

P13-2002-194

**КОМПЛЕКС ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ПРЕЦИЗИОННОЙ
ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КАРТЫ
МАГНИТНОГО ПОЛЯ
ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЙ ЕГО КОМПОНЕНТ
НА ГРАНИЦЕ РАССМАТРИВАЕМОЙ ОБЛАСТИ**

Направлено в журнал «Nuclear Instruments and Methods A»

А. Г. Артюх, А. В. Белов¹, Т. В. Белякова¹, Ф. Косьцельняк², В. П. Кухтин¹,
Е. А. Ламзин¹, А. Г. Семченков³, О. В. Семченкова³, Ю. М. Середа⁴,
Ю. Г. Тетерев, С. Е. Сычевский¹, О. Г. Филатов¹, Н. А. Шатиль¹,
Я. Шмидер²

¹Научно-исследовательский институт электрофизической аппаратуры
им. Д. В. Ефремова, НТЦ «Синтез», Санкт-Петербург

²Институт ядерной физики им. Г. Неводничанского, Краков, Польша

³Санкт-Петербургский государственный университет,
Научно-исследовательский институт физики им. В. А. Фока, Санкт-Петербург,
Петродворец

⁴Институт ядерной физики, Киев

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время существуют два основных вида экспериментальных работ в физике элементарных частиц – эксперименты на установках с неподвижной мишенью и на коллайдерах [1]. Значительная часть магнитных систем этих установок (детекторов, сепараторов, каналов транспортировки заряженных частиц и т. п.) характеризуется наличием рабочей зоны, свободной от магнитных и токонесущих элементов, в которой магнитное поле должно удовлетворять требуемому закону распределения [2–6]. На основе этого распределения осуществляется как обработка данных эксперимента для уточнения характеристик частиц путем исследования их движения в магнитном поле, так и расчет динамики движения частиц.

В частности, в экспериментах на коллайдерах детектор вторичных частиц должен перекрывать полный телесный угол и быть способным к регистрации информации о всех событиях, возникающих в столкновениях встречных пучков [2, 3]. С тем чтобы информация о вторичных частицах была возможно более полной, необходимо создавать детекторы весьма больших размеров, содержащие значительное число сложных подсистем [1, 2, 3, 7], включая магнитный спектрометр. Для проведения траекторного анализа заряженных частиц, на основе которого проводится оценка их кинематических характеристик, необходимо знать распределение магнитного поля внутри рабочей области с точностью, обусловленной разрешением магнитного спектрометра. При этом решение задачи реконструкции траекторий требует разработки эффективных и быстрых процедур восстановления поля в любой требуемой точке внутри рабочей области детектора.

Дополнительную сложность в представлении поля применительно к задаче траекторного анализа вызывает то обстоятельство, что поле магнитной системы детектора не описывается в виде достаточно простых аналитических моделей в соответствии с требуемым законом распределения [7], как, например, в дипольных и квадрупольных магнитах. С другой стороны, сложность реконструкции поля в мультипольных магнитах обусловлена достаточно высокими требованиями к распределению их магнитного поля в рабочей области.

Часто требуется создать магнитные системы транспортировки заряженных частиц с совмещенными функциями [4,5,6,8–14], что также приводит к необходимости анализа полей сложной конфигурации.

Цель данной работы заключается в рассмотрении возможности реконструкции магнитного поля на базе решения краевых задач. Будет показана работоспособность разработанной методики, алгоритма и программного обеспечения, а также сформулированы условия достижения требуемой точности восстановления поля с использованием данных магнитных измерений, выполненных на границе рабочей области.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В общем случае в существенно неоднородных полях численные таблицы с детальным описанием магнитного поля могут содержать около $10^6\text{--}10^9$ индивидуальных значений поля. При этом получение обобщенной карты поля требует разработки эффективных и быстрых процедур для его реконструкции в произвольной точке внутри рабочей области.

Могут быть рассмотрены два различных подхода к проблеме реконструкции поля, проводимой на основе данных магнитных измерений:

- прямое измерение поля в узлах достаточно частой пространственной сетки, перекрывающей изучаемую область Ω ;
- решение краевой задачи для уравнения Лапласа с граничными условиями, определяемыми компонентами поля, измеренными на замкнутой границе S области Ω .

Достоинства второго подхода, хотя и не бесспорны [7], достаточно хорошо известны [15–19]. Его использование в случае требуемого детального описания магнитного поля в рабочей зоне позволяет сократить объем измерений примерно на порядок. Оценка требуемого масштаба времени при измерениях определяется особенностями реализации конкретной системы измерения. Если, например, внутри области необходимо измерить поле в $(1\text{--}10)\cdot10^6$ точках и время измерений / вычислений компонент поля в точке составляет 1 с, очевидно, необходимо затратить 12–120 суток непрерывной работы. Выбор конкретной измерительной схемы, всегда являющийся компромиссом различных факторов, в том числе между объемом работы при измерениях и точностью восстановления поля по данным этих измерений, определяет особенность реализации системы измерений. Возможны два способа реконструкции поля по данным граничных измерений [15], рассматриваемые ниже.

1.1. Реконструкция поля на основе решения задачи Дирихле

Первый способ заключается в решении краевой задачи Дирихле для уравнения Лапласа относительно компонент индукции магнитного поля $B^{(l)}$, $l = x, y, z$:

$$\nabla^2 B^{(l)} = 0, \quad B^{(l)}|_S = B^{(l)\text{mes}}.$$

Здесь $\vec{B} = B^{(l)}\vec{e}_l$, \vec{e}_l – орты декартовой системы координат, $B^{(l)\text{mes}}$ – данные измерений.

Найденная в результате решения задачи функция $B^{(l)\text{cal}}$ является гармонической, как и истинное решение задачи $B^{(l)\text{real}}$. В силу этого разность $(B^{(l)\text{cal}} - B^{(l)\text{real}})$ также является гармонической функцией [16] и достигает своего максимума и минимума на границе S области Ω (принцип максимального значения [20]). Если решение краевой задачи найдено точно, то $B^{(l)\text{cal}}$ внутри области Ω отличается от $B^{(l)\text{real}}$ не больше, чем на границе S , т.е. разность $|B^{(l)\text{cal}} - B^{(l)\text{real}}|$ не превосходит ошибки магнитных измерений:

$$|B^{(l)\text{cal}} - B^{(l)\text{real}}|_{\Omega} \leq \max |B^{(l)\text{cal}} - B^{(l)\text{real}}|_S \approx \max |B^{(l)\text{mes}} - B^{(l)\text{real}}|_S.$$

При этом на практике наблюдается быстрое затухание высокочастотной составляющей ошибки, обусловленной случайными ошибками магнитных измерений при движении точки наблюдения внутрь области [16,17], так что интегральная точность восстановления поля, как правило, существенно выше точности магнитных измерений.

Математическая корректность данного подхода не вызывает сомнений. На практике в зависимости от схемы организации измерений (например, с использованием одно- или трехкомпонентных датчиков Холла) возможны деформации сетки на границах области при расчете различных компонент поля, что, однако, не представляет существенных проблем с точки зрения восстановления поля внутри области. Главный недостаток такого подхода заключается в необходимости измерения всех трех компонент поля на границе области.

1.2. Реконструкция поля на основе решения задачи Неймана или смешанной краевой задачи

Другой способ реконструкции поля заключается в применении скалярного

магнитного потенциала V для представления \vec{B} в виде

$$\vec{B} = -\nabla V.$$

В принципе, здесь могут быть рассмотрены три краевые задачи:

1) задача Неймана:

$$\nabla^2 V = 0, \quad \partial V / \partial n|_S = B_n^{\text{mes}};$$

2) задача Дирихле:

$$\nabla^2 V = 0, \quad V_S = V^{\text{mes,cal}};$$

3) смешанная задача:

$$\nabla^2 V = 0, \quad V|_{S_1} = V^{\text{mes,cal}}, \quad \partial V / \partial n|_{S_2} = B_n^{\text{mes}}, \quad S_1 \cup S_2 = S.$$

Наиболее привлекательной на первый взгляд представляется первая задача.

Достаточно измерить одну (а не три, как ранее) компоненту B_n^{mes} вектора \vec{B} , нормальную к границе S . Это приводит к трехкратному уменьшению затрат на магнитные измерения.

Однако внутренняя краевая задача с граничными условиями II рода (задача Неймана) корректна только в том случае, если суммарный поток вектора магнитной индукции через замкнутую границу расчетной области равен нулю [20]. Это свойство гармонических функций, которое можно интерпретировать как условие отсутствия источников поля внутри расчетной области.

Таким образом, для успешного численного восстановления поля в области Ω должно быть обеспечено в математическом смысле выполнение условия

$$\oint_S B_n dS = 0.$$

В силу ошибок измерения поля на границах области последнее условие не является точным.

