Письма в ЭЧАЯ. 2012. Т. 9, № 2(172). С. 219–228

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА. ТЕОРИЯ

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ ПИОНОВ В ПОЛУРЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

Н. В. Максименко [а], *С. М. Кучин* [б]

[а] Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Белоруссия

[б] Филиал Брянского государственного университета им. академика И. Г. Петровского, Новозыбков, Россия

В работе проведено вычисление обобщенной и статической поляризуемостей заряженных пионов, которые рассматриваются как релятивистская система двух точечных спинорных кварков с линейным потенциалом взаимодействия. Исследуется вопрос о соотношении между статической и обобщенной электрическими поляризуемостями пионов в рамках данного подхода.

In the paper the calculation is performed of the generalized and static polarizability of charged pions, which are considered as a relativistic system of two point spinor quarks with the linear interaction potential. The question of the relationship between static electricity and generalized polarizabilities of pions in the framework of this approach is studied.

PACS: 12.39.Pn

ВВЕДЕНИЕ

Поляризуемости элементарных частиц вводятся для феноменологического учета влияния структуры частиц на их двухфотонные взаимодействия при низких энергиях и являются источником дополнительной информации, получаемой из данных по упругому рассеянию этих частиц. Электромагнитные поляризуемости частиц характеризуют дипольные моменты, индуцируемые внешним электромагнитным полем, и, следовательно, связаны со способностью составной системы деформироваться в этом поле. Численная оценка электромагнитных поляризуемостей элементарных частиц косвенно позволяет судить о характере взаимодействия между частицами, образующими составную систему.

В настоящее время имеется достаточно большое число теоретических расчетов электрических поляризуемостей заряженных адронов, в том числе и мезонов. Среди них можно отметить расчеты с использованием эффективных лагранжианов [1–6], алгебры токов [7]. Также поляризуемости нуклонов и π-мезонов вычислялись в нерелятивистской кварковой модели [8–15], но эти расчеты были не вполне последовательны или проводились для потенциалов, не представляющих большой физический интерес.

Расчеты релятивистских поправок к поляризуемостям в рамках составных моделей встречают трудности. Среди такого рода расчетов можно выделить работу [16], в которой на основе теории возмущений получены релятивистские поправки к поляризуемостям составных систем с электромагнитным взаимодействием.

В рамках составных релятивистских кварковых моделей расчеты обобщенных поляризуемостей пионов с реалистичными межкварковыми потенциалами практически не проводились. Отметим только релятивистские расчеты поляризуемостей пионов как составных систем в рамках квазипотенциального подхода с модельными квазипотенциалами в [17] и в полурелятивистской модели (с релятивистской кинетической частью гамильтониана и нерелятивистским оператором дипольного взаимодействия) [18]. В работах [19, 20] получены оценки электрической статической поляризуемости для заряженных и нейтральных пионов в рамках релятивистской кварковой модели, основанной на релятивистской гамильтоновой динамике.

Изучение релятивистских эффектов при описании поляризуемости — актуальная задача. До сих пор не ясно, как релятивизм влияет на деформацию связанной системы во внешнем электромагнитном поле. В работе [21] показано, что использование релятивистских уравнений уменьшает значение поляризуемости. Релятивистские вклады состоят из поправок к волновой функции связанной системы и ее энергетическому спектру, а также из поправок к оператору дипольного взаимодействия системы с внешним электромагнитным полем. Другой важный вопрос — изучение соотношения между статической и обобщенной электрическими поляризуемостями.

Исследование этих вопросов затруднено тем, что релятивистские уравнения движения для связанных систем (типа Солпитера, квазипотенциальные и др.) даже с простейшими потенциалами не имеют аналитических решений.

