

P9-2002-289

Н. И. Голубева¹, И. Б. Иссинский, А. М. Кондратенко²,
М. А. Кондратенко², В. А. Михайлов,
Е. А. Строковский

**ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕПОЛЯРИЗАЦИИ
ПУЧКОВ ДЕЙТРОНОВ И ПРОТОНОВ
В КОЛЬЦЕ НУКЛОТРОНА**

¹DESY, Гамбург, Германия

²ГОО «Заряд», Новосибирск

1 Введение

Одной из фундаментальных характеристик элементарных частиц и атомных ядер является спин - собственный момент количества движения. Исследования последнего десятилетия развеяли широко распространенный в 1960-е - 70-е годы миф, или предрассудок, о том, что при высоких энергиях эффекты, связанные со спином, несущественны. Напротив, оказалось, что они сравнительно велики и имеют фундаментальное значение для понимания внутренней структуры элементарных частиц и атомных ядер. Поэтому исследования поляризационных эффектов в рассеянии элементарных частиц и легких ядер составляют основную часть исследовательских программ существующих и готовящихся к запуску современных ускорителей (нуклотрон (Дубна, Россия), COSY (Юлих, Германия) и RHIC (Брукхэйвен, США)). Основой поляризационной программы на нуклотроне является исследование структуры легких ядер на малых расстояниях, в первую очередь дейтронов. Такие исследования велись на ускорителе САТУРН (Сакле, Франция) и в России, на синхрофазотроне в Дубне (ОИЯИ) с использованием пучков поляризованных дейтронов. Полученные экспериментальные результаты дают весьма серьезные основания заключить, что в легких ядрах при расстояниях между нуклонами менее 0,5 Фм существенны кварковые степени свободы и кроме нуклонов в ядрах имеются (хотя интегрально, в виде небольшой примеси) нуклонные конфигурации, эффективно соответствующие нуклонным резонансам. (см., например: [1]-[5], а также [6]-[13] и др.). Другое направление, начатое сравнительно недавно и тоже на синхрофазотроне, состоит в исследовании поляризационных эффектов в кумулятивных процессах и глубокоподпороговом рождении антипротонов и странных частиц (см. доклады на перечисленных выше конференциях). Существует и ряд других направлений (поляризационные эффекты в рождении нуклонных резонансов, в рождении мезонов со скрытой странностью при околопороговых энергиях и т.п.), связанных с уже упомянутыми тем, что все они нацелены на получение экспериментальных данных о свойствах ядерной материи на малых расстояниях, проявлениях нуклонных (кварковых и глюонных) степеней свободы в ядрах и ядерной материи, свойствах сильновзаимодействующих частиц в ядерной среде по сравнению с вакуумом, и в конечном итоге на решение проблем непертурбативной квантовой хромодинамики, в первую очередь - проблемы конфайнмента ("невыветания" свободных кварков).

Реализация программы поляризационных исследований требует пучков поляризованных дейтронов, протонов и нейтронов высокой интенсивности. Следует отметить, что на сегодняшний день поляризованные дейтроны и протоны с кинетической энергией выше 2,8 ГэВ в настоящее время можно получить только на нуклотроне: максимальная энергия протонов на ускорителе COSY (Юлих, Германия) составляет 2.83 ГэВ. В настоящее время поляризованный пучок дейтронов еще не доступен для экспериментаторов, а пучок поляризованных протонов пока доступен только на короткое время (1-2 недели в год).

Поэтому исследование динамики спина в циклических ускорителях, поиск новых способов поляризации ядер и условий сохранения поляризации пучка при его ускорении в циклической машине сегодня являются, на наш взгляд, чрезвычайно актуальной задачей фундаментальной важности. Практическое значение этих исследований обусловлено, кроме решения задачи создания интенсивных пучков поляризованных нуклонов и легких ядер, также и тем, что работа ускорителя в режиме нескольких потребителей с выводом поляризованного пучка при нескольких энергиях на различные установки требует нахождения таких режимов управления ускорителем, которые обеспечивают сохранение поляризации пучка; эти режимы должны быть “технологичными” (т.е. дежурный персонал обязан уметь их устанавливать и поддерживать). Кроме того, решение проблемы получения поляризованного пучка с направлением поляризации под любым желаемым углом к направлению импульса пучка позволило бы экспериментаторам найти новые, более эффективные схемы некоторых экспериментов. Становится важным выявить условия, разработать и обосновать методы сохранения поляризации дейтронов и протонов при их ускорении в нуклотроне ОИЯИ.

Нуклотрон ОИЯИ является уникальным ускорителем со сверхпроводящей магнитной структурой, небольшой скоростью подъема поля и в будущем с достаточно малым эмиттансом пучка. Данная работа основывается на результатах, полученных ранее (грант РФФИ N 98-02-16486), и является необходимой для определения деполяризующих эффектов в кольце нуклотрона. При расчетах использовались данные о структуре нуклотрона, приведенные в работах [14, 15].

2 Анализ деполяризации пучка частиц в ускорителях

2.1 Исследование деполяризации пучка в кольце нуклотрона при ускорении

2.1.1 Уравнения движения спина в циклических ускорителях

Методика анализа поляризации пучка частиц в кольце нуклотрона основывается на теории, разработанной еще в 1970-1977 гг. [16]-[20]. Из-за циклического характера движения частиц в ускорителе целесообразно ввести переменную обобщенного азимута θ , и уравнение для спина перепишется в виде

$$\vec{S}' \equiv \frac{d\vec{S}}{d\theta} = \vec{W} \times \vec{S}, \quad (1)$$

где $\vec{W} = \frac{\vec{\Omega}_t}{\theta}$, $\vec{\Omega}_t = -\frac{e}{mc} \left[\left(\frac{1}{\gamma} + a \right) \vec{B} - a \frac{\gamma}{\gamma+1} (\vec{B} \cdot \vec{\beta}) \vec{\beta} + \left(\frac{1}{\gamma+1} + a \right) \vec{E} \times \vec{\beta} \right]$.

Здесь t – время, а $\vec{\Omega}_t$ – частота прецессии спина; $\vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c}$ – скорость частицы в

единицах скорости света c ; $\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$ - релятивистский фактор; $a = (g - 2)/2$ - аномальная часть гиромагнитного отношения (для дейтрона $a = -0.143$, для протона $a = 1.793$).

На замкнутой равновесной орбите частота прецессии становится периодической функцией азимута:

$$\vec{W} \rightarrow \vec{W}_S(\theta) = \vec{W}_S(\theta + 2\pi).$$

На равновесной орбите для уравнения вращения (1) существует периодическое решение:

$$\vec{n}(\theta) = \vec{n}(\theta + 2\pi),$$

и, таким образом, общее решение для спина может быть представлено в виде

$$\vec{S} = S_{\parallel} \vec{n} + \frac{1}{2}(S_{\perp} \vec{\eta} + S_{\perp}^* \vec{\eta}^*),$$

где $\vec{S}^2 = S_{\parallel}^2 + |S_{\perp}|^2$, а $\vec{\eta}$ и $\vec{\eta}^*$ - остальные два собственных ортогональных (и комплексносопряженных между собой) решения уравнения вращения (1), обладающие свойствами

$$\vec{\eta}(\theta + 2\pi) = \vec{\eta}(\theta) e^{-2\pi i \nu}.$$

Число ν является обобщенной частотой прецессии в единицах частоты обращения (величина $2\pi\nu$ имеет смысл угла поворота спина вокруг \vec{n} через оборот частицы в ускорителе). Проекция S_{\parallel} и частота ν являются интегралами движения уравнения (1) при движении по равновесной орбите. Другими словами, в общем случае изменяющееся направление \vec{n} является направлением оси квантования частицы и находится как периодическое решение уравнения вращения с угловой частотой $\vec{W}_S(\theta)$. Адиабатический инвариант $S_{\parallel} = \vec{S} \cdot \vec{n}$ пропорционален спиновому квантовому числу.

В системе периодических ортов, связанных с \vec{n} , уравнение для спина частицы, движущейся по отклоненной от равновесной орбите, становится следующим:

$$\vec{S}' = (\nu \vec{n} + \vec{w}) \times \vec{S},$$

где $\vec{w} = \vec{W} - \vec{W}_S$ - добавка в частоту прецессии, появляющаяся при движении по отклоненной орбите. Доказана динамическая устойчивость поляризации пучка, направленной вдоль \vec{n} при движении в произвольно меняющихся полях. Исключением являются лишь небольшие области спиновых резонансов, когда частота прецессии совпадает с целочисленной комбинацией из частот орбитального движения:

$$\nu = \nu_k \equiv k_{\theta} + k_x \nu_x + k_z \nu_z + k_{\gamma} \nu_{\gamma}, \quad (2)$$

где $\nu_x, \nu_z, \nu_{\gamma}$ - приведенные частоты радиальных, вертикальных и синхротронных колебаний частицы вблизи равновесной орбиты,

а $k_\theta, k_x, k_z, k_\gamma$ - целые числа. Для неравновесной частицы в области резонанса отклонение спина от направления \vec{n} будет медленно нарастать, и за число оборотов частицы в ускорителе $\sim \frac{1}{|w_k|}$ проекция спина $S_{||}$ изменяется на величину порядка единицы (w_k - соответствующая фурье-гармоника возмущения \vec{w} в подвижной системе ортов).

