



**ОБЪЕДИНЕНИЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

**9-2002-248**

**На правах рукописи**

**ЮРКОВ  
Михаил Владимирович**

**ЛАЗЕРЫ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ — УСИЛИТЕЛИ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО  
И РЕНТГЕНОВСКОГО ДИАПАЗОНОВ**

**Специальность: 01.04.20 — физика пучков заряженных частиц  
и ускорительная техника**

**Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук**

**Дубна 2002**

Работа выполнена в Объединенном институте ядерных исследований.

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ:

ВИНОКУРОВ

Николай Александрович

доктор физико-математических наук,

Институт ядерной физики

им. Г.И. Будкера, г. Новосибирск

ГЛАЗОВ

Алим Алексеевич

доктор технических наук,

Объединенный институт ядерных

исследований, г. Дубна

ЗЕНКЕВИЧ

Павел Романович

доктор физико-математических наук,

Институт теоретической и

экспериментальной физики РАН, г. Москва

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Физический институт им. П.Н. Лебедева

Российской академии наук, г. Москва

Защита диссертации состоится "\_\_\_\_\_" 2003 г.

в \_\_\_\_\_ часов на заседании диссертационного совета Д 720.001.03 в  
Объединенном институте ядерных исследований.

Адрес: 141980 г. Дубна Московской обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан "\_\_\_\_\_" 2002 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 720.001.03

доктор физико-математических наук

профессор

Ю.А. Батусов

## **Общая характеристика работы**

Темой диссертационной работы является разработка теории ЛСЭ-усилителя оптического и рентгеновского диапазонов и анализ первых экспериментов с ЛСЭ-усилителями шума.

## **Актуальность работы**

Лазеры на свободных электронах (ЛСЭ) являются перспективными источниками когерентного излучения. Устройства ЛСЭ обладают важными потенциальными преимуществами по сравнению с квантовыми генераторами когерентного излучения. Они способны обеспечивать перестраиваемость в широких пределах длины волны излучения, высокую пиковую и среднюю мощность излучения, высокий КПД преобразования кинетической энергии электронов в энергию электромагнитного излучения, минимальную (дифракционную) расходимость излучения. В течение последних двух десятилетий был достигнут значительный прогресс в технике ЛСЭ. К настоящему времени создано более трех десятков работающих ЛСЭ-генераторов, перекрывающих область длин волн электромагнитного спектра от дальнего инфракрасного до ультрафиолетового. Проведены успешные эксперименты по созданию ЛСЭ-усилителей. Несмотря на сильную конкуренцию со стороны квантовых генераторов когерентного излучения, ЛСЭ-генераторы признаны как незаменимые источники перестраиваемого излучения для ряда научных исследований в таких областях, как физика твердого тела, биофизика, биохимия, медицина и т.д. Принимая во внимание перспективные возможности ЛСЭ, многие крупные корпорации вкладывают значительные средства в развитие техники ЛСЭ, имея ввиду создание в ближайшем будущем мощных ЛСЭ для индустриальных применений, таких как обработка материалов, микролитография, разделение изотопов, применения в химической промышленности, и т.д. Анализ динамики развития ЛСЭ показывает, что в течение следующего десятилетия ЛСЭ займет прочное место как незаменимый прибор для ряда перспективных научных и индустриальных применений.

Для ряда перспективных практических применений требуется перестраиваемое по длине волны когерентное излучение большой пико-

вой и средней мощности, которое может быть получено только с помощью ЛСЭ-усилителей. К таким применением следует отнести создание лазеров рентгеновского диапазона, создание энергетического драйвера для промышленного термоядерного реактора на основе инерциального термоядерного синтеза, создание гамма-гамма коллайдеров на основе линейных коллайдеров.

Пожалуй, наиболее важная тенденция последних лет – развитие проектов ЛСЭ рентгеновского диапазона. По принципу работы рентгеновский ЛСЭ является ЛСЭ-усилителем, стартующим из дробового шума в электронном пучке (в западной литературе приборы ЛСЭ данного типа получили название Self-Amplified Spontaneous Emission Free Electron Laser – SASE FEL). Впервые идея рентгеновского ЛСЭ была предложена в ИЯФ СО АН СССР в 1982 году. Бурное развитие ускорительной техники (в рамках программы создания линейных коллайдеров) сделало возможным создание ЛСЭ с минимальной длиной волны порядка  $1\text{\AA}$ . Пиковая и средняя яркость рентгеновских источников на базе ЛСЭ будет на несколько порядков выше соответствующих параметров существующих накопительных колец – источников синхротронного излучения (СИ) 3-го поколения. В связи с этим рентгеновские ЛСЭ принято относить к источникам СИ 4-го поколения. Ожидается, что ввод в строй рентгеновских ЛСЭ окажет революционное воздействие на развитие исследований в различных областях физики, химии, биологии, медицины. Проекты рентгеновских ЛСЭ находятся в стадии разработки в рамках коллаборации TESLA (DESY, ФРГ), в SLAC (США), и в SPring-8 (Япония).

## Основные цели работы

Основные цели представляемой диссертационной работы – разработка теории ЛСЭ-усилителя оптического и рентгеновского диапазонов и анализ первых экспериментов с ЛСЭ-усилителями шума:

1. Разработка стационарной теории ЛСЭ-усилителя.
2. Разработка теории ЛСЭ-усилителя, стартующего из дробового шума в электронном пучке.
3. Разработка алгоритмов численного моделирования ЛСЭ-усилителя.

#### 4. Разработка статистических методов диагностики излучения ЛСЭ-усилителя шума.

Проблемы разработки теории ЛСЭ относятся к классу наиболее сложных задач самосогласованного решения уравнений движения частиц и уравнений Максвелла. Решение задачи, сформулированной в таком общем виде, не представляется возможным, поэтому разрабатываются физические приближения разной степени сложности, позволяющие проводить описание реальных процессов. Базовым приближением в теории ЛСЭ является так называемое стационарное приближение, физический смысл которого состоит в пренебрежении времени- зависимыми эффектами. Как правило, результаты стационарной теории адекватно описывают процессы в ЛСЭ-усилителе с электронным сгустком, длина которого много больше длины когерентности излучения, а внешний сигнал является монохроматическим. В рамках стационарной теории удается описать собственно процесс усиления, а также учесть эффекты дифракции, пространственного заряда и разброса продольных скоростей. Описание ЛСЭ-усилителя, стартующего из дробового шума в электронном пучке, становится возможным только в рамках нестационарной теории, учитывающей проскальзывание излучения и неоднородность характеристик электронного пучка и излучения во времени и пространстве.

