

## МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ НОРМИРОВАННОЙ АППАРАТНОЙ ФУНКЦИИ МЮОННОГО ГОДОСКОПА УРАГАН

*В. Г. Гетманов<sup>а, б, 1</sup>, В. Е. Чинкин<sup>а</sup>, М. Н. Добровольский<sup>а</sup>,  
Р. В. Сидоров<sup>а</sup>, А. В. Крянев<sup>б</sup>, И. И. Яшин<sup>а, б</sup>*

<sup>а</sup> Геофизический центр РАН, Москва

<sup>б</sup> Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН, Москва

<sup>1</sup> Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

Предложен метод оценивания нормированной аппаратной функции годоскопа УРАГАН. Реализована цифровая обработка временных рядов матричных наблюдений мюонного годоскопа. Сформирована многопараметрическая модель аппаратной функции, принята гипотеза о функции распределения интенсивностей мюонных потоков. Реализованы формулы оценок нормированной аппаратной функции, которые были использованы в алгоритме вычисления нормированных вариаций функций интенсивности мюонных потоков. Разработанный метод был протестирован на модельных и экспериментальных наблюдениях годоскопа УРАГАН.

A method for evaluating the normalized hardware function of the URAGAN hodoscope is proposed. Digital processing of time series of matrix observations of the muon hodoscope is realised. A multiparametric model of the hardware function is formed, and the hypothesis of the muon flux intensity distribution function is accepted. The formulas for estimating the normalized hardware function are implemented, which were used in the algorithm for calculating the normalized variations of muon flux intensity functions. The developed algorithm was tested on model calculations and their comparisons with experimental observations of the muon hodoscope.

PACS: 07.05.kf

### ВВЕДЕНИЕ

**В.1.** Мюонный годоскоп (МГ) УРАГАН (разработка НИЯУ МИФИ) [1, 2] является компьютеризированным устройством, производящим: 1) измерения азимутальных и зенитных углов треков отдельных элементарных частиц — мюонов, зарегистрированных при попадании в апертуру МГ; 2) вычисления значений функции распределения интенсивности мюонных потоков (МП) на основе подсчета количества зарегистрированных в МГ мюонов для заданных телесных углов с установленным шагом дискретности по времени. МГ по своим конструктивным характеристикам радикально

---

<sup>1</sup>E-mail: v.getmanov@gcras.ru

отличаются от распространенных традиционных мюонных телескопов [3] благодаря возможности измерений треков отдельных мюонов и реализации МГ-наблюдений функций распределения интенсивности мюонных потоков (ФРИМП) с высоким угловым разрешением.

Мюоны — это элементарные частицы с зарядом электрона, массой, равной  $\sim 200$  масс электронов, и временем жизни  $\sim 2$  мкс. Они образуются в верхних слоях атмосферы под воздействием космических лучей, в основном релятивистских протонов [4]. Измерения интенсивности и угловых распределений мюонных потоков (МП) [5] с использованием технологий мюонной диагностики [6–8] ориентированы в основном на задачи распознавания экстремальных событий в гелиосфере и магнитосфере Земли.

МГ-наблюдения формируются во временных рядах матриц выходных ФРИМП  $Y(i, j, Tk)$ , где  $i = 1, \dots, N_1$  — азимутальный индекс,  $j = 1, \dots, N_2$  — зенитный индекс,  $N_1 = 90, N_2 = 76$ . МГ-наблюдения осуществляются с шагом по времени  $T = 1$  мин в диапазоне  $0-360^\circ, 0-76^\circ$  по азимутальным и зенитным углам относительно системы координат, связанной с Землей. Индексы  $k = 1, 2, \dots$  соответствуют номерам матриц, индексы  $i, j$  соответствуют дискретным азимутальным и зенитным телесным углам, при которых производятся МГ-наблюдения:  $\phi_i = \Delta\phi(i-1), \Delta\phi = 4^\circ, \vartheta_j = \Delta\vartheta(j-1), \Delta\vartheta = 1^\circ$ . В МГ подсчитывается количество зарегистрированных мюонов для каждого из  $i, j$ -телесных углов, функция  $Y(i, j, Tk)$  представляет собой количество зарегистрированных мюонов, отнесенных к заданному временному интервалу  $T_0 < T$ . Входная ФРИМП, обозначаемая как  $Y_0(i, j, Tk)$ , определяет количество мюонов, попадающих на апертуру МГ из  $i, j$ -телесного угла за 1 с.

**В.2.** Аппаратная функция (АФ) является фундаментальной характеристикой в измерительной технике и используется для описания работы измерительных, в основном оптико-электронных, устройств [9, 10]. Рассматриваются МГ-выходные и входные ФРИМП  $Y(i, j, Tk), Y_0(i, j, Tk)$ , определенные на ограниченном временном интервале с индексами  $k = 1, \dots, k_f$ . Для МГ при предположении о его линейности с помощью АФ устанавливается связь между  $Y_0(i, j, Tk)$  и  $Y(i, j, Tk)$  с помощью соотношения

$$Y(i, j, Tk) = A(i, j, Tk)Y_0(i, j, Tk). \quad (\text{В.1})$$

Для (В.1) функция  $A(i, j, Tk)$  является в общем случае модулированной и описывается формулой  $A(i, j, Tk) = A_0(i, j)A_W(j, Tk)$ , представляющей собой произведение собственно АФ  $A_0(i, j)$ , которая определяется конструкцией МГ, и функцией  $A_W(j, Tk)$ , моделирующей затухание МП в атмосфере, зависящей от зенитного угла, переменных средней температуры и давления атмосферы на трассе движения мюонов к поверхности Земли [11].

