

JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

PHYSICS
OF ELEMENTARY
PARTICLES
AND ATOMIC
NUCLEI

PARTICLES & NUCLEI

SCIENTIFIC REVIEW JOURNAL

Founded in December 1970

VOL.30

PART 4

Six issues per year

DUBNA 1999

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ФИЗИКА
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ
ЧАСТИЦ
И АТОМНОГО
ЯДРА

ЭЧАЯ

НАУЧНЫЙ ОБЗОРНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в декабре 1970 года

ТОМ 30

ВЫПУСК 4

Выходит 6 раз в год

ДУБНА 1999

Главный редактор

А.М.БАЛДИН

Редакционная коллегия:

В.Л.АКСЕНОВ

(зам. главного редактора),

П.Н.БОГОЛЮБОВ,

С.К.БРЕШИН,

В.В.БУРОВ

(зам. главного редактора),

В.В.ВОЛКОВ,

Ц.Д.ВЫЛОВ,

Ю.П.ГАНГРСКИЙ,

П.И.ЗАРУБИН,

И.С.ЗЛАТЕВ,

П.С.ИСАЕВ

(ответственный секретарь),

В.Г.КАДЫШЕВСКИЙ

(зам. главного редактора),

К.КАУН,

Д.КИШ,

Н.Я.КРОО,

О.Н.КРОХИН,

Р.М.ЛЕБЕДЕВ,

И.Н.МИХАЙЛОВ,

НГУЕН ВАН ХЬЕУ

(зам. главного редактора),

Ю.Ц.ОГАНЕСЯН,

Ю.П.ПОПОВ,

А.Н.СИСАКЯН,

А.Н.ТАВХЕЛИДЗЕ,

А.А.ТЯПКИН,

А.И.ХРЫНКЕВИЧ,

Ч.К.ШИМАНЕ

Редакторы Е.К.Аксенова, тел. (09621) 65-165

Э.В.Ивашкевич

МОДЕЛЬ КВАРК-ГЛЮОННЫХ СТРУН: МЯГКИЕ И ПОЛУЖЕСТКИЕ АДРОННЫЕ ПРОЦЕССЫ

Г.И.Лыкасов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Г.Г.Аракелян

Ереванский физический институт, Ереван, Армения

М.Н.Сергеенко

Институт физики Академии наук Белоруссии, Минск, Белоруссия

Излагаются основные принципы модели кварк-глюонных струн (МКГС), представляющей непertурбативный подход в квантовой хромодинамике (КХД) для описания адронных процессов. Показывается связь s -канального топологического $1/N$ -разложения амплитуды адрон-адронного рассеяния, где N — число ароматов или цветов кварков, с ее t -канальным разложением по реджевским полюсам. Такой подход применяется к анализу мягких адронных процессов. Дается краткий обзор попыток расширения области применимости МКГС для описания инклюзивных спектров резонансов, а также полужестких адронных процессов. Обсуждается, в частности, новая модификация МКГС, в которой обмен помероном рассматривается как обмен двумя непertурбативными глюонами с динамически генерируемой массой; в рамках этой версии МКГС анализируются мягкие и полужесткие процессы, а также рождение очарованных частиц в адронных соударениях. Показаны преимущества и недостатки такого подхода по сравнению с другими пертурбативными моделями КХД.

The basic properties of the quark-gluon string model (MQGS) are presented. It is a nonperturbative QCD approach for the description of hadron processes at high energies. The relation of the s -channel topological expansion over $1/N$ of the hadron-hadron scattering amplitude to its t -channel one over Regge poles is shown, here N is the number of flavours or colours. This approach is applied to the analysis of soft hadron processes. The short review about the development of the MQGS for the description of inclusive spectra of produced resonances and semi-hard hadron processes also is presented. The new version of the MQGS is discussed where the pomeron exchange in t -channel is considered as the exchange of two nonperturbative gluons in s -channel assuming the dynamical generated gluon mass. Soft, semi-hard hadron processes and charm particles production are analyzed within the framework of this new version of MQGS. The advantages and defects of this approach in the comparison of other QCD models are discussed.

ВВЕДЕНИЕ

Определяющую роль для современной теории фундаментальных взаимодействий играют глубоконеупругие взаимодействия частиц. Если лептон-адронные соударения используются для изучения распределения кварков в

адронах, то e^+e^- -столкновения служат для исследования закономерностей адронизации кварков. Адрон-адронные процессы при больших передачах импульса позволяют исследовать природу сильных взаимодействий кварков с различными ароматами как обмен цветными квантами — глюонами.

Единого подхода для описания адрон-адронных взаимодействий в настоящее время не существует. Это связано с тем, что адронные взаимодействия очень разнородны по своим свойствам как в разных энергетических областях, так и в разных кинематических интервалах. Проблема состоит еще в том, что мы имеем дело с нестатической системой, и любые предсказания поведения такой системы сильно зависят от ее пространственно-временной эволюции.

Многие закономерности рождения адронов в адрон-адронных взаимодействиях можно объяснить количественно в рамках пертурбативной квантовой хромодинамики, которая добилась значительных успехов в описании элементарных процессов взаимодействия цветных кварков и глюонов в условиях асимптотической свободы. При этом используется так называемое лидирующее логарифмическое приближение (ЛЛП), которое в простой полуклассической форме сформулировано в виде уравнения Альтарелли — Паризи [1]. Но адрон представляет собой очень сложный объект, непрерывно изменяющий конфигурацию как по числу возникающих и исчезающих $q\bar{q}$ -пар, так и по числу глюонов. Учесть все элементарные процессы в адроне необычайно трудно. Более того, при высоких энергиях основную долю всех адронных взаимодействий составляют мягкие процессы. Возможности теории возмущений КХД для описания таких процессов очень ограничены; достаточно напомнить об известных трудностях, связанных с конфайнментом кварков, в основе которого лежат сильные непертурбативные эффекты.

Одной из наиболее популярных моделей конфайнмента кварков является модель цветных трубок, которые могут начинаться и оканчиваться только на кварках и антикварках или дикварках. Каждая такая трубка рассматривается как реальный физический объект, имеющий конечную энергию на единицу длины. Подобная картина обуславливает линейный рост потенциала взаимодействия между кварками [2].

Конфайнмент в неабелевых калибровочных теориях сильных взаимодействий наиболее очевидным образом проявляется в рамках предложенной Вильсоном формулировки теории на пространственно-временной решетке [3]. Примечательно, что на решетке в пределе сильной связи конфайнмент получается автоматически, и теория приводит к картине взаимодействия кварков, находящихся на концах струн с конечной энергией на единицу длины. Последние исследования и расчеты на решетке связаны с демонстрацией сохранения этого явления в непрерывном пределе [4].

В настоящее время широко используется подход для описания взаимодействия адронов, допускающий простую параметризацию пространственно-временной эволюции локально-равновесной кварк-глюонной системы, кото-

рая содержит только продольные переменные. В таком подходе в с.ц.и. реакции фронты сталкивающихся адронов движутся со скоростью света, причем в промежуточной области используется некоторая интерполяция между этими пределами. Такая картина является достаточно грубым приближением. Очевидно, что в процессе взаимодействия адроны разрушаются, и необходимо рассматривать скорее кварк-глюонные степени свободы, нежели адронные. Кварк-глюонная система в общем случае неравновесна: допускается представление о независимых струнах, являющихся сильно неравновесными системами.

Мягкие взаимодействия не могут быть вычислены в рамках КХД; однако часто игнорируется тот факт, что существуют очень успешные феноменологические подходы (см. [5]) для описания адрон-адронных, адрон-ядерных и ядро-ядерных взаимодействий в пределе очень высоких энергий, основанные на теории Редже. Такие модели находятся полностью в рамках релятивистской квантовой теории, причем некоторые особенности этих моделей могут быть воспроизведены в КХД путем изучения лестничных диаграмм.

Таким образом, в физике адронов высоких энергий есть не менее фундаментальный, чем сама КХД, подход — реджеонная теория. Существует несколько достаточно хорошо разработанных моделей, основанных на этой теории: модель кварк-глюонных струн [6], дуальная партонная модель (ДПМ) [7] и модель VENUS [5]. Все эти модели оказались успешными при описании экспериментальных данных, и они рассматриваются в настоящее время как наиболее реалистичский подход для описания адрон-адронных и адрон-ядерных взаимодействий при высоких энергиях; они являются более чем просто экстраполяцией известной физики, как часто цитируется, поскольку в принципе этот подход включает и перерассеяние. Большинство из этих моделей (как, например, ДПМ и VENUS) учитывают полужесткое рассеяние и способны воспроизвести данные вплоть до энергий LHC. Все эти модели идентичны в отношении упругого рассеяния и весов определенных неупругих процессов, однако сами неупругие процессы определяются по-разному.

Необходимость адекватного (с учетом экспериментальных условий) и трудоемкого сопоставления больших объемов экспериментальной информации с результатами теории привела к созданию многочисленных моделей и программ-генераторов столкновений адронов и атомных ядер [8–11]. Они основываются на успехах стандартной теории сильных и электрослабых взаимодействий и различных феноменологических подходах. Все существующие в настоящее время модели адрон-адронных взаимодействий и известные программы-генераторы можно разделить на три группы: модели, основанные на теории Грибова — Редже (МКГС, ДПМ, VENUS), модели, основанные на классической теории струн (FRITIOF, SRM, ATTLA, SPM), модели, основанные на пертурбативной КХД (ISAJET, PYTHIA, EUROJET, COJETS/WIZJET, FIELDAJET, HIJING, PCMC) [5]. Среди программ-генераторов особо широ-

кую известность получили программы ISAJET [8] и программы Лундского университета, в частности, PYTHIA [9] и FRITIOF [10].

Интенсивно развиваются в настоящее время монте-карловские версии модели кварк-глюонных струн (см. [11] и ссылки в ней). Эти программы претендуют на описание всей области переданных импульсов, от жесткого рассеяния кварков и глюонов до образования и распада адронов, что объясняет их популярность.

В течение достаточно длительных поисков выяснилось, что основная проблема теории множественных процессов сводится к описанию их виртуальной фазы, пространственные размеры которой превышают размеры нуклона и возрастают с энергией сталкивающихся частиц. То обстоятельство, что трансформация виртуальных частиц в реальные происходит на расстояниях порядка размеров атомных ядер, позволяет использовать взаимодействие с атомными ядрами как инструмент для изучения пространственно-временной картины адронизации в процессах множественного рождения частиц. В настоящем обзоре мы не рассматриваем адрон-ядерные взаимодействия, поскольку это отдельный и достаточно значительный предмет исследования.

Одной из важных и малоизученных задач физики адронов является адронорождение частиц, содержащих тяжелые кварки. Реалистические оценки сечений рождения тяжелых кварков в адронных столкновениях необходимы также для планирования экспериментов на существующих и будущих ускорителях; огромные затраты на создание ускорителей и детектирующих установок требуют тщательного прогнозирования экспериментальной ситуации. Обычно такие оценки делаются на основе партонной модели в рамках теории возмущений КХД. Однако известны результаты экспериментов, противоречащие партонной модели, в рамках которой невозможно добиться большего выхода очарованных частиц в K -пучках по сравнению с π -пучками [12]. Кроме того, партонные модели систематически занижают сечения рождения c - и b -кварков при сравнительно небольших поперечных импульсах [13].

Переход тяжелых кварков в адроны описывался разными моделями. В [12] описание было выполнено с помощью рекомбинационной модели [14–16], учитывающей взаимодействие вновь рожденных тяжелых Q -кварков с кварками из начальных адронов; такой учет взаимодействия с валентными кварками позволил описать рождение лидирующей компоненты очарованных частиц. Функция рекомбинации в этой модели выражена через интерсепт $\alpha_i(0)$ лидирующей реджевской траектории, связанной с кварком q_i . В другой феноменологической модели [17] сделана оценка выхода очарованных частиц в реджевском подходе и получено достаточно точное описание рождения D - и B -мезонов при использовании функций фрагментации, которые также выражались через пересечения лидирующих траекторий Редже.

Успешное описание различных характеристик процессов адронорождения тяжелых кварков может быть получено в рамках подхода, основанного

на топологическом $1/N_f$ -разложении амплитуд в КХД [18–21] и тесно связанных с ним моделях струны и цветной трубки [22–24], т.е. в рамках МКГС.

Основные составляющие модели кварк-глюонных струн — структурные функции кварков и функции фрагментации кварков в адроны — выражаются в терминах пересечений траекторий полюсов Редже. Наибольшая неопределенность расчетов сечений выходов тяжелых ароматов в рамках МКГС связана, в основном, с отсутствием надежной информации о поведении реджевских траекторий тяжелых $Q\bar{Q}$ -кваркониев. В предположении о линейности $Q\bar{Q}$ -траекторий интереспты оказываются низкими $\alpha_\Psi(0) \simeq -2, 2$, $\alpha_\Upsilon(0) \simeq -16$, поэтому вклад периферического механизма очень быстро убывает с ростом массы кварка. В этой связи важное значение приобретает определение поведения реджевских $Q\bar{Q}$ -траекторий в области $0 \leq t \leq m_{Q\bar{Q}}^2$ и оценка интересптов $\alpha_{Q\bar{Q}}(0)$ траекторий.

МКГС успешно применялась для описания процессов образования адронов, проинтегрированных по поперечному импульсу рождающейся частицы, содержащих не только легкие u -, d -, и s -кварки, но позволила объяснить многие характерные черты адронорождения очарованных частиц (см. обзоры [25, 26], а также работы [27–36]). С использованием метода $1/N_f$ -разложения и модели реджизованного однопионного обмена в работе [37] были вычислены спектры Λ_c -барионов в pp -столкновениях.

В данном обзоре рассматриваются модификации МКГС, учитывающие зависимость спектров от спина рождающейся частицы, а именно рождение резонансных состояний [32, 35, 36], а также зависимость распределений частиц по поперечному импульсу рождающейся частицы с учетом поперечного движения кварков в сталкивающихся адронах [38–45].

В первом разделе кратко излагаются основные принципы $1/N$ -разложения в КХД и его связь с теорией Редже. Дается обзор работ, относящихся к построению модели кварк-глюонных струн, основанной на этой связи. Приводится схема получения редже-асимптотики функций распределения кварков в сталкивающихся адронах и функций фрагментации в образующиеся адроны. Отмечаются особенности взаимодействия структурных объектов по сравнению с рассеянием точечных частиц и возникающие при этом трудности описания адронных процессов. Дается краткая характеристика мягких адронных процессов и рассматриваются некоторые модели периферических взаимодействий адронов.

Во втором разделе МКГС применяется для анализа процессов рождения бозонных резонансов, содержащих легкие u -, d -, s -кварки [32]. С использованием модели реджеон-фотонной аналогии получены соотношения, связывающие спектры мезонов с высшими спинами со спектрами векторных (ρ, K^*) и псевдоскалярных (π, K) мезонов.

Третий раздел посвящен модификации МКГС, описывающей адронорождение частиц с открытым чармом с учетом вкладов от распадов соответствующих S -волновых резонансов [35,36].

Четвертый раздел посвящен новому подходу в рамках МКГС для описания мягких и полужестких адронных процессов, основанному на двухглюонной модели померона [44,45]. В предложенной модели померон рассматривается как обмен двумя глюонами с динамически генерируемой массой, т.е. в пропагатор глюона вводится параметр обрезания по k_{\perp} , который логарифмически исчезает при больших k_{\perp} . Предложенная версия МКГС применяется для количественной оценки сечений рождения π - и D -мезонов в pp -взаимодействиях при различных начальных энергиях [44,45]. Из сравнения расчетов для двух значений интерсепта реджевской Ψ -траектории $\alpha_{\Psi}(0) \simeq 0$ и $\alpha_{\Psi}(0) = -2, 2$ с экспериментальными данными при энергии $\sqrt{s} = 27,4$ ГэВ показано, что хорошее описание спектров как по фейнмановской переменной x_F , так и по поперечному импульсу p_{\perp} достигается при значении пересечения реджевской Ψ -траектории, близком к нулю, $\alpha_{\Psi}(0) \simeq 0$.

В заключении кратко сформулированы основные результаты исследования.

1. ТОПОЛОГИЧЕСКОЕ $1/N$ -РАЗЛОЖЕНИЕ И ЕГО СВЯЗЬ С ТЕОРИЕЙ РЕДЖЕ

Трудности, связанные с ростом КХД-константы связи $\alpha_s(Q^2)$ в мягких процессах, привели к развитию альтернативных способов расчета взаимодействия адронов. В качестве малых параметров в КХД можно рассматривать величины $1/N_f$ и $1/N_c$, где N_f — число ароматов кварков (u, d, s, \dots), а N_c — число цветов [18,19]. Близким к действительности является случай, когда отношение N_f/N_c фиксировано ($N_f/N_c \propto 1$) и проводится разложение по величине $1/N_f$ или $1/N_c$. Такой подход получил название дуальной топологической унитаризации (ДТУ) [20,21], т.к. он был предложен независимо от КХД для учета условия унитарности в рамках дуального подхода; позднее была установлена его связь с КХД [20].

В процессах с небольшими переданными импульсами эффективно участвуют только легкие кварки u, d, s , и число N_f близко к 3, т.е. параметр разложения примерно равен $1/3$. Однако фактически для амплитуд с определенными квантовыми числами в t -канале разложение проводится по величине $1/N_f^2 \simeq 0, 1$.

При описании множественных процессов такой подход позволяет установить соответствие между фейнмановскими диаграммами реакции $a+b \rightarrow c+X$ и определенными геометрическими образами — планарными диаграммами, цилиндрическими, диаграммами с "ручками" и более сложными топологи-

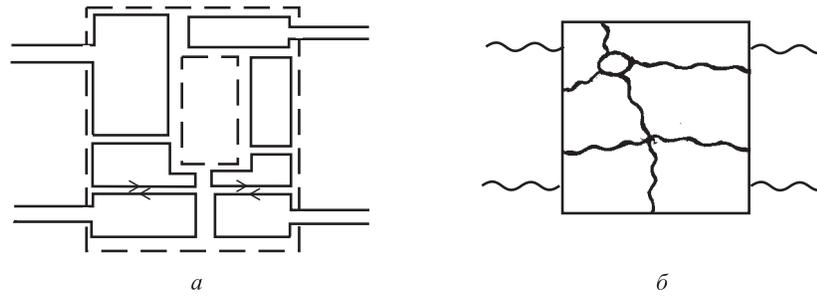


Рис. 1. Планарная диаграмма с внешними "ногами" (а) и эквивалентная ей фейнмановская диаграмма (б)

ями. Суммирование по всем возможным в каждом случае типам диаграмм позволяет получить амплитуды мягких процессов в виде ряда по $1/N$.

1.1. Топологическое $1/N$ -разложение в КХД. Предложенный 'т Хофтом подход [18] использует теорию возмущений, однако не по хромодинамической константе α_s , а по $1/N_c$. При этом предполагается, что $\alpha_s \cdot N_c = \text{const}$, а число ароматов N_f фиксировано. Лагранжиан КХД записывался в таком виде, который наглядно можно проиллюстрировать следующим образом. Глюон рассматривается как кварк-антикварковая система, т.е. изображается в виде двух противоположно направленных кварковых линий. Кварк тоже изображается в виде двух линий (сплошной и штриховой на рис.1,а), но одинаково направленных, одна из которых соответствует определенному цвету, а другая — аромату. Исходя из этих правил фейнмановские диаграммы тоже изображаются иначе.

Различают диаграммы "планарного" и "непланарного" типа. К первым относятся диаграммы вида рис.1,а, с внешними глюонными линиями. Для таких диаграмм все линии можно без самопересечения разместить на плоскости внутри контура, ограниченного кварковыми линиями, которые определяют границу диаграммы. Для наглядности на рис.1,б приведена эквивалентная ей обычная фейнмановская диаграмма КХД, где волнистые линии изображают глюоны, а сплошные — кварки и антикварки. Диаграмма n -го порядка G_n , где n — число внешних "ног" или внешних глюонных линий, исходящих из границы (на рис.1 $n = 4$), пропорциональна следующему выражению [3]:

$$G_n \propto (g^2)^{2h-2+b} (g^2 N_c)^{l_c} (g^2 N_f)^{l_f}, \quad (1)$$

где введены следующие обозначения: g — константа связи, l_c , l_f — числа цветовых и ароматовых петель, h — число "ручек", характеризующих степень непланарности диаграмм, b — число границ.

В подходе 'т Хофта [18] предполагалось, что $g^2 N_c$ и N_f фиксированы некоторыми постоянными. В работах же Венициано [19, 20] делалось более

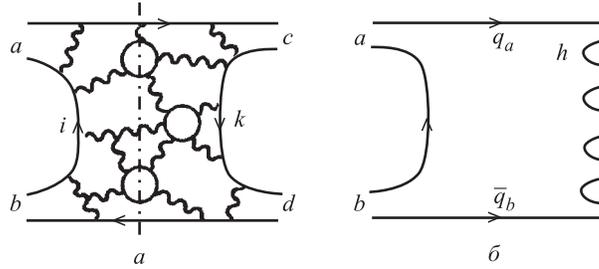


Рис. 2. Планарные диаграммы для бинарного (а) и множественного (б) процессов

сильное предположение: фиксировались $g^2 N_c$ и $g^2 N_f$. Тогда в подходе Венециано

$$G_n \propto (g^2)^{2h+b} \propto \left(\frac{1}{N_c}\right)^{2h+b} \propto \left(\frac{1}{N_f}\right)^{2h+b}. \quad (2)$$

В топологическом разложении Венециано диаграммы классифицируются по числу "ручек" и "границ". Чтобы получить амплитуду, например, бинарного процесса ($n = 4$, см. рис.2), надо просуммировать по всем h и b , т.е. по вкладам, соответствующим разным топологиям: планарный, цилиндрический и т.д. Заметим, что требование $g^2 N_f = \text{const}$ (порядка единицы) приводит к тому, что порядок диаграммы n не меняется, если в нее включить кварк-антикварковую петлю. Главный вклад топологического разложения указанной выше амплитуды будут давать, согласно ([18]), диаграммы с $h = 0$ и $b = 1$, т.е. диаграммы "планарного" типа без "ручек" и с одной "границей". Примеры таких диаграмм приведены на рис.2,а для мезон-мезонного рассеяния. Разрезанию такой диаграммы в s -канале также соответствует "планарная" диаграмма для амплитуды множественного рождения частиц, изображенная на рис.2,б (здесь и в дальнейшем для упрощения рисунков внутренние линии кварков и глюонов в отличие от рис.2,а не изображены). Амплитуды подобных бинарных процессов ведут себя как

$$T_{ab \rightarrow cd}^{(h=0, b=1)} \propto \frac{1}{N_f} \propto \frac{1}{N_c}. \quad (3)$$

Графики более высокой топологии, когда $h = 0, b = 2$, так называемые "цилиндрические" диаграммы (пример таких диаграмм для упругого рассеяния приведен на рис.3,а), ведут себя в зависимости от N_c или N_f следующим образом:

$$T_{ab \rightarrow ab}^{(h=0, b=2)} \propto \frac{1}{N_f^2} \propto \frac{1}{N_c^2}. \quad (4)$$

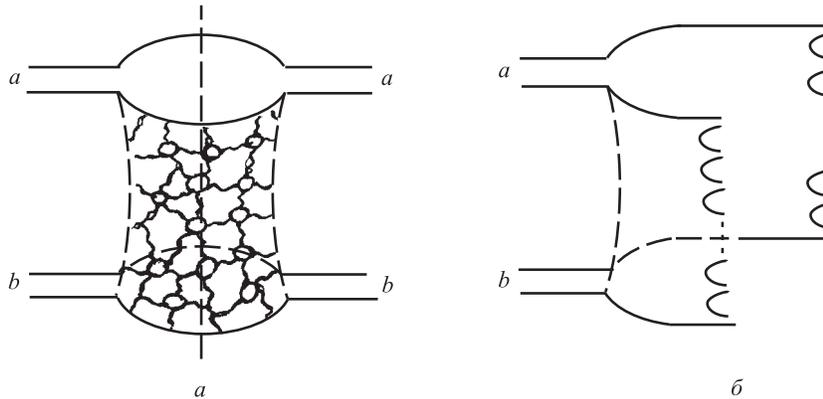


Рис. 3. Цилиндрические диаграммы: *а*) упругого процесса (померон); *б*) множественного процесса

Разрезанию такой диаграммы в s -канале соответствует "цилиндрическая" диаграмма множественного рождения частиц, изображенная на рис.3.б. Диаграммы следующего порядка топологии — графики "двойного цилиндра", $h = 1$ и $b = 2$, убывают уже как $1/N_f^4 = 1/N_c^4$. Другие диаграммы "цилиндрического" типа можно изобразить в виде многих "цилиндров". Последние убывают как $1/N^6, 1/N^8, \dots$, т.к. $h = 2, 3, \dots$, т.е. каждый дополнительный цилиндр дает одну "ручку", а число границ неизменно, $b = 2$.

В работах [18–22] был предложен так называемый дуально-топологический подход, суть которого состоит в следующем. Планарным диаграммам с $h = 0$ и $b = 1$ (рис.2.а) в s -канале ставятся в соответствие диаграммы одно-реджеонного обмена в t -канале, графикам цилиндрического типа с $h = 0$ и $b = 2$ (рис.3.а) — диаграммы однопомеронного обмена для упругого рассеяния $ab \rightarrow ab$ в t -канале. Другим диаграммам цилиндрического типа в s -канале с $h = 1, 2, 3, \dots$ и $b = 2$ ставятся в соответствие графики многопомеронного обмена для упругого рассеяния в t -канале. Так, планарным диаграммам разрезанного типа (рис.2.б) соответствует процесс множественного рождения при столкновении мезонов a и b , состоящих из валентных кварков и антикварков. Линия, определяющая левую "границу" разрезанной диаграммы рис.2.б, соответствует аннигиляции валентных кварков, антикварков, принадлежащих сталкивающимся адронам (мезонам). Правая "граница" диаграммы рис.2.б изображает $q\bar{q}$ -пары, которые затем фрагментируют в адроны. Между левой и правой "границами" диаграммы рис.2.б находится "сеть" глюонных линий и $q\bar{q}$ -петель, как на рис.2.а, где они не изображены.

Физически диаграмму рис.2.б, разрезанную в s -канале, можно трактовать [6] следующим образом. При столкновении двух мезонов кварк одного

мезона аннигилирует с антикварком другого, а другая $q\bar{q}$ -пара взаимодействует между собой и разлетается (в с.ц.и. сталкивающихся адронов) в разные стороны. Между этими двумя кварками в хромостатическом поле образуется струна [6], которая затем рвется, в результате чего в хромодинамическом вакууме рождаются $q\bar{q}$ -пары. Возникает вопрос, как можно вычислить диаграмму рис.2,а, которая в разрезанном виде в s -канале представлена на рис.2,б. На помощь приходит вышеуказанное соответствие между s -канальным топологическим и t -канальным разложением по полюсам Редже амплитуды бинарного процесса (так называемый принцип дуальности). При высоких энергиях и небольших передачах импульса поведение диаграмм рис.2 в t -канале определяется самыми правыми в j -плоскости полюсами Редже с данными квантовыми числами. Предполагается, что эти полюсы с хорошей точностью совпадают с наблюдаемыми на опыте так называемыми вторичными полюсами Редже (ρ , A_2 , f , ω , ...). Множественное рождение адронов при столкновении частиц a и b (рис.2,б) происходит за счет мультипериферического механизма в t -канале [6]. Сечение такого процесса уменьшается с ростом s как $(1/s^{1-\alpha_R(0)})$, где интерсепт редже-траектории $\alpha_R(0) \simeq 0,5$. Поэтому планарные диаграммы типа рис.2 убывают с s как $1/\sqrt{s}$.

Цилиндрические же диаграммы типа приведенных на рис.3 соответствуют графикам померонного обмена в t -канале, которые в теории надкритического померона не убывают, а даже растут как s^Δ , где $\Delta = \alpha_P(0) - 1 > 0$ [6, 33]. Интерсепт надкритического померона $\alpha_P(0) \simeq 1,27$ [6] вместо обычного померона $\alpha_P(0) = 1$. Поэтому главный вклад в множественное рождение адронов в бинарных адронных реакциях дают цилиндрические диаграммы типа приведенных на рис.3. Физически эти диаграммы можно трактовать аналогично планарным графикам рис.2,б: так, при столкновении двух протонов высоких энергий между кварком одного нуклона и дикварком другого и, соответственно, оставшимися дикварком и кварком этих нуклонов, как между триплетом и антитриплетом по цвету, после цветового взаимодействия образуются две синглетные по цвету струны. При удалении концов струн друг от друга последние рвутся, в результате чего из вакуума образуются $q\bar{q}$ -пары, фрагментирующие затем в адроны.

Физическая трактовка цилиндрических диаграмм, соответствующих многопомеронным t -канальным обменам, аналогична приведенной выше, только вместо двух струн образуются $2n$ синглетных по цвету струн между кварками и дикварками (две струны) и морскими кварками и антикварками ($2n - 2$ струны), где n — число померонных обменов в t -канале.

Изложенная связь s -канального топологического $1/N$ -разложения амплитуды бинарного процесса с ее t -канальным разложением по полюсам Редже позволяет, исходя из правильной редже-асимптотики, вычислить распределения кварков в адронах и их функции фрагментации. На этой основе открывается возможность проанализировать все мягкие адронные процессы мно-

жественного рождения адронов, т.е. процессы с малыми переданными импульсами.

Картина сильных взаимодействий адронов, основанная на топологическом разложении, позволяет понять многие свойства сильных взаимодействий при высоких энергиях [18–20]. Однако она является полуфеноменологической теорией. Значительно большую предсказательную силу теория $1/N$ -разложения приобретает, если диаграммам топологического разложения сопоставить определенную пространственно-временную картину взаимодействия кварков и глюонов, используя для описания эффектов конфайнмента модели цветной трубки и струны.

1.2. Модель цветной трубки и кварк-глюонных струн. Основы фрагментационной модели цветной трубки изложены в работе [6] и состоят в следующем. В области существования цветного поля кварков флуктуации глюонного поля подавлены, но энергия вакуума препятствует выходу цветных силовых линий кварков во внешнюю среду. Это приводит к хромодинамическому вакууму вокруг кварков, и адрон рассматривается как пузырек в глюонном вакууме, что одновременно означает и конфайнмент, т.к. все силовые линии между кварками замкнуты внутри пузырька [22–24].

Столкновение двух адронов-пузырьков a и b , сопровождающееся аннигиляцией валентных кварков, в модели цветной трубки представляется следующим образом. Чтобы два кварка q , \bar{q} из разных адронов аннигилировали, их относительные импульсы должны быть малы. Тогда при высокой энергии сталкивающихся адронов необходимо, чтобы в них реализовались редкие конфигурации кварков-партонов, когда разность быстрот кварка и антикварка в начальном адроне(мезоне) велика. В терминах быстрот это означает:

$$y_q - y_{\bar{q}} \simeq \frac{1}{2} \ln \frac{s}{m_{\perp}^2}, \quad (5)$$

где $m_{\perp}^2 = m_q^2 + p_{q\perp}^2$, \sqrt{s} — энергия в с.ц.и.; полный интервал быстрот, занятый кварками в сталкивающихся адронах, равен полному кинематически разрешенному интервалу $y_{\max} = \ln(s/m_{\perp}^2)$.

1.3. Распределение кварков в адроне. Распределение кварков в МКГС определяется из правильной редже-асимптотики планарных и цилиндрических диаграмм при $x \rightarrow 1$ и $x \rightarrow 0$, где x приближенно равняется доле продольного импульса кварка от импульса начального адрона, т.е. $x \sim p_{qz}/p_h$, или, точнее, x — переменная светового фронта $x = (E_q + p_{qz})/(E_h + p_{hz})$. Их функции фрагментации также определяются редже-асимптотикой, но при этом накладываются еще некоторые условия. В действительности речь идет о распределении кварков на концах $q - \bar{q}$ -струны. Рассмотрим вначале планарную диаграмму рис.2,б для бинарного процесса множественного рождения $ab \rightarrow hX$ в с.ц.м. двух сталкивающихся адронов a и b , когда частица h рождается быстрой, т.е. процесс с большим x . В этом случае при $x \rightarrow 1$ между

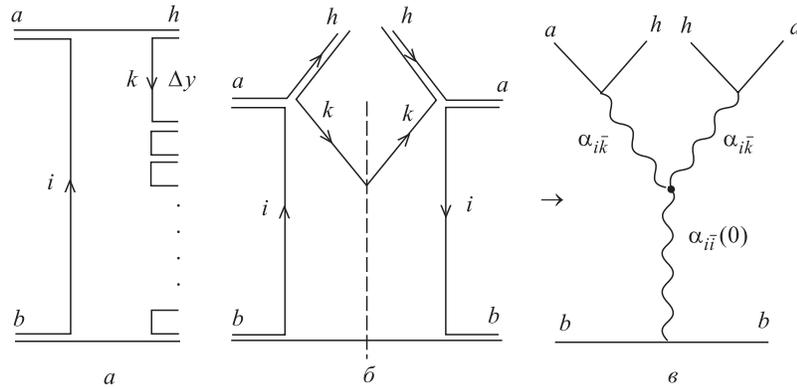


Рис. 4. *а*) Планарная диаграмма для образования лидирующего адрона; *б*) ее вклад в инклюзивное сечение; *в*) трехреджеонный график, соответствующий диаграмме (*б*) при $x \rightarrow 1$

адрон h и остальными частицами возникает большой интервал быстрот Δy , как это изображено на рис.4,*а*. Соответствующая диаграмма упругого рассеяния приведена на рис.4,*б*, штриховая линия показывает разрезание этой диаграммы. Соответствующий ей трехреджеонный график в t -канале приведен на рис.4,*в*. Подробное изложение этой проблемы приведено в [6, 46], здесь мы остановимся лишь на основных принципах построения кварковых распределений в адроне в рамках МКГС.

Рождение быстрой частицы h при столкновении мезонов a и b , соответствующее планарной диаграмме рис.4,*а*, физически можно трактовать следующим образом. При столкновении этих мезонов, состоящих из пар валентных кварков и антикварков ($q - \bar{q}$), медленный антикварк частицы a , обозначенный как i , аннигилирует с медленным кварком частицы b . Кварк q_a взаимодействует с антикварком \bar{q}_b , после чего они разлетаются, и между ними образуется так называемая бесцветная струна, поскольку q и \bar{q} — триплет и антитриплет цветовой группы $SU(3)$. Далее эта струна рвется по мере разлета ее концов, и в хромостатическом поле, согласно механизму Швингера [22], образуются кварк-антикварковые пары, фрагментирующие затем в адроны. Образование частицы h можно представить себе как "подхват" быстрым кварком q_a медленного антикварка k (см. рис.4,*а*) из цепочки кварков и антикварков, образующихся при разрыве струны. Так как адрон h быстрый, его $x \rightarrow 1$, то быстрое время интервал Δy между ним и другими адронами довольно большой. Построение распределения быстрого кварка в адроне a эквивалентно нахождению вероятности замедлить другой антикварк i в этом адроне. Такую вероятность можно найти из соответствия s -канальной

планарной диаграммы t -канальной диаграмме с обменом реджеоном R [6]:

$$w_i \sim \sigma_{ab}^{\text{tot}} \sim \text{Im} f_{ab}^{\text{el}}(t=0) \sim \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_R(0)-1}, \quad (6)$$

где $\alpha_R(0)$ — интерсепт редже-траектории, соответствующей в данном случае обмену кварк-антикварковой парой $q_i - \bar{q}_i$ в s -канале, поэтому его можно обозначить как $\alpha_{i\bar{i}}(0)$. Переходя к переменной x , доле продольного импульса быстрого кварка q_a , и учитывая, что $1-x \sim 1/s$, эту вероятность можно записать в виде

$$w_i \sim (1-x)^{1-\alpha_{i\bar{i}}(0)} \equiv x_i^{1-\alpha_{i\bar{i}}(0)}. \quad (7)$$

Здесь $x_i = 1-x$ — доля продольного импульса медленного антикварка \bar{q}_i в адроне a . Аналогично находится вероятность замедлить кварк (антикварк) k при образовании адрона h (рис.4, a), что эквивалентно вероятности найти быстрый кварк q_a с долей импульса x на конце $q - \bar{q}$ -струны, так как $x \simeq 1-x_k$, т.е.

$$w_k \sim (1-x)^{1-\alpha_{k\bar{k}}(0)} = x_k^{1-\alpha_{k\bar{k}}(0)}, \quad (8)$$

где $\alpha_{k\bar{k}}(0)$ — интерсепт редже-траектории, соответствующий обмену кварка k и антикварка \bar{k} . Переходя в (7) и (8) от x_i, x_k к быстротам y_i, y_k , $y_{i,k} = \ln(2p_a x_{i,k}/m_{qt})$, где p_a — импульс начального адрона a , m_{qt} — поперечная масса валентного конститuentного кварка q_a , получаем для w_i и w_k следующие выражения [6]:

$$w_i(\Delta y_i) = C \exp(-\beta_i \Delta y_i); w_k(\Delta y_k) = C \exp(-\beta_k \Delta y_k), \quad (9)$$

где $\Delta y_i = y_a - y_i$, $\Delta y_k = y_a - y_k$, $\beta_i = 1 - \alpha_{i\bar{i}}(0)$, $\beta_k = 1 - \alpha_{k\bar{k}}(0)$; здесь y_a — быстрота адрона a , y_i, y_k — быстроты кварков i и k (см. рис.4, a), C — некая константа. Заметим, что в выражениях (6)–(9) пренебрегалось поперечными импульсами k_t -кварков. Если же их учесть, то в эти выражения войдут вместо интерсептов траектории Редже, зависящие от k_t^2 , т.е. $\alpha_R(-k_t^2)$, которые при малых k_t^2 могут быть представлены в виде: $\alpha_R(-k_t^2) \simeq \alpha_R(0) - k_t^2 \alpha'_R(0)$. Учитывая это и переходя в (9) в пространство прицельных параметров \mathbf{b} , получаем для фурье-образов $w_i(\Delta y_i, \mathbf{b})$ и $w_k(\Delta y_k, \mathbf{b})$ следующие выражения:

$$w_i(\Delta y_i, \mathbf{b}) = \frac{C}{4\pi\alpha'\Delta y_i} \exp(-\beta_i \Delta y_i) \exp(-\mathbf{b}^2/4\alpha'\Delta y_i), \quad (10)$$

$$w_k(\Delta y_k, \mathbf{b}) = \frac{C}{4\pi\alpha'\Delta y_k} \exp(-\beta_k \Delta y_k) \exp(-\mathbf{b}^2/4\alpha'\Delta y_k). \quad (11)$$

Заметим, что $\Delta y_i, \Delta y_k \gg 1$, так как мы интересуемся распределением кварка q_a на конце струны при больших x и, соответственно, малых x_i и x_k , т.е. при $x \rightarrow 1$ (рис.4, a). Таким образом, выражения (9) и (10), (11)

дают нам вероятность замедлить валентный кварк i (антикварк \bar{i}) в адроне a (рис.4, a) и вероятность рождения медленного кварка k (антикварка \bar{k}) после разрыва струны в зависимости от x (9) или Δy и \mathbf{b} . Отсюда легко определить асимптотику кварковых распределений на концах $q - \bar{q}$ -струны. Но при этом необходимо связать интерсепт $\alpha_{k\bar{k}}(0)$ с $\alpha_{i\bar{i}}(0)$ и $\alpha_{ik}(0)$, так как последние значения, как будет показано ниже, известны. В [6] был обоснован так называемый принцип факторизации в МКГС амплитуды бинарного процесса $ab \rightarrow cd$, изображенного на рис.2: вероятность образования различных конечных адронов c, d зависит только от типа кварков k , возникающих при разрыве струны и не зависит от типа "аннигилирующих кварков" i . Вследствие этого мнимая часть амплитуды бинарного процесса $ab \rightarrow cd$ в \mathbf{b} -пространстве оказывается факторизованной в s -канале [6]:

$$\text{Im } f_{ab \rightarrow cd}(\xi, \mathbf{b}) \sim w_{ab}^i(\xi, \mathbf{b}) w_{cd}^k(\xi, \mathbf{b}). \quad (12)$$

Здесь $\xi = \ln(s/s_0)$, w_{ab}^i и w_{cd}^k — те же вероятности, что и w_i, w_k , но для бинарного процесса $ab \rightarrow cd$. Для упругого рассеяния $ab \rightarrow ab$, используя условие унитарности, имеем

$$w_{ik}(\xi, \mathbf{b}) w_{ki}(\xi, \mathbf{b}) \sim w_i(\xi, \mathbf{b}) w_k(\xi, \mathbf{b}), \quad (13)$$

где $w_{ik}(\xi, \mathbf{b})$ — вероятность замедлить оба кварка i и k , см. рис.4, $a, б$ с данным прицельным параметром \mathbf{b} . Подставляя теперь выражения (10), (11) для w_i, w_k , а также аналогичное выражение для w_{ik} в (13), получаем следующие очень важные соотношения для интерсептов редже-траекторий и их наклонов:

$$\alpha_{i\bar{i}}(0) + \alpha_{k\bar{k}}(0) = 2\alpha_{ik}(0), \quad (14)$$

$$(\alpha'_{i\bar{i}}(0))^{-1} + (\alpha'_{k\bar{k}}(0))^{-1} = 2(\alpha'_{ik}(0))^{-1}, \quad (15)$$

где $\alpha_{ik}(0)$ — интерсепт редже-траектории, соответствующей обмену парой кварка i и антикварка \bar{k} в s -канале, см. рис.4, $б$. Из (14) имеем

$$-\alpha_{k\bar{k}}(0) = \alpha_{i\bar{i}}(0) - 2\alpha_{ik}(0). \quad (16)$$

Теперь непосредственно перейдем к построению асимптотики кварковых распределений на концах $q - \bar{q}$ -струны при $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow 1$. Распределение валентного кварка $q(x)$ в адроне a при $x \rightarrow 0$ можно связать с вероятностью найти в a медленный кварк i , определяемой выражением (7):

$$x_i q(x_i) = w_i(x_i) \sim x_i^{1-\alpha_{i\bar{i}}(0)}. \quad (17)$$

Отсюда получаем при $x \rightarrow 0$:

$$q_a(x) \sim x^{-\alpha_{i\bar{i}}(0)} = x^{-\alpha_R(0)}. \quad (18)$$

Как указывалось выше, $\alpha_{i\bar{i}}(0) = \alpha_R(0)$ — интерсепт вторичной реджеонной траектории. Асимптотика $q(x)$ при $x \rightarrow 1$ определяется вероятностью рождения медленного кварка k (антикварка \bar{k}) после разрыва $q - \bar{q}$ -струны (рис.4,б), т.е. согласно (8) при $x \rightarrow 1$ имеем

$$q_a(x) = q_k(1-x) = \frac{w_k(x_k)}{x_k} \sim (1-x)^{-\alpha_{k\bar{k}}(0)}, \quad (19)$$

или, используя соотношение (16), выражение (19) можно еще записать в следующем виде:

$$q_a(x) \sim (1-x)^{\alpha_R(0) - 2\alpha_{ik}(0)}. \quad (20)$$

Таким образом, асимптотика распределения валентных кварков в адроне a , точнее, на концах кварк-антикварковой струны при $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow 1$ определяется выражениями (18) и (19). Если в качестве адрона a взять, например, π -мезон, то α_{ik} будет соответствовать реджеонной траектории, т.е. $\alpha_{ik}(0) = \alpha_R(0)$. Тогда асимптотика кваркового распределения в π -мезоне при $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow 1$ будет определяться выражениями

при $x \rightarrow 0$

$$q_\pi(x) \sim x^{-\alpha_R(0)} = x^{-1/2}, \quad (21)$$

при $x \rightarrow 1$

$$q_\pi(x) \sim (1-x)^{-\alpha_R(0)} = (1-x)^{-1/2}. \quad (22)$$

Асимптотика кваркового распределения в нуклоне при $x \rightarrow 1$ определяется вероятностью замедлить дикварк qq в нуклоне (рис.4,а), т.е. согласно (7):

$$w_{qq}(x_{qq}) \sim x_{qq}^{1-\alpha_{(qq)(\bar{q}\bar{q})}(0)}, \quad (23)$$

где $x_{qq} = 1-x$ — доля импульса дикварка в нуклоне, $\alpha_{(qq)(\bar{q}\bar{q})}(0)$ — интерсепт редже-траектории, содержащей дикварк и антидикварк, которая удовлетворяет соотношению (14), т.е. [6]:

$$\alpha_{(qq)(\bar{q}\bar{q})}(0) + \alpha_{k\bar{k}}(0) = 2\alpha_{3q}(0). \quad (24)$$

Тогда, используя (23), имеем при $x \rightarrow 1$:

$$q_N(x) = \frac{w_{qq}(x_{qq})}{x_{qq}} = C_1 x_{qq}^{-\alpha_{(qq)(\bar{q}\bar{q})}(0)} = C_1 (1-x)^{\alpha_{k\bar{k}}(0) - 2\alpha_{3q}(0)}. \quad (25)$$

В этом случае $\alpha_{k\bar{k}}(0) = \alpha_R(0)$, а $\alpha_{3q} = \bar{\alpha}_B(0)$ — усредненный интерсепт барионной траектории [6]. А поведение $q_N(x)$ при $x \rightarrow 0$ также определяется, как и для π -мезона, выражением (21).

Заметим еще раз, что здесь приводятся лишь принципы получения редже-асимптотики кварковых распределений в адроне, в частности π -мезоне и нуклоне при $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow 1$. Подробное изложение этой проблемы можно найти

в работах [6]. Если подставить в (25) значения интерсептов $\alpha_R(0) = 1/2$ и $\bar{\alpha}_B(0) \simeq -0,5$, которые следуют из экспериментальных данных, как указывается в [6], то при $x \rightarrow 1$ имеем

$$q_N(x) \sim (1-x)^{3/2}. \quad (26)$$

Асимптотика распределения валентных кварков в нуклоне при $x \rightarrow 0$, в принципе, совпадает с аналогичным распределением, наблюдаемым в глубоконеупругом лептон-нуклонном рассеянии (ГНР). А при $x \rightarrow 1$ согласно (26) она принципиально отличается от соответствующего поведения, наблюдаемого в ГНР [47]. Это может быть связано с тем, что в МКГС кварки составляющие, а в ГНР — точечные или токовые, как в КХД.

1.4. Фрагментация кварков и дикварков в адроны. Асимптотика функций фрагментации кварков в адроны при $x \rightarrow 1$ также определяется трехреджеонным графиком в t -канале (рис.4,а) или его аналогичной s -канальной диаграммой рис.4,б. Подробности вывода такой асимптотики приведены в [6], здесь мы только вкратце изложим принцип ее получения.

Предположим, что в процессе $a+b \rightarrow c+X$ образуется лидирующий адрон c , т.е. с долей импульса $z = p_c/p_a \rightarrow 1$. Тогда инклюзивный релятивистски-инвариантный спектр такого адрона $f_c \equiv E_c d\sigma/d^3p$ при таком z определяется трехреджеонным графиком в t -канале, соответствующая диаграмма которого приведена на рис.4,а. Как хорошо известно [6], это z -поведение при $z \rightarrow 1$ представляется в виде

$$f_c(z, p_t) \sim g(p_t^2)(1-z)^{\alpha_{i\bar{i}}(0)-2\alpha_{ik}(p_t^2)}, \quad (27)$$

где $g(p_t^2)$ — некая функция, зависящая от квадрата поперечного импульса рождающегося адрона p_t^2 . С другой стороны, спектр (27) можно представить в виде

$$f_c(z, p_t) \equiv D_{q_a}^c(z, p_t^2)z, \quad (28)$$

где $D_{q_a}^c(z, p_t^2)$ — так называемая функция фрагментации кварка q_a в адрон c . В пределе $z \rightarrow 0$ ($y_{q_a} - y_c \gg 1$) функция $f_c(z, p_t^2)$ не зависит от z , т.е. при $z \rightarrow 0$

$$D_{q_a}^c(z, p_t^2) \sim \frac{g(p_t^2)}{z}. \quad (29)$$

Сравнивая (27)—(29), имеем

$$D_{q_a}^c(z, p_t^2) = \frac{g(p_t^2)}{z}(1-z)^{\alpha_{i\bar{i}}(0)-2\alpha_{ik}(p_t^2)}. \quad (30)$$

Выражение (30) — общий вид функции фрагментации (ФФ) кварка q_a в адрон c . Для простоты рассмотрим ФФ, проинтегрированные по p_t^2 . Поведение

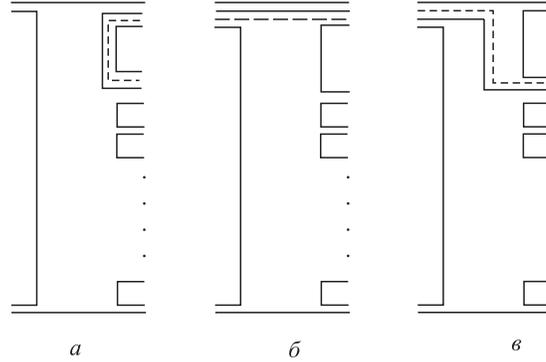


Рис. 5. Планарные диаграммы образования барионов в МКГС в пределе $x \rightarrow 1$

$D_{q_a}^c(z)$ при $z \rightarrow 1$ можно получить из (30), разложив $\alpha_{i\bar{k}}$ в ряд по p_t^2 , заменив p_t^2 на его среднее значение \bar{p}_t^2 и воспользовавшись соотношением (14):

$$D_{q_a}^c(z, p_t^2) \sim (1-z)^{-\alpha_{k\bar{k}}(0)+\lambda}, \quad (31)$$

где $\lambda = 2\alpha'_{i\bar{k}}\bar{p}_t^2$. Выражение (31) — асимптотика ФФ при $z \rightarrow 1$ для разрешенной фрагментации, т.е. для случая, когда кварк q или дикварк qq входит в состав адрона c .

Рассмотрим несколько примеров при $z \rightarrow 1$ [46]:

$$D_u^{\pi^+}(z) = D_d^{\pi^-}(z) \sim (1-z)^{-\alpha_\rho(0)+\lambda}, \quad (32)$$

$$D_u^{K^+}(z) = D_{\bar{u}}^{K^-}(z) \sim (1-z)^{-\alpha_\phi(0)+\lambda}, \quad (33)$$

$$D_{ud}^p(z) = D_{ud}^n(z) \sim (1-z)^{-\alpha_\rho(0)+\lambda}. \quad (34)$$

В случае образования барионов кварком или мезонов дикварком (см. диаграммы рис.5) в качестве состояния k выступает дикварк, т.е. два кварка и так называемый цветной узел, обозначенный на рис.5 пунктиром, введенный в [48] при описании барионов в КХД. Траектории $\alpha_{qq(\bar{q}\bar{q})}$, содержащие дикварк и антидикварк, удовлетворяют соотношению (24).

В частности, интерсепт траектории $\alpha_{qqq}(0)$ для легких (u, d) кварков можно записать в виде

$$\alpha_{ud\bar{u}\bar{d}}(0) = 2\alpha_N(0) - \alpha_\rho(0). \quad (35)$$

С помощью (24), (31) и (35) можно получить $\Phi\Phi$ кварков в барионы и дикварков в мезоны при $z \rightarrow 1$. Например [46],

$$D_u^p(z) = D_d^n(z) \sim (1-z)^{\alpha_\rho(0)-2\alpha_N(0)+\lambda}, \quad (36)$$

$$D_{ud}^{K^+}(z) \sim D_{uu}^{K^+}(z) \sim (1-z)^{\alpha_\rho(0)-2\alpha_N(0)+\lambda}. \quad (37)$$

Более подробно о таких $\Phi\Phi$, а также об асимптотике $\Phi\Phi$ при $z \rightarrow 1$ для случаев, когда адрон c не содержит начального кварка или дикварка, так называемой "запрещенной" фрагментации, можно прочесть в [46]. Суть построения асимптотики $\Phi\Phi$ при "запрещенной" фрагментации состоит в следующем. В таких случаях адрон c рождается не сразу, не в первой $q - \bar{q}$ -цепочке, а в последующих цепочках, при рождении медленных $q - \bar{q}$ -пар, и поэтому в асимптотике $\Phi\Phi$ при $z \rightarrow 1$ появляется, как показано в [46], дополнительный фактор $(1-z)^{1-\alpha_{q\bar{q}}(0)}$, связанный с замедлением каждого кварка. Например,

$$D_u^{\pi^-}(z) \sim (1-z)^{-\alpha_\rho(0)+2(1-\alpha_\rho(0))+\lambda}, \quad (38)$$

$$D_u^{K^-}(z) \sim (1-z)^{-\alpha_\rho(0)+(1-\alpha_\rho(0))+(1-\alpha_\phi(0))+\lambda}. \quad (39)$$

Таким образом, асимптотика $\Phi\Phi$ при $z \rightarrow 1$ определяется интерсептами вторичных редже-траекторий и их производными при $p_t^2 = 0$, значения которых можно взять из экспериментальных данных. Заметим, что такая асимптотика $\Phi\Phi$ также принципиально отличается от аналогичного поведения $\Phi\Phi$, полученного из ГНР или жестких адронных процессов, как и функции распределения кварков в адроне [47].

2. РОЖДЕНИЕ РЕЗОНАНСОВ В МОДЕЛИ КВАРК-ГЛЮОННЫХ СТРУН

В последнее время появилось большое количество данных по инклюзивному адронорождению резонансов с различными квантовыми числами. В частности, имеются относительно хорошо измеренные данные по x - и p_\perp -спектрам векторных мезонов, измерены также некоторые характеристики рождения резонансов с высшими ($J \geq 2$) спинами. Для правильного описания этих данных необходимо более детальное развитие существующих схем мягкого взаимодействия. Одной из важнейших проблем на этом пути является включение спиновых переменных в кварк-партонные модели, применяемые для описания процессов множественного рождения [10, 47, 49].

Рассмотрим обобщение МКГС на случай рождения бозонных резонансов [32], лежащих на ведущей траектории векторно-тензорной VT-группы

(ρ , a_2 , f , K^* ...). Предлагаемый подход основан на так называемой реджеон-фотонной аналогии, дающей возможность учесть спин J наблюдаемых резонансов. Для этого необходимо рассмотреть функции фрагментации кварков и дикварков $G_{q(qq)}^J(z)$ в бозонные резонансы с произвольным спином J . Функции $G_{q(qq)}^J(z)$ при $z \rightarrow 1$ выражаются через вычеты вторичных реджевских траекторий, соответствующих, в рамках подхода ДТУ, вкладу планарных диаграмм. Используя предсказания МКГС для спиновой структуры планарных диаграмм [50], можно получить соотношения между вычетами ведущих траекторий VT-группы. Согласно этим предсказаниям взаимодействие реджеонов VT-группы с адронами имеет универсальный вид, аналогичный случаю электромагнитного взаимодействия. Гипотеза доминантности взаимодействия электромагнитного типа в планарной части адронных амплитуд (или реджеон-фотонная аналогия) совместно с предсказаниями дуальной модели Венециано [51] для вершин реджеон — частица позволяют фиксировать величины $G_{q(qq)}^J(z)$ при $z \rightarrow 1$. В результате получается простое соотношение, определяющее зависимость сечения рождения резонанса от его спина J .

Выражение для инвариантного инклюзивного спектра адронов в МКГС записывается в виде (см., например, [25, 28]):

$$\frac{d\sigma^h}{dy} \equiv x_R \frac{d\sigma^h}{dx} = \int E \frac{d\sigma}{d^3\vec{p}} d^2p_{\perp} = \sum_n \sigma_n(s) \varphi_n^h(s, x), \quad (40)$$

где y — быстрота, $x = 2p_z/\sqrt{s}$ — фейнмановская переменная, p_z — продольный импульс рожденного адрона, \sqrt{s} — полная энергия двух сталкивающихся адронов в с.ц.и., σ_n — сечение рождения n -померонного ливня (или $2n$ кварк-глюонных струн, распадающихся на адроны) [6, 27], $\varphi_n^h(s, y)$ — распределение адронов в n -померонном ливне, $x_R = (x_{\perp}^2 + x^2)^{1/2}$, $x_{\perp}^2 = 4(\langle p_{\perp}^2 \rangle + m_h^2)/s$; $m_h, \langle p_{\perp} \rangle$ — масса и средний поперечный импульс вторичного адрона соответственно. Сечения σ_n испускания n померонных ливней вычислялись по формулам (модель "квазиэйконала") [52]:

$$\sigma_n = \frac{\sigma_P}{nz} \left(1 - e^{-z} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} \right), \quad n \geq 1, \quad (41)$$

$$z = \frac{2C_P \gamma_P}{R_P^2 + \alpha'_P \ln(s/s_0)} \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\Delta}, \quad (42)$$

$$\sigma_P = 8\pi \gamma_P \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\Delta}, \quad (43)$$

где σ_P — вклад померона в полное сечение, $\Delta = \alpha_P(0) - 1$ — превышение интерсепта померона над 1 (надкритический померон), параметры γ_P и

R_p^2 определяют величину связи померона с адроном, параметр C_p учитывает отклонение от эйконального приближения; значения остальных параметров будут приведены ниже при вычислении сечений для конкретных реакций. Полное сечение взаимодействия адронов в МКГС есть сумма сечений $\sigma_n(s)$ рождения любого числа померонных ливней:

$$\sigma_{\text{tot}}(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n(s), \quad (44)$$

$$\sigma_{\text{in}}(s) = \sigma_0^{DD} + \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_n(s), \quad \sigma_0^{DD} = (1 - 1/c)\sigma_0(s), \quad (45)$$

σ_0^{DD} — сечение дифракционной диссоциации.

$$\begin{aligned} \varphi_n^{\pi(K)p \rightarrow h}(x_F) &= f_q^h(x_+, n) f_q^h(x_-, n) + f_q^h(x_+, n) f_{qq}^h(x_-, n) + \\ &+ 2(n-1) f_{sea}^h(x_+, n) f_{sea}^h(x_-, n), \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \varphi_n^{pp \rightarrow h}(x_F) &= f_{qq}^h(x_+, n) f_q^h(x_-, n) + f_q^h(x_+, n) f_{qq}^h(x_-, n) + \\ &+ 2(n-1) f_{sea}^h(x_+, n) f_{sea}^h(x_-, n), \end{aligned} \quad (47)$$

$$x_{\pm} = \frac{1}{2} \left(\left[\frac{4m_{\perp}^2}{s} + x_F^2 \right]^{\frac{1}{2}} \pm x_F \right). \quad (48)$$

Функции $f_{qq}^h(x_{\pm}, n)$, $f_q^h(x_{\pm}, n)$, $f_{sea}^h(x_{\pm}, n)$, которые появляются в (46) и (47), определяют инклюзивные спектры вторичных частиц и выражаются через свертки импульсных распределений дикварков, валентных и морских кварков(антикварков) в сталкивающихся адронах, $u(x)$, и функций фрагментации дикварков и кварков в рождающиеся адроны $G^h(z)$. Вклады от начальной частицы и протона мишени зависят, соответственно, от переменных x_+ и x_- . Для случая pp -столкновений эти свертки имеют вид [25]:

$$\begin{aligned} f_{qq}^h(x_{\pm}, n) &= \frac{2}{3} \int_{x_{\pm}}^1 u_{ud}(x_1, n) G_{ud}^h(x_{\pm}/x_1) dx_1 + \\ &+ \frac{1}{3} \int_{x_{\pm}}^1 u_{uu}(x_1, n) G_{uu}^h(x_{\pm}/x_1) dx_1, \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} f_q^h(x_{\pm}, n) &= \frac{2}{3} \int_{x_{\pm}}^1 u_u(x_1, n) G_u^h(x_{\pm}/x_1) dx_1 + \\ &+ \frac{1}{3} \int_{x_{\pm}}^1 u_d(x_1, n) G_d^h(x_{\pm}/x_1) dx_1, \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned}
 f_{sea}^h(x_{\pm}, n) &= \frac{1}{2 + \delta} \left[\int_{x_{\pm}}^1 u_{\overline{u}}(x_1, n) \frac{G_{\overline{u}}^h(x_{\pm}/x_1) + G_u^h(x_{\pm}/x_1)}{2} dx_1 + \right. \\
 &+ \int_{x_{\pm}}^1 u_{\overline{d}}(x_1, n) \frac{G_{\overline{d}}^h(x_{\pm}/x_1) + G_d^h(x_{\pm}/x_1)}{2} dx_1 + \\
 &\left. + \delta \int_{x_{\pm}}^1 u_{\overline{s}}(x_1, n) \frac{G_{\overline{s}}^h(x_{\pm}/x_1) + G_s^h(x_{\pm}/x_1)}{2} dx_1 \right]. \quad (51)
 \end{aligned}$$

Параметр $\delta \sim 0, 2 - 0, 3$ определяет подавление странного кварка в море.

Аналогично для $\pi^- p$ -столкновений

$$\begin{aligned}
 f_q^h(x_+, n) &= \int_{x_+}^1 u_d(x_1, n) G_d^h(x_+/x_1) dx_1, \\
 f_{\overline{q}}^h(x_+, n) &= \int_{x_+}^1 u_{\overline{u}}(x_1, n) G_{\overline{u}}^h(x_+/x_1) dx_1. \quad (52)
 \end{aligned}$$

Выражения для Kp -взаимодействия имеют ту же структуру, что и в (52).

Свойства функций фрагментации в рамках МКГС обсуждались в разд.1 [6,46]. Поведение функций фрагментации $G_{q(qq)}^h(z) = z D_{q(qq)}^h(z)$ в двух асимптотических пределах $z \rightarrow 0$ и $z \rightarrow 1$ могут быть определены реджевскими асимптотиками:

$$G_{q(qq)}^h(0) = b^h, \quad (53)$$

$$G_{q(qq)}^h(z \rightarrow 1) \sim (1 - z)^\gamma. \quad (54)$$

Здесь γ определяется интерсептами соответствующих реджевских траекторий. Для наших целей наиболее важно рассмотрение константы b^h , которая является значением функции $G_{q(qq)}^h(z)$ при $z \rightarrow 0$ и не зависит от сорта начального кварка q (дикварка qq). Константа b^h определяется динамикой фрагментации струны, когда пара $q\overline{q}$ рождается из вакуума в центральной области спектра. Например, из $SU(3)$ -симметрии следует, что $b^{\rho^+} = b^{\rho^-} = b^{\rho^0} = b^\rho, b^\omega = b^\rho \dots$ Прямые вычисления этих констант не могут быть проведены в рамках МКГС. Ниже мы приведем оценки на отношение этих констант, полученные в рамках реджеон-фотонной аналогии.

Основное предположение, использованное нами, заключается в том, что форма x_F -спектров резонансов, рождающихся при разрыве кварк-глюонной струны, не зависит от спина J наблюдаемого резонанса, т.е. все состояния, лежащие на реджевской траектории $\alpha_{ik}(M_J^2)$, при одинаковых начальных условиях имеют одинаковую форму x -зависимости. В рамках сделанного предположения функции фрагментации кварков (дикварков) в различные резонансы

ρ - и K^* -семейств могут быть выражены через функции фрагментации в ρ - или K^* -мезоны [32]:

$$G_{q(qq)}^J(x) = R_J G_{q(qq)}^{\rho, K^*}(x), \quad (55)$$

где величина R_J не зависит от переменной x .

Полный список функций фрагментации в векторные мезоны приведен в приложении А. В параметризации (55) величины R_J выражаются через константы b^J : $R_J = (b^J/b^V)^2$. Из анализа данных по рождению ρ -мезонов в πN -столкновении в рамках МКГС [53] получены значения

$$b^\rho \approx 0,27, \quad b^{K^*} \approx 0,15. \quad (56)$$

Вернемся теперь к рассмотрению функций фрагментации для состояний с большими спинами. Подробный вывод отношения R_J в рамках реджеон-фотонной аналогии приведен в [32]. Здесь мы только коротко рассмотрим основные результаты на примере реакции $\pi N \rightarrow JX$. В трехреджеонном пределе имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^J}{dx}(x \rightarrow 1) / \frac{d\sigma^V}{dx}(x \rightarrow 1) &= R_J = (b^J/b^V)^2 = \\ &= \sum_{\lambda=-J}^J |g_{0\lambda}^{\pi\alpha_V J}(0)|^2 / \sum_{\lambda=-1}^1 |g_{0\lambda}^{\pi\alpha_V V}(0)|^2, \end{aligned} \quad (57)$$

где величины $g_{0\lambda}^{\pi\alpha_V J}$ являются s -канальными спиральными вычетами реджевских траекторий α_V VT-группы. Гипотеза реджеон-фотонной аналогии дает возможность вычислить соотношения между вычетами $g_{0\lambda}^{\pi\alpha_V J}$. Обсудим более детально эту гипотезу. Впервые ρ -мезон-фотонная аналогия была предложена Стодольским и Сакураи [54] для описания характеристик рождения Δ -изобары в реакциях $\pi p \rightarrow \pi\Delta$ и $Kp \rightarrow K\Delta$. Предполагалось, что спиновая структура этих процессов имеет электромагнитную форму. Некоторые результаты в поддержку рассматриваемой гипотезы были получены в [50, 55]. Анализ вклада планарных диаграмм в полные сечения адрон-адронного взаимодействия показал, что вычеты лидирующих реджевских траекторий удовлетворяют соотношениям, типичным для векторных токов [55]. В частности, взаимодействие π -, K -мезонов и нуклонов с ρ -траекторией аналогично изовекторной компоненте электромагнитного тока. Аналогично взаимодействия с ω - и φ -траекториями подобны, соответственно, нестранной и странной компонентам изоскалярного тока.

Амплитуда кварк-кваркового взаимодействия изучалась в рамках мультипериферического механизма в работе [50]. Этот механизм дает возможность объяснить положение в j -плоскости вторичных реджевских траекторий с различными квантовыми числами, а также предсказывает спиновую структуру

взаимодействия этих траекторий с кварками. Спиновая структура, описывающая взаимодействие кварков с траекториями VT-группы, имеет электромагнитный характер:

$$M_{qq}^{V-T} \sim \bar{q}_3 \gamma^\mu q_1 \bar{q}_4 \gamma_\mu q_2. \quad (58)$$

Кажется естественным обобщить реджеон-фотонную аналогию для случая произвольных спинов. Мы предполагаем, что взаимодействие реджеонов VT-группы с произвольными адронами определяется сохраняющимся векторным током. В случае перехода $\pi \xrightarrow{\alpha\chi} J$ этот ток имеет следующий вид:

$$j^\mu(\lambda) = iF_J \epsilon^{\alpha\beta\gamma\mu} \varphi_{\alpha\nu_1 \dots \nu_{J-1}}(k, \lambda) p_\beta k_\gamma q^{\nu_1} \dots q^{\nu_{J-1}}, \quad (59)$$

где p и k — 4-импульсы начального пиона и конечного резонанса соответственно. В (59) $q = k - p$, $\varphi_{\alpha\nu_1 \dots \nu_{J-1}}(k, \lambda)$ — волновая функция резонанса со спином J и спиральностью λ . В системе с бесконечным импульсом (СБИ) $p^{0,3} \rightarrow \infty$, спиральный вычет $g_0^{\pi\alpha\nu J} / \lambda^J(q)$ связан с током (59) соотношением

$$g_0^{\pi\alpha\nu J}(q) e^{-i\varphi\lambda} = j^{0,3}(\lambda) / 2p^{0,3}. \quad (60)$$

Используя выражения (59) и (60), можно получить

$$\sum_{\lambda=-J}^J |g_0^{\pi\alpha\nu J}(q)|^2 = |F_J|^2 (J+1)! (J-1)! 2^{J-3} p_t^{2(J-1)} \bar{q}_\perp^2 / (2J)! \quad (61)$$

Обсудим зависимость величины F_J от спина J . Для этого рассмотрим распад резонанса со спином J на псевдоскаляр и вектор, т.е. вершинную функцию $J \rightarrow \pi V$ на массовой поверхности. Используя формулу (59), легко получить следующее выражение для ширины $\Gamma_{J \rightarrow \pi V}$ распада $J \rightarrow \pi V$:

$$\begin{aligned} \Gamma_{J \rightarrow \pi V} &= \frac{p_t}{8\pi M_J^2} \frac{1}{(2J+1)} \sum_{\lambda', \lambda} |j^\mu(k, \lambda) \xi_\mu(q, \lambda')|^2 = \\ &= \frac{2^J (J+1)! (J-1)!}{8\pi (2J+1)!} |F_J|^2 p_t^{2J+1}. \end{aligned} \quad (62)$$

Сравнение (62) с предсказаниями модели распада резонансов [56] приводит к следующему результату:

$$|F_J|^2 = \frac{2^{J-1}}{(J-1)! s_0^{J-1}} |F_V|^2, \quad (63)$$

где $s_0 = (\alpha'_V)^{-1}$.

Отметим, что подобная зависимость величины F_J от спина J следует из аналитической зависимости дуальной амплитуды Венециано [51]. Окончательно, предполагая, что отношение $|F_J|^2 / |F_V|^2$ не зависит от поправок

схода с массовой поверхности, легко получить выражение для отношения $R_J(t)$ в (57):

$$R_J(t) = \sum_{\lambda=-J}^J |g_0^{\pi\alpha_V J}(q)|^2 / \sum_{\lambda=-1}^1 |g_0^{\pi\alpha_V V}(q)|^2 = \frac{(J+1)!}{(2J)!} \left(\frac{4p_t^2}{s_0}\right)^{J-1}. \quad (64)$$

Полученные соотношения (57),(64) позволяют выразить величины b^J , определяющие вероятность формирования резонансов со спином J , через интерсепты $\alpha_V(0)$ траектории, которой принадлежит резонанс J :

$$R_J \equiv R_J(0) = (b^J/b^V)^2 = \sigma^J/\sigma^V = \frac{(J+1)!}{(2J)!} (J - \alpha_V(0))^{J-1}. \quad (65)$$

В (65) учитывалось, что $J = \alpha_V(0) + \alpha'_V M_J^2$ и $\mu^2 \ll M_J^2$.

Из соотношений (65) следует, что

$$\begin{aligned} (b^{f_2})^2 &= (b^{a_2})^2 \approx 0, 38(b^\rho)^2, \\ (b^{\omega_3})^2 &= (b^{\rho_3})^2 \approx 0, 21(b^\rho)^2, \\ (b^{f_4})^2 &\approx 0, 13(b^\rho)^2. \end{aligned} \quad (66)$$

Аналогично для резонансов семейства $K^* - K^{**}$ имеем

$$\begin{aligned} (b^{K_2^*})^2 &\approx 0, 44(b^{K^*})^2, \\ (b^{K_3^*})^2 &\approx 0, 25(b^{K^*})^2, \\ (b^{K_4^*})^2 &\approx 0, 16(b^{K^*})^2. \end{aligned} \quad (67)$$

Далее, используя предсказания модели для распада резонансов [55, 56], получаем соотношения между вероятностями рождения псевдоскалярных и векторных мезонов:

$$\begin{aligned} (b^\rho/b^\pi)^2 &= \langle \vec{k}_\perp^2 \rangle_\pi / 4m_q^2, \\ (b^{K^*}/b^K)^2 &= \langle \vec{k}_\perp^2 \rangle_K / 4m_q^2, \end{aligned} \quad (68)$$

где $m_q = 0, 415 \pm 0, 015$ ГэВ — поперечная масса конститuentного кварка [56]. Учитывая, что $\langle \vec{k}_\perp^2 \rangle_\pi \approx 0, 12$ ГэВ² и $\langle \vec{k}_\perp^2 \rangle_K \approx 0, 21$ ГэВ², и используя приведенные в (56) значения b^ρ и b^{K^*} [53], получаем

$$b^\pi \approx 0, 65, \quad b^K \approx 0, 27. \quad (69)$$

Эти значения хорошо согласуются со значениями, полученными в [27, 29] из анализа данных по рождению псевдоскалярных мезонов.

Экспериментальные данные по рождению векторных мезонов в πp - и $p p$ -столкновениях [57–61] сравниваются с нашими предсказаниями на рис.6 и 7.

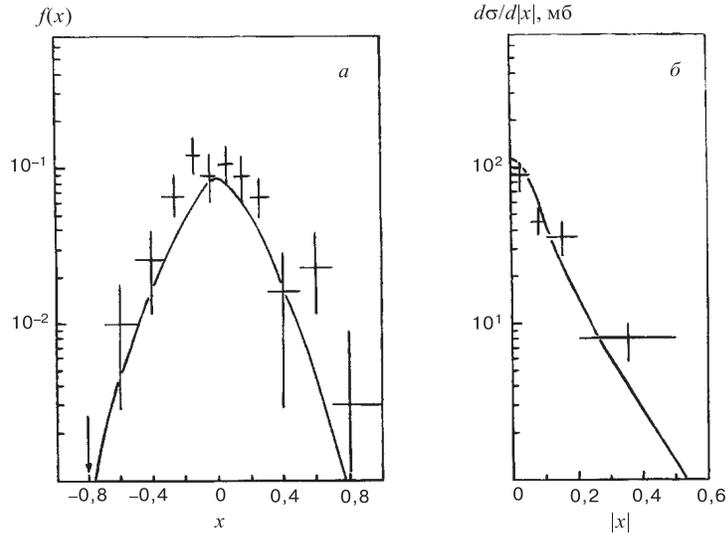


Рис. 6. Инклюзивные спектры ρ^0 -мезона в pp -столкновениях при а) $p_L = 147$ ГэВ/с [57] и б) 405 ГэВ/с [58], $f(x) = \frac{2}{\sigma_{in}\sqrt{s}} \int E \frac{d^2\sigma}{dx dp_{\perp}^2} dp_{\perp}^2$

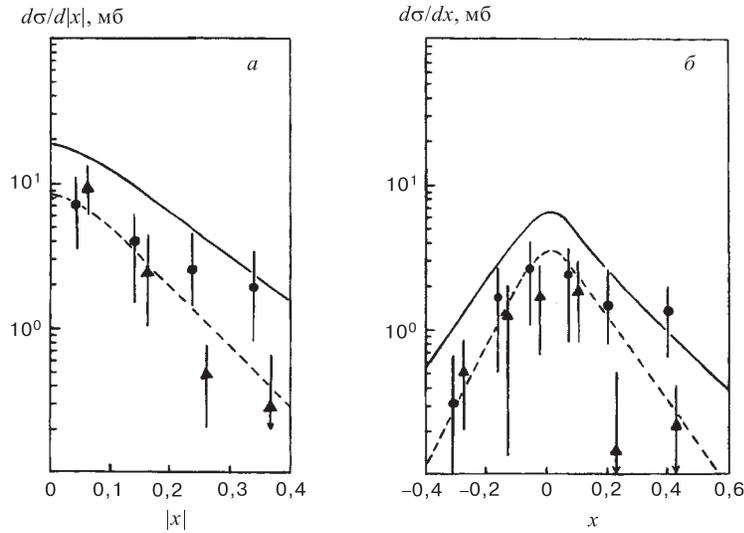


Рис. 7. Предсказания МКГС и данные [59] по рождению заряженных $K^{*\pm}$ -мезонов в π^+p - и pp -столкновениях, 147 ГэВ/с: а) (●) $pp \rightarrow K^{*+}X$, сплошная линия, (▲) $pp \rightarrow K^{*-}X$, пунктир; б) (●) $\pi^+p \rightarrow K^{*+}X$, сплошная линия, (▲) $\pi^+p \rightarrow K^{*-}X$, пунктир

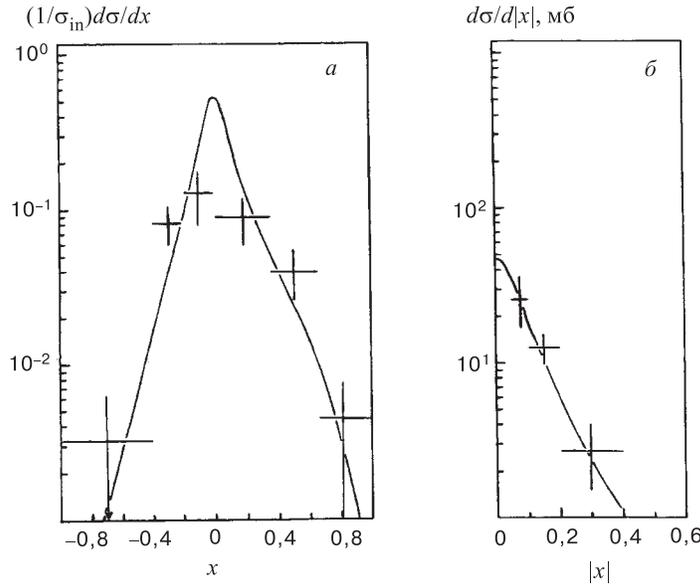


Рис. 8. Сравнение наших предсказаний с данными по рождению $f_2(1270)$ -мезона в процессах а) 250 ГэВ/с, $K^+p \rightarrow f_2X$ [60] и б) 405 ГэВ/с, $pp \rightarrow f_2X$ [58]

Таблица 1. Соотношения между сечениями процессов $pp \rightarrow JX$

σ^J/σ^ρ	Теория	Эксперимент
f_2/ρ^0	0,38	$0,38 \pm 0,19$
ρ_3^0/ρ^0	0,21	$0,19 \pm 0,12$
f_4/ρ^0	0,13	$0,17 \pm 0,12$

Как видно, МКГС хорошо воспроизводит x -спектры векторных мезонов в широкой области x при высоких энергиях ($p_L \geq 100$ ГэВ/с).

Что касается спектров состояний с высшими спинами, то здесь экспериментальная ситуация значительно хуже. На рис.8 сравниваются наши вычисления с данными по рождению резонансов со спином $J \geq 2$ [58, 60]. Как видно, рассматриваемый подход приводит к хорошему описанию распределений по x $f_2(1270)$ -мезона в Kp - и pp -столкновениях, хотя точность существующих данных не позволяют уточнить некоторые теоретические детали.

В [61] представлены данные по интегральным сечениям $\rho^0(770)$ -, $f_2(1270)$ -, $\rho_3^0(1690)$ - и $f_4(2050)$ -мезонов в pp -взаимодействиях при энергии 405 ГэВ. В табл.1 приведены теоретические и экспериментальные отношения сечений σ^J/σ^ρ . Хорошее согласие наших предсказаний наблюдается вплоть до спина $J = 4$.

3. АДРОНОРОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ С ОТКРЫТЫМ ЧАРМОМ В МОДЕЛИ КВАРК-ГЛЮОННЫХ СТРУН

3.1. Рождение частиц с открытым чармом с учетом вкладов от распадов резонансных состояний. В этом разделе изложена модификация МКГС для вычисления спектров очарованных частиц с учетом распадов S -волновых резонансов, таких, как 1^- -мезоны (D^* и D_s^*), $1/2^+$ (Σ_c и Ξ'_c)- и $3/2^+$ (Σ_c^* , Ξ_c^* и Ω_c^*)-гипероны [35, 36]. Параметры модели определялись из сравнения с экспериментальными данными. Вклады от распадов резонансов в спектры стабильных частиц учитывались согласно их парциальным ширинам [62].

Будем рассматривать только спектры, проинтегрированные по поперечному импульсу p_\perp рождающейся частицы. Мы учитываем распад S -волновых очарованных резонансов в стабильные очарованные частицы с испусканием также π -мезонов или γ -квантов [62]. Кинематика таких распадов описывалась согласно [63]. При сделанных предположениях инвариантное сечение рождения адрона h

$$x \frac{d\sigma^h}{dx} = x \frac{d\sigma^{h\text{dir}}}{dx} + \sum_R \int_{x_-^*}^{x_+^*} x_R \frac{d\sigma^R}{dx_R} \Phi(x_R) dx_R. \quad (70)$$

Здесь $x \frac{d\sigma^{h\text{dir}}}{dx}$ — сечение прямого рождения адрона h , а $x_R \frac{d\sigma^R}{dx_R}$ — сечение рождения резонанса R . Функция $\Phi(x_R)$ описывает двухчастичный распад резонанса R в адрон h . После интегрирования по поперечному импульсу как адрона h , так и резонанса R функция $\Phi(x_R)$ имеет вид

$$\Phi(x_R) = \frac{M_R}{2p^*} \frac{1}{x_R^2}. \quad (71)$$

В формулах (70) и (71) x_R является фейнмановской переменной резонанса R :

$$x_+^* = \frac{M_R \tilde{x}}{E^* - p^*}, \quad x_-^* = \frac{M_R \tilde{x}}{E^* + p^*}, \quad \tilde{x} = \sqrt{x^2 + x_\perp^2}, \quad x_\perp = \frac{2\sqrt{\langle p_\perp^2 \rangle + m^2}}{\sqrt{s}}, \quad (72)$$

m — масса рожденного адрона h , M_R — масса резонанса, E^* и p^* — энергия и 3-импульс адрона h в системе покоя резонанса, $\langle p_\perp^2 \rangle$ является средним поперечным импульсом адрона h . Формулы для инвариантного сечения рождения адрона h приведены в разд.2. Здесь мы только приведем выражения для функций $f_q^h(x, n)$ для Σ^- пучка, выраженные через соответствующие функции s - ($f_s^h(x, n)$) и d - ($f_d^h(x, n)$) кварков

$$f_q^{h(\Sigma^-)}(x, n) = \frac{1}{3} f_s^{h(\Sigma^-)}(x, n) + \frac{2}{3} f_d^{h(\Sigma^-)}(x, n),$$

$$f_q^{h(\Xi^-)}(x, n) = \frac{2}{3}f_s^{h(\Xi^-)}(x, n) + \frac{1}{3}f_d^{h(\Xi^-)}(x, n). \quad (73)$$

В рамках аддитивной кварковой модели дикварк в S -волновом барионе может иметь спин(изоспин) 0 и 1. Таким образом, дикварковая функция $f_{qq}^h(x)$ может быть выражена через скалярную (0) и векторную (1) дикварковые функции с весами, определяемыми $SU(6)$ симметричными функциями [64]:

$$\begin{aligned} f_{qq}^{h(p)} &= \frac{1}{3}f_{uu}^{h(p)}(x, n) + \frac{1}{2}f_{(ud)_0}^{h(p)}(x, n) + \frac{1}{6}f_{(ud)_1}^{h(p)}(x, n), \\ f_{qq}^{h(\Sigma^-)} &= \frac{1}{3}f_{dd}^{h(\Sigma^-)}(x, n) + \frac{1}{2}f_{(ds)_0}^{h(\Sigma^-)}(x, n) + \frac{1}{6}f_{(ds)_1}^{h(\Sigma^-)}(x, n), \\ f_{qq}^{h(\Xi^-)} &= \frac{1}{3}f_{ss}^{h(\Xi^-)}(x, n) + \frac{1}{2}f_{(ds)_0}^{h(\Xi^-)}(x, n) + \frac{1}{6}f_{(ds)_1}^{h(\Xi^-)}(x, n). \end{aligned} \quad (74)$$

Мы предполагаем, что функции распределения скалярных и векторных дикварков $u_{qq}(x, n)$, входящие в кварковые функции $f_i^h(x, n)$, одинаковы. Однако различные дикварки фрагментируют в барионы различным образом. Так, например, прямое рождение Λ_c в pp -столкновениях определяется скалярной (и изоскалярной) дикварковой функцией $f_{(ud)_0}$, а прямое рождение Σ_c^- и Σ_c^{*-} -гиперонов определяется векторной дикварковой функцией $f_{(ud)_1}$.

