

# ШИРОКОПОЛОСНЫЙ ЦИКЛИЧЕСКИЙ УСКОРИТЕЛЬ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ И РАВНОВЕСНЫМ РАДИУСОМ ОРБИТЫ ЧАСТИЦ

*Г. В. Долбилов*<sup>1</sup>

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В работе изучается возможность создания циклического ускорителя на постоянных магнитах, максимальная энергия которого определяется величинами магнитного поля и радиусом его стационарной орбиты, а нижний порог ускоряемой энергии — энергией источника ионов. При этом радиус стационарной орбиты остается постоянным.

The possibility of creating a cyclic accelerator on permanent magnets is studied, the maximum energy of which is determined by the magnetic field and the radius of its stationary orbit, and the lower threshold of the accelerated energy is the energy of the source of ions. At the same time, the radius of the stationary orbit remains constant.

PACS: 29.20.D-; 29.27.Eg; 29.27.Ac

## ВВЕДЕНИЕ

Цель настоящей работы — привлечь внимание специалистов по физике и технике ускорителей к еще одному варианту ускорителя с постоянными магнитным полем и радиусом равновесной орбиты. Особенностью ускорителя является то, что замкнутая орбита формируется не методом отражения частиц от постоянных магнитов, как изложено в статье [1], а полями разнополярных магнитов.

В циклических ускорителях на высокие энергии, радиус орбиты которых может достигать величины  $R_0 = 10^2 - 10^3$  м, короткий участок орбиты длиной  $l \ll R_0$  можно считать прямолинейным. На этом участке, используя дополнительные диполи с обратной полярностью поля, можно создать на радиусе  $R_0$  поле, равное нулю,  $B = 0$  (рис. 1).

Движение частицы вдоль оси с нулевым полем не зависит от ее скорости. Частица, отклоненная от оси в радиальной плоскости, будет совершать устойчивые бетатронные колебания относительно оси. Длина волны этих колебаний  $\lambda \ll l$ .

Особенность циклического ускорителя состоит в том, что с адиабатическим увеличением скорости частицы появляется дополнительная сила, действующая на частицу. Это центробежная сила, равная  $F_c = Mv^2/R_0$ . Она эквивалентна действию магнитного поля величиной  $B_c = -Mv/qR_0$  ( $q$  — заряд частицы).

---

<sup>1</sup>E-mail: dol37@mail.ru

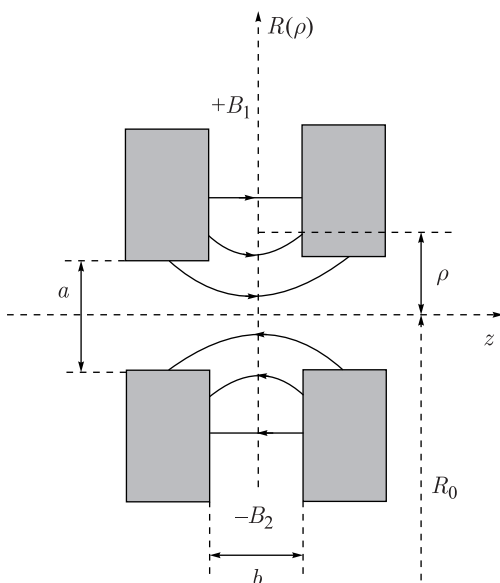


Рис. 1. Схема поперечного сечения магнитной системы с разнополярными диполями

Это обстоятельство приводит к тому, что равновесная орбита ( $B_{\Sigma} = 0$ ) смещается во все более и более сильные поля основного диполя. Процесс продолжается до тех пор, пока частица не будет выведена из ускорителя.

Проблема неустойчивости вертикального  $z$ -движения, при адиабатическом увеличении скорости частицы, решается путем формирования дополнительных полей в магнитной системе, которые поочередно то фокусируют, то дефокусируют частицу, реализуя жесткую фокусировку. Для этого могут быть использованы краевые поля диполей [2] или поля линз с плоскими магнитными полюсами [3].

## МАГНИТНАЯ СИСТЕМА УСКОРИТЕЛЯ

Рассмотрим квазипрямолинейный участок орбиты, поперечное сечение которого изображено на рис. 1. Основной диполь с магнитным полем  $+B_1$  и дополнительный диполь с полем  $-B_2$  формируют на траектории частицы поле, равное нулю. Эта траектория является равновесной для частицы с малой скоростью, когда центробежной силой можно пренебречь.

