

УДК 537.311.5; 538.945

## РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ БЫСТРОЦИКЛИРУЮЩЕГО СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ДИПОЛЬНОГО МАГНИТА НА ИНДУКЦИЮ 4 Тл

*П. Г. Акишин, А. В. Бутенко, А. Д. Коваленко, В. А. Михайлов*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Рассматривается проблема оптимизации распределения двумерного магнитного поля дипольного магнита с полем 4 Тл и диаметром апертуры 100–110 мм, предназначенного для быстроциклирующего синхротрона. Однослойная маловитковая обмотка магнита выполнена полым NbTi-сверхпроводящим кабелем с рабочим током до 30 кА. В работе дано описание математического метода, позволяющего минимизировать амплитуды высших гармоник магнитного поля с помощью варьирования местоположения токовых обмоток. Приведены результаты расчета двумерных магнитных полей сверхпроводящего магнита.

The problem of optimization of the 2D magnetic field of a 4 T dipole magnet with the aperture diameter of 100–110 mm for a fast cycling synchrotron is considered. A single layer coil is made of hollow superconducting NbTi cable designed at operating current of 30 kA. The description of mathematical method developed for minimization of higher harmonic of the magnetic field by variation of the coil current loops angular position is given. The numerical simulation results for 2D magnetic fields are presented.

### ВВЕДЕНИЕ

Первые концептуальные предложения по созданию быстроциклирующих сверхпроводящих магнитов с полем до 4 Тл, использующих в качестве обмоток полые сверхпроводящие NbTi-кабели, были высказаны четыре года назад и представлены на EUCAS2001 [1]. Работа мотивировалась планами развития ускорительного комплекса GSI (Дармштадт, Германия) [2], в структуре которого предполагалось использовать диполи с индукцией 4 Тл и выше со скоростью роста магнитного поля не менее 1 Тл/с.

В рассматриваемом нами случае апертура магнита имеет круговое сечение диаметром 100–110 мм. Однослойная обмотка выполнена полым NbTi-сверхпроводящим кабелем с количеством витков  $2N = 12–16$ , где  $N$  — число витков в полуобмотке (рис. 1). Рабочий ток в обмотке магнита достигает 30 кА и выше. Заметим, что понизить рабочий ток или увеличить максимальное значение магнитного поля можно с помощью двухслойной обмотки, однако этот случай в данной работе не рассматривается. Сверхпроводящий кабель обмотки охлаждается двухфазным гелием. Также было предложено ограничить холодную массу магнита ( $T = 4,5$  К) обмоткой и удерживающей ее механической системой — колларом. Охлаждение последнего обеспечивается термическим контактом с обмоткой. Железное ядро находится при температуре  $T = 50–80$  К. В течение трех последних лет в ЛВЭ ОИЯИ на основе стандартных диполей, разработанных для нуклотрона [3], были созданы и испытаны модели диполей типа «оконная рама» с

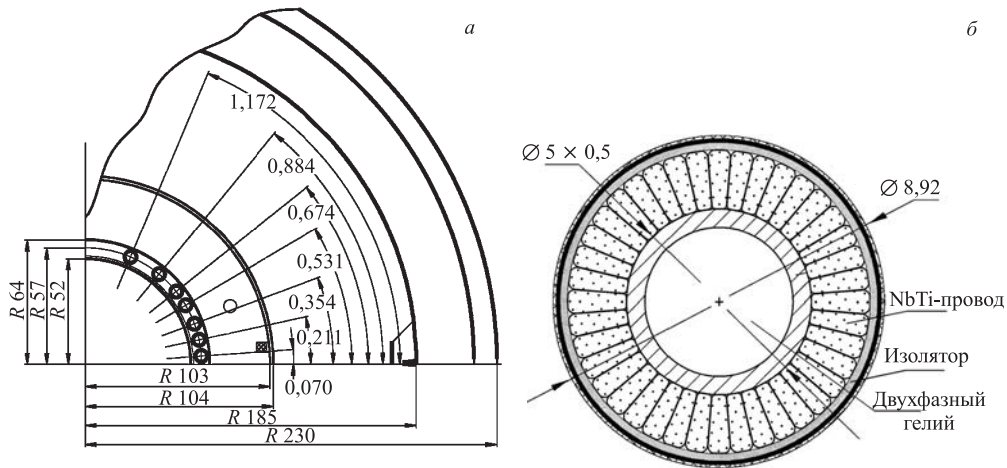


Рис. 1. Поперечные сечения: а) 1/4 быстроциклирующего дипольного магнита на индукцию 4 Тл; б) сверхпроводящего кабеля

$B_{\max} = 2$  Тл,  $dB/dt = 4$  Тл/с и температурой яра 40–80 К [4]. В этом случае экспериментально достигнуто снижение динамических тепловых нагрузок на уровне 4,5 К в четыре раза по сравнению с диполем нуклотрона. Возможно также дальнейшее уменьшение потерь энергии в кабеле при использовании сверхпроводящих NbTi-нитей меньшего диаметра ( $\sim 4$  мкм вместо 6 мкм).

