

КВАНТОВАННАЯ ЧЕРНАЯ ДЫРА И ИЗЛУЧЕНИЕ ХОКИНГА ПОД МИКРОСКОПОМ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО РАССМОТРЕНИЯ

*В. В. Киселев*¹

ГНЦ Институт физики высоких энергий, Протвино, Россия,
Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия

В рамках квазиклассического термодинамического квантования движения частиц, запертых под горизонтом черной дыры, установлено состояние, в котором прекращается излучение Хокинга квантованной черной дырой Шварцшильда. Описан механизм абсорбции и излучения частиц черной дырой.

We establish a state of stopping the Hawking radiation by quantum Schwarzschild black hole in the framework of quasi-classical thermal quantization for particles behind the horizon. The mechanism of absorption and radiation by the black hole is presented.

PACS: 04.70.Dy

ВВЕДЕНИЕ

Исходящее от черной дыры излучение Хокинга [1, 2], как хорошо известно, имеет энергетический спектр, отличающийся от теплового спектра абсолютно черного тела. Причиной такого отличия, обуславливающего, как говорят, спектр «серого тела», является квантово-механическое перерассеяние на гравитационном потенциале частиц, распространяющихся от горизонта к удаленному наблюдателю на бесконечности. Проиллюстрируем это положение в простейшем случае черной дыры Шварцшильда. В сферических пространственных координатах метрика задается интервалом в виде

$$ds^2 = g_{tt}(r) dt^2 - \frac{1}{g_{tt}(r)} dr^2 - r^2[d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2] \quad (1)$$

с

$$g_{tt}(r) = 1 - \frac{r_g}{r}, \quad (2)$$

где r_g — радиус сферы Шварцшильда, задающий единственный горизонт этой черной дыры.

Для радиальных геодезических действие на траектории можно представить в виде

$$S_{\text{HJ}} = -Et + S_{\text{HJ}}(r), \quad (3)$$

¹E-mail: Valery.Kiselev@ihep.ru

где E — сохраняющаяся энергия массивной частицы, которая задает безразмерный интеграл движения

$$A = \frac{m^2}{E^2}. \quad (4)$$

Уравнение Гамильтона–Якоби запишется в форме

$$\frac{1}{m^2} \left(\frac{\partial \mathcal{S}_{\text{НЈ}}}{\partial r_*} \right)^2 = \mathcal{E}_A - U(r), \quad \mathcal{E}_A = \frac{1}{A}, \quad U(r) = g_{tt}(r) = 1 - \frac{r_g}{r}, \quad (5)$$

где «черепашня» координата определяется как

$$r_* = \int \frac{dr}{g_{tt}(r)} = r + r_g \ln \left[\frac{r}{r_g} - 1 \right]. \quad (6)$$

Уравнение Гамильтона–Якоби (5) гласит, что полная энергия \mathcal{E}_A равна сумме кинетического члена (производная по радиусу) и потенциала U .

Задача о радиальном движении проиллюстрирована на рис. 1, где мы показали «потенциал» и отражение уходящих на бесконечность волн, показанных схематично¹. Поэтому есть ненулевой коэффициент отражения, обуславливающего возникновение факторов «серого тела», которые зависят от энергии частицы. Излучение Хокинга возникает за счет вакуумных флуктуаций вблизи горизонта. Виртуальные флуктуации трансформируются в наблюдаемые частицы из-за действия гравитационного поля. Пара частиц в флуктуации расщепляется полем следующим образом: частица с положительной энергией уходит на бесконечность, а частица с отрицательной энергией падает за горизонт, уменьшая таким образом полную энергию черной дыры при точном балансе по отношению к излученной энергии.

В полной аналогии с причинами введения факторов «серого тела» возникает естественный вопрос: может ли перерассеяние падающей на черную дыру частицы привести к ее отражению от черной дыры? Если такое отражение действительно существует, то оно могло бы вызвать подавление абсорбции частиц черной дырой, а значит, в частности, и подавление излучения Хокинга. Более того, полное отражение означало бы и полное прекращение излучения Хокинга.