Действие центробежной силы приводит к смещению равновесной траектории в более сильные поля основного диполя. Положение равновесной траектории определяется равенством сил  $F_{\Sigma} = vqB_1 - vqB_2 - Mv^2/(R_0 + \Delta R) = 0$ ,  $\Delta R/R_0 \ll 1$ , так как  $a/2 \ll R_0$  (см. рис. 1).

**Устойчивость поперечных колебаний.** В медианной плоскости  $(\rho, x)$  магнитной системы частицы совершают устойчивые радиальные колебания, длина волны которых равна  $\lambda$  (рис. 2). Пусть частица пересекает ось  $x$  системы под углом  $\alpha$ . Под действием магнитного поля составляющая импульса частицы  $P_{\rho}$  уменьшается и при некотором

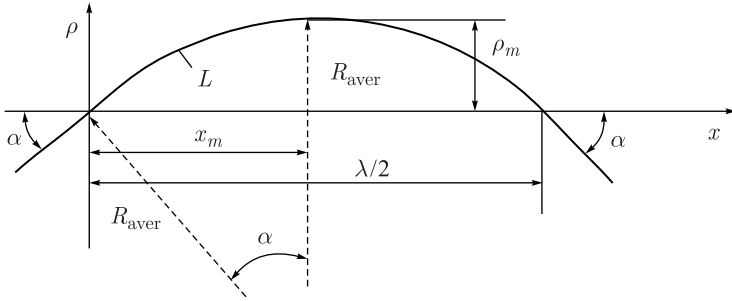


Рис. 2. Усредненные параметры траектории частицы

$\rho = \rho_m$  обращается в 0 и частица меняет направление  $\rho$ -движения

$$\frac{dP_x}{dt} = qv_\rho B_{z(\rho)}, \quad dP_x = qB_{z(\rho)} d\rho, \quad P_x = P_{x, \text{in}} + \int_0^\rho qB_{z(\rho)} d\rho,$$

где  $q$  — заряд частицы,  $P_{x, \text{in}} = P \cos \alpha$ .

При  $\rho = \rho_m$   $P_\rho = 0$ , а  $P_x = P$ , и  $\int_0^{\rho_m} qB_{z(\rho)} d\rho = (1 - \cos \alpha)P$ .

Дальнейшее движение частицы в диполе сопровождается уменьшением  $P_x$ -импульса и при обратном пересечении оси импульс будет равен  $P_{x, \text{out}} = P_{x, \text{in}} + \int_0^{\rho_m} qB_{z(\rho)} d\rho + \int_{\rho_{\text{max}}}^0 qB_{z(\rho)} d\rho = P_{x, \text{in}} = P \cos \alpha$ .

При условии однородности магнитного поля вдоль оси  $x$  частица снова пересекает ось системы под тем же углом. Равенство углов пересечения оси не зависит от энергии частицы,

$$\alpha = \alpha_{\text{inj}} = \text{const.}$$

После пересечения равновесной траектории, где суммарное поле равно нулю, частица попадает в поле обратной полярности, которое отклоняет частицу обратно к оси. Поэтому радиальные колебания частицы относительно оси устойчивы.

Пусть при  $\rho = 0$   $P_{0,x} = P \cos \alpha$ , тогда при  $\rho = \rho_m$   $P_x = P$  (см. рис. 2).

$$P(1 - \cos \alpha) = q \int_0^{\rho_m} B_z d\rho = qB_{\text{aver}}\rho_m, \quad \rho_m = (1 - \cos \alpha) R_{\text{aver}},$$

где  $B_{\text{aver}}$  — средняя величина поля  $B_{z(\rho)}$  на траектории частицы, а  $R_{\text{aver}}$  — средний радиус траектории частицы.

Далее будем использовать усредненные параметры траектории частицы (рис. 2), которые позволяют определить область устойчивости поперечных колебаний.

Длина проекции траектории  $L$  на ось  $x$  равна  $x_m = R_{\text{aver}} \sin \alpha \cong R_{\text{aver}} \alpha$ , так как  $\alpha \ll 1$ . Длина волны колебаний частицы  $\lambda = 4x_m = 4R_{\text{aver}} \alpha$ .

Поскольку длина волны колебаний пропорциональна импульсу частицы, то ее минимальное значение соответствует импульсу инжекции  $P_{\text{inj}}$ . Минимальное значение длины

волны  $\lambda_{\min}$  зависит от соотношения  $P_{\text{inj}}/qB_{\text{inj, aver}}$  и может быть выбрано в соответствии с условиями задачи.