Центральная задача мюонной диагностики, состоящая в оценивании входных ФРИМП  $Y_0^\circ(i, j, Tk)$  по наблюдениям временных рядов выходных ФРИМП  $Y(i, j, Tk)$ , может реализовываться очевидным образом:

$$Y_0^\circ(i, j, Tk) = \frac{Y(i, j, Tk)}{A^\circ(i, j, Tk)}, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (\text{В.2})$$

где  $A^\circ(i, j, Tk)$  — оценка модулированной АФ. Решение задачи (В.2) сводится к вычислению  $A^\circ(i, j, Tk)$  с необходимой точностью. Для ограниченного временного ин-

тервала, на котором модуляциями можно пренебречь, соотношение (В.2) представляется следующим образом:

$$Y_0^\circ(i, j, Tk) = \frac{Y(i, j, Tk)}{A^\circ(i, j)}, \quad k = 1, \dots, k_f. \quad (\text{В.3})$$

**В.3.** Оценки входных ФРИМП  $Y_0^\circ(i, j, Tk)$  используются для задачи интерпретации МГ-наблюдений — мюонной диагностики, например, для распознавания экстремальных гелиосферных событий, которые приводят к уменьшениям в основном на единицы процентов от уровней интенсивностей регистрируемых МП. АФ, как правило, вносит существенные искажения в наблюдения интенсивностей МП.

При интерпретации МГ-наблюдений требуется учет искажений, вносимых АФ. Так, на рис. 1 представлено 3D-изображение матрицы экспериментальных МГ-наблюдений  $Y_E(i, j, Tk)$  (выходной ФРИМП), которая была взята из базы данных [2] (дата наблюдения — 15.08.2015), в данном случае индекс наблюдений  $k = 1$  соответствовал первой минуте указанных суток: 0 ч 0 мин 0 с – 0 ч 0 мин 59 с. Для указанных МГ-наблюдений были осуществлены коррекционные поправки, учитывающие температуру и давление [12].

В основном вследствие изотропии величина интенсивности МП по углам является примерно постоянной, однако из рис. 1 видно, что благодаря действию АФ из-за конструктивных особенностей МГ величина МГ-наблюдений  $Y_E(i, j, Tk)$  подвержена значительным искажениям: для зенитных углов, близких к  $\sim 35\text{--}40^\circ$ , наблюдения принимают максимальные значения; для зенитных углов, близких к  $\sim 0^\circ$  и  $\sim 90^\circ$ , наблюдения заметно уменьшаются. Аналогичное суждение из рис. 1 можно сделать относительно величин пространственных шумов для МГ-наблюдений: величина шума в среднем пропорциональна АФ  $A(i, j)$ . На данном рис. 1 просматриваются искажения в МГ-наблюдениях из-за конструктивных особенностей МГ в виде четырех ребер-всплесков для азимутальных углов, отстоящих друг от друга на  $90^\circ$ .

Следует отметить, что оценивание АФ не является самостоятельной задачей. Вычисление оценок АФ прежде всего необходимо для решения задач интерпретации МГ-наблюдений и входных ФРИМП. Вычисление оценок АФ возможно реализовать следующими вариантами подходов.

Первый вариант может быть осуществлен с помощью вычисления оценки АФ на основе использования параметров конструкции МГ и точной математической модели, учитывающей прохождение мюонных потоков в атмосфере. В работе [13] осуществлено оценивание АФ, основанное на первом варианте, была получена оценка АФ, с использованием которой почти всегда достаточно правильно производилось преобразование входных функций в выходные функции. Однако при детальном анализе

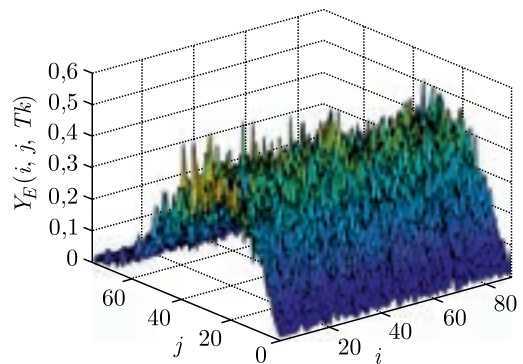


Рис. 1. 3D-изображение матрицы экспериментальных МГ-наблюдений  $Y_E(i, j, Tk)$

первого подхода для оценивания АФ были обнаружены области параметров, в которых преобразование происходило с существенными погрешностями. Таким образом, первый вариант подхода к оцениванию оказался проблематичным.

Второй вариант может быть осуществлен на основе экспериментального определения АФ для МГ с применением эталонного источника, дающего изотропный МП с известными характеристиками и достаточной статистикой. Этот вариант неприменим ввиду отсутствия необходимого эталонного источника.

Третий вариант оценивания АФ в виде многопараметрической модели будет реализовываться на основе цифровой обработки временных рядов выходных ФРИМП и при учете гипотезы о виде входных ФРИМП на ограниченном временном интервале.

В работе на основе третьего варианта подхода решается задача создания метода оценивания нормированной АФ годоскопа УРАГАН и с ее использованием производится разработка алгоритма вычисления нормированных вариаций ФРИМП.

## 1. ПОСТАНОВКА МЕТОДА ОЦЕНИВАНИЯ НОРМИРОВАННЫХ АФ МЮОННОГО ГОДОСКОПА И АЛГОРИТМА ВЫЧИСЛЕНИЯ НОРМИРОВАННЫХ ВАРИАЦИЙ ВХОДНЫХ ФРИМП

Рассмотрим постановку метода оценивания нормированной АФ на ограниченном временном интервале. Будем полагать, что на этом интервале предполагаемая к оцениванию АФ незначительно меняется во времени.

Пусть произведены матричные МГ-наблюдения выходных ФРИМП в виде временного ряда матриц для дискретных моментов с индексами:

$$Y(i, j, Tk), \quad i = 1, \dots, N_1, \quad j = 1, \dots, N_2, \quad k = 1, \dots, k_{f1}.$$

Представим для этого интервала многопараметрическую модель исходной АФ в виде совокупности  $N_1 N_2$  параметров  $a_{0,ij}$ ,  $i = 1, \dots, N_1$ ,  $j = 1, \dots, N_2$ .

Примем гипотезу о входной ФРИМП в виде значений одинаковых интенсивностей МП по различным телесным углам, которые реализуются в течение рассматриваемого ограниченного временного интервала. Наблюдения МП являются случайными, математические ожидания входных ФРИМП  $Y_0(i, j, Tk)$  для телесных углов  $i, j$ ,  $k = 1, 2, \dots$  обозначим в виде параметра  $c_0$ .

