика. На примере этих моделей показано, что нарушение P -четности есть только необходимое, но не достаточное условие спонтанной генерации члена Черна – Саймонса. Обнаружен также эффект, когда параметром порядка теории (т.е. величиной, находящейся во взаимно однозначном соответствии со структурой вакуума) является топологическая масса калибровочного поля.

1. КРИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ ГН ПРИ $T, \mu, H \neq 0$

В предлагаемом разделе будет исследоваться фазовая структура трехмерной модели Гросса – Невье при $\mu, T, H \neq 0$. Лагранжиан модели имеет вид (1), причем $\partial = \partial_\mu \Gamma^\mu$, где $\Gamma^\mu - 4 \times 4$ матрицы, алгебра которых описана в приложении А, а каждое из N фермионных полей есть 4-компонентный спинор Дирака:

$$\psi_k = \begin{pmatrix} \psi_{1k} \\ \psi_{2k} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Здесь $k = 1, \dots, N$, а ψ_{ik} ($i = 1, 2$) – обычные двухкомпонентные спиноры Дирака. В этом случае лагранжиан (1) инвариантен относительно двух дискретных преобразований. Первое из них есть

$$\psi_k \rightarrow \Gamma^3 \psi_k; \quad k = 1, \dots, N \quad (3)$$

(где матрица Γ^3 дана в приложении (А.8)) и переставляет местами поколения спиноров ψ_{1k} и ψ_{2k} из (2). (Симметрию относительно (3) называют еще ароматосимметрией.) Второе преобразование имеет вид

$$\psi_k \rightarrow \Gamma^5 \psi_k; \quad k = 1, \dots, N, \quad (4)$$

а Γ^5 дана в формуле (А.9). Симметрию относительно (4) будем называть дискретной киральной симметрией, т.к. $\Gamma^5 \sim \Gamma^0 \Gamma^1 \Gamma^2 \Gamma^3$ и по виду формально совпадает с генератором киральных преобразований для спинорных полей в четырехмерном пространстве-времени.

Лагранжиан (1) инвариантен также относительно непрерывных преобразований вида

$$\psi_k \rightarrow \exp(i\alpha)\psi_k; \quad k = 1, \dots, N. \quad (5)$$

Фазовые свойства этой модели мы будем рассматривать в рамках лидирующего порядка $1/N$ -разложения.

1.1. Случай $T, \mu \neq 0$. При нулевых значениях T, μ лагранжиан (1) эквивалентен на уравнения движения для поля σ следующему вспомогательному лагранжиану:

$$L_\sigma = \sum_{k=1}^N \left[\bar{\psi}_k i \hat{\partial} \psi_k + \sigma \bar{\psi}_k \psi_k \right] - \frac{N\sigma^2}{2g_0}. \quad (6)$$

В терминах этого лагранжиана дискретные симметрии (3)–(4) преобразуются к виду

$$\psi_k \rightarrow \Gamma \psi_k, \quad \sigma \rightarrow -\sigma; \quad k = 1, \dots, N, \quad (7)$$

где Γ – одна из матриц Γ^3 или Γ^5 . Нетрудно показать, что в главном порядке $1/N$ -разложения эффективный потенциал в эквивалентной вспомогательной модели (6) имеет вид [7, 22]:

$$\frac{1}{N} V_0(\sigma) = \frac{\sigma^2}{2g_0} - 2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \ln(p^2 + \sigma^2). \quad (8)$$

Здесь интегрирование проводится по трехмерному евклидову пространству. Выражение (8) содержит ультрафиолетовые (УФ) расходимости, которые устраняются в результате проведения перенормировочной процедуры. Для этого предположим, что в (8) $|p| < \Lambda$, тогда нетрудно сосчитать

$$\frac{1}{N} V_0(\sigma) = \frac{\sigma^2}{2} \left(\frac{1}{g_0} - \frac{2\Lambda}{\pi^2} \right) + \frac{|\sigma|^3}{3\pi}. \quad (9)$$

Отсюда с помощью нормировочного условия

$$\left. \frac{d^2 V_{\text{eff}}}{d\sigma^2} \right|_{\sigma=m} = \frac{N}{g(m)}$$

можно показать, что

$$\frac{1}{g_0} - \frac{2\Lambda}{\pi^2} = \frac{1}{g(m)} - \frac{2m}{\pi} \equiv \frac{1}{g} \quad (10)$$

(m – точка нормировки, $g(m)$ – перенормированная константа связи), где введен новый параметр g , который не зависит ни от точки нормировки m (т.к. g_0 не зависит от m), ни от параметра УФ-обрезания Λ (т.к. $g(m)$ не

зависит от Λ). Подставляя (10) в (9), получаем конечное ренорминвариантное выражение для $V_0(\sigma)$:

$$\frac{1}{N}V_0(\sigma) = \frac{\sigma^2}{2g} + \frac{|\sigma|^3}{3\pi}. \quad (11)$$

Нетрудно видеть, что при $g > 0$ абсолютный минимум функции (11) находится в нуле, поэтому дискретные симметрии (3)–(4) модели не нарушены. Если $g < 0$, то точка глобального минимума потенциала есть

$$\sigma_0 \equiv \langle \sigma \rangle = -\pi/g \equiv M, \quad (12)$$

в этом случае дискретные симметрии модели спонтанно нарушены, а фермионы динамически приобретают массу, равную M (12).

Предположим теперь, что наша система, описываемая лагранжианом (1) (или, что то же самое, лагранжианом (6)), помещена в термостат. В этом случае необходимо воспользоваться методами квантовой теории поля при конечной температуре, развитыми в работах [23]. Свойства системы в состоянии термодинамического равновесия определяются термодинамическим потенциалом $\Omega(T, \mu)$:

$$\beta V \Omega(T, \mu) = -\ln \text{Tr} \exp^{-\beta(\hat{H} - \mu \hat{N})}, \quad (13)$$

где $\beta = 1/T$, V – двумерный объем системы, $\hat{H}$ – ее гамильтониан, $\hat{N}$ – генератор группы преобразований (5):

$$\hat{N} \sim \int d^2x \bar{\psi}(\vec{x}, t) \Gamma^0 \psi(\vec{x}, t),$$

$\Omega(T, \mu)$ – значение эффективного потенциала $V_{T\mu}(\sigma)$ в точке глобального минимума. Для нахождения $V_{T\mu}(\sigma)$ достаточно меру интегрирования по энергетической евклидовой переменной в (8) преобразовать по правилу [24]:

$$\int \frac{dp_0}{2\pi} f(p_0) \rightarrow T \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(p_{0n}); \quad p_{0n} = (2n+1)\pi T - i\mu. \quad (14)$$

Теперь имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{N}V_{T\mu}(\sigma) = & \frac{\sigma^2}{2g_0} - 2T \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \ln [p_1^2 + p_2^2 + \sigma^2 + \pi^2 T^2 (2n+1)^2 - \\ & - \mu^2 - 2i\mu\pi T(2n+1)]. \end{aligned} \quad (15)$$

Просуммировав в этом выражении по n , получаем

$$V_{T\mu}(\sigma) = V_0(\sigma) - \frac{NT}{2\pi} \int_0^\infty dx \ln [(1 + \exp[-\beta\sqrt{x + \sigma^2} - \beta\mu])(1 +$$

$$+ \exp [-\beta \sqrt{x + \sigma^2} + \beta \mu]], \quad (16)$$

где $V_0(\sigma)$ – эффективный потенциал при нулевых значениях T, μ (8) или (11).

Не теряя общности рассмотрения, мы будем далее исследовать эту функцию только при положительных значениях σ . Уравнение стационарности для (16) выглядит так:

$$\partial V_{T\mu}(\sigma)/\partial \sigma = N\sigma f_{T\mu}(\sigma) = 0, \quad (17)$$

где

$$f_{T\mu}(\sigma) = \frac{1}{g} + \frac{\sigma}{\pi} + \frac{T}{\pi} \ln [(1 + e^{-\beta\sigma - \beta\mu})(1 + e^{-\beta\sigma + \beta\mu})]. \quad (18)$$

Пусть $T \neq 0$. Функция $f_{T\mu}(\sigma)$ монотонно возрастает на интервале $(0, \infty)$, причем $f_{T\mu}(\infty) = \infty$. Кроме того,

$$f_{T\mu}(0) = \frac{1}{g} + \frac{T}{\pi} \ln [(1 + e^{-\beta\mu})(1 + e^{\beta\mu})]. \quad (19)$$

Из (19) ясно, что при $g > 0$ $f_{T\mu}(0) > 0$, поэтому и $f_{T\mu}(\sigma) > 0$. В этом случае единственным решением уравнения стационарности (17) является точка $\sigma = 0$, которая есть статистическое среднее поля σ . Эта точка инвариантна относительно дискретных преобразований (7), поэтому и вакуум модели (здесь и далее под вакуумом при $T, \mu \neq 0$ мы подразумеваем состояние термодинамического равновесия системы) также симметричен относительно этих преобразований при любых значениях μ, T .

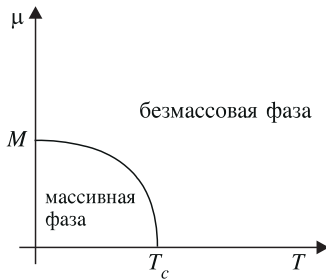


Рис. 1. Фазовый портрет модели Гросса – Невье при $g < 0$ в переменных μ, T

Пусть теперь $g < 0$ и, кроме того, T и μ принимают такие значения, что $f_{T\mu}(0) < 0$. В этом случае из-за того, что $f_{T\mu}(\sigma)$ монотонно возрастающая функция, обязательно существует единственная ненулевая точка σ_0 , зависящая от T, μ , такая, что $f_{T\mu}(\sigma_0) = 0$. Кроме того, $f_{T\mu}(\sigma) \leq 0$ при $\sigma \leq \sigma_0$. Поэтому из (17) следует, что первая производная по σ функции $V_{T\mu}(\sigma)$ отрицательна на интервале $(0, \sigma_0)$, т.е. $V_{T\mu}(\sigma)$ убывает на этом интервале и, значит, $V_{T\mu}(0) > V_{T\mu}(\sigma_0)$. Таким образом, мы показали, что при $g < 0$ и $f_{T\mu}(0) < 0$ точка $\sigma_0 \neq 0$ является глобальным минимумом потенциала (16), а симметрия (7) модели спонтанно нарушена. Легко видеть, что $\sigma_0 \rightarrow 0$ при

$f_{T\mu}(0) \rightarrow 0$. Очевидно, что при $g < 0$ и $f_{T\mu}(0) > 0$ уравнение стационарности (17) будет иметь только один корень $\sigma = 0$. Это означает, что при таких значениях T, μ , когда $f_{T\mu}(0)$ становится положительной величиной, симметрия модели относительно (7) восстанавливается. Заметим, что систематическое исследование фазовых переходов в физике конденсированного

состояния, а также в физике элементарных частиц и космологии было проведено в работах [25].

Результаты всего сказанного можно изобразить в виде фазового портрета модели в плоскости переменных T, μ . На рис.1 изображена критическая кривая, которая задается уравнением $f_{T\mu}(0) = 0$. Она отделяет множество точек (T, μ) , соответствующих фазе с массивными фермионами и спонтанным нарушением дискретных симметрий, от множества, которому соответствует безмассовая симметричная фаза теории. На критической кривой температура и химический потенциал связаны между собой соотношением

$$\mu(T) = T \ln K(T), \quad (20)$$

где

$$K(T) = -1 + \frac{1}{2} \exp(\beta M) + \sqrt{\left[-1 + \frac{1}{2} \exp(\beta M)\right]^2 - 1},$$

а M – масса фермионов при $T, \mu = 0$. Функция (20) обращается в нуль в точке $T_c = M/(2 \ln 2)$. Кроме того, $\mu(0) = M$, $\mu'(T_c) = -\infty$, $\mu'(0) = 0$. Отметим, что при пересечении критической кривой в теории происходит фазовый переход второго рода, т.к. параметр порядка – точка глобального минимума потенциала – на этой кривой является непрерывной функцией внешних параметров T, μ .

До сих пор мы предполагали, что $T \neq 0$. При $T = 0$ картина качественно иная. Здесь эффективный потенциал можно получить из (16) при $T \rightarrow 0$:

$$V_\mu(\sigma) = V_0(\sigma) - \frac{N}{6\pi} \Theta(\mu - \sigma)(\mu - \sigma)^2(\mu + 2\sigma), \quad (21)$$

где $\Theta(x)$ – ступенчатая функция Хэвисайда, а уравнение стационарности имеет вид

$$\sigma \left[\frac{1}{g} + \frac{\sigma}{\pi} + \frac{1}{\pi} \Theta(\mu - \sigma)(\mu - \sigma) \right] = 0.$$

Исследование потенциала (21) показывает, что при $g > 0$ ни при каких значениях химического потенциала симметрии (7) не нарушаются. Однако если $g < 0$, то существует критическое значение химпотенциала $\mu_c = M$, ниже которого точкой глобального минимума функции $V_\mu(\sigma)$ является $\sigma_0 = M$, а при $\mu > \mu_c$ абсолютный минимум находится в нуле. Поскольку в точке μ_c параметр порядка скачком меняет свое значение, то здесь мы имеем фазовый переход первого рода. Соответственно на фазовой диаграмме рис.1 точка $(0, M)$ является трикритической точкой [26], поскольку в ней кривая фазовых переходов меняет свой характер с линии фазовых переходов первого рода на кривую фазовых переходов второго рода и наоборот.

1.2. Случай $H \neq 0$. Эффект катализации. Исследуем теперь критические свойства трехмерной модели ГН во внешнем постоянном магнитном поле H при $T, \mu = 0$. Лагранжиан модели в терминах вспомогательного скалярного поля $\sigma(x)$ в этом случае имеет вид

$$L_\sigma = \sum_{k=1}^N \left[\bar{\psi}_k (i\hat{\partial} - e\hat{A}) \psi_k + \sigma \bar{\psi}_k \psi_k \right] - \frac{N\sigma^2}{2g_0}, \quad (22)$$

где $\hat{A} \equiv A_\mu \Gamma^\mu$, e – заряд ферми-частиц, а векторный потенциал, соответствующий постоянному внешнему магнитному полю H , имеет вид $A_{0,1} = 0$, $A_2 = x_1 H$. Напишем производящий функционал для функций Грина скалярного поля σ :

$$\exp \{iW(J)\} = \int D\bar{\psi} D\psi D\sigma \exp \left\{ i \int d^3x [L_\sigma + J(x)\sigma(x)] \right\}.$$

Проинтегрировав здесь по спинорным полям, получаем

$$\exp \{iW(J)\} = \int D\sigma \exp \left\{ i \int d^3x [L_{\text{eff}}(\sigma) + J(x)\sigma(x)] \right\},$$

где

$$\int d^3x L_{\text{eff}}(\sigma) = \int d^3x (-N\sigma^2/(2g_0)) - iN \text{Tr} \ln \Delta. \quad (23)$$

В этом выражении $\Delta = i\hat{\partial} - e\hat{A} + \sigma$. Предположим теперь, что поле σ не зависит от точек пространства-времени. Тогда в главном порядке $1/N$ -разложения эффективный потенциал модели во внешнем магнитном поле имеет вид

$$V_{\text{eff}} \equiv V_H(\sigma) = -L_{\text{eff}}(\sigma),$$

то есть

$$V_H(\sigma) = \frac{N\sigma^2}{2g_0} + \frac{iN}{v} \text{Tr} \ln \Delta, \quad (24)$$

где $v = \int d^3x$. В работе [27] показано, что функция (24) симметрична относительно преобразования $\sigma \rightarrow -\sigma$, поэтому достаточно рассмотреть его свойства при $\sigma \geq 0$.

Обратимся сначала к причинной функции Грина оператора Δ , которую можно представить следующим образом [29]:

$$\begin{aligned} \Delta_{\alpha\beta}^{-1}(x, t; x', t') = & -i\Theta(t - t') \sum_{\{n\}} \psi_{\{n\}\alpha}^{(+)}(x, t) \bar{\psi}_{\{n\}\beta}^{(+)}(x', t') + \\ & + i\Theta(t' - t) \sum_{\{n\}} \psi_{\{n\}\alpha}^{(-)}(x, t) \bar{\psi}_{\{n\}\beta}^{(-)}(x', t'). \end{aligned} \quad (25)$$

Здесь $\{n\} = (i, n, k)$, где $i = 1, 2$; $n = 0, 1, 2, \dots$; k – вещественное число: $-\infty < k < \infty$. Кроме того, $\psi_{\{n\}}^{(\pm)}$ – это положительно- и отрицательно-частотные ортонормированные решения уравнения Дирака $\Delta\psi = 0$, которые имеют вид (T – символ транспонирования):

$$\begin{aligned} \psi_{1nk}^{(\pm)T}(x, t) &= \\ &= \exp(\mp i\varepsilon_n t + ikx_2) \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_n \mp \sigma}{4\pi\varepsilon_n}} h_{n,k}(x_1), \pm \sqrt{\frac{\varepsilon_n \pm \sigma}{4\pi\varepsilon_n}} h_{n-1,k}(x_1), 0, 0 \right), \\ \psi_{2nk}^{(\pm)T}(x, t) &= \\ &= \exp(\mp i\varepsilon_n t + ikx_2) \left(0, 0, \sqrt{\frac{\varepsilon_n \pm \sigma}{4\pi\varepsilon_n}} h_{n,k}(x_1), \pm \sqrt{\frac{\varepsilon_n \mp \sigma}{4\pi\varepsilon_n}} h_{n-1,k}(x_1) \right), \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$h_{n,k}(x_1) = \frac{(eH)^{1/4}}{(2^n n! \sqrt{\pi})^{1/2}} \exp(-\xi^2/2) H_n(\xi), \quad (27)$$

$H_n(\xi)$ – полиномы Эрмита, $\varepsilon_n = \sqrt{\sigma^2 + 2eHn}$, $\xi = \sqrt{eH}(x_1 - k/(eH))$. Функции (27) удовлетворяют условиям

$$\int dx_1 h_{n,k}^2(x_1) = \frac{1}{eH} \int dk h_{n,k}^2(x_1) = 1. \quad (28)$$

Кроме того, в формулах (26) предполагается, что $h_{-1,k}(x_1) \equiv 0$.

Теперь мы имеем материал, необходимый для вычисления величины

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} V_H(\sigma) = \frac{N\sigma}{g_0} + \frac{iN}{v} \text{Tr}(\Delta^{-1}). \quad (29)$$

Для этого сначала нужно избавиться от Θ -функций в (25) по правилу

$$\mp \Theta(\pm t) \exp(\mp i\varepsilon_n t) f(\varepsilon_n) = \int \frac{d\omega}{2\pi i} \frac{f(\pm\omega) \exp(-i\omega t)}{\omega \mp (\varepsilon_n - i0)}. \quad (30)$$

Подставляя затем полученное выражение для функции Грина в (29), имеем

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} V_H(\sigma) = \frac{N\sigma}{g_0} - \frac{iN\sigma}{2\pi^2 v} \int d^3x \int d\omega \int dk \sum_{n=0}^{\infty} \frac{h_{n-1,k}^2(x_1) + h_{n,k}^2(x_1)}{\omega^2 - \varepsilon_n^2 + i0}.$$

Здесь можно проинтегрировать по переменной k (см. (28)):

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} V_H(\sigma) = \frac{N\sigma}{g_0} - \frac{iN\sigma eH}{2\pi^2} \int d\omega \sum_{n=0}^{\infty} \frac{s_n}{\omega^2 - \varepsilon_n^2 + i0}, \quad (31)$$

где $s_n = 2 - \delta_{0n}$. Перейдем в выражении (31) к евклидовой метрике, т.е. сделаем замену $\omega \rightarrow i\omega$ и воспользуемся α -представлением [28]. После интегрирования по α и суммирования по n получим:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} V_H(\sigma) = \frac{N\sigma}{g_0} - \frac{NeH}{2\pi^{3/2}} \int_0^\infty \frac{d\alpha}{\sqrt{\alpha}} \exp(-\alpha\sigma^2) \operatorname{cth}(eH\alpha). \quad (32)$$

Интегрируя обе части этого равенства по σ в пределах от σ до ∞ и опуская несущественные, не зависящие от σ константы, найдем

$$V_H(\sigma) = \frac{N\sigma^2}{2g_0} + \frac{NeH}{4\pi^{3/2}} \int_0^\infty \frac{d\alpha}{\alpha^{3/2}} \exp(-\alpha\sigma^2) \operatorname{cth}(eH\alpha). \quad (33)$$

В этом выражении интеграл расходится на нижнем пределе. Сделав тождественные преобразования в (33), можно локализовать эту расходимость в эффективном потенциале при $H = 0$:

$$V_H(\sigma) = V_0(\sigma) + \frac{NeH}{4\pi^{3/2}} \int_0^\infty \frac{d\alpha}{\alpha^{3/2}} \exp(-\alpha\sigma^2) \left[\operatorname{cth}(eH\alpha) - \frac{1}{eH\alpha} \right]. \quad (34)$$

Здесь

$$V_0(\sigma) \equiv \frac{N\sigma^2}{2g_0} + \frac{N}{4\pi^{3/2}} \int_0^\infty \frac{d\alpha}{\alpha^{5/2}} \exp(-\alpha\sigma^2) = \frac{\sigma^2}{2g} + \frac{\sigma^3}{3\pi}. \quad (35)$$

Отметим, что формулу (34) для $V_H(\sigma)$ можно вывести, используя метод собственного времени Швингера [30].

Эффективный потенциал (34) может быть записан и в более компактном виде [32]:

$$V_H(\sigma) = \frac{N\sigma^2}{2g} + \frac{NeH\sigma}{2\pi} - \frac{N(2eH)^{3/2}}{2\pi} \zeta\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sigma^2}{2eH}\right), \quad (36)$$

где $\zeta(s, v)$ – обобщенная ζ -функция Римана [33], а уравнение стационарности для него есть:

$$\frac{\partial V_H(\sigma)}{\partial \sigma} = \frac{N\sigma}{g} + \frac{NeH}{2\pi} - \frac{N\sigma\sqrt{2eH}}{2\pi} \zeta\left(\frac{1}{2}, \frac{\sigma^2}{2eH}\right) = 0. \quad (37)$$

При $\sigma \rightarrow 0$ для ζ -функции известно следующее разложение [34]:

$$\zeta\left(\frac{1}{2}, \frac{\sigma^2}{2eH}\right) = \frac{\sqrt{2eH}}{\sigma} + \operatorname{const} + o(\sigma/\sqrt{2eH}). \quad (38)$$

Подставляя его в (37), легко видеть, что уравнение стационарности не имеет решения $\sigma = 0$ при $H \neq 0$. **Таким образом, во внешнем магнитном поле**

обязательно спонтанно нарушены как ароматосимметрия (3), так и киральная (4) симметрия трехмерной модели Гросса–Невье независимо от знака константы связи g , при сколь угодно малом значении H . Это явление называется эффектом катализации спонтанного нарушения симметрии внешним магнитным полем.

В работах [22,27] показано, что (37) имеет единственное решение $\sigma_0(H)$, свойства которого существенным образом зависят от H, g . Предположим, что $g > 0$, а внешнее поле слабое, т.е. $eHg^2 \ll 1$. Подставляя (38) в (37), в этом случае можно получить

$$\sigma_0(H) = egH/(2\pi) + \dots \quad (39)$$

(Более подробное обоснование этой асимптотики фермионной массы изложено в [27].)

