Р13-2007-153

А. А. Марачев[1], Ю. Н. Пепелышев, А. К. Попов

СТАТИСТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНЫЙ ФИЛЬТР ДЛЯ ОЦЕНКИ СРЕДНЕЙ МОЩНОСТИ ИМПУЛЬСНОГО РЕАКТОРА **ИБР-2**

Направлено в журнал «Annals of Nuclear Energy»

[1]Московский институт открытого образования, Москва

Марачев А. А., Пепелышев Ю. Н., Попов А. К. P13-2007-153
Статистически оптимальный фильтр для оценки средней мощности импульсного реактора ИБР-2

Реактор ИБР-2 характеризуется большим разбросом амплитуд импульсов мощности относительно среднего значения. Для безопасной работы реактора ИБР-2 предусмотрено срабатывание его аварийной защиты как при двукратном превышении или понижении амплитуды импульса мощности относительно среднего значения, так и при выходе среднего значения амплитуды за пределы установленных рамок, что требует оценки текущего значения средней мощности. В результате применения метода статистически оптимального регулирования импульсного реактора [1] получен статистически оптимальный алгоритм формирования на выходе фильтра текущего значения средней мощности. Показано, что оптимальный алгоритм реализуется фильтром в виде инерционного звена и что наиболее приемлемые результаты достигаются, когда постоянная времени фильтра больше периода импульсов в 3–7 раз.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики им. И. М. Франка ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2007

Marachev A. A., Pepyolyshev Yu. N., Popov A. K. P13-2007-153
Statistically Optimal Filter for an Estimation of the Mean Power of the IBR-2 Pulsed Reactor

The IBR-2 reactor is characterized by a wide spread of amplitudes of power pulses relative to the mean value. For safe work of the IBR-2 reactor the operation of its emergency protection is provided at double excess or decrease of amplitude of a power pulse relative to the mean value, and at spillover of the mean value of amplitude beyond the set limits, which requires an estimation of current value of the mean power. As a result of application of the method of statistically optimal regulation of a pulsed reactor [1], statistically optimal algorithm, according to which current value of the mean power is formed at an output of the filter, is obtained. It is shown that the optimal algorithm is realized by the filter in the form of an inertial element and that the most acceptable results are reached, when the time constant of the filter is more than the period of pulses by a factor of 3–7.

The investigation has been performed at the Frank Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2007

В импульсном реакторе ИБР-2 основная доля генерируемой энергии (92 %) выделяется в течение импульсов мощности. Ширина этих импульсов на половине высоты почти на два порядка меньше интервала между импульсами (245 мкс по сравнению с 208 мс). Регулируемым параметром является относительное отклонение амплитуды импульса мощности, т. е. отклонение амплитуды от базового значения в его долях. Практически это то же самое, что и относительное отклонение энергии импульса мощности, поскольку период импульсов поддерживается на заданном уровне с высокой точностью. Вследствие принципа работы и особенностей конструкции реактора амплитудам импульсов присущ существенный разброс (до 40 %) относительно базового значения. Для безопасной работы реактора ИБР-2 предусмотрено срабатывание его аварийной защиты как по импульсной мощности (при двукратном превышении или двукратном понижении амплитуды импульса мощности относительно базового значения), так и по средней мощности (при выходе базового значения амплитуды за пределы установленных рамок). В реакторе ИБР-2 предусмотрена регистрация амплитуды каждого импульса мощности. Для функционирования аварийной защиты по средней мощности необходимо оценивать текущее значение средней мощности. Иначе говоря, необходимо оценивать базовое (среднее) значение энергии импульса, соответствующее текущему импульсу мощности (задача усреднения), а также, возможно, и будущему импульсу мощности (задача предвидения). Для решения этой задачи использован метод определения статистически оптимального алгоритма регулирования импульсного реактора, предложенный в работе [1]. В работе [2] применение этого метода распространено на возможные новые режимы работы реактора. Метод базируется на теории оптимальных систем [3]. Принципиальная особенность метода состоит в том, что при формировании статистически оптимального сигнала информации, полученной из анализа прошедших импульсов, придается разный вес и тем самым осуществляется учет старения информации. При этом введенное понятие степени старения информации отличается достаточно ясным физическим смыслом. Применение этого метода для нахождения оптимального алгоритма фильтрации сигнала с большими флуктуациями указывает на достаточную универсальность метода определения статистически оптимального алгоритма.

Рассмотрим применение метода статистически оптимального алгоритма для задачи предвидения как более общей. В реальном масштабе времени осуществляется регистрация энергии каждого импульса мощности. Требуется оценить базовое (среднее) значение будущего (n-го) импульса. Зарегистрированные, т. е. прошедшие, импульсы будем помечать номерами от нуля (начало отсчета) до $n-1$.

