

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕБУЕМЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ И АНАЛИЗ ИХ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ МНОГОЦЕЛЕВЫХ ИЗОХРОННЫХ ЦИКЛОТРОНОВ

И. В. Амирханов, Г. А. Карамышева, И. Н. Киян

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Я. Суликовский

Институт ядерной физики Польской академии наук, Краков, Польша

Математическое и компьютерное моделирование режимов работы многоцелевых изохронных циклотронов основывается на расчете значений токов в концентрических катушках коррекции основного магнитного поля ($I_i, i = 1, 2, \dots, n$) для определенного уровня тока в главной катушке (I_{mc}). Расчет производится для заданной кинетической энергии (E_k) на определенном радиусе или для частоты обращения частиц (F_0). Результаты расчета позволяют с определенной точностью сформировать требуемое магнитное поле в диапазоне от источника ионов до системы вывода частиц. Ряд численных и физических экспериментов по расчету основного режима работы многоцелевого изохронного циклотрона АИС144, ИЯФ ПАН, Краков ($p, E_k = 60$ МэВ, $F_0 = 26,25$ МГц), подтвердил необходимость включения в расчет оценки устойчивости искомого решения, а также возможность получения пучков ускоренных ионов во всем диапазоне радиусов ускорения при незначительных фазовых потерях в области изохронизации требуемого магнитного поля.

The mathematical and computer modeling of operation modes of multipurpose isochronous cyclotrons is based on the calculation of currents in trim coils of correction of the basic magnetic field ($I_i, i = 1, 2, \dots, n$) at a certain level of current in the main coil (I_{mc}). The calculation is made for a given kinetic energy (E_k) at a certain radius or for orbital frequency of particles (F_0). The results of the calculation allow the required magnetic field to be formed with a certain accuracy in the range from the ion source to the extraction system of particles. A series of numerical and physical experiments on calculation of the basic operation mode of the multipurpose isochronous cyclotron АИС144, INP PAS, Krakow ($p, E_k = 60$ MeV, $F_0 = 26.25$ MHz), confirmed both the necessity of including the evaluation of solution stability into the calculation, and the possibility of producing the beams of protons in the range of acceleration radii without essential phase losses in the range of isochronization radii of the required magnetic field.

PACS: 29.20.dg Cyclotrons

ВВЕДЕНИЕ

Для получения требуемого режима работы многоцелевого изохронного циклотрона необходимо рассчитать значения токов в концентрических катушках коррекции основного магнитного поля ($I_i, i = 1, 2, \dots, n$) для определенного уровня тока в главной катушке

(I_{mc}). При этом зависимость вклада от тока в концентрической катушке предполагается линейной. Операционный режим работы многоцелевого изохронного циклотрона состоит из набора значений токов в главной и в концентрических катушках, частоты ВЧ-генератора и напряжения на дуантах. Операционный режим работы позволяет сформировать требуемое магнитное поле с определенной точностью в диапазоне рабочих радиусов ускорения от системы инжекции до системы вывода пучка ионов. Исходные данные включают в себя тип ускоряемых частиц, кинетическую энергию частиц на определенном радиусе (частоту ВЧ-генератора), кратность ускорения (отношение частоты ВЧ-генератора к частоте обращения частицы), периодичность магнитной структуры, диапазон формирования требуемого магнитного поля, радиус рабочей точки (место пересечения среднего основного и изохронного магнитных полей в области конечных радиусов ускорения), а также маску изохронного магнитного поля, определяющую форму бампа и краевого магнитного поля. Кроме того, к исходным данным относится набор измеренных или рассчитанных карт магнитных полей: основных магнитных полей (от тока в главной катушке) и дополнительных магнитных полей (от максимально возможного тока в каждой отдельно взятой концентрической катушке для определенного уровня тока в главной катушке). К граничным условиям относятся минимальное и максимальное значения тока в каждой из концентрических катушек.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Представленный ниже функционал формализует методику расчета режимов работы многоцелевых изохронных циклотронов:

$$F(I_1, I_2, \dots, I_k) = \frac{1}{B_0^2} \left\{ \int_0^{X_{\text{end}}} \left[\sum_{j=1}^k \left(\overline{B}_{tc,j,\max} \frac{I_j}{I_{j,\max}} \right) - \Delta \overline{B} \right]^2 dx + \lambda^2 \sum_{j=1}^k \left(\frac{I_j}{I_{j,\lim}} \right)^{2p} \right\}. \quad (1)$$

$$\Delta \overline{B} = \overline{B}_{\text{is}} + \overline{B}_{\text{bump}} + \overline{B}_{\text{edge}} - \overline{B}_{\text{mc}} - \sum_{l=1}^m \left(\overline{B}_{tc,l,\max} \frac{I_l}{I_{l,\max}} \right); \quad X_{\text{end}} = \frac{R_{\text{end}}}{r_0}, \quad (2)$$

где $n = k + m$ — это число задействованных концентрических катушек; k, m — число свободных и связанных (фиксированных пользователем или программой для определенных значений) компонент вектора решения $I_i, i = 1, 2, \dots, n$ соответственно; B_0, r_0 — определенные коэффициенты, позволяющие перейти к безразмерным величинам (B_0 определяет значение детерминанта матрицы коэффициентов равным 1); $\overline{B}_{tc,j,\max}$ — среднее значение максимального вклада j -й концентрической катушки от максимально возможного в ней тока $I_{j,\max}$; I_j и $I_{j,\lim}$ — расчетный и предельно допустимый токи в j -й концентрической катушке; $\overline{B}_{\text{is}}, \overline{B}_{\text{bump}}, \overline{B}_{\text{edge}}, \overline{B}_{\text{mc}}$ — изохронное магнитное поле, среднее магнитное поле бампа и краевого магнитного поля (составляющие маску изохронного магнитного поля) и среднее основное магнитное поле соответственно; I_l — ток в l -й концентрической катушке, зафиксированный пользователем на любом допустимом уровне или программой на границе области допустимых значений. R_{end} — радиус расположения септума дефлектора. Штрафная функция, входящая в состав функционала, позволяет вводить решение в рамки заданных граничных условий покомпонентно.

При этом токи в концентрических катушках рассматриваются последовательно в направлении от центра к краю циклотрона, определяемом зонами влияния концентрических катушек [1]. Переменная λ имеет определенное значение для каждой компоненты решения, фиксируемой программой на границе области допустимых значений. Константа p связана с переменной λ и определяет порядок ее значения. Функционал минимизируется на основе метода наименьших квадратов. Получаемая при этом неоднородная система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) решается с помощью метода Гаусса с выбором главного элемента по матрице. Интегрирование элементов матрицы коэффициентов и вектора свободных членов выполняется по квадратурным формулам Симпсона. Изохронное магнитное поле рассчитывается на основе метода Гордона [2].

Следующая аналитическая формула используется для расчета числа обусловленности неоднородной СЛАУ:

$$\text{cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|, \quad (3)$$

где $\|A\|$ — это норма матрицы коэффициентов A , подчиненная норме вектора решения. Норма матрицы коэффициентов и норма вектора решения рассчитываются как

$$\|A\| = \max_{1 \leq j \leq k} \sum_{i=1}^k |a_{ij}|; \quad \|X\| = \sum_{j=1}^k |x_j|. \quad (4)$$

Следующая аналитическая формула используется для расчета кинетической энергии частицы в зависимости от эквивалентного радиуса замкнутой равновесной орбиты:

$$E_{\text{kin}}(r_{\text{ev}}) = \sqrt{(\overline{B}_{\text{mn}} r_{\text{ev}} |q| c)^2 + E_0^2} - E_0, \quad (5)$$

где $\overline{B}_{\text{mean}}$ — это среднее магнитное поле; r_{ev} — эквивалентный радиус замкнутой равновесной орбиты; q — заряд частицы; $E_0 = m_0 c^2$ — энергия покоя частицы; m_0 — масса частицы; c — скорость света.

ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Предлагаемый алгоритм исключения из расчета части задействованных концентрических катушек, основанный на новом критерии исключения, позволяет улучшить устойчивость получаемого решения (уменьшить его относительную погрешность). В качестве критерия исключения берется минимальное значение произведения функционального минимума и числа обусловленности системы. При этом функциональный минимум ограничивается по своему максимально допустимому значению. Решение, получаемое при небольших возмущениях основного магнитного поля, в случае использования указанного критерия исключения лучше соответствует заданным граничным условиям, чем при использовании традиционного, когда катушки исключаются по минимальному значению функционального минимума.

Следующий пример демонстрирует методику моделирования конкретного режима работы многоцелевого изохронного циклотрона АС144 (ИЯФ ПАН, Краков). Параметры режима: тип частиц — протоны, частота ВЧ-генератора $F_{\text{rf}} = 26,25$ МГц; радиусы начала и конца формирования требуемого магнитного поля $R_{\text{start}} = 0$ м, $R_{\text{end}} = 0,635$ м;

радиусы конца бампа и начала краевого магнитного поля (область изохронизации требуемого магнитного поля) $R_{\text{bump}} = 0,16$ м, $R_{\text{edge}} = 0,595$ м и радиус заброса пучка

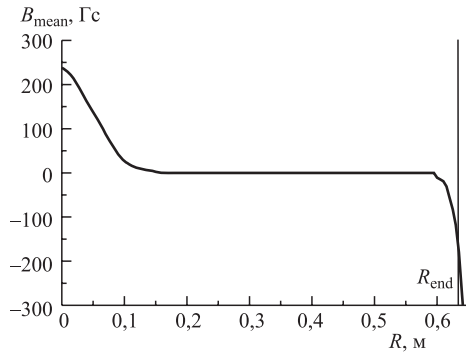


Рис. 1. Маска изохронного магнитного поля

в дефлектор $R_{\text{throw}} = 0,62$ м. Верхняя граница допустимых значений функционального минимума, деленного на значение шага интегрирования функционала, устанавливается на уровне $S_{\text{max}} = 300$ Гс². Граничные условия для токов во всех концентрических катушках: $\pm 97\%$ (± 388 А) от максимально возможных значений (± 400 А). Маска изохронного магнитного поля представлена на рис. 1.

Моделирование режима работы начинается с выбора радиуса рабочей точки R_w , в зависимости от значения которого производится расчет тока в главной катушке. Для различных рассчитанных значений тока в главной катушке выполняются расчеты токов в концентрических катушках. При этом каждое полученное решение проверяется на соответствие заданным граничным условиям. В табл. 1 представлены результаты сделанных расчетов.

Из таблицы видно, что решение укладывается в рамки заданных граничных условий (± 388 А) без фиксации программой значений отдельных компонент на границах области допустимых значений только при значении радиуса рабочей точки, равном 55 см. Данное значение радиуса рабочей точки и принимается за основу для дальнейших расчетов.