Если $g < 0$, то $\sigma_0(H) \rightarrow M$ при $H \rightarrow 0$, поэтому здесь нужно использовать следующее разложение [33] ($x \equiv 2eH/(\sigma^2)$):

$$\zeta\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{x}\right) = -2x^{-1/2} + \frac{1}{2}x^{1/2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=1}^m B_{2n} \frac{\Gamma(2n-1/2)}{(2n)!} x^{2n-1/2} + O(x^{2m+3/2}). \quad (40)$$

Здесь B_{2n} — числа Бернулли: $B_2 = 1/6, \dots$ С помощью (40) из (37) в этом случае можно получить

$$\sigma_0(H) = M\{1 + (eH)^2/(12M^4) + o((eH)^2/M^4)\}. \quad (41)$$

Рассмотрим теперь область больших значений внешнего магнитного поля. Основываясь на работах [27, 35], можно показать, что в этом случае

$$\sigma_0(H) \approx 0,45\sqrt{eH}. \quad (42)$$

1.3. Случай $H, T \neq 0$. Исследуем теперь совместное влияние температуры и внешнего постоянного магнитного поля на фазовую структуру трехмерной модели ГН. Для получения эффективного потенциала в этом случае достаточно в формуле (31) сделать евклидов разворот $\omega \rightarrow ip_0$, а потом применить операцию (14). После несложных преобразований приходим к следующему выражению для $V_{HT}(\sigma)$:

$$V_{HT}(\sigma) = \frac{N\sigma^2}{2g_0} + \frac{NeHT}{2\pi} \sum_n \int_0^\infty \frac{d\alpha}{\alpha} \exp(-\alpha\sigma^2 - \alpha(2n+1)^2\pi^2T^2) \operatorname{cth}(eH\alpha). \quad (43)$$

Разобьем (43) на два слагаемых:

$$V_{HT}(\sigma) \equiv V_T(\sigma) + \tilde{V}_{TH}(\sigma), \quad (44)$$

где

$$V_T(\sigma) = \frac{N\sigma^2}{2g_0} + \frac{NT}{2\pi} \sum_n \int_0^\infty \frac{d\alpha}{\alpha^2} \exp(-\alpha\sigma^2 - \alpha(2n+1)^2\pi^2 T^2),$$

$$\tilde{V}_{HT}(\sigma) = \frac{NT}{2\pi} \sum_n \int_0^\infty \frac{d\alpha}{\alpha^2} \exp(-\alpha\sigma^2 - \alpha(2n+1)^2\pi^2 T^2) [eH\alpha \operatorname{cth}(eH\alpha) - 1]. \quad (45)$$

Исследуем теперь функцию (44) на абсолютный минимум. Уравнение стационарности для нее имеет вид

$$\partial V_{TH}(\sigma)/\partial\sigma = N\sigma[f_T(\sigma) - F(\sigma)] = 0, \quad (46)$$

где $f_T(\sigma)$ совпадает с $f_{T\mu}(\sigma)$ (18) при $\mu = 0$, а $NF(\sigma) = \partial\tilde{V}_{HT}(\sigma)/\partial\sigma$:

$$F(\sigma) = \frac{T}{\pi} \sum_n \int_0^\infty \frac{d\alpha}{\alpha} \exp(-\alpha\sigma^2 - \alpha(2n+1)^2\pi^2 T^2) [eH\alpha \operatorname{cth}(eH\alpha) - 1]. \quad (47)$$

Из формулы (47) очевидно, что $F(\sigma) > 0$ при $\sigma \geq 0$. Кроме того, $F'(\sigma) < 0$, т.е. $F(\sigma)$ – монотонно убывающая функция на полуоси $\sigma \geq 0$. В приложении В показано, что $F(0) = \operatorname{const} < \infty$. Там же получены верхняя и нижняя оценки на величину $F(0)$, откуда ясно, что $F(0) \rightarrow \infty$ при $T \rightarrow 0$ и $F(0) \rightarrow 0$ при $T \rightarrow \infty$. Из (46) видно, что для любых значений температуры, не равной нулю, всегда существует решение $\sigma = 0$ этого уравнения. В зависимости от соотношения между $f_T(0)$ и $F(0)$ уравнение стационарности может иметь или не иметь ненулевых решений, которые, очевидно, удовлетворяют уравнению

$$f_T(\sigma) = F(\sigma). \quad (48)$$

Так, при достаточно малых T , когда $f_T(0) < F(0)$, уравнение (48) имеет единственное решение $\sigma_0 \neq 0$ (единственность следует из того, что $f_T(\sigma)$ – монотонно возрастающая, а $F(\sigma)$ – монотонно убывающая функции). При этом очевидно, что $f_T(\sigma) < F(\sigma)$, если $0 < \sigma < \sigma_0$. Поэтому из (46) следует, что $V'_{HT} < 0$ при $0 < \sigma < \sigma_0$. Таким образом, на интервале $(0, \sigma_0)$ потенциал $V_{HT}(\sigma)$ является монотонно убывающей функцией, т.е. $V_{HT}(0) > V_{HT}(\sigma_0)$, и его глобальный минимум находится в точке σ_0 . Следовательно, в этом случае дискретные симметрии (3)–(4) модели спонтанно нарушены, а фермионы приобретают ненулевую массу σ_0 .

При достаточно больших T , когда $f_T(0) > F(0)$, уравнение (48) не имеет решений, опять же из-за того, что $f_T(\sigma)$ – монотонно возрастающая, а $F(\sigma)$ – монотонно убывающая функции. В этом случае вакуум модели симметричен, а фермионы безмассовы. Таким образом, мы видим, что в плоскости (T, H) равенство

$$f_T(0) = F(0) \quad (49)$$

определяет критическую кривую l_c . Она отделяет область параметров (T, H) , соответствующих симметричному вакууму, от области, где дискретные симметрии (3)–(4) спонтанно нарушены. Если при изменении T и H мы пересекаем критическую кривую, то в модели происходит фазовый переход второго рода. Это легко понять, если учесть, что при $f_T(0) \rightarrow F(0)$ решение уравнения стационарности σ_0 стремится к нулю. Значит, эффективная масса фермиона на l_c – непрерывная функция параметров T, H , что является необходимым и достаточным условием фазового перехода второго рода.

Исследуем более подробно свойства критической кривой. Равенство (49) определяет температуру как некоторую функцию внешнего магнитного поля. Таким образом, в плоскости (T, H) критическая кривая может быть задана в виде

$$l_c = \{(H, T) : T = T_c(H)\}. \quad (50)$$

Функцию $T_c(H)$ назовем критической температурой. Оценим ее поведение при больших и малых значениях H .

Предположим, что $g > 0$. Благодаря оценкам на величину $F(0)$, полученным в приложении В, критическая температура должна удовлетворять следующим неравенствам:

$$\Phi_1(T_c(H), H) > f_T(0) = F(0) > \Phi_2(T_c(H), H), \quad (51)$$

где Φ_1 и Φ_2 являются верхней (В.3) и нижней (В.5) оценками величины $F(0)$ соответственно. Подставляя сюда вместо $f_T(0)$ выражение (18) при $\mu = 0$ и решая полученное неравенство при $H \rightarrow \infty$, находим

$$C_1\sqrt{eH} < T_c(H) < C_2\sqrt{eH}, \quad (52)$$

где $C_{1,2}$ – некоторые известные константы (чтобы не загромождать текст несущественными дополнительными формулами, мы не приводим здесь $C_{1,2}$ в явном виде). Из (52) следует, что при $H \rightarrow \infty$

$$T_c(H) \sim C_3\sqrt{eH}, \quad (53)$$

а C_3 для нас уже неизвестная константа. Решая (51) в области малых значений H , можно получить

$$C_4geH < T_c(H) < C_5geH. \quad (54)$$

Отсюда следует, что при $H \rightarrow 0$

$$T_c(H) \sim C_6geH. \quad (55)$$

В последних формулах $C_{4,5}$ – известные, а C_6 – неизвестная константы. Фазовый портрет модели при $g > 0$ изображен на рис.2.

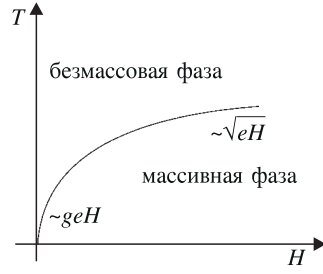


Рис. 2. Фазовый портрет модели Гросса – Невье при $g > 0$ в переменных T, H

Исследуем теперь критическую температуру при отрицательных g . Здесь при $H \rightarrow \infty$ $T_c(H)$ пропорциональна $\sqrt{eH}$ с неизвестным коэффициентом пропорциональности (рассмотрение аналогично случаю $g > 0$). В области $H \rightarrow 0$ получим асимптотику функции $F(\sigma)$ [22]:

$$F(\sigma) = -\frac{(eH)^2}{12\pi\sigma} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{1}{\sigma} \operatorname{th} \frac{\sigma}{2T} \right] + o((eH)^2). \quad (56)$$

Отсюда найдем величину $F(0)$ и подставим ее в уравнение (49), решение которого при малом параметре eH имеет вид

$$T_c(H) = T_c + (eH)^2 / [T_c^3 288 \ln 2] + o(eH)^2, \quad (57)$$

где $T_c = M/(2 \ln 2)$ – критическая температура при $H = 0$ (см. п.1.1). Результаты проведенного анализа даны на рис.3, где представлен фазовый портрет трехмерной модели ГН при $g < 0$.

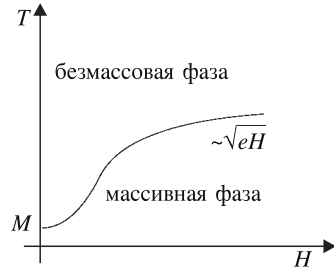


Рис. 3. Фазовый портрет модели Гросса – Невье при $g < 0$ в переменных T, H

1.4. Случай $H, \mu \neq 0$. Как и в предыдущих случаях, фазовая структура модели Гросса – Невье во внешнем постоянном магнитном поле и с ненулевым химическим потенциалом определяется с помощью эффективного потенциала. Чтобы его получить, можно стартовать из выражения (31). Предполагая на время, что вместе с H, μ отлична от нуля и температура, необходимо там сделать евклидов разворот и интегрирование по ω заменить на суммирование по мацубаровским частотам (см. (14)). Далее мы немного изменим тактику и, вместо того, чтобы суммировать по собственным значениям оператора Дирака (идя таким путем, мы посчитали эффективные потенциалы

в двух предыдущих случаях), просуммируем в полученном выражении по мацубаровским частотам:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{N \partial \sigma} V_{H\mu T}(\sigma) = & \left\{ \frac{\sigma}{g_0} - \frac{eH\sigma}{2\pi} \sum_n \frac{s_n}{\varepsilon_n} \right\} + \\ & + \frac{eH\sigma}{2\pi} \sum_n \frac{s_n}{\varepsilon_n} \left[\left[1 + e^{-\beta(\varepsilon_n + \mu)} \right]^{-1} + \left[1 + e^{-\beta(\varepsilon_n - \mu)} \right]^{-1} \right]. \end{aligned} \quad (58)$$

Здесь $\varepsilon_n = \sqrt{\sigma^2 + 2eHn}$, $s_n = 2 - \delta_{0n}$. Нетрудно видеть, что выражение в фигурных скобках в (58) с точностью до множителя N есть не что иное, как правая часть в (31). Следовательно, после интегрирования обеих частей равенства (58) в пределах от σ до ∞ получаем спектральное представление для эффективного потенциала при $H, T, \mu \neq 0$:

$$V_{H\mu T}(\sigma) = V_H(\sigma) - \frac{NTeH}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} s_n \ln \left\{ \left[1 + e^{-\beta(\varepsilon_n + \mu)} \right] \left[1 + e^{-\beta(\varepsilon_n - \mu)} \right] \right\}, \quad (59)$$

где функция $V_H(\sigma)$ дана в (34) или (36). Наконец, после перехода в (59) к пределу $\beta \rightarrow \infty$, получаем эффективный потенциал при $H, \mu \neq 0$, $T = 0$:

$$V_{H\mu}(\sigma) = V_H(\sigma) - \frac{eHN}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} s_n \Theta(\mu - \varepsilon_n)(\mu - \varepsilon_n), \quad (60)$$

уравнение стационарности для которого имеет вид

$$0 = \frac{\sigma}{g} + \frac{eH}{2\pi} - \frac{\sigma\sqrt{2eH}}{2\pi} \zeta\left(\frac{1}{2}, \frac{\sigma^2}{2eH}\right) + \frac{eH}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} s_n \Theta(\mu - \varepsilon_n) \frac{\sigma}{\varepsilon_n}. \quad (61)$$

Исследуем сначала на абсолютный минимум функцию (60) при $g > 0$. В первую очередь, покажем, что при $\mu > \sigma_0(H)$, где $\sigma_0(H)$ – единственное решение уравнения стационарности (37) в случае $\mu = 0, H \neq 0$, в теории реализуется симметричная фаза. Для этого разобьем плоскость параметров (μ, H) (при $\mu, H \geq 0$) на области Ω_n :

$$(\mu, H) = \bigcup_{n=0}^{\infty} \Omega_n; \quad \Omega_n = \{(\mu, H) : 2eHn \leq \mu^2 \leq 2eH(n+1)\}. \quad (62)$$

Очевидно, что в области Ω_0 вклад в уравнение (61) будет давать только первое слагаемое под знаком стоящей там суммы, в Ω_1 – отличны от нуля первое и второе слагаемые под знаком суммы и т.д. В дальнейшем нам понадобится очень важное разложение ζ -функции Римана [34] ($\vartheta = \sigma^2/(eH)$):

$$\zeta\left(\frac{1}{2}, \vartheta\right) = \sum_{i=0}^k (\vartheta + i)^{-1/2} - 2\sqrt{k + \vartheta} - \sum_{i=k}^{\infty} f_i(\vartheta), \quad (63)$$

где

$$f_i(\vartheta) = \frac{1}{2} \int_i^{i+1} \frac{(u-i)du}{(u+\vartheta)^{3/2}} > 0. \quad (64)$$

Предположим, что $(\mu, H) \in \Omega_0$. С учетом асимптотик (39) и (42) очевидно, что при достаточно малых и больших значениях H кривая $\mu = \sigma_0(H)$ проходит через область Ω_0 . Следовательно, внутри Ω_0 есть точки, удовлетворяющие

условию $\mu > \sigma_0(H)$. В этом случае уравнение стационарности (61) с помощью формулы (63), в которую нужно подставить $k = 0$, можно привести к виду

$$\frac{\sigma}{f} + \frac{\sigma^2}{\pi} + \frac{\sigma\sqrt{2eH}}{2\pi} \sum_{i=0}^{\infty} f_i \left(\frac{\sigma^2}{2eH} \right) - \frac{eH}{2\pi} [1 - \Theta(\mu - \sigma)] = 0. \quad (65)$$

Это уравнение для $\mu > \sigma$ имеет только одно решение $\sigma_1 = 0$. Если $\mu \leq \sigma$, то (65) формально совпадает с (37), что нетрудно видеть с помощью разложения (63), и будет иметь решение $\sigma_0(H)$ только при $\mu < \sigma_0(H)$. Если же, как мы договорились вначале, $\mu > \sigma_0(H)$, то уравнение (65) не будет иметь решений, находящихся в области $\mu \leq \sigma$. Таким образом, для точек из Ω_0 при условии $\mu > \sigma_0(H)$ соответствующий эффективный потенциал (60) имеет единственную стационарную точку $\sigma_1 = 0$. Аналогичные выкладки можно провести для любой области Ω_n , поэтому справедливо следующее утверждение. Точкам плоскости (μ, H) , лежащим выше кривой $\mu = \sigma_0(H)$, отвечает эффективный потенциал, у которого в $\sigma_1 = 0$ располагается глобальный минимум, т.е. при $\mu > \sigma_0(H)$ находится безмассовая, симметричная относительно дискретных преобразований (3)–(4) фаза теории.

Если $\mu < \sigma_0(H)$, то нетрудно показать, что у потенциала появляется еще одна стационарная точка $\sigma_2 = \sigma_0(H)$, в которой, вообще говоря, находится локальный минимум. Соответствующее ему основное состояние метастабильно до тех пор, пока мы не пересечем критическую кривую $\mu = \mu_c(H)$, которая находится из условия

$$V_{H\mu}(0) = V_{H\mu}(\sigma_0(H)). \quad (66)$$

Ниже этой кривой глобальный минимум переходит в точку $\sigma_2 = \sigma_0(H) \neq 0$, поэтому здесь стабильна фаза с массивными фермионами и спонтанно нарушенной симметрией (3)–(4), а безмассовая – метастабильна. В силу того, что параметр порядка при пересечении критической кривой скачком меняет свое значение, в модели происходит фазовый переход первого рода. Более детальный вид уравнения для критической кривой $\mu = \mu_c(H)$ можно получить из (66) с учетом (60):

$$V_H(\sigma_0(H)) = V_H(0) - \frac{eHN}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} s_n \Theta(\mu - \sqrt{2eHn})(\mu - \sqrt{2eHn}). \quad (67)$$

Из вышеприведенных рассуждений ясно, что $\mu_c(H)$ должна лежать под кривой $\mu = \sigma_0(H)$. Мы, однако, уже отмечали, что как при достаточно больших, так и при достаточно малых значениях H линия $\mu = \sigma_0(H)$ находится в области Ω_0 . Значит, при этих значениях H и критическая кривая находится в Ω_0 .

и, следовательно, в уравнении (67) под знаком суммы необходимо оставить только первое слагаемое. В результате мы получаем вид кривой $\mu = \mu_c(H)$ при достаточно больших и малых значениях H :

$$\mu_c(H) = \frac{2\pi}{eHN} [V_H(0) - V_H(\sigma_0(H))]. \quad (68)$$

При малых значениях H , когда $\sigma_0(H)$ мало, из (68) следует

$$\mu_c(H) \cong \frac{2\pi}{eHN} \frac{dV_H(0)}{d\sigma} \sigma_0(H) = \sigma_0(H). \quad (69)$$

При $H \rightarrow \infty$ из (42) и (68) имеем

$$\mu_c(H) \sim \sqrt{eH}. \quad (70)$$

При отрицательных значениях константы связи g ситуация более неопределенная. Дело в том, что здесь уравнения стационарности имеют некоторые особенности, которые позволяют получить строгие результаты лишь при достаточно больших значениях магнитного поля.

Предположим, что $(\mu, H) \in \Omega_0$ и $g < 0$. Рассмотрим уравнение (65). Тогда при $\mu < \sigma$ оно может иметь решение $\sigma_0(H)$ (при $\mu < \sigma_0(H)$) или не иметь решений вовсе (при $\mu > \sigma_0(H)$). В области $\mu > \sigma$ уравнение (65), очевидно, имеет тривиальное решение $\sigma = 0$. Кроме того, из-за отрицательного значения g уравнение (65) может в общем случае иметь в этой области другие нетривиальные решения, отличные от $\sigma_0(H)$. В последнем случае процесс нахождения той стационарной точки, в которой потенциал имеет глобальный минимум, значительно усложняется. Чтобы этого избежать, мы выделим значения H , при которых уравнение (65) может иметь не более двух решений $\sigma_1 = 0$ и $\sigma_2 = \sigma_0(H)$.

С этой целью вычислим интеграл $f_0(\vartheta)$ (64) и представим (65) в виде

$$\frac{\sigma}{\pi} \left\{ -M + \frac{\sigma^2 + eH}{\sqrt{\sigma^2 + 2eH}} \right\} + \frac{\sigma\sqrt{2eH}}{2\pi} \sum_{i=1}^{\infty} f_i \left(\frac{\sigma^2}{2eH} \right) - \frac{eH}{2\pi} [1 - \Theta(\mu - \sigma)] = 0, \quad (71)$$

где $M = -\pi/g$. Выражение в фигурных скобках в (71) положительно для всех $\sigma \geq 0$, если

$$2M^2 < eH. \quad (72)$$

Теперь, наложив на магнитное поле ограничение (72), мы можем сделать те же выводы о фазовой структуре модели в области Ω_0 , что были сделаны для случая $g > 0$. Можно показать, что уравнения стационарности потенциала $V_{H\mu}(\sigma)$ для $(\mu, H) \in \Omega_n$ ($n > 0$) также имеют не более двух решений $\sigma = 0$ и $\sigma_0(H)$ при ограничении (72). В связи с этим можно утверждать,

что при $g < 0$, $eH > 2M^2$ в плоскости (μ, H) существует критическая кривая $\mu = \mu_c(H)$, которая задается уравнением (67). В области Ω_0 она имеет, очевидно, вид (68), и поэтому $\mu_c(H) \sim \sqrt{eH}$ при достаточно больших H . Эти выводы получаются аналогично случаю $g > 0$. К сожалению, о поведении критической кривой в области малых H при $g < 0$ мы ничего не можем сказать, кроме того, что $\mu_c(0) = M$ (см. п.1.1).

1.5. Обсуждение результатов. Здесь на основе работ [22, 27, 37, 41] рассмотрена фазовая структура трехмерной модели ГН при наличии температуры, химического потенциала и внешнего постоянного магнитного поля.

Нами получено точное выражение (20) для критической кривой этой модели при $T, \mu \neq 0$ в главном порядке $1/N$ -разложения, а также показано, что на этой фазовой диаграмме существует трикритическая точка. Эти результаты впервые опубликованы в [37] и впоследствии переоткрыты другими авторами [10, 38]. В [10], кроме того, было показано, что в D -мерных моделях ГН с $2 < D < 3$ трикритическая точка уже не занимает положение на границе, а смещается внутрь области $T, \mu \geq 0$. Аналогичный результат для двумерной модели ГН получен в [11].

В рассматриваемом разделе было представлено новое свойство внешнего магнитного поля способствовать спонтанному нарушению различных симметрий [22, 27]. (В современной литературе это явление носит название эффекта катализации.) В терминах модели Гросса – Невье это означает, что при $g > 0$ киральная и ароматосимметрия (3)–(4) спонтанно нарушаются любым, сколь угодно малым значением внешнего магнитного поля H . Кроме того, оно служит фактором, стабилизирующим фазу с нарушенными симметриями. Так, при $g < 0$ трехмерная модель (1) находится в несимметричной фазе с массивными фермионами, а внешнее поле H только увеличивает массу ферми-частиц. (Влияние внешнего электрического поля на массивную фазу модели обратное [36], так как оно уменьшает массу фермионов до тех пор, пока при некотором значении E_c система не перейдет в безмассовую фазу.) Если предположить, что это качество магнитного поля сохраняется и в четырехмерном мире, то становится понятной одна из причин спонтанного нарушения киральной и других симметрий в физике элементарных частиц.

Влияние магнитного поля на трехмерную модель Гросса – Невье было также рассмотрено в работах [35, 39], в которых обсуждалась связь катализирующей роли магнитного поля с нулевыми модами оператора Дирака и модификацией инфракрасного режима. Этот эффект рассматривался также в [39] и получил дальнейшее развитие в ряде работ [40], где было показано, что эффект катализации наблюдается и в других моделях теории поля: в трехмерной квантовой электродинамике, в модели Намбу – Иона-Лазинио и др. В этих же работах было предложено объяснение эффекта катализации, который в R^{2+1} обусловлен только наличием внешнего магнитного поля (с которым взаимодействует спин фермионов, в результате чего решающим

образом меняется инфракрасный режим в системе) и не связан с наличием четырехфермионного взаимодействия в исходном лагранжиане.

Следует также заметить, что в предлагаемом обзоре указаны далеко не все внешние факторы, от которых может зависеть структура вакуума модели (1). Мы не рассматривали влияния нетривиальной топологии и кривизны пространства-времени, а также эффектов, связанных с конечным объемом, на фазовую структуру трехмерной модели ГН. Желających ознакомиться с этим направлением исследований мы отсылаем к работам [42].

