Р2-2002-62

В. К. Игнатович

НЕЙТРОННЫЕ ЗВЕЗДЫ МОГУТ СУЩЕСТВОВАТЬ БЕЗ ГРАВИТАЦИИ

Направлено в журнал «Ядерная физика»

Введение

Обычно считается, что основной силой, сжимающей звезду, является гравитационная. На самом деле это не так. Существуют другие силы, сжимающие звезду, которые при определенных условиях превосходят гравитационную. Эти силы связаны с упругим рассеянием нейтронов друг на друге.

1. Оптическая энергия нейтронной звезды может во много раз превосходить гравитационную

Мы знаем, что взаимодействие любого вещества с нейтроном описывается оптическим потенциалом [1]. Этот потенциал называется оптическим, потому что он определяет преломление и отражение нейтронов. Он также позволяет удерживать ультрахолодные нейтроны в замкнутом сосуде. Величина оптического потенциала равна

$$u = \frac{\hbar^2}{2m} 4\pi N_0 b,$$

где $\hbar$ — приведенная постоянная Планка, m — масса нейтрона, N_0 — атомная плотность вещества и b — когерентная длина рассеяния на одном ядре вещества. Если $b > 0$, то вещество представляет собой потенциальный барьер, а если $b < 0$, то — потенциальную яму. Для обычных веществ при нормальных плотностях в условиях земной жизни численное значение потенциала можно оценить величиной порядка 100 нэВ. При увеличении плотности величина потенциала растет, и в экстремальных условиях, которые существуют, например, внутри звезд, она может оказаться очень существенной.

Нейтронная звезда состоит из самих нейтронов, и, поскольку длина когерентного нейтрон-нейтронного рассеяния b меньше нуля, звезда для каждого нейтрона представляет собой потенциальную яму. Обозначим через $n(r)$ плотность нейтронов в точке r. Тогда оптическая потенциальная энергия всех нейтронов в окрестности точки r может быть представлена как

$$dU_o(r) = \frac{\hbar^2}{2m} 4\pi n(r) b n(r) d^3 r,$$

и полная оптическая потенциальная энергия всех нейтронов внутри сферы радиуса R равна

$$U_0 = \frac{\hbar^2}{2m} 4\pi b \int\limits_0^R 4\pi n^2(r) r^2 dr.$$

При однородном распределении нейтронов внутри сферы с постоянной плотностью $n(r) = n_0$ имеем

$$U_o = \frac{\hbar^2}{2m} 4\pi b n_0^2 V = \frac{\hbar^2}{2m} 4\pi b n_0 N = \frac{\hbar^2}{2m^3} 4\pi b \frac{M^2}{V} = \frac{3b\hbar^2}{2m^3} \frac{M^2}{R^3}, \qquad (1)$$

где $N = n_0 V$ — полное число нейтронов в звезде, $M = Nm$ — ее масса, а $V = 4\pi R^3/3$ — объем.

Сравним эту энергию с гравитационной

$$U_g = Gm^2 \int\limits_0^R 4\pi n(r) r dr \int\limits_0^r 4\pi n(r') r'^2 dr',$$

которая при однородном распределении равна

$$U_g = \frac{3}{5} G \frac{M^2}{R},$$

где G — гравитационная постоянная. Легко видеть, что $U_o > U_g$ при

$$R < R_0 = \sqrt{\frac{5b\hbar^2}{2m^3 G}} = \frac{1}{m} \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \sqrt{\frac{5}{2} b \frac{\hbar}{mc}} \approx 40 \text{ км}, \qquad (2)$$

если в качестве b взять величину $b = 1.7 \cdot 10^{-12}$ см.

Поскольку обычно радиус нейтронной звезды оценивается величиной [2] 10 км, то при таком радиусе оптическая энергия в $\approx$ 15 раз больше гравитационной, и потому при внезапном выключении гравитационного поля звезда будет удерживаться собственным квантовым оптическим полем. Отметим, что этот результат не зависит ни от массы звезды, ни от ее плотности, т.е. нейтронное вещество с радиусом меньше 40 км удерживается главным образом своим оптическим потенциалом, а не гравитационным.

