

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПИОНОВ В КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ С КОНФАЙНМЕНТОМ

С. М. Кучин^а, Н. В. Максименко^б

^а Филиал Брянского государственного университета им. И. Г. Петровского, Новозыбков, Россия

^б Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Белоруссия

В работе проведено вычисление электромагнитных характеристик пионов, таких как электрическая поляризуемость и среднеквадратичный радиус. Пионы рассматриваются как нерелятивистская система двух точечных спинорных кварков с потенциалом, имеющим линейное поведение на больших расстояниях и кулоновское поведение на малых расстояниях.

In the paper the calculation of the pion electromagnetic characteristics, such as the electric polarizability and the mean square radius, has been made. Pions are considered as a nonrelativistic system of two points of the spinor quarks with the potential having a linear behavior at large distances and Coulomb behavior at short distances.

PACS: 12.39 Pn

ВВЕДЕНИЕ

Поляризуемости элементарных частиц вводятся для феноменологического учета влияния структуры частиц на их двухфотонные взаимодействия при низких энергиях и являются источником дополнительной информации, получаемой из данных по упругому рассеянию этих частиц. Численная оценка электромагнитных поляризуемостей элементарных частиц косвенно позволяет судить о характере взаимодействия между частицами, образующими составную систему.

В настоящее время имеется достаточно большое число теоретических расчетов электрических поляризуемостей заряженных адронов, в том числе и мезонов. Среди них можно отметить расчеты с использованием эффективных лагранжианов [1–6], алгебры токов [7]. Поляризуемости нуклонов и π -мезонов вычислялись также и в нерелятивистской кварковой модели [8–15], но эти расчеты были не вполне последовательны или проводились не для КХД-мотивированных потенциалов.

Целью данной работы является вычисление электрической поляризуемости и среднеквадратичного радиуса заряженных пионов, которые рассматриваются как нерелятивистская система двух точечных спинорных кварков с потенциалом, имеющим линейное поведение на больших расстояниях и кулоновское поведение на малых расстояниях.

1. МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ

В этом разделе мы изложим общую методику оценки статической электрической поляризуемости связанной системы [16], которая включает получение нижней и верхней границы для данной величины.

Рассмотрим уравнение

$$\hat{H}|\Phi\rangle = E|\Phi\rangle \quad (1.1)$$

с оператором Гамильтона, состоящим из суммы двух операторов:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \Delta\hat{H}, \quad (1.2)$$

где \hat{H}_0 — оператор Гамильтона «невозмущенной» системы, а $\Delta\hat{H}$ — некоторая малая добавка (оператор возмущения). Будем предполагать также, что в отсутствие возмущений (1.1) имеет вид

$$\hat{H}_0|\Psi_n\rangle = \varepsilon_n|\Psi_n\rangle, n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.3)$$

Согласно стационарной теории возмущений, значение добавочной энергии к энергии основного состояния ε_0 ищем в виде ряда:

$$E = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon^{(1)} + \Delta\varepsilon^{(2)} + \dots \quad (1.4)$$

Соответственно волновая функция также представляется в виде ряда по параметру малости, входящему в $\Delta\hat{H}$:

$$|\Phi\rangle = |\Psi_0\rangle + |\Delta\Psi\rangle + \dots \quad (1.5)$$

В том случае, когда $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_1 \dots \leq \varepsilon_n$, получаем, что значение добавочной энергии $\Delta\varepsilon^{(2)}$ находится в интервале [16]

$$\frac{B}{\varepsilon_0 - \varepsilon_1} \leq \Delta\varepsilon^{(2)} \leq \frac{(C^2 - B)^2}{B\varepsilon_0 - A}, \quad (1.6)$$

где введены обозначения

$$A = \langle \Psi_0 | \Delta\hat{H}\hat{H}_0\Delta\hat{H} | \Psi_0 \rangle, \quad B = \langle \Psi_0 | \Delta\hat{H}^2 | \Psi_0 \rangle, \quad C = \langle \Psi_0 | \Delta\hat{H} | \Psi_0 \rangle. \quad (1.7)$$

Следовательно, для нахождения границ интервала (1.6) необходимо определить волновую функцию основного состояния Ψ_0 , а также энергии основного и первого радиально-возбужденного состояний. В отличие от случая, когда необходимо нахождение точного значения $\Delta\varepsilon^{(2)}$, в нашем случае не требуется полного решения невозмущенной задачи.

