

JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

PHYSICS  
OF ELEMENTARY  
PARTICLES  
AND ATOMIC  
NUCLEI

---

PARTICLES & NUCLEI

---

SCIENTIFIC REVIEW JOURNAL

Founded in December 1970

VOL.29

PART 6

Six issues per year

DUBNA 1998

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ФИЗИКА  
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ  
ЧАСТИЦ  
И АТОМНОГО  
ЯДРА

---

ЭЧАЯ

---

НАУЧНЫЙ ОБЗОРНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в декабре 1970 года

ТОМ 29

ВЫПУСК 6

Выходит 6 раз в год

ДУБНА 1998

Главный редактор

**А.М.БАЛДИН**

Редакционная коллегия:

**В.Л.АКСЕНОВ**  
(зам. главного редактора),  
**П.Н.БОГОЛЮБОВ,**  
**С.К.БРЕШИН,**  
**В.В.БУРОВ**  
(зам. главного редактора),  
**В.В.ВОЛКОВ,**  
**Ц.Д.ВЫЛОВ,**  
**Ю.П.ГАНГРСКИЙ,**  
**В.П.ДЖЕЛЕПОВ,**  
**П.И.ЗАРУБИН,**  
**И.С.ЗЛАТЕВ,**  
**П.С.ИСАЕВ**  
(ответственный секретарь),  
**В.Г.КАДЫШЕВСКИЙ**  
(зам. главного редактора),  
**К.КАУН,**  
**Д.КИШ,**  
**Н.Я.КРОО,**  
**О.Н.КРОХИН,**  
**Р.М.ЛЕБЕДЕВ,**  
**И.Н.МИХАЙЛОВ,**  
**НГУЕН ВАН ХЬЕУ**  
(зам. главного редактора),  
**Ю.Ц.ОГАНЕСЯН,**  
**Ю.П.ПОПОВ,**  
**А.Н.СИСАКЯН,**  
**В.Г.СОЛОВЬЕВ**  
(зам. главного редактора),  
**А.Н.ТАВХЕЛИДЗЕ,**  
**А.А.ТЯПКИН,**  
**А.И.ХРЫНКЕВИЧ,**  
**Ч.К.ШИМАНЕ**

Редакторы **Е.К.Аксенова, тел. (09621) 65-165**  
**Э.В.Ивашкевич**

©ОИЯИ, «Физика элементарных частиц и атомного ядра», 1999

УДК 539.14

## FOCK–BARGMANN SPACE AND $SU(3)$ MODEL

*G.F.Filippov*

Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Kiev-143, Ukraine

*J.P.Draayer*

Department of Physics and Astronomy, Louisiana State University,  
Baton Rouge, LA 70803, USA

The aim of this review is to present an approach to unitary models that has been developed during the last ten years. The approach uses wave functions and operators defined in Fock–Bargmann space. A solution for the  $SU(3)$  shell model is introduced as well as some extensions that are related to a classical treatment of  $SU(3)$  theory.

В обзоре представлен развитый в последние годы новый подход к унитарным моделям. Этот подход использует волновые функции и операторы унитарных моделей, определенные в пространстве Фока–Бартгманна. Приводятся решения для  $SU(3)$  модели оболочек и некоторые их обобщения, относящиеся к классической трактовке  $SU(3)$  теории.

### 1. OUTLINE OF $SU(3)$ SHELL-MODEL DEVELOPMENTS

The  $SU(3)$  model was introduced as a scheme for analysing the problem of valence nucleon dynamics within the framework of a harmonic oscillator shell-model basis. An important feature of the  $SU(3)$  model is its reproduction of the dynamics of the rotor model. This feature is clearly demonstrated in the work of the LSU group [1-3], and independently in the work of the Kiev team [4-6]. The LSU and Kiev teams came to the same conclusion using different approaches: the LSU team used group-theoretical techniques and computational methods, whereas the Kiev team developed a theory that exploits well-known expressions for the wave mechanics of a rigid body.

The simplest version of the  $SU(3)$  model takes only the so-called leading irreducible representation (irrep) into account. The Hamiltonian of the model is constructed either from invariants of  $SU(3)$  and/or its  $SO(3)$  subgroup (for instance, QQ, QQQ, QQQQ) or from a many-particle Hamiltonian built with a Gaussian nucleon-nucleon interaction. The LSU work follows the traditional treatment which takes the leading irrep as the one for which the second-order Casimir operator of  $SU(3)$  has the maximum value. The leading representation for the Kiev group is defined to be the irrep for which the interaction of even nucleon pairs is the most attractive.

Extended versions of both the LSU and Kiev approaches include more than just the leading irrep. A focus of this article is on the motivation for making such an extension. A further issue is the collective motion of the valence nucleons taken as a whole versus that of the valence neutrons and protons with respect to one another. To probe these and related matters, it is necessary to use many  $SU(3)$  irreps. As will be seen, in the simplest case this leads to a two rotor problem, one for describing the neutron motion and the other for the protons. These rotors can move either together or relative to one another. The goal of this work is to provide a comprehensive theory of the valence nucleon dynamics, to appreciate the simplest modes in terms of a geometrical picture, and to understand what features of this dynamics are realized in nuclei.

## 2. SOME ELEMENTS OF RIGID ROTOR THEORY

Why can the microscopic  $SU(3)$  model be presented as a rigid rotor model? To answer this question, it is first important to understand some elements of rigid rotor theory. The wave function  $\Psi_{LM}$  of the rigid non-axial rotor in a state with orbital momentum  $L$  and projection  $M$  has the form

$$\Psi_{LM}^{\alpha} = \sum_K C_K^{L,\alpha} D_{K,M}^L(\phi, \theta, \psi), \quad (1)$$

where  $D_{K,M}^L$  are the spherical Wigner functions;  $K$  is the orbital momentum projection on the intrinsic axis of the rotor;  $\phi, \theta, \psi$  are Euler angles defining the orientation of the rotor with respect to the laboratory frame of reference;  $C_K^{L,\alpha}$  are coefficients which show the contributions of states with different values of  $K$ ; and finally,  $\alpha$  is an additional quantum number used to distinguish distinct states with the same values of  $L, M$ .

The Hamiltonian  $\hat{H}_{rot}$  of the rigid rotor [7] has the form:

$$\hat{H}_{rot} = \frac{1}{2}a \hat{L}_{\xi}^2 + \frac{1}{2}b \hat{L}_{\eta}^2 + \frac{1}{2}c \hat{L}_{\zeta}^2. \quad (2)$$

Now we would like to consider two central questions. First question: “How can one realize a transition from a microscopic many-particle wave function of the  $SU(3)$  model to a typical rigid rotor wave function (1)?” Second question: “How can one derive from the many-particle microscopic Hamiltonian,

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^A \hat{t}_i + \sum_{i < j} \hat{u}_{i,j}, \quad (3)$$

a Hamiltonian that reminds us of expression (2)?”

### 3. WAVE PACKET OF $SU(3)$ BASIS STATES

To address these questions, it is convenient to introduce an important construction; namely, the wave packet  $\Phi(\lambda, \mu)$  for basis functions of an  $SU(3)$  irrep  $(\lambda, \mu)$ . The wave packet of the highest weight irrep is most important. The state is a Slater determinant built from one-particle oscillator orbitals with specific cartesian quantum numbers. Whereas many such functions can be constructed, for a given nucleus there is only one or two such configurations with minimum value of the oscillator quanta number allowed by the Pauli Principle.

$$\Phi(\lambda, \mu) = \text{Det} \left| \left| \varphi_{n_x, n_y, n_z}(\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i) \right| \right|, \quad (4)$$

$$\varphi_{n_x, n_y, n_z}(\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i) =$$

$$N_{n_x, n_y, n_z} H_{n_x}(\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{r}_i) H_{n_y}(\mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{r}_i) H_{n_z}(\mathbf{u}_3 \cdot \mathbf{r}_i)$$

$$\times \exp\{-r^2/2\} \xi(\sigma_i, \tau_i). \quad (5)$$

In (5),  $H_n(x_i)$  are Hermitian polynomials and  $\xi(\sigma_i, \tau_i)$  are the usual spin-isospin functions. Three mutually orthogonal unit vectors,  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ , that are identical for all particles, have also been introduced. If  $\mathbf{u}_1$  is directed along the  $x$  axis,  $\mathbf{u}_2$  along the  $y$  axis, and  $\mathbf{u}_3$  along the  $z$  axis, then instead of the variables  $x_i; y_i; z_i$  in the arguments of the Hermitian polynomials, one can write the scalar products  $\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{r}_i; \mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{r}_i; \mathbf{u}_3 \cdot \mathbf{r}_i$ . The vectors  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$  are a convenient system for describing rotations of the Slater determinant.  $\Phi(\lambda, \mu)$  is a superposition of states of different angular moment from which states of definite angular momentum can be obtained by means of a generalization of Peierls–Yoccoz projection method [8].

### 4. STANDARD PROJECTION METHOD

In this section we review the definition of the standard projection method. Let the wave function  $\Psi$  be a superposition of states with different  $L$  and  $M$  values.

$$\Psi = \sum_{L, M} C_{L, M} \Psi_{L, M}. \quad (6)$$

The same function has a new form after a rotation of the frame of reference, namely,

$$\Psi \rightarrow \tilde{\Psi} = \sum_{L, M, M'} C_{L, M} \Psi_{L, M} D_{M, M'}^L. \quad (7)$$

The overlap integral of  $\Psi$  and  $\tilde{\Psi}$  (or, in other words, the integral of the product  $\tilde{\Psi} \cdot \Psi$ ) can be expressed through the coefficients  $C_{L,M}$  and a spherical Wigner function:

$$\langle \tilde{\Psi} | \Psi \rangle = \sum_{L,M,M'} C_{L,M} C_{L,M'} D_{M,M'}^L. \quad (8)$$

As a result, we come to the following well-known relation:

$$C_{L,M} C_{L,M'} = \int d\Omega \langle \tilde{\Psi} | \Psi \rangle D_{M,M'}^L. \quad (9)$$

The last formula gives us an algorithm for the selection of states with definite value of the angular momentum.

## 5. FOCK-BARGMANN MAP OF MANY-PARTICLE HARMONIC OSCILLATOR BASIS FUNCTIONS

The  $SU(3)$  symmetry indices  $(\lambda, \mu)$  are introduced to remove the degeneracy of the translationally invariant oscillator shell-model states. If  $K$  denotes the projections of the angular moment  $L$  on the principal intrinsic symmetry axis, the many-particle wave functions  $\Psi_{L,M}^\alpha(\lambda, \mu)$  of the  $SU(3)$  shell model have the following form:

$$\Psi_{L,M}^\alpha(\lambda, \mu) = \sum_K A_K^{L,a}(\lambda, \mu) \Psi_{K,M}^L(\{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\}), \quad (10)$$

where the quantum number  $\alpha$  is analogous to the additional quantum number of the non-axial rigid rotor.

The starting point for the construction of wave function (10) can be the highest weight vector of the  $(\lambda, \mu)$  irrep which has the form of the Slater determinant  $\Phi(\lambda, \mu)$  or a linear combination of the Slater determinants and is characterized by definite numbers of quanta along the Cartesian axes of the system. The Peierls-Yoccoz projection method insures that this highest weight vector, after an arbitrary rotation of the coordinate system axes, is a superposition of all basis functions of the  $(\lambda, \mu)$  irrep, namely,

$$\Phi(\lambda, \mu) = \sum_{L,M} \sum_\alpha B_M^{L,\alpha}(\lambda, \mu) \sum_K A_K^{L,a}(\lambda, \mu) \Psi_{K,M}^L(\{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\}). \quad (11)$$

The coefficients in this superposition (11) are not numbers, they are functions of the Euler angles  $\phi, \theta, \psi$ , which appear together with the three unit vectors,  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ , introduced (see Sec. 3) in the generating invariant  $\Phi(\lambda, \mu)$  which is

also a generalized coherent state. Because  $\Phi(\lambda, \mu)$  is an invariant form, the coefficients

$$B_M^{L,\alpha}(\lambda, \mu) = N_L^\alpha(\lambda, \mu) \sum_{K'} A_{K'}^{L,\alpha}(\lambda, \mu) D_{K', M}^L(\phi, \theta, \psi) \quad (12)$$

are also  $SU(3)$  basis states, but in this case defined in Fock–Bargmann space [9,10].

We now give the wave packet expansion again (in other words, an expansion of the  $SU(3)$  generating invariant):

$$\begin{aligned} \Phi(\lambda, \mu) &= \sum_{L,M} \sum_{\alpha} \sum_K A_K^{L,\alpha}(\lambda, \mu) \Psi_{K,M}^L(\{\mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i\}) \times \\ &\times N_L^\alpha(\lambda, \mu) \sum_{K'} A_{K'}^{L,\alpha}(\lambda, \mu) D_{K', M}^L(\phi, \theta, \psi). \end{aligned} \quad (13)$$

The last expansion plays the important role in our approach. It introduces the Fock–Bargmann map of the basis function and gives the following connection

$$\sum_K A_K^{L,\alpha} \Psi_{K,M}^L \rightarrow N_L^\alpha(\lambda, \mu) \sum_K A_K^{L,\alpha} D_{K,M}^L. \quad (14)$$

The left side of this connection is a complicated construction of the many-particle function, and the right side is its simple map in Fock–Bargmann space. This map reminds us of the rigid rotor wave function, but with a normalization factor  $N_L^\alpha(\lambda, \mu)$ . We shall work with the map because of its visual character and simplicity.

For the projection we need another Slater determinant  $\tilde{\Phi}(\lambda, \mu)$  which differs from  $\Phi(\lambda, \mu)$  in a simple way. To obtain  $\tilde{\Phi}(\lambda, \mu)$  we should change the vectors  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$  to vectors  $\tilde{\mathbf{u}}_1, \tilde{\mathbf{u}}_2, \tilde{\mathbf{u}}_3$ . The next step is a calculation of the overlap integral

$$\langle \tilde{\Phi}(\lambda, \mu) | \Phi(\lambda, \mu) \rangle .$$

This overlap has the following simple form because  $(\lambda, \mu)$  is fixed:

$$\langle \tilde{\Phi}(\lambda, \mu) | \Phi(\lambda, \mu) \rangle = (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^\lambda (\tilde{\mathbf{u}}_3 \cdot \mathbf{u}_3)^\mu. \quad (15)$$

Two conclusions follow from (15). First, this overlap doesn't depend on  $\mathbf{u}_2$ . Second, it can be presented in a form that is convenient for calculation:

$$\langle \tilde{\Phi}(\lambda, \mu) | \Phi(\lambda, \mu) \rangle = d_{11}^\lambda d_{33}^\mu, \quad (16)$$

where  $d_{11}$  and  $d_{33}$  are the elements of the rotation matrix in the three-dimension space. Regarding the latter, it can be shown that

$$\begin{aligned} d_{11}^\lambda d_{33}^\mu = & \sum_{L,M} \sum_\alpha N_L^\alpha(\lambda, \mu) \sum_K A_K^{L,a}(\lambda, \mu) D_{K,M}^L(\tilde{\phi}, \tilde{\theta}, \tilde{\psi}) \times \\ & \times N_L^\alpha(\lambda, \mu) \sum_{K'} A_{K'}^{L,\alpha}(\lambda, \mu) D_{K',M}^L(\phi, \theta, \psi), \end{aligned} \quad (17)$$

which defines the amplitudes

$$A_K^{L,a}(\lambda, \mu)$$

as well as the normalization coefficients

$$N_L^\alpha(\lambda, \mu).$$

Of course, the simplest situation is for  $\mu$  equal to zero in which case we can realize the projection in the following way:

$$d_{11}^\lambda = \cos^\lambda \Theta = \sum_L C_L^{(\lambda)} P_L(\cos \Theta), \quad (18)$$

where  $P_L(\cos \Theta)$  is the Legendre polynomial and

$$C_L^\lambda = \int_{-1}^1 t^\lambda P_L(t) dt \quad (19)$$

are the expansion coefficients, which give the contribution of the state with angular momentum  $L$ .

## 6. $SU(3)$ GENERATORS IN FOCK–BARGMANN SPACE

Because our basis functions depend only on the three Euler angles, all the  $SU(3)$  operators should be expressed through indices  $\lambda, \mu$  and projections  $\hat{M}_1, \hat{M}_2, \hat{M}_3$  of the angular momentum operator  $\hat{\mathbf{M}}$  in the principal-axis system. We shall show two matrices. The first one is the matrix  $||\hat{C}_{\alpha,\beta}||$  of the  $SU(3)$  generators:

$$\left| \begin{array}{ccc} 2\lambda/3 + \mu/3 & \hat{M}_3 & -\hat{M}_2 \\ 0 & -\lambda/3 + \mu/3 & \hat{M}_1 \\ 0 & 0 & -\lambda/3 - 2\mu/3 \end{array} \right|. \quad (20)$$

The second is the matrix  $\|\hat{Q}_{\alpha,\beta}\|$  of the mass quadrupole moment:

$$\begin{vmatrix} 2\lambda/3 + \mu/3 & \hat{M}_3/2 & -\hat{M}_2/2 \\ \hat{M}_3/2 & -\lambda/3 + \mu/3 & \hat{M}_1/2 \\ -\hat{M}_2/2 & \hat{M}_1/2 & -\lambda/3 - 2\mu/3 \end{vmatrix}. \quad (21)$$

We can check these matrices by noting that they should give us the well-known expression for the  $SU(3)$  second order Casimir  $g_2$ . By definition,

$$g_2 = \sum_{i,j} \hat{C}_{i,j} \hat{C}_{j,i}. \quad (22)$$

Here  $\hat{C}_{i,j}$  are defined in the laboratory system, however, we have  $\hat{C}_{\alpha,\beta}$  in the principal axes system. For this reason

$$g_2 = \sum_{i,j} \sum_{\alpha,\beta} \sum_{\delta,\gamma} d_{i\alpha} d_{j\beta} \hat{C}_{\alpha,\beta} d_{j\delta} d_{i\gamma} \hat{C}_{\delta,\gamma}. \quad (23)$$

The summation in (23) is not trivial because we must take into account the fact that the matrix elements  $\hat{C}_{\alpha,\beta}$  contain the operators  $\hat{M}_{\alpha,\beta}$ , which act on the matrix elements  $d_{j\delta}$  and  $d_{i\gamma}$ ,

$$\hat{M}_1 d_{j,1} = 0, \quad \hat{M}_2 d_{j,1} = -d_{j,3}, \quad \hat{M}_3 d_{j,1} = d_{j,2}, \quad (24)$$

and so on,

$$\begin{aligned} & d_{i,1} d_{j,2} \hat{M}_3 \{ d_{j,1} d_{i,1} \hat{Q}_{1,1} + d_{j,2} d_{i,2} \hat{Q}_{2,2} + d_{j,3} d_{i,3} \hat{Q}_{3,3} \} = \\ & = d_{i,1} d_{j,2} \{ (d_{j,2} d_{i,1} + d_{j,1} d_{i,2}) \hat{Q}_{1,1} - (d_{j,1} d_{i,2} + d_{j,2} d_{i,1}) \hat{Q}_{2,2} \}. \end{aligned} \quad (25)$$

We have after summation over  $i$  and  $j$  of the last expression the simple result

$$\begin{aligned} & \sum_{i,j} d_{i,1} d_{j,2} \hat{M}_3 \{ d_{j,1} d_{i,1} \hat{Q}_{1,1} + d_{j,2} d_{i,2} \hat{Q}_{2,2} + d_{j,3} d_{i,3} \hat{Q}_{3,3} \} = \\ & = \hat{Q}_{1,1} - \hat{Q}_{2,2}. \end{aligned} \quad (26)$$

By this method we obtain from (23)

$$g_2 = \frac{2}{3} (\lambda^2 + \lambda\mu + \mu^2 + 3\lambda + 3\mu). \quad (27)$$

Note that the linear terms in  $\lambda$  and  $\mu$  are a direct result of the last calculation.

## 7. BARGMANN–MOSHINSKY OPERATORS $\hat{\Omega}$ AND $\hat{\Omega}_1$

Another important example is the operator  $\hat{\Omega} = \hat{\mathbf{M}}\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{M}}$ , considered in the work of Bargmann and Moshinsky [11]. By definition,

$$\begin{aligned}\hat{\Omega} &= \sum_{i,j} \sum_{\alpha,\beta} \sum_{\gamma,\delta} d_{i,\alpha} \hat{M}_\alpha d_{i,\beta} d_{j,\gamma} \hat{Q}_{\beta,\gamma} d_{j,\delta} \hat{M}_\delta = \\ &= \frac{2\lambda + \mu}{3} \hat{M}_1^2 + \frac{-\lambda + \mu}{3} \hat{M}_2^2 + \frac{-\lambda - 2\mu}{3} \hat{M}_3^2 + \\ &\quad + \hat{M}_2 \hat{M}_3 \hat{M}_1 + \frac{1}{2} \{ \hat{M}_1^2 - \hat{M}_2^2 - \hat{M}_3^2 \}. \end{aligned} \quad (28)$$

We will now show, separately, the additional terms from the off-diagonal matrix elements of  $\hat{Q}_{\beta,\gamma}$ ,

$$\hat{M}_2 \hat{M}_3 \hat{M}_1 + \frac{1}{2} \{ -\hat{M}_1^2 - \hat{M}_2^2 + \hat{M}_3^2 \}, \quad (29)$$

and from the action of operators  $\hat{Q}_{\beta,\gamma}$  on the matrix elements  $d_{j,\delta}$ ,

$$\hat{M}_1^2 - \hat{M}_3^2. \quad (30)$$

The action of  $\hat{M}_\alpha$  gives a zero result.

It is convenient to rewrite the operator  $\hat{\Omega}$  in the terms of the operators  $\hat{L}_\alpha$ , where  $\hat{L}_\alpha = -i\hat{M}_\alpha$ ,

$$\begin{aligned}\hat{\Omega} &= -\frac{2\lambda + \mu}{3} \hat{L}_1^2 + \frac{\lambda - \mu}{3} \hat{L}_2^2 + \frac{\lambda + 2\mu}{3} \hat{L}_3^2 - \\ &\quad - i\hat{L}_2 \hat{L}_3 \hat{L}_1 + \frac{1}{2} \{ \hat{L}_2^2 + \hat{L}_3^2 - \hat{L}_1^2 \}. \end{aligned} \quad (31)$$

As usual for the rigid rotor, we use the basis states

$$|L, K+> = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |L, K> + |L, -K> \}, \quad (32)$$

if  $L$  are even, and

$$|L, K-> = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |L, K> - |L, -K> \}, \quad (33)$$

if  $L$  are odd. Here  $K$  is the projection of the orbital momentum on the intrinsic axes. For simplicity we shall omit the + or - signs behind  $K$  in the notation of the basis functions.

The matrix of the operator  $\hat{\Omega}$  is traceless and has a tridiagonal form. Its matrix elements are the following for fixed values of the orbital momentum  $L$ :

$$\langle L, K | \hat{\Omega} | L, K \rangle = \frac{2\lambda + \mu + 3}{6} \{L(L+1) - 3K^2\}, \quad (34)$$

$$\begin{aligned} & \langle L, K + 2 | \hat{\Omega} | L, K \rangle = \\ & = \frac{\mu - K}{4} \sqrt{(L-K)(L-K-1)(L+K+1)(L+K+2)}, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} & \langle L, K - 2 | \hat{\Omega} | L, K \rangle = \\ & = \frac{\mu + K}{4} \sqrt{(L+K)(L+K-1)(L-K+1)(L-K+2)}. \end{aligned} \quad (36)$$

In the special case, if  $K = 0$  or  $K = 2$ ,

$$\langle L, 2 | \hat{\Omega} | L, 0 \rangle = \frac{\mu}{2\sqrt{2}} \sqrt{L(L-1)(L+1)(L+2)}, \quad (37)$$

$$\langle L, 0 | \hat{\Omega} | L, 2 \rangle = \frac{\mu + 2}{2\sqrt{2}} \sqrt{L(L-1)(L+1)(L+2)}. \quad (38)$$

The matrix of  $\hat{\Omega}$  is not symmetric because the operator  $\hat{\Omega}$  is non-Hermitian. This feature of the matrix appears as a result of the well-known fact that the quantum number  $K$  cannot be greater than  $\mu$ . If  $K = \mu$ , the matrix element (35) disappears and the states for which  $K \leq \mu$  are separated from the states with  $K > \mu$ . Because  $\hat{\Omega} = -\hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{L}}$ , the eigenvalue for which  $K = 0$  dominates and the angular momentum  $\mathbf{L}$  is directed orthogonal to the symmetry axes  $\mathbf{Q}$ , lying higher, for example, than those with dominant  $K = \mu$  with  $\mathbf{L}$  directed along  $\mathbf{Q}$ .

Some examples of characteristic equations will now be given. Consider the  $L = 2$  case. Then we have the following determinant, which should be equal to zero,

$$\begin{vmatrix} 2\lambda + \mu + 3 - E & (\mu + 2)\sqrt{3} \\ \mu\sqrt{3} & -(2\lambda + \mu + 3) - E \end{vmatrix} = 0. \quad (39)$$

In another form the same equation is

$$E^2 - 6g_2 - 9 = 0, \quad E_{1,2} = \pm\sqrt{6g_2 + 9}. \quad (40)$$

For  $L = 4$  one finds

$$\begin{vmatrix} \frac{10}{3}(2\lambda + \mu + 3) - E & 3(\mu + 2)\sqrt{5} & 0 \\ 3\mu\sqrt{5} & \frac{4}{3}(2\lambda + \mu + 3) - E & (\mu + 4)\sqrt{7} \\ 0 & (\mu - 2)\sqrt{7} & -\frac{14}{3}(2\lambda + \mu + 3) - E \end{vmatrix} = \\ = E^3 - (104g_2 + 100)E + 448g_3 = 0, \quad (41)$$

where the third order Casimir is given by

$$g_3 = \frac{5}{27}(2\lambda + \mu + 3)(\lambda + 2\mu + 3)(\lambda - \mu). \quad (42)$$

The result is trivial if  $L = 3$ :

$$E = 0. \quad (43)$$

(Note that if the operator  $\hat{\Omega}$  is used to fit experimental spectrum, it should be taken with a negative sign. Remarks regarding the calculation of the normalization factor for eigenvectors can be found in the last section of this lecture, where, as an important example, the operator  $\hat{\Omega}$  is given careful consideration.)

What are some simple conclusions one can draw regarding the operator  $-\hat{\Omega}$ ?

1. It does not shift the  $3^+$  level.
2. It shifts the  $2^+$  levels symmetrical down and up.
3. Two of the three  $4^+$  levels go down and one  $4^+$  goes up.
4. If  $\lambda \gg \mu$ , the shift of the lowest  $4^+$  level is more than  $10/3$  times (from initial position) the  $2^+$  shift.

The next most important operator is  $\hat{\Omega}_1 = \hat{\mathbf{M}}\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{M}}$ , which has the following form:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{9}(2\lambda + \mu)^2 \hat{M}_1^2 + \frac{1}{9}(\lambda - \mu)^2 \hat{M}_2^2 + \frac{1}{9}(\lambda + 2\mu)^2 \hat{M}_3^2 + \\ & + \frac{1}{3}(5\lambda + \mu) \hat{M}_1^2 + \frac{1}{3}(\lambda - \mu) \hat{M}_2^2 + \frac{1}{3}(\lambda + 5\mu) \hat{M}_3^2 - \frac{2}{3}(\lambda - \mu) \hat{M}_2 \hat{M}_3 \hat{M}_1 + \\ & + \hat{M}_3^2 \hat{M}_1^2 - 2\hat{M}_2 \hat{M}_3 \hat{M}_1 - 2\hat{M}_2^2 - 2\hat{M}_3^2. \end{aligned} \quad (44)$$

If  $\mu = 0$ , the last operator reduces to the axial rotor.

Operator (44) has diagonal matrix elements given by

$$\langle L, K | \hat{\Omega}_1 | L, K \rangle = -(g_2 - 2)L(L + 1) +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{18}(2\lambda^2 + 2\lambda\mu - \mu^2 + 6\lambda)\{L(L+1) - 3K^2\} + \\
& + \frac{1}{2}\{L(L+1) - K^2 - 2\}K^2;
\end{aligned} \tag{45}$$

and the off-diagonal ones given by

$$\begin{aligned}
\langle L, K+2 | \hat{\Omega}_1 | L, K \rangle &= -\frac{\mu-K}{12}(2\lambda+\mu+3K+6) \times \\
&\times \sqrt{(L-K)(L-K-1)(L+K+1)(L+K+2)};
\end{aligned} \tag{46}$$

$$\begin{aligned}
\langle L, K-2 | \hat{\Omega}_1 | L, K \rangle &= -\frac{\mu+K}{12}(2\lambda+\mu-3K+6) \times \\
&\times \sqrt{(L+K)(L+K-1)(L-K+1)(L-K+2)};
\end{aligned} \tag{47}$$

$$\langle L, 2 | \hat{\Omega}_1 | L, 0 \rangle = -\frac{\mu}{6\sqrt{2}}(2\lambda+\mu+6)\sqrt{L(L-1)(L+1)(L+2)}; \tag{48}$$

$$\langle L, 0 | \hat{\Omega}_1 | L, 2 \rangle = -\frac{\mu+2}{6\sqrt{2}}(2\lambda+\mu)\sqrt{L(L-1)(L+1)(L+2)}. \tag{49}$$

Again, we obtain a tridiagonal matrix. Its trace is equal to

$$L(L+1)\{-g_2 + 2 + \frac{1}{30}(L-2)(2L+1)\}\frac{L+2}{2}, \tag{50}$$

if  $L$  is even, and

$$L(L+1)\{-g_2 + 2 + \frac{1}{30}(L+3)(2L-1)\}\frac{L-1}{2}, \tag{51}$$

if  $L$  is odd.

If  $\mu < L$ , the characteristic equation becomes the product of two factors or two equations, one gives us the states with  $K \leq \mu$ ; and the other, the non-physical states with  $K > \mu$ . As an example, we present the characteristic equation for  $L = 2$

$$E^2 + 12(g_2 - 2)E + 36(g_2 - 2)^2 - g_2^2 = 0 \tag{52}$$

and its solutions

$$E_{1,2} = -6(g_2 - 2) \pm g_2. \tag{53}$$

A contribution of  $K = 0$  is greater in the state with sign +, a result that can be predicted qualitatively *a priori* and that follows directly from the definition of the operator  $\hat{\Omega}_1$ .

Having matrices of the operators  $\hat{\Omega}$  and  $\hat{\Omega}_1$ , means one can construct the matrix of an arbitrary linear superposition of such operators as well as an arbitrary power of those superpositions. In all cases it is sufficient to find the sum and product of the matrices obtained above.

## 8. OVERLAP INTEGRAL AND DENSITY MATRIX

The overlap integral can be considered to be a density matrix. What do we mean by a density matrix? Consider the wave function of a many-particle system:

$$\Psi = \Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n; \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_N), \quad (54)$$

where  $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_N$  are overall control variables and  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n$  are the usual position variables of the subsystem. Then the density matrix  $\rho$  can be written as an integral

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n, \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \dots, \mathbf{r}'_n) &= \\ &= \int \Psi^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n; \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_N) \Psi(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \dots, \mathbf{r}'_n; \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_N) d\mathbf{q}_1 d\mathbf{q}_2 \dots d\mathbf{q}_N \end{aligned}$$

over all the control variables. In the case of the overlap, we integrate  $\langle \tilde{\Phi} | \Phi \rangle$  over all variables because we do not know in explicit form the subsystem variables. However, we can introduce the three parameters (three Euler angles) and in this way separate the system into two subsystems through the integration procedure, one subsystem being the close shells and the other one representing the valence nucleons. The treatment of the overlap from this point of view gives an obvious picture — the motion of valence nucleons on a background of the fixed state of close shell nucleons.

## 9. SYMMETRY OF THE $SU(3)$ DYNAMICAL EQUATION ABOUT PERMUTATION OF THE PRINCIPAL AXES

All scalar  $SU(3)$  operators should be symmetrical with respect to a permutation of the intrinsic principal axes. The  $S_3$  group of this permutation has three irreps: symmetrical, antisymmetrical, and a two-dimensional one. In order to describe this symmetry, we introduce two expressions:  $2\lambda + \mu + 3$  and  $\sqrt{3}(\mu + 1)$ .

These are elements of a two dimensional representation. It is convenient to introduce two other parameters  $\beta$  and  $\gamma$ , defined by equalities

$$2\lambda + \mu + 3 = \beta \cos \gamma, \quad \sqrt{3}(\mu + 1) = \beta \sin \gamma. \quad (55)$$

It is obvious that  $g_2$  and  $g_3$  are the two simplest invariants of  $S_3$  that one can construct

$$6g_2 = \beta^2 - 12, \quad g_3 = \frac{5}{27}\beta^3 \cos 3\gamma. \quad (56)$$

Eigenvalues of higher order Casimir operators can be expressed through

$$\beta^2 \text{ and } \beta^3 \cos 3\gamma.$$

The operator  $\hat{\Omega}$  has an elegant invariant form in terms of  $\beta$ ,  $\gamma$ :

$$\begin{aligned} -\hat{\Omega} = & \frac{\beta}{3} \left\{ \cos \gamma \left( \hat{L}_1^2 - \frac{\hat{L}_2^2 + \hat{L}_3^2}{2} \right) + \sin \gamma \frac{\sqrt{3}}{2} (\hat{L}_2^2 - \hat{L}_3^2) \right\} + \\ & + \frac{i}{6} \left\{ \hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{L}_3 + \hat{L}_2 \hat{L}_3 \hat{L}_1 + \hat{L}_3 \hat{L}_1 \hat{L}_2 + \hat{L}_1 \hat{L}_3 \hat{L}_2 + \hat{L}_3 \hat{L}_2 \hat{L}_1 + \hat{L}_2 \hat{L}_1 \hat{L}_3 \right\}. \end{aligned} \quad (57)$$

## 10. SOME EXAMPLES

We consider now some particular examples of eigenfunctions and eigenvalues of the  $-\hat{\Omega}$  operator. The simplest case is if  $\mu = 2$  since the problem then reduces to the second order algebraic equation for the eigenvalues

$$\left| \begin{array}{cc} (2\lambda + 5)L(L+1)/6 - E & \sqrt{2L(L+1)(L-1)(L+2)} \\ \sqrt{(L(L+1)(L-1)(L+2)/2} & (2\lambda + 5)\{L(L+1) - 12\}/6 - E \end{array} \right| = 0.$$

There are two solutions for each even  $L \leq \lambda$ . However, there is only one physical solution, if  $L = \lambda + 2$ . In this case

$$E = -\frac{1}{6}(2\lambda + 7)(\lambda + 3)(\lambda - 2), \quad (58)$$

with wave function

$$\Psi = N \{ \sqrt{2(\lambda + 2)(\lambda + 1)} D_{0,M}^{\lambda+2} - \sqrt{(\lambda + 4)(\lambda + 3)} D_{2+,M}^{\lambda+2} \}, \quad (59)$$

where  $N$  is the normalization coefficient. The other solution is

$$E_s = -\frac{1}{6}(2\lambda + 3)(\lambda + 7)(\lambda + 2), \quad (60)$$

$$\Psi_s = N_s \{ \sqrt{2(\lambda+4)(\lambda+3)} D_{0,M}^{\lambda+2} + \sqrt{(\lambda+2)(\lambda+1)} D_{2+,M}^{\lambda+2} \}. \quad (61)$$

We obtain the same allowed function after expansion of the Elliott overlap integral

$$\begin{aligned} d_{1,1}^\lambda d_{3,3}^2 &= \frac{1}{8} \frac{\lambda!}{(2\lambda+3)!!} \{ 2(\lambda+2)(\lambda+1) D_{0,0}^{\lambda+2} - \\ &- \sqrt{2(\lambda+4)(\lambda+3)(\lambda+2)(\lambda+1)} (D_{2+,0}^{\lambda+2} + D_{0,2+}^{\lambda+2}) + \\ &+ (\lambda+4)(\lambda+3) D_{2+,2+}^{\lambda+2} \} + \dots \end{aligned} \quad (62)$$

The overlap (62) gives the value of the normalization coefficient  $N$  of the function (59):

$$N = \sqrt{\frac{\lambda!}{8(2\lambda+3)!!}}. \quad (63)$$

We need this normalization factor for calculating transitions.

Because there is only one function in the  $(\lambda, 2)$  irrep for  $L = \lambda + 2$ , it should also be an eigenfunction of the  $-\Omega_1$  operator. The eigenvalue of the last one is

$$E = \frac{2}{3}(\lambda+3)(\lambda+2)(\lambda^2 + 5\lambda + 10) - \frac{1}{9}(\lambda+3)(\lambda^3 + 13\lambda^2 + 38\lambda + 20). \quad (64)$$

In the work of Draayer et al. [1,12] it is suggested that the  $SU(3)$  form

$$\hat{\mathbf{H}} = a\hat{\mathbf{L}}^2 + b\hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{L}} + c\hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{L}} \quad (65)$$

is an approximate map of the rotor Hamiltonian,

$$\hat{\mathbf{H}}_{ASR} = A_1\hat{L}_1^2 + A_2\hat{L}_2^2 + A_3\hat{L}_3^2, \quad (66)$$

an approximation that improves with increasing  $\lambda, \mu$  values. Now we can present the exact map  $\hat{\mathcal{H}}$  of (65) which contains additional terms that are neglected in the large  $\lambda, \mu$  and small  $L$  limit:

$$\hat{\mathcal{H}} = A_1\hat{L}_1^2 + A_2\hat{L}_2^2 + A_3\hat{L}_3^2 + iB\hat{L}_2\hat{L}_3\hat{L}_1 + C\hat{L}_3^2\hat{L}_1^2, \quad (67)$$

where

$$A_1 = a + b\left(\frac{2\lambda+\mu}{3} + \frac{1}{2}\right) + c\left\{\frac{(2\lambda+\mu)^2}{9} + \frac{5\lambda+\mu}{3}\right\}, \quad (68)$$

$$A_2 = a + b\left(\frac{-\lambda+\mu}{3} - \frac{1}{2}\right) + c\left\{\frac{(\lambda-\mu)^2}{9} + \frac{\lambda-\mu}{3} - 2\right\}, \quad (69)$$

$$A_3 = a + b\left(\frac{-\lambda - 2\mu}{3} - \frac{1}{2}\right) + c\left\{\frac{(\lambda + 2\mu)^2}{9} + \frac{\lambda + 5\mu}{3} - 2\right\}, \quad (70)$$

$$B = b + c\left(-2\frac{\lambda - \mu}{3} - 2\right), \quad D = -c. \quad (71)$$

It is necessary to use some selection rules in constructing eigenfunctions of the last Hamiltonian, specifically, in order to exclude non-physical spurious states and to add an algorithm for calculating the normalization coefficients of eigenvectors. Obviously, we can present immediately the normalized eigenvectors and eigenvalues of the operator  $\hat{\mathcal{H}}$  for the case  $L = \lambda + 2$ ,  $\mu = 2$ , using (58), (64), (59) and (63).

## 11. NORMALIZATION COEFFICIENTS

Because of the expansion,

$$\begin{aligned} d_{1,1}^\lambda d_{3,3}^\mu &= \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma((\lambda + 1)/2)\Gamma((\lambda + \mu + 2)/2)\Gamma((\mu + 1)/2)}{\Gamma((\lambda + 2)/2)\Gamma((\lambda + \mu + 3)/2)\Gamma((\mu + 2)/2)} D_{0,0}^0 + \dots, \end{aligned} \quad (72)$$

where on the right side all except the first term is omitted, we can give the normalization coefficients  $N(L = 0, (\lambda, \mu))$  for all states  $\Psi_0(\lambda, \mu)$  with  $L = 0$ :

$$\begin{aligned} N^2(L = 0, (\lambda, \mu)) &= \\ &= \sqrt{\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma((\lambda + 1)/2)\Gamma((\lambda + \mu + 2)/2)\Gamma((\mu + 1)/2)}{\Gamma((\lambda + 2)/2)\Gamma((\lambda + \mu + 3)/2)\Gamma((\mu + 2)/2)}}. \end{aligned} \quad (73)$$

Then using the answer to the last exercise, we can show how to calculate normalization coefficients of functions defined in Fock–Bargmann space. These coefficients are needed for determining electromagnetic transition probabilities.

Consider two eigenvectors of the Bargmann–Moshinsky operator  $\hat{\Omega}$  for the states  $L = 2$  (see Sec. 7, equation (39)) and  $\lambda = \mu = 2$ . One eigenvector is

$$\psi(1) = N_1 \{4\sqrt{3}D_{0,M}^2 + (\sqrt{105} - 9)D_{2,M}^2\}, \quad (74)$$

with eigenvalue  $E_1 = \sqrt{105}$ . This function (74) is a superposition of the two orthonormalized functions. The latter are a complete basis for the Elliott states. The function  $\psi(1)$  can be presented as the linear combination:

$$\psi(1) = a\Psi_2(1) + b\Psi_2(2). \quad (75)$$

Because the functions  $\Psi_2(1)$ ,  $\Psi_2(2)$  are orthogonal and normalized, the function  $\psi(1)$  should be also normalized and therefore

$$a^2 + b^2 = 1, \quad (76)$$

$$a = b = \frac{\sqrt{3}}{2}(21 - \sqrt{105})N_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad N_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{21 - \sqrt{105}}. \quad (77)$$

In other words

$$\psi(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\Psi_2(1) + \Psi_2(2)\}. \quad (78)$$

The second eigenvector of the  $\hat{\Omega}$  operator is

$$\psi(2) = N_2\{4\sqrt{3}D_{0,M}^2 - (\sqrt{105} + 9)D_{2,M}^2\}, \quad (79)$$

with eigenvalue  $E_2 = -\sqrt{105}$ . An analogous calculation gives the following result:

$$\psi(2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\Psi_2(1) - \Psi_2(2)\}, \quad N_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{21 + \sqrt{105}}. \quad (80)$$

From this we see now that the eigenvectors  $\psi(1)$ ,  $\psi(2)$  of the operator  $\hat{\Omega}$  are really orthogonal, because they can be considered to result from an orthogonal transformation of two orthogonal Elliott functions.

General remark: The Elliott integral contains information on the normalization coefficients of the orthogonal basis function. One can use instead integrals with the Bargmann measure which are simpler as this involves a direct integration of the square of a basis function. The normalization of the operator  $\hat{\Omega}$  eigenvectors is the result of the well-known fact of the nonorthogonality of the Wigner  $D$ -function in the Fock–Bargmann space. From this work one can see that it is possible to start with orthogonal combinations of  $D$ -functions that are normalized. However, in this case the theory becomes less transparent, more complicated, and loses its obvious connection with the problem of the rigid rotor.

## 12. HAMILTONIAN OVERLAP INTEGRAL — THE SPECIAL $(\lambda, 0)$ CASE

We shall consider a many-particle Hamiltonian. Matrix elements of the kinetic energy operator can be written down immediately:

$$\langle \tilde{\Phi} | \sum_i \hat{t}_i | \Phi \rangle = \frac{1}{2} \{N_0 + \lambda + 2\mu + \frac{3}{2}(A - 1)\} \hbar\omega \langle \tilde{\Phi} | \Phi \rangle, \quad (81)$$

where  $A$  is the number of nucleons and  $N_0$  is the number of the closed shell quanta. The overlap integral in this expression is a constant within irreps of  $SU(3)$ . We shall approximate the potential energy operator by a Gaussian nucleon-nucleon interaction:

$$\hat{U}_{i,j} = V_0 \exp\left\{-\frac{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2}{b_0^2}\right\}. \quad (82)$$

Of course, this is only a schematic form. Furthermore, we have omitted some details in the definition (for instance, the spin and isospin dependence is not shown) which are not important for understanding the main picture. The structure of the matrix elements of such operators is quite simple. For the  $\mu = 0$  case it has the form:

$$\begin{aligned} <\tilde{\Phi}| \sum_{i<j} \hat{U}_{i,j} |\Phi> &= C_0 (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^\lambda + C_1 (\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1)^2 (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda-2} + \dots = \\ &= \sum_k C_k (\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1)^{2k} (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda-2k}. \end{aligned} \quad (83)$$

We now define the potential energy operator  $\hat{\mathbf{U}}(\mathbf{u}_1)$  in Fock–Bargmann space. We put, by definition,

$$<\tilde{\Phi}| \sum_{i<j} \hat{U}_{i,j} |\Phi> = <\tilde{\Phi}| \hat{\mathbf{U}}(\mathbf{u}_1) |\Phi> = \hat{\mathbf{U}}(\mathbf{u}_1) <\tilde{\Phi}|\Phi>. \quad (84)$$

We shall use the following equality:

$$\hat{\mathbf{M}}(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^\lambda = \lambda (\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1) (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda-1}, \quad (85)$$

where  $\hat{\mathbf{M}}$  is the angular momentum operator introduced above (see the first lecture). This operator acts only on the vector  $\mathbf{u}_1$  and can be expressed as:

$$\hat{\mathbf{M}} = (\mathbf{u}_1 \times \nabla_{\mathbf{u}_1}). \quad (86)$$

The expression

$$-i \frac{\hat{\mathbf{M}}(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^\lambda}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^\lambda} = \frac{\hat{\mathbf{L}}(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^\lambda}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^\lambda} = -i\lambda \frac{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1)}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)} \quad (87)$$

is the average value of the angular momentum vector in the state  $\Phi$ . Strictly speaking, the vector  $\mathbf{u}_1$  is complex and  $\tilde{\mathbf{u}}_1$  is its complex conjugate:

$$\mathbf{u}_1 = \vec{\xi}_1 + i\vec{\eta}_1, \quad \tilde{\mathbf{u}}_1 = \vec{\xi}_1 - i\vec{\eta}_1, \quad (88)$$

where  $\vec{\xi}_1$ ,  $\vec{\eta}_1$  are the real vectors. Then

$$\frac{\hat{\mathbf{L}}(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^\lambda}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^\lambda} = \lambda \frac{2(\vec{\xi}_1 \times \vec{\eta}_1)}{(\xi_1^2 + \eta_1^2)}, \quad (89)$$

$$\hat{\mathbf{M}}^2(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^\lambda = \lambda(\lambda - 1)(\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1)^2(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda-2} - \lambda(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^\lambda. \quad (90)$$

Or, in another form,

$$(\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1)^2(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda-2} = \left\{ \frac{1}{\lambda-1} - \frac{\hat{\mathbf{L}}^2}{\lambda(\lambda-1)} \right\} (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^\lambda. \quad (91)$$

Continuing this process for other terms in the potential energy (83), we come to the following form for the operator  $\hat{\mathbf{U}}(\mathbf{u}_1)$  in Fock–Bargmann space:

$$\hat{\mathbf{U}}(\mathbf{u}_1) = \sum_k B_k \hat{\mathbf{L}}^{2k}, \quad (92)$$

where the coefficients  $B_k$  are expressed through  $\lambda$  and  $C_k$ . Because Hamiltonian  $\hat{\mathbf{H}}$  of the system has the form

$$\hat{\mathbf{H}} = T_0 + \hat{\mathbf{U}}(\mathbf{u}_1), \quad T_0 = \frac{1}{2}\{N_0 + \lambda + 2\mu + \frac{3}{2}(A-1)\}\hbar\omega, \quad (93)$$

its eigenvalues  $E$  can be written down immediately

$$E = T_0 + \sum_k B_k \{L(L+1)\}^k. \quad (94)$$

This result is well-known for  $p$ -shell nuclei, for which  $k = 1$  only.

### 13. HAMILTONIAN OVERLAP INTEGRAL — THE GENERAL $(\lambda, \mu)$ CASE

In the general case, when  $\lambda$  and  $\mu$  are both non-zero,

$$\langle \tilde{\Phi} | \sum_{i < j} \hat{U}_{i,j} | \Phi \rangle = C_{0,0}(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^\lambda (\tilde{\mathbf{u}}_3 \cdot \mathbf{u}_3)^\mu +$$

$$+ C_{1,0}(\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1)^2(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda-2} (\tilde{\mathbf{u}}_3 \cdot \mathbf{u}_3)^\mu +$$

$$+ C_{0,1}(\tilde{\mathbf{u}}_3 \times \mathbf{u}_3)^2(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^\lambda (\tilde{\mathbf{u}}_3 \cdot \mathbf{u}_3)^{\mu-2} +$$

$$+C_{1,1}((\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1) \cdot (\tilde{\mathbf{u}}_3 \times \mathbf{u}_3))(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda-1}(\tilde{\mathbf{u}}_3 \cdot \mathbf{u}_3)^{\mu-1} + \dots \quad (95)$$

Again, the challenge is to find an operator which when acting on the overlap  $\langle \tilde{\Phi} | \Phi \rangle$  gives the right side of (95).

First, we define an operator  $\hat{\mathbf{M}}$  in the terms of the vectors  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_3$ :

$$\hat{\mathbf{M}} = \hat{\mathbf{M}}(1) + \hat{\mathbf{M}}(3), \quad \hat{\mathbf{M}}(1) = (\mathbf{u}_1 \times \nabla_{\mathbf{u}_1}), \quad \hat{\mathbf{M}}(3) = (\mathbf{u}_3 \times \nabla_{\mathbf{u}_3}). \quad (96)$$

This operator is simplest in a coordinate system with the first axis directed along the vector  $\mathbf{u}_1$  and the third axis is directed along vector  $\mathbf{u}_3$ . Then

$$\hat{M}_1 = \hat{M}_1(3), \quad \hat{M}_3 = \hat{M}_3(1) \quad (97)$$

and

$$\hat{M}_2 = \hat{M}_2(1) + \hat{M}_2(3). \quad (98)$$

Our goal is to express  $\hat{M}_2(1)$  and  $\hat{M}_2(3)$  in terms of  $\hat{M}_1, \hat{M}_2, \hat{M}_3$ . The answer is the following:

$$\hat{M}_2(1) = \frac{\lambda \hat{M}_2 - \hat{M}_1 \hat{M}_3}{\lambda + \mu + 1}, \quad \hat{M}_2(3) = \frac{\mu \hat{M}_2 + \hat{M}_3 \hat{M}_1}{\lambda + \mu + 1}. \quad (99)$$

Of course,

$$\begin{aligned} & (\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1)^2 (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda-2} (\tilde{\mathbf{u}}_3 \cdot \mathbf{u}_3)^{\mu} = \\ &= \frac{2\lambda + \hat{\mathbf{M}}^2(1)}{\lambda(\lambda-1)} (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda} (\tilde{\mathbf{u}}_3 \cdot \mathbf{u}_3)^{\mu}, \end{aligned} \quad (100)$$

$$\begin{aligned} & (\tilde{\mathbf{u}}_3 \times \mathbf{u}_3)^2 (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda} (\tilde{\mathbf{u}}_3 \cdot \mathbf{u}_3)^{\mu-2} = \\ &= \frac{2\mu + \hat{\mathbf{M}}^2(3)}{\mu(\mu-1)} (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda} (\tilde{\mathbf{u}}_3 \cdot \mathbf{u}_3)^{\mu}, \end{aligned} \quad (101)$$

$$\begin{aligned} & ((\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1) \cdot (\tilde{\mathbf{u}}_3 \times \mathbf{u}_3)) (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda-1} (\tilde{\mathbf{u}}_3 \cdot \mathbf{u}_3)^{\mu-1} = \\ &= \frac{(\hat{\mathbf{M}}(1) \cdot \hat{\mathbf{M}}(3))}{\lambda\mu} (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda} (\tilde{\mathbf{u}}_3 \cdot \mathbf{u}_3)^{\mu}. \end{aligned} \quad (102)$$

The last formulae can be used to give a realization of (95) in terms of the operators  $\hat{L}_1, \hat{L}_2, \hat{L}_3$ . As a consequence, the system Hamiltonian  $\hat{\mathbf{H}}(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_3)$  will have the following form:

$$\hat{\mathbf{H}}(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_3) = B_0 + B_1 \hat{\mathbf{L}}^2 + D_1 \hat{\Omega} + D_2 \hat{\Omega}_1 + \dots \quad (103)$$

#### 14. CLASSICAL EQUATIONS FOR THE $(\lambda, 0)$ CASE

We can consider  $\mathbf{u}_1$  to be a vector function of time  $t$ ,  $\mathbf{u}_1(t)$ . To find the optimal function  $\mathbf{u}_1(t)$ , we will construct a Lagrangian  $\mathcal{L}$ , define an action functional  $\mathcal{S}$ , and employ the minimum action principle.

The Lagrangian of our system has the general form:

$$\mathcal{L} = i \frac{\langle \tilde{\Phi} | \frac{\partial}{\partial t} | \Phi \rangle}{\langle \tilde{\Phi} | \Phi \rangle} - \frac{\langle \tilde{\Phi} | \hat{\mathbf{H}} | \Phi \rangle}{\langle \tilde{\Phi} | \Phi \rangle}. \quad (104)$$

By definition,

$$\mathcal{S} = \int \mathcal{L} dt. \quad (105)$$

For the  $(\lambda, 0)$  case,  $C_0 = C_2 = \dots = 0$  with only  $C_1 \neq 0$  (see (3)), and we omit  $T_0$ . Then

$$\mathcal{L} = i\lambda \frac{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \dot{\mathbf{u}}_1)}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)} - C_1 \frac{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1)^2}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^2}. \quad (106)$$

Variation of  $\tilde{\mathbf{u}}_1$  gives

$$i\lambda \left\{ \dot{\mathbf{u}}_1 - \frac{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \dot{\mathbf{u}}_1)}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)} \mathbf{u}_1 \right\} = 2C_1 \left\{ \frac{(\mathbf{u}_1 \times (\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1))}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)} - \frac{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1)^2}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^2} \mathbf{u}_1 \right\}. \quad (107)$$

The vector  $\mathbf{u}_1$  was defined as a unit vector. Its square,  $\mathbf{u}_1^2 = 1$ , does not change with time,

$$\mathbf{u}_1^2 = \xi_1^2 - \eta_1^2 + i(\vec{\xi}_1 \cdot \vec{\eta}_1) = 1, \quad (108)$$

and orthogonality requires that

$$\xi_1^2 - \eta_1^2 = 1. \quad (109)$$

Let  $\xi_1^2 = \cosh^2 a$ ,  $\eta_1^2 = \sinh^2 a$ , then

$$(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1) = \cosh(2a), \quad (\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1) = -\sinh(2a)\mathbf{n}_3, \quad (110)$$

where  $\mathbf{n}_3$  is a unit vector that is orthogonal to both  $\vec{\xi}_1$  and  $\vec{\eta}_1$  and is conserved,

$$E = C_1 \frac{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1)^2}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^2} = C_1 \tanh^2(2a), \quad (111)$$

$$\mathbf{L} = -i\lambda \frac{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1)}{\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1} = \lambda \tanh(2a)\mathbf{n}_3. \quad (112)$$

It follows from this that  $a$  is constant and the vector  $\mathbf{n}_3$  does not change its direction. As should be the case (understood from quantum mechanics), the absolute values of  $\mathbf{L}$  are restricted by the conditions

$$0 \leq |\mathbf{L}| \leq \lambda \quad (113)$$

because  $0 \leq a \leq \infty$ . The value of the energy is expressed through  $L^2 = \mathbf{L}^2$ ,

$$E = -\frac{C_1}{\lambda^2} L^2. \quad (114)$$

For transverse components of  $\mathbf{u}_1$ , equation (107) reduces to

$$i\lambda \dot{\mathbf{u}}_1 = 2C_1 \frac{(\mathbf{u}_1 \times (\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1))}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)}, \quad (115)$$

or in another form,

$$i\lambda \dot{\mathbf{u}}_1 = \frac{2C_1}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)} \{ \tilde{\mathbf{u}}_1 - (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1) \mathbf{u}_1 \}. \quad (116)$$

In the terms  $\vec{\xi}_1$ ,  $\vec{\eta}_1$ ,  $a$

$$\lambda \dot{\vec{\xi}}_1 = -2C_1 \frac{1 + \cosh^2 2a}{\cosh 2a} \vec{\eta}_1, \quad (117)$$

$$\lambda \dot{\vec{\eta}}_1 = 2C_1 \frac{1 - \cosh^2 2a}{\cosh 2a} \vec{\xi}_1. \quad (118)$$

In addition,

$$\ddot{\vec{\xi}}_1 + \omega^2 \vec{\xi}_1, \quad \ddot{\vec{\eta}}_1 + \omega^2 \vec{\eta}_1, \quad \omega^2 = (2C_1/\lambda)^2 \tanh^2 2a. \quad (119)$$

A solution of two last equations follows:

$$\vec{\xi}_1(t) = \cosh a \{ \mathbf{n}_1 \cos(\omega t) + \mathbf{n}_2 \sin(\omega t) \}, \quad (120)$$

$$\vec{\eta}_1(t) = \sinh a \{ -\mathbf{n}_1 \sin(\omega t) + \mathbf{n}_2 \cos(\omega t) \}, \quad (121)$$

where  $\mathbf{n}_1$ ,  $\mathbf{n}_2$  are two unit, mutually orthogonal vectors. Of course,

$$(\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2) = \mathbf{n}_3. \quad (122)$$

What is the conclusion of this discussion? We obtained a very simple picture; namely, two vectors,  $\mathbf{u}_1$  and  $\tilde{\mathbf{u}}_1$  or  $\vec{\xi}_1$  and  $\vec{\eta}_1$ , that move in the plane defined by  $\mathbf{n}_1$  and  $\mathbf{n}_2$  and that rotate about the  $\mathbf{n}_3$  axis. The frequency of rotation is constant and proportional to the angular momentum  $L$ , and for fixed  $L$  inversely proportional  $\lambda^2$ . The energy of system is proportional to  $L^2$ .

### 15. TWO INTERACTING ROTORS, $(\lambda_\pi, 0)$ AND $(\lambda_\nu, 0)$

To describe two interacting rotors it is necessary to introduce two independent pairs of the generating vectors  $\mathbf{u}_1, \tilde{\mathbf{u}}_1$  and  $\mathbf{v}_1, \tilde{\mathbf{v}}_1$ . The overlap is then

$$\langle \tilde{\Phi} | \Phi \rangle = (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda_\pi} (\tilde{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{v}_1)^{\lambda_\nu}. \quad (123)$$

Now we give the potential energy overlap of such a system:

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\Phi} | \sum_{i < j} U_{i,j} | \Phi \rangle &= C_{0,0} (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda_\pi} (\tilde{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{v}_1)^{\lambda_\nu} + \\ &+ C_{1,0} (\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1)^2 (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda_\pi - 2} (\tilde{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{v}_1)^{\lambda_\nu} + \\ &+ C_{0,1} (\tilde{\mathbf{v}}_1 \times \mathbf{v}_1)^2 (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda_\pi} (\tilde{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{v}_1)^{\lambda_\nu - 2} + \\ &+ C_{1,1} ((\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1) \cdot (\tilde{\mathbf{v}}_1 \times \mathbf{v}_1)) (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda_\pi - 1} (\tilde{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{v}_1)^{\lambda_\nu - 1} - \\ &- D (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{v}_1) (\tilde{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{u}_1) (\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^{\lambda_\pi - 1} (\tilde{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{v}_1)^{\lambda_\nu - 1} + \dots \end{aligned} \quad (124)$$

The last term has the meaning of the second order Casimir operator of  $SU(3)$ . If  $D$  is positive, this operator favors the most symmetric  $SU(3)$  irrep.

To understand the role of the second order Casimir, consider the  $D = 0$  case. As for the general case, we then have two subsystems and for each we can introduce an angular momentum operator,  $\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{u}_1) = (\mathbf{u}_1 \times \nabla_{\mathbf{u}_1})$  and  $\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{v}_1) = (\mathbf{v}_1 \times \nabla_{\mathbf{v}_1})$ . We shall consider also the total angular momentum

$$\hat{\mathbf{M}} = \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{u}_1) + \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{v}_1). \quad (125)$$

Of course, the integrals of motion are the energy

$$E = C_{1,0} \frac{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1)^2}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)^2} + C_{0,1} \frac{(\tilde{\mathbf{v}}_1 \times \mathbf{v}_1)^2}{(\tilde{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{v}_1)^2} + C_{1,1} \frac{((\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1) \cdot (\tilde{\mathbf{v}}_1 \times \mathbf{v}_1))}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)(\tilde{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{v}_1)} + \dots \quad (126)$$

and the angular momentum

$$\mathbf{L} = -i\lambda_\pi \frac{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1)}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)} - i\lambda_\nu \frac{(\tilde{\mathbf{v}}_1 \times \mathbf{v}_1)}{(\tilde{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{v}_1)}. \quad (127)$$

The classical dynamic equations of motion can be written directly in the terms of the subsystem angular momenta,  $\mathbf{L}_\pi = \mathbf{L}(\mathbf{u}_1)$  and  $\mathbf{L}_\nu = \mathbf{L}(\mathbf{v}_1)$ ,

$$\frac{d}{dt} \mathbf{L}_\pi = -\frac{C_{1,1}}{\lambda_\pi \lambda_\nu} (\mathbf{L}_\pi \times \mathbf{L}_\nu), \quad \frac{d}{dt} \mathbf{L}_\nu = \frac{C_{1,1}}{\lambda_\pi \lambda_\nu} (\mathbf{L}_\pi \times \mathbf{L}_\nu). \quad (128)$$

The two last equations can be reduced to

$$\frac{d^2}{dt^2}(\mathbf{L}_\pi \times \mathbf{L}_\nu) + \omega^2(\mathbf{L}_\pi \times \mathbf{L}_\nu) = 0, \quad \omega^2 = (C_{1,1}L/\lambda_\pi\lambda_\nu)^2, \quad (129)$$

where  $L = |\mathbf{L}|$ . The vector  $(\mathbf{L}_\pi \times \mathbf{L}_\nu)$  rotates about  $\mathbf{L}$  with rotation frequency  $\omega$ . Its magnitude is directly proportional to  $L$  and inversely proportional to  $\lambda_\pi$  and  $\lambda_\nu$ . The absolute values of  $\mathbf{L}_\pi$  and  $\mathbf{L}_\nu$  and the angle between them are preserved in time. The angles for which the energy is a minimum depends on the sign of  $C_{1,1}$ : zero for a positive  $C_{1,1}$  and  $\pi$  for the negative  $C_{1,1}$ .

The Hamiltonian follows immediately from the expression (124):

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{H}} &= T_0 + B_{1,0}\hat{\mathbf{L}}_\pi^2 + B_{0,1}\hat{\mathbf{L}}_\nu^2 + B_{1,1}(\hat{\mathbf{L}}_\pi \cdot \hat{\mathbf{L}}_\nu) + \dots = \\ &= T_0 + (B_{1,0} - \frac{1}{2}B_{1,1})\hat{\mathbf{L}}_\pi^2 + (B_{0,1} - \frac{1}{2}B_{1,1})\hat{\mathbf{L}}_\nu^2 + \frac{1}{2}B_{1,1}\hat{\mathbf{L}}^2 + \dots \end{aligned} \quad (130)$$

The eigenvalues of this Hamiltonian are

$$\begin{aligned} E &= T_0 + (B_{1,0} - \frac{1}{2}B_{1,1})L_\pi(L_\pi + 1) + \\ &\quad + (B_{0,1} - \frac{1}{2}B_{1,1})L_\nu(L_\nu + 1) + \frac{1}{2}B_{1,1}L(L + 1). \end{aligned} \quad (131)$$

Its eigenfunctions are

$$|L, M; L_\pi, L_\nu\rangle = \sum_{M_\pi, M_\nu} C_{L_\pi, M_\pi; L_\nu, M_\nu}^{L, M} |L_\pi, M_\pi\rangle |L_\nu, M_\nu\rangle. \quad (132)$$

It follows that for the  $D = 0$  case there are four integrals of the motion, the total angular momentum  $L$  and its projection  $M$ , the proton angular momentum  $L_\pi$  and the neutron angular momentum  $L_\nu$ .

The general case ( $D \neq 0$ ) is more complicated. The proton and neutron angular momenta are no longer preserved in time and two other quantum numbers are needed. As before, we start with a classical description, using the overlap function (124). We have two complex vectors  $\mathbf{u}_1$  and  $\mathbf{v}_1$  and therefore what appears to be a total of twelve degrees of freedom. However, this is not true because we must take into account four additional conditions which follow from the equalities

$$\mathbf{u}_1^2 = 1, \quad \mathbf{v}_1^2 = 1. \quad (133)$$

We put

$$\mathbf{u}_1 = \vec{\xi}_1 + i\vec{\eta}_1, \quad \vec{\xi}_1 = \cosh a_1 \mathbf{n}_1, \quad \vec{\eta}_1 = \sinh a_1 \mathbf{n}_2, \quad (134)$$

where  $\mathbf{n}_1$  and  $\mathbf{n}_2$  are two unit, mutually orthogonal vectors, and

$$\mathbf{v}_1 = \vec{\xi}_2 + i\vec{\eta}_2, \quad \vec{\xi}_2 = \cosh a_2 \ \mathbf{m}_1, \quad \vec{\eta}_2 = \sinh a_2 \ \mathbf{m}_2, \quad (135)$$

where again  $\mathbf{m}_1$ ,  $\mathbf{m}_2$  are two other unit, mutually orthogonal vectors. Each pair of unit vectors is defined by three Euler angles ( $\phi_1, \theta_1, \psi_1$  for the first pair and  $\phi_2, \theta_2, \psi_2$  for the second pair). As a result, we find eight time-dependent degrees of freedom, including  $a_1$ ,  $a_2$ .

First, we introduce the classical dynamics equations in the terms of the vectors  $\mathbf{u}_1$  and  $\mathbf{v}_1$

$$\begin{aligned} i\lambda_\pi \dot{\mathbf{u}}_1 &= 2C_{1,0} \frac{(\mathbf{u}_1 \times (\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1))}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)} + C_{1,1} \frac{(\mathbf{u}_1 \times (\tilde{\mathbf{v}}_1 \times \mathbf{v}_1))}{(\tilde{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{v}_1)} - \\ &- D \frac{(\tilde{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)}{(\tilde{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{v}_1)} \{ \mathbf{v}_1 - (\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{u}_1) \mathbf{u}_1 \} \end{aligned} \quad (136)$$

$$\begin{aligned} i\lambda_\nu \dot{\mathbf{v}}_1 &= 2C_{0,1} \frac{(\mathbf{v}_1 \times (\tilde{\mathbf{v}}_1 \times \mathbf{v}_1))}{(\tilde{\mathbf{v}}_1 \cdot \mathbf{v}_1)} + C_{1,1} \frac{(\mathbf{v}_1 \times (\tilde{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{u}_1))}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)} - \\ &- D \frac{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{v}_1)}{(\tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \mathbf{u}_1)} \{ \mathbf{u}_1 - (\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{v}_1 \}. \end{aligned} \quad (137)$$

These represent eight equations for eight functions. We can consider separately the five intrinsic variables and the three Euler angles of orientation of the system as a whole. There are the following intrinsic variables:

$$a_1(t), \quad a_2(t), \quad (\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{m}_1) = d_{1,1}(t), \quad (\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{m}_2) = d_{1,2}(t),$$

$$(\mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{m}_1) = d_{2,1}(t), \quad (\mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{m}_2) = d_{2,2}(t), \quad (138)$$

Of the four matrix elements  $d_{1,1}$ ,  $d_{1,2}$ ,  $d_{2,1}$ ,  $d_{2,2}$ , only three are independent because

$$d_{1,1}^2 + d_{1,2}^2 + d_{2,1}^2 + d_{2,2}^2 = 1 + \{d_{1,1}d_{2,2} - d_{1,2}d_{2,1}\}^2. \quad (139)$$

The same equations can be expressed in other terms.

## 16. CONCLUSION

We have shown that Fock–Bargmann space is a useful representation for gaining a deeper understanding of the  $SU(3)$  model of atomic nuclei. In this space the wave equations have a differential form that is similar to those of a rigid body if Hamiltonian of the valence nucleons is constructed from the Bargmann–Moshinsky operators. This Hamiltonian also gives rise to new terms that strongly influenced the eigenvalues spectrum in the case of the large angular momentum  $L$  and its projection  $K$ . The Fock–Bargmann representation also gives us a simple way to derive classical equation analogs of the  $SU(3)$  model and opens a new paradigm for visualizing  $SU(3)$  model results.

We would like to express our gratitude to Professors M. Moshinsky and H. Horiuchi. Discussions with Professor M. Moshinsky stimulated our investigation into a Fock–Bargmann space representation of the  $SU(3)$  algebra. The work of Professor H. Horiuchi from Kyoto State University (Japan) was important for finding the classical dynamic equations of the  $SU(3)$  shell model.

We should also like to express our sincere gratitude to Ana Georgieva (Visiting Professor from Bulgaria) and the LSU students Jutta Escher, Thomas Beuschel, Gabriella Popa, Vesselin Georgiev and others, who helped us by asking and answering numerous questions.

## REFERENCES

1. **Leschber Y., Draayer J.P., Rosensteel G.** — J.Phys.G: Nucl.Phys., 1986, v.12, p.179.
2. **Leschber Y.** — Hadronic Journal Supplement, 1987, v.3, No.2.
3. **Castanos O., Draayer J.P., Leschber Y.** — Ann. Phys., 1987, v.180 p.290.
4. **Filippov G.F., Avramenko V.I.** — Sov.J.Nucl.Phys., 1983, v.37 p.597.
5. **Filippov G.F., Blokhin A.L.** — J.Math. Phys., 1991, v.32 p.1683.
6. **Filippov G.F., Dotsenko I.S.** — Phys.At.Nucl., 1994, v.57, p.2099.
7. **Landau L.D., Lifshits E.M.** — Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory, Pergamon Press, Oxford, New York, 1977.
8. **Peierls R.E., Yoccoz J.** — Proc.Phys.Soc., 1957, v.70, No 449A, p.381.
9. **Fock V.A.** — Z.Phys., 1928, v.49, p.339.
10. **Bargmann V.** — Comm.Pure Appl.Math., 1961, v.14, p.187.
11. **Bargmann V., Moshinsky M.** — Nucl.Phys., 1960, v.18, p. 4.
12. **Leschber Y., Draayer J.P.** — Phys.Lett., 1987, v.B190, p.1.

УДК 539.143; 539.142.2

## СТРУКТУРА НИЗКОЛЕЖАЩИХ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДЕР

*В.Ю.Пономарев*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В рамках квазичастиечно-фононной модели ядра исследовано изменение структуры низколежащих возбужденных состояний четно-четных сферических ядер при удалении от ядер с замкнутой оболочкой к переходным ядрам. Рассмотрены зарядовые переходные плотности этих состояний и распределение силы электромагнитных переходов в области энергии возбуждения до 5 МэВ. Проанализированы свойства низколежащих  $1^-$ -состояний и состояний, формирующих пигми-резонансы. Объяснены причины аномального поведения сечения фотовозбуждения изомеров в нечетных ядрах. Результаты теоретических исследований представлены в сравнении с имеющимися экспериментальными данными.

The changes in the structure of the low-lying excited states in even-even spherical nuclei in transition from closed-shell to transitional nuclei are investigated within Quasiparticle-Phonon model. Their transition charge densities are considered together with the electromagnetic strength distribution up to the excitation energy of 5 MeV. The properties of the low-lying  $1^-$  states and the states which form pygmy-resonances are analyzed. The anomalous behavior of the isomer's photo-excitation cross sections is explained. The results of theoretical investigations are presented in comparison with experimental data available.

### ВВЕДЕНИЕ

Развитие современных технологий способствовало созданию новых экспериментальных установок и детекторов с рекордными характеристиками. В результате за последнее десятилетие был достигнут грандиозный прогресс в традиционной для физики структуры атомного ядра области – ядерной спектроскопии. Ярким примером тому являются эксперименты с использованием нового поколения германиевых детекторов, позволившие обнаружить в каждом исследуемом изотопе более пятидесяти уровней, не известных прежде. Совокупная информация, полученная в различных ядерных реакциях, дает возможность говорить о полной ядерной спектроскопии во многих ядрах до энергии возбуждения в несколько МэВ. Сравнение характеристик близлежащих изотопов демонстрирует порой кардинальное изменение свойств системы при добавлении всего лишь двух нуклонов, что никак не может быть результатом плавного изменения глобальных характеристик ядра, таких, как среднее поле.

Полученный большой объем новых экспериментальных данных о свойствах низколежащих состояний атомных ядер стимулировал теоретические исследования. В настоящем обзоре систематизированы соответствующие исследования, выполненные за последнее десятилетие в рамках квазичастично-фононной модели ядра. В связи с тем, что область ядерной спектроскопии расширилась до энергий, при которых расположены не только двух-, но и трех- и четырехфононные конфигурации, совершенно очевидно, что без учета индивидуальных особенностей конкретных конфигураций в конкретных ядрах, без учета индивидуальных особенностей взаимодействия между ними невозможно претендовать на адекватное описание всего многообразия экспериментальных данных. Поэтому взаимодействию простых (однофононных) и сложных (многофононных) компонент волновых функций низколежащих состояний будет уделено особое внимание.

Обзор состоит из пяти разделов. В первом разделе кратко изложен формализм квазичастично-фононной модели ядра в применении к рассматриваемой проблеме. Второй раздел посвящен изучению зарядовых переходных плотностей низколежащих состояний, извлекаемых из реакции неупругого рассеяния электронов. В этом разделе также детально исследованы изменения в структуре низколежащих состояний при удалении от замкнутой оболочки. В разд. 3 рассмотрено распределение изоскалярной силы электромагнитных переходов различной мультипольности в области энергии возбуждения до 5 МэВ. Соответствующие экспериментальные данные получены в реакции неупругого рассеяния протонов и дейtronов. Обсуждены причины неудовлетворительного описания этих данных для состояний положительной четности с помощью феноменологической модели взаимодействующих бозонов. Четвертый раздел посвящен описанию низколежащих  $1^-$ -состояний. Представлены расчеты тонкой структуры пигми-резонансов. Кроме того, рассмотрены  $E1$ -переходы между низколежащими состояниями, которые запрещены в модели идеальных бозонов. В пятом разделе рассмотрены избранные вопросы структуры низколежащих состояний в нечетных ядрах. Основное внимание уделено теоретической интерпретации процесса фотовозбуждения изомеров.

## 1. ФОРМАЛИЗМ КВАЗИЧАСТИЧНО-ФОНОННОЙ МОДЕЛИ ЯДРА

Гамильтониан  $H$  квазичастично-фононной модели (КФМ) ядра [1–3] выбирается на основе физических представлений о нуклонах, движущихся в среднем поле и взаимодействующих между собой посредством остаточного взаимодействия. Схематически он может быть записан в виде

$$H = H_{\text{s.p.}} + H_{\text{pair}} + H_{\text{r.i.}} . \quad (1)$$

Первый член выражения (1),  $H_{\text{s.p.}}$ , соответствует среднему полю для нейтронов ( $n$ ) и протонов ( $p$ ). Второй член,  $H_{\text{pair}}$ , есть взаимодействие, приводящее к парным корреляциям сверхпроводящего типа в немагических ядрах. В КФМ это взаимодействие описывается в виде монопольного спаривания с постоянным матричным элементом  $G_\tau^{(0)}$ . Остаточное взаимодействие  $H_{\text{r.i.}}$  выбирается в КФМ в сепарабельной форме в виде разложения по мультипольям.

Базовые уравнения КФМ получаются посредством поэтапной диагонализации модельного гамильтониана (1). На первом этапе диагонализуются его первые два члена, при этом полагается, что основное состояние четно-четного ядра является квазичастичным вакуумом  $| \rangle_q$ . Для этого производится каноническое преобразование Боголюбова от операторов рождения (уничтожения) частиц к операторам рождения (уничтожения) квазичастиц  $\alpha_{jm}^+$  ( $\alpha_{jm}$ ):

$$a_{jm}^+ = u_j \alpha_{jm}^+ + (-1)^{j-m} v_j \alpha_{j-m} . \quad (2)$$

Результатом этой диагонализации являются хорошо известные уравнения БКШ, решая которые, мы получаем спектр одноквазичастичных возбуждений  $\varepsilon_j$  и коэффициенты преобразования Боголюбова  $u_j$  и  $v_j$ .

Мы определили основное состояние четно-четного ядра как квазичастичный вакуум. В этом случае простейшими возбужденными состояниями этого ядра являются двухквазичастичные состояния  $\alpha_{jm}^+ \alpha_{j'm'}^+ | \rangle_q$ , соответствующие переходу типа дырка—частица. Два полуцелых момента фермионных операторов квазичастиц складываются в полный целый момент, соответствующий статистике Бозе, поэтому продуктивно спроектировать бифермионные операторы  $[\alpha_j^+ \alpha_{j'}^+]_{\lambda\mu}$ ,  $[\alpha_{j'} \alpha_j]_{\lambda-\mu}$  на пространство квазибозонных операторов, фононов. Произведя этот, так называемый "бозонный мэппинг", введем операторы фононов мультипольности  $\lambda$  с проекцией  $\mu$  следующим образом:

$$Q_{\lambda\mu i}^+ = \frac{1}{2} \sum_{\tau}^{n,p} \sum_{jj'} \left\{ \psi_{jj'}^{\lambda i} [\alpha_j^+ \alpha_{j'}^+]_{\lambda\mu} - (-1)^{\lambda-\mu} \varphi_{jj'}^{\lambda i} [\alpha_{j'} \alpha_j]_{\lambda-\mu} \right\} . \quad (3)$$

Количество фононов данной мультипольности должно при этом совпадать с суммой нейтронных и протонных двухквазичастичных состояний; индекс  $i$  вводится для различия между фононами заданной мультипольности.

Спектр однофононных возбуждений  $\omega_{\lambda i}$  и коэффициенты  $\psi_{jj'}^{\lambda i}$  и  $\varphi_{jj'}^{\lambda i}$ , преобразования (3) мы получим, диагонализовав наш модельный гамильтониан в пространстве однофононных состояний  $Q_{\lambda\mu i}^+ | \rangle_{ph}$ . В результате получим хорошо известные уравнения приближения случайных фаз (ПСФ).

Введение операторов фононов и диагонализация модельного гамильтониана на базисе однофононных состояний позволяет переписать его в форме

$$H = \sum_{\lambda\mu i} \omega_{\lambda i} Q_{\lambda\mu i}^+ Q_{\lambda\mu i} + H_{\text{int}} , \quad (4)$$

$$H_{\text{int}} = -\frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu i} \left\{ \left[ (-1)^{\lambda-\mu} Q_{\lambda\mu i}^+ + Q_{\lambda-\mu i} \right] \sum_{jj'\tau} \frac{f_{jj'}^\lambda v_{jj'}^{(-)}}{\sqrt{2\mathcal{Y}_\tau^{\lambda i}}} B_\tau(jj'; \lambda - \mu) + h.c. \right\} , \quad (5)$$

$$B_\tau(jj'; \lambda\mu) = \sum_{mm'} (-1)^{j'+m'} C_{jmj'm'}^{\lambda\mu} \alpha_{jm}^+ \alpha_{j'-m'} , \quad (6)$$

где  $1/\sqrt{2\mathcal{Y}_\tau^{\lambda i}}$  есть некий нормировочный коэффициент. Член  $H_{\text{int}}$  в выражении (4) обеспечивает взаимодействие конфигураций, отличающихся друг от друга по числу фононов.

Запишем теперь волновую функцию возбужденного состояния четно-четного ядра мультипольности  $J^\pi$  в виде суперпозиции конфигураций, содержащих различное число фононов:

$$\begin{aligned} \Psi^\nu(JM) = & \left\{ \sum_{\alpha_1} S_{\alpha_1}^\nu(J) Q_{\alpha_1}^+ + \sum_{\alpha_2\beta_2} \frac{D_{\alpha_2\beta_2}^\nu(J)}{\sqrt{1+\delta_{\alpha_2,\beta_2}}} [Q_{\alpha_2}^+ Q_{\beta_2}^+]_{JM} + \right. \\ & \left. + \sum_{\alpha_3\beta_3\gamma_3} \frac{T_{\alpha_3\beta_3\gamma_3}^\nu(J)}{\sqrt{1+\delta_{\alpha_3,\beta_3,\gamma_3}}} [Q_{\alpha_3}^+ Q_{\beta_3}^+ Q_{\gamma_3}^+]_{JM} + \dots \right\} | \rangle_{ph} , \quad (7) \end{aligned}$$

$$\delta_{\alpha_3,\beta_3,\gamma_3} = \delta_{\alpha_3,\beta_3} + \delta_{\alpha_3,\gamma_3} + \delta_{\beta_3,\gamma_3} + 2\delta_{\alpha_3,\beta_3}\delta_{\alpha_3,\gamma_3} .$$

Греческими буквами  $\alpha, \beta, \gamma$  обозначены комбинации индексов  $\{\lambda i\}$ ; индекс  $\nu$  нумерует различные состояния, описываемые волновой функцией (7), с заданным значением момента и четности. В выражении (7) подразумевается, что любая комбинация  $\{\alpha, \beta, \gamma\}$  встречается только один раз. Начиная с двухфононной части, волновая функция (7) содержит фононы произвольной мультипольности; существенно только, что они складываются в полный момент  $J$ .

Ограничимся трехфононными членами в волновой функции возбужденного состояния и, используя минимизационную процедуру:

$$\delta \{ \langle \Psi^\nu(JM) | H | \Psi^\nu(JM) \rangle - E_x^J \langle \Psi^\nu(JM) | \Psi^\nu(JM) \rangle \} = 0 , \quad (8)$$

получим систему линейных уравнений относительно коэффициентов  $S_{\alpha_1}^\nu(J)$ ,  $D_{\alpha_2\beta_2}^\nu(J)$  и  $T_{\alpha_3\beta_3\gamma_3}^\nu(J)$  на собственные значения

$$\begin{aligned}
 (\omega_{\alpha_1} - E_x^J) S_{\alpha_1}^\nu(J) + \sum_{\alpha_2, \beta_2} D_{\alpha_2\beta_2}^\nu(J) \tilde{U}_{\alpha_2\beta_2}^{\alpha_1} &= 0, \\
 \sum_{\alpha_1} S_{\alpha_1}^\nu(J) \tilde{U}_{\alpha_2\beta_2}^{\alpha_1} + (\omega_{\alpha_2} + \omega_{\beta_2} + \Delta\omega_{\alpha_2\beta_2}^J - E_x^J) D_{\alpha_2\beta_2}^\nu(J) + \\
 + \sum_{\alpha_3\beta_3\gamma_3} T_{\alpha_3\beta_3\gamma_3}^\nu(J) \tilde{U}_{\alpha_3\beta_3\gamma_3}^{\alpha_2\beta_2} &= 0, \\
 \sum_{\alpha_2\beta_2} D_{\alpha_2\beta_2}^\nu(J) \tilde{U}_{\alpha_3\beta_3\gamma_3}^{\alpha_2\beta_2} + (\omega_{\alpha_3} + \omega_{\beta_3} + \omega_{\gamma_3} + \Delta\omega_{\alpha_3\beta_3\gamma_3}^J - E_x^J) T_{\alpha_3\beta_3\gamma_3}^\nu(J) &= 0,
 \end{aligned} \tag{9}$$

где

$$\begin{aligned}
 \tilde{U}_{\alpha_2\beta_2}^{\alpha_1} &= \frac{1}{2} \sqrt{1 + \delta_{\alpha_2, \beta_2}} \langle Q_{\alpha_1} | H_{\text{int}} | [Q_{\alpha_2}^+ Q_{\beta_2}^+]_{JM} \rangle, \\
 \tilde{U}_{\alpha_3\beta_3\gamma_3}^{\alpha_2\beta_2} &= \frac{1}{2} \sqrt{1 + \delta_{\alpha_2, \beta_2}} \sqrt{1 + \delta_{\alpha_3, \beta_3, \gamma_3}} \times \\
 &\quad \times \langle [Q_{\alpha_2} Q_{\beta_2}]_{JM} | H_{\text{int}} | [Q_{\alpha_3}^+ Q_{\beta_3}^+ Q_{\gamma_3}^+]_{JM} \rangle
 \end{aligned} \tag{10}$$

— матричные элементы взаимодействия фононных конфигураций, различающихся по числу фононов на единицу. При получении уравнений (9) мы пренебрегли матричными элементами взаимодействия одно- и трехфононных конфигураций, которые представляют собой величины следующего порядка малости по сравнению с матричными элементами однофононного обмена. Сдвиги в энергиях двух- и трехфононных конфигураций  $\Delta\omega_{\alpha_2\beta_2}^J$  и  $\Delta\omega_{\alpha_3\beta_3\gamma_3}^J$  соответственно обусловлены фермионной структурой фононных операторов. Технически это означает, что при расчете собственных энергий этих конфигураций использовались не бозонные, а точные коммутационные соотношения:

$$\begin{aligned}
 [Q_{\lambda\mu i}, Q_{\lambda'\mu' i'}^+]_- = \\
 = \delta_{\lambda, \lambda'} \delta_{\mu, \mu'} \delta_{i, i'} \frac{1}{2} \sum_{jj'} [\psi_{jj'}^{\lambda i} \psi_{jj'}^{\lambda i'} - \varphi_{jj'}^{\lambda i} \varphi_{jj'}^{\lambda i'}] - \sum_{jj'j_2} \sum_{mm'm_2} \alpha_{jm}^+ \alpha_{j'm'} \times \\
 \times \left\{ \psi_{j'j_2}^{\lambda i} \psi_{jj_2}^{\lambda i'} C_{j'm'j_2m_2}^{\lambda\mu} C_{jmj_2m_2}^{\lambda'\mu'} - (-)^{\lambda+\lambda'+\mu+\mu'} \varphi_{jj_2}^{\lambda i} \varphi_{j'j_2}^{\lambda i'} C_{jmj_2m_2}^{\lambda-\mu} C_{j'm'j_2m_2}^{\lambda'-\mu'} \right\}.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Те же самые коммутационные соотношения (11) используются для получения матричных элементов  $\tilde{U}_{\alpha_2\beta_2}^{\alpha_1}$  и  $\tilde{U}_{\alpha_3\beta_3\gamma_3}^{\alpha_2\beta_2}$ . Как матричные элементы  $\tilde{U}$ ,

так и сдвиги энергий многофононных конфигураций  $\Delta\omega^J$  являются сложными функциями амплитуд  $\psi$  и  $\varphi$ , входящих в них фононов, и не приводятся здесь ввиду их громоздкости; их явное выражение можно найти, например, в обзоре [3].

Ранг системы (9) определяется количеством одно-, двух- и трехфононных конфигураций, включенных в волновую функцию (7). При описании свойств низколежащих состояний, как правило, удается, руководствуясь физическими соображениями, провести разумное обрезание базиса многофононных конфигураций и ограничиться  $1000 \div 2000$  линейных уравнений системы (9). В этом случае современные компьютеры позволяют решить эту систему на собственные значения путем диагонализации матрицы и получить в результате набор собственных значений  $E_x^\nu$  состояний, описываемых волновой функцией (7), а также собственные векторы, или коэффициенты  $S_{\alpha_1}^\nu(J)$ ,  $D_{\alpha_2\beta_2}^\nu(J)$  и  $T_{\alpha_3\beta_3\gamma_3}^\nu(J)$ .

Уравнения (9) являются базовыми уравнениями при расчете спектров возбужденных состояний четно-четных сферических ядер, представленных ниже. Выражения для различных физических характеристик, соответствующих физическим процессам возбуждения этих состояний в эксперименте (таких, как приведенные вероятности электромагнитного возбуждения, сечения реакций), будут представлены ниже по мере необходимости.

