

P13-2002-277

А. К. Попов, А. А. Марачев*

**О СТАТИСТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНЫХ
АЛГОРИТМАХ РЕГУЛИРОВАНИЯ
ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ
ИМПУЛЬСНОГО РЕАКТОРА**

*Открытый лицей «Всероссийская заочная многопредметная школа»
Российской академии образования, Москва

1. ВВЕДЕНИЕ

Импульсный реактор на быстрых нейтронах периодического действия содержит модулятор реактивности, создающий периодические всплески коэффициентов размножения. В реакторе ИБР-2 амплитуда этих всплесков составляет 2,5 %. В силу особенностей конструкции импульсы мощности, генерируемые реактором, имеют существенный разброс по амплитуде. В связи с этим является актуальной постановка вопроса о статистически оптимальном регулировании мощности.*

2. РЕЖИМЫ РАБОТЫ ИМПУЛЬСНОГО РЕАКТОРА

В реакторном режиме работы неавтоматические органы управления выводят в такое положение, при котором реактор на короткое время (доли миллисекунды) периодически переходит в надкритическое состояние на мгновенных нейтронах. В результате генерируются короткие импульсы мощности эффективной шириной, составляющей доли миллисекунды. Период импульсов составляет доли секунды.

Между импульсами реактор глубоко подкритичен, в результате чего энергия, выделяемая между импульсами, составляет единицы процентов от полной энергии за период. Вследствие этого при анализе можно считать, что вся энергия выделяется в импульсах.

Из-за периодического выхода в надкритическое состояние импульсный реактор очень чувствителен к возмущениям реактивности, которые обусловлены вибрацией модулятора, дрожанием топливных кассет, флуктуациями температуры и расхода теплоносителя в активной зоне и т.п. В результате импульсному реактору свойственны достаточно высокие флуктуации энергии импульсов (до $\pm 40\%$ для реактора ИБР-2). На рис. 1 показано распределение энергии импульсов реактора ИБР-2 при средней мощности 1,5 МВт. При средней мощности 1,5 МВт дисперсия $\sigma^2 = 0,09^2$, при 2 МВт — $\sigma^2 = 0,073^2$.

* Работа выполнена по проекту МНТЦ №1932.

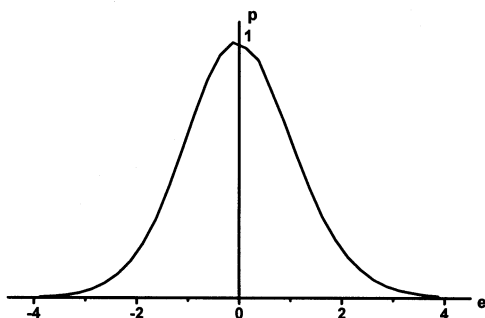


Рис. 1. Распределение p (в отн. ед.) относительного отклонения энергии импульса мощности от базового значения e (в долях σ) для реактора ИБР-2 при средней мощности 1,5 МВт. σ^2 — дисперсия

Другим режимом работы реактора является бустерный режим. В этом случае модулятор по-прежнему создает всплески реактивности, но органы управления находятся в таком положении, что реактор всегда подкритичен. В момент наименьшей подкритичности в мишень, расположенную в центре активной зоны реактора, поступают короткие (доли — единицы микросекунды) импульсы электронов от ускорителя. Под их действием мишень генерирует такие же короткие нейтронные импульсы, которые размножаются активной зоной реактора. В результате реактор генерирует импульсы мощности несколько большей, чем длительность электронных импульсов, но во много раз короче, чем в реакторном режиме. В этом режиме многие годы работал реактор ИБР-30 совместно с линейным ускорителем электронов. В бустерном режиме реактора коэффициент усиления нейтронов, генерируемых мишенью, на порядок больше, чем у обычной подкритической сборки. Это достигается за счет того, что из-за наличия модулятора реактивности в момент инжекции электронов подкритичность реактора на порядок меньше подкритичности сборки.