2. ГЛЮОННЫЙ КОНДЕНСАТ И ТРЕХМЕРНАЯ $(\bar{\psi}\psi)^2$ -ТЕОРИЯ ПОЛЯ

В предлагаемом разделе мы продолжим исследование критических свойств трехмерной модели Гросса – Невье с учетом влияния внешних неабелевых калибровочных полей, структура которых обсуждалась в работах [46–49]. При этом лагранжиан модели имеет вид

$$L_\psi = \bar{\psi}\Gamma^\mu(i\partial_\mu + eA_\mu^a\lambda_a/2)\psi + \frac{g_0}{2N}[\bar{\psi}\psi]^2, \quad (73)$$

где поле ψ – четырехкомпонентный спинор Дирака, которое можно поставить в соответствие кваркам. В этом случае e – константа взаимодействия кварков с глюонами, Γ_μ – 4×4 -матрицы, алгебру которых можно найти в приложении А. Кроме того, спинор ψ преобразуется по фундаментальным представлениям цветной группы $SU(3)$ и группы $SU(N)$, которая носит вспомогательный характер и введена нами для того, чтобы в модели появился малый параметр $1/N$ при $N \rightarrow \infty$. (Ради простоты у спиноров в (73) не указаны в явном виде групповые индексы, по которым там подразумевается суммирование.) λ_a – генераторы $SU(3)$ -группы ($a = 1, \dots, 8$), A_μ^a – внешнее неабелево (цветное) калибровочное поле. Для простоты мы рассматриваем модель, инвариантную относительно дискретного кирального преобразования (4), хотя можно без труда исследовать и модель типа (73) с непрерывной киральной инвариантностью.

2.1. Эффективный потенциал. Структура внешних полей. Фазовый анализ модели (73) удобно проводить в терминах вспомогательного скалярного поля $\sigma(x)$. Для этого нужно ввести вспомогательный лагранжиан

$$L_\sigma = \bar{\psi}(i\hat{\partial} + \frac{1}{2}e\lambda^a\hat{A}^a)\psi - \frac{N\sigma^2}{2g_0} + \sigma\bar{\psi}\psi, \quad (74)$$

который на уравнениях движения эквивалентен L_ψ (73). Теперь по аналогии с предыдущим разделом (см. вывод формулы (24)) можно показать, что в

главном порядке $1/N$ -разложения эффективный потенциал модели (73) во внешнем неабелевом поле имеет вид

$$V(\sigma) = \frac{N\sigma^2}{2g_0} + \frac{iN}{v} \text{Tr} \ln (\hat{\Pi} + \sigma), \quad (75)$$

где $\hat{\Pi} = \Gamma^\mu (i\partial_\mu + eA_\mu^a \lambda_a/2)$, $v = \int d^3x$. С учетом тождества (матрица Γ^5 дана в приложении А)

$$\hat{\Pi} + \sigma = \Gamma^5 \Gamma^5 (\hat{\Pi} + \sigma) = \Gamma^5 (-\hat{\Pi} + \sigma) \Gamma^5$$

эффективный потенциал (75) с точностью до несущественной, не зависящей от σ константы можно представить в следующем виде:

$$V(\sigma) = \frac{N\sigma^2}{2g_0} + \frac{iN}{2v} \text{Tr} \ln D, \quad (76)$$

где

$$D = (\hat{\Pi} + \sigma)(-\hat{\Pi} + \sigma) = \sigma^2 - \Pi_\mu \Pi^\mu - \frac{ie}{4} \Gamma^\mu \Gamma^\nu \lambda^a F_{\mu\nu}^a, \quad (77)$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + ef^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad \Pi_\mu = i\partial_\mu + \frac{1}{2} e \lambda^a A_\mu^a.$$

В формулах (75)–(77) поле σ уже не зависит от точек пространства-времени, f^{abc} – структурные константы группы $SU(3)$. Мы хотим исследовать трехмерную модель (73)–(74) во внешних постоянных: i) хромомagnetном, ii) хромоэлектрическом полях. В случае (i) пусть, например, $F_{12}^3 = -F_{21}^3 = H \neq 0$, а остальные компоненты тензора $F_{\mu\nu}^a$ равны нулю. При этом возможны два независимых выбора векторного поля A_μ^a . В первом случае A_μ^a есть абелево-подобный вектор-потенциал, с помощью которого моделировался вакуумный глюонный конденсат в работах [44, 45]:

$$A_\mu^a = H \delta_{\mu 2} x_1 \delta^{a3}. \quad (78)$$

Здесь, однако, мы не будем останавливаться на выражении (78), так как при этом легко получить те же результаты, что и для модели Гросса – Невье во внешнем магнитном поле (см. предыдущий раздел). Во втором случае вектор-потенциал уже не зависит от точек пространства-времени:

$$A_\mu^a = \delta_\mu^a \sqrt{H/e} \quad (a = 1, \dots, 8; \mu = 0, 1, 2). \quad (79)$$

Этот случай качественно отличен от (78) потому, что здесь в явном виде выступает неабелева природа полей Янга – Миллса. Именно для калибровочного поля (79) ниже будет найден и исследован эффективный потенциал

(75)–(76) исходной модели. Особо подчеркнем, что современные теоретические исследования указывают на то, что в КХД при достаточно больших температурах стабильным является вакуум, в котором глюонный конденсат, вероятнее всего, имеет вид (78). Однако при достаточно низких температурах фоновое глюонное поле должно иметь неабелевы компоненты [47]. Следовательно, вектор-потенциал (79) является возможным претендентом на роль глюонного конденсата в истинном вакууме КХД при $T = 0$. Отметим, что подобная структура внешнего калибровочного поля и влияние его на различные физические процессы уже рассматривалась [46].

В случае (ii) предполагается, что единственными отличными от нуля компонентами тензора $F_{\mu\nu}$ являются $F_{01}^3 = -F_{10}^3 = E$. Здесь также мы будем работать только с существенно неабелевым вектор-потенциалом, который по аналогии с (79) имеет вид

$$A_\mu^1 = (\sqrt{E/e}, 0, 0), \quad A_\mu^2 = (0, \sqrt{E/e}, 0); \quad A_\mu^a = 0; \quad a = 3, \dots, 8. \quad (80)$$

Дело в том, что случай с абелевоподобным калибровочным полем

$$A_\mu^a = -E\delta_{\mu 0}x_1\delta^{a3}$$

рассматривается аналогично случаю трехмерной модели Гросса – Невье во внешнем электрическом поле [36].

Теперь, переходя в (76) к импульсному пространству, без труда получаем

$$\frac{1}{N}V(\sigma) = \frac{\sigma^2}{2g_0} + \frac{i}{2(2\pi)^3} \text{Tr} \int d^3p \ln \tilde{D}(p), \quad (81)$$

где Tr означает след как по спинорным, так и по индексам $SU(3)$ -группы; $\tilde{D}(p)$ – фурье-образ оператора D из (77). Очевидно, что $\tilde{D}(p)$ является матрицей в спинорном и цветовом пространствах, которая имеет три четырехкратно вырожденных собственных значения [50, 51]:

$$d_i(p) = E_i^2(\bar{p}) - p_0^2; \quad i = 1, 2, 3, \quad (82)$$

где $E_i(\bar{p})$ не зависят от p_0 . (В каждом из случаев (i) или (ii) величины (82) будут представлены ниже.) Подставляя (82) в (81) и интегрируя по переменной p_0 , получаем

$$\frac{1}{N}V(\sigma) = \frac{\sigma^2}{2g_0} - 2 \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \sum_{i=1}^3 E_i(\bar{p}). \quad (83)$$

2.2. Внешнее хромагнитное поле. Предположим, что вакуумный глюонный конденсат задается вектор-потенциалом вида (79). В этом случае величины $E_i(\vec{p})$ из (82) легко вычисляются [50, 52]:

$$E_1^2(\vec{p}) = \vec{p}^2 + \sigma^2; \quad \vec{p}^2 = p_1^2 + p_2^2;$$

$$E_{2,3}^2(\vec{p}) = \vec{p}^2 + \sigma^2 + \frac{eH}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(eH)^2 + 4eH\vec{p}^2}. \quad (84)$$

Подставляя (84) в (83), имеем ($V \equiv V_H$):

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} V_H(\sigma) &= \frac{1}{N} V_0(\sigma) - \frac{|\sigma|^3}{3\pi} + \frac{(\sigma^2 + eH)^{3/2}}{3\pi} - \frac{eH}{4\pi} (\sigma^2 + eH)^{1/2} - \\ &- \frac{\sigma^2 \sqrt{eH}}{4\pi} \ln [(\sqrt{eH} + \sqrt{\sigma^2 + eH}) / |\sigma|], \end{aligned} \quad (85)$$

где

$$\frac{1}{N} V_0(\sigma) = \frac{\sigma^2}{2g_0} - \frac{3\sigma^2 \Lambda}{2\pi} + \frac{|\sigma|^3}{\pi} \quad (86)$$

– эффективный потенциал модели при $H = 0$, Λ – параметр ультрафиолетового обрезания области интегрирования в (83). В силу симметричности функции (85) относительно отражения $\sigma \rightarrow -\sigma$, мы будем в дальнейшем рассматривать только область $\sigma \geq 0$. Как и в разд.1, функция (86) может быть перенормирована и приведена к ренормализационно-инвариантному виду

$$\frac{1}{N} V_0(\sigma) = \frac{\sigma^2}{2g} + \frac{\sigma^3}{\pi}, \quad (87)$$

где конечная константа связи g не зависит ни от точки нормировки, ни от Λ :

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{g_0} - \frac{3\Lambda}{\pi}.$$

Незначительное отличие потенциала (87) от аналогичной величины (11) объясняется наличием у фермионов (кварков) в модели (73) дополнительных цветовых степеней свободы. Поэтому в случае $H = 0$ из (87) следует, что при $g > 0$ абсолютный минимум функции $V_0(\sigma)$ находится в нуле, а симметрия (4) не нарушена. При $g < 0$ точка глобального минимума имеет вид

$$\sigma_0 = -\pi/3g \equiv M. \quad (88)$$

В этом случае киральная инвариантность (4) спонтанно нарушена, а кварки приобретают массу M .

Пусть $H \neq 0$. Следовательно, нужно исследовать на глобальный минимум функцию (85), стационарные точки которой удовлетворяют уравнению

$$\sigma \{A(H) + 4x - G_H(x)\} = 0, \quad (89)$$

где

$$A(H) = \frac{2\pi}{f\sqrt{eH}}, \quad x = \frac{\sigma}{\sqrt{eH}},$$

$$G_H(x) = \ln \left[(1 + \sqrt{1+x^2})/x \right] - 2\sqrt{1+x^2}. \quad (90)$$

Нетрудно показать, что на интервале $(0, \infty)$ функция $G_H(x)$ монотонно убывает от $+\infty$ до $-\infty$. Следовательно, в (89) выражение в фигурных скобках обращается в нуль в единственной точке $x_0(H) \neq 0$, а уравнение стационарности (89) имеет два решения, одно из которых есть $\sigma = 0$, а другое равно $\sigma_0(H) = \sqrt{eH}x_0(H)$. (Если бы внешнее поле было абелевоподобным, то, как показано в разд.1, уравнение стационарности не имело бы решения $\sigma = 0$.) С помощью (89) нетрудно видеть, что на интервале $\sigma \in (0, \sigma_0(H))$ производная $\partial V_H(\sigma)/\partial \sigma$ отрицательна. В силу этого абсолютный минимум функции $V_H(\sigma)$ лежит в точке $\sigma_0(H) \neq 0$, а симметрия (4) спонтанно нарушена как при $g < 0$, так и при $g > 0$ для любых значений внешнего хромагнитного поля $H \neq 0$. Таким образом, внешнее хромагнитное поле, как абелевоподобное, так и неабелево, является фактором, способствующим спонтанному нарушению киральной симметрии (4), а у фермионов при этом появляется ненулевая масса $\sigma_0(H)$.

Оценим теперь поведение динамически возникшей массы фермионов ($\equiv \sigma_0(H)$) при больших и малых значениях H . Пусть k является решением уравнения $4k = G_H(k)$. Тогда при $H \rightarrow \infty$ видно, что $A(H) \rightarrow 0$, т.е. $x_0(H) \rightarrow k$. Следовательно, при $H \rightarrow \infty$

$$\sigma_0(H) \equiv \sqrt{eH}x_0(H) \rightarrow k\sqrt{eH}. \quad (91)$$

Асимптотика (91) не зависит от знака константы g . Для сравнения отметим, что в случае с внешним магнитным полем (см. п.1.2) масса фермионов качественно имеет такое же поведение при $H \rightarrow \infty$.

Рассмотрим теперь малые значения H . Здесь необходимо выделить два случая. Пусть $g > 0$. Понятно, что уравнение, которому удовлетворяет $x_0(H)$, при $H \rightarrow 0$ имеет вид

$$A(H) = -\ln x_0(H).$$

Отсюда нетрудно найти $x_0(H)$ и $\sigma_0(H)$ при $H \rightarrow 0$:

$$\sigma_0(H) \sim \sqrt{eH} \exp(-2\pi/(g\sqrt{eH})), \quad (92)$$

т.е. с убыванием H масса фермионов экспоненциально падает. Интересно отметить, что во внешнем магнитном поле масса фермионов убывает линейно, т.е. более медленно, при $H \rightarrow 0$ (см. п.1.2).

Пусть $g < 0$. В этом случае при малых H параметр $A(H)$ из (90) стремится к $-\infty$, следовательно, решение $x_0(H)$ уравнения (89) стремится к

$+\infty$. Используя в (89) асимптотику функции $G_H(x)$ при больших x , нетрудно показать, что при $H \rightarrow 0$

$$\sigma_0(H) = M\{1 + (eH)^2/(72M^4) + o((eH)^2/M^4)\}, \quad (93)$$

где M – масса фермионов при $H = 0$ (см. (88)).

Таким образом, внешние как магнитное, так и хромагнитные, типа (78)–(79), поля вызывают в четырехфермионных моделях спонтанное нарушение киральной инвариантности.

2.3. Внешнее хромоэлектрическое поле. Поместим теперь исходную модель во внешнее постоянное хромоэлектрическое поле, вектор-потенциал которого имеет существенно неабелеву форму (80). Теперь величины $E_{2,3}(\bar{p})$ из (82) имеют вид [51]:

$$E_{2,3}^2(\bar{p}) = \sigma^2 + \bar{p}^2 + eE/2 \pm \sqrt{eE(\sigma^2 + \bar{p}^2 + p_1^2)}, \quad (94)$$

а $E_1(\bar{p})$ и $\bar{p}^2$ определены в (84). С учетом этого эффективный потенциал (83) можно представить в следующем виде ($V \equiv V_E$):

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} V_E(\sigma) = & \frac{1}{N} V_0(\sigma) + \frac{1}{3\pi} (D_+^3 + D_-^3 - 2|\sigma|^3) - \\ & - \frac{B}{4\pi} (D_+ - D_-) - \frac{3eE}{16\pi} (D_+ + D_-) - \\ & - \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{4(CA - B^2) - C^2}{8\sqrt{C}} \ln \left[\frac{\sqrt{C} + D_+ + D_-}{-\sqrt{C} + D_+ + D_-} \right]. \end{aligned} \quad (95)$$

Здесь потенциал $V_0(\sigma)$ определен в (86)–(87) и

$$\begin{aligned} D_{\pm} &= \sqrt{(A \pm B)}, \quad A = \sigma^2 + eE/2, \\ B &= \sqrt{\sigma^2 eE}, \quad C = eE(1 + \cos^2 \varphi). \end{aligned} \quad (96)$$

При выводе (95) мы использовали полярную систему координат.

Исследуем теперь функцию (95) на абсолютный минимум на полуоси $\sigma \geq 0$. Нетрудно показать, что

$$\frac{1}{N} \frac{\partial V_E}{\partial \sigma} = \sigma \{H(\sigma) - G_E(\sigma)\}, \quad (97)$$

где

$$H(\sigma) = \frac{1}{g} + \frac{1}{\pi} (\sigma + D_+ + D_-),$$

$$G_E(\sigma) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{C - eE}{\sqrt{C}} \ln \left[\frac{D_+ + D_- + \sqrt{C}}{D_+ + D_- - \sqrt{C}} \right]. \quad (98)$$

Очевидно, что $H(\sigma)$ монотонно возрастает, а $G_E(\sigma)$ монотонно убывает при $\sigma \geq 0$. Следовательно, в случае $H(0) > G_E(0)$ уравнение стационарности $\partial V_E / \partial \sigma = 0$ будет иметь единственное решение $\sigma = 0$, в котором потенциал $V_E(\sigma)$ достигает своего наименьшего значения. Если же $H(0) < G_E(0)$, то появится еще одна точка стационарности $\sigma_0(E) \neq 0$, в которой у функции $V_E(\sigma)$ будет глобальный минимум. Оценив численно величину $G_E(0)$, мы получим

$$H(0) - G_E(0) \cong \frac{1}{g} + \sqrt{eE} \cdot 0,2923... \quad (99)$$

Отсюда видно, что при положительных g неравенство $H(0) > G_E(0)$ выполняется при любых значениях внешнего хромозлектрического поля E . В этом случае киральная инвариантность модели остается ненарушенной, а кварки – безмассовыми. (Напомним, что при $g > 0$, в отличие от хромозлектрического, сколь угодно малые значения внешнего хромагнитного поля вызывают спонтанное нарушение киральной инвариантности.)

Рассмотрим более подробно случай $g < 0$. Из (99) следует, что при достаточно малых значениях E $H(0) < G_E(0)$, т.е. модель находится в фазе со спонтанным нарушением киральной симметрии. Однако при достаточно больших значениях E мы будем иметь фазу с ненарушенной киральной инвариантностью. Переход из одной фазы в другую происходит при $E = E_c$:

$$eE_c = (g \cdot 0,2923...)^{-2} \cong M^2 \cdot 10,6730... \quad (100)$$

(Критическая напряженность хромозлектрического поля находится из условия, что правая часть (99) обращается в нуль.) В критической точке мы имеем фазовый переход второго рода.

Оценим теперь массу фермионов при $0 < E \leq E_c$. Это можно сделать, исходя из уравнения стационарности. В самом деле, нетрудно показать, что при $E \rightarrow 0$

$$\sigma_0(E) = M(1 - (eE)^2 / (72M^4) + ...) \quad (101)$$

Однако вблизи критической точки ($E \rightarrow E_c$):

$$\sigma_0(E) \cong \frac{e(E_c - E)}{\sqrt{eE_c}} \cdot 0,4591... \quad (102)$$

Наконец, отметим, что у эффективного потенциала (95) нет мнимой части. Следовательно, вакуум модели во внешнем хромозлектрическом поле (8) является стабильным состоянием. В отличие от этого во внешнем электрическом поле вакуум теории Гросса – Невье нестабилен [36].

2.4. Случай $H, T \neq 0$. Предположим теперь, что система, описываемая лагранжианом (73), помещена в термостат. Прежде чем представить соответствующий этому случаю эффективный потенциал, приведем потенциал (81) с учетом (82) к более удобному виду

$$\frac{1}{N}V(\sigma) = \frac{\sigma^2}{2g_0} + \frac{2i}{(2\pi)^3} \sum_{k=1}^3 \int d^3p \ln d_k(p). \quad (103)$$

Проводя далее вычисления, аналогичные представленным в п.1.1 при $T, \mu \neq 0$, получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{N}V(\sigma) = \frac{\sigma^2}{2g_0} - 2 \sum_{k=1}^3 \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \{ E_k + \\ + T \ln [1 + \exp [-\beta(E_k + \mu)]] + T \ln [1 + \exp [-\beta(E_k - \mu)]] \}, \end{aligned} \quad (104)$$

где связь между E_k и $d_k(p)$ дана соотношением (82). Предполагая теперь, что $\mu = 0$ и полем глюонного конденсата является неабелево хромомagnetное поле, когда величины $E_k(\bar{p})$ имеют вид (84), из (104) получаем после тривиальных преобразований выражение для эффективного потенциала при $H, T \neq 0$ ($V(\sigma) \equiv V_{HT}(\sigma)$):

$$\frac{1}{N}V_{HT}(\sigma) = \frac{1}{N}V_H(\sigma) - \sum_{i=1}^3 F_i(\sigma), \quad (105)$$

где

$$F_i(\sigma) = \frac{T}{\pi} \int_0^\infty dx \ln [1 + \exp [-\beta E_i(x)]], \quad (106)$$

$x = \bar{p}^2$, функция $V_H(\sigma)$ определена в (85). Так как вся зависимость от компонент импульсов величины $E_k(\bar{p})$ сводится к ее зависимости от комбинации $\bar{p}^2$ (см. (84)), то в (106) мы приняли обозначение $E_k(x) \equiv E_k(\bar{p})|_{\bar{p}^2=x}$. Уравнение стационарности для функции (105) имеет вид

$$\sigma \{ \omega(\sigma) - \varphi(\sigma) \} = 0, \quad (107)$$

где

$$\begin{aligned} \omega(\sigma) = \frac{1}{g} + \frac{2\sigma}{\pi} + \frac{1}{\pi} \sqrt{\sigma^2 + eH} + \\ + \frac{2T}{\pi} \{ 2 \ln (1 + \exp [-\beta\sigma]) + \ln (1 + \exp [-\beta\sqrt{\sigma^2 + eH}]) \}, \end{aligned} \quad (108)$$

$$\varphi(\sigma) = \frac{\sqrt{eH}}{2\pi} \int_\sigma^{\sqrt{\sigma^2 + eH}} \frac{dE}{\sqrt{E^2 - \sigma^2}} \operatorname{th} \left(\frac{E}{2T} \right). \quad (109)$$

Очевидно, что $\sigma = 0$ является решением уравнения (107). Некоторые свойства функций $\omega(\sigma)$ и $\varphi(\sigma)$ приведены в приложении С, где показано, что на интервале $(0, \infty)$ $\omega'(\sigma) > \varphi'(\sigma)$. Там же показано, что при $\sigma \rightarrow \infty$ $\omega(\sigma) \sim 4\sigma/\pi$, $\varphi(\sigma) \rightarrow 0$. Отсюда следует, что, если $\omega(0) < \varphi(0)$, то в (108) выражение в фигурных скобках обращается в нуль в единственной точке $\sigma_0 \neq 0$, где функция $V_{HT}(\sigma)$ имеет глобальный минимум. Следовательно, в этом случае киральная симметрия модели спонтанно нарушена, а фермионы динамическим образом приобретают массу σ_0 . Если же $\omega(0) > \varphi(0)$, то фермионы безмассовы.

Таким образом, мы видим, что в плоскости параметров (T, H) равенство

$$\omega(0) = \varphi(0) \quad (110)$$

определяет критическую кривую l_c , которая отделяет множество параметров (T, H) , соответствующих симметричному основному состоянию, от области, где симметрия (4) спонтанно нарушена. Очевидно, что при пересечении критической кривой в модели происходит фазовый переход второго рода (ситуация, аналогичная случаю внешнего магнитного поля (см. п.1.3)). Критическая кривая может быть представлена в следующем виде:

$$l_c = \{ (T, H) : T = T_c(H) ; T, H \geq 0 \},$$

где функцию $T_c(H)$ назовем критической температурой.

Чтобы исследовать эту функцию, удобно использовать переменные

$$t = \frac{\sqrt{eH}}{2T}, \quad h = \frac{2\pi}{g\sqrt{eH}}, \quad (111)$$

в терминах которых уравнение (110) имеет вид

$$h \equiv h(t) = \int_0^t d\tau \frac{th}{\tau} - 2 - \frac{2}{t} [2\ln 2 + \ln (1 + \exp (-2t))]. \quad (112)$$

Преимущество параметров (t, h) заключается в том, что (112) дает в явном виде функциональную зависимость между ними. Из (112) видно, что $h(t)$ является монотонно возрастающей от $-\infty$ до $+\infty$ функцией, когда t изменяется от нуля до $+\infty$. Следовательно, существует $t_0 > 0$, где $h(t)$ обращается в нуль. Очевидно, что преобразование (111) переводит критическую кривую l_c во множество точек

$$L_+ = \{ (t, h) : h = h(t), t > t_0 \},$$

если $g > 0$, и во множество точек

$$L_- = \{ (t, h) : h = h(t), 0 < t < t_0 \},$$

если $g < 0$. При этом значения $t \sim t_0$ на кривых $L_{\pm}$ соответствуют большим значениям хромагнитного поля. Пределы $t \rightarrow \infty$ на кривой $L_+(g > 0)$ и $t \rightarrow 0$ на кривой $L_-(g < 0)$ соответствуют малым значениям внешнего поля H . Зная свойства функции $h(t)$, теперь нетрудно получить поведение критической температуры $T_c(H)$ при больших и малых значениях H .