Цель данной работы — вычисление статической и обобщенной электрических поляризуемостей пионов, которые рассматриваются как релятивистская система двух спинорных кварков. В работе [31] в рамках КХД показано, что для хорошего описания спектра масс легких мезонов достаточно единственного параметра — натяжения струны. В [32–35] потенциал также не содержит кулоновской части, поскольку взаимодействие кулоновского типа, как полагают, играет для легких мезонов менее важную роль. Поэтому для оценки электрической поляризуемости пионов мы и в данной работе будем использовать линейный потенциал взаимодействия между кварком и антикварком. Оценку электрической поляризуемости будем проводить с использованием методики, разработанной в [20] на основе квантово-механической теории возмущений. Для описания связанной системы и ее характеристик, необходимых для расчета поляризуемости, используем уравнение Клейна–Гордона–Фока. Учет спина кварков делается с помощью зависящей от унитарного спина части волновой функции. Также в работе исследуется вопрос о соотношении в рамках данной модели между статической и обобщенной электрическими поляризуемостями пионов.

1. МЕТОД НИКИФОРОВА–УВАРОВА

Многие важные задачи теоретической и математической физики приводят к дифференциальному уравнению [22]

$$u'' + \frac{\widetilde{\tau}(r)}{\sigma(r)}u' + \frac{\widetilde{\sigma}(r)}{\sigma^2(r)} = 0, \tag{1}$$

где $\sigma(r), \widetilde{\sigma}(r)$ — полиномы не выше второй степени; $\widetilde{\tau}(r)$ — полином не выше первой степени.

С помощью замены $u = \varphi(r)y$ уравнение (1) приводится к более простому виду путем специального выбора функции $\varphi(r)$:

$$\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{\pi(r)}{\sigma(r)}. \tag{2}$$

Уравнение для функции $y(r)$ в этом случае имеет вид

$$\sigma(r)y'' + \tau(r)y' + \lambda y = 0, \tag{3}$$

где

$$\tau(r) = \widetilde{\tau}(r) + 2\pi(r). \tag{4}$$

Для определения полинома $\pi(r)$ и постоянной λ используются следующие выражения:

$$\pi(r) = \frac{\sigma' - \widetilde{\tau}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma' - \widetilde{\tau}}{2}\right)^2 - \widetilde{\sigma} + k\sigma}, \tag{5}$$

$$\lambda = k + \pi'(r). \tag{6}$$

Так как $\pi(r)$ — полином, то подкоренное выражение должно представляться в виде квадрата некоторого полинома. Это возможно лишь в случае, когда дискриминант полинома второй степени, стоящего под корнем, равен нулю. Из этого условия получаем уравнение для постоянной k, вообще говоря, квадратное.

После определения k находим $\pi(r)$ по формуле (5), а затем $\varphi(r), \tau(r), \lambda$ с помощью (2), (4), (6).

Полиномиальное решение уравнения (3) определяется по формуле Родрига

$$y_n(r) = \frac{B_n}{\rho(r)} \frac{d^n}{dr^n} \left[\sigma^n(r)\rho(r)\right], \tag{7}$$

где $\rho(r)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$(\sigma\rho)' = \tau\rho. \tag{8}$$

Собственные значения энергий определяются по формуле

$$\lambda_n = -n\tau' - \frac{n(n-1)}{2}\sigma'', \quad n = 0, 1, \ldots \tag{9}$$

2. МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ

В этом разделе мы изложим общую методику оценки статической электрической поляризуемости связанной системы [20], которая включает получение нижней и верхней границ для данной величины.

Рассмотрим уравнение

$$\hat{H}|\Phi\rangle = E|\Phi\rangle \tag{10}$$

с оператором Гамильтона, состоящим из суммы двух операторов:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \Delta\hat{H}, \tag{11}$$

где $\hat{H}_0$ — оператор Гамильтона «невозмущенной» системы, а $\Delta\hat{H}$ — некоторая малая добавка (оператор возмущения). Будем предполагать также, что в отсутствие возмущений (10) имеет вид

$$\hat{H}_0|\Psi_n\rangle = \varepsilon_n|\Psi_n\rangle, \quad n = 0, 1, 2, \ldots \tag{12}$$

Согласно стационарной теории возмущений, значение добавочной энергии к энергии основного состояния ε_0 ищем в виде ряда:

$$E = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon^{(1)} + \Delta\varepsilon^{(2)} + \ldots \tag{13}$$

