Письма в ЭЧАЯ. 2007. Т. 4, № 5(141). С. 637–653

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА. ТЕОРИЯ

САМОСОГЛАСОВАННАЯ ГАУССОВА МОДЕЛЬ НЕПЕРТУРБАТИВНОГО КХД-ВАКУУМА

А. П. Бакулев, А. В. Пимиков

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Показано, что гауссова модель нелокальности вакуумных кварковых и кварк-глюонных конденсатов в КХД нарушает поперечность коррелятора двух векторных токов. Предложена улучшенная гауссова модель непертурбативного вакуума КХД, согласованная с уравнениями движения КХД, в которой указанное нарушение калибровочной инвариантности минимизировано. Получены уточненные конформные моменты $\langle\xi^{2N}\rangle_\pi$ $(N = 1, \ldots, 5)$ пионной амплитуды распределения в новой модели вакуума КХД, в том числе обратные моменты $\langle x^{-1}\rangle_\pi$, недоступные для стандартных правил сумм КХД. Построены допустимые области значений гегенбауэровских коэффициентов a_2 и a_4 пионной амплитуды распределения для двух значений параметра нелокальности вакуума КХД $\lambda_q^2 = 0{,}4$ и $0{,}5$ ГэВ^2.

We show that the minimal Gaussian model of nonlocal vacuum quark and quark-gluon condensates in QCD generates the non-transversity of vector current correlators. We suggest the improved Gaussian model of the nonperturbative QCD vacuum, which respects QCD equations of motion and minimizes the revealed gauge-invariance breakdown. We obtain the refined values of pion distribution amplitude (DA) conformal moments $\langle\xi^{2N}\rangle_\pi$ $(N = 1, \ldots, 5)$ using the improved QCD vacuum model, including the inverse moment $\langle x^{-1}\rangle_\pi$, being inaccessible if one uses the standard QCD sum rules. We construct the allowed region for Gegenbauer coefficients a_2 and a_4 of the pion DA for two values of the QCD vacuum nonlocality parameter, $\lambda_q^2 = 0.4$ and 0.5 GeV^2.

PACS: 42.62.Fi

1. ВВЕДЕНИЕ

В работах [1–5] для анализа мезонных амплитуд распределения (АР) и формфакторов было предложено обобщение метода ПС КХД, основанное на учете нелокальности вакуумных конденсатов (НВК) [6–8] глюонных и кварковых полей в непертурбативном КХД-вакууме. Именно на основе этого обобщения возможно вычисление реалистичных функций распределения адронов, для которых эффекты нелокальности вакуума непертурбативной КХД являются ключевыми [9–13]. При этом выбор модели, параметризующей НВК, может играть важную роль.

В этом подходе вводятся билокальные (кварк-антикварковые) НВК следующего вида (далее $x^2 = x_E^2 = -x_0^2 - \mathbf{x}^2 < 0$ — мы будем работать в евклидовой области, причем индекс «E» для краткости опускаем, и $A_0 = 2\alpha_s\pi\langle\bar{\psi}\psi\rangle^2/81$):

$$M_S(x) \equiv \langle\bar{\psi}(0)\mathcal{E}(0,x)\psi(x)\rangle = \langle\bar{\psi}\psi\rangle \int_0^\infty f_S(\alpha)\, e^{\alpha x^2/4}\, d\alpha;$$

$$M_\mu(x) \equiv \langle\bar{\psi}(0)\gamma_\mu \mathcal{E}(0,x)\psi(x)\rangle = -ix_\mu A_0 \int\limits_0^\infty f_V(\alpha)\,\mathrm{e}^{\alpha x^2/4}\,d\alpha;$$

$$\mathcal{E}(0,x) = \mathcal{P}\exp\left[ig\int\limits_0^x A_\mu(\tau)d\tau^\mu\right],$$

которые параметризуются в общем случае функциями распределения по виртуальности $f_S(\alpha)$ и $f_V(\alpha)$. Явный вид этих функций должен браться, вообще говоря, из конкретной модели непертурбативного вакуума КХД, полученной либо точным решением КХД, либо в каком-нибудь приближении (например, при моделировании КХД на решетке). В пионерских работах [1–4] в отсутствие такой модели было предложено пользоваться первым нетривиальным приближением, учитывающим конечную ширину пространственного распределения кварков в вакууме:

$$f_S(\alpha) = \delta\left(\alpha - \frac{\lambda_q^2}{2}\right); \qquad f_V(\alpha) = \delta\,'\left(\alpha - \frac{\lambda_V^2}{2}\right). \tag{1.1}$$

В этой модели, так называемом «дельта-анзаце», в качестве параметра используется средняя виртуальность кварков в вакууме:

$$\lambda_q^2 \equiv \frac{\langle\bar{\psi}D^2\psi\rangle}{\langle\bar{\psi}\psi\rangle},$$

так что выполняются следующие условия нормировки:

$$\int\limits_0^\infty f_S(\alpha)\,d\alpha = 1; \qquad \int\limits_0^\infty \alpha\, f_S(\alpha)\,d\alpha = \frac{\lambda_q^2}{2}. \tag{1.2}$$

Старшие моменты распределения $f_S(\alpha)$ связаны с вакуумными средними кварковых полей более высоких размерностей. Дельта-анзацу (1.1) отвечает гауссова, $\sim \exp\left(\lambda_q^2 x^2/8\right)$, форма НВК в координатном представлении

$$M_S(x) = \langle\bar{\psi}\psi\rangle\,\mathrm{e}^{\lambda_q^2 x^2/8}; \quad M_\mu(x) = \frac{i}{4}\,x_\mu x^2 A_0\,\mathrm{e}^{\lambda_V^2 x^2/8}, \tag{1.3}$$

поэтому в дальнейшем мы будем называть его гауссовой моделью НВК. Ширина такого распределения приближенно равна $2{,}5/\lambda_q$ и хорошо согласуется с решеточными данными (на рис. 1 этому значению соответствует абсцисса символа ✖). Эта модель учитывает одно, но очень важное, свойство непертурбативного вакуума — кварки могут течь через вакуум с ненулевым импульсом k, причем средняя виртуальность кварков $\langle k^2\rangle = \lambda_q^2/2$, см. (1.2). Поведение такого типа при промежуточных значениях $x \lesssim 1$ фм было подтверждено позднее в инстантонной модели вакуума КХД [16].

Следует сказать, что гауссова асимптотика при очень больших $|x|$ не отвечает ожидаемому экспоненциальному, $\sim \exp(-\Lambda|x|)$, спаданию НВК, следующему из модели ограниченных инстантонов [17], а также из эффективной теории тяжелых кварков [18]. Однако для моментных ПС КХД, в которых изучаются усредненные по функциям распределения НВК величины, — моменты АР [1, 4], формфакторы [3, 19] — эта неверная

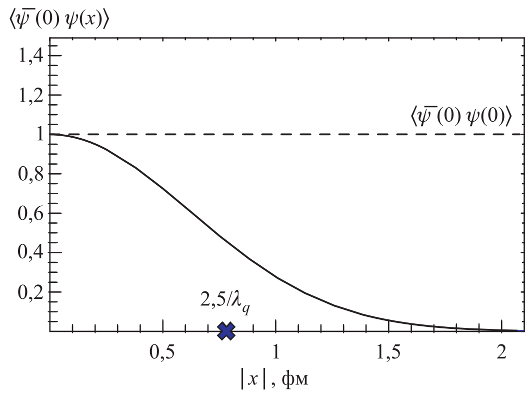

Рис. 1. Нелокальность кваркового конденсата по решеточным данным пизанской группы [14, 15] (сплошная линия). Штриховая линия отвечает локальному пределу, когда кварковый конденсат постоянен и не зависит от расстояния x между кварками

асимптотика НВК, как и более детальная информация о функциях распределения НВК, не играют большой роли (более подробное обсуждение этого вопроса см. в [15]).