Введем функцию потерь для n-го импульса Q_n. Функции, соответствующие какому-то импульсу, будем называть удельными.

Рассмотрим удельный риск R_n, представляющий собой математическое ожидание удельной функции потерь $M(Q_n)$. Фильтр, которому соответствует минимальное значение удельного риска

$$R_n = M(Q_n) = \min, \tag{1}$$

будем считать оптимальным.

Примем в качестве удельной функции потерь квадрат относительного отклонения энергии будущего импульса

$$Q_n = \left(\frac{E_n - E_n^0}{E_n^0}\right)^2 = \left(\frac{E_n}{E_n^0} - 1\right)^2, \tag{2}$$

где E_n, E_n^0 — энергия n-го импульса и ее базовое значение соответственно.

Полагаем, что с течением времени E^0 может изменяться в широких пределах. Учитывая это, перейдем от параметров E_n и E_n^0 к их логарифмам и запишем удельную функцию потерь в следующем виде:

$$Q_n = \left[\exp\left(\ln E_n - \ln E_n^0\right) - 1\right]^2. \tag{3}$$

Введем обозначения

$$\mu_n = \ln E_n\ , \quad u_n = \ln E_n^0\ . \tag{4}$$

Это сделано, чтобы не нарушать однообразия в обозначении параметров в настоящей работе и в работах [1, 2]. Тогда удельная функция потерь (3) примет вид

$$Q_n = [\exp\,(\mu_n - u_n) - 1]^2\,. \tag{5}$$

Разброс относительных отклонений энергии импульсов мощности от базового значения характеризуется нормальным законом распределения. Для примера на рис. 1 показана плотность распределения p относительного отклонения энергии импульсов мощности $\Delta e = (E - E^0)/E^0$ при средней мощности реактора 1,5 МВт.

В связи с этим величину $\mu_n = \ln E_n$ можно рассматривать как случайную с нормальным законом распределения и выразить ее априорную плотность вероятности формулой

$$p_0(\mu) = \frac{1}{\sigma_\mu\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(\mu - m_0)^2}{2\sigma_\mu^2}\right), \tag{6}$$

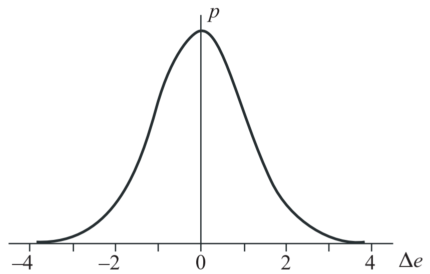

Рис. 1. Плотность распределения p относительного отклонения энергии импульсов мощности Δe (Δe выражено в долях среднеквадратичного отклонения σ)

где σ_μ^2 и m_0 — априорные значения дисперсии и среднего значения μ соответственно. Для формирования на выходе фильтра оптимальной величины u_n в фильтре должна осуществляться оценка случайной величины μ. Полагаем, что эта оценка осуществляется с ошибкой η, имеющей случайный характер. Таким образом, информация о величине μ поступает на вход фильтра в виде сигнала

$$y = \mu + \eta. \tag{7}$$

Для общности полагаем, что фильтр обладает памятью. Следовательно, параметр u_n, который будет сформирован на выходе фильтра, зависит от значений y_j и u_j, соответствующих предыдущим импульсам ($j < n$).

Итак, фильтр воспринимает параметр y, являющийся оценкой параметра μ с ошибкой η. Полагаем, что плотность вероятности η также подчиняется нормальному закону распределения. Для общности принимаем, что полученные оценки могут зависеть от времени. В связи с этим вводим зависимость плотности вероятности η от разности номеров импульсов $n - j$, где $j \leqslant n$:

$$p_j(\eta) = \frac{1}{\sigma_{\eta j}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_{\eta j}^2}\right) = \frac{a_{n-j}}{\sigma_\eta\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{a_{n-j}^2\eta^2}{2\sigma_\eta^2}\right). \tag{8}$$

Здесь дисперсия $\sigma_{\eta j}^2$ в j-м импульсе выражена через дисперсию σ_η^2 в n-м импульсе следующим образом:

$$\sigma_{\eta j}^2 = \frac{\sigma_\eta^2}{a_{n-j}^2}, \tag{9}$$

где $a_{n-j} > 0$ — коэффициент, зависящий от номера импульса.