Для того чтобы ответить на этот вопрос, мы используем квазиклассический термодинамический подход к пространству-времени под горизонтом черной дыры в том виде, в котором он был недавно развит

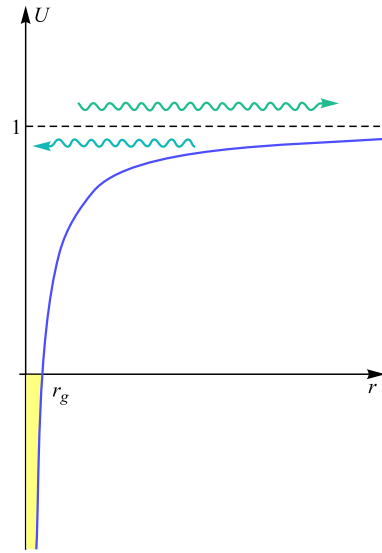


Рис. 1. Потенциал при радиальном движении и квантовое, т.е. надбарьерное, отражение частиц, уходящих на бесконечность

¹ Отраженные волны имеют, конечно, ту же энергию, что и уходящие.

в [3, 4]. Введение этого формализма диктуется рассмотрением траекторий, полностью заключенных под горизонтом. Уравнение (5) и рис. 1 ясно показывают, что такие траектории соответствуют

$$\mathcal{E}_A \leq 0,$$

что означает введение чисто мнимых величин энергии и интервалов времени и трактуется как указание на тепловой характер движения. Именно, период движения по мнимому времени равен обратной температуре частиц в термодинамическом ансамбле, существующем под горизонтом. Тепловое равновесие, требующее точной периодичности, приводит к квазиклассическому квантованию для частиц, заключенных под горизонтом, по аналогии с введением орбит Бора в «старой квантовой теории». В данной статье мы детально исследуем основное квантовое состояние черной дыры Шварцшильда и его возбуждения и показываем, как переходы между возбужденными уровнями приводят к излучению Хокинга с распределением Гиббса по энергии

$$w \sim e^{-\beta E},$$

где $\beta = 1/T$ — обратная температура черной дыры, а E — энергия кванта излучения. Затем мы указываем условия, при которых излучение Хокинга прекращается: черная дыра перестает излучать, если все возбуждения перешли в основное состояние.

Статья построена по следующему плану: в разд. 1 мы воспроизводим основные пункты в классификации радиальных траекторий, заключенных под горизонтом черной дыры, и углубляем анализ, разделяя регулярные вклады, описанные в [3, 4], и так называемые «немые» члены, которые, в некотором смысле, аналогичны морю Дирака, так как они сокращаются в полной энергии и статистической сумме. Кроме того, мы приводим ясные аргументы в пользу квантово-механической трактовки этих «немых» членов, которые обусловлены сдвигом фазы волны при отражении от потенциального барьера. Затем мы применяем закон сохранения энергии, для того чтобы описать возбуждения. Возбуждения образуются энергичными частицами, спаренными с их «антиподами», которые имеют противоположный знак евклидовой энергии. В разд. 2 представлен механизм абсорбции частиц черной дырой и предел больших квантовых чисел для излучения Хокинга, которое, как показано, подчиняется распределению Гиббса. Основное состояние квантованной черной дыры не производит никакого излучения Хокинга. В заключении суммируются наши выводы.

1. КВАНТОВЫЕ УРОВНИ

Геодезические массивной частицы, заключенной под горизонтом, с времениподобными интервалами описываются в терминах метрики для черной дыры Шварцшильда [3]

$$ds^2 = \frac{r_g}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_g}\right) (d\rho^2 + \rho^2 d\varphi_E^2) - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (7)$$

где

$$\begin{cases} t = -i2r_g\varphi_E, & \varphi_E \in [0, 2\pi], \\ r_* = 2r_g \ln \left[-\frac{\rho}{2r_g} \right], & \rho \in [0, 2r_g], \end{cases} \quad (8)$$