Очевидно, что для рассматриваемой постановки с учетом этой гипотезы АФ и ФРИМП могут быть определены с точностью до постоянного множителя. Сформируем функционал  $S_0$  в виде тройной суммы

$$S_0(a, c_0, Y) = \sum_{k=1}^{k_{f1}} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} (Y(i, j, Tk) - a_{0,ij} c_0)^2, \tag{1.1}$$

$$S_0(a, Y) = \sum_{k=1}^{k_{f1}} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} (Y(i, j, Tk) - a_{ij})^2,$$

где через параметры  $a_{ij} = a_{0,ij} c_0$  определим нормированную АФ, через  $Y$  обозначим набор из  $k_{f1}$  выходных функций МГ-наблюдений  $Y(i, j, Tk)$ . Физический смысл

функционала (1.1) вполне прозрачен. Вычисление оптимальных параметров  $a_{ij}^\circ$  нормированной АФ произведем на основе их подгонки к МГ-наблюдениям. Используя необходимые условия экстремума по  $a_{ij}$  для функционала (1.1), получим формулу для вычисления оценки нормированной АФ  $A_N^\circ(i, j)$  в результате усреднения для  $k = 1, \dots, k_{f1}$ :

$$\frac{\partial S(a, Y)}{\partial a_{ij}} = 0, \quad A_N^\circ(i, j) = a_{ij}^\circ = \frac{1}{k_f} \sum_{k=1}^{k_{f1}} Y(i, j, Tk), \quad i = 1, \dots, N_1, \quad j = 1, \dots, N_2. \quad (1.2)$$

Реализуем алгоритм вычисления нормированных вариаций входной ФРИМП. Запишем разность  $\delta Y^\circ(i, j, Tk) = Y(i, j, Tk) - A_N^\circ(i, j)$  для  $k = k_{f1} + 1, \dots, k_{f1} + k_{f2}$ , которую с учетом (В.1), (В.2) с полным основанием можно интерпретировать как оценку вариации входной ФРИМП. Значения пространственных шумов для  $\delta Y^\circ(i, j, Tk)$ , как уже отмечалось в пп. В.3, существенным образом зависят от индексов  $i, j$  и пропорциональны величинам АФ. Алгоритм вычисления оценки нормированных вариаций входных ФРИМП  $\delta Y_N^\circ(i, j, Tk)$  запишем в виде следующих формул:

$$\delta Y_N^\circ(i, j, Tk) = \frac{Y(i, j, Tk) - A_N^\circ(i, j)}{A_N^\circ(i, j)}. \quad (1.3)$$

Вычислим усредненную оценку  $\delta \bar{Y}_N^\circ(i, j)$  для  $k = k_{f1} + 1, \dots, k_{f1} + k_{f2}$ :

$$\delta \bar{Y}_N^\circ(i, j) = \frac{1}{k_{f2}} \sum_{k=k_{f1}+1}^{k_{f1}+k_{f2}} \delta Y_N^\circ(i, j, Tk). \quad (1.4)$$

Для снижения погрешностей — уменьшения высокочастотных пространственных шумов в оценках нормированных АФ и нормированных вариаций входных ФРИМП — применим двумерную фильтрацию на основе локальных скользящих моделей со взвешенным усреднением [14].

Приведем основные соотношения для предлагаемой двумерной фильтрации на примере нормированной АФ  $A_N^\circ(i, j)$ . Сформируем на исходном прямоугольнике  $i = 1, \dots, N_1, j = 1, \dots, N_2$  систему скользящих локальных прямоугольных областей с размерами  $\Delta N_1, \Delta N_2$  и шагами скольжения  $N_{d1}, N_{d2}$ , к скользящему локальному прямоугольнику с индексами  $n1, n2$  принадлежат точки  $i, j$ , удовлетворяющие неравенствам:

$$\begin{aligned} N_{1,n1} \leq i \leq N_{2,n1}, \quad N_{1,n1} = N_{d1}(n1 - 1)N_{2,n1} = N_{1,n1} + \Delta N_1, \quad n1 = 1, \dots, \bar{n}1, \\ N_{1,n2} \leq i \leq N_{2,n2}, \quad N_{1,n2} = N_{d2}(n2 - 1)N_{2,n2} = N_{1,n2} + \Delta N_2, \quad n2 = 1, \dots, \bar{n}2. \end{aligned}$$

Параметры  $\bar{n}1, \bar{n}2$  найдем путем вычисления максимальных положительных значений индексов  $n1, n2$ , при которых выполняются неравенства  $N_s - N_{ds}(ns - 1) - \Delta N_s + 1 \geq 0, N_{ds}(\bar{n}s - 1) - \Delta N_s + 1 = N_{0s}, N_{0s} \leq N_s, s = 1, 2$ . Определим на локальном прямоугольнике с индексами  $n1, n2$  скользящие локальные модели  $A_N(d_{n1,n2}, i, j)$  и последовательность скользящих локальных функционалов  $S(A_{n1,n2}, d_{n1,n2})$ , где  $d_{n1,n2}$  — векторы параметров локальных моделей. В нашем случае для дальнейших расчетов

применим локальные кусочно-линейные модели  $A_N(d_{n1,n2}, i, j) = d_{0,n1,n2} + d_{1,n1,n2}i + d_{2,n1,n2}j$ . Через  $A_{N,n1,n2}^\circ$  обозначим значения оценки АФ  $A_N^\circ(i, j)$ , приходящиеся на соответствующую локальную прямоугольную область

$$S(A_{N,n1,n2}^\circ, d_{n1,n2}) = \sum_{i=N_{1,n1}}^{N_{2,n1}} \sum_{j=N_{1,n2}}^{N_{2,n2}} (A_N^\circ(i, j) - A_N(d_{n1,n2}, i, j))^2.$$

Оптимальные векторы параметров  $d_{n1,n2}^\circ$  аппроксимационных скользящих локальных моделей (АСЛМ) найдем из решений задач минимизации функционалов

$$d_{n1,n2}^\circ = \arg \left\{ \min_{d_{n1,n2}} S(A_{n1,n2}, d_{n1,n2}) \right\}, \quad n1 = 1, \dots, \bar{n}1, \quad n2 = 1, \dots, \bar{n}2.$$