Наконец, возможен промежуточный режим работы [1,2], при котором на короткое время реактор выходит в надкритическое состояние на мгновенных нейтронах, но уровень этой надкритичности меньше равновесного уровня, соответствующего реакторному режиму. В моменты времени, близкие переходу в надкритическое состояние, в мишень реактора инжектируются импульсы от ускорителя. В результате

возникает возможность корректировать величину энергии каждого импульса мощности в отдельности путем необходимого смещения момента инжекции. При этом момент инжекции вычисляется по замеренной доле энергии импульса, выделяемой в течение короткого интервала времени в начале развития импульса мощности, который предстоит корректировать инжектором (рис. 2).

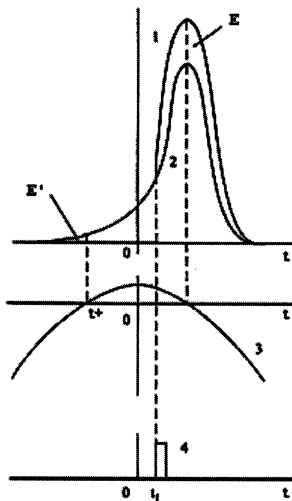


Рис. 2. Импульс мощности. 1 — импульс мощности; 2 — импульс мощности при отсутствии инжекции; 3 — реактивность, обусловленная модулятором реактивности; 4 — интенсивность нейтронов из мишени, обусловленная инжектором. t — время, t^+ — момент перехода реактора в надкритическое состояние, t_1 — момент инжекции, E — энергия импульса, E' — доля энергии в начале развития импульса до момента t^+

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О СТАТИСТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОМ АЛГОРИТМЕ

Интуитивный подход подсказывает правильное направление выбора алгоритма: регулятор должен обладать какой-то инерционностью. В работе [3] для реакторного режима приведен алгоритм, удовлетворяющий наперед выбранному критерию оптимальности. В качестве критерия был принят минимум среднеквадратического отклонения энергии будущего импульса мощности на основании информации, соответствующей предыдущим импульсам. Методика выбора алгоритма, основанная на теории оптимальных систем [4] при дополнительном введении в нее физически прозрачного понятия степени старения информации, оказалась достаточно

продуктивной, чтобы использовать ее для выбора алгоритма и для двух других режимов работы реактора. При выводе статистически оптимального алгоритма вначале предполагается, что для формирования оптимального закона регулирования в регуляторе может использоваться любая информация, которую можно получить из прошедших импульсов, в том числе информацию о величине реактивности в каждом импульсе. Решение задачи в такой общей постановке позволяет обоснованно упростить алгоритм и привести его к более удобному для реализации виду с тем, чтобы в формировании управляющего воздействия участвовали лишь параметры, доступные для непосредственного измерения.

4. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ РЕАКТОРНОГО РЕЖИМА

Регулятор должен обеспечить статистически оптимальное поддержание заданного уровня мощности.

Для энергии импульса в долях от базового значения справедлива следующая формула

$$\frac{E_k}{E^0} = \exp(Bx_k + Cz_k), \quad (1)$$

где k — индекс, соответствующий будущему импульсу; E, E^0 — соответственно энергия импульса и ее базовое значение, соответствующее установившемуся режиму; x, z — соответственно отклонение реактивности и отклонение интенсивности источников запаздывающих нейтронов от их базовых значений; B и C — константы. В дальнейшем для краткости отклонение реактивности мы будем называть реактивностью.

Реактивность x представлена суммой

$$x_k = u_k + \mu_k, \quad (2)$$

где u — реактивность, обусловленная регулятором; μ — шум реактивности, а также другие случайные возмущения, приведенные к реактивности. Поскольку на реактивность наложен случайный шум, регулятор в общем случае должен оценивать величину реактивности. Полагаем, что определение реактивности осуществляется с ошибкой η , имеющей случайный характер:

$$y = x + \eta, \quad (3)$$

где y есть реактивность μ , измеренная с ошибкой η .

В качестве регулируемой величины принято относительное отклонение энергии от базовой величины для k -го импульса e_k :

$$e_k = \frac{E_k}{E^0} - 1. \quad (4)$$

На рис. 3 показана блок-схема для определения алгоритма регулятора.