Для анализа движения спина вблизи равновесной траектории используем "ускорительную" систему ортов. Радиус-вектор частицы \vec{r} в этой системе представляется в виде

$$\vec{r} = \vec{r}_S + x\vec{e}_x + z\vec{e}_z,$$

где \vec{e}_x, \vec{e}_z - орты в радиальном и вертикальном (поперек плоскости орбиты) направлениях, $\vec{e}_y = \vec{r}'_S/R$ - орт вдоль скорости равновесной частицы, R - радиус равновесной орбиты ускорителя:

$$\vec{e}_x = K_x \vec{e}_y, \quad \vec{e}_z = K_x \vec{e}_y, \quad \vec{e}_y = K_x \vec{e}_z - K_z \vec{e}_x. \quad (3)$$

Здесь $\vec{K} = (K_x, 0, K_z)$ - угловая скорость вращения "ускорительного" базиса. Не представляет принципиальных затруднений получить уравнения для поперечных колебаний частиц в циклическом ускорителе при движении в магнитном поле \vec{H} .

Для анализа движения спинов частиц можно расписать вектор скорости прецессии \vec{W} в той же "ускорительной" системе ортов. Однако уравнения для вращения спинов существенно упрощаются в системе ортов, связанной с точным направлением скорости частицы (а не с направлением скорости равновесной частицы) ("натуральная" система ортов). Из-за малого разброса направлений скорости частиц в пучке натуральная система ортов мало отличается от "ускорительной" системы. В данной работе авторы предлагают "натуральную" систему ортов ($\vec{a}, \vec{\tau}, \vec{b}$) выбрать так, чтобы ее вид был симметричен по отношению к замене \vec{e}_x на \vec{e}_z :

$$\begin{aligned} \vec{\tau} &= \frac{\vec{r}'}{|\vec{r}'|} = \frac{\vec{V}}{V}; \\ \vec{a} &= \vec{e}_x - (\vec{\tau} \cdot \vec{e}_x) \frac{\vec{\tau} + \vec{e}_y}{1 + \vec{\tau} \cdot \vec{e}_y}; \\ \vec{b} &= \vec{e}_z - (\vec{\tau} \cdot \vec{e}_z) \frac{\vec{\tau} + \vec{e}_y}{1 + \vec{\tau} \cdot \vec{e}_y}. \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, задача сводится к решению уравнения вращения для вектора спина в электромагнитном поле \vec{E} и \vec{H} в натуральной системе ортов с компонентами частоты прецессии Ω , равными

$$\Omega_\alpha \equiv \vec{\Omega} \cdot \vec{a} = \nu_{||} \vec{a} (\vec{K} + \vec{\tau} \times \vec{r}') - \frac{q}{\gamma^2} \frac{\vec{E} \vec{b}}{\theta};$$

$$\Omega_b \equiv \vec{\Omega} \cdot \vec{b} = \nu_{\parallel} \vec{b}(\vec{K} + \vec{\tau} \times \vec{\tau}') + \frac{q}{\gamma^2} \frac{\vec{E} \vec{a}}{\theta}; \quad (5)$$

$$\Omega_{\tau} \equiv \vec{\Omega} \cdot \vec{\tau} = -\vec{\tau}(\vec{K} + \frac{q}{\gamma \theta} \vec{H}) + \frac{\vec{\tau}' \times \vec{e}_y}{1 + \vec{\tau}' \cdot \vec{e}_y}.$$

Здесь $\nu_{\parallel} = \gamma \frac{q_a}{q_0} = \gamma \frac{q-2}{2}$ — приведенная частота прецессии в вертикальном магнитном поле H_z , $q = q_0 + q_a$ - гиромагнитное отношение (для дейтронов $\nu_{\parallel} = -0,143\gamma$, для протонов $\nu_{\parallel} = 1,793\gamma$).

Как уже отмечалось, поляризация пучка становится неустойчивой в области спиновых резонансов (2). При изменении энергии частиц в ускорителе с почти постоянным по направлению магнитным полем приведенная частота прецессии спина $\nu = \nu_{\parallel}$ изменяется пропорционально энергии и пересечение “опасных” областей спиновых резонансов при подъеме энергии пучка становится неизбежным. Основными параметрами при прохождении спинового резонанса являются величина соответствующей фурье-гармоники возмущения w_k и скорость пересечения резонанса $\epsilon' = \frac{d}{d\theta}(\nu - \nu_k)$.

Ориентация спина после прохождения каждого резонанса определяется его начальной ориентацией и скоростью прохождения. При быстром прохождении направление спина вдоль поля сохраняется. Спин, ориентированный вдоль поля, после медленного прохождения оказывается перевернутым. В промежуточной ситуации ориентация спина, вообще говоря, слабо коррелирует с направлением магнитного поля. Из-за разброса частот прецессий и мощностей резонансов для разных частиц в пучке (приводящего к размешиванию фаз прецессий вокруг поля) наиболее устойчивой оказывается поляризация, направленная вдоль поля. Достаточным является условие быстрого или медленного прохождения каждого резонанса.

Приведем результат для степени деполаризации пучка после быстрого пересечения резонанса в линейном приближении по w :

$$D = \left\langle \frac{1}{2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} w \exp \left(-i \int_0^{\theta} \epsilon d\theta \right) d\theta \right|^2 \right\rangle, \quad (6)$$

где $\epsilon = \nu - \nu_k$ — отстройка резонанса, w — его мощность ($w \ll \sqrt{\epsilon'^2 + w'^2}$).

В простом случае $w = \text{const}$, $\epsilon' = \text{const}$ (т.е. величины w и ϵ' мало изменяются за характерное время прохождения резонанса $\Theta \sim \frac{1}{\sqrt{\epsilon'}}$) получаем хорошо известную формулу:

$$D = \pi \frac{w^2}{|\epsilon'|}.$$

При “медленном” пересечении происходит переверт направления поляризации, а степень деполаризации существенно зависит от характера “медленных” модуляций в “спектре” орбитального движения (например, от параметров синхротронной модуляции энергии частиц в пучке).

Описание движения спина в натуральной системе ортов особенно полезно при анализе спиновых резонансов в нелинейных приближениях. Упрощающим расчеты обстоятельством могут служить следующие соображения. Наиболее существенный вклад дают разложения полей нелинейных элементов магнитной структуры ускорителя. Такое разложение идет по степеням малого отношения размера пучка σ к магнитной апертуре A элементов системы (по степеням σ/A). Для нуклотрона размер пучка составляет около сантиметра, а апертура - дециметры. Следующий по величине вклад дают разложения по степеням углового и фазового разброса частиц в пучке (по степеням $|x'|/R, |z'|/R, \Delta\rho/\rho$). Эти параметры имеют величину, значительно меньшую, составляющую около 10^{-3} . С учетом сказанного следует принять во внимание прежде всего члены разложения поля вблизи центральной орбиты.

2.1.2 Анализ спиновых резонансов в линейном приближении

При движении частицы в плоскости орбиты ($z = 0$) спин прецессирует вокруг поля с частотой, равной ν . Возмущения в движении спина связаны с вертикальным отклонением в движении частицы.

Выпишем спиновые возмущения в линейном приближении по отклонению орбиты от равновесной:

$$\{w_a; w_r; w_b\} = \left\{ \nu \frac{z''}{R}; \frac{q}{q_0} \left(K_z \frac{z}{R} \right)' - K_z \frac{z'}{R}; \nu \left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma} K_z - \frac{x''}{R} \right) \right\}. \quad (7)$$

Здесь ν — значение частоты прецессии центральной частицы, а $\frac{\Delta\gamma}{\gamma}$ — относительное отклонение энергии от энергии центральной частицы.

В идеальной структуре с суперпериодом p в линейном приближении по отклонениям от равновесной орбиты ($|k_x| + |k_z| < 2$) возможна серия резонансов с номерами

$$\nu = kp \pm \nu_z,$$

которые называют внутренними. Остальные резонансы связаны с искажением магнитной структуры кольца, которые вызваны неточностями изготовления и монтажа элементов структуры, с нелинейными возмущениями спинового и орбитального движений и с включением корректирующих и функциональных элементов (диполей, квадруполов, секступолов и т.д.). В линейном приближении к резонансам, связанным с искажением структуры, относятся:

- $\nu = k_p$ — целые резонансы;
- $\nu = k \pm \nu_z$ — несуперпериодные резонансы ($k \neq np$);
- $\nu = k \pm \nu_x$ — резонансы связи X - и Z -колебаний.

Мощность спигового резонанса $\nu = \nu_k$ определяется соответствующей фурье-гармоникой w :

$$w_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (w_a - i w_\tau) \exp(i \nu_k \widetilde{K_z}) d\theta, \quad \varepsilon' = \frac{d}{d\theta}(\nu - \nu_k). \quad (8)$$

Внутренние резонансы. В идеальной магнитной структуре поперечные компоненты спигового возмущения выглядят следующим образом:

$$w_a = \nu \frac{z''}{R}, \quad w_\tau = \frac{q}{q_0} \left(K_z \frac{z}{R} \right)' - K_z \frac{z'}{R}.$$

Подставляя выписанные компоненты возмущения в формулу (8), можно вычислить мощности внутренних резонансов $\nu = kp \pm \nu_z$.