В первых работах по ПС с НВК предполагалось, что параметры нелокальности разных конденсатов (скалярного, λ_q, векторного, λ_V, и кварк-глюон-антикваркового, $\lambda_{\bar{q}Aq}$) могут различаться [2, 4]. В дальнейшем для упрощения модели и уменьшения числа параметров был введен единый параметр нелокальности — как для скалярного и векторного НВК (см. (1.1)), так и для кварк-глюон-кварковых (трилокальных) НВК [10–12]: $\lambda_V = \lambda_{\bar{q}Aq} = \lambda_q$. Как будет показано в нашей работе, такое упрощение приводит к нарушению условия поперечности коррелятора векторных токов $\Pi_{\mu\nu}(q)$. Поэтому построение гауссовой модели НВК, согласованной с уравнениями движения безмассовой КХД, которая минимизирует указанное нарушение поперечности, представляется физически осмысленным. Полное устранение непоперечности оказалось невозможным, что мы связываем с ограниченностью гауссова приближения. Следует отметить, что в моделях с нелокальным взаимодействием коррелятор векторных токов может быть явно поперечным [20, 21]. Поэтому в дальнейшем мы планируем выйти за рамки гауссовых моделей КХД-вакуума и попытаться построить модель нелокального вакуума, согласованную с $U(1)$-калибровочной инвариантностью.

В разд. 2 обсуждаются нелокальные вакуумные конденсаты КХД: билокальные ($\langle\bar{\psi}(0)\psi(x)\rangle$ и $\langle\bar{\psi}(0)\gamma_\mu\psi(x)\rangle$), трилокальные ($\langle\bar{\psi}(0)(\gamma_5)\gamma_\mu\ \hat{A}_\nu(y)\psi(x)\rangle$) и четырехкварковые ($\langle\bar{\psi}(0)\psi(y)\bar{\psi}(z)\psi(x)\rangle$). Здесь же получены уравнения, следующие из уравнений движения КХД и связывающие билокальный векторный конденсат с суммой трилокальных. В разд. 3 определено операторное разложение для VV-коррелятора $\Pi_{\mu\nu}$ с учетом вкладов нелокальных конденсатов. Разд. 4 посвящен анализу возможных дельта-анзацев, которые минимизируют непоперечную часть Π_L. В разд. 5 приведены результаты анализа ПС КХД для АР пиона, основанные на полученном базовом анзаце. В заключении суммированы основные выводы работы.

2. ОСНОВНЫЕ ВАКУУМНЫЕ КОНДЕНСАТЫ

В дальнейшем мы будем использовать калибровку Фока–Швингера:

$$x^\mu A_\mu(x) = 0,$$

в которой калибровочное поле непосредственно связано с напряженностью [22]

$$A_\mu(x) = x^\nu \int_0^1 G_{\nu\mu}(\tau x)\, \tau\, d\tau.$$

Поэтому все струнные факторы Фока–Швингера $\mathcal{E}(0,x) \equiv \mathcal{P}\exp\left[ig\int_0^x A_\mu(z)\ dz^\mu\right]$ при выборе пути интегрирования в виде прямой линии, соединяющей точки 0 и x, обращаются в единицы, и мы их будем опускать.

2.1. Билокальные кварковые конденсаты. Вакуумное среднее билокального по кварковым полям оператора в общем виде можно представить

$$\langle \bar\psi_A^a(0)\psi_B^b(x)\rangle = \frac{\delta^{ab}}{N_c}\int_0^\infty \left\{\frac{\delta_{AB}}{4}\,\langle\bar\psi\psi\rangle\, f_S(\alpha) - \frac{\widehat{x}_{BA}}{4}\, iA_0\, f_V(\alpha)\right\} \mathrm{e}^{\alpha x^2/4}\, d\alpha, \tag{2.1}$$

где $A_0 = 2\alpha_s\pi\langle\bar\psi\psi\rangle^2/81$, а $f_S(\alpha)$ и $f_V(\alpha)$ — функции, параметризующие скалярный и векторный конденсаты соответственно. Переход к локальному пределу определяется следующим образом:

$$f_S^{\rm loc}(\alpha) = \delta(\alpha); \quad f_V^{\rm loc}(\alpha) = \delta\,'(\alpha).$$

2.2. Трилокальные кварк-глюонные конденсаты. Трилокальные вакуумные средние в калибровке Фока–Швингера удобно выразить через три скалярные функции (см. [2–4, 11])

$$\begin{aligned} M_{\mu\nu}(x,y) &\equiv \langle\bar\psi(0)\gamma_\mu(-g\widehat{A}_\nu(y))\psi(x)\rangle = \\ &= (y_\mu x_\nu - g_{\mu\nu}(xy))\overline{M}_1(x^2,y^2,(x-y)^2) + \\ &\qquad\qquad + (y_\mu y_\nu - g_{\mu\nu}y^2)\overline{M}_2(x^2,y^2,(x-y)^2), \\ M_{5\mu\nu}(x,y) &\equiv \langle\bar\psi(0)\gamma_5\gamma_\mu(-g\widehat{A}_\nu(y))\psi(x)\rangle = i\varepsilon_{\mu\nu yx}\overline{M}_3(x^2,y^2,(x-y)^2)\,, \end{aligned} \tag{2.2}$$

где

$$\overline{M}_i(x^2,y^2,(x-y)^2) = A_i\iiint_{0\,0\,0}^{\infty\,\infty} d\alpha_1\, d\alpha_2\, d\alpha_3 f_i(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)\,\mathrm{e}^{\left(\alpha_1 x^2 + \alpha_2 y^2 + \alpha_3 (x-y)^2\right)/4}.$$

Исходя из предположения, что кварк и антикварк в вакуумном конденсате в определенном смысле взаимозаменяемы, поскольку взаимодействуют с глюоном одинаково, мы можем положить

$$f_i(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3) = f_i(\alpha_1,\alpha_3,\alpha_2). \tag{2.3}$$

Коэффициенты $A_i = \left\{ -\frac{3}{2}, 2, \frac{3}{2} \right\} A_0$, а локальный предел для параметрических функций $f_i^{\text{loc}}(\sigma, \rho, \tau) = \delta(\sigma)\, \delta(\rho)\, \delta(\tau)$.

2.3. Уравнения движения КХД и их следствия для конденсатов. Уравнения движения для раздвинутого кваркового тока $j_\mu(x) = \bar{\psi}(0)\gamma_\mu\psi(x)$ в безмассовой КХД записываются так:

$$\nabla^\mu j_\mu(x) = 0,$$

где ∇_μ^{AB} — ковариантная производная. Если произвести усреднение этого операторного уравнения по физическому вакууму КХД, то мы получим такое уравнение для конденсатов:

$$\partial^\mu \langle 0|\bar{\psi}(0)\gamma_\mu\psi(x)|0\rangle = i\langle 0|\bar{\psi}(0)\gamma_\mu g\hat{A}^\mu(x)\psi(x)|0\rangle; \tag{2.4а}$$

$$\partial^\mu M_\mu(x) = -iM_\mu^\mu(x, x). \tag{2.4б}$$

Сначала разберемся с левой частью этого соотношения. Подставим в него выражение (2.1) и дельта-анзац (1.1):

$$\partial^\mu M_\mu(x) = +\frac{iA_0\, x^2}{2} \left[3 + \frac{\Lambda x^2}{4} \right] \mathrm{e}^{\Lambda x^2/4}.$$

Правая же часть (2.4) сразу получается при использовании (2.2):

$$-iM_\mu^\mu(x, x) = +\frac{iA_0\, x^2}{2} \int_0^\infty \langle\langle 12f_2 - 9f_1 \rangle\rangle(\alpha)\, \mathrm{e}^{\alpha x^2/4}\, d\alpha,$$

где

$$\langle\langle f_i \rangle\rangle(\alpha) \equiv \int_0^1 \alpha\, dx \int_0^\infty d\alpha_3\, f_i\left(x\alpha, (1-x)\alpha, \alpha_3\right).$$