Поправка $\Delta\varepsilon^{(2)}$ к энергии основного состояния связанной системы, когда роль возмущения играет внешнее стационарное поле напряженностью \mathbf{E} , связана с электрической статической поляризуемостью системы α_0 соотношением

$$\Delta\varepsilon^{(2)} = -\frac{\alpha_0}{2}\mathbf{E}^2. \quad (1.8)$$

Отметим, что в случае, если основное состояние $|\Psi_0\rangle$ является сферически-симметричным, значение $\Delta\varepsilon^{(1)}$ равно нулю, т. е.

$$\Delta\varepsilon^{(1)} = C = 0. \quad (1.9)$$

Используя (1.6) и (1.9), находим, что значение статической электрической поляризуемости α_0 находится в интервале

$$\frac{2B^2/\mathbf{E}^2}{A - B\varepsilon_0} \leq \alpha_0 \leq \frac{2B/\mathbf{E}^2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}. \quad (1.10)$$

2. СТАТИЧЕСКАЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ ПИОНОВ

В качестве феноменологической волновой функции мы используем волновую функцию модели с линейным запирающим и кулоновским поведением на малых расстояниях [17]:

$$\psi(r) = N \exp[-\alpha r^{3/2} - \beta r], \quad \alpha = \frac{2}{3}\sqrt{2\mu a}, \quad \beta = \mu b, \quad (2.1)$$

где a, b — параметры линейной и кулоновской частей потенциала соответственно; μ — приведенная масса двухчастичной системы.

Уравнение Шредингера для радиальной части волновой функции имеет следующий вид:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} R + \frac{2\mu}{\hbar^2} [E - V(r)] R = 0,$$

где потенциал взаимодействия между кварками в данном случае выбирается в виде [17]

$$V(r) = ar - \frac{b}{r} + \frac{1}{l+1} \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2}} abr^{1/2} - \left(l + \frac{5}{4} \right) \sqrt{\frac{2\hbar^2}{\mu}} ar^{-1/2} + c, \quad (2.2)$$

учитывающем асимптотическую свободу в КХД на малых расстояниях и линейный рост потенциала с увеличением расстояния между кварком и антикварком.

Значения параметров потенциала возьмем такие же, которые использовались для расчетов электрослабых свойств пионов как составной кварк-антикварковой системы с данной модельной волновой функцией внутреннего движения кварков в пионе [18]:

$$a = 0,0567 \text{ ГэВ}^2, \quad b = 0,7867.$$

Значения масс кварков и параметра c фиксировались нами исходя из требования описания среднеквадратичного радиуса пиона и его массы. Для этого мы использовали следующие экспериментальные значения [19, 20]:

$$M_{\text{exp}}^{\pi^\pm} = (139,56995 \pm 0,00035) \text{ МэВ},$$

$$\langle r_{\pi^\pm}^2 \rangle_{\text{exp}} = (0,432 \pm 0,016) \text{ фм}^2.$$

Эти данные приводят нас к таким значениям параметров:

$$m_u = m_d = 0,112 \text{ ГэВ}, \quad c = 0,067 \text{ ГэВ}.$$

Численные расчеты с использованием найденных параметров дают следующий интервал для статической поляризуемости заряженных пионов, в котором уже учтены и теоретические неопределенности:

$$0,262 \cdot 10^{-4} \leq \alpha_0^{\pi^\pm} \leq 7,578 \cdot 10^{-4} \text{ фм}^3,$$

или

$$\alpha_0^{\pi^\pm} = (3,920 \pm 3,658) \cdot 10^{-4} \text{ фм}^3.$$

Для оценки поляризуемости использовался нерелятивистский оператор электрического дипольного взаимодействия:

$$\mathbf{DE} = \frac{1}{2} (e_1 - e_2) (\mathbf{rE}),$$

где e_i — операторы заряда кварков, действующие на зависящую от унитарного спина часть волновой функции, которые для π^\pm -мезонов имеют вид [8]:

$$\psi^{\pi^+}(\xi) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) [|\bar{d} \uparrow u \downarrow\rangle - |\bar{d} \downarrow u \uparrow\rangle], \quad (2.3)$$

$$\psi^{\pi^-}(\xi) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) [|\bar{u} \uparrow d \downarrow\rangle - |\bar{u} \downarrow d \uparrow\rangle], \quad (2.4)$$

где \bar{u}, \bar{d} — антикварки.

При расчетах также использовалось следующее соотношение:

$$\langle \pi^\pm | (e_1 - e_2)^2 | \pi^\pm \rangle = \frac{e^2}{9}. \quad (2.5)$$

3. КОМПТОНОВСКАЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ π -МЕЗОНА

Как было показано, например, в работе [8], обобщенная электрическая поляризуемость $\bar{\alpha}$ может быть представлена в виде суммы двух частей:

$$\bar{\alpha} = \alpha_0 + \Delta\alpha. \quad (3.1)$$

Величина α_0 называется статической поляризуемостью и связана с наведенным электрическим дипольным моментом в приближении его точечности, т. е. деформированная составная система описывается как точечный диполь.