а евклидова фаза φ_E имеет период, равный 2π , что отвечает обратной температуре

$$\beta = 4\pi r_g. \quad (9)$$

Траектория задается уравнением

$$\frac{d\varphi_E}{dr} = \frac{1}{2r_g} \sqrt{1 - \frac{r_c}{r_g}} \frac{r}{r_g - r} \sqrt{\frac{r}{r_c - r}}, \quad (10)$$

где максимальное удаление частицы от сингулярности при $r = 0$ определяется интегралом движения

$$r_c = -r_g \frac{A}{1 - A} \leq r_g \quad \text{при} \quad A < 0. \quad (11)$$

Регулярный цикл задается (10), и его значение для φ_E равно инкременту фазы за время движения от сингулярности до r_c и обратно,

$$\Delta_c \varphi_E = 2 \int_0^{r_c} dr \frac{d\varphi_E}{dr} = \frac{\pi}{2} [2 - (2 + x)\sqrt{1 - x}], \quad x = \frac{r_c}{r_g}. \quad (12)$$

Новый элемент, который мы вводим, — это так называемое «немое» решение уравнения (10), которое определяется

$$r \equiv r_c \quad \text{при} \quad r_c < r_g, \quad (13)$$

что возможно из-за сингулярности в (10), так как

$$\frac{dr}{d\varphi_E} \equiv 0 \quad \text{при} \quad r \equiv r_c < r_g. \quad (14)$$

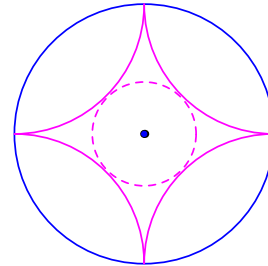
Если игнорировать «немое» решение, то регулярное число циклов за период наивно дается выражением

$$\tilde{n} = \frac{2\pi}{\Delta_c \varphi_E}, \quad (15)$$

которое мы называем «числом намотки». Примеры геодезических показаны на рис. 2.

Однако из-за «немых» геодезических частица может находиться на смешанных траекториях, как это показано на рис. 3, так как обе геодезические являются касательными

Рис. 2. Геодезические, заключенные под горизонтом, в полярных координатах $\{\rho, \varphi_E\}$: число намотки, равное 4, отвечает сплошным дугам, «немая» траектория с тем же значением r_c показана штриховой окружностью. Точка в центре соответствует горизонту при $r = r_g$, а сплошная окружность показывает сингулярность



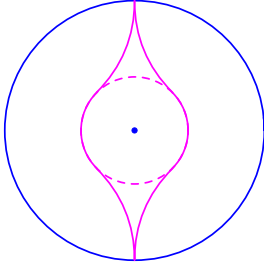


Рис. 3. Смешанная геодезическая, содержащая «немые» вклады

при максимальном удалении от сингулярности. Можно сказать, что регулярная траектория прилипает к «немому» пути при $r = r_c$. Следовательно, необходимо определить роль «немых» геодезических.

В таком случае вычислим сначала действие на «немой» траектории ($dr \equiv 0$):

$$S_{\text{mute}} = -\mathcal{E} \oint dt_E, \quad (16)$$

где евклидово время дается выражением

$$t_E = \frac{\beta}{2\pi} \varphi_E, \quad (17)$$

в то время как \mathcal{E} — евклидова энергия, так что $A = -m^2/\mathcal{E}^2$. Тогда действие за период

$$S_{\text{mute}} = -\beta\mathcal{E}. \quad (18)$$

Подчеркнем, что «немое» действие зависит от знака энергии \mathcal{E} .

Затем используем закон сохранения энергии. В самом деле, полная энергия черной дыры — это ее масса M , которая является действительным числом. Энергия \mathcal{E} отвечает чисто мнимому вкладу в полную энергию. Следовательно, этот вклад должен сокращаться с членом противоположного знака. Таким образом, мы постулируем, что для каждой частицы на «немой» геодезической имеется «немая» античастица с противоположным знаком энергии. В итоге, сумма их действий зануляется:

$$S_{\text{mute}} + S_{\text{anti-mute}} \equiv 0. \quad (19)$$

Следовательно, «немая» пара не дает никакого вклада как в полную энергию, так и в статсумму: «немые» члены сокращаются. Таким образом, можно отбросить «немые» вклады в действие в полной аналогии с морем Дирака.