### Научная новизна

Выбранная физическая модель (трехмерное представление электромагнитных полей и ламинарное описание электронного потока) позволило провести наиболее полное на сегодняшний день исследование физики ЛСЭ-усилителя. Впервые в едином подходе разработаны методы решения задачи на собственные значения, начальной задачи и построения алгоритма нелинейного моделирования. В результате, создан универсальный набор инструментов для изучения физики ЛСЭ-усилителя. В рамках стационарной теории был получен ряд новых результатов. Выведены дисперсионные уравнения и найдены аналитические выражения для мод излучения пучка. Разработан метод многослойной аппроксимации для решения задачи на собственные значения для пучка с произвольным градиентным распределением плотности

тока. Исследование полученных решений привело к обнаружению эффекта селекции мод излучения пучка, состоящего в том, что энергетический разброс приводит к сильному подавлению инкрементов нарастания высших мод излучения. Механизм селекции важен для процесса формирования поперечной когерентности в ЛСЭ-усилителе шума.

С практической точки зрения важным вопросом является решение начальной задачи для ЛСЭ-усилителя с электронным пучком, имеющим произвольное градиентное распределение плотности тока по сечению пучка. С этой целью в данной диссертационной работе разработан метод решения начальной задачи, основанный на численном интегрировании уравнения для первой гармоники плотности электронного пучка. Достоинством этого метода является то, что он позволяет получить полное решение начальной задачи, а не одномодовую асимптотику приближения большого коэффициента усиления, даваемую аналитическими методами.

Разработан быстродействующий алгоритм моделирования нелинейного режима работы ЛСЭ-усилителя. На основе результатов моделирования доказано, что дифракционные эффекты могут существенно влиять на выходные характеристики ЛСЭ-усилителя с большим коэффициентом усиления даже в том случае, когда формально выполняются условия одномерного приближения.

Детально исследована проблема создания ЛСЭ-усилителя на минимально возможную длину волны. Выведено аналитическое соотношение, связывающее минимальную длину волны излучения с параметрами электронного пучка и ондулятора. Показано, что квантовые флуктуации синхротронного излучения ведут к диффузии энергетического разброса в электронном пучке, налагая фундаментальное ограничение на минимально возможную длину волны излучения.

Результаты, полученные в области теории ЛСЭ-усилителя шума, во многом являются пионерскими, что является следствием применения статистического подхода, разработанного в данном диссертационном исследовании. Показано, что дробовой шум в электронном пучке является случайным гауссовским процессом. ЛСЭ-усилитель, работающий в линейном режиме, может рассматриваться как линейный фильтр, который не изменяет статистику сигнала. Это позволяет определить общие статистические свойства выходного излучения ЛСЭ-усилителя шума.

Разработаны алгоритмы моделирования ЛСЭ-усилителя шума, по многим параметрам превосходящий аналогичные зарубежные разработки. Особенностью алгоритмов является высокое быстродействие и точность расчетов. Использование этих алгоритмов позволило провести детальное исследование процесса формирования продольной и поперечной когерентности излучения в ЛСЭ-усилителе шума. Доказано, что имеет место фундаментальное ограничение на степень поперечной когерентности, являющееся следствием конечной величины степени продольной когерентности. Последний фактор является неотъемлемым свойством ЛСЭ-усилителя шума. Исследованы особенности работы ЛСЭ-усилителя шума с коротким импульсом. Обнаружено, что укорочение импульса приводит к подавлению флуктуаций в спектре при работе ЛСЭ-усилителя шума в нелинейном режиме.

Особенностью разработанного теоретического подхода является широкое применение методов подобия. Уравнения ЛСЭ записываются в безразмерной форме, при этом размерные физические переменные группируются в безразмерные параметры. Важным моментом является то, что каждому физическому эффекту (эффект пространственного заряда, эффект разброса энергии в пучке, дифракционные эффекты, и.т.д.) соответствует свой безразмерный параметр, который служит мерой влияния данного физического эффекта на работу ЛСЭ-усилителя. Когда какой-либо эффект становится несущественным для работы ЛСЭ-усилителя, это отражается на величине соответствующего безразмерного параметра и он выпадает из числа аргументов задачи, тем самым упрощая ее решение. Преимущества применения методов подобия очевидны. Анализ с помощью методов подобия позволяет не только уменьшить число параметров задачи, но и провести глубокий физический анализ ожидаемых результатов без проведения сложных расчетов. Если же говорить про сами расчеты, то решение безразмерных уравнений позволяет представлять результаты в такой форме, которая обладает одновременно и большой общностью, и может быть использована для проведения расчетов при конкретных физических параметрах установки.

## **Практическая ценность работы**

Данное диссертационное исследование было выполнено в рамках работ коллаборации TESLA над проектом рентгеновского ЛСЭ. Практически все физические задачи, затронутые в диссертации, были продиктованы необходимостью развития проекта. Разработанная теория и алгоритмы численного моделирования были использованы в проектной работе над рентгеновским ЛСЭ, для анализа экспериментальных результатов, полученных на тестовом ускорителе TESLA, для концептуальной проработки перспективных ЛСЭ-усилителей для ряда научных и промышленных применений, таких как ЛСЭ для литографии, мощных ЛСЭ-усилителей для промышленных применений, ЛСЭ для промышленного реактора на основе инерциального термоядерного синтеза, ЛСЭ для фотонного коллайдера.