Целые резонансы. Наибольший вклад в мощности резонансов

$$\nu = k$$

дают радиальные и продольные компоненты магнитного поля, связанные с ошибками при изготовлении и монтаже элементов структуры.

Мощность спигового резонанса из-за продольного поля равна

$$w_k = -\frac{i}{2\pi} \frac{q}{q_0} \int_0^{2\pi} K_y \exp(i \nu \widetilde{K_z}) d\theta,$$

где $K_y = H_y / \langle H_z \rangle$.

При наклоне оси дипольного магнита относительно плоскости орбиты на угол α_y возникает продольное поле

$$K_y = \alpha_y K_z.$$

При некоррелированном сложении эффектов от отдельных диполей имеем

$$\overline{|w_{H_y}|^2} = \alpha_y^2 \frac{q^2}{q_0^2} \sum_m K_z^2 \eta^2 = \frac{q^2 \alpha_y^2}{q_0^2 M}, \quad (9)$$

где $\eta = \theta_n / 2\pi$ — доля орбиты, занимаемая диполем, M — число одинаковых диполей в кольце. Вклад от радиальных полей в резонанс дает искаженное вертикальное движение z_s , являющееся вынужденным решением уравнения

$$z_s'' + g_z z_s = Q, \quad \text{в котором} \quad Q = K_x R = \frac{H_x}{\langle H_z \rangle} R.$$

Решая уравнение для z_s , находим, что

$$z_s = \frac{1}{2i} \left[f_z \int_{-\infty}^{\theta} Q f_z^* d\theta - f_z^* \int_{-\infty}^{\theta} Q f_z d\theta \right].$$

Подставляя это решение в формулу для w , получаем выражение для мощности спинового резонанса $\nu = k$:

$$w = \frac{1}{2\pi R} \int_0^{2\pi} Q F_\nu \exp(i \nu_k \theta) d\theta, \quad (10)$$

где

$$F_\nu = \frac{\exp(-i \nu_k \theta)}{2} \cdot \left[f_z^* \int_{-\infty}^{\theta} \left((\nu_k^2 - 1) f_z' K_z - i \nu_k \frac{q}{q_0} f_z K_z^2 \right) \exp(i \nu_k \overline{K_z}) d\theta - f_z \int_{-\infty}^{\theta} \left((\nu_k^2 - 1) f_z'^* K_z - i \nu_k \frac{q}{q_0} f_z^* K_z^2 \right) \exp(i \nu_k \overline{K_z}) d\theta \right] \quad (11)$$

есть спиновая функция отклика, определяемая идеальной структурой кольца и имеющая суперпериод, равный $p = 8$, f_x и f_z — радиальная и вертикальная функции Флоке. Она является “откликом” системы на возмущения в виде δ -функции Дирака:

$$Q = 2\pi R \delta(\theta - \theta_c),$$

При этом мощность резонанса по величине будет равна функции отклика

$$w_k = F_\nu(\theta_c) \exp(i \nu_k \theta_c).$$

Резонансы связи. Рассмотрим вклад в спиновый резонанс

$$\nu = k - \nu_x,$$

связанный с ошибками в углах юстировки квадрупольей. При этом возникает градиент, связывающий Z - и X -колебания:

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} = -2\alpha_n \frac{\partial H_x}{\partial z}.$$

Уравнение для z -движения будет следующим:

$$z'' + g_z z = 2\alpha_n g_z x.$$

Для среднего квадрата мощности резонанса связи получаем, с учетом усреднения α_n^2 ,

$$\overline{|w_n|^2} = 4\overline{\alpha_n^2} \frac{|a_x|^2}{R^2} \sum_n g_z^2 \eta^2 |f_x|^2 |F_\nu|^2,$$

т.е. ошибка в угле юстировки квадрупольей дает малый вклад в резонанс связи: мощность резонанса связи примерно в $\sqrt{M_n}/\alpha_n$ раз меньше мощности внутреннего резонанса (M_n — число квадрупольей в кольце ускорителя).

Несуперпериодные резонансы. Внутренние резонансы $\nu = kp \pm \nu_z$ возможны в идеальной магнитной структуре и кратны суперпериоду $p = 8$. Несуперпериодные резонансы ($k_\theta \neq kp$)

$$\nu = k_\theta \pm \nu_z$$

возникают из-за отклонений градиентов магнитного поля от идеальных и связаны, например, с разбросом поля квадрупольей или с их смещениями вдоль орбиты. Средний квадрат мощности этих резонансов из-за разброса градиентов поля Δg равен

$$\overline{|w_g|^2} = \left(\frac{\Delta g}{g} \right)^2 \frac{|a_z|^2}{R^2} \sum_{\pi} g_z^2 \eta^2 |f_z F_\nu|^2.$$

Возмущение Δg приводит также к сдвигу спинового резонанса на величину смещения бетатронной частоты:

$$\Delta \nu = \left\langle \frac{\Delta g_z |f_z|^2}{2} \right\rangle.$$

2.1.3 Спиновые резонансы второго приближения

Вычисления резонансных гармоник в следующих приближениях в общем случае становятся громоздкими, и здесь следует принимать во внимание следующие члены разложения поля по отклонениям от центральной орбиты, резонансы следующих порядков по спиновым возмущениям (т.н. комбинационные резонансы).

Как уже указывалось, упрощающим расчеты обстоятельством может служить существенно разный вклад отдельных членов разложения поля. Наиболее существенный вклад дают разложения полей нелинейных элементов магнитной структуры ускорителя. Такое разложение идет по степеням малого отношения размера пучка r к магнитной апертуре A элементов системы (по степеням r/A).

С учетом этого обстоятельства прежде всего следует принять во внимание члены разложения поля вблизи центральной орбиты. С точностью до членов третьего порядка включительно магнитный потенциал $\phi(\theta, x, z)$ запишем в виде

$$\phi = \sum_{i,k=0}^3 \phi_{ik} x^i z^k.$$

Для компонент магнитного поля получаем

$$\begin{cases} H_x = \phi_{10} + \phi_{11} z + 2\phi_{20} x + \phi_{12} z^2 + 2\phi_{21} x z + 3\phi_{30} x^2, \\ H_z = \phi_{01} + \phi_{11} x + 2\phi_{02} z + \phi_{21} x^2 + 2\phi_{12} x z + 3\phi_{03} z^2, \\ H_y = (\phi'_{00} + \phi'_{10} x + \phi'_{01} z + \phi'_{11} x z + \phi'_{02} z^2 + \phi'_{20} x^2) / (R + K_x x - K_x z) \end{cases}$$

с коэффициентами $\phi_{ik}(\theta)$, связанными между собой соотношениями ($\text{rot } \vec{H} = 0, \text{div } \vec{H} = 0$):

$$\begin{cases} \phi_{20} + \phi_{02} + \frac{K_x}{2}\phi_{10} - \frac{K_x}{2}\phi_{01} + \phi''_{00} = 0, \\ 6\phi_{30} + 2K_x\phi_{20} + 2\phi_{12} - K_x\phi_{11} + \phi''_{10} - K'_z\phi'_{00} = 0, \\ 6\phi_{03} - 2K_x\phi_{02} + 2\phi_{21} + K_x\phi_{11} + \phi''_{01} + K'_z\phi'_{00} = 0. \end{cases}$$

Наиболее существенный вклад во втором приближении происходит от влияния нелинейности на вертикальное движение:

$$z'' + g_z z = \frac{R}{\langle H_z \rangle} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} (x^2 - z^2) + \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} xz \right].$$

2.1.4 Деполяризация пучка, вызываемая корректирующими элементами в нуклотроне

Рассмотрим влияние на поляризацию пучка корректирующих элементов, используемых в нуклотроне [21]. Эти элементы — дополнительные диполи, квадруполь и секступоль — при определенных условиях могут деполяризовать пучок. Может произойти когерентное сложение эффектов от отдельных элементов, и степень деполяризации пучка D при пересечении спинового резонанса станет пропорциональной квадрату числа элементов N :

$$D \sim N^2.$$

Напротив, существуют условия полной взаимной компенсации влияния на поляризацию корректирующих элементов. Результат воздействия корректоров существенно зависит от их величины, взаимного расположения и от функции отклика (11).

Резонансы от корректирующих диполей. При включении диполей становятся возможными целые резонансы $\nu = k$ в интервале энергии пучка в кольце нуклотрона.

Сила корректирующего диполя равна

$$Q = R \frac{\Delta H_x}{\langle H_z \rangle}.$$

Мощность резонанса определится по выписанной выше формуле (10). Видим, что влияние на спин корректирующего диполя минимально, если он размещен в точках минимума функции отклика, и максимально — в точках максимума $|F_\nu|$.

Мощность спинового резонанса можно скомпенсировать введением диполей в нескольких местах орбиты частиц.