Мы также предполагаем, что спин дикварка не влияет на расщепление дикварка. В случае фрагментации дикварка в мезоны это предположение приводит к равенству $f_{(qq)_0}^M(x, n) = f_{(qq)_1}^M(x, n)$, и уравнения (74) сводятся к выражениям

$$\begin{aligned} f_{qq}^{M(p)}(x, n) &= \frac{1}{3}f_{uu}^{M(p)}(x, n) + \frac{2}{3}f_{ud}^{M(p)}(x, n), \\ f_{qq}^{M(\Sigma^-)}(x, n) &= \frac{1}{3}f_{dd}^{M(\Sigma^-)}(x, n) + \frac{2}{3}f_{us}^{M(\Sigma^-)}(x, n), \\ f_{qq}^{M(\Xi^-)}(x, n) &= \frac{1}{3}f_{ss}^{M(\Xi^-)}(x, n) + \frac{2}{3}f_{ds}^{M(\Xi^-)}(x, n), \end{aligned} \quad (75)$$

которые совпадают с [65] для дикварков в протоне и Σ^- -гипероне.

Полный список функций распределения кварков и дикварков в π -мезонах, p -, Σ^- -, и Ξ^- -гиперонах, использованных в данном анализе, приведен в приложении Б. Далее мы предполагаем, что функции фрагментации кварков и дикварков не зависят от спина подхватываемого кварка (или дикварка). Из этого предположения следует равенство функций фрагментации соответствующего кварка или дикварка в Σ_c^- и Σ_c^{*-} , Ξ_c^- и Ξ_c^{*-} -барионах, D - и D^* -мезонах. Способ параметризации функций фрагментации, рассмотренный в данном разделе, слегка отличается от рассматривавшегося ранее способа (см.

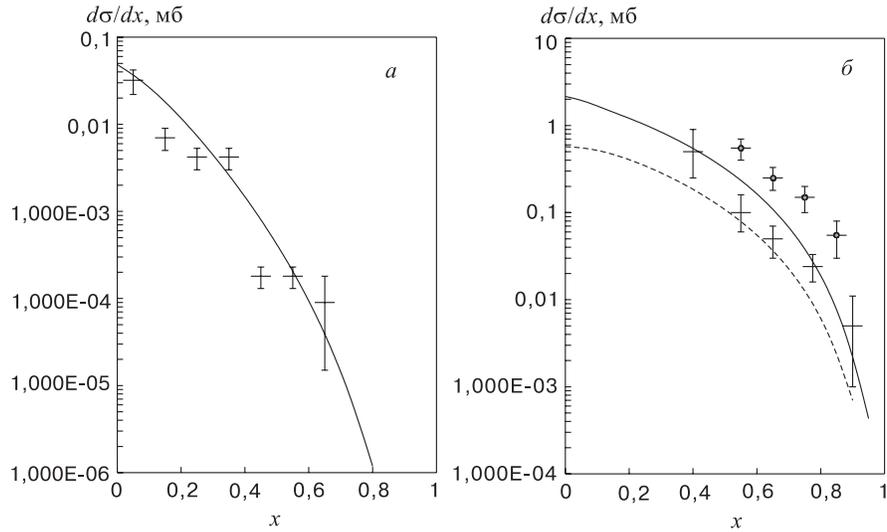


Рис. 9. Сравнение вычислений в МКГС с экспериментальными данными по спектрам Λ_c в реакциях а) $\pi^-p \rightarrow \Lambda_c X$ при $P_i = 230$ ГэВ/с [79], б) $pp \rightarrow \Lambda_c X$ при $\sqrt{s} = 63$ ГэВ/с [66, 67]

обзоры [25, 26], а также [29, 33]). Мы представляем функцию фрагментации в виде суммы двух членов. Первый является произведением двух полиномов, каждый из которых соответствует сумме всех возможных асимптотических и преасимптотических членов во фрагментационной ($x \rightarrow 1$, разложение по степеням $(1-x)$) и центральной ($x \rightarrow 0$, разложение по степеням x) областях. Второй представляет собой случай, когда ни целиком, ни одна из составляющих фрагментируемого объекта не входит в рождающийся барион. В случае нелидирующей фрагментации соответствующие функции содержат только второй член. Полный список функций фрагментации кварков и ди-кварков в $\Lambda_c, \Sigma_c, \Sigma_c^-, \Xi_c, \Xi_c', \Xi_c^*, \Omega_c, \Omega_c^*$ -барионы и D, D^*, D_s, D_s^* -мезоны приведен в [35].

В рамках предложенной модификации МКГС было описано большое количество экспериментальных данных по инклюзивным спектрам адронорждения очарованных мезонов и барионов [66–82].

Спектры Λ_c -барионов в π^-p -столкновениях при 230 ГэВ/с [66] и pp -столкновениях при $\sqrt{s} = 63$ ГэВ/с [67, 68] приведены, соответственно, на рис.9. Пунктирной кривой на рис.9,б показан вклад прямого рождения Λ_c . Как видно, согласие с данными по π^-p -рассеянию хорошее. Что касается данных [67, 68] в pp -столкновениях, то видно заметное различие между данными групп [67] и [68]. Эта неопределенность не позволяет однозначно

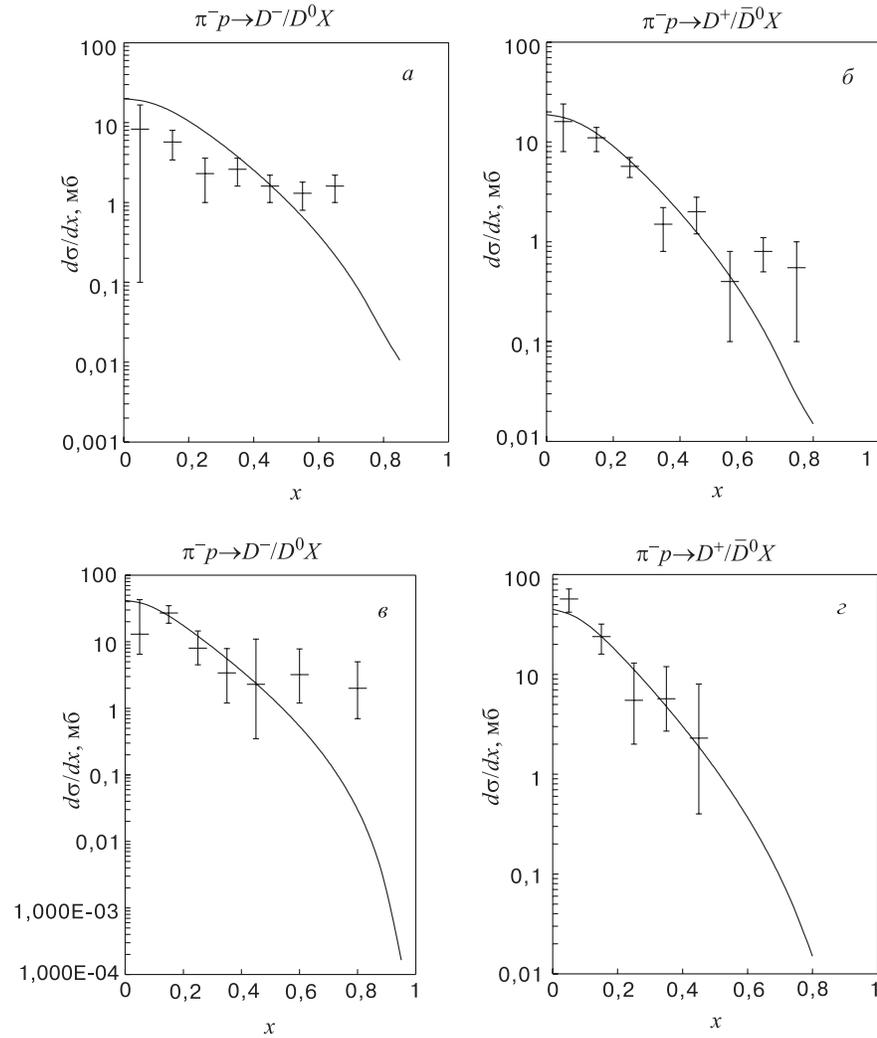


Рис. 10. Сравнение результатов модельных вычислений с экспериментальными данными по рождению лидирующих (D^-/D^0) и нелидирующих (D^+/\bar{D}^0) очарованных мезонов в π^-p -взаимодействии: *a*) лидирующий, 200 ГэВ/с [74], *б*) нелидирующий, 200 ГэВ/с [74], *в*) лидирующий, 360 ГэВ/с [69], *г*) нелидирующий, 360 ГэВ/с [69]

фиксировать параметры модели. На рис.10 экспериментальные данные по x_F -зависимости лидирующих (D^- и D^0) и нелидирующих (D^+ и \bar{D}^0) очарованных мезонов в π^-p -взаимодействии при 200 ГэВ/с [69] и 360 ГэВ/с [70] сравниваются с теоретическими расчетами.

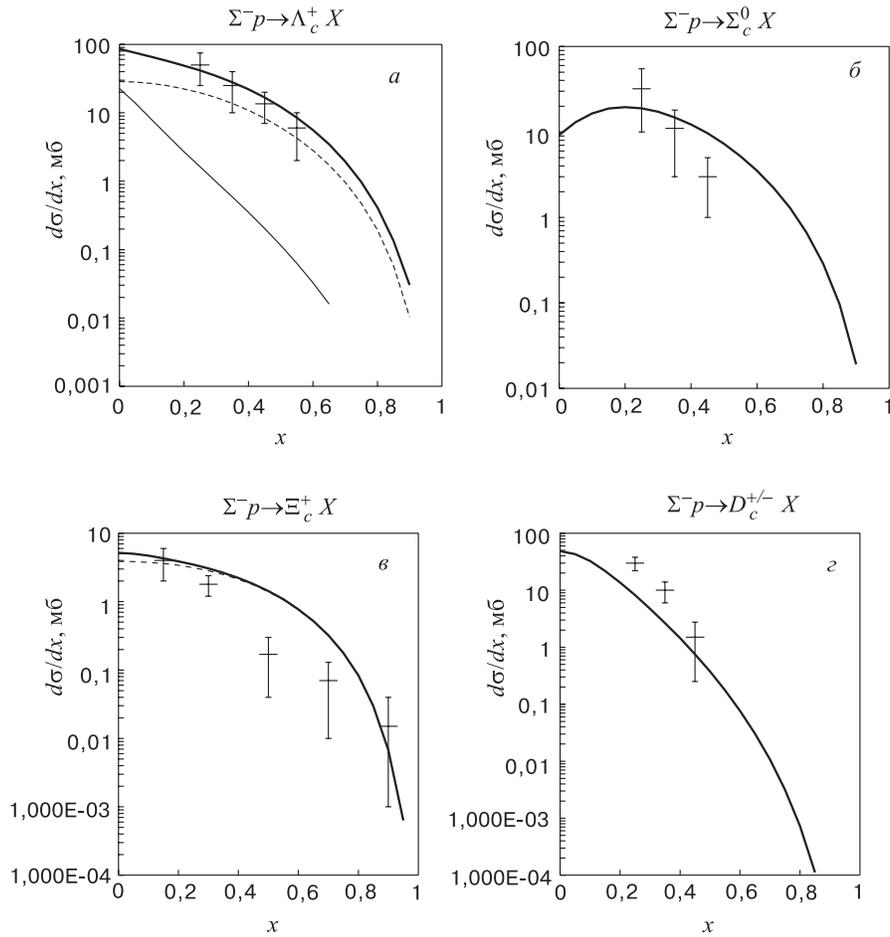


Рис. 11. Сравнение результатов модельных вычислений с предварительными экспериментальными данными [78] по инклюзивным спектрам: а) Λ_c (жирная линия — все Λ_c , тонкая — прямые Λ_c и пунктирная — от распада Σ_c^0), б) Σ_c^+ , в) Ξ_c^+ (жирная линия — все, тонкая — от Ξ_c^{*0}), г) $D^+ + D^-$ в $\Sigma^- p$ -столкновениях при 330 ГэВ/с

В табл.2 приведены данные по полным сечениям рождения Λ_c^+ -бариона в pp - и $p\bar{p}$ -столкновениях и результаты вычисления по модели, в табл.3 — сечения для D -мезонов, в табл.4 — для D^* -мезонов.

Предсказания для инклюзивных спектров Λ_c^+ , Σ_c^0 , Ξ_c^+ и $D^{+/-}$ в $\Sigma^- p$ -столкновениях сравниваются на рис.11 с предварительными данными WA89 при 330 ГэВ/с [78]. Экспериментальные данные Λ_c^+ и Σ_c^0 (рис.11,а,б) были нормированы с использованием данных по полному сечению, приведенных

Таблица 2. Сравнение экспериментальных сечений по рождению Λ_c в pp - и πp -взаимодействиях с результатами наших вычислений

Реакция	Ссылка	P_L , ГэВ/с или \sqrt{s} , ГэВ	$\sigma_{\text{эксп}}$, мкб	$\sigma_{\text{теор}}$, мкб
$pp \rightarrow \Lambda_c X$ все x	[67]	63 ГэВ	40 ± 18 204 ± 11 2046 ± 836	660
$pp \rightarrow \Lambda_c X$ $ x > 0,5$	[68]	63 ГэВ	$101 \pm 18 \pm 26$	84
$\pi^- N \rightarrow \Lambda_c X$ $x_c > 0$	[66]	230 ГэВ/с	$4,9 \pm 1,4 \pm 0,7$	6,8

Таблица 3. Сравнение экспериментальных сечений по рождению D -мезонов в pp - и πp -взаимодействиях с результатами наших вычислений

Реакция	Ссылка	P_L , ГэВ/с	$\sigma_{\text{эксп}}$, мкб	$\sigma_{\text{теор}}$, мкб
$pp \rightarrow D^+ X$	[74]	400	$5,7 \pm 1,5$	4,16
$pp \rightarrow D^- X$	[74]	400	$6,2 \pm 1,1$	5,54
$pp \rightarrow D^0 X$	[74]	400	$10,5 \pm 1,9$	7
$pp \rightarrow \bar{D}^0 X$	[74]	400	$7,9 \pm 1,5$	12,3
$pp \rightarrow D^+/D^- X$	[75]	800	33 ± 7	22,2
$pp \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X$	[75]	800	26^{+21}_{-13}	45,4
$pp \rightarrow D^+/D^- X$	[76]	800	26 ± 14	22,2
$pp \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X$	[76]	800	22^{+4}_{-7}	45,4
$pN \rightarrow D/\bar{D} X$ $x_F > 0$	[69]	200	$1,5 \pm 0,7 \pm 0,1$	5,6
$\pi^- N \rightarrow D^+/D^- X$	[69]	200	$1,7^{+0,4}_{-0,3} \pm 0,1$	3,5
$\pi^- N \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X$	[69]	200	$3,3^{+0,5}_{-0,4} \pm 0,3$	5,3
$\pi^- N \rightarrow D^-/D^0 X$	[69]	200	$2,3^{+0,4}_{-0,3} \pm 0,1$	4,7
$\pi^- N \rightarrow D^+/\bar{D}^0 X$	[69]	200	$3,2^{+0,5}_{-0,4} \pm 0,2$	4,2
$\pi^- p \rightarrow D^+/D^- X$	[70, 71]	360	$5,7 \pm 1,5$	7,76
$\pi^- p \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X$	[70, 71]	360	$10,1 \pm 2,2$	11,0

Таблица 4. Экспериментальные данные и результаты вычислений по модели для рождения D^* - и D_s -мезонов в πp - и pp -столкновениях

Реакция	Ссылка	P_L , ГэВ/с	$\sigma_{\text{эксп}}$, мкб	$\sigma_{\text{теор}}$, мкб
$pp \rightarrow D^{*+}/D^{*-} X$	[74]	400	$9,2 \pm 2,4$	7,14
$pp \rightarrow D^{*0}/\bar{D}^{*0} X$	[74]	400	$5,8 \pm 2,7$	8,8
$\pi^- p \rightarrow D^{*+}/D^{*-} X$	[72]	360	$5,0^{+2,3}_{-1,8}$	5,0
$\pi^- p \rightarrow D^{*0}/\bar{D}^{*0} X$	[72]	360	$7,3 \pm 2,9$	4,5
$\pi^- N \rightarrow D^{*+}/D^{*-} X$	[69]	200	$2,4 \pm 0,4 \pm 0,2$	2,6
$pp \rightarrow D_s^+/D_s^- X$ $x_F > 0$	[74]	400	$< 2,5$	2,8

Таблица 5. Экспериментальные данные [78, 79] по полным сечениям в $\Sigma^- p$ -столкновениях и результаты наших вычислений

Частица	Область x_F	$\sigma_{\text{эксп}}$, мкб	$\sigma_{\text{теор}}$, мкб
D^-	$> 0,1$	$2,9 \pm 0,8 \pm 0,6$	2,18
Λ_c^+	$> 0,2$	$9,3 \pm 4,3 \pm 2,5$	10,0
Σ_c^0	$> 0,2$	$4,8 \pm 2,6 \pm 1,5$	5,2
Ξ_c^0	$> 0,2$		6,0
Ξ_c^+	$> 0,2$		0,9

Таблица 6. Сравнение экспериментальных данных [78] по отношениям сечений в $\Sigma^- p$ -столкновениях с результатами наших вычислений

Отношение	Область x_F	Эксп. значение	Предсказания модели
Λ_c/D^-	$> 0,2$	$11,34 \pm 7,1$	12,5
Σ_c^{++}/Σ_c^0	$> 0,2$	$< 0,52$	0,001
Σ_c^0/Λ_c	$> 0,2$	$0,45 \pm 0,31$	0,52
D^+/D^-	$> 0,1$	$0,47 \pm 0,14$	0,55

в [78]. Для нормировки данных $D^{+/-}$ (рис.11,з) мы использовали дифференциальные распределения [79], данные по полному сечению D^- и отношению сечений D^+/D^- [78]. Для спектров Ξ_c^+ (рис.11,б) экспериментальные данные [78], ввиду отсутствия полных сечений, были нормированы на теоретическую кривую. Сравнение данных по полным сечениям и отношениям

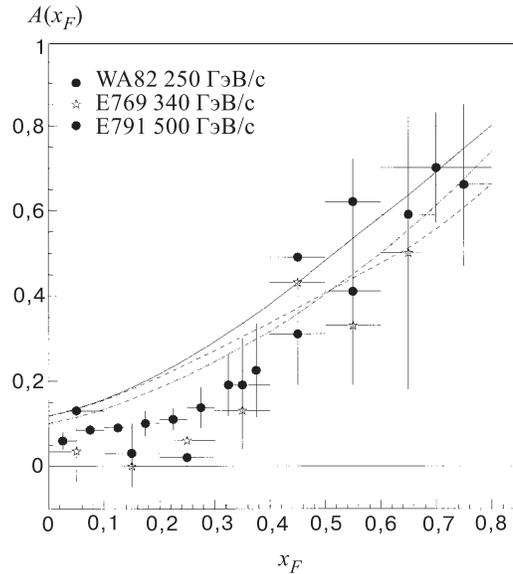


Рис. 12. Сравнение теоретических вычислений с экспериментальными данными [80, 81] по зависимости асимметрии рождения лидирующих (D^-) и нелидирующих (D^+) мезонов от x_F в $\pi^- p$ -взаимодействии при 340 ГэВ/с (подробности в тексте)

сечений для гиперонного пучка сделано в табл.5 и 6. В табл.5 также приведены предсказания для полных сечений рождения Ξ_c^+ и Ξ_c^0 .

3.2. Проблема внутреннего чарма в МКГС. Приведенные в предыдущем разделе результаты были вычислены без учета вклада внутреннего чарма в π -мезоне или протоне. Как показывают расчеты спектров и полных сечений в рамках МКГС (см., например, ссылки в [25]), существующая точность экспериментальных данных по рождению адронов с открытым чармом не требует привлечения этой гипотезы. Гипотеза "внутреннего чарма" была предложена Бродским [83] для описания спектров рождения тяжелых адронов при больших $x \rightarrow 1$. В рамках МКГС c -кварки могут быть включены только в виде морских пар. Впервые это было сделано в работе [26] при описании спектров D -мезонов и Λ_c -барионов. Однако появившиеся недавно данные по асимметрии рождения лидирующих/нелидирующих адронов в $\pi^- p$ -столкновении [80–82]

$$A(x) = \frac{d\sigma^{D^-}/dx - d\sigma^{D^+}/dx}{d\sigma^{D^-}/dx + d\sigma^{D^+}/dx} \quad (76)$$

стали более критическими для определения количественного вклада внутреннего чарма в МКГС. В работе [84] показано, что анализ данных по асимме-

трии требует изменения значений параметров, полученных ранее при сравнении только с данными по сечениям [33, 34], и сделано заключение о малости вклада c -кваркового моря в МКГС. В работе [85] поведение асимметрии $A(x)$ было описано в рамках модификации МКГС, рассмотренной в данном разделе с использованием функций фрагментации, приведенных в приложении В. Результаты вычислений сравниваются с экспериментальными данными WA82 [80], E769 [81] и E791 [82] на рис.12. Сплошной линией на рис.12 показан результат расчета без учета вклада очарованного моря, пунктирной — вклад с учетом моря c -кварков. Очарованное море учитывалось аналогично вкладу странного моря (ф-ла (51)) со значениями параметров $a^D = 0,0072$, $a_1 = 2$ и $\delta_c = 0,005$. Нами была также рассмотрена возможность другой параметризации функции $G_d^{D^-}$:

$$G_d^{D^-}(z) = (1 - z)^{-\alpha_\psi(0)+\lambda}(1 + a_1^D z^4). \quad (77)$$

Результат вычисления поведения асимметрии с функцией (77) показан на рис.12 штрихпунктирной линией. Как видно, вклад очарованного моря сильно связан с параметризацией функции фрагментации и не может быть однозначно определен из существующих данных по рождению D -мезонов.

4. ПОЛУЖЕСТКИЕ АДРОННЫЕ ПРОЦЕССЫ И МОДЕЛЬ КВАРК-ГЛЮОННЫХ СТРУН

4.1. Основной формализм. Мягкие адронные процессы, как показано, в частности, выше, весьма успешно описываются в рамках объединения реджевской модели с квантово-хромодинамическими представлениями.

В последние годы предпринимаются интенсивные попытки расширения области применимости этого непertурбативного подхода для описания полужестких и жестких адронных процессов. Так, уже имеется двухкомпонентная модель ДТУ [86–88]. Эта модель содержит две компоненты: мягкую, основанную на теории надкритического померона (“мягкий” померон), и жесткую, описываемую пертурбативной квантовой хромодинамикой (“жесткий” померон), а также дифракционные процессы. В этой модели (так же, как и в МКГС) разрезанный померон представляется в виде двух кварк-глюонных цепочек (или струн), которые связывают конститuentы адрона. В первом приближении протон состоит из одного валентного кварка и одного валентного дикварка, а взаимодействие между адронами приводит к натяжению двух струн между этими конститuentами. Множественности вторичных частиц вычисляются в рамках схемы унитаризации с использованием правил Абрамовского — Грибова — Канчели (АГК) [89]. Что касается жесткого померона, то в этой модели он представляется двумя пертурбативными глюонами в жестком рассеянии кварков $2 \rightarrow 2$. Механизм жесткого рассеяния включается

тогда, когда поперечные импульсы глюонов больше 2 или 3 ГэВ/с; затем эти глюоны расщепляются в $q\bar{q}$ -пары. Партоны на концах жесткой или полужесткой цепочки имеют поперечные импульсы, предсказываемые пертурбативной квантовой хромодинамикой.

Множественное рождение частиц является непertурбативным по своей природе и, к сожалению, в настоящее время не может быть изучено в рамках теории возмущений КХД. В адрон-адронных взаимодействиях при высоких энергиях доминирует обмен помероном; и в реджевских моделях множественного рождения используется концепция обмена помероном. Ожидается, что эти модели могут быть объяснены с помощью пертурбативной КХД. В настоящее время существует несколько попыток вывести померон, используя аппарат теории возмущений КХД [90–92]. При этом главная проблема состоит не столько в величине константы связи, сколько в инфракрасных сингулярностях, возникающих в пропагаторах кварков и глюонов.

Обмен феноменологическим помероном может быть понят как обмен двумя глюонами [90, 92]. Однако расчеты амплитуды упругого рассеяния кварков по теории возмущений КХД приводят к сингулярности при нулевом переданном 4-импульсе $t = 0$. Происхождение этой сингулярности обусловлено полюсом в пропагаторе глюона при $q^2 = 0$, поэтому ясно, что поведение сечения при малых t не может быть объяснено в рамках теории возмущений КХД. Однако сингулярность в двухглюонных расчетах адрон-адронного рассеяния устраняется, если пропагатор глюона ограничен при $q^2 = 0$ [91].

Поведение пропагатора глюона при малых q^2 менее сингулярное, чем полюс, имеет место при рассмотрении эффектов вакуума КХД, которые приводят к конфайнменту [91]. Так, в модели Ландшофа — Нахтмана [91] померон конструируется как обмен двумя непertурбативными глюонами; при этом под непertурбативным понимается глюон, пропагатор которого не имеет полюса при $q^2 = 0$. В другой работе [93] для пропагатора глюона было получено приближенное решение уравнения Дайсона — Швингера в аксиальной калибровке, поведение которого при $q^2 = 0$ оказалось менее сингулярным, чем полюс в этой точке. Использование этого пропагатора [93] в модели Ландшофа — Нахтмана приводит, как показано в [91], к хорошему согласию расчетов с экспериментальными данными.

Другое приближенное решение уравнения Дайсона — Швингера было получено в [94]. В этом решении пропагатор глюона регуляризуется динамически генерируемой массой глюона. В отличие от ранее полученного решения уравнения Дайсона — Швингера [93] пропагатор с динамической массой глюона асимптотически удовлетворяет уравнению ренормгруппы и действительно ограничен при $q^2 = 0$ (как результат наличия эффективной массы глюона). Использование этого пропагатора в рамках модели Ландшофа — Нахтмана показывает, что померон эффективно ведет себя аналогично обмену фотоном, причем константа связи определяется массой глюона. Этот подход по-

зволит вычислить полные и упругие дифференциальные сечения ($d\sigma/dt$) для pp -рассеяния и получить хорошее согласие расчетов с экспериментальными данными для массы глюона $m_g = 370$ МэВ и $\Lambda_{QCD} = 300$ МэВ [95].

В данном разделе изучается возможность модификации МКГС для описания полужестких адронных процессов [44, 45]. Для этого померон представляется как обмен двумя глюонами с динамически генерируемой массой [91]. Пропагатор соответствующего непертурбативного глюона итеративно используется в n -померонных цепочках для вычисления распределений кварков по поперечному импульсу на концах кварк-глюонных струн. Этот процесс последовательного учета все большего и большего числа померонных обменов приводит к увеличению результирующего поперечного импульса вторичного адрона. Введенная таким образом зависимость от поперечных импульсов частиц не изменяет стандартной МКГС, описывающей распределения частиц по продольному импульсу, и, в то же время, расширяет область применимости модели до значений поперечного импульса $4 \div 5$ ГэВ/с. Модифицированная МКГС используется для описания инвариантных сечений и распределений по поперечному импульсу вторичных мезонов при различных начальных энергиях.

4.2. Померон как обмен двумя глюонами и поперечные импульсы кварков. В модели Ландшофа — Нахтмана [91] обмен помероном между двумя кварками ведет себя так же, как диаграмма с обменом одним фотоном. Константа связи померона с кварком дается выражением

$$\beta_0^2 = \frac{1}{36\pi^2} \int d^2q [g^2 D(q^2)]^2, \quad (78)$$

где $D(q^2)$ — пропагатор глюона. Преимуществом использования ограниченного при $q^2 = 0$ пропагатора является то, что интеграл (78) сходится. Это не имеет места для большинства решений уравнения Дайсона — Швингера, полученных другими авторами [93, 96]. Феноменологическая величина $\beta_0 = 2 \text{ ГэВ}^{-1}$ определяется из полного сечения и соответствует массе глюона $m_g = 1, 2\Lambda_{QCD}$, $\Lambda_{QCD} = 300$ МэВ [95]. Для таких значений параметров оказалось возможным описать экспериментальные данные о протон-протонном рассеянии вперед [95].

Глюон с голой массой приводит к нарушению условия унитарности и калибровочной инвариантности. Эту проблему удается обойти в случае динамически генерируемой массы глюона [95]. На то, что глюон ведет себя как массивная частица, указывают также вычисления на решетках [97]. Приближенное решение уравнения Дайсона — Швингера в частичной калибровке не приводит к генерации динамической массы глюона [93, 96]. В то же время в [94] был определен калибровочно-инвариантный набор диаграмм для уравнения Дайсона — Швингера, который дает ограниченное при $q^2 = 0$

выражение для пропагатора глюона. Это решение имеет правильное асимптотическое поведение пропагатора при больших q^2 и удовлетворяет уравнению ренормгруппы.

В фейнмановской калибровке пропагатор глюона с динамической массой дается выражением $D_{\mu\nu} = -ig_{\mu\nu}D(q^2)$ [94], где

$$D^{-1}(q^2) = b_0 g^2 [q^2 + m^2(q^2)] \ln(S^2/\Lambda^2), \quad (79)$$

$$S^2 = q^2 + 4m^2(q^2), \quad m^2(q^2) = m_g^2 \left[\frac{\ln((q^2 + 4m_g^2)/\Lambda^2)}{\ln(4m_g^2/\Lambda^2)} \right]^{-\frac{12}{11}}.$$

В приведенном выражении (79) величина m_g есть масса глюона, $b_0 = (33 - 2n_f)/48\pi^2$ — лидирующий коэффициент β -функции в уравнении ренормгруппы, постоянная связи g фиксирована. Решение (79) действительно при выполнении условия: $m_g > \Lambda/2$.

Образование вторичного адрона представим следующим образом. Налетающий протон и нуклон мишени разделяются на кварк и дикварк с противоположно направленными поперечными импульсами. В момент цветового взаимодействия между кварком налетающего протона и дикварком нуклона-мишени происходит обмен "мягким" массивным глюоном. Независимо от этого во второй цепочке происходит аналогичный обмен вторым массивным глюоном. Затем после такого обмена глюонами две образовавшиеся струны распадаются на вторичные адроны. При рождении n померонных ливней (или $2n$ кварк-антикварковых цепочек) такой процесс n -кратно повторяется. В результате кварк (дикварк) на концах каждой струны приобретает не равные нулю поперечные импульсы, тем большие, чем больше происходит глюонных обменов. Математически процедура вычисления распределения кварка (дикварка) после первого обмена двумя глюонами может быть представлена следующим образом.

Представим функции распределения кварков (дикварков) в начальных протонах в факторизованном виде:

$$\tilde{f}_\tau(x, \vec{k}_\perp) = f_\tau(x) g_0(\vec{k}_\perp), \quad (80)$$

где распределения кварков по поперечному импульсу выберем в виде гауссовского распределения, нормированного на единицу:

$$g_0(\vec{k}_\perp) = \frac{\gamma}{\pi} \exp(-\gamma \vec{k}_\perp^2). \quad (81)$$

После обмена глюоном с динамической массой в первой цепочке распределение кварков будет иметь вид

$$g_1(\vec{k}_{1\perp}) = \int g_0(\vec{k}_\perp) D^2[(\vec{k}_{1\perp} - \vec{k}_\perp)^2] d^2 k_\perp. \quad (82)$$

Во второй цепочке распределение кварков будет иметь аналогичный вид. После обмена вторым глюоном распределение кварков будет выражаться уже через функцию $g_1(\vec{k}_{1\perp})$:

$$g_2(\vec{k}_{2\perp}) = \int g_1(\vec{k}_{1\perp}) D^2[(\vec{k}_{2\perp} - \vec{k}_{1\perp})^2] d^2 k_{1\perp}. \quad (83)$$

Повторяя эту итерационную процедуру, мы получаем функцию распределения кварков в n -й цепочке, выраженную через функцию $g_{n-1}(\vec{k}_{n-1\perp})$, и, в конечном счете, через функцию $g_0(\vec{k}_{0\perp})$:

$$\begin{aligned} g_n(\vec{k}_{n\perp}) &= \int g_{n-1}(\vec{k}_{n-1\perp}) D^2[(\vec{k}_{n\perp} - \vec{k}_{n-1\perp})^2] d^2 k_{n-1\perp} = \\ &= \int d^2 k_{n-1\perp} D^2[(\vec{k}_{n\perp} - \vec{k}_{n-1\perp})^2] \int d^2 k_{n-2\perp} D^2[(\vec{k}_{n-1\perp} - \vec{k}_{n-2\perp})^2] \dots \times \\ &\quad \times \int d^2 k_{0\perp} D^2[(\vec{k}_{1\perp} - \vec{k}_{0\perp})^2] g_0(\vec{k}_{0\perp}). \end{aligned} \quad (84)$$

Очевидно, что в n -померонной цепочке кварковые функции также будут факторизованы:

$$\tilde{f}_\tau^{(n)}(x_n, \vec{k}_{n\perp}) = f_\tau^{(n)}(x_n) g_{\tau \rightarrow h}^{(n)}(\vec{k}_{n\perp}). \quad (85)$$

Перейдем теперь к построению инвариантного инклюзивного спектра рожденных адронов с учетом его зависимости как от x , так и от поперечного импульса p_\perp . Выражение для инвариантного инклюзивного спектра адронов может быть записано в следующем виде [38–41]:

$$E \frac{d\sigma}{d^3 \vec{p}} = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n(s) \varphi_n(x, p_\perp); \quad (86)$$

$\varphi_n(x, p_\perp)$ — распределение адронов по фейнмановской переменной x и поперечному импульсу p_\perp , образованных от распада n -померонной цепочки.

Функции $\varphi_n(x, p_\perp)$ представлялись в виде [39, 41]:

$$\varphi_n(x, p_\perp) = \int_{x_+}^1 dx_1 \int_{x_-}^1 dx_2 \Psi_n(x, p_\perp; x_1, x_2), \quad (87)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi_n(x, \vec{p}_\perp; x_1, x_2) &= F_{qq}^{(n)}(x_+, \vec{p}_\perp; x_1) F_{qv}^{(n)}(x_-, \vec{p}_\perp; x_2) / F_{qv}^{(n)}(0, \vec{p}_\perp) + \\ &\quad + F_{qv}^{(n)}(x_+, \vec{p}_\perp; x_1) F_{qq}^{(n)}(x_-, \vec{p}_\perp; x_2) / F_{qq}^{(n)}(0, \vec{p}_\perp) + \\ &\quad + 2(n-1) F_{qs}^{(n)}(x_+, \vec{p}_\perp; x_1) F_{qs}^{(n)}(x_-, \vec{p}_\perp; x_2) / F_{qs}^{(n)}(0, \vec{p}_\perp); \end{aligned} \quad (88)$$

x_1, x_2 — координаты кварков (дикварков) в сталкивающихся адронах, $x_{\pm} = x_{\pm}(n) = 0,5[\sqrt{(x_n^2 + x_1^2)} \pm x_n]$, $x_{\perp} = 2\sqrt{(m_h^2 + \vec{p}_{\perp}^2)}/s$; m_h — масса вторичного адрона, \sqrt{s} — полная энергия сталкивающихся адронов в с.ц.и.,

$$F_{\tau}^{(n)}(x_{\pm}, \vec{p}_{\perp}; x_{1,2}) = \int d^2 k_{\perp} \tilde{f}_{\tau}^{(n)}(x_{1,2}, \vec{k}_{\perp}) \tilde{G}_{\tau \rightarrow h}(\frac{x_{\pm}}{x_{1,2}}, \vec{k}_{\perp}; \vec{p}_{\perp}), \quad (89)$$

$$F_{\tau}^{(n)}(0, \vec{p}_{\perp}) = \int_0^1 dx \int d^2 k_{\perp} \tilde{f}_{\tau}^{(n)}(x, \vec{k}_{\perp}) \tilde{G}_{\tau \rightarrow h}(0, \vec{p}_{\perp}) = \tilde{G}_{\tau \rightarrow h}(0, \vec{p}_{\perp}). \quad (90)$$

Распределение $\varphi_n^h(s, y)$ зависит от способа деления начальной энергии между n померонными ливнями. Мы рассмотрим два простых способа такого деления. В первом из них энергия делится равномерно, и роль фейнмановской переменной в n -померонной цепочке играет величина $x_n = nx$. Распределение $\varphi_n^h(s, y)$ в этом случае [27]:

$$\varphi_n^h(s, y) = n\varphi_1^h(\xi_n, x), \quad (91)$$

$$\xi_n = \xi - 2 \ln n, \quad \xi = \ln(s/s_0), \quad s_0 = 1 \text{ ГэВ.}$$

Вторая версия основана на последовательном испускании ливней лидирующим адронным состоянием. Поэтому функции $\varphi_n^h(\xi, y)$ в этом случае имеют вид

$$\Phi_n^h(s, y) = \sum_{k=1}^n \Phi_1^h(\xi_k, x_k), \quad (92)$$

$$\xi_k = \xi - 2(k-1) \ln \frac{1}{1-x_0}, \quad x_k = \frac{x}{(1-x_0)^{k-1}},$$

где x_0 — параметр потерь энергии; при энергиях SPS $x_0 \simeq 0,15$.

Аналогично этому поперечный импульс конечного адрона \vec{p}_{\perp} тоже может делиться между n кварк-глюонными цепочками по-разному. Один из таких способов был предложен в [98], согласно которому \vec{p}_{\perp} равномерно делится между этими цепочками, как и x . Согласно второму способу, предложенному в [38,39], поперечный импульс адрона \vec{p}_{\perp} может последовательно наращиваться от одной цепочки к другой. Этот способ деления \vec{p}_{\perp} между кварк-глюонными струнами становится особенно понятным в рамках рассмотренного подхода, когда перед образованием кварк-глюонной струны кварк и дикварк или кварк и антикварк взаимодействуют между собой. Фактически итерационная процедура вычисления распределения кварка (дикварка) $g_n(k_{n\perp})$ по поперечному импульсу $k_{n\perp}$ после n глюонных обменов есть отражение последовательного деления поперечного импульса между кварк-глюонными цепочками.

Далее мы в основном будем использовать этот способ последовательного деления x и p_t между померонными ливнями.

Функции фрагментации представлялись в виде [39–41]:

$$\tilde{G}_{\tau \rightarrow h}(z_n, \vec{k}_{n\perp}; \vec{p}_\perp) = G_{\tau \rightarrow h}(z_n, \vec{p}_\perp) g_{\tau \rightarrow h}^n(\vec{k}_{n\perp}), \quad (93)$$

$$g_{\tau \rightarrow h}^{(n)}(\vec{k}_{n\perp}) = \frac{\gamma_n}{\pi} \exp(-\gamma_n \vec{k}_{n\perp}^2), \quad (94)$$

$$\vec{k}_{n\perp} = \vec{p}_\perp - z_n \vec{k}_{n\perp}, \quad z_n = \frac{x_\pm(n)}{x_{1,2}}. \quad (95)$$

Подставив теперь функции (84)–(95) в (89), (90), после интегрирования по $d^2 k_\perp$ мы получаем для $F_\tau^{(n)}$ следующее простое выражение:

$$F_\tau^{(n)}(x_\pm(n), \vec{p}_\perp; x_{1,2}) = \tilde{f}_\tau^{(n)}(x_{1,2}) G_{\tau \rightarrow h}\left(\frac{x_\pm(n)}{x_{1,2}}, \vec{p}_\perp\right) \tilde{I}_n(z_n, \vec{p}_\perp), \quad (96)$$

в котором функция $\tilde{I}_n(z_n, \vec{p}_\perp)$ содержит зависимость от поперечного импульса:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_n(z_n, \vec{p}_\perp) &= \int d^2 k_\perp \int \prod_{i=1}^n g_{i-1}(\vec{k}_{i-1,\perp}) \times \\ &\times D^2[(\vec{k}_{i\perp} - \vec{q}_{i-1,\perp})^2] d^2 q_{i\perp} \frac{\gamma_n}{\pi} \exp[-\gamma_n (\vec{p}_\perp - z_n \vec{k}_{n\perp})^2]. \end{aligned} \quad (97)$$

4.3. Анализ результатов и сравнение с данными. На рис.13 показана зависимость $\langle p_\perp \rangle$ от N , которая анализируется в рамках МКГС с введенной зависимостью кварковых распределений и функций фрагментации от поперечных импульсов кварков k_\perp , подробности вычисления этой наблюдаемой величины приведены в [45]. Используемый в нашей модели механизм двухглюонного обмена дает рост зависимости $\langle p_\perp \rangle$ (N); однако для полного описания этой характеристики необходимо расширение области применимости модели для значений поперечных импульсов, больших $4 \div 5$ ГэВ/с, где вклад полужестких эффектов становится все более существенным. Кроме того, формулы для сечений σ_n получены при учете лишь неусиленных графиков реджеонной теории [52]. Учет диаграмм "усиленного" типа приводит к появлению членов $1/x$ в распределениях для "морских" кварков, вклад которых особенно велик при $x \simeq 0$, где рождается наибольшее число адронов. Кроме того, в области больших p_\perp увеличивается вклад новых механизмов, таких, как жесткое рассеяние партонов, которые не учитывались в данной модели.

Рассмотрим теперь распределения π -мезонов с большими p_\perp , образованных в pp -столкновениях при высоких энергиях. Результаты расчетов инвариантных спектров $F(x, \vec{p}_\perp)$ и соответствующие экспериментальные данные [100, 101] представлены на рис.14 и 15. Из рисунков видно, что рассмотренная в этом разделе версия МКГС дает хорошее описание данных при

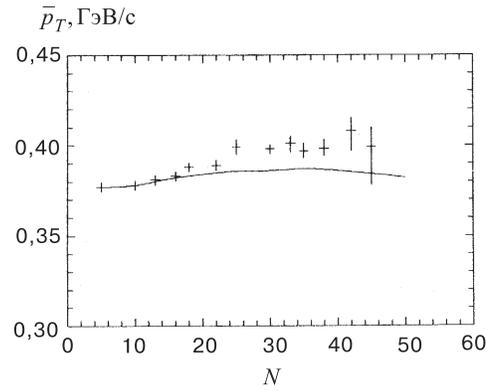


Рис. 13. Корреляция среднего поперечного импульса $\langle p_t \rangle$ и множественности N заряженных адронов. Экспериментальные данные — из работы [99] при $\sqrt{s} = 63$ ГэВ/с, $\eta_{\max} = 2$. Теоретическая кривая вычислена в модификации МКГС, приведенной в разделе 5

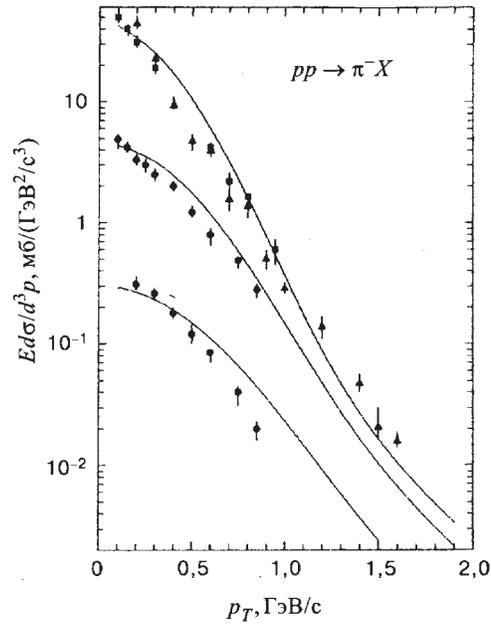


Рис. 14. Инвариантный инклюзивный спектр π^- -мезонов в pp -столкновении при $\sqrt{s} = 19,5$ ГэВ/с [100]. Приведены распределения по поперечному импульсу p_{\perp} для значений $x = 0, 0,3$ и $0,6$. Кривые — расчеты в модифицированной МКГС

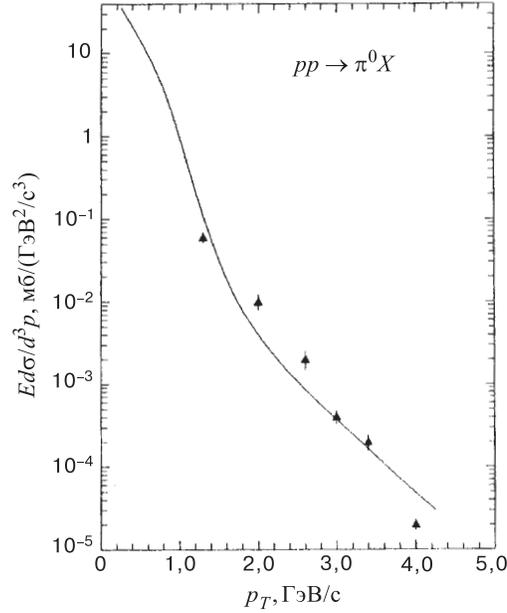


Рис. 15. Инвариантный инклюзивный спектр π^0 -мезонов в pp -столкновении при $\sqrt{s} = 62,4$ ГэВ/с [101]. Кривая — расчет в рамках модифицированной МКГС

$p_{\perp} \leq 4,0$ ГэВ/с. Имеется выполаживание спектров при $p_{\perp} \geq 1$ ГэВ/с, что характерно для полужестких процессов. Завышение сечений при $p_{\perp} \geq 3$ ГэВ/с связано, возможно, с тем, что в модели используются значения реджевских траекторий и их производных при $t = 0$, тогда как для продвижения в область больших значений p_{\perp} необходимо учитывать зависимость траекторий от инвариантной переменной t , $\alpha(t)$, поскольку $t = t(p_{\perp}, x_F)$.

Результаты вычисления зависимости инклюзивных спектров D -мезонов от x_F и p_{\perp}^2 приведены на рис.16 и 17 вместе с экспериментальными данными [77]. Данные по зависимости асимметрии рождения лидирующих (D^-) и нелидирующих (D^+) мезонов от p_{\perp}^2 в πp -столкновении [80–82] сравниваются с предсказаниями модели на рис.18. В [39] нами изучалась зависимость сечений рождения D -мезонов от интерсепта реджевской траектории чармония $\alpha_{\Psi}(0)$. В настоящих расчетах использовалось значение интерсепта $\alpha(0) = 0$ [102], что свидетельствует о нелинейности реджевских траекторий $\alpha(t)$ при $t \leq 0$ [103]. В расчетах, приведенных в данном разделе, использовались следующие значения параметров a_0 , a_1 , входящих в функции фрагментации c -кварков: $a_0 = 10^{-4}$, $a_1 = 5$ [34].

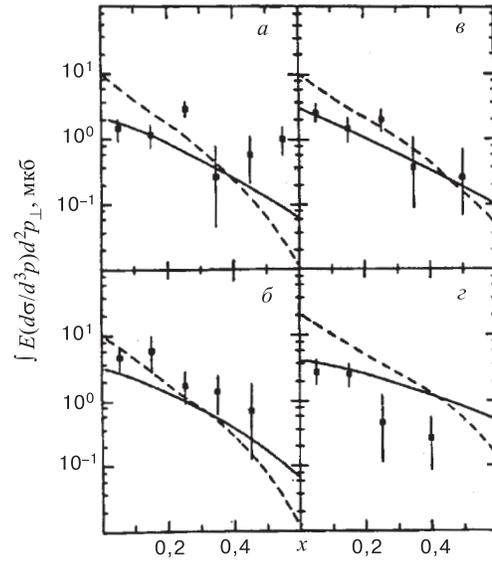


Рис. 16. Зависимость от x инвариантного инклюзивного сечения реакции $pp \rightarrow DX$ при $\sqrt{s} = 27,4$ ГэВ/с: а) D^+ , б) D^0 , в) D^- , г) \bar{D}^0 [77]

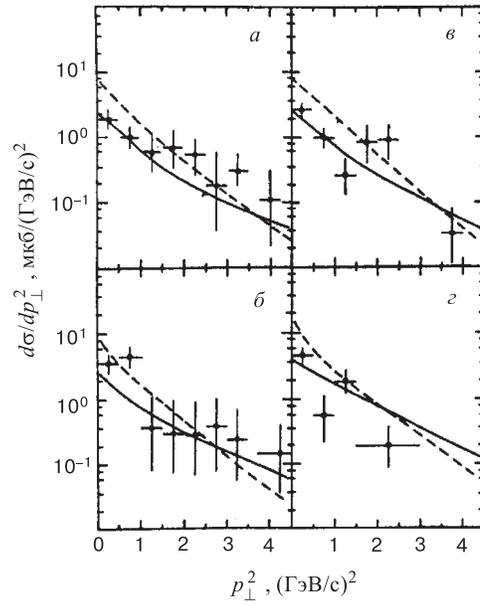


Рис. 17. Зависимость от p_{\perp}^2 дифференциальных сечений реакций рождения различных D -мезонов в pp -столкновениях [77]. Обозначения те же, что и на рис.16

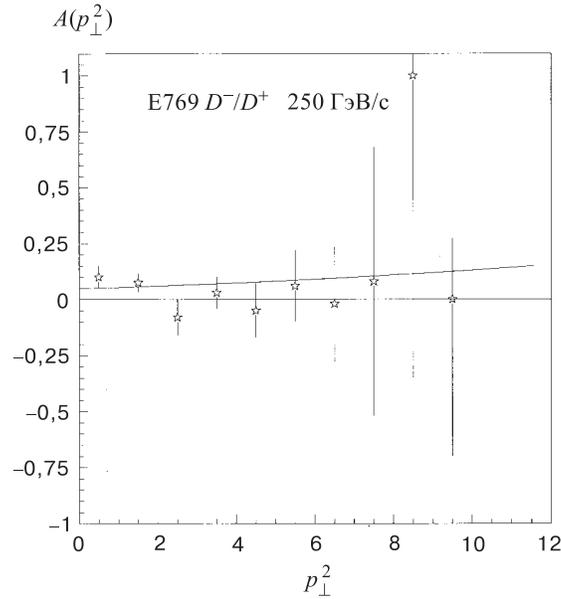


Рис. 18. Сравнение теоретических вычислений с экспериментальными данными [80, 81] по зависимости от p_{\perp}^2 асимметрии рождения лидирующих (D^-) и нелидирующих (D^+) мезонов в π^-p -взаимодействии

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена модификация модели кварк-глюонных струн, учитывающая поперечное движение кварков в сталкивающихся адронах, а также зависимость функций фрагментации от поперечных импульсов кварков и вторичных адронов. Предложен способ введения зависимости от поперечного импульса, основанный на представлении померона как обмена двумя глюонами с динамически генерируемой массой глюона. Это позволило определить распределения по поперечному импульсу кварков в кварк-глюонных цепочках и расширить область применимости МКГС до значений поперечных импульсов вторичных адронов $p_{\perp} \simeq 4$ ГэВ/с.

В рамках модели вычислены корреляция $\langle p_{\perp} \rangle (N)$ и инвариантные инклюзивные спектры адронов $F(x, \vec{p}_{\perp})$ при различных начальных энергиях. Как было показано нами ранее в [40], эти характеристики адронных процессов чувствительны к различным способам деления энергии и поперечного импульса между кварк-глюонными цепочками. Предложенный способ введения p_{\perp} -зависимости в МКГС аналогичен последовательному делению энергии, что, по-видимому, близко соответствует физике процесса. Как показывает вычисление корреляции среднего поперечного импульса адронов $\langle p_{\perp} \rangle$ и

их множественности N , предложенный способ введения p_{\perp} -зависимости эффективно приводит к учету полужестких эффектов, о чем свидетельствует рост зависимости $\langle p_{\perp} \rangle (N)$ от N . Проявление этого эффекта в МКГС позволило использовать предложенную версию МКГС для описания распределений D -мезонов не только по фейнмановской переменной x , но также и по поперечному импульсу p_{\perp} . Сравнение расчетов в рамках предложенной версии МКГС с данными о выходах D -мезонов в pp -взаимодействиях свидетельствует в пользу периферического механизма, что подтверждается хорошим согласием расчетов с данными.

Предложенная версия МКГС дает хорошее описание данных при $p_{\perp} \leq 4,0$ ГэВ/с. Имеется выполаживание спектров при $p_{\perp} \geq 1$ ГэВ/с, что характерно для полужестких процессов. Однако модель дает завышенные значения дифференциальных сечений ds/dp_{\perp}^2 при $p_{\perp} \geq 3$ ГэВ/с. Для улучшения описания p_{\perp} -распределений в этой области нужно, по-видимому, вместо значений реджевских траекторий в нуле, т.е. параметров $\alpha(0)$ и $\alpha'(0)$ в кварковых функциях и функциях фрагментации, использовать сами реджевские траектории $\alpha(t)$ и их производные $\alpha'(t)$, т.е. учитывать зависимость траекторий от инвариантной переменной t . Кроме того, необходимо уточнить распределения кварков (антикварков, дикварков) по поперечному импульсу в сталкивающихся адронах, поскольку в рассматриваемой модификации МКГС использовано гауссовское распределение, справедливое, как известно, лишь при небольших поперечных импульсах p_{\perp} .

Также рассмотрена модификация МКГС, описывающая рождение бозонных резонансов. Показано, что сочетание МКГС и реджеон-фотонной аналогии позволяет получить соотношения между спектрами рождения резонансов с высшими спинами. Предложенная модель дает хорошее согласие с экспериментальными данными.

Для описания спектров адронорождения очарованных частиц предложена модификация МКГС, учитывающая также вклад в рождение основных состояний (D -мезоны, Λ_c^- , Ξ_c^- , Ω_c^- -барионы) распадов соответствующих S -волновых резонансов, таких, как 1^- -мезоны (D^*), $1/2^+$ (Σ_c и Ξ_c')- и $3/2^+$ (Σ_c^* , Ξ_c^* и Ω_c^*)- гипероны.

Авторы выражают благодарность А.В.Ефремову и А.Б.Кайдалову за полезные обсуждения.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты 98-02-17463, 99-02-17727). Один из авторов (А.Г.Г.) благодарит за частичную поддержку INTAS (грант 93-0079), а также Армянский фонд фундаментальных исследований (грант 94-681).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Приведем полный список функций фрагментации кварков и дикварков, использованных для описания инклюзивных спектров векторных мезонов. В случае рождения ρ^\pm -мезона имеем [46]:

$$\begin{aligned}
 G_u^{\rho^+}(z) &= G_d^{\rho^-}(z) = b^\rho(1-z)^{-\alpha_R(0)+\lambda}, \\
 G_u^{\rho^-}(z) &= G_d^{\rho^+}(z) = b^\rho(1-z)^{-\alpha_R(0)+\lambda+2(1-\alpha_R(0))}, \\
 G_s^{\rho^+}(z) &= G_s^{\rho^-}(z) = G_s^{\rho_s^+}(z) = G_s^{\rho_s^-}(z) = b^\rho(1-z)^{-\alpha_R(0)+\lambda+1}, \\
 G_{uu}^{\rho^+}(z) &= b^\rho(1-z)^{\alpha_R(0)-2\alpha_N(0)+\lambda}, \\
 G_{uu}^{\rho^-}(z) &= b^\rho(1-z)^{\alpha_R(0)-2\alpha_N(0)+\lambda+1}, \\
 G_{ud}^{\rho^+}(z) &= G_{ud}^{\rho^-}(z) = b^\rho(1-z)^{\alpha_R(0)-2\alpha_N(0)+\lambda}[1+(1-z)^2]/2,
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

где $\lambda \approx 0,5$, $\alpha_R(0) \approx 0,5$, $\alpha_N(0) \approx -0,5$, $b^\rho \approx 0,27$ [35].

Функции фрагментации кварков и дикварков в ρ^0 -мезон имеют вид

$$\begin{aligned}
 G_u^{\rho^0}(z) &= G_d^{\rho^0}(z) = \frac{1}{2}[G_u^{\rho^+}(z) + G_u^{\rho^-}(z)], \\
 G_s^{\rho^0}(z) &= G_{\bar{s}}^{\rho^0}(z) = G_s^{\rho_s^\pm}(z), \\
 G_{ud}^{\rho^0}(z) &= G_{ud}^{\rho_s^\pm}(z), \\
 G_{uu}^{\rho^0}(z) &= G_{dd}^{\rho^0}(z) = b^\rho(1-z)^{\alpha_R(0)-2\alpha_N(0)+\lambda}(1-z/2).
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

Что касается рождения $\omega(783)$ -мезона, в рассматриваемом подходе $G_{q(qq)}^\omega(z) = G_{q(qq)}^{\rho^0}(z)$.

Согласно результатам [46], функции $G_q^{K^*}(z)$ записываются в виде

$$\begin{aligned}
 G_u^{K^{*+}}(z) &= G_d^{K^{*0}}(z) = b^{K^*}(1-z)^{-\alpha_\varphi(0)+\lambda}(1+b_1^K z), \\
 G_u^{K^{*-}}(z) &= G_{\bar{d}}^{K^{*0}}(z) = G_d^{K^{*+}}(z) = G_u^{K^{*0}}(z) = G_{\bar{d}}^{K^{*0}}(z) = \\
 &= G_d^{K^{*-}}(z) = b^{K^*}(1-z)^{-\alpha_\varphi(0)+\lambda+1}, \\
 G_{\bar{u}}^{K^{*-}}(z) &= G_u^{K^{*+}}(z); \quad G_{\bar{u}}^{K^{*+}}(z) = G_u^{K^{*-}}(z), \\
 G_{\bar{d}}^{K^{*-}}(z) &= G_d^{K^{*+}}(z); \quad G_{\bar{d}}^{K^{*+}}(z) = G_d^{K^{*-}}(z), \\
 G_{\bar{s}}^{K^{*0}}(z) &= G_s^{K^{*+}}(z) = G_{\bar{s}}^{K^{*0}}(z) = G_s^{K^{*-}}(z) = bz^{1-\alpha_\varphi(0)}(1-z)^{-\alpha_R(0)+\lambda} + \\
 &+ b^{K^*}(1-z)^{-\alpha_R(0)+\lambda+2(1-\alpha_\varphi(0))},
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

$$G_s^{K^{*-}}(z) = G_s^{\bar{K}^{*0}}(z) = G_s^{K^{*+}}(z) = G_s^{K^{*0}}(z) = b^{K^*} (1-z)^{-\alpha_R(0)+\lambda+2(1-\alpha_\varphi(0))}.$$

Для функций фрагментации дикварков имеем

$$G_{uu}^{K^{*+}}(z) = b^{K^*} (1-z)^{2\alpha_R(0)-\alpha_\varphi(0)-2\alpha_N(0)+\lambda} (1+b_2^K z),$$

$$G_{ud}^{K^{*+}}(z) = b^{K^*} (1-z)^{2\alpha_R(0)-\alpha_\varphi(0)-2\alpha_N(0)+\lambda} [1+b_2^K z + (1-z)^2]/2,$$

$$G_{uu}^{K^{*-}}(z) = G_{uu}^{\bar{K}^{*0}}(z) = G_{uu}^{K^{*0}}(z) = b^{K^*} (1-z)^{-\alpha_\varphi(0)-2\alpha_N(0)+\lambda+2}, \quad (\text{A.4})$$

$$G_{ud}^{K^{*-}}(z) = G_{ud}^{\bar{K}^{*0}}(z) = b^{K^*} (1-z)^{-\alpha_\varphi(0)-2\alpha_N(0)+\lambda+2} (1-z/2),$$

$$G_{ud}^{K^{*0}}(z) = b^{K^*} (1-z)^{-\alpha_\varphi(0)-2\alpha_N(0)+\lambda+2} (1+b_2^K z/2),$$

где $\alpha_\varphi(0) \approx 0$, $b^{K^*} \approx 0,15$, $b_1^K \approx 2$, $b_2^K \approx 5$, $b \approx 0,4$.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б. ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КВАРКОВ И ДИКВАРКОВ В АДРОНАХ НАЧАЛЬНОГО ПУЧКА И МИШЕНИ

Функции распределения кварков (дикварков) в адроне h параметризованы в стандартном виде

$$f_i^n(x, n) = C_i x^{\alpha_i} (1-x)^{\beta'_i}, \quad (\text{B.1})$$

где $\beta'_i = \beta_i + 2(n-1)(1-\alpha_\rho^0)$. Коэффициент C_i в (B.1) определяется условием нормировки $\int_0^1 f_i^n(x, n) dx = 1$ и равен

$$C_i = \frac{\Gamma(1+\alpha)\Gamma(1+\beta')}{\Gamma(2+\alpha+\beta)}. \quad (\text{B.2})$$

Здесь $\Gamma(\alpha)$ — гамма-функция.

Величины α и β выражаются в терминах интерсептов реджевских траекторий и приводятся в табл.7. Мы используем значения $\alpha_\rho^0 = 0,5$, $\alpha_\phi^0 = 0$, $\alpha_N^0 = -0,5$.

Распределение c -кварковых пар в π -мезоне параметризовалось в виде

$$f_{c(\bar{c})}^{(n)} = C_{c\bar{c}}^{(n)} \delta_{c(\bar{c})} x_1^{-\alpha_\psi(0)} (1-x_1)^{\alpha_R(0)-2\alpha_N(0)+(\alpha_R(0)-\alpha_\psi(0))+n-1}, \quad (\text{B.3})$$

где x_1 — доля импульса $c(\bar{c})$ -кварков и $\delta_{c(\bar{c})}$ — вес очарованных пар в кварковом море.

Таблица 7

n	π^-		p		Σ^-		Ξ^-	
i	α	β	α	β	α	β	α	β
u			$-\alpha_\rho^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$	$-\alpha_\rho^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0$	$-\alpha_\rho^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+2(\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0)$
d	$-\alpha_\rho^0$	$-\alpha_\rho^0$	α_ρ^0 $-\alpha_\rho^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+1$	$-\alpha_\rho^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0$	$-\alpha_\rho^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+2(\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0)$
\bar{u}	$-\alpha_\rho^0$	$-\alpha_\rho^0$	$-\alpha_\rho^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$	$-\alpha_\rho^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0$	$-\alpha_\rho^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+2(\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0)$
\bar{d}	$-\alpha_\rho^0$	$-\alpha_\rho^0$	$-\alpha_\rho^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+1$	$-\alpha_\rho^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0$	$-\alpha_\rho^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+2(\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0)$
s	$-\alpha_\varphi^0$	$-\alpha_\varphi^0$	$-\alpha_\varphi^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0$	$-\alpha_\varphi^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$	$-\alpha_\varphi^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0$
\bar{s}	$-\alpha_\varphi^0$	$-\alpha_\varphi^0$	$-\alpha_\varphi^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0$	$-\alpha_\varphi^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+2(\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0)$	$-\alpha_\rho^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+3(\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0)$
uu			$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$					
dd			$+1$	$-\alpha_\rho^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$	$-\alpha_\varphi^0$		
ud			$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$	$-\alpha_\rho^0$				
us					$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$	$-\alpha_\rho^0$	$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$	$-\alpha_\varphi^0$
ds					$+\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0$		$+\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0$	
ss							$\alpha_\rho^0 - 2\alpha_N^0$ $+2(\alpha_\rho^0 - \alpha_\varphi^0)$	$-\alpha_\rho^0$

**ПРИЛОЖЕНИЕ В. ФУНКЦИИ ФРАГМЕНТАЦИИ КВАРКОВ И
ДИКВАРКОВ В D -МЕЗОНЫ**

Функции фрагментации кварков и дикварков в очарованные мезоны имеют вид

$$\begin{aligned}
 G_u^{\overline{D^0}} &= G_d^{D^-} = a_0(1-z)^{\lambda-\alpha_\psi(0)}(1+a_1z^2), \\
 G_u^{D^-} &= G_u^{D^+} = G_u^{D^0} = G_d^{D^+} = G_d^{D^0} = G_d^{\overline{D^0}} \\
 &= a_0(1-z)^{\lambda-\alpha_\psi(0)+2\cdot(1-\alpha_R(0))}, \\
 G_{uu}^{D^+} &= G_{uu}^{D^-} = G_{uu}^{D^0} = G_{ud}^{D^+} = G_{ud}^{D^0} \\
 &= a_0(1-z)^{\lambda-\alpha_\psi(0)+2\cdot(\alpha_R(0)-\alpha_N(0))+1}, \\
 G_{uu}^{\overline{D^0}} &= a_0(1-z)^{\lambda-\alpha_\psi(0)+2\cdot(\alpha_R(0)-\alpha_N(0))}\left(\frac{1+a_1}{2}z^2 + \frac{(1-z)^2}{2}\right), \\
 G_{ud}^{\overline{D^0}} &= a_0(1-z)^{\lambda-\alpha_\psi(0)+2\cdot(\alpha_R(0)-\alpha_N(0))}\left(\frac{1}{2} + \frac{1+a_1}{2}z^2\right).
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

Значения параметров приведены в соответствующих разделах. Функция фрагментации c -кварка в D -мезоны

$$G_{c(\bar{c})}^D(z) = \frac{a_f^D}{a_0^D} z^3 (1-z)^{-\alpha_R(0)+\lambda}, \tag{B.3}$$

где a_f^D порядка единицы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Altarelli G., Parizi G. — Phys. Lett., 1977, v.B126, p.298.
2. Kogut J., Susskind L. — Phys. Rev., 1974, v.D9, p.3501.
3. Wilson K. — Phys. Rev., 1974, v.D10, p.2445.
4. Кройц М. — Кварки, глюоны и решетки. М., 1987.
5. K. Werner — Phys. Rep., 1993, v.232, p.87.
6. Кайдалов А.Б. — В кн.: Элементарные частицы. М., 1980, вып.2, с.38; ЯФ, 1981, т.33, с.1369; Phys. Lett., 1982, v.116B, p.459; в кн.: Элементарные частицы. М., 1983, вып.2. с.3.
7. Capella A. Sukhatme U., Tan C.-I., Tran Thanh Van J. — Phys. Rep., 1994, v.236, p.225.
8. Raige P.E., Protopopescu S.D. — BNL-Report, BNL-37066, 1986.
9. Bengtsson H.U., Ingelman G. — Comp. Phys. Comm., 1985, v.34, p.251.
10. Anderson B., Gustafson G., Nilsson-Almqvist B. — Nucl. Phys., 1987, v.B28, p.289.
11. Amelin N.S. et al. — Nucl.Phys., 1992, v.A544; Phys.Rev., 1993, v.C47, p.2229.

12. Батунин А.В., Лиходед А.К., Толстенков А.Н. — ЯФ, 1985, т.42, с.424.
13. Левин Е.М. и др. — ЯФ, 1991, т.53, с.1059.
14. Das K.P., Hwa R.C. — Phys. Lett., 1977, v.68B, p.459.
15. Tashiro T. et al. — Z. Phys., 1987, v.C35, p.21.
16. Бадалян Р.Г. — ЯФ, 1988, т.47, с.220.
17. Киселев В.В. и др. — ЯФ, 1989, т.49, с.1100.
18. 't Hooft G. — Nucl. Phys., 1974, v.B72, p.461.
19. Veneziano G. — Phys. Lett., 1974, v.52B, p.220.
20. Ciafaloni M., Marchesini G., Veneziano G. — Nucl. Phys., 1975, v.B98, p.472.
21. Chew G.F., Rozenzweig C. — Phys. Rep., 1978, v.41, p.363.
22. Casher A., Kogut J., Susskind L. — Phys. Rev., 1974, v.D10, p.732.
23. Artru X., Mennesier G. — Nucl. Phys., 1974, v.70B, p.93.
24. Casher A., Neuberger H., Nussinov S. — Phys. Rev., 1979, v.D20, p.179.
25. Shabelski Yu.M. — Sov.Sci.Rev.A., 1993, v.Phys.17, part 2, p.1; 1984, v.40, p.135.
26. Shabelski Yu.M. — Surveys in High Energy Physics, 1995, v.9, p.1.
27. Кайдалов А.Б., Тер-Мартirosян К.А. — ЯФ, 1984, т.39, с.1545; ЯФ, 1984, т.40, с.211 (Sov. J. Nucl. Phys., 1984, v.39, p.979).
28. Kaidalov A.B., Piskounova O.I. — Z.Phys., 1986, v.C30, p.145.
29. Кайдалов А.Б., Пискунова О.И. — ЯФ, 1985, т.41, с.1287 (Sov.J. Nucl. Phys., 1985, v.41, p.816).
30. Шабельский Ю.М. — ЯФ, 1986, т.43, с.1612.
31. Шабельский Ю.М. — ЯФ, 1986, т.44, с.186; ЯФ, 1987, т.45, с.223; ЯФ, 1989, т.49, с.1084.
32. Arakelyan G.H., Grigoryan A.A., Ivanov N.Ya., Kaidalov A.B. — Z. Phys. C.-Particles and Fields, 1994, v.63, p.137.
33. Кайдалов А.Б., Пискунова О.И. — ЯФ, 1986, т.43, с.1545.
34. Пискунова О.И. — ЯФ, 1993, т.56, с.176;
Piskounova O.I. — Phys.At.Nucl., 1993, v.56, p.1094.
35. Arakelyan G.H., Volkovitski P.E. — Z. Phys., 1995, v.A353, p.87.
36. Arakelyan G.H., Volkovitski P.E. — In: Proc. Conf. NAN'95, Phys. of Atom and Nuclei, 1996, v.59, p.1710.
37. Боресков К.Г., Кайдалов А.Б. — ЯФ, 1983, т.37, с.174.
38. Лыкасов Г.И., Славин Н.В. — ЯФ, 1989, т.49, с.1446.
39. Lykasov G.I., Sergeenko M.N. — Z. Phys., 1991, v.C52, p.635.
40. Лыкасов Г.И., Сергеев М.Н. — ЯФ, 1991, т.54, с.1691.
41. Lykasov G.I., Sergeenko M.N. — Z. Phys., 1992, v.C52, p.697.
42. Лыкасов Г.И., Сергеев М.Н. — ЯФ, 1992, т.55, с.1691.
43. Lykasov G.I., Sergeenko M.N. — Z. Phys., 1992, v.C58, p.697.
44. Лыкасов Г.И., Сергеев М.Н. — ЯФ, 1996, т.59, с.503.
45. Lykasov G.I., Sergeenko M.N. — Z. Phys., 1996, v.C70, p.455.

46. **Kaidalov A.B.** — *Yad. Fiz.*, 1987, v.45, p.1452 (*Sov. J. Nucl. Phys.*, 1987, v.45, p.902).
47. **Field R.D., Feynman R.P.** — *Phys.Rev.*, 1977, v.D15, p.2590; *Nucl.Phys.*, 1978, v.B136, p.1.
48. **Rossi G.C., Venezianno G.** — *Nucl.Phys.*, 1977, v.B123, p.507.
49. **Capella A., Sukhatme U., Tan C.I., Tran Thanh Van J.** — *Phys. Lett.*, 1979, v.81B, p.68.
50. **Grigoryan A.A., Ivanov N.Ya., Kaidalov A.B.** — *Yad. Fiz.*, 1982, v.36, p.1490 (*Sov. J. Nucl. Phys.*, 1982, v.36, p.867).
51. **Veneziano G.** — *Nuovo Cim.*, 1968, v.57A, p.190.
52. **Ter-Martirosyan K.A.** — *Phys. Lett.*, 1973, v.44B, p.377.
53. **Arakelyan G.G., Ivanov N.Ya., Grigoryan A.A.** — *Z. Phys. C.-Particles and Fields*, 1991, v.52, p.317.
54. **Stodolsky L., Sakurai J.J.** — *Phys. Rev. Lett.*, 1963, v.11, p.90.
55. **Kaidalov A.B., Volkovitsky P.E.** — *Yad. Fiz.*, 1982, v.35, p.1231 (*Sov. J. Nucl. Phys.*, 1982, v.35, p.720).
56. **Grigoryan A.A., Ivanov N.Ya.** — *Yad.Fiz.*, 1986, v.43, p.693 (*Sov. J. Nucl. Phys.*, 1982, v.43, p.442).
57. **Schouten M. et al.** — *Z. Phys. C.-Particles and Fields*, 1981, v.90, p.93.
58. **Suzuki A. et al.** — *Lett. Nuovo Cim.*, 1979, v.24, p.449.
59. **Brick D. et al.** — *Phys. Rev.*, 1982, v.D25, p.2248.
60. **Agababyan N.M. et al.** — *Z. Phys. C.-Particles and Fields*, 1982, v.41, p.539.
61. **Suzuki A. et al.** — *Nucl. Phys.*, 1980, v.B172, p.327; — *ЯФ*, 1991, т.53, с.1059; — *Phys. Lett.*, 1991, v.B260, p.429.
62. Review of Particle Properties, *Phys. Rev.*, 1994, v.D50, p.1173.
63. **Anisovich V.V., Shekhter V.M.** — *Nucl.Phys.*, 1973, v.B55, p.455.
64. **Close F.E.** — *An Introduction to Quarks and Partons*. London, New-York, San-Francisco. Academic Press, 1979.
65. **Piskounova O.I.** — Preprint FIAN-140, 1987.
66. **Barlag M. et al.** — *Phys. Lett.*, 1990, v.B247, p.113.
67. **Bari G. et al.** — *Nuovo Cimento*, 1991, v.104A, p.571.
68. **Chavauvat P. et al.** — *Phys. Lett.*, 1987, v.199B, p.304.
69. **Barlag M. et al.** — *Z. Phys.*, 1988, v.C39, p.451.
70. **Aguilar-Benitez M. et al.** — *Z. Phys.*, 1986, v.C31, p.491.
71. **Aguilar-Benitez M. et al.** — *Phys. Lett.*, 1985, v.B161, p.401.
72. **Aguilar-Benitez M. et al.** — *Phys. Lett.*, 1986, v.169B, p.106.
73. **Aguilar-Benitez M. et al.** — *Phys. Lett.*, 1988, v.201B, p.176.
74. **Aguilar-Benitez M. et al.** — *Z. Phys.*, 1988, v.C40, p.321.
75. **Ammar R. et al.** — *Phys. Lett.*, 1987, v.183B, p.110.
76. **Ammar R. et al.** — *Phys. Rev. Lett.*, 1988, v.61, p.2185.
77. **Aguilar-Benitez M. et al.** — *Phys. Lett.*, 1988, v.B201, p.176.
78. **Werdning R.** — Talk presented at the 27th ICHEP Conf. Glasgow, 1994.

79. **Droppmann F.** — Talk presented at the 5th Int. Symposium on Heavy Flavour Physics, Montreal, 1993.
80. **Adamovich M. et al.** — Phys. Lett., 1993, v.B395, p.402.
81. **Alves G.A. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1994, v.72, p.812.
82. **Aitalia E.M. et al.** — FERMILAB-Pub-96/001-E, January 1996.
83. **Brodsky S.J. et al.** — Phys.Lett., 1980, v.93B, p.451;
Vogt R., Brodsky S.J. — Nucl.Phys., 1996, v.B478, p.311.
84. **Пискунова О.И.** — ЯФ, 1997, т.60, с.513.
85. **Arakelyan G.H.** — JINR Preprint E2-97-325, Dubna, 1997; hep-ph/9711276.
86. **Hahn K., Ranft J.** — Phys. Rev., 1990, v.D41, p.1463.
87. **Ranft J., Bopp F.W., Capella A., Tran Thanh Van J.** — Z. Phys., 1991, v.C51, p.99.
88. **Aurenche P. et al.** — Phys. Rev., 1992, v.D45, p.92.
89. **Абрамовский В.А., Грибов В.Н., Канчели О.В.** — ЯФ, 1971, т.18, с.595.
90. **Low F.E.** — Phys. Rev., 1975, v.D12, p.163;
Nussinov S. — Phys. Rev. Lett, 1975, v.34, p.1268.
91. **Landshoff P.V., Nachtman O.** — Z. Phys., 1987, v.C35, p.405.
92. **Gunion J.F., Sopper J.** — Phys. Rev., 1977, v.D15, p.2617;
Левин Е.М., Рыскин М.Г. — ЯФ, 1981, т.34, с.1114.
93. **Cudell J.R., Ross D.A.** — Nucl. Phys., 1991, v.B359, p.247.
94. **Cornwall J.M.** — Phys. Rev., 1982, v.D26, p.1453.
95. **Halzen F., Krein G.I., Natale A.A.** — Phys. Rev., 1993, v.D47, p.295.
96. **Baker M., Ball J.S., Zacariazen F.** — Nucl Phys., 1981, v.B186, pp.531, 560;
Brown N., Pennington M.R. — Phys. Rev., 1988, v.D38, p.2266; *ibid* 1989, v.D39, p.2723.
97. **Bernard C.** — Phys. Lett., 1982, v.B108, p.431.
Mandula J.E., Ogilvie O. — Phys. Lett., 1987, v.B185, p.127.
98. **Veselov A.I., Piskounova O.I., Ter-Martirosyan K.A.** — Phys. Lett., 1985, v.158B, p.175.
99. **Kittel W.** — Multiparticle Production at Fixed Target and ISR Energies. Proc. XXIV ICHEP, Munich, 1988, p.625;
Lattes C.M.J., Fujimoto Y., Hasegava S. — Phys. Rep., 1980, v.65, p.151.
100. **Brenner A.E. et al.** — Phys. Rev., 1982, v.D26, p.1497;
Garipuzzi P. et al. — Nucl.Phys., 1974, v.B70, p.1.
101. **Busser F.W. et al.** — Phys.Lett., 1973, v.B70, p.471.
102. **Сергеенко М.Н.** — ЯФ, 1993, т.56, с.140.
103. **Petrov V.A., Samokhin A.P.** — CERN-TH.5583/89, 1989;
Brodsky S.J., Tang W.-K. — Phys. Lett., 1993, v.B318, p.203.

СЕЧЕНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И СТРУКТУРА ЛЕГКИХ ЭКЗОТИЧЕСКИХ ЯДЕР

О.М.Князьков

Санкт-Петербургский государственный университет

И.Н.Кухтина

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

С.А.Фаянс

РНЦ "Курчатовский институт", Москва

В обзоре представлены полученные за последнее время экспериментальные данные по полным сечениям реакций и сечениям взаимодействия для легких экзотических ядер. Даны описания различных подходов — феноменологических и полумикроскопических — к вычислению этих величин. Для большой группы ядер проводится анализ среднеквадратичных радиусов распределения нейтронов, протонов и вещества, извлекаемых из сравнения с экспериментальными данными. Обсуждаются возможные кандидаты в ядра с нейтронным или протонным гало. Даны предложения по проведению новых экспериментов с легкими экзотическими ядрами.

A review is given of the recently obtained experimental data on the total reaction cross sections and interaction cross sections for light exotic nuclei. Microscopic approaches — both phenomenological and semi-microscopical — aimed to calculate these quantities are discussed. For variety of the projectile-target combinations the root-mean-square radii of the neutron, proton and matter distributions extracted from the comparison of the calculated cross sections with the experimental ones are analysed. Possible candidates to the neutron or proton halo nuclei are discussed. Some future experiments in this field are suggested.

ВВЕДЕНИЕ

Интенсивное использование радиоактивных пучков за последние 15 лет привело к установлению ряда необычных свойств легких экзотических ядер, т.е. ядер, удаленных от линии β -стабильности, но с характеристиками, резко отличающимися от ожидаемых из систематики (см., например, обзоры [1–7] и ссылки в них). Одной из важнейших характеристик взаимодействия легких экзотических ядер со стабильными ядрами-мишенями являются сечение взаимодействия σ_I или полные сечения реакций σ_R . Именно с измерения σ_I в пионерской работе [8] началось экспериментальное исследование легких экзотических ядер. На основе анализа измеренных сечений взаимодействия

для изотопов He, Li и Be при энергии 790 МэВ/нуклон как в рамках эмпирического подхода, так и в глауберовском приближении был сделан вывод [8–11] о значительной протяженности нейтронной плотности в нейтроноизбыточных изотопах этих ядер, что позволило выдвинуть гипотезу о возможном существовании в некоторых из них так называемого нейтронного гало. Дальнейшие исследования показали, что ситуация с нейтронным гало может действительно реализовываться в ядрах ${}^6\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$ и ${}^{11}\text{Be}$. В работе [12] получено указание на существование аналогичного явления в ${}^8\text{B}$, в ядре с протонным избытком. Последующие измерения σ_I проводились как с расширением энергетического диапазона частиц-снарядов, так и с расширением набора их массовых чисел. Полные сечения реакций σ_R при промежуточных энергиях ($E/A < 100$ МэВ/нуклон) были измерены в [13–17]. Впервые такие измерения выполнены в работе [13], где получены полные сечения реакций для ${}^8\text{He}$, ${}^9\text{Li}$ и других экзотических ядер при энергии (30÷40) МэВ/нуклон. Для изотопов ${}^{8,9,11}\text{Li}$ сечения σ_R были измерены при энергии 80 МэВ/нуклон в [14,15], а в [16] и [17] — для ядер ${}^{4,6,8}\text{He}$, ${}^{6-9,11}\text{Li}$, ${}^{10}\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$ при энергии 20÷60 МэВ/нуклон. Измерения полных сечений реакций для ${}^8\text{B}$ в интервале энергий 10÷40 МэВ/нуклон проводились в [18]. Параллельно продолжались исследования при высоких энергиях частиц-снарядов. Сечения взаимодействия для ${}^{15}\text{B}$, ${}^{9,10,15}\text{C}$, ${}^{13}\text{N}$ и ${}^{14,15}\text{O}$ при энергии 730 МэВ/нуклон измерены в [19], а в [20] проведены повторные измерения σ_I для ${}^8\text{B}$ при энергии 790 МэВ/нуклон. В большинстве случаев измерения проводились на углеродной или кремниевой мишени.

В последние годы измерения сечений взаимодействия легких экзотических ядер со стабильными ядрами не ограничивались изотопами He, Li, Be и B, а были расширены на более тяжелые ядра. В работе [21] измерены сечения σ_I для изотопов Na с массовыми числами $A = 20 - 23$ и $A = 25 - 32$. Проведенный анализ этих экспериментальных данных позволил выдвинуть гипотезу [21,22] о существовании нейтронного гало также и в изотопах Na, обладающих большим избытком нейтронов. Вслед за ядром ${}^8\text{B}$ в качестве кандидатов в ядра с протонным гало рассматривались нейтронодефицитные изотопы фосфора. Экспериментальное исследование изотопов ${}^{26,27}\text{P}$, включая измерение полных сечений реакций при энергии 65 МэВ/нуклон [23], качественно подтвердило гипотезу [24] о существовании в этих ядрах протонного гало. Измерения σ_R для нейтроноизбыточных нестабильных ядер $f - p$ -оболочки при энергии (50—70) МэВ/нуклон были проведены в [25]. Анализ полученных экспериментальных данных показал существенную зависимость сечений и, соответственно, радиусов распределения материи в ядрах от соотношения числа нейтронов и протонов. В этой связи представляются чрезвычайно важными измерения сечений взаимодействия для цепочек ядер-изобар. В работе [26] такие измерения были выполнены для изобар с $A = 17$ при энергии 700 МэВ/нуклон, а в [27] — для изобар с $A = 20$ при энергии

950 МэВ/нуклон. Вышеизложенное перечисление ограничивается основными экспериментальными работами и не претендует на исчерпывающую полноту.

Анализ экспериментальных данных по σ_I (σ_R) осуществлялся, как правило, в рамках трех основных подходов: эмпирическом, оптико-модельном и основанном на теории Глаубера [28]. В эмпирическом подходе применялись либо геометрические представления о взаимодействии двух сталкивающихся ядер при высоких энергиях [8], либо модель сильного поглощения, в которой параметризация сечений проводилась в соответствии с формулой Коха [29] или ее модификациями. Стандартная оптическая модель (ОМ) оказалась в большинстве случаев неприемлемой для описания взаимодействия легких экзотических ядер со стабильными ядрами, и поэтому использовался полумикроскопический вариант ОМ [30], в котором входными данными для расчета сечений являлись плотности распределения вещества в сталкивающихся ядрах и эффективные нуклон-нуклонные силы. Наиболее популярным в анализе экспериментальных данных по сечениям взаимодействия является подход, основанный на глауберовском приближении. Первый такой анализ был проведен в работе [9]. Основная информация, извлекаемая из экспериментальных сечений, это радиусы сильного поглощения (в эмпирическом подходе) и среднеквадратичные радиусы распределения вещества, нейтронов и протонов в полумикроскопических подходах (в модели свертки и в глауберовском приближении). В том случае, когда плотности вычисляются в рамках ядерно-структурных моделей, появляется возможность апробации таких моделей при сравнении экспериментальных сечений с теоретическими. Различные подходы использовались при расчете ядерных плотностей. Среди них отметим метод функционала плотности [31], в рамках которого на единой основе вычисляются нейтронные и протонные плотности как для ядра-мишени, так и для частицы-снаряда.