Таблица 1. Выбор радиуса рабочей точки

R_w , см	54	54,5	55	55,5	56
I_{mc}	577,916	580,549	583,092	585,587	588,614
I_1	-9,3	0,0	0,3	0,2	0,0
I_2	323,2	294,0	293,3	294,0	294,8
I_3	-54,1	1,3	2,0	0,3	-1,6
I_4	73,2	-3,4	-4,9	-3,6	-1,9
I_5	66,8	142,1	143,3	141,8	140,0
I_6	79,9	22,5	21,1	21,3	21,8
I_7	48,7	75,6	75,3	74,1	72,7
I_8	40,5	32,0	30,7	29,6	28,3
I_9	-95,4	-93,7	-94,9	-96,2	-97,9
I_{10}	-153,6	-156,4	-157,4	-158,0	-158,8
I_{11}	-245,5	-247,3	-249,6	-252,2	-255,5
I_{12}	-209,9	-212,9	-215,6	-216,8	-218,3
I_{13}	-118,0	-124,0	-128,3	-135,5	-144,5
I_{14}	-150,1	-145,4	-145,5	-141,3	-135,5
I_{15}	-329,2	-344,0	-352,4	-364,5	-380,1
I_{16}	-388,0	-385,9	-387,1	-388,0	-388,0
I_{17}	-49,4	-56,4	-61,6	-55,6	-50,0
I_{18}	-115,0	-112,1	-126,4	-166,9	-214,2
I_{19}	-387,9	-387,9	-340,2	-264,1	-173,1
I_{20}	387,9	330,3	239,7	137,6	14,2

Одна из задач по оценке устойчивости получаемого решения связана с оценкой влияния искажений магнитного поля, появляющихся во время включения и работы циклотрона из-за петли гистерезиса, нагрева железа главного магнита и т.п. Другая задача соответствует предположению, что расчет режима работы делается с использованием неточных исходных данных (карты основного магнитного поля). Первая из указанных задач заключается в нахождении решения при исключении из расчета определенного числа концентрических катушек с использованием условно точной карты основного магнитного поля (измеренной с точностью ± 2 Гс на уровне $\sim 1,8$ Тл). В табл. 2 представлены результаты произведения функционального минимума и числа обусловленности системы при последовательном исключении из расчета части задействованных концентрических катушек на основе предложенного выше критерия.

Таблица 2. Произведение функционального минимума S на число обусловленности системы $Cond$

Число катушек	$S \cdot Cond$
20	25355844
19	17433619
18	7223066
17	2974350
16	2730943
15	2699512
14	3052452

Минимум из полученных значений соответствует пяти исключенным концентрическим катушкам. Решения, полученные при использовании как традиционного критерия исключения, так и предложенного выше, $X(S)$ и $X(S \cdot Cond)$ соответственно, представлены в табл. 3, 4. Из таблиц видно, что при использовании различных критериев при одном и том же числе исключаемых концентрических катушек исключаются различные их наборы. Для оценки устойчивости полученных решений необходимо просчитать их относительную погрешность для обоих вариантов исключения. Это можно сделать, внося небольшие возмущения в карту основного магнитного поля в пределах точности ее измерения: $+2$ Гс и -2 Гс на уровне $\sim 1,8$ Тл. Полученные решения представлены в тех же табл. 3, 4. Относительную погрешность расчета можно вычислить по следующей формуле:

$$\sigma = \frac{\|\delta X\|}{\|X\|} \cdot 100; \tag{6}$$

где $\|\delta X\|$ и $\|X\|$ — норма отклонения и норма самого вектора решения, принимаемого за точное.

Относительные погрешности решений для $X(S)$ $\sigma_{1,+2}$, $\sigma_{1,-2}$ и для $X(S \cdot Cond)$ $\sigma_{2,+2}$, $\sigma_{2,-2}$ при этом составляют: $\sigma_{1,+2} = 5,665\%$, $\sigma_{1,-2} = 4,359\%$, $\sigma_{2,+2} = 3,746\%$, $\sigma_{2,-2} = 3,219\%$.