Например, при включении двух диполей в местах орбиты с азимутами $\Theta = \Theta_1$ и $\Theta = \Theta_2$, удовлетворяющих условиям

$$k(\Theta_1 - \Theta_2) + \arg F_\nu(\Theta_1) - \arg F_\nu(\Theta_2) = n\pi, \quad (12)$$

$$|H_x^1 F_\nu(\Theta_1)| = |H_x^2 F_\nu(\Theta_2)|,$$

происходит их взаимная компенсация с устранением деполяризации при пересечении резонанса $\nu = k$ (при соответствующем выборе знаков полей в диполях).

Резонансы от корректирующих квадруполей. При включении корректирующего квадруполя $\frac{\partial H_x}{\partial x}$ становятся возможными и резонансы $\nu = k \pm \nu_x$.

Сила корректирующего элемента для резонансов $\nu = k - \nu_x$ равна

$$Q = \frac{a_z}{\langle H_z \rangle} \frac{\partial H_x}{\partial x} f_x,$$

для резонансов $\nu = k + \nu_x$:

$$Q = \frac{a_z^*}{\langle H_z \rangle} \frac{\partial H_x}{\partial x} f_x^*.$$

Мощность резонанса определяется подстановкой этих выражений для Q в формулу (10).

Аналогично, при включении двух корректирующих квадруполей в местах при $\Theta = \Theta_1$ и при $\Theta = \Theta_2$ и удовлетворяющих условиям

$$k(\Theta_1 - \Theta_2) + \arg \frac{F_\nu(\Theta_1)}{F_\nu(\Theta_2)} + \arg \frac{F_x(\Theta_1)}{F_x(\Theta_2)} = n\pi, \quad (13)$$

$$\left| \frac{\partial H_x}{\partial x} \right|_1 |F_\nu(\Theta_1)| |f_x(\Theta_1)| = \left| \frac{\partial H_x}{\partial x} \right|_2 |F_\nu(\Theta_2)| |f_x(\Theta_2)|,$$

два квадруполя полностью компенсируют друг друга и деполяризация при пересечении резонанса $\nu = k \pm \nu_x$ отсутствует ($F_x = f_x e^{-i\nu_x \theta}$). Аналогичным образом анализируются случаи с корректирующим градиентом $\frac{\partial H_x}{\partial x}$ и корректирующими секступолями.

2.1.5 Модуляционные резонансы

Для сохранения поляризации при ускорении существенным может оказаться влияние “медленной” модуляции частоты прецессии из-за синхротронных колебаний энергии, которую можно представить в виде

$$\nu = \gamma \frac{q_a}{q_0} = \bar{\nu} + \Delta \cos \Psi_\gamma,$$

где $\bar{\nu}$ — среднее значение частоты прецессии, $\Delta = \nu \frac{\Delta\gamma}{\gamma}$ — амплитуда, Ψ_γ — фаза синхротронной модуляции. Малую частоту синхротронных колебаний обозначим $\nu_\gamma = \Psi'_\gamma$, ($\nu_\gamma \ll \frac{c}{R}$).

Учет модуляции приводит к расщеплению каждого резонанса на серию сателлитных.

Пусть без учета модуляции мы имеем набор уединенных спиновых резонансов с мощностями w_k (обычно это наиболее мощные резонансы линейного приближения). Мощности спутных резонансов вычисляются из разложения в ряд Фурье модуляционной части спинового приближения:

$$w_k e^{i \int_{-\infty}^{\theta} \Delta \cos \Psi_{\gamma} d\theta} = w_k e^{i \frac{\Delta}{\nu_{\gamma}} \sin \Psi_{\gamma}} = w_k \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m \left(\frac{\Delta}{\nu_{\gamma}} \right) e^{i m \Psi_{\gamma}},$$

где $J_m(z)$ — функции Бесселя. Таким образом, становится возможным не только основной резонанс:

$$\bar{\nu} - \nu_k \equiv \varepsilon = 0,$$

но и серия спутных, отстоящих от основного на величины, кратные синхротронной частоте:

$$\bar{\nu} - \nu_k = m \nu_{\gamma}.$$

Мощности спутных резонансов равны

$$w_{km} = w_k J_m \left(\frac{\Delta}{\nu_{\gamma}} \right).$$

Отметим важное свойство, имеющее место и при негармонической модуляции частоты прецессии:

$$|w_k|^2 = \sum_m |w_{km}|^2.$$

Полезно привести формулу для среднего (по амплитудам колебаний энергии) квадрата мощности модуляционного резонанса. При гауссовском распределении амплитуд Δ в пучке имеем

$$\langle |w_{km}|^2 \rangle = w_k^2 I_m \left(\frac{\sigma^2}{2\nu_{\gamma}^2} \right) \exp \left(-\frac{\sigma^2}{2\nu_{\gamma}^2} \right),$$

где $\sigma^2 = \langle \Delta^2 \rangle = 2\nu^2 \left\langle \left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right)^2 \right\rangle$, $\sqrt{\langle (\Delta\gamma)^2 / \gamma^2 \rangle}$ — полуширина пучка, $I_m(x)$ — функция Бесселя от мнимого аргумента (модифицированная функция Бесселя).

Если основной резонанс пересекается быстро ($|w_k|^2 \ll \nu'$), а при подъеме энергии пересекаются все (наиболее мощные) спутные резонансы, учет синхротронной модуляции не меняет величины степени резонансной деполаризации пучка:

$$D = \frac{\pi}{\nu'} \sum_m \langle |w_{km}|^2 \rangle = \frac{\pi |w_k|^2}{\nu'}.$$

Кардинально меняется ситуация при медленном пересечении основного резонанса ($|w_k|^2 \gg \nu'$). В этом случае поляризация будет вообще утеряна, если

пересекается сателлитный резонанс с промежуточной скоростью, т.е. когда

$$\nu' \approx |w_{km}|^2 = |w_k|^2 J_m^2.$$

Поляризация будет сохранена, если сателлитные резонансы с низкими номерами $|m| \leq m_0$ проходят медленно, а с высокими $|m| > m_0$ — достаточно быстро. Для этого требуется резкое падение с номером “ m ” мощностей сателлитных резонансов. Резкое падение мощностей сателлитных резонансов наблюдается при малой величине отношения σ/ν_γ . Другая возможность реализуется для достаточно большой мощности основного резонанса (при $|w_k| > \nu_\gamma$) настолько, что “уточненное” условие сателлитных резонансов

$$\sqrt{|w_k|^2 + \varepsilon^2} = m \nu_\gamma$$

может быть выполнено для очень высоких чисел “ m ”.

2.2 Методы подавления деполяризации пучка частиц

Расчеты для нуклотрона показали, что как для протонов, так и для дейтронов без принятия специальных мер пучок практически полностью деполяризуется при ускорении до максимальной энергии. При согласовании направлений поляризации в канале инжекции деполяризационные эффекты в нуклотроне в основном связаны с пересечением спиновых резонансов при ускорении в кольце. При этом, как уже указывалось, степень деполяризации определяется параметром $|\frac{w_k^2}{\varepsilon^2}|$. При малом значении этого параметра происходит быстрое пересечение резонанса, при большом — адиабатическое, и степень поляризации сохраняется. Опасными являются пересечения резонансов с промежуточной скоростью, когда из-за размешивания фаз прецессии спина происходит значительная деполяризация пучка.

Таким образом, для сохранения поляризации возможны следующие схемы:

- с компенсацией мощности спинового резонанса w_ν для обеспечения быстрого прохождения резонанса;
- с преднамеренным увеличением мощности спинового резонанса w_ν для обеспечения адиабатического прохождения резонанса;
- с увеличением скорости пересечения спинового резонанса ε' для получения режима быстрого пересечения резонанса;

2.2.1 Компенсация мощностей спиновых резонансов

Этот метод [22, 23] особенно полезен для компенсации целых резонансов

$$\nu = k,$$

мощности которых определяются радиальными и продольными компонентами поля на орбите пучка. Эти компоненты поля возникают от несовершенств магнитной структуры (например, из-за ошибок при монтаже и изготовлении диполей и квадрупольей) и от корректирующих элементов нуклотрона.

Таким образом, необходимо скомпенсировать вклад как от несовершенства структуры w_{imp} , так и от корректирующих элементов w_{cor} .

Вопрос о компенсации вклада от корректирующих элементов рассмотрен выше (пп.2.1.4).

Для компенсации мощности резонанса несовершенства требуется ввести два диполя. Пусть w_{imp} – мощность от несовершенства структуры. Точное значение модуля w_{imp} может быть получено из экспериментальных данных по измерению степени деполяризации или по частоте биений вертикальной поляризации при нахождении в точном резонансе. Зная точное значение $|w_{imp}|$, можно найти также и фазу w_{imp} , производя пробные измерения степени деполяризации с включением компенсирующих диполей.

Для минимизации величины компенсирующих диполей их можно поместить в местах максимума функции отклика, располагая через период. Мы можем уменьшить вдвое значение корректирующих диполей, располагая их напротив в кольце ускорителя.

При введении корректирующих диполей возникает искажение равновесной орбиты, равное

$$z_s = R \operatorname{Im} \left(f_z \int_{-\infty}^{\theta} \frac{H_x}{\langle H_z \rangle} f_z^* d\theta \right).$$

2.2.2 Преднамеренное увеличение мощности спинового резонанса

Для сохранения поляризации при прохождении резонансов несовершенства можно рассмотреть метод адиабатического прохождения резонанса за счет преднамеренного увеличения мощности резонанса [18].