2. Равновесие нейтронной звезды

Рассмотрим совокупность энергий внутри нейтронной звезды для одной частицы. Если плотность звезды зависит от радиуса $n = n(r)$, то оптическая энергия равна

$$u_o(r) = -\frac{\hbar^2}{2m} 4\pi b n(r),$$

а гравитационная —

$$u_g(r) = -4\pi \frac{Gm^2}{r} \int_0^r n(r') r'^2 dr'.$$

Поскольку нейтронную звезду можно представить как вырожденный нейтронный ферми-газ, то нейтрон в точке r в нерелятивистском случае обладает кинетической энергией [3]

$$\epsilon_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} [3\pi^2 n(r)]^{2/3},$$

которую можно считать химическим потенциалом μ в отсутствие всяких полей. В релятивистском случае кинетическая энергия равна

$$\epsilon_F = c\hbar (3\pi^2 n)^{1/3},$$

где c — скорость света.

При равновесии полный химический потенциал должен быть постоянным внутри звезды. Постоянство химического потенциала приводит к уравнению на $n(r)$:

$$\mu + u_g(r) + u_o(r) = \text{const} \to \epsilon_F(r) + u_g(r) + u_o(r) = \text{const} = u_g(R),$$

из которого следует, что на поверхности нейтронной звезды, вопреки обычному утверждению (см., например, [3]), имеется скачок плотности, который определяется уравнением

$$\epsilon_F(R) + u_o(R) = 0 \to \frac{\hbar^2}{2m} 4\pi b n(R) = \begin{cases} \frac{\hbar^2}{2m} [3\pi^2 n(R)]^{2/3} & \text{нр}, \\ c\hbar (3\pi^2 n)^{1/3} & \text{р}, \end{cases} \tag{3}$$

где нр и р обозначают нерелятивистский и релятивистский случаи. Из уравнения (3) следует, что

$$n(R) = n_0 = \begin{cases} \frac{9\pi^4}{(4\pi)^3 b^3} = 9 \cdot 10^{34}\ \text{см}^{-3} & \text{нр}, \\ \sqrt{3}\pi \left(\sqrt{\frac{mc}{2\pi\hbar b}} \right)^3 = 5 \cdot 10^{37}\ \text{см}^{-3} & \text{р}, \end{cases} \tag{4}$$

или

$$\rho(R) = \rho_0 = mn_0 = \begin{cases} 1.5 \cdot 10^{11} \text{г}/\text{см}^3 & \text{нр}, \\ \\ 8 \cdot 10^{13} \text{г}/\text{см}^3 & \text{р}. \end{cases}$$

В нерелятивистском случае плотность значительно ниже плотности ядра, а в релятивистском — близка к ней. Им отвечает потенциал

$$u_o = \frac{\hbar^2}{m} 2\pi n_0 b = \begin{cases} \approx 0.4 \text{ MeV} & \text{нр}, \\ \\ \approx 200 \text{МэВ} & \text{р}. \end{cases}$$

В нерелятивистском случае энергия на уровне Ферми действительно является нерелятивистской. В релятивистском же случае она релятивистская, но не ультра релятивистская.

Определим теперь равновесный радиус нейтронной звезды. Для этого найдем минимум полной энергии, которая является суммой полных оптической, гравитационной и кинетической энергий: U_o, U_g и E_k, соответственно.

Оптическая и гравитационная энергии при заданном числе частиц N и однородной плотности равны

$$U_o = -\frac{\hbar^2}{2m} 4\pi b \int n^2(r) dV = -\frac{3}{2}\frac{\hbar^2}{m} b \frac{N^2}{R^3}, \quad U_g = -\frac{3}{5} G m^2 \frac{N^2}{R}, \tag{5}$$

кинетические же энергии различаются в релятивистском и нерелятивистском случае, поэтому мы их рассмотрим раздельно.

2.1. Нерелятивистский случай

$$E_k = \frac{\hbar^2}{2m} \int dV \frac{(3\pi^2 n(r))^{5/3}}{5\pi^2} = \frac{3}{10}\frac{\hbar^2}{m} \left(\frac{9\pi}{4}\right)^{2/3} \frac{N^{5/3}}{R^2}. \tag{6}$$

Радиус R определяется из условия минимума для энергии $E_k + U_o + U_g$:

$$-\frac{3}{5}\left(\frac{9\pi}{4}\right)^{2/3} \frac{N^{-1/3}}{R^3} + \frac{9}{2}\frac{b}{R^4} + \frac{3m^3}{5\hbar^2}\frac{G}{R^2} = 0, \tag{7}$$

которое приводит к уравнению

$$G\frac{2m^3}{5\hbar^2} R^2 - \frac{2}{5}\left(\frac{9\pi}{4}\right)^{2/3} N^{-1/3} R + 3b = 0. \tag{8}$$

