

ПРОДОЛЬНАЯ КОМПОНЕНТА СЛАБОГО ВЕКТОРНОГО ТОКА ЯДЕРНЫХ ИЗОДУБЛЕТОВ СО СПИНОМ $1/2$

М. И. Криворученко^{а, б, в, 1}, *Ф. Шимковиц*^{в, 2}, *С. Г. Коваленко*^д

^а Институт теоретической и экспериментальной физики НИЦ «Курчатовский институт», Москва

^б Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия

^в Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

² Университет им. Я. А. Коменского, Братислава

^д Технический университет им. Федерико Санта Мария, Научно-технический центр Вальпараисо, Вальпараисо, Чили

В эффективной теории получено обобщенное тождество Уорда для вершинной функции слабого векторного тока (СВТ) нуклонов с учетом нарушенной изотопической симметрии. На массовой поверхности обобщенное тождество Уорда устанавливает связь формфактора продольной компоненты СВТ с разностью масс и зарядовыми радиусами изотопического дублета. Соотношение может использоваться для оценки формфактора как нуклонов, так и ядер со спином $J = 1/2$ и изоспином $I = 1/2$. Для измерения формфактора наиболее перспективны реакции с большим переданным импульсом с участием изотопических дублетов, в которых расщепление масс максимально. Даны численные оценки формфактора продольной компоненты СВТ нуклонной пары и восьми ядерных изодублетов.

The generalized Ward identity is derived for the vertex function of weak vector current of nucleons in an effective field theory with account of isotopic symmetry breaking. The generalized Ward identity establishes on the mass shell a relationship between the longitudinal form factor of weak vector current and the mass difference and the charge radii of nucleons. This relation also applies to the longitudinal form factors of nuclei with spin $J = 1/2$ and isospin $I = 1/2$. The most promising reactions to measure these form factors are the reactions with large momentum transfer involving the spin-1/2 isotopic doublets with the maximum mass splitting. Numerical estimates of the longitudinal form factors of weak vector current are given for nucleons and eight nuclear spin-1/2 isotopic doublets.

PACS: 11.40.-q; 13.40.Gp; 21.10.Ft

Слабый векторный ток (СВТ) обладает трансформационными свойствами изотопического триплета. Его третья компонента связана с электромагнитным током. СВТ восстанавливается из электромагнитного тока из соображений симметрии. С. С. Герштейном и Я. Б. Зельдовичем [1] и Р. Фейнманом и М. Гелл-Манном [2] с помощью изотопического

¹E-mail: mikhail.krivoruchenko@itep.ru

поворота была получена тензорная компонента СВТ, дающая вклад в амплитуду бета-распада нуклонов. Данная компонента определяется разностью аномальных магнитных моментов изодублета.

На массовой поверхности, когда массы начального и конечного состояний совпадают, векторный ток частицы со спином $J = 1/2$ параметризуется двумя формфакторами. Вне массовой поверхности ток имеет более сложную структуру. В общем виде перенормированная вершинная функция определяется двенадцатью формфакторами [3, 4]:

$$\Gamma_\mu(p', p) = \sum_{\kappa'\kappa} \Lambda_{\kappa'}(p') (\gamma_\mu \mathcal{F}_1^{\kappa'\kappa} + i\sigma_{\mu\nu} q_\nu \mathcal{F}_2^{\kappa'\kappa} + q_\mu (p'^2 - p^2) \mathcal{F}_3^{\kappa'\kappa}) \Lambda_\kappa(p), \quad (1)$$

где индексы κ', κ принимают значения ± 1 ; $q = p' - p$ — переданный импульс;

$$\Lambda_\kappa(p) = \frac{\kappa \hat{p} + M}{2M}$$

— проекционные операторы на состояния с виртуальной массой $M = \sqrt{p^2}$, $\hat{p}\Lambda_\kappa(p) = \kappa M \Lambda_\kappa(p)$. Формфакторы $\mathcal{F}_\alpha^{\kappa'\kappa}$ являются функциями трех независимых переменных p'^2 , p^2 и q^2 . Условие отрицательной C -четности вершинной функции

$$C^T \Gamma_\mu(p', p)^T C = -\Gamma_\mu(p', p), \quad (2)$$

где $C = i\gamma^2\gamma_0$, ввиду соотношений $\gamma_\mu \xrightarrow{C} -\gamma_\mu$, $\sigma_{\mu\nu} \xrightarrow{C} -\sigma_{\mu\nu}$, $(p', p) \xrightarrow{C} (-p, -p')$, приводит к условиям

$$\mathcal{F}_\alpha^{\kappa'\kappa}(p'^2, p^2, q^2) = \mathcal{F}_\alpha^{\kappa\kappa'}(p^2, p'^2, q^2). \quad (3)$$

Для $\kappa' = \kappa$ формфакторы $\mathcal{F}_\alpha^{\kappa\kappa}$ являются симметричными функциями первых двух аргументов.

Следствием Стандартной модели является сохранение СВТ, в результате чего для дираковского формфактора заряженного фермиона имеет место соотношение $\mathcal{F}_1^{++}(m^2, m^2, 0) = 1$. Это условие ведет к универсальности СВТ, проверенного с высокой точностью [5]. Другим следствием является эффект «слабого магнетизма» [1, 2].

Сохранение СВТ ведет к отсутствию токов второго класса с отрицательной G -четностью [6]. Продольная компонента вершины $\tau^\alpha \Gamma_\mu(p', p)$, где τ^α — матрица Паули, имеет положительную G -четность, если $\mathcal{F}_3^{++}(p'^2, p^2, q^2)$ — четная функция разности $p'^2 - p^2$. Формфактор $\mathcal{F}_3^{++}(p'^2, p^2, q^2)$, таким образом, отличен от нуля, однако в пределе точной изотопической симметрии его вклад в физические амплитуды на массовой поверхности $p'^2 = p^2 = m^2$ исчезает из-за множителя $p'^2 - p^2$.

Мы покажем, что с учетом нарушения изотопической симметрии при малых переданных импульсах формфактор продольной компоненты СВТ пропорционален разности масс конечного и начального состояний и разности изовекторной части векторного и скалярного по группе Лоренца зарядовых радиусов частицы. Этот вывод получен на основе обобщенного тождества Уорда для нарушенной изотопической симметрии в эффективной теории нуклонов, взаимодействующих за счет σ - и ω -мезонного обмена, однако на массовой поверхности связь оказывается справедливой в общем случае. С данной точки зрения продольная компонента СВТ в бета-распаде пиона рассматривалась в [7]. В настоящей работе даны оценки формфактора продольной компоненты СВТ для ядерных изодублетов $J = I = 1/2$ и проведен отбор наиболее перспективных с точки зрения эксперимента ядер, для которых формфактор максимален.