Однако «немые» пути участвуют в динамике не напрямую, а косвенно. В самом деле, для регулярных членов инкремент действия за цикл равен [3]

$$\Delta_c S = -m\pi r_g x^{3/2}. \quad (20)$$

Заметим, что этот вклад не зависит от знака энергии \mathcal{E} . Поэтому действие за период задается произведением этого инкремента на число циклов с учетом поправки, обусловленной фазой, принадлежащей «немым» участкам пути,

$$n = \frac{2\pi - \Delta_{\text{mute}} \varphi_E}{\Delta_c \varphi_E}, \quad (21)$$

так что

$$S = -m\pi r_g x_n^{3/2} n, \quad (22)$$

где мы в явном виде указали зависимость от максимального удаления от сингулярности, введя натуральный индекс числа намотки с учетом поправки в терминах x : $r_c = x_n r_g$. Соответствующий член в действии из-за «немой» части пути задается

$$\Delta S_{\text{mute}} = -\beta\mathcal{E} \frac{\Delta_{\text{mute}} \varphi_E}{2\pi}. \quad (23)$$

Как и прежде, в согласии с законом сохранения энергии мы постулируем, что этой частице должна составить компанию точно такая же частица с той же траекторией, но с противоположным знаком энергии. Такую зеркальную траекторию мы называем «антиподом». В итоге, «немые» члены опять же сокращаются, а регулярный вклад частицы и антипода удваивается:

$$S_{\text{pair}} = -2\pi r_g x_n^{3/2} n. \quad (24)$$

Этот постулат имеет два следствия.

1) В основном состоянии, $\mathcal{E} \equiv 0$, частицы и их антиподы неразличимы; в то же время на основном уровне нет «немых» вкладов в траектории.

2) Возбуждения основного состояния существуют в виде пар «частица–антипод».

Для определенности необходимо зафиксировать значение сдвига фазы $\Delta_{\text{mute}}\varphi_E$. В этом смысле весьма показательно использовать принцип соответствия: при больших числах намотки квазиклассическое описание должно иметь своим пределом классическую динамику. В нашем случае этот принцип означает следующее:

Предел $n \gg 1$ соответствует $x \rightarrow 0$. Тогда инкремент фазы равен

$$\Delta_c\varphi_E \rightarrow \frac{3\pi}{8} \frac{1}{x^2}, \quad (25)$$

в то время как

$$m = |\mathcal{E}| \sqrt{-A} \rightarrow |\mathcal{E}| x^{1/2}. \quad (26)$$

Следовательно,

$$S_{\text{pair}} = -\beta \mathcal{E}_{\text{pair}} \cdot \frac{4}{3} \frac{2\pi - \Delta_{\text{mute}}\varphi_E}{2\pi}, \quad (27)$$

где положительная энергия пары частица–антипод определяется как

$$\mathcal{E}_{\text{pair}} = 2|\mathcal{E}|. \quad (28)$$

Как было показано в [3, 4], действие на таких траекториях с чисто мнимым временем дает вклад в статсумму стандартным образом:

$$w = e^S, \quad (29)$$

что должно воспроизводить распределение Гиббса в классическом пределе $n \gg 1$,

$$w = e^{-\beta E}.$$

В итоге, принцип соответствия приводит к

$$\Delta_{\text{mute}}\varphi_E = \frac{\pi}{2} \quad \text{при} \quad r_c < r_g, \quad (30)$$

где мы напоминаем, что данное представление справедливо для возбужденных уровней, в то время как в основном состоянии $\Delta_{\text{mute}}\varphi_E \equiv 0$, так как для массивной частицы не существует «немых» траекторий при $r = r_g$ (интервал тождественно обращается в нуль).

Теперь можно легко рассмотреть два предела в вычислении статсуммы.