В самом деле, предел $t \rightarrow t_0$, когда $h(t) \rightarrow 0$, дает нам (см. (111)) $H \rightarrow \infty$ и

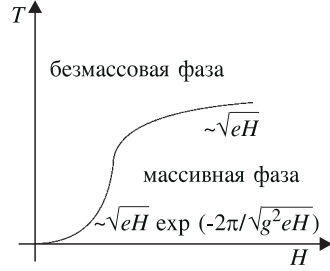
$$T_c(H) \sim \sqrt{eH} \quad (113)$$

как для положительных, так и для отрицательных значений константы связи g .

Пусть $g > 0$ и $t \rightarrow \infty$. Эта часть кривой L_+ соответствует малым значениям H . Нетрудно показать, что при $t \rightarrow \infty$ $h(t) \sim \ln t$. Выражая в этом соотношении h и t через T и H (см. (111)), имеем при $H \rightarrow 0$

$$T_c(H) \sim \sqrt{eH} \exp(-2\pi/(g\sqrt{eH})). \quad (114)$$

Фазовый портрет модели в случае $g > 0$ представлен на рис.4.



Пусть теперь $g < 0$ и $t \rightarrow 0$. В этом случае мы также получаем ту часть кривой L_- , которая соответствует малым значениям H . Разлагая функцию (112) в ряд по малому параметру t и используя затем соотношения (111), нетрудно получить при $H \rightarrow 0$

$$T_c(H) = T_c + (eH)^2/[T_c^3 1728 \ln 2] + o((eH)^2), \quad (115)$$

где T_c – критическая температура при $H = 0$:

$$T_c = -\pi/[6g \ln 2].$$

Рис. 4. Фазовая структура модели (73) при $g > 0$ во внешнем неабелевом хромагнитном поле

При $g < 0$ $T_c(H)$ зависимость качественно имеет тот же вид, что и кривая, изображенная на рис.3.

2.5. Случай $H, \mu \neq 0$. В предлагаемом разделе мы исследуем фазовую структуру трехмерной модели Гросса – Невье с учетом внешнего хромагнитного поля и химического потенциала μ , но при $T = 0$. В этом случае из (104) нетрудно получить выражение для эффективного потенциала модели ($V(\sigma) \equiv V_{H\mu}(\sigma)$):

$$V_{H\mu}(\sigma) = V_H(\sigma) - \frac{N\Theta(\mu - \sigma)}{12\pi} B_1(\sigma) - \frac{N\Theta(\mu^2 - eH - \sigma^2)}{12\pi} B_2(\sigma). \quad (116)$$

Здесь $\Theta(x)$ – ступенчатая функция Хэвисайда и

$$B_1(\sigma) = 4\mu^3 + 8\sigma^3 - 12\sigma^2\mu + 3\mu\sqrt{eH(\mu^2 - \sigma^2)} -$$

$$\begin{aligned}
& -3\sigma^2\sqrt{eH}\ln [(\mu + \sqrt{\mu^2 - \sigma^2})/\sigma], \\
B_2(\sigma) = & 2\mu^3 - 6\mu\sigma^2 + 4(\sigma^2 + eH)^{3/2} - 3\mu\sqrt{eH(\mu^2 - \sigma^2)} - \\
& -3eH\sqrt{\sigma^2 + eH} + 3\sigma^2\sqrt{eH}\ln \left[\frac{\mu + \sqrt{\mu^2 - \sigma^2}}{\sqrt{eH} + \sqrt{\sigma^2 + eH}} \right]. \quad (117)
\end{aligned}$$

Функции $B_i(\sigma)$ обладают свойством (при $\mu^2 \geq eH$):

$$B_1(\mu) = B_2(\sqrt{\mu^2 - eH}) = 0. \quad (118)$$

Теперь из (116) легко получить уравнение стационарности:

$$\frac{\partial V_{H\mu}(\sigma)}{\partial \sigma} = 0 = \frac{\partial V_H(\sigma)}{\partial \sigma} - \frac{N\Theta(\mu - \sigma)}{12\pi}b_1(\sigma) - \frac{N\Theta(\mu^2 - eH - \sigma^2)}{12\pi}b_2(\sigma), \quad (119)$$

где $b_i(\sigma) = \partial B_i(\sigma)/\partial \sigma$. Отметим, что при выводе (119) мы не учитывали члены, пропорциональные $\delta(\mu - \sigma)$ и $\delta(\mu^2 - \sigma^2 - eH)$. Очевидно, что они должны обратиться в нуль из-за соотношения (118).

Пусть $H \neq 0$. В п.2.2 было показано, что при $\mu = 0$ эффективный потенциал $V_H(\sigma)$ обязательно имеет глобальный минимум в точке $\sigma_0(H) \neq 0$, т.е. киральная инвариантность модели спонтанно нарушается под действием внешних хромагнитных полей. Пусть $0 < \mu < \sigma_0(H)$. С помощью (116) нетрудно получить, что в этом случае $V_{H\mu} = V_H + \Delta V$, где $\Delta V = O(\mu^2)$. Следовательно, при достаточно малых значениях μ глобальный минимум эффективного потенциала по-прежнему будет находиться в точке $\sigma_0(H)$. Покажем, что при достаточно больших значениях μ киральная инвариантность модели восстанавливается. Итак, пусть $\mu \gg \sqrt{eH}, |g|$. Разобьем полуось $\sigma \geq 0$, где необходимо решить уравнение (119), на три множества.

1) Пусть $\sigma \geq \mu$. В этом случае (119) имеет вид (89), т.е. $\partial V_H/\partial \sigma = 0$. Однако легко показать, что при достаточно больших μ точки $\sigma = 0$ и $\sigma_0(H)$, которые формально являются решениями уравнения (89), не удовлетворяют условию (1) и поэтому не являются корнями уравнения (119).

2) Пусть $\sqrt{\mu^2 - eH} \leq \sigma \leq \mu$. Здесь уравнение стационарности потенциала $V_{H\mu}$ имеет вид

$$\sigma \left\{ \frac{2\pi}{g} + 4\mu + \sqrt{eH}\ln \left[\frac{\mu + \sqrt{\mu^2 - \sigma^2}}{\sqrt{eH} + \sqrt{\sigma^2 + eH}} \right] \right\} = 0.$$

Нетрудно показать, что при достаточно больших значениях μ это уравнение не имеет решений, удовлетворяющих условиям (2).

3) Пусть $0 \leq \sigma \leq \sqrt{\mu^2 - eH}$. В этом случае уравнение стационарности (119) выглядит так:

$$\sigma\{3\mu + \pi/g\} = 0.$$

Решением его при достаточно больших значениях μ будет единственная точка $\sigma = 0$, которая удовлетворяет ограничениям (3).

Таким образом, мы показали, что при достаточно больших μ из всего множества $\sigma \geq 0$ только одна точка $\sigma = 0$ является решением уравнения (119), в ней у потенциала (116) будет находиться абсолютный минимум. Это означает, что при фиксированных значениях H киральная симметрия (4) модели, спонтанно нарушенная при малых μ , обязательно восстанавливается при достаточно больших значениях химического потенциала.

2.6. Обсуждение результатов. Как показано в предыдущем разделе, в абелевой теории эффект катализации обусловлен взаимодействием спина фермионов с магнитным полем. В неабелевой теории ситуация более сложная ввиду наличия изоспиновой степени свободы у частиц. В результате для абелевоподобной конфигурации магнитного поля мы эффективно приходим к случаю, рассмотренному выше (см. разд. 1), поскольку на классическом языке движения в изоспиновом и обычном пространствах разделяются. Для неабелевых конфигураций полей разделения движений не происходит, и на спектр частиц оказывают влияние как спин, так и изоспин частиц, а также их относительная ориентация. Именно эта ситуация и обсуждалась в предлагаемом разделе, написанном на основе [50—52].

С учетом сказанного, нами рассмотрено влияние вакуумного глюонного конденсата на фазовую структуру трехмерной модели ГН (в четырехмерии модели этого типа эффективно описывают динамику кварков при низких энергиях). В рамках четырехфермионных моделей глюонный конденсат не является динамической величиной, а, скорее, выступает как внешний параметр, который обычно отождествляется с внешним цветовым полем, например, вида (78)–(80), воздействующим на систему. Влияние абелевоподобных цветовых полей типа (78) на четырехфермионную модель (73) приводит к тем же результатам, что и воздействие внешнего магнитного поля, рассмотренное в предыдущем разделе, на обычную модель ГН, в которой у фермионов нет цветовых степеней свободы. Поэтому здесь этот случай отсутствует, и основное внимание мы затратили на исследование критических свойств теории (73) на фоне внешних неабелевых полей типа (79), (80). Дело в том, что в истинном вакууме КХД глюонный конденсат при низких температурах должен иметь существенно неабелеву форму [47], а поле (79) (или (80)) является хорошим кандидатом на эту роль [49]. Результаты нашего анализа следующие.

Пусть на исходную теорию (73) воздействует внешнее хромомагнитное поле (79). В этом случае модель точно решается при $N \rightarrow \infty$. Это означает, что в главном порядке $1/N$ -разложения эффективный потенциал является суперпозицией элементарных функций. Это единственный пример теоретико-полевой модели, в которой воздействие внешнего поля может быть учтено точно (обычно используется теория возмущений по внешнему полю, т.е. процедура, которая накладывает ограничения на область применимости резуль-

татов вычислений), и отклик системы на хромоманнитное воздействие может быть изучен в широком диапазоне его значений.

Мы показали, что неабелево (а также абелевоподобное) хромоманнитное поле при $g > 0$ вызывает спонтанное нарушение киральной инвариантности (4), а при $g < 0$ оно еще больше стабилизирует несимметричный вакуум. Таким образом, чисто хромоманнитный глюонный конденсат вида (78), (79) может служить катализатором спонтанного нарушения киральной симметрии в квантовой хромодинамике. В п.2.2 определено поведение массы фермионов при $H \rightarrow \infty$ (см. (91)), а также в области малых значений H (см. (92) при $g > 0$ и (93) при $g < 0$).

При воздействии на модель внешнего хромозлектрического поля E вида (80) киральная инвариантность остается ненарушенной при $g > 0$. Пусть константа связи $g < 0$. Тогда киральная симметрия, спонтанно нарушенная в области малых E , восстанавливается при достаточно больших значениях E . Мы нашли критическое значение хромозлектрического поля E_c (100), при котором происходит фазовый переход второго рода из упорядоченной фазы в неупорядоченную. Кроме того, найдено поведение массы кварков при $E \rightarrow 0$, а также в окрестности критического значения внешнего поля (см. п.2.3). Важно подчеркнуть следующую особенность неабелевого хромозлектрического конденсата. В этом случае основное состояние теории Гросса – Невье является стабильным состоянием (во внешнем абелевоподобном хромозлектрическом поле эффективный потенциал модели имеет минимую часть [36], что говорит о нестабильном вакууме). Этот факт, на наш взгляд, можно трактовать как возможность существования отличных от нуля хромозлектрических компонент глюонного конденсата в КХД.

Пусть наряду с внешним неабелевым хромоманнитным полем отлична от нуля и температура. Тогда, как показано в п.2.4, существует критическая температура $T_c(H)$, при которой в модели происходит фазовый переход второго рода из кирально-неинвариантного в кирально-инвариантное состояние термодинамического равновесия. Критическая температура при $H \rightarrow \infty$ пропорциональна $\sqrt{eH}$, а при $H \rightarrow 0$ поведение $T_c(H)$ приведено в формулах (114) (при $g > 0$) и (115) (при $g < 0$).

Наконец, был рассмотрен случай, когда отличны от нуля H и химический потенциал μ . Здесь нам удалось доказать, что киральная инвариантность (4) модели, спонтанно нарушенная при малых значениях μ , обязательно восстанавливается при достаточно больших μ .

В реальном четырехмерном пространстве-времени воздействие внешних калибровочных полей на четырехфермионные модели также изучалось [53, 54]. В работах [53] авторы ограничились только абелевоподобными векторными потенциалами типа (78), а количество полученных ими результатов, конечно, значительно меньше по сравнению с трехмерным случаем. В [54] показано, что различные типы внешних хромоманнитных полей в модели

Намбу – Иона-Лазинию также приводят к спонтанному нарушению киральной симметрии.

3. ДИНАМИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ ЧЛЕНА ЧЕРНА – САЙМОНСА В ОБОБЩЕННЫХ ЧЕТЫРЕХФЕРМИОННЫХ МОДЕЛЯХ

В предыдущих разделах уже была отмечена важность исследования трехмерных моделей с четырехфермионным взаимодействием в связи с их возможным непосредственным использованием при описании высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП). Существует, однако, еще один подход к построению теории ВТСП, в котором для объяснения этого явления привлекаются частицы с дробными спином и статистикой, т.к. даже идеальный газ таких частиц обладает сверхпроводящими свойствами [55]. В свою очередь, известно, что дробная статистика присуща только тем трехмерным полям, динамика которых определяется лагранжианами, содержащими так называемый член Черна – Саймонса (ЧС):

$$L_{CS} = G \varepsilon^{\mu\nu\lambda} \partial_\mu A_\nu A_\lambda, \quad (120)$$

где A_μ – векторное поле (см., например, обзор [56]). Следовательно, важно понимать механизмы возникновения членов ЧС в теории. Можно, конечно, просто добавить L_{CS} в исходный лагранжиан теории, однако физиков всегда интересовала возможность получить ту или иную величину динамическим путем, т.е. за счет радиационных поправок, т.к. в этом случае физические явления можно описывать меньшим количеством параметров. Отметим, что, даже если в затравочном лагранжиане модели член ЧС отсутствует, в теории с нарушенной P - и T -четностью в присутствии массивных фермионов он генерируется за счет квантовых поправок. При этом его величина может существенно зависеть как от конечных температуры и плотности, так и от внешнего поля. В однопетлевом приближении в этом можно убедиться, вычисляя поляризационный оператор (ПО) [57].

В силу того, что лагранжиан (120) не инвариантен относительно преобразования P -четности $(t, x, y) \rightarrow (t, -x, y)$, один из путей получения члена ЧС – динамическое нарушение P -инвариантности. Как было отмечено в [58], в рамках безмассовой трехмерной квантовой электродинамики не так легко нарушить P -четность. Поэтому большое внимание было уделено исследованию абелевых калибровочных теорий со скалярными полями [59], где было показано, что член ЧС может возникнуть спонтанным образом. Кроме того, авторы ряда работ [16, 60] пришли к выводу, что в простейших трехмерных моделях с четырехфермионным взаимодействием также возможно динамическое нарушение P -четности, приводящее в конечном счете к генерации члена ЧС.

В предлагаемом разделе продолжается исследование трехмерных теорий поля непertурбативным методом $1/N$ -разложения. На этот раз мы рассмотрим две модели с обобщенным четырехфермионным взаимодействием, обращая особое внимание на достаточные условия динамической генерации члена ЧС.

3.1. Обобщение модели Гросса – Невье. Рассмотрим следующий лагранжиан:

$$L = \bar{\psi}_1 i \hat{\partial} \psi_1 + \bar{\psi}_2 i \hat{\partial} \psi_2 + \frac{\tilde{G}_1}{2N} [(\bar{\psi}_1 \psi_1)^2 + (\bar{\psi}_2 \psi_2)^2] + \frac{\tilde{G}_2}{N} \bar{\psi}_1 \psi_1 \bar{\psi}_2 \psi_2 + \\ + \frac{\tilde{H}_1}{2N} [(\bar{\psi}_1 \psi_2)^2 + (\bar{\psi}_2 \psi_1)^2] + \frac{\tilde{H}_2}{N} \bar{\psi}_1 \psi_2 \bar{\psi}_2 \psi_1. \quad (121)$$

Здесь $\psi_{1,2}$ – два фундаментальных мультиплета $U(N)$ -группы, каждая компонента которых – двухкомпонентный спинор Дирака. Ради простоты в (121) мы опустили символ суммирования по индексам $U(N)$ -группы, поэтому выражения типа $\bar{\psi}_i \psi_j$ там следует понимать так:

$$\bar{\psi}_i \psi_j = \sum_{k=1}^N \bar{\psi}_{ik} \psi_{jk}.$$

В формуле (121) используются 2×2 γ -матрицы из приложения А. Необходимо отметить инвариантность этого лагранжиана относительно непрерывной $U(1)$ калибровочной группы преобразований

$$U(1) : \psi_1 \rightarrow e^{i\alpha} \psi_1; \quad \psi_2 \rightarrow e^{i\alpha} \psi_2, \quad (122)$$

а также преобразования четности P и двух дискретных преобразований Γ^3 и Γ^5 :

$$P : \psi_{1k}(t, x, y) \longleftrightarrow \gamma^1 \psi_{2k}(t, -x, y), \\ \Gamma^3 : \psi_{1k}(t, x, y) \longleftrightarrow \psi_{2k}(t, x, y), \\ \Gamma^5 : \psi_{1k}(t, x, y) \longleftrightarrow i \psi_{2k}(t, x, y). \quad (123)$$

При изучении теории поля (121) удобно использовать другие обозначения. Построим из ψ_1 и ψ_2 еще один фундаментальный мультиплет ψ $U(N)$ -группы, в котором каждая компонента ψ_k будет уже четырехкомпонентным спинором Дирака (см. разд.1): $\psi_k = \begin{pmatrix} \psi_{1k} \\ \psi_{2k} \end{pmatrix}$, $k = 1, \dots, N$. В терминах ψ лагранжиан (121) представим в виде

$$L = \bar{\psi} i \hat{\partial} \psi + \frac{G_1}{2N} (\bar{\psi} \psi)^2 + \frac{G_2}{2N} (\bar{\psi} \tau \psi)^2 + \frac{H_1}{2N} (i \bar{\psi} \Gamma^5 \psi)^2 + \frac{H_2}{2N} (i \bar{\psi} \Gamma^3 \psi)^2. \quad (124)$$

В выражении (124) опущен символ суммирования по индексам $U(N)$ -группы. Однако здесь и ниже это суммирование подразумевается. В отличие от (121) лагранжиан (124) содержит 4×4 -матрицы $\Gamma^\mu, \Gamma^3, \Gamma^5$, которые представлены в приложении А, а 4×4 -матрица τ имеет вид $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Кроме того,

$$\tilde{G}_1 = G_1 + G_2; \quad \tilde{G}_2 = G_2 - G_1; \quad \tilde{H}_1 = H_1 - H_2; \quad \tilde{H}_2 = H_1 + H_2.$$

Дискретные преобразования (123) нетрудно переписать, используя четырех-компонентные спиноры

$$P : \psi(t, x, y) \rightarrow i\Gamma^1\Gamma^5\psi(t, -x, y); \quad \Gamma^5 : \psi \rightarrow \Gamma^5\psi; \quad \Gamma^3 : \psi \rightarrow \Gamma^3\psi.$$

Для исследования фазовой структуры модели (121)–(124) введем вспомогательный лагранжиан

$$\tilde{L} = \bar{\psi}i\hat{\partial}\psi + \sigma_1(\bar{\psi}\psi) + \sigma_2(\bar{\psi}\tau\psi) + \phi_1(i\bar{\psi}\Gamma^5\psi) + \phi_2(i\bar{\psi}\Gamma^3\psi) - \frac{N}{2} \sum_{k=1}^2 \left(\frac{\sigma_k^2}{G_k} + \frac{\phi_k^2}{H_k} \right), \quad (125)$$

где σ_i, ϕ_k – вспомогательные вещественные, соответственно, скалярные и псевдоскалярные поля. Теории поля (124) и (125) эквивалентны между собой потому, что с помощью уравнений движения можно исключить поля σ_i, ϕ_k из (125) и получить лагранжиан (124). Нетрудно показать, что относительно дискретных симметрий (123) вспомогательные поля преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned} P : \sigma_1 &\rightarrow \sigma_1; \quad \sigma_2 \rightarrow -\sigma_2; \quad \phi_1 \rightarrow -\phi_1; \quad \phi_2 \rightarrow \phi_2; \\ \Gamma^5 : \sigma_1 &\rightarrow -\sigma_1; \quad \sigma_2 \rightarrow \sigma_2; \quad \phi_1 \rightarrow -\phi_1; \quad \phi_2 \rightarrow \phi_2; \\ \Gamma^3 : \sigma_1 &\rightarrow -\sigma_1; \quad \sigma_2 \rightarrow \sigma_2; \quad \phi_1 \rightarrow \phi_1; \quad \phi_2 \rightarrow -\phi_2. \end{aligned} \quad (126)$$

Исходя из выражения (125), можно найти эффективное действие теории, которое в однопетлевом приближении ($\equiv$ в главном порядке $1/N$ -разложения в модели (124)) имеет вид

$$S_{\text{eff}}(\sigma, \phi) = -N \sum_{k=1}^2 \left(\frac{\sigma_k^2}{2G_k} + \frac{\phi_k^2}{2H_k} \right) - i\text{Tr} \ln \hat{\Delta}, \quad (127)$$

где

$$\hat{\Delta} = i\hat{\partial} + \sigma_1 + \sigma_2\tau + i\phi_1\Gamma^5 + i\phi_2\Gamma^3.$$

Здесь поля σ_i, ϕ_k зависят от точек пространства-времени. Чтобы получить эффективный потенциал модели, нужно воспользоваться определением

$$V(\sigma, \phi) = -S_{\text{eff}}(\sigma, \phi) |_{\sigma, \phi = \text{const}}, \quad (128)$$

в котором предполагается, что бозонные поля уже не зависят от координат. С помощью (127)–(128) можно найти следующее выражение для эффективного потенциала модели (124) в главном порядке $1/N$ -разложения:

$$V(\sigma, \phi) = N \sum_{k=1}^2 \left(\frac{\sigma_k^2}{2G_k} + \frac{\phi_k^2}{2H_k} - \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \ln(p^2 + M_k^2) \right), \quad (129)$$

где

$$M_{1,2} = |\sigma_2 \pm \sqrt{\sigma_1^2 + \phi_1^2 + \phi_2^2}|. \quad (130)$$

Формула (129) выводится аналогично тому, как был получен эффективный потенциал в работе [61]. Проинтегрируем в (129) по области $0 \leq p^2 \leq \Lambda^2$:

$$V(\sigma, \phi) = N \sum_{k=1}^2 \left[\frac{\sigma_k^2}{2} \left(\frac{1}{G_k} - \frac{2\Lambda}{\pi^2} \right) + \frac{\phi_k^2}{2} \left(\frac{1}{H_k} - \frac{2\Lambda}{\pi^2} \right) + \frac{M_k^3}{6\pi} \right]. \quad (131)$$

Теперь, чтобы исключить из (131) параметр обрезания Λ , введем перенормированные константы связи с помощью нормировочных условий ($i = 1, 2$):

$$\begin{aligned} \left. \frac{1}{N} \frac{\partial^2 V}{(\partial \sigma_i)^2} \right|_{\sigma_i = m} &= \frac{1}{G_i} - \frac{2\Lambda}{\pi^2} + \frac{2m}{\pi} \equiv \frac{1}{g_i(m)}, \\ \left. \frac{1}{N} \frac{\partial^2 V}{(\partial \phi_i)^2} \right|_{\phi_i = m} &= \frac{1}{H_i} - \frac{2\Lambda}{\pi^2} + \frac{2m}{\pi} \equiv \frac{1}{h_i(m)}. \end{aligned} \quad (132)$$

Здесь необходимо пояснить, что в первом из равенств (132) берется значение функции $\partial^2 V / (\partial \sigma_i)^2$ в точке $\phi_{1,2} = 0$, $\sigma_i = m$, $\sigma_j = 0$ ($i \neq j$). Во втором равенстве у точки нормировки функции $\partial^2 V / (\partial \phi_i)^2$ отлична от нуля лишь компонента $\phi_i = m$. Соотношения (132) дают нам возможность переписать эффективный потенциал в терминах ультрафиолетово-конечных величин:

$$V(\sigma, \phi) = N \sum_{k=1}^2 \left[\frac{g_k}{2} \sigma_k^2 + \frac{h_k}{2} \phi_k^2 + \frac{M_k^3}{6\pi} \right], \quad (133)$$

где

$$g_i = \frac{1}{g_i(m)} - \frac{2m}{\pi}, \quad h_j = \frac{1}{h_j(m)} - \frac{2m}{\pi}. \quad (134)$$

Напомним, что голые константы связи G_i , H_j не зависят от нормировочной массы m . В силу этого из (132)–(134) следует, что константы g_i , h_j также не зависят от m , т.е. эффективный потенциал (133) является ренормализационно-инвариантной величиной.