Для проведения конкретных расчетов мы должны определить параметры модельного гамильтониана. В КФМ среднее поле для нейтронов и протонов описывается феноменологическим потенциалом Вудса — Саксона. Практически все расчеты, представленные в настоящем обзоре, были выполнены с параметрами этого потенциала для различных массовых зон, взятыми из работы [4]. В ряде случаев, например, в расчетах для  $^{208}\text{Pb}$ , энергии одиночастичных уровней вблизи поверхности Ферми слегка варьировались для более точного описания спектров низколежащих состояний в соседних нечетных ядрах. В расчетах мы использовали все связанные и квазисвязанные состояния с малой шириной потенциала Вудса — Саксона. Параметры монопольного спаривания для нейтронов и протонов  $G_\tau^{(0)}$  определялись по описанию парных энергий, их значения также приведены в работе [4]. Параметры  $\alpha_{0(1)}^{(\lambda)}$  силы остаточного изоскалярного (изовекторного) взаимодействия подбирались таким образом, чтобы правильно описывалась коллективность, т.е. величина  $B(E\lambda)$ , для нижайших состояний различной мультипольности с  $\lambda \geq 2$  в четно-четных ядрах; при этом фиксировалось  $\alpha_1^{(\lambda)} = -1,2 \alpha_0^{(\lambda)}$ . Для  $\lambda = 1$  параметры  $\alpha_1^{(1)}$  и  $\alpha_0^{(1)}$  определялись из соображений описания положения гигантского дипольного резонанса и исключения духового состояния.

Основная трудность в численных расчетах с волновыми функциями (7) заключается в высокой плотности многофононных конфигураций. Поэтому мы должны руководствоваться физическими соображениями и включать в

расчеты только те конфигурации, которые играют существенную роль. При отборе многофононных компонент в волновых функциях (7) мы будем руководствоваться следующими соображениями. Во-первых, мы будем исключать те конфигурации, которые расположены вдалеке от исследуемой энергетической области. Во-вторых, мы будем исключать из расчетов те многофононные конфигурации, которые образованы только из неколлективных фононов. Для этого мы должны ввести некий численный критерий коллективности фононов. Мы будем называть фонон неколлективным, если одна из двухквазичастичных компонент, входящих в его структуру, дает вклад более 50–60 % в его нормировку. Многофононные конфигурации, образованные только из неколлективных фононов, имеют матричный элемент  $U$  взаимодействия с другими конфигурациями, во много раз меньший, чем аналогичные конфигурации, содержащие коллективные фононы. Это приводит к тому, что неколлективные многофононные конфигурации практически не смешиваются с однофононными конфигурациями и не отражаются на их свойствах.

## 2. СТРУКТУРА И ПЕРЕХОДНЫЕ ПЛОТНОСТИ В ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ

Реакция неупругого рассеяния электронов на атомных ядрах является одним из наиболее подходящих инструментов для изучения структуры ядра благодаря чисто электромагнитному характеру взаимодействия пучка электронов с мишенью. Знание механизма реакции дает возможность извлекать из сечений рассеяния информацию о возбужденных состояниях ядра с помощью модельно-независимого анализа. Использование спектрометров с высоким разрешением в  $(e, e')$ -реакции позволило в последнее десятилетие детально изучать структуру возбужденных состояний тяжелых ядер до 3—4 МэВ в зависимости от плотности состояний в каждом конкретном ядре. Экспериментальные данные при этом анализируются следующим образом. Проводятся измерения при нескольких значениях переданного момента (как правило, это регулируется изменением энергии пучка электронов и угла рассеяния). По положению первого максимума сечения реакции определяется мультипольность каждого, разрешенного в эксперименте, возбуждаемого состояния. Для каждого состояния зависимость сечения реакции от переданного импульса фитируется при помощи расчетов по методу искаженных волн с использованием параметрически заданной переходной плотности возбужденного состояния в виде

$$\rho_\lambda(r) = \begin{cases} \sum_{\mu=1}^{\mu_{\max}} A_\mu q_\mu^{\lambda-1} j_\lambda(q_\mu^{\lambda-1} r) & (r < R_c) \\ 0 & (r \geq R_c) \end{cases}, \quad (12)$$

где  $A_\mu$  – фитируемые параметры,  $j_\lambda(qr)$  – функции Бесселя порядка  $\lambda$ . Величины  $q_\mu^{\lambda-1}$  определяются из соотношения  $j_{\lambda-1}(q_\mu^{\lambda-1}R_c) = 0$ . В качестве  $R_c$  выбирается достаточно большая величина, в несколько раз превышающая радиус ядра, и обычно используется величина  $\mu_{\max} \approx 15$ . Параметры  $A_\mu$  для цепочки изотопов неодима приведены в работе [5].

Извлеченные из эксперимента таким модельно-независимым образом зарядовые переходные плотности (12) можно напрямую сравнивать с соответствующими характеристиками возбужденных состояний, предсказываемыми различными моделями ядра. Переходные плотности возбужденных состояний атомных ядер представляют собой характеристику, которая свидетельствует о том, как меняется форма ядра при его переходе из основного состояния в возбужденное. Соответственно, они содержат детальную информацию об изменениях в радиальной структуре ядра, в то время как такие интегральные характеристики, как приведенные вероятности перехода  $B(E\lambda)$  и  $B(M\lambda)$ , связанные с переходными плотностями следующим соотношением:

$$B(E\lambda) = \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \left[ \int_0^\infty \rho_\lambda(r) r^{\lambda+2} dr \right]^2, \quad (13)$$

чувствительны в основном лишь к поведению переходных плотностей вблизи поверхности ядра. Уже по форме переходной плотности можно судить о коллективности данного состояния. Для низколежащих состояний коллективным возбуждениям соответствуют переходные плотности, имеющие хорошо выраженный максимум вблизи поверхности ядра, в то время как переходные плотности двухквазичастичных возбуждений имеют максимум внутри ядра. Естественно, сравнение рассчитанных переходных плотностей с экспериментальными данными является очень чувствительным тестом для существующих моделей ядра.

Как уже отмечалось, зарядовая переходная плотность определяется как перекрытие волновых функций ядра в основном и возбужденном состояниях:

$$\rho(\vec{r}) = \langle \Psi_f | \sum_k \delta(\vec{r} - \vec{r}_k) | \Psi_i \rangle, \quad (14)$$

где интегрирование проводится по всем внутренним координатам, исключая  $r_k$ . Поскольку возбужденные состояния ядра обладают определенным моментом и четностью, полезно провести мультипольное разложение выражения (14) и ввести переходную плотность мультипольности  $\lambda$ :

$$\rho(\vec{r}) = e \sum_{\lambda\mu} (-i)^\lambda C_{J_i M_i, \lambda\mu}^{J_f M_f} Y_{\lambda\mu}^\dagger(\vec{r}) \rho_\lambda(r),$$

$$\rho_\lambda(r) = \langle \Psi_f | \sum_k r_k^{-2} \delta(r - r_k) (-i)^\lambda Y_\lambda^\dagger(\vec{r}_k) | \Psi_i \rangle . \quad (15)$$

Умножив выражение (14) на  $i^\lambda Y_{\lambda\mu}(\vec{r})$ , подставив в качестве волновой функции основного состояния фононный вакуум и в качестве волновой функции возбужденного состояния выражение (7) и проинтегрировав по угловым координатам, мы получим модельное представление для переходной плотности, соответствующей возбужденному состоянию четно-четного ядра, описываемому волновой функцией (7):

$$\begin{aligned} \rho_\lambda^\nu(r) &= \sum_i S_i^\nu(\lambda) \rho_\lambda^i(r) + \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} \frac{D_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}^\nu(\lambda)}{\sqrt{1 + \delta_{\lambda_1 i_1, \lambda_2 i_2}}} \rho_\lambda^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(r) + \\ &+ \sum_{\alpha_3 \beta_3 \gamma_3} \frac{T_{\alpha_3 \beta_3 \gamma_3}^\nu(\lambda)}{\sqrt{1 + \delta_{\alpha_3, \beta_3, \gamma_3}}} \rho_\lambda^{\alpha_3 \beta_3 \gamma_3}(r) . \end{aligned} \quad (16)$$

Переходная плотность  $i$ -й однофононной компоненты мультипольности  $\lambda$  имеет вид

$$\rho_\lambda^i(r) = \sum_{jj'} \rho_{jj'}^\lambda(r) \frac{u_{jj'}^{(+)}}{2} (\psi_{jj'}^{\lambda i} + \varphi_{jj'}^{\lambda i}) . \quad (17)$$

Для переходной плотности двухфононной компоненты  $[\lambda_1 i_1 \otimes \lambda_2 i_2]_\lambda$  имеем выражение

$$\begin{aligned} \rho_\lambda^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(r) &= - \sum_{jj'j''} \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} \sqrt{(2\lambda_1 + 1)(2\lambda_2 + 1)} \left\{ \begin{array}{ccc} j & j' & j'' \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda \end{array} \right\} \times \\ &\times v_{jj'}^{(-)} \left( \psi_{j'j''}^{\lambda_1 i_1} \varphi_{j''j}^{\lambda_2 i_2} + \varphi_{j'j''}^{\lambda_1 i_1} \psi_{j''j}^{\lambda_2 i_2} \right) \rho_{jj'}^\lambda(r) . \end{aligned} \quad (18)$$

Выражения (17), (18) являются функциями фононных амплитуд  $\psi$  и  $\varphi$ , а также двухквазичастичных переходных плотностей

$$\rho_{jj'}^\lambda(r) = (-1)^{j-\frac{1}{2}} i^{l'-l-\lambda} \frac{\hat{j} \hat{j'}}{\hat{\lambda} 4 \sqrt{\pi}} (1 + (-1)^{l+l'+\lambda}) C_{j\frac{1}{2}j'-\frac{1}{2}}^{\lambda 0} R_j^\dagger(r) R_{j'}(r) , \quad (19)$$

где  $R_j^\dagger(r)$  – радиальная часть одночастичной волновой функции. Здесь мы использовали обозначение  $\hat{\lambda} = \sqrt{2\lambda + 1}$ . Мы не приводим выражения для

переходной плотности трехфононной компоненты, поскольку она является величиной следующего порядка малости даже по сравнению с переходной плотностью двухфононных компонент. Соответственно, в непосредственных численных расчетах мы полагали, что  $\rho_{\lambda}^{\alpha_3\beta_3\gamma_3}(r) = 0$ .

Для детального исследования изменения свойств низколежащих состояний при переходе от ядер с замкнутой оболочкой к переходным ядрам наилучшими кандидатами являются ядра, для которых имеются достаточно длинные цепочки изотопов, существующих в природе. Наличие таких цепочек позволяет проводить сравнение теоретических предсказаний с экспериментальными данными по всем изучаемым изотопам.

Одной из таких цепочек является цепочка изотопов неодима (Nd). Экспериментальные данные по неупругому рассеянию электронов с возбуждением низколежащих состояний для этой цепочки были получены на электронном ускорителе в NIKHEF (Амстердам) [6–9]. Энергия пучка изменялась от 112 до 450 МэВ, покрывая область переданного импульса от 0,5 до 2,8 фм<sup>-1</sup>. В качестве мишени использовались обогащенные изотопы <sup>142</sup>Nd, <sup>144</sup>Nd и <sup>146</sup>Nd. В эксперименте были разрешены возбужденные состояния до энергии 3,5 МэВ, с моментом и четностью от 0<sup>+</sup> до 9<sup>-</sup>. Для этих же изотопов были выполнены теоретические расчеты структуры возбужденных состояний и их переходных плотностей в рамках формализма, изложенного в разд. 1. При численных расчетах мы использовали одночастичный спектр потенциала Вудса — Саксона: параметры этого потенциала для нейтронной схемы были взяты из работы [4], для протонной — из работы [10]; они подобраны по экспериментальным данным упругого рассеяния электронов на ядрах Nd. Фононный базис в расчетах выбирался следующим образом: мы учитывали однофононные компоненты волновой функции (7), коллективные и неколлективные, до 4,5 МэВ; двухфононные компоненты до 6,5 МэВ и трехфононные компоненты, построенные из 2<sub>1</sub><sup>+</sup>, 3<sub>1</sub><sup>-</sup> и 4<sub>1</sub><sup>+</sup> фононов.

Результаты расчетов [7] спектра возбужденных состояний и приведенных вероятностей  $B(E\lambda)$  переходов в полумагическом изотопе <sup>142</sup>Nd, выполненные с волновой функцией (7), представлены в табл. 1. Для сравнения в этой таблице также приведены расчеты, выполненные в рамках однофононного приближения, и экспериментальные данные. Зарядовые переходные плотности, предсказываемые нашими расчетами и полученные в результате обработки сечений ( $e, e'$ )-реакции, изображены на рис. 1.

Не для всех состояний, извлеченных из эксперимента, удается восстановить переходную плотность с помощью модельно-независимого анализа. Проблемы, как правило, возникают из-за примесей состояний другой мультипольности, которые, несмотря на высокое разрешение спектрометров, не удается отделить. В подобных случаях состояние, обнаруженное в эксперименте, приводится только в таблице; очень часто это состояние, а также его спин и четность, известны из других экспериментов, а по амплитуде его

**Таблица 1.** Энергии и приведенные вероятности возбуждения  $B(E\lambda)$  состояний различной мультипольности в  $^{142}\text{Nd}$ . Расчеты выполнены в рамках однофононного приближения – ПСФ,  $i$  – порядковый номер фона, и с волновой функцией (7) – КФМ;  $\nu$  – порядковый номер возбужденного состояния данной мультипольности

$\lambda^\pi$	Теория						Эксперимент	
	ПСФ			КФМ				
	$i$	$E_x$ , МэВ	$B(E\lambda)$ , $e^2 \cdot \text{фм}^{2\lambda+2}$	$\nu$	$E_x$ , МэВ	$B(E\lambda)$ , $e^2 \cdot \text{фм}^{2\lambda+2}$	$E_x$ , МэВ	$B(E\lambda)$ , $e^2 \cdot \text{фм}^{2\lambda+2}$
$2^+$	1	1,90	$0,382 \cdot 10^4$	1	1,63	$0,406 \cdot 10^4$	1,58	$0,281 \cdot 10^4$
	2	2,48	$0,124 \cdot 10^3$	2	2,42	$0,248 \cdot 10^3$	2,39	$0,309 \cdot 10^3$
	3	2,60	$0,269 \cdot 10^3$	3	2,53	$0,173 \cdot 10^3$		
	4	3,30	$0,133 \cdot 10^4$	4	3,05	$0,705 \cdot 10^3$	2,85	$0,498 \cdot 10^3$
	5	3,83	$0,330 \cdot 10^1$	5	3,32	$0,990 \cdot 10^2$	3,05	
	6	3,94	$0,500 \cdot 10^0$	6	3,92	$0,398 \cdot 10^2$		
$3^-$	1	2,50	$0,200 \cdot 10^6$	1	2,05	$0,185 \cdot 10^6$	2,08	$0,262 \cdot 10^6$
	2	3,37	$0,110 \cdot 10^4$	2	3,28	$0,236 \cdot 10^4$		
	3	4,83	$0,537 \cdot 10^5$	3	4,01	$0,132 \cdot 10^5$	3,58	$0,100 \cdot 10^5$
$4^+$	1	2,28	$0,173 \cdot 10^7$	1	2,16	$0,195 \cdot 10^7$	2,10	$0,450 \cdot 10^7$
	2	2,48	$0,650 \cdot 10^6$	2	2,43	$0,776 \cdot 10^6$	2,44	$0,210 \cdot 10^6$
	3	2,67	$0,410 \cdot 10^6$	3	2,63	$0,337 \cdot 10^6$	2,58	$0,700 \cdot 10^5$
	4	3,63	$0,347 \cdot 10^7$	4	3,16	$0,148 \cdot 10^7$	3,08	$0,620 \cdot 10^6$
	5	3,93	$0,360 \cdot 10^6$	5	3,46	$0,145 \cdot 10^7$	3,32	$0,114 \cdot 10^7$
	6	4,03	$0,800 \cdot 10^5$	6	3,70	$0,222 \cdot 10^6$		
	7	4,08	$0,200 \cdot 10^5$	7	3,99	$0,464 \cdot 10^5$		
$5^-$	1	3,00	$0,174 \cdot 10^9$	1	2,67	$0,158 \cdot 10^9$	2,74	$0,121 \cdot 10^9$
	2	3,34	$0,100 \cdot 10^8$	2	3,25	$0,190 \cdot 10^9$		
	3	4,58	$0,750 \cdot 10^8$	3	3,84	$0,950 \cdot 10^6$		
$6^+$	1	2,30	$0,863 \cdot 10^{10}$	1	2,21	$0,861 \cdot 10^{10}$	2,21	$0,940 \cdot 10^{10}$
	2	2,69	$0,150 \cdot 10^9$	2	2,65	$0,850 \cdot 10^9$	2,89	$0,800 \cdot 10^8$
	3	3,99	$0,235 \cdot 10^{10}$	3	3,73	$0,226 \cdot 10^{10}$	3,41	$0,200 \cdot 10^{10}$
$7^-$	1	3,16	$0,148 \cdot 10^{12}$	1	2,92	$0,135 \cdot 10^{12}$	3,25	$0,250 \cdot 10^{12}$
	2	3,34	$0,650 \cdot 10^{11}$	2	3,25	$0,750 \cdot 10^{11}$		

формфактора в  $(e, e')$ -реакции можно приписать величину  $B(E\lambda)$ , соответствующую его возбуждению в этой реакции.

Квазичастично-фононная модель ядра предсказывает в  $^{142}\text{Nd}$  шесть квадрупольных  $2^+$ -состояний с энергией возбуждения ниже 4 МэВ. Их энергии и приведенные вероятности  $B(E2)$ -переходов представлены в табл. 1.

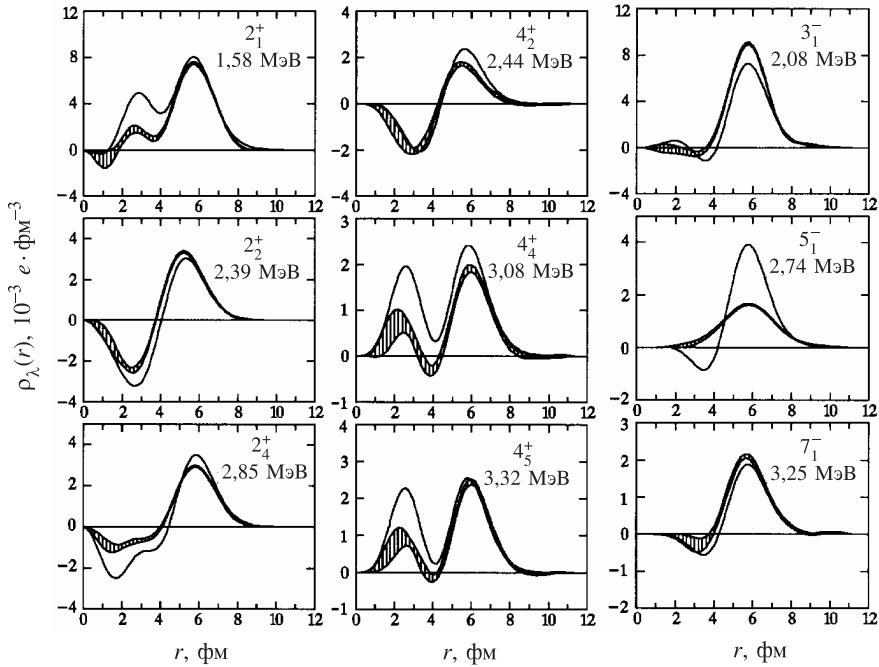


Рис. 1. Зарядовые переходные плотности некоторых низколежащих возбужденных состояний в  $^{142}\text{Nd}$ . Кривые с экспериментальными ошибками соответствуют плотностям, извлеченным с помощью модельно-независимого анализа из сечений реакции неупругого рассеяния электронов; сплошные кривые – предсказания наших расчетов. Указанные энергии возбуждения соответствуют экспериментальным значениям

Поскольку  $^{142}\text{Nd}$  имеет замкнутую нейтронную оболочку, монопольное спаривание в нейтронной системе отсутствует. Это приводит к тому, что нижайшая частично-дырочная  $2^+$ -конфигурация имеет энергию более 5 МэВ. Соответственно, протонные компоненты являются доминирующими у всех однофононных  $2^+$ -состояний в табл. 1. Наиболее коллективным является  $2_1^+$ -состояние. Состояния  $2_2^+$  и  $2_3^+$  являются практически чисто двухквазичастичными и характеризуются гораздо меньшими значениями  $B(E2)$ . Однако  $2_4^+$ -состояние оказывается снова коллективным и его величина  $B(E2)$  всего в три раза меньше соответствующего значения для  $2_1^+$ -состояния. Подобное различие в коллективности  $2^+$ -фононов отражается и на их зарядовых переходных плотностях. Переходные плотности  $2_1^+$ - и  $2_4^+$ -состояний имеют максимумы вблизи поверхности ядра, в то время как переходные плотности  $2_2^+$ - и  $2_3^+$ -состояний характеризуются выраженным пиком внутри ядра. Причина распределения коллективности между низколежащими  $2^+$ -состояниями

кроется в оболочечной структуре. Две протонные подоболочки  $1g_{7/2}$  и  $2d_{5/2}$  вблизи поверхности Ферми расположены недалеко друг от друга, в то время как остальные подоболочки, а именно  $1h_{11/2}$ ,  $2d_{3/2}$  и  $3s_{1/2}$ , имеют значение одночастичной энергии примерно на 2 МэВ больше. Это приводит к тому, что квазичастичные энергии этих уровней примерно на 1 МэВ выше, чем у уровней  $1g_{7/2}$  и  $2d_{5/2}$ . Этот эффект также наблюдается и в соседних нечетных ядрах. Состояние  $2_4^+$  вбирает в себя главным образом силу двухквазичастичных конфигураций, расположенных выше по энергии, и благодаря энергетической щели является гораздо более коллективным, нежели состояния  $2_2^+$  и  $2_3^+$ . Однофононные состояния  $2_5^+$  и  $2_6^+$  являются неколлективными.

После смешивания одно-, двух- и трехфононных конфигураций в волновой функции (7) мы снова получаем шесть  $2^+$ -состояний с энергией менее 4 МэВ (см. табл. 1). Матричные элементы взаимодействия между одно- и двухфононными конфигурациями невелики в  $^{142}\text{Nd}$ , а сколько-нибудь заметных примесей трехфононных конфигураций не наблюдается до энергии 3 МэВ. Это типичная ситуация в полумагических ядрах [11]. Нижайшая двухфононная конфигурация  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{2+}$  имеет энергию 3,8 МэВ, а остальные двухфононные конфигурации расположены выше 4 МэВ. Тем самым однофононные компоненты (коллективные и неколлективные) доминируют в волновых функциях  $2^+$ -состояний ниже 3 МэВ. Действительно, примесь двухфононных компонент не превышает нескольких процентов для четырех нижайших  $2^+$ -состояний. Поскольку абсолютные величины переходных плотностей двухфононных компонент значительно меньше, чем переходных плотностей однофононных компонент, вклад примеси двухфононных переходных плотностей практически незаметен. Более существенным является смешивание различных однофононных компонент в волновой функции (7) и перенормировка их вклада, происходящие за счет двухфононной части волновой функции. Переходные плотности нижайших трех  $2^+$ -состояний, обнаруженных в эксперименте, сравниваются на рис. 1 с предсказаниями наших расчетов. Состояние, соответствующее  $2_3^+$ -состоянию в расчете, по всей видимости, не было обнаружено ввиду малой вероятности его возбуждения.

Поскольку форма зарядовых переходных плотностей различных возбужденных состояний существенно отличается друг от друга, можно говорить о прямом сопоставлении состояний, обнаруженных в эксперименте и предсказываемых теорией. Поэтому мы можем утверждать, что наши расчеты правильно воспроизводят систематику возбужденных  $2^+$ -состояний. Переходные плотности однофононных  $2_1^+$ - и  $2_4^+$ -компонент доминируют в переходных плотностях соответствующих состояний. Другие компоненты дают вклад, не превышающий 1 %, составляя в сумме значение порядка 10 %. В случае с  $2_2^+$ - и  $2_3^+$ -состояниями наблюдается другая ситуация. Здесь взаимодействие с двухфононными компонентами приводит к смешиванию однофононных  $2_2^+$ -

и  $2_3^+$ -компонент на уровне 10 %. В результате величина  $B(E2)$  для  $2_2^+$ -состояния возрастает, в то время как для  $2_3^+$ -состояния она уменьшается из-за деструктивной интерференции. Возможно, это является причиной, почему  $2_3^+$ -состоиние не было экспериментально обнаружено. Если использовать переходную плотность  $2_3^+$ -состояния для расчета формфактора, сечение  $(e, e')$ -реакции оказывается в пределах экспериментальной ошибки радиационного хвоста от сильных пиков, расположенных при более низких энергиях. В действительности состояние с энергией 2,550 МэВ было обнаружено [12], спин и четность его были идентифицированы как, предположительно,  $2^+$ .

В целом, форма всех трех переходных плотностей  $2^+$ -состоиний, обнаруженных в реакции неупругого рассеяния электронов, хорошо согласуется с предсказаниями наших расчетов. Наиболее интересным является предсказание и обнаружение коллективного  $2_4^+$ -состояния. Как уже отмечалось выше, это является следствием энергетической щели в одночастичном спектре ( $1g_{7/2}, 2d_{5/2} \leftrightarrow 1h_{11/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2}$ ). Характерной особенностью настоящих расчетов является переоценка амплитуд внутренних пиков переходных плотностей. Слишком сильные внутренние пики также присутствуют и в переходных плотностях однофононных компонент. Причиной их является слишком большой вклад двухквазичастичной конфигурации  $\pi(2d_{5/2}, 2d_{5/2})$  в структуру фононов. Этот эффект еще более ярко выражен в переходных плотностях  $4^+$ -состоиний. Недавно было показано, что учет корреляций в основном состоянии при выходе за рамки ПСФ приводит к уменьшению вклада главных двухквазичастичных конфигураций в структуру нижайших коллективных фононов и, соответственно, существенно улучшает описание внутренней части переходной плотности коллективных состояний [13].

Рассмотрим теперь возбужденные  $3^-$ -состоиния в  $^{142}\text{Nd}$ . Только две однофононные  $3^-$ -конфигурации имеют энергию меньше 4 МэВ. Энергии и величины  $B(E3)$  этих состояний представлены в табл. 1. Как и в случае квадрупольных состояний, основной вклад в их структуру дают протонные двухквазичастичные конфигурации. Первое однофононное  $3^-$ -состоиние является сильноколлективизированным, в отличие от второго, практически чисто двухквазичастичного. После учета взаимодействия однофононных конфигураций с многофононными мы получаем спектр  $3^-$ -возбуждений, также представленный в табл. 1.

Состояние  $3_1^-$  оказывается сильноколлективизированным, однофононная  $3_1^-$ -конфигурация дает вклад, примерно равный 84 %, и примерно 10 % вклада дают двухфононные конфигурации. Состояние  $3_2^-$  остается практически двухквазичастичным. Третье  $3^-$ -состоиние – снова коллективное, но основной вклад в его структуру дает двухфононная конфигурация  $[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{3^-}$ . Как уже отмечалось, переходные плотности двухфононных конфигураций значительно меньше однофононных, поэтому и переходная плотность у  $3_3^-$ -состоиния существенно слабее, чем у состояния  $3_1^-$ .

В эксперименте  $(e, e')^{142}\text{Nd}$  было обнаружено два  $3^-$ -состояния с энергией 2,083 и 3,580 МэВ. Однако из-за отсутствия дифракционных минимумов в формфакторе второго состояния, что, по-всей видимости, свидетельствует о некоторой примеси состояний другой мультипольности, переходную плотность этого состояния извлечь не удалось. Поэтому сравнение теории с экспериментом для этого состояния было проведено на уровне формфакторов, и было получено хорошее соответствие. Проблемы с извлечением переходной плотности для нижайшего  $3^-$ -состояния были связаны с тем, что нижайшее  $4^+$ -состояние в  $^{142}\text{Nd}$  имеет энергию возбуждения 2,098 МэВ. Экспериментального разрешенияказалось недостаточно, чтобы разделить  $3_1^-$ - и  $4_1^+$ -уровни, расположенные на расстоянии 15 кэВ. Экспериментальная переходная плотность  $3_1^-$ -состояния, представленная на рис. 1, получена только после вычитания из суммарного формфактора  $3_1^-$  и  $4_1^+$ -уровней формфактора  $4_1^+$ -уровня, рассчитанного с переходной плотностью в виде производной от среднего поля.

Наши расчеты предсказывают пять однофононных  $4^+$ -состояний в  $^{142}\text{Nd}$  с энергией менее 4 МэВ. Их энергии и величины  $B(E4)$  представлены в табл. 1. Все эти состояния, как и состояния других мультипольностей, состоят практически только из протонных двухквазичастичных конфигураций. Однофононное состояние  $4_1^+$  менее коллективно, чем фононы  $2_1^+$  и  $3_1^-$ , главная двухквазичастичная конфигурация  $\pi(2d_{5/2}, 2d_{5/2})$  дает вклад в его структуру, равный примерно 90 %. Этот факт подтверждается результатами эксперимента по неупругому рассеянию протонов [14], в котором нетипичное угловое распределение  $4_1^+$ -состояния с энергией 2,098 МэВ объяснено наличием большого вклада двухквазичастичной компоненты в его структуру. Состояния  $4_2^+$  и  $4_3^+$  являются практически двухквазичастичными. Следующее же однофононное состояние  $4_4^+$ , как и  $2_4^+$ , проявляет свойства сильноколлектизированного фона, когда большое число различных двухквазичастичных конфигураций вносят вклад в его структуру когерентным образом, в результате значение  $B(E4)$  этого состояния превышает соответствующее значение для нижайшего  $4^+$ -фона. Хотя большое число различных двухквазичастичных конфигураций дают вклад в структуру и  $4_5^+$ -фона, интерференция ряда из них носит деструктивный характер, в результате значение  $B(E4)$ , соответствующее этому фону, заметно меньше.

Взаимодействие со сложными конфигурациями практически не меняет свойств нижайших трех  $4^+$ -состояний. Как  $B(E4)$ , представленные в табл. 1, так и переходные плотности этих состояний практически не изменяются. Однако сила четвертого  $4^+$ -фона распределяется между двумя состояниями с энергией 3,16 и 3,46 МэВ. Происходит это главным образом за счет взаимодействия с двухфононной конфигурацией  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{4^+}$ , расположенной по энергии вблизи  $4_4^+$ -фона. Оба состояния имеют похожую структуру: примерно 40 % однофононной  $4_4^+$ -конфигурации, 40 % упомянутой двух-

фононной конфигурации и 8 % вклада от трехфононных конфигураций. В результате оба состояния,  $4_4^+$  и  $4_5^+$ , имеют близкие значения  $B(E4)$  и формы зарядовых переходных плотностей (см. табл. 1 и рис. 1).

Как мы уже отмечали выше, из-за близости  $3_1^-$ - и  $4_1^+$ -уровней в  $^{142}\text{Nd}$  переходная плотность, соответствующая  $4_1^+$ -уровню, не известна из эксперимента. Переходная плотность  $4_2^+$ -уровня имеет поведение, характерное для неколлективного возбуждения, и хорошо соответствует предсказанию теории. Наиболее примечательным для возбужденных  $4^+$ -состояний является присутствие двух близколежащих уровней,  $4_4^+$  и  $4_5^+$ , переходные плотности которых очень похожи, что полностью соответствует теоретическим предсказаниям и является результатом взаимодействия однофононных конфигураций с многофононными.

При переходе от полумагических ядер к ядрам с незамкнутыми нейтронной и протонной подоболочками коллективность нижайших состояний усиливается. В первую очередь, это относится к  $2_1^+$ -состоянию; кроме того, существенно понижается энергия его возбуждения. Усиление коллективности приводит к увеличению матричного элемента взаимодействия однофононных конфигураций с более сложными. Вследствие уменьшения энергии возбуждения нижайшей однофононной  $2^+$ -конфигурации происходит уменьшение энергетического расстояния между нижайшими одно- и двухфононными конфигурациями, и т.д. Оба отмеченных эффекта работают в одну сторону и приводят к более сильному смешиванию фононных конфигураций различной сложности в ядрах с незамкнутой оболочкой. Остановимся более подробно на положении, структуре и зарядовых переходных плотностях низколежащих состояний немагических ядер на примере изотопа  $^{144}\text{Nd}$  [8].

В  $^{144}\text{Nd}$  наши расчеты предсказывают наличие уже восьми однофононных  $2^+$ -конфигураций с энергией возбуждения ниже 4 МэВ. Наиболее коллективной, конечно, является первая из них, которая имеет энергию возбуждения 1,48 МэВ и  $B(E2) = 4,4 \cdot 10^3 e^2 \cdot \text{фм}^4$ . Также коллективной является и пятая однофононная конфигурация с  $E_x = 3,3$  МэВ и  $B(E2) = 1,1 \cdot 10^3 e^2 \cdot \text{фм}^4$ , остальные однофононные  $2^+$ -конфигурации – практически чисто двухквазичастичные. Коллективность нижайших четырех однофононных конфигураций хорошо просматривается по форме их переходных плотностей. Переходная плотность однофононной  $2_1^+$ -конфигурации имеет заметный пик на поверхности ядра, остальные – форму, характерную для двухквазичастичных плотностей. Отметим, что однофононные состояния  $2_{3,4,7,8}^+$  построены практически из протонных двухквазичастичных конфигураций, остальные также имеют заметный вклад и нейтронных компонент. Это указывает на роль двух валентных нейтронов вне замкнутой оболочки  $N=82$ .

Результаты расчета спектра низколежащих  $2^+$ -состояний с волновой функцией, содержащей одно-, двух- и трехфононные компоненты, представлены в табл. 2 в сравнении с экспериментальными данными. В этой таблице

**Таблица 2. Энергии возбуждения, приведенные вероятности  $B(E2)$ -переходов и основные компоненты волновых функций низколежащих  $2^+$  в  $^{144}\text{Nd}$**

$\lambda_\nu^\pi$	Эксперимент			Теория			
	$E_x$ , МэВ	$B(E2)$ , $e^2 \cdot \text{фм}^4$	$E_x$ , МэВ	$B(E2)$ , $e^2 \cdot \text{фм}^4$	$Q^+$ комп.	$Q^+Q^+$ комп.	$Q^+Q^+Q^+$ комп.
$2_1^+$	0,696	$4,60 \cdot 10^{-3}$	0,708	$3,8 \cdot 10^{-3}$	$2_1^+ - 78\%$	$[2_1^+ \otimes 4_1^+]_{2+} - 6\%$ $[3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+} - 4\%$ $[3_1^- \otimes 5_1^-]_{2+} - 4\%$ $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{2+} - 63\%$	2%
$2_2^+$			1,575	$7,9 \cdot 10^{-1}$	$2_2^+ - 10\%$ $2_4^+ - 4\%$		19%
$2_3^+$	2,073	$6,31 \cdot 10^{-2}$	2,105	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$2_2^+ - 70\%$	$[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{2+} - 7\%$ $[2_1^+ \otimes 4_1^+]_{2+} - 10\%$ $[3_1^- \otimes 5_1^-]_{2+} - 2\%$	5%
$2_4^+$	2,368	$2,38 \cdot 10^{-2}$	2,440	$2,0 \cdot 10^{-2}$	$2_3^+ - 87\%$ $2_4^+ - 2\%$	$[2_1^+ \otimes 4_1^+]_{2+} - 4\%$	2%
$2_5^+$	2,527	$3,47 \cdot 10^{-2}$	2,528	$2,2 \cdot 10^{-2}$	$2_1^+ - 2\%$ $2_3^+ - 6\%$ $2_4^+ - 77\%$ $2_5^+ - 3\%$	$[2_1^+ \otimes 4_1^+]_{2+} - 4\%$ $[2_1^+ \otimes 4_4^+]_{2+} - 3\%$	2%
$2_6^+$			2,864	$1,0 \cdot 10^{-2}$	$2_1^+ - 5\%$ $2_2^+ - 10\%$ $2_3^+ - 3\%$ $2_4^+ - 11\%$ $2_5^+ - 13\%$	$[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{2+} - 2\%$ $[2_1^+ \otimes 4_1^+]_{2+} - 40\%$	15%
$2_7^+$			3,013	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$2_1^+ - 2\%$ $2_2^+ - 3\%$ $2_5^+ - 44\%$	$[2_1^+ \otimes 4_1^+]_{2+} - 8\%$ $[2_1^+ \otimes 4_5^+]_{2+} - 3\%$ $[3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+} - 21\%$	14%
$2_8^+$			3,354	$3,6 \cdot 10^{-2}$	$2_5^+ - 20\%$ $2_6^+ - 2\%$	$[2_1^+ \otimes 4_1^+]_{2+} - 3\%$ $[2_1^+ \otimes 4_5^+]_{2+} - 4\%$ $[3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+} - 35\%$ $[3_1^- \otimes 5_1^-]_{2+} - 6\%$	25%

мы ограничились только теми возбужденными состояниями, для которых были извлечены переходные плотности из данных  $(e, e')$ -реакции. Аналогичные результаты для  $3^-$ - и  $4^+$ -состояний представлены в табл. 3.

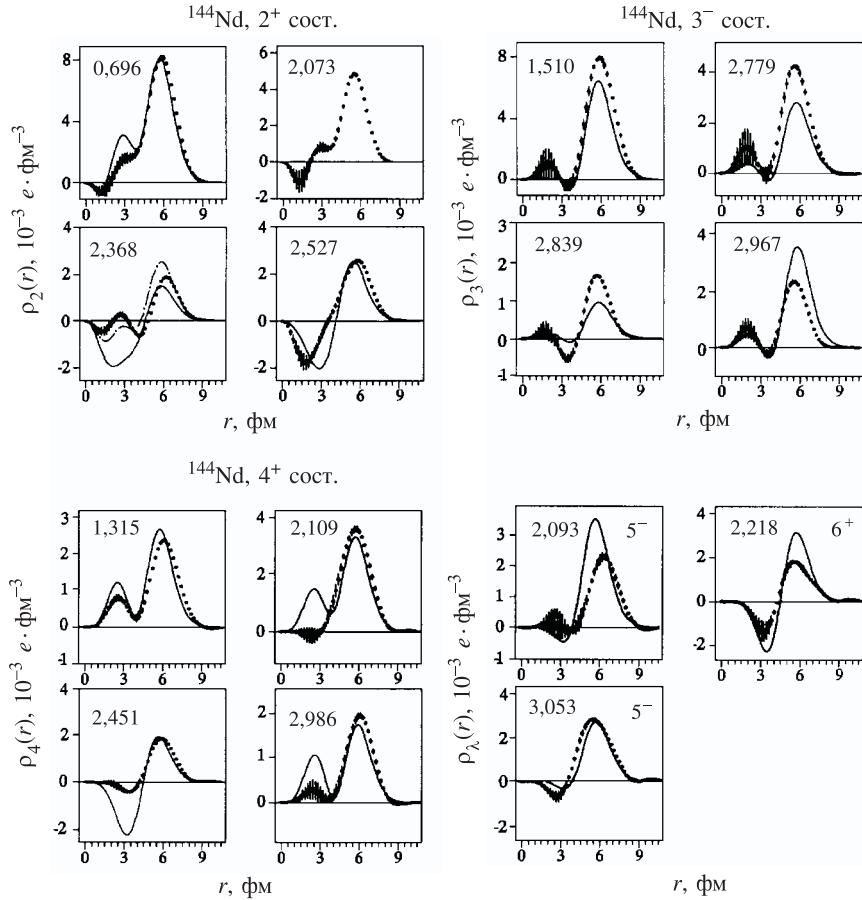
Состояние  $2_1^+$  в наших расчетах состоит преимущественно из нижайшей однофононной  $2^+$ -конфигурации (78 %) с некоторой примесью, соответственно, 14 % и 2 % двух- и трехфононных компонент. Состояние  $2_2^+$  с энергией 1,575 МэВ является в основном  $2^+$ -компонентой двухфононного мультиплета  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]$  с примесью одно- и трехфононных конфигураций. Это

**Таблица 3. То же, что и в табл. 2, для состояний с моментом и четностью  $3^-$  и  $4^+$ . Представлены только те состояния, для которых зарядовые переходные плотности извлечены из эксперимента**

$\lambda_\nu^\pi$	Эксперимент			Теория			
	$E_x$ , МэВ	$B(E\lambda)$ , $e^2 \cdot \text{фм}^{2\lambda+2}$	$E_x$ , МэВ	$B(E\lambda)$ , $e^2 \cdot \text{фм}^{2\lambda+2}$	$Q^+$ КОМП.	$Q^+Q^+$ КОМП.	$Q^+Q^+Q^+$ КОМП.
$3_1^-$	1,510	$2,56 \cdot 10^5$	1,265	$1,4 \cdot 10^5$	$3_1^-$ - 56% $3_2^-$ - 2%	$[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{3-}$ - 26% $[2_1^+ \otimes 5_1^-]_{3-}$ - 5%	7%
$3_2^-$	2,779	$4,46 \cdot 10^4$	2,787	$2,6 \cdot 10^4$	$3_1^-$ - 12%	$[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{3-}$ - 36% $[2_1^+ \otimes 5_1^-]_{3-}$ - 22%	27%
$3_3^-$	2,839	$0,46 \cdot 10^4$	3,252	$3,0 \cdot 10^3$	$3_1^-$ - 5% $3_2^-$ - 7%	$[2_1^+ \otimes 5_1^-]_{3-}$ - 20% $[3_1^- \otimes 4_1^+]_{3-}$ - 39%	26%
$3_4^-$	2,967	$8,1 \cdot 10^3$	3,359	$4,1 \cdot 10^4$	$3_1^-$ - 13% $3_2^-$ - 33%	$[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{3-}$ - 3% $[2_2^+ \otimes 3_1^-]_{3-}$ - 2% $[2_1^+ \otimes 5_1^-]_{3-}$ - 6% $[3_1^- \otimes 4_3^+]_{3-}$ - 25%	15%
$4_1^+$	1,315	$1,93 \cdot 10^6$	1,368	$1,6 \cdot 10^6$	$4_1^+$ - 40% $4_2^+$ - 2%	$[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{4+}$ - 42%	12%
$4_2^+$	2,109	$3,14 \cdot 10^6$	2,039	$2,1 \cdot 10^6$	$4_1^+$ - 45% $4_2^+$ - 5%	$[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{4+}$ - 29%	12%
$4_3^+$			2,207	$2,4 \cdot 10^5$	$4_1^+$ - 3% $4_2^+$ - 84%	$[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{4+}$ - 2% $[2_1^+ \otimes 4_1^+]_{4+}$ - 4%	2%
$4_4^+$	2,451	$1,13 \cdot 10^6$	2,449	$4,9 \cdot 10^5$	$4_3^+$ - 96%	$[2_1^+ \otimes 2_5^+]_{4+}$ - 2%	
$4_8^+$	2,986	$6,9 \cdot 10^5$	3,256	$6,5 \cdot 10^5$	$4_5^+$ - 43%	$[2_1^+ \otimes 6_1^+]_{4+}$ - 8% $[2_1^+ \otimes 6_4^+]_{4+}$ - 2% $[3_1^- \otimes 3_1^-]_{4+}$ - 22% $[3_1^- \otimes 5_1^-]_{4+}$ - 2%	14%

состояние не было обнаружено в реакции неупругого рассеяния электронов из-за малого значения  $B(E2)$ -перехода. Однако это состояние известно из данных  $(p, p')$ - и  $(d, d')$ -реакций, природой его возбуждения, как свидетельствует поведение формфакторов, в этих реакциях является двухступенчатый процесс через  $2_1^+$ -уровень. Это указывает на большой вклад двухфононной компоненты в структуру этого состояния, как и предсказывают наши расчеты.

Вклад двухфононных конфигураций в волновые функции низколежащих  $2^+$ -состояний в  $^{144}\text{Nd}$  превышает 10 % за исключением практически однофононных  $2_4^+$ - ,  $2_5^+$ - и  $2_9^+$ -состояний. Для многих низколежащих  $2^+$ -состояний вклад трехфононных конфигураций также велик ( $\geq 10$  %). Это сильно от-

Рис. 2. То же, что и на рис. 1, для возбужденных состояний в  $^{144}\text{Nd}$ 

личается от ситуации с низколежащими  $2^+$ -состояниями в  $^{142}\text{Nd}$ , обсуждавшейся выше, где вклад двухфононных конфигураций ограничивается несколькими процентами, а примесь трехфононных компонент пренебрежимо мала. Это является прямым следствием усиления связи фононных конфигураций, отличающихся по числу фононов, из-за двух дополнительных нейтронов вне замкнутой оболочки. Результатом является более сильное смешивание, расщепление различных конфигураций и понижение энергии квадрупольных возбуждений.

Экспериментальные переходные плотности были извлечены для четырех  $2^+$ -состояний в  $^{144}\text{Nd}$ . Они представлены на рис. 2 в сравнении с рассчитан-

ными. Наши расчеты предсказывают девять состояний с данным моментом и четностью и энергией возбуждения ниже 4 МэВ, что совпадает с количеством  $2^+$ -состояний, обнаруженных в этой энергетической области в реакциях  $(p, p')$  и  $(d, d')$ . Форма переходной плотности  $2_1^+$ -состояния с энергией 0,696 МэВ хорошо воспроизводится в расчете, хотя амплитуда внутреннего пика слегка переоценена. Форма переходных плотностей для уровней с энергией 0,696 и 2,073 МэВ очень похожа и совпадает с рассчитанной плотностью для  $2_1^+$ -состояния. Это дает основание предполагать, что уровень  $2_3^+$  возникает в результате расщепления нижайшей однофононной конфигурации и не проявляется в расчете из-за обрезания базисных конфигураций.

Состояния  $2_4^+$  и  $2_5^+$ , обнаруженные в реакции неупругого рассеяния электронов при  $E_x = 2,368$  и  $2,527$  МэВ, находятся в неплохом соответствии по энергии возбуждения и вероятности  $B(E2)$  с соответствующими состояниями в наших расчетах. Этого, однако, нельзя сказать о форме переходных плотностей. Если экспериментальная переходная плотность состояния с энергией 2,527 МэВ неплохо воспроизводится рассчитанной плотностью  $2_4^+$ -состояния, то переходная плотность состояния с энергией 2,368 МэВ находится в некотором соответствии с рассчитанными плотностями состояний, расположенными на 700 кэВ выше (мы имеем в виду  $2_7^+$ - и  $2_8^+$ -состояния в наших расчетах, переходные плотности которых изображены на рис. 2, соответственно, в виде сплошной и штрихпунктирной кривых). Состояния  $2_7^+$  и  $2_8^+$  в расчете возникают в результате фрагментации пятой однофононной компоненты (наиболее коллективной после нижайшей) из-за взаимодействия с двухфононными конфигурациями (главным образом, с  $[3_1^- \otimes 5_1^-]_{2+}$ ). Расширение фононного базиса по сравнению с используемым в настоящем расчете окажет более существенное влияние на свойства состояний, содержащих коллективные фононы, которые сильнее взаимодействуют со сложными конфигурациями. Вполне возможно, что это приведет к расщеплению пятой однофононной конфигурации и уменьшению энергии возбуждения, приближая к энергии  $2_4^+$ -состояния в эксперименте.

Для октупольных возбуждений в  $^{144}\text{Nd}$  мы имеем только две однофононные конфигурации ниже 4 МэВ. Первая из них – коллективная с  $B(E3) = 2,3 \cdot 10^5 e^2 \cdot \text{fm}^6$  и имеет энергию возбуждения 2,350 МэВ; вторая, в основном двухквазичастичная, с  $E_x = 3,369$  МэВ и  $B(E3) = 9,8 \cdot 10^2 e^2 \cdot \text{fm}^6$ . При учете взаимодействия со сложными конфигурациями число октупольных состояний ниже 4 МэВ возрастает до пяти. Сравнение результатов расчета и экспериментальных данных из  $(e, e')$ -реакции положения и значений  $B(E3)$  для октупольных состояний представлены в табл. 3. Степень смешивания одно-, двух- и трехфононных конфигураций в волновых функциях  $3^-$ -состояний значительна. Для нижайшего  $3^-$ -состояния однофононная компонента является доминирующей (56 %), но в волновой функции даже этого состояния присутствует 31 % двухфононных и 7 % трехфононных конфи-

раций. В структуру всех остальных  $3^-$ -состояний основной вклад дают двухфононные конфигурации (до 60 % в случае  $3_2^-$  и  $3_3^-$ ) с большой примесью, более 15 %, трехфононных.

Четыре  $3^-$ -состояния в  $^{144}\text{Nd}$  были обнаружены в эксперименте по неупругому рассеянию электронов, соответствующие им зарядовые переходные плотности представлены на рис. 2. Переходные плотности всех этих состояний имеют подобную форму, но разную амплитуду. Это является вполне естественным, принимая во внимание тот факт, что форма переходных плотностей всех этих состояний определяется, как показывают наши расчеты, лишь формой нижайшей однофононной  $3^-$ -конфигурации, а амплитуда пропорциональна вкладу этой конфигурации в волновую функцию каждого из них.

Как и для состояний других мультипольностей, экспериментально известное распределение силы гексадекапольных переходов в  $^{144}\text{Nd}$  весьма неплохо воспроизводится в нашем расчете (см. табл. 3). Извлеченные из эксперимента зарядовые переходные плотности  $4^+$ -состояний в этом ядре представлены на рис. 2. Форма переходных плотностей уровней, обнаруженных при энергии возбуждения 1,305, 2,109 и 2,451 МэВ, находятся в неплохом согласии с плотностями для предсказываемых, соответственно,  $4_1^+$ ,  $4_2^+$  и  $4_4^+$ -состояний. Первые два из них в качестве основной компоненты содержат нижайшую однофононную конфигурацию с вкладом, соответственно, 40 % и 45 %. Сила этой конфигурации расщепляется, в основном, из-за взаимодействия с двухфононной конфигурацией  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{4+}$ . В  $^{142}\text{Nd}$  нижайшая по энергии двухфононная конфигурация  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{4+}$  расположена значительно выше нижайшей однофононной конфигурации  $4^+$ ; в результате нижайшее  $4^+$ -состояние является практически однофононным, а указанная двухфононная конфигурация смешивается, главным образом, с четвертой однофононной конфигурацией, расположенной близко по энергии, формируя  $4_4^+$ - и  $4_5^+$ -состояния. В  $^{144}\text{Nd}$  в результате существенного уменьшения энергии нижайшей однофононной  $2^+$ -конфигурации двухфононная конфигурация  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{4+}$  оказывается вблизи однофононной  $4_1^+$ -конфигурации, из-за смешивания с которой возникают  $4_1^+$ - и  $4_2^+$ -состояния с похожей формой зарядовой переходной плотности.

Переходной плотности уровня с энергией 2,451 МэВ неплохо соответствует плотность  $4_4^+$ -состояния, имеющего преимущественно неколлективную третью однофононную конфигурацию. Состояние  $4_3^+$ , по всей видимости, просто не было обнаружено в рассматриваемом эксперименте из-за небольшого значения  $B(E4)$ . Уровню с энергией 2,986 МэВ, судя по форме его переходной плотности, соответствует восьмое  $4^+$ -состояние в наших расчетах. Принимая во внимание тот факт, что в экспериментах по неупругому рассеянию протонов и дейtronов, способных выделять более слабые состояния, было обнаружено семь (или восемь)  $4^+$ -состояний в  $^{144}\text{Nd}$  с энергией меньше 3,7 МэВ, подобное соответствие выглядит вполне разумным.

Переходные плотности двух  $5^-$ - и одного  $6^+$ -уровней, обнаруженных в  $^{144}\text{Nd}$  в  $(e, e')$ -реакции, также представлены на рис. 2. Первый  $5^-$ -уровень с энергией 2,093 МэВ имеет поверхностный пик переходной плотности, свидетельствующий о его коллективной природе, пик второго уровня с энергией 3,053 МэВ сдвинут внутрь ядра примерно на 1 фм. Наши расчеты предсказывают шесть  $5^-$ -состояний с энергией меньше 4 МэВ. Форму переходных плотностей  $5_1^-$ ,  $5_2^-$ - и  $5_3^-$ -состояний определяет в основном плотность нижайшей однофононной конфигурации, сильно расфрагментированной по этим состояниям в результате взаимодействия с конфигурациями  $[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{5^-}$ ,  $[2_1^+ \otimes 5_1^-]_{5^-}$  и  $[3_1^- \otimes 4_1^+]_{5^-}$ . Смещение максимума переходной плотности второго состояния внутрь ядра связано с деструктивной примесью второй однофононной конфигурации в волновой функции этого состояния. Единственный  $6^+$ -уровень, обнаруженный в реакции неупругого рассеяния электронов, соответствует второму  $6^+$ -состоянию в наших расчетах. Состояние же  $6_1^+$  с энергией 1,822 МэВ находится в соответствии с  $6_1^+$ -уровнем при энергии 1,791 МэВ, зарегистрированным в реакциях неупругого рассеяния протонов и дейtronов [15].

Основные трудности при описании переходных ядер, примером которых является изотоп  $^{146}\text{Nd}$ , в нашем подходе связаны с очень сильным взаимодействием между различными одно-, двух- и трехфононными конфигурациями. Сильная связь различных конфигураций требует необходимости включения в расчет настолько большого их числа, насколько это возможно. Это наталкивается на проблемы чисто вычислительного характера. Поэтому в расчетах для переходных ядер мы вынуждены были применять гораздо более жесткое обрезание фононного базиса, используемого при построении волновых функций возбужденных состояний, нежели в расчетах, представленных в предыдущих разделах. Проводя обрезание базиса, мы старались использовать все основные конфигурации, которые могут давать заметный вклад в структуру состояний с энергией возбуждения меньше 3 МэВ. В результате при изучении  $^{146}\text{Nd}$  [9] все однофононные конфигурации с  $E_x \leq 4,0$  МэВ, которые вносят основную часть мультипольной силы в изучаемую энергетическую область, а также в большой степени определяют форму зарядовых переходных плотностей возбужденных состояний, и двухфононные конфигурации с  $E_x \leq 5,5(6,0)$  МэВ, определяющие фрагментацию однофононных конфигураций по низколежащим состояниям, были включены в непосредственные расчеты. Мы также учли трехфононные конфигурации, построенные из нижайших коллективных  $2^+$ ,  $3^-$ ,  $4^+$  и  $5^-$  однофононных конфигураций. Очевидно, что подобное обрезание фононного пространства приводит к ограничениям применимости расчетов к ядрам с сильной связью конфигураций, особенно для состояний с большей энергией возбуждения. Следствием является потеря некоторых слабых состояний и недооценка общего числа возбужденных состояний различной мультипольности. Однако в реакции неупругого рассеяния электронов

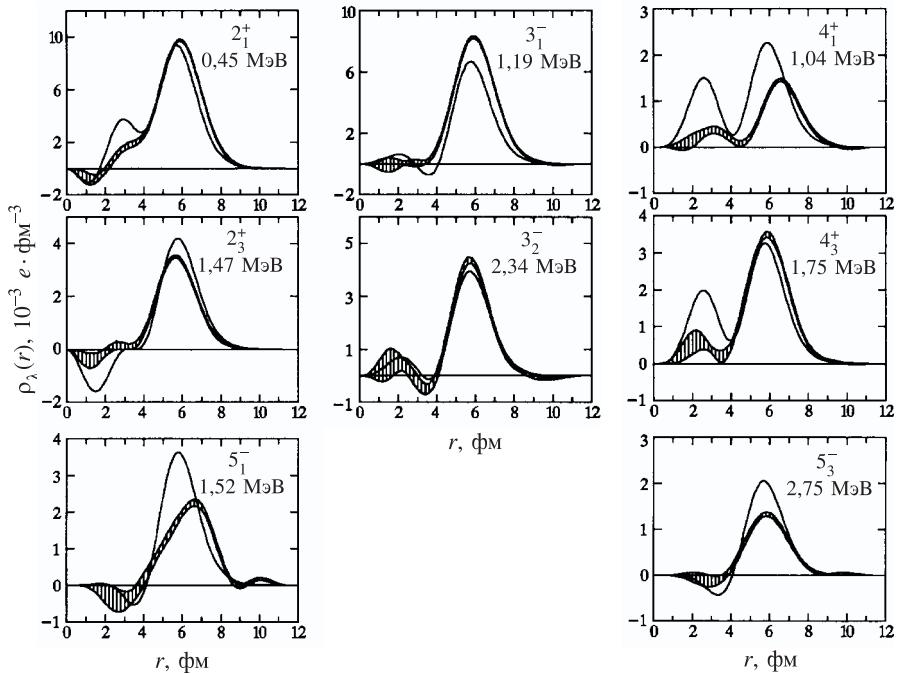
**Таблица 4. Энергии возбуждения и приведенные вероятности  $B(E\lambda)$ -переходов в  $^{146}\text{Nd}$** 

Эксперимент		Теория		Эксперимент		Теория	
$E_x$ , МэВ	$B(E\lambda)$ , $e^2 \cdot \text{фм}^{-2\lambda+2}$	$E_x$ , МэВ	$B(E\lambda)$ , $e^2 \cdot \text{фм}^{-2\lambda+2}$	$E_x$ , МэВ	$B(E\lambda)$ , $e^2 \cdot \text{фм}^{-2\lambda+2}$	$E_x$ , МэВ	$B(E\lambda)$ , $e^2 \cdot \text{фм}^{-2\lambda+2}$
$2^+$ -состояния				$4^+$ -состояния			
0,453	$6,91 \cdot 10^3$	0,565	$5,44 \cdot 10^3$	1,044	$1,50 \cdot 10^6$	0,870	$1,42 \cdot 10^6$
1,303		1,640	$2,42 \cdot 10^1$	1,747	$3,61 \cdot 10^6$	1,590	$2,33 \cdot 10^6$
1,470	$6,8 \cdot 10^2$	2,150	$1,06 \cdot 10^3$	1,919			
1,789		2,369	$1,84 \cdot 10^1$	1,987	$2,1 \cdot 10^6$	2,040	$2,19 \cdot 10^6$
		2,490	$2,66 \cdot 10^{-2}$			2,340	$1,64 \cdot 10^5$
1,977	$2 \cdot 10^2$	2,600	$2,08 \cdot 10^2$	2,622	$3 \cdot 10^5$	2,450	$1,98 \cdot 10^5$
2,198		2,980	$1,82 \cdot 10^2$	2,935	$1,6 \cdot 10^6$	2,520	$1,83 \cdot 10^5$
2,665	$1,68 \cdot 10^2$	3,380	$9,77 \cdot 10^1$			2,580	$1,15 \cdot 10^5$
2,976	$6 \cdot 10^1$	3,430	$2,80 \cdot 10^2$			3,010	$1,29 \cdot 10^6$
$3^-$ -состояния				$5^-$ -состояния			
1,190	$3,52 \cdot 10^5$	1,150	$1,62 \cdot 10^5$	1,517	$2,64 \cdot 10^8$	1,670	$1,91 \cdot 10^8$
2,339	$5,1 \cdot 10^4$	2,380	$5,34 \cdot 10^4$	2,570	$8,5 \cdot 10^7$	2,520	$5,25 \cdot 10^7$
2,530	$2 \cdot 10^4$	3,010	$4,92 \cdot 10^2$	2,748	$2,93 \cdot 10^7$	3,120	$4,52 \cdot 10^7$
2,690	$5 \cdot 10^3$	3,180	$6,26 \cdot 10^3$	2,877		3,170	$1,39 \cdot 10^7$
2,807		3,390	$3,71 \cdot 10^4$	2,915	$4,7 \cdot 10^7$	3,510	$1,97 \cdot 10^7$
2,822		3,840	$1,05 \cdot 10^4$	3,000	$2,7 \cdot 10^7$	3,810	$1,83 \cdot 10^7$
2,850	$2 \cdot 10^4$						

возбуждаются преимущественно уровни с заметным вкладом однофононных конфигураций, таким образом, используемые ограничения выглядят разумными при описании экспериментальных данных, полученных в  $(e, e')$ -реакции.

Относительно простая картина структуры ядерных возбуждений в терминах одно- и многофононных конфигураций, имеющая место для полумагнитического изотопа  $^{142}\text{Nd}$ , в случае переходного ядра  $^{146}\text{Nd}$  сильно изменяется. Сильная связь различных конфигураций приводит к существенной фрагментации силы однофононных компонент по большому числу возбужденных состояний, в результате практически все состояния в переходных ядрах, рассматриваемые ниже, имеют очень сложную структуру. Поэтому мы обсудим только основные моменты при сравнении результатов наших расчетов с экспериментальными данными, при этом связь с расчетами, выполненными в рамках однофононного приближения, будет опущена.

В табл. 4 представлены результаты наших расчетов спектра и приведенных вероятностей возбуждения  $B(E\lambda)$  для состояний с моментом и четностью  $2^+, 3^-, 4^+$  и  $5^-$  в ядре  $^{146}\text{Nd}$ . Для сравнения в этой таблице также приведены экспериментальные данные, полученные из реакции неупругого рассея-

Рис. 3. То же, что и на рис. 1, для возбужденных состояний в  $^{146}\text{Nd}$ 

ния электронов. Зарядовые переходные плотности возбужденных состояний, извлеченные из формфакторов данной реакции, представлены на рис. 3 в сравнении с результатами расчетов.

Экспериментальное распределение силы  $2^+$ -состояний в ядре  $^{146}\text{Nd}$  не-плохо передается в нашем расчете. Теория предсказывает существование трех сильных  $2^+$ -состояний, а именно  $2_1^+$ ,  $2_3^+$  и  $2_6^+$ , и трех слабых, обнаружение которых в  $(e, e')$ -реакции крайне затруднено. Сравнение экспериментальных и рассчитанных переходных плотностей  $2_1^+$ -состояния указывает на то, что в изотопе  $^{146}\text{Nd}$  присутствует эффект деформации. Хотя форма переходной плотности хорошо воспроизводится в расчете, за исключением некоторой переоценки амплитуды внутреннего пика, причина которой нам хорошо известна, максимум поверхностного пика в экспериментальной переходной плотности сдвинут на 0,15 фм по сравнению с рассчитанной. Описание переходной плотности  $2_3^+$ -уровня также хорошее. Основной вклад в структуру этого состояния дает двухфононная конфигурация  $[2_1^+ \otimes 4_1^+]_{2^+}$ , которая смещается в область более низких энергий в результате взаимодействия с трехфононными конфигурациями. Вклад двухфононной переходной плотности внутри

ядра погашается в результате деструктивной интерференции с другими компонентами, и определяющим вкладом в форму плотности являются небольшие примеси от коллективных первой и второй однофононных компонент.

Переходная плотность  $2_6^+$ -уровня не была извлечена из данных  $(e, e')$ -рассеяния из-за близлежащего  $4^+$ -уровня, т.к. его формфактор был выделен только для четырех нижайших значений переданного импульса. Однако сравнение с экспериментом на уровне формфакторов указывает на хорошее соответствие расчета экспериментальным данным. В целом, описание квадрупольных состояний до энергии порядка 2 МэВ вполне удовлетворительно. Хотя некоторые указания на присутствие деформации отмечаются по поведению переходной плотности  $2_1^+$ -уровня, другие квадрупольные состояния, в особенности  $2_6^+$ -уровень, отвечают чисто вибрационной картине возбуждения. Некоторая переоценка в расчете энергий более высоколежащих состояний имеет тот же порядок величины, что и в полумагнитическом ядре  $^{142}\text{Nd}$ .

Для октупольных состояний переходные плотности только двух уровней с энергией 1,190 и 2,339 МэВ были извлечены из формфакторов  $(e, e')$ -рассеяния. Обе эти плотности, изображенные на рис. 3, имеют очень похожую форму. С аналогичной ситуацией мы уже сталкивались при рассмотрении  $3^-$ -состояний в  $^{144}\text{Nd}$ . Причина здесь та же самая, а именно наличие единственной коллективной  $3^-$  однофононной конфигурации в низкоэнергетической области, примесь которой является определяющей для результатирующих переходных плотностей  $3^-$ -уровней. В частности, для  $3_1^-$  и  $3_2^-$ -состояний эта конфигурация наиболее сильно смешивается с двухфононной конфигурацией  $[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{3^-}$ . Наш расчет предсказывает только шесть  $3^-$ -состояний с энергией ниже 4 МэВ, значительно меньше, чем известно из эксперимента. Та же недооценка числа состояний в расчете имеет место и в  $^{144}\text{Nd}$ . Одним из объяснений может быть то, что для ядер с незамкнутой оболочкой расчеты следует проводить до энергий выше 4 МэВ. Другим объяснением может служить факт обрезания многофононных конфигураций в непосредственном расчете. В целом расширение фононного базиса должно привести к выталкиванию простых конфигураций в область более низких энергий. Это приведет к увеличению числа октупольных состояний в рассматриваемой энергетической области. С другой стороны, это не должно сильно изменить структуру нижайших октупольных состояний, так как в области их локализации мы учли все возможные конфигурации.

Гексадекапольные состояния в  $^{146}\text{Nd}$  обладают рядом любопытных особенностей. Во-первых, зарядовая переходная плотность  $4_1^+$ -уровня имеет максимум даже при большем значении  $r$ , нежели плотность  $2_1^+$ -уровня. Это снова указывает на присутствие положительного гексадекапольного момента этого ядра, что согласуется с результатами расчета в работе [16], предсказывающими значение  $\beta_4 = 0,056$  для рассматриваемого ядра. Во-вторых, переходная

плотность  $4_2^+$ -уровня имеет форму, подобную плотности  $4_1^+$ -уровня, но ее максимум сдвинут внутрь ядра на величину 0,7 фм. В-третьих, гексадекапольная сила  $4_2^+$ -уровня более чем в два раза больше, чем у  $4_1^+$ -уровня. Поскольку деформация поверхности ядра не включена в нашу расчетную схему, мы не можем претендовать на первые два эффекта. Что касается третьего из них, то расчет также предсказывает большее значение  $B(E4)$  для второго  $4^+$ -состояния по сравнению с первым. Причина кроется в структуре этих состояний. В результате взаимодействия с трехфононными конфигурациями полюс двухфононной конфигурации  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{4+}$  сильно сдвигается с 3,75 до 1,04 МэВ, т.е. ниже энергии нижайшей  $4^+$  однофононной конфигурации 2,030 МэВ. Это приводит к тому, что  $4_1^+$ -состояние имеет 50 % двухфононных конфигураций и 30 % трехфононных, несмотря на низкую энергию возбуждения этого состояния. Напротив,  $4_2^+$ -состояние характеризуется вкладом, равным 20 % от нижайшей однофононной конфигурации, 45 % от  $[2_1^+ \otimes 4_1^+]_{4+}$ -конфигурации (также смещенной с 3,46 до 1,81 МэВ) и 20 % вкладом от трехфононных конфигураций. Основная часть силы нижайшей однофононной конфигурации сосредоточена на третьем  $4^+$ -состоянии. Этому третьему  $4^+$ -состоянию может быть сопоставлен уровень с энергией 1,987 МэВ. Переходная плотность для этого уровня не была извлечена из формфактора реакции из-за примеси близлежащего  $2_6^+$ -уровня, однако сравнение экспериментального формфактора с формфактором, рассчитанным с использованием переходной плотности  $4_3^+$ -состояния, полностью свидетельствует в пользу этого сопоставления.

Для двух состояний с моментом и четностью  $5^-$  была получена экспериментальная зарядовая переходная плотность. Первая из них, соответствующая состоянию с энергией 1,517 МэВ, имеет максимум при очень большом значении  $r$ , как и в случае нижайшего гексадекапольного состояния. Плотность же состояния с энергией 2,748 МэВ имеет поверхностный максимум при значении  $r$ , соответствующем сферическому представлению об изучаемом ядре. Структура рассчитанных  $5^-$ -состояний очень сложна. Нижайшая однофононная  $5^-$ -конфигурация практически поровну распределена между состояниями  $5_1^-$ ,  $5_2^-$ ,  $5_3^-$  и  $5_5^-$ . Помимо этого каждое состояние содержит примерно 50 % двухфононных и 20 % трехфононных компонент. Единственным исключением является состояние  $5_4^-$ , представляющее собой практически чистую вторую однофононную конфигурацию. Очевидно, что теоретическое описание состояний  $5^-$  очень чувствительно к выбору базиса одно- и многофононных конфигураций и тем самым служит хорошим тестом применимости используемого конфигурационного пространства. Согласие с экспериментом относительно распределения силы  $E5$ -переходов по низколежащим  $5^-$ -состояниям вполне удовлетворительно. Наличие относительно сильного нижайшего  $5^-$ -состояния и нескольких более слабых, примерно с равными  $B(E5)$ , состояний с большей энергией возбуждения передается в расчете. Также неплохо

передается и форма переходной плотности для экспериментального уровня с энергией 2,748 МэВ.

В целом мы продемонстрировали, что микроскопические расчеты, базирующиеся на сферически-симметричном среднем поле, могут быть применены с некоторыми оговорками для расчета свойств низколежащих состояний в переходных ядрах. Структура практических всех возбужденных состояний при этом получается очень сложной, переходные плотности некоторых состояний указывают на присутствие деформации, но общие черты распределения силы однофононных конфигураций разумно передаются в расчете при использовании достаточно большого базиса многофононных конфигураций.

Помимо цепочки изотопов неодима зарядовые переходные плотности низколежащих возбужденных состояний были рассчитаны в рамках КФМ для ядер  $^{118}\text{Sn}$  [17],  $^{140}\text{Ce}$  [18],  $^{142}\text{Ce}$  [19] и  $^{196}\text{Pt}$  [20]. Расчеты для этих ядер также показали, что используемая модель дает хорошее количественное описание имеющихся экспериментальных данных. Структура и электромагнитные свойства низколежащих состояний в других полумагических ядрах в массовой области  $A \sim 140$  исследовались также в работе [21] в рамках КФМ с использованием волновой функции (7).

### 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ ИЗОСКАЛЯРНЫХ $E\lambda$ -ПЕРЕХОДОВ

Экспериментальные данные, полученные в реакциях неупругого рассеяния протонов и дейtronов, являются в некотором смысле дополнительной информацией по отношению к данным, извлеченным из реакции неупругого рассеяния электронов. Как показали исследования в  $(e, e')$ -реакции с высоким разрешением, сила  $E\lambda$ -переходов в средних и тяжелых ядрах заметно расфрагментирована. В связи с этим детальная информация о слабых состояниях, т.е. состояниях, характеризуемых небольшим значением  $B(E\lambda)$ , не может быть получена из данных  $(e, e')$ -реакции из-за радиационного хвоста основного состояния и близлежащих коллективных уровней. Напротив, ядерные реакции с адронными частицами (частицами, взаимодействующими с мишенью посредством ядерных сил), приводящие к возбуждению ядра порядка нескольких МэВ, в которых экспериментальные спектры представляют собой набор дискретных линий, не подвержены влиянию основного состояния, возникающего из различных физических процессов. Тем самым данные о распределении силы  $E3$ - и  $E4$ -переходов получены главным образом из рассеяния подобных частиц и в особенности из  $(p, p')$ -реакции [22–24]. С другой стороны, поскольку ядерное взаимодействие между частицами пучка и мишени включает в себя компоненты, относящиеся к протонной и нейтронной системам ядра, реакции с адронными частицами дополняют знания, получен-

ные в  $(e, e')$ -реакции, информацией о нейтронной компоненте возбужденных состояний атомных ядер.

В этом разделе мы проведем сравнение распределения силы переходов  $B(E\lambda)$  в цепочке изотопов  $^{142,144,146}\text{Nd}$ , предсказываемой КФМ и полученной с теми же самыми волновыми функциями возбужденных состояний, которые использовались в предыдущем разделе для расчета зарядовых переходных плотностей, с соответствующими экспериментальными данными. Экспериментальные данные были получены на циклотроне KVI (Гронинген) в реакции неупругого рассеяния протонов и дейtronов под разными углами с энергией, соответственно, 30,5 и 50,6 МэВ. В этих экспериментах было достигнуто энергетическое разрешение  $12 \div 15$  кэВ в  $(p, p')$  и  $15 \div 22$  кэВ в  $(d, d')$ -реакциях. Спин и четность возбужденных состояний определялись из сравнения поведения зависимости сечения реакции от переданного момента с расчетами в рамках метода связанных каналов, выполненными для различных значений переданного момента  $\lambda$ .

Результаты расчетов распределения силы приведенной вероятности изоскалярных переходов, как функции энергии возбуждения в ядрах  $^{142,144,146}\text{Nd}$  для состояний различной мультипольности представлены на рис. 4. На этом же рисунке приведены также соответствующие экспериментальные данные, извлеченные из реакции неупругого рассеяния протонов и дейtronов. Экспериментальные результаты изображены в виде точек, а теоретические расчеты – в виде вертикальных пунктирных линий. С целью лучшего восприятия соответствия гросс-структур в распределении силы переходов как экспериментальные, так и теоретические данные также представлены в виде силовых функций, полученных с профильной функцией в виде распределения Гаусса с шириной 200 кэВ. Поскольку мы детально обсудили структуру низколежащих возбужденных состояний в этих изотопах в предыдущем разделе, мы ограничимся здесь лишь комментариями общего характера относительно соответствия теоретических предсказаний и экспериментальных данных. Для изотопов  $^{144,146}\text{Nd}$ , помимо расчетов в рамках КФМ, были выполнены также расчеты в рамках модели взаимодействующих бозонов (МВБ-1) [25]. По мере обсуждения результатов мы рассмотрим также общие закономерности и различия в предсказаниях этих двух моделей ядра, учитывающих взаимодействие одно- и многофононных конфигураций.

Наиболее выраженные пики в энергетических спектрах соответствуют возбуждению состояний  $2^+$ ,  $3^-$  и  $4^+$ . Большая часть  $E2$ -силы сконцентрирована на  $2_1^+$ -состоянии с величиной  $B_S(E2)$ , возрастающей от 20 единиц Вайскопфа в  $^{142}\text{Nd}$  до 43 ед.В. в  $^{146}\text{Nd}$ . В смысле исчерпывания энергетически взвешенного правила сумм (ЭВПС) массовая зависимость результатов гораздо более слабая. На самом деле  $2_1^+$ -состояние во всех изотопах исчерпывает  $6 \div 7$  % ЭВПС, все остальные  $2^+$ -состояния ниже некоторой фиксированной

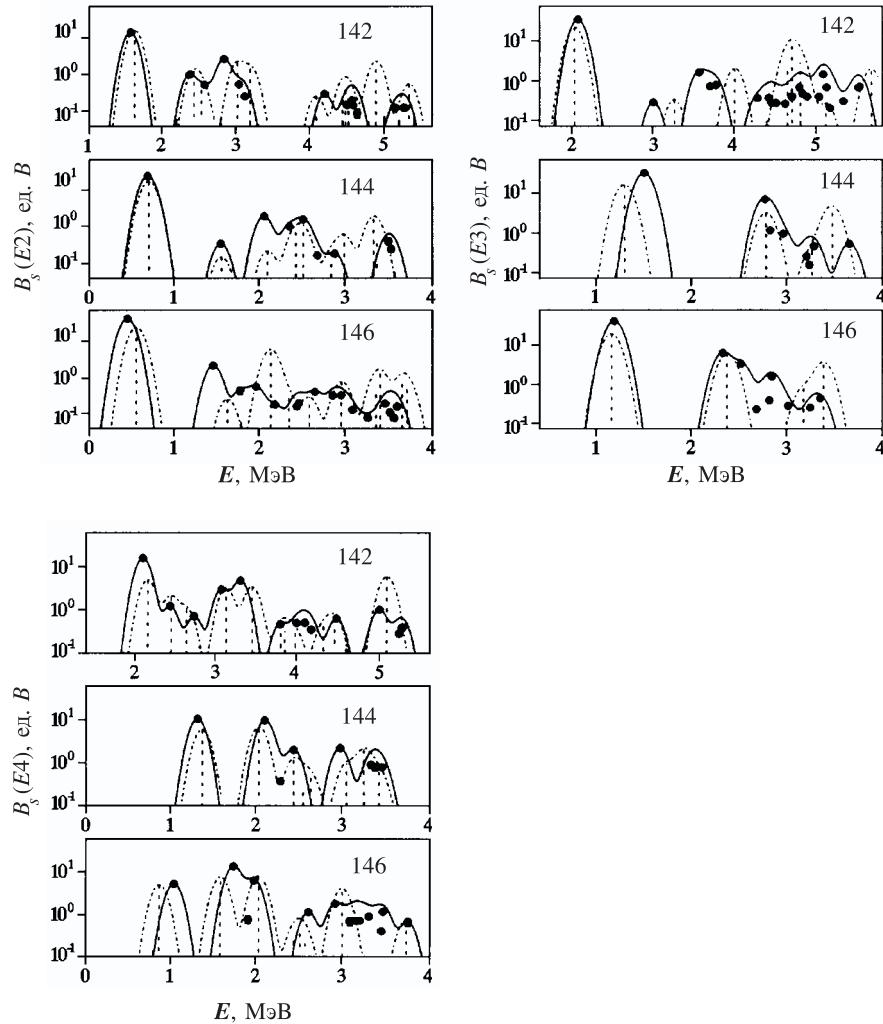


Рис. 4. Распределение силы изоскалярных  $E\lambda$ -переходов в изотопах  $^{142,144,146}\text{Nd}$  в единицах Вайскопфа. Экспериментальные результаты изображены в виде точек и сплошных линий; теоретические расчеты – в виде пунктирных линий (см. подробности в тексте)

энергии возбуждения  $E_{\Sigma}$  — 4÷5 % ЭВПС. Чтобы провести некоторую систематику для различных изотопов на эквивалентном энергетическом уровне, мы выбрали в качестве  $E_{\Sigma}$  величину, равную  $E(3_1^-) + 2,1$  МэВ.

В распределении силы  $E3$ -переходов также доминирует нижайшее  $3^-$ -состояние с вероятностью перехода от 34 ед.В. в  $^{142}\text{Nd}$  до 42 ед.В. в  $^{146}\text{Nd}$ . Процент исчерпывания ЭВПС нижайшим  $3_1^-$ -состоянием уменьшается с 7 % в  $^{142}\text{Nd}$  до 5 % в  $^{146}\text{Nd}$ , а для других  $3^-$ -состоиний ниже  $E_\Sigma$  возрастает с 1,2 до 3 %. Подобное поведение подтверждает результаты предыдущих исследований: при увеличении числа валентных частиц коллективность низколежащих состояний возрастает, и существенная часть октупольной силы переходит с нижайшего на следующие  $3^-$ -состоиния. Это перераспределение силы происходит только между  $3_1^-$  и соседними октупольными состояниями, не включая более высоколежащие, как, например, низкоэнергетический октупольный резонанс. Теоретические расчеты дают простую интерпретацию этого явления: распределение силы  $E3$ -переходов при низких энергиях возбуждения полностью объясняется как результат фрагментации нижайшего  $3^-$ -фона или  $f$ -бозона в МВБ.

Распределение силы  $E4$ -переходов имеет гораздо более сложную структуру. Состояние  $4_1^+$  обладает наибольшей величиной  $B(E4)$  в  $^{142}\text{Nd}$ , в то время как в  $^{144}\text{Nd}$  эта величина сравнима с соответствующей величиной для второго и третьего  $4^+$ -состоиний. В  $^{146}\text{Nd}$  нижайшее  $4^+$ -состоиние уже в два раза слабее, чем следующее. Подобное поведение связано с эволюцией во взаимодействии одно- и двухфононных компонент в волновой функции  $4^+$ -состоиний. Фрагментация  $4^+$ -уровней очень высока; во всех ядрах количество состояний с данным спином и четностью является наибольшим, что полностью соответствует теоретическим предсказаниям. Полная сила  $E4$ -переходов ниже  $E_\Sigma$  составляет примерно 2 % ЭВПС.

Экспериментальное распределение силы изоскалярных переходов в  $^{142}\text{Nd}$  и  $^{144}\text{Nd}$  находится в хорошем соответствии с теоретическими предсказаниями. Немного худшим, но все еще приемлемым, является согласие в  $^{146}\text{Nd}$ . Причиной ухудшения согласия являются трудности, связанные с усилением взаимодействия между одно-, двух- и трехфононными конфигурациями волновой функции при приближении к области переходных ядер. Эта проблема уже обсуждалась в предыдущем разделе.

В рамках МВБ хорошо воспроизводится сила только первого и второго возбужденных  $2^+$ -состоиний, в то время как сила более высоколежащих существенно недооценивается. Это неудивительно, поскольку, как показывают расчеты в рамках КФМ, при энергиях выше 2 МэВ за силу  $E2$ -переходов ответственны другие, нежели  $2_1^+$ , однофононные конфигурации. Для МВБ это эквивалентно необходимости введения дополнительных  $d$ -бозонов.

Количество  $3^-$ -состоиний с заметной величиной силы  $E3$ -переходов несколько ниже, чем в эксперименте, однако гросс-структура распределения хорошо воспроизводится в расчетах. Наиболее заметные недостатки расчета связаны с нижайшим  $3^-$ -состоинием, сила которого систематически недооценивается, причем эта недооценка носит прогрессивный характер при

продвижении по цепочке изотопов. Причина здесь в следующем. Замкнутая  $N = 82$  оболочка влияет наиболее сильно на  $E3$ -переходы, поскольку из соображений спин-четности такие переходы запрещены внутри подоболочки. Эту проблему не удается устранить простым изменением модельных параметров, используемых в расчете. На самом деле, с помощью параметров мы можем усилить коллективность нижайшей однофононной  $3^-$ -конфигурации и улучшить тем самым согласие с экспериментальными данными по силе  $E3$ -переходов, но это приведет к тому, что нижайшие  $2^+$ - и  $4^+$ -состояния будут иметь слишком малую энергию возбуждения. Этот эффект является результатом взаимодействия  $2_1^+$  однофононной конфигурации с двухфононной конфигурацией  $[3_1^- \otimes 3_1^-]_{2^+}$ . Матричный элемент этого взаимодействия в изотопах неодима очень велик и сильно зависит от коллективности как одно-, так и двухфононной конфигурации. То же самое происходит и с состоянием  $4_1^+$ .

Для  $3^-$  возбужденных состояний наши расчеты и МВБ дают более-менее эквивалентное описание, что легко объяснимо. МВБ-1-*sdf* описывает низколежащие  $3^-$ -состояния как фрагментацию силы единственного  $f$ -бозона с примесью  $df$  или  $(sd \cdot sf)$ -конфигураций. Аналогично КФМ описывает те же состояния как фрагментацию нижайшей  $3^-$  однофононной компоненты в результате смешивания с двухфононными компонентами  $[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{3^-}$ ,  $[2_1^+ \otimes 5_1^-]_{3^-}$ ,  $[3_1^- \otimes 4_1^+]_{3^-}$ ,  $[3_1^- \otimes 6_1^+]_{3^-}$  и т. д.

Результаты сравнения теоретических расчетов, выполненных в КФМ и МВБ, с экспериментальными данными для распределения силы  $E4$ -переходов носят схожий характер с распределением силы квадрупольных переходов. МВБ-1-*sdg* воспроизводит силу низколежащих  $4^+$ -состояний, но сильно недооценивает ее для энергий выше 2,2 МэВ. В целом согласие расчетов, выполненных в рамках КФМ, с экспериментальными данными значительно лучше. В наших расчетах распределение силы  $E4$ -переходов обусловлено нижайшими шестью  $4^+$  однофононными конфигурациями. Это снова является свидетельством необходимости введения дополнительных бозонов, имеющих более высокую энергию возбуждения, чем  $d$ - и  $g$ -бозоны.

#### **4. НИЗКОЛЕЖАЩИЕ $1^-$ -СОСТОЯНИЯ И $E1$ -ПЕРЕХОДЫ МЕЖДУ НИЗКОЛЕЖАЩИМИ СОСТОЯНИЯМИ**

**4.1. Низколежащие  $1^-$ -состояния в сферических ядрах.** Низколежащие дипольные состояния в сферических ядрах характеризуются свойствами, в корне отличающимися от свойств низколежащих состояний других мультипольностей. Это связано с тем, что, в отличие от состояний с  $\lambda \geq 2$ , не существует коллективного низколежащего однофононного  $1^-$ -состояния, которое во многом определяло бы свойства распределения силы электромагнитных переходов данной мультипольности при малых энергиях возбуждения.

Точнее, подобное состояние представляет собой духовое состояние, соответствующее движению ядра как целого, и большое количество работ было посвящено проблеме корректного его исключения (см., например, [26]). В результате первые однофононныe  $1^-$ -состояния появляются в расчетах при энергиях выше 5 МэВ и обладают практически чистой двухквазичастичной природой. С другой стороны, двухфононныe состояния, построенные из однофононных конфигураций  $2_1^+$  и  $3_1^-$ , возникают в энергетических спектрах при более низких энергиях возбуждения, особенно в ядрах с открытой оболочкой, в которых энергии первых  $2^+$ - и  $3^-$ -уровней сильно понижаются. Однако вероятность возбуждения двухфононных состояний коллективной природы  $[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{1^-}$  в ядерных процессах сильно ослаблена одночастичной природой оператора перехода. Действительно, прямой переход на двухфононную, или  $2p2h$ -конфигурацию посредством одночастичного оператора внешнего поля является величиной следующего порядка малости по сравнению с переходом на однофононную, или  $1p1h$ -конфигурацию. В моделях, в которых возбужденные состояния трактуются на языке идеальных бозонов, подобный переход вообще запрещен. Принимая во внимание фермионную структуру фононов, как это делается в КФМ, прямой переход  $g.s. \rightarrow [2_1^+ \otimes 3_1^-]_{1^-}$  становится возможным благодаря корреляциям в основном состоянии, но, конечно, он сильно подавлен [27]. Двухступенчатый процесс возбуждения  $[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{1^-}$ -состояний еще более слаб, поскольку он включает матричный элемент  $E3$ -перехода.

Таким образом, электрические дипольные переходы при небольших энергиях возбуждения представляют собой специфический объект для исследования ядерной структуры. В этих исследованиях мы сталкиваемся с проблемой очень чувствительного баланса между слабыми матричными элементами основных компонент волновой функции, с одной стороны, и сильными матричными элементами  $E1$ -переходов на слабые примеси однофононных конфигураций, принадлежащих гигантскому дипольному резонансу, — с другой. Однако, несмотря на малые значения приведенной вероятности переходов  $B(E1, g.s. \rightarrow [2_1^+ \otimes 3_1^-]_{1^-})$ , низколежащие  $1^-$ -состояния известны давно (см., например, [28–30]), и структура этих состояний была успешно интерпретирована, как имеющая двухфононную природу [27, 31, 32]. Но только появление современных высокоэффективных Ге-детекторов дало возможность зарегистрировать в эксперименте  $1^-$ -состояния при более высоких энергиях возбуждения.

Первые данные по изучению распределения силы  $E1$ -переходов по низколежащим  $1^-$ -состояниям были получены для полумагического изотопа  $^{140}\text{Ce}$  в реакции резонансного рассеяния фотонов [33]. Энергетический интервал  $4,8 \div 8,9$  МэВ в  $^{140}\text{Ce}$  исследовался ранее в экспериментах с меченными фотонами [34]. Однако из-за ограничений в энергетическом разрешении индивидуальные состояния не были выделены в упомянутом последнем эксперименте,

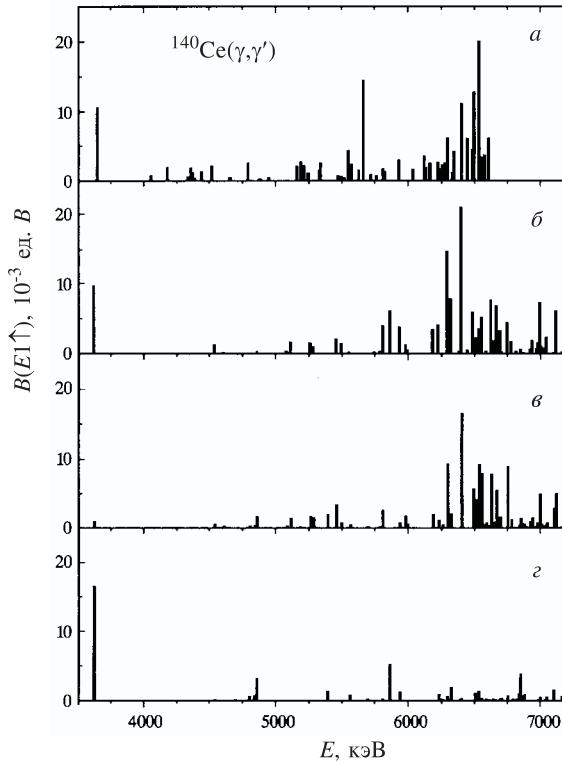


Рис. 5. *a*) Распределение силы  $B(E1)$ -переходов, полученное в эксперименте; *б-г*) результаты расчета с волновой функцией, содержащей одно-, двух- и трехфононные конфигурации; *в*) однофононная часть  $E1$ -переходов; *г*) двухфононная часть  $E1$ -переходов. Трехфононные конфигурации ответственны в этом расчете главным образом за фрагментацию

а лишь обнаружены гросс-структуры в сечении фотопоглощения, получившие название пигми-резонансов. Свойства пигми-резонансов изучались в рамках КФМ в расчетах силовой функции  $E1$ -переходов в рассматриваемой энергетической области, при этом  $1^-$ -состояния описывались волновой функцией, содержащей одно- и двухфононные компоненты [35]. Конечно, применение метода силовой функции не позволяет получать информацию о структуре состояний, формирующих эти резонансы.