Из (2.4) следует

$$\int_0^\infty \langle\langle 12f_2 - 9f_1 \rangle\rangle(\alpha)\, \mathrm{e}^{\alpha x^2/4}\, d\alpha = \left[3 + \frac{\Lambda x^2}{4} \right] \mathrm{e}^{\Lambda x^2/4}. \tag{2.5}$$

Отсюда сразу видно, что при использовании минимального дельта-анзаца для функций f_1 и f_2

$$f_i^{\min}\left(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\right) = \delta\left(\alpha_1 - x_i\Lambda\right) \delta\left(\alpha_2 - y_i\Lambda\right) \delta\left(\alpha_3 - z_i\Lambda\right) \tag{2.6}$$

для того, чтобы в (2.5) с обеих сторон была одна и та же экспоненциальная функция, мы должны положить

$$x_i + y_i = 1. \tag{2.7}$$

Но для равенства в (2.5) этого явно недостаточно: минимальный анзац генерирует только первое слагаемое в квадратных скобках правой части (2.5), а именно, $3\,\mathrm{e}^{\Lambda x^2/4}$. Чтобы исправить этот недостаток, мы предлагаем вместо (2.6) использовать улучшенный дельта-анзац:

$$f_i\left(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\right)= \\ =\left(1+X_i\partial_{x_i}+Y_i\partial_{y_i}+Z_i\partial_{z_i}\right)\delta\left(\alpha_1-x_i\Lambda\right)\delta\left(\alpha_2-y_i\Lambda\right)\delta\left(\alpha_3-z_i\Lambda\right). \quad (2.8)$$

Из (2.5) тогда получаем условие для коэффициентов X_i и Y_i:

$$12\left(X_2+Y_2\right)-9\left(X_1+Y_1\right)=1. \quad (2.9)$$

2.4. Четырехкварковые конденсаты. Вакуумные конденсаты четырехкварковых операторов с помощью ГВД преобразуются в произведения двух скалярных билокалов (для краткости записи мы включили в операторы A и B также и цветовые матрицы t^a и t^b):

$$\langle\bar{\psi}(0)A\psi(y)\bar{\psi}(z)B\psi(x)\rangle\cong\left(\frac{-\mathrm{Tr}\,AB}{16\,N_c^2}\right)M_S\left(x^2\right)M_S\left((z-y)^2\right). \quad (2.10)$$

Ясно, что из-за ослабления корреляций ГВД хорошо работает, если расстояния y^2 и $(z-x)^2$ велики по сравнению с характерным масштабом нелокальности КХД-вакуума $1/\lambda_q\sim 0{,}3$ фм. А вот в случае, когда $(z-x)^2\ll 1/\lambda_q^2$ или $y^2\ll 1/\lambda_q^2$, мы можем иметь нарушение ГВД в виде (2.10) за счет проявления истинно четырехкварковых корреляций. Учесть это проявление можно введением формфактора, учитывающего разнос кварковых пар $(0,x)$ и (z,y), например, так:

$$\langle\bar{\psi}(0)A\psi(y)\bar{\psi}(z)B\psi(x)\rangle\cong\left(\frac{-\mathrm{Tr}AB}{16\,N_c^2}\right)M_S\left(x^2\right)M_S\left((z-y)^2\right)\left[1+\Phi_4\left(y^2+(x-z)^2\right)\right],$$

где $\Phi_4(x^2)$ быстро убывает при $x^2\gg 1/\lambda_q^2$. Такая модификация может быть проведена, но она оказывается не очень важной. Ее влияние мы обсудим в отдельной публикации, а в этой работе мы полагаем формфактор $\Phi_4(x^2)=0$.

3. ОПЕРАТОРНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ КОРРЕЛЯТОРА ДВУХ ВЕКТОРНЫХ ТОКОВ

Рассмотрим коррелятор

$$\Pi_{\mu\nu}^N=i\int d^4x\,\mathrm{e}^{iqx}\langle 0\big|T\left[J_\mu^N(0)J_\nu^+(x)\right]\big|0\rangle \quad (3.1)$$

двух векторных токов

$$J_\nu^+(x)=\bar{u}(x)\gamma_\nu d(x),\qquad J_\mu(0)=\bar{d}(0)\gamma_\mu u(0),$$

отвечающих заряженному ρ-мезону, с обобщенным первым током

$$J_\mu^N(0)=\bar{d}(0)\gamma_\mu\left(-in\overrightarrow{\nabla}_0\right)^N u(0)\equiv\bar{d}(0)\gamma_\mu\left(-in\overrightarrow{\nabla}_y\right)^N u(y)\Big|_{y=0},$$

где n — произвольный светоподобный вектор, $n^2=0$, удовлетворяющий $nq\neq 0$.

Для сокращения записи аргумент q у $\Pi^N_{\mu\nu}(q)$ будем в дальнейшем опускать и писать просто $\Pi^N_{\mu\nu}$. Отметим, что коррелятор $\Pi^N_{\mu\nu}$ зависит от двух векторов q и n, что позволяет его записать в виде разложений по следующим лоренцевым структурам:

$$\Pi^N_{\mu\nu} = A_N q_\mu q_\nu + B_N g_{\mu\nu} q^2 + C_N \frac{n_\mu n_\nu}{nq^2} q^4 + D_N \frac{q_\mu n_\nu}{nq} q^2 + E_N \frac{n_\mu q_\nu}{nq} q^2 \tag{3.2}$$

и

$$\Pi^N_{\mu\nu} = \Pi^N_{T_1}[q_\mu q_\nu - g_{\mu\nu} q^2] + \Pi^N_{T_2}\left[g_{\mu\nu} q^2 + \left(\frac{n_\mu n_\nu}{nq^2} q^2 - \frac{q_\mu n_\nu + n_\mu q_\nu}{nq}\right) q^2\right] + \\ + \Pi^N_{T_3}\left[q_\mu q_\nu - \frac{q_\mu n_\nu}{nq} q^2\right] + \Pi^N_L \left[\frac{q_\mu n_\nu + n_\mu q_\nu}{nq} q^2\right] + \Pi^N_{LL} \frac{n_\mu n_\nu}{nq^2} q^4. \tag{3.3}$$

Лоренц-инвариантные функции $A_N, \ldots, E_N$ и $\Pi^N_{T_i}$, Π^N_L, Π^N_{LL} связаны простыми алгебраическими соотношениями

$$\Pi^N_{\mathrm{T}_1} = A_N + D_N - E_N;\ \ \Pi^N_{T_2} = A_N + B_N + D_N - E_N;\ \ \Pi^N_{T_3} = E_N - D_N; \tag{3.4а}$$

$$\Pi^N_L = A_N + B_N + D_N;\ \ \Pi^N_{LL} = C_N + E_N - A_N - B_N - D_N. \tag{3.4б}$$

Если учесть сохранение векторного тока $J_\nu(x)$, то $q^\nu\,\Pi^N_{\mu\nu} = 0$, и мы получим

$$q^\nu \Pi^N_{\mu\nu} = q_\mu q^2 \Pi^N_L + \frac{n_\mu q^4}{nq}\left(\Pi^N_L + \Pi^N_{LL}\right) = 0 \tag{3.5}$$

или, переписывая через $A_N, \ldots, E_N$,

$$q^\nu \Pi^N_{\mu\nu} = q_\mu q^2 \left(A_N + B_N + D_N\right) + \frac{n_\mu q^4}{nq}\left(C_N + E_N\right) = 0. \tag{3.6}$$

Мы будем анализировать функцию Π^N_L, выделяемую проектором $n^\mu q^\nu/(nq)$, поскольку именно она может давать искажение коэффициента A_N, ответственного за амплитуды распределения ведущего твиста.