Таким образом, мы фактически продемонстрировали, что в главном порядке $1/N$ -разложения модель (121) перенормируема. Полное доказательство

того, что теория поля (121) перенормируема, не является предметом нашего рассмотрения. Однако мы думаем, что это так и есть, опираясь на работы [7,62], в которых было доказано, что простейшие трехмерные модели с четырехфермионным взаимодействием перенормируемы в рамках непертурбативного метода $1/N$ -разложения.

3.2. Фазовая структура модели. Здесь будет рассмотрена зависимость фазовой структуры модели от ренорминвариантных констант g_i , h_j (134). Для этого необходимо найти вакуумные средние вспомогательных полей, которые, как известно, определяются из точки глобального минимума эффективного потенциала. С этой целью напишем уравнения стационарности для функции (133):

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial \sigma_1} &= N\sigma_1 \left[g_1 + \frac{M_1 + M_2}{2\pi} + \frac{2\sigma_2^2}{\pi(M_1 + M_2)} \right] = 0, \\ \frac{\partial V}{\partial \sigma_2} &= N\sigma_2 \left[g_2 + \frac{M_1 + M_2}{2\pi} + \frac{2(\sigma_1^2 + \phi_1^2 + \phi_2^2)}{\pi(M_1 + M_2)} \right] = 0, \\ \frac{\partial V}{\partial \phi_i} &= N\phi_i \left[h_i + \frac{M_1 + M_2}{2\pi} + \frac{2\sigma_2^2}{\pi(M_1 + M_2)} \right] = 0.\end{aligned}\quad (135)$$

В последнем уравнении $i = 1, 2$. Далее необходимо найти все решения системы уравнений (135) и взять то из них, на котором потенциал принимает наименьшее значение. Тем самым будут найдены вакуумные средние $\langle \sigma_i \rangle$, $\langle \phi_j \rangle$. Чтобы не загромождать текст утомительными расчетами, мы не будем приводить здесь подробное решение этой системы, т.к. похожие уравнения исследовались в нашей работе [61]. Поэтому сразу представим точку глобального минимума потенциала, ее свойства симметрии, а также ее зависимость от констант g_i , h_j .

Разобьем плоскость констант связи (h_1, h_2) на три области:

$$I_1 = \{h_1, h_2 > 0\}, \quad I_2 = \{h_1 > h_2, h_2 < 0\}, \quad I_3 = \{h_1 < h_2, h_1 < 0\}, \quad (136)$$

и будем в дальнейшем использовать обозначения $\langle \sigma_i \rangle \equiv \sigma_i$, $\langle \phi_j \rangle \equiv \phi_j$.

Пусть $(h_1, h_2) \in I_1$. В этом случае константы связи (g_1, g_2) могут находиться в одной из трех областей:

$$a_1 = \{g_1, g_2 > 0\}, \quad b_1 = \{g_2 < 0, g_2 < g_1\}, \quad c_1 = \{g_1 < 0, g_2 > g_1\}, \quad (137)$$

где вакуумные средние имеют вид

$$\begin{aligned}(h_1, h_2) \in I_1, (g_1, g_2) \in a_1 &: \sigma_1 = \sigma_2 = \phi_1 = \phi_2 = 0, \\ (h_1, h_2) \in I_1, (g_1, g_2) \in b_1 &: \sigma_1 = \phi_{1,2} = 0, \sigma_2 = -\pi g_2, \\ (h_1, h_2) \in I_1, (g_1, g_2) \in c_1 &: \sigma_2 = \phi_{1,2} = 0, \sigma_1 = -\pi g_1.\end{aligned}$$

Пусть $(h_1, h_2) \in I_2$. Плоскость параметров (g_1, g_2) разбивается на три области:

$$a_2 = \{g_1, g_2 > h_2\}, \quad b_2 = \{g_2 < h_2, g_2 < g_1\}, \quad c_2 = \{g_1 < h_2, g_2 > g_1\}, \quad (138)$$

в которых вакуумные средние вспомогательных полей имеют вид

$$(h_1, h_2) \in I_2, \quad (g_1, g_2) \in a_2 : \sigma_1 = \sigma_2 = \phi_1 = 0, \phi_2 = -\pi h_2, \quad (139)$$

$$(h_1, h_2) \in I_2, \quad (g_1, g_2) \in b_2 : \sigma_1 = \phi_1 = \phi_2 = 0, \sigma_2 = -\pi g_2,$$

$$(h_1, h_2) \in I_2, \quad (g_1, g_2) \in c_2 : \sigma_2 = \phi_1 = \phi_2 = 0, \sigma_1 = -\pi g_1.$$

Пусть $(h_1, h_2) \in I_3$. В этом случае константы связи (g_1, g_2) обязаны находиться в одной из трех областей:

$$a_3 = \{g_1, g_2 > h_1\}, \quad b_3 = \{g_2 < h_1, g_2 < g_1\}, \quad c_3 = \{g_1 < h_1, g_2 > g_1\}, \quad (140)$$

в которых точка абсолютного минимума эффективного потенциала имеет вид

$$(h_1, h_2) \in I_3, \quad (g_1, g_2) \in a_3 : \sigma_1 = \sigma_2 = \phi_2 = 0, \phi_1 = -\pi h_1, \quad (141)$$

$$(h_1, h_2) \in I_3, \quad (g_1, g_2) \in b_3 : \sigma_1 = \phi_1 = \phi_2 = 0, \sigma_2 = -\pi g_2, \quad (142)$$

$$(h_1, h_2) \in I_3, \quad (g_1, g_2) \in c_3 : \sigma_2 = \phi_1 = \phi_2 = 0, \sigma_1 = -\pi g_1. \quad (143)$$

Таким образом, для любых фиксированных значений констант связи $g_{1,2}$ и $h_{1,2}$ мы можем указать точку глобального минимума эффективного потенциала, а также свойства симметрии основного состояния исходной теории. Для этого необходимо найти те из преобразований (122)–(123), относительно которых эта точка инвариантна.

Введем теперь новые обозначения. Пусть A_i – множество ($i = 1, 2, 3$) значений констант связи g_k, h_l такое, что $(g_1, g_2) \in a_i$ и $(h_1, h_2) \in I_i$. Здесь I_i определены в (136), а множества a_i нетрудно найти в формулах (137), (138) и (140), т.е.

$$A_i = \{g_1, g_2, h_1, h_2 : (g_1, g_2) \in a_i, (h_1, h_2) \in I_i\}. \quad (144)$$

Аналогично определим следующие множества параметров ($i = 1, 2, 3$):

$$B_i = \{g_1, g_2, h_1, h_2 : (g_1, g_2) \in b_i, (h_1, h_2) \in I_i\}, \quad (145)$$

$$C_i = \{g_1, g_2, h_1, h_2 : (g_1, g_2) \in c_i, (h_1, h_2) \in I_i\}. \quad (146)$$

Введем, наконец, еще два множества:

$$B = \bigcup_{i=1}^3 B_i, \quad C = \bigcup_{i=1}^3 C_i. \quad (147)$$

Из вышесказанного следует, что обобщенная четырехфермионная теория поля (121) описывает систему, которая может находиться в пяти различных фазовых состояниях, причем ни в одной из них непрерывная калибровочная симметрия (122) не нарушается.

1) Если константы связи находятся в области A_1 , то исходная симметрия не нарушена, и вакуумные средние вспомогательных полей равны нулю.

2) В области констант связи B вакуумные средние имеют вид (142). С помощью (126) нетрудно показать, что здесь мы имеем фазу только с нарушением P -четности.

3) Пусть мы находимся в области C (147). Здесь вакуум P четен, но спонтанно нарушены Γ^5 - и Γ^3 -симметрии. Вакуумные средние полей имеют вид (143).

4) Предположим, что константы связи принадлежат множеству A_2 . В этом случае вспомогательные поля имеют вакуумные средние вида (139), а основное состояние теории P - и Γ^5 -инвариантно. При этом, однако, спонтанно нарушена Γ^3 -симметрия.

5) Остановимся, наконец, на ситуации, когда константы связи находятся в области A_3 . Здесь мы имеем фазу, в которой спонтанно нарушены как P -четность, так и киральная симметрия Γ^5 , а вакуумные средние полей даны в (141). Это один из наиболее интересных результатов предлагаемого раздела, т.к. во всех простейших четырехфермионных моделях [7, 16, 60] такая фаза отсутствует.

3.3. Спектр масс модели. В силу того, что в модели происходит спонтанное нарушение некоторых симметрий, и часть вспомогательных полей приобретают ненулевые вакуумные средние, фермионы становятся массивными. Легче всего это заметить, если в (125) сделать сдвигку: $\sigma_i \rightarrow \sigma_i + \langle \sigma_i \rangle$, $\phi_j \rightarrow \phi_j + \langle \phi_j \rangle$, т.к. при этом в лагранжиане появится фермионный массовый член. В зависимости от того, в какой из фаз находится теория, массовый член фермионов имеет вид

$$\begin{aligned} A_2 : \quad & -\pi h_2(i\bar{\psi}\Gamma^3\psi) = -i\pi h_2(\bar{\psi}_1\psi_2 - \bar{\psi}_2\psi_1), \\ A_3 : \quad & -\pi h_1(i\bar{\psi}\Gamma^5\psi) = \pi h_1(\bar{\psi}_1\psi_2 + \bar{\psi}_2\psi_1), \\ B : \quad & -\pi g_2(\bar{\psi}\tau\psi) = -\pi g_2(\bar{\psi}_1\psi_1 + \bar{\psi}_2\psi_2), \\ C : \quad & -\pi g_1(\bar{\psi}\psi) = -\pi g_1(\bar{\psi}_1\psi_1 - \bar{\psi}_2\psi_2), \end{aligned} \quad (148)$$

а в фазе A_1 , очевидно, фермионы безмассовы. Значение массы ферми-полей в каждой из вышеперечисленных фаз нетрудно найти с помощью (148).

Чтобы найти спектр масс бозонов в главном порядке $1/N$ -разложения, обратимся к эффективному действию (127). Известно, что оно является производящим функционалом одночастично-неприводимых (1ЧН) функций Грина бозонных полей. Следовательно, для того, чтобы найти 1ЧН функцию

Грина, например, двух σ_1 полей, необходимо дважды продифференцировать S_{eff} по полю σ_1 и в полученном выражении приравнять все поля их вакуумным средним.

Рассмотрим фазу C , в которой $\langle \sigma_1 \rangle \neq 0$, а вакуумные средние остальных полей равны нулю (чтобы избежать введения дополнительных математических символов, мы будем каждую фазу обозначать так же, как и соответствующую ей область констант связи). В этом случае

$$\Gamma_{\sigma_1\sigma_1}(x, y) \equiv \frac{\delta^2 S_{\text{eff}}(\sigma, \phi)}{N \delta\sigma_1(x) \delta\sigma_1(y)} = -i \text{Tr} \left[\hat{\Delta}_{xy}^{-1} \hat{\Delta}_{yx}^{-1} \right] + \frac{\delta(x-y)}{G_1}, \quad (149)$$

где

$$\left(\hat{\Delta}^{-1} \right)_{xy}^{\alpha\beta} = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[\frac{\hat{p} + \langle \sigma_1 \rangle}{\langle \sigma_1 \rangle^2 - p^2} \right]^{\alpha\beta} \exp(ip(x-y)). \quad (150)$$

Символ Tr означает след по спинорным индексам. Можно показать, что фурье-образ функции (149) имеет вид

$$\Gamma_{\sigma_1\sigma_1}(p) = \frac{4 \langle \sigma_1 \rangle^2 - p^2}{2\pi \sqrt{-p^2}} \Gamma(p), \quad \Gamma(p) = \arctg \left[\frac{\sqrt{-p^2}}{2 \langle \sigma_1 \rangle} \right]. \quad (151)$$

Здесь, как и в (150), импульсное пространство имеет метрику Минковского. Аналогично можно показать, что в этой фазе

$$\begin{aligned} \Gamma_{\sigma_2\sigma_2}(x, y) &= \frac{\delta(x-y)}{G_2} - i \text{Tr} \left[\tau \hat{\Delta}_{xy}^{-1} \tau \hat{\Delta}_{yx}^{-1} \right], \\ \Gamma_{\phi_2\phi_2}(x, y) &= \frac{\delta(x-y)}{H_2} + i \text{Tr} \left[\Gamma^3 \hat{\Delta}_{xy}^{-1} \Gamma^3 \hat{\Delta}_{yx}^{-1} \right], \\ \Gamma_{\phi_1\phi_1}(x, y) &= \frac{\delta(x-y)}{H_1} + i \text{Tr} \left[\Gamma^5 \hat{\Delta}_{xy}^{-1} \Gamma^5 \hat{\Delta}_{yx}^{-1} \right], \end{aligned}$$

что соответствует следующему импульсному представлению этих функций ($k=1,2$):

$$\Gamma_{\sigma_2\sigma_2}(p) = g_2 - g_1 + \frac{4 \langle \sigma_1 \rangle^2 - p^2}{2\pi \sqrt{-p^2}} \Gamma(p), \quad (152)$$

$$\Gamma_{\phi_k\phi_k}(p) = h_k - g_1 + \frac{\sqrt{-p^2}}{2\pi} \Gamma(p). \quad (153)$$

Отметим, что в этой, а также других фазах исходной модели, смешанные 1ЧН функции Грина двух полей ($\Gamma_{\sigma_1\sigma_2}$, $\Gamma_{\sigma_1\phi_1}$ и т.д.) равны нулю. Функции, обратные к величинам (151)–(153), являются пропагаторами соответствующих бозонных полей. Хорошо известно, что сингулярности пропагаторов по

переменной p^2 определяют спектр масс бозонов. Аналитические свойства функций, похожих на (151)–(153), исследовались в [7], откуда следует, что для констант связи из области

$$\tilde{C} = \{ h_1 \geq g_1, h_2 \geq g_1, g_2 \geq g_1 \}$$

эти функции не обращаются в нуль при $p^2 < 0$. Так как $\tilde{C} \supset C$ (см. (147)), то очевидно, что в фазе C у пропагаторов отсутствует тахионная сингулярность. Также можно показать, что скалярное поле σ_1 соответствует стабильной частице с удвоенной массой фермиона, которая есть $< \sigma_1 >$. Частица σ_2 является псевдоскалярным резонансом, которому соответствует полюс пропагатора на втором листе его области аналитичности. Полям $\phi_{1,2}$ соответствуют два стабильных связанных состояния фермионов с ненулевой энергией связи. Одна из этих частиц – скаляр (ϕ_1), другая – псевдоскаляр (ϕ_2).

Чтобы получить 1ЧН двухточечные функции Грина в фазе B , где только $< \sigma_2 > \neq 0$, нужно в формулах (151)–(153) сделать замену $\sigma_1 \leftrightarrow \sigma_2$, $g_1 \leftrightarrow g_2$.

Если же мы находимся в одной из фаз $A_{2,3}$, где $< \phi_i > \neq 0$, а вакуумные средние полей ϕ_j , $\sigma_{1,2}$ равны нулю ($i \neq j$), то следующая замена обозначений в формулах (151)–(153) $\sigma_1 \leftrightarrow \phi_i$, $\sigma_2 \leftrightarrow \phi_j$, $g_1 \leftrightarrow h_i$, $g_2 \leftrightarrow h_j$ даст нам двухточечные 1ЧН функции Грина в соответствующей фазе теории. Спектр масс бозонов в фазах B , A_2 , A_3 может быть описан так же, как и в фазе C . Кроме того, в них отсутствуют тахионы.

Наконец, отметим, что в фазе A_1 , где фермионы безмассовы, пропагаторы бозонных полей имеют сингулярность типа $\sqrt{-p^2}$, что указывает на присутствие безмассовых бозонов в спектре масс теории.

3.4. Некоторые частные случаи. В этом разделе мы рассмотрим условия, при которых исходная модель (121)–(124) инвариантна относительно непрерывных симметрий. Прежде всего, отметим, что без всяких ограничений теория симметрична относительно следующей калибровочной группы:

$$U(1) : \psi \rightarrow e^{i\alpha} \psi. \quad (154)$$

Эта симметрия остается ненарушенной при любых значениях констант связи. Если наложить на параметры модели ограничения, то в теории появятся дополнительные непрерывные симметрии. Рассмотрим несколько случаев.

а) Предположим, что голые константы связи G_2, H_2 произвольны, а

$$G_1 = H_1 \quad (155)$$

(следовательно, $g_1 = h_1 \equiv g$). Тогда, кроме $U(1)$ (154), теория будет инвариантна относительно киральной группы преобразований:

$$U_5(1) : \psi \rightarrow \exp(i\alpha\Gamma^5)\psi \equiv \begin{pmatrix} \cos \alpha \psi_1 + \sin \alpha \psi_2 \\ \cos \alpha \psi_2 - \sin \alpha \psi_1 \end{pmatrix}. \quad (156)$$

Из п.3.2 следует, что в этом случае в модели будут реализованы только фазы A_1, A_2, B и C (фаза A_3 кирально-эквивалентна фазе C , т.е. вакуумные средние вида (141) с помощью преобразования из группы (156) можно привести к виду (143)). Соответствующие этим фазам области констант связи (g, g_2, h_2) обозначим как A_{15}, A_{25}, B_5, C_5 , где

$$A_{15} = \{g, h_2, g_2 > 0\}, A_{25} = \{g, g_2 > h_2; h_2 < 0\}, C_5 = \{h_2, g_2 > g; g < 0\}, \quad (157)$$

а область B_5 образует те значения констант связи, которые не принадлежат множествам (157). Нетрудно видеть, что только C_5 находится на границе области C (147), а множества A_{15}, A_{25}, B_5 лежат внутри соответствующих областей A_1, A_2, B (144)–(147).

Теперь очевидно, что в исходной модели со связью (155) непрерывная киральная инвариантность (156) спонтанно нарушена только в фазе C , при этом, как следует из предыдущего раздела, пропагатор поля ϕ_1 сингулярен в точке $p^2 = 0$ (см. (153) при $g_1 = h_1$), т.е. в теории появляется голдстоуновская частица массы нуль.

б) Если $G_1 = H_2$, а G_2, H_1 – произвольны, то в модели дополнительно к $U(1)$ (154) возникнет еще одна непрерывная симметрия:

$$U_3(1) : \psi \rightarrow \exp(i\alpha\Gamma^3)\psi. \quad (158)$$

Этот случай можно описать аналогично (а), поэтому мы не будем на нем подробно останавливаться.

в) Если мы хотим, чтобы модель была инвариантна относительно преобразований из группы $U(1) \times U_\tau(1)$, где

$$U_\tau(1) : \psi \rightarrow \exp(i\alpha\tau)\psi, \quad (159)$$

то необходимо наложить связь $H_1 = H_2 \equiv H$. При этом, очевидно, двухкомпонентные спиноры и вспомогательные поля преобразуются следующим образом:

$$U_\tau(1) : \psi_1 \rightarrow e^{i\alpha}\psi_1; \quad \psi_2 \rightarrow e^{-i\alpha}\psi_2; \quad (\phi_1 - i\phi_2) \rightarrow \exp(-2i\alpha)(\phi_1 - i\phi_2) \quad (160)$$

(поля σ_i инвариантны относительно преобразования (159)). Ясно, что в этом случае модель также точно решается в лидирующем порядке $1/N$ -разложения, и каждый без труда может (используя результаты предыдущих разделов) представить ее фазовый портрет, который состоит из четырех фаз A_1, A_2, B, C . (Вакуумное среднее $\langle \phi_1 \rangle \neq 0$ фазы A_3 может быть преобразовано с помощью (160) в $\langle \phi_2 \rangle \neq 0$, т.е. в вакуумное среднее бозонных полей фазы A_2 . Следовательно, эти фазы унитарно эквивалентны друг другу относительно преобразований (159), поэтому A_3 мы не включаем в фазовый портрет модели при указанном выше ограничении на константы связи.) С помощью (160)

нетрудно видеть, что в фазе A_2 симметрия $U_\tau(1)$ спонтанно нарушена. При $H = 0$ получается теория, которая уже исследовалась в связи с явлением высокотемпературной сверхпроводимости [16, 60], однако в ней $U_\tau(1)$ -симметрия никоим образом не нарушается.

г) Есть еще один класс моделей вида

$$L_{VP} = \bar{\psi} i \hat{\partial} \psi + V(\bar{\psi} \Gamma^\mu \psi)^2 + P(\bar{\psi} \Gamma^\nu \tau \psi)^2, \quad (161)$$

инвариантных относительно $U_\tau(1)$. Этот лагранжиан также является частным случаем обобщенной модели (121)–(124) при $N = 1$, т.е. когда спиноры ψ, ψ_1, ψ_2 не имеют индексов $U(N)$ -группы. В самом деле, используя преобразования Фирца (А.6) для двухкомпонентных спиноров Дирака (см. приложение А), нетрудно показать, что

$$\begin{aligned} L_{VP} = & \bar{\psi}_1 i \hat{\partial} \psi_1 + \bar{\psi}_2 i \hat{\partial} \psi_2 - 3(V + P)[(\bar{\psi}_1 \psi_1)^2 + (\bar{\psi}_2 \psi_2)^2] + \\ & + (P - V)[4\bar{\psi}_1 \psi_2 \bar{\psi}_2 \psi_1 + 2\bar{\psi}_1 \psi_1 \bar{\psi}_2 \psi_2]. \end{aligned} \quad (162)$$

Вводя теперь голые константы G_i, H_j (см. (124)), имеем для лагранжиана (162) $H_2 = H_1, G_2 = H_1 + G_1$. Следовательно, при описании фазовой структуры модели достаточно знать величины параметров h_1 и g_1 . Тогда при $h_1 > 0, g_1 > 0$ будет фаза A_1 , при $h_1 > 0, g_1 < 0$ – фаза C , при $h_1 < 0, g_1 < 0$ – фаза B , и при $h_1 < 0, g_1 > 0$ мы получаем фазу A_2 со спонтанным нарушением $U_\tau(1)$ -инвариантности.

д) Наконец, возможна ситуация, когда теория инвариантна относительно преобразований из группы $U(2)$:

$$U(2) : \psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \rightarrow U \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}. \quad (163)$$

(В (163) U есть 2×2 унитарные матрицы.) Нетрудно видеть, что в этом случае $G_1 = H_1 = H_2 \equiv H$, т.е., как следует из определений (132)–(134), $g_1 = h_1 = h_2 \equiv h$. Таким образом, здесь мы имеем всего две независимые константы связи, поэтому фазовый портрет модели выглядит особенно просто. Так, безмассовая фаза реализуется при $g_2, h > 0$. Модель находится в фазе B , когда константы связи удовлетворяют соотношениям $g_2 < 0, h > g_2$. При этом $U(2)$ -симметрия остается ненарушенной. Если $h < 0$ и $g_2 > h$, то мы имеем фазу C , в которой $U(2)$ -симметрия спонтанно нарушается до $U(1) \times U_\tau(1)$, а в спектре масс теории присутствуют голдстоуновские бозоны. Остальные свойства модели, находящейся в одной из фаз B или C , остаются неизменными и приведены в предыдущих разделах.