Соответственно, волновая функция также представляется в виде ряда по параметру малости, входящему в $\Delta\hat{H}$:

$$|\Phi\rangle = |\Psi_0\rangle + |\Delta\Psi\rangle + \ldots \tag{14}$$

В том случае, когда $\varepsilon_0 \leqslant \varepsilon_1 \ldots \leqslant \varepsilon_n$, находим, что значение добавочной энергии $\Delta\varepsilon^{(2)}$ находится в интервале [20]

$$\frac{B}{\varepsilon_0 - \varepsilon_1} \leqslant \Delta\varepsilon^{(2)} \leqslant \frac{\left(C^2 - B\right)^2}{B\varepsilon_0 - A}, \tag{15}$$

где введены обозначения

$$A = \langle\Psi_0|\Delta\hat{H}\hat{H}_0\Delta\hat{H}|\Psi_0\rangle, \quad B = \langle\Psi_0|\Delta\hat{H}^2|\Psi_0\rangle, \quad C = \langle\Psi_0|\Delta\hat{H}|\Psi_0\rangle. \tag{16}$$

Следовательно, для нахождения границ интервала (15) нужно определить волновую функцию основного состояния Ψ_0, а также энергии основного и первого радиально-возбужденного состояний. В отличие от случая, когда необходимо нахождение точного значения $\Delta\varepsilon^{(2)}$, в нашем случае не требуется полного решения невозмущенной задачи.

Поправка $\Delta\varepsilon^{(2)}$ к энергии основного состояния связанной системы, когда роль возмущения играет внешнее стационарное поле напряженностью $\mathbf{E}$, связана с электрической статической поляризуемостью системы α_0 соотношением

$$\Delta\varepsilon^{(2)} = -\frac{\alpha_0}{2}\mathbf{E}^2. \tag{17}$$

Отметим, что в случае, если основное состояние $|\Psi_0\rangle$ является сферически-симметричным, значение $\Delta\varepsilon^{(1)}$ равно нулю, т. е.

$$\Delta\varepsilon^{(1)} = C = 0. \tag{18}$$

Используя (15) и (18), находим, что значение статической электрической поляризуемости α_0 находится в интервале

$$\frac{2B^2/\mathbf{E}^2}{A - B\varepsilon_0} \leqslant \alpha_0 \leqslant \frac{2B/\mathbf{E}^2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}. \tag{19}$$

3. ЛИНЕЙНЫЙ СКАЛЯРНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ

Как видно из предыдущего раздела, задача нахождения границ электрической поляризуемости мезона разделяется на две части. Первая часть состоит в определении масс и волновых функций двухчастичной связанной системы, а вторая — в вычислении нижней и верхней оценок поляризуемости с использованием волновой функции основного состояния и значений энергии основного и первого радиально-возбужденного состояний.

Рассмотрим уравнение Клейна–Гордона–Фока для S-состояний мезонов со скалярно-векторной связью [23–25]:

$$\left[\nabla^2 + (E - V(r))^2 - (\mu + S(r))^2\right] \psi(\mathbf{r}) = 0, \tag{20}$$

где E — релятивистская энергия связи; μ — приведенная масса; $S(r)$ и $V(r)$ — скалярный и векторный потенциалы соответственно.

Уравнение (20) для приведенной волновой функции в случае $S(r) = -ar+b$, $V(r) = c$ запишем в виде

$$\mathcal{X}_n'' + \left[(E-c)^2 - (\mu+b)^2 + 2(\mu+b)ar - a^2r^2\right] \mathcal{X}_n = 0, \tag{21}$$

где $\mathcal{X}_n = rR_n$.

Уравнение (21) — обобщенное уравнение гипергеометрического типа, для которого $\sigma(r) = 1$, $\widetilde{\tau}(r) = 0$, $\widetilde{\sigma}(r) = (E-c)^2 - (\mu+b)^2 + 2(\mu+b)ar - a^2r^2$. Функция $\mathcal{X}_n(r)$ должна удовлетворять условию нормировки

$$\int\limits_0^\infty \mathcal{X}_n^2(r)\, dr = 1 \tag{22}$$

и должна быть ограниченной при $r \to 0$. При решении уравнения Шредингера используется более сильное требование ограниченности функции $\mathcal{X}_n(r)/r$ при $r \to 0$.