Запишем выражения для оптимальных АСЛМ  $A_{N,n1,n2}^\circ(\Delta N, N_d, i, j)$  с индексами  $n1, n2$  для  $\Delta N^T = (\Delta N_1, \Delta N_2)$ ,  $N_d^T = (N_{d1}, N_{d2})$ :

$$\begin{aligned} A_{N,n1,n2}^\circ(\Delta N, N_d, i, j) &= A_{N,n1,n2}(d_{n1,n2}^\circ, \Delta N, N_d, i, j), \\ N_{1,n1} &\leq i \leq N_{2,n1}, \quad N_{1,n2} \leq j \leq N_{2,n2}, \\ A_{N,n1,n2}^\circ(\Delta N, N_d, i, j) &= 0, \\ 0 &\leq i < N_{1,n1}, \quad N_{2,n1} < i \leq N_{01}, \quad 0 \leq j < N_{1,n2}, \quad N_{2,n2} < j \leq N_{02}. \end{aligned}$$

Результат фильтрации шумов на основе взвешенного усреднения для двумерных функций наблюдений с использованием оптимальных АСЛМ  $A_{N,n1,n2}^\circ(\Delta N, N_d, i, j)$  сформируем в виде следующего выражения:

$$A_{N,\Phi}^\circ(\Delta N, N_d, i, j) = \sum_{n1=1}^{\bar{n}1} \sum_{n2=1}^{\bar{n}2} E_{n1,n2}(i, j) A_{N,n1,n2}^\circ(\Delta N, N_d, i, j),$$

где  $E_{n1,n2}(i, j)$  — весовые коэффициенты. Рассмотрим предлагаемую двумерную фильтрацию на основе частного случая, связанного с формированием функции весовых коэффициентов  $E(i, j)$ , не зависящих от индексов  $n1, n2$ . С этой целью произведем подсчет целого числа  $E_0(i, j)$  рассматриваемых АСЛМ, соответствующих каждому сочетанию индексов  $i, j$ . Введем единичные функции  $E_{n1,n2}(i, j)$  для скользящих прямоугольников:

$$\begin{aligned} E_{n1,n2}(i, j) &= 1, \quad N_{1,n1} \leq i \leq N_{2,n1}, \quad N_{1,n2} \leq j \leq N_{2,n2}, \\ E_{n1,n2}(i, j) &= 0, \quad 0 \leq i < N_{1,n1}, \quad N_{2,n1} < i \leq N_{01}, \quad 0 \leq j < N_{1,n2}, \quad N_{2,n2} < j \leq N_{02}. \end{aligned}$$

Осуществим суммирование единичных функций. Вычислим функцию весовых коэффициентов  $E(i, j)$ , физический смысл которой очевиден:

$$E_0(i, j) = \sum_{n1=1}^{\bar{n}1} \sum_{n2=1}^{\bar{n}2} E_{n1,n2}(i, j), \quad E(i, j) = \frac{1}{E_0(i, j)}.$$

Результаты фильтрации для оценки АФ  $A_N^\circ(i, j)$  представим в следующем виде:

$$A_{N,\Phi}^\circ(i, j) = E(i, j) \sum_{n1=1}^{\bar{n}1} \sum_{n2=1}^{\bar{n}2} A_{N,n1,n2}^\circ(\Delta N, N_d, i, j). \quad (1.5)$$

При реализации в (1.3) деления на  $A_N^\circ(i, j)$  в случае малых значений знаменателя возможны большие шумовые погрешности при вычислении оценок  $\delta Y_N^\circ(i, j, Tk)$ . Для снижения указанных погрешностей реализуем для  $A_{N,\Phi}^\circ(i, j)$  дополнительную пороговую фильтрацию, результат которой  $A_{N,\Phi 1}^\circ(i, j)$  получим на основе следующих формул,  $a_0$  — задаваемый порог:

$$\begin{aligned} A_{N,\Phi 1}^\circ(i, j) &= A_{N,\Phi}^\circ(i, j), & \text{если } A_{N,\Phi}^\circ(i, j) > a_0, \\ A_{N,\Phi 1}^\circ(i, j) &= a_0, & \text{если } A_{N,\Phi}^\circ(i, j) \leq a_0. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Формулу двумерной фильтрации для  $\delta Y_N^\circ(i, j, Tk)$  представим аналогично (1.5):

$$\delta Y_{N,\Phi}^\circ(i, j, Tk) = E(i, j) \sum_{n1=1}^{\bar{n}1} \sum_{n2=1}^{\bar{n}2} \delta Y_{N,n1,n2}^\circ(\Delta N, N_d, i, j, Tk). \quad (1.7)$$

## 2. ФОРМИРОВАНИЕ МОДЕЛИ АФ, МОДЕЛЬНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ВХОДНЫХ И ВЫХОДНЫХ ФРИМП

Сформирована исходная математическая модель АФ  $A_M(i, j)$ , модельные временные ряды входных и выходных ФРИМП  $Y_{0M}(i, j, Tk)$ ,  $Y_M(i, j, Tk)$ ,  $k = 1, \dots, k_{f1} + k_{f2}$ .

Математическая модель АФ  $A_M(i, j)$  состояла из двух слагаемых, общий вид и параметры которых соответствовали экспериментальным МГ-наблюдениям. Первое слагаемое  $A_{M1}(i, j)$  имитировало основную составляющую АФ, включающую в себя приближенный учет затухания мюонных потоков в атмосфере ( $A_0, \alpha$  — параметры):

$$A_{M1}(i, j) = A_0 \cos^\alpha(\Delta\theta j) \sin(\Delta\theta j), \quad j = 1, \dots, N_2. \quad (2.1)$$

Второе слагаемое АФ  $A_{M2}(i, j, r)$  представлялось в виде суммы, имитирующей действие дополнительных составляющих АФ в виде ребер-всплесков, высота которых выбрана пропорциональной первой составляющей:

$$A_{M2}(i, j) = A_{M1}(i, j) \sum_{r=1}^5 A_{Mr}(i, j), \quad (2.2)$$

$$A_{0Mr}(i, j) = A_r \exp(-\alpha_r \Delta\varphi(i - i_r)^2), \quad i = 1, \dots, N_1.$$

Для вычислений задавались параметры  $A_r, \alpha_r, i_r$ ,  $r = 1, \dots, 5$ . Сформированная исходная математическая модель АФ представлялась в виде суммы

$$A_M(i, j) = A_{M1}(i, j) + A_{M2}(i, j), \quad i = 1, \dots, N_1, \quad j = 1, \dots, N_2. \quad (2.3)$$