Рассмотрим сначала случай равных масс $m_f = m_i \equiv m$. Тожество Уорда накладывает ограничение на векторную вершинную функцию

$$q_\mu \Gamma_\mu(p', p) = S^{-1}(p') - S^{-1}(p), \quad (4)$$

где $S(p)$ — полный пропагатор. Для вершины (1) тождество Уорда приводит к соотношениям

$$\begin{aligned} \Lambda_{\kappa'}(p') q^2 (p'^2 - p^2) \mathcal{F}_3^{\kappa' \kappa}(p'^2, p^2, q^2) \Lambda_\kappa(p) = \\ = \Lambda_{\kappa'}(p') (-\hat{q} \mathcal{F}_1^{\kappa' \kappa}(p'^2, p^2, q^2) + S^{-1}(p') - S^{-1}(p)) \Lambda_\kappa(p). \end{aligned} \quad (5)$$

Представим обратный перенормированный пропагатор в виде

$$S^{-1}(p) = \hat{p} - m - \Sigma. \quad (6)$$

Массовый оператор Σ можно разложить по гамма-матрицам:

$$\Sigma = (\hat{p} - m) \Sigma_1 + \Sigma_2, \quad (7)$$

где Σ_1 и Σ_2 — скалярные функции p^2 и m . На массовой поверхности $p^2 = m^2$ из условий, что m — физическая масса и что вычет по p^2 в полюсе $S(p)$ равен $\hat{p} + m$, следует

$$\Sigma_1 = \Sigma_2 = \frac{\partial}{\partial p^2} \Sigma_2 = 0. \quad (8)$$

Последнее равенство выполняется, если Σ_2 представить в виде $(p^2 - m^2)^2 \Sigma_3$, где Σ_3 — произвольная скалярная функция p^2 и m . Из данного представления следует, что на массовой поверхности

$$\frac{\partial}{\partial m} \Sigma_2 = 0, \quad (9)$$

соответственно, при $p^2 = m^2$

$$\Sigma = 0, \quad (10)$$

$$\Lambda_+(p) \frac{\partial}{\partial m} \Sigma = 0, \quad (11)$$

$$\Lambda_+(p) \frac{\partial}{\partial m} S^{-1}(p) = -\Lambda_+(p). \quad (12)$$

Интерес представляет компонента тока перехода с положительной энергией. Подставляя выражение (6) в (5), для $\kappa = \kappa' = +1$ находим

$$\begin{aligned} q^2 (M'^2 - M^2) \mathcal{F}_3^{++}(M'^2, M^2, q^2) = -(M' - M) \mathcal{F}_1^{++}(M'^2, M^2, q^2) + M' - M - \\ - ((M' - m) \Sigma_1(M'^2, m) + \Sigma_2(M'^2, m)) + ((M - m) \Sigma_1(M^2, m) + \Sigma_2(M^2, m)). \end{aligned} \quad (13)$$

При $M' = M$ уравнение выполняется тождественно. Возьмем производную M' в точке $M' = M = m$. С учетом (8) находим

$$\mathcal{F}_3^{++}(m^2, m^2, q^2) = -\frac{\mathcal{F}_1^{++}(m^2, m^2, q^2) - 1}{2mq^2}. \quad (14)$$

При малых q^2 формфактор можно разложить в окрестности нуля. В этом случае

$$\mathcal{F}_3^{++}(m^2, m^2, 0) = -\frac{1}{12m} \langle r^2 \rangle, \quad (15)$$

где $\langle r^2 \rangle$ — векторный по группе Лоренца зарядовый радиус частицы, измеренный в единицах заряда протона.

В изотопическом дублете $((A, Z + 1), (A, Z))$ повышающая компонента слабой вершинной функции $2\tau^+ \Gamma_{v\mu}(p', p)$ имеет лоренцеву структуру вершины (1). Для того чтобы получить $\Gamma_{v\mu}(p', p)$, в этой вершине следует сделать подстановку $\mathcal{F}_\alpha^{\kappa'\kappa} \rightarrow \mathcal{F}_{\alpha\nu}^{\kappa'\kappa} = (\mathcal{F}_{p\alpha}^{\kappa'\kappa} - \mathcal{F}_{n\alpha}^{\kappa'\kappa})/2$. Положительно-частотные изовекторные формфакторы нормированы условиями

$$2\mathcal{F}_{1v}^{++}(m^2, m^2, 0) = 1, \quad (16)$$

$$2\mathcal{F}_{2v}^{++}(m^2, m^2, 0) = \Delta\mu_{I_3=+1/2} - \Delta\mu_{I_3=-1/2}, \quad (17)$$

$$-24m\mathcal{F}_{3v}^{++}(m^2, m^2, 0) = \langle r^2 \rangle_{I_3=+1/2} - \langle r^2 \rangle_{I_3=-1/2}, \quad (18)$$

где $\Delta\mu_{I_3}$ и $\langle r^2 \rangle_{I_3}$ — аномальные магнитные моменты и (векторные) зарядовые радиусы компонент изодублета в единицах заряда протона. Заметим, что изоскалярный формфактор нормирован условием $\mathcal{F}_{1s}^{++}(m^2, m^2, 0) = Z + 1/2$, где Z — заряд компоненты $I_3 = -1/2$. В изовекторном канале соотношение (14) принимает вид

$$2\mathcal{F}_{3v}^{++}(m^2, m^2, q^2) = -\frac{2\mathcal{F}_{1v}^{++}(m^2, m^2, q^2) - 1}{2mq^2}. \quad (19)$$

Пренебрегая другими источниками нарушения изотопической симметрии, коэффициент при продольной составляющей СВТ в амплитуде бета-распада в первом порядке по разности масс начального и конечного состояний можно представить как

$$\begin{aligned} \frac{g_v}{m_\mu} &\equiv (m_{I_3=+1/2}^2 - m_{I_3=-1/2}^2) 2\mathcal{F}_{3v}^{++}(m^2, m^2, 0) = \\ &= -\frac{m_{I_3=+1/2} - m_{I_3=-1/2}}{6} (\langle r^2 \rangle_{I_3=+1/2} - \langle r^2 \rangle_{I_3=-1/2}), \end{aligned} \quad (20)$$

где m_μ — масса мюона, выбранная для нормировки. Зарядовые радиусы протона и нейтрона $\langle r_E^2 \rangle_p^{1/2} = (0,877 \pm 0,007)$ фм, $\langle r_E^2 \rangle_n = -(0,1161 \pm 0,0022)$ фм² [9] определяются производными при $q^2 = 0$ электрических формфакторов Сакса; они связаны с дираковскими зарядовыми радиусами, входящими в уравнение (20), соотношением [8]

$$\langle r^2 \rangle_{I_3} = \langle r_E^2 \rangle_{I_3} - \frac{3\Delta\mu_{I_3}}{m}. \quad (21)$$

Из этого соотношения находим $\langle r^2 \rangle_p^{1/2} = 0,806$ фм, $\langle r^2 \rangle_n = 0,011$ фм² и далее $g_v = 3,7 \cdot 10^{-4}$. Отличие $\langle r^2 \rangle_{I_3}$ от $\langle r_E^2 \rangle_{I_3}$ не велико и уменьшается с увеличением массы. В следующих двух оценках мы им пренебрежем. Для дублета (³He, ³H) зарядовые радиусы составляют $\langle r^2 \rangle_{^3\text{He}}^{1/2}/\sqrt{2} = (1,9661 \pm 0,0030)$ фм и $\langle r^2 \rangle_{^3\text{H}}^{1/2} = (1,7591 \pm 0,0363)$ фм [10]. Уравнение (20) дает $g_v = 1,1 \cdot 10^{-3}$. Зарядовые радиусы известны для дублета (¹⁹Ne, ¹⁹F): $\langle r^2 \rangle_{^{19}\text{F}}^{1/2}/\sqrt{9} = (2,8976 \pm 0,0025)$ фм и $\langle r^2 \rangle_{^{19}\text{Ne}}^{1/2}/\sqrt{10} = (3,0082 \pm 0,0040)$ фм [10]. Для этой пары ядер в указанном приближении переходный формфактор $g_v = -2,2 \cdot 10^{-2}$.