В $O(\alpha_s\langle\bar\psi\psi\rangle^2)$-порядке вклады в $\Pi^N_{\mu\nu}$ генерируются билокальным векторным, кварк-глюон-кварковым (см. рис. 2) и четырехкварковым (см. рис. 3) конденсатами:

$$\Pi^N_{\mu\nu} = \Delta_{2V}\Pi^N_{\mu\nu} + \Delta_{\bar qAq}\Pi^N_{\mu\nu} + \Delta_{4Q_1}\Pi^N_{\mu\nu} + \Delta_{4Q_2}\Pi^N_{\mu\nu} + (\text{З. С.}). \tag{3.7}$$

(З. С. обозначает здесь вклад зеркально-сопряженных диаграмм: для рис. 2 это будут диаграммы, в которых НЛК вставлены не в верхнюю линию, а в нижнюю). Нас интересуют величины, отвечающие непоперечной структуре Π^N_L в представлении (3.4б),

$$\Delta_k \Pi^N_L(M^2) \equiv \frac{M^4}{2A_0}\,\widehat{B}_{-q^2\to M^2}\,\frac{\Delta_k \Pi^N_{\mu\nu} n^\mu q^\nu}{nq} = \int\limits_0^1 x^N \varphi_{k,\,L}(x, M^2)\,dx,$$

где $k = 2V$, $\bar qAq$, $4Q_1$ и $4Q_2$. Здесь, так же как и при анализе правил сумм КХД, мы работаем с борелизованными величинами, которые получаются после применения

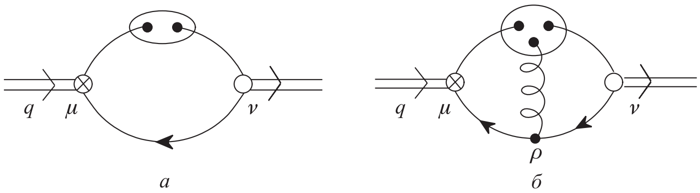

Рис. 2. Вклад билокального векторного ($\Delta_{2V}\Pi^N_{\mu\nu}$ (*а*)) и кварк-глюонного-кваркового ($\Delta_{\bar{q}Aq}\Pi^N_{\mu\nu}$ (*б*)) конденсатов в коррелятор $\Pi^N_{\mu\nu}$

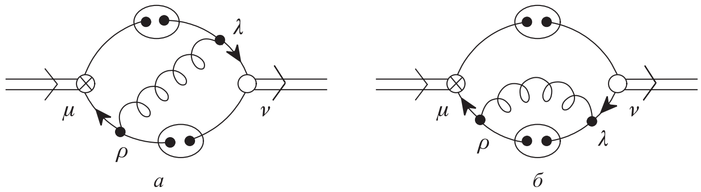

Рис. 3. Вклады четырехкваркового конденсата ($\Delta_{4Q_1}\Pi^N_{\mu\nu}$ (*а*), $\Delta_{4Q_2}\Pi^N_{\mu\nu}$ (*б*)) в коррелятор $\Pi^N_{\mu\nu}$

преобразования Бореля $\widehat{B}_{-q^2\to M^2}$. Используя параметризации вакуумных конденсатов (2.1), (2.2), получим для этих вкладов:

$$\varphi_{2V,\,L}(x,M^2) = -M^4 x\left(f_V\big(M^2\bar{x}\big) - M^2\,\bar{x}\,f'_V\big(M^2\bar{x}\big)\right); \tag{3.8а}$$

$$\Delta_{\bar{q}Aq}\Pi^N_L(M^2) = \sum_{i=1}^{3}\frac{2A_i}{A_0}\iiint\limits_{0\,0\,0}^{\infty} d\alpha_1\,d\alpha_2\,d\alpha_3\,f_i(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)\,\frac{G_i(\bar{\Delta}_1-\Delta_2)^N + H_i\bar{\Delta}_1^{N+2}}{(N+2)\,\bar{\Delta}_1^3\Delta_2^3}; \tag{3.8б}$$

$$\Delta_{4Q_1}\Pi^N_L(M^2) = 18\,\frac{\left(\log\left(\bar{\Delta}\right)F_1+F_2\right)\bar{\Delta}^{N+2}+F_3}{(N+2)^2(N+3)\Delta\bar{\Delta}^2}; \tag{3.8в}$$

$$\varphi_{4Q_2,\,L}(x,M^2) = 36\,M^2\,\frac{f_S\big(M^2\bar{x}\big)}{x}, \tag{3.8г}$$

где $\Delta = \Lambda_S/M^2$; $\bar{\Delta} = 1-\Delta$; $\Delta_i = \alpha_i/M^2$; $\bar{\Delta}_1 = 1-\Delta_1$. Явный вид функций F_i, G_i и H_i приведен в приложении А. Вклад $\Delta_{4Q_1}\Pi^N_L(M^2)$ записан для анзаца (1.1).

Кроме вкладов, нарушающих поперечность коррелятора $\Pi_{\mu\nu}$, нас также интересуют вклады в структуру $q_\mu\,q_\nu$, определяющую функцию A_N (см. (3.4а)), которая просто равна сумме двух поперечных функций $\Pi^N_{T_1}+\Pi^N_{T_2}$. По этой причине мы в дальнейшем будем говорить об этой структуре как о поперечном вкладе

$$\Delta\Pi^N_T \equiv \Delta_{2V}\Pi^N_T + \Delta_{\bar{q}Aq}\Pi^N_T + \Delta_{4Q_1}\Pi^N_T + \Delta_{4Q_2}\Pi^N_T + (\text{З. С.}). \tag{3.9}$$

Он определяется вкладами отдельных диаграмм:

$$\Delta_k\Pi^N_T(M^2) \equiv \frac{M^6}{2A_0}\,\widehat{B}_{-q^2\to M^2}\frac{\Delta_k\Pi^N_{\mu\nu}\,n^\mu n^\nu}{nq^2} = \int\limits_0^1 x^N\varphi_{k,\,T}(x,\,M^2)\,dx \tag{3.10}$$

с $k = 2\mathrm{V}$, $\bar{q}Aq$, $4Q_1$ и $4Q_2$, которые имеют вид

$$\varphi_{2V,\,T}(x, M^2) = 2\,M^4 x f_V(M^2 \bar{x}); \tag{3.11}$$

$$\varphi_{\bar{q}Aq,\,T}(x, M^2) = \frac{4A_i}{A_0} \iiint\limits_{0\,0\,0}^{\infty} d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3 f_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)\, \widetilde{\varphi}_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, M^2); \tag{3.12}$$

$$\varphi_{4Q_1,\,T}(x, M^2) = 36 \iint\limits_{0\,0}^{\infty} d\alpha_1 d\alpha_2 f_S(\alpha_1) f_S(\alpha_2) \widetilde{\varphi}(\alpha_1, \alpha_2, M^2); \tag{3.13}$$

$$\varphi_{4Q_2,\,T}(x,\, M^2) = 0, \tag{3.14}$$

где функции $\widetilde{\varphi}_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, M^2)$ и $\widetilde{\varphi}(\alpha_1, \alpha_2, M^2)$ в явном виде выписаны в приложении А.

4. АНАЛИЗ ГАУССОВЫХ МОДЕЛЕЙ

Сохранение векторного тока требует поперечности по индексу ν суммы вкладов векторного двухкваркового, кварк-глюон-кваркового и четырехкваркового конденсатов:

$$\Delta\Pi_L^N \equiv \Delta_{2V}\Pi_L^N + \Delta_{\bar{q}Aq}\Pi_L^N + \Delta_{4Q_1}\Pi_L^N + \Delta_{4Q_2}\Pi_L^N + (\text{З. С.}) = 0. \tag{4.1}$$

Заметим, что поскольку мы изучаем гауссову модель вакуума КХД, основанную на дельта-анзацах (1.1), (2.8), ожидать полного сокращения вкладов конденсатов в непоперечность не приходится: мы заложили гауссов характер пространственных зависимостей нелокальных конденсатов (1.3) и (2.8) извне (нам так удобнее считать), а не получили его как следствие КХД-уравнений движения. Поэтому наша задача состоит в выборе таких параметров анзацев, при которых $\left|\Delta\Pi_L^N\right|$ минимален. Более точно, нас интересует минимальность не абсолютных значений всех моментов $\Delta\Pi_L^N$ с $N = 0, 1, 2, \ldots$, а их линейных комбинаций, отвечающих конформным моментам $\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_L$, которые и анализируются в правилах сумм КХД для АР мезонов. Связь величин $\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_L$ с моментами $\Delta\Pi_L^N$ рассмотрена в приложении Б.