Для моделирования входных ФРИМП  $Y_{0M}(i, j, Tk)$  использовался Matlab-программный модуль `poissrnd.mat` [15], на основе которого генерировался временной ряд матриц  $W_0$  случайных пуассоновских чисел с заданным математическим ожиданием  $s_0$ , которые имитировали действие МП:

$$Y_{0M}(i, j, Tk) = W_0(i, j, Tk), \quad i = 1, \dots, N_1, \quad j = 1, \dots, N_2, \quad k = 1, \dots, k_{f1} + k_{f2}. \quad (2.4)$$

Параметр  $c_0$  интерпретировался как среднее количество частиц изотропного МП, попадающих на апертуру МГ. Модельный временной ряд выходных ФРИМП  $Y_M(i, j, Tk)$  для  $k = 1, \dots, k_{f1} + k_{f2}$  представлялся следующим образом:

$$Y_M(i, j, Tk) = A_M(i, j)Y_{0M}(i, j, Tk), \quad k = 1, \dots, k_{f1} + k_{f2}. \quad (2.5)$$

Для расчетов оценки нормированной АФ  $A_{MN}^\circ(i, j)$  с использованием  $Y_M(i, j, Tk)$ ,  $k = 1, \dots, k_{f1}$ , и формул (1.2) были приняты значения параметров  $c_0 = 40$ ,  $T = 1$  мин,  $N_1 = 90$ ,  $N_2 = 76$ ,  $k_{f1} = 20$ ,  $A_r = 0,05$ ,  $\alpha_r = 0,6574 \cdot 10^{-4}$ ,  $r = 1, \dots, 5$ ,  $i_1 = 1,5$ ,  $i_2 = 22,5$ ,  $i_3 = 45,5$ ,  $i_4 = 66,5$ ,  $i_5 = 89,5$ . Значения  $A_0, \alpha$  для (2.1) находились исходя из подгонки (2.1) к экспериментальным МГ-наблюдениям  $Y_E(i, j, Tk)$ , соответствующим рис. 1. В результате параметры приняли значения  $A_0 = 1,2$ ,  $\alpha = 3,8$ .

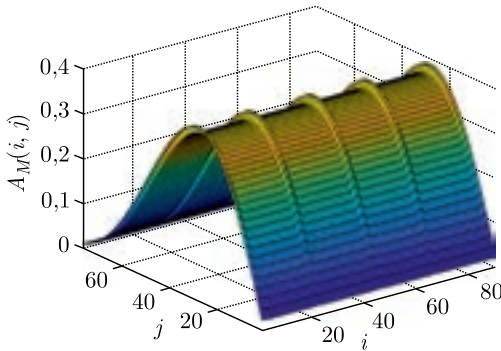


Рис. 2. 3D-изображение исходной модели АФ  $A_M(i, j)$

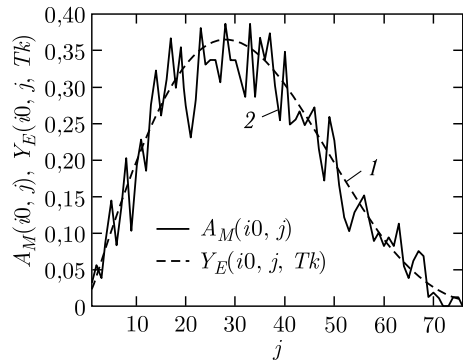


Рис. 3. Графики функций  $A_M(i0, j)$  (1) и  $Y_E(i0, j, Tk)$  (2)

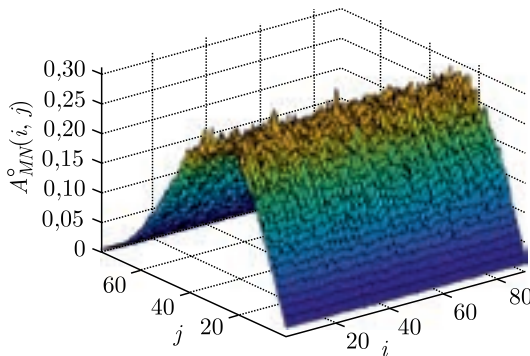


Рис. 4. 3D-изображение отфильтрованной оценки модели нормированной АФ  $A_{MN, \Phi 1}^\circ(i, j)$

Для снижения пространственных шумов при вычислениях по формуле (1.5) к  $A_{MN}^\circ(i, j)$  была применена двумерная фильтрация по (1.6), результат которой обозначен как  $A_{MN, \Phi 1}^\circ(i, j)$ . На рис. 4 представлено 3D-изображение отфильтрованной оценки модели нормированной АФ  $A_{MN, \Phi 1}^\circ(i, j)$ .

На рис. 2 представлено 3D-изображение исходной математической модели АФ  $A_M(i, j)$ , вычисленной по формулам (2.1)–(2.3) для принятых параметров, хорошо просматриваются модельные ребра-всплески. На рис. 3 приведены графики модельной функции  $A_M(i0, j)$  (штриховая линия), экспериментальной реализации  $Y_E(i0, j, Tk)$ ,  $i0 = 10$ ,  $j = 1, \dots, N_1$  (сплошная линия).

На основе сформированных модельных временных рядов  $Y_{0M}(i, j, Tk)$ ,  $Y_M(i, j, Tk)$  с помощью  $A_M(i, j)$  для  $k = 1, \dots, k_{f1}$  вычислена оценка нормированной АФ  $A_{MN}^\circ(i, j)$  с использованием (1.2).



Видно в значительной степени удовлетворительное соответствие функции  $A_M(i0, j)$  и реализации  $Y_E(i0, j, Tk)$ .

Можно утверждать, что предложенная исходная математическая модель АФ оказалась в значительной степени адекватной экспериментальным МГ-наблюдениям.

### 3. ТЕСТИРОВАНИЕ АЛГОРИТМА ВЫЧИСЛЕНИЯ ОЦЕНОК МОДЕЛЬНЫХ НОРМИРОВАННЫХ ВАРИАЦИЙ ВХОДНЫХ ФРИМП НА МОДЕЛЬНЫХ МГ-НАБЛЮДЕНИЯХ

Алгоритм вычисления оценок модельных нормированных вариаций входных ФРИМП был протестирован на модельных МГ-наблюдениях с модуляционными локальными понижениями.