При медленном прохождении спиновых резонансов, как уже указывалось, дополнительную деполяризацию вызывает прохождение спутных резонансов, на которые расщепляется основной резонанс при синхротронных колебаниях энергии. Чтобы избежать эффектов деполяризации из-за синхротронной модуляции энергии, надо обеспечить резкое спадание мощностей спутных резонансов (см пп. 2.1.5). Требуемая мощность, например, может быть получена введением специального продольного поля в прямолинейный промежуток ускорителя, не искажающего равновесную орбиту пучка, которая может быть рассчитана из следующего выражения:

$$w_k = \frac{\varphi_y}{2\pi} = \frac{qH_y l_y}{2\pi\gamma} > m\nu_\gamma.$$

При такой величине поля происходит переворот вертикальной поляризации после пересечения резонанса.

2.2.3 Метод скачка бетатронной частоты

Известен метод сохранения поляризации за счет увеличения скорости пересечения спинового резонанса [22]-[24]. Скорость пересечения можно увеличить, например, путем организации скачка бетатронной частоты импульсными квадрулями в момент прохождения резонанса. Этим методом удалось ускорить поляризованные пучки протонов в ускорителях ZGS и AGS до максимальных энергий установок [22, 24]. Данный метод позволяет сохранять поляризацию при пересечении резонансов с бетатронными частотами, например, внутренние спиновые резонансы.

Степень деполяризации пучка при этом можно уменьшить до величины

$$D = \frac{2w_k^2}{\delta^2} \left(1 + \frac{\delta^4}{3\alpha^2}\right), \quad (14)$$

где $\delta = \Delta\nu_z/2$ — половина скачка бетатронной частоты, а $\alpha = d\nu_z/d\Theta = -\epsilon'$ — скорость пересечения резонанса в момент скачка бетатронной частоты. Данная формула позволяет вычислять степень деполяризации с точностью несколько процентов при $\delta^2 \leq 2|\epsilon'|$.

2.2.4 Метод скачка спиновой частоты

Для сохранения поляризации частиц при пересечении резонанса может быть эффективен предлагаемый метод скачка спиновой частоты. В традиционных циклических ускорителях с вертикальным полем частоты прецессии спина является функцией энергии, и осуществить быстрое изменение частоты прецессии становится нереальным. Однако это может быть осуществлено введением специальной конфигурации магнитного поля, при которой частота прецессии становится также функцией введенного магнитного поля. Метод позволяет сохранить поляризацию пучка, пересекая резонансы не только с бетатронными частотами, но и целые спиновые резонансы. Существует принципиальная возможность локально компенсировать искажения орбиты пучка и сдвиг бетатронных частот, не нарушая устойчивости бетатронного движения в кольце; скачком изменяются величины магнитного поля, а не их градиенты.

Рассмотрим схему с продольными и радиальными компонентами поля, изображенную на рис. 1. В линейном приближении в такой схеме введенные поля приводят к локальным искажениям орбиты, не вызывая связи между вертикальными и горизонтальными бетатронными колебаниями.

В приближении малых углов поворота спина направление равновесной поляризации остается вертикальным, а скачок частоты прецессии спина становится равным

$$\Delta\nu = \frac{\varphi_x \varphi_y}{2\pi}.$$

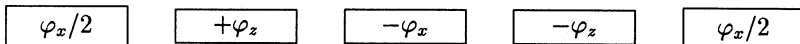


Рис. 1: Структура поля для получения скачка спиновой частоты

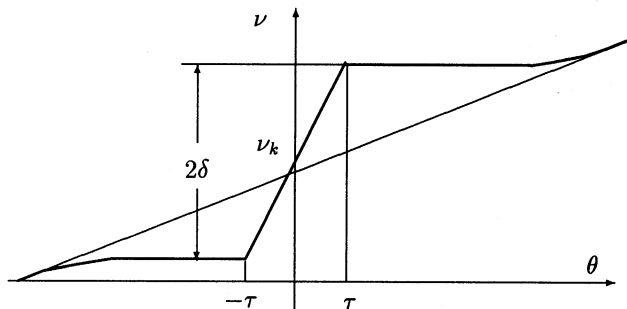


Рис. 2: Изменение частоты прецессии при пересечении резонанса

Целесообразно в момент пересечения резонанса импульсным образом изменять радиальное поле H_x , а продольное поле H_y делать постоянным (или слабо меняющимся) и как можно большей величины. Для уменьшения амплитуды скачка радиального поля можно данную конфигурацию поля размещать в нескольких местах кольца ускорителя.

При изменении частоты прецессии $\nu = \nu_0 + \Delta\nu$ (по закону, изображенному на рис. 2) вблизи резонанса $\nu = \nu_k$ степень деполяризации будет равна

$$D = \frac{2w_k^2}{\delta^2} \left| 1 + i e^{i\frac{\Psi}{2}} \sqrt{\Psi} \int_0^{\sqrt{\Psi}} e^{-i\frac{x^2}{2}} dx \right|^2,$$

где 2δ – полный скачок частоты прецессии, 2τ – время изменения частоты прецессии, $\Psi = \delta\tau$ – угол поворота спина за время изменения частоты прецессии. Данная формула полезна для вычисления малой степени деполяризации при быстром пересечении резонанса.

В приближении $\Psi \ll 1$ данная формула совпадает с (14).

Нетрудно убедиться, что схема, изображенная на рис. 1, в линейном приближении по H_x и H_y удовлетворяет условиям восстановления орбиты и компенсации связи X- и Z-колебаний.

Фокусировку частиц в ускорителе, вызываемую введением дополнительных полей, можно скомпенсировать (если необходимо) введением дополнительных квадрупольей. Часто целесообразно использовать схемы с определенными видами симметрии, например, с зеркальной или переносной симметрией.

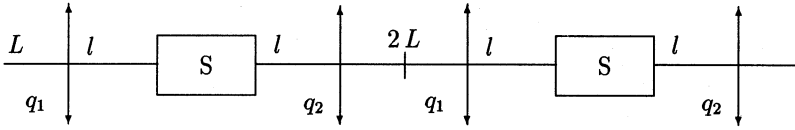


Рис. 3: Схема с переносной симметрией для компенсации сдвигов бетатронных частот

Матрица преобразования в системах с переносной и зеркальной симметрией через матрицу ее первой половины M_1 выглядит следующим образом :

$$M_{\Sigma}^{\text{пер}} = \begin{pmatrix} -1 + m_{11} \text{Sp}M_1 & m_{12} \text{Sp}M_1 \\ m_{21} \text{Sp}M_1 & -1 + m_{22} \text{Sp}M_1 \end{pmatrix},$$

$$M_{\Sigma}^{\text{зер}} = \begin{pmatrix} -1 + 2 m_{11} m_{22} & 2 m_{12} m_{22} \\ 2 m_{21} m_{11} & -1 + 2 m_{11} m_{22} \end{pmatrix},$$

$$M_1 = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}.$$

Так, например, при выполнении равенства $\text{Sp}M_1 = 0$ в схемах с переносной симметрией частоты бетатронных колебаний остаются постоянными вне зависимости от величин вводимых полей и энергий, а для компенсации сдвигов бетатронных частот достаточно четырех квадруполей.

На рис. 3 в качестве примера приведена одна из возможных схем с переносной симметрией для компенсации сдвигов бетатронных частот.

Здесь q_1, q_2 – силы компенсирующих квадруполей, S – матрица перехода в схеме полей, изображенных на рис. 1. В приближении тонких линз силы q_1, q_2 равны

$$q_1 = -q_2, \quad q_1^2 = \frac{1 + \tilde{Q}(L+l)}{Ll(2 + \tilde{Q}l)},$$

где \tilde{Q}^{-1} обозначает фокусное расстояние для встречных соленоидов (вкладом малого радиального поля в матрицу перехода S пренебрегаем). Если выбрать на энергии инжекции

$$\tilde{Q}_{\text{инж}} = -\frac{1}{L+l},$$

то схема будет работать во всем диапазоне энергий.

С ростом энергии возмущение бетатронных колебаний продольными полями становится малым, и тогда можно обойтись без компенсирующих квадруполей. Сдвиг частоты $\Delta\nu_{\text{max}}$ и максимальное отклонение по вертикали Δz_{max} при условии, что все элементы схемы расположены в свободном промежутке, могут быть рассчитаны по формулам

$$\Delta\nu_{\text{max}} = \frac{1}{\pi} \frac{H_y L_y}{HR} \frac{L_{12}}{R} f'_x f'_z, \quad \Delta z_{\text{max}} = \frac{1}{8} \frac{H_x L_x}{HR} (4L_y + 5L_x),$$

где $L_{12} = R(\theta_3 - \theta_1)$ – расстояние между соленоидами.