Так как решение задачи Неймана определяется с точностью до произвольной постоянной [21], матрица системы алгебраических уравнений, возникающих при дискретизации краевой задачи, является вырожденной. Выбор конкретного решения определяется путем задания потенциала $V = V_0$ в произвольной точке внутри расчетной области. Однако полученная в результате такой процедуры матрица системы

алгебраических уравнений является плохо обусловленной. Относительная ошибка $\delta_{V^{\text{cal}}} = \|\Delta V^{\text{cal}}\| / \|V^{\text{real}}\|$ решения системы уравнений, вызванная относительными ошибками измерений $\delta_{B^{\text{mes}}} = \|\Delta B_n^{\text{mes}}\| / \|B_n^{\text{real}}\|$ на границе S , может достигать большой величины, поскольку имеет место неравенство

$$\delta_{V^{\text{cal}}} \leq k \cdot \delta_{B^{\text{mes}}},$$

где k – число обусловленности матрицы системы уравнений. При этом $k \gg 1$ [21].

Принято считать, что процедура численного дифференцирования для определения компонент поля вектора индукции $\vec{B} = -\nabla V$ дает погрешность $\delta_{B^{\text{cal}}} = \|\Delta B^{\text{cal}}\| / \|B^{\text{real}}\|$ примерно на порядок выше, чем $\delta_{V^{\text{cal}}}$.

Краевая задача Дирихле или смешанная краевая задача приводят к системам уравнений с меньшим числом обусловленности. Решение внутренней задачи Дирихле единственно и непрерывно зависит от граничных значений [20].

На практике вычисление потенциала на границе сводится к интегрированию различных компонент поля вдоль линий на поверхности расчетной области [15,16]. При этом можно существенно сократить объем измерений, так как нет необходимости измерять все три компоненты поля на границе области [15]. Однако вычисление криволинейных интегралов на поверхности расчетной области является дополнительным источником вычислительных ошибок. Оптимальный выбор согласованной схемы измерений и расчетов диктуется геометрической формой изучаемой области и конфигурацией магнитного поля.

2. АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Анализ различных подходов к решению линейной задачи магнитостатики выполнялся многократно в течение последних десятилетий (см., например, труды конференций COMPUMAG, INTERMAG, МТ и т.п.) и не является целью данной работы. Авторы использовали уже стандартный к настоящему времени подход, базирующийся на методе конечных элементов [22,23]. Разработка специализированного программного обеспечения, предназначенного для решения задачи реконструкции магнитного поля по данным магнитных измерений, была выполнена путем модернизации комплекса программ КОМПОТ [23].

Разбивая расчетную область на конечные элементы:

$$\Omega = \bigcup_e \Omega_e, \quad S = \bigcup_e S_e,$$

принимая внутри элемента интерполяцию:

$$V = \sum_i N_i V_i,$$

аналогично для каждой компоненты вектора магнитной индукции:

$$B^{(l)} = \sum_i N_i B_i^{(l)}, \quad l = x, y, z,$$

где

N_i – известные функции формы,

$V_i, B_i^{(l)}$ – значения потенциалов и компонент поля в узловых точках,

можно записать окончательную форму алгебраических уравнений для $\forall i \in [1, N_{\text{eq}}]$,

N_{eq} – полное число узлов:

$$\sum_{(e)} \sum_j \left[\int_{\Omega_e} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) d\Omega \right] V_j = - \sum_{(e)} \int_{S_e} N_i B_n^{\text{mes}} dS. \quad (2.1)$$

Суммирование по (e) означает сборку по элементам, окружающих узел i , суммирование по j – сборку по всем узлам элемента (e) .

Внутри элемента:

$$\vec{B} = -\nabla V = - \left(\left(\sum_i \frac{\partial N_i}{\partial x} V_i \right) \vec{e}_x + \left(\sum_i \frac{\partial N_i}{\partial y} V_i \right) \vec{e}_y + \left(\sum_i \frac{\partial N_i}{\partial z} V_i \right) \vec{e}_z \right).$$

В случае решения задачи относительно компонент поля правая часть в (2.1) обращается в нуль. Суммирование проводится только по внутренним узлам области, а во всех граничных узлах задается условие I рода (условие Дирихле):

$$B_i^{(l)} = B_i^{(l)\text{mes}} \quad (l = x, y, z; \quad i \in S).$$

В качестве функций формы N_i в комплексе программ КОМПОТ используются трилинейные функции формы, определенные на гексаэдре, вида [24]:

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(1 + \zeta_i \zeta),$$

ξ, η, ζ – барицентрические координаты; $\xi_i, \eta_i, \zeta_i = \pm 1$.

Точность решения задачи определяется в значительной мере точностью вычисления интеграла в правой части (1). Стандартный путь численного интегрирования при использовании конечно-элементной модели – применение квадратурных формул Гаусса–Лежандра. При этом порядок квадратурных формул зависит от порядка полиномов, аппроксимирующих подынтегральную функцию [22]. Вычисление магнитного потока через грань конечного элемента

$$\Phi = \int_{S_e} B_n dS$$

с использованием понятий дифференциальной геометрии может быть выполнено и аналитически [25].

С целью повышения гибкости программного обеспечения, а также обеспечения требуемой точности интегрирования $\int B_n dS$ была разработана специальная программа интерполяции данных магнитных измерений на основе эрмитова кубического интерполянта [26] с использованием кубических парабол, определенных на локальных подобластях границы расчетной области (см. Приложение).

Предварительная верификация программного обеспечения была необходима лишь на стадии отладки вновь разработанных процедур, поскольку сам комплекс программ КОМПРОТ [23] эксплуатируется уже более 20 лет в НИИ электрофизической аппаратуры им.Д.В.Ефремова и многократно применялся для расчетов, в том числе прецизионных, различных магнитных систем.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

1. Верификация алгоритма и программного обеспечения для решения задачи реконструкции магнитного поля проводилась с использованием ряда тестовых моделей измерительных системы. Это позволило на первом этапе проанализировать влияние различных типов как возможных измерительных, так и вычислительных ошибок, встречающихся на практике.

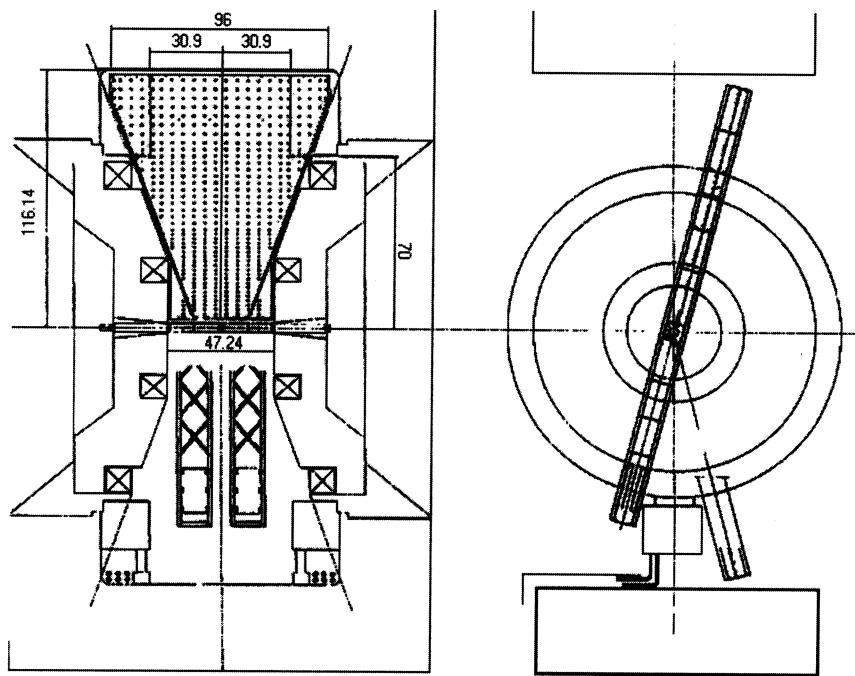


Рис. 1. Система измерения поля центрального магнита детектора PHENIX

R
Z

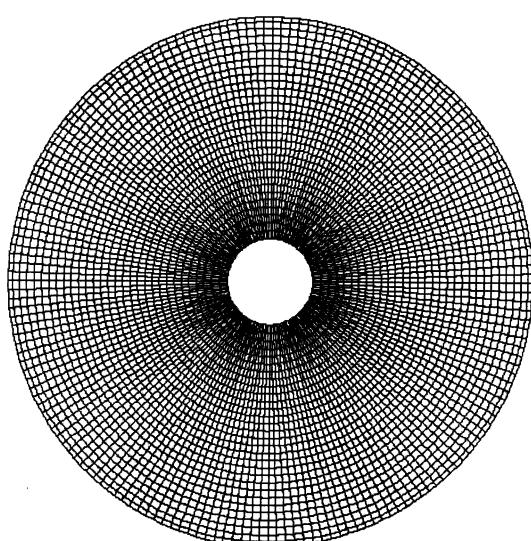
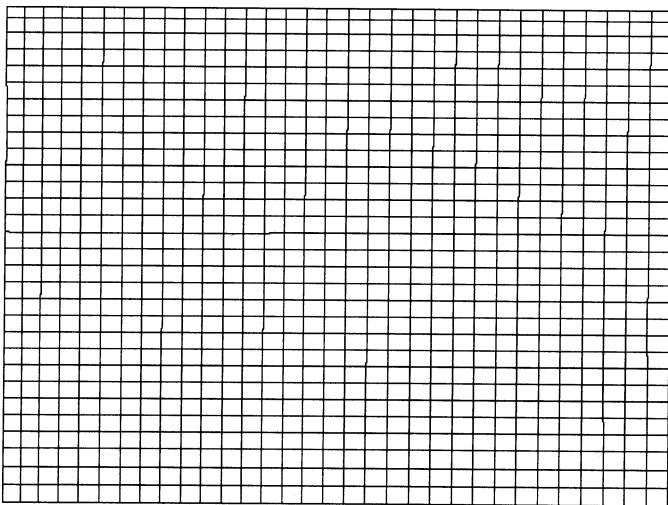