Матричная форма уравнения радиальных колебаний относительно равновесной траектории имеет вид

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \rho' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos kx & \frac{1}{k} \sin kx \\ -k \sin kx & \cos kx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho'_1 \end{bmatrix},$$

где  $k = 2\pi x/\lambda$ . Если  $x \ll \lambda$ , то

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \rho' \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 1 & x \\ -k^2 x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho'_1 \end{bmatrix}.$$

Уравнение неустойчивого  $z$ -движения при  $x \ll \lambda$  имеет вид

$$\begin{bmatrix} z \\ z' \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 1 & x \\ k^2 x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z'_1 \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим случай, когда в магнитной системе сформированы дополнительные поля, которые с интервалом, равным  $S$ , поочередно то фокусируют, то дефокусируют частицы. Пусть фокусное расстояние для фокусирующего и дефокусирующего действия этих полей равно  $\pm F$ . Такие поля организуют жесткую фокусировку частиц.

Матрица периода такой фокусирующей системы для  $z$ -движения будет следующей:

$$[V_z] = \begin{bmatrix} 1 & S \\ k^2 S & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & S \\ k^2 S & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{F} & 1 \end{bmatrix},$$

где  $F$  — фокусное расстояние фокусирующих и дефокусирующих элементов, которые представляют собой короткие линзы;  $S \ll \lambda$  — расстояние между этими линзами,

$$[V_z] = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} V_{11} &= 1 - \left(\frac{S}{F}\right)^2 + k^2 S^2 + \frac{S}{F}, & V_{12} &= S \left(2 - \frac{S}{F}\right), \\ V_{21} &= k^2 S \left(2 + \frac{S}{F}\right) - \frac{S}{F^2}, & V_{22} &= k^2 S^2 - \frac{S}{F} + 1. \end{aligned}$$

Вертикальное  $z$ -движение будет устойчивым [2], если  $\sigma_z$  действительно в выражении

$$\cos \sigma_z = \frac{1}{2} (V_{11} + V_{22}) = 1 + k^2 S^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{S}{F}\right)^2.$$

Величина  $\sigma_z$  представляет собой изменение фазы вертикальных колебаний за участок фокусировки. Величина  $\sigma_z$  действительна, когда  $-1 \leq \cos \sigma_z \leq 1$ .

Это неравенство выполняется, если

$$k^2 S^2 \leq \frac{1}{2} \left( \frac{S}{F} \right)^2 \leq (2 + k^2 S^2).$$

Радиальные колебания частиц в этом случае соответствуют уравнению

$$[R_\rho] = \begin{bmatrix} 1 & S \\ -k^2 S & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ +\frac{1}{F} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & S \\ -k^2 S & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F} & 1 \end{bmatrix},$$

$$\cos \sigma_\rho = 1 - k^2 S^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{S}{F} \right)^2.$$

Радиальные бетатронные колебания будут устойчивыми, если

$$-k^2 S^2 \leq \frac{1}{2} \left( \frac{S}{F} \right)^2 \leq 2 - k^2 S^2.$$

И радиальные, и вертикальные бетатронные колебания будут устойчивыми, когда

$$k^2 S^2 \leq \frac{1}{2} \left( \frac{S}{F} \right)^2 \leq (2 - k^2 S^2).$$

Например, если

$$\frac{1}{2} \left( \frac{S}{F} \right)^2 = 1,$$

то  $\cos \sigma_\rho = -k^2 S^2$ ,  $\cos \sigma_z = k^2 S^2$  ( $k^2 S^2 \ll 1$ ),

$$\sigma_\rho = \frac{\pi}{2} + \Delta\sigma, \quad \sigma_z = \frac{\pi}{2} - \Delta\sigma \quad \left( \Delta\sigma \ll \frac{\pi}{2} \right).$$

В этом случае длины волны  $\rho$ - и  $z$ -колебаний будут примерно равны  $\lambda_{\rho,z} \approx 8S$ .

Поскольку в такой магнитной системе область устойчивости бетатронных колебаний не зависит от скорости (энергии) частицы (так как  $\lambda$  и  $F$  пропорциональны  $P$ ), то ее можно использовать в широкополосном ускорителе, где скорость частиц меняется от  $v \sim 10^{-2}c$ , до  $v \sim c$ .