Слагаемое $\Delta\alpha$ учитывает структуру составной системы и в главном приближении выражается через среднеквадратичный радиус составной системы. Величина $\Delta\alpha$ имеет релятивистскую природу и может быть объяснена переходом от томсоновского рассеяния на точечных частицах к рассеянию на структурных частицах с электромагнитным радиусом [21]. Для бесспиновой системы это слагаемое записывается в следующем виде:

$$\Delta\alpha = \frac{\alpha \langle r^2 \rangle}{3M}, \quad (3.2)$$

где M и r — масса и электромагнитный радиус мезона соответственно, а α — постоянная тонкой структуры.

Проводя вычисление $\Delta\alpha$ в рамках данной модели с точечными кварками, находим, что слагаемое, связанное с электромагнитным радиусом пиона, в предлагаемом подходе имеет следующее значение:

$$\Delta\alpha^{\pi^\pm} = 14,992 \cdot 10^{-4} \text{ фм}^3.$$

Итак, экспериментально измеряемая комптоновская поляризуемость π -мезона в рамках данной модели имеет вид

$$\bar{\alpha}_{\pi^\pm} = (18,912 \pm 3,658) \cdot 10^{-4} \text{ фм}^3.$$

Этот результат находится в хорошем согласии с экспериментальными значениями, полученными в работах [22–25], и значительно отличается от результатов, полученных в работах [26–28]. Экспериментальные данные представлены в табл. 1, где также отражен анализ данных коллаборации Mark II авторами работы [27].

Таблица 1. Экспериментальные данные для электрической поляризуемости $\bar{\alpha}_{\pi^\pm}$ -мезонов

Эксперименты	$\bar{\alpha}_{\pi^\pm}, 10^{-4} \text{ фм}^3$
$\pi^- Z \rightarrow \gamma \pi^- Z$, ИФВЭ, Протвино (1983) [28]	$6,8 \pm 1,4 \pm 1,2$
$\gamma p \rightarrow \gamma \pi^+ n$, Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН (1984) [22]	20 ± 12
$\gamma \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$, PLUTO (1984) [23]	$19,1 \pm 4,8 \pm 5,7$
$\gamma \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$, DM 1 (1986) [24]	$17,2 \pm 4,6$
$\gamma \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$, DM 2 (1986) [25]	$26,3 \pm 7,4$
$\gamma \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$, Mark II (1990) [26]	$2,2 \pm 1,6$
$\gamma \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$, Mark II, Donoghue J. F., Holstein B. R. (1993) [27]	$2,7$

Существенно отличается полученное значение от результатов, полученных в рамках дисперсионного подхода [29], и от результатов вычислений в рамках киральной теории возмущений [30], которая претендует на роль теории сильных взаимодействий при малых энергиях. Отметим также, что результат, полученный для электрической поляризуемости заряженных пионов, близок к среднему экспериментальному значению $\bar{\alpha}_{\pi^\pm} = (15,27 \pm 9,00) \cdot 10^{-4} \text{ фм}^3$ и достаточно далеко отстоит от средневзвешенного значения $\bar{\alpha}_{\pi^\pm} = (5,98 \pm 3,91) \cdot 10^{-4} \text{ фм}^3$, вычисленного в [31] при использовании экспериментальных данных [22–28]. В табл. 2 приведены результаты расчетов электрической поляризуемости в различных моделях.