Тождество Уорда (4) выполняется, когда симметрия является точной. Приведенные оценки не учитывают вклад поправок, нарушающих изотопическую симметрию на уровне эффективного лагранжиана. Ограничимся первым порядком по разности масс $\delta m_{fi} = m_f - m_i$ и рассмотрим изовекторную вершину $\Gamma_{fi}^\mu(p', p)$, связанную с повышающей компонентой СВТ. В вершине изменяется значение массы фермиона. Как показано в приложении, для достаточно широкого класса мезон-нуклонных теорий с нарушенной изотопической симметрией имеет место обобщенное тождество Уорда:

$$q_\mu \Gamma_{fi}^\mu(p', p) = S_f^{-1}(p') - S_i^{-1}(p) + \delta m_{fi} \Theta_{fi}(p', p), \quad (22)$$

где $S_i(p)$ и $S_f(p')$ — пропагаторы нуклонов с массами m_i и m_f в начальном и конечном состояниях; $\Theta_{fi}(p', p)$ — повышающая компонента скалярной вершинной функции. Тождество (22) справедливо в первом порядке по слабому взаимодействию. Разложим скалярную вершинную функцию по проекционным операторам:

$$\Theta_{fi}(p', p) = 2 \sum_{\kappa' \kappa} \Lambda_{\kappa'}(p') \mathcal{F}_{7v}^{\kappa' \kappa} \Lambda_\kappa(p), \quad (23)$$

и представим далее векторную вершинную функцию в виде

$$\Gamma_{fi}^\mu(p', p) = 2(\Gamma_v^\mu(p', p) + \Gamma_1^\mu(p', p)). \quad (24)$$

В первом порядке по разности масс δm_{fi} наиболее общий вид второго слагаемого следующий:

$$\Gamma_1^\mu(p', p) = \delta m_{fi} \sum_{\kappa' \kappa} \Lambda_{\kappa'}(p') (\gamma_\mu (p'^2 - p^2) \mathcal{F}_{4v}^{\kappa' \kappa} + i \sigma_{\mu\nu} q_\nu (p'^2 - p^2) \mathcal{F}_{5v}^{\kappa' \kappa} + q_\mu \mathcal{F}_{6v}^{\kappa' \kappa}) \Lambda_\kappa(p). \quad (25)$$

При перестановке начального и конечного состояний знак δm_{fi} изменяется, поэтому при выполнении условий $\mathcal{F}_{\alpha v}^{\kappa' \kappa}(p'^2, p^2, q^2) = \mathcal{F}_{\alpha v}^{\kappa \kappa'}(p^2, p'^2, q^2)$ все слагаемые (25) несут положительную G -четность. На массовой поверхности вклад формфакторов $\mathcal{F}_{4v}^{\kappa \kappa}$ и $\mathcal{F}_{5v}^{\kappa \kappa}$ в амплитуду имеет дополнительную малость по δm_{fi} и, следовательно, может быть отброшен.

В первом порядке δm_{fi} обобщенное тождество Уорда (22) приводит к уравнению

$$\begin{aligned} 2\Lambda_{\kappa'}(p')(q^2 \mathcal{F}_{6v}^{\kappa' \kappa}(p'^2, p^2, q^2) - \mathcal{F}_{7v}^{\kappa' \kappa}(p'^2, p^2, q^2))\Lambda_\kappa(p) = \\ = \Lambda_{\kappa'}(p') \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial m} (S^{-1}(p') + S^{-1}(p)) \Lambda_\kappa(p). \end{aligned}$$

Рассмотрим положительно-частотную компоненту на массовой поверхности $M' = m_f$, $M = m_i$. С учетом (12) находим

$$2\mathcal{F}_{6v}^{++}(m_f^2, m_i^2, q^2) = \frac{2\mathcal{F}_{7v}^{++}(m_f^2, m_i^2, q^2) - 1}{q^2}. \quad (26)$$

Как показано в приложении, при $q^2 = 0$ формфактор \mathcal{F}_{7v}^{++} нормирован на единицу. Следовательно, при малых переданных импульсах \mathcal{F}_{6v}^{++} определяется изовекторным зарядовым радиусом скалярного типа по группе Лоренца.

В нерелятивистской теории лоренцева природа зарядового радиуса связанных состояний не существенна — векторный зарядовый радиус совпадает со скалярным зарядовым радиусом, и два вклада (19) и (26) в продольную компоненту СВТ при малых q^2 сокращаются. В ядрах эффект ферми-движения нуклонов имеет малость $(v/c)^2$, где v — скорость нуклонов. Ведущий вклад дают, очевидно, зарядовые радиусы нуклонов, поскольку нуклоны содержат релятивистские кварки.

В модели мешков MIT [12] векторная и скалярная плотности безмассовых кварков нормированы условиями

$$1 = \int d\mathbf{x} \psi_i^\dagger \psi_i, \quad (27)$$

$$\langle 1_s \rangle = \int d\mathbf{x} \bar{\psi}_i \psi_i = 0,479. \quad (28)$$

Величина $\langle 1_s \rangle$ измеряет скалярный заряд нуклона. Соответствующие зарядовые радиусы равны

$$\langle r^2 \rangle = \sum_i e_i \int d\mathbf{x} \psi_i^\dagger \mathbf{x}^2 \psi_i = \sum_i e_i \cdot 0,531 R^2, \quad (29)$$

$$\langle r_s^2 \rangle = \sum_i e_i \int d\mathbf{x} \bar{\psi}_i \mathbf{x}^2 \psi_i = \sum_i e_i \cdot 0,182 R^2, \quad (30)$$

где R — радиус мешка; e_i — заряды кварков в единицах заряда протона. Нормировка на зарядовый радиус протона приводит к $R = 1,2$ фм. Величины $\langle r^2 \rangle$ и $\langle r_s^2 \rangle$ входят в разложение формфакторов при малых переданных импульсах. Зная волновые функции кварков, можно найти векторный и скалярный формфакторы:

$$\sum_i \tau_i^+ 2\mathcal{F}_{1v}^{++} = \sum_i \int d\mathbf{x} \psi_i^\dagger \tau_i^+ \psi_i e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}}, \quad (31)$$

$$\langle 1_s \rangle \sum_i \tau_i^+ 2\mathcal{F}_{7v}^{++} = \sum_i \int d\mathbf{x} \bar{\psi}_i \tau_i^+ \psi_i e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}}. \quad (32)$$

Нормировка векторного формфактора (16) согласуется с нормировкой кварковых волновых функций (27), поэтому в уравнении (31) стоит знак равенства. Скалярный формфактор $2\mathcal{F}_{7v}^{++}$ также нормирован на единицу, однако правая часть (32) при $q^2 = 0$ равна $\langle 1_s \rangle \sum_i \tau_i^+$. В левую часть, следовательно, добавлен множитель $\langle 1_s \rangle$. Первый коэффициент разложения $2\mathcal{F}_{7v}^{++}$ по степеням q^2 определяется скалярными зарядовыми радиусами, измеренными в единицах $\langle 1_s \rangle$, т. е. отношением

$$\langle r_s^2 \rangle / \langle 1_s \rangle = \sum_i e_i \cdot 0,380 R^2. \quad (33)$$

В случае изодублета нуклонов получаем

$$\frac{g_{v+s}}{m_\mu} = -\frac{m_p - m_n}{6} \left[(\langle r^2 \rangle_p - \langle r^2 \rangle_n) - \frac{(\langle r_s^2 \rangle_p - \langle r_s^2 \rangle_n)}{\langle 1_s \rangle} \right]. \quad (34)$$

В качестве оценки примем $\langle r_s^2 \rangle_p - \langle r_s^2 \rangle_n \approx (\langle r^2 \rangle_p - \langle r^2 \rangle_n) \cdot 0,182/0,531$. Используя для зарядовых радиусов нуклонов значения, найденные с помощью уравнения (21), получаем $g_{v+s}^{\text{th}} \approx 1,1 \cdot 10^{-4}$. Скалярный вклад уменьшает формфактор с $3,7 \cdot 10^{-4}$ до $1,1 \cdot 10^{-4}$. В нерелятивистской кварковой модели отличие скалярного зарядового радиуса от векторного формально также имеет малость $(v/c)^2$, однако численно данный параметр не мал.