Поясним смысл коэффициента a_{n-j}^2. Если $a_{n-j}^2 = 1$ для всех j, то плотность вероятности η не зависит от номера импульса. Если же $1 = a_0 \geqslant a_1 > a_2 > \ldots$, то $\sigma_\eta = \sigma_{\eta n} \leqslant \sigma_{\eta n-1} < \sigma_{\eta n-2} < \ldots$ Это означает, что фильтр воспринимает более раннюю оценку параметра μ как менее точную. Таким образом, введенный коэффициент a_{n-j}^2 характеризует степень старения информации, поступающей в фильтр.

В результате такого подхода задача предвидения свелась к одной из задач, рассмотренных в работе [2]. Для нашего случая формула статистически оптимального алгоритма, полученная в работе [2], принимает следующий вид:

$$u_n = \frac{\frac{3}{2}\sigma_\eta^2 + \left(\frac{\sigma_\eta}{\sigma_\mu}\right)^2 m_0 + \sum\limits_{j=0}^{n-1} a_{n-j}^2 y_j}{\left(\frac{\sigma_\eta}{\sigma_\mu}\right)^2 + \sum\limits_{j=0}^{n-1} a_{n-j}^2}. \tag{10}$$

Исходя из физических соображений, можно считать дисперсию σ_η^2 достаточно малой величиной и в результате упростить формулу (10):

$$\ln E_n^0 = \frac{1}{\sum\limits_{j=0}^{n-1} a_{n-j}^2} \sum_{j=0}^{n-1} a_{n-j}^2 \ln E_j. \tag{11}$$

Вычисляя экспоненту от полученного на выходе фильтра сигнала, получаем оценку среднего (базового) значения энергии будущего импульса мощности:

$$E_n^0 = \exp{(\ln E_n^0)}. \tag{12}$$

Полученный алгоритм существенно зависит от коэффициентов a_{n-j}^2. Представляется обоснованным характеризовать степень старения информации экспоненциально убывающей функцией

$$a_{n-j}^2 = \exp\left[-\frac{(n-j)T}{T_A}\right], \tag{13}$$

где T — период импульсов; T_A — постоянная времени ($T_A > T$). С увеличением номера импульса n сумма в знаменателе формулы (11) увеличивается, но уже при $n = 5T_A/T$ она практически достигает своего предельного значения и ее можно считать постоянной величиной: $\sum\limits_{j=0}^{n-1} a_{n-j}^2 = \mathrm{const}$.

Отметим, что в задаче предвидения в формировании выходного сигнала E_n^0 для n-го импульса не участвует входной сигнал E_n, участвуют лишь сигналы E_j, соответствующие предыдущим импульсам до $(n-1)$-го включительно. Наиболее просто можно учесть эту особенность, полагая, что в фильтре при прохождении сигнала происходит чистое запаздывание (смещение) сигнала на время одного периода T. Таким образом, по прошествии с начала отсчета $n = 5T_A/T$ импульсов фильтр можно рассматривать, используя терминологию теории автоматического управления, как инерционное звено с наличием чистого запаздывания на время T. В этом случае передаточная функция фильтра равна

$$W_A(s) = \frac{k_A}{T_A s + 1} \mathrm{e}^{-sT}, \tag{14}$$

где s — переменная преобразования Лапласа; $k_A = T_A[1 - \exp(-T/T_A)]$ — коэффициент передачи; T_A — постоянная времени; T — период импульсов. На вход фильтра подается последовательность импульсов, площадь каждого импульса равна $\ln E_j$. На выходе получается непрерывный сигнал, значение которого в момент времени nT равно $\ln E_n^0$ и обусловлено предшествующими входными импульсами.

В задаче усреднения (в отличие от задачи предвидения) в формировании выходного сигнала E_n^0 участвует и входной сигнал E_n, т. е. все входные сигналы до n-го включительно. В этом случае фильтр можно рассматривать как инерционное звено с передаточной функцией

$$W_A(s) = \frac{k_A}{T_A s + 1}. \tag{15}$$

Из непрерывного выходного сигнала нас интересуют его значения лишь в дискретные моменты времени. Фильтру в виде инерционного звена с запаздыванием (задача предвидения) соответствует формирование дискретного выходного сигнала по закону

$$\ln E_n^0 = \ln E_{n-1}^0 + \frac{1}{q}\left(\ln E_{n-1} - \ln E_{n-1}^0\right). \tag{16}$$

Для фильтра в виде инерционного звена без запаздывания, т. е. для задачи усреднения, закон формирования выходного сигнала имеет вид

$$\ln E_n^0 = \ln E_{n-1}^0 + \frac{1}{q}\left(\ln E_n - \ln E_{n-1}^0\right). \tag{17}$$

В уравнениях (16) и (17) $q \geqslant 1$ — коэффициент сглаживания входного сигнала (при $q = 1$ сглаживания входного сигнала не происходит).