Эксперимент был выполнен с использованием тормозных гамма-квантов, полученных на линейном ускорителе S-DALINAC в Дармштадте. В нем была изучена область возбуждения до энергий порядка 6,7 МэВ. Извлеченное из эксперимента распределение силы  $B(E1)$ -переходов в  $^{140}\text{Ce}$  представле-

но на рис. 5,*a*. Следует отметить, что в данном эксперименте не удалось определить четность перехода, а только спин; таким образом, распределение, представленное на рис. 5,*a*, получено в предположении, что все возбуждаемые состояния являются  $1^-$ -состояниями. Вероятность того, что некоторые из них являются  $1^+$ -состояниями мы обсудим ниже.

В эксперименте зарегистрировано ранее известное состояние  $1_1^-$  с энергией 3,643 МэВ, являющееся  $1^-$ -компонентой двухфононного мультиплета  $[2_1^+ \otimes 3_1^-]$ , и значением  $B(E1; 0^+ \rightarrow 1^-) = (18, 2 \pm 2, 2) \cdot 10^{-3} e^2 \cdot \text{фм}^2$ . Было зарегистрировано  $1^-$ -состояние с энергией 5,66 МэВ, также известное ранее [36, 37]. С использованием известного отношения  $\Gamma_0/\Gamma = 0,95(5)$  из работы [36] для этого состояния была определена неожиданно большая сила  $E1$ -перехода с  $B(E1; 0^+ \rightarrow 1^-) = (24, 8 \pm 4, 9) \cdot 10^{-3} e^2 \cdot \text{фм}^2$ . Кроме того, было обнаружено большое число более слабых переходов (в сумме 52 перехода) на состояния, ранее неизвестных.

Для анализа экспериментального распределения силы  $E1$ -переходов были выполнены расчеты с волновой функцией (7), содержащей одно-, двух- и трехфононные компоненты. Были рассчитаны волновые функции возбужденных состояний и вероятности перехода  $B(E1; 0^+ \rightarrow 1^-)$  и  $B(M1; 0^+ \rightarrow 1^+)$  в  $^{140}\text{Ce}$ . В расчет были включены все однофононные  $1^-$ -конфигурации до энергии 20 МэВ. Обычно влияние дипольного резонанса на низколежащие  $E1$ -переходы называют эффектом дипольной поляризации кора [38], и оно описывается введением эффективных зарядов  $E1$ -переходов. Поскольку все однофононные состояния, формирующие гигантский дипольный резонанс, были учтены явным образом, необходимости введения статической поляризуемости  $\chi$  в настоящих расчетах не возникает. В расчеты были включены двух- и трехфононные конфигурации, образованные из фононов натуральной четности с  $J^\pi = 1^- - 6^+$  до энергий возбуждения 9 МэВ. Поскольку плотность многофононных конфигураций сильно возрастает с энергией возбуждения, мы исключили из расчета те из них, которые не играют существенной роли в распределении силы  $E1$ -переходов до энергии возбуждения 7 МэВ.

Результаты расчета представлены на рис. 5,*b*. Согласие с распределением силы  $B(E1)$ -переходов в эксперименте, показанным на рис. 5,*a*, весьма неплохое. Повторим еще раз, что в сферических ядрах в низкоэнергетической области отсутствуют коллективные однофононные  $1^-$ -конфигурации. Поэтому существуют три основных механизма для объяснения силы  $E1$ -переходов, полученной в эксперименте. Первым является влияние гигантского дипольного резонанса. В феноменологических подходах этот эффект описывается экспоненциальной зависимостью силы от энергии. Во втором механизме роль играет дипольный резонанс, расположенный примерно на 10 МэВ выше рассматриваемой энергетической области, лишь очень малая часть его полной силы оказывается при энергиях в не-

сколько МэВ. Второй механизм связан с возбуждением неколлективных и слабо коллективизированных  $1^-$ -состояний, имеющих относительно небольшие значения величины  $B(E1)$ , но расположенных в изучаемой области. Последний механизм связан с прямым возбуждением двухфононных конфигураций из основного состояния. Хотя прямое возбуждение двухфононных конфигураций и представляет собой эффект следующего порядка малости по сравнению с возбуждением однофононных конфигураций, возбуждение некоторых коллективных конфигураций, и в особенности  $[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{1^-}$ , играет существенную роль, так как два других механизма также дают малые значения силы  $E1$ -переходов.

Все эти механизмы возбуждения  $1^-$ -состояний были включены в расчет, результат которого представлен на рис. 5,б. Оператор  $E1$ -перехода состоит из двух членов, соответствующих возбуждению, соответственно, одно- и двухфононных компонент. Приведенная вероятность прямого электромагнитного возбуждения из основного состояния ядра  $|0_{g.s.}^+\rangle$  двухфононных состояний  $[\lambda_{i_1}^{\pi_1} \otimes \lambda_{i_2}^{\pi_2}]_{\lambda^\pi}$ , состоящих из  $i_1$ -фонона мультипольности  $\lambda^{\pi_1}$  и  $i_2$ -фонона мультипольности  $\lambda^{\pi_2}$ , в нашем подходе имеет вид

$$B(E\lambda; 0_{g.s.}^+ \rightarrow [\lambda_{i_1}^{\pi_1} \otimes \lambda_{i_2}^{\pi_2}]_{\lambda^\pi}) = (2\lambda_1 + 1)(2\lambda_2 + 1) \left| \sum_{j_1 j_2 j_3 \tau} e_\tau^{(\lambda)} f_{j_1 j_2}^\lambda(\tau) v_{j_1 j_2}^{(-)} \times \right. \\ \left. \times \begin{Bmatrix} \lambda_2 & \lambda_1 & \lambda \\ j_1 & j_2 & j_3 \end{Bmatrix} \left( \psi_{j_2 j_3}^{\lambda_2 i_2} \varphi_{j_3 j_1}^{\lambda_1 i_1} + \psi_{j_3 j_1}^{\lambda_1 i_1} \varphi_{j_2 j_3}^{\lambda_2 i_2} \right) \right|^2. \quad (20)$$

Наиболее простой способ вычислить матричный элемент перехода из основного состояния на двухфононное состоит в использовании разложения Ма-румори [39] для одиночичного фермионного оператора электромагнитного перехода  $a_{jm}^+ a_{j'm'}^-$  в бесконечную сумму бозонных (фононных) операторов.

Чтобы продемонстрировать роль каждого из механизмов возбуждения  $1^-$ -состояний и результат их интерференции в различных областях энергетического спектра, мы представили на рис. 5,в вклад однофононной и в части  $g$  — двухфононной компонент оператора  $E1$ -перехода в полное распределение  $E1$ -силы по набору тех же самых состояний, что и в части  $b$ .

Экспериментальные значения энергии и вероятности возбуждения состояния  $1_1^-$  в  $^{140}\text{Ce}$  полностью воспроизводятся в данном расчете. Интерференция между одно- и двухфононными компонентами этого состояния носит деструктивный характер. Расчет дает 85 % вклада  $[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{1^-}$ -конфигурации в волновую функцию этого состояния.

Обнаруженная в эксперименте сила  $E1$ -переходов в районе 4,5 МэВ в расчете оказывается недооцененной. Коллективная двухфононная конфигурация  $[3_1^- \otimes 4_1^+]_{1^-}$ , расположенная приблизительно при этой энергии возбуж-

дения, имеет матричный элемент возбуждения из основного состояния гораздо слабее, чем  $[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{1^-}$ -конфигурация. С другой стороны, матричный элемент взаимодействия с однофононными конфигурациями, формирующими дипольный резонанс, недостаточно велик, чтобы примешать сколько-нибудь заметную часть его дипольной силы.

В области энергий  $E_x \approx 5,5 \div 6,5$  МэВ наблюдается существенная конструктивная интерференция между одно- и двухфононными компонентами, которая практически удваивает силу  $B(E1)$ -переходов в районе 6 МэВ по сравнению с чисто однофононной силой и является существенной для описания экспериментальных результатов.

Мы также рассчитали распределение силы  $M1$ -переходов до энергии возбуждения 7,5 МэВ. Основная часть силы связана с прямым возбуждением двухфононных конфигураций. Полная сила:  $\sum B(M1; 0_1^+ \rightarrow 1^+) = 0,87 \mu_N^2$ . Если пересчитать эту силу в величину сечения реакции неупругого рассеяния фотонов, эта суммарная  $B(M1)$ -величина соответствует менее чем 5 % от полного экспериментального сечения реакции, что дает некоторую оценку справедливости предположения о том, что все состояния со спином, равным единице, обнаруженные в эксперименте, имеют отрицательную четность.

**4.2. Возможность обнаружения  $2^+$ -компоненты двухфононного мультиплета  $[3_1^- \otimes 3_1^-]$  в реакции с гамма-квантами.** Высокая эффективность нового поколения германиевых детекторов, продемонстрированная в эксперименте по распределению силы  $E1$ -переходов в низколежащей области, дала возможность предложить новый эксперимент по обнаружению  $2^+$ -компоненты двухфононного мультиплета  $[3_1^- \otimes 3_1^-]$  в ядре  $^{208}\text{Pb}$ , используя  $(\gamma, \gamma')$ -реакцию [40].

Поиск двухфононных октупольных состояний в дважды магическом ядре  $^{208}\text{Pb}$  является одной из интереснейших проблем в физике структуры ядра и имеет достаточно длинную историю. В сферических ядрах, таких, как  $^{208}\text{Pb}$ , коллективные возбуждения ядерной поверхности формируют нижайшие моды возбуждения, хорошо описываемые в фононном подходе. В этом подходе естественным образом возникают мультиплеты многофононных состояний, расположенные при энергии, равной сумме энергий их фононных компонент. Изучение свойств подобных мультиплетов позволяет ответить на вопрос, насколько хорошо применима концепция гармонической картины в реальных ядрах. Энергетическое расщепление мультиплетов, кроме того, дает возможность рассмотреть роль эффектов, вызванных принципом Паули, и общие свойства, связанные с фонон-фононным взаимодействием.

Состояния, соответствующие двухфононным конфигурациям  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{0+, 2+, 4+}$ , хорошо известны во многих сферических ядрах. Имеются доказательства существования  $1^- - 5^-$  квинтиплета  $[2_1^+ \otimes 3_1^-]$ -состояний в ядрах с замкнутой оболочкой и соседних с ними. В особенности это относит-

ся к  $1^-$ -компоненте этого мультиплета, селективно возбуждаемой в  $(\gamma, \gamma')$ -экспериментах (см. предыдущий раздел), и достаточно полная информация об этом мультиплете получена для ядра  $^{144}\text{Nd}$  [41]. С другой стороны, экспериментальные указания на существование  $[3_1^- \otimes 3_1^-]_{0+, 2+, 4+, 6+}$  Мультиплета крайне скучны [42–46]. Два ядра,  $^{146}\text{Gd}$  и  $^{208}\text{Pb}$ , являются наиболее подходящими кандидатами, поскольку их нижайшие возбужденные состояния имеют спин и четность  $3^-$ , тем самым члены этого мультиплета оказываются нижайшими по энергии состояниями двухфононной природы в соответствующих ядрах.

На первом этапе предположим, что смешивание одно- и двухфононных конфигураций в низкоэнергетической области пренебрежимо мало. Тогда  $E1$ -переход между двухфононным состоянием  $|2^+ > = [3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+}$  и однофононным состоянием  $3_1^-$ , так же, как и прямой распад двухфононного состояния  $|2^+ >$  в основное состояние, запрещен в моделях, трактующих возбужденные состояния как идеальные бозоны. Только используя точные коммутационные соотношения между фононами и квазичастицами, т.е., принимая во внимание фермионную структуру фононов, мы получаем ненулевые значения этих переходов. Приведенная вероятность  $E2$ -распада двухфононного состояния  $|2^+ >$  в основное состояние описывается выражением (20). Для приведенной вероятности  $E1$ -распада ( $[3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+} \rightarrow 3_1^-$ ) мы получаем выражение

$$\begin{aligned} B(E1) = & 171,5 \left| \sum_{j_1 j_2 j' j''} \langle j_2 | M(E1) | j_1 \rangle u_{j_1 j_2}^{(+)} \sum_J (-1)^J \begin{Bmatrix} j_2 & j_1 & 1 \\ j'' & j' & 3 \\ 3 & 3 & J \end{Bmatrix} \times \right. \\ & \times e_{p(n)} \left[ \left( \psi_{j_1 j'}^{3_1^-} \psi_{j_2 j''}^{3_1^-} \psi_{j'' j'}^{3_1^-} + \varphi_{j_1 j'}^{3_1^-} \varphi_{j_2 j''}^{3_1^-} \varphi_{j'' j'}^{3_1^-} \right) \delta_{J,2} + \right. \\ & \left. \left. + \left( \psi_{j_1 j'}^{3_1^-} \varphi_{j_2 j''}^{3_1^-} \varphi_{j'' j'}^{3_1^-} + \varphi_{j_1 j'}^{3_1^-} \psi_{j_2 j''}^{3_1^-} \psi_{j'' j'}^{3_1^-} \right) (2J+1) \begin{Bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & J \end{Bmatrix} \right] \right|^2, \end{aligned} \quad (21)$$

где  $\langle j_2 | M(E1) | j_1 \rangle$  – приведенный матричный элемент электромагнитного перехода. Численный фактор в выражении (21) появляется, как результат факторов  $(2\lambda+1)$  фононных операторов, включенных в рассмотрение. В расчетах мы использовали значения эффективных зарядов  $e_{p(n)} = 1(0)$  и  $N/A(-Z/A)$ , соответственно, для  $E2$ - и  $E1$ -переходов.

Результаты расчета представлены в колонке I табл. 5. Вероятность  $B(E2)$ -возбуждения состояния  $[3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+}$  из основного состояния примерно в 300 раз слабее известной из эксперимента величины  $B(E2)$  для нижайшего  $2^+$ -состояния. Расчет показывает заметный парциальный переход для распада этого состояния на нижайший  $3^-$ -уровень. Для последнего перехода существует также и коллективный  $E3$ -переход с большим матричным элементом

**Таблица 5. Свойства возбуждения и распада  $2^+$ -компоненты двухфононного  $[3_1^- \otimes 3_1^-]$ -мультиплета в  $^{208}\text{Pb}$  (см. подробности в тексте)**

	I (Ia, Ib)	II (IIa, IIb)
$B(E2, g.s. \rightarrow [3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+})$ , $e^2 \cdot \text{фм}^4$	10,4 (5,1, 17,7)	40,2 (19,0, 54,6)
$\Gamma_0(E2, [3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+} \rightarrow g.s.)$ , мэВ	6,58 (3,21, 11,2)	25,4 (12,0, 34,5)
$\Gamma_{3_1^-}(E1, [3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+} \rightarrow 3_1^-)$ , мэВ	14,0 (12,6, 17,0)	13,7 (12,9, 14,3)
$\Gamma_{3_1^-}/\Gamma_0$	2,13 (3,93, 1,52)	0,54 (1,08, 0,41)

$\langle 3_1^- | |E3| |[3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+} \rangle$ , соответствующий аннигиляции фонона. Однако из-за высокой мультипольности его вклад в парциальную ширину распада пренебрежимо мал.

Рассматривая подобные слабые переходы, следует также принимать во внимание возможные слабые примеси других конфигураций, которые могут быть возбуждены посредством сильных коллективных переходов, разрешенных в бозонном пространстве. Для области двухфононного октупольного мультиплета в  $^{208}\text{Pb}$  такой конфигурацией очевидно является однофононная  $2_1^+$ -конфигурация, поскольку разница в энергии между этими конфигурациями лишь слегка превышает 1 МэВ. Смешивание различных конфигураций в волновой функции состояния  $[3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+}$  было учтено посредством диагонализации модельного гамильтониана на базисе волновых функций состояний  $2^+$ , имеющих вид

$$|\Psi_{2+}\rangle = \left\{ \sum_i S_i Q_{2+}^+ + \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} \frac{D_{\lambda_1 i_1}^{\lambda_2 i_2} [Q_{\lambda_1 i_1}^+ Q_{\lambda_2 i_2}^+]_{2+}}{\sqrt{1 + \delta_{\lambda_1, \lambda_2} \delta_{i_1, i_2}}} \right\} |\Psi_{g.s.}\rangle, \quad (22)$$

где  $i$  нумерует корни уравнения ПСФ для каждой мультипольности  $\lambda^\pi$ . В этом расчете были учтены все одно- и двухфононные (построенные из  $\lambda^\pi = 2^+, 3^-, 4^+$  фононов) конфигурации до энергии возбуждения 13 МэВ, т.е. включая изоскалярный квадрупольный резонанс. Результатом диагонализации являются энергетический спектр  $2^+$ -состояний и коэффициенты  $S_i$  и  $D_{\lambda_1 i_1}^{\lambda_2 i_2}$ , отражающие, соответственно, вклад каждой одно- и двухфононной конфигурации в волновую функцию возбужденных состояний (22).

Соответствующие этому расчету вероятности переходов представлены в колонке II табл. 5. Расчет показывает пренебрежимо малый вклад изоскалярного квадрупольного резонанса в низкоэнергетической области, но вклад на

уровне нескольких процентов от однофононной конфигурации  $2_1^+$  в волновую функцию состояния  $[3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+}$  увеличивает вероятность его возбуждения примерно в четыре раза. Ширина распада на состояние  $3_1^-$  при этом практически не изменяется, поскольку амплитуда матричного элемента  $E1$ -перехода  $\langle 3_1^- | M(E1) | 2_1^+ \rangle$  имеет тот же порядок величины, что и матричный элемент  $\langle 3_1^- | M(E1) | [3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+} \rangle$ .

Приведенная вероятность  $E1$ -распада  $[3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+} \rightarrow 3_1^-$  равна  $0,73 \cdot 10^{-3} e^2 \cdot \text{фм}^2$ . Эта величина находится в хорошем соответствии с экспериментальной величиной  $B(E1, [3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+} \rightarrow 3_1^-) = 0,95 \cdot 10^{-3} e^2 \cdot \text{фм}^2$  и  $1,20 \cdot 10^{-3} e^2 \cdot \text{фм}^2$  для возможных кандидатов, соответственно, в  $^{96}\text{Zr}$  [44] и  $^{144}\text{Sm}$  [46]. Неудивительно, что расчеты в  $^{208}\text{Pb}$  дают несколько меньшую величину для перехода, чем в более легких изотопах. Это связано с тем, что корреляции в основном состоянии, ответственные за матричный элемент перехода, являются более слабыми вдважды магическом изотопе свинца. Это утверждение подтверждается результатами тестового расчета величины этого перехода, выполненного в изотопе  $^{144}\text{Sm}$ . Они находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными из работы [46] и аналогичным расчетом в этом изотопе, выполненным в рамках теории ядерных полей [47].

Представленные расчеты являются наиболее чувствительными к колективности состояния  $3_1^-$ , которая зависит от величины силового параметра остаточного взаимодействия. Чтобы оценить надежность предсказаний, мы провели дополнительные расчеты, в которых значение вероятности  $B(E3, g.s. \rightarrow 3_1^-)$  перехода, являющейся входной информацией в расчете для определения силы остаточного взаимодействия, искусственно варьировалось на  $\pm 30\%$  по отношению к экспериментальному значению. Результаты этих расчетов включены, соответственно, в колонки Ia, IIa и IIb табл. 5. Ширина  $\gamma$ -распада состояния  $[3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+}$  в основное меняется при такой вариации силового параметра примерно в два раза, в то время как ширина распада на состояние  $3_1^-$  стабильна в пределах 20 %.

Величины, представленные в табл. 5, могут быть легко пересчитаны в сечения  $(\gamma, \gamma')$ -реакции. Целью предлагаемого эксперимента является зарегистрировать переходы в основное и на возбужденное состояния и определить их спин по угловым корреляциям ( $0_{g.s.}^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 0_{g.s.}^+$  и  $0_{g.s.}^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 3_1^-$ ) в измерении под двумя углами ( $90^\circ$  и  $130^\circ$ ). Основываясь на опыте предшествующих исследований [48], мы с определенностью можем сказать, что переход из двухфононного  $2^+$ -состояния на основное может быть легко измерен при использовании кластерного детектора для EUROBALL даже в наименее благоприятном случае (колонка Ia). Наблюдение перехода  $2^+ \rightarrow 3^-$ , имеющего примерно половинную энергию  $\gamma$ -перехода, более проблематично из-за резко растущего вклада фона реакции по направлению к низким энергиям  $\gamma$ -квантов в реакции ядерной резонансной флуоресценции.

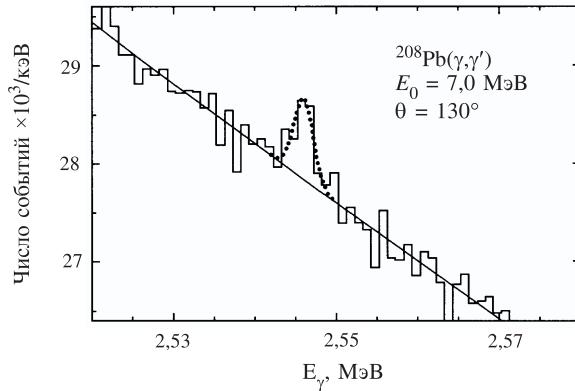


Рис. 6. Расчет по методу Монте-Карло спектра  $^{208}\text{Pb}(\gamma, \gamma')$ -реакции под углом  $130^\circ$ . Статистика данных, представленных в виде гистограммы, соответствует эксперименту недельной длительности в условиях [48]. Фон реакции хорошо описывается экспоненциальной функцией (наклонная линия). Пик в сечении, соответствующий переходу  $B(E1, [3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+} \rightarrow 3_1^-)$  (точки), описан в виде распределения Гаусса с амплитудой, нормированной на результаты расчета

Расчеты фона реакции, ожидаемого в эксперименте  $^{208}\text{Pb}(\gamma, \gamma')$  при граничной энергии тормозного спектра 7 МэВ, были выполнены по методу Монте-Карло с использованием программы GEANT [49]. Два кластера от EUROBALL были помещены под углами  $90^\circ$  и  $130^\circ$ , с использованием геометрии, аналогичной описанной в работе [48]. Поток фотонного пучка был нормирован так, чтобы он соответствовал эксперименту недельной длительности в экспериментальных условиях, описанных в работе [48]. Спектр фона основного состояния, после учета эффективности кластерных детекторов и их статистических флуктуаций, представлен на рис. 6 для интервала энергий фотона  $E_\gamma = 2,52 - 2,58$  МэВ. Он может быть описан простой экспоненциальной линией (наклонная линия). Эффект перехода  $[3_1^- \otimes 3_1^-]_{2+} \rightarrow 3_1^-$  с энергией фотона  $5,16 - 2,62 = 2,54$  МэВ показан в виде линии в форме Гаусса (точечная линия). Ее ширина взята из экспериментально определенного разрешения кластерного модуля, а высота нормирована на парциальную ширину распада из колонки II табл. 5. Мы можем заключить, что переход явно может быть отделен от фона реакции. В измерениях под углом  $90^\circ$ , несмотря на несколько худшее отношение пик/фон, это также справедливо в пределах  $3\sigma$ -ошибки.

## 5. СТРУКТУРА НИЗКОЛЕЖАЩИХ СОСТОЯНИЙ В НЕЧЕТНЫХ ЯДРАХ И ФОТОВОЗБУЖДЕНИЕ ИЗОМЕРОВ

Проблема фотовозбуждения изомеров\* вызвала недавно новый повышенный интерес [50–54]. Основной причиной исследований в этой области явилось предложение использовать заселение или разрядку изомеров с помощью резонансного фотопоглощения как основной механизм управления  $\gamma$ -лазером [55]. Хотя эксперименты по фотовозбуждению изомеров имеют пятидесятилетнюю историю, удивительно мало известно о структуре состояний при промежуточных энергиях, называемых также активационными состояниями (AC), ответственных за заселение изомеров. Подробное изложение физических исследований, посвященных проблеме изомерных состояний, можно найти в обзоре [56].

В большинстве фотоактивационных работ исследовали либо низкоэнергетическую область ( $E \leq 2$  МэВ см. например, [57, 58]), либо область гигантских резонансов [59–61], в которых проверялись статистические свойства  $\gamma$ -распада и конкуренция с другими каналами распада. С другой стороны, эксперименты в промежуточной области энергий возбуждения выявили весьма интересные закономерности. Отметим, что именно эта энергетическая область является наиболее привлекательной в плане создания  $\gamma$ -лазера. Для сферических ядер упомянутые закономерности имеют следующий характер. Показано, что зависимость выхода изомера от граничной энергии спектра тормозного излучения имеет линейный характер на интервале энергий порядка 1 МэВ, затем наблюдается резкий излом и снова линейное поведение на широком интервале энергий. Это свидетельствует о том, что существуют некоторые AC, связанные достаточно простой схемой перехода на изомер. Достижение их резко увеличивает выход изомера, при этом, несмотря на относительно высокую плотность возбужденных состояний при этих энергиях возбуждения, количество AC весьма ограничено.

Процесс фотовозбуждения изомера через AC схематически представлен на рис. 7. Исследование природы AC в изотопах  $^{79}\text{Br}$  [62],  $^{81}\text{Br}$  [63] и  $^{89}\text{Y}$  [64] посвящен настоящий раздел.

Начнем наше обсуждение с изотопа  $^{89}\text{Y}$ . Его привлекательность связана, в первую очередь, с тем, что для этого изотопа существуют экспериментальные данные не только по фотоактивации изомера, но и данные из реакции ядерной резонансной флуоресценции; совокупное рассмотрение этих данных представляет хорошую возможность для оценки надежности теоретических

---

\*Изомерами называют возбужденные состояния, расположенные вблизи основного состояния ядра, но сильно отличающиеся по величине полного момента. В результате распад изомера в основное состояние сильно подавлен высокой мультипольностью электромагнитного перехода, что выражается в относительно большом времени его жизни.

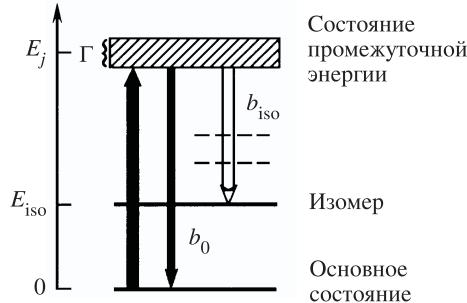


Рис. 7. Схематическое представление резонансного механизма, в котором изомер с энергией  $E_{\text{iso}}$  заселяется через состояния при промежуточной энергии (заштрихованная область). Промежуточные состояния характеризуются энергией возбуждения  $E_j$  и шириной распада  $\Gamma$ . Парциальные ширины  $b_0$  и  $b_{\text{iso}}$  описывают распад промежуточного состояния, соответственно, в основное состояние и на изомер. Величина  $b_{\text{iso}}$  является суммой всех неизвестных каскадов, посредством которых промежуточное состояние распадается на изомер через уровни, обозначенные пунктиром

предсказаний. Дело в том, что точность измерения энергии возбуждаемых уровней в реакции ядерной резонансной флуоресценции очень высока, в то время как в фотоактивационных экспериментах она составляет величину порядка 200 кэВ. Кроме того, как мы увидим ниже, сечения этих двух реакций связаны друг с другом. Изотоп  $^{89}\text{Y}$  также интересен своей полумагической природой. Ограниченностю конфигурационного пространства облегчает выделение наиболее существенных моментов ядерной структуры. Кроме того, дополнительная информация из спектроскопических исследований [65] является доступной до относительно высоких энергий возбуждения. Основное состояние  $^{89}\text{Y}$  характеризуется спином и четностью  $J^\pi = 1/2^-$ , изомерное состояние с  $J^\pi = 9/2^+$  имеет энергию возбуждения  $E_{\text{iso}} = 0,909$  МэВ. Как у многих ядер из этой массовой области, распад изомера в основное состояние в  $^{89}\text{Y}$  связан с M4-переходом  $1/2^- \rightarrow 9/2^+$ .

Результаты расчета величины сечения фотовозбуждения  $(\sigma\Gamma)_0^i$  низколежащих состояний в изотопе  $^{89}\text{Y}$  и соответствующие экспериментальные данные из реакции ядерной резонансной флуоресценции представлены на рис. 8. Расчеты были выполнены с волновой функцией, содержащей квазичастичную и "квазичастица  $\otimes$  фонон" компоненты. Для расчета частичных уровней использовались фононы остова  $^{88}\text{Sr}$ , для дырочных уровней –  $^{90}\text{Zr}$ . Мы включили в расчет фононы натуральной четности мультипольности  $\lambda^\pi = 1^-, \dots, 6^+$  до энергии 12 МэВ, однако сами расчеты показали, что только коллективные  $2^+$ -фононы играют существенную роль для описания процесса фотовозбуждения до энергий порядка 5 МэВ, поскольку взаимодействие различных кон-

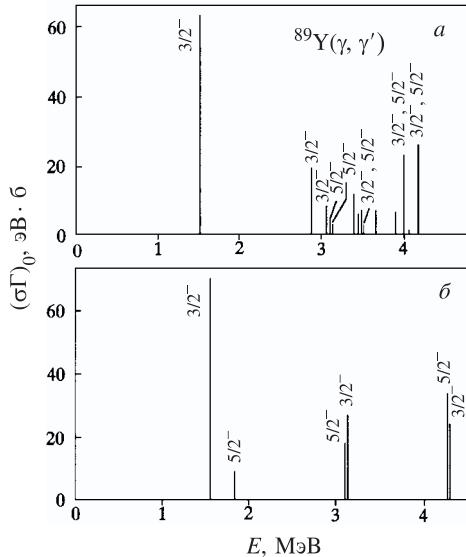


Рис. 8. Сравнение экспериментальных (а) сечений  $(\sigma\Gamma)_0$  в реакции  $^{89}\text{Y}(\gamma, \gamma')$  для распада в основное состояние с результатами расчета (б). Спин и четность для экспериментальных данных взяты из работы [65]

фигураций является достаточно слабым в этом ядре. Численные расчеты были выполнены с использованием программы PHOQUIS [66].

Так как при фотовозбуждении заметный вклад в сечение реакции дают переходы малой мультипольности, мы рассчитали только спектры возбужденных состояний в  $^{89}\text{Y}$ , связанные с основным состоянием посредством  $E1$ -,  $E2$ - и  $M1$ -переходов. Мы обнаружили только шесть переходов с энергией ниже 4,5 МэВ, обладающих существенной величиной матричного элемента. Полученная степень фрагментации состояний заметно слабее, чем наблюдавшаяся в эксперименте, и причиной этого является ограничение модельного пространства. Однако, поскольку вклад многофононных конфигураций в сечение возбуждения пренебрежимо мал, основные черты результатов  $(\gamma, \gamma')$ -реакции могут быть объяснены уже на уровне однофононного приближения.

Два нижайших состояния в расчетах имеют энергию 1,540 и 1,838 МэВ и соответствуют хорошо известным нижайшим уровням с  $J^\pi = 3/2^-$  и  $5/2^-$ , которые, как было показано в работе [67], характеризуются, соответственно,  $p_{3/2}$  и  $f_{5/2}$  одночастичной природой. Результат расчета для уровня  $3/2^-$  величины  $(\sigma\Gamma)_0 = 70,2$  эВ·б находится в отличном согласии с экспериментом. Слегка завышенным оказывается коэффициент смешивания  $E2/M1$ :  $\delta = -0,254$  по сравнению с экспериментальным значением  $\delta = -0,139$ ,

что, по всей видимости, указывает на завышенную величину примеси конфигурации  $[p_{1/2} \otimes 2_1^+]_{3/2^-}$ , которая усиливает вклад  $E2$ -перехода. Состояние  $5/2^-$  возбуждается гораздо слабее и не обнаруживается в эксперименте. Из имеющихся данных [65] можно получить для него  $(\sigma\Gamma)_0 = 4,67$  эВ·б, что также неплохо соответствует настоящему расчету, являясь при этом величиной, меньшей флуктуации фона реакции.

Следующие переходы соответствуют группе практически вырожденных состояний, природой которых является спаривание квазичастичной конфигурации основного состояния с низколежащими коллективными квадрупольными фононами соседнего четно-четного ядра  $^{90}\text{Zr}$ , т.е. состояний, обладающих структурой  $[p_{1/2} \otimes 2_{1,3}^+]_{3/2^-, 5/2^-}$ . Следует отметить, что вырождение по энергии для этих состояний является результатом пренебрежения в расчете конфигурациями более высокой сложности, которое, скорее всего, будет устранено при учете двухфононных конфигураций. Состояние с энергией 3,147 МэВ и  $J^\pi = 3/2^-$  соответствует экспериментальному состоянию с энергией 2,881 МэВ и, возможно, состоянию с энергией 3,067 МэВ. По крайней мере, амплитуды сечений свидетельствуют в пользу этого сопоставления. Состояние  $5/2^-$  в расчете разумным образом можно сопоставить с группой состояний, расфрагментированных до энергии 3,5 МэВ. Состояния, образованные в результате спаривания с  $2_3^+$  однофононной конфигурацией, могут быть идентифицированы как экспериментальные уровни с энергией 3,992 и 4,170 МэВ.

Структура этих состояний указывает на то, что рождение квадрупольного фонона ответственно за силу  $(\gamma, \gamma')$ -переходов. Соответственно переход  $1/2^- \rightarrow 3/2^-$  имеет преимущественно  $E2$ -природу. Нижайшее  $3/2^-$ -состояние также обладает некоторой силой  $M1$ -возбуждения из-за 8 % примеси одночастичной компоненты  $p_{1/2}$  волновой функции. Доминирование коллективных  $E2$ -переходов объясняет хорошее соответствие данным, полученным в реакции неупругого рассеяния нуклонов.

В эксперименте по фотоактивации изомера в  $^{89}\text{Y}$  были обнаружены два излома в зависимости выхода изомера от граничной энергии тормозного спектра. Эти изломы при энергии 2,9 и 4,0 МэВ свидетельствуют о том, что в рассматриваемом ядре на энергетическом интервале 2,2÷5,0 МэВ существуют только два АС, ответственные за фотовозбуждение изомера. Так как точность по энергии в фотоактивационных экспериментах невысока, это, в принципе, может также свидетельствовать о двух группах близколежащих состояний, неразрешенных в эксперименте, но прецизионные данные реакции ядерной резонансной флуоресценции отвергают эту возможность. Поскольку спектр  $(\gamma, \gamma')$ -реакции полностью объясняется  $M1$ - и  $E2$ -переходами, для полного изменения спина и четности  $\Delta J^\pi = 4^+$  при переходе на конечное изомерное состояние необходим двухступенчатый каскад, который включал бы  $E1$ -переход для изменения четности. На рис. 9 представлена схема выбранных

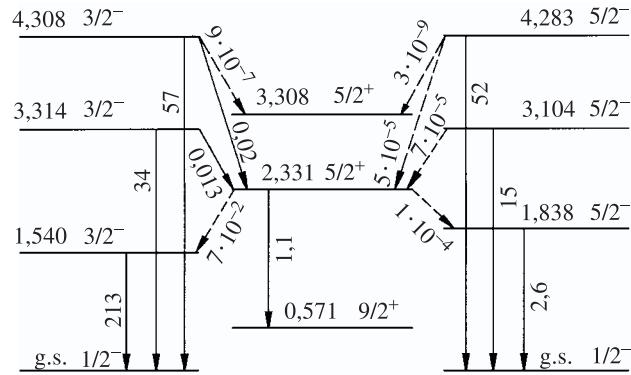


Рис. 9. Рассчитанная схема уровней и их распадных ширин для изотопа  $^{89}\text{Y}$ . Схема ограничена только состояниями, относящимися к описанию процесса фотовозбуждения изомера. Состояния  $3/2^-$  расположены слева, состояния  $5/2^-$  – справа, состояния  $5/2^+$  – в центре. Энергии состояний приведены в единицах МэВ, ширины распада – в единицах мэВ. Слабые переходы изображены пунктиром

уровней, возникающих в расчете и удовлетворяющих этому условию. Для первой ступени каскада распада на изомер мы ограничились состояниями  $5/2^+$ , и два из них были обнаружены в рассматриваемой энергетической области. Переходы из состояний  $3/2^-$  и  $5/2^-$  на промежуточные состояния с другими значениями спина и четности, которые также, в принципе, могут быть включены в процесс окончательного распада на изомер, настолько слабы по сравнению с переходом в основное состояние, что они были исключены из дальнейшего рассмотрения.

Если ширины парциального распада состояний  $3/2^-$  и  $5/2^-$  в основном сравнимы, наблюдается огромная разница в вероятности их участия в процессе заселения состояния  $5/2^+$ . Распад на состояние с большей энергией (3,308 МэВ) в модельном пространстве крайне слаб из-за практически чистой структуры  $[p_{1/2} \otimes 3_1]_{5/2+}$  этого состояния и возможен только благодаря переходу  $2_1^+ \rightarrow 3_1^-$ , который, как нам известно из рассмотрения в предыдущих разделах, является переходом следующего порядка малости по сравнению с коллективным переходом однофононного обмена. Состояния с моментом и четностью  $3/2^-$  имеют небольшие, но заметные величины распада на нижайшее состояние  $5/2^+$ . Ширины распада состояний  $5/2^-$  на то же состояние  $5/2^+$  значительно слабее по сравнению с распадом состояний  $3/2^-$ , так как имеют матричный элемент  $E1$ -перехода примерно на порядок меньше. Нижайшее состояние  $5/2^+$  сильно связано с изомером посредством  $[g_{9/2} \otimes 2_1^+]$ -компоненты своей волновой функции, таким образом, переходы с состояний  $3/2^-$  являются механизмом, ответственным за заселение изомера.

Этот результат находится в полном согласии с экспериментальными данными, свидетельствующими о наличии только двух АС примерно равной силы, при этом в расчете хорошо воспроизводится энергетическое положение АС.

Мы провели также исследования процессов, ответственных за фотовозбуждение изомеров в ядрах с открытой оболочкой  $^{79,81}\text{Br}$ . Данные из реакции ядерной резонансной флуоресценции отсутствуют для этих изотопов, но, как мы увидим в дальнейшем, теоретические расчеты позволяют сделать достаточно однозначный вывод относительно структуры АС, ответственных за заселение изомера.

В изотопе  $^{81}\text{Br}$  выход изомера, как функция граничной энергии тормозного спектра, экспериментально был измерен в энергетическом интервале  $3\div4,2$  МэВ. В кривой выхода был обнаружен единственный излом при энергии  $(3,45\pm0,15)$  МэВ. Отсутствие данных из  $(\gamma, \gamma')$ -реакции не позволяет в этом случае с определенностью утверждать, имеем мы дело с одиночным АС или с группой близко расположенных уровней. Последнее также в принципе возможно, особенно принимая во внимание тот факт, что мы можем ожидать более сильную фрагментацию конфигураций в переходном ядре брома, нежели в изотопе  $^{89}\text{Y}$ .

Для определения структуры АС  $^{81}\text{Br}$  мы рассчитали спектр возбужденных состояний в энергетическом интервале  $3\div4,5$  МэВ с волновой функцией, содержащей квазичастичную и "квазичастица  $\otimes$  фонон" компоненты. Основным состоянием  $^{81}\text{Br}$  является уровень с квантовыми числами  $3/2^-$ . Поэтому был рассчитан спектр состояний с  $J^\pi = 1/2^\pm, 3/2^\pm$  и  $5/2^\pm$ , возбуждение которых из основного состояния ядра возможно посредством  $E1$ -,  $M1$ - или  $E2$ -компонент электромагнитного поля. Помимо энергии возбуждения и структуры возбуждаемых состояний мы также рассчитали сечения их фотовозбуждения из основного состояния ядра. Состояния, имеющие неисчезающие малые величины сечения  $\sigma_{3/2^- \rightarrow J_f}$ , представлены в табл. 6. В таблице также приведены вклады квазичастичной ( $\alpha^+$ ) и основной "квазичастица  $\otimes$  фонон" ( $\alpha^+ Q^+$ ) компонент в структуру этих состояний.

Как показывают наши расчеты, в энергетическом интервале  $3,0\div4,5$  МэВ в  $^{81}\text{Br}$  расположены возбужденные состояния, характеризуемые малой примесью одноквазичастичной компоненты в нормировку волновой функции. Поэтому валентные переходы на эти состояния из основного состояния ядра сильно подавлены. Также подавленными являются и переходы с обменом коллективными фононами, обладающими большими  $B(E(M)\lambda)$ . Причины подавления чисто энергетические. Коллективный  $2_1^+$ -фонон имеет слишком малую энергию для исследуемого энергетического интервала, в то время как  $1^+$ -фонон, формирующий  $M1$ -резонанс, расположен слишком высоко, так же, как и даже неколлективные  $1^-$ -фононы. Исключение составляют состояние с моментом и четностью  $J^\pi = 5/2^+$  и имеющее энергию возбуждения  $E_x = 3,18$  МэВ и в некоторой степени состояние с  $J^\pi = 1/2^+$  и

**Таблица 6. Возбужденные состояния  $^{81}\text{Br}$  из энергетического интервала 3÷4,5 МэВ с наибольшими значениями сечения возбуждения из основного состояния  $\sigma_{3/2^- \rightarrow J_f}$  и вклад квазичастичной ( $\alpha^+$ ) и основной "квазичастица  $\otimes$  фонон" ( $\alpha^+ Q^+$ ) компонент в структуру этих состояний**

$J_f$	$E_x$ , МэВ	Переход	$\sigma_{3/2^- \rightarrow J_f}$ , мб · МэВ	$\alpha^+$	$\alpha^+ Q^+$
$5/2^+$	3, 18	$E1$	0, 375	$2d_{5/2}(12, 9\%)$	$1g_{9/2}2_1^+(83, 0\%)$
$1/2^+$	3, 65	$E1$	0, 094	$2s_{1/2}(4, 34\%)$	$1f_{5/2}3_1^-(94, 9\%)$
$3/2^+$	3, 75	$E1$	0, 002	$1d_{3/2}(2, 11\%)$	$2f_{5/2}3_1^-(66, 6\%)$
$5/2^+$	3, 91	$E1$	0, 007	$1d_{5/2}(0, 49\%)$	$1f_{5/2}3_1^-(83, 9\%)$
$1/2^-$	3, 97	$E2$	0, 002	$2p_{1/2}(0, 01\%)$	$2p_{3/2}2_5^+(99, 9\%)$
$3/2^-$	3, 97	$E2$	0, 005	$2p_{3/2}(0, 01\%)$	$2p_{3/2}2_5^+(99, 9\%)$
$3/2^-$	4, 04	$M1$	0, 043	$2p_{3/2}(0, 38\%)$	$2p_{3/2}1_1^+(99, 0\%)$
$1/2^-$	4, 18	$M1$	0, 014	$2p_{1/2}(0, 78\%)$	$2p_{3/2}1_1^+(99, 0\%)$
$3/2^-$	4, 27	$M1$	0, 002	$2p_{3/2}(0, 21\%)$	$2p_{1/2}1_1^+(99, 3\%)$
$3/2^+$	4, 28	$E1$	0, 003	$2d_{3/2}(0, 97\%)$	$2p_{3/2}3_1^-(60, 8\%)$
$5/2^+$	4, 29	$E1$	0, 018	$2d_{5/2}(0, 46\%)$	$1p_{3/2}3_1^-(51, 7\%)$

$E_x = 3, 65$  МэВ, обладающие заметным вкладом квазичастичной компоненты в нормировку их волновых функций.

Остановимся более подробно на состоянии с  $J^\pi = 5/2^+$  и  $E_x = 3, 18$  МэВ. Приведенная вероятность его возбуждения из основного состояния составляет  $0,03 e^2 \cdot \text{фм}^2$  и определяется исключительно валентным  $E1$ -переходом  $3/2^- \rightarrow 5/2^+$ . Удивительным для этого состояния является наличие заметной примеси одночастичной компоненты в его волновой функции. Одноквазичастичный уровень  $\pi(2d_{5/2})$  расположен значительно выше, в наших расчетах он имеет энергию 7,1 МэВ, но в результате взаимодействия квазичастичной и "квазичастица  $\otimes$  фонон" конфигураций часть силы этого уровня, и при этом заметная часть, выталкивается в область более низких энергий. Этот эффект наглядно представлен на рис. 10, на котором изображена фрагментация  $\pi(2d_{5/2})$  одноквазичастичной компоненты по состояниям с моментом и четностью  $J^\pi = 5/2^+$ . Низкоэнергетический пик в этом распределении и формирует АС, обнаруженное в эксперименте. Дополнительным аргументом (помимо большой величины сечения возбуждения  $\sigma_{J_i \rightarrow J_f}$ )

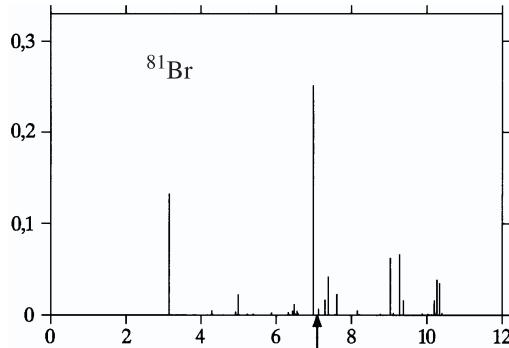


Рис. 10. Распределение силы квазичастичной компоненты  $\pi(2d_{5/2})$  по возбужденным состояниям с моментом и четностью  $J^\pi = 5/2^+$  в  $^{81}\text{Br}$ . Линия со стрелкой указывает положение одноквазичастичного уровня  $\pi(2d_{5/2})$

в пользу последнего утверждения служит основная, "квазичастица  $\otimes$  фонон" компонента, вклад которой в волновую функцию этого состояния превышает 80 %. Квазичастичная часть этой компоненты имеет квантовые числа  $9/2^+$ , и, таким образом, эта компонента связана посредством коллективного  $E2$ -распада с изомером  $9/2^+$ , выход которого регистрировался в эксперименте.

Рассмотрим теперь распад состояния с  $J^\pi = 5/2^+$  и  $E_x = 3,18$  МэВ на изомерное состояние  $9/2^+$ . В наших расчетах нижайшее  $9/2^+$ -состояние имеет энергию возбуждения, равную 1,63 МэВ, и состоит на 64 % из одноквазичастичной конфигурации  $1g_{9/2}$  и на 30 % из конфигурации  $[1g_{9/2} \otimes 2_1^+]_{9/2^+}$ . Экспериментальное значение для энергии изомера в  $^{81}\text{Br}$  равно 536 кэВ. Учет конфигураций типа "квазичастица  $\otimes$  2 фонона" на свойства низколежащих состояний в нечетных ядрах рассмотрен в работе [68]. Показано, что включение в рассмотрение сложных конфигураций существенно улучшает описание энергетического положения низколежащих уровней. В частности, их учет в  $^{81}\text{Br}$  приводит к понижению энергии нижайшего  $9/2^+$ -состояния до величины 0,87 МэВ, существенно приближаясь к экспериментальному значению, при этом положение АС  $5/2^+$  существенно не изменяется. Прямой переход между рассматриваемыми состояниями  $5/2^+$  и  $9/2^+$  идет на  $\sim 90$  % за счет обмена коллективным  $2_1^+$ -фононом и составляет  $B(E2 \downarrow) = 386 e^2 \cdot \text{фм}^4$ . Используя эту величину, можно оценить изомерное отношение, полагая, что в  $\Gamma_{\text{iso}}$  основной вклад дает прямой коллективный переход на изомерное состояние, а в  $\Gamma$  – переход в основное состояние, т.е.  $\Gamma = \Gamma_0$ . В этих предположениях получаем  $\Gamma_{\text{iso}}/\Gamma = 6 \cdot 10^{-2}$ . Оценка величины полного сечения образования ядра в изомерном состоянии через уровень  $5/2^+$  с  $E_x = 3,18$  МэВ с этим  $\Gamma_{\text{iso}}/\Gamma$  составляет 20 мкб·МэВ, что неплохо согласуется с экспериментальным значением 5 мкб·МэВ, принимая во внимание тот факт, что эксперименталь-

ное значение имеет погрешность порядка фактора 3, главным образом, из-за неопределенности в интенсивности пучка фотонов.

Что касается состояния с  $J^\pi = 1/2^+$  и  $E_x = 3,65$  МэВ, вероятность возбуждения которого всего в четыре раза меньше по сравнению с состоянием с энергией  $E_x = 3,18$  МэВ, его вклад в полное сечение фотовозбуждения изомера пренебрежимо мал из-за большой разницы по спину с изомером ( $\Delta J = 4$ ) и по структуре его волновой функции.

В изотопе  $^{79}\text{Br}$  картина фотовозбуждения изомера  $9/2^+$  очень напоминает аналогичную картину в соседнем изотопе  $^{81}\text{Br}$ . Расчет предсказывает наличие двух АС в энергетическом интервале  $0 \div 4$  МэВ. Первое состояние с моментом и четностью  $J^\pi = 7/2^-$ , расположенное при энергии возбуждения 1,1 МэВ, имеет волновую функцию

$$\Psi\left(\frac{7}{2}^-\right) = (0,34)2f_{7/2} + (0,85)[2p_{3/2} \otimes 2_1^+]_{7/2^-} + \dots \quad (23)$$

Возбуждение этого состояния происходит за счет коллективного  $2_1^+$ -фонона, связывающего состояние (23) с основным состоянием ядра  $3/2^-$ . Его распад на изомер обусловлен валентным  $E1$ -переходом  $2f_{7/2} \rightarrow 1g_{9/2}$ . Экспериментально известен  $7/2^-$ -уровень с энергией 0,761 МэВ, а также уровень с энергией 1,8 МэВ, который, предположительно, имеет те же спин и четность. Предполагая, что состояние (23) (которое, естественно, будет фрагментироваться при учете связи с более сложными конфигурациями) соответствует этим двум экспериментальным уровням, мы получаем очень хорошее согласие по абсолютной величине сечения фотовозбуждения изомера в области предельной энергии тормозного излучения до 2 МэВ с экспериментальными данными.

Сильное АС в районе 3,2 МэВ с  $J^\pi = 5/2^+$  является аналогом соответствующего состояния в  $^{81}\text{Br}$ , подробно обсуждавшегося выше. В  $^{79}\text{Br}$  его волновая функция имеет вид

$$\Psi\left(\frac{5}{2}^+\right) = (0,38)2d_{5/2} + (0,90)[1g_{9/2} \otimes 2_1^+]_{5/2^+} + \dots, \quad (24)$$

и его возбуждение и распад на изомер характеризуются противоположной природой по сравнению с состоянием (23): валентный  $E1$ -переход  $2p_{3/2} \rightarrow 2d_{5/2}$  при возбуждении и коллективный  $E2$ -распад на изомер.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В обзоре представлены теоретические исследования структуры низколежащих состояний в сферических ядрах, выполненных в рамках квазичастично-фононной модели ядра, и сравнение результатов расчетов с имеющимися современными экспериментальными данными, полученными в

различных ядерных реакциях. Детально изучено взаимодействие простых (однофононных) и сложных (многофононных) компонент волновых функций возбужденных состояний и изменение роли этого взаимодействия в определении свойств рассматриваемых состояний при переходе от ядер с замкнутой оболочкой к переходным ядрам. Продемонстрировано, что используемая модель описывает на хорошем количественном уровне большой объем современной экспериментальной информации о свойствах изучаемых состояний, полученных в различных ядерных реакциях.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соловьев В.Г. — Теория атомного ядра: квазичастицы и фононы. М.: Энергоатомиздат, 1989.
2. Вдовин А.И., Соловьев В.Г. — ЭЧАЯ, 1983, т.14, с.237.
3. Воронов В.В., Соловьев В.Г. — ЭЧАЯ, 1983, т.14, с.1380.
4. Ponomarev V.Yu. et al. — Nucl. Phys., 1979, v.A323, p.446.
5. Sandor R.K.J. — PhD Thesis, Free Univ. of Amsterdam, 1991.
6. Sandor R.K.J. et al. — Phys. Lett., 1989, v.B233, p.54.
7. Sandor R.K.J. et al. — Nucl. Phys., 1991, v.A535, p.669.
8. Perrino R. et al. — Nucl. Phys., 1993, v.A561, p.343.
9. Sandor R.K.J. et al. — Nucl. Phys., 1993, v.A551, p.378.
10. Lanen J.B.J.M. — PhD Thesis, Univ. of Utrecht, 1990.
11. Вдовин А.И., Стоянов Ч. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1974, т.38, с.119.
12. Jones W.P. et al. — Phys. Rev., 1971, v.C4, p.580.
13. Karadgov D., Voronov V.V., Catara F. — Phys. Lett., 1993, v.B306, p.197; Journ. of Phys. G, 1994, v.20, p.1431.
14. Trache L. et al. — Nucl. Phys., 1989, v.A492, p.23.
15. Pignanelli M. et al. — Nucl. Phys., 1993, v.A559, p.1.
16. Götz U. et al. — Nucl. Phys., 1972, v.A192, p.1.
17. Wise J.E. et al. — Phys. Rev., 1992, v.C45, p.2701.
18. Kim W. et al. — Phys. Rev., 1992, v.C45, p.2290.
19. Kim W. et al. — Phys. Rev., 1991, v.C44, p.2400.
20. Ponomarev V.Yu. et al. — Nucl. Phys., 1992, v.A549, p.180.
21. Grinberg M., Stoyanov Ch. — Nucl. Phys., 1994, v.A573, p.231.
22. Pignanelli M. et al. — Nucl. Phys., 1990, v.A519, p.567.
23. Pignanelli M. et al. — Nucl. Phys., 1992, v.A540, p.27.
24. Fujita Y. et al. — Phys. Rev., 1989, v.C40, p.1595.
25. Arima A., Iachello F. — Ann. of Phys., 1978, v.111, p.201.
26. Пятов Н.И., Базнат М.И., Саламов Д.И. — ЯФ, 1977, т.25, с.1155;  
Пятов Н.И., Базнат М.И. — ЯФ, 1979, т.30, с.1219.

27. **Воронов В.В., Кхоча Д.Т., Пономарев В.Ю.** — Изв. АН СССР, сер. физ., 1984, т.48, с.1846.
28. **Metzger R.F.** — Phys. Rev., 1976, v.C14, p.543.
29. **Swann C.P.** — Phys. Rev., 1977, v.C15, p.1967.
30. **Metzger R.F.** — Phys. Rev., 1978, v.C18, p.2138.
31. **Vogel P., Kochbach L.** — Nucl. Phys., 1971, v.A210, p.221.
32. **Pitz H.H. et al.** — Nucl. Phys., 1990, v.A509, p.587.
33. **Herzberg R.-D. et al.** — Phys. Lett., 1997, v.B390, p.49.
34. **Laszewski R.M. et al** — Phys. Rev., 1986, v.C34, p.R2013.
35. **Soloviev V.G., Stoyanov Ch., Voronov V.V.** — Nucl. Phys., 1978, v.A304, p.503.
36. **Wolf A. et al.** — Phys. Rev., 1972, v.C6, p.2276.
37. **Tenenbaum J., Moreh R., Nof A.** — Nucl. Phys., 1974, v.A218, p.95.
38. **Бор О., Моттельсон Б.** — Структура атомного ядра. Пер. англ.: М.: Мир, т.2, 1977.
39. **Marumori T. et al.** — Prog. Theor. Phys., 1964, v.31, p.1009.
40. **Enders J. et al.** — Nucl. Phys., 1997, v.A612, p.239.
41. **Robinson S.J. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1994, v.73, p.412.
42. **Kleinheinz P. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1982, v.48, p.1457.
43. **Lunardi S. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1984, v.53, p.1531.
44. **Molnár G. et al.** — Nucl. Phys., 1989, v.A500, p.43.
45. **Kusnezov D.F., Henry E.A., Meyer R.A.** — Phys. Lett., 1989, v.B228, p.11.
46. **Gatenby R.A. et al.** — Phys. Rev., 1990, v.C41, p.R414.
47. **Müller-Zanotti E. et al.** — Phys. Rev., 1993, v.C47, p.2524.
48. **von Brentano P. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1996, v.76, p.2029.
49. **Brun R. et al.** — Program GEANT3, CERN Report DD/EE/84-1, 1995.
50. **Abderson J.A. et al.** — Phys.Rev., 1988, v.C38, p.2838.
51. **Collins C.B. et al.** — Phys. Rev., 1990, v.C42, p.R1813.
52. **Carroll J.J. et al.** — Phys. Rev., 1991, v.C43, p.897.
53. **Carroll J.J. et al.** — Phys. Rev., 1991, v.C43, p.1238.
54. **von Neumann-Cosel P. et al.** — Phys. Lett., 1991, v.B266, p.9.
55. **Collins C.B. et al.** — J. Appl. Phys., 1982, v.53, p.4645.
56. **Гангрский Ю.П., Тончев А.П., Балабанов Н.П.** — ЭЧАЯ, 1996, т.27, с.1043.
57. **Booth E.C., Brownson J.** — Nucl. Phys., 1967, v.A98, p.529.
58. **Veres Á.** — At. Energy Rev., 1980, v.18, p.281.
59. **Биган З.М. и др.** — ЯФ, 1989, т.49, с.567.
60. **Джилавян Л.З. и др.** — ЯФ, 1990, т.51, с.215.
61. **Sáfrá J. et al.** — Phys. Rev., 1991, v.C44, p.1086.
62. **Carroll J.J. et al.** — Phys. Rev., 1993, v.C48, p.2238.
63. **Ponomarev V.Yu. et al.** — Journ. of Phys. G, 1990, v.16, p.1727.
64. **Huber M. et al.** — Nucl. Phys., 1993, v.A559, p.253.
65. **Sieversf H.** — Nucl. Data Sheets, 1989, v.58, p.351.
66. **Стоянов Ч., Кхьюонг Ч.З.** — Препринт ОИЯИ, Р4-81-234, Дубна, 1981.
67. **Stuirbank A. et al.** — Z. Phys., 1980, v.A297, p.307.
68. **von Neumann-Cosel P. et al.** — Z. Phys., 1995, v.A350, p.303.

УДК 539.17.01; 539.172.12; 539.17.016

## УПРУГОЕ $pd$ -РАССЕЯНИЕ НАЗАД ПРИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЭНЕРГИЯХ

Ю.Н.Узиков

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Казахский государственный университет им.Аль-Фараби, Алма-Ата, Казахстан

Рассмотрены теоретические подходы к описанию упругого  $pd$ -рассеяния назад при энергиях  $0,5 \div 2$  ГэВ. Наряду с механизмами обмена нейтроном и однократного  $pN$ -рассеяния исследована роль механизма обмена  $N^*$ -изобарами на основе шестиварковой модели для  $dNN^*$ -вершин. Релятивистские эффекты учитываются на основе гамильтоновской динамики систем с фиксированным числом частиц. Показана важная роль глауберовских перерассеяний в начальном и конечном состояниях при рассмотрении механизма передачи нейтрана. Особое внимание уделено механизму возбуждения  $\Delta$ -изобары, который, несмотря на большую передачу импульса, довольно слабо чувствителен к высокомоментальным компонентам волновой функции дейтрана и является доминирующим при энергиях налетающих протонов  $T_p = 0,5 \div 1$  ГэВ. Для определения параметров амплитуд перехода  $NN \rightleftharpoons N\Delta$ , необходимых при вычислении вклада  $\Delta$ -изобары в процессе  $pd \rightarrow dp$ , исследована реакция  $pp \rightarrow pn\pi^+$  в  $\Delta$ -резонансной области. Показана очень высокая чувствительность амплитуды  $\Delta$ -резонансного механизма процесса  $pd \rightarrow dp$  к параметрам вершинных формфакторов  $\pi NN$ ,  $\pi N\Delta$ ,  $\rho NN$  и  $\rho N\Delta$ . Кратко обсуждается роль более экзотических механизмов.

Theoretical approaches for backward elastic  $pd$  scattering at energies 0.5-2 GeV are discussed. In addition to the mechanisms of neutron exchange and single  $pN$ -scattering the role of mechanism of  $N^*$ -isobars exchanges is investigated on the basis of 6-quark model for the  $dNN^*$ -vertices. Relativistic effects are taken into account in the framework of Hamiltonian dynamics of systems with fixed number of particles. An important role of Glauber rescatterings in the initial and final states are shown for the mechanism of neutron exchange. A special attention is paid to the mechanism of  $\Delta$ -isobar excitation which is rather weak sensitive to the high momentum components of deuteron wave function in spite of high momentum transfer and dominates at energies of incident protons of  $T_p = 0.5 - 1$  GeV. The reaction  $pp \rightarrow pn\pi^+$  is investigated in the  $\Delta$ -resonance region in order to determine the parameters of amplitudes  $NN \rightleftharpoons N\Delta$ , which enter the amplitude of  $\Delta$ -isobar excitation mechanism of the  $pd \rightarrow dp$  process. A very high sensitivity of the amplitude of the  $\Delta$ -resonance mechanism of the  $pd \rightarrow dp$  process to the parameters of formfactors in the vertices  $\pi NN$ ,  $\pi N\Delta$ ,  $\rho NN$  and  $\rho N\Delta$  is demonstrated. Some exotic mechanisms are briefly discussed.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Интерес к исследованию упругого  $pd$ -рассеяния назад при энергиях  $\sim 1-2$  ГэВ не ослабевает в течение последних 30 лет как в теории [1-15], так и в эксперименте [16-23] главным образом потому, что это один из простейших процессов, в котором за счет большой передачи импульса может содержаться информация о свойствах  $NN$ -взаимодействия в области перекрывания нуклонов. В этом процессе дейтрон воспринимает как целое большую передачу

импульса и энергии, которая в сотни раз превышает его энергию связи. Значительный интерес вызывает вопрос о том, в какой мере это свойство дейтрона связано с 6-кварковой и релятивистской структурой его волновой функции. Важную информацию для установления механизма упругого  $pd$ -рассеяния назад,  $pd \rightarrow dp$ , даст измерение соответствующего полного набора независимых поляризационных наблюдаемых в коллинеарной кинематике, планируемое в ОИЯИ [22].

Активное исследование в течение последних десятилетий упругого  $pd$ -рассеяния назад принесло ряд интересных идей в физику промежуточных энергий – существование нуклонных изобар  $N^*$  в ядрах [1], трехбарионные резанансы [8], выявило важную роль виртуальных пионов [2, 3], поставило вопрос о динамике цвета в этом процессе [10]. Однако результаты проведенных исследований не дали убедительных доказательств того, что наиболее чувствительные к высокоимпульсным компонентам волновой функции дейтрона механизмы – обмен нуклоном (ОН) и однократное рассеяние (ОР) – играют основную роль в процессе  $pd \rightarrow dp$  при энергиях  $T_p \geq 0,5$  ГэВ. Известные в литературе утверждения о доминировании механизма ОР [7] или ОН [11] сделаны при довольно искусственных предположениях об упругом формфакторе при больших передачах импульса  $Q \geq 2$  ГэВ/с или высокоимпульсных компонентах его волновой функции соответственно. Напротив, при использовании более обоснованных, так называемых реалистических волновых функций дейтрона, согласно расчетам [4], механизм ОН испытывает подавление за счет искажений в начальном и конечном состояниях и в результате явно недооценивает абсолютную величину наблюдаемого сечения в интервале энергий  $\sim 0,5 \div 2$  ГэВ. Более того, прогресс в поляризационных измерениях [19, 21] выявил резкое противоречие между предсказаниями механизма ОН и экспериментальными данными для тензорной поляризации  $T_{20}$ . Расчеты [9], выполненные в рамках полностью ковариантного формализма Бете–Солпитера для полюсного механизма ОН, не привели к улучшению согласия с экспериментом. С другой стороны, выяснилось, что при определенных энергиях большая передача импульса может осуществляться посредством механизмов, не требующих существенного участия высокоимпульсных компонент волновой функции ядра. Одним из таких механизмов является двукратное  $pN$ -рассеяние с возбуждением  $\Delta$ -изобары в процессе  $pd \rightarrow dp$ , доминирующее в области начальных энергий  $0,5 \div 1,0$  ГэВ. В рамках  $\Delta$ -резонансного механизма удается получить качественное объяснение наблюдаемой абсолютной величины сечения при  $T_p = 0,5 \div 1$  ГэВ [12, 13], а согласно [12] — и тензорной поляризации  $T_{20}$ . При  $T_p \geq 1$  ГэВ аналогичную роль может играть возбуждение более тяжелых нуклонных изобар  $N^*$ .

Тем не менее в настоящее время нельзя утверждать, что вопрос о роли и тем более абсолютной величине вклада механизма ОН в процес-

се  $pd \rightarrow dp$  решен окончательно. Во-первых, не существует однозначной модельно-независимой информации о высокоимпульсных компонентах волновой функции дейтрона в  $pn$ -секторе. Во-вторых, расхождение с экспериментом по  $T_{20}$  во всех предыдущих расчетах в рамках механизма ОН было получено: а) без учета взаимодействия в начальном и конечном состояниях и б) без учета обмена  $N^*$ -изобарами, из которых наиболее важным для согласования с экспериментом по  $T_{20}$  ожидается вклад  $P$ -волны в вершине  $dNN^*$ . На важную роль этих эффектов недавно указано в работе [24], согласно которой экспериментальные данные как по дифференциальному сечению, так и по  $T_{20}$  в инклузивной реакции  $d + A \rightarrow p(0^\circ) + X$  [25] удается описать на основе механизма ОН при использовании реалистических волновых функций дейтрона, если учесть вклад обмена нуклонными изобарами  $N^*$  и перерассеяния в начальном и конечном состояниях. Принимая во внимание нетривиальную корреляцию (см., например, [26]), наблюдаемую между экспериментальными данными по дезинтеграции дейтрона  $d + A \rightarrow p(0^\circ) + X$  [25], с одной стороны, и упругим  $pd$ -рассеянием назад — с другой, есть основания предполагать, что аналогичный результат может быть получен в отношении роли механизма обмена нейtronом и  $N^*$ -изобарами в процессе  $pd \rightarrow dp$ . В-третьих, следует подчеркнуть, что вывод работы [4] о депрессивной роли искажений в процессе  $pd \rightarrow dp$  был получен в рамках довольно формального метода, без качественного пояснения полученных результатов. Этот метод не был применен к рассеянию протонов назад на более сложных ядрах.

Позднее роль перерассеяний в процессе  $pd \rightarrow dp$  исследовалась в эйкональном приближении в работе [7], однако при этом была использована чисто нерелятивистская трактовка механизма ОН, что существенно занижает его вклад. Как было показано недавно [27], глауберовские перерассеяния играют очень важную роль в упругом  $p^3\text{He}$ -рассеянии назад в рамках механизма обмена  $pr$ -парой. Найдено, что перерассеяния приводят к значительному (в  $\sim 30 - 40$  раз) подавлению абсолютной величины сечения  $p^3\text{He}$ -рассеяния на угол  $\theta_{\text{ц.м.}} = 180^\circ$ . В результате без привлечения свободных параметров было получено удовлетворительное описание абсолютной величины сечения в интервале энергий  $T_p = 0,9 \div 1,7$  ГэВ и одновременно формы углового распределения. Естественный интерес вызывает применение этого же метода к описанию упругого  $pd$ -рассеяния назад в рамках механизма ОН, выполненное недавно в работе [28]. Наряду с обменом нейtronом в [28] рассмотрены обмены  $N^*$ -изобарами в рамках той же модели для  $dNN^*$ -вершин, что и в работе [24] и, кроме того, учтены перерассеяния в начальном и конечном состояниях на основе метода [27]. Существенные уточнения относительно применения  $6q$ -модели к процессу  $pd \rightarrow dp$  сделаны в работе [29].

В настоящем обзоре при рассмотрении результатов, полученных в последние годы при теоретическом анализе процесса  $pd \rightarrow dp$ , внимание в равной мере уделяется как механизмам, чувствительным к высокоимпульсным

компонентам волновой функций дейтрона, так и механизмам, мешающим извлечению этой информации, а также их интерференции.

## 2. О РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ДИНАМИКЕ СОСТАВНЫХ СИСТЕМ

В процессах с участием связанных систем  $\{\alpha\beta\}$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  — два конституента с массами  $m_\alpha$  и  $m_\beta$ , а  $\{\alpha\beta\}$  — их связанное состояние с массой  $M_{\{\alpha\beta\}}$ , при этом  $M_{\{\alpha\beta\}} < m_\alpha + m_\beta$ , эффекты релятивистской динамики становятся существенными при импульсах конституента, сравнимых с его массой покоя:  $|\mathbf{q}_\alpha| \sim m_\alpha$ ,  $|\mathbf{q}_\beta| \sim m_\beta$ . Это утверждение вполне очевидно с точки зрения кинематического соотношения между массой, импульсом и полной энергией частицы  $E = \sqrt{m^2 + \mathbf{q}^2}$ , однако глубокая природа обсуждаемых релятивистских эффектов является динамической, т.е. связана с взаимодействием, при ненулевых (пусть даже сколь угодно малых) значениях энергии связи  $\varepsilon = m_\alpha + m_\beta - M_{\{\alpha\beta\}}$ . При энергии связи, сравнимой с массой покоя конституента, как, например, в амплитудах перехода  $d \rightarrow \Delta + \Delta$ ,  $d \rightarrow N + N^*$ , релятивистские эффекты необходимо учитывать даже при нулевых значениях импульсов конституентов  $\mathbf{q}_\alpha \sim 0$ . Это обстоятельство менее известно в литературе (см. [30]), но оно также связано с релятивистским по своей сути происхождением энергии связи  $\varepsilon = m_\alpha + m_\beta - M_{\{\alpha\beta\}} \neq 0$ .

В настоящее время нет однозначного метода учета релятивистских эффектов при расчетах процессов с участием связанных адронных систем. Различные подходы дают разные ответы, которые совпадают только в нерелятивистском пределе. Широко распространенный в литературе (см. работу [31] и ссылки в ней) релятивистский подход, основанный на переходе в систему бесконечного импульса — нековариантная динамика светового фронта — при промежуточных энергиях приводит к явному нарушению ротационной инвариантности и поэтому не используется здесь. Более последовательный подход — ковариантная динамика светового фронта, — успешно развивается в работах [32] применительно к задачам об электромагнитном взаимодействии частиц с дейтроном. Этот подход пока еще не удается практически использовать при описании процессов адрон-дейтронного взаимодействия. Недавно достигнут существенный прогресс в разработке методов численного решения уравнения Бете–Солпитера в пространстве Минковского для  $NN$ -потенциалов однобозонного обмена в лестничном приближении [33]– [35]. Однако последовательное применение этого подхода возможно только в релятивистской задаче двух тел, но не в трехчастичной задаче, как, например, при учете трехчастичных сил  $N - \Delta - N$  в  $pd$ -взаимодействии. Поэтому здесь для учета релятивистских эффектов используется релятивистская квантовая механика (РКМ) систем с фиксированным числом частиц [36], сформулированная на основе построения полной системы генераторов Пуанкаре.

Обычно принято считать, что учет релятивизма с необходимостью приводит к квантовой теории поля, то есть к учету бесконечного числа степеней свободы, и поэтому невозможно отделить вклад релятивистских эффектов от вклада мезонных и кварковых степеней свободы. Однако существуют аргументы, что по крайней мере в приближении  $(v/c)^2$  модель с фиксированным числом частиц является хорошим приближением для малонуклонных систем [37]. Примером является квантовая электродинамика, являющаяся потенциальной теорией в приближении  $(v/c)^2$  [37]. Кроме того, убедительным доводом в пользу приближения "фиксированное число частиц" является тот факт, что фазы  $NN$ -рассеяния являются упругими в низших парциальных волнах вплоть до энергий 1–1,5 ГэВ, то есть существенно выше порога образования  $\pi$ -мезона. В РКМ уравнение для собственных значений и собственных функций массового оператора системы двух тел с равными массами совпадает по форме с уравнением Шредингера [38]. Поэтому, несмотря на ограничение сектором с фиксированным числом частиц, что является приближением, в этом подходе существует возможность использовать вполне самосогласованным образом богатую феноменологическую информацию о потенциале  $NN$ -взаимодействия, накопленную в рамках шредингеровского формализма.

С формально математической точки зрения основные проблемы релятивистского описания составных (взаимодействующих) систем обусловлены более сложной структурой генераторов группы Пуанкаре по сравнению с группой Галилея. Проблема включения (сложения) взаимодействия является центральной в РКМ, тесно связанной с вопросом о разделении движений на внешние и внутренние. В РКМ показано, что при включении взаимодействия только в массовый оператор внутреннее движение отделяется от движения центра масс без нарушения коммутационных соотношений между генераторами группы Пуанкаре, то есть при сохранении релятивистской инвариантности. Массовый оператор для системы трех тел в РКМ впервые был построен в работе [36] на основе динамики светового фронта, а в дальнейшем и в других формах динамики [39] на основе метода пакующих операторов Соколова [40]. На основе этого результата построена теория рассеяния и доказана релятивистская инвариантность  $S$ -матрицы, что позволяет проводить расчеты в любой системе отсчета. Наиболее просто задача рассеяния выглядит в с.ц.м., при этом достаточно следить только за внутренним движением в системе.

Из множества (унитарно эквивалентных [41]) форм релятивистской динамики, то есть способов разделения 10 генераторов Пуанкаре на гамильтонианы и кинематические генераторы [42], наиболее естественной с точки зрения опыта, накопленного при нерелятивистском способе описания, является мгновенная форма динамики. Каждой форме динамики соответствует определенная гиперповерхность в пространстве Минковского, на которой задается вектор состояния и которая инвариантна под действием кинематических генераторов, но меняется под действием гамильтонианов. В мгновенной форме

динамики состояние задается на гиперповерхности  $t = \text{const}$  в пространстве Минковского, в соответствии с этим кинематическими генераторами являются операторы пространственных сдвигов  $\mathbf{P}$  и поворотов  $\mathbf{J}$ , а генераторы лоренц-бустов  $\mathbf{N}$  и трансляций во времени  $\hat{H}$  содержат взаимодействие. Волновая функция связанного состояния  $\{\alpha\beta\}$  двух частиц является проекцией вектора состояния этой системы на состояния свободных частиц  $\alpha$  и  $\beta$  с 3-импульсами  $\mathbf{p}_\alpha$  и  $\mathbf{p}_\beta$  соответственно, находящихся на массовой (но внеэнергетической) поверхности, т.е.  $p_\alpha^2 = m_\alpha^2$ ,  $p_\beta^2 = m_\beta^2$ ,  $P_{\{\alpha\beta\}}^2 = M_{\{\alpha\beta\}}^2$ , где  $m_i$  — масса  $i$ -й частицы,  $p_i$  — ее 4-импульс. Волновая функция движущейся связанной системы двух частиц с полным импульсом  $\mathbf{P}_{\alpha\beta}$  в мгновенной форме динамики имеет вид

$$\begin{aligned} & \langle \mathbf{p}_\alpha \mathbf{p}_\beta | \mathbf{P}_{\{\alpha\beta\}} \Psi_{\{\alpha\beta\}} \rangle = \\ & = (2\pi)^3 2 \sqrt{E_{\{\alpha\beta\}} (E_\alpha + E_\beta)} \delta^{(3)}(\mathbf{p}_\alpha + \mathbf{p}_\beta - \mathbf{P}_{\alpha\beta}) \Psi_{\{\alpha\beta\}}(\mathbf{q}_{\alpha\beta}). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $E_\alpha = \sqrt{\mathbf{p}_\alpha^2 + m_\alpha^2}$ ,  $E_\beta = \sqrt{\mathbf{p}_\beta^2 + m_\beta^2}$ ,  $E_{\{\alpha\beta\}} = \sqrt{\mathbf{P}_{\alpha\beta}^2 + M_{\{\alpha\beta\}}^2}$ . Эта волновая функция является собственной функцией оператора полного 4-импульса ( $\hat{P} = \hat{E}, \hat{\mathbf{P}}$ ), квадрата полного углового момента  $\hat{\mathbf{J}}^2$  и его проекции  $\hat{J}_z$ ; внутренняя волновая функция  $\Psi_{\{\alpha\beta\}}(\mathbf{q}_{\alpha\beta})$  в выражении (1) является собственной функцией квадрата массового оператора  $\hat{M}^2$ , квадрата углового момента и его проекции. Разделение переменных ц.м.  $\mathbf{P}_{\alpha\beta}$  и внутреннего движения  $\mathbf{q}_{\alpha\beta}$  в (1) следует непосредственно из структуры генераторов представления группы Пуанкаре, при этом относительный импульс  $\mathbf{q}_{\alpha\beta}$  имеет вид

$$\mathbf{q}_{\alpha\beta} = \frac{(\varepsilon_\beta + E_\beta)\mathbf{p}_\alpha - (\varepsilon_\alpha + E_\alpha)\mathbf{p}_\beta}{\varepsilon_\alpha + E_\alpha + \varepsilon_\beta + E_\beta}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_\alpha = \sqrt{\mathbf{q}_{\alpha\beta}^2 + m_\alpha^2}$ ,  $\varepsilon_\beta = \sqrt{\mathbf{q}_{\alpha\beta}^2 + m_\beta^2}$ . В точечной и фронтовой формах соответствующие переменные также разделяются. Однако важно иметь в виду, что разделение переменных не является ковариантным. Согласно [36] при вычислении матричных элементов перехода для процессов столкновения свободной частицы  $\gamma$  со связанным состоянием  $\{\alpha\beta\}$  внутренняя волновая функция связанного состояния может быть представлена в виде (1) с аргументом (2) только в с.ц.м.  $\gamma + \{\alpha\beta\}$  (в этой же ИСО в [36] построены и операторы соответствующих переходов). При переходе в любую другую ИСО уравнение гиперповерхности ( $t = \text{const}$ ), на которой задано состояние, меняет вид и, следовательно, изменяется форма динамики, в которой описывается то же самое физическое состояние. В частности, при переходе в другую систему отсчета не выполняется сохранение 3-импульса в вершине  $\{\alpha\beta\} \rightarrow \alpha + \beta$ , которое выражается  $\delta$ -функцией в формуле (1).

В ковариантном подходе В.А.Карманова [32] волновая функция системы строится так, что явным образом указывается форма динамики (фактически речь идет о различных ориентациях плоскости  $\omega x = \omega_0 ct - \omega x = 0$ , где  $\omega^2 = 0$ ,  $\omega = (\omega_0, \omega)$ ):  $\Psi(\mathbf{n}, \mathbf{q})$ , где единичный вектор  $\mathbf{n} = \omega/|\omega|$  является индексом формы динамики. Зависимость от  $\mathbf{n}$  – динамическая, то есть определяется видом взаимодействия и может быть найдена только из решения соответствующих динамических уравнений. Наличие дополнительного векторного аргумента в волновой функции приводит к увеличению числа ее компонент: вместо двух компонент в нерелятивистском случае, в ковариантном подходе [32] имеется 6 компонент, в формализме Бете–Солпитера – 8 компонент. С точки зрения формализма Бете–Солпитера экстракомпоненты связаны с вкладом  $N\bar{N}$ -состояний в дейtronе. С эстетической точки зрения ковариантный подход является более привлекательным, однако при его практическом применении возникает нетривиальная проблема избавления от нефизической зависимости наблюдаемых от вектора  $\mathbf{n}$ , что на практике является следствием приближенного характера вычислений. В полном расчете подобная зависимость должна исчезнуть естественным образом. В настоящее время эту проблему удалось успешно решить только в случае упругого  $ed$ -рассеяния [43] и электродезинтеграции дейтрона вблизи порога  $d(e, e')pn$  [44].

Сопоставление ковариантного и нековариантного подходов можно провести на примере вычисления электромагнитного формфактора дейтрона. При расчетах электромагнитного формфактора связанной системы обычно используется приближение свободного тока. В этом приближении оператор электромагнитного тока связанной системы, как 4-вектор, не имеет правильных трансформационных свойств по отношению к действию операций группы Пуанкаре. При этом как в ковариантном [32], так и в нековариантном подходах получаемый ответ заведомо является приближенным. Так, ковариантный подход в импульсном приближении выявляет 8 лишних (нефизических) формфакторов, связанных с дополнительной тензорной структурой амплитуды перехода, обусловленной наличием 4-вектора  $\omega$ . Ковариантная формулировка дает интересную возможность выйти за рамки импульсного приближения без каких-либо дополнительных вычислений, а именно физическое требование независимости наблюдаемых величин от ориентации гиперповерхности состояний (т.е. вектора  $\omega$ ) дает основание отбросить "руками" нефизические формфакторы и тем самым эффективно учесть более сложные, чем треугольная, диаграммы\*. В нековариантном подходе ответ, получаемый в рамках импульсного приближения для тока (обычно это ДСФ с компонентой тока  $J^+$ ), явным образом не удовлетворяет вращательной инвариантности, и с

---

\*Однако в настоящее время нет доказательства того, что эту процедуру следует рассматривать как точный метод построения электромагнитного тока.

точки зрения ковариантного подхода включает вклад нефизических формфакторов. Однако необходимо подчеркнуть, что если найден способ построения правильного оператора электромагнитного тока взаимодействующей системы (один из вариантов решения дает импульсное приближение в точечной форме динамики [45]), то в нековариантном подходе РКМ для получения точного (то есть релятивистски-инвариантного) ответа для физических наблюдаемых в принципе достаточно выбрать только одну конкретную форму динамики и одну ИСО.

В заключение этого краткого экскурса в проблему релятивистских составных систем следует подчеркнуть, что все достаточно разработанные релятивистские подходы, кроме работ по РКМ [36–38, 45], имеют дело только с двухчастичным релятивистским связанным состоянием, в то время как в *рд*-столкновении фактически необходимо решать релятивистскую задачу трех тел. Это один из основных аргументов в пользу применения именно подхода РКМ. Кроме того, подходы, учитывающие вклад  $N\bar{N}$ -компонент в волновую функцию дейтрана, в настоящее время еще не настолько развиты, чтобы описывать экспериментальные данные о фазах  $NN$ -рассеяния, то есть согласовывать свойства связанного состояния с характеристиками состояний рассеяния. В некоторых работах (см., например, [46]) экстракомпоненты записываются чисто феноменологически из соображений релятивистской ковариантности, без обсуждения проблемы построения релятивистского  $NN$ -потенциала и решения соответствующих уравнений для волновой функции. В то же время в РКМ свойства связанных состояний согласованы на динамической основе со свойствами состояний рассеяния.

### 3. СПИНОВАЯ СТРУКТУРА АМПЛИТУДЫ ПРОЦЕССА $1/2 + 1 \rightarrow 1/2 + 1$

Здесь приводится формализм, основанный на разложении матричного элемента реакции по инвариантным амплитудам. В силу своей универсальности этот формализм является очень эффективным средством при вычислении как усредненных по спинам дифференциальных сечений, так и поляризационных характеристик.