Аддитивная кварковая модель, как известно, хорошо описывает статические характеристики адронов. Это означает, что эффект взаимодействия кварков — умеренно слабый. Взаимодействие генерирует, в частности, отличный от нуля зарядовый радиус нейтрона, который заметно меньше зарядового радиуса протона.

Максимальный эффект продольной компоненты СВТ ожидается в процессах с большим переданным импульсом, например в мюонном захвате. Рассмотрим изотопический дублет $((A, Z + 1), (A, Z))$. Векторный и скалярный зарядовые радиусы ядра (A, Z) можно представить в виде

$$\langle r^2 \rangle_{(A,Z)} = Z \langle r^2 \rangle_p + (A - Z) \langle r^2 \rangle_n + \sum_{i=1}^Z \langle r_i^2 \rangle, \quad (35)$$

$$\langle r_s^2 \rangle_{(A,Z)} = Z \langle r_s^2 \rangle_p + (A - Z) \langle r_s^2 \rangle_n + \langle 1_s \rangle \sum_{i=1}^Z \langle r_i^2 \rangle. \quad (36)$$

В обоих случаях первые два слагаемых описывают вклад зарядовых радиусов нуклонов, последнее слагаемое учитывает структуру ядра, r_i — расстояние протона i от центра тяжести ядра. Поскольку нуклоны нерелятивистские, усреднение r_i^2 по векторной и скалярной плотности приводит к одинаковым результатам. Для среднего значения можно принять $\langle r_i^2 \rangle = 3/5 R_A^2$, где $R_A = 1,2 A^{1/3}$ фм — радиус ядра [13]. Отличие состоит в том, что векторный заряд, на который далее умножается $\langle r_i^2 \rangle$, нормирован на единицу (ср. (27)), в то время как скалярный заряд (28) нормирован на $\langle 1_s \rangle$. При вычислении скалярного зарядового радиуса, связанного со структурой ядра, в результате интегрирования по кварковым переменным величина $\langle 1_s \rangle$ факторизуется. Векторный и скалярный формфакторы при нулевом переданном импульсе, когда они вычисляются с использованием нерелятивистских волновых функций нуклонов, нормированы на Z и $Z \langle 1_s \rangle$ соответственно.

Как показано в приложении, уравнение (34) справедливо в том числе для ядерных изодублетов $J = I = 1/2$. В общем случае

$$\frac{g_{v+s}}{m_\mu} = -\frac{m_{I_3=+1/2} - m_{I_3=-1/2}}{6} \left[(\langle r^2 \rangle_{I_3=+1/2} - \langle r^2 \rangle_{I_3=-1/2}) - \frac{(\langle r_s^2 \rangle_{I_3=+1/2} - \langle r_s^2 \rangle_{I_3=-1/2})}{\langle 1_s \rangle} \right]. \quad (37)$$

С помощью соотношений (35) и (36) находим, что выражения в квадратных скобках в уравнениях (34) и (37) совпадают. В нулевом порядке по $(v/c)^2$, где v — скорость нуклонов, формфактор g_{v+s} определяется, следовательно, зарядовыми радиусами нуклонов и разностью масс ядер изодублета.

Для системы $({}^3\text{He}, {}^3\text{H})$ уравнение (37) дает $g_{v+s}^{\text{th}} = 4,3 \cdot 10^{-5}$, что не противоречит результату $g_{v+s}^{\text{expt}} = -0,005 \pm 0,040$, полученному из анализа мюонного захвата в ${}^3\text{He}$ [11]. Скалярная составляющая уменьшает по абсолютной величине эффект с $1,1 \cdot 10^{-3}$ до

Формфактор продольной компоненты СВТ в амплитуде бета-распада ядерных изодублетов
 $J = I = 1/2$

| $I_3 = -1/2$ | $I_3 = +1/2$ | J^π | Q , кэВ | Δm , кэВ | g_{v+s}^{th} | g_{v+s}^{expt} |
|------------------------------|--------------------------------|---------|-----------------------|------------------|-----------------------|-------------------------|
| 1_0n_1 | 1_1p_0 | $1/2^+$ | 782,354 (β^-) | 1293,353 | $1,1 \cdot 10^{-4}$ | |
| ${}^3_1\text{H}_2$ | ${}^3_2\text{He}_1$ | $1/2^+$ | 18,591 (β^-) | 529,590 | $4,4 \cdot 10^{-5}$ | $-0,005 \pm 0,040$ |
| ${}^{13}_6\text{C}_7$ | ${}^{13}_7\text{N}_6$ | $1/2^-$ | 2220,4 (EC) | -2220,4 | $-1,8 \cdot 10^{-4}$ | |
| ${}^{15}_7\text{N}_8$ | ${}^{15}_8\text{O}_7$ | $1/2^-$ | 2753,9 (EC) | -2753,9 | $-2,3 \cdot 10^{-4}$ | |
| ${}^{19}_9\text{F}_{10}$ | ${}^{19}_{10}\text{Ne}_9$ | $1/2^+$ | 3238,4 (EC) | -3238,4 | $-2,7 \cdot 10^{-4}$ | |
| ${}^{29}_{14}\text{Si}_{15}$ | ${}^{29}_{15}\text{P}_{14}$ | $1/2^+$ | 4943,1 (EC) | -4943,1 | $-4,1 \cdot 10^{-4}$ | |
| ${}^{31}_{15}\text{P}_{16}$ | ${}^{31}_{16}\text{S}_{15}$ | $1/2^+$ | 5396,1 (EC) | -5396,1 | $-4,5 \cdot 10^{-4}$ | |
| ${}^{33}_{15}\text{P}_{18}$ | ${}^{33}_{16}\text{S}_{17}^*$ | $1/2^+$ | 284,5 (β^-) | -81,5 | $-6,7 \cdot 10^{-6}$ | |
| ${}^{69}_{30}\text{Zn}_{39}$ | ${}^{69}_{31}\text{Ga}_{38}^*$ | $1/2^-$ | 906,0 (β^-) | 1099,0 | $9,0 \cdot 10^{-5}$ | |

Примечание. Q -величины и разности масс ядер $\Delta m = m_{I_3=-1/2} - m_{I_3=+1/2}$ приведены в колонках 4 и 5. Далее представлены теоретические значения g_{v+s}^{th} . Экспериментальное значение g_{v+s}^{expt} для (${}^3\text{He}$, ${}^3\text{H}$) взято из работы [11]. ${}^{33}\text{S}^*$ и ${}^{69}\text{Ga}^*$ — возбужденные состояния ядер; предполагается, что они являются компонентами изодублетов. За исключением последних двух строк, все пары ядер зеркальные.

$4,4 \cdot 10^{-5}$. В случае (${}^3\text{He}$, ${}^3\text{H}$) для проверки теоретического предсказания требуется увеличение точности измерений как минимум на три порядка. Аналогичная оценка для пары (${}^{19}\text{Ne}$, ${}^{19}\text{F}$) приводит к величине $g_{v+s}^{\text{th}} = -2,7 \cdot 10^{-4}$.

Экспериментальное измерение продольной компоненты СВТ наиболее перспективно в реакции захвата мюона на ядрах $J = I = 1/2$ и $I_3 = +1/2$ с максимальной разностью масс в изодублете. Список ядер с квантовыми числами $J = I = 1/2$ и оценки величины g_{v+s}^{th} , основанные на уравнении (37), приведены в таблице. Для ряда изодублетов формфактор продольной компоненты СВТ на порядок больше, чем для (${}^3\text{He}$, ${}^3\text{H}$).