Учитывая выражение (2), перепишем уравнение (8) в виде

$$\frac{R^2}{R_0^2} - \frac{2}{5}\left(\frac{9\pi}{4}\right)^{2/3} \frac{R_0}{bN^{1/3}}\frac{R}{R_0} + 3 = 0, \tag{9}$$

и после замены переменных $R = xR_0$ получаем

$$x^2 - 1.5\alpha x + 3 = 0, \tag{10}$$

где введено обозначение $\alpha = R_0/N^{1/3}b$. Уравнение (10) имеет действительные решения только при $\alpha^2 > 12/(1.5)^2$, или при $N < N_0 = 0.08(R_0/b)^3 = 10^{54}$ н/см^3. Т.е. масса нейтронной звезды не может превышать $1.67 \cdot 10^{30}$ г, что составляет примерно 0.1% $M_\odot$, где $M_\odot$ — масса Солнца.

Решение уравнения (10) дает равновесный радиус

$$R = R_0\left[0.75\alpha \pm \sqrt{(0.75\alpha)^2 - 3}\right]. \tag{11}$$

Верхнее значение отвечает устойчивому равновесию. В этом случае $R > R_0$ и гравитационное взаимодействие сильнее оптического. Нижнее значение радиуса отвечает неустойчивому равновесию. При этом значении радиуса должны происходить фазовые переходы, и нейтронная звезда может перейти в сверхтекучее состояние [4, 5], или схлопнуться в черную дыру.

При массе $M > M_0$ звезда в своей эволюции, возможно, сразу переходит в сверхтекучее состояние, минуя несверхтекучую фазу.

2.2. Релятивистский случай

В релятивистском случае вместо (6) следует использовать выражение

$$E_k = c\hbar\int\limits_0^{k_F} k\frac{d^3kV}{(2\pi)^3} = c\hbar\frac{3}{4}\frac{k_F^4 V}{3\pi^2} = c\hbar\left(\frac{9\pi}{4}\right)^{1/3}\frac{3}{4R}N^{4/3}.$$

Условие минимума для энергии выглядит теперь следующим образом:

$$-\frac{mc}{\hbar}\left(\frac{9\pi}{4}\right)^{1/3}\frac{1}{2R^2}N^{-2/3} + \frac{3b}{R^4} + \frac{2m^3}{5\hbar^2}\frac{G}{R^2} = 0,$$

и оно приводит к уравнению

$$2G\frac{m^3}{5\hbar^2}R^2 - \frac{mc}{\hbar}\left(\frac{9\pi}{4}\right)^{1/3}\frac{R^2}{2}N^{-2/3} + 3b = 0. \tag{12}$$

Учитывая выражение (2), перепишем уравнение (12) в виде

$$\frac{R^2}{R_0^2}\left[1 - R_0^2\frac{mc}{2\hbar b}\left(\frac{9\pi}{4}\right)^{1/3} N^{-2/3}\right] + 3 = 0, \tag{13}$$

и после замены переменных $R = xR_0$ получаем

$$x^2\left[R_0^2\frac{mc}{\hbar b}\frac{0.96}{N^{2/3}} - 1\right] = 3. \tag{14}$$

Уравнение (14) имеет действительное решение только при $N < N_0 = [R_0\sqrt{mc/\hbar b}]^3 = 10^{58}$ или при $M < 1.67 \cdot 10^{34}$ г, что соответствует примерно $10M_\odot$. При этом равновесный радиус равен

$$R = R_0\sqrt{\frac{3}{(N_0/N)^{2/3} - 1}}, \tag{15}$$

и равновесие звезды оказывается неустойчивым, независимо от того, будет ли R больше или меньше, чем R_0.

3. Заключение

Согласно существующим представлениям [2, 3, 7, 8] плотность нейтронных звезд равна 10^{38} н/см^3, или 10^{14} г/см^3, радиусы их порядка 10 км, а их массы могут сильно варьироваться но имеют верхний предел порядка 3-х масс Солнца.

Результаты, полученные выше, противоречат этим представлениям. Нейтронная звезда в несверхтекучем состоянии может быть значительно менее плотна (4), может иметь сравнительно малую массу, и радиус ее в устойчивом состоянии превышает 40 км (2).

Более массивные звезды, для которых существенны релятивистские эффекты, всегда нестабильны независимо от того, больше их равновесный радиус чем 40 км или меньше. Этот результат, правда, был получен для нулевой температуры. При ненулевой температуре звезда в процессе эволюции может задержаться вблизи равновесного радиуса на время ее остывания.