Если в лагранжиане (161) положить $P = 0$, то получится теория с вектор-векторным взаимодействием фермионов. При $N = 1$ она является частным случаем обобщенной модели Гросса – Невье (121)–(124), в которой

$G_1 = H_1 = H_2 \equiv H, G_2 = 2H$, т.е. имеется $U(2)$ -инвариантность. Очевидно, что здесь, кроме A_1 , возможна только фаза B без нарушения $U(2)$ -инвариантности.

3.5. Динамическая генерация члена ЧС. Продолжим исследование обобщенной модели (121) и рассмотрим условия, при которых в ней возможна спонтанная генерация члена Черна – Саймонса (120). Для этого сделаем глобальную непрерывную калибровочную симметрию (122) локальной, т.е. введем в теорию векторное калибровочное поле A_μ , лагранжиан взаимодействия которого с фермионами имеет вид

$$L_{\text{int}} \sim \bar{\psi} \Gamma^\mu \psi A_\mu \equiv (\bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_1 + \bar{\psi}_2 \gamma^\mu \psi_2) A_\mu.$$

Мы будем предполагать, что полный лагранжиан системы не содержит кинетического члена Максвелла для калибровочного поля, т.е.

$$L_{\text{tot}} = L + L_{\text{int}}, \quad (164)$$

где L дан в (121). Предположим далее, что константы взаимодействия находятся в областях B или C (147), где только поля σ_i могут иметь ненулевые вакуумные средние. Сделав в (164) сдвигу $\sigma_i \rightarrow \sigma_i + \langle \sigma_i \rangle$, мы получаем в L_{tot} массовый фермионный член диагонального вида

$$L_{\text{tot}} = \sum_{k=1}^2 \bar{\psi}_k (i\hat{\partial} + m_k) \psi_k + \dots \quad (165)$$

Здесь m_k обозначает массу k -го спинорного мультиплета. Опираясь на этот лагранжиан, которому будут соответствовать правила Фейнмана с массивными фермионными пропагаторами, можно найти радиационные поправки к эффективному действию, имеющие слагаемое, пропорциональное A_μ^2 :

$$S_{\text{eff}} = \int d^3 p \tilde{A}_\mu(-p) \pi^{\mu\nu} \tilde{A}_\nu(p) + \dots, \quad (166)$$

где $\tilde{A}_\mu(p)$ – фурье-образ поля $A_\mu(x)$, $\pi^{\mu\nu}$ – поляризационный оператор калибровочного поля, который в однопетлевом приближении при малых значениях импульсов имеет вид

$$\pi^{\mu\nu} \sim \varepsilon^{\mu\nu\alpha} p_\alpha \sum_{k=1}^2 \text{sign } m_k. \quad (167)$$

Подставляя (167) в (166) и переходя в координатное представление, получаем член ЧС, который генерируется динамическим образом, т.е. с помощью радиационных поправок:

$$S_{CS} \sim (\text{sign } m_1 + \text{sign } m_2) \int d^3 x \varepsilon^{\mu\nu\alpha} A_\mu \partial_\nu A_\alpha. \quad (168)$$

Отсюда видно, что в фазе B модели, где $m_1 = m_2$ (см.(148)) и P -четность спонтанно нарушена, член ЧС не равен нулю, однако в фазе C , где массы фермионов противоположны по знаку, $S_{CS} = 0$.

Обратимся теперь к случаю, когда константы связи лежат в областях $A_{2,3}$ (144). Здесь спонтанно возникает фермионный массовый член недиагонального вида (см.(148)), поэтому формула (168) неприменима. В этом случае можно сделать унитарное преобразование фермионных полей:

$$\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix},$$

которое, например, для области A_3 имеет вид $U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. В терминах спиноров f_i массовые члены модели в фазах $A_{2,3}$ будут уже диагональными, но с противоположными знаками масс. Поэтому член ЧС не возникает динамическим образом ни в A_2 -, ни в A_3 -фазе согласно формуле (168).

Следовательно, мы имеем пример явления, когда P -четность спонтанно нарушена (в фазе A_3), но член ЧС не генерируется.

3.6. Структура вакуума в $(\bar{\psi}\lambda^a\psi)^2$ -теории. В предлагаемом подразделе будет исследована в главном порядке $1/N$ -разложения фазовая структура трехмерной четырехфермионной теории поля вида

$$L_\psi = i\bar{\psi}\hat{\partial}\psi + m\bar{\psi}\psi + g(\bar{\psi}\lambda^a\psi)^2/(2N), \quad (169)$$

где

$$\bar{\psi}\psi = \sum_{i,\alpha} \bar{\psi}_{i\alpha}\psi_{i\alpha}, \quad \bar{\psi}\lambda^a\psi = \sum_{i,\alpha} \bar{\psi}_{i\alpha}\lambda_{\alpha\beta}^a\psi_{i\beta}. \quad (170)$$

Здесь суммирование по i идет от 1 до N , а по α, β — от 1 до K , причем для всех фиксированных значений i и α $\psi_{i\alpha}$ — двухкомпонентный спинор Дирака, λ^a — генераторы $SU(K)$ -группы ($a = 1, \dots, K^2 - 1$). Таким образом, ψ преобразуется по фундаментальным представлениям $U(N)$ - и $U(K)$ -групп, а теория (169), не являющаяся частным случаем обобщенной модели (121), инвариантна относительно $U(N) \times U(K)$. Все вычисления мы будем проводить в главном порядке $1/N$ -разложения. При этом подразумевается, что ранг $U(N)$ -группы — очень большая величина (т.е. $1/N$ — малый параметр). Структура лагранжиана (169) такова, что $U(N)$ -инвариантность теории не нарушается ни при каких значениях m и g . Поэтому, когда мы будем говорить об остаточной симметрии вакуума, всегда будем подразумевать еще его инвариантность относительно $U(N)$.

Чтобы получить эффективный потенциал исходной модели, удобно воспользоваться эквивалентной теорией со вспомогательными скалярными полями

$$L_\sigma = i\bar{\psi}\hat{\partial}\psi + m\bar{\psi}\psi + \sigma^a(\bar{\psi}\lambda^a\psi) - N(\sigma^a)^2/(2g) =$$

$$= i\bar{\psi}\hat{\partial}\psi + m\bar{\psi}\psi + \bar{\psi}\varphi\psi - N\text{Tr}(\varphi^2)/(4g), \quad (171)$$

где $\varphi = \sigma^a \lambda^a$, $\text{Tr} \varphi = 0$. (С помощью уравнений движения легко исключить σ^a из (171) и получить в результате L_ψ (169).) Можно показать (см. [63]), что в теории (171) эффективный потенциал в главном порядке $1/N$ -разложения имеет вид

$$\frac{2\pi}{N}V(\varphi) = \sum_{i=1}^K \left\{ \frac{a}{2}\varphi_i^2 + \frac{1}{3}|\varphi_i + m|^3 \right\}, \quad (172)$$

где $a = \pi/g$, а переменные φ_i удовлетворяют условию

$$\varphi_1 + \dots + \varphi_K = 0. \quad (173)$$

При выводе (172) мы использовали размерную регуляризацию, достоинство которой в трехмерном пространстве-времени состоит в том, что регуляризованное выражение для эффективного потенциала в лидирующем порядке $1/N$ -разложения не содержит ультрафиолетовых расходимостей. В силу этого голые константы связи g и масса m являются конечными величинами.

С учетом результатов работы [63], а также численных расчетов, проведенных нами для значений $N \leq 1000$, можно сказать, что в безмассовом случае ($m = 0$) глобальный минимум потенциала (172) обладает $U(n) \times U(n)$ -симметрией для $K = 2n$ или $U(n+1) \times U(n)$ для $K = 2n+1$, если $g < 0$. Если $g > 0$, то исходная $U(K)$ -инвариантность модели не нарушается.

Теперь обсудим свойства потенциала (172) в массивном случае. С этой целью введем безразмерные величины, поделив обе части выражения (172) на m^3 :

$$\frac{2\pi}{m^3 N}V(w) = \sum_{i=1}^K \left\{ \frac{b}{2}(w_i - 1)^2 + \frac{1}{3}|w_i|^3 \right\}, \quad (174)$$

где $b = a/m$, $w_i = 1 + \varphi_i/m$. Новые переменные, очевидно, удовлетворяют соотношению

$$w_1 + \dots + w_K = K. \quad (175)$$

Из (174) следуют уравнения стационарности для $V(w)$ ($i = 1, \dots, K-1$):

$$bw_i - bw_K + |w_i|w_i - |w_K|w_K = 0. \quad (176)$$

При выводе (176) в качестве независимых переменных использовались первые $(K-1)$ компонент w_i , а w_K определена условием (175).

Пусть $b > 0$ (т.е. $g > 0$). Решая уравнения (175)–(176), легко показать, что в этом случае функция $V(w)$ имеет только одну стационарную точку $\Omega_K = (1, \dots, 1)$, в которой у нее находится глобальный минимум. Очевидно, что Ω_K соответствует $U(K)$ -симметрии основного состояния теории (169).

Теперь рассмотрим случай $b < 0$ (т.е. $g < 0$). Покажем прежде всего, что произвольная точка $\Omega = (w_1, \dots, w_K)$, где все w_i удовлетворяют (175)–(176), имеет не более трех различных компонент.

Этот факт непосредственно следует из уравнений (176), решая которые, можно установить, что для произвольного фиксированного $i < K$ соответствующая компонента w_i стационарной точки Ω может принимать одно из трех значений (при этом, не теряя общности, мы предполагаем, что $w_K > 0$):

$$\tilde{w}_1 = w_K, \tilde{w}_2 = -b - w_K, \tilde{w}_3 = \frac{b}{2} - \sqrt{\frac{b^2}{4} - bw_K - w_K^2} \quad (177)$$

при $0 < w_K < -b$, или

$$\tilde{w}_1, \tilde{w}_3, \tilde{w}_4 = \frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} - bw_K - w_K^2} \quad (178)$$

при $-b < w_K < -b(1 + \sqrt{2})/2$. При других положительных значениях w_K все компоненты w_i равны w_K . Для определения компоненты w_K соответствующей точки стационарности нужно использовать условие (175).

Для нахождения точки глобального минимума потенциала мы применим следующую процедуру. Сначала с помощью (177), (178) необходимо построить всевозможные точки стационарности с двумя, а также с тремя различными компонентами, каждый раз определяя w_K из условия (175). Потом найти значения функции $V(w)$ на каждой из этих точек и определить ту из них, в которой V принимает наименьшее значение. Естественно, что с ростом K количество точек стационарности потенциала $V(w)$ значительно возрастает. Поэтому мы ограничились несколькими значениями K . Опуская детали вычислений, приведем лишь конечные результаты.

а) Пусть $K = 2$. Из системы уравнений (175), (176) следует, что глобальный минимум функции (174) находится в точке

$$\Omega_{11} = \left(1 + \frac{b}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{b^2 - 4}, 1 - \frac{b}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{b^2 - 4} \right),$$

если $b < -2$. В этом случае исходная $U(2)$ -симметрия спонтанно нарушается до $U(1) \times U(1)$. Если же $b > -2$, то симметрия остается ненарушенной.

б) Пусть $K = 3$. Численные расчеты (в этом и последующих случаях) показывают, что при $b < b_3^* = -1,5388\dots$ точка глобального минимума есть $\Omega_{21} = (x_1, x_1, y_1)$, где $y_1 = 3 - 2x_1$ и

$$x_1 = -[3(b - 4) - \sqrt{9b^2 - 12b - 36}]/10.$$

Очевидно, что Ω_{21} , а значит и вакуум модели, обладает $U(2) \times U(1)$ -симметрией. При $b > b_3^*$ теория $U(3)$ инвариантна.

в) Пусть $K = 4$. В этом случае при $b < b_4^* = -4,0694...$ глобальный минимум потенциала достигается в точке $\Omega_{22} = (x_2, x_2, y_2, y_2)$, где $y_2 = 2 - x_2$ и

$$x_2 = 1 - \frac{b}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{b^2 - 4}.$$

Ясно, что в этой области значений параметра b симметрия модели спонтанно нарушена до $U(2) \times U(2)$.

При $b_4^* < b < b_4^{**} = -1,3572...$ абсолютный минимум функции (174) располагается в точке $\Omega_{31} = (x_3, x_3, x_3, y_3)$, где $y_3 = 4 - 3x_3$

$$x_3 = \frac{6 - b}{5} + \frac{1}{5}\sqrt{b^2 - 2b - 4}.$$

Очевидно, что Ω_{31} инвариантна относительно $U(3) \times U(1)$ -группы. При $b > b_4^{**}$ исходная $U(4)$ -симметрия не нарушается.

г) Наконец, для $K = 5$ модель находится в $U(3) \times U(2)$ симметричной фазе, если $b < b_5^* = -2,5300...$. При значениях $b_5^* < b < b_5^{**} = -1,2654...$ вакуумное состояние обладает инвариантностью относительно группы $U(4) \times U(1)$. В то же время исходная $U(5)$ -симметрия не нарушается при $b > b_5^{**}$. Соответствующие этим фазам точки глобального минимума эффективного потенциала имеют вид

$$U(3) \times U(2) : \Omega_{32} = (x_4, x_4, x_4, y_4, y_4); y_4 = (5 - 3x_4)/2,$$

$$x_4 = [15 - 5b + \sqrt{25b^2 - 20b - 100}]/13,$$

$$U(4) \times U(1) : \Omega_{41} = (x_5, x_5, x_5, x_5, y_5); y_5 = 5 - 4x_5,$$

$$x_5 = [40 - 5b + \sqrt{25b^2 - 60b - 100}]/34,$$

$$U(5) : \Omega_5 = (1, 1, 1, 1, 1).$$

Подводя итог, можно сказать, что при $K > 3$ фазовая структура в массивной модели (169) гораздо богаче, чем в безмассовом случае.

3.7. Динамическая генерация члена ЧС. Здесь мы рассмотрим возможность использования модели (169) для динамической генерации топологической массы векторного поля, которой в лагранжиане соответствует член ЧС вида (120). С этой целью введем минимальным образом взаимодействие статистического векторного поля A_μ со спинорными полями. Модифицированный лагранжиан (171) примет вид:

$$L_\sigma \rightarrow \tilde{L}_\sigma = \bar{\psi}i(\partial + ie\hat{A})\psi + m\bar{\psi}\psi + \bar{\psi}\varphi\psi - N\text{Tr}(\varphi^2)/(4g), \quad (179)$$

Модель (179) в главном порядке $1/N$ -разложения обладает таким же эффективным потенциалом, что и модель (169)–(171). Следовательно, результаты предыдущего раздела применимы к теории (179), и можно утверждать,

что вакуумные средние скалярных полей $\langle \varphi_{\alpha\beta} \rangle$ из $\tilde{L}_\sigma$ в общем случае отличны от нуля, т.е. они совпадают с координатами точки глобального минимума эффективного потенциала. Сделаем в (179) замену переменных $\varphi_{\alpha\beta} \rightarrow \varphi_{\alpha\beta} + \langle \varphi_{\alpha\beta} \rangle$. С учетом того, что $\langle \varphi_{\alpha\beta} \rangle = \text{diag} (\varphi_1, \dots, \varphi_K)$, массовый член фермионов примет вид

$$\tilde{L}_\sigma = (\dots) + \sum_{i=1}^K (m + \varphi_i) \bar{\psi}_i \psi_i, \quad (180)$$

где указано в явном виде только суммирование по индексам $U(K)$ -группы, а суммирование по индексам $U(N)$ -группы подразумевается. Отсюда видно, что в главном порядке $1/N$ -разложения i -й мультиплет спинорных полей имеет массу $M_i = m + \varphi_i$, которая, вообще говоря, отлична от затравочной массы m исходного лагранжиана. Очевидно, что значения M_i существенным образом зависят от свойств вакуума теории, т.е. от того, в какой фазе она находится.

Исходя из лагранжиана (180), можно показать (см. п.3.5), что в главном порядке по N в теории поля (179), (180) динамическим образом возникает член ЧС вида (120), где

$$G = e^2 \sum_{i=1}^K \text{sign} (m + \varphi_i) \equiv e^2 \tilde{G}. \quad (181)$$

Параметр $\tilde{G}$ непосредственно связан как с топологической массой векторного поля, так и со значениями дробных спина и статистики полей материи.

Предположим сначала, что $m = 0$. В этом случае при $K = 2n$ член ЧС не будет генерироваться вовсе. Этот факт легко понять, если принять во внимание вид точки глобального минимума потенциала, которая имеет одинаковое количество отрицательных и положительных компонент [63]. Если $K = 2n + 1$, то в $U(n+1) \times U(n)$ симметричной фазе теории член ЧС обязательно возникает динамическим образом, несмотря на то, что в безмассовой фазе он отсутствует.

Более интересна ситуация в массивном случае ($m \neq 0$). Здесь параметр статистики $\tilde{G}$, как следует из (181) и результатов п.3.6, принимает в зависимости от фазы теории следующие значения: $K, K-2, \dots, K-2n$ ($n = K/2$ для четных и $n = (K-1)/2$ для нечетных K). Причем $\tilde{G} = K$ в фазе с максимальной симметрией $U(K)$ и $\tilde{G}$ – минимально (т.е. нуль или единица) в фазе с минимальной симметрией (для четных $K = 2n : U(n) \times U(n)$ или $U(n+1) \times U(n)$ для нечетных $K = 2n+1$). Важно отметить, что значения $\tilde{G}$ и возможные группы симметрии вакуума теории находятся во взаимно однозначном соответствии. Зная статистику частиц (или их спин), можно назвать группу инвариантности вакуума и наоборот.

Таким образом, сделаем следующие выводы.

1) Вместо набора вакуумных средних скалярных полей $\langle \varphi_{\alpha\beta} \rangle$ в теории достаточно иметь лишь один параметр порядка, который возникает динамическим образом, — это параметр статистики $\tilde{G}$ (181).

2) Переход от одной фазы теории к другой сопровождается скачкообразным изменением (трансмутацией) статистики и спина полей материи.

Следует заметить, что все вышеперечисленное относится к массивной теории поля (169)–(171), взаимодействующей с векторным полем и, строго говоря, для случаев $K \leq 5$. Однако, в силу своей очевидности, эти результаты, по-видимому, справедливы и для значений $K > 5$.

3.8. Обсуждение результатов. В предлагаемом разделе на основе работ [61, 63, 66] исследовались две трехмерные четырехфермионные модели нестандартного вида. Первую модель (121)–(124) мы назвали обобщенной моделью ГН в силу того, что при $G_1 \neq 0$; $G_2, H_1, H_2 = 0$ она совпадает с обычной теорией Гросса – Невье из разд.1. Лагранжиан (121) симметричен относительно дискретных P, Γ^3, Γ^5 -преобразований (123). Здесь показано, что обобщенная теория может существовать в пяти разных фазах, среди которых две – A_2 и A_3 – не были ранее замечены в простейших моделях типа Гросса – Невье. В фазе A_2 спонтанно нарушена только Γ^3 -симметрия, а в фазе A_3 нарушены P и Γ^5 одновременно. Основное состояние последней фазы своими свойствами напоминает вакуум КХД, где спонтанно нарушены как киральная, так и CP -инвариантности.

Спектр масс бозонов теории (121), в отличие от простейших моделей ГН, содержит стабильные частицы с нетривиальной энергией связи, а также резонансы с конечным временем жизни.

Нами были рассмотрены некоторые частные случаи, среди которых теория с вектор-векторной связью ферми-полей, а также модель (при $H_1 = H_2$) с непрерывной глобальной $U_\tau(1)$ -симметрией (160), которая спонтанно нарушается в фазе A_2 .

Предположим, что поля ψ_1 и ψ_2 описывают частицы с противоположным электрическим зарядом. Тогда генератор $U_\tau(1)$ -группы по физическому смыслу является оператором электрического заряда теории. При этом можно сказать, что в рамках обобщенной модели (121) существуют как киральные фазовые переходы (когда нарушается Γ^5 -инвариантность), так и фазовые переходы сверхпроводящего типа. В последнем случае калибровочная группа электрического заряда $U_E(1) \equiv U_\tau(1)$ спонтанно нарушается (фаза A_2 модели (121)–(124) при $H_1 = H_2$ (см. п.3.4)), и в теории появляются скалярные заряженные частицы $\phi \sim \bar{\psi}_1 \psi_2$ (аналог куперовских пар в обычной теории сверхпроводимости).

Мы также показали, что в модели (121) член ЧС возникает динамическим образом только в фазе B , когда спонтанно нарушена P -четность. Кроме того, в п.3.5 доказано, что нарушение P -четности не является достаточным

условием генерации члена ЧС (в фазе A_3 P -четность нарушена, однако член ЧС в теории отсутствует).

Во второй модели, исследованной здесь непертурбативным методом $1/N$ -разложения, спинорные поля имеют внутренние степени свободы, соответствующие $U(K)$ -симметрии ($U(N)$ -группу при $N \rightarrow \infty$ мы в расчет не принимаем, т.к. она носит вспомогательный характер). Модель имеет те же физические основания для ее рассмотрения, что и другие трехмерные теории. Однако есть и дополнительные мотивы.

Недавно в работе [64] было высказано предположение, что электрический заряд имеет топологическую природу. Эта идея проверялась, в частности, в рамках калибровочной теории, основанной на лагранжиане (169). При этом для авторов была очень существенной возможность спонтанного нарушения исходной $U(K)$ -симметрии до $U(K-1) \times U(1)$. Последний факт у них является результатом анализа уравнений Дайсона – Швингера, которым должны удовлетворять массы ферми-частиц модели (169) [65]. По нашему мнению, метод уравнений Дайсона – Швингера не является надежной основой для фазового анализа теории поля с достаточно громоздкой структурой лагранжиана взаимодействия. Дело в том, что массовые уравнения здесь имеют, как правило, несколько решений, из которых очень трудно выбрать соответствующее основному состоянию теории. Мы исследовали вакуумные свойства модели (169) более адекватным методом – методом эффективного потенциала и показали, что основное состояние может быть $U(K-1) \times U(1)$ инвариантным только в массивной теории (169).

В конце раздела в модели (169) минимальным образом учтено взаимодействие полей материи ψ с векторным статистическим полем A_μ и рассмотрена возможность динамической генерации члена ЧС, благодаря которому статистика полей ψ сразу становится дробной. Здесь показано, что в массивном случае ($m \neq 0$) вместо многокомпонентной точки глобального минимума потенциала в качестве параметра порядка можно использовать только один параметр — топологическую массу векторного поля (коэффициент перед членом ЧС). При переходе из одной фазы в другую статистика частиц скачком меняет свое значение.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В предлагаемом обзоре детально изучены критические свойства некоторых трехмерных с четырехфермионным взаимодействием моделей теории поля с учетом внешних воздействий (температуры, магнитных полей и т.д.), существенным образом влияющих на структуру вакуума.

В результате такого рассмотрения в нашей работе обнаружены неизвестные ранее динамические эффекты. Так, мы показали, что внешнее магнит-

ное поле обладает способностью спонтанным образом нарушать симметрию [22,27,41] (сейчас этот эффект носит название эффекта катализации спонтанного нарушения симметрии во внешнем магнитном поле). Кроме того, здесь доказано, что и хромомагнитный глюонный конденсат в КХД также является катализатором спонтанного нарушения киральной инвариантности [50–52]. Отметим, что эффект катализации спонтанного нарушения симметрии внешними калибровочными полями стоит в общем ряду с хорошо исследованными эффектами, производимыми (анти-)самодуальными полями [20]. Источник у всех этих явлений общий – модификация инфракрасного режима из-за взаимодействия спина фермиона с внешним калибровочным полем.