Настоящий обзор посвящен анализу основных экспериментальных данных по сечениям взаимодействия (полным сечениям реакций) легких экзотических ядер. В первом разделе представлены теоретические подходы к построению сечений: эмпирический подход, включая параметризацию Коха; различные варианты модели свертки; глауберовское приближение и особенности его применения к анализу экспериментальных данных при промежуточных и высоких энергиях. Во втором разделе представлены экспериментальные сечения взаимодействия для изотопов He, Li, Be, B, Na и изобар с $A = 17$ и $A = 20$, и дан их анализ. Обсуждаются особенности распределения нейтронов и протонов в этих ядрах, а также возможности ядерно-структурных моделей. В заключении представлены основные результаты и выводы, рассмотрены дальнейшие возможности изучения свойств легких экзотических ядер с использованием экспериментов по измерению сечений взаимодействия и исследованию ядерных реакций с нестабильными ядрами.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

1.1. Параметризация сечений. Исходя из геометрических соображений о взаимодействии двух сталкивающихся ядер при высокой энергии, сечение взаимодействия можно записать в следующем виде:

$$\sigma_I(p, t) = \pi [R_I(p) + R_I(t)]^2. \quad (1)$$

Здесь и далее p и t относятся, соответственно, к частице-снаряду и ядру-мишени. Зная величины $R_I(t)$ из описания взаимодействия стабильных ядер, на основе формулы (1), сравнивая $\sigma_I(p, t)$ со значением σ_I , полученным в эксперименте, можно определить $R_I(p)$. Таким способом и было обнаружено впервые [8,9] отклонение поведения $R_I(p)$ для легких экзотических ядер от закона $A^{1/3}$. Представление (1) есть простейшее представление для σ_I , не учитывающее многих факторов.

Более реалистическая параметризация сечений взаимодействия, так называемая параметризация Коха, была предложена в [29]:

$$\sigma_I = \pi r_0^2 (A_p^{1/3} + A_t^{1/3} + a \frac{A_p^{1/3} \cdot A_t^{1/3}}{A_p^{1/3} + A_t^{1/3}} - C(E))^2 (1 - \frac{B}{E_{cm}}). \quad (2)$$

Здесь A_p, A_t — массовые числа, B — энергия кулоновского барьера, E_{cm} — энергия сталкивающихся ядер в системе центра масс. Параметр a , а также численные значения $C(E)$ определяются из анализа взаимодействия стабильных ядер в широком энергетическом диапазоне. Кулоновский барьер в первом приближении может быть рассчитан на основе рассмотрения взаимодействия двух заряженных сфер. Более громоздкая параметризация для B предложена в [32]. В отличие от (1), при построении формулы (2) не используется приближение сепарабельности по частице-снаряду и ядру-мишени, и в ней учтены кулоновские эффекты и энергетическая зависимость. В силу этого выражение (2) носит более универсальный характер, так что его можно применять как при высоких энергиях, так и при низких. Сравнение сечения σ_R , вычисленного по формуле (2), с экспериментальным значением позволяет определить величину r_0 , которая, в соответствии с моделью сильного поглощения, имеет смысл параметра радиуса сильного поглощения. Таким способом были определены величины r_0 для многих легких экзотических ядер.

Помимо (2) используются и более громоздкие параметризации σ_R (см., например, [18]). В них учитывается различие между радиусами сильного поглощения для частицы-снаряда и ядра-мишени, вводится дополнительная зависимость от энергии $\propto E_{cm}^{-1/3}$, а также зависимость от числа протонов и нейтронов в сталкивающихся ядрах.

Анализ экспериментальных сечений на основе параметризаций типа (2) позволяет установить общие геометрические свойства легких экзотических ядер и потенциалов их взаимодействия со стабильными ядрами, но не дает возможности определить распределение вещества в ядре и, в частности, выявить различия в распределении протонов и нейтронов.

1.2. Макроскопическая оптическая модель. Стандартный оптический потенциал (ОП) феноменологической оптической модели имеет следующий вид:

$$U_{\text{opt}}(r) = -V_R f_R(r) - iW_v F_I(r) + 4ia_I W_s (d/dr) f_I(r) + \\ + 2(\pi/m_\pi c)^2 \frac{1}{r} (d/dr) V_{Ls} f_s(r) (\vec{L}\vec{S}) + V_{\text{coul}}(r), \quad (3)$$

$$R_i = r_i A^{1/3}, \quad f_i = (1 + \exp((r - R_i)/a_i))^{-1}, \quad (3a)$$

$$i = R, I, LS.$$

Здесь первые слагаемые — центральная часть вещественного потенциала, второе и третье — потенциалы объемного и поверхностного поглощения, следующее слагаемое — спин-орбитальный член. Последнее слагаемое в (3) обычно берется в виде кулоновского взаимодействия двух заряженных сфер.

На основе потенциала $U_{\text{opt}}(r)$ могут быть построены стандартным образом элементы S -матрицы и полное сечение реакций:

$$\sigma_R = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l + 1) (1 - |S_l|^2). \quad (4)$$

Суммирование в (4) проводится по всем каналам реакций. Отметим, что при высоких энергиях в эксперименте измеряется не σ_R , а сечение взаимодействия σ_I . Различия между σ_R и σ_I обусловлены вкладом неупругого рассеяния. По оценкам эти различия при высоких энергиях составляют 5—10%. Теоретически (как в ОМ, так и в глауберовском приближении) вычисляются σ_R , что следует иметь в виду при сравнении рассчитанных сечений взаимодействия с экспериментальными при высоких энергиях.

Выражение (3) содержит много параметров (от девяти до двенадцати), поэтому расчеты σ_R в макроскопической ОМ могут обладать предсказательной силой только в том случае, если параметры ОП определены из анализа соответствующих угловых распределений упругого рассеяния. К сожалению, к настоящему времени выполнено мало измерений, в которых одновременно были бы получены и σ_R , и дифференциальные сечения упругого рассеяния для легких экзотических ядер. С другой стороны, для таких ядер макроскопическая ОМ редко приводит к успешному описанию экспериментальных данных (см. обзор [7] и ссылки в нем). Это связано с тем, что в формуле (3)

радиальная зависимость всех формфакторов фиксирована и является зависимостью Саксона — Вудса. Однако уже для нуклонов и α -частиц было показано [33,34], что форма потенциала, построенного на основе эффективных сил, отличается от формы Саксона — Вудса. В силу сказанного макроскопическая ОМ для анализа σ_R для легких экзотических ядер использовалась только в отдельных случаях [16,35–37].

1.3. Полумикроскопическая оптическая модель. В ряде работ [35,39–41,18] для анализа σ_R применялись потенциалы двойной свертки в рамках полумикроскопической оптической модели. Такие потенциалы для описания взаимодействия двух составных частиц строятся по следующей схеме. В первом порядке по эффективным силам потенциал взаимодействия двух сталкивающихся ядер может быть представлен в виде суммы:

$$U(\vec{R}) = U^E(\vec{R}) + U^D(\vec{R}), \quad (5)$$

где $U^D(\vec{R})$ — ”прямой” потенциал модели двойной свертки [42]:

$$U^D(\vec{R}) = \int \int \rho^{(1)}(\vec{r}_1) V^D(\vec{s}) \rho^{(2)}(\vec{r}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2. \quad (6)$$

Здесь $V^D(\vec{s})$ — прямая компонента эффективного взаимодействия, а $\vec{s} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 + \vec{R}$, $\rho^{(i)}(\vec{r}_i)$ — плотности сталкивающихся ядер ($i = 1, 2$). Основной вклад в ”обменный” потенциал $U^E(\vec{R})$ дают эффекты однонуклонного обмена, которые могут быть описаны в формализме матрицы плотности [43]:

$$U^E(\vec{R}) = \int \int \rho^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_1 + \vec{s}) V_E(\vec{s}) \rho^{(2)}(\vec{r}_2, \vec{r}_2 - \vec{s}) \exp(i\vec{k}(\vec{R})\vec{s}/\eta) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2. \quad (7)$$

Это есть локализованная форма обменного члена. Здесь $V_E(\vec{s})$ — обменная компонента эффективного взаимодействия, $\rho^{(i)}(\vec{r}, \vec{r}') (i = 1, 2)$ — матрицы плотности сталкивающихся ядер ($i = 1, 2$): $\vec{k}(\vec{R})$ — локальный импульс, определяемый соотношением

$$k^2(\vec{R}) = (2m\eta/\hbar^2)(E - U(\vec{R}) - V_c(\vec{R})), \quad (8)$$

где

$$\eta = \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}, \quad (8a)$$

$A_i (i = 1, 2)$ — массовые числа ядер, а $V_c(\vec{R})$ — кулоновский потенциал. Детальнее схема вычисления $U^E(\vec{R})$ изложена, например, в работе [7].

Как следует из формул (6),(7), входными данными для расчета потенциалов двойной свертки являются эффективные нуклон-нуклонные силы и

матрицы плотности сталкивающихся ядер, причем последние, с использованием формализма разложения матрицы плотности [44], могут быть сведены к диагональным, в координатном представлении, плотностям.

В качестве эффективных нуклон-нуклонных сил обычно применяются так называемые МЗУ эффективные взаимодействия, основанные на G -матричных элементах потенциала Риды — Эллиота [45], либо парижского потенциала [46]. Для описания взаимодействия стабильных ядер применялись также МЗУ-взаимодействия, зависящие от плотности распределения вещества в ядрах (см. обзор [47] и ссылки в нем), при этом зависимость от плотности учитывалась в виде фактора

$$V(\vec{s}, \rho) = V(\vec{s})F(\rho). \quad (9)$$

Однако выбор этого фактора оказывает заметное влияние практически только на угловые распределения упругого рассеяния при средних углах. Угловые распределения для легких экзотических ядер получены пока, к сожалению, лишь в диапазоне до 20° , и, как показано в [48], эти угловые распределения нечувствительны к выбору $F(\rho)$. Кроме того, зависимость от плотности эффективных сил слабо влияет на σ_R . Поэтому, на данном этапе, для анализа σ_R легких экзотических ядер представляется разумным использовать в (6) и (7) эффективные силы, не зависящие от плотности.

При явном учете эффектов однонуклонного обмена берется полное МЗУ-взаимодействие, т.е. обменные и прямые, изоскалярные и изовекторные компоненты. Существует приближенная версия использования МЗУ-сил, в которой, с целью эффективного учета принципа Паули, вместо обменного члена, к прямой компоненте $V^D(\vec{s})$ добавляется псевдопотенциал нулевого радиуса действия [30] с учетом фактора $F(\rho)$ зависимости от плотности [49]. Соответствующее взаимодействие получило название DDM3Y-взаимодействия. Альтернативой к DDM3Y-взаимодействию является так называемое JLM-взаимодействие [50], в котором эффекты запрета Паули также учитываются неявным образом, и наряду с этим оно содержит мнимую часть, что в моделях свертки приводит к комплексному ОП. Приближенные версии модели двойной свертки использовались для анализа взаимодействия легких экзотических ядер со стабильными ядрами в работах [18,35,38].

Помимо эффективных нуклон-нуклонных сил в схему расчета потенциалов входят нуклонные плотности. Для вычисления потенциалов в изоскалярном и изовекторном каналах удобно ввести изоскалярные и изовекторные плотности:

$$\rho_0^{(i)}(\vec{r}) = \rho_n^{(i)}(\vec{r}) + \rho_p^{(i)}(\vec{r}), \quad (10)$$

$$\rho_1^{(i)}(\vec{r}) = \rho_n^{(i)}(\vec{r}) - \rho_p^{(i)}(\vec{r}). \quad (11)$$

Протонные и нейтронные плотности могут быть параметризованы, либо вычислены в рамках ядерно-структурных моделей. Сравнение вычисленных сече-

ний σ_R с экспериментальными данными позволяет в последнем случае апробировать ядерные модели, описывающие структуру легких экзотических ядер.

Полный оптический потенциал, кроме реальной части, должен включать в себя и мнимую часть, ответственную за поглощение налетающей частицы в неупругие каналы. Существуют три основных способа учета потенциала поглощения в полумикроскопической ОМ. В первом случае используется стандартная форма мнимой части ОП с радиальной зависимостью Саксона — Вудса:

$$W^{(1)}(R) = W_{WS}(R), \quad (12)$$

где правая часть может содержать как объемный, так и поверхностный член (см. формулу (3)). В этом случае в схеме анализа экспериментальных данных возникает много подгоночных параметров, что может вносить неопределенность в его результаты. Другой подход состоит в том, что потенциал поглощения выбирается пропорциональным вычисленной реальной части:

$$W^{(2)}(R) = iN_W U(R), \quad (13)$$

где N_W — единственный подгоночный параметр в потенциале поглощения. Однако формула (13) означает, что геометрия реальной и мнимой частей потенциала поглощения одна и та же, что может не отвечать физической реальности. Поэтому предполагается использовать для мнимой части ОП выражение [39]:

$$W^{(3)}(R) = i(N_W U(R) - \alpha_W R \frac{dU(R)}{dR}), \quad (14)$$

где $U(R)$ — потенциал двойной свертки (5), а N_W и α_W — параметры, характеризующие, соответственно, объемную и поверхностную части потенциала поглощения. Для того чтобы расчеты сечений реакций на основе потенциалов (5) и (14) обладали предсказательной силой, необходимо, как отмечалось в конце п.1.2, определить параметры N_W и α_W из анализа угловых распределений упругого рассеяния, либо из систематик мнимой части ОП по соответствующим соседним изотопам.

В рамках многоканальной теории ядерных реакций потенциал поглощения является частью так называемого динамического поляризационного потенциала (ДПП) [47]. Имеется и реальная часть ДПП, которая существенна для описания угловых распределений упругого рассеяния [51], но оказывает незначительное влияние на σ_R , так что в анализе полных сечений реакций реальной частью ОП можно пренебречь.

1.4. Глауберовское приближение. При высоких энергиях взаимодействия сумма в (4) может быть заменена интегралом по прицельному параметру. В результате будем иметь

$$\sigma_R = 2\pi \int_0^\infty db \cdot b[1 - T(b)], \quad (15)$$

$$T(b) = |S(b)|^2. \quad (16)$$

Для промежуточных и высоких энергий хорошим приближением является оптический предел глауберовской теории [28]. В этом случае величина $T(b)$ имеет следующий вид:

$$T(b) = \exp \left[-\bar{\sigma}_{NN} \cdot \int \alpha^2 \vec{b}_1 \rho_z^{(1)}(\vec{b}_1) \rho_z^{(2)}(|\vec{b}_1 - \vec{b}|) \right], \quad (17)$$

$$\bar{\sigma}_{NN} = \frac{N_p N_t \sigma_{nn} + Z_p Z_t \sigma_{pp} + N_p Z_t \sigma_{np} + N_t Z_p \sigma_{np}}{A_p A_t}, \quad (18)$$

$$\rho_z^{(i)}(\vec{b}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \rho_i((b^2 + z^2)^{1/2}) \quad i = 1, 2. \quad (19)$$

Формулы (15), (17)–(19) дают возможность рассчитать σ_R на основе информации об усредненных сечениях нуклон-нуклонного рассеяния и ядерных плотностях. Зависимость σ_{nn} и σ_{np} ($\sigma_{pp} = \sigma_{nn}$) от энергии хорошо известна и параметризована. Обычно используется параметризация, предложенная в работе [52]. Если плотности параметризованы, то из сравнения теоретических сечений с экспериментальными можно извлечь информацию об используемых параметрах. В случае расчета плотностей можно провести апробацию ядерно-структурных моделей. Формулы (15), (17)–(19) не содержат свободных параметров, и в таком виде имеют преимущество перед оптико-модельными формулами для расчета σ_R . Однако выражение (17) дает σ_R в приближении нулевого радиуса действия нуклон-нуклонного взаимодействия и не учитывает многих других факторов. Рассмотрим эти факторы.

В работе [53] отмечается, что более реалистичным для $T(b)$ является выражение, содержащее функцию, ответственную за конечный радиус нуклон-нуклонного взаимодействия. С введением этой функции $T(b)$ приобретает следующий вид:

$$T(b) = \exp \left[-\bar{\sigma}_{NN} \int d^2 \vec{b}_1 \int d^2 \vec{b}_2 f(|\vec{b}_1 - \vec{b}_2|) \rho_z^{(1)}(\vec{b}_1) \rho_z^{(2)}(|\vec{b}_2 - \vec{b}|) \right]. \quad (20)$$

Функция $f(|\vec{b}_1 - \vec{b}_2|)$ имеет гауссовскую зависимость с параметром a . В соответствии с двухчастичной t -матрицей [54] для последнего принято в [53] значение $a = 1$ фм. В пределе $a \rightarrow 0$ (нулевой радиус действия) $f(|\vec{b}_1 - \vec{b}_2|)$ становится δ -функцией, и выражение (20) переходит в формулу (17). Учет конечного радиуса действия в (20) приводит к увеличению расчетных сечений примерно на 8% [53].

Формулы (17) и (20) справедливы в предположении, что амплитуда нуклон-нуклонного рассеяния вперед чисто мнимая, что может не выполняться даже при высоких энергиях [55]. В связи с этим используется комплексное выражение для $\bar{\sigma}_{NN}$ [56]:

$$\bar{\sigma}_{NN} \rightarrow \bar{\sigma}_{NN}(i + \alpha_{NN}). \quad (21)$$

Здесь α_{NN} — параметр, характеризующий отношение реальной и мнимой частей амплитуды NN -рассеяния вперед. Как показано в [57], сечение меняется незначительно (всего на 8 мб) при использовании значения α_{NN} из [55].

Для легких экзотических ядер с преобладанием нейтронов или протонов существенную роль играют эффекты, связанные с различиями в распределении нейтронов и протонов в ядрах. В таком случае в формулу (17) или (20) вместо усредненного сечения $\bar{\sigma}_{NN}$ нужно подставлять σ_{nn} и σ_{np} при соответствующей энергии и учитывать различия нейтронных и протонных плотностей; при этом выражение для $T(b)$ становится несколько более громоздким. Эта процедура особенно важна при энергиях порядка 100 МэВ/нуклон, поскольку при этих энергиях σ_{nn} и σ_{np} различаются почти в три раза. Другой эффект, проявляющийся при низких энергиях, связан с кулоновским взаимодействием. В работе [52] была проведена соответствующая модификация глауберовских сечений.

До сих пор мы обсуждали факторы, учет которых не выводил за рамки оптического предела. Решение целого ряда проблем, связанных с учетом разного рода корреляций (обусловленных принципом Паули, движением центра масс, взаимодействием нуклонов гало и нуклонов остова), а также с рассмотрением неэйконалиных членов, требует выхода за рамки оптического предела глауберовского приближения. Все эти проблемы сложные и могут быть решены лишь приближенно. Поправки на паулиевские эффекты рассматривались в [58], где было показано, что они приводят к уменьшению сечений на 5%. Определение фактора корреляций центра масс для негауссовских плотностей в глауберовских расчетах рассматривалось в [59]. Для этой цели использовался предложенный в [60] метод прямой оценки многократных интегралов теории Глаубера методом Монте-Карло. Оказалось, что различные приближения в теории Глаубера дают различия в дифференциальных сечениях упругого рассеяния за первым дифракционным максимумом [59] и, по-видимому, слабо сказываются на полных сечениях реакций. Корреляции нуклонов остова и нуклонов гало рассматривались в рамках кластерного подхода к глауберовской теории [61]. Было показано, что их учет приводит к уменьшению σ_R и, соответственно, к большим значениям среднеквадратичных радиусов распределения материи R_{rms} при сравнении теории с экспериментом. Это обстоятельство заставило авторов работ [57], [61] пересмотреть эти величины. Так, значение R_{rms} увеличилось для ^{11}Li и ^{11}Be , соответственно, на 14% и 7% [57]. С другой стороны, в анализе упругого рассеяния ^6He и ^8He с энергией 0,7 ГэВ/нуклон на протонах [62] не было обнаружено заметного влияния кластерных корреляций на извлекаемые значения R_{rms} .

Подведем некоторые итоги использования теоретических моделей. При высоких энергиях ($E/A > 100$ МэВ/нуклон) оптический предел в нулевом

приближении по радиусу взаимодействия является достаточно разумным приближением глауберовской теории для расчета полных сечений реакций. Неучтенные факторы, действуя в разных направлениях (конечный радиус взаимодействия и корреляции), компенсируют друг друга в формировании величины σ_R . При низких энергиях необходимо учитывать более аккуратно корреляции, особенно для описания упругого рассеяния, а также неэikonальные эффекты и кулоновские поправки.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И ИХ АНАЛИЗ

2.1. Изотопы He. Измерение сечений взаимодействия σ_I для легких экзотических ядер началось с исследования изотопов гелия. В работе [8] впервые были измерены сечения σ_I для ядер ${}^3,4,6,8\text{He}$, взаимодействующих с мишенями Be, C и Al при энергии 790 МэВ/нуклон. В дальнейшем такие же измерения были проведены для изотопов Li, Be и B [9,10].

Простая параметризация сечений (1) использовалась в [8], а в [9] впервые для анализа сечений взаимодействия легких экзотических ядер применялась глауберовская теория [28] (см. также [63]). В табл.1 приведены результаты такого анализа для группы ядер [10]. Во втором столбце таблицы даны среднеквадратичные радиусы распределения вещества для гауссовского представления плотности, а в столбцах 3–5 — для представления гармонического осциллятора. В последнем столбце приведены зарядовые радиусы, полученные сверткой протонных распределений с распределением заряда в протоне ($r_p = 0,8$ фм). Отметим основные закономерности в поведении R_{rms} , обнаруженные в этом анализе. Для всех цепочек изотопов наблюдается значительный рост R_{rms} с увеличением массового числа, отклоняющийся от зависимости $A^{1/3}$. В изотопах He этот рост наблюдается при переходе от ${}^4\text{He}$ к ${}^6\text{He}$ и ${}^8\text{He}$, в изотопах Li — от ${}^6\text{Li}$, ${}^7\text{Li}$ к ${}^9\text{Li}$ и, особенно, к ${}^{11}\text{Li}$, в изотопах Be — при переходе к ${}^{11}\text{Be}$, ${}^{14}\text{Be}$, причем R_{rms} для ${}^{11}\text{Be}$ больше, чем для ${}^{12}\text{Be}$. В изотопах бора наблюдается значительный рост R_{rms} при переходе к ${}^{14}\text{B}$ и ${}^{15}\text{B}$. Отметим, что для двух ядер ${}^7\text{B}$ и ${}^8\text{B}$ $R_p > R_n$, причем для ${}^8\text{B}$ это превышение значительней. Наблюдаемые закономерности в поведении R_{rms} , как следует из табл.1, не зависят от способа представления плотности распределения вещества в ядрах (гауссовское или представление гармонического осциллятора). Полученные данные свидетельствуют о сильной изотопической зависимости радиусов. В работе [10] указывается, что сравнение с расчетами по методу Хартри — Фока [64] подтверждает важность учета зависимости от плотности используемых в этом методе эффективных сил для объяснения наблюдаемого поведения радиусов по цепочкам изотопов.

Глауберовское приближение, основанное на кластерном подходе к структуре легких экзотических ядер, использовалось в [57] для анализа сечений

Таблица 1. Среднеквадратичные радиусы (фм) распределения протонов, нейтронов и вещества

Ядро	R_{rms}^G	R_{rms}^P	R_{rms}^N	R_{rms}^M	R_{rms}^C
^4He	1,59±0,04	1,57±0,04	1,57±0,04	1,57±0,04	1,76±0,04
^6He	2,52±0,03	2,21±0,03	2,61±0,03	2,48±0,03	
^8He	2,55±0,03	2,15±0,02	2,64±0,03	2,52±0,03	
^6Li	2,35±0,03	2,32±0,03	2,32±0,03	2,32±0,03	2,46±0,02
^7Li	2,35±0,03	2,27±0,02	2,38±0,02	2,33±0,02	2,40±0,02
^8Li	2,38±0,02	2,26±0,02	2,44±0,02	2,37±0,02	
^9Li	2,32±0,02	2,18±0,02	2,39±0,02	2,32±0,02	
^{11}Li	3,10±0,17	2,88±0,11	3,21±0,17	3,12±0,16	
^7Be	2,33±0,02	2,36±0,02	2,25±0,02	2,31±0,02	
^7Be	2,38±0,01	2,34±0,01	2,40±0,01	2,38±0,01	2,47±0,01
^{10}Be	2,28±0,02	2,24±0,02	2,34±0,02	2,30±0,02	
^{11}Be	2,71±0,05	2,63±0,05	2,78±0,05	2,73±0,05	
^{12}Be	2,57±0,05	2,49±0,06	2,65±0,06	2,59±0,06	
^{14}Be	3,11±0,38	3,00±0,36	3,22±0,39	3,16±0,38	
^8B	2,39±0,04	2,45±0,05	2,27±0,04	2,38±0,04	
^{12}B	2,35±0,02	2,35±0,02	2,42±0,02	2,39±0,02	
^{13}B	2,42±0,11	2,41±0,11	2,50±0,12	2,46±0,12	
^{14}B	2,40±0,05	2,38±0,05	2,48±0,06	2,44±0,06	
^{15}B	2,40±0,25	2,37±0,26	2,49±0,28	2,45±0,27	
^{12}C	2,32±0,02	2,35±0,02	2,35±0,02	2,35±0,02	2,48±0,02

взаимодействия с целью извлечения R_{rms} . Авторы этой работы провели два варианта расчетов: без учета корреляций нуклонов из кластеров, составляющих налетающую частицу (так называемое приближение статической плотности — SD), и с учетом таких корреляций (приближение нескольких тел — FB). Результаты анализа вместе с экспериментальными значениями σ_I для энергии 790 МэВ/нуклон представлены в табл.2. Для ядра-мишени ^{12}C во всех случаях использовалось гауссовское представление с $R_{rms}=2,32$ фм [10], а в качестве $\bar{\sigma}_{NN}$ — сечения свободного NN -рассеяния, параметризованные в работе [52]. Два несколько различных кластерных описания использовались для ^6He и привели практически к одинаковому результату для R_{rms} . Различие составило менее 1%. Из результатов, представленных в табл.2, следует подтверждение общих закономерностей в поведении R_{rms} , полученных в [10].

В работе [57] отмечается необходимость выхода за рамки оптического предела (OL), т.е. SD-приближения при построении полных сечений реакций для легких экзотических ядер. В рамках простой бинарной кластерной модели [67] были проведены расчеты σ_R как функции радиуса частицы-снаряда. Эти результаты представлены на рис.1. Можно видеть, что сечения в

Таблица 2. Среднеквадратичные радиусы распределения вещества, вычисленные в глауберовском приближении

Ядро	R_{rms} , фм	σ_I (эксп.), мб	Ссылка	Метод
^4He	$1,58 \pm 0,04$	503 ± 5	[8]	SD
^6He	$2,71 \pm 0,04$	722 ± 5	[8]	FB (a)
	$2,69 \pm 0,04$			FB (b)
^7Be	$2,31 \pm 0,05$	738 ± 9	[9]	SD [61]
^8B	$2,50 \pm 0,04$	798 ± 6	[20]	FB [61]
^9Li	$2,30 \pm 0,02$	796 ± 6	[9]	SD
^{11}Li	$3,53 \pm 0,10$	1060 ± 10	[65]	FB (a)
^{10}Be	$2,28 \pm 0,02$	813 ± 10	[9]	SD
^{11}Be	$2,90 \pm 0,05$	942 ± 8	[10]	FB (a)
^{12}Be	$2,54 \pm 0,05$	927 ± 18	[10]	SD
^{14}Be	$3,20 \pm 0,30$	1109 ± 69	[66]	FB (a)

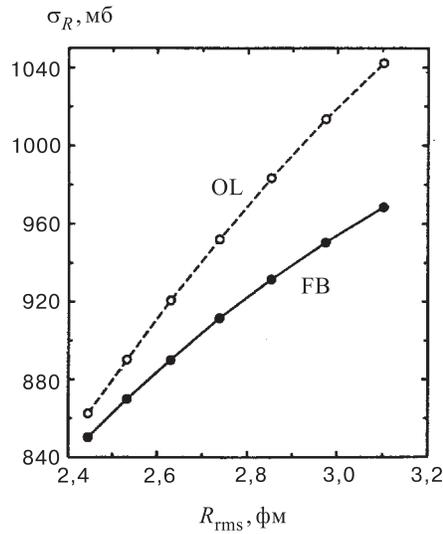


Рис. 1. Полные сечения реакции σ_R , вычисленные в оптическом пределе (OL) и приближении нескольких тел (FB) глауберовской теории

FB-приближении меньше соответствующих значений σ_R , полученных в SD-приближении. Это различие в сечениях растет с увеличением R_{rms} с 2% при $R_{rms}=2,4$ фм до 8% при $R_{rms}=3,1$ фм. Хотя эти различия и невелики, но точность в измерении σ_I достигает 1 – 2% (см. табл.2), так что надежное извлечение радиусов из измеренных сечений σ_I требует соответствующей точности расчетов.

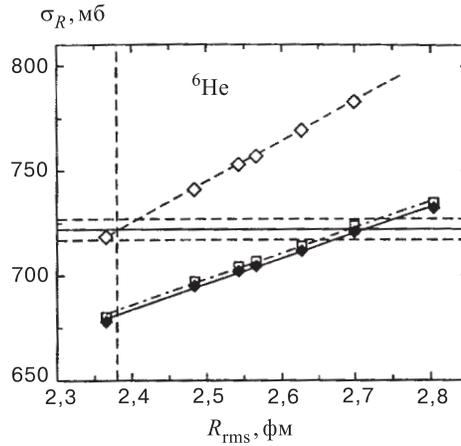


Рис. 2. Полные сечения реакции σ_R , вычисленные для ${}^6\text{He}$ при энергии 800 МэВ/нуклон в приближении глауберовской теории (пояснения в тексте)

Уменьшение сечения в расчетах при учете корреляций нуклонов кластеров приводит к увеличению извлекаемых из сравнения теории с экспериментом радиусов ядер. Поэтому авторы [57] пересмотрели результаты своего предыдущего анализа для ряда легких экзотических ядер. Соответствующие результаты для ${}^6\text{He}$ при энергии 800 МэВ/нуклон представлены на рис.2. Сечения, вычисленные в SD-приближении, изображены квадратиками вдоль штриховой линии, а в FB-приближении — квадратиками вдоль сплошной линии, квадратика вдоль штрихпунктирной линии соответствуют другому способу описания кластерной структуры ${}^6\text{He}$. Горизонтальные линии определяют коридор погрешностей в значениях σ_I , измеряемых в эксперименте. Можно видеть, что учет корреляций нуклонов в кластерах приводит к увеличению радиуса ${}^6\text{He}$ с 2,38 до 2,71 фм.

Как известно, при переходе от высоких энергий к более низким ($E/A < 100$ МэВ/нуклон), т.е. промежуточным энергиям, сечения нуклон-нуклонного рассеяния увеличиваются, и сечения реакции становятся более чувствительными к распределению вещества в периферийной области частиц-снарядов [17]. Кроме того, ядерные и кулоновские эффекты более легко разделяются при промежуточных энергиях [65].

Измерения полных сечений реакции σ_R для большой группы легких экзотических ядер при промежуточных энергиях впервые были проведены в работе [13]. При этом использовалась кремниевая мишень и новый — прямой — способ получения сечений. Эксперименты проводились для энергий частицы-снаряда от 20 до 50 МэВ/нуклон. Для анализа экспериментальных данных использовалась модель сильного поглощения с параметризацией

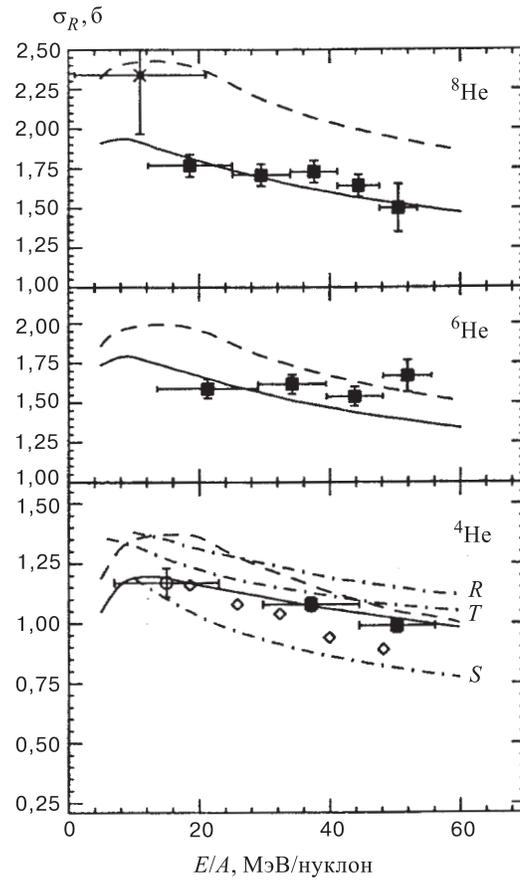


Рис. 3. Полные сечения реакции σ_R , измеренные при соответствующей энергии для ядер ${}^4,6,8\text{He}$, взаимодействующих с ${}^{28}\text{Si}$, теоретические предсказания и данные из других лабораторий

Коха (2). В целом результаты, полученные при промежуточных энергиях, подтвердили закономерности, обнаруженные при анализе экспериментальных данных по σ_I при высоких энергиях [8–10]. Для ${}^8\text{He}$ было получено значение $r_0=1,33$ фм [13], что существенно больше стандартного значения $r_0 \approx 1,10$ фм, используемого при описании взаимодействия стабильных ядер.

Другие измерения σ_R при промежуточных энергиях были проведены в [16,17]. Экспериментальные данные для ${}^4,6,8\text{He}$, взаимодействующих с ${}^{28}\text{Si}$ в

интервале энергий 20÷ 60 МэВ/нуклон, вместе с теоретическими предсказаниями и данными из других лабораторий [13,68,69] приведены на рис.3. В качестве микроскопического подхода в [16] использовался оптический предел глауберовского приближения [53,70,71]. Обозначения R , T и S на рис.3 относятся к выбору оптико-модельных параметров, соответственно, из работ [72–74]. Из рисунка видно, что глауберовское приближение в целом неплохо воспроизводит экспериментальные данные. Однако для ${}^6\text{He}$ в эксперименте не наблюдается предсказываемый теорией спад сечений при увеличении энергии. Кроме того, экспериментальное значение σ_R для ${}^8\text{He}$ из работы [13] лежит существенно выше предсказаний глауберовских расчетов. Модель сильного поглощения хуже описывает экспериментальные значения σ_R для всех трех изотопов гелия, особенно для ${}^8\text{He}$. Оптико-модельные расчеты для ${}^4\text{He}$ дают удовлетворительное описание σ_R только с набором параметров из работы [73].

2.2. Изотопы Li. В ряду изотопов лития существует ядро ${}^{11}\text{Li}$, обладающее, пожалуй, наиболее экзотическими свойствами среди легких экзотических ядер: очень малой энергией отделения двух последних нейтронов, весьма протяженным гало, значительными различиями в распределении протонов и нейтронов. Первые измерения σ_I при энергии 790 МэВ/нуклон для изотопов Li были проведены в [9]. Анализ экспериментальных данных выполнен в рамках глауберовского приближения. Его результаты обсуждались в п.2.1 (табл.1).

Комплексный экспериментальный анализ ${}^9\text{Li}$ и ${}^{11}\text{Li}$ осуществлен в работе [11]: были измерены сечения взаимодействия σ_I на протонной и дейтериевой мишенях, а также на Be и C при энергиях 400 и 800 МэВ/нуклон, извлечены распределения по поперечным импульсам ${}^9\text{Li}$ и нейтронов в реакции фрагментации ${}^{11}\text{Li}$, исследованы корреляции импульсов нейтронов гало. Анализ проводился в глауберовском приближении в двух вариантах: для нейтронов гало предполагалась орбиталь либо 1p, либо 2s. Для среднеквадратичного радиуса материи $R_{rms}({}^{11}\text{Li})$ получено значение $(3,12 \pm 0,30)$ фм в случае 1p- и $(3,05 \pm 0,30)$ фм в случае 2s-орбитали. Таким образом, различные предположения о характере одночастичного движения нейтронов гало только в пределах масштаба 2% влияют на величину $R_{rms}({}^{11}\text{Li})$, извлекаемую из анализа σ_I . Плотность вещества в ${}^{11}\text{Li}$ бралась в виде

$$\rho({}^{11}\text{Li}) = \rho_{\text{core}} + \rho_{\text{halo}}, \quad (22)$$

где в качестве остова рассматривалось ядро ${}^9\text{Li}$. Для $R_{rms}({}^9\text{Li})$ в обсуждаемом анализе получено, соответственно, $(2,61 \pm 0,10)$ фм и $(2,50 \pm 0,10)$ фм, а для $R_{rms}(\text{halo})$ в обоих случаях $(4,8 \pm 0,8)$ фм. Анализ σ_I , а также распределений по импульсам и корреляций импульсов нейтронов привел авторов работы [11] к выводу о существовании в ${}^{11}\text{Li}$ нейтронного гало.

Таблица 3. Радиусы сильного поглощения для изотопов Li, извлеченные из анализа сечений $\sigma_R(\sigma_I)$, измеренных при различных энергиях

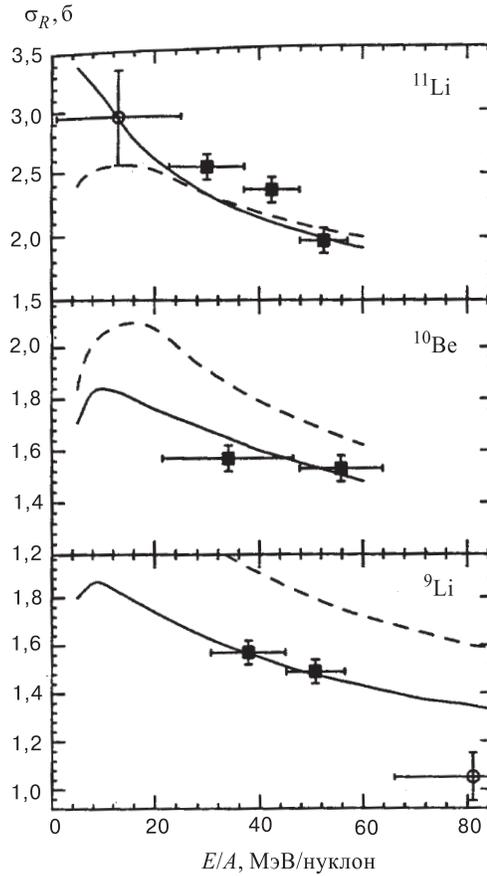
Ядро	E/A , МэВ/нуклон		
	30	80	790
^8Li	$1,282 \pm 0,010$	$1,177 \pm 0,037$	$1,167 \pm 0,010$
^9Li	$1,227 \pm 0,010$	$1,058 \pm 0,017$	$1,151 \pm 0,007$
^{11}Li	$1,222 \pm 0,029$	$1,429 \pm 0,047$	$1,300 \pm 0,0053$

Измерения полных сечений реакции σ_R для ^9Li и ^{11}Li на кремниевой мишени при энергиях, соответственно, 31,584 и 25,507 МэВ/нуклон сделаны в работе [13]. Анализ экспериментальных данных в рамках модели сильного поглощения с использованием параметризации Коха привел к значениям параметра радиуса $r_0=1,168$ фм для ^9Li и $r_0=1,42$ фм для ^{11}Li , что несколько превышает стандартное значение $r_0=1,1$ фм для ^9Li и существенно больше его, превышая значение $r_0=1,33$ фм для ^8He .

Другие измерения при промежуточных энергиях проведены в работе [14]. В табл.3 представлены результаты анализа, сделанного в [14] при энергии 80 МэВ/нуклон, а также при 30 МэВ/нуклон [75] и 790 МэВ/нуклон [9]. Можно отметить, что из полученных результатов несколько выпадает значение 1,222 фм для ^{11}Li при $E/A = 30$ МэВ/нуклон, в остальном результаты соответствуют известным закономерностям: существенное увеличение радиуса сильного поглощения для ^{11}Li по сравнению с $^8,^9\text{Li}$, а рост его при энергии 30 МэВ/нуклон для ^8Li и ^9Li отражает факт увеличения нуклон-нуклонных сечений при уменьшении энергии. Авторы работы [15] отмечают, что измерения при энергии 80 МэВ/нуклон дополняют проведенные ранее измерения при 790 и 30 МэВ/нуклон и подтверждают вывод о том, что только распределение вещества с длинным нейтронным "хвостом" для ^{11}Li , обусловленным в соответствии с квантово-механическим описанием очень малой энергией связи последних двух нейтронов, отвечает адекватному описанию экспериментальных данных.

В работе [16], как отмечалось в предыдущем разделе, измерения проведены в интервале энергий 20÷60 МэВ/нуклон. На рис.4 представлены результаты для ядер $^9,^{11}\text{Li}$ и ^{10}Be вместе с теоретическими расчетами и данными из других лабораторий. Видно, что глауберовское приближение (обозначенное авторами как микроскопический подход) в целом удовлетворительно описывает экспериментальные данные. Однако значительное расхождение имеется со значением σ_R , полученным при энергии 80 МэВ/нуклон для ^9Li . Модель сильного поглощения хуже описывает экспериментальные сечения.

Помимо вышеупомянутых работ σ_I (σ_R) для изотопов Li анализировались в ряде других работ. В [53] глауберовские приближения с нулевым и конеч-

Рис. 4. То же, что и на рис.3, для $^{9,11}\text{Li}$ и ^{10}Be

ным радиусами взаимодействия (формулы (17) и (20) соответственно) применялись к расчету σ_I при энергии 800 МэВ/нуклон для изотопов Li и Be. При этом использовалось значение 40 мб для нуклон-нуклонного сечения $\bar{\sigma}_{NN}$ и 1,0 фм для радиуса взаимодействия. Вычисленные σ_R вместе с экспериментальными данными представлены на рис.5. Здесь квадратики соответствуют конечному радиусу взаимодействия, а кружки — нулевому радиусу; черные точки — экспериментальные данные. Видно, что для $^{6,7}\text{Li}$ и ^{11}Li достигнуто хорошее согласие с экспериментом в приближении конечного радиуса, а для ^8Li и ^9Li экспериментальные точки лежат между теоретическими значениями в двух вариантах. В любом случае расхождение теории с экспериментом составляет несколько процентов. В работе [53] также проведены некоторые

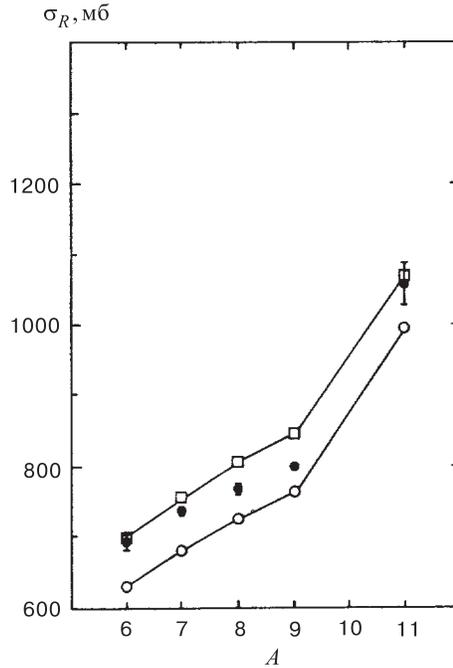


Рис. 5. Полные сечения реакции σ_R , вычисленные в приближениях глауберовской теории для изотопов Li (пояснения в тексте)

методические расчеты. Показано, что при уменьшении $\bar{\sigma}_{NN}$ на 20% сечение реакции σ_R уменьшается на 7%, а уменьшение радиуса взаимодействия на 20% приводит к уменьшению σ_R всего на 2,5%. Для построения плотности ^{11}Li использовался метод Хартри — Фока со взаимодействием SGII [76], при этом вводился коэффициент перенормировки для одночастичного потенциала SGII, зависящий от орбитали. Этот фактор выбирался таким, чтобы получить экспериментальное значение энергии отделения нейтрона. В результате для ^{11}Li было получено $R_{rms} = 2,846$ фм, что на 8% меньше, чем в работе [11].

Кластерный подход в глауберовском приближении применялся в [57] к анализу σ_R для ^{11}Li при энергии 800 МэВ/нуклон. Схема анализа такая же, как и для ядра ^6He (см. предыдущий раздел). Результаты приведены на рис.6. Можно видеть, что, как и в случае ^6He , происходит существенное увеличение $R_{rms}(^{11}\text{Li})$ при учете корреляций нуклонов кластеров, составляющих ^{11}Li . Новое значение сруднеквадратичного радиуса получилось равным $R_{rms} = (3,53 \pm 0,10)$ фм, что на 14% больше предыдущего значения, полученного в работе [57]. Другой результат [57] вытекает из анализа влияния

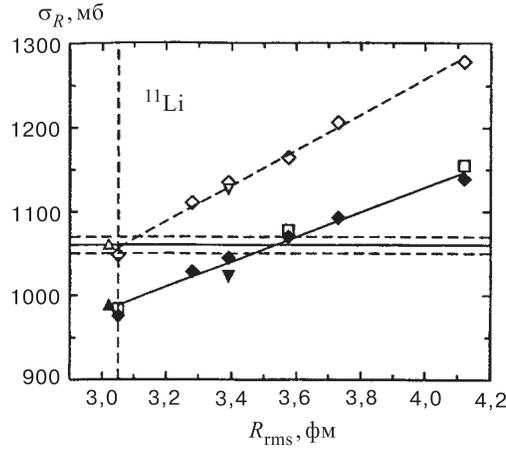


Рис. 6. То же, что и на рис.2, для ^{11}Li

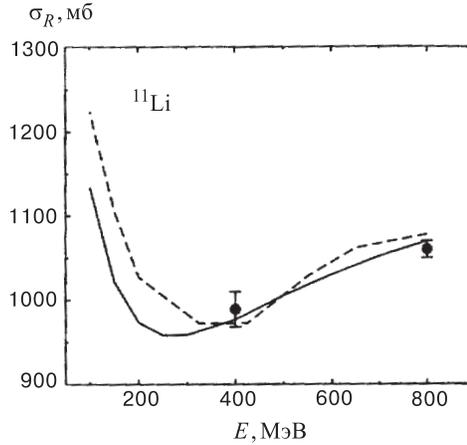


Рис. 7. Экспериментальные (точки) и вычисленные в глауберовском приближении полные сечения реакции σ_R для ^{11}Li , взаимодействующего с ^{12}C

выбора сечения σ_{NN} на расчет σ_R . На рис.7 представлены два расчета σ_R для системы $^{11}\text{Li}+^{12}\text{C}$ вместе с двумя экспериментальными точками. Сплошная линия соответствует расчету с σ_{NN} , взятыми из [52], а штриховая линия — σ_{NN} из систематики в [55]. Экспериментальные данные, к сожалению, существуют только для двух значений энергии, и для этих двух значений теоретические результаты почти совпадают между собой. Два варианта расчета дают близкие результаты при энергии больше 300 МэВ/нуклон, а при проме-

жуточных энергиях (~ 100 МэВ/нуклон) расхождения доходят до 8%. Анализ σ_R при энергиях меньших 100 МэВ/нуклон целесообразно уже проводить с помощью оптико-модельных расчетов. В связи с кластерным подходом отметим, что еще в работе [77] было показано в кластерной модели, что расчеты в оптическом пределе глауберовской теории превышают σ_R , и это превышение тем больше, чем меньше энергия частицы-снаряда.

В работах [39,78] был развит полумикроскопический подход с функционалом (ПМПФ) плотности к описанию взаимодействия легких экзотических ядер со стабильными ядрами, основными положениями которого являются следующие: 1) нейтронные и протонные плотности для всех ядер— как для частиц-снарядов, так и для ядер-мишеней— вычисляются с единым набором фиксированных параметров в рамках метода функционала плотности [31], при этом в схему расчета не вносятся дополнительные условия типа необходимости воспроизведения экспериментальных значений энергий отделения нуклонов; 2) при низких и промежуточных энергиях ($E/A < 100$ МэВ/нуклон) полные сечения реакции σ_R рассчитываются в полумикроскопической оптической модели на основе потенциалов двойной свертки с явным учетом эффектов однонуклонного обмена для реальной части ОП, а мнимая часть при этом формируется из вещественной в соответствии с формулой (14); 3) при высоких энергиях ($E/A > 100$ МэВ/нуклон) σ_R рассчитываются в оптическом пределе глауберовской теории. В работе [79] этот подход был применен к анализу потенциалов взаимодействия нейтроноизбыточных изотопов Li со стабильными ядрами. В [39,80] в рамках ПМПФ было получено разумное описание квазиупругого рассеяния легких экзотических ядер при промежуточных энергиях. Анализ рассеяния изобар на ядре-мишени с $N \neq Z$ приведен в [81]. В [82,83] ПМПФ применялся к анализу энергетической зависимости σ_R , а в [84] — к описанию экспериментальных σ_I для ядер-изобар с $A = 20$ при энергии 950 МэВ/нуклон. Часть результатов из указанных работ будет представлена в этом и последующих разделах.

В табл.4 представлены σ_R , вычисленные в ПМПФ при высоких энергиях [84]. Видно достаточно хорошее согласие теории с экспериментом. На рис.8 изображены расчетные (линии) и экспериментальные (точки) значения σ_R для системы $^{11}\text{Li}+^{12}\text{C}$. Расчеты проведены в ПМПФ на основе потенциалов двойной свертки [82]. Как отмечалось в первой части обзора, при использовании ОМ возникает произвол, связанный с выбором параметров потенциала поглощения. Этот произвол может быть устранен, если имеются для одной и той же энергии измеренные угловые распределения (квази)упругого рассеяния и полные сечения реакций σ_R . К сожалению, для $^{11}\text{Li}+^{12}\text{C}$ угловые распределения измерены только при энергии 60 МэВ/нуклон [38], а σ_R — при других энергиях. Кривые $\sigma_R(E)$ на рис.8 рассчитаны для трех наборов параметров поглощения, при этом $N_w = 0, 3$, а значения α_w представлены на рисунке. Точки соответствуют экспериментальным данным из [15,85]. Можно видеть

Таблица 4. Полные сечения реакции σ_R , вычисленные в глауберовском приближении с плотностями метода функционала плотности

Система	E/A , МэВ/нуклон	σ_R (теор.), мб	σ_T (эксп.), мб
$^8\text{B}+^{12}\text{C}$	800	838	798 ± 6 [20]
$^{11}\text{Li}+^{12}\text{C}$	400	959	989 ± 21 [11]
$^{11}\text{Li}+^{12}\text{C}$	800	1050	1056 ± 14 [11]

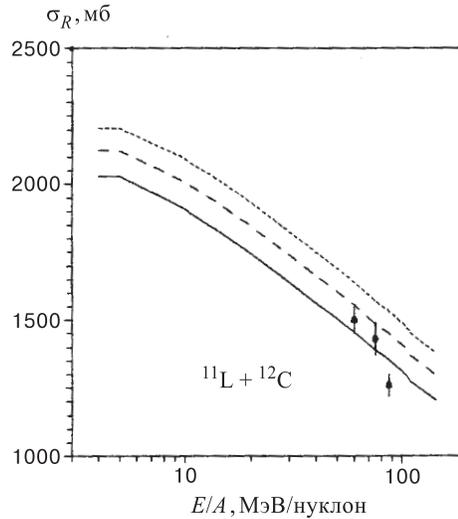


Рис. 8. Экспериментальные (точки) и вычисленные в модели двойной свертки полные сечения реакции σ_R для ^{11}Li , взаимодействующего с ^{12}C , $\alpha = 0, 02$ (—), $0,035$ (---), $0,05$ (- - - -)

сильную зависимость σ_R от энергии, при более низких энергиях происходит спад σ_R (на рисунке он не изображен). Получено хорошее описание экспериментальных данных при разумных значениях параметров поглощения.

В схему расчетов в ПМПФ с использованием как оптического предела глауберовской теории, так и модели двойной свертки входят отдельно нейтронные и протонные плотности. Все расчеты для ^{11}Li проводились с плотностями, построенными методом функционала плотности, со среднеквадратичными радиусами $R_{rms}(n) = 3, 255$ фм, $R_{rms}(p) = 2, 235$ фм и $R_{rms}(m) = 3, 011$ фм [39]. Этот результат для $R_{rms}(m)$ всего на 3% отличается от того, что получен для ^{11}Li [11] при анализе высокоэнергетических экспериментов. Из приведенных значений радиусов следует, что в ПМПФ $\Delta r_{np} = R_{rms}(n) -$

$-R_{rms}(p) = 1,20$ фм. Таким образом, анализ, проведенный в ПМПФ, подтверждает гипотезу о существовании в ^{11}Li нейтронного гало.

В работах [35,40,41] также применялись потенциалы двойной свертки при расчете σ_R для ^{11}Li . Расчет для системы $^{11}\text{Li}+^{28}\text{Si}$ при энергии 29 МэВ/нуклон с параметрами потенциала, извлеченными из описания упругого рассеяния, не привел к согласию с экспериментальными данными при энергии 25,5 МэВ/нуклон из [13]. Одновременный анализ угловых распределений и σ_R проводился для системы $^{11}\text{Li}+^{12}\text{C}$ при энергии 60 МэВ/нуклон в работе [40]. Значение $\sigma_R = 1473$ мб, близкое к значению σ_R , найденному из систематики [38], получено при увеличении радиуса потенциала поглощения на 10% и включении поляризационных добавок на феноменологическом уровне в вещественную и мнимую части ОП. В [40] приводится также сравнение теории с экспериментом для σ_R при двух значениях энергии: 75 и 87 МэВ/нуклон. Однако угловые распределения квазиупругого рассеяния ^{11}Li на ^{12}C при этих энергиях пока не измерены. Еще один совместный анализ угловых распределений и σ_R для системы $^{11}\text{Li}+^{12}\text{C}$ проведен в работе [41]. В анализе использовались потенциалы двойной свертки, построенные с JLM-взаимодействием [50]. Включение в схему расчета перенормированных коэффициентов λ_R и λ_I для реальной и мнимой частей ОП позволило описать экспериментальные данные на прежнем уровне [38—40]. Расчеты, проведенные в той же работе [41] в глауберовских приближениях, дали значения σ_R , лежащие ниже экспериментальных точек и значений, полученных в модели свертки.

2.3. Изотопы Ве и В. Цепочки изотопов Ве и В среди легких ядер выделяются тем, что на их концах расположены ядра с противоположными свойствами по отношению к распределению протонов и нейтронов: для изотопов Ве — это ^7Be с $R_{rms}(p) > R_{rms}(n)$ и ^{11}Be и ^{14}Be с ярко выраженными свойствами нейтронного гало, для изотопов В — это ^8B , который является первым кандидатом в ядра с протонным гало, а также ядра ^{15}B , ^{17}B и ^{19}B с признаками нейтронного гало.

Первые измерения сечений взаимодействия для изотопов Ве и В проведены при энергии 790 МэВ/нуклон в работах [9,10]. Результаты анализа приведены в табл.1 и обсуждались в п.2.1 настоящего обзора. В работе [86] были получены сечения σ_R при энергии 33 МэВ/нуклон для ^{11}Be , взаимодействующего с мишенями ^{12}C и ^{27}Al . Соответствующие данные вместе с результатами их анализа, а также данные [10] при энергии 790 МэВ/нуклон приведены в табл.5. Можно видеть, что глауберовские расчеты хорошо воспроизводят σ_R при промежуточных и σ_I при высоких энергиях, в то время как параметризация Коха приводит к занижению сечений по сравнению с экспериментом. Анализ распределения вещества в ^{11}Be приводит авторов [86] к выводу о том, что ядро ^{11}Be , подобно ядру ^{11}Li , имеет нейтронное гало. В работе [10] в двух вариантах для ^{11}Be было получено $R_{rms} = (2,71 \pm 0,05)$ фм и

Таблица 5. Полные сечения реакции σ_R (б) и сечения взаимодействия σ_I (б) для ^{11}Be , эксперимент и теория

Система	$E/A = 33$ МэВ/нуклон			$E/A = 790$ МэВ/нуклон		
	Эксп.	Глаубер	Кох	Эксп.	Глаубер	Кох
$^{11}\text{Be}+^{12}\text{C}$	$1,56\pm 0,03$	1,60	1,30	$0,942\pm 0,008$	1,02	0,839
$^{11}\text{Be}+^{27}\text{Al}$	$2,27\pm 0,05$	2,25	1,76	$1,38 \pm 0,03$	1,46	1,227

Таблица 6. Сечения взаимодействия σ_I (мб), измеренные для ^{15}B

Ядро-мишень	E/A , МэВ/нуклон	σ_I , мб
Be	770	931 ± 17
C	760	1000 ± 20
C	740	965 ± 15
Al	760	1384 ± 30

($2,52 \pm 0,03$) фм, в анализе работы [53] — $2,772$ и $2,722$ фм. Расчет в рамках ПМПФ для ^{11}Be дал значение $R_{rms} = 2,517$ фм, при этом $\Delta r_{np} = 0,411$ фм [81]. Наконец, при пересмотре величин R_{rms} в связи с учетом корреляций нуклонов кластеров было получено большее значение: $R_{rms}(^{11}\text{Be}) = (2,90 \pm 0,05)$ фм [57].

В работе [13] проведены измерения σ_R для большой группы ядер, в том числе изотопов В, при промежуточных энергиях. Для ^{15}B в модели сильного поглощения получено $r_0=1,284$ фм, что существенно больше стандартного $r_0=1,1$ фм. Большая группа легких экзотических ядер, включая новые зеркальные пары $^9\text{C}-^9\text{Li}$, $^{10}\text{C}-^{10}\text{Be}$, $^{13}\text{O}-^{13}\text{B}$, исследовались в [19]. В частности, измерены сечения взаимодействия σ_I при энергии, большей 730 МэВ/нуклон для ^{15}B . Полученные результаты приведены в табл.6. Можно видеть, что сечения σ_I растут с ростом массового числа ядра-мишени и несколько увеличиваются для мишени ^{12}C с увеличением энергии. Анализ с использованием глауберовского приближения привел авторов [19] к выводу о том, что ядро ^{15}B является кандидатом в ядра с нейтронным гало. Недавно проведены измерения σ_I при энергии 740 МэВ/нуклон для ^{14}Be , $^{17,19}\text{B}$, взаимодействующих с мишенью ^{12}C [87]. Анализ проводился в глауберовском приближении. Авторы подтверждают вывод о том, что радиусы ядер тем больше, чем меньше энергия отделения нуклонов. Делается также вывод о формировании нейтронной "шубы" в $^{17,19}\text{B}$ и обсуждается структура возможного нейтронного гало в ^{14}Be и ^{19}B .

Расчеты в глауберовском приближении с нулевым и конечным радиусами взаимодействия проведены для изотопов Be при энергии 790 МэВ/нуклон в

Таблица 7. Полные сечения реакции σ_R (мб) для ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$, вычисленные в различных подходах

	${}^7\text{Be}+{}^{12}\text{C}$	${}^8\text{B}+{}^{12}\text{C}$
JLM ^a	1026	1104
Кох ^b	1037	1186
Кох ^c	1062	1179
Глаубер ^d	1034	1111
Глаубер ^e	1080	1130
Эксп. ^f	738±9	784±14

^a Модель свертки с JLM-взаимодействием и оболочечными плотностями.

^b Параметризация Коха с модификацией из [36].

^c Параметризация Коха с оболочечными радиусами.

^d Глауберовское приближение с плотностями метода Хартри — Фока.

^e Глауберовское приближение с оболочечными плотностями.

^f [10].

[53]. Как и в случае изотопов Li (см. рис.5), для более легких изотопов (${}^{10,11,12}\text{Be}$) приближение с нулевым радиусом взаимодействия лучше воспроизводит экспериментальные значения σ_I , в то время как для ${}^{14}\text{Be}$ лучше работает приближение с конечным радиусом взаимодействия. В работе [36] были измерены угловые распределения упругого рассеяния ${}^{12}\text{Be}$ и ${}^{14}\text{Be}$ на ${}^{12}\text{C}$ при энергии 56 МэВ/нуклон, и при анализе этих данных были рассчитаны σ_R в рамках макроскопической ОМ. Для ${}^{12}\text{Be}$ и ${}^{14}\text{Be}$, соответственно, получено 1238 и 1900 мб. Эти результаты согласуются с данными эксперимента при высоких энергиях. Существенно меньшие значения, соответственно, 911 и 1123 мб, получены при пересмотре оптико-модельного анализа этих данных в работе [37]. Завершая обзор ситуации с более массивными изотопами Be, отметим, что в работе [16] продемонстрировано хорошее описание σ_R для ${}^{10}\text{Be}$ при промежуточных энергиях (см. рис.4) в глауберовских расчетах, в то время как модель сильного поглощения занижает значения σ_R по сравнению с экспериментальными.

Большое число работ посвящено легчайшим изотопам Be и B, а именно ядрам ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$, с целью определения размеров их протонной шубы, а также исследования других свойств. Первые измерения σ_I для ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$ при высоких энергиях, как отмечалось выше, проведены в работах [9,10]. В результате анализа для ${}^8\text{B}$ получено $R_{rms} = (2,39 \pm 0,04)$ фм. В работе [12] измерен электрический квадрупольный момент ${}^8\text{B}$, который оказался существенно больше предсказываемого оболочечными расчетами. В этой связи возникло утверждение о ядре ${}^8\text{B}$ как о первом кандидате в ядра с протонным гало.

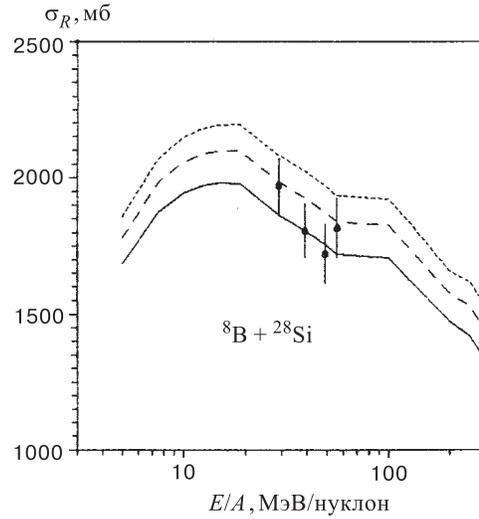


Рис. 9. Энергетическая зависимость полных сечений реакции σ_R для системы ${}^8\text{B} + {}^{28}\text{Si}$: $\alpha = 0,03$ (—), $0,06$ (---), $0,09$ (- - -); (●) — эксперимент

В работе [88] были измерены угловые распределения квазиупругого рассеяния ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$ при энергии 40 МэВ/нуклон на мишени ${}^{12}\text{C}$. В связи с полумикроскопическим анализом экспериментальных данных построены плотности в методе ХФ, и для ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$, соответственно, получены следующие значения $R_{rms}(m)$: 0,075 и 2,207 фм [88]. Значения σ_R , рассчитанные в различных вариантах при энергии 40 МэВ/нуклон [88], вместе с экспериментальными данными при высокой энергии представлены в табл.7. Видно, что теоретические сечения σ_R близки друг к другу и существенно превышают экспериментальные σ_I при высокой энергии. Последнее обстоятельство отражает тот факт, что при промежуточных энергиях сечение NN -рассеяния больше, чем при высоких.

Анализ экспериментальных данных из [88] проводился в рамках ПМПФ в работе [39]. Получено разумное описание угловых распределений с плотностями метода функционала плотности, при этом рассчитанные среднеквадратичные радиусы материи R_{rms} для ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$ оказались, соответственно, равными 2,420 и 2,507 фм, т.е. существенно больше, чем в работе [88]. Размеры протонной шубы в этих расчетах получились 0,49 фм для ${}^8\text{B}$ и 0,312 фм для ${}^7\text{Be}$. Сечения σ_R , вычисленные в [39] с параметрами поглощения, определенными из описания упругого рассеяния, оказались равными 1102 мб для ${}^7\text{Be}$ и 1201 мб для ${}^8\text{B}$, что довольно близко к результатам из табл.7.

В работе [17] были измерены σ_R для ядер ${}^8\text{B}$, взаимодействующих с мишенью ${}^{28}\text{Si}$ в интервале энергий 20÷60 МэВ/нуклон. Хорошего описания

Таблица 8. Полные сечения реакции σ_R (б) для ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$, взаимодействующих с ядром-мишенью ${}^{12}\text{C}$ при промежуточных энергиях

${}^7\text{Be}$		${}^8\text{B}$	
E/A , МэВ/нуклон	σ_R , мб	E/A , МэВ/нуклон	σ_R , мб
$38,46 \pm 0,56$	1491 ± 84	$37,96 \pm 0,76$	1642 ± 75
$36,48 \pm 0,58$	1476 ± 56	$35,23 \pm 0,82$	1698 ± 70
$31,80 \pm 2,15$	1597 ± 56	$28,34 \pm 3,23$	1861 ± 67
$23,46 \pm 2,76$	1603 ± 48	$15,28 \pm 4,88$	1940 ± 97

данных в глауберовском приближении удалось достичь с плотностями из [12], для которых $R_{rms}(m) = 2,72$ фм и $\Delta r_{np} = -0,78$ фм, т.е. при еще бóльших геометрических параметрах, чем получено в [39]. На рис.9 представлены σ_R , рассчитанные в ПМПФ [82] для системы ${}^8\text{B}+{}^{28}\text{Si}$, вместе с экспериментальными данными из [11]. Угловые распределения упругого рассеяния ${}^8\text{B}$ на ${}^{28}\text{Si}$ пока не измерены, поэтому в расчетах [82] использовалось несколько наборов параметров поглощения. Видно хорошее согласие теории с экспериментом при разумных значениях параметров потенциала поглощения.

Новые экспериментальные данные для ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$ получены в [18], и в связи с их анализом представления авторов работы [88] о размерах протонной шубы в ${}^8\text{B}$ пересмотрены. Сечения σ_R на мишени ${}^{28}\text{Si}$ были измерены в [18] для ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$ в интервале энергий $10 \div 40$ МэВ/нуклон. Соответствующие результаты приведены в табл.8. Для обеих частиц-снарядов σ_R уменьшаются с ростом энергии, причем для ${}^8\text{B}$ удельное изменение σ_R , т.е. изменение, приходящееся на единичный энергетический интервал, больше, поскольку измерения для ${}^8\text{B}$ затрагивают область энергий, к которой наиболее чувствительны сечения реакции σ_R . Значения σ_R , измеренные для ${}^8\text{B}$, при соответствующих энергиях оказались меньше, чем измеренные в [17]. Радиусы распределений, использовавшихся в [18], вместе с данными других работ приведены в табл.9, взятой из [18]. Теперь значения $R_{rms}(m)$ для ${}^8\text{B}$ существенно больше, чем в [88], а значение $0,487$ фм для протонной шубы очень близко (различие меньше 1%) к значению $0,49$ фм, предсказанному ранее в [39].

Энергетическая зависимость σ_R для ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$ вместе с результатами глауберовских и оптико-модельных расчетов изображена на рис.10, взятом из работы [18]. Здесь светлые (темные) кружки — экспериментальные σ_R для ${}^7\text{Be}$ (${}^8\text{B}$). Можно видеть, что для ${}^8\text{B}$ при более низких энергиях лучше описывает σ_R полумикроскопическая ОМ, в то время как для ${}^7\text{Be}$ предсказания ОМ и глауберовского приближения с конечным радиусом взаимодействия примерно одинаковы в рассматриваемом энергетическом интервале. На рис.11, также

Таблица 9. Среднеквадратичные радиусы (фм) распределения протонов, нейтронов и вещества для ${}^7\text{Be}$, ${}^8\text{B}$ и ${}^{28}\text{Si}$

Ядро	r_p	r_n	r_m	$r_p - r_n$	Модель
${}^7\text{Be}$	2,369	2,155	2,280	0,214	HF SkII
${}^8\text{B}$	2,754	2,267	2,582	0,487	HF SkII+SM
	2,759	2,155	2,549	0,604	HF SkII
	2,790	2,247	2,600	0,543	WS, $\beta=0,6$
	2,74	2,25	2,57	0,49	RGM [10]
${}^{28}\text{Si}$	2,88	2,47	2,73	0,41	GCM [11]
	3,061	3,025	3,043		HF SkII

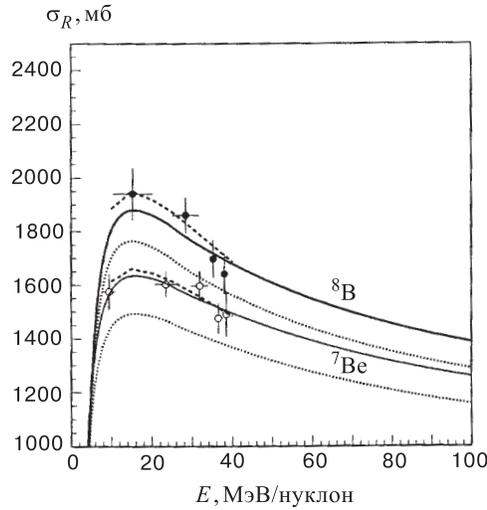
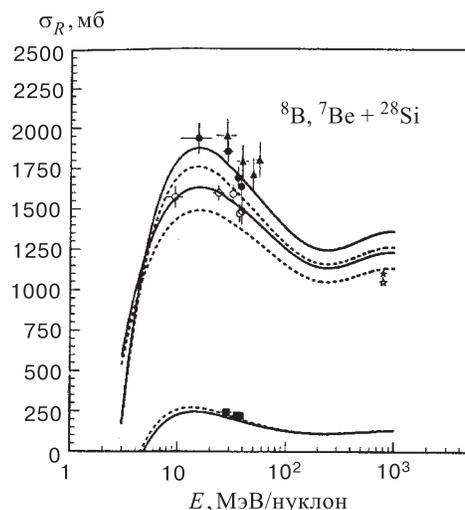


Рис. 10. Энергетическая зависимость полных сечений реакции σ_R для ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$ в сравнении с глауберовскими и оптико-модельными расчетами. Глауберовская модель (—) — $b_0 = 1$ фм, ($\cdot\cdot\cdot$) — $b_0 = 0$ фм; оптическая модель (---)

взятом из [18], показаны в целом результаты для ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$, включая данные по реакции развала, а также сечения σ_R для ${}^8\text{B}+{}^{28}\text{Si}$, измеренные в [17] (темные треугольники), и сечения σ_I для ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$, взаимодействующих с Al при высокой энергии, измеренные в [10] (звездочки).

Недавно сделаны измерения σ_R для ядер ${}^8\text{B}$, взаимодействующих с мишенями Be, C и Al при энергиях примерно 40 и 60 МэВ/нуклон [89]. Эти данные вместе с результатами расчетов ПМПФ [84] приведены в табл.10. Ре-

Рис. 11. Полные сечения реакции и сечения развала для систем ${}^8\text{B} + {}^{28}\text{Si}$ и ${}^7\text{Be} + {}^{28}\text{Si}$ Таблица 10. Полные сечения реакции σ_R (мб) для ${}^8\text{B}$, вычисленные в методе двойной свертки, и экспериментальные данные

Ядро	E/A , МэВ/нуклон	N_{lv}	α	σ_R	σ_R (эксп.)
${}^9\text{Be}$	40	0,5	0,02	1173	1306(13)
${}^9\text{Be}$	60	0,5	0,02	1058	1087(24)
${}^{12}\text{C}$	40	0,3	0,03	1200	1274(12)
${}^{12}\text{C}$	60	0,3	0,03	1080	1103(18)
${}^{27}\text{Al}$	40	0,3	0,045	1730	1803(21)
${}^{27}\text{Al}$	60	0,3	0,03	1530	1621(35)

зультаты показывают неплохое согласие теории с экспериментом, хотя экспериментальные σ_R испытывают более сильную энергетическую зависимость. По-видимому, это указывает на важность учета зависимости параметров потенциала поглощения от энергии.

В работе [90] измерены полные сечения взаимодействия для ${}^7\text{Be}$, ${}^8\text{B}$ и ${}^9\text{C}$, сечения отрыва протона для ${}^8\text{B}$ и ${}^9\text{C}$, а также сечения отрыва двух протонов для ${}^9\text{C}$ на мишенях от углерода до свинца при энергии 285 МэВ/нуклон. Дополнительные измерения проведены также для ${}^8\text{B}$ при энергии 142 МэВ/нуклон. Анализ, проведенный в глауберовском приближении как полученных авторами данных, так и данных из других работ, привел к выводу [90] о том, что вся совокупность экспериментальных результатов для ${}^8\text{B}$ может быть объяснена только с привлечением представлений о ${}^8\text{B}$ как о ядре с ярко

Таблица 11. Сечения взаимодействия σ_I (мб) и среднеквадратичные радиусы (фм) распределения протонов, нейтронов и вещества для изотопов Na

A	σ_I	ссылка [91] \tilde{r}_p	a		b	
			\tilde{r}_m	\tilde{r}_n	\tilde{r}_m	\tilde{r}_n
20	1086(11)	2,806(15)	2,742(28)	2,661(57)	2,729(38)	2,631(80)
21	1100(9)	2,862(12)	2,754(28)	2,630(55)	2,735(38)	2,589(76)
22	1092(16)	2,829(11)	2,730(31)	2,627(59)	2,67(6)	2,51(12)
23	1147(12)	2,829(9)	2,833(23)	2,838(44)	2,819(32)	2,811(60)
25	1185(9)	2,794(10)	2,891(14)	2,965(25)	2,874(18)	2,936(32)
26	1211(16)	2,814(10)	2,934(25)	3,020(45)	2,921(40)	2,998(71)
27	1229(18)	2,836(11)	2,965(32)	3,051(56)	2,946(44)	3,020(77)
28	1265(10)	2,862(12)	3,027(15)	3,129(25)	3,021(12)	3,120(30)
29	1281(22)	2,919(16)	3,053(34)	3,133(57)	3,046(53)	3,121(88)
30	1318(15)	2,942(21)	3,117(24)	3,214(38)	3,119(35)	3,217(57)
31	1358(41)	2,982(14)	3,19(6)	3,29(10)	3,20(8)	3,32(14)
32	1395(61)		3,24(10)	3,36(16)	3,27(15)	3,40(19)

выраженным протонным гало с размерами, по-видимому, меньшими, чем у гало в нейтроноизбыточных ядрах, в то время как использование "стандартных" плотностей позволяет описать, в пределах погрешностей, данные для ${}^7\text{Be}$ и ${}^9\text{C}$.

Повторное измерение σ_I для ${}^8\text{B}$ на мишени ${}^{12}\text{C}$ при энергии 790 МэВ/нуклон было проведено в [20]. В результате несколько уточнилось прежнее значение σ_I , полученное в [9], и снизилась экспериментальная погрешность. Это значение представлено в табл.4 настоящего обзора. Можно видеть, что теоретический расчет в ПМПФ [84] хорошо воспроизводит экспериментальное значение σ_I . В заключение отметим, что в кластерном подходе, реализованном в рамках глауберовского приближения [61], для ${}^8\text{B}$ получено значение $R_{rms}(m) = (2,50 \pm 0,04)$ фм, что близко к соответствующим значениям, обсуждавшимся выше.

2.4. Изотопы Na. Полные сечения реакции σ_R для тяжелых изотопов Na были измерены при энергии 40 ÷ 50 МэВ/нуклон в работе [13]. Анализ экспериментальных данных в рамках модели сильного поглощения привел к обнаружению значительной изотопической зависимости радиуса сильного поглощения, от 1,035 фм для ${}^{26}\text{Na}$ до 1,159 фм для ${}^{30}\text{Na}$.

Измерения σ_I при энергии 950 МэВ/нуклон на углеродной мишени проведены для большой группы изотопов Na с массовыми числами $A = 20 \div 23$ и $25 \div 32$ в работе [21], а их анализ сделан в [22]. В таблице 11 представлены экспериментальные данные вместе с результатами анализа. Среднеквадратичные радиусы распределения протонов (третий столбец) были извлечены из данных по изотопическим сдвигам [91]. Анализ в [22] проводился в глауберовском приближении с использованием фермиевского представления для

протонных и нейтронных плотностей и учетом данных из [91]. Варианты (а) и (б) в таблице соответствуют несколько разным способам выбора расчетных параметров для плотностей.

Из таблицы видно, что извлеченные из экспериментальных данных радиусы слабо зависят от способа параметризации плотностей (максимальное отличие около 5% для ^{22}Na). В изотопах с $A = 20 \div 22$ $R_{rms}(p) > R_{rms}(n)$, для всех остальных изотопов $R_{rms}(p) < R_{rms}(n)$, и для ^{31}Na размеры нейтронной шубы составляют 0,305 фм в одной параметризации и 0,335 фм — в другой. Таким образом, размеры нейтронной шубы оказались более чувствительными к способу параметризации плотности, при этом нужно учитывать погрешности в определении радиусов (они даны в скобках в таблице 11). Величина Δr_{np} , как показано в [22], коррелирует с разностью энергий отделения протона и нейтрона: чем больше эта разность, тем больше нейтронная шуба. Такая корреляция была предсказана релятивистской моделью среднего поля [92]. Впервые в работе [22] показано, что изменение $R_{rms}(m)$ для изотопов Na в основном связано с изменением $R_{rms}(n)$.

2.5. Изобары с $A = 17$ и $A = 20$. Измерения σ_I для изобар с $A = 17$ (^{17}Ne , ^{17}F , ^{17}N , ^{17}B) при энергии примерно 700 МэВ/нуклон были проведены в [93,94], при этом была обнаружена аномалия для ^{17}Ne и ^{17}B : измеренные сечения для этих двух ядер на углеродной мишени оказались существенно больше, чем для двух других изобар.

Анализ сечений для изобар с $A = 17$, а также с $A = 20$ проведен в рамках глауберовского приближения с нулевым радиусом взаимодействия в [95]. При этом, со ссылкой на [96,97], отмечается, что в простой глауберовской модели нарушается унитарность и инвариантность по отношению к обращению времени. Утверждается, что эти поправки составляют несколько процентов в случае нуклон-ядерного взаимодействия, и они могут быть больше в ядро-ядерном случае. Результаты анализа [95] приведены на рис.12. Плотности, как указано на рисунке, рассчитаны в сферическом и деформированном базисах по методу Хартри—Фока. Вычисления для ^{17}Ne (^{17}N) в сферическом базисе проводились в двух вариантах в предположении $1d_{5/2}$ - или $2s_{1/2}$ -орбитали для конфигурации, занятой последними протонами (нейтронами).

Результаты вычислений [95] в сферическом базисе ХФ с силами SGII приведены в табл.12. В последних двух столбцах даны энергии уровней последних занятых орбит для нейтронов (λ_n) и для протонов (λ_p). Учет эффектов деформации приводит к увеличению радиусов в соответствии с формулой:

$$\langle r^2 \rangle_{\beta} \simeq \left(1 + \frac{5}{4\pi}\beta^2\right) \cdot \langle r^2 \rangle_{\beta=0} . \quad (23)$$

Однако, как выяснилось, эффекты деформации незначительно влияют на радиусы, преобладающим является фактор нейтронного избытка.

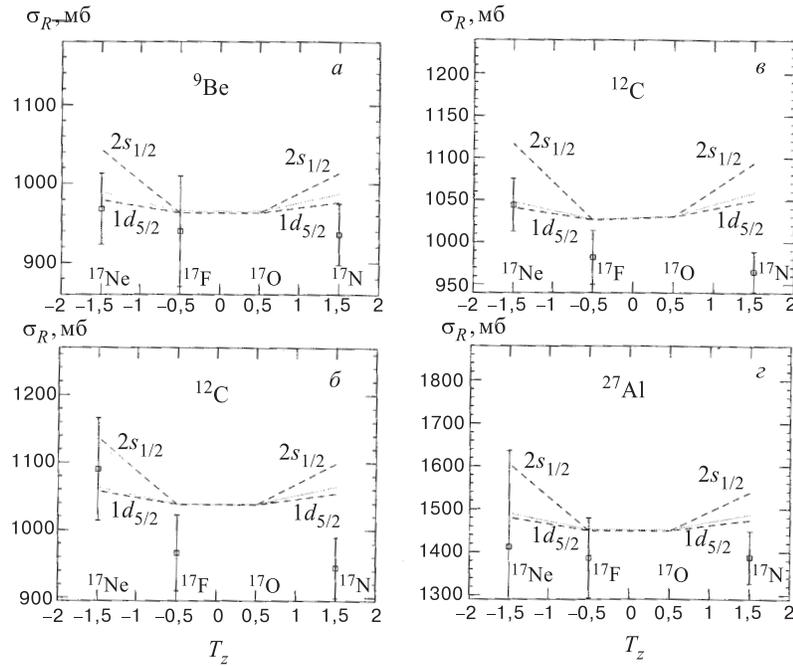


Рис. 12. Полные сечения реакции σ_R , вычисленные с плотностями метода Хартри—Фока для изобар с $A = 17$, и экспериментальные данные; пунктир — сферические плотности ХФ, точечные линии — деформированные плотности

Обсудим результаты анализа, представленные на рис.12. Для ядер с изоспином $T = 3/2$ использование орбитали $2s_{1/2}$ увеличивает сечения на (4–6)% по сравнению со случаем орбитали $1d_{5/2}$, что обусловлено эффектами нейтронного гало. В целом теоретические результаты, описывая ход сечений с изменением T_z , лежат несколько выше экспериментальных значений σ_I . Авторы работы [95] отмечают, что учет эффектов развала может привести к уменьшению расчетных значений σ_R и, таким образом, к увеличению извлекаемых из эксперимента радиусов.

Измерения сечений σ_I для изобар с $A = 20$ при энергии 950 МэВ/нуклон на мишени ${}^{12}\text{C}$ приведены в [27]. В этой же работе был сделан первый анализ этих данных в рамках модели сильного поглощения с параметризацией Коха и глауберовского приближения. В глауберовских расчетах использовалась параметризация плотностей в представлении гармонического осциллятора или в виде фермиевского распределения. Получены следующие результаты. Наибольшая разница в радиусах, которая составляет 0,2 фм, обнаружена для зеркальных ядер ${}^{20}\text{O}$ и ${}^{20}\text{Mg}$. Появились соображения о существовании про-

Таблица 12. Среднеквадратичные радиусы распределения нейтронов, протонов и вещества для изобар с $A = 17$ и $A = 20$, вычисленные в сферическом базисе метода Хартри—Фока

Ядро	Орбиталь	r_n , фм	r_p , фм	r_m , фм	λ_n , МэВ	λ_p , МэВ
$^{17}_5\text{B}_{12}$		2,976	2,452	2,832	-2,85	-20,73
	$(1d_{5/2})^4_v(*)$	3,064	2,421	2,890	-0,695	-22,49
	$(2s_{1/2})^2_v(*)$	3,623	2,421	3,315	-0,695	-22,49
$^{17}_6\text{C}_{11}$		2,847	2,488	2,726	-4,12	-23,49
	$(1d_{5/2})^3_v(*)$	2,915	2,473	2,764	-0,729	-21,94
	$(2s_{1/2})^1_v(*)$	3,221	2,473	2,979	-0,729	-21,94
$^{17}_7\text{N}_{10}$		2,762	2,563	2,682	-5,67	-15,78
	$(1d_{5/2})^2_v(*)$	2,777	2,545	2,684	-4,19	-12,01
	$(2s_{1/2})^2_v(*)$	2,902	2,545	2,760	-4,19	-12,01
$^{17}_8\text{O}_9$		2,688	2,631	2,661	-7,23	-13,45
$^{17}_9\text{F}_8$		2,610	2,723	2,670	-16,85	-3,57
$^{17}_{10}\text{Ne}_7$		2,550	2,819	2,711	-18,72	-1,68
	$(1d_{5/2})^2_v(*)$	2,526	2,843	2,717	-15,03	-0,48
	$(2s_{1/2})^2_v(*)$	2,526	3,105	2,880	-15,03	-0,48
$^{20}_6\text{C}_{14}$		2,993	2,526	2,861	-5,15	-28,14
$^{20}_7\text{N}_{13}$		2,926	2,592	2,813	-6,47	-20,94
$^{20}_8\text{O}_{12}$		2,869	2,650	2,784	-7,85	-18,64
$^{20}_9\text{F}_{11}$		2,817	2,726	2,777	-9,10	-8,07
$^{20}_{10}\text{Ne}_{10}$		2,764	2,795	2,779	-10,38	-6,36
$^{20}_{11}\text{Na}_9$		2,705	2,862	2,792	-11,70	-4,71
$^{20}_{12}\text{Mg}_8$		2,638	2,931	2,818	-21,96	-3,11
$^{20}_{13}\text{Al}_7$		2,587	3,017	2,874	-23,73	-1,41
^9Be		2,343	2,262	2,307	-11,70	-12,62
^{12}C	(**)	2,245	2,400	2,324	-27,26	-14,14
^{27}Al		2,959	2,960	2,960	-14,48	-10,57

тонной шубы для ^{20}Mg и нейтронной — для ^{20}N . Наибольшая разница в радиусах нейтронного и протонного распределений найдена для ядер с большим избытком протонов (^{20}Mg , $\Delta r_{np} = -(0, 50 \pm 0, 28)$ фм) и нейтронов (^{20}N , $\Delta r_{np} = (0, 33 \pm 0, 15)$ фм). Выбор параметризации плотности (представление гармонического осциллятора или фермиевское распределение) незначительно (в пределах 1,5–2%) влияет на результаты.