Таблица 2. Электрические поляризуемости π^\pm -мезонов для различных моделей

Модели	$\bar{\alpha}_{\pi^\pm}, 10^{-4} \text{ фм}^3$
Данная работа	$18,912 \pm 3,658$
Киральные теории	
[34]	$2,4 \pm 0,5$
[33]	$2,6$
[30]	$2,93 \pm 1,0$
Другие модели	
[35]	$2,4 \pm 0,7$
[36]	$5,6 \pm 0,5$
[37]	$1,7 \pm 2,1 \pm 0,8$
[38]	$11,5 \pm 1,0$
[39]	$1,5-3,9$
[6]	$3,64$
[40]	$6,5 \pm 1,1$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе в рамках нерелятивистской кварковой модели с потенциалом, имеющим линейное поведение на больших расстояниях и кулоновское поведение на малых расстояниях, рассчитаны среднеквадратичный радиус, статическая и обобщенная электрические поляризуемости заряженных пионов как связанной системы двух точечных спинорных кварков. Полученное значение статической поляризуемости коррелирует с соответствующим значением, полученным в работе [8] в рамках нерелятивистской кварковой модели с осцилляторными силами. Также полученное значение статической поляризуемости коррелирует с соответствующим значением $\alpha_0^{\pi^\pm} = 0,51 \cdot 10^{-4} \text{ фм}^3$, полученным в [32] в рамках квазипотенциального подхода с модельными кулоновским и осцилляторным потенциалами. В то же время эти результаты находятся в полном противоречии с результатами, полученными в ХРТ-моделях и в расширенной NJL-модели [33], где статическая поляризуемость отрицательная и находится в пределах $\alpha_0^{\pi^\pm} = (-5,9 - -12,6) \times 10^{-4} \text{ фм}^3$. Также значение поляризуемости, полученное в данной работе, превышает результат, полученный на основе алгебры токов [7], значение, полученное на основе кирального лагранжиана [5], и результат, полученный в релятивистской гамильтоновой динамике [31]. Результат, полученный в данной работе, близок к среднему экспериментальному значению и достаточно далеко отстоит от средневзвешенного значения, вычисленного в [31]. Большое значение поляризуемости, полученное в данной работе, говорит о необходимости учета релятивистских поправок при исследовании данной величины.

В заключение мы хотим выразить искреннюю благодарность В. В. Андрееву и А. Е. Дорохову за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Weiner R., Weise W.* Electromagnetic Polarizability of the Nucleon and Chiral Quark Models // *Phys. Lett. B.* 1985. V. 159. P. 85–99.
2. *Scoccola N.N., Weise W.* Nonlinear Meson Theories and Electromagnetic Polarizability of the Nucleon // *Nucl. Phys. A.* 1990. V. 517. P. 495–508.
3. *Donoghue J. F., Holstein B.R.* Pion Transitions and Models of Chiral Symmetry // *Phys. Rev. D.* 1989. V. 40. P. 2378–2409.
4. *Holstein B.R.* Pion Polarizability and Chiral Symmetry // *Comments Nucl. Part. Phys. A.* 1990. V. 19. P. 221–238.
5. *Pervushin V. N., Volkov M. K.* Pion Polarizability in Chiral Quantum Field Theory // *Phys. Lett. B.* 1975. V. 55. P. 405–408.
6. *Ivanov M. A., Mizutani T.* Pion and Kaon Polarizabilities in the Quark Confinement Model // *Phys. Rev. D.* 1992. V. 45. P. 1580–1601.
7. *Терентьев М. В.* Поляризуемость пиона, виртуальный комптон-эффект и $\pi \rightarrow e\nu\gamma$ распад // *ЯФ.* 1972. Т. 16. С. 162–173.
8. *Петрунькин В. А.* Электрическая и магнитная поляризуемости адронов // *ЭЧАЯ.* 1981. Т. 12. С. 692–753.
9. *Dattoli G., Matone G., Prosperi D.* Hadron Polarizabilities and Quark Models // *Lett. Nuovo Cim.* 1977. V. 19. P. 601–614.
10. *Drechsel D., Russo A.* Nucleon Structure Effects in Photon Scattering by Nuclei // *Phys. Lett. B.* 1984. V. 137. P. 294–298.