Таблица 1:

k_θ	k_x	k_z	ν	$E, \text{ГэВ/нуклон}$	w
-7	1	0	-0.20	0.37	10^{-5}
-14	0	2	-0.30	1.02	$6.3 \cdot 10^{-7}$
-14	1	1	-0.35	1.35	$3.1 \cdot 10^{-7}$
-14	2	0	-0.40	1.68	$1.6 \cdot 10^{-7}$
13	-2	0	-0.60	2.99	$1.6 \cdot 10^{-7}$
13	-1	-1	-0.65	3.32	$3.4 \cdot 10^{-7}$
13	0	-2	-0.70	3.65	$7 \cdot 10^{-7}$
6	-1	0	-0.80	4.30	$2.1 \cdot 10^{-6}$
6	0	-1	-0.85	4.63	$3.8 \cdot 10^{-6}$
-1	-1	1	-0.95	5.29	$5 \cdot 10^{-7}$
-1	0	0	-1.00	5.62	$2.34 \cdot 10^{-4}$

3 Деполяризация пучка дейтронов в кольце нуклотрона

При ускорении дейтронов в кольце нуклотрона пересекаются спиновые резонансы, в области которых происходит основное изменение степени поляризации пучка. При быстром пересечении резонанса можно получить значение мощности резонанса, при котором изменение степени поляризации пучка меньше 1%. Так, при подъеме поля со скоростью 1 Тл/с имеем

$$|w_k| \leq \sqrt{\frac{D|\varepsilon'|}{\pi}} = 1,4 \cdot 10^{-5}.$$

В таблице 1 приведены мощности всех возможных резонансов в интервале энергий пучка от 10 МэВ/нуклон до 6 ГэВ/нуклон.

Значение бетатронных частот выбраны равными

$$\nu_x \simeq 6,8; \quad \nu_z \simeq 6,85.$$

Для дейтронов наиболее существенными являются резонансы linebreak $\nu = -7 + \nu_z$ и $\nu = -1$.

В мощность резонанса $\nu = -7 + \nu_z$ дает вклад разброс градиента поля в квадруполях. В кольце нуклотрона эта величина составляет

$$\sqrt{\left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2} = 10^{-2},$$

что дает мощность резонанса $w_k = 10^{-5}$ и степень деполяризации 2%.

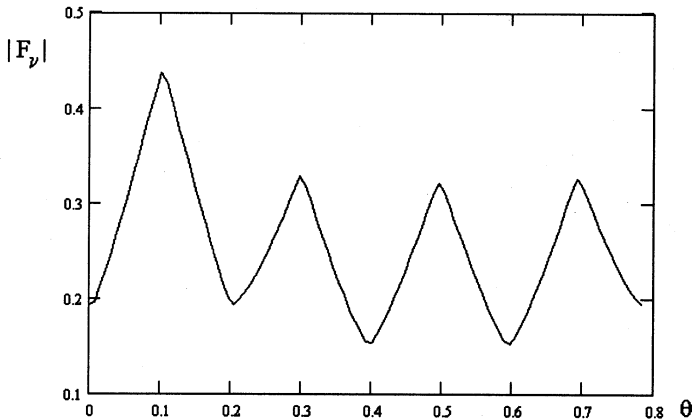


Рис. 4: Модуль функции отклика для резонанса $\nu = -1$

В резонанс $\nu = -1$ основной вклад дают ошибки при монтаже и изготовлении диполей и квадруполов. Для параметров $\alpha_y = \alpha_x = 10^{-3}$, $\Delta z_q = 0,2$ см имеем мощность резонанса $|w_k| = 2,34 \cdot 10^{-4}$, которая вызывает деполяризацию пучка.

На рис. 4 приведена функция отклика для резонанса $\nu = -1$.

3.1 Деполяризация пучка дейтронов, вызываемая корректирующими элементами

Корректирующие элементы могут оказать сильное воздействие на поляризацию пучка, и поэтому при включении нескольких корректоров следует учитывать их условие компенсации.

Приведем данные о мощностях спиновых резонансов, вызываемых одним корректором.

3.1.1 Корректирующие диполи

Включение корректирующего диполя длиной $l = 30$ см с полем $H_x = 0,13$ Тл в месте орбиты с максимальным значением функции отклика вызывает мощность резонанса $\nu = -1$, равную $w = 5,6 \cdot 10^{-5}$. При этом максимальное вертикальное отклонение орбиты равно 1 см. При пересечении этого резонанса со скоростью подъема поля 1 Тл/с происходит деполяризация пучка со степенью $D = 15\%$. При включении двух корректирующих диполей, удовлетворяющих условиям (12), происходит их взаимная компенсация, и их вкладом в деполяризацию пучка при пересечении резонанса можно пренебречь.

3.1.2 Корректирующие квадруполь

При включении корректирующего квадруполь $\frac{\partial H_x}{\partial x}$ становятся возможными резонансы $\nu = \nu_z - 7$ и $\nu = 6 - \nu_x$.

Сила корректирующего элемента для резонансов $\nu = 6 - \nu_x$ равна

$$Q = \frac{a_z}{\langle H_z \rangle} \frac{\partial H_x}{\partial x} f_x,$$

для резонансов $\nu = -7 + \nu_x$

$$Q = \frac{a_z^*}{\langle H_z \rangle} \frac{\partial H_x}{\partial x} f_x^*.$$

Для корректирующего квадруполь длиной $l = 30$ см и градиентом $\frac{\partial H_x}{\partial x} = 2,5$ Тл/м имеем

$$w_k = 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ для резонанса } \nu_x - 7;$$

$$w_k = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ для резонанса } 6 - \nu_x.$$

Сдвиг бетатронных частот в этом случае составит $\approx 0,025$. Степень деполяризации от одного квадруполь при пересечении резонанса будет пренебрежимо мала ($\approx 0,1\%$).

При включении двух корректирующих квадрупольей в местах при $\Theta = \Theta_1$ и при $\Theta = \Theta_2$, и удовлетворяющих условиям (13), два квадрупольей компенсируют друг друга.

Аналогичным образом анализируются случаи с корректирующим градиентом $\frac{\partial H_x}{\partial x}$.

3.1.3 Корректирующие секступоль

Секступоль с градиентом $\frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2}$ дают вклад в резонансы

$$\nu_1 = 2\nu_z - 14, \quad \nu_2 = 2\nu_x - 14,$$

$$\nu_3 = 13 - 2\nu_x, \quad \nu_4 = 13 - 2\nu_z.$$

Для секступоль длиной $l = 30$ см и градиентом $\frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} = 100$ Тл/м² получаем $w_1 = 6,3 \cdot 10^{-7}$, $w_2 = 1,5 \cdot 10^{-7}$, $w_3 = 1,6 \cdot 10^{-7}$, $w_4 = 7 \cdot 10^{-7}$.

Степень деполяризации от одного корректирующего секступоль при пересечении указанных резонансов будет пренебрежимо мала.

Можно выписать аналогичные условия компенсации влияния на поляризацию двух секступольей.

Аналогичным образом можно проанализировать случаи и для секступоль с градиентом $\frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2}$.

3.2 Способы предотвращения деполяризации дейтронов в нуклотроне

Расчеты показали, что наиболее опасным для дейтронного пучка является резонанс $\nu = -1$. Сильное влияние на поляризацию также могут оказать практически во всем диапазоне энергий корректирующие элементы, имеющиеся в кольце. Для уменьшения деполяризации могут быть использованы методы, описанные выше. Для примера, скомпенсируем мощность резонанса от несовершенства структуры кольца при условии, что $\omega_k = 10^{-4}$.

Для этого достаточно ввести в первый, третий, пятый и седьмой периоды в максимумы функции отклика (см. рис.4) компенсирующие диполи длиной 30 см и соответственно равными $D_1 = -750$ Эрст, $D_3 = -735$ Эрст, $D_5 = 750$ Эрст и $D_7 = 735$ Эрст, при этом максимальная амплитуда искажения равна 2,1 см.

Адиабатическое пересечение резонанса $\nu = -1$ можно обеспечить увеличив мощность резонанса до величины порядка $5 \cdot 10^{-3}$. Для этого потребуется ввести в кольцо продольное магнитное поле с интегралом

$$H_y l_y = 1,5 \text{ Тл} \cdot \text{м.}$$

При такой величине поля происходит переворот вертикальной поляризации после пересечения резонанса.

Другие опасные резонансы, которые могут возникнуть в нуклотроне (например, от корректирующих элементов), можно быстро пересекать скачком спиновой частоты. Для спинового резонанса мощностью $\omega_k = 10^{-5}$ и для степени деполяризации пучка 2% требуется величина скачка спиновой частоты $\Delta\nu = 2 \cdot 10^{-4}$ за время $\Delta t \ll 5$ мс. Для $\varphi_y = 0,12$ в структуре, изображенной на рис. 1, введенной в одном месте кольца, на энергии 5.63 ГэВ/нукл. требуются следующие значения магнитных полей: $H_y l_y = 6 \text{ Тл} \cdot \text{м}$, $H_x l_x = 0,45 \text{ Тл} \cdot \text{м}$.

Сдвиг бетатронной частоты будет равным 0,02, а максимальное отклонение равновесной орбиты составит 0,5 см.

4 Деполяризация пучка протонов в кольце нуклотрона

Основной проблемой при ускорении протонных пучков является большое число деполяризующих спиновых резонансов, которые необходимо пересечь. При энергиях в области энергий нуклотрона существенное изменение спиновой движения (например, с помощью "Сибирских змеек") проблематично и поэтому необходимо изучать все пересекаемые резонансы.