Для полинома $\pi(r)$ в данном случае получаем выражение

$$\pi(r) = \pm\sqrt{a^2r^2 - 2(\mu+b)ar + (\mu+b)^2 + k - (E-c)^2}. \tag{23}$$

Постоянная k должна выбираться из условия, чтобы подкоренное выражение имело кратные корни. В результате имеем следующие возможные виды полинома $\pi(r)$:

$$\pi(r) = \pm(-ar + \mu + b), \quad k = (E-c)^2. \tag{24}$$

Из двух возможных видов $\pi(r)$ следует выбрать такой, для которого функция $\tau(r) = \widetilde{\tau}(r) + 2\pi(r)$ имеет отрицательную производную и корень на интервале $r \in (0, \infty)$. Этому условию удовлетворяет функция

$$\tau(r) = 2(-ar + \mu + b), \tag{25}$$

которой соответствуют

$$\pi(r) = (-ar + \mu + b), \quad \varphi(r) = \exp\left[-\frac{a}{2}r^2 + (\mu+b)r\right],$$
$$\lambda = (E-c)^2 - a, \quad \rho(r) = \exp\left[-ar^2 + 2(\mu+b)r\right].$$

Собственные значения энергии E определяются из уравнения

$$\lambda + n\tau' + \frac{n(n-1)}{2}\sigma'' = 0, \quad n = 0, 1, \dots$$

Отсюда

$$E_n = \pm\sqrt{(2n+1)a} + c. \tag{26}$$

Для фиксации параметров межкваркового потенциала модели и масс кварков будем использовать экспериментальные данные по константам лептонных распадов, массам и электромагнитному радиусу заряженных пионов. Для экспериментальных значений [26, 27] имеем

$$M_{\rm exp}^{\pi^\pm} = (139{,}56995 \pm 0{,}00035)\ \text{МэВ}, \quad f_{\pi^\pm} = (130{,}70 \pm 0{,}10 \pm 0{,}36)\ \text{МэВ},$$
$$\langle r^2_{\pi^\pm}\rangle_{\rm exp} = (0{,}431 \pm 0{,}016)\ \text{фм}^2.$$

Эти данные после решения системы уравнений приводят нас к следующим значениям параметров:

$$a = 0{,}11\ \text{ГэВ}^2, \quad b = 0{,}548\ \text{ГэВ}, \quad c = -0{,}757\ \text{ГэВ}, \quad m_u = m_d = 0{,}283\ \text{ГэВ}.$$

Значение параметра c выбрано таким, чтобы верхняя и нижняя границы поляризуемости совпадали. Численные расчеты с использованием данных параметров и выражений, полученных в разд. 2, приводят к следующему значению для статической поляризуемости заряженных π-мезонов:

$$\alpha_0^{\pi^\pm} = 0{,}488 \cdot 10^{-4}\ \text{фм}^3.$$

Для оценки поляризуемости использовался нерелятивистский оператор электрического дипольного взаимодействия:

$$\mathbf{DE} = \frac{1}{2}(e_1 - e_2)(\mathbf{rE}),$$

где e_i — операторы заряда кварков, действующие на зависящую от унитарного спина часть волновой функции, которые для $\pi^\pm$-мезонов имеют вид

$$\psi^{\pi^+}(\xi) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left[|\overline{d}\uparrow u\downarrow\rangle - |\overline{d}\downarrow u\uparrow\rangle\right], \tag{27}$$

$$\psi^{\pi^-}(\xi) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left[|\overline{u}\uparrow d\downarrow\rangle - |\overline{u}\downarrow d\uparrow\rangle\right], \tag{28}$$

где $\overline{u}, \overline{d}$ — антикварки.

4. КОМПТОНОВСКАЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ π-МЕЗОНА

Как показано, например, в работе [8], обобщенная электрическая поляризуемость $\overline{\alpha}$ может быть представлена в виде суммы двух частей:

$$\overline{\alpha} = \alpha_0 + \Delta\alpha. \tag{29}$$

Величина α_0 называется статической поляризуемостью и связана с наведенным электрическим дипольным моментом в приближении его точечности, т. е. деформированная составная система описывается как точечный диполь.