## **Апробация работы**

Основные результаты, приведенные в работе, докладывались на следующих совещаниях: Второе всесоюзное совещание по новым методам ускорения заряженных частиц (Нор-Амберд, 1989); VII Семинар по релятивистской высокочастотной электронике (Томск, 1991); IV Европейская ускорительная конференция (Лондон, Англия, 1994); 17-е Международное совещание по лазерам на свободных электронах (Нью-Йорк, США, 1995); V Европейская ускорительная конференция (Барселона, Испания, 1996); XV Совещание по ускорителям заряженных частиц (Протвино, 1996); 18-е Международное совещание по лазерам на свободных электронах (Рим, Италия, 1996); Международное совещание “Free-Electron Laser Challenges (SPIE’s Photonics West’97)” (Сан-Хосе, США, 1997); Совещание по ускорителям заряженных частиц (Ванкувер, Канада, 1997); Международное совещание “Towards X-Ray Free Electron Lasers: Workshop on Single Pass, High Gain FELs Starting from Noise, Aiming at Coherent X-rays” (Гаргано, Италия, 1997); 19-е Международное совещание по лазерам на свободных электронах (Пекин, КНР, 1997); 20-е Международное совещание по лазерам на свободных электронах (Уиллиамсбург, США, 1998); 16-е Совещание ICFA “Beam Dinamics Workshop on Nonlinear and Collective Phenomena in Beam Physics” (Арчидоссо, Италия, 1998); 21-е Международное сове-

щание по лазерам на свободных электронах (Гамбург, ФРГ, 1999); 22-е Международное совещание по лазерам на свободных электронах (Дюрэм, США, 2000); VII Европейская ускорительная конференция (Вена, Австрия, 2000); 19-е Совещание ICFA “Beam Dynamics Workshop on Nonlinear and Collective Phenomena in Beam Physics” (Арчидоссо, Италия, 2000); 21-е Международное совещание по лазерам на свободных электронах (Дармштадт, ФРГ, 2001).

По теме диссертации опубликована 32 работы.

## **Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Текст диссертации изложен на 279 страницах, включает 116 рисунков, 3 таблицы и список литературы из 146 наименований.

## **Содержание работы**

### **Глава 1**

Первая глава посвящена стационарной теории ЛСЭ-усилителя. Анализ работы ЛСЭ-усилителя основан на решении уравнений Максвелла, записанных в параксиальном приближении, и кинетического уравнения для движения частиц, записанного в переменных “энергия-фаза”. Предполагается, что частицы движутся (в среднем по вынужденному движению) только вдоль оси ондулятора. Такая модель оказалась чрезвычайно плодотворной и позволила описать практически все основные физические эффекты, определяющие работу ЛСЭ-усилителя, такие как дифракционные эффекты, влияние поля пространственного заряда, влияние энергетического разброса частиц в пучке.

В §1 выведены самосогласованные уравнения, описывающие линейный режим работы ЛСЭ-усилителя. Они могут быть записаны в виде интегро-дифференциального уравнения для поля излучения или в виде интегрального уравнения для амплитуды модуляции плотности электронного пучка. В §2 и §3 изложена линейная теория ЛСЭ-усилителя с азимутально-симметричным электронным пучком. В пределе большого коэффициента усиления, поле излучения пучка в ондуляторе может быть представлено в виде набора мод:

$$E_x + i E_y = \exp[i\omega(z/c - t)] \sum_{n,k} A_{nk} \Phi_{nk}(r) \exp[\Lambda_{nk} z + i n\phi],$$

где  $\omega$  – частота усиливаемой волны. В процессе усиления поперечное распределение поля моды излучения остается неизменным, в то время как амплитуда растет экспоненциально с длиной ондулятора. Каждая мода характеризуется собственной функцией распределения поля по поперечной координате  $\Phi_{nk}(r)$  и собственным числом  $\Lambda_{nk}$ . Мода с наибольшим значением инкремента (наибольшей величиной  $\text{Re } \Lambda_{nk}$ ) имеет преимущество над всеми остальными модами. Если длина ондулятора достаточно велика, то устанавливается такое распределение поля, которое соответствует моде с наибольшим инкрементом (иными словами, имеет место эффект самофокусировки излучения – “optical guiding”).

Полное исследование свойств мод излучения пучка проведено в §2. Из общего интегро-дифференциального уравнения, в пределе большого коэффициента усиления выведена система дифференциальных уравнений для поля. При записи уравнений в нормализованной форме параметрами задачи являются параметр усиления  $\Gamma$ , дифракционный параметр  $B$ , параметр отстройки  $\hat{C}$ , параметр пространственного заряда  $\hat{\Lambda}_p^2$ , параметр разброса продольных скоростей  $\hat{\Lambda}_T^2$ . Собственные числа и собственные функции мод излучения пучка находятся из этого уравнения путем наложения граничных условий на границе пучка и условия квадратичной интегрируемости собственной функции. Для случаев ступенчатого и ограниченного параболического профиля плотности тока электронного пучка выведены дисперсионные уравнения и найдены аналитические выражения для собственных функций мод излучения пучка. В частном случае ограниченного параболического профиля распределение плотности тока по сечению пучка имеет вид:

$$j_0(\hat{r}) = \begin{cases} \frac{I(1-k_1^2\hat{r}^2)}{\pi r_0^2(1-k_1^2/2)} & \text{при } r < r_0, \\ 0 & \text{при } r > r_0, \end{cases}$$

где  $\hat{r} = r/r_0$ ,  $I$  – ток пучка,  $r_0$  – радиус пучка,  $k_1 < 1$ . В пределе пренебрежения полем пространственного заряда  $\hat{\Lambda}_p^2 \rightarrow 0$ , характеристическое уравнение имеет вид:

$$\delta K_n(g) \left[ \frac{2\epsilon}{n+1} {}_1F_1(\epsilon+1, n+2, \delta) - {}_1F_1(\epsilon, n+1, \delta) \right] + g K_{n+1}(g) {}_1F_1(\epsilon, n+1, \delta) = 0 ,$$

где  $n$  – азимутальный индекс,  $K_n(g)$  – модифицированная функция Бесселя второго рода,  ${}_1F_1$  – вырожденная гипергеометрическая функция,

$$\epsilon = (n+1)/2 - \mu^2/(4\delta) , \quad \mu^2 = -2i\hat{D} - g^2 , \quad g^2 = 2iB\hat{\Lambda} ,$$

$$\delta^2 = -2\hat{D}k_1^2 , \quad \hat{D} = i \int_0^\infty \exp \left[ -\hat{\Lambda}_T^2 \xi^2 - (\hat{\Lambda} + i\hat{C}) \right] \xi d\xi .$$

Решение характеристического уравнения дает значение собственного числа  $\hat{\Lambda} = \Lambda/\Gamma$ , а собственная функция моды излучения пучка определяется формулами:

$$\Phi_n(\hat{r}) = \begin{cases} \hat{r}^n \exp(-\delta\hat{r}^2/2) {}_1F_1(\epsilon, n+1, \delta\hat{r}^2) & \text{при } r < r_0 , \\ \exp(-\delta/2) {}_1F_1(\epsilon, n+1, \delta) K_n(g\hat{r}) / K_n(g) & \text{при } r > r_0 . \end{cases}$$

Для нахождения собственных мод излучения пучка с произвольным градиентным распределением плотности тока разработан метод многослойной аппроксимации. Детально исследовано асимптотическое поведение полученных решений. Показано, что наличие энергетического разброса в пучке приводит к сильной селекции мод излучения.