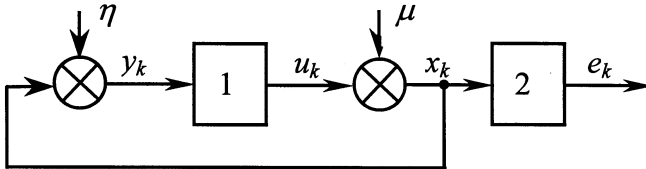


Рис. 3. Блок-схема реакторного режима работы: 1 — регулятор, 2 — реактор

5. МЕТОДИКА ВЫБОРА АЛГОРИТМА РЕГУЛИРОВАНИЯ

Вводится удельная функция потерь, т.е. функция потерь для k -го (будущего) импульса:

$$Q_k = Q_k(k, x_k). \quad (5)$$

Оптимальной считается такая система, для которой удельный риск R_k , представляющий собой математическое ожидание удельной функции потерь $M(Q_k)$, минимален:

$$R_k = M(Q_k) = \min. \quad (6)$$

Стремление минимизировать не комбинацию рисков нескольких будущих импульсов (что было бы аналогично интегральному критерию качества переходного процесса в автоматических системах), а риск уже для первого будущего импульса диктуется желанием уменьшить вероятность ложного срабатывания аварийной защиты реактора.

Для общности считается, что регулятор обладает памятью. Следовательно, выходная величина регулятора u_k зависит от значений y_j и u_j , соответствующих предыдущим импульсам ($j < k$).

Согласно теории оптимальных автоматических систем [4], статистически оптимальный алгоритм сводится к выбору значения u_k , минимизирующего функцию

$$\chi_k = \int_{\Omega(\mu, x_k)} Q(k, x_k) P(x_k | \mu, k, u_k) P_0(\mu) \left[\prod_{j=0}^{k-1} P(y_j | \mu, j, u_j) \right] d\Omega(\mu, x_k), \quad (7)$$

где $P_0(\mu)$ — априорная плотность вероятности μ ; $P(x_k | \mu, k, u_k)$, $P(y_j | \mu, j, u_j)$ — соответственно условная плотность вероятности x для k -го импульса и y для j -го импульса, причем $j=0$ соответствует началу отсчета; Ω — область, включающая в себя совокупность возможных значений μ и x_k . В нашем случае

$$P(x_k | \mu, k, u_k) = \delta[x_k - (u_k + \mu)], \quad (8)$$

где δ — дельта-функция.

Предполагается, что априорная плотность вероятности μ распределена по нормальному закону

$$P_0(\mu) = \frac{1}{\sigma_\mu \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\mu - m_0)^2}{2\sigma_\mu^2}\right), \quad (9)$$

где σ_μ^2 и m_0 — соответственно априорные значения дисперсии и среднего значения μ .

Предполагаем, что плотность вероятности η также подчиняется нормальному закону. Регулятор воспринимает переменную y , являющуюся оценкой реактивности x , измеренной с ошибкой η . Для общности принимаем, что полученные оценки могут зависеть от времени. В связи с этим вводим зависимость плотности вероятности η от разности номеров импульсов $k-j$, где $j \leq k$.

$$P_j(\eta) = \frac{1}{\sigma_{\eta j} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_{\eta j}^2}\right) = \frac{a_{k-j}}{\sigma_\eta \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{a_{k-j}^2 \eta^2}{2\sigma_\eta^2}\right). \quad (10)$$

Здесь дисперсия в j -м импульсе $\sigma_{\eta j}^2$ выражена через дисперсию в k -м импульсе σ_η^2 следующим образом:

$$\sigma_{\eta j}^2 = \frac{\sigma_\eta^2}{a_{k-j}^2}, \quad (11)$$

где $a_{k-j} \geq 0$ — коэффициент, зависящий от номера импульса.