Анализ данных [27] проводился также в работах [95,84]. Результаты анализа представлены в табл.13 вместе с экспериментальными данными из [27]. Во втором и третьем столбцах даны результаты расчетов в сферическом и

Таблица 13. Полные сечения реакции σ_R для изобар с $A = 20$, вычисленные в глауберовском приближении, и экспериментальные сечения взаимодействия σ_I

Ядро	Сферический базис HF	Деформированный базис HF	Метод функционала плотности	Эксперимент
^{20}N	1145	1152	1227	1121(17)
^{20}O	1129	1138	1181	1078(10)
^{20}F	1124	1147	1162	1113(11)
^{20}Ne	1125	1168	1163	1144(10)
^{20}Na	1131	1155	1172	1094(11)
^{20}Mg	1145	1154	1207	1150(12)

деформированном базисах ХФ из [95], а в четвертом — сечения σ_R , рассчитанные в ПМПФ на основе глауберовского приближения [84]. Использование деформированного базиса незначительно влияет на σ_R (максимальное изменение около 4% для ^{20}Ne), при этом согласие с экспериментом остается таким же. Оба теоретических подхода достаточно хорошо описывают экспериментальные данные; значения σ_R , полученные в ПМПФ, несколько выше, но и в этом случае среднее отклонение теоретических результатов от экспериментальных составляет всего 6%. Экспериментальное значение σ_I для ^{20}Na , представленное в табл.13, в пределах погрешности совпадает с соответствующим значением из табл.11.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Измерения сечений взаимодействия легких экзотических ядер со стабильными ядрами были проведены на самом начальном этапе экспериментальных исследований этих ядер. В дальнейшем полные сечения реакции и сечения взаимодействия были получены для многих изотопов He, Li, Be, B, C и Na, а также изобар с $A = 17$ и $A = 20$ как при высоких (400, 700–950 МэВ/нуклон), так и при промежуточных (10–80 МэВ/нуклон) энергиях. Уже в первых измерениях была обнаружена сильная изотопическая зависимость радиусов легких экзотических ядер, что после дальнейших исследований реакций (фрагментации, диссоциации, передачи и др.) привело к формированию представлений о существовании в ядрах нейтронного (^{11}Li , ^6He , ^{11}Be) и, возможно, протонного (^8B) гало. Для многих ядер обнаружена значительная нейтронная или протонная шуба. Интересные закономерности в поведении радиусов распределения вещества выявлены в изотопах Na, а также изобарах с $A = 17$ и $A = 20$.

Полученные экспериментальные данные анализировались в рамках различных подходов, среди которых можно выделить модель сильного поглоще-

ния, стандартную оптическую модель, полумикроскопический подход, основанный на модели двойной свертки, и глауберовское приближение. Модель сильного поглощения и стандартная оптическая модель не совсем успешно описывали экспериментальные данные, и анализ на их основе давал лишь общую информацию о геометрических свойствах ядер. Использование полумикроскопических подходов — оптической модели с микроскопическими потенциалами двойной свертки и теории Глаубера — требует построения в рамках конкретных ядерно-структурных моделей нейтронных и протонных плотностей и, следовательно, позволяет апробировать такие модели в анализе сечений.

Различные подходы применялись к расчету ядерных плотностей: оболочечная модель, метод Хартри—Фока со сферическим и деформированным базисами, метод функционала плотности, кластерный подход. Представляется целесообразным использовать модель, в которой в рамках единой расчетной схемы вычисляются нейтронные и протонные плотности как для ядер-мишеней, так и для частиц-снарядов. Такая схема в настоящее время реализована на основе метода функционала плотности (который фактически является одним из вариантов самосогласованной теории конечных ферми-систем).

Оптический предел с нулевым радиусом взаимодействия глауберовской теории представляется разумным приближением для анализа сечений взаимодействия при высоких энергиях, но при промежуточных энергиях, $E/A \leq \leq 100$ МэВ/нуклон, необходимо учитывать различные поправки к нему (конечный радиус взаимодействия, различные нуклонные корреляции, неэйнковальные и кулоновские эффекты).

При энергиях до 100 МэВ/нуклон разумно использовать полумикроскопическую оптическую модель, в которой вещественная часть потенциала вычисляется в том или ином варианте модели двойной свертки, а мнимая часть параметризуется. При этом расчеты сечений реакций в такой модели могут обладать предсказательной силой только в том случае, если параметры потенциала поглощения фиксированы либо путем подбора из известных систематик, либо сравнением теоретических угловых распределений упругого рассеяния с экспериментальными, измеренными при той же энергии, что и полное сечение реакции. Систематики параметров потенциала поглощения для стабильных ядер далеко не всегда применимы к экзотическим ядрам, поэтому крайне желательно одновременное измерение угловых распределений упругого рассеяния и полных сечений реакции для одной и той же частицы-снаряда при одной и той же энергии. Пока такие экспериментальные данные единичны.

Было бы очень важно измерить сечения σ_R в энергетическом интервале 100÷200 МэВ/нуклон. В этом интервале уже работает глауберовское приближение и в то же время еще возможно применение полумикроскопической оптической модели. Анализ экспериментальных данных в указанном интер-

вале позволил бы, с одной стороны, сравнить два полумикроскопических подхода, с другой—дополнить существующий анализ энергетической зависимости σ_R .

В заключение авторы выражают благодарность за полезное и плодотворное обсуждение проблем, затронутых в обзоре, Г.Д.Алхазову, А.А.Коршенинникову, А.А.Оглоблину, Ю.Э.Пенионжквичу и Н.К.Скобелеву. Один из авторов (С.А.Фаянс) признателен Д.Завише за интересные дискуссии. Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, проект 98-02-16979 и Немецкого исследовательского общества (DFG).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Tanihata I.** — Treatise on Heavy-Ion Science. Ed. Bromley D.A. New York: Plenum, 1989, v.8, p.443.
2. **Detraz C., Vietra D.J.** — Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 1989, v.39, p.407.
3. **Roeckl E.** — Rep. Progr. Phys., 1992, v.55, p.1661.
4. **Bertulani C.A., Canto L.F., Hussein M.S.** — Phys. Rep., 1993, v.226, p.281.
5. **Riissager K.** — Rev. Mod. Phys., 1994, v.66, p.1105.
6. **Tanihata I.** — J. Phys., 1996, v.G22, p.157.
7. **Князьков О.М., Кухтина И.Н., Фаянс С.А.** — ЭЧАЯ, 1997, т.28, с.1061.
8. **Tanihata I., Hamagaki H., Hashimoto O. et al.** — Phys. Lett., 1985, v.B160, p.380.
9. **Tanihata I., Hamagaki H., Hashimoto O. et al.** — Phys.Rev.Lett., 1985, v.55, p.2676.
10. **Tanihata I., Kobayashi T., Yamakawa O. et al.** — Phys. Lett., 1988, v.B206, p.592.
11. **Tanihata I., Kobayashi T., Suzuki T. et al.** — Phys. Lett., 1992, v.B287, p.307.
12. **Minamisono T., Ohtsubo T., Minami I.** — Phys. Rev. Lett., 1992, v.69, p.2058.
13. **Villari A.C.C., Mittig W., Plagnol E. et al.** — Phys.Lett., 1991, v.B268, p.345.
14. **Blank B., Gaimard J.-J., Geissel H. et al.** — Z.f.Phys., 1991, v.A340, p.41.
15. **Blank B., Gaimard J.-J., Geissel H. et al.** — Nucl.Phys., 1993, v.A555, p.408.
16. **Warner R.E., Patty R.A., Voyles P.M. et al.** — Phys.Rev., 1996, v.C54, p.1700.
17. **Warner R.E., Kelley I.H., Zecher P. et al.** — Phys.Rev., 1995, v.C52, p.R1166.
18. **Negoita F., Borcea C., Carstoiu F. et al.** — Phys.Rev., 1996, v.C54, p.1787.
19. **Ozawa A., Tanihata I., Kobayashi T. et al.** — Nucl.Phys., 1996, v.A608, p.63.
20. **Obuti M.M., Kobayashi T., Hirata D. et al.** — Nucl.Phys., 1996, v.A609, p.74.
21. **Suzuki T., Geissel H., Bochkarev O. et al.** — Phys.Rev.Lett., 1995, v.75, p.3241.
22. **Suzuki T., Geissel H., Bochkarev O. et al.** — Nucl. Phys., 1998, v.A630, p.402c.
23. **Alahari N., Bazin D., Davids B. et al.** — 2-nd Intern. Conf. on Exotic Nuclei and Atomic Masses, 23–27 June, 1998, Shanty Creek Resort Bellaire, Michigan USA, Book of Abstracts, p.B8.
24. **Brown B.A., Hansen P.G.** — Phys. Lett., 1996, v.B381, p.391.

25. Licot I., Added N., Carlin N. et al.— Phys.Rev., 1997, v.C56, p.250.
26. Tanihata I., Kobayashi T., Shimoura S. et al.— Proc. Ist Intern. Conf. on Radioactive Nuclear Beams. Meyers W.D., Nitschke J.M., Norman E.B. (eds.) Singapore: World Scientific, 1990, p.429.
27. Chulkov L., Kraus G., Vochkarev O. et al.— Nucl.Phys., 1996, v.A603, p.219.
28. Glauber R.J. — In Lectures in Theoretical Physics, ed. by Brittin W.E. Interscience, New York, 1959, v.1, p.315.
29. Koh S., Gamp A., Perrin C. et al.— Phys. Rev., 1987, v.C35, p.1678.
30. Satchler G.R., Love W.G. — Phys. Rep., 1979, v.55, p.183.
31. Смирнов А.В., Толоконников С.В., Фаянс С.А. — ЯФ, 1988, т.48, с.1661.
32. Shen W.-Q., Wang B., Feng J. et al.— Nucl. Phys., 1989, v.A491, p.130.
33. Князьков О.М. — ЭЧАЯ, 1986, т.17, с.318.
34. Дао Тиен Кхоа, Князьков О.М. — ЭЧАЯ, 1990, т.21, с.1456.
35. Lewitowicz M., Borcea C., Carstou F. et al.— Nucl.Phys., 1993, v.A562, p.301.
36. Zahar M., Belbot M., Kolata J.J. et al.— Phys.Rev., 1994, v.C49, p.1540.
37. Mermaz M.C. — Phys.Rev., 1994, v.C50, p.2620.
38. Kolata J.J., Zahar M., Smith R. et al.— Phys.Rev.Lett., 1992, v.69, p.2631.
39. Fayans S.A., Knyazkov O.M., Kuchkina I.N. et al.— Phys. Lett., 1995, v.B357, p.509.
40. Dao Tien Khoa, Satchler G.R., von Oertzen W.— Phys.Lett., 1995, v.B358, p.14.
41. Carstou F., Lassaut M. — Nucl.Phys., 1996, v.A597, p.2213.
42. Satchler G.R. — Direct Nuclear Reactions. N.Y. – Oxford: Oxford, Univ. Press, 1983.
43. Chaudhuri A.K., Basu D.N., Sinha B.— Nucl. Phys., 1985, v.A439, p.415.
44. Campi X., Bouyssy A. — Phys. Lett., 1978, v.B73, p.263.
45. Bertsch G.F., Borysowicz J., McManus H. et al.— Nucl. Phys., 1977, v.A284, p.399.
46. Anantaraman N., Toki H., Bertsch G.F. — Nucl. Phys., 1983, v.A398, p.269.
47. Brandan M.E., Satchler G.R. — Phys.Rep., 1997, v.285, p.143.
48. Болотов Д.В., Князьков О.М., Кухтина И.Н., Фаянс С.А.— ЯФ, 1999 (в печати).
49. Kobos A.M., Brown V.A., Hodgson P.E. et al. — Nucl. Phys., 1982, v.A384, p.65.
50. Jeukenne J.-P., Lejeune A., Mahaux C.— Phys. Rev., 1977, v.C16, p.80.
51. Гончаров С.А., Князьков О.М., Коложвари А.А.— ЯФ, 1996, т.59, с.666.
52. Charagi S.K., Gupta S.K. — Phys.Rev., 1990, v.C41, p.1610.
53. Bertsch G.F., Brown V.A., Sagawa H.— Phys. Rev., 1989, v.C39, p.1154.
54. Franey M.A., Love W.G. — Phys.Rev., 1985, v.C31, p.488.
55. Ray L. — Phys.Rev., 1979, v.C20, p.1857.
56. Charagi S.K., Gupta S.K. — Phys.Rev., 1997, v.C56, p.1171.
57. Al-Khalili J.S., Tostevin J.A., Thompson I.J.— Phys.Rev., 1996, v.C54, p.1843.
58. Rego R.A. — Nucl.Phys., 1995, v.A581, p.119.
59. Гареев Ф.А., Ершов С.Н., Казача Г.С. и др.— ЯФ, 1995, т.54, с.620.
60. Shmakov S.Yu., Uzhinskii V.V., Zadorozhny A.M.— Comp. Phys. Commun., 1989, v.54, p.125.

61. Al-Khalili J.S., Tostevin J.A.— Phys.Rev. Lett., 1996, v.76, p.3903.
62. Alkazov G.D. — 2-nd Intern. Conf. on Exotic Nuclei and Atomic Masses, 23–27 June, 1998, Shanty Creek Resort Bellaire, Michigan USA, Book of Abstracts, p.B5.
63. Ситенко А.Г. — Укр. физ. ж., 1959, т.4, с.152.
64. Sato H., Okuhara Y. — Phys. Rev., 1986, v.C34, p.2171.
65. Kobayashi T., Shimoura S., Tanihata I. et al.— Phys. Lett., 1989, v.B232, p.51.
66. Tanihata I. — Nucl. Phys., 1988, v.A488, p.113c.
67. Tostevin J.A., Johnson R.C., Al-Khalili J.S.— Nucl. Phys., 1998, v.A630, p.340c.
68. Warner R.E., van den Berg A.M., Berland K.M. et al.— Phys.Rev., 1989, v.C40, p.2473.
69. Auce A., Carlson P.F., Cox A.J. et al.— Phys.Rev., 1994, v.C50, p.871.
70. Karol P.J. — Phys.Rev., 1975, v.C11, p.1203.
71. Warner R.E., Felder G.N. — Phys.Rev., 1990, v.C42, p.2252.
72. Rebel H., Schweimer G.W., Specht J. et al.— Nucl. Phys., 1972, v.A182, p.145.
73. Tatischeff B., Brissaud I. — Nucl. Phys., 1970, v.A155, p.89.
74. Satchler G.R. — Nucl. Phys., 1965, v.A70, p.177.
75. Saint-Laurent M.G., Anne R., Bazin D. et al.— Z.f.Phys., 1989, v.A332, p.457.
76. Nguen Van Giai, Sagawa H. — Phys. Lett., 1981, v.B106, p.379.
77. Takigawa N., Ueda M., Kuratani M., Sagawa H.— Phys. Lett., 1992, v.B288, p.244.
78. Fayans S.A., Bolotov D.V., Knyazkov O.M., Kuchtina I.N.— Heavy Ion Physics, VI Intern. School–Seminar, Sept. 22–27, 1997, Dubna, Russia, Abstracts, p.100.
79. Князьков О.М., Коложвари А.А., Кухтина И.Н., Фаянс С.А.— ЯФ, 1996, т.59, с.466.
80. Князьков О.М., Кухтина И.Н., Пеннионжквич Ю.Э. и др.— ЯФ, 1996, т.59, с.1188.
81. Князьков О.М., Кухтина И.Н., Фаянс С.А.— ЯФ, 1998, т.61, с.603.
82. Fayans S.A., Knyazkov O.M., Kuchtina I.N.— Nucl. Phys., 1997, v.A626, p.263c.
83. Князьков О.М., Кухтина И.Н., Фаянс С.А.— ЯФ, 1998, т.61, с.827.
84. Fayans S.A., Bolotov D.V., Knyazkov O.M., Kuchtina I.N.— 2-nd Intern. Conf. on Exotic Nuclei and Atomic Masses, 23–27 June, 1998, Shanty Creek Resort Bellaire, Michigan USA, Book of Abstracts, p.PB8.
85. Shimoura S. — Proc. 2-nd Intern. Conf. on Radioactive Beams, ed. Th.Deebar (Adam Hilger, Bristol, 1992), p.215.
86. Fukuda M., Ichihara T., Inabe N. et al.— Phys.Lett., 1991, v.B268, p.339.
87. Suzuki T., Sümmerer K., Bochkarev O. et al.— 2-nd Intern. Conf. on Exotic Nuclei and Atomic Masses, 23–27 June, 1998, Shanty Creek Resort Bellaire, Michigan USA, Book of Abstracts, p.A12.
88. Pecina I., Anne R., Bazin D. et al.— Phys.Rev., 1995, v.C52, p. 191.
89. Fukuda M., Mihara M., Fukuo T. et al.— Nucl. Phys., 1999, in press.
90. Blank B., Marchand C., Pravikoff M.S. et al.— Nucl.Phys., 1997, v.A624, p.242.
91. Huber G., Touchard F, Büttgenbach S. et al.— Phys.Rev., 1978, v.C18, p.2342.
92. Hirata D., Toki H., Warabe T. et al.— Phys.Rev., 1991, v.C44, p.1467.

93. **Tanihata I., Kobayashi T., Shimonra S. et al.**— Proc. 1–st Intern.Conf. on Radioactive Beams, Meyers W.D., Nitschke J.M., Norman E.B., (eds.), Singapore: World Scientific, 1990, p.429.
94. **Ozawa A., Kobayashi T., Sato H. et al.**— Phys.Lett., 1994, v.B334, p.18.
95. **Kitagawa H., Tajima N., Sagawa H.**— Z.f.Phys., 1997, v.A358, p.381.
96. **Lazard C., Lombard R.J., Maric Z.**— J. Phys., 1985, v.G11, p.991.
97. **Lazard C., Lombard R.J., Maric Z.**— J. Phys., 1987, v.G13, p.321.

COLD FISSION MODES IN ^{252}Cf

A.Săndulescu, Ș.Mișicu, F. Carstoiu

National Institute for Nuclear Physics, Bucharest P.O.Box MG-6, Romania

W.Greiner

Institut für Theoretische Physik der J.W.Goethe Universität, Frankfurt am Main, Germany

The binary and ternary cold fragmentations of heavy nuclei are studied in the frame of a deformation dependent cluster model where the final fragments are born to their respective ground states and interact via a double-folded potential with M3Y forces. The deformation effects are taken into account up to a multipolarity $\lambda = 4$. We show that two regions of cold fragmentation arise. The first one has large quadrupole and even hexadecupole deformations and mass number of the heavy fragment ranging between 138 and 158. In the second region, the Q -value principle dictates the occurrence of a few spherical nuclei around the double magic ^{132}Sn , similar to the case of heavy cluster radioactivity, where the daughter nuclei are around ^{208}Pb . This structure is similar for both binary and ternary cold fission. We compute the cold fission yields for the binary fragmentation and for the alpha-accompanied fission of ^{252}Cf . For the ternary cold fission mode we derive the most likely geometrical and dynamical characteristics of the fragments at the release moment of the light particle and perform classical trajectory calculations, in order to compute the final kinetic energy of the alpha particle. The recent observation of ^{10}Be in the cold ternary fission is discussed in conjunction with the concept of giant nuclear molecule.

Исследована двойная и тройная холодная фрагментация тяжелых ядер в рамках кластерной модели с учетом деформации. Предполагалось, что конечные фрагменты рождаются в соответствующих основных состояниях и взаимодействуют при помощи потенциала двойной свертки с МЗУ-силами. Эффекты деформации учитывались вплоть до мультипольности $\lambda = 4$. Показано, что возникают две области холодной фрагментации. Первой области отвечают большие квадрупольные и даже гексадекапольные деформации и массовые числа тяжелых фрагментов в диапазоне от 138 до 158. Во второй области выделяется случай небольшого числа сферических ядер в окрестности дважды магического ^{132}Sn , подобный распаду на тяжелые кластеры, при котором дочерние ядра лежат в окрестности ^{208}Pb . Эта структура одинакова для случаев двойного и тройного холодного деления. Рассчитан выход холодного деления ^{252}Cf для бинарной фрагментации и сопутствующего альфа-распада. Для тройной моды холодного деления получены наиболее вероятные геометрические и динамические характеристики фрагментов при выделенном моменте легкой частицы и проведен расчет классической траектории с целью получения конечной энергии альфа-частицы. Обсуждаются недавние наблюдения ^{10}Be в холодном тройном делении в связи с концепцией гигантских ядерных молекул.

1. INTRODUCTION

Rare decays ranging from the emission of heavy clusters having masses between $A_L = 14$ and 34 [1, 2], up to the cold (neutronless) fission of many

actinide nuclei which produce fragments with ≈ 70 to ≈ 166 atomic mass units were observed in the last decade [3–9]. All these fragmentation processes are confirming the theoretical predictions based on the idea of the cold rearrangements of large groups of nucleons from the ground state of the initial nucleus to the ground states of the two or three final fragments [1, 10].

Milton and Fraser [11] were the first who noticed that a small percentage of the fission fragments are produced predominantly at high kinetic energies so that those nuclei are formed nearly in their ground-state. Later on, Signarbieux et al. [12] confirmed the previous interpretation by determining the mass distributions of the primary fragments for the highest values of the kinetic energy. They concluded that even before the scission takes place we deal with a superposition of two fragments in their ground state, from which the *cold (neutronless) fragmentation* term emerged. In all these situations the final fragments have compact shapes at the scission point and almost zero excitation energy. In the hypothesis that the cold(neutronless) fragmentation is the tail of the fission mass distribution, it has been shown that the transitions from the fission valley to the fusion valley along the fission path can qualitatively explain the cold fragmentation of the actinides [13]. On the other hand the deformation dependent cluster model for cold fission, similar to the one for cluster radioactivity [1], where the ground state deformations of the final fragments are a very important ingredient [14, 15], is able to explain quantitatively the mass and charge experimental yields [16]. Thus the cold fission is viewed as an extension of cluster radioactivity.

The first direct observation of cold (neutronless) binary fragmentations in the spontaneous fission of ^{252}Cf was recently made [5, 6] by using the multiple Ge-detector Compact Ball facility at Oak Ridge National Laboratory, and more recently with the early implementation of Gammasphere [7]. Also the first evidence for cold (neutronless) ternary fission where the third particle is an α particle was very recently reported [17]. All these data were obtained in studying the spontaneous fission of ^{252}Cf with Gammasphere by using the triple coincidence technique. We notice that the probability for neutronless fission is 0.0021 ± 0.0008 for ^{252}Cf .

Very recently, average angular momentum for primary fission fragments as a function of neutron multiplicity were extracted for the first time for the Mo-Ba and Zr-Ce charge splits of ^{252}Cf [18]. It was found that for the major part of fission events characterized by close to the average numbers of emitted neutrons ($\nu_{tot} = 2-5$), bending oscillations are excited to the temperature of 2–3 MeV which implies a weak coupling between collective and internal degrees of freedom from descent to the scission point.

In this review paper we present a deformation dependent cluster model for the cold (neutronless) binary and ternary fission of ^{252}Cf . We use only the penetrabilities through the potential barrier and neglect the cluster preformation factors. For the evaluation of the potential barriers between the final fragments

we used the M3Y nucleon-nucleon forces. We found that the binary and ternary isotopic yields are very sensitive to the deformations of fragments and especially to the hexadecupole term.

Also we study the final characteristics of the light particle emitted in the α -accompanied ternary cold fission of ^{252}Cf .

A short section is devoted to the recent observation of ^{10}Be accompanying the ternary cold fission.

2. DOUBLE FOLDING POTENTIAL BARRIER

In order to compute the cold fission barriers we employ a cluster model similar to the one-body model used for the description of cluster radioactivity [1]. The initial nucleus is assumed to be already separated in two fragments or into two heavier fragments and a light cluster, for the cold binary fission and the cold ternary fission, respectively. Consequently we define the binary(ternary) fission barrier as the sum of interaction energies V_{ij} between the two(three) fragments

$$V = \sum_{i>j} V_{ij}(\mathbf{R}_{ij}). \quad (1)$$

The above heavy-ion interactions depend on the centre-to-centre distances, R_{ij} , and on the relative orientation Ω_1 and Ω_2 as we shall see below. In the most simple case, that of the binary fission, only one term will be involved in the above definition whereas for a multifragmentation process, when more than two nuclei are emerging from the reaction, some constraints should be imposed on the relative positions \mathbf{R}_{ij} . In the chapter devoted to the ternary fission this question will be addressed in detail.

The advantage of such a model is that the barrier between the fragments can be calculated quite accurately due to the fact that the touching configurations are situated inside of the barriers. Moreover the shapes of the fragments are constant at every stage of the fission. The Q values and the deformation parameters contain all nuclear shell and pairing effects of the corresponding fragments.

We evaluated the interaction between two deformed fragments $V(\mathbf{R})$ as the sum of the short-range nuclear interaction $V_N(\mathbf{R})$ and the long-range Coulomb $V_C(\mathbf{R})$ parts. It can be calculated as the double folding integral of ground state one-body densities [19]

$$V(\mathbf{R}) = \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \rho_1(\mathbf{r}_1) \rho_2(\mathbf{r}_2) v(\mathbf{r}_{12}). \quad (2)$$

The ground state one-body nuclear densities of the fragments are taken as Fermi

distributions in the intrinsic frame

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho_0 \left[1 + \exp \frac{1}{a} \left(r - R_0 \left(1 + \sum_{\lambda=2,3,4} \beta_\lambda Y_{\lambda 0}(\theta, 0) \right) \right) \right]^{-1}. \quad (3)$$

The constant ρ_0 is fixed by normalizing the proton and neutron density to the Z proton and N neutron numbers, respectively. This condition ensures the volume conservation. The radius R_0 and diffusivity parameters were taken from the liquid drop model [20]. Only static axial symmetric deformations were considered in our calculations. However, possible triaxial configurations for the nuclei emerging in the cold fission of ^{252}Cf should not be discarded.

The double folded potential barrier for two final nuclei with orientation in space given through the Euler angles Ω_1 and Ω_2 is computed by making a general multipole expansion [21, 22].

$$V(\mathbf{R}, \Omega_1, \Omega_2) = \sum_{\lambda_i, \mu_i} V_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}^{\mu_1 \mu_2 \mu_3}(R) D_{\mu_1 0}^{\lambda_1}(\Omega_1) D_{\mu_2 0}^{\lambda_2}(\Omega_2) Y_{\lambda_3 \mu_3}(\hat{R}). \quad (4)$$

Here, $D_{\mu_1 0}^{\lambda_1}(\Omega_1)$ and $D_{\mu_2 0}^{\lambda_2}(\Omega_2)$ are the Wigner rotation matrices describing the relative orientation of the two fragments, whereas $Y_{\lambda_3 \mu_3}(\hat{R})$ describes the orientation of the axis joining the two nuclei with respect to the laboratory frame. For the case with both final fragments aligned along the same symmetry axis ($\hat{R} = (0, 0)$, $\Omega_1 = \Omega_2 = (0, 0, 0)$) we obtain

$$V(R) = \sum_{\lambda_i} V_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}^{0 0 0}(R) \quad (5)$$

with

$$V_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}^{0 0 0}(R) = \frac{2}{\pi} \left(C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}^{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \right)^2 \int r_1^2 dr_1 r_2^2 dr_2 \rho_{\lambda_1}(r_1) \rho_{\lambda_2}(r_2) F_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}(r_1, r_2, R), \quad (6)$$

where $C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}^{0 0 0}$ is a Clebsch–Gordan coefficient. Above we have introduced the double folding kernel

$$F_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}(r_1, r_2, R) = \int q^2 dq \tilde{v}(q) j_{\lambda_1}(qr_1) j_{\lambda_2}(qr_2) j_{\lambda_3}(qr_3), \quad (7)$$

where $\tilde{v}(q)$ denotes the Fourier transform of the effective interaction and j_λ are spherical Bessel functions. The quantities ρ_λ are the multipole components of the corresponding expansion of the nuclear densities

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{\lambda=0,2,3,4} \rho_\lambda(r) Y_{\lambda 0}(\hat{r}). \quad (8)$$

The selection rules for the angular momentum coupling give $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{even}$. When $\beta_\lambda \neq 0$, $\lambda = 2, 3, 4$ for both fragments, then the sum in (5) involves 32 terms for a nose-to-nose configuration and $\lambda_3 \leq 6$. Special care has been paid to obtain numerically the integrals involved in expressions (6), (7). For most of the fragmentation channels studied here, large quadrupole, hexadecupole, and occasionally octupole deformations are involved. Therefore a Taylor expansion method for obtaining the density multipoles cannot be considered. On the other hand, a large quadrupole deformation induces according to (8) non-vanishing multipoles with $\lambda=4$ and 6 even if $\beta_4=\beta_6=0$. Therefore for a correct calculation of ρ_λ , a numerical method with a truncation error of order $O(h^7)$ is needed in order to ensure the orthogonality of spherical harmonics with $\lambda \leq 6$.

Performing the integrals (6) and (7) we have used a numerical method with a truncation error of the order $O(h^9)$. All short range wavelength ($q \leq 10 \text{ fm}^{-1}$) have been included and particular care has been taken to ensure the convergence of the integrals with respect to the integration step and the range of integration.

The asymptotic part of the barrier is determined essentially by the Coulomb multipoles which are obtained also as double folding integrals involving charge densities. For $R \gg r_1 + r_2$, the Coulomb kernel in (7) behaves as [22]

$$F_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}^C(r_1, r_2, R) = 2\pi^2 \frac{(2\lambda_3 + 1)!!}{(2\lambda_3 + 1)(2\lambda_1 + 1)!!(2\lambda_2 + 1)!!} \frac{r_1^{\lambda_1} r_2^{\lambda_2}}{R^{\lambda_3 + 1}} \delta_{\lambda_3, \lambda_1 + \lambda_2}. \quad (9)$$

If we introduce the moments of the charge density as

$$Q_\lambda = \sqrt{\frac{4\pi}{2\lambda + 1}} \int_0^\infty r^2 dr \rho_\lambda(r) r^\lambda, \quad (10)$$

where $Q_0 = Z$ (atomic number), then the $\lambda_3 = 2$ component of function (6) behaves for $R \rightarrow \infty$ as

$$\frac{Z_1 Q_2^2 + Z_2 Q_2^1}{R^3}. \quad (11)$$

First we have chosen the M3Y effective interaction [23] which is representative for the so-called local and density independent effective interactions [24]. This interaction is particularly simple to use in folding models since it is parametrized as a sum of 3 Yukawa functions in each spin-isospin (S, T) channel. The spin-spin v_{10} and spin-isospin v_{11} components are disregarded since for a lot of fragments involved in the calculation the ground state spins are unknown. The spin-spin component of the heavy-ion potential can be neglected here, as it is of the order of $1/A_1 A_2$. Only the isoscalar and isovector components have been

retained in the present study for the central heavy ion interaction:

$$v(\mathbf{r}_{12}) = v_{00}(\mathbf{r}_{12}) + \hat{J}_{00}\delta(\mathbf{r}_{12}) + (v_{01}(\mathbf{r}_{12}) + \hat{J}_{01}\delta(\mathbf{r}_{12}))\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 + \frac{e^2}{r_{12}}, \quad (12)$$

where

$$\mathbf{r}_{12} = \mathbf{R} + \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1. \quad (13)$$

The isoscalar component of the M3Y force is

$$v_{00}(r) = \left[7999 \frac{e^{-4r}}{4r} - 2134 \frac{e^{-2.5 r}}{2.5 r} \right] \text{ MeV},$$

and the isovector part has the form

$$v_{01}(r) = \left[-4885.5 \frac{e^{-4r}}{4r} + 1175.5 \frac{e^{-2.5 r}}{2.5 r} \right] \text{ MeV}.$$

The M3Y interaction is dominated by the one-nucleon knock-on exchange term which leads to a nonlocal kernel. In Eq.(12) the nonlocal potential is reduced to a zero range pseudopotential $\hat{J}_{00}\delta(\mathbf{r}_{12})$, with a strength depending slightly on the energy. This is due to the fact that the range of the nonlocality behaves as μ^{-1} , where $\mu = A_1 A_2 / (A_1 + A_2)$ is the reduced mass of the fragments. We have used the common prescription [24] $\hat{J}_{00} = -276 \text{ MeV}\cdot\text{fm}^3$ neglecting completely the small energy dependence. For example, the odd-even staggering in the Q value for a fragmentation channel, which is typically of the order of $\Delta Q = 2 \text{ MeV}$, leads to a variation $\Delta \hat{J}_{00} = -0.005 \frac{\Delta Q}{\mu} \text{ MeV}\cdot\text{fm}^3$ with $\mu \approx 60$. The isovector component in Eq.(12) with a strength $\hat{J}_{01} = 217 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ for the pseudoexchange term, gives a small repulsive contribution in the barrier region.

As we shall show later, employing M3Y NN effective interactions proved to be satisfactory for the computation of the WKB penetrabilities for the binary and ternary cold fission of ^{252}Cf , when only the region in the vicinity of the barrier is important. However, the M3Y double-folded potential is not taking into account two major factors - the density dependence of the NN interaction and the Pauli principle, which are important at distances corresponding to the overlap of the nuclear volumes. This potential is characterized by a strong, unphysical attraction of a few thousands of MeV inside the nucleus. To accommodate a repulsive core which would prevent the reabsorption of the lighter fragment by the heavier one we subsequently introduced a double folding potential based on the effective Skyrme interaction. This is a good choice for a decaying giant molecule or dinuclear system [25, 26] in view of its similarities with the inter-atomic potentials used in the physics of the molecule [27]. Thus the nuclear potential between two ions contains an attractive part and a repulsive one. Neglecting the

spin dependence, it can be written as

$$V_N(\mathbf{R}) = C_0 \left\{ \frac{F_{in} - F_{ex}}{\rho_{00}} ((\rho_1^2 * \rho_2)(\mathbf{R}) + (\rho_1 * \rho_2^2)(\mathbf{R})) + F_{ex}(\rho_1 * \rho_2)(\mathbf{R}) \right\}, \quad (14)$$

where $*$ denotes the convolution of two functions f and g , i.e., $(f * g)(\mathbf{x}) = \int f(\mathbf{x}')g(\mathbf{x} - \mathbf{x}')d\mathbf{x}'$. The constant C_0 and the dimensionless parameters F_{in}, F_{ex} are given in Ref.25. To solve this integral we consider the inverse Fourier transform

$$V_N(\mathbf{R}) = \int e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}} \tilde{V}_N(\mathbf{q}) d\mathbf{q}, \quad (15)$$

where the Fourier transform of the local Skyrme potential $\tilde{V}_N(\mathbf{q})$ can be casted in the form

$$\tilde{V}_N(\mathbf{q}) = C_0 \left\{ \frac{F_{in} - F_{ex}}{\rho_{00}} (\tilde{\rho}_1^2(\mathbf{q})\tilde{\rho}_2(-\mathbf{q}) + \tilde{\rho}_1(\mathbf{q})\tilde{\rho}_2^2(-\mathbf{q})) + F_{ex}\tilde{\rho}_1(\mathbf{q})\tilde{\rho}_2(\mathbf{q}) \right\}. \quad (16)$$

Here $\tilde{\rho}(\mathbf{q})$ and $\tilde{\rho}^2(\mathbf{q})$ are Fourier transforms of the nucleon densities $\rho(\mathbf{r})$ and squared nuclear densities $\rho^2(\mathbf{r})$. Then [26]

$$\tilde{\rho}(\mathbf{q}) = 4\pi \sum_{\lambda} i^{\lambda} Y_{\lambda 0}(\theta_q, 0) \int_0^{\infty} r^2 dr \rho_{\lambda}(r) j_{\lambda}(qr), \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}^2(\mathbf{q}) &= \sqrt{4\pi} \sum_{\lambda} \frac{i^{\lambda}}{\lambda} Y_{\lambda 0}(\theta_q, 0) \sum_{\lambda' \lambda''} \hat{\lambda}' \hat{\lambda}'' (C_{00}^{\lambda \lambda' \lambda''})^2 \times \\ &\times \int_0^{\infty} r^2 dr \rho_{\lambda'}(r) \rho_{\lambda''}(r) j_{\lambda}(qr). \end{aligned} \quad (18)$$

3. THE COLD BINARY FISSION

We start the study of the binary cold fission, by assuming that at scission, the two deformed fragments are coaxial and their poles are almost touching like in the tip model [15]. For quadrupole deformations we choose prolate spheroids since the prolate shapes are favoured in fission. Also, it is known that in the potential energy surfaces of nuclei with masses $100 \leq A \leq$ for each 130, oblate minimum always corresponds another prolate minimum close in energy. For pear shapes, i.e., fragments with quadrupole and octupole deformations, we choose opposite signs for the octupole deformations, i.e., nose-to-nose configurations (see Fig.1). For hexadecupole deformations we choose only positive signatures, because they lead to a lowering of barriers in comparison with the negative ones and consequently such configurations are much more favoured in fission (see Fig.2).

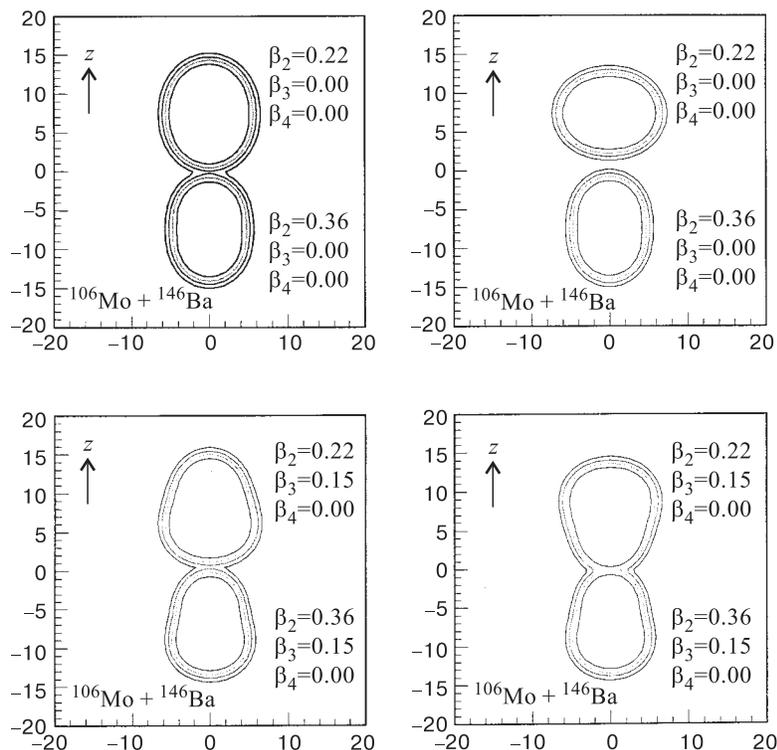


Fig. 1. Density plots of ^{106}Mo and ^{146}Ba fragments, placed at $R=15$ fm, considered with quadrupole and octupole deformations. In the upper part are represented the prolate-prolate, oblate-prolate positions and in the lower part two pear shapes — nose-to-back and nose-to-nose. The penetrability is maximized for $\beta_2 > 0$ configurations

In order to illustrate the influence of deformations on the barriers we displayed in Fig.3 the M3Y-folding multipoles for ^{106}Mo interacting with ^{146}Ba , with all deformations included. The octupole component is large in the interior but gives negligible contribution in the barrier region in contrast to the hexadecupole one. Next, in Fig.4 we are illustrating for the same partners the cumulative effect of high rank multipoles on the barrier.

In the laboratory frame of reference the x axis was taken as the initial fissioning axis of the two heavy fragments, with the origin at their point of contact. The potential barriers $V_{LH} - Q_{LH}$ between the two fragments are high but rather thin with a width of about 2 to 3 fm. As an illustration, we show in Fig.5 a typical barrier between ^{146}Ba and ^{106}Mo , as a function of the distance R_{LH} between their centres of mass. Here Q_{LH} is the decay energy for the binary

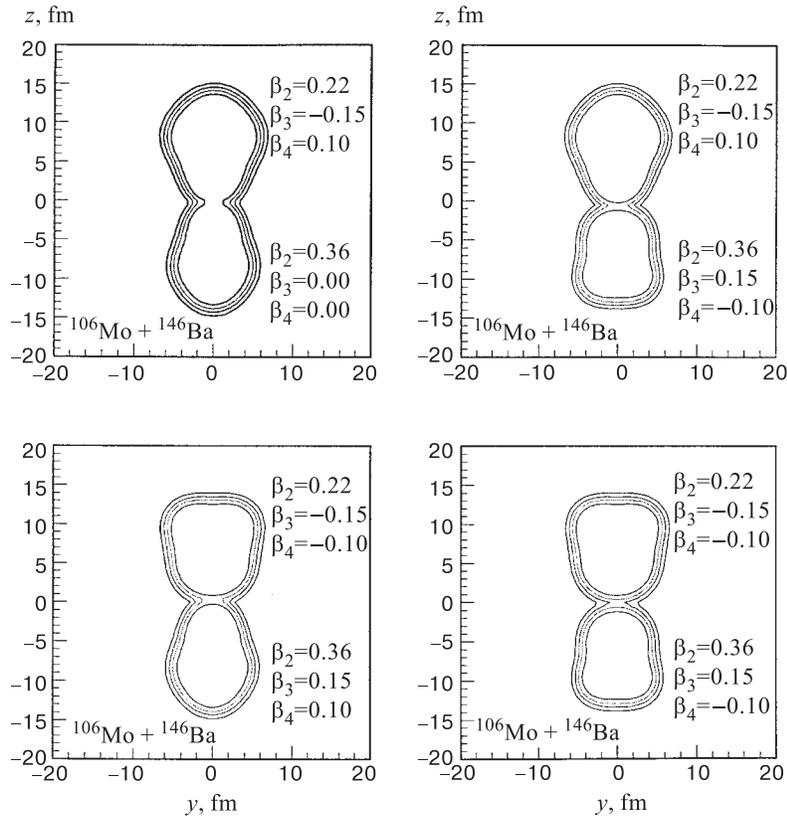


Fig. 2. Same as for Fig.1. The influence of different signs of hexadecupole deformations on ^{106}Mo and ^{146}Ba densities in the presence of large quadrupole and octupole deformations. The penetrability is maximized for $\beta_4 > 0$ configurations

fragmentation of ^{252}Cf . For the two fragments, the exit point from their potential barrier is at R_{LH} typically between 16 and 17 fm which supports our cluster model.

Note that in the cluster model, employed in this paper, the preformation factors for different channels are neglected, i.e., we use the same assault frequency factor ν for the collisions with the fission barrier for all fragmentations. It is generally known that the general trends in alpha decay of heavy nuclei are very well described by barrier penetrabilities, the preformation factors becoming increasingly important only in the vicinity of the double magic nucleus ^{208}Pb . In the present approach to cold binary fragmentation of ^{252}Cf the preformation factors are taken to be constant. However in this case too, as we shall see

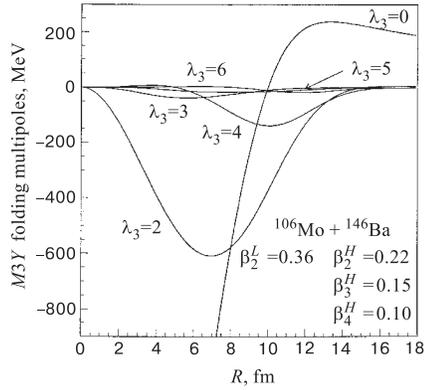


Fig. 3. The influence of the M3Y-folding multipoles on the barrier between ^{106}Mo and ^{146}Ba . Notice that the main effect is due to $\lambda_3 = 2$. The influence of $\lambda_3 = 3$ is large but less important in the barrier region compared with the induced deformations $\lambda_3 = 5$ and $\lambda_3 = 6$

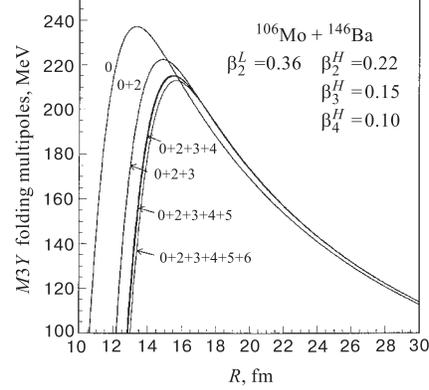


Fig. 4. The cumulative effect of high rank multipoles on the barrier between ^{106}Mo and ^{146}Ba . We considered the deformations β_3 and β_4 much larger than the real ones in order to illustrate the effect of deformations

later, around the double-magic nucleus ^{132}Sn the preformation turns out to be of capital importance. Eventually, as the experimental data become more accurate one could extract some fragment preformation factors and discuss the related nuclear structure effects.

The penetrabilities through the double-folded potential barrier between the two heavy fragments were calculated by using the WKB approximation

$$P = \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \int_{s_i}^{s_o} \sqrt{2\mu [V_F(s) - Q_{LH}]} ds \right\}, \quad (19)$$

where s is the relative distance, μ is the reduced mass and s_i and s_o are the inner and outer turning points, defined by $V_F(s_i) = V_F(s_o) = Q_{LH}$.

The barriers were computed with the Liquid Drop Model (LDM) parameters $a_p = a_n = 0.5$ fm, $r_{0p} = r_{0n} = (R - \frac{1}{R})A^{-1/3}$ fm with $R = 1.28A^{1/3} + 0.8A^{-1/3} - 0.76$.

Accurate knowledge of Q values is crucial for the calculation, since the WKB penetrabilities are very sensitive to them. We obtained the Q values from experimental mass tables [28], and for only a few of the fragmentations the nuclear masses were taken from the extended tables of Möller et al. [20] computed using the macroscopic-microscopic model.

Let us consider for the beginning only the relative isotopic yields corresponding to true cold (neutronless) binary fragmentations in which all final nuclei

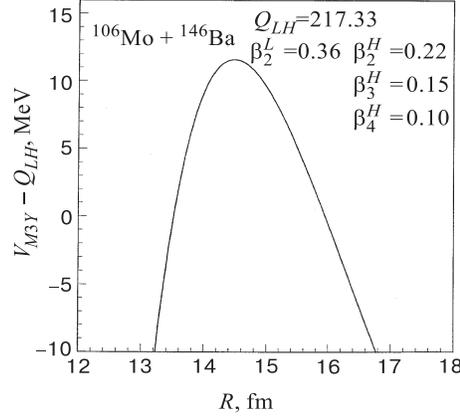


Fig. 5. The barrier between ^{146}Ba and ^{106}Mo as a function of the distance R_{HL} between their centres of mass. Q_{LH} is the decay energy

are left in their ground state. These relative isotopic yields are given by the expression ($A_1 = A_L, A_2 = A_H$)

$$Y(A_1, Z_1) = \frac{P(A_1, Z_1)}{\sum_{A_1 Z_1} P(A_1, Z_1)} . \quad (20)$$

As we mentioned above, the fragment deformations were chosen to be the ground state deformations of Möller et al. [20], computed in the frame of the macroscopic-microscopic model. In Fig.6 we represented separately these deformations for the light A_L and heavy A_H fragments for odd and even charge Z . We can see that the light fragments have mainly quadrupole deformations in contrast to the heavy fragments, which have all types of deformations. The octupole deformations are nonzero in a small heavy fragment mass number region $141 \leq A_H \leq 148$. The fragments with mass number $A_L \leq 92$ and $A_H \leq 138$ are practically spherical.

The computed M3Y-fission barriers heights, for different assumptions: no deformations, including the quadrupole ones, including the quadrupole and octupole ones and for all deformations, together with the corresponding Q values are represented in Fig.7 for odd Z and even Z separately. We notice the large influence due to the quadrupole deformations, but also the hexadecupole ones are lowering the barriers very much. The octupole deformations in the mass region $141 \leq A_H \leq 148$ have a smaller effect then we expected. This is an illustration of the difference between cluster radioactivity, which is due only to the large Q values and the cold fission which is due mainly to the lowering of the barriers by the fragment deformations. Both processes are cold fragmentation phenomena.

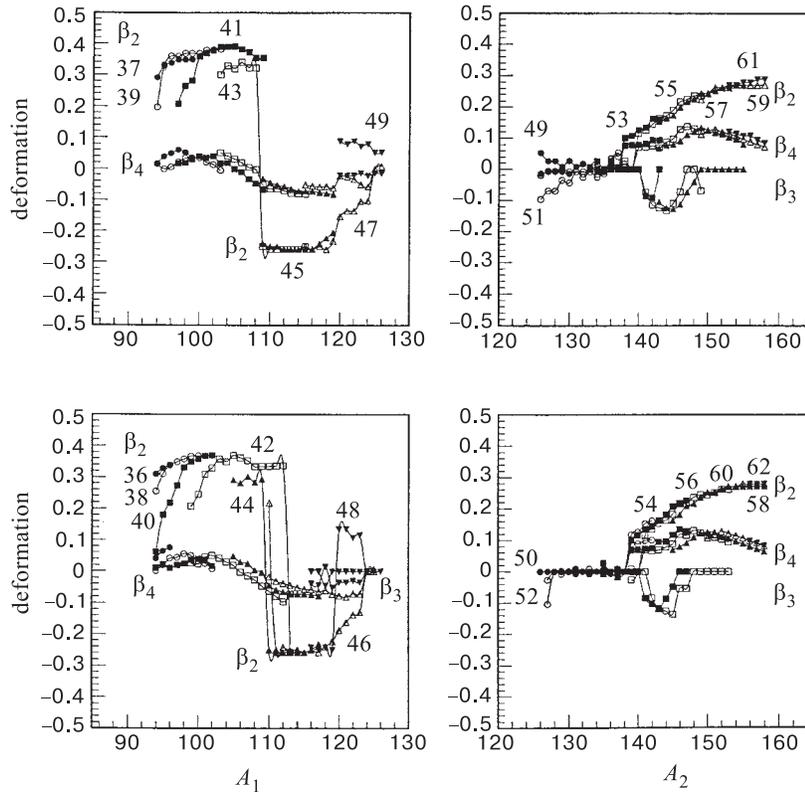


Fig. 6. The assumed β_2 , β_3 , β_4 ground state fragment deformations are represented by symbols along an isotopic chain labelled by the charge number. The light fragments (Z_1, A_1) have mainly quadrupole deformations in contrast to the heavy fragments (Z_2, A_2). The octupole deformations are existing in a small mass region $141 \leq A_2 \leq 148$, whereas the hexadecupole deformations are important in the region $138 \leq A_2 \leq 158$. The fragments with masses $A_1 \leq 94$ and $A_2 \leq 138$ are practically spherical

The computed yields in percents, for the splittings represented by their fragment deformation parameters in Fig.6 or by their barrier heights in Fig.7, are given in Fig.8 for spherical fragments ($\beta_i = 0$), for quadrupole deformations (β_2), and for all deformations ($\beta_2 + \beta_3 + \beta_4$) at zero excitation energy. We can see that when the fragments are assumed to be spherical the splittings with the highest Q values, which correspond to real spherical heavy fragments (see Fig.6), i.e., for charge combinations $Z_1/Z_2 = 48/50$, $47/51$, and $46/52$ are the predominant ones. This situation is encountered also in with the cluster radioactivity where the governing principle is the Q value. Due to the staggering of Q values (see Fig.7) the highest yields are for even-even splittings. By including the β_2 deformations

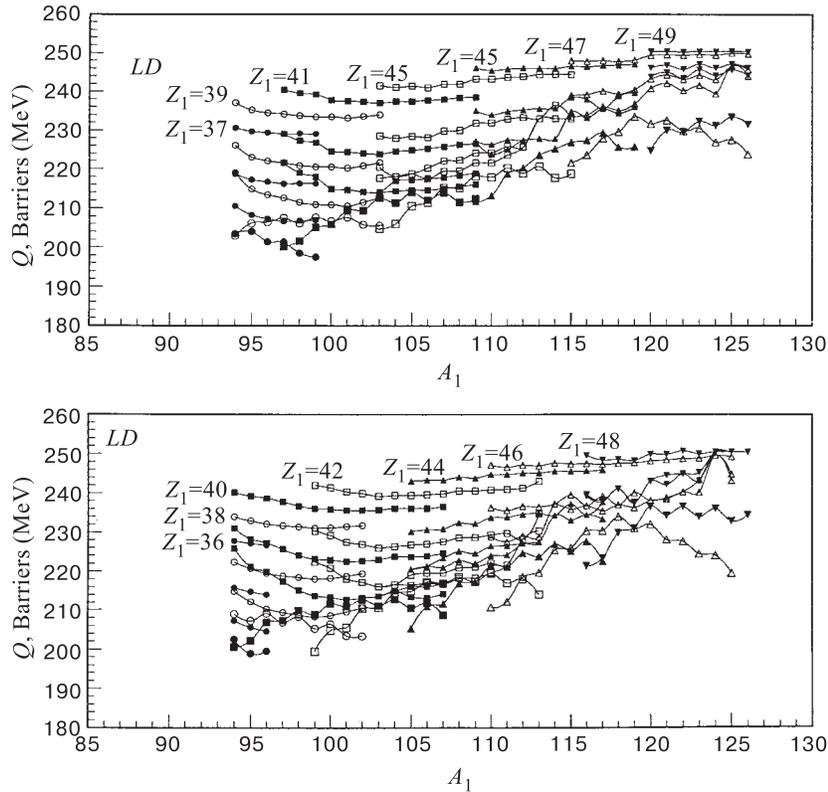


Fig. 7. The barrier heights for all considered fragmentation channels represented for different charges Z_L and mass numbers A_L of the light fragment. The Q values are represented by slightly larger symbols

few asymmetric splittings arise. For all deformations more asymmetric yields appear. Now the principal yields are for $Z_1/Z_2 = 38/60, 40/58, 41/57,$ and $42/56$ along with $44/54, 46/52,$ and $47/51$. It is a direct consequence of the fact that the influence of the fragment deformations on the yields overcome the influence of Q values in the more asymmetric region. This illustrates the fact that cold fission is a cold rearrangement process in which all deformations are playing the main role and not the Q values. The staggering for odd Z fragmentations like $Z_1/Z_2 = 39/59, 41/57, 43/55, 45/53,$ and $47/51$ or odd N fragmentations is recognized at first glance. However, by the introduction of the density levels this staggering is reversed. The largest yields will be for odd Z and/or N fragmentations.

In the next figure we represent the mass yields $Y_{A_2} = \sum_{Z_2} Y(A_2, Z_2)$ (Fig.9) for spherical fragments ($\beta_i=0$), for quadrupole deformations ($\beta_2 \neq 0$), and for all

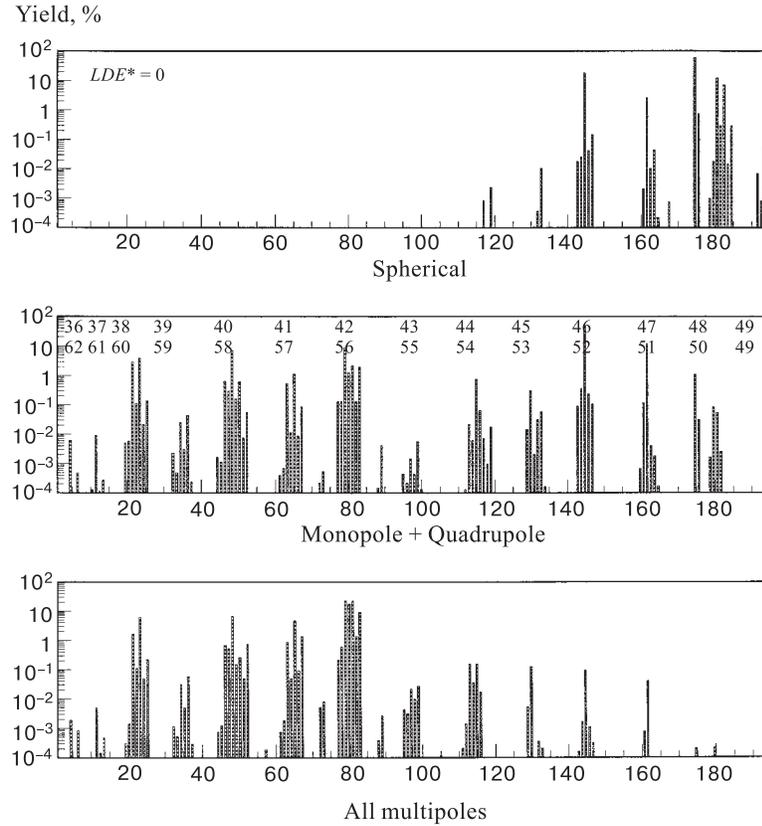


Fig. 8. The true cold fission yields calculated with LDM parameters at zero excitation energy. Results with all deformation turned off are represented in the upper panel, with inclusion of quadrupole deformations on the middle and with all deformations on the bottom. Each group of splittings is labeled by charge combination Z_L/Z_H on the top of the middle panel. Numbers on the horizontal axis represent the ordering of fragmentation channels

deformations ($\beta_i \neq 0$). We can see in the spherical case that the main mass yields are centered around $A_2=132$. All these heavy fragments are spherical or nearly spherical (with a small prolate deformation) and have high- Q values. Since other spherical fragments do not arise in the yields diagram it occurs that in the spherical case the Q value is the dictating principle. When we turn on the quadrupole deformation a rearrangement in this spherical region takes place. The yield corresponding to $A_2=132$ is still important, but the one for $A_2=134$ takes over, although the maximum decay energy of the first mass split Q_{max} is larger

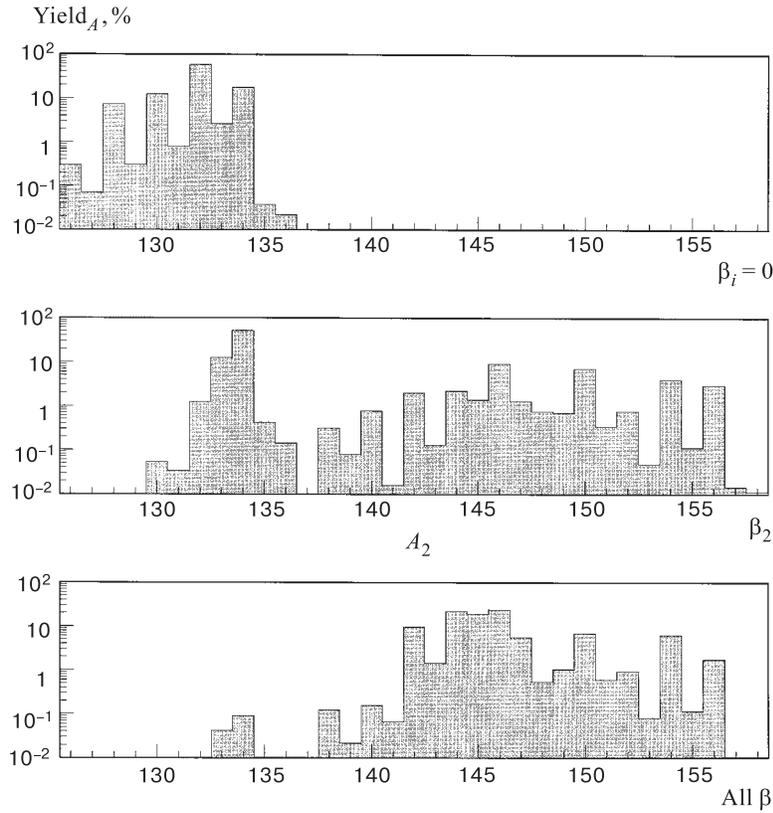


Fig. 9. The mass yields $Y_{A_H} = \sum_{Z_H} Y(A_H, Z_H)$ in percents, as a function of heavy fragment mass computed with LDM parameters. Calculations without deformations ($\beta_{2,3,4}=0$) enhance only the spherical region $A_H \leq 136$; the inclusion of quadrupole deformations ($\beta_2 \neq 0$) enhances the yield with $A_H = 134$; for all deformations there are two main mass yields regions, i.e., $132 \leq A_H \leq 136$ and $138 \leq A_H \leq 156$

than that of the former. In this case the larger quadrupole deformation of the light partner decides the augmentation of the $A_2=134$ yield. When we include the higher multipole deformations, i.e., octupole and hexadecupole deformations, the yields diagram will change drastically over the whole mass range. First of all, in the spherical region the mass-splittings yields $A_2=132, 134$ are lowered whereas their odd neighbours are augmented. This is a consequence of the fact that the hexadecupole deformations of the odd light partners are slightly larger. But the most important change occurs in the mass region $A_2=138 \div 156$ where a whole bunch of splittings show up with yields greater than 0.01%. This is, beyond any doubt, an effect due to the hexadecupole deformations. As can be inferred from

Fig.6 the above-mentioned mass region is characterized by noticeable values of the hexadecupole deformation. Before adding the hexadecupole deformation, this region has very low yields whereas after the inclusion of β_4 the most pronounced peaks are $A_2=142, 144-147, 150, \text{ and } 154$. It is the right place to mention that these two mass regions obtained by us employing a deformation dependent cluster model of cold fission were also reported by the Tübingen [29–31]. The ranges are almost identical. However in order to reproduce completely the experimental data we have to underline the elements that have to be supplied further in our model. First, in the spherical region, the experiment claims a mass region of cold fission centered around $A_2=132$, instead of $A_2=134$ as we obtained. However this misfit was to be expected since we didn't include the preformation factors. In the case of the doubly magic nucleus ^{132}Sn this assumption proves to be unsatisfactory. As has been advocated by the Tübingen group [30] this is a possible manifestation of heavy-cluster decay. Therefore it is very likely that in this case the preformation factor, which multiplies the penetrability, is larger for ^{132}Sn than for the neighbouring nuclei, which could then account for the discrepancies between our calculations and experimental data. However, an encouraging experimental point which supports our calculations is the fact that the even masses 134 and 136 are accompanying the leading yield for 132. In Fig.10 we compare the total yields for 132 (left side) and 134 (right side). We see that the Z -splitting corresponding to the spherical ^{134}Te dominates in all the three cases, because, as we mentioned earlier its light partner has a sensitive quadrupole deformation and a nonvanishing hexadecupole one. Its Z partner ^{134}Sn has a smaller hexadecupole deformation. The same reasoning apply to $A_2=136$. Therefore it could be possible that in the case of these nuclei the deformation dictates the yield magnitude rather than the magic number in protons or neutrons. The experimental determination of the double fine structure in this region will, hopefully, clarify the situation.

The *hexadecupole deformed* region, extending from 138 to 156, obtained in the frame of our cluster model, presents also some discrepancies compared to the experimental findings. The main problem that we faced here concerns the odd-even effect which seems to be very strong in this region according to the Tübingen group [29–31]. The things can be understood as follows: In the vicinity of the ground state, the level densities of odd mass nuclei are much larger than for even nuclei and consequently it will be more probable to observe cold fission for odd-odd mass splits in comparison to even-even mass splits. Since in our present calculations the level density of fragments is not taken into account, our results point to an enhancement of even-even mass splits with respect to the odd-odd mass splits. In a preceding paper [32] the effect of level density was incorporated in the calculation of yields by means of the Fermi Back-Shifted Model valid also for small excitation energies. In order to get a rough idea of how the odd-even effect influences the yields, we simply shift the decay energy by the fictitious ground-state position Δ taken from the global analysis of Dilg

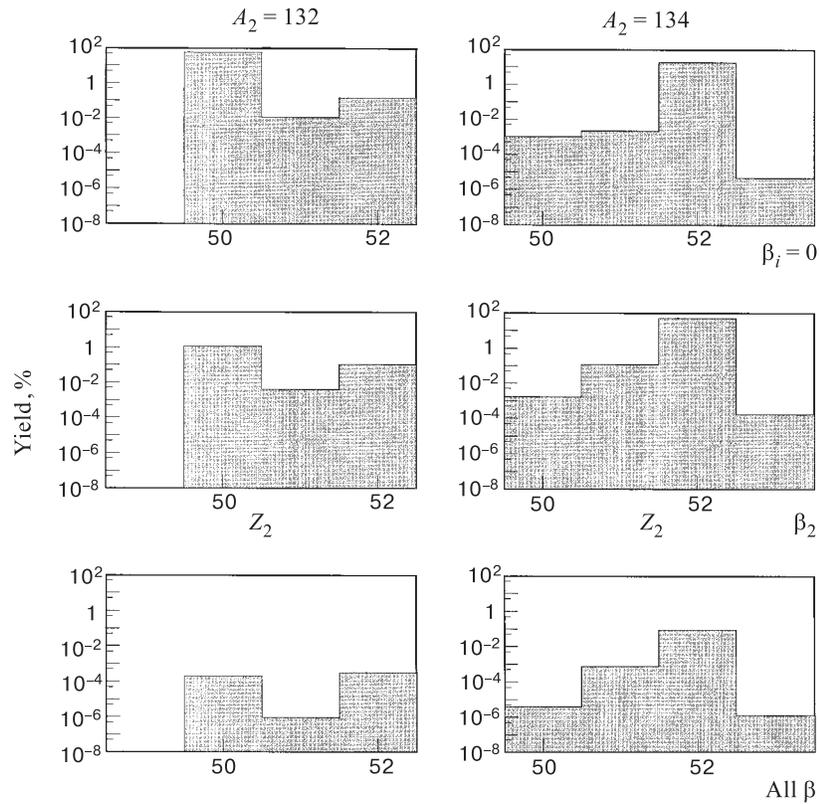


Fig. 10. The yields for the Z splittings of $A_H=132, 134$ in percents computed with LDM parameters

et al. [33], $Q^* = Q - \Delta$. In Fig.11 we represented the same thing like in Fig.10 but with the above-mentioned shift in the Q value. It is obvious from the inspection of this figure that the odd splittings are enhanced. It is worthwhile to stress once again that in our view, in the mass region extending from 138 to 156, the hexadecupole deformation is the leading mechanism responsible for the cold fragmentation of ^{252}Cf . The lowering of the barriers due to hexadecupole deformation increase dramatically the penetrabilities and eventually the yields.

In Fig. 12 we represented the yields for the Z -splittings of $A_2=143$. Comparing the first two cases we see that the yields are almost insensitive to quadrupole deformation. When the hexadecupole deformation is included, the distribution changes all the yields being increased almost uniformly (in the log scale). It is worthwhile to notice that the octupole deformations are not inducing the tremendous changes that the hexadecupole do.

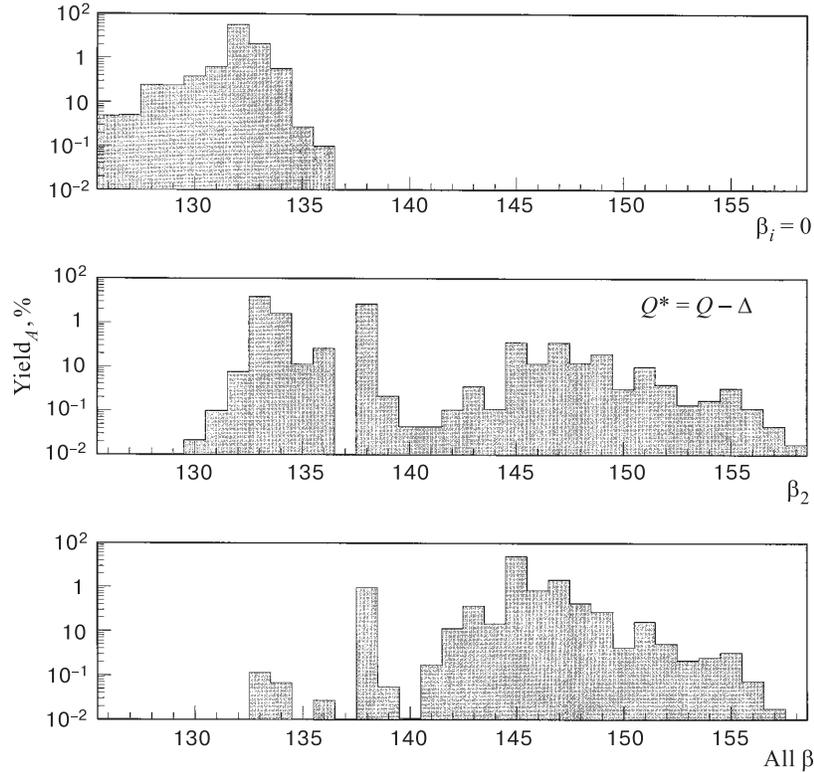


Fig. 11. The mass yields $Y_{A_H} = \sum_{Z_H} Y(A_H, Z_H)$ in percents, as a function of heavy fragment mass computed with LDM parameters with the decay energy modified $Q^* = Q - \Delta$. The odd-odd mass splittings are this time favoured

The main result obtained through these calculations is the theoretical confirmation of the existence of two distinct regions of ^{252}Cf cold fission. The results indicate two different mechanisms. In the heavy mass region situated between 138 and 156, the hexadecupole deformation gives rise to a large number of splittings. Here the shell closure in neutrons or protons seems to not be involved. Although the shell effects should play an important role in the odd-even differences by enhancing the odd-odd mass splits with respect to the even-even ones, our result confirms that the fragments are emitted with very compact shapes. We should discard deformations much larger than those calculated for the ground state. For such deformations a large part of the excitation energy should be allocated for deforming the fragments. It is not the case for the cold fission system, where one encounters an acute absence of excitation energy. In the spherical region our

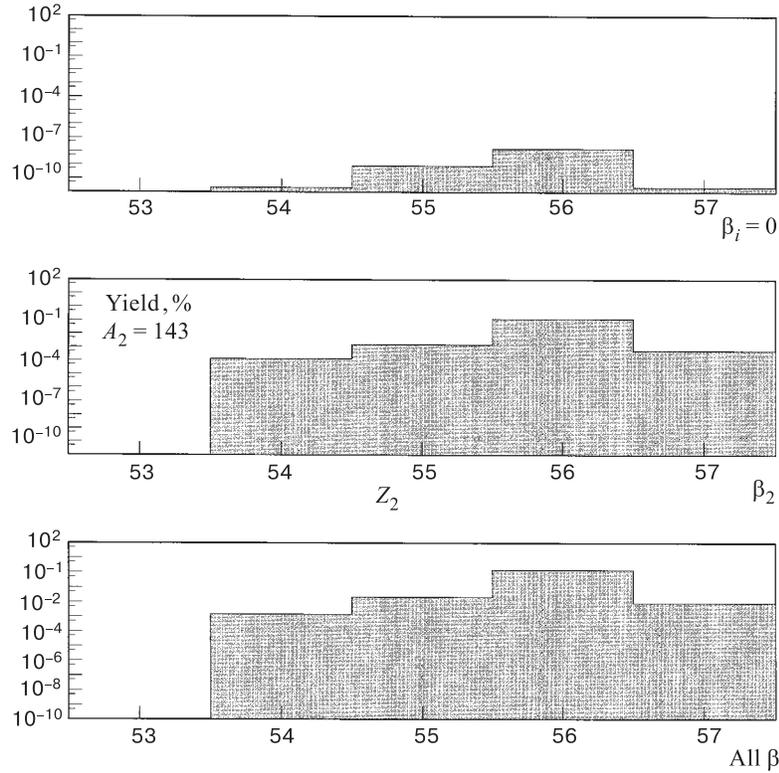


Fig. 12. The yields for the Z splittings of $A_H=143$ in percents computed with LDM parameters. Calculations without deformations and with the inclusion of quadrupole deformation give nearly the same yields. The inclusion of hexadecupole deformation increases uniformly by 4 orders of magnitude the yields

results give only a hint of the importance of the magic nucleus ^{132}Sn which is susceptible to be produced in a heavy clusterization process, similar to that for light clusters [1]. Here the decay mechanism should be similar to the light cluster radioactivity, the daughter nucleus ^{132}Sn being traded for ^{208}Pb and the heavy cluster ^{120}Cd for ^{32}Si .

4. THE COLD TERNARY FISSION

A. The α -Accompanied Ternary Fission. The first direct evidence of cold (neutronless) alpha ternary fission yields was reported in [17]. Using the triple gamma coincidence technique, only the correlations between the two heavier

fragments were observed unambiguously. This new phenomenon is equivalent to cluster radioactivity during fission. Such cold ternary decays produce all the three fragments with very low or zero internal excitation energy and consequently with very high kinetic energies. Their TKE will be close to the corresponding ternary decay energy Q_t . In order to achieve such large TKE values the three final fragments should have very compact shapes at the scission point and deformations close to those of their ground states, similarly to the case of cold binary fragmentations [34].

Below, we develop a coplanar three-body cluster model consisting of two deformed fragments and a spherical α particle for the description of cold (neutronless) alpha accompanied fission of ^{252}Cf . This model is an extension of the cluster model used for the description of cold binary fission that we presented in the preceding section.

In what follows, we apply a semiclassical approach to the tunneling process in a many body system. The system consists in n bodies interacting via a potential $V(\{q_i\})$ which is the sum of two-body components. This assumption is not very restrictive and may be relaxed. Let $\{q_i\}$ be a set of N generalised coordinates. The total available energy for the system is identified with the decay energy Q . We assume that in the classically forbidden region ($V \geq Q$) the usual WKB conditions are fulfilled and the semiclassical many body wave function is given by

$$\Psi \propto \exp(-S_0/\hbar), \quad (21)$$

where S_0 is the reduced action between the entrance point and the current point [35]. The action satisfies the Hamilton-Jacobi equations. Consequently the equations of motion (in imaginary time) are the (modified) Euler-Lagrange equations. For a Lagrangian

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N a_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j - V(\{q\}) \quad (22)$$

the reduced action may be written

$$S_0 = \int \sqrt{2(V - Q) \sum a_{ij} dq_i dq_j} \quad (23)$$

and the trajectory is obtained by extremizing S_0 with respect to all possible paths in the coordinates q_i . Parametrizing the path by one of the coordinates, say q_1 , we obtain a set of coupled equations:

$$\frac{\partial V}{\partial q_i} = \frac{1}{M} b_i \left(V' + \sum_k \frac{\partial V}{\partial q_k} q'_k \right) +$$

$$+ \frac{2}{M}(Q - V) \left(\frac{1}{M} b_i \left(\sum_k a_{1k} q_k'' + \sum_{kl} a_{kl} q_k' q_l'' \right) - \sum_k a_{ik} q_k'' \right), \quad (24)$$

where $i, k, l = 2 \div N$ and $f' = \partial f / \partial q_1$. The quantity b_i is defined by

$$b_i = a_{1i} + \sum_k a_{ik} q_k'$$

and the effective mass of the system by

$$M = a_{11} + 2 \sum_i a_{1i} q_i' + \sum_{ik} a_{ik} q_i' q_k' \quad . \quad (25)$$

To the first order of the WKB approximation, the penetrability is given by the square of the wave function (21) with the reduced action calculated on the path satisfying (24) and the boundary conditions

$$V(\{q_{in,out}\}) = Q. \quad (26)$$

In the particular case $N = 1$ this condition uniquely determines the penetration path. In the general case, the condition (26) does not specify all the necessary conditions for integrating (24). In principle we should solve (24) for all solutions satisfying (26) and choose the path $q_i(q_1)$ which minimizes the reduced action

$$S_0 = \int_{in}^{out} \sqrt{2M(V - Q)} dq_1, \quad (27)$$

where

$$M = M(q_i(q_1), q_1), \quad V = V(q_i(q_1), q_1) \quad . \quad (28)$$

This will give the upper bound for the penetrability. In the particular case of a diagonal mass tensor $a_{ik} = \mu_i \delta_{ik}$, Eq.(24) gets a much simpler form:

$$M \frac{\partial V}{\partial q_i} = \mu_i q_i' \left(V' + \sum_k \frac{\partial V}{\partial q_k} q_k' \right) + 2\mu_i (Q - V) \left(\frac{q_i'}{M} \sum_k \mu_k q_k' q_k'' - q_i'' \right) \quad (29)$$

and the effective mass reduces to

$$M = \mu_1 + \sum_k \mu_k (q_k')^2 \quad . \quad (30)$$

We stress that the system of Eqs. (26) – (30) does not represent a trivial generalisation of the tunneling problem in one dimension. The main difference stems from the fact that Eq.(26) has in general many solutions and the integration of the highly nonlinear coupled equations (29) cannot be started without imposing additional constraints on physical trajectories.

To fix the ideas, let us discuss in some detail the specific features of the tunneling process in the case of cold alpha-accompanied ternary fission. We assume that all three fragments are preexisting in a quasi-bound molecular state. Since the process is cold, the heavy fragments have very compact shapes with deformations close to their asymptotic values. Strong polarisation effects are expected in the initial stages of the tunneling process. One may include such effects by introducing effective deformations. In order to grasp the penetrabilities for the most probable processes one may consider only axial deformations with symmetry axis oriented along the fission axis. For simplicity the problem is reduced to a planar one and therefore we have to deal with six coordinates. Requiring the c.m. to be at rest, we are left with four independent coordinates. Let $(x_i, y_i, i = 1, 2)$ be the fragment coordinates and (x_α, y_α) the coordinates for the α particle. The corresponding masses are denoted by $m_i, i = 1, 2, \alpha$. The usual transformation to relative coordinates $R = x_2 - x_1$ and $y = y_2 - y_1$ leads to

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-m_\alpha x_\alpha - m_2 R}{m_1 + m_2}, & y_1 &= \frac{-m_\alpha y_\alpha - m_2 y}{m_1 + m_2}, \\ x_2 &= \frac{-m_\alpha x_\alpha + m_1 R}{m_1 + m_2}, & y_2 &= \frac{-m_\alpha y_\alpha + m_1 y}{m_1 + m_2}. \end{aligned}$$

The kinetic energy and the third component of the angular momentum in terms of these coordinates are

$$T = \frac{1}{2} \left(\mu_{12} (\dot{R}^2 + \dot{y}^2) + \mu_\alpha (\dot{x}_\alpha^2 + \dot{y}_\alpha^2) \right), \quad (31)$$

$$L_z = \mu_{12} (R\dot{y} - \dot{R}y) + \mu_\alpha (x_\alpha \dot{y}_\alpha - \dot{x}_\alpha y_\alpha), \quad (32)$$

where

$$\mu_{12} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad \mu_\alpha = m_\alpha \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_1 + m_2} \right).$$

Since the α -particle mass is small compared to the fragment masses, we further assume $y \approx 0$ on the penetration path. This assumption may lead to a nonconservation of the angular momentum (32). However, we expect a very smooth α -particle trajectory, and to a good approximation the second term in (32) is vanishingly small. Next, requiring $L_z = 0$ implies $y \simeq \text{const.}R$. In the initial configuration one can always choose the heavy fragments along the x axis and therefore $\text{const} = 0$ and the angular momentum is conserved. Similar considerations lead to the conclusion that even the kinetic energy (31) is well evaluated along the trajectory. Since $y \approx 0$ seems to be a reasonable approximation, one further assumes $y_1 \approx y_2 \approx 0$.

We are finally left with the problem of finding the α -particle coordinates (x_α, y_α) as a function of the interfragment distance R , which is a natural candidate

for the variable q_1 . A close inspection of Eq.(31) readily identifies the necessary mass parameters and the action integral reads:

$$S_0 = \int_{R_{in}}^{R_{out}} \sqrt{2 \left\{ \mu_{12} + \mu_{\alpha} \left(\left(\frac{\partial x_{\alpha}}{\partial R} \right)^2 + \left(\frac{\partial y_{\alpha}}{\partial R} \right)^2 \right) \right\}} (V - Q_t) dR \quad (33)$$

with $V = V(x_{\alpha}(R), y_{\alpha}(R), R)$. The above formula shows that under well justified approximations the penetrability for the three-body system is similar to the well-known WKB expression for two body systems with an important correction in the effective mass arising from the α -particle trajectory. The one dimensional case is reproduced in the limit $\mu_{\alpha} \rightarrow 0$. The magnitude of this correction can be determined by solving the nonlinear coupled equations (29). Subsequent numerical calculations with selected trajectories showed that the most important contribution arises from the variation of y_{α} with the interfragment distance.

The total interaction potential is obtained as the sum of two-body potentials between the α particle and the fragments and between the light and heavy fragment. An advantage of this approach is that the barrier between the two fragments and the barrier between the α particle and the fragments can be calculated quite accurately due to the fact that the touching configurations are situated inside the barriers. An important requirement for the interaction potential is that the system should enter the penetration path very close or beyond the touching configuration. This point will be checked carefully in the following.

The data base for the present calculation includes 78 different splittings for alpha ternary fission and 87 splittings for binary fission of ^{252}Cf . Each splitting is defined by charge and mass numbers, experimental binary and ternary decay energies and a set of geometrical and deformation parameters which characterize the one-body densities.