Для определения таких значений наших параметров $\{X_i\}$ мы вводим следующую оптимизационную функцию ($\Delta \equiv \lambda_q^2/(2M^2)$):

$$\Phi_K\left(\{X_i\}\right) = \sum_{N=0}^{K} w_N \,\langle\langle \left|\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_L\left(\Delta; \{X_i\}\right)\right|^2 \rangle\rangle;$$

$$\langle\langle F\left(\Delta\right)\rangle\rangle \equiv \frac{1}{17} \sum_{j=1}^{17} F\left(\Delta = 0{,}024j\right),$$

суммирующую вклады «норм» первых нетривиальных K моментов $\Delta\langle\xi^n\rangle_L$ $(\Delta; \{X_i\})$ с $n = 0, 2, \ldots, 2K$. Для определения соответствующей «нормы» функции $F(\Delta)$, $\langle\langle F\left(\Delta\right)\rangle\rangle$, мы численно «проинтегрировали» по $\Delta \in [0{-}0{,}45]$, т. е. по физически важной в правилах сумм области значений Δ. Веса w_N, означающие важность вклада определенного конформного момента $\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_L$ в оптимизационную функцию $\Phi_K\left(\{X_i\}\right)$, зададим, опираясь на значения

$$\Phi_{2N}^{\min} = \langle\langle \left|\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_L\left(\Delta; \{X_v = 1, X_i = Y_i = Z_1 = 0, x_i = y_i = z_i = 1\}\right)\right|^2 \rangle\rangle,$$

отвечающие минимальному анзацу (2.6), из работ [11–13]. Именно, положим

$$w_N = \frac{\Phi_0^{\min}}{\Phi_{2N}^{\min}},$$

приводя нормировку всех моментов в соответствие друг с другом: в случае минимального анзаца вклады всех моментов в оптимизационную функцию одинаковы и равны 1, так что $\Phi_K(\{X_v = 1, X_i = Y_i = Z_1 = 0, x_i = y_i = z_i = 1\}) = K + 1$. Это дает следующие численные значения для $K = 5$:

$$w_0 = 1; \quad w_2 = 13; \quad w_4 = 29; \quad w_6 = 45; \quad w_8 = 55; \quad w_{10} = 59.$$

Обсудим набор имеющихся в нашем распоряжении параметров $\{X_i\}$. Для скалярного и векторного конденсатов мы применяем дельта-анзацы (1.1) с одним свободным параметром X_v:

$$\lambda_V^2 = X_v \lambda_q^2. \tag{4.2}$$

Для кварк-глюон-кваркового конденсата мы применяем анзац (2.8) с $\Lambda = X_v \lambda_q^2/2$ и используем условие (2.3):

$$Z_i = Y_i; \quad x_i = x; \quad y_i = z_i = 1 - x \quad (i = 1,\, 2,\, 3).$$

Эти параметры не свободны, поскольку имеется условие (2.9), из анализа уравнения движения (2.4). После учета указанных связей у нас остаются свободными следующие семь параметров: x, X_1, X_2, X_3, Y_1, Y_3 и X_v. Минимизация функции $\Phi_5(x, X_1, X_2, X_3, Y_1, Y_3, X_v)$ дает нам следующий набор параметров:

$$\begin{aligned} X_1 &= +0{,}082;\ Y_1 = Z_1 = -2{,}243;\ x_1 = x_2 = x_3 = x = 0{,}788;\ X_v = 1{,}00; \\ X_2 &= -1{,}298;\ Y_2 = Z_2 = -0{,}239;\ y_1 = y_2 = y_3 = 1 - x = 0,212; \\ X_3 &= +1{,}775;\ Y_3 = Z_3 = -3{,}166;\ z_1 = z_2 = z_3 = 1 - x = 0{,}212, \end{aligned} \tag{4.3}$$

который мы будем рассматривать как базовый.

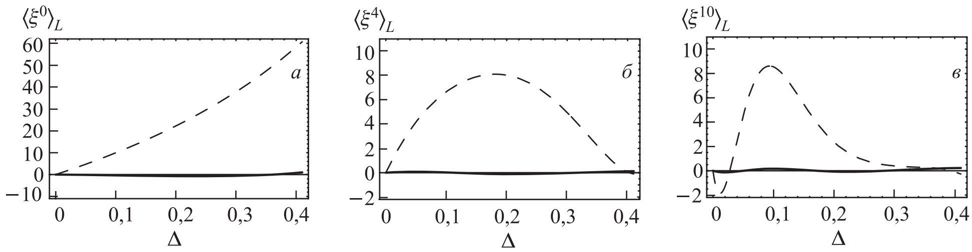

Рис. 4. Функции $\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_L(\Delta)$ при $N = 0, 4, 10$ для улучшенных анзацев (сплошная линия) в сравнении с получаемой для минимального анзаца (штриховая)

Для обсуждения качества улучшенного анзаца мы приводим на рис. 4 графики функций $\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_L(\Delta)$ с $N = 0, 2, 5$ для улучшенного анзаца (4.3) в сравнении с минимальным анзацем (2.6). Как видно из приведенных графиков, анзац (4.3) значительно уменьшает абсолютную величину непоперечных конформных моментов $\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_L$, т. е. лучше учитывает поперечность векторного коррелятора.

5. АМПЛИТУДА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПИОНА

Полученная модель позволяет более точно рассчитать моменты $\langle\xi^{2N}\rangle$ АР пиона $\varphi_\pi(x,\mu^2)$, введенной в [23] и определяемой согласно

$$\langle 0 \mid \bar{d}(z)\gamma^\mu\gamma_5 u(0) \mid \pi(P)\rangle\Big|_{z^2=0} = i f_\pi P^\mu \int\limits_0^1 dx\, \mathrm{e}^{ix(zP)}\varphi_\pi(x,\mu^2). \tag{5.1}$$

Напомним, что из-за отсутствия спина у пиона он дает вклад только в структуру $q_\mu q_\nu$ коррелятора аксиальных токов (см. (3.2), (3.3)), операторное разложение которого в безмассовой КХД связано с коррелятором векторных токов простыми соотношениями [24]. Эта структура выделяется из полного коррелятора проекцией на $n^\mu n^\nu$ и дает согласно (3.9), (3.10) моменты $\Delta\Pi_T^N$. Так же как и в случае продольных структур, нас интересуют не сами моменты $\Delta\Pi_T^N$, а их линейные комбинации, отвечающие конформным моментам

$$\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_T \equiv \int\limits_0^1 (2x-1)^{2N}\varphi_T(x)\,dx = \sum_{k=0}^{2N}(-2)^{2N-k}\binom{2N}{k}\Delta\Pi_T^{2N-k}, \tag{5.2}$$

которые затем используются в правилах сумм КХД для АР пиона.