Использовалась математическая технология статистических испытаний [16]. Формировались реализации временных рядов матриц  $W_0(i, j, Tk, s)$  случайных пуассоновских чисел и на их основе — реализации модельных выходных ФРИМП  $Y_M(i, j, Tk, s)$ ,  $k = 1, \dots, k_{f1} + k_{f2}$ ,  $s = 1, \dots, M$ ,  $M$  — число реализаций. На основе реализаций  $Y_M(i, j, Tk, s)$  для  $k = 1, \dots, k_{f1}$  вычислялись реализации отфильтрованных оценок нормированных АФ  $A_{MN, \Phi}^{\circ}(i, j, s)$ .

Для  $k = k_{f1} + 1, \dots, k_{f1} + k_{f2}$  в реализациях модельных выходных ФРИМП, которые обозначались как  $Y_M(i, j, Tk, s, \delta\mu)$ , формировались модуляционные локальные понижения следующим образом:

$$\begin{aligned} Y_M(i, j, Tk, s, \delta\mu) &= A_M(i, j)Y_{0M}(i, j, Tk, s, \delta\mu), \\ Y_{0M}(i, j, Tk, s, \delta\mu) &= W_0(i, j, Tk)\mu(i, j). \end{aligned}$$

Модуляционная функция  $\mu(i, j)$  определялась при  $i = 1, \dots, N_1$ ,  $j = 1, \dots, N_2$ ,  $\mu(i, j) = 1 - \delta\mu$  для точек локальной области понижения  $i_1 \leq i \leq i_2$ ,  $j_1 \leq j \leq j_2$  и при остальных  $i, j - \mu(i, j) = 1$ , где  $\delta\mu$  — величина локального понижения.

Далее с использованием  $Y_M(i, j, Tk, s, \delta\mu)$  и  $A_{MN, \Phi}^{\circ}(i, j, s)$  для  $k = k_{f1} + 1, \dots, k_{f1} + k_{f2}$  вычислялись реализации усредненных отфильтрованных оценок нормированных вариаций входных ФРИМП  $\delta\bar{Y}_{MN, \Phi}^{\circ}(i, j, s, \delta\mu)$ . Вычислялись усредненные оценки:

$$\delta\bar{Y}_{MN, \Phi}^{\circ}(i, j, \delta\mu) = \frac{1}{M} \sum_{s=1}^M \delta\bar{Y}_{MN, \Phi}^{\circ}(i, j, s, \delta\mu).$$

На первом этапе рассматривалось оценивание модельных нормированных вариаций входных ФРИМП для случая без модуляционных понижений, который соответствовал  $\delta\mu = 0$ .

На рис. 5 приведено 3D-изображение реализации оценки усредненной модельной нормированной вариации входной ФРИМП  $\delta\bar{Y}_{MN, \Phi}^{\circ}(i, j)$  без модуляционных понижений. Видно, что данное 3D-изображение представляет собой некоторую пространственно-флуктуирующую, почти плоскую, поверхность, незначительно уклоняющуюся от нуля.

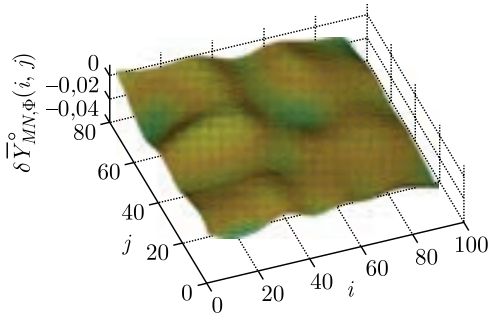


Рис. 5. 3D-изображение реализации оценки усредненной отфильтрованной модельной нормированной вариации входной ФРИМП  $\delta \bar{Y}_{MN,\Phi}^{\circ}(i, j)$  без локального понижения

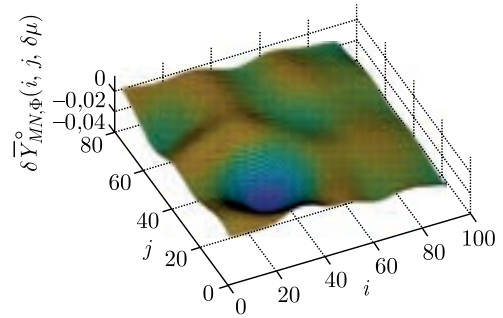


Рис. 6. 3D-изображение реализации оценки усредненной модельной нормированной вариации входной ФРИМП  $\delta \bar{Y}_{MN,\Phi}^{\circ}(i, j, \delta\mu)$  с локальным понижением  $\delta\mu = 0,03$

Вычислялись оценки математических ожиданий и дисперсий  $m^{\circ}$ ,  $\sigma^{\circ}$  для реализаций  $\delta \bar{Y}_{MN,\Phi}^{\circ}(i, j, s)$  по следующим формулам:

$$m^{\circ}(s) = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \delta \bar{Y}_{MN,\Phi}^{\circ}(i, j, s),$$

$$D^{\circ}(s) = \frac{1}{(N_1 N_2 - 1)} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} (\delta \bar{Y}_{MN,\Phi}^{\circ}(i, j, s) - m_0^{\circ}(s))^2, \quad (3.1)$$

$$m^{\circ} = \frac{1}{M} \sum_{s=1}^M m^{\circ}(s), \quad D^{\circ} = \frac{1}{M} \sum_{s=1}^M D^{\circ}(s), \quad \sigma^{\circ} = (D^{\circ})^{1/2}.$$

Вычислены оценки  $m^{\circ} = -0,0032$ ,  $\sigma^{\circ} = 0,0035$ , которые свидетельствовали практически о нулевом значении оценки усредненной отфильтрованной модельной нормированной вариации входной ФРИМП  $\delta \bar{Y}_{MN,\Phi}^{\circ}(i, j)$ .

Вычислялись статистические характеристики реализаций  $\delta \bar{Y}_{MN,\Phi}^{\circ}(i, j, s, \delta\mu)$  в случае наличия модуляционных понижений  $\delta\mu_r = 0,0025r$ ,  $r = 1, \dots, \bar{r}$ ,  $\bar{r} = 12$ . Находились оценки математических ожиданий и дисперсий для области локальных понижений. Были приняты значения координат области локальных понижений:  $i_1 = 15$ ,  $i_2 = 35$ ,  $j_1 = 15$ ,  $j_2 = 35$ .