Если $a_{k-j}^2 = 1$ для всех j , то плотность вероятности η не зависит от номера импульса. Если же $1 = a_0 \langle a_1 \rangle a_2 \dots$, то $\sigma_\eta = \sigma_{\eta k} \langle \sigma_{\eta k-1} \langle \sigma_{\eta k-2} \dots$. Это означает, что регулятор воспринимает более раннюю оценку реактивности как менее точную. Таким образом, введенный коэффициент a_{k-j}^2 характеризует степень старения информации, получаемой регулятором. С целью упрощения анализа принимаем (с учетом нормального распределения μ), что область возможных значений μ простирается от $-\infty$ до ∞ .

6. АЛГОРИТМ РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ РЕАКТОРНОГО РЕЖИМА

В качестве удельной функции потерь принимаем квадрат относительного отклонения энергии будущего импульса

$$Q_k(k, x_k) = e_k^2 = [\exp(Bx_k + Cz_k) - I]^2. \quad (12)$$

Из рис. 3 следует, что

$$P(y_j | \mu, j, u_j) = P_j(\eta) = P_j[\eta = y_j - (u_j + \mu)]. \quad (13)$$

Минимизация выражения (7) по u_k приводит к следующей формуле оптимального алгоритма

$$u_k = -\frac{C}{B} z_k - \frac{\frac{3}{2} B \sigma_\eta^2 + \left(\frac{\sigma_\eta}{\sigma_\mu}\right)^2 m_0 + \sum_{j=0}^{k-1} a_{k-j}^2 (y_j - u_j)}{\left(\frac{\sigma_\eta}{\sigma_\mu}\right)^2 + \sum_{j=0}^{k-1} a_{k-j}^2}. \quad (14)$$

Индекс k относится к будущему импульсу, индекс j — к предыдущим (их номера от 0 до $k-1$). Нулевой индекс относится к началу отсчета.

Очевидно, что первый член в правой части выражения (14) компенсирует отклонение интенсивности источников запаздывающих нейтронов от базового значения, а второй — оценку шума μ для k -го импульса.

Понимание физического смысла полученного алгоритма позволяет сделать обоснованные упрощения. Для режима стабилизации можно пренебречь величиной z_k . Можно предположить, что величина σ_η достаточно мала. Величину y_j можно

приближенно выразить из уравнения (1). В результате алгоритм существенно упрощается и принимает вид

$$u_k = \frac{1}{\sum_{j=0}^{k-1} a_{k-j}^2} \sum_{j=0}^{k-1} a_{k-j}^2 \left(u_j - \frac{1}{B} e_j \right). \quad (15)$$

Алгоритм (15) является алгоритмом замкнутой системы регулирования, поскольку управляющее воздействие u является функцией регулируемой величины e .

Представляется обоснованным характеризовать степень старения информации следующим соотношением

$$a_{k-j}^2 = \exp[-(k-j)T/T_A], \quad (16)$$

где T — период импульсов, T_A — постоянная времени ($T > T_A$). Соотношение (16) означает, что информации более давнего происхождения придается меньший вес.

Начиная уже с $k > 5T_A/T$ сумма $\sum_{j=0}^{k-1} a_{k-j}^2 \approx \text{const}$ и из соотношений (15) и (16) следует, что регулятор представляет собой инерционное звено с коэффициентом передачи

$$k_A = T_A [\exp(T/T_A) - 1]$$

и постоянной времени T_A , на вход которого подается импульсная величина $u_j - \frac{1}{B} e_j$.

Период импульсов T составляет доли секунды. Поэтому из общих соображений должно быть отдано предпочтение случаю, когда $T_A \gg T$. При этом регулятор упрощается и представляет собой интегрирующее звено с передаточной функцией

$$W_A(s) = \frac{T}{T_A s}, \quad (17)$$

на вход которого подается импульсная величина $-\frac{1}{B} e_j$, где $j=0, 1, \dots, k-1$. В формуле (17) s является переменной преобразования Лапласа.

Рассмотренный статистический подход к выбору структуры регулятора при обоснованных допущениях и упрощениях приводит к традиционной структуре регулятора в виде интегрирующего звена.