На основе исследования радиационных поправок к эффективному действию в работе получены достаточные условия динамического возникновения члена Черна – Саймонса [63,66], играющего важную роль в анионной теории высокотемпературной сверхпроводимости. Наконец, продемонстрирована принципиальная возможность существования в трехмерных четырехфермионных моделях, кроме киральных, еще и фазовых переходов сверхпроводящего типа [61]. (В последнем случае нарушается калибровочная $U(1)$ -симметрия.)

Авторы признательны Н.Ф. Клименко за подготовку рукописи статьи, а также Российскому фонду фундаментальных исследований за финансовую поддержку по проекту 98-02-16690.

ПРИЛОЖЕНИЯ

А. Алгебра γ -матриц в трехмерии. Двухкомпонентные спиноры Дирака в трехмерном пространстве-времени реализуют неприводимое двумерное представление группы Лоренца. В этом случае 2×2 -матрицы γ имеют вид

$$\gamma^0 = \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^1 = i\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^2 = i\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Эти матрицы обладают свойствами

$$\text{Tr} (\gamma^\mu \gamma^\nu) = 2g^{\mu\nu}; \quad [\gamma^\mu, \gamma^\nu] = -2i\varepsilon^{\mu\nu\alpha} \gamma_\alpha; \quad \gamma^\mu \gamma^\nu = -i\varepsilon^{\mu\nu\alpha} \gamma_\alpha + g^{\mu\nu}, \quad (\text{A.2})$$

где $g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \text{diag} (1, -1, -1)$, $\gamma_\alpha = g_{\alpha\beta} \gamma^\beta$, $\varepsilon^{012} = 1$. Кроме того,

$$\text{Tr} (\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\alpha) = -2i\varepsilon^{\mu\nu\alpha}. \quad (\text{A.3})$$

Матричные элементы γ -матриц удовлетворяют тождествам Фирца:

$$(\gamma^\mu)_{mn} (\gamma_\mu)_{\dot{m}\dot{n}} = \frac{3}{2} (1)_{m\dot{n}} (1)_{\dot{m}n} - \frac{1}{2} (\gamma^\nu)_{m\dot{n}} (\gamma_\nu)_{\dot{m}n}, \quad (\text{A.4})$$

где $m, n, \dot{m}, \dot{n} = 1, 2$, и суммирование в формуле (A.4) по индексам μ, ν от 0 до 2 подразумевается. Из (A.4) следует

$$\bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_2 \bar{\psi}_3 \gamma_\mu \psi_4 = -\frac{3}{2} \bar{\psi}_1 \psi_4 \bar{\psi}_3 \psi_2 + \frac{1}{2} \bar{\psi}_1 \gamma^\nu \psi_4 \bar{\psi}_3 \gamma_\nu \psi_2, \quad (\text{A.5})$$

где ψ_k ($k = 1, 2, 3, 4$) – произвольные антикоммутирующие двухкомпонентные спиноры. Если в правой части (A.5) еще раз использовать тождество Фирца (A.4), то получится

$$\bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_2 \bar{\psi}_3 \gamma_\mu \psi_4 = -2 \bar{\psi}_1 \psi_4 \bar{\psi}_3 \psi_2 - \bar{\psi}_1 \psi_2 \bar{\psi}_3 \psi_4. \quad (\text{A.6})$$

С помощью этого соотношения вектор-векторная связь между спинорами легко преобразуется в скаляр-скалярную связь.

В последнее время для спинорных полей очень часто используют приводимое четырехмерное представление группы Лоренца. Соответствующие ему гамма-матрицы имеют вид $\Gamma^\mu = \text{diag}(\gamma^\mu, -\gamma^\mu)$, где γ^μ даны в (A.1). Нетрудно показать, что $(\mu, \nu = 0, 1, 2)$:

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\Gamma^\mu \Gamma^\nu) &= 4g^{\mu\nu}; \quad \Gamma^\mu \Gamma^\nu = \sigma^{\mu\nu} + g^{\mu\nu}; \\ \sigma^{\mu\nu} &= \frac{1}{2}[\Gamma^\mu, \Gamma^\nu] = \text{diag}(-i\varepsilon^{\mu\nu\alpha} \gamma_\alpha, -i\varepsilon^{\mu\nu\alpha} \gamma_\alpha). \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Размерность алгебры матриц, действующих в четырехмерном спинорном пространстве, равна 16, и образующими этой алгебры выступают Γ^μ ($\mu = 0, 1, 2$) и антикоммутирующая с ними матрица Γ^3 :

$$\Gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.8})$$

где I – единичная 2×2 -матрица. Существует еще одна матрица, которая антикоммутирует со всеми Γ^μ и с Γ^3 . Она имеет вид

$$\Gamma^5 = i \begin{pmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

В. Оценки на величину $F(0)$ из п.1.3. Сделаем в формуле (47) замену переменных: $eH\alpha = \tau$, $\sigma^2 = eH\tilde{\sigma}^2$, $T^2 = eH\tilde{T}^2$. Тогда

$$F(\sigma) = \frac{T}{\pi} \sum_n \int_0^\infty d\tau \exp(-\tau\tilde{\sigma}^2 - \tau(2n+1)^2\pi^2\tilde{T}^2) [\text{cth } \tau - 1/\tau]. \quad (\text{B.1})$$

Пусть $\varphi(\tau) = [\text{cth } \tau - 1/\tau]$. Очевидно, что $\varphi'(\tau) > 0$, следовательно, $\varphi(\tau)$ – монотонно возрастающая функция. Теперь, устремляя τ к бесконечности,

имеем $\varphi(\tau) < 1$ на всей полуоси $0 \leq \tau < \infty$. С учетом этого из (B.1) получаем

$$\begin{aligned} F(\sigma) &< \frac{T}{\pi} \sum_n \int_0^\infty d\tau \exp(-\tau\tilde{\sigma}^2 - \tau(2n+1)^2\pi^2\tilde{T}^2) = \\ &= \frac{T}{\pi} \sum_n (\tilde{\sigma}^2 + (2n+1)^2\pi^2\tilde{T}^2)^{-1} = \frac{eH}{2\pi\sigma} \operatorname{th}(\sigma/2T), \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

где при выводе последнего равенства в (B.2) мы использовали формулу суммирования [32]:

$$\sum_{n \geq 0} [(2n+1)^2 + a^2]^{-1} = \frac{\pi}{4a} \operatorname{th}(\pi a/2).$$

Из (B.2) видно, что при $\sigma \rightarrow 0$

$$F(0) < \frac{eH}{4\pi T} \equiv \Phi_1(T, H). \quad (\text{B.3})$$

Отсюда следует, что при $T \neq 0$ $F(0) = \text{const} < \infty$; при $T \rightarrow \infty$ $F(0) \rightarrow 0$ (H фиксировано).

Теперь оценим снизу величину $F(0)$. Из (B.1) видно, что все члены этого ряда – положительные величины. В силу этого, отбрасывая все слагаемые, кроме того, который соответствует $n = 0$, имеем

$$\begin{aligned} F(0) &> \frac{T}{\pi} \int_0^\infty d\tau \exp(-\tau\pi^2\tilde{T}^2) [\operatorname{cth} \tau - 1/\tau] > \\ &> \frac{T}{\pi} \int_1^\infty d\tau \exp(-\tau\pi^2\tilde{T}^2) \varphi(\tau) > \frac{CT}{\pi} \int_1^\infty d\tau \exp(-\tau\pi^2\tilde{T}^2), \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

где $C = \varphi(1)$. Вычисляя последний интеграл в (B.4), имеем

$$F(0) > \frac{CeH}{T\pi^3} \exp\left(-\frac{\pi^2 T^2}{eH}\right) \equiv \Phi_2(T, H). \quad (\text{B.5})$$

Отсюда видно, что $F(0) \rightarrow \infty$ при фиксированном значении внешнего магнитного поля и $T \rightarrow 0$.

С. Свойства функций $\omega(\sigma)$ и $\varphi(\sigma)$ из п.2.4. Рассмотрим некоторые свойства функций $\omega(\sigma)$ и $\varphi(\sigma)$, определенных в формулах (108) и (109) соответственно. Покажем сначала, что $\omega'(\sigma) \geq \varphi'(\sigma)$ на интервале $(0, \infty)$. Из (108) очевидно, что ($\beta = 1/T$):

$$\omega'(\sigma) = \frac{2}{\pi} \operatorname{th}(\beta\sigma/2) + \frac{\sigma}{\pi\tilde{\sigma}} \operatorname{th}(\beta\tilde{\sigma}/2), \quad (\text{C.1})$$

где $\tilde{\sigma} = \sqrt{\sigma^2 + eH}$. Представим функцию (109) в виде

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\sqrt{eH}} \varphi(\sigma) = \\ & = \int_{\sigma}^{\tilde{\sigma}} \frac{dE}{\sqrt{E^2 - \sigma^2}} [\operatorname{th}(\beta E/2) - \operatorname{th}(\beta \sigma/2)] + \operatorname{th}(\beta \sigma/2) \int_{\sigma}^{\tilde{\sigma}} \frac{dE}{\sqrt{E^2 - \sigma^2}}. \quad (\text{C.2}) \end{aligned}$$

Это выражение более удобно для дифференцирования по σ , чем (109):

$$\begin{aligned} \varphi'(\sigma) &= \frac{\sigma \sqrt{eH}}{2\pi} \int_{\sigma}^{\tilde{\sigma}} \frac{dE}{(E^2 - \sigma^2)^{3/2}} [\operatorname{th}(\beta E/2) - \operatorname{th}(\beta \sigma/2)] + \\ &+ \frac{\sigma}{2\pi \tilde{\sigma}} \operatorname{th}(\beta \tilde{\sigma}/2) - \frac{\tilde{\sigma}}{2\pi \sigma} \operatorname{th}(\beta \sigma/2). \quad (\text{C.3}) \end{aligned}$$

Первое слагаемое в правой части (C.3) можно оценить, используя неравенство ($x > x_0$):

$$\operatorname{th} x - \operatorname{th} x_0 < [\operatorname{th} x_0]'(x - x_0). \quad (\text{C.4})$$

В результате имеем

$$\varphi'(\sigma) < \tilde{\varphi}'(\sigma) \equiv \frac{\beta(\tilde{\sigma} - \sigma)}{4\pi \operatorname{ch}^2(\beta \sigma/2)} + \frac{\sigma}{2\pi \tilde{\sigma}} \operatorname{th}(\beta \tilde{\sigma}/2) - \frac{\tilde{\sigma}}{2\pi \sigma} \operatorname{th}(\beta \sigma/2). \quad (\text{C.5})$$

Введем две новые функции:

$$A(\sigma) \equiv \omega'(\sigma) - \frac{\sigma}{2\pi \tilde{\sigma}} \operatorname{th}(\beta \tilde{\sigma}/2) = \frac{\sigma}{2\pi \tilde{\sigma}} \operatorname{th}(\beta \tilde{\sigma}/2) + \frac{2}{\pi} \operatorname{th}(\beta \sigma/2), \quad (\text{C.6})$$

$$\tilde{A}(\sigma) \equiv \tilde{\varphi}'(\sigma) - \frac{\sigma}{2\pi \tilde{\sigma}} \operatorname{th}(\beta \tilde{\sigma}/2) = -\frac{\beta \sigma}{4\pi \operatorname{ch}^2(\beta \sigma/2)} - \frac{\tilde{\sigma} [\operatorname{sh}(\beta \sigma) - \beta \sigma]}{8\pi \sigma \operatorname{ch}^2(\beta \sigma/2)}. \quad (\text{C.7})$$

Очевидно, что $A(\sigma) \geq 0$, $\tilde{A}(\sigma) \leq 0$ (в силу того, что выражение в квадратных скобках в (C.7) положительно) для всех σ из интервала $(0, \infty)$, т.е. $A(\sigma) \geq \tilde{A}(\sigma)$. Тогда из определений (C.6)–(C.7) и неравенства (C.5) следует, что

$$\omega'(\sigma) \geq \tilde{\varphi}'(\sigma) > \varphi'(\sigma) \quad (\text{C.8})$$

для всех $\sigma \in (0, \infty)$.

Теперь рассмотрим поведение функций $\omega(\sigma)$ и $\varphi(\sigma)$ при $\sigma \rightarrow \infty$. Из (108) нетрудно показать, что при $\sigma \rightarrow \infty$

$$\omega(\sigma) \sim 4\sigma/\pi. \quad (\text{C.9})$$

Для функции $\varphi(\sigma)$ опять удобно использовать представление (С.2), откуда, с учетом неравенства (С.4), имеем

$$\varphi(\sigma) < \frac{\beta\sqrt{eH}}{4\pi \operatorname{ch}^2(\beta\sigma/2)} \int_{\sigma}^{\tilde{\sigma}} \frac{dE(E-\sigma)}{\sqrt{E^2-\sigma^2}} + \frac{\sqrt{eH}}{2\pi} \operatorname{th}\left(\frac{\beta\sigma}{2}\right) \ln \left[\frac{\sqrt{eH} + \tilde{\sigma}}{\sigma} \right]. \quad (\text{С.10})$$

Так как $\varphi(\sigma) > 0$, то из (С.10) следует, что при $\sigma \rightarrow \infty$ $\varphi(\sigma) \rightarrow 0$. Соотношения (С.8)–(С.10) позволяют нам сформулировать важное утверждение: если $\omega(0) < \varphi(0)$, то уравнение $\omega(\sigma) = \varphi(\sigma)$ имеет единственное решение $\sigma_0(H) \neq 0$. В самом деле, пусть $\alpha(\sigma) \equiv \omega(\sigma) - \varphi(\sigma)$. Тогда из (С.8)–(С.10) видно, что $\alpha(\sigma)$ монотонно возрастающая функция на интервале $(0, \infty)$, причем $\alpha(\infty) = \infty$. Если $\alpha(0) < 0$, то, очевидно, существует единственная точка на оси σ , в которой $\alpha(\sigma)$ обратится в нуль.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nambu Y., Jona-Lasinio G. — Phys. Rev., 1961, v.122, p.345;
Вакс В.Г., Ларкин А.И. — ЖЭТФ, 1961, т.40, с.282; с.1392;
Арбузов Б.А., Тавхелидзе А.Н., Фаустов Р.Н. — ДАН СССР, 1961, т.139, с.345.
2. Арбузов Б.А., Филиппов А.Т. — ЖЭТФ, 1965, т.49, с.990;
Arbuzov B.A., Filippov A.T. — Nuovo Cim., 1965, v.38, p.798;
Куликов А.В., Рочев В.Е. — ЯФ, 1984, т.39, с.457; т.40, с.526.
3. Волков М.К. — ЭЧАЯ, 1986, т.17, с.433; 1993, т.24, с.81;
Волков М.К., Первушин В.Н. — Существенно нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика мезонов. М.: Атомиздат, 1978;
Гусынин В.П., Миранский В.А. — ЖЭТФ, 1992, т.101, с.414;
Андрианов А.А., Андрианов В.А. — ТМФ, 1993, т.94, с.6.
4. Troshin S.M., Tyurin N.E. — Phys. Rev., 1995, v.D52, p.3862.
5. Миранский В.А., Фомин П.И. — ЭЧАЯ, 1985, т.16, с.49.
6. Gross D.J., Neveu A. — Phys. Rev., 1974, v.D10, p.3235.
7. Rosenstein B., Warr B.J., Park S.H. — Phys. Rep., 1991, v.205, p.59.
8. Криве И.В., Рожавский А.С. — УФН, 1987, т.152, с.33.
9. Jacobs L. — Phys. Rev., 1974, v.D10, p.3956;
Dittrich W., Englert B.G. — Nucl.Phys., 1981, v.B179, p.85;
Осипов В.А., Федянин В.К. — ТМФ, 1987, т.73, с.393;
Клименко К.Г. — ТМФ, 1988, т.75, с.226;
Вшивцев А.С., Жуковский В.Ч., Магницкий Б.В. — Вестн.Моск.ун-та (Физика.Астрономия), 1990, т.31, с.22;
Chodos A., Minakata H. — Phys. Lett., 1994, v.A191, p.39; Nucl. Phys., 1997, v.B490, p.687.
10. Inagaki T., Kouno T., Muta T. — Int.J.Mod.Phys., 1995, v.A10, p.2241.
11. Wolff U. — Phys. Lett., 1985, v.B157, p.303.
12. Kawati S., Konisi G., Miyata H. — Phys. Rev., 1983, v.D28, p.1537;
Бухбиндер И.Л., Кириллова Е.Н. — Изв.вузов (Физика), 1989, т.32, No. 6, с.44.

13. Kim S.K., Namgung W., Soh K.S., Yee J.H. — Phys. Rev., 1987, v.D36, p.3172;
Song D.Y., Kim J.K. — Phys. Rev., 1990, v.D41, p.3165;
Ravndal F., Wotzasek C. — Phys. Lett., 1990, v.B249, p.266;
Huang S., Schreiber B. — Nucl. Phys., 1994, v.B426, p.644;
Вшивцев А.С., Клименко К.Г., Магницкий Б.В. — ЯФ, 1996, т.59, с.557;
Вшивцев А.С., Кисунько А.Г., Клименко К.Г., Перегудов Д.В. — Препринт ИФВЭ-ОТФ 96-58, Протвино, 1996.
14. Davydov A.S. — Phys. Rep., 1990, v.190, p.191.
15. Quantum Hall Effect, Eds. Pringle R.E. and Girvin S.M. — Springer-Verlag, New York, 1987.
16. Semenoff G., Wijewardhana L. — Phys. Rev.Lett., 1989, v.63, p.2633;
Semenoff G., Weiss N. — Phys. Lett., 1990, v.B250, p.117;
Dorey N., Mavromatos N. — Phys. Lett., 1990, v.B250, p.107;
Kovner A., Rosenstein B. — Phys. Rev., 1990, v.B42, p.4748;
Carena M., Clark T.E., Wagner C.E.M. — Nucl.Phys., 1991, v.B356, p.117;
Mackenzie R., Panigrahi P.K., Sakhi S. — Int.J.Mod.Phys., 1994, v.A9, p.3603.
Гусынин В.П., Локтев В.М., Шовковский И.А. — ЖЭТФ, 1995, т.107, с.2007.
17. Affleck I. — Nucl.Phys., 1986, v.B265, p.409.
18. Боголюбов Н.Н. — Избранные труды по статистической физике. М.: Изд. МГУ, 1979.
19. Leutwyler H. — Phys. Lett., 1980, v.B96, p.154; Nucl. Phys., 1981, p.129.
20. Burdanov Ja.V., Efimov G.V., Nedelko S.N., Solunin S.A — Phys. Rev., 1996, v.D54, p.4483;
Efimov G.V., Nedelko S.N. — Phys. Rev., 1995, v.D51, p.174; Erlangen — Nuerenberg Univ. preprint FAU- TP3-96/9, 1996.
21. Симонов Ю.А. — УФН, 1996, т.166, с.337.
22. Klimenko K.G. — Z.Phys., 1992, v.C54, p.323.
23. Dolan L., Jackiw R. — Phys. Rev., 1974, v.D9, p.3320;
Weinberg S. — Phys. Rev., 1974, v.D9, p.3357;
Bernard C.W. — Phys. Rev., 1974, v.D9, p.3312;
Васильев А.Н. — Функциональные методы в квантовой теории поля и статистике. Ленинград: Изд-во Ленинградского университета, 1976;
Weinberg S. — In: Understanding the Fundamental Constituents of Matter. Ed. by A.Zichichi, Plenum Press, New York and London, 1976;
Karpusta J.I. — Finite-Temperature Field Theory. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1989;
Фрадкин Е.С. — Труды ФИАН, М.: Наука, 1965, т.29, с.7;
Morley P.D., Kislenger M.B. — Phys. Rep., 1979, v.51, p.63;
Midorikawa S. — Prog.Theor.Phys., 1982, v.67, p.661.
24. Matsubara T.A. — Prog.Theor.Phys., 1955, v.14, p.351.
25. Лифшиц И.М. — Избранные труды. М.: Наука, 1994;
Киржниц Д.А. — Письма в ЖЭТФ, 1972, т. 15, с.745;
Kirzhnits D.A., Linde A.D., — Phys. Lett., 1972, v.B42, p.471; Ann. Phys., 1976, v.101, p.195;
Umezawa H., Matsumoto H., Tachiki M. — Thermofield Dynamics and Condensed States, North-Holland Pub. Co., Amsterdam, 1982.
26. Анисимов М.А., Городецкий Е.Е., Запрудский В.М. — УФН, т.133, с.103;
Паташинский А.З., Покровский В.Л. — Флуктуационная теория фазовых переходов. М.: Наука, 1982.
27. Клименко К.Г. — ТМФ, 1991, т.89, с.211.
28. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. — Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1976.

29. Тернов И.М., Халилов В.Р., Родионов В.Н. — Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем. М.: Изд-во МГУ, 1982;
Гитман Д.М., Фрадкин Е.С., Шварцман Ш.М. — Квантовая электродинамика с нестабильным вакуумом. М.: Наука, 1991.
30. Schwinger J. — Phys. Rev., 1951, v.82, p.664.
31. Dittrich W. — Fortsch.Phys., 1978, v.26, No.5, p.289.
32. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. — Интегралы и ряды. М.: Наука, 1981.
33. Бейтмен Г., Эрдейи А. — Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1974, т.1,2.
34. Уиттекер Е.Т., Ватсон Г.Н. — Курс современного анализа. Л.–М.: ГТТИ, 1934, т.2.
35. Криве И.В., Нафтулин С.А. — ЯФ, 1991, т.54, с.1471.
36. Клименко К.Г. — ТМФ, 1991, т.89, с.388.
37. Klimenko K.G. — Z.Phys., 1988, v.C37, p.457.
38. Rosenstein B., Warr B.J., Park S.H. — Phys. Rev., 1989, v.D39, p.3088.
39. Gusynin V.P., Miransky V.A., Shovkovy I.A. — Phys. Rev.Lett., 1994, v.73, p.3499.
40. Cangemi D., D'Hoker E., Dunne G.V. — Phys. Rev., 1995, v.D51, p.2513;
Parwani R.R. — Phys. Lett., 1995, v.B358, p.101;
Das A., Hott M. — preprint UR-1419, ER-40685-868, hep-th/9504086;
Gusynin V.P., Miransky V.A., Shovkovy I.A. — Phys. Lett., 1995, v.B349, p.477;
Dittrich W., Gies H. — Phys. Lett., 1997, v.B392, p.182.
41. Клименко К.Г. — ТМФ, 1992, т.90, с.3;
Вшивцев А.С., Клименко К.Г., Магницкий Б.В. — Письма в ЖЭТФ, 1995, т.62, с.265;
ТМФ, 1996, т.106, с.390.
42. Song D.Y. — Phys. Rev., 1993, v.D48, p.3925;
Kim D.K., Han Y.D., Koh I.G. — Phys. Rev., 1994, v.D49, p.6943;
Elizalde E., Odintsov S.D., Shil'nov Yu.I. — Mod.Phys. Lett., 1994, v.A9, p.913;
Inagaki T., Mukaigawa S. Muta T. — Phys. Rev., 1995, v.D52, p.4267;
Kanemura S., Sato H.-T. — Mod.Phys. Lett., 1996, v.A11, p.785;
Gitman D.M., Odintsov S.D., Shil'nov Yu.I. — Phys. Rev., 1996, v.D54, p.2968.
43. Baskaran G., Anderson P.W. — Phys. Rev., 1988, v.B37, p.580;
Wiegmann P.V. — Phys. Rev.Lett., 1988, v.60, p.821;
Ferretili G., Rajeev S.G., Yang Z. — Int.J.Mod.Phys., 1992, v.A7, p.7989.
44. Matinyan S.G., Savvidy G.K. — Nucl.Phys., 1978, v.B134, p.539;
Nielsen N.K., P.Olesen P. — Nucl.Phys., 1978, v.B144, p.376; 1979, v.B160, p.380;
Ambjorn J., Olesen P. — Nucl.Phys., 1980, v.B170, p.60, p.265.
45. Trottier H.D. — Phys. Rev., 1991, v.D44, p.464.
46. Brown L.S., Weisberger W.I. — Nucl.Phys., 1979, v.B157, p.285;
Saito T., Shigemoto K. — Progr.Theor.Phys., 1980, v.63, p.256;
Вшивцев А.С., Жуковский В.Ч., Старинец А.О. — Известия вузов (Физика), 1992, т.35, No. 11, с.65.
47. Кабо А., Шабат А.Е. — Труды ФИАН, 1988, т.192, с.153.
48. Багров В.Г., Вшивцев А.С., Кетов С.В. — Дополнительные главы математической физики (Калибровочные поля). Томск: Изд-во Томского ун-та, 1990.
49. Вшивцев А.С., Жуковский В.Ч., Семенов О.Ф., Татаринцев А.В. — Известия вузов (Физика), 1987, т.30, No. 2, с.12.