На рис. 6 представлен пример 3D-изображения реализации оценки усредненной отфильтрованной модельной нормированной входной ФРИМП  $\delta \bar{Y}_{MN,\Phi}^{\circ}(i, j, \delta\mu)$  с локальным понижением  $\delta\mu = 0,03$ .

В области локального понижения для  $\delta \bar{Y}_{MN,\Phi}^{\circ}(i, j, s, \delta\mu)$  по формулам (3.1) были вычислены оценки  $m_{r,s}^{\circ}$ ,  $\sigma_{r,s}^{\circ}$ . Введен коэффициент распознавания понижения  $\varepsilon(\delta\mu)$  в зависимости от величины понижения  $\delta\mu$  и номера реализации  $s$ :

$$\varepsilon(r, s) = 1 \quad \text{для} \quad m_0^{\circ} - \sigma_0^{\circ} > m_{r,s}^{\circ} + \sigma_{r,s}^{\circ}, \quad (3.2)$$

$$\varepsilon(r, s) = \frac{(m_{r,s}^{\circ} + \sigma_{r,s}^{\circ}) - (m_0^{\circ} - \sigma_0^{\circ})}{(m_0^{\circ} + \sigma_0^{\circ}) - (m_{r,s}^{\circ} + \sigma_{r,s}^{\circ})} \quad \text{для} \quad m_0^{\circ} - \sigma_0^{\circ} \leq m_{r,s}^{\circ} + \sigma_{r,s}^{\circ}.$$

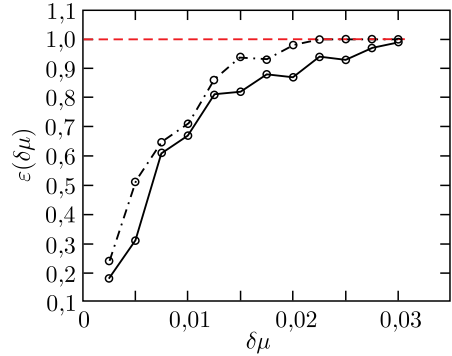


Рис. 7. График зависимостей коэффициента распознавания понижения  $\varepsilon(\delta\mu)$  от величины локального понижения  $\delta\mu$

Произведено усреднение

$$\varepsilon(r) = \frac{1}{M} \sum_{s=1}^M \varepsilon(r, s). \quad (3.3)$$

На рис. 7 представлен график зависимости  $\varepsilon(\delta\mu)$  (штрихпунктирная линия) от величины локального понижения для рассматриваемого модельного случая. Если принять пороговое значение  $\varepsilon_0 = 0,9$ , то можно сделать вывод, что уверенное распознавание локальных понижений реализуется при  $\delta\mu = 0,015-0,03$ .

#### 4. ТЕСТИРОВАНИЕ АЛГОРИТМА ВЫЧИСЛЕНИЯ ОЦЕНОК МОДЕЛЬНЫХ НОРМИРОВАННЫХ ВАРИАЦИЙ ВХОДНЫХ ФРИМП НА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ МГ-НАБЛЮДЕНИЯХ

Алгоритм вычисления нормированных вариаций входных ФРИМП был протестирован на экспериментальных МГ-наблюдениях.

С использованием базы данных [2] для расчетов были сформированы реализации экспериментальных временных рядов выходных ФРИМП  $Y_E(i, j, Tk, s)$  для начального индекса  $k_0$ , который меняется с шагом  $\Delta k_0$  для формирования реализаций временных рядов

$$k = k_0, \dots, k_0 + k_{f1} - 1, \dots, k_0 + k_{f1} + k_{f2} - 1, \quad k_0 = k_0(s) = \Delta k_0(s - 1) + 1, \quad (4.1)$$

где  $s$  — номер реализаций,  $s = 1, \dots, M$ ,  $M$  — число реализаций временных рядов для осуществления статистических испытаний. Использована модельная модулирующая функция  $\mu(i, j)$  с параметрами из разд. 2. Приняты значения  $\Delta k_0 = 5$ ,  $k_{f1} = 20$ ,  $k_{f2} = 20$ ,  $M = 100$ .

Для скользящих индексов  $k_0(s), \dots, k_0(s) + k_{f1} - 1$  на основе экспериментальных наблюдений  $Y_E(i, j, Tk, s)$  вычислялись оценки АФ  $A_E^\circ(i, j, s)$ .

Для индексов из (4.1) экспериментальные наблюдения  $Y_E(i, j, Tk, s)$  были подвергнуты модуляции с помощью функции  $\mu(i, j)$  в соответствии с соотношением

$$Y_E(i, j, Tk, s, \delta\mu) = Y_E(i, j, Tk, s)\mu(i, j).$$

На основе модулированных экспериментальных наблюдений  $Y_E(i, j, T_k, s, \delta\mu)$  были вычислены отфильтрованные оценки экспериментальной нормированной вариации входной ФРИМП  $\delta Y_{EN, \Phi 1}^\circ(i, j, T_k, \delta\mu)$ .

На рис. 8 представлено 2D-изображение усредненной оценки экспериментальной нормированной вариации входной ФРИМП  $\delta \bar{Y}_{EN, \Phi}^\circ(i, j, \delta\mu)$  с локальным понижением  $\delta\mu = 0,03$ . Из рис. 8 видно, что участок потемнения с координатами  $i_1 = 15$ ,  $i_2 = 35$ ,  $j_1 = 15$ ,  $j_2 = 35$  вполне может быть распознан как область понижения.