Слагаемое $\Delta\alpha$ учитывает структуру составной системы и в главном приближении выражается через среднеквадратичный радиус составной системы. Для бесспиновой системы это слагаемое записывается в следующем виде:

$$\Delta\alpha = \frac{\alpha\langle r^2\rangle}{3M}, \tag{30}$$

где M и r — масса и электромагнитный радиус мезона соответственно, а α — постоянная тонкой структуры.

Таким образом, слагаемое, связанное с электромагнитным радиусом пиона, в предлагаемом подходе имеет следующее значение:

$$\Delta\alpha^{\pi^\pm} = 15{,}242\cdot 10^{-4}\ \text{фм}^3.$$

Из полученных результатов видно, что статическая поляризуемость π-мезона значительно меньше, чем значение $\Delta\alpha^{\pi^\pm}$.

Итак, экспериментально измеряемая комптоновская поляризуемость π-мезона в рамках данной модели имеет следующее значение:

$$\overline{\alpha}_{\pi^\pm} = 15{,}730\cdot 10^{-4}\ \text{фм}^3,$$

которое находится в хорошем согласии с экспериментальными значениями из работ [28–30], а также с результатом, полученным в релятивистской гамильтоновой динамике [39]. Однако он существенно отличается от результатов, полученных в рамках дисперсионного подхода [37], и от результатов вычислений в рамках киральной теории возмущений [38], которая претендует на роль теории сильных взаимодействий при малых энергиях. Отметим также, что полученный результат электрической поляризуемости заряженных пионов близок к среднему экспериментальному значению и достаточно далеко отстоит от средневзвешенного значения, которые вычислены в [39] при использовании экспериментальных данных [28–30, 40–43].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе в рамках релятивистской кварковой модели с линейным потенциалом взаимодействия между кварком и антикварком рассчитаны статическая и обобщенная электрические поляризуемости пионов как связанной системы двух точечных спинорных кварков. Найденное значение статической поляризуемости коррелирует со значением, полученным в [17] в рамках квазипотенциального подхода. В то же время эти результаты находятся в полном противоречии с результатами, полученными в моделях XPT и в расширенной модели NJL [36], где статическая поляризуемость отрицательная и находится в пределах: $\alpha_0^{\pi^\pm} = (-5{,}9 \div 12{,}6)\cdot 10^{-4}$ фм^3. Значение $\overline{\alpha}$ больше, чем в других подходах [6, 36, 38, 44–47], вследствие большого значения $\Delta\alpha$, но меньше, чем предсказывают различные варианты нерелятивистских кварковых моделей [9], что говорит о важной роли релятивистских эффектов в значениях статической поляризуемости заряженных пионов. Из расчетов, проведенных в рамках данной модели, следует, что статическая поляризуемость, которая обычно и является целью экспериментальных и теоретических исследований, несет только малую часть полной обобщенной поляризуемости и составляет приблизительно 1 %. Такая оценка косвенно свидетельствует о том, что пионы обладают слабой способностью деформироваться во внешнем электрическом поле.