Среди изоспиновых дублетов, имеющих спин $J = 1/2$, существуют состояния, образованные нуклонами поверх заполненных оболочек ($A = 0, 4, 12, 16 \dots$) или нуклонными дырками.

К первому типу относятся: а) пара нуклонов (p, n) на оболочке $0s_{1/2}$; б) ядра (${}^{13}\text{C}$, ${}^{13}\text{N}$) с отрицательной P -четностью, содержащие нуклоны на оболочке $1p_{1/2}$ при заполненных оболочках $0s_{1/2}$ и $1p_{3/2}$; в) ядра (${}^{29}\text{Si}$, ${}^{29}\text{P}$) с нуклонами на оболочке $1s_{1/2}$ при заполненных оболочках $0s_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$, $1d_{5/2}$.

К ядерным изодублетам второго типа относятся: а) ядра (${}^3\text{He}$, ${}^3\text{H}$) как нуклонные дырки на заполненной оболочке $0s_{1/2}$; б) ядра (${}^{15}\text{N}$, ${}^{15}\text{O}$) с отрицательной P -четностью как нуклонные дырки на заполненной оболочке $1p_{1/2}$ при заполненных оболочках $0s_{1/2}$ и $1p_{3/2}$; в) ядра (${}^{19}\text{Ne}$, ${}^{19}\text{F}$) как нуклонные дырки на заполненной оболочке $1s_{1/2}$ при заполненных оболочках $0s_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$; г) ядра (${}^{31}\text{P}$, ${}^{31}\text{S}$) как нуклонные дырки на заполненной оболочке $1s_{1/2}$ при заполненных оболочках $0s_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$, $1d_{5/2}$.

Изодублеты $A = 5, 11, 17, 27$ имеют спин, отличный от $1/2$, поэтому здесь не рассматриваются. Для массивных ядер оболочечная модель работает хуже, в этой области отождествление изоспиновых состояний провести не удастся.

В настоящей работе в рамках эффективной теории получено обобщенное тождество Уорда для повышающих и понижающих компонент СВТ нуклонов с учетом нарушения изотопической симметрии и дана оценка продольной компоненты СВТ в амплитуде бета-распада нейтрона и восьми ядер со спином $J = 1/2$ и изоспином $I = 1/2$. Данная компонента отлична от нуля из-за нарушения изотопической симметрии. Результат пропорционален разности масс конечного и начального состояний и, при малых переданных импульсах, разности векторного и скалярного по группе Лоренца зарядовых радиусов изотопического дублета. Для измерения формфактора продольной компоненты СВТ в мюонном захвате на атомах ^{31}S , ^{29}P , ^{19}Ne , ^{15}O и ^{13}N , где эффект максимален, требуется увеличение точности измерений минимум на два порядка.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В приложении доказано обобщенное тождество Уорда (22), получено нормировочное условие для \mathcal{F}_{7v}^{++} и дан независимый вывод уравнения (37), не опирающийся на обобщенное тождество Уорда.

В рамках эффективной теории нуклонные вершины связаны с мезонным обменом. Здесь рассмотрена теория с вершинами скалярного по группе Лоренца изоскалярного типа (σ -мезоны) и векторного по группе Лоренца изоскалярного типа (ω -мезоны). На рис. 1 изображена диаграмма, вставка в которую внешней слабой вершины ведет к бета-распаду. Сплошная линия описывает фермион (нуклон), волнистые линии — мезоны. Слабую вершину можно добавить в фермионную линию со свободными концами, в то время как фермионные петли в амплитуде бета-распада вследствие изоскалярности вершин не модифицируются. Сплошной линии ставится в соответствие выражение

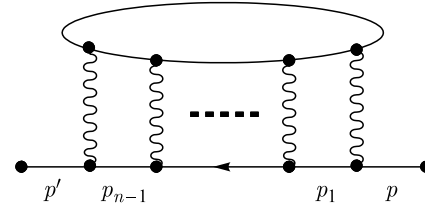


Рис. 1. Диаграммное представление нуклонного пропагатора в эффективной теории

$$H(p', p; q_1, \dots, q_n) = \sum_{\sigma(12\dots n)} \frac{1}{\hat{p}' - m_i^{[0]}} O^n \frac{1}{\hat{p}_{n-1} - m_i^{[0]}} O^{n-1} \dots O^2 \frac{1}{\hat{p}_1 - m_i^{[0]}} O^1 \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} \quad (\text{П.1})$$

где $O^i = (g_\sigma, g_\omega \gamma^{\mu_i})$ — вершины σ - и ω -мезонов с нуклонами (в общем случае — фермионами изотопического дублета); $p_0 = p$, $p_i = p_{i-1} + q_i$, $p_n = p'$ — импульсы в фермионной линии соответственно на входе, в промежутке между вершинами с номерами i и $i+1$ и в конце; $m_i^{[0]}$ — затравочная масса фермиона. Сохранение импульса требует $p = p'$ и $\sum_{i=1}^n q_i = 0$. На фермионной линии с внешними концами проводится суммирование по $n!$ перестановкам вершин.

Внесем в фермионную линию слабую векторную вершину, через которую входит импульс q_μ , и свернем лоренцев индекс этой вершины с q_μ . В добавленной вершине происходит уничтожение фермиона массой $m_i^{[0]}$ и рождение фермиона массой $m_f^{[0]}$. Такая вершина соответствует повышающей или понижающей компоненте СВТ.