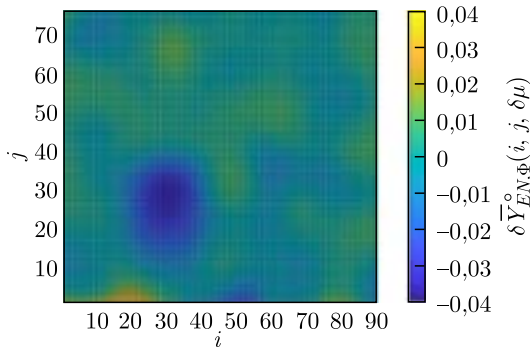


Рис. 8. 2D-изображение усредненной оценки экспериментальной нормированной вариации входной ФРИМП  $\delta \bar{Y}_{EN, \Phi}^\circ(i, j, \delta\mu)$  с локальным понижением  $\delta\mu = 0,03$

На основе формул (3.1) вычислены оценки  $\bar{m}_{E0}^\circ = -0,0030$ ,  $\bar{\sigma}_{E0}^\circ = 0,0041$ . Сравнение их с аналогичными оценками из разд. 2 позволяет сделать вывод об удовлетворительном совпадении, подтверждающем правильность используемых подходов. На рис. 7 представлен график зависимости  $\varepsilon(\delta\mu)$  (сплошная линия) для экспериментальных МГ-наблюдений от величины локального понижения  $\delta\mu$ , вычисленной по (3.2), (3.3). Видно, что при пороге  $\varepsilon_0 = 0,9$  возможности пред-

ложенного метода распознавания для экспериментальных наблюдений немного уменьшаются, уверенное распознавание возможно при величине понижения  $\delta\mu = 0,02-0,03$ .

## ВЫВОДЫ

1. Апробация предложенного в работе метода оценивания нормированной АФ и алгоритма вычисления нормированных вариаций ФРИМП на основе цифровой обработки временных рядов матричных наблюдений МГ УРАГАН показала их эффективность.

2. Предложенная исходная математическая модель АФ является адекватной экспериментальным МГ-наблюдениям.

3. Тестирование алгоритма вычисления нормированных вариаций ФРИМП на модельных временных рядах МГ-наблюдений позволило заключить, что:

а) в случае отсутствия модуляций интенсивностей МП оценки  $m_0^\circ = -0,0032$ ,  $\sigma_0^\circ = 0,0035$  для модельных нормированных вариаций ФРИМП, можно считать, принимают почти нулевые значения;

б) в случае возникновения локальных областей с модуляциями понижений интенсивностей МП их уверенное распознавание может быть осуществлено для значений понижения  $\delta\mu = 0,015-0,030$  (1,5–3,0% понижения).

4. Тестирование алгоритма вычисления нормированных вариаций ФРИМП на экспериментальных временных рядах МГ-наблюдений позволило заключить, что в случае возникновения локальных областей с модуляциями понижений интенсивностей

МП их уверенное распознавание может быть осуществлено для значений понижения  $\delta\mu = 0,02-0,03$  (2–3% понижения).

5. Предложенный метод оценивания нормированной АФ и разработанный алгоритм вычисления нормированных вариаций ФРИМП оказались многообещающими по своим возможностям инструментами анализа малых локальных вариаций мюонных потоков и обладают большими возможностями, а также имеют значительные ресурсы для усовершенствования и благоприятную перспективу по их использованию для задач распознавания экстремальных событий в гелиосфере.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 17-17-01215).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yashin I. I., Barbashina N. S., Borog V. V., Chernov D. V., Dmitrieva A. N., Kokoulin R. P., Kompaniets K. G., Petrukhin A. A., Shotenko V. V., Yakovleva E. I.* Real-Time Data of Muon Hodoscope URAGAN // *Adv. Space Res.* 2015. V. 56, Iss. 12. P. 2693–2705.
2. NEVOD COMPLEX. National Research Nuclear University “MEPhI”. <http://www.nevod.mephi.ru>.
3. *Rockenbach M., Dal Lago A., Schuch N. J., Murakato K., Kuwabara T., Oliveira A. G., Echer E., Bragal C. R.* Global Muon Detector Network Used for Space Weather Applications // *Space Sci. Rev.* 2014. V. 182. P. 1–18.
4. *Мурзин В. С.* Астрофизика космических лучей. М.: Университетская книга, 2007. 488 с.
5. *Bahmanabadi M.* A Method for Determining the Angular Distribution of Atmospheric Muons Using a Cosmic Ray Telescope // *Nucl. Instr. Meth. A.* 2019. V. 916. P. 1–7.
6. *Астапов И. И., Барбашина Н. С., Борог В. В., Дмитриева А. Н., Шульженко И. А., Шутенко В. В., Яковлева Е. И., Яшин И. И.* Мюонная диагностика магнитосферы и атмосферы Земли. М.: Изд-во МИФИ, 2014. 132 с.
7. *Vonomi G., Checchia P., Errico M., Paganol D.* Applications of Cosmic Ray Muons // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2020. V. 112. P. 103768.
8. *Trichtchenko L., Kalugin G., Armitage J., Boudjemline K., Waller D.* Feasibility Study of Using Muon Observations for Extreme Space Weather Early Warning (Final Report) // *Geol. Survey of Canada. Open File 7451.* 2013. 109 p.; <https://doi.org/10.4095/292841>.
9. *Лебедева В. В.* Экспериментальная оптика. 4-е изд. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2005. 282 с.
10. *Клочко В. К.* Математические методы восстановления и обработки изображений в радио-теплоэлектронных системах. Рязань: РГРТУ, 2009. 228 с.
11. *Magharabi A. H., Aldosari A. F., Almutairi M. M., Altilasi M. I.* Atmospheric Effects on Secondary Cosmic Ray Muons Observed by Multi-Wire Muon Detector at a High Cutoff Rigidity Station // *Adv. Space Res.* 2019. V. 64. P. 1629–1637.
12. *Dmitrieva A. N., Kokoulin R. P., Petrukhin A. A., Timashkov D. A.* Corrections for Temperature Effect for Ground-Based Muon Hodoscopes // *Astropart. Phys.* 2011. V. 34. P. 401–411.
13. *Getmanov V. G., Shutenko V. V., Yashin I. I.* The Method for Estimating the Instrumental Function of the Uragan Muon Hodoscope Based on Monte-Carlo Simulations // *Meas. Tech.* 2019. V. 62, No. 2. P. 147–153.
14. *Getmanov V. G., Sidorov R. V., Dobrovolsky M. N., Dmitrieva A. N., Yashin I. I., Pere-derin F. V.* Two-Dimensional Filtering Method Using Systems of Local Model Functions

- for Muonogram Analysis // Pattern Recognitions and Image Analysis. 2020. V. 30, No. 3. P. 460–469.
15. Statistic Matlab Toolbox. <http://matlab.exponenta.ru>.
16. *Михайлов Г. А., Войтишек А. В.* Численное статистическое моделирование. Метод Монте-Карло. М.: Юрайт, 2018. 371 с.

Получено 16 июля 2020 г.