In order to understand the landscape of the three-body potential we first represent the potential at different interfragment distances R (Fig.13) with heavy fragments in a nose-to-nose configuration, for the splitting $^4\text{He} + ^{92}\text{Kr} + ^{156}\text{Nd}$ with deformed fragments. The potential for a splitting with a spherical fragment looks quite similar. In the equatorial plane we distinguish a saddle configuration which results from the interplay of the strong repulsive (Coulomb) forces acting on the α particle and the attractive (nuclear) forces. The saddle trajectory is obtained by numerically solving the equation

$$\frac{\partial V}{\partial x_{\alpha}} = 0$$

for fixed interfragment distance. Along the saddle trajectory there are two interesting extrema: one is situated on the symmetry axis and another one at the top of

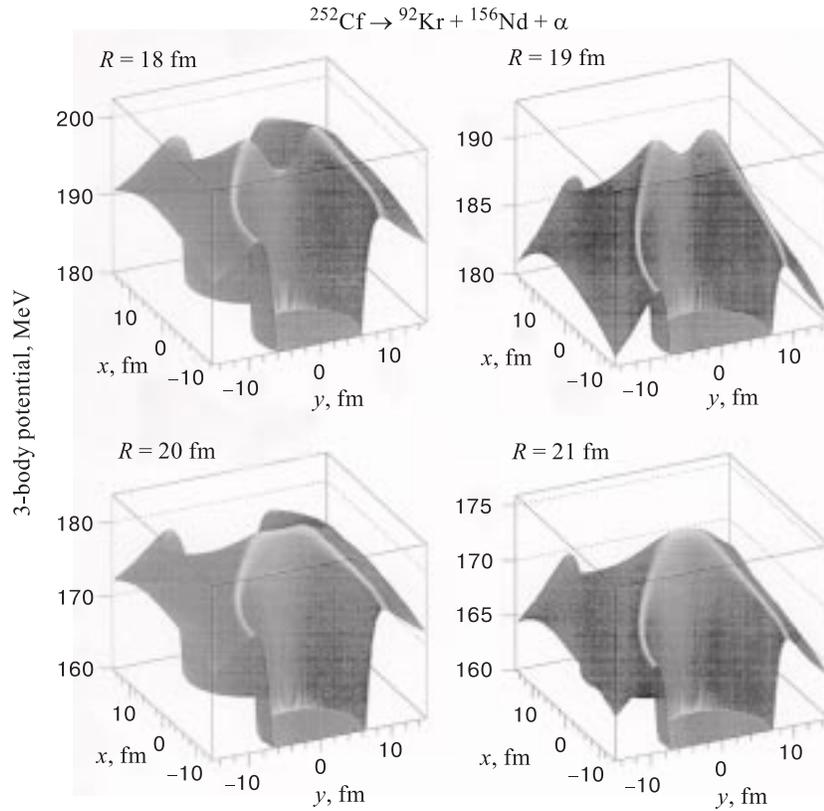


Fig. 13. The three-dimensional ternary potentials for the splitting $^4\text{He} + ^{92}\text{Kr} + ^{156}\text{Nd}$ at different interfragment distances $R = 14, 15, 16, 17$ fm between the colinear fragments in a nose-to-nose configuration. We can see the two wells corresponding to the light and heavy fragment and in the equatorial plane a ridge which grows up with the interfragment distance R between fragments. This ridge has a minimum on the symmetry axis and a maximum at the equatorial alpha barrier height. This minimum disappears at large interfragment distances $R \simeq 20 - 21$ fm

the maximum of the equatorial alpha barrier ridge where all classical forces acting on the α particle are equilibrated. This last point is denoted in the following as the Lagrange point and the ensemble of such points for different interfragment distances — the Lagrange trajectory. As can be seen in Fig.13 the minimum situated on the symmetry axis disappears at large interfragment distances $R = 20 - 21$ fm. Following Radi et al. [36], we assume that the position of the α particle is governed by the well the potential has in the perpendicular direction. If the motion is not very fast, the α should adiabatically adjust to a stationary state in this

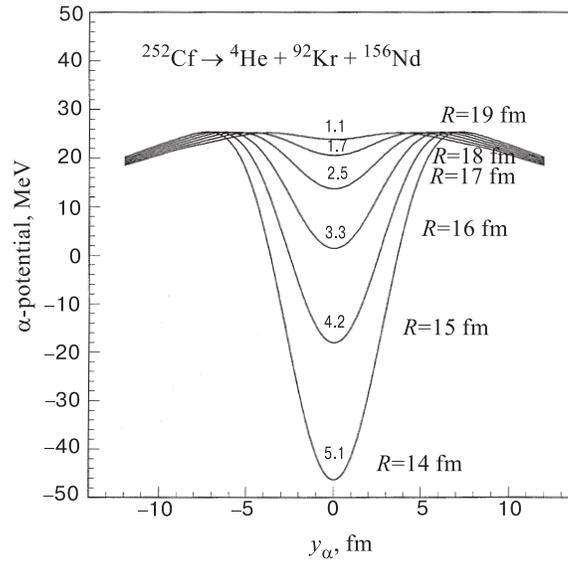


Fig. 14. The ternary potential minimum in the equatorial plane for the splitting ${}^4\text{He}+{}^{92}\text{Kr}+{}^{156}\text{Nd}$ at different interfragment distances R . The corresponding zero point energies in an harmonic oscillator approximation are indicated. As can be seen at large R this minimum disappears

potential. To get the position of the α particle we approximate this potential with an harmonic oscillator potential

$$V(y) = V_{min} + \frac{1}{2}Cy^2, \quad (34)$$

where the stiffness coefficient C depends on the interfragment distance and is obtained by numerically differentiating the potential around the minimum. Then the eigenvalues are given by:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \sqrt{\frac{C}{m_\alpha}}. \quad (35)$$

A convenient measure of the spread of this position is given by:

$$\langle y^2 \rangle_n = \frac{E_n}{C}. \quad (36)$$

In Fig.14 the saddle potential and the zero point energies are represented as a function of R for the splitting ${}^4\text{He}+{}^{92}\text{Kr}+{}^{156}\text{Nd}$ with deformed fragments. The

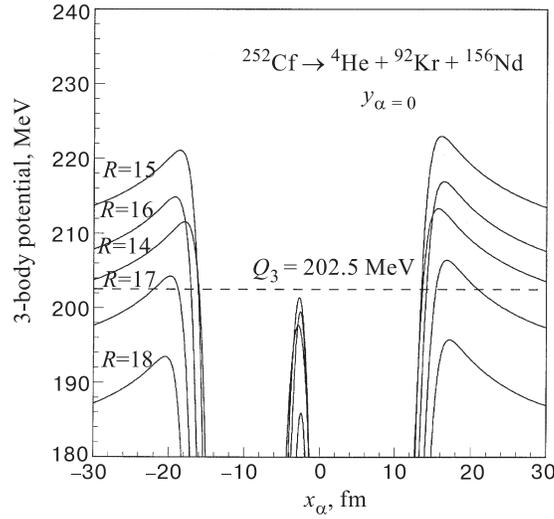


Fig. 15. The ternary potentials $V(x_\alpha, y_\alpha = 0, R)$ for the splitting $^{252}\text{Cf} \rightarrow ^4\text{He} + ^{92}\text{Kr} + ^{156}\text{Nd}$ as a function of x_α for different interfragment distances R . The two wells and the two polar barriers corresponding to the light and heavy fragment are clearly seen. At $R > 17$ fm the polar barriers are below the ternary Q_3 value. The interfragment ridge situated in the equatorial plane is very narrow

zero point energies are consistent with the previous estimation of Radi et al. [36]. In Fig.15 we represented, for the same splitting at different interfragment distances R , the polar alpha barriers, i.e., the potential $V(x_\alpha, y_\alpha = 0, R)$. We can clearly see the two wells corresponding to the light and heavy fragments which are separated by a very narrow interfragment ridge. Also we can see that the polar barriers disappear at the interfragment distance $R \simeq 17$ fm that is much earlier than the equatorial barriers. We must stress that the semiclassical approximation for the penetration factor requires the penetration path be localized in a region, where $V \geq Q_t$. This is the most economic way to localize the position of α particle during the penetration path in the present model. In Figs.16a and 16b, for the above splitting with deformed fragments and the splitting $^{252}\text{Cf} \rightarrow ^4\text{He} + ^{117}\text{Pd} + ^{131}\text{Sn}$ with a spherical fragment, we represented the three-body potential $V(x_\alpha, y_\alpha, R)$ in the plane (x_α, y_α) at different interfragment distances by only one equipotential line Q_t . At small interfragment distances the uncertainty in the α particle position is rather large but it reduces drastically as R increases. We can see that by increasing R the Q_t -value contours are reduced practically to a single point. One remarks also that at the exit points the y coordinate of the α particle has the rather large values, of the order of 5 fm for two deformed fragments and slightly larger (6 fm) when one fragment is spherical. Such high values, are consistent with

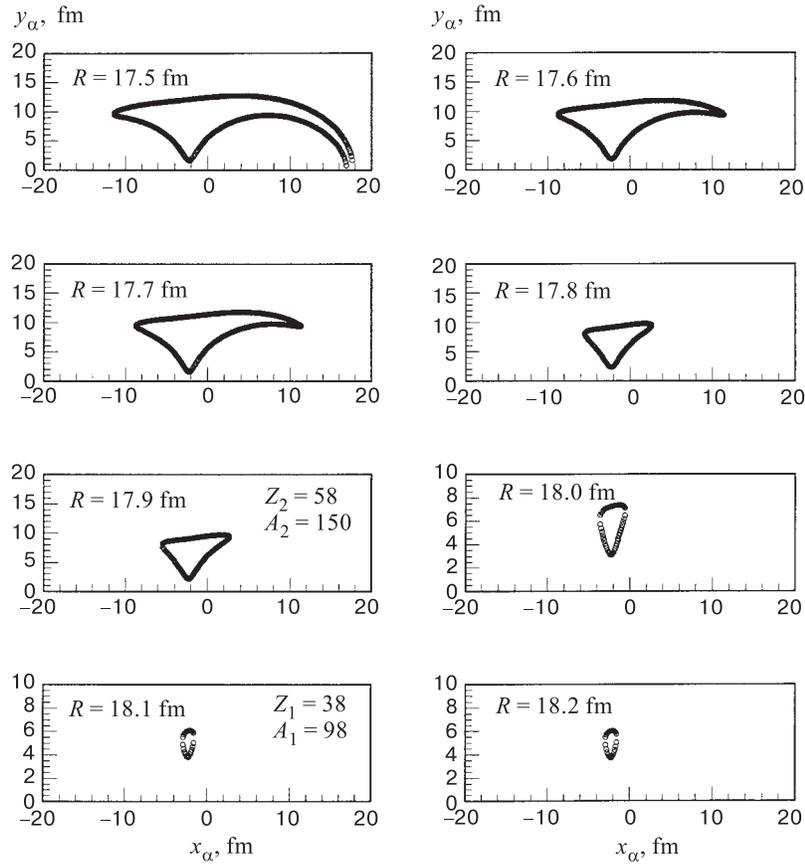


Fig. 16. The ternary potentials $V(x_\alpha, y_\alpha, R)$ represented in the plane (x_α, y_α) by a single equipotential line Q_t at different interfragment distances R for the splittings: a) ${}^4\text{He}+{}^{92}\text{Kr}+{}^{156}\text{Nd}$ with deformed fragments and b) ${}^4\text{He}+{}^{117}\text{Pd}+{}^{131}\text{Sn}$ with a spherical heavy fragment. At large R the exit points are quite different for such splittings. This suggests different energy and angular distributions of the α particle for the two regions

Eq.(36) only if the α particle is placed in a rather high excited state in the saddle potential. Also one can remark that the penetration path terminates much earlier in the case of one spherical fragment as compared to the deformed-deformed case. Based on this observation one may conjecture that the angular and energy distributions of the α particle which are largely determined by the configuration at the end of the penetration path will be rather different in the two cases.

Other possible characteristics of the three-body potential are given in Figs.17a and 17b. Here we represented in the plane (x_α, y_α) for the above two splittings

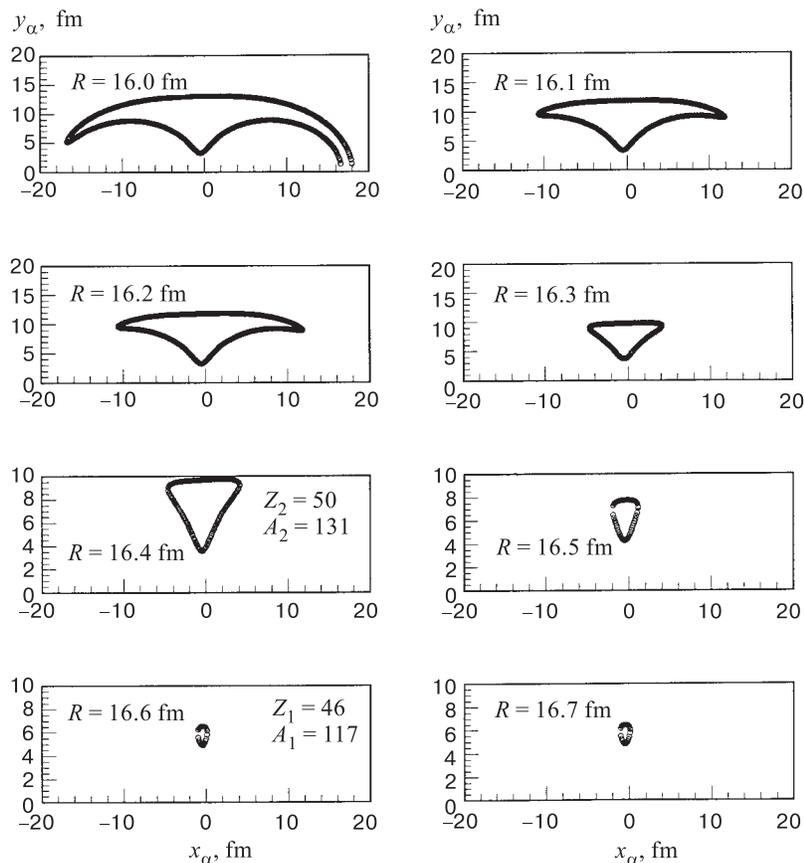


Fig. 16b

the fragments with all deformations included and the two ridges: the equatorial one defined by the equilibrium of the classical forces acting on the α particle in the x direction and the α particle ridge defined by the top of the α barriers situated around the two fragments. The intersection of these two ridges gives the Lagrange point where no forces are acting on the α particle. We also represented the centres of the α particle obtained from the geometrical condition that the α particle is in touch with each fragment. We define a touching point such that the densities of the two bodies in contact are half of their central value. We see that the intersection of the two touching configurations of the α particle and the two fragments is not situated on the equatorial ridge. Due to the fact that this ridge is very narrow (see Fig.15) we have to impose the condition that the α

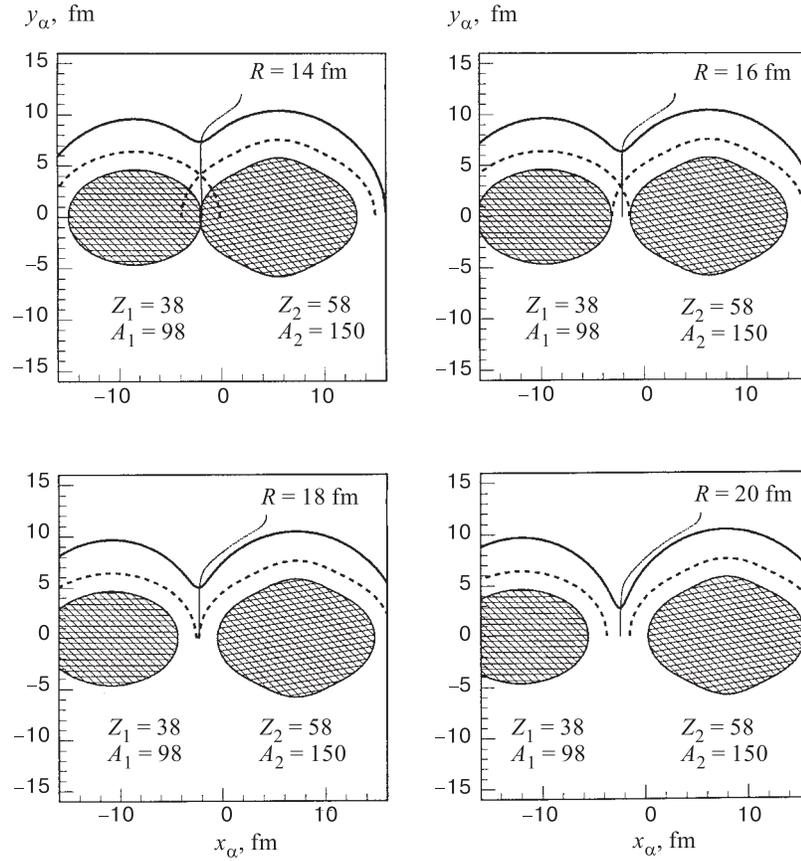


Fig. 17. Schematic representation of the two fragments for the splittings mentioned in Fig. 16. The fragment shape is defined by the half-density surface. The dashed line represents the locus of the centre of the α particle in touching with one of the fragment. The thick continuous line represents the α particle ridge while the thin line is the equatorial ridge. The intersection of the two continuous lines gives the Lagrange point (see text for details)

particle is in equilibrium on the ridge, in order to exclude the cases of subsequent dissolution of the α particle in one of the fragments. This condition together with the touching condition with one of the fragments defines the adiabatic trajectory when the interfragment distance is varied. We recall here that the Lagrange trajectory which explores the maximal values of the interaction potential gives a lower bound of the penetrability while the more physically intuitive adiabatic trajectory gives an upper bound.

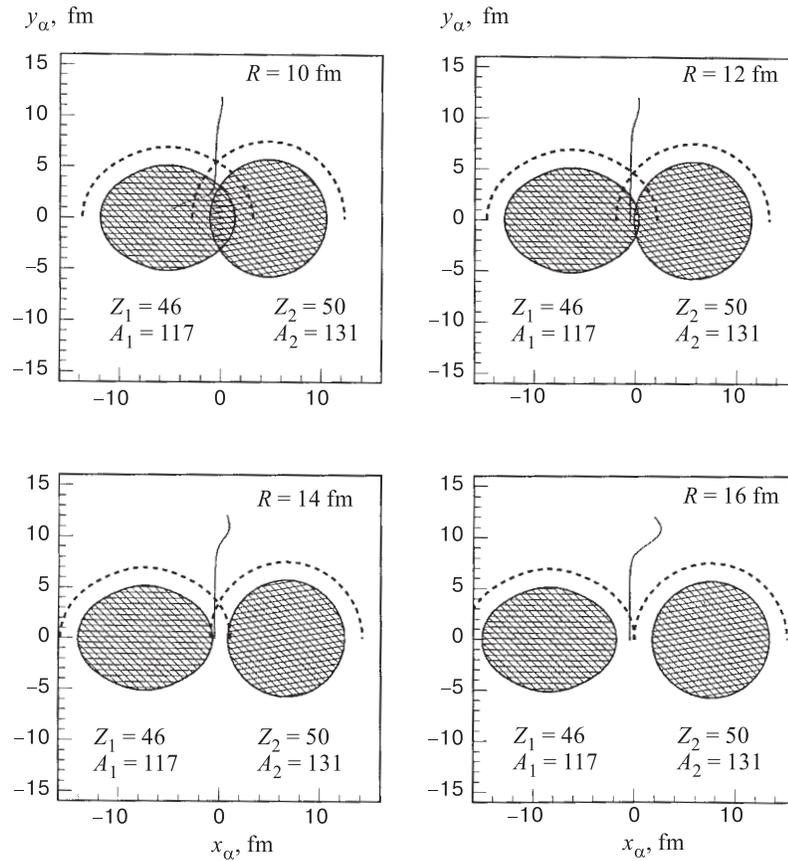


Fig. 17b

One possible physical choice of the α particle initial position is situated on the interfragment ridge and above the touching curves as previously defined. On the other hand, if we allow the α particle to overlap the fragments, we can consider different scenarios which could be related to the excited quantum states defined in the equatorial ridge well.

In our static description of the alpha accompanied fission, the alpha ternary yields depend essentially on the α particle trajectory. This limits considerably the number of possible scenarios. In the following we shall consider only few scenarios.

The *first* one is the *adiabatic scenario*. This assumes that the α particle is situated on the interfragment ridge, satisfying one of the two α particle touching configurations, i.e., at the lowest y_α^0 value. By increasing the interfragment

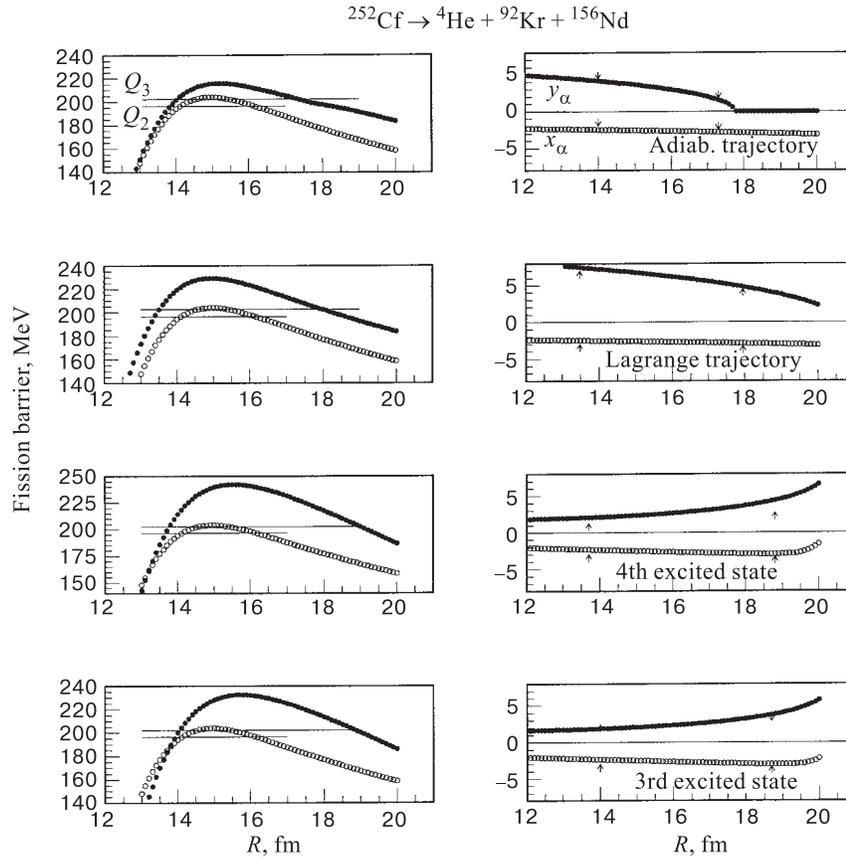


Fig. 18. Fission barriers and α -particle trajectories for the splittings mentioned in Fig. 16. Left panels: ternary barriers calculated along selected trajectories and binary barriers for the cold fission of the daughter nucleus ^{248}Cm leading to the same fragments. The corresponding ternary and binary reaction energies are indicated by thin lines. Right panels: The α -particle trajectories (x_α, y_α) versus the interfragment distance R . The inner and outer turning points are indicated by arrows

distance R , the α particle is getting closer to the fragment symmetry axis. The corresponding α particle trajectory together with the ternary and binary barriers are plotted in Figs.18 for the above two splittings: a) $^4\text{He} + ^{92}\text{Kr} + ^{156}\text{Nd}$ and b) $^4\text{He} + ^{117}\text{Pd} + ^{131}\text{Sn}$. Also we represented the intersection of the barriers with the Q values, i.e., the corresponding inner and outer turning points. Note that the system crosses the ternary barrier before the α particle becomes colinear with the fragments.

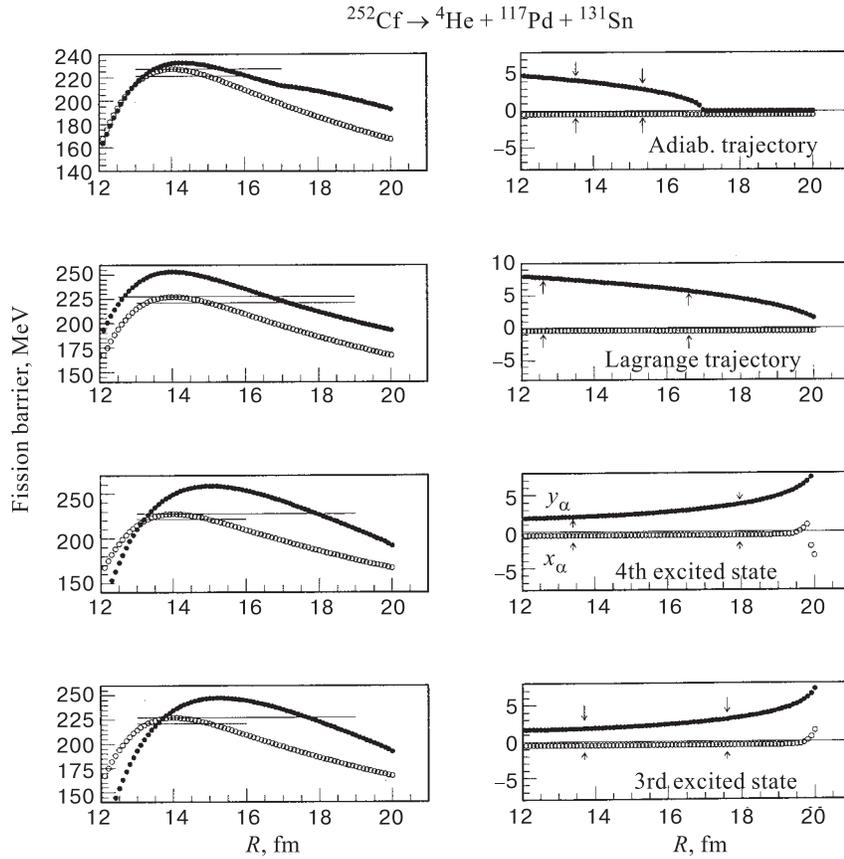


Fig. 18b

The *second* scenario is the *Lagrange scenario*. In this case we assume that the α particle is situated at the Lagrange point where all forces acting on the α particle are in equilibrium. The α particle trajectories and the corresponding barriers are represented also in Figs.18. Also we plotted the binary barriers of ^{248}Cm for the same splittings. Clearly the ternary barrier is higher than the binary one and shifted to larger R distances. As previously discussed the α particle motion in the transversal well is taken into account by subtracting from the Q_t value its energy (35). This procedure does not provide for a ternary barrier the Q_t value when considering the ground and first two excited states. Therefore we consider only the third and fourth excited states *scenarios*. In the same Figs.18, the α particle trajectories and the corresponding ternary barriers for the third and fourth excited states are represented by including the $E_n(R)$ values in the barriers.

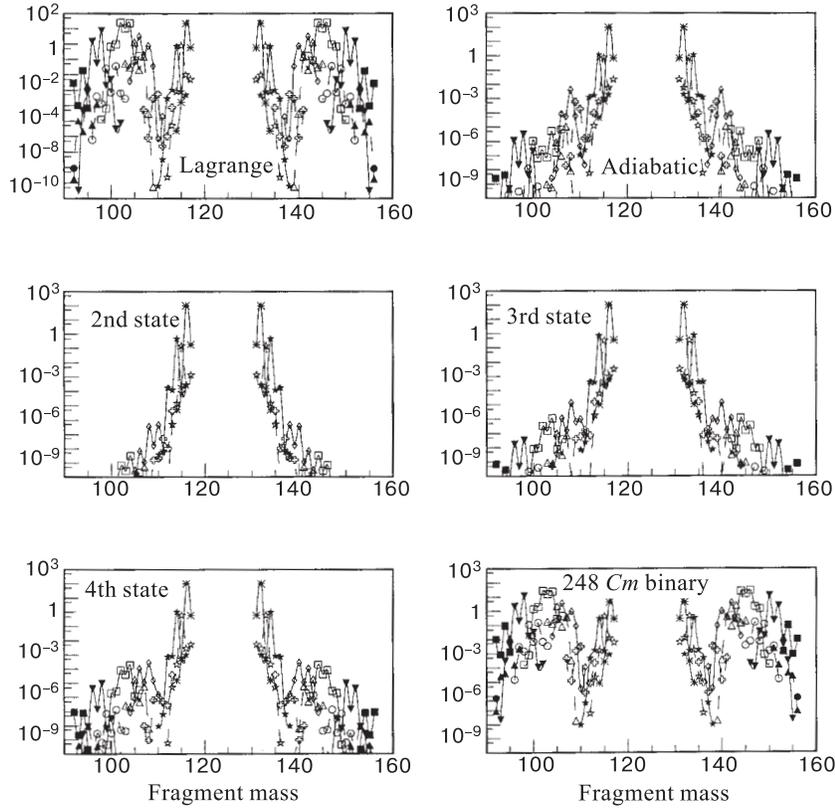


Fig. 19. The cold alpha ternary yields of ^{252}Cf for the Lagrange, adiabatic, second, third, and fourth state scenarios, corresponding to different initial positions of the alpha particle on the interfragment ridge, as a function of fragment mass. Also the cold binary yields of ^{248}Cm are given. With the exception of ternary yields obtained in the Lagrange scenario, which are very similar with the cold binary yields of ^{248}Cm , all scenarios strongly favour the splitting $^4\text{He} + ^{116}\text{Pd} + ^{132}\text{Sn}$ with one spherical fragment

Obviously, for these scenarios the y_α^0 initial values of Eq.(36) are smaller than for the Lagrange configuration, which assumes the maximum y_α^0 values at the top of the α barriers, and even smaller than the values for the adiabatic scenario which is based on the lowest energy configuration.

Knowing the barriers and Q_t values, the relative alpha ternary yields are given by the same formula like in the binary case (see Eq.(20)).

The preformation factors for an α particle at the surface of a deformed fragment differs by orders of magnitude as compared to the spherical case. Nevertheless, in this case, like in the binary case, no preformation factors are considered.

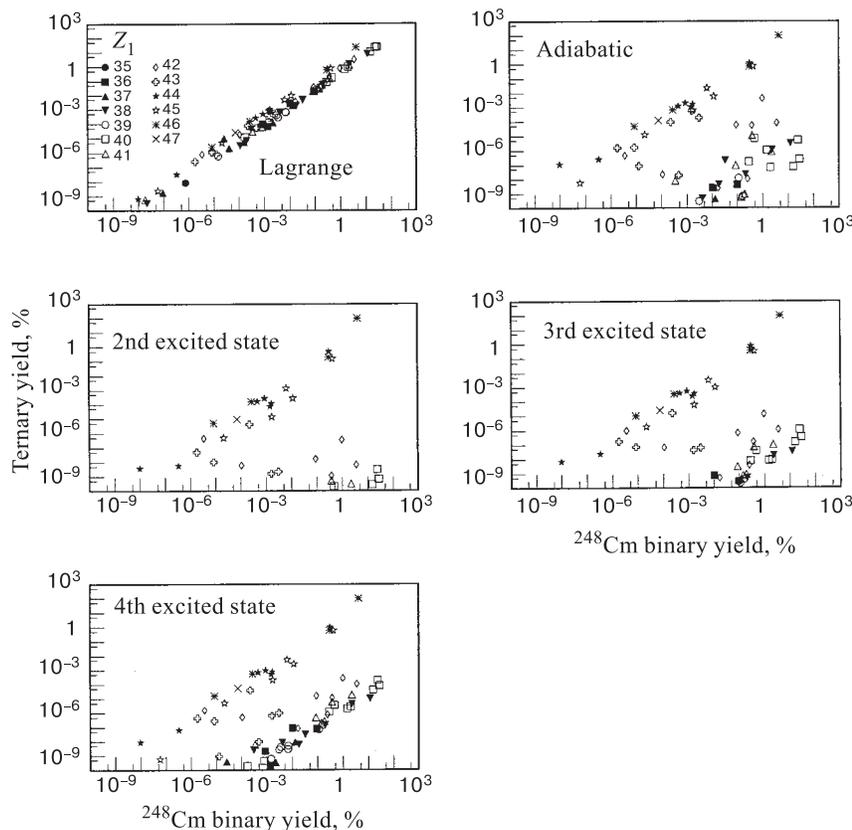


Fig. 20. Scatter diagram of the cold alpha ternary yields of ^{252}Cf for Lagrange, adiabatic, second, third, and fourth state scenarios versus the cold binary yields of ^{248}Cm . Only the ternary yields of ^{252}Cf obtained in the Lagrange scenario are strongly correlated with the cold binary yields of the daughter nucleus ^{248}Cm . For all other possible scenarios only the splitting with ^{132}Sn is favoured

Once again, as fragment deformations we choose the ground state deformations computed in the framework of the macroscopic-microscopic model. These deformations play a very important role on barrier penetrabilities, i.e., on ternary yields. The light fragments have mainly quadrupole deformations in contrast to heavy fragments which have all kinds of deformations. The octupole deformations exist for a small heavy fragment mass region $141 \leq A_H \leq 148$. The fragments with mass numbers $A_L < 92$ and $A_H < 138$ are practically spherical. In the following we shall include all deformation up to $\lambda = 4$ with positive values, i.e., oblate shapes ($\beta_2 < 0$) are transformed to prolate shapes ($\beta_2 > 0$) and neck shapes ($\beta_4 < 0$) to shapes with positive hexadecupole deformations ($\beta_4 > 0$).

The ternary fission yields for different scenarios: Lagrange, adiabatic, second, third and fourth excited states, corresponding to different initial positions of the α particle on the interfragment ridge are represented in Fig.19. Also the cold binary yields for ^{248}Cm are given. With the exception of the Lagrange scenario yields, which are very similar to the cold binary yields of ^{248}Cm , all other scenarios are strongly favouring only the spherical splittings.

In Fig.20, for the same scenarios, the ternary yields versus binary yields of the daughter nucleus ^{248}Cm leading to the same splittings are displayed. Only in the Lagrange scenario the alpha ternary yields are strongly correlated with the cold binary yields of the daughter nucleus. Such a possibility is consistent to the fact that binary barriers are very thin (with only 2–3 fm width) [34]. For the other scenarios, adiabatic, second, third and fourth excited states, only the ternary yields for spherical splittings, which are dominated by the Q -value principle become important. This fact is not consistent with the existing experimental data on cold alpha ternary yields [17], which indicate cold alpha ternary yields for both regions.

B. Observation of ^{10}Be Emission in the Cold Ternary Fission. Preliminary data for the cold (neutronless) ^{10}Be -accompanied and ^{14}C -accompanied ternary fragmentations of ^{252}Cf were obtained [37,38] using the Gammasphere with 72 Compton suppressed Ge detectors.

Contrary to α -ternary fission whose first excited state is located very high in energy (>20 MeV), ^{10}Be has an excited state (2^+) at an energy of 3.368 MeV. Therefore we cannot expect cold fission to the first excited state of the α particle. Instead, ^{10}Be and other heavier ternary fragments are more easily polarizable and thus collective effects can be enhanced. The possible excitation of relative vibrations and rotation modes of the three fragments will alter significantly the angular distribution of the emitted fragments.

In order to detect directly ^{10}Be , two complementary partners, ^{96}Sr and ^{146}Ba , were chosen, which are situated near the peaks of the mass distribution of ^{252}Cf . Clearly the missing third particle is ^{10}Be [39]. The coincidence spectrum was obtained by gating on the $2^+ \rightarrow 0^+$ transition of energy 181.1 keV in ^{146}Ba and on the $4^+ \rightarrow 2^+$ transition of energy 977.5 keV in ^{96}Sr . The transitions $4^+ \rightarrow 2^+$, with energy 332.6 keV, in ^{146}Ba and $2^+ \rightarrow 0^+$ with energy 814.7keV in ^{96}Sr , were clearly observed [39].

Further, it was checked that the missing third fragment is really ^{10}Be . Examining the high energy region of the same coincidence spectrum, a peak with energy 3368 KeV was observed and assigned to the $2^+ \rightarrow 0^+$ transition in ^{10}Be .

Recently, the Darmstadt group [40] reported evidence that ^{10}Be nuclei, in a rather high excited state of 3.37 MeV, are produced in ternary fission. A puzzling fact was that a part of the γ quanta with this energy are apparently emitted from rest. Since the flight time of Be nuclei to the detector ($\approx 2\text{ns}$) is much longer than the lifetime of the 3.37 MeV level (180 fs), we face a huge delay in the

emission of the ternary particle, if we suppose that the emission takes place in the detector. In other words the γ quanta seems to be emitted rather from a quasi-bound *trinuclear* state, which has a lifetime much larger than the estimated time of acceleration in the Coulomb field of the fissioning system. This possible quasi-bound state arises in the potential pocket produced by the mutual interaction of the three fragments.

C. Trajectory Calculations for the Alpha-Accompanied Ternary Cold Fission. In order to get a hint on the configuration and the dynamics of the fissioning nucleus at scission a large number of studies were devoted in the past to the trajectory calculation, specially for α particles emitted from the neck region [41–46]. The authors who considered the finite size and the deformation effects [36,47,48] showed that these geometrical factors are influencing sensitively the angular distributions of the α particle.

Making a good selection for the initial parameters of the trajectory calculations is a difficult task. This is due to the fact that probing various combinations of assumed initial conditions and then computing the trajectories for comparison with the available experimental data, similar results are often obtained. In the hot alpha accompanied ternary fission the initial conditions are taken in various combinations. For example the initial kinetic energy of the two main fragments and of the α emitted in the spontaneous ternary fission should be around 0.5 MeV according to the statistical theory and the equipartition principle [44,45]. On the contrary, in the dynamical theory of fission [49] the nascent fragments at scission are predicted to be moving with appreciable kinetic energy (20–50 MeV).

As we showed in the previous section, for the cold ternary fission the initial conditions are better known. We have to establish the following initial conditions:

a) The Shape of the Fragments. The determination of the shape of the fragments in the ternary cold fission is facilitated, up to a certain extent, by the peculiar characteristic of the process, i.e., the fragments should have very compact shapes at the scission point and deformations close to those of their ground states. One may next suppose that the shapes of the fragments will not be modified when the fragments move away in the Coulomb field of each other.

b) The Tip Distance d . Naturally, d should correspond to the configuration at which the α particle is released. As can be inferred from Fig.13, the light particle should stay between the two heavy fragments in a position which should avoid its absorption by any of the fragments. We see in Fig.21, that for tip distances up to 7 fm, the α is facing a thick barrier in the transversal direction. Eventually as the distance between the fragments increases, the pocket in which the α is located becomes more and more shallower until it disappears around $d = 8$ fm. Therefore one may conclude from these qualitative arguments that the initial tip distance between the two main fragments should not be larger than that corresponding to the disappearance of the pocket.

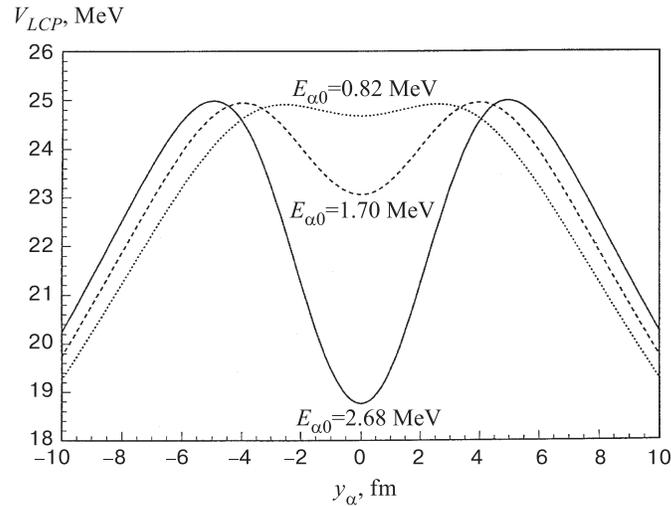


Fig. 21. The one-dimensional potential well of the α particle for three different tip distances: $d = 6$ fm (full line), $d = 7$ fm (dashed line), $d = 8$ fm (dotted line)

c) Initial Geometric Configuration of the α Particle. We invoke a receipt proposed by Boneh et al. [42] considering as a possible choice for the α position, the point of minimum potential energy (the saddle point of the potential energy surface) that we mentioned in the first section of this chapter. In the case of our deformation-dependent cluster model, where the nuclear forces are introduced via the M3Y potential, this saddle point corresponds to the position where the combined Coulomb and nuclear forces exerted by the heavy fragments on the α particle cancel each other, and the potential surface will have a relative minima at this point. The method by which this point is determined was explained earlier so we will not return to it.

d) The Kinetic Energy of the α Particle E_{α}^0 . As we already noted above the potential energy of the α positioned at the electro-nuclear saddle point will have a minimum in the y direction. It is clear that the α particle has no component of its velocity along the x axis since this would result in a possible absorption by the deep potential wells of the two heavier fragments instead of being emitted (see Fig.13). The only chance for the α particle to not be reabsorbed during the descent of the decaying system from scission to the release point is to have a momenta directed only along the y axis. Taking sections of the potential surface along the y axis at x corresponding to the saddle point, the resulting potential slice will look similar to a one-dimensional harmonic potential well (see Figs. 14 or 21). When the tip distance increases, the well becomes more and more shallow until it vanishes completely. Using the ideas outlined in the first subsection

of this chapter we approximate the potential V_α with an harmonic potential in the y direction, centered at the saddle-point (see Eq.(34)), and eventually get an estimation for the initial kinetic energy of the α supposing that it can be identified with the zero-energy in this *harmonic* potential well, i.e.,

$$E_\alpha = \frac{1}{2} \hbar \sqrt{\frac{C}{m_\alpha}}, \quad (37)$$

where the stiffness constant is given by the expression

$$C = \sum_{i=L,H} \frac{1}{R_{\alpha i}^0} \sum_{\lambda \geq 0} \left(\left. \frac{\partial V_{\lambda 0 \lambda}(R_{\alpha i})}{\partial R_{\alpha i}} \right|_0 - \frac{\lambda(\lambda+1)}{2} \frac{V_{\lambda 0 \lambda}(R_{\alpha i}^0)}{R_{\alpha i}^0} \right), \quad (38)$$

where $R_{\alpha i}^0$ is the distance from the fragment i to the α located at the saddle point:

$$R_{\alpha L}^0 = \frac{D}{1 + \sqrt{\frac{Z_L}{Z_H}}}, \quad R_{\alpha H}^0 = \frac{D}{1 + \sqrt{\frac{Z_H}{Z_L}}}, \quad (39)$$

where D is the interfragment distance. For increasing tip distance the kinetic energy of the α decreases. One might suppose that in the range 6–8 fm, for the tip distance, the light particle has the possibility to escape by tunneling or by the disappearance of the barrier. Further the velocity corresponding to this kinetic energy, $v_\alpha = \sqrt{\frac{2E_\alpha}{m_\alpha}}$ will have a nonzero component only with respect to the y axis, according to the above discussion.

e) The Kinetic Energies of the Two Main Fragments E_H^0 , E_L^0 . Usually in trajectory calculations for the spontaneous fission different choices are taken for the initial kinetic energies of the fragments emitted in the process. The initial velocities of the heavy fragments are considered to have nonzero components only along the x axis. The initial velocity of the light fragment $v_L(0)$ is related to the initial velocity of the heavy fragment $v_H(0)$ in such a way that the total momentum of the two fission fragments is zero along the x axis, i.e., $v_L(0) = \frac{A_H}{A_L} v_H(0)$. Although this assumption violates the conservation of linear momentum, the error introduced is usually negligible. In order to determine the kinetic energies of the two main fragments we make use of the considerations derived from the deformed cluster model that we employed in a previous paper for the study of the ternary cold fission [34]. We strongly rely on the conclusion that we drew earlier and which states the existence of a strong correlation between the cold alpha ternary yields of ^{252}Cf and the cold binary yields of the daughter nucleus ^{248}Cm . For the binary cold fission of ^{248}Cm , the exit point from the potential barrier is at a tip distance d around 3 fm, as can be seen in Fig. 22, for the splitting $^{248}\text{Cm} \rightarrow ^{104}\text{Mo} + ^{144}\text{Xe}$. This barrier is much thinner than the barrier between the α particle and the heavier fragments, and thus in our model the first

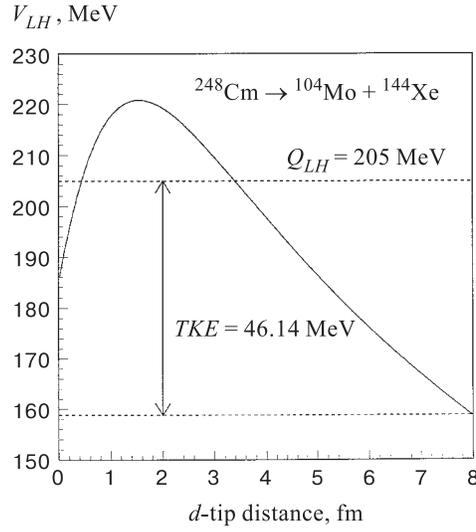


Fig. 22. The barrier between the two heavier fragments

two heavier fragments penetrate the potential barrier between them and later on the light particle is emitted.

On ground of the cold fission characteristics mentioned above one may conjecture that at the exit point (second turning point) of the two heavier fragments, their potential energy is equal to Q_{LH} and their kinetic energy is equal to zero. When the fragments move apart, i.e., their tip distance increases, their kinetic energies increase, too. In order to estimate the total kinetic energy of the fragments we have to find out at which tip distance the release of the α is likely to occur and compute at that point the potential energy, i.e.,

$$TKE(d) \equiv TKE_L + TKE_H = Q_{LH} - V_{LH}(d). \quad (40)$$

Using the conservation of linear momentum invoked above we have

$$TKE_L = \frac{A_H}{A_L} TKE_H \quad (41)$$

and the individual kinetic energies in terms of the total kinetic energy reads

$$TKE_i = \frac{A_j}{A_H + A_L} TKE(d) \quad (i, j = L, H, i \neq j). \quad (42)$$

If we choose $d = 8$ fm for the splitting considered in Fig.22, then we get for the total kinetic energy of the two main fragments $TKE=46.21$ MeV which

is much larger than the corresponding kinetic energy in the spontaneous fission. For $d = 6$ fm the kinetic energy will drop to $TKE=28.78$ MeV. Repeating this calculation for other mass splittings we conclude that the kinetic energy of the main fragments is ranging in the broad interval 25 — 50 MeV, but as we shall see below it is correlated to the kinetic energy of the α through the tip distance.

After determination of the configuration at the release point we have to establish the forces acting between fragments in order to write down the equations of motion. The forces are central, and the initial velocities are confined in the $x-y$ plane. Thus the problem is simplified by a two-dimensional approximation. There will be required six coordinates and six velocities, which are governed by a system of twelve first-order ordinary differential equations. Contrary to other works we take into account the forces exerted by the α on the fragments. We proceed to the calculation of the trajectories by considering only the Coulomb forces. Since the kinetic energies of the fragments are rather high, this approximation is good even in the point-charge approximation.

In what follows we consider that the symmetry axes of the fragments are lying in the same plane. Using the formalism presented in chapter 1, the interaction between two heavy ions with orientation Ω_1, Ω_2 of their intrinsic symmetry axes with respect to the fixed frame, is given by Eq.(4). In the present study the α is spherical and thus the interaction between the α and one heavy fragment $i(=L, H)$ will get a simplified form

$$V(\mathbf{R}_{\alpha i}) = \sum_{\lambda} U_{\lambda 0 \lambda}^{000}(R_{\alpha i}) P_{\lambda}(\cos \theta_{\alpha i}). \quad (43)$$

The following approximation can be applied for the two heavy fragments : Since their relative orientation does not change significantly at the beginning of the quasi-classical motion, one can neglect the relative orientation of the heavy fragments:

$$V(\mathbf{R}_{LH}) = \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} U_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}^{000}(R_{LH}) P_{\lambda_3}(\cos \theta_{LH}). \quad (44)$$

The force acting between a pair of fragments can be written:

$$\mathbf{F}_{ij} = -\nabla V(\mathbf{R}_{ij}). \quad (45)$$

The equations of motion of the three nuclei are:

$$M_L \ddot{\mathbf{r}}_L = \mathbf{F}_{LH} - \mathbf{F}_{L\alpha}, \quad (46)$$

$$M_H \ddot{\mathbf{r}}_H = -\mathbf{F}_{LH} - \mathbf{F}_{H\alpha}, \quad (47)$$

$$m_{\alpha} \ddot{\mathbf{r}}_{\alpha} = \mathbf{F}_{L\alpha} + \mathbf{F}_{H\alpha}. \quad (48)$$

Here we assumed that the two heavy fragments have the same multipolarity in deformations. Presently we consider only quadrupole deformations.

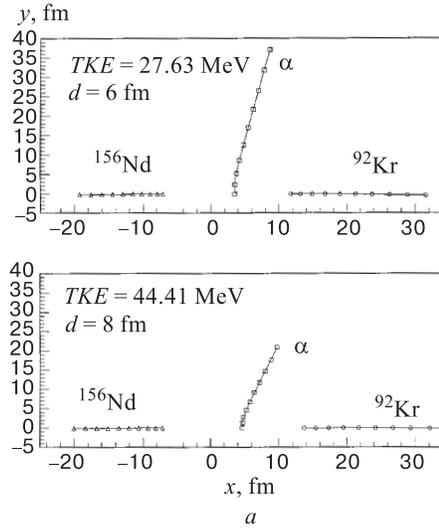


Fig. 23. The trajectory of the three fragments for the splitting a) $^{96}\text{Kr} + ^{152}\text{Nd}$, b) $^{104}\text{Mo} + ^{144}\text{Xe}$, and c) $^{116}\text{Pd} + ^{132}\text{Sn}$

After solving numerically the above system of ordinary differential equations we are able to compute relevant quantities from the experimental point of view like the final angular distribution and final kinetic energies of the three fragments.

In Fig.23 we present the trajectories of the three fragments for the two extreme initial conditions (with high and with low kinetic energies of the heavier fragments) in a sequence of 10 time steps. The time scale is divided into increments of $\Delta t = 1.8 \times 10^{-22}$. In Fig.23a we display the trajectories of one of the most asymmetric splittings, recorded in experiment, i.e., $^{156}\text{Nd} + ^{92}\text{Kr}$. Since in this case the α feels a stronger repulsion from the heavy fragment, it will be deflected at a larger angle in the direction of the light fragment. In the case of the splitting $^{144}\text{Xe} + ^{104}\text{Mo}$ this deflection will be less pronounced (Fig.23b) and for the more equilibrated splitting, i.e., $^{132}\text{Sn} + ^{116}\text{Pd}$, the α will be only slightly deflected (Fig.23c). We thus observe that in all the cases the α particle is deflected in the direction of the light fragment, but with a larger angle when the initial kinetic energy of the heavier fragments is higher. This fact should be attributed to the low energy of the α ($\leq 1\text{MeV}$) which makes it to feel for a longer time the repulsion coming from the heavy fragment. In Ref.50 we computed the final kinetic energies E_{α}^f and the asymptotic angles θ_{α}^f for the three splittings mentioned above when we employ point-like and size dependent forces. In all cases we observe the decreasing of E_{α}^f with increasing tip distance d . Apparently, the phenomenon of α -particle energy *amplification* in the cold fission seems to

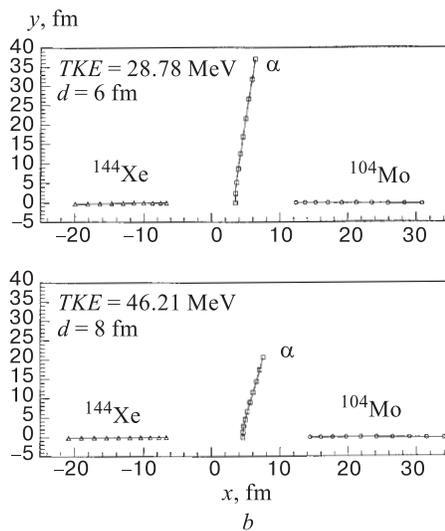


Fig. 23b

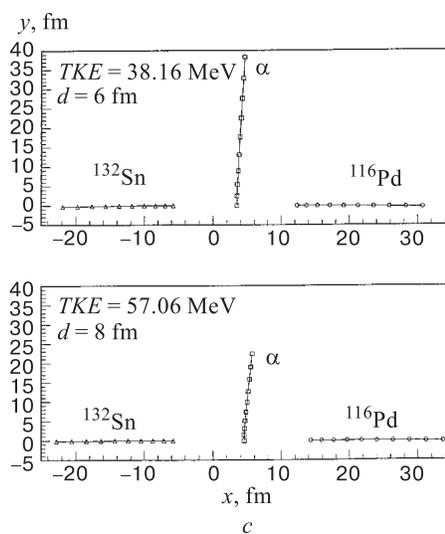


Fig. 23c

follow the same pattern like in normal fission. This effect should be attributed solely to the predominant effect of the *electric field lenses* and less to deformation or finite size effects. It should also be remarked the near constancy of the

final α kinetic energy for different mass splittings at the same tip distance, a fact already remarked long time ago in spontaneous fission [43]. In what concerns the angles at which α particles are emitted, their dependence on the mass splitting is obvious. Deviations from the axis perpendicular to the fission axis increase with the mass ratio. The difference observed between the two sets of data points to an important influence of the geometrical factors, which however does not alter the general trends of the process.

There are available experimental data on the α (and other particles) spectra, as a function of the total excitation energy, reaching $TXE = 10$ MeV within the experimental accuracy performed by the Darmstadt group with the DIOGENES set-up, and in a more recent work at the MPI Heidelberg [51]. These data do not contain special effects in the alpha spectra, when the cold fission regime is approached, except that the mean energy of the α increases nearly linearly with decreasing TXE . This would mean that if the linear dependence is extrapolated to $TXE = 0$ MeV, the average kinetic energy of the α will approach the value (≈ 18.7 MeV) [52]. The fact that the experimental value is slightly higher than in hot fission (15.9 MeV) is a sign that the α is emitted earlier in cold fission, according to the uncertainty relation for energy $\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$.

According to the calculations presented above, a range between 12 to 20 MeV should be expected for the final kinetic energy if we consider that the α particle occupies the lowest states in the pocket formed from the interaction with the two heavier fragments.

The experiment can be reconciled with our calculations if we suppose that the α is emitted before the pocket disappears, i.e., if the emission takes place between 6 and 7 fm tip distance.

As has been pointed by Halpern [43], there is no reason to believe that the third-particle ejection rates should be independent of the initial angular momentum. In our case, the spin of the parent nucleus (^{252}Cf) being zero, the angular momentum is imparted to the fragments and their relative angular momentum is mainly due to the creation of a molecular configuration at the scission point [53]. In the model presented above, we did not take into account the influence of collective molecular excitations, like bending or wriggling, nor the torques exerted between the fragments during quasi-classical motion [47].

5. DISCUSSION AND CONCLUSIONS

In the frame of a cluster model which includes quadrupole, octupole and hexadecupole deformations, we studied the spontaneous binary and ternary cold fission of the nucleus ^{252}Cf .

The calculations carried out for the binary cold fission confirmed the existence of two distinct regions where this process is enhanced. The results indicate two

different mechanisms. In the heavy-mass region situated between 138 and 156, the hexadecupole deformation gives rise to a large number of splittings. Here the shell closure in neutrons or protons seems to not be involved. Although the shell effects should play an important role in the odd-even differences by enhancing the odd-odd mass splits with respect to the even-even one, our results emphasize that the fragments are emitted with the deformations corresponding to those of the ground state. In the spherical region our results give only a hint of the importance of the magic nucleus ^{132}Sn which is susceptible to be produced in a heavy clusterization process, similar to that for light clusters. Here the decay mechanism should be similar to the light cluster radioactivity, the daughter nucleus ^{132}Sn being traded for ^{208}Pb and the heavy cluster ^{120}Cd for ^{14}C .

Based on a three-body cluster model, we studied the alpha ternary cold (neutronless) fragmentations of ^{252}Cf . Two regions of cold fission yields were obtained: one corresponding to large fragment deformations and another one to spherical fragments, like in the case of binary fragmentation. It is worthwhile to mention that based on the existing experimental data on cold alpha ternary yields [17] we expect that the first region contains the main cold fission yields and that the second region represents only few percents of the whole process. From the structure of the three body potential only few scenarios are possible all of them related to the initial position of the α particle in the equatorial plane. Only for the Lagrange scenario which corresponds to the alpha particle situated on the top of the alpha barrier, we found that the cold alpha ternary yields of ^{252}Cf are strongly correlated with the cold binary yields of the daughter nucleus ^{248}Cm . For all other considered scenarios, adiabatic and some excited states in the interfragment ridge well, the alpha ternary cold fission yields are existing mainly for the splittings with one spherical fragment. Due to the fact that there are experimental data for both regions, we conclude that only the Lagrange scenario can describe the cold alpha ternary process. We should mention also that the cold fission yields depend dramatically on some parameters like diffusivity a . If we choose larger a values for the deformed nuclei than for spherical ones, we can enhance drastically the corresponding yields. Also by choosing larger values for diffusivity for odd-even fragmentations than for even-even fragmentations, we obtain a larger odd-even effect. We expect the largest yield for odd-even and odd-odd fragmentations. Evidently, such effects must exist for excited states when the level density is important. Further experimental data are necessary in order to clarify such effects.

We computed the final kinetic energies of the fragments emitted in the α accompanied cold fission of ^{252}Cf taking into account the ground state quadrupole deformation and the finite-size effects of the fragments and integrating the equations of motion for a three-body system subjected only to Coulomb forces. The comparison with the available experimental data points to an earlier emission of the light particle in the cold fission.

A striking feature of the cold fission yields close to the highest TKE values permitted by the Q -values is the fact that many odd-odd splittings have values larger than the neighbouring even-even fragmentations. This feature of cold fragmentations suggests that either the cold fission yields are strongly influenced by the level density of the fragments or that the deformations of odd-odd fragments, possibly the triaxial ones, are larger than those corresponding to even-even ones.

The recent observation of ^{10}Be accompanying the ternary cold fission of ^{252}Cf opened the interest to search for possible molecular states in cold fragmentation processes. The possible occurrence of such collective excitations is supported by the fact that cold fission is just a natural extension of cluster radioactivity to heavy nuclei.

REFERENCES

1. Săndulescu A., Greiner W. — Rep. Prog. Phys., 1992, v.55, p.1423.
2. Price P.B. — Nucl. Phys., 1989, v.A502, p.41c.
3. Hamsch F.-J., Knitter H.-H., Budtz-Jørgensen C. — Nucl. Phys., 1993, v.A554, p.209.
4. Benoufella A. et al. — Nucl. Phys., 1993, v.A565, p.563.
5. Hamilton J.H. et al. — J. of Phys. G: Nucl. Part. Phys., 1994, v.20, p.L85.
6. Ter-Akopian G.M. et al. — Phys. Rev. Lett., 1994, v.73, p.1477.
7. Săndulescu A. et al. — Phys. Rev., 1996, v.C 54, p.258.
8. Săndulescu A. et al. — Phys. Rev., 1998, v.C 57, p.2321.
9. Schwab W. et al. — Nucl. Phys., 1994, v.A577, p.674.
10. Săndulescu A., Greiner W. — J. of Phys. G : Nucl. Phys., 1977, v.3, p.L189.
11. Milton J.C.D., Fraser J.S. — Can. J. Phys., 1962, v.40, p.1626.
12. Guet C. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1978, v.150, p.189.
13. Berger J.F., Girod M., Gogny D. — Nucl. Phys., 1984, v.A 428, p.23c.
14. Săndulescu A., Florescu A., Greiner W. — J. of Phys. G: Nucl. Part. Phys., 1989, v.15, p.1815.
15. Gönnewein F., Börsig B. — Nucl. Phys., 1991, v.A530, p.27.
16. Florescu A. et al. — J. of Phys. G: Nucl. Part. Phys., 1993, v.19, p.669.
17. Ramayya A.V. et al. — Phys. Rev., 1998, v.C 57, p.2370.
18. Ter-Akopian G.M. et al. — In: Fission and Properties of Neutron-Rich Nuclei, eds. J.H. Hamilton and A.V. Ramayya, World Scientific, Singapore, 1998, p.165.
19. Satchler G.R., Love W.G. — Phys. Rep., 1979, v.55, p.183.
20. Möller P. et al. — At. Data and Nucl. Data Tables, 1995, v.59, p.185.
21. Săndulescu A. et al. — Int. J. of Mod. Phys., 1992, v.E 1, p.379.
22. Carstoiu F., Lombard R.J. — Ann. of Phys. (N. Y.), 1992, v.217, p.279.
23. Bertsch G. et al. — Nucl. Phys., 1977, v.A284, p.399.
24. Brandan M.E., Satchler G.R. — Phys. Rep., 1997, v.285, p.143.

25. **Adamian G.G. et al.** — *Int.J.of Mod.Phys.*, 1996, v.E 5, p.191.
26. **Mișicu Ș., Protopopescu D.** — JINR preprint E4-98-179, Dubna, 1998.
27. **Hirschfelder J.O., Curtiss C.F., Bird R.B.** — *Molecular Theory of Gases and Liquids*, John Willey & Sons, 1954.
28. **Wapstra A.H., Audi G., Hoekstra R.** — *At. Data and Nucl. Data Tables*, 1988, v.39, p.281.
29. **Möller A. et al.** — In: *Int.Conference on Large Scale Collective Motion of Atomic Nuclei*, Brolo, 1996.
30. **Gönnenwein F. et al.** — *Il Nuovo Cimento*, 1997, v.110 A, p.1089.
31. **Crönni M. et al.** — In: *Fission and Properties of Neutron-Rich Nuclei*, Eds.Hamilton J.H. and Ramayya A.V., World Scientific, Singapore, 1998, p.109.
32. **Avriganu V. et al.** — *Phys. Rev.*, 1995, v.C 52, p.R1755.
33. **Dilg W. et al.** — *Nucl.Phys.*, 1973, v.A217, p.269.
34. **Săndulescu A. et al.** — *J.Phys.G: Nucl.Part.Phys.*, 1998, v.24, p.181.
35. **Razavy M., Pimpale A.** — *Phys. Rep.*, 1988, v.168, p.305.
36. **Radi H.M.A. et al.** — *Phys.Rev.*, 1982, v.C 26, p.2049.
37. **Ramayya A.V. et al.** — In: *Dynamical Aspects of Nuclear Fission*, Proceedings of 3rd Int. Conf., Casta-Papiernicka, Slovak Republic, August 30 — September 4, 1996, Eds. Kliman J. and Pustyl'nik B., Dubna, 1996, pp.307.
38. **Hamilton J.H. et al.** — *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 1997, v.38, p.273.
39. **Ramayya A.V. et al.** — *Phys.Rev.Lett.*, 1998, v.81, p.947.
40. **Singer P. et al.** — In: *Dynamical Aspects of Nuclear Fission*, Proceedings of 3rd Int. Conf., Casta-Papiernicka, Slovak Republic, August 30 — September 4, 1996, Eds. Kliman J. and Pustyl'nik B., Dubna, 1996, pp.262.
41. **Geilikman B.T., Hlebnikov G.I.** — *At.Energiya*, 1965, v.18, p.218.
42. **Boneh Y., Fraenkel Z., I. Nebenzahl I.** — *Phys.Rev.*, 1967, v.156, p.1305.
43. **Halpern I.** — *Ann.Rev.Nucl.Sci.*, 1971, v.21, p.245.
44. **Ertel P.** — In: *Statistical Theory of Nuclear Fission*, ed.Fong P., Gordon and Breach, Science Publishers, Inc., New York, 1969, pp. 191-126.
45. **Fong P.** — *Phys.Rev.*, 1970, v.C 2, p.735.
46. **Choudhury R.K., Ramamurthy V.S.** — *Phys.Rev.*, 1978, v.C 18, p.2213.
47. **Cârjan N., Leroux B.** — *Phys.Rev.*, 1980, v.C 22, p.2008.
48. **Pik-Pichak G.A.** — *Sov.J.Nucl.Phys.*, 1984, v.40, p.215.
49. **Davies K.T.R., Sierk A.J., Nix J.R.** — *Phys.Rev.*, 1976, v.C 13, p.2385.
50. **Mișicu Ș.** — JINR preprint E4-98-121 Dubna, 1998.
51. **Mutterer M. et al.** — In: *Dynamical Aspects of Nuclear Fission*, Proceedings of 3rd Int. Conf., Casta-Papiernicka, Slovak Republic, August 30 — September 4, 1996, Ed. by.Kliman J. and Pustyl'nik B., Dubna, 1996, p.250.
52. **Mutterer M., Kopach Y.** — Private communication (1998).
53. **Mișicu Ș., Săndulescu A., Greiner W.** — *Mod.Phys.Lett.*, 1997, v.A 12, p.1343.

TOPICS IN THE TRANSPORT THEORY OF QUARK-GLUON PLASMA

S. Mrówczyński

Soltan Institute for Nuclear Studies, ul. Hoża 69, PL - 00-681 Warsaw, Poland
and Institute of Physics, Pedagogical University,
ul. Konopnickiej 15, PL - 25-406 Kielce, Poland
E-mail: MROW@FUW.EDU.PL

A few topics of the transport theory of quark-gluon plasma are reviewed. A derivation of the transport equations from the underlying dynamical theory, is discussed within the ϕ^4 model. Peculiarities of the kinetic equations of quarks and gluons are considered, and the plasma (linear) response to the color field is studied. The chromoelectric tensor permeability is found and the plasma oscillations are discussed. Finally, the filamentation instability in the strongly anisotropic parton system from ultrarelativistic heavy-ion collisions is discussed in detail.

Рассмотрены некоторые избранные вопросы транспортной теории кварк-глюонной плазмы. Вывод формы транспортных уравнений, лежащих в основе динамической теории, обсуждается в рамках модели ϕ^4 . Рассмотрены особенности кинетических уравнений кварков и глюонов и изучен плазменный (линейный) отклик цветных полей. Найден хромозлектрический тензор проницаемости и обсуждаются плазменные осцилляции. В заключение детально обсуждаются неустойчивости, связанные с нагревом сильно анизотропной системы, образующейся при соударениях тяжелых ионов.

1. INTRODUCTION

The quark-gluon plasma (QGP) is a macroscopic system of deconfined quarks and gluons. The very existence of QGP at a sufficiently large temperature and/or baryon density is basically an unavoidable consequence of the quantum chromodynamics (QCD), which is a dynamical theory of strong interactions (see, e.g., [1]). The plasma has been present in the early Universe and presumably can be found in the compact stellar objects. Of particular interest however is the generation of QGP in relativistic heavy-ion collisions, which has been actively studied theoretically and experimentally [2] for over ten years. The lifetime of the plasma produced, if indeed produced, in these collisions is not much longer than the characteristic time scale of parton processes*. Therefore, QGP can achieve,

*The word *parton* is used as a common name of quarks and gluons.

in the best case, only a quasi-equilibrium state and studies of the nonequilibrium phenomena are crucial to discriminate the characteristic features of QGP.

The transport or kinetic theory provides a natural framework to study systems out of thermodynamical equilibrium. Although the theory was initiated more than a century ago — Boltzmann derived his famous equation in 1872 — the theory is still under vital development. Application of Boltzmann's ideas to the systems, which are relativistic and of quantum nature, is faced with difficulties which have been overcome only partially till now. For a review see the monography [3]. In the case of the quark-gluon plasma specific difficulties appear due to the non-Abelian dynamics system. Nevertheless, the transport theory approach to QGP is in fast progress, and some interesting results have been already found.

The aim of this article is to review a few topics of the QGP transport theory. The first one is how to derive the transport equations of quarks and gluons. Since QCD is the underlying dynamical theory, these equations should be deduced from QCD. However, the kinetic theory of quarks and gluons has been successfully derived from QCD only in the mean-field or collisionless limit [4,5]. The derivation of the collision terms is still an open question. We discuss here the issue within the dynamical model which is much simpler than QCD. Namely, we consider the self interacting scalar fields with the quartic interaction term. Then, one can elucidate the essence of the derivation problem.

In the third chapter we present the transport equations of quarks and gluons obtained in the mean-field limit. The equations are supplemented by the collision terms which are justified on the phenomenological ground. We briefly discuss the peculiarities of the transport theory of quarks and gluons and then consider the locally colorless plasma*. The dynamical content of QCD enters here only through the cross sections of parton-parton interactions.

The characteristic features of QGP appear when the plasma is not locally colorless and consequently it interacts with the chromodynamic mean field. The plasma response to such a field is discussed in the fourth chapter, where the color conductivity and chromoelectric permeability tensors are found. We also analyse there the oscillations around the global thermodynamical equilibrium.

The parton momentum distribution is expected to be strongly anisotropic at the early stage of ultrarelativistic heavy-ion collisions. Then, the parton system can be unstable with respect to the specific plasma modes. In the fifth chapter we discuss in detail the mode which splits the parton system into the color current filaments parallel to the beam direction. We show why the fluctuation which

*We call the plasma *locally colorless* if the color four-current vanishes at each space-time point. It differs from the terminology used in the electron-ion plasma physics, where the plasma is called *locally neutral* if the electric charge (zero component of electromagnetic four-current) is everywhere zero.

initiates the filamentation can be very large and explain the physical mechanism responsible for the fluctuation growth. Then, the exponentially growing mode is found as a solution of the respective dispersion equation. The characteristic time of the instability development is estimated and finally, the possibility of observing the color filamentation in nucleus-nucleus collisions at RHIC and LHC is considered.

Presenting the QGP transport theory we try to avoid model dependent concepts but a very crucial assumption is adopted that the plasma is *perturbative*, i.e., the partons weakly interact with each other. As known, QGP becomes perturbative only at the temperatures much greater than the QCD scale parameter $\Lambda \cong 200$ MeV, see, e.g., [6]. However, one believes that many results obtained in the framework of the perturbative QCD can be extrapolated to the *nonperturbative* regime.

In the whole article we use the units where $c = k = \hbar = 1$. The metric tensor is diagonal with $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1$.

2. DERIVATION OF THE TRANSPORT EQUATION IN ϕ^4 MODEL

The transport equations can be usually derived by means of simple heuristic arguments similar to those which were used by Boltzmann when he formulated the kinetic theory of gases. However, such arguments are insufficient when one studies a system of complicated dynamics as the quark-gluon plasma governed by QCD. Then, one has to refer to a formal scheme which allows one to derive the transport equation directly from the underlying quantum field theory. The formal scheme is also needed to specify the limits of the kinetic approach. Indeed, the derivation shows the assumptions and approximations which lead to the transport theory, and hence the domain of its applicability can be established.

Until now the transport equations of the QCD plasma have been successfully derived in the mean-field limit [4, 5] and the structure of these equations is well understood [4, 5, 7–10]. In particular, it has been shown that in the quasi-equilibrium these equations provide [5, 8] the so-called hard thermal loops [11]. The collisionless transport equations can be applied to the variety of problems. However, one needs the collision terms to discuss dissipative phenomena. In spite of some efforts [12–15], the general form of these terms in the transport equations of the quark-gluon plasma remains unknown. The QCD transport equations should also take into account the particle creation and annihilation which are entirely absent in the nonrelativistic atomic systems described by the Boltzmann equation. The particle production can occur due to the particle collisions or the presence of the strong fields as in the Schwinger mechanism [16]. The latter phenomenon has been actively studied in the context of the quark-gluon transport theory, see, e.g., [17–22]. However, one has had to refer to the simplifying assumption, as the (quasi-)homogeneity of the field, to get a tractable equations.

The so-called Schwinger–Keldysh [23, 24] formulation of the quantum field theory provides a very promising basis to derive the transport equation beyond the mean-field limit. Kadanoff and Baym [25] developed the technique for non-relativistic quantum systems which have been further generalized to relativistic ones [14, 26–35]. We mention here only the papers which provide a more or less systematic analysis of the collision terms.

The derivation of the complete QCD transport equations appears to be a very difficult task. In particular, the treatment of the massless fields such as gluons is troublesome. Except the well-known infrared divergences, which plague the perturbative expansion, there is a specific problem of nonequilibrium massless fields. The inhomogeneities in the system cause the off-mass-shell propagation of particles and then the perturbative analysis of the collision terms appears hardly tractable. More specifically, it appears very difficult, if possible at all, to express the field self-energy as the transition matrix element squared and consequently we lose the probabilistic character of the kinetic theory. The problem is absent for the massive fields when the system is assumed to be homogeneous at the inverse mass or Compton scale. This is a natural assumption within the transport theory which anyway deals with the quantities averaged over a certain scale which can be identified with the Compton one. We have developed [36] a systematic approach to the transport of massless fields, which allows one to treat these fields in a very similar manner as the massive ones. The basic idea is rather obvious. The fields which are massless in vacuum gain an effective mass in a medium due to the interaction. Therefore, the minimal scale at which the transport theory works is not an inverse bare mass, which is infinite for massless fields, but the inverse effective one. The starting point of the perturbative computation should be no longer free fields but the interacting ones. In physical terms, we have postulated existence of the massive quasi-particles and look for their transport equation. We have successfully applied the method to the massless scalar fields [36], but the generalization to QCD is far not straightforward due to the much richer quasi-particle spectrum.

To demonstrate the characteristic features of the transport theory derivation we discuss in this chapter the simplest nontrivial model, i.e., the real massive fields with the Lagrangian density of the form

$$\mathcal{L}(x) = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi(x) \partial_\mu \phi(x) - \frac{1}{2} m^2 \phi^2(x) - \frac{g}{4!} \phi^4(x). \quad (2.1)$$

The main steps of the derivation are the following. One defines the contour Green function with the time arguments on the contour in a complex time plane. This function, which is a key element of the Schwinger–Keldysh approach, satisfies the Dyson–Schwinger equation. Assuming the macroscopic quasi-homogeneity of the system, one performs the gradient expansion and the Wigner transformation. Then, the pair of Dyson–Schwinger equations is converted into the transport and

mass-shell equations both satisfied by the Wigner function. One further computes perturbatively the self-energy which provides the Vlasov and the collisional terms of the transport equation. Finally, one defines the distribution function of standard probabilistic interpretation and finds the transport equation satisfied by this function.

2.1. Green Functions. The contour Green function is defined as

$$i\Delta(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \langle \tilde{T}\phi(x)\phi(y) \rangle ,$$

where $\langle \dots \rangle$ denotes the ensemble average at time t_0 (usually identified with $-\infty$); \tilde{T} is the time ordering operation along the directed contour shown in Fig. 1. The parameter t_{max} is shifted to $+\infty$ in the calculations. The time arguments are complex with an infinitesimal positive or negative imaginary part, which locates them on the upper or on the lower branch of the contour. The ordering operation is defined as

$$\tilde{T}\phi(x)\phi(y) \stackrel{\text{def}}{=} \Theta(x_0, y_0)\phi(x)\phi(y) + \Theta(y_0, x_0)\phi(y)\phi(x) ,$$

where $\Theta(x_0, y_0)$ equals 1 if x_0 succeeds y_0 on the contour and equals 0 when x_0 precedes y_0 .

If the field is expected to develop a finite expectation value, as it happens when the symmetry is spontaneously broken, the contribution $\langle \phi(x) \rangle \langle \phi(y) \rangle$ is subtracted from the right-hand side of the equation defining the Green function, see, e.g., [30, 31]. Then, one concentrates on the field fluctuations around the expectation values. Since $\langle \phi(x) \rangle$ is expected to vanish in the models defined by the Lagrangians (2.1), we neglect this contribution in the Green function definition.

We also use four other Green functions with real time arguments:

$$i\Delta^>(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \langle \phi(x)\phi(y) \rangle ,$$

$$i\Delta^<(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \langle \phi(y)\phi(x) \rangle ,$$

$$i\Delta^c(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \langle T^c\phi(x)\phi(y) \rangle ,$$

$$i\Delta^a(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \langle T^a\phi(x)\phi(y) \rangle ,$$

where $T^c(T^a)$ prescribes (anti-)chronological time ordering:

$$T^c\phi(x)\phi(y) \stackrel{\text{def}}{=} \Theta(x_0 - y_0)\phi(x)\phi(y) + \Theta(y_0 - x_0)\phi(y)\phi(x) ,$$

$$T^a\phi(x)\phi(y) \stackrel{\text{def}}{=} \Theta(y_0 - x_0)\phi(x)\phi(y) + \Theta(x_0 - y_0)\phi(y)\phi(x) .$$

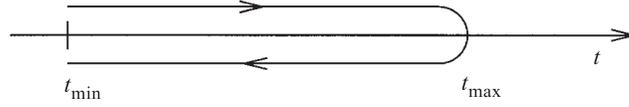


Fig. 1. The contour along the time axis for an evaluation of the operator expectation values

These functions are related to the contour Green functions in the following manner:

$$\Delta^c(x, y) \equiv \Delta(x, y) \text{ for } x_0, y_0 \text{ from the upper branch,}$$

$$\Delta^a(x, y) \equiv \Delta(x, y) \text{ for } x_0, y_0 \text{ from the lower branch,}$$

$$\Delta^>(x, y) \equiv \Delta(x, y) \text{ for } \begin{array}{l} x_0 \text{ from the upper branch and} \\ y_0 \text{ from the lower one,} \end{array}$$

$$\Delta^<(x, y) \equiv \Delta(x, y) \text{ for } \begin{array}{l} x_0 \text{ from the lower branch and} \\ y_0 \text{ from the upper one.} \end{array}$$

It appears convenient to introduce the retarded (+) and advanced (−) Green functions

$$\Delta^\pm(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \pm \left(\Delta^>(x, y) - \Delta^<(x, y) \right) \Theta(\pm x_0 \mp y_0). \quad (2.2)$$

One easily finds several identities which directly follow from the definitions and relate the Green functions to each other.

$\Delta^c(x, y)$ describes the propagation of disturbance in which a single particle is added to the many-particle system in space-time point y and then is removed from it in a space-time point x . An antiparticle disturbance is propagated backward in time. The meaning of $\Delta^a(x, y)$ is analogous but particles are propagated backward in time; and antiparticles, forward. In the zero density limit $\Delta^c(x, y)$ coincides with the Feynman propagator.

The physical meaning of functions $\Delta^>(x, y)$ and $\Delta^<(x, y)$ is more transparent when one considers the Wigner transform defined as

$$\Delta^\lessgtr(X, p) \stackrel{\text{def}}{=} \int d^4u e^{ipu} \Delta^\lessgtr\left(X + \frac{1}{2}u, X - \frac{1}{2}u\right). \quad (2.3)$$

Then, the free-field energy-momentum tensor averaged over ensemble can be expressed as

$$t_0^{\mu\nu}(X) \stackrel{\text{def}}{=} -\frac{1}{4} \langle \phi(x) \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\mu \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\nu \phi(x) \rangle = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} p^\mu p^\nu i \Delta^<(X, p).$$

One recognizes the standard form of the energy-momentum tensor in the kinetic theory with the function $i\Delta^<(X, p)$ giving the density of particles with four-momentum p in a space-time point X . Therefore, $i\Delta^<(X, p)$ can be treated as a quantum analog of the classical distribution function. Indeed, the function $i\Delta^<(X, p)$ is Hermitian. However, it is not positively definite and the probabilistic interpretation is only approximately valid. One should also observe that, in contrast to the classical distribution functions, $i\Delta^<(X, p)$ can be nonzero for the off-mass-shell four-momenta.

2.2. Equations of Motion. The Dyson–Schwinger equations satisfied by the contour Green function are

$$[\partial_x^2 + m^2]\Delta(x, y) = -\delta^{(4)}(x, y) + \int_C d^4x' \Pi(x, x')\Delta(x', y), \quad (2.4)$$

$$[\partial_y^2 + m^2]\Delta(x, y) = -\delta^{(4)}(x, y) + \int_C d^4x' \Delta(x, x')\Pi(x', y), \quad (2.5)$$

where $\Pi(x, y)$ is the self-energy; the integration over x'_0 is performed on the contour and the function $\delta^{(4)}(x, y)$ is defined on the contour as

$$\delta^{(4)}(x, y) = \begin{cases} \delta^{(4)}(x - y) & \text{for } x_0, y_0 \text{ from the upper branch,} \\ 0 & \text{for } x_0, y_0 \text{ from the different branches,} \\ -\delta^{(4)}(x - y) & \text{for } x_0, y_0 \text{ from the lower branch.} \end{cases}$$

Let us split the self-energy into three parts:

$$\Pi(x, y) = \Pi_\delta(x)\delta^{(4)}(x, y) + \Pi^>(x, y)\Theta(x_0, y_0) + \Pi^<(x, y)\Theta(y_0, x_0).$$

As we shall see later, Π_δ provides a dominant contribution to the mean-field while Π^\cong determines the collision terms of the transport equations.

With the help of the retarded and advanced Green functions (2.2) and the retarded and advanced self-energies defined in an analogous way, the equations (2.4) and (2.5) can be rewritten as

$$\begin{aligned} & [\partial_x^2 + m^2 - \Pi_\delta(x)]\Delta^\cong(x, y) \\ & = \int d^4x' \left[\Pi^\cong(x, x')\Delta^-(x', y) + \Pi^+(x, x')\Delta^\cong(x', y) \right], \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} & [\partial_y^2 + m^2 - \Pi_\delta(y)]\Delta^\cong(x, y) \\ & = \int d^4x' \left[\Delta^\cong(x, x')\Pi^-(x', y) + \Delta^+(x, x')\Pi^\cong(x', y) \right], \end{aligned} \quad (2.7)$$

where all time integrations run from $-\infty$ to $+\infty$.

2.3. Towards the Transport Equation. The transport equations are derived under the assumption that the Green functions and the self-energies depend weakly on the sum of their arguments and that they are significantly different from zero only when the difference of their arguments is close to zero. For homogeneous systems, the dependence on $X = (x + y)/2$ drops out entirely due to the translational invariance and $\Delta(x, y)$ depends only on $u = x - y$. For weakly inhomogeneous, or quasi-homogeneous systems, the Green functions and self-energies are assumed to vary slowly with X . We additionally assume that the Green functions and self-energies are strongly *peaked* near $u = 0$, which means that the correlation length is *short*.

We will now convert the equations (2.6), (2.7) into the transport and mass-shell equations by implementing the above approximation and performing the Wigner transformation (2.3) for all Green functions and self-energies. This is done by means of the translation rules such as:

$$\begin{aligned} \int d^4x' f(x, x')g(x', y) &\longrightarrow f(X, p)g(X, p) \\ &+ \frac{i}{2} \left[\frac{\partial f(X, p)}{\partial p_\mu} \frac{\partial g(X, p)}{\partial X^\mu} - \frac{\partial f(X, p)}{\partial X^\mu} \frac{\partial g(X, p)}{\partial p_\mu} \right], \\ h(x)g(x, y) &\longrightarrow h(X)g(X, p) - \frac{i}{2} \frac{\partial h(X)}{\partial X^\mu} \frac{\partial g(X, p)}{\partial p_\mu}, \\ \partial_x^\mu f(x, y) &\longrightarrow (-ip^\mu + \frac{1}{2}\partial^\mu)f(X, p). \end{aligned}$$

Here $\partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial X_\mu}$ and the functions $f(x, y)$ and $g(x, y)$ satisfy the assumptions discussed above. The function $h(x)$ is assumed to be weakly dependent on x .

The kinetic theory deals only with averaged system characteristics. Thus, one usually assumes that the system is homogeneous on a scale of the Compton wave length of the quasi-particles. In other words, the characteristic length of inhomogeneities is assumed to be much larger than the inverse mass of quasi-particles. Therefore, we impose the condition

$$\left| \Delta^{\geq}(X, p) \right| \gg \left| \frac{1}{m^2} \partial^2 \Delta^{\geq}(X, p) \right|, \quad (2.8)$$

which leads to the quasi-particle approximation. The requirement (2.8) renders the off-shell contributions to the Green functions Δ^{\geq} negligible. Thus, we deal with the quasi-particles having on-mass-shell momenta.

Applying the translation rules and the quasi-particle approximation to Eqs. (2.6), (2.7), we obtain

$$\left[p^\mu \partial_\mu - \frac{1}{2} \partial_\mu \Pi_\delta(X) \partial_p^\mu \right] \Delta^{\geq}(X, p)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{i}{2} \left(\Pi^>(X, p) \Delta^<(X, p) - \Pi^<(X, p) \Delta^>(X, p) \right) \\
&- \frac{1}{4} \left\{ \Pi^{\cong}(X, p), \Delta^+(X, p) + \Delta^-(X, p) \right\} \\
&- \frac{1}{4} \left\{ \Pi^+(X, p) + \Pi^-(X, p), \Delta^{\cong}(X, p) \right\}, \quad (2.9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\left[-p^2 + m^2 - \Pi_{\delta}(X) \right] \Delta^{\cong}(X, p) \\
&= \frac{1}{2} \left(\Pi^{\cong}(X, p) (\Delta^+(X, p) + \Delta^-(X, p)) \right. \\
&+ \left. (\Pi^+(X, p) + \Pi^-(X, p)) \Delta^{\cong}(X, p) \right) \\
&+ \frac{i}{4} \left\{ \Pi^>(X, p), \Delta^<(X, p) \right\} - \frac{i}{4} \left\{ \Pi^<(X, p), \Delta^>(X, p) \right\}, \quad (2.10)
\end{aligned}$$

where we have introduced the Poisson-like bracket defined as

$$\left\{ C(X, p), D(X, p) \right\} \equiv \frac{\partial C(X, p)}{\partial p_{\mu}} \frac{\partial D(X, p)}{\partial X^{\mu}} - \frac{\partial C(X, p)}{\partial X^{\mu}} \frac{\partial D(X, p)}{\partial p_{\mu}}.$$

One recognizes Eq. (2.9) as a transport equation, while Eq. (2.10), as a so-called mass-shell equation. We write down these equations in a more compact way:

$$\begin{aligned}
&\left\{ p^2 - m^2 + \Pi_{\delta}(X) + \text{Re} \Pi^+(X, p), \Delta^{\cong}(X, p) \right\} \\
&= i \left(\Pi^>(X, p) \Delta^<(X, p) - \Pi^<(X, p) \Delta^>(X, p) \right) \\
&- \left\{ \Pi^{\cong}(X, p), \text{Re} \Delta^+(X, p) \right\}, \quad (2.11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\left[p^2 - m^2 + \Pi_{\delta}(X) + \text{Re} \Pi^+(X, p) \right] \Delta^{\cong}(X, p) = -\Pi^{\cong}(X, p) \text{Re} \Delta^+(X, p) \\
&- \frac{i}{4} \left\{ \Pi^>(X, p), \Delta^<(X, p) \right\} + \frac{i}{4} \left\{ \Pi^<(X, p), \Delta^>(X, p) \right\}. \quad (2.12)
\end{aligned}$$

The gradient terms in the right-hand sides of Eqs. (2.11), (2.12) are usually neglected [30, 31].