Матричный элемент процесса  $1/2 + 1 \rightarrow 1/2 + 1$  можно представить в виде

$$\langle N'\mu', \lambda'd' | T | N\mu, \lambda d \rangle = \varphi_{\mu'}^+ e_{\beta}^{(\lambda')*} e_{\alpha}^{(\lambda)} T_{\beta\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \boldsymbol{\sigma}) \varphi_{\mu}, \quad (3)$$

где  $\varphi_{\mu}$  ( $\varphi_{\mu'}$ ) – паулиевский спинор начального (конечного) протона в состоянии с проекцией спина  $\mu$  ( $\mu'$ ),  $e_{\alpha}^{(\lambda)} (e_{\beta}^{(\lambda')})$  – вектор поляризации начального  $d$  (конечного  $d'$ ) дейтрана в состоянии с проекцией спина  $\lambda$  ( $\lambda'$ );  $\beta, \alpha = x, y, z$ . В силу вращательной инвариантности оператор  $T_{\beta\alpha} = T_{\beta\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \boldsymbol{\sigma})$  является

тензором 2-го ранга. Этот оператор можно представить в виде тензорного произведения двух векторов  $T_\beta(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \boldsymbol{\sigma})$  и  $T_\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \boldsymbol{\sigma})$ , каждый из которых, в свою очередь, может быть представлен в виде разложения

$$\mathbf{T} = A(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \boldsymbol{\sigma})\mathbf{n} + B(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \boldsymbol{\sigma})\mathbf{l} + C(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \boldsymbol{\sigma})\mathbf{m}. \quad (4)$$

Здесь  $\mathbf{k}(\mathbf{k}')$  – относительный импульс в начальном (конечном) состоянии рассматриваемого процесса;  $\boldsymbol{\sigma}$  – матрицы Паули;

$$\mathbf{n} = [\mathbf{k} \times \mathbf{k}'] / |\mathbf{k} \times \mathbf{k}'|, \quad \mathbf{m} = (\mathbf{k} - \mathbf{k}') / |\mathbf{k} - \mathbf{k}'|,$$

$$\mathbf{l} = (\mathbf{k} + \mathbf{k}') / |\mathbf{k} + \mathbf{k}'|.$$

В результате имеем

$$\begin{aligned} T_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \boldsymbol{\sigma}) = & A_{11}n_\alpha n_\beta + A_{12}n_\alpha l_\beta + A_{13}n_\alpha m_\beta + \\ & + A_{21}l_\alpha n_\beta + A_{22}l_\alpha l_\beta + A_{23}l_\alpha m_\beta + \\ & + A_{31}m_\alpha n_\beta + A_{32}m_\alpha l_\beta + A_{33}m_\alpha m_\beta, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $A_{ij}$  – скаляры относительно  $R_3$ :

$$A_{ij} = a_{ij} + b_{ij}\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma} + c_{ij}\mathbf{l}\boldsymbol{\sigma} + d_{ij}\mathbf{m}\boldsymbol{\sigma}, \quad (6)$$

$a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}$  – скалярные функции от  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ . 36 комплексных чисел в формуле (5) соответствуют  $2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36$  спиновым амплитудам рассматриваемого процесса.  $P$ -инвариантность матричного элемента (3) сводится к инвариантности свертки тензоров  $e_\beta^{(\lambda)} e_\alpha^{(\lambda')} T_{\beta\alpha}$  относительно операции  $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ , что приводит к соотношению

$$T_{\alpha\beta}(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}', \boldsymbol{\sigma}) = T_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \boldsymbol{\sigma}). \quad (7)$$

Учитывая свойства векторов  $\mathbf{k}, \mathbf{k}', \boldsymbol{\sigma}$  по отношению к инверсии координат, из (5)–(7) находим

$$\begin{aligned} T_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \boldsymbol{\sigma}) = & (a_{11} + b_{11}\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma})n_\alpha n_\beta + \\ & + (c_{12}\mathbf{l}\boldsymbol{\sigma} + d_{12}\mathbf{m}\boldsymbol{\sigma})n_\alpha l_\beta + (c_{13}\mathbf{l}\boldsymbol{\sigma} + d_{13}\mathbf{m}\boldsymbol{\sigma})n_\alpha m_\beta + \\ & + (c_{21}\mathbf{l}\boldsymbol{\sigma} + d_{21}\mathbf{m}\boldsymbol{\sigma})l_\alpha n_\beta + \\ & + (a_{22} + b_{22}\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma})l_\alpha l_\beta + (a_{23} + b_{23}\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma})l_\alpha m_\beta + \\ & + (c_{31}\mathbf{l}\boldsymbol{\sigma} + d_{31}\mathbf{m}\boldsymbol{\sigma})m_\alpha n_\beta + (a_{32} + b_{32}\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma})m_\alpha l_\beta + (a_{33} + b_{33}\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma})m_\alpha m_\beta. \end{aligned} \quad (8)$$

В случае упругого рассеяния ( $d = d'$ ,  $N = N'$ )  $T$ -инвариантность налагает дополнительные ограничения на число независимых инвариантных амплитуд. Формулы для этого случая были получены в работе [8]. Здесь мы приводим

соответствующие формулы для полноты изложения. При операции обращения времени  $t \rightarrow -t$  имеем

$$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}', \mathbf{k}' \rightarrow -\mathbf{k}, \mathbf{n} \rightarrow -\mathbf{n}, \mathbf{l} \rightarrow -\mathbf{l}, \mathbf{m} \rightarrow \mathbf{m}, \boldsymbol{\sigma} \rightarrow -\boldsymbol{\sigma},$$

при этом начальное и конечное состояния меняются местами. В результате инвариантность амплитуды упругого рассеяния относительно обращения времени сводится к соотношению

$$T_{\beta\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \boldsymbol{\sigma}) = T_{\alpha\beta}(-\mathbf{k}', -\mathbf{k}, -\boldsymbol{\sigma}). \quad (9)$$

Из равенства (9) следует, что на коэффициенты разложения (8) налагаются дополнительные соотношения

$$\begin{aligned} c_{12} &= c_{21}, \quad d_{12} = -d_{21}, \quad c_{13} = -c_{31}, \\ d_{13} &= d_{31}, \quad a_{23} = -a_{32}, \quad b_{23} = -b_{32}. \end{aligned} \quad (10)$$

Таким образом, шесть дополнительных соотношений (10) в случае упругого рассеяния типа  $\mathbf{1/2 + 1} \rightarrow \mathbf{1/2 + 1}$  означают, что из 18 амплитуд в (8) независимыми являются только 12 инвариантных амплитуд. Выберем систему координат так, что  $OZ \uparrow\uparrow \mathbf{l}, OY \uparrow\uparrow \mathbf{n}, OX \uparrow\uparrow \mathbf{m}$ . При этом  $n_y = l_z = m_x = 1$  (остальные компоненты ортов равны нулю), в результате из (8) с учетом (10) находим

$$\begin{aligned} T_{xx} &= M_1 + M_2\sigma_y, \quad T_{xy} = M_7\sigma_z + M_8\sigma_x, \quad T_{xz} = M_9 + M_{10}\sigma_y, \\ T_{yx} &= -M_7\sigma_z + M_8\sigma_x, \quad T_{yy} = M_3 + M_4\sigma_y, \quad T_{yz} = M_{11}\sigma_x + M_{12}\sigma_z, \\ T_{xz} &= -M_9 - M_{10}\sigma_y, \quad T_{zy} = -M_{11}\sigma_x + M_{12}\sigma_z, \quad T_{zz} = M_5 + M_6\sigma_y. \end{aligned} \quad (11)$$

Все наблюдаемые величины можно легко выразить через инвариантные амплитуды  $M_1, \dots, M_{12}$ . Сечение процесса с неполяризованными частицами имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{1}{3} B, \quad (12)$$

где  $s = (p_p + p_d)^2$  — квадрат инвариантной массы системы  $p + d$ ,

$$B = \sum_{i=1}^{i=6} |M_i|^2 + 2 \sum_{i=7}^{i=12} |M_i|^2. \quad (13)$$

Поляризация вторичного протона  $\langle \sigma_i \rangle$ , тензорная и векторная поляризации конечного дейтранона  $P_i$  и  $P_{ij}$  определяются согласно соотношениям

$$\langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{2} \text{Sp} (\rho^p \sigma_i), \quad P_i = \text{Sp} (\rho^d S_i), \quad P_{ij} = \text{Sp} (\rho^d S_{ij}), \quad (14)$$

где  $\rho^p$  и  $\rho^d$  — поляризационные матрицы плотности конечного протона и дейтрона,  $\mathbf{S}$  — вектор спина дейтрона,  $S_{ij} = (S_i S_j + S_j S_i) - 4/3\delta_{ij}$ . В случае неполяризованных начальных частиц величины  $\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle$ ,  $P_i$ ,  $P_{ij}$  могут быть выражены через инвариантные амплитуды процесса  $pd \rightarrow dp$  следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \langle \sigma_x \rangle &= \langle \sigma_y \rangle = 0, \\
 \langle \sigma_y \rangle &= B^{-1} 2 \operatorname{Re} (M_1^* M_2 + M_3^* M_4 + M_5^* M_6 + 2M_9^* M_{10}), \\
 P_x &= P_z = P_{xy} = P_{yz} = 0, \\
 P_y &= 2B^{-1} \operatorname{Im} [M_9^*(M_1 + M_5) + M_{10}^*(M_2 + M_6) + M_7 M_{12} + \\
 &\quad + M_{11}^* M_8], \\
 P_{xx} &= 1 - 3B^{-1}(|M_1|^2 + |M_2|^2 + |M_7|^2 + |M_8|^2 + |M_9|^2 + |M_{10}|^2), \\
 P_{zz} &= \sqrt{2}T_{20} = 1 - 3B^{-1}(|M_5|^2 + |M_6|^2 + |M_9|^2 + |M_{10}|^2 + \\
 &\quad + |M_{11}|^2 + |M_{12}|^2), \\
 P_{yy} &= -P_{xx} - P_{zz}, \\
 P_{xz} &= -3B^{-1} \operatorname{Re} [M_9^*(M_1 - M_5) + M_{10}^*(M_2 - M_6) + \\
 &\quad + M_{11}^* M_8 - M_7^* M_{12}]. \tag{15}
 \end{aligned}$$

Выражения для полного набора независимых спиновых наблюдаемых в случае поляризованных начальных и конечных частиц в процессе типа  $\frac{1}{2} + 1 \rightarrow \frac{1}{2} + 1$  при ограничении коллинеарной кинематикой получены в работах [22, 47]. Поляризационные наблюдаемые в коллинеарной кинематике процесса  $d + p \rightarrow p + d$  рассматривались также в [14]. Численные расчеты коэффициентов передачи векторной и тензорной поляризации на основе механизма релятивистского однонуклонного обмена для процесса  $d + p \rightarrow p + d$  выполнены в [48]. В работах [14, 22, 47] использована иная по форме феноменологическая спиновая структура амплитуды, чем в [8]. Проведем сравнение феноменологии (11) в случае коллинеарной кинематики с соответствующими выражениями из работы [14]. В [14] используется следующее  $P$ - и  $T$ -инвариантное выражение для амплитуды процесса  $pd \rightarrow dp$  при  $\mathbf{k}||OZ$ ,  $\mathbf{k}'||OZ$ :

$$\begin{aligned}
 e_\beta^*(2) F_{\alpha\beta} e_\alpha(1) &= g_1 [\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^* - (\mathbf{m} \mathbf{e}_1)(\mathbf{m} \mathbf{e}_2^*)] + g_2 (\mathbf{m} \mathbf{e}_1)(\mathbf{m} \mathbf{e}_2^*) + \\
 &\quad + i g_3 \{ \boldsymbol{\sigma} [\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2^*] - (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{m})(\mathbf{m} \cdot [\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2^*]) \} + i g_4 (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{m})(\mathbf{m} \cdot [\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2^*]), \tag{16}
 \end{aligned}$$

здесь  $g_1 \div g_4$  — скалярные функции. Остальные 8 слагаемых в (16), связанные с векторами  $\mathbf{l}$  и  $\mathbf{n}$ , отсутствуют в случае коллинеарной кинематики ( $\mathbf{l} = \mathbf{n} = 0$ ). Легко найти из (16)

$$F_{\alpha\beta} = g_1 \delta_{\alpha\beta} + (g_2 - g_1) m_\alpha m_\beta + i g_3 \sigma_i \epsilon_{\alpha\beta i} + i(g_4 - g_3) \sigma_i m_i m_j \epsilon_{\alpha\beta j}; \tag{17}$$

здесь  $\epsilon_{\alpha\beta j}$  — полностью антисимметричный тензор,  $\epsilon_{123} = 1$ . Сравнивая (17) с (11), получаем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} M_1 &= M_3 = g_1, \quad M_7 = ig_4, \\ M_{10} &= -ig_3, \quad M_{11} = ig_3, \quad M_5 = g_2. \end{aligned} \quad (18)$$

Непосредственные вычисления в рамках механизма обмена нейtronом подтверждают справедливость соотношений (18).

#### 4. АНАЛИЗ РЕАКЦИИ $pp \rightarrow pn\pi^+$ ПРИ ЭНЕРГИИ 800 МэВ

**4.1.  $\Delta$ -резонансная область процесса  $pd \rightarrow dp$ .** Упругое  $pd$ -рассеяние назад в области энергий  $0,4 \div 0,8$  ГэВ имеет ярко выраженную структуру [49]. Эта структура, наблюдаемая вблизи порога образования  $\Delta$ -изобары, в ряде работ [2, 3, 50] исследовалась на основе "треугольного" механизма с виртуальным подпроцессом  $p + p \rightarrow d + \pi^+$  (рис.1,*a*), сечение которого имеет резонансный максимум при энергии  $\sim 0,6$  ГэВ. "Треугольный" механизм, несмотря на хорошее описание угловой и энергетической зависимости сечения, является, по-существу, феноменологическим подходом с нарушенной  $T$ -инвариантностью.

Более последовательная теоретическая схема, в которой амплитуда процесса  $pd \rightarrow dp$  выражается непосредственно через элементарные амплитуды  $N + N \rightarrow N + \Delta$ , была развита в работах [8, 51, 52]. При этом выяснилась важная роль интерференции  $\Delta$ -резонансного механизма ( $\Delta$ ), соответствующего диаграмме рис.1,*c*, с механизмом обмена нейtronом (ОН) (рис.1,*b*), которая согласно результатам работы [8], сильно деформирует квазирезонансный максимум. В рамках "треугольного" механизма невозможно учесть интерференционный вклад с механизмом обмена нейtronом, так как неизвестна относительная фаза процесса  $pp \rightarrow d\pi^+$ . Главный вывод работ [8, 51, 52] состоял в том, что сумма трех механизмов —  $\Delta$ -резонансного, ОН в релятивистской динамике и однократного  $pN$ -рассеяния (ОР) (рис.1,*e*) с учетом  $S$ - и  $D$ -волн дейтрона не воспроизводит характерное плечо в  $pd$ -рассеянии назад в области  $0,4 \div 0,6$  ГэВ. Описание всей совокупности данных было достигнуто посредством введения вклада трехбарионаных резонансов (рис.1,*d*). Ряд таких резонансов с массами  $3,0 \div 3,4$  ГэВ, что в  $pd$ -рассеянии соответствует энергии налетающих протонов в лаб. системе  $T_p \sim 0,3 \div 1,0$  ГэВ, был предсказан в модели вытянутых вращающихся мешков со скрытым цветом [53]. Другой возможной причиной этого расхождения может быть вклад обмена нуклонными изобарами (рис.1, *e*), максимальный вклад которых в  $P$ -волне предсказывается именно в области  $\sim 0,5$  ГэВ. Наконец, есть еще один возможный источник разногласий — квазисвязанное состояние в системе  $\eta - {}^3\text{He}$ ,

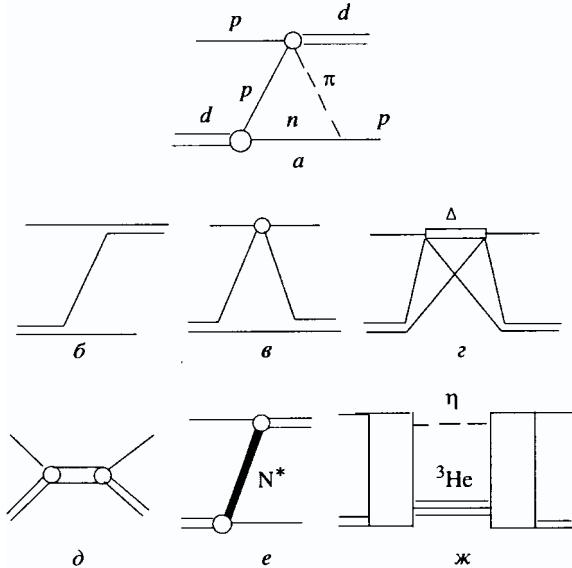


Рис. 1. Механизмы упругого  $pd$ -рассеяния назад: *a*) треугольная диаграмма ОПО, *б*) однонуклонный обмен; *в*) однократное  $pN$ -рассеяние; *г*)  $\Delta$ -механизм; *д*) механизм трехбарийонных резонансов; *е*) обмен  $N^*$ -изобарой, *ж*) связь процесса  $pd \rightarrow dp$  с каналом  $pd \rightarrow {}^3\text{He}\eta$

указание на существование которого получено в работах [54, 55] при анализе реакции  $pd \rightarrow {}^3\text{He}\eta$ . Это состояние может дать вклад в упругое  $pd$ -рассеяние назад при энергиях  $T_p \sim 1$  ГэВ (рис.1, *ж*). Таким образом, вопрос о механизме  $pd$ -рассеяния назад в области  $\Delta$ -резонанса представляет значительный интерес.

Однако надежность выводов о вкладе экзотических механизмов всецело определяется тем, насколько точно вычислен вклад других более прозаических механизмов, и в первую очередь механизма – двукратного  $pN$ -рассеяния с возбуждением  $\Delta$ -изобары. Согласно результатам работ [8, 56] роль этого механизма сравнительно невысока. В то же время согласно расчетам [12]  $\Delta$ -механизм доминирует и совместно с механизмом однонуклонного обмена удовлетворительно описывает данные о процессе  $pd \rightarrow dp$ . Одной из причин расхождения между результатами [8] и [12] может быть различие в параметризациях амплитуды  $NN \rightarrow N\Delta$ .

Вопрос о параметрах амплитуды  $NN \rightarrow N\Delta$ , сложный сам по себе, в данном случае приобретает особую остроту, так как в сечение процесса  $pd \rightarrow dp$  эта амплитуда входит в четвертой степени. В обоих цитируемых здесь подходах для амплитуд  $NN \rightarrow N\Delta$  использовались нерелятивистские

параметризации, поэтому результат расчета может измениться при переходе от одной системы отсчета к другой. Однако проверка используемых феноменологических формул по другим данным, содержащим информацию об амплитуде  $NN \rightarrow N\Delta$  непосредственно в той же области кинематических переменных, что и в процессе  $pd \rightarrow dp$ , в работах [8, 12] не проводилась. Эта задача была рассмотрена в [57] на основе анализа реакции  $pp \rightarrow p\pi\pi^+$ . В результате в [57] сделан вывод, что обе параметризации нуждаются в уточнении, и найдена более адекватная параметризация амплитуды  $NN \rightarrow N\Delta$ .

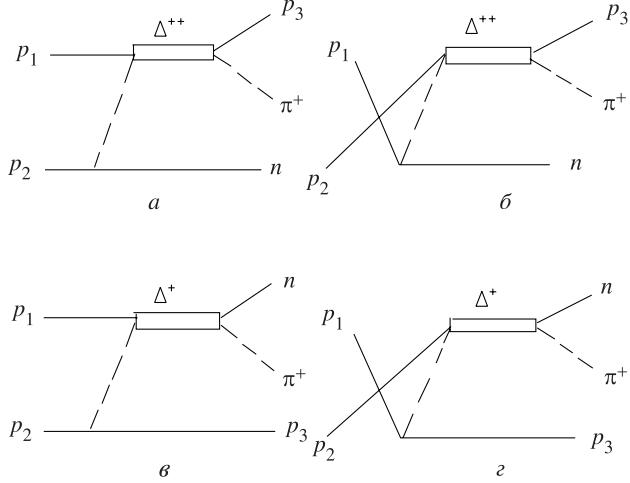
В литературе развивается теория связанных  $NN - \pi NN$ -каналов для совместного описания процессов  $\pi d \rightarrow NN$ ,  $\pi d \rightarrow \pi d$ ,  $\pi d \rightarrow \pi NN$ ,  $NN \rightarrow \pi NN$  и  $NN \rightarrow NN$  в широкой области энергий, включающей  $\Delta$ -резонанс [58–61]. Амплитуда  $NN \rightleftharpoons N\Delta$ , вычисляемая в этой теории путем решения соответствующей системы уравнений со связью каналов, будет наиболее точным ответом на интересующий нас вопрос. Наибольший прогресс в этом направлении достигнут в работах [58–60], в которых на основе гамильтоновского унитарного подхода одновременно описаны как  $NN \rightarrow NN$ , так и  $NN \rightarrow \pi NN$ -процессы с единственным свободным параметром (обрезающей массой в мезон-барионных формфакторах  $\Lambda_\pi = \Lambda_\rho$ ), который найден равным 0,65 ГэВ. Тем не менее согласие теории с экспериментальными данными о реакции  $pp \rightarrow p\pi\pi^+$  при  $T = 0,8$  ГэВ в [60] носит лишь качественный характер. В частности, не воспроизводятся поляризационные характеристики. Поэтому при описании реакции  $pd \rightarrow dp$  представляется оправданным использовать вместо подхода [58–60] простую феноменологическую амплитуду  $NN \rightarrow N\Delta$  со спиновой структурой одномезонного  $\pi$ - и  $\rho$ -обмена. Параметры этой амплитуды можно фиксировать по кинематически полным данным о реакции  $pp \rightarrow p\pi\pi^+$  при энергии 0,8 ГэВ [62, 63]. Выбор этой реакции здесь обусловлен тем, что в модели одномезонного  $\pi$ - и  $\rho$ -обмена для амплитуды  $pp \rightarrow p\pi\pi^+$  значения квадратов 4-импульсов виртуальных мезонов и  $\Delta$ -изобары очень близки к соответствующим величинам  $\Delta$ -резонансной амплитуды процесса  $pd \rightarrow dp$ . Кроме того, анализ этой же реакции, проведенный ранее в рамках более фундаментального подхода [60], позволяет контролировать точность используемого приближения.

При вычислении  $\Delta$ -резонансной амплитуды реакции  $pd \rightarrow dp$  амплитуда процесса  $NN \rightleftharpoons N\Delta$  выносится из-под знака интеграла по относительному импульсу нуклонов в дейtronе  $q_{pn}$  в точке  $q_{pn} = 0$  [56]. Поэтому в окончательный ответ амплитуда  $NN \rightleftharpoons N\Delta$  входит при малых виртуальностях нуклонов в дейtronе  $((p_N^2 - m_N^2)/2m_N \sim -\varepsilon)$ , где  $\varepsilon$  – энергия связи дейтрона,  $p_N$ ,  $m_N$  – 4-импульс и масса нуклона). Инвариантная масса  $\Delta$ -изобары  $\mu_\Delta$  находится в интервале  $\mu_\Delta = 1,15 \div 1,25$  ГэВ, если рассматривается область начальных энергий протона  $T_p = 0,5 \div 0,8$  ГэВ. Важно отметить, что в этом приближении (то есть при выносе амплитуды  $NN \rightleftharpoons N\Delta$  в точке  $q_{pn} = 0$ ) при рассеянии на угол  $\theta_{\text{Ц.М.}} = 180^\circ$   $\Delta$ -изобара поконится в с.ц.м.  $p + d$  при

любой начальной энергии. Поэтому в амплитуду процесса  $pd \rightarrow dp$ , вычисляемую в с.ц.м.  $p + d$ , амплитуда  $NN \rightarrow N\Delta$  входит в системе покоя  $\Delta$ -изобары, что позволяет использовать статическое приближение.

Полученные ранее в модели одномезонного обмена результаты анализа реакции  $pp \rightarrow p\pi\pi^+$  нельзя непосредственно использовать при построении амплитуды  $NN \rightarrow N\Delta$  для процесса  $pd \rightarrow dp$ . Например, непосредственные вычисления показывают, что в нерелятивистском подходе [62] результат зависит от выбора системы отсчета и, несмотря на то, что галилеевские поправки учтены, сечение реакции  $pp \rightarrow p\pi\pi^+$  не воспроизводится, если амплитуда этой реакции вычисляется в системе покоя  $\Delta$ -изобары. С другой стороны, лоренц-инвариантный анализ [64], охватывающий единым набором параметров как инклузивные, так и эксклюзивные данные в области начальных энергий  $\sim 0,8$  ГэВ, недостаточно хорошо описывает реакцию  $pp \rightarrow p\pi\pi^+$ . Спустя несколько лет после опубликования работы [57] появились новые параметризации для амплитуды  $NN \rightarrow N\Delta$ , основанные как на нековариантном формализме  $\pi + \rho$ -обмена [65], так и на полностью ковариантной модели однобозонного обмена [66]. Параметризация, полученная в [65], по форме очень близка к [57], есть отличие только в численных значениях параметров обрезания в формфакторах, видимо, связанные с наличием дополнительного члена Ландау–Мигдала в структуре амплитуды. Для того, чтобы последовательным образом применить ковариантный формализм [66] к процессу  $pd \rightarrow dp$  в рамках  $\Delta$ -резонансного механизма, необходима полностью ковариантная формулировка амплитуды  $\Delta$ -механизма, которая в настоящее время в литературе отсутствует.

**4.2. Амплитуда  $NN \rightarrow N\Delta$ .** В работе [57] при описании реакции  $pp \rightarrow p\pi\pi^+$  учтен вклад четырех диаграмм, изображенных на рис.2, амплитуды которых вычислены в системе покоя  $\Delta$ -изобары. Для спинора Париты — Шингера  $\Psi_\mu$ , описывающего  $\Delta$ -изобару, использовано статическое приближение  $p_\Delta = 0$ , в то время как вершины  $\pi NN$  и  $\rho NN$  взяты в релятивистской форме. Вклад других аналогичных диаграмм, на которых вместо  $\Delta$ -изобары появляются  $N$  и  $N^*$ , согласно расчетам [62] в рассматриваемой кинематической области составляет  $\leq 1\%$  и поэтому не учитывается. В этой области относительная энергия нуклонов  $\geq 15$  МэВ, поэтому  $pr$ -взаимодействие в конечном состоянии не является доминирующим фактором [60]. Взаимодействие в начальном ( $NN$ ) и конечном ( $N\Delta$ ) состояниях процесса  $NN \rightarrow N\Delta$ , как показано в [60], уменьшает сечение реакции  $pp \rightarrow p\pi\pi^+$  не более чем на 30% по сравнению с одноМезонным  $\pi$ - и  $\rho$ -обменом в приближении плоских волн, не меняя формы распределения. Результат взаимодействия в начальном и конечном состояниях, очевидно, замаскируется в параметрах формфакторов. Исходя из феноменологических лагранжианов взаимодействия  $L_{\pi NN}$ ,  $L_{\rho NN}$ ,  $L_{\pi N\Delta}$ ,  $L_{\rho N\Delta}$ , приведенных в [64], для мезон-барионных вершин имеем

Рис. 2. Механизмы реакции  $pp \rightarrow pn\pi^+$  в области образования  $\Delta$ -резонанса

$$\langle \pi N_2 | N_1 \rangle = (f_{\pi NN} / m_\pi) \varphi_1^+(\sigma \mathbf{Q}) (\tau \Phi_\pi) \varphi_2 2m_N, \quad (19)$$

$$\langle \rho N_2 | N_1 \rangle = (f_{\rho NN} / m_\rho) \varphi_1^+([\sigma \mathbf{Q}] \epsilon_\rho) (\tau \Phi_\rho) \varphi_2 2m_N, \quad (20)$$

$$\langle \pi N | \Delta \rangle = f_{\pi N \Delta} / m_\pi) (\Psi_\Delta^+ \mathbf{Q}'_\pi) (\mathbf{T} \Phi_\pi) \varphi \sqrt{2m_N 2m_\Delta}, \quad (21)$$

$$\langle \rho N | \Delta \rangle = (f_{\rho N \Delta} / m_\rho) ([\Psi_\Delta^+ \mathbf{Q}'_\rho] \epsilon_\rho) (\mathbf{T} \Phi_\rho) \varphi \sqrt{2m_N 2m_\Delta}, \quad (22)$$

где

$$f_{\pi NN} = 1, 00, f_{\pi N \Delta} = 2, 15, f_{\rho NN} = 6, 20, f_{\rho N \Delta} = 13, 33.$$

Здесь  $\varphi$  – паулиевский спинор нуклона;  $\Psi_\Delta$  – статический векторный спинор  $\Delta$ -изобары;  $\Phi_\pi, \Phi_\rho$  – изовекторные волновые функции  $\pi$ - и  $\rho$ -мезона;  $\epsilon_\rho$  – поляризационный вектор  $\rho$ -мезона;  $\tau$  – изоспиновая матрица Паули; изоспиновый оператор  $\mathbf{T}$  определен в [62].

Импульс  $\mathbf{Q}$  в (19), (20) имеет вид

$$\mathbf{Q} = \left[ \frac{E_1 + m_N}{E_2 + m_N} \right]^{1/2} \mathbf{p}_2 - \left[ \frac{E_2 + m_N}{E_1 + m_N} \right]^{1/2} \mathbf{p}_1, \quad (23)$$

$E_i = \sqrt{p_i^2 + m_N^2}$  – полная энергия нуклона;  $\mathbf{Q}'_\pi$  ( $\mathbf{Q}'_\rho$ ) – импульс виртуального  $\pi(\rho)$ -мезона в системе покоя  $\Delta$ -изобары, то есть относительный импульс в системе  $\pi(\rho) + N$ . Релятивистский относительный импульс  $\mathbf{Q}'_\pi$  в системе  $\pi + N$  на массовой поверхности имеет вид

$$\mathbf{Q}'_\pi = \frac{(\tilde{E}_N + \varepsilon_N) \tilde{\mathbf{P}}_\pi - (\tilde{E}_\pi + \varepsilon_\pi) \tilde{\mathbf{P}}_N}{\tilde{E}_N + \varepsilon_N + \tilde{E}_\pi + \varepsilon_\pi}, \quad (24)$$

где  $\varepsilon_i$  — энергия  $i$ -й частицы в с.м.ц.  $\pi + N$ ,  $\tilde{E}_i$  и  $\tilde{\mathbf{P}}_i$  — ее энергия и импульс в произвольной инерциальной системе отсчета. Для импульсов виртуальных  $\pi$ - и  $\rho$ -мезонов  $\mathbf{Q}'_\pi$ ,  $\mathbf{Q}'_\rho$  используются аналогичные выражения с заменой в (24)  $m_\pi^2 \rightarrow q_\pi^2$ ,  $m_\rho^2 \rightarrow q_\rho^2$  в формулах для полной энергии, при этом очевидно, имеем  $\mathbf{Q}'_\pi = \mathbf{Q}'_\rho \equiv \mathbf{Q}'$ . Для пропагатора  $\Delta$ -изобары используется нерелятивистское выражение с массой  $m_\Delta \rightarrow m_\Delta - i\Gamma/2$ , в котором полная ширина  $\Gamma$  берется с учетом схода  $\Delta$ -изобары с массовой поверхности:

$$\Gamma(k) = \Gamma_o \left( \frac{k}{k_R} \right)^3 \frac{k_R^2 + \chi^2}{k^2 + \chi^2}. \quad (25)$$

Здесь  $\Gamma_0 = 120$  МэВ,  $\chi = 180$  МэВ/с,  $k_R$  и  $k$  — импульсы  $\pi$ -мезона в резонансе и вне его соответственно:

$$k^2 = q_\pi^2 = [\mu_\Delta^2 - (m_N - m_\pi)^2][\mu_\Delta^2 - (m_N + m_\pi)^2]/4\mu_\Delta^2, \quad (26)$$

$\mu_\Delta^2$  — квадрат 4-импульса  $\Delta$ -изобары,  $k_R = k(\mu_\Delta = m_\Delta)$ . В вершину распада внemассовой  $\Delta$ -изобары на реальные  $\pi$ -мезон и нуклон вместо константы  $f_{\pi N\Delta}/m_\pi$  вставляется формфактор

$$G(k^2) = (f_{\pi N\Delta}/m_\pi)Z(k^2), \quad (27)$$

где

$$Z(k^2) = [(k_R^2 + \chi^2)/(k^2 + \chi^2)]^{1/2}. \quad (28)$$

Формулы (25), (27) мотивированы анализом  $\delta_{33}$ -фаз упругого  $\pi p$ -рассеяния. В вершине образования  $\Delta$ -изобары  $\pi p \rightarrow \Delta$ ,  $\rho p \rightarrow \Delta$ , а также в  $\pi NN$ - и  $\rho NN$ -вершинах соответствующие константы домножаются на формфакторы, учитывающие сход мезонов с массовой поверхности:

$$\begin{aligned} F_{\pi NN}(q^2) &= F_{\pi N\Delta}(q^2) \equiv F_\pi(q^2) = (\Lambda_\pi^2 - m_\pi^2)/(\Lambda_\pi^2 - q^2), \\ F_{\rho NN}(q^2) &= F_{\rho N\Delta}(q^2) \equiv F_\rho(q^2) = (\Lambda_\rho^2 - m_\rho^2)/(\Lambda_\rho^2 - q^2), \end{aligned} \quad (29)$$

где  $q^2$  — квадрат 4-импульса мезона. Параметры обрезания  $\Lambda_\pi$  и  $\Lambda_\rho$  определяются из условия наилучшего описания данных. Приведем выражение для амплитуды  $NN \rightarrow N\Delta$ , например, входящей в диаграмму на рис.2,а:

$$A_a^{(\pi+\rho)}(NN \rightarrow N\Delta) = (\Psi_i^+ \varphi_1)(\varphi_n^+ \sigma_k \varphi_2) \mathcal{D}_{ik}(\mathbf{Q}_a, \mathbf{Q}'_a) \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{ik}(\mathbf{Q}, \mathbf{Q}') &= \left[ Q'_i Q_k \frac{f_{\pi NN} f_{\pi N\Delta}}{m_\pi^2} F_\pi(q^2) \frac{1}{q^2 - m_\pi^2} + \right. \\ &\left. + (Q'_m Q_m \delta_{ik} - Q'_k Q_i) \frac{f_{\rho NN} f_{\rho N\Delta}}{m_\rho^2} F_\rho(q^2) \frac{1}{q^2 - m_\rho^2} \right] \sqrt{2m_\Delta(2m_N)^3}. \end{aligned} \quad (31)$$

Основное отличие формул (30), (31) от аналогичных выражений в [8, 12] состоит в том, что в вершины  $\pi(\rho)NN$  и  $\pi(\rho)N\Delta$  входят различные импульсы  $Q \neq Q'$ , в то время как в [8, 12] эти импульсы равны. Остальные отличия связаны с выбором параметров формфакторов.

**4.3. Амплитуда процесса  $pp \rightarrow p\pi^+$ .** Зная амплитуду  $NN \rightarrow N\Delta$  и вершину  $\pi N\Delta$ , можно написать амплитуду процесса  $pp \rightarrow p\pi^+$ . Амплитуда, соответствующая диаграмме на рис.2,*a*, имеет вид

$$\begin{aligned} & \langle \pi^+ np | A_a | p_1 p_2 \rangle = \\ & = \sqrt{2} R(\mu_\Delta) k_l \left[ \varphi_p (\delta_{il} - \frac{1}{3} \sigma_l \sigma_i) \varphi_1 \right] (\varphi_n^+ \sigma_k \varphi_2) \mathcal{D}_{ik}(\mathbf{Q}_a, \mathbf{Q}'_a), \end{aligned} \quad (32)$$

где

$$R(\mu_\Delta) = \frac{f_{\pi N\Delta}}{m_\pi} \frac{\sqrt{2m_\Delta 2m_p} \sqrt{Z(k^2)}}{\mu_\Delta - m_\Delta + i\Gamma(k)/2}. \quad (33)$$

Полная амплитуда процесса  $pp \rightarrow p\pi^+$ , получающаяся при учете 4 диаграмм *a* – *г* на рис.2, может быть представлена в форме

$$\begin{aligned} & A(pp \rightarrow pn\pi^+) = \\ & = \sqrt{2} R(\mu_\Delta) k_l \left[ \varphi_p^+ (\delta_{il} - \frac{1}{3} \sigma_l \sigma_i) \varphi_1 \right] (\varphi_n^+ \sigma_k \varphi_2) \mathcal{D}_{ik}(\mathbf{Q}_a, \mathbf{Q}'_a) - \\ & - \sqrt{2} R(\mu_\Delta) k_l \left[ \varphi_p (\delta_{il} - \frac{1}{3} \sigma_l \sigma_i) \varphi_2 \right] (\varphi_n^+ \sigma_k \varphi_1) \mathcal{D}_{ik}(\mathbf{Q}_\delta, \mathbf{Q}'_\delta) - \\ & - \frac{\sqrt{2}}{3} R(\tilde{\mu}_\Delta) \tilde{k}_l \left[ \varphi_n (\delta_{il} - \frac{1}{3} \sigma_l \sigma_i) \varphi_1 \right] (\varphi_p^+ \sigma_k \varphi_2) \mathcal{D}_{ik}(\tilde{\mathbf{Q}}_\delta, \tilde{\mathbf{Q}}'_\delta) + \\ & + \frac{\sqrt{2}}{3} R(\tilde{\mu}_\Delta) \tilde{k}_l \left[ \varphi_n^+ (\delta_{il} - \frac{1}{3} \sigma_l \sigma_i) \varphi_2 \right] (\varphi_p^+ \sigma_k \varphi_1) \mathcal{D}_{ik}(\tilde{\mathbf{Q}}_2, \tilde{\mathbf{Q}}'_2); \end{aligned} \quad (34)$$

в этом выражении  $\tilde{\mu}_\Delta$  – квадрат 4-импульса виртуальной  $\Delta^+$ -изобары, а  $\tilde{k}$  – соответствующий относительный импульс в вершине  $\Delta^+ \rightarrow n + \pi^+$ ; знак “тильда” в обозначениях импульсов  $\mathbf{Q}, \mathbf{Q}'$  относится к диаграммам с  $\Delta^+$ -изобарой, а отсутствие этого знака указывает на соответствующую диаграмму с  $\Delta^{++}$ -изобарой в промежуточном состоянии; индексы *a*, *b*, *c*, *g* при обозначениях 3-импульсов относятся к соответствующим диаграммам *a* – *г* на рис.2,  $\sqrt{2}, -\sqrt{2}/3$  — изотопические факторы.

**4.4. Результаты расчетов сечения реакции  $pp \rightarrow pn\pi^+$ .** На рис.3 представлены результаты расчета сечения  $d^5/d\Omega_\pi d\Omega_p dp_p$  реакции  $pp \rightarrow pn\pi^+$  в зависимости от импульса вторичного протона  $p_p$ . На верхних шкалах рис.3

приведены  $\mu_\Delta$ -инвариантная масса  $\Delta^{++}$ -изобары в реакции  $pp \rightarrow rpp\pi^+$  и  $pd$ -рассечении на угол  $\theta_{\text{ц.м.}} = 180^\circ$ ,  $q^2$  и  $a^2$  – квадраты 4-импульсов виртуальных  $\pi$ -мезонов в доминирующих диаграммах для реакции  $pp \rightarrow rpp\pi^+$  и  $pd$ -рассечении на угол  $\theta_{\text{ц.м.}} = 180^\circ$  соответственно. Зависимость квадрата 4-импульса виртуального мезона  $q^2$  от  $\mu_\Delta$  ( $q^2 = q^2(\mu_\Delta)$ ) в реакции  $pp \rightarrow rpp\pi^+$  для диаграммы рис.2,*a*, доминирующей в этом процессе при углах вылета  $\theta_p = 15^\circ$  и  $\theta_\pi = 20, 8^\circ$ , в условиях эксперимента [62], наиболее соответствует аналогичной зависимости  $a^2 = a^2(\mu_\Delta)$  в процессе  $pd$ -рассечения на угол  $\theta_{\text{ц.м.}} = 180^\circ$ . С увеличением угла вылета между протоном и  $\pi^+$ -мезоном это соответствие ухудшается. Расчеты показывают, что вклад  $\Delta^{++}$ -изобары доминирует. Вклад диаграмм с  $\Delta^+$ -изобарой в сечении подавлен как

изотопическим фактором  $1/3$ , так и более значительным сходом виртуальных мезонов с массовой поверхности. Диаграммы *a* и *г*, а также *б* и *в* на рис.2 не интерферируют между собой. В то же время интерференция между диаграммами *a* и *г*, а также *б* и *г*, относящимися к промежуточным состояни-

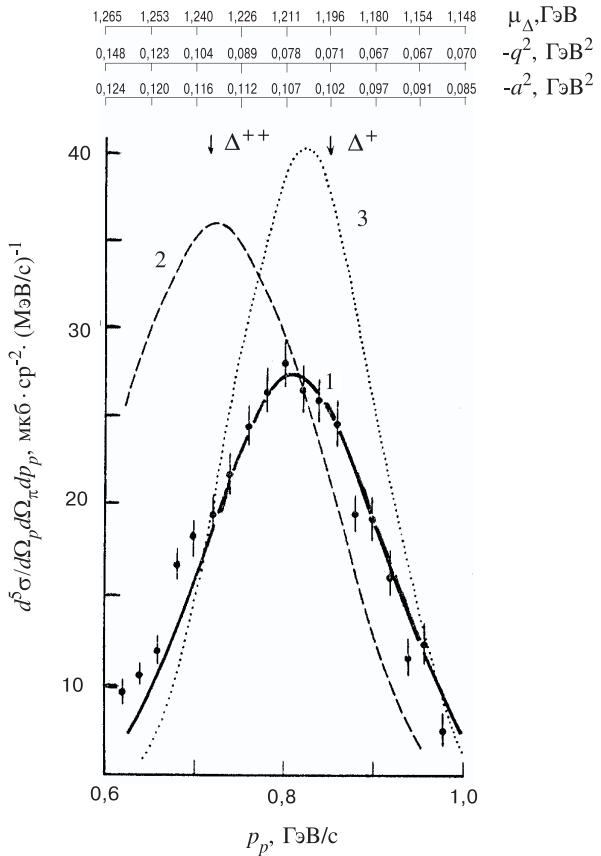


Рис. 3. Дифференциальное сечение реакции  $pp \rightarrow rpp\pi^+$  при  $\theta_p = 15^\circ$ ,  $\theta_\pi = 20, 8^\circ$  в зависимости от импульса вторичного протона. Кривые показывают результаты расчетов: 1 – расчет [57] с  $\Lambda_\pi = 0, 53$  ГэВ/с,  $\Lambda_\rho = 0, 7$  ГэВ/с; 2 – с использованием параметризации согласно (9) из работы [8] при  $\Lambda_\pi = 1$  ГэВ/с,  $\Lambda_{a\rho} = 1, 167$  ГэВ/с,  $\Lambda_{b\rho} = 2, 449$  ГэВ/с; 3 – параметризация из [12] при  $\Lambda_\pi = 0, 53$  ГэВ/с без учета вклада  $\rho$ -мезона. Точки (●) – экспериментальные данные из [62]

ям с  $\Delta^{++}$  и  $\Delta^+$ -изобарам, имеет место. На рис.3 стрелками показаны точки, в которых  $\Delta^{++}$  и  $\Delta^+$  выходят на массовую поверхность для диаграмм рис.2,*a* и *b*, соответственно:  $\mu_\Delta = \tilde{\mu}_\Delta = 1232$  МэВ. Смещение экспериментально наблюдаемого максимума вправо от точки  $\mu_{\Delta^{++}} = 1232$  МэВ обусловлено  $k$ -зависимостью ширины  $\Gamma(k)$  согласно формуле (25). Если принять в соответствии с [67], что вклад  $\rho$ -обмена мал, и положить  $\Lambda_\rho = 0,7$  ГэВ/с, то для  $\Lambda_\pi$  находим значение 0,53 ГэВ/с из условия наилучшего описания данных. Интересно, что это значение совпадает с предсказанием, полученным в модели Скирма [68] ( $\Lambda_\pi = 0,528$  ГэВ/с). Близкое значение  $\Lambda_\pi = 0,63$  ГэВ/с (при  $\Lambda_\rho = 0,7$  ГэВ/с) было получено в [69] из анализа инклузивных данных по реакции  $NN \rightarrow N\Delta$  при энергиях порядка нескольких ГэВ. При подстановке значений  $\Lambda_\pi = \Lambda_\rho = 0,65$  ГэВ/с, как в работе [60], получаем увеличение сечения реакции  $pp \rightarrow pp\pi^+$  на  $\sim 30\%$ .

Для сравнения на рис.3 приведены кривые, полученные с параметрами для амплитуд  $NN \rightleftharpoons N\Delta$  из работ [8, 12]. Как следует из этих расчетов, обе параметризации завышают вклад  $\Delta$ -изобары. В пересчете на сечение  $pd$ -рассеяния назад это завышение в максимуме  $\Delta$ -резонансного механизма определяется фактором  $\sim 1,5$  в [8] и  $\sim 2$  в [12]. Параметризация [8] смещает максимум сечения в сторону больших  $\mu_\Delta$  приблизительно на 20 МэВ, что является следствием предположения  $\Gamma(k) = \Gamma_0$  в [8]. Заметим также, что приближение  $q_{pn} = 0$ , о котором говорилось выше, также завышает вклад  $\Delta$ -резонансного механизма в  $pd$ -рассеянии назад. Таким образом, можно заключить, что чистый вклад  $\Delta$ -резонансного механизма в процессе  $pd \rightarrow dp$  завышен в [8] и [12]. Естественно предположить, что после соответствующего уточнения параметров амплитуды  $NN \rightarrow N\Delta$  вклад других механизмов процесса  $pd \rightarrow dp$ , отличных от  $\Delta$ -резонансного, окажется более существенным. Однако, как видно из следующего раздела, вследствие интерференционных эффектов это предположение не подтверждается.

## 5. МОДЕЛЬ ОН+ $\Delta$ +ОР ПРОЦЕССА $pd \rightarrow dp$

Модель ОН+ $\Delta$ +ОР процесса  $pd \rightarrow dp$  была предложена в работе [8], а затем модифицирована в отношении  $\Delta$ -резонансного механизма в [13]. В работах [70] и [71] дано обобщение этой модели для описания процессов  $p + (pn)_t \rightarrow d + p$  и  $p + d \rightarrow N + (NN)_s$ , где  $(NN)_{t,s}$  –  $NN$ -пара в триплетном (*t*) и синглетном (*s*) состоянии.

**5.1. Обмен нейтроном.** Пренебрегая эффектом релятивистских доворотов спинов, как и в [8], для амплитуды процесса  $pd \rightarrow dp$  в случае механизма ОН имеем

$$T^{(\text{ОН})} = \Pi e_\gamma^{(\lambda'_d)*} e_\alpha^{\lambda_d} \phi_{\sigma'_p}^* \left\{ \sigma_\alpha u(q) - \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \sigma_\alpha - 3q_\alpha \frac{(\mathbf{q}\boldsymbol{\sigma})}{q^2} \right] w(q) \right\} \times$$

$$\times \left\{ \sigma_\gamma u(q') - \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \sigma_\gamma - 3q'_\gamma \frac{(\mathbf{q}' \cdot \boldsymbol{\sigma})}{q'^2} \right] w(q') \right\} \phi_{\sigma_p}, \quad (35)$$

где  $u(q)$  и  $w(q)$  –  $S$ - и  $D$ -компоненты волновой функции дейтрона в импульсном представлении, нормированные условием

$$\int_o^\infty [u^2(q) + w^2(q)] \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} = 1, \quad (36)$$

$\mathbf{q}$  и  $\mathbf{q}'$  – лоренц-инвариантные относительные импульсы в вершинах  $<np>\rightarrow n+p$  и  $n+p \rightarrow d$ , определенные согласно правилам релятивистской квантовой механики по формуле (2);

$$\Pi = -(\sqrt{s} - E_p - E'_p - E_n) \frac{E_d E'_d}{E_n} \varepsilon(q); \quad (37)$$

$E_i = \sqrt{m_i^2 + \mathbf{p}_i^2}$ ,  $\mathbf{p}_i$  – энергия и импульс  $i$ -й частицы в с.ц.м.  $p + d$ ;  $\mathbf{p}_n = \mathbf{p}_d - \mathbf{p}'_p$ ;  $\varepsilon(q) = \frac{1}{2} \sqrt{E'_p + E_n)^2 - \mathbf{p}_d^2}$ .

**5.2. Двукратное  $pN$ -рассечение с возбуждением  $\Delta$ -изобары.** Амплитуда процесса  $pd \rightarrow dp$  с возбуждением  $\Delta$ -изобары в промежуточном состоянии может быть представлена в виде следующего однократного интеграла:

$$\begin{aligned} T^{(\Delta)} &= \langle \mathbf{p}'_p \phi_{\sigma'_p}, \mathbf{p}'_d \mathbf{e}_d^{(\lambda'_d)} | \tau^{(\Delta)}(pd \rightarrow pd) | \mathbf{p}_p \phi_{\sigma_p}, \mathbf{p}_d \mathbf{e}_d^{(\lambda)} \rangle = \\ &= -\frac{i}{2\pi\eta(k, \Delta)} e_\gamma^{(\lambda'_d)*} e_\alpha^{\lambda_d} R_{\beta\delta} \int_0^\infty dr \exp \left\{ \frac{2imr(m^2 + \Delta^2/4 - m_\Delta^2 + iM_\Delta\Gamma)}{\eta(k, \Delta)} \right\} \times \\ &\quad \times \left[ u(r)\delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\delta_{\alpha\beta} - 3n_\alpha n_\beta)w(r) \right] \times \\ &\quad \times \left[ u(r)\delta_{\gamma\delta} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\delta_{\gamma\delta} - 3n'_\gamma n'_\delta)w(r) \right], \end{aligned} \quad (38)$$

где

$$\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z) = \left( \frac{4mk_x}{\eta(k, \Delta)}, 0, \frac{k_0\Delta}{\eta(k, \Delta)} \right), \mathbf{n}' = (-n_x, 0, n_z),$$

$$\eta(k, \Delta) = (4k_x^2 m_d^2 + k_o^2 \Delta^2)^{1/2}, \Delta^2 = 4\mathbf{p}_p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

$$k_x^2 = \frac{s\mathbf{p}_p^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{m_d^2 + \mathbf{p}^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}, k_0^2 = m^2 + k_x^2 + \frac{\Delta^2}{4}. \quad (39)$$

$u(r)$ ,  $w(r)$  –  $S$ - и  $D$ -компоненты волновой функции дейтрона в координатном представлении. Амплитуды  $NN \rightleftharpoons N\Delta$  входят в тензор  $R_{\beta\delta}$ . В отличие

от [8] здесь использована параметризация (30). При этом тензор  $R_{\beta\delta}$  имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 R_{\beta\delta} = & \left[ \phi_{\sigma'_p}^* \sigma_m \sigma_\beta (\delta_{li} - \frac{1}{3} \sigma_i \sigma_l) \sigma_\delta \sigma_k \phi_{\sigma_p} \right] \mathcal{D}_{ik}(\mathbf{a}, \mathbf{a}') \mathcal{D}_{lm}(\mathbf{b}, \mathbf{b}') + \\
 & + \left[ \phi_{\sigma'_p}^* (\delta_{li} - \frac{1}{3} \sigma_l \sigma_i) \sigma_\beta \sigma_m \sigma_\delta \sigma_k \phi_{\sigma_p} \right] \mathcal{D}_{ik}(\mathbf{a}, \mathbf{a}') \mathcal{D}_{lm}(\mathbf{c}, \mathbf{c}') + \\
 & + \left[ \phi_{\sigma'_p}^* \sigma_m \sigma_\beta \sigma_k \sigma_\delta (\delta_{li} - \frac{1}{3} \sigma_i \sigma_l) \phi_{\sigma_p} \right] \mathcal{D}_{ik}(\mathbf{c}, \mathbf{c}') \mathcal{D}_{lm}(\mathbf{b}, \mathbf{b}') - \\
 & - \left[ \phi_{\sigma'_p}^* (\delta_{li} - \frac{1}{3} \sigma_l \sigma_i) \text{Sp } (\sigma_k \sigma_\beta \sigma_m \sigma_\delta) \phi_{\sigma_p} \right] \mathcal{D}_{ik}(\mathbf{c}, \mathbf{c}') \mathcal{D}_{lm}(\mathbf{c}, \mathbf{c}'). \quad (40)
 \end{aligned}$$

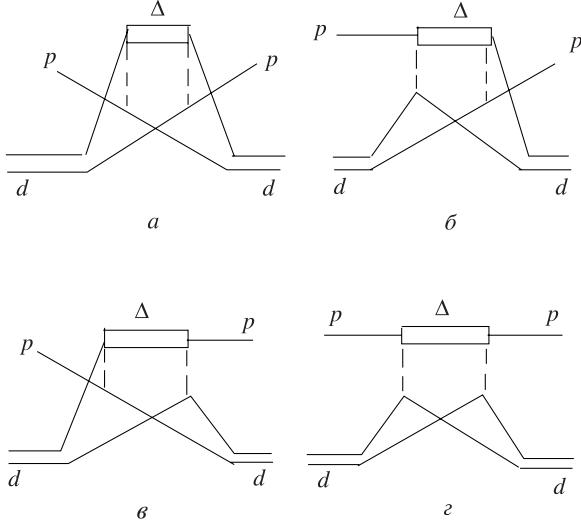
Здесь  $\mathcal{D}_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  и  $\mathcal{D}_{lm}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  определены согласно (32). Как отмечалось в предыдущем разделе, векторы  $\mathbf{x}$ , и  $\mathbf{x}'$  различны. При выводе выражения (38) амплитуды процессов  $NN \Rightarrow N\Delta$  были вынесены из-под знака интеграла по импульсам промежуточных нуклонов в точке, для которой относительный импульс нуклонов в дейtronе равен нулю. В этом приближении 4-импульсы  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$  промежуточных мезонов однозначно выражаются через 4-импульсы начальных и конечных частиц следующим образом:

$$a' = p_p - \frac{p'_d}{2}, \quad b' = \frac{p_d}{2} - p'_p, \quad c' = \frac{p'_d - p_d}{2}. \quad (41)$$

3-импульсы  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ , соответствующие  $\pi(\rho)NN$ -вершинам, определены согласно (23) и имеют вид

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a} &= \sqrt{\frac{E_d + m_d}{2(E_p + m_p)}} \mathbf{p}_p - \sqrt{\frac{E_p + m_p}{2(E_d + m_d)}} \mathbf{p}'_d, \\
 \mathbf{b} &= \sqrt{\frac{E_p + m_p}{2(E_d + m_d)}} \mathbf{p}_d - \sqrt{\frac{E_d + m_d}{2(E_p + m_p)}} \mathbf{p}'_p, \quad \mathbf{c} = \frac{\mathbf{p}'_d - \mathbf{p}_d}{2}. \quad (42)
 \end{aligned}$$

Четыре слагаемых в тензоре  $R_{\beta\delta}$  соответствуют вкладам 4 диаграмм, приведенных на рис.4. На каждой из этих диаграмм  $\Delta$ -изобара может находиться в трех зарядовых состояниях:  $\Delta^{++}$ ,  $\Delta^+$ ,  $\Delta^0$ . Все выкладки достаточно сделать для  $\Delta^{++}$ , а вклады состояний  $\Delta^+$  и  $\Delta^0$  учитываются изотопическим фактором, который равен 2, т.е.  $A^{(\Delta^{++} + \Delta^+ + \Delta^0)} = 2A^{(\Delta^{++})}$ . Из представленных на рис.4 диаграмм наибольший вклад вносит диаграмма  $a$ . Вклады остальных диаграмм существенно меньше по сравнению с диаграммой  $a$  вследствие более значительного удаления соответствующих промежуточных мезонов от массовой поверхности. В работе [8] уменьшение вершинной функции  $\pi N\Delta$  при

Рис. 4.  $\Delta$ -резонансный механизм для упругого  $pd$ -рассеяния назад

удалении  $\Delta$ -изобары от массовой поверхности учитывалось дополнительным фактором вида

$$D = \frac{m_0^4}{(s - m_\Delta^2)^2 + m_0^4}, \quad (43)$$

где  $s$  — квадрат 4-импульса  $\Delta$ -изобары,  $m_0$  — численный параметр. Как было показано в предыдущем разделе, при таком способе учета внemассовых эффектов не удается описать положение экспериментально наблюдаемого максимума в сечении реакции  $pp \rightarrow pp\pi^+$  в  $\Delta$ -резонансной области. Здесь учет внemассовых эффектов проводится иначе, а именно посредством введения фактора (28) в вершину  $\pi N \Delta$  и учета  $k$ -зависимости полной ширины  $\Delta$ -изобары (25).

**5.3. Однократное  $pN$ -рассеяние.** В рамках механизма ОР для рассеяния протона назад в процессах на дейtronе максимальный вклад вносит обменный процесс — налетающий и ядерный протоны меняются местами. Согласно [8] амплитуду для механизма ОР можно записать в виде

$$T^{(\text{OP})} = \frac{m_d}{m} \left( \frac{3}{2} A_{NN}^{(1)}(s_1, t) - \frac{1}{2} A_{NN}^{(0)}(s_1, t) \right) e_\gamma^{(\lambda_d')*} e_\alpha^{(\lambda)*} \phi_{\sigma_p'}^* M_{\alpha\gamma}^{(\text{OP})} \phi_{\sigma_p}; \quad (44)$$

здесь  $A_{NN}^{(0)}$  и  $A_{NN}^{(1)}$  — амплитуды  $NN$ -рассеяния с изоспином  $T = 0$  и  $T = 1$  соответственно. Тензор  $M_{\alpha\gamma}^{(\text{OP})}$  в (44) выражается через интегралы от произ-

ведений волновых функций дейтрана  $u$  и  $w$  в следующем виде:

$$\begin{aligned} M_{\alpha\gamma}^{\text{OP}} = & \sigma_\alpha \sigma_\gamma W_{SS}(\Delta) - \sigma_\alpha [\sigma_\gamma - 3(\mathbf{N}\boldsymbol{\sigma})N_\gamma] W_{SD}(\Delta) - \\ & - [\sigma_\alpha - 3(\mathbf{N}\boldsymbol{\sigma})N_\alpha] \sigma_\gamma W_{SD}(\Delta) + (3\delta_{\alpha\gamma} - \sigma_\alpha \sigma_\gamma) W_{DD0}(\Delta) + \\ & + [3\delta_{\alpha\gamma} - 2\sigma_\alpha \sigma_\gamma - 9N_\alpha N_\gamma + 3\sigma_\alpha (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{N})N_\gamma + 3(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{N})N_\alpha \sigma_\gamma] W_{DD2}(\Delta), \quad (45) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Delta &= \mathbf{p}_p - \mathbf{p}'_p, \quad \mathbf{N} = \frac{\Delta}{\Delta}, \\ W_{SS}(\Delta) &= \int_0^\infty j_0\left(\frac{\Delta}{2}r\right) u(r)^2 r^2 dr, \\ W_{SD}(\Delta) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^\infty j_2\left(\frac{\Delta}{2}r\right) u(r) w(r) r^2 dr, \\ W_{DD0}(\Delta) &= \frac{1}{2} \int_0^\infty j_0\left(\frac{\Delta}{2}r\right) w(r)^2 r^2 dr, \\ W_{DD2}(\Delta) &= \frac{1}{2} \int_0^\infty j_2\left(\frac{\Delta}{2}r\right) w(r)^2 r^2 dr. \quad (46) \end{aligned}$$

**5.4. Результаты численных расчетов и обсуждение.** Результаты расчетов сечения и тензорной поляризации дейтрана в процессе  $pd \rightarrow dp$ , выполненные на основе механизмов ОН,  $\Delta$  и ОР, приведены на рис.5–9. При этом была использована параметризация амплитуд  $NN \rightleftharpoons N\Delta$ , описанная в разд. 4. Как видно из рис.5 и 6, результат, соответствующий сумме амплитуд ОН+ $\Delta$ +ОР, в отличие от работы [8], удовлетворительно воспроизводит зависимость сечения рассеяния на угол  $\theta_{\text{ц.м.}} = 180^\circ$  от начальной энергии в интервале  $0,2 \div 0,6$  ГэВ без введения каких-либо подгоночных параметров, кроме тех, что использовались при описании реакции  $pp \rightarrow p n \pi^+$ . Необходимо подчеркнуть, что фактическое уточнение амплитуды  $NN \rightleftharpoons N\Delta$  по сравнению с работой [8] на основе описания процесса  $pp \rightarrow p n \pi^+$  в рассматриваемой кинематической области немедленно приводит к улучшению описания экспериментальных данных о процессе  $pd \rightarrow dp$ . Отметим следующие важные особенности модели ОНО+ $\Delta$ +ОР.

Во-первых, очень существенным является внemассовое поведение  $\Delta$ -изобары. При описании реакции  $pp \rightarrow p n \pi^+$  фактор  $Z(k)$ , определенный формулой (28), присутствует в вершине распада виртуальной  $\Delta$ -изобары на реальный  $\pi$ -мезон и нуклон в соответствии с феноменологией свободного  $p$ -рассеяния. В процессе  $pd \rightarrow dp$  ситуация иная: наряду с  $\Delta$ -изобарой внemассовым является и  $\pi(\rho)$ -мезон. Поэтому при вычислении вклада  $\Delta$ -механизма в сечение процесса  $pd \rightarrow dp$  есть неоднозначность, проявляющаяся в том, что

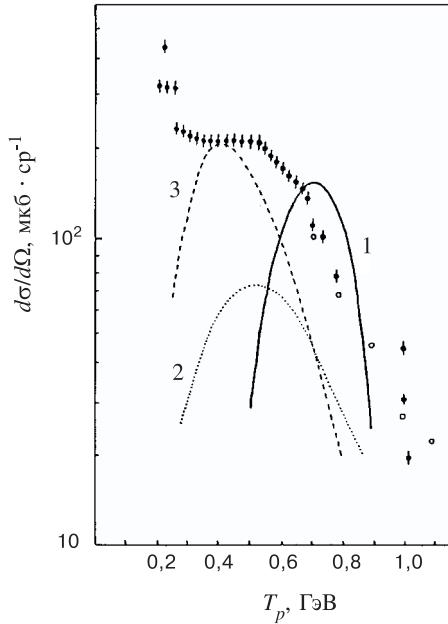


Рис. 5. Вклад  $\Delta$ -резонансного механизма в сечение упругого  $pd$ -рассеяния назад при различных параметризациях амплитуды  $NN \rightarrow N\Delta$ : 1 – параметризация из работы [8]; 2 – параметризация из [57] без учета фактора (28) в вершине  $\pi N\Delta$ ; 3 – то же, что на кривой 2, но с учетом фактора (28). Точки ( $\bullet$ ) – экспериментальные данные [20]

в вершину с внemассовыми  $\pi$ -мезоном и  $\Delta$ -изобарой либо подставляется, либо не подставляется фактор  $Z(k)$ . Нет формальных аргументов в пользу того или иного способа описания — в обоих случаях получаются примерно одинаковые результаты фитирования сечения реакции  $pp \rightarrow pp\pi^+$  при небольшом изменении параметров  $\Lambda_\pi$ ,  $\Lambda_\rho$  [13]. Однако в процессе  $pd \rightarrow dp$  эта двузначность существенно оказывается на величине вклада  $\Delta$ -механизма. Результаты расчетов сечения с  $Z(k) \neq 1$  и  $Z(k) = 1$  отличаются в два раза в точках  $T_p = 0,5$  ГэВ и  $T_p = 1$  ГэВ. В точке  $T_p = 0,7$  ГэВ, в которой в рассматриваемой модели  $\Delta$ -изобара находится на массовой поверхности (для диаграммы рис.4,*a*), оба способа вычислений дают одинаковый результат. На рис.5 приведены для сравнения результаты расчета вклада  $\Delta$ -механизма с параметрами из работы [8]. Из наших расчетов [13] видно, что максимум в сечении, вычисленном при учете только вклада  $\Delta$ -механизма, сдвинут в сторону более низких энергий, по сравнению с [8]. Это обусловлено  $k$ -зависимостью полной ширины  $\Delta$ -изобары в (25). В работе [8] предполагалось, что ширина  $\Gamma$  не зависит от  $k$ :  $\Gamma(k) = \Gamma_0 = \text{const}$ , при этом не удается описать положение и

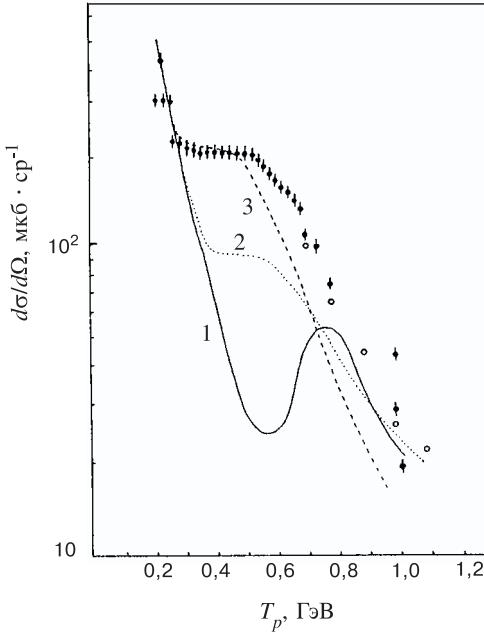


Рис. 6. То же, что на рис.5, но для суммы механизмов ОН+Δ+ОР

величину экспериментального максимума в сечении процесса  $pp \rightarrow p\bar{n}\pi^+$ , а чистый вклад  $\Delta$ -механизма в процессе  $pd \rightarrow d\bar{p}$  в области выхода  $\Delta$ -изобары на массовую поверхность оказывается завышенным.

Во-вторых, важным свойством модели ОН+ $\Delta$ +ОР является характер интерференции  $\Delta$ - и ОН-механизмов. В работе [8] суммарный вклад ОН+ $\Delta$ +ОР в области энергий  $0,6 \div 0,8$  ГэВ оказался меньше, чем вклад одного  $\Delta$ -механизма и существенно ниже экспериментальных данных. Причиной этой деструктивной интерференции  $\Delta$ - и ОН-механизмов (вклад ОР-механизма в этой области пренебрежимо мал и интерференция с ним несущественна) в работе [8] является большой вклад  $\rho$ -мезона в амплитуду  $NN \rightleftharpoons N\Delta$ . В параметризации, использованной в [57], [13], вклад  $\rho$ -мезона минимален, так как  $\Lambda_\rho \sim m_\rho$ .<sup>\*</sup> Вследствие этого интерференция  $M_\Delta^{\pi+\rho} + \text{ОН}$  носит конструктивный характер и суммарный вклад механизма ОН+ $\Delta$ +ОР в области  $T_p = 0,4 \div 0,8$  ГэВ в этом случае оказывается выше вклада чистого  $\Delta$ -механизма и находится существенно ближе к данным, чем в [8].

<sup>\*</sup>При попытке увеличить вклад  $\rho$ -мезона (при одновременном изменении параметров  $\pi$ -обмена) в (30) не удается описать данные о реакции  $pp \rightarrow p\bar{n}\pi^+$  при  $T_p = 800$  МэВ.

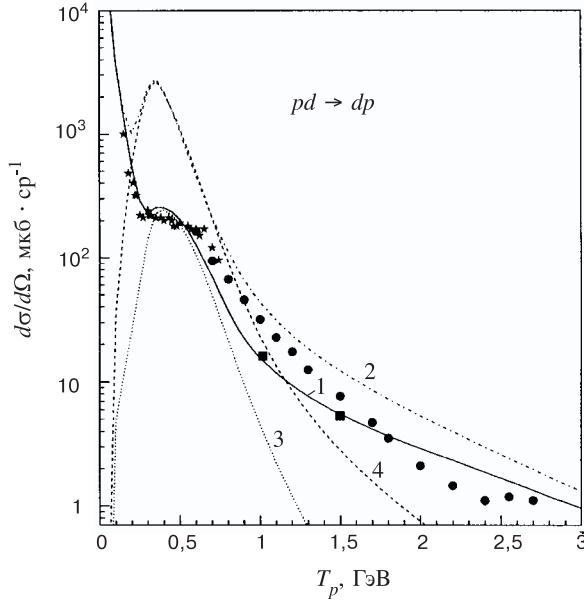


Рис. 7. Дифференциальное сечение упругого  $pd$ -рассеяния назад в зависимости от начальной энергии в рамках модели  $\text{ОН} + \Delta + \text{ОР}$  с параметрами формфакторов:  $\Lambda_\pi = 0,53 \text{ ГэВ/с}$ ,  $\Lambda_\rho = 0,7 \text{ ГэВ/с}$  (сплошная кривая 1),  $\Lambda_\pi = 1,3 \text{ ГэВ/с}$ ,  $\Lambda_\rho = 1,4 \text{ ГэВ/с}$  (штрихпунктир 2); чистый вклад  $\Delta$ -механизма для этих же двух наборов параметров  $\Lambda_\pi$  и  $\Lambda_\rho$  показан точечной (3) и пунктирной (4) линиями соответственно. Экспериментальные данные: ( $\star$ ) – [20], ( $\bullet$ ) – [18], ( $\blacksquare$ ) – [17]

В-третьих,  $\Delta$ -механизм процесса  $pd \rightarrow dp$  очень чувствителен к параметрам формфакторов в вершинах  $\pi NN$ ,  $\pi N\Delta$ ,  $\rho NN$ ,  $\rho N\Delta$ . Как показывают наши расчеты, при использовании значений параметров обрезания  $\Lambda_\pi = 1,3 \text{ ГэВ/с}$ ,  $\Lambda_\rho = 1,4 \text{ ГэВ/с}$ , которые приводятся в работе [72], дифференциальное сечение в модели  $\Delta + \text{ОН} + \text{ОР}$  оказывается на порядок выше экспериментальных данных в области  $0,5 \div 1,0 \text{ ГэВ}$  (см. рис.7).

В-четвертых, в области выхода  $\Delta$ -изобары на массовую поверхность ( $T_p \sim 0,7 \text{ ГэВ}$ ) параметры модели  $\text{ОН} + \Delta + \text{ОР}$  являются наиболее обоснованными. Однако, как видно из рис.6, именно при этой энергии модель недооценивает абсолютную величину экспериментального сечения на фактор  $\sim 2$ . Это расхождение не удается устранить путем замены одной реалистической волновой функции дейтрона на другую вследствие слабой чувствительности  $\Delta$ -механизма к поведению волновой функции на малых расстояниях между нуклонами. Это свойство  $\Delta$ -механизма – слабая чувствительность к деталям поведения волновой функции дейтрона на малых  $NN$ -расстояниях – илю-

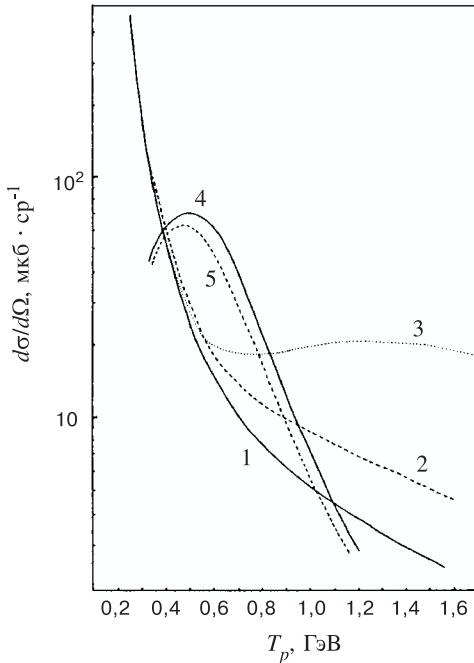


Рис. 8. Результаты расчета вкладов ОН и  $\Delta$ -механизмов в сечение упругого  $pd$ -рассеяния назад с разными волновыми функциями дейтрана: 1 – ОН с парижской функцией; 2 – ОН с функцией Рейда с мягким кором; 3 – ОН с волновой функцией МГУ [75]; 4 –  $\Delta$ -механизм с парижской функцией; 5 –  $\Delta$ -механизм с функцией Рейда с мягким кором

стрируется на рис.8, на котором представлены результаты расчета вкладов  $\Delta$ - и ОН-механизмов для различных волновых функций дейтрана, а именно парижской функции [73], RSC [74] и функции Московского университета [75]. В парижской функции высокомпульсная компонента представлена несколько слабее, чем в функции RSC. Поэтому для механизма ОН, который наиболее чувствителен к высокомпульсным компонентам волновой функции  $\psi_d(\mathbf{q})$ , сечение с парижской функцией оказывается меньше по величине, чем с функцией RSC (и существенно меньше, чем с функцией [75])). Для  $\Delta$ -механизма, напротив, сечение с парижской функцией несколько больше, чем с RSC. Это сопоставление явно показывает, что  $\Delta$ -механизм осуществляется не на малых расстояниях между нуклонами в дейтране, а, скорее, на средних и больших расстояниях. ОН-механизм доминирует при  $T_p = 0,1 \div 0,3$  ГэВ, что следует из описания сечения и тензорной поляризации дейтрана. При энергиях  $T_p = 0,6 \div 1,0$  ГэВ относительный

вклад ОН-механизма мал, но при  $T_p \geq 1,0$  ГэВ его роль снова значительна.

Вопрос о тензорной поляризации  $T_{20}$  является более сложным. В области доминирования механизма ОН ( $T_p \leq 0,2$  ГэВ) значения  $T_{20}$  для механизма ОН согласуются с экспериментом (см. рис.9). При  $T_p \geq 0,25$  ГэВ предсказываемое чистым ОН-механизмом значение  $T_{20}$  расходится с экспериментальными данными. Расчеты в рамках механизма ОН, выполненные недавно на основе полностью ковариантного формализма Бете–Солпитера с использованием потенциала однобозонного обмена в лестничном приближении [35], не улучшают согласия с экспериментом по  $T_{20}$ . Учет вклада  $\Delta$ -механизма восстанавливает согласие в области довольно низких энергий  $T_p = 0,25 \div 0,4$  ГэВ. Однако при более высоких энергиях  $T_p \geq 0,4$  ГэВ предсказываемое моделью ОН +  $\Delta$  + ОР значение  $T_{20} = -0,2 \div +0,2$  резко противоречит данным. При этом, как и в работе [8], значения  $T_{20}$  положительны для  $\Delta$ -механизма. В работе [12] при использовании такой же спиновой структуры амплитуды  $NN \rightleftharpoons N\Delta$ , как и в использованном здесь выражении (30), приводится значение  $T_{20} \sim -0,5$ , что существенно ближе к эксперименту. Однако при вычислении  $\Delta$ -амплитуды в работе [12] про-

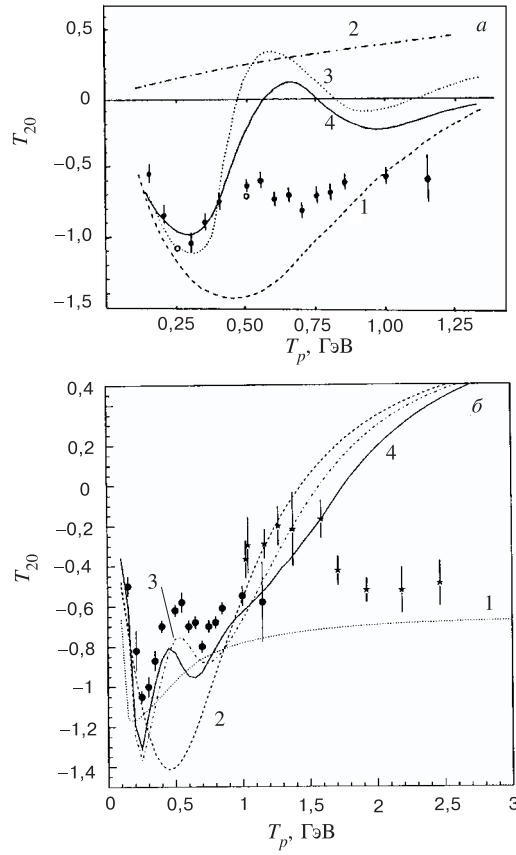


Рис. 9. Тензорная поляризация дейтрона  $T_{20}$  в процессе упругого  $pd$ -рассеяния назад как функция начальной энергии для различных механизмов. *а)* 1 – OH; 2 –  $\Delta$ ; 3 – OH+ $\Delta$ +OP, 4 – OH+OP+ $\Delta$ +ТБР. *б)* Кривые получены с заменой знака  $D$ -волны ( $w(r) \rightarrow -w(r)$ ) для  $\Delta$ -амплитуды: 1 – вклад  $\Delta$ -механизма, 2 – ОНО, 3 –  $\Delta$ +ОНО, 4 –  $\Delta$ +ОНО+OP. Экспериментальные данные взяты из работ [19] (●) и [23] (\*)

пагатор  $\Delta$ -изобары был вынесен из-под знака интеграла по импульсам промежуточных нуклонов. Согласно оценкам [76], проведенным для  $S$ -волны дейтрона, такое приближение занижает вклад  $\Delta$ -механизма в сечение процесса  $pd \rightarrow dp$  в 2–3 раза. Эта недооценка затем искусственно компенсируется в [12] специальным выбором параметров амплитуды  $NN \Rightarrow N\Delta$  в противоречии с экспериментальными данными о сечении реакции  $pp \rightarrow p\pi\pi^+$  (см. выше п.4.4). Как показывает наш анализ, при исключении вклада  $D$ -волны дейтрона из  $\Delta$ -амплитуды работы [8] величина  $T_{20}$  становится отрицательной, а при изменении знака  $w(r) \rightarrow -w(r)$  в формуле (38) достигается качественное согласие с экспериментальными данными (см. рис.9,*a*) \*. В этой связи заметим, что, при учете  $D$ -волны дейтрона в рамках приближений, использованных в [12], возникает иная спиновая структура амплитуды  $M^{(\Delta)}$  по сравнению с расчетом [8, 76], что, возможно, и приводит к удовлетворительному описанию  $T_{20}$  в  $\Delta$ -резонансной области. Таким образом, величина сечения и поведение  $T_{20}$ , видимо, определяются существенно разными свойствами амплитуды процесса  $pd \rightarrow dp$ : используя разные приближения для одной и той же амплитуды  $\Omega N + \Delta$ , можно описать либо абсолютную величину сечения (не получив согласия с экспериментом по  $T_{20}$ ), либо описать  $T_{20}$  (существенно недооценив сечение). Для получения более определенного вывода о величине  $T_{20}$  в рамках модели  $\Omega N + \Delta + OP$  важно выйти за рамки импульсного приближения в амплитуде  $\Delta$ -резонансного механизма, т.е. оставить под знаком интеграла не только пропагатор  $\Delta$ -изобары, но и вершинные функции  $\pi NN$ ,  $\pi N\Delta$ . В настоящее время эта сложная в техническом отношении работа еще не выполнена. Кроме того, важным может оказаться учет обмена  $\sigma$ - и  $\omega$ -мезонами в амплитуде  $NN \rightarrow N\Delta$ , поскольку в рамках  $\pi + \rho$ -обмена не удается описать поляризационные характеристики реакции  $pp \rightarrow p\pi\pi^+$  [60].

Отметим, что расхождение между предсказаниями модели  $\Omega N + \Delta + OP$  и экспериментом наступает одновременно как для усредненного по спинам сечения, так и для  $T_{20}$  при  $T_p \geq 0,4$  ГэВ. В разделе 6 обсуждается возможная связь этого расхождения с механизмом обмена  $N^*$ -изобарами, обусловленным примесью  $NN^*$ -компонент в дейтроне. Согласно оценкам [28], максимальный вклад  $N^*$ -обмена ожидается именно в области энергий  $T_p = 0,5 \div 1,0$  ГэВ. Как показано ниже, подключение вклада трехбарионных резонансов, не улучшает согласия с экспериментом по  $T_{20}$  даже при самых общих предположениях о спиновой структуре соответствующей амплитуды.

**5.5. О роли механизма трехбарионных резонансов.** Одна из возможностей преодолеть расхождение между моделью  $\Omega N + \Delta + OP$  и усредненным по спинам сечением процесса  $pd \rightarrow dp$  состоит в том, чтобы включить в рассмо-

---

\*При этом, естественно, возникает противоречие между расчетным и экспериментально наблюдаемым значением квадрупольного момента дейтрона.

трение вклад механизма трехбарионных резонансов (ТБР). Идея о ТБР впервые была высказана в работе [8]. Как было показано позднее [77], эта идея не противоречит экспериментальным данным об отношении сечений реакций  $R = d\sigma(p, nd)/d\sigma(p, pd)$  на ядрах  $^{6,7}\text{Li}$  при энергии 670 МэВ. Возможность существования трехбарионных резонансов предсказывается в модели вытянутых вращающихся мешков со скрытым цветом [53]. Если предположить, что все разногласия между экспериментальными данными по усредненному по спинам сечению процесса  $pd \rightarrow dp$  и моделью ОН +  $\Delta$ +ОР обусловлены вкладом трехбарионных резонансов, то можно получить верхнее ограничение на вклад ТБР. Такая оценка была сделана в [8]. Этот результат необходимо пересмотреть, так как нами в [13] получен другой вклад для  $\Delta$ -механизма по сравнению с [8]. Кроме того, в [8] использовалась усредненная по спинам протонов амплитуда ТБР. Мы учитываем спиновую структуру амплитуды ТБР в следующем виде [13]:

$$\begin{aligned} A_{\text{ТБР}} = & \langle \sigma'_p \lambda'_d | T | \sigma_p \lambda_d \rangle = \sum_{SLS'L'M} \frac{G^2}{E - M_0 + i\Gamma/2} (-1)^{L'} \times \\ & \times \sqrt{(2L+1)(2L'+1)} (1\lambda_d \frac{1}{2} \sigma_p | S M_S ) (L0 S M_S | J M) \times \quad (47) \\ & \times (1\lambda'_d \frac{1}{2} \sigma'_p | S' M'_S ) (L'0 S' M'_S | J M), \end{aligned}$$

где  $L(L')$  и  $S(S')$  – орбитальный угловой момент и спин канала  $p+d$  ( $p'+d'$ ) соответственно;  $J$  – полный угловой момент ТБР,  $\Gamma$  – его ширина,  $M_0$  – масса,  $G$  – константа связи в вершине  $p+d = 9q$ .

Расчеты выполнены в предположении  $L = L'$ ,  $S = S'$ . Как и в работе [8], здесь предполагается, что только три резонанса, распадающиеся на  $pd$ -систему в  $D$ -,  $F$ - и  $G$ -состояниях, вносят наибольший вклад. Параметры резонансов найдены в результате фитирования экспериментальных данных:  $M \sim 3,1 \div 3,2$  ГэВ,  $\Gamma \sim 100 \div 200$  МэВ,  $G \sim 0,3 \div 0,7$ . Формула (47) сводится к выражению (11) из работы [52] только в пределе  $S_d \gg S_p$ . Исходя из выражения (47), можно найти для трех обсуждаемых амплитуд ТБР, что величина  $T_{20}$  находится в интервале  $T_{20}^{\text{ТБР}} = -0,4 \div +0,4$ , включая точку  $T_{20} = 0$ . Однако даже в наиболее благоприятном случае ( $T_{20}^{\text{ТБР}} = -0,4$ ) для суммарной амплитуды ОН+ $\Delta$ +ОР+ТБР расчетное значение  $T_{20}$  оказывается близким к нулю при  $T_p > 0,6$  ГэВ, т.е. намного выше экспериментальных точек.

Таким образом, можно сделать вывод, что роль ТБР в работах [8, 52] сильно завышена, особенно при интерпретации  $T_{20}$ . В то же время сейчас нет оснований полностью отбрасывать этот механизм. К вопросу о роли ТБР в  $T_{20}$  можно будет вернуться после выполнения более корректного расчета вклада  $\Delta$ -механизма и проведения полного поляризационного эксперимента [22].

## 6. ОБМЕН $N^*$ -ИЗОБАРАМИ И РОЛЬ ПЕРЕРАССЕЯНИЙ

**6.1. Механизм ОБО в релятивистской динамике.** В этом разделе приведены выражения для механизма обмена барионом, полученные ранее в работах [6, 8] при учете только  $p + n$ -компоненты дейтрона, и обобщенные в [28] на случай обмена нуклонными изобарами  $N^*$  в процессе  $pd \rightarrow dp$  и обмена нейтроном в процессе  $pd \rightarrow dN^*$  [78].

*Подход БКТ.* Основой нашего рассмотрения является работа Баккера, Кондратюка и Терентьева (БКТ) [36], в которой построены уравнения фаддеевского типа для задачи трех тел в релятивистской динамике. Достоинством этого подхода является точное выполнение коммутационных соотношений для генераторов группы Пуанкаре системы трех тел, в частности, выполнение углового условия. Не останавливаясь на технических подробностях подхода [36], выпишем окончательное выражение для амплитуды процесса  $p_i d \rightarrow dp_f$ , в рамках механизма ОБО (см. рис.1,*b, e*)

$$A_{\text{ОБО}}^{\text{БКТ}} = K \sum_{|N\rangle} \left\{ \Psi_{\lambda_f}^{\sigma_i \sigma_N}(\mathbf{q}_i) \right\}^+ \Psi_{\lambda_i}^{\sigma_f \sigma_N}(\mathbf{q}_f), \quad (48)$$

где

$$K = \binom{2}{1} 2 \sqrt{E_{d_i}(E_{p_i} + E_N) E_{d_f}(E_{p_f} + E_N)} \frac{\sqrt{s} - M_0}{E_N} \quad (49)$$

— кинематический фактор,  $\Psi_{\lambda_d}^{\sigma_p \sigma_N}(\mathbf{q})$  — волновая функция дейтрона в канале  $d \rightarrow p + N$  (собственная функция массового оператора системы  $p + N$ ), нормированная условием

$$\frac{1}{2J_d + 1} \sum_{\lambda_d, \sigma_p, \sigma_N} \int |\Psi_{\lambda_d}^{\sigma_p, \sigma_N}(\mathbf{q})|^2 \kappa_{pN}^{-1}(q) \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} = N_d^{pN}, \quad (50)$$

здесь

$$\kappa_{pN}(q) = \frac{2\varepsilon_p(q)\varepsilon_N(q)}{\varepsilon_p(q) + \varepsilon_N(q)}, \quad \varepsilon_j(\mathbf{q}) = \sqrt{m_j^2 + \mathbf{q}^2}; \quad (51)$$

$N_d^{pN}$  — эффективное число для соответствующей  $p + N$ -компоненты дейтрона, в которое включен квадрат изотопического коэффициента Клебша–Гордана,  $(1/2\tau_p, 1/2\tau_N | 00 )^2 = \frac{1}{2}$ , так что, например, для  $p + n$ -компоненты дейтрона имеем  $N_d^{pn} = 0, 5$ . В выражение (48) включен комбинаторный фактор  $\binom{2}{1} = 2$ , так как используемая здесь 6-кварковая функция дейтрона полностью антисимметрична по кваркам;  $\sigma_i(\sigma_f)$  и  $\sigma_N$  — проекция спина начального (конечного) нуклона и передаваемого бариона соответственно;  $\lambda_i(\lambda_f)$  — проекция спина начального (конечного) дейтрона. В выражениях (49) и

(51) использованы следующие обозначения:  $E_k(\mathbf{p}_k) = \sqrt{m_k^2 + \mathbf{p}_k^2}$  и  $\mathbf{p}_k$  – энергия и импульс  $k$ -й частицы ( $k = p_i, p_f, N, d_i, d_f$ ) в с.ц.м. трех тел  $p_i + d = p_f + d; \varepsilon_j(\mathbf{q}) = \sqrt{m_j^2 + \mathbf{q}^2}$  и  $\mathbf{q}$  – энергия и импульс  $j$ -й частицы ( $j = p_i, p_f, N$ ) в с.ц.м. двух тел  $p_i + N$  или  $p_f + N$ ;  $\sqrt{s}$  – инвариантная масса системы  $p_i + d = p_f + d$ ,  $M_0 = E_N + E_{p_i} + E_{p_f}$  – масса промежуточного состояния. В формуле (48) проводится суммирование по внутренним состояниям передаваемого бариона  $N$  (нейтрона или нуклонного резонанса), включая проекцию его спина  $\sigma_N$ . Аргументы волновых функций начального и конечного дейtronов  $\mathbf{q}_f$  и  $\mathbf{q}_i$  выражаются через импульсы и энергии наблюдаемых частиц согласно формуле (2) следующим образом:

$$\mathbf{q}_i = \frac{(\varepsilon_N + E_N) \mathbf{p}_i - (\varepsilon_{p_i} + E_{p_i}) \mathbf{p}_N}{\varepsilon_N + E_N + \varepsilon_{p_i} + E_{p_i}}, \quad \varepsilon_N \equiv \varepsilon_N(\mathbf{q}_i), \quad \varepsilon_{p_i} \equiv \varepsilon_{p_i}(\mathbf{q}_i), \quad (52)$$

$$\mathbf{q}_f = \frac{(\varepsilon_N + E_N) \mathbf{p}_f - (\varepsilon_{p_f} + E_{p_f}) \mathbf{p}_N}{\varepsilon_N + E_N + \varepsilon_{p_f} + E_{p_f}}, \quad \varepsilon_N \equiv \varepsilon_N(\mathbf{q}_f), \quad \varepsilon_{p_f} \equiv \varepsilon_{p_f}(\mathbf{q}_f). \quad (53)$$

З-импульс передаваемого нуклона  $N$  в выражениях (52), (53) связан с З-импульсами начальных и конечных частиц в с.ц.м.  $p + d$  следующими соотношениями [36]:

$$\mathbf{p}_N = \mathbf{p}_{d_i} - \mathbf{p}_f = \mathbf{p}_{d_f} - \mathbf{p}_i. \quad (54)$$

Квадрат модуля амплитуды (48), усредненной по спинам начальных частиц и просуммированный по спинам конечных частиц, связан с дифференциальным сечением процесса  $pd \rightarrow pd$  в с.ц.м.  $p+d$  по формуле

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} |A_{\text{ОБО}}|^2. \quad (55)$$

*Нековариантная динамика светового фронта.* Рассмотрим амплитуду однонуклонного обмена процесса  $pd \rightarrow dp$  в рамках нековариантной динамики светового фронта (ДСФ) без тречастичного углового условия. Такой подход был использован в работах [5, 6, 11]. Соответствующие результаты, ввиду их довольно широкого применения (см. [79] и ссылки в ней), приводятся здесь только для сравнения с механизмом ОБО в подходе БКТ, в котором вращательная инвариантность не нарушена. Используя свойства свободных состояний нуклонов  $|\mathbf{p}_\perp, p^+ >$  и дейтрана  $|\mathbf{d}_\perp, d^+ >$  в ДСФ и учитывая сохранение  $p^+$  и  $\mathbf{p}_\perp$  компонент 4-импульсов в вершинах  $d \rightarrow p_f + N$ ,  $p_i + N \rightarrow d$ , для амплитуды ОБО в нековариантной форме ДСФ получаем следующее выражение:

$$A_{\text{ОБО}}^{\text{ДСФ}} = \binom{2}{1} \frac{1}{1 - \xi'} [m_d^2 - M_i^2(\mathbf{k}_\perp, \xi)] \sum_{\sigma_N} \left\{ \Psi_{\lambda_f}^{\sigma_i \sigma_N}(\mathbf{k}'_\perp, \xi') \right\}^+ \Psi_{\lambda_i}^{\sigma_f \sigma_N}(\mathbf{k}_\perp, \xi)), \quad (56)$$

где  $\Psi_d(\mathbf{k}_\perp, \xi)$  – волновая дейтрона (т.е. собственная функция квадрата массового оператора  $\hat{M}^2$  с собственным значением  $m_d^2$ ), которая связана с волновой функцией в (48)  $\Psi_{\lambda_d}^{\sigma_p, \sigma_N}(\mathbf{q})$  преобразованием Мелоша [80].