50. **Klimenko K.G., Vshivtsev A.S., Magnitsky B.V.** — *Nuovo Cim.*, 1994, v.A107, p.439.
51. **Вшивцев А.С., Клименко К.Г., Магницкий Б.В.** — *ЯФ*, 1994, т.57, с.2260.
52. **Klimenko K.G., Vshivtsev A.S., B.V.Magnitsky B.V.** — In: *Proc. of the BANFF/CAP Workshop on Thermal Field Theory*, ed. by F.C.Khanna et al., Singapore: World Scientific, 1994, p.273. **Вшивцев А.С., Клименко К.Г., Магницкий Б.В.** — *ТМФ*, 1994, т.101, с.391.
53. **Ebert D., Volkov M.K.** — *Phys. Lett.*, 1991, v.B272, p.86;
Klevansky S.P., Lemmer R.H. — *Phys. Rev.*, 1991, v.D39, p.3478;
Faber M., Ivanov A.N., Nagy M., Troitskaya N.I. — *Mod.Phys. Lett.*, 1993, v.A8, p.335.
54. **Ebert D., Zhukovsky V.Ch.** — *Mod. Phys. Lett.*, 1997, v.A12, p.2567; hep-ph/9701323.
55. **Laughlin R.B.** — *Phys. Rev.Lett.*, 1988, v.60, p.2677.
56. **Gerbert P.S.** — *Int.J.Mod.Phys.*, 1991, v.A6, p.173.
57. **Deser S., Jackiw R., Templeton S.** — *Ann. Phys.*, 1982, v.140, p.372;
Kao Y.C. — *Phys. Rev.*, 1993, v.D47, p.730;
Kao Y.C., Suzuki I. — *Phys. Rev.*, 1985, v.D31, p.2137;
Цейтлин В.Ю. — *ЯФ*, 1989, т.49, с.712; *Письма в ЖЭТФ*, 1992, т.55, с.673;
Жуковский К.В., Эминов П.А. — *Известия вузов (Физика)*, 1995, т.5, с.61; *ЯФ*, 1996, т.59, с.1265; *Phys. Lett.*, 1995, v.B359, p.155.
Борисов А.В., Жуковский К.В. — *Вестн. Моск. ун-та (Физика, Астрономия)*, 1997, №1, с.74.
58. **Appelquist T., Bowick M.J., Karabali D., Wijewardhana L.C.R.** — *Phys. Rev.*, 1986, v.D33, p.3704, p.3774;
Stam K. — *Phys. Rev.*, 1986, v.D34, p.2517.
59. **Хлебников С.Ю.** — *Письма в ЖЭТФ*, 1990, т.51, с.69;
Chen Y.-H., Wilczek F. — *Int.J.Mod.Phys.*, 1989, v.B3, p.117;
Латинский С.М., Сорокин Д.П. — *Письма в ЖЭТФ*, 1991, т.53, с.177.
60. **Gomes M., Rivelles V.O., A.J. da Silva** — *Phys. Rev.*, 1990, v.D41, p.1363;
Carena M., Clark T.E., Wagner C.E.M. — *Phys. Lett.*, 1991, v.B259, p.128;
M.Carena, In: *Proc. of Particle and Fields' 91*, Univ. of British Columbia, Vancouver, BC, Canada, Aug. 17–22, 1991.
61. **Klimenko K.G.** — *Z.Phys.*, 1993, v.C57, p.175.
62. **Krasnikov N.V., Kyatkin A.B.** — *Mod.Phys. Lett.*, 1991, v.A6, p.1315.
63. **Клименко К.Г.** — *ТМФ*, 1992, т.92, с.166.
64. **Kovner A., Rosenstein B.** — *Int.J.Mod.Phys.*, 1992, v.A7, p.7419.
65. **Kovner A., Elieser D.** — *Phys. Lett.*, 1990, v.B246, p.119.
66. **Клименко К.Г.** — *ТМФ*, 1993, т.95, с.42;
Вшивцев А.С., Клименко К.Г., Татаринцев А.В. — *ЯФ*, 1996, т.59, с.367.

РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ, ПОМЕЩЕННЫХ В ВЫПУСКЕ

УДК 539.1.076

Каналирование частиц в изогнутом кристалле. *Таратин А.М.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.5, с.1063.

Каналирование заряженных частиц высоких энергий в изогнутых кристаллах находит все более широкое применение для управления пучками частиц в крупнейших ускорительных центрах, обеспечивая возможность вывода пучка или его гало из ускорителя и дробление выведенного пучка. Хорошие перспективы имеются для использования сильных внутрикристаллических полей изогнутых кристаллов в физике высоких энергий, например, для измерения магнитных моментов короткоживущих частиц по углу прецессии спина в изогнутом кристалле. Дается обзор результатов исследований каналирования частиц высоких энергий в изогнутом кристалле. Рассматриваются особенности каналирования и квазиканалирования, ионизационные потери энергии и излучение каналированных частиц. Обсуждается возможность поляризационных эффектов для каналированных частиц.

Табл.1. Ил.20. Библиогр.: 89.

УДК 539.1.01

Задача Дж.С.Белла. *Герштейн С.С., Логунов А.А.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.5, с.1119.

В рамках специальной теории относительности рассматривается задача Дж.С.Белла в инерциальной и ускоренной системах координат.

Ил.4. Библиогр.: 4.

УДК 539.12; 539.123.17

Диагональный спиновый базис и расчет процессов с участием поляризованных частиц. *Галынский М.В., Сикач С.М.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.5, с.1133.

В обзоре приводятся результаты исследований, связанных с разработкой ковариантного метода вычислений матричных элементов процессов квантовой электродинамики (КЭД) в диагональном спиновом базисе (ДСБ) и его применением для расчета дифференциальных сечений актуальных процессов с участием поляризованных частиц. В ДСБ спиновые 4-векторы частиц до взаимодействия и после взаимодействия выражаются через их 4-импульсы. В нем реализуется малая группа Лоренца, общая для начального и конечного состояний. Это приводит к совпадению спиновых операторов для начальных и конечных частиц, что позволяет в ковариантной форме разделить взаимодействия без изменения и с изменением спиновых состояний частиц, участвующих в реакции, и тем самым проследить за динамикой спинового взаимодействия. В отличие от метода группы CALCUL и др., развитый подход справедлив как в массивном, так и в безмассовом случае. В нем не возникает проблем при расчете амплитуд с переворотом спина, кроме того, он не требует введения вспомогательных векторов. Для построения математического аппарата, с помощью которого вычисляются матричные элементы в ДСБ, достаточно 4-импульсов частиц, участвующих в рассматриваемой реакции. С помощью развитого метода вычисления диагональных амплитуд исследованы следующие процессы КЭД: 1) тормозное меллеровское и баба-рассеяние ($e^{\pm}e^{-} \rightarrow e^{\pm}e^{-}\gamma$) в ультрарелятивистском (безмассовом) пределе для случая, когда начальные частицы, а также фотон спирально поляризованы; 2) обратное комптоновское рассеяние фотонов интенсивной циркулярно поляризованной лазерной

волны, сфокусированной на пучке продольно поляризованных ультрарелятивистских электронов ($e + n\gamma_0 \rightarrow e + \gamma$); 3) рождение e^+e^- -пар жестким фотоном при столкновении с несколькими лазерными фотонами одновременно ($\gamma + n\gamma_0 \rightarrow e^+ + e^-$); 4) бетегайтлеровский процесс в случае излучения линейно поляризованного фотона электроном с учетом отдачи и формфакторов протона; 5) реакция $ep \rightarrow ep\gamma$ с учетом поляризуемости протона в кинематике, где доминирует протонное излучение; 6) процесс трехфотонной аннигиляции ортопозитрония ($e^+e^- \rightarrow 3\gamma$). Обзор результатов, полученных с помощью развитого метода, свидетельствует о его эффективности при расчетах многочастичных процессов с участием поляризованных частиц.

Табл.1. Ил.6. Библиогр.: 90.

УДК 537.52.523

Плазменный механизм разряда в проволочных камерах в режиме большого газового усиления. *Залиханов Б.Ж.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.5, с.1194.

Изложены результаты исследований проволочных камер в области газового усиления, соответствующего образованию в электронной лавине стримера.

Впервые экспериментально продемонстрирована динамика развития лавины и ее трансформирование в плазменное образование, в котором проявляются качественно новые характеристики, позволяющие определить необходимые условия для формирования стримера и его прорастания в направлении к катоду.

Полученные результаты могут быть использованы для развития методики физического эксперимента и в физике газового разряда.

Ил.20. Библиогр.: 53.

УДК 539.1.01

Динамические эффекты в (2+1)-мерных теориях с четырехфермионным взаимодействием. *Вишнев А.С., Магницкий Б.В., Жуковский В.Ч., Клименко К.Г.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.5, с.1259.

В обзоре рассмотрены критические свойства простейших (2+1)-мерных моделей теории поля с четырехфермионным взаимодействием при наличии температуры, химического потенциала и внешних калибровочных полей. Показано, что внешнее магнитное поле является катализатором спонтанного нарушения симметрии, и, кроме того, стабилизирует фазу с уже нарушенной симметрией. Хромомагнитный глюонный конденсат в КХД₃ также обладает способностью спонтанным образом нарушать киральную симметрию. Действие неабелевского хромоэлектрического глюонного конденсата на вакуум КХД₃ иное. Во-первых, он не приводит к неустойчивости вакуума (как в случаях с внешними абелевоподобными (хромо)электрическими полями), во-вторых, стремится восстановить нарушенную киральную симметрию. В работе детально изучена термодинамика эффекта катализации при ненулевых значениях температуры и химического потенциала.

Получены условия, при которых в трехмерных моделях типа Гросса—Невье возможны сверхпроводящие фазовые переходы, а также динамическая генерация члена Черна—Саймонса (ЧС). Показано, что нарушение P -четности является только необходимым, но недостаточным условием спонтанного возникновения члена ЧС. Отмечено, что в некоторых моделях топологическая масса калибровочного поля служит параметром порядка системы, взаимно однозначно связанным с ее фазовой структурой.

Ил. 4. Библиогр.: 66.

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Таратин А.М.</i> Каналирование частиц в изогнутом кристалле	1063
<i>Герштейн С.С., Логунов А.А.</i> Задача Дж.С.Белла	1119
<i>Галынский М.В., Сикач С.М.</i> Диагональный спиновый базис и расчет процессов с участием поляризованных частиц	1133
<i>Залиханов Б.Ж.</i> Плазменный механизм разряда в проволочных камерах в режиме большого газового усиления	1194
<i>Вишицев А.С., Магницкий Б.В., Жуковский В.Ч., Клименко К.Г.</i> Динамические эффекты в (2 + 1)-мерных теориях с четырехфермионным взаимодействием	1259

CONTENTS

<i>Taratin A.M.</i> Particle Channeling in a Bent Crystal	1063
<i>Gerstein S.S., Logunov A.A.</i> J.S.Bell's Problem	1119
<i>Galynskii M.V., Sikach S.M.</i> The Diagonal Spin Basis and Calculation of Processes with Polarized Particles	1133
<i>Zalikhanov B.Zh.</i> Plasma Mechanism for Discharge in Wire Chambers under Large Gas Amplification	1194
<i>Vshvtsev A.S., Magnitsky B.V., Zhukovsky V.Ch., Klimenko K.G.</i> Dynamical Effects in (2 + 1)-Dimensional Theories with Four Fermionic Interactions	1259

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале «Физика элементарных частиц и атомного ядра» (ЭЧАЯ) печатаются обзоры по актуальным проблемам теоретической и экспериментальной физики элементарных частиц и атомного ядра, проблемам создания новых ускорительных и экспериментальных установок, автоматизации обработки экспериментальных данных. Статьи печатаются на русском и английском языках. Редакция просит авторов при направлении статьи в печать руководствоваться изложенными ниже правилами.

1. Текст статьи должен быть напечатан на машинке через два интервала на одной стороне листа (обязательно представляется первый машинописный экземпляр). Поля с левой стороны должны быть не уже 3—4 см, рукописные вставки не допускаются. Экземпляр статьи должен включать аннотации и название на русском и английском языках, реферат на русском языке, УДК, сведения об авторах: фамилия и инициалы (на русском и английском языках), название института, адрес и телефон. Все страницы текста должны быть пронумерованы. Статья должна быть подписана всеми авторами. Текст статьи может быть напечатан на принтере с соблюдением тех же правил.

2. Формулы и обозначения должны быть вписаны крупно, четко, от руки темными чернилами (либо напечатаны на принтере и обязательно размечены). Желательно нумеровать только те формулы, на которые имеются ссылки в тексте. Номер формулы указывается справа в круглых скобках. Особое внимание следует обратить на аккуратное изображение индексов и показателей степеней: нижние индексы отмечаются знаком понижения $\subscript$, верхние — знаком повышения $\superscript$; штрихи необходимо четко отличать от единицы, а единицу — от запятой. Следует, по возможности, избегать громоздких обозначений и упрощать набор формул (например, применяя $\exp$, дробь через косую черту).

Во избежание недоразумений и ошибок следует делать ясное различие между прописными и строчными буквами, одинаковыми по начертанию (V и v, U и u, W и w, O и o, K и k, S и s, C и c, P и p, Z и z), прописные подчеркивают двумя чертами снизу, строчные — двумя чертами сверху (S и s, C и c). Необходимо делать четкое различие между буквами e, l, O (большой) и o (малой) и 0 (нулем), для чего буквы O и o отмечают двумя черточками, а ноль оставляют без подчеркивания. Греческие буквы подчеркивают красным карандашом, векторы — синим, либо знаком $\vec{}$ снизу чернилами. Не рекомендуется использовать для обозначения величин буквы готического, рукописного и других малоупотребимых в журнальных статьях шрифтов, однако если такую букву нельзя заменить буквой латинского или греческого алфавита, то ее размечают простым карандашом (обводят кружком). В случае, если написание может вызвать сомнение, необходимо на полях дать пояснение, например: ζ — «дзета», ξ — «кси», k — лат., k — русск.

3. Рисунки представляют на отдельных листах белой бумаги или кальки с указанием на обороте номера рисунка и названия статьи. Тоновые фотографии должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте карандашом указать: «верх», «низ». Графики должны быть тщательно выполнены тушью или черными чернилами; не рекомендуется загромождать рисунок ненужными деталями: большинство надписей выносится в подпись, а на рисунке заменяется цифрами или буквами. Желательно, чтобы рисунки были готовы к прямому репродуцированию. Подписи к рисункам представляются на отдельных листах.

4. Таблицы должны быть напечатаны на отдельных листах, каждая таблица должна иметь заголовок. Следует указывать единицы измерения величин в таблицах.

5. Список литературы помещается в конце статьи. Ссылки в тексте даются с указанием номера ссылки на строке в квадратных скобках. В литературной ссылке должны быть указаны: для книг — фамилии авторов, инициалы, название книги, город, издательство (или организация),

год издания, том (часть, глава), цитируемая страница, если нужно; для статей — фамилии авторов, инициалы, название журнала, серия, год издания, том (номер, выпуск, если это необходимо), первая страница статьи. Если авторов более пяти, то указать только первые три фамилии.

Например:

1. **Лезнов А.Н., Савельев М.В.** — Групповые методы интегрирования нелинейных динамических систем. М.: Наука, 1985, с.208.
2. **Годен М.** — Волновая функция Бете: Пер. с франц. М.: Мир, 1987.
3. **Turbine A.V.** — Comm.Math.Phys., 1988, vol.118, p.467.
4. **Ушверидзе А.Г.** — ЭЧАЯ, 1989, т.20, вып.5, с.1185.
5. **Endo I., Kasai S., Harada M. et al.** — Hiroshima Univ. Preprint, HUPD-8607, 1986.

6. Редакция посылает автору одну корректуру. Изменения и дополнения в тексте и рисунках не допускаются. Корректурa с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в минимальный срок.

Редактор **Е.К.Аксенова**
Художественный редактор **А.Л.Вульфсон**.
Корректор **Т.Е.Попеко**.

Сдано в набор 04.06.98. Подписано в печать 12.08.98. Формат 60×90/16.
Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Усл.печ.л. 16,4. Уч.-изд.л. 20.
Тираж 400. Заказ 50879. Цена 8 р.

141980 Дубна Московской области
ОИЯИ, Издательский отдел, тел. (09621) 65-165.

ISSN 0367—2026. Физика элементарных частиц и атомного ядра
1998. Том 29. Вып.5. 1059—1324.

КАНАЛИРОВАНИЕ ЧАСТИЦ В ИЗОГНУТОМ КРИСТАЛЛЕ

А.М.Таратин

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ	1063
КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ КАНАЛИРОВАНИЯ	1066
Приближение непрерывного потенциала.	1067
Уравнение движения. Основные характеристики.	1068
КАНАЛИРОВАНИЕ В ИЗОГНУТОМ КРИСТАЛЛЕ	1071
Основные особенности.	1071
Уравнение траектории частицы.	1074
Деканалирование в изогнутом кристалле.	1075
Эффективность отклонения пучка кристаллом.	1084
Эффективность кристаллического дефлектора.	1086
Каналирование релятивистских ядер.	1088
МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ЧАСТИЦ В КРИСТАЛЛЕ	1089
Модель системы атомных плоскостей.	1091
Моделирование деканалирования.	1093
КВАЗИКАНАЛИРОВАНИЕ В ИЗОГНУТОМ КРИСТАЛЛЕ	1095
Объемное отражение.	1095
Объемный захват частиц.	1098
Градиентный объемный захват.	1101
ИОНИЗАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ	1103
ИЗЛУЧЕНИЕ КАНАЛИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ	1107
Интенсивность излучения.	1108
Спектр излучения.	1109
ПРЕЦЕССИЯ СПИНА КАНАЛИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ	1112
ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ	1114
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	1115
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	1116

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1998, Т.29, ВЫП.5

УДК 539.1.01

ЗАДАЧА ДЖ.С.БЕЛЛА

С.С.Герштейн, А.А.Логунов

Институт физики высоких энергий, Протвино Московской обл.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1132

ДИАГОНАЛЬНЫЙ СПИНОВЫЙ БАЗИС
И РАСЧЕТ ПРОЦЕССОВ
С УЧАСТИЕМ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЧАСТИЦ

М.В.Галынский, С.М.Сикач

Институт физики им. Б.И.Степанова АНБ, Минск, Белоруссия

ВВЕДЕНИЕ	1134
СПИНОВЫЕ ОПЕРАТОРЫ В ДСБ	1139
ВЫЧИСЛЕНИЕ МАТРИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ДСБ	1145
СЕЧЕНИЯ ПРОЦЕССОВ $e^{\pm}e^{-} \rightarrow e^{\pm}e^{-}\gamma$ В УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКОМ БЕЗМАССОВОМ СЛУЧАЕ	1151
ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ ТРЕХФОТОННОЙ АННИГИЛЯЦИИ ОРТОПОЗИТРОНИЯ	1153
РЕАКЦИЯ $ep \rightarrow ep\gamma$ И ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ ПРОТОНА	1158
ИЗЛУЧЕНИЕ ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОГО ФОТОНА ЭЛЕКТРОНОМ В РЕАКЦИИ $ep \rightarrow ep\gamma$	1166
ПОЛЯРИЗАЦИЯ ВИРТУАЛЬНОГО ФОТОНА В РЕАКЦИИ $ep \rightarrow ep\gamma$ ($ep \rightarrow eX$)	1170
ОБРАТНОЕ КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ ФОТОНОВ ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ЛАЗЕРНОЙ ВОЛНЫ НА ПУЧКЕ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ПРОДОЛЬНО ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ	1175
РОЖДЕНИЕ $e^{+}e^{-}$ -ПАР ЖЕСТКИМ ФОТОНОМ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ С ФОТОНАМИ ЛАЗЕРНОЙ ВОЛНЫ	1184
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	1188
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	1191

ПЛАЗМЕННЫЙ МЕХАНИЗМ РАЗРЯДА
В ПРОВОЛОЧНЫХ КАМЕРАХ
В РЕЖИМЕ БОЛЬШОГО ГАЗОВОГО УСИЛЕНИЯ

Б.Ж.Залиханов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ	1194
ЦЕЛЬ РАБОТЫ	1196
ОБЩИЕ СООБРАЖЕНИЯ	1197
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ АППАРАТУРА	1199
РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В КАМЕРАХ	1200
ХАРАКТЕРИСТИКИ КАМЕР	1204
Амплитудные характеристики.	1204
Временные характеристики.	1208
Счетные характеристики.	1211
ИЗМЕРЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЛАВИНЫ ОСЦИЛЛОГРА- ФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ	1213
РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ	1214
Временная корреляция сигналов.	1214
Время развития лавины.	1230
Электростатические колебания ионов и ионный звук.	1231
Формирование стримера и механизм его прорастания к катоду.	1239
ВОЗМОЖНЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ПЛАЗМЕННОГО РЕЖИМА	1250
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	1253
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	1256

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ
В (2+1)-МЕРНЫХ ТЕОРИЯХ
С ЧЕТЫРЕХФЕРМИОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

А.С.Вишневцев, Б.В.Магницкий

Московский институт радиотехники, электроники и автоматики, Москва

В.Ч.Жуковский

Московский государственный университет им.М.В.Ломоносова, Москва

E-mail: zhukovsk@th180.phys.msu.su

К.Г.Клименко

Институт физики высоких энергий, Протвино, Московская обл.

E-mail: kklim@mx.ihep.su

ВВЕДЕНИЕ	1259
КРИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ ГН ПРИ $T, \mu, H \neq 0$	1263
Случай $T, \mu \neq 0$.	1264
Случай $H \neq 0$. Эффект катализации.	1268
Случай $H, T \neq 0$.	1271
Случай $H, \mu \neq 0$.	1274
Обсуждение результатов.	1278
ГЛЮОННЫЙ КОНДЕНСАТ И ТРЕХМЕРНАЯ $(\bar{\psi}\psi)^2$ -ТЕОРИЯ ПОЛЯ	1279
Эффективный потенциал. Структура внешних полей.	1279
Внешнее хромомagnetное поле.	1282
Внешнее хромoeлектрическое поле.	1284
Случай $H, T \neq 0$.	1286
Случай $H, \mu \neq 0$.	1288
Обсуждение результатов.	1290
ДИНАМИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ ЧЛЕНА ЧЕРНА–САЙМОНСА В ОБОБЩЕННЫХ ЧЕТЫРЕХФЕРМИОННЫХ МОДЕЛЯХ	1292
Обобщение модели Гросса – Невье.	1293
Фазовая структура модели.	1296

Спектр масс модели.	1298
Некоторые частные случаи.	1300
Динамическая генерация члена ЧС.	1303
Структура вакуума в $(\bar{\psi}\lambda^a\psi)^2$ -теории.	1304
Динамическая генерация члена ЧС.	1307
Обсуждение результатов.	1309
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	1310
ПРИЛОЖЕНИЯ	1311
А. Алгебра γ -матриц в трехмерии.	1311
В. Оценки на величину $F(0)$ из п.1.3.	1312
С. Свойства функций $\omega(\sigma)$ и $\varphi(\sigma)$ из п.2.4.	1313
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	1315