В §3 проведено решение начальной задачи – нахождение эволюции электромагнитного поля в ондуляторе при заданных начальных условиях для пучка и излучения на входе в ондулятор. В линейном приближении плотность тока пучка можно представить в виде  $j_z = -j_0(r) + \tilde{j}_1 \exp^{i\psi} + C.C.$ , где  $\psi = \kappa_w z + \omega(z/c - t)$ . В пределе малой величины энергетического разброса уравнение для первой гармоники плотности тока  $\hat{j}_1(z, r) = \tilde{j}_1(z, r)\pi r_0^2/I$  сводится к интегро-дифференциальному уравнению:

$$\frac{d^2 \hat{j}_1}{d \hat{z}^2} + 2i\hat{C} \frac{d \hat{j}_1}{d \hat{z}} + [\hat{\Lambda}_p^2 - \hat{C}^2] \hat{j}_1 = \hat{U}_{ext} + \int_0^{\hat{z}} \frac{d \hat{z}'}{\hat{z} - \hat{z}'} \int_0^1 d \hat{r}' \hat{r}' \hat{j}_1(\hat{z}', \hat{r}') \exp \left[ \frac{iB(\hat{r}'^2 + \hat{r}'^2)}{2(\hat{z} - \hat{z}')} \right] J_0 \left[ \frac{B\hat{r}\hat{r}'}{\hat{z} - \hat{z}'} \right] ,$$

где  $\hat{z} = \Gamma z$ ,  $\hat{U}_{\text{ext}}$  – эффективный потенциал входной электромагнитной волны. Для решения этого уравнения разработан численный алгоритм. В качестве начальных условий детально изучен практически важный случай, когда на вход ЛСЭ-усилителя подается немодулированный электронный пучок и излучение от задающего лазера в форме гауссовского лазерного пучка. Проведены исследования условий оптимальной фокусировки излучения.

В §4 представлен анализ нелинейного режима работы ЛСЭ-усилителя. Из канонических уравнений движения, записанных в переменных “энергия-фаза” и уравнений Максвелла выведена система самосогласованных уравнений. Для нахождения полей излучения и полей пространственного заряда использован метод функции Грина. Для решения системы самосогласованных уравнений разработан численный алгоритм на основе метода макрочастиц. Проведено тестирование численного алгоритма с помощью точных аналитических решений линейной теории. Разработанный алгоритм позволяет проводить моделирование нелинейного режима работы ЛСЭ-усилителя с учетом влияния дифракционных эффектов, полей пространственного заряда и разброса энергий электронов в пучке. Далее, на основе результатов численного моделирования проведен анализ особенностей работы ЛСЭ-усилителя в нелинейном режиме и в режиме с вариацией параметров ондулятора.

В §5 анализируется область применимости разработанной теории. В §6 обсуждается техника применения методов подобия в теории ЛСЭ-усилителя. Анализ с помощью методов подобия позволяет не только уменьшить число параметров задачи, но и провести глубокий физический анализ ожидаемых результатов без проведения сложных расчетов. Если же говорить про сами расчеты, то решение безразмерных уравнений позволяет представлять результаты в такой форме, которая обладает одновременно и большой общностью, и может быть использована для проведения расчетов при конкретных физических параметрах установки.

В §7 изучается проблема усиления излучения с предельно короткой длиной волны. Использование методов подобия позволило вывести соотношение, связывающее минимально возможную длину волны с параметрами электронного пучка и ондулятора:

$$\lambda_{\min} \simeq 18\pi\epsilon\sigma_E \left[ \frac{\gamma I_A}{I} \frac{1 + K^2}{K^2} \right]^{1/2},$$

где  $\epsilon$  – эмиттанс,  $\sigma_E = \sqrt{\langle (E - \langle E \rangle)^2 \rangle / \langle E \rangle^2}$  – нормализованный энергетический разброс,  $E$  – энергия электронов,  $\gamma = E/(mc^2)$ ,  $K$  – параметр ондуляторности,  $I_A = mc^3/e \simeq 17$  кА – ток Альфвена. Показано, что квантовые флуктуации синхротронного излучения ведут к диффузии энергетического разброса в электронном пучке, налагая фундаментальное ограничение на минимально возможную длину волны излучения:

$$\lambda_{\min} \simeq 45\pi [\lambda_c r_e]^{1/5} L_w^{-7/15} \left[ \epsilon_n^2 \frac{I_A}{I} \right]^{8/15},$$

где  $\lambda_c = \hbar/mc$ ,  $r_e$  – классический радиус электрона,  $\epsilon_n = \epsilon/\gamma$  – нормализованный эмиттанс,  $L_w$  – длина ондулятора.