11. *Schoberl F., Leeb H.* Quark Core Contribution to the Electric Polarizability of Hadrons // *Phys. Lett. B.* 1986. V. 166. P. 355–371.
12. *De Sanctis M., Prosperi D.* Nucleon Polarizabilities in the Constituent Quark Model // *Nuovo Cim. A.* 1990. V. 103. P. 1301–1310.
13. *Liebl H., Goldstein G. R.* Electromagnetic Polarizabilities and Charge Radii of the Nucleons in the Diquark Model // *Phys. Lett. B.* 1995. V. 343. P. 363–368.
14. *Кучин С. М., Вакулина Е. В.* Оценка вклада валентных кварков в электрическую поляризуемость мезонов в нерелятивистской кварковой модели // Тр. XII междунар. научно-метод. конф. «Актуальные проблемы науки и образования», РИО БГУ, Брянск, 2009 г. С. 62–73.
15. *Максименко Н. В., Кучин С. М.* Статическая поляризуемость мезонов в кварковой модели // *Изв. вузов. Физика.* 2010. Т. 53, № 5. С. 99–101.
16. *Andreev V. V., Maksimenko N. V.* Static Polarizability of Relativistic Two Particle Bound System // *Proc. of Intern. School-Seminar on Actual Problems of Particle Physics, Gomel, Belarus, 2001. Dubna, 2002. V. 2. P. 128–139.*
17. *Tezuka H.* Analytical Solution of the Schrödinger Equation with Linear Confinement Potential // *J. Phys. A. Math. Gen.* 1991. V. 24. P. 5267–5272.
18. *Крутов А. Ф., Троитский В. Е.* Relativistic Instant-form Approach to the Structure of Two-body Composite Systems // *Phys. Rev. C.* 2002. V. 65. P. 045501.
19. *Groom D. E. et al.* Review of Particle Physics // *Eur. Phys. J. C.* 2000. V. 15. P. 1–878.
20. *Amendolia S. R. et al.* A Measurement of the Pion Charge Radius // *Phys. Lett. B.* 1984. V. 146. P. 116.
21. *L'vov A. I.* Theoretical Aspects of the Polarizability of the Nucleon // *Intern. J. Mod. Phys. A.* 1993. V. 8. P. 52–67.
22. *Aibergenov T. A. et al.* Radiative Photoproduction of Pions and Pion Compton Scattering // *Czech. J. Phys. B.* 1986. V. 36. P. 948–951.
23. *Berger C. et al.* Pion Pair Production in Photon–Photon Interactions // *Z. Phys. C.* 1984. V. 26. P. 199.
24. *Courau A. et al.* Lepton and Pion Pair Production in Gamma–Gamma Collisions Measured near the Threshold at DCI // *Nucl. Phys. B. V.* 271. P. 1–20.
25. *Ajaltouni Z. et al.* Pion Pair Production in Photon–Photon Collisions at DCI // *Phys. Lett. B.* 1987. V. 194. P. 573.
26. *Boyer J. et al. (Mark II Collab.).* Two Photon Production of Pion Pairs // *Phys. Rev. D.* 1990. V. 42. P. 1350–1367.
27. *Donoghue J. F., Holstein B. R.* Photon–Photon Scattering, Pion Polarizability and Chiral Symmetry // *Phys. Rev. D.* 1993. V. 48. P. 137–146.
28. *Antipov Y. M. et al.* Measurement of π -Meson Polarizability in Pion Compton Effect // *Phys. Lett. B.* 1983. V. 121. P. 445–448.
29. *Fil'kov L. V., Kashevarov V. L.* Determination of π^0 Meson Quadrupole Polarizabilities from the Process $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ // *Phys. Rev. C.* 2005. V. 73. P. 035210.
30. *Gasser J., Ivanov M. A., Sainio M. E.* Revisiting $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ at Low Energies // *Nucl. Phys. B.* 2006. V. 745. P. 84–108.
31. *Андреев В. В.* Пуанкаре-ковариантные модели двухчастичных систем с квантовопольевыми потенциалами. Гомель: Изд-во Гомельск. гос. ун-та им. Ф.Скорины, 2008. 294 с.
32. *Максименко Н. В., Шульга С. Г.* Эффект релятивистского «дрожания» кварков в электрической поляризуемости мезонов // *ЯФ.* 1993. Т. 56. С. 201–205.
33. *Klevansky S. P., Lemmer R. H., Wilmot C. A.* The Das–Mathur–Okubo Sum Rule for the Charged Pion Polarizability in a Chiral Model // *Phys. Lett. B.* 1999. V. 457. P. 1–8.

34. *Burgi U.* Pion Polarizabilities and Charged Pion Pair Production to Two Loops // Nucl. Phys. B. 1996. V. 479. P. 392–426.
35. *Терентьев М. В.* О структуре волновых функций мезонов как связанных состояний релятивистских кварков // ЯФ. 1976. Т. 25, № 1. С. 207–213.
36. *Lavelle M. J., Schilcher K., Nasrallah N. F.* The Pion Polarizability from QCD Sum Rules // Phys. Lett. B. 1994. V. 335. P. 211–214.
37. *Wilcox W.* Charged Pion Polarizability from the Lattice // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 1997. V. 53. P. 302–304.
38. *Bernard V.* Pion Electromagnetic Polarizability and Chiral Models // Phys. Lett. B. 1988. V. 205. P. 16.
39. *Radzhabov A. E., Volkov M. K.* Charged Pion Polarizability in the Nonlocal Quark Model of Nambu–Jona-Lasinio Type // Part. Nucl., Lett. 2005. V. 2. P. 1–3.
40. *Fil'kov L. V., Kashevarov V. L.* Determination of π^+ -Meson Polarizabilities from the $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ Process // Phys. Rev. C. 2006. V. 73. P. 035210.

Получено 24 августа 2011 г.