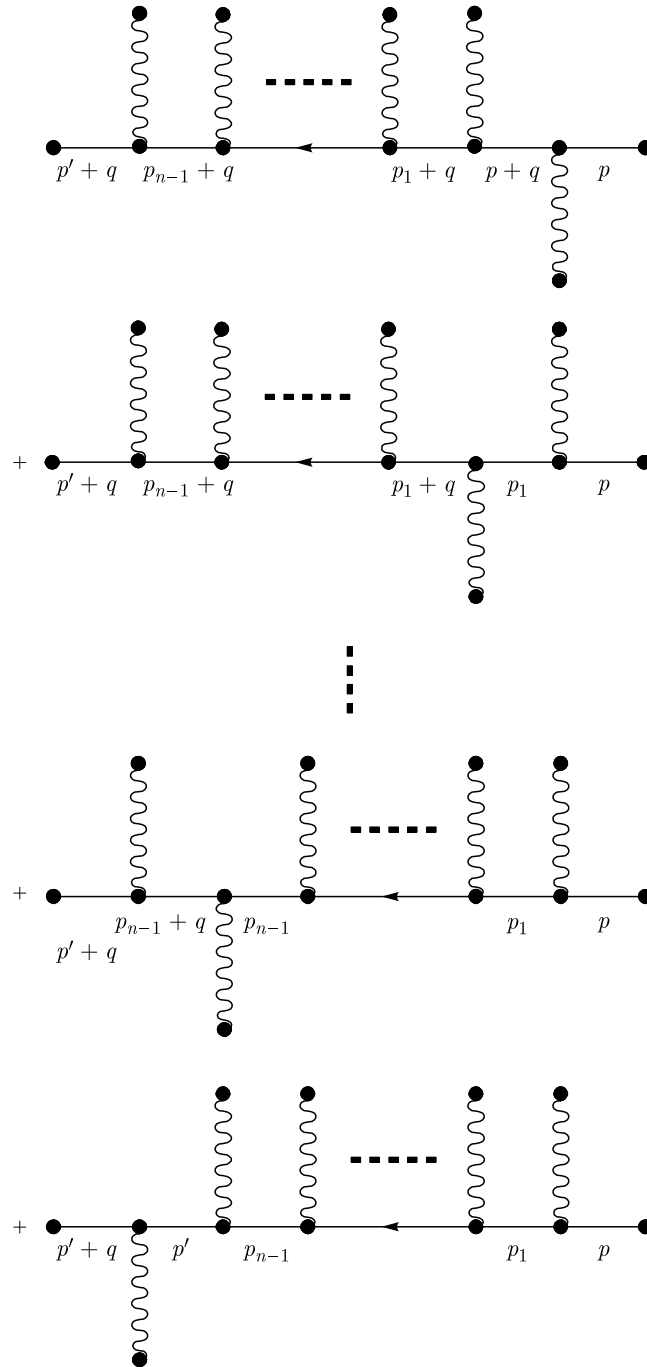


Рис. 2. Диаграммное представление $q_\mu H_{fi}^\mu$. Векторная вершина \hat{q} передает фермионной линии импульс q_μ и изменяет массу фермиона, проводится суммирование по всем вставкам

Всего существует $n + 1$ возможных вставок. Результат можно представить в виде

$$\begin{aligned}
 q_\mu H_{fi}^\mu(p' + q, p; q, q_1, \dots, q_n) = & \\
 = \sum_{\sigma(12\dots n)} & \left[\frac{1}{\hat{p}' + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^n \frac{1}{\hat{p}_{n-1} + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^{n-1} \dots O^2 \frac{1}{\hat{p}_1 + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^1 \times \right. \\
 \times \left(\frac{1}{\hat{p} + \hat{q} - m_f^{[0]}} \hat{q} \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} \right) & + \frac{1}{\hat{p}' + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^n \frac{1}{\hat{p}_{n-1} + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^{n-1} \dots O^2 \times \\
 \times \left(\frac{1}{\hat{p}_1 + \hat{q} - m_f^{[0]}} \hat{q} \frac{1}{\hat{p}_1 - m_i^{[0]}} \right) & O^1 \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} + \dots + \frac{1}{\hat{p}' + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^n \times \\
 \times \left(\frac{1}{\hat{p}_{n-1} + \hat{q} - m_f^{[0]}} \hat{q} \frac{1}{\hat{p}_{n-1} - m_i^{[0]}} \right) & O^{n-1} \dots O^2 \frac{1}{\hat{p}_1 - m_i^{[0]}} O^1 \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} + \\
 + \left(\frac{1}{\hat{p}' + \hat{q} - m_f^{[0]}} \hat{q} \frac{1}{\hat{p}' - m_i^{[0]}} \right) & O^n \frac{1}{\hat{p}_{n-1} - m_i^{[0]}} O^{n-1} \dots O^2 \frac{1}{\hat{p}_1 - m_i^{[0]}} O^1 \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} \left. \right].
 \end{aligned}$$

Графическое представление суммы дано на рис. 2. Справа от вставки сплошная линия соответствует фермиону массой $m_i^{[0]}$, слева от вставки — фермиону массой $m_f^{[0]}$. Знак суммы обозначает суммирование по $n!$ перестановкам исходных вершин. С учетом новой добавленной вершины имеется всего $(n + 1)!$ слагаемых.

Для преобразования множителей, выделенных в скобках, воспользуемся тождеством

$$\frac{1}{\hat{p} + \hat{q} - m_f^{[0]}} \hat{q} \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} = -\frac{1}{\hat{p} + \hat{q} - m_f^{[0]}} + \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} + \frac{1}{\hat{p} + \hat{q} - m_f^{[0]}} \delta m_{fi}^{[0]} \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}}, \quad (\text{П.2})$$

где $\delta m_{fi}^{[0]} = m_f^{[0]} - m_i^{[0]}$. Для его доказательства достаточно умножить равенство слева на $\hat{p} + \hat{q} - m_f^{[0]}$, справа на $\hat{p} - m_i^{[0]}$ и перегруппировать слагаемые. С учетом соотношения (П.2) исходное выражение преобразуется к виду

$$\begin{aligned}
 q_\mu H_{fi}^\mu(p' + q, p; q, q_1, \dots, q_n) = & \\
 = \sum_{\sigma(12\dots n)} & \left[\frac{1}{\hat{p}' + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^n \frac{1}{\hat{p}_{n-1} + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^{n-1} \dots O^2 \frac{1}{\hat{p}_1 + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^1 \times \right. \\
 \times \left(-\frac{1}{\hat{p} + \hat{q} - m_f^{[0]}} + \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} \right) & + \frac{1}{\hat{p}' + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^n \frac{1}{\hat{p}_{n-1} + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^{n-1} \dots O^2 \times \\
 \times \left(-\frac{1}{\hat{p}_1 + \hat{q} - m_f^{[0]}} + \frac{1}{\hat{p}_1 - m_i^{[0]}} \right) & O^1 \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} + \dots + \frac{1}{\hat{p}' + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^n \times \\
 \times \left(-\frac{1}{\hat{p}_{n-1} + \hat{q} - m_f^{[0]}} + \frac{1}{\hat{p}_{n-1} - m_i^{[0]}} \right) & O^{n-1} \dots O^2 \frac{1}{\hat{p}_1 - m_i^{[0]}} O^1 \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(-\frac{1}{\hat{p}' + \hat{q} - m_f^{[0]}} + \frac{1}{\hat{p}' - m_i^{[0]}} \right) O^n \frac{1}{\hat{p}_{n-1} - m_i^{[0]}} O^{n-1} \dots O^2 \frac{1}{\hat{p}_1 - m_i^{[0]}} O^1 \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} \Bigg] + \\
& + \sum_{\sigma(12\dots n)} \left[\frac{1}{\hat{p}' + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^n \frac{1}{\hat{p}_{n-1} + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^{n-1} \dots O^2 \frac{1}{\hat{p}_1 + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^1 \times \right. \\
& \times \left(\frac{1}{\hat{p} + \hat{q} - m_f^{[0]}} \delta m_{fi}^{[0]} \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} \right) + \frac{1}{\hat{p}' + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^n \frac{1}{\hat{p}_{n-1} + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^{n-1} \dots O^2 \times \\
& \times \left(\frac{1}{\hat{p}_1 + \hat{q} - m_f^{[0]}} \delta m_{fi}^{[0]} \frac{1}{\hat{p}_1 - m_i^{[0]}} \right) O^1 \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} + \dots + \frac{1}{\hat{p}' + \hat{q} - m_f^{[0]}} O^n \times \\
& \times \left(\frac{1}{\hat{p}_{n-1} + \hat{q} - m_f^{[0]}} \delta m_{fi}^{[0]} \frac{1}{\hat{p}_{n-1} - m_i^{[0]}} \right) O^{n-1} \dots O^2 \frac{1}{\hat{p}_1 - m_i^{[0]}} O^1 \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} + \\
& \left. + \left(\frac{1}{\hat{p}' + \hat{q} - m_f^{[0]}} \delta m_{fi}^{[0]} \frac{1}{\hat{p}' - m_i^{[0]}} \right) O^n \frac{1}{\hat{p}_{n-1} - m_i^{[0]}} O^{n-1} \dots O^2 \frac{1}{\hat{p}_1 - m_i^{[0]}} O^1 \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} \right].
\end{aligned}$$

