

DIFFERENTIAL EQUATION METHOD FOR EXPANSION OF HYPERGEOMETRIC FUNCTIONS

*M. A. Bezuglov*¹

Joint Institute for Nuclear Research, Dubna

Budker Institute of Nuclear Physics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

In quantum field theory, an important role is played by various hypergeometric functions. Of particular interest is their close relationship with Feynman loop integrals. The latter are used to calculate higher corrections in perturbation theory to the measurable physical processes. This becomes especially important now that the accuracy of measurements is increasing. There are many ways to solve Feynman loop integrals using hypergeometric functions. These solutions have the common property that the indices of the hypergeometric function linearly depend on a small parameter. For practical calculations, it is necessary to obtain a Laurent expansion in this small parameter. In this case, it is desirable that the expansion elements be expressed in terms of well-defined functions that can be calculated with arbitrary precision. In this work we study the expansion of various hypergeometric functions in a Laurent series with respect to a small parameter in terms of multiple polylogarithms. For this purpose, we mainly use the differential equation method and the Lee algorithm. Specifically, we will be interested in the generalized hypergeometric functions, the Appell and Lauricella functions. In these calculations, a particularly important role is played by the replacement of the variable: rational in one direction and irrational in the other. This issue is discussed with special attention.

В квантовой теории поля важную роль играют различные гипергеометрические функции. Особый интерес представляет их тесная связь с петлевыми фейнмановскими интегралами. Последние используются для расчета высших поправок теории возмущений к измеримым физическим процессам. Это становится особенно важным сейчас, когда точность измерений возрастает. Существует множество способов выразить петлевые фейнмановские интегралы через гипергеометрические функции. Подобные решения имеют общее свойство: индексы гипергеометрической функции линейно зависят от малого параметра. Для практических расчетов необходимо получить разложение в ряд Лорана по этому малому параметру. В этом случае желательно, чтобы коэффициенты разложения выражались в терминах хорошо определенных функций, которые можно решить численно с произвольной точностью. Изучается разложение различных гипергеометрических функций в ряд Лорана по малому параметру в терминах обобщенных полилогарифмов. Для этой цели используется метод дифференциальных уравнений и алгоритм Ли. В частности, представляют интерес обобщенные гипергеометрические функции, функции Аппеля и Лауричеллы. В этих расчетах особенно важную роль играет замена переменной: рациональная в одном направлении и иррациональная в другом. Этот вопрос обсуждается с особым вниманием.

PACS: 44.25.+f; 44.90.+c

Received on February 1, 2024.

¹E-mail: bezuglov.ma@phystech.edu