1. Если все частицы находятся на основном уровне, то суммирование действий сводится к суммированию масс частиц

$$G = \sum S = -\frac{\beta}{2} \sum m = -\frac{1}{2} \beta M,$$

где M — масса черной дыры:

$$M = \sum m.$$

Термодинамическая функция G воспроизводит правильное выражение для произведения обратной температуры на свободную энергию \mathcal{F}

$$G = -\beta\mathcal{F}, \quad \mathcal{F} = \frac{1}{2} M.$$

2. Если все частицы занимают сильно возбужденные уровни, то сумма энергий пар частица–антипод опять дает массу черной дыры

$$M = \int_0^M d\mathcal{E}_{\text{pair}},$$

где мы ввели дифференциал для обозначения энергии пары, которая бесконечно мала в сравнении с полной энергией: $\mathcal{E}_{\text{pair}} \mapsto d\mathcal{E}_{\text{pair}}$, а также использовали интегрирование вместо суммирования по парам. В этом случае температура определяется просуммированной энергией других пар, так что

$$\beta = 8\pi M \mapsto \beta(\mathcal{E}_{\text{pair}}) = 8\pi\mathcal{E}_{\text{pair}},$$

и следовательно, функция G получается интегрированием

$$G = - \int_0^M \beta(\mathcal{E}_{\text{pair}}) d\mathcal{E}_{\text{pair}} = -4\pi\mathcal{E}_{\text{pair}}^2 \Big|_0^M = -\frac{1}{2}\beta M,$$

что опять воспроизводит правильное значение.

Нетрудно понять, что смешанная ситуация может быть описана как простая комбинация двух рассмотренных нами пределов. Показательно, что масса черной дыры дается суммой как масс частиц в основном состоянии, так и энергий частиц и их антиподов на возбужденных уровнях.

Схематически структура квантованной черной дыры Шварцшильда показана на рис. 4.

Теперь укажем простую аналогию, позволяющую понять значение сдвига фазы для возбужденных уровней и его отсутствие для основного состояния. Начнем с основной формулы для периодического движения

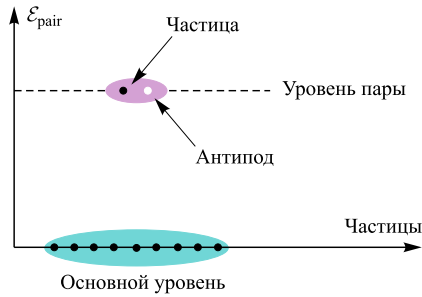


Рис. 4. Квантованная структура черной дыры Шварцшильда

$$\oint d\varphi_E = 2\pi. \quad (31)$$

Для того чтобы увидеть аналогию с квазиклассическим квантованием, домножим формулу на число намотки, так что

$$\oint n d\varphi_E = 2\pi n. \quad (32)$$

Это выражение дает основание для интерпретации φ_E в качестве динамической переменной, а n в качестве канонически сопряженного к φ_E импульса.

Затем выделим регулярный член, который дается интегрированием по радиусу,

$$\oint_{\text{reg}} n d\varphi_E = n2n \int_0^{r_c} \frac{d\varphi_E}{dr} dr = n^2 \Delta_c \varphi_E. \quad (33)$$

Этот регулярный вклад — точный аналог комплексной фазы волновой функции в квазиклассическом приближении,

$$\oint_{\text{reg}} \mathcal{P} d\mathcal{Q},$$

где \mathcal{Q} — динамическая переменная, а \mathcal{P} — сопряженный к ней импульс.

Тогда рис. 1 показывает, что, согласно стандартному квазиклассическому рассмотрению отражения в точках поворота при одномерном движении частицы в волновой механике, каждое отражение траектории при $r = r_c$ дает дополнительную фазу, равную $-\pi/2$, для отраженной волны по сравнению с падающей на потенциальный барьер при $r = r_c$, а также дополнительную фазу, равную π , при отражении в точке $r = 0$, так как потенциальная стенка при $r \leq 0$ является бесконечно высокой и абсолютно непроницаемой. Квазиклассическое квантование по Бору–Зоммерфельду дает

$$\oint_{\text{reg}} n d\varphi_E = 2\pi n + n \left(\frac{\pi}{2} - \pi \right) = n \frac{3\pi}{2}. \quad (34)$$