Моменты $\langle\xi^N\rangle_\pi(\mu_0^2)$, определенные при $\mu_0^2 = 1,35$ ГэВ^2

Модель	f_π, ГэВ	$N=2$	$N=4$	$N=6$	$N=8$	$N=10$
Минимальная [12]	0,137(8)	0,266(20)	0,115(11)	0,060(7)	0,036(5)	0,025(4)
Улучшенная	0,140(13)	0,290(29)	0,128(13)	0,067(7)	0,040(5)	0,025(4)

Результаты анализа $\langle\xi^{2N}\rangle_\pi$ в правилах сумм КХД [12] представлены в таблице. Как видно из таблицы, значения амплитуды распределения пиона и ее моментов в новой модели систематически отличаются от соответствующих величин в минимальной модели. На рис. 5 приведена область допустимых коэффициентов Гегенбауэра a_2 и a_4, задающих АР пиона в виде разложения по полиномам Гегенбауэра $C_n^m(x)$, являющимся собственными функциями однопетлевого ядра эволюции:

$$\varphi_\pi(x;\mu^2 = 1{,}35\ \text{ГэВ}^2) = 6x\bar{x}\left[1 + a_2 C_2^{3/2}(2x-1) + a_4 C_4^{3/2}(2x-1)\right]. \tag{5.3}$$

Для проверки самосогласованности процедуры восстановления АР по пяти определенным значениям конформных моментов мы использовали тот же прием, что и в предыдущем анализе [11, 12]: было построено специальное ПС для обратного момента $\langle x^{-1}\rangle_\pi$ и результат его обработки ($\langle x^{-1}\rangle_\pi^{\text{ПС}}$) сравнивался с определяемым АР (5.3):

$$\langle x^{-1}\rangle_\pi^{\text{АР}} = 3(1 + a_2 + a_4). \tag{5.4}$$

Для значения $\lambda_q^2 = 0{,}4$ ГэВ^2 мы получили следующие значения:

$$\langle x^{-1}\rangle_\pi^{\text{АР}} = 3{,}25 \pm 0{,}20; \quad \langle x^{-1}\rangle_\pi^{\text{ПС}} = 3{,}40 \pm 0{,}34,$$

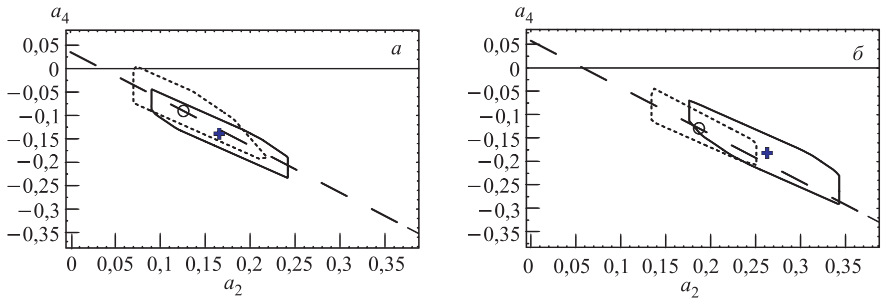

Рис. 5. Область допустимых значений параметров (a_2, a_4) для улучшенной модели (сплошная линия) в сравнении с областью для минимальной модели (пунктирная линия); *а*) результаты, полученные для значения $\lambda_q^2 = 0{,}5$ ГэВ^2; *б*) для значения $\lambda_q^2 = 0{,}4$ ГэВ^2. Все значения приведены для значения параметра перенормировки $\mu^2 = 1{,}35$ ГэВ^2

а для значения $\lambda_q^2 = 0{,}5$ ГэВ^2:

$$\langle x^{-1}\rangle_\pi^{\text{АР}} = 3{,}08 \pm 0{,}15; \quad \langle x^{-1}\rangle_\pi^{\text{ПС}} = 3{,}27 \pm 0{,}35.$$

В обоих случаях полученные разными способами значения обратных моментов хорошо согласуются друг с другом, что свидетельствует о разумности используемой процедуры восстановления АР.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе мы рассмотрели гауссову модель нелокальности вакуумных кварковых и кварк-глюонных конденсатов в КХД и проанализировали лоренцеву структуру коррелятора $\Pi_{\mu\nu}(q)$ двух векторных кварковых токов. Оказалось, что в минимальной гауссовой модели вакуума КХД, использовавшейся в работах [4, 11–13], поперечность этого коррелятора нарушена и нелокальные конденсаты не согласованы с уравнениями движения КХД.

Для исправления этой ситуации мы предложили улучшенную гауссову модель непертурбативного вакуума КХД (2.8), минимально согласованную с уравнениями движения КХД, в которой указанное нарушение калибровочной инвариантности минимизировано специальным выбором параметров (4.3).

Используя эту модель нелокального вакуума КХД, мы проанализировали правила сумм КХД для пионной АР и показали, что правила сумм КХД приводят к двухпараметрическому «пучку» допустимых моделей для пионной АР с параметрами a_2 и a_4, показанными на рис. 5 для двух значений параметра нелокальности КХД-вакуума, $\lambda_q^2 = 0{,}4$ и $0{,}5$ ГэВ^2. Эти модели хорошо согласуются с результатами обработки независимого правила сумм для обратного момента пионной АР, $\langle x^{-1}\rangle_\pi^{\text{ПС}}$.

Особо хотим подчеркнуть тот факт, что полученная ранее в минимальной гауссовой модели непертурбативного вакуума КХД модель BMS [12], показанная на рис. 5 символом ○, находится внутри нового двухпараметрического «пучка» допустимых моделей. Это говорит, с одной стороны, о преемственности обоих подходов, а с другой — о том, что все характерные черты старого «пучка» BMS присущи и новому «пучку»: на рис. 6 видно, что в сравнении с моделью CZ [25] (штриховая линия, которой отвечают параметры

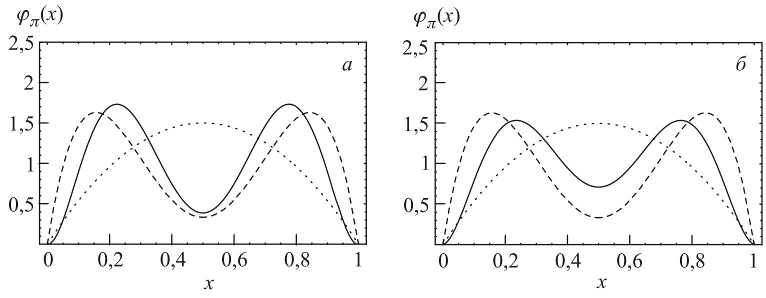

Рис. 6. Профили пионных АР, отвечающих центральным точкам «пучков», для значения параметра нелокальности $\lambda_q^2 = 0{,}4$ ГэВ^2; *а*) сплошная линия — результат, полученный в улучшенной гауссовой модели нелокального вакуума КХД (символ ✣ на рис. 5, *б*); *б*) сплошная линия — результат минимальной модели (модель BMS, символ ○ на рис. 5, *б*). Для сравнения показаны также асимптотическая АР (пунктирная линия) и АР Черняка–Житницкого (CZ) [25] (штриховая линия)

$a_2 = 0{,}52$ и $a_4 = 0$ при $\mu^2 = 1{,}35$ ГэВ^2) диктуемые (при $\lambda_q^2 = 0{,}4$ ГэВ^2) нелокальными правилами сумм КХД-модели (сплошные линии) сильно подавлены в концевых точках $x = 0$ и $x = 1$, хотя также являются двугорбыми. Такое разное поведение приводит к совершенно разным значениям обратных моментов АР: $\langle x^{-1}\rangle_\pi^{\rm CZ} = 4{,}56$, в то время как для нашего «пучка» $\langle x^{-1}\rangle_\pi = 3,24 \pm 0{,}20$, а для «пучка» BMS [12] $\langle x^{-1}\rangle_\pi = 3{,}16 \pm 0{,}08$[1].

Авторы благодарны А. Дорохову, С. Михайлову, Н. Стефанису и О. Теряеву за плодотворные обсуждения и критические замечания. Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 06-02-16215) и программы «Гейзенберг–Ландау» (грант 2006 г.).