Вторая из указанных задач заключается в нахождении решения при исключении из расчета определенного числа концентрических катушек с использованием возмущенной карты основного магнитного поля. Возмущение берется $+2$ Гс и -2 Гс на уровне $\sim 1,8$ Тл. При этом для каждого вида возмущения находятся по два набора исключаемых концентрических катушек для различных критериев исключения. Число исключаемых концентрических катушек определяется на основе предложенного выше критерия. Относительная погрешность для всех четырех решений рассчитывается аналогично тому, как это было сделано при решении первой задачи. Относительные погрешности решений при этом составляют: $\sigma'_{1,+2} = 5,676\%$, $\sigma'_{1,-2} = 4,359\%$, $\sigma'_{2,+2} = 3,869\%$, $\sigma'_{2,-2} = 3,219\%$. Коэффициент, показывающий, во сколько раз различаются относительные погрешности

Таблица 3. $X(S)$

Параметр	$B_{mc} + 2$	$B_{mc} - 2$	$X(S)$
I_{mc}	582,719	583,437	583,092
I_1	0,0	0,0	0,0
I_2	293,5	293,9	293,5
I_3	0,0	0,0	0,0
I_4	0,0	0,0	0,0
I_5	142,5	143,4	143,5
I_6	0,0	0,0	0,0
I_7	109,1	110,0	109,1
I_8	0,0	0,0	0,0
I_9	-70,4	-70,0	-70,2
I_{10}	-172,1	-172,7	-172,4
I_{11}	-242,9	-242,8	-241,7
I_{12}	-220,4	-221,1	-222,4
I_{13}	-126,5	-122,9	-122,9
I_{14}	-145,0	-148,1	-148,9
I_{15}	-355,0	-349,8	-350,5
I_{16}	-388,0	-383,9	-388,0
I_{17}	-51,7	-69,3	-60,4
I_{18}	-159,0	-105,8	-128,2
I_{19}	-285,1	-378,1	-338,7
I_{20}	177,3	290,8	239,2
S	180,145	196,106	184,425
Cond	47299	127326	49420
$S \cdot \text{Cond}$	8520674	24969319	9114335

Таблица 4. $X(S \cdot \text{Cond})$

Параметр	$B_{mc} + 2$	$B_{mc} - 2$	$X(S \cdot \text{Cond})$
I_{mc}	582,719	583,437	583,092
I_1	0,0	0,0	0,0
I_2	292,5	292,8	292,5
I_3	0,0	0,0	0,0
I_4	0,0	0,0	0,0
I_5	148,3	149,3	149,2
I_6	0,0	0,0	0,0
I_7	92,9	93,3	93,0
I_8	24,0	24,6	23,7
I_9	-92,2	-92,5	-91,9
I_{10}	-157,6	-157,5	-157,8
I_{11}	-252,3	-252,7	-251,4
I_{12}	-206,5	-205,7	-207,0
I_{13}	-148,4	-147,9	-147,7
I_{14}	-117,4	-116,5	-117,2
I_{15}	-379,4	-377,4	-378,9
I_{16}	-387,9	-387,9	-388,0
I_{17}	0,0	0,0	0,0
I_{18}	-259,1	-235,4	-245,5
I_{19}	-193,8	-261,3	-231,5
I_{20}	140,6	244,2	196,1
S	179,567	222,256	206,354
Cond	12582	13540	13082
$S \cdot \text{Cond}$	2259351	3009335	2699512

соответствующих решений, полученных при использовании различных критериев исключения, вычисляется по следующей формуле:

$$k_i = \frac{\sigma_{1,i}}{\sigma_{2,i}}. \quad (7)$$

Значения коэффициента при этом составляют: для первой задачи $k_{+2} = 1,513$, $k_{-2} = 1,354$; и для второй задачи $k'_{+2} = 1,467$, $k'_{-2} = 1,354$. Рассчитанные значения показывают, что решения, полученные с использованием предложенного выше критерия исключения из расчета части задействованных концентрических катушек, являются более устойчивыми, чем решения, полученные с использованием традиционного критерия исключения.