Рис. 2. Характерные сечения пространственной конечно-элементной сетки цилиндрической системы координат для восстановления поля в рабочей области центрального магнита детектора PHENIX

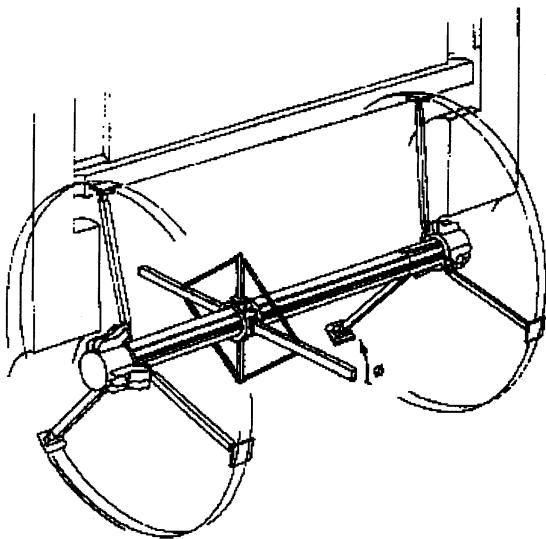


Рис. 3 Измерительная система, заимствованная из [7]

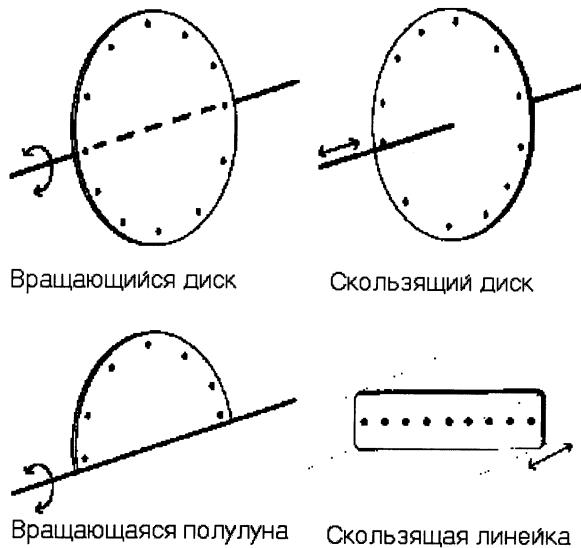


Рис. 4. Измерительная система METROLAB Instruments, заимствованная из [4]

На практике для решения задачи реконструкции магнитного поля используются различные модификации измерительных систем [2 – 4, 7], которые по сути сводятся к перемещению некоторой достаточно жесткой конструкции с закрепленными на ней датчиками таким образом, чтобы замкнутая поверхность, на которой измеряется распределение компонент магнитного поля, охватывала рабочий объем. На рис.1 приведен пример измерительной системы [2] детектора PHENIX BNL USA. На рис.3 в качестве примера приведено измерительное устройство, взятое из [7]. На рис.4 представлены принципы работы измерительных устройств фирмы METROLAB (Швейцария), заимствованные из [4]. На рис.5 приведен пример измерительной системы фрагмент-сепаратора КОМБАС ЛЯР ОИЯИ (Дубна). Первые три из описанных моделей использовались в данной работе при решении численных модельных задач.

Измерительная система [6, 8], приведенная на рис.5, использовалась в ЛЯР ОИЯИ с целью анализа поля схематически представленного на рис.6 магнита М1 фрагмент-сепаратора КОМБАС [6, 11 – 13]. Позиционирование перемещаемых с помощью подвижных измерительных головок датчиков Холла в указанных позициях позволило выполнить измерения компонент магнитного поля как внутри рабочей области, так и на ее границе. Эти данные были использованы для численной реконструкции поля и для прямого вычисления разности $(B^{(l)cal} - B^{(l)mes})$ во всем объеме рабочей области. Эта разность характеризует качество как восстановления магнитного поля, так и, вообще говоря, магнитных измерений.

3.1 Анализ ошибок

Как показано в теории метода конечных элементов, для уравнений эллиптического типа второго порядка кусочно-линейная аппроксимация решения V^h краевой задачи удовлетворяет неравенству [22]

$$\|V - V^h\|_1 \leq \text{const} \cdot h \|V\|_2 , \quad (3.1)$$

где $V^h \in H^1$, $V \in H^2$ и является точным решением, H^s – пространство Соболева с нормой $\|\cdot\|_s$, определенной на классе квадратично интегрируемых функций и их производных до порядка s включительно; h – эффективный диаметр конечного элемента.

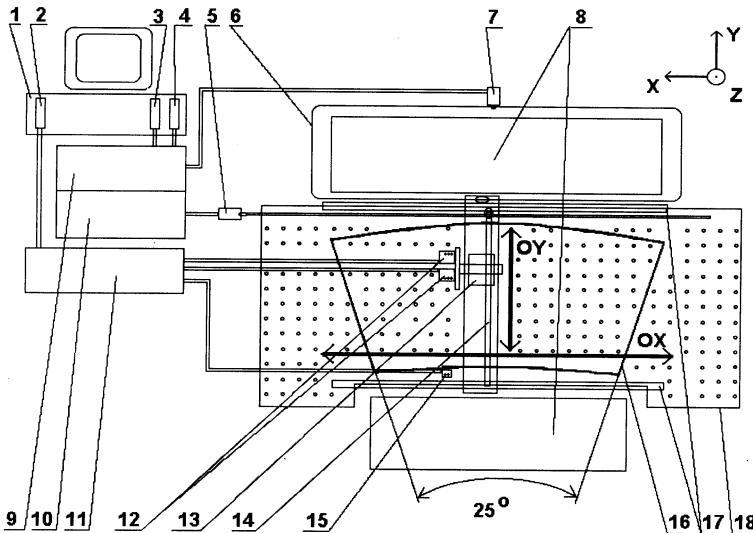


Рис. 5. Блок-схема автоматизированной системы измерения магнитного поля магнитов M1 и M8 масс-сепаратора КОМБАС:

- 1 – управляющий компьютер IBM PC AT (486);
- 2 – контроллер соединения с цифровым вольтметром SOLARTRON;
- 3 – контроллер блока питания шагового двигателя перемещения в направлении X;
- 4 – контроллер блока питания шагового двигателя перемещения в направлении Y;
- 5 – шаговый двигатель перемещения в направлении Y;
- 6 – привод шагового двигателя перемещения в направлении X;
- 7 – шаговый двигатель перемещения в направлении X;
- 8 – магнит M1;
- 9 – источник питания шагового двигателя перемещения в направлении X;
- 10 – источник питания шагового двигателя перемещения в направлении Y;
- 11 – прецизионный цифровой вольтметр SOLARTRON;
- 12 – две измерительные головки с тремя датчиками Холла на каждой;
- 13 – измерительная каретка;
- 14 – привод шагового двигателя перемещения в направлении Y;
- 15 – контрольные датчики Холла;
- 16 – область, соответствующая эффективным размерам магнита (угол поворота 25° , радиус $R_0=4$ м);
- 17 – направляющие измерительной каретки;
- 18 – область измерения магнитного поля