**Синхронизация частиц и поля при ускорении частиц.** Широкий диапазон изменения скоростей частиц и периода их обращения затрудняет использование резонансных ускоряющих систем. Задача может быть решена использованием индукционной ускоряющей системы, которая позволяет производить синхронизацию путем изменения частоты повторения ускоряющих импульсов. Используя времяпролетную методику, можно определить время подлета сгустка ускоряемых частиц к индукционной секции и включить ускоряющий импульс.

**Продольная устойчивость ускоряемых сгустков частиц.** Продольная устойчивость частиц осуществляется формой вершины ускоряющих импульсов. На рис. 3 приведены возможные формы индукционных импульсов, которые осуществляют группировку частиц (метод Векслера, Макмиллана).

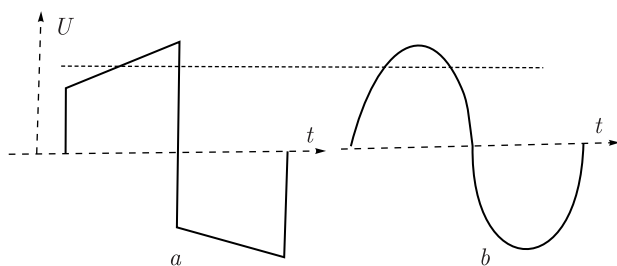


Рис. 3. Возможные формы индукционных ускоряющих импульсов

**Инжекция частиц на равновесную орбиту полями постоянных магнитов.** В работе [4] рассмотрена возможность многооборотной инжекции с заполнением продольного акцептанса ускорителя. Такой способ, в принципе, не имеет ограничений в числе оборотов, что имеет значение при работе с источниками ионов малой интенсивности (многозарядные ионы). Число захваченных оборотов ограничивается либо предельной интенсивностью захваченного пучка, либо требованием относительного энергетического разброса в ускоренном пучке ( $\Delta E/E = \Delta E_{inj}/E_{accel}$ ), который при больших ускоренных энергиях может быть незначительным.

Упрощенная схема системы инжекции приведена на рис. 4.

Два разнополярных магнита выводят инжектируемый пучок на равновесную орбиту. На равновесной орбите частицы ускоряются и с помощью четырех разнополярных магнитов снова вводятся на равновесную орбиту. При этом отклонение пучка от равновесной орбиты будет меньше, чем смещение от орбиты инжектированного пучка, так как энергия частиц больше, чем энергия инжекции. Меньшее отклонение частиц от равновесной орбиты позволяет промахнуться пучку мимо инфлектора. На следующих оборотах отклонение от равновесной орбиты будет все меньше и меньше.

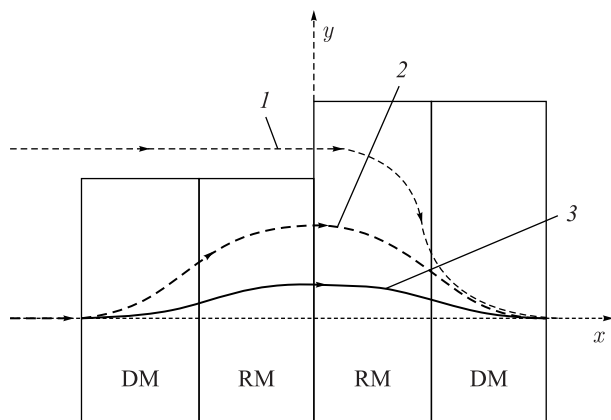


Рис. 4. Схема многооборотной инжекции с заполнением продольного акцептанса ускорителя. DM — магнитные диполи, отклоняющие частицы от равновесной орбиты; RM — магнитные диполи, возвращающие частицы к равновесной орбите; 1 — траектория частиц с импульсом, равным импульсу инжектированных частиц; 2, 3 — траектории частиц, получивших приращение импульса на первом и последующих оборотах

**Использование постоянных магнитов для автоматического вывода частиц из орбиты ускорителя.** Под автоматическим выводом частиц подразумевается такой режим работы ускорителя, когда ускоряемая частица, достигнув заданного уровня энергии, самопроизвольно покидает магнитную систему ускорителя [5]. Такого режима можно достичь, используя в одной из секций магнитной системы дополнительный диполь с обратной полярностью поля,  $-B_3$ . С помощью этого диполя формируется поле, в котором на линии  $O_1-O_1$  суммарные силы, действующие на частицы, равны нулю ( $F_{\Sigma} = 0$ ). Упрощенная схема вывода частицы изображена на рис. 5.