We introduce the spectral function A defined as

$$A(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \langle [\phi(x), \phi(y)] \rangle = i \Delta^>(x, y) - i \Delta^<(x, y),$$

where $[\phi(x), \phi(y)]$ denotes the field commutator. Due to the equal time commutation relations

$$[\phi(t, \mathbf{x}), \phi(t, \mathbf{y})] = 0, \quad [\dot{\phi}(t, \mathbf{x}), \phi(t, \mathbf{y})] = -i \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{y}),$$

with the dot denoting the time derivative, the Wigner transformed spectral function satisfies the two identities

$$\int \frac{dp_0}{2\pi} A(X, p) = 0, \quad \int \frac{dp_0}{2\pi} p_0 A(X, p) = 1.$$

From the transport and mass-shell equations (2.11), (2.12) one immediately finds the equations satisfied by $A(X, p)$ which are

$$\left\{ p^2 - m^2 + \Pi_\delta(X) + \text{Re}\Pi^+(X, p), A(X, p) \right\} = 2 \left\{ \text{Im}\Pi^+(X, p), \text{Re}\Delta^+(X, p) \right\}, \quad (2.13)$$

$$\left[p^2 - m^2 + \Pi_\delta(X) + \text{Re}\Pi^+(X, p) \right] A(X, p) = 2 \text{Im}\Pi^+(X, p) \text{Re}\Delta^+(X, p). \quad (2.14)$$

One solves the algebraic equation (2.14) as

$$A(X, p) = \frac{2\text{Im}\Pi^+(X, p)}{(p^2 - m^2 + \Pi_\delta(X) + \text{Re}\Pi^+(X, p))^2 + (\text{Im}\Pi^+(X, p))^2}. \quad (2.15)$$

Then, it is shown that the function of the form (2.15) solves Eq. (2.13) as well. The spectral function of the free fields can be found as

$$A_0(X, p) = 2\pi\delta(p^2 - m^2)(\Theta(p_0) - \Theta(-p_0)).$$

Since $\text{Re}\Pi^+$ determines the quasi-particle effective mass and $\text{Im}\Pi^+$ its width, the spectral function characterises the quasi-particle properties.

2.4. Perturbative Expansion. As discussed in, e.g., [28, 29, 37] the contour Green functions admit a perturbative expansion very similar to that known from the vacuum field theory with essentially the same Feynman rules. However, the time integrations do not run from $-\infty$ to $+\infty$, but along the contour shown in Fig. 1. The right turning point of the contour (t_{max}) must be above the largest time argument of the evaluated Green function. In practice, t_0 is shifted to $-\infty$ and t_{max} to $+\infty$. The second difference is the appearance of tadpoles, i.e., loops formed by single lines, which give zero contribution in the vacuum case. A tadpole corresponds to a Green function with two equal space-time arguments. Since the Green function $\Delta(x, y)$ is not well defined for $x = y$ we ascribe the function $-i\Delta^<(x, x)$ to each tadpole. The rest of Feynman rules can be taken from the textbook of Bjorken and Drell [38].

The lowest-order contribution to the self-energy, which is associated with the graph from Fig. 2, equals

$$\Pi(x, y) = -\frac{ig}{2}\delta^{(4)}(x, y)\Delta_0^<(x, x),$$

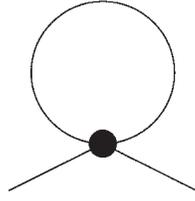


Fig. 2. The lowest-order diagram of the self-energy

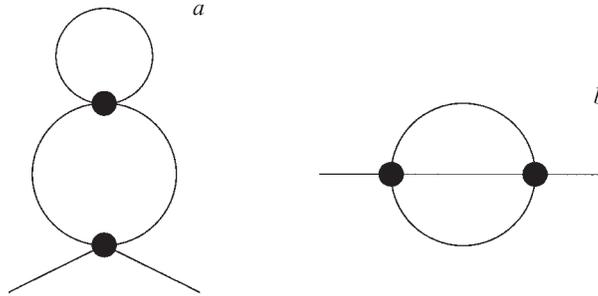


Fig. 3. The second-order diagrams of the self-energy

giving

$$\Pi_\delta(x) = -\frac{ig}{2}\Delta_0^<(x, x), \tag{2.16}$$

and

$$\Pi^>(x, y) = \Pi^<(x, y) = 0.$$

The one-particle irreducible g^2 contributions to the self-energy are shown in Fig. 3. The contribution corresponding to the diagram 3a can be easily computed. However, it is pure real and the only effect of this contributions is a higher order modification of the mean-field term. Thus, we do not consider these diagrams but instead we analyse the contribution 3b which provides a qualitatively new effect. It gives the contour self-energy equal to

$$\Pi_c(x, y) = \frac{g^2}{6}\Delta_0(x, y)\Delta_0(y, x)\Delta_0(x, y),$$

and consequently

$$\Pi^\cong(x, y) = \frac{g^2}{6}\Delta_0^\cong(x, y)\Delta_0^\cong(y, x)\Delta_0^\cong(x, y). \tag{2.17}$$

2.5. Distribution Function and Transport Equation. The distribution function $f(X, p)$ is defined as

$$\Theta(p_0)i\Delta^<(X, p) = \Theta(p_0) A(X, p) f(X, p) ,$$

where $A(X, p)$ is the spectral function (2.15). Then, one finds [36] that

$$i\Delta^>(X, p) = \Theta(p_0) A(X, p) (f(X, p) + 1) - \Theta(-p_0) A(X, p) f(X, -p), (2.18)$$

$$i\Delta^<(X, p) = \Theta(p_0) A(X, p) f(X, p) - \Theta(-p_0) A(X, p) (f(X, -p) + 1). (2.19)$$

There is a very important property of Δ^{\gtrless} expressed in the form (2.18), (2.19). Namely, if the Green functions Δ^{\gtrless} satisfy the transport equation (2.11) and the spectral function solves the equation (2.14), the mass-shell equation of Δ^{\gtrless} , i.e., Eq. (2.12), is satisfied *automatically* in the 0-th order of the gradient expansion. Let us note that the quasi-particle dispersion relation is found as a solution of the equation

$$p^2 - m^2 + \Pi_\delta(X) + \text{Re}\Pi^+(X, p) = 0 . \quad (2.20)$$

The distribution function f satisfies the transport equation which can be obtained from Eq. (2.11) for $\Delta^>$ or $\Delta^<$. After using Eq. (2.13) one finds

$$\begin{aligned} A(X, p) \left\{ p^2 - m^2 + \text{Re}\Pi^+(X, p), f(X, p) \right\} \\ = iA(X, p) \left(\Pi^>(X, p) f(X, p) - \Pi^<(X, p) (f(X, p) + 1) \right) \\ + if(X, p) \left\{ \Pi^>(X, p), \text{Re}\Delta^+(X, p) \right\} \\ - i(f(X, p) + 1) \left\{ \Pi^<(X, p), \text{Re}\Delta^+(X, p) \right\} , \end{aligned} \quad (2.21)$$

where $p_0 > 0$. We have also used here the following property of the Poisson-like brackets:

$$\{A, BC\} = \{A, B\}C + \{A, C\}B .$$

The left-hand side of Eq. (2.21) is a straightforward generalization of the drift term of the standard relativistic transport equation. Computing the Poisson-like bracket and imposing the mass-shell constraint one finds the familiar structure

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\Theta(p_0) \left\{ p^2 - m^2 + \text{Re}\Pi^+(X, p), f(X, p) \right\} \\ = E_p \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla \right) f(X, p) - \nabla \text{Re}\Pi^+(X, p) \cdot \nabla_p f(X, p) , \end{aligned}$$

where the velocity \mathbf{v} equals $\partial E_p / \partial \mathbf{p}$ with the (positive) energy E_p being the solution of the dispersion equation (2.20).

Let us now analyse the right-hand side of Eq. (2.21). The collision terms are provided by the self-energies (2.17). Since the quasi-particles of interest are narrow ($m^2 + \text{Re}\Pi^+ \gg \text{Im}\Pi^+$), we take into account only those terms contributing to Π^{\geq} which are nonzero for the on-mass-shell momenta. The other terms are negligibly small [36]. Then, the first term in r.h.s of the transport equation (2.21) is very similar to the standard collision term [3] of the Nordheim [39] (or Uehling–Uhlenbeck [40]) form. Indeed,

$$\begin{aligned} i\left(\Pi^>(X, p) f(X, p) - \Pi^<(X, p) (f(X, p) + 1)\right) \\ = \frac{g^2}{2} \int \frac{d^4 k A_k^+}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q A_q^+}{(2\pi)^4} \frac{d^4 r A_r^+}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p + q - k - r) \\ \times \left((f^p + 1)(f^q + 1) f^k f^r - f^p f^q (f^k + 1)(f^r + 1) \right), \end{aligned}$$

where $A_k^+ \equiv \Theta(k_0) A(X, k)$ and $f^k \equiv f(X, k)$. The last two terms from r.h.s of Eq. (2.21), which are neglected in the usual transport equation, are discussed in [36].

3. TRANSPORT EQUATIONS OF QUARKS AND GLUONS

In this chapter we introduce the gauge dependent distribution functions of quarks and gluons. Then, we discuss the transport equations satisfied by these functions. Finally, a very useful notion of the locally colorless plasma is considered.

3.1. Distribution Functions. The (anti-)quark distribution function $Q(p, x)(\bar{Q}(p, x))$ is a Hermitian $N_c \times N_c$ matrix in color space (for a $SU(N_c)$ color group) with p denoting the quark four-momentum and x the space-time coordinate [41–43]. The function transforms under local gauge transformations as

$$Q(p, x) \rightarrow U(x)Q(p, x)U^\dagger(x). \quad (3.1)$$

The color indices are here and in most cases below suppressed.

The gluon distribution function [44] is a Hermitian $(N_c^2 - 1) \times (N_c^2 - 1)$ matrix [7] which transforms as

$$G(p, x) \rightarrow M(x)G(p, x)M^\dagger(x), \quad (3.2)$$

where

$$M_{ab}(x) = \text{Tr}[\tau_a U(x)\tau_b U^\dagger(x)],$$

with τ_a , $a = 1, \dots, N_c^2 - 1$ being the $SU(N_c)$ group generators in the fundamental representation. One sees that, in contrast to the distribution functions known from

the physics of atomic gases, the distribution functions of quarks and gluons have no simple probabilistic interpretation due to the gauge dependence. This is, however, not surprising if one realizes that the question about the probability to find, let us say, a red quark in a phase-space cell centered around (p, x) is not physical since the color of a quark can be changed by means of a gauge transformation.

It follows from the transformation laws (3.1), (3.2) that the traces of the distribution functions are gauge independent, and consequently they can have a familiar probabilistic interpretation. Indeed, the probability to find a quark of arbitrary color in a cell (p, x) is of physical meaning since it is gauge independent. The quantities, which are color (gauge) independent like the baryon current b^μ or the energy momentum tensor $t^{\mu\nu}$, are entirely expressed through the traces of the distribution functions

$$\begin{aligned} b^\mu(x) &= \frac{1}{3} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 E} p^\mu \left[\text{Tr}[Q(p, x)] - \text{Tr}[\bar{Q}(p, x)] \right], \\ t^{\mu\nu}(x) &= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 E} p^\mu p^\nu \left[\text{Tr}[Q(p, x)] + \text{Tr}[\bar{Q}(p, x)] + \text{Tr}[G(p, x)] \right], \end{aligned}$$

with E being the quark or gluon energy. Both quarks and gluons are assumed to be massless and their spin is treated as an internal degree of freedom. The spin structure of the distribution functions and the respective transport equations have been discussed in [9, 10].

The color current, which is a gauge dependent quantity, is expressed not only through the traces of the distribution functions but also through the functions themselves. In the $N_c \times N_c$ matrix notation the current reads

$$\begin{aligned} j^\mu(x) = -\frac{1}{2}g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 E} p^\mu \left[Q(p, x) - \bar{Q}(p, x) - \frac{1}{N_c} \text{Tr}[Q(p, x) - \bar{Q}(p, x)] \right. \\ \left. + 2i\tau_a f_{abc} G_{bc}(p, x) \right], \quad (3.3) \end{aligned}$$

where g is the QCD coupling constant and f_{abc} are the structure constants of the $SU(N_c)$ group. In the adjoint representation the color current (3.3) is

$$j_a^\mu(x) = -g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 E} p^\mu \left[\text{Tr}[\tau_a(Q(p, x) - \bar{Q}(p, x))] + i f_{abc} G_{bc}(p, x) \right],$$

where we have used the equality $\text{Tr}(\tau_a \tau_b) = \frac{1}{2} \delta_{ab}$.

3.2. Transport Equations. The distribution functions of quarks and gluons satisfy the following set of transport equations [4, 7, 41–44]:

$$p^\mu D_\mu Q(p, x) + gp^\mu \frac{\partial}{\partial p_\nu} \frac{1}{2} \{F_{\mu\nu}(x), Q(p, x)\} = C[Q, \bar{Q}, G],$$

$$\begin{aligned}
p^\mu D_\mu \bar{Q}(p, x) - gp^\mu \frac{\partial}{\partial p_\nu} \frac{1}{2} \{F_{\mu\nu}(x), \bar{Q}(p, x)\} &= \bar{C}[Q, \bar{Q}, G], \\
p^\mu \mathcal{D}_\mu G(p, x) + gp^\mu \frac{\partial}{\partial p_\nu} \frac{1}{2} \{\mathcal{F}_{\mu\nu}(x), G(p, x)\} &= C_g[Q, \bar{Q}, G], \quad (3.4)
\end{aligned}$$

where $\{\dots, \dots\}$ denotes the anicommutator; D_μ and \mathcal{D}_μ are the covariant derivatives which act as

$$D_\mu = \partial_\mu - ig[A_\mu(x), \dots], \quad \mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ig[\mathcal{A}_\mu(x), \dots],$$

where A_μ and \mathcal{A}_μ are the mean-field four-potentials defined as

$$A^\mu(x) = A_a^\mu(x)\tau_a, \quad \mathcal{A}_{ab}^\mu(x) = -if_{abc}A_c^\mu(x).$$

$F_{\mu\nu}$ and $\mathcal{F}_{\mu\nu}$ are the mean-field stress tensors with a color index structure analogous to that of the four-potentials. The mean-field is generated by the color current (3.3) and the respective equation is

$$D_\mu F^{\mu\nu}(x) = j^\nu(x). \quad (3.5)$$

C , \bar{C} and C_g are the collision terms which vanish in the collisionless limit, i.e., when the plasma evolution is dominated by the mean-field effects*. As already mentioned, the collision terms of the QGP kinetic equations have not been systematically derived yet and their structure remains obscure. The situation simplifies in the case of the colorless plasma discussed in the next section. We note that the set of transport equations (3.4), (3.5) is covariant with respect to the gauge transformations (3.1), (3.2).

3.3. Colorless Plasma. Evolving towards thermodynamical equilibrium the system of quarks of gluons tends to neutralize color charges. It is expected [13] that after a short period of time the plasma becomes locally colorless, the color current and the mean-field $F^{\mu\nu}$ vanish. Then, the distribution functions of quarks and gluons are proportional to the unit matrices in the color space. Specifically,

$$\begin{aligned}
Q_{ij}(p, x) &= \frac{1}{N_c} \delta_{ij} q(p, x), \quad i, j = 1, \dots, N_c, \\
\bar{Q}_{ij}(p, x) &= \frac{1}{N_c} \delta_{ij} \bar{q}(p, x), \\
G_{ab}(p, x) &= \frac{1}{N_c^2 - 1} \delta_{ab} g(p, x), \quad a, b = 1, \dots, N_c^2 - 1.
\end{aligned}$$

As is seen, the distribution functions of the colorless plasma are gauge invariant.

*This occurs when the characteristic mean-field frequency is much greater than the parton collision frequency.

The transport equations of the colorless plasma are essentially simplified. Indeed, taking the trace of Eqs. (3.4) one finds

$$\begin{aligned} p^\mu \partial_\mu q(x, p) &= c[q, \bar{q}, g], \\ p^\mu \partial_\mu \bar{q}(x, p) &= \bar{c}[q, \bar{q}, g], \\ p^\mu \partial_\mu g(x, p) &= c_g[q, \bar{q}, g], \end{aligned} \quad (3.6)$$

where $c \equiv \text{Tr}C$, $\bar{c} \equiv \text{Tr}\bar{C}$ and $c_g \equiv \text{Tr}C_g$. Because the trace of a commutator is zero, the covariant derivatives reduce to the normal ones in (3.6).

In the case of a colorless plasma the color charges can be treated as internal degrees of freedom of the quarks and gluons, and it is sufficient to operate with the color averaged quantities which are gauge independent. Then, one can imitate the dynamics of the colorless plasma with a nongauge field theory model such as ϕ^4 . Then, the collision terms are of the Nordheim [39] (or Uehling–Uhlenbeck [40]) form as discussed in the previous chapter. Therefore, even not knowing the collision terms C , \bar{C} , and C_g , we expect that the respective terms of the colorless plasma c , \bar{c} , and c_g , which represent the binary collisions, are

$$\begin{aligned} c[q, \bar{q}, g] &= \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 E_2} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 E_3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 E_4} \\ &\left[\frac{1}{2} [q_3 q_4 (1 - q_1)(1 - q_2) - q_1 q_2 (1 - q_3)(1 - q_4)] W_{qq \rightarrow qq}(p_3, p_4 | p_1, p_2) \right. \\ &+ [q_3 \bar{q}_4 (1 - q_1)(1 - \bar{q}_2) - q_1 \bar{q}_2 (1 - q_3)(1 - \bar{q}_4)] W_{q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}}(p_3, p_4 | p_1, p_2) \\ &+ [q_3 g_4 (1 - q_1)(1 + g_2) - q_1 g_2 (1 - q_3)(1 + g_4)] W_{qg \rightarrow qg}(p_3, p_4 | p_1, p_2) \\ &\left. + [g_3 g_4 (1 - q_1)(1 - \bar{q}_2) - -q_1 \bar{q}_2 (1 + g_3)(1 + g_4)] W_{q\bar{q} \rightarrow gg}(p_3, p_4 | p_1, p_2) \right] \end{aligned} \quad (3.7)$$

with the analogous expressions for $\bar{c}[\bar{q}, q, g]$ and $c_g[g, q, \bar{q}]$. We have used here the abbreviations $q_1 \equiv q(x, p_1)$, $q_2 \equiv q(x, p_2)$, etc. Furthermore $p_1 \equiv p$. The coefficient $\frac{1}{2}$ in the first line of the r.h.s. of Eq. (3.7) is required to avoid the double counting of identical particles. The quantities like $W_{qg \rightarrow qg}(p_3, p_4 | p_1, p_2)$, which correspond to the quark-gluon scattering, are equal to the square of the respective matrix element multiplied by the energy-momentum conserving δ function. We note that the collision terms have to satisfy the relations

$$\begin{aligned} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 E} [c[q, \bar{q}, g] - \bar{c}[q, \bar{q}, g]] &= 0, \\ \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 E} p^\mu [c[q, \bar{q}, g] + \bar{c}[q, \bar{q}, g] + c_g[q, \bar{q}, g]] &= 0, \end{aligned}$$

in order to be consistent with the baryon number and energy-momentum conservation.

In the variety of applications one uses the collision terms in the relaxation time approximation, i.e.,

$$\begin{aligned} c &= \nu p_\mu u^\mu(x) \left(q^{eq}(p, x) - q(p, x) \right), \\ \bar{c} &= \bar{\nu} p_\mu u^\mu(x) \left(\bar{q}^{eq}(p, x) - \bar{q}(p, x) \right), \\ c_g &= \nu_g p_\mu u^\mu(x) \left(g^{eq}(p, x) - g(p, x) \right), \end{aligned} \quad (3.8)$$

where ν , $\bar{\nu}$, and ν_g are the collision frequencies and u^μ is the hydrodynamic four-velocity which defines the local rest frame of the quark-gluon system. The equilibrium distribution functions are

$$\begin{aligned} q^{eq}(p, x) &= \frac{2N_f N_c}{\exp(\beta^\mu(x)p_\mu - \beta(x)\mu(x)) + 1}, \\ \bar{q}^{eq}(p, x) &= \frac{2N_f N_c}{\exp(\beta^\mu(x)p_\mu + \beta(x)\mu(x)) + 1}, \\ g^{eq}(p, x) &= \frac{2(N_c^2 - 1)}{\exp(\beta^\mu(x)p_\mu) - 1}, \end{aligned}$$

where $\beta^\mu(x) \equiv \beta(x)u^\mu(x)$, $\beta(x) \equiv T^{-1}(x)$; $T(x)$ and $\mu(x)$ are the local temperature and quark chemical potential, respectively; N_f is the number of quark flavours. Spin, flavour and color are treated here as internal degrees of freedom.

4. PLASMA COLOR RESPONSE

In this chapter we discuss how the plasma, which is colorless, homogeneous and stationary, responds to the color small fluctuations.

4.1. Linear Response Analysis. The distribution functions are assumed to be of the form

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{ij}(p, x) &= n(p)\delta_{ij} + \delta Q_{ij}(p, x), \\ \bar{Q}_{ij}(p, x) &= \bar{n}(p)\delta_{ij} + \delta \bar{Q}_{ij}(p, x), \\ G_{ab}(p, x) &= n_g(p)\delta_{ab} + \delta G_{ab}(p, x), \end{aligned} \quad (4.1)$$

where the functions describing the deviation from the colorless state are assumed to be much smaller than the respective colorless functions. The same is assumed for the momentum gradients of these functions.

Substituting (4.1) in (3.3) one gets

$$\begin{aligned} j^\mu(x) &= -\frac{1}{2}g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 E} p^\mu \left[\delta Q(p, x) - \delta \bar{Q}(p, x) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{N_c} Tr [\delta Q(p, x) - \delta \bar{Q}(p, x)] + 2i\tau_a f_{abc} \delta G_{bc}(p, x) \right]. \end{aligned} \quad (4.2)$$

As is seen, the current occurs due to the deviation of the system from the colorless state. When the system becomes neutral, there is no current and one expects that there is no mean field. Therefore, we linearize Eq. (3.5) with respect to the four potential to the form

$$\partial_\mu F^{\mu\nu}(x) = j^\nu(x)$$

with $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$. It should be stressed here that the linearization procedure does not cancel all non-Abelian effects. The gluon-gluon coupling, which is of essentially non-Abelian character is included because the gluons contribute to the color current (4.2). Let us also observe that in the linearized theory the color current is conserved (due to antisymmetry of $F^{\mu\nu}$) i.e., $\partial_\mu j^\mu = 0$. Finally we note that, as shown in [5], the semiclassical QCD transport theory effectively incorporates the resummation over the so-called hard thermal loops [11].

Now we substitute the distribution functions (4.1) to the transport equations (3.4) with the collision terms (3.8). Linearizing the equations with respect to δQ , $\delta\bar{Q}$, and δG , one gets

$$\begin{aligned} & \left(p^\mu \partial_\mu + \nu p_\mu u^\mu \right) \delta Q(p, x) & (4.3) \\ & = -g p^\mu F_{\mu\nu}(x) \frac{\partial n(p)}{\partial p_\nu} + \nu p_\mu u^\mu (n^{eq}(p) - n(p)) , \\ & \left(p^\mu \partial_\mu + \bar{\nu} p_\mu u^\mu \right) \delta \bar{Q}(p, x) \\ & = g p^\mu F_{\mu\nu}(x) \frac{\partial \bar{n}(p)}{\partial p_\nu} + \bar{\nu} p_\mu u^\mu (\bar{n}^{eq}(p) - \bar{n}(p)) , \\ & \left(p^\mu \partial_\mu + \nu_g p_\mu u^\mu \right) \delta G(p, x) \\ & = -g p^\mu \mathcal{F}_{\mu\nu}(x) \frac{\partial n_g(p)}{\partial p_\nu} + \nu_g p_\mu u^\mu (n_g^{eq}(p) - n_g(p)) . \end{aligned}$$

Performing the linearization one should remember that A^μ is of the order of δQ . Treating the chromodynamic field as an external one, Eqs. (4.3) are easily solved

$$\begin{aligned} \delta Q(p, x) & = -g \int d^4 x' \Delta_p(x - x') & (4.4) \\ & \times \left[p^\mu F_{\mu\nu}(x') \frac{\partial n(p)}{\partial p_\nu} - \nu p_\mu u^\mu (n^{eq}(p) - n(p)) \right] , \\ \delta \bar{Q}(p, x) & = g \int d^4 x' \Delta_p(x - x') \\ & \times \left[p^\mu F_{\mu\nu}(x') \frac{\partial \bar{n}(p)}{\partial p_\nu} + \bar{\nu} p_\mu u^\mu (\bar{n}^{eq}(p) - \bar{n}(p)) \right] , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta G(p, x) &= -g \int d^4 x' \Delta_p(x - x') \\ &\times \left[p^\mu \mathcal{F}_{\mu\nu}(x') \frac{\partial n_g(p)}{\partial p_\nu} - \nu_g p_\mu u^\mu (n_g^{eq}(p) - n_g(p)) \right], \end{aligned}$$

where $\Delta_p(x)$ is the Green function of the kinetic operator with the collision term in the relaxation time approximation,

$$\Delta_p(x) = E^{-1} \Theta(t) e^{-\nu' t} \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{v}t),$$

with t being the zero component of x , $x^\mu \equiv (t, \mathbf{x})$, $\mathbf{v} \equiv \mathbf{p}/E$ and $\nu' \equiv \nu p^\mu u_\mu$; in the plasma rest frame $\nu' = \nu$.

Substituting the solutions (4.4) in Eq.(4.2) and performing the Fourier transformation with respect to x variable we get

$$j^\mu(k) = \sigma^{\mu\rho\lambda}(k) F_{\rho\lambda}(k) \quad (4.5)$$

with the color conductivity tensor expressed as

$$\begin{aligned} \sigma^{\mu\rho\lambda}(k) &= i \frac{g^2}{2} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 E} \left[\frac{p^\mu p^\rho}{p^\sigma (k_\sigma + i\nu u_\sigma)} \frac{\partial n(p)}{\partial p_\lambda} \right. \\ &\left. + \frac{p^\mu p^\rho}{p^\sigma (k_\sigma + i\bar{\nu} u_\sigma)} \frac{\partial \bar{n}(p)}{\partial p_\lambda} + \frac{2N_c p^\mu p^\rho}{p^\sigma (k_\sigma + i\nu_g u_\sigma)} \frac{\partial n_g(p)}{\partial p_\lambda} \right]. \end{aligned} \quad (4.6)$$

If the plasma colorless state is isotropic, which is the case of the global equilibrium, one finds that $\sigma^{\mu\rho\lambda}(k) = \sigma^{\mu\rho}(k) u^\lambda$ and Eq. (4.5) gets more familiar form of the Ohm law, which in the plasma rest frame reads

$$j^\alpha(k) = \sigma^{\alpha\beta}(k) E^\beta(k),$$

where the indices $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$ label the space axes and $E^\alpha(k)$ is the α component of the chromoelectric vector. The conductivity tensor describes the response of the QGP to the chromodynamic field. Within the approximation used here it is a color scalar (no color indices) or equivalently is proportional to the unit matrix in the color space. In the next sections we will extract the information about QGP contained in $\sigma^{\mu\rho\lambda}(k)$.

4.2. Chromoelectric Permeability. Let us introduce, as in the electrodynamics, the polarization vector $\mathbf{P}(x)$ defined as

$$\text{div} \mathbf{P}(x) = -\rho(x), \quad \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{P}(x) = \mathbf{j}(x), \quad (4.7)$$

where ρ and \mathbf{j} are the time-like and space-like components, respectively, of the color induced four-current, $j^\mu = (\rho, \mathbf{j})$. The definition (4.7) is self-consistent,

only when the color current is conserved, not covariantly conserved. This is just the case of the linear response approach. Further, we define the chromoelectric induction vector $\mathbf{D}(x)$,

$$\mathbf{D}(x) = \mathbf{E}(x) + \mathbf{P}(x) \quad (4.8)$$

and the chromoelectric permeability tensor, which relates the Fourier transformed \mathbf{D} and \mathbf{E} fields,

$$D^\alpha(k) = \epsilon^{\alpha\beta}(k)E^\beta(k), \quad (4.9)$$

where $\alpha, \beta = 1, 2, 3$. Since the conductivity tensor (4.6) is a color scalar the permeability tensor is a color scalar as well.

Using the definitions (4.7), (4.8), (4.9) one easily finds that

$$\epsilon^{\alpha\beta}(k) = \delta^{\alpha\beta} - \frac{i}{\omega} \sigma^{\alpha 0\beta}(k) - \frac{i}{\omega^2} \left[k^\gamma \sigma^{\alpha\beta\gamma}(k) - k^\gamma \sigma^{\alpha\gamma\beta}(k) \right] \quad (4.10)$$

with $\sigma^{\alpha\gamma\beta}(k)$ given by Eq.(4.6); ω is the time-like component of the wave four-vector, $k^\mu \equiv (\omega, \mathbf{k})$. For the isotropic plasma the two last terms in Eq. (4.10) vanish. Substituting the conductivity tensor (4.6) into Eq. (4.10) we get the permeability tensor in the plasma rest frame

$$\begin{aligned} \epsilon^{\alpha\beta}(k) = \delta^{\alpha\beta} &+ \frac{g^2}{2\omega} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[\frac{v^\alpha}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\nu} \frac{\partial n(p)}{\partial p_\gamma} \right. \\ &+ \frac{v^\alpha}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\bar{\nu}} \frac{\partial \bar{n}(p)}{\partial p_\gamma} \\ &\left. + 2N_c \frac{v^\alpha}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\nu_g} \frac{\partial n_g(p)}{\partial p_\gamma} \right] \left[\left(1 - \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}}{\omega}\right) \delta^{\gamma\beta} + \frac{k^\gamma v^\beta}{\omega} \right]. \end{aligned} \quad (4.11)$$

In the case of the isotropic plasma the permeability tensor can be expressed as

$$\epsilon^{\alpha\beta}(k) = \epsilon_T(k) \left(\delta^{\alpha\beta} - k^\alpha k^\beta / \mathbf{k}^2 \right) + \epsilon_L(k) k^\alpha k^\beta / \mathbf{k}^2$$

with the longitudinal and transversal permeability functions equal to

$$\begin{aligned} \epsilon_L(k) = 1 &+ \frac{g^2}{2\omega \mathbf{k}^2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[\frac{\mathbf{k}\mathbf{v} k^\gamma}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\nu} \frac{\partial n(p)}{\partial p_\gamma} \right. \\ &\left. + \frac{\mathbf{k}\mathbf{v} k^\gamma}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\bar{\nu}} \frac{\partial \bar{n}(p)}{\partial p_\gamma} + \frac{\mathbf{k}\mathbf{v} k^\gamma}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\nu_g} \frac{\partial n_g(p)}{\partial p_\gamma} \right] \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_T(k) = 1 &+ \frac{g^2}{2\omega} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[\frac{1}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\nu} \frac{\partial n(p)}{\partial p_\gamma} \right. \\ &\left. + \frac{1}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\bar{\nu}} \frac{\partial \bar{n}(p)}{\partial p_\gamma} + \frac{1}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\nu_g} \frac{\partial n_g(p)}{\partial p_\gamma} \right] \left[v^\gamma - \frac{\mathbf{k}\mathbf{v} k^\gamma}{\mathbf{k}^2} \right]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Because the QCD equations within the linear response approach coincide (up to the trivial matrix structure) with those of the electrodynamics, the dispersion relations of the plasma oscillations, or of plasmons, are those of the electrodynamics and they read [45,46]

$$\det | \mathbf{k}^2 \delta^{\alpha\beta} - k^\alpha k^\beta - \omega^2 \epsilon^{\alpha\beta}(k) | = 0 . \quad (4.14)$$

The relation (4.14) gets simpler form for the isotropic plasma. Namely,

$$\epsilon_L(k) = 0 , \quad \epsilon_T(k) = \mathbf{k}^2 / \omega^2 . \quad (4.15)$$

The dispersion relations determine the plasma waves which can be propagated in the medium. Specifically, the plane wave with $\omega(\mathbf{k})$, which satisfies the dispersion equation (4.14), automatically solves the sourceless Maxwell equations in a medium. Using the ‘quantum’ language, the dispersion equation gives the relation between the energy and momentum of the quasi-particle excitations. In the case of plasma these are the transverse and longitudinal plasmons.

There are three classes of the solutions of Eq. (4.14). Those with pure real ω are stable — the wave amplitude is constant in time. If the imaginary part of frequency is negative, the oscillations are damped — the amplitude decreases in time. Of particular interest are the solutions with the positive $\text{Im}\omega$ corresponding to the so-called plasma instabilities — the oscillations with the amplitude exponentially growing in time.

The permeability tensor in the static limit ($\omega \rightarrow 0$) provides the information about the plasma response to constant fields. Computing $\epsilon_L(\omega = 0, \mathbf{k})$ for the equilibrium collisionless plasma one finds

$$\epsilon_L(\omega = 0, \mathbf{k}) = 1 + \frac{m_D^2}{\mathbf{k}^2} ,$$

where m_D is the Debye mass which for the baryonless plasma of massless quarks and gluons equals

$$m_D^2 = \frac{g^2 T^2 (N_f + 2N_c)}{6} . \quad (4.16)$$

The chromoelectric potential of the static point-like source embedded in the plasma, which equals [46,47]

$$A_0(\mathbf{x}) = \frac{g}{4\pi |\mathbf{x}|} \exp(-m_D |\mathbf{x}|) ,$$

is screened at the distance $1/m_D$.

Since the parton density is $\sim T^3$, one finds from Eq. (4.16) that the number of partons in the Debye sphere (the sphere of the radius equal to the screening length) is $\sim 1/g^3$. It is much greater than unity if the plasma is *perturbative*,

i.e., when $1/g \gg 1$. A large parton number in the Debye sphere justifies, in particular, the use of the mean-field to describe QGP. Let us also mention that the ultrarelativistic *perturbative* plasma is automatically *ideal*, i.e., the average parton interaction energy, which is $\sim g^2/\langle r \rangle$, with $\langle r \rangle \sim T^{-1}$ being the average interparticle distance, is much smaller than the parton thermal energy which equals $\sim T$. This is not the case for the nonrelativistic electron plasma. Then, the screening length is (see, e.g., [46,47])

$$m_D^2 = e^2 \frac{n_e}{T},$$

with n_e being the electron density*, which is independent of the temperature. As is seen, the smallness of the coupling constant does not guarantee that the nonrelativistic plasma is ideal. This occurs when the number of electrons in the Debye sphere is large, i.e., when $T^{3/2} \gg e^3 n_e^{1/2}$.

4.3. Oscillations Around the Global Equilibrium. Substituting the equilibrium distribution functions, Fermi–Dirac for quarks and Bose–Einstein for gluons, into Eqs. (4.13) and (4.14) one finds the permeability functions ϵ_L and ϵ_T , which for the collisionless ($\nu = \bar{\nu} = \nu_g = 0$) and baryonless ($\mu = 0$) plasma of massless partons can be computed analytically as

$$\epsilon_L = 1 + \frac{3\omega_0^2}{k^2} \left[1 - \frac{\omega}{2k} \left[\ln \left| \frac{k+\omega}{k-\omega} \right| - i\pi\Theta(k-\omega) \right] \right], \quad (4.17)$$

$$\epsilon_T = 1 - \frac{3\omega_0^2}{2k^2} \left[1 - \left(\frac{\omega}{2k} - \frac{k}{2\omega} \right) \left[\ln \left| \frac{k+\omega}{k-\omega} \right| - i\pi\Theta(k-\omega) \right] \right], \quad (4.18)$$

where $k \equiv |\mathbf{k}|$ and ω_0 is the plasma frequency equal to

$$\omega_0^2 = \frac{g^2 T^2 (N_f + 2N_c)}{18}. \quad (4.19)$$

One sees that for $\omega > k$ the dielectric functions (4.17), (4.18) are purely real, i.e., there are no dissipative processes.

Substituting (4.17), (4.18) into (4.15) one finds the dispersion relation of the longitudinal mode (the chromoelectric field parallel to the wave vector)

$$\omega^2 = \begin{cases} \omega_0^2 + \frac{3}{5}k^2, & \text{for } \omega_0 \gg k \\ k^2 \left(1 + 4 \exp(-2 - 2k^2/3\omega_0^2) \right), & \text{for } \omega_0 \ll k \end{cases}$$

*We use the units, where the fine structure constant $\alpha = e^2/4\pi$. In the Gauss units, which are traditionally used in the electron-ion plasma physics, $\alpha = e^2$.

and

$$\omega^2 = \begin{cases} \omega_0^2 + \frac{6}{5}k^2, & \text{for } \omega_0 \gg k \\ \frac{3}{2}\omega_0^2 + k^2, & \text{for } \omega_0 \ll k \end{cases}$$

for the transverse one (the chromoelectric field perpendicular to the wave vector). Because the longitudinal and transverse oscillations are time-like ($\omega^2 > k^2$), the phase velocity of the waves is greater than the velocity of light. For this reason the Landau damping is absent. As known, the Landau damping is due to the collisionless energy transfer from the wave to the plasma particles, the velocity of which is equal to the wave phase velocity [47].

The oscillations of the collisionless QGP around global equilibrium have been studied by means of the transport theory in several papers [7, 48, 51–53]. The problem has been also discussed in [49, 50] using a specific variant of the QGP theory with the classical color [41, 54]. In the above presentation we have followed [7]. The dispersion relations given above agree with those found in the finite-temperature QCD within the one-loop approximation, see, e.g., [6, 55–57].

Let us now consider the dielectric function with nonzero equilibration rates. As previously, the partons are massless and the plasma is baryonless which imposes $\nu = \bar{\nu}$. Then, one easily evaluates the integrals (4.13) and (4.14) for $\omega \gg k$, $\omega \gg \nu$ and $\omega \gg \nu_g$. The results read [7]:

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \zeta^2 + \frac{3}{4}\phi^2 + \frac{3}{5}k^2, \quad \gamma = \frac{1}{2}\phi$$

for the longitudinal mode and

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \zeta^2 + \frac{3}{4}\phi^2 + \frac{6}{5}k^2, \quad \gamma = \frac{1}{2}\phi,$$

for the transverse one; ω and γ denote the real and imaginary part, respectively, of the complex frequency; ϕ and ζ are parameters related to the equilibration rates,

$$\begin{aligned} \phi &= \nu \frac{N_f}{N_f + 2N_c} + \nu_g \frac{2N_c}{N_f + 2N_c}, \\ \zeta^2 &= \nu^2 \frac{N_f}{N_f + 2N_c} + \nu_g^2 \frac{2N_c}{N_f + 2N_c}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

One sees that, when compared with the collisionless plasma, the frequency of the oscillations is smaller and the oscillations are damped. To find the numerical value of the damping rate — the plasma oscillation decrement γ — the equilibration rates (ν and ν_g) have to be estimated.

If ν or ν_g is identified with the mean free flight time controlled by the binary collisions, the equilibration rate is of the order of $g^4 \ln 1/g$. However, in the relativistic plasma there is another damping mechanism which is the plasmon

decay into quark-antiquark or gluon-gluon pair. It is easy to observe that, even in the limit of massless quarks, the decay into gluons is much more probable than that into quarks [7,57]. Let us consider the decay of plasmon of zero momentum. The phase-space volume of the decay final state is proportional to

$$\left(1 \mp n^{eq}(\omega_0/2)\right)^2, \quad (4.21)$$

where the upper sign refers to quarks while the lower one to gluons. Since the plasma frequency (4.19) is much smaller than the temperature in the perturbative plasma, the factor (4.21) can be expanded as

$$\begin{aligned} \left(1 - n^{eq}(\omega_0/2)\right)^2 &\cong 1/4 + \omega_0/8T, \\ \left(1 + n^{eq}(\omega_0/2)\right)^2 &\cong 4T^2/\omega_0^2. \end{aligned}$$

One sees that the decay into gluons is more probable than that into quarks by a factor of order g^{-2} [57].

Using the standard rules of finite-temperature field theory, one easily finds (see, e.g., [7]) the width of the zero-momentum plasmon due to the decay into gluons

$$\Gamma_d = \frac{g^2 N_c}{2^4 3\pi} \omega_0 \left(1 + n^{eq}(\omega_0/2)\right)^2 \cong \frac{g N_c T}{2^{3/2} \pi (N_f + 2N_c)^{1/2}},$$

which is the same for longitudinal and transverse plasmons. However, Γ_d cannot be identified with the plasmon equilibration rate Γ , because the plasmon decays are partially compensated by the plasmon formation processes. As shown in [58], see also [57], the formation rate Γ_f is related to Γ_d as

$$\Gamma_f = \exp(-\omega_0/T) \Gamma_d \cong (1 - \omega_0/T) \Gamma_d.$$

Since the equilibration rate of the plasmon $\Gamma = \Gamma_d - \Gamma_f$ [58], one finds [57]

$$\Gamma \cong \frac{g^2 N_c T}{12\pi}. \quad (4.22)$$

We note that Γ_d and Γ_f are of the order of g , while Γ is of the order of g^2 . Since there is a preferred reference frame — the rest frame of the thermostat — the plasmon decay width is not a Lorentz scalar. Therefore, the result (4.22) is valid only for the zero-momentum or approximately long-wave plasmons.

Substituting ν_g equal (4.22) and $\nu = 0$ into Eq. (4.20), one estimates the decrement of the oscillation damping as

$$\gamma \cong \frac{g^2}{12\pi} \frac{N_c^2}{N_f + 2N_c} T. \quad (4.23)$$

Although $\nu = 0$ the damping rate depends on the number of quark flavours. This seems to be in agreement with the physical intuition. When the number of quark flavours is increased the inertia of the system is also increased, and consequently the time needed to damp the oscillations is longer. However Eq. (4.23) disagrees (by a factor of $2N_c/(N_f + 2N_c)$) with the result from [57], where γ equals (4.22). Unfortunately, the discrepancy cannot be resolved within the relaxation time approximation and a more elaborated analysis is needed.

5. FILAMENTATION INSTABILITY

In the near future the nucleus-nucleus collisions will be studied experimentally at the accelerators of a new generation: Relativistic Heavy-Ion Collider (RHIC) at Brookhaven and Large Hadron Collider (LHC) at CERN. The collision energy will be larger by one or two orders of magnitude than that one of the currently operating machines. A copious production of partons, mainly gluons, due to hard and semihard processes is expected in the heavy-ion collisions at this new energy domain [59,60]. Thus, one deals with the many-parton system at the early stage of the collision. The system is on average locally colorless but random fluctuations can break the neutrality. Since the system is initially far from equilibrium, specific color fluctuations can exponentially grow in time and then noticeably influence the system evolution. While the very existence of such instabilities, similar to those which are known from the electron-ion plasma, see, e.g., [61], is fairly obvious and was commented upon long time ago [62], it is far less trivial to find those instabilities which are relevant for the parton system produced in ultrarelativistic heavy-ion collisions.

A system of two interpenetrating beams of nucleons [63,64] or partons [65–69] was argued to be unstable with respect to the so-called filamentation or Weibel instability [70]. However, such a system appears to be rather unrealistic from the experimental point of view. Then, we have argued [71–73] that the filamentation can occur under weaker conditions which are very probable for heavy-ion collisions at RHIC and LHC. Instead of the two streams of partons, it appears sufficient to assume a strongly anisotropic momentum distribution. We systematically review here the whole problem.

5.1. Fluctuation Spectrum. We start with the discussion on how the unstable modes are initiated. Specifically, we show that the fluctuations, which act as seeds of the filamentation, are *large*, much larger than in the equilibrium plasma. Since the system of interest is far from the equilibrium, the fluctuations are not determined by the chromodielectric permeability tensor discussed in the previous section. The fluctuation-dissipation theorem does not hold in such a case. Thus, we derive the color current correlation function which provides the fluctuation spectrum.

QGP is assumed to be on average locally colorless, homogeneous and stationary. Therefore, the distribution functions averaged over ensemble are of the form

$$\begin{aligned}\langle Q_{ij}(t, \mathbf{x}, \mathbf{p}) \rangle &= \delta^{ij} n(\mathbf{p}), & \langle \bar{Q}_{ij}(t, \mathbf{x}, \mathbf{p}) \rangle &= \delta^{ij} \bar{n}(\mathbf{p}), \\ \langle G_{ab}(t, \mathbf{x}, \mathbf{p}) \rangle &= \delta^{ab} n_g(\mathbf{p}),\end{aligned}$$

which give the zero average color current.

We study the fluctuations of the color current generalizing a well-known approach to the fluctuating electric current [61]. For a system of noninteracting quarks and gluons we have derived (in the classical limit) the following expression of the current correlation tensor

$$\begin{aligned}M_{ab}^{\mu\nu}(t, \mathbf{x}) &\stackrel{\text{def}}{=} \langle j_a^\mu(t_1, \mathbf{x}_1) j_b^\nu(t_2, \mathbf{x}_2) \rangle \\ &= \frac{1}{8} g^2 \delta^{ab} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{p^\mu p^\nu}{E^2} f(\mathbf{p}) \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{v}t),\end{aligned}\quad (5.1)$$

where the effective parton distribution function $f(\mathbf{p})$ equals $n(\mathbf{p}) + \bar{n}(\mathbf{p}) + 2N_c n_g(\mathbf{p})$ and $(t, \mathbf{x}) \equiv (t_2 - t_1, \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)$. Due to the average space-time homogeneity the correlation tensor depends only on the difference $(t_2 - t_1, \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)$. The physical meaning of the formula (5.1) is transparent. The space-time points (t_1, \mathbf{x}_1) and (t_2, \mathbf{x}_2) are correlated in the system of noninteracting particles if the particles fly from (t_1, \mathbf{x}_1) to (t_2, \mathbf{x}_2) . For this reason the delta $\delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{v}t)$ is present in the formula (5.1). The momentum integral of the distribution function simply represents the summation over particles. The fluctuation spectrum is found as a Fourier transform of the tensor (5.1), i.e.,

$$M_{ab}^{\mu\nu}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{8} g^2 \delta^{ab} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{p^\mu p^\nu}{E^2} f(\mathbf{p}) 2\pi \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}).\quad (5.2)$$

When the system is in equilibrium the fluctuations are given, according to the fluctuation-dissipation theorem, by the respective response function. For $f(\mathbf{p})$ being the classical equilibrium distribution function one indeed finds the standard fluctuation-dissipation relation [61] valid in the g^2 order. For example,

$$M_{ab}^{00}(\omega, \mathbf{k}) = \delta^{ab} \frac{\mathbf{k}^2}{2\pi} \frac{T}{\omega} \text{Im} \epsilon_L(\omega, \mathbf{k}),$$

where T is the temperature and ϵ_L represents the longitudinal part of the chromodielectric tensor (4.13).

5.2. Parton Distributions. We model the parton momentum distribution at the early stage of ultrarelativistic heavy-ion collision by two functions:

$$f(\mathbf{p}) = \frac{1}{2Y} \Theta(Y - y) \Theta(Y + y) h(p_\perp) \frac{1}{p_\perp \text{ch} y},\quad (5.3)$$

and

$$f(\mathbf{p}) = \frac{1}{2\mathcal{P}} \Theta(\mathcal{P} - p_{\parallel}) \Theta(\mathcal{P} + p_{\parallel}) h(p_{\perp}), \quad (5.4)$$

where y , p_{\parallel} , and p_{\perp} denote the parton rapidity, the longitudinal, and transverse momenta, respectively. The parton momentum distribution (5.3) corresponds to the rapidity distribution which is flat in the interval $(-Y, Y)$. The distribution (5.4) is flat for the longitudinal momentum $-\mathcal{P} < p_{\parallel} < \mathcal{P}$. We do not specify the transverse momentum distribution $h(p_{\perp})$, which is assumed to be of the same shape for quarks and gluons, because it is sufficient for our considerations to demand that the distributions (5.3), (5.4) are strongly elongated along the z -axis, i.e., $e^Y \gg 1$ and $\mathcal{P} \gg \langle p_{\perp} \rangle$.

The QCD-based computations, see, e.g., [59,60], show that the rapidity distribution of partons produced at the early stage of heavy-ion collisions is essentially Gaussian with the width of about one to two units. When the distribution (5.3) simulates the Gaussian one, Y does not measure the size of the ‘plateau’ but rather the range over which the partons are spread. If one takes the Gaussian distribution of the variance σ and the distribution (5.3) of the same variance, then $Y = \sqrt{3} \sigma$.

As already mentioned, the parton system described by the distribution functions (5.3), (5.4) is assumed to be homogeneous and stationary. Applicability of this assumption is very limited because there is a correlation between the parton longitudinal momentum and its position, i.e., partons with very different momenta will find themselves in different regions of space shortly after the collision. However, one should remember that we consider the parton system at a very early stage of the collision, soon after the Lorentz contracted ultrarelativistic nuclei traverse each other. At this stage partons are most copiously produced but do not have enough time to escape from each other. Thus, the assumption of homogeneity holds for the space-time domain of the longitudinal size, say, $2 - 3$ fm and life time $2 - 3$ fm/ c . As shown below, this time is long enough for the instability to occur.

5.3. Seeds of the Filamentation. Let us now calculate the correlation tensor (5.2) for the distribution functions (5.3), (5.4). Due to the symmetry $f(\mathbf{p}) = f(-\mathbf{p})$ of these distributions, the tensor $M^{\mu\nu}$ is diagonal, i.e., $M^{\mu\nu} = 0$ for $\mu \neq \nu$. Since the average parton longitudinal momentum is much bigger than the transverse one, it obviously follows from Eq. (5.2) that the largest fluctuating current appears along the z axis. Therefore, we discuss the M^{zz} component of the correlation tensor. $M^{zz}(\omega, \mathbf{k})$ depends on the \mathbf{k} -vector orientation and there are two generic cases: $\mathbf{k} = (k_x, 0, 0)$ and $\mathbf{k} = (0, 0, k_z)$. The inspection of Eq. (5.2) shows that the fluctuations with $\mathbf{k} = (k_x, 0, 0)$ are much larger than those with $\mathbf{k} = (0, 0, k_z)$. Thus, let us consider $M^{zz}(\omega, k_x)$. Substituting the distributions (5.3), (5.4) into (5.2) one finds after azimuthal integration that $M_{ab}^{zz}(\omega, k_x)$ reaches the maximal values for $\omega^2 \ll k_x^2$. So, we compute M_{ab}^{zz} at $\omega = 0$. Keeping in

mind that $e^Y \gg 1$ and $\mathcal{P} \gg \langle p_\perp \rangle$ we get the following approximate expressions for the flat y - and p_\parallel distributions:

$$M_{ab}^{zz}(\omega = 0, k_x) = \frac{1}{8} g^2 \delta^{ab} \frac{e^Y}{Y} \frac{\langle \rho \rangle}{|k_x|}, \quad (5.5)$$

$$M_{ab}^{zz}(\omega = 0, k_x) = \frac{1}{8} g^2 \delta^{ab} \frac{\mathcal{P}}{\langle p_\perp \rangle} \frac{\langle \rho \rangle}{|k_x|}, \quad (5.6)$$

where $\langle \rho \rangle$ is the effective parton density given for $N_c = 3$ as

$$\langle \rho \rangle \equiv \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(\mathbf{p}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty dp_\perp p_\perp h(p_\perp) = \frac{1}{3} \langle \rho \rangle_{q\bar{q}} + \frac{3}{4} \langle \rho \rangle_g,$$

with $\langle \rho \rangle_{q\bar{q}}$ denoting the average density of quarks and antiquarks, and $\langle \rho \rangle_g$ that of gluons. For the flat p_\parallel case we have also used the approximate equality

$$\int_0^\infty dp_\perp h(p_\perp) \cong \frac{1}{\langle p_\perp \rangle} \int_0^\infty dp_\perp p_\perp h(p_\perp)$$

to get the expression (5.6). It is instructive to compare the results (5.5), (5.6) with the analogous one for the equilibrium plasma which is

$$M_{ab}^{zz}(\omega = 0, k_x) = \frac{\pi}{16} g^2 \delta^{ab} \frac{\langle \rho \rangle}{|k_x|}.$$

One sees that the current fluctuations in the anisotropic plasma are amplified by the *large* factor which is e^Y/Y or $\mathcal{P}/\langle p_\perp \rangle$. With the estimated value of Y 2.5 for RHIC and 5.0 for LHC [74], the amplification factor e^Y/Y equals 4.9 and 29.7, respectively.

5.4. Filamentation Mechanism. Following [75] we are going to argue that the fluctuation, which contributes to $M_{ab}^{zz}(\omega = 0, k_x)$, grows in time. The form of the fluctuating current is

$$\mathbf{j}_a(x) = j_a \hat{\mathbf{e}}_z \cos(k_x x), \quad (5.7)$$

where $\hat{\mathbf{e}}_z$ is the unit vector in the z direction. Thus, there are current filaments of the thickness $\pi/|k_x|$ with the current flowing in the opposite directions in the neighboring filaments. For the purpose of a qualitative argumentation presented here the chromodynamics is treated as an eightfold electrodynamics. Then, the magnetic field generated by the current (5.7) is given as

$$\mathbf{B}_a(x) = \frac{j_a}{k_x} \hat{\mathbf{e}}_y \sin(k_x x),$$

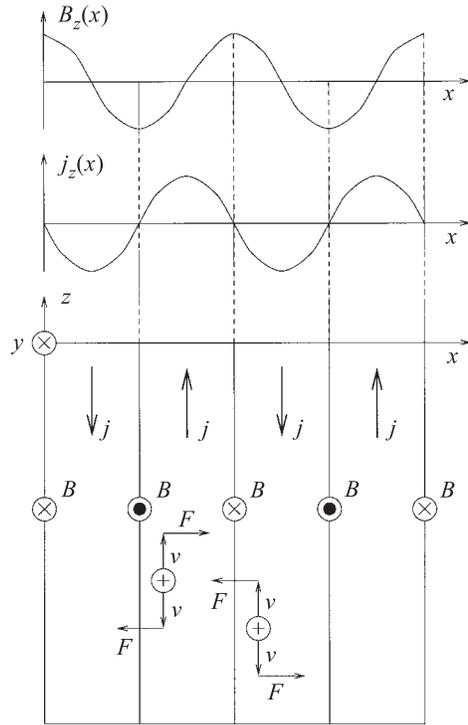


Fig. 4. The mechanism of filamentation. The phenomenon is, for simplicity, considered in terms of the electrodynamics. The fluctuating current generates the magnetic field acting on the positively charged particles which in turn contribute to the current (see text). \otimes and \odot denote the parallel and, respectively, antiparallel orientation of the magnetic field with respect to the y -axis

while the Lorentz force acting on the partons, which fly along the beam, equals

$$\mathbf{F}(x) = q_a \mathbf{v} \times \mathbf{B}_a(x) = - q_a v_z \frac{j_a}{k_x} \hat{\mathbf{e}}_x \sin(k_x x) ,$$

where q_a is the color charge. One observes, see Fig. 4, that the force distributes the partons in such a way that those, which positively contribute to the current in a given filament, are focused to the filament centre while those, which negatively contribute, are moved to the neighboring one. Thus, the initial current grows.

5.5. Dispersion Equation. We analyse here the dispersion equation which for the anisotropic plasma is of the form (4.14). The plasma is assumed to be collisionless, i.e., the mean-field interaction dominates the system dynamics and $\nu = i0^+$. The assumption is correct if the inverse characteristic time of the

mean-field phenomena τ^{-1} is substantially larger than the collision frequency ν . Otherwise, the infinitesimally small imaginary quantity $i0^+$ from (4.12) should be substituted by $i\nu$. Such a substitution however seriously complicates analysis of the dispersion equation (4.14). Therefore, we solve the problem within the collisionless limit and only *a posteriori* argue validity of this approximation.

As already mentioned, the solutions $\omega(\mathbf{k})$ of (4.14) are stable when $\text{Im}\omega < 0$ and unstable when $\text{Im}\omega > 0$. It appears difficult to find the solutions of Eq. (4.14) because of the complicated structure of the chromodielectric tensor (4.12). However, the problem simplifies because we are interested in the specific modes with the wave vector \mathbf{k} perpendicular and to the chromoelectric field \mathbf{E} parallel to the beam. Thus, we consider the configuration

$$\mathbf{E} = (0, 0, E_z), \quad \mathbf{k} = (k_x, 0, 0). \quad (5.8)$$

Then, the dispersion equation (4.14) gets the form

$$H(\omega) \equiv k_x^2 - \omega^2 \epsilon^{zz}(\omega, k_x) = 0, \quad (5.9)$$

where only one diagonal component of the dielectric tensor enters.

5.6. Penrose Criterion. The stability analysis can be performed without solving Eq. (5.9) explicitly. Indeed, the so-called Penrose criterion [76] states that *the dispersion equation $H(\omega) = 0$ has unstable solutions if $H(\omega = 0) < 0$* . The meaning of this statement will be clearer after we will approximately solve the dispersion equation in the next section.

Let us compute $H(0)$ which can be written as

$$H(0) = k_x^2 - \chi^2, \quad (5.10)$$

with

$$\chi^2 \equiv -\omega_0^2 - \frac{g^2}{2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{v_z^2}{v_x} \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial p_x}, \quad (5.11)$$

where the plasma frequency parameter is

$$\omega_0^2 \equiv -\frac{g^2}{2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} v_z \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial p_z}. \quad (5.12)$$

As we shall see below, ω_0 gives the frequency of the stable mode of the configuration (5.8) when $k_x \rightarrow 0$.

Substituting the distribution functions (5.3), (5.4) into Eqs. (5.11) and (5.12) one finds the analytical but rather complicated expression of $H(0)$. In the case of the flat y distribution we thus take the limit $e^Y \gg 1$, while for the flat p_{\parallel} distribution we assume that $\mathcal{P} \gg \langle p_{\perp} \rangle$. Then, we get for the flat y distribution

$$\chi^2 \cong -\frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{e^Y}{Y} \int dp_{\perp} \left(h(p_{\perp}) + p_{\perp} \frac{dh(p_{\perp})}{dp_{\perp}} \right) = \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{e^Y}{Y} p_{\perp}^{\min} h(p_{\perp}^{\min}), \quad (5.13)$$

and for the flat p_{\parallel} distribution

$$\chi^2 \cong -\frac{\alpha_s}{4\pi} \mathcal{P} \int dp_{\perp} \frac{dh(p_{\perp})}{dp_{\perp}} = \frac{\alpha_s}{4\pi} \mathcal{P} h(p_{\perp}^{\min}), \quad (5.14)$$

where $\alpha_s \equiv g^2/4\pi^2$ is the strong coupling constant and p_{\perp}^{\min} denotes the minimal transverse momentum. The function $h(p_{\perp})$ is assumed to decrease faster than $1/p_{\perp}$ when $p_{\perp} \rightarrow \infty$.

As seen, the sign of $H(0)$ given by Eq. (5.10) is (for sufficiently small k_x^2) determined by the transverse momentum distribution at the minimal momentum. There are unstable modes if $p_{\perp}^{\min} h(p_{\perp}^{\min}) > 0$ for the flat y distribution and if $h(p_{\perp}^{\min}) > 0$ for the flat p_{\parallel} case. Since the distribution $h(p_{\perp})$ is expected to be a monotonously decreasing function of p_{\perp} , the instability condition for the flat p_{\parallel} distribution seems to be always satisfied. The situation with the flat y distribution is less clear. So, let us discuss it in more detail. We consider three characteristic cases of $h(p_{\perp})$ discussed in the literature.

1. The transverse momentum distribution due to a single binary parton-parton interaction is proportional to p_{\perp}^{-6} [77] and blows up when $p_{\perp} \rightarrow 0$. In such a case $p_{\perp}^{\min} h(p_{\perp}^{\min}) > 0$, there are unstable modes and p_{\perp}^{\min} should be treated as a cut-off parameter reflecting, e.g., the finite size of the system.
2. The transverse momentum distribution proportional to $(p_{\perp} + m_{\perp})^{-6.4}$ with $m_{\perp} = 2.9$ GeV has been found in [74], where except the binary parton-parton scattering the initial and final state radiation has been taken into account. This distribution, in contrast to that from 1), gives $p_{\perp}^{\min} h(p_{\perp}^{\min}) = 0$ for $p_{\perp}^{\min} = 0$ and there is no instability. Although one should remember that the finite value of m_{\perp} found in [74] is the result of infrared cut-off. Thus, it seems more reasonable to use the distribution from 1), where the cut-off explicitly appears.
3. One treats perturbatively only partons with $p_{\perp} > p_{\perp}^{\min}$ assuming that those with lower momenta form colorless clusters or strings due to a nonperturbative interaction. It should be stressed that the colorless objects do not contribute to the dielectric tensor (4.12), which is found in the *linear* response approximation [7, 66]. Thus, only the partons with $p_{\perp} > p_{\perp}^{\min}$ are of interest for us. Consequently $p_{\perp}^{\min} h(p_{\perp}^{\min})$ is positive and there are unstable modes. As shown in [72], the screening lengths due to the large parton density are smaller than the confinement scale in the vacuum. Therefore, the cut-off parameter p_{\perp}^{\min} should be presumably reduced from 1 — 2 GeV usually used for proton–proton interactions to, let us say, 0.1 — 0.2 GeV.

We cannot draw a firm conclusion but we see that the instability condition is trivially satisfied for the flat p_{\parallel} distribution and is also fulfilled for the flat

y distribution under plausible assumptions. Let us mention that the difference between the instability conditions for the flat y and p_{\parallel} distribution is due to a very specific property of the y distribution which is limited to the interval $(-Y, Y)$. The point is that $y \rightarrow \pm\infty$ when $p_{\perp} \rightarrow 0$ and consequently, the limits in the rapidity suppress the contribution from the small transverse momenta to the dielectric tensor. For this reason we need for the instability the distribution $h(p_{\perp})$ which diverges for $p_{\perp} \rightarrow 0$ in the case of the flat y distribution, while the instability condition for the flat p_{\parallel} distribution is satisfied when $h(0)$ is finite. If we assumed the Gaussian rapidity distribution instead of (5.3), the instability condition would be less stringent. In any case, we assume that the Penrose criterion is satisfied and look for the unstable modes solving the dispersion equation (5.9).

5.7. Unstable Mode. The dispersion equation (5.9) for a cylindrically symmetric system is

$$k_x^2 - \omega^2 + \omega_0^2 - \frac{\alpha_s}{4\pi^2} \int_0^{\infty} dp_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_{\parallel} p_{\parallel}^2}{\sqrt{p_{\parallel}^2 + p_{\perp}^2}} \times \frac{\partial f}{\partial p_{\perp}} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi \cos\phi}{a - \cos\phi + i0^+} = 0, \quad (5.15)$$

with the plasma frequency ω_0 given by Eq. (5.12) and a denoting

$$a \equiv \frac{\omega}{k_x} \frac{\sqrt{p_{\parallel}^2 + p_{\perp}^2}}{p_{\perp}}.$$

We solve Eq. (5.15) in the two limiting cases $|\omega/k_x| \gg 1$ and $|k_x/\omega| \gg 1$. In the first case the azimuthal integral is approximated as

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\phi \cos\phi}{a - \cos\phi + i0^+} = \frac{\pi}{a^2} + \mathcal{O}(a^{-4}).$$

Then, the equation (5.15) gets the form

$$k_x^2 - \omega^2 + \omega_0^2 + \eta^2 \frac{k_x^2}{\omega^2} = 0, \quad (5.16)$$

where η , as ω_0 , is a constant defined as

$$\eta_0^2 \equiv -\frac{\alpha_s}{4\pi} \int dp_{\parallel} dp_{\perp} \frac{p_{\parallel}^2 p_{\perp}^2}{(p_{\parallel}^2 + p_{\perp}^2)^{3/2}} \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial p_{\perp}}.$$

We have computed ω_0 and η for the flat p_{\parallel} - and y distribution. In the limit $e^Y \gg 1$ and $\mathcal{P} \gg \langle p_{\perp} \rangle$, respectively, we have found

$$\omega_0^2 \cong \frac{\alpha_s}{8Y} \int dp_{\perp} h(p_{\perp}), \quad (5.17)$$

$$\omega_0^2 \cong \frac{\alpha_s}{2\pi\mathcal{P}} \int dp_\perp p_\perp h(p_\perp), \tag{5.18}$$

and

$$\eta^2 \cong \frac{\alpha_s}{16Y} \int dp_\perp \left(\frac{1}{4}h(p_\perp) - p_\perp \frac{dh(p_\perp)}{dp_\perp} \right), \tag{5.19}$$

$$\eta^2 \cong -\frac{\alpha_s}{4\pi\mathcal{P}} \ln \left(\frac{\mathcal{P}}{\langle p_\perp \rangle} \right) \int dp_\perp p_\perp^2 \frac{dh(p_\perp)}{dp_\perp}. \tag{5.20}$$

The solutions of Eq. (5.16) are

$$\omega_\pm^2 = \frac{1}{2} \left(k^2 + \omega_0^2 \pm \sqrt{(k_x^2 + \omega_0^2)^2 + 4\eta^2 k_x^2} \right). \tag{5.21}$$

One sees that $\omega_+^2 \geq 0$ and $\omega_-^2 \leq 0$. Thus, there is a pure real mode ω_+ , which is stable, and two pure imaginary modes ω_- , one of them being unstable. As mentioned previously, $\omega_+ = \omega_0$ when $k_x = 0$.

Let us focus our attention on the unstable mode which can be approximated as

$$\omega_-^2 \cong \begin{cases} -\frac{\eta^2}{\omega_0^2} k_x^2, & \text{for } k_x^2 \ll \omega_0^2 \\ -\eta^2, & \text{for } k_x^2 \gg \omega_0^2. \end{cases}$$

One should keep in mind that Eq. (5.21) holds only for $|\omega/k_x| \gg 1$. We see that ω_- can satisfy this condition for $k_x^2 \ll \omega_0^2$ if $\eta^2 \gg \omega_0^2$ and for $k_x^2 \gg \omega_0^2$ if $\eta^2 \ll \omega_0^2$. To check whether these conditions can be satisfied, we compare η^2 to ω_0^2 . Assuming that $h(p_\perp) \sim p_\perp^{-\beta}$, one finds from Eqs. (5.19), (5.20)

$$\eta^2 \cong \frac{1+4\beta}{8} \omega_0^2, \tag{5.22}$$

$$\eta^2 \cong \frac{\beta}{2} \ln \left(\frac{\mathcal{P}}{\langle p_\perp \rangle} \right) \omega_0^2.$$

Since $\beta \cong 6$ [74,77] we get $\eta^2 \geq 3\omega_0^2$. Therefore, the solution (5.21) for $k_x^2 \ll \omega_0^2$ should be correct.

Let us now solve the dispersion equation (5.15) in the second case when $|k_x/\omega| \gg 1$. Then, the azimuthal integral from Eq. (5.15) is approximated as

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\phi \cos\phi}{a - \cos\phi + i0^+} = -2\pi + \mathcal{O}(a),$$

and we immediately get the dispersion relation

$$\omega^2 = k_x^2 - \chi^2, \tag{5.23}$$

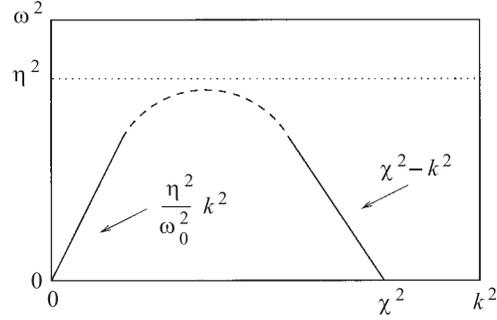


Fig. 5. The schematic view of the dispersion relation of the filamentation mode

with χ^2 given by Eq. (5.13) or (5.14). As previously we have assumed that $e^Y \gg 1$ and $\mathcal{P} \gg \langle p_\perp \rangle$. Eq. (5.23) provides a real mode for $k_x^2 > \chi^2$ and two imaginary modes for $k_x^2 < \chi^2$. Since the solution (5.23) must satisfy the condition $|k_x/\omega| \gg 1$, it holds only for $k_x^2 \gg |k_x^2 - \chi^2|$.

The dispersion relation of the unstable mode in the whole domain of wave vectors is schematically shown in Fig. 5, where the solutions (5.21) and (5.23) are combined. Now one sees how the Penrose criterion works. When $\chi^2 = 0$, the unstable mode disappears.

5.8. Time Scales. The instability studied here can occur in heavy-ion collisions if the time of instability development is short enough, shorter than the characteristic time of evolution of the nonequilibrium state described by the distribution functions (5.3), (5.4).

Let us first estimate the time of instability development which is given by $1/\text{Im}\omega$. As is seen in Fig. 5, $|\text{Im}\omega| < \eta$. Thus, we define the minimal time as $\tau_{\min} = 1/\eta$. To find τ_{\min} we estimate the plasma frequency. We consider here only the flat y distribution which seems to be more reasonable than the flat p_\parallel distribution. Approximating $\int dp_\perp h(p_\perp)$ as $\int dp_\perp p_\perp h(p_\perp)/\langle p_\perp \rangle$ the plasma frequency (5.12) can be written as

$$\omega_0^2 \cong \frac{\alpha_s \pi}{6Y r_0^2 A^{2/3}} (N_q + N_{\bar{q}} + \frac{9}{4} N_g), \quad (5.24)$$

where $N_c = 3$; N_q , $N_{\bar{q}}$, and N_g are the numbers of quarks, antiquarks and gluons, respectively, produced in the volume, which has been estimated in the following way. Since we are interested in the central collisions, the volume corresponds to a cylinder of the radius $r_0 A^{1/3}$ with $r_0 = 1.1$ fm and A being the mass number of the colliding nuclei. Using the uncertainty principle argument, the length of the cylinder has been taken as $1/\langle p_\perp \rangle$, which is the formation time of parton with the transverse momentum $\langle p_\perp \rangle$.

Neglecting quarks and antiquarks in Eq. (5.24) and substituting there $N_g = 570$ for the central Au–Au collision at RHIC ($Y = 2.5$) and $N_g = 8100$ for the same colliding system at LHC ($Y = 5.0$) [74], we get

$$\omega_0 = 280 \text{ MeV for RHIC, } \quad \omega_0 = 430 \text{ MeV for LHC}$$

for $\alpha_s = 0.3$ at RHIC and $\alpha_s = 0.1$ at LHC. Using Eq. (5.22) with $\beta = 6$ one finds

$$\tau_{\min} = 0.4 \text{ fm}/c \text{ for RHIC, } \quad \tau_{\min} = 0.3 \text{ fm}/c \text{ for LHC.}$$

The plasma has been assumed collisionless in our analysis. Such an assumption is usually correct for weakly interacting systems because the damping rates of the collective modes due to collisions are of the higher order in α_s than the frequencies of these modes, see, e.g., [61]. However, it has been argued recently [78] that the color collective modes are overdamped due to the unscreened chromomagnetic interaction. However it is unclear whether these arguments concern the unstable mode discussed here. The point is that the paper [78] deals with the neutralization of color charges which generate the longitudinal chromoelectric field while the unstable mode which we have found is transversal and consequently is generated by the color currents not charges. Let us refer here to the electron-ion plasma, where the charge neutralization is a very fast process while currents can exist in the system for a much longer time [76]. In any case, the above estimates of the instability development should be treated as lower limits.

Let us now discuss the characteristic time of evolution of the nonequilibrium state described by the distribution functions (5.3), (5.4). Except the possible unstable collective modes, there are two other important processes responsible for the temporal evolution of the initially produced many-parton system: free streaming [79–81] and parton–parton scattering. The two processes lead to the isotropic momentum distribution of partons in a given cell. The estimated time to achieve local isotropy due to the free streaming is about 0.7 fm/c at RHIC [81]. The estimates of the equilibration time due to the parton scatterings are similar [82, 83]. As is seen the three-time scales of interest are close to each other. Therefore, the color unstable modes can play a role in the dynamics of many-parton system produced at the early stage of heavy-ion collision, but presumably the pattern of instability cannot fully develop.

5.9. Detecting the Filamentation. One asks whether the color instabilities are detectable in ultrarelativistic heavy-ion collisions. The answer seems to be positive because the occurrence of the filamentation breaks the azimuthal symmetry of the system and hopefully will be visible in the final state. The azimuthal orientation of the wave vector will change from one collision to another while the instability growth will lead to the energy transport along this vector (the Poynting vector points in this direction). Consequently, one expects significant

variation of the transverse energy as a function of the azimuthal angle. This expectation is qualitatively different than that based on the parton cascade simulations [59], where the fluctuations are strongly damped due to the large number of uncorrelated partons. Due to the collective character of the filamentation instability the azimuthal symmetry will be presumably broken by a flow of large number of particles with relatively small transverse momenta. The jets produced in hard parton-parton interactions also break the azimuthal symmetry. However, the symmetry is broken in this case due to a few particles with large transverse momentum. The problem obviously needs further studies but the event-by-event analysis of the nuclear collision seems to give a chance to observe the color instabilities in the experiments planned at RHIC and LHC.

REFERENCES

1. **Yndurain F.J.**, — Quantum Chromodynamics. Springer, New York, 1983.
2. Proc. of Int. Conf. on Ultrarelativistic Nucleus-Nucleus Collisions, Quark Matter'96, Heidelberg, 1996, edited by Braun-Munzinger P., H.J. Specht H.J., Stock R. and Stöcker H. North-Holland, Amsterdam, 1996; Nucl. Phys., 1996, v.A610.
3. **deGroot S.R., van Leeuwen W.A., van Weert Ch. G.** — Relativistic Kinetic Theory. North-Holland, Amsterdam, 1980.
4. **Elze H.-Th., Heinz U.** — Phys. Rep., 1989, v.183, p.81.
5. **Blaizot J.-P., Iancu E.** — Nucl. Phys., 1994 v.B417, p.608.
6. **Kalashnikov O.K.** — Fortschritte Phys., 1984, v.32, p.525.
7. **Mrówczyński St.** — Phys. Rev., 1989, v.D39, p.1940.
8. **Kelly P.F., Liu Q., Lucchesi C., Manuel C.** — Phys. Rev., 1994, v.D50, p.4209.
9. **Markov Yu.A., Markova M.A.** — Teor. Mat. Fiz., 1996, v.108, p.159 (in Russian).
10. **Markov Yu.A., Markova M.A.** — Teor. Mat. Fiz., 1997, v.111, p.263 (in Russian).
11. **Braaten E., Pisarski R. D.** — Nucl. Phys., 1990, v.B337, p.569.
12. **Selikhov A. V.** — Phys. Lett., 1991, v.B268, p.263.
13. **Selikhov A. V., Gyulassy M.** — Phys. Rev., 1994, v.C49, p.1726.
14. **Geiger K.** — Phys. Rev., 1996, v.D54, p.949.
15. **Markov Yu.A., Markova M.A.** — Teor. Mat. Fiz., 1995, v.103, p.123 (in Russian).
16. **Schwinger J.** — Phys. Rev., 1951, v.82, p.664.
17. **Bialas A., Czyż W.** — Acta Phys. Pol., 1986, v.B17, p.635.
18. **Gatoff G., Kerman A.K., Matsui T.** — Phys. Rev., 1987, v.D36, p.114.
19. **Cooper F.** et al. — Phys Rev., 1993, v.D48, p.190.
20. **Kluger Y., Eisenberg J.M., Svetitsky B.** — Int. J. Mod. Phys., 1993, v.E2, p.333.
21. **Rau J., Müller B.** — Phys. Rep., 1996, v.272, p.1.
22. **Schmidt S.** et al., hep-ph/9809227, Int. J. Mod. Phys. E (in print).
23. **Schwinger J.** — J. Math. Phys., 1961, v.2, p.407.

24. **Keldysh L.V.** — Zh. Eksp. Teor. Fiz., 1964, v.47, p.1515.
25. **Kadanoff L.P., Baym G.** — Quantum Statistical Mechanics. Benjamin, New York, 1962.
26. **Bezzeries B., Dubois D.F.** — Ann. Phys., 1972, v.70, p.10.
27. **Li S.-P., McLerran L.** — Nucl. Phys., 1983, v.B214, p.417.
28. **Danielewicz P.** — Ann. Phys. (N.Y.), 1984, v.152, p.239.
29. **Calzetta E., Hu B. L.** — Phys. Rev., 1988, v.D37, p.2878.
30. **Mrówczyński St., Danielewicz P.** — Nucl. Phys., 1990, v.B342, p.345.
31. **Mrówczyński St., Heinz U.** — Ann. Phys., 1994, v.229, p.1.
32. **Henning P.** — Phys. Rep., 1995, v.253, p.235.
33. **Boyanowsky D., Lawrie I.D., Lee D.-S.** — Phys. Rev., 1996, v.D54, p.4013.
34. **Klevansky S.P., Ogura A., Hüfner J.** — Ann. Phys., 1997, v.261, p.37.
35. **Rehberg P.** — Phys. Rev., 1998, v.C57, p.3299.
36. **Mrówczyński St.** — Phys. Rev., 1997, v.D56, p.2265.
37. **Henning P.** — Nucl. Phys., 1990, v.B337, p.547.
38. **Bjorken J. D., Drell S. D.** — Relativistic Quantum Fields. McGraw-Hill, San Francisco, 1964.
39. **Nordheim L.W.** — Proc. Roy. Soc. (London), 1928, v.A119, p.689.
40. **Uehling E.A., Uhlenbeck G.E.** — Phys. Rev., 1933, v.43, p.552.
41. **Heinz U.** — Phys. Rev. Lett., 1983, v.51, p.351.
42. **Winter J.** — J. Phys. (Paris), 1984, v.45, C6, p.53.
43. **Elze H.-Th., Gyulassy M., Vasak D.** — Nucl. Phys., 1986, v.B276, p.706.
44. **Elze H.-Th., Gyulassy M., Vasak D.** — Phys. Lett., 1986, v.B177, p.402.
45. **Landau L.D., Lifshitz E.M.** — Electrodynamics of Continuous Media. Pergamon, New York, 1960.
46. **Silin V.P., Ruhadze A.A.** — Electrodynamics of Plasma, Plasma-Like Media. Gosatomizdat, Moscow, 1961 (in Russian).
47. **Lifshitz E.M., Pitaevskii L.P.** — Physical Kinetics, Pergamon, New York, 1981.
48. **Elze H.-Th.** — Z. Phys., 1987, v.C38, p.211.
49. **Heinz U., Siemens P.J.** — Phys. Lett., 1985, v.B158, p.11.
50. **Heinz U.** — Ann. Phys., 1986, v.168, p.148.
51. **Mrówczyński St.** — Phys. Lett., 1987, v.B188, p.129.
52. **Bialas A., Czyż W.** — Ann. Phys., 1988, v.187, p.97.
53. **Bialas A., Czyż W., Dyrek A., Florkowski W.** — Nucl. Phys., 1988, v.B296, p.611.
54. **Heinz U.** — Ann. Phys., 1985, v.161, p.48.
55. **Weldon H.A.** — Phys. Rev., 1982, v.D26, p.1394.
56. **Hansson T.H., Zahed I.** — Nucl. Phys., 1987, v.B292, p.725.
57. **Heinz U., Kajantie K., Toimela T.** — Ann. Phys., 1987, v.176, p.218.
58. **Weldon H.A.** — Phys. Rev., 1983, v.D28, p.2007.
59. **Geiger K.** — Phys. Rep., 1995, v.258, p.237.

60. **Wang X.-N.** — Phys. Rep., 1997, v.280, p.287.
61. **A.I. Akhiezer** et al. — Plasma Electrodynamics. Pergamon, New York, 1975.
62. **Heinz U.** — Nucl. Phys., 1984, v.A418, p.603c.
63. **Ivanov Yu.B.** — Nucl. Phys., 1987, v.A474, p.693.
64. **Henning P., Friman B.L.** — Nucl. Phys., 1988, v.A490, p.689.
65. **Pokrovskii Yu. E., Selikhov A.V.** — Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz., 1988, v.47 p.11.
66. **Mrówczyński St.** — Phys. Lett., 1988, v.B214, p.587.
67. **Pokrovskii Yu. E., Selikhov A.V.** — Yad. Fiz., 1990, v.52, p.229.
68. **Pokrovskii Yu. E., Selikhov A.V.** — Yad. Fiz., 1990, v.52, p.605.
69. **Pavlenko O.P.** — Yad. Fiz., 1992, v.55, p.2239.
70. **Weibel E.S.** — Phys. Rev. Lett., 1959, v.2, p.83.
71. **Mrówczyński St.** — Phys. Lett., 1993, v.B314, p.118.
72. **Mrówczyński St.** — Phys. Rev., 1994, v.C49, p.2191.
73. **Mrówczyński St.** — Phys. Lett., 1997, v.B393, p.26.
74. **Biró T.S., Müller B., Wang X.-N.** — Phys. Lett., 1992, v.B283, p.171.
75. **Chen F.F.** — Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion. Plenum Press, New York, 1984.
76. **Krall N.A., Trivelpiece A.W.** — Principles of Plasma Physics. McGraw-Hill, New York, 1973.
77. **Eskola K.J., Kajantie K., Lindfors J.** — Nucl. Phys., 1989, v.B323, p.37.
78. **Gyulassy M., Selikhov A.V.** — Phys. Lett., 1993, v.B316, p.373.
79. **Hwa R., Kajantie K.** — Phys. Rev. Lett., 1986, v.56, p.696.
80. **Biró T.S.** et al. — Phys. Rev., 1993, v.C48, p.1275.
81. **Eskola K.J., Wang X.-N.** — Phys. Rev., 1993, v.C47, p.2329.
82. **Geiger K.** — Phys. Rev., 1992, v.D46, p.4986.
83. **Shuryak E.** — Phys. Rev. Lett., 1992, v.68, p.3270.

ЭЛАСТОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

С.И.Баструков, И.В.Молодцова, Д.В.Подгайный

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Ф.Вебер

Институт теоретической физики, Университет Мюнхена, Мюнхен 80333, Германия

В.В.Папоян

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

В обзоре представлены результаты исследований, посвященных описанию крупномасштабных движений ядерной материи нейтронных звезд. В основе излагаемого подхода лежит представление о звездной ядерной материи как упругом ферми-континууме, обладающем свойствами скомпенсированной магнитоактивной плазмы. В качестве фундаментальных динамических уравнений движения самогравитирующей ядерной среды используются уравнения ядерной эластодинамики, сформулированные в макроскопической теории ядерных коллективных процессов. Представлен вариационный метод вычисления частот гравитационно-упругих сфероидальных (s -мода) и торсионных (t -мода) колебаний нейтронной звезды и исследована ее устойчивость относительно линейных деформаций. Эффективность эластодинамического метода проиллюстрирована расчетами периодов глобальных гравитационно-упругих колебаний в рамках стандартной однородной модели, а также реалистических моделей нейтронных звезд, построенных на основе релятивистского уравнения гравитационного равновесия и уравнений состояния ядерной материи, учитывающих гетерофазность ядерного статистического равновесия. Для описания движений замagnetизированной Ae -фазы вещества нейтронных звезд используется магнитогидродинамический подход, на основе которого проведены расчеты частот тороидальных и полоидальных альфвеновских осцилляций. Подчеркивается, что магнитоплазменные колебания могут оказывать существенное влияние на электромагнитную активность пульсаров.

The review is devoted to studies of large-scale motions of nuclear matter of neutron stars. The studies are based on the idea of star nuclear matter to be an elastic Fermi-continuum with properties of a compensated magnetoactive plasma. Fundamental dynamic equations of the motion of a self-gravitating nuclear matter are the equations of nuclear elastodynamics formulated in the theory of nuclear collective processes. A variational method is presented for computing the frequencies of gravitation-elastic spheroidal (s -mode) and torsion (t -mode) vibrations of a neutron star and its stability with respect to linear deformations is investigated. Efficiency of the elastodynamic method is demonstrated by calculations of the periods of global gravitation-elastic vibrations within the standard homogeneous model and realistic models of neutron stars based on the relativistic equation of gravitational equilibrium and equations of state of nuclear matter with the nuclear statistic equilibrium being heterophase. Motions of magnetized Ae -phase of matter of neutron stars are described in the framework of the magnetohydrodynamic approach which is used in calculating the frequencies of toroid and poloidal Alfvén oscillations. It is emphasized that magnetoplasma vibrations can essentially influence the electromagnetic activity of pulsars.

1. ВВЕДЕНИЕ

Для ядерной физики главное значение открытия нейтронных звезд [1] состоит в том, что у нее появилась уникальная астрофизическая лаборатория для изучения равновесных и динамических свойств макроскопической ядерной материи. К настоящему моменту в Галактике зарегистрировано свыше 500 нейтронных звезд [2], обнаруживающих себя как изолированные источники пульсирующего радиоизлучения (радиопульсары), а также как источники пульсирующего рентгеновского излучения (рентгеновские пульсары) двойных систем, возникающего из-за аккреции вещества-компаньона на магнитные полюса вращающейся нейтронной звезды. Достаточно полное представление о развитии физики нейтронных звезд за прошедшие тридцать лет после открытия пульсаров можно получить по работам и монографиям [3—13].

В теоретических исследованиях последних лет, затрагивающих ядерные аспекты физики нейтронных звезд, центральное место занимали работы, посвященные изучению равновесных свойств этих массивных компактных объектов конечной стадии звездной эволюции (см., например, [14—22] и приведенную там библиографию). Эти исследования в значительной мере углубили ранние представления об уравнении состояния ядерной материи и основательно продвинули понимание термодинамических фазовых переходов в звездном ядерном веществе по плотности, температуре, химическому составу и интенсивности магнитного поля [21, 22]. Разработанные к настоящему времени методы эволюционного анализа позволяют с высокой степенью надежности судить о деталях стратифицированной структуры нейтронных звезд и с высокой точностью рассчитывать профили плотности, давления, температуры и других величин, определяющих глобальные равновесные параметры нейтронных звезд, такие, как масса M , радиус R , момент инерции J , критическая (кеплеровская) частота гравитационно-устойчивого вращения Ω_K , интенсивность магнитного поля B и другие*.

Между тем особенности динамического поведения ядерной среды в недрах этих компактных объектов изучены в меньшей степени. Прежде всего

*В настоящее время изучение равновесных свойств сколлапсировавших звезд сфокусировано на тщательном анализе гипотезы о существовании массивных гравитационно-устойчивых конфигураций с заметным содержанием странной и кварковой материи [23—25]. Одним из наиболее примечательных следствий этой гипотезы явилось предсказание двух новых ветвей в семействе компактных астрофизических объектов – странных звезд и странных карликов [21, 22]. Кроме того, расчеты равновесных конфигураций со странной материей показывают возможность существования некомпактных планетарноподобных объектов [26] (с малой массой типа Юпитера, $M \sim 10^{-2} - 10^{-4} M_{\odot}$), представляющих особый интерес для современной астрофизики в свете известной проблемы скрытой (темной) материи [27], на пути решения которой наметился заметный прогресс в связи с интенсивным развитием теории и техники наблюдений методом микролинзирования [28, 29].

это связано с отсутствием ясных представлений о законах, управляющих континуальной механикой самогравитирующей ядерной материи. Недостаточно исследованной остается макроскопическая электродинамика волновых процессов, способных поддерживаться сильно замагниченной ядерной средой.

В настоящем обзоре мы представим аргументы, свидетельствующие о том, что макроскопическая ядерная материя обладает свойствами упругого материального континуума и скомпенсированной сильно замагниченной плазмы. В частности, мы покажем, что в качестве фундаментальных уравнений континуальной механики ядерной сплошной среды могут быть использованы уравнения ядерной эластодинамики, установленные в лабораторной ядерной физике при изучении сильно коллективизированных процессов, таких, как гигантские резонансы и деление, а электродинамика волновых процессов, способных происходить в Ae -фазе вещества нейтронных звезд, может быть исследована на основе уравнений магнитогидродинамики.

Мы начнем с перечисления ряда наблюдений, явно демонстрирующих неадекватность отождествления непрерывной ядерной материи с несжимаемой жидкостью. Накопленные знания об эволюционном пути массивных звезд не оставляют сомнения в том, что только на ранних и зрелых стадиях эволюции звездное вещество можно рассматривать как высокотемпературную плазму [30, 31], крупномасштабные движения которой подчиняются законам газовой динамики. Представление о нормальных звездах как о сферических самогравитирующих газовых массах убедительно подтверждается многочисленными исследованиями переменных звезд главной последовательности (прежде всего цефеид), в которой периодические изменения их блеска (светимости) хорошо описываются гидродинамической теорией радиальных пульсаций [32—37]. Однако газодинамическая концепция поведения звездной среды перестает себя оправдывать для звезд заключительной стадии эволюции – белых карликов и нейтронных звезд. Теоретические расчеты и наблюдения показывают, что по мере выгорания ядерного топлива происходит заметное уплотнение вещества силами гравитационного сжатия, в результате которого в конечных продуктах звездной эволюции оно приобретает свойства крайне жесткого материала, подобного твердому телу. В настоящее время твердо установлено, что переменность излучения белых карликов обусловлена их сдвиговыми сфероидальными и торсионными (крутильными) существенно нерадиальными колебаниями [37-41], которые сопровождаются заметными анизотропными (сдвиговыми) искажениями внутренних напряжений в звезде. Из физики конденсированных состояний известно, что такие колебания способны поддерживаться только твердотельно-упругими средами, но не газовой-жидкостными. Убедительным свидетельством в пользу того, что ядерная материя нейтронных звезд обладает свойствами твердой (практически несжимаемой) среды, служит феномен звездотрясений, регистрируемый как внезапный сбой в регулярных пульсациях радиоизлучения пульсаров (см. [3],

с.71). В двухкомпонентной модели вращающейся намагниченной нейтронной звезды наблюдаемый сбой связывается с возникновением критических упругих напряжений в жесткой периферийной коре, в результате чего теряется ее устойчивая связь с внутренним более плотным остовом [42] (см. также [8,13]). Высокая степень несжимаемости ядерной материи, затрудняющая возбуждение радиальных пульсаций, указывает на то, что крупномасштабные (сейсмические) флуктуации вещества в недрах нейтронных звезд, так же, как и в белых карликах, должны носить нерадиальный эластодинамический характер [111—115]*. В настоящем обзоре мы представляем один из возможных подходов к этой проблеме.

Особое внимание мы обращаем на выводы сравнительно недавних исследований, проведенных в лабораторной ядерной физике, цель которых состояла в объяснении регулярных эмпирически установленных закономерностей в систематике данных по гигантским резонансам и делению. При описании резонансного отклика атомного ядра, моделируемого малой частицей сплошной среды, было обнаружено, что оно проявляет свойства, присущие упругому шару, а не капле несжимаемой жидкости, как полагалось ранее. В современной макроскопической теории ядерных коллективных движений гигантские электрические и магнитные резонансы трактуются как быстрые (диабатические) процессы возбуждения, соответственно, упругих сфероидальных и торсионных квазистатических волн (или, другими словами, длинноволновых нерадиальных эластодинамических колебаний) [46-56]. Едва ли не главным достижением этого направления лабораторной ядерной теории является строгая формулировка фундаментальных уравнений, моделирующих упругоподобный характер поведения ядерной сплошной среды – уравнений ядерной эластодинамики. Полученное в этой теории выражение для потенциальной энергии эластодинамических колебаний ядерной макрочастицы имеет вид макроскопической энергии упругих деформаций, подчиняющихся классическому закону Гука, хотя микроскопическая природа этой энергии имеет существенно квантовое происхождение, обусловленное анизотропными искажениями ферми-сферы (см., например, [54,56]). Один из основных результатов эластодинамического подхода состоит в прозрачной физической трактовке и точном количественном описании скейлинговых закономерностей**, отчетливо прослеживаемых в экспериментальных данных по интегральным

*Особенности радиальных колебаний нейтронных звезд обсуждались в работах [43—45]. Однако по имеющимся на сегодняшний день данным можно заключить, что нейтронные звезды не обнаруживают признаков радиальных пульсаций. Следует подчеркнуть, что методы описания нерадиальных гравитационных колебаний звезд остаются менее продвинутыми по сравнению с теорией радиальных пульсаций [111—115].

**Под скейлинговыми законами понимают гладкие систематические зависимости энергии, полной вероятности возбуждения и ширины гигантского резонанса от массового числа.

характеристическим параметрам гигантских резонансов. Косвенные свидетельства в пользу упругоподобного поведения макроскопической ядерной материи получены в исследованиях адиабатических (медленных) коллективных процессов, таких, как ядерное слияние [57—59] и деление ядер тяжелых и сверхтяжелых элементов [60].

Поскольку нейтронная звезда является объектом крупномасштабного распределения ядерной материи, то представляется совершенно естественным исследовать континуальную механику ядерного вещества в собственном гравитационном поле на основе уравнений ядерной эластодинамики, предполагая, таким образом, что законы движения ядерной сплошной среды, установленные в лабораторных экспериментах на атомном ядре, сохраняют свою силу для его гигантского космического двойника. Такие исследования были проведены в работах [61—66], систематическому изложению которых посвящена первая половина настоящего обзора.

Нет никаких сомнений в том, что электромагнитная активность пульсара связана с аномально высокой намагниченностью вещества в его недрах [67, 68]. Прямым наблюдаемым свидетельством наличия магнитного поля в нейтронной звезде является сильная линейная поляризация радиоизлучения пульсаров. Физическую причину сверхмощного намагничивания нейтронных звезд можно объяснить, предположив [69, 70], что даже слабо намагниченное звездное вещество в процессе эволюции остается в ионизированном (плазменном) состоянии, а коллапс звезд протекает с сохранением магнитного потока. Характерным динамическим свойством замагниченной и скомпенсированной плазмы является способность поддерживать магнитоплазменные (альфвеновские) осцилляции, на возможность распространения которых в нейтронной звезде, видимо, впервые было указано в работах [71, 72]. В [71] было показано, что энергетику Крабовидной туманности можно понять, предположив, что в ее центре находится нейтронная звезда, высвобождающая магнитную энергию, запасенную в контракционный период ее рождения, посредством преобразования энергии остаточных (после взрыва сверхновой) гидромагнитных колебаний в энергию электромагнитного излучения. Однако, как нам кажется, эта идея не получила должного конструктивного развития. В данном обзоре мы представляем систематическое изложение теории нерадиальных альфвеновских колебаний в нейтронной звезде, сформулированной в [73—76], и приводим подробный расчет периодов нерадиальных магнитогидродинамических колебаний, носящих существенно эластодинамический характер.

Далее мы придерживаемся следующего плана изложения. Во второй части введения приводятся краткие сведения о нейтронных звездах. В разд. 2 представлена эластодинамическая модель глобальных гравитационно-упругих нерадиальных колебаний нейтронных звезд, которые могут индуцироваться массивным компаньоном в двойной системе, либо сохраняться как остаточный эффект имплозийного рождения пульсара. В разд. 3 мы проводим кон-

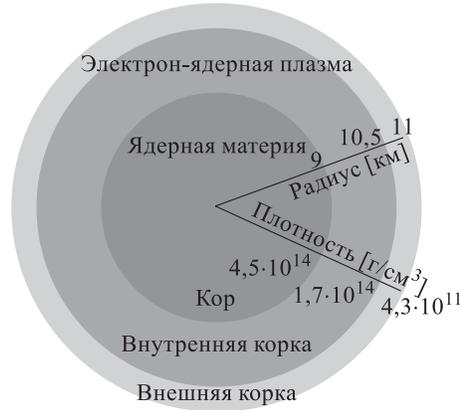


Рис. 1. Схематическая картина сечения нейтронной звезды с радиусом 11 км и массой $1,4 M_{\odot}$. Степень затемнения отражает стратифицированный характер распределения вещества в недрах нейтронной звезды. Внутренняя часть — массивный кор с радиусом 9 км, вещество которого представляет собой ядерную (в основном нейтронную) материю со средней плотностью $1,5 \rho_N$ (ρ_N — нормальная плотность ядерного вещества). В периферийной области звезды вещество находится в состоянии сильно вырожденной электрон-ядерной плазмы (Ae -фаза), причем внутренняя корка толщиной около 1,5 км образована атомными ядрами, переобогащенными нейтронами (с незначительной примесью вырожденных электронов). Внешняя корка глубиной 0,5 км состоит из свободных электронов и образующих квазикристаллическую решетку ядер железа

структивное сравнение гидродинамического и эластодинамического подходов к описанию самогравитирующей ядерной материи и обсуждаем проявления нерадиальных гравитационных колебаний нейтронных звезд в электромагнитной активности пульсаров. Изложению теории магнитоплазменных квазистатических волн в нейтронной звезде посвящены разд. 4 и 5. Подчеркивая эластодинамическую природу альфвеновских колебаний, мы приводим детальные вычисления периодов магнитоплазменных осцилляций. В заключении сделаны выводы из представленного анализа.

Нейтронные звезды. Сформировавшаяся нейтронная звезда (пульсар) представляется сферическим замагниченным компактным объектом с радиусом $R \sim 10 - 15$ км (для сравнения $R_{\odot} = 695980$ км) и массой $0,3 - 2,5 M_{\odot}$ ($M_{\odot} = 1,989 \cdot 10^{33}$ г), в недрах которого вещество сконденсировано силами собственного тяготения до плотностей, близких к нормальной ядерной плотности $\rho \sim 2,8 \cdot 10^{14}$ г/см³. Момент инерции нейтронной звезды составляет $J = (2/5)MR^2 \sim 10^{44} - 10^{45}$ г·см². Наиболее характерной особенностью ядерной среды нейтронных звезд является сверхмощная намагниченность и высокая степень проводимости. Интенсивность магнитного поля на поверх-

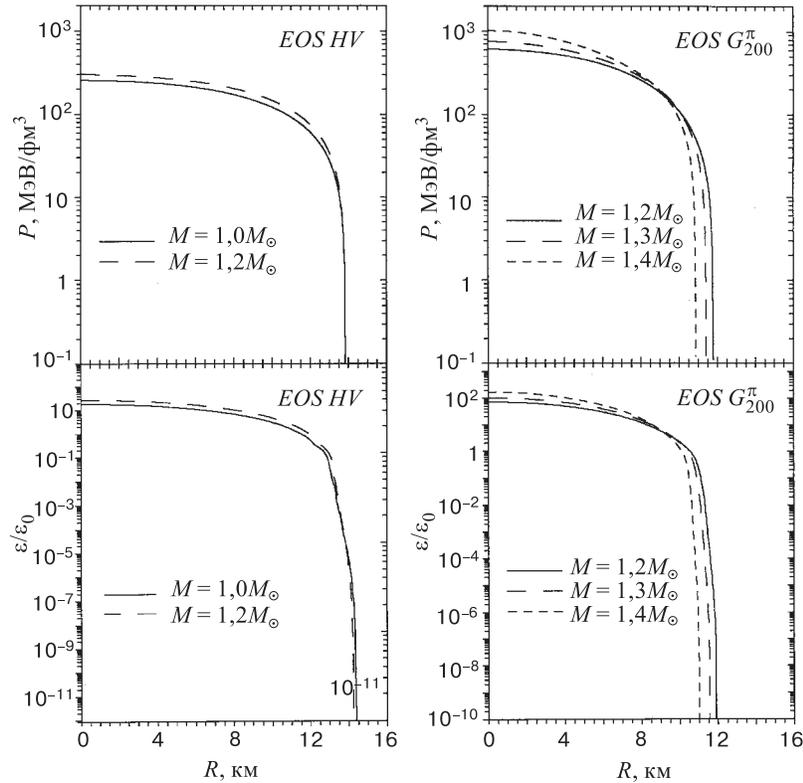


Рис. 2. Профили плотности и давления (в единицах плотности энергии ядерной материи $\epsilon_0 = 140 \text{ МэВ/фм}^3$), рассчитанные на основе уравнения равновесия Толмена—Оппенгеймера—Волкова и реалистических уравнений состояния ядерной материи (табл. 3) для моделей нейтронных звезд с указанной массой

ности звезды достигает величины $B \sim 10^{11} \div 10^{13} \text{ Гс}$ [67]. Величина среднего магнитного момента равна $\mu_{\text{NS}} \sim 10^{30} \text{ Гс} \cdot \text{см}^3$, а средняя величина коэффициента электропроводности составляет $\sigma \sim 6 \cdot 10^{22} \text{ с}^{-1}$. Пространственное распределение пульсаров обнаруживает четко выраженное сгущение к плоскости галактического диска толщиной около 500 пс, а средний возраст активности в радиодиапазоне оценивается величиной $\tau \sim 10^6 - 10^8 \text{ лет}$ [8, 13]. По современным оценкам нейтронная звезда рождается каждые 15–20 лет [9]. Характерные периоды радиоизлучения пульсаров лежат в интервале от 1,6 мс (PSR 1937+21 – самый быстрый на данный момент пульсар) до 4,3 с (PSR 1845–19 – самый медленный). Обнаружение пульсара Краб, в окрестности которого отчетливо просматриваются признаки распыленного взрывом вещества, под-

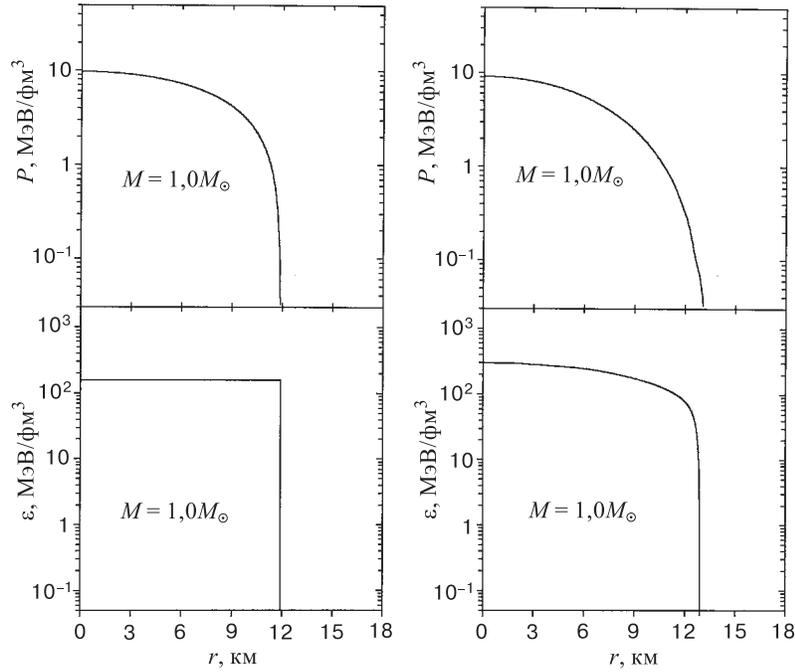


Рис. 3. Сравнение профилей плотности и давления для нейтронной звезды с массой, равной одной солнечной массе, со средней плотностью, равной двукратной ядерной плотности, в однородной модели (правая часть рисунка) и в неоднородной модели, построенной на основе реалистического уравнения состояния ядерной материи

твердило гипотезу Бааде и Цвикки [77] о генетической связи нейтронных звезд со вспышками сверхновых [5]. Качественную картину рождения этого пульсара объясняет магниторотационный сценарий импlosionного рождения во вспышке сверхновой в 1054 г. [31, 78, 79]. В критический момент исчерпания запасов ядерного топлива гравитационная неустойчивость, возникающая в слабо намагниченной медленно вращающейся звезде-предшественнице*, развивается таким образом, что стремительное падение вещества на центр (импlosionия – взрыв вовнутрь) сопровождается его уплотнением до тех пор, пока силы гравитационного сжатия не будут приведены в равновесие давлением вырожденного нейтронного ферми-континуума. Образующийся в центре сильно

*Согласно теории звездной эволюции нейтронными могут стать массивные звезды главной последовательности с массой $M \sim 4 - 8M_{\odot}$, но не выше десяти солнечных масс. Конечной стадией эволюции звезд с массами, превышающими $10 M_{\odot}$, являются черные дыры [80].

Таблица 1. Параметры уравнений состояния (УС) ядерной материи, используемые при построении (на основе уравнений ОТО) реалистических моделей нейтронных звезд [22]

УС	E/A , МэВ	n , фм ⁻³	K , МэВ	m^*/m	a_{sy} , МэВ
G_{200}^{π}	-15,95	0,145	200	0,80	36,8
HV	-11,5	0,175	202	0,79	29,3
UVII	-15,98	0,145	285	0,77	36,8

E/A — энергия связи на нуклон при средней плотности частиц n ,
 K — коэффициент сжимаемости, m^*/m — отношение эффективной массы нуклона m^* в ядерной материи при указанной плотности насыщения к массе свободного нуклона m , a_{sy} — энергия симметрии

намагниченный и быстро вращающийся компактный объект в конечном итоге формируется как нейтронная звезда – пульсар [81], а остальная (значительно бóльшая, порядка 2 – 6 M_{\odot}) часть массы первоначальной звезды отбрасывается магнитным давлением в окружающее пространство в виде быстро остывающей радиоизлучающей туманности. В процессе формирования нейтронная звезда разогревается до температуры 10^{11} К (10 МэВ) и затем быстро остывает до температуры $T \sim 10^7 - 10^8$ К (10–100 кэВ) [82].

На рис.1 схематически изображена модель нейтронной звезды, построенная на основе релятивистского уравнения гравитационного равновесия Толмена—Оппенгеймера—Волкова с типичными параметрами уравнения состояния ядерной материи, приведенными в табл. 1, рассчитанными с учетом гетерофазности ядерного статистического равновесия. Подробное обсуждение уравнений состояния дается в [8, 21, 22]). На рис. 2 и 3 представлены профили плотности и давления, рассчитанные методом Хартри—Фока, для перечисленных выше уравнений состояния [22].

2. ЭЛАСТОДИНАМИКА САМОГРАВИТИРУЮЩЕЙ ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ

Утверждение об упругоподобном поведении материального континуума нейтронных звезд конструктивно выражается в том, что его движения описываются уравнениями ядерной эластодинамики [56, 63]:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial V_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{dV_i}{dt} + \frac{\partial P_{ik}}{\partial x_k} - \rho \frac{\partial U}{\partial x_i} = 0, \quad (2.2)$$

$$\frac{dP_{ij}}{dt} + P_{ik} \frac{\partial V_j}{\partial x_k} + P_{jk} \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + P_{ij} \frac{\partial V_k}{\partial x_k} = 0, \quad (2.3)$$

где ρ – плотность ядерной среды, V_i – компоненты поля скорости упругих смещений и P_{ij} – тензор упругих напряжений (по повторяющимся индексам подразумевается суммирование). Первое из уравнений, (2.1), представляет собой хорошо известное уравнение непрерывности. Уравнение (2.2) описывает движение потока ядерного вещества. Уравнение (2.3) контролирует динамику внутренних напряжений. Такая терминология связана с данным выше определением массовой плотности ρ , трех компонент скорости потока V_i и девятикомпонентного тензора упругих напряжений P_{ij} как, соответственно, нулевого, первого и второго импульсных моментов одночастичной функции распределения в фазовом пространстве. Мы рассматриваем движения ядерной среды на таких масштабах, где доминирующую роль играют объемные силы собственного (ньютоновского) тяготения. Поэтому в уравнении (2.2) под U понимается гравитационный потенциал, удовлетворяющий уравнению Пуассона:

$$\Delta U = -4\pi G\rho, \quad (2.4)$$

где G – гравитационная постоянная. В результате приходим к замкнутой системе уравнений (2.1)–(2.4), описывающей динамику идеально упругой сплошной среды (эффекты эластопластичности игнорируются) в поле собственного тяготения. В последующем изложении эти уравнения рассматриваются как фундаментальные уравнения эластодинамики самогравитирующей ядерной материи. Введение уравнения (2.3) обеспечивает возможность описания как гидродинамических, так и эластодинамических свойств ядерной среды в рамках единой схемы, проявление которых связано с характером локальных искажений равновесного ферми-распределения. В качестве конструктивной демонстрации последнего утверждения рассмотрим процесс распространения плосковолновых возмущений в однородном и изотропном ферми-континууме.

Нуль-температурные волны в изотропной ядерной материи. Под однородной изотропной нейтронной материей понимается сплошная среда, в которой распределение внутренних напряжений P_{ij} при нулевой температуре задается давлением P полностью вырожденного по спину и изоспину ферми-газа, сконденсированного до нормальной ядерной плотности ρ . В приближении Томаса—Ферми равновесные параметры такой среды задаются следующими эквивалентными выражениями:

$$P_{ij} = \delta_{ij} P, \quad P = \frac{\rho v_F^2}{5}, \quad v_F = \frac{\hbar k_F}{m^*}, \quad \rho = n m^*, \quad n = \frac{k_F^3}{3\pi^2}, \quad (2.5)$$

$$P = \frac{2}{3}\mathcal{E}_N, \quad \mathcal{E}_N = \frac{3}{5}n\epsilon_F, \quad \epsilon_F = \frac{1}{2}m^*v_F^2. \quad (2.6)$$

Более полное описание равновесных свойств нуклонной материи с учетом неоднородности распределения плотности дано в [51].

В импульсном пространстве изотропному распределению напряжений отвечает сферически-симметричное заполнение нуклонами одночастичных орбиталей (уравнение (2.5), переписанное в виде $p_F^2/m^{*2} = 5P/\rho = \text{const}$, есть уравнение ферми-сферы). Сферически-симметричному сжатию и растяжению ферми-сферы в импульсном пространстве соответствуют изотропные изменения напряжений в объеме среды:

$$P_{ij} \rightarrow (P + \delta P) \delta_{ij}. \quad (2.7)$$

В идеальной жидкости или газе возмущения распространяются без разрушения изотропии равновесного изотропного распределения напряжений, т.е. без возникновения касательных напряжений. Математически это свойство отражается условием сферичности тензора напряжений (2.7) (все нормальные напряжения в среде выражены через одну скалярную величину — давление). В отличие от жидкости возмущение изотропной твердотельно-упругой среды сопровождается возникновением анизотропных напряжений. Такие возмущения описываются тензором

$$P_{ij} \rightarrow P\delta_{ij} + \delta P_{ij}. \quad (2.8)$$

Анизотропность выражена тензором δP_{ij} , который содержит ненулевые недиагональные элементы. В импульсном пространстве подстановке (2.8) отвечает анизотропная квадрупольная деформация равновесного ферми-распределения или, говоря иначе, квадрупольная деформация ферми-сферы.

Согласно современной теории сплошных сред реология материального континуума определяется динамикой внутренних напряжений, которые проявляются в способности среды поддерживать распространение возмущений в виде волн, специфических для данного типа среды. Покажем, что при линейных возмущениях томас-фермиевской нейтронной материи, которые сопровождаются исключительно изотропными (компрессионными) искажениями ферми-распределения в импульсном пространстве, она проявляет свойства, присущие идеальной ферми-жидкости, т.е. среде, способной поддерживать распространение только продольных колебаний с фазовой скоростью $c_L = v_F/\sqrt{3}$. Между тем при возмущениях, вызывающих деформацию равновесного ферми-распределения нейтронов в импульсном пространстве, нейтронная материя проявляет свойства упругого ферми-континуума, т.е. среды, способной поддерживать эластодинамические нуль-температурные волны, а именно продольную, распространяющуюся с фазовой скоростью $c_l = (3/5)^{1/2}v_F$, и поперечную с фазовой скоростью $c_t = v_F/\sqrt{5}$.

Гидродинамический нулевой звук в вырожденной ядерной материи. Рассмотрим линейные возмущения сжимаемой нейтронной материи, находящейся в покое, при которых ферми-сфера претерпевает изотропные искажения. При этом мы рассматриваем только возмущения, не приводящие к перестройке

исходного ферми-распределения, структура которого определяется средним полем U . Фактически это означает, что при этих движениях потенциал среднего поля не меняется, т.е. $\delta U = 0$. При этих условиях уравнения (2.1)—(2.3) линеаризуются подстановкой вида

$$\rho \rightarrow \rho + \delta\rho, \quad V_i \rightarrow V_i(=0) + \delta V_i, \quad P_{ij} \rightarrow \left[P \left(= \frac{\rho v_F}{5} \right) + \delta P \right] \delta_{ij}. \quad (2.9)$$

В результате приходим к замкнутой системе уравнений линейной гидродинамики вязкой ферми-жидкости

$$\frac{\partial \delta\rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \delta V_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.10)$$

$$\rho \frac{\partial \delta V_i}{\partial t} + \frac{\partial \delta P}{\partial x_i} = 0, \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \delta P}{\partial t} + \frac{5}{3} P \frac{\partial \delta V_k}{\partial x_k} = 0. \quad (2.12)$$

Если продифференцировать уравнение (2.11) по времени, то с учетом (2.12) сразу получаем уравнение продольной гидродинамической волны

$$\delta \ddot{\mathbf{V}} - c_L^2 \Delta \delta \mathbf{V} = 0 \quad \rightarrow \quad \omega_L = c_L k, \quad c_L = \sqrt{\frac{5P}{3\rho}} = \frac{v_F}{\sqrt{3}}, \quad (2.13)$$

выражающее один из главных выводов теории ферми-жидкости, который состоит в том, что идеальная ферми-жидкость способна поддерживать распространение продольных звуковых волн (k — волновой вектор) при нулевой температуре. Как видно из уравнения (2.13), продольная нуль-звуковая волна характеризуется бездисперсным законом распространения с фазовой скоростью c_L . Существенно квантовая природа нулевого звука Ландау состоит в том, что он может возбуждаться при нулевой температуре, т.е. в полностью вырожденном ферми-континууме. В классическом идеальном газе распространение звуковых волн невозможно, поскольку равновесное давление пропорционально T (уравнение состояния классического идеального газа $P = nk_B T$, где k_B — константа Больцмана).

Нуль-температурные эластодинамические волны в вырожденной нейтронной материи. Теперь рассмотрим линейные возмущения в сжимаемой нейтронной среде, при которых ферми-сфера претерпевает анизотропные искажения. В этом случае уравнения (2.1)—(2.3) линеаризуются подстановкой вида

$$\rho \rightarrow \rho + \delta\rho, \quad V_i \rightarrow V_i(=0) + \delta V_i, \quad P_{ij} \rightarrow P \left(= \frac{\rho v_F}{5} \right) \delta_{ij} + \delta P_{ij}, \quad (2.14)$$

которая приводит к следующей системе уравнений бездиссипативных линейных флуктуаций:

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \delta V_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.15)$$

$$\rho \frac{\partial \delta V_i}{\partial t} + \frac{\partial \delta P_{ij}}{\partial x_j} = 0, \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \delta P_{ij}}{\partial t} + P \left[\frac{\partial \delta V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \delta V_j}{\partial x_i} + \delta_{ij} \frac{\partial \delta V_k}{\partial x_k} \right] = 0. \quad (2.17)$$

В данном случае удобно перейти к полю смещений $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$, связанному с полем скорости $\delta \mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$ соотношением

$$\delta V_i(\mathbf{r}, t) = -\dot{D}_i(\mathbf{r}, t). \quad (2.18)$$

Подставляя (2.18) в (2.17), получим

$$\delta P_{ij} = P \left(\frac{\partial D_i}{\partial x_j} + \frac{\partial D_j}{\partial x_i} + \delta_{ij} \frac{\partial D_k}{\partial x_k} \right). \quad (2.19)$$

Сравнивая данное выражение для напряжений в нейтронной материи (индуцированных искажениями ферми-распределения в импульсном пространстве) с выражением для напряжений, подчиняющихся закону Гука для изотропного идеально упругого материала [85]:

$$\delta P_{ij} = \mu \left(\frac{\partial D_i}{\partial x_j} + \frac{\partial D_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \delta_{ij} \frac{\partial D_k}{\partial x_k}, \quad (2.20)$$

можно заключить, что нейтронный ферми-континуум ведет себя как идеально упругая среда, в которой модуль упругости λ и модуль сдвига μ (параметры Ламэ) равны друг другу, а по абсолютной величине эти модули совпадают с давлением $\lambda = \mu = P$. Более того, подставляя (2.18) и (2.19) в уравнение движения для поля скорости упругих деформаций δV_i (2.16), находим, что это уравнение

$$\rho \ddot{\mathbf{D}} = 2P \text{grad div } \mathbf{D} + P \Delta \mathbf{D} \quad (2.21)$$

совпадает с уравнением Ламэ

$$\rho \ddot{\mathbf{D}} = (\lambda + \mu) \text{grad div } \mathbf{D} + \mu \Delta \mathbf{D}, \quad (2.22)$$

описывающим линейную эластодинамику идеально упругой изотропной сплошной среды. Установленная аналогия между уравнениями движения

нейтронного ферми-континуума, возмущения которого сопровождаются анизотропными искажениями ферми-распределения, и уравнениями Ламе позволяет воспользоваться классификацией волновых движений, принятой в линейной теории упругости. Согласно последней в идеально упругой среде может распространяться как продольная, так и поперечная волна упругих смещений [85]. Процедура разделения эластодинамических волн на продольную и поперечную достаточно подробно описана в литературе, поэтому мы ограничимся лишь основными результатами такого разделения, которое вытекает из представления векторного поля упругих смещений в виде суммы

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_l + \mathbf{D}_t; \quad (2.23)$$

\mathbf{D}_l подчиняется уравнению продольной волны

$$\ddot{\mathbf{D}}_l - c_l^2 \Delta \mathbf{D}_l = 0, \quad \text{rot } \mathbf{D}_l = 0, \quad (2.24)$$

которая распространяется с фазовой скоростью

$$c_l = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{3}{5}} v_F. \quad (2.25)$$

Уравнение поперечных волновых движений имеет вид

$$\ddot{\mathbf{D}}_t - c_t^2 \Delta \mathbf{D}_t = 0, \quad \text{div } \mathbf{D}_t = 0. \quad (2.26)$$

Эта волна распространяется со скоростью

$$c_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \frac{v_F}{\sqrt{5}}. \quad (2.27)$$

Поперечная волна не создает сжатий и разряжений и поэтому может распространяться в несжимаемой нейтронной (ядерной) среде.

Стандартная модель нейтронной звезды. Эвристическая ценность стандартных звездных моделей состоит в том, что они позволяют в аналитической форме получить оценки равновесных и динамических параметров звезд [34]. В стандартной модели нейтронная звезда идеализируется сферической однородной массой несжимаемого вещества, обладающего свойствами нерелятивистского вырожденного нейтронного ферми-континуума, сконденсированного силами собственного тяготения до плотностей, близких к нормальной ядерной плотности.

Равновесное распределение поля собственной гравитации выражается хорошо известным решением уравнения (2.4):

$$U_0^{in} = -\frac{2\pi}{3} G \rho_0 (r^2 - 3R^2), \quad r \leq R, \quad (2.28)$$

$$U_0^{ex} = \frac{4\pi R^3}{3r} G \rho_0, \quad r > R, \quad (2.29)$$

где индексом нуль помечены равновесные характеристики.

Следствием сферической симметрии гравитационного взаимодействия является изотропное равновесное распределение напряжений (давления) в объеме звезды:

$$P_{ij}^0(r) = P_0(r)\delta_{ij}. \quad (2.30)$$

Радиальная зависимость давления определяется из уравнения равновесия с граничным условием, согласно которому давление в центре звезды определяется внутренним давлением ядерного вещества $P_N(\rho_0)$:

$$\nabla P_0(r) = \rho_0 \nabla U_0^{in}(r), \quad P_0(r=0) = P_N(\rho_0). \quad (2.31)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$P_0(r) = P_N(\rho_0) - (2\pi/3) G \rho_0^2 r^2. \quad (2.32)$$

Отметим, что $P_N(\rho_0)$ есть основная характеристика, несущая информацию об уравнении состояния ядерной материи и, таким образом, связывающая ядерную физику с физикой нейтронных звезд. В стандартной модели под $P_N(\rho_0)$ понимается давление вырожденного нейтронного вещества [8]:

$$P_N(\rho_0) = (2/3)\mathcal{E}_N(\rho_0) = K \rho_0^{5/3}, \quad \rho_0 = m^* \frac{2}{3\pi^2} k_F^3, \quad K = \frac{\hbar^2 (3\pi^2)^{2/3}}{5m^{*8/3}}. \quad (2.33)$$

Сравнение рис.2 и 3 дает представление о степени достоверности приближения резкого края для профиля плотности, лежащего в основе стандартной модели нейтронной звезды. При заданной плотности из (2.32) легко получить оценку радиуса нейтронной звезды, который определяется как радиус свободной от напряжений сферической поверхности $P_0(r=R) = 0$, то есть поверхности, где упругие напряжения, обусловленные собственной гравитацией, уравновешиваются внутренним давлением нейтронного ферми-континуума. Из условия

$$P_0(R) = P_N(\rho_0) - (2\pi/3) G \rho_0^2 R^2 = 0 \quad \rightarrow \quad P_N = \frac{2\pi}{3} G \rho_0^2 R^2, \quad (2.34)$$

находим, что равновесный радиус и масса нейтронной звезды в стандартной модели определяются выражениями

$$R = \sqrt{\frac{3P_N}{2\pi G \rho_0^2}}, \quad M = (4\pi/3)\rho_0 R^3. \quad (2.35)$$

В табл.3 приводятся численные значения для M и R , рассчитанные по этим формулам, а на рис.2 изображены профили плотности и давления. Эти

Таблица 2. Периоды P_L нерадиальных гравитационных сфероидальных (s -мода) и торсионных (t -мода) эластодинамических колебаний для реалистических (неоднородных) моделей нейтронных звезд, построенных на основе уравнения гидростатического равновесия Толмена—Оппенгеймера—Волкова и трех вариантов уравнений состояний ядерной материи с параметрами, представленными в табл.1

Неоднородная модель		Гравитационная s -мода			Гравитационная t -мода			
Уравнение сост.	M/M_\odot	R , км	$P_{2,мс}$	$P_{3,мс}$	$P_{4,мс}$	$P_{2,мс}$	$P_{3,мс}$	$P_{4,мс}$
HV	1,0	14,38	0,41	0,30	0,25	0,60	0,44	0,36
HV	1,2	14,23	0,37	0,27	0,22	0,54	0,39	0,33
HV	1,9	11,28	0,14	0,11	0,09	0,21	0,15	0,13
G_{200}^π	1,2	11,95	0,26	0,19	0,17	0,39	0,29	0,24
G_{200}^π	1,3	11,59	0,23	0,17	0,15	0,35	0,26	0,22
G_{200}^π	1,4	11,03	0,20	0,15	0,13	0,30	0,22	0,18
UVII	2,1	9,20	0,09	0,07	0,06	0,14	0,10	0,08

Таблица 3. Периоды P_L нерадиальных гравитационно-упругих сфероидальных (s -мода) и торсионных (t -мода) пульсаций, вычисленные на основе стандартной однородной модели нейтронной звезды (самогравитирующей сферической массы вырожденной нейтронной материи)

Однородная модель		Сфероидальная мода			Торсионная мода		
M/M_\odot	R км	P_2 , мс	P_3 , мс	P_4 , мс	P_2 , мс	P_3 , мс	P_4 , мс
0,89	12,34	0,14	0,11	0,08	0,20	0,14	0,12
0,95	12,10	0,13	0,10	0,08	0,19	0,13	0,11
1,00	11,89	0,13	0,09	0,07	0,18	0,13	0,10
1,04	11,70	0,12	0,09	0,07	0,17	0,12	0,10
1,09	11,54	0,12	0,08	0,07	0,16	0,12	0,09
1,14	11,38	0,11	0,08	0,06	0,16	0,11	0,09
1,18	11,24	0,10	0,08	0,06	0,15	0,11	0,09
1,22	11,12	0,10	0,07	0,06	0,15	0,10	0,08
1,26	11,00	0,10	0,07	0,06	0,14	0,10	0,08
1,30	10,89	0,09	0,07	0,06	0,14	0,09	0,08
1,34	10,78	0,09	0,07	0,05	0,13	0,09	0,08
1,37	10,69	0,09	0,06	0,05	0,13	0,09	0,07
1,41	10,59	0,09	0,06	0,05	0,13	0,09	0,07
1,44	10,51	0,09	0,06	0,05	0,12	0,09	0,07
1,48	10,43	0,09	0,06	0,05	0,12	0,09	0,07

оценки удовлетворительно согласуются с результатами расчетов массы и радиуса, полученными в релятивистских моделях нейтронных звезд и представленными в табл.2.

В литературе неоднократно отмечалось [13], что поскольку радиус нейтронной звезды R соизмерим с ее гравитационным радиусом $R_G = 2GM/c^2 \sim$

3 км, то надежные результаты могут быть получены лишь с учетом эффектов общей теории относительности. Тем не менее вышеприведенные оценки убеждают в том, что стандартная модель, основанная на ньютоновской гравитации и использующая в качестве уравнения состояния ядерного вещества уравнение чисто нейтронной материи, приводит к значениям интегральных равновесных параметров (массы, радиуса, момента инерции), хорошо согласующимся с предсказаниями реалистических моделей нейтронных звезд [21,22]. Это позволяет надеяться, что использование уравнения нерелятивистской теории гравитации не приведет к серьезным ошибкам и при вычислении периодов нерадиальных гравитационно-упругих мод.

Нерадиальные гравитационно-упругие колебания нейтронной звезды. В несжимаемой упругой среде нерадиальные длинноволновые колебания (квазистатические упругие волны) являются единственно возможным типом динамической активности. Фундаментальные частоты нерадиальных колебаний могут быть вычислены аналитически на основе энергетического вариационного принципа [84]. Предполагая, что поток массы в равновесном состоянии отсутствует, и используя стандартную процедуру линеаризации

$$\rho \rightarrow \rho_0 + \delta\rho (= 0), \quad V_i \rightarrow V_i^0 (= 0) + \delta V_i, \quad P_{ij} \rightarrow \delta_{ij} P_0 + \delta P_{ij}, \quad U \rightarrow U_0 + \delta U,$$

уравнения (2.1)–(2.4) можно преобразовать к виду

$$\frac{\partial \delta V_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.36)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \delta V_i}{\partial t} + \frac{\partial \delta P_{ij}}{\partial x_j} - \rho_0 \frac{\partial \delta U}{\partial x_i} = 0, \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial \delta P_{ij}}{\partial t} + P_0 \left(\frac{\partial \delta V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \delta V_j}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \left(\delta V_k \frac{\partial P_0}{\partial x_k} \right) = 0, \quad (2.38)$$

$$\Delta \delta U = 0. \quad (2.39)$$

Далее, умножая скалярно уравнение (2.37) на δV_i и интегрируя по объему звезды, получаем уравнение энергетического баланса:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \frac{1}{2} \rho_0 \delta V^2 d\tau - \int_V \delta P_{ij} \frac{\partial \delta V_i}{\partial x_j} d\tau - \oint_S [\rho_0 \delta U \delta V_i - \delta P_{ij} \delta V_j] d\sigma_i = 0, \quad (2.40)$$

которое контролирует сохранение энергии в процессе колебаний. Флуктуации скорости возмущенного потока δV_i и потенциала самогравитации δU представим в виде

$$\delta V_i(\mathbf{r}, t) = -\xi_i^L(\mathbf{r}) \dot{\alpha}_L(t), \quad \delta U(\mathbf{r}, t) = \phi^L(\mathbf{r}) \alpha_L(t), \quad (2.41)$$

где L — мультипольный порядок колебания. Нормальная координата $\alpha_L(t)$ определяет зависимость от времени флуктуирующих переменных. Через $\xi^L(\mathbf{r})$ обозначено поле мгновенных упругих смещений. Подставляя (2.41) в (2.38), находим, что флуктуации в напряжениях определяются тензором

$$\delta P_{ij}(\mathbf{r}, t) = \left[P_0(\mathbf{r}) \left(\frac{\partial \xi_i^L(\mathbf{r})}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j^L(\mathbf{r})}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \left(\xi_k^L(\mathbf{r}) \frac{\partial P_0(\mathbf{r})}{\partial x_k} \right) \right] \alpha_L(t). \quad (2.42)$$

Линейная связь тензора упругих напряжений δP_{ij} (являющегося динамической характеристикой упругости материала) с тензором упругих деформаций U_{ij} (кинематической характеристикой эластодинамических смещений):

$$\delta P_{ij} \sim 2P(r)U_{ij}, \quad U_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \xi_i^L}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j^L}{\partial x_i} \right) \alpha_L(t) \quad (2.43)$$

говорит о том, что распространение упругих искажений в ядерной среде подчиняется закону Гука [85]. Благодаря разделению пространственной и временной зависимости флуктуирующих переменных, подстановка (2.41) и (2.42) в уравнение энергетического баланса (2.40) преобразует его к виду:

$$\frac{d\mathcal{H}}{dt} = 0, \quad \mathcal{H} = \frac{\mathcal{M}_L \dot{\alpha}_L^2}{2} + \frac{\mathcal{K}_L \alpha_L^2}{2}, \quad (2.44)$$

где параметры инерции \mathcal{M}_L и жесткости \mathcal{K}_L определены следующим образом:

$$\mathcal{M}_L = \int_V \rho_0 \xi_i^L \xi_i^L d\tau, \quad \mathcal{K}_L = \frac{1}{2} \int_V P_0 \left(\frac{\partial \xi_i^L}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j^L}{\partial x_i} \right)^2 d\tau. \quad (2.45)$$

При выводе выражения для жесткости \mathcal{K}_L мы пренебрегли поверхностными эффектами. Данное приближение можно трактовать как эластодинамический аналог гидродинамического приближения Каулинга [36]. Конструктивно приближение Каулинга может быть выражено соотношением

$$\left[\rho_0 \Phi - \xi_k \frac{\partial P_0}{\partial x_k} \right]_R = 0, \quad (2.46)$$

которое в дальнейшем используется в качестве граничного условия для нахождения произвольных констант интегрирования при вычислении поля упругих смещений.

Из выражений для инерции \mathcal{M}_L и жесткости \mathcal{K}_L следует, что поле мгновенных смещений $\xi(\mathbf{r})$ является единственной подлежащей определению величиной, необходимой для вычисления частот собственных гравитационно-упругих нерадиальных колебаний. В работе [83] было показано, что поля

мгновенных смещений, возникающих при нерадиальных колебаниях сферической массы упругой материи, определяются как решения векторного уравнения Лапласа:

$$\Delta \boldsymbol{\xi}(\mathbf{r}) = 0, \quad \operatorname{div} \boldsymbol{\xi}(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.47)$$

В соответствии с трактовкой Ламба [86] собственных мод идеально упругого шара они могут быть классифицированы как сфероидальные моды, описываемые полюидальным решением уравнения (2.47):

$$\boldsymbol{\xi}(\mathbf{r}) = \frac{N_p}{L+1} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{r} r^L P_L(\mu) = N_p \operatorname{grad} r^L P_L(\mu), \quad \mu = \cos \theta, \quad (2.48)$$

и торсионные моды, соответствующие тороидальным решениям вида

$$\boldsymbol{\xi}(\mathbf{r}) = N_t \operatorname{rot} \mathbf{r} r^L P_L(\mu). \quad (2.49)$$

Здесь через $P_L(\mu)$ обозначены полиномы Лежандра мультипольного порядка L . Наиболее важной чертой сформулированного вариационного метода является то, что частоты $\omega^2 = \mathcal{K}_L/\mathcal{M}_L$ обеих ветвей сфероидальных (s -мода) и торсионных (t -мода) колебаний могут быть вычислены с единых позиций как собственные моды осцилляторного гамильтониана (2.44). Отметим, что в приближении Каулинга конкретный вид произвольных констант N_p и N_t непринципиален, поскольку они входят квадратичными множителями как в \mathcal{M}_L , так и в \mathcal{K}_L .

Периоды сфероидальных гравитационно-упругих нерадиальных колебаний: s -мода. При сфероидальных мультипольных колебаниях произвольная сферическая поверхность в объеме звезды приобретает формы гармонических сфероидов, задаваемых в системе координат с фиксированной полярной осью уравнением

$$r'(t) = r[1 + \alpha_L(t)P_L(\cos \theta)]. \quad (2.50)$$

Здесь r — радиус невозмущенной сферической поверхности. На рис.4 показаны сфероидальные квадрупольные и октупольные колебания формы звезды. Чтобы зафиксировать произвольную константу N_p в выражении для полюидального поля мгновенных смещений (2.48), мы наложим следующее (динамическое) граничное условие:

$$\left[\rho \phi^L - \xi_r^L \frac{\partial P_0}{\partial r} \right]_{r=R_0} = 0, \quad (2.51)$$

в котором единственной неизвестной величиной пока остается функция ϕ^L , определяющая поверхностные флуктуации гравитационного потенциала (2.41).

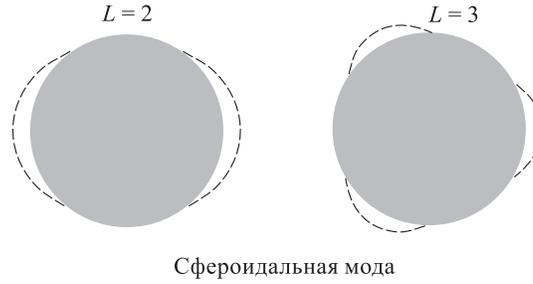


Рис. 4. Схематическое изображение движений ядерной материи в нейтронной звезде при ее сфероидальных квадрупольных ($L=2$) и октупольных ($L=3$) нерадиальных гравитационно-упругих колебаниях

Вариация δU , удовлетворяющая уравнению Лапласа, определяется следующими решениями последнего:

$$\delta U^{in} = B_L r^L P_L(\cos \theta) \alpha_L, \quad r \leq R, \quad (2.52)$$

$$\delta U^{ex} = C_L r^{-(L+1)} P_L(\cos \theta) \alpha_L, \quad r > R. \quad (2.53)$$

Произвольные константы B_L и C_L фиксируются стандартными граничными условиями:

$$U_0^{in}(r') + \delta U^{in}(r') = U_0^{ex}(r') + \delta U^{ex}(r')|_{r'=R', (r=R)}, \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial U_0^{in}(r')}{\partial r'} + \frac{\partial \delta U^{in}(r')}{\partial r'} = \frac{\partial U_0^{ex}(r')}{\partial r'} + \frac{\partial \delta U^{ex}(r')}{\partial r'}|_{r'=R', (r=R)}. \quad (2.55)$$

Подставляя (2.52) и (2.53) в (2.54) и (2.55) и удерживая члены не выше первого порядка по α_L , получаем

$$\delta U^{in} = -\frac{4\pi}{R^{L-2}} \frac{G \rho_0}{(2L+1)} r^L P_L(\cos \theta) \alpha_L \quad (2.56)$$

и

$$\delta U^{ex} = -\frac{4\pi G \rho_0 R^{L+3}}{(2L+1)} r^{-(L+1)} P_L(\cos \theta) \alpha_L. \quad (2.57)$$

В результате находим, что ϕ^L на поверхности звезды дается выражением

$$\phi^L = -\frac{4\pi G \rho_0 R^2}{(2L+1)} P_L(\mu). \quad (2.58)$$

Подставляя (2.58), (2.48) и (2.32) в (2.51), находим

$$N_p = \frac{3}{L(2L+1)R^{L-2}}. \quad (2.59)$$

Компоненты полоидального поля в сферической системе координат имеют вид

$$\xi_r = N_p r^{L-1} P_L(\mu), \quad \xi_\theta = -N_p (1 - \mu^2)^{1/2} r^{L-1} \frac{dP_L(\mu)}{d\mu}, \quad \xi_\phi = 0. \quad (2.60)$$

Подстановка (2.60) в уравнение (2.45) и интегрирование по полному телесному углу приводит к следующим (крайне полезным в дальнейшем) выражениям для инерции и жесткости:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_L &= 4\pi L N_p^2 \int_0^{R_0} \rho_0(r) r^{2L} dr, \\ \mathcal{K}_L &= 8\pi N_p^2 L(L-1)(2L-1) \int_0^{R_0} P_0(r) r^{2L-2} dr. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Детали вычислений этих интегралов вынесены в приложение А. Окончательная формула для расчета частоты гравитационно-упругой s -моды имеет вид

$$\omega_s = \left[\frac{2(2L-1)(L-1) \int_0^{R_0} P_0(r) r^{2L-2} dr}{\int_0^{R_0} \rho_0(r) r^{2L} dr} \right]^{1/2}. \quad (2.62)$$

Можно легко заметить, что монополярная ($L = 0$) и дипольная ($L = 1$) моды в однородной модели оказываются исключенными. Возбуждение монополярных (чисто радиальных) пульсаций невозможно из-за несжимаемости звездной ядерной среды. Возмущение дипольного поля скорости упругих смещений может приводить лишь к движению центра масс звезды без изменения ее внутреннего состояния, поскольку коэффициент жесткости при $L = 1$ обращается в нуль*.

*Интересно отметить, что модель однородной самогравитирующей массы идеально упругого континуума с давлением

$$P_0 = \frac{2\pi}{3} G \rho_0^2 (R^2 - r^2) \quad (2.63)$$

приводит к дискретному спектру частот s -моды вида [61]:

$$\omega_s^2 = 2\omega_G^2(L-1), \quad \omega_G^2 = (4\pi/3)G\rho_0, \quad (2.64)$$

где ω_G — фундаментальная частота гравитационных колебаний в однородных моделях. В таком представлении s -мода нерадиальных гравитационно-упругих колебаний по физическому содержанию аналогична гидродинамической f -моды Кельвина нерадиальных колебаний сферической массы невязкой несжимаемой жидкости.

Стандартная однородная модель приводит к следующим выражениям:

$$\mathcal{M}_L = \frac{27MR^2}{L(2L+1)^3},$$

$$\mathcal{K}_L = 36E_N \frac{L-1}{L(2L+1)^2} - 45E_G \frac{(L-1)(2L-1)}{L(2L+1)^3}, \quad (2.65)$$

где

$$E_G = (3/5)GM^2/R, \quad E_N = \mathcal{E}_N V, \quad \mathcal{E}_N = \frac{3}{10}\rho v_F^2 \quad (2.66)$$

— соответственно полная гравитационная и внутренняя энергии (M — масса, V — объем звезды). Выражение для жесткости в (2.65) явно отражает конструктивный вклад энергии упругих деформаций (пропорциональной E_N) и деструктивный вклад энергии гравитационного сжатия (пропорциональной E_G) в жесткость гравитационно-упругих колебаний. Ясно, что такое сочетание может привести к неустойчивости, провоцирующей звездотрясения. Нерadiaльные колебания остаются стабильными до тех пор, пока доминирующий вклад в энергию деформаций звезды вносит энергия упругих искажений ферми-сферы нейтронного вещества, противодействующая энергии собственной гравитации. Окончательное выражение для частоты s -моды может быть записано в виде

$$\omega_s^2 = \omega_0^2(2L+1)(L-1) \left[1 - \Gamma \frac{5(2L-1)}{4(2L+1)} \right],$$

$$\omega_0^2 = \frac{3E_N}{4MR^2}, \quad \Gamma = \frac{E_G}{E_N}. \quad (2.67)$$

Параметр Γ является мерой вибрационной устойчивости нейтронной звезды. Неустойчивость звезды относительно сфероидальных гравитационно-упругих деформаций возникает, когда $\mathcal{K}_{L=2} = 0$. Такое возможно, только когда отношение гравитационной энергии к внутренней достигает критической величины $\Gamma_{\text{cr}} = 4/3$. В результате приходим к следующему условию устойчивости сфероидальных колебаний нейтронной звезды:

$$\omega_s(L=2) \geq 0 \quad \rightarrow \quad \Gamma \leq \frac{4}{3}. \quad (2.68)$$

Для всех моделей нейтронных звезд, представленных в табл. 2, это условие выполняется.

Собственные частоты сфероидальных мод в стандартной модели (где $P_N = \rho_0 v_F^2/5$) можно представить в иной (эквивалентной (2.67)) форме:

$$\omega_s^2 = \omega_F^2 \frac{2}{5}(2L+1)(L-1) - \omega_G^2 (2L-1)(L-1) =$$

$$= \omega_F^2 \frac{2}{5} (2L+1)(L-1) \left[1 - \beta \frac{5(2L-1)}{2(2L+1)} \right], \quad \beta = \left(\frac{\omega_F}{\omega_G} \right)^2. \quad (2.69)$$

Такое представление подчеркивает характерное отличие частоты квантовых упругих колебаний $\omega_F^2 = v_F^2/R^2$ от гравитационной частоты $\omega_G^2 = 4\pi G\rho_0/3$, которое состоит в том, что ω_F зависит от радиуса и плотности звезды, в то время как ω_G — только от ее плотности. В данном представлении β является параметром вибрационной стабильности гравитационно-упругих колебаний. Обратим внимание на тот факт, что первое слагаемое в (2.69) точно совпадает с выражением для частоты (связанной с энергией $E = \hbar\omega$) ядерных гигантских электрических резонансов мультипольного порядка $L \geq 2$, полученным в эластодинамической коллективной ядерной модели [47, 54, 56]. Как мы уже отмечали, в этой модели электрические гигантские резонансы трактуются как проявление сфероидальных нерадиальных колебаний ядерной макрочастицы, при которых восстанавливающая сила упругих деформаций (точно совпадающая с силой Гука линейной теории упругости) обусловлена реакцией ядра на анизотропные искажения ферми-сферы. В этом наблюдении просматривается сходство между нейтронной звездой и гигантским ядром с массовым числом $A \sim 10^{57}$.

В заключение этого раздела необходимо сделать одно важное замечание, касающееся потенциальных возможностей сформулированного вариационного метода. В основной формуле для частоты сфероидальных гравитационно-упругих нерадиальных колебаний (2.62) профили плотности $\rho_0(r)$ и давления $P_0(r)$ присутствуют как входные параметры равновесной конфигурации. Имея это в виду, ограничение, связанное с использованием ньютоновского приближения, а также предположение об однородности распределения массы могут быть ослаблены. Для получения надежных оценок частоты s -моды эти локальные характеристики равновесия могут быть заимствованы из реалистических моделей нейтронных звезд. Результаты расчета периодов сфероидальных мод для нескольких реалистических моделей нейтронных звезд представлены в табл. 2. Сравнение этих расчетов с предсказаниями стандартной модели (см. табл. 3) показывает, что оценки последней определяют нижнюю границу значений периодов сфероидальных колебаний.

Периоды торсионных гравитационно-упругих нерадиальных колебаний: t -мода. Свойство динамической упругости нейтронного ферми-континуума указывает на то, что нейтронная звезда может совершать поперечно-сдвиговые, крутильные (торсионные) колебания. Геометрическую картину торсионных колебаний проясняет следующее представление тороидального поля скорости упругих смещений:

$$\delta\mathbf{V} = N_t \text{rot} \mathbf{r} r^L P_L(\cos\theta) \dot{\alpha}_L(t) = [\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{r}], \quad (2.70)$$

где

$$\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r}, t) = N_t \text{grad } r^L P_L(\cos \theta) \dot{\alpha}_L(t)$$

— поле угловой частоты дифференциально-вращательных колебаний. Нормальная координата $\alpha_L(t)$ в этом случае имеет смысл инфинитезимального угла кручения поля упругих смещений вокруг полярной оси. В сферической системе координат компоненты тороидального поля упругих смещений имеют вид

$$\xi_r = 0, \quad \xi_\theta = 0, \quad \xi_\phi = -N_t r^L (1 - \mu^2)^{1/2} \frac{dP_L(\mu)}{d\mu}. \quad (2.71)$$

Граничное условие, фиксирующее произвольную константу N_t :

$$\delta \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) \Big|_{r=R} = [\boldsymbol{\Omega}_0 \times \mathbf{r}] \quad , \quad \boldsymbol{\Omega}_0 = \dot{\alpha}_L(t) \text{grad } P_L(\mu) \quad \rightarrow \quad N_t = \frac{1}{R^{L-1}}. \quad (2.72)$$

Остановимся подробнее на случае квадрупольных торсионных колебаний. Компоненты поля скорости этих движений даются выражениями: $\delta V_x = -\Omega_z y$, $\delta V_y = \Omega_z x$, $\delta V_z = 0$. Формально это поле совпадает по виду с полем скорости твердотельного вращения. Однако при квадрупольном кручении угловая скорость $\boldsymbol{\Omega}$ не является постоянным вектором, а представляет собой векторное поле с компонентами $\Omega_x = 0$, $\Omega_y = 0$, $\Omega_z = \dot{\alpha}z$. Декартовы компоненты тороидального поля квадрупольного кручения: $\xi_x = -yz$, $\xi_y = xz$, $\xi_z = 0$. Соответствующие таким смещениям колебательные движения представляют собой аксиально-симметричные осцилляции вокруг оси z в противофазе северного и южного полушарий звезды. Схематическая картина упругих смещений при дифференциально-вращательных квадрупольных и октупольных нерадиальных колебаниях нейтронной звезды изображена на рис.5.

Подставляя (2.71) в (2.45) и интегрируя по полному телесному углу, находим

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_L &= 4\pi N_t^2 \frac{L(L+1)}{(2L+1)} \int_0^{R_0} \rho_0(r) r^{2L+2} dr, \\ \mathcal{K}_L &= 4\pi N_t^2 L(L^2-1) \int_0^{R_0} P_0(r) r^{2L} dr. \end{aligned} \quad (2.73)$$

Снова подчеркнем, что такое представление позволяет рассчитать частоту

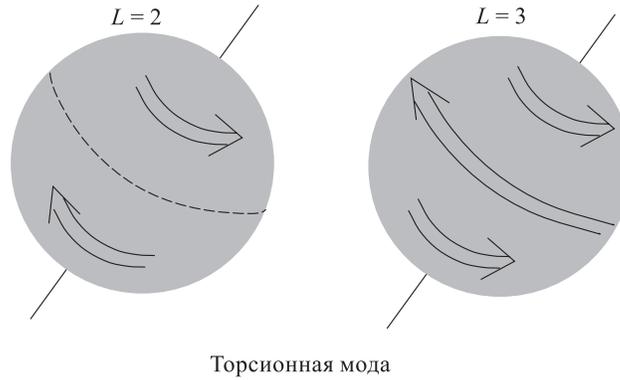


Рис. 5. Схематическое изображение торсионных квадрупольных ($L=2$) и октупольных ($L=3$) нерадиальных гравитационно-упругих колебаний нейтронной звезды

t -моды

$$\omega_t = \left[\frac{(2L+1)(L-1) \int_0^{R_0} P_0(r) r^{2L} dr}{\int_0^{R_0} \rho_0(r) r^{2L+2} dr} \right]^{1/2} \quad (2.74)$$

на основе профилей плотности и давления, заимствованных из реалистических моделей нейтронных звезд*.

Вычисления массового параметра и параметра жесткости в стандартной модели нейтронной звезды дают:

$$\mathcal{M}_L = 3MR_0^2 \frac{L(L+1)}{(2L+1)(2L+3)},$$

*В модели однородной массы идеально упругой материи с давлением

$$P_0 = \frac{2\pi}{3} G \rho_0^2 (R^2 - r^2) \quad (2.75)$$

изложенный выше энергетический вариационный принцип приводит к следующему выражению для частоты t -моды [62]:

$$\omega_t^2 = \omega_G^2 (L-1), \quad \omega_G^2 = GM/R^3, \quad (2.76)$$

где ω_G – фундаментальная единица частоты гравитационных колебаний в однородных моделях. Следует отметить, что торсионные гравитационные колебания звезд изучались ранее в работах [87, 88], в которых впервые была сформулирована проблема дискретного спектра частот этих колебаний. В [62] было впервые показано, что применение вариационного принципа Рэля к уравнениям эластодинамики позволяет аналитически рассчитать дискретный спектр торсионных колебаний (см. также [83, 99, 115]).

$$\mathcal{K}_L = 2E_N \frac{L(L^2 - 1)}{(2L + 1)} - \frac{5}{2}E_G \frac{L(L^2 - 1)}{(2L + 3)}. \quad (2.77)$$

При $L = 1$ массовый параметр совпадает с моментом инерции абсолютно твердого шара $J_0 = (2/5)MR_0^2$. Из выражения для жесткости явно следует, что дипольное крутильное возбуждение не является собственной модой торсионных колебаний нейтронной звезды (поскольку в этом случае коэффициент жесткости обращается в нуль), а соответствует твердотельному вращению. Таким образом, мы приходим к заключению, что мультипольность нижней устойчивой торсионной моды $L = 2$. В стандартной модели частота t -моды глобальных гравитационно-упругих нерадиальных колебаний нейтронной звезды дается выражением:

$$\omega_t^2 = \frac{1}{2}\omega_0^2(2L + 3)(L - 1) \left[1 - \Gamma \frac{5(2L + 1)}{4(2L + 3)} \right], \quad (2.78)$$

где ω_0 и Γ были определены выше (см. уравнение (2.67)). Нейтронная звезда остается устойчивой относительно квадрупольной крутильной деформации тогда и только тогда, когда

$$\omega_t(L = 2) \geq 0 \quad \text{или} \quad \Gamma \leq 1,15. \quad (2.79)$$

Приведем еще одно эквивалентное представление формулы (2.78):

$$\begin{aligned} \omega_t^2 &= \omega_F^2 \frac{1}{5}(2L + 3)(L - 1) - \omega_G^2(2L + 1)(L - 1) = \\ &= \omega_F^2 \frac{1}{5}(2L + 3)(L - 1) \left[1 - \beta \frac{5(2L + 1)}{2(2L + 3)} \right], \end{aligned} \quad (2.80)$$

где фермиевская частота ω_F , гравитационная частота ω_G и параметр вибрационной устойчивости β были определены выше. В (2.80) первое слагаемое точно совпадает с выражением для частоты ядерных магнитных гигантских резонансов, которые в ядерной эластодинамике [56] описываются в терминах квазистатических торсионных волн, возбуждаемых в объеме ядра, моделируемого макрочастицей ядерной материи. Отмеченная аналогия еще раз свидетельствует о сходстве нейтронной звезды с ее микроскопическим двойником — атомным ядром. Еще раз подчеркнем, что торсионные (дифференциально-вращательные) колебания нейтронной звезды обусловлены исключительно динамической упругостью вырожденного ферми-континуума. В газовой среде звезд главной последовательности, описываемой уравнениями гидродинамики, такие моды не возникают.

В табл. 2 и 3 приведены численные значения периодов глобальных нерадиальных торсионных пульсаций нейтронной звезды для трех нижайших мультипольностей, рассчитанные как в стандартной, так и в реалистических

неоднородных моделях. Как видно из сравнения численных значений, приведенных в этих таблицах, оценки стандартной модели определяют нижнюю границу периодов торсионных гравитационно-упругих колебаний. Сравнение численных значений периодов нижайших крутильных мод с периодами сфероидальных мод показывает, что крутильные нерадиальные колебания замедлены по сравнению со сфероидальными. Заметим, что регистрируемый период пульсара Краб $P = 33,3$ мс, пульсара Вела $89,3$ мс и пульсара Геминга $273,1$ мс. Периоды всех известных на сегодняшний день пульсаров лежат в интервале $P \sim 1,6 \text{ мс} \div 4,3 \text{ с}$, в то время как наши оценки периодов гравитационно-упругих нерадиальных мод дают $P \sim 0,01 \div 0,1 \text{ с}$. Из этого сравнения следует, что нерадиальные гравитационные колебания, так же, как и ранее изученные радиальные колебания, не имеют отношения к пульсирующему радиоизлучению нейтронных звезд. Однако эти колебания могут иметь отношение к тонким деталям спектров так называемых сложных или *C*-пульсаров [7]. Характерной особенностью последних является то, что средний профиль импульсов этих пульсаров обнаруживает подструктуры, природа которых пока остается невыясненной. В частности, наряду с хорошо распознаваемым интеримпульсом, локализованным приблизительно между пиками основных импульсов, ясно отслеживаются структуры, называемые субимпульсами, с периодичностью порядка 10^{-4} с [7, 13]. Как видно из результатов расчетов, представленных в табл. 2 и 3, периоды нерадиальных колебаний оказываются того же порядка. Поэтому, как впервые было отмечено в [111], вариации интенсивности радиоизлучения, регистрируемые на временном интервале микроимпульсов, могут быть приписаны остаточным гравитационным колебаниям нейтронных звезд [111—115].

3. НЕРАДИАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ: *f*-МОДА КЕЛЬВИНА

Чтобы проследить различия между эластодинамической и гидродинамической трактовками движений ядерной материи нейтронных звезд, приведем вывод спектра собственных колебаний сферической однородной массы несжимаемой невязкой жидкости, используя изложенный выше вариационный метод. Движения невязкой жидкости в поле собственного тяготения описываются уравнениями

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial V_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3.1)$$

$$\rho \frac{dV_i}{dt} + \frac{\partial P_{ik}}{\partial x_k} + \rho \frac{\partial U}{\partial x_i} = 0, \quad P_{ik} = P\delta_{ik}, \quad (3.2)$$

$$\Delta U = 4\pi G\rho. \quad (3.3)$$

Главным отличительным признаком гидродинамического описания от эластодинамического является то, что распределение внутренних напряжений в жидкости изотропно, поэтому оно описывается скалярной функцией давления P , а не тензором, как в случае упругого континуума (т.е., в жидкости всегда $P_{ij} = P\delta_{ij}$). Характерной особенностью динамического поведения жидкости является сохранение этого свойства в процессе распространения возмущений. Иначе говоря, внешние возмущения не разрушают изотропии равновесных внутренних напряжений. Поэтому при линеаризации уравнений гидродинамики используется замена: $P_{ij} \rightarrow (P + \delta P)\delta_{ij}$, и при малых возмущениях движения жидкости подчиняются линейным уравнениям

$$\frac{\partial \delta V_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3.4)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \delta V_i}{\partial t} + \frac{\partial \delta P}{\partial x_i} + \rho_0 \frac{\partial \delta U}{\partial x_i} = 0, \quad (3.5)$$

$$\Delta \delta U = 0. \quad (3.6)$$

Следуя изложенному выше вариационному принципу, умножим скалярно линеаризованное уравнение Эйлера (3.5) на δV_i и проинтегрируем результат по объему звезды:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho_0 \frac{\delta V^2}{2} d\tau + \oint_S (\delta P + \rho_0 \delta U) \delta V_i d\sigma_i = 0. \quad (3.7)$$

Далее, используя процедуру факторизации Рэлея, получаем стандартное уравнение нормальных колебаний:

$$\mathcal{M}_L \ddot{\alpha}_L^2 + \mathcal{K}_L \alpha_L^2 = 0, \quad (3.8)$$

где массовый параметр \mathcal{M}_L и параметр жесткости \mathcal{K}_L определяются выражениями:

$$\mathcal{M}_L = \int_V \rho_0 \xi_i^L \xi_i^L d\tau, \quad \mathcal{K}_L = \oint_S (p^L + \rho_0 \phi^L) \xi_i^L d\sigma_i. \quad (3.9)$$

Расчет флуктуаций скорости δV_i возбуждаемого потока и потенциала собственного тяготения δU проводится по схеме, описанной в предыдущем разделе. Однако в рассматриваемой гидродинамической модели поле смещений задается потенциальной функцией $\xi_i^L = \text{grad}_i \psi^L$. Такое представление является следствием того, что незатухающие возмущения в жидкости распространяются в виде продольных звуковых волн. Подставляя это поле в уравнение несжимаемости, получаем

$$\Delta \psi^L = 0, \quad \psi^L = N r^L P_L(\mu). \quad (3.10)$$

Константа N_L фиксируется хорошо известным граничным условием Неймана

$$\delta V_r(r') = \dot{r}'|_{r'=R', (r=R)}, \quad \rightarrow \quad N = \frac{1}{LR^{L-2}}. \quad (3.11)$$

Окончательное выражение для поля смещений при сфероидальных гидродинамических колебаниях приобретает вид:

$$\xi^L = \frac{1}{LR^{L-2}} \nabla r^L P_L(\mu). \quad (3.12)$$

Единственной неизвестной переменной остается вариация давления δP . Действуя оператором дивергенции на уравнение (3.5) и учитывая (3.4) и (3.6), находим, что δP подчиняется уравнению Лапласа, которое дополняется условием отсутствия напряжений на вибрирующей поверхности:

$$\Delta \delta P = 0, \quad P_0(r') + \delta P(r')|_{r'=R', (r=R)} = 0. \quad (3.13)$$

Решение уравнения (3.13) имеет вид:

$$\delta P = p^L(\mathbf{r}) \alpha_L(t), \quad p^L(\mathbf{r}) = \frac{4\pi}{3R^{L-2}} G \rho_0^2 r^L P_L. \quad (3.14)$$

Для инерции и жесткости находим [62]:

$$\mathcal{M}_L = \frac{4\pi \rho_0 R^5}{L(2L+1)}, \quad \mathcal{K}_L = \frac{32}{3} \pi^2 G \rho_0^2 R^5 \frac{(L-1)}{(2L+1)^2}. \quad (3.15)$$

В результате получаем хорошо известную формулу Кельвина [62, 84, 86, 89]:

$$(\omega_L^K)^2 = \omega_G^2 \frac{2L(L-1)}{2L+1}, \quad \omega_G^2 = GM/R^3, \quad (3.16)$$

характеризующую собственные частоты f -моды гравитационных нерадиальных колебаний звезды, моделируемой сферически-однородной самогравитирующей массой невязкой несжимаемой жидкости. Физическое содержание полученного нами выражения (2.64) для собственных сфероидальных мод самогравитирующего упругого шара во многом аналогично формуле Кельвина (3.16). В частности, нижайшее колебание в обеих моделях имеет мультипольный порядок $L = 2$. Подчеркнем, что отношение частот s -моды нерадиальных колебаний самогравитирующего упругого шара (2.64) к частотам кельвиновской f -моды (3.16) нерадиальных колебаний сферической массы несжимаемой невязкой жидкости подчиняется неравенству:

$$\frac{\omega_s^2}{(\omega_L^K)^2} = \frac{(2L+1)}{L} > 1, \quad \text{при } L \geq 2, \quad (3.17)$$

Таблица 4. Частоты квадрупольной ω_2 , октупольной ω_3 и гексадекапольной ω_4 нерадиальных сфероидальных гравитационных мод в однородной модели нейтронной звезды. Массы M (в единицах массы Солнца M_\odot) и радиусы R вычислены по формулам стандартной однородной модели на основе уравнения состояния для чисто нейтронной материи со средней плотностью ρ_0 , представленной в долях нормальной ядерной плотности ρ_N

Параметры модели			Ядерная эластодинамика			Классическая гидродинамика		
ρ_0/ρ_N	M/M_\odot	R , км	ω_2 , 10^4c^{-1}	ω_3 , 10^4c^{-1}	ω_4 , 10^4c^{-1}	ω_2 , 10^4c^{-1}	ω_3 , 10^4c^{-1}	ω_4 , 10^4c^{-1}
1,0	1,00	11,90	1,48	2,11	2,60	0,79	1,16	1,44
1,2	1,09	11,54	1,62	2,32	2,85	0,87	1,27	1,58
1,4	1,18	11,25	1,75	2,50	3,08	0,94	1,37	1,71
1,6	1,26	11,00	1,87	2,68	3,29	1,00	1,47	1,83
1,8	1,34	10,79	1,99	2,84	3,49	1,06	1,55	1,94
2,0	1,41	10,60	2,09	2,99	3,68	1,12	1,64	2,04
2,2	1,48	10,43	2,20	3,14	3,86	1,17	1,72	2,14
2,4	1,54	10,28	2,29	3,28	4,03	1,23	1,79	2,24
2,6	1,60	10,15	2,39	3,41	4,20	1,28	1,87	2,33
2,8	1,67	10,02	2,48	3,54	4,36	1,32	1,94	2,42
3,0	1,72	9,91	2,56	3,66	4,51	1,37	2,01	2,50

из которого следует, что $\omega_s \rightarrow \sqrt{2}\omega_L^K$ при $L \rightarrow \infty$. Таким образом, при одинаковых L и ρ_0 частоты сфероидальных нерадиальных колебаний самогравитирующего упругого шара всегда выше частот нерадиальных гравитационных колебаний сферической массы жидкости. Для сравнения в табл. 4 приведены численные значения частот, полученных в рамках ядерной эластодинамики (2.67) и классической гидродинамики (3.16). Видно, что оба подхода выявляют одинаковый характер роста частоты с увеличением мультипольного порядка колебания (периоды меняются при этом приблизительно по закону $P_L \sim 1/L$) — чем массивнее звезда, тем выше частоты гравитационных колебаний (периоды, соответственно, короче).

Приливные колебания. Современные эволюционные расчеты, основанные на реалистических уравнениях состояния, явно свидетельствуют о стратифицированном характере распределения адронного вещества в недрах нейтронных звезд. Плотность внутренней области приблизительно на три порядка выше, чем периферийной. Поэтому возмущения, индуцированные, например, остаточными флуктуациями вещества после взрыва сверхновой, вероятнее всего, будут сохраняться только в периферийном слое звезды. В этой связи можно поставить вопрос о том, насколько частоты колебаний поверхностного слоя отличаются от частот нерадиальных колебаний всего объема нейтронной звезды. Такая модель может оказаться полезной при дальнейшем изучении приливных колебаний в нейтронной звезде, которая является

объектом двойной системы, а приливы вызываются орбитальным движением массивного компаньона. Ниже мы приводим вычисления собственных мод сфероидальных колебаний поверхностного слоя в рамках гидродинамической теории.

Равновесные параметры модели. В модели динамического слоя стратифицированная структура нейтронной звезды трактуется упрощенно как жесткий инертный кор плотности ρ_c , окруженный динамическим слоем плотности $\rho \leq \rho_c$. Ниже радиусы кора и всей звезды обозначены R_c и R соответственно; $\Delta R = R - R_c$ — глубина внешней оболочки.

В рамках нерелятивистской модели распределение ньютоновской гравитации в звезде определяется уравнениями

$$\Delta U_1 = 4\pi G \rho_c, \quad r < R_c, \quad (3.18)$$

$$\Delta U = 4\pi G \rho, \quad R_c < r < R, \quad (3.19)$$

$$\Delta U_2 = 0, \quad r > R. \quad (3.20)$$

Используя стандартные граничные условия

$$U_1 = U|_{r=R_c}, \quad U = U_2|_{r=R}, \quad (3.21)$$

$$\frac{dU_1}{dr} = \frac{dU}{dr}\Big|_{r=R_c}, \quad \frac{dU}{dr} = \frac{dU_2}{dr}\Big|_{r=R}, \quad (3.22)$$

находим

$$U = \frac{2\pi}{3} G \rho \left(r^2 - 3R^2 + \frac{2R_c^3}{r} \right) - \frac{4\pi}{3} G \rho_c \frac{R_c^3}{r}. \quad (3.23)$$

Легко проверить, что в пределе $R_c \rightarrow 0$ (вместе с $\rho_c \rightarrow 0$) изучаемая модель воспроизводит потенциал однородной модели. Локально равновесное давление P в периферийном слое может быть вычислено из уравнения гидростатического равновесия с граничным условием свободной от натяжений поверхности:

$$\nabla P = -\rho \nabla U, \quad P(R) = 0, \quad (3.24)$$

где $U = U_2$ — потенциал внутри внешнего слоя звезды. Решение (3.24) имеет вид

$$P(r) = \frac{2\pi}{3} G \rho^2 (R^2 - r^2) + \frac{4\pi}{3} G \frac{R_c^3}{R} \rho (\rho_c - \rho) \frac{R - r}{r}. \quad (3.25)$$

Отметим снова, что при $R_c = 0$ получаем давление в однородной модели.

Периоды приливных колебаний. Для нахождения собственных мод нормальных колебаний представим флуктуирующие переменные в сепарабельной

форме:

$$\delta V_i(\mathbf{r}, t) = \xi_i^L(\mathbf{r}) \dot{\alpha}_L(t), \quad \delta P(\mathbf{r}, t) = p^L(\mathbf{r}) \alpha_L(t), \quad \delta U(\mathbf{r}, t) = \phi^L(\mathbf{r}) \alpha_L(t). \quad (3.26)$$

Поле мгновенных смещений $\xi_L(\mathbf{r})$ подчиняется уравнению

$$\operatorname{div} \xi_L = 0, \quad (3.27)$$

решение которого будем искать в виде полоидального векторного поля:

$$\xi_L = \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{r} \chi_L, \quad \chi_L = [A_L^1 r^L + A_L^2 r^{-L-1}] P_L(\mu). \quad (3.28)$$

Для нахождения констант, входящих в выражения для скорости потока при нерадальных колебаниях поверхностного слоя, воспользуемся условием непроницаемости кора

$$\delta V_r|_{r=R_c} = 0, \quad \dot{R}_c = 0, \quad (3.29)$$

отражающим также его инертность. На поверхности звезды накладываем стандартное граничное условие Неймана:

$$\delta V_r|_{r=R} = \dot{R}(t) = R \dot{\alpha}_L(t) P_L(\mu), \quad R(t) = R(1 + \alpha_L(t) P_L(\mu)). \quad (3.30)$$

Из (3.29) и (3.30) находим явный вид констант A_L^1 и A_L^2 :

$$A_L^1 = \frac{A_L}{L(L+1)}, \quad A_L^2 = -\frac{A_L}{L(L+1)} R_c^{2L+1}, \quad A_L = \frac{R^{L+3}}{R^{2L+1} - R_c^{2L+1}}. \quad (3.31)$$

Сферические компоненты поля мгновенных смещений ξ_L представляются в виде

$$\xi_r = A_L \frac{r^{2L+1} - R_c^{2L+1}}{r^{L+2}} P_L(\mu), \quad (3.32)$$

$$\xi_\theta = -\frac{A_L}{L(L+1)} \frac{(L+1)r^{2L+1} + LR_c^{2L+1}}{r^{L+2}} (1-\mu^2)^{1/2} \frac{dP_L(\mu)}{d\mu}, \quad (3.33)$$

$$\xi_\phi = 0. \quad (3.34)$$

В изучаемом случае вариация потенциала ϕ^L на поверхности звезды дается общим решением уравнения Лапласа [65]:

$$\phi^L = -\frac{4\pi}{2L+1} \rho G R^2 \left[1 + \frac{\rho_c - \rho}{\rho} \left(\frac{R_c}{R} \right)^{L+3} \right] P_L(\mu). \quad (3.35)$$

Для флуктуирующего поверхностного давления имеем [65]:

$$p^L = \frac{4\pi}{3} \rho^2 G R^2 \left[1 + \frac{\rho_c - \rho}{\rho} \left(\frac{R_c}{R} \right)^3 \right] P_L(\mu). \quad (3.36)$$

Параметры инерции и жесткости малых колебаний оболочки нейтронной звезды даются выражениями:

$$M_L = \frac{4\pi\rho R^5}{L(2L+1)} \left[1 + \frac{2L+1}{L+1} \frac{R_c^{2L+1}}{R^{2L+1} - R_c^{2L+1}} \right], \quad (3.37)$$

$$K_L = \frac{16\pi^2 G}{3(2L+1)} \rho^2 R^5 \left[\frac{2(L-1)}{2L+1} + \frac{\rho_c - \rho}{\rho} \left(\frac{R_c}{R} \right)^3 \left(1 - \frac{3}{2L+1} \left(\frac{R_c}{R} \right)^L \right) \right]. \quad (3.38)$$

Приведем численные оценки собственных частот колебаний внешней оболочки для типичной нейтронной звезды радиуса $R \approx 10$ км. Глубину поверхностной коры, участвующей в колебаниях, положим равной $\Delta R \approx 0,5$ км, плотность вещества внутреннего остова $\rho_c \approx 2 \cdot 10^{14}$ г·см⁻³, а внешнего слоя $\rho \approx 4,3 \cdot 10^{11}$ г·см⁻³. Из (3.37) и (3.38) получаем оценку периодов (в секундах) приливных колебаний:

$$P_1 = 7,9 \cdot 10^{-3}, \quad P_2 = 1,9 \cdot 10^{-3}, \quad P_3 = 1,1 \cdot 10^{-3}, \quad P_4 = 0,9 \cdot 10^{-3}. \quad (3.39)$$

Примечательным следствием неоднородной двухкомпонентной модели (при условии, что массивный кор остается невозмущенным) является вывод о том, что нижайшая мода оказывается дипольной. Обращает на себя внимание тот факт, что абсолютные значения частот нерадиальных колебаний периферийного слоя ниже, чем частоты в однородной модели звезды. Близость периодов приливных колебаний к периодам электромагнитного излучения пульсаров показывает, что приливные гравитационные флуктуации вещества в периферийном слое нейтронной звезды могут оказывать влияние на ее электромагнитную активность.