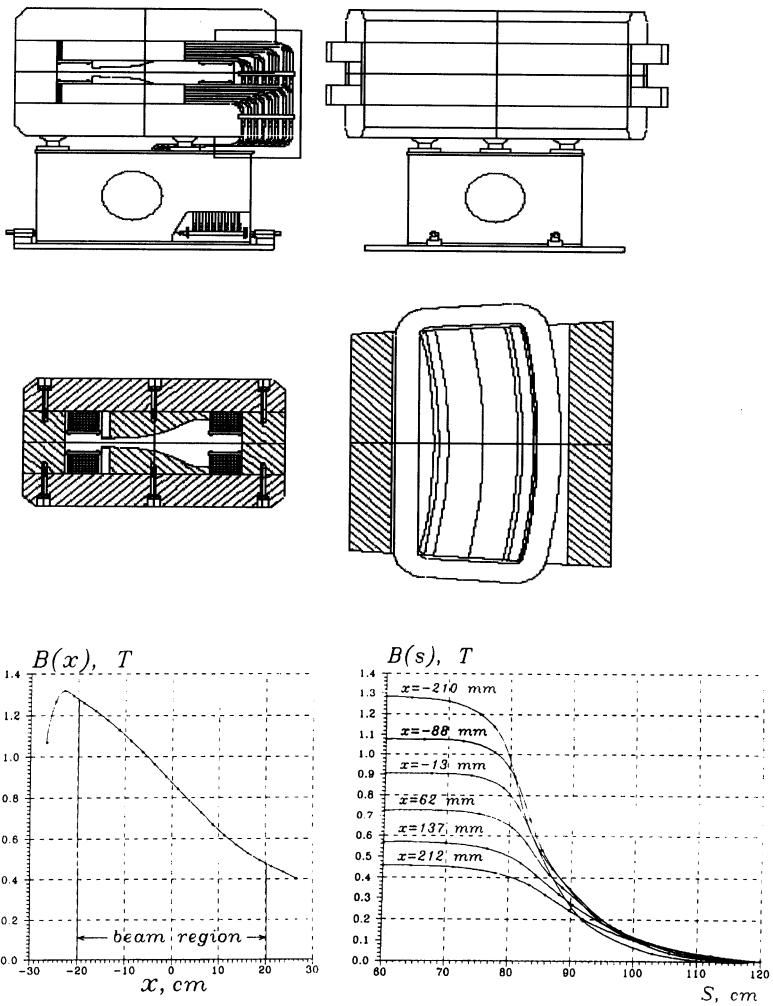


Рис. 6. Сечение магнита М1 масс-сепаратора КОМБАС. Распределение магнитного поля в центральном сечении и вдоль продольной оси в зависимости от радиального смещения

Таким образом, ошибка дискретизации (аппроксимации) зависит как от числа разбиений расчетной области на конечные элементы, так и от характера поведения искомой функции в этой области, т.е. от типа источника магнитного поля. Ошибка конечно-элементного решения определяется, в том числе, постоянной в (3.1), величина которой пропорциональна обусловленности k конечно-элементной системы уравнений.

Другой вид вычислительных ошибок связан с интерполяцией данных магнитных измерений для получения распределения нормальной компоненты поля B_n на границе расчетной области, используемого при вычислении правой части системы конечно-элементных уравнений (1) или для задания компонент поля в граничных узлах в случае решения задачи Дирихле.

Кроме вычислительных ошибок, существуют ошибки магнитных измерений, обусловленные как погрешностью измерения поля датчиками ($\approx 5 \cdot 10^{-2} - 10^{-5}$), так и их позиционированием.

Поскольку на практике не представляется возможным выполнить анализ рассмотренных ошибок и их зависимостей от основных параметров задачи в явном виде, оценка их величины проводилась на основе ряда численных моделей.

3.2. Восстановление поля по нормальной компоненте индукции, измеренной на границе области (задача Неймана)

В данном случае реконструкция магнитного поля проводилась с использованием модели измерительной системы центрального магнита детектора PHENIX (рис.1), которая в самых общих чертах представляет собой плоскую раму, по периферии которой смонтированы датчики Холла. Рама вращается вокруг оси, проходящей через центр магнита. В плоскости рамы установлен ряд контрольных датчиков. Расчетная область в сечении $\varphi=\text{const}$ цилиндрической системы координат (r, φ, z) близка к прямоугольной, ограниченной линиями $Z_{\min} = -22.625$ дюйма, $Z_{\max} = 22.625$ дюйма, $R_{\min} = 7.188$ дюйма, $R_{\max} = 39.25$ дюйма. На рис.2 приведены характерные сечения в плоскостях $\varphi=\text{const}$ и $z=\text{const}$ конечно-элементной сетки расчетной области. Поворот сечения $\varphi=\text{const}$ вокруг оси Z обеспечивает построение пространственной сетки. Число узлов конечно-элементной модели было выбрано с учетом расположения датчиков магнитного поля. Расчетная область в направлении z была разбита на 32 шага, в

направлении r – на 30 шагов и в направлении φ – на 180 шагов, так что полное число элементов сетки составило 162 000.

Рассматривались распределения магнитного поля следующего вида:

- 1) однородное поле (FU), задаваемое аналитическим способом;
- 2) задаваемое в аналитическом виде поле магнитного диполя (FD), локализованное в центре расчетной области и характеризующееся значительным градиентом магнитного поля;
- 3) задаваемое в аналитическом виде поле от системы двух катушек (FC) (две круговые токовые нити с центрами в точках $r=0, z=\pm 130$ см и радиусами 65 см), близкое по характеру распределения к реальному полю рассматриваемой магнитной системы.

Поскольку краевая задача Неймана имеет решение только в случае

$$\oint_S B_n dS = 0,$$

очевидно, что точность восстановления магнитного поля $\delta_{B^{cal}}$ по данным магнитных измерений зависит от точности удовлетворения этому условию.

В процессе проведения численных экспериментов проводилась оценка величины дисбаланса магнитного потока

$$\delta_\Phi = \left| \oint_S B_n dS / \int_{S_1} B_n dS \right|,$$

где $\int_{S_1} B_n dS$ – максимальный поток через грань расчетной области (грань $z \approx -22.625$

дюйма). Существует прямая корреляция величин δ_Φ и $\delta_{B^{cal}}$ между собой. Во всех случаях для каждой грани конечного элемента, лежащей на границе расчетной области, определялось направление нормали, относительно которой вычислялось точное значение нормальной компоненты поля. Погрешность восстановления магнитного поля в расчетной области характеризовалась величиной

$$\delta_{B^{cal}} = \max_i \frac{|\Delta B_i^{(l)}|}{|B_i^{(l)}|}, \quad l = x, y, z \quad i \in [1, N_{eq}],$$

Были выполнены следующие численные эксперименты:

Эксперимент A1: поле FU; $\delta_\Phi = 0.00001\%$, $\delta_{B^{cal}} = (0.0001 \div 0.00001)\%$.

Эксперимент A2: поле FC; $\delta_\Phi = 0.00001\%$, $\delta_{B^{\text{cal}}} = 0.06\%$.

Максимальные ошибки наблюдаются вблизи границы расчетной области. Интегральная величина ошибки в несколько раз меньше.

При одинаковой степени дискретизации (размерах конечных элементов) расчетной области заметное влияние на точность восстановления поля оказывает степень неоднородности поля в расчетной области. В указанных выше экспериментах расчет потоков через грани элементов, лежащих на границе расчетной области, проводился с высокой степенью точности путем дополнительного разбиения граней элементов. При этом количество точек интегрирования на одну грань составляло $n_{\text{points}} = 40 \times 40$.

Эксперимент B1: поле FD; $n_{\text{points}} = 1 \times 1$; $\delta_\Phi = 1\%$.

Эксперимент B2: поле FD; $n_{\text{points}} = 2 \times 2$; $\delta_\Phi = 0.25\%$.

Эксперимент B3: поле FD; $n_{\text{points}} = 10 \times 10$; $\delta_\Phi \approx 0.01\%$.

Из численных экспериментов B1–B3 следует, что при соответствующем выборе числа точек интегрирования ошибка интегрирования может быть исключена из анализа.

Для проверки влияния интерполяции данных магнитных измерений на точность восстановления магнитного поля был проведен эксперимент, в котором для точек, определяемых положениями датчиков, вычислялись точные значения нормальных компонент поля, а их распределения на границе расчетной области задавались с помощью процедуры интерполяции.

Эксперимент C1: поле FC; $\delta_\Phi \approx 0.01\%$, $\delta_{B^{\text{cal}}} = 0.2\%$.

Из численного эксперимента C1 следует, что ошибка интерполяции не превышает типичной погрешности магнитных измерений и локализована в углах расчетной области (измерительной рамы). Эта ошибка может быть уменьшена либо за счет дополнительных датчиков вблизи углов измерительной рамы, либо за счет датчиков, расположенных за пределами рассматриваемого контура измерения поля на продолжении его сторон, с тем чтобы исключить процедуру экстраполяции данных.

Анализируя результаты численных экспериментов A1, A2 и C1, можно ожидать, что ошибка восстановления магнитного поля $\sim 10^{-3}$, согласованная с погрешностью

магнитных измерений, может быть обеспечена при условии $\delta_{\Phi} \approx 10^{-4} - 10^{-5}$.

Требования к δ_{Φ} на порядок выше точности магнитных измерений. В действительности δ_{Φ} является интегральной величиной, в которой статистическая ошибка магнитных измерений усредняется по поверхности расчетной области. Т.е. можно считать, что величина δ_{Φ} согласована с точностью магнитных измерений.

Таким образом, существует возможность предварительной оценки снизу погрешности восстановления магнитного поля $\delta_{B^{\text{cal}}}$ по величине δ_{Φ} без проведения численного моделирования по восстановлению поля в объеме.

3.3. Определение угловых допусков на ориентацию плоскости датчиков при реконструкции поля на основе решения задачи Неймана

Граница расчетной области должна быть замкнутой и достаточно гладкой поверхностью, проходящей через центры датчиков. В идеальном случае плоскости первичного преобразователя поля датчиков являются касательными к граничной поверхности расчетной области. На практике датчики имеют угловые отклонения относительно этой поверхности, которые характеризуются статистическими закономерностями.