Под первым знаком суммы второе слагаемое в круглой скобке в строке с номером $1, 2, \dots, n$ сокращается соответственно с первым слагаемым в круглой скобке в строке $2, 3, \dots, n+1$. Первое слагаемое первой строки и второе слагаемое последней строки не сокращаются. Под вторым знаком суммы в каждую фермионную линию добавлена скалярная вершина $\delta m_{fi}^{[0]}$, передающая фермиону импульс q . Результат можно представить в виде

$$\begin{aligned}
q_\mu H_{fi}^\mu(p' + q, p; q, q_1, \dots, q_n) = & H_i(p', p; q_1, \dots, q_n) - \\
& - H_f(p' + q, p + q; q_1, \dots, q_n) + G_{fi}(p' + q, p; q, q_1, \dots, q_n). \quad (\text{П.3})
\end{aligned}$$

В правой части уравнения фермионная линия в первой строке несет массу начального состояния, во второй строке — массу конечного состояния. Свертка вершин с мезонными пропагаторами, суммирование по числу вершин, по типу мезонов, по перестановкам мезонных линий и интегрирование по внутренним импульсам петель дают соответственно полный фермионный пропагатор и полные векторные и скалярные вершинные функции для повышающей или понижающей компонент токов. Выделим во внешних линиях вершин полные перенормированные фермионные пропагаторы:

$$H_{fi}^\mu(p', p) = (Z_2 S_f(p')) (Z_1^{-1} \Gamma_{fi}^\mu(p', p)) (Z_2 S_i(p)), \quad (\text{П.4})$$

$$G_{fi}(p', p) = (Z_2 S_f(p')) (\delta m_{fi} Z_7^{-1} \Theta_{fi}(p', p)) (Z_2 S_i(p)), \quad (\text{П.5})$$

где Z_2 — константа перенормировки пропагаторов; Z_1 и Z_7 — константы перенормировки вершин, которые находятся из условий

$$2\mathcal{F}_{1v}^{++}(m_f^2, m_i^2, 0) = 1, \quad (\text{П.6})$$

$$2\mathcal{F}_{7v}^{++}(m_f^2, m_i^2, 0) = 1. \quad (\text{П.7})$$

Из соотношения (П.3) получаем

$$q_\mu Z_1^{-1} \Gamma_{fi}^\mu(p', p) = Z_2^{-1} \left(S_f^{-1}(p') - S_i^{-1}(p) \right) + \delta m_{fi} Z_7^{-1} \Theta_{fi}(p', p). \quad (\text{П.8})$$

Подействуем слева и справа на это соотношение проекционными операторами $\Lambda_+(p')$ и $\Lambda_+(p)$:

$$\begin{aligned} q^2(M'^2 - M^2) Z_1^{-1} 2\tilde{\mathcal{F}}_{3v}^{++}(M'^2, M^2, q^2) = & -(M' - M) Z_1^{-1} 2\tilde{\mathcal{F}}_{1v}^{++}(M'^2, M^2, q^2) + \\ & + (M' - M - \delta m_{fi}) Z_2^{-1} - Z_2^{-1} ((M' - m_f) \Sigma_1(M'^2, m_f) + \Sigma_2(M'^2, m_f)) + \\ & + Z_2^{-1} ((M - m_i) \Sigma_1(M^2, m_i) + \Sigma_2(M^2, m_i)) + \delta m_{fi} Z_7^{-1} 2\mathcal{F}_{7v}^{++}(M'^2, M^2, q^2). \end{aligned} \quad (\text{П.9})$$

Формфакторы «с тильдой» $\tilde{\mathcal{F}}_{\alpha v}^{++}$ выражаются через формфакторы, определенные в уравнениях (24) и (25):

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{F}}_{1v}^{++} &= \mathcal{F}_{1v}^{++}, \\ \tilde{\mathcal{F}}_{2v}^{++} &= \mathcal{F}_{2v}^{++}, \\ \tilde{\mathcal{F}}_{3v}^{++} &= \mathcal{F}_{3v}^{++} + \frac{1}{m_f + m_i} \mathcal{F}_{6v}^{++}. \end{aligned}$$

\mathcal{F}_{4v}^{++} и \mathcal{F}_{5v}^{++} опущены, потому что имеют более высокий порядок малости по δm_{fi} . \mathcal{F}_{2v}^{++} из уравнения (П.9) выпадает.

Уравнение (П.9) обобщает уравнение (13). Разложим его в ряд в окрестности $M' = M = m$. Значение и первая производная уравнения по разности $M' - M$ при $M' = M = m$ в первом порядке по δm_{fi} с учетом нормировки (П.6) и (П.7) дают

$$Z_1 = Z_2 = Z_7. \quad (\text{П.10})$$

С помощью этих соотношений из уравнения (П.9) находим

$$2\tilde{\mathcal{F}}_{3v}^{++}(m_f^2, m_i^2, q^2) = -\frac{2\tilde{\mathcal{F}}_{1v}^{++}(m_f^2, m_i^2, q^2) - 1}{2mq^2} + \frac{2\mathcal{F}_{7v}^{++}(m_f^2, m_i^2, q^2) - 1}{2mq^2}. \quad (\text{П.11})$$

Уравнение (П.8) эквивалентно уравнению (22).

Приведем другой вывод соотношения $Z_2 = Z_7$. В пределе нулевого переданного импульса третье слагаемое в уравнении (П.2) в первом порядке по разности масс принимает вид

$$\frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} \delta m_{fi}^{[0]} \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}} = \delta m_{fi}^{[0]} \frac{\partial}{\partial m_i^{[0]}} \frac{1}{\hat{p} - m_i^{[0]}}. \quad (\text{П.12})$$

В левой части — вершинная функция $G_{fi}(p' + q, p; q)$ нулевого порядка по взаимодействию для $m_f^{[0]} = m_i^{[0]}$, в правой части — производная пропагатора $H_i(p, p)$ нулевого порядка по взаимодействию, умноженная на $\delta m_{fi}^{[0]}$. После включения взаимодействия в пределе нулевого переданного импульса для точной изотопической симметрии полная скалярная вершинная функция может быть получена аналогичным образом дифференцированием полного пропагатора по затравочной массе фермиона, поскольку дифференцирование пропагатора эквивалентно вставке в пропагатор скалярной вершины с нулевым

переданным импульсом. Таким образом,

$$(Z_2 S_f(p))(\delta m_{fi} Z_7^{-1} \Theta_{fi}(p, p))(Z_2 S_i(p)) = \delta m_{fi}^{[0]} \frac{\partial}{\partial m_i^{[0]}} (Z_2 S_i(p)). \quad (\text{П.13})$$

Заметим, что дифференцирование проводится по массе фермиона со свободными концами. Фермионные петли несут нулевой изоспин и в производную вклада не дают. Этой особенностью обладает только изовекторная часть пропагатора, которая представляется в виде разности пропагаторов с изоспинами $+1/2$ и $-1/2$. Из равенства

$$\frac{\partial}{\partial m_i^{[0]}} (Z_2 S_i(p))(Z_2 S_i(p))^{-1} = 0 \quad (\text{П.14})$$

следует

$$\delta m_{fi} Z_7^{-1} \Theta_{fi}(p, p) = -\delta m_{fi}^{[0]} \frac{\partial}{\partial m_i^{[0]}} (Z_2 S_i(p))^{-1}. \quad (\text{П.15})$$

Из соотношений (12) и $\delta m_{fi}^{[0]} \partial / \partial m_i^{[0]} = \delta m_{fi} \partial / \partial m_i$ далее находим

$$\Lambda_+(p) Z_7^{-1} \Theta_{fi}(m^2, m^2, 0) = \Lambda_+(p) Z_2^{-1}, \quad (\text{П.16})$$

где $p^2 = m^2$. С учетом нормировки $\Lambda_+(p) \Theta_{fi}(m^2, m^2, 0) = \Lambda_+(p)$ имеем $Z_2 = Z_7$, что и требовалось доказать.