В отличие от формирования управляющего сигнала автоматического регулятора, для которого был впервые предложен метод статистически оптимального алгоритма, в задаче формирования сигнала оптимального фильтра не представляет труда реализовать алгоритм без запаздывания (17), отказавшись от алгоритма (16). В свою очередь, алгоритм (17) целесообразно упростить, отказавшись от логарифмирования, и использовать вместо него упрощенный алгоритм

$$E_n^0 = E_{n-1}^0 + \frac{1}{q}\left(E_n - E_{n-1}^0\right). \tag{18}$$

Напомним, что в формуле (18) E_n^0, E_{n-1}^0 — среднее значение энергии текущего n-го и предыдущего $(n-1)$-го импульса соответственно; E_n — зарегистрированное значение энергии текущего n-го импульса; q — коэффициент сглаживания. Это упрощение подтверждено расчетами. При работе реактора в режиме саморегулирования (т. е. с отключенным автоматическим регулятором) зарегистрированы колебания мощности большой амплитуды с периодом около 30 с, т. е. с частотой 0,033 Гц [4]. Для этого нештатного режима работы проведены расчеты с использованием алгоритмов (17) и (18). Результаты расчетов практически совпали.

Итак, фильтр должен представлять собой инерционное звено с передаточной функцией (15). Постоянная времени T_A и коэффициент передачи k_A этого звена выражаются соответственно следующими формулами:

$$T_A = \frac{T}{\ln\left(\frac{q}{q-1}\right)}, \tag{19}$$

$$k_A = T_A\left[1 - \exp\left(-\frac{T}{T_A}\right)\right] = \frac{T}{q\ln\left(\dfrac{q}{q-1}\right)}, \tag{20}$$

где $T = 0,208$ с — период импульсов мощности. На вход этого звена подаются бесконечно узкие импульсы площадью E_n. На выходе инерционного звена получается непрерывный сигнал. Нас интересуют значения E_n^0 на выходе фильтра лишь в дискретные моменты времени. Чтобы получить эти дискретные значения, непрерывный сигнал следует подать на вход дополнительного импульсного элемента, на выходе которого будет сформирован интересующий нас сигнал в виде бесконечно узких импульсов площадью E_n^0.

На рис. 2 показана часть последовательности амплитуд импульсов мощности, зарегистрированной на реакторе ИБР-2 при существенных колебаниях амплитуд. Амплитуды пересчитаны в мощность $P = E/T$, обусловленную импульсами мощности, т. е. в мощность реактора за вычетом мощности фона (мощности между импульсами). Там же для различных значений коэффициента сглаживания q показаны переходные процессы средней мощности импульсов P^0 на выходе фильтра, вычисленные в соответствии с формулой (18). Как видно из рис. 2, наиболее предпочтительным представляется выбор значения коэффициента сглаживания фильтра q в пределах от 4 до 8. Постоянная времени фильтра T_A при этом составляет величину от $3,5T$ до $7,5T$.

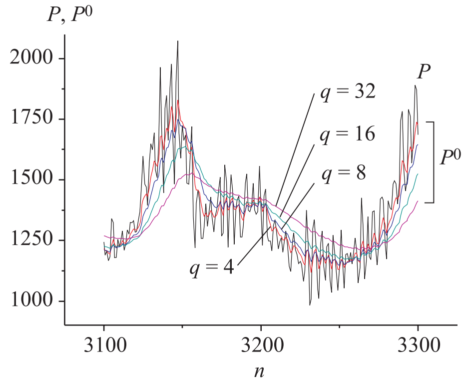

Рис. 2. Колебания мощности, кВт

При различных значениях q (4, 8, 16 и 32) вычислены среднеквадратичные отклонения мощности импульсов P от их средних значений P^0 для интервала импульсов с номерами n от 3000 до 3500 (интервал с наибольшим разбросом амплитуд). Эти значения оказались равными соответственно 86, 111, 143 и 175 кВт при использовании алгоритма (18) и практически теми же (87, 111, 143 и 176 кВт) при алгоритме (17). При использовании алгоритма с запаздыванием (16) эти значения несколько увеличились (115, 127, 152 и 181 кВт).