7. АЛГОРИТМ РЕГУЛИРОВАНИЯ ПРИ РАБОТЕ РЕАКТОРА СОВМЕСТНО С ИНЖЕКТОРОМ

В работах [1,2] обсуждался вариант коррекции энергии текущего импульса путем соответствующего изменения момента инжекции в реактор электронного импульса от инжектора. На примере реактора с параметрами ИБР-2 было отмечено, что мощность в импульсе достигает своего максимума примерно через 400 мкс после момента перехода реактора в надкритическое состояние на мгновенных нейтронах. В момент перехода мощность реактора меньше амплитудного значения на два порядка. В течение короткого интервала времени, предшествующего этому переходу, необходимо замерить долю энергии развивающегося импульса мощности, по ней вычислить максимум надкритичности в этом импульсе, после чего определить момент инжекции, необходимый для коррекции развивающегося импульса мощности. Очевидно, что в таких условиях надо ожидать ошибок в вычислении максимальной надкритичности, соответствующей развивающемуся импульсу. В связи с этим этот режим работы реактора также целесообразно рассмотреть с точки зрения оптимизации коррекции при неизбежных ошибках в вычислении надкритичности, используя информацию, полученную в предыдущих импульсах.

Поскольку энергия импульса не может быть отрицательной, она представлена в виде экспоненциальной функции с линеаризованным показателем и выражена уравнением (18), аналогичным уравнению (1):

$$\frac{E_k}{E^0} = \exp(Au_k + B\mu_k). \quad (18)$$

В уравнении (18) u — отклонение момента инжекции относительно базового значения, μ — шум реактивности относительно базового (равновесного) значения надкритичности, $A = \left. \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \frac{E}{E^0} \right|_{\mu^0, u^0}$, $B = \left. \frac{\partial}{\partial u} \ln \frac{E}{E^0} \right|_{\mu^0, u^0}$ — коэффициенты разложения в ряд Тэйлора.

Считаем, что регулятор оценивает реактивность μ с ошибкой η . На рис. 4 показана блок-схема для определения оптимального алгоритма момента инжекции.

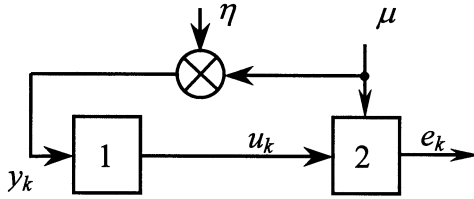


Рис.4. Блок-схема совместного режима работы: 1 — регулятор, 2 — реактор

Как и для предыдущего режима, в качестве регулируемой величины принято относительное отклонение энергии k -го импульса $e_k = \frac{E_k}{E^0} - 1$. Соответственно функция потерь имеет вид

$$Q_k(u_k, \mu_k) = e_k^2 = [\exp(Au_k + B\mu_k) - 1]^2. \quad (19)$$

Плотность вероятности μ и η и закон старения информации определены, как и для предыдущего режима, уравнениями (9), (10), (11).

В результате минимизации по u_k функции χ_k , соответствующей этому случаю и аналогичной выражению (17), получена следующая формула для статистически оптимального алгоритма.

$$u_k = - \frac{\frac{3}{2} B \sigma_\eta^2 + \left(\frac{\sigma_\eta}{\sigma_\mu} \right)^2 m_0 + \sum_{j=0}^{k-1} a_{k-j}^2 y_j}{A \left(\frac{\sigma_\eta}{\sigma_\mu} \right)^2 + \sum_{j=0}^{k-1} a_{k-j}^2}. \quad (20)$$

После тех же упрощающих предположений, что и для реакторного режима работы, алгоритм (20) упрощается и приводится к простому виду

$$u_k = \frac{1}{\sum_{j=0}^{k-1} a_{k-j}^2} \sum_{j=0}^{k-1} a_{k-j}^2 \left(u_j - \frac{1}{A} e_j \right). \quad (21)$$

Таким образом, если использовать информацию, полученную в предыдущих импульсах, то момент инжекции формируется на выходе интегрирующего звена с

передаточной функцией (17), на вход которого подается импульсная величина $-\frac{1}{A}e_j$, где $j = 0, 1, \dots, k-1$. В идеале же момент инъекции определяется по замеру частичной энергии в начале развития текущего (k -го) импульса мощности. С учетом ошибки измерения момент инъекции u_k , вычисленный для идеального случая, целесообразно скорректировать путем учета момента инъекции u_k , вычисленного из статистических соображений, и определять по формуле

$$\tilde{u}_k = u_k + c(u_k - u_k), \quad (22)$$

где \tilde{u}_k — скорректированный момент инъекции; c — коэффициент веса момента инъекции (обусловленного статистическими соображениями), выбранный из диапазона от 0 до 1.