Моделирование режима работы заканчивается расчетом и оценкой циклотронных параметров (частот свободных колебаний, фазового движения ускоряемых частиц). В условиях, когда значения отдельных компонент вектора решения фиксируются программой на границах области допустимых значений, оказывается важным, чтобы решение как можно лучше соответствовало заданным граничным условиям, поскольку это отражается на значениях циклотронных параметров. Расчет циклотронных параметров можно сделать на интерполированной или измеренной карте результирующего магнитного поля по аналитическим формулам, приведенным в [3] и [4]. Интерполяция внутри измеренных карт магнитных полей выполняется на основе метода кубических сплайнов, а между ними —

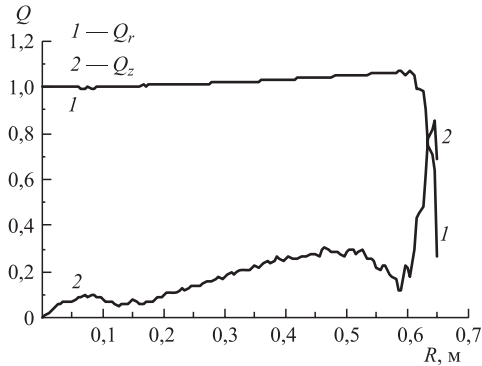


Рис. 2. Частоты свободных колебаний

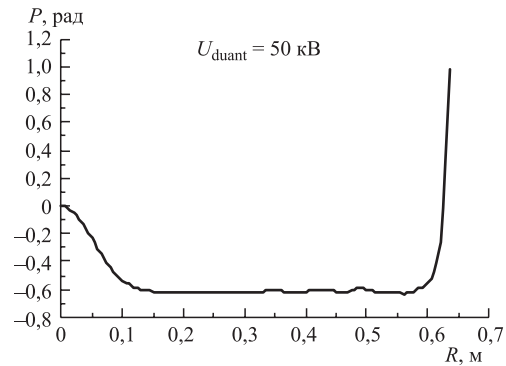


Рис. 3. Фазовое движение

с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа второй степени. Результаты расчетов для рассматриваемого режима работы представлены на рис. 2, 3.

Как видно из рисунков, частота вертикальных свободных колебаний $Q_z > 0,05$ (значения критического для АІС144) во всем диапазоне рабочих радиусов ускорения от источника ионов до системы вывода. Фазовый сдвиг в диапазоне изохронизации магнитного поля составляет $P \sim -35^\circ$, а на радиусе заброса пучка в дефлектор: $P_{\text{throw}} \sim -15^\circ$. Проведенный анализ позволяет сделать вывод о наличии необходимых условий для получения пучка ускоренных ионов во всем диапазоне рабочих радиусов ускорения. Для расчета динамики пучка с учетом искусственно создаваемой первой гармоники рабочего магнитного поля (с целью раскачки пучка и заброса его в дефлектор) необходимо использовать более точные численные методы.

ФИЗИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Использование интерполяции как внутри, так и между измеренными картами магнитных полей позволяет провести интерполяцию карты результирующего магнитного поля вместо его измерения. Это, в свою очередь, позволяет сделать расчет и оценку циклотронных параметров. В результате при условии достаточно малой величины ошибки среднего магнитного поля расчетно-экспериментальные итерации по формированию требуемого магнитного поля могут быть заменены только расчетными. При необходимости карта результирующего магнитного поля может быть измерена и режим работы может быть пересчитан с внесением соответствующей поправки в исходные данные (в маску изохронного магнитного поля).

Ряд физических экспериментов, проведенных на АІС144, подтвердил правомерность такого подхода. Расчеты были сделаны с помощью программы CYCMODE 2007, написанной на С++ с помощью MS Visual С++ в стандарте SDI. На рис. 4, 5 приведены параметры режимов работы и измеренные токи внутренних пучков ускоренных ионов, полученных в двух физических экспериментах (13.02.2007 и 19.02.2007).

Как видно из рисунков, пучки ускоренных протонов были получены в диапазоне радиусов изохронизации требуемого магнитного поля без существенных фазовых потерь.