Сочетание таких качеств, как малая индуктивность обмотки (малое число витков), высокая эффективность охлаждения сверхпроводника (трубчатый кабель), а также существенное уменьшение тепловых нагрузок на систему охлаждения магнитной системы ускорителя (ядро магнита при  $T = 50\text{--}80$  К) делают описанный подход весьма перспективным для применения в устройствах с крутизной нарастания магнитного поля 4 Тл/с и амплитудой до 4–6 Тл, работающих в циклических режимах с паузами между циклами, близкими к нулевым.

## 1. МЕТОД РАСЧЕТА МАГНИТНОГО ПОЛЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СИСТЕМ

Рассмотрим проблему оптимизации распределения двумерного магнитного поля дипольного магнита с помощью варьирования местоположения токовых обмоток, без изменения конфигурации железного экрана. Основная цель заключается в получении поля с заданной неоднородностью в рабочей области магнита, имеющей форму круга радиусом  $R$ . Пусть мы имеем  $2N$  токовых витков, центры которых находятся на окружности радиусом  $r$ . Местоположение каждой  $i$ -й обмотки характеризуется углом  $\varphi_i$ . Решать задачу оптимизации будем путем варьирования углов  $\varphi_i$ . Одним из наиболее удобных инструментов оценки качества распределения поля является разложение компонент магнитного поля в ряд Фурье. В пределе для получения абсолютно однородного поля необходимо, чтобы отличной от нуля была только основная дипольная компонента индукции  $B_y$ , а все остальные равными нулю. Сложность задачи заключается также в том, что необходимо получить однородность для достаточно широкого диапазона изменения модуля индукции.

Отметим, что при малых значениях тока в обмотках хорошо работают модели, использующие постоянное (достаточно большое) значение магнитной проницаемости  $\mu$  в железе. Преимущество данных моделей перед остальными заключается в том, что полученное поле является линейной вектор-функцией от тока в обмотках. Этот факт позволяет существенно сократить вычислительные затраты при оптимизации параметров магнитной системы.

Рассмотрим интегральную постановку задачи магнитостатики. Пусть  $B(x)$  — индукция магнитного поля в точке  $x$ ;  $H(x)$  — напряженность;  $M(x)$  — магнитный момент;  $\mu = \mu(x)$  — магнитная проницаемость;  $H^S(x)$  — поле от токовых элементов. Пусть  $G$  — область, заполненная железом. Интегральная постановка задачи магнитостатики в трехмерном случае имеет вид [5]

$$H(a) = H^S(a) + \frac{1}{4\pi} \nabla_a \int_G \left( M(x), \nabla_a \frac{1}{|x-a|} \right) dV_x. \quad (1)$$

Величины  $B(x)$ ,  $H(x)$  и  $M(x)$  удовлетворяют следующим соотношениям:

$$H(a) = -\frac{B(a)}{\mu(|B(a)|)\mu_0}, \quad M(a) = \frac{B(a)}{\mu_0} - H(a). \quad (2)$$

Поле  $H^S(a)$  в (1) может быть посчитано по закону Био–Саварра:

$$H^S(a) = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} \left[ \nabla_a \frac{1}{|x-a|} J_i^S(x) \right] dV_x, \quad (3)$$

где  $\{\Omega_i, i = 1, N\}$  — токовые обмотки;  $J_i^S(x)$  — плотность тока в  $i$ -й обмотке.

Для двух измерений (1) редуцируется к следующему уравнению:

$$H(a) = H^S(a) + \frac{1}{2\pi} \nabla_a \int_G (M(x), \nabla_x \ln |x-a|) dS_x. \quad (4)$$

Поле  $H^S(a)$  может быть посчитано по следующим формулам:

$$H^S(a) = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} [\nabla_x \ln |x-a| e_0 J_i^S(x)] dS_x, \quad (5)$$

где  $e_0$  — единичный вектор, ортогональный плоскости.