Полученные аналитические результаты позволяют сделать следующие выводы.

(i) Предельный случай $R_c \rightarrow 0$ соответствует колебаниям полной массы звезды:

$$M_L = \frac{4\pi\rho R^5}{L(2L+1)}, \quad K_L = \frac{32}{3} \pi^2 \rho^2 G R^5 \frac{(L-1)}{(2L+1)^2}, \quad (3.40)$$

и мы снова приходим к спектру Кельвина:

$$(\omega_L^K)^2 = \omega_G^2 \frac{2L(L-1)}{2L+1}, \quad \omega_G^2 = \frac{4\pi}{3} G\rho. \quad (3.41)$$

(ii) В пределе малой глубины $\Delta R = R - R_c \ll R_c$ имеем

$$\omega_L^2 = \omega_G^2 \frac{2L(L^2-1)}{2L+1} \frac{\Delta R}{R}. \quad (3.42)$$

(iii) В случае, когда $\rho_c = \rho$:

$$\omega_L^2 = \omega_G^2 \frac{2L(L-1)}{2L+1} \left[1 + \frac{2L+1}{L+1} \frac{R_c^{2L+1}}{R^{2L+1} - R_c^{2L+1}} \right]^{-1}. \quad (3.43)$$

Из (3.43) следует, что при однородной плотности звезды частоты колебаний периферийного слоя конечной глубины ниже, чем частоты колебаний всей массы. Представленное сравнение однородной и неоднородной моделей нейтронной звезды показывает, что характерным динамическим проявлением неоднородности в радиальном распределении массы вещества является наличие в спектре гравитационных колебаний звезды дипольной f -моды, которая появляется только благодаря неоднородности профиля плотности и является нижайшей устойчивой модой. Как показано в [66], данный вывод не зависит от конкретного вида неоднородности профиля плотности. Это позволяет заключить, что присутствие дипольной моды является главной отличительной чертой неоднородной двухкомпонентной модели от однородной модели Кельвина, в которой нижайшей устойчивой модой является квадрупольная.

Резюмируя проведенное сравнение гидродинамического и эластодинамического подходов, отметим следующее. Частоты, предсказываемые эластодинамической моделью, приблизительно в 1,5—2 раза выше частот, полученных в гидродинамическом подходе. Это различие имеет исключительно динамическое происхождение и обусловлено тем, что восстанавливающая сила колебаний сферической массы жидкости в поле собственного тяготения определяется только поверхностными флуктуациями поля гравитации и гравитационного давления, в то время как в эластодинамической модели устойчивость равновесной формы нейтронной звезды и восстанавливающая сила колебаний определяются балансом сил упругих деформаций в вырожденном ферми-континууме и сил собственного тяготения. Это адекватно отражает твердо установленный факт, что устойчивость нейтронной звезды относительно деформаций малой амплитуды (так же, как и абсолютная устойчивость равновесной конфигурации) определяется конкуренцией между деструктивным давлением гравитационного сжатия звезды и конструктивным давлением вырожденной ядерной материи, препятствующим коллапсу звезды. Это одна из причин того, почему эластодинамическая модель континуальной механики представляется более правдоподобной и подходящей для описания собственных движений самогравитирующей ядерной материи, чем гидродинамическая. Вместе с тем приведенные выше гидродинамические оценки могут оказаться полезными при анализе сейсмологии компактных объектов.

В заключение мы хотели бы отметить одно наблюдение, непосредственно связанное с эластодинамической трактовкой движения материи в нейтронных звездах. Двухкомпонентная модель нейтронной звезды (жесткая периферийная оболочка, совершающая упругие колебания относительно более плотного

остова) позволяет взглянуть на сбой в радиоизлучении пульсара как на звездотрясение, вызванное прохождением компаньоном периастра двойной системы. В такой ситуации приливное возмущение периферийной оболочки нейтронной звезды, вызванное приближением компаньона, должно, вероятнее всего, приводить к быстрозатухающим нерадиальным торсионным колебаниям внешней коры относительно остова. Не исключено, что повторяющиеся сбои пульсирующего радиоизлучения нейтронных звезд как раз свидетельствуют о том, что эти пульсары являются компонентами двойных систем.

4. МАГНИТОПЛАЗМЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

Гинзбург [69] и Вольтер [70] еще до открытия пульсаров показали, что физическую причину сильного намагничивания нейтронной звезды можно понять, допустив, что процесс коллапса слабо намагниченных массивных звезд главной последовательности (с $B \sim 1 - 10^3$ Гс) с размерами порядка солнечного ($R \sim 10^5 - 10^6$ км) протекает с сохранением магнитного потока. В этом случае, при условии полной вмороженности силовых линий магнитного поля в вещество звезды, катастрофическое уменьшение размеров до 10 км должно сопровождаться усилением магнитного поля до значений $10^{11} - 10^{13}$ Гс [67]. Принятие этой гипотезы фактически означает, что ядерное вещество сформировавшейся нейтронной звезды должно оставаться ионизированным (хотя бы частично), т.е. обладать свойствами замагниченной скомпенсированной плазмы. Одним из характерных признаков последней является ее способность поддерживать незатухающие магнитогидродинамические (МГД) волны Альфвена [84,90]. В физике нейтронных звезд на это обстоятельство впервые обратили внимание Хойл, Нарликар и Уилер [71]. В этой работе показано, что магнитная энергия, запасенная на стадии коллапса, после формирования нейтронной звезды должна высвобождаться посредством преобразования энергии остаточных магнитоплазменных осцилляций внутри звезды в энергию электромагнитного излучения в окружающее пространство. Возможность высвобождения магнитной энергии посредством излучения была также указана Пачини [91]. Однако позднее эта идея, как отмечается в [92], была незаслуженно забыта. В данном разделе мы приведем вариационный метод расчета и численные оценки периодов МГД-мод, на основе которых можно сделать вывод о непротиворечивости гипотезы магнитоплазменного механизма электромагнитной активности нейтронных звезд.

Однако, прежде чем обсуждать физику магнитоплазменных нерадиальных колебаний в нейтронных звездах, мы хотели бы особо отметить наблюдения, сделанные в работах [93,94]. В них приведены аргументы в пользу того, что нейтронная фракция вещества пульсара находится в ферромагнитной фазе. В частности, в [93] показано, что спонтанная ориентация магнитных момен-

тов нейтронов может сформировать стабильную намагниченность сферической массы нейтронной материи с величиной полного магнитного момента, достаточной для объяснения феномена пульсирующего излучения магнитодипольным радиоизлучением вращающейся нейтронной звезды в модели маяка [7,11,12,95-97]. В недавней работе [94] приведены дополнительные аргументы в пользу магнитоупорядоченного состояния, главным из которых служит самосогласованная оценка средней напряженности магнитного поля и плотности нейтронной звезды. Одним из примечательных следствий этой гипотезы является предсказание электромагнитной активности нейтронной звезды, обусловленной спиновыми колебаниями. По оценкам работы [94], периоды этих колебаний попадают в миллисекундный диапазон пульсарной шкалы времени.

Уместно также добавить, что, согласно современным расчетам структуры нейтронной звезды, только периферийный слой можно ассоциировать с *Ae*-фазой, в то время как структурное содержание более глубоких областей, видимо, представлено нейтронным веществом, обладающим свойствами *B*-фазы* сверхтекучего ${}^3\text{He}$. Характерной особенностью сверхтекучего вращения является то, что оно может сопровождаться образованием квантовых вихрей [98]. В поддержку такого представления свидетельствуют выводы квантово-макроскопической теории сбоев радиоизлучения пульсаров, предложенной в [99], согласно которой резкие всплески в частоте радиоизлучения можно объяснить потерей устойчивого сцепления вихревой решетки Ткаченко (образованной замагниченными вихревыми нитями, выстроенными вдоль оси вращения), или, другими словами, откалыванием замагниченных вихревых нитей от периферийной коры [100].

Нерадиальные МГД-колебания нейтронной звезды в однородной модели. В настоящем разделе мы рассматриваем движения ионизированного вещества нейтронных звезд, обусловленные присутствием в ее недрах сильного магнитного поля. В основе рассматриваемой модели лежит предположение о том, что *Ae*-фаза обладает свойствами скомпенсированной магнитоактивной плазмы. Как известно, динамика вещества в плазменном агрегатном состоянии описывается уравнениями магнитной гидродинамики: [84]

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\nabla W + \frac{1}{4\pi}(\mathbf{B}\nabla)\mathbf{B}, \quad W = P + \frac{B^2}{8\pi}, \quad (4.1)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}], \quad (4.2)$$

*Сверхтекучесть нейтронной материи, вероятнее всего, может быть обусловлена спариванием нейтронов в 3P_2 -состоянии. Эта фаза аналогична анизотропной *B*-фазе ${}^3\text{He}$.

где ρ — плотность, \mathbf{V} — скорость среды, \mathbf{B} — напряженность магнитного поля и W — магнитогидростатическое давление (d/dt — субстанциональная производная).

При условии несжимаемости линеаризованные МГД-уравнения, содержащие решение, отвечающее распространению обыкновенной магнитогидродинамической волны, могут быть представлены в виде

$$\frac{\partial \delta V_i}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial \delta B_k}{\partial x_k} = 0, \quad (4.3)$$

$$\rho \frac{\partial \delta V_i}{\partial t} - \frac{B_k}{4\pi} \frac{\partial \delta B_i}{\partial x_k} = 0, \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial \delta B_i}{\partial t} - B_k \frac{\partial \delta V_i}{\partial x_k} = 0, \quad (4.5)$$

где δV_k и δB_k — компоненты флуктуаций скорости и напряженности магнитного поля. При получении уравнений (4.3)—(4.5) было использовано тривиальное решение уравнения Лапласа $\Delta \delta W = 0$ для флуктуаций давления: $\delta W = 0$. Это соответствует случаю, когда гравитационные колебания не возбуждаются, и магнитоплазменные осцилляции являются единственной степенью активности плазменной среды.

Чандрасекхар и Ферми [101] показали, что присутствие однородного поля в звезде производит такой же эффект, как ее вращение, т.е. приводит к сплющиванию звезды в направлении полюсов. Для однородной самогравитирующей сферической массы с радиусом R и массой M , с однородным внутри звезды полем с напряженностью B степень сплюснутости звезды оценивается отношением $\epsilon \sim E_{\text{mag}}/E_{\text{gr}}$, где $E_{\text{mag}} \sim B^2 R^3$ — магнитная и $E_{\text{gr}} \sim GM^2/R$ — гравитационная энергии. Для нейтронных звезд $\epsilon \sim 10^{-5}$, поэтому мы пренебрежем несферичностью, вызванной присутствием магнитного поля, и проведем вычисления частот МГД-колебаний для сферической равновесной конфигурации.

Мы интересуемся спектром собственных частот нерадиальных альфвеновских колебаний*. Собственные частоты этих колебаний могут быть вычислены на основе энергетического вариационного принципа по следующей схеме. Скалярное умножение (4.4) на δV_i и интегрирование по объему звезды (на поверхности звезды принимается, что $\delta \mathbf{B}|_{r=R} = 0$) приводит к уравнению

*Радиальные магнитоплазменные колебания звезды с идеализируемой сферической массой идеально проводящей жидкости изучались М. Шварцшильдом [103] (см. также [34]) задолго до открытия пульсаров.

энергетического баланса:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \frac{\rho \delta V^2}{2} d\tau - \frac{\mu}{4\pi} \int_V \delta V_i B_k \frac{\partial \delta B_i}{\partial x_k} d\tau = 0. \quad (4.6)$$

Малые отклонения скорости потока и напряженности магнитного поля удобно представить в виде

$$\delta V_i = \xi_i(\mathbf{r}) \dot{\alpha}(t), \quad \delta B_i = h_i(\mathbf{r}) \alpha(t). \quad (4.7)$$

Подставляя (4.7) в (4.5), находим

$$h_i = B_k \frac{\partial \xi_i}{\partial x_k}. \quad (4.8)$$

Подстановка (4.7) в (4.6) дает

$$M_L \ddot{\alpha} + K_L \alpha = 0, \quad (4.9)$$

где M_L — инерция и K_L — жесткость гидромагнитных колебаний [73]:

$$M_L = \int_V \rho \xi_i \xi_i d\tau, \quad K_L = \frac{\mu}{4\pi} \int_V h_i h_i d\tau. \quad (4.10)$$

Из приведенных формул следует, что для определения частоты $\omega^2 = K_L/M_L$ необходимо знать только поле смещений. Ниже мы рассмотрим случай, когда напряженность однородного внутри звезды магнитного поля \mathbf{B} направлена по оси z :

$$B_r = \mu B, \quad B_\theta = -(1 - \mu^2)^{1/2} B, \quad B_\phi = 0, \quad \mu = \cos \theta. \quad (4.11)$$

Заметим, что именно такая конфигурация поля внутри звезды была рассмотрена в работе [101].

Эластодинамический характер МГД-колебаний. При изучении процессов распространения МГД-волн в магнитоактивной плазме часто используется механическая аналогия, указанная Альфвеном [90], между магнитоплазменной (существенно поперечной) волной, бегущей вдоль силовых линий магнитного поля, замороженных в идеально проводящую среду, и поперечной волной упругих напряжений, распространяющейся вдоль натянутой струны. Эта аналогия подчеркивает тот факт, что присутствие однородного магнитного поля внутри бесконечно проводящей скомпенсированной плазмы придает ей свойства упругого континуума, в том смысле, что распространение поперечной волны служит основным динамическим признаком упругой сплошной среды [84,90]. Придерживаясь этой аналогии, мы полагаем, что гидромагнитные колебания в

сферическом объеме звезды с постоянным магнитным полем внутри развиваются подобно эластодинамическим колебаниям сферической массы упругого континуума. Другими словами, мы полагаем, что поля смещений в звезде при ее МГД-колебаниях описываются полоидальным и тороидальным полями смещений, такими же, как и в случае сфероидальных и торсионных гравитационных колебаний*.

Полоидальная МГД-мода. Рассмотрим возмущения, связанные с возбуждением полоидального поля скорости:

$$\delta \mathbf{V}_p = \frac{N_p}{L+1} \mathbf{rot rot r} r^L P_L(\mu) \dot{\alpha}_L(t) = N_p \mathbf{grad} r^L P_L(\mu) \dot{\alpha}_L(t),$$

$$N_p = \frac{1}{LR^{L-2}}. \quad (4.12)$$

Сферические компоненты поля мгновенных смещений имеют вид

$$\xi_r = \frac{r^{L-1}}{R^{L-2}} P_L(\mu), \quad \xi_\theta = -\frac{r^{L-1}}{LR^{L-2}} (1-\mu^2)^{1/2} \frac{\partial P_L(\mu)}{\partial \mu}, \quad \xi_\phi = 0. \quad (4.13)$$

Пространственная зависимость флуктуаций магнитного поля определяется выражениями (см. приложение Б):

$$h_r = (L-1) \frac{Br^{L-2}}{R^{L-2}} P_{L-1}(\mu), \quad h_\theta = \frac{-Br^{L-2}}{R^{L-2}} (1-\mu^2)^{1/2} \frac{\partial P_{L-1}(\mu)}{\partial \mu},$$

$$h_\phi = 0. \quad (4.14)$$

Подставляя (4.13) и (4.14) в (4.10), находим

$$M_L = \frac{4\pi\rho R^5}{L(2L+1)}, \quad K_L = B^2 R^3 \frac{L-1}{2L-1}. \quad (4.15)$$

В результате для частоты полоидальной МГД-моды получаем

$$\omega^2 = \Omega_A^2 L(L-1) \frac{2L+1}{2L-1}, \quad \Omega_A^2 = \frac{V_A^2}{R^2} = \frac{B^2}{4\pi\rho R^2}, \quad (4.16)$$

где Ω_A — естественная единица частоты альфвеновских магнитоплазменных осцилляций.

*Эти аргументы были недавно использованы при построении модели магнитного желе, предложенной в [102], для описания электромагнитного отклика замагниченных сферических частиц (кластеров) полуметаллов и немагнитных диэлектриков в терминах альфвеновских нерадиальных колебаний скомпенсированной электрон-дырочной твердотельной плазмы.

Тороидальная МГД-мода. Отмеченная выше физическая аналогия поведения замагниченной плазмы и упругого континуума указывает на возможность возбуждения тороидальной гидромагнитной моды. Напомним, что тороидальное поле скорости упругих смещений в системе с фиксированной полярной осью представляется в виде

$$\delta \mathbf{V}_t = N_t \mathbf{rot} \mathbf{r} r^L P_L(\mu) \dot{\alpha}_L(t) = [\mathbf{\Omega}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{r}], \quad (4.17)$$

где

$$\mathbf{\Omega}(\mathbf{r}, t) = N_t \mathbf{grad} r^L P_L(\mu) \dot{\alpha}_L(t), \quad N_t = \frac{1}{R^{L-1}} \quad (4.18)$$

— поле угловой частоты локальных крутильных колебаний. Сферические компоненты тороидального поля смещений записываются следующим образом:

$$\xi_r = 0, \quad \xi_\theta = 0, \quad \xi_\phi = -\frac{r^L}{R^{L-1}} (1 - \mu^2)^{1/2} \frac{\partial P_L(\mu)}{\partial \mu}, \quad (4.19)$$

а соответствующие флуктуации интенсивности магнитного поля равны

$$h_r = 0, \quad h_\theta = 0, \quad h_\phi = B(L+1) \frac{r^{L-1}}{R^{L-1}} (1 - \mu^2)^{1/2} \frac{\partial P_{L-1}(\mu)}{\partial \mu}. \quad (4.20)$$

Вычисления массового параметра и параметра жесткости тороидальных МГД-колебаний дают:

$$M_L = 4\pi\rho R^5 \frac{L(L+1)}{(2L+1)(2L+3)}, \quad K_L = B^2 R^3 \frac{L(L-1)(L+1)^2}{(2L+1)(2L-1)}. \quad (4.21)$$

В результате дискретный спектр частот тороидальных МГД-колебаний можно представить в виде

$$\omega_t^2 = \Omega_A^2 (L^2 - 1) \frac{2L+3}{2L-1}, \quad (4.22)$$

где альфвеновская частота Ω_A была определена выше.

Спектральные формулы (4.16) и (4.22) являются главным результатом развитой теории. Из этих выражений следует, что собственные частоты гидромагнитных мод нейтронной звезды пропорциональны интенсивности магнитного поля внутри звезды B и обратно пропорциональны ее радиусу R . Периоды МГД-колебаний P_{hm} (как полоидальных, так и тороидальных) монотонно убывают с ростом мультипольного порядка L как $P_{hm} \sim 1/L$.

В табл. 5 приведены численные оценки периодов $P_L = 2\pi/\omega_L$ магнитоплазменных полоидальных и тороидальных осцилляций нижайшего мультипольного порядка, рассчитанные для семейства однородных моделей нейтронных звезд с простейшей конфигурацией постоянного магнитного поля

Таблица 5. Периоды P_L глобальных нерадиальных полоидальных и тороидальных магнитогидродинамических (МГД) колебаний, вычисленные в приближении постоянного поля для семейства однородных моделей нейтронных звезд с параметрами, указанными в первых четырех колонках таблицы

Параметры модели				Полоидальная МГД-мода			Тороидальная МГД-мода		
M/M_\odot	R , км	ρ/ρ_N	B , 10^{13} Гс	$P_{2,c}$	$P_{3,c}$	$P_{4,c}$	$P_{2,c}$	$P_{3,c}$	$P_{4,c}$
0,5	9,8	0,9	0,1	31,70	19,40	14,20	20,80	14,70	11,50
			2,0	1,51	0,93	0,68	0,99	0,70	0,55
			4,0	0,77	0,47	0,35	0,51	0,36	0,28
			6,0	0,52	0,32	0,23	0,34	0,24	0,19
			8,0	0,39	0,24	0,18	0,26	0,18	0,14
0,7	11,0	0,9	0,1	35,60	21,80	15,90	23,30	16,50	12,90
			2,0	1,70	1,04	0,76	1,11	0,79	0,61
			4,0	0,87	0,53	0,39	0,57	0,40	0,31
			6,0	0,58	0,36	0,26	0,38	0,27	0,21
			8,0	0,44	0,27	0,20	0,29	0,20	0,16
0,9	10,6	1,3	0,1	40,60	24,90	18,20	26,60	18,80	14,70
			2,0	1,93	1,18	0,86	1,27	0,90	0,70
			4,0	0,99	0,61	0,44	0,65	0,46	0,36
			6,0	0,67	0,41	0,30	0,44	0,31	0,24
			8,0	0,50	0,31	0,22	0,33	0,23	0,18
1,1	10,6	1,6	0,1	46,00	28,20	20,60	30,10	21,30	16,60
			2,0	2,19	1,34	0,98	1,43	1,01	0,79
			4,0	1,12	0,69	0,50	0,74	0,52	0,41
			6,0	0,75	0,46	0,34	0,49	0,35	0,27
			8,0	0,57	0,35	0,25	0,37	0,26	0,21
1,4	10,2	2,3	0,1	53,20	32,60	23,80	34,80	24,60	19,20
			2,0	2,53	1,55	1,13	1,66	1,17	0,92
			4,0	1,30	0,80	0,58	0,85	0,60	0,47
			6,0	0,87	0,53	0,39	0,57	0,40	0,32
			8,0	0,66	0,40	0,29	0,43	0,30	0,24

внутри (и дипольного вне) звезды. Периоды полоидальных магнитоплазменных осцилляций всегда оказываются несколько больше (в среднем $P_p/P_t \sim 1,2 - 1,6$) периодов тороидальных альфвеновских мод. По данным табл. 5 также можно проследить общие тенденции изменения периодов в зависимости от параметров модели звезды. Для обеих мод длительность периода растет при уплотнении вещества звезды. Иными словами, чем тяжелее звезда, тем больше периоды ее гидромагнитных осцилляций. Главным обращающим на себя внимание результатом является то, что при интенсивности поля выше 10^{13} Гс периоды альфвеновских осцилляций перекрывают интервал периодов радиоизлучения пульсаров: $0,016 < P < 5$ с [67]. С уменьшением B периоды МГД-осцилляций удлиняются (частоты, соответственно, уменьшаются). Иначе говоря, периоды альфвеновских осцилляций должны расти по мере де-

прессии магнитного поля звезды. Такие выводы следуют из предположения, что интенсивность магнитного поля достигает значений, указанных в табл. 5. Для меньших значений $B \sim 10^{12}$ Гс (такие поля предполагаются в модели наклонного ротатора) периоды альфвеновских осцилляций попадают в интервал $5 < P < 50$ с. Излучение, обусловленное магнитоплазменными колебаниями с такими периодами, накладываясь на магнитодипольное излучение из-за вращения, может проявиться в модуляциях амплитуды последнего. Нельзя также забывать, что данные выводы получены в модели однородного распределения скомпенсированной плазмы по всему сферическому объему нейтронной звезды. Между тем из расчетов структуры этого компактного объекта следует, что Ae-фаза локализована главным образом в периферийной коре звезды, где плотность вещества ниже, чем в более глубоких областях (см. рис.1). В этой связи представляется целесообразным провести переоценку частот МГД-колебаний в рамках модели, учитывающей это последнее обстоятельство.

5. АЛЬФВЕНОВСКИЕ КОЛЕБАНИЯ В ПЕРИФЕРИЙНОЙ КОРЕ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ

В этом разделе мы приводим вариационный расчет и численные оценки частот собственных МГД-колебаний, локализованных во внешней коре нейтронной звезды, т.е. в наиболее вероятной области существования электрон-ядерной плазмы. Нейтронная звезда идеализируется двухкомпонентным объектом, в полной аналогии с упомянутой выше моделью Бейма—Петика—Пайнса—Рудермана [42] (см. также [8, 13]), объясняющей сбои пульсаров сдвиговыми сейсмическими колебаниями внешней (менее плотной) коры относительно более плотного кора. Мы также будем опираться на аргументы работы [94], предполагая, что переобогащенная нейтронами ядерная материя массивного кора находится в ферромагнитной фазе. По крайней мере, это делает понятным физическое происхождение сильного магнитного поля в поверхностной скомпенсированной электрон-ядерной плазме, на фоне которого и могут развиваться альфвеновские колебания.

Полоидальная мода. В изучаемом случае полоидальных МГД-колебаний для нахождения поля скорости упругих смещений на поверхности внутреннего кора радиуса R_c наложим условие непроницаемости:

$$\delta V_r|_{r=R_c} = 0, \quad R_c = 0. \quad (5.1)$$

На поверхности звезды налагаем стандартное граничное условие:

$$\delta V_r|_{r=R} = \dot{R}(t) = R P_L(\mu) \dot{\alpha}_L(t), \quad (5.2)$$

где $R(t) = R [1 + \alpha_L(t) P_L(\mu)]$, L — мультипольный порядок сфероидальных искажений поверхности. Для полоидального векторного поля:

$$\xi_L = \text{rot rot } \mathbf{r} \chi_L, \quad \chi_L = [A_L^1 r^L + A_L^2 r^{-L-1}] P_L(\mu). \quad (5.3)$$

Из (5.1) и (5.2) находим явный вид произвольных констант A_L^1 и A_L^2 :

$$A_L^1 = \frac{A_L}{L(L+1)}, \quad A_L^2 = -\frac{A_L}{L(L+1)} R_c^{2L+1}, \quad A_L = \frac{R^{L+3}}{R^{2L+1} - R_c^{2L+1}}. \quad (5.4)$$

Компоненты поля мгновенных смещений ξ_L в сферической системе координат представляются в виде:

$$\xi_r = A_L \frac{r^{2L+1} - R_c^{2L+1}}{r^{L+2}} P_L(\mu), \quad (5.5)$$

$$\xi_\theta = \frac{-A_L}{L(L+1)} \frac{(L+1)r^{2L+1} + LR_c^{2L+1}}{r^{L+2}} P_L^1(\mu), \quad (5.6)$$

$$\xi_\phi = 0, \quad (5.7)$$

где $P_L^1(\mu) = (1 - \mu^2)^{1/2} \frac{dP_L(\mu)}{d\mu}$ — присоединенный полином Лежандра первого порядка. Параметр инерции M , рассчитанный с этим полем, равен [65]:

$$M = \frac{4\pi\rho}{L(2L+1)} A_L^2 R^{2L+1} \left[1 + \frac{L}{L+1} X^{2L+1} \right] (1 - X^{2L+1}), \quad X = R_c/R, \quad (5.8)$$

где X меняется в пределах $0 < X < 1$. Подчеркнем, что здесь ρ — плотность электрон-ядерной плазмы (Ae -фазы), локализованной в периферийной коре звезды.

Далее, подставляя (4.11) и (5.3) в (4.8), находим, что компоненты флуктуаций напряженности магнитного поля приобретают вид

$$h_r = \frac{A_L B}{r^{L+3}} [(L-1)r^{2L+1} P_{L-1}(\mu) + (L+2)R_c^{2L+1} P_{L+1}(\mu)], \quad (5.9)$$

$$h_\theta = \frac{A_L B}{r^{L+3}} [r^{2L+1} P_{L-1}^1(\mu) - R_c^{2L+1} P_{L+1}^1(\mu)], \quad h_\phi = 0. \quad (5.10)$$

Тогда для жесткости гидромагнитных полоидальных колебаний получаем следующее выражение:

$$K = A_L^2 B^2 R^{2L-1} \left[\frac{L-1}{2L-1} + \frac{2L+1}{(2L+3)(2L-1)} X^{2L-1} - \frac{L+2}{2L+3} X^{2(2L+1)} \right]. \quad (5.11)$$

Легко видеть, что в пределе $X \rightarrow 0$ мы воспроизводим результат однородной модели

$$\omega_p^2 = \Omega_A^2 L(L-1) \frac{2L+1}{2L-1}. \quad (5.12)$$

Тороидальная мода. Рассмотрим теперь нерадиальные тороидальные МГД-колебания. В системе с фиксированной полярной осью z тороидальное поле скорости имеет вид

$$\delta \mathbf{V} = \text{rot } \mathbf{r} \chi_L \dot{\alpha}_L(t), \quad \chi_L = [A_L^1 r^L + A_L^2 r^{-L-1}] P_L(\mu). \quad (5.13)$$

Произвольные константы A_L^1 и A_L^2 фиксируются граничными условиями, аналогичными использованным выше при изучении сфероидальных колебаний. При дифференциально-вращательных колебаниях искажения поверхности звезды заданы уравнением: $R(t) = R[1 + \alpha_L(t) P_L^1(\mu)]$, поэтому при $r = R$ следует положить

$$\delta V_\phi|_{r=R} = \dot{R}(t) = R P_L^1(\mu) \dot{\alpha}_L(t). \quad (5.14)$$

Предполагаем, что внутренняя граница остается в покое:

$$\delta V_\phi|_{r=R_c} = 0 \quad \dot{R}_c = 0. \quad (5.15)$$

В результате получаем

$$A_L^1 = A_L, \quad A_L^2 = -A_L R_c^{2L+1}, \quad A_L = \frac{R^L}{R^{2L+1} - R_c^{2L+1}}. \quad (5.16)$$

Используя для поля скорости крутильных колебаний (5.14) сепарабельное представление (4.7), находим компоненты тороидального поля мгновенных смещений:

$$\xi_r = 0, \quad \xi_\theta = 0, \quad \xi_\phi = A_L \left[r^L - \frac{R_c^{2L+1}}{r^{L+1}} \right] P_L^1(\mu). \quad (5.17)$$

Подстановка (4.11) и (5.17) в (4.8) приводит к следующим выражениям для компонент флуктуирующей напряженности магнитного поля (см. также приложение Б):

$$h_r = 0, \quad h_\theta = 0, \quad h_\phi = A_L B \left[(L+1)r^{L-1} P_{L-1}^1(\mu) + L \frac{R_c^{2L+1}}{r^{L+2}} P_{L+1}^1(\mu) \right]. \quad (5.18)$$

Вычисления коэффициентов инерции и жесткости тороидальных МГД-колебаний дают:

$$M = A_L^2 \frac{4\pi\rho L(L+1)R^{2L+3}}{(2L+1)(2L+3)} \times$$

$$\times \left[1 - (2L + 3)X^{2L+1} + \frac{(2L + 1)^2 X^{2L+3}}{2L - 1} - \frac{(2L + 3)}{2L - 1} X^{2(2L+1)} \right],$$

$$K = A_L^2 B^2 \frac{L(L + 1)R^{2L+1}}{(2L + 1)} \times$$

$$\times \left[\frac{L^2 - 1}{2L - 1} + \frac{3X^{2L+1}}{(2L - 1)(2L + 3)} - \frac{L(L + 2)}{2L + 3} X^{2(2L+1)} \right]. \quad (5.19)$$

Как и следовало ожидать, при $X(= R_c/R) \rightarrow 0$ приходим к результату однородной модели [73]:

$$\omega_t^2 = \Omega_A^2 (L^2 - 1) \frac{2L + 3}{2L - 1}, \quad (5.20)$$

где основная (альфвеновская) частота Ω_A определена выше.

Двухкомпонентная модель позволяет получить нижнюю и верхнюю предельные оценки частот собственных альфвеновских МГД-колебаний нейтронной звезды. Приводимые в литературе параметры нейтронной звезды, полученные с использованием различных уравнений состояния ядерной материи, лежат в следующих пределах:

- i) глубина периферийной коры $\Delta R = R - R_c = R(1 - X)$: $0,3 < \Delta R < 0,8$ км;
- ii) средняя плотность поверхностной коры $10^8 < \rho < 10^{11}$ г/см³;
- iii) поверхностная напряженность магнитного поля $10^{10} < B < 10^{13}$ Гс.

Результаты численного анализа модели представлены на рис.6 и 7. На рис.6 изображена (часто приводимая в литературе [67, 92, 104]) диаграмма период — интенсивность магнитного поля. Расчеты периодов нерадиальных полоидальных и тороидальных МГД-осцилляций в поверхностной коре глубиной $\Delta R = 0,5$ км изображены на рис.7 линиями, нумерация которых соответствует различным значениям плотности вещества в области локализации Ae -фазы. Видно, что предсказания модели довольно хорошо вписываются в квадрат, которым обозначена область пульсаров на данной диаграмме. На рис.7 приведена зависимость рассчитанных периодов от глубины слоя, в котором возбуждаются альфвеновские колебания нижайших мультипольностей. Представленные оценки демонстрируют близость рассчитанных периодов МГД-осцилляций к периодам электромагнитного излучения радиопулсаров. Мы склонны полагать, что совпадение периодов МГД-колебаний с основными периодами радиопулсаций нейтронных звезд не является случайным и поддерживает упомянутую гипотезу Хойла—Нарликара—Уилера [71] о том, что низкочастотные гидромагнитные осцилляции, возникающие как остаточный эффект взрыва сверхновой второго типа, могут оказаться эффективным источником электромагнитной активности нейтронных звезд. Анализ эволюции пульсаров показывает, что первоначальное магнитное поле должно

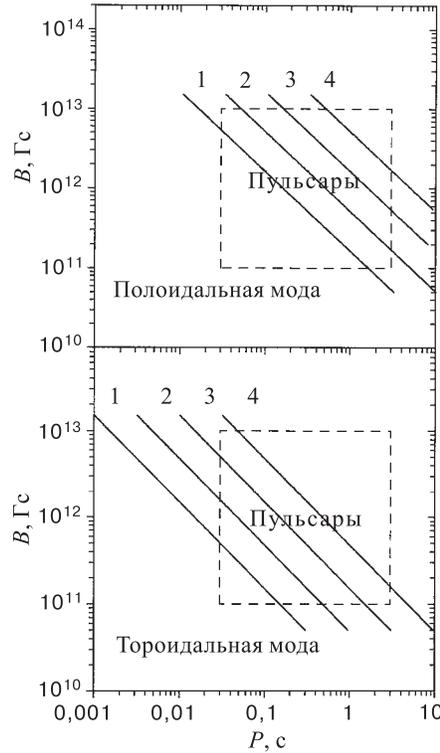


Рис. 6. Диаграмма период — интенсивность магнитного поля: $P - B$. Рассчитанные периоды квадрупольных полоидальных и тороидальных МГД-колебаний представлены линиями, соответствующими различным значениям плотности электрон-ядерной плазмы (Ae -фазы), локализованной во внешней коре глубиной $\Delta R = 0,5$ км: 1 — $\rho = 10^8$, 2 — $\rho = 10^9$, 3 — $\rho = 10^{10}$, 4 — $\rho = 10^{11}$ г/см³. Квадратом обозначена область значений P и B реально наблюдаемых пульсаров

разрушаться за время порядка $\tau_m \sim 2 \cdot 10^6$ лет [104]. Поскольку периоды гидромагнитных осцилляций обратно пропорциональны интенсивности магнитного поля ($P_{hm} \sim 1/B$), то адиабатическая депрессия последнего должна приводить к увеличению периодов альфвеновских колебаний. Поэтому когерентный характер магнитоплазменных осцилляций внутри нейтронной звезды должен проявлять себя вне звезды в виде импульсов, распространяющихся вдоль силовых линий магнитного поля и порождающих пульсирующее электромагнитное излучение сгустками заряженных частиц, выбрасываемых с поверхности звезды. Известно [105, 106], что магнитогидродинамические волны в межзвездном пространстве могут ускорять заряженные частицы вдоль сило-

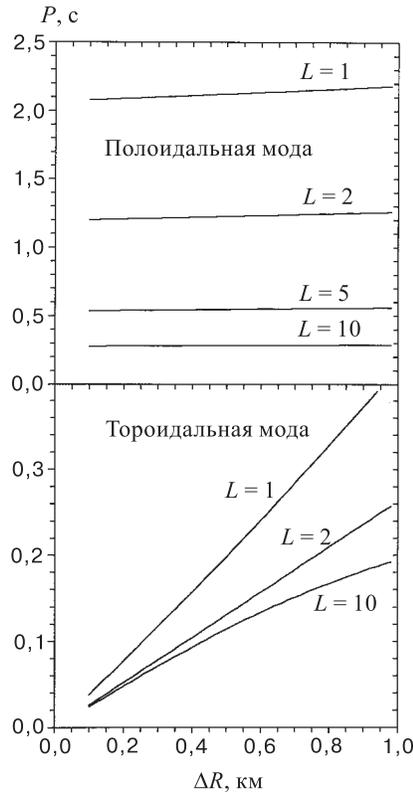


Рис. 7. Периоды полоидальных и тороидальных мультипольных МГД-колебаний, возбуждаемых в Ae -фазе, рассчитанные в зависимости от толщины внешней коры $\Delta R = R - R_c$, при средней плотности вещества Ae -фазы $\rho = 4,3 \cdot 10^{11}$ г/см³ и напряженности магнитного поля $B = 0,5 \cdot 10^{13}$ Гс

вых линий поля, и, таким образом, породить излучение (синхротронное или изгибное).

По нашему мнению, одним из решающих аргументов, подтверждающих гипотезу о том, что магнитоплазменные осцилляции нейтронной звезды могут быть столь же эффективным, как и вращение, источником пульсирующего радиоизлучения в окружающее пространство, могло бы стать наблюдение долгоживущих сверхбыстрых пульсаров с периодом пульсаций $P < 0,5$ мс. При указанных значениях периодов радиопульсаций частота излучения заметно превосходит кеплеровскую предельную частоту, определяющую

гравитационно-вращательную устойчивость звезды*. Поэтому существование таких пульсаров исключается моделью униполярного генератора, в которой намагниченная нейтронная звезда порождает магнитодипольное радиоизлучение с периодом, равным периоду собственного вращения [81, 107, 108]. В этой связи наиболее важными нам представляются проводимые в настоящее время наблюдения по программе МАНИЯ (многокальный анализ наносекундных изменений яркости), одной из целей которой является поиск пульсаров с переменностью излучения за время $10^{-7} - 10^{-2}$ с [109].

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленном обзоре изложена теория гравитационных и магнито-плазменных нерадиальных колебаний нейтронных звезд, основанная на представлении о ядерном веществе как упругом ферми-континууме, обладающем свойствами скомпенсированной магнитоактивной плазмы. В качестве фундаментальных динамических уравнений, моделирующих движения вещества в недрах нейтронных звезд, используются уравнения ядерной эластодинамики, предложенные в макроскопической теории коллективных процессов лабораторной ядерной физики, таких, как деление и гигантские резонансы.

Проведено конструктивное сравнение выводов гидродинамической и эластодинамической моделей поведения ядерной сплошной среды с данными астрофизических наблюдений. В рамках гидродинамического подхода показано, что присутствие дипольной моды является характерным признаком неоднородности профиля плотности звезды. Однако гидродинамическая модель не позволяет описать главные физические факторы, управляющие собственными колебаниями нейтронных звезд. Вибрационная устойчивость нейтронной звезды определяется конкуренцией конструктивных сил упругих деформаций вырожденного ферми-континуума и деструктивных сил гравитационного сжатия. Данное обстоятельство совершенно отчетливо отражено в эластодинамической теории нерадиальных колебаний и абсолютно отсутствует в гидродинамической теории, что свидетельствует о неадекватности гидродинамической парадигмы ядерной сплошной среды. Одним из главных выводов развитой эластодинамической модели нерадиальных пульсаций является вывод о том, что вибрационная динамика нейтронной звезды характеризуется двумя ветвями собственных гравитационно-упругих нерадиальных колебаний:

*По современным оценкам [110], предельное значение частоты вращения вокруг своей оси сформировавшейся нейтронной звезды оценивается как 1800 об/с. Самые быстрые на сегодняшний день пульсары PSR 1937 и PSR 1957, согласно модели жесткого ротатора, должны делать приблизительно 600 оборотов в секунду.

сфероидальной (s -мода) и торсионной (t -мода). Торсионные дифференциально-вращательные колебания нейтронной звезды обусловлены исключительно динамической упругостью вырожденного ферми-континуума. В газовой среде звезд главной последовательности, движения которой подчиняются уравнениям гидродинамики, такие моды отсутствуют.

На основе энергетического вариационного принципа разработан метод вычисления частот (периодов) этих колебаний. Эффективность метода проиллюстрирована аналитическими расчетами периодов глобальных нерадиальных гравитационно-упругих мод в рамках стандартной модели нейтронной звезды (моделируемой сферической массой однородного нейтронного ферми-континуума, сконденсированного силами собственного тяготения до плотностей порядка нормальной ядерной плотности). Реалистические оценки периодов сфероидальных и торсионных гравитационных мод получены в рамках моделей нейтронных звезд, построенных на основе релятивистского уравнения равновесия с использованием уравнений состояния ядерной материи, учитывающих гетерофазность ядерного статистического равновесия. Проведен анализ вибрационной (сейсмической) устойчивости нейтронной звезды относительно упругих деформаций, сопровождающих глобальные гравитационные колебания, и показано, что при линейных деформациях, подчиняющихся закону Гука, не возникает неустойчивых напряжений, которые могли бы спровоцировать звездотрясения. Полученные оценки периодов гравитационных нерадиальных мод дают основания предположить, что эти колебания могут быть ответственны за вариации интенсивности микроимпульсов, наблюдаемые в миллисекундном диапазоне спектра пульсаров.

Проведено детальное изучение нерадиальных магнитоплазменных осцилляций, предположительно индуцируемых в Ae -фазе вспышкой сверхновой при рождении пульсара или компаньоном в двойной системе. При этом обнаружено, что длительность альфвеновских МГД-колебаний перекрывает пульсарную шкалу времени. Совпадение рассчитанных периодов магнитоплазменных колебаний с наблюдаемыми периодами радиоизлучения пульсаров интерпретируется как подтверждение гипотезы Хойла—Нарликара—Уилера о том, что слабозатухающие магнитоплазменные колебания могут быть источником пульсирующего (линейно поляризованного) излучения, которое формируется в окружающей звезду магнитосфере. В рамках магнитоплазменной модели электромагнитной активности нейтронных звезд регистрируемое удлинение периодов радиоимпульсов можно объяснить как результат медленной депрессии магнитного поля пульсаров. Этот вывод является еще одним аргументом в пользу того, что магнитогидродинамический механизм преобразования энергии альфвеновских колебаний в энергию электромагнитного излучения может быть эффективным источником пульсирующего радиоизлучения нейтронных звезд наряду с униполярной индукцией, порождающей геометрический эффект такого излучения.

Таким образом, накопленные на сегодняшний день данные астрофизических обсерваторий об электромагнитной активности нейтронных звезд, а также экспериментальные данные лабораторной ядерной физики свидетельствуют о том, что ядерная сплошная среда является упругим ферми-континуумом, движения которого в собственном гравитационном и магнитном полях адекватно описываются уравнениями ядерной эластодинамики и магнитогидродинамики.

Работа выполнена в рамках договора о сотрудничестве между ЛВТА ОИЯИ (Дубна), Ереванским университетом (Армения), Саратовским госуниверситетом (Россия), Институтом теоретической физики Университета Людвиг-Максимилиана (Мюнхен, Германия) и частично поддержана грантом программы Гейзенберг—Ландау ЛТФ ОИЯИ.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

В этом приложении мы приводим сводку полезных формул, использование которых значительно облегчает аналитические вычисления периодов собственных нерадиальных гравитационно-упругих колебаний. Наименее трудоемко вычисления могут быть выполнены в сферической системе координат с фиксированной полярной осью z .

Производные поля смещений в тензоре упругих напряжений имеют вид

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} &= \frac{\partial \xi_r}{\partial r}, & \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} &= -\frac{(1-\mu^2)^{1/2}}{r} \frac{\partial \xi_\theta}{\partial \mu} + \frac{\xi_r}{r}, & \mu &= \cos \theta, \\
 \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} &= \frac{1}{r(1-\mu^2)^{1/2}} \frac{\partial \xi_\phi}{\partial \phi} + \frac{\xi_r}{r} + \frac{\xi_\theta}{r} \frac{\mu}{(1-\mu^2)^{1/2}}, \\
 \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} &= -\frac{(1-\mu^2)^{1/2}}{r} \frac{\partial \xi_r}{\partial \mu} - \frac{\xi_\theta}{r}, & \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} &= \frac{\partial \xi_\theta}{\partial r}, \\
 \frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} &= \frac{1}{r(1-\mu^2)^{1/2}} \frac{\partial \xi_r}{\partial \phi} - \frac{\xi_\phi}{r}, & \frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} &= \frac{\partial \xi_\phi}{\partial r}, \\
 \frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} &= \frac{1}{r(1-\mu^2)^{1/2}} \frac{\partial \xi_\theta}{\partial \phi} - \frac{\xi_\phi}{r} \frac{\mu}{(1-\mu^2)^{1/2}}, & \frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} &= -\frac{(1-\mu^2)^{1/2}}{r} \frac{\partial \xi_\phi}{\partial \mu}.
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Выражение для жесткости упругих нерадиальных колебаний, непосредственно подлежащее интегрированию, представляется следующим образом:

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{1}{2} \int_v P(r) \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \right)^2 dV = \int_v P(r) \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} dV = \\
 &= \int_v P(r) \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} \right)^2 \right] + \right.
 \end{aligned}$$

$$+ \left[\left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} + \frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} + \frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} \right)^2 \right] dV. \quad (\text{A.2})$$

В вычислениях использовалось следующее представление полоидального поля упругих смещений:

$$\begin{aligned} \xi_p &= \frac{N_p}{L+1} \mathbf{rot} \mathbf{rot} r^L P_L(\mu) : \xi_r = L N_p r^{L-1} P_L(\mu), \\ \xi_\theta &= -N_p (1-\mu^2)^{1/2} r^{L-1} \frac{dP_L(\mu)}{d\mu}, \quad \xi_\phi = 0, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

и их производных

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} &= N_p L(L-1) r^{L-2} P_L(\mu), \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} &= N_p r^{L-2} \left[\mu \frac{dP_L(\mu)}{d\mu} - L^2 P_L(\mu) \right], \\ \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} &= N_p r^{L-2} \left[L P_L(\mu) - \mu \frac{dP_L(\mu)}{d\mu} \right], \\ \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} &= -N_p (L-1) r^{L-2} (1-\mu^2)^{1/2} \frac{dP_L(\mu)}{d\mu}, \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} &= -N_p (L-1) r^{L-2} (1-\mu^2)^{1/2} \frac{dP_L(\mu)}{d\mu}, \\ \frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} &= 0, \quad \frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} = 0. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Сферические компоненты тороидального поля упругих торсионных смещений и их производных имеют вид

$$\xi_t = \frac{N_P}{L+1} \mathbf{rot} r^L P_L(\mu) : \xi_r = 0, \quad \xi_\theta = 0, \quad \xi_\phi = N_t r^L (1-\mu^2)^{1/2} \frac{dP_L(\mu)}{d\mu}, \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} &= 0, \quad \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} = 0, \\ \frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} &= -N_t r^{L-1} (1-\mu^2)^{1/2} \frac{dP_L(\mu)}{d\mu}, \\ \frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} &= L N_t r^{L-1} (1-\mu^2)^{1/2} \frac{dP_L(\mu)}{d\mu}, \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} &= -N_t r^{L-1} \mu \frac{dP_L(\mu)}{d\mu}, \\ \frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} &= -N_t r^{L-1} \left[\mu \frac{dP_L(\mu)}{d\mu} - L(L+1) P_L(\mu) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

При вычислении вариации магнитного поля при магнитоплазменных осцилляциях следует иметь в виду, что компоненты производных полей упругих смещений по направлению постоянного магнитного поля внутри звезды

$$h_i = B_k \frac{\partial \xi_i}{\partial x_k} \quad (\text{Б.1})$$

в сферических координатах представляются в следующей явной форме:

$$\begin{aligned} h_r &= \left[B_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{B_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right] \xi_r - \frac{B_\theta \xi_\theta + B_\phi \xi_\phi}{r}, \\ h_\theta &= \left[B_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{B_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right] \xi_\theta + \frac{B_\theta \xi_r - B_\phi \xi_\phi \operatorname{ctg} \theta}{r}, \quad (\text{Б.2}) \\ h_\phi &= \left[B_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{B_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right] \xi_\phi + \frac{B_\phi \xi_r + B_\theta \xi_\theta \operatorname{ctg} \theta}{r}. \end{aligned}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hewish A., Bell S.J., Pilkington J.D.H., Scott P.F., Collins R.A. — Nature, 1968, v.217, p.709; УФН, 1968, т.95, с.705.
2. Taylor J.M., Manchester R.N., Lyne A.G. — Astrophys. J. Suppl., 1993, v.88, p.529.
3. Пульсары. — Сб. статей, М.: Мир, 1971.
4. Дайсон Ф., Тер Хаар Д. — Нейтронные звезды и пульсары. М.: Мир, 1973.
5. Шкловский И.С. — Сверхновые звезды. М.: Наука, 1976.
6. Smith F.G — Pulsars. Cambridge: Cambridge University Press, 1977.
7. Manchester R.N., Taylor J.H. — Pulsars. San Francisco: Freeman, 1977.
8. Shapiro S.L., Teukolsky S.A. — Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars, New York: Wiley, 1983.
9. Липунов В.М. — Астрофизика нейтронных звезд. М.: Наука, 1987.
10. Физика нейтронных звезд. Пульсары и барстеры. — Сб. статей. Л, 1989.
11. Пульсары. — Труды ФИАН, 1989, т.199, с.83.
12. Beskin V.S., Gurevich A.V., Istomin Ya.N. — Physics of Pulsar Magnetosphere. Cambridge: Cambridge University Press, 1992.
13. Саакян Г.С. — Физика нейтронных звезд. Дубна: ОИЯИ, 1995.
14. Мигдал А.Б., Воскресенский Д.Н., Саперштейн Е.Е., Троицкий М.А. — Пионные степени свободы в ядерной материи. М.: Наука, 1991.
15. Weber F., Glendenning N.K. — In: Nuclear Physics in the Universe. Proc. of Symposium, Tennessee, Oak Ridge, 1992 (ed. by Guidri M.W. and Strayer M.R.). Bristol: IOP, UK, 1993, p.127.

16. **Weber F., Glendenning N.K.** — *Astrophysics and Neutrino Physics*. Singapore: World Scientific, 1993.
17. **The Structure and Evolution of Neutron Stars** — Pines D., Tamagaki R., Tsuruta S. eds., New York: Addison-Wesley, 1992.
18. **Neutron Stars: Theory and Observations.** — Ventura J. and Pines D. eds., Dordrecht: Kluwer, 1992.
19. **Hot and Dense Nuclear Matter.** — Greiner W., Stöcker H., Gollmann A. eds., NATO ASI Series B: Physics, 1994, v.335, New York: Plenum Press.
20. **The Lives of Neutron Stars.** — Ali Alpar M., Kiziloglu Ü., van Paradijs J. eds., Dordrecht: Kluwer, 1995.
21. **Glendenning N.K.** — *Compact Stars*. Berlin: Springer, 1996.
22. **Weber F.** — *Pulsars as Astrophysical Laboratories for Nuclear and Particle Physics*. Bristol: IOP, 1998.
23. **Bodmer A.R.** — *Phys. Rev.*, 1971, v.D4, p.1601.
24. **Terazawa H.** — *INS-Report-338*, Tokyo: Tokyo University Press, 1979.
25. **Witten E.** — *Phys. Rev.*, 1984, v.D30, p.272.
26. **Glendenning N.K., Kettner Ch., Weber F.** — *Phys. Rev. Lett.*, 1995, v. 74, p. 3519; *Astrophys. J.*, 1995, v.450, p.253.
27. **Пиблс Ф.Дж.Э.** — *Структура Вселенной в больших масштабах*. М.: Мир, 1983.
28. **Bogdanov M.B., Cherepaschuck A.M., Sazhin M.V.** — *Astrophys. and Space Sci.*, 1996, v.235, p.219.
29. **Гуревич А.В., Зыбин К.П., Сирота В.А.** — *УФН*, 1997, т.167, с.913.
30. **Масевич А.Г., Тутуков А.Б.** — *Эволюция звезд: теория и наблюдения*. М.: Наука, 1988.
31. **Бисноватый-Коган Г.С.** — *Физические вопросы теории звездной эволюции*. М.: Наука, 1989.
32. **Ledoux P.** — In: *Handbuch der Physik* (Ed. by S. Flügge). Berlin: Springer, 1958, v.51, p.605.
33. **Жевакин С.А.** — В кн: *Пульсирующие звезды* (под. ред. Б.В. Кукаркина). М.: Наука, 1970.
34. **Ledoux P., Walraven Th.** — In: *Handbuch der Physik* (Ed. by S. Flügge) Berlin: Springer, 1958, v.51, p.353; *ibid* p. 605.
35. **Rosseland S.** — *The Pulsation Theory of Variable Stars*. Oxford: Clarendon, 1964.
36. **Cox J.P.** — *Theory of Stellar Pulsations*. Princeton: Princeton University Press, 1980.
37. **Koester D., Ghanmungam G.** — *Rep. Prog. Phys.*, 1990, v. 53, p.837.
38. **Ledoux P.** — In: *Nonradial Oscillations of Stars* (Ed. by P. Ledoux, A. Noels, A.W. Rodgers). Dordrecht: Reidel, 1974, p.135.
39. **Hansen C.J., Van Horn H.M.** — *Astrophys. J.*, 1979, v.233, p.253.
40. **Hansen C.J.** — In: *Nonradial and Nonlinear Stellar Pulsations* (ed. by Hill H.A., Dziembowski W.A.). *Lecture Notes in Physics*, Berlin: Springer. 1980, v.125, p.445.
41. **Unno W., Osaki Y., Ando H., Shibahashi H.** — *Nonradial Oscillations of Stars*. Tokyo: Tokyo University Press, 1979.
42. **Baym G., Pethick C., Pines D., Ruderman M.** — *Nature*, 1969, v.224, p.872.
43. **Thorne K.S., Ipser J.R.** — *Astrophys. Lett.*, 1968, v.152, p.L71.
44. **Faulkner J., Griffin J.** — *Nature*, 1968, v.218, p.738.

45. Папоян В.В., Седракян Д.М., Чубарян Е.В. — *Астрофизика*, 1969, т.5, с.415.
46. Bertsch G.F. — *Ann. Phys.*, 1974, v.86, p.138; *Nucl. Phys.*, 1975, v.A249, p.253.
47. Nix J.R., Sierk A.J. — *Phys. Rev.*, 1980, v.C21, p.396.
48. Stringari S. — *Ann. Phys.*, 1983, v.151, p.35.
49. Holzwarth G. — In: *Density Functional Methods in Physics* (ed. by R.M. Dreizler, J.P. da Providência) New York: Plenum Press, 1985, p.381.
50. Бальбуцев Е.Б., Михайлов И.Н. — *Коллективная ядерная динамика* (под ред. Р.В. Джолоса). Л.: Наука, 1990, с.3.
51. Коломиец В.М. — *Приближение локальной плотности в атомной и ядерной физике*. Киев: Наукова думка, 1990; см. также [49] с.89.
52. Бальбуцев Е.Б. — *ЭЧАЯ*, 1991, т.22, вып.2, с.333.
53. Speth J., Wambach J. — In: *Electric and Magnetic Giant Resonances*. Singapore: World Scientific, 1991, ch.1, p.3.
54. Bastrukov S.I., Misicu S., Sushkov A.V. — *Nucl. Phys.*, 1993, v.A562, p.191.
55. Бастрюков С.И., Молодцова И.В. — *ЭЧАЯ*, 1995, т.26, с.145.
56. Bastrukov S.I., Libert J., Molodtsova I.V. — *Int. J. Mod. Phys.*, 1997, v.E6, p.89.
57. Nörenberg W. — In: *New Vistas in Nuclear Dynamics*. (ed by Brussard P.J., Koch J.H.) New York: Plenum Press, 1986.
58. Swiatecki W.J. — *Nucl. Phys.*, 1988, v.A488, p.375c.
59. Mikhailov I.N., Mikhailova T.I., Di Toro M., Baran V., Briancon Ch. — *Nucl. Phys.*, 1996, v.A604, p.358.
60. Bastrukov S.I., Podgainy D.V., Molodtsova I.V., Kosenko G.I. — *J. Phys. G.*, 1998, v.24, p.L1.
61. Bastrukov S.I. — *Mod. Phys. Lett.*, 1993, v.A8, p.711.
62. Bastrukov S.I. — *Phys. Rev.* 1996, v.E53, p.1917.
63. Bastrukov S.I., I.V. Molodtsova, Papoyan V.V., Weber F. — *J. Phys. G.* 1996, v.22, p. L33.
64. Bastrukov S.I., Weber F., Podgainy D.V. — *J Phys. G.*, 1999, v.25, p.107.
65. Bastrukov S.I. — *Int. J. Mod. Phys.*, 1996, v.D 5, p. 45.
66. Подгайный Д.В., Бастрюков С.И., Молодцова И.В., Папоян В.В. — *Астрофизика*, 1996, т.39, с.475, *ibid.*, 1999, т.42, с.235.
67. Chanmugam G. — *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 1992, v.30, p.143.
68. Либерман М.А., Йоханссон Б. — *УФН*, 1995, т.165. вып.4. с.1058.
69. Гинзбург В.Л. — *ДАН СССР*, 1964, 1, т.70, с.329.
70. Woltjer L. — *Astrophys. J.*, 1964, v.140, p.1309.
71. Hoyle F., Narlikar J.V., Wheeler J.A. — *Nature*, 1964, v.203, p.914.
72. Wheeler J.A. — *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 1966, v.4, p.393.
73. Bastrukov S.I., Podgainy D.V. — *Phys. Rev. E*, 1996, v.54, p.4465.
74. Бастрюков С.И., Подгайный Д.В. — *Астроном. журнал*, 1997, т.74, с.910.
75. Бастрюков С.И., Папоян В.В., Подгайный Д.В. — *Письма в ЖЭТФ*, 1996, т.64, с.593.
76. Бастрюков С.И., Молодцова И.В., Папоян В.В., Подгайный Д.В. — *Астрофизика*, 1997, т.40, с.77.

77. **Baade W., Zwicky F.** — Phys. Rev., 1934, v.45, p.138.
78. **Кардашев Н.С.** — Астроном. журнал, 1964, т.41, с.807.
79. **Арделян Н.В., Бисноватый-Коган Г.С., Моисеенко С.Г.** — УФН, 1997, т.167, с.1128.
80. **Зельдович Я.Б., Новиков И.Д.** — Теория тяготения и эволюция звезд. М.: Наука, 1971.
81. **Gold T.** — Nature, 1968, v.218, p.731; 1969, v.221, p.25.
82. **Schaab Ch., Weber F., Voskresensky D., Sedrakian A., Weigel M.K.** — Astron. and Astrophys., 1997, v.321, p.591.
83. **Bastrukov S.I.** — Phys. Rev., 1994, v.E49, p.3166.
84. **Chandrasekhar S.** — Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Oxford: Clarendon, Oxford, 1961.
85. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** — Теория упругости. М.: Наука, 1986.
86. **Ламб Н.** — Гидродинамика: Пер. с англ. М.: Гостехиздат, 1947.
87. **Plumpton C, Ferraro V.C.A.** — Astrophys. J., 1955, v.121, p.168.
88. **Cowling T.G.** — Proc. Roy. Soc., 1955, v.233, p.319.
89. **Aizerman M.L., Smeysters P.** — Astrophys. and Space Science, 1976, v.48, p.123.
90. **Альвен Г., Фельтхаммар К.Г.** — Космическая электродинамика. М.: Мир, 1967.
91. **Racini F.** — Nature, 1968, v.219, p.145.
92. **Trimble V.** — Beam Line. Stanford, 1995, v.25, No.4, p.41.
93. **Седракян Д.Н., Шахбазян К.М., Мовсесян А.Г.** — Астрофизика, 1984, т.21, с.547.
94. **Ахизер А.И., Ласкин Н.В., Пелетминский С.В.** — ЖЭТФ, 1996, т.109, с.1981.
95. **Michel F.G.** — Rev. Mod. Phys., 1982, v.54, p.1.
96. **Малов В.Ф.** — Пульсары. Труды ФИАН (под ред. А.Д. Кузмина), 1989, т.199, с.83.
97. **Beskin V.S.** — Contemporary Physics, 1993, v.34, p.131.
98. **Гинзбург В.Л., Киржниц Д.А.** — ЖЭТФ, 1964, т.47, с.2007.
99. **Ruderman M.** — Nature, 1970, v.225, p.619; Ann. Rev. Astron. Astrophys., 1972, v.10, p.427.
100. **Sonin E.B.** — Rev. Mod. Phys., 1987, v.59, p.87.
101. **Chandrasekhar S., Fermi E.** — Astrophys. J., 1953, v.118, p.116.
102. **Bastrukov S.I., Podgainy D.V.** — Phys. Lett. A, 1997, v.226, p.93.
103. **Schwarzschild M.** — Ann. d'Astrophys., 1949, v.12, p.148.
104. **Radhakrishnan V.** — Contemporary Physics, 1982, v.23, p.207.
105. **Thompson W.B.** — Proc. Roy. Soc., 1955, v.233, p.402.
106. **Железняков В.В.** — Электромагнитные волны в космической плазме. М.: Наука, 1977.
107. **Goldreich P., Julian, W.H.** — Astrophys. J., 1969, v.157, p.689.
108. **Striker J.P., Gunn J.E.** — Astrophys. J., 1969, v.157, p.1395.
109. **Бескин Г.М., Митронова С.Н., Неизвестный С.И., Плохотниченко В.Л., Попова М.Ю.** — УФН, 1994, т.164, с.660.
110. **Weber F., Glendenning N.K.** — Astrophys. J., 1992, v.390, p.541.
111. **Boriakoff V.** — Astrophys. J. (Letters), 1976, v.208, p.L43.
112. **Van Horn H.M.** — Astrophys. J., 1980, v.236, p.899.
113. **Lindblom L., Detweiler.** — Astrophys. J. Suppl., 1983, v.53, p.73.
114. **McDermott P.N., Van Horn H.M., Hansen C.J.** — Astrophys. J. 1988, v.325, p.725.
115. **Anderson N., Kojima Y. Kokkotas K.D.** — Astrophys. J., 1996, v.462, p.855.

РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ, ПОМЕЩЕННЫХ В ВЫПУСКЕ

УДК 530.145; 583.3

Модель кварк-глюонных струн: мягкие и полужесткие адронные процессы. *Лыкасов Г.И., Аракелян Г.Г., Сергеенко М.Н.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1999, том 30, вып.4, с.817.

В обзоре представлены основные принципы модели кварк-глюонных струн (МКГС), представляющей непертурбативный подход в КХД для описания адронных процессов. Показана связь s -канального топологического $1/N$ -разложения амплитуды адрон-адронного рассеяния, где N — число ароматов или цветов кварков, с ее t -канальным разложением по реджевским полюсам. Такой подход применяется к анализу мягких адронных процессов. Рассмотрен способ расширения области применимости МКГС для описания инклюзивных спектров резонансов, содержащих легкие кварки. В рамках модели, учитывающей вклад от распада соответствующих s -канальных резонансных состояний, рассмотрены процессы адронорождения барионов с открытым чармом. Обсуждается также модификация МКГС, в которой обмен помероном рассматривается как обмен двумя непертурбативными глюонами с динамически генерируемой массой; в рамках этой версии МКГС анализируются мягкие и полужесткие процессы, а также рождение очарованных частиц в адронных соударениях. Показаны преимущества и недостатки такого подхода по сравнению с другими пертурбативными моделями КХД.

Табл. 7. Ил. 18. Библиогр.: 103.

УДК 539.17

Сечения взаимодействия и структура легких экзотических ядер. *Князьков О.М., Кухтина И.Н., Фаянс С.А.* Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1999, том 30, вып.4, с.870.

Сделан обзор полученных за последние годы экспериментальных данных по полным сечениям реакций и сечениям взаимодействия для легких экзотических ядер. Рассмотрены различные — феноменологические и полумикроскопические — подходы к анализу экспериментальных данных. В частности, обсуждаются модель сильного поглощения с параметризацией Коха и феноменологическая оптическая модель. Особое внимание уделяется полумикроскопическим подходам: модели двойной свертки с явным учетом эффектов однонуклонного обмена и теории Глаубера. Анализируется роль поправок к оптическому пределу глауберовского приближения. Обсуждаются наиболее существенные аспекты ядерной структуры, которые могут быть выявлены с помощью измерений полных сечений реакций и сечений взаимодействия и их теоретического анализа. Исследуется изотопическая зависимость средневекторных радиусов легких экзотических ядер и проблемы нейтронного и протонного гало. Кратко обсуждаются теоретические модели, используемые для построения нуклонных плотностей. Сформулированы предложения по проведению новых экспериментов с легкими экзотическими ядрами.

Табл. 13. Ил. 12. Библиогр.: 97.

УДК 539.17; 539.16.01

Моды холодного деления ^{252}Cf . Сэндулеску А., Мишику Ш., Кырстойу Ф., Грайнер В. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1999, том 30, вып. 4, с.908.

Исследована двойная и тройная холодная фрагментация тяжелых ядер в рамках кластерной модели с учетом деформации. Предполагалось, что конечные фрагменты рождаются в соответствующих основных состояниях и взаимодействуют при помощи потенциала двойной свертки с МЗУ-силами. Эффекты деформации учитывались вплоть до мультипольности $\lambda=4$. Показано, что возникают две области холодной фрагментации. Первой области отвечают большие квадрупольные и даже гексадекапольные деформации и массовые числа тяжелых фрагментов в диапазоне от 138 до 158. Во второй области выделяется случай небольшого числа сферических ядер в окрестности дважды магического ^{132}Sn , подобный распаду на тяжелые кластеры, при котором дочерние ядра лежат в окрестности ^{208}Pb . Эта структура одинакова для случаев двойного и тройного холодного деления. Рассчитан выход холодного деления ^{252}Cf для бинарной фрагментации и сопутствующего альфа-распада. Для тройной моды холодного деления получены наиболее вероятные геометрические и динамические характеристики фрагментов при выделенном моменте легкой частицы и проведен расчет классической траектории с целью получения конечной энергии альфа-частицы. Обсуждаются недавние наблюдения ^{10}Be в холодном тройном делении в связи с концепцией гигантских ядерных молекул.

Ил. 23. Библиогр.: 53.

УДК 939.1.01

Некоторые вопросы транспортной теории кварк-глюонной плазмы. Мровчински С. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1999, том 30, вып. 4, с.954.

Рассмотрены некоторые избранные вопросы транспортной теории кварк-глюонной плазмы. Вывод формы транспортных уравнений, лежащих в основе динамической теории, обсуждается в рамках модели ϕ^4 . Рассмотрены особенности кинетических уравнений кварков и глюонов и изучен плазменный (линейный) отклик цветных полей. Найден хромозлектрический тензор проницаемости и обсуждаются плазменные осцилляции. В заключение детально обсуждаются неустойчивости, связанные с нагревом сильноанизотропной системы, образующейся при соударениях тяжелых ионов.

Ил. 5. Библиогр.: 83.

УДК 524.354.6; 359.14

Эластодинамические свойства ядерной материи нейтронных звезд. Баструков С.И., Молодцова И.В., Подгайный Д.В., Вебер Ф., Папоян В.В. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1999, том 30, вып. 4, с.992.

В обзоре излагается теория гравитационных и магнитоплазменных нерадиальных колебаний нейтронных звезд, основанная на представлении о ядерной материи как упругом ферми-континууме, обладающем свойствами скомпенсированной магнитоактивной плазмы. В качестве фундаментальных уравнений динамики ядерной сплошной среды предложено использовать уравнения ядерной эластодинамики, заимствованные из лабораторной ядерной физики. Эти уравнения лежат в основе современных методов макроскопического описания сильно коллективизированных ядер-

ных процессов, таких, как деление и гигантские резонансы. Подробно обсуждается проблема глобальных нерадиальных гравитационно-упругих колебаний нейтронной звезды. Подчеркивается, что вибрационная динамика нейтронной звезды характеризуется двумя ветвями собственных сфероидальных (s -мода) и торсионных (t -мода) нерадиальных эластодинамических колебаний. Сформулирован вариационный метод вычисления частот и проведены детальные аналитические и численные расчеты периодов глобальных нерадиальных гравитационных колебаний для семейства однородных моделей, построенных на основе нерелятивистского уравнения гравитационного равновесия для вырожденной нейтронной материи, а также неоднородных моделей нейтронных звезд, построенных на основе релятивистского уравнения Толмена — Оппенгеймера — Волкова с учетом гетерофазности ядерного статистического равновесия в уравнении состояния ядерной материи. Исследована вибрационная (сейсмическая) устойчивость нейтронной звезды относительно упругих деформаций, сопровождающих глобальные нерадиальные колебания, и показано, что при линейных деформациях, подчиняющихся закону Гука, не возникает неустойчивых напряжений, которые могли бы спровоцировать звездотрясения. Показано также, что замагниченная Ae -фаза способна поддерживать слабозатухающие альфвеновские волны, характерной особенностью которых является сходство с эластодинамическими волнами в упругой среде. В несжимаемой ядерной среде нейтронных звезд нерадиальные магнитоплазменные осцилляции могут индуцироваться вспышкой сверхновой или компаньоном в двойной системе. Рассчитаны частоты торoidalных и полоидальных альфвеновских мод, и найдено, что периоды этих колебаний перекрывают пульсарную шкалу времени. Это наблюдение интерпретируется в пользу гипотезы Хойла — Нарликара — Уилера о том, что слабозатухающие магнитоплазменные колебания могут служить эффективным источником пульсирующего излучения нейтронных звезд. Отмечается, что в рамках магнитоплазменной модели электромагнитной активности нейтронных звезд регистрируемое удлинение периодов радиоимпульсов можно объяснить медленной депрессией магнитного поля пульсаров.

Табл. 5. Ил. 7. Библиогр.: 115

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Лыкасов Г.И., Аракелян Г.Г., Сергеенко М.Н.</i> Модель кварк-глюонных струн: мягкие и полужесткие адронные процессы.	817
<u>Князьков О.М.</u> , <i>Кухтина И.Н., Фаянс С.А.</i> Сечения взаимодействия и структура легких экзотических ядер	870
<i>Сэндулеску А., Мишику Ш., Кырстойу Ф., Грайнер В.</i> Моды холодного деления ^{252}Cf	908
<i>Мровчински С.</i> Некоторые вопросы транспортной теории кварк-глюонной плазмы.	954
<i>Баструков С.И., Молодцова И.В., Подгайный Д.В., Вебер Ф., Папоян В.В.</i> Эластодинамические свойства ядерной материи нейтронных звезд	992

CONTENTS

<i>Lykasov G.I., Arakelyan G.H., Sergeenko M.N.</i> Quark-Gluon String Model: Soft and Semihard Hadron Processes	817
<u>Knyazkov O.M.</u> , <i>Kuchtina I.N., Fayans S.A.</i> Interaction Cross Sections and Structure of Light Exotic Nuclei	870
<i>Sandulesku A., Misicu S., Carstoiu F., Greiner W.</i> Cold Fission Modes of ^{252}Cf	908
<i>Mrowczynski S.</i> Topics in the Transport Theory of Quark-Gluon Plasma	954
<i>Bastrukov S.I., Molodtsova I.V., Podgainy D.V., Weber F., Papoyan V.V.</i> Elastodynamic Properties of Nuclear Matter of Neutron Stars	992

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале «Физика элементарных частиц и атомного ядра» (ЭЧАЯ) печатаются обзоры по актуальным проблемам теоретической и экспериментальной физики элементарных частиц и атомного ядра, проблемам создания новых ускорительных и экспериментальных установок, автоматизации обработки экспериментальных данных. Статьи печатаются на русском и английском языках. Редакция просит авторов при направлении статьи в печать руководствоваться изложенными ниже правилами.

1. Текст статьи должен быть напечатан на машинке через два интервала на одной стороне листа (обязательно представляется первый машинописный экземпляр). Поля с одной стороны должны быть не уже 3—4 см, рукописные вставки не допускаются. Экземпляр статьи должен включать аннотации и название на русском и английском языках, реферат на русском языке, УДК, сведения об авторах: фамилия и инициалы (на русском и английском языках), название института, адрес и телефон. Все страницы текста должны быть пронумерованы. Статья должна быть подписана всеми авторами. Текст статьи может быть напечатан на принтере с соблюдением тех же правил.

2. Формулы и обозначения должны быть вписаны крупно, четко, от руки темными чернилами (либо напечатаны на принтере и обязательно размечены). Желательно нумеровать только те формулы, на которые имеются ссылки в тексте. Номер формулы указывается справа в круглых скобках. Особое внимание следует обратить на аккуратное изображение индексов и показателей степеней: нижние индексы отмечаются знаком понижения \subscript , верхние — знаком повышения \superscript ; штрихи необходимо четко отличать от единицы, а единицу — от запятой. Следует, по возможности, избегать громоздких обозначений и упрощать набор формул (например, применяя \exp , дробь через косую черту).

Во избежание недоразумений и ошибок следует делать ясное различие между прописными и строчными буквами, одинаковыми по начертанию (V и v, U и u, W и w, O и o, K и k, S и s, C и c, P и p, Z и z), прописные подчеркиваются двумя чертами снизу, строчные — двумя чертами сверху (S и s, C и c). Необходимо делать четкое различие между буквами e, l, O (большой) и o (малой) и 0 (нулем), для чего буквы O и o отмечают двумя черточками, а ноль оставляют без подчеркивания. Греческие буквы подчеркиваются красным карандашом, векторы — синим, либо знаком снизу чернилами. Не рекомендуется использовать для обозначения величин буквы готического, рукописного и других малоупотребимых в журнальных статьях шрифтов, однако если такую букву нельзя заменить буквой латинского или греческого алфавита, то ее размечают простым карандашом (обводят кружком). В случае, если написание может вызвать сомнение, необходимо на полях дать пояснение, например, ζ — «дзета», ξ — «кси», k — лат., k — русск.

3. Рисунки представляют на отдельных листах белой бумаги или кальки с указанием на обороте номера рисунка и названия статьи. Тоновые фотографии должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте карандашом указать: «верх», «низ». Графики должны быть тщательно выполнены тушью или черными чернилами: не рекомендуется загромождать рисунок ненужными деталями: большинство надписей выносятся в подпись, а на рисунке заменяется цифрами или буквами. Желательно, чтобы рисунки были готовы к прямому репродуцированию. Подписи к рисункам представляются на отдельных листах.

4. Таблицы должны быть напечатаны на отдельных листах, каждая таблица должна иметь заголовок. Следует указывать единицы измерения величин в таблицах.

5. Список литературы помещается в конце статьи. Ссылки в тексте даются с указанием номера ссылки на строке в квадратных скобках. В литературной ссылке должны быть указаны: для книг — фамилии авторов, инициалы, название книги, город, издательство (или организация), год

издания, том (часть, глава), цитируемая страница, если нужно; для статей — фамилии авторов, инициалы, название журнала, серия, год издания, том (номер, выпуск, если это необходимо), первая страница статьи. Если авторов более пяти, то указать только первые три фамилии.

Например:

1. **Лезнов А.Н., Савельев М.В.** — Групповые методы интегрирования нелинейных динамических систем. М.: Наука, 1985, с.208.
2. **Годен М.** — Волновая функция Бете: Пер. с франц. М.: Мир, 1987.
3. **Turbineг A.V.** — Comm. Math. Phys., 1988, v.118, p.467.
4. **Ушверидзе А.Г.** — ЭЧАЯ, 1989, т.20, вып.5, с.1185.
5. **Endo I., Kasai S., Harada M. et al.** — Hiroshima Univ. Preprint, HUPD-8607, 1986.

6. Редакция посылает автору одну корректуру. Изменения и дополнения в тексте и рисунках не допускаются. Корректура с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в минимальный срок.

Редакторы **Е.К.Аксенова, Э.В.Ивашкевич.**

Художественный редактор **А.Л.Вульфсон.**

Корректор **Т.Е.Попеко.**

Сдано в набор 05.04.99. Подписано в печать 30.06.99. Формат 60×90/16.

Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Усл.печ.л. 14,0. Уч.-изд.л. 18,0.

Тираж 400. Заказ 51476. Цена 15 р.

141980 Дубна Московской области
ОИЯИ, Издательский отдел, тел. (09621) 65-165.

ISSN 0367—2026. Физика элементарных частиц и атомного ядра
1999. Том 30. Вып.4. 813—1052.

МОДЕЛЬ КВАРК-ГЛЮОННЫХ СТРУН:
МЯГКИЕ И ПОЛУЖЕСТКИЕ
АДРОННЫЕ ПРОЦЕССЫ

Г.И.Лыкасов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Г.Г.Аракелян

Ереванский физический институт, Ереван, Армения

М.Н.Сергеенко

Институт физики Академии наук Белоруссии, Минск, Белоруссия

ВВЕДЕНИЕ	817
ТОПОЛОГИЧЕСКОЕ $1/N$ -РАЗЛОЖЕНИЕ И ЕГО СВЯЗЬ С ТЕОРИЕЙ РЕДЖЕ	822
Топологическое $1/N$ -разложение в КХД	823
Модель цветной трубки и кварк-глюонных струн	827
Распределение кварков в адроне	827
Фрагментация кварков и дикварков в адроны	832
РОЖДЕНИЕ РЕЗОНАНСОВ В МОДЕЛИ КВАРК-ГЛЮОННЫХ СТРУН	834
АДРОНОРОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ С ОТКРЫТЫМ ЧАРМОМ В МОДЕЛИ КВАРК-ГЛЮОННЫХ СТРУН	843
Рождение частиц с открытым чармом с учетом вкладов от распадов резонансных состояний	843
Проблема внутреннего чарма в МКГС	850
ПОЛУЖЕСТКИЕ АДРОННЫЕ ПРОЦЕССЫ И МОДЕЛЬ КВАРК-ГЛЮОННЫХ СТРУН	851
Основной Формализм	851
Померон как обмен двумя глюонами и поперечные импульсы кварков	853
Анализ результатов и сравнение с данными	857
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	861

Приложение А	863
Приложение Б. Функции распределения кварков и дикварков в адронах начального пучка и мишени	864
Приложение В. Функции фрагментации кварков и дикварков в D -мезоны	866
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	866

СЕЧЕНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И СТРУКТУРА ЛЕГКИХ ЭКЗОТИЧЕСКИХ ЯДЕР

О.М.Князьков

Санкт-Петербургский государственный университет

И.Н.Кухтина

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

С.А.Фаянс

РНЦ "Курчатовский институт", Москва

ВВЕДЕНИЕ	870
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ	873
Параметризация сечений	873
Макроскопическая оптическая модель	874
Полумикроскопическая оптическая модель	875
Глауберовское приближение	877
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И ИХ АНАЛИЗ	880
Изотопы He	880
Изотопы Li	885
Изотопы Be и B	892
Изотопы Na	899
Изобары с $A = 17$ и $A = 20$	900
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	905

COLD FISSION MODES IN ^{252}Cf

A.Săndulescu, Ș.Mișicu, F. Carstoiu

National Institute for Nuclear Physics, Bucharest P.O.Box MG-6, Romania

W.Greiner

Institut für Theoretische Physik der J.W.Goethe Universität, Frankfurt am Main, Germany

INTRODUCTION	908
DOUBLE FOLDING POTENTIAL BARRIER	910
THE COLD BINARY FISSION	914
THE COLD TERNARY FISSION	926
DISCUSSION AND CONCLUSIONS	950
REFERENCES	952

TOPICS IN THE TRANSPORT THEORY OF QUARK-GLUON PLASMA

S. Mrówczyński

Soltan Institute for Nuclear Studies, ul. Hoża 69, PL - 00-681 Warsaw, Poland
and Institute of Physics, Pedagogical University,
ul. Konopnickiej 15, PL - 25-406 Kielce, Poland
E-mail: MROW@FUW.EDU.PL

INTRODUCTION	954
DERIVATION OF THE TRANSPORT EQUATION IN ϕ^4 MODEL	956
Green Functions	958
Equations of Motion	960
Towards the Transport Equation	961
Perturbative Expansion	963
Distribution Function and Transport Equation	965
TRANSPORT EQUATIONS OF QUARKS AND GLUONS	966
Distribution Functions	966
Transport Equations	967
Colorless Plasma	968
PLASMA COLOR RESPONSE	970
Linear Response Analysis	970
Chromoelectric Permeability	972
Oscillations Around the Global Equilibrium	975
FILAMENTATION INSTABILITY	978
Fluctuation Spectrum	978
Parton Distributions	979
Seeds of the Filamentation	980
Filamentation Mechanism	981
Dispersion Equation	982
Penrose Criterion	983
Unstable Mode	985
Time Scales	987
Detecting the Filamentation	988
REFERENCES	989

ЭЛАСТОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

С.И.Баструков, И.В.Молодцова, Д.В.Подгайный

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Ф.Вебер

Институт теоретической физики, Университет Мюнхена, Мюнхен 80333, Германия

В.В.Папоян

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

ВВЕДЕНИЕ	993
Нейтронные звезды	997
ЭЛАСТОДИНАМИКА САМОГРАВИТИРУЮЩЕЙ ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ	1000
Нуль-температурные волны в изотропной ядерной материи	1001
Стандартная модель нейтронной звезды	1005
Нерадиальные гравитационно-упругие колебания нейтронной звезды	1008
Периоды сфероидальных гравитационно-упругих нерадиальных колебаний: s -мода	1010
Периоды торсионных гравитационно-упругих нерадиальных колебаний: t -мода	1014
НЕРАДИАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ: f -МОДА КЕЛЬВИНА	1018
Приливные колебания	1021
МАГНИТОПЛАЗМЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД	1026
Нерадиальные МГД-колебания нейтронной звезды в однородной модели	1027
АЛЬФВЕНОВСКИЕ КОЛЕБАНИЯ В ПЕРИФЕРИЙНОЙ КОРЕ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ	1033
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	1039

ПРИЛОЖЕНИЕ А	1041
ПРИЛОЖЕНИЕ Б	1043
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	1043