## Глава 2

Глава 2 посвящена проблеме разработки теории ЛСЭ-усилителя, стартующего из дробового шума в электронном пучке. В §1 проведен анализ статистических свойств дробового шума. Дробовой шум в электронном пучке создает флуктуации плотности пучка, которые являются случайными во времени и пространстве. Излучение, произведенное таким пучком также имеет случайные амплитуды и фазы во времени и пространстве (см. рис. 1). Поля такого класса описываются в

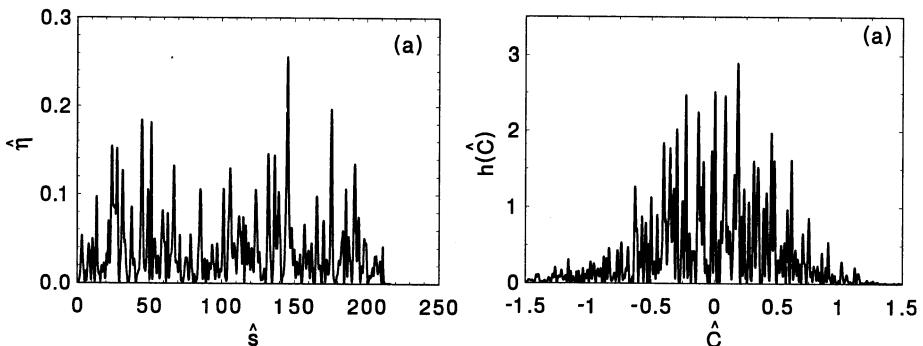


Рис. 1. Временная (график слева) и спектральная (график справа) структуры импульса излучения ЛСЭ-усилителя шума. Нормализованная координата внутри импульса определена как  $\hat{s} = \rho\omega(z/v_z t)$ . Нормализованная длина ондулятора равна  $\hat{z} = 10$ . Вычисления выполнены с помощью программы численного моделирования линейного режима усиления FS1T

терминах статистической оптики: временная и пространственная когерентность, временные и спектральные корреляционные функции, вероятности распределения значений мгновенной мощности и энергии в импульсе излучения.

При построении теории ЛСЭ-усилителя, стартующего из дробового шума в электронном пучке, мы применяем синтетический подход. В §2 рассматривается одномерная модель, в рамках которой могут быть описаны основные эффекты продольной когерентности. Дробовой шум в электронном пучке является гауссовским случайным процессом. ЛСЭ-усилитель, работающий в линейном режиме, может рассматриваться как линейный фильтр, который не изменяет статистику сигнала. Это позволяет определить общие статистические свойства выходного излучения ЛСЭ-усилителя шума. В частности, мгновенная мощность излучения  $W$  флуктуирует в соответствии с негативным экспоненциальным распределением (см. рис. 2):

$$p(W) = \exp(-W/\langle W \rangle) ,$$

где  $\langle W \rangle$  – средняя мощность. Энергия в импульсе излучения  $E$  флуктуирует в соответствии с гамма распределением (см. рис. 2):

$$p(\mathcal{E}) = \frac{M^M}{\Gamma(M)} \left( \frac{\mathcal{E}}{\langle \mathcal{E} \rangle} \right)^{M-1} \frac{1}{\langle \mathcal{E} \rangle} \exp \left( -M \frac{\mathcal{E}}{\langle \mathcal{E} \rangle} \right) ,$$

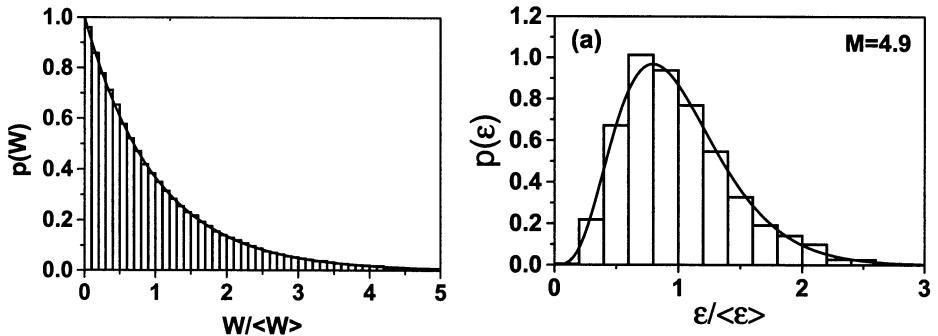


Рис. 2. Гистограммы распределения плотности вероятности мощности (график слева) и энергии (график справа) излучения ЛСЭ-усилителя шума, работающего в линейном режиме. Сплошные кривые – негативное экспоненциальное распределение (график слева), гамма-распределение (график справа). Вычисления выполнены с помощью программы численного моделирования линейного усиления FS1T

где  $\Gamma(M)$  – гамма-функция,  $M = 1/\sigma_E^2$ ,  $\sigma_E^2 = \langle (E - \langle E \rangle)^2 \rangle / \langle E \rangle^2$ . Для излучения данного класса спектральная плотность энергии излучения и временная корреляционная функция первого порядка формируют пару Фурье (так называемая теорема Винера-Хинчина). Корреляционные функции высших порядков (как временные, так и спектральные) должны выражаться через корреляционную функцию первого порядка. Эти свойства известны в статистической оптике как свойства характеристического поляризованного излучения.

С точки зрения аналитического описания ЛСЭ-усилитель шума является довольно сложным объектом. В общем случае мы имеем дело с нестационарным случайным процессом, так как электронный сгусток – это одновременно и входной сигнал ЛСЭ-усилителя, и активная среда со временем-зависимыми параметрами. Важно найти физическое приближение, которое обеспечивает возможность аналитического описания без потери существенной информации об особенностях нестационарного процесса. Адекватным приближением является модель длинного прямоугольного электронного сгустка и применение спектральной функции Грина стационарной теории. Такая модель позволяет найти аналитические выражения для основных статистических характеристик излучения ЛСЭ-усилителя шума: временных и спектральных корреляционных функций, вероятностей распределения мощности излучения, и т.д. Наличие аналитических решений важно как с точки зрения глубины понимания физики, так и для тестирования алгоритмов численного моделирования (см. рис. 3).

В §2 описан алгоритм FS1T для расчета характеристик ЛСЭ-усилителя шума в одномерном приближении. Численные расчеты позволяют описывать общий случай ЛСЭ-усилителя шума, включая произвольный продольный профиль электронного сгустка, эффекты конечной длительности импульса, нелинейные эффекты. Разработка алгоритмов численного моделирования достаточно нетривиальная проблема, поэтому мы уделяем заметное место описанию всех шагов построения алгоритма. Методология статистического моделирования также обсуждается в деталях. Аналитические результаты для линейного режима с высоким усилением служат как первичный стандарт для тестирования алгоритмов численного моделирования.