В случае постоянной магнитной проницаемости  $\mu$  уравнение (4) сводится к граничному интегральному уравнению:

$$H(a) = H^S(a) + \frac{1}{2\pi} \nabla_a \oint_{DG} (M(x), n_x \ln |x-a|) dl_x. \quad (6)$$

Пусть для  $x \in DG$  функция  $\sigma(x)$  есть  $\sigma(x) = (B(x), n_x)$ . Тогда из (2), (6) получаем [6]

$$\frac{\sigma(a)}{\mu} = \mu_0(H^S(a), n_a) + \frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{1}{\mu}\right) \left( n_a, \nabla_a \oint_{DG} \sigma(x) \ln |x-a| dl_x \right). \quad (7)$$

Пусть  $H^S(a)$  есть

$$H^S(a) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega_i} [\nabla_x \ln |x - a| e_0 J_i^S(x)] dS_x.$$

Тогда  $\sigma(a)$  из (7) равно

$$\sigma(a) = \sum_{i=1}^N \sigma_i(a), \quad (8)$$

где  $\sigma_i(a)$  есть решение

$$\frac{\sigma_i(a)}{\mu} = \mu_0(H_i^S(a), n_a) + \frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{1}{\mu}\right) \left(n_a, \nabla_a \oint_{DG} \sigma_i(x) \ln |x - a| dl_x\right). \quad (9)$$

Таким образом, в случае постоянной магнитной проницаемости  $\mu$  поле от нескольких обмоток может быть получено как сумма полей от каждой обмотки в отдельности. Очевидным следствием этого является факт, что коэффициенты фурье-разложения компонент поля для системы, состоящей из магнита и нескольких обмоток, могут быть посчитаны как сумма коэффициентов фурье-разложения для систем, состоящих из магнита и каждой обмотки в отдельности.

Рассмотрим процедуру оптимизации распределения поля. Обозначим  $\{f_i, i = 0; L\}$  и  $\{g_i, i = 0; L\}$  первые  $(L + 1)$ -гармоники компоненты магнитного поля  $B_x$  и  $B_y$  соответственно. Определим функционал  $F$ , отвечающий за однородность магнитного поля, следующим образом:

$$F = F(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N) = \sum_{i=0}^L \left(\frac{f_i}{g_0}\right)^2 + \sum_{j=1}^L \left(\frac{g_j}{g_0}\right)^2. \quad (10)$$

Для минимизации функционала  $F(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N)$  использовался метод градиентного спуска. Однако следует отметить, что ввиду сильной нелинейной зависимости поля от тока в обмотках однородность поля при малых значениях не гарантирует однородности при больших значениях индукции. Поэтому для выбранной конфигурации обмоток проводилось решение интегрального уравнения (4), позволяющее учесть эффекты насыщения железа при больших полях [7].

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ОБСУЖДЕНИЕ

Расчеты показали, что требуемая индукция магнитного поля 4 Тл реализуется в магните с семью витками кабеля  $\varnothing 7$  мм в полуобмотке при токе  $\sim 30$  кА. Для шести витков индукция поля при токе 30 кА составляет 3,5 Тл (см. рис. 2). Угловые координаты витков (см. рис. 1, а) выбирались таким образом, чтобы минимизировать амплитуды нечетных гармоник поля, начиная с третьей. Некоторые результаты расчетов представлены на рис. 2 и 3. Значения нелинейностей поля рассчитывались на радиусе 40 мм. Расчеты проводились для двух вариантов трубчатых сверхпроводящих кабелей с внешними диаметрами 7 и 9 мм. При этом радиусы расположения центров витков были 57 и 64 мм.

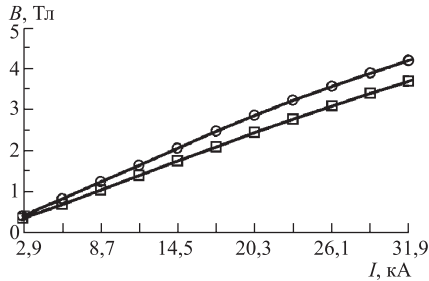


Рис. 2. Зависимость дипольной компоненты магнитного поля от рабочего тока для магнита с шестью (□) и семью (○) витками 7-мм кабеля в полуобмотке ( $R = 57$  мм)

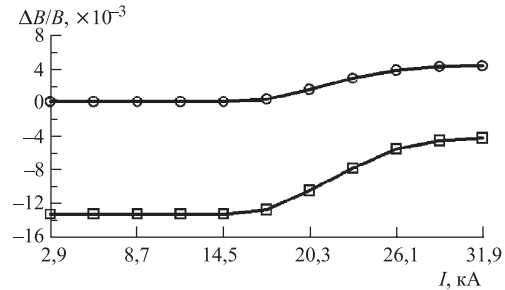


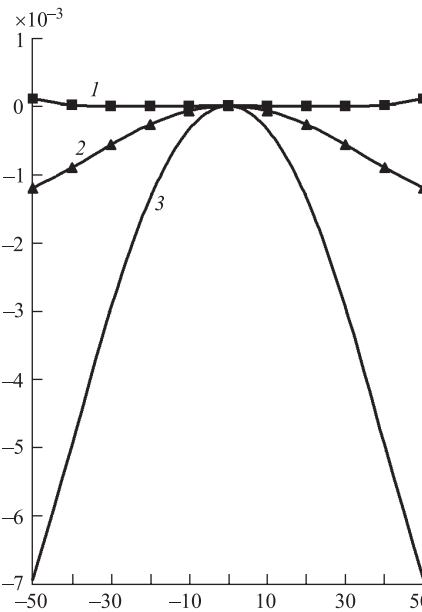
Рис. 3. Относительная величина секступольной компоненты поля на радиусе 40 мм до (□) и после (○) оптимизации магнита с семью витками 7-мм кабеля в полуобмотке