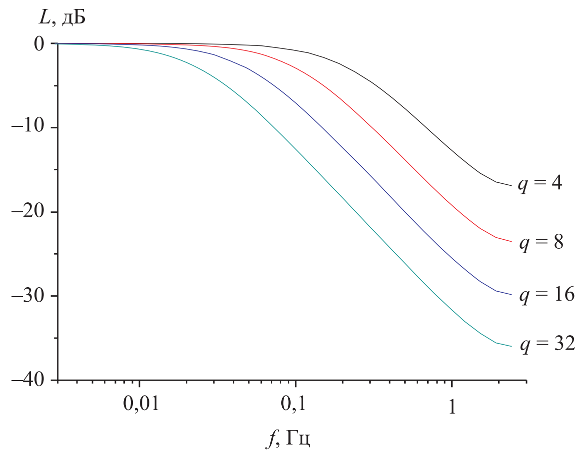

Рис. 3. Логарифмическая амплитудная частотная характеристика фильтра

Частотные показатели фильтра отражает его дискретная частотная передаточная функция. Она связывает фурье-изображения выходного и входного импульсных сигналов, огибающие которых изменяются по синусоидальному закону с частотой ω, и выражается следующей формулой [5]:

$$W^*(j\omega) = \frac{1}{q}\frac{\exp{(j\omega T)}}{\exp{(j\omega T)} - \exp{(T/T_A)}}. \tag{21}$$

Здесь $W^*(j\omega)$ является периодической функцией круговой частоты ω. Поэтому достаточно рассматривать диапазон изменения ω от 0 до π/T с$^{-1}$, что соответствует диапазону изменения частоты $f = \omega/(2\pi)$ в Гц от 0 до $0,5/T$.

На рис. 3 и 4 показаны логарифмические частотные характеристики фильтра: амплитудная

$$L(\omega) = 20 \lg |W^*(j\omega)| \tag{22}$$

и фазовая

$$\phi(\omega) = \arg W^*(j\omega). \tag{23}$$

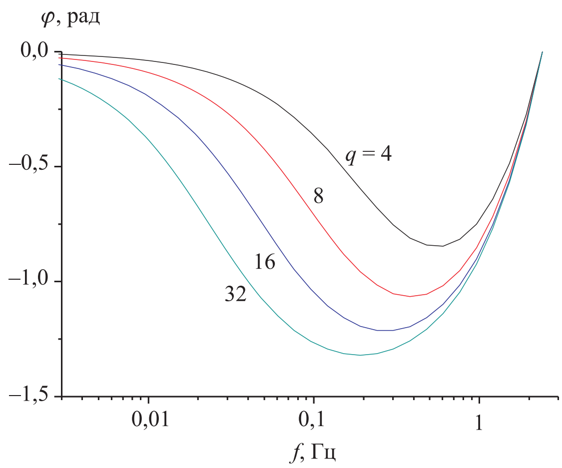

Рис. 4. Логарифмическая фазовая частотная характеристика фильтра

Заключение. Для импульсного реактора периодического действия, характеризующегося существенным разбросом амплитуд импульсов мощности при нормальной работе реактора, получен статистически оптимальный алгоритм формирования на выходе фильтра среднего значения амплитуды (энергии) импульса мощности, соответствующего текущему импульсу мощности. Показано, что оптимальный алгоритм реализуется фильтром в виде инерционного звена и что наиболее приемлемые результаты достигаются, когда постоянная времени фильтра больше периода импульсов в 3–7 раз.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Попов А. К.* О статистически оптимальном регулировании энергии импульсов быстрого реактора // АЭ. 1971. Т. 31, вып. 3. С. 269.

2. *Попов А. К., Марачев А. А.* О статистически оптимальных алгоритмах регулирования для различных режимов работы импульсного реактора. Сообщение ОИЯИ Р13-2002-277. Дубна, 2002.

3. *Фельдбаум А. А.* Основы теории оптимальных автоматических систем. М.: Физматгиз, 1963.

4. *Бондарченко Е. А., Пепелышев Ю. Н., Попов А. К.* Экспериментальное и модельное исследование особенностей динамики импульсного реактора периодического действия ИБР-2 // ЭЧАЯ. 2004. Т. 35, вып. 4. С. 928–983.

5. *Попов А. К.* Анализ устойчивости импульсного реактора ИБР-2 при включенном автоматическом регуляторе. Сообщение ОИЯИ Р13-98-275. Дубна, 1998.

Получено 18 октября 2007 г.

Редактор *Е. В. Сабаева*

Подписано в печать 20.11.2007.
Формат $60 \times 90/16$. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 0,75. Уч.-изд. л. 0,91. Тираж 305 экз. Заказ № 55966.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.
E-mail: publish@jinr.ru
www.jinr.ru/publish/