Проведен детальный анализ нелинейных процессов в ЛСЭ-усилителе шума. В частности показано, что статистика излучения ЛСЭ-

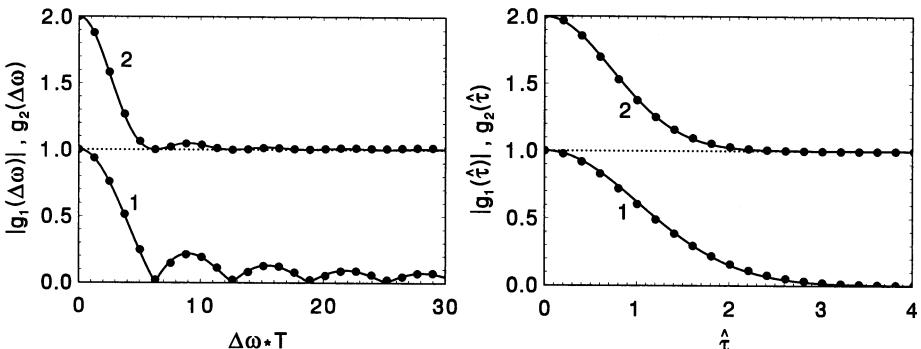


Рис. 3. Спектральные (графики слева) и временные (графики справа) корреляционные функции. Нормализованная длина ондулятора равна  $\hat{z} = 10$ . Сплошные кривые - результаты вычислений по аналитическим формулам. Кружки - результаты расчетов с помощью программы численного моделирования линейного режима усиления FS1T

усилителя шума, работающего в насыщении заметно отличается от статистики линейного режима работы (т.е. от гауссовой статистики). Используя методы подобия, мы представляем универсальные графики и формулы для расчета характеристик излучения ЛСЭ-усилителя шума. Основные характеристики ЛСЭ-усилителя шума, работающего в насыщении, определяются в терминах параметра насыщения  $\rho$  и числа электронов в объеме когерентности  $N_c = I/(e\rho\omega)$ . Получены простые оценки:  $3 + \ln(N_c)/\sqrt{3}$  для нормализованной длины насыщения,  $\rho$  для КПД,  $N_c \sqrt{\pi \ln(N_c)}/3$  для коэффициента усиления по мощности,  $\sqrt{\pi \ln(N_c)}/18/(\rho\omega)$  для времени когерентности,  $2\rho$  для ширины спектра. В конце §2 проведен анализ эффектов короткой длительности импульса ЛСЭ-усилителя шума. В частности, в деталях проанализирован эффект стабилизации флуктуаций излучения при работе в нелинейном режиме.

Следующий шаг исследований, описанный в §3, состоит в учете эффектов дифракции. На этом этапе физическая модель ЛСЭ-усилителя шума учитывает, что флуктуации плотности тока в электронном пучке некоррелированы во времени и пространстве. Полное исследование свойств ЛСЭ-усилителя шума может быть проведено только с помощью алгоритмов численного моделирования, поэтому существенное внимание посвящено описанию трехмерного, времени-зависимого алгоритма моделирования FAST. Следует отметить, что в рамках работ

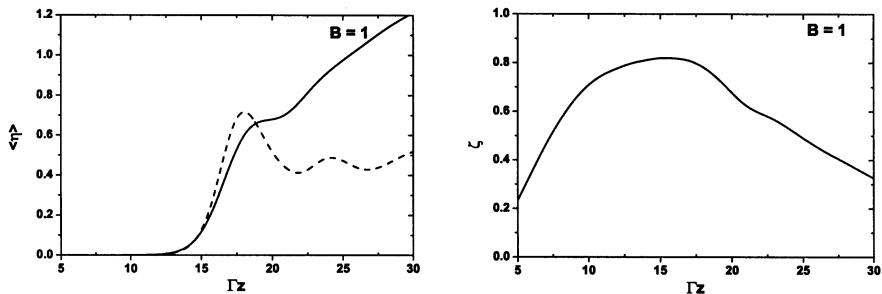


Рис. 4. Нормализованная мощность (график слева) и степень поперечной когерентности излучения ЛСЭ-усилителя шума (график справа) как функция нормализованной длины ондулятора. Здесь  $B = 1$ ,  $\Lambda_p^2 \rightarrow 0$ ,  $\Lambda_T^2 = 0$ ,  $N_c = 7 \times 10^7$ . Результаты получены с помощью моделирования нелинейным алгоритмом FAST. Пунктирная линия рассчитана в стационарной модели алгоритмом нелинейного моделирования FS2RN, используя эффективную мощность дробового шума

по созданию рентгеновского ЛСЭ были разработаны три алгоритма численного моделирования ЛСЭ-усилителя шума: GINGER и GENESIS (используются в институтах США) и алгоритм FAST (используется в коллаборации TESLA). Методика построения всех алгоритмов близка: в процессе моделирования производится совместное решение уравнений движения частиц и уравнений для электромагнитного поля. Отличие состоит в методах решения уравнений для поля. Алгоритмы GINGER и GENESIS производят прямое решение уравнений в частных производных, в то время как алгоритм FAST использует интегральное решение для полей излучения, полученное из точной функции Грина в открытом пространстве. Последний метод имеет значительное преимущество, так как устраняет риск искажения решения вследствие искусственных граничных условий, используемых в алгоритмах решения уравнений в частных производных. FAST является единственным алгоритмом, протестированным по строгим аналитическим решениям теории ЛСЭ-усилителя шума. Необходимо подчеркнуть, что кроме преимущества в точности, алгоритм FAST имеет значительное преимущество в скорости расчетов. Например, линейная модификация алгоритма FAST более чем на два порядка превосходит по скорости расчетов алгоритмы GINGER и GENESIS.

Используя результаты численного моделирования, иллюстрируют-

ся основные особенности процесса формирования поперечной когерентности. Анализ результатов показывает, что и в трехмерном случае излучение ЛСЭ-усилителя шума, работающего в линейном режиме, может быть описано гауссовой статистикой. Разработана методика для расчета поперечной корреляционной функции и расчета степени поперечной когерентности излучения. Произведено количественное описание процесса установления поперечной когерентности (см. рис. 4). Показано, что имеет место фундаментальный эффект, ограничивающий степень поперечной когерентности излучения ЛСЭ-усилителя шума, являющийся следствием конечной величины степени продольной когерентности.