В выражении (56) внутренние ДСФ-переменные  $\mathbf{k}_\perp, \xi, \mathbf{k}'_\perp, \xi'$  связаны с одночастичными внешними переменными соотношениями, выражающими сохранение  $p^+$  и  $\mathbf{p}_\perp$  компонент 4-импульсов в вершинах  $d \rightleftharpoons N + N$ . В нековариантном подходе ДСФ волновые функции  $\Psi_{d_i}$  и  $\Psi_{d_f}$  зависят только от квадрата модуля относительного импульса  $k^2$ , однозначно связанного с инвариантными массами  $M_f^2 = M^2(\mathbf{k}'_\perp, \xi')$ ,  $M_i^2 = M^2(\mathbf{k}_\perp, \xi)$  свободных пар  $p_i + N$  и  $p_f + N$  соответственно. Нарушение вращательной инвариантности в нековариантном ДСФ-подходе проявляется в зависимости аргументов  $k_i^2$ ,  $k_f^2$  волновых функций начального и конечного дейтрона от направления оси OZ. В работе [6] ось OZ была выбрана согласно условию  $OZ \uparrow\uparrow \mathbf{p}_{p_i} + \mathbf{p}_{p_f}$ . При таком выборе оси OZ обеспечивается симметрия между начальным и конечным протонами (дейтронами):  $\xi = \xi'$ ,  $\mathbf{k}_\perp^2 = \mathbf{k}'_\perp^2$ . При обмене изобарой  $N^*$  эта симметрия сохраняется. Однако в случае реакции  $pd \rightarrow dN^*$  выбор какого-либо направления оси OZ трудно обосновать, исходя из требований симметрии или минимизации вклада многочастичных промежуточных состояний, как в работе [6]. Поэтому реакция  $pd \rightarrow dN^*$  рассматривается в [78] только в БКТ-подходе.

**6.2. Учет перерассеяний в начальном и конечном состояниях.** Повторяя аргументы работы [27], в которой исследовался механизм передачи двух нуклонов в процессе  $p + {}^3\text{He} \rightarrow {}^3\text{He} + p$ , для амплитуды обмена нуклоном в процессе  $pd \rightarrow dp$  с учетом перерассеяний (искажений) в начальном и конечном состояниях получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned} T_{\text{ОН}}^{\text{иск}} = & T_B(\mathbf{d}_f, \mathbf{p}_f; \mathbf{d}_i, \mathbf{p}_i) + \\ & + \frac{i}{4\pi p_i} \int d^2 q F_{pd}(\mathbf{q}) T_B(\mathbf{d}_f, \mathbf{p}_f; \mathbf{d}_i + \mathbf{q}, \mathbf{p}_i - \mathbf{q}) + \\ & + \frac{i}{4\pi p_f} \int d^2 q' f_{pp}(\mathbf{q}') T_B(\mathbf{d}_f - \mathbf{q}', \mathbf{p}_f + \mathbf{q}'; \mathbf{d}_i, \mathbf{p}_i) - \\ & - \frac{1}{(4\pi)^2 p_f p_i} \iint d^2 q d^2 q' F_{pd}(\mathbf{q}) f_{pp}(\mathbf{q}') T_B(\mathbf{d}_f - \mathbf{q}', \mathbf{p}_f + \mathbf{q}; \mathbf{d}_i + \mathbf{q}, \mathbf{p}_i - \mathbf{q}). \quad (57) \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{p}_i(\mathbf{d}_i)$  – импульс начального протона (дейтрона) в с.ц.м.  $p + d$ , а  $\mathbf{p}_f(\mathbf{d}_f)$  – импульс конечного протона (дейтрона); переменные интегрирования  $\mathbf{q}$  и  $\mathbf{q}'$  в (57) являются переданными в  $pd$ - и  $pp$ -перерассеяниях двумерными импульсами соответственно; амплитуда упругого  $pN$ -рассеяния  $f_{pN}$ , для которой здесь использовано бесспиновое приближение, параметризуется в стандартной для дифракционной теории форме [81]:

$$f_{pN}(q) = \frac{k \sigma_{pN}}{4\pi} (i + \alpha_{pN}) \exp(-\frac{1}{2} \beta_{pN} q^2), \quad (58)$$

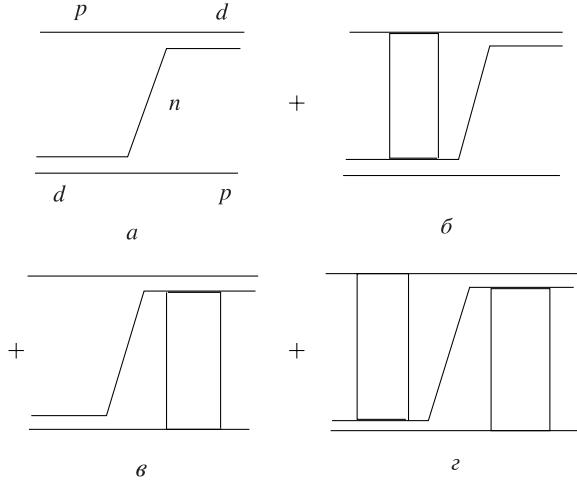


Рис. 10. Механизм однонуклонного обмена с перерассеяниями: а) обмен нейтроном в борновском приближении, б) обмен нейтроном с  $pd$ -перерассеянием, в) обмен нейтроном с  $pp$ -перерассеянием, г) обмен нейтроном с  $pp + pd$ -перерассеяниями

где  $q$  – переданный импульс,  $k$  – волновой вектор нуклона в с.ц.м.  $p + N$ ,  $\sigma_{pN}$  – полное сечение  $pN$ -рассеяния,  $\alpha_{pN}, \beta_{pN}$  – эмпирические параметры, соответствующие экспериментальным данным  $pN$ -рассеяния;  $F_{pd}(q)$  – амплитуда упругого  $pd$ -рассеяния вперед, которая вычисляется здесь на основе теории многократного рассеяния Глаубера–Ситенко [81]. Борновская амплитуда  $T_B$  связана с инвариантной амплитудой  $A$  в (48) соотношением

$$A_{\text{OH}} = 4m_p m_d T_B. \quad (59)$$

Отметим, что при выводе амплитуды упругого  $pd$ -рассеяния вперед в рамках теории Глаубера–Ситенко интегрирование по переданному нуклонам двумерному импульсу проводится в плоскости, перпендикулярной эйкональной оси, направление которой выбирается вдоль вектора  $\mathbf{p}_i + \mathbf{p}_f$ , то есть по биссектрисе угла между импульсами начального и конечного протонов. Как известно (см., например, [82]), это приближение хорошо работает при рассеянии в переднюю полусферу. В соответствии с этим при интегрировании по  $d^2q$  и  $d^2q'$  в выражении (57) необходимо выбирать направление эйкональной оси вдоль вектора  $\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f$ , что соответствует малым углам  $pp$ - и  $pd$ -перерассеяний  $\tilde{\theta} = \pi - \theta_{\text{ц.м.}}$ , где  $\theta_{\text{ц.м.}}$  – угол рассеяния в процессе  $pd \rightarrow dp$ , близкий к  $180^\circ$ . Очевидно, что если приближение Глаубера–Ситенко для амплитуды  $pd$ -рассеяния вперед  $F_{pd}$  хорошо работает в интервале малых углов

$0 \div \tilde{\theta}_{max}$ , то используемый здесь формализм учета перерассеяний в процессе  $pd \rightarrow dp$  должен работать в соответствующем интервале больших углов  $pd$ -рассеяния назад  $\theta_{\text{Ц.М.}} = [\pi - \tilde{\theta}_{max}, \pi]$ .

Рассмотрим формулы для аргументов волновых функций дейтрана в выражении (57), графически представленном на рис.10, обозначая верхними индексами  $k = 2, 3$ , и 4 импульсы для второго, третьего и четвертого слагаемого соответственно:

$$\begin{aligned} T_B &\sim \psi_{d_i}(\mathbf{q}_i = \frac{1}{2}\mathbf{d}_f - \mathbf{p}_i) \psi_{d_f}^*(\mathbf{q}_f = \frac{1}{2}\mathbf{d}_i - \mathbf{p}_f); \\ T^{(2)} &\sim \int d^2 q \psi_{d_i}(\mathbf{Q}_i^{(2)} = \mathbf{q}_i + \mathbf{q}) \psi_{d_f}^*(\mathbf{Q}_f^{(2)} = \mathbf{q}_f + \frac{1}{2}\mathbf{q}); \\ T^{(3)} &\sim \int d^2 q' \psi_{d_i}(\mathbf{Q}_i^{(3)} = \mathbf{q}_i - \frac{1}{2}\mathbf{q}') \psi_{d_f}^*(\mathbf{Q}_f^{(3)} = \mathbf{q}_f - \mathbf{q}'); \\ T^{(4)} &\sim \int \int d^2 q d^2 q' \psi_{d_i}(\mathbf{Q}_i^{(4)} = \mathbf{q}_i + \mathbf{q} - \frac{1}{2}\mathbf{q}') \psi_{d_f}^*(\mathbf{Q}_f^{(4)} = \mathbf{q}_f + \frac{1}{2}\mathbf{q} - \mathbf{q}'). \end{aligned} \quad (60)$$

Из этих выражений следует, что для угла рассеяния  $\theta_{\text{Ц.М.}} = 180^\circ$  ( $\mathbf{q} \perp \mathbf{q}_i, \mathbf{q} \perp \mathbf{q}_f$ ) передача импульсов в перерассеяниях увеличивает модули импульсов  $|\mathbf{Q}_i^{(k)}|$  и  $|\mathbf{Q}_f^{(k)}|$ ,  $k=2,3,4$ . Напротив, при  $\theta_{\text{Ц.М.}} < 180^\circ$  для всех трех членов с перерассеяниями существует такая область значений аргументов  $\mathbf{q}$  и  $\mathbf{q}'$ , в которой модули импульсов  $|\mathbf{Q}_i^{(k)}|$  и  $|\mathbf{Q}_f^{(k)}|$  уменьшаются по сравнению со значениями  $|\mathbf{q}_i|$ ,  $|\mathbf{q}_f|$ , характерными для данного угла рассеяния  $\theta_{\text{Ц.М.}}$  в борновском приближении. Эта область может дать основной вклад в интегралы по  $d^2 q$  и  $d^2 q'$ , так как волновая функция  $\psi_d(\mathbf{q})$  быстро возрастает с уменьшением ее аргумента. Уменьшение модулей импульсов  $|\mathbf{Q}_i^{(k)}|$  и  $|\mathbf{Q}_f^{(k)}|$  происходит за счет уменьшения их поперечных компонент  $|\mathbf{Q}_{i\perp}^{(k)}|$  и  $|\mathbf{Q}_{f\perp}^{(k)}|$ , лежащих в плоскости векторов  $\mathbf{q}$  и  $\mathbf{q}'$ . Вследствие перерассеяний замедляется убывание сечения  $d\sigma(\theta_{\text{Ц.М.}})$  с отклонением угла  $\theta_{\text{Ц.М.}}$  от  $180^\circ$ . Эффект замедления тем больше, чем быстрее убывает волновая функция  $\Psi_d(\mathbf{Q})$  с ростом относительного импульса  $Q$  и чем медленнее убывают амплитуды  $f_{pp}(q)$  и  $F_{pd}(q)$  с ростом переданного импульса  $q$ . Это можно наглядно продемонстрировать явными аналитическими выражениями для амплитуд ОН с перерассеяниями, если волновую функцию дейтрана выбрать в виде разложения по гауссианам  $\psi_S(q) = \sum_j A_j \exp(-\gamma_j q^2)$ . Например, в  $S$ -волновом приближении для волновой функции дейтрана (в реальных расчетах учитываются и  $S$ -, и  $D$ -компоненты волновой функции) амплитуда ОН с  $pp$ -перерассеяниями в конечном состоянии имеет вид

$$T_S^{(3)}(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_f) = \frac{-i}{4\pi p_i} \sum_{j,k} a_{pp} A_k A_j \frac{\pi}{Y} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \exp [-(\gamma_k q_f^2 + \gamma_j q_i^2)] \exp \left[ \frac{(2\gamma_k \mathbf{q}_{f\perp} + \gamma_j \mathbf{q}_{i\perp})^2}{Y} \right] [\varepsilon_d + \frac{q_i^2}{m_p} - \\ & - \frac{1}{2m_p Y} (2\gamma_k \mathbf{q}_{f\perp} + \gamma_j \mathbf{q}_{i\perp}) \mathbf{q}_{i\perp} + \frac{1}{16m_p Y^2} (2\gamma_k \mathbf{q}_{f\perp} + \gamma_j \mathbf{q}_{i\perp})^2 + \frac{1}{4m_p Y}]. \quad (61) \end{aligned}$$

Здесь  $\beta_{pp}$  и  $a_{pp} = \sigma_{pp}(i + \alpha_{pp})/4\pi$  — параметры амплитуды  $pp$ -рассеяния (58);  $Y = \beta_{pp} + \gamma_k + \frac{1}{4}\gamma_j$ ; поперечные компоненты импульсов  $\mathbf{q}_{i\perp}$  и  $\mathbf{q}_{j\perp}$  перпендикулярны направлению эйкональной оси, направленной вдоль вектора  $(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f)$ . Первый экспоненциальный множитель с отрицательным показателем степени в выражении (61) приводит к "нормальному" убыванию амплитуды процесса с ростом "борновских" импульсов  $q_i$  и  $q_f$ . Вторая экспонента с положительным показателем степени в выражении (61) обеспечивает замедление спада угловой зависимости. Таким образом, члены с перерассеяниями при  $\theta_{\text{ц.м.}} < 180^\circ$  могут оказаться более существенными, чем первый борновский член.

**6.3. Спиновая структура амплитуды ОБО.  $p + n$ -компоненты.** Для  $p + n$ -компоненты дейтрона с учетом  $S$ - и  $D$ -волн спиновая структура борновской амплитуды обмена нейтроном хорошо известна (см., например, [4, 8]).

**$p + N^*$ -компоненты.** Согласно расчетам [1], основанным на модели Редже, и анализу [83], выполненному в рамках теории мезонных обменов, вклад  $NN^*$ -компонент оказался существенным для объяснения экспериментальных данных по сечению  $pd$ -рассеяния назад при энергиях  $\sim 1$  ГэВ. Однако применение модели Редже при энергиях порядка массы нуклона, так же, как значительные неопределенности в информации о вершинах мезон— $NN^*$ , делают эти оценки сомнительными. Развитая в последнее десятилетие 6-кварковая модель дейтрона [84–86] дает новый подход к расчету  $dNN^*$ -вершин. В этой модели структура дейтрона на малых  $NN$ -расстояниях  $r_{NN} \leq 1$  фм определяется суперпозицией невозбужденной  $s^6$  и возбужденной  $s^4 p^2 - s^5 2s$  кварковых оболочечных конфигураций. Согласно данной модели, наличие двухквантовых  $2\hbar\omega$ -возбуждений в конфигурации  $s^4 p^2 - s^5 2s$  является причиной феноменологического отталкивателя кора в потенциале  $NN$ -взаимодействия [84, 85]. Эта же возбужденная кварковая конфигурация приводит к примеси малых  $NN^*$ -компонент в волновой функции дейтрона. В рамках этого подхода вычислены эффективные числа и импульсные распределения для различных барион-барионных компонент в дейтроне [87], что позволило выполнить анализ роли  $NN^*$ -компонент в реакции  $dA \rightarrow p(0^\circ)X$  [24, 79].

Рассмотрим обмен нуклонными резонансами  $N^*$ , исходя из  $p + N^*$ -компоненты волновой функции дейтрона, построенной в работах [79, 87]. В кварковой модели волновая функция дейтрона в канале  $d \rightarrow N + B$ ,  $\Psi_\lambda^{\sigma_N \sigma_B}$ , входящая в выражения (48), (50), (56), определяется следующим интегралом перекрывания между 6-кварковой волновой функцией дейтрона  $\Psi_{6q}$  и произ-

ведением внутренних волновых функций барионов  $\varphi_N$  и  $\varphi_B$ :

$$\Psi_{\lambda}^{\sigma_N \sigma_B} = \left( \frac{6!}{3! 3! 2} \right)^{\frac{1}{2}} \langle \varphi_N \varphi_B | \Psi_{6q} \rangle. \quad (62)$$

Состояние бариона в кварковой модели выражается в виде разложения по базисным состояниям трансляционно-инвариантной модели оболочек. Используя формализм, развитый в работе [87] для интегралов перекрывания (62), получаем следующее выражение для амплитуды передачи  $N^*$ -резонанса в процессе  $pd \rightarrow dp$ :

$$\begin{aligned} A_{\text{ОБО}}^{\text{Борн}} = & K \sqrt{\kappa_{pN}(q_i) \kappa_{pN}(q_f)} \sum_{\substack{M_{L_B} M_{S_B} \\ M'_{L_B} M'_{S_B} M_{J_B}}} (L_B M_{L_B} S_B M_{S_B} | J_B M_{J_B}) \times \\ & \times (S_B M_{S_B} 1/2\sigma_f | 1\lambda_i) (L_B M'_{L_B} S_B M'_{S_B} | J_B M_{J_B}) (S_B M'_{S_B} 1/2\sigma_i | 1\lambda_f) \times \\ & \times Y_{L_B M_{L_B}}(\hat{\mathbf{q}}_f) Y_{L_B M'_{L_B}}^*(\hat{\mathbf{q}}_i) 2\Phi_{N_B L_B}^2(q_f). \end{aligned} \quad (63)$$

Здесь  $L_B$ ,  $S_B$ ,  $J_B$  – орбитальный момент, спин и полный угловой момент изобары,  $M_{L_B}$ ,  $M_{S_B}$ ,  $M_{J_B}$  – соответствующие  $z$ -проекции этих моментов;  $\Phi_{N_B L_B}(q)$  – волновая функция относительного движения в канале  $d \rightarrow p + N^*$ , нормированная условием

$$\int_0^\infty \Phi_{N_B L_B}^2(q) q^2 \frac{dq}{(2\pi)^3} = N_d^{pN^*}, \quad (64)$$

где  $N_d^{pN^*}$  – эффективное число изобар  $N^*$  в дейtronе.

В работах [79, 87] использована схема связи угловых моментов ( $\mathbf{L}_B + \mathbf{S}_B = \mathbf{J}_B$ ,  $\mathbf{S}_B + \mathbf{s}_p = \mathbf{J}_d$ ), при которой внутренний орбитальный момент бариона  $B$  является также орбитальным моментом относительного движения в канале  $d \rightarrow p + B$ . Выражение (63) получено именно при использовании этой схемы связи моментов. Однако в основном канале  $d \rightarrow p + n$ , который в [79, 87] не описывается кварковой моделью, имеет место иная схема связи моментов:  $\mathbf{s}_n + \mathbf{s}_p = \mathbf{S}$ ,  $\mathbf{L} + \mathbf{S} = \mathbf{J}_d$ . Поэтому для согласования спиновой структуры  $pN^*$ -компоненты со спиновой структурой  $pn$ -компоненты необходимо в канале  $d \rightarrow p + B$  использовать следующую схему связи угловых моментов:

$$\mathbf{L}_B + \mathbf{S}_B = \mathbf{J}_B, \quad \mathbf{J}_B + \mathbf{s}_p = \mathbf{S}, \quad \mathbf{L} + \mathbf{S} = \mathbf{J}_d, \quad (65)$$

где угловой момент  $L$  имеет ту же четность, что и  $L_B$ , и полагается здесь равным  $L_B$ .

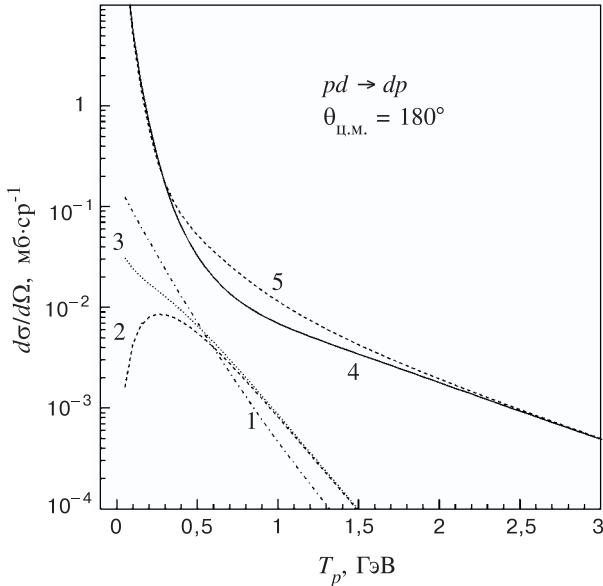


Рис. 11. Результаты расчета сечения процесса  $pd \rightarrow dp$  при  $\theta_{\text{Ц.м.}} = 180^\circ$  в зависимости от кинетической энергии начального протона в лаб. системе  $T_p$  на основе ОБО-механизмов: вклад обмена  $N^*$ -изобарами положительной (1) и отрицательной (2) четности, полный вклад  $N^*$ -обменов (3), обмен нейтроном (сплошная кривая, 4), когерентная сумма  $n$  и  $N^*$  обменов (5)

**6.4. Численные результаты.** *Обмен нуклонными резонансами.* При вычислении вклада обмена нуклонными резонансами в процесс  $pd \rightarrow dp$  здесь учтены десять состояний трансляционно-инвариантной модели оболочек, приведенных в табл.2 работы [79], для которых эффективные числа не меньше, чем  $10^{-5}$ . При этом в наших расчетах масса состояния отождествлялась с массой того резонанса, в волновой функции которого рассматриваемое состояние трансляционно-инвариантной модели оболочек имеет наибольший вес. Например, состоянию  $|2(20)[21]0\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle$  приписывается масса 1710 МэВ. Результаты расчетов с учетом обмена нуклонными резонансами представлены на рис.11–13. Расчеты показывают, что вклад обмена  $N^*$ -резонансами сильно зависит от используемой формы релятивистской динамики. Так, при переходе от БКТ к нековариантному подходу ДСФ вклад обмена  $N^*$ -изобарой уменьшается, что происходит вследствие увеличения относительного импульса в вершине  $d \rightarrow NN^*$ . С ростом массы передаваемого резонанса его вклад в процесс  $pd \rightarrow dp$  тоже уменьшается, так как относительный импульс в вершине  $d \rightarrow NN^*$  увеличивается. Из рис.11 видно, что суммарный вклад

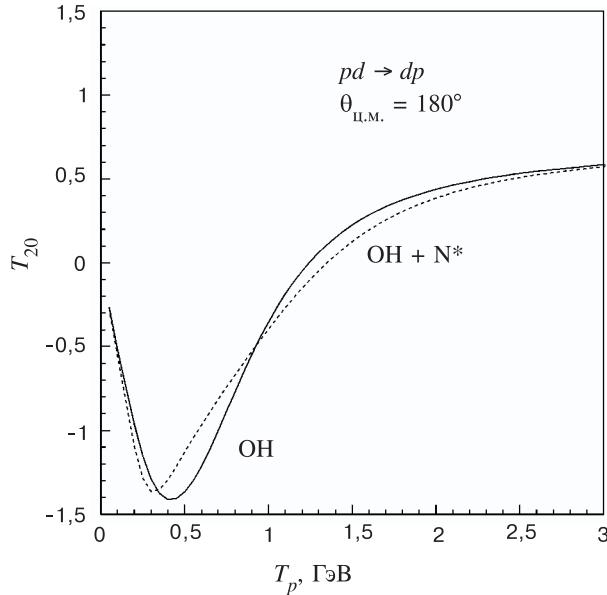


Рис. 12. Результаты расчета тензорной поляризации дейтрона в процессе  $pd \rightarrow dp$  при  $\theta_{\text{Ц.М.}} = 180^\circ$  в зависимости от кинетической энергии начального протона в лаб. системе  $T_p$  на основе ОБО-механизмов: сплошная кривая – OH, штриховая – когерентная сумма  $n$  и  $N^*$  обменов

состояний отрицательной четности, то есть  $p$ -состояний относительного движения в канале  $d \rightarrow p + N^*$ , является максимальным в области начальных энергий протонов в лаб. системе  $\sim 0,3$  ГэВ. Максимальный относительный вклад резонансов положительной четности, т.е.  $s$ -состояний относительного  $p - N^*$ -движения в канале  $d \rightarrow p + N^*$ , приходится на область начальных энергий протонов в лаб. системе  $T_p \sim 0,2 \div 0,4$  ГэВ. Как показано в [28], суммарная амплитуда обмена  $N^*$ -изобарами положительной четности деструктивно интерферирует с суммарной амплитудой обмена состояниями отрицательной четности. В целом полный вклад обмена  $N^*$ -состояниями в  $pd \rightarrow dp$  в модели [79], согласно [28], пренебрежимо мал как в сечении, так и в тензорной поляризации и практически не меняет численных результатов. Отметим, что согласно работе [79] в инклузивной реакции  $d + A \rightarrow p(0^\circ) + X$  в рамках механизма OH интерференция  $s$ - и  $p$ -вкладов отсутствует, и это, видимо, является одной из причин более существенного влияния  $N^*$ -обменов, чем в процессе  $pd \rightarrow dp$ .

Однако при переходе к более обоснованной схеме связи угловых моментов (65) получается иной результат [29]: интерференция  $s$ - и  $p$ -состояний не

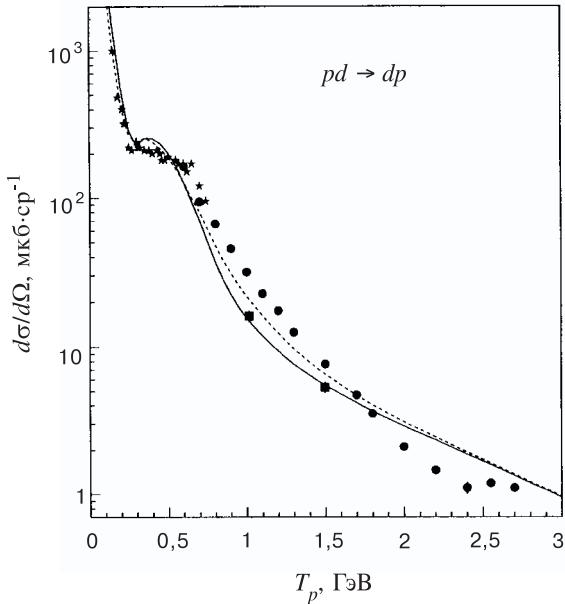


Рис. 13. Результаты расчета сечения процесса  $pd \rightarrow dp$  при  $\theta_{\text{ц.м.}} = 180^\circ$  в зависимости от кинетической энергии начального протона в лаб. системе  $T_p$  на основе механизмов  $\text{OH} + \Delta + \text{OP}$  (сплошная кривая) и  $\text{OH} + \Delta + \text{OP} + N^*$ -обмены (штриховая). Экспериментальные данные: (\*) – [20], (●) – [18], (■) – [17]

является более деструктивной. В результате суммарное сечение  $n + N^*$  обмена оказывается примерно в два раза выше, чем дает чистый обмен нейтроном в интервале  $0,7 \div 1,2$  ГэВ (см. рис.11). Как раз в этой области было обнаружено расхождение между предсказаниями модели  $\text{OH} + \Delta + \text{OP}$  и экспериментом. Проведенные нами расчеты [29] в расширенной модели  $\text{OH} + \Delta + \text{OP} + \text{OBO}$ , как видно из рис. 13, значительно лучше согласуются с экспериментальными данными в интервале энергий  $0,7 \div 1,5$  ГэВ. Однако расхождение с экспериментом по  $T_{20}$  не устраняется и при подключении амплитуды ОБО (рис.12). Это может быть связано, как уже отмечалось в предыдущем разделе, с приближениями, сделанными при вычислении амплитуды  $\Delta$ -резонансного механизма\*.

\*Необходимо подчеркнуть, что в расчетах [28,29] использовался вариант с наибольшим значением осцилляторного параметра  $b = 0,8$  фм, который определяет размер нуклона в кварковой модели и входит в ядро МРГ [79]. Более реалистическим значением является  $b = 0,5 \div 0,6$  фм, при котором эффективные числа нуклонных изобар в  $\sim 3$  раза меньше [79]. Поэтому обсуждаемые результаты расчетов следует рассматривать как верхнюю оценку вклада  $N^*$ -обменами.

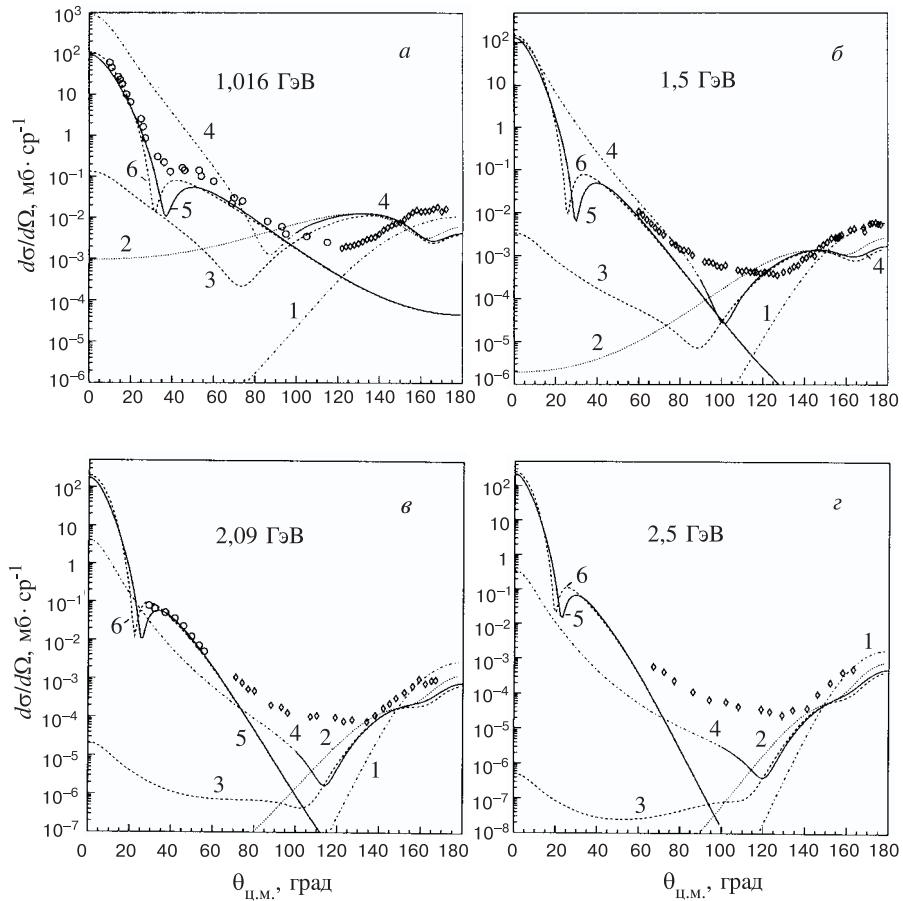


Рис. 14. Угловая зависимость сечения упругого  $pd$ -рассеяния в с.ц.м. при различных начальных энергиях протона: *а*) 1,016 ГэВ, *б*) 1,5 ГэВ, *в*) 2,09 ГэВ, *г*) 2,5 ГэВ. Кривые – результаты расчетов с использованием различных механизмов: 1 – механизм ОН на рис.10, *а*; 2 – сумма диаграмм *б* и *в* на рис.10; 3 – сумма диаграмм *б*, *в* и *г* на рис.10; 4 – сумма диаграмм *б*, *в*, *г* и *д* на рис.10; 5 – дифракционная теория Глаубера–Ситенко с ядерной плотностью, соответствующей  $S$ -волне дейтрана в потенциале RSC; 6 – то же, что 5, но с гауссовой плотностью из работы [89]. Экспериментальные данные: (○) – [16], (◊) – [17]

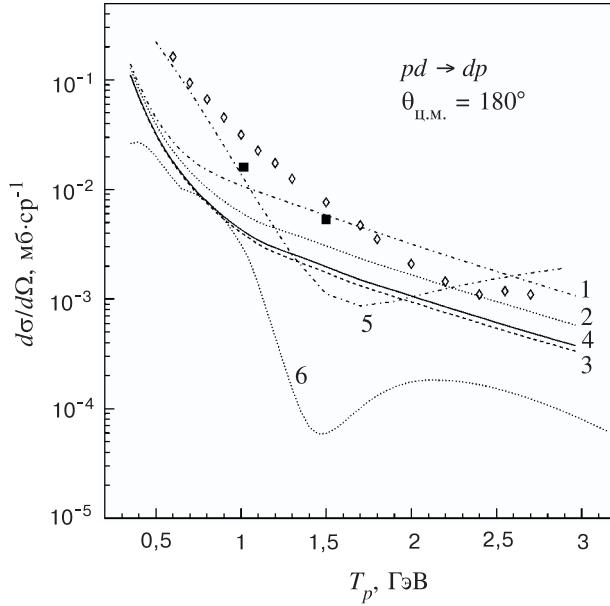


Рис. 15. Зависимость сечения  $pd$ -рассеяния от энергии налетающего протона при  $\theta_{\text{Ц.М.}} = 180^\circ$ . Кривые 1–4 имеют тот же смысл, что и на рис.14; 5 – вклад треугольной диаграммы однопионного обмена, 6 – однократное  $pN$ -рассеяние. Экспериментальные данные: ( $\diamond$ ) – работа [18], ( $\blacksquare$ ) – [17]

*Обмен нейтроном и вклад перерассеяний.* Численные расчеты для механизма обмена нейтроном выполнены с использованием волновой функции дейтрана в форме Рейда с мягким кором (RSC), параметризованной в [74]. Параметры амплитуд упругого  $pp$ - и  $p\eta$ -рассеяния взяты из работы [88]. На рис.14,*a* –  $\sigma$  показана угловая зависимость сечения упругого  $pd$ -рассеяния в интервале  $0 \leq \theta_{\text{Ц.М.}} \leq 180^\circ$  при энергиях налетающих протонов в лаб. системе  $T_p = 1, 016, 1,5, 2,09$  и  $2,5$  ГэВ. Теоретические кривые получены в рамках теории Глаубера–Ситенко в передней полусфере  $\theta_{\text{Ц.М.}} \leq 60^\circ$  и на основе механизма ОН с перерассеяниями – в задней,  $\theta_{\text{Ц.М.}} \geq 120^\circ$ . Из рис.14 видно, что при  $T_p = 1 \div 2,5$  ГэВ и  $\theta_{\text{Ц.М.}} = 150 \div 180^\circ$  борновское приближение для механизма ОН по форме и абсолютной величине удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными. Однако при учете  $pp$ - и  $pd$ -перерассеяний это качественное соответствие разрушается. При углах  $150^\circ \leq \theta_{\text{Ц.М.}} < 180^\circ$  наблюдается замедление убывания сечения  $d\sigma/d\Omega(\theta)$  при уменьшении угла  $\theta$  в соответствии с качественными аргументами, приведенными в разд.3. Аналогичный эффект сыграл важную роль при описании угловой зависимости

упругого  $p^3\text{He}$ -рассеяния на большие углы в рамках механизма обмена  $pp$ -парой [27] \*.

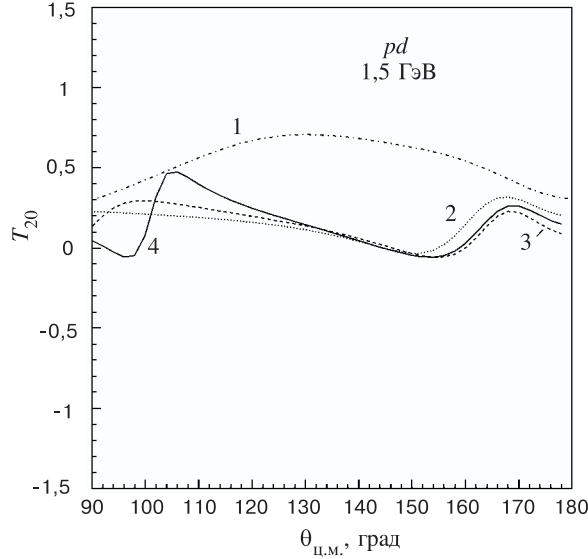


Рис. 16. Тензорная поляризация дейтрона в упругом  $pd$ -рассеянии как функция угла рассеяния при энергии начального протона  $T_p = 1,5 \text{ ГэВ}$ . Кривые  $1$ – $4$  имеют тот же смысл, что и на рис.14

Абсолютная величина сечения под углом  $\theta_{\text{ц.м.}} = 180^\circ$  уменьшается в  $\sim 2 - 3$  раза в интервале энергий  $T_p = 1 \div 3 \text{ ГэВ}$  при учете искажений (см.рис.15). Как видно из рис.15, вклад механизма ОН с учетом перерассеяний оказывается значительно ниже экспериментальных точек для сечения  $pd$ -рассеяния на угол  $\theta_{\text{ц.м.}} = 180^\circ$  во всей рассматриваемой области энергий

\*Отметим, что при уменьшении угла рассеяния  $\theta_{\text{ц.м.}}$  от  $100^\circ$  до  $0^\circ$  вклад механизма ОН с учетом перерассеяний резко возрастает особенно при одновременном учете  $pp$ - и  $pd$ -перерассеяний, и приближается к значению, предсказываемому теорией Глаубера–Ситенка. Как было показано в разд.3, это происходит за счет уменьшения аргументов волновых функций  $\phi_{d_i}(\mathbf{Q}_i)$  и  $\phi_{d_f}(\mathbf{Q}_f)$  до нулевых значений, так как при углах  $\theta_{\text{ц.м.}} \sim 0^\circ$  переданные в перерассеяниях импульсы  $\mathbf{q}$  и  $\mathbf{q}'$  параллельны относительным импульсам нейтрона и протона в дейтроне  $\mathbf{Q}_i$  и  $\mathbf{Q}_f$ , соответствующим борновскому приближению одноклонного обмена. Однако на основании этих расчетов нельзя сделать привлекательный, на первый взгляд, вывод, что механизм ОН вносит значительный вклад в упругое  $pd$ -рассеяние вперед, так как используемый здесь метод учета искажений скорее всего неприменим в области углов рассеяния  $\theta_{\text{ц.м.}} \sim 0^\circ$ , так же, как теория многократного рассеяния Глаубера–Ситенка неприменима в области углов  $\sim 180^\circ$ .

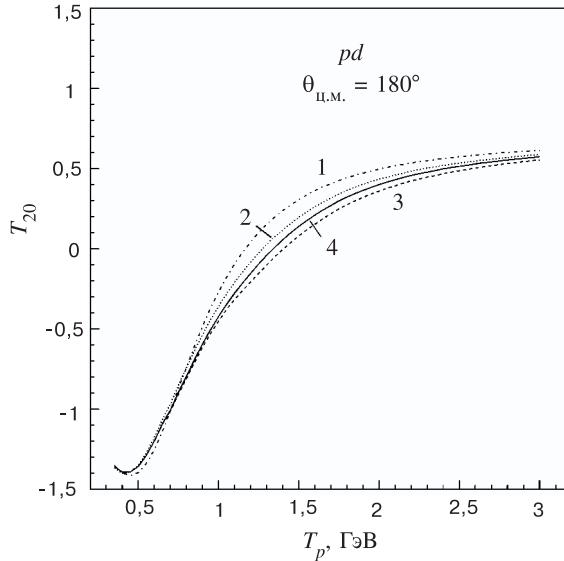


Рис. 17. Тензорная поляризация дейтрона в упругом  $pd$ -рассеянии на угол  $\theta_{\text{ц.м.}} = 180^\circ$  как функция энергии начального протона. Кривые 1–4 имеют тот же смысл, что и на рис. 14

$0,5 \div 3$  ГэВ. Минимальное отклонение от эксперимента имеет место при энергиях  $T_p = 2,2 \div 2,4$  ГэВ, но даже в этом случае расхождение характеризуется фактором  $\sim 2$ . Следует подчеркнуть, что для парижской волновой функции дейтрона вклад механизма ОН еще меньше, чем для используемой здесь функции RSC (см., например, [13]). Таким образом, выполненные нами расчеты качественно согласуются с выводом работы [4] о роли искажений и недостаточности механизма ОН для описания абсолютной величины сечения процесса  $pd \rightarrow dp$  под углом  $\theta_{\text{ц.м.}} = 180^\circ$ . В то же время следует отметить, что депрессивная роль искажений оказалась на порядок слабее, чем в случае процесса  $p^3\text{He} \rightarrow ^3\text{He}\rho$  [27].

Тензорная поляризация  $T_{20}(\theta_{\text{ц.м.}})$  как функция угла рассеяния значительно изменяется при учете перерассеяний (рис. 16). Однако под углом  $\theta_{\text{ц.м.}} = 180^\circ$  влияние перерасеяний на  $T_{20}$  пренебрежимо мало (см. рис. 17). Таким образом, вопреки предположениям, следующим из результатов работы [24], известное противоречие (см., например, [26]) между предсказанием механизма ОН для  $T_{20}(\theta_{\text{ц.м.}} = 180^\circ)$  и экспериментальными данными сохраняется и после учета перерассеяний.

На рис. 15 для сравнения приведены результаты наших расчетов в рамках механизма однократного рассеяния и ОПО. Для механизма ОПО здесь был

использован формализм из работы [90] с параметризацией экспериментальных данных о реакции  $pp \rightarrow d\pi^+$  из работы [91]. Вклад механизма однократного рассеяния вычислен в импульсном приближении в рамках формализма работы [13] с использованием волновой функции дейтрана в форме RSC. Из рис.15 видно, что вклад этого механизма на порядок ниже экспериментальных данных во всей рассматриваемой области энергий. Учет двукратного рассеяния, согласно [7], приводит к дополнительному уменьшению сечения. Напротив, механизм ОПО в области  $\Delta$ -резонанса, соответствующей энергии протона  $T_p \sim 0,6$  ГэВ, а также при энергиях  $\sim 2,5$  ГэВ вносит более значительный вклад, который соизмерим с экспериментальными данными. Однако при энергиях  $\sim 1,5$  ГэВ вклад механизма ОПО почти на порядок ниже экспериментальных точек. Можно ожидать, что фактический вклад механизма ОПО еще меньше за счет абсорбтивного характера перерассеяний, не учтывавшихся в представленных расчетах. Таким образом, в области энергий  $1 \div 2$  ГэВ ни один из рассмотренных здесь механизмов существенно не дотягивает по абсолютной величине до экспериментального сечения. Причину этого расхождения, по-видимому, следует искать в других механизмах, в частности, в двукратном  $pN$ -рассеянии с возбуждением  $N^*$  резонансов, которое лишь частично учитывается механизмом ОПО.

## 7. ВКЛАД КВАЗИРЕЗОНАНСНОГО $\eta - {}^3\text{He}$ -СОСТОЯНИЯ В УПРУГОЕ $pd$ -РАССЕЯНИЕ НАЗАД

Анализ данных о реакции  $pd \rightarrow {}^3\text{He}\eta$  вблизи порога приводит к гипотезе о существовании квазисвязанных состояний  $B^*$  в системе  $\eta - {}^3\text{He}$  [54, 55]. В работе [55] на основе фитирования экспериментальных данных в рамках двухступенчатой модели реакции  $pd \rightarrow {}^3\text{He}\eta$  с учетом взаимодействия в конечном состоянии были получены параметры этих состояний — масса  $M_B$ , ширина  $\Gamma_B$  и формфактор перехода  $\eta^3\text{He} \rightarrow B^*$ . На основе этих результатов можно вычислить вклад состояний  $B^*$  в упругое  $pd$ -рассеяние назад.

Предполагая, что квазисвязанное состояние  $B^*$  образуется в результате взаимодействия  $\eta$ -мезона и ядра  ${}^3\text{He}$ , образовавшихся в процессе  $pd \rightarrow {}^3\text{He}\eta$ , для амплитуды перехода  $pd \rightarrow B^*$  получаем выражение

$$(pd \rightarrow B^*) = \int \frac{dq^4}{(2\pi)^4} \frac{A_{{}^3\text{He}\eta \rightarrow B^*} M_a(pd \rightarrow {}^3\text{He}\eta)}{2m_\eta(T_\eta - \mathbf{p}_\eta^2/2m_\eta + i\varepsilon) 2m_\tau(T_\tau - \mathbf{p}_\tau^2/2m_\tau + i\varepsilon)}; \quad (66)$$

где  $m_\tau, m_\eta$  — массы  $\eta$ -мезона и ядра  ${}^3\text{He}$ ,  $q$  — относительный 4-импульс в системе  $\eta - {}^3\text{He}$ ,  $T_i, \mathbf{p}_i$  — кинетическая энергия и 3-импульс частицы (ядра)  $i$ ;  $M_a(pd \rightarrow {}^3\text{He}\eta)$  — амплитуда реакции  $pd \rightarrow {}^3\text{He}\eta$  в двухступенчатой модели в обозначениях работы [55],  $A_{{}^3\text{He}\eta \rightarrow B^*}$  — амплитуда виртуального процесса

${}^3\text{He}\eta \rightarrow B^*$ , для которой согласно [55] имеем следующее выражение:

$$A_{{}^3\text{He} \eta \rightarrow B^*} = \sqrt{8\pi s_{pd}} \frac{g_0 \beta^2}{q^2 + \beta^2}; \quad (67)$$

параметры  $g_0$ ,  $\beta$  найдены в [55]. Амплитуду упругого резонансного  $pd$ -рассеяния теперь можно записать в виде

$$A(pd \rightarrow dp) = \frac{A(pd \rightarrow B^*) A(B^* \rightarrow dp)}{2m_{B^*} [E_k - E_0 + i\Gamma_B/2]}, \quad (68)$$

где  $E_0 = -7$  МэВ – энергия состояния  $B^*$  по отношению к уровню  $m_\eta + m_\tau$ ;  $m_{B^*} = m_\eta + m_\tau + E_0$ ;  $E_k$  – энергия относительного движения в системе  $p+d$  с относительным импульсом  $k$ ;  $\Gamma_B \sim 20$  МэВ.

В максимуме ( $E_k = E_o$ ) сечение  $pd$ -рассеяния через промежуточное состояние  $B^*$  имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(pd \rightarrow dp) = \frac{4g_0^4 \beta^4}{64^2 \pi^2 s_{pd} \Gamma_B^2} \frac{1}{(2\pi)^2}. \quad (69)$$

Используя для амплитуды  $M_a(pd \rightarrow {}^3\text{He}\eta)$  значения, полученные в работе [55], находим из (69)  $d\sigma/d\Omega \sim 0,03$  мкб/ср, в то время как механизм однонуклонного обмена с парижской волновой функцией дейтрана дает при этой же кинетической энергии начального протона  $T_p \sim 1$  ГэВ значительно большее значение 5 мкб/ср [13]. Таким образом, вклад обсуждаемого механизма  $pd$ -рассеяния назад через гипотетическое квазисвязанное  $\eta$  ${}^3\text{He}$ -состояние пренебрежимо мал.

## 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как показывает проведенный анализ, в процессе  $pd \rightarrow dp$ , в отличие от упругого  $p{}^3\text{He}$ -рассеяния назад в области энергий 1  $\div$  2 ГэВ, ни один из рассмотренных здесь механизмов не является абсолютно доминирующим, а их сумма не приводит к достаточно ярким проявлениям структуры ядра. Поэтому теоретическая интерпретация процесса  $pd \rightarrow dp$  является менее выразительной по сравнению с результатами исследования динамики процесса  $p{}^3\text{He} \rightarrow {}^3\text{He}\eta$  [92]. В значительной степени это связано с тем, что дейtron — очень рыхлая система. Тем не менее можно сделать и конструктивные выводы в результате проведенного рассмотрения.

Вклад механизма двукратного  $pN$ -рассеяния с возбуждением  $\Delta$ -изобары значителен в интервале энергий 0,5  $\div$  1,0 ГэВ. При достаточно корректном определении параметров амплитуды  $NN \rightleftharpoons N\Delta$  сумма механизмов

$\text{ОН+ОР}+\Delta$  дает качественное объяснение энергетической зависимости сечения рассеяния в интервале энергий  $0,5 \div 1,5$  ГэВ при  $\theta_{\text{Ц.М.}} = 180^\circ$ . Таким образом, попытки описать экспериментальные данные в этой области энергий исключительно в рамках механизма однонуклонного обмена путем учета релятивистских экстракомпонент волновой функции дейтрона или модификации его обычной  $pq$ -компоненты, но без учета трехчастичных  $N - \Delta - N$ -сил совершенно не оправданы. В то же время модель  $\text{ОН+ОР}+\Delta$ , параметры которой наиболее обоснованы в окрестности точки выхода  $\Delta$ -изобары на массовую поверхность, недооценивает абсолютную величину сечения в этой области почти в два раза. С некоторой долей осторожности можно утверждать, что в рамках  $6q$ -модели дейтрона получены указания на заметный вклад обмена  $N^*$ -изобарами в сечение процесса  $pd \rightarrow dp$  в этой области энергий,  $T_p \sim 0,7 \div 1,2$  ГэВ. В настоящее время при этих же энергиях нельзя исключить вклад и других, более экзотических механизмов.

Роль перерассеяний в начальном и конечном состояниях существенна: вклад механизма ОН в сечение процесса  $pd \rightarrow dp$  при  $\theta_{\text{Ц.М.}} = 180^\circ$  уменьшается в 2–3 раза за счет перерассеяний. Установлен качественный эффект — при отклонении угла рассеяния от значения  $\theta_{\text{Ц.М.}} = 180^\circ$  относительная роль механизма обмена нуклоном в процессе  $p + d \rightarrow d' + p'$  возрастает за счет уменьшения характерных относительных импульсов в вершинах  $d \rightarrow p' + n$  и  $p + n \rightarrow d'$  вследствие перерассеяний.

Наиболее ярким свойством процесса  $pd \rightarrow dp$  является его высокая чувствительность к параметрам формфакторов в вершинах  $\pi(\rho)NN$ ,  $\pi(\rho)N\Delta$ . Даже при той неопределенности, которая в настоящее время имеется в отношении вклада обмена нейтроном (с учетом эффектов перерассеяния) и  $N^*$ -изобарами, представленные в данной работе расчеты дают все основания утверждать, что широко используемые в теории  $\pi NN$ -систем значения обрезающих импульсов  $\Lambda_\pi \sim \Lambda_\rho \sim 1,3$  ГэВ/с резко противоречат имеющимся экспериментальным данным о сечении  $pd$ -рассеяния назад в области  $0,5 \div 1,0$  ГэВ.

В интервале энергий  $1 \div 2$  ГэВ ни один из рассмотренных механизмов с использованием реалистических волновых функций дейтрона недотягивает по абсолютной величине до экспериментального сечения. В рамках механизма ОН предсказания для  $T_{20}(\theta_{\text{Ц.М.}} = 180^\circ)$  резко противоречат экспериментальным данным как в нерелятивистском приближении, так и во всех релятивистских подходах, а учет перерассеяний не меняет этот вывод. В этой связи необходимо отметить, что согласно предварительным данным СЕ-BAF [93] тензорная поляризация  $T_{20}$  в упругом рассеянии электронов на дейтронах качественно согласуется с импульсным приближением и нерелятивистской структурой дейтрона до значений переданного импульса 1,35 ГэВ, что соответствует характерным относительным импульсам нуклонов в дейтроне  $\sim 0,6$  ГэВ/с. Это сопоставление показывает, что, вероятнее всего, в

процессе  $pd \rightarrow dp$  в области энергий  $1 \div 2$  ГэВ основную роль играют не эффекты структуры дейтрона, а механизмы с возбуждением  $N^*$ -изобар, аналогичные  $\Delta$ -механизму. Эти механизмы необходимо исследовать в теории по возможности так же тщательно, как и  $\Delta$ -резонансный механизм, хотя сделать это значительно труднее ввиду ограниченной информации о свойствах  $N^*$ -изобар. Как и  $\Delta$ -механизм, механизмы с  $N^*$ -изобарами должны быть довольно слабо чувствительны к высокомпульсным компонентам волновой функции дейтрона, и поэтому они не вызывают особого интереса с точки зрения исследований релятивистской структуры дейтрона. Однако они могут дать независимую информацию об амплитудах  $NN \rightleftharpoons NN^*$ .

Автор благодарен В.А.Карманову, А.П.Кобушкину, В.И.Комарову, Л.А.Кондратюку, В.И.Кукулину, Ф.М.Льву и В.Г.Неудачину за обсуждение работы.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №96-02-17215).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kerman A.K., Kisslinger L.S. — Phys. Rev., 1969, v.180, p.1483.
2. Craige N.S., Wilkin C. — Nucl.Phys., 1969, v.B14, p.477.
3. Kolybasov V.M., Smorodinskaya N.Ya. — Phys.Lett., 1971, v.37B, p.272; ЯФ, 1973, т.17, с.1211; Nakamura A., Satta L. — Nucl. Phys., 1985, v.A445, p.706.
4. Levitas M., Noble J.V. — Nucl. Phys., 1975, v.A251, p.385.
5. Кондратюк Л.А., Шевченко Л.В. — ЯФ, 1979, т.29, с.792.
6. Карманов В.А. — ЯФ, 1979, т.29, с.1179; 1981, т.34, с.1020.
7. Gurvitz S.A. — Phys.Rev., 1980, v.C22, p.725.
8. Кондратюк Л.А., Лев Ф.М., Шевченко Л.В. — ЯФ, 1981, т.33, с.1208.
9. Keister B.D., Tjon J.A. — Phys. Rev., 1982, v.C26, p.578.
10. Копелиович Б.З., Нидермайер Ф. — ЖЭТФ, 1984, т.87, с.1121.
11. Kobushkin A.P. — J.Phys.G:Nucl.Phys., 1986, v.12, p.487.
12. Boudard A., Dillig M. — Phys.Rev., 1985, v.C31, p.302.
13. Imambekov O., Uzikov Yu.N., Shevchenko L.V. — Z. Phys., 1989, v.A332, p.349.
14. Ситник И.М., Ладыгин В.П., Рекало М.П. — ЯФ, 1994, т.57, с.2170.
15. Rekalo M.P., Sitnik I.M. — Phys.Lett., 1995, v.B356, p.434.
16. Bennet G.W. et al. — Phys.Rev.Lett., 1967, v.19, p.387.
17. Dubal L. et al. — Phys.Rev., 1974, v.D9, p.597.
18. Berthet P. et al. — J. Phys.G: Nucl.Phys, 1982, v.8, p.L111.
19. Arvieux J. et. al. — Nucl.Phys., 1984, v.A431, p.613.
20. Boudard A. — These, CEA-N-2386, Saclay, 1984.
21. Punjabi V. et al. — Phys.Lett., 1995, v.B350, p.178.
22. Rekalo M.P., Piskunov N.M., Sitnik I.M. — Preprint JINR, E2-97-190, Dubna, 1997.
23. Ажгирей Л.С. и др. — Препринт ОИЯИ Р1-97-174, Дубна, 1997.
24. Kobushkin A.P. — Phys.Lett., 1998, v.B421, p.53..
25. Аблев А.Г. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1988, т.47, с.558.
26. Strokovsky E.A. — Few-Body Syst.Suppl, 1995, v.8, p.186.
27. Blokhintsev L.D., Lado A.V., Uzikov Yu.N. — Nucl.Phys., 1996, v.A597, p.487.

28. Узиков Ю.Н. — ЯФ, 1997, т.60, с.1603.
29. Uzikov Yu.N. — In: Proc. DEUTERON-976 2–7 July, 1997, Dubna (in press).
30. Узиков Ю.Н. — ЯФ, 1992, т.55, с.2374.
31. Лыкасов Г.И. — ЭЧАЯ, 1993, т.24, с.140.
32. Карманов В.А. — ЭЧАЯ, 1988, т.19, с.525; Carbonell J., Desplanques B., Karmanov V.A., Mathiot J.-F. — Phys.Rep., 1998, v.300, p.215.
33. Доркин С.М., Каптар Л.П., Семых С.С. — Препринт ОИЯИ, Р-96-407, Дубна, 1996.
34. Kaptari L.P., Kämpfer B., Dorkin S.M., Semikh S.S. — Phys.Lett., 1997, v.B404, p.8.
35. Kaptari L.P., Kämpfer B., Dorkin S.M., Semikh S.S. — Phys.Rev., 1998, v.C57, p.1097..
36. Bakker B.L.G., Kondratyuk L.A., Terentjev M.V. — Nucl.Phys., 1979, v.B158, p.497.
37. Лев Ф.М. — ЭЧАЯ, 1990, т.21, п.1251; Лев Ф.М. — Некоторые вопросы релятивистской квантовой механики систем с заданным числом степеней свободы. ОИЯИ, Дубна, 1988, с.104.
38. Chung P.L., Coester F., Keister B.D., Polyzou W.N. — Phys.Rev., 1988, v.C37, p.2000.
39. Coester F., Polyzou W.N. — Phys. Rev., 1982, v.D26, p.1348.
40. Соколов С.Н. — ТМФ, 1978, т.36, с.193.
41. Соколов С.Н., Шатний А.Н. — ТМФ, 1978, т.31, с.291.
42. Dirac P.A.M. — Rev. Mod. Phys., 1949, v.21, p.392.
43. Karmanov V.A., Smirnov A.V. — Nucl.Phys., 1994, v.A575, p.520.
44. Desplanques B., Karmanov V.A., Mathiot J.-F. — Nucl.Phys., 1995, v.A589, p.697..
45. Lev F.M. — Ann. Phys., 1995, v.237, No.2, p.355.
46. Браун М.А., Токарев М.В. — ЭЧАЯ, 1991, т.22, с.1237.
47. Ladygin V.P., Ladygina N.B. — Preprint JINR E2-96-322, Dubna, 1996.
48. Tokarev M.V. — In: Proc. of the XIth Seminar on High Energy Physics Problem, eds., A.M Baldin, V.V. Burov, Dubna 1994, p.456.
49. Лексин Г.А. — ЖЭТФ, 1957, т.32, с.445; Bennet G.W. et al. — Phys.Rev.Lett., 1967, v.19, p.387; Booth N.E. et al. — Phys.Rev., 1971, v.D4, p.1261; Bonner B.F. et al. — Phys.Rev.Lett., 1977, v.39, p.1253; Комаров В.И. и др. — ЯФ, 1972, т.16, с.234.
50. Barry G.W. — Ann.Phys. (N.Y.), 1972, v.73, p. 482; Vegh L. — Preprint JINR E2-12369, Dubna, 1979.
51. Kondratyuk L.A., Lev F.M., Shevchenko L.V. — Preprint ITEP-120, M., 1980; Кондратюк Л.А., Шевченко Л.В. — В кн.: Материалы XVI Зимней школы ЛИЯФ, Л., 1981, с.115.
52. Kondratyuk L.A., Shevchenko L.V. — Preprint ITEP-152, M., 1984.
53. Кондратюк Л.А. — В кн.: Нуклон-Нуклонные и адрон-ядерные взаимодействия при промежуточных энергиях. Тр.симп. 23–25 апреля 1984 г. Л., с.402.
54. Wilkin C. — Phys.Rev., 1993, v.C47, p.R938.
55. Кондратюк Л.А., Ладо А.В., Узиков Ю.Н. — ЯФ, 1995, т.58, №.3, с.524.
56. Кондратюк Л.А., Лев Ф.М. — ЯФ, 1977, т.26, с.294.
57. Имамбеков О., Узиков Ю.Н. — ЯФ, 1988, т.47, с.1089.
58. Lee T.-S.H., Matsuyama A. — Phys.Rev., 1985, v.C32, p.516.
59. Lee T.-S.H. — Phys.Rev., 1984, v.C29, p.195.
60. Matsuyama A., Lee T.-S.H. — Phys.Rev., 1986, v.C34, p.1900.
61. Dubach J. et al. — Phys.Rev., 1986, v.C34, p.944; Lamot G.H. et al. — Phys.Rev., 1987, v.C35, p.239.
62. Hudomaly-Gabitsch J. et al. — Phys. Rev., 1978, v.C18, p.2666.
63. Hancock A.D. et al. — Phys.Rev., 1983, v.C27, p.2742.
64. Verwest B.J. — Phys.Lett., 1979, v.B83, p.161.
65. Fernandez de Cordoba P., Oset E., Vicente-Vacas M.J. et al. — Nucl.Phys., 1995, v.A586, p.586.

66. Engel A. et al. — Nucl.Phys., 1996, v.A 603, p.387.
67. Gari M., Kaulfuss U. — Phys. Lett., 1984, v.136B, p.139.
68. Cohen T.D. — Phys.Rev., 1986, v.D34, p.2187.
69. Dmitriev V., Sushkov O., Gaarde C. — Nucl.Phys., 1986, v.A459, p.503.
70. Имамбеков О., Узиков Ю.Н., Шевченко Л.В. — ЯФ, 1986, т.44, с.1459.
71. Имамбеков О., Узиков Ю.Н. — ЯФ, 1990, т.52, с.1361.
72. Tejedor J.A. — PHD, Valensia university, 1995.
73. Lacombe M., Loiseau B., Vinh Mau et al. — Phys.Lett., 1981, v.101B, p.139.
74. Alberi G., Rosa L.P., Tome Z.D. — Phys. Rev. Lett., 1975, v.34, p.503.
75. Krasnopol'sky V.M., Kukulin V.I., Pomerantsev V.N., Sazonov P.B. — Phys.Lett., 1985, v.B165, p.7.
76. Кондратюк Л.А., Лев Ф.М. — Препринт ИТЭФ-147, Москва, 1977.
77. Имамбеков О., Узиков Ю.Н. — Изв. АН СССР, сер.физ., 1987, т.51, с.947.
78. Узиков Ю.Н. — ЯФ, 1997, т.60, с.1771.
79. Кобушкин А.П., Симонов А.И., Глозман Л.Я. — ЯФ, 1996, т.59, с.833.
80. Melosh H. — Phys.Rev., 1974, v.D9. p.1095.
81. Ситенко А.Г. — ЭЧАЯ, 1973, т.4, с.547.
82. Алхазов Г.Д., Анисович В.В., Волковицкий П.Э. — Дифракционное взаимодействие адронов с ядрами при высоких энергиях. Л.: Наука, 1991.
83. Sharma L.S., Bhasin Y.S., Mitra A.N. — Nucl.Phys., 1971, v.B35, p.466;  
Sharma J.S., Mitra A.N. — Phys.Rev., 1974, v.D9, p.2547.
84. Neudatchin V.G., Obukhovskiy I.T., Kukulin V.I., Golovanova N.F. — Phys.Rev., 1975, v.C11, p.128.
85. Feassler A., Fernandez F., Lübek G., Shimizu K. — Nucl.Phys., 1983, v.A402, p.555.
86. Kusainov A.M., Neudatchin V.G., Obukhovsky I.T. — Phys.Rev., 1991, v.C44, p.2343; Glozman L.Ya., Neudatchin V.G., Obukhovsky I.T. — Phys.Rev., 1993, v.C48.
87. Glozman L.Ya., Kuchina E.I. — Phys.Rev., 1994, v.C49, p.1149.
88. Particle Data Group Report UCRL 20000 NN.1979.
89. Неудачин В.Г., Кукулин В.И., Сахарук А. — ЯФ, 1993, т.52, с.738.
90. Vegh L. — J.Phys.G: Nucl.Phys., 1979, v.8, p.L121.
91. Fäldt G., Wilkin C. — Phys.Lett., 1995, v.B354, p.20.
92. Узиков Ю.Н. — ЭЧАЯ, 1998, т.29, с.1010.
93. Kox S. — Talk on Int. Conf. "Electromagnetic Interactions of Nucleons and Nuclei" (21-26 October, 1997, Santorini, Greece).

УДК 539.143, 539.142.2

## INTERPLAY OF COLLECTIVE AND NONCOLLECTIVE MODES AT LOW EXCITATION ENERGY IN SPHERICAL NUCLEI

*M.Grinberg, Ch.Stoyanov, N.Tsoneva*

Institute for Nuclear Research and Nuclear Energy, BAS,  
bul. Tzarigrad Road 72, 1784 Sofia, Bulgaria

The interplay of collective and noncollective excitations in spherical even-even nuclei is studied. This is done using a version of the Quasiparticle-Phonon Model (QPM) which accounts for up to three-phonon components in its excited-state wave functions and for the particle-particle channel of the residual interaction. Modes, ranging from single-particle ones to collective ones, with isoscalar and isovector nature and different multipolarity are included in the model basis. The structure of the low-lying, negative- and positive-parity states are calculated for semimagic and neighbouring nuclei. It is shown that the quasiparticle-phonon interaction is larger in the nuclei having two nucleons extra closed shell, and the three-phonon terms influence considerably the structure of the low-lying states. The low-lying  $M1$  transitions linking  $2^+$  states are investigated. The presence and influence of a quadrupole low-lying isovector mode shared by several  $2^+$  states is displayed. The excited state structure of some  $N=84$  nuclei, obtained in the QPM, is compared with the results of the Interacting Boson Model. The domains of similarity and discrepancy between both models are discussed. The properties of the low-lying  $1^-$  states and corresponding  $E1$  transitions are investigated for some  $N=82$  nuclei. It is shown that these states can be interpreted as quadrupole-octupole two-phonon states and their characteristics result from the interplay of isovector and isoscalar modes. Some experimental evidences for the existence in  $^{124}\text{Te}$  of negative parity three-phonon states, involving octupole excitations, are also discussed and comparison with QPM calculations is made.

Исследовано взаимодействие коллективных и неколлективных возбуждений в четно-четных сферических ядрах. Для этой цели использовалась квазичастиично-фононная модель ядра. Волновая функция возбужденных состояний включала трехфоновые компоненты. Учитывалось остаточное взаимодействие в канале частица-частица, а также изоскалярные и изовекторные компоненты частично-дырочного взаимодействия. В расчетах учитывалось большое одночастичное пространство.

Рассчитана структура низколежащих состояний положительной и отрицательной четности в полумагических и соседних с ними ядрах. Показано, что квазичастиично-фононное взаимодействие сильнее в ядрах, имеющих на два нуклона больше, чем ядра с замкнутой оболочкой. Влияние трехфононных членов в этих ядрах велико. Исследованы  $M1$ -переходы между низколежащими  $2^+$ -уровнями. Показано, что при низких энергиях возбуждения наличествует изовекторная квадрупольная сила, которая распределена по нескольким  $2^+$ -уровням. Рассчитанная в рамках квазичастиично-фононной модели структура низколежащих состояний в ядрах изотонов  $N=84$  сравнивается с той, что следует из модели взаимодействующих бозонов. Обсуждаются сходство и различия предсказаний моделей. Исследованы свойства низколежащих  $1^-$ -состояний и соответствующих  $E1$ -переходов в ядрах изотонов  $N=82$ . Показано, что эти состояния с высокой степенью достоверности могут быть интерпретированы как двухфононные квадруполь-октупольные. Их свойства определяются тонкой игрой изоскалярных квадрупольной

и октупольной и изовекторной дипольной компонент остаточных сил. Обсуждаются экспериментальные доказательства существования трехфононных состояний отрицательной четности в  $^{124}\text{Te}$ , которые затем сравниваются с предсказаниями квазичастиично-фононной модели.

## 1. INTRODUCTION

As well known, the description of the structure and the properties of the excited states in medium and heavy nuclei is a complicated task. It is obvious *a priori* that no theory can account for all of the details of each individual nucleon motion, because of the large number of degrees of freedom. This fact has led to the formulation of various approaches, each convenient for a specific domain of problems. One important such domain is related to the existence in nuclei of collective modes [1], mainly evinced by large electromagnetic transitions and characteristic level spacing. Several models aimed at the problems related to collective states have been proposed and used. As far as collective vibrational states are concerned, there exist two lines of model development. The first of them starts from the expected microscopic structure of the excitations, namely keeps explicitly track of the underlying fermion structure. Such models, like the Quasiparticle Phonon Model (QPM) [2, 3] (also the Multiphonon model [4]), use phonons (RPA or TDA) as building blocks for constructing more complicated states. The second type of models, formulates the problems expressing the operators and wave functions in terms of superpositions of a few ideal bosons (e.g., boson expansion and mapping techniques [5–7], the Interacting Boson Model (IBM) [8]). The former type of models typically uses a sophisticated wave function and relatively simple Hamiltonians. This is related to the fact that the phonons can incorporate excitations with a different degree of collectivity – from pure two-quasiparticle excitations to a superposition of many two-quasiparticle components. This rich basis, to be effectively used, requires the account for the Pauli principle, otherwise spurious solutions appear. It has been shown [3, 9, 18] that corrections due to the Pauli principle can be handled approximately in a relatively simple way. The interpretation of the results within models using ideal bosons makes necessary some mapping to the fermion space to be performed. Typically, the bosons in IBM are considered as counterparts of some two-fermion excitations. Both approaches have their virtues and drawbacks. The QPM, as representative of the so-called semimicroscopic models [2], has been used in the investigation of spherical and deformed nuclei at different energy domains. The large amount of results convincingly shows that this model gives valuable information on the properties of the collective modes, both at low and high energies, and on the fragmentation of these modes over the noncollective states in the spectrum. This makes it possible to describe subtle properties stemming from the interplay between collective and noncollective degrees of freedom. On the other hand, the ideal boson-based models, some of which use a considerable number

of parameters, describe in a smooth way the properties of groups of collective excited states (usually reflecting some dynamical symmetry of the Hamiltonian) throughout different nuclei. The latter gives the possibility of making systematics over a large number of nuclei. The drawback of these models, however, is the restricted basis, the large number of parameters and the lack of details in the description.

In spite of the usefulness of the IBM and of the QPM, the description they provide is only approximate. In the framework of IBM the noncollective degrees of freedom are neglected while the collective basis of QPM is very restricted. The new experimental information obtained by means of high-resolution multidetector systems points to a very complicated structure of the low-lying states. Even small admixtures are important to explain the observed values. Recent theoretical studies of energy-level statistics of low-lying excited states display a nearly Gaussian orthogonal ensemble distribution (see, e.g., [10]). The latter means that the nuclear dynamics is chaotic to a large extent, which suggests a complex interplay of many factors. An important place among them must be certainly reserved for the interplay between collective and noncollective modes, at least as far as the low-lying states are concerned.

In a number of papers [11–16], we have studied the low-lying excited states in medium and heavy even-even spherical nuclei in the framework of the QPM. Our main interest was concentrated on the increase of the collective basis of the model and the impact of the latter on the properties of the low-lying states. Until recently, the basis of the QPM was restricted to one- and two-phonon states. We have increased the number of phonons in the model wave function up to three [11, 14]. We want to present here the most important, in our view, results mainly concerning negative parity two- and three-phonon states involving quadrupole and octupole excitations.

Section 2 of this paper contains a concise but complete presentation of the QPM. In an Appendix a detailed presentation of the background of the model is presented, including some new results. The next five sections are devoted to different applications of the formalism in different groups of nuclei. Sections 3, 4, 5, and 6 are devoted to the description of dipole two-phonon states in nuclei with  $N = 82$  and  $N = 84$  and of isovector states in some  $N=84$  nuclei. Section 7 presents the investigation of three-phonon negative parity states in  $^{124}\text{Te}$ . In the conclusion, a summary of the main results is given and suggestions for further research, both theoretical and experimental, are formulated.

## 2. GENERAL DESCRIPTION OF THE MODEL

There are several textbooks [2,3] and review articles [17-19] where the main ideas of QPM are presented. In this section, we present in detail the extension

of the model, which consists in the incorporation of three-phonon components in the excited-state wave function.

Following Refs. 2,17 (see also the Appendix), we shall introduce some basic notations. Building blocks of the model basis are the quasiparticle RPA phonons defined as follows:

$$Q_{\lambda\mu i}^+ = \frac{1}{2} \sum_{jj'} \left\{ \psi_{jj'}^{\lambda i} A^+(jj'; \lambda\mu) - (-1)^{\lambda-\mu} \phi_{jj'}^{\lambda i} A(jj'; \lambda-\mu) \right\}, \quad (1)$$

where the quantities  $j$  stand for all single-particle quantum numbers but the magnetic ones. The quantities  $A^+(jj'; \lambda\mu)$  and  $A(jj'; \lambda-\mu)$  (see eq. (27) in the Appendix) are two-quasiparticle creation and annihilation operators, respectively, coupled to angular momentum  $\lambda$ . Further,  $\psi_{jj'}^{\lambda i}$  and  $\phi_{jj'}^{\lambda i}$  are the forward and backward RPA amplitudes, respectively, defining a phonon with angular momentum  $\lambda$  and root number  $i$ . The obtained phonons are not boson operators and we use commutation relations which take care of their fermion structure [3], thus accounting for the violation of the Pauli principle. We will refer to the RPA phonon states using the notation  $[\lambda_i^\pi]_{RPA}$ . The phonons are of different degree of collectivity, from collective ones (e.g.,  $[2_1^+]_{RPA}$ ) to pure two-quasiparticle configurations.

The following commutation relations can be obtained if the fermion structure of the phonon operators is taken into account:

$$\begin{aligned} \left[ Q_{\lambda\mu i}, Q_{\lambda'\mu' i'}^+ \right] &= \delta_{\lambda\mu, \lambda'\mu'} \frac{1}{2} \sum_{jj'} \left( \psi_{jj'}^{\lambda i} \psi_{jj'}^{\lambda' i'} - \phi_{jj'}^{\lambda i} \phi_{jj'}^{\lambda' i'} \right) - \\ &\sum_{jj'j_2} \left\{ \psi_{j'j_2}^{\lambda i} \psi_{jj_2}^{\lambda' i'} \langle j'm' j_2 m_2 | \lambda\mu \rangle \langle jm j_2 m_2 | \lambda' \mu' \rangle \right. \\ &\left. - (-1)^{\lambda+\mu+\lambda'+\mu'} \phi_{j_2 j_2}^{\lambda i} \phi_{j'j_2}^{\lambda' i'} \langle jm j_2 m_2 | \lambda-\mu \rangle \langle j'm' j_2 m_2 | \lambda'-\mu' \rangle \right\} \alpha_{jm}^+ \alpha_{j'm'}, \end{aligned} \quad (2)$$

where  $Q_{\lambda\mu i}^+$  is defined in eq. (1). The quantities  $\langle j'm' j_2 m_2 | \lambda\mu \rangle$  are the Clebsch-Gordan coefficients. The operators  $\alpha_{jm}^+$  and  $\alpha_{jm}$  are the creation and annihilation quasiparticle operators, introduced by eq. (23). The double commutator of the phonon operators, taken in the so-called diagonal approximation (i.e., preserving the orthogonality of the two-phonon states), reads [3]:

$$\begin{aligned} \left[ \left[ Q_{\lambda'_1 \mu'_1 i'_1}, Q_{\lambda_1 \mu_1 i_1}^+ \right], Q_{\lambda_2 \mu_2 i_2}^+ \right] &= \\ \frac{1}{2} \sum_{\substack{\lambda'_2 \mu'_2 i'_2 \\ Ikl}} & \left( \delta_{\lambda_1 \mu_1, \lambda'_1 \mu'_1} \delta_{\lambda_2 \mu_2, \lambda'_2 \mu'_2} + (-)^{\lambda_1 + \lambda_2 - I} \delta_{\lambda_1 \mu_1, \lambda'_2 \mu'_2} \delta_{\lambda_2 \mu_2, \lambda'_1 \mu'_1} \right) \times \\ & \langle \lambda_1 \mu_1 \lambda_2 \mu_2 | Ik \rangle \langle \lambda'_1 \mu'_1 \lambda'_2 \mu'_2 | Ik \rangle K^I(\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) Q_{\lambda'_2 \mu'_2 i'_2}^+, \end{aligned} \quad (3)$$

where

$$K^I(\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) = \hat{\lambda}_1 \hat{\lambda}_2 (2 - \delta_{\lambda_1 \lambda_2} \delta_{i_1 i_2}) \times \\ \sum_{j_1 j_2 j_3 j_4 \atop m_1 m_2 m_3 m_4} \left( \psi_{j_1 j_2}^{\lambda_1 i_1} \psi_{j_2 j_4}^{\lambda_2 i_2} \psi_{j_1 j_3}^{\lambda_1 i_1} \psi_{j_2 j_4}^{\lambda_2 i_2} - \phi_{j_1 j_2}^{\lambda_1 i_1} \phi_{j_2 j_4}^{\lambda_2 i_2} \phi_{j_1 j_3}^{\lambda_1 i_1} \phi_{j_2 j_4}^{\lambda_2 i_2} \right) \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & \lambda_1 \\ j_3 & j_4 & \lambda_2 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & I \end{Bmatrix} \quad (4)$$

the quantity in curly brackets is a  $9j$  symbol [20] and here and further  $\hat{\lambda} = \sqrt{2\lambda + 1}$ .

The model Hamiltonian in terms of phonons reads:

$$H = \sum_{\lambda \mu i} \omega_{\lambda i} Q_{\lambda \mu i}^+ Q_{\lambda \mu i} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \\ i_1 i_2 i_3 \\ \mu_1 \mu_2 \mu_3}} \langle \lambda_1 \mu_1 \lambda_2 \mu_2 | \lambda_3 - \mu_3 \rangle \times \\ U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1} (\lambda_3 i_3) [Q_{\lambda_1 \mu_1 i_1}^+ Q_{\lambda_2 \mu_2 i_2}^+ Q_{\lambda_3 - \mu_3 i_3} + h.c.]. \quad (5)$$

The quantities  $\omega_{\lambda i}$  denote the energies of the RPA phonons. The matrix elements  $U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1} (\lambda_3 i_3)$  are defined in eq. (45) in the Appendix.

The Hamiltonian (5) is diagonalized in a basis of wave functions constructed as a superposition of one-, two- and three-phonon components [14]:

$$\Psi_{\nu}(JM) = \left\{ \sum_i R_i(J\nu) Q_{JMi}^+ + \sum_{\substack{\lambda_1 i_1 \\ \lambda_2 i_2}} P_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(J\nu) [Q_{\lambda_1 i_1}^+ Q_{\lambda_2 i_2}^+]_{JM} \right. \\ \left. + \sum_{\substack{\lambda_1 i_1 \\ \lambda_2 i_2 \\ \lambda_3 i_3 I}} T_I^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} (\lambda_3 i_3) [[Q_{\lambda_1 i_1}^+ Q_{\lambda_2 i_2}^+]_I Q_{\lambda_3 i_3}^+]_{JM} \right\} \Psi_0, \quad (6)$$

where  $[...]_{JM}$  stands for angular momentum coupling,  $\Psi_0$  represents the phonon vacuum state and the coefficients  $R$ ,  $P$ , and  $T$  are unknown amplitudes. The index  $\nu$  specifies the particular excited state.

The normalization condition reads:

$$\langle \Psi_{\nu}(JM) | \Psi_{\nu}(JM) \rangle = \\ \sum_i [R_i(J\nu)]^2 + 2 \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} \left[ P_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(J\nu) \right]^2 \overline{K^I}(\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) + \\ + 6 \sum_{\substack{\lambda_1 i_1 \\ \lambda_2 i_2 \\ \lambda_3 i_3 I}} \left[ T_I^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} (\lambda_3 i_3) \right]^2 C_I^J(\lambda_1 i_1, \lambda_2 i_2, \lambda_3 i_3) = 1, \quad (7)$$

where

$$\overline{K^I}(\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) = 1 + \frac{1}{2} K^I(\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2)$$

and

$$C_I^J(\lambda_1 i_1, \lambda_2 i_2, \lambda_3 i_3) = 1 + \frac{3}{2} K^I(\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) \\ + \frac{1}{2} K^I(\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) \sum_{I'} [\overline{U}(\lambda_1 \lambda_2 J \lambda_3; I, I')]^2 K^{I'}(\lambda_2 i_2 \lambda_3 i_3).$$

The quantities  $K$  account for the Pauli principle and are defined through eq. (4). The quantities  $\overline{U}$  stand for the Jahn coefficients [20] (this somewhat unusual notation is used to distinguish these quantities from the matrix elements  $U$  defined by eq. (45)). After applying a variational procedure [3], a system of equations can be written in the following form:

$$\left| \begin{array}{l} (\omega_{Ji} - \eta_{J\nu}) R_i(J\nu) - \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} P_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(J\nu) U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(Ji) \overline{K^J}(\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) = 0 \\ [\omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_2 i_2} - \eta_{J\nu}] P_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(J\nu) - \frac{1}{2} \sum_{i'} U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(Ji') R_{i'}(J\nu) \\ - 3 \sum_{\lambda'_1 i'_1 \lambda'_2 i'_2} T_{\lambda_1 \lambda_2 i_2}^{\lambda'_1 i'_1 \lambda'_2 i'_2}(J\nu) U_{\lambda'_2 i'_2}^{\lambda'_1 i'_1}(\lambda_1 i_1) C_{\lambda_1}^J(\lambda'_1 i'_1 \lambda'_2 i'_2 \lambda_2 i_2) = 0 \\ [\omega_{\lambda'_1 i'_1} + \omega_{\lambda'_2 i'_2} + \omega_{\lambda'_3 i'_3} - \eta_{J\nu}] T_{I \lambda'_3 i'_3}^{\lambda'_1 i'_1 \lambda'_2 i'_2}(J\nu) - \\ \sum_{i''} P_{\lambda'_3 i'_3}^{I i''}(J\nu) U_{\lambda'_2 i'_2}^{\lambda'_1 i'_1}(Ji'') \overline{K^J}(Ii'' \lambda' i') = 0, \end{array} \right. \quad (8)$$

where  $\eta_{J\nu}$  is the energy of the excited state  $v$  with angular momentum  $J$ .

The coefficients  $R$  and  $T$  can be expressed as functions of the coefficients  $P$  and the system of equations can be rewritten as a system of equations only for the coefficients  $P$ . The corresponding expressions are:

$$R_{i'}(J\nu) = \frac{\sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} P_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(J\nu) U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(Ji) \overline{K^J}(\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2)}{\omega_{Ji} - \eta_{J\nu}}, \\ T_{I \lambda'_3 i'_3}^{\lambda'_1 i'_1 \lambda'_2 i'_2}(J\nu) = \frac{\sum_{i''} P_{\lambda'_3 i'_3}^{I i''}(J\nu) U_{\lambda'_2 i'_2}^{\lambda'_1 i'_1}(Ii'') \overline{K^J}(Ii'' \lambda'_3 i'_3)}{\omega_{\lambda'_1 i'_1} + \omega_{\lambda'_2 i'_2} + \omega_{\lambda'_3 i'_3} - \eta_{J\nu}}.$$

After substitution in the second equation of the system of equations (8), we obtain:

$$[\omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_2 i_2} - \eta_{J\nu}] P_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(J\nu) - \\ - \frac{1}{2} \sum_{\lambda'_1 i'_1 \lambda'_2 i'_2} \sum_{i'} U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(Ji') \frac{P_{\lambda'_2 i'_2}^{\lambda'_1 i'_1}(J\nu) U_{\lambda'_2 i'_2}^{\lambda'_1 i'_1}(Ji) \overline{K^J}(\lambda'_1 i'_1 \lambda'_2 i'_2)}{\omega_{Ji} - \eta_{J\nu}} -$$

$$\begin{aligned}
& -3 \sum_{\lambda'_1 i'_1} \sum_{\lambda'_2 i'_2} U_{\lambda'_2 i'_2}^{\lambda'_1 i'_1}(\lambda_1 i_1) C_{\lambda'_1}^J(\lambda'_1 i'_1, \lambda'_2 i'_2, \lambda_2 i_2) \times \\
& \times \frac{P_{\lambda'_2 i'_2}^{\lambda'_1 i''}(J\nu) U_{\lambda'_2 i'_2}^{\lambda'_1 i'_1}(\lambda_1 i'') \overline{K^J}(\lambda_1 i'' \lambda'_2 i'_2)}{\omega_{\lambda'_1 i'_1} + \omega_{\lambda'_2 i'_2} + \omega_{\lambda_3 i_3} - \eta_{J\nu}} = 0.
\end{aligned}$$

In the general derivation of the above equations [3] (without a diagonal approximation for the quantities  $K$ ), for the two-phonon case, energy shifts of the two-phonon poles appear. They are due to the inclusion of Hamiltonian terms which do not contribute in RPA, but contribute when the exact commutation relations between phonons are taken into account in QPM. In fact, the energy shifts are proportional to only nondiagonal quantities  $K$ . In the derivation here, we use the diagonal approximation from the very beginning and that is why such shifts don't appear in eqs. (8). Moreover, the shifts of the two-phonon poles are estimated to be small in spherical nuclei [3].

The electric transition operator in terms of phonons reads [2]:

$$\begin{aligned}
M(E\lambda) = & \sum_{\mu i} X_i(E\lambda) (Q_{\lambda\mu i}^+ + (-1)^{\lambda-\mu} Q_{\lambda-\mu i}) \\
& + \sum_{\substack{\lambda_1 \mu_1 i_1 \\ \lambda_2 \mu_2 i_2 \mu}} \langle \lambda_1 \mu_1 \lambda \mu | \lambda_2 \mu_2 \rangle \left[ F_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(E\lambda) Q_{\lambda_2 \mu_2 i_2}^+ Q_{\lambda_1 \mu_1 i_1} \right. \\
& \left. + \bar{F}_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(E\lambda) \left( Q_{\lambda_2 \mu_2 i_2}^+ Q_{\lambda_1 \mu_1 i_1}^+ + h.c. \right) \right], \quad (9)
\end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned}
X_i(\lambda, \tau) &= \sum_{jj'} f_{jj'}^{\lambda tr} u_{jj'}^{(+)} (\psi_{jj'}^{\lambda i} + \varphi_{jj'}^{\lambda i}), \\
F_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(\lambda, \tau) &= \hat{\lambda}_1 \hat{\lambda}_2 \sum_{jj'j''} \tau f_{jj'}^{\lambda tr} v_{jj'}^{(-)} \left\{ \begin{array}{ccc} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda \\ j & j' & j'' \end{array} \right\} \left( \psi_{j'j''}^{\lambda_1 i_1} \phi_{j''j}^{\lambda_2 i_2} + \phi_{j'j''}^{\lambda_1 i_1} \psi_{j''j}^{\lambda_2 i_2} \right), \\
\bar{F}_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(\lambda, \tau) &= \hat{\lambda}_1 \hat{\lambda}_2 \sum_{jj'j''} \tau f_{jj'}^{\lambda tr} v_{jj'}^{(-)} \left\{ \begin{array}{ccc} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda \\ j & j' & j'' \end{array} \right\} \left( \psi_{j'j''}^{\lambda_1 i_1} \psi_{j''j}^{\lambda_2 i_2} + \phi_{j'j''}^{\lambda_1 i_1} \phi_{j''j}^{\lambda_2 i_2} \right).
\end{aligned}$$

The quantities  $f_{jj'}^{\lambda tr}$  are the single-particle transition matrix elements, the quantities in the curly brackets are the  $6j$  symbols [20].