Приложение А

ВКЛАДЫ $O(\alpha_s\langle\bar\psi\psi\rangle^2)$-ПОРЯДКА

Вклады $O(\alpha_s\langle\bar\psi\psi\rangle^2)$-порядка в $\Pi_{\mu\nu}^N$ представляются четырьмя объектами: билокальный векторный конденсат $(\Delta_{2V}\Pi_{\mu\nu}^N)$, трилокальный кварк-глюон-кварковый конденсат $(\Delta_{\bar qAq}\Pi_{\mu\nu}^N)$, четырехкварковые конденсаты $\Delta_{4Q_1}\Pi_{\mu\nu}^N$ и $\Delta_{4Q_2}\Pi_{\mu\nu}^N$. Мы рассматриваем вклады, отвечающие диаграммам рис. 2 и 3, а вклад от зеркально-сопряженных диаграмм учтем с помощью симметрийных соображений (см. разд. 4)

$$\Delta_{2V}\Pi_{\mu\nu}^N = \frac{i}{(nq)^N}\int\! dx\, \mathrm{e}^{iqx}\left\langle \bar u(0)\gamma_\mu(-in\overrightarrow{\nabla}_0)^N \overline{d(0)\bar d}(x)\gamma_\nu u(x)\right\rangle; \tag{A.1}$$

[1]Заметим, что меньшие ошибки в анализе [12] связаны с их оценкой только по стабильности результата относительно вариаций борелевского параметра M^2 в пределах «окна доверия» ПС КХД. В нашей работе мы учитывали внутренние ошибки метода ПС КХД и считали, что суммарная ошибка полученных результатов не может быть меньше 10 %.

$$\Delta_{\bar{q}Aq}\Pi^N_{\mu\nu} = \frac{i(ig)}{(nq)^N}\int\! dx\, \mathrm{e}^{iqx}\!\int\! dy\times$$
$$\times\left\langle \bar{d}(0)\gamma_\mu(-in\overrightarrow{\nabla}_0)^N u(0)\bar{u}(y)\gamma_\rho\widehat{A}_\rho(y)u(y)\bar{u}(x)\gamma_\nu d(x)\right\rangle; \quad \text{(A.2)}$$

$$\Delta_{4Q_1}\Pi^N_{\mu\nu} = \frac{i(ig)^2}{(nq)^N}\int\! dx\, \mathrm{e}^{iqx}\!\int\! dy\!\int\! dz\times$$
$$\times\left\langle \bar{d}(0)\gamma_\mu(-in\overrightarrow{\nabla}_0)^N u(0)\bar{u}(y)\gamma^\rho\widehat{A}_\rho(y)u(y)\bar{u}(x)\gamma_\nu d(x)\bar{d}(z)\gamma^\lambda\widehat{A}_\lambda(z)d(z)\right\rangle; \quad \text{(A.3)}$$

$$\Delta_{4Q_2}\Pi^N_{\mu\nu} = \frac{i(ig)^2}{(nq)^N}\int\! dx\, \mathrm{e}^{iqx}\!\int\! dy\!\int\! dz\times$$
$$\times\left\langle \bar{d}(0)(-in\overrightarrow{\nabla}_0)^N\gamma_\mu u(0)\bar{u}(y)\gamma^\rho\widehat{A}_\rho(y)u(y)\bar{u}(z)\gamma^\lambda\widehat{A}_\lambda(z)u(z)\bar{u}(x)\gamma_\nu u(x)\right\rangle. \quad \text{(A.4)}$$

Интересующие нас величины $\Delta_k\Pi^N_L(M^2)$, $k = 2V$, $\bar{q}Aq$, $4Q_1$ и $4Q_2$, входящие в (4.1), определяются (3.8), где

$$\begin{aligned}
H_1 &= N(N+1)\bar{\Delta}_1\Delta_2^2 + H_2\frac{\Delta_2}{\bar{\Delta}_1} - NH_3,\\
H_2 &= -\bar{\Delta}_1\left((N+3)\Delta_1\Delta_2\left(\bar{\Delta}_1-\Delta_3\right)+\Delta_3\left(3\Delta_2+2\Delta_1\bar{\Delta}_1\right)\right),\\
H_3 &= \Delta_2\left(\left(N+(N+3)\Delta_1\right)\Delta_2\bar{\Delta}_1+\Delta_3\left(3\Delta_2+\Delta_1\bar{\Delta}_1-(N+3)\Delta_1\Delta_2\right)\right),\\
G_1 &= -N(N+1)\Delta_2^2\bar{\Delta}_1\left(\bar{\Delta}_1-\Delta_2\right)^2+G_2\frac{\Delta_2}{\bar{\Delta}_1}-G_3N,\\
G_2 &= \bar{\Delta}_1^2\Delta_2\left[3(N+1)(N+2)\Delta_2^2-(N+1)(N+3)\Delta_1\Delta_2^2+N(N+3)\Delta_1\bar{\Delta}_1\Delta_2+\right.\\
&\quad\left.+(N+3)\Delta_1\bar{\Delta}_1^2\right]+\bar{\Delta}_1\Delta_3\left(\bar{\Delta}_1-\Delta_2\right)\left[(N+1)\left(\bar{\Delta}_1+2\right)\Delta_2^2+\right.\\
&\quad\left.+(N-1)\Delta_1\bar{\Delta}_1\Delta_2+3\bar{\Delta}_1\Delta_2+2\Delta_1\bar{\Delta}_1^2\right],\\
G_3 &= -\Delta_2\left(\bar{\Delta}_1-\Delta_2\right)\left[\Delta_1\Delta_3\left(\bar{\Delta}_1-\Delta_2\right)^2+3\Delta_2\Delta_3\left(\bar{\Delta}_1-\Delta_2\right)+\right.\\
&\quad\left.+\Delta_2\bar{\Delta}_1\left(N\bar{\Delta}_1+(N+3)\left(\Delta_1\bar{\Delta}_1+\Delta_2\left(\bar{\Delta}_1+1\right)\right)\right)\right],\\
F_1 &= \left(n+1+\bar{\Delta}\right)(n+2)(n+3), \quad F_2 = \bar{\Delta}-(n+3)[(n+1)(n+4)\Delta+1],\\
F_3 &= (n+3)\bar{\Delta}-1,
\end{aligned}$$

а $\Delta = \Lambda_S/M^2$, $\bar{\Delta} = 1-\Delta$, $\Delta_i = \alpha_i/M^2$, $\bar{\Delta}_1 = 1-\Delta_1$.

Для поперечных компонент $\Delta_k\Pi^N_T(M^2)$ (см. (3.10)) соответствующие величины даются выражениями

$$\widetilde{\varphi}(\alpha_1,\alpha_2,M^2) = \frac{x\,\theta\left(\Delta_1-\bar{x}\right)}{\Delta_1^2\Delta_2\bar{\Delta}_1^2}\left(\bar{x}\Delta_2\bar{\Delta}_1+\log\left(\frac{x\Delta_1\bar{\Delta}_2}{x\Delta_1-(\Delta_1-\bar{x})\Delta_2}\right)\Delta_1(\Delta_1-\bar{x})\bar{\Delta}_2\right);$$

$$\widetilde{\varphi}_1(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,M^2) = \left(\frac{\Delta_3}{\Delta_2}-\frac{\bar{\Delta}_1}{\Delta_2}\right)\delta(\bar{x}-\Delta_1)-\left(1-\frac{\bar{\Delta}_1}{\Delta_2}\right)\delta(\bar{x}-\Delta_1-\Delta_2)-$$
$$-\frac{x\left(x\Delta_3+\Delta_2\left(\Delta_1+\Delta_3-1\right)\right)}{\bar{\Delta}_1^2\Delta_2^2}\,\theta\left(\bar{x}-\Delta_1\right)\theta\left(\Delta_1+\Delta_2-\bar{x}\right);$$

$$\widetilde{\varphi}_2(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,M^2) = -\left(1-\frac{\bar{\Delta}_1}{\Delta_2}\right)\delta(\bar{x}-\Delta_1-\Delta_2) + \\ + \frac{x\,(2\,(\Delta_1-\bar{x})\,\Delta_3+\Delta_2\,(\Delta_1+\Delta_3-1))}{\bar{\Delta}_1\Delta_2^3}\,\theta\,(\bar{x}-\Delta_1)\,\theta(\Delta_1+\Delta_2-\bar{x});$$

$$\widetilde{\varphi}_3(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,M^2) = -\frac{x\,((\Delta_1-\bar{x})\,\Delta_3+\Delta_2\,(\Delta_1+\Delta_3-1))}{\bar{\Delta}_1^2\Delta_2^2}\theta\,(\bar{x}-\Delta_1)\,\theta(\Delta_1+\Delta_2-\bar{x}),$$

где $\Delta_i = \alpha_i/M^2$, $\bar{\Delta}_i = 1-\Delta_i$ и $\bar{x} = 1-x$.