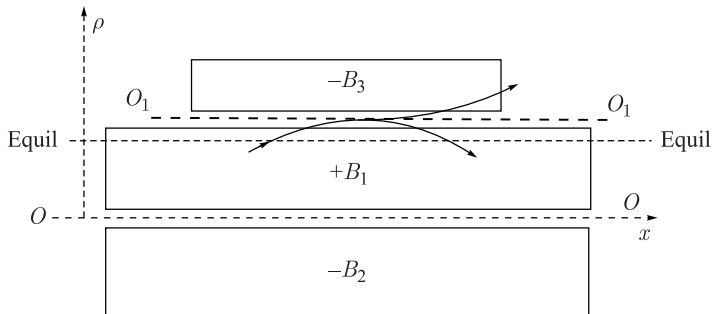


Рис. 5. Упрощенная схема вывода частиц из магнитной системы ускорителя

При малых скоростях частицы совершают радиальные колебания относительно равновесной орбиты  $O-O$ . С ростом скорости (энергии) частиц их центробежные силы  $Mv^2/R$  адиабатически смещают частицы и их равновесную орбиту, Equil-Equil, во все более и более сильные поля диполя  $+B_1$ . Рост энергии частицы может продолжаться до тех пор, пока амплитуда радиальных колебаний не достигнет нулевой линии  $O_1-O_1$ . Движение частицы по этой линии неустойчиво. Частица либо попадает в поля диполя  $-B_3$  и выводится из ускорителя, либо возвращается в магнитную систему ускорителя. Для сокращения времени вывода частиц можно использовать слабые импульсные поля.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показана принципиальная возможность формирования устойчивых замкнутых орбит с помощью системы разнополярных диполей с постоянным магнитным полем. В одночастичном приближении определен диапазон параметров, когда и радиальные, и вертикальные бетатронные колебания частиц устойчивы. При этом при ускорении частиц радиусы равновесных орбит изменяются незначительно. Разнополярные магниты могут быть сверхпроводящими или выполненными из постоянных магнитов (например, NdFeB или SmCo) ( $B \cong 1$  Тл).

Возможность ускорения частиц в широком диапазоне скоростей, от  $v \sim 10^{-2}c$  до  $v \sim c$ , реализуется с помощью ускорения частиц индукционным, нерезонансным методом ускорения. Синхронизация сгустков частиц и ускоряющего поля осуществляется путем изменения частоты повторения ускоряющих импульсов. Индукционный импульс включается тогда, когда сгусток частиц подлетает к ускоряющей секции.

Продольная устойчивость частиц в сгустке обеспечивается формой вершины индукционного импульса (метод Векслера, Макмиллана).

Показана возможность создания многооборотной системы инжекции на базе постоянных магнитов. Такая система использует накопление частиц путем заполнения продольного акцептанса ускорителя. Максимальное число захваченных оборотов ограничено либо интенсивностью захваченного пучка, либо требованием энергетического разброса.

Используя в одной из секций магнитной системы еще один дополнительный диполь с обратной полярностью, можно сформировать поле, в котором частица, достигнув заданной величины энергии, самопроизвольно (автоматически) выводится из магнитной системы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Долбилов Г. В. Индукционный синхротрон с постоянным магнитным полем // Письма в ЭЧАЯ. 2017. Т. 14, № 1(206). С. 164–175 (*Dolbilov G. V. Induction Synchrotron with a Constant Magnetic Field // Phys. Part. Nucl. Lett.* 2017. V. 14, No. 1. P. 201–208).
2. *Livingood J. Principle of Cyclic Particle Accelerators.* Argonne Nat. Lab., 1961.
3. *Dolbilov G. V. Focusing of Charged Particles by Magnetic Dipoles // Proc. of RuPAC 2016, St. Petersburg, Russia, 2016. WEPSB03.*
4. Долбилов Г. В. Система многооборотной инжекции // Письма в ЭЧАЯ. 2017. Т. 14, № 6(211). С. 673–682 (*Dolbilov G. V. Multiturn Beam Injection System // Phys. Part. Nucl. Lett.* 2017. V. 14, No. 6. P. 939–943).
5. Долбилов Г. В. Использование постоянных магнитов для вывода частиц из циклических ускорителей с постоянным радиусом орбиты // Письма в ЭЧАЯ. 2018. Т. 15, № 5(215). С. 399–407 (*Dolbilov G. V. Application of Permanent Magnets for Particle Extraction from Cyclic Accelerators with Constant Orbit Radius // Phys. Part. Nucl. Lett.* 2018. V. 15, No. 5. P. 510–515).

Получено 5 сентября 2018 г.