Using the operator (9) and the excited state wave function (6), we obtain for the reduced transition probabilities the following expressions:

$$\begin{aligned}
B(E\lambda; 0_{\text{g.s.}}^+ \rightarrow J\nu) = & \\
& \frac{1}{\hat{\lambda}^2} \left| \sum_{\tau} e_{\text{eff}}^{(\lambda)}(\tau) \left[ \sum_i X_i(\lambda, \tau) R_i(J\nu) - \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} F_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(\lambda, \tau) P_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(J\nu) \right] \right|^2, \quad (10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B(E\lambda; I\rho \rightarrow J\nu) = & \left[ \frac{\hat{J}}{\hat{I}} \right]^2 \left| \sum_{\tau} e_{\text{eff}}^{(\lambda)}(\tau) \left[ -\hat{J}^{-1} \sum_i \bar{F}_{Ji}^{Ii'}(\lambda, \tau) R_i(J\nu) R_{i'}(I\rho) - \right. \right. \\
& \hat{I} \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 \lambda' i'} \bar{F}_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(\lambda, \tau) P_{\lambda' i'}^{\lambda_1 i_1}(J\nu) P_{\lambda_2 i_2}^{\lambda' i'}(I\rho) \left\{ \begin{array}{ccc} J & I & \lambda \\ \lambda_2 & \lambda_1 & \lambda' \end{array} \right\} + \\
& + \hat{\lambda}^{-1} \sum_{ii'} X_i(\lambda, \tau) \left[ R_{i'}(I\rho) P_{\lambda i}^{Ii'}(J\nu) + \frac{\hat{I}}{\hat{J}} P_{\lambda i}^{Ii'}(I\rho) R_{i'}(J\nu) \right] - \\
& - \hat{\lambda}^{-1} \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 i'} F_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(\lambda, \tau) \left[ \frac{\hat{I}}{\hat{J}} R_{i'}(I\rho) T_{\lambda}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} T_{i'}(J\nu) + T_{\lambda i'}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(I\rho) R_{i'}(J\nu) \right] + \\
& + 3\hat{\lambda}^{-1} \sum_i X_i(\lambda, \tau) \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} \times \\
& \times \left. \left. \left[ P_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(I\rho) T_I^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} T_{i'}(J\nu) + \frac{\hat{I}}{\hat{J}} T_{J\lambda i'}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(I\rho) P_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(J\nu) \right] \right] \right|^2. \tag{11}
\end{aligned}$$

### 3. THE STRUCTURE OF LOW-LYING EXCITED STATES IN THE SEMIMAGIC $N = 82$ AND THE NEIGHBOURING $N = 84$ EVEN-EVEN NUCLEI

The low-energy spectrum of the atomic nuclei reveals interesting features of the interplay between collective and noncollective excitations. The observed effects are related to the initial stage of the dissipation of the collective properties in atomic nuclei. Usually, the phenomenon is associated with the excitation energies in the domain of giant resonances, where the interaction of the collective mode with surface vibrations leads to its damping and it is seen as a large spreading width of the collective state [19, 21]. At low excitation energies the strength of the collective mode usually is shared between several excited states, but in some cases the strength is distributed within a few hundred keV energy range. This effect is very well established in the magic, semimagic and their neighbouring nuclei. A schematic picture presented in Fig.1 explains qualitatively the reason for that. The two nuclei  $^{144}\text{Sm}$  (semimagic  $N = 82$ ) and  $^{144}\text{Nd}$  (having two neutrons extra closed shell) are discussed. The energies of the two-quasiparticle states with  $J^\pi = 2^+$  are plotted. It is seen for both nuclei that the energies of several  $2^+$  two-quasiparticle states are between 2.5 and 4.0 MeV. On the other hand, the properties of the first  $2^+$  state in both nuclei are very different. The first  $2^+$  state in  $^{144}\text{Nd}$  is a collective state ( $B(E2; 2_1^+ \rightarrow \text{g.s.}) = 16$  W.u.) and its energy is relatively far from the first group of two-quasiparticle states. The  $^{144}\text{Nd}$  is a vibrational nucleus and the two-phonon quadrupole states are expected at excitation energy

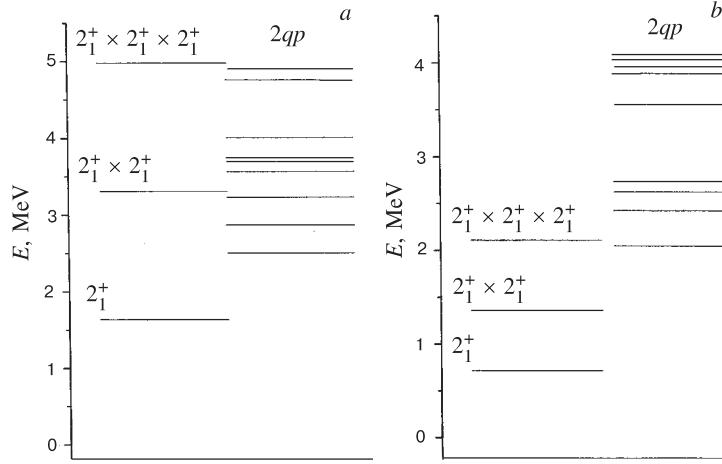


Fig. 1. Non-perturbed energy (i.e. the sum of the energies of the constituent RPA phonons) of one-, two- and three-phonon states with  $J^\pi = 2^+$  and energies of the two-quasiparticle states in (a)  $^{144}\text{Sm}$  and (b)  $^{144}\text{Nd}$

equal to twice the energy of the first  $2^+$  state. The energy of the expected triplet is plotted in Fig. 1. It is seen that the triplet and the two-quasiparticle states are at least 1 MeV apart. The energy of the  $2_1^+$  state in  $^{144}\text{Sm}$  displays a different picture. Its energy is 1.628 MeV and it is a collective state (seen from the large  $B(E2)=13$  W.u., which is however smaller than the corresponding value for  $^{144}\text{Nd}$ ), but the energy of the expected two-phonon quadrupole-quadrupole multiplet is around 3.2 MeV – just in the middle of the two-quasiparticle group. The comparison of these two nuclei leads to the conclusion that the strength of the two-phonon states in  $^{144}\text{Sm}$  could be fragmented over several excited states, while for  $^{144}\text{Nd}$  one could expect more concentrated two-phonon components. This effect, for semimagic nuclei, has been investigated in Refs. 22,23. The latter is seen from Fig. 2, which presents the distribution of the  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{2^+}$  component over  $2^+$  states in  $^{144}\text{Nd}$  and  $^{144}\text{Sm}$ . The calculations were performed using the wave function (6). The histograms are in agreement with the above considerations. The two-phonon  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{2^+}$  component is shared between two states in  $^{144}\text{Nd}$  and the larger portion is concentrated in the 1.7 MeV excited state. The two-phonon component in  $^{144}\text{Sm}$  is distributed over several states within 1 MeV energy range. This example demonstrates that the properties of the low-lying states around closed shells are very sensitive to the details of the fragmentation of the two-phonon components of the wave function (6). The last statement raises the question about the dependence of the presented results on the size of the collective basis. In QPM, the influence of the three-phonon term on the

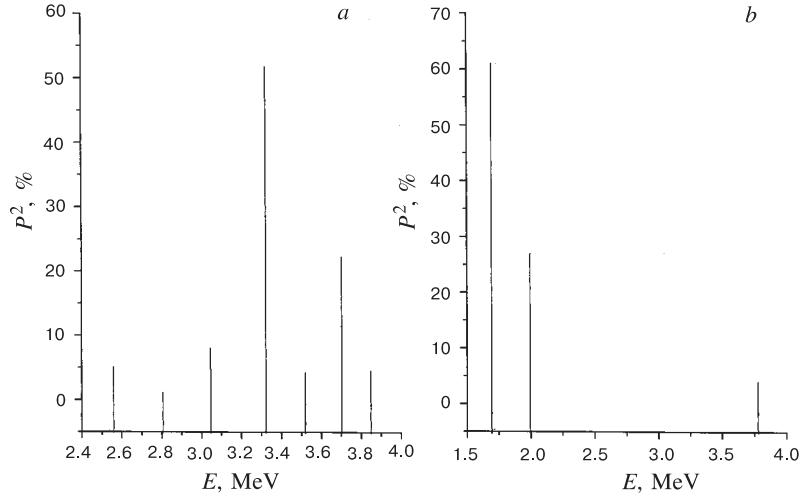


Fig. 2. Distribution of the two-phonon  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{2+}$  component in (a)  $^{144}\text{Sm}$  and (b)  $^{144}\text{Nd}$

two-phonon one is crucial, as it can be seen from eqs. (5) and (45). The model interaction mixes states differing by one phonon. This is the reason, why four- and more complicated multiphonon states would change the distribution of the two-phonon component much less than the three-phonon states. Some examples are given in Table 1 \*. In general, the energies of the excited states are not very sensitive to the basis. For example, the energy of  $2_2^+$  state in  $^{144}\text{Nd}$  is changed from 1.772 MeV to 1.730 MeV when the three-phonon components are taken into account (see Table 7).

Quantities bearing much interesting information are the  $B(E2)$  values involving the states with a large two-phonon  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{2+}$  component. As shown in Fig. 2, such states are the  $2_2^+$  and  $2_3^+$  states in  $^{144}\text{Nd}$  and the  $2_5^+$  state in  $^{144}\text{Sm}$  (in Fig. 2, the notation  $2_{22}^+$  is used for the  $2_5^+$  state, to stress the dominance of the  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{2+}$  component in the structure of this state). It is seen that the influence of the three-phonon terms is more important for  $^{144}\text{Nd}$  than for  $^{144}\text{Sm}$ . The reason for this effect is the different collectivity of the quadrupole phonon in both nuclei. The larger collectivity of the  $2_2^+$  state in  $^{144}\text{Nd}$  leads to larger quasiparticle-phonon interaction matrix element (45) and consequently to a larger coupling of the two- and three-phonon quadrupole components, which increase the contribution of the  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{2+}$  component in the wave function (see Table 7).

\*Tables 4 and 7 contain the energies and the structure of the excited-state wave function for two cases – with and without the three-phonon components in the basis.

**Table 1. Relative influence of the three-phonon component of the wave function (6) on the  $B(E2)$  value in QPM**

	$B(E2)$	Exp. [ $e^2 b^2$ ]	QPM with 3ph. [ $e^2 b^2$ ]	QPM without 3ph. [ $e^2 b^2$ ]	3 ph. effect [%]
$^{144}\text{Nd}$	$2_2^+ \rightarrow \text{g.s.}$	0.001(1) <sup>(a)</sup>	0.0020	0.0036	44
	$2_3^+ \rightarrow \text{g.s.}$	0.0045 <sup>(b)</sup>	0.0073	0.0054	35
	$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	0.095(21) <sup>(a)</sup>	0.1200	0.0840	43
	$2_3^+ \rightarrow 2_1^+$	0.020(10) <sup>(a)</sup>	0.0400	0.0560	29
$^{144}\text{Sm}$	$2_5^+ \rightarrow 2_1^+$	-	0.0821	0.0816	0.6
	$2_5^+ \rightarrow \text{g.s.}$	-	0.0006	0.0006	0

<sup>a</sup>Taken from Refs. 31,33.<sup>b</sup>Taken from Ref. 26.

For example, depending on the basis, the contribution of the  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{2+}$  component in the  $2_2^+$  states is changed from 48% (in the case when the three-phonon components are not taken into account) to 61% (in the case when the three-phonon components are taken into account). A similar redistribution is found for the  $2_3^+$  state in  $^{144}\text{Nd}$ , while the structure of the two-phonon  $2_5^+$  state in  $^{144}\text{Sm}$  is unchanged by the interaction with three-phonon components (see Table 4). Table 1 convincingly shows that the influence of the three-phonon components is more important for the  $N=84$  nuclei than for the semimagic  $N=82$  nuclei.

**Table 2. Parameters of the Woods-Saxon potential ( $A=141$ ,  $Z=59$ )**

	$r$ [fm]	$V_0$ [MeV]	$\kappa$ [ $fm^2$ ]	$\alpha$ [ $fm^{-1}$ ]
$N$	1.27	45.95	0.413	1.613
$Z$	1.31	53.435	0.349	1.538

The parameters that have been used in the calculations are the following. The parameters of the Woods-Saxon potential are taken from Refs. 24,25 (see Table 2) and the relevant part of the obtained single-particle spectrum can be found in Fig.3. The pairing coupling constants are chosen according to Ref. 2. For the mass region  $A \approx 144$ , the values of the pairing constants  $G_n$  and  $G_p$  are 0.116 MeV and 0.119 MeV, respectively. The radial dependence of the separable multipole interaction is taken in the form  $f(r) \sim dV(r)/dr$ , where  $V(r)$  represents the

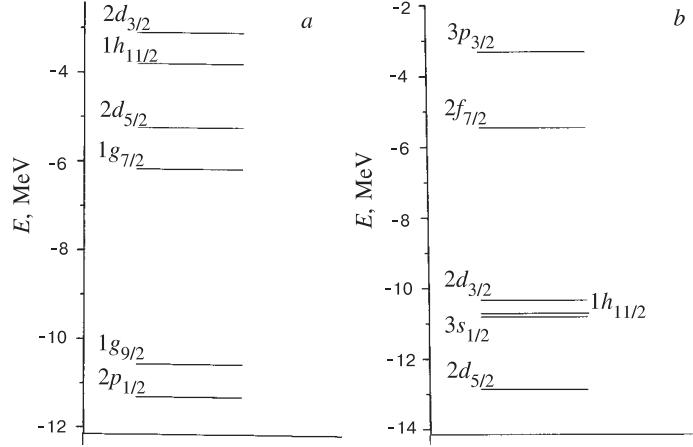


Fig. 3. Energies of the (a) proton and (b) neutron single-particle states for  $A=141$  (only the states around the Fermi level are plotted)

central part of the Woods-Saxon potential. The separable interaction strength is considered as a phenomenological parameter fixed so as to reproduce the experimental energy of the corresponding lowest collective states for the states with  $J^\pi = 2^+$  and  $3^-$ . For the rest of the multipolarities, the first RPA root energy is usually fixed to be close to the first two-quasiparticle state energy [17]. In the cases, when the reliable experimental information shows that a particular lowest state has a collective component, the parameters are fixed in the same way as for the quadrupole and octupole collective states. In the present investigation, this is the case of the  $4_1^+$  state in  $^{144}\text{Nd}$  [26]. The particle-particle channel is included only for  $J^\pi = 2^+$  and  $3^-$ . The strength of the interaction in this channel between protons and between neutrons has been taken to be  $G_p^{(2)} = G_n^{(2)} = 0.8 - 0.85 \kappa_0^{(2)}$  and  $G_p^{(3)} = G_n^{(3)} = 0.6 - 0.7 \kappa_0^{(3)}$  for the multipolarities  $2^+$  and  $3^-$ , respectively. Here,  $\kappa_0^{(2)}$  ( $\kappa_0^{(3)}$ ) is the isoscalar quadrupole (octupole) parameter for the particle-hole separable residual interaction. In the present calculation, phonons with  $\lambda^\pi = 1^-, 2^+, 3^-, 4^+, 5^-$  and  $6^+$  and several roots for each multipolarity are included. The isovector constant for the  $1^-$  states is chosen in a way to reproduce correctly the energy of the isovector dipole resonance.

The structure of the low-lying states is calculated for several nuclei with  $N = 84$  ( $^{140}\text{Ba}$ ,  $^{142}\text{Ce}$ ,  $^{144}\text{Nd}$ , and  $^{146}\text{Sm}$ ) and  $N = 82$  ( $^{138}\text{Ba}$ ,  $^{140}\text{Ce}$ ,  $^{142}\text{Nd}$ , and  $^{144}\text{Sm}$ ). In general, the parameters used for the considered nuclei coincide within 5%.

For the RPA positive parity states with low energy and  $J \leq 6$  in the  $N=82$  isotones, the main contribution comes from the single-particle proton configura-

tions  $1g_{7/2}$  and  $2d_{5/2}$ . The latter correspond to the filled subshells in  $^{138}\text{Ba}$  and  $^{140}\text{Ce}$  and in  $^{142}\text{Nd}$  and  $^{144}\text{Sm}$ , respectively. The  $[2_1^+]$ <sub>RPA</sub> state is a collective one, containing  $\pi[1g_{7/2}]^2$  ( $\sim 35\%$ ) and  $\pi[2d_{5/2}]^2$  ( $\sim 22\%$ ) as major components for  $^{140}\text{Ce}$  and  $^{138}\text{Ba}$ . The main component for  $^{144}\text{Sm}$  (see Table 3) and  $^{142}\text{Nd}$  are  $\pi[2d_{5/2}]^2$  ( $\sim 34\%$ ) and  $\pi[1h_{11/2}]^2$  ( $\sim 22\%$ ). The other collective RPA state is the  $[3_1^-]$ <sub>RPA</sub> state. The  $[3_1^-]$ <sub>RPA</sub> state obtained in our calculations contains 74 % of the  $\pi[2d_{5/2}1h_{11/2}]$  configuration and smaller admixtures of the  $\nu[3s_{1/2}2f_{7/2}]$  and  $\pi[1g_{7/2}1h_{11/2}]$  configurations, which is consistent with the estimates given in Refs. 27,28. A detailed analysis of the structure of the RPA states within QPM for  $^{142}\text{Nd}$  can be found also in Ref. 28.

**Table 3. Structure of some RPA phonons (only components exhausting more than 5% are quoted) and values of  $B(E\lambda) \uparrow$  for  $^{144}\text{Sm}$**

$\lambda_i^\pi$	$\omega_{\lambda_i^\pi}$ [MeV]	Structure	$B(E2) \uparrow$ [W.u.]
$2_1^+$	1.700	$4\%\nu[1h_{11/2}2f_{7/2}] + 34\%\pi[2d_{5/2}]^2$ $+ 22\%\pi[1h_{11/2}]^2 + 8\%\pi[2d_{5/2}3s_{1/2}]$ $+ 7\%\pi[1g_{7/2}2d_{3/2}] + 7\%\pi[1g_{7/2}]^2$	71.6
$2_2^+$	2.678	$62\%\pi[2d_{5/2}]^2 + 13\%\pi[1h_{11/2}]^2$ $+ 10\%\pi[1g_{7/2}2d_{5/2}]$	5.5
$2_3^+$	2.876	$87\%\pi[1g_{7/2}2d_{5/2}] + 6\%\pi[1h_{11/2}]^2$	1.5
$2_4^+$	3.146	$87\%\pi[1g_{7/2}]^2 + 10\%\pi[1h_{11/2}]^2$	0.02
$3_1^-$	1.900	$74\%\pi[2d_{5/2}1h_{11/2}]$	268.8
$4_1^+$	2.425	$94\%\pi[2d_{5/2}]^2$	53.2

The structure of some excited states in  $^{144}\text{Sm}$  is given in Table 4. The first excited  $2^+$  and  $3^-$  states described by (6) are composed mainly of the corresponding collective RPA phonons ( $> 90\%$ , see Table 4). The comparison between the calculated and experimental values for the  $B(E2)$  and  $B(E3)$  rates from these states to the ground state can be found in Table 10.

Due to the magic number of neutrons, the low-lying excited states of  $N=82$  nuclei are expected to be mainly of noncollective character. Nevertheless, the reduced  $E2$  and  $E3$  transition probabilities from the first  $2^+$  and  $3^-$  states, respectively, are larger than 10 W.u., which indicates their collective nature [29, 30]. It should be pointed out that the general trend of decrease of the  $3_1^-$  state energy [27, 28], going from  $^{138}\text{Ba}$  to  $^{144}\text{Sm}$ , is reproduced in our calculations with only slight changes of the parameters. The better agreement

of our results with experiment, concerning the  $3_1^-$  states, in comparison with the agreement of the results from Ref. 27, is due to the large basis of single-particle components taken into account.

**Table 4. Energies and structure of the first  $2^+$ ,  $3^-$  and  $4^+$  states in  $^{144}\text{Sm}$ . Only the main components are presented**

State	Exp.	QPM with 3 ph.		QPM without 3 ph.	
		$E$ [MeV]	$E$ [MeV]	Structure [%]	$E$ [MeV]
$2_1^+$	1.660	1.628	96.9%[ $2_1^+$ ] <sub>RPA</sub> + +2.7%[ $3_1^- \otimes 3_1^-$ ]	1.628	96.9%[ $2_1^+$ ] <sub>RPA</sub> +2.7%[ $3_1^- \otimes 3_1^-$ ]
$2_2^+$	2.423	2.560	78%[ $2_2^+$ ] <sub>RPA</sub> +5.8%[ $2_1^+ \otimes 4_1^+$ ]	2.560	78%[ $2_2^+$ ] <sub>RPA</sub> +5.8%[ $2_1^+ \otimes 4_1^+$ ]
$2_3^+$	2.799	2.808	78.6%[ $2_3^+$ ] <sub>RPA</sub> +1.7%[ $2_1^+ \otimes 4_2^+$ ]	2.808	78.6%[ $2_3^+$ ] <sub>RPA</sub> +1.7%[ $2_1^+ \otimes 4_2^+$ ]
$2_5^+$	3.426	3.323	20.9%[ $2_5^+$ ] <sub>RPA</sub> +51.9%[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ]	3.323	21.1%[ $2_5^+$ ] <sub>RPA</sub> +51.9%[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ]
$3_1^-$	1.810	1.809	93.7%[ $3_1^-$ ] <sub>RPA</sub> +3.4%[ $2_1^+ \otimes 3_1^-$ ]	1.809	93.8%[ $3_1^-$ ] <sub>RPA</sub> +3.4%[ $2_1^+ \otimes 3_1^-$ ]
$4_1^+$	2.191	2.136	94.2%[ $4_1^+$ ] <sub>RPA</sub> +2%[ $4_1^+ \otimes 4_1^+$ ]	2.136	94.3%[ $4_1^+$ ] <sub>RPA</sub> +2%[ $4_1^+ \otimes 4_1^+$ ]
$4_2^+$	2.588	2.637	94.9%[ $4_2^+$ ] <sub>RPA</sub>	2.638	95%[ $4_2^+$ ] <sub>RPA</sub>

Several  $E2$  transitions in  $^{144}\text{Sm}$  are compared with the corresponding experimental values in Table 5. The structure of the quadrupole-quadrupole two-phonon state (denoted  $2_{22}^+$  in Table 5) is given in Table 4 (the two-phonon state is in fact the  $2_5^+$  excited state). The states with an index (23) (see the caption of Table 5) have a large two-phonon quadrupole-octupole component. The  $[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{J^\pi}$  component exhausts from 82% to 95% of the norm of the wave function of the states members of the quadrupole-octupole multiplet. The calculated reduced transition probabilities for  $^{140}\text{Ce}$  are compared with the measured ones in Table 11. The data from the nanosecond lifetime measurements are taken from Ref. 15.

The calculations and comparison with the experimental data allow one to conclude that the structure of the low-lying excited states in  $N=82$  nuclei is relatively simple in the sense that only a single component is dominant. This is due to the relatively weaker quasiparticle-phonon interaction for semimagic nuclei.

**Table 5.**  $E2$  transition properties of several states in  $^{144}\text{Sm}$  calculated in QPM. The notations  $\lambda_{22}^+$  and  $\lambda_{23}^-$  are used for the states belonging to the quadrupole-quadrupole (22) and quadrupole-octupole (23) multiplets

$I^\pi$	$J^\pi$	$B(E2; I^\pi \rightarrow J^\pi)$ [W.u.]	
		Exp.	QPM
$2_{22}^+$	$2_1^+$	-	11.4
$4_{22}^+$	$2_1^+$	-	8.1
$1_{23}^-$	$3_1^-$	$16.6(40)^{(a)}$	13.7
$2_{23}^-$	$3_1^-$	$7.8(^{+6.6}_{-5.1})^{(b)}$	10.7
$3_{23}^-$	$3_1^-$	$5.5(^{+5.7}_{-5.5})^{(b)}$	10.8
$4_{23}^-$	$3_1^-$	$4.8(^{+2.9}_{-2.6})^{(b)}$	11.6
$5_{23}^-$	$3_1^-$	$8.6(^{+11.6}_{-4.8})^{(b)}$	12.9

<sup>a</sup>Taken from Ref. 54

<sup>b</sup>Taken from Ref. 79.

Let us consider the structure of the low-lying states in  $^{144}\text{Nd}$  obtained in RPA. The main characteristics of several of them are given in Table 6. For the collective  $[2_1^+]_{\text{RPA}}$  state the largest neutron RPA forward amplitude comes from the  $[2f_{7/2}]^2$  two-quasiparticle component. The structure of  $^{144}\text{Nd}$  was studied in detail in the framework of the Cluster Vibrator Model (CVM) [31]. This  $[2f_{7/2}]^2$  component is important also in the structure of the neutron  $d$ -boson obtained by means of a mapping procedure in the CVM [31]. The next large contribution in the CVM comes from the  $[2f_{7/2}2p_{3/2}]$  neutron configuration and has nearly the same amplitude as the  $[2f_{7/2}]^2$  component. In our calculations, the  $[2f_{7/2}2p_{3/2}]$  two-quasiparticle component has at least a three times smaller contribution to the  $[2_1^+]_{\text{RPA}}$  state than the corresponding contribution to the neutron  $d$ -boson in the CVM. The smaller contribution of  $[2f_{7/2}2p_{3/2}]$  in comparison with the  $[2f_{7/2}]^2$  component seems to be in agreement with the experimental data given in Ref. 32. This discrepancy between the two models comes mainly from the different single-particle level spacing used in the calculations. For  $^{144}\text{Nd}$ , the  $[2_1^+]_{\text{RPA}}$  state is very collective and has 55% and 45% contributions from neutron and proton two-quasiparticle components, respectively. The contributions of the neutrons and the protons in the structure of the  $[2_2^+]_{\text{RPA}}$  state in  $^{144}\text{Nd}$  state are 60% and 40%, respectively, and the smaller  $B(E2; \text{g.s.} \rightarrow [2_2^+]_{\text{RPA}})$  shows that this state is considerably less collective than the  $[2_1^+]_{\text{RPA}}$  state (see Table 6). The main neutron components of the  $[2_2^+]_{\text{RPA}}$  state have signs opposite to those of the proton ones. This means that the  $[2_2^+]_{\text{RPA}}$  state exhibits an isovector origin in contrast to the  $[2_1^+]_{\text{RPA}}$  state. This property will be discussed more quantitatively in the next section.

**Table 6.** Structure of the first RPA phonons (only the largest components are given) in  $^{144}\text{Nd}$ 

$\lambda_i^\pi$	$\omega_{\lambda_i^\pi} [\text{MeV}]$	Structure	$B(E\lambda) \uparrow [e^2 b^2]$
$2_1^+$	0.998	$0.77\nu[2f_{7/2}]^2 + 0.55\pi[2d_{5/2}]^2$ $0.22\nu[2f_{7/2}3p_{3/2}] + 0.45\pi[1h_{11/2}]^2$ $0.19\nu[1h_{11/2}2f_{7/2}] + 0.39\pi[1g_{7/2}]^2$	0.48
$2_2^+$	1.997	$-1.09\nu[2f_{7/2}]^2 + 0.65\pi[2d_{5/2}]^2$ $-0.12\nu[1i_{13/2}]^2 + 0.35\pi[1g_{7/2}]^2$ $-0.06\nu[2f_{7/2}3p_{3/2}] + \pi[1h_{11/2}]^2$	0.03
$4_1^+$	1.780	$1.1\nu[2f_{7/2}]^2 + 0.48\pi[2d_{5/2}]^2 - 0.3\pi[1g_{7/2}2d_{5/2}]$	0.06

The parameters for the  $J^\pi=4^+$  states in RPA are fixed so that the  $[4_1^+]_{\text{RPA}}$  state is not a pure two-quasiparticle state, although the main component is the neutron  $[2f_{7/2}]^2$  (75 %–85 %). Small admixtures of two-quasiparticle proton configurations ( $\sim 3$ –6 %) are also present. This structure is in agreement with the experimental results from Ref. 26.

The wave function structure (6) of the first three quadrupole states in  $^{144}\text{Nd}$  is given in Table 7. The corresponding calculated electromagnetic transitions for  $^{144}\text{Nd}$  are given in Table 8. The comparison with the experimental data shows a satisfactory agreement. The obtained results are in average similar to those of Refs. 31,33 for  $^{144}\text{Nd}$ .

The first  $2^+$  state is predominantly a one-phonon collective state. The contribution of the one-phonon component gives 88.7% in the norm of the wave function. The second  $2^+$  state has a large two-phonon component (61%). This causes the strong  $E2$  transition to the first  $2^+$  state. The strength of the  $[2_2^+]_{\text{RPA}}$  state, due to the quasiparticle-phonon interaction of QPM (see eq. (44)), is fragmented mainly over the  $2_2^+$  and  $2_3^+$  states (see Table 7).

The  $4_1^+$  and  $4_2^+$  states share the one-phonon  $[4_1^+]_{\text{RPA}}$  component and the two-phonon quadrupole-quadrupole  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{4^+}$  component. According to Ref. 26, the  $4_1^+$  state should have a collective one-phonon component, two-quasiparticle components and a two-phonon component to explain the large  $B(E4)$  value (12 W.u.). We can see from Table 7 that the  $4_1^+$  state has a large one-phonon component ( $\sim 66$  %) and a considerable two-phonon component ( $\sim 24$  %). In this sense, our results are in agreement with the results of Ref. 26. The experimental  $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$  values are also well reproduced (see Table 8). To complete our discussion on the  $4_1^+$  state, we should say that the  $g$ -boson obtained by means of a mapping procedure in the framework of CVM [31] is much more collective

**Table 7. Energies and structure of the first  $2^+$  and  $4^+$  states in  $^{144}\text{Nd}$ . Only the main and larger than 0.1% components are presented**

State	Exp.		QPM with 3 ph.		QPM without 3 ph.	
	$E$ [MeV]	$E$ [MeV]	Structure [%]	$E$ [MeV]	Structure [%]	
$2_1^+$	0.697	0.709	88.7%[ $2_1^+$ ] <sub>RPA</sub> +6%[ $2_1^+ \otimes 4_1^+$ ] +0.1%[[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ] <sub>1</sub> $\otimes 2_1^+$ ]	0.714	89.2 % [ $2_1^+$ ] <sub>RPA</sub> +6 % [ $2_1^+ \otimes 4_1^+$ ]	
$2_2^+$	1.561	1.731	30%[ $2_2^+$ ] <sub>RPA</sub> +61%[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ] +1.8%[[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ] <sub>4</sub> $\otimes 4_1^+$ ]	1.772	43.7 % [ $2_2^+$ ] <sub>RPA</sub> + 48.4 % [ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ]	
$2_3^+$	2.066	1.999	58.9%[ $2_2^+$ ] <sub>RPA</sub> +27%[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ] +1.4%[[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ] <sub>4</sub> $\otimes 4_1^+$ ]	2.039	47.6%[ $2_2^+$ ] <sub>RPA</sub> +43.8%[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ]	
$4_1^+$	1.311	1.464	66.2%[ $4_1^+$ ] <sub>RPA</sub> +23.6%[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ] +0.4%[[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ] <sub>1</sub> $\otimes 2_1^+$ ]	1.510	73.9%[ $4_1^+$ ] <sub>RPA</sub> + +18%[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ]	
$4_2^+$	2.109	1.965	16.8%[ $4_2^+$ ] <sub>RPA</sub> +60.6%[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ] +1.8%[[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ] <sub>4</sub> $\otimes 4_1^+$ ]	2.010	15.1%[ $4_2^+$ ] <sub>RPA</sub> +66.6%[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ]	
$4_3^+$	2.295	2.219	57.6%[ $4_2^+$ ] <sub>RPA</sub> +11.7%[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ] +4%[[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ] <sub>1</sub> $\otimes 2_1^+$ ]	2.250	66.5%[ $4_2^+$ ] <sub>RPA</sub> +11.3%[ $2_1^+ \otimes 2_1^+$ ]	

than our  $[4_1^+]_{\text{RPA}}$  state. To determine unambiguously the structure of the  $4_1^+$  state more precise experimental information is needed for more nuclei from this region.

The  $4_3^+$  state is a noncollective one. The structure of the lowest three  $4^+$  states is similar for the other investigated nuclei. It was observed that the  $4_2^+$  state (1.965 MeV) feeds the  $2_1^+$  state appreciably while the  $4_3^+$  state (2.219 MeV) feeds very weakly the  $2_1^+$  state.

The structure of the excited states in the  $N=84$  nuclei is more complicated than those of the semimagic ones. The reason is the larger quasiparticle-phonon interaction and the smaller energy difference between the basic states. The influence of the three-phonon components has been found to be significant.

**Table 8.** Electromagnetic properties of several positive parity states in  $^{144}\text{Nd}$  calculated in QPM

$I^\pi$	Energy [keV]	$\lambda$	$J^\pi$	$B(E\lambda; I^\pi \rightarrow J^\pi)[e^2 \text{fm}^{2\lambda}]$	
	Exp.	QPM		Exp.	QPM
$2_1^+$	696.5 <sup>(b)</sup>	709	E2	$0_1^+$ $1.08 \times 10^{3(a)}$	$0.72 \times 10^3$
$2_2^+$	1561 <sup>(c)</sup>	1731	E2	$0_1^+$ $0.001(1) \times 10^{4(e)}$	0.002
	864.5	1022	E2	$2_1^+$ $0.95(21) \times 10^{3(e)}$	$1.2 \times 10^3$
$2_3^+$	2073 <sup>(c)</sup>	1999	E2	$0_1^+$ $0.45 \times 10^{2(a)}$	$0.73 \times 10^2$
	1376.5	1290	E2	$2_1^+$ $2(1) \times 10^{2(e)}$	$4 \times 10^2$
$3_1^-$	1510.7 <sup>(b)</sup>	1527	E3	$0_1^+$ $2.86 \times 10^{4(a)}$	$3.38 \times 10^4$
$4_1^+$	1315 <sup>(c)</sup>	1464	E4	$0_1^+$ $4.3 \times 10^{5(d)}$	$4.1 \times 10^5$
	618.5	755	E2	$2_1^+$ $8(1) \times 10^{2(e)}$	$7.6 \times 10^2$
$Q_2 [2_1^+] [eb]$					
			Exp.	QPM	
			-39(21) <sup>(e)</sup>	-22	

<sup>a</sup> Taken from Ref. 26.<sup>b</sup> Taken from Ref. 80.<sup>c</sup> Taken from Ref. 81.<sup>d</sup> Taken from Ref. 82.<sup>e</sup>Taken from Refs. 31,33.

#### 4. THE LOW-LYING ISOVECTOR MODE

The low-lying quadrupole states in the  $N = 84$  isotones have been subjected to several experimental and theoretical investigations in connection with the so-called isovector or mixed-symmetry states [29-39]. The small mixing ratios  $\delta(E2/M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$  and relatively large value of  $B(M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$  correspond to a classification of the first  $2^+$  state as a symmetric state and of the third  $2^+$  state as a mixed-symmetry state in the  $U(5)$ -limit of IBM-2 [34, 35]. In the frame of the extended vibrational model [36], the isospin dependence of the collective coordinates is used and the  $2_1^+$  state is regarded as an in-phase (isoscalar) vibration and the  $2_3^+$  as an out-of-phase (isovector) vibration of protons and neutrons. The vibrational model described the characteristic features (energies and multipole mixing ratios) of low-lying  $2^+$  states observed experimentally, in nuclei near the shell closures ( $^{124}\text{Te}$ ,  $^{140}\text{Ba}$ ,  $^{142}\text{Ce}$  and  $^{144}\text{Nd}$ ). Other theoretical efforts to understand the origin of the low-lying quadrupole states in this region have been undertaken in the framework of the shell model [37] as well as in the pairing-plus-

quadrupole model [38]. The properties of the  $M1$  transitions between low-lying states and their theoretical interpretation are reviewed in Ref. 39.

In Ref. 33, a detailed calculation for the  $N = 84$  isotones has been performed using the two-Particle-core Coupling Model (PCM) and IBM-2 in order to study the validity of the interacting boson model in these nuclei. A general mapping procedure between the obtained wave functions in both models has been proposed and applied for  $^{144}\text{Nd}$ . Although both models give a reasonable description of the excited states' energies, differences occur in the electromagnetic decay probabilities. For instance, the IBM-2 fit fails to reproduce both the  $B(E2; 2_3^+ \rightarrow \text{g.s.})$  and the  $B(M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$  values. It predicts as well, in contradiction to the experiment, that the  $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$  value should be a factor of 1.4 times larger than the  $B(E2; 2_1^+ \rightarrow \text{g.s.})$  value. The PCM gives reasonable agreement for all these quantities. Both models could not reproduce the signs of the  $\delta(E2/M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$  and  $\delta(E2/M1; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$  mixing ratios.

The experimental data, obtained by direct lifetime measurements [40], show that the  $B(M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$  value in  $^{144}\text{Nd}$  is close to the value of the single particle estimation for this transition. This means that the low-lying states in  $^{144}\text{Nd}$  contain significant two-particle components. Considering the relative sign of the main neutron and proton components, the  $[2_1^+]_{\text{RPA}}$  state is a symmetric and the  $[2_2^+]_{\text{RPA}}$  state is an antisymmetric state (see Table 6). A relevant quantity [41] to check the nature of a RPA phonon, taking into account its structure, is the ratio:

$$B = \frac{|\langle 2_i^+ | \sum_k^p r_k^2 Y_{2\mu}(\Omega k) - \sum_k^n r_k^2 Y_{2\mu}(\Omega k) \| \text{g.s.} \rangle|^2}{|\langle 2_i^+ | \sum_k^p r_k^2 Y_{2\mu}(\Omega k) + \sum_k^n r_k^2 Y_{2\mu}(\Omega k) \| \text{g.s.} \rangle|^2}. \quad (12)$$

As shown in Ref. 41, in the case of  $B > 1$ , the  $2^+$  state under consideration is an isovector state, otherwise an isoscalar one. As shown in Table 9, in our results, the  $[2_1^+]_{\text{RPA}}$  state is an isoscalar state and the  $[2_2^+]_{\text{RPA}}$  state an isovector one.

**Table 9. Values of the quantity  $B$  (see eq.(12)) for  $^{140}\text{Ba}$ ,  $^{142}\text{Ce}$ ,  $^{144}\text{Nd}$  and  $^{146}\text{Sm}$**

$B$					
Nucl.	$^{140}\text{Ba}$	$^{142}\text{Ce}$	$^{144}\text{Nd}$	$^{146}\text{Sm}$	
State	$2_1^+$	0.0003	$6 \times 10^{-5}$	$10^{-5}$	$2 \times 10^{-5}$
	$2_2^+$	25.6	10.1	3.4	5.3

**Table 10.** Some results in QPM compared with experimental data in different  $N = 82$  nuclei

Nuclei	Quantity	Exp.	QPM
$^{138}\text{Ba}$	$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)[e^2 b^2]$	$0.0452 \pm 0.0018^{(a)}$	0.050
	$B(E3; 0_1^+ \rightarrow 3_1^-)[e^2 b^3]$	$0.133 \pm 0.013^{(b)}$	0.115
	$E_{3_1^-} [\text{MeV}]$	$2.881^{(e)}$	2.907
$^{140}\text{Ce}$	$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)[e^2 b^2]$	$0.061 \pm 0.020^{(c)}$	0.068
	$B(E3; 0_1^+ \rightarrow 3_1^-)[e^2 b^3]$	$0.21 \pm 0.03^{(b)}$	0.147
	$E_{3_1^-} [\text{MeV}]$	$2.465^{(e)}$	2.345
$^{142}\text{Nd}$	$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)[e^2 b^2]$	$0.0562 \pm 0.0002^{(d)}$	0.065
	$B(E3; 0_1^+ \rightarrow 3_1^-)[e^2 b^3]$	$0.2620 \pm 0.0015^{(d)}$	0.226
	$E_{3_1^-} [\text{MeV}]$	$2.083^{(e)}$	1.973
$^{144}\text{Sm}$	$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)[e^2 b^2]$	$0.0532 \pm 0.0016^{(a)}$	0.046
	$B(E3; 0_1^+ \rightarrow 3_1^-)[e^2 b^3]$	$0.27 \pm 0.05^{(b)}$	0.3
	$E_{3_1^-} [\text{MeV}]$	$1.810^{(e)}$	1.718

<sup>a</sup>Taken from Ref.57.<sup>b</sup>Taken from Ref.29.<sup>c</sup>Taken from Ref.83.<sup>d</sup>Taken from Ref.28.<sup>e</sup>Taken from Ref.27.

As already mentioned, in  $^{144}\text{Nd}$ , there is a fragmentation of the  $[2_2^+]_{\text{RPA}}$  isovector state over the  $2_2^+$  and  $2_3^+$  states (see Table 7). Because of this fragmentation the large  $M1$  transition strength between the  $[2_1^+]_{\text{RPA}}$  and the  $[2_2^+]_{\text{RPA}}$  states will be shared by the transitions from the  $2_2^+$  and  $2_3^+$  states to the  $2_1^+$  state. A similar behaviour of the  $M1$  fragmentation is discussed in Ref. 39. According to the QPM calculations, there are five  $2^+$  RPA states below 3 MeV. The value of the quantity  $\sum_i B(M1; [2_i^+]_{\text{RPA}} \rightarrow [2_1^+]_{\text{RPA}})$  is equal to  $0.64 \mu_N^2$ . The main contribution in this sum comes from the  $B(M1; [2_2^+]_{\text{RPA}} \rightarrow [2_1^+]_{\text{RPA}})$  value, which is 50 times larger than the other terms. The proton orbital part of it is about 70%. The latter is in qualitative agreement with shell model calculations for medium mass spherical nuclei [42]. The quasiparticle-phonon interaction distributes about 90 % from the total RPA  $M1$  strength over seven excited states under 3 MeV. Because of the dominance of the  $B(M1; [2_2^+]_{\text{RPA}} \rightarrow [2_1^+]_{\text{RPA}})$ , which is mainly due to proton orbital contributions (see the discussion above), the main part in

the distribution comes from the proton orbital  $M1$  term. The latter feature of the  $M1$  transition between the low-lying states is discussed in detail in Ref. 43.

**Table 11. Some reduced transitions probabilities rates in  $^{140}\text{Ce}$** 

	Exp.	QPM
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) [e^2 b^2]$	$0.061 \pm 0.020^{(d)}$	0.068
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+) [e^2 b^2]$	$\geq 6.8 \times 10^{-7}^{(a)}$	0.001
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+) [e^2 b^2]$	$\geq 1.2 \times 10^{-4}^{(a)}$	0.0056
$B(M1; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+) [\mu_N^2]$	$\geq 3.4 \times 10^{-4}^{(a)}$	0.044
$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+) [e^2 b^2]$	$(6.2 \pm 0.4) \times 10^{-4}^{(a)}$	$12.3 \times 10^{-4}$
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 4_1^+) [e^2 b^2]$	$(1.5 \pm 0.7) \times 10^{-4}^{(b)}$	$5.6 \times 10^{-4}$
$B(E2; 6_1^+ \rightarrow 4_1^+) [e^2 b^2]$	$(1.1 \pm 0.3) \times 10^{-3}^{(d)}$	$1.5 \times 10^{-3}$
$B(E3; 3_1^- \rightarrow 0_1^+) [e^2 b^3]$	$0.0300 \pm 0.0043^{(c)}$	0.021
$\delta(E2/M1; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	$0.37 \pm 0.06^{(e)}$	0.2

<sup>a</sup>Taken from Ref.15.

<sup>b</sup>Taken from Ref.57.

<sup>c</sup>Taken from Ref.29.

<sup>d</sup>Taken from Ref.83.

<sup>e</sup>Taken from Ref.84.

**Table 12. Comparison of QPM calculations with experimental  $M1$  transitions and  $\delta$  ratios in  $^{144}\text{Nd}$** 

	Exp.	QPM
$B(M1; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+) (\mu_N^2)$	$0.11^{(a)}$	0.13
$B(M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+) (\mu_N^2)$	$0.14(0.04)^{(a)}$	0.32
$\delta(E2/M1; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	$-1.13(22)^{(b)}$	-1.02
$\delta(E2/M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$	$0.31(11)^{(b)}$	0.43

<sup>a</sup>Taken from Ref. 31,33.

<sup>b</sup>Taken from Ref. 40.

The calculated  $B(M1)$  values and the mixing ratios for  $^{144}\text{Nd}$  are given in Table 12. The obtained results are in average similar to those of Refs. 31,33 for  $^{144}\text{Nd}$ . With respect to the structure of the  $2_2^+$  and  $2_3^+$  states, relevant quantities are: the mixing ratios  $\delta(E2/M1; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$  and  $\delta(E2/M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$  and the corresponding  $B(M1)$  transition values. The higher value of the  $B(M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$  compared to that of the  $B(M1; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$  is reproduced in our calculations.

This means that the fragmentation of the  $[2^+_2]_{\text{RPA}}$  isovector state over the excited states is realistic. Taking into account the structure of the  $[2^+]_{\text{RPA}}$  states and the final distribution of these states we can conclude that the first  $2^+$  state is of isoscalar type and the third  $2^+$  state of mixed (isoscalar and isovector) type, although with a main isovector component (59 %). It should be noted that the mixing ratio  $\delta$  differs (sometimes by a factor of 2) in different experiments [27, 40, 44].

## 5. COMPARISON OF THE QPM AND THE IBM APPROACHES

In this section, we shall consider the comparison between the description of the structure of the low-lying states in  $^{146}\text{Sm}$  in IBM-2 [45] and in QPM. Several IBM studies in the Sm isotopes' region have been published. The nucleus  $^{146}\text{Sm}$  has been treated in Refs. 46,47. The IBM results used here are taken from Ref. 13.

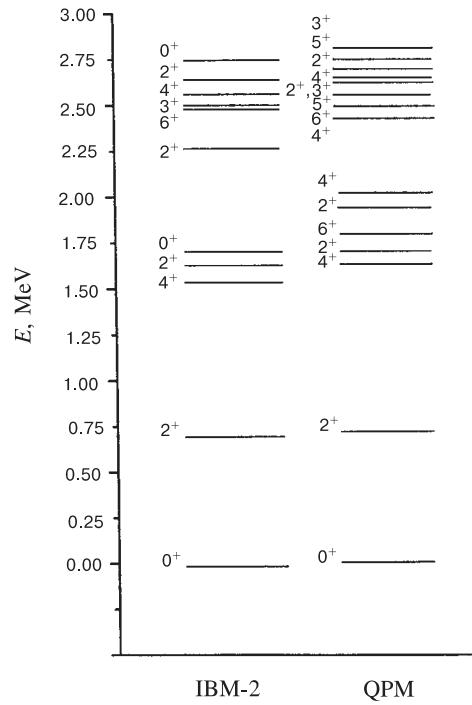


Fig. 4. Comparison of the  $^{146}\text{Sm}$  positive parity energy levels in IBM-2 and QPM

The obtained results, in both models, for the energies and the structure of the excited states with  $J^\pi=2^+$  and  $4^+$  in  $^{146}\text{Sm}$  are shown in Tables 13-17, the calculated energy distribution of all positive parity states is plotted in Fig.4. The QPM states with excitation energy below 2 MeV are mainly constituted of collective components. For the first  $2^+$  state, the main component arises from the  $[2_1^+]\text{RPA}$  phonon. In the structure of the  $2_2^+$  and  $4_1^+$  states, the two phonon component  $[2_1^+\otimes 2_1^+]_{J^\pi}$  is the most important. The calculated energies and  $B(E2)$  values, involving the states below 2 MeV, are in good agreement with the experimental data.

**Table 13. Energies and structure of the lowest three  $2^+$  and  $4^+$  excited states in  $^{146}\text{Sm}$ , calculated in the framework of the QPM. Only the main components of the wave function are given**

$I_i^\pi$	$E_{\text{exp.}} [\text{MeV}]$	$E_{\text{cal.}} [\text{MeV}]$	Structure
$2_1^+$	0.747	0.737	91% $[2_1^+]\text{RPA}$
$2_2^+$	1.647	1.672	75% $[2_1^+]\text{RPA} \otimes [2_1^+]\text{RPA}$ + 14% $[2_2^+]\text{RPA}$
$2_3^+$	2.155	1.944	79% $[2_2^+]\text{RPA}$ +11% $[2_1^+]\text{RPA} \otimes [2_1^+]\text{RPA}$
$4_1^+$	1.381	1.616	45% $[4_1^+]\text{RPA}$ +48% $[2_1^+]\text{RPA} \otimes [2_1^+]\text{RPA}$
$4_2^+$	2.280	2.042	49% $[4_1^+]\text{RPA}$ +39% $[2_1^+]\text{RPA} \otimes [2_1^+]\text{RPA}$
$4_3^+$	2.439	2.502	96% $[4_2^+]\text{RPA}$

**Table 14. Comparison of experimental, IBM and QPM results for some  $B(E2)$  values among collective states in  $^{146}\text{Sm}$**

$B(E2) [e^2 b^2]$			
$I_i \rightarrow I_f$	Exp. [85]	IBM	QPM
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	> 0.033	0.069	0.069
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	> 0.06	0.108	0.093
$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$	$0.043^{+0.054}_{-0.023}$	-	0.01

Most of the QPM states with excitation energy above 2 MeV are of noncollective nature. Some of them have large two-phonon and three-phonon components. The structure of some states is quite complicated and is exhausted by several components. It should be noted that the three-phonon components are distributed over several levels. The number of levels below 3.5 MeV is well reproduced and only for a few levels the discrepancy between the calculated and measured energies exceeds 150 keV. A satisfactory agreement with experimental data is also

**Table 15.** Some reduced  $E2$  transition probabilities in  $^{146}\text{Sm}$ , calculated in the QPM

$B(E2)$	
$I_i \rightarrow I_f$	$[e^2 b^2]$
$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	0.0031
$2_3^+ \rightarrow 0_1^+$	0.0093
$2_4^+ \rightarrow 0_1^+$	0.0005
$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	0.12
$2_3^+ \rightarrow 2_1^+$	0.04
$2_4^+ \rightarrow 2_1^+$	0.0001
$4_2^+ \rightarrow 2_1^+$	0.07
$4_3^+ \rightarrow 2_1^+$	0.001

**Table 16.** Comparison of experimental, IBM and QPM results for some  $E2$  transition ratios in  $^{146}\text{Sm}$ . The experimental data is taken from Ref. 13

$\frac{I_i \rightarrow I_f}{I_i \rightarrow I_{f'}}$	$\frac{B(E2; I_i \rightarrow I_f)}{B(E2; I_i \rightarrow I_{f'})}$		
	Exp.	IBM	QPM
$\frac{2_2^+ \rightarrow 2_1^+}{2_2^+ \rightarrow 0_1^+}$	$74 \pm 30$	84	40
$\frac{2_3^+ \rightarrow 2_1^+}{2_3^+ \rightarrow 0_1^+}$	$9 \div 18$	9.6	4.1
$\frac{4_2^+ \rightarrow 2_1^+}{4_2^+ \rightarrow 4_1^+}$	$0.7 \div 2.0$	1.4	1.8
$\frac{2_4^+ \rightarrow 2_1^+}{2_4^+ \rightarrow 0_1^+}$	$< 1.5$	0.30	0.2

achieved for the reduced  $E2$  transition probabilities (see Tables 14 and 16). The results obtained within the QPM and within the IBM display some differences as well as some common features. This arises from the physical backgrounds of both models. The IBM model, in the version including protons and neutrons (IBM-2) in its model space, has combinations of bosons roughly corresponding to the  $[2_1^+]_{\text{RPA}}$  isoscalar phonon and to the  $[2_2^+]_{\text{RPA}}$  isovector phonon in the language of the QPM. The good agreement between the IBM and the QPM is thus observed for QPM states involving collective components. On the other hand, the lowest  $6^+$  state of  $^{146}\text{Sm}$  in the IBM is to be expected at an excitation energy  $E \geq 3E(2_1^+) (\approx 2.4 \text{ MeV})$ . The energy of the  $6_1^+$  state calculated in the QPM is  $E=1.744 \text{ MeV}$ . This state is of noncollective character, as is suggested also from a smaller  $B(E2, 6_1^+ \rightarrow 4_1^+)$  value in comparison with the  $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$  value (see Table 14). The properties of the  $6_1^+$  state in  $^{146}\text{Sm}$ , calculated within

**Table 17. Comparison of experimental, IBM and QPM results for some mixing ratios ( $\delta(E2/M1)$ ) in  $^{146}\text{Sm}$** 

$I_i \rightarrow I_f$	$\delta(E2/M1)$	Exp.	IBM	QPM
$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$		-2.2 <sup>(a)</sup>	-2.13	-1.3
$2_3^+ \rightarrow 2_1^+$	$-3.2 \leq \delta \leq -0.9$ <sup>(b)</sup>		0.059	0.4

<sup>a</sup>Taken from Ref.44.<sup>b</sup>Taken from Ref.46.

the QPM, agree with the experimental data. The QPM predicts a collective three-phonon  $6^+$  state at excitation energy of 2.62 MeV, which is in agreement with the IBM lowest  $6^+$  state energy.

The energy of the  $4_1^+$  level is lower than twice the energy of the  $2_1^+$  state. This fact is pointing out that components different from the two-phonon quadrupole collective one are important in its structure. In the QPM calculations, the  $[2_1^+ \otimes 2_1^+]_{4+}$  two-phonon component is shared by the  $4_1^+$  and  $4_2^+$  states. The latter contain an important  $[4_1^+]_{\text{RPA}}$  component as well. This is the reason for the nearly equal QPM  $E2$  transition probabilities between the first two  $4^+$  states and the  $2_1^+$  state (Table 15). The importance of the  $[4_1^+]_{\text{RPA}}$  component in the QPM  $4^+$  states suggests that a better description within the IBM framework could be achieved by enlarging the IBM model space so as to include also the  $L=4$  g-boson.

In the IBM, the decay of the  $4_2^+$  state to the  $2_1^+$  state is suppressed. Such suppression is observed for the third  $4^+$  state (2.439 MeV) in the experimental spectrum. In the QPM, the  $4_3^+$  state in  $^{146}\text{Sm}$  is a noncollective state, which leads to a very small  $B(E2, 4_3^+ \rightarrow 2_1^+)$  value (see Table 15).

In Table 17, results are given for some mixing ratios  $\delta$  in  $^{146}\text{Sm}$ . We must note that the experimental information is quite indeterminate. The results of both calculations, in the QPM and in the IBM, also differ appreciably. The noncollective components have an important influence on the QPM  $\delta$  values. A qualitative agreement of the two models occurs only in the cases when in the structure of the initial and final states the contribution from the collective components (one- and two-phonon ones) is large ( $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ ;  $2_3^+ \rightarrow 2_1^+$ ). Further study along this line would be fruitful only if more precise experimental information is available.

The  $2_3^+$  state ( $E=2.156$  MeV) in  $^{146}\text{Sm}$  is interpreted as an isovector state in both models. The quite uncertain experimental information does not contradict this interpretation.

## 6. ELECTRIC DIPOLE TRANSITIONS IN THE $N = 82$ AND THE $N = 84$ ISOTONES

Recently, the interest in low-lying vibrations in nuclei has increased considerably with the appearance of experimental evidences for two-phonon quadrupole-octupole and octupole-octupole excitations in the semimagic  $N = 82$  nuclei [46–53]. In Ref. 49, the  $B(E1)$  value from the first  $1^-$  state to the ground state has been measured in  $^{144}\text{Sm}$ , using the nuclear resonance fluorescence method. It is suggested in Ref. 49 that this  $1^-$  state might be a member of the two-phonon quadrupole-octupole multiplet expected at this energy. Earlier measurements of the  $E1$  transition between the first  $3^-$  and  $2^+$  states were reported in Ref. 48, where an  $(\alpha\alpha')$  Coulomb excitation study has been performed in the same nuclei. The comparison of the obtained  $B(E1; 2_1^+ \rightarrow 3_1^-)$  with the  $B(E1; 1_1^- \rightarrow \text{g.s.})$  value also supports the two-phonon structure of the  $1_1^-$  state. In Refs. 50,51,  $^{144}\text{Sm}$  has been investigated via the  $(n, n'\gamma)$  reaction and a large number of fast ( $> 10^{-3}\text{W.u.}$ )  $E1$  transitions have been observed. The typical rates for the  $E1$  transitions, known from systematics, are of the order of  $10^{-4}$ – $10^{-8}\text{ W.u.}$  [56,57]. The larger values of the recently reported  $B(E1)$  transitions reveal that the corresponding states have a different origin than those reported in Refs. 56,57. However, as shown in Ref. 51, the enhanced  $E1$  transitions are typical for the  $N = 82$  nuclei [53].

A description of the properties of the quadrupole-octupole and octupole-octupole multiplets has been proposed in Ref. 58. Later on, calculations have been performed in the frame of the QPM, studying the first dipole states in many spherical nuclei [59]. Within the same model,  $E1$  transitions have been calculated in deformed nuclei [60]. A description of some members of the octupole two-phonon multiplets in the framework of the **spdf** IBM has been given in Ref. 61. The interplay of different shells in the  $E1$  transitions has been discussed in Ref. 62. The first  $1^-$  state has been described as a  $2_1^+ \otimes 3_1^-$  two-boson state in the IBM [48]. The theoretical investigations show that the first  $1^-$  state has an isoscalar character. The latter is a hint that the large  $B(E1)$  values, obtained recently, may be the result of a the interplay between isoscalar and isovector modes in the structure of the low-lying excited states. Theoretical and experimental investigations for  $^{144}\text{Sm}$  have been performed in Ref. 63. In this paper, high-resolution  $(p, p')$  analysis has been used to derive information about the character of the transitions involving the presumed members of the two-phonon octupole multiplets. In the same paper, the available experimental information concerning the  $E1$  transitions in  $^{144}\text{Sm}$  has been compared to nuclear field theory calculations. This investigation confirms the two-phonon character of the states pointed out in Ref. 50, although some mixing with two-quasiparticle components has been found. A direct experimental evidence for the two-phonon nature of the first dipole state in  $^{144}\text{Sm}$  has been obtained in Ref. 54, where a

good agreement with a previous prediction for the  $B(E2; 1_1^- \rightarrow 3_1^-)$  value, given within the QPM [16], has been observed (see Table 5).

The  $E1$  transitions at low energy in atomic nuclei are strongly hindered. The reason for this hinderance is manifold: the isoscalar part of the  $E1$  operator should not contribute to the  $E1$  transition; the isovector  $E1$  interaction is repulsive and shifts the  $E1$  strength to higher excitation energies; the pairing factor involved in the  $E1$  transition operator, which does not change the number of quasiparticles (see eq. (9)), should be much smaller than unity; the  $E1$  matrix element between the main components of the wave functions is often very small or vanishes at low energy. The reduction due to the isovector channel of the interaction may be expressed as an effective charge for the  $E1$  transition [1]. The expression reads:

$$e_{\text{eff}} = e(1 + \chi).$$

Adding the correction for the center of mass motion the above equation becomes:

$$e_{\text{eff}} = -\frac{1}{2}e(\tau_z - \frac{N-Z}{A})(1 + \chi). \quad (13)$$

The parameter  $\chi$  has been qualitatively estimated to be approximately equal to -0.7 in Ref. 1. Determination of  $\chi$  via comparison with experiment for some nuclei has been done in Ref. 64.

The appropriate nuclear model to study the properties of the low-lying  $1^-$  states must possess two main features. The first one is to incorporate the Giant Dipole Resonance (GDR) which means to deal with a large single-particle space and a sufficiently complex interaction. The second is the detailed reproduction of the two-phonon states' fragmentation, which requires that the collective basis of the model should include at least up to three-phonon states.

In the case of the  $1^-$  states the matrix element mixing the GDR and the low-lying  $[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{1^-}$  state reads (see eq. (45)):

$$U_{2_1^+}^{3_1^-}(\text{GDR}) = \left\langle Q_{1-\text{GDR}} \left| H_{\text{int}} \left[ \left[ Q_{2_1^+}^+ Q_{3_1^-}^+ \right]_{1^-} \right] \right. \right\rangle. \quad (14)$$

Because of the isovector origin of the GDR, the neutron and proton components of the wave function (6) contribute with opposite signs in (14) and it becomes small [3, 59]. A serious test for a model would be to predict not only the magnitude of the matrix element (14) but also its sign. It must be stressed that in the present case a very weak  $E1$  transition ( $\approx 3\text{mW.u.}$ ) has to be described, taking into account the influence of the GDR ( $\approx 10\text{W.u.}$ ).

We have applied the model to study the properties of the low-lying  $1^-$  states in  $N=82$  and  $N=84$  isotones. The results for  $^{144}\text{Sm}$  and  $^{144}\text{Nd}$  are compared with the available experimental information in Table 18. It is seen from Table 18 that the calculated structure of the  $1_1^-$  state is mainly a two-phonon one for  $^{144}\text{Sm}$

**Table 18.** Energies and  $B(E1)$  values for the  $1_1^-$  state in  $^{144}\text{Sm}$  and  $^{144}\text{Nd}$ , compared with experimental data

	$^{144}\text{Sm}$		$^{144}\text{Nd}$	
	calc.	exp.	calc.	exp.
$E(1_1^-)[\text{MeV}]$	3.440	3.225	2.47	2.185
Structure	95% $[2_1^+ \otimes 3_1^-]$		83% $[2_1^+ \otimes 3_1^-]$ +9% $\left[ [2_1^+ \otimes 2_1^+]_2 \otimes 3_1^- \right]$	
$B(E1; g.s. \rightarrow 1_1^-) [e^2 \text{fm}^2]$	$18.1 \times 10^{-3}$	$18.9 \times 10^{-3}$ <sup>(a)</sup>	$6.3 \times 10^{-3}$	$7.2 \times 10^{-3}$ <sup>(b)</sup>
$B(E1; (g.s. \rightarrow (2ph))_{1_1^-}) [e^2 \text{fm}^2]$	$52.2 \times 10^{-3}$		$51.6 \times 10^{-3}$	
$B(E1; g.s. \rightarrow (1ph)_{1_1^-}) [e^2 \text{fm}^2]$	$8.8 \times 10^{-3}$		$21.8 \times 10^{-3}$	

<sup>a</sup>Taken from Ref. 50.<sup>b</sup>Taken from Ref. 55.

( $N=82$ ), while for the  $N=84$  nucleus  $^{144}\text{Nd}$ , there is a contribution from the three-phonon component ( $[[2_1^+ \otimes 2_1^+]_2 \otimes 3_1^-]_{1^-}$ ). The isovector  $E1$  strength is concentrated predominantly in a single RPA state (the GDR). For  $^{144}\text{Sm}$  this RPA state collects 60% of the EWSR, while for  $^{144}\text{Nd}$  it collects 56%. In the same time, its contribution in the wave function (6) of the  $1_1^-$  state is less than 0.5%.

The reduced matrix element of the  $E1$  operator (see eq. (9)) between the  $1_1^-$  and the ground state reads:

$$\langle \Psi | M(E1) | 0 \rangle \sim \\ \sim R_{GDR} \langle Q_{1-GDR} | M(E1) | 0 \rangle + P_{3_1^-}^{2_1^+}(1_1^-) \left\langle \left[ Q_{2_1^+} Q_{3_1^-} \right]_{1^-} | M(E1) | 0 \right\rangle. \quad (15)$$

The  $R_{GDR}$  and  $P_{3_1^-}^{2_1^+}$  are coefficients of the wave function (6). The contribution of the two-phonon part in (15) dominates, because of the large value of the coefficient  $P_{3_1^-}^{2_1^+}$ . The very small value of the coefficient  $R_{GDR}$  is multiplied by the large matrix element connected with the GDR, but the product contributes in (15) less than the two-phonon part. The corresponding reduced transition probabilities are given in Table 18. The quantity  $B(E1)_{1ph}$  is connected with the GDR (first term in eq. (15)). The quantity  $B(E1)_{2ph}$  is the part of the transition due to the two-phonon component of the wave function (6) (second term in eq. (15)). Both ingredients of (15) have opposite signs and the  $B(E1)_{2ph}$  is largely reduced. The calculated  $B(E1; g.s. \rightarrow 1_1^-)$  value is in good agreement with the experimental data in both nuclei. The calculated energies and  $B(E1)$  values are compared with the experimental results in Table 19 for the  $N=82$  isotones.

**Table 19. Comparison of experimental data and QPM results for the two-phonon  $1^-$  states in the  $N = 82$  isotones. The experimental results are taken from Ref. 53**

	$^{138}\text{Ba}$	$^{140}\text{Ce}$	$^{142}\text{Nd}$	$^{144}\text{Sm}$
$E_{1^-}\text{Exp. [keV]}$	4026	3643	3425	3225
$E_{1^-}\text{QPM [keV]}$	3582	3611	3590	3600
$B(E1; 1_1^- \rightarrow \text{g.s.})\text{Exp. [m W.u.]}$	2.5(5)	3.2(2)	3.1(5)	3.6(5)
$B(E1; 1_1^- \rightarrow \text{g.s.})\text{QPM [m W.u.]}$	2.8	3.2	3.03	3.4

The reasonable agreement between the QPM results and experiment, concerning the so subtle properties of the dipole transitions, shows that the model reproduces well the intricate interplay of isoscalar and isovector modes in the structure of the low-lying states. The properties of all states members of the quadrupole-octupole multiplet, other than the  $1^-$  state, are discussed in detail in Ref. 16.

## 7. EVIDENCES FOR OCTUPOLE-COUPLED MULTIPHONON STATES IN $^{124}\text{Te}$

In this section, we shall present results of the QPM compared to experimental results from various experiments investigating the nucleus  $^{124}\text{Te}$  following Ref. 65. The structure of the even-even nucleus  $^{124}\text{Te}$  has been the subject of considerable interest [64-70], since it is an ideal testing ground for different theoretical models. Up to now, however, no complete understanding of the nuclear structure of this isotope has been achieved. Even many aspects of the low-lying spectrum are still puzzling [71]. At lower excitation energies  $^{124}\text{Te}$  seems to be an ideal collective nucleus. The energy ratio of the first  $4^+$  level to the first  $2^+$  level is nearly two. This supports a spherical picture, as for instance obtained in SU(5) limit of the IBM. On the other hand, the level sequences show that only the  $2^+$  and the  $4^+$  states of the two phonon triplet are in correct energy region, whereas the corresponding first  $0^+$  level is about 300 keV too high in excitation energy. This implies a more complex structure of the nucleus  $^{124}\text{Te}$  which cannot be fully described by current microscopic models. In order to achieve a better understanding of these problems, one needs extensive and complete experimental information. Here, we make use of the results of a variety of experimental data, taken from Ref. 65, which were measured in different reactions, the aim being to obtain the maximum of information in order to find the largest possible correspondence with the theoretical interpretation of the structure of  $^{124}\text{Te}$  within the QPM. A special attention is paid to the unusual de-excitation cascade in the level scheme of  $^{124}\text{Te}$  which has been known for a long time, but never examined in

detail [73]. The suggestion is made that this unusual cascade may be related to the presence of multiphonon structures with negative parity.

The  $E\lambda$  transitions have been calculated with  $e_{\text{eff}}^p = 1.25e$  and  $e_{\text{eff}}^n = 0.25e$ , except for the  $E1$  transitions. In the present case the effective charge is a parameter fixed to reproduce the  $B(E2)$  transitions from the ground state to the first  $2^+$  state. The effective charges for the  $E1$  transitions have to be reduced according to Refs. 1, 64 (see also the discussion in Section 6 and eq. (13)). In our calculations mixing with the GDR is taken explicitly into account and to reproduce the  $B(E1)$  strength for its excitation we use the following effective charges:  $e_{\text{eff}}^n(E1) = -0.39e$  and  $e_{\text{eff}}^p(E1) = 0.53e$ . They have been used to calculate all other  $E1$  transitions as well.

A comparison of the experimental level scheme with the one calculated in the QPM is presented in Table 20 where additionally the largest multiphonon amplitudes are listed for collective levels. The excitation energies of dominant one- and two-phonon states are well reproduced, but generally too high for states with a large three-phonon component. This can be traced back to the omission of more complex configurations. It has to be expected that due to the interaction between phonons specific for the QPM (coupling between components differing by one phonon, see eq. (44) in the Appendix) the inclusion of four-phonon components will improve the above-mentioned deficiency.

The  $0^+$  state cannot be well reproduced by the theory. One would have to account for this by using strong anharmonicities [71]. The  $6_1^+$  state is a three-phonon quadrupole state in the calculations. However, the almost constant excitation energy experimentally observed for this level in different Te isotopes suggests a noncollective structure [74]. Thus, it would better correspond to the  $6_2^+$  model state, but the energy difference of 540 keV to the experiment would be rather large.

Electromagnetic transition probabilities,  $E2/M1$  mixing ratios and branching ratios between low-lying collective states are compared in Table 21 to QPM results. The quadrupole moment of the  $2_1^+$  level and the  $B(E2)$  values to the lowest  $2^+$  states agree well. Signs and magnitudes of  $E2/M1$  mixing ratios for transitions between the lowest  $2^+$  states are reproduced. Also many branching ratios are reasonably described.

In order to account for the large number of experimentally observed  $2^+$  levels it was proposed that the fourth  $2^+$  state at 2.092 MeV has an isovector structure [70] (see also the discussion in Section 4). The third  $2^+$  state in the QPM calculation is proposed to correspond to this level. A small mixing ratio  $\delta(E2/M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$  and a large  $B(M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$  value would support such a classification [34, 35]. For  $^{124}\text{Te}$  the calculated  $\delta(E2/M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+) = 0.07$  has to be compared with the experimental value of 0.13(12) [34, 70]. Moreover, the  $2_3^+$  level has a dominant  $[2_2^+]_{\text{RPA}}$  phonon contribution (81%). The comparison of the structure of this phonon in terms of two-quasiparticle components compared

**Table 20. Level scheme of  $^{124}\text{Te}$  calculated in the QPM. For the collective states the main component of the QPM wave function is given. For comparison the experimentally measured level energies are included where possible**

$J^\pi$	Root number	$E_{th}$ [MeV]	QPM wave function	[%]	$E_{\text{exp}}^{(a)}$ [MeV]
0 <sup>+</sup>	1	1.080	$2_1^+ \otimes 2_1^+$	83	1.657
0 <sup>+</sup>	2	2.085	$2_1^+ \otimes 2_1^+ \otimes 2_1^+$	50	1.883
0 <sup>+</sup>	3	2.383			2.308
1 <sup>+</sup>	1	2.749			
1 <sup>+</sup>	2	3.098			
1 <sup>+</sup>	3	3.185			
1 <sup>-</sup>	1	2.985	$2_1^+ \otimes 3_1^-$	91	2.747
1 <sup>-</sup>	2	3.796	$2_1^+ \otimes 2_1^+ \otimes 3_1^-$	70	3.092
1 <sup>-</sup>	3	4.063			
2 <sup>+</sup>	1	0.599	$2_1^+$	92	0.603
2 <sup>+</sup>	2	1.408	$2_1^+ \otimes 2_1^+$	87	1.325
2 <sup>+</sup>	3	1.986	$[2_2^+]_{\text{RPA}}$	81	2.091
2 <sup>+</sup>	4	2.100	$2_1^+ \otimes 2_1^+ \otimes 2_1^+$	70	2.039
2 <sup>+</sup>	5	2.246			
2 <sup>+</sup>	6	2.386			
2 <sup>+</sup>	7	2.398			
2 <sup>+</sup>	8	2.610			
2 <sup>+</sup>	9	2.741			
2 <sup>-</sup>	1	3.057	$2_1^+ \otimes 3_1^-$	92	
2 <sup>-</sup>	2	3.302			
2 <sup>-</sup>	3	3.770	$2_1^+ \otimes 2_1^+ \otimes 3_1^-$	42	3.101
3 <sup>+</sup>			$2_1^+ \otimes 2_1^+ \otimes 2_1^+$	90	
3 <sup>-</sup>	1	2.277	$3_1^-$	79	2.294
3 <sup>-</sup>	2	2.781	$2_1^+ \otimes 3_1^-$	41	2.336
3 <sup>-</sup>	3	3.063			2.694
3 <sup>-</sup>	4	3.151			2.701
3 <sup>-</sup>	5	3.276			
4 <sup>+</sup>	1	1.360	$2_1^+ \otimes 2_1^+$	88	1.249
4 <sup>+</sup>	2	2.191			1.958
4 <sup>+</sup>	3	2.335			
4 <sup>+</sup>	4	2.367			
4 <sup>+</sup>	5	2.524			
5 <sup>-</sup>	1	2.300			
6 <sup>+</sup>		2.139	$2_1^+ \otimes 2_1^+ \otimes 2_1^+$	88	1.747
6 <sup>+</sup>	2	2.291			
7 <sup>-</sup>	1	2.289			
8 <sup>+</sup>	1	2.345			
8 <sup>+</sup>	2	3.083			

<sup>a</sup>Taken from Ref. 65.

to the structure of the lowest  $[2_1^+]$ <sub>RPA</sub> state displays similar characteristics to the ones discussed in Section 4 and shown in Table 6 for  $^{144}\text{Nd}$ . Considering the relative sign of the main neutron and proton components, the  $[2_1^+]$ <sub>RPA</sub> state is isoscalar and the  $[2_2^+]$ <sub>RPA</sub> state is isovector. As discussed earlier (see Section 4 and eq. (12)), the quantity  $B$  is small for isoscalar states and large for isovector states. In our case, the magnitude of the quantity  $B$  and the structure of the  $[2_2^+]$ <sub>RPA</sub> state support the interpretation of the third calculated  $2^+$  level as an isovector state.

**Table 21.** Quadrupole moment of the  $2_1^+$  state, strengths, mixing ratios and branching ratios of transitions in  $^{124}\text{Te}$  calculated with the QPM in comparison with experimental data

Quantity	Theory	Experiment
$B(E1; 0_1^+ \rightarrow 1_2^-)$ [W.u.]	$5.6 \cdot 10^{-4}$	$4.7(4) \cdot 10^{-4}$ <sup>(a)</sup>
$B(E1; 0_1^+ \rightarrow 1_2^-)$ [W.u.]	$4.5 \cdot 10^{-4}$	$6.5(9) \cdot 10^{-4}$ <sup>(a)</sup>
$B(E2; 2_3^- \rightarrow 1_1^-)$ [ $e^2 \text{fm}^4$ ]	288	-
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ [ $e^2 \text{fm}^4$ ]	922	$1136(10)$ <sup>(b)</sup>
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ [ $e^2 \text{fm}^4$ ]	78	$38(1)$ <sup>(b)</sup>
$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ [ $e^2 \text{fm}^4$ ]	290	$200$ <sup>(b)</sup>
$\delta(E2/M1; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	-2.1	$-3.3(1)$ <sup>(b)</sup>
$\delta(E2/M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.07	$0.13(12)$ <sup>(c)</sup>
$\delta(E2/M1; 2_4^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.26	$1.5(8)$ <sup>(b)</sup>
$B(E1; 1_1^- \rightarrow 2_1^+)/B(E1; 1_1^- \rightarrow 0_1^+)$	0.61	$0.18(5)$ <sup>(a)</sup>
$B(E1; 1_2^- \rightarrow 2_1^+)/B(E1; 1_2^- \rightarrow 0_1^+)$	0.01	$0.31(22)$ <sup>(a)</sup>
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_2^+ \rightarrow \text{g.s.})$	31.2	$55.6(1)$ <sup>(c)</sup>
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_2^+)/B(E2; 2_2^+ \rightarrow 4_1^+)$	0.85	$1.00(33)$ <sup>(c)</sup>
$B(E2; 4_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 4_2^+ \rightarrow 4_1^+)$	0.02	$0.0062(16)$ <sup>(c)</sup>
$B(E2; 2_4^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_4^+ \rightarrow 4_1^+)$	0.04	$0.09(6)$ <sup>(c)</sup>
$B(E2; 4_2^+ \rightarrow 2_2^+)/B(E2; 4_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	90.16	$4.8(3)$ <sup>(b)</sup>
$B(E2; 4_2^+ \rightarrow 2_2^+)/B(E2; 4_2^+ \rightarrow 4_1^+)$	1.42	$0.14(1)$ <sup>(b)</sup>
$B(E2; 3_1^+ \rightarrow 2_2^+)/B(E2; 3_1^+ \rightarrow 4_1^+)$	2.55	$5.3(3)$ <sup>(b)</sup>
$B(E2; 3_1^+ \rightarrow 2_2^+)/B(E2; 3_1^+ \rightarrow 2_1^+)$	33.52	$61(4)$ <sup>(b)</sup>
$Q_2(2_1^+)$	$-40 \text{ fm}^2$	$-45(4) \text{ fm}^2$ <sup>(b)</sup>

<sup>a</sup>Taken from Ref. 65.

<sup>b</sup>Taken from Ref. 71.

<sup>c</sup>Taken from Ref. 70.

Another interesting phenomenon, observed in this nuclei, is the unusual  $\gamma$ -decay cascade after thermal neutron capture in  $^{123}\text{Te}$  [65]. The analysis of the

experimental data [65, 73, 75], gives a clear evidence for a cascade, where the 3.101 MeV level decays via a very strong 353 keV transitions to the  $1^-$  level at 2.747 MeV which itself populates the first excited state and the ground state. Whereas the decay of the 3.101 MeV level to the ground state is clearly suppressed because it requires a  $M2$  transition, the surprising absence of other spin-allowed transitions to low-lying states has to be explained by the nuclear structure of the intermediate state.

A solution is suggested by the  $(\gamma, \gamma')$  results [65]. Here a ground-state  $E1$  transition to the 2.747 MeV level with  $B(E1) \uparrow = 0.47 \times 10^{-3}$  W.u. is observed which is unusually large for this mass region [57]. However, enhanced  $E1$  transitions have recently been observed in the neighbouring  $^{116,124}\text{Sn}$  isotopes as well [76]. It seems to be a typical phenomenon in nuclei near closed shells. The fast  $E1$  transitions, as we have seen in Section 6, are considered to be a signature for quadrupole-octupole coupled states. For such a coupling a quintet of negative parity levels from  $1^-$  to  $5^-$  is predicted near to the sum energy of the  $2_1^+$  and  $3_1^-$  phonon states [58]. The level in  $^{124}\text{Te}$  lies at 2.747 MeV. This is nearly the sum energy of the first  $2^+$  state at 0.603 MeV and the first  $3^-$  level at 2.294 MeV.

The two-phonon nature of the  $1^-$  state at 2.747 MeV is strongly supported by the QPM results which can reproduce the transition strength and the branching ratios to the ground state and to the first  $2^+$  level. A sizeable direct two-phonon decay is possible within the QPM because of the RPA correlated ground state (see eq. (9)). In fact, one finds in general too large  $B(E1)$  values, although, as discussed at length in Section 6, the mixing with the GDR is taken into account to a large extent in QPM. For the intermediate  $\gamma$ -cascade level at 3.101 MeV a dominant three-phonon structure is suggested. Such a  $2^-$  state is predicted by the calculations at 3.770 MeV. In such a picture the experimentally observed decoupling from the low-lying dominant one-phonon states is naturally explained.

In a way similar to the decay of the  $1_1^-$  level at 2.747 MeV, the second fast  $E1$  transition in the  $(\gamma, \gamma')$  data from the 3.91 MeV state can be interpreted as the ground state decay of a multiphonon coupled state. Within the QPM the state would constitute the  $1^-$  member of the  $2_1^+ \otimes 2_1^+ \otimes 3_1^-$  multiplet. Again, the experimental strength of  $B(E1) \uparrow = 6.5(9) \times 10^{-4}$  W.u. can be well reproduced by such an assumption (see Table 20). However, sizeable decays to the  $2_1^+$  and  $2_2^+$  states not predicted by the QPM and the relatively large difference of about 600 keV compared to the  $2_2^+ + 3_1^-$  sum energy point towards a more complex structure of this level. A possible explanation of both problems might be a significant anharmonicity as already suggested in Ref. 71 for the interpretation of the low-energy spectrum. However, the presence of a large three-phonon component is likely considering the successful explanation of the ground state coupling.

These results demonstrate that a microscopically based vibrational model is quite successful to explain many aspects of the structure of  $^{124}\text{Te}$ . For the lowest

$2^+$  and  $4^+$  states this is not surprising in view of their pure phonon structure which was shown [77] to be a general phenomenon in virtually all even-even nuclei with  $Z \geq 30$ . However, the prevalence of multiphonon structures built on the octupole vibrations seems crucial for the explanation of the observed data.

On the other hand, open questions remain. As mentioned before neither the lowest  $0^+$  states nor the  $6^+$  states can be fully interpreted. Clearly, further experimental studies to establish complete experimental information, not only on the level scheme, but also on spectroscopic properties are required for a full understanding of the  $^{124}\text{Te}$  structure. Additionally, the study of the evolution of prominent features like multiphonon structures in the chain of even-even tellurium isotopes will provide important insight.

## 8. CONCLUSION

There exists a wide-spread conviction that the low-lying excited states in atomic nuclei are well studied. Of course, this is true as far as our knowledge about the large components in the structure of the wave function is concerned. It is seen from this work that recent experimental results reveal very interesting properties of the excited states connected with the medium and even the small components in the structure of the wave function. The resulting picture turns out to be a very complicated one. The latter requires a substantial refinement of the theoretical models in order to get a deeper insight and understanding of the experimental data. Far from being sufficient, the contemporary nuclear models, including the QPM, allow for the investigation of these more complex phenomena. In particular, the delicate interaction between isovector and isoscalar degrees of freedom and between collective and noncollective modes, as well as the fast  $E1$  transitions and other footprints of multiphonon states in even-even spherical nuclei, find a reasonably fair description within QPM in terms of the interaction between quasiparticles and phonons.

## Acknowledgements

We acknowledge the useful discussions we have had with Prof. W. Andrejscheff, Prof. I. Hamamoto, Prof. M. Kneissl, Dr. P. von Neumann-Cosel, Dr. V. Yu. Ponomarev, Dr. O. Scholten, Prof. V. G. Soloviev, Dr. A. I. Vdovin and Dr. V. V. Voronov. This work was partly supported by the Bulgarian Ministry of Science and Education under contract no. 626.

## APPENDIX: QPM BACKGROUND

Following Refs. 2,3,17,18, we shall introduce some basic notations. The most general form of the model Hamiltonian is:

$$H = H_{sp} + H_{pair} + H_M^{ph} + H_{SM}^{ph} + H_M^{pp}, \quad (16)$$

where the term  $H_{sp}$  describes the motion of the independent nucleons in a self-consistent mean field;  $H_{pair}$  represents the monopole pairing interaction in the particle-particle channel;  $H_M^{ph}$  is a sum of isoscalar and isovector separable multipole interactions in the particle-hole channel;  $H_{SM}^{ph}$  is the same for the spin-multiple interaction and  $H_M^{pp}$  is the sum of the multipole interaction in the particle-particle channel (multipole pairing).

In the second quantized representation these terms can be written as:

$$H_{sp} = H_{sp}^n + H_{sp}^p = \sum_{jm} {}^n E_j a_{jm}^+ a_{jm} + \sum_{jm} {}^p E_j a_{jm}^+ a_{jm}, \quad (17)$$

$$H_M^{ph} = -\frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} \sum_{\tau,\rho=\pm 1} (\kappa_0^{(\lambda)} + \rho \kappa_1^{(\lambda)}) M_{\lambda\mu}^+(\tau) M_{\lambda\mu}(\rho\tau), \quad (18)$$

$$M_{\lambda\mu}^+(\tau) = \sum_{\substack{jj' \\ mm'}} \langle jm | i^\lambda R_\lambda(r) Y_{\lambda\mu}(\Omega) | j'm' \rangle a_{jm}^+ a_{j'm'}, \quad (19)$$

$$H_{SM}^{ph} = -\frac{1}{2} \sum_{LM} \sum_{\lambda=L,L\pm 1} \sum_{\tau,\rho=\pm 1} (\kappa_0^{(\lambda L)} + \rho \kappa_1^{(\lambda L)}) [S_{LM}^\lambda(\tau)]^+ [S_{LM}^\lambda(\rho\tau)], \quad (20)$$

$$[S_{LM}^\lambda(\tau)]^+ = \sum_{\substack{jj' \\ mm'}} \langle jm | i^\lambda R_\lambda(r) [\sigma \cdot \mathbf{Y}_\lambda(\Omega)]_{LM} | j'm' \rangle a_{jm}^+ a_{j'm'}$$

$$[\sigma \cdot \mathbf{Y}_\lambda(\Omega)]_{LM} = \sum_{v\mu} \langle 1v\lambda\mu | LM \rangle \sigma_v Y_{\lambda\mu},$$

$$\begin{aligned} H_M^{pp} &= -\frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} [G_n^{(\lambda)} P_{\lambda\mu}^+(n) P_{\lambda\mu}(n) + G_p^{(\lambda)} P_{\lambda\mu}^+(p) P_{\lambda\mu}(p) \\ &\quad + G_{n,p}^{(\lambda)} (P_{\lambda\mu}^+(n) P_{\lambda\mu}(p) + P_{\lambda\mu}^+(p) P_{\lambda\mu}(n))], \end{aligned} \quad (21)$$

$$P_{\lambda\mu}^+(n) = \sum_{\substack{jj' \\ mm'}} {}^n \langle jm | i^\lambda R_\lambda(r) Y_{\lambda\mu}(\Omega) | j'm' \rangle (-)^{j'-m'} a_{jm}^+ a_{j'-m'}, \quad (22)$$

where  $\hat{j} = \sqrt{2j+1}$  and the operators  $a_{jm}^+$  and  $a_{jm}$  are respectively the creation and annihilation operators of nucleons with  $j = \{nlj\}$ ;  $m$ , the magnetic quantum number;  $E_j$ , the energy of the corresponding single-particle state. The index  $\tau$  is an isotopic index and takes two values  $\tau = n, p$ . Changing the sign of  $\tau$  means changing the type of particles:  $n \rightarrow p$  and  $p \rightarrow n$ . The quantities  $G_n$  and  $G_p$  are the neutron-neutron and proton-proton pairing interaction constants. The constants of the isoscalar and isovector terms of the multipole-multipole (spin-multipole) interaction are denoted by  $\kappa_0^{(\lambda)}(\kappa_0^{(\lambda L)})$  and  $\kappa_1^{(\lambda)}(\kappa_1^{(\lambda L)})$ , respectively. These constants are related to the neutron-neutron  $\kappa_{nn}^{(\lambda)}$ , proton-proton  $\kappa_{pp}^{(\lambda)}$  and neutron-proton  $\kappa_{np}^{(\lambda)}$  multipole and spin-multipole interaction constants in the following manner:

$$\begin{aligned}\kappa_{nn}^{(\lambda)} &= \kappa_{pp}^{(\lambda)} = \kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}, \\ \kappa_{np}^{(\lambda)} &= \kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}.\end{aligned}$$

The quantities  $G_n^{(\lambda)}$ ,  $G_p^{(\lambda)}$  and  $G_{np}^{(\lambda)}$  are the constants of the multipole pairing. In the present implementation of the model, the particle-particle channel can be switched on in addition to the multipole-multipole interaction in the cases where it is estimated to be important (usually for the quadrupole-quadrupole and octupole-octupole channels). It should be noted here that the monopole pairing interaction is also realized by using this channel and not the formulas that can be derived specifically for the pairing case [3]. The radial dependence of the interaction  $R_\lambda(r)$  can be either  $R_\lambda(r) \sim r^\lambda$  or  $R_\lambda(r) \sim dV(r)/dr$ , where  $V(r)$  is the central part of the single-particle potential.