Следует отметить, что система регулирования, использующая лишь идеальный вариант оценки момента инъекции, является разомкнутой. Учет момента инъекции, оцененного из статистических соображений, делает систему замкнутой.

8. АЛГОРИТМ РЕГУЛИРОВАНИЯ В БУСТЕРНОМ РЕЖИМЕ

В обычной подкритической сборке без модулятора реактивности подкритичность достаточно велика и ее флуктуации несут существенны. Поэтому разброс энергии импульсов обусловлен лишь флуктуациями импульсов, генерируемых мишенью под действием инжектора. В бустерном режиме реактора присутствуют оба источника флуктуаций. Если исходить из того, что преобладающим фактором в разбросе энергии импульсов являются флуктуации реактивности, то этому случаю соответствует рис. 3 и формула (1), где под z следует понимать отклонение мощности мишени от базового уровня.

Если преобладающим считать флуктуации мощности мишени, то этому случаю соответствует рис. 4 и формула (18), где под μ следует понимать шум мишени, а под u — отклонение подкритичности от ее базового значения.

Статистически оптимальный алгоритм регулирования реактивности для этих случаев сводится соответственно к выражениям (15) и (21).

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для трех режимов работы импульсного реактора дана методика определения статистически оптимального алгоритма регулирования. Алгоритм минимизирует отклонение от базового значения энергии будущего импульса мощности на основании информации, полученной регулятором в прошедших импульсах, с учетом степени старения информации. Показано, что оптимальный алгоритм реализуется регулятором в виде интегрирующего звена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Попов А.К. Регулирование энергии импульса быстрого реактора посредством инжектора. Атомная энергия, 1969, т. 27, вып. 6, с.554-556.
2. Peryolyshev Yu.N., Popov A.K. Control of reactor pulses by external neutron injection. Annals of Nuclear Energy, 28 (2001), pp. 1613-1624.
3. Попов А.К. О статистически оптимальном регулировании энергии импульсов быстрого реактора. Атомная энергия, 1971, т. 31, вып. 3, с. 269.
4. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. М., Физматгиз, 1963.

Получено 9 декабря 2002 г.

Попов А. К., Марачев А. А.

P13-2002-277

О статистически оптимальных алгоритмах регулирования для различных режимов работы импульсного реактора

Рассмотрены особенности стабилизации мощности импульсного реактора в реакторном режиме работы и в режиме совместной работы реактора и инжектора. Получены статистически оптимальные алгоритмы регулирования, обеспечивающие минимум среднеквадратического отклонения от базового значения энергии будущего импульса мощности на основании информации, соответствующей предыдущим импульсам, с учетом ее старения. В результате обоснованных упрощений показано, что оптимальный алгоритм реализуется в виде интегрирующего звена.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики им. И. М. Франка ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2002

Перевод авторов

Popov A. K., Marachyov A. A.

P13-2002-277

On Statistically Optimal Algorithms of Regulation for Different Regimes of a Pulsed Reactor

The special features of pulsed reactor power stabilization are considered for reactor and joint reactor and injector regimes. Statistically optimal algorithms of regulation are obtained for providing a minimum of the mean-square deviation of energy from its basic value for the future power pulse based on information obtained from the previous pulses taking into account the information aging rate. It is shown as a result of the based simplification that the optimal algorithm is realized by means of the regulator as an integrating element.

The investigation has been performed at the Frank Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2002

Редактор *М. И. Зарубина*
Макет *Н. А. Киселевой*

Подписано в печать 23.12.2002.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 0,75. Уч.-изд. л. 0,94. Тираж 305 экз. Заказ № 53676.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@pds.jinr.ru

www.jinr.ru/publish/