Область применимости доказательства ограничена эффективными теориями нуклонов с σ - и ω -мезонным обменом. Данное семейство является достаточно общим, к нему относятся теории среднего поля, которые используются для расчета уравнений состояния ядерной материи и структуры ядер.

В доказательстве существенную роль играет предположение о том, что вклад нуклонных резонансов в фермионную линию со свободными концами пренебрежимо мал. Масса нуклонных резонансов превышает массу нуклонов на сотни МэВ, поэтому естественно считать, что в реакциях бета-распада и электронного захвата, в которых выделяется энергия порядка МэВ, они не играют заметной роли. В случае захвата мюонов предположение о малости вклада нуклонных резонансов менее правдоподобно. Энергия возбуждения ядер имеет порядок величины МэВ, поэтому в слабых процессах возбужденные состояния ядер заведомо важны. По этой причине замена нуклонной пары каким-либо ядерным изодублетом имела бы только формальный смысл. Тем не менее для оценки формфактора продольной компоненты СВТ в ядрах мы использовали следствие (37) обобщенного тождества Уорда. Оправданием служит то обстоятельство, что соотношения (34) и (37) не зависят от деталей эффективной теории. Покажем это.

Запишем векторную часть амплитуды бета-распада нейтрона в виде

$$\langle p', s' | J_\mu^+(0) | p, s \rangle = 2\bar{u}(p', s') \tau^+ (\gamma_\mu \tilde{\mathcal{F}}_{1v}^{++} + i\sigma_{\mu\nu} q_\nu \tilde{\mathcal{F}}_{2v}^{++} + q_\mu (m_f^2 - m_i^2) \tilde{\mathcal{F}}_{3v}^{++}) u(p, s), \quad (\text{П.17})$$

где $u(p, s)$ и $u(p', s')$ — биспиноры, описывающие нейтрон и протон; $J_\mu^+(x)$ — повышающая компонента СВТ. Умножая обе части (П.17) на $q_\mu = (p' - p)_\mu$, находим

$$\langle p', s' | (-i\partial^\mu J_\mu^+(0)) | p, s \rangle = 2\delta m_{fi} (\tilde{\mathcal{F}}_{1v}^{++} + q^2 (m_f + m_i) \tilde{\mathcal{F}}_{3v}^{++}) \bar{u}(p', s') \tau^+ u(p, s). \quad (\text{П.18})$$

Из этого соотношения следует, что комбинация

$$\mathcal{F}_{7v}^{+++} = \tilde{\mathcal{F}}_{1v}^{+++} + q^2(m_f + m_i)\tilde{\mathcal{F}}_{3v}^{+++}$$

является скалярным по группе Лоренца формфактором, что согласуется с уравнениями (22) и (26). Раскладывая формфакторы изодублета (p, n) по q^2 вблизи нуля,

$$1 + \frac{1}{6}(\langle r_s^2 \rangle_p - \langle r_s^2 \rangle_n) / \langle 1_s \rangle q^2 + \dots = 1 + \frac{1}{6}(\langle r^2 \rangle_p - \langle r^2 \rangle_n) q^2 + \dots + q^2(m_f + m_i)2\tilde{\mathcal{F}}_{3v}^{+++},$$

находим

$$\tilde{\mathcal{F}}_{3v}^{+++} = -\frac{(\langle r^2 \rangle_p - \langle r^2 \rangle_n) - (\langle r_s^2 \rangle_p - \langle r_s^2 \rangle_n) / \langle 1_s \rangle}{24m}, \quad (\text{П.19})$$

где $m = (m_f + m_i)/2$ и, далее, в согласии с (34) и (37),

$$\frac{g_{v+s}}{m_\mu} \equiv (m_f^2 - m_i^2)2\tilde{\mathcal{F}}_{3v}^{+++}. \quad (\text{П.20})$$

Для формфактора \mathcal{F}_{3v}^{+++} имеет место соотношение (19), поэтому $\mathcal{F}_{6v}^{+++} = (\langle r_s^2 \rangle_p - \langle r_s^2 \rangle_n) / (12\langle 1_s \rangle)$, что согласуется с уравнением (26) для малых q^2 .

Аналогичные соотношения имеют место для системы (${}^3\text{He}$, ${}^3\text{H}$) и других пар ядер со спином 1/2, входящих в один изодублет. Вся информация о внутренней структуре ядер содержится в зарядовых радиусах и разности масс компонент изодублета. Данное свойство $\tilde{\mathcal{F}}_{3v}^{+++}$ не является исключительным. При нулевом переданном импульсе формфактор $2\mathcal{F}_{1v}^{+++}$ на массовой поверхности равен единице и не зависит от внутренней структуры ядра. \mathcal{F}_{2v}^{+++} определяется разностью аномальных магнитных моментов компонент изодублета и зависит, следовательно, как и $\tilde{\mathcal{F}}_{3v}^{+++}$, от динамики лишь некоторым интегральным образом.

В данном подходе, который является в сущности кинематическим, условие нормировки (П.7) возникает как следствие несингулярности формфактора $\tilde{\mathcal{F}}_{3v}^{+++}$ при $q^2 = 0$. Наличие такой сингулярности означало бы присутствие в теории дальнего действия, что в слабых взаимодействиях исключается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Герштейн С. С., Зельдович Я. Б. О мезонных поправках к теории бета-распада // ЖЭТФ. 1955. Т. 29. С. 698–699.
2. Feynman R. P., Gell-Mann M. Theory of the Fermi Interaction // Phys. Rev. 1958. V. 109. P. 193–198.
3. Bincer A. M. Electromagnetic Structure of the Nucleon // Phys. Rev. 1960. V. 118. P. 855–863.
4. Tiemeijer P. C., Tjon J. A. Electromagnetic Form Factors for an Off-Shell Nucleon in a Vector Meson Dominance Model // Phys. Rev. C. 1990. V. 42. P. 599–609.
5. Severijns N., Beck M., Naviliat-Cuncic O. Tests of the Standard Electroweak Model in Beta Decay // Rev. Mod. Phys. 2006. V. 78. P. 991–1040.
6. Weinberg S. Charge Symmetry of Weak Interactions // Phys. Rev. 1958. V. 112. P. 1375–1379.
7. Krivoruchenko M. I. π_{e3} Form Factor f_- near the Mass Shell // Adv. High Energy Phys. 2015. V. 2015. 656239.

8. *Foldy L. L.* Neutron–Electron Interaction // *Rev. Mod. Phys.* 1958. V. 30. P. 471–481.
9. *Olive K. A. et al. (Particle Data Group)* // *Chin. Phys. C.* 2014. V. 38. 090001.
10. *Angeli I., Marinova K. P.* Table of Experimental Nuclear Ground State Charge Radii: An Update // *At. Data Nucl. Data Tables.* 2013. V. 99. P. 69–96.
11. *Gazit D.* Muon Capture on ^3He and the Weak Structure of the Nucleon // *Phys. Lett. B.* 2008. V. 666. P. 472–476;
Gazit D. The Weak Structure of the Nucleon from Muon Capture on ^3He // *Nucl. Phys. A.* 2009. V. 827. P. 408c–410c.
12. *Chodos A. et al.* Baryon Structure in the Bag Theory // *Phys. Rev. D.* 1974. V. 10. P. 2599–2604.
13. *Elze Th., Freudenberger C., Muthig A.* Kernphysik. Frankfurt am Main: IKF-InterNetBericht 2, 1999. 162 p.

Получено 14 марта 2015 г.