Отметим, что результат представлен для параметрических функций $f_i(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ и $f_S(\alpha)$ таких, что при интегрировании вклад дают области $\alpha_1+\alpha_2 < M^2$, $\alpha_1+\alpha_3 < M^2$ и $2\,\alpha < M^2$. Для анзаца (1.1), (2.8) эти условия соответствуют области, в которой работают ПС КХД.

Приложение Б

КОНФОРМНЫЕ МОМЕНТЫ

Рассмотрим линейные комбинации моментов $\Delta\Pi_L^N$, отвечающие конформным моментам

$$\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_L \equiv \int_0^1 (2x-1)^{2N}\varphi(x)\,dx = \sum_{k=0}^{2N}(-2)^{2N-k}\binom{2N}{k}\int_0^1 x^{2N-k}\varphi(x)\,dx,$$

которые и анализируются в правилах сумм КХД для АР мезонов. В конформные моменты З. С.-диаграммы дают такой же вклад, что и посчитанные нами диаграммы: если x-плотность, отвечающая посчитанным моментным диаграммам, есть $\varphi_0(x)$, тогда $\varphi_0(1-x)$ отвечает З. С.-диаграммам и

$$\int_0^1 (2x-1)^{2N}\varphi_0(x)\,dx = \int_0^1 (2x-1)^{2N}\varphi_0(1-x)\,dx.$$

То есть полный вклад в конформный момент определенной диаграммы равен удвоенному вкладу одной из двух З. С.-диаграмм

$$\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_L = 2\int_0^1 (2x-1)^{2N}\varphi_0(x)\,dx.$$

Обозначая

$$\Delta\widetilde{\Pi}_0^k \equiv \int_0^1 x^k\varphi_0(x)\,dx,$$

мы получаем сразу же необходимые нам конформные моменты

$$\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_L = 2\sum_{k=0}^{2N}(-2)^k\binom{2N}{k}\Delta\widetilde{\Pi}_0^k.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mikhailov S. V., Radyushkin A. V.* Nonlocal Condensates and QCD Sum Rules for Pion Wave Function // JETP Lett. 1986. V. 43. P. 712–715.

2. *Mikhailov S. V., Radyushkin A. V.* Quark Condensate Nonlocality and Pion Wave Function in QCD: General Formalism // Sov. J. Nucl. Phys. 1989. V. 49. P. 494–529.

3. *Bakulev A. P., Radyushkin A. V.* Nonlocal Condensates and QCD Sum Rules for the Pion Form-Factor // Phys. Lett. B. 1991. V. 271. P. 223–230.

4. *Mikhailov S. V., Radyushkin A. V.* The Pion Wave Function and QCD Sum Rules with Nonlocal Condensates // Phys. Rev. D. 1992. V. 45. P. 1754–1759.

5. *Mikhailov S. V.* Nonlocal Gluonic Condensate in QCD Sum Rules for the Meson Wave Functions // Phys. At. Nucl. 1993. V. 56. P. 650–657.

6. *Baier V. K., Pinelis P.* Effect of Vacuum Fluctuations on Cross-Sections of Hard Processes in QCD. Preprint IYF-81-141. Novosibirsk, 1981. P. 4.

7. *Gromes D.* Space-time Dependence of the Gluon Condensate Correlation Function and Quarkonium Spectra // Phys. Lett. B. 1982. V. 115. P. 482–486.

8. *Shuryak E. V.* The Role of Instantons in Quantum Chromodynamics // Nucl. Phys. B. 1982. V. 203. P. 116–139.

9. *Radyushkin A. V.* Pion Wave Function from QCD Sum Rules with Nonlocal Condensates // Proc. of Workshop «Continuous Advances in QCD», Minneapolis, Feb. 18–20, 1994. River Edge, N. J., 1994. P. 238–248.

10. *Bakulev A. P., Mikhailov S. V.* QCD Sum Rules for Pion Wave Function Revisited // Z. Phys. C. 1995. Bd. 68. S. 451–458.

11. *Bakulev A. P., Mikhailov S. V.* The Rho Meson and Related Meson Wave Functions in QCD Sum Rules with Nonlocal Condensates // Phys. Lett. B. 1998. V. 436. P. 351–362.

12. *Bakulev A. P., Mikhailov S. V., Stefanis N. G.* QCD Based Pion Distribution Amplitudes Confronting Experimental Data // Phys. Lett. B. 2001. V. 508. P. 279–289; Erratum // Phys. Lett. B. 2004. V. 590. P. 309–310.

13. *Bakulev A. P., Mikhailov S. V., Stefanis N. G.* On a QCD Based Pion Distribution Amplitude Versus Recent Experimental Data // Proc. of the 36th Rencontres De Moriond on QCD and Hadronic Interactions, Les Arcs, March 17–24, 2001. Singapore, 2002. P. 133–136.

14. *D'Elia M., Di Giacomo A., Meggiolaro E.* Gauge Invariant Quark–Anti-Quark Nonlocal Condensates in Lattice QCD // Phys. Rev. D. 1999. V. 59. P. 054503(1–6).

15. *Bakulev A. P., Mikhailov S. V.* Lattice Measurements of Nonlocal Quark Condensates, Vacuum Correlation Length, and Pion Distribution Amplitude in QCD // Phys. Rev. D. 2002. V. 65. P. 114511(1–10).

16. *Dorokhov A. E., Esaibegian S. V., Mikhailov S. V.* Virtualities of Quarks and Gluons in QCD Vacuum and Nonlocal Condensates within Single Instanton Approximation // Phys. Rev. D. 1997. V. 56. P. 4062–4068.

17. *Dorokhov A. E. et al.* Nonlocal Gluon Condensate within a Constrained Instanton Model // Eur. Phys. J. C. 2000. V. 13. P. 331–345.

18. *Radyushkin A. V.* QCD Sum Rule Calculation of the Isgur–Wise Form-Factor // Phys. Lett. B. 1991. V. 271. P. 218–222.

19. *Mikhailov S. V., Radyushkin A. V.* The Process $\gamma^*\gamma^* \to \pi^0$ and Nonlocality of Condensates // Sov. J. Nucl. Phys. 1990. V. 52. P. 697–703.

20. *Andrei N., Gross D. J.* The Effect of Instantons on the Short Distance Structure of Hadronic Currents // Phys. Rev. D. 1978. V. 18. P. 468–481.

21. *Dorokhov A. E., Broniowski W.* Vector and Axial-Vector Correlators in a Nonlocal Chiral Quark Model // Eur. Phys. J. C. 2003. V. 32. P. 79–96.

22. *Fock V.* Proper Time in Classical and Quantum Mechanics // Phys. Z. Sow. 1937. Bd. 12. S. 404–425;
Швингер Ю. Частицы, источники, поля. М.: Мир, 1976. Т. 1;
Smilga A. V. Calculation of Power Corrections in Fixed-Point Gauge // Yad. Fiz. 1982. V. 35. P. 473–484.

23. *Radyushkin A. V.* Deep Elastic Processes of Composite Particles in Field Theory and Asymptotic Freedom. JINR Preprint P2-10717. Dubna, 1977. 7 p.

24. *Bakulev A. P., Mikhailov S. V.* QCD Vacuum Tensor Susceptibility and Properties of Transversely Polarized Mesons // Eur. Phys. J. C. 2000. V. 17. P. 129–135.

25. *Chernyak V. L., Zhitnitsky A. R.* Exclusive Decays of Heavy Mesons // Nucl. Phys. B. 1982. V. 201. P. 492–526; Erratum // Nucl. Phys. B. 1983. V. 214. P. 547(E).

Получено 7 сентября 2006 г.