Для определения угловых допусков на ориентацию плоскости датчиков, согласованных с требуемой точностью восстановления магнитного поля $\delta_{B^{\text{cal}}} = 0.1 - 0.2\%$ с конфигурацией, близкой к реальной (поле FC), были выполнены следующие численные эксперименты.

Эксперимент D1: аналитическое определение нормальных компонент поля в каждой точке интегрирования при вычислении поверхностных интегралов; погрешность восстановления поля обусловлена ошибками дискретизации.

Эксперимент D2: аналитическое определение нормальных компонент поля в точках, определяемых положениями датчиков; распределение нормальной компоненты поля на граничной поверхности расчетной области задано с помощью процедуры интерполяции; погрешность восстановления поля обусловлена как ошибками дискретизации, так и ошибками интерполяции.

Эксперимент D3: в качестве нормальных компонент поля в точках, определяемых

положениями датчиков, принимались компоненты, соответствующие направлениям, отклоняющимся случайным образом от нормали на угол, равномерно распределенный в интервале $\Delta\phi = (0, 0.1^\circ)$; интерполяция данных на граничной поверхности расчетной области; погрешность восстановления поля обусловлена ошибками дискретизации, статистической ошибкой определения нормальной компоненты магнитного поля и ошибками интерполяции.

Эксперимент D4: условия эксперимента аналогичны условиям эксперимента D3, но $\Delta\phi = (0, 0.3^\circ)$.

Эксперимент D5: аналогично D3, но $\Delta\phi = (0, 1^\circ)$.

Эксперимент D6: аналогично D3, но $\Delta\phi = (0, 3^\circ)$.

Результаты численных экспериментов приведены в Таблице. Для оценки качества восстановления поля в таблице приведена интегральная относительная ошибка $\delta_{B_{cal}}$ (локальная ошибка в несколько раз больше).

N эксперимента	$\Delta\phi$, град.	δ_Φ	Интегральная ошибка $\delta_{B_{cal}}$
D1	0.0	$6.6 \cdot 10^{-9}$	$2.921 \cdot 10^{-4}$
D2	0.0	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$8.395 \cdot 10^{-4}$
D3	(0, 0.1)	$5.8 \cdot 10^{-6}$	$8.356 \cdot 10^{-4}$
D4	(0, 0.3)	$3.1 \cdot 10^{-4}$	$1.113 \cdot 10^{-3}$
D5	(0, 1.)	$1.4 \cdot 10^{-3}$	$3.008 \cdot 10^{-3}$
D6	(0, 3.)	$4.3 \cdot 10^{-3}$	$9.109 \cdot 10^{-3}$

3.4. Выводы

Анализ приведенных результатов в отношении выбранной модели схемы измерений магнитного поля применительно к центральному магниту детектора PHENIX позволяет сделать следующие выводы:

1. Относительные ошибки дискретизации и интерполяции меньше типичной

погрешности определения поля $\sim 0.1\%$, т.е. число разбиений расчетной области на конечные элементы, определяемое положением датчиков, и, следовательно, их число, использовавшееся в серии численных экспериментов, достаточно для достижения требуемой на практике точности восстановления поля.

2. В пределах изменения случайной величины, характеризующей угловое отклонение от нормали $\Delta\varphi = 0,0.3^\circ \div 3^\circ$, зависимость погрешности восстановления поля $\delta_{B^{\text{cal}}}$ близка к линейному закону; для достижения $\delta_{B^{\text{cal}}} = 0.1 - 0.2\%$ необходимо обеспечить допуски на угловые отклонения плоскости датчиков к граничной поверхности, проходящей через их центры, в пределах $\Delta\varphi \leq 0.3^\circ \div 0.5^\circ$.

Следует заметить, что угловые допуски относятся к точности фактической установки датчиков относительно идеального положения (по касательной к граничной поверхности, проходящей через их центр), а не к точности определения их истинного положения.

Таким образом, построение расчетной сетки, анализ ошибок дискретизации и интерполяции, определяющих необходимое число датчиков в измерительной системе, определение угловых допусков на ориентацию плоскости датчиков являются необходимыми для обоснования выбора конструкции измерительной системы, методики измерения магнитного поля и должны предшествовать этому выбору.

3.5. Восстановление поля по трем компонентам вектора индукции, измеренным на границе области (задача Дирихле)

В случае решения задачи относительно каждой компоненты магнитного поля в уравнении (2.1), сформированном для внутренних узлов области Ω , необходимо в качестве переменной V_j использовать $B_j^{(x)}, B_j^{(y)}, B_j^{(z)}$ соответственно, при этом правая часть уравнения равна нулю. В граничных узлах задаются соответствующие измеренные значения компонент поля или результат их интерполяции.

В частности, для проверки возможностей программного обеспечения для восстановления поля по данным измерений всех трех компонент поля (ранее подобные расчеты методом конечных разностей уже были выполнены для одной компоненты поля в реально работающей установке [16], сопоставление с экспериментом было успешным) проводилось восстановление поля в тестовой магнитной системе, близкой к

северному магниту детектора PHENIX [17,18]. На первом этапе с целью использования точных аналитических решений для сопоставления с расчетными данными ферромагнитные элементы не рассматривались, поле формировалось только двумя катушками.

В качестве входной информации использовалось распределение поля на границах (в узлах расчетной сетки), рассчитанное по известным аналитическим выражениям. Восстановленные значения поля во всем объеме сопоставлялись с точными значениями, также рассчитанными аналитически.

Регулярная конечно-элементная сетка содержала $N_r \times N_\varphi \times N_z = 15 \times 180 \times 50 = 135000$ узлов.

Было получено, что относительная ошибка в узлах $\delta B_i = |B_i^{\text{cal}} - B_i^{\text{anal}}| / |B_i^{\text{anal}}|$ не превышает величины $(2 \div 3) \cdot 10^{-6}$. Причем максимальные погрешности восстановления поля наблюдаются вблизи границ катушек в области максимальных градиентов магнитного поля и быстро затухают при удалении от них.

Следует заметить, что наибольшая точность расчета достигается в так называемых точках Барлоу [22] (точки суперсходимости метода конечных элементов в среднеквадратичной норме), и в пределах конечного элемента точность расчета может значительно меняться.

Было получено быстрое, в пределах 3–4 слоев сетки, затухание высокочастотной ошибки, искусственно вносимой на границе области, при движении точки наблюдения внутрь расчетной области.

Численный эксперимент показал, что полное время вычислений всех трех компонент поля сравнимо с временем решения задачи Неймана для одной нормальной компоненты.

4. СОПОСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ВОССТАНОВЛЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ С ДАННЫМИ МАГНИТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Результаты измерений поля магнита М1 масс-спектрометра КОМБАС были использованы для проверки качества восстановления поля в рабочей зоне. Входными данными являлись измеренные компоненты магнитного поля в точках на границе