Следовательно, правильное значение числа намотки при $r_c < r_g$ равно

$$n = \frac{3\pi}{2\Delta_c \varphi_E}, \quad (35)$$

что в точности воспроизводит результат нашего рассмотрения в терминах «немых» вкладов в траектории. Квантование по Бору–Зоммерфельду является достаточно точным при $r_c \ll r_g$ по следующей причине: в действительности следует считать, что волновая функция обращается в нуль при $r = r_g$, что возможно только, если обе, падающая и растущая, экспоненты дают вклад при $r > r_c$. Однако растущей экспонентой, которая компенсирует хвост падающей экспоненты при $r = r_g$, можно пренебречь, если $r_c \ll r_g$. Таким образом, применение этого правила квантования вполне оправдано.

Ситуация немного меняется для основного состояния, поскольку волновая функция должна точно зануляться при $r = r_g$, что означает полное отражение волны в правой точке поворота. Соответствующая комплексная фаза между падающей и отраженной волнами равна $-\pi$ вместо $-\pi/2$. В итоге, воспроизводится регулярное выражение для числа намотки в основном состоянии

$$n_{\text{ground}} = \frac{2\pi}{\Delta_c \varphi_E}, \quad (36)$$

в полном согласии с рассмотрением, осуществленным в [3, 4].

Проведенное выше исследование дает основание для представления волновой функции при $r < r_c < r_g$ выражениями

$$\Psi_{r>0} \sim + \cos \left(n \int_0^r \frac{d\varphi_E}{dr} dr + \frac{\pi}{2} \right), \quad (37)$$

$$\Psi_{r<r_c} \sim - \cos \left(n \int_{r_c}^r \frac{d\varphi_E}{dr} dr + \frac{\pi}{4} \right), \quad (38)$$

которые совпадают, если

$$\frac{1}{2} n \Delta_c \varphi_E = \pi + \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} \right), \quad (39)$$

что опять воспроизводит правило квантования, записанное нами выше. Модификация этих выражений для основного состояния довольно прозрачна.

Это рассмотрение делает резонной и достаточно убедительной нашу трактовку квантовых уровней в черной дыре.

Таким образом, квантованная черная дыра представляет собой ансамбль частиц, занимающих как основное состояние, так и возбужденные уровни. Число возбуждений зависит от начальных условий до коллапса, которые определяют массу черной дыры. Спектр уровней дискретный, хотя при высоких энергиях возбуждения можно применять классическое описание с распределением Гиббса.

2. АБСОРБЦИЯ И ИЗЛУЧЕНИЕ ХОКИНГА

Рассмотрим изменение состояния квантованной черной дыры из-за абсорбции внешней частицы, падающей за горизонт. Такая частица имеет положительную полную энергию (по отношению к удаленному наблюдателю на бесконечности $r = \infty$). Основной

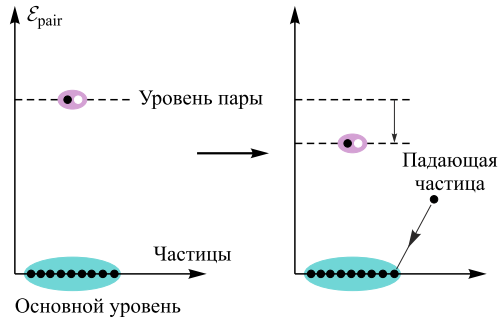


Рис. 5. Механизм поглощения частицы при $E < m$

пункт — закон сохранения энергии: энергия падающей частицы увеличивает массу черной дыры. Мы полагаем, что падение частицы на сингулярность вызывает изменение массы черной дыры и переход частицы на квантовый уровень. Переход зависит от энергии частицы.

Во-первых, рассмотрим случай $0 < E < m$, т.е. частицу, энергия связи которой так высока, что максимальное удаление от горизонта конечно. Тогда механизм абсорбции будет таким, как показанный на рис. 5: падающая частица занимает основной уровень, в то время как возбужденная пара частица–антипод переходит на более низкий уровень.