The Bogoliubov canonical transformation from nucleon creation and annihilation operators  $a_{jm}^+$  and  $a_{jm}$  to quasiparticle creation and annihilation operators  $\alpha_{jm}^+$  and  $\alpha_{jm}$  is taken in the standard form:

$$a_{jm} = u_j \alpha_{jm} + (-)^{j-m} v_j \alpha_{j-m}^+. \quad (23)$$

Using the transformation (23), we can re-express the model Hamiltonian in terms of quasiparticles. For example, the term  $H_{sp}$  takes the form :

$$H_{sp} = \sum_{jm}^n \varepsilon_j \alpha_{jm}^+ \alpha_{jm} + \sum_{jm}^p \varepsilon_j \alpha_{jm}^+ \alpha_{jm}, \quad (24)$$

where the quasiparticle energy is given by:

$$\varepsilon_j = [(E_j - \lambda_\tau)^2 + C_\tau^2]^{1/2}.$$

The chemical potential  $\lambda_\tau$  and correlation function (energy gap)  $C_\tau$  are calculated according to the well-known BCS equations [2]. The particle-hole operator  $M_{\lambda\mu}^+(\tau)$  (eq. (19)) can be written in the form:

$$\begin{aligned} M_{\lambda\mu}^+(\tau) = & \frac{1}{\hat{\lambda}} \sum_{jj'} \tau f_{jj'}^{(\lambda)} \left\{ \frac{1}{2} u_{jj'}^{(+)} [A^+(jj'\lambda\mu) + \right. \\ & \left. + (-1)^{\lambda-\mu} A(jj'\lambda - \mu)] + v_{jj'}^{(-)} B(jj'\lambda\mu) \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

and the particle-particle operator  $P_{\lambda\mu}^+(\tau)$  (eq. (22)) becomes:

$$\begin{aligned} P_{\lambda\mu}^+(\tau) = & \frac{1}{\hat{\lambda}} \sum_{jj'} \tau f_{j_1 j_2}^{(\lambda)} [u_j u_{j'} A^+(jj'\lambda\mu) - \\ & - (-1)^{\lambda-\mu} v_j v_{j'} A(jj'\lambda - \mu) - 2u_j v_{j'} B(jj'\lambda\mu)], \end{aligned} \quad (26)$$

where

$$A^+(jj'\lambda\mu) = \sum_{mm'} \langle jmj'm' | \lambda\mu \rangle \alpha_{jm}^+ \alpha_{j'm'}^+, \quad (27)$$

$$A(jj'\lambda\mu) = [A^+(jj'\lambda\mu)]^+ \quad (28)$$

$$B^+(jj'\lambda\mu) = \sum_{mm'} (-1)^{j'+m'} \langle jmj'm' | \lambda\mu \rangle \alpha_{jm}^+ \alpha_{j'-m'}^-, \quad (29)$$

and the quantities  $f_{jj'}^{(\lambda)}$  are the reduced single-particle matrix elements of the operator  $i^\lambda R_\lambda(r) Y_{\lambda\mu}(\Omega)$ .

The RPA phonon creation operator is taken as a superposition of the operators (27) and (28):

$$Q_{\lambda\mu i}^+ = \frac{1}{2} \sum_{\tau}^{n,p} \sum_{jj'} \{ \psi_{jj'}^{\lambda i} A^+(jj'\lambda\mu) - (-1)^{\lambda-\mu} \varphi_{jj'}^{\lambda i} A(jj'\lambda - \mu) \}, \quad (30)$$

where  $\psi_{jj'}^{\lambda i}$  and  $\varphi_{jj'}^{\lambda i}$  are the forward and backward RPA amplitudes, respectively. The energy of the phonons  $\omega_{\lambda i}$  and the amplitudes  $\psi_{jj'}^{\lambda i}$  and  $\varphi_{jj'}^{\lambda i}$  are obtained by solving the RPA equations. The general form of the equations in the case of separable interaction is given in Refs. 2,3.

The operator  $P_{\lambda\mu}^+(\tau)$  (see eqs. (22) and (26)), can be rewritten in terms of the phonon operators (30) and the operators (29) as follows:

$$\begin{aligned} P_{\lambda\mu}^+(\tau) = & \hat{\lambda} \left\{ \frac{1}{2} \sum_i [(L^{(\lambda i)} + M^{(\lambda i)}) Q_{\lambda\mu i}^+ - \right. \\ & - (L^{(\lambda i)} - M^{(\lambda i)}) (-1)^{\lambda-\mu} Q_{\lambda-\mu i}^- - \\ & \left. - 2(-1)^{\lambda-\mu} \sum_{j_1 j_2} \Theta_{j_1 j_2}^{(\lambda)} B^+(j_1 j_2 \lambda - \mu) \right\}, \end{aligned} \quad (31)$$

where

$$L^{(\lambda i)} = \sum_{\tau} L_{\tau}^{(\lambda i)} = \sum_{\tau} \sum_{j_1 j_2} {}^{\tau} f_{j_1 j_2}^{(\lambda)} v_{j_1 j_2}^{(-)} g_{j_1 j_2}^{(\lambda i)}, \quad (32)$$

$$M^{(\lambda i)} = \sum_{\tau} M_{\tau}^{(\lambda i)} = \sum_{\tau} \sum_{j_1 j_2} {}^{\tau} f_{j_1 j_2}^{(\lambda)} v_{j_1 j_2}^{(+)} w_{j_1 j_2}^{(\lambda i)}, \quad (33)$$

$$\Theta_{j_1 j_2}^{(\lambda)} = f_{j_1 j_2}^{(\lambda)} u_{j_2} v_{j_1} \quad (34)$$

and

$$\begin{aligned} g_{j_1 j_2}^{(\lambda i)} &= \psi_{j_1 j_2}^{\lambda i} + \varphi_{j_1 j_2}^{\lambda i}, \\ w_{j_1 j_2}^{(\lambda i)} &= \psi_{j_1 j_2}^{\lambda i} - \varphi_{j_1 j_2}^{\lambda i}. \end{aligned} \quad (35)$$

A similar form could be found for the operators  $M_{\lambda \mu}^+(\tau)$  and  $S_{LM}^+(\tau)$  [2, 18]. For the multipole-multipole operators one gets:

$$M_{\lambda \mu}^+(\tau) = \frac{1}{\lambda} \left\{ \frac{1}{2} \sum_i R^{(\lambda i)} (Q_{\lambda \mu i}^+ + (-1)^{\lambda-\mu} Q_{\lambda-\mu i}) + \sum_{j_1 j_2} \xi_{j_1 j_2}^{(\lambda)} B(j_1 j_2 \lambda \mu) \right\}, \quad (36)$$

where

$$R^{(\lambda i)} = \sum_{\tau} R_{\tau}^{(\lambda i)} = \sum_{j_1 j_2} {}^{\tau} f_{j_1 j_2}^{(\lambda)} v_{j_1 j_2}^{(-)} \quad (37)$$

and

$$\xi_{j_1 j_2}^{(\lambda)} = f_{j_1 j_2}^{(\lambda)} v_{j_1 j_2}^{(-)}. \quad (38)$$

Taking into account the above equations, the terms in the general model Hamiltonian (16) responsible for the interaction of quasiparticles and phonons, acquire the following form:

$$\begin{aligned} H_{qp-ph} &= \sum_{\lambda \mu i} (-1)^{\lambda-\mu} \frac{1}{\sqrt{2Y_{\lambda i}}} \sum_{\tau} \{ [(\mathcal{L}_{\tau}^{(\lambda i)} + \mathfrak{M}_{\tau}^{(\lambda i)}) Q_{\lambda \mu i}^+ + \\ &+ (-1)^{\lambda-\mu} (\mathcal{L}_{\tau}^{(\lambda i)} - \mathfrak{M}_{\tau}^{(\lambda i)}) Q_{\lambda-\mu i}] \sum_{j_1 j_2} {}^{\tau} \Theta_{j_1 j_2}^{(\lambda)} B(j_1 j_2 \lambda - \mu) - \\ &- \frac{1}{2} \mathfrak{R}_{\tau}^{(\lambda i)} (Q_{\lambda \mu i}^+ + (-1)^{\lambda-\mu} Q_{\lambda-\mu i}) \sum_{j_1 j_2} {}^{\tau} \xi_{j_1 j_2}^{(\lambda)} B(j_1 j_2 \lambda - \mu) + h.c.\}, \end{aligned} \quad (39)$$

where

$$\begin{aligned}
\sqrt{\frac{2}{\mathcal{Y}_{\lambda i}}}\mathfrak{L}_\tau^{(\lambda i)} &= G_n^{(\lambda)} L_\tau^{(\lambda i)} + G_{np}^{(\lambda)} L_{-\tau}^{(\lambda i)}, \\
\sqrt{\frac{2}{\mathcal{Y}_{\lambda i}}}\mathfrak{M}_\tau^{(\lambda i)} &= G_n^{(\lambda)} M_\tau^{(\lambda i)} + G_{np}^{(\lambda)} M_{-\tau}^{(\lambda i)}, \\
\sqrt{\frac{2}{\mathcal{Y}_{\lambda i}}}\mathfrak{R}_\tau^{(\lambda i)} &= (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) R_\tau^{(\lambda i)} + (\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) R_{-\tau}^{(\lambda i)}.
\end{aligned} \tag{40}$$

The quantities  $\mathcal{Y}_{\lambda i}$  [3] are calculated at the RPA level, using the normalization condition for the forward and backward amplitudes:

$$\frac{1}{2} \sum_{j_1 j_2} [(\psi_{jj'}^{\lambda i})^2 - (\varphi_{jj'}^{\lambda i})^2] = 1. \tag{41}$$

Introducing the notation:

$$\mathcal{K}_\tau^{(\pm)}(j_1 j_2 \lambda i) = \frac{f_{j_1 j_2}^{(\lambda)}}{\sqrt{\mathcal{Y}_{\lambda i}}} [v_{j_1 j_2}^{(-)} \mathfrak{R}_\tau^{(\lambda i)} - (u_{j_2 j_1}^{(+)} + u_{j_2 j_1}^{(-)}) (\mathfrak{L}_\tau^{(\lambda i)} \pm \mathfrak{M}_\tau^{(\lambda i)})], \tag{42}$$

eq. (39) finally takes the form:

$$\begin{aligned}
H_{qp-ph} &= -\frac{1}{2\sqrt{2}} \sum_{\lambda \mu i} \{ (-1)^{\lambda - \mu} \sum_{\tau} \sum_{j_1 j_2} [\mathcal{K}_\tau^{(+)}(j_1 j_2 \lambda i) Q_{\lambda \mu i}^+ \\
&\quad + (-1)^{\lambda - \mu} \mathcal{K}_\tau^{(-)}(j_1 j_2 \lambda i) Q_{\lambda - \mu i}] B(j_1 j_2 \lambda - \mu) + h.c. \}.
\end{aligned} \tag{43}$$

The influence of the particle-particle channel is switched off if the terms  $\mathfrak{L}_\tau^{(\lambda i)}$  and  $\mathfrak{M}_\tau^{(\lambda i)}$  are equal to zero. In that case, the interaction between quasiparticles and phonons of eq. (43) takes the well-known form for the particle-hole channel taken alone [3, 18].

The matrix element  $H_{qp-ph}$  (see eq. (43)), between a one- and a two-phonon state has the form:

$$S_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(Ji) \equiv \left\langle Q_{JM i} | H_{qp-ph} | Q_{\lambda_1 \mu_1 i_1}^+ Q_{\lambda_2 \mu_2 i_2}^+ \right\rangle = \tag{44}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} \hat{\lambda}_1 \hat{\lambda}_2 \sum_{j_1 j_2 j_3} {}^\tau \sum_{j_1 j_2 j_3} {}^\tau \{ (-1)^{j_1 + j_2 + J} \left\{ \begin{array}{ccc} J & \lambda_1 & \lambda_2 \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned}
& \times [\varphi_{j_1 j_3}^{\lambda_1 i_1} \psi_{j_3 j_2}^{\lambda_2 i_2} \mathcal{K}_\tau^{(+)}(j_1 j_2 J i) + \psi_{j_1 j_3}^{\lambda_1 i_1} \varphi_{j_3 j_2}^{\lambda_2 i_2} \mathcal{K}_\tau^{(-)}(j_1 j_2 J i)] \\
& + (-1)^{j_1+j_2+\lambda_1} \left\{ \begin{array}{ccc} \lambda_1 & J & \lambda_2 \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{array} \right\} \\
& \times [\psi_{j_1 j_3}^{J_i} \psi_{j_3 j_2}^{\lambda_2 i_2} \mathcal{K}_\tau^{(-)}(j_1 j_2 \lambda_1 i_1) + \varphi_{j_1 j_3}^{J_k} \varphi_{j_3 j_2}^{\lambda_2 i_2} \mathcal{K}_\tau^{(+)}(j_1 j_2 \lambda_1 i_1)] \\
& + (-1)^{j_1+j_2+\lambda_2} \left\{ \begin{array}{ccc} \lambda_2 & \lambda_1 & J \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{array} \right\} \\
& \times [\varphi_{j_1 j_3}^{\lambda_1 i_1} \varphi_{j_3 j_2}^{J_i} \mathcal{K}_\tau^{(-)}(j_1 j_2 \lambda_2 i_2) + \psi_{j_1 j_3}^{\lambda_1 i_1} \psi_{j_3 j_2}^{J_k} \mathcal{K}_\tau^{(+)}(j_1 j_2 \lambda_2 i_2)], 
\end{aligned}$$

where the quantities in curly brackets are the  $6j$  symbols [20].

If  $\mathfrak{L}_\tau^{(\lambda_i)} = 0$  and  $\mathfrak{M}_\tau^{(\lambda_i)} = 0$  (i.e., the particle-particle channel is turned off), the quantity  $\mathcal{K}_\tau^{(\pm)}$  reduces to the following expression:

$$\mathcal{K}_\tau^{(+)}(j_1 j_2 \lambda i) = \mathcal{K}_\tau^{(-)}(j_1 j_2 \lambda i) = f_{j_1 j_2}^{(\lambda)} v_{j_1 j_2}^{(-)} \mathcal{Y}_{\lambda i}^{-\frac{1}{2}}$$

and  $S_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(J i)$  becomes [3]:

$$\begin{aligned}
S_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(J i) &= U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(J i) = \\
& (-)^{\lambda_1+\lambda_2-\lambda} \frac{1}{\sqrt{2}} (2\lambda_1+1)^{1/2} (2\lambda_2+1)^{1/2} \sum_\tau \sum_{j_1 j_2 j_3} \tau v^{(\mp)} \times \\
& \frac{f_{j_1 j_2}^{\lambda_2}}{\sqrt{y^{\lambda_2 i_2}}} \left\{ \begin{array}{ccc} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda \\ j_1 & j_3 & j_2 \end{array} \right\} \left( \psi_{j_3 j_1}^{\lambda i} \psi_{j_2 j_3}^{\lambda_1 i_1} + \phi_{j_3 j_1}^{\lambda i} \phi_{j_2 j_3}^{\lambda_1 i_1} \right) + \\
& \frac{f_{j_1 j_2}^{\lambda_1}}{\sqrt{y^{\lambda_1 i_1}}} \left\{ \begin{array}{ccc} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{array} \right\} \left( \phi_{j_2 j_3}^{\lambda i} \phi_{j_3 j_1}^{\lambda_2 i_2} + \psi_{j_2 j_3}^{\lambda i} \psi_{j_3 j_1}^{\lambda_2 i_2} \right) + \\
& \frac{f_{j_1 j_2}^\lambda}{\sqrt{y^{\lambda i}}} \left\{ \begin{array}{ccc} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda \\ j_2 & j_1 & j_3 \end{array} \right\} \left( \psi_{j_3 j_1}^{\lambda_1 i_1} \phi_{j_2 j_3}^{\lambda_2 i_2} + \phi_{j_3 j_1}^{\lambda_1 i_1} \psi_{j_2 j_3}^{\lambda_2 i_2} \right), \quad (45)
\end{aligned}$$

which is the matrix coupling states differing by one phonon in the case when only the particle-hole channel is switched on.

#### REFERENCES

1. **Bohr A., Mottelson B.R.** — Nuclear Structure, New York, Benjamin, v.2, 1975.
2. **Soloviev V.G.** — Theory of Complex Nuclei, Oxford, Pergamon Press, 1976.
3. **Soloviev V.G.** — Theory of Atomic Nuclei: Quasiparticles and Phonons, Bristol, IOP, 1992.
4. **Silvestre-Brac B., Piepenbring R.** — Phys. Rev., 1982, v.C 26, p.2640;  
**Piepenbring R., Protasov K.V., Silvestre-Brac B.** — Nucl. Phys., 1995, v.A 586, p.396, p.413;  
**Grinberg M., Piepenbring R., Protasov K.V., Silvestre-Brac B.** — Nucl. Phys., 1995, v.A 597, p.355.

5. Marumori T. — Prog. Theor. Phys., 1960, v.24, p.331.
6. Belyaev S.T., Zelevinsky V.G. — Nucl. Phys., 1962, v.A39, p.582.
7. Klein A., Marshalek E.R. — Rev. Mod. Phys., 1991, v.63, p.375.
8. Arima A., Iachello F. — Ann. Phys. (N.Y.), 1976, v.99, p.253;  
Arima A., Iachello F. — Phys. Rev., 1976, v.C 14, p.761.
9. Soloviev V.G., Stoyanov Ch., Nikolaeva R. — JINR Communication E-83-166, Dubna, 1983.
10. Paar V., Vorkapić D., Dieperink A.E.L. — Phys. Rev. Lett., 1992, v.69, p.2184;  
Soloviev V.G. — Nucl. Phys., 1993, v.A 554, p.77.
11. Grinberg M., Stoyanov Ch. — Contributions to the International Conference "Selected Topics in Nuclear Structure", JINR, D4-89-326, Dubna, 1989, p.16.
12. Grinberg M. — Bulg. J. Phys., 1991, v.18, p.263.
13. Adam J., Dobeš J., Kracík B. et al. — Z. Phys., 1992, v.A 343, p.381.
14. Thai Thac Dinh, Grinberg M., Stoyanov C. — J. Phys., 1992, v.G 18, p.329.
15. Grinberg M., Thai Thac Dinh, Protochristov Ch. — J. Phys., 1993, v.G 19, p.1179.
16. Grinberg M., Stoyanov Ch. — Nucl. Phys., 1994, v.A 573, p.231.
17. Vdovin A.I., Soloviev V.G. — Sov. J. Part. Nucl. (Elementarnie Tchastitsi i Atomnie Jadra), 1983, v.14, p.237.
18. Voronov V.V., Soloviev V.G. — Sov. J. Part. Nucl. (Elementarnie Tchastitsi i Atomnie Jadra), 1983, v.14, p.1380.
19. Gales S., Stoyanov C., Vdovin A.I. — Phys. Rep., 1988, v.166, p.125.
20. Varshalovich D.A., Moskalev A.N., Khersonskii V.K. — Quantum Theory of Angular Momentum, Singapore, World Scientific, 1988.
21. Bertsch G.F., Bortignon P.F., Broglia R.A. — Rev. Mod. Phys., 1983, v.55, p.287.
22. Vdovin A.I., Stoyanov Ch. — Izv. AN SSSR, Ser. fiz., 1973, v.37, p.1750.
23. Mitroshin V.E. — Izv. AN SSSR, Ser. fiz., 1974, v.38, p.811.
24. Chepurnov V.A. — Sov. J. Nucl. Phys., 1967, v.6, p.955.
25. Takeuchi K., Moldauer P.A. — Phys. Lett., 1969, v.B 28, p.384.
26. Cottle P.D., Aziz S.M., Kemper K.W. et al. — Phys. Rev., 1991, v.C 43, p.59.
27. Enghard W., Käubler L., Prade H. et al. — Nucl. Phys., 1986, v.A 449, p.417.
28. Sandor R.K. J., Block H.P., Garg U. et al. — Nucl. Phys., 1991, v.A 535, p.669.
29. Spear R.H. — Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1989, v.42, p.55.
30. Raman S., Malarkey C.H., Milner W.I. et al. — Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1989, v.42, p.1.
31. Meyer R.A., Scholten O., Brant S., Paar V. — Phys. Rev., 1990, v.C 41, p.2386.
32. Raman S., Auble R.I., Ball J.B. et al. — Phys. Rev., 1976, v.C 14, p.1381.
33. Copnell J., Robinson S., Heyde K. et al. — Phys. Lett., 1989, v.B 222, p.1.
34. Hamilton W.D., Irbäck A., Elliott J.P. — Phys. Rev. Lett., 1984, v.26, p.2469.
35. Van Isacker P., Heyde K., Jolie J. et al. — Ann. Phys., 1986, v.171, p.253.
36. Nojarov R., Faessler A.J. — J. Phys., 1987, v.G 13, p.337.
37. Elliot J.P. — Rep. Prog. Phys., 1985, v.48, p.171.

38. **Gupta J.B.** — Nucl. Phys., 1988, v.A 484, p.189.
39. **Lipas P.O.** — Rep. Prog. Phys., 1990, v.53, p.1355.
40. **Robinson S.J., Jolie J., Copnell J.** — Private communication and Proceedings of the 7th International Symposium on Capture Gamma-Ray Spectroscopy and Related Topics, Asilomar, California, 1990.
41. **Nikolaeva R., Stoyanov C., Vdovin A.I.** — Europhys. Lett., 1989, v.8, p.117.
42. **Scholten O., Heyde K., Van Isacker P. et al.** — Nucl. Phys., 1985, v.A 438, p.41.
43. **Richter A.** — Nucl. Phys., 1991, v.A 522, p.139c.
44. **Demidov A.M., Govor L.I., Kurkin V.A., Mihajlov I.V.** — Yad. Phys., 1997, v.60, p.581.
45. Arima A., Otsuka T., Iachello F., Talmi I. — Phys. Lett., 1977, v.B 66, p.205;  
Otsuka T., Arima A., Iachello F., Talmi I. — Phys. Lett., 1978, v.B 76, p.139.
46. Kraciková T.I., Finger M., Pavlov V.N. et al. — J. Phys., 1984, v.G 10, p.571.
47. Scholten O., Iachello F., Arima A. — Ann. Phys. (N.Y.), 1978, v.115, p.325.
48. Barfield A.F., von Brentano P., Dewald A. et al. — Z. Phys., 1989, v.A 332, p.29.
49. Pitz H.H., Heil R.D., Kneissl U. et al. — Nucl. Phys., 1990, v.A 509, p.587.
50. Gatenby R.A., Vanhoy J.R., Baum E.M. et al. — Phys. Rev., 1990, v.C 41, p.R414.
51. Gatenby R.A., Johnson E.L., Baum E.M. et al. — Nucl. Phys., 1993, v.A 560, p.633.
52. Kneissl M., Pitz H.H., Zilges H. — Prog. Part. Nucl. Phys., 1996, v.37, p.349.
53. Herzberg R.-D., Bauske I., von Brentano P. et al. — Nucl. Phys., 1995, v.A 592, p.211.
54. Wilhelm M., Radermacher E., Zilges A., von Brentano P. — Phys. Rev., 1996, v.C 54, p.449.
55. Eckert T., Beck O., Besserer et al. — Phys. Rev., 1997, v.C 56, p.1256.
56. Andrejtscheff W., Schilling K.D., Manfrass P. — Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1975, v.16, p.515.
57. Endt P.M. — Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1987, v.26, p.47.
58. Vogel P., Kocbach L. — Nucl. Phys., 1971, v.A 176, p.33.
59. Voronov V.V., Dao Tien Khoa — JINR Preprint, P4-83-174, Dubna, 1983;  
Voronov V.V., Dao Tien Khoa, Ponomarev V.Yu. — Izv. AN SSSR, Ser. fiz., 1984, v.48, p.1846.
60. Soloviev V.G., Sushkov A.V. — Phys. Lett., 1991, v.B 262, p.189.
61. Kusnezov D.F., Henry E.A., Meyer R.A. — Phys. Lett., 1989, v.B 228, p.11.
62. Losano L., Dias H., Krmpotic F., Wildenthal B.H. — Phys. Rev., 1988, v.C 38, p.2902.
63. Müller-Zanotti E., Hertenberger R., Kader H. et al. — Phys. Rev., 1993, v.C 47, p.2524.
64. Hamamoto I. — Nucl. Phys., 1973, v.A 205, p.225;  
Hamamoto I. — Nucl. Phys., 1993, v.A 557, p.515.
65. Georgii R., von Neumann-Cosel P., von Egidy T. et al. — Phys. Lett., 1995, v.B 351, p.82;  
Georgii R., von Egidy T., Klora J. et al. — Nucl. Phys., 1995, v.A 592, p.307.
66. Robinson S.J., Hamilton W.D., Snelling D.M. et al. — J. Phys., 1983, v.G 9, p.961.
67. Mardirosian G., Stewart N.M. — Z. Phys., 1984, v.A 315, p.213.
68. Jianming Y., Yunzuo L., Dailing H. — Z. Phys., 1988, v.A 331, p.803.
69. Rikovska J., Stone N.J., Walker P.M., Waltres W.B. — Nucl. Phys., 1989, v.A 505, p.145.

- 
70. **Lee C.S., Cizewski J.A., Barker D.** — Nucl. Phys., 1991, v.A 530, p.58.
  71. **Casten R.F., Zhiang J.-Y., Liao B.-C.** — Phys. Rev., 1991, v.C 44, p.523.
  72. **Goswamy J., Chand B., Mehta D., Singh N., Trehan P.N.** — Int. J. Appl. Radiat. Isot., 1993, v.44, p.541.
  73. **Bushnell D.L., Chaturvedi R.P., Smither R.K.** — Phys. Rev., 1969, v.179, p.1113.
  74. **Cizewski J.A.** — Phys. Lett., 1989, v.B 219, p.189.
  75. **Mughabghab S.F., Divadeenam M., Holden N.E.** — Neutron Cross Section, New York, Academic Press, v.1, 1981.
  76. **Govaert K., Govor E., Jacobs D. et al.** — Phys. Lett., 1994, v.B 335, p.113.
  77. **Pietralla N., von Brentano P., Casten R.F., Otsuka T., Zamfir N.V.** — Phys. Rev. Lett., 1994, v.73, p.2962.
  78. **Cizewski J.A., Bernstein L.A., Henry R.G. et al.** — Proc. 8th Int. Conf. on Capture Gamma-Ray Spectroscopy, ed. J. Kern, Singapore, World Scientific, 1994, p.328.
  79. **Belgya T., Gatenby R.A., Baum E.M. et al.** — Phys. Rev., 1995, v.C 52, p.R2314.  
**Zilges A., von Brentano P., Herzberg R.-D. et al.** — Nucl. Phys., 1996, v.A 599, p.147c.
  80. **Robinson S.J., Jolie J., Börner H.G. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1994, v.73, p.412.
  81. **Perrino R., Blasi N., De Leo R. et al.** — Nucl. Phys., 1993, v.A 561, p.343.
  82. **Vanhoy J.R., Anthony J.M., Haas B.M. et al.** — Phys. Rev., 1995, v.C 52, p.2387.
  83. **Leder C.M., Shirley V.S.** — Tables of Isotopes, 7th edition, New York, Wiley, 1978.
  84. **Ravinder K., Sharma K., Sooh S., Trehan P.N.** — J. Phys. Soc. Jpn, 1980, v.49, p.2122.
  85. **Peker L.K.** — Nucl. Data Sheets, 1984, v.41, p.195; 1990, v.60, p.953.

## ГАЗОНАПЛНЕННЫЕ ВЕРШИННЫЕ ДЕТЕКТОРЫ

*H.M. Никитюк*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Рассмотрены этапы развития и современное состояние методики газонаполненных трехкоординатных вершинных детекторов, методов считывания и регистрации топологии сложных событий, регистрируемых с помощью вершинных детекторов. Обсуждаются особенности таких трехкоординатных вершинных детекторов, как времяпроекционные камеры, «образные» (jet) камеры, векторные дрейфовые камеры и вершинные детекторы, создаваемые на базе «соломенных трубок». Приводятся таблицы, содержащие параметры наиболее известных газонаполненных вершинных детекторов, используемых в экспериментах с фиксированной мишенью и на коллайдерах.

Modern state and development of the technique gaseous three-coordinate (three-dimensional) detectors are considered. The methods of the readout and registration complicated events registered by gaseous vertex detectors are described. The peculiarity such three-coordinate vertex detectors as time projection chambers, pictorial (jet) chambers, vector chambers and chambers which based on straw tubes are discussed. The tables having characteristics most well-known gaseous three-coordinate detectors used in both fixed target and experiment and on colliders are given.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

После открытия  $J/\psi$ -частицы в ноябре 1974 г. начался новый этап в развитии физики элементарных частиц, электронных методов физики высоких энергий и ускорительной техники, потребовавший изучения свойств короткоживущих частиц с временем жизни меньше  $10^{-8}$  с. В соответствии с принятой классификацией по времени жизни [1] элементарные частицы и резонысы разделяются на три группы.

1. Долгоживущие частицы с временем жизни выше  $10^{-8}$  с. Порождающиеся в столкновениях при высоких энергиях, они имеют длину распада порядка 1 м и более ( $K^\pm, \pi^\pm, \mu^\pm \dots$ ). Детектирование и наблюдение таких частиц с помощью обычных трековых детекторов не представляет особых трудностей, а для их идентификации дополнительно используются черенковские счетчики.

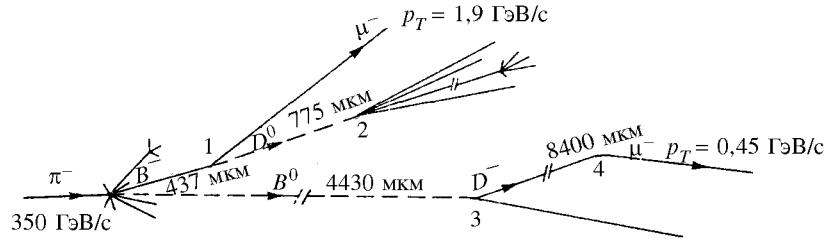


Рис.1. Топология типичного события, содержащего несколько вершин распада (для  $\pi^0$ -мезонов с энергией 350 ГэВ/с). Событие зарегистрировано с помощью фотоэмulsionии

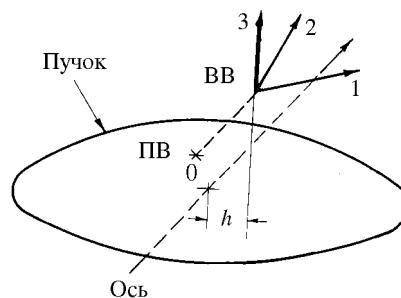
2. Нейтральные частицы ( $\gamma, K_L^0, n\dots$ ), наблюдаемые с помощью калориметров.

3. Частицы с временем жизни порядка  $10^{-10}$  с ( $K_s^0, \Sigma^\pm, \Lambda\dots$ ). Изучение свойств таких частиц не требует применения вершинных детекторов. Широкий спектр проблем в физике элементарных частиц, начиная с середины 70-х годов, возник в связи с изучением свойств короткоживущих частиц с временем жизни меньше  $10^{-11}$  с.

Особый интерес представляет, например, семейство таких элементарных частиц, как  $\tau$ -лектоны, адроны, очарованные и прелестные частицы ( $10^{-12}\text{--}10^{-13}$  с), длина распада которых составляет сотни микрометров. Эти частицы детектируются и идентифицируются с помощью физических установок, содержащих вершинные детекторы. Обычно наряду с первичной вершиной распада имеются две или более вторичных вершин, находящихся на расстоянии  $L$  одна от другой. Типичное значение  $L$  составляет сотни микрометров (рис.1) [1]. Казалось бы, путем непосредственного измерения этой величины и характеристик продуктов распада можно с высокой точностью найти время жизни  $\tau$ . Однако такой метод измерения в настоящее время практически не используется вследствие ряда причин: высокого уровня фона в экспериментах и выведенных пучках высоких энергий, проводимых на коллайдерах; невозможности непосредственного измерения координаты первичной вершины распада, которая находится внутри ионопровода, где сталкиваются встречные пучки; невозможности определения импульса частицы в случае распада нейтральных частиц. Поэтому для определения координат вершин распада применяется косвенный метод, основанный на измерении прицельного параметра каждого трека (рис.2).

Прицельный параметр представляет собой расстояние  $h$ , на которое трек из вторичной вершины распада при экстраполяции назад отклоняется

Рис.2. Определение прицельного параметра  $h$  в случае, когда неизвестна координата первичной вершины распада (ПВ); 1,2,3 — оси координат. ВВ — вторичная вершина распада



от первичной вершины. Существенным является то, что значение этого параметра не зависит от импульса частицы, и поэтому он используется как для определения координат вершин распада, так и для измерения времени жизни короткоживущих частиц [2]. Пожалуй, впервые возможность использования прицельного параметра для определения координат вершин распада частиц была показана в [3]. С учетом малой величины времени жизни  $\tau$  точность измерения прицельного параметра, особенно в области, близкой к мишени, должна составлять десятки и даже единицы микрометров. Для достижения столь высокой точности применяются различные типы детекторов: фотоэмulsionционные пластины, пузырьковые камеры, высокопрецизионные газонаполненные детекторы, микровершинные полупроводниковые детекторы, а также микровершинные детекторы на основе сцинтилляционных волоконно-оптических световодов (СВОС).

Высокая точность, присущая пузырьковым камерам, позволяет непосредственно наблюдать и измерять параметры и топологию событий с короткоживущими частицами. При диаметре пузырька 20 мкм разрешение двух треков составляет 20 мкм, а точность измерения координаты точки вдоль трека 5 мкм. Аналогичная точность получается и с помощью фотоэмulsionационной методики, однако при ее использовании оставляет желать лучшего скорость набора статистики, и, кроме того, она не позволяет использовать электронные методы отбора и реконструкции полезных событий с помощью многоуровневых триггерных систем регистрации и фильтрации физической информации. Поэтому как в современных, так и во вновь планируемых экспериментах в области физики высоких и сверхвысоких энергий применяются электронная и электронно-оптическая методики, где в качестве вершинных детекторов используются многоячеичные дрейфовые трехкоординатные детекторы, полупроводниковые детекторы различных модификаций и СВОС.

В табл.1 приведены сравнительные параметры перспективных вершинных детекторов.

**Таблица 1. Сравнительные параметры вершинных детекторов**

Параметр	Детектор					
	ВПК*	jet-** камеры	Мульти- дрейфовые трубки	Микро- полосковый детектор	ПЗС	СВОС
Пространственное разрешение, мкм	200	20—100	10—50	2—20	3—5	25
Разрешение двух треков, мкм	2500	35—500	—	50—60	40—50	52
Точность определения прицельного параметра, мкм	—	35—100	35—100	40	30	10

\*ВПК — времяпроекционные камеры.

\*\*jet — газонаполненные микровершинные детекторы.

Быстродействие времяпроекционных камер в основном определяется временем дрейфа, и вследствие большого дрейфового промежутка время дрейфа электронов составляет десятки микросекунд. Это приводит к тому, что информация, регистрируемая в ВПК, не может использоваться для выработки быстрого триггерного сигнала первого уровня. Камеры типа «джет» с временной растяжкой, мультидрейфовые и соломенные трубы имеют на порядок более высокое быстродействие по сравнению с ВПК, поэтому они не ограничивают возможности регистрирующей электронной аппаратуры. Остальным типам детекторов присущее высокое быстродействие, которое практически трудно реализовать из-за большого количества каналов регистрации. Поэтому чаще всего для чтения данных от микрополосковых детекторов используются мультиплексоры. Чтение информации от ПЗС-матриц и СВОС выполняется последовательным способом, поэтому оно требует времени порядка десятков миллисекунд.

Цель данного обзора состоит в том, чтобы в сжатой форме систематизировать многочисленные публикации, посвященные прецизионным газонаполненным вершинным детекторам, ассоциированными с ними электронными системами считывания и специализированными процессорами для детектирования вершин распада частиц и вычисления прицельного параметра. В разд.2 рассмотрены особенности методики экспериментов с фиксированной мишенью и экспериментов на сталкивающихся пучках. В разд.3 кратко рассмотрены вопросы развития и особенности трехмерных газонаполненных детекторов. В разд.4 описаны конструктивные особенности и характеристики наиболее известных времяпроекционных камер. Пятый раздел посвящен более быстрым и точным по сравнению с ВПК джет-камерам.

В разд.6 описаны векторные вершинные детекторы и камеры с временной растяжкой. Седьмой раздел посвящен таким перспективным газонаполненным вершинным детекторам, в которых используются мультидрейфовые и «соломенные» трубы.

## 2. ОСОБЕННОСТИ МЕТОДИКИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С ФИКСИРОВАННОЙ МИШЕНЬЮ И ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА СТАЛКИВАЮЩИХСЯ ПУЧКАХ

Существует два типа экспериментов по физике высоких энергий, выполняемых на ускорителях.

В первом случае используется взаимодействие ускоряемой пучковой частицы с покоящейся частицей мишени (эксперименты с фиксированной мишенью). В этих условиях энергия системы центра масс растет как корень квадратный из энергии пучка частиц. При этом большинство продуктов взаимодействия распространяется от мишени под небольшим углом к оси пучка.

Второй случай — использование коллайдеров, где ускоряемые частицы циркулируют в противоположных направлениях и сталкиваются внутри малой области пересечения пучков. Энергия в системе центра масс растет линейно с энергией пучков. Поэтому такие ускорители имеют большие перспективы развития. Достигнутая в настоящее время энергия пучка на протонном коллайдере в США составляет 1 ТэВ.

Особенности экспериментов с фиксированной мишенью в тераэлектронвольтной области энергий заключаются в следующем: все треки концентрируются в малом угле порядка 100 мрад; большая множественность регистрируемых треков в событиях; высокая скорость регистрации событий (несколько сот килогерц); большой импульс частиц. В связи с последними обстоятельствами в ряде случаев можно пренебречь эффектом многократного рассеяния, и поэтому вершинный детектор может состоять из нескольких расположенных перпендикулярно пучку гаммоскопических плоскостей с высоким пространственным разрешением, причем расстояние от первой плоскости до мишени известно: оно должно быть порядка величины  $\gamma c\tau$ , где  $\gamma$  — релятивистский фактор,  $c$  — скорость света,  $\tau \sim 10^{-13}$  — характерное время жизни очарованных частиц.

С точки зрения методики физического эксперимента опыты на коллайдерах отличаются от опытов с фиксированной мишенью в нескольких аспектах.

1) Поскольку столкновение частиц происходит в системе центра масс, то они могут разлетаться изотропно, и поэтому детектор должен покрывать всю или большую часть пространства взаимодействия.

2) Множественность частиц, рождаемых в результате столкновения, существенно повышается с ростом энергии и может составлять 100 и более. Наблюдается даже такой феномен, называемый струей (jet), когда вблизи мишени содержится множество треков частиц, расходящихся под небольшими углами друг к другу.

3) Поскольку точка взаимодействия находится внутри ионопровода, то ее координата может быть определена лишь путем экстраполяции зарегистрированных треков частиц. Типичная величина области взаимодействия в направлении пучка ( $z$ -координата) составляет 50 см, а в поперечном сечении — 1 мм.

4) Меньшая, чем в опытах с фиксированной мишенью, кривизна треков не позволяет пренебрегать многократным рассеянием частиц.

5) Возникает также проблема радиационной стойкости электроники, расположенной близко вокруг ионопровода.

Все эти и другие факторы сказываются на сложности физических установок в целом, их конфигурации и методах обработки трековой информации и идентификации частиц. Поэтому вершинный детектор, по существу, представляет собой композицию отдельных детекторов, имеющих различный принцип действия, разрешающую способность и размеры. На рис.3 в качестве примера приведено схематическое изображение установки ALEPH, предназначеннной для проведения экспериментов в ЦЕРН [4]. Установка содержит ряд отдельных и довольно сложных детекторов, выполняющих свои специфические функции. Через центр установки проходит ионопровод, где происходит встреча  $e^+e^-$ -пучков. Типичный диаметр ионопровода равен 2,5 см. Трековая система включает в себя три детектора: вершинный детектор, состоящий из двух слоев микрополосковых детекторов с двусторонним считыванием, дрейфовая камера с внешним радиусом 35 см, которая к тому же является частью триггерной системы, и времязадающая камера с внешним радиусом 125 см. Первоначально вместо полупроводникового вершинного детектора использовалась газонаполненная камера типа джет. Следует обратить внимание на два типа детекторов, которые будут описаны более детально в следующих разделах обзора. Первый из них расположен непосредственно у ионопровода, где плотность треков наиболее высока. Это так называемая джет-камера, которая выполняет функции микропроводникового прецизионного детектора. В последнее время в качестве микропроводниковых детекторов применяются также ПЗС-матрицы. С помощью ВПК (внешний диаметр 2 м) регистрируются треки, расположенные вдали от первичной вершины распада. Времязадающая камера помещена в магнитное поле, необходимое для измерения кривизны треков. Установка содержит также ряд детекторов, с помощью которых получается дополнительная информация. Так, с помощью калориметров измеряется

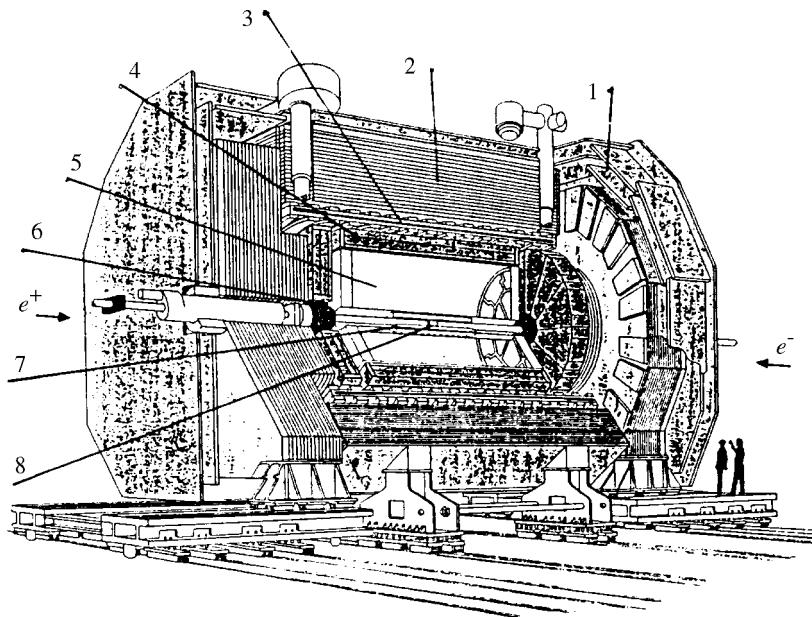


Рис.3. Схематическое изображение установки ALEPH: 1 — мюонные камеры, 2 — адронный калориметр, 3 — сверхпроводящий магнит, 4 — электромагнитный калориметр, 5 — времепроекционная камера, 6 — система индикации пучка, 7 — внутренняя трековая камера, 8 — прецизионный вершинный детектор

энергия частиц, а с помощью гаммоскопических калориметров — координаты и размеры кластеров.

Следует отметить, что прецизионные детекторы будут играть также важную функцию и в будущих экспериментах на Большом адронном коллайдере. Как отмечается в [5], детектирование вершин распада преследует две цели: отделение первичной вершины распада в событиях с большой множественностью и разделение первичной и вторичной вершин распада, содержащих короткоживущие частицы.

В зарубежной литературе вершинным детекторам уделяется много внимания. В работе [2] обсуждаются различные аспекты техники измерения времени жизни короткоживущих частиц; рассматривается физика процессов, приводящих к топологии событий, содержащих первичные и вторичные вершины распада; приводятся примеры применения вершинных детекторов различного класса. В работе [1] подробно рассматривается физика полупроводниковых детекторов и их применение в качестве вершинных де-

текторов, обсуждаются проблемы радиационной стойкости и принципиальные ограничения, накладываемые на точность регистрации треков частиц, а также приводятся примеры построения различных типов вершинных полупроводниковых детекторов, методы регистрации и считывания данных. В [6] рассматриваются различные требования, которые предъявляются к вершинным детекторам, предназначенным для экспериментов как с фиксированной мишенью, так и на коллайдерах.

### 3. ТРЕХКООРДИНАТНЫЕ ГАЗОВЫЕ ДЕТЕКТОРЫ

Среди координатных детекторов в 70-х годах наиболее популярными являлись многопроволочные пропорциональные камеры (МПК). Эти детекторы стали классическими, их подробное описание можно найти в работе [7]. Особенno плодотворной оказалась идея катодного считывания. Об этом методе стоит рассказать подробнее, поскольку он получил широкое применение в современных трехкоординатных газонаполненных детекторах. На катодной плоскости МПК наводится сигнал положительной полярности, причем катодная плоскость может состоять из проволок, полосовых линий (стрипов) или групп проволок (рис.4). Эти электроды используются для измерения наведенного заряда, центр которого совпадает с центром облака электронов, возникающего в результате ионизации заряженной частицей газа-

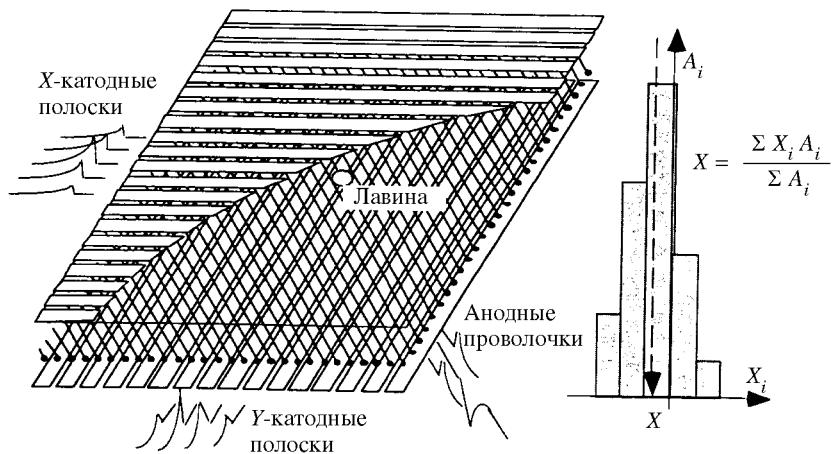


Рис.4. МПК с чтением сигналов положительной полярности от катодной плоскости. Справа на рисунке показан метод определения центра тяжести лавины

наполнителя камеры. Важно, что амплитуда и развитие во времени наведенных на стрипах импульсов зависит от позиции лавины электронов по отношению к катодным электродам. Это явление используется для измерения пространственного положения и, соответственно, второй координаты взаимодействия частицы с высокой точностью до 30 мкм, поскольку оцифровка аналоговых сигналов выполняется с помощью прецизионных АЦП (свыше десяти бит) [8].

Дальнейшее усовершенствование МПК стимулировалось необходимостью идентификации сложных событий в условиях большой множественности и высокой плотности треков. Так появилась дрейфовая камера, с помощью которой путем измерения времени дрейфа электронов между сигнальными проволочками появилась возможность измерять с высокой точностью одну из координат трека [9]. Таким образом, в трехмерном газонаполненном детекторе одна координата траектории частицы — это позиция сигнальной проволочки, другая — позиция центра лавины, наводимой на катодных стрипах, а третья координата вычисляется по времени дрейфа электронной лавины. Нередко одна из координат определяется методом деления заряда, наводимого на резистивной чувствительной проволочке или с помощью линии задержки. Важно, что дрейфовые камеры могут иметь различную конфигурацию. Наиболее широкое применение нашли цилиндрические дрейфовые камеры. Трудность, связанная с лево-правой неоднозначностью, которая возникает в дрейфовых камерах при идентификации треков частиц, устраняется путем введения дополнительной плоскости или другими конструктивными методами (см. ниже). Таким образом, дрейфовые камеры, и прежде всего дрейфовые камеры с большим дрейфовым промежутком, послужили прототипами трехкоординатных газонаполненных детекторов, к которым в настоящее время относятся времязадеяционные камеры (ВПК), струйные (jet), векторные дрейфовые камеры и мультидрейфовые и «соломенные» трубы (straw tube). Эти детекторы широко используются, в частности, в качестве вершинных детекторов.

#### 4. ВРЕМЯПРОЕКЦИОННЫЕ КАМЕРЫ

Одна из первых разработок описана в [10,11]. На первый взгляд, ВПК имеет простую конструкцию. По форме она чаще всего представляет собой цилиндр, наполненный смесью аргона и метана, в центре которого проходит ионопровод ускорителя. Центральная проводящая мембрана, находящаяся под потенциалом 150 кВ, разделяет цилиндр на две половины. У торцов камеры расположены МПК с катодным считыванием, которые разделены на шесть сегментов. В свою очередь, каждый сегмент содержит 192 пропорциональные проволоки, расположенные под углом к радиаль-

ному направлению камеры. Расстояние между проволоками равно 4 мм. Каждой проволоке соответствует катодный стрип, разделенный на 12 плоскостей (пэдов) размером  $0,8 \times 0,8$  мм. Цилиндр помещен в магнитное поле.

В результате ионизации заряженной частицей газовой смеси вдоль траектории частицы образуются группы электронов, которые под действием электрического поля дрейфуют со скоростью порядка 50 мкм/нс в направлении МПК, где они детектируются. Две координаты  $r$  и  $\phi$  определяются по позиции стрипов и проволочек, а третья координата  $z$  по времени дрейфа электронов вдоль оси пучка частиц. Таким образом, обеспечивается измерение трех координат на каждом треке. Дипольный магнит выполняет две функции: отклоняет заряженные частицы в плоскости МПК с целью изме-

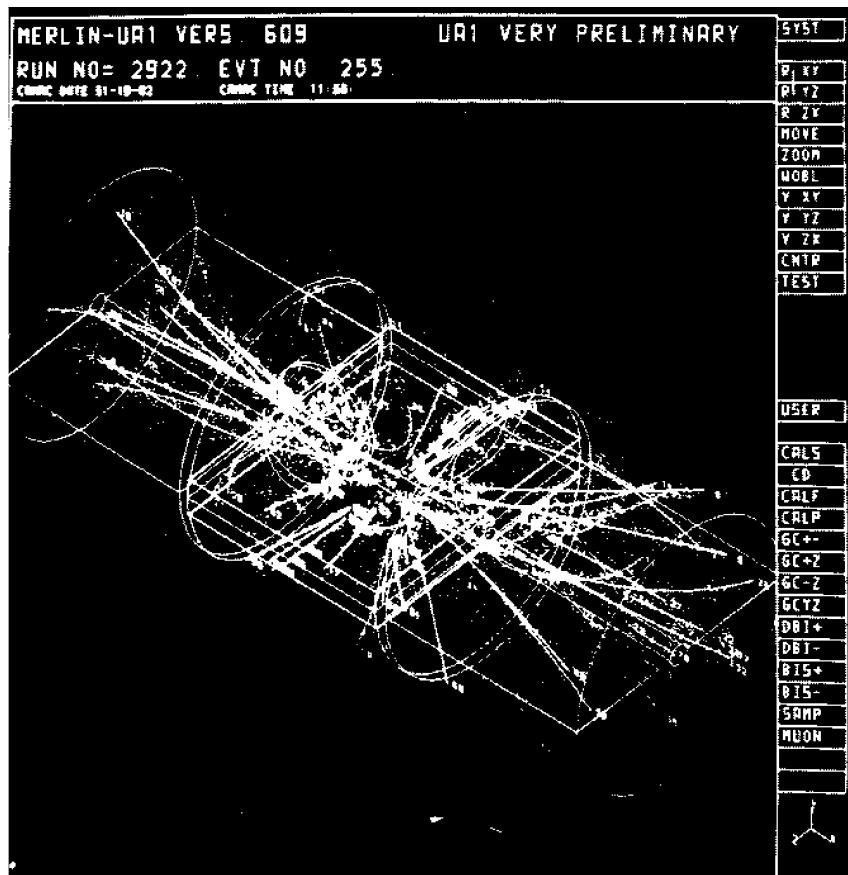


Рис.5. Сложное событие, зарегистрированное с помощью времязадеяционной камеры (вид на дисплее после обработки на ЭВМ)

Рис.6. Схематическое изображение ВПК прямоугольной формы

рения импульса частиц и уменьшает диффузию ионизационных электронов. Функции трекового детектора обеспечиваются тем, что эти электроны детектируются по мере подхода к электродам МПК.

Применение современной электронной аппаратуры позволяет регистрировать сотни треков с высокой разрешающей способностью (сотни мкм). На рис.5 в качестве примера приведено сложное событие, зарегистрированное с помощью ВПК РЕР-4 в Беркли [12]. Характеристики этой камеры приведены в табл.2. Число каналов регистрации в такой камере равно 16020, из них 2196 каналов служат для пропорциональных проволочек и 13824 предназначено для катодных стрипов. В [13] описана схема типичного канала регистрации, которая состоит из усилителя, аналоговой задержки, созданной на основе ПЗС-матрицы и схемы оцифровки. Для быстрых многостоповых временных измерений используются многоканальные кодировщики на основе модулей памяти [14].

Как будет показано ниже, применение находят также ВПК прямоугольной формы, как это показано на рис.6. Времяпроекционная камера состоит из наполненного газом большого дрейфового объема, где вследствие пролета заряженных частиц возникает ионизация. На одном или двух торцах располагаются МПК с катодным считыванием. С целью регистрации треков в пространстве, наряду с двумя спроектированными координатами, измеряемыми с помощью МПК (рис.7), определяется также время дрейфа электронов. Для обеспечения регистрации треков (больше одного) катодная плоскость состоит из множества пэдов (площадок) [15]. С помощью соответствующей электронной системы считывания эти сигналы длительностью 50 нс усиливаются, оцифровываются и передаются для дальнейшего анализа. Учитывая размеры

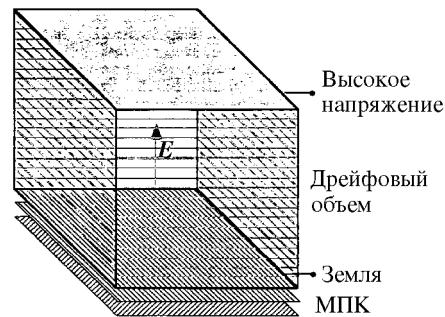
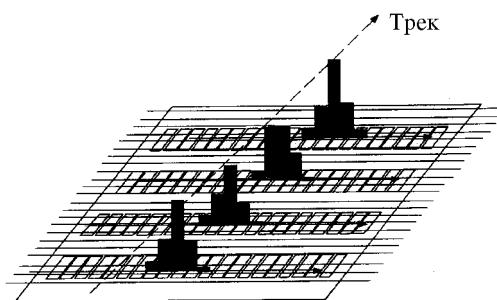


Рис.7. Профиль заряда, наведенного на пэдах времяпроекционной камеры



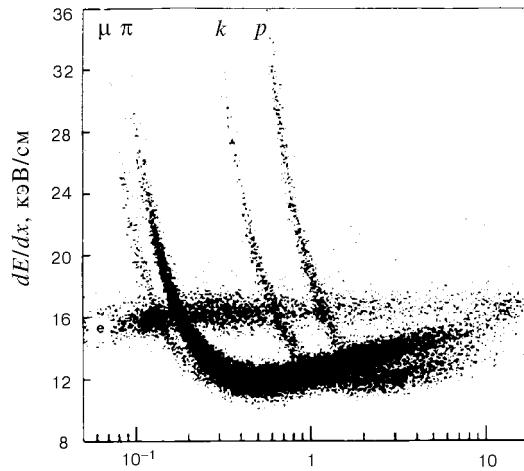


Рис.8. Зависимость потерь энергии от импульсов частиц

камер и время дрейфа электронов, равное 50 мкм/нс, максимальное время дрейфа может составлять сотни микросекунд. Практически это значит, что данные, регистрируемые от ВПК, не могут использоваться в триггерной системе первого уровня.

Ценным качеством ВПК является также возможность использования такой информации, как потери энергии частицами ( $dE/dx$ ) (рис.8) для их идентификации. Использование этой величины для идентификации частиц, особенно в релятивистской области, требует разрешения лучшего, чем 3%. Ключом к решению этой проблемы является возможность получения до сотни независимых измерений  $dE/dx$  для каждого трека. Эта информация получается путем измерения заряда, собираемого на чувствительных проволоках. Более того, используя быстродействующие АЦП с частотой оцифровки до 100 МГц [16], можно с высокой точностью измерять также и форму сигнала, что позволяет улучшить такой важный параметр, как разрешение двух треков. Ниже будут рассмотрены особенности ряда ВПК, используемых в крупных физических установках.

**ВПК TOPAZ.** ВПК (PEP-4) стала прототипом для разработки ряда других детекторов этого класса, проведенной с учетом новых достижений в методике физического эксперимента. В [17] описана ВПК TOPAZ, в которой катодные пэды, используемые для регистрации азимутальных координат  $\phi$ , имеют большие размеры, нежели в камере PEP-4, и, что важно, зигзагообразную форму, что позволяет при меньшем числе каналов регистрации

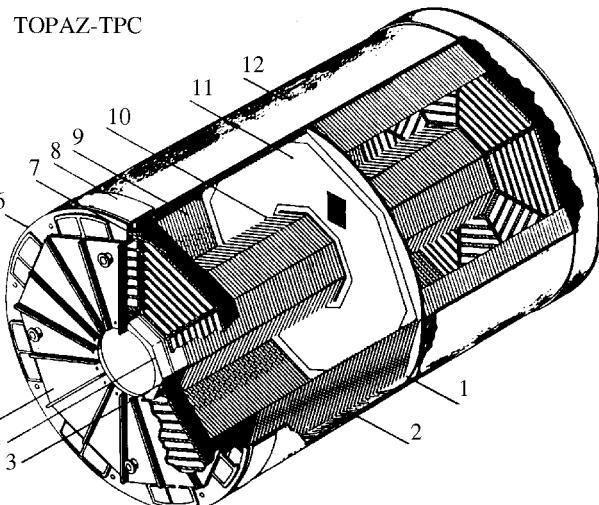


Рис.9. Общий вид времяпроекционной камеры ТОPAZ: 1 — антитрековая камера, 2 — камера, создающая направляющее поле, 3 — внутреннее кольцо, 4 — закрепляющее кольцо, 5 — торец, 6 — внешнее кольцо крепления, 7 — сектор, 8 — внешнее кольцо, 9 — внешняя полевая камера, 10 — внутренняя полевая камера, 11 — центральная мембрана, 12 — внешний цилиндр

получить более высокую точность в определении координат. Более подробно конструкция электродов данной камеры описана в [18].

Общий вид ВПК ТОPAZ изображен на рис.9. Камера предназначена для проведения  $e^+e^-$ -экспериментов на ускорителе TRISTAN и обеспечивает хорошее импульсное разрешение  $\Delta p/p = 1\%p$  (для  $p > 2$  ГэВ/с) и высокое значение  $dE/dx$  порядка 4%. Аналоговые сигналы после усиления и формирования считаются с частотой 10 МГц с помощью ПЗС-матриц и после временного хранения оцифровываются с помощью АЦП. Для обработки цифровых данных и передачи их в ЭВМ используется система FASTBUS. Кроме того, для ВПК и расположенной внутри камеры типа «джет» разработана оригинальная триггерная система и специализированный процессор для определения координат вершин распада частиц (см. ниже).

**ВПК HISS.** В Брукхэйвенской лаборатории (BNL) ВПК прямоугольной формы, состоящая из трех модулей, предназначена для использования на пучке тяжелых релятивистских ионов в условиях большой множественности частиц (порядка 100), что следует из рис.10, где показано восстановленное

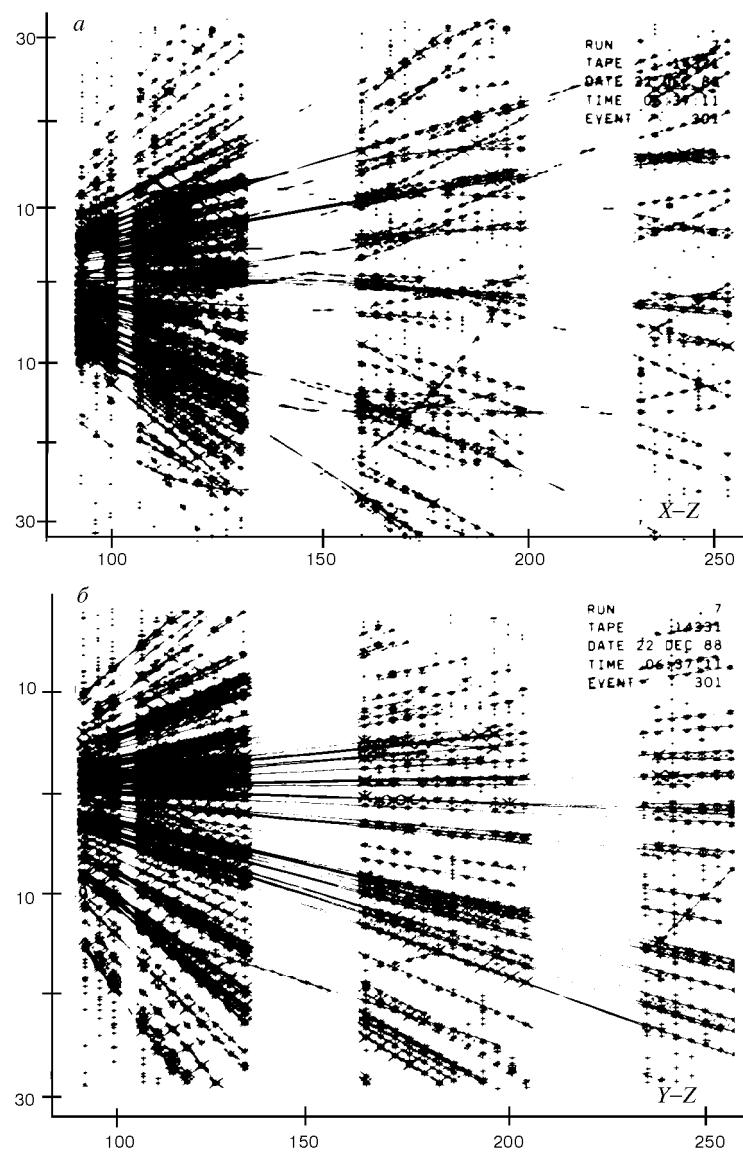
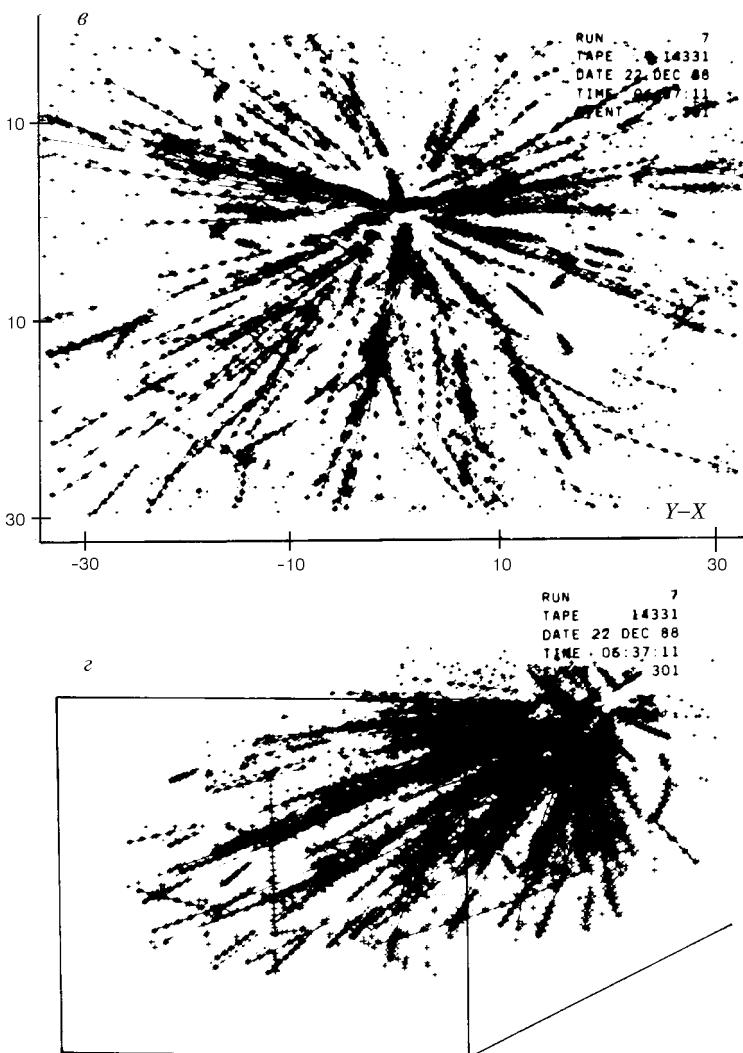


Рис.10. Событие, состоящее из 102 треков: *a*) проекция на плоскость xz, *b*) проекция на плоскость yz, *c*) изображение, повернутое на  $180^\circ$

Рис.10 $\varepsilon,\varrho$ 

событие, содержащее 102 трека. Хорошее двухтрековое разрешение получено благодаря большому числу независимых каналов чтения с использованием специализированных интегральных микросхем. В частности, была применена система из коротких (1 см) анодных проволок, расположенных параллельно пучку, и смесь газов с малым коэффициентом диффузии [19].

**Таблица 2. Параметры ВПК**

Харак- теристика	Установка					
	HISI [20]	PEP-4 [10,11]	ALEPH [26—29]	TOPAZ [17—18]	DELPHI [23—25]	CDF [32]
Диаметр, см: внешний (активный)	—	180	360	260	280 116	21
внутренний (активный)	—	31	70	—	120 32,5	7
Длина, см (активная)	—	200	220	300	2 × 150 2 × 134	35,3
Размер катодной плоскости, м	1,5 × 1	—	—	—	—	
Число элементов считывания (пэдов)	120 × 128	13824	44000	4096	2 · 10 <sup>4</sup>	
Размер пэда, мм	12 × 8	7,5 × 75	6,2 × 30	12 × 10		4,12 × 4
Пространственное разрешение, мкм	—	100 ± 3	150 ± 5	—	—	
Давление, атм	1	10	1	3	4	1
Дрейфовое расстояние, см	2 × 75	2 × 1	2 × 20	2 × 20	368	15,25
Частота выборки $dE/dx$ , МГц	100	10	11,4	1,4	14	10,6
Коэффициент газового усиления	3000	—	—	—		
Магнитное поле, кГс	13	13	1 Тл	1 Тл	12	1,5 Тл
Рабочее напряжение, кВ					— 50	
Электрическое поле, В/см	120	—	260	—	150	320
Число каналов регистрации	15360	16020	5 × 10 <sup>3</sup>	—	—	3072
Разрешение двух треков, см	2,5	—	—	—	1,5	
Скорость дрейфа, мкм/с	50	70	—	—	64	46
Время дрейфа, мкс	75	—	—	24	20	3,5
Число проволок МПК	—	2196	6336		2300	
Смесь газов	90%Ar + + 10%CH <sub>4</sub>	80%Ar + + 20%CH <sub>4</sub>	91%Ar + + 9%CH <sub>4</sub>	90%Ar + + 10%CH <sub>4</sub>	80%Ar + + 20%CH <sub>4</sub>	50%Ar + + 50%CH <sub>4</sub>

Примечание: (—) означает, что данных нет.

В свою очередь, использование коротких анодных проволок позволило улучшить такой параметр, как  $dE/dx$ , используемый для идентификации частиц в условиях большой множественности.

Более совершенная разработка ВПК прямоугольной формы HISS также предназначена для изучения множественных событий, порождаемых в столкновениях релятивистских ионов [20], но с гораздо большей множественностью (множественность  $t$  порядка 200). Параметры камеры приведены в табл.2.

Камера HISS, имеющая активную область  $150 \times 96 \times 75$  см, предназначена для работы при атмосферном давлении. Она помещена между диполями магнита. Область дрейфа электронов составляют, с одной стороны, МПК с катодным считыванием, а с другой — плоский электрод, находящийся под высоким напряжением. Между ними расположена прямоугольная сеточная камера высотой 15 см, обеспечивающая прочность детектора и однородность поля в катодной плоскости. Катодная плоскость содержит 15360 пэдов с размерами  $1,2 \times 0,8$  см, которые занимают площадь  $150 \times 95$  см. Анодные проволоки находятся под напряжением 1170 В и обеспечивают коэффициент газового усиления порядка 3000.

Особенность регистрирующей электронной системы ВПК HISS заключается в том, что не только усилители, но и такие схемы, как формирователи, аналоговая память и мультиплексоры, расположены непосредственно на катодной плоскости. Аналоговые сигналы запоминаются в многоканальной специализированной микросхеме, состоящей из матрицы переключаемых микроконденсаторов, выполненных по КМОП-технологии. Возможно также считывание данных с помощью ПЗС-матриц.

**ВПК, разработанная в ОИЯИ.** В [21,22] описан детектор на основе пропорциональных камер (ПК) с дрейфовым промежутком, который вместе с многоканальной электронной системой считывания и регистрации, по существу, представляет собой ВПК. Прибор состоит из двух модулей: входной ПК и ПК с дрейфовым промежутком. Входная ПК предназначена для определения координат  $Y$  и  $Z$  частицы на входе ее в детектор. С помощью второго модуля измеряются такие величины, как ионизация частицы вдоль ее трека, длина пробега частицы, если она остановилась внутри модуля, время дрейфа электронов, что позволяет определить траекторию частицы в плоскости  $XZ$ , перпендикулярной нитям, и деление заряда лавины на омическом сопротивлении некоторых сигнальных нитей, что дает  $Y$ -координату точек на треке. Описанный прибор является хорошим инструментом для идентификации и спектрометрии медленных частиц. С гелиевым наполнителем он может служить поляриметром протонов и дейtronов.

**ВПК DELPHI.** ВПК на установке DELPHI является основным трековым детектором и выполняет функции центрального детектора. Камера имеет следующие размеры: радиус  $R = 120$  см и длина  $L = 2 \times 150$  см, полезный объем  $14 \text{ м}^3$ . Торцевая цилиндрическая поверхность, где расположена МПК, разделена на 6 секторов, каждый из которых содержит по

192 чувствительные проволоки и по 16 пэдов. Предусилители расположены непосредственно на МПК. После двухкаскадного усиления сигналы поступают на входы 8-разрядных параллельных АЦП, которые обеспечивают оцифровку сигналов с частотой 14 МГц. На торце камеры расположены также шесть миниатюрных лазеров, которые обеспечивают имитацию треков в процессе диагностики детектора.

В результате тестирования ВПК, используемой на установке DELPHI [23,25], получены следующие параметры: скорость дрейфа 64 мкм/нс, разрешение  $\sigma(dE/dx) = 5,5 \pm 0,5\%$ , разрешение в плоскости  $r\phi$  равно 180—280 мкм и разрешение двух треков составляет 1,5 см. Информация, считываемая от ВПК, используется также для выработки триггерного сигнала и восстановления треков с помощью специализированного трекового процес-

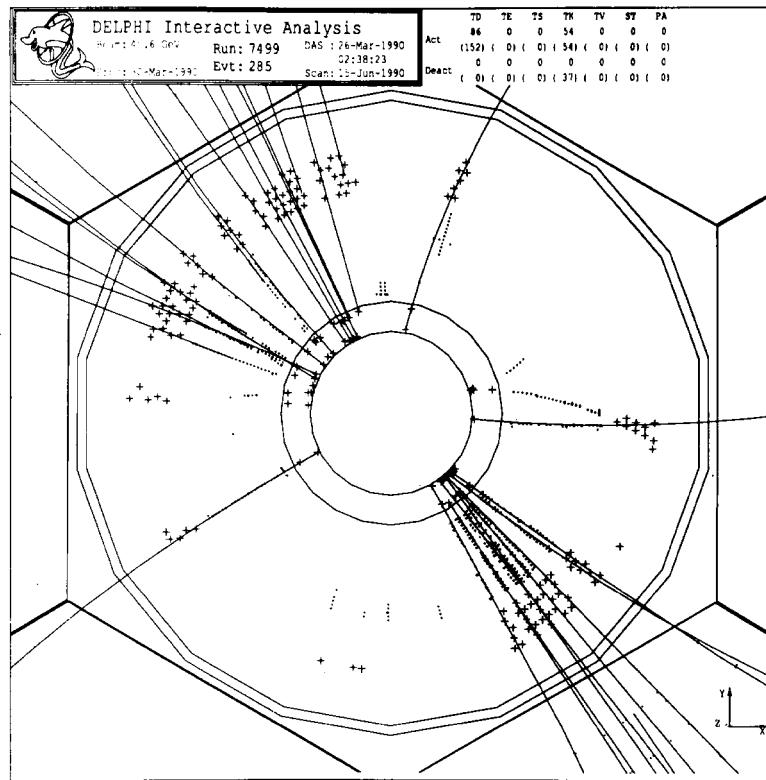


Рис.11. Дисплейная картина прохождения частиц сквозь микропершинный детектор, внутренний детектор и через ближайшую секцию ВПК DELPHI

сора, основанного на хорошо известном алгоритме непрерывной маски [24]. Центральный детектор выполняет следующие функции: 1) измерение координат треков частиц; 2) эффективное  $e/\pi$ -разделение; 3) в сочетании с полупроводниковым микровершинным, внутренним и внешним детектором измерение импульсов частиц.

На рис.11 показано событие, зарегистрированное с помощью трековой системы детектора DELPHI, состоящей из полупроводникового микровершинного детектора, внутренней джет-камеры и ВПК.

**ВПК ALEPH (ALEPH: «A detector for LEP Physics»).** ВПК коллегии ALEPH является наиболее крупной камерой, разработанной для экспериментов на LEP. В целом установка создана для решения широкого круга задач и, в частности, для детального изучения параметров стандартной модели слабых взаимодействий, таких как продукты и распады мод  $Z^0$ - и  $W^\pm$ -бозонов, для проверки КХД при больших  $Q^2$ , для поиска топ-кварка и т.д. [24—26]. Непосредственно ВПК, как трековый детектор, используется для измерения импульсов и углов вылета заряженных частиц с высоким разрешением и определения плотности ионизации  $dE/dx$ , с помощью которой отделяются треки пионов и электронов. Координата  $Z$  получается путем измерения времени дрейфа при известной скорости дрейфа, равной 5,2 см/мкс,  $r\phi$ -координата находится путем интерполяции сигналов, считываемых с пэдов, и для нахождения  $r$ -координаты используется положение пэда в радиальном направлении. С помощью ВПК и быстрых АЦП измеряется 21 точка для каждого трека. Траектории заряженной частицы внутри объема камеры представляют собой винтовые линии, а в проекции на торцах получаются дуги или окружности. В [26] приведены результаты измерения величины пространственного разрешения ВПК ALEPH, которая равна  $(150 \pm 5)$  мкм. В табл.3 приведены некоторые важные характеристики ВПК (см. также табл.2).

**Таблица 3. Некоторые характеристики ВПК ALEPH**

Разрешение в плоскости $r\phi$	160 мкм при угле пересечения пэда $0^\circ$ 400 мкм при угле пересечения пэда $10^\circ$		
Разрешение $z$ -координаты при полярном угле	$90^\circ$	$45^\circ$	$20^\circ$
для пэдов, мм	0,7	1,7	2,3
для проволок, мм	3	2	2
Разрешение по импульсу $\Delta p / p^2$	$1,5 \cdot 10^{-3}$ (ГэВ/с) $^{-1}$		
Разрешение $dE / dx$	4,5% для 280 проволок		

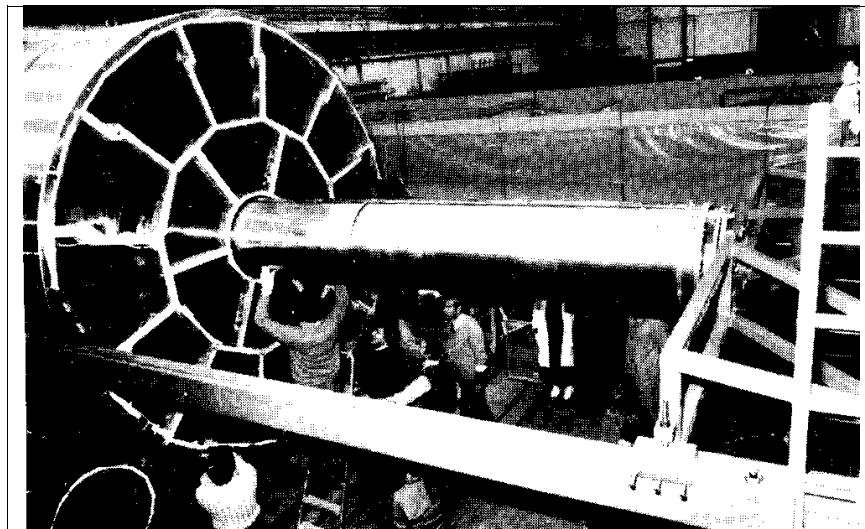


Рис.12. Общий вид ВПК ALEPH на канале пучка частиц

ВПК ALEPH входит в состав большого центрального детектора, в который входят внутренняя трековая камера и ВПК. По форме времяпроекционная камера представляет собой цилиндр (рис.12) с аксиально-параллельным магнитным и электрическим полем. В середине камеры имеется центральная мембрана, которая разделяет камеру на две половины. Электроны, рожденные пролетающей заряженной частицей, дрейфуют в направлении одного из торцов камеры, где расположены чувствительные электроды МПК. МПК, расположенные у торцов камеры, разделены на 18 секторов. На рис.13,*a* в качестве примера приведена геометрия торцевого детектора (МПК с катодным считыванием). На рис.13,*b* более детально показаны схемы секторов M, W и K. Катодные пэды находятся на расстоянии 4 мм от чувствительных проволок. Причем каждый из секторов содержит различное число пэдов, общее число которых равно 41004 (количество анодных проволок равно 6000). С учетом времени дрейфа порядка 45 мкс информация, считываемая от ВПК, используется на втором уровне отбора событий. С помощью параллельных АЦП аналоговые сигналы оцифровываются и запоминаются в буферной памяти. На одно событие приходится 25 мбайт данных [28]. Важно, что информация о треках, полученная с помощью данной камеры, была обработана с помощью нейронной сети [29]. Получены качественные изображения треков частиц в режиме «офф-лайн», одно из которых приведено на рис.14.

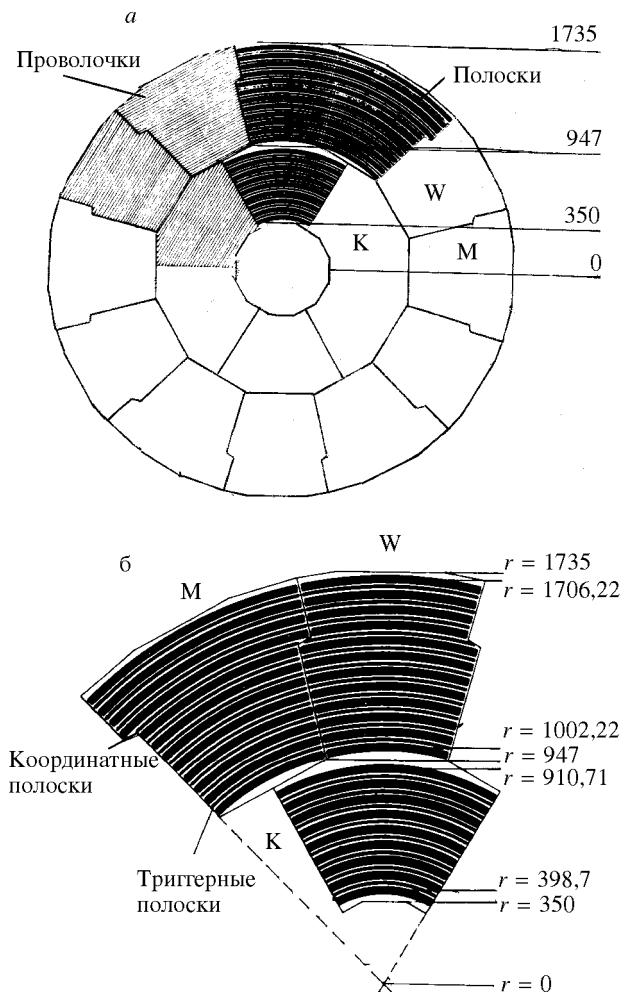


Рис.13. а) Геометрия катодной плоскости ВПК ALEPH.  
б) Более детальное изображение секторов К, Н, и В

**Использование ВПК в эксперименте WA71.** Нередко ВПК помещаются в той части установки, где треки частиц имеют меньшую плотность и большой угол разлета треков. Поэтому такие детекторы используются в сочетании с детекторами меньших размеров и с более высокой разрешающей способностью. В эксперименте, описанном в [30,31], две ВПК прямоугольной формы работают совместно с микрополосковым кремниевым телеско-

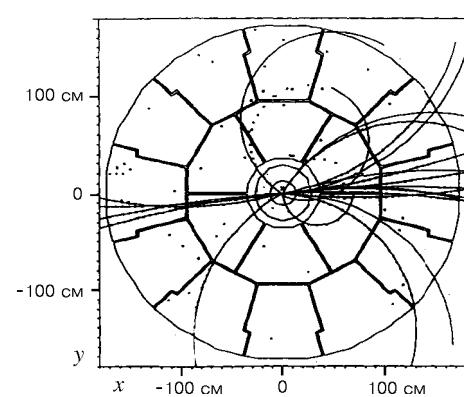


Рис.14. Событие, зарегистрированное в режиме «он-лайн» с помощью ВПК ALEPH

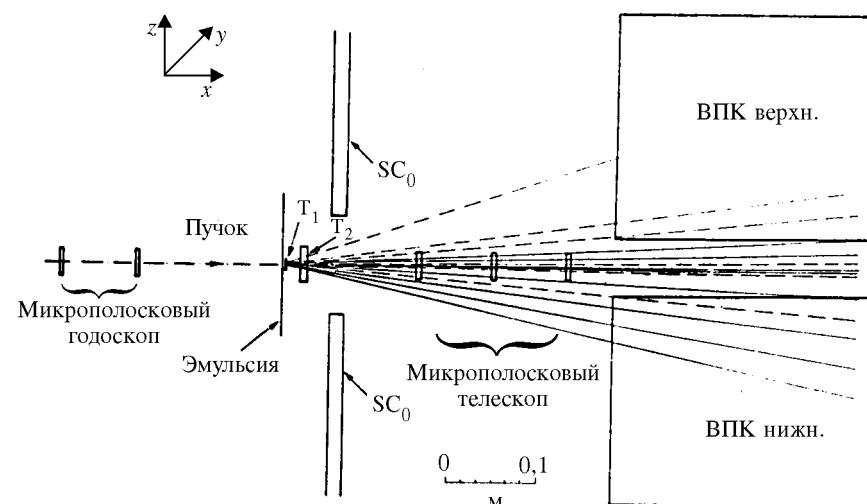


Рис.15. Схематическое изображение спектрометра WA71

пом. Камеры работают в магнитном поле спектрометра «Omega» и являются частью вершинного детектора, схема которого приведена на рис.15. Он предназначен для поиска прелестных частиц, порождаемых в эмульсии, облучаемой пучком  $\pi^-$ -мезонов при энергии 350 ГэВ/с. С помощью микрополоскового телескопа регистрируются координаты частиц с высокой точностью в небольших углах  $\theta \leq 90$  мрад. При этом разрешение двух треков равно 150 мкм.

Таблица 4. Параметры ВПК WA71

Диаметр анодной проволоки, мкм	20
Диаметр катодной проволоки, мкм	100
Диаметр полевой проволоки, мкм	100
Расстояние между анодными проволоками, мм	12
Пропорциональный промежуток, мм	6
Дрейфовый промежуток, мм	160
Размер пэда, мм	6 × 8
Количество анодных проволок	16
Количество полосковых пэдов	3
Количество пэдов на полоске	32
Газовая смесь	70% аргон + 29% изобутан + 1% спирт

Назначение ВПК состоит в том, чтобы регистрировать треки частиц в области  $65 \leq \theta < 600$  мрад. Важным качеством ВПК является также малая толщина вещества (в единицах радиационной длины), вносимая конструкцией камеры. Основные параметры ВПК приведены в табл.4.

Для измерения импульсов частиц и величины  $dE/dx$  используются 7-разрядные параллельные АЦП. Точность определения вершины распада по оси  $z$  равна 800 мкм и по оси  $x$  — 1 мм (направление пучка).

**ВПК для эксперимента CDF.** Следует также отметить ВПК, используемую в эксперименте CDF [32], которая является одним из основных трековых детекторов для экспериментов на коллайдере в Лаборатории им.Ферми (CDF — Collider Detector at Fermilab). Конструктивно времяпроекционная камера состоит из восьми сдвоенных ВПК (модулей), окружающих ионо-провод (рис.16) и сдвинутых друг относительно друга на  $11,3^\circ$ . Каждый из модулей имеет центральную сетку, находящуюся под высоким потенциалом и разделяющую камеру на два дрейфовых промежутка длиной 15,25 см каждый. При скорости дрейфа 46 мкм/нс максимальное время дрейфа составляет 3,5 мкс и хорошо согласуется с временем встречи пучков 3,5 мкс. Электроны дрейфуют от центра сетки, проходят через катодные электроды и попадают на проволоки МПК. Торцевые чувствительные плоскости разделены на октанты, каждый из которых состоит из проволочек и пэдов. В табл.2 приведены основные параметры ВПК.

Основные функции, выполняемые вершинной времяпроекционной камерой, заключаются в следующем.

- 1) Нахождение координаты  $z$ -вершины распада.
- 2) Восстановление топологий всех событий в пределах полярного угла  $3,5^\circ \leq \gamma \leq 176,5^\circ$ .

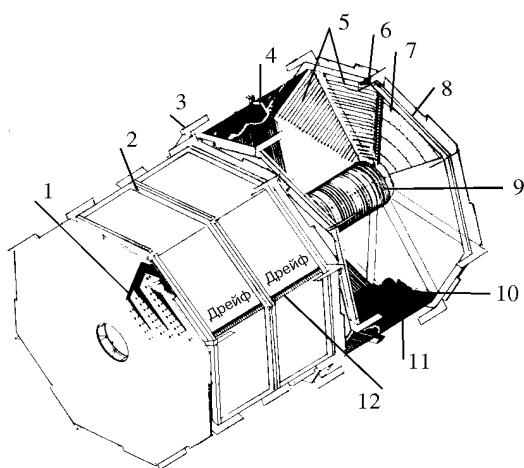


Рис.16. Общий вид ВПК CDF:  
 1 — микрополоски для чтения сигналов; 2 — углеродная волоконная прокладка; 3 — радиальная крышка; 4 — центральная высоковольтная сетка; 5 — чувствительные проволочки; 6 — контакты для чтения сигналов; 7 — катодные микрополоски; 8 — углеродные волокна; 9 — внутренняя полевая клетка; 10 — катодные микрополоски; 11 — внешняя полевая клетка; 12 — резистивный делитель

- 3) Восстановление треков в событиях с большой множественностью.
- 4) Детектирование заряженных частиц вблизи вершины взаимодействия, где содержится малое количество вещества.
- 5) Регистрация треков в диапазоне углов  $10^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$ . В этой угловой области данные, получаемые от ВПК и центрального детектора, используются как для регистрации треков, так и для измерения импульсов.
- 6) Информация, получаемая от проволок МПК, используется в плоскости  $rz$  для переднего калориметра и т.д.

##### 5. ПРИМЕНЕНИЕ КАМЕР ТИПА «ДЖЕТ»

ВПК имеют два существенных недостатка: относительно малое быстродействие, определяемое временем дрейфа, и трудности идентификации событий в области, где имеет место большая плотность треков. Этих недостатков лишены более сложные детекторы — джет-камеры (микровершинные детекторы), которые обычно располагаются непосредственно около ионопровода. Нередко они еще называются внутренними дрейфовыми камерами, поскольку располагаются внутри ВПК. Обзор [33] посвящен истории развития джет-камер и более совершенных трехмерных газовых детекторов — векторных детекторов. Их прототипом является детектор MARK I, состоящий из четырех цилиндрических искровых камер. С помощью такого детектора был зарегистрирован распад  $\psi' \rightarrow \psi^+ \pi^-$  (рис.17,*a*). Дальнейший рост энергий частиц, их импульсов и множественности изучаемых событий стимулировал совершенствование трехкоординатных газовых детекторов.