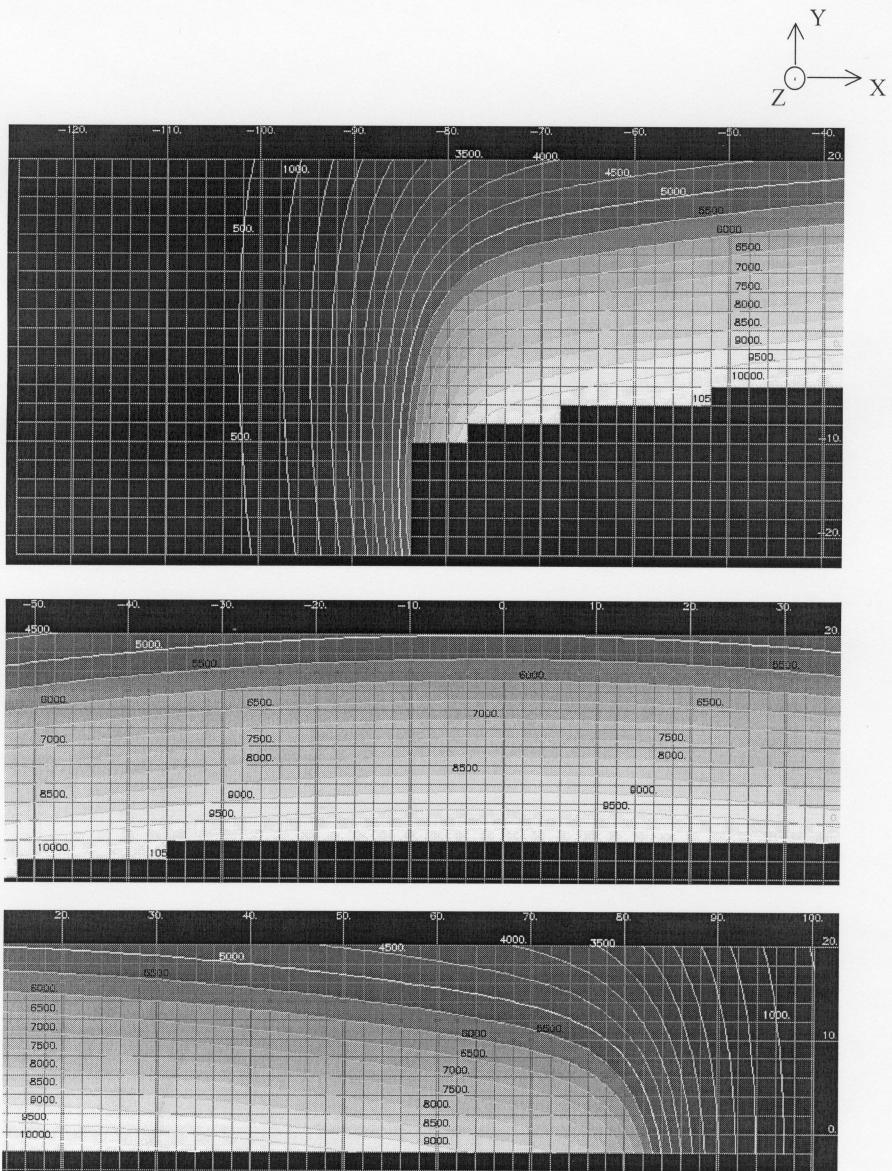


Рис. 7. Распределение $B^{(z)mes}$ -компоненты магнитного поля (Γ с) в центральном сечении магнита М1 масс-спектрометра КОМБАС по результатам измерений. Линейные размеры определены в см

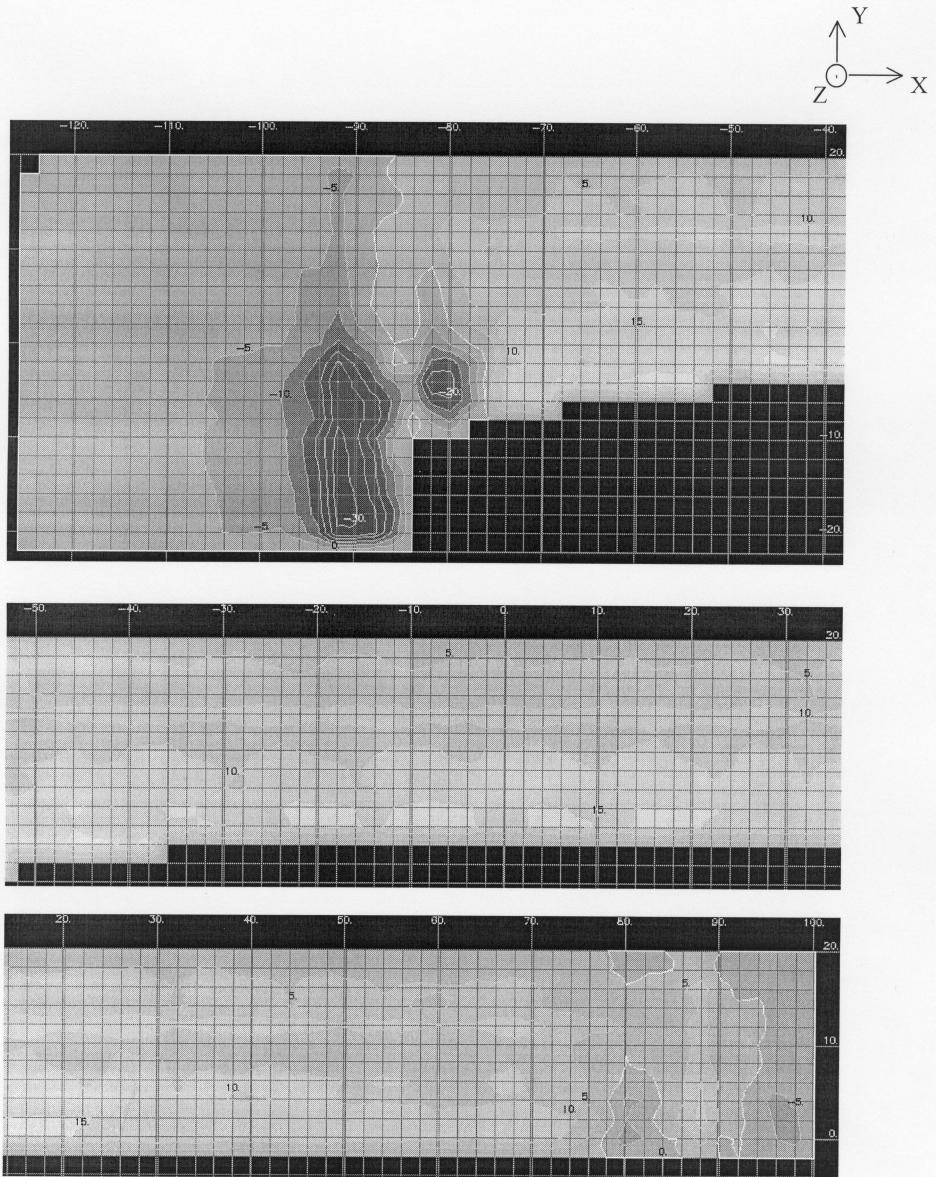


Рис. 8. Распределение разности $B^{(z)cal} - B^{(z)mes}$ (Гс) между восстановленным и измеренным полем в центральном сечении магнита М1 масс-сепаратора КОМБАС.

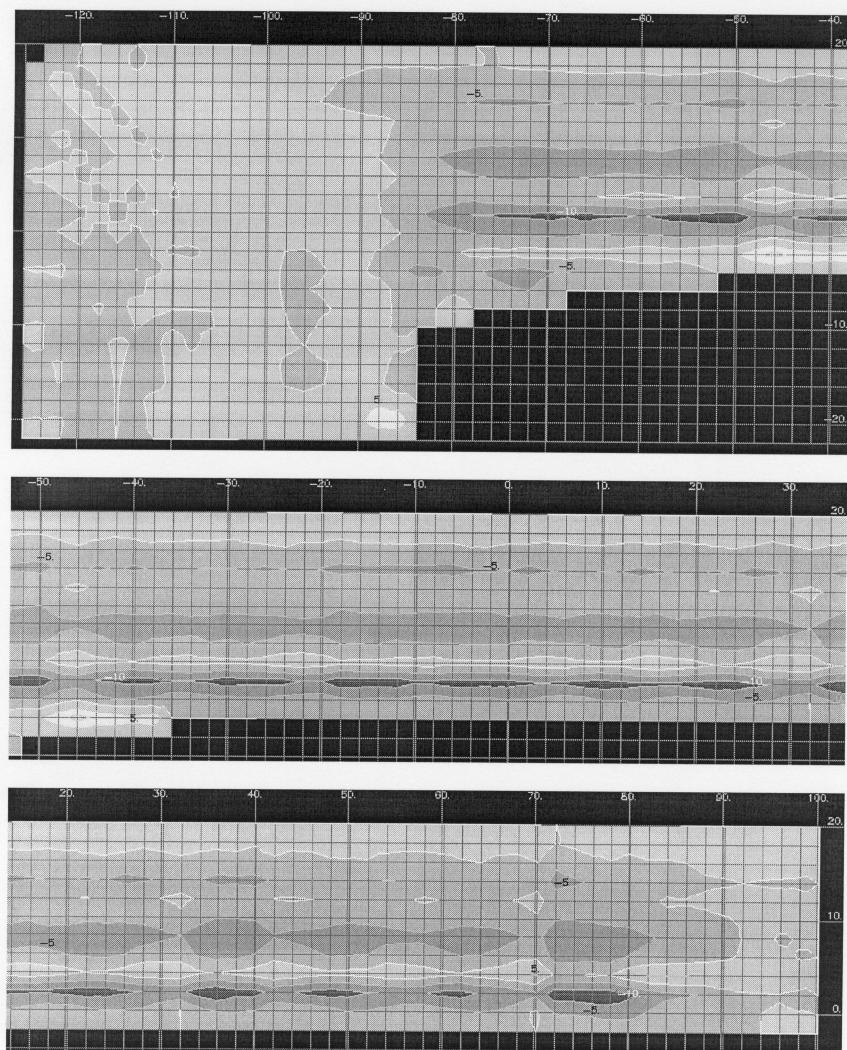
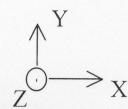


Рис. 9. Распределение разности $B^{(x)cal} - B^{(x)mes}$ (Гс) между восстановленным и измеренным полем в центральном сечении магнита М1 масс-сепаратора КОМБАС