### Глава 3

Глава 3 посвящена применению разработанной теории ЛСЭ-усилителя к анализу экспериментов. Анализируются экспериментальные результаты по ЛСЭ-усилителям шума, полученные в Калифорнийском университете и на тестовом ускорителе TESLA (DESY, Гамбург, Германия). Эксперимент, проведенный в Калифорнийском университете, представил первую экспериментальную демонстрацию статистических свойств ЛСЭ-усилителя шума, работающего в линейном режиме с коэффициентом усиления около  $10^5$ . Учет всех особенностей эксперимента и использование быстродействующего алгоритма численного моделирования FAST позволили провести полный анализ экспериментальных данных. Несмотря на то, что рабочая длина волны была в инфракрасном диапазоне (12 мкм), физическая область параметров оказалась близкой к области ожидаемых параметров ЛСЭ-усилителей ВУФ и рентгеновского диапазона.

Наиболее полное экспериментальное исследование ЛСЭ-усилителя шума было проведено на тестовом ускорителе TESLA в DESY (англоязычное наименование проекта – Free Electron Laser at the TESLA Test Facility – TTF FEL). Первый этап реализации проекта предусматривал проверку технических решений и физических принципов при работе на длине волны около 100 нм. Эффект усиления был зарегистрирован в феврале 2000 года, затем была продемонстрирована возможность плавной перестройки длины волны в широком диапазоне от 80 до 180 нм. Реализация первого этапа закончилась осенью 2001 года успешной демонстрацией режима насыщения и генерацией гига-

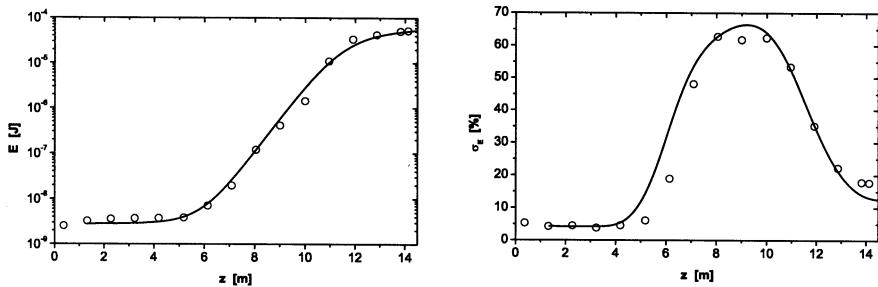


Рис. 5. Средняя энергия в импульсе излучения (график слева) и среднеквадратичное значение флуктуаций энергии в импульсе излучения (график справа) вдоль активной длины ондулятора. Длина волны излучения равна 98 нм. Кружки: экспериментальные результаты, кривая: результаты численного моделирования алгоритмом FAST

ваттных импульсов перестраиваемого когерентного излучения (длина волны 80–120 нм) сверхкороткой длительности (30–100 фемтосекунд). Пиковая яркость излучения равна  $2 \times 10^{28}$  фот./( $\text{сек}\cdot\text{мрад}^2\cdot\text{мм}^2\cdot(0.1\%$  ширины полосы)), что на восемь порядков превышает яркость лучших источников синхротронного излучения 3-го поколения.

Определение характеристик излучения стало возможным благодаря применению статистических методов, разработанных в данной диссертации. Применение статистических методов для диагностики излучения иллюстрируется с помощью графиков на рис. 5. Анализ экспоненциального участка роста мощности излучения (левый график на рис. 5) даёт нам значение длины нарастания по мощности  $L_g = 67 \pm 5$  см. В линейном режиме с высоким усилением среднеквадратичное значение флуктуаций  $\sigma$  (правый график на рис. 5) имеет прямую физическую интерпретацию: величина параметра  $M = 1/\sigma^2$  дает число мод (волновых пакетов) в импульсе излучения (§3.2 Главы 2). В данном случае  $M \simeq 2.6$ , что позволяет нам оценить длину импульса излучения как  $\tau_{\text{рад}} \simeq ML_c/c$ , где  $L_c \simeq 2\lambda L_g/\lambda_u \simeq 5$  мкм – длина продольной когерентности. В результате мы находим, что длительность импульса излучения составляет величину порядка 50 фемтосекунд. Принимая во внимание значение энергии в импульсе излучения (50 мкДж), мы приходим к выводу, что пиковая мощность излучения составляет величину около одного гигаватта.

В Главе 3 также проведен детальный анализ распределения полей

в дальней зоне, статистических свойств излучения при работе ЛСЭ-усилителя шума в линейном и нелинейном режиме, статистических характеристик излучения на выходе узкополосного монохроматора. Показано, что поведение характеристик ЛСЭ-усилителя шума следует предсказаниям разработанной теории.

## Основные результаты

В заключении кратко сформулированы основные результаты данной диссертационной работы, выносимые на защиту:

1. Разработка стационарной теории ЛСЭ-усилителя:

- а) Аналитические решения для мод излучения пучка.
- б) Метод многослойной аппроксимации для решения задачи на собственные значения.
- в) Метод решения начальной задачи для ЛСЭ-усилителя, основанный на численном интегрировании интегро-дифференциального уравнения для первой гармоники модуляции плотности пучка.
- г) Исследование эффекта селекции мод излучения пучка.
- д) Фундаментальное ограничение на минимально возможную длину волны вследствие квантовых флюктуаций синхротронного излучения.

2. Разработка теории ЛСЭ-усилителя, стартующего из дробового шума в электронном пучке:

- а) Применение статистических методов для описания работы ЛСЭ-усилителя шума.
- б) Аналитические результаты одномерной теории.
- в) Исследование эффекта коротких импульсов в нелинейном режиме.
- г) Исследование процесса формирования продольной и поперечной когерентности.

3. Разработка алгоритмов моделирования ЛСЭ-усилителя.
4. Применение методов подобия в теории ЛСЭ-усилителя.
5. Разработка методов диагностики излучения ЛСЭ-усилителя шума, базирующиеся на измерении статистических свойств излучения.