В заключение мы хотим выразить искреннюю благодарность А. Е. Дорохову за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Weiner R., Weise W.* Electromagnetic Polarizability of the Nucleon and Chiral Quark Models // Phys. Lett. B. 1985. V. 159. P. 85–99.
2. *Scoccola N. N., Weise W.* Nonlinear Meson Theories and Electromagnetic Polarizability of the Nucleon // Nucl. Phys. A. 1990. V. 517. P. 495–508.
3. *Donoghue J. F., Holstein B. R.* Pion Transitions and Models of Chiral Symmetry // Phys. Rev. D. 1989. V. 40. P. 2378–2409.
4. *Holstein B. R.* Pion Polarizability and Chiral Symmetry // Comments Nucl. Part. Phys. A. 1990. V. 19. P. 221–238.
5. *Pervushin V. N., Volkov M. K.* Pion Polarizability in Chiral Quantum Field Theory // Phys. Lett. B. 1975. V. 55. P. 405–408.
6. *Ivanov M. A., Mizutani T.* Pion and Kaon Polarizabilities in the Quark Confinement Model // Phys. Rev. D. 1992. V. 45. P. 1580–1601.
7. *Терентьев М. В.* Поляризуемость пиона, виртуальный комптон-эффект и $\pi \to e\nu\gamma$ распад // ЯФ. 1972. Т. 16. С. 162–173.
8. *Петрунькин В. А.* Электрическая и магнитная поляризуемости адронов // ЭЧАЯ. 1981. Т. 12. С. 692–753.
9. *Dattoli G., Matone G., Prosperi D.* Hadron Polarizabilities and Quark Models // Lett. Nuovo Cim. 1977. V. 19. P. 601–614.
10. *Drechsel D., Russo A.* Nucleon Structure Effects in Photon Scattering by Nuclei // Phys. Lett. B. 1984. V. 137. P. 294–298.
11. *Schoberl F., Leeb H.* Quark Core Contribution to the Electric Polarizability of Hadrons // Phys. Lett. B. 1986. V. 166. P. 355–371.
12. *De Sanctis M., Prosperi D.* Nucleon Polarizabilities in the Constituent Quark Model // Nuovo Cim. A. 1990. V. 103. P. 1301–1310.
13. *Liebl H., Goldstein G. R.* Electromagnetic Polarizabilities and Charge Radii of the Nucleons in the Diquark Model // Phys. Lett. B. 1995. V. 343. P. 363–368.
14. *Кучин С. М., Вакулина Е. В.* Оценка вклада валентных кварков в электрическую поляризуемость мезонов в нерелятивистской кварковой модели // Тр. XII междунар. научно-метод. конф. «Актуальные проблемы науки и образования», РИО БГУ, Брянск, 2009. С. 62–73.
15. *Максименко Н. В., Кучин С. М.* Статическая поляризуемость мезонов в кварковой модели // Изв. вузов. Физика. 2010. Т. 53, № 5. С. 99–101.
16. *Lee R. N., Milstein A. I., Schumacher M.* Relativistic Corrections to the Electromagnetic Polarizabilities of Compound Systems. hep-ph/0101240.
17. *Максименко Н. В., Шульга С. Г.* Эффект релятивистского «дрожания» кварков в электрической поляризуемости мезонов // ЯФ. 1993. Т. 56. С. 201–205.