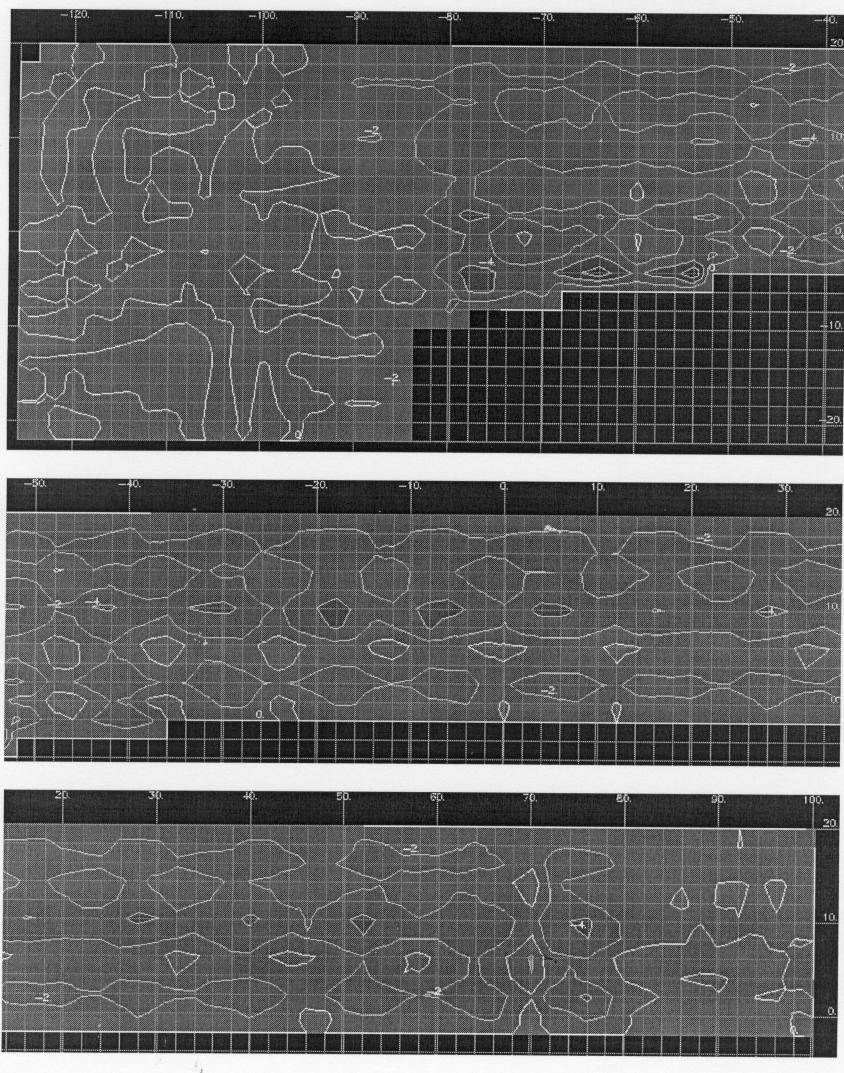
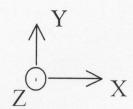


Рис. 10. Распределение разности $B^{(y)cal} - B^{(y)mex}$ (Гс) между восстановленным и измеренным полем в центральном сечении магнита М1 масс-сепаратора КОМБАС

области измерений (рис.5) [6,8]. Показания датчиков во внутренних точках использовались для сопоставления с результатами восстановления поля и построения карты разности ($B^{(l)cal} - B^{(l)mes}$), $l=x,y,z$, во всем объеме рабочей области.

Конечно-элементная сетка содержала ~20000 узлов, координаты которых определялись координатами точек измерения компонент магнитного поля.

Фактически при проведении магнитных измерений использовалось небольшое число датчиков, устанавливаемых на передвижном устройстве, которое совершало многократные перемещения в пределах области измерений.

В качестве иллюстрации полученных результатов на рис.7 приведены результаты прямых измерений компоненты $B^{(z)mes}$ в центральном сечении магнита. На рис. 8–10 приведена разность между вычисленными (восстановленными) значениями компонент поля и измеренными значениями: ($B^{(l)cal} - B^{(l)mes}$), $l=x,y,z$. Было получено, что интегральная (усредненная по объему) относительная ошибка определения основной $B^{(z)}$ –компоненты магнитного поля не превышает 10^{-3} .

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработано специализированное программное обеспечение, комплекс программ КОМПРОТ–МАР, позволяющее решать задачу построения карты магнитного поля внутри замкнутого объема по данным измерений на его границе всех трех компонент или одной нормальной к этой границе компоненты с точностью, согласованной с точностью магнитных измерений
2. Задача восстановления магнитного поля в объеме может быть эффективно решена на основе методики с измерением трех компонент поля на его границе, при этом следует ожидать повышения точности их определения внутри объема по сравнению с прямыми измерениями за счет сглаживания (затухания при удалении от границы) случайной составляющей ошибки, внесенной при измерении.
3. Задача восстановления магнитного поля в объеме может быть эффективно решена на основе методики с измерением одной нормальной компоненты поля на границе рассматриваемого объема при условии обеспечения геометрических допусков, определяемых на этапе разработки измерительной системы.

4. За счет выбора числа и положения датчиков Холла, допусков на их позиционирование, выбора соответствующего шага измерений в каждом из направлений вычислительные ошибки (ошибки дискретизации, интерполяции, интегрирования) могут быть полностью исключены из анализа возможных ошибок при восстановлении магнитного поля.
5. Как показывает анализ тестовой задачи, максимальная ошибка локализована в углах расчетной области и обусловлена ошибками экстраполяции данных. Для получения с помощью процедуры интерполяции распределения компонент поля, согласованного с точностью магнитных измерений, следует обратить внимание на необходимость размещения дополнительных датчиков вблизи углов измерительной рамы (в том числе и за пределами контура измерения на продолжении его сторон).
6. Существует возможность предварительной оценки точности восстановления магнитного поля $\delta_{B^{\text{cal}}}$ по величине дисбаланса потока δ_ϕ , характеризующего качество исходных данных. В частности, для тестовой задачи интегральная точность $\delta_{B^{\text{cal}}} = 0.2\%$, согласованная с точностью магнитных измерений, обеспечивается при условии $\delta_\phi = 10^{-4} - 10^{-5}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Интерполярование данных магнитных измерений

Для одномерного случая процедура интерполяции строится следующим образом.

Пусть даны четыре последовательные экспериментальные точки (начиная с i -той): $i, i+1, i+2, i+3$, т.е. их координаты: $x_i, x_{i+1}, x_{i+2}, x_{i+3}$, и значения функции в этих точках: $y_i, y_{i+1}, y_{i+2}, y_{i+3}$. Здесь и далее для упрощения будем подразумевать $i=0$, т.е., например, под x_1 подразумевается x_{i+1} и т.д.

Функция $y(x)$ в промежутке $x_1 \leq x \leq x_2$ определяется в три этапа:

1. По трем точкам 0, 1, 2 строится парабола $y^{(1)}(x)$, проходящая через эти точки.
2. По трем точкам 1, 2, 3 строится парабола $y^{(2)}(x)$, проходящая через эти точки.
3. Результирующая функция $y(x)$ получается линейной комбинацией $y^{(1)}(x)$ и $y^{(2)}(x)$:

$$y(x) = k_1 y^{(1)}(x) + k_2 y^{(2)}(x),$$

где

$$k_1 = (x_2 - x) / \Delta x_{12}, \quad k_2 = (x - x_1) / \Delta x_{12}, \quad \Delta x_{12} = x_2 - x_1.$$

Окончательно, выражение для $y(x)$ на промежутке $x_1 \leq x \leq x_2$ выглядит следующим образом:

$$y(x) = y_1 k_1 + y_2 k_2 + (a_1 k_1 + a_2 k_2) k_1 k_2,$$

где

$$a_1 = \frac{\Delta y_{01} / \Delta x_{01} - \Delta y_{12} / \Delta x_{12}}{\Delta x_{01} + \Delta x_{12}} \cdot \Delta x_{12}^2,$$

$$a_2 = \frac{\Delta y_{12} / \Delta x_{12} - \Delta y_{23} / \Delta x_{23}}{\Delta x_{12} + \Delta x_{23}} \cdot \Delta x_{12}^2.$$

Легко показать, что:

- функция $y(x)$ – кубическая парабола;
- в узлах функция $y(x)$ имеет непрерывную первую производную.

6. ЛИТЕРАТУРА

1. Методы анализа данных в физическом эксперименте. Пер. с англ./под ред. М.Реглера. М.: Мир, 1993, 478с.
2. R.Yamamoto, J.Bovers, A.Harvey et. al.. The PHENIX Detector Magnet Subsystem. IEEE Trans. on Magnetics, vol.32, N 4, July, 1996, pp.2140–2143.
3. P.Wanderer. Status of RHIC Construction. Proc. MT-15, Beijing, China, 1997, pp.36–42.
4. METROLAB's Products List, 110 Ch. Du Pont-du-Centenaire, CA-1228 Geneva, Planles-Ouates, Switzerland.
5. A.G.Artukh, G.F.Gridnev, Yu.G.Teterev, A.G.Semchenkov, O.V.Semchenkova, M.Gruszezki, F.Koscielniak, Yu.M.Sereda, J.Szmider, V.A.Shchepunov, Yu.P.Severgin, V.V.Koreniuk, E.A.Lamzin, M.G.Nagaenko, S.E.Sytchevski, I.N.Vishnevsky. Wide Aperture Multipole Magnets of the Kinematic Separator COMBAS. Basic Principles of Magnets Design. JINR E7-99-238, Dubna, 1999.