Интересно отметить, что, чем меньше равновесный радиус звезды, тем меньше ее масса. Из соотношения (15) следует соотношение между равновесным радиусом звезды и ее массой:

$$\frac{M}{R^3}(3R_0^2 + R^2)^{3/2} = 10M_\odot. \tag{16}$$

Если экстраполировать радиус R к размеру нуклона $1.5 \cdot 10^{-13}$ см, то мы получим $M = 0.1M_n$, где M_n — масса нуклона.

Отличие полученных здесь результатов от стандартных вызвано тем, что при стандартном подходе к нейтронным звездам упускается из виду важное взаимодействие внутри нее, обусловленное когерентным нейтрон-нейтронным рассеянием и приводящее к силам, которые можно назвать нейтрострикцией.

Конечно, при высоких энергиях внутри звезды необходимо учитывать зависимость упругого потенциального рассеяния от энергии нейтронов, например по теории эффективного радиуса. Если амплитуду рассеяния представить в виде [9]

$$f = -\frac{b}{1 - br_0k^2},$$

где b — длина рассеяния, а r_0 — радиус нейтрона $\approx 10^{-13}$ см, то при энергии 0.4 МэВ учет знаменателя приводит к уменьшению $|b|$ примерно в 2 раза. При уменьшении $|b|$ характерный радиус R_0 также уменьшается, а плотность n_0 и предельная масса M_0 возрастают.

Для тяжелых нейтронных звезд с плотностью, близкой к ядерным, изменение амплитуды упругого рассеяния может быть существенным, что может привести к уменьшению радиуса R_0 до уровня, меньшего чем 10 км.

Мы рассмотрели оптический потенциал, создаваемый s-рассеянием. При сравнительно высоких энергиях 0.4 МэВ необходимо учесть вклад p-рассеяния и рассеяний с другими угловыми моментами. Необходимо также учесть зависимость оптического потенциала от структуры нейтронной звезды.

Мы не задавались целью пересмотреть здесь всю теорию нейтронных звезд, а хотели только обратить внимание на одно интересное обстоятельство, которое до сих пор ускользало от внимания исследователей и которое может играть существенную роль в эволюции звезд, причем не только нейтронных.

Автор благодарен Ю. Петрову и В. Любошицу за интересное обсуждение, а также Б.В. Васильеву и С. Борзакову за полезные замечания.

Список литературы

[1] *Ignatovich V.K.* The physics of ultracold neutrons. Oxford: Clarendon Press, 1990.

[2] *Ленг К.* Астрофизические формулы. М.: Мир, 1978. *Lang K.R.* Astrophysical formulae. Berlin, Heidelberg, N.Y.: Springer-Verlag, 1974.

[3] *Л.Д.Ландау* Теоретическая физика. Т. 5: Статистическая физика. М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1995. ч. 1.

[4] *Яковлев Д.Г.* Сверхтекучесть в нейтронных звездах. Лекция на XXXVI зимней школе ПИЯФ по физике атомного ядра и элементарных частиц, С.-Пб., Репино, 2002.

[5] *Шагинян В.* Необычная ферми-жидкость. Лекция на XXXVI зимней школе ПИЯФ по физике атомного ядра и элементарных частиц, С.-Пб., Репино, 2002.

[6] *Липунов В.М.* Физика нейтронных звезд М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.

[7] *Бисноватый-Коган Г.С.* Физические вопросы звездной эволюции. М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.

[8] *Саакян Г.С.* Физика нейтронных звезд. Дубна: ОИЯИ, 1995.

[9] *Гуревич И.И., Тарасов Л.В.* Физика нейтронов низких энергий. М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1965. С. 22.

Получено 1 апреля 2002 г.

Игнатович В. К. P2-2002-62
Нейтронные звезды могут существовать без гравитации

Показано, что нейтронная звезда, кроме гравитации, удерживается также собственными силами нейтрострикции, которые могут превосходить гравитационные. Поэтому при внезапном выключении гравитационного поля нейтронная звезда может не разлететься.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики им. И. М. Франка ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2002

Перевод автора

Ignatovich V. K. P2-2002-62
Neutron Stars May Stay Compact without Gravitation

It is demonstrated that not only gravity, but also the own neutrostriction forces hold the neutron star. The last ones can be stronger than gravitational forces. So, after sudden switching of the gravity forces off, the neutron star may remain compact.

The investigation has been performed at the Frank Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2002

Редактор *М. И. Зарубина*
Макет *Н. А. Киселевой*

ЛР № 020579 от 23.06.97.
Подписано в печать 14.05.2002.
Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 0,5. Уч.-изд. л. 0,48. Тираж 425 экз. Заказ № 53274.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.