Основные результаты, представленные в диссертации, опубликованы в работах:

1. Е.Л. Салдин, Е.А. Шнейдмиллер, М.В. Юрков, “Методы подобия в теории ЛСЭ-усилителя”, ЭЧАЯ **23**(1992)239–294.  
Transl.: E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, “Similarity techniques in the theory of FEL amplifier”, Soviet J. Particles & Nuclei **23**(1992)104–127.
2. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, “The physics of free electron lasers: an introduction”, Physics Reports **260**(1995)187–327.
3. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, “One-dimensional theory of an FEL amplifier”, Труды Международной школы молодых ученых “Проблемы ускорения заряженных частиц” (Дубна, 2-9 сентября 1996 г.), стр. 230-266.
4. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, “On a linear theory of a FEL amplifier with an axisymmetric electron beam”, Optics Communications **97**(1993)272–290.
5. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, “Nonlinear simulations of a FEL amplifier with an axisymmetric electron beam”, Optics Communications **95**(1993)141–152.
6. Е.Л. Салдин, Е.А. Шнейдмиллер, М.В. Юрков, “Моделирование нелинейного режима работы ЛСЭ-усилителя с круглым пучком”. Релятивистская высокочастотная электроника, выпуск 7 (ИПФ РАН, Нижний Новгород, 1992), стр.40–59.
7. Е.Л. Салдин, Е.А. Шнейдмиллер, М.В. Юрков. “Численное моделирование ЛСЭ-усилителя”. Вопросы атомной науки и техники, 1990, вып. 6(14), стр. 90–96.

8. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, "Calculation with FS2R code of 6 nm and 70 nm options of SASE FEL at the TESLA Test Facility", DESY Print May 1995, TESLA-FEL 95-02, Hamburg, DESY, 1995. 48 pp.
9. M.V. Yurkov, "A high intensity coherent X-ray source integrated into the TESLA-500 project", Труды XV Совещания по ускорителям заряженных частиц (Протвино, 22-24 октября 1996 г.), Том 1, стр. 27-30.
10. W. Brefeld, B. Faatz, Yu.M. Nikitina, J. Pflueger, P. Pierini, J. Rossbach, E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, "Parameter study of the VUV FEL at the TESLA Test Facility", Nucl. Instrum. and Methods **A375**(1996)295-298.
11. W. Brefeld, B. Faatz, Y.M. Nikitina, J. Pflüger, P. Pierini, J. Rossbach, E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, "Parameter study on phase I of the VUV-FEL at the TESLA Test Facility", Nucl. Instrum. and Methods **A393**(1997)119-124.
12. B. Faatz, J. Pflüger, J. Rossbach, E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller, M.V. Yurkov, "Parameter optimization of X-ray free-electron lasers at a linear collider", Nucl. Instrum. and Methods **A407**(1998)302-306.
13. J. Rossbach, E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, "Interdependence of parameters of an X-ray FEL", DESY Print December 1995, TESLA-FEL 95-06, Hamburg, DESY, 1995. 20 pp.
14. J. Rossbach, E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, "Interdependence of parameters of an X-ray FEL", Nucl. Instrum. and Methods **A374**(1996)401-407.
15. J. Rossbach, E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, "Performance limitations of an X-ray FEL", Proceedings of the Fifth European Particle Accelerator Conference, Vol.1, pp. 733-735 (Institute of Physics Publishing, Bristol, 1996).
16. J. Rossbach, E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, "Fundamental limitations of an X-ray FEL operation due to quantum fluctuations of undulator radiation", Nucl. Instrum. and Methods **A393**(1997) 152-156.

17. S. Reiche, E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, "Numerical study of X-ray FELs including quantum fluctuations", AIP Conference Proceedings **413**(1997)29-35.
18. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, "Simulation studies of 6 nm free electron laser at the TESLA Test Facility starting from noise", Nucl. Instrum. and Methods **A393**(1997)157-161.
19. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, "Computer modelling of statistical properties of SASE FEL radiation", AIP Conference Proceedings **413**(1997)195-204.
20. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, "Statistical properties of radiation from VUV and X-ray free electron laser", Optics Communications **148**(1998)383-403.
21. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller, M.V. Yurkov, "Statistical properties of the radiation from SASE FEL operating in the linear regime", Nucl. Instrum. and Methods **A407**(1998)291-295.
22. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller, M.V. Yurkov, "Influence of nonlinear effects on statistical properties of the radiation from SASE FEL", Nucl. Instrum. and Methods **A407**(1998)285-290.
23. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, Numerical simulations of the UCLA experiments on a high gain sase FEL", AIP Conference Proceedings **468**(1999)321-333.
24. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, "Numerical simulations of the UCLA/LANL/RRCKI/SLAC experiment on a high-gain SASE FEL", Nucl. Instrum. and Methods **A429**(1999)197-201.
25. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, "FAST: a three-dimensional time-dependent FEL simulation code", Nucl. Instrum. and Methods **A429**(1999)233-237.
26. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, "The formation of transverse coherence in SASE FELs", Nucl. Instrum. and Methods **A429**(1999)229-232.
27. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, "Diffraction effects in the SASE FEL: numerical simulation and theory", DESY Print June 2000, TESLA-FEL 2000-02, Hamburg, DESY, 2000, 31 pp.

28. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller, and M.V. Yurkov, “Diffraction effects in the self-amplified spontaneous emission FEL”, Optics Communications **186**(2000)185–209.
29. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller, and M.V. Yurkov, “Diffraction effects in the SASE FEL”, AIP Conference Proceedings **581**(2001)169–184.
30. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, “Limitations of the transverse coherence in the self-amplified spontaneous emission FEL”, Nucl. Instrum. and Methods **A475**(2001)92-96.
31. V. Ayvazyan et al., “Generation of GW radiation pulses from a VUV free-electron laser operating in the femtosecond regime”, Phys. Rev. Lett. **88**(2002)10482–10485.
32. E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller and M.V. Yurkov, “FEL system for gamma-gamma collider at TESLA”, Nucl. Instrum. and Methods **A472** (2001)94–99.

---

Получено 1 ноября 2002 г.

*Макет Н. А. Киселевой*

Подписано в печать 05.11.2002.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,38. Уч.-изд. л. 1,56. Тираж 100 экз. Заказ № 53606.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@pds.jinr.ru](mailto:publish@pds.jinr.ru)  
[www.jinr.ru/publish](http://www.jinr.ru/publish)