В согласии с законом сохранения энергии сдвиг уровня задается разностью изменения массы черной дыры и массы поглощенной частицы:

$$\mathcal{E} - \mathcal{E}' = dM - m = -d\mathcal{E}, \quad dM = E. \quad (40)$$

Статсумма получает, конечно, правильную поправку: энтропия увеличивается на соответствующее значение.

Случай $E > m$, т. е. частицы, которая может иметь ненулевую скорость на бесконечности, вполне аналогичен: возбужденный уровень переходит в состояние выше (рис. 6). В пределе большой энергии $E \gg m$ можно пренебречь дискретностью уровней, так что падающая частица может возбудить антипод с основного уровня, чтобы сформировать пару при большой энергии, как это показано на рис. 7.

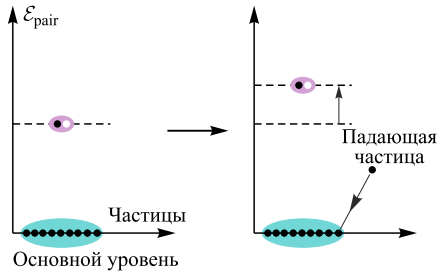


Рис. 6. Механизм поглощения частицы при $E > m$

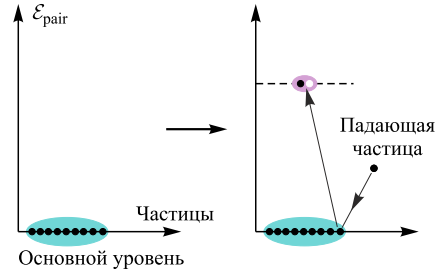


Рис. 7. Механизм поглощения частицы при $E \gg m$

Квантовые ограничения на абсорбцию довольно очевидны. Во-первых, имеется дискретный спектр поглощения, и это существенно при $E \sim m$. Во-вторых, черная дыра не способна поглотить частицу с $E < m$, если черная дыра полностью находится на основном уровне, т. е. если нет возбуждений. Таким образом, квантованная черная дыра способна полностью отразить падающую частицу, если черная дыра находится в основном состоянии. Даже при $E > m$ энергия может быть слишком мала, чтобы возбудить вышележащий уровень пары частица–антипод с основного уровня. Как мы уже упоминали во введении, такое полное отражение должно также влиять и на излучение Хокинга.

В самом деле, чтобы при $E > m$ получить процесс излучения¹, обратный по отношению к процессу, показанному на рис. 6 и 7, следует вместо падающей частицы указать на аналогичном рисунке уходящую частицу излучения Хокинга, которая достигает удаленного наблюдателя на бесконечности, и при этом иметь в виду противоположное направление процесса для частиц, находящихся под горизонтом черной дыры: вместо возбуждения уровней будет иметь место переход в низшее или основное состояние.

При $E \gg m$ легко оценить вероятность излучения, так как она равна вероятности того, что пара частица–антипод была на возбужденном уровне, так что

$$w = e^{-\beta \mathcal{E}_{\text{pair}}}, \tag{41}$$

¹Обращение процесса на рис. 5 может быть запрещено, если пара частица–антипод возбуждается с основного уровня из-за необходимости точного баланса энергии: уход частицы с массой m с основного уровня уменьшает массу черной дыры на величину m , которая должна быть больше энергии возбуждения уровня, что может быть просто невозможно для некоторых состояний. Однако рис. 5 представляет альтернативный механизм излучения частиц: если у квантовой черной дыры много возбуждений, частицы с основного уровня могут испаряться за счет возбуждения существующих высоких уровней. Но излученные таким путем частицы должны падать обратно в черную дыру, поскольку их энергия ограничена массой, $E < m$.

причем энергия пары передается излученному кванту (мы пренебрегаем массой частицы):

$$E \approx \mathcal{E}_{\text{pair}}, \quad dM \approx -\mathcal{E}_{\text{pair}}. \quad (42)$$

Следовательно, мы получаем распределение Гиббса для излучения единичного кванта, что приводит к спектру излучения абсолютно черного тела с поправками за счет факторов «серого тела», обусловленных перерассеянием на гравитационном потенциале¹.