18. *Lucha W., Schoberl F. F.* Electric Polarizability of Mesons in Semirelativistic Quark Models // Phys. Lett. B. 2002. V. 544. P. 380–388.
19. *Андреев В. В., Максименко Н. В.* Статическая электрическая поляризуемость пи-мезона в пуанкаре-ковариантной модели со скалярными кварками // Изв. ГГУ им. Ф. Скорины. 2001. № 5(8). С. 13–17.
20. *Andreev V. V., Maksimenko N. V.* Static Polarizability of Relativistic Two-Particle Bound System // Proc. of Intern. School-Seminar «Actual Problems of Particle Physics», Gomel, Belarus, 2001. Dubna, 2002. V. 2. P. 128–139.
21. *Максименко Н. В., Кучин С. М.* Оценка вклада валентных кварков в электрическую поляризуемость мезонов в квазирелятивистском пределе // Материалы юбилейной научно-практ. конф. Гомель, Белоруссия, 2009. С. 32–35.
22. *Никифоров А. Ф., Уваров В. Б.* Специальные функции математической физики. М.: Наука, 1984. С. 344.
23. *Greiner W.* Relativistic Quantum Mechanics: Wave Equations. 3rd ed. Berlin: Springer, 2000.
24. *Alhaidari A. D., Bahlouli H., Al-Hasan A.* Dirac and Klein–Gordon Equations with Equal Scalar and Vector Potentials // Phys. Lett. A. 2006. V. 349. P. 87–97.
25. *Ikhdair S. M., Sever R.* Exact Bound States of the d-Dimensional Klein–Gordon Equation with Equal Scalar and Vector Ring-Shaped Pseudoharmonic Potential // IJMPC. 2008. V. 19. P. 1425–1442.
26. *Groom D. E. et al.* Review of Particle Physics // Eur. Phys. J. C. 2000. V. 15. P. 1–878.
27. *Amendolia S. R. et al.* A Measurement of the Pion Charge Radius // Phys. Lett. B. 1984. V. 146. P. 116.
28. *Aibergenov T. A. et al.* Radiative Photoproduction of Pions and Pion Compton Scattering // Czech. J. Phys. B. 1986. V. 36. P. 948–951.
29. *Berger C. et al.* Pion Pair Production in Photon–Photon Interactions // Z. Phys. C. 1984. V. 26. P. 199.
30. *Courau A. et al.* Lepton and Pion Pair Production in Gamma–Gamma Collisions Measured near the Threshold at DCI // Nucl. Phys. B. 1986. V. 271. P. 1–20.
31. *Badalian A. M., Bakker B.* Light Meson Orbital Excitations in the QCD String Approach // Phys. Rev. D. 2002. V. 66. P. 034025.
32. *Barik N., Dash P. C., Panda A. R.* Leptonic Decay of Light Vector Mesons in an Independent Quark Model // Phys. Rev. D. 1993. V. 47. P. 1001–1006.
33. *Barik N., Dash P. C.* Weak Leptonic Decay of Light and Heavy Pseudoscalar Mesons in an Independent Quark Model // Ibid. P. 2788–2795.
34. *Monteiro A. P., Vijaya Kumar K. B.* Ground State Meson Spectrum in a Relativistic Model with Instanton Induced Interaction // Commun. Theor. Phys. (Beijing, China). 2010. V. 53. P. 325–330.
35. *Hakan Ciftci, Huseyin Koru.* Meson Decay in an Independent Quark Model // Intern. J. Mod. Phys. E. 2000. V. 9. P. 407–415.
36. *Klevansky S. P., Lemmer R. H., Wilmot C. A.* The Das–Mathur–Okubo Sum Rule for the Charged Pion Polarizability in a Chiral Model // Phys. Lett. B. 1999. V. 457. P. 1–8.
37. *Fil'kov L. V., Kashevarov V. L.* Determination of π^0 Meson Quadrupole Polarizabilities from the Process $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$ // Phys. Rev. C. 2005. V. 73. P. 035210.
38. *Gasser J., Ivanov M. A., Sainio M. E.* Revisiting $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$ at Low Energies // Nucl. Phys. B. 2006. V. 745. P. 84–108.
39. *Андреев В. В.* Пуанкаре-ковариантные модели двухчастичных систем с квантово-полевыми потенциалами. Гомель: Изд-во Гомельск. гос. ун-та им. Ф. Скорины, 2008. 294 с.

40. *Antipov Y. M. et al.* Measurement of Pi-Meson Polarizability in Pion Compton Effect // Phys. Lett. B. 1983. V. 121. P. 445–448.
41. *Boyer J. et al.* (*Mark II Collab.*). Two Photon Production of Pion Pairs // Phys. Rev. D. 1990. V. 42. P. 1350–1367.
42. *Donoghue J. F., Holstein B. R.* Photon–Photon Scattering, Pion Polarizability and Chiral Symmetry // Phys. Rev. D. 1993. V. 48. P. 137–146.
43. *Ajaltouni Z. et al.* Pion Pair Production in Photon–Photon Collisions at DCI // Phys. Lett. B. 1987. V. 194. P. 573.
44. *Burgi U.* Pion Polarizabilities and Charged Pion Pair Production to Two Loops // Nucl. Phys. B. 1996. V. 479. P. 392–426.
45. *Lavelle M. J., Schilcher K., Nasrallah N. F.* Pion Polarizability from QCD Sum Rules // Phys. Lett. B. 1994. V. 335. P. 211–214.
46. *Wilcox W.* Charged Pion Polarizability from the Lattice // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 1997. V. 53. P. 302–304.
47. *Radzhabov A. E., Volkov M. K.* Charged Pion Polarizability in the Nonlocal Quark Model of Nambu–Jona-Lasinio Type // Part. Nucl., Lett. 2005. V. 2. P. 1–3.

Получено 20 июля 2011 г.