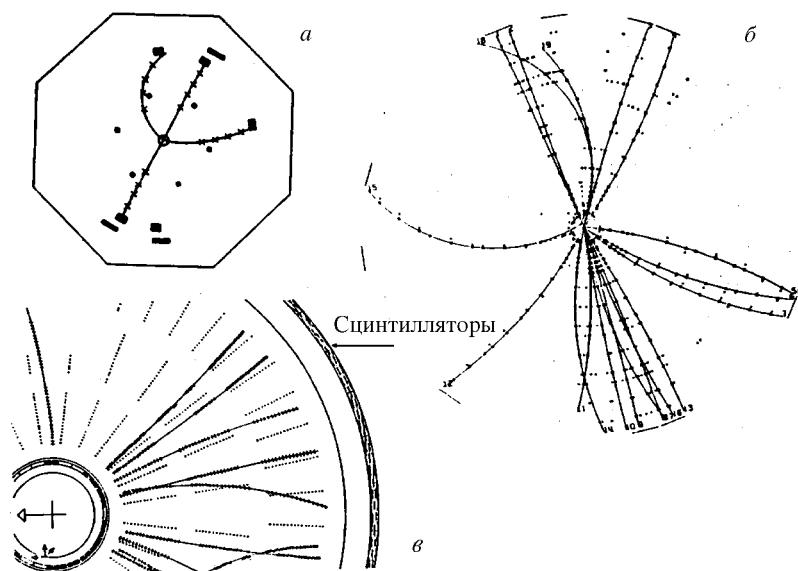


Рис.17. а) Распад  $\psi' \rightarrow \psi\pi^+\pi^-$ , зарегистрированный с помощью четырех концентрических искровых камер (детектор MARK I). б) Событие  $e^+e^- \rightarrow \text{адроны}$ , зарегистрированное с помощью детектора TASSO, содержащего 2430 дрейфовых ячеек. в) Типичное событие, зарегистрированное с помощью детектора джет-камеры JADE

Наметились две тенденции, которые были реализованы в последующих разработках. В установке MARK II детектор состоит из четырех концентрических слоев, каждый из которых заполнен множеством независимых дрейфовых ячеек. Появилась возможность с высокой точностью измерять три координаты в пространстве:  $z$ ,  $r$  и  $\phi$  (рис.17,б). Эта методика получила широкое применение и в других спектрометрах. Например, детектор в установке TASSO [34] содержит 15 слоев (2430 ячеек) с дрейфовым промежутком 16 мм. Более совершенный тип детектора JADE, получивший название «образной» (pictorial) камеры [35], имеет длину 2,4 м, внешний диаметр 1,6 м и внутренний диаметр 0,4 м. Если рассматривать вдоль окружности, то объем камеры разделен на 24 независимых модуля. В свою очередь, каждый модуль, если рассматривать в радиальном направлении, состоит из четырех дрейфовых ячеек, по 16 анодных проволочек в каждой ячейке. Неопределенность типа «слева-справа» разрешается путем сдвига на несколько сот микрон чувствительных проволочек друг относительно друга. Высокая плотность чувствительных точек в объеме камеры обеспечивает реконструкцию событий с еще большей множественностью (рис.17,в).

Следует отметить, что концепция «образных» камер получила весьма широкое распространение и стимулировала разработку эффективной регистрирующей электронной аппаратуры и методику специализированных процессоров. Быстродействие этого класса трехкоординатных газовых детекторов на порядок более высокое по сравнению с ВПК. Сказанное будет проиллюстрировано на конкретных примерах. Ниже дается также краткое описание конструкций наиболее известных микровершинных джет-детекторов.

**Микровершинная камера TOPAZ [34].** Установка имеет  $4\pi$ -геометрию и разработана для детектирования заряженных и нейтральных частиц на ускорителе TRISTAN (Япония). Она состоит из ВПК, времяпролетных счетчиков и внутренней джет-камеры.

Микровершинная камера, используемая в установке TOPAZ, выполняет следующие функции: выработка быстрых триггерных сигналов и прецизионное измерение позиций треков в  $r\phi$ - и  $rz$ -плоскостях. Для достижения этих целей применены специальные конструктивные разработки. В частности, камера содержит 10 слоев, заполненных дрейфовыми ячейками. В азимутальном направлении 4 внутренних слоя, так же, как и 6 остальных внешних слоев, содержат по 128 дрейфовых ячеек. Для точного измерения  $z$ -координаты введены 8 зигзагообразных линий задержки цилиндрической формы. Для эффективного отбора треков с помощью специализированных процессоров поиск ведется независимо в плоскостях  $r\phi$  и  $rz$ . На рис.18 приведена блок-схема электронной системы. Предусилители, выполненные по гибридной технологии с коэффициентом усиления 200 для анодных линий и 700 для линий задержек располагаются непосредственно на детекторе. С помощью скрученных пар проводов длиной 25 м сигналы передаются на

входы дискриминаторов, выходы которых выполняют также функции разветвителей логических сигналов с уровнями ТТЛ и ECL. Сигналы, получаемые от джет-камеры, прежде всего используются для выработки импульса предварительного запуска спектрометра. С учетом того, что время встречи пучков на ускорителе, где находится данная установка, равно 2,5 мкс, решающее устройство должно

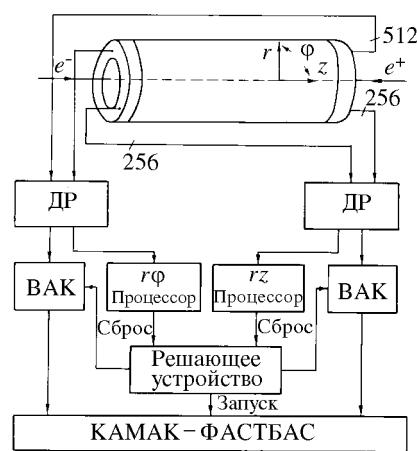


Рис.18. Блок-схема электронной системы джет-камеры TOPAZ: ДР — дискриминаторы-размножители, ВАК — времяампли-тудные конверторы

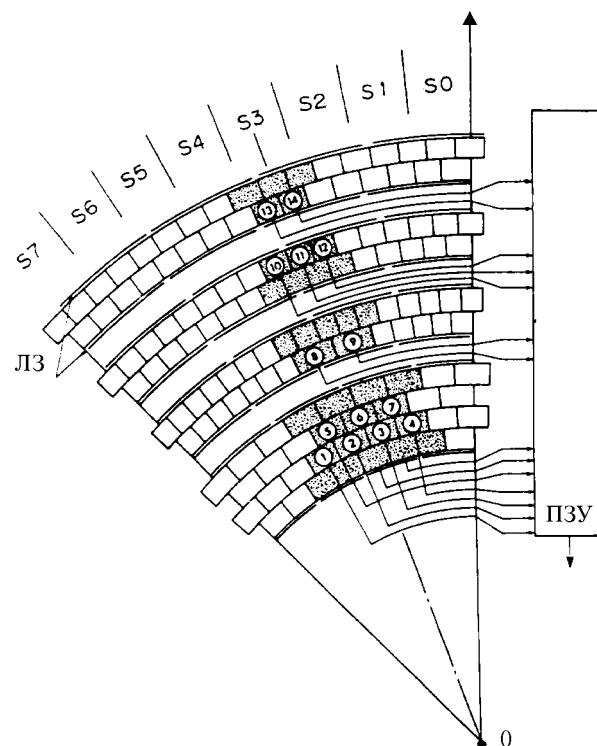


Рис.19. Структура ячеек, используемых для поиска треков в плоскости  $r\phi$ :  $S_i$  — секторы детектора, ЛЗ — линии задержки, ПЗУ — программируемое запоминающее устройство

иметь мертвое время не более 2 мкс. Для достижения такого быстродействия используются как особенности геометрии и конструкции камеры, так и табличные методы решения.

На рис.19 приведена структура анодных ячеек, предназначенная для поиска треков в плоскости  $r\phi$ . Сигналы совпадения от двух соседних слоев используются для получения импульсов  $T_1 \div T_{15}$ . Ячейки, находящиеся в соответствующих слоях, группируются по азимуту, образуя 64 сектора. Показанный на рис.19 один из секторов состоит из 4-3-2-3-2 ячеек. В программируемой памяти предварительно записываются образы наиболее вероятных треков, и по мере совпадения с зарегистрированными треками через 150 нс вырабатывается сигнал совпадения. Образцы траекторий, записанные в памяти, в случае необходимости могут меняться.

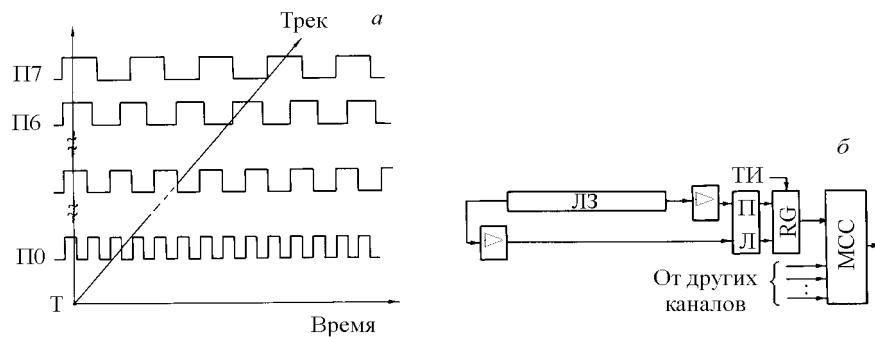


Рис.20. Пояснение метода поиска треков в плоскости  $rz$ : а) тактовые импульсы, используемые для сдвига данных от линий задержек в сдвиговые регистры; по оси  $Y$  — частоты сдвига; б) устройство для поиска треков: П — правый, Л — левый, ТИ — тактовые импульсы, RG — регистр сдвига, MCC — мажоритарная схема совпадений

Метод поиска треков в плоскости  $rz$  поясняется с помощью рис.20,а,б. Линии задержки находятся в 8 радиальных слоях, и по азимуту они разделены на 32 сегмента, каждый из которых имеет свой трековый процессор. Основу логической схемы процессора составляют модули ВАК, мажоритарные схемы совпадений MCC и сдвиговые регистры.

Рассмотрим кратко работу процессора. Первый по времени сигнал, поступающий от одного из концов линии задержки, запускает генератор пачек импульсов ГПЧИ. Путем измерения времени прихода сигнала можно узнать, по какую сторону — правую или левую от точки взаимодействия пучков — находится трек. Сигналы от другого конца линии задержки записываются в сдвиговый регистр, причем частота сдвига переменная (она зависит от положения линии задержки). После записи всех сигналов с помощью MCC анализируется количество единиц, зарегистрированных в радиальном направлении и, если эта величина равна предварительно установленному значению, вырабатывается сигнал. Время поиска трека в плоскости  $rz$  складывается из следующих величин: максимальное время дрейфа электронов (250 нс), время распространения сигнала в половине длины линии задержки (260 нс), задержка в кабелях (130 нс), задержка в дискриминаторах (50 нс), время решения трекового процессора (750 нс) и задержка в MCC (60 нс).

Совпадение сигналов, вырабатываемых в обоих трековых процессорах, необходимо для занесения информации, поступающей от модулей ВАК на решающую систему второго уровня, где происходит поиск вершин взаимодействия. При этом используется также информация, поступающая от ВПК и системы времяпролетных счетчиков, следующим образом [37].

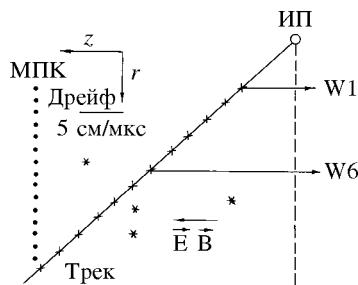


Рис.21. Сигналы, поступающие от проволочек МПК времязадающей камеры. ИП — ионопровод;  $W_1 \div W_6$  каналы регистрации

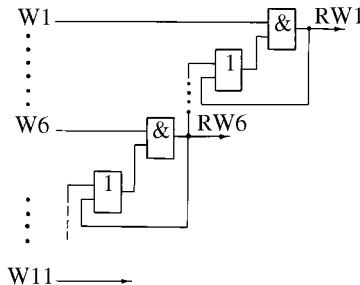
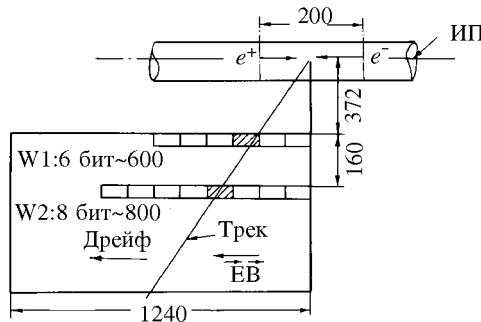


Рис.22. Логическая цепочка, используемая для «протяжки» трека

Рис.23. Схема определения координаты первичного взаимодействия. ИП — ионопровод



Пропорциональная камера, расположенная на торце ВПК, разделена на 8 секторов по 176 чувствительных проволочек в каждом секторе. Причем каждый сектор имеет собственный трековый процессор. Те 88 проволочек из 176, которые находятся ближе к пучку, используются для реконструкции треков. С целью увеличения помехоустойчивости с помощью элементов «ИЛИ» они объединены в 11 групп, на выходах которых в случае прохождения трека формируются сигналы  $W_1 \div W_{11}$  (рис.21), которые поступают на логическую цепочку (рис.22). Поскольку сигналы поступают в разные моменты времени, то для получения совпадения они соответствующим образом задерживаются. Нетрудно заметить, что сигнал на выходе RW1 появится в том случае, если одновременно появятся сигналы на входах RW1 и RW2. Другими словами, схема, изображенная на рис.22, восстанавливает трек частицы. Для этого достаточно отметить две временные точки RW1 и RW6. При этом предполагается, что треки имеют малую кривизну.

После нахождения треков в другом процессоре находятся координаты вершины распада (рис.23). Основу вершинного процессора составляют сдвиговые регистры, в которых запоминаются временные отметки, соответствующие найденному треку, и полученные таким способом данные с учетом поправочных коэффициентов сравниваются с масками, образы которых хранятся в модуле памяти емкостью 256 Кбайт. Точность регистрации координаты вершины распада составляет 10 см, а время расчета 30 мкс.

**Джет-камера в установке OPAL [36—39].** Совместно с трековым процессором микропершинная камера применяется, например, для нахождения первичной вершины распада в спектрометре OPAL и для идентификации частиц. Для выработки триггера используется информация о таких физических процессах, как 1)  $e^+e^-$ , 2)  $q\bar{q}$ , 3)  $\gamma\gamma$ , 4)  $\tau^+\tau^-$ , 5)  $\mu^+\mu^-$ , 6)  $e^+e^-q^+q^-$  и 7) различные экзотические события. События 1—3 детектируются с помощью калориметра и поэтому непосредственно используются для выработки триггера. Что касается событий 4—7, то они выделяют мало энергии, и для их детектирования и реконструкции требуется специализированный процессор с временем решения не более 22 мкс (период встречи бандей).

Вершинный детектор состоит из малой высокопрецизионной дрейфовой камеры, непосредственно примыкающей к ионопроводу и второй джет-камеры, которая, в свою очередь, окружает малую камеру (рис.24). Малая камера имеет диаметр 47 см, длину 100 см и находится в магнитном поле 0,4 Тл. Каждая камера в направлении  $r\phi$  имеет по 36 ячеек, структура которых приведена на рис.25.

Как видно из рисунка, дрейфовая ячейка внутренней камеры покрывает  $10^\circ$  в направлении  $\phi$ -координаты и содержит по 12 чувствительных анодных проволок с радиусами  $103 \div 162$  мм. Внешние кольца стереоячеек, расположенных под углом  $5^\circ$  к оси  $z$ , имеют по шесть таких проволок с радиусами  $188 \div 213$  мм. В целом имеется 648 чувствительных проволок. Микропершинная камера работает под давлением 4 бар с газовой смесью из аргона, метана и изобутана в отношении 89 : 8 : 3, имеет скорость дрейфа 45, газовое усиление  $10^5$  и максималь-

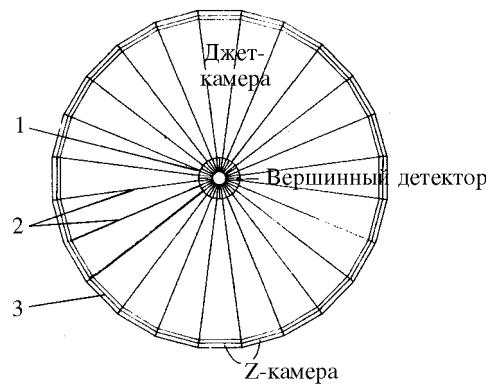


Рис.24. Схематическое изображение джет-камер OPAL в плоскости  $r\phi$ : 1 — малая джет-камера (микропершинный детектор); 2 — вторая джет-камера; внешние дрейфовые камеры

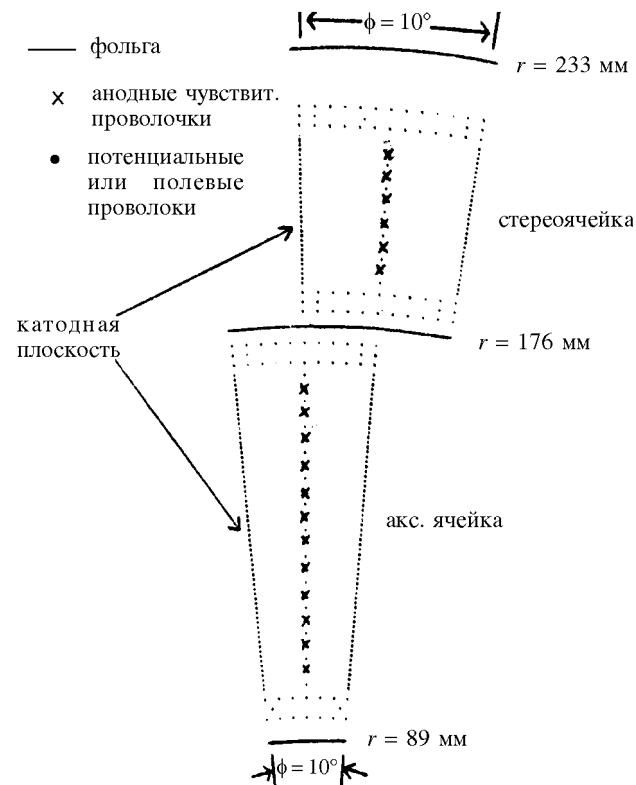


Рис.25. Геометрия одной аксиальной и одной стереоячейки джет-камеры OPAL

ный дрейфовый промежуток 20 мм. Она обеспечивает точность регистрации координат частиц в плоскости  $r\phi$ , определяемых с помощью времязампли- тудных преобразователей, порядка 50 мкм и по оси  $z$  3 см. Эта координата определяется путем вычисления разницы во времени прихода сигналов на концы проволоки.

Большая джет-камера имеет длину 4 м и разделена на 24 сектора по азимуту ( $\phi$ ). Каждый сектор содержит по 159 аксиальных чувствительных проволок. Ниже будет рассмотрено, каким образом особенности джет-камер используются для построения эффективного трекового процессора [41]. Как оказалось, наиболее просто треки, исходящие из вершины взаимо- действия, ищутся в плоскости  $rz$ .

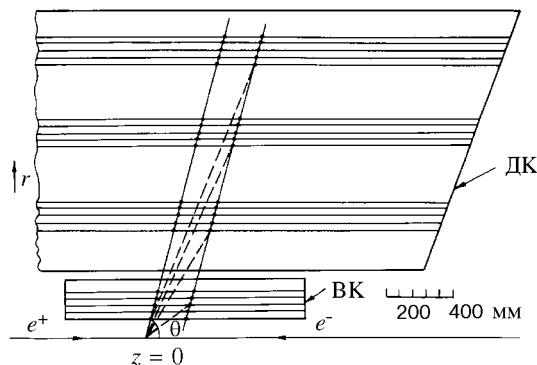


Рис.26. Метод восстановления координаты вершины распада в вершинном детекторе OPAL в плоскости  $r_z$ : ДК — дрейфовая камера; ВК — микровершинная камера;  $Z$  — точка взаимодействия

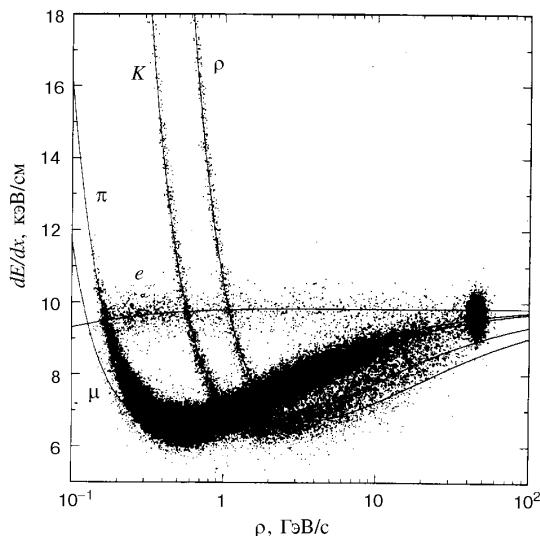


Рис.27. Зависимость  $dE / dx$  от импульсов частиц

Принцип действия процессора поясняется с помощью рис.26. Если трек исходит из вершины взаимодействия, то для всех слоев камеры отношение  $z/r$  остается постоянной величиной. При этом треки находятся по пику на гистограмме, которая вычисляется с помощью быстрого процессора. В [39—41] детально описана триггерная система всей установки и электронная система считывания и регистрации. В [41] приведено описание более совершенного трекового процессора, в котором наряду с гистограммированием используется систолический процессор и метод трансформации переменных, основанный на преобразовании Гофа. В [42] приведена процедура калибровки, используемая для измерения потерь энергии частиц. Получено

разрешение 3—4%, позволяющее идентифицировать частицы, сопровождающие события с  $Z^0$ -распадом с импульсом до 20 ГэВ/с. На рис.27 приведены кривые потерь энергии в мультиадронных и в димюонных событиях в зависимости от импульсов частиц.

**Микровершинный детектор для эксперимента UA1.** Для известного эксперимента UA1 была разработана прецизионная джет-камера, рабочее давление газа в которой равно 3 атм и разрешающая способность для одной проволоки равна 50 мкм. Малое расстояние (1,58 мм) между чувствительной и потенциальной проволоками обеспечивает выборку до 16 координат на длине 5 см вдоль радиуса [43]. Общие параметры джет-камеры приведены в табл.6. По азимуту камера разделена на 16 ячеек. Каждая ячейка содержит по 16 чувствительных проволок, между которыми располагаются проволоки, создающие электрическое поле, причем чувствительные проволоки сдвинуты относительно последних на 100 мкм, что позволяет разрешать неопределенность типа «слева-справа». Максимальный дрейфовый промежуток равен 16 мм, что обеспечивает хорошее разрешение треков. В 1985 г. в течение трех недель детектор стablyно работал на пучке коллайдера.

**Джет-камера для эксперимента UA2.** Детектор представляет собой цилиндрическую дрейфовую камеру, которая располагается близко к ионопроводу, где находится внутренний полупроводниковый вершинный детектор. Он предназначен для эксперимента UA2 [44] и позволяет измерять с высокой точностью треки частиц вблизи ионопровода, где имеют место распады короткоживущих частиц. Камера успешно работает с 1987 г. в CERN.

На рис.28 приведена геометрия одного сектора камеры. Камера содержит 16 таких секторов. В табл.5 приведены основные параметры детектора.

С целью разрешения неопределенностей типа «слева-справа» соседние чувствительные проволочки, расстояние между которыми равно 6,44 мм, сдвинуты друг относительно друга на  $\pm 200$  мкм. На рис.29 показано двухтрековое событие, восстановленное с помощью времепролетной электронной системы на основе измерения времени дрейфа электронов. Оцифровка сигна-

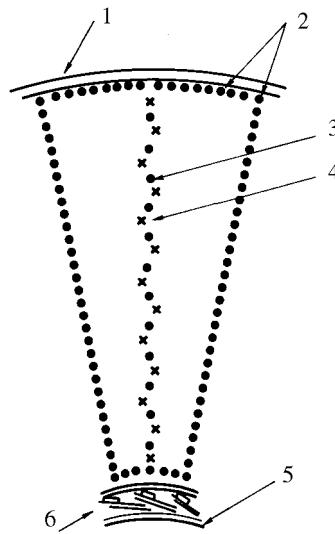
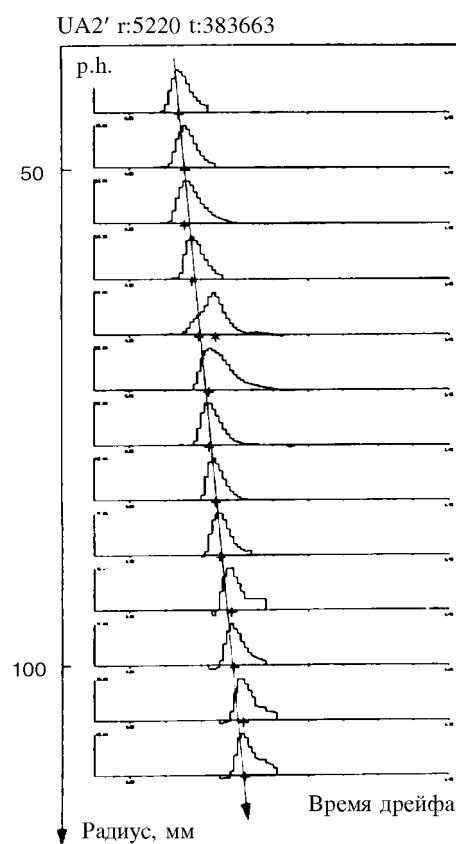


Рис. 28. Геометрия одного сектора джет-камеры UA2: 1 — камера; 2 — проволочки, формирующие поле; 3 — защитные проволочки; 4 — чувствительные проволочки; 5 — бериллиевая трубка; 6 — полупроводниковый микровершинный детектор

Таблица 5. Параметры джет-камеры UA2

Чувствительная длина, мм	1000
Внутренний радиус, мм	34
Внешний радиус, мм	128,5
Внутренний чувствительный радиус, мм	40
Внешний чувствительный радиус, мм	123,8
Число секторов	16
Число проволок в секторе	13
Шаг проволок, мм	6,44
Сдвиг проволок, мм	0,2
Смесь газов	аргон (60%) + этан (40%)
Давление, атм	1
Скорость дрейфа, мкм/нс	51,8 $\pm$ 0,3
Электрическое поле, кВ/см	- 1,05



лов выполнялась с помощью параллельных АЦП. Видно, что даже в том случае, когда импульсы перекрываются, радиальная координата частицы определяется вполне точно. Максимальное время дрейфа 500 нс.

**Микровершинный детектор Mark II [45,46].** Детектор создан для регистрации и исследования  $Z^0$ -распадов путем идентификации тяжелых цветных кварков, измерения времени жизни тяжелых кварков и лептонов на линейном ускорителе в Стенфорде (SLAC). Основная проблема при создании детектора заключалась в получении высокого пространственного разрешения порядка 30 мкм и хорошего разрешения двух треков —

Рис.29. Пример использования джет-камеры для реконструкции треков. Расстояние между центрами «тяжести» от распределения импульсов равно 4 мм

не менее 1000 мкм. Для решения этих проблем, наряду с созданием конструкции камеры и дрейфовых ячеек с высокой точностью, большое внимание уделено контролю за давлением внутри камеры и температурой. Активная область детектора имеет длину 55 см и от 5 до 17 см в радиальном направлении. Объем камеры разделен на 10 джет-ячеек, которые наклонены в радиальном направлении. Эта особенность геометрии ячеек облегчает разрешение неопределенности типа «справа-слева», облегчает измерение скорости дрейфа в процессе калибровки и обеспечивает более качественную регистрацию треков.

Каждая ячейка содержит анодную плоскость, состоящую из чувствительных проволок диаметром 20 мкм и расположенных между ними потенциальных проволок диаметром 225 мкм. На границах ячейки имеются се-

**Таблица 6. Параметры джет-камер**

Эксперимент	MARK II [45,46]	MARK J [55—56]	SLD [53]	CDF [53]	ZEUS [50]	H1 [52]	ALEPH [27]	OPAL [38—41]	TOPAZ [36,37]	UA1 [43]
Радиус, мм:										
внутренний	192	100	200	277	162	200	160	89	106	25
внешний	1440	242	961	1320	785	769	260	233	293	89
активный	250	—	238	309	190	215	—	—	—	—
Активная длина, мм	2300	576	1800	3214	2050	2400	2000	1000	1500	800
Количество слоев	72	—	80	84	72	64	8	2	10	—
суперслоев	12 × 16	—	10 × 8	12 + + 6 + 6	9 × 8	2 × 32	—	—	—	—
Число чувствительных проволок	5832	168	5120	6156	4608	2560	960	648	—	256
Стереоугол	3,8°	—	1,7°	3°	5°	7°	—	—	—	—
Макс. дрейф. промежуток, мм	33	27,5	26	35	25	51	20	—	16	—
Скорость дрейфа, мкм/нс	52	7	9	50	50	35	49	52,7	—	51
Макс. время дрейфа, нс	600	—	3000	700	500	1500	140	5800	—	—
Магнитное поле, Тл	—	—	—	—	—	—	—	0,435		
Частота выборки, МГц								100		

точные плоскости из проволок диаметром 150 мкм, которые уменьшают перекрестные помехи и повышают стабильность электрического поля чувствительных проволок, расположенных друг от друга на расстоянии 2,9 мм. Сеточная (охранная) плоскость находится на расстоянии 1,8 мм от анодной плоскости. Камера работает при давлении в 3 атм при смеси газов  $\text{CO}_2/\text{C}_2\text{H}_6$  (92/8). Катодные плоскости, состоящие из проволок диаметром 225 мкм, находятся посередине между охранными плоскостями. Высоковольтное напряжение обеспечивает электрическое поле 2,3 кВ. Для считывания и оцифровывания сигналов используются параллельные АЦП, работающие на частоте 100 МГц.

В табл.6 приведены основные параметры джет-камер и векторных дрейфовых камер.

**Большая цилиндрическая камера для детектора VENUS.** Детектор VENUS представляет собой установку общего назначения для проведения экспериментов на ускорителе TRISTAN (энергия которого равна 70 ГэВ). [47,48]. Цилиндрическая дрейфовая камера является основным трековым детектором на установке. Для обеспечения регистрации событий с большой множественностью ( $> 20$ ) и узких струй с пространственной точностью 150—200 мкм серьезное внимание было уделено структуре дрейфовых ячеек. Прототипом здесь послужила джет-камера PEP-4. Камера имеет внутренний радиус 25 см, внешний радиус 126 см и длину 300 см. Общее число чувствительных проволок 7104 и потенциальных — 21312.

На рис.30 приведена схема четверти камеры и геометрия ячейки [47]. Для измерений в проекции  $r\phi$  (плоскость, перпендикулярная к оси пучка) имеется 20 аксиальных слоев дрейфовых ячеек. Кроме того, каждые два слоя, сдвинутые друг относительно друга на пол-ячейки, образуют сдвоенный слой. Поскольку в такой паре слоев каждая частица срабатывает дважды, то имеется возможность измерять координаты частиц в плоскости  $r\phi$  и вдоль трека. Такие уникальные возможности позволяют более четко распознавать треки с большой кривизной, разрешать неопределенности типа «слева-справа» и повысить эффективность работы камеры в целом. В [49] описан метод реконструкции треков в режиме «офф-лайн».

**Другие типы джет-камер.** Разработан и испытан на ускорителе HERA прототип микровершинного детектора для установки ZEUS [50]. При столкновении протонов с энергией в 1 ТэВ с электронами с энергией 30 ГэВ ожидается большой поток тяжелых цветных частиц, порождаемых при электрослабом взаимодействии. Очарованные и прелестные частицы имеют длину пробега в несколько микрометров в плоскости  $r\phi$ , поперечной к пучку. С учетом этого фактора и разработана микровершинная камера. Внешний радиус камеры 159 мм и внутренний 99 мм. Дрейфовая ячейка имеет три радиальные плоскости: центральная плоскость содержит 13 полевых прово-

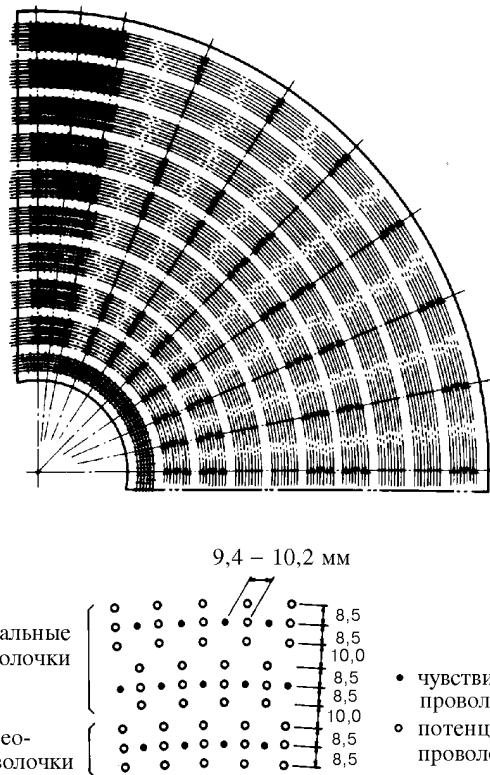


Рис.30. Схема одной четверти камеры и геометрия дрейфовой ячейки джет-камеры TRISTAN

лок, между которыми имеется 12 чувствительных электродов и две боковые плоскости, содержащие по 25 дрейфовых проволок. Угол наклона, равный  $1,5^\circ$  между плоскостями, дает дрейфовый промежуток от 2,6 до 3,6 мм. Получена эффективность 96% и пространственное разрешение 35 мкм в центральной области камеры.

Дрейфовая камера ARGUS создана для экспериментов на накопительном  $e^+e^-$ -кольце ускорителя DORIS-II [51]. Соленоидальный магнит обеспечивает магнитное поле 0,8 Тл. Внутри соленоида находится дрейфовая камера, времяпролетные и ливневые счетчики. Эксперимент предназначен для изучения и прелестных мезонов, включая эксклюзивные реакции с большой множественностью. Задача заключалась в том, чтобы обеспечить высокое импульсное разрешение в пределах 50 МэВ/с до 5 ГэВ/с.

## 6. ПЕРСПЕКТИВНЫЕ РАЗРАБОТКИ

**Векторные вершинные детекторы.** Дальнейшие усовершенствования трехкоординатных газовых детекторов направлены на повышение качества реконструкции треков с большой кривизной, а также возможность определения направления треков событий. Эти камеры получили название векторных дрейфовых камер [33]. Такие камеры имеют многослойную структуру. В качестве примера рассмотрим две векторные камеры — CDF и MARK III.

Векторная камера CDF представляет собой большую дрейфовую камеру, предназначенную для проведения экспериментов в условиях большого магнитного поля и большой плотности изогнутых треков на адронном коллайдере в Лаборатории им.Э.Ферми [53]. Детектор имеет сложную геометрию, он содержит 84 слоя, которые, в свою очередь, образуют 9 суперслоев. Те пять суперслоев, у которых проволоки параллельны оси пучка, содержат по 12 чувствительных проволок в слое. Эти пять аксиальных слоев расположены вперемежку с четырьмя суперслоями стереопроволок, в которых чувствительные проволоки сдвинуты друг относительно друга на  $\pm 3^\circ$ . Каждый стереосуперслой содержит по 6 чувствительных проволок. Оба суперслой разделены на дрейфовые ячейки, так что максимальное дрейфовое расстояние не превышает 40 мм, что соответствует 800 нс времени дрейфа. В табл.6 приведены основные параметры вершинного детектора CDF.

Векторная дрейфовая камера в спектрометре MARK III [54—55] имеет 8 слоев. Первый слой представляет собой малую дрейфовую камеру с четырьмя слоями. Второй слой, по существу, представляет собой джет-камеру, состоящую из 32 дрейфовых ячеек (рис.31). Она имеет плотную сеть чувствительных ячеек, что позволяет реконструировать изогнутые треки и с

высокой точностью измерять значение  $dE/dx$ . Характерной особенностью суперслоев 3—8 является наличие трех сдвинутых на 300 мкм чувствительных проволок в каждой дрейфовой ячейке (рис.32).

Метод поиска треков в векторных дрейфовых камерах описан в [54]. С целью достижения быстрого и эффективного поиска треков используются как программные, так и современные аппаратные средства, которые обеспечивают

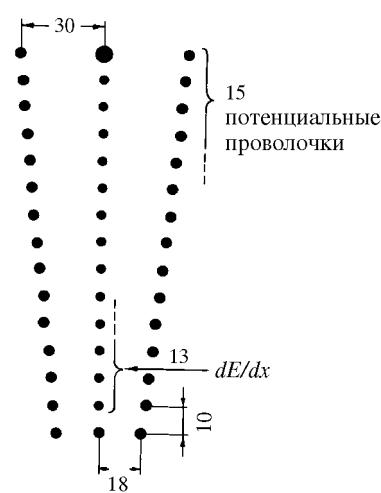


Рис.31. Геометрия дрейфовой ячейки внутреннего слоя векторной дрейфовой камеры MARK III

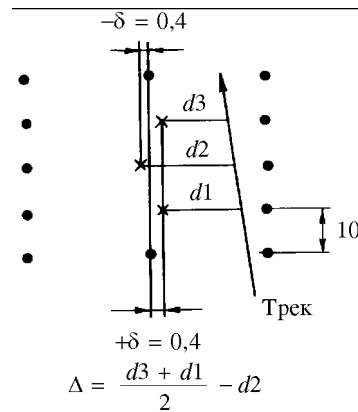


Рис.32. Геометрия дрейфовой ячейки одного из внешних слоев векторной дрейфовой камеры MARK III

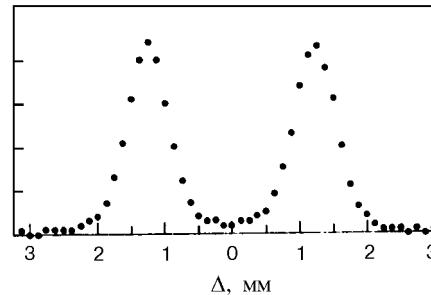


Рис.33. Распределение величины  $\Delta$  в зависимости от места прохождения частицы по отношению к дрейфовой ячейке. Два пика соответствуют трекам, проходящим слева и справа от ячейки

полную реконструкцию событий с треками большой кривизны за 37 мс. На рис.32 и 33 показано, каким образом разрешается неопределенность типа «слева-справа». Для триплета проволок, сдвинутых на величину  $\pm \delta$ , величина  $\Delta$ , определяющая расстояние прохождения трека заряженной частицы от чувствительной проволоки, вычисляется из выражения [54]:

$$\Delta = v_d [(t_1 + t_3)/2 - t_2],$$

где  $t_1$ ,  $t_2$  и  $t_3$  — измеряемые величины времени для частицы, проходящей через данную ячейку. Как видно из рис.33, величина  $\Delta$  имеет два пика, а ее знак дает информацию о том, по какую сторону от ячейки прошла частица.

**Микровершинные детекторы с временной растяжкой [57—59].** Для получения высокой точности измерения прицельного параметра (вплоть до 100 мкм) используются также так называемые дрейфовые камеры с временной растяжкой (time expansion chambers). Их особенности заключаются в следующем [55].

1. Наличие области с небольшой напряженностью поля (скорость дрейфа 5 мкм/нс вместо 50 мкм/нс в обычных джет-камерах), отделенной от области с большой напряженностью поля.
2. Использование параллельных АЦП с частотой оцифровки 100 МГц для более точного вычисления времени дрейфа методом определения центра

**Таблица 7. Основные параметры времяпроекционной камеры MARK J**

Внутренний диаметр, мм	100
Внешний диаметр, мм	242
Чувствительная длина, мм	576
Количество сегментов	12
Количество чувствительных проволок в сегменте	14
Общее число чувствительных проволок	168
Расстояние между анодами, мм	2,4
Расстояние между потенциальными проволоками, мм	2,54
Расстояние между сеточными электродами, мм	0,6
Скорость дрейфа, мкм/нс	7,0
Смесь газов	$\text{CO}_2 - i - \text{CH}_4$ (80% + 20%)
Пространственная точность, мкм	35

«тяжести». Применение газовой смеси по возможности с меньшим коэффициентом диффузии и малым углом Лоренца.

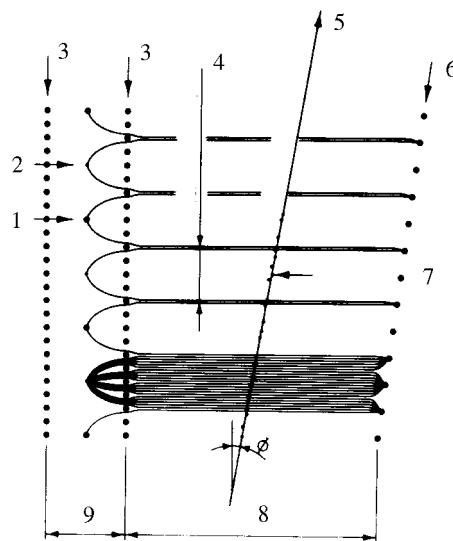
В качестве примера детекторов этого типа можно назвать джет-камеру MARK J, предназначенную для экспериментов на ускорителе в DESY. В табл.7 приведены основные параметры детектора.

Времяпроекционная камера нашла также применение в эксперименте L3 [59], где получено разрешение для одной проволочки 51 мкм и разрешение двух треков 650 мкм. Принцип работы камеры поясняется с помощью рис.34, где показана геометрия ячейки. Здесь область дрейфа электронов разделена на область с малым гомогенным полем и область с большим электрическим полем (область усиления), где находится чувствительная плоскость. Эти области разделены плоскостью, находящейся под нулевым потенциалом. Между анодными проволоками имеются так называемые фокусирующие проволоки, с помощью которых повышается точность регистрации треков. Основные параметры камеры: внешний и внутренний диаметры 937 и 170 мм соответственно, длина 1260 мм, максимальное время дрейфа не более 10 мкс. Объем камеры разделен на два концентрических цилиндра: внутренний цилиндр, содержащий 12 секторов, и внешний цилиндр, состоящий из 24 секторов. Максимальный дрейфовый промежуток равен 35,4 мм для внутренней камеры и 53,2 мм для внешней камеры.

**Детекторы с прецизионными ячейками.** Еще одно направление в развитии быстродействующих и прецизионных трехмерных газовых детекторов связано с разработкой дрейфовых ячеек с высокой разрешающей способностью. Здесь можно выделить две оригинальные разработки. В [60] описа-

Рис.34. Схема ячейки ВПК с временной растяжкой: 1 — фокус; 2 — анод; 3 — сеточные проволочки; 4 — величина акцептанса; 5 — трек заряженной частицы; 6 — катодные проволочки; 7 — кластер; 8 — область дрейфа; 9 — область детектирования

ны две камеры, основу которых составляют множество дрейфовых ячеек квадратной формы размером  $21 \times 21$  мм с дрейфовым промежутком 10,5 мм и шестиугольной формы с дрейфовым промежутком 25 мм. Достигнуто пространственное разрешение 25—30 мкм. Отмечается, что такое направление в развитии прецизионных трехкоординатных газовых детекторов, в которых используются ячейки, формирующие цилиндрическое дрейфовое поле, в сочетании с газовой смесью с малой диффузией, имеет лучшие перспективы по сравнению с камерами с временной растяжкой в силу более простой конструкции детектора.



## 7. МУЛЬТИДРЕЙФОВЫЕ И СОЛОМЕННЫЕ ТРУБКИ

Оригинальная разработка создана на базе мультидрейфовых трубок [61]. Задача состоит в том, чтобы создать прецизионный трехмерный газовый детектор, работающий в условиях большой светимости пучка  $10^{33}$  и с малой памятью порядка 30—50 нс. Дрейфовые ячейки имеют шестиугольную форму и объединены в виде модуля. Он состоит из множества дрейфовых трубок радиусом 1,45 мм. 70 таких ячеек помещаются в трубке диаметром 30 мм и длиной 80 см. Каждой анодной проволочке соответствуют шесть катодных. Из таких модулей был изготовлен детектор, содержащий 8000 анодных резистивных проволочек. При этом достигнута точность позиции проволочек лучше чем 30 мкм. Проблемы, возникающие при использовании мультидрейфовых трубок в качестве вершинных детекторов в условиях больших загрузок, обсуждаются в [62]. В частности, требуется разработка нового подхода к созданию регистрирующей электроники. При мертвом времени порядка 50 нс и возможности получения до 50 выборок на трек такой детектор может быть использован в триггерной системе.

**Соломенные трубы (straw-tube).** Еще одним перспективным направлением в создании быстродействующих прецизионных вершинных детекторов являются детекторы, которые делают на основе тонких майларовых трубок диаметром  $3 \div 5$  см и толщиной  $25 \div 300$  мкм. В центре отдельной трубы длиной  $45 \div 100$  мм расположена анодная проволочка, а в качестве земляной шины служит алюминизированная стенка трубы. Отмечаются следующие положительные качества таких детекторов.

1. Относительно небольшая стоимость.
2. В отличие от классических дрейфовых камер соломенные трубы изолированы одна от другой и поэтому повреждение одной трубы не влияет на работу других.
3. Меньше сказываются перекрестные помехи.
4. Малое время дрейфа —  $30 \div 100$  нс.
5. Высокая точность регистрации координат — несколько микрометров.

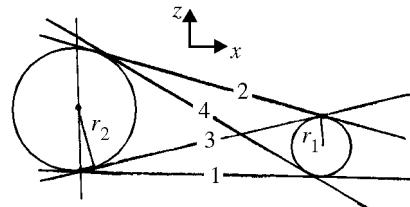
В качестве существенного недостатка можно отметить наличие дополнительного материала — майлара, что приводит к уменьшению разрешающей способности детектора по импульсу. Ведутся исследования, направленные на уменьшение эффекта многократного рассеяния [63]. В [64] приведены параметры ряда детекторов, созданных на основе соломенных трубок (см. табл.8).

В качестве примера рассмотрим кратко устройство микровершинной камеры MARK III [65]. Она состоит из 12 концентрических слоев трубок, расположенных между радиусами 5,4 см и 13 см от точки взаимодействия. Общее количество трубок равно 640, диаметр трубы 8 мм.

**Таблица 8. Параметры детекторов с соломенными трубками [64]**

Эксперимент	HRS	MAC	MARK II	MARK III	CLEO	TPC	AMY
Диаметр трубы, мм			8,0	8,0	5,9—7	8	5,3—5,9
Длина, см	41—46	43	75	84	51	40—60	56
Диаметр проволоки, мкм	20	30	20	50	15	30	15
Толщина трубы, мкм	85	100	75	75	32	100	38
Количество трубок	352	324	552	640	192	984	144
Разрешение, мкм	100	45	90	49	90	50	85
Давление, атм	1	4	1	3	1	4	1,5
Газ	Ar/Et	ArCo <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub> Ar/Et	Ar/Et	Ar/Et	ArCo <sub>2</sub> CH <sub>4</sub>	Ar/Et
Напряжение, кВ	1,65	3,9	1,9	3,9	1,6	4	1,75

Рис.35. К пояснению алгоритма реконструкции прямых треков, регистрируемых с помощью соломенных дрейфовых трубок



В [66] описан метод реконструкции треков и их пересечений для детектора, созданного на базе соломенных дрейфовых трубок для эксперимента E735. Принцип реконструкции треков показан на рис.35. Здесь видны два слоя трубок с радиусами  $r_1$  и  $r_2$ . Треки 1÷4 удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \sin(t)(X_2 - X_1) - \cos(t)(Z_2 - Z_1) + (r_2 - r_1) &= 0, \\ \sin(t)(X_2 - X_1) - \cos(t)(Z_2 - Z_1) - (r_2 - r_1) &= 0, \\ \sin(t)(X_2 - X_1) - \cos(t)(Z_2 - Z_1) - (r_2 + r_1) &= 0, \\ \sin(t)(X_2 - X_2) - \cos(t)(Z_2 - Z_2) + (r_2 + r_1) &= 0. \end{aligned}$$

После вычисления  $t$  из каждого уравнения определяется наклон  $\tan t$  и точка пересечения. После нахождения такой прямой она проецируется на следующую плоскость, и выполняется сравнение с измеренной координатой. Если разница не превосходит заданную величину, то прямая найдена, и т.д. Причем в качестве критерия используется функция  $\chi^2$ .

## 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методика трехкоординатных газонаполненных вершинных детекторов совместно с регистрирующей электроникой и вычислительными средствами отбора и восстановления топологий сложных событий достигла высокого совершенства. Этот класс детекторов отличается радиационной стойкостью, хорошим разрешением двух треков и относительно высоким быстродействием. Кроме того, возможность регистрации событий с большим углом разлета частиц позволяет успешно использовать трехмерные газонаполненные вершинные детекторы в сочетании с другими типами детекторов в экспериментах с высокой светимостью на современных и будущих коллайдерах. Широкие перспективы развития имеют также газонаполненные микрополосковые микровершинные детекторы, создаваемые методами полупроводниковой технологии, которые рассмотрены в обзоре [67].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Damarell C.J.H.** — Preprint Rutherford Appleton Lab. RAL-86-077, Chilton, 1986.
2. **Crote H.** — Rep. Progr. Phys., 1987, v.50, p.475.
3. **Petrero S., Romano G.** — Nucl. Instr. and Meth., 1980, v.170, p.61.
4. **Barber G.I., Belk A.T., Beuselink B.A. et al.** — Preprint Blackett Lab. ALEPH-IC-88-12, London, 1988.
5. **Gadomski S., Turala M.** — Nucl. Instr. and Metth., 1994, v.A344, p.125.
6. **Manfredi P.P., Ragusa F.** — Nucl. Instr. and Meth., 1986, v.A252, p.208.
7. **Заневский Ю.В.** — Многопроволочные пропорциональные камеры. М.: Атомиздат, 1975.
8. **Charpak G.** — Phys. Today, 1978, v.31, p.23.
9. **Walenta A.H., Heintze J., Schurlein B.** — Nucl. Instr. and Meth., 1971, v.92, p.373.
10. **Heintze J.** — Nucl. Instr. and Meth., 1978, v.156, p.227.
11. **Nygren D.R., Marx J.N.** — Physic Today, 1978, v.31, p.46.
12. **Sauli T.** — Preprint CERN-EP/89-74, Geneva, 1989.
13. **Aihara H., Altson-Garnjost M., Bartke J.A. et al.** — IEEE Trans. on Nucl. Sci., 1983, v.NS-30, p.162.
14. **Eggert K., Engster C., Koningswell L. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1980, v.176, p.223.
15. **Sauly F.** — Preprint CERN PPE/94-195, Geneva, 1994; Nucl. Instr. and Meth., 1986, v.A242, p.237.
16. **Atiua M., Ito M., Haggerty J. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, v.A279, p.180.
17. **Kamae T., Aihara H., Enomoto R. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1986, v.A252, p.423.
18. **Miki T., Iton R., Kamae T.** — Preprint Ut-HE-84/2, Tokio, 1984.
19. **Etkin A., Eseman S.E., Foley K.J. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, v.A283, p.557.
20. **Rai G., Arthur A., Bieser F. et al.** — Preprint LBL-2841, Berkeley, 1990.
21. Зломанчук Ю., Наврот А., Никитин В. А. и др. — ПТЭ, 1982, №5, с.53.
22. Будилов А.А., Заневский Ю.В., Зломанчук Ю. и др. — ПТЭ, 1985, №2, с.48.
23. **Brand C., Cairanti S., Charpenter P. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, v.A283, p.567.
24. **Darbo G., Heck B.W.** — IEEE Trans. on Nucl. Science, 1987, v.NS-34, p.227.
25. **Aarnio P., Abie H., Areu P. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1991, v.A303, p.233.
26. **Amendolia S.R., Barczewski T., Bauerdrick L.A.T. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, v.A283, p.573.
27. **Decamp D., Deschieux B., Lees J.-P. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1991, v.A294, p.121.
28. **Amendolia S.R., Fidecaro F., Lusiani A. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1990, v.A289, p.569.
29. **Stimpl-Abele G.** Computer Phys. Comm., 1991, v.64, p.46.
30. **Benso S., Darbo G., Rossi L. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1983, v.A217, p.194.
31. **Dameri M., Darbo G., Lamana E. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1985, v.A235, p.279.

- 
32. **Sinder F., Binkley M., Huth J. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1988, v.A268, p.75.  
33. **Saxon D.H.** — Preprint Ruth. Appl. Lab. RAL-87-022, Chilton, 1987.  
34. **Boerner H., Fischer H.M., Hartman H.C.** — Nucl. Instr. and Meth., 1980, v.176, p.151.  
35. **Drumm H., Eichler R., Granz B.** — Nucl. Instr. and Meth., 1980, v.176, p.333.  
36. **Imanishi A., Ishii T., Kato S. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1988, v.A269, p.513.  
37. **Enomoto R., Tsukuda K., Ujii N. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1988, v.A269, p.507.  
38. **Carter A.A., Carter J.R., Heuer R.D. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1986, v.A250, p.503.  
39. **Carter A.A., Carter J.R., Hill J.C. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1990, v.A286, p.107.  
40. **Klefenz F., Conen W., Zoz R. et al.** — In: Proc. Int. Conf. on Computing in High Energy Physics, CERN 92-07, p.251.  
41. **Arignon M., Ball A.H., Bell K.W. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1992, v.A313, p.103.  
42. **Hauschild M., Heuer R.-D., Kleinwort C. et al.** — CERN-PPE/91-130, Geneva, 1991.  
43. **Muller T.** — Nucl. Instr. and Meth., 1986, v.A252, p.387.  
44. **Bosi F., Garboni G., Cavasini V. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, v.A283, p.532.  
45. **Hanson G.** — Nucl. Instr. and Meth., 1986, v.A252, p.343.  
46. **Alexander J.P., Baggs R., Fujino D. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, v.A283, p.519.  
47. **Arai R., Boerner H., Ishihara N. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1983, v.217, p.181.  
48. **Yamada Y., Hayashi K., Ishihara N. et al.** — KEK Preprint 92-166, Ibaraki-ken.  
49. **Oyama T., Horose T., Amako K. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1991, v.A305, p.71.  
50. **Alvisi C., Anzino G., Azzarello F. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1991, v.A305, p.30.  
51. **Danilov M., Hasemann H., Kim P. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1983, v.217, p.153.  
52. **Beck G.A., Dainton J.B., Gabathuler E. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, v.A283, p.471.  
53. **Bedeshi F., Berge J.P., Bofill J. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1988, v.A268, p.50.  
54. **Roehrig J., Ensweller K., Hutchinson D. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1984, v.226, p.319.  
55. **Bernstein D., Bernstein J., Bunnell K. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1984, v.226, p.301.  
56. **Becker J.J., Brown J.S., Coffman D.** — Nucl. Instr. and Meth., 1985, v.A235, p.502.  
57. **Anderhub H., Anders H., Ansari S. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1986, v.A252, p.357.  
58. **Anderhub H., Anders H., Ansari S. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1988, v.A263, p.1.

59. **Anderhub H., Bauer W., Beauvais F. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1993, v.332, p.34.
60. **Commichau V., Dederichs K.H. Deutschmann M. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1985, v.A239, p.487.
61. **Boucler R., Charpak G., Erskine G.A.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, v.A283, p.509.
62. **Sauli F.** — Preprint CERN 88-02, Geneva, 1988.
63. **Aulchenko V., Chilingarov A.G., Kolachev G.M. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, v.A283, p.528.
64. **Toki W.H.** — Preprint SLAC-PUB-5232, Stanford, 1990.
65. **Adier J., Bolton T., Bunnell K. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1989, v.A276, p.42.
66. **Oh S.H., Wesson D.K., Goshav A.T. et al.** — Nucl. Instr. and Meth., 1991, v.A303.
67. **Никитюк Н.М.** — ЭЧАЯ, 1997, т.28, вып.1, с.191.

## РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В ВЫПУСКЕ

УДК 539.14

**Пространство Фока — Баргманна и  $SU(3)$ -модель.** Филиппов Г.Ф., Драйер Дж.Р. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.6, с.1329.

В обзоре представлен развитый в последние годы новый подход к унитарным моделям. Этот подход использует волновые функции и операторы унитарных моделей, определенные в пространстве Фока — Баргманна. Приводятся решения для  $SU(3)$ -модели оболочек и некоторые их обобщения, относящиеся к классической трактовке  $SU(3)$ -теории.

Библиогр.: 12.

УДК 539.143; 539.142.2

**Структура низколежащих возбужденных состояний сферических ядер.** Пономарев В.Ю. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.6, с.1354.

В рамках квазичастично-фононной модели ядра исследовано изменение структуры низколежащих возбужденных состояний четно-четных сферических ядер при удалении от ядер с замкнутой оболочкой к переходным ядрам. Рассмотрены зарядовые переходные плотности этих состояний и распределение силы электромагнитных переходов в области энергии возбуждения до 5 МэВ. Проанализированы свойства низколежащих 1-состояний и состояний, формирующих пигми-резонансы. Объяснены причины аномального поведения сечения фотовозбуждения изомеров в нечетных ядрах. Результаты теоретических исследований представлены в сравнении с имеющимися экспериментальными данными.

Табл.6. Ил.10. Библиогр.: 68.

УДК 539.17.01; 539.172.12; 539.17.016

**Упругое  $pd$ -рассеяние назад при промежуточных энергиях.** Узиков Ю.Н. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.6, с.1406.

Рассмотрены теоретические подходы к описанию упругого  $pd$ -рассеяния назад при энергиях  $0,5 \div 2$  ГэВ. Наряду с механизмами обмена нейтроном и однократного  $pN$ -рассеяния исследована роль механизма обмена  $N^*$ -изобарами на основе шестикварковой модели для  $dNN^*$ -вершин. Релятивистские эффекты учитываются на основе гамильтоновской динамики систем с фиксированным числом частиц. Показана важная роль глауберовских перерассеяний в начальном и конечном состояниях при рассмотрении механизма передачи нейтрона. Кроме вышеуказанных механизмов, содержащих информацию о структуре дейтранона на малых относительных расстояниях между нуклонами, особое внимание уделено механизму возбуждения  $\Delta$ -изобары, который, несмотря на большую передачу импульса, довольно слабо чувствителен к высоким импульсным компонентам волновой функции дейтранона и является доминирующим при энергиях налетающих протонов  $T_p = 0,5 \div 1$  ГэВ. Для определения параметров амплитуд перехода  $NN \leftrightarrow N\Delta$ , необходимых при вычислении вклада  $\Delta$ -изобары в процессе  $pd \rightarrow dp$ , исследована реакция  $pp \rightarrow p\pi\pi^+$  в  $\Delta$ -резонансной области. Показана очень высокая чувствительность амплитуды  $\Delta$ -резонансного механизма процесса  $pd \rightarrow dp$  к параметрам вершинных формфакторов  $\pi NN$ ,  $\pi N\Delta$ ,  $\rho NN$  и  $\rho N\Delta$ . Кратко обсуждается роль более экзотических механизмов.

Ил.17. Библиогр.: 93.

УДК 539.143; 539.142.2

**Взаимодействие коллективных и неколлективных мод при низких энергиях возбуждения в сферических ядрах.** Гринберг М., Стоянов Ч., Цонева Н. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.6, с.1456.

Исследовано взаимодействие коллективных и неколлективных возбуждений в четно-четных сферических ядрах. Для этой цели использовалась квазичастично-фононная модель ядра. Волновая функция возбужденных состояний включала трехфононные компоненты. Учитывалось остаточное взаимодействие в канале частица-частица, а также изоскалярные и изовекторные компоненты частично-дырочного взаимодействия. В расчетах учитывалось большое одночастичное пространство. Рассчитана структура низколежащих состояний положительной и отрицательной четности в полумагнитических и соседних с ними ядрах. Показано, что квазичастично-фононное взаимодействие сильнее в ядрах, имеющих на два нуклона больше, чем ядра с замкнутой оболочкой. Влияние трехфононных членов в этих ядрах велико. Исследованы  $M1$ -переходы между низколежащими  $2^+$ -уровнями. Показано, что при низких энергиях возбуждения налицует изовекторная квадрупольная сила, которая распределена по нескольким  $2^+$ -уровням. Рассчитанная в рамках квазичастично-фононной модели структура низколежащих состояний в ядрах изотонов  $N = 84$  сравнивается с той, что следует из модели взаимодействующих бозонов. Обсуждаются сходство и различия предсказаний моделей. Исследованы свойства низколежащих  $1^-$ -состояний и соответствующих  $E1$ -переходов в ядрах изотонов  $N = 82$ . Показано, что эти состояния с высокой степенью достоверности могут быть интерпретированы как двухфононные квадруполь-октупольные. Их свойства определяются тонкой игрой изоскалярных квадрупольной и октупольной и изовекторной дипольной компонент остаточных сил. Обсуждаются экспериментальные доказательства существования трехфононных состояний отрицательной четности в  $^{124}\text{Te}$ , которые затем сравниваются с предсказаниями квазичастично-фононной модели.

Табл.21. Ил.4. Библиогр.: 43.

УДК 681.518.3

**Газонаполненные вершинные детекторы.** Никитюк Н.М. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1998, том 29, вып.6, с.1499.

Рассмотрены этапы развития и современное состояние методики газонаполненных трехкоординатных детекторов, методов считывания и регистрации топологии сложных событий, регистрируемых с помощью вершинных детекторов. Описываются особенности таких трехкоординатных вершинных детекторов, как времяпроекционные камеры, «образные» (jet-камеры), векторные дрейфовые камеры, камеры с временной растяжкой и вершинные детекторы, создаваемые на базе «соломенных» трубок. Приводятся таблицы, содержащие параметры наиболее известных газонаполненных вершинных детекторов, используемых в экспериментах с фиксированной мишенью и на коллайдерах.

Табл.8. Ил.35. Библиогр.: 66.

## ТЕМАТИЧЕСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ, Т.29, 1998

### ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

- Алексеев Е.Н., Алексеева Л.Н., Бакатанов В.Н., Болиев М.М., Воеводский А.В., Догужаев В.А., Закидышев В.Н., Козяринский В.А., Новосельцев Ю.Ф., Новосельцева Р.Н., Поддубный В.Я., Петков В.Я., Суворова О.В., Цябук А.К., Чудаков А.Е. Баксанский подземный сцинтилляционный телескоп. 3, 631 (254)
- Алексеева Л.Н., см. Алексеев Е.Н. и др.
- Аудреч Ю., Скаржинский В.Д. КЭД-процессы во внешнем поле Ааронова — Бома. 3, 686 (278)
- Бакатанов В.Н., см. Алексеев Е.Н. и др.
- Балдин А.М., Балдин А.А. Релятивистская ядерная физика: пространство относительных 4-скоростей, симметрии решений, принцип ослабления корреляций, подобие, промежуточные асимптотики. 3, 577 (232)
- Балдин А.А., см. Балдин А.М. и др.
- Балдин А.М. Физика высоких энергий в Физическом институте им. П.Н.Лебедева Академии наук. 3, 763 (314)
- Белозерова Т.С., Хеннер В.К. Перекрывающиеся резонансы в многоканальных реакциях. 1, 148 (63)
- Бельков А.А., Ланев А.В. Бозонизированные лагранжианы в высших порядках кирального разложения. 1, 82 (33)
- Березин В.А. Максимон М.А. Маркова и квантовые черные дыры. 3, 677 (274)
- Болиев М.М., см. Алексеев Е.Н. и др.
- Бузату Д., Лев Ф.М. Проблема нарушения правила Окубо — Цвейга — Иизуки в нуклон-антинуклонной аннигиляции в покое. 1, 212 (88)
- Буткевич А.В., Деденко Л.Г., Караевский С.Х., Миронович А.А., Проворов А.Л., Железных И.М. Перспективы радиоволнового и акустического детектирования космических нейтрино сверх- и супервысоких энергий (поперечные сечения, сигналы, пороги). 3, 659 (266)
- Воеводский А.В., см. Алексеев Е.П. и др.
- Вшивцев А.С., Магницкий Б.В., Жуковский В.Ч., Клименко К.Г. Динамические эффекты в (2 + 1)-мерных теориях с четырехферионным взаимодействием. 5, 1259 (523)
- Галынский М.В., Сикач С.М. Диагональный спиновый базис и расчет процессов с участием поляризованных частиц. 5, 1133 (469)
- Герштейн С.С., Логунов А.А. Задача Дж.С. Белла. 5, 1119 (463)
- Деденко Л.Г., см. Буткевич А.В. и др.
- Догужаев В.А., см. Алексеев Е.Н. и др.
- Железных И.М., см. Буткевич А.В. и др.
- Жуковский В.Ч., см. Вшивцев А.С. и др.
- Закидышев В.Н., см. Алексеев Е.Н. и др.
- Залиханов Б.Ж. Плазменный механизм разряда в проволочных камерах в режиме большого газового усиления. 5, 1194 (496)
- Исаев П.С. Моисей Александрович Марков (к 90-летию со дня рождения). 3, 745 (305)
- Кадышевский В.Г. К вопросу о конечности спектра масс элементарных частиц. 3, 563 (227)
- Караевский С.Х., см. Буткевич А.В. и др.
- Киржниц Д.А. Воспоминания о М.А. Маркове. 3, 755 (310)
- Клименко К.Г., см. Вшивцев А.С. и др.
- Козяринский В.А., см. Алексеев Е.Н. и др.

- Кузьмин В.А.** Одновременное решение проблем бариогенезиса и темной материи. 3, 637 (257)
- Ланев А.В.**, см. Бельков А.А. и др.
- Лев Ф.М.**, см. Бузату Д. и др.
- Логунов А.А.** Релятивистская теория гравитации и принцип Маха. 1, 5 (1)
- Логунов А.А.**, см. Герштейн С.С. и др.
- Любимов А.Л.** Экспериментальная физика частиц на пороге XXI века. 3, 769 (317)
- Марков М.А.** Размышляя о Вселенной. 3, 529 (213)
- Магницкий Б.В.**, см. Вшивцев А.С. и др.
- Миронович А.А.**, см. Буткевич А.В. и др.
- Новосельцев Ю.Ф.**, см. Алексеев Е.Н. и др.
- Новосельцева Р.Н.**, см. Алексеев Е.Н. и др.
- Пенин А.А., Пивоваров А.А.** Эффекты сильных взаимодействий в нелептонных распадах  $K$ -мезонов. 3, 702 (286)
- Петков В.Я.**, см. Алексеев Е.Н. и др.
- Поддубный В.Я.**, см. Алексеев Е.Н. и др.
- Пивоваров А.А.**, см. Пенин А.А. и др.
- Проворов А.Л.**, см. Буткевич А.В. и др.
- Сикач С.М.**, см. Галынский М.В. и др.
- Скаржинский В.Д.**, см. Аудреч Ю. и др.
- Суворова О.В.**, см. Алексеев Е.Н. и др.
- Таратин А.М.** Канализование частиц в изогнутом кристалле. 5, 1063 (437)
- Хеннер В.К.**, см. Белозерова Т.С. и др.
- Цябук А.К.**, см. Алексеев Е.Н. и др.
- Чудаков А.Е.**, см. Алексеев Е.Н. и др.

## ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

- Афанасьев Г.Н., Дубовик В.М.** О некоторых замечательных распределениях зарядов и токов. 4, 891 (366)
- Беляева Т.Л., Зеленская Н.С.** Исследование высоколежащих кластерных состояний ядер методом угловых корреляций частица-частица. 2, 261 (107)
- Болен Х.Г.**, см. Калпакчиева Р. и др.
- Васильев А.А.**, см. Каминский А.К. и др.
- Гончарова Н.Г.** Роль спиновых и орбитальных компонент ядерного тока в формировании мультипольных резонансов легких ядер. 4, 789 (319)
- Гринберг М., Стоянов Ч., Цонева Н.** Взаимодействие коллективных и неколлективных мод при низких энергиях возбуждения в сферических ядрах. 6, 1456
- Драйер Дж.Р., Филиппов Г.Ф.** Пространство Фока — Баргмана и  $SU(3)$ -модель. 6, 1329
- Дубовик В.М.**, см. Афанасьев Г.Н. и др.
- Зеленская Н.С.**, см. Беляева Т.Л. и др.
- Иткис М.Г., Русанов А.Я.** Деление возбужденных ядер в реакциях с тяжелыми ионами: статические и динамические аспекты. 2, 389 (160)
- Калпакчиева Р., Пенионжкевич Ю.Э., Болен Х.Г.** Сильнонейтроноизбыточные изотопы легких элементов: Свойства ядер и их получение. 4, 832 (341)
- Каминский А.К., Васильев А.А.** Проблемы физики ионно-атомных столкновений, актуальные для ускорительной техники и альтернативной ядерной энергетики. 2, 489 (201)
- Меньшиков Л.И.** Классическая модель сверхизлучения и ее приложения. 4, 946 (392)
- Никитюк Н.М.** Газонаполненные вершинные детекторы. 6, 1499
- Пенионжкевич Ю.Э.**, см. Калпакчиева Р. и др.
- Пономарев В.Ю.** Структура низколежащих возбужденных состояний сферических ядер. 6, 1354
- Русанов А.Я.**, см. Иткис М.Г. и др.
- Субботин В.И.** Двадцать первый век — век ядерной энергетики. 2, 333 (136)
- Стоянов Ч.**, см. Гринберг М. и др.
- Узиков Ю.Н.** Упругое  $p^3\text{He}$ -рассеяние назад и структура ядра  $^3\text{He}$ . 4, 1010 (417)
- Узиков Ю.Н.** Упругое  $pd$ -рассеяние назад при промежуточных энергиях. 6, 1406
- Филиппов Г.Ф.**, см. Драйер Дж.Р. и др.
- Цонева Н.**, см. Гринберг М. и др.

## АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ, Т.29, 1998

**А**

Алексеев Е.Н., 3, 691 (254)  
 Алексеева Л.Н., 3, 691 (254)  
 Аудреч Ю., 3, 686 (278)  
 Афанасьев Г.Н., 4, 891 (366)

**Б**

Бакатанов В.Н., 3, 631 (254)  
 Балдин А.А., 3, 577 (232)  
 Балдин А.М., 3, 577 (232)  
 Балдин А.М., 3, 763 (314)  
 Белозерова Т.С., 1, 148 (63)  
 Бельков А.А., 1, 82 (33)  
 Березин В.А., 3, 677 (274)  
 Беляева Т.Л., 2, 261 (107)  
 Болен Х.Г., 4, 832 (341)  
 Болиев М.М., 3, 631 (254)  
 Бузату Д., 1, 212 (88)  
 Буткевич А.В., 3, 659 (266)

**В**

Васильев А.А., 2, 162 (66)  
 Воеводский А.В., 3, 631 (254)  
Вшивцев А.С., 5, 1259 (523)

**Г**

Галынский М.В., 5, 1133 (469)  
 Герштейн С.С., 5, 1119 (463)  
 Гончарова Н.Г., 4, 789 (319)  
 Гринберг М., 6, 1456

**Д**

Деденко Л.Г. 3, 659 (266)  
 Догужаев В.А., 3, 631 (254)  
 Драйер Дж.П. 6, 1329  
 Дубовик В.М., 4, 891 (366)

**Ж**

Железных И.М., 3, 659 (266)  
 Жуковский В.Ч., 5, 1259 (523)

**З**

Закидышев В.Н., 3, 631 (254)  
 Залиханов Б.Ж., 5, 1194 (496)  
 Зеленская Н.С., 2, 261 (107)

**И**

Исаев П.С., 3, 745 (305)  
 Иткис М.Г., 2, 389 (160)

**К**

Кадышевский В.Г., 3, 563 (213)  
 Калпакчнева Р., 4, 832 (341)  
 Каминский А.К., 2, 489 (201)  
 Караевский С.Х., 3, 659 (266)  
 Киржниц Д.А., 3, 755 (310)  
 Клименко К.Г., 5, 1259 (523)

Козяривский В.А., 3, 631 (254)  
 Кузьмин В.А., 3, 637 (257)

**Л**

Ланев А.В., 1, 82 (33)  
 Лев Ф.М., 1, 212 (88)  
 Логунов А.А., 1, 5 (1)  
 Логунов А.А., 5, 1119 (463)  
 Любимов А.Л., 3, 769 (317)

**М**

Марков М.А., 3, 529 (213)  
 Магницкий Б.В., 5, 1259 (523)  
 Меньшиков Л.И., 4, 946 (392)  
 Миронович А.А., 3, 659 (266)

**Н**

Никитюк Н.М., 6, 1499  
 Новосельцев Ю.Ф., 3, 631 (254)  
 Новосельцева Р.Н., 3, 631 (254)

**П**

Пенин А.А., 3, 702 (286)  
 Петков В.Я., 3, 631 (254)  
 Пенионжкевич Ю.Э., 4, 832 (341)  
 Поддубный В.Я., 3, 631 (254)  
 Пивоваров А.А., 3, 702 (286)  
 Пономарев В.Ю., 6, 1354  
 Проворов А.Л., 3, 659 (266)

**Р**

Русанов А.Я., 2, 389 (160)

**С**

Сикач С.М., 5, 1133 (469)  
 Скаржинский В.Д., 3, 686 (278)  
 Субботин В.И., 2, 333 (136)  
 Стоянов Ч., 6, 1456  
 Суворова О.В., 3, 631 (254)

**Т**

Таратин А.М., 5, 1063 (437)

**У**

Узиков Ю.Н., 4, 1010 (417)  
 Узиков Ю.Н., 6, 1406

**Ф**

Филиппов Г.Ф., 6, 1329

**Х**

Хеннер В.К., 1, 148 (63)

**Ц**

Цонева Н., 6, 1456  
 Цябук А.К., 3, 631 (254)

**Ч**

Чудаков А.Е., 3, 631 (254)

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Филиппов Г.Ф., Драйер Дж.Р.</i>	
<b>Пространство Фока — Баргманна и <math>SU(3)</math>-модель</b>	<b>1329</b>
<i>Пономарев В.Ю.</i>	
<b>Структура низколежащих возбужденных состояний сферических ядер</b>	<b>1354</b>
<i>Узиков Ю.Н.</i>	
<b>Упругое <math>pd</math>-рассеяние назад при промежуточных энергиях</b>	<b>1405</b>
<i>Гринберг М., Стоянов Ч., Цонева Н.</i>	
<b>Взаимодействие коллективных и неколлективных мод при низких энергиях возбуждения в сферических ядрах</b>	<b>1456</b>
<i>Никитюк Н.М.</i>	
<b>Газонаполненные вершинные детекторы</b>	<b>1499</b>
<b>Тематический указатель</b>	<b>1547</b>
<b>Авторский указатель</b>	<b>1549</b>

## CONTENTS

<i>Filippov G.F., Draayer J.P.</i>	
<b>Fock — Bargmann Space and <math>SU(3)</math> Model</b>	<b>1329</b>
<i>Ponomarev V.Yu.</i>	
<b>Structure of Low-Lying Excited States in Spherical Nuclei</b>	<b>1354</b>
<i>Uzikov Yu.N.</i>	
<b>Backward Elastic <math>pd</math> Scattering at Intermediate Energies</b>	<b>1405</b>
<i>Grinberg M., Stoyanov Ch., Tsoneva N.</i>	
<b>Interplay of Collective and Non-Collective Modes at Low Excitation Energy in Spherical Nuclei</b>	<b>1456</b>
<i>Nikityuk N.M.</i>	
<b>Gaseous Vertex Detectors</b>	<b>1499</b>
<b>Subject indexes</b>	<b>1547</b>
<b>Author's indexes</b>	<b>1549</b>

## К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале «Физика элементарных частиц и атомного ядра» (ЭЧАЯ) печатаются обзоры по актуальным проблемам теоретической и экспериментальной физики элементарных частиц и атомного ядра, проблемам создания новых ускорительных и экспериментальных установок, автоматизации обработки экспериментальных данных. Статьи печатаются на русском и английском языках. Редакция просит авторов при направлении статьи в печать руководствоваться изложенными ниже правилами.

1. Текст статьи должен быть напечатан на машинке через два интервала на одной стороне листа (обязательно представляется первый машинописный экземпляр). Поля с левой стороны должны быть не уже 3—4 см, рукописные вставки не допускаются. Экземпляр статьи должен включать аннотации и название на русском и английском языках, реферат на русском языке, УДК, сведения об авторах: фамилия и инициалы (на русском и английском языках), название института, адрес и телефон. Все страницы текста должны быть пронумерованы. Статья должна быть подписана всеми авторами. Текст статьи может быть напечатан на принтере с соблюдением тех же правил.

2. Формулы и обозначения должны быть вписаны крупно, четко, от руки темными чернилами (либо напечатаны на принтере и обязательно размечены). Желательно нумеровать только те формулы, на которые имеются ссылки в тексте. Номер формулы указывается справа в круглых скобках. Особое внимание следует обратить на аккуратное изображение индексов и показателей степеней: нижние индексы отмечаются знаком понижения  $\cap$ , верхние — знаком повышения  $\cup$ ; штрихи необходимо четко отличать от единицы, а единицу — от запятой. Следует, по возможности, избегать громоздких обозначений и упрощать набор формул (например, применяя  $\exp$ , дробь через косую черту).

Во избежание недоразумений и ошибок следует делать ясное различие между прописными и строчными буквами, одинаковыми по начертанию ( $V$  и  $v$ ,  $U$  и  $u$ ,  $W$  и  $w$ ,  $O$  и  $o$ ,  $K$  и  $k$ ,  $S$  и  $s$ ,  $C$  и  $c$ ,  $P$  и  $p$ ,  $Z$  и  $z$ ), прописные подчеркивают двумя чертами снизу, строчные — двумя чертами сверху ( $S$  и  $s$ ,  $C$  и  $c$ ). Необходимо делать четкое различие между буквами  $e$ ,  $l$ ,  $O$  (большой) и  $o$  (малой) и  $0$  (нулем), для чего буквы  $O$  и  $o$  отмечают двумя черточками, а нуль оставляют без подчеркивания. Греческие буквы подчеркивают красным карандашом, векторы — синим, либо знаком  $\vec{}$  снизу чернилами. Не рекомендуется использовать для обозначения величин буквы готического, рукописного и других малоупотребимых в журнальных статьях шрифтов, однако если такую букву нельзя заменить буквой латинского или греческого алфавита, то ее размещают простым карандашом (обводят кружком). В случае, если написание может вызвать сомнение, необходимо на полях дать пояснение, например:  $\zeta$  — «дзета»,  $\xi$  — «кси»,  $k$  — лат.,  $k$  — русск.

3. Рисунки представляют на отдельных листах белой бумаги или кальки с указанием на обороте номера рисунка и названия статьи. Тоновые фотографии должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте карандашом указать: «верх», «низ». Графики должны быть тщательно выполнены тушью или черными чернилами; не рекомендуется загромождать рисунок не нужными деталями: большинство надписей выносится в подпись, а на рисунке заменяется цифрами или буквами. Желательно, чтобы рисунки были готовы к прямому воспроизведению. Подписи к рисункам представляются на отдельных листах.

4. Таблицы должны быть напечатаны на отдельных листах, каждая таблица должна иметь заголовок. Следует указывать единицы измерения величин в таблицах.

5. Список литературы помещается в конце статьи. Ссылки в тексте даются с указанием номера ссылки на строке в квадратных скобках. В литературной ссылке должны быть указаны: для книг — фамилии авторов, инициалы, название книги, город, издательство (или организация),

год издания, том (часть, глава), цитируемая страница, если нужно; для статей — фамилии авторов, инициалы, название журнала, серия, год издания, том (номер, выпуск, если это необходимо), первая страница статьи. Если авторов более пяти, то указать только первые три фамилии.

Например:

1. **Лезнов А.Н., Савельев М.В.** — Групповые методы интегрирования нелинейных динамических систем. М.: Наука, 1985, с.208.
2. **Годен М.** — Волновая функция Бете: Пер. с франц. М.: Мир, 1987.
3. **Turbiner A.V.** — Comm.Math.Phys., 1988, vol.118, p.467.
4. **Ушверидзе А.Г.** — ЭЧАЯ, 1989, т.20, вып.5, с.1185.
5. **Endo I., Kasai S., Harada M. et al.** — Hiroshima Univ. Preprint, HUPD-8607, 1986.

6. Редакция посыпает автору одну корректуру. Изменения и дополнения в тексте и рисунках не допускаются. Корректура с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в минимальный срок.

Редакторы **Е.К.Аксенова, Э.В.Ивашкевич.**

Художественный редактор **А.Л.Вульфсон.**

Корректор **Т.Е.Попеко.**

Сдано в набор 19.06.98. Подписано в печать 04.11.98. Формат 60×90/16.

Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Усл.печл. 14,3. Уч.-изд.л. 17,25.

Тираж 400. Заказ 51000. Цена 8 р.

---

141980 Дубна Московской области  
ОИЯИ, Издательский отдел, тел. (09621) 65-165.

---

ISSN 0367—2026. Физика элементарных частиц и атомного ядра  
1998. Том 29. Вып.6. 1325—1552.



## FOCK–BARGMANN SPACE AND $SU(3)$ MODEL

*G.F.Filippov*

Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Kiev-143, Ukraine

*J.P.Draayer*

Department of Physics and Astronomy, Louisiana State University,  
Baton Rouge, LA 70803, USA

OUTLINE OF $SU(3)$ SHELL-MODEL DEVELOPMENTS	1329
SOME ELEMENTS OF RIGID ROTOR THEORY	1330
WAVE PACKET OF $SU(3)$ BASIS STATES	1331
STANDARD PROJECTION METHOD	1331
FOCK–BARGMANN MAP OF MANY-PARTICLE HARMONIC OSCILLATOR BASIS FUNCTIONS	1332
$SU(3)$ GENERATORS IN FOCK–BARGMANN SPACE	1334
BARGMANN–MOSHINSKY OPERATORS $\hat{\Omega}$ AND $\hat{\Omega}_1$	1336
OVERLAP INTEGRAL AND DENSITY MATRIX	1340
SYMMETRY OF THE $SU(3)$ DYNAMICAL EQUATION ABOUT PERMUTATION OF THE PRINCIPAL AXES	1340
SOME EXAMPLES	1341
NORMALIZATION COEFFICIENTS	1343
HAMILTONIAN OVERLAP INTEGRAL — THE SPECIAL $(\lambda, 0)$ CASE	1344
HAMILTONIAN OVERLAP INTEGRAL — THE GENERAL $(\lambda, \mu)$ CASE	1346
CLASSICAL EQUATIONS FOR THE $(\lambda, 0)$ CASE	1348
TWO INTERACTING ROTORS, $(\lambda_\pi, 0)$ AND $(\lambda_\nu, 0)$	1350
CONCLUSION	1353
REFERENCES	1353

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»  
1998, ТОМ 29, ВЫП. 6

УДК 539.143; 539.142.2

## СТРУКТУРА НИЗКОЛЕЖАЩИХ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДЕР

*В.Ю.Пономарев*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ	1354
ФОРМАЛИЗМ КВАЗИЧАСТИЧНО-ФОНОННОЙ МОДЕЛИ ЯДРА	1355
СТРУКТУРА И ПЕРЕХОДНЫЕ ПЛОТНОСТИ В ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ	1360
РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ ИЗОСКАЛЯРНЫХ Еλ-ПЕРЕХО- ДОВ	1380
НИЗКОЛЕЖАЩИЕ 1 <sup>-</sup> -СОСТОЯНИЯ И E1-ПЕРЕХОДЫ МЕЖДУ НИЗКОЛЕЖАЩИМИ СОСТОЯНИЯМИ	1384
Низколежащие 1 <sup>-</sup> -состояния в сферических ядрах.	1384
Возможность обнаружения 2 <sup>+</sup> -компоненты двухфонон- ного мультиплета [3 <sub>1</sub> <sup>-</sup> ⊗ 3 <sub>1</sub> <sup>-</sup> ] в реакции с гамма-квантами.	1389
СТРУКТУРА НИЗКОЛЕЖАЩИХ СОСТОЯНИЙ В НЕЧЕТНЫХ ЯДРАХ И ФОТОВОЗБУЖДЕНИЕ ИЗОМЕРОВ	1394
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	1402
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	1403

УДК 539.17.01; 539.172.12; 539.17.016

## УПРУГОЕ $pd$ -РАССЕЯНИЕ НАЗАД ПРИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЭНЕРГИЯХ

Ю.Н.Узиков

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Казахский государственный университет им.Аль-Фараби, Алма-Ата, Казахстан

ВВЕДЕНИЕ	1405
О РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ДИНАМИКЕ СОСТАВНЫХ СИСТЕМ	1408
СПИНОВАЯ СТРУКТУРА АМПЛИТУДЫ ПРОЦЕССА $1/2 + 1 \rightarrow 1/2 + 1$	1412
АНАЛИЗ РЕАКЦИИ $pp \rightarrow pn\pi^+$ ПРИ ЭНЕРГИИ 800 МэВ	1416
$\Delta$ -резонансная область процесса $pd \rightarrow dp$ .	1416
Амплитуда $NN \rightarrow N\Delta$ .	1419
Амплитуда процесса $pp \rightarrow pn\pi^+$ .	1422
Результаты расчетов сечения реакции $pp \rightarrow pn\pi^+$ .	1422
МОДЕЛЬ ОН+ $\Delta$ +ОР ПРОЦЕССА $pd \rightarrow dp$	1424
Обмен нейтроном.	1424
Двукратное $pN$ -рассеяние с возбуждением $\Delta$ -изобары.	1425
Однократное $pN$ -рассеяние.	1427
Результаты численных расчетов и обсуждение.	1428
О роли механизма трехбарийонных резонансов.	1434
ОБМЕН $N^*$ -ИЗОБАРАМИ И РОЛЬ ПЕРЕРАССЕЯНИЙ	1436
Механизм ОБО в релятивистской динамике.	1436
Учет перерассеяний в начальном и конечном состояниях.	1438
Спиновая структура амплитуды ОБО.	1441
Численные результаты.	1443
ВКЛАД КВАЗИРЕЗОНАНСНОГО $\eta - {}^3\text{He}$ -СОСТОЯНИЯ В УПРУГОЕ $pd$ -РАССЕЯНИЕ НАЗАД	1450
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	1451
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	1453

УДК 539.143, 539.142.2

INTERPLAY OF COLLECTIVE AND  
NONCOLLECTIVE MODES AT LOW EXCITATION  
ENERGY IN SPHERICAL NUCLEI

*M.Grinberg, Ch.Stoyanov, N.Tsoneva*

Institute for Nuclear Research and Nuclear Energy, BAS,  
bul. Tzarigrad Road 72, 1784 Sofia, Bulgaria

INTRODUCTION	1457
GENERAL DESCRIPTION OF THE MODEL	1458
THE STRUCTURE OF LOW-LYING EXCITED STATES IN THE SEMIMAGIC $N = 82$ AND THE NEIGHBOURING $N = 84$ EVEN-EVEN NUCLEI	1463
THE LOW-LYING ISOVECTOR MODE	1473
COMPARISON OF THE QPM AND THE IBM APPROACHES	1477
ELECTRIC DIPOLE TRANSITIONS IN THE $N = 82$ AND THE $N = 84$ ISOTONES	1481
EVIDENCES FOR OCTUPOLE-COUPLED MULTIPHONON STATES IN $^{124}\text{Te}$	1484
CONCLUSION	1489
APPENDIX: QPM BACKGROUND	1490
REFERENCES	1495

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»  
1998, ТОМ 29, ВЫП.6

УДК 681.518.3

## ГАЗОНАПОЛНЕННЫЕ ВЕРШИННЫЕ ДЕТЕКТОРЫ

*H.M. Никитюк*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ	1499
ОСОБЕННОСТИ МЕТОДИКИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С ФИКСИРОВАННОЙ МИШЕНЬЮ	
И ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА СТАЛКИВАЮЩИХСЯ ПУЧКАХ	1503
ТРЕХКООРДИНАТНЫЕ ГАЗОВЫЕ ДЕТЕКТОРЫ	1506
ВРЕМЯПРОЕКЦИОННЫЕ КАМЕРЫ	1507
ПРИМЕНЕНИЕ КАМЕР ТИПА «ДЖЕТ»	1522
ПЕРСПЕКТИВНЫЕ РАЗРАБОТКИ	1536
МУЛЬТИДРЕЙФОВЫЕ И СОЛОМЕННЫЕ ТРУБКИ	1539
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	1541