Рассмотрим деполяризующие эффекты в кольце нуклотрона ОИЯИ до энергии 11 ГэВ в магнитной структуре с частотой вертикальных бетатронных колебаний $\nu_z = 7,241$.

Таблица 2:

γa	γ	w_k	S_z
ν_y	4.0388	0.0205	0.9224
$16 - \nu_y$	4.8856	0.0015	0.9996
$8 + \nu_y$	8.5007	0.0163	0.9505
$24 - \nu_y$	9.3477	0.0466	0.6384

4.1 Внутренние спиновые резонансы

В таблице 2 приведены результаты вычислений мощностей спиновых резонансов $\nu = k \pm \nu_z$ с амплитудой, соответствующей нормализованному эмиттансу $\varepsilon_{x,z} = 10 \text{ мм} \cdot \text{мрад}$. Вычисления проведены по методике, описанной в работе [25]. Имеется 3 наиболее сильных спиновых резонанса в диапазоне энергий от 20 МэВ до 11 ГэВ. Мощность всех сильных резонансов меньше 0,05.

Для сильных резонансов, т.е. для частиц с большой амплитудой бетатронных колебаний, происходит медленное пересечение резонанса с поворотом направления поляризации. Для частиц с достаточно малой амплитудой колебаний осуществляется быстрое пересечение (или промежуточное) и поворот направления спина не происходит.

Рассмотрим более детально, например, пересечение спинового резонанса

$$\nu = \nu_z.$$

(соответствует $\gamma = 4,04$).

На рис. 5 показана зависимость вертикальной поляризации $\langle S_z \rangle$ от значения вертикального эмиттанса для разных скоростей подъема поля: для скорости 2 Тл/с (кривая 2). Предполагается, что начальное распределение по фазам однородно, а начальная ориентация спинов частиц вертикальна. Степень деполаризации будет менее 4% для эмиттанса более 1 мм·рад при скорости подъема поля 2 Тл/с и более 0,3 мм·рад при скорости подъема поля 0,5 Тл/с.

Подобное поведение степени поляризации наблюдается и для двух других сильных спиновых резонансов.

Таким образом, три наиболее сильных внутренних резонанса производят поворот направления поляризации практически без потери ее степени.

В кольце нуклотрона частота синхротронных колебаний изменяется от $4 \cdot 10^{-3}$ до 10^{-5} при ускорении от 20 МэВ до 11 ГэВ, максимальная величина относительного разброса импульса в пучке равна $\Delta p/p \simeq 10^{-3}$. Видим, что синхротронные колебания очень медленные и за время пересечения спинового резонанса фаза синхротронной модуляции не успевает измениться заметно. Следовательно, влияние синхротронной модуляции на пересечение спинового резонанса достаточно мало, и в первом приближении им можно пренебречь.

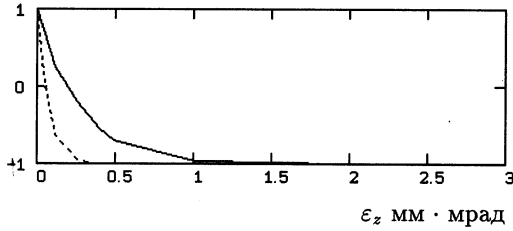
$\langle S_z \rangle$ 

Рис. 5: Зависимость вертикальной поляризации от вертикального эмиттанса после пересечения внутреннего резонанса $\nu = \nu_z$. Сплошная линия для скорости подъема поля 2 Тл/с; прерывистая 0,5 Тл/с

4.2 Целые спиновые резонансы

Рассмотрим пример, когда возмущающее спин продольное магнитное поле возникает из-за наклонов дипольных магнитов (на угол $\Delta\alpha$):

$$B_y = \Delta\alpha B_z,$$

где B_z — вертикальное магнитное поле диполя.

При некоррелированном сложении эффектов от каждого диполя среднестатистическая мощность целых резонансов вычисляется из формулы (9), в которой число диполей в кольце нуклотрона $M = 96$.

$$\text{Для } \sqrt{(\Delta\vec{\alpha})^2} = 10^{-3}$$

$$\sqrt{w_k^2} = 2,8 \cdot 10^{-4}.$$

Степень деполяризации на каждом целом резонансе при скорости подъема поля 2 Тл/с составит 1,5%. При большом числе пересекаемых целых резонансов (20 резонансов в диапазоне энергии от 20 МэВ до 11 ГэВ) степень деполяризации пучка протонов будет значительна.

На рис. 6 изображена функция отклика для резонанса $\nu = 2$.

4.3 Деполяризация протонного пучка, вызываемая корректирующими элементами

4.3.1 Корректирующие диполи

При включении одного диполя становятся возможными все целые резонансы в интервале энергии от 20 МэВ до 11 ГэВ:

$$\nu = k; 2 \leq k \leq 22.$$

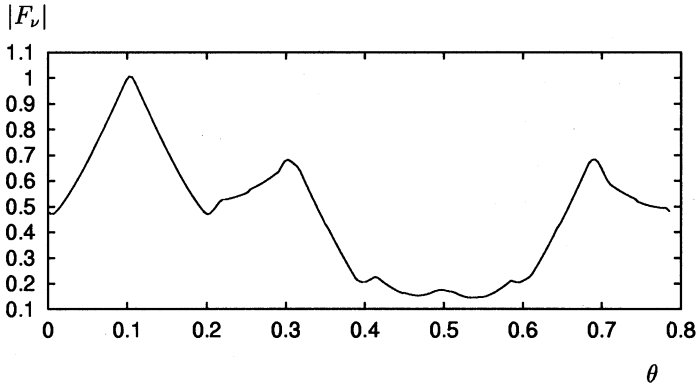


Рис. 6: Модуль функции отклика для резонанса $\nu = 2$

Таблица 3:

k	$E, \text{ГэВ}_c$	$ w $
2	0.11	$1.4 \cdot 10^{-4}$
11	4.81	$2.5 \cdot 10^{-3}$
22	10.57	$1 \cdot 10^{-2}$

В таблице 3 приведены мощности спиновых резонансов для корректирующего диполя в нуклотроне с длиной $l = 30$ см и полем $H_x = 1,3$ кГс, для трех характерных резонансов: на энергии инжекции, на энергии в середине цикла ускорения и на максимальной энергии. Другие резонансы анализируются аналогично.

Из таблицы следует, что на энергии инжекции степень деполяризации пучка (при подъеме поля со скоростью 1 Тл/с) будет менее 2%.

Пересечение резонансов с $k = 11, k = 22$ происходит адиабатически с сохранением степени поляризации. При этом максимальное вертикальное отклонение орбиты на максимальной энергии нуклотрона будет около $\sim 0,25$ см.

При включении же двух диполей в местах орбиты с азимутами $\Theta = \Theta_1$ и $\Theta = \Theta_2$, удовлетворяющих условию (12), мощность резонанса можно скомпенсировать.

4.3.2 Корректирующие квадруполь

При включении одного корректирующего квадруполь $\frac{\partial H_x}{\partial x}$ становятся возможными и резонансы

Таблица 4:

k	Е, ГэВ	$ w $
-5	0,26	$1.75 \cdot 10^{-5}$
30	10.9	$1.2 \cdot 10^{-4}$

$$\nu = k \pm \nu_x.$$

В таблице 4 приведены мощности резонансов для корректирующего квадрупольного поля длиной $l = 30$ см и градиентом $\frac{\partial H_x}{\partial x} = 2,5 \text{ Тл/м}$.

Сдвиг бетатронных частот в этом случае на максимальной энергии составит $\approx 0,025$. Степень деполяризации при пересечении резонанса на максимальной энергии будет около 3% и пренебрежимо малой на энергии инжекции.

Два квадрупольных компенсируют друг друга при выполнении условия (13). Аналогичным образом анализируются случаи с корректирующим градиентом $\frac{\partial H_x}{\partial x}$.

4.3.3 Корректирующие секступоли

Секступоли с градиентом $\frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2}$ дают вклад в резонансы:

$$\nu = k \pm 2\nu_x, \nu = k \pm 2\nu_z.$$

Для секступоля длиной $l = 30$ см и градиентом $\frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} = 100 \text{ Тл/м}^2$ мощности резонансов приведены в таблице 5.

Степень деполяризации при пересечении резонанса на максимальной энергии будет около 0,2% и пренебрежимо малой на энергии инжекции.

Можно выписать аналогичные условия компенсации влияния на поляризацию двух секступолей.

Аналогичным образом можно проанализировать случаи и для секступоля с градиентом $\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2}$.

Таблица 5:

k	Е, ГэВ	$ w $
-12	0.41	$4 \cdot 10^{-6}$
37	10.8	$1.3 \cdot 10^{-5}$

4.4 Спиновые резонансы высших порядков

Аналогично могут вычисляться мощности резонансов высших порядков. Если степень деполяризации составит 1%, мощность резонанса будет $w_k = 2.3 \cdot 10^{-4}$ для скорости подъема поля 2 Тл/с. Поэтому при вычислениях следует учитывать все резонансы высших порядков с мощностью $w_k > 10^{-4}$

4.5 Методы сохранения поляризации

В таблице 2 приведены параметры 4 внутренних спиновых резонансов в кольце нуклотрона в диапазоне энергий от 20 МэВ до 11 ГэВ для $\nu_z = 7,241$ и $\varepsilon = 10$ мм·град. В последнем столбце приведены величины компоненты S_z после быстрого пересечения каждого внутреннего резонанса для $\delta = 0,125$ и $\alpha = d\nu/d\theta = 0,013$.