Последствия такого квантового механизма для излучения Хокинга совершенно понятны: излучение полностью прекращается, если квантованная черная дыра находится в основном состоянии!

Высоковозбужденные уровни соответствуют классическому описанию черной дыры, поскольку частицы в этом случае движутся бесконечно близко к сингулярности. Основное состояние является чрезвычайно когерентным в том смысле, что частицы однородно заполняют все пространство под сферой Шварцшильда². Такая когерентность приводит к голографическому эффекту [7]: состояние на сфере горизонта эквивалентно квантовому состоянию черной дыры в целом. Однако строгое утверждение требует рассмотрения в рамках точной квантовой теории черных дыр, а не квазиклассического приближения, хотя следует ожидать, что использованная нами аппроксимация дает достаточно верное качественное представление о квантованных черных дырах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вкратце, мы дали описание внутренней структуры черной дыры Шварцшильда в рамках квазиклассического термодинамического подхода. Частица в термодинамическом ансамбле имеет основное состояние и возбужденные уровни, образованные парами частица–антипод. У антипода энергия имеет знак, противоположный знаку энергии частицы, что следует из закона сохранения энергии. Существование основного состояния приводит к прекращению излучения Хокинга, после того как все возбужденные состояния распались и перешли в основное состояние. Мы детально исследовали механизмы абсорбции и излучения за счет распределения Гиббса для возбужденных уровней.

Мы рассматривали поглощение и излучение черной дырой массивных частиц. Какие потребуются модификации, если включить в систему нейтральные безмассовые частицы? По-видимому, следует ожидать, что переходы массивных частиц с возбужденных уровней на более низкие будут приводить к излучению Хокинга нейтральных безмассовых частиц до тех пор, пока все возбуждения не распадутся на основной уровень. Затем излучение прекратится, поскольку энергия не может извлекаться из основного квантового состояния черной дыры. При этом остается туманным вопрос о механизме передачи энергии от массивных частиц к безмассовым, так же как и вопрос о квантовых орбитах безмассовых частиц в черной дыре.

Данная работа частично поддержана грантом РФФИ 10-02-00061.

¹Излучение Хокинга как туннельный эффект рождения пар гравитационным полем в квазиклассическом приближении было рассмотрено в [5, 6].

²Отметим, что решение Шварцшильда отвечает вакууму во всем пространстве, кроме центральной точки сингулярности, где расположен источник. Мы же говорим о частицах, заключенных под горизонтом черной дыры, самосогласованное поле которых, т. е. метрика, задает движение этих частиц, но при этом частица и ее антипод с отрицательной энергией в сумме имеют нулевую энергию, хотя действие не равно нулю.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hawking S. W.* // Commun. Math. Phys. 1975. V. 43. P. 199;
Hartle J. B., Hawking S. W. // Phys. Rev. D. 1976. V. 13. P. 2188.
2. *Hawking S. W.* // Ibid. P. 191;
Gibbons G. W., Hawking S. W. // Phys. Rev. D. 1977. V. 15. P. 2738;
Hawking S. W., Horowitz G. T. // Class. Quant. Grav. 1996. V. 13. P. 1487.
3. *Kiselev V. V.* // Phys. Rev. D. 2005. V. 72. P. 124011.
4. *Kiselev V. V.* A Quantum Mass-Spectrum of Kerr Black Hole: Superstrings. Preprint arXiv:gr-qc/0412117.
5. *Parikh M. K., Wilczek F.* // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85. P. 5042;
Angheben M. et al. // JHEP. 2005. V. 0505. P. 014.
6. *Akhmedov E. T., Akhmedova V., Singleton D.* // Phys. Lett. B. 2006. V. 642. P. 124;
Akhmedov E. T., Pilling T., Singleton D. // Intern. J. Mod. Phys. D. 2008. V. 17. P. 2453.
7. *Susskind L.* // J. Math. Phys. 1995. V. 36. P. 6377;
Bousso R. // Rev. Mod. Phys. 2002. V. 74. P. 825.

Получено 24 июня 2012 г.