**Относительные величины высших гармоник магнитного поля при индукции 4 Тл**

Гармоники	$N = 7$ (без оптимизации)	$N = 7$ (после оптимизации)
5	$-1,29 \cdot 10^{-3}$	$3,01 \cdot 10^{-5}$
7	$5,93 \cdot 10^{-3}$	$-2,28 \cdot 10^{-5}$
9	$1,29 \cdot 10^{-3}$	$-6,81 \cdot 10^{-6}$

Рис. 4. Распределение погрешности поля  $\Delta B_y/B_0$  по радиусу для магнита с семью витками 9-мм кабеля в полуобмотке: 1, ■ — 1,83 Тл, 14,5 кА; 2, ▲ — 2,55 Тл, 20,3 кА; 3 — 3,79 Тл, 31,9 кА

Расчеты показали, что для семивитковой обмотки радиусом 57 мм из 7-мм кабеля компенсация секступольной компоненты магнитного поля в диапазоне значений основной гармоники от 0 до 4 Тл существенно лучше, чем в случае 9-мм кабеля. С другой стороны, даже в этом случае не удается получить относительную величину секступольной нелинейности менее  $4,0 \cdot 10^{-3}$  при  $B \approx 4$  Тл в рабочей области, составляющей 75% полной апертуры диполя, варьируя только положение витков по азимуту (см. рис. 3). Величины нелинейностей более высокого порядка для этого случая представлены в таблице.



В случае использования 9-мм кабеля и обмотки с радиусом 64 мм необходимо увеличивать ток до 34 кА, чтобы получить поле 4 Тл в апертуре магнита. Относительная величина секступольной нелинейности на радиусе 40 мм ( $\sim 68\%$  полной апертуры) при  $B = 3,79$  Тл ( $I = 31,9$  кА) в оптимизированном варианте составляет  $\sim 5 \cdot 10^{-3}$ . Рас-

пределение суммарной относительной неоднородности магнитного поля по радиусу для оптимизированного варианта семивитковой обмотки радиусом 64 мм из 9-мм сверхпроводящего кабеля приведено на рис. 4.

Дальнейшая оптимизация предполагает также модификацию внутренней границы ферромагнитного экрана.

## ВЫВОДЫ

Разработка сверхпроводящего быстроциклирующего дипольного магнита на индукцию 4 Тл, основанного на сверхпроводящем полом кабеле, продолжается. На данном этапе была проведена проверка возможностей оптимизации магнитного поля в рабочей области посредством изменения углового распределения витков катушки. Дальнейшее улучшение качества поля мы связываем с оптимизацией формы ферромагнитного экрана. В любом случае обеспечение заданных допусков на нелинейность магнитного поля в апертуре диполя может быть достигнута введением активной коррекции секступольной составляющей.

Работа выполнена в ЛВЭ и ЛИТ ОИЯИ при финансовой поддержке РФФИ (грант 03-01-00290а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kovalenko A. D. et al.* Fast cycling superconducting magnets: New design for ion synchrotrons // *Physica C*. 2002. V. 372–376. P. 1394–1397.
2. *Moritz G. et al.* Towards fast pulsed superconducting synchrotron magnets // *Proc. of PAC'2001*, Chicago, June 2001. P. 211–214.
3. *Smirnov A. A.* The Nuclotron — A new technology of the synchrotron superconducting magnet system // *Part. Nucl.* 2001. V. 32, No. 1.
4. *Kovalenko A. et al.* Superferric model dipole magnet with the yoke at 80 K for the GSI future fast cycling synchrotron // *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 2003. V. 13, No. 2. P. 1335–1338.
5. *Newman M. J., Trowbridge G. W., Turner L. R.* GFUN: An interactive program as aid to magnet design // *Proc. of the 4th Intern. Conf. on Magnet Technol.*, Brookhaven, 1972. P. 617–626.
6. Акишин П. Г., Жидков Е. П. Вычисление магнитного поля методом интегральных уравнений в случае постоянной магнитной проницаемости. ОИЯИ, P11-82-702. Дубна, 1982.
7. Акишин П. Г., Жидков Е. П. Метод интегральных уравнений в двумерных задачах магнитостатики. ОИЯИ, P11-84-799. Дубна, 1984.

Получено 26 декабря 2004 г.