Из таблицы 2 видим, что внутренние спиновые резонансы в кольце нуклотрона довольно сильны. Только резонанс $\nu = 16 - \nu_z$ ($\gamma=4,88$) может быть эффективно пересечен скачком бетатронной частоты. Этим методом можно воспользоваться для спиновых резонансов промежуточной мощности, а также для резонансов высших порядков.

4.5.1 Продольное магнитное поле

Деполяризации протонных пучков на целых резонансах можно избежать, используя продольное магнитное поле достаточной силы, так чтобы пересечение резонансов происходило адиабатически.

Для мощности резонанса $w_k = 10^{-2}$ деполяризация пучка становится пренебрежимо малой в кольце, даже при скорости подъема поля 0,5 Тл/с. Для этого требуется ввести интеграл продольного магнитного поля, равный

$$H_y l_y = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}.$$

4.5.2 Метод скачка спиновой частоты

Для сохранения поляризации протонов при пересечении резонанса может быть эффективен предлагаемый метод скачка спиновой частоты.

Рассмотрим схему с продольными и радиальными компонентами поля, изображенную на рис. 1.

Для спинового резонанса мощностью $w_k = 3 \cdot 10^{-4}$ и для степени деполяризации пучка 2% требуется величина скачка спиновой частоты $\Delta\nu=0,006$ за время $\Delta t \ll 200$ мкс. Для $\varphi_y = \pi/12$ и для введенной структуры в одном месте кольца требуются на максимальной энергии 11 ГэВ следующие значения магнитных полей: $H_y l_y = 3,8$ Тл·м, $H_x l_x = 0,25$ Тл·м.

5 Заключение

Кратко сформулируем основные результаты работы. Методика анализа поляризации пучка в кольце нуклотрона основана на представлениях, разработанных еще в 1970 - 1977 гг. Авторы предлагают использовать для анализа "натуральную" систему ортов, которая особенно полезна при учете спиновых резонансов в нелинейных приближениях. Изучено влияние на поляризацию пучка корректирующих элементов в кольце нуклотрона. Анализируются методы, предотвращающие деполяризацию. Предложен метод скачка спиновой частоты, который перспективен и для других ускорительных комплексов. Показана возможность ускорения поляризованных протонов и дейтронов в кольце нуклотрона.

Литература

- [1] Труды международного симпозиума "Дейтрон-93", 1993, Дубна.
- [2] Труды международного симпозиума "Дейтрон-95", 1995, Дубна.
- [3] Int. Conf. Few Body Problems in Physics, May 26-31 (1994), Williamsburg, Virginia, USA; ed. F.Gross.
- [4] 16-я Европейская конф. по проблемам физики нескольких тел (Autrans, France, June 1-6, 1998).
- [5] 14-я Конф. по проблемам физики высоких энергий и квантовой хромодинамики. (август 1998, Дубна).
- [6] V.Kuehn et al, Phys. Lett. B334 (1994), 298.
- [7] V.Kuehn et al, ЯФ 58 (1995) 1898.
- [8] V.Punjabi et al, Phys. Lett. B350 (1995) 178.
- [9] E.A.Strokovsky, Few Body Systems Suppl. 8 (1995) 186.
- [10] L.S. Azhgirey et al, Phys. Lett. B361 (1995) 21.
- [11] V.I.Sharov et al, JINR Rap id Comm. 3[77] (1996) 13.
- [12] Zeitschr. fuer Physics, C71 (1996) 65.
- [13] L.S.Azhgirey et al, JINR Rapid Comm. 377 (1996) 23; Phys. Lett. B387 (1996) 37; Phys. Lett. B391 (1997) 22.

- [14] Б.В.Василишин и др. *Расчет магнитной структуры нуклотрона*. Препринт ОИЯИ 9-86-512, Дубна, 1986.
- [15] В.А.Михайлов *Обоснование и расчет динамических параметров магнитной структуры нуклотрона*. Дисс. на соискание ученой степени кандидата технических наук, Дубна, 1989.
- [16] А.М.Кондратенко. *Поляризованные пучки в накопителях и циклических ускорителях*, дисс. на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук., Новосибирск, 1982.
- [17] Я.С.Дербенев, А.М.Кондратенко, А.Н.Скринский, *О движении спина частиц в накопителе с произвольным полем ДАН СССР*, 1970, т. 192 N 6 стр. 1255 ИЯФ СО АН СССР 2-70, 1970, Новосибирск.
- [18] Я.С. Дербенев, А.М.Кондратенко, А.Н.Скринский *Динамика поляризации частиц вблизи спиновых резонансов.*, ЖЭТФ, 1971, т.60, N 4, стр. 1216-1227.
- [19] Я.С.Дербенев, А.М.Кондратенко, *Ускорение поляризованных частиц ДАН СССР*, 1975, т. 223 N 4 стр. 830.
- [20] Я.С.Дербенев, А.М.Кондратенко, *Ускорение поляризованных частиц в синхротронах до высоких энергий*. Труды 10-ой Международной конференции по ускорителям заряженных частиц. Серпухов, 1977, т.2, стр 70.
- [21] А.М.Kondratenko, М.А.Kondratenko, N.I.Golubeva. *Depolarization of the proton beam due to correcting elements in the Nuclotron ring at JINR* Proceedings 13th International Symposium on High Energy Spin Physics 1998, Protvino, Russia, pp.519-522.
- [22] T.Khoe et al., *Acceleration of Polarized Protons to 8.5 GeV/c*, Particle Accelerators, 6, 213-236 (1975).
- [23] E.D.Courant and R.D.Ruth, *The Acceleration of Polarized Protons in Circular Accelerators*, BNL 51270, 1980.
- [24] F.Z.Khiari et al., *Acceleration of polarized protons to 22 GeV/c and the measurement of spin-spin effects in $p_{\uparrow}+p_{\uparrow} \rightarrow p + p$* , Physical Review D, 39, 45-85 (1989).
- [25] V.Balandin, N.Golubeva, D.P.Barber, *Studies of the Behaviour of Proton Spin Motion in HERA-p at High Energies*, DESY M 96-04, 1996.

Голубева Н. И. и др.
Исследование деполяризации пучков дейтронов и протонов
в кольце нуклотрона

P9-2002-289

Схема ускорения поляризованных дейтронов на ускорительном комплексе нуклотрон включает в себя криогенный источник поляризованных дейтронов «Полярис», линейный ускоритель на энергию 5 МэВ/нуклон, сверхпроводящий синхротрон тяжелых ионов нуклотрон с энергией ионов 6 ГэВ/нуклон, медленный вывод длительностью 10 с, тонкие внутренние мишени и широкую сеть каналов выведенных пучков. Эта схема позволяет также получать протоны и нейтроны высоких энергий со строго определенными характеристиками.

Основными проблемами ускорения поляризованных частиц является поддержание ориентации спина в течение всего цикла ускорения и получение высоких интенсивностей пионов, достаточных для набора статистики в физических экспериментах. В данной статье обсуждается первая проблема. Анализируются поляризационные эффекты в упомянутых элементах нуклотрона и предлагаются четыре способа сохранения поляризации: компенсация силы спинового резонанса, преднамеренное увеличение силы резонанса, скачок бетатронной частоты и скачок спиновой частоты. Последний способ, предложенный авторами, описан подробно.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий им. В. И. Векслера и А. М. Балдина ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2002

Перевод авторов

Golubeva N. I. et al.
Study of Depolarization of Deuteron and Proton Beams
in the Nuclotron Ring

P9-2002-289

The scheme for acceleration of polarized deuterons at the Nuclotron accelerator facility includes a cryogenic polarized deuteron source «Polaris», a 5 MeV/nucl. linac, a superconducting heavy ion synchrotron of a 6 GeV/nucl. energy with 10 s spill slow extraction, thin internal targets and wide net of external beam lines. This scheme also allows one to generate high energy polarized proton and neutron beams with well determined characteristics.

There are two principal problems of polarized particle acceleration: to keep spin orientation during beam acceleration and to produce the high ion intensity sufficient for data taking in physics experiments. The first problem is discussed in this paper. The reasons of depolarization effects in the mentioned parts of the Nuclotron have been analysed and four methods of the polarization conserving have been suggested. They are the spin resonance strength compensation increasing of the resonance strength, the betatron tune jump and the spin tune jump. Among their number, the sufficiency of the last method, suggested by the authors, has been demonstrated in detail.

The investigation has been performed at the Veksler–Baldin Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2002

*Редактор М. И. Зарубина
Макет Н. А. Киселевой*

Подписано в печать 04.02.2003.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,75. Уч.-изд. л. 2,48. Тираж 275 экз. Заказ № 53743.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@pds.jinr.ru

www.jinr.ru/publish/