6. A.G.Artukh, G.F.Gridnev, M.Gruszezki, F.Koscielniak, A.G.Semchenkov, O.V.Semchenkova, Yu.M.Sereda, V.A.Shchepunov, J.Szmider, Yu.G.Teterev, P.G.Bondarenko, L.A.Rubinskaya, Yu.P.Severgin, Yu.A.Myasnikov, B.V.Rozhdestvenski, A.Yu.Konstantinov, V.V.Koreniuk, I.Sandrev, S.Genchev, I.N.Vishnevski. Nucl. Instr. and Meth..A426 (1999) 605.
7. D.Newton. The Magnetic Field Mapping of Detector Magnets. CERN Accelerator School, Magnetic Measurement and Alignment, Proc. CERN 92-05 (15 September 1992), pp.283–295.
8. A.G.Artukh, G.F.Gridnev, Yu.G.Teterev, A.G.Semchenkov, O.V.Semchenkova, M.Gruszezki, F.Koscielniak, Yu.M.Sereda, J.Szmider, V.A.Shchepunov, Yu.P.Severgin, V.L.Vasiljev, Yu.A.Myasnikov, B.V.Rozhdestvenski, A.Yu.Konstantinov, V.V.Koreniuk, E.A.Lamzin, M.G.Nagaenko, S.E.Sytchevski, I.N.Vishnevsky. Wide Aperture Multipole Magnets of the Kinematic Separator COMBAS. Analyzing Multipole Magnets M1 and M8 with Compensation for Higher Order Aberrations. JINR E7-99-239, Dubna, 1999.
9. A.G.Artukh, G.F.Gridnev, Yu.G.Teterev, A.G.Semchenkov, O.V.Semchenkova, M.Gruszezki, F.Koscielniak, Yu.M.Sereda, J.Szmider, V.A.Shchepunov, Yu.P.Severgin, V.V.Koreniuk, E.A.Lamzin, M.G.Nagaenko, S.E.Sytchevski, I.N.Vishnevsky. Wide Aperture Multipole Magnets of the Kinematic Separator COMBAS. Analyzing Multipole Magnets M2 and M7 with Compensation for Higher Order Aberrations. JINR E7-99-240, Dubna, 1999.
10. A.G.Artukh, G.F.Gridnev, Yu.G.Teterev, A.G.Semchenkov, O.V.Semchenkova, M.Gruszezki, F.Koscielniak, Yu.M.Sereda, J.Szmider, V.A.Shchepunov, Yu.P.Severgin, V.V.Koreniuk, E.A.Lamzin, M.G.Nagaenko, S.E.Sytchevski, I.N.Vishnevsky. Wide Aperture Multipole Magnets of the Kinematic Separator COMBAS. Correcting Pair of Multipole Magnets M3M4 (M5M6) with Compensation for Higher Order Aberrations. JINR E7-99-241, Dubna, 1999.
11. A.G.Artukh, G.F.Gridnev, M.Gruszezki, F.Koscielniak, A.G.Semchenkov, O.V.Semchenkova, Yu.M.Sereda, V.A.Shchepunov, J.Szmider, Yu.G.Teterev, Yu.P.Severgin, B.V.Rozhdestvenski, Yu.A.Myasnikov, N.F.Shilkin, E.A.Lamzin, M.G.Nagaenko, S.E.Sytchevski, I.N.Vishnevsky. Wide Aperture Multipole Magnets of Separator COMBAS, JINR E13-2000-243, Dubna, 2000.

12. Артюх А.Г., Семченков А.Г., Щепунов В.А.. Гриднев Г.Ф., Грушецки М., Косьцельняк Ф., Семченкова О.В., Середа Ю.М., Шмидер Я., Тетерев Ю.Г., Севергин Ю.П., Ламзин Е.А., Нагаенко М.Г., Сычевский С.Е., Вишневский И.Н., Широкоапертурный кинематический сепаратор КОМБАС, Известия РАН, сер. физическая, т.65. № 1, с.6-10.
13. A.G.Artukh, G.F.Gridnev, M.Gruszezki, F.Koscielniak, A.G.Semchenkov, O.V.Semchenkova, Yu.M.Sereda, V.A.Shchepunov, J.Szmider, Yu.G.Teterev, Yu.P.Severgin, B.V.Rozhdestvenski, Yu.A.Myasnikov, N.F.Shilkin, E.A.Lamzin, M.G.Nagaenko, S.E.Sytchevski, I.N.Vishnevsky. 3D Magnetic Measurements of the Combined Function Magnets in Separator COMBAS. Nucl. Instr. and Meth., A479 (2002), N 2,3, pp.467-489.
14. С.М.Ананьев, В.С.Кашихин, Е.А.Ламзин, Ю.А.Мясников, М.Г.Нагаенко, С.П.Потехин, Б.В.Рождественский, Ю.П.Севергин, С.Е.Сычевский, Н.Ф.Шилкин, А.Г.Артюх. Магниты широкоапертурного спектрометра КОМБАС, Труды XIII совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 13-15 октября 1992г., т.1, стр.314-319.
15. H.Wind. Evaluating a Magnetic Field Component from Boundary Observations Only. Nuclear Instruments and Methods, vol.84, N 1, July 1970, pp.117-128.
16. С.Б.Ворожцов, Р.М.Лебедев, Л.К.Лыткин, Л.Н.Сомов. Восстановление трехмерного магнитного поля по его значениям, измеренным на границе рассматриваемого объема. ОИЯИ, Р13-7610, Дубна, 1973.
17. N.Abrosimov, ..., E.Lamzin, S.Sytchevsky et. al.. Field Mapping System for PHENIX Magnets (Conceptual Design Report). Efremov Sci. Research Institute of Electrophysical Apparatus, Sci.-Techn. Center "CYCLON", St.Petersburg, Jan. 1995.
18. V.Kukhtin, E.Lamzin, S.Sytchevsky et. al.. An Efficient Algorythm of the Reconstruction of Spatial Field with the Use of the Data Determinated at the Region Boundary. Proc. EPAC 96, Barcelona, 1996, pp.1262-1264.
19. J.Freidberg, R.Tayakumar, A.Shajii. The Green's Function Surface Mapping Procedure. Report of Massachusetts Institute of Technology, Oct. 1996.
20. А.Н.Тихонов, А.А.Самарский. Уравнения математической физики. М., Наука, 1966.

21. G.Forsythe, M.Malcolm, C.Moler. Computer Method for Mathematical Computation. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.Y. 07632, 1977.
22. G.Strang, G.Fix. An Analysis of the Finite Element Method. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New York, 1973.
23. N.Doinikov, E.Lamzin, S.Sytchevsky. On Computation of 3D Magnetostatic Fields of Electrophysical Apparatus Magnet Systems. IEEE Trans. on Magnetics, vol.28, N 1, Jan. 1992, pp.908-911.
24. O.Zienkiewicz. The Finite Element Method in Engineering Sciences. McGraw-Hill, London, 1971.
25. O.Filatov, V.Kuchinsky, V.Kukhtin, E.Lamzin, S.Sytchevsky. Analytical calculation of a magnetic flux using finite element field reconstruction, "Plasma devices and operations", to be published.
26. D.Kahaner, C.Moler., S.Nash. Numerical Methods and Software. Prentice-Hall, Inc., 1998.

Получено 12 августа 2002 г.

Артюх А. Г. и др.

P13-2002-194

Комплекс программных средств для построения прецизионной пространственной карты магнитного поля по данным измерений его компонент на границе рассматриваемой области

Рассмотрены вопросы вычисления компонент вектора магнитной индукции внутри подобласти в R^3 по данным магнитных измерений на замкнутой границе этой подобласти. Описано программное обеспечение, позволяющее на основе применения проекционно-сеточных методов эффективно решать задачу построения карты поля для прецизионных магнитных систем. Приведены результаты верификации программного обеспечения, численных экспериментов, а также реконструкции карты поля по данным магнитных измерений магнита M1 сепаратора КОМБАС. Сформулированы требования к точности позиционирования датчиков, исходя из требуемой точности восстановления поля, даны рекомендации по вопросам построения измерительных систем для картографирования полей.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций им. Г. Н. Флерова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2002

Перевод авторов

Artukh A. G. et al.

P13-2002-194

Program Package for Accurate 3D Field Reconstruction
from Boundary Measurements

The problem of magnetic field reconstruction inside a sub-region in R^3 from magnetic measurements on the closed boundary of this subregion is considered. Efficiency of the proposed method, algorithm and associated software for precision magnet system is discussed. The results of the software verification, numerical experiments as well as the ones of field reconstruction using boundary measurements in the magnet M1 of the separator COMBAS are given. Requirements to the position accuracy of sensors consistent with the required accuracy of magnetic field reconstruction are defined. Recomendations on magnetic scheme design for field mapping are given.

The investigation has been performed at the Flerov Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

*Редактор М. И. Зарубина
Макет Н. А. Киселевой*

ЛР № 020579 от 23.06.97.

Подписано в печать 26.08.2002.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 1,87. Уч.-изд. л. 2,0. Тираж 335 экз. Заказ № 53490.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.