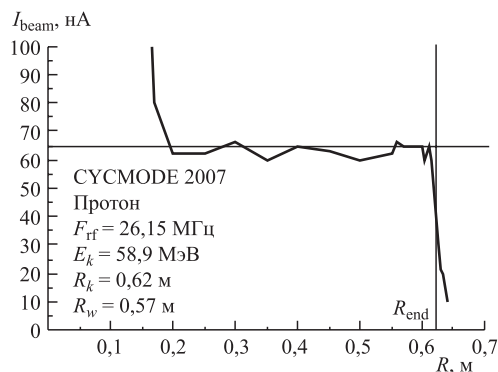


Рис. 4. Измеренный ток пучка (13.02.2007)

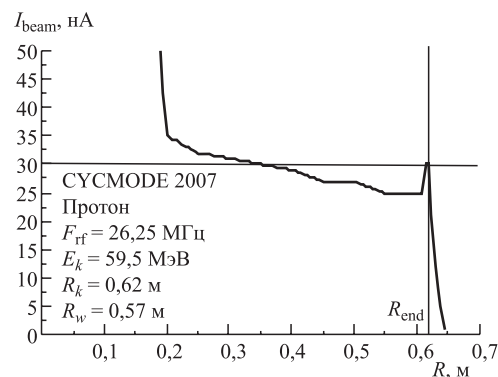


Рис. 5. Измеренный ток пучка (19.02.2007)

При расчетах режимов работы брались значения средних магнитных полей вкладов, откалиброванных по измерениям, проведенным в центре циклотрона.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Работа включила в себя ряд положений из предыдущих разработок, опубликованных в [5, 6]. В результате проделанной работы в целом:

- разработан удачный алгоритм моделирования и уточнена методика расчета режимов работы для многоцелевых изохронных циклотронов;
- на С++ с помощью MS Visual С++ в стандарте SDI создан комплекс из пяти программ Cyclotron Operator HELP 2009, куда входит CYC MODE 2009, позволяющий автоматизировать расчеты и облегчающий работу оператора при переходе на новые режимы работы многоцелевого изохронного циклотрона. Комплекс программ установлен на сервере АИЦ-144;
- на АИЦ-144 получены пучки протонов в диапазоне радиусов ускорения от источника ионов до системы вывода на частотах ВЧ-генератора 23,31, 26,15, 26,155 и 26,25 МГц без ручной подстройки токов в концентрических катушках и частоты ВЧ-генератора. При этом доказана принципиальная возможность работы на частоте ВЧ-генератора $F_{rf} = 26,25$ МГц.

Авторы выражают свою признательность сотрудникам ОИЯИ Е. В. Самсонову и Н. А. Морозову за консультации в области расчета динамики пучка и проведения магнитных измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Схвабэ Е. и др.* Магнитная система автоматического изохронного циклотрона АИЦ-144 // Тр. Междунар. рабочего совещ. по технике изохронных циклотронов, Краков, Польша, 1978. С. 237–256.
2. *Gordon M. M.* Calculation of Isochronous Fields for Sector-Focused Cyclotrons // Part. Accel. 1983. V. 13. P. 67–84.

3. *Киян И. Н., Тарашкевич Р.* Анализ области применения аналитических формул для расчета частот свободных колебаний в изохронных циклотронах. Сообщ. ОИЯИ Р9-2005-114. Дубна, 2005. 10 с.
4. *Stammbach T.* Cyclotrons // Joint Univ. Accelerator School, Archamps, France, 1997.
5. *Киян И. Н.* Новый метод моделирования режимов работы многоцелевого изохронного циклотрона // Письма в ЭЧАЯ. 2006. Т. 3, №7(136). С. 49–54.
6. *Taraszkiewicz R. et al.* Simulation of Operation Modes of Isochronous Cyclotron by a New Iterative Method // Nukleonika. 1997. V. 52, No. 1. P. 29–34.

Получено 14 мая 2009 г.